

# ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΙΠΤΑΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ ΜΕΣΩ ΔΙΑΓΡΑΦΗΣ ΠΤΗΤΙΚΩΝ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ ΑΠΟ ΛΥΣΗ ΥΠΕΡΚΑΛΥΨΗΣ

Νικόλαος Πετσιμέρης

Οι αεροπορικές εταιρείες αποτελούν βασικό πυλώνα της παγκόσμιας αγοράς και η δυναμική τους ολοένα και αυξάνεται. Κατά συνέπεια, πρέπει συνεχώς να εξελίσσονται και να μπορούν να ανταποκρίνονται στη ζήτηση των καταναλωτών, με στόχο πάντα το μικρότερο δυνατό κόστος. Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που καλείται να αντιμετωπίσει μια αεροπορική εταιρεία είναι ο χρονοπρογραμματισμός του ιπτάμενου ανθρώπινου δυναμικού τους. Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η κατασκευή και η μελέτη ενός μοντέλου μεικτού ακέραιου προγραμματισμού, το οποίο θα εξετάζει το πρόβλημα της ανάθεσης ιπταμένων σε διαδρομές, με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

Αρχικά, γίνεται μια λεπτομερής αναφορά στα προβλήματα που έχουν να αντιμετωπίσουν οι αεροπορικές εταιρείες, στους λόγους για τους οποίους αυτά τα προβλήματα ανακύπτουν, καθώς και στους κανονισμούς σύμφωνα με τους οποίους οφείλει να συμμορφώνεται μια αεροπορική εταιρεία. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται μια ιστορική αναδρομή σε εφαρμογές της Επιχειρησιακής Έρευνας σε προβλήματα που απαντώνται στην περιοχή της αεροβιομηχανίας.

Επιπρόσθετα, σχολιάζεται η δομή του μαθηματικού μοντέλου, επεξηγούνται σημαντικές έννοιες που διέπουν ένα πρόβλημα ανάθεσης πιλότων σε διαδρομές και γίνεται σύντομη αναφορά στην ευρεία έννοια του μεικτού ακέραιου προγραμματισμού. Επιπλέον, παρουσιάζεται μια αναδιατύπωση/τροποποίηση του μοντέλου, η οποία, όπως αποδεικνύεται, διευρύνει το σύνολο των εφικτών λύσεων, οδηγώντας με αυτόν τον τρόπο σε περαιτέρω μείωση του συνολικού κόστους και αποτελεσματικότερη κάλυψη του όγκου των πτητικών διαδρομών.

Τέλος, με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού, επιλύονται διάφορα προβλήματα και με τα δύο μοντέλα, για διαφορετικές τιμές εισόδου κάθε φορά, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και σχολιάζεται ο αντίκτυπος κάθε αλλαγής σε σταθερές εισόδου, στην αντικειμενική συνάρτηση καθώς και στον χρόνο επίλυσης, όπως επίσης και η δυναμική του κώδικα, και παρουσιάζονται σκέψεις για μελλοντική βελτίωσή του.



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**

**ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ**

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

Διπλωματική Εργασία

**ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΙΤΑΜΕΝΟΥ  
ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ ΜΕΣΩ ΔΙΑΓΡΑΦΗΣ ΠΤΗΤΙΚΩΝ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ  
ΑΠΟ ΛΥΣΗ ΥΠΕΡΚΑΛΥΨΗΣ**

Υπό

**ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΠΕΤΣΙΜΕΡΗ**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των  
απαιτήσεων για την απόκτηση του  
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

**2017**

**© 2017 ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΕΤΣΙΜΕΡΗΣ**

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

**Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης  
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Δημήτριος Παντελής  
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος  
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

*Αφιερώνεται στην μνήμη του παππού μου,*

*Νικολάου Πετσιμέρη*

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Πρώτα απ' όλα θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, Επίκουρο Καθηγητή κ. Γεώργιο Κοζανίδη, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά την διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, Επίκουρο Καθηγητή κ. Δημήτριο Παντελή και Καθηγητή κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στην Χριστίνα Μαρούδη, η οποία επιμελήθηκε το εξώφυλλο της διπλωματικής μου εργασίας. Πάνω απ' όλα, είμαι ευγνώμων στους γονείς μου, Σωτήριο Πετσίμερη και Αικατερίνη Κατσούδα για την αγάπη τους και υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια.

Νίκος Πετσίμερης

# **ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΤΑΜΕΝΟΥ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ ΜΕΣΩ ΔΙΑΓΡΑΦΗΣ ΠΤΗΤΙΚΩΝ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ ΑΠΟ ΛΥΣΗ ΥΠΕΡΚΑΛΥΨΗΣ**

ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΕΤΣΙΜΕΡΗΣ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2017

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης, Επίκουρος Καθηγητής

## **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Οι αεροπορικές εταιρείες αποτελούν βασικό πυλώνα της παγκόσμιας αγοράς και η δυναμική τους ολοένα και αυξάνεται. Κατά συνέπεια, πρέπει συνεχώς να εξελίσσονται και να μπορούν να ανταποκρίνονται στη ζήτηση των καταναλωτών, με στόχο πάντα το μικρότερο δυνατό κόστος. Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που καλείται να αντιμετωπίσει μια αεροπορική εταιρεία είναι ο χρονοπρογραμματισμός του ιπτάμενου ανθρώπινου δυναμικού τους. Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η κατασκευή και η μελέτη ενός μοντέλου μεικτού αέριου προγραμματισμού, το οποίο θα εξετάζει το πρόβλημα της ανάθεσης ιπταμένων σε διαδρομές, με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

Αρχικά, γίνεται μια λεπτομερής αναφορά στα προβλήματα που έχουν να αντιμετωπίσουν οι αεροπορικές εταιρείες, στους λόγους για τους οποίους αυτά τα προβλήματα ανακύπτουν, καθώς και στους κανονισμούς σύμφωνα με τους οποίους οφείλει να συμμορφώνεται μια αεροπορική εταιρεία. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται μια ιστορική αναδρομή σε εφαρμογές της Επιχειρησιακής Έρευνας σε προβλήματα που απαντώνται στην περιοχή της αεροβιομηχανίας.

Επιπρόσθετα, σχολιάζεται η δομή του μαθηματικού μοντέλου, επεξηγούνται σημαντικές έννοιες που διέπουν ένα πρόβλημα ανάθεσης πιλότων σε διαδρομές και γίνεται σύντομη αναφορά στην ευρεία έννοια του μεικτού αέριου

προγραμματισμού. Επιπλέον, παρουσιάζεται μια αναδιατύπωση/τροποποίηση του μοντέλου, η οποία, όπως αποδεικνύεται, διευρύνει το σύνολο των εφικτών λύσεων, οδηγώντας με αυτόν τον τρόπο σε περαιτέρω μείωση του συνολικού κόστους και αποτελεσματικότερη κάλυψη του όγκου των πτητικών διαδρομών.

Τέλος, με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού, επιλύονται διάφορα προβλήματα και με τα δύο μοντέλα, για διαφορετικές τιμές εισόδου κάθε φορά, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και σχολιάζεται ο αντίκτυπος κάθε αλλαγής σε σταθερές εισόδου, στην αντικειμενική συνάρτηση καθώς και στον χρόνο επίλυσης, όπως επίσης και η δυναμική του κώδικα, και παρουσιάζονται σκέψεις για μελλοντική βελτίωσή του.



# **OPTIMAL CREW SCHEDULING BY DELETING CREW ROUTES FROM AN OVERCOVERING SOLUTION**

NIKOLAOS PETSIMERIS

University of Thessaly, Department of Mechanical Engineering, 2017

Supervisor: Dr. Georgios Kozanidis, Assistant Professor

## **ABSTRACT**

Airlines are a basic pillar on the world market and their power is increasing continuously. Consequently, they have to constantly improve and upgrade in order to meet the increasing customer needs and at the same time minimize their costs. One of the most crucial and at the same time complicated problems airlines are facing is that of assigning crew routes to crewmembers, also known as crew scheduling. The purpose of this diploma thesis is the development and study of a mixed integer programming optimization model for optimal assignment of crew routes to crewmembers, aiming at the lowest possible cost.

Primarily, a detailed reference to the most common problems an airline has to deal with takes place. In addition, the causes of these problems are explained as well as the regulations the airlines have to conform to according to FAA. After that, a chronology of the appearance of Operational Research in the airline industry and its evolution until today are presented.

Additionally, we take a deeper look in the development of the proposed model, while also elaborating on all the significant parameters that govern the assignment of crew routes. Furthermore, we also study the general form of a mixed integer linear programming (MILP) problem. What comes next is the reformulation and modification of the proposed model, which constitutes a significant contribution, as it

expands the feasible region of the problem, leading to optimal solutions of superior quality in terms of coverage and crew satisfaction.

Finally, a collection of different test problems is solved with both the initial and the modified model, using suitable optimization software, with the values of different constants varies appropriately. We study the effect of each change on both the objective value as well as on the computational performance, and we conclude with the presentation of the results and additional ideas of how the proposed model can be further improved in the future.

# ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

<b>1)ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</b>	<b>14</b>
1.1 Γενική περιγραφή του προβλήματος.....	14
1.2 Τα προβλήματα των αεροπορικών εταιρειών .....	16
1.3 Πολυπλοκότητα προβλημάτων .....	18
1.4 Κανόνες και Νόμοι.....	19
1.5 Ανάθεση ιπτάμενου προσωπικού σε διαδρομές.....	20
<b>2)ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ .....</b>	<b>21</b>
<b>3)ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ .....</b>	<b>23</b>
3.1 Μεικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP).....	23
3.2 Σταθερές εισόδου .....	23
3.3 Μεταβλητές απόφασης-Περιορισμοί .....	24
3.4 Αντικειμενική συνάρτηση .....	26
3.5 Τροποποιημένο μοντέλο .....	28
3.6 Μεταβλητές απόφασης.....	30
3.6.1 Αφαιρετικές μεταβλητές.....	30
3.6.2 Μεταβλητές ωρών .....	32
3.6.3 Μεταβλητές απόκλισης .....	32
3.7 Αντικειμενική συνάρτηση .....	33
3.8 Σύγκριση μοντέλων.....	34
<b>4)ΕΠΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ .....</b>	<b>35</b>
4.1 Επεξήγηση διαδικασίας πειραμάτων.....	35
4.2 Μεταβολές στο N .....	36

4.3 Μεταβολές στο R .....	40
4.4 Μεταβολές στο L .....	43
4.5 Μεταβολές στο P.....	48
<b>5) ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>52</b>
5.1 Σύγκριση μοντέλων .....	52
5.2 Σύνοψη αποτελεσμάτων.....	52
5.3 Μελλοντική έρευνα.....	54
<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>55</b>

## Κατάλογος Πινάκων:

Πίνακας 1: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 5, R = 90, L = 5, P = 0.4$ ).....	36
Πίνακας 2: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 7, R = 90, L = 5, P = 0.4$ ).....	36
Πίνακας 3: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 5, P = 0.4$ ).....	37
Πίνακας 4: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 12, R = 90, L = 5, P = 0.4$ ).....	37
Πίνακας 5: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 15, R = 90, L = 5, P = 0.4$ ).....	37
Πίνακας 6: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 25, L = 7, P = 0.4$ ).....	40
Πίνακας 7: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 50, L = 7, P = 0.4$ ).....	40
Πίνακας 8: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 75, L = 7, P = 0.4$ ).....	41
Πίνακας 9: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 100, L = 7, P = 0.4$ ).....	41
Πίνακας 10: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 125, L = 7, P = 0.4$ ).....	41
Πίνακας 11: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 150, L = 7, P = 0.4$ ).....	41
Πίνακας 12: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 3, P = 0.4$ ).....	44
Πίνακας 13: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 5, P = 0.4$ ).....	44
Πίνακας 14: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 7, P = 0.4$ ).....	44
Πίνακας 15: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 10, P = 0.4$ ).....	45
Πίνακας 16: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 15, P = 0.4$ ).....	45
Πίνακας 17: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 20, P = 0.4$ ).....	45
Πίνακας 18: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 5, P = 0.2$ ).....	48
Πίνακας 19: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 5, P = 0.4$ ).....	48
Πίνακας 20: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 5, P = 0.6$ ).....	48
Πίνακας 21: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N = 10, R = 90, L = 5, P = 0.8$ ).....	49

## Κατάλογος Εικόνων:

Εικόνα 1: Η ιεραρχία του σχεδιασμού των λειτουργιών μιας αεροβιομηχανίας.....	17
Εικόνα 2: Αρχείο LP για το πρόβλημα $\{N = 2, R = 2, L = 2, P = 0,8\}$ .....	25
Εικόνα 3: Το μέγεθος του προβλήματος .....	26
Εικόνα 4: Υπολογισμός συντελεστών αντικειμενικής συνάρτησης.....	27
Εικόνα 5: Παράδειγμα βέλτιστης λύσης αρχικού αλγορίθμου.....	28
Εικόνα 6: Παράδειγμα βέλτιστης λύσης εναλλακτικού αλγορίθμου .....	29
Εικόνα 7: Αρχείο LP εναλλακτικού αλγορίθμου .....	31
Εικόνα 8: Συντελεστές μεταβλητών στους περιορισμούς ωρών .....	32
Εικόνα 9: Εμφάνιση νέων περιορισμών στον εναλλακτικό αλγόριθμο .....	33
Εικόνα 10: Αντικειμενική συνάρτηση εναλλακτικού αλγορίθμου.....	34
Εικόνα 11: Το κόστος του αρχικού προβλήματος για μεταβολές στο $N$ .....	38
Εικόνα 12: Το κόστος του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο $N$ .....	39
Εικόνα 13: Ο χρόνος επίλυσης του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο $N$ .....	39
Εικόνα 14: Το κόστος του αρχικού προβλήματος για μεταβολές στο $R$ .....	42
Εικόνα 15: Το κόστος του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο $R$ .....	42
Εικόνα 16: Ο χρόνος επίλυσης του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο $R$ .....	43
Εικόνα 17: Τα κόστη των 2 προβλημάτων για μεταβολές στο $L$ .....	46
Εικόνα 18: Το εύρος των κοστών των 2 προβλημάτων για μεταβολές στο $L$ .....	47
Εικόνα 19: Ο χρόνος επίλυσης του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο $L$ .....	47
Εικόνα 20: Το κόστος του αρχικού προβλήματος για μεταβολές στο $P$ .....	49
Εικόνα 21: Το κόστος του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο $P$ .....	50
Εικόνα 22: Ο χρόνος επίλυσης του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο $P$ .....	50

# 1)ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1 Γενική περιγραφή του προβλήματος

Μια αεροπορική εταιρεία από την αρχή της λειτουργίας της καλείται να αντιμετωπίσει ένα σύνολο πολύπλοκων προβλημάτων προκειμένου να φέρει εις πέρας την αποστολή της, που δεν είναι άλλη από την κάλυψη των αναγκών των καταναλωτών με το μικρότερο δυνατό πάντα κόστος. Οι ανάγκες των καταναλωτών για άμεση και ασφαλή μετακίνηση τόσο σε προορισμούς εσωτερικού όσο και εξωτερικού συνεχώς αυξάνονται. Λόγοι επαγγελματικοί, λόγοι υγείας, λόγοι αναψυχής καθώς και πολλοί άλλοι αναγκάζουν καθημερινά ολοένα και περισσότερους ανθρώπους να επιζητούν την οικονομικότερη, ασφαλέστερη και πολλές φορές ταχύτερη λύση για να ικανοποιήσουν την ανάγκη τους για μετακίνηση στον επιθυμητό προορισμό.

Γίνεται λοιπόν αντιληπτό πως οι αερομεταφορές είναι αυτή την στιγμή στο επίκεντρο των επιλογών για μετακίνηση και το αεροπλάνο είναι ίσως το δημοφιλέστερο μέσο μεταφοράς. Ως εκ τούτου καλούνται οι αεροπορικές εταιρείες σε ένα πνεύμα ανταγωνισμού να εξελίσσουν συνεχώς τις μεθόδους που χρησιμοποιούν για να επιλύσουν τα προβλήματα που εμφανίζονται και να δαπανούν χρόνο και χρήμα στον τομέα της έρευνας ώστε να στηρίξουν την δημιουργία νέων αλγορίθμων που θα τους εξασφαλίσουν καλύτερα αποτελέσματα.

Την ιδιαίτερη ανάπτυξη των αεροπορικών εταιρειών κυρίως στις Η.Π.Α. σηματοδότησε η Πράξη Απορρύθμισης του 1978 ( United States Airline Deregulation Act ). Η Πράξη Απορρύθμισης έδωσε το έναυσμα για ριζικές δομικές αλλαγές στην μέχρι τότε αεροπορική βιομηχανία των Ηνωμένων Πολιτειών. Οι αεροπορικές εταιρείες είχαν την δυνατότητα για πρώτη φορά να αποφασίζουν και αναλόγως να ορίζουν το δικό τους δίκτυο πτήσεων, να τιμολογούν τα εισιτήρια με τα δικά τους κριτήρια και γενικότερα να είναι περισσότερο αυτόνομες. Άμεση συνέπεια των παραπάνω είναι η είσοδος στην αγορά ολοένα και περισσότερων startup αεροπορικών εταιρειών, γεγονός που κλόνησε την ασφάλεια που ένιωθαν οι μέχρι τότε αεροπορικές

εταιρείες. Δημιουργήθηκε έτσι ένα πιο έντονο κλίμα ανταγωνισμού και κάθε αεροπορική εταιρεία που επιθυμούσε να είναι επικερδής, όφειλε να διαχειρίζεται όσο το δυνατόν αποτελεσματικότερα τις δραστηριότητές της.

Η αεροπορική βιομηχανία αποτελεί ένα έξοχο παράδειγμα της φράσης « Η επιβίωση του δυνατότερου» («Survival of the fittest»). Οι αεροπορικές εταιρείες χρησιμοποιούν ποικίλους πόρους για να παρέχουν στους επιβάτες τους υπηρεσίες μεταφοράς και η επιβίωση τους στον κόσμο της αγοράς εξαρτάται ακριβώς από τον αποτελεσματικό σχεδιασμό και την αποδοτική διαχείριση αυτών των πόρων. Στην δυσκολία της επιβίωσης τους έρχεται να συμβάλει και το ευρύτερο περιβάλλον που λειτουργούν, το οποίο είναι άκρως δυναμικό και αβέβαιο. Η πολυπλοκότητα του περιβάλλοντος της αεροπορικής βιομηχανίας είναι κυρίως αποτέλεσμα της στενής εξάρτησης των πόρων (αεροσκάφη, ανθρώπινο δυναμικό, κλπ.), της έλλειψης ευελιξίας όσον αφορά σε αλλαγές και των περιορισμών που θέτει η Ομοσπονδιακή Διοίκηση Αεροπορίας (Ο.Δ.Α.) ή Federal Aviation Administration (FAA).

