



**ΚΑΘΕΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕ ΜΙΚΡΕΣ-  
ΜΕΣΑΙΕΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ ΕΜΠΟΡΙΑΣ  
ΕΠΟΧΙΚΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ (ΤΡΟΦΙΜΩΜ)**

υπό

**ΠΑΝΤΑΖΩΝΑ ΒΑΣΙΛΕΙΑ**

*Μεταπτυχιακή Εργασία*

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των

απαιτήσεων για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Βόλος, 2017

© 2017 ΠΑΝΤΑΖΩΝΑ ΒΑΣΙΛΕΙΑ

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

## **Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

Πρώτος Εξεταστής: Δρ. Ζηλιασκόπουλος Αθανάσιος  
(Επιβλέπων) Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο  
Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής: Δρ. Λυμπερόπουλος Γεώργιος  
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο  
Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής: Δρ. Παντελής Δημήτριος  
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

## Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να εκφράσω ειλικρινείς ευχαριστίες σε όλους τους ανθρώπους με τους οποίους συνεργάστηκα για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας και οι οποίοι με βοήθησαν σημαντικά στην ολοκλήρωση αυτής. Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή μου κ. Αθανάσιο Ζηλιασκόπουλο για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ σε βάθος με τη μελέτη ενός πραγματικού προβλήματος. Όπως, επίσης και τον κ. Αθανάσιο Λόη για την πολύτιμη βοήθειά του.

Τέλος, επιθυμώ να αφιερώσω την παρούσα εργασία στην οικογένειά μου ως ελάχιστη ανταπόδοση για την ανεκτίμητη υποστήριξη που μου παρείχε καθ' όλη την πορεία μου.

# ΚΑΘΕΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕ ΜΙΚΡΕΣ-ΜΕΣΑΙΕΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ ΕΜΠΟΡΙΑΣ ΕΠΟΧΙΚΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ (ΤΡΟΦΙΜΩΜ)

ΠΑΝΤΑΖΩΝΑ ΒΑΣΙΛΕΙΑ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2017

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Ζηλιασκόπουλος Αθανάσιος  
Καθηγητής, Βελτιστοποίησης Συστημάτων Παραγωγής/Μεταφορών

## Περίληψη

Στον σημερινό παγκοσμιοποιημένο χώρο των επιχειρήσεων τα προϊόντα και οι υπηρεσίες διακινούνται σε ολόκληρο τον κόσμο. Οι απαιτήσεις για την ποιότητα αυτών αυξάνουν μέρα με τη μέρα. Η κύρια απαίτηση των καταναλωτών είναι η ικανοποίηση της ζήτησης τους αξιόπιστα και γρήγορα. Ο προγραμματισμός αναφέρεται στις προμήθειες τους, την παραγωγή, την αποθήκευση και τέλος στη διακίνηση και διανομή των αγαθών.

Σκοπός της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας είναι η μελέτη περίπτωσης μια καινούργιας επιχείρησης που εμπορεύεται προϊόν που αλλάζει η ζήτηση της ανάλογα με την εποχικότητα της. Στόχος μας είναι να παρουσιάσουμε την βελτιστοποίηση της, όσον αφορά στην αποθήκη της, στην ζήτησή της στην διανομή της και στην ελαστικότητα της τιμής που παρουσιάζει μέσα στην αγορά.

Στα πλαίσια αυτά, μελετήθηκε σχετική βιβλιογραφία, με σκοπό να κατανοήσουμε το θεωρητικό κομμάτι για να μπορέσουμε να το εφαρμόσουμε στην επιχείρηση.

Στην ουσία κάνουμε μια συνολική βελτιστοποίηση με ότι έχουμε διδαχθεί στο πλαίσιο των μεταπτυχιακών σπουδών. Κάνοντας χρήση πολλών ειδών θεωριών. Στηρίχτηκα στις θεωρίες του αποθέματος, και την πιθανότητα ζήτησης προϊόντων βάση εποχικότητας, του νηρ και της ελαστικότητας της τιμής. Τα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων γνωστά στη διεθνή βιβλιογραφία-αρθρογραφία με τον όρο VRP (Vehicle Routing Problem) αναφέρονται στον βέλτιστο σχεδιασμό διαδρομών ενός στόλου οχημάτων διανομής / συλλογής για την εξυπηρέτηση ενός συνόλου σημείων σε δίκτυο με γνωστή ποσότητα ζήτησης.

# **VERTICAL OPTIMIZATION IN SMALL-MEDIUM BUSINESS MARKETING SEASONAL PRODUCTS (FOOD)**

PANTAZONA VASILEIA

Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly, 2017

Supervisor: Dr. Ziliaskopoulos Athanasios  
Professor Optimization of Production / Transportation Systems

## **Abstract**

In today's globalized business space products and services moving across the world. The requirements for the quality of these increases day by day. The main consumer demand is to satisfy their demand for reliable and fast. Programming refers to the procurement, production, storage and end the movement and distribution of goods.

The purpose of this thesis is the case study of a new business that sells product changes demand depending on seasonality. Our goal is to present the optimization, in terms of storage, the demand of the distribution and price elasticity presented in the market.

In this context, the literature studied in order to understand the theoretical part to be able to apply it in business .

Basically we do a comprehensive optimization that we have learned as part of graduate studies. Making use of many kinds of theories. Was based on the theories of the stock, and the potential demand based on seasonal products, vrp and elasticity of the price. Vehicle routing problems known in the literature-articles provided VRP (Vehicle Routing Problem) referred to the optimal path planning of a fleet delivery / collection vehicles to serve a set of points in the network with a known quantity demand.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο.....	1
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	2
1.3 Οργάνωση Μεταπτυχιακής Εργασίας.....	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΗΣ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ .....	4
2.1 Επισκόπηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας.....	4
2.2 Σχεδιασμός δικτύου Εφοδιαστικής.....	4
2.3 Δίκτυα Μεταφοράς.....	6
2.4 Συμπεράσματα.....	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΚΑΙ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ .....	8
3.1 Βελτιστοποίηση της Ποσότητας Παραγγελίας.....	9
3.2 Υπολογισμός της ΕΟQ .....	10
3.3 Υπολογισμός Χρόνου Ανάμεσα Στις παραγγελίες.....	13
3.4 Ανάλυση Ευαισθησίας.....	13
3.5 Συστήματα Έλεγχου Αποθεμάτων.....	14
3.6 Συστήματα Συνεχούς Αναθεώρησης.....	15
3.7 Μοντέλο ΕΟQ με Προγραμματισμένες Ελλείψεις.....	18
3.8 Στοχαστικό Μοντέλο Συνεχούς Επιθεώρησης.....	21
3.8.1 Γενικές Πληροφορίες.....	21
3.8.2 Η Πολιτική (Q, R).....	23
3.9 VRP Προβλήματα (Vehicle Routing Problems) .....	25
3.9.1 Γενικές Πληροφορίες.....	25
3.9.2 Ορισμός.....	26
3.9.3 Δρομολόγηση Οχημάτων.....	28
3.9.4 Προβλήματα Δρομολόγησης και Μοντελοποίησης του Δικτύου.....	29
3.9.5 Το Πρόβλημα του Περιπλανώμενου Πωλητή.....	30
3.9.6 Αλγόριθμοι Επίλυσης .....	31
3.9.7 Ευρετική Ανάλυση .....	32
3.9.8 Πρόβλημα Διανομής.....	34
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΖΗΤΗΣΗΣ.....	35
4.1 Ελαστικότητα της Τιμής.....	35
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ .....	38

5.1 Ανάλυση Σημείων Βελτιστοποίησης του Προϊόντος (ρόφημα σοκολάτας) – CASE STUDY.....	38
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ .....	72
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	75
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ .....	77
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1 : Εμφάνιση των σημείων ένωσης των πελατών μεταξύ τους με πληροφορίες χιλιομετρικής απόστασης και ώρα που χρειάζεται για να διανύσουν .....	77
Παράρτημα 2 : Ερωτηματολόγιο που δόθηκε στους πελάτες της επιχείρησης .....	85
Παράρτημα 3 : Οι αθροιστικές απαντήσεις απο το ερωτηματολόγιο.....	86
Παράρτημα 4 : Πίνακας κανονικής κατανομής. ....	87

## ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1: Σχεδιασμός δικτύου εφοδιαστικής 1.....	5
Εικόνα 2: Δίκτυα μεταφοράς 1 .....	6
Εικόνα 3: Δίκτυα μεταφοράς 1 .....	6
Εικόνα 4 : Κυκλικό Αποθέμα 1 .....	10
Εικόνα 5: Κόστος Διατήρησης Αποθεμάτων 1 .....	11
Εικόνα 6: Κόστος Παραγγελίας 1.....	12
Εικόνα 7: Διάγραμμα ζήτησης σταθερής 1.....	16
Εικόνα 8: Διάγραμμα ζήτησης μη σταθερής 1.....	17
Εικόνα 9: ΕΟQ με προγραμματισμένες ελλείψεις 1 .....	19
Εικόνα 10: Δίκτυο με Κόμβους και Ακμές 1 .....	26
Εικόνα 11: Ελαστικότητα Ζήτησης 1 .....	35
Εικόνα 12: Ελαστικότητα Ζήτησης 1 .....	36
Εικόνα 13: Καμπύλη ζήτησης 1 .....	39



Εικόνα 14: Βελτιστοποίηση διαδρομής 1 .....	53
Εικόνα 15: Αύξηση τιμής- Μείωση παραγγελίας 1 .....	69
Εικόνα 16: Μείωση τιμής- Αύξηση παραγγελίας 1 .....	69

## ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1: Συνολική ζήτηση 1.....	37
Πίνακας 2: Εποχικός συντελεστής: I 1 .....	39
Πίνακας 3: Πραγματική Ζήτηση χωρίς Εποχικότητα 1 .....	39
Πίνακας 4: Ft+1 με εποχικό συντελεστή για $\alpha=0,0$ 1 .....	42
Πίνακας 5: Διακύμανση Τυχειότητας 1.....	43
Πίνακας 6: Κόστος παραγγελίας ροφήματος 1 .....	44
Πίνακας 7: Κόστος διατήρησης μιας μονάδα αποθέματος ροφήματος σοκολάτας 1 .....	45
Πίνακας 8: Μ.Ο εποχής-γενικός Μ.Ο και τυπική απόκλιση 1 .....	48
Πίνακας 9: Μέγιστη Ποσότητα αποθέματος S για κάθε εποχή 1.....	48
Πίνακας 10: E(I(t)) για κάθε εποχή 1 .....	49
Πίνακας 11: Συντεταγμένες από τα Σημεία Παράδοσης 1.....	51
Πίνακας 12: Πιθανότητα Παραγγελίας κάθε Παρασκευή για τον Κάθε Πελάτη 1 .....	54
Πίνακας 13: Πρόβλεψη Ζήτησης του Κάθε μήνα 1.....	56
Πίνακας 14: Ζήτηση από μεγαλύτερους πελάτες 1.....	57
Πίνακας 15: Απόθεμα αποθήκης επιχείρησης 1 .....	57

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζουμε πληροφορίες εισαγωγικού χαρακτήρα που δίνουν το κίνητρο και το υπόβαθρο αυτής της μεταπτυχιακής εργασίας. Τα logistics περιλαμβάνουν την πληροφόρηση, τη διακίνηση, την αποθήκευση, το απόθεμα, τη διαχείριση των αγαθών, τη συσκευασία και περιστασιακά την ασφάλεια των αγαθών. Είναι ένα συστατικό της εφοδιαστικής αλυσίδας το οποίο προσθέτει την χρησιμότητα του χώρου και την αξιοποίηση του χρόνου με στόχο η εφοδιαστική αλυσίδα να γίνει και αλυσίδα αξίας.

Πολλοί οικονομολόγοι και μάνατζερ δίνουν έμφαση στη μεγιστοποίηση του κέρδους και την ελαχιστοποίηση του κόστους. Κάτι τέτοιο μπορεί να προκύψει από πολλές διαφορετικές ενέργειες που αφορούν την οικονομική διαχείριση της επιχείρησης, τη διαχείριση παραγωγής και τη διαχείριση των αποθεμάτων των αγαθών. Στο σημείο αυτό γίνονται οι προσπάθειες για ελαχιστοποίηση του κόστους διαχείρισης των αποθεμάτων είναι συχνά άστοχες. Αυτό συμβαίνει διότι υπάρχει ένα ορατό πρόβλημα, αυτό της εφαρμογής των συστημάτων διαχείρισης αποθεμάτων.

## 1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο

Στόχος μας είναι η βελτιστοποίησης μιας καινούργιας επιχείρησης, η οποία είναι στην αρχή της δημιουργίας της. Η επιχείρηση προμηθεύεται προϊόντα όπου ανάλογα με την εποχή αλλάζει και η ζήτησή της. Το προϊόν αυτό είναι ρόφημα σοκολάτας. Σκοπός μας είναι η εφαρμογή των μεθόδων που αποκομίσαμε από τα μαθήματα του μεταπτυχιακού για να μπορέσουμε να δούμε πως εφαρμόζονται στην πραγματικότητα, αλλά και για να δούμε τα αποτελέσματα που θα πάρουμε.

Αρχικά έχουμε σκεφτεί να βελτιστοποιήσουμε τη ζήτηση του EOQ. Στη συνέχεια να κάνουμε αναφορά στην ελαστικότητα της ζήτησης. Επίσης θα παρατηρήσουμε την εποχικότητα του προϊόντος που παρουσιάζει. Τέλος, θέλουμε να φτιάξουμε το δίκτυο διανομής της επιχείρησης, δηλαδή το VRP.

Το προτεινόμενο σύστημα θα πρέπει να ανταποκρίνεται στις ιδιαιτερότητες της επιχείρησης και να είναι σχετικά εύκολα κατανοητό, ούτως ώστε να μπορέσει η εταιρία να το εφαρμόσει και να την οδηγήσει στη λήψη ορθών αποφάσεων με ευνοϊκά αποτελέσματα.

Τελικός, σκοπός μας είναι να εφαρμόσουμε όσον τον δυνατόν καλύτερα τα εργαλεία που έχουμε για να μπορέσουμε να δημιουργήσουμε μια καινούργια επιχείρηση ώστε να μπορεί να γίνεται κατανοητή η λειτουργία της ακόμα και από μη επιστημονικό προσωπικό.

Στα πλαίσια της διπλωματικής αναπτύχθηκε ένα νέο σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων για κάθε προϊόν, το οποίο αποτέλεσε τη βάση για την αλλαγή στη διαχείριση του.

## 1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Η έννοια των logistics δεν είναι καινούργια. Η διανομή των αγαθών υπήρξε ως πρόβλημα από τη δημιουργία της ζήτησης [1]. Για να ληφθούν όμως οι σωστές αποφάσεις απαραίτητο βήμα είναι η πρόβλεψη της μελλοντικής ζήτησης διότι πάνω σε αυτή βασίζονται όλες οι αποφάσεις της επιχείρησης. Την σημασία της έννοιας του αντικειμένου της πρόβλεψης αναλύουν οι Chopra και Meindl [2].

Μία θεωρία που εφαρμόστηκε αρκετά στην παραγγελιοδοσία είναι το μοντέλο της Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας, γνωστή ως EOQ [4]. Οι υποθέσεις που γίνονται για να ισχύει το μοντέλο είναι ότι το κόστος αγοράς του προϊόντος είναι σταθερό, το κόστος διατήρησης του αποθέματος είναι ανάλογο της ποσότητας που υποστηρίζει σε απόθεμα καθώς και ότι το κόστος παραγγελίας είναι σταθερό και δεν εξαρτάται από το μέγεθος της. Επίσης η ζήτηση είναι γνωστή και σταθερή. Όμως οι παραπάνω υποθέσεις δεν ισχύουν για όλα τα προϊόντα. Έτσι στην περίπτωση που το κόστος παραγγελίας δεν είναι σταθερό [5], [14], [13] αλλά εξαρτάται από το μέγεθος της παραγγελίας.

Μια συχνή παράμετρος της στοχαστικής ζήτησης είναι να εμφανίζει εποχικότητα [5] είναι η έννοια της Περιοδικής Ποσότητας Παραγγελίας [4]. Η αβεβαιότητα στη ζήτηση όμως είναι το μεγάλο πρόβλημα στο σχεδιασμό ενός συστήματος διαχείρισης αποθεμάτων [9], [12].

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων που καλούμαστε να επιλύσουμε έχει να κάνει με τη διανομή προϊόντων σε διάφορα μέρη όπου στεγάζονται οι πελάτες της εταιρίας μας. Για τη διανομή των προϊόντων σε όλους τους πελάτες η εταιρία έχει στη κατοχή της ένα όχημα συγκεκριμένης χωρητικότητας καθώς και μια κεντρική αποθήκη από όπου γίνεται ο ανεφοδιασμός των προϊόντων [6], [7], [8], [9].

Λαμβάνοντας υπόψη την υπάρχουσα βιβλιογραφία για την τιμή, το μάρκετινγκ, το λιανικό εμπόριο αλλά και τη συμπεριφορά καταναλωτή, γίνεται μια προσπάθεια να δωθεί μια γενική εικόνα για τη διαμόρφωση τιμών στο λιανικό εμπόριο και συγκεκριμένα στον πολύ σημαντικό στη χώρα μας κλάδο τροφίμων [3], [10], [11]

### 1.3 Οργάνωση Μεταπτυχιακής Εργασίας

Στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο επιχειρείται η εξοικείωση του αναγνώστη με το θεωρητικό υπόβαθρο και τις έννοιες που σχετίζονται με την εφοδιαστική αλυσίδα, το σωστό σχεδιασμό της εφοδιαστικής.

Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο δίνεται αναλυτικά ο ορισμός Βέλτιστης Ποσότητας Παραγγελίας. Επίσης, εκφράζουμε τον χρόνο ανάμεσα στις παραγγελίες και την ανάλυση ευαισθησίας. Ακόμα, τα συστήματα συνεχούς αναθεώρησης (Q system) που βρίσκουν το απόθεμα των προϊόντων κάθε φορά που θα γίνει αφαίρεση ενός προϊόντος από το απόθεμα. Αναφορά στο vnr , δηλαδή την δρομολόγηση των οχημάτων.

Στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο γίνεται αναλυτική περιγραφή της ελαστικότητας ζήτησης, όσο και ως προς την τιμολογιακή πολιτική που υπάρχει.

Στο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο γίνεται αναλυτική περιγραφή της επιχείρησης με χαρακτηριστικά από το 3<sup>ο</sup> και 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο. Γίνεται μελέτη του πραγματικού προβλήματος. Στην πρώτη φάση εμφανίζονται τα στοιχεία της επιχείρησης όσον αφορά την ζήτησή της ανά μήνα. Στη συνέχεια, παρατηρούμε την εποχικότητα του προϊόν της και πως εμφανίζεται. Ακολουθεί, σύγκριση κόστους επιχείρησης των πραγματικών της στοιχείων και με το προβλεπόμενο μοντέλο που παρουσιάζουμε. Έπειτα, διαμορφώνουμε το δίκτυο της επιχείρησης και έπειτα τρέχουμε μια μέρα και την συγκρίνουμε με το δίκτυο που εμφανίζει το πρόγραμμα. Σε επόμενη φάση θα δούμε την βελτιστοποίηση του αποθέματος της αποθήκης αλλά και των μεγαλύτερων πελατών της επιχείρησης. Τέλος, θα ασχοληθούμε με τη ελαστικότητα της τιμής και θα μελετήσουμε και το ερωτηματολόγιο που δώσαμε στους πελάτες της επιχείρησης.

Στο 6<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της μελέτης και τα συμπεράσματα τα οποία προκύπτουν, καθώς και οι προβλέψεις για το μέλλον στο χώρο των μικρομεσαίων επιχειρήσεων.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΗΣ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ**

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύεται η ερμηνεία της εφοδιαστικής αλυσίδας το θεωρητικό υπόβαθρο της. Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας ενοποιεί και ολοκληρώνει το σχεδιασμό, τις προμήθειες, την παραγωγή, την αποθήκευση, τη μεταφορά και τις πωλήσεις, εντός των επιχειρήσεων όσο αλλά και μεταξύ αυτών.

### **2.1 Επισκόπηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας**

Η επιστήμη του logistics management είναι νέα, έχει μικρή ηλικία σε σχέση με την ιατρική, τη φυσική ή άλλες επιστήμες . Ως επιχειρησιακή εργασία ή ως λειτουργία του Κράτους ή του Δημοσίου, ο ορισμός του Logistics management, δεν είναι καθόλου νέος [15].

Η προέλευση των logistics προέρχεται από τον Λέων τον Σοφό και τον Μέγα Αλέξανδρο, όπου με τον τρόπο αυτό περιέγραφαν την διαδικασία ανεφοδιασμού του στρατού σε τρόφιμα, πυρομαχικά και τα λοιπά. Ο Μέγας Αλέξανδρος ήταν υπέρμαχος της κινητικότητας των στρατευμάτων, γι' αυτό έπαιρνε προμήθειες από τους ηττημένους εχθρούς [15].

Στόχος των logistics είναι [1]:

1. Μέγιστο επίπεδο εξυπηρέτησης πελατών
2. Διασφάλιση υψηλής ποιότητας προϊόντων
3. Ελάχιστο δυνατό κόστος
4. Ευελιξία στις συνεχείς αλλαγές της αγοράς

Η επιχείρηση που αρχίσαμε και στήνουμε θέλει να βελτιστοποιήσει τους παραπάνω 4 στόχους. Αυτό το καταφέρνει με την επιλογή σωστού προϊόντος, στη σωστή ποσότητα , στο σωστό μέρος , τη σωστή στιγμή και με το σωστό κόστος. Ακόμα η επιχείρηση προσπαθεί να εξισορροπεί δύο βασικούς στόχους:

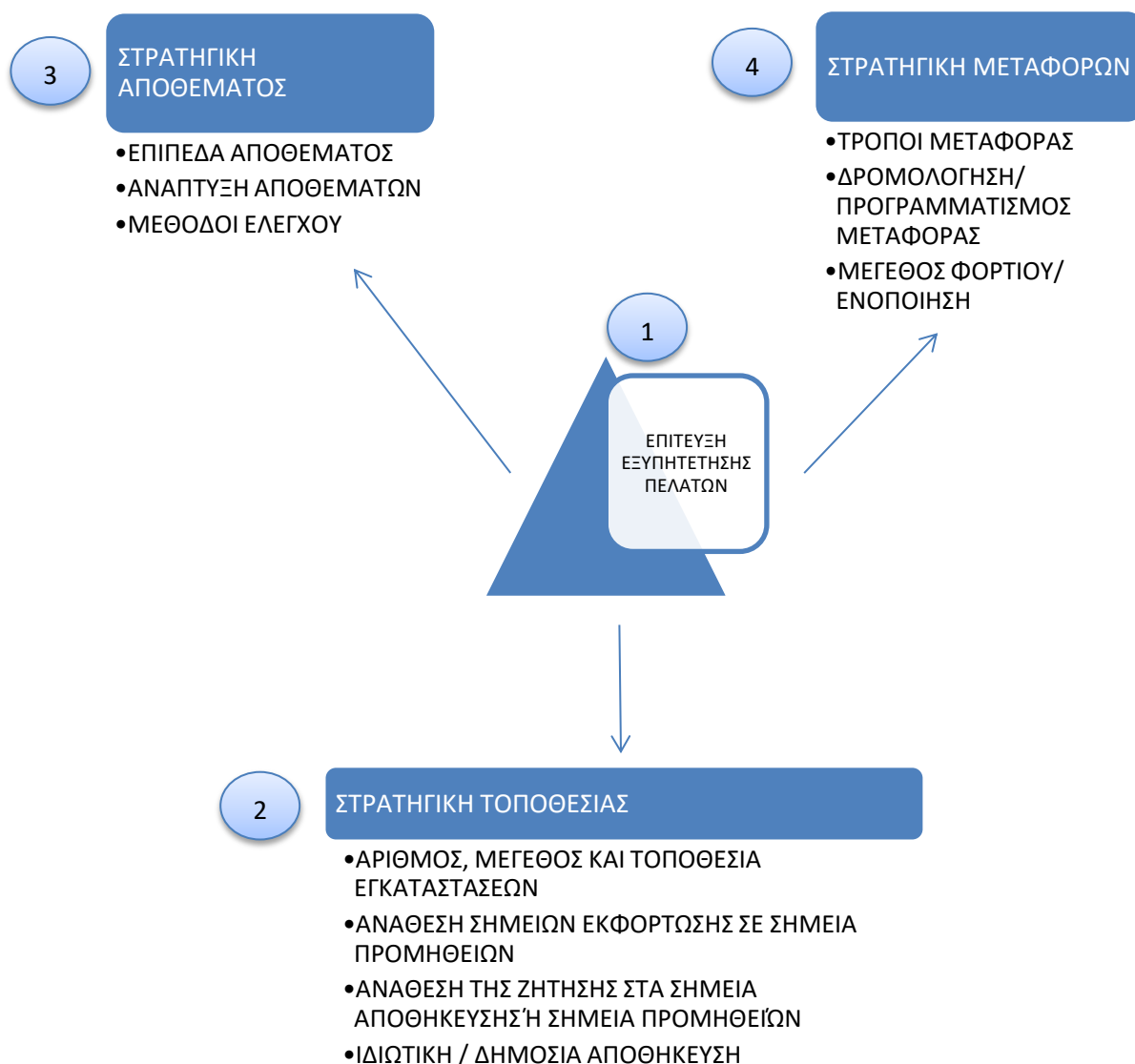
- Την ποιότητα των υπηρεσιών
- Το χαμηλό κόστος

### **2.2 Σχεδιασμός δικτύου Εφοδιαστικής**

Η επιχείρηση συνδέεται άμεσα με το σωστό σχεδιασμό της εφοδιαστικής για να μπορέσει να αντιμετωπίσει τέσσερες μεγάλες προβληματικές περιοχές. Πιο συγκεκριμένα αναφερόμαστε:

1. Στα επίπεδα εξυπηρέτησης πελατών
2. Στη τοποθεσία εγκαταστάσεων
3. Στις αποφάσεις αποθεμάτων
4. Στις αποφάσεις μεταφορών

Αυτά τα τέσσερα προβλήματα είναι αλληλένδετα και πρέπει να προγραμματιστούν όλα μαζί, διαφορετικά ο μη σωστός σχεδιασμός θα φέρει ορισμένες επιπτώσεις. Στην εικόνα 1 παρουσιάζονται τα στάδια της [2], [9]



**Εικόνα 1: Σχεδιασμός δικτυου εφοδιατικής 1**

## 2.3 Δίκτυα Μεταφοράς

Η συγκεκριμένη επιχείρηση ανήκει στην κατηγορία του χονδρικού εμπορίου. Στην ουσία είναι ο μεσάζων της αλυσίδας διανομής. Η δύναμη της αυξάνεται όταν οι έμποροι λιανικής δίνουν μικρές παραγγελίες. Επίσης, η επιχείρηση ελέγχει και τη διανομή και τις πωλήσεις χονδρικής [11].

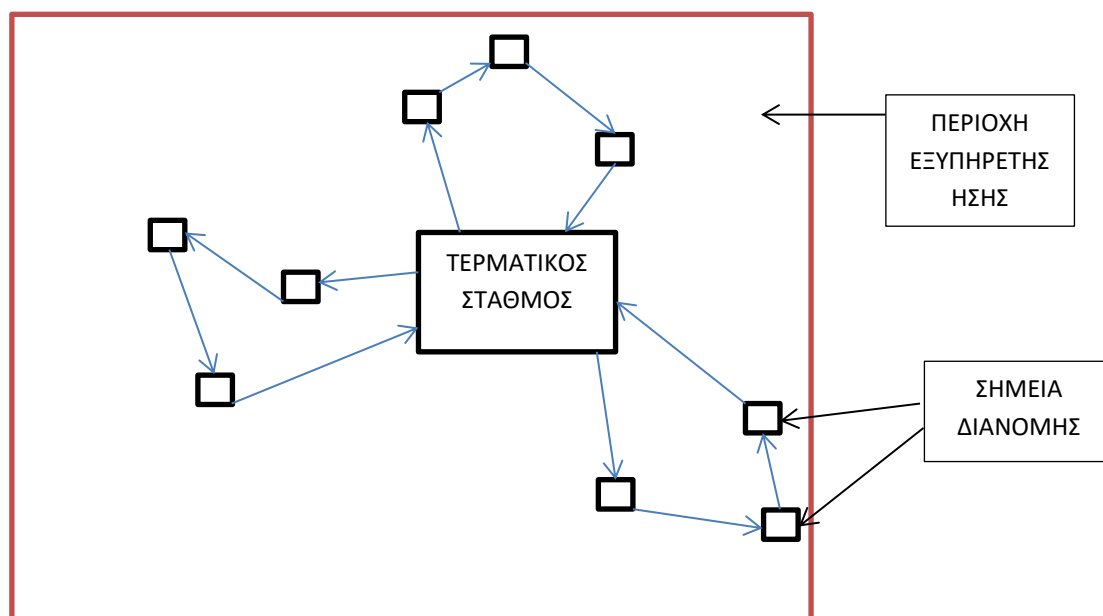
Η συγκεκριμένη επιχείρηση κάνει χρήση μιας δομής της εφοδιαστικής αλυσίδα, όπου ο κατασκευαστής διαμέσου του μεσίτη πηγαίνει στο κατάστημα λιανικής. Στην ουσία τον ρόλο του μεσίτη παίρνει η συγκεκριμένη επιχείρηση, όπως απεικονίζεται σχηματικά στην εικόνα 2.



Εικόνα 2: Δίκτυα μεταφοράς 1

Κανείς θα μπορούσε να το χαρακτηρίσει ένα σπάνιο είδος καναλιού. Ο μεσίτης πολλές φορές είναι ίδιος με τον χονδρέμπορο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση ταυτίζονται. Γι' αυτό ενεργεί ως μεσάζων μεταξύ του κατασκευαστή και του λιανοπωλητή. Επίσης, ο ρόλος της επιχείρησης εκτός από την φυσική διανομή, ασχολείται και με την εμπορία (marketing) μιας σειράς προϊόντων και συγκεκριμένα ροφημάτων σοκολάτας. Ακόμα ο μεσίτης, η διαφορετικά η επιχείρηση έχει την δική της αποθήκη και το δικό του σύστημα παράδοσης [1].

Επίσης, η επιχείρηση χρησιμοποιεί έναν τερματικό σταθμό (hub), όπου είναι μια εγκατάσταση όπου πραγματοποιούνται, η φόρτωση, εκφόρτωση, η συλλογή, η διαλογή και αποθήκευση των αγαθών με σκοπό τη βελτιστοποίηση της εκτέλεσης του μέσου μεταφοράς [9], όπως απεικονίζεται στη συνέχεια στην εικόνα 3.



