ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών: Εφαρμοσμένη Οικονομική Στην Τραπεζική Και Χρηματοοικονομική

Διπλωματική Εργασία με Θέμα:

Μοντέλα Αποθεματοποίησης Στη Ζήτηση Χρήματος

Φοιτητής: Μπουρτζής Γρηγόριος

Επιβλέπων Καθηγητής: Κεβόρκ Ηλίας

Βόλος 2017

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή κύριο Κεβόρκ Ηλία, για την άψογη συνεργασία και καθοδήγηση καθώς και, την οικογένειά μου για τη συνεχή στήριξη που μου παρέχει, σε κάθε βήμα της ζωής μου. Καλή ανάγνωση!

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιείται μία προσπάθεια σύνδεσης της θεωρίας αποθεματοποίησης, όπως αυτή αναφέρεται στο βιβλίο Quantitative Methods for Business των Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Cochran, Fry & Ohlmann, με τα μοντέλα αποθεματοποίησης (ντετερμινιστικά και στοχαστικά) που έχουν αναπτυχθεί στη ζήτηση του χρήματος. Όπως θα παρατηρήσουμε ο συσχετισμός των ντετερμινιστικών μοντέλων με τη θεωρία αποθεματοποίησης μπορεί να πραγματοποιηθεί κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις, σε αντίθεση με το συσχετισμό των στοχαστικών μοντέλων ο οποίος, είναι σχεδόν αδύνατος, όπως φαίνεται στα κεφάλαια που ακολουθούν.

Abstract

In this paper, we are making an attempt to connect the inventory theory, as discussed in the Quantitative Methods for Business book by Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Cochran, Fry & Ohlmann, with the inventory models (deterministic and stochastic) which have been developed for the demand for money. As we can see, the correlation of deterministic models with inventory theory can be made under certain conditions, as opposed to the correlation of stochastic models, which is almost impossible, as shown in the following chapters.

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα Πινάκων-Διαγραμμάτων

1. *Λέξεις κλειδιά – Βασικοί Ορισμοί*

Ζήτηση του Χρήματος: Ζήτηση χρήματος είναι η ποσότητα χρηματικών διαθεσίμων που οι επενδυτές επιλέγουν να έχουν στο χαρτοφυλάκιο τους, επομένως η επιλογή της ζητούμενης ποσότητας χρήματος συνιστά βήμα προς την τελική διάρθρωση ενός χαρτοφυλακίου. (Πηγή: https://www.euretirio.com)

Μοντέλα Προληπτικής Ζήτησης Χρήματος: Πρόκειται για τα μαθηματικά μοντέλα που αναπτύχθηκαν προκειμένου να προσδιοριστεί η ζήτηση για χρηματοοικονομικά στοιχεία, όπως είναι, τα ρευστά, τα έντοκα γραμμάτια κ.τ.λ. Σύμφωνα με την οικονομική θεωρία η προληπτική ζήτηση χρήματος είναι ένας από τους τρεις καθοριστικούς παράγοντες της ζήτησης χρήματος. Οι άλλοι δύο είναι η ζήτηση χρήματος για συναλλαγές και η κερδοσκοπική ζήτηση χρήματος. (Πηγή: https://en.wikipedia.org)

Broker's fee: Ένα άτομο προκειμένου να εκπληρώσει τις συναλλαγές του, αποσύρει ανά τακτά χρονικά διαστήματα ένα χρηματικό ποσό από το επενδυόμενο κεφάλαιο το οποίο διαθέτει. Με κάθε τέτοια ανάληψη, πρέπει να πληρώσει το λεγόμενο broker's fee το οποίο είναι σταθερό και ανεξάρτητο από το χρηματικό ύψος και είναι το κόστος διάσπασης του συμβολαίου των εντόκων γραμματίων, στο οποίο περιέχεται το κόστος ανάληψης (χρημάτων) καθώς και το «κόστος» αναμονής στην ουρά για ανάληψη. (Πηγή: Baumol, "The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach")

Reorder point: Ή αλλιώς κύκλος αποθέματος ή περίοδος αναπαραγγελίας, ορίζουμε τη βέλτιστη χρονική περίοδο που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών ανανεώσεων του αποθέματος. (Πηγή: Σημειώσεις Η. Κεβόρκ)

Lead time: Ή αλλιώς χρόνος παράδοσης της παραγγελίας, ορίζουμε Ο χρόνος που μεσολαβεί από τη στιγμή που δίνεται η παραγγελία μέχρι τη στιγμή που παραλαμβάνεται. (Πηγή: Σημειώσεις Η. Κεβόρκ)

Review period: Ορίζεται ως η χρονική περίοδος που διαρκεί η επιθεώρηση του αποθέματος στο μοντέλο "Periodic Review Model with Probabilistic Demand"

(Πηγή: Quantitative Methods for Business, Anderson-Sweeney-Williams-Camm-Cochran-Fry-Ohlmann)

Holding cost: Κόστος που σχετίζεται με τη διατήρηση ενός συγκεκριμένου επιπέδου αποθέματος και, εξαρτάται από το ύψος του αποθέματος που έχει στην κατοχή της η επιχείρηση. (Πηγή: Quantitative Methods for Business book by Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Cochran, Fry & Ohlmann)

Ordering cost: Σταθερό κόστος που σχετίζεται με την παραγγελία που πραγματοποιεί η επιχείρηση προς ανανέωση του αποθέματός της, είναι ανεξάρτητο από το ύψος της παραγγελίας που θα δοθεί και, σχετίζεται με την προετοιμασία αποστολής της παραγγελίας, τη διαδικασία εκτέλεσης της παραγγελίας κ.α. (Πηγή: Quantitative Methods for Business book by Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Cochran, Fry & Ohlmann)

Απλός τυχαίος περίπατος: Τη χρονική στιγμή t = 0, ένα σωματίδιο βρίσκεται στη θέση X_o και από κει και πέρα για κάθε ακέραια χρονική μονάδα κάνει ένα βήμα προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά ή παραμένει στη θέση του. Οπότε αν το σωματίδιο τη χρονική στιγμή $n - 1$, βρίσκεται στην κατάσταση X_{n-1}, τότε τη χρονική στιγμή n θα βρίσκεται στην κατάσταση $X_n = X_{n-1} + Z_n$, n = 1, 2, 3, . . . όπου Z_i είναι μία ακολουθία από ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κατανομές $F_i(x)$, i = 1, 2, 3,……. . Αν $f_i(x) = P(Z_i = x) = \begin{cases} p\,, \alpha\nu\ x = 1 \\ q\,, \alpha\nu\ x = -1 \\ 1 - p - q\,, \alpha\nu\ x = 0 \\ 0,\ \delta\iota\alpha\varphi o\rho\varepsilon\tau\iota\kappa\acute{\alpha} \end{cases}$, τότε η διαδικασία ονομάζεται απλός τυχαίος περίπατος.

(Πηγή: www.math.upatras.gr/~costas/courses/prob_EYL/diaf_stochastics_web.pdf)

Κεντρικό Οριακό Θεώρημα: Για αρκετά μεγάλες τιμές του πλήθους n των παρατηρήσεων ενός δείγματος, το άθροισμα S_n των n ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών με μέση τιμή μ και διασπορά σ^2, ακολουθεί περίπου κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_{S_n} = n * m$ και διασπορά ${\sigma^2}_{S_n} = n * \sigma^2$.

(Πηγή: www.math.upatras.gr/~costas/courses/prob_EYL/diaf_stochastics_web.pdf)

Ποσοστιαίο σημείο: Το α ποσοστιαίο σημείο x_α μίας συνεχούς κατανομής, για μία μεταβλητή X, ορίζεται ως η τιμή x_α για την οποία ισχύει πως

$$P(X < x_{\alpha}) = a$$

(Πηγή: http://www.stat-athens.aueb.gr/gr/prop/notes/np251.pdf)

Κατανομή Bernoulli: Μία σειρά ανεξάρτητων πειραμάτων που αποτελείται, από επαναλήψεις του ίδιου πειράματος με δυνατά αποτελέσματα επιτυχία (με πιθανότητα p) και, αποτυχία (με πιθανότητα q = 1 – p), λέγεται ακολουθία δοκιμών Bernoulli. Έστω X ο αριθμός των επιτυχιών σε μία δοκιμή Bernoulli με πιθανότητα επιτυχίας p. Η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής X ονομάζεται κατανομή Bernoulli με παράμετρο p, συνάρτηση πιθανότητας $f(x) = p^x * q^{1-x}$, μέση τιμή p και διασπορά $p * q$. (Πηγή: www.unipi.gr/faculty/mkoutras/pithI/Prob_I_ch5a.pdf)

Ανάλυση Διαστημάτων: Η Ανάλυση Διαστημάτων χρησιμοποιεί το διάστημα ως ένα είδος αριθμού, το λεγόμενο αριθμό-διάστημα. Ο αριθμός διάστημα είναι μία επέκταση της έννοιας των πραγματικών αριθμών και αποτελεί βάση των νέων μεθόδων της Διαστηματικής Ανάλυσης. Οι υπολογισμοί εκτελούνται χρησιμοποιώντας διαστήματα-αριθμούς αντί για πραγματικούς αριθμούς και έτσι, η συνήθης αριθμητική αντικαθίσταται από την αριθμητική διαστημάτων. (Πηγή: Θεοδούλα Ν. Γράψα (2013), "ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ", Εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ)

2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όπως αναφέρεται στις σημειώσεις του κυρίου Η. Κεβόρκ, που αφορούν τη θεωρία αποθεματοποίησης, μία επιχείρηση διατηρεί απόθεμα ενός προϊόντος είτε για μελλοντική χρήση, είτε για άμεση χρησιμοποίηση τη χρονική στιγμή που υπάρχει αυξημένη ζήτηση. Η συγκεκριμένη διαδικασία διατήρησης του αποθέματος, βασίζεται σε μία πολιτική που ακολουθούν οι επιχειρήσεις σύμφωνα με την οποία, πρέπει να αποφασιστεί η χρονική στιγμή κατά την οποία πρέπει να πραγματοποιηθεί η ανανέωση του αποθέματος για το συγκεκριμένο προϊόν καθώς και, η ποσότητα που πρέπει να παραγγελθεί-παραχθεί τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Συνεπώς αντιλαμβανόμαστε πως δύο σημαντικά στοιχεία που πρέπει να προσδιοριστούν στη συγκεκριμένη πολιτική, είναι η ποσότητα παραγγελίας και η περίοδος αναπαραγγελίας του αποθέματος.

Για την ορθή λειτουργία της διαδικασίας απαιτείται σε πρώτο επίπεδο ο προσδιορισμός ενός μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει τη συμπεριφορά του συστήματος αποθεμάτων το οποίο μελετάμε. Έπειτα ο προσδιορισμός της άριστης πολιτικής, δηλαδή του άριστου επιπέδου αποθέματος που θα διατηρούμε, του βέλτιστου χρόνου αναπαραγγελίας καθώς και, του βέλτιστου ύψους αποθέματος που θα παραγγείλουμε, η οποία προκύπτει από την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους που αφορά ολόκληρο το σύστημα αποθεματοποίησης (θα δούμε στις επόμενες ενότητες το τρόπο με τον οποίο δημιουργούμε την εξίσωση συνολικού κόστους). Τέλος κρίνεται απαραίτητη η χρήση κατάλληλου λογισμικού, με το οποίο θα προσδιορίζεται αυτόματα η άριστη πολιτική για τη συγκεκριμένη διαδικασία αποθεματοποίησης που ακολουθούμε.

Στις επόμενες ενότητες που θα ακολουθήσουν στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, θα πραγματοποιηθεί μία αναλυτική περιγραφή των σημαντικότερων μοντέλων αποθεματοποίησης όπως αυτά αναφέρονται στο βιβλίο Quantitative Methods for Business των Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Cochran, Fry & Ohlmann.

2.1. EOQ Model

Το μοντέλο Economic Order Quantity (EOQ), εφαρμόζεται όταν η ζήτηση ενός προϊόντος είναι σταθερή ή σχεδόν σταθερή γύρω από ένα επίπεδο και, όταν η παραγγελία που δίνεται από τον διαχειριστή του αποθέματος, καταφθάνει ολόκληρη σε μία χρονική στιγμή. Με άλλα λόγια, υπάρχει μία σταθερή ζήτηση που καλύπτεται από τη χρήση των αποθεμάτων (π.χ. 5 μονάδες αποθέματος κάθε εβδομάδα) και, ολόκληρο το απόθεμα ανανεώνεται στον ίδιο χρόνο και με την ίδια ποσότητα (π.χ. κάθε 20 μέρες καταφθάνει η ίδια ποσότητα).

Σκοπός του συγκεκριμένου μοντέλου είναι ο καθορισμός της ποσότητας καθώς και, της χρονικής στιγμής που θα πραγματοποιηθεί η παραγγελία υπό το πρίσμα, της ελαχιστοποίησης του κόστους διαχείρισης του αποθέματος. Συνεπώς, πρώτος στόχος είναι η δημιουργία ενός μαθηματικού μοντέλου, το οποίο θα περιγράφει το συγκεκριμένο κόστος. Τα δύο είδη κόστους που περιλαμβάνει το συγκεκριμένο μοντέλο είναι τα εξής: a) το κόστος διατήρησης του αποθέματος (holding cost) και, b) το κόστος παραγγελίας (ordering cost).

Με τον όρο holding cost, αναφερόμαστε στο κόστος που σχετίζεται με τη διατήρηση ενός συγκεκριμένου επιπέδου αποθέματος και, εξαρτάται από το ύψος του αποθέματος που έχει στην κατοχή της η επιχείρηση. Ένα τέτοιο κόστος είναι το κεφάλαιο που χρησιμοποιείται για τη χρηματοδότηση του αποθέματος, είτε αυτά τα χρήματα προέρχονται από δανεισμό της επιχείρησης είτε, προέρχονται από το αρχικό κεφάλαιό της. Σε κάθε περίπτωση η επιχείρηση έρχεται αντιμέτωπη με το ευκαιριακό κόστος της μη επένδυσης του συγκεκριμένου κεφαλαίου σε άλλες επενδύσεις με υψηλό επιτόκιο. Επίσης σε αυτή την κατηγορία ανήκει και το κόστος ασφάλισης του αποθέματος, το κόστος αποθήκευσης του αποθέματος, το κόστος που προέρχεται από φόρους κατοχής του αποθέματος κ.α. τα οποία όπως είναι προφανές σχετίζονται με το ύψος του αποθέματος.

Με τον όρο ordering cost, αναφερόμαστε σε ένα σταθερό κόστος που αφορά την παραγγελία που πραγματοποιεί η επιχείρηση. Αυτό το είδος κόστους είναι σταθερό και ανεξάρτητο από το ύψος της παραγγελίας που θα δοθεί και, σχετίζεται με την προετοιμασία αποστολής της παραγγελίας, τη διαδικασία εκτέλεσης της παραγγελίας κ.α. Κόστη που ανήκουν σε αυτή την κατηγορία είναι οι πληρωμές του προσωπικού που σχετίζεται με τη διαχείριση του αποθέματος, η πληρωμή του λογαριασμού τηλεφώνου, το σταθερό κόστος που αφορά τη διαδικασία μεταφοράς του αποθέματος κ.α. Ακολουθεί διάγραμμα που παρουσιάζει την εξέλιξη του αποθέματος (Q) μέσα στο χρόνο για μία επιχείρηση που μπορεί να διατηρήσει μέγιστο απόθεμα ύψους 150 μονάδες προϊόντος:

Εξέλιξη του αποθέματος στο χρόνο (EOQ model)

Διάγραμμα 2.1.1

Αν θέσουμε

i. Q: το επίπεδο του αποθέματος της επιχείρησης
ii. D: το ετήσιο επίπεδο ζήτησης του προϊόντος που διατηρούμε απόθεμα
iii. $\frac{D}{Q}$: είναι το πλήθος των παραγγελιών που πραγματοποιούνται μέσα στο χρόνο

iv. I: να είναι το ετήσιο επίπεδο του κόστους διατήρησης
v. C: να είναι το κόστος ανά μονάδα αποθέματος και
vi. C_h: το ετήσιο κόστος διατήρησης μίας μονάδας αποθέματος
vii. C_o: είναι το σταθερό κόστος της πραγματοποίησης μία παραγγελίας

$$C_h = I * C \tag{2.1}$$

είναι το ετήσιο κόστος διατήρησης του αποθέματος (holding cost). Όπου εκφράζουμε τη γενική εξίσωση της διατήρησης ενός επιπέδου μέσου αποθέματος $\frac{Q}{2}$ ως:

$$holding\ cost = \frac{Q}{2} * C_h \tag{2.2}$$

Με τη ίδια λογική μπορούμε να προσδιορίσουμε το ετήσιο κόστος παραγγελίας (ordering cost), πολλαπλασιάζοντας το πλήθος των παραγγελιών που πραγματοποιούνται μέσα στο χρόνο με το σταθερό κόστος της πραγματοποίησης μία παραγγελίας:

$$ordering\ cost = \frac{D}{Q} * C_o \tag{2.3}$$

Συνεπώς το ετήσιο ολικό κόστος, της διατήρησης επιπέδου αποθέματος Q, θα δίνεται από την εξίσωση:

$$TC = \frac{Q}{2} * C_h + \frac{D}{Q} * C_o \tag{2.4}$$

Για να προσδιορίσουμε τη βέλτιστη ποσότητα (Q^*) που θα παραγγείλουμε προκειμένου να ελαχιστοποιείται το ολικό κόστος που εκφράζεται από τη σχέση (2.4) παραγωγίζουμε τη συγκεκριμένη σχέση ως προς Q τη θέτουμε ίση με 0 και λύνουμε ως προς Q^* ως εξής:

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial Q}\left\{\frac{Q}{2} * C_h + \frac{D}{Q} * C_o\right\} = 0 \leftrightarrow$$

$$\frac{C_h}{2} - \frac{D}{Q^2} * C_o = 0 \leftrightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2*D*C_o}{C_h}} \tag{2.5}$$

Τέλος προσδιορίζουμε τη χρονική στιγμή κατά την οποία θα πραγματοποιείται μία νέα παραγγελία ή αλλιώς, το reorder point. Για τα μοντέλα αποθεματοποίησης (σαν το EOQ) τα οποία υποθέτουν σταθερό επίπεδο ζήτησης και σταθερό lead time, το σημείο όπου πραγματοποιείται μία νέα παραγγελία δίνεται από τη σχέση:

$$R = d * m \tag{2.6}$$

όπου r: είναι το σημείο αναπαραγγελίας, d: είναι η ημερήσια ζήτηση για το προϊόν και m: είναι το lead time το οποίο εκφράζεται σε μέρες.

2.2. Economic Production Lot Size Model

Το συγκεκριμένο μοντέλο εμφανίζει πολλές ομοιότητες με το EOQ model, που αναλύθηκε προηγουμένως, μόνο που στο lot size model προσθέτουμε μονάδες στο απόθεμα σε ένα σταθερό ποσοστό κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος, υπό την υπόθεση της σταθερής ζήτησης. Σε αντίθεση με το EOQ, όπου προσθέτουμε ένα συγκεκριμένο επίπεδο μονάδων στο απόθεμα, σε μία χρονική στιγμή.

Βασισμένο στις υποθέσεις του EOQ model, το lot size model, εφαρμόζεται στη ρύθμιση του αποθέματος σε "συνθήκες παραγωγής" μιας επιχείρησης, δηλαδή όταν δοθεί η παραγγελία, ξεκινάει η παραγωγή του προϊόντος και ένας σταθερός αριθμός μονάδων προστίθεται στο απόθεμα "κάθε μέρα" (ή αλλιώς κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος π.χ. κάθε δεύτερη μέρα), μέχρι να ολοκληρωθεί η παραγωγή. Με άλλα λόγια κατά τη διάρκεια της παραγωγής, η ζήτηση μειώνει το απόθεμα, ενώ η παραγωγή προσθέτει μονάδες στο απόθεμα. Έτσι δημιουργείται ένα μοντέλο παρόμοιο με το EOQ, το οποίο εκφράζει το συνολικό κόστος ως συνάρτηση του επιπέδου αποθέματος (Q = lot size) με στόχο, την εύρεση εκείνης της ποσότητας αποθέματος που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση κόστους. Ακολουθεί διάγραμμα που παρουσιάζει την εξέλιξη του αποθέματος (Q) μέσα στο χρόνο για μία επιχείρηση που μπορεί να διατηρήσει μέγιστο απόθεμα ύψους 150 μονάδες προϊόντος:

Εξέλιξη του αποθέματος στο χρόνο (Lot Size Model)

Διάγραμμα 2.2.1

Για να δημιουργήσουμε τη συνάρτηση που περιγράφει το ολικό ετήσιο κόστος διατήρησης του συγκεκριμένου είδους αποθέματος, πρέπει να υπολογίσουμε το ετήσιο holding cost και το ετήσιο ordering cost, για τα οποία ισχύον οι ορισμοί που δώσαμε στην περιγραφή του EOQ model. Προκειμένου να εκφράσουμε μαθηματικά τη συγκεκριμένη συνάρτηση θέτουμε:

i. d: ημερήσιο επίπεδο ζήτησης του προϊόντος
ii. p: ημερήσιο επίπεδο παραγωγής του προϊόντος, υπό την υπόθεση ότι $p \geq d$
iii. t: πλήθος ημερών που χρειάζονται για να τρέξει η παραγωγή
iv. C_h: το ετήσιο κόστος διατήρησης μίας μονάδας αποθέματος
v. C_o: το κόστος εκκίνησης μίας παραγωγικής διαδικασίας (setup cost)
vi. D: το ετήσιο επίπεδο ζήτησης του προϊόντος που διατηρούμε απόθεμα
vii. $\frac{D}{Q}$: πλήθος παραγωγικών διαδικασιών μέσα στο χρόνο

Επειδή υποθέτουμε πως $p \geq d$, αν η παραγωγή "τρέχει" για t μέρες και, τοποθετούμε στο απόθεμα $p - d$ μονάδες ανά ημέρα, τότε το απόθεμα στο τέλος της παραγωγικής διαδικασίας θα είναι $(p - d) * t$ (2.7)
το οποίο είναι και το μέγιστο απόθεμα που θα έχει στην κατοχή της η επιχείρηση.