Για να είναι μια αεροπορική εταιρεία λοιπόν σε θέση να επιβιώσει και να είναι κερδοφόρα θα πρέπει να προβαίνει σε θαρραλέες κινήσεις που σίγουρα εμπεριέχουν και ρίσκο, σε συνεργασία πάντα με εργαλεία και τεχνικές που θα της εξασφαλίσουν όσο το δυνατόν έναν αποδοτικότερο σχεδιασμό. Ήδη από το 1950 οι αεροπορικές εταιρείες στρέφονται όλο και περισσότερο σε τεχνικές Επιχειρησιακής Έρευνας και με την πάροδο του χρόνου και τις τεχνολογικές εξελίξεις και αναβαθμίσεις λογισμικών βρίσκονται σε θέση να αντιμετωπίζουν και να επιλύουν όλο και πολυπλοκότερα προβλήματα σε λογικά και βιώσιμα χρονικά πλαίσια. Η συνεισφορά αυτών των τεχνικών και μεθόδων οδήγησε στην δημιουργία ειδικών τμημάτων Επιχειρησιακής Έρευνας σε διάφορες αεροπορικές εταιρείες, τα οποία στη συνέχεια συνέβαλλαν στην ίδρυση καθολικής επαγγελματικής ομοσπονδίας στον τομέα της Επιχειρησιακής Έρευνας με την επωνυμία AGIFORS (Airline Group of the International Federation of Operational Research Societies). Η AGIFORS αποτελεί μια επαγγελματική κοινωνία που αποσκοπεί στην εξέλιξη, στην προώθηση και στην εφαρμογή τεχνικών Επιχειρησιακής Έρευνας στον τομέα της αεροπορικής βιομηχανίας.



## **1.2 Τα προβλήματα των αεροπορικών εταιρειών**

Τα προβλήματα που αντιμετωπίζει καθημερινά μια αεροπορική εταιρεία είναι πολλά, πολύπλοκα και ποικίλα. Μπορεί κάποιος εύκολα να εντοπίσει μερικά αν αναλογιστεί τις απλές διαδικασίες που ακολουθούνται από την στιγμή που ένας πελάτης θα μπει στο χώρο του αεροδρομίου μέχρι την στιγμή της προσγείωσης στον επιθυμητό προορισμό.

Τα κύρια προβλήματα που τίθενται προς βελτιστοποίηση από κάθε αεροπορική εταιρεία είναι τα εξής με την σειρά που παρατίθενται :

### **1) Δημιουργία Δικτύου Πτήσεων (Flight Scheduling) :**

Η δημιουργία του δικτύου πτήσεων αποτελεί το σημείο εκκίνησης όλων των λειτουργιών και τεχνικών σχεδιασμού που αφορούν μια αεροπορική εταιρεία. Αποτέλεσμα αυτής της μεθόδου είναι η βέλτιστη απόφαση για το ποιες πτήσεις θα αναλάβει μια εταιρεία (ποιους προορισμούς) και το πότε θα πραγματοποιηθούν αυτές.

### **2) Ανάθεση Στόλου ( Fleet Assignment ) :**

Μετά την δημιουργία του δικτύου πτήσεων ακολουθεί η ένταξη διάφορων τύπων αεροσκαφών σε συγκεκριμένες ομάδες-στόλους, οι οποίοι θα εξυπηρετούν μια συγκεκριμένη διαδρομή. Σημειώνεται πως σε αυτή τη φάση του προγραμματισμού δεν δίνεται σημασία στο αεροσκάφος αυτό καθαυτό, αλλά συνολικά στον στόλο στον οποίο ανήκει.

### **3) Δρομολόγηση Αεροσκαφών (Aircraft Routing) :**

Έχει δημιουργηθεί το δίκτυο πτήσεων, έχουν ομαδοποιηθεί τα αεροσκάφη σε στόλους και έχουν αντιστοιχηθεί σε διαδρομές. Αμέσως επόμενη διαδικασία είναι η βέλτιστη επιλογή ενός συγκεκριμένου αεροσκάφους, που ξεχωρίζει με τον μοναδικό σειριακό αριθμό που φέρει, από κάθε στόλο και η ανάθεση του στη συγκεκριμένη διαδρομή.

### **4) Ανάθεση Ιπτάμενου Ανθρώπινου Δυναμικού (Crew Scheduling) :**

Η ανάθεση του πληρώματος αποτελείται από δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση αποφασίζονται τα ζευγάρια πτήσεων (Crew Pairings) όπου έχουν ανατεθεί συγκεκριμένοι στόλοι και ξεκινούν και τελειώνουν στο ίδιο αεροδρόμιο, το οποίο είναι και βάση του συγκεκριμένου πληρώματος. Δημιουργούνται δηλαδή γκρουπ

ατόμων (πιλότος, συγκυβερνήτης, αεροσυνοδοί, κλπ.) στα οποία θα ανατεθούν αργότερα συγκεκριμένες πτήσεις που τηρούν όλους τους κανόνες όπως έχουν οριστεί από την FAA. Η δεύτερη φάση αποσκοπεί στην βέλτιστη ανάθεση αυτών των γκρουπ (πιλότος, συγκυβερνήτης, αεροσυνοδοί, κλπ.) στα ήδη υπάρχοντα προγράμματα πτήσεων (Crew Rostering).

### 5) Διαχείριση Ανθρώπινου Δυναμικού ( Manpower Planning ) :

Σε κάθε αεροπορική εταιρεία απασχολούνται εργαζόμενοι που επιτελούν ένα μεγάλο όγκο ποικίλων εργασιών. Υπάρχουν πιλότοι, αεροσυνοδοί, πλήρωμα εδάφους, υπεύθυνοι αποσκευών, μάγειρες, υπεύθυνοι κρατήσεων και πολλοί άλλοι. Στόχος της μεθόδου Manpower Planning είναι η βέλτιστη απόφαση σχετικά με την περίοδο εργασίας, τα ρεπό, τον ακριβή χρόνο check-in και check-out, την εκπαίδευση και την τοποθεσία εργασίας για κάθε εργαζόμενο.



Εικόνα 1: Η ιεραρχία του σχεδιασμού των λειτουργιών μιας αεροβιομηχανίας

Άλλοι τομείς που βρίσκει χρησιμότητα η Επιχειρησιακή Έρευνα είναι η **Διαχείριση Εσόδων ( Revenue Management )** και η **Διαχείριση Καυσίμων ( Fuel Management System )**.

Άλλα προβλήματα βελτιστοποίησης αφορούν την ανάθεση πυλών αναχώρησης και άφιξης ανά αεροδρόμιο, την διαχείριση των αποσκευών, την συντήρηση των αεροσκαφών και την τιμολόγηση των εισιτηρίων. Όλα αυτά τα προβλήματα που αναφέρθηκαν αντιμετωπίζονται καθημερινά από όλες τις αεροπορικές εταιρείες, από τις πιο μικρές μέχρι τις πιο μεγάλες και ο λόγος είναι ότι αφορούν βασικές λειτουργίες τους. Η βέλτιστη δε λύση τους θα καθορίσει την ομαλή λειτουργία του αεροδρομίου με την ελάχιστη δυνατή ζημία.

Φυσικά όλα αυτά τα προβλήματα βελτιστοποίησης και οι περαιτέρω περιορισμοί που διέπουν μια αεροπορική εταιρεία επηρεάζονται από πολλούς παράγοντες πολλοί από τους οποίους δεν συμβαίνουν συστηματικά και είναι δύσκολο να προβλεφθούν. Στην επομένη ενότητα θα παρουσιαστούν επιγραμματικά κάποιοι τέτοιοι παράγοντες, καθώς και νόμοι και κανονισμοί που πρέπει να ακολουθούνται από τους υπεύθυνους που διαχειρίζονται και βελτιστοποιούν τέτοια προβλήματα.

### **1.3 Πολυπλοκότητα προβλημάτων**

Το περιβάλλον στο οποίο καλούνται να επιβιώσουν οι αεροπορικές εταιρείες είναι άκρως δυναμικό. Με τον όρο δυναμικό αναφερόμαστε στην μεταβλητότητα των παραγόντων που επηρεάζουν και καθορίζουν σημαντικές παραμέτρους στα εν λόγω προβλήματα. Πρέπει δηλαδή μια αεροπορική εταιρεία να είναι ευέλικτη και να μπορεί να προσαρμόσει τον προγραμματισμό της και τα σχέδιά της σύμφωνα με τις διάφορες εξελίξεις που την επηρεάζουν, καθώς επίσης θα πρέπει να είναι σε θέση να προβλέπει όσο το δυνατόν πιο γρήγορα κάποιες μεταβολές.

Τέτοιοι παράγοντες που παίζουν σημαντικό ρόλο στον σχεδιασμό και προγραμματισμό των εταιρειών μπορεί να είναι μια βλάβη κάποιου αεροσκάφους, η ασθένεια κάποιου ατόμου από το πλήρωμα, οι καιρικές συνθήκες, η μεταβολή στην τιμή εισιτηρίων καθώς επίσης και μια τρομοκρατική επίθεση. Άρα αυτό που παρατηρείται είναι ότι κάποιες από αυτές τις μεταβολές μπορούν έγκαιρα να προβλεφθούν, όπως για παράδειγμα οι καιρικές συνθήκες ενώ άλλες όπως η ξαφνική αδιαθεσία κάποιου ατόμου ή μια τρομοκρατική επίθεση είναι έως και αδύνατο να

προβλεφθούν και μάλιστα μπορεί να γνωστοποιηθούν έως και μερικά λεπτά πριν από μια πτήση. Όσο καλύτερα προετοιμασμένη είναι μια αεροπορική εταιρεία και όσο πιο ευέλικτο προγραμματισμό έχει κάνει τόσο πιο «ανώδυνα» θα διαχειριστεί αυτές τις μεταβολές. Φυσικά αυτό εξαρτάται από τη δυναμική κάθε εταιρείας και στο πόσα κεφάλαια είναι διατεθειμένη να δαπανήσει στην έρευνα και ανάπτυξη.

Το πρόβλημα που αναδεικνύει η παρούσα διπλωματική εργασία ανήκει στα μη-πολυωνυμικά προβλήματα (NP-hard) και για αυτό όπως θα φανεί και στη συνέχεια οι χρόνοι επίλυσης ενός τέτοιου προβλήματος μπορεί να είναι απαγορευτικοί, όσο αυξάνει το μέγεθος του προβλήματος.