Εικόνα 3: ΔΙΚΤΥΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ 1

## 2.4 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε την εφοδιαστική αλυσίδα και διαπιστώσαμε ότι η λειτουργία των προμηθειών και της διαχείρισης υλικών διαδραματίζει πρωταρχικό ρόλο στην όλη λειτουργία των επιχειρήσεων, με αποτέλεσμα να δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα στις διαδικασίες της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Η σωστή διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας, από την παραγωγή μέχρι την πώληση του προϊόντος, προσφέρει πλεονεκτήματα όχι μόνο στα εμπλεκόμενα μέρη της αλυσίδας αλλά και στον ίδιο τον πελάτη ή τον καταναλωτή.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΚΑΙ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό αναπτύσσουμε το γεγονός όταν μια επιχείρηση, κατά τη διάρκεια του ελέγχου των αποθεμάτων της, καλείται να απαντήσει σε δύο θεμελιώδη, απλά και συνάμα βασικά ερωτήματα:

- 1) Τι ποσότητα προϊόντος πρέπει να παραγγείλω;
- 2) Κάθε πότε πρέπει να τοποθετώ μία παραγγελία;

Ταυτόχρονα, θα πρέπει να βρεθεί η χρυσή τομή ώστε να μπορεί να ανταποκριθεί έγκαιρα σε πιθανή ζήτηση, αλλά και να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο το κόστος διατήρησης των αποθεμάτων της. Το άγχος για την ικανοποίηση της ζήτησης ωθεί σε μεγάλες ποσότητες αποθεμάτων, οι οποίες όμως, οδηγούν με τη σειρά τους και σε μεγάλα κόστη αποθήκευσης ενώ στις περιπτώσεις των αγαθών που λήγουν ή φθείρονται με την πάροδο του χρόνου (π.χ. τρόφιμα), ελλοχεύει ο κίνδυνος να χαθεί το επενδυμένο κεφάλαιο της επιχείρησης. Από την άλλη μεριά, προσπαθώντας να διατηρήσουμε σε χαμηλά επίπεδα τα κόστη που προκύπτουν από τα αποθέματα, κινδυνεύουμε να σταθούμε ανεπαρκείς στη ζήτηση των καταναλωτών.

Τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται στα προβλήματα Ελέγχου Αποθεμάτων, όπως είδαμε προηγουμένως, αρχικά διαχωρίζονται βάσει της ζήτησης, η οποία μπορεί να είναι ντετερμινιστική ή στοχαστική. Περαιτέρω διαχωρισμός της ζήτησης γίνεται σε στατική ή δυναμική στην περίπτωση της ντετερμινιστικής ζήτησης [4], [14].

Με ένα άλλο κομμάτι που ασχολείται το κεφάλαιο αυτό είναι το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (VRP), είναι από τα πιο σημαντικά, εφαρμόσιμα και μελετημένα προβλήματα διανομής της εφοδιαστικής αλυσίδας. Η πλειονότητα των προβλημάτων αναζήτησης της διαδρομής κάθε οχήματος εξυπηρέτησης για διανομή, χρησιμοποιούν ως κριτήριο βελτιστοποίησης την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των αποστάσεων του συνόλου των διαδρομών του στόλου. Αυτό γίνεται με στόχο τη μείωση του συνολικού κόστους των διαδρομών, [8].

### 3.1 Βελτιστοποίηση της Ποσότητας Παραγγελίας

Η αναπλήρωση του αποθέματος R (Reorder Point) είναι πολύ σημαντική η αναφορά στην ικανοποίηση των απαιτήσεων των πελατών που έχει μια επιχείρηση. Η απαίτηση του κάθε πελάτη στηρίζεται στον τύπου του στατικού ελέγχου των αποθεμάτων, όπου βασίζεται και στην αναπλήρωση του αποθέματος της κάθε επιχείρησης ανεξάρτητα του μεγέθους της, όταν αυτό πέσει κάτω από ένα σημείο. Το σημείο αυτό είναι γνωστό ως σημείο αναπλήρωσης του αποθέματος (R) [4].

Στηριζόμενοι στην παραπάνω αναφορά το σημείο ή επίπεδο αναπλήρωσης αποθέματος είναι καθορισμένο, σύμφωνα πάντα με έναν προσδοκώμενο χρόνο της αναπλήρωσης.

Συχνά, οι επιχειρήσεις δέχονται αντιμέτωπες με διάφορες αντίθετες πιέσεις. Αρχικά, είναι η διατήρηση των αποθεμάτων τους σε χαμηλά επίπεδα, ειδικότερα στην σημερινή εποχή που η χώρα μας αντιμετωπίζει οικονομική κρίση. Το αποτέλεσμα από την διατήρηση χαμηλών αποθεμάτων αποσκοπεί στο γεγονός στη μείωση του κόστους συντήρησης αποθέματος. Αντίστοιχα, όμως η πίεση για κράτηση υψηλών επιπέδων αποθεμάτων οδηγεί στην κάλυψη μεγάλης ζήτησης προϊόντων άμεσα.

Λογικό επακόλουθο, είναι η εφαρμογή του αλγορίθμου που ισορροπεί τις παραπάνω πιέσεις μέσα από την εύρεση της Βέλτιστης Ποσότητας Παραγγελίας (EOQ από τα αρχικά Economic Order Quantity). Ωστόσο, για να εφαρμοστεί η μέθοδος EOQ απαιτούνται ορισμένες προϋποθέσεις:

1. Ο ρυθμός ζήτησης να είναι σταθερός και γνωστός
2. Δεν υπάρχουν περιορισμοί ο μέγεθος της παραγγελίας
3. Το μόνο σχετικό κόστος είναι το κόστος κράτησης αποθεμάτων και ένα σταθερό κόστος για κάθε παραγγελία
4. Οι αποφάσεις που μπορεί να παρθεί για ένα προϊόν είναι ανεξάρτητα από τις αποφάσεις για άλλα προϊόντα
5. Δεν υπάρχει αβεβαιότητα σχετικά με τον χρόνο αναμονής των αποθεμάτων και της ζήτησης κατά τη διάρκεια του σχετικού χρονικού διαστήματος

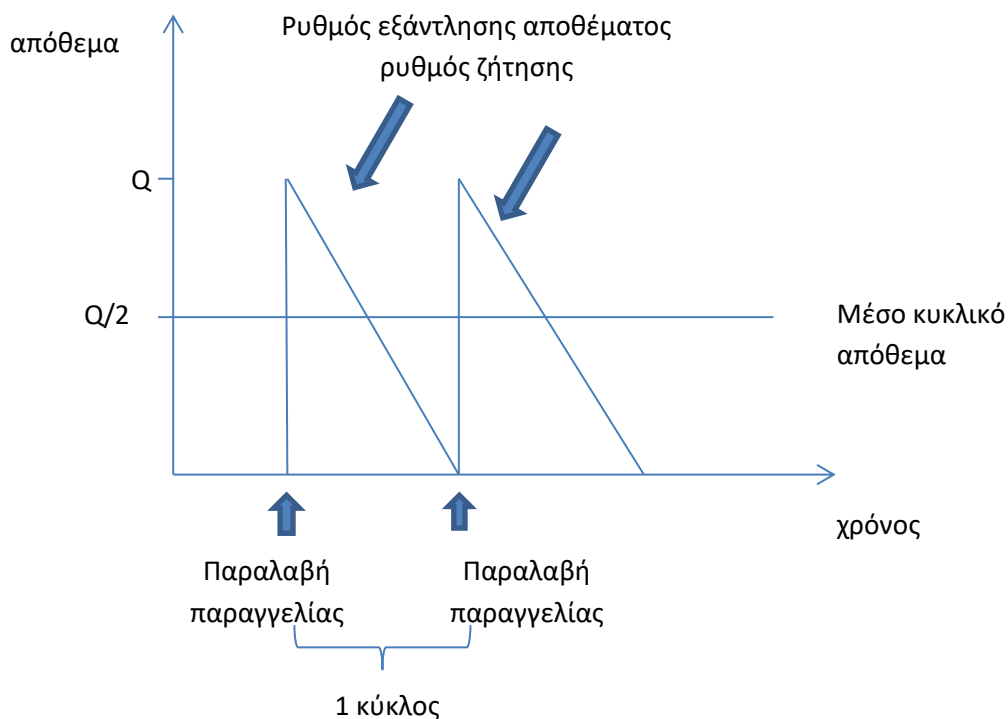
Για να υπολογιστεί η μέθοδος EOQ πρέπει να ισχύουν οι πέντε προϋποθέσεις που αναφέραμε. Στην πραγματικότητα είναι ελάχιστες οι περιπτώσεις με τόσο απλές συνθήκες. Πιο συνηθισμένο φαινόμενο είναι οι ποσότητες παραγγελίας να έρχονται αντιμέτωπες με παραγγελίες που η ζήτησή τους δεν είναι σταθερή. Όπως, για παράδειγμα, οι τιμές τις αγοράς έρχονται σε εκπτώσεις από τους ίδιους τους προμηθευτές με βάση την ποσότητα παραγγελίας

ή αλληλεπιδράσεις από την ζήτηση άλλων προϊόντων. Ωστόσο, ο υπολογισμός της μεθόδου EOQ είναι τις περισσότερες φορές ένα σημείο έναρξης [4], [5].

### 3.2 Υπολογισμός της EOQ

Για να γίνει ο υπολογισμός χρειάζεται μια σειρά από βήματα, [4], [5], [13]:

1. Διατύπωση της συνάρτησης κόστους για μέγεθος παραγγελίας  $Q$
2. Εύρεση της EOQ, της ποσότητας παραγγελίας  $Q$  δηλαδή που ελαχιστοποιείται η συνάρτηση κόστους
3. Ο χρόνος που πρέπει να περάσει η EOQ μεταξύ από δυο διαδοχικές παραγγελίες



Εικόνα 4 : Κυκλικό Απόθεμα 1

Στο σχήμα της εικόνας 4 παρατηρούμε το κυκλικό απόθεμα. Αναλυτικότερα, όταν παραλάβουμε μια παραγγελία το απόθεμα είναι ίσο με  $Q$ , δηλαδή μόλις έχει αρχίσει ο κύκλος του αποθέματος. Μέσα στον κύκλο το απόθεμα μειώνεται με ένα σταθερό ρυθμό, μόνο όταν η ζήτηση είναι γνωστή με βεβαιότητα και μόνο όταν ο χρόνος ανάμεσα στις

παραγγελίες είναι σταθερός. Τότε η παραγγελία θα πραγματοποιηθεί όταν το απόθεμα πάει στο μηδέν. Όπως βλέπουμε το απόθεμα βρίσκεται ανάμεσα στο  $Q$  και στο μηδέν. Άρα, όπως βλέπουμε και στο σχήμα το κυκλικό απόθεμα θα ισούται με  $Q/2$ , με άλλα λόγια στη μέση από ολόκληρη την παραγγελία μας [4].

Στο παρακάτω σχήμα της εικόνας 5 εμφανίζεται το ετήσιο κόστος διατήρησης αποθεμάτων. Το οποίο, αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με την ποσότητα παραγγελίας ( $Q$ ), ως εξής:

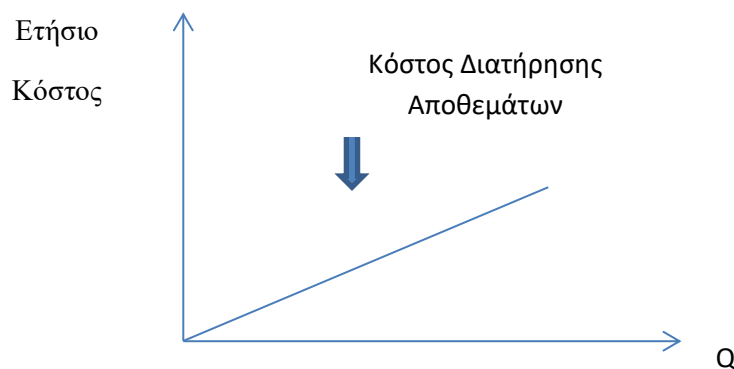
$$AHC = \frac{Q}{2}h \quad (3.1)$$

Όπου το  $AHC$  είναι το Ετήσιο κόστος κράτησης αποθέματος, το  $Q$  είναι το μέσο κυκλικό απόθεμα και το  $h$  είναι το κόστος διατήρησης αποθέματος

Το κόστος διατήρησης αποθέματος δίνεται από την σχέση,

$$h = c * I \quad (3.2)$$

όπου το  $c$  είναι το μεταβλητό κόστος παραγωγής ανά παραγγελία και το  $I$  είναι το επιτόκιο δανεισμού ή κερδοφορίας



Εικόνα 5: Κόστος Διατήρησης Αποθεμάτων 1

Για να βρούμε το ετήσιο κόστος παραγγελίας είναι ίσο με τον αριθμό των παραγγελιών ανά χρόνο επί το κόστος παραγγελίας. Επίσης, το ετήσιο κόστος παραγγελίας μειώνεται μη γραμμικά καθώς αυξάνει η ποσότητα παραγγελίας, ως εξής:

$$AOC = \frac{D}{Q}S$$

Το  $AOC$  είναι ο Μέσος Αριθμός Παραγγελιών ανά χρόνο, το  $D$  είναι το ετήσια ζήτηση, το  $Q$  είναι η ποσότητα παραγγελίας και το  $S$  είναι το κόστος παραγγελίας, όπως εμφανίζεται στην εικόνα 6.



Εικόνα 6: Κόστος Παραγγελίας 1

Αντίστοιχα, το συνολικό ετήσιο κόστος είναι το άθροισμα του ετήσιου κόστους κράτησης αποθεμάτων και του ετήσιου κόστους παραγγελιών, ως εξής:

$$C = \frac{Q}{2}h + \frac{D}{Q}S$$

Το  $C$  είναι το Συνολικό Ετήσιο Κόστος.

Ωστόσο, για να έχουμε ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους, θα πρέπει να εξετασθούν οι Συνθήκες Πρώτης Τάξης:

$$\frac{dC}{dQ} = 0 \Leftrightarrow \frac{d\left(\frac{Q}{2}h + \frac{D}{Q}S\right)}{dQ} = 0 \Leftrightarrow \frac{H}{2} - \frac{SD}{Q^2} = 0$$

Άρα,

$$EOQ = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

Για να είμαστε σίγουροι ότι το σημείο που βρήκαμε είναι όντως ελάχιστο, θα πρέπει να εξετάσουμε τις Συνθήκες Δεύτερης Τάξης.

$$\frac{d^2TC}{dQ^2} = \frac{d\left(\frac{H}{2} - \frac{SD}{Q^2}\right)}{dQ} = \sqrt{\frac{2DS}{H}} > 0$$

Οπότε, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η Βέλτιστη Ποσότητα Παραγγελίας ισούται με  $\sqrt{\frac{2DS}{H}}$ .

### 3.3 Υπολογισμός Χρόνου Ανάμεσα Στις παραγγελίες

Όταν κάνουμε χρήση στρατηγική διαχείριση αποθεμάτων, τότε ο χρόνος ανάμεσα σε διαδοχικές παραγγελίες χρησιμοποιείται αντί για την ποσότητα παραγγελίας. Ο χρόνος ανάμεσα στις παραγγελίες ( T = Time between orders ) για ένα συγκεκριμένο μέγεθος παραγγελίας είναι ο μέσος χρόνος που περνάει ανάμεσα στην παραλαβή κάθε παραγγελίας. Ο χρόνος ανάμεσα στις παραγγελίες για ένα έτος υπολογίζεται αν διαιρέσουμε την ποσότητα παραγγελίας με την ετήσια ζήτηση. Με την χρήση της Βέλτιστης Ποσότητας Παραγγελίας εκφράζουμε τον χρόνο ανάμεσα στις παραγγελίες σε μήνες. Τότε θα έχουμε, [4], [5], [13]:

$$T_{EOQ} = \frac{EOQ}{D} (12\text{μήνες/έτος})$$

### 3.4 Ανάλυση Ευαισθησίας

Η ανάλυση ευαισθησίας τις περισσότερες φορές οδηγεί σε ορισμένα συμπεράσματα που είναι χρήσιμα για την κατανόηση των αποθεμάτων για το πώς θα τα διαχειριζόμαστε. Η μέθοδος

αυτή είναι μια τεχνική που όταν γίνουν αλλαγές στις παραμέτρους του προβλήματος θα έχουμε αλλαγές στα αποτελέσματά μας. Οι αλλαγές εμφανίζονται, [4], [5], [13]:

- Μεταβολή στη ζήτηση
- Μεταβολές στο κόστος παραγγελίας
- Μεταβολές στο κόστος διατήρησης αποθεμάτων
- Λάθη στην εκτίμηση των  $D$ ,  $H$  και  $S$ .

Αναλυτικότερα, η ζήτηση αποτελεί μέρος του αριθμητή στον τύπο της Βέλτιστης Ποσότητας Παραγγελίας. Επομένως αυξάνεται καθώς αυξάνεται η ζήτηση, αλλά με μικρότερο ρυθμό. Στη συνέχεια, λόγω ότι το κόστος παραγγελίας είναι στον αριθμητή, έχει ως αποτέλεσμα μια αύξηση στο κόστος να αυξηθεί και η Βέλτιστη Ποσότητα Παραγγελίας. Ωστόσο, το κόστος διατήρησης αποθεμάτων είναι στον παρονομαστή η Βέλτιστη Ποσότητα Παραγγελίας θα μειωθεί καθώς το κόστος θα αυξάνεται. Τέλος, το συνολικό κόστος τείνει να μην μεταβάλλεται σε μεγάλο βαθμό. Η αιτία είναι ότι τα λάθη λόγω της τετραγωνικής ρίζας να μειώνει τις επιπτώσεις στη Βέλτιστη Ποσότητα Παραγγελίας.

### 3.5 Συστήματα Έλεγχου Αποθεμάτων

Εφόσον, είδαμε πως μπορούμε να βρούμε την ποσότητα που θα πρέπει να παραγγείλουμε κάθε φορά, τώρα θα αναλύσουμε πότε θα πρέπει να γίνεται η κάθε παραγγελία. Σε αυτή την φάση θα μας βοηθήσουν τα συστήματα έλεγχου αποθεμάτων. Για την χρήση κάθε φορά του σωστού συστήματος ελέγχου έχει να κάνει με την ζήτηση. Ένας διαχωρισμός αποθεμάτων μπορεί να γίνει με το είδος την ζήτησης των προσόντων που είναι ανεξάρτητη. Με άλλα λόγια, η ζήτηση τους προσδιορίζεται από τις συνθήκες της αγοράς και δεν σχετίζονται με τη ζήτηση άλλων προϊόντων. Ανεξάρτητη ζήτηση έχουν οι επιχειρήσει χονδρικής και λιανικής πώλησης εποχιακών προϊόντων. Παρόλα αυτά, τα προϊόντα παρουσιάζουν σημαντικές δυσκολίες γιατί επηρεάζονται από εξωτερικούς παράγοντες. Ενώ η ζήτηση κάθε πελάτη είναι δύσκολη να προβλεφθεί. Για παράδειγμα, η χαμηλή ζήτηση από έναν πελάτη μπορεί να καλυφθεί από υψηλή ζήτηση ενός άλλου πελάτη, οπότε η συνολική ζήτηση ακολουθεί σχετικά ομαλή πορεία με τυχαίες διακυμάνσεις [4], [5], [13].

Εμείς θα αναλύσουμε προϊόντα που έχουν ανεξάρτητη ζήτηση και θα παρουσιάζουμε τα συστήματα έλεγχου αποθεμάτων.

### 3.6 Συστήματα Συνεχούς Αναθεώρησης

Τα συστήματα συνεχούς αναθεώρησης (Q system) βρίσκουν το απόθεμα των προϊόντων κάθε φορά που θα γίνει αφαίρεση ενός προϊόντος από το απόθεμα. Με σκοπό, να παρθεί μια απόφαση αν θα γίνει παραγγελία ή όχι. Τέτοιου είδους αποφάσεις γίνονται πολύ συχνά, είτε καθημερινός είτε μετά την απόσυρση ενός προϊόντος από το απόθεμα, [4], [5], [13].

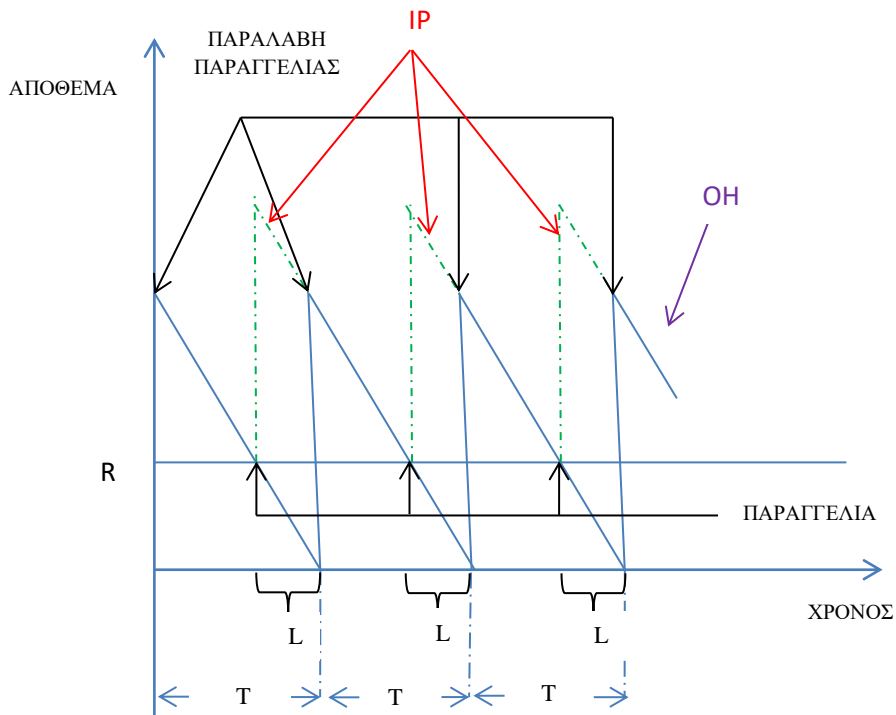
Σε κάθε αναθεώρηση που πραγματοποιούμε πρέπει να πάρουμε την απόφαση αν θα βάλουμε καινούργια παραγγελία ή όχι. Αν το σύστημα εντοπίσει ότι το απόθεμα είναι χαμηλό τότε πρέπει να μπει παραγγελία. Στην ουσία η κατάσταση του αποθέματος ( IP = Inventory Position ) συμβολίζει την μελλοντική κάλυψη ζήτησης εμπορεύματος σε πελάτες. Το IP περιλαμβάνει μέσα του τις αναμενόμενες παραλαβές ( SR = Scheduled Receipts ) όπου δεν έχουν παραληφθεί ακόμα και το απόθεμα που βρίσκεται είδη στην αποθήκη ( OH = On-Hand Inventory ) μείον παραγγελίες από πελάτες που δε έχουν καλυφθεί σε προηγούμενες περιόδους ( BO = Backorders ). Η σχέση που παίρνουμε είναι:

$$IP = OH + SR - BO$$

όταν το απόθεμά μας πέσει κάτω από το επιθυμητό επίπεδο το σημείο αυτό είναι η αναπαραγγελία ( R = Reorder Point ), δηλαδή μία ποσότητα Q από το προϊόν παραγγέλλεται. Ωστόσο, σε σύστημα όπου υπάρχει συνεχής αναθεώρηση η ποσότητα παραγγελίας είναι σταθερή, ενώ η περίοδος ανάμεσα στις παραγγελίες μεταβάλλεται ανάλογα με τον ρυθμό που μειώνεται το απόθεμα.

Όταν η ζήτηση είναι γνωστή το σημείο αναπαραγγελίας R είναι ένα συγκεκριμένος αριθμός αποθέματος. Η ποσότητα R θα πρέπει να καλύπτει το χρονικό διάστημα μεταξύ της στιγμής που βάζουμε την παραγγελία μέχρι το διάστημα που θα μας έρθει.





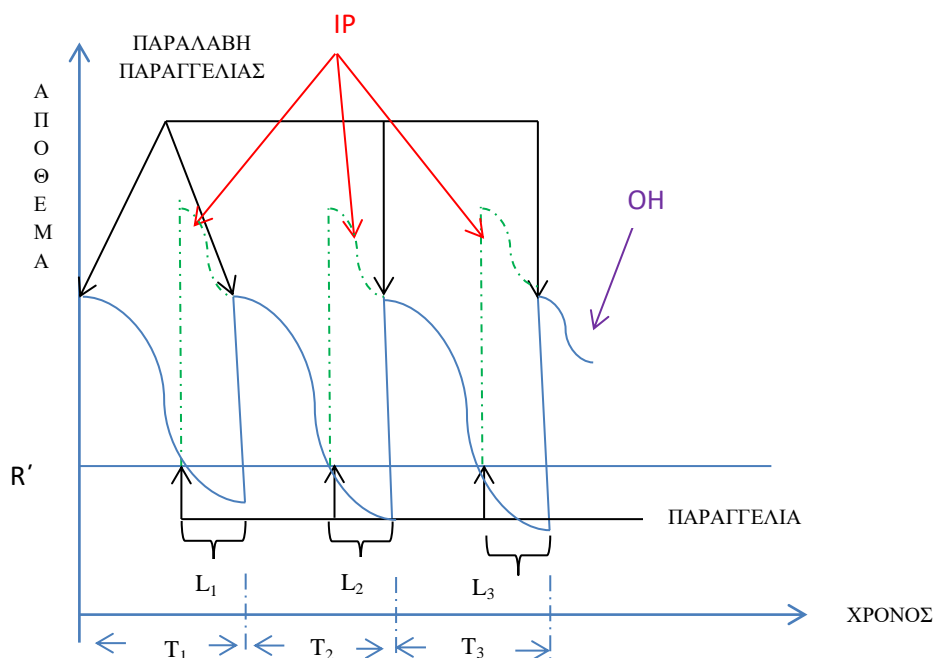
Εικόνα 7: Διάγραμμα ζήτηση σταθερή 1

Στην εικόνα 7 βλέπουμε την λειτουργία ενός συστήματος, όπου η ζήτησή και ο χρόνος από την στιγμή που θα βάλουμε μια παραγγελία μέχρι να μας έρθει είναι σταθερά και γνωστά μεγέθη. Η συνεχώς φθίνουσα γραμμή υποδηλώνει ότι το απόθεμα μειώνεται με σταθερό ρυθμό. Όταν το απόθεμα φτάσει στο σημείο R, τότε μια καινούργια παραγγελία θα βάλουμε. Ωστόσο, το απόθεμα συνεχίζει να μειώνεται από το διάστημα που θα βάλουμε την παραγγελία μέχρι και την μέρα της παραλαβής της ( $L = \text{Lead time}$ ). Ο χρόνος από την τοποθέτηση της μιας παραγγελίας στην άλλη είναι σταθερός ( $T = \text{Time between orders}$ ), δηλαδή έχουμε ίδιο κύκλο.

Επίσης, όταν γίνει η παραλαβή της παραγγελίας το υπάρχον απόθεμα και η κατάσταση του αποθέματος εξισώνονται μέχρι την στιγμή που θα γίνει η επόμενη παραγγελία. Ωστόσο, ένα λάθος που εμφανίζεται συχνά είναι να μην δίνουν βάση στις παραγγελίες πελατών που δεν έχουν ικανοποιηθεί κατά την χρονική στιγμή που έχει μπει νέα παραγγελία.

Από την άλλη πλευρά, μπορεί να έρθουμε αντιμέτωποι με στοχαστική ζήτηση. Με άλλα λόγια, η ζήτηση και ο χρόνος αναπαραγγελίας δεν μπορεί να προβλεφθεί με ακρίβεια τις περισσότερες φορές. Γι αυτό, για να μπορούμε να αντιμετωπίσουμε την αβεβαιότητα ανάλογα με την ζήτηση είναι απαραίτητη η διατήρηση αποθεμάτων ασφαλείας.

Λογικό επακόλουθο, είναι το σημείο αναπαραγγελίας να είναι ίσο με τη μέση ζήτηση κατά το χρονικό διάστημα μεταξύ της τοποθέτησης και της παραλαβής της παραγγελίας συν το απόθεμα ασφαλείας.



Εικόνα 8: Διάγραμμα ζήτηση μη σταθερή 1

Η κυματιστή γραμμή που δείχνει η εικόνα 8 το υπάρχον απόθεμα δηλώνει ότι η ζήτηση δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται από μέρα σε μέρα. Όπως, επίσης ο μεταβαλλόμενος ρυθμός ζήτησης αντιστοιχεί σε διαφορετικές χρονικές περιόδους ανάμεσα στις παραγγελίες, δηλαδή  $T_1 \neq T_2 \neq T_3$ .

Για να μπορέσουμε να αντιμετωπίσουμε την αβεβαιότητα όσον αφορά τη ζήτηση κρατάμε το απόθεμα ασφαλείας πιο υψηλό για να μην υπάρξει έλλειμμα. Γι αυτό, το  $R'$  του δεύτερου σχήματος βρίσκεται πιο ψηλά το  $R$  του δεύτερου σχήματος. Επίσης, η διατήρηση αποθέματος ασφαλείας εξηγεί γιατί δεν έχει εξαντληθεί το υπάρχον απόθεμα όταν φτάνει μία καινούργια παραγγελία.

Η διατήρηση υψηλών επιπέδων αποθεμάτων ασφαλείας είναι περισσότερο δαπανηρή αλλά μειώνει τις πιθανότητες ελλειμμάτων. Από την άλλη πλευρά, η κράτηση μικρών αποθεμάτων ασφαλείας κοστίζει λιγότερο, αλλά αυξάνει τις πιθανότητες μη ικανοποίησης των πελατών.

### 3.7 Μοντέλο ΕΟQ με Προγραμματισμένες Ελλείψεις

Πολύ συχνά, σε μία επιχείρηση, παρατηρείται το φαινόμενο να παρουσιαστούν ελλείψεις σε κάποια προϊόντα της. Αυτή η έλλειψη προϊόντων μπορεί να οδηγήσει σε μη ικανοποίηση ενδεχόμενης ζήτησης. Το γεγονός αυτό μπορεί να προκαλέσει δυσαρέσκεια στους πελάτες της επιχείρησης, που με τη σειρά του, μπορεί να δημιουργήσει μεγάλη ζημία στην επιχείρηση [13].

Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις στις οποίες σκοπίμως προγραμματίζονται ελλείψεις σε ορισμένα προϊόντα από τον υπεύθυνο της επιχείρησης. Αυτό, συνήθως συμβαίνει όταν τα διάφορα κόστη αποθήκευσης έχει υπολογιστεί ότι είναι σχεδόν ισοδύναμα με τα κόστη που θα προκύψουν από ενδεχόμενη μη ικανοποίηση της ζήτησης. Η ζήτηση των πελατών ικανοποιείται αμέσως μόλις γίνει παραλαβή προϊόντων από την επιχείρηση.