Όμως επειδή γνωρίζουμε ότι κατά τη διάρκεια ολόκληρης της παραγωγικής διαδικασίας παράγουμε συνολικά Q μονάδες, με ημερήσιο ρυθμό p μονάδων, αντιλαμβανόμαστε πως $Q = p * t \leftrightarrow t = \frac{Q}{p}$ (2.8)

Άρα, το μέγιστο επίπεδο αποθέματος που θα διατηρεί η επιχείρηση υπολογίζεται από τη σχέση (2.7) λόγω της σχέσης (2.8) ως: $(p - d) * \frac{Q}{p} = \left(1 - \frac{d}{p}\right) * Q$

με μέσο επίπεδο αποθέματος: $\frac{1}{2} * \left(1 - \frac{d}{p}\right) * Q$

Διατηρώντας τα στοιχεία κόστους C_h, C_o που εκφράστηκαν στην προηγούμενη σελίδα, προσδιορίζουμε:

a) το ετήσιο κόστος διατήρησης του συγκεκριμένου επιπέδου αποθέματος $holding\ cost = \frac{1}{2} * \left(1 - \frac{d}{p}\right) * Q * C_h$ (2.9)
b) το ετήσιο κόστος έναρξης όλων των παραγωγικών διαδικασιών, το οποίο παίρνει τη θέση του ordering cost που εκφράστηκε στο EOQ model, ως το γινόμενο του πλήθους των παραγωγικών διαδικασιών μέσα στο χρόνο με το σταθερό κόστος εκκίνησης μίας παραγωγικής διαδικασίας (setup cost) $setup\ cost = \frac{D}{Q} * C_o$ (2.10)

Συνεπώς δημιουργείται η συνάρτηση ολικού κόστους από το άθροισμα των σχέσεων (2.9) και (2.10):

$$TC = \frac{1}{2} * \left(1 - \frac{d}{p}\right) * Q * C_h + \frac{D}{Q} * C_o \quad (2.11)$$

Στην οποία για να εκφράσουμε τα ποσά d, p ως συνάρτηση του ενός χρόνου στον οποίο πραγματοποιείται η μελέτη θεωρούμε πως η παραγωγή λειτουργεί 250 ημέρες το χρόνο, οπότε η ημερήσια ζήτηση d μετατρέπεται σε ετήσια D και, η ημερήσια παραγωγή p σε ετήσια παραγωγή P ως εξής:

$d = \frac{D}{250}$, $P = 250 * p \leftrightarrow p = \frac{P}{250}$ άρα η σχέση (2.11) παίρνει τη μορφή:

$$TC = \frac{1}{2} * \left(1 - \frac{\frac{D}{250}}{\frac{P}{250}}\right) * Q * C_h + \frac{D}{Q} * C_o \leftrightarrow TC = \frac{1}{2} * \left(1 - \frac{D}{P}\right) * Q * C_h + \frac{D}{Q} * C_o \quad (2.12)$$

Όπου για να υπολογίσουμε τη βέλτιστη ποσότητα Q^* παραγωγίζουμε τη σχέση (2.12) ως προς Q και, τη θέτουμε ίση με 0. Ακολουθώντας αυτή τη διαδικασία προκύπτει πως

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * D * C_o}{\frac{1 - D}{P} * C_h}}$$

Με το lead time, να ορίζεται ως το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο συνεχόμενων παραγωγικών διαδικασιών και να είναι ίσο με:

$$T = \frac{250 * Q^*}{D}$$

υπό την υπόθεση πως η παραγωγή λειτουργεί 250 ημέρες το χρόνο.

2.3. Inventory Model with Planned Shortages

Στη διεθνή βιβλιογραφία ως Inventory Model with Planned Shortages, περιγράφεται ένα μοντέλο αποθεματοποίησης που συμπεριλαμβάνει προγραμματισμένες ελλείψεις. Μία έλλειψη μπορεί να εμφανιστεί στο απόθεμα, όταν η ζήτηση είναι μεγαλύτερη από το απόθεμα που ήδη κατέχουμε. Από την οπτική γωνία της μεγιστοποίησης των κερδών μίας επιχείρησης, μία τέτοια έλλειψη μπορεί να είναι ανεπιθύμητη καθώς, στην περίπτωση που η αξία του αποθέματος είναι υψηλή, οδηγούμαστε σε υψηλό κόστος κράτησης (holding cost). Σε αντίθετη περίπτωση, όπου το κόστος διατήρησης είναι χαμηλό και δεν αυξάνει το συνολικό κόστος σε μεγάλο βαθμό, μία τέτοια έλλειψη είναι επιθυμητή.

Αυτό το μοντέλο συμπεριλαμβάνει ένα είδος ελλείψεων το οποίο είναι γνωστό ως backorder. Backorder είναι η παραγγελία που δίνει ο διαχειριστής του αποθέματος στον προμηθευτή, για ένα προϊόν το οποίο δεν περιέχεται στο απόθεμα της επιχείρησης. Στη συγκεκριμένη περίπτωση (backorder), υποθέτουμε πως όταν ο πελάτης ζητήσει προϊόν το οποίο δεν υπάρχει στο απόθεμα, προτίθεται να περιμένει μέχρι να έρθει η νέα παραγγελία, με πολύ μικρό χρόνο αναμονής. Αν ορίσουμε S τον αριθμό των backorders που παρουσιάζονται μέχρι την προσέλευση της παραγγελίας αποθέματος Q το μοντέλο ακολουθεί ένα συγκεκριμένο μοτίβο:

- Αν το S προϋπήρχε της άφιξης των Q μονάδων, τότε το S δίνεται στου καταναλωτές και το υπόλοιπο Q – S τοποθετείται στο απόθεμα. Άρα το $Q - S = 150$ μονάδες προϊόντος είναι το μέγιστο απόθεμα, όπως φαίνεται στο διάγραμμα που ακολουθεί:

Εξέλιξη του αποθέματος στο χρόνο (Planned Shortages)

Διάγραμμα 2.3.1

- Επιπλέον ο κύκλος αποθεματοποίησης T χωρίζεται σε δύο διαφορετικές περιόδους με t_1 να είναι το πλήθος των ημερών όπου το απόθεμα μπορεί να καλύψει τις ανάγκες της ζήτησης και, t_2 να είναι το πλήθος των ημερών όπου έχει εξαντληθεί το απόθεμα και πραγματοποιούνται backorders.

Μπορούμε εύκολα να αντιληφθούμε από το προηγούμενο διάγραμμα πως το μέγιστο ύψος αποθέματος είναι $Q - S$ μονάδες και ενώ, την περίοδο t_1 υπάρχει απόθεμα στην κατοχή της επιχείρησης με μέσο επίπεδο $\frac{Q-S}{2}$, παρατηρούμε πως την περίοδο t_2 το επίπεδο του αποθέματος είναι ίσο με 0, όπου και πραγματοποιούνται παραγγελίες για την κάλυψη των αναγκών που προκύπτουν. Συνεπώς κατά τη διάρκεια T, το μέσο ύψος του αποθέματος υπολογίζεται ως:

$$\frac{\frac{Q-S}{2}*t_1+0*t_2}{t_1+t_2} = \frac{\frac{Q-S}{2}*t_1}{T} \qquad (2.13)$$

Αν υποθέσουμε πως d είναι η ημερήσια σταθερή ζήτηση και, επειδή το μέγιστο ύψος που μπορεί να φτάσει το απόθεμα είναι $Q - S$ εύκολα υπολογίζουμε:

$$t_1 = \frac{Q-S}{d} \qquad (2.14)$$

με κύκλο αποθεματοποίησης:

$$T = \frac{Q}{d} \qquad (2.15)$$

Άρα το μέσο ύψος του αποθέματος που δίνεται από τη σχέση (2.13) δίνεται λόγω των σχέσεων (2.14), (2.15):

$$\frac{\frac{Q-S}{2}*t_1}{T} = \frac{\frac{Q-S}{2}*\frac{Q-S}{d}}{\frac{Q}{d}} = \frac{(Q-S)^2}{2*Q} \qquad (2.16)$$

με ετήσιο πλήθος παραγγελιών $\frac{D}{Q}$ όπου D είναι η ετήσια ζήτηση.

Για να εκφράσουμε σχέση που θα προσδιορίζει το πλήθος των backorders S, χρησιμοποιούμε την ίδια λογική που αναπτύξαμε για να βρούμε τη σχέση του μέσου ύψους αποθέματος. Αφού το μέγιστο ύψος των backorders είναι S, το μέσο ύψος τους κατά τη χρονική περίοδο t_2 είναι $\frac{S}{2}$, με το πλήθος τους τη χρονική περίοδο t_1 να είναι 0. . Συνεπώς κατά τη διάρκεια T, το μέσο ύψος των backorders υπολογίζεται ως:

$$\frac{0*t_1+\frac{S}{2}*t_2}{t_1+t_2} = \frac{S*t_2}{2*T} \qquad (2.17)$$

Από τη στιγμή που έχουμε υποθέσει πως η ημερήσια ζήτηση είναι d τότε

$$t_2 = \frac{S}{d} \qquad (2.18)$$

για τον ίδιο κύκλο αποθεματοποίησης που εκφράστηκε από τη σχέση (2.15). Συνεπώς το μέσο ύψος των backorders που έχει υπολογιστεί στη σχέση (2.17) θα δίνεται, λόγων των σχέσεων (2.15), (2.18) ως:

$$\frac{S*t_2}{2*T} = \frac{S*\frac{S}{d}}{2*\frac{Q}{d}} = \frac{S^2}{2*Q} \tag{2.19}$$

Για να δημιουργήσουμε τη συνάρτηση ολικού κόστους του συγκεκριμένου μοντέλου και σε επόμενο βήμα να προσδιορίσουμε τις βέλτιστες ποσότητες S^*, Q^* που μας ελαχιστοποιούν το κόστος διατήρησης του αποθέματος θεωρούμε:

i. C_h: το κόστος κράτησης μίας μονάδας στο απόθεμα για ένα χρόνο
ii. C_o: το κόστος ανά παραγγελία
iii. C_b: το κόστος διατήρησης μία μονάδας backorder για ένα χρόνο

Οπότε προκύπτει η συνάρτηση ολικού κόστους, διατήρησης ενός μέσου επιπέδου αποθέματος που περιγράφεται από τη σχέση (2.16) και, ενός μέσου ύψους backorders που περιγράφεται από τη σχέση (2.19) για ετήσια ζήτηση επιπέδου D:

$$TC = \frac{(Q-S)^2}{2*Q} * C_h + \frac{D}{Q} * C_o + \frac{S^2}{2*Q} * C_b \tag{2.20}$$

Προκειμένου να προσδιορίσουμε τις βέλτιστες ποσότητες S^*, Q^* που μας ελαχιστοποιούν τη συνάρτηση κόστους που περιγράφεται από τη σχέση που μόλις δημιουργήσαμε, παραγωγίζουμε την (2.20) ως προς S και ως προς Q, θέτουμε αυτές τις παραγώγου ίσες με 0 και παίρνουμε:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2*D*C_o}{C_h} * (\frac{C_h + C_b}{C_b})}$$

$$S^* = Q^* * (\frac{C_h + C_b}{C_b})$$

2.4. Single Period Inventory Model with Probabilistic Demand

Πρόκειται για ένα στοχαστικό μοντέλο αποθεματοποίησης, που επιτρέπει στη ζήτηση ενός προϊόντος να ακολουθεί μία κατανομή, την οποία πρέπει να προσδιορίσουμε. Σε αντίθεση με το EOQ model αναφέρεται σε μία και μόνο περίοδο και, το απόθεμα που έχει "μείνει" δεν μεταφέρεται σε μελλοντικές περιόδους.

Είναι εφαρμόσιμο σε περιπτώσεις εποχιακών προϊόντων, δηλαδή σε προϊόντα που διαθέτει μία επιχείρηση προς πώληση μία συγκεκριμένη περίοδο, τα οποία δεν μπορούν να πωληθούν σε άλλη χρονική περίοδο. Οπότε στο τέλος της περιόδου, είτε έχει πωληθεί ολόκληρο το απόθεμα είτε, προωθείται το απόθεμα που έχει μείνει σε μειωμένη τιμή. Επειδή η παραγγελία πραγματοποιείται μία φορά μέσα στο χρόνο, στην αρχή της περιόδου (που θα πωληθεί το απόθεμα), η μοναδική απόφαση που πρέπει να πάρει ο διαχειριστής του αποθέματος, είναι ο προσδιορισμός του μεγέθους της παραγγελίας.

Για τον προσδιορισμό της κατανομής της πιθανότητας για τις πιθανές τιμές της ζήτησης, χρησιμοποιείται η μέθοδος incremental analysis, η οποία προσδιορίζει το βέλτιστο επίπεδο παραγγελίας που θα δοθεί με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους. Αυτός ο προσδιορισμός πραγματοποιείται μέσω της σύγκρισης του κόστους παραγγελίας μιας επιπλέον μονάδας προϊόντος (από το βέλτιστο επίπεδο), με το κόστος που θα έχει η μη παραγγελία μιας επιπλέον μονάδας. Έτσι στο συγκεκριμένο μοντέλο, συμπεριλαμβάνονται δύο στοιχεία κόστους που δεν έχουν θεωρηθεί στα μοντέλα που έχουν περιγραφεί στις παραπάνω ενότητες: a) c_o είναι το κόστος της υπερεκτίμησης της ζήτησης, που οδηγεί στην παραγγελία μια παραπάνω μονάδας προϊόντος και b) c_u είναι το κόστος της υποτίμησης της ζήτησης, που οδηγεί στη μη παραγγελία μιας παραπάνω μονάδας προϊόντος.

Ακολουθώντας την παραπάνω μέθοδο (incremental analysis), προσπαθούμε να προσδιορίσουμε εκείνο το επίπεδο παραγγελίας όπου το αναμενόμενο κόστος c_o είναι ίσο με το αναμενόμενο κόστος c_u. Όταν ισχύει αυτή η ισότητα, η αύξηση της παραγγελία κατά μία μονάδα δεν επιφέρει οικονομικά κέρδη, με σημείο κλειδί στην παραπάνω ανάλυση ο προσδιορισμός των c_o, c_u.

2.5. Order Quantity, Reorder Point Model with Probabilistic Demand

Το συγκεκριμένο μοντέλο απευθύνεται σε συνεχή λειτουργία του συστήματος αποθεματοποίησης και περιλαμβάνει πέραν του ενός κύκλου αποθεματοποίησης μέσα σε μία περίοδο. Όταν το επίπεδο του αποθέματος φτάσει το λεγόμενο reorder point, πραγματοποιείται παραγγελία ύψους Q.

Το απόθεμα μειώνεται με ένα σταθερό ρυθμό, βάση της κατανομής της πιθανότητας της ζήτησης. Ιδανική περίπτωση για τον διαχειριστή του αποθέματος, είναι η άφιξη της παραγγελίας, πριν το απόθεμα μηδενιστεί. Απαραίτητος είναι ο καθορισμός της ποσότητας της παραγγελίας και της χρονικής στιγμής όπου λαμβάνει χώρα η παραγγελία (reorder point), από τον διαχειριστή.

Παρόλο που η ζήτηση είναι μία στοχαστική μεταβλητή, για να προσδιοριστεί η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας στο συγκεκριμένου μοντέλο, χρησιμοποιείται ο τύπος που δημιουργήθηκε στο EOQ model.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * D * C_o}{C_h}}$$

όπου:

i. Q^*: είναι η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας
ii. D: το ετήσιο επίπεδο ζήτησης του προϊόντος που διατηρούμε απόθεμα
iii. C_o: είναι το σταθερό κόστος της πραγματοποίησης μία παραγγελίας
iv. C_h: το ετήσιο κόστος διατήρησης μίας μονάδας αποθέματος με $C_h = I * C$
v. I: να είναι το ετήσιο επίπεδο του κόστους διατήρησης
vi. C: να είναι το κόστος ανά μονάδα αποθέματος και

Προκειμένου να υπολογίσουμε το βέλτιστο reorder point, θεωρούμε πως ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας (lead time) ακολουθεί μία κατανομή με μέση τιμή μ και διασπορά σ^2. Σε αυτή την περίπτωση αποδεικνύεται ότι το reorder point επηρεάζει την πιθανότητα της ύπαρξης ανικανοποίητης ζήτησης (stock-out). Σημαντικό στοιχείο κόστους που εισάγεται στο συγκεκριμένο μοντέλο, είναι το κόστος ύπαρξης ανικανοποίητης ζήτησης, το οποίο σχετίζεται με το επίπεδο της ανικανοποίητης ζήτησης που μπορεί να “αντέξει” η εκάστοτε επιχείρηση.

Συνεπώς αν ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και διασπορά σ^2 τότε το reorder point (r) θα δίνεται από τη σχέση

$$r = \mu + z_{\alpha} * \sigma$$

Όπου σ είναι η τυπική απόκλιση του lead time και, z_{α} είναι το ποσοστιαίο σημείο της κανονικής κατανομής για επίπεδο σημαντικότητας α.

Προκειμένου να αποφευχθεί ένα υψηλό επίπεδο ανικανοποίητης ζήτησης, το μοντέλο προτείνει την παραγγελία περισσότερων μονάδων του προϊόντος, από εκείνες τις μονάδες που προτείνει το μοντέλο στην ενότητα 2.4, το οποίο ορίζεται ως safety stock, η ύπαρξη του οποίου μπορεί να επιφέρει, υψηλό επίπεδο αποθέματος και συνεπώς υψηλό κόστος διατήρησής του. Η λειτουργία της υψηλότερης αυτής παραγγελίας είναι, η απορρόφηση της απρόσμενης αυξημένης ζήτησης, στο χρονικό διάστημα που χρειάζεται να φτάσει η παραγγελία.

2.6. Periodic Review Model with Probabilistic Demand

Σε αντίθεση με τα προηγούμενα στοχαστικά μοντέλα, στα οποία έγινε αναφορά, το συγκεκριμένο εισάγει-προτείνει την περιοδική εποπτεία του επιπέδου του αποθέματος. Μέσω της μεθόδου που προτείνει πραγματοποιείται έλεγχος στο απόθεμα μόνο σε προκαθορισμένες χρονικές στιγμές (π.χ. μία φορά την εβδομάδα ή μία φορά το μήνα κ.τ.λ.), σε αντίθεση με το προηγούμενα στοχαστικά μοντέλα που επιβάλλουν τη συνεχή παρακολούθηση του αποθέματος και απαιτούν τον προσδιορισμό του reorder point. Βασισμένο σε δύο υποθέσεις: a) ο χρόνος ανάμεσα στην παραγγελία και την παραλαβή της παραγγελίας είναι μικρότερος από το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο συνεχόμενων επιθεωρήσεων του αποθέματος και b) η χρονική στιγμή που πραγματοποιείται ο έλεγχος του αποθέματος είναι προκαθορισμένος (review period).

Υπό την υπόθεση πως ο χρόνος παραλαβής της παραγγελίας είναι μικρότερος από την περίοδο επιθεώρησης του αποθέματος, μία παραγγελία που δίνεται κατά την περίοδο της επιθεώρησης θα παραληφθεί πριν την εκκίνηση της επόμενης επιθεώρησης. Σε αυτή την περίπτωση η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας για οποιαδήποτε review period θα δίνεται από τη σχέση:

$$Q = M - H$$

όπου:

i. Q: είναι η ποσότητα παραγγελίας
ii. M: είναι το υψηλότερο επίπεδο αποθέματος που μπορούμε να έχουμε στην κατοχή μας
iii. H: είναι το ύψος του αποθέματος που κατέχουμε κατά την περίοδο επιθεώρησης του αποθέματος

Από τη στιγμή που η ζήτηση είναι στοχαστική, το επίπεδο αποθέματος που θα έχουμε στην κατοχή μας κατά την περίοδο επιθεώρησης Η, θα ποικίλλει. Γι’ αυτό η ποσότητα παραγγελίας θα πρέπει να είναι αρκετή ώστε το απόθεμα να επιστρέψει ή να πλησιάσει το επίπεδο Μ, το οποίο αναμένεται να μεταβάλλεται κάθε περίοδο επιθεώρησης. Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 2.1.5 μπορεί να οδηγήσει σε παροδικό stock-out.

Η μεταβλητή που θα πρέπει να προσδιορίσουμε στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι το επίπεδο Μ. Για το συγκεκριμένο προσδιορισμό μπορούμε να αναπτύξουμε ένα μοντέλο συνολικού κόστους που θα περιλαμβάνει τα εξής στοιχεία: a) το κόστος διατήρησης του αποθέματος, b) το κόστος παραγγελίας του αποθέματος και c) το κόστος ύπαρξης stock-out. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, για τον προσδιορισμό της ποσότητας Μ, προσπαθούμε να υπολογίσουμε εκείνη την ποσότητα που μας ελαχιστοποιεί την πιθανότητα ύπαρξης stock-out, ή αλλιώς, μας ελαχιστοποιεί το πλήθος των stock-out. Έτσι καταλήγουμε στη σχέση:

$$M = \mu + z_{\alpha} * \sigma$$

όπου:

i. μ: είναι η μέση τιμή της ζήτησης
ii. σ: είναι η τυπική απόκλιση της ζήτησης
iii. z_{α}: είναι το ποσοστιαίο σημείο της κανονικής κατανομής για επίπεδο σημαντικότητας α

Το μοντέλο που αναπτύχθηκε σε αυτή την ενότητα βασίστηκε στην υπόθεση πως ο χρόνος παραλαβής της παραγγελίας είναι μικρότερος από την περίοδο επιθεώρησης του αποθέματος. Σε αντίθετη περίπτωση κατά την οποία ο χρόνος παραλαβής είναι μεγαλύτερος από την περίοδο επιθεώρησης του αποθέματος η ποσότητα H θα περιλαμβάνει το επίπεδο του αποθέματος που έχουμε ήδη στην κατοχή μας και την ποσότητα που έχουμε ήδη παραγγείλει. Συνεπώς η ποσότητα παραγγελίας Q σε κάθε περίοδο επιθεώρησης θα δίνεται από το άθροισμα του αποθέματος που έχουμε ήδη στην κατοχή μας με, το πλήθος των θεωρητικών stock out, προκειμένου να φτάσουμε το επίπεδο M.

Το μοντέλο αυτό εφαρμόζεται σε επιχειρήσεις που διατηρούν απόθεμα πολλών διαφορετικών προϊόντων. Στόχος του, ο προσδιορισμός υψηλότερου επιπέδου αποθέματος που μπορεί να διατηρήσει η επιχείρηση (replenishment level) καθώς, και της περιόδου μεταξύ δύο διαδοχικών επιθεωρήσεων (review period), αφού το βέλτιστο επίπεδο παραγγελίας που δίνεται προσδιορίζεται ως η διαφορά μεταξύ του υψηλότερου επιπέδου αποθέματος που μπορεί να διατηρήσει η επιχείρηση με το επίπεδο αποθέματος που ήδη κατέχει.