## **1.4 Κανόνες και Νόμοι**

Κάθε προγραμματισμός των λειτουργιών μιας αεροπορικής εταιρείας πρέπει να ακολουθεί ένα σύνολο από κανονισμούς και νόμους που έχουν θεσπιστεί από την FAA με πρωτεύοντα σκοπό την ασφάλεια του προσωπικού και φυσικά των επιβατών. Τέτοιοι κανόνες αφορούν την τακτική επιθεώρηση των αεροσκαφών, την εκπαίδευση του πληρώματος καθώς και τον έλεγχο των ωρών πτήσεων κάθε πληρώματος. Κάποιοι περιορισμοί εξασφαλίζουν ότι το ιπτάμενο προσωπικό θα είναι άρτια εκπαιδευμένο και ικανό, ορίζοντας τακτικές εκπαιδευτικές συνεδρίες υποχρεωτικής παρακολούθησης, ενώ άλλοι εγγυώνται για την φυσική και πνευματική κατάσταση των πιλότων όταν για παράδειγμα απαγορεύεται αυστηρά να πιλοτάρει κάποιος πάνω από 8 ώρες το 24ωρο, ενώ αντίθετα δεν επιτρέπεται να μένει άεργος για μεγάλο διάστημα. Όλοι αυτοί οι περιορισμοί έρχονται να συμβάλλουν στην πολυπλοκότητα των προβλημάτων και στην επιτακτική ανάγκη για συνεχή έρευνα και ανακάλυψη νέων μεθοδολογιών και αλγορίθμων που θα οδηγούν πιο γρήγορα και λιγότερο ζημιογόνα στο επιθυμητό αποτέλεσμα.

## 1.5 Ανάθεση ιπτάμενου προσωπικού σε διαδρομές

Ο χρονοπρογραμματισμός ιπτάμενου ανθρώπινου δυναμικού (Crew Scheduling) αφορά την ανάθεση πληρώματος σε συγκεκριμένες πτήσεις, που ξεκινούν και τελειώνουν στο ίδιο αεροδρόμιο για ένα συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Αφού έχουν δημιουργηθεί τα «κορδόνια» ή αλλιώς η ομαδοποίηση πτήσεων, τότε αποφασίζεται για κάθε μέλος του πληρώματος το προσωπικό του πρόγραμμα, το οποίο συνήθως βγαίνει σε μηνιαία βάση. Κάποιες αεροπορικές εταιρείες λαμβάνουν υπόψιν τις επιθυμίες των μελών του πληρώματος, όπως αυτό έχει προκύψει από την διαδικασία Crew Pairing και έτσι τους επιτρέπουν να επιλέξουν το πρόγραμμά τους, αποφασίζοντας αυτοί για τα ρεπό τους, ενώ άλλες αναθέτουν τα προγράμματα ακριβώς όπως αυτά προέκυψαν.

Επισημαίνεται σε αυτό το σημείο πως τα κόστη που αφορούν το πλήρωμα σε ετήσια βάση για μια αεροπορική εταιρεία έρχονται μόλις δεύτερα στην κατάταξη από άποψη μεγέθους, αμέσως πίσω από τα κόστη των καυσίμων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι αυτό της North American Airlines όπου τα κόστη πληρώματος ξεπερνούν κατά πολύ το 1 δισεκατομμύριο το χρόνο.

Στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία κάθε πιλότος θα έχει εξ 'αρχής ένα συγκεκριμένο αριθμό προγραμμάτων, τα οποία όμως θα διαμορφώνονται στη συνέχεια σχετικά με το ποιες διαδρομές θα καλύπτουν. Για την ανάπτυξη της προτεινόμενης μεθοδολογίας θεωρείται πως έχουν λυθεί με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο τα υπόλοιπα προβλήματα των εταιρειών όπως η δημιουργία του δικτύου πτήσεων, η ανάθεση στόλων και επιλογή αεροσκαφών, καθώς επίσης και η δημιουργία πτητικών διαδρομών που ξεκινούν και τερματίζουν στο αεροδρόμιο-βάση του πληρώματος και ότι έχουν ληφθεί υπ' όψιν οι απαραίτητοι κανονισμοί.

## 2)ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

Έχει γίνει ήδη αντιληπτό πως μια αεροπορική εταιρεία αν δεν επενδύει στον τομέα της Επιχειρησιακής Έρευνας και δεν χρησιμοποιεί τις υπάρχουσες τεχνικές και μεθόδους, είναι εξαιρετικά δύσκολο να επιβιώσει στον στίβο των αερομεταφορών. Όπως αναφέρει ο Michael Pinedo ο χρονοπρογραμματισμός αφορά τον καταμερισμό περιορισμένων πόρων σε δραστηριότητες συναρτήσεως του χρόνου. Ο λεπτομερής χρονοπρογραμματισμός των δραστηριοτήτων σε ένα παραγωγικό σύστημα, είναι αναγκαίος για να διατηρήσει την αποδοτικότητα του συστήματος και τον έλεγχο των λειτουργιών.

Οι βιομηχανίες άρχισαν να στρέφουν την προσοχή τους στον χρονοπρογραμματισμό στις αρχές του 19<sup>ου</sup> αιώνα βασιζόμενες στην δουλειά του Henry Gantt (1861-1919) αλλά και άλλων πρωτοπόρων της εποχής. Παρόλα αυτά χρειάστηκαν αρκετά χρόνια μέχρι τις πρώτες δημοσιεύσεις χρονοπρογραμματισμού στο ευρύ πλαίσιο της λογοτεχνίας της Επιχειρησιακής Έρευνας. Κάποια από αυτά τα πρώτα άρθρα δημοσιεύτηκαν στις αρχές του 1950 στο Naval Research Logistics Quarterly και φέραν τις υπογραφές των W.E. Smith, S.M. Johnson και J.R. Jackson. Το Naval Research Logistics Quarterly είναι ένα επιστημονικό περιοδικό που πρωτοκυκλοφόρησε το 1954 και ασχολείται ιδιαίτερα με τον τομέα της Επιχειρησιακής Έρευνας, ενώ εκδότης του ήταν ο John Wiley και οι γιοί του. Από την δεκαετία του '60 και μετά συνέβησαν σημαντικές καινοτομίες στον χώρο του δυναμικού και του ακέραιου προγραμματισμού, ενώ μετά την διάσημη δημοσίευση του Richard Karp πάνω στην θεωρία πολυπλοκότητας την δεκαετία του 1970 άρχισε να δίνεται έμφαση στην ιεράρχηση των προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού με βάση την πολυπλοκότητά τους.

Ο ακέραιος προγραμματισμός αντιμετωπίζει προβλήματα βελτιστοποίησης όπου μερικές ή όλες από τις μεταβλητές που χρησιμοποιούνται είναι ακέραιες. Ο ακέραιος προγραμματισμός γνώρισε μεγάλη αναγνώριση και ταχύτατη εξέλιξη και

χρήση μετά την πρωτοποριακή δουλειά του Ralph Gomory στα τέλη της δεκαετίας του 1950. Ο πρώτος αλγόριθμος branch-and-bound που χρησιμοποιήθηκε για επίλυση προβλήματος Μεικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού ήταν το 1960 και είναι γνωστός ως ο αλγόριθμος Land-Doig.

Όσον αφορά την ανάθεση πληρώματος, η κύρια προτεινόμενη μεθοδολογία επίλυσης βασίζεται στην τεχνική του column generation, η οποία, σύμφωνα με τους Ribeiro et al. (1989), Gamache et al. (1994), Desaulniers et al. (1997a), Vance et al. (1997a), Barnhart and Shenoi (1998), Barnhart et al. (1998b), Gamache et al. (1998), Stojkovic et al. (1998), Lettovsky et al. (2000) και Yan and Chang (2002), συνδυάζεται με τη διαδικασία του branch-and-price. Η μέθοδος branch-and-cut προτάθηκε επίσης από τους Hoffman and Padberg (1993) και μια χαλάρωση κατά Lagrange ευρετικά βασισμένη υιοθετήθηκε από τους Alefragis et al. (2000).

### 3) ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

#### 3.1 Μεικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός(MILP)

Το συγκεκριμένο πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία του Μεικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP problem) και θα επιλυθεί ως τέτοιο. Τα MILP χρησιμοποιούνται συχνά στη βιομηχανία και ειδικά σε προβλήματα χρονοπρογραμματισμού και οργάνωσης παραγωγής. Υπάρχουν πολύ αποτελεσματικοί αλγόριθμοι για την επίλυση προβλημάτων με πάρα πολλές δυαδικές μεταβλητές (συμπεριλαμβανομένων και λογισμικών όπως το CPLEX και το XPRESS). Οι αλγόριθμοι MILP εξασφαλίζουν την βέλτιστη λύση του προβλήματος (εφόσον υπάρχουν οι απαιτούμενοι πόροι σε χρόνο και μνήμη). Η γενική μορφή ενός MILP προβλήματος είναι :

$$\min_{x,y} c_x^T x + c_y^T y$$

$$\text{s.t. : } Ax + By \leq 0 \quad (P_0)$$

$$x \geq 0$$

$$y \in \{0,1\}^q$$

#### 3.2 Σταθερές εισόδου

Για το πρόβλημα που επιλύεται στην παρούσα διπλωματική εργασία ως δεδομένα εισόδου θεωρούνται ο αριθμός των πιλότων, ο αριθμός των πτητικών διαδρομών, ο αριθμός των προγραμμάτων κάθε πιλότου και η πιθανότητα κάλυψης (P) μιας διαδρομής από ένα πρόγραμμα. Άλλες σταθερές είναι το εύρος του «παραθύρου» κάθε πιλότου καθώς και το κόστος για κάθε ακάλυπτη διαδρομή.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα θεωρείται ως χρονικός ορίζοντας προγραμματισμού ο ένας μήνας. Κάθε ιπτάμενος περιορίζεται από ένα πολύπλοκο σύνολο περιορισμών και κανονισμών που αναφέρθηκαν και πιο πάνω, όπως για



παράδειγμα η τιμή στόχος των ωρών που θα πετάξει σε ένα μήνα. Αυτό εκφράζεται συνήθως μέσω ενός «παραθύρου» για κάθε πιλότο. Λόγω έλλειψης ρεαλιστικών δεδομένων στην περίπτωση μας, οι τιμές αυτές παράγονται από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών με την ελάχιστη τιμή να κυμαίνεται μεταξύ 50 και 80, και τη μέγιστη τιμή να είναι πάντα αυξημένη κατά 5 ώρες.