Σε αυτή την παράγραφο, ασχολούμενοι με την περίπτωση όπου υπάρχουν ελλείψεις, θα απαντήσουμε στα εξής τρία ερωτήματα:

1. Ποιο είναι το βέλτιστο μέγεθος παραγγελίας;
2. Ποιο είναι το βέλτιστο μέγεθος αποθέματος;
3. Ποια είναι η βέλτιστη διάρκεια ενός κύκλου παραγγελίας;

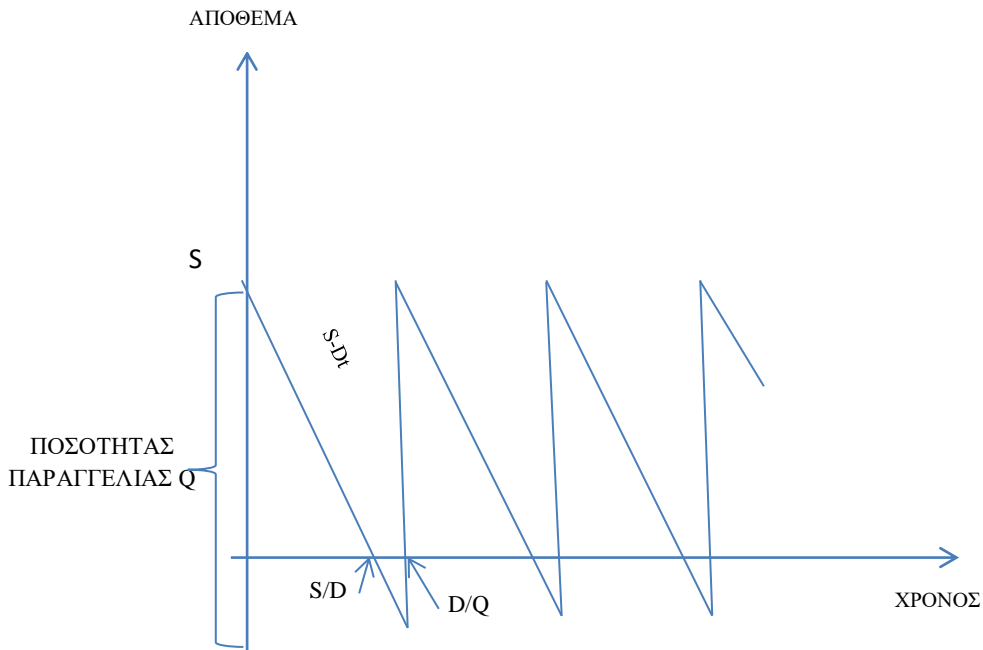
Για τις ανάγκες της επεξήγησης του παραπάνω προβλήματος, θέτουμε τα εξής:

- $p$  = κόστος έλλειψης μίας μονάδας προϊόντος.
- $S$  = επίπεδο αποθέματος μετά την παραλαβή  $Q$  μονάδων από την αποθήκη.
- $Q - S$  = έλλειψη αποθέματος ακριβώς πριν την παραλαβή  $Q$  μονάδων από την αποθήκη

Τα προαναφερθέντα μεγέθη, αλλά και ολόκληρη η πορεία του συστήματος στην πορεία του χρόνου, παρουσιάζονται αναλυτικά στο σχήμα που ακολουθεί.

Σε έναν ολοκληρωμένο κύκλο παραγγελίας συμμετέχουν τα ακόλουθα κόστη:

- κόστος παραγγελίας νέων προϊόντων.
- κόστος αποθήκευσης των νέων προϊόντων που έρχονται στην αποθήκη.
- κόστος έλλειψης προϊόντων που ζητούνται από τους πελάτες και δεν υπάρχουν στην αποθήκη.



Εικόνα 9: EOQ με προγραμματισμένες ελλείψεις 1

Το κόστος ανά κύκλο παραγωγής ή παραγγελίας δίνεται από την εξής σχέση:

$$OC = K + cQ$$

όπου  $c$  το κόστος αγοράς της κάθε μονάδας προϊόντος.

Το μέσο απόθεμα είναι  $S/2$  με αντίστοιχο κόστος αποθήκευσης του μέσου αποθέματος ίσο με  $Kc*(S/2)$ . Στην αποθήκη, υπάρχουν συνολικά  $S$  μονάδες προϊόντος. Αυτές καταναλώνονται με ρυθμό  $D$ . Συνεπώς, ο χρόνος για τον οποίο υπάρχει απόθεμα στην αποθήκη και άρα απαιτείται από την επιχείρηση να πληρώνει για την αποθήκευσή του, είναι  $S/D$ .

Επομένως, το κόστος αποθήκευσης σε κάθε κύκλο είναι:

$$CC = h * \frac{S}{2} * \frac{S}{D} = \frac{h * S^2}{2D}$$

Οι ελλείψεις εμφανίζονται στην αποθήκη για χρόνο  $(Q - S)/D$ , με μέση ποσότητα ελλείψεων αποθέματος  $(Q - S)/2$  και αντίστοιχου κόστους ελλείψεων  $p*(Q - S)/2$ .

Άρα, το κόστος που δημιουργείται από τις ελλείψεις σε κάθε κύκλο παραγγελίας συμβολίζεται με CU και ισούται με:

$$CU = p * \frac{Q - S}{2} * \frac{Q - S}{D} = \frac{p * (Q - S)^2}{2D}$$

Τελικά, το συνολικό κόστος ενός κύκλου παραγγελίας ισούται με το άθροισμα των τριών επιμέρους κοστών, δηλαδή:

$TC = \text{κόστος ενός κύκλου παραγγελίας} + \text{κόστος αποθήκευσης προϊόντος} + \text{κόστος έλλειψης προϊόντος}$

$$TC = OC + CC + CU \Rightarrow$$

$$TC = K + cQ + \frac{h * S^2}{2D} + \frac{p * (Q - S)^2}{2D}$$

Συνεπώς, το συνολικό ετήσιο κόστος ισούται με:

$TC = \text{συνολικό κόστος ενός κύκλου παραγγελίας} * \text{ετήσιος αριθμός παραγγελιών}$

$$TC = (K + cQ + \frac{h * S^2}{2D} + \frac{p * (Q - S)^2}{2D}) * \frac{D}{Q} \Rightarrow$$

$$TC = \frac{DK}{Q} + cD + \frac{K_c * S^2}{2Q} + \frac{p * (Q - S)^2}{2Q}$$

Οι βέλτιστες τιμές για τα μεγέθη S και Q υπολογίζονται αλγεβρικά, αν εξισώσουμε τις πρώτες μερικές παραγώγους  $\frac{\partial TC}{\partial S}$ ,  $\frac{\partial TC}{\partial Q}$  με το μηδέν,

δηλαδή:

$$\frac{\partial TC}{\partial S} = \frac{\partial (\frac{DK}{Q} + cD + \frac{h * S^2}{2Q} + \frac{p * (Q - S)^2}{2Q})}{\partial S} = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow S = \frac{pQ}{hp} \quad [1]$$

Και

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = \frac{\partial (\frac{DK}{Q} + cD + \frac{h * S^2}{2Q} + \frac{p * (Q - S)^2}{2Q})}{\partial Q} = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{(p+h)S^2 + 2DK}{p}} \quad [2]$$

Από τους τύπους [1] και [2] τελικά έχουμε:

$$S^* = \sqrt{\frac{2DK}{h}} \sqrt{\frac{p}{p+h}} \quad \text{και} \quad Q^* = \sqrt{\frac{2DK}{h}} \sqrt{\frac{p+h}{p}}$$

Ανάλογα διαμορφώνεται και η βέλτιστη διάρκεια ενός κύκλου παραγγελίας:

$$t^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{\sqrt{\frac{2DK}{h}} \sqrt{\frac{p+h}{p}}}{D} \Rightarrow t^* = \sqrt{\frac{2K}{Dh}} \sqrt{\frac{p+h}{p}}$$

Η μέγιστη ποσότητα έλλειψης που θα μπορούσε να εμφανιστεί είναι:

$$Q^* - S^* = \sqrt{\frac{2DK}{h}} \sqrt{\frac{p+h}{p}} - \sqrt{\frac{2DK}{h}} \sqrt{\frac{p}{p+h}} \Rightarrow Q^* - S^* = \sqrt{\frac{2DK}{h}} \left( \frac{h}{p(p+h)} \right)$$

### 3.8 Στοχαστικό Μοντέλο Συνεχούς Επιθεώρησης

Τα στοχαστικά μοντέλα που αφορούν τον έλεγχο αποθεμάτων χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν συστήματα κατά τα οποία δεν υπάρχει σταθερή ζήτηση, αλλά υπάρχει μάλιστα, σημαντική αβεβαιότητα για το πώς θα εξελιχθεί αυτή μελλοντικά. Αυτού του είδους τη ζήτηση, που θεωρείται τυχαία μεταβλητή, προσπαθούμε να την προσεγγίσουμε μέσα από την κατανομή της πιθανότητάς της.

#### 3.8.1 Γενικές Πληροφορίες

Στο πρώτο στοχαστικό μοντέλο που θα εξετάσουμε, παρακολουθείται αδιαλείπτως το επίπεδο του αποθέματος, ώστε να τοποθετείται μία νέα παραγγελία αμέσως μόλις το απόθεμα πέσει στο επίπεδο που έχει προκαθοριστεί ως σημείο κατά το οποίο πρέπει να γίνει νέα παραγγελία (reorder point).

Καταλαβαίνουμε ήδη λοιπόν, πως σε ένα σύστημα συνεχούς επιθεώρησης, δύο είναι οι πιο σημαντικοί παράγοντες:

- το σημείο κατά το οποίο πρέπει να τοποθετήσουμε μία νέα παραγγελία, το οποίο συμβολίζουμε με R και
- το μέγεθος της παραγγελίας, την οποία συμβολίζουμε με Q .

Βασιζόμενοι λοιπόν, σε αυτούς τους δύο παράγοντες, η πολιτική που καλούμαστε να ακολουθήσουμε ονομάζεται (R, Q), - πολιτική, είναι απλή και συνοψίζεται στο εξής: “Οποτεδήποτε το επίπεδο του αποθέματος γίνεται R , θα πρέπει να τοποθετούμε μια παραγγελία ύψους Q .”

Σε ένα τέτοιο μοντέλο, έχουμε κάνει τις εξής υποθέσεις:

1. Αναφερόμαστε πάντα σε ένα και μόνο προϊόν.

2. Γνωρίζουμε ανά πάσα στιγμή το επίπεδο του αποθέματος (συνεχής επιθεώρηση της αποθήκης).
3. Αφού χρησιμοποιούμε μια  $(R, Q)$ , - πολιτική, οι μόνες παράμετροι που καλούμαστε να επιλέξουμε είναι το σημείο επανατοποθέτησης παραγγελίας  $R$  και το μέγεθος  $Q$  που θα πρέπει αυτή η παραγγελία να έχει.
4. Ο χρόνος  $L$  (lead time) που μεσολαβεί ανάμεσα στην τοποθέτηση της παραγγελίας και την παραλαβή της μπορεί να είναι συγκεκριμένος ή να διαφέρει.
5. Κατά το χρόνο  $L$ , η ζήτηση προϊόντων από το απόθεμα είναι αβέβαιη, ενώ η κατανομή της πιθανότητας είναι γνωστή ή μπορεί να εκτιμηθεί.
6. Αν τελειώσουν τα προϊόντα πριν φτάσει η παραγγελία, η παραπάνω ζήτηση μπαίνει σε σειρά προτεραιότητας ώστε να καλυφθεί αμέσως μόλις φτάσει η παραγγελία.
7. Στην παραπάνω περίπτωση, υπάρχει και ένα επιπλέον κόστος έλλειψης  $p$ , με το οποίο επιβαρυνόμαστε και αφορά κάθε μονάδα προϊόντος για την οποία υπάρχει ζήτηση ενώ είναι σε έλλειψη μέχρι να ικανοποιηθεί η ζήτηση αυτή.
8. Υπάρχει ένα προκαθορισμένο κόστος  $K$  που αφορά την τοποθέτηση της παραγγελίας και το οποίο χρεωνόμαστε κάθε φορά που παραγγέλνουμε.
9. Πέρα όμως, από το προαναφερθέν κόστος, το κόστος της κάθε παραγγελίας είναι ανάλογο και του μεγέθους της, δηλαδή της ποσότητας  $Q$  που έχουμε ορίσει.
10. Υπάρχει και ένα προκαθορισμένο κόστος αποθήκευσης  $K_c$  για κάθε μονάδα προϊόντος που αποθηκεύουμε, στη μονάδα του χρόνου.

Παρατηρώντας τις παραπάνω υποθέσεις του μοντέλου αυτού, διαπιστώνουμε τη μεγάλη του ομοιότητα με το μοντέλο EOQ με προγραμματισμένες ελλείψεις. Η βασική τους διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι ενώ στο τωρινό μας παράδειγμα υποθέτουμε αβέβαιη ζήτηση, στο μοντέλο EOQ με προγραμματισμένες ελλείψεις, είχαμε υποθέσει γνωστή και σταθερή ζήτηση.

Λόγω λοιπόν, αυτής της αβεβαιότητας της ζήτησης, στο μοντέλο που μελετάμε τώρα, χρειάζεται να υπολογίσουμε και κάποιο απόθεμα ασφαλείας καθώς θα επιλέγουμε το σημείο  $R$ , για να μπορέσουμε να αντιμετωπίσουμε την περίπτωση να υπάρξει έντονη ζήτηση κατά το χρόνο  $L$ .

### 3.8.2. Η Πολιτική (Q, R)

#### Πώς επιλέγουμε την ποσότητα παραγγελίας Q

Δεν υπάρχει κάποιος καινούργιος τύπος που να υπολογίζει την ακριβή τιμή του Q. Για να υπολογίσουμε μια καλή προσέγγισή του, θα χρησιμοποιήσουμε τον αντίστοιχο τύπο που παρουσιάσαμε στο μοντέλο EOQ με προγραμματισμένες ελλείψεις. Έχουμε λοιπόν:

$$Q = \sqrt{\frac{2DK}{h}} \sqrt{\frac{p+h}{p}}$$

τον ίδιο τύπο δηλαδή με μόνη διαφοροποίηση ότι έχουμε αντικαταστήσει τη ζήτηση D, με την ποσότητα A, που αφορά τη μέση ζήτηση ανά μονάδα χρόνου.

#### Πώς επιλέγουμε το σημείο επανατοποθέτησης παραγγελίας R

Το σημείο επανατοποθέτησης παραγγελίας R, εξαρτάται άμεσα από το επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών της εταιρίας, το οποίο πρέπει και να προσδιοριστεί πρώτο.

#### Τρόποι μέτρησης του επιπέδου εξυπηρέτησης

Το επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών μιας εταιρίας μπορεί να ποσοτικοποιηθεί με διάφορους τρόπους. Ενδεικτικοί τέτοιοι τρόποι μέτρησής του είναι οι παρακάτω:

1. Η πιθανότητα να μην υπάρξει εξάντληση του αποθέματος στο μεσοδιάστημα μεταξύ της τοποθέτησης και της παραλαβής της παραγγελίας.
2. Ο μέσος όρος των φαινομένων εξάντλησης του αποθέματος.
3. Το μέσο ποσοστό ετήσιας ζήτησης που μπορεί να ικανοποιηθεί αμέσως, χωρίς να υπάρξει εξάντληση αποθέματος.
4. Η μέση καθυστέρηση ικανοποίησης παραγγελιών σε αναμονή όταν προκύπτει εξάντληση αποθέματος.
5. Η συνολική μέση καθυστέρηση κάλυψης των παραγγελιών υπολογίζοντας ως μηδενική την καθυστέρηση χωρίς εξάντληση αποθέματος.

Ο πρώτος τρόπος μέτρησης, η πιθανότητα να μην εξαντληθεί το απόθεμα κατά το χρόνο L, δηλαδή από την ώρα που θα τοποθετήσουμε μια παραγγελία μέχρι την ώρα που θα την παραλάβουμε, είναι ο πιο βολικός να χρησιμοποιήσουμε αρχικά και για το λόγο αυτό, θα



εστιάσουμε σε αυτόν, συμβολίζοντας την πιθανότητα αυτή με  $l$ .

Έστω  $P$  η ιδανική -σύμφωνα με την πολιτική της εταιρίας- πιθανότητα, σύμφωνα με την οποία δε θα έχουμε εξάντληση αποθέματος στο διάστημα ανάμεσα στην τοποθέτηση και τη λήψη της παραγγελίας.

Καλούμαστε λοιπόν, να εργαστούμε με την εκτιμώμενη κατανομή πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής  $D$ , που εκφράζει τη ζήτηση κατά το διάστημα που περιμένουμε να ικανοποιηθεί μια παραγγελία. Σύμφωνα με την ιδανική πολιτική, κατά την οποία δε θα έχουμε εξάντληση αποθέματος στο διάστημα ανάμεσα στην τοποθέτηση και τη λήψη της παραγγελίας, ισχύει ότι η ζήτηση θα παραμένει σε επίπεδο μικρότερο του σημείου  $R$  της παραγγελίας, δηλαδή θα ισχύει ότι:

$$P(D \leq R) = F(R) = \int_{-\infty}^R f(u) du$$

Έστω ότι η κατανομή της ζήτησης  $D$  περιγράφεται από την Ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $(a, b)$ . Τότε ο υπολογισμός του βέλτιστου επιπέδου παραγγελίας  $R$ , προκύπτει ως εξής:

$$P(D \leq R) = F(R) = \frac{R-a}{b-a}$$

Τότε, για συγκεκριμένο επιθυμητό μέγεθος πιθανότητας μη-εξάντλησης του αποθέματος  $l$ , ισχύει ότι  $P(D \leq R) = l$ . Συνεπώς, το βέλτιστο επίπεδο αποθέματος  $R$ , δίνεται από τον τύπο:

$$R = a + l(b-a)$$

Η μέση τιμή της ζήτησης υπολογίζεται από τον τύπο της μέσης τιμής της Ομοιόμορφης κατανομής, δηλαδή:

$$E(D) = \frac{a+b}{2}$$

Έτσι, για το απόθεμα ασφαλείας ισχύει:

$$\text{Απόθεμα ασφαλείας} = R - E(D) = a + l(b-a) - \frac{a+b}{2} \Rightarrow$$

$$\text{Απόθεμα ασφαλείας} = (l - \frac{1}{2})(b-a)$$

Με παρόμοιο τρόπο, εργαζόμαστε και στην περίπτωση κάθε άλλης κατανομής που ενδεχομένως ακολουθεί η ζήτηση  $D$ , στη διαδικασία επιλογής του βέλτιστου επιπέδου αποθέματος  $R$ .

Γενική διαδικασία επιλογής του  $R$  βάσει της πιθανότητας μη εξάντλησης του αποθέματος μέχρι την ικανοποίηση της παραγγελίας

Αρχικά, επιλέγουμε την τιμή του  $l$ . Έπειτα, λύνουμε ως προς  $R$ , όπως και πριν, ώστε να ικανοποιείται η σχέση:

$$P(D \leq R) = l$$

Αν έχουμε το ενδεχόμενο η ζήτηση  $D$  να ακολουθεί την Κανονική κατανομή με μέση τιμή  $\mu$  και διασπορά  $\sigma^2$ , τότε η νέα τυχαία μεταβλητή  $Z = \frac{D - \mu}{\sigma}$  ακολουθεί την τυποποιημένη Κανονική κατανομή. Η τελική, ζητούμενη τιμή για το επίπεδο του αποθέματος  $R$ , προκύπτει από τον τύπο:

$$R = \mu + k_{1-l} * \sigma$$

## 3.9 VRP Προβλήματα (Vehicle Routing Problems)

### 3.9.1 Γενικές Πληροφορίες

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (VRP) είναι από τα πιο σημαντικά, εφαρμόσιμα και μελετημένα προβλήματα διανομής της εφοδιαστικής αλυσίδας παρουσιάστηκε για πρώτη φορά το 1959 από τον Dantzig και Ramser, όπου την εποχή εκείνη περιέγραψαν έναν τρόπο για την βέλτιστη μεταφορά γκαζολίνης σε έναν αριθμό σταθμών τροφοδοσίας. Λίγα χρόνια αργότερα και συγκεκριμένα το 1964 οι Wright και Clarke πρότειναν έναν ευρετικό αλγόριθμο απληστίας ο οποίος ήταν σημαντικά βελτιωμένος σε σχέση με αυτόν των Dantzig – Ramser [7].

Για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος πρέπει να υπολογισθούν οι βέλτιστες διαδρομές διανομής προϊόντων που πρέπει να εκτελεσθούν από ένα σύνολο οχημάτων έτσι ώστε να ικανοποιηθεί η ζήτηση των πελατών. Ο σκοπός του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς προϊόντων ενός στόλου

οχημάτων που ξεκινούν και καταλήγουν σε μία αποθήκη. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα υπάρχει ένας αρκετά μεγάλος αριθμός διαφορετικών πραγματικών περιπτώσεων που έχουν να κάνουν με την ύπαρξη κάποιων περιορισμών ως προς τη διανομή των προϊόντων και σε μερικές περιπτώσεις συσχετίζεται με το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (TSP).

Τμήμα της επιστήμης της Επιχειρησιακής Έρευνας ασχολείται με προβλήματα δικτύων διανομής. Οι εταιρείες πλέον αναγνωρίζουν τη μεγάλη σημασία του βέλτιστου σχεδιασμού δικτύων διανομής στη μείωση του κόστους και την καλύτερη εξυπηρέτηση των πελατών. Σημαντικά προβλήματα, που σχετίζονται με τα δίκτυα διανομής, είναι η διανομή προϊόντων από τα σημεία παραγωγής ή αποθήκευσής τους στα σημεία κατανάλωσής τους, η μεταφορά προσωπικού από και προς το χώρο εργασίας, η περισυλλογή σκουπιδιών, η μεταφορά αλληλογραφίας, η δρομολόγηση πλοίων και αεροπλάνων. Η γενικότερη μορφή τέτοιων προβλημάτων αναφέρεται στη σχεδίαση ενός δικτύου διαδρομών μεταξύ κάποιων δεδομένων κόμβων-πελατών που βρίσκονται σε γνωστές, γεωγραφικά διεσπαρμένες θέσεις, ενώ υπάρχει και κόμβος-αποθήκη, ώστε να δημιουργηθούν κάποια δρομολόγια οχημάτων. Τα δρομολόγια θα πρέπει να ικανοποιούν την ζήτηση του κάθε κόμβου. Υπάρχουν όμως και επιπλέον περιορισμοί που αναφέρονται στις χωρητικότητες, τον αριθμό οχημάτων, τη χρονική διάρκεια, το μήκος διαδρομών, τις ώρες εργασίας, τα περιθώρια εξυπηρέτησης, αλλά και άλλοι που τίθενται από το εκάστοτε επιχειρησιακό μοντέλο. Σε αυτά τα προβλήματα αντιστοιχεί κάποια αντικειμενική συνάρτηση, που πρέπει να βελτιστοποιηθεί.

### 3.9.2 Ορισμός

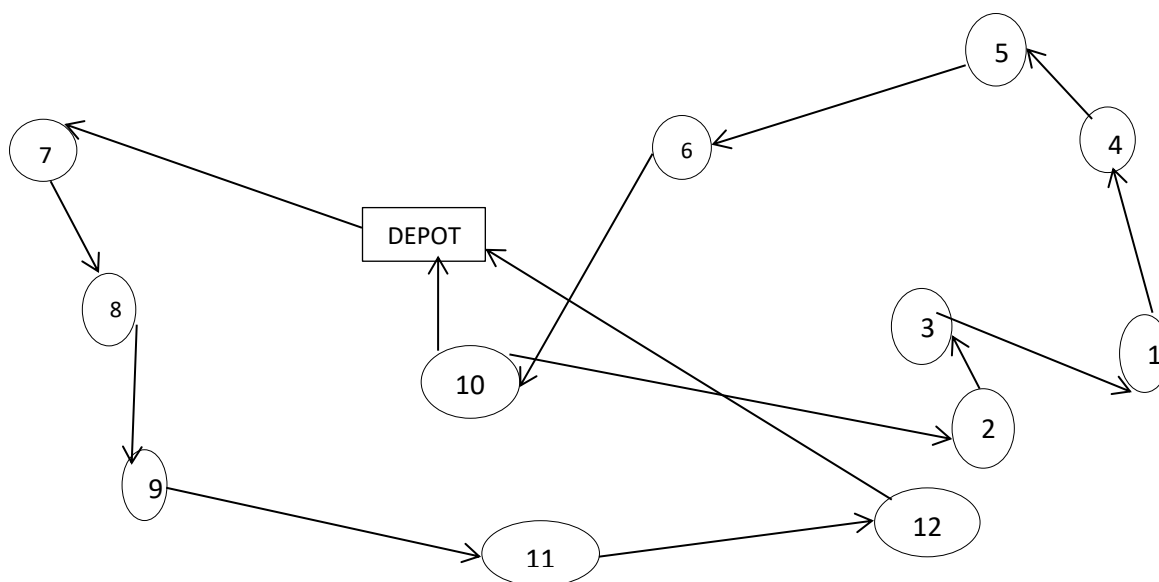
Σε ένα βασικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων έχουμε ένα σύνολο από κόμβους που αποτελούν τους πελάτες μιας επιχείρησης και έχουν κάποια συγκεκριμένη ζήτηση ανάλογα με τις απαιτήσεις τους. Αυτή η ζήτηση πρέπει να ικανοποιηθεί από ένα σύνολο οχημάτων ανεξαρτήτως χρονικών περιορισμών αλλά και περιορισμών προτεραιότητας εξυπηρέτησης.

Ο στόχος του προβλήματος, είναι η κατασκευή ενός συνόλου διαδρομών μια για κάθε όχημα. Πρέπει να είναι χαμηλού κόστους για να επωφεληθεί η επιχείρηση μέσα από το μειωμένο κόστος παράδοσης. Κάθε διαδρομή αποτελεί ένα σύνολο (ακολουθία) τοποθεσιών (κόμβων) που πρέπει να επισκεφθούν τα οχήματα παράδοσης για την κάλυψη των εκάστοτε αναγκών. Όταν τα οχήματα ξεμείνουν από προϊόντα πρέπει να επιστρέφουν στην αφετηρία (κεντρική αποθήκη ανεφοδιασμού) για να εφοδιαστούν και στη συνέχεια να συνεχίσουν το έργο τους. Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problem), είναι στην ουσία ένα

συνδυαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης [6]. Επιδιώκεται η εξυπηρέτηση ενός αριθμού πελατών με ένα διαθέσιμο στόλο οχημάτων. Στη συνηθισμένη του μορφή έχει στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους παράδοσης στους πελάτες, που καταχωρούν παραγγελίες, των αγαθών που βρίσκονται σε μια κεντρική αποθήκη. Πολλές είναι οι παραλλαγές του προβλήματος, καθώς και οι μέθοδοι επίλυσης που έχουν προταθεί, αφού η εύρεση του ελάχιστου της συνάρτησης κόστους είναι μια σύνθετη διαδικασία.

Οι κόμβοι μέσα σε ένα δίκτυο συνδέονται μέσω του γραμμικού χαρακτηριστικού που ονομάζεται ακμή. Δηλαδή, κάθε ακμή αντιστοιχεί σε ένα ζεύγος κόμβων  $(i, j)$  και συνδέει τον κόμβο  $i$  με τον κόμβο  $j$ . Συνεπώς, ένα δίκτυο ορίζεται ως ένας κατευθυνόμενο γράφημα  $G = (N, E)$  που αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων  $N = |n|$  και ένα σύνολο ακμών  $E = |m|$ .

Στην εικόνα 10 απεικονίζεται ένα δίκτυο με κόμβους και ακμές:



Εικόνα 10: Δίκτυο με Κόμβους και Ακμές 1

Σε ένα πραγματικό δίκτυο οι κόμβοι είναι οι σταθμοί εξυπηρέτησης με άλλα λόγια είναι οι πελάτες και οι ακμές είναι οι διαδρομές που ακολουθείς για την εξυπηρέτηση των πελατών. Ένα δίκτυο μεταφοράς, οι κόμβοι του απεικονίζεται από γεωγραφικές συντεταγμένες που τις

πληροφορίες αυτές τις αντλούμε μέσα από το γεωγραφικό πληροφοριακό σύστημα είτε από το Google Maps.

Τα δίκτυα απεικονίζονται σε γραφήματα όπου δίπλα από κάθε ακμή υπάρχει μία τιμή όπου συμβολίζει το βάρος. Η έννοια την τιμής είναι για να μας δείξει το κόστος για να διασχίσουμε την ακμή, όπου κάνει αναφορά σε χρόνο είτε απόσταση μεταξύ κόμβων είτε σε άλλες παραμέτρους ή έναν συνδυασμό όλων των παραπάνω.

Βασικά στοιχεία ενός δικτύου είναι τα μονοπάτια, οι κύκλοι, οι στάσεις, τα κέντρα και οι στροφές. Πρώτον το Μονοπάτι, είναι μία πεπερασμένη ακολουθία από διαδοχικούς κόμβους και διαδοχικές ακμές που εναλλάσσονται και στην οποία κάθε ακμή εμφανίζεται μόνο μία φορά. Σε ένα δίκτυο μεταφοράς, ένα μονοπάτι είναι μία ακολουθία διαδοχικών στάσεων. Δεύτερον το Συντομότερο Μονοπάτι, είναι το συντομότερο μονοπάτι (shortest path), είναι αυτό με το ελάχιστο κόστος από έναν κόμβο αφετηρία προς έναν κόμβο προορισμό. Πρακτικά λοιπόν, το να βρούμε ένα συντομότερο μονοπάτι σημαίνει να βρούμε την ακολουθία εκείνη τοποθεσιών που μας οδηγεί από την αφετηρία στον προορισμό με το λιγότερο κόστος. Τρίτον το Μονοπάτι Κύκλος, είναι ένα κλειστό μονοπάτι, δηλαδή ένα μονοπάτι στο οποίο η αφετηρία και ο προορισμός συμπίπτουν. Τέταρτον η Στάση, είναι μία τοποθεσία που επισκεπτόμαστε σε ένα μονοπάτι ή κύκλο. Πέμπτον το Κέντρο, είναι ένα κέντρο είναι μία τοποθεσία στην οποία παρέχονται κάποια αγαθά ή υπηρεσίες. Τέλος, έκτον η Στροφή, είναι η μετάβαση από μία ακμή του δικτύου σε μία άλλη.

Το VRP είναι ένα γνωστό πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού το οποίο ανήκει στην κατηγορία των μη πολυωνυμικών δύσκολων προβλημάτων (NR – HARD). Αυτό σημαίνει ότι η υπολογιστική του προσπάθεια του απαιτείται για την επίλυση του προβλήματος αυξάνει εκθετικά με το μέγεθος του προβλήματος. Σε αυτού του είδους τα προβλήματα η προσεγγιστική μέθοδος λύσεων είναι αποδεκτή, ώστε να βρεθεί αρκετά γρήγορα η λύση. Επίσης, είναι επιθυμητά ακριβείς. Ο στόχος επιτυγχάνεται με τη χρήση ευρετικών μεθόδων, όπου βασίζονται στην εικόνα του προβλήματος.

### 3.9.3 Δρομολόγηση Οχημάτων

Η δρομολόγηση διακρίνεται σε στρατηγική, περιοδική, επιχειρησιακή και πραγματικού χρόνου ή δυναμική [8] :

Η στρατηγική δρομολόγηση είναι η δυσκολότερη περίπτωση γιατί καταστρώνονται δρομολόγια, για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα, λαμβάνοντας υπόψη τις διακυμάνσεις της

ζήτησης και όλων των στοχαστικών παραμέτρων που υπεισέρχονται. Το ζητούμενο είναι να βρεθεί εκείνο το δρομολόγιο που θα είναι βέλτιστο για μεγάλα χρονικά διαστήματα, έως και 12 μήνες. Η στρατηγική δρομολόγηση σε δίκτυα διανομής είναι αναγκαία, διότι τα δρομολόγια δεν μπορεί να έχουν μεγάλη διαφοροποίηση, ακόμα και εάν κάποιος δρομολογητής προτείνει κάτι τέτοιο για την εξοικονόμηση. Αυτό, γιατί το κόστος από τις καθυστερήσεις, που οφείλονται στην οδήγηση σε διαφορετικούς δρόμους ή στην αλληλεπίδραση με διαφορετικούς πελάτες, μπορεί να είναι μεγαλύτερο.

Η περιοδική δρομολόγηση είναι υποπερίπτωση της στρατηγικής. Αναζητούνται δρομολόγια για μεγάλο χρονικό διάστημα, αλλά διαφορετικά ανάλογα την ημέρα (π.χ. ξεχωριστά δρομολόγια για κάθε ημέρα της εβδομάδας). Σε αυτή την περίπτωση, δεν εξυπηρετούνται κάθε μέρα οι ίδιοι πελάτες, αλλά το δρομολόγιο για μια συγκεκριμένη ημέρα παραμένει το ίδιο για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Η επιχειρησιακή δρομολόγηση πραγματοποιείται κάθε ημέρα. Λαμβάνει υπόψη τα δρομολόγια για την συγκεκριμένη ημέρα μαζί με τη ζήτηση των πελατών που πρέπει να εξυπηρετηθούν τη συγκεκριμένη ημέρα και κάνοντας τροποποιήσεις στα στρατηγικά δρομολόγια, εξάγει τα δρομολόγια που πρέπει να ακολουθηθούν.

