



**Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**  
**Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών**  
**Υπολογιστών**

**Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία**

**Υπολογισμός των γωνιών έναυσης πολυβάθμιων**  
**αντιστροφών μέσω Μαθηματικού Προγραμματισμού**

**Μπατσής Ιωάννης**

**Βόλος 2019**





**Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**  
**Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών**  
**Υπολογιστών**

**Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία**

**Υπολογισμός των γωνιών έναυσης πολυβάθμιων**  
**αντιστροφών μέσω Μαθηματικού Προγραμματισμού**

**Μπατσής Ιωάννης**

**Βόλος 2019**





**University of Thessaly**  
**Department of Electrical and Computer**  
**Engineering**

**MSc Thesis**

**Switching Angles Calculation through Mathematical**  
**Programming**

**Batsis Ioannis**

**Volos 2019**





**Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**  
**Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών**  
**Υπολογιστών**

**Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία**

**Υπολογισμός των γωνιών έναυσης πολυβάθμιων**  
**αντιστροφών μέσω Μαθηματικού Προγραμματισμού**

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 2/7/2019.

**Μπαργιώτας Δημήτριος**  
Αναπληρωτής Καθηγητής

**Τσουκαλάς Ελευθέριος**  
Καθηγητής

**Πλέσσας Φώπιος**  
Αναπληρωτής Καθηγητής

**Βόλος 2019**





Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.



Αφιερώνεται στην οικογένειά μου  
και σε όσους στάθηκαν δίπλα μου  
καθ' όλη την προσπάθειά μου...



## Σύνοψη

Ένα πολύ σημαντικό στοιχείο όλων των σύγχρονων Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας (Σ.Η.Ε) είναι ο αντιστροφέας (inverter). Αποτελεί μια διάταξη μετατροπής της DC ισχύος σε AC. Από τη δεκαετία του '80 άρχισε να αναπτύσσεται ένας νέος τύπος αντιστροφέα, ο πολυβάθμιος αντιστροφέας. Οι διατάξεις αυτές παράγουν μια κλιμακωτή τάση εξόδου η οποία θα πρέπει τόσο να προσεγγίζει σε ικανοποιητικό βαθμό την ημιτονοειδή κυματομορφή του δικτύου όσο και να έχει καλά φασματικά χαρακτηριστικά, όπως λόγου χάρη χαμηλή Ολική Αρμονική Παραμόρφωση (Total Harmonic Distortion, THD).

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μία νέα τεχνική υπολογισμού των χρονικών στιγμών εναλλαγής μεταξύ των διαθέσιμων επιπέδων τάσης, γνωστών και ως γωνιών έναυσης (switching angles). Η τεχνική που χρησιμοποιήσαμε ήταν η Μαθηματική Βελτιστοποίηση. Το προαναφερθέν πρόβλημα αντιμετωπίστηκε περισσότερο σαν ένα γεωμετρικής φύσεως πρόβλημα παρά σαν ένα αλγεβρικό. Συγκεκριμένα, θεωρήθηκε πως η κλιμακωτή τάση εξόδου του πολυβάθμιου αντιστροφέα αποτελείται από επιμέρους ορθογώνια, το μέγεθος των οποίων βελτιστοποιήθηκε, προκειμένου η παραγόμενη κυματομορφή να προσεγγίζει σε ικανοποιητικό βαθμό την ημιτονοειδή και να έχει χαμηλή Ολική Αρμονική Παραμόρφωση.



## Synopsis

A very important element of every modern Electrical Power System is the Inverter. It is a device which converts DC power to AC. A new type of inverter, the multilevel inverter, was initiated in the '80s. These devices produce a staircase output voltage which must approximate as good as possible the sinusoidal waveform of the power utility and have good spectrum characteristics, like low Total Harmonic Distortion (THD).

In this project we introduce a new methodology for calculation of the moments of voltage level change, also known as switching angles. The technique we made use of was Mathematical Optimization. The aforementioned problem was treated more like a geometric rather than an algebraic one. More specific, we assumed that the staircase output voltage of the multilevel inverter is composed by individual rectangles, whose size was optimized in order for the resulting output waveform to approximate as good as possible the sinusoidal waveform and have low Total Harmonic Distortion.





## Ευχαριστίες

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε στο Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας στα πλαίσια του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών "Επιστήμη και Τεχνολογία Ηλεκτρολόγου Μηχανικού και Μηχανικού Υπολογιστών". Για την επιτυχή περάτωσή της θα ήθελα εξ αρχής να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου, Αναπληρωτή Καθηγητή Μπαργιώτα Δημήτριο, με τον οποίο είχαμε μια πολύ εποικοδομητική συνεργασία στα πλαίσια του μαθήματος "Αναλογικά, Μικτά, Υψίσυχνα Κυκλώματα". Στα πλαίσια δε της εκπόνησης της μεταπτυχιακής μου εργασίας οι υποδείξεις του σχετικά με το πώς έπρεπε να εργαστώ και να ερευνήσω το θέμα μου ήταν πολύ εύστοχες και ωφέλιμες.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω και τον υποψήφιο διδάκτορα Αντωνιάδη Χαράλαμπο, ο οποίος μου έδωσε αρκετά χρήσιμες συμβουλές στα πλαίσια της δυνατότητας επίλυσης του προβλήματος της διπλωματικής αυτής και ο οποίος με εισήγαγε στις έννοιες της Μαθηματικής Βελτιστοποίησης μέσω του μαθήματος "Σχεδίαση Χαμηλής Ισχύος". Θα ήταν σφάλμα μου να παραλείψω και την πολύτιμη βοήθεια του υποψήφιου διδάκτορα Φραγκογιού Αντωνίου. Οι συμβουλές που μου έδωσε σχετικά με τη μέθοδο που θα έπρεπε να ακολουθήσω για να επιλύσω το πρόβλημα της διατριβής ήταν πολύ σημαντικές και με βοήθησαν αρκετά στο να εξάγω ένα ποιοτικά καλό αποτέλεσμα.

Επιπροσθέτως θα ήθελα να ευχαριστήσω τον συμμαθητή και φίλο μου Σαμαρά – Αγοραστό Δημήτριο, ο οποίος με στήριξε πάρα πολύ στις δύσκολες στιγμές που αντιμετώπισα στη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας εργασίας. Τέλος δε ιδιαίτερες ευχαριστίες για την πολύτιμη στήριξή τους οφείλω σε όλη την οικογένειά μου και δη στους γονείς μου Βασίλειο και Ανδρομάχη, οι οποίοι με στήριξαν ποικιλοτρόπως τόσο καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου όσο και κατά τη διάρκεια της ενασχόλησής μου με την εργασία μου. Σε αυτούς οφείλω τα πάντα διότι χάρη στις θυσίες τους και την φροντίδα τους αξιώθηκα να φτάσω έως εδώ και σε τελική ανάλυση σε αυτούς οφείλω το γεγονός πως υπάρχω και ζω.



# Περιεχόμενα

Σύνοψη.....	13
Synopsis.....	15
Ευχαριστίες.....	17
Κατάλογος εικόνων.....	25
Κατάλογος πινάκων.....	31
Περίληψη.....	33
Abstract.....	35
Κεφάλαιο 1.....	37
1.1 Εισαγωγή στους Αντιστροφείς (Inverters).....	37
1.1.1 Αρχή λειτουργίας Αντιστροφέων.....	38
1.2 Αντιστροφείς πολλαπλών επιπέδων.....	40
1.2.1 Αντιστροφείς Πολλαπλών Επιπέδων με Διόδους Αποκατάστασης (Diode clamped MLI, DCMLI).....	42
1.2.2 Αντιστροφείς Πολλαπλών Επιπέδων με Πυκνωτές Περιορισμού (Flying Capacitor MLI).....	44
1.2.3 Κασκοδικοί Αντιστροφείς Πολλαπλών Επιπέδων (Cascaded H-bridge MLI).....	47
1.2.4 Παράμετροι απόδοσης των πολυεπίπεδων αντιστροφέων.....	48
1.2.4.1 Αρμονικός Συντελεστής $n$ -ιστής τάξης (Harmonic Factor, $HF_n$ ).....	49
1.2.4.2 Συνολική Αρμονική Παραμόρφωση (Total Harmonic Distortion, THD).....	49
1.2.4.3 Συντελεστής Παραμόρφωσης (Distortion Factor, DF).....	49
1.2.4.4 Παράγοντας κορυφής (Crest Factor, CF).....	49

1.2.4.5 Παράγοντας μορφής (Form Factor, FF).....	50
1.2.4.6 RMS τιμή της τάσης εξόδου.....	50
1.2.4.7 Αρμονικές χαμηλότερης τάξης (Lower Order Harmonics, LOH).....	50
1.2.4.8 Μέγιστη ανάστροφη τάση (Peak Inverse Voltage, PIV).....	50
1.2.4.9 Συντελεστής Ισχύος (Power Factor, PF).....	51
1.2.4.10 Ολική Αρμονική Παραμόρφωση με συντελεστές (Weighted Total Harmonic Distortion, WTHD).....	51
1.2.4.11 Τάση φραγμού (Blocking Voltage, $V_{block}$ ).....	52
1.2.4.12 Standing Voltage.....	52
1.2.4.13 Απώλειες Ισχύος (Power Losses).....	52
1.3 Εφαρμογές και πεδία έρευνας των πολυβάθμιων αντιστροφών.....	54
Κεφάλαιο 2.....	57
2.1 Εισαγωγή στη διαμόρφωση.....	57
2.2 Τεχνικές χαμηλής διακοπτικής συχνότητας.....	57
2.2.1 Υπολογισμός Γωνιών Έναυσης (Switching Angle Calculation).....	58
2.2.1.1 Equal phase method (EP).....	58
2.2.1.2 Half Equal Phase Method (HEP).....	58
2.2.1.3 Half Height Method (HH).....	59
2.2.1.4 Feed Forward Method (FF).....	59
2.2.2 Τεχνικές εξάλειψης επιλεγμένων αρμονικών (Selective Harmonic Elimination, SHE).....	59
2.2.3 Τεχνική Ελέγχου Πλησιέστερου Διανύσματος (Nearest Vector Control ,NVC).....	61
2.2.4 Τεχνική Ελέγχου Πλησιέστερου Επιπέδου (Nearest Level Control, NLC).....	62

<b>2.3 Διακοπτικές τεχνικές υψηλής συχνότητας</b> .....	62
<b>2.3.1 Τεχνικές Διαμόρφωσης Εύρους Παλμού (Pulse Width Modulation, PWM)</b> .....	62
<b>2.3.1.1 Πολυπαλμική Διαμόρφωση Εύρους Παλμού (Multiple Pulse Width Modulation)</b> .....	62
<b>2.3.1.2 Ημιτονοειδής Διαμόρφωση Εύρους Παλμού (Sinusoidal Pulse Width Modulation)</b> .....	64
<b>2.3.1.3 Έλεγχος φασικής μετατόπισης</b> .....	65
<b>2.4 Προηγμένες τεχνικές διαμόρφωσης</b> .....	65
<b>2.4.1 Τραπεζοειδής Διαμόρφωση (Trapezoidal Modulation)</b> .....	66
<b>2.4.2 Κλιμακωτή Διαμόρφωση (Staircase Modulation)</b> .....	66
<b>2.4.3 Βηματική Διαμόρφωση (Stepped Modulation)</b> .....	67
<b>2.4.4 Διαμόρφωση Έκχυσης Αρμονικών (Harmonic Injection Modulation)</b> .....	68
<b>2.4.5 Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation)</b> .....	69
<b>2.4.6 Διαμόρφωση Διανύσματος Χώρου (Space Vector Modulation)</b> .....	70
<b>Κεφάλαιο 3</b> .....	71
<b>3.1 Μαθηματική Βελτιστοποίηση</b> .....	71
<b>3.1.1 Convex Optimization</b> .....	72
<b>3.1.2 Linear Optimization Problems</b> .....	72
<b>3.1.3 Quadratic Optimization problems</b> .....	73
<b>3.1.4 Geometric Programming</b> .....	73
<b>3.2 Μοντελοποίηση του προβλήματος</b> .....	74
<b>3.3 Αποτελέσματα</b> .....	76
<b>3.3.1 Μονοφασικός πολυβάθμιος αντιστροφείας επτά επιπέδων</b> .....	76

3.3.2	Μονοφασικός πολυβάθμιος αντιστροφείας εννιά επιπέδων.....	78
3.3.3	Μονοφασικός πολυβάθμιος αντιστροφείας έντεκα επιπέδων.....	80
3.4	Σύγκριση αποτελεσμάτων.....	83
3.4.1	Equal Phase Method.....	83
3.4.1.1	Αντιστροφείας επτά επιπέδων.....	83
3.4.1.2	Αντιστροφείας εννέα επιπέδων.....	85
3.4.1.3	Αντιστροφείας έντεκα επιπέδων.....	87
3.4.2	Half Equal Phase Method.....	89
3.4.2.1	Αντιστροφείας επτά επιπέδων.....	89
3.4.2.2	Αντιστροφείας εννέα επιπέδων.....	91
3.4.2.3	Αντιστροφείας έντεκα επιπέδων.....	93
3.4.3	Half Height Method.....	95
3.4.3.1	Αντιστροφείας επτά επιπέδων.....	95
3.4.3.2	Αντιστροφείας εννέα επιπέδων.....	97
3.4.3.3	Αντιστροφείας έντεκα επιπέδων.....	98
3.4.4	Feed Forward Method.....	100
3.4.4.1	Αντιστροφείας επτά επιπέδων.....	100
3.4.4.2	Αντιστροφείας εννέα επιπέδων.....	104
3.4.4.3	Αντιστροφείας έντεκα επιπέδων.....	107
3.4.2	Συμπερασματικές παρατηρήσεις.....	110
Κεφάλαιο 4.....		113
Συμπεράσματα – Προτάσεις για μελλοντική έρευνα.....		113
Βιβλιογραφία.....		115
Παραρτήματα.....		117
Παράρτημα.1.....		119
Παράρτημα.2.....		121

**Παράρτημα.3.....123**







## Κατάλογος εικόνων

### Κεφάλαιο 1

Εικόνα 1.1. Κύκλωμα μονοφασικού αντιστροφέα.....	38
Εικόνα 1.2. Κυματομορφές σημάτων έναυσης των τρανζίστορ, της τάσης στα άκρα του φορτίου και των ρευμάτων των τρανζίστορ.....	39
Εικόνα 1.3 Βασική δομή μετατροπέα DC-AC.....	41
Εικόνα 1.4 Γενική μορφή εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα.....	41
Εικόνα 1.5 Ένα σκέλος αντιστροφέα DCMLI τεσσάρων επιπέδων.....	42
Εικόνα 1.6 Μονοφασικός DCMLI πέντε επιπέδων.....	43
Εικόνα 1.7 Ένα σκέλος ενός FCMLI τεσσάρων επιπέδων .....	44
Εικόνα 1.8 Μονοφασικός FCMLI πέντε επιπέδων.....	45
Εικόνα 1.9 Βασική μονάδα ενός μονοφασικού CHBMLI.....	47
Εικόνα 1.10 CHBMLI 5 επιπέδων.....	48
Εικόνα 1.11 Πολυβάθμιος αντιστροφέας συνδεδεμένος σε δίκτυο για αντιστάθμιση αέργου ισχύος.....	55
Εικόνα 1.12 Πολυβάθμιοι μετατροπείς συνδεδεμένοι σε διάταξη Back to Back Intertie.....	55

### Κεφάλαιο 2

Εικόνα 2.1 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής Multiple PWM....	63
Εικόνα 2.2 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής SPWM.....	64
Εικόνα 2.3 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής MSPWM.....	65
Εικόνα 2.4 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής Trapezoidal PWM.....	66
Εικόνα 2.5 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής Staircase PWM.....	67
Εικόνα 2.6 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής Stepped Modulation.....	68

Εικόνα 2.7 Η μορφή του σήματος διαμόρφωσης στην τεχνική Harmonic Injection έπειτα από την προσθήκη της 3ης αρμονικής.....69

Εικόνα 2.8 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής Delta Modulation.....70

### **Κεφάλαιο 3**

Εικόνα 3.1 Κανονικοποιημένη φασική έξοδος ενός πολυεπίπεδου αντιστροφέα επτά επιπέδων.....74

Εικόνα 3.2 Η παραγόμενη με βάση τις υπολογιζόμενες γωνίες έναυσης για μονοφασικό πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων.....77

Εικόνα 3.3 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων.....77

Εικόνα 3.4 Φασματικό περιεχόμενο της κυματομορφής εξόδου του πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων.....78

Εικόνα 3.5 Η παραγόμενη με βάση τις υπολογιζόμενες γωνίες έναυσης για μονοφασικό πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.....79

Εικόνα 3.6 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων.....79

Εικόνα 3.7 Φασματικό περιεχόμενο της κυματομορφής εξόδου του πολυβάθμιου αντιστροφέα εννιά επιπέδων.....80

Εικόνα 3.8 Η παραγόμενη με βάση τις υπολογιζόμενες γωνίες έναυσης για μονοφασικό πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....81

Εικόνα 3.9 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....82

Εικόνα 3.10 Φασματικό περιεχόμενο της κυματομορφής εξόδου του πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....82

Εικόνα 3.11 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου EP για πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων.....83

Εικόνα 3.12 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων με τη μέθοδο EP.....84

Εικόνα 3.13 Φάσμα της κυματομορφής 50 Hz που προκύπτει με τη μέθοδο EP για πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων.....84

Εικόνα 3.14 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου EP για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.....	85
Εικόνα 3.15 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων με τη μέθοδο EP.....	86
Εικόνα 3.16 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο EP για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.....	86
Εικόνα 3.17 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου EP για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....	87
Εικόνα 3.18 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων με τη μέθοδο EP.....	88
Εικόνα 3.19 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο EP για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....	88
Εικόνα 3.20 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HEP για πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων.....	89
Εικόνα 3.21 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων με τη μέθοδο HEP.....	90
Εικόνα 3.22 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο HEP για πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων.....	90
Εικόνα 3.23 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HEP για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.....	91
Εικόνα 3.24 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων με τη μέθοδο HEP.....	92
Εικόνα 3.25 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο HEP για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.....	92
Εικόνα 3.26 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HEP για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....	93
Εικόνα 3.27 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων με τη μέθοδο HEP.....	94
Εικόνα 3.28 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο HEP για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....	94
Εικόνα 3.29 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HH για πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων.....	95

Εικόνα 3.30 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων με τη μέθοδο HH.....	96
Εικόνα 3.31 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο HH για πολυβάθμιο αντιστροφήα επτά επιπέδων.....	96
Εικόνα 3.32 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HH για πολυβάθμιο αντιστροφήα εννέα επιπέδων.....	97
Εικόνα 3.33 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφήα εννέα επιπέδων με τη μέθοδο HH.....	97
Εικόνα 3.34 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο HH για πολυβάθμιο αντιστροφήα εννέα επιπέδων.....	98
Εικόνα 3.35 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HH για πολυβάθμιο αντιστροφήα έντεκα επιπέδων.....	99
Εικόνα 3.36 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφήα έντεκα επιπέδων με τη μέθοδο HH.....	99
Εικόνα 3.37 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο HH για πολυβάθμιο αντιστροφήα έντεκα επιπέδων.....	100
Εικόνα 3.38 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HH και της σχέσης (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφήα επτά επιπέδων.....	101
Εικόνα 3.39 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HH και της σχέσης (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφήα επτά επιπέδων.....	101
Εικόνα 3.40 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφήα επτά επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.4).....	102
Εικόνα 3.41 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφήα επτά επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.5)	102
Εικόνα 3.42 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφήα επτά επιπέδων.....	103
Εικόνα 3.43 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφήα επτά επιπέδων.....	103
Εικόνα 3.44 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HH και της σχέσης (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφήα εννέα επιπέδων.....	104
Εικόνα 3.45 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HH και της σχέσης (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφήα εννέα επιπέδων.....	105

Εικόνα 3.46 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.4).....	105
Εικόνα 3.47 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.5).....	106
Εικόνα 3.48 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.....	106
Εικόνα 3.49 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.....	107
Εικόνα 3.50 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HH και της σχέσης (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....	108
Εικόνα 3.51 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HH και της σχέσης (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....	108
Εικόνα 3.52 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.4).....	109
Εικόνα 3.53 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.5).....	109
Εικόνα 3.54 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....	110
Εικόνα 3.55 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.....	110

## Κατάλογος πινάκων

### Κεφάλαιο 1

Πίνακας 1.1 Επίπεδα τάσης DCMLI τεσσάρων επιπέδων και η κατάσταση των διακοπτικών στοιχείων.....	43
--	----





## Περίληψη

Ο αντιστροφέας είναι μία διάταξη απαραίτητη σε κάθε σύγχρονο Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας (Σ.Η.Ε). Ο ρόλος του είναι να μετατρέπει την ηλεκτρική ισχύ Συνεχούς Ρεύματος (DC Power) σε ηλεκτρική ισχύ Εναλλασσόμενου Ρεύματος (AC Power). Ένας νέος σχετικά τύπος αντιστροφέων που άρχισε να αναπτύσσεται από τη δεκαετία του '80 είναι ο Πολυεπίπεδος Αντιστροφέας (Multilevel Inverter). Η έξοδος του εν λόγω μετατροπέα είναι μια κλιμακωτή κυματομορφή η οποία προσεγγίζει την ημιτονοειδή κυματομορφή του δικτύου. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των επιπέδων τόσο καλύτερη είναι και η προσέγγιση της κυματομορφής. Ωστόσο λόγω τόσο πρακτικών δυσκολιών στην υλοποίηση της διάταξης όσο και στην εφαρμοζόμενη τεχνική έλεγχου, ο αριθμός των επιπέδων δεν δύναται να είναι πολύ μεγάλος. Πρακτικά μέχρι έντεκα περίπου επίπεδα τάσης είναι υλοποιήσιμα.

Το ερευνητικό ενδιαφέρον γύρω από τους Πολυεπίπεδους Αντιστροφείς είναι πολύ μεγάλο, λόγω του σημαντικού αριθμού πλεονεκτημάτων που έχουν έναντι των κλασσικών διατάξεων DC/AC μετατροπέων ισχύος. Κάποια από τα πιθανά πεδία έρευνας είναι η εξεύρεση νέων κυκλωματικών διατάξεων με σχετικά χαμηλό αριθμό διακοπτικών στοιχείων και νέων τεχνικών διαμόρφωσης (modulation) της εξόδου, δηλαδή υπολογισμού των χρόνων ενεργοποίησης και απενεργοποίησης των διακοπτικών στοιχείων για έλεγχο της τάσης εξόδου. Στην παρούσα εργασία ασχοληθήκαμε με την εφαρμογή μίας νέας μεθόδου διαμόρφωσης με τη χρήση της τεχνικής της Μαθηματικής Βελτιστοποίησης (Mathematical Optimization).

Στο πρώτο κεφάλαιο περιγράφουμε τους Πολυεπίπεδους Αντιστροφείς ως προς τις βασικές κυκλωματικές διατάξεις, την αρχή λειτουργίας και διαθέσιμα πεδία έρευνας.

Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφουμε με περισσότερες λεπτομέρειες τις διαθέσιμες τεχνικές διαμόρφωσης που έχουν εφαρμογή τόσο στους μονοφασικούς όσο και στους τριφασικούς αντιστροφείς.

Το τρίτο κεφάλαιο αποτελεί το ερευνητικό μέρος της εργασίας και περιγράφει την προτεινόμενη μέθοδο διαμόρφωσης με την εφαρμογή της μεθόδου της Μαθηματικής Βελτιστοποίησης για τον υπολογισμό των χρόνων έναυσης των διακοπτικών στοιχείων των πολυβάθμιων αντιστροφέων.

Τέλος, στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται ο επίλογος καθώς και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.



## Abstract

The inverter is a device necessary in every modern Electrical Power System. Its function is to transform DC electrical power to AC. A relatively new type of inverter that started being developed in the mid 80's is the Multilevel Inverter. Its output is a staircase waveform that approximates the sinusoidal waveform of the power network. Approximation is better as the number of levels increases. But due to the fact that there are practical difficulties in the construction of the device itself and also in the implementation of a control strategy the number of levels cannot be very big. Practically, devices with about eleven output levels are able to be constructed.

Research interest around Multilevel Inverters is enormous due to the advantages they have in comparison with classical DC/AC power converters. Some of the available research fields include proposal of new circuit layouts with relatively small number of switching devices and new modulation methods, which means calculation of the time of activation and deactivation of the switching devices and control of output voltage. In this thesis we implemented a new modulation method with the use of the technique of Mathematical Optimization.

In chapter one we describe Multilevel Inverters with regard to basic circuit configurations, operation principle and some of the available research fields.

In chapter two we describe in more detail the available modulation methods which apply to single and three phase inverters.

Chapter three is the research part of the thesis and describes the proposed modulation method with the use of Mathematical Optimization for calculation of the switching angles of the Multilevel Inverters switching elements.

Finally, in chapter four, conclusion as well as topics for research is being provided.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## Αντιστροφείς Πολλαπλών Επιπέδων

### 1.1. Εισαγωγή στους Αντιστροφείς (Inverters)

Στα δίκτυα μεταφοράς και διανομής ηλεκτρικής ισχύος η ηλεκτρική ενέργεια συναντάται σε δύο μορφές, τη μορφή συνεχούς ρεύματος (Σ.Ρ ή DC-Direct Current) και την μορφή εναλλασσόμενου ρεύματος (Ε.Ρ ή AC- Alternating Current). Οι διατάξεις που χρησιμοποιούνται για την μετατροπή της από την μία μορφή στην άλλη ονομάζονται Μετατροπείς Ισχύος (Power Converters). Οι εν λόγω διατάξεις απαντώνται σε τέσσερις τύπους:

- 1) AC-DC, Ανορθωτές (Rectifiers)
- 2) DC-AC, Αντιστροφείς (Inverters)
- 3) AC-AC
- 4) DC-DC

Ο ρόλος των διατάξεων AC-AC και DC-DC συνήθως είναι να αλλάζουν τη συχνότητα της τάσης του δικτύου και το επίπεδο της συνεχούς τάσης αντιστοίχως, αντίστοιχα. Όλες οι προαναφερθείσες διατάξεις υλοποιούνται με τη χρήση των ηλεκτρονικών ισχύος, όπως λόγου χάρη διόδους ισχύος (Power Diodes) και τρανζίστορ ισχύος (Power Transistors). Τα τελευταία χρησιμοποιούνται κυρίως σαν διακόπτες. Με τη χρήση μίας κατάλληλης στρατηγικής ελέγχου των διακοπτικών στοιχείων, οι μετατροπείς ισχύος παράγουν στην έξοδο τους την επιθυμητή κυματομορφή.

Καθώς οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας ενσωματώνονται όλο και περισσότερο στα υπάρχοντα δίκτυα μεταφοράς ηλεκτρικής ισχύος, η χρήση των μετατροπέων ισχύος είναι ολοένα και πιο συχνή για τη διασύνδεση των εν λόγω πηγών στο δίκτυο [Gandorman et al 2018.]. Οι αντιστροφείς είναι πλέον ένα πολύ σημαντικό και αναπόσπαστο κομμάτι των σύγχρονων Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας (Σ.Η.Ε). Το τελευταίο συμβαίνει διότι η μορφή της παραγόμενης ισχύος από ανανεώσιμες πηγές είναι κυρίως συνεχούς μορφής όπως λόγου χάρη φωτοβολταϊκές διατάξεις ή διατάξεις κυψελών καυσίμου, ενώ η μεταφορά της ηλεκτρικής ισχύος γίνεται σε εναλλασσόμενη μορφή.

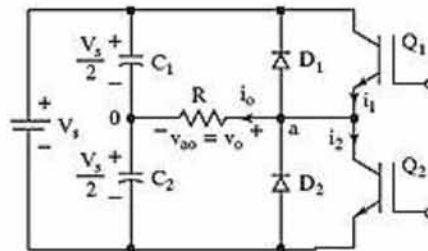
Όπως προαναφέραμε, η λειτουργία ενός αντιστροφέα είναι να αλλάζει μια τάση τροφοδοσίας DC σε μια συμμετρική τάση εξόδου AC επιθυμητού πλάτους και συχνότητας. Για εφαρμογές χαμηλής ισχύος, ορθογωνικές ή σχεδόν ορθογωνικές κυματομορφές εξόδου είναι αποδεκτές ενώ για εφαρμογές υψηλής ισχύος απαιτούνται σχεδόν ημιτονοειδείς κυματομορφές χαμηλής παραμόρφωσης. Με τη χρήση κατάλληλων διακοπτικών τεχνικών για την ενεργοποίηση ή όχι των

διακοπτικών στοιχείων, το αρμονικό περιεχόμενο της τάσης εξόδου μπορεί να ελαχιστοποιηθεί ή να μειωθεί σημαντικά [Rashid 2004].

Οι αντιστροφείς μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο είδη, τους μονοφασικούς (Single – Phase Inverters) και τους τριφασικούς (Three – Phase Inverters). Τυπικές μονοφασικές έξοδοι είναι (1) 120V στα 60Hz, (2) 220V στα 50Hz και (3) 115V στα 400Hz. Για τριφασικά συστήματα υψηλής ισχύος, οι τυπικές έξοδοι είναι (1) 220V έως 380V στα 50Hz, (2) 120V έως 208V στα 60 Hz και (3) 115V έως 200V στα 400Hz [Rashid 2004].

### 1.1.1 Αρχή λειτουργίας Αντιστροφέων

Το σχηματικό διάγραμμα της Εικόνας 1.1 αποτελεί το βασικό κύκλωμα ενός μονοφασικού αντιστροφέα.



Εικόνα 1.1. Κύκλωμα μονοφασικού αντιστροφέα

Το κύκλωμα αποτελείται από δύο τρανζίστορ  $Q_1$  και  $Q_2$ , τα οποία έχουν συνδεδεμένο το συλλέκτη και τον εκπομπό τους με μια δίοδο ανατροφοδότησης (feedback diode). Η λειτουργία των διόδων είναι να μεταφέρουν την αποθηκευμένη στην αυτεπαγωγή του φορτίου ενέργεια πίσω στην DC πηγή. Μια τάση DC ίση με  $V_s$  αποτελεί την είσοδο. Οι δύο πυκνωτές αποκτούν στα άκρα τους τάση ίση με  $V_s/2$ . Η περίοδος της επιθυμητής εναλλασσόμενης τάσης εξόδου είναι ίση με  $T_o$ .

Όταν ενεργοποιείται μόνο το τρανζίστορ  $Q_1$  για χρόνο ίσο με  $T_o/2$  τότε στο ωμικό φορτίο  $R$  εφαρμόζεται διαφορά δυναμικού ίση με  $V_s/2$ . Όταν άγει μόνο το τρανζίστορ  $Q_2$  για χρόνο ίσο με  $T_o/2$  τότε η τάση στα άκρα του φορτίου είναι ίση με  $-V_s/2$ . Είναι φανερό πως για να αποφευχθεί το βραχυκύκλωμα της DC πηγής, θα πρέπει το λογικό κύκλωμα ελέγχου έναυσης των δύο τρανζίστορ να σχεδιαστεί έτσι ώστε αυτά να μην άγουν ταυτόχρονα. Η κυματομορφή εξόδου  $V_o$  είναι εναλλασσόμενη και έχει ορθογώνια μορφή, όπως φαίνεται στα επόμενα διαγράμματα.