2.7. Η Ζήτηση του Χρήματος

Η ζήτηση του χρήματος σύμφωνα με τους Abel, Bernanke, Croushore 2010, είναι η ποσότητα των χρηματικών στοιχείων, όπως μετρητά, ομόλογα, τρεχούμενες καταθέσεις, που επιλέγουν τα άτομα να έχουν στο χαρτοφυλάκιό τους και, προέρχεται από την ανάγκη για ρευστότητα. Βασικοί παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση χρήματος είναι το επίπεδο τιμών, το πραγματικό εισόδημα και το επιτόκιο του χρήματος και των διαφόρων περιουσιακών στοιχείων. Ο Keynes υπέθεσε πως το άτομο βρίσκεται αντιμέτωπο με το δίλλημα της κράτησης χρημάτων, εναντίον της αποταμίευσης. Είχε θεωρήσει ότι, αυτή η ζήτηση εξαρτάται γραμμικά από το τρέχον εισόδημα αλλά όχι από τα επιτόκια, υπό την υπόθεση ότι τα χρήματα ενός ατόμου μπορούν να υποδιαιρεθούν σε περισσότερα του ενός τμήματα, το ένα εκ των οποίων χρησιμοποιείται μόνο για την εκπλήρωση των συναλλαγών.

Μεταγενέστερα εδραιώθηκε η θεωρία της ζήτησης χρήματος για συναλλαγές, από τους Baumol-Tobin (1952-1956), σύμφωνα με την οποία η ζήτηση δεν εξαρτιόνταν μόνο από το εισόδημα αλλά και από το επιτόκιο των ομολόγων, από την οπτική γωνία ενός ατόμου, που ελαχιστοποιεί το κόστος των χρηματικών συναλλαγών, διατηρώντας χρηματικά διαθέσιμα και ομόλογα. Σύμφωνα με αυτή την ανάλυση, η ζήτηση χρήματος σχετίζεται αρνητικά με το επιτόκιο των ονομαστικών ομολόγων. Η απόρριψη της Καμπύλης Phillips, λόγω του αποπληθωρισμού, το 1970, οδήγησε στην άνοδο της Μονεταριστικής Σχολής Οικονομολόγων, με πρώτο εκφραστή τον M. Friedman. Σύμφωνα με αυτή την ανάλυση, οι προσδιοριστικοί παράγοντες της ζήτησης χρήματος είναι, το μόνιμο εισόδημα των ατόμων, το επιτόκιο των ομολόγων και των καταθέσεων καθώς και οι προσωπικές προτιμήσεις του κάθε ατόμου.

Συμπληρωματικά στις προηγούμενες αναλύσεις, η έρευνα των Sebastian Arango-M. Ishaq Nadiri, έδειξε πως η ζήτηση δεν επηρεάζεται μόνο από τις αλλαγές στις «εγχώριες» μεταβλητές, όπως το μόνιμο εισόδημα, το εγχώριο επιτόκιο και τις προσδοκίες των τιμών, όπως υποθέτουν οι προηγούμενες έρευνες. Η ανάλυση αυτή έδειξε ότι, η ζήτηση χρήματος επηρεάζεται από τις διακυμάνσεις των συναλλαγματικών ισοτιμιών και από τα ξένα επιτόκια.

Σύμφωνα με τον Keynes η επιλογή ανάμεσα στην κράτηση χρηματικών διαθεσίμων έναντι, στην επένδυση χρημάτων στην αποταμίευση, αποτελεί τη συνολική ζήτηση χρήματος. Διαχωρίζει τη συνολική ζήτηση χρήματος σε τρεις υποκατηγορίες, ανάλογα με το κίνητρο που έχει το άτομο ή μία επιχείρηση, προκειμένου να διατηρεί ρευστά διαθέσιμα: a) ζήτηση χρήματος για συναλλαγές (transactions demand for money) b) κερδοσκοπική ζήτηση χρήματος (speculative demand for money) και c) προληπτική ζήτηση χρήματος (precautionary demand for money).

Ένας καθοριστικός παράγοντας της ζήτησης χρήματος είναι η προληπτική ζήτηση χρήματος, η οποία, στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρεται ως, η ζήτηση χρηματοοικονομικών στοιχείων, όπως χρήματα, ομόλογα κ.τ.λ, τα οποία κρατούν τα άτομα, προκειμένου να καλύψουν αναπάντεχα έξοδα είτε αναπάντεχες μειώσεις στα έσοδά τους. Ο Keynes είχε αναφερθεί στο προληπτικό κίνητρο για τη κράτηση χρημάτων αλλά δεν παρουσίασε κάποια ανάλυση. Η αβεβαιότητα ως προς το εισόδημα και ως προς τις μελλοντικές δαπάνες, οδήγησαν στην ανάλυση της προληπτικής ζήτησης του χρήματος. Το άτομο αποκρίνεται σε αυτή την αβεβαιότητα, μέσω της κράτησης χρηματικών διαθεσίμων, ενός εκ των οποίων είναι το χρήμα.

Η θεωρία αποθεματοποίησης, ως μία επέκταση της προληπτικής ζήτησης χρήματος, προσπαθεί να προσδιορίσει το βέλτιστο επίπεδο ρευστότητας που θα πρέπει να διατηρούν τα άτομα-επιχειρήσεις, προκειμένου να ανταπεξέλθουν στις συναλλαγές τους έχοντας το ελάχιστο κόστος. Η διατήρηση αυτών των αποθεμάτων, εκτός από οφέλη έχει και κάποιο κόστος το οποίο ανέρχεται σε εκατομμύρια για ορισμένες επιχειρήσεις. Έτσι, γεννιούνται δύο ερωτήματα για τους διαχειριστές αυτών των αποθεμάτων: a) Ποιο είναι το μέγεθος της ρευστότητας που χρειαζόμαστε για την ανανέωση του χρηματικού αποθέματος και b) Πότε θα πραγματοποιηθεί η συγκεκριμένη συναλλαγή.

Μέσω της συγκεκριμένης ανάλυσης, αντιλαμβανόμαστε πως η ζήτηση επηρεάζεται, από το οικονομικό περιβάλλον, από τη σχετική ρευστότητα, από τις προσωπικές προτιμήσεις του ατόμου καθώς και από τα κόστη συναλλαγών διάφορων χρηματοοικονομικών στοιχείων, που μπορούν να λειτουργήσουν ως αποθέματα. Στο σύγχρονο οικονομικό περιβάλλον, η ανάγκη της προληπτικής ζήτησης χρήματος, μειώνεται μέσω των πιστωτικών καρτών, της υπερανάληψης και της εμπορικής πίστωσης, τα οποία ορίζονται και ως υποκατάστατα αντιμετώπισης της αβεβαιότητας που δημιουργεί το ίδιο το οικονομικό περιβάλλον.

3. *ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΠΟΘΕΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΗ ΖΗΤΗΣΗ ΧΡΗΜΑΤΟΣ*

3.1. Το μοντέλο του Baumol

Σύμφωνα με τον Baumol (1952), μία επιχείρηση διατηρεί απόθεμα ενός προϊόντος, προκειμένου να ικανοποιηθεί η ζήτηση από το αγοραστικό κοινό, το οποίο όταν εξαντληθεί, ανανεώνεται με καινούργιο απόθεμα. Ως πρωτοπόρος στον τομέα, εφαρμόζει τη θεωρία των αποθεμάτων στη θεωρία ζήτησης χρήματος, από την οπτική γωνία ενός ατόμου, το οποίο διατηρεί χρήματα ως απόθεμα για τις συναλλαγές του. Σχεδόν ταυτόχρονα, ο Tobin (1956), εφαρμόζοντας ένα παρόμοιο μοντέλο ζήτησης με εκείνο του Baumol, καταλήγει στο ίδιο συμπέρασμα: «Ακόμη και τα αποθέματα χρημάτων που διατηρούνται για συναλλαγές επηρεάζονται από το επίπεδο επιτοκίων.»

Ο Baumol αναπτύσσει ένα μοντέλο προσδιορισμού του ύψους των χρηματικών ρευστών που θα έχει στην κατοχή του ένα άτομο, προκειμένου να ανταπεξέλθει στις συναλλαγές του. Υπάρχουν μόνο δύο οικονομικά στοιχεία στο χαρτοφυλάκιο του ατόμου, ρευστά και έντοκα γραμμάτια. Ολόκληρη η ανάλυση εφαρμόζεται στην περίπτωση των συνεχών εισπράξεων και, μη συνεχών πληρωμών (συναλλαγών). Η απόφαση που καλείται να πάρει αφορά την επιλογή ανάμεσα στο ποσό που θα αποσύρει από το επενδυόμενο κεφάλαιο προκειμένου να εκπληρώσει τις συναλλαγές του και, το ποσό το οποίο θα επενδύει σε έντοκα γραμμάτια, για το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών εισπράξεων. Διακρίνει δύο περιπτώσεις που σχετίζονται με τη χρονική διαφορά μεταξύ των εσόδων που έχει το άτομο από το κεφάλαιο που έχει επενδύσει στα έντοκα γραμμάτια, από τα έξοδα που προέρχονται λόγω της ζήτησης για συναλλαγές.

Α) Αν τα έξοδα προηγούνται από τα έσοδα

Για να προσεγγίσουμε μαθηματικά το μοντέλο του Baumol υποθέτουμε:

- Τέλειες προβλέψεις χρηματικών συναλλαγών σε σταθερό περιβάλλον.
- Τα ρευστά έχουν μηδενικό ονομαστικό επιτόκιο, ενώ τα έντοκα γραμμάτια έχουν επιτόκιο “ i ” ανά περίοδο.
- Σε δοσμένη χρονική περίοδο (κατά τη διάρκεια ενός έτους) το άτομο ξοδεύει Τ$ με σταθερή ροή, όπου Τ μπορούμε να πούμε ότι είναι η αξία των συναλλαγών. Τα χρήματα αυτά, τα βρίσκει είτε μέσω καταθέσεων, είτε μέσω εντόκων γραμματίων.
- Προκειμένου να εκπληρώσει τις συναλλαγές του, αποσύρει το χρηματικό ποσό των C$ στη διάρκεια του χρόνου. Με αυτό τον τρόπο το έτος χωρίζεται σε υποπεριόδους όπου στην αρχή της κάθε υποπεριόδου, το άτομο έχει C$ για να εκπληρώσει τις συναλλαγές του και, στο τέλος της υποπεριόδου το χρηματικό ποσό των C$ έχει εξαντληθεί, όπου και αντλεί ξανά το χρηματικό ποσό των C$.
- Με κάθε τέτοια ανάληψη, πρέπει να πληρώσει το λεγόμενο broker’s fee το οποίο είναι σταθερό και ανεξάρτητο από το χρηματικό ύψος C. Ουσιαστικά το broker’s fee είναι το κόστος διάσπασης του συμβολαίου των εντόκων γραμματίων, στο οποίο περιέχεται το κόστος ανάληψης (χρημάτων) καθώς και το «κόστος» αναμονής στην ουρά για ανάληψη.
- Τέλος, το αριθμητικό πλήθος των συναλλαγών του ατόμου μέσα σε μία περίοδο το θέτουμε ίσο με “ n ” το οποίο προφανώς ισούται με T / C .

Υπό την υπόθεση C < = T, το άτομο ανταπεξέρχεται στις συναλλαγές του και κάνει T / C αναλήψεις μέσα στο έτος, έχοντας συνολικό κόστος διάσπασης εντόκων γραμματίων $n * b = \frac{T}{C} * b$. Σε αυτή την περίπτωση αφού κάθε φορά αποσύρει C$ και στο τέλος της υποπεριόδου αυτό το ποσό έχει εξαντληθεί, το μέσο ύψος των χρημάτων που διαθέτει είναι $\frac{C+O}{2} = \frac{C}{2}$, οπότε το ετήσιο κόστος της κράτησης χρημάτων αντί για έντοκα γραμμάτια είναι $i * \frac{C}{2}$.

Για να δημιουργήσουμε τη συνάρτηση κόστους του ατόμου αρκεί να προσθέσουμε το ολικό κόστος διάσπασης των συμβολαίων των εντόκων γραμματίων, με το κόστος της κράτησης χρημάτων αντί για ομόλογα Έτσι προκύπτει η συνάρτηση ολικού κόστους του ατόμου

$$\mathrm{TC} = \left(\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{C}} * \mathrm{b} \right) + \left(\mathrm{i} * \frac{\mathrm{C}}{2} \right) \tag{3.1}$$

Ένα ορθολογικό άτομο, θα ήθελε να προσδιορίσει το χρηματικό ποσό C το οποίο θα αποσύρει από τις καταθέσεις και τα έντοκα γραμμάτια προκειμένου να ελαχιστοποιήσει τη συνάρτηση κόστους (3.1). Για το σκοπό αυτό παραγωγίζουμε τη σχέση (3.1), τη θέτουμε ίση με 0 και, λύνουμε ως προς C:

$$\frac{\partial TC}{\partial C} = 0 \leftrightarrow \frac{\partial \{ \left(\frac{T}{C} * b \right) + \left(i * \frac{C}{2} \right) \}}{\partial C} = O \leftrightarrow -\frac{b*T}{C^2} + \frac{i}{2} = 0 \leftrightarrow C = \sqrt{\frac{2*b*T}{i}} \tag{3.2}$$

η οποία είναι γνωστή στη διεθνή βιβλιογραφία ως “square root formula” , και δίνει το κατάλληλο επίπεδο του C το οποίο μας ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση κόστους (3.1), το οποίο όπως φαίνεται από τη σχέση επηρεάζεται από την αξία των συναλλαγών, το broker’s fee και το επίπεδο επιτοκίου. Το συγκεκριμένο μοντέλο εφαρμόζεται σε δύο περιπτώσεις: a) όταν το άτομο αποσύρει χρήματα από καταθέσεις και b) όταν το άτομο δανείζεται χρήματα προκειμένου να ανταπεξέλθει στις συναλλαγές του.

B) Αν τα έσοδα προηγούνται από τα έξοδα

Αυτή η περίπτωση διαφέρει από την προηγούμενη καθώς εδώ το άτομο έχει την επιλογή της κράτησης μέρους, ή ολόκληρου του ποσού των εσόδων μέχρι αυτά να χρειαστούν για συναλλαγές. Όταν αυτά τα χρήματα εξαντληθούν επιστρέφουμε στην προηγούμενη περίπτωση, όπου το άτομο αντλεί τα χρήματα που χρειάζεται για τις συναλλαγές του, από το επενδυμένο κεφάλαιο (έντοκα γραμμάτια), δηλαδή προκειμένου να εκπληρώσει τις συναλλαγές του, αποσύρει το χρηματικό ποσό των C$. Για την ανάλυση της συγκεκριμένης περίπτωσης, λαμβάνουμε υπόψη μόνο το ποσοστό των χρημάτων που χρησιμοποιείται για συναλλαγές, στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών εισπράξεων.

Για να προσεγγίσουμε μαθηματικά το μοντέλο του Baumol υποθέτουμε:

- T$ να είναι η αξία των συναλλαγών στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών εισπράξεων.
- Από αυτά το χρηματικό ποσό των I$ επενδύεται σε έντοκα γραμμάτια και το υπόλοιπο $R\$ = (T - I)\$$ είναι το ποσό που διατηρεί ως απόθεμα για να εκπληρώσει μέρος των συναλλαγών του, για ένα ποσοστό της περιόδου μεταξύ των δύο εισπράξεων.
- Όταν εξαντληθεί το ποσό των R$ το άτομο αποσύρει το χρηματικό ποσό των C$ από τα έντοκα γραμμάτια, προκειμένου να εκπληρώσει τις συναλλαγές του, μέχρι τη χρονική στιγμή όπου θα πραγματοποιηθούν οι επόμενες εισπράξεις, όπου και τα χρηματικά ρευστά διαθέσιμα έχουν μηδενιστεί.
- Τα ρευστά έχουν μηδενικό ονομαστικό επιτόκιο, ενώ τα έντοκα γραμμάτια έχουν επιτόκιο “ i ” ανά περίοδο.

- Δύο νέα στοιχεία κόστους που προκύπτουν από το διαχωρισμό των T$ είναι το broker’s fee που προκύπτει από την ανάληψη των C$ και υπολογίζεται ως $b_w + k_w * C$ καθώς και το broker’s fee που προκύπτει από την επένδυση του χρηματικού ποσού των I$ και υπολογίζεται ως $b_d + k_d * I$ όπου τα b_w, k_w, b_d και k_w τα θεωρεί σταθερά ποσά.

Το ποσό $R = T - I$ χρησιμοποιείται για την πληρωμή των συναλλαγών για ένα μέρος της περιόδου μεταξύ δύο διαδοχικών συναλλαγών, το οποίο δίνεται ως $\frac{T-I}{T}$. Αφού ο μέσος όρος των χρηματικών αποθεμάτων για αυτή την περίοδο είναι $\frac{(T-I)+0}{2} = \frac{T-I}{2}$ το ευκαιριακό κόστος της κράτησης αυτών των χρημάτων θα είναι $\frac{T-I}{T} * i * \frac{T-I}{2}$. Συνεπώς το συνολικό κόστος της κράτησης των R$ και της επένδυσης των I$ θα δίνεται από τη σχέση $\frac{T-I}{T} * i * \frac{T-I}{2} + b_d + k_d * I$. Αναλογικά το συνολικό κόστος της ανάληψης του χρηματικού ποσού των C$ για το υπόλοιπο της περιόδου που απομένει δίνεται από τη σχέση $\frac{C}{2} * i * \frac{I}{T} + (b_w + k_w * C) * \frac{I}{C}$. Συνεπώς, το συνολικό κόστος διαχείρισης ρευστών για την περίοδο δίνεται από τη σχέση

$$TC = \frac{T-I}{T} * i * \frac{T-I}{2} + b_d + k_d * I + \frac{C}{2} * i * \frac{I}{T} + (b_w + k_w * C) * \frac{I}{C} \quad (3.3)$$

Προκειμένου να προσδιορίσουμε το βέλτιστο ποσό C το οποίο θα αποσύρει από τα έντοκα γραμμάτια, για να ανταπεξέλθει στις συναλλαγές του, παραγωγίζουμε την παραπάνω σχέση ως προς C, τη θέτουμε ίση με 0 και λύνουμε ως προς C:

$$\frac{\partial}{\partial C}\left\{\frac{T-I}{T} * i * \frac{T-I}{2} + b_d + k_d * I + \frac{C}{2} * i * \frac{I}{T} + (b_w + k_w * C) * \frac{I}{C}\right\} = 0 \leftrightarrow$$

$$i * \frac{I}{2*T} - b_w * \frac{I}{C^2} = 0 \leftrightarrow b_w * \frac{I}{C^2} = i * \frac{I}{2*T} \leftrightarrow C = \sqrt{\frac{2*b_w*T}{i}} \quad (3.4)$$

όπου παρατηρούμε πως καταλήγουμε πάλι στη square root formula της προηγούμενης περίπτωσης με $b = b_w$. Συνεπώς και σε αυτή την περίπτωση το βέλτιστο επίπεδο του C, το οποίο είναι το χρηματικό ποσό που θα αντλήσει το άτομο από τα ομόλογα τη στιγμή που θα εξαντληθεί το ποσό R, σχετίζεται θετικά με τη τετραγωνική ρίζα των συναλλαγών T και, αρνητικά με το επίπεδο επιτοκίου i.

Στη συνέχεια, ο Baumol προσδιορίζει το επίπεδο του χρηματικού αποθέματος που θα έχει το άτομο πριν ξεκινήσει η άντληση χρημάτων από τα έντοκα γραμμάτια. Για το σκοπό αυτό παραγωγίζουμε τη συνάρτηση ολικού κόστους που δημιουργήσαμε πριν (3.3) ως προς I, τη θέτουμε ίση με 0 και λύνουμε ως προς "T – I", το οποίο σύμφωνα με παραπάνω δίνει το R:

$$\frac{\partial}{\partial I}\left\{\frac{T-I}{T} * i * \frac{T-I}{2} + b_d + k_d * I + \frac{C}{2} * i * \frac{I}{T} + (b_w + k_w * C) * \frac{I}{C}\right\} = 0 \leftrightarrow$$

$$-\frac{T-I}{T} * i + k_d + \frac{C}{2*T} * i + \frac{b_w}{C} + k_w = 0 \leftrightarrow$$

$$\frac{T-I}{T} * i = k_d + \frac{C}{2*T} * i + \frac{b_w}{C} + k_w \leftrightarrow$$

$$T - I = \frac{T*k_d}{i} + \frac{C}{2} + \frac{T*b_w}{C*i} + \frac{T*k_w}{i} \quad (3.5)$$

Όμως

$$R = T - I \quad (3.6)$$

Συνεπώς από (3.5), (3.6) προκύπτει :

$$R = \frac{T*k_d}{i} + \frac{C}{2} + \frac{T*b_w}{C*i} + \frac{T*k_w}{i} = \frac{C}{2} + \frac{T*b_w}{C*i} + \frac{T*(k_{d+}k_w)}{i} \qquad (3.7)$$

Όπου επειδή $C = \sqrt{\frac{2*b_w*T}{i}} \leftrightarrow C^2 = \frac{2*b_w*T}{i}$ στην (3.7) προκύπτει ότι

$$R = C + \frac{T*(k_{d+}k_w)}{i} \qquad (3.8)$$

Δηλαδή το ποσό που διατηρεί ως απόθεμα για να εκπληρώσει μέρος των συναλλαγών του, για ένα ποσοστό της περιόδου μεταξύ των δύο εισπράξεων, επηρεάζεται περισσότερο από το επίπεδο του C παρά από το T. Τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξε ο Baumol μέσω της μελέτης της δεύτερης περίπτωσης είναι αναμενόμενα καθώς, αν αποσύρει όλα τα χρήματα που χρειάζεται για συναλλαγές από την αρχή R = T, τότε το ποσό C που αποσύρει, θα εξυπηρετεί τις παρούσες ανάγκες για συναλλαγές.