Κάθε διαδρομή, η οποία αποτελείται από ένα σύνολο πτήσεων και ρεπό, έχει και αυτή μια πτητική διάρκεια, η οποία προκύπτει με τυχαίο τρόπο και παίρνει τιμές από 8 έως 30 ώρες. Κάθε πρόγραμμα καλύπτει κάθε διαδρομή με μία πιθανότητα η οποία καθορίζεται στην αρχή του προβλήματος. Αυτό γίνεται πάλι με την βοήθεια τυχαίων αριθμών στο διάστημα 0-1, οι οποίοι συγκρίνονται με την τιμή της πιθανότητας κάλυψης και αντίστοιχα αποφασίζεται αν το συγκεκριμένο πρόγραμμα καλύπτει ή όχι την συγκεκριμένη διαδρομή. Στο τέλος αυτής της διαδικασίας θα έχουν διαμορφωθεί πλήρως τα προγράμματα των πιλότων και θα είναι γνωστό ποιες διαδρομές καλύπτουν, καθώς και ποια προγράμματα είναι κενά.

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα για να είναι βέβαιο ότι θα είναι εφικτό, το πρώτο πρόγραμμα κάθε πιλότου θα αφηθεί σκόπιμα κενό, δηλαδή δεν θα καλύπτει καμία διαδρομή. Σε κάθε πιλότο πρέπει να ανατεθεί αυστηρά ένα πρόγραμμα, ενώ κάθε διαδρομή πρέπει ή να καλυφθεί αποκλειστικά από ένα και μόνο πρόγραμμα ή, όταν αυτό δεν είναι εφικτό, να μείνει ακάλυπτη. Στο τέλος, όταν έχουν αποφασιστεί τα προγράμματα που θα πάρει ο κάθε πιλότος, γίνεται ο υπολογισμός των συνολικών ωρών με βάση τις ώρες των διαδρομών που του έχουν ανατεθεί. Σε κάθε πρόγραμμα ενός ιπταμένου που παρουσιάζει κάποια απόκλιση από το αντίστοιχο παράθυρο ωρών, επιβάλλεται κι ένα αντίστοιχο κόστος, με βάση κάποια τιμή αναφοράς που καθορίζεται στην αρχή του προβλήματος. Με αυτόν τον τρόπο, προκύπτουν οι αντίστοιχες τιμές κόστους για κάθε εναλλακτικό πρόγραμμα.

### **3.3 Μεταβλητές απόφασης-Περιορισμοί**

Αρχικά όλες οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται στον βασικό αλγόριθμο είναι δυαδικές. Ο συνολικός αριθμός των μεταβλητών απόφασης είναι ίσος με το άθροισμα των πτητικών διαδρομών και του συνόλου των προγραμμάτων κάθε ιπταμένου. Με  $N$  συμβολίζεται ο αριθμός των ιπταμένων, με  $R$  ο αριθμός των

διαδρομών και με  $L$  ο αριθμός των προγραμμάτων κάθε ιπταμένου (ίδιος για όλους τους ιπτάμενους). Άρα συνολικά υπάρχουν  $N$  περιορισμοί που εξασφαλίζουν την ανάθεση ενός προγράμματος σε κάθε ιπτάμενο, και  $R$  περιορισμοί που εκφράζουν την κάλυψη κάθε πτητικής διαδρομής. Σε κάθε περιορισμό των ιπταμένων εμφανίζονται τα  $L$  εναλλακτικά προγράμματα, ενώ σε κάθε περιορισμό διαδρομών υπάρχει μία μεταβλητή μη κάλυψης, η οποία παίρνει την τιμή 1 όταν η συγκεκριμένη διαδρομή δεν καλυφθεί από κανένα πρόγραμμα. Τώρα μπορεί να προσεγγιστεί καλύτερα το σύνολο των μεταβλητών του προβλήματος συναρτήσει των μεγεθών που ορίσαμε. Το μέγεθος των μεταβλητών του προβλήματος είναι  $N*L+R$ , ενώ  $R$  είναι οι μεταβλητές μη κάλυψης. Παρακάτω φαίνεται το αρχείο LP όπως αυτό προέκυψε από την εκτέλεση του κώδικα και στη συνέχεια επεξηγούνται σχηματικά όσα ειπώθηκαν σχετικά με το μέγεθος του προβλήματος. Το πρόβλημα που επιλύθηκε για επεξηγηματικό σκοπό και θα χρησιμοποιηθεί και στη συνέχεια του κεφαλαίου για περαιτέρω ανάλυση ήταν για  $\{N=2, R=2, L=2, P=0,8\}$ .

```

\ENCODING=ISO-8859-1
\Problem name: Crew Scheduling

Minimize
  obj: 1000000 x1 + 1000000 x2 + 3100 x3 + 1200 x4 + 3100 x5 + 2200 x6
Subject To
  MC: x3 + x4 = 1
  MC: x5 + x6 = 1
  RT: x1 + x4 = 1
  RT: x2 + x4 + x6 = 1
Bounds
  0 <= x1 <= 1
  0 <= x2 <= 1
  0 <= x3 <= 1
  0 <= x4 <= 1
  0 <= x5 <= 1
  0 <= x6 <= 1
Binaries
  x1 x2 x3 x4 x5 x6
End

```

Εικόνα 2: Αρχείο LP για το πρόβλημα  $\{N=2, R=2, L=2, P=0,8\}$

Minimize

obj:  $1000000 x_1 + 1000000 x_2 + 3100 x_3 + 1200 x_4 + 3100 x_5 + 2200 x_6$

Subject To

**N** { MC:  $x_3 + x_4 = 1$                       Παράθυρο πιλότου 1: [62-67]  
       { MC:  $x_5 + x_6 = 1$                       Παράθυρο πιλότου 2: [62-67]

**R** { RT:  $x_1 + x_4 = 1$                         Διάρκεια διαδρομής 1: 20.2  
       { RT:  $x_2 + x_4 + x_6 = 1$                 Διάρκεια διαδρομής 2: 18.1

$x_1$ : μεταβλητή μη κάλυψης διαδρομής 1    Κόστος:  $10^6$

$x_2$ : μεταβλητή μη κάλυψης διαδρομής 2    Κόστος:  $10^6$

**L** {  $x_3$ : κενό πρόγραμμα πιλότου 1  
       {  $x_4$ : πρόγραμμα πιλότου 1

Εικόνα 3: Το μέγεθος του προβλήματος

### 3.4 Αντικειμενική συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση αποτελείται από το άθροισμα των μεταβλητών απόφασης πολλαπλασιασμένες με κάποιον συντελεστή. Όσον αφορά τις R μεταβλητές μη κάλυψης, πολλαπλασιάζονται με έναν πολύ μεγάλο αριθμό. Στη συγκεκριμένη διπλωματική ο συντελεστής είναι  $10^6$ . Η μεγάλη τιμή αυτού του συντελεστή φανερώνει το μέγεθος του κόστους για κάθε μια ακάλυπτη διαδρομή και την επιτακτική ανάγκη για κάλυψη όλων των διαδρομών, για να υπάρχει πάντα το μικρότερο δυνατό κόστος.

Για τις υπόλοιπες  $N*L$  μεταβλητές ο συντελεστής, όπως έχει ήδη αναφερθεί, προκύπτει υπολογίζοντας για κάθε πρόγραμμα, με βάση τις διαδρομές που καλύπτει, τις συνολικές ώρες πτήσης και έπειτα αυτές συγκρίνονται με το παράθυρο του ιπταμένου που ανήκει το πρόγραμμα. Έτσι αν οι συνολικές ώρες πτήσης αποκλίνουν από το παράθυρο του πιλότου, είτε προς τα πάνω είτε προς τα κάτω, η απόκλιση αυτή στρογγυλοποιείται πάντα προς τον πρώτο άνω ακέραιο κι έπειτα πολλαπλασιάζεται

με την σταθερά κόστους που έχει οριστεί. Στην παρούσα διπλωματική εργασία σαν τιμή κόστους ορίζονται 50 χρηματικές μονάδες ανά ώρα απόκλισης. Το τελικό κόστος που προκύπτει αποτελεί τον συντελεστή του κάθε προγράμματος στην αντικειμενική συνάρτηση. Αν οι ώρες πτήσης που θα προκύψουν βρίσκονται μέσα στο παράθυρο του πιλότου τότε ο συντελεστής της αντικειμενικής για το συγκεκριμένο πρόγραμμα είναι μηδέν. Στη συνέχεια παρουσιάζεται σχηματικό παράδειγμα του υπολογισμού των συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης. Τα παράθυρα του κάθε ιπταμένου που απεικονίζονται καθώς και οι ώρες των διαδρομών είναι αυτές που προέκυψαν από την επίλυση του μοντέλου.