Η δυναμική δρομολόγηση (πραγματικού χρόνου) ενσωματώνει την περίπτωση προβλήματος μετά την έναρξη της δρομολόγησης. Η αποτελεσματικότητα της στηρίζεται στην άρτια γνώση της κατάστασης του οδικού δικτύου, των θέσεων των οχημάτων και των τρεχουσών ζητήσεων των πελατών. Έτσι, είναι αναγκαία η χρήση σύγχρονου εξοπλισμού και δορυφορικών συστημάτων. Γίνεται επαναδρομολόγηση οχημάτων σε περίπτωση έκτακτων αλλαγών, όπως η μεγάλη καθυστέρηση εξυπηρέτησης πελατών, η ακινητοποίηση οχήματος από βλάβη, το κυκλοφοριακό σε δρόμους και οι νέες παραγγελίες.

### **3.9.4 Προβλήματα Δρομολόγησης και Μοντελοποίησης του Δικτύου**

Γνωρίζουμε ότι στο πολυσύνθετο επιχειρηματικό περιβάλλον υπάρχει πληθώρα παραλλαγών του προβλήματος δρομολόγησης. Όμως, το βασικό πρόβλημα δρομολόγησης είναι ένα πρόβλημα εύρεσης μιας διαδρομής μέσα σε δίκτυο. Μπορεί να υπάρχουν πολλαπλά σημεία προέλευσης και προορισμού, ενώ σε άλλα προβλήματα, το σημείο προέλευσης και προορισμού να είναι το ίδιο. Είναι κοινά αποδεκτό ότι δεν υπάρχει βέλτιστος αλγόριθμος για τη δρομολόγηση σε κάθε μεταφορικό δίκτυο. Ιδιαίτερα σημαντικός είναι ο τρόπος με τον

οποίο γίνεται η μοντελοποίηση του δικτύου, δηλαδή ο τρόπος με τον οποίο οργανώνουμε τους κόμβους στο δίκτυο και τις κατηγορίες στις οποίες διακρίνονται αυτοί οι κόμβοι, με βάση κάποια κριτήρια. Ο στόχος είναι να υπάρχει μία «καλή» σχέση ανάμεσα στη μοντελοποίηση και στα heuristics, δηλαδή τις τεχνικές που χρησιμοποιούν οι αλγόριθμοι που θα «τρέξουν».

Οι κόμβοι στα μεταφορικά δίκτυα έχουν συνήθως διαφορετικά επίπεδα σημασίας. Δηλαδή υπάρχουν κόμβοι που είναι πιο κεντρικοί, οι οποίοι ενώνουν γραμμές ή αποτελούν σημεία μεγάλης σημασίας για ποικίλους λόγους και είναι περισσότερο σημαντικοί από τους υπόλοιπους κόμβους στο δίκτυο. Στόχος είναι οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται να αξιοποιήσουν αυτό το γεγονός. Άρα, υπάρχει μία σχέση αλληλεπίδρασης ανάμεσα στο δίκτυο και τον τρόπο που μοντελοποιείται (π.χ. τα ιεραρχικά επίπεδα στα οποία το οργανώνουμε) και τους αλγόριθμους που επιλέγονται προς εφαρμογή και τις «ευριστικές» τεχνικές που αυτοί χρησιμοποιούν.

### 3.9.5 Το Πρόβλημα του Περιπλανώμενου Πωλητή

Το πλέον θεμελιώδες πρόβλημα προγραμματισμού διανομής είναι αυτό του πλανόδιου πωλητή (ΠΠΠ) - Traveling Salesman Problem (TSP), στο οποίο ο πωλητής επισκέπτεται πολλαπλές πόλεις (σημεία πώλησης) και επιστρέφει στο σημείο εκκίνησης [[https://en.wikipedia.org/wiki/Travelling\\_salesman\\_problem](https://en.wikipedia.org/wiki/Travelling_salesman_problem)]. Το πρόβλημα αυτό συνίσταται στην εύρεση μίας μόνο διαδρομής που να συνδέει τις k πόλεις (κόμβους), με τέτοιο τρόπο, ώστε να ελαχιστοποιείται η συνολική διανυθείσα απόσταση ή ο συνολικός χρόνος. Κάθε σημείο πρέπει να δέχεται επίσκεψη μόνο μία φορά [6]. Αν θεωρήσουμε:

Πόλεις : 1,2,...,n (συμβολίζονται με i, j)

- $d_{ij}$  την απόσταση από την πόλη i στην j
- Μεταβλητή απόφασης  $x_{ij}$  όπου,  $x_{ij} = 1$  αν ο πωλητής πηγαίνει από την πόλη i στην j αλλιώς  $x_{ij} = 0$

Η αντικειμενική συνάρτηση, εκφράζει τη συνολική απόσταση που διανύει ο πωλητής και είναι:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} * d_{ij} , \text{ για } i \neq j \quad (3.9.5.1)$$

Με τους ακόλουθους περιορισμούς:

- $x_{ij} \in \{0,1\}$  για  $i \neq j$
- $\sum_{i=0, i \neq j}^n x_{ij} = 1$  , για  $j = 0, \dots, n$
- $\sum_{j=0, i \neq j}^n x_{ij} = 1$  , για  $i = 0, \dots, n$

Παρά την απλή διατύπωσή του προβλήματος, είναι πρακτικά αδύνατη η αναλυτική επίλυση του. Αν αντιστοιχιστεί ένα μονοπάτι για κάθε ζευγάρι σημείων, ο συνολικός αριθμός δυνατών λύσεων για  $n$  σημεία είναι  $n!/2$ . Αποτέλεσμα είναι να μην μπορεί να ευρεθεί η βέλτιστη λύση για το πρόβλημα, ακόμα και για μικρές σχετικά τιμές του  $n$ . Συνεπώς, έχει γίνει πρόταση για πολλούς ευρετικούς αλγορίθμους και το TSP έχει αντιμετωπισθεί εκτενώς, με πληθώρα μεθόδων επίλυσης. Ο πιο απλός, μεταξύ των ευρετικών αλγορίθμων, θεωρείται του Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighbor). Ξεκινώντας από το σημείο εκκίνησης, επιλέγεται ως επόμενο σημείο επίσκεψης αυτό με την ελάχιστη απόσταση από το τρέχον σημείο. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι ο πωλητής να επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης, έχοντας επισκεφτεί το σύνολο των σημείων.

### 3.9.6 Αλγόριθμοι Επίλυσης

Το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή (TSP), όπως αναλύσαμε και νωρίτερα, είναι ένα NP-hard πρόβλημα της συνδυαστικής βελτιστοποίησης [8], σημαντικό στην επιχειρησιακή έρευνα και τη θεωρητική επιστήμη των υπολογιστών. NP-hard (Non-deterministic Polynomial-time hard) στη θεωρία πολυπλοκότητας είναι μια κατηγορία προβλημάτων που είναι τουλάχιστον τόσο δύσκολα όσο τα δυσκολότερα προβλήματα. Ως εκ τούτου, η εύρεση ενός αλγορίθμου για την επίλυση κάθε NP-hard προβλήματος είναι απίθανη, ενώ πολλοί από τους αλγορίθμους που χρησιμοποιούνται θεωρούνται σκληροί (μεγάλος χρόνος επίλυσης). Συνεπώς, στο TSP πρόβλημα είναι πιθανό ο χρόνος που τρέχει η λύση με κάθε αλγόριθμο να αυξάνεται πολλαπλάσια, ίσως και εκθετικά, με τον αριθμό των πόλεων. Το πρόβλημα αρχικά αναλύθηκε το 1930 και είναι ένα από τα πιο εντατικά μελετημένα προβλήματα στη βελτιστοποίηση. Χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς για πολλές μεθόδους βελτιστοποίησης. Ακόμη και αν το πρόβλημα είναι υπολογιστικά δύσκολο, ένας μεγάλος αριθμός των heuristics και ακριβείς μέθοδοι είναι γνωστές, έτσι ώστε σε μερικές περιπτώσεις, με δεκάδες χιλιάδες πόλεις, μπορεί να λυθεί ικανοποιητικά.

Για την αντιμετώπιση ενός NP-hard προβλήματος ακολουθούνται οι εξής μέθοδοι :



- Η επινόηση αλγορίθμων για ακριβείς λύσεις (που λογικά θα λειτουργούν γρήγορα μόνο για προβλήματα μικρού μεγέθους).
- Η επινόηση αλγορίθμων «αναντίστοιχων» ή ευρετικών, δηλαδή αλγορίθμων που παρέχουν είτε φαινομενικά ή μάλλον καλές λύσεις, αλλά οι οποίες δεν θα μπορούσε να αποδειχθεί ότι είναι οι βέλτιστες.
- Η εύρεση ειδικών περιπτώσεων για το πρόβλημα «υποπεριπτώσεις», για τις οποίες είναι δυνατή είτε η επίλυση είτε η εφαρμογή heuristics.

Η αποτελεσματική, άμεση επίλυση ενός τέτοιου προβλήματος καθίσταται αδύνατη, ειδικά για μεγάλο αριθμό στάσεων, γιατί ο χρόνος επίλυσης είναι συνάρτηση του παραγοντικού του αριθμού των στάσεων. Παρόλα αυτά, έχουν αναπτυχθεί κάποιοι αλγόριθμοι για μικρό αριθμό στάσεων. Διάφοροι heuristics και αλγόριθμοι προσέγγισης, οι οποίοι αποφέρουν γρήγορα καλές λύσεις, έχουν επινοηθεί. Σύγχρονες μέθοδοι μπορούν να βρουν λύσεις για προβλήματα εξαιρετικά μεγάλα (εκατομμύρια στάσεων), εντός εύλογου χρονικού διαστήματος, οι οποίες απέχουν μόλις 2-3% μακριά από τη βέλτιστη λύση.

### 3.9.7 Ευρετική Ανάλυση

Προκειμένου να μειωθεί ο γιγάντιος, για ρεαλιστικά προβλήματα, χώρος αναζήτησης και ο απαιτούμενος, για την εύρεση της λύσης, χρόνος, μπορούν να χρησιμοποιηθούν αλγόριθμοι που εκμεταλλεύονται ευρετικούς μηχανισμούς, δηλαδή στρατηγικές (συνήθως συναρτήσεις που εξαρτώνται από το εκάστοτε πρόβλημα), οι οποίες αξιολογούν προσεγγιστικά τις ενδιάμεσες καταστάσεις ως προς την εκτιμώμενη απόσταση τους από μία τελική κατάσταση, επεκτείνουν πρώτα αυτές με τη βέλτιστη ευρετική τιμή (οι οποίες αναμένεται να οδηγήσουν συντομότερα σε λύση) ή και κλαδεύουν τις υπόλοιπες. Οι ευρετικοί μηχανισμοί δεν είναι αντικειμενικοί και παρόλο που κωδικοποιούνται αλγοριθμικά, υπό τη μορφή της ευρετικής συνάρτησης, δεν μπορούν να θεωρηθούν αλγόριθμοι. Αυτό γιατί προκειμένου να μειώσουν το χώρο αναζήτησης ή να επιταχύνουν την εύρεση της λύσης, λειτουργούν προσεγγιστικά και «διαισθητικά» (περίπου όπως οι άνθρωποι), ενώ οι αλγόριθμοι είναι ακριβείς και λειτουργούν πάντα ορθά. Στην πλειονότητα των περιπτώσεων πάντως, οι ευρετικές στρατηγικές οδηγούν σε πολύ καλά αποτελέσματα (αναλόγως βέβαια του προβλήματος), ωστόσο απέχουν πολύ από το να προσομοιώνουν τους μηχανισμούς της ανθρώπινης σκέψης. Η τελευταία, χρησιμοποιεί επίσης ευρετικές μεθόδους, οι οποίες όμως είναι ποιοτικές και όχι ποσοτικές / αριθμητικές, ενώ φαίνεται να αποδίδουν καλύτερα.

Ο αλγόριθμος πλησιέστερου γείτονα (nearest neighbor algorithm) αφήνει ο πωλητής να επιλέγει την πλησιέστερη πόλη, που δεν έχει επισκεφτεί, στην επόμενη κίνησή του. Αυτός ο αλγόριθμος αποδίδει γρήγορα μια αποτελεσματική και σύντομη διαδρομή. Για  $N$  πόλεις τυχαία κατανομημένες, ο αλγόριθμος κατά μέσο όρο αποδίδει μια διαδρομή 25% μεγαλύτερη από το συντομότερο δυνατό δρόμο. Ωστόσο, υπάρχουν πολλές ειδικά διαμορφωμένες διανομές που κάνουν τον αλγόριθμο πλησιέστερου γείτονα να δίνει τη χειρότερη διαδρομή. Μια παραλλαγή του αλγορίθμου NN, που ονομάζεται Nearest Fragment (NF) operator, ο οποίος συνδέει μια ομάδα των πλησιέστερων πόλεων που δεν έχει επισκεφτεί ο πωλητής, μπορεί να βρει τη συντομότερη διαδρομή με διαδοχικές επαναλήψεις. Ο NF μπορεί επίσης να εφαρμοστεί σε μια αρχική λύση που λαμβάνεται από NN αλγόριθμο για περαιτέρω βελτίωση σε ένα ελιτίστικο μοντέλο, στο οποίο γίνονται δεκτές μόνο οι καλύτερες λύσεις.

Μια άλλη εποικοδομητική ευρετική τεχνική είναι η Match Twice and Stitch (MTS), η οποία εκτελεί δύο διαδοχικά ταιριάσματα, όπου το δεύτερο ταιρίασμα εκτελείται μετά τη διαγραφή όλων των ακμών του πρώτου ταιριάσματος, για να αποδώσει μια σειρά από κύκλους. Οι κύκλοι στη συνέχεια ενώνονται για να παραχθεί η τελική διαδρομή. Επιπλέον, ο αλγόριθμος Σάρωσης (sweep algorithm) αποτελεί ένα διαδεδομένο ευρετικό αλγόριθμο για το VRP. Ο αλγόριθμος Σάρωσης εφαρμόζεται σε επίπεδα γραφήματα. Αρχικά, δημιουργούνται συστάδες πελατών περιστρέφοντας μια ακτίνα που ξεκινά από την αποθήκη. Οι συστάδες που δημιουργούνται δεν πρέπει να παραβιάζουν τους περιορισμούς χωρητικότητας των οχημάτων. Για κάθε συστάδα λύνεται το πρόβλημα του Περιοδευόντος Πωλητή (TSP) και δημιουργείται έτσι μία διαδρομή που θα εξυπηρετηθεί από ένα όχημα. Σε μερικές υλοποιήσεις του αλγορίθμου Σάρωσης υπάρχει και μια φάση επεξεργασίας στην οποία εναλλάσσονται κορυφές μεταξύ γειτονικών συστάδων, για περαιτέρω βελτίωση των διαδρομών.

Μια μέθοδος τοπικής αναζήτησης είναι η Αναζήτηση Μεγάλης Γειτονιάς (Large Neighbourhood Search - LNS). Η Αναζήτηση Μεγάλης Γειτονιάς [16] βασίζεται στη διαδικασία της χαλάρωσης και επαναβελτιστοποίησης. Για το VRP αυτό σημαίνει ότι ένας αριθμός πελατών αφαιρείται από το πλάνο δρομολόγησης (χαλάρωση του προβλήματος). Στη συνέχεια υπολογίζεται το πλάνο δρομολόγησης με όσους πελάτες απέμειναν και έπειτα οι πελάτες που είχαν αφαιρεθεί επανατοποθετούνται στο πλάνο δρομολόγησης. Η τρόπος που γίνεται η επανατοποθέτηση είναι η ελαχίστου κόστους επανατοποθέτηση. Δημιουργείται ένα δέντρο αναζήτησης και γίνεται η εξερεύνησή του, προκειμένου να βρούμε το σημείο στο οποίο θα γίνει η επανατοποθέτηση των πελατών. Μια επανάληψη της αφαίρεσης και της επανατοποθέτησης των πελατών θεωρείται ως εξέταση μια γειτονιάς.

### 3.9.8 Προβλήμα Διανομής

Μερικές αξίες (όπως αριθμό των πελατών, τις δικές τους απαιτήσεις, να εξυπηρετεί χρόνος ή χρόνος ταξιδιού) είναι τυχαία (Στοχαστική VRP - SVRP), [17].

Στα SVRP προβλήματα, ένα ή περισσότερα στοιχεία του προβλήματος (π.χ. πελάτες, απαιτήσεις σε εμπορεύματα) δεν θεωρούνται σταθερά. Ενδεικτικές περιπτώσεις SVRP είναι :

1. Στοχαστικοί πελάτες : Η πιθανότητα κάθε πελάτη  $i$  να πραγματοποιεί παραγγελία είναι  $p_i$ , ενώ δεν πραγματοποιείται παραγγελία με πιθανότητα  $1 - p_i$ .
2. Στοχαστικές απαιτήσεις πελατών : Η ζήτηση  $d_i$  κάθε πελάτη δεν είναι σταθερή.
3. Στοχαστικό χρόνο ταξιδιού : Ο χρόνος, που απαιτείται για την προσέγγιση ενός πελάτη, αλλά και ο χρόνος για την εξυπηρέτησή του, δεν είναι σταθερός.

Στα SVRP προβλήματα υπάρχουν δύο στάδια επίλυσης. Στην αρχή, δίνεται μια πρώτη λύση πριν γίνουν γνωστές οι τυχαίες μεταβλητές, ενώ στη συνέχεια, γνωρίζοντας τις τιμές των τυχαίων μεταβλητών, διορθώνεται η πρώτη λύση. Στόχος είναι τόσο η ελαχιστοποίηση του συνολικού αριθμού οχημάτων όσο και του συνολικού χρόνου ταξιδιού για την εξυπηρέτηση των πελατών. Επειδή οι τιμές κάποιων μεταβλητών δεν είναι σταθερές, αλλά μεταβάλλονται συνέχεια, δεν μπορούν να ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί για κάθε πιθανή τιμή. Ο υπεύθυνος δρομολόγησης έχει λοιπόν δύο επιλογές :

- Να ικανοποιήσει κάποιους από τους περιορισμούς με μια δεδομένη πιθανότητα.
- Να ενσωματώσει ένα πρότυπο διορθωτικών ενεργειών, που να ενεργοποιείται όταν δεν ικανοποιείται κάποιος περιορισμός.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΖΗΤΗΣΗΣ

Ο λόγος για τον οποίον η τιμολόγηση αποτελεί ένα ιδιαίτερα χρήσιμο εργαλείο για την χάραξη μιας αποτελεσματικής στρατηγικής μάρκετινγκ είναι η διαφορετική ευαισθησία που δείχνουν οι πελάτες στην τιμή και κατ' επέκταση, οι αντιδράσεις τους στις μεταβολές της. Η ευαισθησία αυτή καλείται ελαστικότητα της ζήτησης, [3]. Για κάποιες υπηρεσίες οι καταναλωτές δείχνουν μεγαλύτερη ευαισθησία και αντιδρούν εντονότερα σε μεταβολές της τιμής. Στις περιπτώσεις αυτές, μια αύξηση της τιμής συνοδεύεται από ακόμα μεγαλύτερη μείωση της ζήτησης για συγκεκριμένη υπηρεσία ενώ, αντίθετα, μείωση της τιμής συνοδεύεται από ακόμα μεγαλύτερη αύξηση της ζήτησης. Στις περιπτώσεις αυτές, η ζήτηση για τη συγκεκριμένη υπηρεσία χαρακτηρίζεται ελαστική. Σε άλλες περιπτώσεις, οι καταναλωτές δείχνουν μικρότερη ευαισθησία στην τιμή, με αποτέλεσμα μια αύξηση τη τιμής της υπηρεσίας να επηρεάζει μεν αρνητικά τη ζήτηση για την υπηρεσία αλλά σε βαθμό μικρότερο από την αύξηση της τιμής και το αντίθετο. Όταν συμβαίνει αυτό μιλάμε για ανελαστική ζήτηση. Ο βαθμός ελαστικότητας επηρεάζει τον όγκο των πωλήσεων και κατ' επέκταση και την κερδοφορία της ίδια της επιχείρησης παροχής υπηρεσιών. Ωστόσο, η συμπεριφορά των καταναλωτών επηρεάζεται από ένα πλήθος παράγοντες. Επίσης, τμήματα – ομάδες διαφορετικών καταναλωτών ενδέχεται να έχουν διαφορετική ευαισθησία απέναντι στις μεταβολές της τιμής της ίδιας υπηρεσίας και, κατά συνέπεια, να αντιδρούν διαφορετικά

### 4.1 Ελαστικότητα της Τιμής

Για την κατανόηση μια οικονομίας είναι απαραίτητη η θεωρία μαζί με τα γεγονότα της. Πιο αναλυτικά, είναι απαραίτητη η θεωρία για να δούμε πια γεγονότα θα χρησιμοποιήσουμε. Είναι γνωστό ότι τα γεγονότα από μόνα τους είναι πολλά για να μας εμφανίσουν την ορθή λύση που αναζητούμε σε κάθε μας πρόβλημα. Ωστόσο, γεγονότα χωρίς θεωρία οδηγούμαστε σε αδιέξοδο για το λόγο ότι δεν θα κατέχουμε την κατάλληλη γνώση για να ερμηνεύσουμε. Όπως, και θεωρία χωρίς τα απαραίτητα γεγονότα θα οδηγηθούμε απλούστατα σε ένα αποτέλεσμα χωρίς επιβεβαίωση. Λογικό επακόλουθο, είναι η χρήση και των δυο.

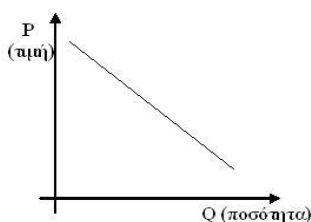
Έναν ορισμό για να μπορέσουμε να κατανοήσουμε καλύτερα την έννοια της ελαστικότητας ζήτησης ως προς την τιμή είναι ο λόγος της ποσοστιαίας μεταβολής της ζητούμενης ποσότητας ενός αγαθού προς την αντίστοιχη ποσοστιαία μεταβολή της τιμής, ως εξής:

$$\varepsilon_d = \frac{\% \text{ μεταβολή στην ζητούμενη ποσότητα}}{\% \text{ μεταβολή στην τιμή}}$$

Δηλαδή:

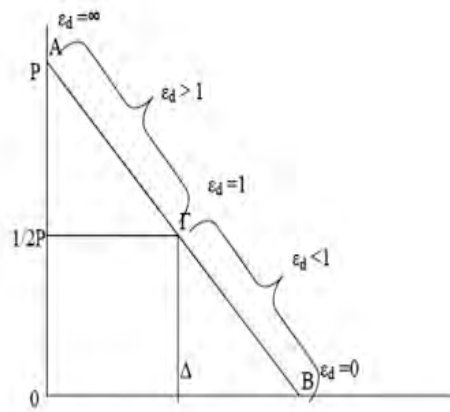
$$\varepsilon_d = \frac{\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right) * 100}{\left(\frac{\Delta P}{P}\right) * 100}$$

Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την ίδια την τιμή του αγαθού σε σχέση με τις υπόλοιπες ελαστικότητες είναι περισσότερο διαδομένη. Για παράδειγμα, αν μια αύξηση της τιμής κατά 1% μειώνει τη ζητούμενη ποσότητα κατά 2%, η ελαστικότητα ζήτησης είναι -2. Το αρνητικό πρόσημο υποδηλώνει ότι η ποσότητα μειώνεται όταν η τιμή αυξάνεται. Αυτό συμβαίνει γιατί οι καμπύλες ζήτησης έχουν αρνητική κλίση, τότε οι μεταβολές της τιμής και της ποσότητας έχουν πάντα αντίθετο πρόσημο, όπως απεικονίζεται στη εικόνα 11.



**Εικόνα 11: Ελαστικότητα Ζήτησης 1**

Γι αυτό το λόγο η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή δείχνει μετακινήσεις κατά μήκος της καμπύλης ζήτησης. Η ελαστικότητα ζήτησης είναι πάντα αρνητικός αριθμός, όπως απεικονίζεται στην εικόνα 12 .



Εικόνα 12: Ελαστικότητα Ζήτησης 1

- Η ζήτηση είναι ελαστική αν η ελαστικότητα ως προς την τιμή είναι αρνητική από -1.
- Η ζήτηση είναι ανελαστική ως προς την τιμή όταν βρίσκεται μεταξύ του -1 και του μηδέν.
- Αν η ελαστικότητα ζήτησης είναι ακριβώς -1, λέμε ότι η ζήτηση είναι μοναδιαίας ελαστικότητας.

Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή είναι χρήσιμη για τον υπολογισμό της αύξησης της τιμής που απαιτείται για την εξάλειψη της υπερβάλλουσας ζήτησης, δηλαδή την έλλειψη εμπορευμάτων.

Εφόσον ασχολούμαστε στην συγκεκριμένη περίπτωση με προϊόντα (τρόφιμα) είναι να καλό να αναφέρουμε ότι η μέτρηση της ελαστικότητας ως προς την τιμή είναι ανελαστική.

Επιπρόσθετα, άρχουν ορισμένοι παράγοντες που επηρεάζουν την ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή. Πρώτος παράγοντας, είναι η ευκολία ή η δυσκολία της υποκατάστασης ενός προϊόντος, από ένα άλλο που σε γενικές γραμμές ικανοποιεί την ίδια ανάγκη. Δεύτερον, είναι ο χρόνος δηλαδή το αναγκαίο χρονικό διάστημα που απαιτείται για την κάλυψη μιας συγκεκριμένης καταναλωτικής ανάγκης. Τρίτον, είναι ο αριθμός των χρήσεων του προϊόντος που το κάνει αναντικατάστατο. Τέταρτον, είναι το μέγεθος της καταναλωτικής δαπάνης που απαιτείται για το συγκεκριμένο προϊόν.

Τέλος, η ελαστικότητα ζήτησης μετράει την ευαισθησία της ζητούμενης ποσότητας στις μεταβολές της τιμής ενός προϊόντος, με σταθερές τις τιμές των άλλων προϊόντων και το εισόδημα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται εφαρμογή του θεωρητικού υπόβαθρου που έχουμε αναφέρει στα προηγούμενα κεφάλαια μέσα από ένα παράδειγμα. Στην συγκεκριμένη περίπτωση το παράδειγμα είναι μια πραγματική καινούργια επιχείρηση. Ο επιχειρηματίας θέληση να δώσει ορισμένα στοιχεία της επιχείρησής του, ώστε να δούμε πως θα γίνεται να περάσουμε από την θεωρία στην πράξη και μάλιστα σε μια επιχείρηση που ιδρύθηκε μέσα στην κρίση και ο χρόνος λειτουργίας της είναι σχεδόν ένας χρόνος. Ωστόσο, θα γίνει μελέτη για την εποχικότητα του προϊόντος της, την βελτιστοποίηση της διαδρομής της, την πρόβλεψη της ζήτησής της, το απόθεμα της αποθήκης της και των μεγάλων πελατών της, αντιμετώπιση σε μη ικανοποίηση της ζήτησης, ελαστικότητα του προϊόντος και τέλος σύγκρισή του προτεινόμενου συστήματος που θα της προτείνουμε και τον τρόπο που διαχειρίζεται η ίδια την κατάσταση.

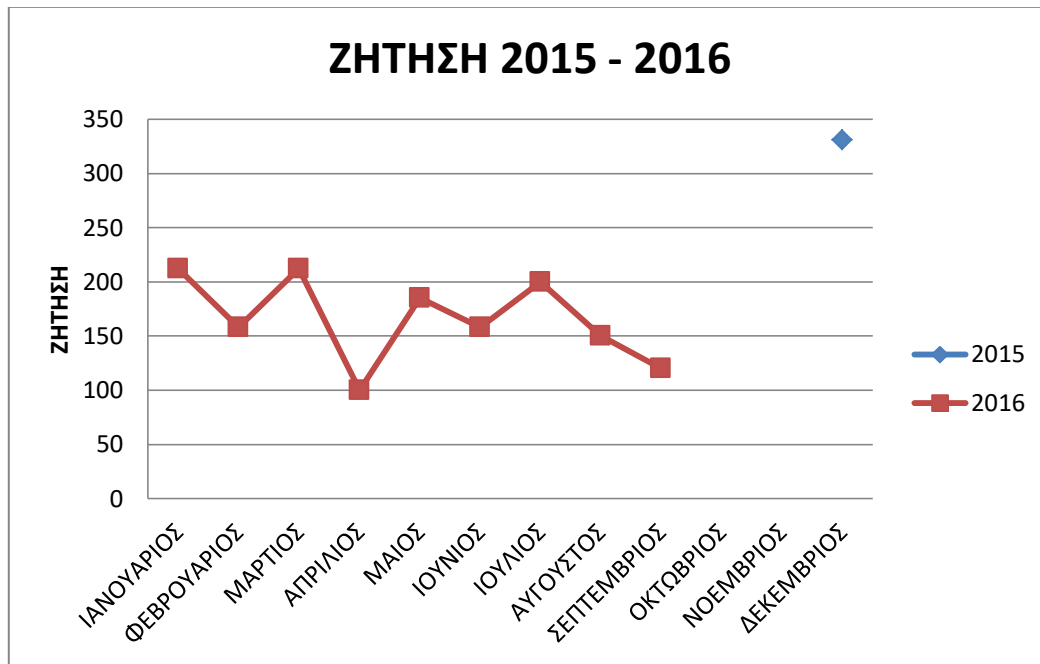
### 5.1 Ανάλυση Σημείων Βελτιστοποίησης του Προϊόντος (ρόφημα σοκολάτας) – CASE STUDY

Έχοντας πάρει τα στοιχεία της ζήτησης σε κιλά για το έτος 2015 – 2016 τα οποία αφορούν το ρόφημα σοκολάτας που παρουσιάζονται στον πίνακα 1 θα γίνει μια προσέγγιση της καλύτερης μεθόδου πρόβλεψης της ζήτησης.

Πίνακας 1: Συνολική ζήτηση 1

ΜΗΝΕΣ	ΜΗΝΕΣ - ΠΕΡΙΟΔΟΙ	2015	2016
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	1		212
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	2		158
ΜΑΡΤΙΟΣ	3		212
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	4		100
ΜΑΙΟΣ	5		185
ΙΟΥΝΙΟΣ	6		158
ΙΟΥΛΙΟΣ	7		200
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	8		150
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	9		120
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	10		0
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	11		0
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	12	331	0
<b>ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΖΗΤΗΣΗ</b>		331	1495

Με βάση τα στοιχεία του πίνακα δημιουργήθηκε η καμπύλη ζήτησης που παρουσιάζεται την εικόνα 13.



Εικόνα 13: Καμπύλη ζήτηση 1

Είναι εμφανές ότι σημεία επανάληψης ορίζονται κάθε μήνα, επομένως η ζήτηση του ροφήματος σοκολάτας εμφανίζει εποχικότητα με περίοδο ίση με ένα μήνα. Ορίζεται λοιπόν  $T(\text{εποχή})=1$  μήνα αλλά επίσης και συντελεστής εποχικότητας  $I$  ο οποίος ισούται με Μέσο όρο της εποχής (μήνα) για 2015-2016.

$$I = \frac{\text{Μέσο όρο όλων των εποχών (μηνών) 2015-2016}}{\text{Πλήθος των εποχών}}$$

Από τον παρακάτω πίνακα 2 με υπολογισμένους τους μέσους όρους προκύπτει

συντελεστής εποχής  $I$ .