3.1.1. Συσχετισμός με τη θεωρία αποθεματοποίησης

Το μοντέλο που ανέπτυξε ο Baumol (και στις δύο περιπτώσεις που μελέτησε), μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε πως αποτελεί μία απλή εφαρμογή του EOQ model. Από την αρχή της έρευνάς του θεώρησε πως τα χρηματικά ρευστά διαθέσιμα μπορούν να λειτουργήσουν ως απόθεμα που έχουν ως σκοπό την εκπλήρωση των συναλλαγών ενός ατόμου, ελαχιστοποιώντας το συνολικό κόστος διατήρησης αυτού του επιπέδου χρημάτων. Όπως και η λειτουργία του EOQ model είναι ο προσδιορισμός του βέλτιστου επιπέδου αποθέματος ενός προϊόντος με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους αποθεματοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, αν αντικαταστήσουμε:

- Την ποσότητα παραγγελίας Q με την ποσότητα ρευστών διαθεσίμων C
- Την ετήσια ζήτηση του προϊόντος D με τη συνολική αξία των συναλλαγών Τ
- Το ετήσιο κόστος της κράτησης μίας μονάδας προϊόντος C_h με το ετήσιο επιτόκιο των έντοκων γραμματίων i
- Το κόστος ανά παραγγελία C_o με το κόστος διάσπασης του συμβολαίου των εντόκων γραμματίων b

μπορούμε εύκολα να δημιουργήσουμε το μοντέλο του Baumol μέσω της χρήσης του EOQ model και στις δύο περιπτώσεις που μελετά.

A) Αν τα έξοδα προηγούνται από τα έσοδα

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή στο EOQ model περιλαμβάνονται δύο στοιχεία κόστους, το κόστος κράτησης του επιπέδου αποθεμάτων και το κόστος παραγγελίας. Αν θεωρήσουμε ως κόστος κράτησης του αποθέματος, το ετήσιο κόστος της κράτησης χρημάτων αντί για έντοκα γραμμάτια το οποίο, είναι ίσο με $i * \frac{C}{2}$ και, ως κόστος παραγγελίας το συνολικό κόστος διάσπασης εντόκων γραμματίων το οποίο, είναι ίσο με $\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{C}} * \mathrm{b}$ τότε βάση του EOQ model, δημιουργούμε τη συνάρτηση ολικού κόστους $\mathrm{TC} = (\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{C}} * \mathrm{b}) + (\mathrm{i} * \frac{\mathrm{C}}{2})$, η οποία είναι η συνάρτηση που δημιούργησε ο Baumol.

Προκειμένου να προσδιορίσουμε το βέλτιστο επίπεδο αποθέματος παραγωγίζουμε τη συνάρτηση ολικού κόστους (ως προς C), τη θέτουμε ίση με 0 και λύνουμε ως προς C. Δηλαδή ακολουθούμε την ίδια διαδικασία με εκείνη του Baumol και, καταλήγουμε στη σχέση που μας δίνει το βέλτιστο επίπεδο χρηματικών αποθεμάτων (του Baumol):

$$C = \sqrt{\frac{2 * b * T}{i}}$$

B) Αν τα έσοδα προηγούνται από τα έξοδα

Στη συγκεκριμένη περίπτωση ο Baumol, μέσω των υποθέσεων που έκανε, παρατήρησε πως το βέλτιστο επίπεδο χρημάτων που θα αντλεί το άτομο για την εκπλήρωση των συναλλαγών του (C) δίνεται πάλι ως συνάρτηση της αξίας των συναλλαγών (T), σχέση την οποία απέδειξε στη μελέτη της πρώτης περίπτωσης. Έτσι, στράφηκε στον υπολογισμό του ποσού που διατηρεί ως απόθεμα για να εκπληρώσει μέρος των συναλλαγών του (R), το οποίο το κατέχει στην αρχή του χρονικού διαστήματος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών εισπράξεων.

Προκειμένου να δημιουργήσουμε τη συνάρτηση ολικού κόστους όπως εκείνη περιγράφεται στο EOQ model, θεωρούμε για την ποσότητα ρευστών διαθεσίμων R, ως κόστος κράτησης του αποθέματος, το ετήσιο κόστος της κράτησης χρημάτων αντί για έντοκα γραμμάτια το οποίο, είναι ίσο με $\frac{T-I}{T} * i * \frac{T-I}{2}$ και, ως κόστος παραγγελίας το συνολικό κόστος της κράτησης των R$ και της επένδυσης των I$ το οποίο δίνεται από τη σχέση $\frac{T-I}{T} * i * \frac{T-I}{2} + b_d + k_d * I$. Οπότε προκύπτει η συνάρτηση ολικού κόστους του Baumol $TC = \frac{T-I}{T} * i * \frac{T-I}{2} + b_d + k_d * I + \frac{C}{2} * i * \frac{I}{T} + (b_w + k_w * C) * \frac{I}{C}$, όπου για να προσδιορίσουμε το βέλτιστο επίπεδο ρευστών διαθεσίμων R = T – I, την παραγωγίζουμε ως προς I, τη θέτουμε ίση με 0 και προκύπτει το βέλτιστο επίπεδο από τη σχέση $R = C + \frac{T*(k_{d+}k_w)}{i}$.

Παρατηρούμε πως η συνάρτηση του βέλτιστου επιπέδου των ρευστών διαθεσίμων που προέκυψε διαφέρει από το γενικό τύπο του EOQ model. Επιπλέον, θα μπορούσαμε να πούμε πως η συγκεκριμένη περίπτωση που περιγράφει ο Baumol ανάγεται στο μοντέλο Inventory Model with Planned Shortages, που περιγράψαμε στην εισαγωγή. Δηλαδή να θεωρήσουμε πως το επίπεδο C είναι η έλλειψη που παρουσιάζεται στο απόθεμα όταν η ζήτηση είναι μεγαλύτερη από το ύψος του αποθέματος που ήδη κατέχουμε R, όπου αυτή η έλλειψη καλύπτεται άμεσα από τη διάσπαση των εντόκων γραμματίων. Τέτοιου είδους έρευνα, δεν έχει πραγματοποιηθεί και θα είχε μεγάλο ενδιαφέρον να δούμε το κατά πόσο αποκλίνει η συγκλίνει με τα αποτελέσματα του Baumol, καθώς μέσω του Inventory Model with Planned Shortages αυτή η έλλειψη καλύπτεται μέσω της επόμενης ανανέωσης του αποθέματος, οπότε αυτό το μοντέλο δεν είναι άμεσα εφαρμόσιμο στη συγκεκριμένη περίπτωση.

3.1.2. Παρατηρήσεις

1) Όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη παράγραφο, η δεύτερη περίπτωση που μελετά ο Baumol, δεν υπάγεται στην κατηγορία του EOQ model. Παρόλο που βλέπουμε πολλές ομοιότητες με το Inventory Model with Planned Shortages δεν μπορούμε να το εφαρμόσουμε καθώς η έλλειψη καλύπτεται άμεσα από τη ρευστοποίηση εντόκων γραμματίων.
2) Στο υπόδειγμα του Baumol παρατηρούμε πως δεν αναφέρεται καθόλου στο σημείο αναπαραγγελίας (reorder point), που ορίζουμε στα μοντέλα αποθεματοποίησης όπως αυτά αναλύθηκαν στην εισαγωγή. Αντιλαμβανόμαστε πως θεωρεί άμεση τη ρευστοποίηση του απαραίτητου χρηματικού ποσού, για την κάλυψη των συναλλαγών του, με μηδενικό χρόνο αναμονής (lead time), υπόθεση η οποία μπορεί να μην ισχύει για λιγότερο ρευστοποιήσιμα οικονομικά στοιχεία που κατέχει το άτομο στο χαρτοφυλάκιό του.
3) Το συγκεκριμένο μοντέλο (Baumol) είναι εφαρμόσιμο σε ένα “σταθερό κόσμο”. Παρατηρούμε πως θεωρεί κάποιου είδους ομοιομορφία στις συναλλαγές του ατόμου (σταθερή κατανομή συναλλαγών στη χρονική περίοδο που μελετάμε) και η σχέση (2) δείχνει ότι το άτομο θα διατηρεί μόνιμα κάποιο επίπεδο χρηματικού αποθέματος στην κατοχή του. Αποτέλεσμα που έρχεται σε αντίθεση με τη θέση των οικονομολόγων (όπως αναφέρεται στην έρευνά του), σύμφωνα με την οποία, σε μία στάσιμη κατάσταση, πλήρως προβλέψιμη, η ζήτηση για ρευστά διαθέσιμα θα ήταν μηδενική καθώς, θα ήταν επικερδής η επένδυση των χρημάτων που κατέχει το άτομο σε οικονομικά στοιχεία με θετικό επιτόκιο, με τέτοιο τρόπο ώστε, το απαιτούμενο ποσό για συναλλαγές θα ελευθερώνονταν τη στιγμή που πρέπει να πραγματοποιηθεί μία πληρωμή, θέση που φαίνεται πως δεν περιλαμβάνει το broker’s fee. Τέλος, αυτή η ομοιομορφία που παρατηρήθηκε φανερώνει αδυναμία διαχείρισης ρευστών διαθεσίμων, για συναλλαγές οι οποίες δεν κατανέμονται ομοιόμορφα στη διάρκεια της περιόδου που μελετάμε.

3.2. Το μοντέλο των Gonen, Weber, Tavor & Spiegel

Ο Baumol δημιούργησε ένα μοντέλο που προσδιορίζει τη ζήτηση χρήματος για συναλλαγματικούς σκοπούς. Όπως είδαμε σε προηγούμενη ενότητα, οι βασικές μεταβλητές που σχετίζονται με το συγκεκριμένο επίπεδο είναι το επίπεδο επιτοκίου, η συνολική ζήτηση συναλλαγών και το κόστος διάσπασης των εντόκων γραμματίων. Ωστόσο η συμπεριφορά ενός ατόμου δεν περιγράφεται επαρκώς από το μοντέλο του Baumol καθώς, το ύψος των ρευστών διαθεσίμων που θα κατέχει, σχετίζεται και με ακόμη ένα παράγοντα που δεν είχε συμπεριληφθεί στο μοντέλο.

Οι Gonen, Weber, Tavor & Spiegel το 2016 τροποποιούν το κλασσικό μοντέλο του Baumol, βασισμένοι στην υπόθεση, πως η ζήτηση του χρήματος επηρεάζεται επίσης από τη προθυμία του ατόμου να διατηρήσει ένα λιγότερο ρευστοποιήσιμο στοιχείο, όπως είναι τα χρήματα που διατηρούνται σε λογαριασμό ταμιευτηρίου. Παρουσιάζουν ένα μοντέλο προσδιορισμού των συνολικών διαθέσιμων ρευστοποιήσιμων στοιχείων που μπορεί να έχει ένα άτομο, όπου αυτά τα διαθέσιμα έχουν διαφορετικό βαθμό ρευστοποίησης.

Εισάγουν τη ζήτηση για τέτοιου είδους, λιγότερο ρευστοποιήσιμα, οικονομικά στοιχεία (m_2), από τα οποία εισπράττουν κέρδος, επιτόκιο ύψους r_2. Έτσι προσθέτουν στο μοντέλο του Baumol δύο ακόμη στοιχεία:

a) Λαμβάνουν υπόψη τη κράτηση ενός λιγότερο ρευστοποιήσιμου οικονομικού στοιχείου.

b) Μέσω αυτής της κράτησης μειώνονται οι απώλειες που έχει στο χαρτοφυλάκιό του (L), όπου αυτές τις απώλειες τις ορίζουν ως, τη διαφορά ανάμεσα στο ποσό που ξοδεύει το άτομο και στην υποκειμενική αξία που κερδίζει.

Κάθε φορά που το άτομο πραγματοποιεί συναλλαγές ύψους Y$, είναι υποχρεωμένος να διατηρήσει ένα ορισμένο επίπεδο ρευστών περιουσιακών στοιχείων. Σύμφωνα με την οικονομική θεωρία υπάρχει μία διαφορά ανάμεσα στο ποσό που ξοδεύει το άτομο για τις συναλλαγές του (Y$) από το πραγματικό επίπεδο συναλλαγών U. Αυτή τη διαφορά τη θέτουν ίση με L και τη θεωρούν απώλεια για το χαρτοφυλάκιο του ατόμου. Η διαφορά L σχετίζεται θετικά με το συνολικό ύψος ρευστών διαθεσίμων που κατέχει το άτομο. Εάν τα χρήματα ή οποιοδήποτε άλλο ρευστοποιήσιμο στοιχείο του ατόμου δεν είναι εύκολα προσβάσιμο, τότε αυτή η απώλεια μειώνεται. Αν επίσης δεν διατηρεί ρευστά διαθέσιμα τότε αυτή η απώλεια L τείνει στο 0.

Για να προσεγγίσουμε μαθηματικά το μοντέλο των Gonen, Weber, Tavor & Spiegel υποθέτουμε επιπλέον:

- Αν τα ρευστοποιήσιμα στοιχεία που έχει στην κατοχή του το άτομο βρίσκονται μόνο στη μορφή ρευστών, τότε έρχεται αντιμέτωπος με απώλειες ύψους r_M, το οποίο είναι το επιτόκιο που θα κέρδιζε από την επένδυση αυτών των χρημάτων σε έντοκα γραμμάτια.
- Το άτομο διατηρεί ένα λιγότερο ρευστοποιήσιμο οικονομικό στοιχείο (από τα ρευστά διαθέσιμα) ύψους m_2, όπως είναι τα χρήματα σε λογαριασμό ταμιευτηρίου, τα οποία επιφέρουν κέρδος επιτόκιο ύψους r_2, με $r_2 < r_M$.
- Κάθε ανάληψη του ατόμου προκειμένου να ανταπεξέλθει στις συναλλαγές του προέρχεται από τα ρευστοποιήσιμα διαθέσιμα που κατέχει τα οποία ορίζονται ως $m = m_1 + m_2$ με m_1 να είναι τα ρευστά αποθέματα. Από τον συγκεκριμένο ορισμό αντιλαμβανόμαστε ότι το άτομο πρέπει να προσδιορίσει σε πρώτο επίπεδο το ποσό m που θα αποσύρει από τα έντοκα γραμμάτια και στη συνέχεια στο πώς αυτό θα το “σπάσει” σε m_1 και m_2.
- Με κάθε τέτοια ανάληψη, πρέπει να πληρώσει το λεγόμενο broker’s fee, το οποίο θέτουμε ίσο με b, το οποίο είναι σταθερό και ανεξάρτητο από το χρηματικό ύψος που αποσύρει από τα έντοκα γραμμάτια.
- Στο μοντέλο που αναπτύσσουν θεωρούν ως συνάρτηση των χρηματικών αποθεμάτων την πραγματική απώλεια στο χαρτοφυλάκιο του ατόμου η οποία προκύπτει λόγω της διαθεσιμότητας των χρημάτων και συμβολίζεται ως $\gamma(m_1)$.
- Επιπλέον, θεωρούν πως απώλειες μπορούν να προκύψουν και από την ύπαρξη ρευστότητας. Ο συναλλασσόμενος διατηρεί αποθέματα ρευστών για την πραγματοποίηση άμεσων συναλλαγών προκειμένου να έχει ένα κέρδος ύψους δ που θεωρείται ως πλεονέκτημα διακράτησης ρευστών. Αυτό το κέρδος πρέπει να συγκριθεί με την πιθανότητα της χρήσης των ρευστών για “επιπόλαιες” συναλλαγές που ουσιαστικά δημιουργούν απώλειες στο χαρτοφυλάκιο.

- Λόγω των δύο τελευταίων υποθέσεων ορίζεται η συνάρτηση καθαρών απωλειών, η οποία επηρεάζεται από το ύψος των ρευστών διαθεσίμων ως $L = \gamma(m_1) - \delta(m_1)$ όπου $\delta(m_1)$ είναι συνάρτηση του κέρδους από τη διακράτηση ρευστών επιπέδου m_1 με το πραγματικό επίπεδο συναλλαγών να έχει την μορφή $U = Y - L = Y - \{\gamma(m_1) - \delta(m_1)\}$.

Η συνάρτηση κόστους του ατόμου που δημιουργείται μέσω της διακράτησης των παραπάνω οικονομικών στοιχείων στο χαρτοφυλάκιό του είναι:

$$TC = r_M * \frac{m_1}{2} + (r_M - r_2) * \frac{m_2}{2} + \frac{b*Y}{m_1+m_2} - \{\gamma(m_1) - \delta\} * m_1 \quad (3.9)$$

όπου:

i. $r_M * \frac{m_1}{2}$: είναι το κόστος διατήρησης ρευστών επιπέδου m_1. Η ποσότητα $\frac{m_1}{2}$ εκφράζει το μέσο επίπεδο ρευστών διαθεσίμων στην περίοδο την οποία μελετάμε υπό την υπόθεση πως στο τέλος της περιόδου αυτό το ποσό έχει εξαντληθεί.

ii. $(r_M - r_2) * \frac{m_2}{2}$: είναι το κόστος διατήρησης ενός λιγότερου ρευστοποιήσιμου στοιχείου επιπέδου m_2. Η ποσότητα $\frac{m_2}{2}$ εκφράζει το μέσο επίπεδο διαθεσίμων στην περίοδο την οποία μελετάμε υπό την υπόθεση πως στο τέλος της περιόδου αυτό το ποσό έχει εξαντληθεί.

iii. $\frac{b*Y}{m_1+m_2}$: είναι το συνολικό κόστος διάσπασης συμβολαίων για την απόκτηση ρευστοποιήσιμων στοιχείων ύψους $m = m_1 + m_2$, για συναλλαγές ύψους Y με $\frac{Y}{m_1+m_2}$ να είναι το πλήθος αυτών των διασπάσεων.

iv. $\{\gamma(m_1) - \delta\} * m_1$: η συνάρτηση καθαρών απωλειών, η οποία επηρεάζεται από το ύψος των ρευστών διαθεσίμων ύψους m_1.

Οι Gonen, Weber, Tavor & Spiegel μέσω της έρευνάς τους θέλουν να διερευνήσουν τη συμπεριφορά της συνάρτησης $\gamma(m_1)$ η οποία όπως εκφράστηκε και πριν αντιπροσωπεύει τις απώλειες μια συναλλαγής λόγω της διαθεσιμότητας ρευστών. Το ίδιο θα μπορούσαν να κάνουν και για την ποσότητα $\delta(m_1)$, την οποία θεωρούν στην παρούσα έρευνα σταθερή και ίση με δ. Γι' αυτό ερευνούν δύο περιπτώσεις που αφορούν τη φύση της συνάρτησης γ, με την πρώτη περίπτωση να θεωρείται ως σταθερή γραμμική συνάρτηση του m_1, $\gamma(m_1) = \gamma_o - \varepsilon * m_1$ και στη δεύτερη περίπτωση αρνητική συνάρτηση του m_1 με $\gamma(m_1) = \gamma_o - \varepsilon * \ln m_1$ όπου γ_o, ε είναι σταθερές.

A) Αν $\gamma(m_1) = \gamma_o - \varepsilon * m_1$

Σε αυτή την περίπτωση η συνάρτηση κόστους (3.9) που εκφράσαμε παραπάνω τροποποιείται ως:

$$TC = r_M * \frac{m_1}{2} + (r_M - r_2) * \frac{m_2}{2} + \frac{b*Y}{m_1+m_2} - (\gamma_o - \varepsilon * m_1) * m_1 + \delta * m_1$$

στην οποία για να προσδιορίσουμε τις κατάλληλες ποσότητες m_1, m_2 και, κατ' επέκταση τα συνολικά ρευστά διαθέσιμα $m = m_1 + m_2$, που μας ελαχιστοποιούν το συνολικό κόστος, θέτουμε τις πρώτες παραγώγους ως προς m_1, m_2 ίσες με 0 αντίστοιχα όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\frac{\partial}{\partial m_1} TC = \frac{r_M}{2} - \frac{b*Y}{(m_1+m_2)^2} - \gamma_o + \delta + 2 * \varepsilon * m_1 = 0 \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial}{\partial m_2} TC = \frac{r_M - r_2}{2} - \frac{b*Y}{(m_1+m_2)^2} = 0 \tag{3.11}$$

Από τη σχέση (3.11) και επειδή το συνολικό επίπεδο ρευστών διαθεσίμων δίνεται ως $m = m_1 + m_2$ καταλήγουμε πως

$$\frac{r_M - r_2}{2} - \frac{b*Y}{m^2} = 0 \leftrightarrow \frac{r_M - r_2}{2} = \frac{b*Y}{m^2} \leftrightarrow 2 * b * Y = m^2 * (r_M - r_2) \tag{3.12}$$

$$\leftrightarrow m^2 = \frac{2*b*Y}{r_M - r_2} \leftrightarrow m = \sqrt{\frac{2*b*Y}{r_M - r_2}} \tag{3.13}$$

Μέσω της χρήσης των σχέσεων (2), (4) προσδιορίζουμε το ύψος των ρευστών διαθεσίμων m_1 ως:

$$\frac{r_M}{2} - \frac{m^2 * (r_M - r_2)}{2 * (m_1 + m_2)^2} - \gamma_o + \delta + 2 * \varepsilon * m_1 = 0$$
$$\leftrightarrow \frac{r_M}{2} - \frac{(r_M - r_2)}{2} - \gamma_o + \delta + 2 * \varepsilon * m_1 = 0 \leftrightarrow$$
$$2 * \varepsilon * m_1 = -\frac{r_M}{2} + \frac{r_M}{2} - \frac{r_2}{2} + \gamma_o - \delta \leftrightarrow$$
$$m_1 = \frac{\gamma_o - \delta}{2 * \varepsilon} - \frac{r_2}{4 * \varepsilon} \quad (3.14)$$

Μέσω της χρήσης των σχέσεων (3.13), (3.14) και επειδή $m = m_1 + m_2$ προσδιορίζουμε το ύψος των "λιγότερο" ρευστών διαθεσίμων m_2 ως:

$$m = m_1 + m_2 \leftrightarrow \sqrt{\frac{2 * b * Y}{r_M - r_2}} = \frac{\gamma_o - \delta}{2 * \varepsilon} - \frac{r_2}{4 * \varepsilon} + m_2 \leftrightarrow$$
$$m_2 = \sqrt{\frac{2 * b * Y}{r_M - r_2}} - \frac{\gamma_o - \delta}{2 * \varepsilon} + \frac{r_2}{4 * \varepsilon} \quad (3.15)$$

Η συγκεκριμένη έρευνα προσδιορίζει το συνολικό ύψος ρευστών διαθεσίμων που μπορεί να κατέχει ένα άτομο στο χαρτοφυλάκιό του, διατηρώντας οικονομικά στοιχεία με διαφορετικούς βαθμούς ρευστότητας υπό την υπόθεση γραμμικής συνάρτησης απωλειών, λόγω της διαθεσιμότητας ρευστών.