Η στιγμιαία τάση εξόδου μπορεί να εκφραστεί σε σειρά Fourier ως εξής:

$$u_o = \frac{a_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)) \quad (1.1)$$

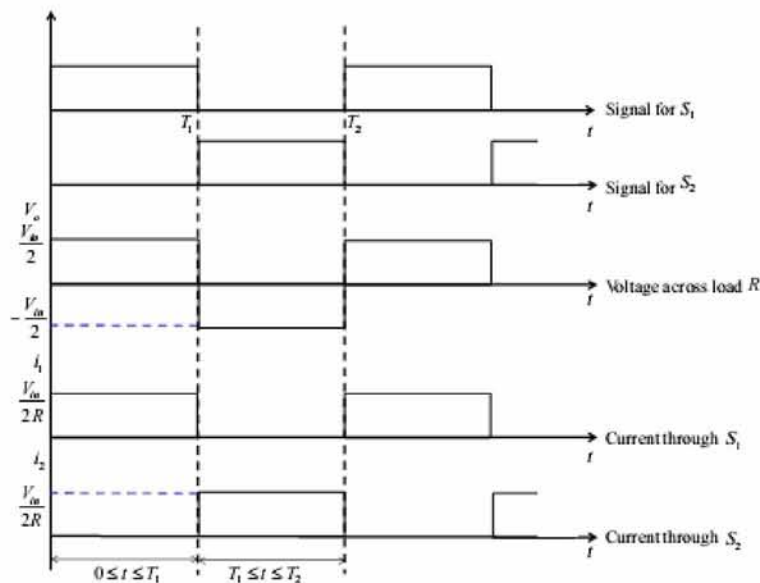
Η κυματομορφή της τάσης εξόδου (Εικόνα 1.2) εμφανίζει την ιδιότητα της συμμετρίας τεταρτοκύματος (Quarter Wave Symmetry). Λόγω αυτής της ιδιότητας από μαθηματική ανάλυση προκύπτει πως οι συντελεστές  $a_0$  και  $a_n, n = 1, 2, 3, \dots$  είναι μηδενικοί. Επιπρόσθετα και οι άρτιοι συντελεστές  $b_n$  είναι μηδενικοί. Έτσι οι συντελεστές  $b_n$  της σειράς Fourier δύνανται να υπολογιστούν ως εξής:

$$b_n = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 -\frac{V_s}{2} \sin(n\omega t) d(\omega t) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{V_s}{2} \sin(n\omega t) d(\omega t) \right] = \frac{2V_s}{n\pi} \quad (1.2)$$

Λαμβάνοντας υπ' όψη τα ανωτέρω, η στιγμιαία τάση εξόδου ισούται με:

$$u_0 = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} 2 \frac{V_s}{n\pi} \sin(n\omega t) \quad (1.3)$$

όπου  $\omega_0 = 2\pi f_0$  είναι η συχνότητα της τάσης εξόδου σε rad/s.



Εικόνα 1.2. Κυματομορφές σημάτων έναυσης των τρανζίστορ, της τάσης στα άκρα του φορτίου και των ρευμάτων των τρανζίστορ.

Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχουν απώλειες, η μέση απορροφούμενη από το φορτίο ισχύς θα ισούται με την μέση από την DC πηγή παρεχόμενη ισχύς.:

$$\int_0^T u_s(t) i_s(t) dt = \int_0^T u_o(t) i_o(t) dt \quad (1.4)$$

όπου  $T$  είναι η περίοδος της τάσης εξόδου. Εάν το φορτίο είναι επαγωγικό και η διακοπτική συχνότητα των τρανζίστορ είναι υψηλή τότε μόνον η θεμελιώδης συνιστώσα της τάσης εξόδου, η οποία προκύπτει από την (1.3) για  $n = 1$ , παρέχει ισχύ στο φορτίο [Rashid 2004]. Η τάση τροφοδοσία  $u_s(t)$  παραμένει σταθερή και ίση με  $V_s$ . Εάν  $V_{o1}$  είναι η θεμελιώδης ενεργός τάση εξόδου,  $I_o$  το ενεργό ρεύμα

φορτίου και  $\theta_1$  η γωνία φορτίου για τη θεμελιώδη συχνότητα, τότε από την (1.4) προκύπτει

$$\int_0^T i_s(t) dt = \frac{1}{V_s} \int_0^T \sqrt{2}V_{o1} \sin(\omega t) \sqrt{2}I_o \sin(\omega t - \theta_1) dt = TI_s \quad (1.5)$$

Η σχέση (1.5) απλοποιείται ως εξής:

$$I_s = \frac{V_{o1}}{V_s} I_o \cos(\theta_1) \quad (1.6)$$

## 1.2. Αντιστροφείς Πολλαπλών Επιπέδων

Οι **Αντιστροφείς Πολλαπλών Επιπέδων** ή **Πολυεπίπεδοι Αντιστροφείς** ή **Πολυβάθμιοι Αντιστροφείς (Multilevel Inverters, MLI)** είναι διατάξεις μετατροπών DC-AC, οι οποίες συνθέτουν μια κλιμακωτή τάση εξόδου αποτελούμενη από αρκετές στάθμες ή επίπεδα DC τάσεων, η οποία προσεγγίζει την ημιτονοειδή κυματομορφή. Είναι φανερό ότι όσο ο αριθμός των επιπέδων αυξάνεται τόσο η προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής είναι καλύτερη, αλλά και το ποσό της ενέργειας των αρμονικών της μειώνεται σημαντικά [Rashid 2004].

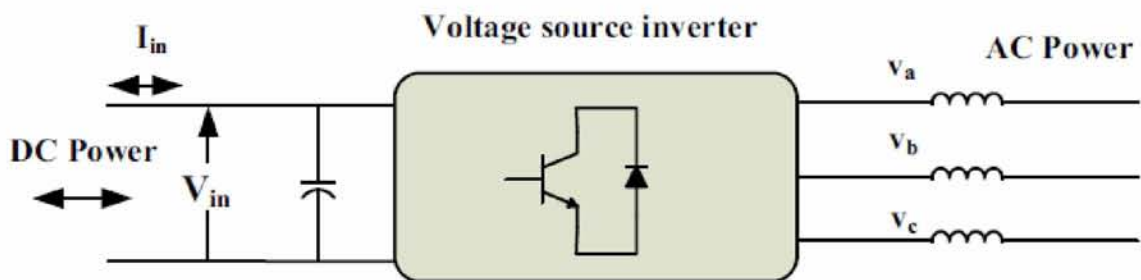
Οι MLIs έχουν αποσπάσει ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον από τη βιομηχανία διότι παρουσιάζουν μια σειρά από σημαντικά πλεονεκτήματα. Αρχικά η ποιότητα της παραγόμενης κυματομορφής είναι καλύτερη και έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν σε εφαρμογές υψηλής τάσης με ημιαγωγικούς διακόπτες προδιαγραφών χαμηλότερης τάσης. Επίσης η έξοδός τους εμφανίζει χαμηλότερη αρμονική παραμόρφωση, χαμηλότερη ηλεκτρομαγνητική παρεμβολή και χαμηλότερο χρόνο ανόδου  $dv/dt$ . Τέλος δε για να συνδεθούν στο δίκτυο συνήθως δεν απαιτούν τη χρήση φίλτρων, είναι κατάλληλοι για εφαρμογές σε κινητήρια συστήματα και παρουσιάζουν πιθανώς ανθεκτική σε βλάβες λειτουργία [Prabaharan and Palanisamy, 2017].

Η έξοδος ενός πολυεπίπεδου αντιστροφέα συντίθεται από ένα σκέλος της βασικής διάταξης των διακοπτικών στοιχείων του, όπως θα δούμε παρακάτω. Η παράλληλη σύνδεση δύο ή τριών σκελών συνθέτουν μονοφασική και τριφασική τάση εξόδου αντίστοιχα. Έτσι η τάση εξόδου ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα διακρίνεται σε **τάση σκέλους (leg voltage)** και **φασική τάση (phase voltage)**.

Στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί πως ο αριθμός των επιπέδων τάσης εξόδου δεν δύναται να είναι πολύ μεγάλος. Αυτό συμβαίνει για δύο κυρίως λόγους. Ο πρώτος είναι πως περισσότερα επίπεδα απαιτούν περισσότερα εξαρτήματα το οποίο αυξάνει το κόστος κατασκευής και πολλές φορές κάνει τη διάταξη τόσο πολύπλοκη έτσι ώστε να μην είναι πρακτικά υλοποιήσιμη. Ο δεύτερος λόγος είναι πως όσο αυξάνεται ο αριθμός των επιπέδων τόσο πιο δύσκολο είναι να επιτευχθεί η εξισορρόπηση της τάσης των πυκνωτών του κυκλώματος [Lai and Peng 1996].

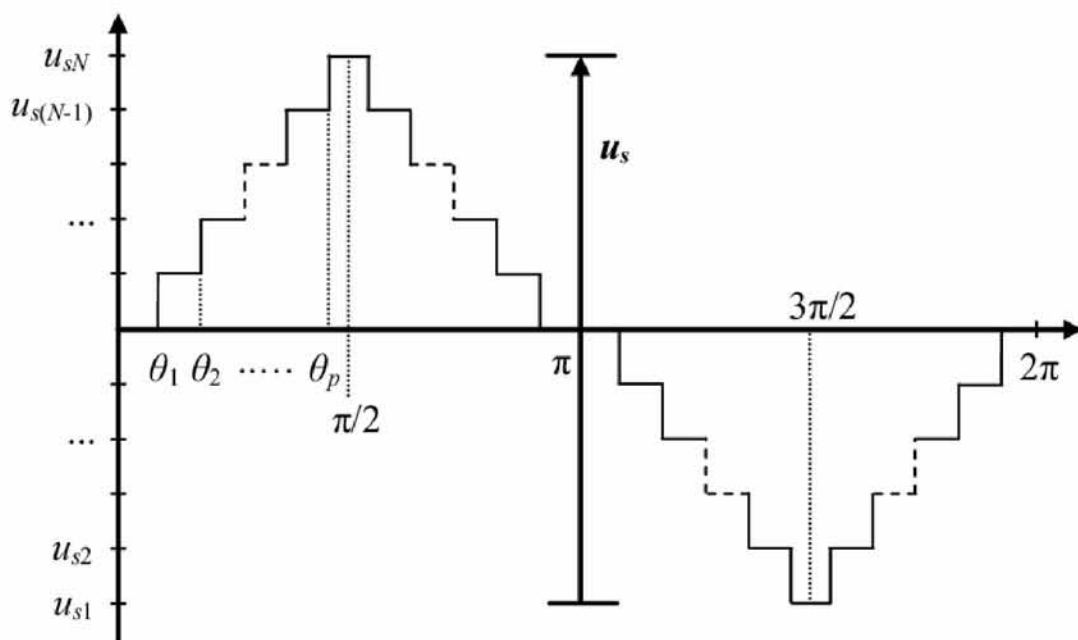


Στη γενική τους δομή, οι πολυεπίπεδοι αντιστροφείς συνδέονται στη μία τους πλευρά με έναν δίαυλο παροχής DC ισχύος (DC bus) (Εικόνα 1.3). Πυκνωτές συνδεδεμένοι σε σειρά και παράλληλα με τον δίαυλο DC ισχύος λειτουργούν σαν δεξαμενή ενέργειας για τον αντιστροφέα. Εάν  $V_{dc}$  είναι το επίπεδο της τάσης του DC διαύλου και ο αριθμός των επιπέδων του αντιστροφέα είναι ίσος με  $m$  τότε ο αντιστροφέας χρειάζεται  $(m - 1)$  πυκνωτές και ο κάθε πυκνωτής έχει στα άκρα του τάση ίση με  $V_{dc}/(m - 1)$ . Η διακοπτική τεχνική που χρησιμοποιείται για τον έλεγχο των διακοπτικών στοιχείων καθορίζει και το επίπεδο της τάσης εξόδου του αντιστροφέα.



Εικόνα 1.3 Βασική δομή μετατροπέα DC-AC.

Η γενική μορφή της κυματομορφής της τάσης εξόδου ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα φαίνεται στην Εικόνα 1.4. Οι γωνίες  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ , όπου  $0 < \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_p < \pi/2$ , κατά τις οποίες το επίπεδο της τάσης αλλάζει ονομάζονται **γωνίες έναυσης (switching angles)**. Όπως θα δούμε ο υπολογισμός των εν λόγω γωνιών είναι καθοριστικής σημασίας για την απόδοση του αντιστροφέα, διότι το φασματικό περιεχόμενο της τάσης εξόδου σε αρμονικές είναι συνάρτησή τους.

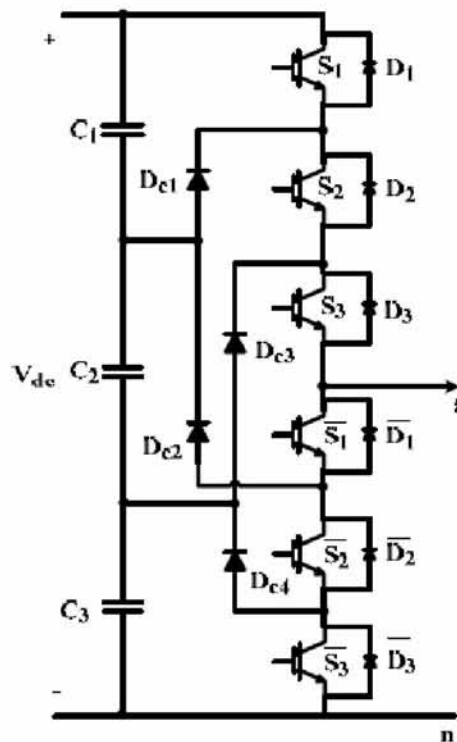


Εικόνα 1.4 Γενική μορφή εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα.

Οι βασικές τοπολογίες που συναντώνται μέχρι σήμερα στη βιβλιογραφία [Prabaharan and Palanisamy, 2017] [Lai and Peng 1996] [Rashid 2004] είναι τρεις, ο Αντιστροφέας Πολλαπλών Επιπέδων με Διόδους Αποκατάστασης (Diode clamped MLI, DCMLI), ο Αντιστροφέας Πολλαπλών Επιπέδων με Πυκνωτές Περιορισμού (Flying Capacitor MLI, FCMLI) και ο Κασκοδικός Αντιστροφέας Πολλαπλών Επιπέδων (Cascaded H-bridge MLI, CHBMLI). Η καθεμία διάταξη έχει τόσο τα πλεονεκτήματα, όσο και τα μειονεκτήματά της.

### 1.2.1 Αντιστροφείς Πολλαπλών Επιπέδων με Διόδους Αποκατάστασης (Diode clamped MLI, DCMLI)

Η διάταξη προτάθηκε από τον Baker το 1980 [Prabaharan and Palanisamy, 2017]. Ένας DCMLI  $m$  –επιπέδων αποτελείται από  $m - 1$  πυκνωτές και  $2(m - 1)$  διακοπτικά στοιχεία και  $(m - 1)(m - 2)$  διόδους. Ο ρόλος των διόδων είναι να καθορίζουν τα επιτρεπόμενα επίπεδα τάσης τους κόμβους του κυκλώματος, για αυτό και ονομάζονται και διόδοι φραγμού. Το κύκλωμα ενός σκέλους ενός DCMLI τεσσάρων επιπέδων φαίνεται στην Εικόνα 1.5.



Εικόνα 1.5 Ένα σκέλος αντιστροφέα DCMLI τεσσάρων επιπέδων.

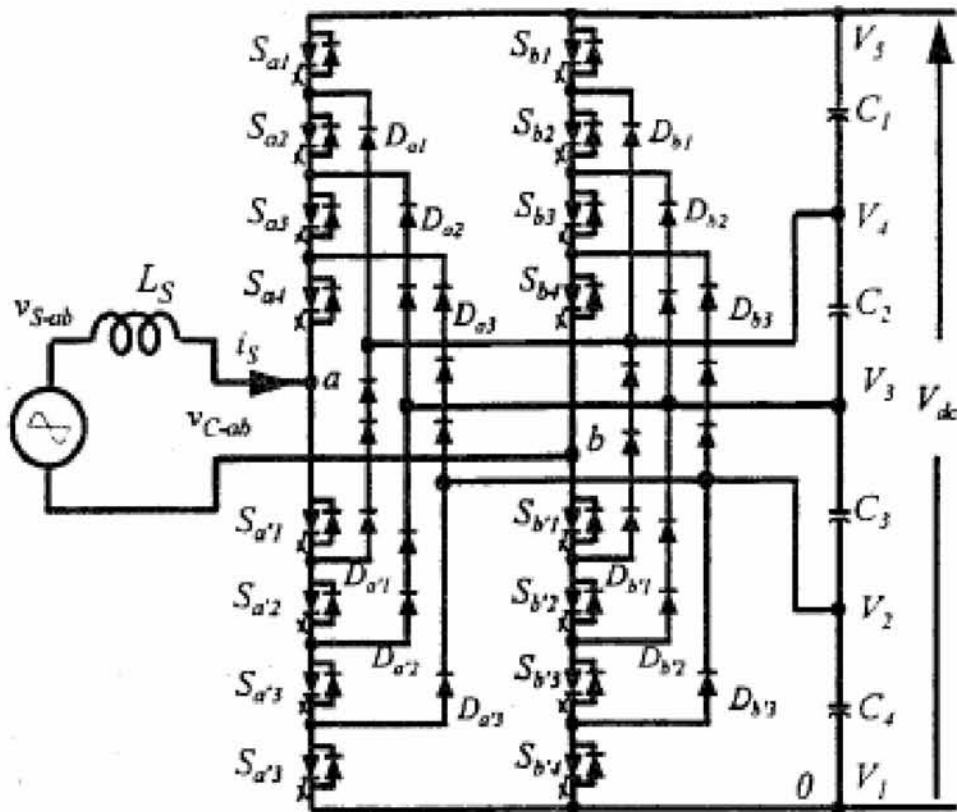
Τα διακοπτικά στοιχεία ονομάζονται  $S_1, S_2, S_3, \bar{S}_1, \bar{S}_2, \bar{S}_3$ . Η DC πηγή έχει τάση εισόδου ίση με  $V_{dc}$ , η οποία μοιράζεται ισόποσα στους τρεις πυκνωτές. Ω τάση αναφοράς  $V = 0$  έχουμε τον αρνητικό ακροδέκτη της DC πηγής. Οι τέσσερις δυνατές τάσεις εξόδου του ενός σκέλους του αντιστροφέα είναι

$V_{dc}, 2V_{dc}/3, V_{dc}/3, 0$ . Στον Πίνακα 1.1 παρουσιάζονται οι καταστάσεις των διακοπών για την παραγωγή των ανωτέρω επιπέδων.

Πίνακας 1.1 Επίπεδα τάσης DCMLI τεσσάρων επιπέδων και η κατάσταση των διακοπτικών στοιχείων.

Επίπεδο τάσης	Κατάσταση διακοπών					
	$S_{11}$	$S_2$	$S_3$	$\overline{S_1}$	$\overline{S_2}$	$\overline{S_3}$
$V_{dc}$	1	1	1	0	0	0
$2V_{dc}/3$	0	1	1	1	0	0
$V_{dc}/3$	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	1

Όπως ήδη αναφέραμε η παράλληλη σύνδεση δύο και τριών σκελών παράγουν μονοφασική και τριφασική έξοδο αντίστοιχα. Το κύκλωμα ενός μονοφασικού DCMLI πέντε επιπέδων φαίνεται στην Εικόνα 1.6.



Εικόνα 1.6 Μονοφασικός DCMLI πέντε επιπέδων.

Ως κύρια πλεονεκτήματα του αντιστροφέα DCMLI αναφέρουμε την απλή μέθοδο ελέγχου που απαιτείται για να λειτουργήσουν, την υψηλή απόδοση του συστήματος διότι τα διακοπτικά στοιχεία μεταγόνται στη θεμελιώδη συχνότητα.



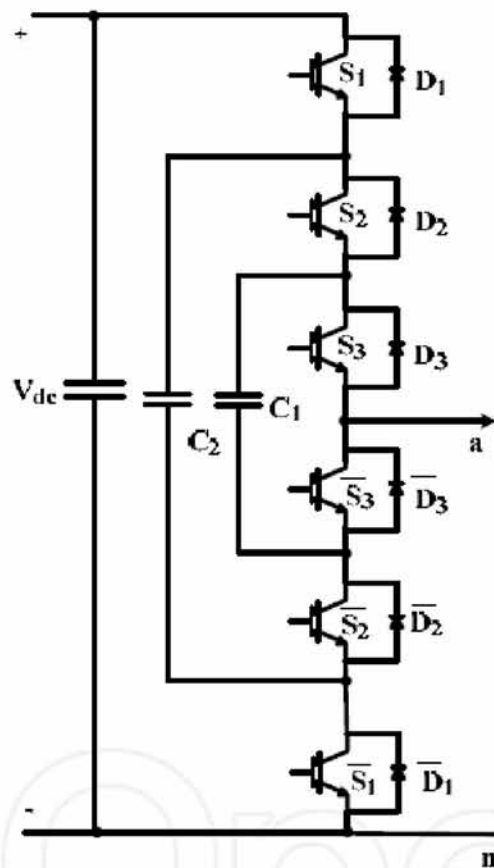
Επιπροσθέτως όταν ο αριθμός των επιπέδων είναι μεγάλος τότε το αρμονικό περιεχόμενο της κυματομορφής της εξόδου είναι αρκετά χαμηλό, γεγονός που καθιστά όχι τόσο αναγκαία την χρήση φίλτρων.

Τα βασικά τους μειονεκτήματα είναι ο μεγάλος αριθμός των διόδων που απαιτούνται για την υλοποίηση του συστήματος όταν ο αριθμός των επιπέδων είναι μεγάλος και η δυσκολία ελέγχου της ροής πραγματικής ισχύος στα συστήματα πολλαπλών μετατροπένων (multiconverter systems).

### 1.2.2 Αντιστροφείς Πολλαπλών Επιπέδων με Πυκνωτές Περιορισμού (Flying Capacitor MLI)

Η διάταξη ενός FCMLI είναι παρόμοια με αυτή ενός DCMLI. Η διάταξη προτάθηκε από τους Meynard και Foch το 1992 και κατοχυρώθηκε ως ευρεσιτεχνία το 1997 [Prabaharan and Palanisamy, 2017]. Η διαφορά έγκειται στο ότι η τάση στα άκρα ενός ανοιχτού διακοπτικού στοιχείου περιορίζεται από πυκνωτές αντί για διόδους φραγμού. Ένας FCMLI  $m$  επιπέδων αποτελείται από  $(m - 1)$  πυκνωτές στο DC δίαυλο,  $(m - 1)(m - 2)/2$  πυκνωτές εξισορρόπησης τάσης και  $(m - 1)/2$  διακοπτικά στοιχεία.

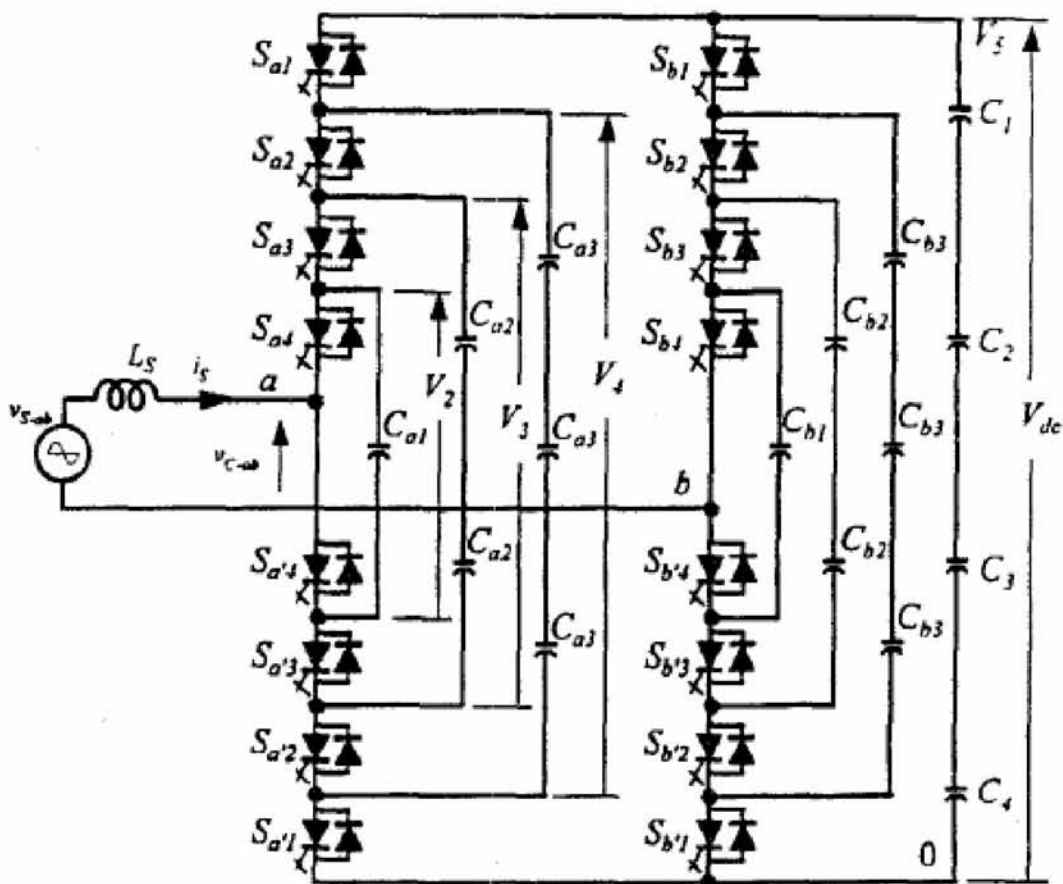
Στην Εικόνα 1.7 φαίνεται ένα σκέλος ενός FCMLI τεσσάρων επιπέδων.



Εικόνα 1.7 Ένα σκέλος ενός FCMLI τεσσάρων επιπέδων .

Η DC πηγή ισχύος είναι ίση με  $V_{dc}$ . Τα διακοπτικά στοιχεία είναι τα  $S_1, S_2, S_3, \overline{S_1}, \overline{S_2}, \overline{S_3}$ . Παρατηρώντας το σχήμα βλέπουμε πως η αρίθμηση των κάτω διακοπών είναι διαφορετική σε σχέση με τον αντιστροφέα DCMLI. Οι πυκνωτές  $C_1$  και  $C_2$ , οι οποίοι είναι συνδεδεμένοι στους εσωτερικούς βρόγχους υποδηλώνουν τα επιμέρους επίπεδα τάσης τα οποία μεταφέρονται στην έξοδο του αντιστροφέα.

Ο αντιστροφέας FCMLI έχει μια ιδιαιτερότητα σε σχέση με τον DCMLI. Για να παραχθεί ένα ενδιάμεσο επίπεδο τάσης, πέραν των ακραίων τιμών  $V_{dc}$  και 0, υπάρχουν περισσότεροι του ενός δυνατοί συνδυασμοί των διακοπτικών στοιχείων. Στην Εικόνα 1.8 παρουσιάζεται η εν παραλλήλω σύνδεση δύο σκελών για τη σύνθεση ενός μονοφασικού FCMLI πλήρους γέφυρας.



Εικόνα 1.8 Μονοφασικός FCMLI πέντε επιπέδων.

Θα ασχοληθούμε μόνον με το σκέλος α του ανωτέρου αντιστροφέα. Ανάλογες επιλογές έχουμε και για το σκέλος β. Για να πάρουμε ενδιάμεσα επίπεδα τάσης οι δυνατοί συνδυασμοί είναι οι ακόλουθοι:

1. Για  $V_o = V_{dc}$ , κλείνουμε όλους τους άνω διακόπτες  $S_{a1}, S_{a2}, S_{a3}, S_{a4}$ .
2. Για  $V_o = 3V_{dc}/4$ , υπάρχουν τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί διακοπών τους οποίους πρέπει να κλείσουμε:
  - $S_{a1}, S_{a2}, S_{a3}, S_{a4}$

- $S_{a2}, S_{a3}, S_{a4}, S_{a'1}$
- $S_{a1}, S_{a3}, S_{a4}, S_{a2}$
- $S_{a1}, S_{a2}, S_{a4}, S_{a'3}$

3. Για  $V_o = V_{dc}/2$ , υπάρχουν έξι δυνατοί συνδυασμοί διακοπών τους οποίους πρέπει να κλείσουμε:

- $S_{a1}, S_{a2}, S_{a'3}, S_{a'4}$
- $S_{a3}, S_{a4}, S_{a'1}, S_{a'2}$
- $S_{a1}, S_{a3}, S_{a'1}, S_{a'2}$
- $S_{a1}, S_{a4}, S_{a'2}, S_{a'3}$
- $S_{a2}, S_{a4}, S_{a'1}, S_{a'3}$
- $S_{a2}, S_{a3}, S_{a'1}, S_{a'4}$

4. Για  $V_o = V_{dc}/4$  υπάρχουν τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί διακοπών τους οποίους πρέπει να κλείσουμε:

- $S_{a1}, S_{a'2}, S_{a'3}, S_{a'4}$
- $S_{a4}, S_{a'1}, S_{a'2}, S_{a'3}$
- $S_{a3}, S_{a'1}, S_{a'2}, S_{a'4}$
- $S_{a2}, S_{a'1}, S_{a'3}, S_{a'4}$

5. Για  $V_o = 0$  κλείνουμε όλους τους κάτω διακόπτες  $S_{a'1}, S_{a'2}, S_{a'3}, S_{a'4}$ .

Η ύπαρξη των επιπλέον αυτών δυνατών συνδυασμών επιλύει σε μεγάλο βαθμό το πρόβλημα της εξισορρόπησης της τάσης των πυκνωτών. Αυτό γίνεται διότι για την παραγωγή της ίδιας τάσης εξόδου, ο αντιστροφέας δύναται να εμπλέξει διαφορετικούς συνδυασμούς πυκνωτών, επιτρέποντας προνομιακή φόρτιση ή εκφόρτιση των ξεχωριστών πυκνωτών [Rashid 2004].

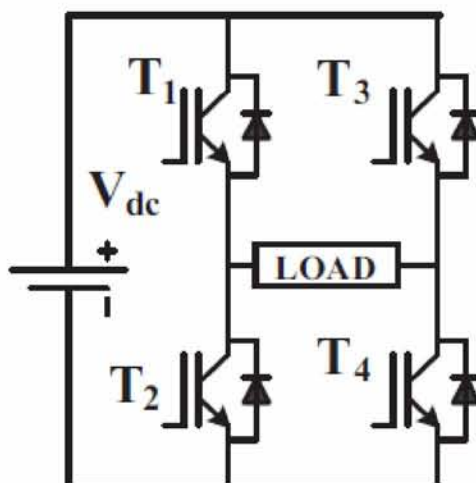
Ως πλεονεκτήματα του FCMLI αναφέρουμε την άμεση παροχή ισχύος σε περιπτώσεις βλάβης λόγω του πλήθους των πυκνωτών. Επιπροσθέτως όπως είδαμε η πληθώρα επιλογών των διακοπτικών μοτίβων επιτρέπει την καλύτερη αξιοποίηση των διακοπτικών στοιχείων, περιορίζοντας την καταπόνησή τους. Τέλος δε το αρμονικό περιεχόμενο της εξόδου είναι αρκετά χαμηλής περιεκτικότητας σε αρμονικές γεγονός που καθιστά την χρήση φίλτρων εξομάλυνσης στην έξοδο μη αναγκαία και επίσης η ροή τόσο πραγματικής όσο και αέργου ισχύος δύναται να επιτευχθεί.

Στα μειονεκτήματα της διάταξης συγκαταλέγονται η περίπλοκη τεχνική ελέγχου που απαιτείται για τον έλεγχο των διακοπτικών στοιχείων καθώς και ο μεγάλος αριθμός πυκνωτών που απαιτούνται για την υλοποίηση της διάταξης μεγάλου αριθμού επιπέδων.

### 1.2.3 Κασκοδικοί Αντιστροφείς Πολλαπλών Επιπέδων (Cascaded H-bridge MLI)

Μία ακόμη δημοφιλής διάταξη πολυβάθμιων αντιστροφέων αποτελεί ο CHBMLI. Αναπτύχθηκε και κατοχυρώθηκε ως ευρεσιτεχνία αρχικά από τον Baker το 1975, το ίδιο ωστόσο συνέβη και με τους Lai και Peng το 1997, οι οποίοι έκαναν λεπτομερή ανάλυση της λειτουργίας του και παρουσίασαν πεδία εφαρμογών. Στην Εικόνα 1.9 φαίνεται το βασικό δομικό κύτταρο του εν λόγω τύπου πολυβάθμιου αντιστροφέα. Αποτελείται από τέσσερις ημιαγωγικούς διακόπτες συνδεδεμένους με το φορτίο σε κύκλωμα γέφυρας τύπου H (H-Bridge). Στην περίπτωση μας οι διακόπτες καλούνται  $T_1, T_2, T_3, T_4$ . Η DC πηγή εισόδου ισούται με  $V_{dc}$ .