Πίνακας 2: Εποχικός συντελεστής: I 1

ΕΠΟΧΕΣ (ΜΗΝΕΣ)	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΖΗΤΗΣΗΣ ΕΠΟΧΗΣ	ΓΕΝΙΚΟΣ ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΕΠΟΧΙΚΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ: I
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	212	152,81	1,39
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	158		1,03
ΜΑΡΤΙΟΣ	212		1,39
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	100		0,65
ΜΑΙΟΣ	185		1,21
ΙΟΥΝΙΟΣ	158		1,03
ΙΟΥΛΙΟΣ	200		1,31
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	150		0,98
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	120		0,79
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ			
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ			
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	331		2,17

Χωρίς να έχει αποφασιστεί ακόμη το μοντέλο πρόβλεψης ζήτησης του είδους, κρίνεται απαραίτητη η αφαίρεση αυτού του στοιχείου( της εποχικότητας) ώστε να επιλεγεί και να εφαρμοστεί η εκτίμηση της ζήτησης για το επόμενο έτος.

Διαιρώντας τη ζήτηση κάθε εποχής για τα έτη 2015-2016 ξεχωριστά με το συντελεστή εποχικότητας I , προκύπτει η πραγματική ζήτηση χωρίς εποχικότητα. Όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα 3.

Πίνακας 3: Πραγματική Ζήτηση χωρίς Εποχικότητα 1

ΕΠΟΧΕΣ (ΜΗΝΕΣ)	2015	2016
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ		152,81
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ		152,81
ΜΑΡΤΙΟΣ		152,81
ΑΠΡΙΛΙΟΣ		152,81
ΜΑΙΟΣ		152,81
ΙΟΥΝΙΟΣ		152,81
ΙΟΥΛΙΟΣ		152,81
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ		152,81
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ		152,81
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ		
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ		
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	152,81	

Θέλοντας να χρησιμοποιήσουμε τα πιο πρόσφατα στοιχεία για να παρακολουθήσουμε πιο στενά την πορεία της ζήτησης του ροφήματος σοκολάτας τα τελευταία έτη και να κάνουμε μια πρόβλεψη πιο κοντά στα σημερινά δεδομένα (το ρόφημα σοκολάτας χρησιμοποιείται όλο και περισσότερο τα τελευταία χρόνια και με πολλές διαφορετικές γεύσεις) θα ακολουθήσουμε το μοντέλο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης στη ζήτηση που παρουσιάζεται μετά την αφαίρεση της εποχικότητας.

Ο τύπος που εφαρμόζεται στην απλή εκθετική εξομάλυνση είναι ο :

$$F_{t+1} = F_t + a(D_t - F_t)$$

Όπου  $F_{t+1}$  = πρόβλεψη της περιόδου  $t+1$

$F_t$  = πρόβλεψη της περιόδου  $t$

$D_t$  = πραγματική ζήτηση της περιόδου  $t$

$a$  = σταθερά εξομάλυνσης

Οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης βασίζονται στην εκθετική μείωση της βαρύτητας που δίνεται στα στοιχεία των προηγούμενων περιόδων. Αυτές οι μέθοδοι συνήθως χρησιμοποιούνται στο βραχυπρόθεσμο προγραμματισμό και έλεγχο της παραγωγής και, γενικά, σε περιπτώσεις όπου ο χρονικός ορίζοντας της πρόβλεψης είναι σχετικά μικρός ενώ δεν υπάρχουν διαθέσιμες πληροφορίες για την αιτιοκρατική σχέση που συνδέει την προς πρόβλεψη μεταβλητή και τους ανεξάρτητους παράγοντες που την επηρεάζουν. Οι μέθοδοι χαρακτηρίζονται από ευκολία εφαρμογής, ενώ οι απαιτήσεις σε υπολογιστικό χρόνο και αποθήκευση δεδομένων για την εφαρμογή τους είναι μικρές. Χαρακτηρίζονται από την εξομάλυνση των τυχαίων διακυμάνσεων που μπορεί να παρουσιάζουν τα διάφορα στοιχεία των χρονοσειρών (οριζόντιο, τάσης, εποχικό και κυκλικό). Συνήθως η σταθερά εξομάλυνσης παίρνει τιμές μεταξύ 0,01 και 0,30 ενώ ορίζεται το διάστημα που μπορεί να κινηθεί μεταξύ 0 και 1. Οπότε στο μοντέλο πρόβλεψης του ροφήματος σοκολάτας η σταθερά  $a$  θα ληφθεί στο σύνηθες διάστημα από 0,01 έως 0,30 με δοκιμαστικό διάστημα το 0,05. Δηλαδή οι τιμές που θα οριστούν για το  $a$  θα είναι:

$$a = \{0.01, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30\}.$$

Εφαρμόζοντας τον τύπο της πρόβλεψης στα στοιχεία χωρίς εποχικότητα, έπρεπε να επιστρέψουμε στις αρχικές συνθήκες, αυτές με εποχικότητα. Έτσι, οι προβλέψεις του 2016-2017 για  $a$  από 0,01 έως 0,30 πολλαπλασιαζόμενες με τον συντελεστή εποχικότητας  $I$  για

κάθε μήνα προκύπτουν οι προβλέψεις για τις διαφορετικές τιμές της σταθεράς με εποχικότητα.

Όλες οι προβλέψεις δίνονται στο παράρτημα.

Εμείς θα ασχοληθούμε μόνο για  $a=0,01$ . Τα αποτελέσματα απεικονίζονται στο πίνακα 4.

Πίνακας 4: Ft+1 με εποχικό συντελεστή για  $a=0,01$

Ft+1 με εποχικό συντελεστή για $a=0,01$	
	249,6
	248,7
	248,3
	246,9
	246,2
	245,4
	244,9
	243,9
	242,7
399,3	

Ακολούθως υπολογίζονται οι τιμές της πρόβλεψης και για τις υπόλοιπες τιμές του  $a$ , όπου αν εφαρμοστεί θα προκύψουν επτά διαφορετικές προβλέψεις. Πρέπει ως επακόλουθο να λάβει δράση ένα κριτήριο επιλογής της σωστότερης εκτίμησης, διότι υπάρχουν και τα κριτήρια του λάθους, δηλαδή εφόσον υπολογιστεί το λάθος πρόβλεψης για κάθε εποχή ( $Dt-Ft$ ) τότε το κριτήριο του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος ή MSE έχει επιλεγεί για να κρίνει την καταλληλότερη πρόβλεψη για το 2017 αλλά και για τον Δεκέμβριο του 2016 και αυτό διότι είναι το πιο δημοφιλές ανάμεσα στα άλλα κριτήρια.

Το  $MSE = \frac{\sum_{t=1}^n Et^2}{n}$  υπολόγισε τη διακύμανση της τυχαιότητας από το 0. Τα αποτελέσματα απεικονίζονται στον πίνακα 5.

Πίνακας 5: Διακύμανση Τυχειότητας 1

	D(t)	Ft	Et	Et	Et /D(t)%
	331	399,3	-68,3	68,3	17,1
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>331</b>	<b>399,3</b>	<b>-68,3</b>	<b>68,3</b>	<b>17,1</b>
	212	249,62	-37,6	37,6	15,1
	158	248,7038	-90,7	90,7	36,5
	212	248,3368	-36,3	36,3	14,6
	100	246,8534	-146,9	146,9	59,5
	185	246,2349	-61,2	61,2	24,9
	158	245,3525	-87,4	87,4	35,6
	200	244,899	-44,9	44,9	18,3
	150	243,95	-93,9	93,9	38,5
	120	242,7105	-122,7	122,7	50,6
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>1495</b>	<b>2216,7</b>	<b>-721,7</b>	<b>721,7</b>	<b>293,5</b>

Εφόσον είδαμε την ζήτηση πως διαμορφώνεται τώρα μας απομένει να δούμε και το απόθεμα του προϊόντος που θα πρέπει να έχουμε.

Από τη στιγμή που γνωρίζουμε πως γίνεται η παραγγελία του ροφήματος σοκολάτας από τον προμηθευτή με τι συχνότητα και πως παραδίδεται στον πελάτη, το επόμενο βήμα είναι να εξεταστεί αν το παρόν σύστημα διαχείρισης του αποθέματος είναι συμφέρον για την επιχείρηση και να προταθεί ίσως ένα νέο. Για να είναι δυνατή αυτή η σύγκριση πρέπει να βασιστεί σε κοινή βάση και αυτή είναι ο υπολογισμός του συνολικού κόστους διαχείρισης του ροφήματος σοκολάτας.

Η συνάρτηση για το συνολικό κόστος είναι:

Συνολικό κόστος = κόστος απόκτησης μονάδων + κόστος παραγγελιών + κόστος

διατήρησης αποθέματος

=μον. ζήτησης \* τιμή αγοράς + αριθμ. παραγ. \* κόστος παρ. + απόθεμα

\* κόστος διατ. μον. αποθ/μήνα

$$= Dp + Nc_p + E(I)c_h$$

p : κόστος αγοράς μιας μονάδας προϊόντος

D: μηνιαία ζήτηση του προϊόντος

$c_h$ : κόστος διατήρησης μιας μονάδας προϊόντος για ένα μήνα στην αποθήκη

$c_p$ : κόστος παραγγελίας

E(I): απόθεμα

Γνωστά στοιχεία είναι η τιμή αγοράς της μονάδας, ο αριθμός των παραγγελιών και οι μονάδες της ζήτησης. Τα στοιχεία που υπολείπονται και πρέπει να υπολογιστούν είναι το κόστος παραγγελίας, το κόστος διατήρησης του αποθέματος και το απόθεμα.

1. Το σύστημα που ακολουθούσε μέχρι τώρα η επιχείρηση ήταν εμπειρικό και βασιζόταν στα παρακάτω:  
Η ποσότητα παραγγελίας είναι κυμαινόμενη και όχι σταθερή αλλά έχει όρια από 10-100 κιβώτια στο σύνολο του ροφήματος σοκολάτας.
2. Η ζήτηση λόγω ότι η επιχείρηση δεν έχει κλείσει ακόμα χρόνο δεν έχει σταθεροποιηθεί οπότε και ο υπολογισμός έχει σε κάποιο βαθμό δυσκολία στην πρόβλεψη την πρόβλεψη.
3. Δεν υπήρχε περιορισμός στην αποθήκευση των αποθεμάτων.

Βάσει του εμπειρικού αυτού συστήματος διαχείρισης αποθεμάτων οι παραγγελίες τοποθετούνται περίπου 2 φορές την εβδομάδα. Το περίπου προσδιορίζει το γεγονός ότι δεν υπάρχει συγκεκριμένος χρόνος αναπαραγγελίας αλλά η τοποθέτηση της παραγγελίας γίνεται όταν το απόθεμα στην αποθήκη έφτανε περίπου στα 100 κιλά. Αυτό το ύψος του αποθέματος θεωρείται ότι ικανοποιεί τη ζήτηση ενός μήνα.

Στην περίπτωση της τοποθέτησης μιας παραγγελίας ή ενός νέου πελάτη υπάρχει χρόνος για την τοποθέτηση της έγκαιρης παραγγελίας αφού γίνεται γνωστό τουλάχιστον 1 ημέρα νωρίτερα από την ημερομηνία που χρειάζεται το προϊόν. Οπότε από τα παραπάνω μπορούμε να έχουμε ότι ο αριθμός των παραγγελιών μέσα σε ένα μήνα είναι 8. Όπως απεικονίζονται στον πίνακα 6.

**Πίνακας 6: Κόστος παραγγελίας ροφήματος 1**

ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΤΟ ΜΗΝΑ	ΣΤΑΘΕΡΟ ΚΟΣΤΟΣ
Μεταφορική	140 €
Μεταφορά του εμπ/τος από τη μεταφορική στην Αποθήκη (απόσταση : 5 km)	5 €
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>145 €</b>

Το κόστος διατήρησης του αποθέματος ανά μήνα, στον πίνακα 7:

**Πίνακας 7: Κόστος διατήρησης μιας μονάδα αποθέματος ροφήματος σοκολάτας 1**

ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΟΣ	ΜΗΝΑ ΣΥΝΟΛΙΚΑ	ΑΝΑ ΜΗΝΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΘΗΚΗ	ΑΝΑ ΜΗΝΑ ΓΙΑ ΤΟ ΡΟΦΗΜΑ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ	ΑΝΑ ΜΗΝΑ ΓΙΑ ΤΟ 1 ΚΙΛΟ ΡΟΦΗΜΑ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ (περίπου 10 κιβώτια απόθεμα)
ΔΕΗ	50€	50€	5€ (10% όλης της αποθήκης)	5/10 = 0, 5€
ΦΟΡΟΙ	60€	60€	1,2€ (από το λογιστή)	1,2/10 = 0,12€
ΣΥΝΤΗΡΗΣΗ ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΟΥ	206€	206€	20,6€ (1/10 του αυτοκινήτου)	20,6/10 = 2,06€
ΣΥΝΟΛΟ ΜΗΝΟΣ			26,8€	<b>2,68€</b>

Το κόστος διατήρησης αποθέματος υπολογίστηκε με στοιχεία του 2016 κάνουμε την παραδοχή ότι το κόστος διατήρησης του αποθέματος είναι ίσο με 2,68. Με βάση τα παραπάνω η συνάρτηση συνολικού κόστους του ροφήματος σοκολάτας με επαυξημένο το κόστος διατήρησης αποθέματος  $c_h$ . Θα γίνει χρήση των πινάκων 6 και 7 για την εύρεση του συνολικού κόστους του μήνα Ιανουαρίου, όπου ο μέσος όρος ζήτησης της εποχής του Ιανουαρίου είναι 212 κιλά.

Συνολικό κόστος = κόστος απόκτησης μονάδων + κόστος παραγγελιών + κόστος

διατήρησης αποθέματος

$$= 212 \cdot 5 + 8 \cdot 145 + 2,68 \cdot 10$$

$$= \mathbf{2.246,8 \text{ €/μήνα}}$$

Στόχος της μελέτης και επεξεργασίας των δεδομένων για το ρόφημα σοκολάτας είναι η μείωση του συνολικού κόστους διαχείρισης των αποθεμάτων τους. Για να γίνει κάτι τέτοιο χρειάστηκε να μελετηθεί η ζήτηση ώστε να γίνει η εκτίμηση του επόμενου έτους με σκοπό να χρησιμοποιηθεί στο σχεδιασμό του πιο οικονομικού συστήματος διαχείρισης των αποθεμάτων σύμφωνα πάντα με τις ανάγκες που προκύπτουν.

Όσον αφορά το ρόφημα σοκολάτας στην προσπάθεια ορισμού ενός συστήματος διαχείρισης του αποθέματος της, πρέπει να γίνουν ορισμένες παραδοχές οι οποίες είναι οι εξής:

- Η ζήτηση του προϊόντος είναι στοχαστική δηλαδή αβέβαιη και παρουσιάζει εποχικότητα
- Ο χρόνος ικανοποίησης παραγγελίας είναι σταθερός
- Το κόστος ανά μονάδα προϊόντος είναι σταθερό
- Το μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος είναι σταθερό
- Το κόστος διαχείρισης της παραγγελίας είναι σταθερό
- Η ποσότητα της παραγγελίας δεν είναι σταθερή δεν υπάρχει περιορισμός αποθήκευσης

Το σύστημα που βασίζεται στις παραπάνω παραδοχές συμπεριλαμβάνει και το σημαντικό στοιχείο της εποχικότητας. Αυτό είναι όμοιο με το σύστημα της Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας αλλά διαφοροποιείται καθώς η ζήτηση δεν είναι συνεχής και γνωστή σε όλη τη διάρκεια του έτους. Όμως αν κάνουμε την παραδοχή ότι :

Για τις ανάγκες της εργασίας υποθέτουμε ότι για κάθε εποχή η οποία ισούται με ένα μήνα , η ζήτηση είναι γνωστή και ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή  $\mu$  και τυπική απόκλιση  $\sigma$ , τότε μπορεί να οριστεί η POQ ( Periodic Order Quantity) η οποία περιγράφει την ποσότητα παραγγελίας που πρέπει να δίνεται το μήνα ώστε να συμπληρωθεί το  $S$  της  $\max$  ποσότητας που πρέπει να εισάγουμε το μήνα στην αποθήκη μας.

Οι παραγγελίες γίνονται τις χρονικές στιγμές  $t=kT$  ( $T$ = περίοδος αναθεώρησης) ενώ παραλαμβάνονται τις χρονικές στιγμές  $t=kT+L$  όπου  $L$ =χρόνος προπορίας.

Όταν γίνεται η παραλαβή της παραγγελίας το απόθεμα  $I = S - \mu L$ , όπου  $\mu$  η μέση τιμή της ζήτησης.

Το Μέσο Ετήσιο Απόθεμα ( $E$ ) ορίζεται από τη σχέση:

$$E(I(t)) = S - \mu L - \frac{\mu T}{2}$$

Ενώ η περίοδος αναθεώρησης δίνεται από τη σχέση:

$$T_{EOQ} = \sqrt{\frac{2A}{Dvr}}$$

Όπου, το  $A$  είναι το κόστος της παραγγελίας, το  $D$  είναι ο ετήσιος ρυθμός ζήτησης ισούται με τη μέση τιμή ζήτησης δηλαδή η μέση τιμή πρόβλεψης του 2016, το  $v$  είναι το κόστος απόκτησης μονάδας και το  $r$  είναι το μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος για ένα έτος ισούται με το μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος ανά μήνα

Για να καταλήξουμε να βρούμε τη ζητούμενη περίοδο αναθεώρησης ώστε να υπολογίσουμε το συνολικό κόστος διαχείρισης του ροφήματος σοκολάτας, κρίνεται αναγκαία η παρουσίαση της πιθανότητας έλλειψης του είδους, ώστε στη συνέχεια να γίνει ο υπολογισμός της ανώτατης ποσότητας που χρειάζεται να έχει η αποθήκη σε κάθε εποχή καθώς και το μέσο απόθεμα κάθε εποχής αλλά και του έτους. Οι τύποι που ακολουθούν θα εφαρμοστούν για κάθε εποχή (μήνα) ξεχωριστά ώστε να μπορέσει να εφαρμοστεί η θεωρία για τη ΡΟQ.

Η μέγιστη ποσότητα  $S$  θα είναι τέτοια ώστε η πιθανότητα έλλειψης αποθέματος κατά την περίοδο  $T+L$  να ισούται με  $a$ . Δηλαδή:

$$S = \mu(T+L) + za \cdot \sigma \cdot T+L$$

Όπου, το  $T$  είναι ο χρόνος μεταξύ διαδοχικών αναθεωρήσεων=1ημέρα=1/30=0,03μήνες .

Το  $L$  είναι ο χρόνος προπορίας (χρόνος παράδοσης παραγγελίας)=1 ημέρα=1/30=0,03μήνες.

Το  $\mu$  είναι η μέση ζήτηση εποχής δηλαδή μέση μηνιαία ζήτηση.

Το  $za$  είναι το πλήθος των τυπικών αποκλίσεων για ένα συγκεκριμένο επίπεδο εξυπηρέτησης της ζήτησης. Είναι η τιμή της τυποποιημένης κανονικής κατανομής όπου  $\Phi(z)=a$ .

Στην περίπτωση του ροφήματος σοκολάτας ορίζεται ότι το επίπεδο της εξυπηρέτησης των πελατών πρέπει να αγγίζει το 97%. Από τον πίνακα της κανονικής κατανομής για  $za=1,88$  εφόσον  $a=0,03(100\%-97\%)$ . Ο πίνακας της κανονικής κατανομής παρουσιάζεται στο παράρτημα 4.

Η τυπική απόκλιση κάθε εποχής θα υπολογιστεί από την σχέση:

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (D_i - \bar{D}_i)^2}{N - 1}}$$

Όπου, το  $i$  είναι το έτος (2015-2016), το  $j$  είναι η εποχή (Ιανουάριος-Δεκέμβριος), το  $D_i$  είναι η ζήτηση της κάθε εποχής από το 2015-2016, το  $N$  ισούται με το 2 και το  $\bar{D}_i$  είναι η μέση ζήτηση κάθε εποχής

Υπολογίζοντας το μέσο όρο κάθε εποχής από την εξής σχέση:

$$\bar{D}_i = \frac{D_{2015} + D_{2016}}{N}$$



Τα αποτελέσματα απεικονίζονται στον πίνακα 8.

Πίνακας 8: Μ.Ο εποχής-γενικός Μ.Ο και τυπική απόκλιση 1

Εποχή (Μήνες)	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΖΗΤΗΣΗΣ ΕΠΟΧΗΣ	ΓΕΝΙΚΟΣ ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	Τυπική απόκλιση εποχής
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	106		14,56
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	79		12,56
ΜΑΡΤΙΟΣ	106		14,56
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	50		10
ΜΑΙΟΣ	92,5		13,6
ΙΟΥΝΙΟΣ	79		12,56
ΙΟΥΛΙΟΣ	100		14,14
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	75		12,24
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	60		10,95
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ			91,3
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ			
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	165,5		18,1

Αντικαθιστώντας στον τύπο  $S = \mu(T+L) + z\alpha \cdot \sigma \cdot T + L$  για την μέγιστη ποσότητα αποθέματος S που πρέπει να υπάρχει στην αποθήκη της επιχείρησης κάθε μήνα, έχουμε ότι εμφανίζεται στον πίνακα 9:

Πίνακας 9: Μέγιστη Ποσότητα αποθέματος S για κάθε εποχή 1

S ΕΠΟΧΗ (ΜΗΝΑΣ)	S
S1	40,12
S2	33,12
S3	40,12
S4	24,83
S5	36,69
S6	33,12
S7	38,61
S8	32,04
S9	27,81
S10	
S11	
S12	53,91

Στη συνέχεια γνωρίζοντας το S κάθε μήνα, μπορεί να υπολογιστεί και το μέσο απόθεμα κάθε εποχής. Όμως όπου  $\mu$  = μέση τιμή θα αντικατασταθεί με την πρόβλεψη της ζήτησης για το 2017.

Αντικαθιστώντας λοιπόν στον τύπο

$$E(I(t)) = S - \mu L - \frac{\mu T}{2}$$

όπου S το S<sub>max</sub> που βρήκαμε παραπάνω,  $\mu$  την εκτίμηση της ζήτησης για κάθε μήνα και T=1, προκύπτει ο πίνακας 10:

**Πίνακας 10: E(I(t)) για κάθε εποχή 1**

S ΕΠΟΧΗ	E(I(t))
S1	28,88
S2	29,92
S3	28,94
S4	13,72
S5	25,61
S6	22,08
S7	27,59
S8	21,06
S9	16,88
S10	
S11	
S12	35,94

Έχοντας υπολογίσει το μέσο απόθεμα ροφήματος σοκολάτας για κάθε εποχή ξεχωριστά, προσθέτοντας και τις 10 εποχές και διαιρώντας με το πλήθος τους προκύπτει το Μέσο Ετήσιο Απόθεμα για το ρόφημα σοκολάτας

$$E(I(t)) = \frac{E(I(t1)) + E(I(t2)) + \dots + E(I(t10))}{10} = \frac{250,62}{10} = 25,062 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

Στη συνέχεια η Περιοδική Ποσότητα Παραγγελίας (POQ) μας οδηγεί στον ορισμό του χρονικού διαστήματος επιθεώρησης μεταξύ δυο διαφορετικών παραγγελιών και κατά συνέπεια στον αριθμό των παραγγελιών/μήνα.

$$POQ = \sqrt{\frac{2A\bar{D}}{vr}}$$

Όπου, το  $A$  είναι το κόστος παραγγελίας ισούται με 145 ευρώ, το  $\bar{D}$  είναι η μέση τιμή πρόβλεψης 2017 και ισούται με 91,3 κιλά και το  $vr$  είναι το κόστος διατήρησης μονάδας αποθέματος ανά μήνα ισούται με  $2,68/10=0,268$  ευρώ/μήνα.

Άρα,

$$POQ = 314,3 \text{ κιλά ροφήματα/μήνα άρα } 314 \text{ κιλά ροφήματα/μήνα}$$

Ενώ η περίοδος αναθεώρησης προκύπτει αν διαιρέσουμε την περιοδική ποσότητα

παραγγελίας με τη μέση τιμή ζήτησης.

$\frac{POQ}{\bar{D}}$  ισούται με 3,44 μήνες/έτος. Επομένως,  $T_{EOQ}$  ισούται με 3,44 μήνες ,όμως ο αριθμός πρέπει να είναι ακέραιος όποτε η στρογγυλοποίηση γίνεται στον κοντινότερο αριθμό δηλαδή ισούται με 3 μήνες. Άρα, το χρονικό διάστημα που θα μεσολαβεί ανάμεσα σε δυο διαδοχικές παραγγελίες επομένως  $n = 10/3 = 3,33$  παραγγελίες στους 10 μήνες.

Συνεπώς,

Συνολικό κόστος = κόστος απόκτησης μονάδων + κόστος παραγγελιών + κόστος

διατήρησης αποθέματος

$$= 152,81 * 5 + 3,33 * 145 + 2,68 * 25,062$$

$$= 1.314,06 \text{ ευρώ/μήνα}$$

Συγκρίνοντας τα συνολικά κόστη διαχείρισης του ροφήματος σοκολάτας, το πραγματικό με το προτεινόμενο σύστημα διαχείρισης έχουμε το εξής:

Συνολικό πραγματικό κόστος - Συνολικό κόστος από το προτεινόμενο σύστημα

$$2.246,8 \text{ €/μήνα} - 1.314,06 \text{ €/μήνα} = 932,74 \text{ €/μήνα}$$

Συμπέρασμα: Η διαφορά που προκύπτει είναι λόγω της απόκλισης της πρόβλεψης, δηλαδή είναι λόγω του ότι ο αριθμός των παραγγελιών μειώθηκε σχεδόν στο μισό, από 8 φορές τον μήνα σε 3 σχεδόν φορές το μήνα. Το σύστημα που εφαρμόζεται έως τώρα στην επιχείρηση ήταν ακαθόριστο. Το προτεινόμενο σύστημα επιθεώρησης των αποθεμάτων επιτρέπει στην επιχείρηση τη ρύθμιση και σωστή λειτουργίας των αποθεμάτων του ροφήματος σοκολάτας ώστε να μπορεί να ελέγχει και τις ελλείψεις που μπορεί να παρουσιαστούν, κάτι τέτοιο την οδηγεί στο στόχο της που είναι η εξυπηρέτηση των πελατών της. Το προτεινόμενο σύστημα

διαχείρισης όμως συμπεριλαμβάνει και την πιθανότητα έλλειψης και αυτό είναι πολύ σημαντικό γιατί εξυπηρετείται έτσι το 97% των πελατών και δεν επηρεάζεται η μέση τιμή αγοράς. Επίσης της επιτρέπει να θέσει σε λειτουργία και άλλα συστήματα παρακολούθησης των αποθεμάτων της ίδιας εταιρίας, με μακροπρόθεσμο αποτέλεσμα τη μείωση του κόστους παραγγελίας του προϊόντα που προέρχεται από τον ίδιο προμηθευτή μιας και οι παραγγελίες ομαδοποιούνται και γίνονται μαζικές. Σε μία άλλη περίπτωση κάτι τέτοιο μπορεί να οδηγήσει και σε αλλαγή των τιμολογιακών πολιτικών της ίδιας. Είναι επομένως μείζουσας σημασίας η οργάνωση και ο έλεγχος των αποθεμάτων με στόχο τη μείωση του κόστους τόσο του άμεσου όπως το κόστος παραγγελίας όσο και του έμμεσου (τιμολογιακές πολιτικές).

Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε στη βελτιστοποίηση της δρομολόγησης. Ένα σύστημα δρομολόγησης στην απλή του μορφή, προτείνει την βέλτιστη ως προς την βέλτιστη ως προς την απόσταση, διαδρομή ανάμεσα σε δύο γεωγραφικά σημεία.

Επειδή τα περιθώρια κέρδους μειώνονται. Στη σύγχρονη απαιτητική αγορά επιβιώνουν μόνο όσοι προγραμματίζουν τις καθημερινές εργασίες τους ορθολογικά και ελέγχουν συνεχώς τα αποτελέσματά τους.

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με τα δρομολόγια της επιχείρησης. Η επιχείρηση πραγματοποιούσε τα δρομολόγια χωρίς κάποιον σχεδιασμό με αποτέλεσμα να ξοδεύει πολύ χρόνο στην διανομή, αλλά και τα έξοδα από την πλευρά των καυσίμων να αυξάνονται. Στόχος μας είναι να φτιάξουμε το δίκτυο της επιχείρησης. Το VRP της αποτελείται από ένα όχημα χωρητικότητας 60 κιλών. Το όχημα έχει να παραδώσει το ρόφημα σοκολάτας σε 33 διαφορετικούς προορισμούς. Σκοπός μας είναι η εύρεση του δικτύου. Με την βοήθεια της Google Map μπορέσαμε και βρήκαμε τις συντεταγμένες από τα σημεία παράδοσης που έχουμε.

Τα στοιχεία εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα 11.

**Πίνακας 11: Συντεταγμένες από τα Σημεία Παράδοσης 1**

A/A	LAT	LON
1	39.3638382	22.9286447
2	39.3674633	22.9222480
3	39.2755336	22.8198075
4	39.3595357	22.9474922
5	39.3714337	22.9307128
6	39.3402389	23.0042654
7	39.361422	22.9411049
8	39.3764382	22.9492300
9	39.3582938	22.9486497
10	39.3354408	23.0113326
11	39.3481575	22.9267649

12	39.3678853	22.9283520
13	39.3608799	22.9442489
14	39.3599678	22.9478025
15	39.3596362	22.9479635
16	39.3793165	22.9326165
17	39.3607635	22.9590920
18	39.3549119	22.9543666
19	39.3581821	22.946306
20	39.3759976	22.9359904
21	39.3589447	22.9446427
22	39.3640984	22.9263803
23	39.3615768	22.94733
24	39.1796318	22.7611163
25	39.3606769	22.946692
26	39.3598245	22.9503717
27	39.3557003	22.9558275
28	39.3679218	22.9321317
29	39.1927936	22.7421438
30	39.2775994	23.1581575
31	39.3901919	22.9991605
32	39.401878	22.9882279
33	39.2939106	22.3816177
34	39.2929308	22.3798478

Μέσα από τις συντεταγμένες μπορούμε με την βοήθεια του προγράμματος NET – CREACTION να κατασκευάσουμε το δίκτυο.

Όπως, εμφανίζεται στο Παράρτημα 1.

Οι πληροφορίες που παίρνουμε από τον παραπάνω πίνακα μας λέει το δίκτυο. Για παράδειγμα το αποτέλεσμα 1;2;1300;4 μας ενημερώνει ότι :

1 = κόμβος 1

2 = κόμβος 2

1300 = τα λεπτά που θέλουμε για να πάμε από τον κόμβο 1 στον κόμβο 2

4 = την απόσταση που θα διανύσουμε από τον κόμβο 1 στον κόμβο 2 σε χιλιόμετρα

Δημιουργία VRP πραγματικό και στοχαστικό μέσα από τη βοήθεια του προγράμματος.