Β) Αν $\gamma(m_1) = \gamma_o - \varepsilon * \ln m_1$

Σε αυτή την περίπτωση η συνάρτηση κόστους (3.9) που εκφράσαμε παραπάνω τροποποιείται ως:

$$TC = r_M * \frac{m_1'}{2} + (r_M - r_2) * \frac{m_2'}{2} + \frac{b * Y}{m_1' + m_2'} - (\gamma_o - \varepsilon * \ln m_1') * m_1' + \delta * m_1'$$

στην οποία για να προσδιορίσουμε τις κατάλληλες ποσότητες m_1, m_2 και, κατ' επέκταση τα συνολικά ρευστά διαθέσιμα $m' = m_1{}' + m_2{}'$, που μας ελαχιστοποιούν το συνολικό κόστος, θέτουμε τις πρώτες παραγώγους ως προς $m_1{}', m_2{}'$ ίσες με 0 αντίστοιχα όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\frac{\partial}{\partial m_1{}'} TC = \frac{r_M}{2} - \frac{b*Y}{(m_1{}'+m_2{}')^2} - \gamma_o + \delta + \varepsilon * \left(\ln m_1{}' + \frac{m_1{}'}{m_1{}'}\right) = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial m_2{}'} TC = \frac{r_M - r_2}{2} - \frac{b*Y}{(m_1{}'+m_2{}')^2} = 0 \quad (3.17)$$

Από τη σχέση (9) και επειδή το συνολικό επίπεδο ρευστών διαθεσίμων δίνεται ως $m = m_1 + m_2$ καταλήγουμε και σε αυτή την περίπτωση πως

$$\frac{r_M - r_2}{2} - \frac{b*Y}{m'^2} = 0 \leftrightarrow \frac{r_M - r_2}{2} = \frac{b*Y}{m'^2} \leftrightarrow 2*b*Y = m'^2 * (r_M - r_2) \quad (3.18)$$

$$\leftrightarrow m'^2 = \frac{2*b*Y}{r_M - r_2} \leftrightarrow m' = \sqrt{\frac{2*b*Y}{r_M - r_2}} \quad (3.19)$$

Μέσω της χρήσης των σχέσεων (3.16), (3.18) προσδιορίζουμε το ύψος των ρευστών διαθεσίμων m_1 ως:

$$\frac{r_M}{2} - \frac{m^2*(r_M - r_2)}{2*(m_1{}'+m_2{}')^2} - \gamma_o + \delta + \varepsilon * (\ln m_1{}' + 1) = 0 \leftrightarrow$$

$$\frac{r_M}{2} - \frac{(r_M - r_2)}{2} - \gamma_o + \delta + \varepsilon * ln\, m_1{}' + \varepsilon = 0 \leftrightarrow$$

$$\varepsilon * ln\, m_1{}' = \gamma_o - \delta - \varepsilon - \frac{r_M}{2} + \frac{r_M}{2} - \frac{r_2}{2} \leftrightarrow \; ln\, m_1{}' = \frac{\gamma_o - \delta}{\varepsilon} - 1 - \frac{r_2}{2*\varepsilon} \leftrightarrow$$

$$m_1{}' = e^{\frac{\gamma_o - \delta}{\varepsilon} - 1 - \frac{r_2}{2*\varepsilon}} \quad (3.20)$$

Μέσω της χρήσης των σχέσεων (3.19), (3.20) και επειδή $m = m_1 + m_2$ προσδιορίζουμε το ύψος των "λιγότερο" ρευστών διαθεσίμων m_2 ως:

$$m' = m_1{}' + m_2{}' \leftrightarrow \sqrt{\frac{2*b*Y}{r_M - r_2}} = e^{\frac{\gamma_O - \delta}{\varepsilon} - 1 - \frac{r_2}{2*\varepsilon}} + m_2{}' \leftrightarrow$$

$$m_2{}' = \sqrt{\frac{2*b*Y}{r_M - r_2}} - e^{\frac{\gamma_O - \delta}{\varepsilon} - 1 - \frac{r_2}{2*\varepsilon}} \quad (3.21)$$

Παρατήρησαν πως η συνάρτηση γ επηρεάζει μόνο το χάσμα μεταξύ των m_1 και m_2, καθώς υψηλό γ οδηγεί το άτομο στην αποφυγή κράτησης οικονομικών στοιχείων που είναι πολύ ρευστοποιήσιμα και, δεν επηρεάζει καθόλου το σύνολο των ρευστοποιήσιμων διαθέσιμων m. Οι τιμές των m_1, m_2 και m φαίνεται πως επηρεάζονται από το ύψος του επιτοκίου r_2 και επιπλέον, το m αποδεικνύεται πως είναι αρνητική συνάρτηση του χάσματος μεταξύ των επιτοκίων $r_1 - r_2$, με r_1 να είναι το επιτόκιο που "χάνει" το άτομο από τη μη επένδυση των χρηματικών διαθέσιμων σε έντοκα γραμμάτια.

Και σε αυτή την περίπτωση προσδιορίζεται το συνολικό ύψος ρευστών διαθεσίμων που μπορεί να κατέχει ένα άτομο στο χαρτοφυλάκιό του, διατηρώντας οικονομικά στοιχεία με διαφορετικούς βαθμούς ρευστότητας υπό την υπόθεση εκθετικής συνάρτησης απωλειών, λόγω της διαθεσιμότητας ρευστών.

Παρατηρούμε πως και στις δύο περιπτώσεις που μελέτησαν οι Gonen, Weber, Tavor & Spiegel η συνολική ποσότητα ρευστών διαθεσίμων που θα διατηρεί το άτομο δίνεται ακριβώς από τον ίδιο τύπο $m' = m = \sqrt{\frac{2*b*Y}{r_M - r_2}}$. Δηλαδή για οποιαδήποτε μορφή της συνάρτησης γ που μελέτησαν η συνολική ποσότητα ρευστών σχετίζεται θετικά με το κόστος ανά συναλλαγή b και τις συναλλαγές Y και αρνητικά, με τη διαφορά μεταξύ των επιτοκίων $r_M - r_2$.

3.2.1. Συσχετισμός με τη θεωρία αποθεματοποίησης

Το μοντέλο που ανέπτυξαν οι Gonen, Weber, Tavor & Spiegel μπορούμε να θεωρήσουμε πως και αυτό αποτελεί εφαρμογή του κλασικού EOQ model. Στην έρευνα που αναπτύσσουν θεωρούν πως τα ρευστά διαθέσιμα λειτουργούν ως απόθεμα προκειμένου να ανταπεξέλθει το άτομο στις συναλλαγές του (όπως και στην έρευνα του Baumol). Διαφοροποιούνται από την έρευνα του Baumol και την κλασική θεωρία του EOQ model, εισάγοντας τη διατήρηση ενός λιγότερου ρευστοποιήσιμου στοιχείου ως απόθεμα, για τη διευκόλυνση των συναλλαγών του, το οποίο επιφέρει κέρδος ύψους r_2 στο χαρτοφυλάκιο του ατόμου. Πιο συγκεκριμένα, αν αντικαταστήσουμε:

- Την ποσότητα παραγγελίας Q με την ποσότητα ρευστών διαθεσίμων m τα οποία το άτομο λαμβάνει από τη διάσπαση έντοκων γραμματίων.
- Την ετήσια ζήτηση του προϊόντος D με τη συνολική αξία των συναλλαγών Y.
- Το ετήσιο κόστος της κράτησης μίας μονάδας προϊόντος C_h με τη διαφορά μεταξύ των επιτοκίων $r_M - r_2$.
- Το κόστος ανά παραγγελία C_o με το κόστος διάσπασης του συμβολαίου των εντόκων γραμματίων b.

Μπορούμε εύκολα να δημιουργήσουμε το μοντέλο των Gonen, Weber, Tavor & Spiegel μέσω της χρήσης του EOQ model το οποίο εμφανώς χρησιμοποιείται χωρίς διαφορές και στις δύο περιπτώσεις που μελετούν στην έρευνά τους.

Προκειμένου να δημιουργήσουμε τη συνάρτηση ολικού κόστους όπως εκείνη περιγράφεται στο EOQ model, πρέπει να προσδιορίσουμε-αντιστοιχίσουμε τα δύο είδη κόστους που περιλαμβάνονται σε αυτό, το κόστος κράτησης του επιπέδου αποθεμάτων και το κόστος παραγγελίας. Αν θεωρήσουμε ως κόστος κράτησης του αποθέματος, το κόστος διατήρησης ρευστών επιπέδου m_1, $r_M * \frac{m_1}{2}$, το κόστος διατήρησης ενός λιγότερου ρευστοποιήσιμου στοιχείου επιπέδου m_2, $(r_M - r_2) * \frac{m_2}{2}$ και, ως κόστος παραγγελίας το συνολικό κόστος διάσπασης εντόκων γραμματίων το οποίο, είναι ίσο με $\frac{b*Y}{m_1+m_2}$ και από αυτά αφαιρέσουμε τη συνάρτηση καθαρών απωλειών $\{\gamma(m_1) - \delta\} * m_1$, προκύπτει η συνάρτηση ολικού κόστους των Gonen, Weber, Tavor & Spiegel μέσω της χρήσης της θεωρίας του EOQ model

$$TC = r_M * \frac{m_1}{2} + (r_M - r_2) * \frac{m_2}{2} + \frac{b * Y}{m_1 + m_2} - \{\gamma(m_1) - \delta\} * m_1$$

όπου για να προσδιορίσουμε το βέλτιστο επίπεδο ρευστών διαθεσίμων $m_1 + m_2$ την παραγωγίζουμε ως προς m_1, m_2, θέτουμε αυτές τις παραγώγους ίσες με 0 και όπως φαίνεται και στην προηγούμενη ενότητα προσδιορίζουμε το κατάλληλο επίπεδο του m που μας ελαχιστοποιεί το συγκεκριμένο κόστος

$$m = \sqrt{\frac{2 * b * Y}{r_M - r_2}}$$

Σχέση η οποία ταυτίζεται με τον τύπο του EOQ model που προσδιορίζει το βέλτιστο επίπεδο αποθέματος έπειτα από τις αντιστοιχίες που αναφέρθηκαν. Επιπλέον μέσω της χρήσης σχέσεων που δημιουργήθηκαν στην ανάλυσή τους, μπορούμε να βρούμε το κατάλληλο επίπεδο των ποσών m_1, m_2 στα οποία θα διασπάσουμε το βέλτιστο επίπεδο m που λήφθηκε από τη διάσπαση των έντοκων γραμματίων.

3.2.2. Παρατηρήσεις

1) Εύκολα μπορούμε να παρατηρήσουμε πως όπως και στην έρευνα του Baumol, έτσι και στην έρευνα των Gonen, Weber, Tavor & Spiegel δεν αναφέρονται στο σημείο αναπαραγγελίας (reorder point), που ορίζουμε στα μοντέλα αποθεματοποίησης όπως αυτά αναλύθηκαν στην εισαγωγή. Θεωρούμε πως η ρευστοποίηση του απαραίτητου χρηματικού ποσού πραγματοποιείται άμεσα, για την κάλυψη των συναλλαγών του, με μηδενικό χρόνο αναμονής (lead time), υπόθεση που ανατρέπεται εύκολα με βάση το βαθμό ρευστοποίησης του δεύτερου οικονομικού στοιχείου που διαθέτει το άτομο στα ρευστά διαθέσιμα.
2) Περαιτέρω επέκταση της παρούσας έρευνας θα μπορούσε να κατευθυνθεί προς τη διαμόρφωση ενός γενικού μοντέλου το οποίο θα κατηγοριοποιεί τα περιουσιακά στοιχεία του ατόμου ως προς το βαθμό ρευστοποίησης που αυτά έχουν.
3) Ενδιαφέρον επίσης παρουσιάζει η διερεύνηση της σχέσης μεταξύ των αποδόσεων που αποδίδει το χαρτοφυλάκιο του ατόμου και του βαθμού ρευστοποίησης με στόχο όχι μόνο την ελαχιστοποίηση του κόστους διατήρησης ρευστών διαθεσίμων αλλά και την ελαχιστοποίηση των ταυτόχρονων συναλλαγών.

3.3. Διαχρονική Εξέλιξη Ντετερμινιστικών Μοντέλων

Ο Joel Fried το 1973, ξεκινώντας από το μοντέλο του Clower (1967), ο οποίος υπέθεσε ότι η συμπεριφορά του ατόμου πρέπει να είναι τέτοια ώστε η υπεροχή των εσόδων από τη ζήτηση πρέπει να συνδέεται με υψηλά χρηματικά αποθέματα και, η υπεροχή των εσόδων από τα αποθέματα πρέπει να συνδέεται με υψηλή ζήτηση, ανέπτυξε μοντέλο για τη ζήτηση χρήματος για συναλλαγές. Ο Fried καταλήγει στο ίδιο συμπέρασμα με τους Levhari-Patinkin (1968), οι οποίοι ανέπτυξαν μοντέλο σε συνθήκες σταθερής οικονομίας, πως το ιδανικό επίπεδο χρηματικών αποθεμάτων επιτυγχάνεται όταν το επίπεδο επιτοκίου είναι μηδέν. Καθώς για μηδενικό επιτόκιο, το άτομο θα διατηρεί εκείνο το επίπεδο χρηματικού αποθέματος τέτοιο ώστε να ικανοποιεί την κατανάλωση αγαθών.

Ο Kerni την ίδια χρονιά (1973), προσπάθησε να επεκτείνει το μοντέλο του Baumol, θεωρώντας πως το συνολικό κόστος συναλλαγών μεταβάλλεται στο χρόνο με αποτέλεσμα να επηρεαστεί η ζήτηση. Το συγκεκριμένο μοντέλο δεν έχει πλήρη εφαρμογή, καθώς δεν περιλαμβάνει τις περιπτώσεις όπου το εισόδημα δεν καταβάλλεται με σταθερή ημερομηνία.

Ο Clower το 1970, προτείνει την εισαγωγή των αποθεμάτων βασικών αγαθών (commodity stocks), ως ακόμη ένα χρηματικό στοιχείο, εκτός των χρηματικών αποθεμάτων και των εντόκων γραμματίων. Την ιδέα αυτή ακολούθησαν οι Feige-Parkin (1971) και Santomero (1974), οι οποίοι θεωρώντας τη συχνότητα αγοράς των συγκεκριμένων αγαθών μεγαλύτερη από τη συχνότητα συναλλαγών μεταξύ χρημάτων και εντόκων γραμματίων, εισάγουν ακόμη ένα στοιχείο κόστους, που αφορά την αγορά των συγκεκριμένων προϊόντων μέσω χρημάτων. Καταλήγουν στο ότι μία αύξηση στο κόστος συναλλαγών, για την αγορά αυτών των προϊόντων, μειώνει τα χρηματικά αποθέματα, καθώς οι αγορές των προϊόντων θα πραγματοποιούνται πιο σπάνια, αλλά σε μεγαλύτερες ποσότητες, με αποτέλεσμα την αύξηση των αποθεμάτων βασικών προϊόντων.

Τις παραπάνω έρευνες συμπληρώνουν οι Grossman-Policano (1975), οι οποίοι με βασική υπόθεση τη σταθερότητα των επιτοκίων, σημειώνουν πως στην περίπτωση που τα αγαθά αυτά αγοράζονται με μικρότερη συχνότητα από τη συχνότητα πληρωμών, μία αύξηση του πληθωρισμού θα οδηγήσει σε μείωση των χρηματικών αποθεμάτων και των αποθεμάτων των αγαθών.

Οι Clower-Howitt το 1978, ξεκινούν την έρευνά τους με το μοντέλο του Baumol και καταλήγουν στην ανάγκη ανασυγκρότησης της σύγχρονης νομισματικής θεωρίας. Σκοπός τους η εξερεύνηση των μοντέλων αποθεματοποίησης στη ζήτηση χρήματος, από την οπτική γωνία ενός ατόμου που επιλέγει ελεύθερα τη συχνότητα αγορών και πώλησης αγαθών, καθώς και το χρόνο πραγματοποίησης των συγκεκριμένων συναλλαγών. Η έρευνά τους πραγματοποιείται σε ένα εξιδανικευμένο περιβάλλον σταθερής οικονομίας, όπου τα αγαθά χρησιμεύουν ως αντικείμενο ανταλλαγής για την απόκτηση χρηματικού αποθέματος.

Αναπτύσσουν ένα ντετερμινιστικό μοντέλο προσδιορισμού του χρηματικού αποθέματος "M" μονάδων, που διατηρεί ένας συναλλασσόμενος, ο οποίος εισπράττει χρήματα από την παραγωγή-πώληση "S" μονάδων ενός προϊόντος και, πληρώνει για την αγορά-κατανάλωση "D" μονάδων ενός άλλου προϊόντος. Το άτομο, ή αλλιώς ο συναλλασσόμενος, πρέπει να αποφασίσει το ποσό M που θα διατηρεί ως απόθεμα προκειμένου να ανταπεξέλθει στις συναλλαγές του έχοντας το ελάχιστο κόστος, υπό τις εξής υποθέσεις:

- Το επίπεδο παραγωγής των S μονάδων το θεωρούν προκαθορισμένο και ίσο με y μονάδες προϊόντος ανά μονάδα χρόνου (π.χ. 50 μονάδες προϊόντος ανά μήνα). Επίσης καταναλώνει τις D μονάδες αποθέματος με σταθερό ρυθμό y ανά μονάδα χρόνου.
- Μία αγορά πραγματοποιείται όταν εξαντληθεί το απόθεμα των D μονάδων του ατόμου και, μία πώληση πραγματοποιείται όταν ο συναλλασσόμενος θέλει να απαλλαχτεί πλήρως από τις S μονάδες που έχει παράγει.
- Οι πωλήσεις πραγματοποιούνται ομοιόμορφα ανά $\frac{S}{y}$ χρονική περίοδο όπως και οι αγορές ανά $\frac{D}{y}$ χρονική περίοδο.
- Τη χρονική στιγμή 0 πραγματοποιούνται ταυτόχρονα μία αγορά και μία πώληση, με αρχικό επίπεδο M_o τέτοιο ώστε να μην υπάρξει έλλειψη στο απόθεμα.

- Το μέσο επίπεδο αποθέματος των S, D για τη χρονική περίοδο που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών αγορών-πωλήσεων δίνετε αντίστοιχα ως $S' = \frac{S+0}{2} = \frac{S}{2}$ και $D' = \frac{D+0}{2} = \frac{D}{2}$.
- Συνεπώς το χρηματικό απόθεμα το οποίο θα έχει στην κατοχή του ο συναλλασσόμενος δίνεται ως συνάρτηση των ποσών S, D

Το άτομο, ή αλλιώς ο συναλλασσόμενος, πρέπει να αποφασίσει τις ποσότητες S,D,M που θα διατηρεί ως απόθεμα, όπου S είναι η ποσότητα του αποθέματος του προϊόντος που παράγει και πουλάει, D είναι η ποσότητα του αποθέματος του προϊόντος που αγοράζει και καταναλώνει και M είναι η ποσότητα του χρηματικού αποθέματος. Έτσι καταλήγουν στη συνάρτηση κόστους

$$C = \rho * (\bar{D} + \bar{S} + \bar{M}) + \beta * \bar{S} + \alpha * \bar{D} + \gamma * \bar{M} + \frac{a * y}{D} + \frac{b * y}{S} + f(S, D, m)$$

όπου

i. $\rho * (\bar{D} + \bar{S} + \bar{M})$ είναι το waiting cost
ii. $\beta * \bar{S} + \alpha * \bar{D} + \gamma * \bar{M}$ είναι το κόστος αποθήκευσης , ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα προϊόντος, με αντίστοιχους συντελεστές β,α,γ
iii. $\frac{a*y}{D} + \frac{b*y}{S}$ είναι το set up cost ανά συναλλαγή και ανά μονάδα χρόνου
iv. $f(S, D, m)$ είναι το bunching cost

Οι Clower-Howitt συνέβαλλαν σημαντικά στην εξέλιξη της νομισματικής θεωρίας, καθώς αποστασιοποιήθηκαν από προηγούμενες εδραιωμένες θέσεις. Καταρχήν επιτρέπουν στο συναλλασσόμενο να αποφασίζει για τη συχνότητα των αγορών και πωλήσεων των αγαθών, σε αντίθεση με τις έρευνες των Baumol (1952), Perlman (1971) και Barro-Santomero (1976) οι οποίοι, θεώρησαν τη συχνότητα αυτή, όπου στις έρευνές τους αναφέρεται ως income period, προκαθορισμένη. Επιπλέον, επιτρέπουν στο άτομο να επιλέξει το χρόνο όπου θα πραγματοποιηθούν οι συναλλαγές αυτές, κάτι που είχαν αγνοήσει οι προηγούμενοι συγγραφείς.

Πίνακας διαχρονικής εξέλιξης ντετερμινιστικών μοντέλων

ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ		
Συγγραφέας	Έτος	Συνεισφορά
Clower	1967	Η συμπεριφορά του ατόμου πρέπει να είναι τέτοια ώστε η υπεροχή των εσόδων από τη ζήτηση πρέπει να συνδέεται με υψηλά χρηματικά αποθέματα
Levhari-Patinkin	1968	Το ιδανικό επίπεδο χρηματικών αποθεμάτων επιτυγχάνεται όταν το επίπεδο επιτοκίου είναι μηδέν
Clower	1970	Προτείνει την εισαγωγή των αποθεμάτων βασικών αγαθών (commodity stocks), ως ακόμη ένα χρηματικό στοιχείο, εκτός των χρηματικών αποθεμάτων και των εντόκων γραμματίων
Perlman	1971	Θεώρησαν τη συχνότητα των αγορών και πωλήσεων των αγαθών προκαθορισμένη
Feige-Parkin	1971	Εισάγουν ακόμη ένα στοιχείο κόστους, που αφορά την αγορά των commodity stocks μέσω χρημάτων
Joel Fried	1973	Συμπεραίνει πως για μηδενικό επιτόκιο, το άτομο θα διατηρεί εκείνο το επίπεδο χρηματικού αποθέματος τέτοιο ώστε να ικανοποιεί την κατανάλωση αγαθών
Kerni	1973	Ανέπτυξε ένα αμφίβολο μοντέλο με δεδομένη τη μη σταθερότητα του κόστους συναλλαγών, το οποίο με τη σειρά του επηρεάζει τη ζήτηση

Πίνακας 3.3.1 (a)

Πίνακας διαχρονικής εξέλιξης ντετερμινιστικών μοντέλων

ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ		
Συγγραφέας	Έτος	Συνεισφορά
Santomero	1974	Επιβεβαιώνει την έρευνα των Feige-Parkin(1971)
Grossman-Policano	1975	Μία αύξηση του πληθωρισμού θα οδηγήσει σε μείωση των χρηματικών αποθεμάτων και των αποθεμάτων των αγαθών στην περίπτωση που τα αγαθά αγοράζονται με μικρότερη συχνότητα από τη συχνότητα πληρωμών
Barro-Santomero	1976	Επιβεβαιώνουν την έρευνα του Perlman (1971)
Clower-Howitt	1978	Επιτρέπουν στο συναλλασσόμενο να αποφασίζει για τη συχνότητα των αγορών και πωλήσεων των αγαθών και επιτρέπουν στο άτομο να επιλέξει το χρόνο όπου θα πραγματοποιηθούν οι συναλλαγές

Πίνακας 3.3.1 (b)

4. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΠΟΘΕΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΗ ΖΗΤΗΣΗ ΧΡΗΜΑΤΟΣ

4.1. Το μοντέλο των Miller & Orr

Οι Miller & Orr αναπτύσσουν ένα μοντέλο αποθεματοποίησης, προσδιορισμού του διαστήματος, στο οποίο επιτρέπουν τα ρευστά διαθέσιμα μιας επιχείρησης να κινούνται. Σύμφωνα με τον Baumol, ένα άτομο διατηρεί στο χαρτοφυλάκιό του δύο οικονομικά στοιχεία: ρευστά διαθέσιμα προκειμένου να ανταπεξέλθει στις συναλλαγές του και, έντοκα γραμμάτια από τα οποία εισπράττει το απαραίτητο ύψος των ρευστών που χρειάζεται. Συναλλαγές μεταξύ των δύο παραπάνω οικονομικών στοιχείων πραγματοποιούνται ανά πάσα χρονική στιγμή, έχοντας το λεγόμενο broker’s fee, που είναι το γνωστό κόστος διάσπασης των εντόκων γραμματίων και είναι ανεξάρτητο του ποσού που αποσύρει το άτομο.