Όταν κλείνουν οι διακόπτες  $T_1$  και  $T_4$  τότε η τάση στα άκρα του φορτίου ισούται με  $V_{dc}$ . Όταν συμβαίνει το ίδιο με τους διακόπτες  $T_2$  και  $T_3$ , στα άκρα του φορτίου εμφανίζεται τάση ίση με  $-V_{dc}$ . Έτσι η βασική δομική μονάδα ενός CHBMLI δίνει στην έξοδό της τρία επίπεδα τάσεως,  $-V_{dc}, 0, V_{dc}$ .

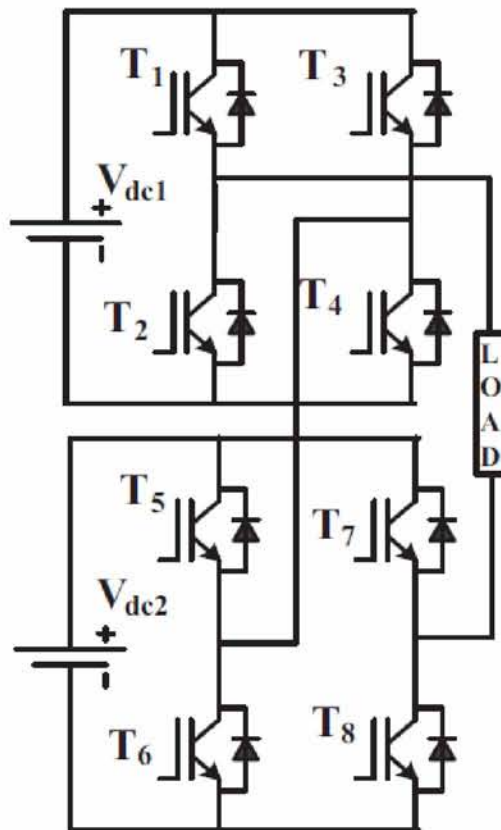


Εικόνα 1.9 Βασική μονάδα ενός μονοφασικού CHBMLI.

Η εν σειρά σύνδεση επιμέρους βαθμίδων οδηγεί στη σύνθεση ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα δίνει στην έξοδό του το επιθυμητό επίπεδο τάσης. Ένα βασικό πλεονέκτημα της εν λόγω διάταξης έναντι των άλλων δύο είναι το ότι δεν απαιτείται η χρήση διόδων φραγμού ή πυκνωτών περιορισμού, το οποίο σημαίνει σημαντική μείωση στον αριθμό των απαιτούμενων εξαρτημάτων.

Στην Εικόνα 1.10 φαίνεται η διάταξη ενός CHBMLI αποτελούμενος από δύο βαθμίδες συνδεδεμένες εν σειρά. Εάν ένας CHBMLI αποτελείται από  $m$  βαθμίδες και  $u_{oi}$  με  $i = 1, 2, \dots, m$  είναι η τάση εξόδου της κάθε επιμέρους βαθμίδας, τότε η ολική τάση εξόδου του CHBMLI θα είναι ίση με  $u_o = u_{o1} + u_{o2} + \dots + u_{om}$ .





Εικόνα 1.10 CHBMLI 5 επιπέδων

Στα κύρια πλεονεκτήματα της διάταξης CHBMLI συγκαταλέγεται και το γεγονός ότι απαιτεί τον ελάχιστο αριθμό εξαρτημάτων σε σχέση με τις άλλες δύο τοπολογίες για την παραγωγή των ίδιων επιπέδων τάσης. Επίσης, η δυνατότητα συναρμολόγησης μέσω επιμέρους βαθμίδων καθιστά μη απαραίτητη τη χρήση διόδων φραγμού και πυκνωτών περιορισμού. Το κύριο ωστόσο μειονέκτημά της είναι πως απαιτείται μια ξεχωριστή πηγή DC ισχύος για κάθε επιμέρους βαθμίδα.

#### 1.2.4 Παράμετροι Απόδοσης των Πολυεπίπεδων Αντιστροφών

Οι κυριότερες παράμετροι απόδοσης των κυκλωμάτων των πολυβάθμιων αντιστροφών είναι ο Αρμονικός Συντελεστής  $n$ -οστής τάξης (Harmonic Factor,  $HF_n$ ), η Συνολική Αρμονική Παραμόρφωση (Total Harmonic Distortion, THD) και ο Συντελεστής Παραμόρφωση (Distortion Factor, DF) [Rashid 2004]. Υπάρχουν ωστόσο και άλλες παράμετροι με τις οποίες δύναται να εκτιμηθεί η ποιότητα της παραγόμενης κυματομορφής όπως διατυπώνεται στο έργο των [Prabaharan and Palanisamy, 2017].



#### 1.2.4.1 Αρμονικός Συντελεστής n –ιοστής Τάξης (Harmonic Factor, HF<sub>n</sub>)

Ως Αρμονικός Συντελεστής n –ιοστής τάξης ορίζεται το πηλίκο της ενεργού τιμής της n –ιοστής συνιστώσας προς την ενεργό τιμή της θεμελιώδους συνιστώσας και δίνεται από τη σχέση:

$$HF_n = \frac{V_{on}}{V_{o1}}, n > 1 \quad (1.7)$$

#### 1.2.4.2 Συνολική Αρμονική Παραμόρφωση (Total Harmonic Distortion, THD)

Η Συνολική Αρμονική Παραμόρφωση ορίζεται το άθροισμα των τετραγώνων των ενεργών τιμών των αρμονικών, προς την ενεργό τιμή της θεμελιώδους συνιστώσας.

$$THD = \frac{1}{V_{o1}} \sqrt{\left( \sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} V_{on}^2 \right)} \quad (1.8)$$

#### 1.2.4.3 Συντελεστής Παραμόρφωσης (Distortion Factor, DF)

Τέλος, ο Συντελεστής Παραμόρφωσης εκφράζει τη συνολική ποσότητα της αρμονικής παραμόρφωσης μιας κυματομορφής αφού οι αρμονικές της υποβληθούν σε εξασθένιση δεύτερης τάξεως και ορίζεται ως

$$DF = \frac{1}{V_{o1}} \sqrt{\left( \sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} \left( \frac{V_{on}}{n^2} \right)^2 \right)} \quad (1.9)$$

#### 1.2.4.4 Παράγοντας Κορυφής (Crest Factor, CF)

Ο παράγοντας κορυφής αποτελεί ένα μέτρο των σημάτων χαμηλών συχνοτήτων και ορίζεται ως το πηλίκο της μέγιστης τιμής της κυματομορφής προς την RMS τιμή της κυματομορφής. Υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$CF = \frac{V_p}{V_{RMS}} \quad (1.10)$$

#### 1.2.4.5 Παράγοντας Μορφής (Form Factor, FF)

Η μορφή του σχήματος της κυματομορφής μπορεί να μας προϊδεάσει για το περιεχόμενό της σε αρμονικές. Το κατά πόσο η έξοδος ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα προσεγγίζει την ιδανική ημιτονοειδή μορφή το καθορίζει ο παράγοντας μορφής, ο οποίος ορίζεται ως το πηλίκο της RMS τιμής της τάσης εξόδου προς την μέση τιμή της τάσης εξόδου. Για την ιδανική ημιτονοειδή κυματομορφή η RMS τιμή και ο παράγοντας μορφής έχουν τιμή 0.707 και 1.11 αντίστοιχα. Η σχέση υπολογισμού του παράγοντα μορφής είναι:

$$FF = \frac{V_{RMS}}{V_{dc}} \quad (1.11)$$

#### 1.2.4.6 RMS Τιμή της Τάσης Εξόδου

Η παράμετρος αυτή συναντάται αρκετά στη μέτρηση της απόδοσης στα Σ.Η.Ε και υπολογίζει την DC τάση η οποία παράγει την ίδια ποσότητα απωλειών θερμότητας με μια AC τάση. Η RMS τιμή μιας ημιτονοειδούς κυματομορφής όπως είδαμε, ισούται με 0.707 επί της μέγιστης τιμής της.

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V(t)^2 dt} \quad (1.12)$$

#### 1.2.4.7 Αρμονικές Χαμηλότερης Τάξης (Lower Order Harmonics, LOH)

Η ύπαρξη αρμονικών στην έξοδο ενός αντιστροφέα στη γενική περίπτωση είναι αναπόφευκτη. Ανάλογα με την αιτία οι αρμονικές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, τις αρμονικές μεταγωγών (switching harmonics) και τις αρμονικές χαμηλότερης τάξης (lower order harmonics). Η αρμονική χαμηλότερης τάξης ορίζεται ως εκείνη η αρμονική συνιστώσα της οποίας η τιμή είναι πλησιέστερη στην τιμή της θεμελιώδους συνιστώσας και το πλάτος της είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 3% της τιμής.

#### 1.2.4.8 Μέγιστη Ανάστροφη Τάση (Peak Inverse Voltage, PIV)

Η παράμετρος αυτή αφορά την επιλογή των διακοπτικών στοιχείων της διάταξης του κυκλώματος του αντιστροφέα. Είναι η μέγιστη τάση που μπορεί να εφαρμοστεί στα άκρα της διόδου ανατροφοδότησης χωρίς αυτή να καταστραφεί, διότι σε αυτήν την περίπτωση το κύκλωμα θα εμφάνιζε βλάβη και θα δυσλειτούργούσε.

#### 1.2.4.9 Συντελεστής Ισχύος (Power Factor, PF)

Όταν το Σ.Η.Ε. περιέχει μη γραμμικά φορτία, όπως λόγω χάριν μονοφασικούς ή τριφασικούς κινητήρες τότε, σε αντίθεση με την περίπτωση των γραμμικών (ωμικών φορτίων), στην έξοδο του αντιστροφέα η κυματομορφή της τάσης και του ρεύματος εμφανίζουν μια διαφορά φάσης μεταξύ τους. Ο συντελεστής ισχύος είναι ένα μέτρο της απαιτούμενης αέργου ισχύος που πρέπει το Σ.Η.Ε. να παρέχει για την ομαλή λειτουργία των συστημάτων του τελικού χρήστη.

Στους πολυβάθμιους αντιστροφείς, ο συντελεστής ισχύος είναι συνάρτηση της συχνότητας εξόδου και του δείκτη διαμόρφωσης (Modulation Index), δηλαδή του ποσοστού της θεμελιώδους φασικής τάσης σε σχέση με τη μέγιστη τιμή της.

Ο τύπος υπολογισμού του Συντελεστή Ισχύος είναι:

$$PF = \cos \left[ \frac{(t_v - t_i)360}{T} \right] \quad (1.13)$$

Όπου  $T$  είναι η περίοδος της κυματομορφής και  $t_v, t_i$  οι χρονικές στιγμές κατά τις οποίες οι κυματομορφές της τάσης και του ρεύματος διέρχονται για πρώτη φορά από το 0. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι οι αρμονικές σε ένα δίκτυο προκαλούν μείωση του συντελεστή ισχύος καθώς παράγουν άεργο ισχύ [Κιοσκερίδης 2016].

#### 1.2.4.10 Ολική Αρμονική Παραμόρφωση με Συντελεστές (Weighted Total Harmonic Distortion, WTHD)

Ένα βασικό μειονέκτημα της παραμέτρου THD είναι ότι δίνει τον ίδιο συντελεστή βαρύτητας σε όλες τις αρμονικές της εξόδου. Για το λόγο αυτό στην παράμετρο WTHD το πλάτος της ενεργού τιμής της κάθε αρμονικής διαιρείται με την τάξη της. Έτσι όπως καταλαβαίνουμε δίνεται περισσότερη σημασία στις αρμονικές χαμηλότερης τάξης, οι οποίες παίζουν και καθοριστικότερο ρόλο στην ποιότητα της κυματομορφής εξόδου, και λιγότερη στις αρμονικές υψηλότερης τάξης. Αξίζει να τονισθεί πως με τη χρήση κατάλληλων φίλτρων, οι τελευταίες δύναται πρακτικά να εξαλειφθούν. Η WTHD υπολογίζεται από τη σχέση:

$$WTHD = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_n}{n}\right)^2}}{V_1} \quad (1.14)$$

όπου  $n$  είναι η τάξη της αρμονικής,  $V_n$  η ενεργός τιμή του πλάτους της  $n$ -ιστής αρμονικής συνιστώσας και  $V_1$  η ενεργός τιμή της θεμελιώδους αρμονικής.

#### 1.2.4.11 Τάση Φραγμού (Blocking Voltage, $V_{\text{block}}$ )

Η διάταξη ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα δύναται να περιέχει τόσο διακόπτες μία κατεύθυνσης, δηλαδή το ρεύμα να ρέει μόνο κατά μία συγκεκριμένη φορά, καθώς και διακόπτες διπλής κατεύθυνσης, όπου το ρεύμα να τους διαπερνά και προς τις δύο κατευθύνσεις. Τα διακοπτικά στοιχεία θα πρέπει να έχουν αντοχή ως προς το υψηλότερο επίπεδο τάσης που θα εφαρμοστεί στα άκρα τους.

Η παράμετρος  $V_{\text{Block}}$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_{\text{Block}} = V_{\text{B,Bi}} + V_{\text{B,uni}} \quad (1.15)$$

όπου  $V_{\text{B,Bi}}$  είναι η τάση φραγμού των διακοπών διπλής κατεύθυνσης και  $V_{\text{B,uni}}$  η τάση φραγμού των διακοπών μονής κατεύθυνσης.

#### 1.2.4.12 Standing Voltage

Κατά τη λειτουργία ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα για την παραγωγή του επιθυμητού επιπέδου τάσης δεν εμπλέκονται όλα τα διακοπτικά στοιχεία. Κάποια μένουν ανοιχτά, χωρίς αυτό να σημαίνει όμως πως δεν υπάρχει τάση στα άκρα τους. Η μεγαλύτερη από αυτές τις τάσεις στα άκρα ενός διακόπτη αποτελεί την παράμετρο Standing Voltage του συγκεκριμένου διακόπτη. Αθροίζονται τα επιμέρους Standing Voltage των διακοπών μπορούμε να εκτιμήσουμε και την παράμετρο Standing Voltage όλης της διάταξης.

#### 1.2.4.13 Απώλειες Ισχύος (Power Losses)

Κατά την λειτουργία του αντιστροφέα, λόγω της συνεχούς ενεργοποίησης και απενεργοποίησης των διακοπτικών στοιχείων παρατηρούνται απώλειες ισχύος. Ο υπολογισμός τους είναι πολύ σημαντικός διότι η ολική απόδοση της διάταξης καθώς και ο σχεδιασμός αποτελεσματικού συστήματος ψύξης εξαρτώνται από αυτόν. Διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες, τις **απώλειες αγωγής (conduction losses)**, τις **διακοπτικές απώλειες (switching losses)** και τις **απώλειες διαρροών (leakage losses)**. Οι τελευταίες συνήθως παραλείπονται από τους υπολογισμούς. Οι πρώτες συναντώνται συνήθως όταν η συχνότητα λειτουργίας των διακοπτικών στοιχείων είναι μικρή, ενώ οι δεύτερες στην αντίθετη περίπτωση.

Τα πλέον χρησιμοποιούμενα διακοπτικά στοιχεία στις διατάξεις των πολυβάθμιων αντιστροφέων είναι τα τρανζίστορ τύπου **MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor)** και **IGBT (Insulated Gate Bipolar Junction Transistor)**. Οι απώλειες ισχύος υπολογίζονται αναλόγως του χρησιμοποιούμενου διακοπτικού στοιχείου, τόσο για το ίδιο το στοιχείο όσο και για την αντί-παράλληλη δίοδο.

Για τρανζίστορ τύπου IGBT οι απώλειες αγωγής του διακόπτη  $P_{\text{cs}}$  και της αντιπαράλληλης διόδου  $P_{\text{cd}}$  υπολογίζονται από τη σχέση:

$$P_{cs} = U_{ce0} I_{sav} + r_c I_{srms}^2 \quad (1.16)$$

$$P_{cd} = U_{do} I_{dav} + r_d I_{drms}^2 \quad (1.17)$$

όπου  $U_{ce0}$  είναι η τάση εκπομπού - συλλέκτη ανοιχτού κυκλώματος,  $I_{sav}$  το μέσο ρεύμα που διαρρέει το διακοπτικό στοιχείο,  $I_{srms}$  η RMS τιμή του και  $r_c$  η αντίσταση εκπομπού – συλλέκτη ανοιχτού κυκλώματος. Ομοίως με προηγουμένως, οι διακοπτικές απώλειες δίνονται από τις σχέσεις:

$$P_{sws} = (E_{ons} + E_{offs}) f_{sw} \quad (1.18)$$

$$P_{swd} = (E_{ond} + E_{offd}) f_{sw} \approx E_{ond} f_{sw} \quad (1.19)$$

όπου  $f_{sw}$  είναι η διακοπτική συχνότητα,  $E_{ons}$  και  $E_{ond}$  είναι η ενέργεια που χάνεται κατά την ενεργοποίηση του διακοπτικού στοιχείου και της αντί-παράλληλης διόδου αντίστοιχα και  $E_{offs}$  και  $E_{offd}$  η ενέργεια που καταναλώνεται όταν το διακοπτικό στοιχείο και η αντιπαράλληλη διάοδος παύουν να άγουν.

Για τρανζίστορ τύπου MOSFET οι απώλειες αγωγής υπολογίζονται από τη σχέση :

$$P_{cw} = R_{dson} I_{srms}^2 \quad (1.20)$$

$$P_{cd} = U_{do} I_{dav} + R_d I_{drms}^2 \quad (1.21)$$

Με  $R_{dson}$  συμβολίζεται η αντίσταση υποδοχής – πηγής ανοιχτού κυκλώματος,  $I_{srms}^2$  είναι η RMS τιμή του ρεύματος που διαρρέει το MOSFET στην κατάσταση αγωγής. Η παράμετρος  $U_{do}$  αποτελεί μοντελοποίηση της διόδου με μια σειρά DC πηγών ισχύος,  $I_{dav}$  είναι η μέση τιμή του ρεύματος που διαπερνά τη διάοδο,  $I_{drms}$  η RMS τιμή του και  $R_d$  είναι η αντίσταση που εμφανίζει η διάοδος όταν είναι ενεργοποιημένη.

Οι διακοπτικές απώλειες του διακοπτικού στοιχείου υπολογίζονται όπως και στην περίπτωση των IGBT με τη σχέση (1.18). Οι παράμετροι  $E_{ons}$  και  $E_{offs}$  υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$E_{ons} = V_{dd} I_{don} \frac{t_{rv} + t_{fv}}{2} + Q_{rr} V_{dd} \quad (1.22)$$

Οι χρόνοι ανόδου της τάσης  $t_{rv}$  υπολογίζονται με βάση τις σχέσεις:

$$t_{rv} = \frac{t_{rv1} + t_{rv2}}{2} \quad (1.23)$$

$$t_{rv1} = (V_{dd} - R_{dson}I_{don})R_g \frac{C_{gd1}}{V_{plateau}} \quad (1.24)$$

$$t_{rv1} = (V_{dd} - R_{dson}I_{don})R_g \frac{C_{gd2}}{V_{plateau}} \quad (1.25)$$

όπου  $V_{dd}$  η τάση τροφοδοσίας του MOSFET,  $I_{don}, I_{doff}$  τα ρεύματα που διαπερνούν το MOSFET κατά τις φάσεις της αγωγής και της αποκοπής,  $t_{fv}$  ο χρόνος καθόδου της τάσης,  $V_{plateau}$  ένας τύπος τάση κατωφλίου του MOSFET,  $C_{gd}$  χωρητικότητα πηγής – υποδοχής και  $R_g$  η αντίσταση της πύλης η οποία εξαρτάται από το κύκλωμα οδήγησης του τρανζίστορ.

Η παράμετρος  $E_{offs}$  υπολογίζεται από τον τύπο:

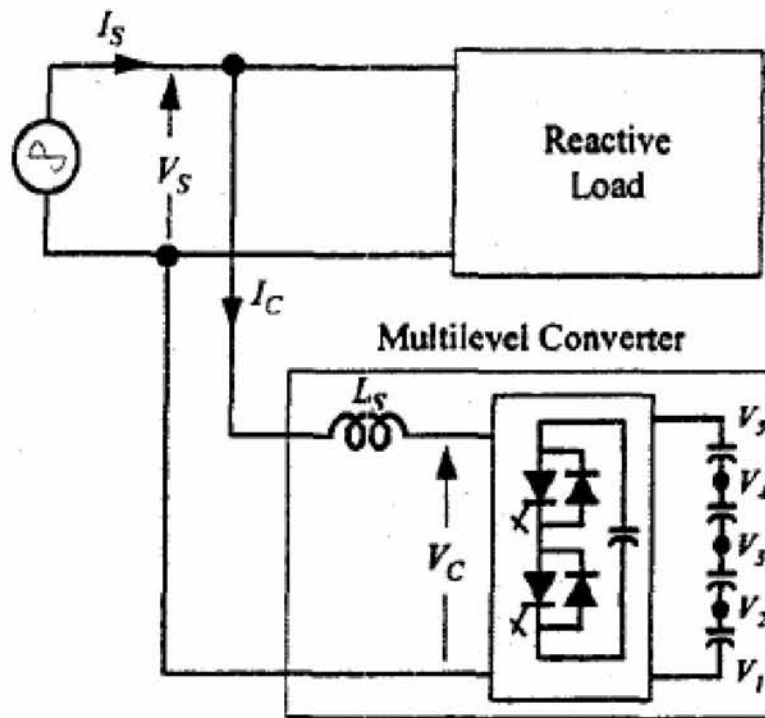
$$E_{offs} = V_{dd}I_{doff} \frac{t_{ri} + t_{fi}}{2} \quad (1.26)$$

όπου  $t_{ri}, t_{fi}$  ο χρόνος ανόδου και καθόδου του ρεύματος αντίστοιχα.

### 1.3. Εφαρμογές και Πεδία Έρευνας των Πολυβάθμιων Αντιστροφών

Οι περισσότεροι κοινές εφαρμογές των πολυβάθμιων αντιστροφών είναι η **Αντιστάθμιση Αέργου Ισχύος (Reactive Power Compensation)**, η **Αντιπαράλληλη Αλληλοσύνδεση Συστημάτων παραγωγής Ισχύος (Back to Back Intertie)** και τέλος η ενσωμάτωσή τους στα **Κινητήρια Συστήματα Μεταβλητής Ταχύτητας (Variable Speed Drivers)**.

Η Εικόνα 1.11 παρουσιάζει έναν πολυβάθμιο αντιστροφέα συνδεδεμένο απευθείας στο δίκτυο για εφαρμογή αντιστάθμισης αέργου ισχύος. Σε αυτόν τον τρόπο λειτουργίας ο αντιστροφέας μπορεί τόσο να εξάγει όσο και να εισάγει ένα αέργου ρεύμα από και προς το δίκτυο. Με άλλα λόγια ο μετατροπέας δύναται να χρησιμοποιηθεί τόσο ως ανορθωτής όσο και ως αντιστροφέας. Έτσι ο εν λόγω πολυβάθμιος μετατροπέας λειτουργεί σαν ένας Στατικός Αντισταθμιστής Άεργων VAR (Static – VAR compensator, STATCOM).



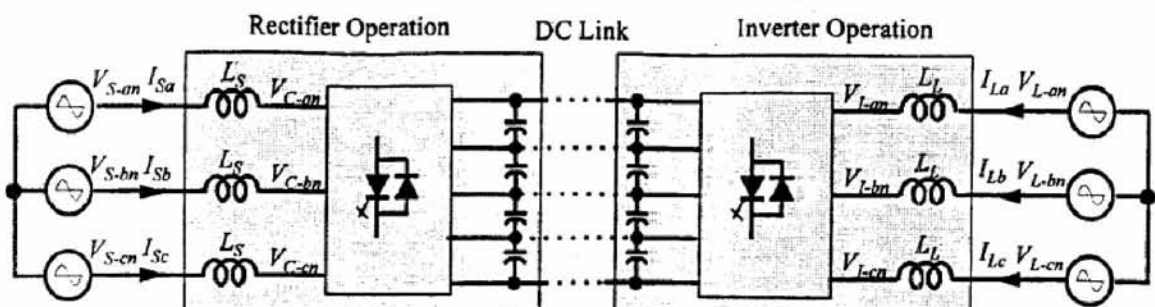
Εικόνα 1.11 Πολυβάθμιος αντιστροφέας συνδεδεμένος σε δίκτυο για αντιστάθμιση αέργου ισχύος.

Η σχέση που συνδέει το διάνυσμα της τάσης δικτύου  $\vec{V}_s$ , το διάνυσμα της τάσης εξόδου του αντιστροφέα  $\vec{V}_c$  και του διανύσματος του αέργου ρεύματος  $\vec{I}_c$  είναι:

$$\vec{V}_s = \vec{V}_c + \vec{I}_c X_s \quad (1.27)$$

όπου  $X_s$  η αντίδραση (άεργος αντίσταση) του πηνίου  $L_s$ .

Στην αντί-παράλληλη αληλοσύνδεση (back to back intertie) δύο πολυβάθμιοι μετατροπείς συνδέονται στην DC πλευρά τους μέσω πυκνωτή σύζευξης. Ο ένας μετατροπείας λειτουργεί ως ανορθωτής και ο άλλος ως αντιστροφέας. Οι διατάξεις αυτές χρησιμεύουν για εφαρμογές μεταλλαγής συχνότητας, μετατόπισης φάσης και ελέγχου της ροής ισχύος. (Εικόνα 1.12)



Εικόνα 1.12 Πολυβάθμιοι μετατροπείς συνδεδεμένοι σε διάταξη Back to Back Intertie.

Μία ειδική εφαρμογή της διάταξης Back to Back Intertie είναι αυτή σε Κινητήρια Συστήματα Ρυθμιζόμενης Ταχύτητας (Adjustable Speed Drives, ASD). Ως είσοδο στο σύστημα έχουμε μία AC πηγή σταθερής συχνότητας και στην έξοδο έχουμε ένα AC φορτίο μεταβλητής συχνότητας. Σχεδιαστικές παράμετροι είναι η στρατηγική ελέγχου των διακοπτικών στοιχείων καθώς και το μέγεθος του πυκνωτή σύζευξης.

Η έρευνα που γίνεται επί των πολυεπίπεδων αντιστροφών είναι ευρύτατη και αφορά πολλές επί μέρους πτυχές των. Μία τέτοια πτυχή είναι η εισαγωγή νέων κυκλωματικών διατάξεων. Πολλές από αυτές είτε σχεδιάζονται από την αρχή, είτε προκύπτουν έπειτα από συνδυασμό των ήδη υπαρχόντων. Οι διαθέσιμες τοπολογίες των πολυεπίπεδων αντιστροφών αναλύονται στο έργο των [Prabaharan and Palanisamy, 2017]. Οι συνδυασμοί αφορούν τόσο μίξη διαφορετικών συνδεσμολογιών σε μία ενιαία, όσο και αντικατάσταση των πηγών DC ισχύος από DC πηγές ισχύος των οποίων όμως το πλάτος δεν είναι το ίδιο για όλες τις πηγές της διάταξης.

Άλλη πτυχές έρευνας αφορούν την εξεύρεση **νέων τεχνικών ελέγχου** προκειμένου να είναι πιο αποδοτική η χρήση των διακοπτικών στοιχείων και να αντιμετωπίζεται επαρκώς το πρόβλημα της εξισορρόπησης της τάσης των πυκνωτών των πολυβάθμιων αντιστροφών. Επιπροσθέτως έρευνα γίνεται και στο κομμάτι των **τεχνικών διαμόρφωσης**, δηλαδή του υπολογισμού των χρονικών στιγμών κατά τις οποίες ενεργοποιούνται ή απενεργοποιούνται συγκεκριμένοι διακόπτες της διάταξης των πολυεπίπεδων αντιστροφών έτσι ώστε να υπάρχει έλεγχος της τάσης εξόδου.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### Διαμόρφωση

#### 2.1 Εισαγωγή στη διαμόρφωση

Η ποιότητα της κυματομορφής εξόδου ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα, τόσο ως προς τη μορφή της, όσο και ως προς το περιεχόμενό της σε αρμονικές, είναι άμεσα συνδεδεμένη με τις χρονικές στιγμές στις οποίες τα διακοπτικά στοιχεία ενεργοποιούνται και απενεργοποιούνται. Οι προαναφερθείσες στιγμές ονομάζονται **γωνίες έναυσης (switching angles)**. Το σύνολο των τεχνικών με βάση τις οποίες καθορίζεται το εκάστοτε μοτίβο ενεργοποίησης των διακοπτικών στοιχείων και επιτελείται η διαδικασία ενεργοποίησης/απενεργοποίησης τους ονομάζεται με την ευρεία έννοια **διαμόρφωση (modulation)**. Η διαμόρφωση με άλλα λόγια είναι το σύνολο των τεχνικών που χρησιμοποιεί το κύκλωμα ελέγχου του πολυβάθμιου αντιστροφέα για την παλμοδότηση των πυλών των διακοπτικών στοιχείων του [Rashid 2004].

Για την υλοποίηση της πλειοψηφίας των τεχνικών διαμόρφωσης είναι απαραίτητη η χρήση δύο σημάτων. Το πρώτο είναι το **φέρον σήμα (carrier signal)** και το δεύτερο το **σήμα αναφοράς (modulation signal)**. Από τη σύγκριση των δύο αυτών σημάτων, όπως θα εξετάσουμε στις επόμενες παραγράφους, παράγονται οι παλμοί που ενεργοποιούν και απενεργοποιούν τα διακοπτικά στοιχεία του αντιστροφέα. Θα πρέπει ωστόσο να τονιστεί ότι υπάρχουν και τεχνικές διαμόρφωσης οι οποίες δεν απαιτούν τη σύγκριση δύο τέτοιων σημάτων, αλλά υπολογίζουν με διαφορετικό τρόπο τις χρονικές στιγμές ενεργοποίησης των διακοπτικών στοιχείων.

Οι δύο κύριες κατηγορίες τεχνικών διαμόρφωσης είναι οι **Τεχνικές Χαμηλής Διακοπτικής Συχνότητας (Low Switching Frequency Techniques)** και οι **Τεχνικές Υψηλής Διακοπτικής Συχνότητας (High Switching Frequency Techniques)**. Πρέπει να τονιστεί ότι τα διάφορα είδη τεχνικών εφαρμόζονται τόσο σε μονοφασικούς όσο και σε τριφασικούς αντιστροφείς, με μικρές διαφορές.

#### 2.2 Τεχνικές χαμηλής διακοπτικής συχνότητας

Με βάση αυτές τις τεχνικές τα διακοπτικά στοιχεία ενεργοποιούνται μία ή δύο το πολύ φορές στη διάρκεια μίας περιόδου [Prabaharan and Palanisamy 2017]. Οι διαθέσιμες τεχνικές αυτής της κατηγορίας είναι οι τεχνικές **Υπολογισμού των Γωνιών Έναυσης (Switching Angle Calculation)**, η **Τεχνική εξάλειψης επιλεγμένων αρμονικών (Selective Harmonic Elimination, SHE)**, η **Τεχνική Ελέγχου Πλησιέστερου Διανύσματος (Nearest Vector Control ,NVC)** και τέλος η **Τεχνική Ελέγχου Πλησιέστερου Επιπέδου (Nearest Level Control, NLC)**.

## 2.2.1 Υπολογισμός Γωνιών Έναυσης (Switching Angle Calculation)

Η πρώτη τεχνική της κατηγορίας τεχνικών χαμηλής διακοπτικής συχνότητας που θα εξετάσουμε είναι η τεχνική υπολογισμού των γωνιών έναυσης. Συμπληρωματικά με τον ορισμό που δόθηκε στην εισαγωγή, ως γωνία έναυσης θεωρούμε τη χρονική στιγμή που το επίπεδο της τάσης εξόδου αλλάζει. Προκειμένου οι αρμονικές της τάσης εξόδου να μην έχουν μεγάλο πλάτος, γεγονός το οποίο θα οδηγήσει στην υποβάθμιση της ποιότητας της τάσης εξόδου, είναι σημαντικό οι γωνίες έναυσης να υπολογιστούν μεθοδικά.