Στη συνέχεια, πήραμε μία τυχαία μέρα μέσα στο μήνα Φεβρουάριο και συγκεκριμένα μια Παρασκευή, όπου φέρει μεγαλύτερο ενδιαφέρον λόγο ότι οι περισσότεροι πελάτες προτιμούν να παραγγείλουν τότε, και τρέξαμε το δρομολόγιο με βάση τις παραγγελίες που είχαμε. Τα χιλιόμετρα που έδειξε το κοντέρ του οχήματος ήταν 121,8 km. Ύστερα ανατρέξαμε και

βάλαμε τους πελάτες που επισκεφτήκαμε την συγκεκριμένη μέρα στο πρόγραμμα για να βελτιστοποιήσουμε τη διαδρομή. Τα αποτελέσματα που έβγαλε το πρόγραμμα είχαν μεγάλο ενδιαφέρον γιατί πλησίασε πολύ κοντά στο πρωτότυπο, δηλαδή έβγαλε 122,9 km.

Συμπέρασμα: Αυτό σημαίνει ότι η διαδρομή που ακολούθησε ο οδηγός του οχήματος είναι βελτιστοποιημένη. Τα στοιχεία της διαδρομής αναγράφονται στην παρακάτω εικόνα 14 . Επίσης, θα διαπιστώσουμε ότι όλες οι εκφορτώσεις έγινε με απόλυτη αρμονία χωρίς να δημιουργήσουν κανένα πρόβλημα στην πραγματοποίηση του δρομολογίου. Στο σημείο αυτό, λόγο ότι η καταμέτρηση της πραγματικής διαδρομής σε σχέση με την βέλτιστη διαδρομή που έβγαλε το πρόγραμμα δεν θα χρειαστεί να γίνει και βελτιστοποίηση του κόστους της διαδρομής όσον αφορά τα καύσιμα που χρειάζεται το όχημα για να βγάλει εις πέρας το δρομολόγιο του.

```
DEMAND_ALLOCATED:
START_DEMANDS_SESSION
DEMAND:a ID:1 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:3420
DEMAND:a ID:2 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:300
DEMAND:a ID:3 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:1660
DEMAND:a ID:4 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:500
DEMAND:a ID:5 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:540
DEMAND:a ID:6 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:420
DEMAND:a ID:7 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:120
DEMAND:a ID:8 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:8600
DEMAND:a ID:9 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:440
DEMAND:a ID:10 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:180
DEMAND:a ID:11 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:2880
DEMAND:a ID:12 ALLOCATED_ON_ROUTES:1 CHARGING_COST:2340
END_DEMANDS_SESSION
VEHICLE_DESCR:veh1
ROUTE_DISTANCE:122900
ROUTE_TIME:217
```

**Εικόνα 14: Βελτιστοποίηση διαδρομής 1**

Στην συγκεκριμένη, επιχείρηση παρατηρήσαμε ότι υπάρχει μεγάλη εποχικότητα του προϊόντος από μήνα σε μήνα. Μεγαλύτερο ενδιαφέρον δείχνει ο μήνας Ιούλιος όπου παρατηρούμε και την μεγαλύτερη κατανάλωση. Λογικό επακόλουθο, της εποχικότητας θα υπολογίσουμε την πιθανότητα παραγγελίας κάθε Παρασκευή για τον κάθε πελάτη για το λόγο ότι υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα να παραγγείλουν την Παρασκευή, όπως δείχνει ο πίνακας 12. Θα μελετήσουμε από τους μήνες Ιανουάριο μέχρι Σεπτέμβριο.

**Πίνακας 12: Πιθανότητα Παραγγελίας κάθε Παρασκευή για τον Κάθε Πελάτη 1**

		PROB
1	ΣΕΡΡΑΙΟΣ	0,13
2	ΑΛΙΣΑΧΝΗ	0,28
3	ΑΖΟΥΡΟ	0,38
4	COURT CAFÉ	0,13
5	DA LESTE	0,33
6	ΣΕΡΡΑΙΟΣ ΙΑΣΩΝΟΣ	0,23
7	ΚΤΕΛ	0,13
8	TSIBA	0,1
9	ΗΑΥΑΤΤ	0,08
10	ΑΝΩΤΕΡΟΝ	0,3
11	ΤΟ ΨΩΜΙ ΨΩΜΑΚΙ	0,13
12	DE FLORE	0,13
13	CUBE	0,33
14	BROTHERS	0,4
15	ART CAFÉ - (Ν.ΙΩΝΙΑ)	0,13
16	ΕΣΠΙΡΕΣΟΥΛΑ	0,1
17	HOTEL XENIA	0,15
18	HAGEN DAZZ	0,15
19	PLUS	0,08
20	ΚΥΛΙΚΕΙΟ - ΑΠΟΣΤΡΑΤΩΝ	0,08
21	BACKETA	0,1
22	ΣΠΕΙΡΑ	0,08
23	GOSSIP - (ΑΛΜΥΡΟΣ)	0,2
24	ΠΑΓΩΤΟ	0,18
25	ΜΥΘΙΚΟ ΒΟΥΝΟ	0,25
26	ΧΑΡΗΣ -ΤΥΡΟΠΙΤΑΔΙΚΟ	0,15
27	COFFEE CITY	0,18

28	ΚΟΥΡΙ	0,13
29	6 ΚΛΕΙΔΙΑ	0,13
30	ΚΑΦΕ ANTICO	0,25
31	ART CAFÉ	0,15
32	ΚΑΦΕΚΟΠΤΕΙΟ - (ΦΑΡΣ)	0,13
33	ΤΡΟΙΚΑ	0,08

Επειδή, το προϊόν επηρεάζεται διαφορετικά κάθε μήνα θα δούμε αναλυτικά την πιθανότητα παρουσίας του κάθε μήνα ξεχωριστά για τον κάθε πελάτη, όπως και την πρόβλεψη της ζήτησης με την βοήθεια των συναρτήσεων του excel.

Η εξίσωση που χρησιμοποιεί το forecast του excel βασίζεται στο  $a+bx$  όπου,

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

Και

$$b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$$

Όπου x και y σημαίνει AVERAGE(known\_x's) και AVERAGE(known y's).

Με βάση τον παραπάνω τύπο μπορέσαμε και διεξήγαμε τα αποτελέσματα για την πρόβλεψη της ζήτησης του κάθε μήνα από τον Ιανουάριο μέχρι τον Σεπτέμβριο και τον κάθε πελάτη ξεχωριστά.

Η πιθανότητα αναπαραγγελίας των πελατών της επιχείρησης είναι με πιθανότητα πάνω από 0,6%. Από ότι βλέπουμε οι πελάτες που εμφανίζουν την συγκεκριμένη συμπεριφορά είναι οι πελάτες π2, π13, π14, π15 και π30 από τα στοιχεία του Ιανουαρίου. Ενώ για πιθανότητα 0,8% και πάνω βλέπουμε ότι παρουσιάζεται στον πελάτη π30.

Τα αποτελέσματα εμφανίζονται στον πίνακα 13:



Πίνακας 13: Πρόβλεψη Ζήτησης του Κάθε μήνα 1

ΗΕΛΛΑΤΕΣ	ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ		ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ		ΜΑΡΤΙΟΣ		ΑΠΡΙΛΙΟΣ		ΜΑΙΟΣ		ΙΟΥΝΙΟΣ		ΙΟΥΛΙΟΣ		ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ		ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	
	PROB	FOREC	PROB	FOREC	PROB	FOREC	PROB	FOREC	PROB	FOREC	PROB	FOREC	PROB	FOREC	PROB	FOREC	PROB	FOREC
1	0,2	3	0,6	4	0	-	0,25	3	0,2	3	0,25	3	0,4	2	0,2	3	0,2	3
2	0,6	3	0,2	3	0,4	3	0,25	3	0,4	4	0,2	3	0,8	2	0,4	3	0,2	3
3	0,4	3	0,2	3	0,6	2	0	-	0,6	4	0,6	4	0,6	2	0	-	0,8	1
4	0,2	3	0,2	4	0,2	3	0,25	3	0,4	3	0,6	2	0,2	3	0	-	0,2	3
5	0,2	3	0,2	3	0,4	3	0	-	0,6	4	0,8	2	0,6	3	0,8	4	0,4	3
6	0,2	3	0,2	3	0,2	3	0,25	3	0,4	3	0,8	5	0,2	3	0,6	4	0,4	2
7	0,2	3	0	-	0,4	3	0	-	0,4	3	0,2	3	0,4	2	0,6	3	0	-
8	0,2	3	0,2	3	0,4	3	0,25	3	0,4	3	0,4	2	0,2	3	0,2	4	0	-
9	0,4	3	0,2	3	0	-	0	-	0,2	3	0,4	2	0,2	3	0,4	3	0	-
10	0,2	3	0,4	3	0,2	3	0,25	3	0,4	3	0,4	3	0,6	3	0,6	3	0,4	3
11	0,2	3	0	-	0,2	3	0	-	0,6	4	0,4	4	0,4	3	0	-	0	-
12	0	-	0,2	4	0	-	0,25	2	0,4	3	0,2	3	0,4	3	0	-	0	-
13	0,6	3	0,6	4	0,8	3	0,5	3	0,4	3	0,6	3	0,6	2	0	-	0,4	3
14	0,6	4	0,6	3	0,4	3	0,75	3	0,2	3	0,4	2	0,8	4	0,4	3	0,6	4
15	0,6	2	0,4	3	0,2	3	0,25	3	0,2	3	0,4	4	0,4	3	0,2	3	0	-
16	0	-	0,4	3	0,2	3	0	-	0,4	3	0,4	3	0,4	3	0	-	0	-
17	0,2	3	0	-	0,2	4	0,25	2	0,2	3	0	-	0,4	-	0,4	-	0,2	3
18	0	-	0	-	0,4	3	0	-	0,4	3	0,6	4	0,6	3	0,2	3	0	-
19	0,4	2	0,6	4	0,4	4	0	-	0,4	2	0,2	3	0,4	2	0,2	3	0,2	3
20	0,4	2	0,2	3	0	-	0	-	0,2	3	0,2	3	0,4	3	0	-	0,4	2
21	0,2	3	0	-	0	-	0,25	2	0,2	3	0,2	3	0,2	3	0,2	4	0	-
22	0	-	0,4	4	0,2	3	0	-	0,2	3	0,2	3	0,4	2	0	-	0,2	3
23	0	-	0,2	3	0,4	4	0,25	3	0,2	3	0,4	3	0,4	3	0,4	3	0,4	4
24	0	-	0,2	3	0,2	3	0,25	2	0,6	2	0,2	3	0,4	3	0,4	3	0,6	3
25	0	-	0	-	0,8	1	0,25	2	0,4	4	0,2	3	0,4	2	0	-	0,4	3
26	0	-	0	-	0,2	3	0,25	2	0,2	3	0,4	3	0,6	2	0,2	3	0,4	3
27	0	-	0	-	0,2	3	0,75	1	0,4	3	0,2	3	0,6	2	0,4	3	0,2	3
28	0	-	0	-	0,2	3	0	-	0	-	0,2	-	0,4	3	0,4	3	0	-
29	0	-	0	-	0,2	3	0	-	0,4	3	0,2	3	0,4	2	0,2	3	0	-
30	0,8	2	0,4	4	0,6	4	0,5	2	0,2	4	0,2	3	0,4	2	0,4	4	0,2	3
31	0,4	4	0,2	3	0,2	3	0,25	2	0,2	3	0,2	3	0,4	2	0,4	4	0,2	3
32	0,4	2	0,4	3	0,4	4	0,25	3	0,2	3	0,2	4	0,2	3	0,2	3	0,2	3
33	0,2	3	0	-	0,2	3,5	0	-	0,2	3	0,2	4	0,2	3	0,2	3	0,2	3

Συμπέρασμα: Με βάση τον παραπάνω πίνακα μπορούμε να εντοπίσουμε τους πελάτες που έχουν πάνω από 0,6 πιθανότητα σε όλους τους μήνες. Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να ορίσουμε ότι τον επόμενο μήνα θα τους πάμε από μόνοι μας παραγγελία, χωρίς να περιμένουμε να μας ειδοποιήσουν.

Στη συνέχεια της έρευνάς μας θα ασχοληθούμε με το απόθεμα που θα πρέπει να διατηρούμε ανά μήνα για τους μεγαλύτερους πελάτες της επιχείρησης αλλά και για την ίδια την επιχείρηση το απόθεμα που θα πρέπει να διατηρεί.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 14: Ζήτηση από μεγαλύτερους πελάτες 1**

A/A	ΠΕΛΑΤΕΣ	ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	ΜΑΡΤΙΟΣ	ΑΠΡΙΛΙΟΣ	ΜΑΙΟΣ	ΙΟΥΝΙΟΣ	ΙΟΥΛΙΟΣ	ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ
1	CUBE	26	18	20,5	8,5	20	5	5	0	11
2	BROTHERS	26	8	9	11	9	7	15	9	4
3	ΚΑΦΕ ANTICO	42	24	17	8	6	6	10	9	5
4	ΚΑΦΕΚΟΠΤΕΙΟ	16	14	22	3	11	11	15	10	10

**ΠΙΝΑΚΑΣ 15: Απόθεμα αποθήκης επιχείρησης 1**

	ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	ΜΑΡΤΙΟΣ	ΑΠΡΙΛΙΟΣ	ΜΑΙΟΣ	ΙΟΥΝΙΟΣ	ΙΟΥΛΙΟΣ	ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ
ΑΠΟΘΗΚΗ	300	250	300	200	250	200	260	200	200

Με βάση τις παραπάνω αναλύσεις και στοιχεία της επιχείρησης από τους πίνακες 14 και 15 καταλήγουμε ότι:

- Μηνιαίο κόστος αποθήκευσης ανά κιλού ροφήματος σοκολάτας = 2,68 ευρώ
- Απόθεμα ασφαλείας εξασφαλίζει 95% κύκλου παραγγελίας
- Αγορά κάθε κιλού κοστίζει = 5 ευρώ
- Τοποθέτηση παραγγελίας = 145 ευρώ
- Κόστος μεταφορικά = 5 ευρώ

- Η επιχείρηση δεσμεύεται ότι η παραγγελία θα παραδίδεται στον κάθε πελάτη σε 1 ημέρα από την στιγμή της τοποθέτησης της παραγγελίας του
- Η ζήτηση για το κάθε κιλό ροφήματος σοκολάτας από το διάστημα που μεσολαβεί από την τοποθέτηση της παραγγελίας ως την παραλαβή της θεωρείται τυχαία, δηλαδή η ζήτηση είναι τυχαία μεταβλητή
- Κοιτάζοντας και αναλύοντας τις παραγγελίες των πελατών οι πελάτες ακολουθούν Κανονική Κατανομή με μέση τιμή 10 κιλών και τυπική απόκλιση 5 κιλών
- Το κιλό του ροφήματος σοκολάτας πωλείτε στους πελάτες της επιχείρησης κατά προσέγγιση στην τιμή των 9 ευρώ

Η ακόλουθη ανάλυση έχει ως σκοπό την βέλτιστη απόφαση για τον κάθε πελάτη ξεχωριστά. Θέλουμε να επανατοποθετήσουμε τις βέλτιστες παραγγελίες και το μέγεθος των παραγγελιών για τους μεγαλύτερους πελάτες της επιχείρησης για τον μήνα Ιανουάριο αλλά και για την αποθήκη της ίδια της επιχείρησης.

Στη συνέχεια θα αρχίσουμε να αναλύουμε μια σειρά από ερωτήσεις που αφορούν την περιγραφή των πελατών της επιχείρησης και την αποθήκη της ίδιας της αποθήκευσης. Στην αρχή θα ασχοληθούμε μόνο με τους πελάτες.

Ποιο είναι το βέλτιστο σημείο επανατοποθέτησης παραγγελίας και ποιο το βέλτιστο μέγεθος αυτής στους διαφορετικούς πελάτες;

Αρχικά, αξίζει να παρατηρήσουμε πως και στις δυο περιπτώσεις βελτιστοποίησης θέλουμε να είμαστε καλυμμένοι για το 95% του κύκλου παραγγελίας, δηλαδή  $l=0,95$

**1<sup>ος</sup> πελάτης (cube):** έχει εκτιμήσει πως η κατανομή της πιθανότητας της εβδομαδιαίας ζήτησης, από την τοποθέτηση της παραγγελίας ως την παραλαβή της. Ακολουθεί Κανονική Κατανομή με μέση τιμή τα 10 κιλά ροφήματος σοκολάτας και τυπική απόκλιση 5 κιλά ροφήματος σοκολάτας.

Βέλτιστο σημείο επανατοποθέτησης παραγγελία, όπως αναφέραμε και στην θεωρία του κεφαλαίου 3.8.2:

$$k_{1-L} = k_{1-0,95} = k_{0,05} = 1,645$$

$$R_1 - \mu = k_{1-L} * \sigma \Rightarrow R_1 - \mu = 1,645\sigma \Rightarrow R_1 = \mu + 1,645\sigma = 10 + 1,645 * 5 \Rightarrow$$

$$\mathbf{R_1 = 18 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}}$$

Με αντίστοιχο μέγεθος παραγγελίας:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2dk}{h}} * \sqrt{\frac{p+h}{p}} = \sqrt{\frac{2*26*5}{2,68}} * \sqrt{\frac{9+2,68}{9}} \Rightarrow Q_1 = 11 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

**2<sup>ος</sup> πελάτης (brother's):** η κατανομή της πιθανότητας της εβδομαδιαίας ζήτησης, από την τοποθέτηση της παραγγελίας ως την παραλαβή της. Ακολουθεί Κανονική Κατανομή με μέση τιμή τα 10 κιλά ροφήματος σοκολάτας και τυπική απόκλιση 5 κιλά ροφήματος σοκολάτας.

Βέλτιστο σημείο επανατοποθέτησης παραγγελία:

$$k_{1-L} = k_{1-0,95} = k_{0,05} = 1,645$$

$$R_2 - \mu = k_{1-L} * \sigma \Rightarrow R_2 - \mu = 1,645\sigma \Rightarrow R_2 = \mu + 1,645\sigma = 10 + 1,645 * 5 \Rightarrow$$

$$R_2 = 18 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

Με αντίστοιχο μέγεθος παραγγελίας:

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2dk}{h}} * \sqrt{\frac{p+h}{p}} = \sqrt{\frac{2*26*5}{2,68}} * \sqrt{\frac{9+2,68}{9}} \Rightarrow Q_2 = 11 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

**3<sup>ος</sup> πελάτης (antico):** η κατανομή της πιθανότητας της εβδομαδιαίας ζήτησης, από την τοποθέτηση της παραγγελίας ως την παραλαβή της. Ακολουθεί Κανονική Κατανομή με μέση τιμή τα 20 κιλά ροφήματος σοκολάτας και τυπική απόκλιση 10 κιλά ροφήματος σοκολάτας.

Βέλτιστο σημείο επανατοποθέτησης παραγγελία:

$$k_{1-L} = k_{1-0,95} = k_{0,05} = 1,645$$

$$R_3 - \mu = k_{1-L} * \sigma \Rightarrow R_3 - \mu = 1,645\sigma \Rightarrow R_3 = \mu + 1,645\sigma = 20 + 1,645 * 10 \Rightarrow$$

$$R_3 = 36 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

Με αντίστοιχο μέγεθος παραγγελίας:

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2dk}{h}} * \sqrt{\frac{p+h}{p}} = \sqrt{\frac{2*42*5}{2,68}} * \sqrt{\frac{9+2,68}{9}} \Rightarrow Q_3 = 13 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

**4<sup>ος</sup> πελάτης (καφεκοπτείο):** η κατανομή της πιθανότητας της εβδομαδιαίας ζήτησης, από την τοποθέτηση της παραγγελίας ως την παραλαβή της. Ακολουθεί Κανονική Κατανομή με μέση τιμή τα 8 κιλά ροφήματος σοκολάτας και τυπική απόκλιση 3 κιλά ροφήματος σοκολάτας.

Βέλτιστο σημείο επανατοποθέτησης παραγγελία:

$$k_{1-L} = k_{1-0,95} = k_{0,05} = 1,645$$

$$R_4 - \mu = k_{1-L} * \sigma \Rightarrow R_4 - \mu = 1,645\sigma \Rightarrow R_4 = \mu + 1,645\sigma = 8 + 1,645 * 3 \Rightarrow$$

#### **R<sub>4</sub>=12 κιλά ροφήματος σοκολάτας**

Με αντίστοιχο μέγεθος παραγγελίας:

$$Q_4 = \sqrt{\frac{2dk}{h}} * \sqrt{\frac{p+h}{p}} = \sqrt{\frac{2*16*5}{2,68}} * \sqrt{\frac{9+2,68}{9}} \Rightarrow Q_4 = 8 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

Ποια η ποσότητα αποθέματος ασφαλείας σε κάθε περίπτωση; Να συγκριθούν πελάτες ,ε αποθήκη.

Το απόθεμα ασφαλείας εξασφαλίζει την ομαλή λειτουργία της παραγωγικής διαδικασίας και ισούται με τη διαφορά της ποσότητας του αποθέματος κατά την οποία επανατοποθετείται παραγγελία μείον τη μέση τιμή της ζήτησης.

Έτσι λοιπόν, έχουμε για τους τέσσερις πελάτες της επιχείρησης:

##### **1<sup>ος</sup> πελάτης (cube):**

$$(\text{απόθεμα ασφαλείας})_1 = R_1 - \mu = 18 - 10 = 8 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

##### **2<sup>ος</sup> πελάτης (brother's):**

$$(\text{απόθεμα ασφαλείας})_2 = R_2 - \mu = 18 - 10 = 8 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

##### **3<sup>ος</sup> πελάτης (antico):**

$$(\text{απόθεμα ασφαλείας})_3 = R_3 - \mu = 36 - 20 = 16 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

##### **4<sup>ος</sup> πελάτης (καφεκοπτείο):**

$$(\text{απόθεμα ασφαλείας})_4 = R_4 - \mu = 12 - 8 = 4 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με την αποθήκη της επιχείρησης. Ποιο είναι το βέλτιστο σημείο επανατοποθέτησης παραγγελίας και ποιο το βέλτιστο μέγεθος αυτής στην αποθήκη της επιχείρησης:

**Αποθήκη επιχείρησης:** από την τοποθέτηση της παραγγελίας ως την παραλαβή της, η ζήτηση ακολουθεί την Ομοιόμορφη κατανομή και κυμαίνεται ανάμεσα σε 100 έως και 150 κιλά.

Βέλτιστο σημείο επανατοποθέτησης παραγγελία:

$$R_a = a + l(b-a) = 100 + 0,95(150-100) \Rightarrow$$

$$R_a = 147,5 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

θα πρέπει δηλαδή, να επανατοποθετείται παραγγελία κάθε φορά που το απόθεμα πέφτει στα 147,5 κιλά ροφήματος σοκολάτας.

Με αντίστοιχο μέγεθος παραγγελίας:

$$Q_{\alpha} = \sqrt{\frac{2dk}{h}} * \sqrt{\frac{p+h}{p}} = \sqrt{\frac{2*300*5}{2,68}} * \sqrt{\frac{9+2,68}{9}} \Rightarrow Q_{\alpha} = 36 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

Ποια η ποσότητα αποθέματος ασφαλείας σε κάθε περίπτωση;

Το απόθεμα ασφαλείας εξασφαλίζει την ομαλή λειτουργία της παραγωγικής διαδικασίας και ισούται με τη διαφορά της ποσότητας του αποθέματος κατά την οποία επανατοποθετείται παραγγελία μείον τη μέση τιμή της ζήτησης.

Έτσι λοιπόν, έχουμε για την αποθήκη της επιχείρησης:

$$(\text{απόθεμα ασφαλείας})_{\alpha} = R_{\alpha} - E(D) = R_{\alpha} - \frac{a+b}{2} = 147,5 - \frac{100+150}{2} = 22,5 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}$$

Σύγκριση: Σε αυτό το σημείο, παρατηρούμε ότι το απόθεμα ασφαλείας της αποθήκης είναι παραπάνω από τους μεγαλύτερους πελάτες της.

Ποιος ο βέλτιστος χρόνος μεταξύ των παραγγελιών σε κάθε περίπτωση, δηλαδή πελατών και αποθήκης;

Για να μπορέσουμε να συνεχίσουμε, θα χρειαστεί να ανατρέξουμε **στο Μοντέλο EOQ με προγραμματισμένες ελλείψεις**, με το οποίο, όπως έχει αναφερθεί και στο θεωρητικό κομμάτι της εργασίας αυτής, το στοχαστικό μοντέλο συνεχούς επιθεώρησης έχει πολλά κοινά στοιχεία.

Για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε το βέλτιστο χρόνο μεταξύ των παραγγελιών σε κάθε πελάτη θα θεωρήσουμε:  $t^*$  ο βέλτιστος χρόνος μεταξύ των παραγγελιών σε κάθε πελάτη

$$\mathbf{1^{\text{o}} \text{ πελάτης (cube):}} \text{ έστω } t_1^* = \frac{Q_1}{d} = \frac{11}{26} = 0,4 \text{ μήνες} = \mathbf{12 \text{ ημέρες}}$$

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης παραγγέλνει κάθε 7 ημέρες}

$$\mathbf{2^{\text{o}} \text{ πελάτης (brother's):}} \text{ έστω } t_2^* = \frac{Q_2}{d} = \frac{11}{26} = 0,4 \text{ μήνες} = \mathbf{12 \text{ ημέρες}}$$

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης παραγγέλνει κάθε 7 ημέρες}

$$\mathbf{3^{\text{o}} \text{ πελάτης (antico):}} \text{ έστω } t_3^* = \frac{Q_3}{d} = \frac{13}{42} = 0,3 \text{ μήνες} = \mathbf{9 \text{ ημέρες}}$$

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης παραγγέλνει κάθε 7 ημέρες }

**4<sup>ος</sup> πελάτης (καφεκοπτείο):** έστω  $t_4^* = \frac{Q_4}{d} = \frac{8}{16} = 0,5$  μήνες = **15 ημέρες**

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης παραγγέλνει κάθε 15 ημέρες, δεν υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα }

Στη συνέχεια για την αποθήκη μας παρατηρούμε:

**Αποθήκη επιχείρησης:** έστω  $t_a^* = \frac{Q_a}{d} = \frac{36}{212} = 0,1$  μήνες = **3 ημέρες**

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα η επιχείρηση παραγγέλνει κάθε 3 ημέρες, δεν υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα }

Ποιο είναι το μηνιαίο κόστος αγοράς σοκολάτας σε κάθε περίπτωση, δηλαδή πελατών και αποθήκης;

Ο βέλτιστος χρόνος εξαρτάται δηλαδή, από την ποσότητα της παραγγελίας και τη ζήτηση που υπάρχει.

Το κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας, ανά κύκλο παραγγελίας, δίνεται από τον τύπο

$$OC = K + cQ,$$

Για τον υπολογισμό του κόστους αγοράς ανά κύκλο παραγγελίας, δηλαδή πόσο στοιχίζει ο πελάτης στην επιχείρηση και πόσο στοιχίζει η αποθήκη της επιχείρησης στην επιχείρηση. Τα αποτελέσματα εμφανίζονται στην συνέχεια:

**1<sup>ος</sup> πελάτης (cube):**  $OC_1 = K + cQ_1 = 5 + 5 * 11 = 60$  ευρώ

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης το κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας είναι 65 ευρώ, υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα }

**2<sup>ος</sup> πελάτης (brother's):**  $OC_2 = K + cQ_2 = 5 + 5 * 11 = 60$  ευρώ

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης το κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας είναι 70 ευρώ, υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα }

**3<sup>ος</sup> πελάτης (antico):**  $OC_3 = K + cQ_3 = 10 + 5 * 13 = 75$  ευρώ

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης το κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας είναι 80 ευρώ, υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα }

**4<sup>ος</sup> πελάτης (καφεκοπτείο):**  $OC_4 = K + cQ_4 = 25 + 20 * 8 = 185$  ευρώ

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης το κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας είναι 185ευρώ, δεν υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα}

**Αποθήκη επιχείρησης:**  $OC_a = K + cQ_a = 145 + 5 \cdot 36 = 325 \text{ευρώ}$

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης το κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας είναι 325ευρώ, δεν υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα}

Για τον υπολογισμό του μηνιαίου κόστους αγοράς και θεωρώντας ότι ο μήνας έχει 30 ημέρες, έχουμε:

**1<sup>ος</sup> πελάτης (cube):**  $OC_{1, \text{μήνα}} = OQ_1 \cdot \frac{30}{t_1^*} = 60 \cdot \frac{30}{12} = 150 \text{ευρώ}$

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης το μηνιαίο κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας είναι 155 ευρώ, υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα}

**2<sup>ος</sup> πελάτης (brother's):**  $OC_{2, \text{μήνα}} = OQ_2 \cdot \frac{30}{t_2^*} = 60 \cdot \frac{30}{12} = 150 \text{ευρώ}$

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης το μηνιαίο κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας είναι 155 ευρώ, υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα}

**3<sup>ος</sup> πελάτης (antico):**  $OC_{3, \text{μήνα}} = OQ_3 \cdot \frac{30}{t_3^*} = 75 \cdot \frac{30}{9} = 250 \text{ευρώ}$

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης το μηνιαίο κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας είναι 200 ευρώ, υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα}

**4<sup>ος</sup> πελάτης (καφεκοπτείο):**  $OC_{4, \text{μήνα}} = OQ_4 \cdot \frac{30}{t_4^*} = 185 \cdot \frac{30}{15} = 370 \text{ευρώ}$

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης το μηνιαίο κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας είναι 380 ευρώ, δεν υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα}

**Αποθήκη επιχείρησης:**  $OC_a, \text{μήνα} = OQ_a \cdot \frac{30}{t_a^*} = 325 \cdot \frac{30}{3} = 3.250 \text{ευρώ}$

{ Σε σχέση με την πραγματικότητα ο συγκεκριμένος πελάτης το μηνιαίο κόστος αγοράς του ροφήματος σοκολάτας είναι 3.250ευρώ, δεν υπάρχει απόκλιση με την πραγματικότητα}

Ποιο είναι το μηνιαίο κόστος αποθήκευσης σοκολάτας σε κάθε περίπτωση των πελατών και της αποθήκης;



Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να υπολογίσουμε το  $S^*$ , δηλαδή  $S^*$  είναι η βέλτιστη τιμή για το επίπεδο του αποθέματος μετά την παραλαβή της παραγγελίας για τους πελάτες της επιχείρησης και την αποθήκη της επιχείρησης. Η τιμή πώλησης του προϊόντος σε όλους τους πελάτες είναι 9 ευρώ. Έχουμε λοιπόν:  $k$  είναι 5 ευρώ,  $d$  με την ζήτηση του κάθε πελάτη και την ίδια την αποθήκη,  $h$  είναι 2,68 ευρώ και  $p$  είναι 9 ευρώ.