Οι Miller & Orr ενστερνίζονται και τροποποιούν τις υποθέσεις του Baumol ως εξής:

- Υποστηρίζουν πως το χαρτοφυλάκιο μίας επιχείρησης διαθέτει δύο οικονομικά στοιχεία: τα ρευστά διαθέσιμα που εξυπηρετούν τις συναλλαγές της και, τις επενδύσεις σε έντοκα γραμμάτια που αποδίδουν κέρδος ν ανά $ ανά ημέρα.
- Προκειμένου να αποκτηθεί το επιθυμητό ποσό για συναλλαγές διασπάμε τα έντοκα γραμμάτια “πληρώνοντας” το ποσό γ, το οποίο είναι το κόστος διάσπασης τέτοιων συμβολαίων.
- Επίσης θεωρούν μηδενικό lead time. Υποστηρίζουν πως η ρευστοποίηση του εν λόγω ποσού, για συναλλαγές, πραγματοποιείται άμεσα με μηδενικό χρόνο αναμονής.
- Θεωρούν ένα ελάχιστο επίπεδο ρευστών διαθεσίμων, κάτω από το οποίο, δεν επιτρέπουν την πτώση τους. Στην πραγματικότητα αυτό το επίπεδο πρέπει να είναι μεγαλύτερο από το 0, αλλά θεωρητικά το 0 θα ήταν ένα ιδανικό κάτω όριο το οποίο και ορίζουν στην έρευνά τους για λόγους ευκολίας.

- Η φύση των ρευστών διαθεσίμων είναι καθαρά στοχαστική και προέρχονται από ένα απλό τυχαίο περίπατο (επεξήγηση του τυχαίου περίπατου πραγματοποιείται στην εισαγωγή). Για λόγους γενίκευσης του μοντέλου τους θεωρούν πως αυτή η τυχαιότητα των συναλλαγών προέρχεται από ανεξάρτητες δοκιμές Bernoulli, αν σε κάθε χρονικό διάστημα 1/t (π.χ. 1 ώρα) τα ρευστά διαθέσιμα θα αυξηθούν κατά m\$ με πιθανότητα p και θα μειωθούν κατά m\$ με πιθανότητα $q = 1 - p$. Για ένα μεγαλύτερο διάστημα n ημερών η συνάρτηση πιθανότητας των ρευστών διαθεσίμων θα έχει μέση τιμή $\mu_n = n * t * m * (p - q)$ και διασπορά $\sigma_n{}^2 = 4 * n * t * p * q * m^2$ η οποία όσο αυξάνει το n θα προσεγγίζει την κανονική κατανομή, λόγω κεντρικού οριακού θεωρήματος. Για τη συγκεκριμένη περίπτωση οι Miller & Orr θεωρούν $\mu_n = 0, \sigma_n{}^2 = n * t * m^2$ και συνεπώς $\sigma^2 = \frac{\sigma_n{}^2}{n} = \frac{n*t*m^2}{n} = t * m^2 =$ διασπορά των ημερήσιων αλλαγών στα ρευστά με $p = q = \frac{1}{2}$.
- Υποθέτουν πως μία επιχείρηση επιθυμεί να ελαχιστοποιήσει το κόστος διαχείρισης των ρευστών διαθεσίμων επιτρέποντάς τους να κινούνται ελεύθερα σε ένα διάστημα, μέχρι αυτά να φτάσουν το κάτω όριο z ή, το άνω όριο h. Σε αυτή την περίπτωση πραγματοποιούνται συναλλαγές μεταξύ των στοιχείων του χαρτοφυλακίου προκειμένου να βρεθούν τα ρευστά διαθέσιμα εντός του επιθυμητού διαστήματος όπως φαίνεται στο ακόλουθο διάγραμμα. Πιο αναλυτικά αν αυτά φτάσουν το άνω όριο h επενδύεται το ποσό $(h - z)$\$ σε έντοκα γραμμάτια ενώ, όταν αυτά φτάσουν το κάτω όριο διασπάται το ποσό ύψους z\$ από τα έντοκα γραμμάτια για την εκπλήρωση των συναλλαγών.

Κάτω από αυτές τις υποθέσεις το αναμενόμενο κόστος διαχείρισης των ρευστών διαθεσίμων εντός ενός χρονικού διαστήματος T εκφράζεται ως

$$\varepsilon(C) = \gamma * \frac{\varepsilon(N)}{T} + \nu * \varepsilon(M) \tag{4.1}$$

όπου:

i. $\frac{\varepsilon(N)}{T}$: είναι το αναμενόμενο πλήθος συναλλαγών μεταξύ των στοιχείων του χαρτοφυλακίου ανά ημέρα για την περίοδο που μελετάμε
ii. γ: είναι το κόστος διάσπασης του συμβολαίου των εντόκων γραμματίων

iii. $\varepsilon(M)$: είναι η μέση τιμή των ημερήσιων ρευστών διαθεσίμων και

iv. ν: είναι το ημερήσιο επιτόκιο που κερδίζει από το χαρτοφυλάκιο μία επιχείρηση

Η επιχείρηση επιθυμεί τον προσδιορισμό του ανώτερου και κατώτερου ορίου h, z που ελαχιστοποιούν το κόστος διαχείρισης των ρευστών διαθεσίμων τους.

Ο διαχωρισμός του αναμενόμενου πλήθους συναλλαγών $\frac{\varepsilon(N)}{T}$ ως προς τον προσδιορισμό των μεταβλητών z, h θα πραγματοποιηθεί σε δύο μέρη. Πρώτον ο μέσος αριθμός των συναλλαγών θα εκφραστεί σε σχέση με τα χρονικά διαστήματα μεταξύ των συναλλαγών και έπειτα αυτά τα χρονικά διαστήματα θα συσχετιστούν με τις μεταβλητές z, h.

Αν $x_1, x_2, x_3, \ldots$ είναι τα συνεχόμενα χρονικά διαστήματα μεταξύ των συναλλαγών που πραγματοποιούνται στο χαρτοφυλάκιο, ακολουθούν κατανομή με μέση τιμή D και σταθερή διασπορά. Αν N είναι το πλήθος των συναλλαγών αυτών τότε:

$x_1 + x_2 + \cdots . + x_N \leq T \leq x_1 + x_2 + \cdots . + x_N + x_{N+1}$ ή αλλιώς, αν θέλουμε να υπολογίσουμε τη μέση αναμενόμενη τιμή

$$\varepsilon(x_1 + x_2 + \cdots . + x_N) \leq T \leq \varepsilon(x_1 + x_2 + \cdots . + x_N + x_{N+1}) \tag{4.2}$$

Όπου ο Wald μέσω της έρευνάς του (A. Wald, Sequential Analysis, New York: Wiley 1947, pp. 52) έχει αποδείξει πως:

$\varepsilon(x_1 + x_2 + \cdots . + x_N) = \varepsilon(X) * \varepsilon(N) = D * \varepsilon(N)$ οπότε στη σχέση (4.2) προκύπτει

$$D * \varepsilon(N) \leq T \leq D * \varepsilon(N) + D \leftrightarrow -T \leq -D * \varepsilon(N) \leq D - T \leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{D*T} * T \leq -D * \varepsilon(N) * \frac{1}{D*T} \leq \frac{1}{D*T} * D - T * \frac{1}{D*T} \leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{D} \leq -\frac{\varepsilon(N)}{T} \leq \frac{1}{T} - \frac{1}{D} \leftrightarrow$$

$$\frac{1}{D} - \frac{1}{T} \leq \frac{\varepsilon(N)}{T} \leq \frac{1}{D}$$

Από όπου αντιλαμβανόμαστε πως όσο το χρονικό διάστημα T, στο οποίο πραγματοποιείται η μελέτη, αυξάνει το αναμενόμενο πλήθος συναλλαγών πλησιάζει την τιμή $\frac{1}{D}$. Έπειτα, οι Miller-Orr προσπαθούν να εκφράσουν το ποσό D ως συνάρτηση των μεταβλητών z, h. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούν τα αποτελέσματα της έρευνας του Feller (W. Feller, An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. 1, New York: Wiley 1957, Chap. XIV). Πιο συγκεκριμένα για ένα συμμετρικό τυχαίο περίπατο Bernoulli με $p = q = \frac{1}{2}$ ο Feller αποδεικνύει ότι η αναμενόμενη τιμή της διάρκειας του τυχαίου περιπάτου δίνεται από τη σχέση $D = D(z,h) = z * (h - z)$.

Για να μετατρέψουν τη μονάδα του χρόνου σε μέρες και τις ποσότητες z, h σε \$ ορίζουν τις νέες μεταβλητές $z' = z * m$ και $h' = h * m$ όπου m είναι τα ρευστά διαθέσιμα οπότε έχουμε $D' = D'(z', h') = \frac{z\prime*(h\prime - z\prime)}{m^2 * t}$. Συνεπώς ο πρώτος όρος της συνάρτησης κόστους (4.1) γράφεται ως εξής, διατηρώντας του αρχικούς συμβολισμούς z, h, D(z,h) $\gamma * \frac{\varepsilon(N)}{T} = \gamma * \frac{1}{D(z,h)} = \gamma * \frac{m^2*t}{z*(h-z)}$ και υπό την υπόθεση πως $Z = h - z$ έχουμε $\gamma * \frac{\varepsilon(N)}{T} = \gamma * \frac{m^2*t}{z*Z}$. Προκειμένου να εκφράσουν και το δεύτερο όρο της συνάρτησης κόστους ως προς τις μεταβλητές z, h χρησιμοποιούν τα αποτελέσματα της έρευνας του Feller, με την πιθανότητα τα ρευστά διαθέσιμα να είναι μεγέθους x να δίνεται από τις εξισώσεις διαφορών:

$$f(x) = p * f(x-1) + q * f(x+1), \quad \text{για } x \neq z \tag{4.3}$$

Με οριακές συνθήκες

$$\begin{cases} f(z) = p * \{f(z-1) + f(h-1)\} + q * \{f(z+1) + f(1)\} \\ f(0) = 0 \\ f(h) = 0 \\ \sum_{x=1}^{n} f(x) = 1 \end{cases} \tag{4.4}$$

Για την ειδική (συμμετρική) περίπτωση την οποία μελετάνε με $p = q = \frac{1}{2}$ η εξίσωση (4.4) έχει λύση της μορφής:

$$\begin{cases} f(x) = A_1 + B_1 * x, \ \alpha\nu \ 0 < x < z \\ f(x) = A_2 + B_2 * (h - x), \alpha\nu \ z < x < h \end{cases}$$

Η μέση τιμή της συγκεκριμένης κατανομής είναι $\frac{h+z}{3}$. Συνεπώς βασιζόμενοι και σε όλες τις προηγούμενες υποθέσεις, η συνάρτηση κόστους παίρνει την μορφή:

$$\varepsilon(C) = \gamma * \frac{m^2 * t}{z * Z} + \nu * \frac{Z + 2 * z}{3}$$

Για την ελαχιστοποίηση του κόστους παίρνουμε τις πρώτες παραγώγους ως προς z, Z και τις θέτουμε ίσες με 0, προκειμένου να προσδιορίσουμε τις βέλτιστες ποσότητες z', Z', h'.

$$\frac{\partial}{\partial z} \varepsilon(C) = -\gamma * \frac{m^2 * t}{z^2 * Z} + \frac{2 * \nu}{3} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} \varepsilon(C) = -\gamma * \frac{m^2 * t}{z * Z^2} + \frac{\nu}{3} = 0$$

Από τον συνδυασμό των δύο παραπάνω εξισώσεων προκύπτουν οι βέλτιστες ποσότητες

$$z' = (\frac{3 * \gamma * m^2 * t}{4 * \nu})^{\frac{1}{3}}$$

$$Z' = 2 * z'$$

Και επειδή

$$Z = h - z \leftrightarrow h' = 3 * z'$$

4.1.1. Συσχετισμός με τη θεωρία αποθεματοποίησης

Στην εισαγωγή αναφερθήκαμε σε στοχαστικά μοντέλα αποθεματοποίησης που επιτρέπουν στη ζήτηση του προϊόντος να ακολουθούν μία κατανομή. Οι Miller & Orr αναπτύσσουν ένα στοχαστικό μοντέλο αποθεματοποίησης που επιτρέπουν στα ρευστά διαθέσιμα να κυμαίνονται σε ένα διάστημα, του οποίου, προσδιορίζουν τα άκρα. Λόγω αυτής της βασικής διαφοράς είναι αδύνατος ο συσχετισμός της συγκεκριμένης έρευνας με τη θεωρία αποθεματοποίησης όπως αυτή αναφέρθηκε στην εισαγωγή.

Ωστόσο, το μοντέλο που ανέπτυξαν οι Miller & Orr ως μία επέκταση του μοντέλου του Baumol, θα μπορούσε να συσχετιστεί με το EOQ model ως εξής. Διατηρώντας του συσχετισμούς που πραγματοποιήθηκαν στην ενότητα 3.1.1 του κεφαλαίου 3, θα μπορούσαμε ακολουθώντας τις υποθέσεις και τη διαδικασία των Miller & Orr, να προσδιορίσουμε όχι το βέλτιστο επίπεδο ρευστών διαθεσίμων αλλά, με τη χρήση της θεωρίας της ανάλυσης διαστημάτων θα μπορούσαμε να προσδιορίσουμε το βέλτιστο διάστημα στο οποίο θα επιτρέπαμε τα ρευστά διαθέσιμα να κινηθούν. Με αυτό τον τρόπο, ίσως να μπορούσαμε να δημιουργήσουμε τον κατάλληλο συσχετισμό του συγκεκριμένου μοντέλου με τη θεωρία αποθεματοποίησης.

Επίσης θα μπορούσαμε να συσχετίσουμε τη συγκεκριμένη έρευνα με το Periodic Review Model with Probabilistic Demand, που περιγράψαμε στην ενότητα 2.6 εκτελώντας τις εξής αντικαταστάσεις:

- Το υψηλότερο επίπεδο αποθέματος που μπορούμε να έχουμε στην κατοχή μας Μ με το άνω όριο που επιτρέπουμε στα ρευστά διαθέσιμα να κινηθούν h
- Το ύψος του αποθέματος που κατέχουμε κατά την περίοδο επιθεώρησης Η με το κάτω όριο z και
- Την ποσότητα παραγγελίας Q με τη διαφορά $Z = h - z$

Παρατηρούμε πως υπάρχουν πολλές ομοιότητες και πιθανόν να καταλήγουμε στους ίδιους τύπους προσδιορισμού των άκρων, που επιτρέπουμε τα ρευστά διαθέσιμα να κινηθούν, ακολουθώντας τη διαδικασία των Miller & Orr.

4.2. Το μοντέλο του Premachandra

Ο Premachandra (2004), αναπτύσσει ένα στοχαστικό μοντέλο αποθεματοποίησης, για την επίλυση του προβλήματος της διαχείρισης ρευστών, από την οπτική γωνία μίας επιχείρησης που διαθέτει δύο είδη οικονομικών στοιχείων στο χαρτοφυλάκιό της. Τα ρευστά διαθέσιμα που έχει στην κατοχή της η επιχείρηση καθώς και στοιχεία που έχουν την μορφή έντοκων γραμματίων. Πραγματοποιούνται συναλλαγές μεταξύ αυτών των δύο οικονομικών στοιχείων, όταν τα ρευστά διαθέσιμα φτάσουν ένα κατώτατο ή ανώτατο όριο, που έχει καθορίσει η ίδια η εταιρεία. Στόχος της έρευνας είναι η βελτιστοποίηση του μοντέλου των Miller-Orr μέσω της χαλάρωσης των μη ρεαλιστικών υποθέσεων που είχαν κάνει, όπως υποστηρίζει ο Premachandra χρησιμοποιώντας τη μέθοδο diffusion approximation technique.

Ο στόχος της επίλυσης του προβλήματος διαχείρισης ρευστών είναι η διατήρηση επαρκούς χρηματικού αποθέματος προκειμένου να καλυφθούν τα καθημερινά έξοδα μίας επιχείρησης. Η διατήρηση μη χρήσιμου χρηματικού αποθέματος, μπορεί να οδηγήσει σε απώλειες της επιχείρησης από τόκους που θα λάμβανε, στην περίπτωση που θα είχε επενδύσει αυτό το ποσό σε έντοκα γραμμάτια. Γι' αυτό μία επιχείρηση πρέπει να διατηρεί μία ισορροπία μεταξύ των ρευστών διαθεσίμων που διαθέτει, με τα χρήματα που επενδύει σε άλλα χρηματοοικονομικά στοιχεία.

Οι βασικές υποθέσεις του Premachandra που διαφοροποιεί την έρευνά του από εκείνη των Miller-Orr είναι:

- Τα χρηματικά αποθέματα δεν ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη κατανομή, ενώ στο μοντέλο των Miller-Orr ακολουθούν την κατανομή Bernoulli.
- Υποθέτει διαφορετικά κόστη συναλλαγών για την αγορά και την πώληση έντοκων γραμματίων, σε αντίθεση με την υπόθεση σταθερού κόστους των Miller-Orr.
- Σε αντίθεση με τους Miller-Orr οι οποίοι υποθέτουν μηδενικό lead time, ο Premachandra το θεωρεί ως μη μηδενικό αλλά πολύ μικρό σε διάρκεια.
- Επιπλέον θεωρεί πως τα ρευστά διαθέσιμα της επιχείρησης κινούνται εντός διαστήματος (a, b).
- c: βέλτιστο επίπεδο ρευστών διαθέσιμων.

- b: να είναι η βέλτιστη τιμή του άνω ορίου του διαστήματος (a, b).
- TC: να είναι το κόστος διαχείρισης του βέλτιστου επιπέδου ρευστών διαθεσίμων.
- M: να είναι το ημερήσιο βέλτιστο επίπεδο των ρευστών διαθεσίμων.

Όταν τα ρευστά διαθέσιμα φτάσουν τα όρια του διαστήματος που θεωρήσαμε, μένουν εκεί για ένα χρονικό διάστημα (το οποίο γνωρίζουμε ως lead time) μέχρι την αγορά/πώληση εντόκων γραμματίων, όπου και επανέρχονται στο επίπεδο c, όπως φαίνεται στο διάγραμμα που ακολουθεί με, $lead\ time = \frac{1}{\lambda}$ και λ να είναι το πλήθος των συναλλαγών ανά 8ωρο εργασίας στη διάρκεια της ημέρας.