Χωρίζουμε την κυματομορφή εξόδου σε τέσσερα τεταρτημόρια,  $[0, \pi/2]$ ,  $[\pi/2, \pi]$ ,  $[\pi, 3\pi/2]$ ,  $[3\pi/2, 2\pi]$ . Λόγω της συμμετρίας που παρουσιάζει η κυματομορφή εξόδου, μόνο οι γωνίες του πρώτου τεταρτημορίου πρέπει να υπολογιστούν. Για έναν πολυβάθμιο αντιστροφέα  $m$  επιπέδων απαιτείται ο υπολογισμός  $(m - 1)/2$  κύριων γωνιών έναυσης. Έστω  $\alpha_i$  με  $i = 1, 2, \dots, (m - 1)/2$  οι κύριες γωνίες έναυσης ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα  $m$  επιπέδων. Οι υπόλοιπες γωνίες προκύπτουν από τις σχέσεις  $\pi - \alpha_i$  στο διάστημα  $[\pi/2, \pi]$ ,  $\pi + \alpha_i$  στο διάστημα  $[\pi, 3\pi/2]$  και τέλος  $2\pi - \alpha_i$  στο διάστημα  $[3\pi/2, 2\pi]$  [Prabaharan and Palanisamy 2017].

### 2.2.1.1 Equal phase method (EP)

Αποτελεί την πλέον απλή μέθοδο υπολογισμού των γωνιών έναυσης. Τις κατανέμει ομοιόμορφα στο διάστημα  $[0, \pi]$  με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$\alpha_i = i(180/m), i = 1, 2, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (2.1)$$

Παρά την απλότητά της, η τάση εξόδου που προκύπτει δεν προσεγγίζει σε ικανοποιητικό βαθμό την ημιτονοειδή τάση εξόδου καθώς η τελευταία αποκτά μια τριγωνοειδή μορφή και οι γωνίες έναυσης είναι βρίσκονται σχετικά κοντά η μία με την άλλη. Το κύριο ωστόσο μειονέκτημά της είναι ότι η παραγόμενη κυματομορφή έχει πολύ υψηλή THD.

### 2.2.1.2 Half Equal Phase Method (HEP)

Προκειμένου να μετριαστούν τα μειονεκτήματα της προαναφερθείσας μεθόδου, η τεχνική HEP αυξάνει το διάστημα μεταξύ δύο συνεχόμενων γωνιών έναυσης. Ο τύπος υπολογισμού των γωνιών έναυσης του πρώτου τεταρτημορίου είναι:

$$\alpha_i = i(180/m + 1), i = 1, 2, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (2.2)$$

Το ποσοστό της THD ωστόσο είναι υψηλό και με αυτήν την τεχνική.

### 2.2.1.3 Half Height Method (HH)

Η τεχνική αυτή εισήχθη προκειμένου η κυματομορφή εξόδου να προσεγγίσει καλύτερα την ημιτονοειδή. Σύμφωνα με αυτήν την τεχνική η γωνίες έναυσης του πρώτου τεταρτημορίου υπολογίζονται όταν η τιμή της συνάρτησης φτάσει στο μισό της τιμής της. Ο τύπος υπολογισμού είναι ο ακόλουθος:

$$\alpha_i = \sin^{-1} \left( \frac{2i - 1}{m - 1} \right) \quad i = 1, 2, \dots, \frac{m - 1}{2} \quad (2,3)$$

Η προκύπτουσα κυματομορφή είναι πολύ καλύτερη σε σχέση με τις προηγούμενες δύο μεθόδους. Η THD είναι πολύ χαμηλή και μάλιστα όπως θα εξετάσουμε είναι η χαμηλότερη δυνατή που προκύπτει από τις διαθέσιμες τεχνικές υπολογισμού των γωνιών έναυσης, για την προσέγγιση ημιτονοειδούς κυματομορφής εξόδου. Το συμπέρασμα αυτό επιβεβαιώνεται στο έργο των [Rao et al. 2017].

### 2.2.1.4 Feed Forward Method (FF)

Αποτελεί μία επιπλέον διαθέσιμη τεχνική για τον υπολογισμό των γωνιών έναυσης. Ο στόχος της είναι να ελαττώσει το διάστημα μεταξύ γωνιών έναυσης της θετικής και της αρνητικής ημιπεριόδου της τάσης εξόδου. Οι γωνίες έναυσης υπολογίζονται με βάση τη σχέση:

$$\alpha_i = \frac{\sin^{-1} \left( \frac{2i - 1}{m - 1} \right)}{2} \quad i = 1, 2, \dots, \frac{m - 1}{2} \quad (2,4)$$

Διαθέσιμη στη βιβλιογραφία υπάρχει και η σχέση:

$$\alpha_i = \sin^{-1} \left( \frac{i - 0,5}{m} \right) \quad i = 1, 2, \dots, \frac{m - 1}{2} \quad (2,5)$$

Η κυματομορφή εξόδου προσεγγίζει ικανοποιητικά την ημιτονοειδή και επιπρόσθετα η THD είναι σε αρκετά χαμηλά επίπεδα.

## 2.2.2 Τεχνικές εξάλειψης επιλεγμένων αρμονικών (Selective Harmonic Elimination, SHE)

Η τεχνική προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Patel 1964. Ο στόχος της είναι να υπολογιστούν οι γωνίες έναυσης με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να περιοριστεί σε σημαντικό βαθμό το πλάτος ορισμένων αρμονικών χαμηλότερης τάξης, όπως

λόγου χάρη  $5^{ης}$ ,  $7^{ης}$ ,  $11^{ης}$  και  $13^{ης}$ . Οι γωνίες έναυσης προκύπτουν από την επίλυση μη γραμμικών εξισώσεων [Prabaharan and Palanisamy 2017].

Όπως είδαμε στο κεφάλαιο 1 (εξίσωση 1.3), η τάση εξόδου ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα λόγω της ιδιότητας της συμμετρίας τεταρτοκύματος, αναπτύσσεται σε σειρά Fourier της μορφής:

$$V(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} V_n \cos(n\omega t) \quad (2.6)$$

όπου  $V_n$  είναι το πλάτος της  $n$ -ιστής τάξεως αρμονικής. Το πλάτος αυτό όπως ήδη έχουμε αναφέρει είναι συνάρτηση των γωνιών έναυσης και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_n = 4 \frac{V_{dc}}{n\pi} \sum_{i=1}^{m-1} \cos(na_i) \quad (2.7)$$

όπου  $m$  είναι ο αριθμός των επιπέδων του αντιστροφέα και  $a_i$  η  $i$ -ιστή γωνία έναυσης. Όπως και στην τεχνική υπολογισμού των γωνιών έναυσης που εξετάσαμε, έτσι και εδώ απαιτείται μόνο ο υπολογισμός των γωνιών έναυσης στο διάστημα  $[0, \pi/2]$ . Ο περιορισμός που πρέπει να ισχύει για την τιμή τους είναι

$$0 < a_1 < a_2 < \dots < a_{m-1} < \pi/2 \quad (2.8)$$

Στην τεχνική SHE δεν είναι μόνον επιθυμητό να διατηρηθεί χαμηλό το επίπεδο κατωτέρας τάξεως αρμονικών, αλλά και η θεμελιώδης συνιστώσα να είναι ένα ορισμένο ποσοστό της μέγιστης τιμής της. Το πηλίκο του πλάτους της θεμελιώδους συνιστώσας προς το πλάτος της μέγιστης τάσης εισόδου του αντιστροφέα ονομάζεται **Δείκτης Διαμόρφωσης (Modulation Index)**.

Το πρόβλημα εξάλειψης επιλεγμένων αρμονικών επιλύεται με βάση την εξίσωση (2.1). Έστω για παράδειγμα ότι επιθυμούμε να περιορίσουμε το πλάτος των αρμονικών  $5^{ης}$  και  $7^{ης}$  τάξης. Ορίζουμε τον δείκτη διαμόρφωσης  $M$  ως  $\pi V_1/12V_{dc}$ . Εξισώνοντας την σχέση που δίνει το πλάτος της θεμελιώδους συνιστώσας με το δείκτη διαμόρφωσης και τα πλάτη των αρμονικών  $5^{ης}$  και  $7^{ης}$  τάξης με το 0, τότε από την (2.1) προκύπτει το ακόλουθο σύστημα υπερβατικών εξισώσεων [Kavousi et al. 2012]:

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{3} [\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \cos(\theta_3)] \\ 0 &= \cos(5\theta_1) + \cos(5\theta_2) + \cos(5\theta_3) \\ 0 &= \cos(7\theta_1) + \cos(7\theta_2) + \cos(7\theta_3) \end{aligned}$$

Το σύστημα αυτό έχει τρεις εξισώσεις και τρεις αγνώστους, τις ζητούμενες γωνίες έναυσης. Η επίλυσή του είναι αρκετά επίπονη διαδικασία και γίνεται με τη χρήση

αριθμητικών τεχνικών, επαναληπτικών μεθόδων καθώς και ειδικών αλγορίθμων όπως θα δούμε αμέσως παρακάτω [Rashid 2004], [Prabaharan and Palanisamy 2017]. Το κύριο μειονέκτημα των αριθμητικών και επαναληπτικών μεθόδων, όπως για παράδειγμα η μέθοδος Newton – Raphson, είναι ότι η ποιότητα της λύσης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την αρχική της εκτίμηση, με βάση την οποία θα οδηγηθούμε στη βέλτιστη λύση του προβλήματος. Ένα ακόμη σημαντικό μειονέκτημα είναι η σύγκλιση σε τοπικό και όχι σε ολικό ελάχιστο.

Για την εξάλειψη των μειονεκτημάτων των προαναφερθέντων τεχνικών στη βιβλιογραφία αναφέρεται η χρήση αρκετών μεθόδων αλγοριθμικής μορφής οι οποίες είναι γρήγορες, σχετικά απλές στην υλοποίηση και δίνουν ποιοτικά καλύτερο αποτέλεσμα. Για την εφαρμογή των τεχνικών αυτών δεν απαιτείται η επίλυση του συστήματος των υπερβατικών εξισώσεων (2.1), αλλά αυτές μετατρέπονται με κατάλληλο τρόπο σε μια **συνάρτηση κόστους (cost function)**. Ο στόχος του εκάστοτε αλγορίθμου είναι η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης αυτής. Οι ανισώσεις της σχέσης (2.2) εισάγονται στο πρόβλημα βελτιστοποίησης ως περιοριστικός όρος (constraint). Οι περισσότεροι από αυτούς τους αλγορίθμους είναι εμπνευσμένοι από φυσικούς μηχανισμούς.

Οι [Kavousi et al. 2012] υπολόγισαν τις γωνίες έναυσης ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων χρησιμοποιώντας την τεχνική Bee Algorithm. Η τεχνική αυτή οδηγείται στη βέλτιστη λύση προσομοιώνοντας ένα σμήνος από μέλισσες οι οποίες αναζητούν τη βέλτιστη πηγή για την τροφή τους. Οι βέλτιστες τιμές των γωνιών έναυσης υπολογίζονταν, όπως και στις επόμενες περιπτώσεις, συναρτήσει του Δείκτη Διαμόρφωσης. Στο ίδιο μοτίβο κινήθηκαν και οι [Sundareswaran et al. 2007] χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Ant Colony System (ACS), ο οποίος αναζητά τη βέλτιστη λύση βασιζόμενος στους μηχανισμούς αναζήτησης μιας αποικίας μυρμηγκιών. Μία ακόμη τεχνική βασισμένη στο φυσικό μηχανισμό μετακίνησης κοπαδιών ιχθύων ή σμηνών πτηνών χρησιμοποιήθηκε από τους [Taghizadeh and Hagh 2010]. Η τεχνική αυτή είναι μια ευρηστική μέθοδος και ονομάζεται Particle Swarm Optimization (PSO).

Αλγόριθμοι οι οποίοι βασίζονται στους φυσικούς μηχανισμούς εξέλιξης και ανάπτυξης έχουν επίσης χρησιμοποιηθεί. Η γενική κατηγορία αυτών των αλγορίθμων ονομάζεται Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Evolutionary Algorithms). Η βέλτιστη λύση βρίσκεται μέσω της διαρκούς αλλαγής των χαρακτηριστικών ενός αρχικού πληθυσμού μέσω της εφαρμογής των γενετικών τελεστών επιχιασμού και μετάλλαξης. Χρήση των τεχνικών αυτών αναφέρονται στις εργασίες των [Jegathesan and Jerome 2011], [Salam and Bahari 2010] και [Hiedro 2011].

### **2.2.3 Τεχνική Ελέγχου Πλησιέστερου Διανύσματος (Nearest Vector Control, NVC)**

Η τεχνική αυτή περιγράφεται με διανυσματικό τρόπο. Η έξοδος ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα μπορεί να αναπαρασταθεί με διανύσματα στο χώρο κατάστασης. Με τη χρήση της τεχνικής αυτής επιλέγεται το κατάλληλο διάνυσμα

εξόδου το οποίο έχει γεωμετρικά τη μικρότερη δυνατή απόσταση από το διάνυσμα της τάσης αναφοράς. Η αντίστοιχη μέθοδος στο πεδίο του χρόνου ονομάζεται Τεχνική Ελέγχου Πλησιέστερου Επιπέδου (Nearest Level Control, NLC) [Prabaharan and Palanisamy 2017].

#### **2.2.4 Τεχνική Ελέγχου Πλησιέστερου Επιπέδου (Nearest Level Control, NLC)**

Αποτελεί μία σχετικά απλή στην ιδέα τεχνική διαμόρφωσης. Γίνεται χρήση ενός ημιτονοειδούς σήματος αναφοράς. Η τιμή της εξόδου του πολυβάθμιου αντιστροφέα συγκρίνεται διαρκώς με την τιμή του σήματος αναφοράς. Όταν αυτή η διαφορά φτάσει σε μια μέγιστη επιθυμητή τιμή τότε παράγεται το σήμα έναυσης των κατάλληλων διακοπτικών στοιχείων του αντιστροφέα [Prabaharan and Palanisamy 2017].

### **2.3 Διακοπτικές τεχνικές υψηλής συχνότητας**

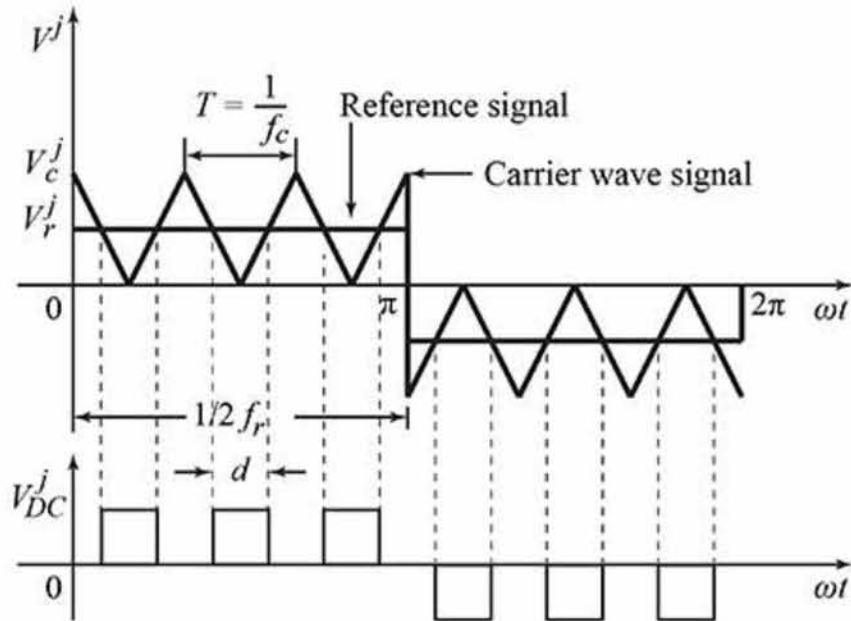
Η διαφορά από την προηγούμενη κατηγορία των τεχνικών διαμόρφωσης είναι ότι οι παλμοί ενεργοποίησης των διακοπτικών στοιχείων είναι περισσότεροι από δύο σε κάθε περίοδο [Prabaharan and Palanisamy 2017]. Οι δύο κύριες υποκατηγορίες που συναντώνται σε αυτήν την ομάδα είναι η **Τεχνικές Διαμόρφωσης Εύρους Παλμού (Pulse Width Modulation, PWM)** και η **Τεχνική Διαμόρφωσης Διανύσματος Χώρου (Space Vector Modulation, SVM)**.

#### **2.3.1 Τεχνικές Διαμόρφωσης Εύρους Παλμού (Pulse Width Modulation, PWM)**

Η τεχνικές της κατηγορίας αυτής παράγουν τους παλμούς έναυσης των διακοπτικών στοιχείων μέσω συνεχούς σύγκρισης ενός φέροντος σήματος και ενός σήματος αναφοράς. Όταν και για όσο χρονικό διάστημα η τιμή του φέροντος σήματος γίνει μικρότερη από αυτή του σήματος αναφοράς τότε παράγεται ο παλμός έναυσης που με βάση το κύκλωμα ελέγχου ενεργοποιεί τα αντίστοιχα διακοπτικά στοιχεία του αντιστροφέα. Τόσο το φέρον σήμα όσο και το σήμα αναφοράς δύναται να έχουν διάφορες μορφές, τις οποίες θα εξετάσουμε στη συνέχεια.

##### **2.3.1.1 Πολυπαλμική Διαμόρφωση Εύρους Παλμού (Multiple Pulse Width Modulation)**

Στην τεχνική αυτή η κυματομορφή του φέροντος σήματος είναι τριγωνικής μορφής. Έτσι όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.1, μέσω της συνεχούς σύγκρισης παράγονται περισσότεροι των δύο παλμών ανά περίοδο.



Εικόνα 2.1 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής Multiple PWM.

Όπως αναφέραμε, οι παλμοί ελέγχου των διακοπτικών στοιχείων παράγονται όταν η τιμή του φέροντος σήματος γίνει μικρότερη από την τιμή του σήματος αναφοράς. Η συχνότητα του σήματος αναφοράς καθορίζει τη συχνότητα εξόδου  $f_o$  της κυματομορφής, ενώ η συχνότητα του φέροντος σήματος  $f_c$  καθορίζει τον αριθμό των παλμών ανά ημιπερίοδο [Rashid 2004]. Ο αριθμός των παλμών ανά ημιπερίοδο δίνονται από τη σχέση:

$$p = \frac{f_c}{2f_o} \quad (2.9)$$

Η στιγμιαία τάση εξόδου  $u_o$  μπορεί να προσεγγιστεί με μια σειρά Fourier ως ακολούθως:

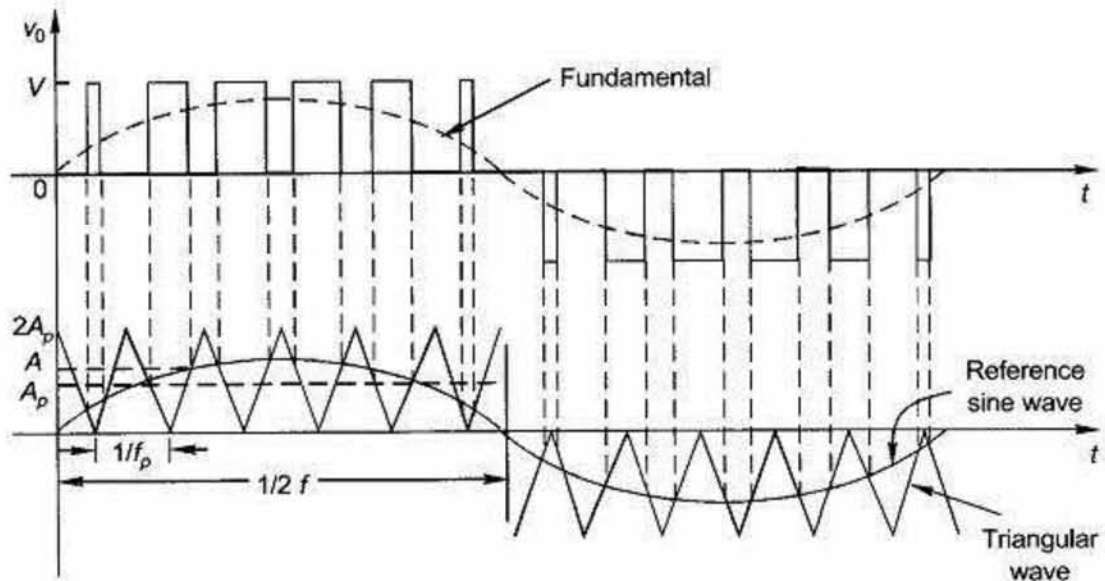
$$u_o(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} B_n \sin(n\omega t) \quad (2.10)$$

Προσδιορίζουμε τον συντελεστή  $B_n$  μελετώντας ένα ζεύγος παλμών όπου ο θετικός παλμός ξεκινά τη χρονική στιγμή  $\omega t = a$  και ο αντίστοιχος αρνητικός του ίδιου εύρους ξεκινά τη χρονική στιγμή  $\omega t = a + \pi$ . Θεωρώντας πως ο θετικός παλμός του  $m$ -ιστού ζεύγους ξεκινά τη χρονική στιγμή  $\alpha_m$  και τελειώνει τη χρονική στιγμή  $\delta$ , όπου  $\delta$  το η χρονική διάρκεια του παλμού, τότε οι συντελεστές  $B_n$  υπολογίζονται από τη σχέση:

$$B_n = \sum_{m=1}^{2p} \frac{4V_s}{n\pi} \sin(n\delta) \left[ \sin(n(a_m + 3\delta)) - \sin\left(n\left(\pi + \alpha_m + \frac{\delta}{4}\right)\right) \right] \quad (2.11)$$

### 2.3.1.2 Ημιτονοειδής Διαμόρφωση Εύρους Παλμού (Sinusoidal Pulse Width Modulation)

Σε αυτή την τεχνική η μορφή του σήματος αναφοράς δεν είναι παλμική αλλά ημιτονοειδής. Σε αντίθεση με την προηγούμενη μέθοδο το πλάτος του κάθε παλμού έναυσης δεν παραμένει σταθερό, αλλά μεταβάλλεται (Εικόνα 2.2).



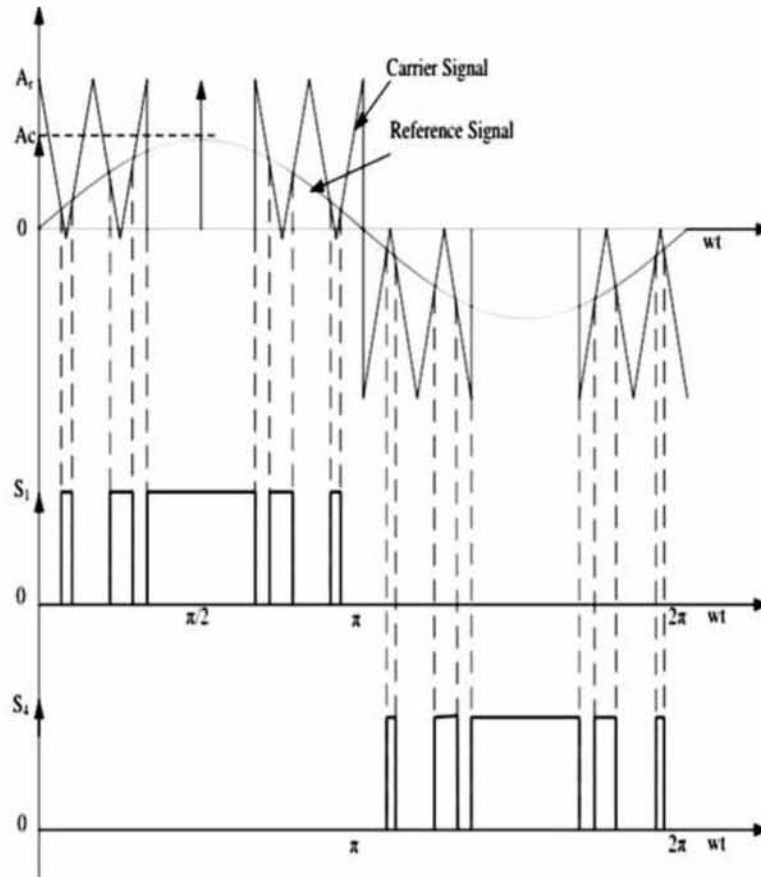
Εικόνα 2.2 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής SPWM.

Η μέθοδος αυτή έχει κυρίως βιομηχανικές εφαρμογές. Η συχνότητα  $f_r$  του σήματος αναφοράς καθορίζει τη συχνότητα εξόδου  $f_o$  του αντιστροφέα ενώ το μέγιστο πλάτος  $A_r$  του σήματος διαμόρφωσης καθορίζει την τιμή της ενεργού τάσης εξόδου  $V_o$ . Οι συντελεστές Fourier της τάσης εξόδου μπορούν να υπολογιστούν από τη σχέση:

$$B_n = \sum_{m=1}^{2p} \frac{4V_s}{n\pi} \sin\left(\frac{n\delta_m}{4}\right) \left[ \sin\left(n\left(a_m + \frac{3\delta_m}{4}\right)\right) - \sin\left(n\left(\pi + \alpha_m + \frac{\delta_m}{4}\right)\right) \right] \quad (2.12)$$

με  $n = 1, 3, 5, \dots$ . Για την βελτίωση της ποιότητας της κυματομορφής εξόδου έχει αναπτυχθεί μια τροποποίηση της εν λόγω τεχνικής η οποία καλείται **Τροποποιημένη Τεχνική Διαμόρφωσης Πλάτους Παλμού (Modified PWM)**. Στην τεχνική αυτή το σήμα αναφοράς αποκτά μηδενική τιμή στο εύρος  $60^\circ$  έως  $120^\circ$  για τη θετική ημιπερίοδο και  $240^\circ$  έως  $300^\circ$  για την αρνητική. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο παραγόμενος παλμός στο εν λόγω διάστημα να έχει μεγαλύτερο εύρος από τους υπόλοιπους [Rashid 2004]. (Εικόνα 2.3)





Εικόνα 2.3 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής MSPWM.

### 2.3.1.3 Έλεγχος φασικής μετατόπισης

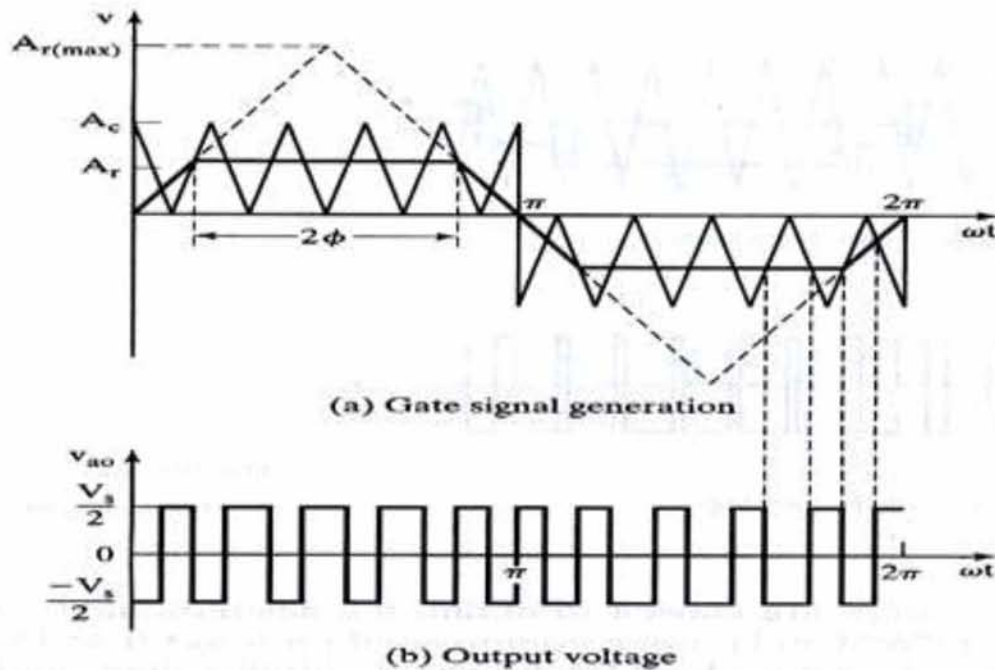
Η τεχνική αυτή έχει εφαρμογή στους πολλαπλούς αντιστροφείς, δηλαδή των διατάξεων που προκύπτουν από την σύνδεση επιμέρους αντιστροφέων [Rashid 2004]. Εισάγοντας μια γωνία καθυστέρησης στο σήμα έναυσης της πύλης του εκάστοτε διακοπτικού στοιχείου ελέγχεται η μορφή της τάσης εξόδου.

### 2.4 Προηγμένες τεχνικές διαμόρφωσης

Η πλέον χρησιμοποιούμενη από τις προαναφερθείσες τεχνικές διαμόρφωσης είναι η SPWM. Ωστόσο λόγω ορισμένων μειονεκτημάτων που παρουσιάζει, όπως λόγω χάρη χαμηλή θεμελιώδη τάση εξόδου [Rashid 2004] έχουν αναπτυχθεί και άλλες τεχνικές, οι οποίες προσφέρουν βελτιωμένη απόδοση στον αντιστροφέα. Οι τεχνικές αυτές είναι η **Τραπεζοειδής Διαμόρφωση (Trapezoidal Modulation)**, η **Κλιμακωτή Διαμόρφωση (Staircase Modulation)**, η **Βηματική Διαμόρφωση (Stepped Modulation)**, η **Διαμόρφωση Έκχυσης Αρμονικών (Harmonic Injection Modulation)** και η **Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation)**.

### 2.4.1 Τραπεζοειδής Διαμόρφωση (Trapezoidal Modulation)

Η διαφορά με την τεχνική SPWM είναι ότι εδώ το φέρον σήμα είναι ένα τραπέζιο αντί για ένα ημίτονο. Ένα τέτοιο σήμα μπορεί να ληφθεί από ένα τριγωνικό σήμα με περιορισμό του πλάτους του. (Εικόνα 2.4)

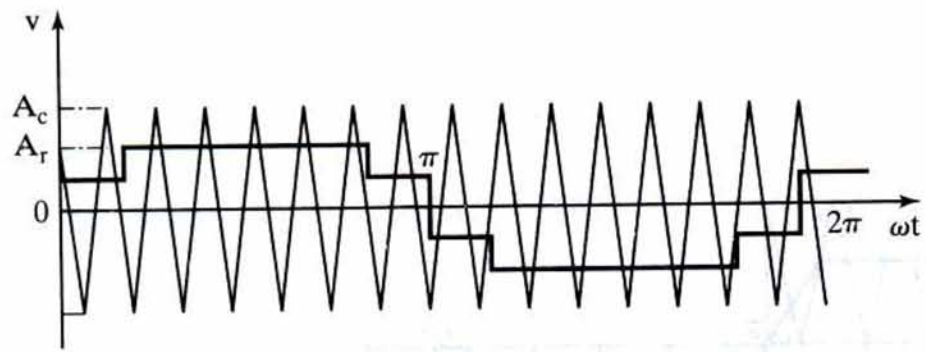


Εικόνα 2.4 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής Trapezoidal PWM.

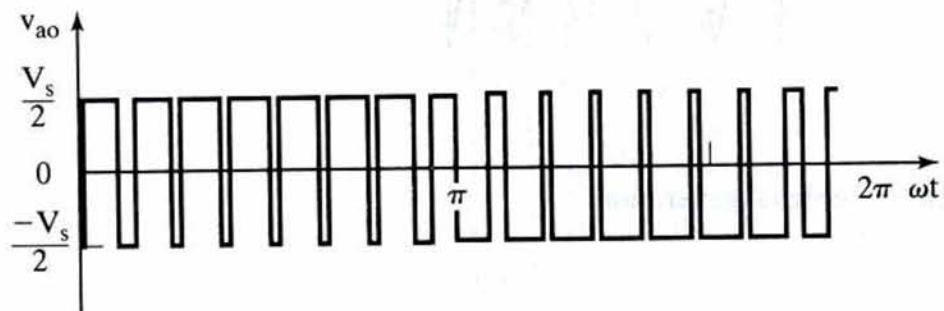
Η μέγιστη τιμή του φέροντος σήματος είναι ίση με  $A_{r(max)}$ , το δε πλάτος του ισούται με  $\sigma A_{r(max)}$ . Ο συντελεστής  $\sigma$  ονομάζεται τριγωνικός συντελεστής.