	Minimize	
	obj: 1000000 x1 + 1000000 x2 + 3100 x3 + 1200 x4 + 3100 x5 + 2200 x6	
	Subject To	
<b>N</b>	MC: x3 + x4 = 1	Παράθυρο πιλότου 1: [62-67]
	MC: x5 + x6 = 1	Παράθυρο πιλότου 2: [62-67]
<b>R</b>	RT: x1 + x4 = 1	Διάρκεια διαδρομής 1: 20.2
	RT: x2 + x4 + x6 = 1	Διάρκεια διαδρομής 2: 18.1
	x1: μεταβλητή μη κάλυψης διαδρομής 1	Κόστος: 10 <sup>6</sup>
	x2: μεταβλητή μη κάλυψης διαδρομής 2	Κόστος: 10 <sup>6</sup>
<b>L</b>	x3: κενό πρόγραμμα πιλότου 1	Ώρες πτήσης: 0 ώρες <sub>RT 1</sub> +0 ώρες <sub>RT 2</sub> =0 Απόκλιση: 62-0 = 62 Κόστος: 62 x 50 = 3100
	x4: πρόγραμμα πιλότου 1	Ώρες πτήσης: 20.2 ώρες <sub>RT 1</sub> +18.1 ώρες <sub>RT 2</sub> =38.3 Απόκλιση: 62-38.3 = 23.7 → 24 Κόστος: 24 x 50 = 1200

Εικόνα 4: Υπολογισμός συντελεστών αντικειμενικής συνάρτησης

### 3.5 Τροποποιημένο μοντέλο

Όπως θα φανεί και από το παρακάτω παράδειγμα διαπιστώθηκε ότι αρκετές φορές η λύση που παρουσιαζόταν ως βέλτιστη δεν ήταν όντως η καλύτερη δυνατή, χωρίς αυτό να συμβαίνει λόγω κάποιας ατέλειας της μεθοδολογίας επίλυσης. Παρατηρήθηκε πως σε κάποιες περιπτώσεις ένα πρόγραμμα που εμφανιζόταν σε έναν περιορισμό διαδρομής επιλεγόταν έναντι άλλου προγράμματος χωρίς όμως αυτή η επιλογή να είναι η καλύτερη. Φυσικά αυτό που εμπόδιζε την βέλτιστη επιλογή και την «επιλογή» γενικότερα είναι ο περιορισμός πως κάθε διαδρομή θα καλυφθεί αυστηρά από ένα μόνο πρόγραμμα και το γεγονός πως άπαξ και καθορίστηκε ποιες διαδρομές καλύπτει κάθε μεταβλητή-πρόγραμμα, δεν μπορεί να αλλάξει.

**Basic Algorithm**  
Minimize  
obj:  $1000000 x_1 + 1000000 x_2 + 250 x_3 + 750 x_4 + 750 x_5 + 250 x_6$   
Subject To  
MC:  $x_3 + x_4 = 1$  [5-10]  
MC:  $x_5 + x_6 = 1$  [15-20]  
RT:  $x_1 + x_4 + x_6 = 1$  10  
RT:  $x_2 + x_4 + x_6 = 1$  15

Solution:  $\left\{ \begin{array}{l} x_3=1 \\ x_4=0 \\ x_5=0 \\ x_6=1 \end{array} \right\} \quad \mathbb{Z} = 500$

Εικόνα 5: Παράδειγμα βέλτιστης λύσης αρχικού αλγορίθμου

### Alternative Algorithm

Minimize

obj: 1000000 x1 + 1000000 x2 + 50 x13 + 50 x14

Subject To

MC: x3 + x4 = 1

MC: x5 + x6 = 1

RT: x1 + x4 + x6 - x7 - x9 = 1

RT: x2 + x4 + x6 - x8 - x10 = 1

AV: -x4 + x7 ≤ 0

AV: -x4 + x8 ≤ 0

AV: -x6 + x9 ≤ 0

AV: -x6 + x10 ≤ 0

HR: -25 x4 + 10 x7 + 15 x8 + x11 = 0

HR: -25 x6 + 10 x9 + 15 x10 + x12 = 0

DEV: x11 + x13 ≥ 5

DEV: -x11 + x13 ≥ -10

DEV: x12 + x14 ≥ 15

DEV: -x12 + x14 ≥ -20

$$\text{Solution: } \left\{ \begin{array}{l} x3=0 \\ x4=1 \\ x5=0 \\ x6=1 \\ x7=0 \\ x8=1 \\ x9=1 \\ x10=0 \end{array} \right\} \quad \mathbf{z} = \mathbf{0}$$

Εικόνα 6: Παράδειγμα βέλτιστης λύσης εναλλακτικού αλγορίθμου

Σε αυτό το σημείο ακριβώς βασίζεται η τροποποίηση του μοντέλου που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια, στη δυνατότητα δηλαδή να μπορεί ο αλγόριθμος να «αποφασίσει» εφόσον ένα πρόγραμμα αντιστοιχηθεί σε έναν ιπτάμενο ποιες διαδρομές θα διατηρήσει και ποιες όχι. Θα υπάρχει δηλαδή η δυνατότητα ένα πρόγραμμα ενώ ανήκει στον περιορισμό μιας διαδρομής να αποφασιστεί να μην καλύψει την συγκεκριμένη διαδρομή, με μοναδικό σκοπό πάντα την ελαχιστοποίηση του κόστους και την κάλυψη όλων των διαδρομών.

## 3.6 Μεταβλητές απόφασης

### 3.6.1 Αφαιρετικές μεταβλητές

Για να επιτευχθεί το επιθυμητό αποτέλεσμα που περιγράφεται παραπάνω προστίθενται στο αρχικό πρόβλημα κάποιες μεταβλητές, οι οποίες είναι στο σύνολό τους ίσες με το άθροισμα του κάθε προγράμματος επί πόσες φορές εμφανίζεται σε κάθε περιορισμό διαδρομής. Δηλαδή σε κάθε περιορισμό διαδρομής, και για κάθε πρόγραμμα που έχει συντελεστή 1 σε αυτόν τον περιορισμό, υπάρχει μια δυαδική μεταβλητή με συντελεστή -1, η οποία ανάλογα την τιμή που θα πάρει καθορίζει αν η αντίστοιχη πτητική διαδρομή θα διατηρηθεί στο συγκεκριμένο πρόγραμμα ή όχι. Για παράδειγμα, αν μια μεταβλητή που αναφέρεται σε ένα συγκεκριμένο πρόγραμμα για έναν συγκεκριμένο ιπτάμενο και εμφανίζεται στον αντίστοιχο περιορισμό διαδρομής λάβει την τιμή 1, τότε η αντίστοιχη της αφαιρετική μεταβλητή που θα έχει αρνητικό πρόσημο μπορεί είτε να πάρει την τιμή 1 είτε την τιμή 0 σαν δυαδική μεταβλητή. Αν πάρει την τιμή 1 τότε ουσιαστικά θα αναιρέσει την τιμή 1 της πτητικής διαδρομής, και αυτό σημαίνει ότι θα σβηστεί η συγκεκριμένη διαδρομή από το συγκεκριμένο μηνιαίο πρόγραμμα του ιπταμένου. Αντίθετα, αν πάρει τη τιμή 0 τότε η διαδρομή θα παραμείνει στο πρόγραμμα του ιπταμένου.

Με αυτές τις μεταβλητές, επιτυγχάνεται εν μέρει ο στόχος όμως γίνεται αντιληπτό πως από μόνες τους δεν αρκούν. Χρειάζεται να γίνουν κι άλλες αλλαγές και προσθήκες τόσο σε μεταβλητές όσο και σε περιορισμούς. Πιο συγκεκριμένα, θα πρέπει να προστεθούν κατάλληλοι περιορισμοί οι οποίοι δεν θα επιτρέπουν σε μια αφαιρετική μεταβλητή να πάρει την τιμή 1 εφόσον η αντίστοιχη μεταβλητή προγράμματος δεν έχει πάρει την τιμή 1. Δεν μπορεί δηλαδή να σβηστεί από ένα πρόγραμμα μια διαδρομή εφόσον αυτό το πρόγραμμα δεν αντιστοιχηθεί σε κάποιον ιπτάμενο. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται σχηματική απεικόνιση του προηγούμενου προβλήματος με το εναλλακτικό μοντέλο, όπως αυτό προέκυψε από την εκτέλεση του κώδικα.

```

\ENCODING=ISO-8859-1
\Problem name: Crew Scheduling

Minimize
  obj: 1000000 x1 + 1000000 x2 + 50 x12 + 50 x13
Subject To
  MC: x3 + x4 = 1
  MC: x5 + x6 = 1
  RT: x1 + x4 - x7 = 1
  RT: x2 + x4 + x6 - x8 - x9 = 1
  AV: - x4 + x7 <= 0
  AV: - x4 + x8 <= 0
  AV: - x6 + x9 <= 0
  HR: - 38.3 x4 + 20.2 x7 + 18.1 x8 + x10 = 0
  HR: - 18.1 x6 + 18.1 x9 + x11 = 0
  DEV: x10 + x12 >= 62
  DEV: - x10 + x12 >= -67
  DEV: x11 + x13 >= 62
  DEV: - x11 + x13 >= -67
Bounds
  0 <= x1 <= 1
  0 <= x2 <= 1
  0 <= x3 <= 1
  0 <= x4 <= 1
  0 <= x5 <= 1
  0 <= x6 <= 1
  0 <= x7 <= 1
  0 <= x8 <= 1
  0 <= x9 <= 1
  x12 >= 0
  x13 >= 0
Binaries
  x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9
Generals
  x12 x13
End

```

Εικόνα 7: Αρχείο LP εναλλακτικού αλγορίθμου



### 3.6.2 Μεταβλητές ωρών

Η ύπαρξη των αφαιρετικών μεταβλητών καθιστά πιο δύσκολο και περίπλοκο των υπολογισμό των ωρών πτήσης για κάθε πιλότο. Για τον λόγο αυτό θα χρησιμοποιηθούν νέες μεταβλητές, οι οποίες θα είναι σε πλήθος όσος και ο αριθμός των ιπταμένων ( $N$ ) και θα είναι συνεχείς μη αρνητικές μεταβλητές. Η μεταβλητή ωρών για κάθε πιλότο ορίζεται ως το άθροισμα των προγραμμάτων κάθε πιλότου και των αντίστοιχων αφαιρετικών μεταβλητών με τα πρόσσημα που έχουν στους περιορισμούς των διαδρομών και συντελεστές τις αντίστοιχες ώρες της διαδρομής που εμφανίζονται. Έτσι αν μια μεταβλητή αποφασιστεί να πάρει την τιμή 1, τότε αν κάποια από τις αφαιρετικές μεταβλητές που προστέθηκαν για κάθε περιορισμό που εμφανίζεται η βασική μεταβλητή πάρει την τιμή 1 επίσης, αυτό σημαίνει πως θα αφαιρούνται οι ώρες της αντίστοιχης διαδρομής από τις συνολικές ώρες του πιλότου που ανήκει η βασική μεταβλητή πρόγραμμα. Όλα αυτά θα αποσαφηνιστούν καλύτερα με την βοήθεια του επόμενου διαγράμματος.