**1<sup>ος</sup> πελάτης (cube):**  $S_1 = \sqrt{\frac{2dk}{h}} * \sqrt{\frac{p}{p+h}} = \sqrt{\frac{2*26*5}{2.68}} * \sqrt{\frac{9}{2.68+9}} = 8$  κιλά ροφήματος σοκολάτας

**2<sup>ος</sup> πελάτης (brother's):**  $S_2 = \sqrt{\frac{2dk}{h}} * \sqrt{\frac{p}{p+h}} = \sqrt{\frac{2*26*5}{2.68}} * \sqrt{\frac{9}{2.68+9}} = 8$  κιλά ροφήματος σοκολάτας

**3<sup>ος</sup> πελάτης (antico):**  $S_3 = \sqrt{\frac{2dk}{h}} * \sqrt{\frac{p}{p+h}} = \sqrt{\frac{2*42*5}{2.68}} * \sqrt{\frac{9}{2.68+9}} = 10$  κιλά ροφήματος σοκολάτας

**4<sup>ος</sup> πελάτης (καφεκοπτείο):**  $S_4 = \sqrt{\frac{2dk}{h}} * \sqrt{\frac{p}{p+h}} = \sqrt{\frac{2*16*5}{2.68}} * \sqrt{\frac{9}{2.68+9}} = 6$  κιλά ροφήματος σοκολάτας

**Αποθήκη επιχείρησης:**  $S_a = \sqrt{\frac{2dk}{h}} * \sqrt{\frac{p}{p+h}} = \sqrt{\frac{2*300*5}{2.68}} * \sqrt{\frac{9}{2.68+9}} = 27$  κιλά ροφήματος σοκολάτας

Το κόστος αποθήκευσης, ανά μονάδα χρόνου, δίνεται από τον τύπο:

$$CC = \frac{h * S^2}{2d}$$

Καθώς το  $h$  είναι 2,68€ ανά μήνα και έχοντας υπολογίσει το  $S^*$ , τα αντίστοιχα μηνιαία κόστη αποθήκευσης για τους πελάτες της επιχείρησης και για την ίδια της την επιχείρηση υπολογίζονται ως εξής:

**1<sup>ος</sup> πελάτης (cube):**  $CC_{1,μήνα} = \frac{h*S_1^2}{2d} = \frac{2,68*8^2}{2*26} = 3,29$  ευρώ/ κιλό ροφήματος σοκολάτας

**2<sup>ος</sup> πελάτης (brother's):**  $CC_{2,μήνα} = \frac{h*S_2^2}{2d} = \frac{2,68*8^2}{2*26} = 3,29$  ευρώ/ κιλό ροφήματος σοκολάτας

**3<sup>ος</sup> πελάτης (antico):**  $CC_{3,μήνα} = \frac{h*S_3^2}{2d} = \frac{2,68*10^2}{2*42} = 3,19$  ευρώ/ κιλό ροφήματος σοκολάτας

**4<sup>ος</sup> πελάτης (καφεκοπτείο):**  $CC_{4,μήνα} = \frac{h \cdot S_4^2}{2d} = \frac{2,68 \cdot 6^2}{2 \cdot 16} = 3,01$  ευρώ/ κιλό ροφήματος σοκολάτας

**Αποθήκη επιχείρησης:**  $CC_{α,μήνα} = \frac{h \cdot S_α^2}{2d} = \frac{2,68 \cdot 27^2}{2 \cdot 300} = 3,25$  ευρώ/ κιλό ροφήματος σοκολάτας

Δεδομένου ότι ελλείψεις συμβαίνουν εξαιρετικά σπάνια, τα μόνα σημαντικά κόστη κατά τη σύγκριση των δύο προμηθευτών είναι αυτά που υπολογίστηκαν στα ερωτήματα ο βέλτιστος χρόνος μεταξύ των παραγγελιών σε κάθε περίπτωση και το μηνιαίο κόστος αγοράς σοκολάτας. Ποιο είναι το μηνιαίο συνολικό κόστος στην κάθε περίπτωση; Ποιο το αντίστοιχο συνολικό κόστος ανά κύκλο παραγγελίας;

Χρησιμοποιώντας τον τύπο του μηνιαίου συνολικού κόστους όπου ισούται με:

$TC = \text{κόστος ενός κύκλου παραγγελίας} + \text{κόστος αποθήκευσης ροφήματος σοκολάτας} + \text{κόστος έλλειψης ροφήματος σοκολάτας}$

και δεδομένου ότι στις δύο περιπτώσεις οι ελλείψεις συμβαίνουν εξαιρετικά σπάνια (άρα  $CU_1 = CU_2 = CU_3 = CU_4 = CU_α = 0$ ), το μηνιαίο συνολικό κόστος για κάθε έναν από τους πελάτες είναι:

$$TC = OC + CC + CU$$

**1<sup>ος</sup> πελάτης (cube):**  $TC_1 = 8 + 3,29 = 11,29$  ευρώ

**2<sup>ος</sup> πελάτης (brother's):**  $TC_2 = 8 + 3,29 = 11,29$  ευρώ

**3<sup>ος</sup> πελάτης (antico):**  $TC_3 = 10 + 3,19 = 13,19$  ευρώ

**4<sup>ος</sup> πελάτης (καφεκοπτείο):**  $TC_4 = 6 + 3,09 = 9,09$  ευρώ

**Αποθήκη επιχείρησης:**  $TC_α = 27 + 3,25 = 30,25$  ευρώ

Τα αντίστοιχα συνολικά κόστη ανά κύκλο παραγγελίας προκύπτουν:

**1<sup>ος</sup> πελάτης (cube):**  $TC_1 = \frac{TC_1}{\text{ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΥΚΛΟΥ ΜΗΝΑ}} = \frac{TC_1}{\frac{30}{t_1^*}} = 4,51$  ευρώ

**2<sup>ος</sup> πελάτης (brother's):**  $TC_2 = \frac{TC_2}{\text{ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΥΚΛΟΥ ΜΗΝΑ}} = \frac{TC_2}{\frac{30}{t_2^*}} = 4,51$  ευρώ

**3<sup>ος</sup> πελάτης (antico):**  $TC_3 = \frac{TC_3}{\text{ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΥΚΛΟΥ ΜΗΝΑ}} = \frac{TC_3}{\frac{30}{t_3^*}} = 3,95$  ευρώ

**4<sup>ος</sup> πελάτης (καφεκοπτείο):**  $TC_4 = \frac{TC_4}{\text{ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΥΚΛΟΥ ΜΗΝΑ}} = \frac{TC_4}{\frac{30}{t_4^*}} = 4,54 \text{ ευρώ}$

**Αποθήκη επιχείρησης:**  $TC_\alpha = \frac{TC_\alpha}{\text{ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΥΚΛΟΥ ΜΗΝΑ}} = \frac{TC_\alpha}{\frac{30}{t_\alpha^*}} = 3,02 \text{ ευρώ}$

Παρατηρούμε ότι το συνολικό κόστος ανά κύκλου παραγγελίας της αποθήκης της επιχείρησης είναι χαμηλότερο από αυτό των πελατών της. Οπότε μας ενδιαφέρει να το τηρήσουμε.

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε το μέγιστο έλλειμμα που μπορεί να προκύψει σε κάθε πελάτη αλλά και στην ίδια την αποθήκη είναι τα ακόλουθα (Μοντέλο Έλλειψης): Ποιο το μέγιστο έλλειμμα των πελατών της επιχείρησης και της ίδιας της επιχείρησης;

**1<sup>ος</sup> πελάτης (cube):**  $Q_1 - S_1^* = 11 - 8 = 3 \text{ κιλά ροφήματος}$

**2<sup>ος</sup> πελάτης (brother's):**  $Q_2 - S_2^* = 11 - 8 = 3 \text{ κιλά ροφήματος}$

**3<sup>ος</sup> πελάτης (antico):**  $Q_3 - S_3^* = 13 - 10 = 3 \text{ κιλά ροφήματος}$

**4<sup>ος</sup> πελάτης (καφεκοπτείο):**  $Q_4 - S_4^* = 8 - 6 = 2 \text{ κιλά ροφήματος}$

**Αποθήκη επιχείρησης:**  $Q_\alpha - S_\alpha^* = 36 - 27 = 9 \text{ κιλά ροφήματος}$

Να υπολογιστούν τα κόστη  $K_{\text{over}}$ , δηλαδή η ζημία που θα έχουμε από κάθε προϊόν που θα μείνει απούλητο μέχρι και το τέλος της περιόδου και  $K_{\text{under}}$ , δηλαδή το κατά πόσο θα είναι μειωμένο το κέρδος μας για κάθε μονάδα προϊόντος που θα μας ζητείται και δε θα την έχουμε να τη διαθέσουμε που σχετίζονται με τη σοκολάτα;

$K_{\text{under}} = p - k = 9 - 5 = 4 \text{ ευρώ}$

$p = 9$  ευρώ γιατί όπως αναφέραμε το κιλό ροφήματος σοκολάτας πωλείται στους πελάτες της επιχείρησης κατά προσέγγιση στην τιμή των 9 ευρώ.

$K_{\text{over}} = k + h = 5 + 2,68 = 7,68 \text{ ευρώ}$

όπου  $p$  το κόστος σε περίπτωση έλλειψης του προϊόντος από την αποθήκη της επιχείρησης προς τον πελάτη που θα πωληθεί το προϊόν, δηλαδή εδώ, τα «χαμένα» χρήματα από κάθε πώληση που δεν έγινε και  $k$  το κόστος για την παραγγελία κάθε κιλού ροφήματος σοκολάτας που στοιχίζει στην επιχείρηση να το αγοράσει το προϊόν.

Να υπολογιστεί το βέλτιστο επίπεδο εξυπηρέτησης της επιχείρησης.

Το ιδανικό επίπεδο εξυπηρέτησης που αναζητούμε, βάσει των όσων έχουμε αναφέρει στο στοχαστικό μοντέλο μιας περιόδου για εφήμερα προϊόντα, δίνεται από το λόγο:

$$F_D(x^0) = \frac{K_{under}}{K_{under} + K_{over}} = \frac{p-k}{p-k+k+h} = \frac{p-k}{p+h} = \frac{9-5}{9+2,68} = \mathbf{0,34}$$

Όπου  $h$  ισούται με το κόστος διατήρησης μιας μονάδας προϊόντος αποθέματος ίσο με 2,68 ευρώ.

Να βρεθεί η ιδανική ποσότητα ροφήματος σοκολάτας που πρέπει να πωλούνταν κάθε μέρα.

Η ημερήσια ζήτηση ακολουθεί την Ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα (1 – 10) από τα δεδομένα που έχει βγάλει η επιχείρηση:

$$F_D(x^0) = 0,34 \Rightarrow \frac{x^0 - 1}{10 - 1} = 0,34 \Rightarrow x^0 = \mathbf{4 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}} \quad \{ \text{πρέπει η επιχείρηση να διαθέτει κάθε μέρα} \}$$

Βάσει των αποτελεσμάτων του προηγούμενου ερωτήματος, ποια είναι η πιθανότητα να προκύψει έλλειψη ροφήματος σοκολάτας μια τυχαία ημέρα;

Ωστόσο, μπορούμε να προβλέψουμε την πιθανότητα να ικανοποιείται η ζήτηση, που ορίζεται ως εξής:

$$F_D(x^0) = P(D \leq x^0)$$

Συνεπώς, για να προκύψει έλλειψη, θα πρέπει:

$$1 - F_D(x^0) = P(D > x^0)$$

δηλαδή, στην δική μας την περίπτωση, θα πρέπει:

$$P(D > x^0) = 1 - 0,34 = 0,66$$

Άρα, η πιθανότητα να προκύψει έλλειψη του ροφήματος σοκολάτας στους πελάτες της επιχείρησης είναι 66%.

Η επιχείρηση, έχει ψηλά στις προτεραιότητές της να μη δυσαρεστεί τους πελάτες της και συνεπώς, αποφεύγει τη δημιουργία ελλείψεων. Θέλοντας όμως, να εξετάσει κάθε παράμετρο κατά την οργάνωση της επιχείρησής της, εκτιμά ότι κάθε φορά που κάποιος πελάτης δεν αγοράζει το προϊόν της λόγω έλλειψης και δυσαρεστείται, υπάρχει επιπλέον αρνητική συνέπεια στις μελλοντικές πωλήσεις με κόστος για την επιχείρησή της με 4 ευρώ ανά ροφήματος σοκολάτας. Να υπολογιστεί και με τη νέα αυτή παράμετρο, ο βέλτιστος αριθμός ροφήματος σοκολάτας που πρέπει να παράγονται κάθε μέρα.

Το κόστος έλλειψης τώρα, με τη νέα αυτή παράμετρο, δηλαδή όταν υπάρχει έλλειψη και δυσαρέσκεια υπάρχουν αρνητικές πωλήσεις και κόστος για την επιχείρηση και αυτό προκύπτει:

Τότε η τιμή θα διαμορφωθεί.

$$p' = 9 + 4 = \mathbf{13 \text{ευρώ}}$$

Το ιδανικό επίπεδο εξυπηρέτησης διαμορφώνεται τώρα ως εξής:

$$F_D(y^0) = \frac{K_{under}}{K_{under} + K_{over}} = \frac{p' - k}{p' + h} = \frac{13 - 5}{13 + 2,68} = \mathbf{0,51}$$

Από αυτό, προκύπτει και ότι ο νέος ιδανικός αριθμός κιλών ροφήματος σοκολάτας που πρέπει να δίνονται ανά ημέρα είναι:

$$F_D(y^0) = 0,51 \Rightarrow \frac{y^0 - 1}{10 - 1} = 0,51 \Rightarrow y^0 = \mathbf{5,5 \text{ κιλά ροφήματος σοκολάτας}} \quad \{ \text{πρέπει η επιχείρηση να διαθέτει κάθε μέρα } \}$$

Ποια είναι η νέα πιθανότητα να υπάρχει έλλειψη σε ρόφημα σοκολάτας μια τυχαία μέρα;

Συνεπώς, η νέα πιθανότητα να υπάρξει έλλειψη προϊόντος στην επιχείρηση είναι:

$$P(D > y^0) = 1 - F_D(y^0) = 1 - 0,51 = 0,49$$

Παρατηρούμε λοιπόν, πως η πιθανότητα να υπάρξει έλλειψη έχει ελαττωθεί σημαντικά και είναι πλέον **49%**.

Στο μοντέλο της επιχείρησης που προηγήθηκε, δεν υπήρχε κάποια διαφοροποίηση στο κόστος της μιας μονάδας του προϊόντος ανάλογα με το μέγεθος της παραγγελίας. Έτσι, οι βέλτιστες λύσεις που υπολογίσαμε ήταν ανεξάρτητες από το κόστος της κάθε μονάδας του προϊόντος.

Σύμφωνα με τα προηγούμενα δηλαδή, το ίδιο κοστίζει στην επιχείρηση ανά κιλό μία παραγγελία 50 κιλών ροφημάτων παραγγελίας και το ίδιο μία παραγγελία 1,000 κιλών. Κάτι τέτοιο συμβαίνει για το λόγο ότι το κάθε κιλό ροφήματος σοκολάτας αγοράζεται από την αρχή με εκτύπωση 20%. Οπότε, η τελική τιμή του προϊόντος έχει μετακινηθεί ύστερα από την έκπτωση του και θεωρείται ως την αρχική του, δηλαδή αρχική τιμή 6ευρώ και 20% έκπτωση πάμε στα 5ευρώ τελική τιμή. Άρα, τα 5 ευρώ ανά κιλό αγοράς ροφήματος σοκολάτας είναι και η αρχική τιμή πλέον.

Τέλος, μια από τις σημαντικότερες αποφάσεις στη διαμόρφωση στρατηγικής μάρκετινγκ είναι ο καθορισμός της τιμής του προϊόντος. Είναι μια απόφαση που μπορεί να φαίνεται θεωρητικά εύκολη, όμως στην πράξη είναι μια πολύ δύσκολη και πολυσύνθετη απόφαση. Συνήθως, στην

τιμολόγηση ενός προϊόντος εμπλέκονται περισσότερα από ένα τμήματα της επιχείρησης. Το βασικό όμως ζητούμενο είναι τι προσπαθεί να καταφέρει η επιχείρηση με την τιμολόγηση των προϊόντων της. Ακόμη, η επιχείρηση θα πρέπει να αντιδρά σε αλλαγές της τιμής του ανταγωνισμού ή να γνωρίζει περίπου τις αντιδράσεις των ανταγωνιστών, όταν εκείνη με δική της πρωτοβουλία αλλάζει την τιμή. Θα πρέπει με λίγα λόγια να ανταποκρίνεται στις ενέργειες και τις αντιδράσεις του ανταγωνισμού.

Τα εποχιακά εμπορεύματα είναι προϊόντα των οποίων η ζήτηση είναι εποχιακή, δηλαδή συγκεντρώνεται μόνο σε μια περίοδο. Όσον αφορά την ελαστικότητα της τιμής στο συγκεκριμένο προϊόν έχει να κάνει στην κατηγορία που ανήκει. Το ρόφημα σοκολάτας εντάσσεται στα εθιστικά αγαθά. Οι άνθρωποι μπορούν να εθιστούν σε ορισμένα προϊόντα όπως τον καπνό και το αλκοόλ, γλυκά, σοκολάτες κ.α.. Όταν συμβαίνει αυτό, η ζήτηση θα είναι ανελαστική. Για τον εξαρτημένο, τα εμπορεύματα αυτά δεν έχουν υποκατάστατα.

Στόχος της επιχείρησης είναι να διαθέτει σημαντικά αποθέματα των προϊόντων της, η αύξηση της ζήτησης μπορεί να επιτευχθεί με τη μείωση των αποθεμάτων. Ενώ εάν έχουν εξαντληθεί τα αποθέματα, η προσφορά θα είναι ανελαστική.

Αναλυτικότερα, η ζήτηση σε ορισμένα αγαθά και υπηρεσίες είναι πιο ευαίσθητη στις μεταβολές της τιμής ενώ σε άλλα είναι λιγότερο ευαίσθητη. Αυτός ο βαθμός της ευαισθησίας της ζητούμενης ποσότητας ενός αγαθού Α στις μεταβολές της τιμής του ονομάζεται ελαστικότητα ζήτησης σε σχέση με την τιμή του αγαθού δίνεται από τον τύπο που δεν είναι άλλος παρά ο λόγος της ποσοστιαίας % μεταβολής της ζητούμενης ποσότητας προς την ποσοστιαία % μεταβολή της τιμής.

Όταν η ελαστικότητα αναφέρεται σε ένα συγκεκριμένο σημείο της καμπύλης ζήτησης

$$\epsilon_d = \frac{\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right) * 100}{\left(\frac{\Delta P}{P}\right) * 100}$$

Αν για παράδειγμα η τιμή του ροφήματος σοκολάτας αυξηθεί κατά 15 % και η ζητούμενη ποσότητα μειωθεί κατά 5 % τότε η ελαστικότητα ζήτησης θα ισούται με

$\epsilon_d = 0,33$ . Τότε η ζήτηση είναι ανελαστική και σε αυτή την περίπτωση μια ποσοστιαία αύξηση η μείωση της τιμής προκαλεί μικρότερη ποσοστιαία μείωση η αύξηση αντίστοιχα της ζητούμενης ποσότητας. Γενικότερα η ελαστικότητα ζήτησης ενός αγαθού εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το πόσο στενά υποκατάστατα έχει.

Στη συνέχεια όσο αφορά το ποσοστό κέρδους της επιχείρησης ορίζεται:

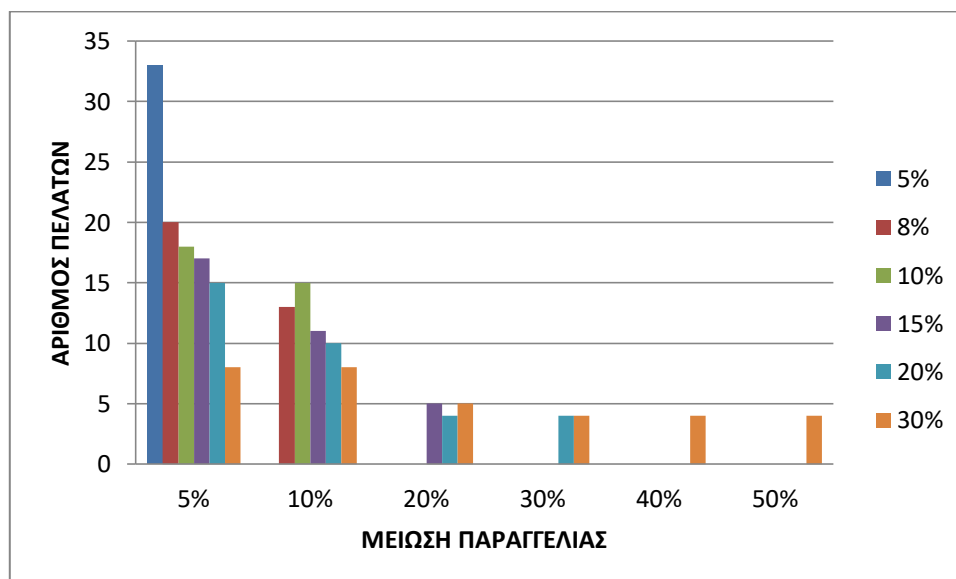
$$\% \text{κέρδους} = \frac{\text{τιμή πώλησης} - \text{τιμή αγοράς}}{\text{τιμή πώλησης}} * 100\%$$

Με βάση τον τύπο το κέρδος της επιχείρησης η είναι 53% . Αυτό διαμορφώνεται γιατί η επιχείρηση αγοράζει την μία μονάδα προϊόντος 6,8€ και η τιμή πώλησης προς τους πελάτες της είναι 14,70€ για μια μονάδα προϊόντος.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Οι τιμές αγοράς και πώλησης είναι εικονικές αναφέρονται για να διαμορφωθεί το κέρδος καθαρά για ακαδημαϊκούς λόγους, για να μπορέσουμε στην συνέχεια να δούμε αν θα αλλάξει η τιμή πώλησης είτε με αύξηση είτε με μείωση της τιμής πως θα διαμορφωθεί η ποσότητα παραγγελίας.

Λογικό επακόλουθο, είναι η δημιουργία ενός ερωτηματολογίου που φτιάξαμε για να δούμε πως θα αντιδράσουν οι πελάτες μας στην αύξηση και στην μείωση της τιμής ως προς την ποσότητα της παραγγελίας που θα μας δώσουν. Το ερωτηματολόγιο παρουσιάζεται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3.

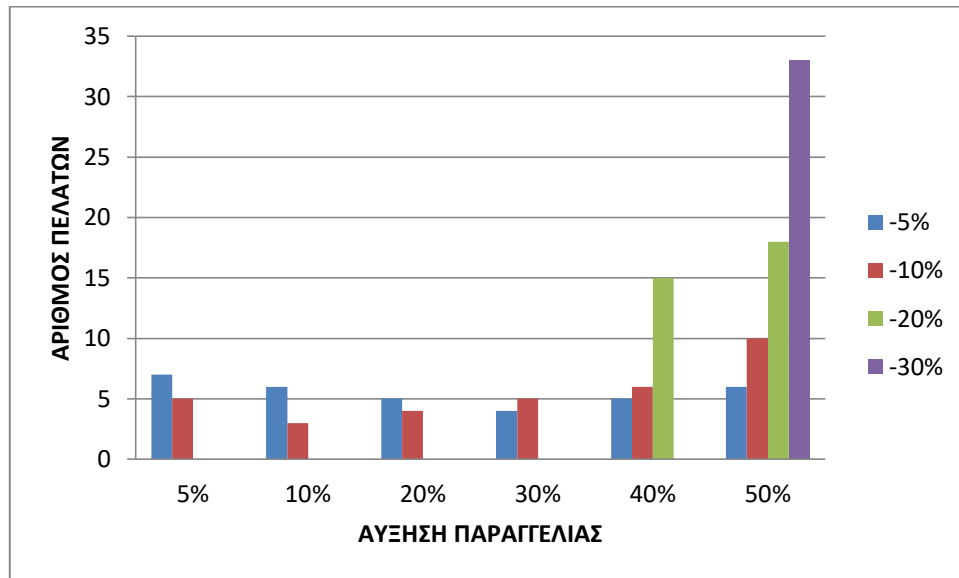
Με βάση τους πελάτες της επιχείρησης που ερωτήθηκαν 33 πελάτες καταφέραμε να διαμορφώσουμε τα παρακάτω διαγράμματα και να βγάλουμε ορισμένα συμπεράσματα ως προς την διακύμανση της τιμής και της παραγγελίας.



Εικόνα 15: Αύξηση τιμής- Μείωση παραγγελίας 1

Στο παραπάνω διάγραμμα αντλούμε τις πληροφορίες ότι όσο αυξάνεται η τιμή τόσο η παραγγελία μειώνεται. Άρα το συμπέρασμα είναι να δημιουργούμε μια αρνητική κλίση στην καμπύλη ζήτησης για το προϊόν, εικόνα 14.

Στην αντίθετη περίπτωση όπως απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα που έχουμε μείωση της τιμής παρατηρούμε ότι η καμπύλη μας είναι θετική και οι παραγγελίες αυξάνονται, εικόνα 15.



Εικόνα 16: Μείωση τιμής- Αύξηση παραγγελίας 1



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Μια τέτοια προσπάθεια υλοποίησης μεθόδου εξοικονόμησης πόρων στα πλαίσια της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας, της οποίας πρωταρχικός στόχος ήταν τόσο η γενικότερη οργάνωση της αποθήκης της επιχείρησης όσο και η μείωση του συνολικού κόστους διαχείρισης των αποθεμάτων της αποθήκης αυτής. Πρέπει να τονίσουμε ότι δεν χρησιμοποιήθηκε κάποια μέθοδος πρόβλεψης στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, αλλά αξιοποιήθηκαν τα πραγματικά δεδομένα της επιχείρησης καθώς ο μέσος μηνιαίος ρυθμός ζήτησης παρουσιάζει μεγάλες αυξομειώσεις, όπως επιβεβαιωθήκαμε και από τα στοιχεία της επιχείρησης.

Για την επιχείρηση επιλέχθηκε το σύστημα διαχείρισης (r,Q) για το ρόφημα σοκολάτας και έγιναν υπολογισμοί κάποιων σημαντικών στοιχείων, όπως το βέλτιστο μέγεθος της παρτίδας που πρέπει να παραγγελθεί, το βέλτιστο επίπεδο του διαθέσιμου αποθέματος τη χρονική στιγμή που πρέπει να τεθεί μια παραγγελία, καθώς επίσης και το ποσοστό του επιπέδου εξυπηρέτησης.

Όμως ακόμη και η λύση, η πρόταση ενός νέου συστήματος διαχείρισης αποθεμάτων είναι ένα σημείο το οποίο χρήζει προσοχής διότι οι συνθήκες ίσως να μην ευνοούν τη δεδομένη χρονική στιγμή την αλλαγή. Με τη διεξαγωγή της έρευνας δόθηκε η ευκαιρία να αλλάξει η οργάνωση των αποθεμάτων καθώς οι παράμετροι που ισχύουν έδωσαν τη θέση τους σε στερεότυπες σκέψεις.

Σε μία επιχείρηση, η δημιουργία αποθεμάτων συμβάλλει στην ομαλή λειτουργία της, εξασφαλίζοντας την έγκαιρη παράδοση των προϊόντων με αποτέλεσμα την ικανοποίηση των πελατών. Ακόμα, η ύπαρξη αποθεμάτων πρώτων υλών εξασφαλίζει την συνεχή τροφοδοσία της παραγωγικής διαδικασίας.

Η βελτιστοποίηση της διαδρομής σε μια τυχαία μέρα του μήνα δεν έφερε τεράστιες διαφορές όσον αφορά την πραγματική με την εικονική διαδρομή του προγράμματος.

Τέλος, οι παράγοντες που επηρεάζουν την τελική τιμή με την οποία ο καταναλωτής αγοράζει το προϊόν είναι διαφορετικοί σε κάθε κλάδο και είδος προϊόντος. Οι παράγοντες που διαμορφώνουν τις τελικές τιμές των προϊόντων στον κλάδο τροφίμων είναι εν τέλει αρκετοί και δεν μπορούμε πολλές φορές να τους προσδιορίσουμε με ακρίβεια. Επίσης, δεν μπορεί πάντως να εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα για το αν σε κάποια πόλη οι τιμές είναι υψηλότερες ή χαμηλότερες, άρα ουσιαστικά το κόστος διανομής δεν επηρεάζει και τόσο την τελική τιμή.

Στη σημερινή εποχή, που ο ανταγωνισμός μεταξύ των επιχειρήσεων ολοένα και αυξάνεται, κρίνεται απαραίτητη όσο ποτέ άλλοτε, η ανάπτυξη μεθόδων εξοικονόμησης πόρων των επιχειρήσεων, προς την προσπάθεια εξασφάλισης της βιωσιμότητας τους. Προς την κατεύθυνση αυτή, είναι πολύτιμη η συμβολή της ραγδαίας ανάπτυξης των πληροφοριακών και των υπολογιστικών συστημάτων, τα οποία αξιοποιούν με τον καλύτερο τρόπο όλες τις πληροφορίες που συλλέγονται είτε από το εσωτερικό της επιχείρησης είτε από το εξωτερικό της περιβάλλον.

Η πρόταση για μεγαλύτερη μελέτη μεγαλύτερου δείγματος δεδομένων και η μελλοντική εφαρμογή τους φάνηκε να βρίσκει υποστηρικτές. Η λήψη περισσότερων δεδομένων και η οργάνωση τους απαιτεί χρόνο και η πολυπλοκότητα αυξάνεται αλλά τα μακροπρόθεσμα αποτελέσματα μπορεί να δικαιώσουν την προσπάθεια. Η ομαδοποίηση, η οργάνωση και η υλοποίηση συστημάτων διαχείρισης των αποθεμάτων σε μία εμπορική επιχείρηση και αποτελεί μια κίνηση ρίσκου αλλά η παρούσα διπλωματική αποτελεί κίνητρο για την εκτέλεση του στόχου αυτού.

Για την αντιμετώπιση των επιπρόσθετων ρεαλιστικών καθημερινών αναγκών και απαιτήσεων που δημιουργούνται στις σύγχρονες επιχειρήσεις λόγω της πολυπλοκότητάς τους, έχουμε και την αντίστοιχη ανάπτυξη του επιστημονικού υποβάθρου που χρησιμοποιείται για την περιγραφή και τη μηχανοργάνωση των δεδομένων των επιχειρήσεων με απώτερο στόχο τη δημιουργία ολοένα και πιο εξειδικευμένων μοντέλων που θα ανταποκρίνονται επακριβώς στο εκάστοτε πρόβλημα.

Παρά το γεγονός ότι η σημερινή εποχή υπάρχει πληθώρα λογισμικών εφαρμογών για τη δρομολόγηση των οχημάτων, εντούτοις η συγκεκριμένη λειτουργία εκτελείται προς το παρόν κυρίως εμπειρικά. Αυτό συμβαίνει γιατί οι ελληνικές τουλάχιστον μεταφορικές εταιρίες δεν διαθέτουν ακόμα το απαιτούμενο επίπεδο οργάνωσης στις αποθήκες τους και στο μηχανογραφικό τους σύστημα ώστε να είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν πολυπλοκότητα συστήματα δρομολόγησης. Η ενσωμάτωση τέτοιων λογιστικών πακέτων μέσα στα επόμενα χρόνια κρίνεται αναγκαία. Ένας επιπλέον λόγος ο οποίος δυσκολεύει αρκετά τη χρήση τέτοιων συστημάτων είναι το ότι οι παραγγελίες των πελατών δεν εισέρχονται στο σύστημα της επιχείρησης ανά τακτά χρονικά διαστήματα.

Το πρόβλημα της βέλτιστης δρομολόγησης σε συνθήκες αβεβαιότητας γενικεύεται απευθείας, αν θεωρήσουμε ότι οι στατιστικές κατανομές των χρόνων μετάβασης των ακμών μεταβάλλονται στο χρόνο. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι και η τοπολογία του δικτύου αλλάζει στο χρόνο. Για παράδειγμα, ένα ρεαλιστικό σενάριο που έχει να κάνει με αλλαγή της τοπολογίας του δικτύου, είναι όταν έχουμε το κλείσιμο κάποιων δρόμων λόγω έργων.