### 2.4.2 Κλιμακωτή Διαμόρφωση (Staircase Modulation)

Σε αυτή την περίπτωση το σήμα διαμόρφωσης είναι ένα κλιμακωτό κύμα. Οι στιγμές στις οποίες συμβαίνει αλλαγή του επιπέδου του σήματος υπολογίζονται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να εξαλείφονται ορισμένες αρμονικές από την έξοδο του αντιστροφέα. Για να επιτευχθεί η επιθυμητή ποιότητα της τάσης εξόδου οι κύριες μεταβλητές ελέγχου είναι η συχνότητα διαμόρφωσης  $m_f$  και ο αριθμός των επιπέδων. (Εικόνα 2.5)



(a) Gate signal generation

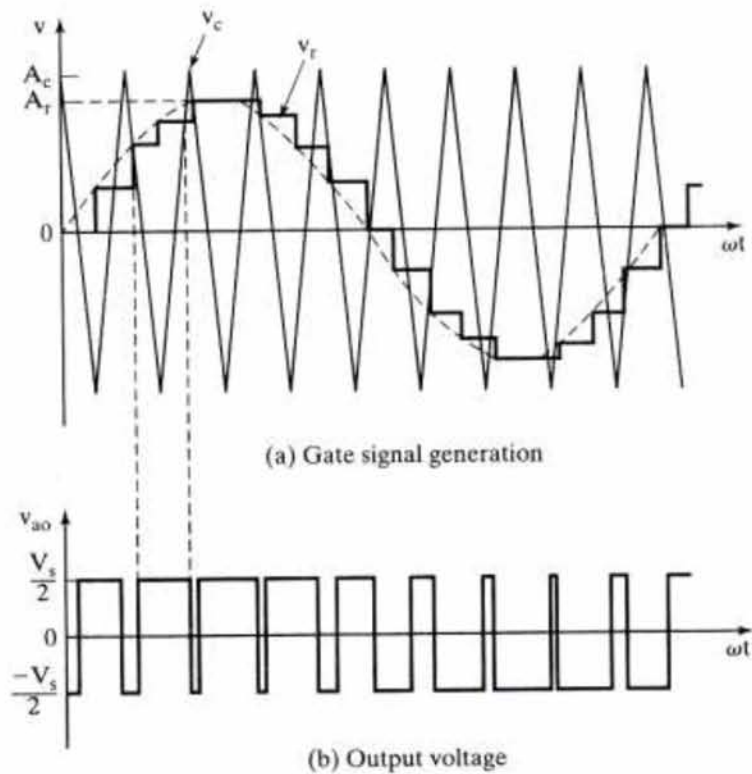


(b) Output voltage

Εικόνα 2.5 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής Staircase PWM.

### 2.4.3 Βηματική Διαμόρφωση (Stepped Modulation)

Το σήμα διαμόρφωσης είναι ένα βηματικό σήμα το οποίο αποτελείται από πολλά επίπεδα. Το διάστημα μεταξύ των επιπέδων αυτών ελέγχεται ξεχωριστά για να ελέγχουμε το μέγεθος της θεμελιώδους συνιστώσας αλλά και να εξαλείψουμε ορισμένες αρμονικές. (Εικόνα 2.6)

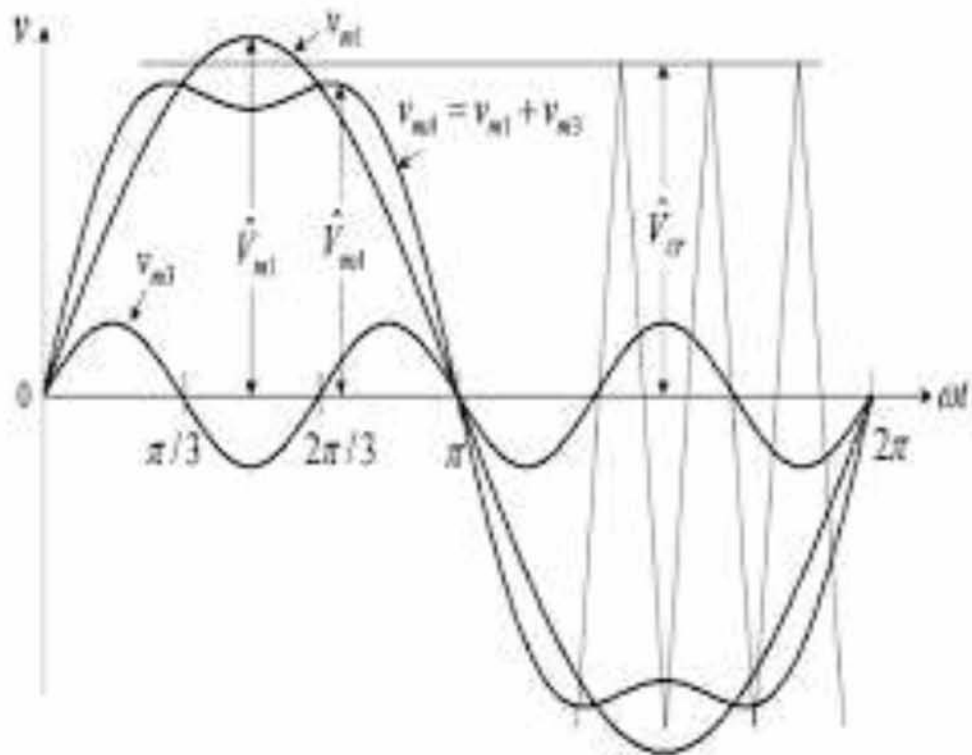


Εικόνα 2.6 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής Stepped Modulation.

#### 2.4.4 Διαμόρφωση Έκχυσης Αρμονικών (Harmonic Injection Modulation)

Η τεχνική αυτή ομοιάζει αρκετά με την τεχνική SPWM. Η διαφορά τους έγκειται στο ότι στην εν λόγω τεχνική το σήμα διαμόρφωσης δεν είναι ένα καθαρό ημίτονο, αλλά ένα σύνθετο ημίτονο στο οποίο έχουν προστεθεί επιλεγμένες αρμονικές. (Εικόνα 2.7)





Εικόνα 2.7 Η μορφή του σήματος διαμόρφωσης στην τεχνική Harmonic Injection έπειτα απο την προσθήκη της 3<sup>ης</sup> αρμονικής.

Με την προσθήκη αρμονικής προκύπτει ένα σήμα διαμόρφωσης σχεδόν επίπεδης κορύφωσης. Γενικά το σήμα διαμόρφωσης συντίθεται με την προσθήκη των αρμονικών 3<sup>ης</sup> και 9<sup>ης</sup> τάξης ως εξής:

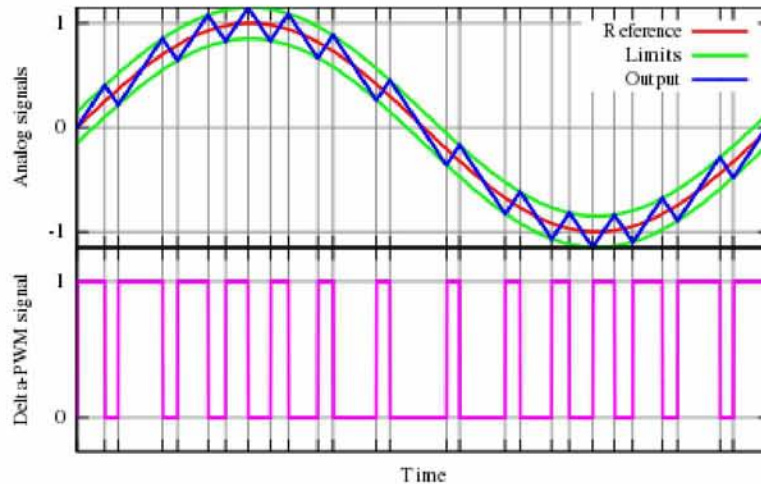
$$u_r = 1,15 \sin(\omega t) + 0,27 \sin(3\omega t) - 0,029 \sin(9\omega t) \quad (2.13)$$

Εάν εκχύνεται μόνο η τρίτη αρμονική τότε η μορφή του σήματος διαμόρφωσης είναι:

$$u_r = 1,15 \sin(\omega t) + 0,19 \sin(3\omega t) \quad (2.14)$$

#### 2.4.5 Διαμόρφωση Δέλτα (Delta Modulation).

Σε αυτήν την τεχνική το σήμα διαμόρφωσης είναι ένα τριγωνικό σήμα, η τιμή του οποίου μεταβάλλεται εντός μιας ορισμένης ζώνης τιμών γύρω από το σήμα αναφοράς (Εικόνα 2.8). Η παραγωγή των παλμών έναυσης των διακοπικών στοιχείων συμβαίνει κατά την περίοδο ανόδου της τιμής του τριγωνικού σήματος. Η τεχνική αυτή είναι επίσης γνωστή και ως διαμόρφωση υστέρησης [Rashid 2004].



Εικόνα 2.8 Παραγωγή παλμών έναυσης με χρήση της τεχνικής Delta Modulation.

#### 2.4.6 Διαμόρφωση Διανύσματος Χώρου (Space Vector Modulation).

Η εν λόγω τεχνική έχει εφαρμογή κυρίως στους τριφασικούς αντιστροφείς και είναι μια μέθοδος ψηφιακής διαμόρφωσης. Οι πιθανές καταστάσεις των διακοπτικών στοιχείων αντιστοιχούν σε συγκεκριμένα επίπεδα τάσης τα οποία δύναται να αναπαρασταθούν στο επίπεδο σαν διανύσματα. Η τεχνική αυτή αντί να λαμβάνει υπόψη τα τρία φέροντα σήματα για κάθε φάση αντιμετωπίζει τον αντιστροφέα σαν μια απλή μονάδα και η διαμόρφωση στην ουσία επιτυγχάνεται με μεταγωγή μεταξύ των καταστάσεων του αντιστροφέα. [Rashid 2004] ,[Prabaharan and Palanisamy 2017].

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### Υπολογισμός Γωνιών Έναυσης μέσω Μαθηματικού Προγραμματισμού.

#### 3.1 Μαθηματική Βελτιστοποίηση.

Με τον γενικό όρο **Μαθηματική Βελτιστοποίηση (Mathematical Optimization)** ή **Μαθηματικός Προγραμματισμός (Mathematical Programming)** εννοούμε τη διαδικασία επιλογής μιας βέλτιστης λύσης ενός προβλήματος μεταξύ άλλων εναλλακτικών, η οποία πληροί ορισμένα κριτήρια [Wikipedia]. Ένα πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού ορίζεται στη γενική του μορφή ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f_0(x) \\ & \text{subject to } f_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (3.1) \\ & \quad \quad \quad h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

Το  $x \in \mathbb{R}^n$  αποτελεί τη μεταβλητή του προβλήματος (optimization variable) και η συνάρτηση  $f_0(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  ονομάζεται **αντικειμενική συνάρτηση (objective function)** ή **συνάρτηση κόστους (cost function)**. Οι συναρτήσεις  $f_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m$  καλούνται **συναρτήσεις περιορισμού ανισότητας (inequality constraint functions)** και οι συναρτήσεις  $h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, p$  ονομάζονται **συναρτήσεις περιορισμού ισότητας (equality constraint functions)**. Το πεδίο ορισμού  $D = \text{dom } f_i \cap \text{dom } h_i$  για κάθε  $i$  ονομάζεται πεδίο ορισμού του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Ένα σημείο  $x \in D$  καλείται **πιθανό (feasible)** εάν ικανοποιεί τις σχέσεις  $f_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m$  και  $h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, p$  για κάθε  $i$ . Το σύνολο όλων των πιθανών σημείων ονομάζεται **πιθανό σετ (feasible set)** ή **σετ περιορισμών (constraint set)**. Ως βέλτιστη λύση του προβλήματος (3.1) καλείται ο αριθμός  $p^*$  για τον οποίο ισχύει:

$$p^* = \inf\{f_0(x) \mid f_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m, h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, p\}$$

Η βέλτιστη λύση με άλλα λόγια είναι εκείνη η τιμή της μεταβλητής  $x$  για την οποία η συνάρτηση  $f_0(x)$  ελαχιστοποιείται. Λέμε ότι το  $x^*$  είναι ένα βέλτιστο σημείο ή αποτελεί λύση του προβλήματος (3.1) εάν είναι πιθανό σημείο και ισχύει  $f_0(x^*) = p^*$ . Το σύνολο όλων των βέλτιστων σημείων ονομάζεται **βέλτιστο σύνολο (optimal set)**. Η αντικειμενική συνάρτηση δύναται εκτός από ολικό ελάχιστο να εμφανίζει και τοπικά ελάχιστα. Το σημείο  $x$  καλείται **τοπικά βέλτιστο (locally optimal)** εάν υπάρχει  $R > 0$  έτσι ώστε:

$$f_0(x) = \inf \left\{ f_0(z) \mid f_i(z) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m, h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, p, \|z - x\|_2 \leq R \right\}$$

[Boyd and Vandenberghe, 2004]

### 3.1.1 Convex Optimization

Όταν η συνάρτηση βελτιστοποίησης εμφανίζει κυρτότητα, είναι με άλλα λόγια convex function, τότε το πρόβλημα βελτιστοποίησης ονομάζεται αντιστοίχως **convex optimization problem**. Η μορφή ενός τέτοιου προβλήματος είναι:

$$\begin{aligned} &\text{minimize } f_0(x) \\ &\text{subject to } f_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (3.2) \\ &\quad \alpha_i^T = b_i, i = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

όπου οι συναρτήσεις  $f_i, i = 1, 2, \dots, m$  είναι convex functions. Η ιδιαιτερότητα που παρουσιάζουν τα προβλήματα αυτής της κατηγορίας με τα προβλήματα που περιγράφονται από τις σχέσεις (3.1) είναι οι ακόλουθες:

1. Η αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να είναι τύπου convex function.
2. Οι συναρτήσεις περιορισμού ανισότητας πρέπει να είναι τύπου convex functions.
3. Οι συναρτήσεις περιορισμού ισότητας  $\alpha_i^T - b_i$ , πρέπει να είναι τύπου affine functions.

Στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμο να σημειωθεί ένα πολύ σημαντικό προτέρημα της τεχνικής Convex Optimization έναντι άλλων τεχνικών μαθηματικής βελτιστοποίησης, όπως η Μη Γραμμική Βελτιστοποίηση (Non Linear Optimization). Εάν τόσο η μοντελοποίηση όσο και η επίλυση του προβλήματος είναι επιτυχής, τότε η ελάχιστη τιμή είναι εγγυημένα ολικό και όχι τοπικό ελάχιστο.

### 3.1.2 Linear Optimization Problems.

Η κατηγορία αυτών των προβλημάτων περιλαμβάνει προβλήματα όπου η αντικειμενική και οι συναρτήσεις περιορισμού είναι τύπου affine. Η γενική μορφή τους είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned} &\text{minimize } c^T x + d \\ &\text{subject to } Gx \leq h \quad (3.3) \\ &\quad Ax = b \end{aligned}$$

όπου  $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$  και  $A \in \mathbb{R}^{p \times n}$ . Να σημειωθεί πως τα προβλήματα Γραμμικής Βελτιστοποίησης είναι στη γενική τους μορφή Convex Optimization Problems [Boyd and Vandenberghe, 2004].



### 3.1.3 Quadratic Optimization problems.

Αποτελούν μια ειδική περίπτωση Convex Optimization Problems. Για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει η αντικειμενική συνάρτηση να τύπου convex quadratic και οι συναρτήσεις περιορισμού να είναι τύπου affine. Η γενική μορφή των προβλημάτων είναι:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } 1/2 x^T P x + q^T x + r \\ & \text{subject to } Gx \leq h \\ & \quad \quad \quad Ax = b \end{aligned} \quad (3.4)$$

όπου  $P \in S_+^n$ ,  $G \in R^{m \times n}$  και  $A \in R^{p \times n}$  [Boyd and Vandenberghe, 2004].

### 3.1.4 Geometric Programming.

Ο Γεωμετρικός Προγραμματισμός (Geometric Programming) αποτελεί μια πολύ σπουδαία υποκατηγορία της Μαθηματικής Βελτιστοποίησης. Μια ιδιαιτερότητα της κατηγορία αυτής είναι ο αυστηρός τρόπος ορισμού τόσο της αντικειμενικής όσο και των συναρτήσεων περιορισμού. Οι τελευταίες πρέπει να έχουν τη μορφή **μονωνύμων (monomials)** και **πολυωνύμων (posynomials)**. Ένα μονώνυμο στα πλαίσια του Γεωμετρικού Προγραμματισμού είναι μια συνάρτηση  $f: R^n \rightarrow R$  της μορφής:

$$f(x) = c x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n} \quad (3.5)$$

με  $c > 0$   $a_i \in R$ .

Να σημειωθεί πως ο ορισμός του μονωνύμου στον Γεωμετρικό Προγραμματισμό είναι ελαφρώς διαφορετικός από αυτόν της άλγεβρας όπου ισχύει  $c = 1$  και  $a_i$  είναι μη αρνητικός ακέραιος [Boyd et al. 2007]. Το άθροισμα μονωνυμικών συναρτήσεων ονομάζονται πολυωνυμικές συναρτήσεις και ορίζονται εξής:

$$f(x) = \sum_{k=1}^K c_k x_1^{a_{1k}} x_2^{a_{2k}} \dots x_n^{a_{nk}} \quad (3.6)$$

Η μορφή ενός προβλήματος Γεωμετρικού Προγραμματισμού είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f_0(x) \\ & \text{subject to } f_i(x) \leq 1, i = 1, 2, \dots, m \\ & \quad \quad \quad h_i(x) = 1, i = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (3.7)$$

όπου  $f_0, f_1, \dots, f_m$  είναι πολυωνυμικές συναρτήσεις και  $h_1, h_2, \dots, h_p$  είναι μονωνυμικές συναρτήσεις.

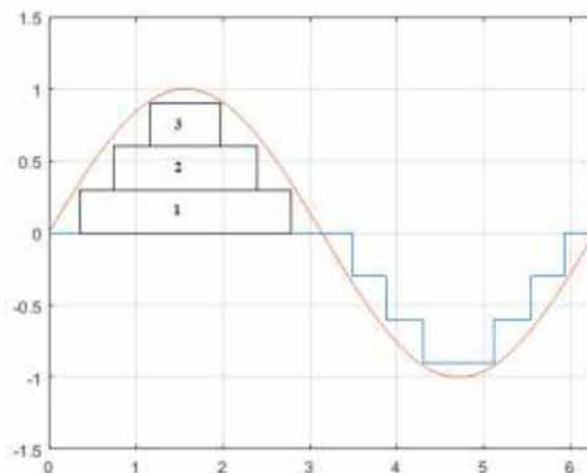
Η αυστηρή μορφή η οποία πρέπει να έχουν οι συναρτήσεις του προβλήματος είναι το βασικό μειονέκτημα της τεχνικής του Γεωμετρικού Προγραμματισμού. Ωστόσο, όπως και στην περίπτωση της τεχνικής Convex Optimization, εάν η μοντελοποίηση και επίλυση του προβλήματος είναι επιτυχής τότε το ελάχιστο που θα βρεθεί είναι εγγυημένα ολικό και όχι τοπικό ελάχιστο. Επιπροσθέτως και σε αντίθεση με άλλες τεχνικές μαθηματικής βελτιστοποίησης όπως λόγω χάρη Μη Γραμμικός Προγραμματισμός, για την επίλυση του προβλήματος δεν απαιτείται η παροχή αρχικής εκτίμησης της λύσεων (initial guess) [Boyd et al. 2007].

Τα προβλήματα της κατηγορίας του Γεωμετρικού Προγραμματισμού δεν είναι στη γενική τους μορφή Convex Optimization Problems. Ο μετασχηματισμός τους ωστόσο στην ανωτέρω μορφή είναι δυνατός.

### 3.2 Μοντελοποίηση του προβλήματος.

Για την επίλυση του προβλήματος του υπολογισμού των γωνιών έναυσης των διακοπτικών στοιχείων ενός πολυεπίπεδου αντιστροφέα ακολουθήθηκε μια γεωμετρική μεθοδολογία παρά μια επίλυση υπερβατικών εξισώσεων που εξετάσαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε ένα μοντέλο του προβλήματος, βασισμένο στις αρχές του μαθηματικού προγραμματισμού, το οποίο και επιλύθηκε με το πακέτο λογισμικού CVX και τη χρήση του υπολογιστικού πακέτου MATLAB.

Οι παραγόμενες από τους πολυεπίπεδους αντιστροφείς κυματομορφές είναι κλιμακωτής φύσεων όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.1. Μπορούμε να υποθέσουμε ότι γεωμετρικά το σχήμα της κυματομορφής συντίθεται από ένα σύνολο ορθογωνίων, τα οποία είναι τοποθετημένα το ένα επάνω στο άλλο και με τους άξονες κατακόρυφης συμμετρίας τους ευθυγραμμισμένους.



Εικόνα 3.1 Κανονικοποιημένη φασική έξοδος ενός πολυεπίπεδου αντιστροφέα επτά επιπέδων.

Τα τρία ορθογώνια τα οποία είναι σημειωμένα στην Εικόνα 3.1 αποτελούν και τα στοιχεία των οποίων το μέγεθος θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε. Από την τομή των ευθειών που διέρχονται από τις αριστερές ακμές των εν λόγω ορθογωνίων και τέμνουν τον οριζόντιο άξονα, θα υπολογίσουμε τις γωνίες έναυσης των διακοπτικών στοιχείων του αντιστροφέα στο τεταρτημόριο  $[0, \pi/2]$ . Οι αντίστοιχες γωνίες στα υπόλοιπα τρία τεταρτημόρια θα υπολογιστούν με βάση τη θεωρία της παραγράφου 2.2.1 του προηγούμενου κεφαλαίου.

Προκειμένου το πρόβλημα αφενός να επιλυθεί και αφετέρου να οδηγηθεί σε βέλτιστη λύση κάνοντας χρήση της τεχνικής του μαθηματικού προγραμματισμού είναι απαραίτητη η διατύπωση δύο πραγμάτων. Σε πρώτη φάση είναι απαραίτητη η εισαγωγή μιας κατάλληλης αντικειμενικής συνάρτησης. Η συνάρτηση αυτή θα πρέπει να μοντελοποιεί το πρόβλημά μας με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο, προκειμένου να λάβουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα. Δεύτερον, είναι απαραίτητο να εισαχθούν κάποια κριτήρια ή με άλλα λόγια κάποιοι περιορισμοί, έτσι ώστε να επιλεχθεί η βέλτιστη μεταξύ των πιθανών λύσεων. Τα κριτήρια αυτά θα μοντελοποιηθούν ως συναρτήσεις περιορισμού ισότητας και ανισότητας που περιγράψαμε στην αρχή του κεφαλαίου.

Ο στόχος μας είναι το συνολικό εμβαδό των ορθογωνίων που θα προκύψουν να είναι όσο πιο κοντά γίνεται στην τιμή του εμβαδού της μισής περιόδου του ημιτόνου. Θεωρήθηκε ότι έτσι θα προκύψει η όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής εξόδου. Δεδομένου ότι  $\int_0^\pi \sin(x) dx = 2$ , θέλουμε το συνολικό εμβαδό των επιμέρους ορθογωνίων να είναι το πολύ ίσο με 2. Με άλλα λόγια, θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί η διαφορά ανάμεσα στο εμβαδό της ημίσειας περιόδου του ημιτόνου και του συνολικού εμβαδού των επιμέρους ορθογωνίων. Αναπαριστούμε τη διαφορά αυτή με μια μεταβλητή που ονομάζουμε  $s$ .

Εξετάστηκε η περίπτωση όπου θέλουμε να προσεγγίσουμε ένα ημίτονο πλάτους ίσου με 1 και περίοδο ίση με  $2\pi$ . Το ύψος των επιμέρους ορθογωνίων, το οποίο όπως καταλαβαίνουμε έχει άμεση συνάφεια με τον αριθμό των επιπέδων θεωρείται το ίδιο για όλα τα ορθογώνια. Έτσι εάν ο αντιστροφέας έχει  $m$  επίπεδα τότε ύψος του κάθε ορθογωνίου θα ισούται με  $1/[(m-1)/2]$ . Τα μήκος των ορθογωνίων αποτελούνε τις μεταβλητές προς βελτιστοποίηση. Εξετάζοντας την ανωτέρω εικόνα βλέπουμε πως το μήκος του κατώτερου ορθογωνίου δεν θα πρέπει να ξεπερνάει την τιμή  $\pi$ . Για όλα τα υπόλοιπα ορθογώνια θα πρέπει το μήκος του κάθε ορθογωνίου να είναι μικρότερο από αυτό του προηγούμενου του. Η άλλη μεταβλητή προς βελτιστοποίηση είναι η μεταβλητή  $s$  που περιγράψαμε πιο πάνω.

Πέραν από την αναπαράσταση της διαφοράς μεταξύ των εμβαδών της ημίσειας περιόδου του ημιτόνου και του συνολικού εμβαδού των επιμέρους ορθογωνίων, η μεταβλητή  $s$  αποτέλεσε και την αντικειμενική μας συνάρτηση. Όπως καταλαβαίνουμε το πιθανό εύρος τιμών που θα μπορούσε να λάβει η μεταβλητή αυτή το  $[0, \infty]$ . Εφόσον στον μαθηματικό προγραμματισμό επιθυμούμε ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, γίνεται φανερό ότι η βέλτιστη

λύση του προβλήματος είναι η μηδενική, δηλαδή με βάση τη διατύπωση (3.1) θέλουμε  $f_0(x) = 0$ . Η χρήση της συγκεκριμένης μεταβλητής ως αντικειμενικής συνάρτησης έγινε με βάση την εξέταση διερεύνησης της δυνατότητας επίλυσης ενός προβλήματος που αναλύεται στο έργο των [Boyd et al. 2007].

Εξετάσαμε τρεις περιπτώσεις φασικής εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα, επτά, εννιά και έντεκα επιπέδων. Ως κριτήριο για την ποιότητα της παραγόμενης κυματομορφής εξόδου χρησιμοποιήσαμε την Ολική Αρμονική Παραμόρφωση. Αυτό διότι θέλουμε πέραν της όσο το δυνατόν καλύτερης προσέγγισης ης κυματομορφής εξόδου με βάση την ελάχιστη δυνατή διαφορά ανάμεσα στο εμβαδό της ημίσειας περιόδου του ημιτόνου και του συνολικού εμβαδού των επιμέρους ορθογωνίων, η προκύπτουσα κυματομορφή να έχει όσο το δυνατόν καλύτερα χαρακτηριστικά, δηλαδή χαμηλή περιεκτικότητα σε αρμονικές στο φάσμα των συχνοτήτων.

### 3.3 Αποτελέσματα.

Με βάση την ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου, συντάχθηκε κατάλληλος κώδικας MATLAB. Για την μοντελοποίηση και την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε το πακέτο CVX. Ακολουθούν τα αποτελέσματα για τις τρεις επιμέρους περιπτώσεις που εξετάσαμε.

#### 3.3.1 Μονοφασικός πολυβάθμιος αντιστροφέας επτά επιπέδων.

Με βάση τα ανωτέρω, το προς βελτιστοποίηση πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

```
cvx_begin
    variables s l1 l2 l3 l4 l5
    minimize(s)
    subject to
        %Area constraint
        0 < h*(l1+l2+l3+l4+l5)-Aref <= s;
        0 < l1 <= pi;
        0 < l2 <= l1;
        0 < l3 <= l2;
        0 < l4 <= l3;
        0 < l5 <= l4;
        s >= 0;
cvx_end
```

Το πρόβλημα επιλύθηκε επιτυχώς σε 2,0748 sec. Η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που υπολογίστηκε είναι ίση με  $-2.16333e-18$ , μια τιμή

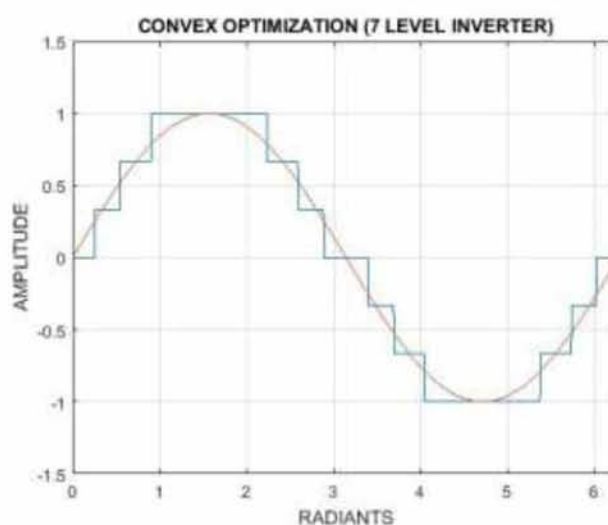
πολύ κοντά στο 0. Οι υπολογιζόμενες γωνίες έναυσης με βάση τη μεθοδολογία που περιγράψαμε στην παράγραφο 3.2 είναι ίσες με:

$$\alpha_1 = 14,8045^\circ$$

$$\alpha_2 = 31,4289^\circ$$

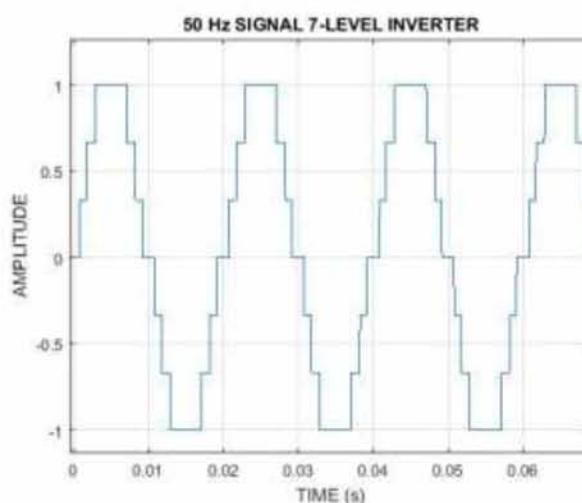
$$\alpha_3 = 51,8792^\circ$$

Με βάση αυτές τις γωνίες έναυσης, η προκύπτουσα κυματομορφή έχει την ακόλουθη μορφή (Εικόνα 3.2):



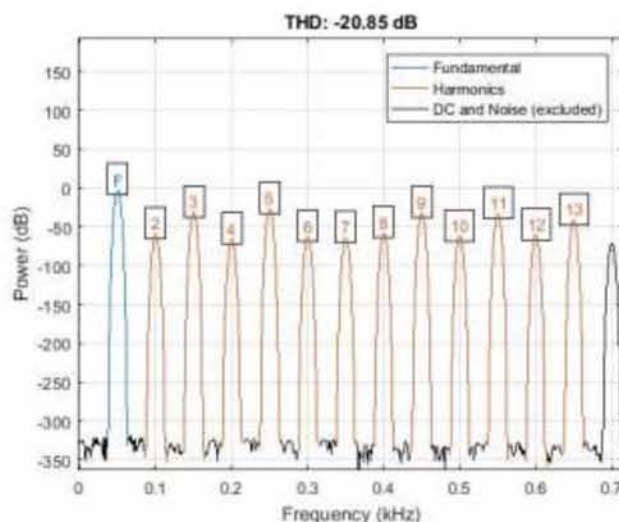
Εικόνα 3.2 Η παραγόμενη με βάση τις υπολογιζόμενες γωνίες έναυσης για μονοφασικό πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων.

Όπως βλέπουμε η ημιτονοειδής κυματομορφή, ακόμη και με επτά διαθέσιμα επίπεδα έχει προσεγγιστεί σε ικανοποιητικό βαθμό. Συνθέτοντας μια περιοδική κυματομορφή φασικής τάσης εξόδου συχνότητας 50 Hz λαμβάνουμε την ακόλουθη γραφική παράσταση (Εικόνα 3.3):



Εικόνα 3.3 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων.

Τέλος, κάνοντας φασματική ανάλυση λαμβάνουμε την ακόλουθη γραφική παράσταση στο πεδίο της συχνότητας (Εικόνα 3.4). Στον υπολογισμό της THD λάβαμε υπ όψη τις αρμονικές έως 13<sup>ης</sup> τάξης.



Εικόνα 3.4 Φασματικό περιεχόμενο της κυματομορφής εξόδου του πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων.

Η υπολογιζόμενη κυματομορφή εξόδου βλέπουμε ότι έχει THD = -20,85 dB, η οποία είναι αρκετά ικανοποιητική για προσέγγιση ημιτονοειδούς κυματομορφής με επτά επίπεδα τάσης.