$$\text{HR: } -38.3 x_4 + 20.2 x_7 + 18.1 x_8 + x_{10} = 0$$

↓  
↓  
↓  
↓

Συνολικές ώρες πιλότου 1  
Ώρες διαδρομών που εμφανίζεται η  $x_8$   
Ώρες διαδρομών που εμφανίζεται η  $x_7$   
Ώρες διαδρομών που εμφανίζεται η  $x_4$

Εικόνα 8: Συντελεστές μεταβλητών στους περιορισμούς ωρών

### 3.6.3 Μεταβλητές απόκλισης

Αφού έχουν δημιουργηθεί ξεχωριστές μεταβλητές όπου θα αποθηκεύονται οι ώρες πτήσεις για κάθε πιλότο, αντίστοιχα θα δημιουργηθούν μεταβλητές που θα αποθηκεύεται η απόκλιση από το παράθυρο κάθε πιλότου. Οι μεταβλητές απόκλισης θα είναι σε μέγεθος  $2*N$ , δύο για κάθε πιλότο μια για απόκλιση από το άνω μια για απόκλιση από το κάτω όριο και θα είναι ακέραιες μη αρνητικές μεταβλητές.

Υπενθυμίζεται ότι η απόκλιση στρογγυλοποιείται στον πλησιέστερο ακέραιο προς τα πάνω πάντα. Για παράδειγμα αν ορίσουμε ως LB (Lower Bound) το κάτω όριο του παραθύρου και αντίστοιχα UB (Upper Bound) το άνω όριο του παραθύρου, τότε θα σχηματιστούν δύο διαφορετικοί περιορισμοί για κάθε μεταβλητή απόκλισης για έναν πιλότο που θα έχουν την μορφή :

$$\text{Dev1} \geq \text{LB} - \text{Hr1}$$

$$\text{Dev2} \geq \text{Hr1} - \text{UB}$$

Αφού οι μεταβλητές απόκλισης είναι ακέραιες μη αρνητικές οι δύο περιορισμοί που προκύπτουν για κάθε πιλότο θα ικανοποιούνται πάντα είτε αποκλίνει από το πάνω, είτε από το κάτω όριο, είτε δεν αποκλίνει. Παρόλα αυτά επειδή ακριβώς είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης θα κρατήσει την βέλτιστη τιμή, που στην περίπτωση μας είναι η ελάχιστη όπως θα φανεί και παρακάτω από την αντικειμενική συνάρτηση.

The image shows a list of constraints grouped by variable type. On the left, 'N' is written in blue and '2\*N' in purple. Brackets on the right group the constraints. The constraints are:

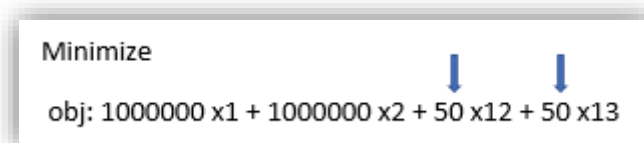
- HR:  $-38.3 x_4 + 20.2 x_7 + 18.1 x_8 + x_{10} = 0$
- HR:  $-18.1 x_6 + 18.1 x_9 + x_{11} = 0$
- DEV:  $x_{10} + x_{12} \geq 62$
- DEV:  $-x_{10} + x_{12} \geq -67$
- DEV:  $x_{11} + x_{13} \geq 62$
- DEV:  $-x_{11} + x_{13} \geq -67$

Εικόνα 9: Εμφάνιση νέων περιορισμών στον εναλλακτικό αλγόριθμο

### 3.7 Αντικειμενική συνάρτηση

Λόγω αυτών των προσθηκών και αλλαγών σε μεταβλητές και περιορισμούς, είναι επόμενο να υπάρχει και αλλαγή στην μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτό που ουσιαστικά έχει αλλάξει μέχρι τώρα από άποψη μεταβλητών είναι η χρήση παραπάνω μεταβλητών όπου υπολογίζονται και αποθηκεύονται οι ώρες πτήσης και τελικά οι αποκλίσεις των πιλότων από τα παράθυρά τους, που είναι και το βασικό

ζητούμενο για τον υπολογισμό του κόστους. Έτσι λοιπόν στην αντικειμενική συνάρτηση διατηρούνται οι μεταβλητές μη κάλυψης με τον συντελεστή  $10^6$  και όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές προγράμματα με τους συντελεστές τους αντικαθίστανται από την τελική μεταβλητή απόκλισης που προκύπτει για κάθε πιλότο με τον συντελεστή του κόστους που έχει οριστεί (50 χρηματικές μονάδες).



```
Minimize
obj: 1000000 x1 + 1000000 x2 + 50 x12 + 50 x13
```

Εικόνα 10: Αντικειμενική συνάρτηση εναλλακτικού αλγορίθμου

### 3.8 Σύγκριση μοντέλων

Με μια πρώτη όψη κατ' αρχάς στο μέγεθος των μεταβλητών και περιορισμών κάθε μοντέλου αντιλαμβάνεται κάποιος πως ο εναλλακτικός αλγόριθμος είναι πιο πολύπλοκος και ενδεχομένως να απαιτείται σημαντικά μεγαλύτερος χρόνος μέχρι κάποιο λογισμικό να φτάσει στην βέλτιστη λύση, όσο αυξάνει σημαντικά και το μέγεθος του προβλήματος. Από την άλλη πλευρά όπως ήδη έχει αναφερθεί η προσθήκη των αφαιρετικών μεταβλητών μεγαλώνει το πεδίο των εφικτών λύσεων και προσφέρει λύσεις οι οποίες αναμένεται να είναι σημαντικά βελτιωμένες συγκριτικά με τις λύσεις του αρχικού αλγορίθμου.

Στο επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν αριθμητικά παραδείγματα για να εξεταστούν οι παραπάνω υποθέσεις και θα δοθεί ιδιαίτερη σημασία στο κόστος και στον χρόνο επίλυσης του κάθε προβλήματος. Όπως είναι απολύτως λογικό η ελαχιστοποίηση του κόστους είναι το κυριότερο μέλημα της κάθε αεροπορικής εταιρείας, αλλά αυτό που θα την κάνει να ξεχωρίσει από τις υπόλοιπες και να είναι ανταγωνιστική είναι η ευελιξία και η αμεσότητα, δύο χαρακτηριστικά άμεσα συνυφασμένα με τον παράγοντα χρόνο.

## 4) ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

### 4.1 Επεξήγηση διαδικασίας πειραμάτων

Στο παρόν κεφάλαιο θα εξεταστεί η αντίδραση και τα αποτελέσματα των δύο διαφορετικών μοντέλων κυρίως ως προς το τελικό κόστος και τον χρόνο επίλυσης, σε υποθετικά προβλήματα αεροπορικών εταιρειών. Αναλυτικότερα θα συγκρίνουμε τα δύο μοντέλα ως προς το αποτέλεσμα της αντικειμενικής συνάρτησης, τις ακάλυπτες διαδρομές και τον χρόνο υπολογισμού της βέλτιστης λύσης αλλά και του «χτισίματος» του προβλήματος.

Μετά από πολλές δοκιμές σε δύο διαφορετικούς υπολογιστές με διαφορετικές δυνατότητες διαπιστώθηκε πως οι χρόνοι που απαιτούνταν για την εύρεση βέλτιστης λύσης για μεγάλα προβλήματα ( $N=100$ ,  $R=300$ ) ήταν άκρως απαγορευτικοί. Πιο συγκεκριμένα για ανάλογα προβλήματα διαπιστώθηκε πως χρειάστηκαν μέχρι και 3 ώρες για να κατασκευαστεί το πρόβλημα και μετά από 48 ώρες δεν είχε ακόμα επιλυθεί. Αυτό που εντοπίστηκε επίσης είναι πως σημαντικό μερίδιο στην αργοπορία της επίλυσης είχε η αύξηση του αριθμού των ιπταμένων ακόμα και σε μικρά προβλήματα, όπως θα αποδειχθεί και στην πορεία. Μικρές αυξήσεις δηλαδή στον αριθμό των ιπταμένων επέφεραν μεγάλες αλλαγές στον χρόνο επίλυσης και πολλές φορές προκαλούσαν αδυναμία επίλυσης είτε λόγω χρόνου είτε λόγω μνήμης.

Για τα προβλήματα που μελετήθηκαν και θα παρουσιαστούν στην συνέχεια του κεφαλαίου ελήφθησαν 30 διαφορετικές μετρήσεις για κάθε μεταβολή τιμής, με στόχο την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων μιας και η βιβλιογραφία αναφέρει πως ιδανικά θα πρέπει να λαμβάνονται 20-30 δείγματα. Αξίζει να αναφερθεί επίσης ότι για το μέγεθος των προβλημάτων που θα μελετηθούν ο χρόνος επίλυσης του αρχικού προβλήματος είναι αμελητέος και δεν υπολογίζεται, αφού τα προβλήματα που εξετάστηκαν δεν ήταν τόσο μεγάλα λόγω των δυσκολιών που αντιμετωπίστηκαν και που αναφέρθηκαν και πιο πάνω.

Για τα πειράματα χρησιμοποιήθηκε ο φορητός υπολογιστής Lenovo ideapad 110-15ISK με διπύρηνιο επεξεργαστή Intel® Core™ i3-6100U CPU @ 2.30GHz με εγκατεστημένη RAM 4GB.