Η έρευνά του αφορά τον αριθμητικό προσδιορισμό του βέλτιστου άνω ορίου του διαστήματος, στο οποίο θα κινούνται τα χρηματικά αποθέματα και, του βέλτιστου επιπέδου στο οποίο θα πρέπει να επιστρέφουν τα χρηματικά αποθέματα, στην περίπτωση που αυτά φτάσουν το κάτω όριο του διαστήματος (optimal return point), μέσω της δημιουργίας μίας συνάρτησης συνολικού κόστους. Ο προσδιορισμός αυτός γίνεται με στόχο την ελαχιστοποίηση του ημερήσιου κόστους διαχείρισης του χαρτοφυλακίου. Για να προσεγγίσουμε μαθηματικά το μοντέλο του Premachandra θεωρούμε:

i. $B(t)$: τα ρευστά διαθέσιμα που διαθέτει η επιχείρηση τη χρονική στιγμή t τα οποία κυμαίνονται εντός του διαστήματος (a, b).
ii. $m_1(t)$: να είναι η πιθανότητα τα ρευστά διαθέσιμα να φτάσουν το κάτω όριο του διαστήματος.
iii. $m_2(t)$: να είναι η πιθανότητα τα ρευστά διαθέσιμα να φτάσουν το άνω όριο του διαστήματος.
iv. $f_1(x)$: είναι η συνάρτηση πιθανότητας που ισχύει όταν η διαφορική διαδικασία (diffusion process) που ακολουθεί ο Premachandra έχει ως σημείο εκκίνησης το άνω όριο του διαστήματος (a, b).
v. $f_2(x)$: είναι η συνάρτηση πιθανότητας που ισχύει όταν η διαφορική διαδικασία (diffusion process) που ακολουθεί ο Premachandra έχει ως σημείο εκκίνησης το κάτω όριο του διαστήματος (a, b).

$$-\beta * \frac{df}{dx} + \frac{1}{2} * \alpha * \frac{df^2}{dx^2} = -\lambda * m_1 * f_1(x) - \lambda * m_2 * f_2(x) \tag{4.5}$$

με $f_1(x) = f_2(x) = \delta * (x - c)$ (4.6)

και οριακές συνθήκες:

$$\lim_{x \to \beta} \{-\beta * f(x) - \frac{1}{2} * \alpha * \frac{df}{dx}\} = -\lambda * m_2 \quad (4.7)$$

$$\lim_{x \to \alpha} \{-\beta * f(x) - \frac{1}{2} * \alpha * \frac{df}{dx}\} = \lambda * m_1 \quad (4.8)$$

$$\lim_{x \to \alpha} f(x) = \lim_{x \to \beta} f(x) = 0 \quad (4.9)$$

όπου:

a) $f(x)$: είναι η συνάρτηση πιθανότητας των ημερήσιων ρευστών διαθεσίμων της επιχείρησης
b) $\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{Var\{B(t+\Delta t) - B(t)\}}{\Delta t}$: ο ρυθμός μεταβολής της διακύμανσης των ημερήσιων ρευστών διαθεσίμων
c) $\beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E\{B(t+\Delta t) - B(t)\}}{\Delta t}$: ο ρυθμός μεταβολής της μέσης τιμής των ημερήσιων ρευστών διαθεσίμων

Οπότε ολοκληρώνοντας τη σχέση (4.5) ως προς x και λόγω της σχέσης (4.6) έχουμε:

$$-\beta * \frac{df}{dx} + \frac{1}{2} * \alpha * \frac{df^2}{dx^2} =$$
$$-\lambda * m_1 * \int \delta * (x - c) dx - \lambda * m_2 * \int \delta * (x - c) dx + c_1 =$$
$$-\lambda * m_1 * \psi * (x - c) - \lambda * m_2 * \psi * (x - c) + c_1 \quad (4.10)$$

Όπου $\psi(x) = \begin{cases} 0, \alpha\nu\ x < 0 \\ 1, \alpha\nu\ x \geq 0 \end{cases}$ και c_1: σταθερά της ολοκλήρωσης. Συνεπώς στη σχέση (4.8) λόγω της σχέσης (4.10) έχουμε:

$$\lim_{x \to \alpha} \{-\lambda * m_1 * \psi * (x - c) - \lambda * m_2 * \psi * (x - c) + c_1\} = \lambda * m_1 \leftrightarrow$$
$$-\lambda * m_1 * \psi * (\alpha - c) - \lambda * m_2 * \psi * (\alpha - c) + c_1 = \lambda * m_1$$

Από όπου συμπεραίνει πως $c_1 = \lambda * m_1$ (4.11)

Δημιουργούμε έτσι τη συνάρτηση πιθανότητας των ημερήσιων ρευστών διαθεσίμων της επιχείρησης με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda * m_1}{\beta} * \left\{-1 + e^{\frac{2*\beta*(x-\alpha)}{\alpha}}\right\}, \alpha\nu\ \alpha \leq x \leq c \\ \frac{\lambda * m_2}{\beta} * \left\{1 - e^{\frac{2*\beta*(x-\beta)}{\alpha}}\right\}, \alpha\nu\ c \leq x \leq \beta \end{cases} \quad (4.12)$$

Λόγω της συνέχειας της συνάρτησης πιθανότητας $f(x)$ στη τιμή $x = c$ καταλήγουμε στη σχέση $m_1 = m_2 * \{\frac{1-\gamma_1}{\gamma_2-1}\}$ (4.13)

με $\gamma_1 = e^{\frac{2*\beta*(c-\beta)}{\alpha}}$ και $\gamma_2 = e^{\frac{2*\beta*(c-\alpha)}{\alpha}}$.

Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα της συνάρτησης πιθανότητας: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx + m_1 + $ $+ m_2 = 1$ και βασιζόμενος στις ακόλουθες μαθηματικές υποθέσεις ο Premachandra υπολογίζει τις ποσότητες m_1, m_2.

Η προσέγγιση των ημερήσιων ρευστών διαθεσίμων μέσω μεθόδου που χρησιμοποιεί, αποδίδει την πιθανότητα τα ρευστά διαθέσιμα να συγκεντρωθούν στο άνω όριο β ως: $m_2 = \frac{1}{B(c)+A(c)*\frac{1-\gamma_1}{\gamma_2-1}}$ (4.14) όπου $B(c) = 1 + \frac{\lambda*(\beta-c)}{\beta} - \frac{\lambda*\alpha*(1-\gamma_1)}{2*\beta^2}$ και $A(c) = 1 - \frac{\lambda*(c-\alpha)}{\beta} + \frac{\lambda*\alpha*(\gamma_2-1)}{2*\beta^2}$.

Η προσέγγιση των ημερήσιων ρευστών διαθεσίμων μέσω της μεθόδου που χρησιμοποιεί, αποδίδει την πιθανότητα τα ρευστά διαθέσιμα να συγκεντρωθούν στο άνω όριο α ως: $m_1 = m_2 * \{\frac{1-\gamma_1}{\gamma_2-1}\}$ (4.15)

όπου το m_2 δίνεται από την σχέση που μόλις αναφέραμε.

Η σχέση (4.12) χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί η μέση τιμή των ρευστών διαθεσίμων, ή αλλιώς η ζήτηση χρήματος από τις επιχειρήσεις, ως εξής:

$$M = \int_{\alpha}^{c} x * \frac{\lambda * m_1}{\beta} * \left\{-1 + e^{\frac{2*\beta*(x-\alpha)}{\alpha}}\right\} dx + \int_{c}^{\beta} x * \frac{\lambda * m_2}{\beta} * \left\{1 - e^{\frac{2*\beta*(x-\beta)}{\alpha}}\right\} dx + m_2 * \beta + m_1 * \alpha =$$

$$-\frac{\lambda*m_1}{2*\beta} * (c^2 - \alpha^2) + \frac{\lambda*m_2}{2*\beta} * (\beta^2 - c^2) + X(c) + Y(c) \quad (4.16)$$

με $X(c) = \frac{\lambda*m_1*\alpha*(c*\gamma_2-\alpha)}{2*\beta^2} - \frac{\lambda*m_1*\alpha^2*(\gamma_2-1)}{4*\beta^3} + m_2 * \beta + m_1 * \alpha$ και

$Y(c) = \frac{\lambda*m_2*\alpha*(\beta-c*\gamma_1)}{2*\beta^2} - \frac{\lambda*m_2*\alpha^2*(1-\gamma_1)}{4*\beta^3}$.

Έχουμε υποθέσει πως ο στόχος μίας επιχείρησης μέσω της διαχείρισης των ρευστών διαθεσίμων είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους διακράτησής τους. Αν T_1, T_2 είναι τα κόστη συναλλαγών για πώληση ή αγορά έντοκων γραμματίων αντίστοιχα, τότε ως συνάρτηση κόστους ορίζουμε την:

$$TC = \lambda * (m_1 * T_1 + m_2 * T_2) + i * (ACB) \tag{4.17}$$

όπου: $\lambda * (m_1 * T_1 + m_2 * T_2)$: είναι το ημερήσιο κόστος συναλλαγών και

$i * (M)$: είναι το ευκαιριακό κόστος της διακράτησης ρευστών διαθεσίμων ύψους ACB

Η βέλτιστη τιμή του άνω ορίου του διαστήματος στο οποίο θα κυμαίνονται τα ρευστά διαθέσιμα της επιχείρησης καθώς και, το βέλτιστου επιπέδου στο οποίο θα πρέπει να επιστρέφουν τα χρηματικά αποθέματα, στην περίπτωση που αυτά φτάσουν το κάτω όριο του διαστήματος (optimal return point), προσδιορίζονται αριθμητικά από τη σχέση (4.17).

4.2.1. Συσχετισμός με τα μοντέλα αποθεματοποίησης

Παρατηρούμε πως ο συσχετισμός του μοντέλου που ανέπτυξε ο Premachandra με τη θεωρία αποθεματοποίησης, όπως την περιγράψαμε στην εισαγωγή, είναι αδύνατος. Οι μαθηματικές υποθέσεις που έχει εισάγει ο Premachandra για τον προσδιορισμό του μοντέλου, έχουν τεράστια απόκλιση από τις υποθέσεις που χρησιμοποιεί η θεωρία αποθεματοποίησης, έτσι όπως τη γνωρίζουμε.

Ωστόσο, παρατηρούμε μία βασική ομοιότητα που θα μπορούσε να αποτελέσει σημείο εκκίνησης για τον συσχετισμό που αναφέραμε. Η συνάρτηση κόστους στην οποία έχει καταλήξει ο πρώτος, σχέση (4.17), μπορεί να συνδεθεί με την κλασσική συνάρτηση κόστους του EOQ model, σχέση (2.4), αν αντικαταστήσουμε:

- το ετήσιο κόστος διατήρησης του αποθέματος (holding cost) με το ευκαιριακό κόστος της διακράτησης ρευστών διαθεσίμων ύψους ACB και

- το ετήσιο κόστος παραγγελίας (ordering cost) με το ημερήσιο κόστος συναλλαγών (σε ετήσια βάση)

αντιλαμβανόμαστε πως καταλήγουμε στη σχέση κόστους (4.17) του Premachandra. Όμως παραμένει ένα κενό ως προς τον προσδιορισμό του βέλτιστου διαστήματος στο οποίο θα κυμαίνονται τα χρηματικά διαθέσιμα, τον προσδιορισμό του σημείου αναπαραγγελίας και τον προσδιορισμό του βέλτιστου επιπέδου χρηματικών διαθεσίμων όπως αυτά ορίζονται στην έρευνα του Premachandra. Παρουσιάζει τεράστιο ενδιαφέρον η συγκεκριμένη έρευνα καθώς, το μοντέλο αποτελεί βάση για τις μετέπειτα έρευνες στα στοχαστικά μοντέλα αποθεματοποίησης στη ζήτηση χρήματος και, ένας τέτοιος συσχετισμός θα συνδέσει άμεσα ένα τεράστιο μέρος των ερευνών στο τομέα, διευκολύνοντας πιθανώς σε τελικό επίπεδο την ταύτιση της θεωρίας αποθεματοποίησης με τα μοντέλα αποθεματοποίησης στη ζήτηση χρήματος.

4.3. Διαχρονική Εξέλιξη Στοχαστικών Μοντέλων

Μία επέκταση των υποδειγμάτων αποθεματοποίησης, είναι τα λεγόμενα buffer stock models. Με τον όρο buffer stock models, αναφερόμαστε σε μοντέλα που ρυθμίζουν τα βραχυπρόθεσμα χρηματικά διαθέσιμα, να κυμαίνονται μέσα σε ένα εύρος τιμών, είτε γύρω από ένα συγκεκριμένο επίπεδο μακροχρόνιας ζήτησης χρήματος και αποτελούν μία πηγή της ζήτησης χρήματος. Τα buffer stock models, διαφοροποιούνται από τα μοντέλα προληπτικής ζήτησης, που αναφέρθηκαν σε προηγούμενη ενότητα, καθώς, το χρήμα στη συγκεκριμένη περίπτωση, διατηρείται ως ρυθμιστής, επειδή έχει μικρότερα έξοδα συναλλαγών από άλλα χρηματοοικονομικά στοιχεία, μέχρι να συσσωρευτεί αρκετό για την κάλυψη των αναπάντεχων αναγκών.

Σύμφωνα με τον Milbourne το 1988, τα buffer stock models, χωρίζονται σε 4 κατηγορίες, ανάλογα με το αν υπάρχει ανισορροπία στα χρηματικά διαθέσιμα, είτε στις χρηματοροές και, με το αν οι αλλαγές που δημιουργούν αυτή την ανισορροπία, οφείλονται σε εξωγενείς παράγοντες. Απλές προσεγγίσεις των παραπάνω μοντέλων, είναι ανεπαρκής στην εμπειρική έρευνα, αν υπάρχουν εξωγενείς παράγοντες που επιδρούν στα χρηματικά διαθέσιμα και, αν υπάρχουν μεταβλητές που δημιουργούν τέτοιου είδους ανισορροπία.

4.3.1. Rule models

Σε αυτή την κατηγορία, το άτομο επιλέγει την πολιτική που θα ακολουθήσει, έτσι ώστε τα χρηματικά διαθέσιμα, να κυμανθούν σε ένα προκαθορισμένο εύρος με άνω και κάτω όρια ($z = M_{min}, Z = M_{max}$). Οι μεταβολές στα χρηματικά διαθέσιμα προκύπτουν είτε από αυτόνομες επιδράσεις, δηλαδή θετικές η αρνητικές αλλαγές στα έσοδα/έξοδα, είτε από προκληθείς επιδράσεις, δηλαδή ενέργειες που εκτελεί το άτομο για να προσαρμόσει εκ νέου τα διαθέσιμα, από τη στιγμή που αυτά βγουν εκτός του προκαθορισμένου εύρους. Όταν τα διαθέσιμα φτάσουν το Z, λαμβάνονται μέτρα επένδυσης σε άλλα χρηματοοικονομικά στοιχεία, όπως τα ομόλογα, ενώ όταν τα διαθέσιμα φτάσουν το z, λαμβάνονται μέτρα ρευστοποίησης χρηματοοικονομικών στοιχείων, όπως είναι η ρευστοποίηση ομολόγων, προκειμένου αυτά να επανέλθουν εντός του επιθυμητού εύρους. Στην ανάλυση αυτών των μοντέλων, πραγματοποιείται διάκριση ανάλογα με τη ‘φύση’ των επιδράσεων στα διαθέσιμα (αυτόνομες επιδράσεις, προκληθείς επιδράσεις). Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν το μοντέλο των Miller & Orr που παρουσιάσθηκε σε προηγούμενη ενότητα καθώς και, το μοντέλο των Akerlof-Milbourne.

4.3.1.1. Το μοντέλο των Akerlof & Milbourne

Οι Akerlof & Milbourne (1980), υπό την υπόθεση σταθερών δαπανών (C) στην αρχή κάθε περιόδου, ορίζουν τα χρήματα που προστίθενται στα διαθέσιμα (S), ως τη διαφορά, των εσόδων στην αρχή της κάθε περιόδου (T_o) μείον τις σταθερές δαπάνες, δηλαδή
$S = To - C.$ Όταν τα διαθέσιμα φτάσουν το άνω όριο του προκαθορισμένου εύρους Z, λαμβάνονται μέτρα μείωσής τους σε C, μέσω επενδύσεων σε ομόλογα, έτσι ώστε να έχουν εξαντληθεί μέχρι την επόμενη περίοδο. Ο στόχος των A-M, ήταν να καλύψουν μέσω της ίδιας συνάρτησης, τη προληπτική ζήτηση χρήματος και τη ζήτηση χρήματος για συναλλαγές.

Ο μέσος όρος των χρηματικών διαθεσίμων τα οποία κρατούνται ως buffer stock, ορίζεται ως $M^b = \frac{1}{2}(Z + z)$. Επιπλέον, η μερική παράγωγος του μέσου όρου των χρηματικών διαθεσίμων, ως προς το εισόδημα T_o, υπολογίστηκε ως: $\frac{\partial M^b}{\partial Y} = -\frac{1}{4}(\frac{\partial S}{\partial To})$. Παρατηρούμε ότι όσο το εισόδημα αυξάνει, επιτυγχάνεται πιο γρήγορα το ανώτατο όριο του προκαθορισμένου εύρους, οπότε τα χρηματικά διαθέσιμα εξαντλούνται σε μικρότερο χρονικό διάστημα.

Συμπερασματικά, η συγκεκριμένη ανάλυση, δεν συμπεριλαμβάνει τη ζήτηση χρήματος για συναλλαγές, καθώς αγνοεί την εξάρτηση του εύρους (z, Z) από τις δαπάνες και δεν κάνει καμία διάκριση μεταξύ αναμενόμενων και μη αναμενόμενων αλλαγών στο εισόδημα.

4.3.2. Smoothing or Objective Models

Σε αντίθεση με τα rule models, τα objective models, κυμαίνονται γύρω από μία επιθυμητή μακροπρόθεσμη ζήτηση χωρίς να υπάρχουν προκαθορισμένα άνω και κάτω όρια. Σε αυτή την περίπτωση, πραγματοποιούνται αυτόματα ενέργειες, αύξησης/μείωσης των χρηματικών διαθεσίμων από το άτομο, ανάλογα με αναπάντεχες διακυμάνσεις στα έσοδα/έξοδα. Έτσι, αναπάντεχες αυξήσεις στα έσοδα, ή μειώσεις στα έξοδα, τοποθετούνται στα χρηματικά διαθέσιμα, μέχρι να γίνουν προσαρμογές στα διαθέσιμα ομόλογα. Σε αντίθετη περίπτωση, μειώσεις στα έσοδα, είτε αυξήσεις στα έξοδα, καλύπτονται προσωρινά από τα διαθέσιμα χρηματικά αποθέματα, και δεν πραγματοποιούνται περικοπές στα έξοδα, ή πώληση ομολόγων για την κάλυψή τους (βιβλίο). Ο στόχος σε αυτά τα μοντέλα είναι η εξομάλυνση των 'κινήσεων' σε μεταβλητές όπως η κατανάλωση, τα έξοδα και τα διαθέσιμα ομόλογα. Όπως και στα rule models, στην ανάλυση αυτών των μοντέλων, πραγματοποιείται διάκριση, ανάλογα με τη 'φύση' των επιδράσεων, στα διαθέσιμα (αυτόνομες επιδράσεις, προκληθείς επιδράσεις). Τα 2 μοντέλα που θα παρουσιασθούν σε αυτή την κατηγορία προέρχονται από τις αναλύσεις των Cuthbertson and Taylor και Kanniainen and Tarkka.

4.3.2.1. Το μοντέλο των Kanniainen & Tarkka

Οι Kanniainen & Tarkka το 1986, παρουσίασαν μία εναλλακτική μορφή του μοντέλου των Cuthbertson-Taylor, οι οποίοι συμπεριλαμβάνοντας τις προκληθείσες μεταβολές στο χρηματικό απόθεμα z_t, κατέληξαν στη συνάρτηση συνολικού κόστους: $TC = E_t * \sum_k D^i * [a * (M_{t+k} + M^*{}_{t+k})^2 + b * (z_{t+}k)^2]$ όπου:

- M είναι τα ονομαστικά χρηματικά διαθέσιμα
- M^* είναι το σταθερό επίπεδο επιθυμητών-προσχεδιασμένων αποθεμάτων
- D είναι ο εκπτωτικός παράγοντας
- a είναι το κόστος αποκλίσεων των πραγματικών διαθεσίμων από τα επιθυμητά επίπεδα

- b είναι το γνωστό ως brokerage cost

Μέσω χρήσης της εξίσωσης Euler, οι K-T προσδιορίζουν τη ζήτηση χρήματος τη χρονική περίοδο t, μόνο αν υπάρχουν προσδοκίες για τις αυτόνομες αλλαγές τη χρονική περίοδο t + 1, η οποία χρειάζεται πληροφορίες για τη χρονική περίοδο t + 2. Τέλος, προσδιορίζουν την επιθυμητή ζήτηση, ως μία λογαριθμική γραμμική συνάρτηση, κάτι που μας οδηγεί στη στοχαστική φύση του μοντέλου που αναπτύχθηκε.

Τα μοντέλα αυτά απαιτούν το προσδιορισμό των διαδικασιών εκτίμησης, μελλοντικών τιμών των μεταβλητών που χρησιμοποιούν.

4.3.2.2. Το μοντέλο των Cuthbertson & Taylor

Οι Cuthbertson & Taylor (1987), με το μοντέλο τους ελαχιστοποιούν τη συνάρτηση του κόστους κατά τις παρούσες και μελλοντικές περιόδους, επιτρέποντας έτσι στο άτομο, να υπολογίσει τα μελλοντικά επίπεδα των χρηματικών διαθεσίμων, σε σχέση με τα ήδη διαθέσιμα. Τα στοιχεία κόστους που περιέχονται στη συνάρτηση κόστους, που αναλύουν, είναι 2 ειδών:

- Κόστος αποκλίσεων των πραγματικών διαθεσίμων από τα επιθυμητά επίπεδα, το οποίο το θέτουμε ίσο με a
- Κόστος αλλαγής του επιπέδου των διαθεσίμων από την προηγούμενη περίοδο, το οποίο το θέτουμε ίσο με b

Το συγκεκριμένο είδος buffer stock model, εισάγει μία συνάρτηση κόστους η οποία είναι διαχρονική και όχι μίας περιόδου και, ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση ολικού κόστους κατά τις παρούσες και μελλοντικές περιόδους. Αυτή η τροποποίηση (από τα rule models), επιτρέπει στο άτομο τον προσδιορισμό των μελλοντικών επίπεδων χρηματικών αποθεμάτων σε σχέση με το παρόν επίπεδο. Έτσι καταλήγουν στη συνάρτηση κόστους: $TC = \sum_{k=1}^{T} D^k * [a * (M_{t+k} - M^*{}_{t+k})^2 + b * (M_{t+k} - M_{t+(k-1)})^2]$ όπου:

- TC είναι η παρούσα αξία του συνολικού κόστους προσαρμογής των διαθεσίμων
- M_t είναι το πραγματικό επίπεδο των χρηματικών διαθεσίμων
- $M^*{}_t$ είναι το επιθυμητό επίπεδο των χρηματικών διαθεσίμων

Συμπερασματικά οι C-T, ελαχιστοποιώντας τη συνάρτηση κόστους, κατέληξαν στο ότι, η ζήτηση του χρήματος, εξαρτάται από τις μελλοντικές και τις παρούσες τιμές των επιτοκίων και του εισοδήματος, όπως και από τις τιμές των υστερήσεων στα χρηματικά διαθέσιμα.

4.3.3. Το μοντέλο του Whalen

Παράλληλα με τους Miller-Orr, μία επέκταση του μοντέλου του Baumol, πραγματοποιήθηκε από τον Whalen το 1966, ο οποίος βασίστηκε στην υπόθεση πως το άτομο καλείται να επιλέξει ανάμεσα στη κράτηση χρηματικών διαθεσίμων ή ομολόγων. Ο Whalen υποθέτοντας τρεις μεταβλητές κόστους:

- b = brokerage cost, κόστος μετατροπής ρευστών-ομολόγων
- β = penalty cost, κόστος που προκύπτει από τη πρόωρη διάσπαση των ομολόγων, λόγω έλλειψης επαρκών χρηματικών διαθεσίμων
- i = interest income foregone, επιτόκιο ανά περίοδο

καταλήγει στη συνάρτηση κόστους:

$$TC = i * M + b * \frac{T_0}{C} + \beta * P(N > M)$$

όπου:

- TC = κόστος διατήρησης χρηματικών διαθεσίμων
- M = χρηματικά διαθέσιμα

- T_o = το εισόδημα του ατόμου, στην αρχή της περιόδου την οποία μελετάμε
- C = το χρηματικό ποσό που αποσύρει το άτομο από ομόλογα (έντοκα γραμμάτια)
- N = (εισπράξεις) – (δαπάνες)
- β*P(N>M) = penalty cost για ανεπαρκή χρηματικά διαθέσιμα την περίοδο που μελετάμε

Προκειμένου να προσδιορίσει το κατάλληλο επίπεδο των χρηματικών διαθεσίμων υποθέτει πως αν β>0, b = 0, $\mu_N = 0$, και μέσω της ανισότητας Chebyscheff, τότε $M = (2 * \beta)^{\frac{1}{3}} * i^{\frac{-1}{3}} * (\sigma^2)^{\frac{1}{3}}$ όπου σ^2 είναι η διασπορά του N και μ_N η μέση τιμή του N. Παρατηρούμε ότι ο Whalen, με την προσθήκη της αβεβαιότητας, λόγω της P(N>M), διαφοροποιείται από τα συμπεράσματα του Baumol, καθώς το επίπεδο των χρηματικών διαθεσίμων εξαρτάται από τη διασπορά του N και όχι από το εισόδημα. Με άλλα λόγια, ενώ στον Baumol το επίπεδο των χρηματικών διαθεσίμων σχετίζονταν με το εισόδημα, τώρα τα χρηματικά διαθέσιμα σχετίζονται με το αναμενόμενο επίπεδο εισοδήματος.