### 3.3.2 Μονοφασικός πολυβάθμιος αντιστροφέας εννιά επιπέδων.

Η διατύπωση του προβλήματος είναι πανομοιότυπη με αυτή για την έξοδο πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων. Η μόνη προσθήκη είναι η εισαγωγή μιας επιπλέον μεταβλητής μήκους. Έτσι στο περιβάλλον του MATLAB γράφουμε:

```

cvx_begin
variables s l1 l2 l3 l4
minimize(s)
subject to
    %Area constraint
    0<h*(l1+l2+l3+l4)-Aref<=s;
    0<l1<=pi;
    0<l2<=l1;
    0<l3<=l2;
    0<l4<=l3;
    s>=0;
cvx_end

```

Ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος ήταν 1,794 sec. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίστηκε ίση με +3.14623e-17, που είναι επίσης



πολύ κοντά στο 0. Υπολογίζοντας τις γωνίες έναυσης λαμβάνουμε τις ακόλουθες τιμές:

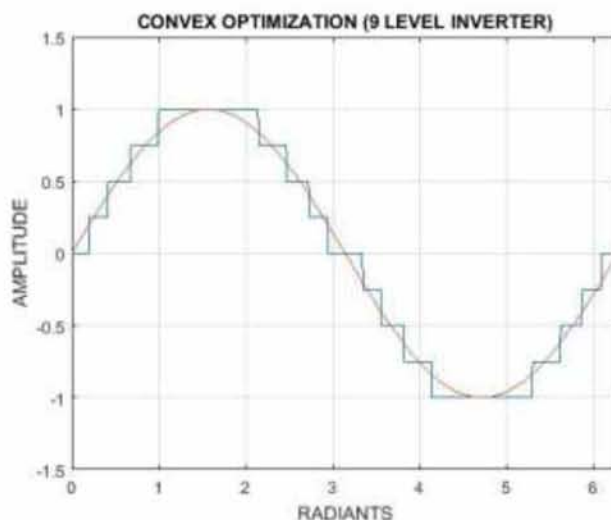
$$\alpha_1 = 11,3906^\circ$$

$$\alpha_2 = 23,9581^\circ$$

$$\alpha_3 = 38,5691^\circ$$

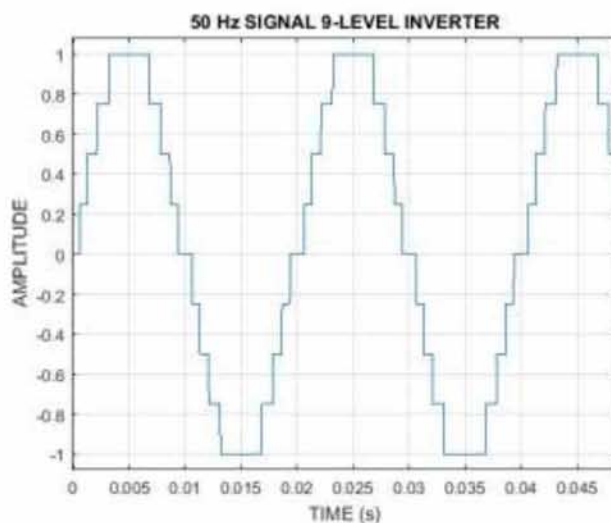
$$\alpha_4 = 56,899^\circ$$

Από τις γωνίες αυτές προκύπτει η ακόλουθη κυματομορφή (Εικόνα 3.5):



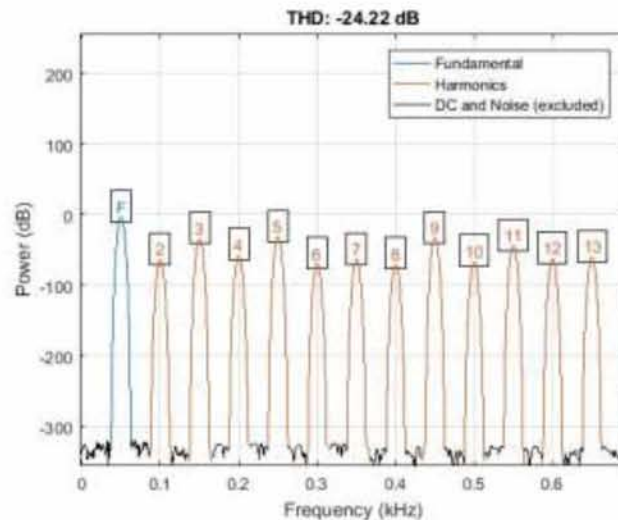
Εικόνα 3.5 Η παραγόμενη με βάση τις υπολογιζόμενες γωνίες έναυσης για μονοφασικό πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.

Όπως βλέπουμε αυξάνοντας τον αριθμό των επιπέδων, βελτιώνεται αισθητά η προσέγγιση της παραγόμενης κυματομορφής. Συνθέτοντας την κυματομορφή των 50 Hz λαμβάνουμε την ακόλουθη γραφική παράσταση (Εικόνα 3.6):



Εικόνα 3.6 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων.

Αναλύοντας στο πεδίο της συχνότητας την ανωτέρω κυματομορφή και λαμβάνοντας υπόψη τις αρμονικές μέχρι 13<sup>ης</sup> τάξης, προκύπτει η ακόλουθη γραφική παράσταση (Εικόνα 3.7):



Εικόνα 3.7 Φασματικό περιεχόμενο της κυματομορφής εξόδου του πολυβάθμιου αντιστροφέα εννιά επιπέδων.

Η THD προκύπτει ίση με  $-24,22$  dB. Η τιμή αυτή είναι αρκετά χαμηλή, γεγονός που υποδηλώνει καλή προσέγγιση. Όπως βλέπουμε το αποτέλεσμα είναι ποιοτικά καλύτερο από αυτό με την προσέγγιση των επτά επιπέδων, όπως ήταν αναμενόμενο.

### 3.3.3 Μονοφασικός πολυβάθμιος αντιστροφέας έντεκα επιπέδων.

Η τελευταίως εξεταζόμενη περίπτωση είναι αυτή της φασικής τάσης εξόδου ενός πολυεπίπεδου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων. Στο περιβάλλον του MATLAB διατυπώνουμε το πρόβλημά ως εξής:

```

cvx_begin
    variables s I1 I2 I3 I4 I5
    minimize(s)
    subject to
        %Area constraint
        0 < h*(I1+I2+I3+I4+I5)-Aref <= s;
        0 < I1 <= pi;
        0 < I2 <= I1;
        0 < I3 <= I2;
        0 < I4 <= I3;
        0 < I5 <= I4;
        s >= 0;
cvx_end
    
```



Όπως και πριν εισάγαμε μία επιπλέον μεταβλητή μήκους λόγω του επιπλέον ορθογωνίου προς βελτιστοποίηση. Το πρόβλημα λύθηκε σε 1,8564 sec. Η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης προέκυψε ίση με +2.61032e-17. Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η προκύπτουσα τιμή είναι πολύ κοντά στο 0. Οι γωνίες έναυσης προέκυψαν ίσες με:

$$\alpha_1 = 9,2255^\circ$$

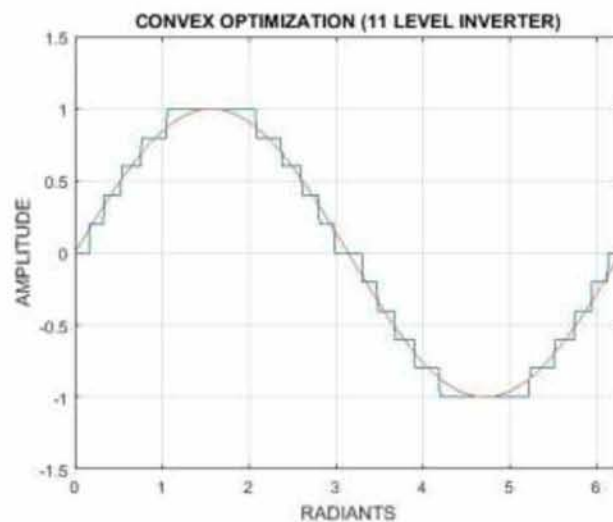
$$\alpha_2 = 19,2707^\circ$$

$$\alpha_3 = 30,5703^\circ$$

$$\alpha_4 = 43,8284^\circ$$

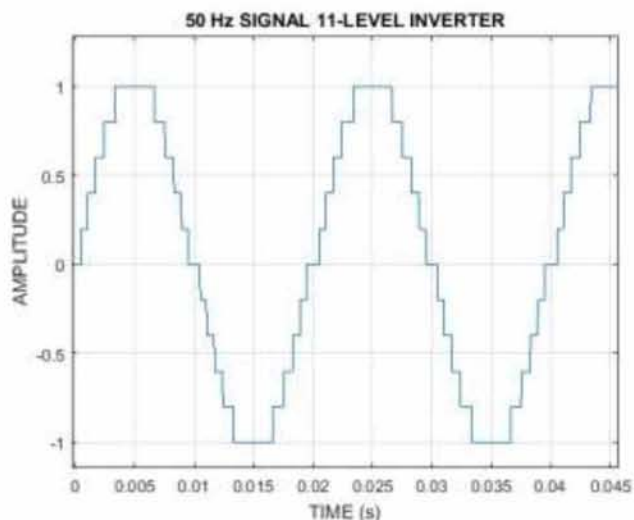
$$\alpha_5 = 60,6262^\circ$$

Από τις γωνίες αυτές, συντίθεται η ακόλουθη κυματομορφή (Εικόνα 3.8):



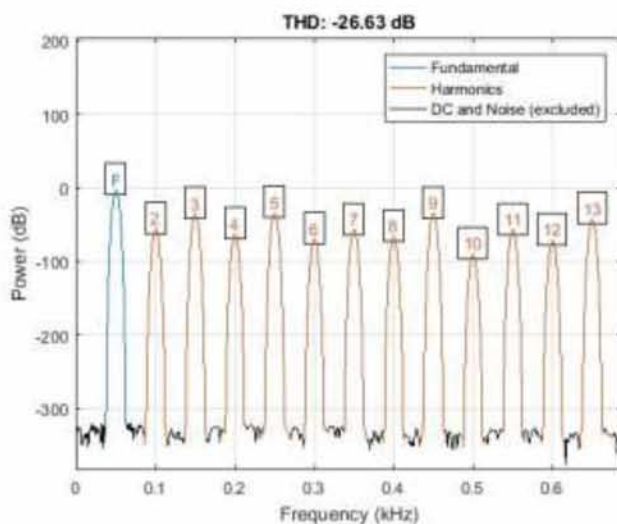
Εικόνα 3.8 Η παραγόμενη με βάση τις υπολογιζόμενες γωνίες έναυσης για μονοφασικό πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.

Είναι ξεκάθαρο ότι η ημιτονοειδής κυματομορφή προσεγγίστηκε ακόμη καλύτερα. Συνθέτοντας την κυματομορφή των 50 Hz λαμβάνουμε το ακόλουθο διάγραμμα (Εικόνα 3.9).



Εικόνα 3.9 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.

Αναλύοντας στο πεδίο της συχνότητας την ανωτέρω κυματομορφή προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα (Εικόνα 3.10).



Εικόνα 3.10 Φασματικό περιεχόμενο της κυματομορφής εξόδου του πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.

Η THD υπολογίζεται ίση με  $-26,63$  dB. Η τιμή της είναι πάλι αρκετά χαμηλή και μάλιστα χαμηλότερη από αυτή της προσέγγισης της ημιτονοειδούς κυματομορφής με επτά και εννέα επίπεδα.

### 3.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων.

Στην προηγούμενη παράγραφο εξετάσαμε την εφαρμογή μίας νέας μεθόδου υπολογισμού των γωνιών έναυσης των πολυβάθμιων αντιστροφών, βασισμένη στις αρχές του μαθηματικού προγραμματισμού. Στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστούν και τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από την μέθοδο Switching Angles Calculation που εξετάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο στην υποπαράγραφο 2.2.1.

#### 3.4.1 Equal Phase Method

Με βάση τη θεωρία της υποπαραγράφου 2.2.1, συντάχθηκε κώδικας σε MATLAB, όπου αναλύθηκαν οι παραγόμενες κυματομορφές καθώς και τα φασματικά τους χαρακτηριστικά για τους τρεις αντιστροφείς που εξετάστηκαν και με την τεχνική του μαθηματικού προγραμματισμού.

##### 3.4.1.1 Αντιστροφείας επτά επιπέδων

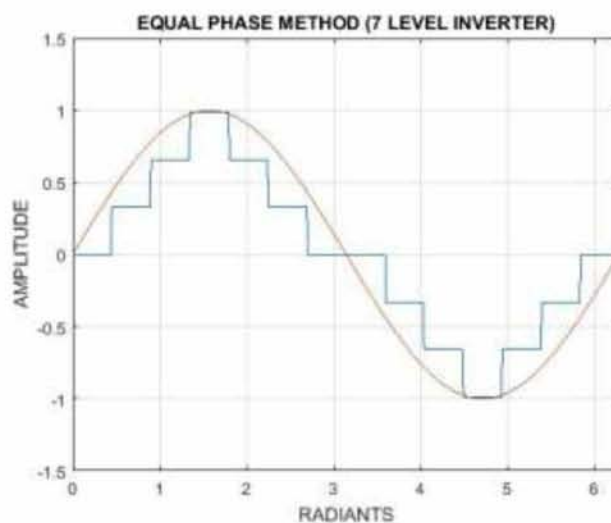
Με βάση τη σχέση (2.1). Οι προκύπτουσες γωνίες έναυσης υπολογίστηκαν ως ακολούθως:

$$\alpha_1 = 25,7143^\circ$$

$$\alpha_2 = 51,4286^\circ$$

$$\alpha_3 = 77,1429^\circ$$

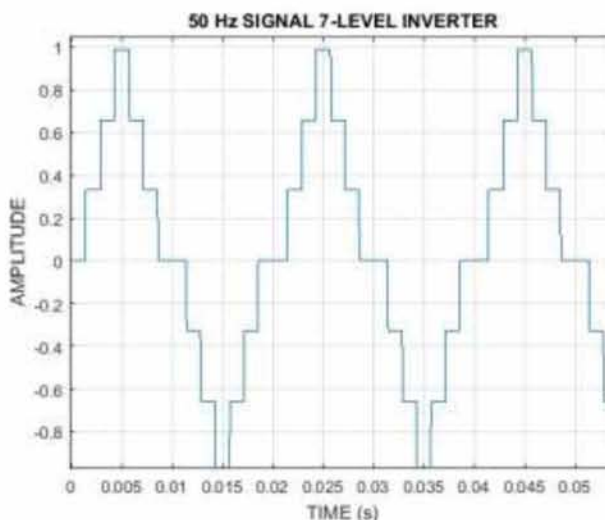
Η κυματομορφή που προκύπτει έχει την ακόλουθη μορφή (Εικόνα 3.11):



Εικόνα 3.11 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου EP για πολυβάθμιο αντιστροφήα επτά επιπέδων.

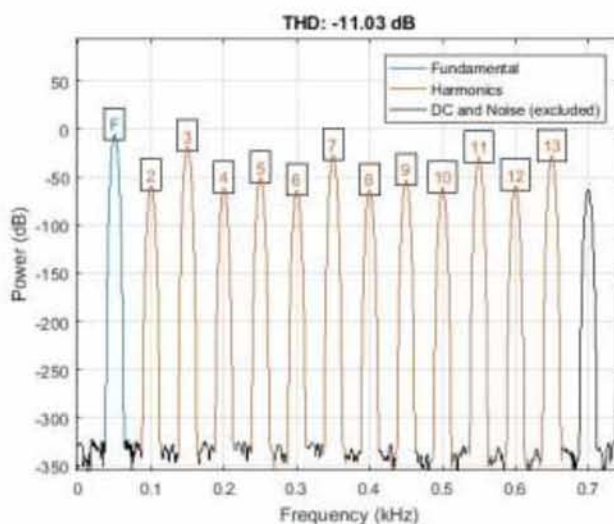
Από την κυματομορφή επιβεβαιώνεται πως η παραγόμενη με αυτή τη μέθοδο κυματομορφή έχει τη μορφή τριγώνου. Έτσι συμπεραίνουμε ότι η προσέγγιση της

ημιτονοειδούς κυματομορφής δεν αρκετά ικανοποιητικές. Συνθέτοντας το σήμα των 50 Hz προκύπτει η ακόλουθη μορφή (Εικόνα 3.32):



Εικόνα 3.12 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων με τη μέθοδο EP.

Από την ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας προκύπτει το ακόλουθο φάσμα (Εικόνα 3.13):



Εικόνα 3.13 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο EP για πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων.

Η υπολογιζόμενη THD προκύπτει ίση με  $-11,03$  db. Το αποτέλεσμα αυτό είναι σχετικά χαμηλό αλλά όχι ποιοτικά τόσο καλό όσο τα προηγούμενα.

### 3.4.1.2 Αντιστροφείας εννέα επιπέδων

Για εννέα επίπεδα τάσης και από τη σχέση (2.1) οι γωνίες έναυσης λαμβάνουν τις τιμές:

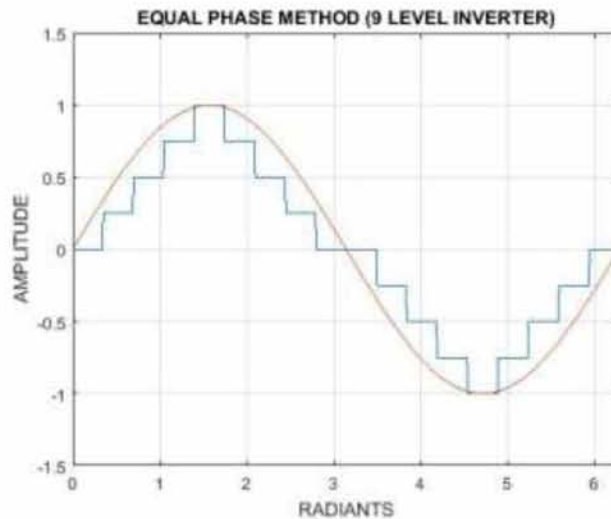
$$\alpha_1 = 20^\circ$$

$$\alpha_2 = 40^\circ$$

$$\alpha_3 = 60^\circ$$

$$\alpha_4 = 80^\circ$$

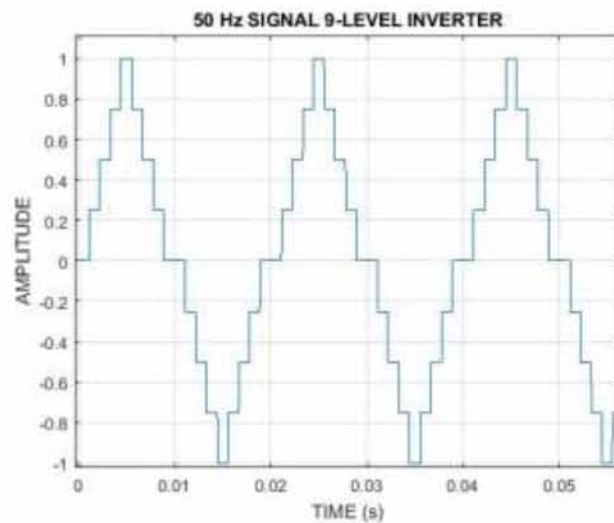
Από τις τιμές αυτές των γωνιών έναυσης προκύπτει η ακόλουθη κυματομορφή (Εικόνα 3.14):



Εικόνα 3.14 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΕΡ για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.

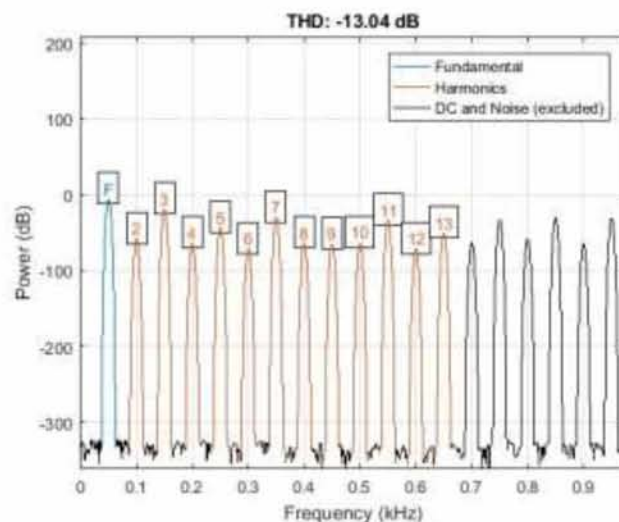
Βλέπουμε και πάλι πως η προκύπτουσα κυματομορφή ομοιάζει με τρίγωνο και επομένως δεν προσεγγίζει σε ικανοποιητικό βαθμό την ημιτονοειδή συνάρτηση. Το σήμα τάσης των 50 Hz έχει την ακόλουθη μορφή (Εικόνα 3.15):





Εικόνα 3.15 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων με τη μέθοδο EP.

Από την ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας της παραπάνω κυματομορφής προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα (Εικόνα 3.16):



Εικόνα 3.16 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο EP για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.

Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3.16, η THD είναι και πάλι σε σχετικά χαμηλά επίπεδα σε σχέση με τα υπολογισθέντα μέσω της τεχνικής του μαθηματικού προγραμματισμού και η τιμή της είναι ίση με  $-13,04$  dB.

### 3.4.1.3 Αντιστροφείας έντεκα επιπέδων

Όπως και στις προηγούμενες δύο περιπτώσεις, από τη σχέση (2.1) προκύπτουν οι ακόλουθες τιμές για τις γωνίες έναυσης:

$$\alpha_1 = 16,3636^\circ$$

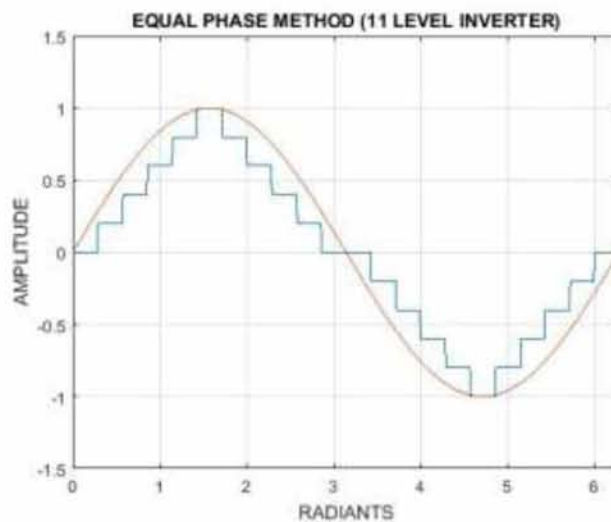
$$\alpha_2 = 32,7273^\circ$$

$$\alpha_3 = 49,0909^\circ$$

$$\alpha_4 = 65,4545^\circ$$

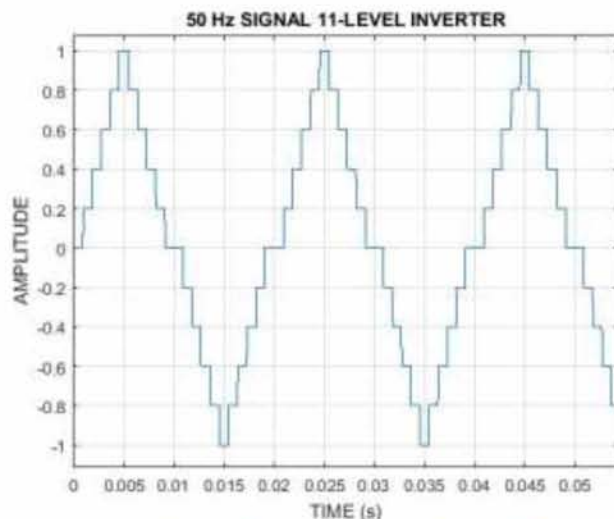
$$\alpha_5 = 81,8182^\circ$$

Η κυματομορφή που προκύπτει από τις ανωτέρω γωνίες έναυσης είναι η ακόλουθη (Εικόνα 3.17):



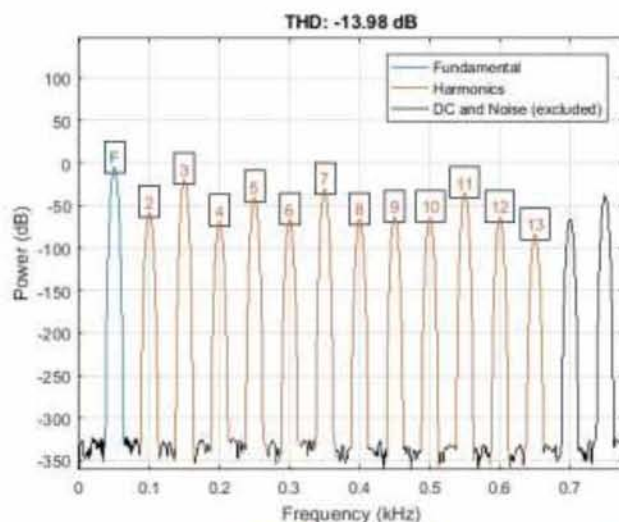
Εικόνα 3.17 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου EP για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.

Η κυματομορφή έχει και πάλι τριγωνική μορφή, ακόμη και με προσέγγιση έντεκα επιπέδων. Η Εικόνα 3.18 παρουσιάζει την κυματομορφή των 50 Hz.



Εικόνα 3.18 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων με τη μέθοδο EP.

Η ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας αποκαλύπτει την ακόλουθη μορφή για το φάσμα της ανωτέρω κυματομορφής (Εικόνα 3.19):



Εικόνα 3.19 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο EP για πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.

Η THD υπολογίζεται ίση με  $-13,98$  dB. Η τιμή αυτή δεν είναι ιδιαίτερα χαμηλή, λαμβάνοντας υπόψη των αριθμό των επιπέδων του αντιστροφέα.



### 3.4.2 Half Equal Phase Method

Η επόμενη διαθέσιμη μέθοδος που εξετάσαμε είναι η Half Equal Phase Method. Χρησιμοποιώντας την σχέση (2.2) και συντάσσοντας κώδικα στο περιβάλλον του MATLAB, εργαστήκαμε ανάλογα με προηγουμένως και λάβαμε τα ακόλουθα αποτελέσματα.

#### 3.4.2.1 Αντιστροφείας επτά επιπέδων.

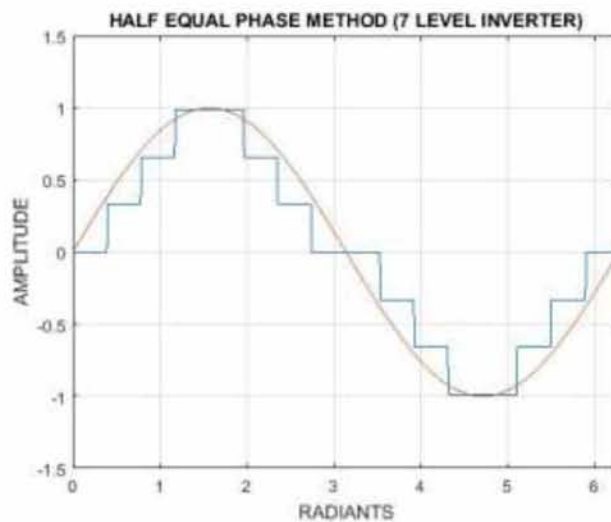
Υπολογίζοντας τις γωνίες έναυσης από τη σχέση (2.2) οι γωνίες έναυσης προκύπτουν ίσες με:

$$\alpha_1 = 22,5^\circ$$

$$\alpha_2 = 45^\circ$$

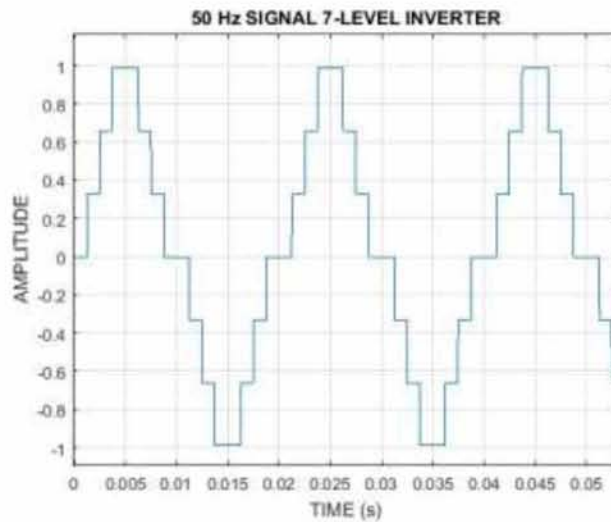
$$\alpha_3 = 67,5^\circ$$

Η κυματομορφή που προκύπτει εμφανίζεται στην Εικόνα 3.20.



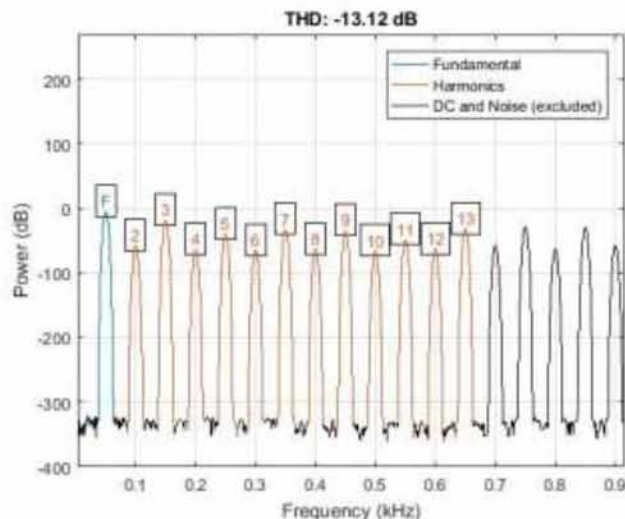
Εικόνα 3.20 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΕΡ για πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων.

Σε σχέση με την μέθοδο Equal Phase, βλέπουμε πως η μέθοδος Half Equal Phase οδηγεί σε καλύτερη προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής. Η κυματομορφή των 50 Hz έχει την ακόλουθη μορφή (Εικόνα 3.21):



Εικόνα 3.21 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων με τη μέθοδο HEP.

Αναλύοντας την ανωτέρω κυματομορφή στο πεδίο της συχνότητας παίρνουμε το ακόλουθο διάγραμμα (Εικόνα 3.22):



Εικόνα 3.22 Φάσμα της κυματομορφής 50Hz που προκύπτει με τη μέθοδο HEP για πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων.

Όπως βλέπουμε η THD έχει την τιμή  $-13,12$  dB. Η τιμή αυτή είναι σχετικά χαμηλή, ωστόσο είναι καλύτερη από την αντίστοιχη που προέκυψε με τη μέθοδο Equal Phase. Στο σημείο αυτό βλέπουμε να διαφαίνεται η ανωτερότητα σε ποιότητα της μεθόδου Half Equal Phase σε σχέση με την μέθοδο Equal Phase.