Ειδικά τα τελευταία χρόνια της οικονομικής κρίσης στη χώρα μας οι λιανοπωλητές πειραματίζονται αρκετά με τις τιμές, προκειμένου να διαφυλάξουν το μερίδιο που κατέχουν στην αγορά, ενώ από την πλευρά τους οι καταναλωτές έχουν γίνει ‘κυνηγοί’ προσφορών προκειμένου να αγοράσουν τα απαραίτητα για το νοικοκυριό τους, με το αρκετά μειωμένο εισόδημά τους. Ουσιαστικά, οι τιμές οδηγούνται περισσότερο από εξωτερικούς παράγοντες (μειωμένο εισόδημα, αλλαγή στις καταναλωτικές συνήθειες, αυξημένη φορολογία), παράγοντες οι οποίοι έχουν αλλάξει τους συσχετισμούς στο λιανικό εμπόριο και συγκεκριμένα στον ιδιαίτερο κλάδο τροφίμων.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Martin Christopher, «Logistics και Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας» , Εκδόσεις Κριτική (2007)

[2] CHOPRA SUNIL, MEINDL PETER , «Supply Chain Management, Strategy, Planning & Operation», Pearson, Prentice Hall, (2007)

[3] Σπύρος Γούναρης, «Μάρκετινγκ Υπηρεσιών» , Εκδόσεις Rosili , β' έκδοση

[4] Γιώργος Ιωάννου ,«Διοίκηση Παραγωγής & Υπηρεσιών», Εκδόσεις Αθ. Σταμούλης (2005)

[5] GUPTA YOGESH, «Ordering policies for items with seasonal Demand, (2003)

[6] Travelling salesman problem : [https://en.wikipedia.org/wiki/Travelling\\_salesman\\_problem](https://en.wikipedia.org/wiki/Travelling_salesman_problem)  
[πρόσβαση 5/8/2016]

[7] Vehicle routing problem : [https://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle\\_routing\\_problem](https://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle_routing_problem)  
[πρόσβαση 5/8/2016]

[8] Διδακτορική Διατριβή Μουρκούσης, Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Πληροφοριακών Συστημάτων Υποστήριξης Λήψης Αποφάσεων για την Δρομολόγηση Στόλου Οχημάτων και την Αξιολόγηση Εντολών Μεταφοράς Φορτίου στον Τομέα των Logistics, 2008

[9] Ronald H. Ballou, «Business Logistics Supply Chain Management», Planning, Organizing and Controlling the Supply Chain, 5th edition

[10] Εξαδάκτυλος Μ. Νικόλαος, « Μάρκετινγκ Χονδρικού και Λιανικού Εμπορίου», 2η Έκδοση, Αθήνα: Εκδόσεις Έλλην (1996)

[11] Παπαβασιλείου Ν. και Μπάλτας Γ., « Μάρκετινγκ Λιανικού & Χονδρικού Εμπορίου», 1<sup>η</sup> Έκδοση, Αθήνα: Εκδόσεις Rosili (2003)

[12] Heizer, J., Render, B., «Production and Operations Management», Heizer, J., Render, B., Εκδόσεις Allyn & Bacon, 2<sup>nd</sup> edition (1991)

[13] Taha, H., A., « Operations Research, an introduction», Ninth edition, Prentice Hall, (2010).

[9] «Solving Capacitated and Scheduling» , Martin Savelsbergh , The Logistics Institute Georgia Institute of Technology

[14] Κολέτσος, Ι., Στογιάννης, Δ. «. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή» , Έρευνα, 2η Έκδοση, (2015).

[15] Ιστορική επισκόπηση εφοδιαστικής:

[https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/5392/1/02\\_chapter01.pdf](https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/5392/1/02_chapter01.pdf) [πρόσβαση 2/4/2016]

[16] Dimitrios Gkortsilas and Christos Zaroliagis. Eco-friendly vehicle routing via balanced and compact clustering. 3rd Workshop on Vehicle Routing and Logistics Optimization - VeRoLog, 2014

[17] Στοχαστικός δυναμικός προγραμματισμός για μοντέλα πεπερασμένου χρονικού ορίζοντα [http://www.samos.aegean.gr/math/dimitheo/Kef\\_1.pdf](http://www.samos.aegean.gr/math/dimitheo/Kef_1.pdf) [πρόσβαση 2/5/2016]

# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1 : ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΤΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΈΝΩΣΗΣ ΤΩΝ ΠΕΛΑΤΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ ΜΕ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΧΙΛΙΟΜΕΤΡΙΚΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΩΡΑ ΠΟΥ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ ΓΙΑ ΝΑ ΔΙΑΝΥΣΟΥΝ

1;2;1300;4	8;1;2700;10	15;1;1900;7	22;1;300;1	29;1;46700;56
1;3;17100;24	8;2;3000;10	15;2;3100;8	22;2;1200;4	29;2;46300;57
1;4;1800;7	8;3;19500;33	15;3;18500;29	22;3;17400;25	29;3;23100;41
1;5;1500;6	8;4;2700;9	15;4;100;2	22;4;2100;8	29;4;48500;62
1;6;8300;19	8;5;2300;8	15;5;2400;8	22;5;1400;6	29;5;47000;58
1;7;1200;5	8;6;8900;20	15;6;6500;14	22;6;8600;20	29;6;55000;74
1;8;2600;9	8;7;2900;10	15;7;1300;5	22;7;1500;6	29;7;47900;61
1;9;2000;7	8;9;2900;9	15;8;2800;9	22;8;2900;9	29;8;50700;64
1;10;9300;21	8;10;9800;22	15;9;100;2	22;9;2300;8	29;9;48700;62
1;11;2100;5	8;11;4500;14	15;10;7500;16	22;10;9600;22	29;10;56000;76
1;12;700;3	8;12;2300;8	15;11;3600;10	22;11;2400;6	29;11;38000;61
1;13;1500;6	8;13;2700;9	15;12;2500;7	22;12;700;4	29;12;46600;57
1;14;2100;8	8;14;2600;9	15;13;500;3	22;13;1800;7	29;13;48200;61
1;15;1900;7	8;15;2800;10	15;14;100;1	22;14;2400;9	29;14;48800;63
1;16;2500;8	8;16;1700;7	15;16;2900;9	22;15;2200;8	29;15;48600;62
1;17;3300;11	8;17;2800;9	15;17;1500;6	22;16;2400;9	29;16;48000;61
1;18;2700;9	8;18;3400;11	15;18;900;3	22;17;3600;12	29;17;50000;66
1;19;1800;7	8;19;2800;10	15;19;600;4	22;18;3000;10	29;18;49400;64
1;20;2100;7	8;20;1500;5	15;20;2600;8	22;19;2100;8	29;19;48500;62
1;21;2100;7	8;21;3300;10	15;21;1000;4	22;20;2100;8	29;20;47700;60
1;22;600;2	8;22;2900;10	15;22;2200;7	22;21;2400;8	29;21;48800;62
1;23;2100;9	8;23;2400;8	15;23;600;3	22;23;2400;9	29;22;46700;56
1;24;43000;36	8;24;45500;43	15;24;44800;40	22;24;42900;36	29;23;48800;64
1;25;1800;7	8;25;2700;9	15;25;200;2	22;25;2100;8	29;24;5900;25
1;26;2200;8	8;26;2900;9	15;26;400;3	22;26;2500;9	29;25;48500;62
1;27;2700;9	8;27;3400;11	15;27;900;3	22;27;3000;10	29;26;48900;63
1;28;900;4	8;28;2000;7	15;28;2200;7	22;28;900;4	29;27;49400;64

1;29;47600;55	8;29;50100;62	15;29;49400;59	22;29;47500;56	29;28;46900;57
1;30;25900;50	8;30;26400;51	15;30;24100;45	22;30;26200;51	29;30;72600;105
1;31;14400;33	8;31;11700;26	15;31;12400;27	22;31;14700;34	29;31;61500;84
1;32;11700;35	8;32;9000;27	15;32;10300;30	22;32;12000;35	29;32;58800;85
1;33;70000;66	8;33;72500;72	15;33;71800;69	22;33;69900;66	29;33;42600;69
1;34;70300;67	8;34;72800;74	15;34;72100;71	22;34;70200;67	29;34;42900;70
2;1;900;4	9;1;2200;7	16;1;2700;9	23;1;2000;7	30;1;25900;49
2;3;18000;27	9;2;3400;8	16;2;2300;8	23;2;3200;8	30;2;27100;51
2;4;2700;9	9;3;18800;29	16;3;19500;32	23;3;18600;29	30;3;42500;72
2;5;1000;4	9;4;400;2	16;4;3000;9	23;4;300;3	30;4;24100;45
2;6;9200;21	9;5;2700;8	16;5;1400;5	23;5;2500;8	30;5;26400;51
2;7;2100;8	9;6;6400;12	16;6;9500;21	23;6;6900;15	30;6;17700;33
2;8;2800;9	9;7;1600;5	16;7;2900;9	23;7;1400;5	30;7;25300;48
2;9;2800;10	9;8;3000;9	16;8;2000;7	23;8;2500;8	30;8;26600;51
2;10;10200;23	9;10;7400;14	16;9;3100;10	23;9;500;3	30;9;24000;44
2;11;3000;9	9;11;3900;10	16;10;10500;23	23;10;7900;17	30;10;17000;32
2;12;600;3	9;12;2800;7	16;11;4600;13	23;11;3700;11	30;11;27600;53
2;13;2400;8	9;13;800;3	16;12;1900;7	23;12;2600;8	30;12;26500;50
2;14;3000;10	9;14;400;2	16;13;2700;8	23;13;600;3	30;13;24500;46
2;15;2800;10	9;15;300;2	16;14;3400;10	23;14;300;2	30;14;24100;44
2;16;2000;7	9;16;3200;9	16;15;3000;10	23;15;400;3	30;15;24100;45
2;17;4100;12	9;17;1300;4	16;17;3600;10	23;16;2800;8	30;16;26900;52
2;18;3600;11	9;18;700;2	16;18;3900;11	23;17;1400;5	30;17;23700;43
2;19;2600;9	9;19;900;4	16;19;3000;9	23;18;1200;5	30;18;23400;43
2;20;1700;6	9;20;2900;8	16;20;700;2	23;19;700;4	30;19;24600;46
2;21;2900;10	9;21;1300;4	16;21;3300;10	23;20;2300;7	30;20;26600;51
2;22;1000;4	9;22;2500;7	16;22;2900;9	23;21;1200;5	30;21;25000;47
2;23;3000;10	9;23;900;4	16;23;3100;9	23;22;2300;7	30;22;26200;50
2;24;42400;35	9;24;45100;40	16;24;45000;41	23;24;44900;40	30;23;24800;46
2;25;2600;10	9;25;500;2	16;25;2900;10	23;25;400;2	30;24;68800;83
2;26;3100;11	9;26;200;2	16;26;3300;11	23;26;800;3	30;25;24200;45
2;27;3600;11	9;27;700;2	16;27;3900;11	23;27;1200;5	30;26;23800;43
2;28;900;3	9;28;2500;7	16;28;2100;7	23;28;2300;7	30;27;23400;43

2;29;47000;54	9;29;49700;59	16;29;49600;60	23;29;49500;59	30;28;26200;50
2;30;26800;52	9;30;23900;43	16;30;27000;52	23;30;24400;46	30;29;73400;102
2;31;18600;33	9;31;12700;28	16;31;14100;29	23;31;12100;26	30;31;34500;66
2;32;15900;35	9;32;10600;30	16;32;11400;31	23;32;10000;29	30;32;33800;71
2;33;69400;64	9;33;72100;70	16;33;71900;70	23;33;71900;70	30;33;95800;112
2;34;69700;65	9;34;72400;71	16;34;72300;71	23;34;72200;71	30;34;96100;114
3;1;17300;25	10;1;9400;21	17;1;3400;10	24;1;41900;36	31;1;12600;32
3;2;18300;27	10;2;10600;23	17;2;4500;12	24;2;41600;37	31;2;13700;34
3;4;18200;27	10;3;26000;43	17;3;20000;32	24;3;18300;21	31;3;29100;55
3;5;18200;28	10;4;7600;16	17;4;1600;5	24;4;43700;42	31;4;12300;29
3;6;24800;39	10;5;9900;22	17;5;3500;11	24;5;42300;39	31;5;12200;32
3;7;17600;25	10;6;1200;4	17;6;6000;13	24;6;50300;54	31;6;16500;36
3;8;19200;31	10;7;8700;20	17;7;2700;9	24;7;43100;41	31;7;11900;31
3;9;18400;27	10;8;10000;23	17;8;2800;9	24;8;46000;44	31;8;10100;26
3;10;25700;41	10;9;7400;16	17;9;1400;5	24;9;43900;43	31;9;12100;28
3;11;15100;21	10;11;11000;25	17;10;7000;15	24;10;51300;56	31;10;17500;38
3;12;17700;26	10;12;9900;22	17;11;5000;14	24;11;33300;41	31;11;14200;36
3;13;17900;26	10;13;7900;17	17;12;3900;11	24;12;41800;37	31;12;12300;32
3;14;18500;28	10;14;7500;16	17;13;1900;6	24;13;43400;41	31;13;11100;29
3;15;18300;27	10;15;7500;16	17;14;1500;5	24;14;44000;43	31;14;12200;28
3;16;19100;30	10;16;10400;23	17;15;1500;5	24;15;43800;43	31;15;12200;29
3;17;19700;31	10;17;7100;15	17;16;3600;10	24;16;43300;41	31;16;12700;30
3;18;19100;29	10;18;6900;15	17;18;800;4	24;17;45200;47	31;17;11200;26
3;19;18200;27	10;19;8100;18	17;19;2000;7	24;18;44600;44	31;18;11800;27
3;20;18800;29	10;20;10000;22	17;20;3100;9	24;19;43700;42	31;19;11200;30
3;21;18500;27	10;21;8500;19	17;21;2500;8	24;20;42900;40	31;20;11700;29
3;22;17100;24	10;22;9600;21	17;22;3600;10	24;21;44000;43	31;21;11700;30
3;23;18600;29	10;23;8300;18	17;23;1700;5	24;22;42000;36	31;22;12800;33
3;24;18800;21	10;24;52200;54	17;24;46200;43	24;23;44100;44	31;23;10900;28
3;25;18200;27	10;25;7600;16	17;25;1600;5	24;25;43700;43	31;24;55600;63
3;26;18600;28	10;26;7200;15	17;26;1200;4	24;26;44100;44	31;25;12400;29
3;27;19100;29	10;27;6800;15	17;27;800;4	24;27;44600;44	31;26;11900;27
3;28;17900;27	10;28;9600;21	17;28;3300;10	24;28;42200;38	31;27;11800;27



3;29;23400;40	10;29;56800;74	17;29;50800;63	24;29;6700;26	31;28;12000;31
3;30;42300;70	10;30;17000;31	17;30;23600;44	24;30;67800;85	31;29;60200;82
3;31;30400;53	10;31;18000;38	17;31;11100;25	24;31;56700;64	31;30;34100;67
3;32;28300;56	10;32;17300;42	17;32;10400;30	24;32;54000;66	31;32;3600;9
3;33;45500;50	10;33;79200;84	17;33;73200;73	24;33;49000;52	31;33;82600;92
3;34;45800;51	10;34;79600;85	17;34;73500;74	24;34;49400;54	31;34;83000;93
4;1;2100;7	11;1;2500;6	18;1;3000;9	25;1;1900;7	32;1;11500;32
4;2;3300;8	11;2;3600;9	18;2;4200;11	25;2;3100;8	32;2;12700;33
4;3;18700;29	11;3;15100;22	18;3;19600;32	25;3;18500;29	32;3;28100;54
4;5;2600;8	11;4;3500;8	18;4;1200;5	25;4;400;3	32;4;10200;28
4;6;6500;13	11;5;3400;10	18;5;3500;11	25;5;2400;8	32;5;11200;31
4;7;1500;5	11;6;10000;20	18;6;5700;11	25;6;7000;15	32;6;16000;38
4;8;3000;10	11;7;2900;7	18;7;2300;8	25;7;1300;5	32;7;10900;30
4;9;200;1	11;8;4400;12	18;8;3500;11	25;8;2600;8	32;8;9100;25
4;10;7500;15	11;9;3600;9	18;9;1000;4	25;9;600;3	32;9;10300;29
4;11;3800;11	11;10;11000;22	18;10;6700;13	25;10;8000;17	32;10;17000;40
4;12;2700;8	11;12;2900;8	18;11;4600;13	25;11;3600;11	32;11;13200;36
4;13;700;3	11;13;3100;7	18;12;3500;10	25;12;2500;8	32;12;11300;32
4;14;300;2	11;14;3700;9	18;13;1500;6	25;13;500;3	32;13;10100;28
4;15;100;1	11;15;3500;9	18;14;1100;4	25;14;400;2	32;14;10100;28
4;16;3100;9	11;16;4300;11	18;15;1100;4	25;15;500;3	32;15;10300;29
4;17;1500;5	11;17;4900;13	18;16;4000;11	25;16;2900;8	32;16;11700;29
4;18;900;3	11;18;4400;10	18;17;700;3	25;17;1500;5	32;17;10200;28
4;19;800;4	11;19;3400;8	18;19;1700;6	25;18;1300;5	32;18;10800;30
4;20;2800;8	11;20;4000;10	18;20;3600;11	25;19;600;4	32;19;10200;29
4;21;1200;5	11;21;3700;9	18;21;2100;7	25;20;2400;7	32;20;10700;29
4;22;2400;7	11;22;2300;6	18;22;3200;10	25;21;1000;5	32;21;10700;30
4;23;800;4	11;23;3800;10	18;23;1900;6	25;22;2200;7	32;22;11800;32
4;24;45000;40	11;24;33800;40	18;24;45800;43	25;23;500;2	32;23;9800;27
4;25;400;2	11;25;3400;9	18;25;1200;5	25;24;44800;40	32;24;54600;62
4;26;400;2	11;26;3800;10	18;26;800;3	25;26;900;3	32;25;10200;29
4;27;900;3	11;27;4300;10	18;27;400;3	25;27;1300;5	32;26;10400;29
4;28;2400;7	11;28;3100;8	18;28;3200;10	25;28;2200;7	32;27;10800;29

4;29;49600;59	11;29;38400;59	18;29;50400;62	25;29;49400;59	32;28;10900;31
4;30;24100;44	11;30;27500;52	18;30;23200;42	25;30;24600;46	32;29;59200;81
4;31;12600;28	11;31;15600;34	18;31;11700;26	25;31;12200;26	32;30;33500;69
4;32;10500;31	11;32;13500;37	18;32;11000;32	25;32;10100;29	32;31;3600;10
4;33;72000;70	11;33;60400;69	18;33;72800;72	25;33;71800;70	32;33;81600;91
4;34;72300;71	11;34;60800;70	18;34;73200;73	25;34;72100;71	32;34;82000;93
5;1;1400;5	12;1;600;4	19;1;1900;7	26;1;2300;7	33;1;69200;65
5;2;1200;5	12;2;700;3	19;2;3100;8	26;2;3500;9	33;2;68900;66
5;3;18200;28	12;3;17900;27	19;3;18500;29	26;3;18900;30	33;3;45400;49
5;4;2300;7	12;4;2100;7	19;4;100;1	26;4;500;3	33;4;71000;71
5;6;8800;20	12;5;800;4	19;5;2400;8	26;5;2800;9	33;5;69500;68
5;7;1800;7	12;6;8700;19	19;6;6700;13	26;6;6600;14	33;6;77500;84
5;8;2200;7	12;7;1500;6	19;7;1300;5	26;7;1600;6	33;7;70400;70
5;9;2500;8	12;8;2200;7	19;8;2800;9	26;8;2800;9	33;8;73200;73
5;10;9800;22	12;9;2300;7	19;9;300;1	26;9;300;2	33;9;71200;72
5;11;3300;10	12;10;9600;21	19;10;7700;15	26;10;7500;16	33;10;78500;86
5;12;1100;4	12;11;2900;8	19;11;3600;10	26;11;3900;11	33;11;60300;69
5;13;2000;7	12;13;1800;6	19;12;2500;7	26;12;2900;8	33;12;69100;66
5;14;2600;8	12;14;2400;8	19;13;500;3	26;13;800;4	33;13;70700;71
5;15;2400;8	12;15;2200;7	19;14;400;2	26;14;400;2	33;14;71300;73
5;16;1100;4	12;16;2100;6	19;15;200;2	26;15;400;3	33;15;71100;72
5;17;3500;10	12;17;3500;10	19;16;2900;9	26;16;3300;10	33;16;70500;70
5;18;3200;9	12;18;3000;9	19;17;1600;5	26;17;1100;4	33;17;72500;76
5;19;2300;8	12;19;2100;7	19;18;1000;3	26;18;1100;4	33;18;71900;74
5;20;800;3	12;20;1800;5	19;20;2600;8	26;19;1000;4	33;19;71000;71
5;21;2600;8	12;21;2400;7	19;21;1000;4	26;20;2600;8	33;20;70200;69
5;22;1600;6	12;22;700;4	19;22;2200;7	26;21;1400;5	33;21;71300;72
5;23;2400;8	12;23;2400;8	19;23;600;3	26;22;2500;8	33;22;69300;65
5;24;43400;38	12;24;42900;36	19;24;44800;40	26;23;1000;4	33;23;71300;73
5;25;2300;8	12;25;2100;7	19;25;200;2	26;24;45200;41	33;24;48000;50
5;26;2700;9	12;26;2500;8	19;26;500;2	26;25;600;3	33;25;71000;72
5;27;3200;9	12;27;3000;9	19;27;1000;3	26;27;1100;4	33;26;71400;73
5;28;800;3	12;28;300;1	19;28;2200;7	26;28;2500;8	33;27;71900;74

5;29;48000;57	12;29;47500;55	19;29;49400;59	26;29;49800;60	33;28;69400;67
5;30;26400;51	12;30;26200;50	19;30;24200;44	26;30;24100;45	33;29;52600;69
5;31;14000;32	12;31;14000;31	19;31;12400;27	26;31;11900;27	33;30;95100;115
5;32;11300;33	12;32;11300;33	19;32;10300;30	26;32;10300;30	33;31;84000;93
5;33;70400;68	12;33;69900;65	19;33;71800;69	26;33;72100;70	33;32;81300;95
5;34;70700;69	12;34;70200;67	19;34;72100;71	26;34;72500;71	33;34;300;2
6;1;8200;17	13;1;1600;6	20;1;1900;8	27;1;3000;9	34;1;69500;66
6;2;9400;19	13;2;2800;7	20;2;2000;7	27;2;4200;11	34;2;69200;67
6;3;24800;40	13;3;18200;28	20;3;18800;31	27;3;19600;32	34;3;45700;50
6;4;6400;13	13;4;600;2	20;4;2600;8	27;4;1200;5	34;4;71300;72
6;5;8700;19	13;5;2100;7	20;5;900;4	27;5;3500;11	34;5;69800;69
6;7;7500;16	13;6;7100;14	20;6;9100;20	27;6;5700;11	34;6;77900;84
6;8;8800;19	13;7;700;4	20;7;2500;8	27;7;2300;8	34;7;70700;71
6;9;6200;12	13;8;2900;9	20;8;1600;5	27;8;3500;11	34;8;73500;74
6;10;1400;4	13;9;700;3	20;9;2800;8	27;9;1000;4	34;9;71500;73
6;11;9800;21	13;10;8100;16	20;10;10100;22	27;10;6700;13	34;10;78800;86
6;12;8800;18	13;11;3300;10	20;11;3800;12	27;11;4600;13	34;11;60700;69
6;13;6700;14	13;12;2200;6	20;12;1600;6	27;12;3600;10	34;12;69400;67
6;14;6300;12	13;14;900;3	20;13;2300;7	27;13;1500;6	34;13;71000;71
6;15;6300;13	13;15;600;3	20;14;3000;9	27;14;1100;4	34;14;71600;73
6;16;9200;19	13;16;2700;8	20;15;2700;9	27;15;1100;5	34;15;71400;73
6;17;6000;11	13;17;2000;7	20;16;500;2	27;16;4000;11	34;16;70900;71
6;18;5700;11	13;18;1500;4	20;17;3200;9	27;17;700;3	34;17;72800;77
6;19;6900;14	13;19;300;2	20;18;3500;10	27;18;0;1	34;18;72200;74
6;20;8900;19	13;20;2400;7	20;19;2600;8	27;19;1700;6	34;19;71300;72
6;21;7300;15	13;21;600;2	20;21;2900;9	27;20;3600;11	34;20;70500;70
6;22;8400;18	13;22;1900;6	20;22;2200;8	27;21;2100;7	34;21;71600;73
6;23;7100;14	13;23;900;4	20;23;2800;8	27;22;3200;10	34;22;69600;66
6;24;51100;51	13;24;44500;39	20;24;44200;40	27;23;1900;6	34;23;71700;74
6;25;6500;13	13;25;500;3	20;25;2500;8	27;24;45800;43	34;24;48400;50
6;26;6000;11	13;26;1000;4	20;26;3000;9	27;25;1300;5	34;25;71300;73
6;27;5700;11	13;27;1500;4	20;27;3500;10	27;26;800;3	34;26;71700;74
6;28;8400;18	13;28;1900;6	20;28;1300;5	27;28;3200;10	34;27;72200;74

6:29;55700;70	13:29;49100;58	20:29;48800;59	27:29;50500;62	34:28;69800;68
6:30;18000;33	13:30;24700;46	20:30;26700;51	27:30;23200;42	34:29;53000;69
6:31;16800;34	13:31;12800;28	20:31;13400;30	27:31;11700;27	34:30;95400;115
6:32;16100.000000000001;39	13:32;10600;31	20:32;10700;32	27:32;11000;32	34:31;84300;94
6:33;78000;80	13:33;71500;69	20:33;71200;70	27:33;72800;72	34:32;81600;96
6:34;78400;81	13:34;71800;70	20:34;71500;71	27:34;73200;73	34:33;300;2
7:1;1900;6	14:1;1900;6	21:1;2000;7	28:1;700;3	
7:2;3100;8	14:2;3000;7	21:2;3200;8	28:2;1000;4	
7:3;18500;29	14:3;18500;28	21:3;18600;29	28:3;17500;26	
7:4;700;2	14:4;100;1	21:4;400;2	28:4;1800;6	
7:5;2400;8	14:5;2400;7	21:5;2300;8	28:5;900;4	
7:6;7300;15	14:6;6600;13	21:6;6900;14	28:6;8300;18	
7:8;3000;10	14:7;1200;4	21:7;800;5	28:7;1200;5	
7:9;900;3	14:8;2700;8	21:8;3100;10	28:8;1900;6	
7:10;8200;17	14:9;200;1	21:9;500;2	28:9;1900;7	
7:11;3500;10	14:10;7600;15	21:10;7900;16	28:10;9300;20	
7:12;2500;7	14:11;3500;9	21:11;3700;11	28:11;2600;8	
7:13;400;2	14:12;2400;6	21:12;2600;8	28:12;300;1	
7:14;1000;4	14:13;400;2	21:13;400;2	28:13;1500;5	
7:15;800;3	14:15;100;2	21:14;600;3	28:14;2100;7	
7:16;2900;9	14:16;2800;8	21:15;400;2	28:15;1900;7	
7:17;2200;7	14:17;1600;5	21:16;3000;9	28:16;1700;5	
7:18;1600;5	14:18;1000;3	21:17;1800;6	28:17;3200;9	
7:19;600;2	14:19;500;3	21:18;1300;4	28:18;2700;8	
7:20;2600;8	14:20;2500;7	21:19;200;1	28:19;1700;6	
7:21;900;2	14:21;1000;3	21:20;2700;8	28:20;1400;4	
7:22;2100;7	14:22;2100;6	21:22;2300;7	28:21;2000;7	
7:23;1000;4	14:23;500;2	21:23;700;4	28:22;1000;4	
7:24;44800;40	14:24;44700;39	21:24;44900;40	28:23;2100;7	
7:25;700;3	14:25;100;1	21:25;400;2	28:24;43600;37	
7:26;1100;4	14:26;400;2	21:26;700;3	28:25;1700;7	
7:27;1600;5	14:27;1000;3	21:27;1200;4	28:26;2200;8	
7:28;2200;7	14:28;2100;6	21:28;2000;7	28:27;2700;8	

7;29;49400;59	14;29;49300;58	21;29;49500;59	28;29;48200;56	
7;30;24800;46	14;30;24100;44	21;30;24400;45	28;30;25900;50	
7;31;12900;29	14;31;12400;26	21;31;12600;28	28;31;13700;30	
7;32;10700;32	14;32;10200;29	21;32;10500;31	28;32;11000;32	
7;33;71800;69	14;33;71700;68	21;33;71900;70	28;33;70600;66	
7;34;72100;71	14;34;72100;70	21;34;72200;71	28;34;70900;67	

**Παράρτημα 2 : ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΠΟΥ ΔΟΘΗΚΕ ΣΤΟΥΣ ΠΕΛΑΤΣΕ  
ΤΗΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ**

**ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ  
ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΠΕΛΑΤΕΣ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ**

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1**

Αν αυξηθεί η τιμή του προϊόντος πόσο πιστεύεται ότι θα μειώσετε την παραγγελία σας;

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

<b>ΑΥΞΗΣΗ ΤΙΜΗΣ</b>	<b>ΜΕΙΩΣΗ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ</b>					
	5%	10%	20%	30%	40%	50%
5%						
8%						
10%						
15%						
20%						
30%						

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2**

Αν μειωθεί η τιμή του προϊόντος πόσο πιστεύεται ότι θα αυξήσετε την παραγγελία σας;

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

<b>ΜΕΙΩΣΗ ΤΙΜΗΣ</b>	<b>ΑΥΞΗΣΗ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ</b>					
	50%	40%	30%	20%	10%	5%
-5%						
-10%						
-20%						
-30%						

**Παράρτημα 3 : ΟΙ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΕΣ ΑΠΑΤΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΟ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ**

**ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ  
ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΠΕΛΑΤΕΣ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ**

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1**

Αν αυξηθεί η τιμή του προϊόντος πόσο πιστεύεται ότι θα μειώσεται την παραγγελία σας;

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

<b>ΑΥΞΗΣΗ ΤΙΜΗΣ</b>	<b>ΜΕΙΩΣΗ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ</b>					
	5%	10%	20%	30%	40%	50%
5%	33	0	0	0	0	0
8%	20	13	0	0	0	0
10%	18	15	0	0	0	0
15%	17	11	5	0	0	0
20%	15	10	4	4	0	0
30%	8	8	5	4	4	4

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2**

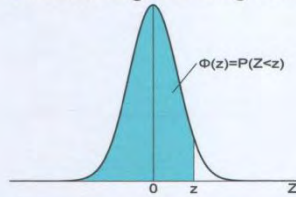
Αν μειωθεί η τιμή του προϊόντος πόσο πιστεύεται ότι θα αυξησεται την παραγγελία σας;

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

<b>ΜΕΙΩΣΗ ΤΙΜΗΣ</b>	<b>ΑΥΞΗΣΗ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ</b>					
	5%	10%	20%	30%	40%	50%
-5%	7	6	5	4	5	6
-10%	5	3	4	5	6	10
-20%	0	0	0	0	15	18
-30%	0	0	0	0	0	33

## Παράρτημα 4 : Πίνακας κανονικής κατανομής.

Στατιστικός Πίνακας Τυπικής Κανονική Κατανομής



Παράδειγμα:

$$z = 1.28 \iff \Phi(z) = 0.90$$

$$z = 1.65 \iff \Phi(z) = 0.95$$

$$z = 2.33 \iff \Phi(z) = 0.99$$

$$z = 3.08 \iff \Phi(z) = 0.999$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998