Σε αντίθεση με την έρευνα του Whalen το 1966, ο Tsiang το 1969 επεκτείνει το μοντέλο των Baumol-Tobin έτσι ώστε, να μετατρέψει το επίπεδο εξόδων σε στοχαστική μεταβλητή. Εισάγει το penalty cost λόγω καθυστέρησης της ρευστοποίησης των χρηματικών στοιχείων. Η έρευνά του κατέληξε στο ότι δεν υπάρχουν διαφορές μεταξύ στοχαστικών και μη στοιχείων.

4.3.4. Το μοντέλο του Beutler

Ο Beutler το 1976, επηρεασμένος από την έρευνα των Miller-Orr, προσεγγίζει τη διαχείριση των οικονομικών στοιχείων μιας οικογένειας μέσω ενός στοχαστικού μοντέλου αποθεματοποίησης. Πιθανά στοιχεία αποθεμάτων είναι τα χρηματικά διαθέσιμα, τα οποία κυμαίνονται σε ένα διάστημα (z,h), τα βραχυπρόθεσμα οικονομικά στοιχεία (π.χ. εμπορεύσιμοι τίτλοι ή εισπρακτικοί λογαριασμοί), τα οποία κυμαίνονται σε ένα διάστημα (Z,H), τα μακροπρόθεσμα οικονομικά στοιχεία (π.χ. έντοκα γραμμάτια, εξοπλισμός, οχήματα) ή τα πραγματικά περιουσιακά στοιχεία (π.χ. πολύτιμα μέταλλα, εμπορεύματα, ακίνητα).

Βασιζόμενος στην υπόθεση ελαχιστοποίησης του κόστους διαχείρισης των συγκεκριμένων περιουσιακών στοιχείων και συμπληρώνοντας, τη στοχαστική φύση των οικονομικών στοιχείων θέλει να επιλέξει τα κατάλληλα επίπεδα των z, h, Z, H τα οποία ελαχιστοποιούν το αναμενόμενο κόστος. Τα συμπεράσματά του ήταν δύο:

1. Τα άκρα των διαστημάτων που θεώρησε εξαρτώνται από τη διασπορά των χρηματικών διαθεσίμων.
2. Μία αύξηση του κόστους συναλλαγών, ή μείωση του επιτοκίου που συνοδεύεται από μείωση διαχείρισης των χρηματικών αποθεμάτων, θα οδηγήσει σε αύξηση της μέσης τιμής των χρηματικών διαθεσίμων, και των ορίων των διαστημάτων που υπέθεσε.

4.3.5. Το μοντέλο των Frenkel & Jovanovic

Οι Frenkel & Jovanovic (1980), εξελίσσουν τις έρευνες των Baumol, Tobin και Miller-Orr, πραγματοποιώντας μία στοχαστική προσέγγιση στη ζήτηση χρήματος από μία διαφορετική οπτική γωνία. Βασισμένοι στις υποθέσεις των ανωτέρων, συγκρίνουν τη λύση που προκύπτει από την ελαχιστοποίηση της παρούσας αξίας της διαχείρισης των χρηματοοικονομικών στοιχείων (χαρτοφυλακίου), με εκείνη που προκύπτει από την ελαχιστοποίηση της κλασικής συνάρτησης κόστους.

Τα δύο στοιχεία κόστους που χρησιμοποιούν στον προσδιορισμό του μοντέλου τους είναι:

- Το ευκαιριακό κόστος που προκύπτει από τους μη εισπράξιμους τόκους, λόγω της κράτησης χρηματικού αποθέματος. Το συγκεκριμένο κόστος θεωρούν ότι εμφανίζεται κατά τη διάρκεια της περιόδου μέχρι την πρώτη προσαρμογή του χρηματικού αποθέματος και, εξαρτάται από τους τόκους που πληρώνουν τα έντοκα γραμμάτια (r) και το ύψος του χρηματικού αποθέματος.

- Το κόστος προσαρμογής του χρηματικού αποθέματος, που αφορά την πώληση έντοκων γραμματίων (broker's fee), το οποίο θεωρούν ότι εμφανίζεται μόλις τα χρηματικά αποθέματα φθάσουν ένα ανεπιθύμητο κάτω όριο, που προσδιορίζεται από το άτομο. Αυτός ο τύπος κόστους εξαρτάται από τη συχνότητα της πώλησης των έντοκων γραμματίων και, από το σταθερό κόστος της εκάστοτε προσαρμογής(C).

Σύμφωνα με την έρευνά τους, η παρούσα αξία της διαχείρισης του χαρτοφυλακίου δίνεται από τον τύπο $TC = \frac{M_o + a*C}{1-a} - \frac{\mu}{r}$, όπου «$M_o$» είναι το ιδανικό επίπεδο του χρηματικού αποθέματος, «μ» είναι τα καθαρά έξοδα και $a = e^{-\frac{M_o*[(\mu^2+2*r*\sigma^2)^{\frac{1}{2}}-\mu]}{\sigma^2}}$ με σ^2 να είναι η διασπορά των χρηματικών αποθεμάτων. Από την ελαχιστοποίηση της συγκεκριμένης συνάρτησης, προκύπτει το κατάλληλο επίπεδο χρηματικών αποθεμάτων το οποίο δίνεται $M_o = \sqrt{\frac{2*C*\sigma^2}{(\mu^2+2*r*\sigma^2)^{\frac{1}{2}}-\mu}}$ από όπου συμπεραίνουμε μία αύξηση στο επίπεδο των τιμών οδηγεί σε αύξηση των ποσών σ, μ, C τα οποία οδηγούν σε αύξηση του επιπέδου M_o.

Η σύγκριση των δύο λύσεων έδειξε πως τα αποτελέσματα μπορεί να διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους και οδήγησε στο ερώτημα, κατά πόσο είναι κατάλληλη η συγκεκριμένη προσέγγιση. Η εφαρμογή του μοντέλου, για τα διεθνή χρηματικά αποθέματα χωρών, προτείνει ορισμένες, πιθανές χρήσιμες εφαρμογές του.

Το 2003 οι Alvarez, Atkeson και Edmond, θεωρώντας μία παράμετρο Ν, ανέπτυξαν ένα αμφίβολο στοχαστικό μοντέλο αποθεματοποίησης, σύμφωνα με το οποίο το άτομο πραγματοποιεί συναλλαγές κάθε φορά που N > 1. Παρόμοια έρευνα με εκείνες των Grossman-Weiss (1983) οι οποίοι ανέπτυξαν το ίδιο μοντέλο για N = 2. Αυτός ο προκαθορισμός της χρονικής στιγμής των συναλλαγών, δημιουργεί πρόβλημα στο άτομο, καθώς σε ακραίες περιπτώσεις (αύξηση ή μείωση του πληθωρισμού), του στερεί τη δυνατότητα της αύξησης ή μείωσης των συναλλαγών κατά το δοκούν (όπως περιγράφεται στην έρευνα του Jonathan Chiu το 2007).

Ο Jan Tin το 2007, με την έρευνά του ασκεί κριτική στις έρευνες των Whalen και Frenkel-Jovanovic, επισημαίνοντας πως το τελευταίο δεν έχει συμπεριλάβει δημογραφικές μεταβλητές για τη ζήτηση του χρήματος. Χρησιμοποιώντας το ίδιο μοντέλο με εκείνο των Whalen και Frenkel-Jovanovic υπό τη μορφή $\ln m_t = a_1 + a_2 * ln\, y_t + a_3 ln\sigma^2{}_t + a_4 lni_t + \frac{\theta}{D_t} + \varepsilon_t$ όπου:

- m_t= χρηματικά αποθέματα
- y_t=πραγματικό εισόδημα
- $\sigma^2{}_t$=διασπορά του y_t
- i_t=επιτόκιο των λοιπών χρηματικών στοιχείων
- D_t=δημογραφικό στοιχείο

Καταλήγει σε θετική συσχέτιση μεταξύ της ζήτησης χρήματος και της διασποράς των εσόδων.

Πίνακας διαχρονικής εξέλιξης στοχαστικών μοντέλων

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ		
Συγγραφέας	Έτος	Συνεισφορά
Miller&Orr	1966	Επεκτείνουν την ανάλυση της προληπτικής ζήτησης, στην περίπτωση όπου υπάρχουν διακυμάνσεις στα άκρα του προκαθορισμένου διαστήματος, μέσα στα οποία πρέπει να βρίσκονται τα χρηματικά διαθέσιμα.
Whalen	1966	Βασίστηκε στην υπόθεση πως το άτομο καλείται να επιλέξει ανάμεσα στη κράτηση χρηματικών διαθεσίμων ή ομολόγων και κατέληξε πως το επίπεδο χρηματικών διαθεσίμων σχετίζεται με το αναμενόμενο επίπεδο εισοδήματος.
Tsiang	1969	Εισάγει το penalty cost λόγω καθυστέρησης της ρευστοποίησης των χρηματικών στοιχείων.
Beutler	1976	Τα άκρα των διαστημάτων που θεώρησε εξαρτώνται από τη διασπορά των χρηματικών διαθεσίμων.
Akerlof & Milbourne	1980	Αγνοούν την εξάρτηση του εύρους όπου κυμαίνονται τα χρηματικά διαθέσιμα, από τις δαπάνες και δεν κάνουν καμία διάκριση μεταξύ αναμενόμενων και μη αναμενόμενων αλλαγών στο εισόδημα.
Frenkel & Jovanovic	1980	Συγκρίνουν τη λύση που προκύπτει από την ελαχιστοποίηση της παρούσας αξίας της διαχείρισης των χρηματοοικονομικών στοιχείων , με εκείνη που προκύπτει από την ελαχιστοποίηση της κλασικής συνάρτησης κόστους.
Kanniainen & Tarkka	1986	Προσδιορίζουν την επιθυμητή ζήτηση, ως μία λογαριθμική γραμμική συνάρτηση, κάτι που μας οδηγεί στη στοχαστική φύση του μοντέλου που αναπτύχθηκε.

Πίνακας 4.3.1 (a)

Πίνακας διαχρονικής εξέλιξης στοχαστικών μοντέλων

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ		
Συγγραφέας	Έτος	Συνεισφορά
Cuthbertson & Taylor	1987	Η ζήτηση του χρήματος, εξαρτάται από τις μελλοντικές και τις παρούσες τιμές των επιτοκίων και του εισοδήματος, όπως και από τις τιμές των υστερήσεων στα χρηματικά διαθέσιμα.
Alvarez, Atkeson & Edmond	2003	Με το μοντέλο που ανέπτυξαν στερούν τη δυνατότητα της αύξησης ή μείωσης των συναλλαγών κατά το δοκούν
Premachandra	2004	Βελτιώνει το μοντέλο των Miller&Orr, μέσω της χαλάρωσης των υποθέσεων που είχαν θέσει.
Jan Tin	2007	Καταλήγει σε θετική συσχέτιση μεταξύ της ζήτησης χρήματος και της διασποράς των εσόδων.
Gonen, Weber, Tavor & Spiegel	2016	Παρουσιάζουν ένα μοντέλο προσδιορισμού των συνολικών διαθέσιμων ρευστοποιήσιμων στοιχείων που μπορεί να έχει ένα άτομο, όπου αυτά τα διαθέσιμα έχουν διαφορετικό βαθμό ρευστοποίησης.

Πίνακας 4.3.1 (b)

5. *Συμπεράσματα*

Στη συγκεκριμένη εργασία πραγματοποιήθηκε μία προσπάθεια σύνδεσης της θεωρίας αποθεματοποίησης με τα μοντέλα αποθεματοποίησης που έχουν αναπτυχθεί στη θεωρία της ζήτησης χρήματος. Σε πρώτο επίπεδο πραγματοποιήθηκε ένας διαχωρισμός ανάμεσα στα ντετερμινιστικά και στοχαστικά μοντέλα αποθεματοποίησης στη ζήτηση χρήματος. Έπειτα ακολουθεί η ανάλυση βασικών μοντέλων που αναπτύχθηκαν, όπως το μοντέλο του Baumol στα ντετερμινιστικά μοντέλα και, το μοντέλο των Miller & Orr στα στοχαστικά.

Στα ντετερμινιστικά μοντέλα, όπως είδαμε, μπορούμε να συσχετίσουμε και τις δύο περιπτώσεις που μελέτησε ο Baumol με το EOQ model της θεωρίας αποθεματοποίησης. Το μοντέλο που ανέπτυξαν οι Gonen, Weber, Tavor & Spiegel μπορούμε να θεωρήσουμε πως και αυτό αποτελεί εφαρμογή του κλασικού EOQ model. Διαφοροποιούνται από την έρευνα του Baumol και την κλασική θεωρία του EOQ model, εισάγοντας τη διατήρηση ενός λιγότερου ρευστοποιήσιμου στοιχείου ως απόθεμα, για τη διευκόλυνση των συναλλαγών του, το οποίο επιφέρει κέρδος στο χαρτοφυλάκιο του ατόμου. Παρατηρούμε πως ο συσχετισμός που επιδιώκουμε είναι εφικτός καθώς, οι δύο αυτές έρευνες θεωρούν πως ένα άτομο διατηρεί χρηματικό απόθεμα προκειμένου να ανταπεξέλθει στις συναλλαγές του. Επιπλέον, από τη στιγμή που η έρευνα του Baumol αποτελεί αφετηρία για τις έρευνες που ακολούθησαν στην ανάπτυξη ντετερμινιστικών και μη, μοντέλων αποθεματοποίησης στη ζήτηση χρήματος, θεωρούμε πως είναι εφικτή η σύνδεση των μετέπειτα μοντέλων που μελετήθηκαν για την απόδοση της συγκεκριμένης εργασίας.

Στα στοχαστικά μοντέλα αποθεματοποίησης, παρατηρήσαμε πως ένας τέτοιος συσχετισμός είναι αδύνατος σύμφωνα με τη θεωρία αποθεματοποίησης που αναπτύχθηκε στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας. Πιο συγκεκριμένα οι Miller & Orr αναπτύσσουν ένα στοχαστικό μοντέλο αποθεματοποίησης που επιτρέπουν στα ρευστά διαθέσιμα να κυμαίνονται σε ένα διάστημα, του οποίου, προσδιορίζουν τα άκρα γεγονός που έρχεται σε αντίθεση με τη θεωρία αποθεματοποίησης όπου, δεν συναντήσαμε παρόμοια περίπτωση. Επίσης ο Premachandra χρησιμοποιεί μαθηματικές υποθέσεις για τον προσδιορισμό του μοντέλου οι οποίες, έχουν τεράστια απόκλιση από τις υποθέσεις που χρησιμοποιεί η θεωρία αποθεματοποίησης, έτσι όπως τη γνωρίζουμε.

Ωστόσο θα μπορούσαμε να συσχετίσουμε το μοντέλο των Miller & Orr ως μία επέκταση του μοντέλου του Baumol με το EOQ model είτε με το Periodic Review Model with Probabilistic Demand και, τη συνάρτηση κόστους που ανέπτυξε ο Premachandra με την κλασσική συνάρτηση κόστους του EOQ model όπως συζητήθηκε στις αντίστοιχες ενότητες.

Τελικά, η προσπάθεια συσχετισμού που πραγματοποιήθηκε στη συγκεκριμένη εργασία φαίνεται να είναι εφικτή με τα ντετερμινιστικά μοντέλα αποθεματοποίησης και, σχεδόν αδύνατη με τα στοχαστικά. Η απόλυτη συσχέτιση των μοντέλων που αναπτύχθηκαν με τη θεωρία αποθεματοποίησης παρουσιάζει τεράστιο ενδιαφέρον καθώς, τα συγκεκριμένα μοντέλα αποτελούν βάση για τις μετέπειτα έρευνες στα μοντέλα αποθεματοποίησης στη ζήτηση χρήματος και, ένας τέτοιος συσχετισμός θα συνδέσει άμεσα ένα τεράστιο μέρος των ερευνών στο τομέα, διευκολύνοντας πιθανώς σε τελικό επίπεδο την ταύτιση της θεωρίας αποθεματοποίησης με τα μοντέλα αποθεματοποίησης στη ζήτηση χρήματος.

6. Βιβλιογραφία – Αρθρογραφία

Γράψα Ν. Θεοδούλα (2013), “ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ”, Εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ

Σημειώσεις του καθηγητή Κεβόρκ Ηλία

Anderson R. David, Sweeney J. Dennis, Williams A. Thomas, Camm D. Jeffrey, Cochran J. James, Fry J. Michael & Ohlmann W. Jeffrey (2012), “Quantitative Methods for Business”, books.google.com.

Arrow J. Kenneth, Theodore Harris & Marschak Jacob (1951), “Optimal Inventory Policy”, Econometrica, vol. 19, pp. 250-272.

Akerlof A. George & Milbourne D. Ross (1980), “The short-run demand for money”, The Economic Journal, vol. 90, pp. 885-900.

Arango S. & Nadiri M. I. (1981), “Demand for money in open economies”, Journal of Monetary Economics, vol. 7, pp. 69-83.

Barro J. Robert & Santomero A. M. (1976), “Output and Employment in a Macro Model with Discrete Transaction Costs”, J. Monetary Econ., vol. 2, pp. 297-310.

Barro J. Robert & Stanley Fischer (1976), “Recent Developments in Monetary Theory”, Journal of Monetary Economics, vol. 2, pp. 133-167.

Baumol W. J. (1952), “The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach”, Quar. Jour. Econ., vol. 66, pp. 545-556.

Beutler F. Ivan (1976), “A Stochastic Inventory Decision Model and the Holding of Family Wealth”, NA - Advances in Consumer Research, vol. 3, pp. 155-160.

Chiu Jonathan (2007), “Endogenously Segmented Asset Market in an Inventory Theoretic Model of Money Demand”, Monetary and Financial Analysis Department - Bank of Canada 2007, Working Paper/Document de travail 2007-46.

Clower R. W. (1969), “A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory”, Western Econ. Jour., vol. 6, pp. 1-9.

Clower R. W. (1971), “Theoretical Foundations of Monetary Policy" Monetary Theory and Monetary Policy in the 1970s, London, pp. 13-28.

Clower R. W. & Howitt W. Peter (1978), “The Transactions Theory of the Demand for Money: A Reconsideration”, Journal of Political Economy, vol. 86, pp. 449-466.

Cuthbertson K. & Taylor M. P. (1987), “The demand for money: a dynamic rational expectations model.”, Economic Journal, vol. 97, pp. 65–76.

Feige E. L. & Parkin M. (1971), “The Optimal Quantity of Money, Bonds, Commodity Inventories, and Capital”, Am. Econ. Rev., vol. 61, pp. 335-349.

Feige E. L. and Parkin M. (1971), “The Optimal Quantity of Money, Bonds, Commodity Inventories, and Capital”, Am. Econ. Rev., vol. 61, pp. 335-349.

Frenkel A. Jacob & Jovanovic Boyari (1978), “On Transactions and Precautionary Demand for Money” A. Working Paper No. 288 National Bureau of Economic Research, October 1978.

Fried Joel (1973), “Money Exchange and Growth”, Economic Inquiry Journal, vol. 11, pp. 285-301.

Gonen L. D., Weber M., Tavor T. & Spiegel U. (2016), “A Modified Baumol Approach-Optimal Withdrawal and Holding of Cash Liquid Assets”, Review of European Studies, vol. 8, pp. 8-21.

Grossman H. & Policano A. (1975), “Money Balances, Commodity Inventories, and Inflationary Expectations”, Journal of Political Economy, vol. 83, pp. 1093-1112.

Jagdish Handa (2009), “Monetary Economics”, 2nd Edition, Routledge.

Jan Tin (2008), “An empirical examination of the inventory theoretic-model of precautionary money demand”, Elsevier-Economic Letters, vol. 99, pp. 204-205.

Kanniainen V. & Tarkka J. (1986), “On the shock-absorption view of money: international evidence from the 1960’s and 1970’s”, Applied Economics, vol. 18, pp. 1085–101.

Karni Edi (1973), “The Transactions Demand for Cash: Incorporation of the Value of Time into the Inventory Approach”, Journal of Political Economy, vol. 81, pp. 1216-1225.

Keynes J. M. (1936), “The General Theory of Employment, Interest and Money”.

Levhari D. & Patinkin D. (1968), “The Role of Money in a Simple Growth Model”, Am. Econ. Rev., vol. 58, pp. 713-753.

Milbourne Ross (1988), “Disequilibrium buffer stock models: a survey”, Journal of Economic Surveys, vol. 2, pp. 187-208.

Miller H. Merton & Daniel Orr (1968), “The Demand for Money by Firms: Extensions of Analytic Results”, Journal of Finance, vol. 23, pp. 735-759.

Premachandra I. M. (2004), “A diffusion approximation model for managing cash in firms: An alternative approach to the Miller–Orr model”, European Journal of Operational Research, vol. 157, pp. 218–226.

Santomero M. Anthony (1974), “A Model of the Demand for Money by Households”, Journal of Finance, vol. 42, pp. 89-101.

Tobin J. (1956), “The Interest Elasticity of Transactions Demand for Cash”, Rev. Econ. Stat., vol. 38, pp. 241-47.

Urban L. Timothy (2008), “An extension of inventory models with discretely variable holding costs”, Int. J. Production Economics, vol. 114, pp. 399– 403.

Whalen E. (1966), “A rationalization of the precautionary demand for cash”, Quarterly Journal of Economics, vol. LXXX, pp. 314–324.

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ

https://www.euretirio.com

https://en.wikipedia.org

https://www.math.upatras.gr/~costas/courses/prob_EYL/diaf_stochastics_web.pdf http://www.stat-athens.aueb.gr/gr/prop/notes/np251.pdf

https://www.unipi.gr/faculty/mkoutras/pithI/Prob_I_ch5a.pdf