### 3.4.2.2 Αντιστροφείας εννέα επιπέδων.

Εργαζόμενοι όπως και προηγουμένως, από τη σχέση (2.2) προκύπτουν οι ακόλουθες τιμές για τις γωνίες έναυσης:

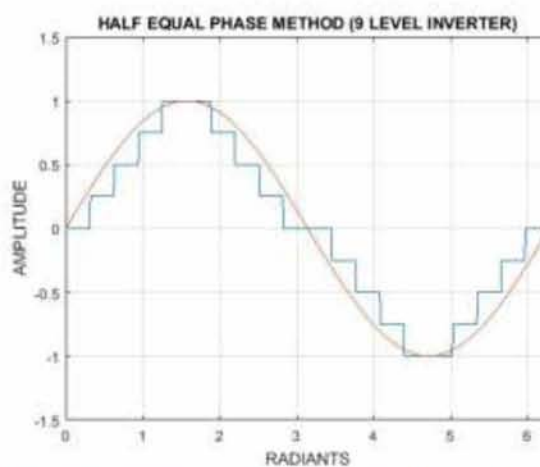
$$\alpha_1 = 18^\circ$$

$$\alpha_2 = 36^\circ$$

$$\alpha_3 = 54^\circ$$

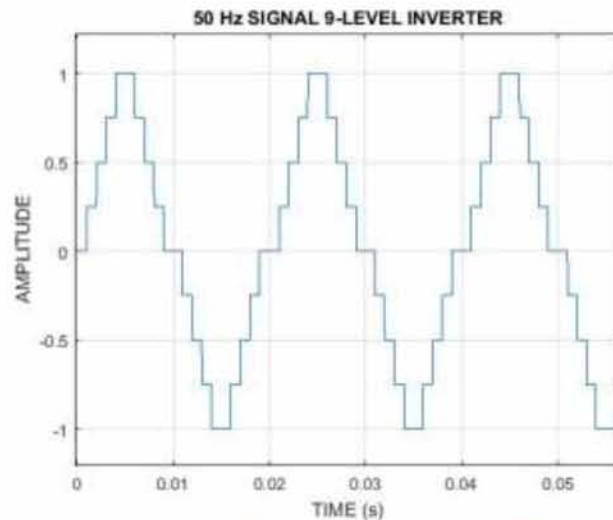
$$\alpha_4 = 72^\circ$$

Η κυματομορφή εξόδου με βάση αυτές τις γωνίες έχει την ακόλουθη μορφή (Εικόνα 3.23):



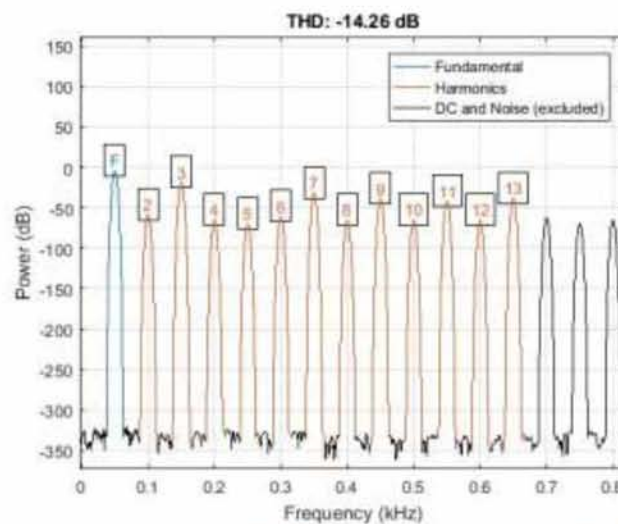
Εικόνα 3.23 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου HEP για πολυβάθμιο αντιστροφή εννέα επιπέδων.

Με εννέα επίπεδα βλέπουμε πως η ημιτονοειδής κυματομορφή προσεγγίζεται καλύτερα. Η αντίστοιχη έξοδος συχνότητας 50 Hz φαίνεται στην Εικόνα 3.24:



Εικόνα 3.24 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων με τη μέθοδο HEP.

Η ανάλυση της ανωτέρω κυματομορφής στο πεδίο της συχνότητας δίνει την ακόλουθη γραφική παράσταση (Εικόνα 3.25):



Εικόνα 3.25 Φασμα της κυματομορφής 50Hz που προκύπτει με τη μέθοδο HEP για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.

Η παράμετρος THD ισούται με  $-14,26$  dB. Η βελτίωση σε σχέση με τα επτά επίπεδα είναι όπως βλέπουμε πολύ μικρή.

### 3.4.2.3 Αντιστροφείας έντεκα επιπέδων.

Εργαζόμενοι όπως και πριν, από τη σχέση (2.2) υπολογίζονται οι ακόλουθες τιμές για τις γωνίες έναυσης:

$$\alpha_1 = 16,3636^\circ$$

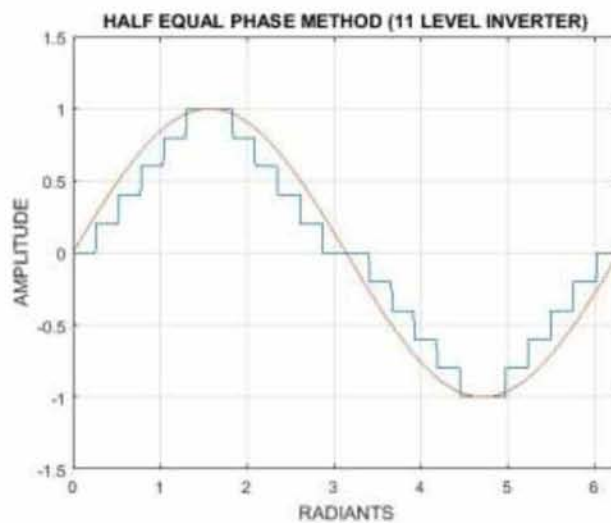
$$\alpha_2 = 32,7273^\circ$$

$$\alpha_3 = 49,0909^\circ$$

$$\alpha_4 = 65,4545^\circ$$

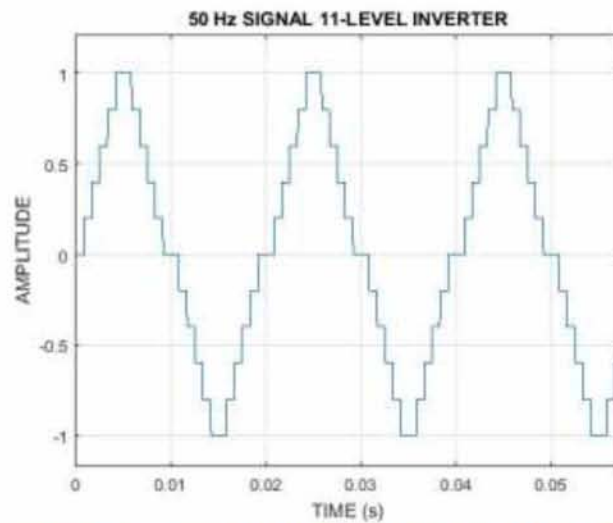
$$\alpha_5 = 81,8182^\circ$$

Η κυματομορφή που προκύπτει από τις υπολογιζόμενες γωνίες έναυσης είναι η ακόλουθη (Εικόνα 3.26):



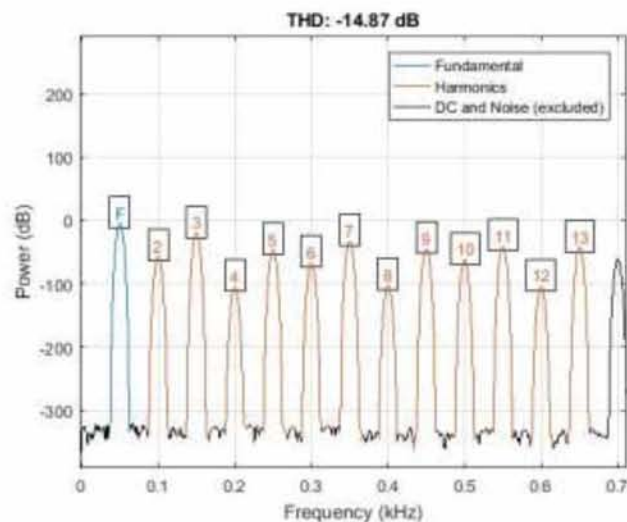
Εικόνα 3.26 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΕΡ για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.

Η ημιτονοειδής κυματομορφή προσεγγίζεται σε ικανοποιητικό βαθμό. Το σήμα των 50 Hz έχει την ακόλουθη μορφή (Εικόνα 3.27):



Εικόνα 3.27 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων με τη μέθοδο HEP.

Αναλύοντας την κυματομορφή αυτή στο πεδίο της συχνότητας προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα (Εικόνα 3.28):



Εικόνα 3.28 Φασμα της κυματομορφής 50Hz που προκύπτει με τη μέθοδο HEP για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.

Η THD είναι ίση με  $-14,87$  dB. Όπως βλέπουμε αυξάνοντας τον αριθμό των επιπέδων, δεν παρατηρήθηκε σημαντική βελτίωση της THD με τη μέθοδο Half Equal Phase.



### 3.4.3 Half Height Method.

Η επόμενη μέθοδος που θα εξετάσουμε είναι η μέθοδος Feed Forward Method. Από τη σχέση (2.3) υπολογίζονται οι γωνίες έναυσης και μέσω συγγραφής κατάλληλου κώδικα σε MATLAB αναπαριστούμε και αναλύσουμε την προκύπτουσα κυματομορφή.

#### 3.4.3.1 Αντιστροφείας επτά επιπέδων.

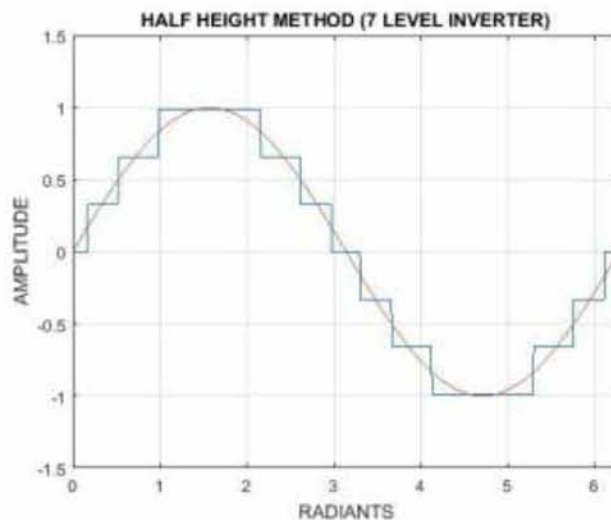
Εργαζόμενοι αναλόγως με τις προηγούμενες μεθόδους υπολογίζουμε αρχικά τις γωνίες έναυσης των διακοπτικών στοιχείων. Για πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων οι γωνίες έναυσης προκύπτουν ίσες με:

$$\alpha_1 = 9,5941^\circ$$

$$\alpha_2 = 30^\circ$$

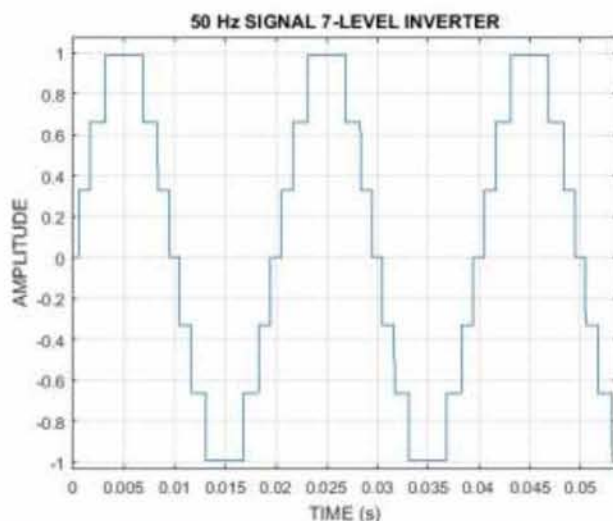
$$\alpha_3 = 56,4427^\circ$$

Η κυματομορφή που συντίθεται από τις εν λόγω γωνίες έχει την ακόλουθη μορφή (Εικόνα 3.29):



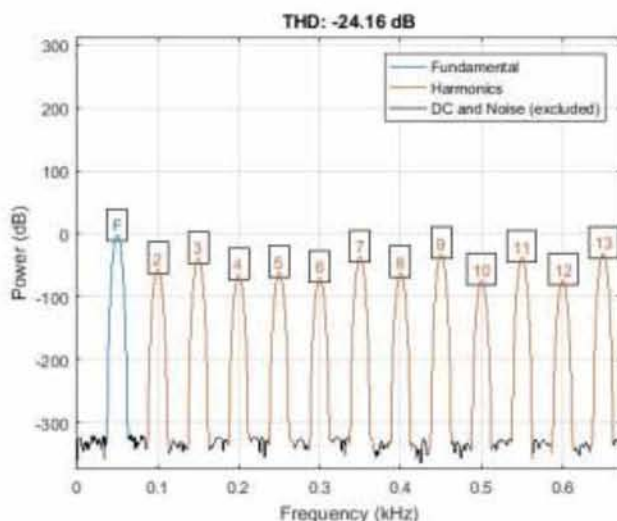
Εικόνα 3.29 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΗ για πολυβάθμιο αντιστροφέα επτά επιπέδων.

Ακόμη και με επτά επίπεδα, παρατηρούμε πως η προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής είναι πολύ καλύτερη σε σχέση με τις δύο προηγούμενες μεθόδους. Η κυματομορφή των 50 Hz έχει την ακόλουθη μορφή (Εικόνα 3.30):



Εικόνα 3.30 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων με τη μέθοδο HH.

Στο πεδίο της συχνότητας η ανωτέρω κυματομορφή έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά (Εικόνα 3.31):



Εικόνα 3.31 Φάσμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο HH για πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων.

Ακόμη και με χρήση επτά επιπέδων, βλέπουμε πως η προκύπτουσα κυματομορφή έχει πολύ καλά φασματικά χαρακτηριστικά THD. Η προκύπτει ίση με  $-24,16$  dB. Το αποτέλεσμα αυτό είναι ποιοτικά πολύ καλύτερο σε σχέση με τις προαναφερθείσες μεθόδους.



### 3.4.3.2 Αντιστροφείας εννέα επιπέδων.

Εργαζόμενοι αναλόγως, υπολογίζουμε τις γωνίες έναυσης από τη σχέση (2.3) και λαμβάνουμε τις ακόλουθες τιμές:

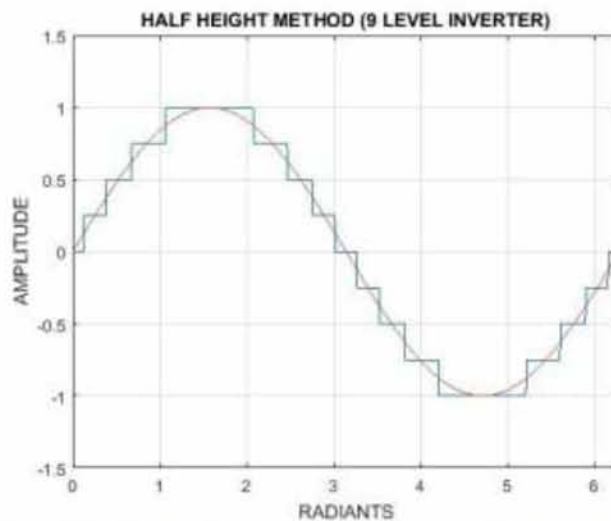
$$\alpha_1 = 7,1808^\circ$$

$$\alpha_2 = 22,0243^\circ$$

$$\alpha_3 = 38,6822^\circ$$

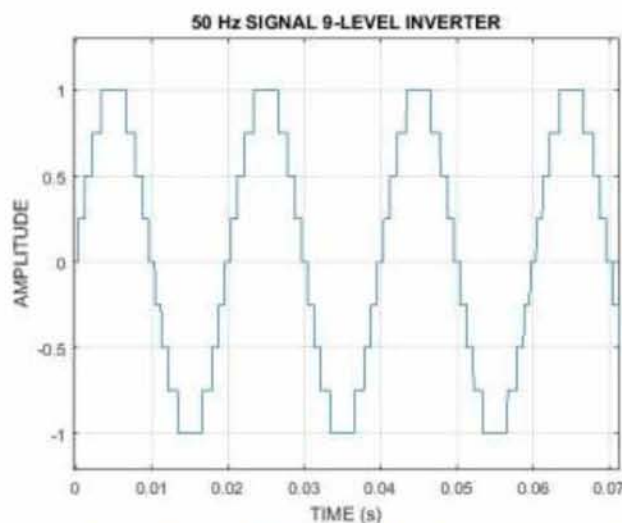
$$\alpha_4 = 61,045^\circ$$

Από τις γωνίες αυτές συνθέεται η ακόλουθη κυματομορφή (Εικόνα 3.32):



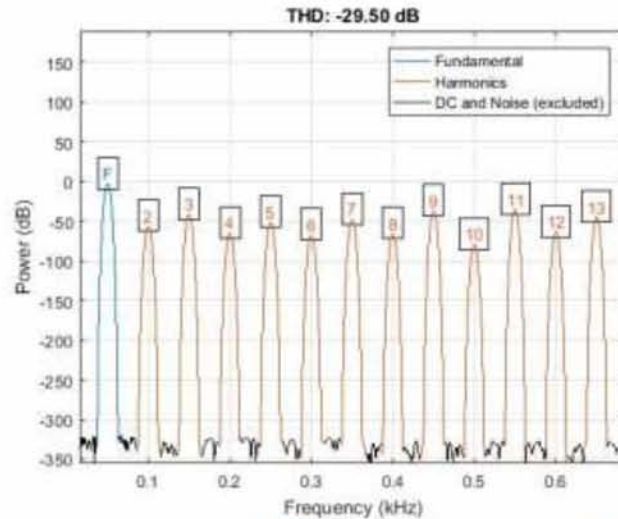
Εικόνα 3.32 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΗ για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.

Η αντίστοιχη κυματομορφή των 50 Hz φαίνεται στην Εικόνα 3.33:



Εικόνα 3.33 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων με τη μέθοδο ΗΗ.

Στη συνέχεια αναλύοντας την ανωτέρω κυματομορφή στο πεδίο της συχνότητας λαμβάνουμε το ακόλουθο διάγραμμα (Εικόνα 3.34):



Εικόνα 3.34 Φασμα της κυματομορφής 50HZ που προκύπτει με τη μέθοδο ΗΗ για πολυβάθμιο αντιστροφή εννέα επιπέδων.

Παρατηρείται θεαματική βελτίωση της THD καθώς υπολογίζεται ίση με  $-29,5$  dB.

### 3.4.3.3 Αντιστροφάς έντεκα επιπέδων.

Από τη σχέση (2.3) προκύπτουν οι ακόλουθες τιμές για τις γωνίες έναυσης:

$$\alpha_1 = 5,7392^\circ$$

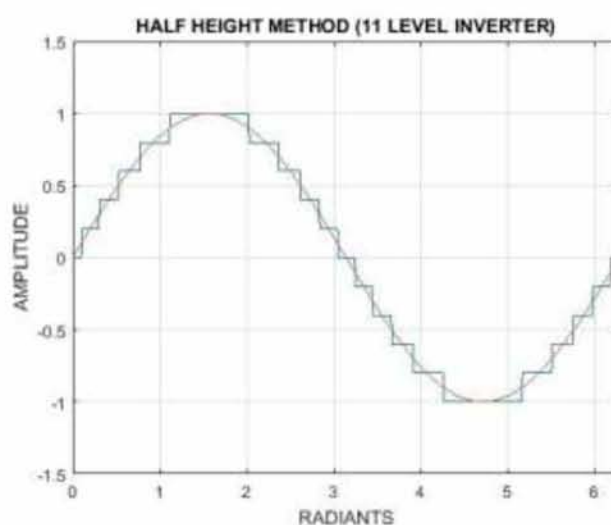
$$\alpha_2 = 17,4596^\circ$$

$$\alpha_3 = 30^\circ$$

$$\alpha_4 = 44,427^\circ$$

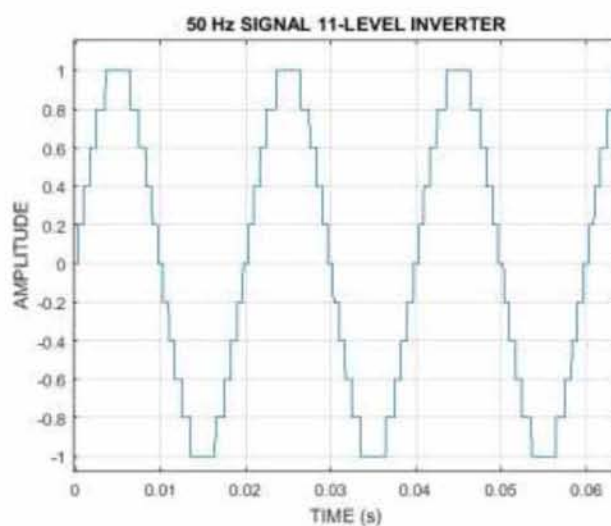
$$\alpha_5 = 64,1581^\circ$$

Η κυματομορφή που προκύπτει από τις υπολογισθείσες γωνίες έναυσης είναι η ακόλουθη (Εικόνα 3.35):



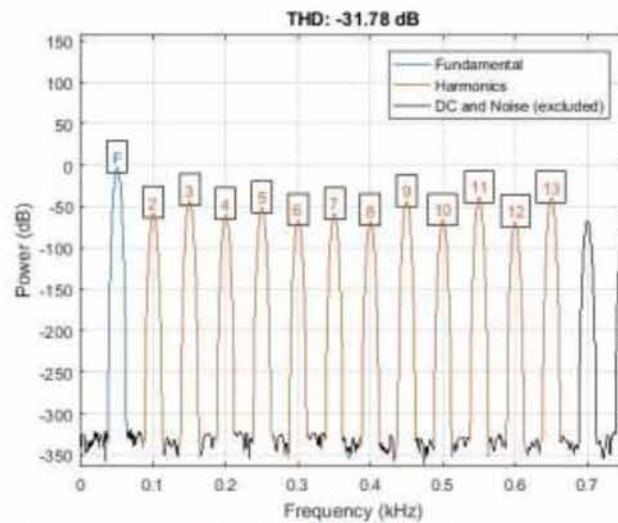
Εικόνα 3.35 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΗ για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.

Όπως ήταν αναμενόμενο, η προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής είναι πολύ καλύτερη με τον αριθμό των έντεκα επιπέδων. Συνθέτοντας την κυματομορφή των 50 Hz λαμβάνουμε την ακόλουθη μορφή (Εικόνα 3.36):



Εικόνα 3.36 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων με τη μέθοδο ΗΗ.

Αναλύοντας την ανωτέρω κυματομορφή στο πεδίο της συχνότητας προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα (Εικόνα 3.37):



Εικόνα 3.37 Φάσμα της κυματομορφής 50Hz που προκύπτει με τη μέθοδο ΗΗ για πολυβάθμιο αντιστροφέα έντεκα επιπέδων.

Η THD προκύπτει ίση με  $-30,78$  dB. Όπως βλέπουμε η βελτίωση με τη μέθοδο Half Height, καθώς αυξάνοντας ο αριθμός των επιπέδων, τόσο στην προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής όσο και στη THD ήταν εντυπωσιακή.

### 3.4.4 Feed Forward Method.

Για τη μέθοδο αυτή συναντήσαμε στη βιβλιογραφία δύο εξισώσεις υπολογισμού των γωνιών έναυσης, τις (2.4) και (2.5). Θα κάνουμε χρήση και των δύο και θα εργαστούμε ανάλογα με τις προηγούμενες περιπτώσεις για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων.

#### 3.4.4.1 Αντιστροφέας επτά επιπέδων.

Συγγράψαμε κώδικα σε MATLAB και κάνοντας χρήση των προαναφερθέντων εξισώσεων υπολογίσαμε τις γωνίες έναυσης οι οποίες από την εξίσωση (2.4) προκύπτουν ίσες με:

$$\alpha_1 = 4,797^\circ$$

$$\alpha_2 = 15^\circ$$

$$\alpha_3 = 28,2213^\circ$$

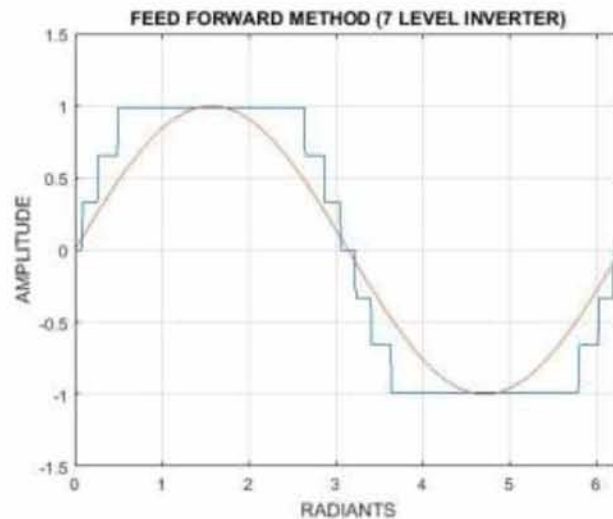
ενώ από την σχέση (2.5) προκύπτουν ίσες με:

$$\alpha_1 = 4,096^\circ$$

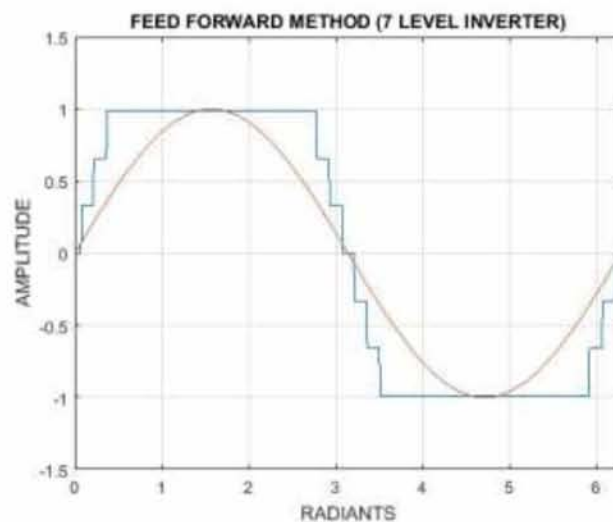
$$\alpha_2 = 12,3736^\circ$$

$$\alpha_3 = 20,9248^\circ$$

Παρατηρούμε πως οι δύο εξισώσεις δίνουν σχετικά διαφορετικές τιμές για τις γωνίες έναυσης με προσέγγιση επτά επιπέδων. Στις Εικόνες 3.38 – 3.39 παρουσιάζονται οι κυματομορφές που προκύπτουν από τις υπολογιζόμενες γωνίες έναυσης με χρήση των σχέσεων (2.4) και (2.5):



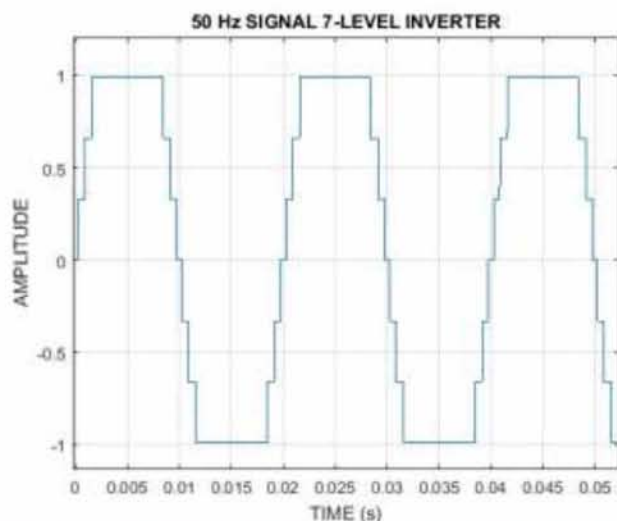
Εικόνα 3.38 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΗ και της σχέσης (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφή επτά επιπέδων.



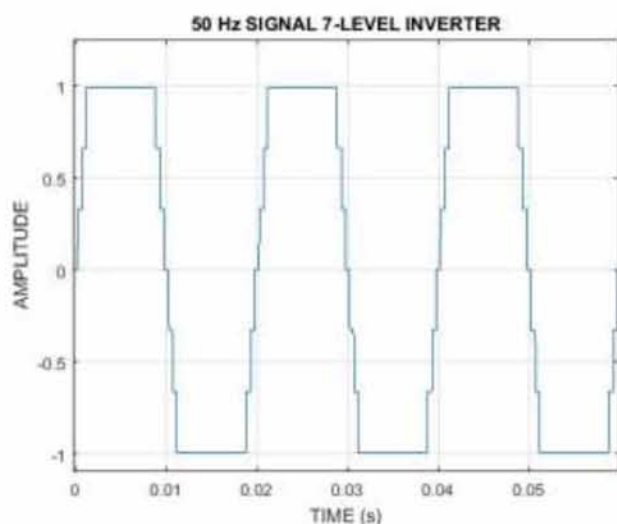
Εικόνα 3.39 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΗ και της σχέσης (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφή επτά επιπέδων.



Όπως βλέπουμε και στις δύο περιπτώσεις η προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής δεν είναι τόσο ικανοποιητική όσο αυτή που προέκυψε με χρήση της μεθόδου Half Height. Οι αντίστοιχες κυματομορφές των 50 Hz φαίνονται στις Εικόνες 3.40 – 3.41:

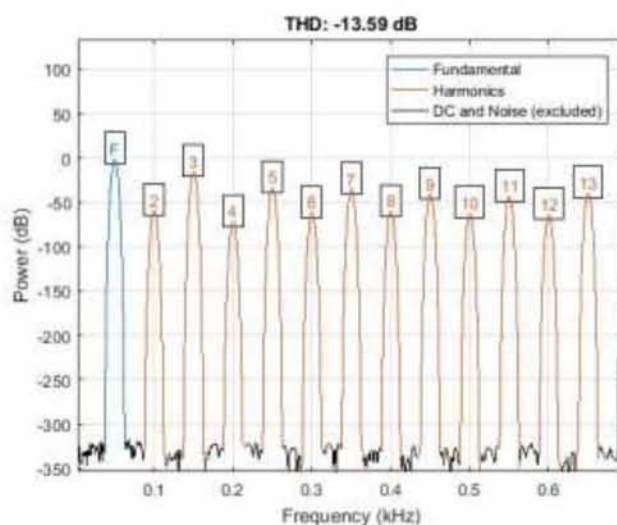


Εικόνα 3.40 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.4).

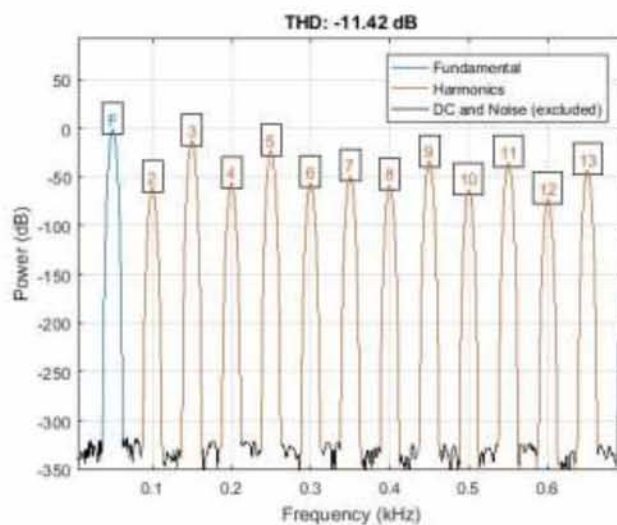


Εικόνα 3.41 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα επτά επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.5).

Το φασματικό περιεχόμενο των δύο ανωτέρω κυματομορφών φαίνεται στις Εικόνες 3.42 και 3.43, αντίστοιχα:



Εικόνα 3.42 Φασμα της κυματομορφής 50Hz που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφή επτά επιπέδων.



Εικόνα 3.43 Φασμα της κυματομορφής 50Hz που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφή επτά επιπέδων.

Η THD για τις δύο περιπτώσεις είναι  $-13,59$  dB και  $-11,42$  dB αντίστοιχα. Παρατηρούμε πως με τη χρήση της μεθόδου Feed Forward δεν παρατηρείται ιδιαίτερα ικανοποιητικό αποτέλεσμα, τόσο στην προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής όσο και στην τιμή της THD.

### 3.4.4.2 Αντιστροφείας εννέα επιπέδων.

Για προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής με εννέα επίπεδα, η σχέση (2.4) δίνει τις ακόλουθες τιμές για τις γωνίες έναυσης:

$$\alpha_1 = 3,5904^\circ$$

$$\alpha_2 = 11,0122^\circ$$

$$\alpha_3 = 19,3411^\circ$$

$$\alpha_4 = 30,5225^\circ$$

και αντίστοιχα η σχέση (2.5) δίνει τις ακόλουθες τιμές:

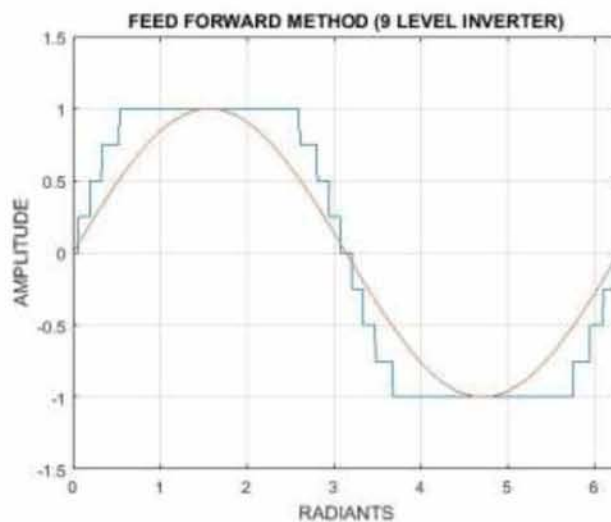
$$\alpha_1 = 3,1847^\circ$$

$$\alpha_2 = 9,5941^\circ$$

$$\alpha_3 = 16,1276^\circ$$

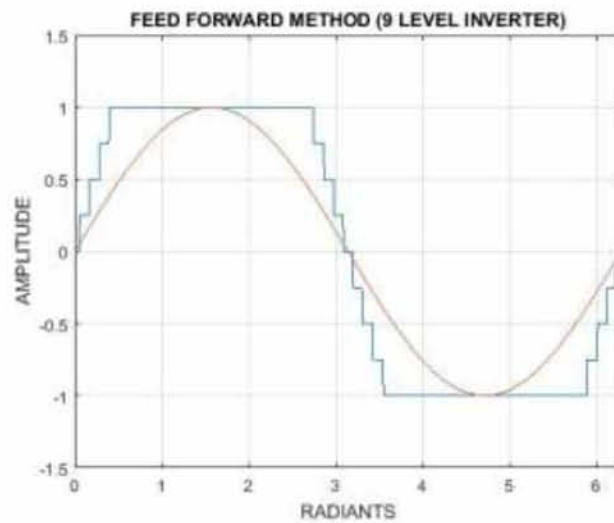
$$\alpha_4 = 22,8854^\circ$$

Παρατηρούμε και πάλι διαφορές μεταξύ των τιμών που προκύπτουν από τους δύο τύπους. Οι κυματομορφές που συντίθενται από τις εν λόγω γωνίες φαίνονται αντίστοιχα για τις σχέσεις (2.4 και (2.5) στις Εικόνες 3.44 και 3.45.



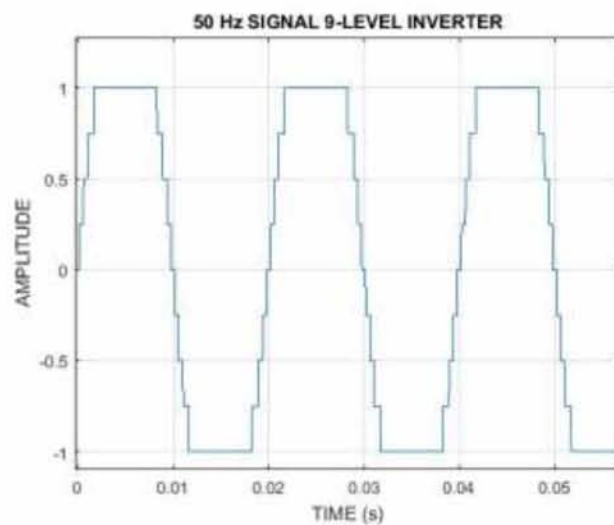
Εικόνα 3.44 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΗ και της σχέσης (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφή εννέα επιπέδων.



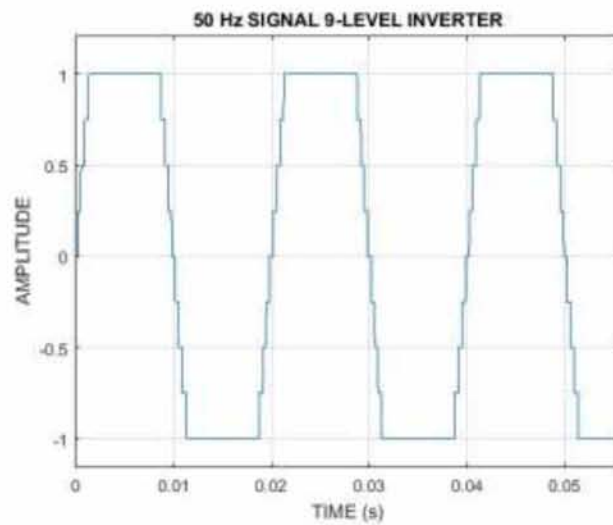


Εικόνα 3.45 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΗ και της σχέσης (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.

Οι αντίστοιχες κυματομορφές των 50 Hz φαίνονται στις Εικόνες 3.46 και 3.47:

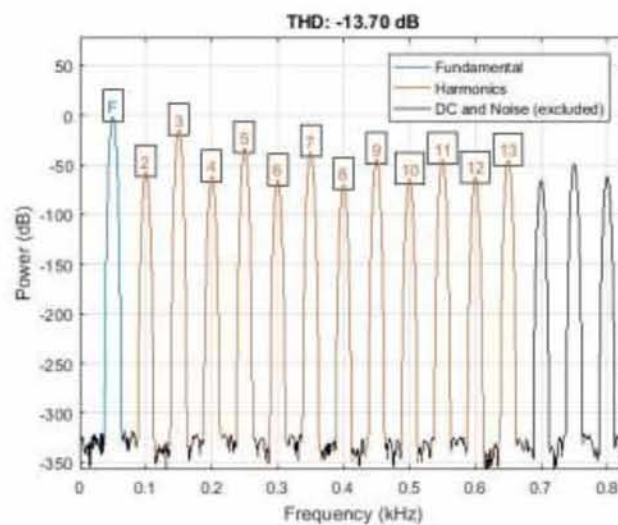


Εικόνα 3.46 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.4).

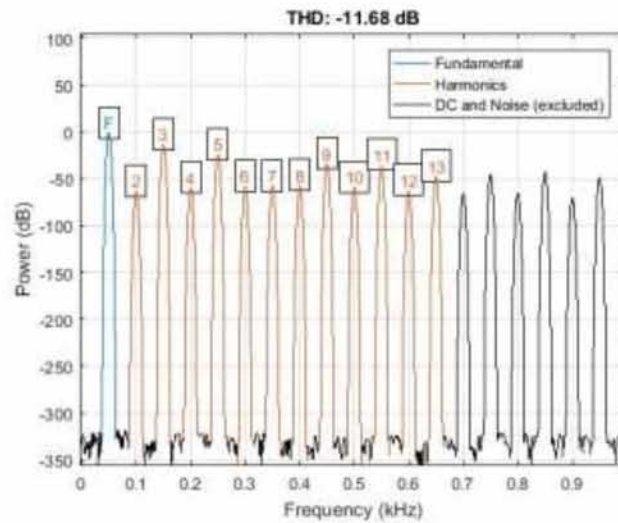


Εικόνα 3.47 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα εννέα επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.5).

Στο πεδίο της συχνότητας προκύπτουν τα ακόλουθα διαγράμματα αντίστοιχα για τις δύο κυματομορφές (Εικόνες 3.48 και 3.49):



Εικόνα 3.48 Φάσμα της κυματομορφής 50Hz που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.



Εικόνα 3.49 Φάσμα της κυματομορφής 50Hz που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφέα εννέα επιπέδων.

Σε σχέση με την προσέγγιση των επτά επιπέδων παρατηρούμε μικρή βελτίωση και η THD για τις δύο περιπτώσεις είναι αντίστοιχα  $-13,7$  dB και  $-11,68$  dB.

### 3.4.4.3 Αντιστροφέας έντεκα επιπέδων.

Υπολογίζοντας τις γωνίες έναυσης από τις σχέσεις (2.4) λαμβάνουμε τις ακόλουθες τιμές:

$$\alpha_1 = 2,8696^\circ$$

$$\alpha_2 = 8,7288^\circ$$

$$\alpha_3 = 15^\circ$$

$$\alpha_4 = 22,2135^\circ$$

$$\alpha_5 = 32,079^\circ$$

και από τη σχέση (2.5) οι γωνίες έναυσης υπολογίζονται ίσες με:

$$\alpha_1 = 2,6053^\circ$$

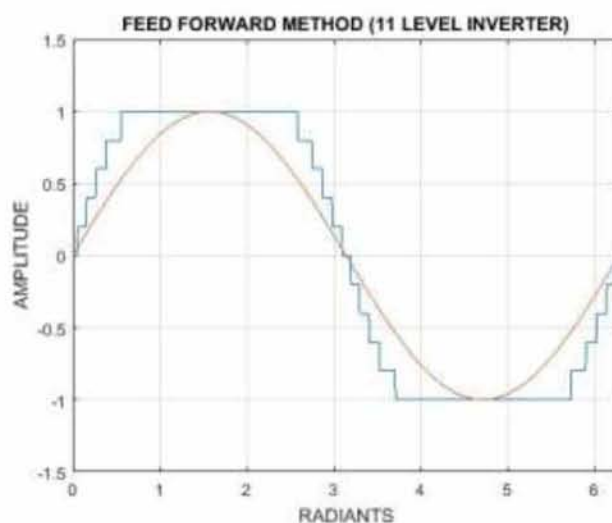
$$\alpha_2 = 7,8375^\circ$$

$$\alpha_3 = 13,1366^\circ$$

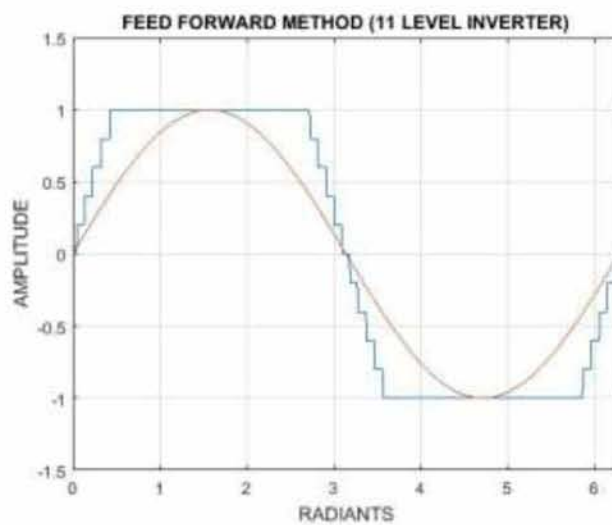
$$\alpha_4 = 18,553^\circ$$

$$\alpha_5 = 24,1477^\circ$$

Οι κυματομορφές που προκύπτουν από τις εν λόγω γωνίες φαίνονται αντίστοιχα στις Εικόνες 3.50 και 3.51.

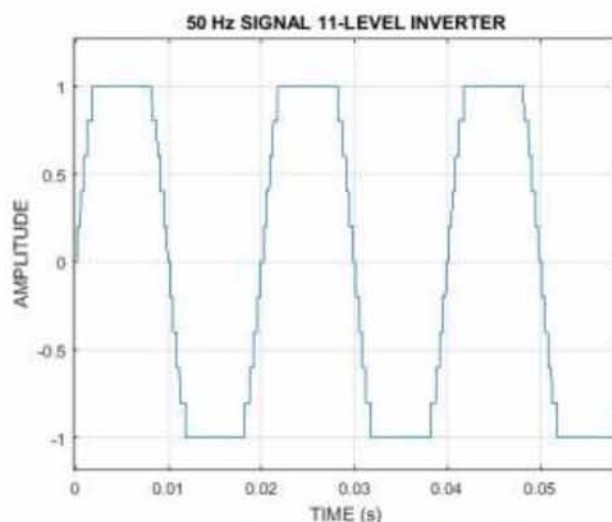


Εικόνα 3.50 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΗ και της σχέσης (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφή έντεκα επιπέδων.

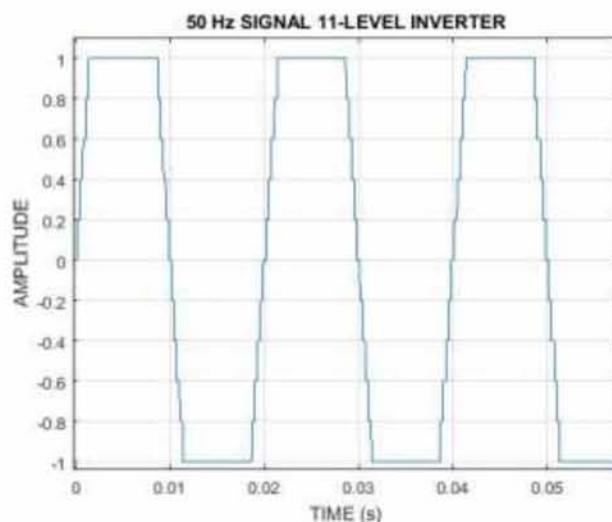


Εικόνα 3.51 Η προκύπτουσα κυματομορφή με εφαρμογή της μεθόδου ΗΗ και της σχέσης (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφή έντεκα επιπέδων.

Η προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής και πάλι δεν είναι πολύ ικανοποιητική. Οι αντίστοιχες κυματομορφές των 50 Hz φαίνονται στις Εικόνες 3.52 και 3.53.

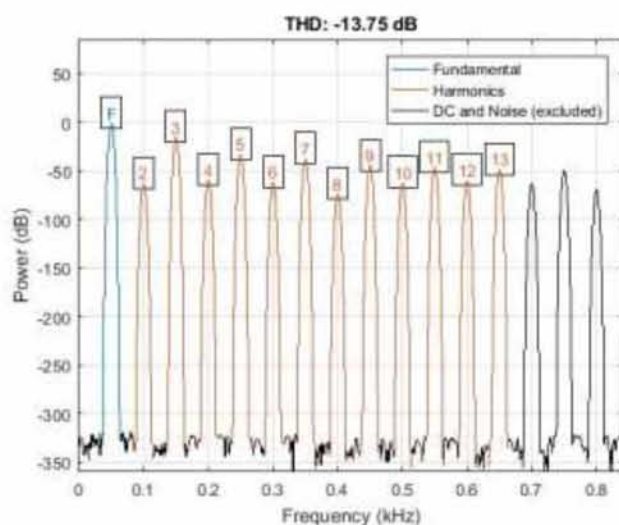


Εικόνα 3.52 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.4).

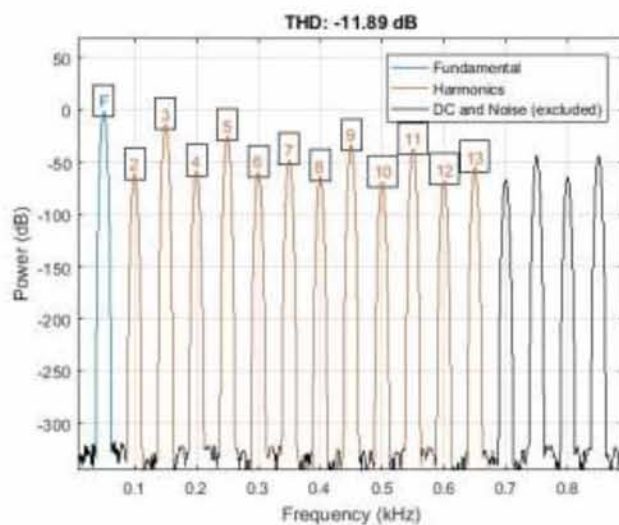


Εικόνα 3.53 Η κυματομορφή συχνότητας 50 Hz φασικής τάσης εξόδου πολυβάθμιου αντιστροφέα έντεκα επιπέδων με τη μέθοδο FF και τη σχέση (2.5).

Στο πεδίο της συχνότητας, οι ανωτέρω κυματομορφές παρουσιάζουν τα ακόλουθα φασματικά χαρακτηριστικά (Εικόνες 3.54 και 3.55):



Εικόνα 3.54 Φάσμα της κυματομορφής 50Hz που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.4) για πολυβάθμιο αντιστροφή έντακα επιπέδων.



Εικόνα 3.55 Φάσμα της κυματομορφής 50Hz που προκύπτει με τη μέθοδο FF και της σχέση (2.5) για πολυβάθμιο αντιστροφή έντακα επιπέδων.

Όπως φαίνεται στις εικόνες, δεν παρατηρείται ιδιαίτερη βελτίωση της THD η οποία έχει τιμή  $-13,75$  dB και  $-11,89$  dB, αντίστοιχα.

### 3.4.2 Συμπερασματικές παρατηρήσεις.

Η χρήση της τεχνικής της μαθηματικής βελτιστοποίησης, αποδείχθηκε ιδιαίτερα αποτελεσματική για την επίλυση ενός σύνθετου προβλήματος με πολλές μεταβλητές. Στην περίπτωση μας ασχοληθήκαμε με την βελτιστοποίηση του



συνολικού εμβαδού επιμέρους ορθογωνίων ο αριθμός των οποίων ήταν ανάλογος με τον αριθμό των επιθυμητών επιπέδων τάσης ενός πολυβάθμιου αντιστροφέα. Οι περιορισμοί που θέλαμε ήταν το συνολικό εμβαδό των ορθογωνίων να μην είναι μεγαλύτερο από αυτό του εμβαδού της ημίσειας περιόδου της ημιτονοειδούς κυματομορφής και το μήκος των ορθογωνίων, διατηρώντας σταθερό το ύψος τους, να γίνεται όλο και μικρότερο καθώς αλλάζαμε επίπεδο τάσης. Η μέγιστη τιμή του μήκους είναι το  $\pi$  και ελάχιστη τιμή το 0.

Ο χρόνος επίλυσης ήταν πολύ μικρός, κάτω από 2 sec σε όλες τις περιπτώσεις όπως είδαμε, πράγμα το οποίο είναι επιθυμητό στην επίλυση σύνθετων προβλημάτων. Επίσης η μοντελοποίηση του προβλήματος ήταν απλή και έγινε μέσω του υπολογιστικού πακέτου CVX στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB. Έτσι αποφεύχθηκε η επίλυση πολύπλοκων υπερβατικών εξισώσεων προκειμένου να παραχθεί μια κυματομορφή με ικανοποιητικά φασματικά χαρακτηριστικά.

Η ποιότητα των παραχθέντων κυματομορφών ήταν πολύ ικανοποιητική τόσο στην προσέγγιση της ημιτονοειδούς κυματομορφής όσο στο περιεχόμενο σε αρμονικές. Με μόνη εξαίρεση την μέθοδο Half Height όπου παρουσίασε ελαφρώς καλύτερης ποιότητας αποτελέσματα, η μέθοδος αυτή αποδείχθηκε πιο αποτελεσματική από τις υπόλοιπες μεθόδους της διαθέσιμης βιβλιογραφίας αναφορικά με την τεχνική υπολογισμού των γωνιών έναυσης Switching Angles Calculation. Στην εργασία των [Rao et al.] εξάγονται ανάλογα συμπεράσματα με αυτά στα οποία οδηγούμαστε και εμείς, αναφορικά με τις διαθέσιμες στη βιβλιογραφία τεχνικές υπολογισμού των γωνιών έναυσης.





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### Συμπεράσματα – Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Στην παρούσα εργασία εξετάστηκε η δυνατότητα επίλυσης του προβλήματος του υπολογισμού των γωνιών έναυσης, δηλαδή των χρονικών στιγμών ενεργοποίησης, των διακοπτικών στοιχείων των πολυεπίπεδων αντιστροφών, μέσω της τεχνικής της Μαθηματικής Βελτιστοποίησης. Η διαδικασία ή αλλιώς η τεχνική με την οποία υπολογίζονται οι εν λόγω χρόνοι ονομάζεται διαμόρφωση. Η επιλογή μίας αποτελεσματικής τεχνικής διαμόρφωσης είναι καθοριστικής σημασίας για την ολική απόδοση του αντιστροφέα καθώς η τάση εξόδου αυτού και τα χαρακτηριστικά της εξαρτώνται άμεσα από το μοτίβο της ενεργοποίησης και απενεργοποίησης των διακοπτικών στοιχείων του.

Το προαναφερθέν πρόβλημα είναι στην γενική του μορφή αρκετά περίπλοκο καθώς για όπως είδαμε στο κεφάλαιο 2, για την παραγωγή μίας ποιοτικά καλής κυματομορφής εξόδου απαιτείται η επίλυση ενός συστήματος υπερβατικών εξισώσεων. Λόγω ωστόσο της σπουδαιότητάς του, στη διαθέσιμη βιβλιογραφία υπάρχουν πολυάριθμες έρευνες αναφορικά με το κομμάτι της διαμόρφωσης.

Το πρόβλημα του υπολογισμού των γωνιών έναυσης αντιμετωπίστηκε στην παρούσα εργασία περισσότερο σαν γεωμετρικό παρά σαν πρόβλημα επίλυσης συστημάτων εξισώσεων. Η κλιμακωτή τάση εξόδου των πολυβάθμιων αντιστροφών θεωρήθηκε πως συντίθεται από επιμέρους ορθογώνια. Το μέγεθος και ποιο συγκεκριμένα το μήκος αυτών των ορθογωνίων ήταν και το αντικείμενο προς βελτιστοποίηση. Οι περιορισμοί του προβλήματος μας ήταν αφενός το συνολικό εμβαδό των επιμέρους αυτών ορθογωνίων να μην ξεπερνά στην καλύτερη περίπτωση το εμβαδό της ημίσειας περιόδου της ημιτονοειδούς κυματομορφής και αφετέρου το μήκος του κάθε ορθογωνίου να είναι μικρότερο από αυτό του προηγούμενου του. Η μέγιστη τιμή του μήκους ήταν το  $\pi$  και η ελάχιστη το 0.

Το πρόβλημα μοντελοποιήθηκε και επιλύθηκε επιτυχώς με χρήση υπολογιστή στο περιβάλλον του MATLAB με χρήση του υπολογιστικού πακέτου CVX. Οι κυματομορφές εξόδου που προέκυψαν προσέγγισαν σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό την ημιτονοειδή κυματομορφή και επιπροσθέτως είχαν καλά χαρακτηριστικά, συγκεκριμένα χαμηλή Ολική Αρμονική Παραμόρφωση (THD), στο πεδίο της συχνότητας. Αναφορικά με τις διαθέσιμες στην βιβλιογραφία μεθόδους, μόνον η μέθοδος Half Height έδωσε ελαφρώς καλύτερο ποιοτικά αποτέλεσμα από τη μέθοδό μας. Σε σχέση με τις μεθόδους Equal Phase, Half Equal Phase και Feed Forward, η μέθοδός μας έδωσε ποιοτικά καλύτερο αποτέλεσμα.

Ένα ακόμη προτέρημα της μεθόδου μας ήταν η απλότητα με την οποία το πρόβλημα μοντελοποιήθηκε καθώς και ο πολύ σύντομος χρόνος στον οποίο επιλύθηκε. Επομένως μπορούμε να εξαγάγουμε το συμπέρασμα πως η Μαθηματική Βελτιστοποίηση είναι ένα πανίσχυρο εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης αναφορικά με τις τεχνικές διαμόρφωσης των αντιστροφών.

Όπως καταλαβαίνουμε ωστόσο, το θέμα δεν έχει εξαντληθεί καθώς από την παρούσα εργασία προκύπτουν και άλλα επιμέρους θέματα τα οποία χρήζουν περαιτέρω έρευνας. Για αρχή θα μπορούσαμε να πούμε πως στην προσέγγισή μας θεωρήσαμε πως το κάθε επίπεδο τάσης της κλιμακωτής τάσης εξόδου είναι σταθερό. Ένα πιθανό θέμα έρευνας θα μπορούσε να είναι η εξεύρεση της δυνατότητας μοντελοποίησης μέσω Μαθηματικού Προγραμματισμού του προβλήματος υπολογισμού των γωνιών έναυσης για κυματομορφές όπου το εν λόγω επίπεδο δεν είναι σταθερό.

Ένα ακόμη πιθανό θέμα έρευνας είναι η εξέταση της δυνατότητας εφαρμογής της τεχνικής εξάλειψης επιλεγμένων αρμονικών (Selective Harmonic Elimination) μέσω Μαθηματικού Προγραμματισμού. Ποιο συγκεκριμένα να εξεταστεί η δυνατότητα μοντελοποίησης και επίλυσης, με βάση τις αρχές του Μαθηματικού προγραμματισμού, οι υπερβατικές εξισώσεις που αναφέρονται στο κεφάλαιο 2.

Τέλος προτείνεται η κατασκευή πραγματικού μοντέλου πολυβάθμιου αντιστροφέα ελεγχόμενου από ψηφιακό κύκλωμα ελέγχου στον μικροελεγκτή του οποίου θα μεταφορτώνονται με κατάλληλη τεχνική οι υπολογιζόμενες γωνίες έναυσης προκειμένου να δοκιμαστεί η απόδοση του συστήματος στην πράξη.

## Βιβλιογραφία

- [1]. Rashid M., 2004. Ηλεκτρονικά Ισχύος, Ίων, Αθήνα.
- [2]. Κιοσκερίδης Ι., 2016. Ηλεκτρονικά Ισχύος, Τζιόλα, Θεσσαλονίκη.
- [3]. Stephen Boyd, Seung-Jean Ki, Lieven Vandenberghe, Arash Hassibi, 2007, "A tutorial on geometric programming", Springer, Berlin.
- [4]. Stephen Boyd, Lieven Vandenberghe, 2004, "Convex Optimization", Cambridge University Press, United Kingdom.
- [5]. Jin-Sheng Lai and Fang Zheng Peng. "Multilevel Converters – A New Breed Of Power Converters", in IEEE transactions on industry applications, Vol 32, No 3, May/June 1996, pp. 519-517.
- [6]. Foad H. Gandorman, Abdolah Ahmadi, Adel M. Sharaf, Pierluigi Siano, Josep Pou, Branislav Hredzak, Vassilios G. Agelidis, "Review of FACTS technologies and applications for power quality in smart grids with renewable energy systems", in Renewable and Sustainable Energy Reviews 82 (2018), pp 502-514.
- [7]. Natarajan Prabakaran and Kaliannan Palanisamy "A comprehensive review on reduced switch multilevel inverter topologies, modulation techniques and applications", in Renewable and Sustainable Energy Reviews 76(2017), pp 1248-1282.
- [8]. Ayoub Kavousi, Behrooz Vahidi, Reza Salehi, Mohammad Kazem Bakhsizadeh, Naeem Farokhnia, S. Hamid Fathi, "Application of the Bee Algorithm for Selective Harmonic Elimination Strategy in Multilevel Inverters ", in IEEE Transactions on Power Electronics, Vol 27, No 4, April 2012, pp. 1689 -1696.
- [9]. V. Jegathesan, Jovita Jerome, "Elimination of lower order Harmonics in Voltage Source Inverter feeding an induction motor drive using Evolutionary Algorithms", in Expert Systems with Applications 38 (2011), pp. 692-699.
- [10]. H. Taghizadeh, M. Tafafdar Hagh, "Harmonic Elimination of Cascade Multilevel Inverters with Non equal DC Sources using Particle Swarm Optimization», in IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol 57, No 11, November 2010. pp. 3678-3684.
- [11]. Kinattungal Sundareswaran, Krishna Jayant, T.N. Shanavas, "Selective Harmonic Elimination Through a Colony of Continuously Exploring Ants", in IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 54, No. 5, October 2007. pp. 2558-2565.
- [12]. Ayong Hiedro, "Multiple Switching Patterns for SHEPWM Inverters using Differential Evolution Algorithms", in International Journal on Power Electronics and Drive Systems, Vol. 1, No.2, December 2011, pp. 94-103.
- [13]. Zainal Salam and N. Bahari, "Selective Harmonics Elimination PWM (SHE-PWM) using Differential Evolution Approach", in Proceedings of

the Joint International conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems, 2010, pp 1-5.

- [14]. Omkar K. Shinde, VRSV Bharath Pulavarthi, "STATCOM Converters and Control: A review", at 2017 International Conference on Data Management, Analytics and Innovation (ICDMAI) Zeal Education Society, Pune, India, February 24-26 2017.
- [15]. Nageswara Rao. Jalakanuru, Meseret Yenesew Kiber, "Switching Angle Calculation By EP, HEP, HH, And FF Methods for Modified 11-Level Cascade H-Bridge Multilevel Inverter", in International Journal of Engineering Science Invention ISSN (Online), Vol. 6, Issue 12, December 2017, pp. 69-75.
- [16]. Youjie Ma, Luwen Cao, Xuesong Zhou and Zhiqian Gao, "The Discussion on Static Synchronous Compensator Technology", in International Conference on Mechatronics and Automation, August 7-10, Harbin, China.
- [17]. <https://www.intechopen.com/books/renewable-energy/multilevel-converters-in-renewable-energy-systems>
- [18]. [https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical\\_optimization](https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_optimization)

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

**Κώδικας MATLAB για τον υπολογισμό των γωνιών έναυσης με χρήση του υπολογιστικού πακέτου CVX για πολυβάθμιο αντιστροφή επτά επιπέδων.**

```
%Switching angles calculation
%7-Level MLI

clear all;

%cd 'C:\Program Files\MATLAB\R2016a\cvx'
%cvx_setup

%Reference sin(x) waveform
f1=@(x) sin(x);
Aref=integral(f1,0,pi);

%Voltage level
h=1/3;

    cvx_begin
        variables s l1 l2 l3
        minimize(s)
        subject to
            %Area constraint
            0<h*(l1+l2+l3)-Aref<=s;
            0<l1<=pi;
            0<l2<=l1;
            0<l3<=l2;
            s>=0;
    cvx_end

%Calculating switching angles in range (0 to pi/2)
a1=pi/2-l1/2;
a2=pi/2-l2/2;
a3=pi/2-l3/2;

%Calculating switching angles in range (pi/2 to pi)
a4=pi-a3;
a5=pi-a2;
a6=pi-a1;

%Calculating switching angles in range (pi to 3*pi/2)
a7=a1+pi;
a8=a2+pi;
a9=a3+pi;

%Calculating switching angles in range (3*pi/2to 2*pi)
a10=2*pi-a3;
a11=2*pi-a2;
a12=2*pi-a1;

%Waveform creation
fs=100;
```





## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

**Κώδικας MATLAB για τον υπολογισμό των γωνιών έναυσης με χρήση του υπολογιστικού πακέτου CVX για πολυβάθμιο αντιστροφή εννέα επιπέδων.**

```
%Switching angles calculation
%9-Level MLI

clear all;

%cd 'C:\Program Files\MATLAB\R2016a\cvx'
%cvx_setup

%Reference sin(x) waveform
f1=@(x) sin(x);
Aref=integral(f1,0,pi);

%Voltage level
h=0.25;

cvx_begin
variables s I1 I2 I3 I4
minimize(s)
subject to
    %Area constraint
    0<h*(I1+I2+I3+I4)-Aref<=s;
    0<I1<=pi;
    0<I2<=I1;
    0<I3<=I2;
    0<I4<=I3;
    s>=0;
cvx_end

%Calculating switching angles in range (0 to pi/2)
a1=pi/2-I1/2;
a2=pi/2-I2/2;
a3=pi/2-I3/2;
a4=pi/2-I4/2;

%Calculating switching angles in range (pi/2 to pi)
a5=pi-a4;
a6=pi-a3;
a7=pi-a2;
a8=pi-a1;

%Calculating switching angles in range (pi to 3*pi/2)
a9=a1+pi;
a10=a2+pi;
a11=a3+pi;
a12=a4+pi;

%Calculating switching angles in range (3*pi/2 to 2*pi)
a13=2*pi-a4;
a14=2*pi-a3;
```



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

**Κώδικας MATLAB για τον υπολογισμό των γωνιών έναυσης με χρήση του υπολογιστικού πακέτου CVX για πολυβάθμιο αντιστροφή έντεκα επιπέδων.**

```
%Switching angles calculation
%11-Level MLI

clear all;

%cd 'C:\Program Files\MATLAB\R2016a\cvx'
%cvx_setup

%Reference sin(x) waveform
f1=@(x) sin(x);
Aref=integral(f1,0,pi);

%Voltage level
h=0.2;

cvx_begin
variables s I1 I2 I3 I4 I5
minimize(s)
subject to
    %Area constraint
    0<h*(I1+I2+I3+I4+I5)-Aref<=s;
    0<I1<=pi;
    0<I2<=I1;
    0<I3<=I2;
    0<I4<=I3;
    0<I5<=I4;
    s>=0;
cvx_end

%Calculating switching angles in range (0 to pi/2)
a1=pi/2-I1/2;
a2=pi/2-I2/2;
a3=pi/2-I3/2;
a4=pi/2-I4/2;
a5=pi/2-I5/2;

%Calculating switching angles in range (pi/2 to pi)
a6=pi-a5;
a7=pi-a4;
a8=pi-a3;
a9=pi-a2;
a10=pi-a1;

%Calculating switching angles in range (pi to 3*pi/2)
a11=a1+pi;
a12=a2+pi;
a13=a3+pi;
a14=a4+pi;
a15=a5+pi;
```



$a_4 = (180^\circ a_4) / \pi;$   
 $a_5 = (180^\circ a_5) / \pi;$