## 4.2 Μεταβολές στο $N$

Σαν πρώτη σταθερά εισόδου μεταβάλλεται ο αριθμός των ιπταμένων,  $N$ . Επιλύονται 5 διαφορετικά προβλήματα στα οποία το  $N$  παίρνει τιμές από 5 έως 15, ενώ τα υπόλοιπα δεδομένα εισόδου παραμένουν σταθερά. Πιο συγκεκριμένα, για τα προβλήματα που λύνουμε γίνεται η υπόθεση ότι υπάρχουν 90 διαδρομές προς προγραμματισμό ( $R = 90$ ), κάθε ιπτάμενος έχει 5 πιθανά προγράμματα ( $L = 5$ ), από τα οποία το πρώτο θα είναι το άδαιο πρόγραμμα και η πιθανότητα κάλυψης κάθε διαδρομής είναι ίση με 0.4 ( $P = 0.4$ ).

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι ακραίες τιμές καθώς και ο μέσος όρος για κάθε ένα πρόβλημα για την αντικειμενική συνάρτηση και τον χρόνο επίλυσης του εναλλακτικού μοντέλου.

Το πρώτο πρόβλημα που επιλύθηκε ήταν με δεδομένα εισόδου:  $N = 5$ ,  $R = 90$ ,  $L = 5$ ,  $P = 0.4$

Πίνακας 1: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=5$ ,  $R=90$ ,  $L=5$ ,  $P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	38.065.350	63.550	0,468
Max	49.046.800	2.070.450	1,609
Avg	45.384.935	1.000.882	0,994

Το δεύτερο πρόβλημα που επιλύθηκε ήταν με δεδομένα εισόδου:  $N = 7$ ,  $R = 90$ ,  $L = 5$ ,  $P = 0.4$ .

Πίνακας 2: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=7$ ,  $R=90$ ,  $L=5$ ,  $P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	37.065.800	55.400	0,794
Max	47.058.150	68.150	5,047
Avg	43.626.080	61.220	1,676

Το τρίτο πρόβλημα που επιλύθηκε ήταν με δεδομένα εισόδου:  $N = 10$ ,  $R = 90$ ,  $L = 5$ ,  $P = 0.4$ .

Πίνακας 3: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10$ ,  $R=90$ ,  $L=5$ ,  $P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	38.072.400	45.150	1,63
Max	48.062.850	60.900	26,489
Avg	44.001.607	51.630	5,4224

Το τέταρτο πρόβλημα που επιλύθηκε ήταν με δεδομένα εισόδου:  $N = 12$ ,  $R = 90$ ,  $L = 5$ ,  $P = 0.4$ .

Πίνακας 4: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=12$ ,  $R=90$ ,  $L=5$ ,  $P=0.4$ )

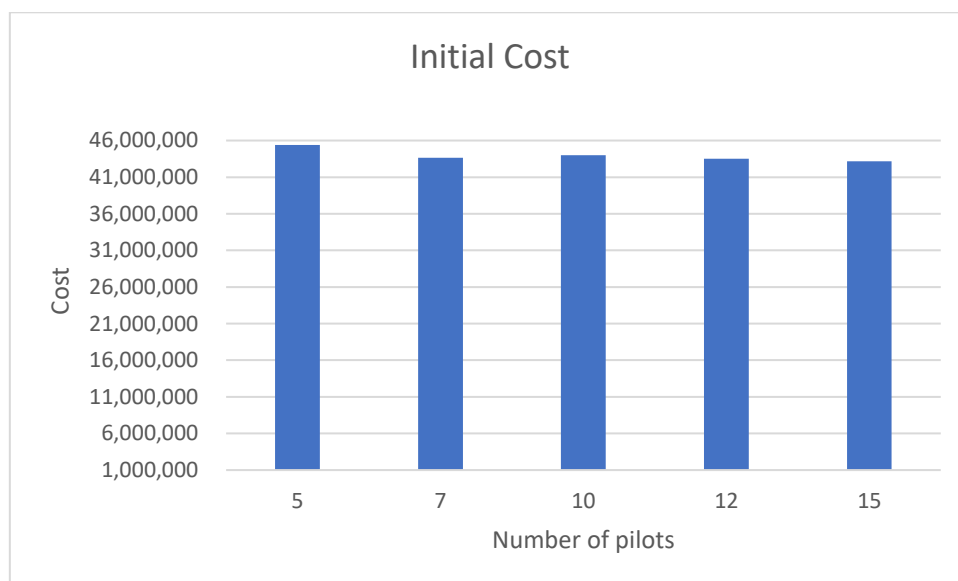
	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	34.083.700	37.450	2,86
Max	47.070.250	50.750	92,859
Avg	43.507.985	43.585	16,375

Το πέμπτο πρόβλημα που επιλύθηκε ήταν με δεδομένα εισόδου:  $N = 15$ ,  $R = 90$ ,  $L = 5$ ,  $P = 0.4$ .

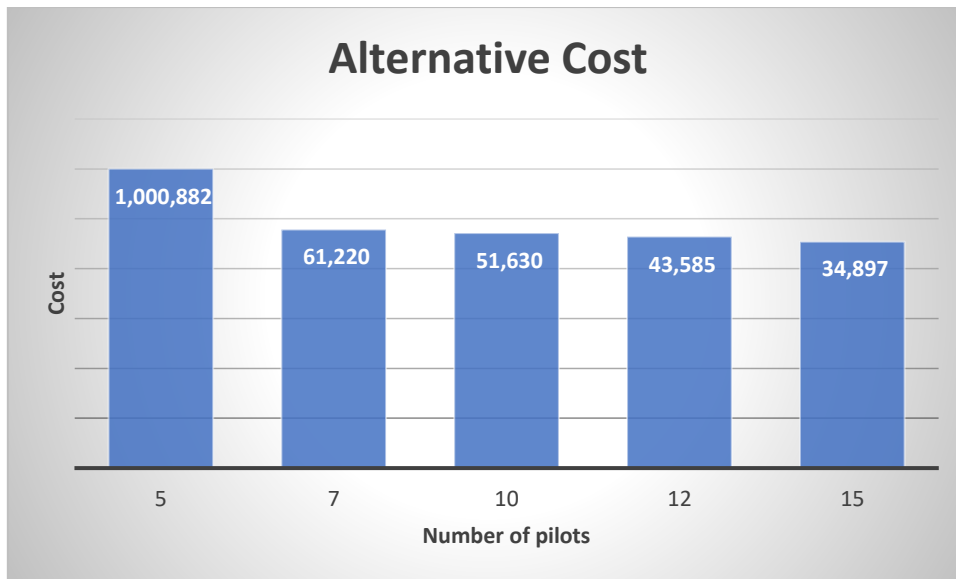
Πίνακας 5: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=15$ ,  $R=90$ ,  $L=5$ ,  $P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	37.088.500	28.250	4,438
Max	46.087.800	42.550	218,733
Avg	43.184.967	34.897	52,573

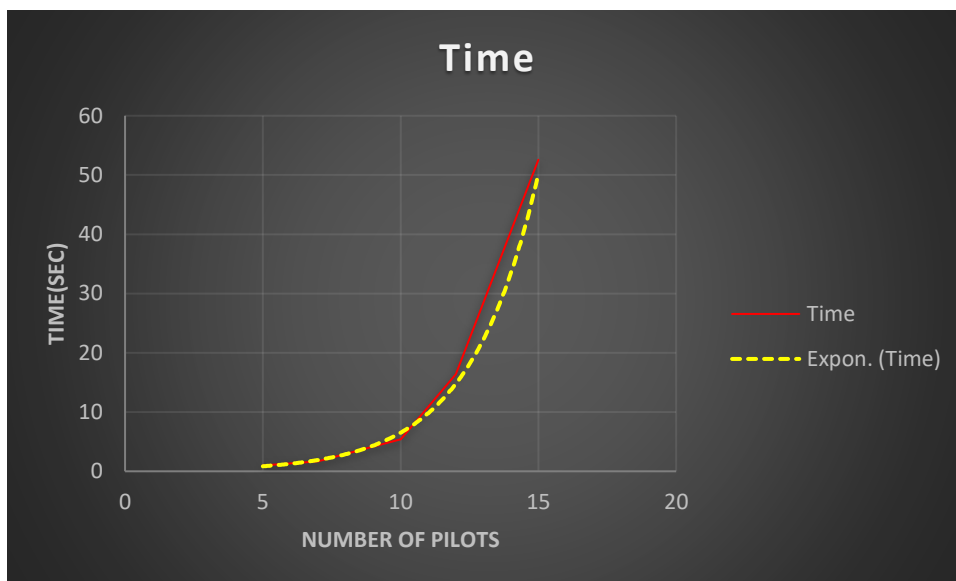
Τα συνολικά αποτελέσματα από όλες τις μετρήσεις :



Εικόνα 11: Το κόστος του αρχικού προβλήματος για μεταβολές στο  $N$



Εικόνα 12: Το κόστος του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο  $N$



Εικόνα 13: Ο χρόνος επίλυσης του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο  $N$

Αυτό που παρατηρείται καθώς αυξάνεται το  $N$  ενώ τα υπόλοιπα δεδομένα είναι σταθερά, είναι πως όσον αφορά το αρχικό πρόβλημα περίπου οι μισές διαδρομές μένουν ακάλυπτες, ενώ το κόστος κυμαίνεται από 41 έως 46 εκατομμύρια. Όσον αφορά το εναλλακτικό πρόβλημα μόνο για την πρώτη περίπτωση όπου  $N = 5$  παρατηρήθηκε πως μένει κατά μέσο όρο 1-2 ακάλυπτες διαδρομές, ενώ στις υπόλοιπες περιπτώσεις όλες καλύπτονται και το κόστος κυμαίνεται από 35-50



χιλιάδες και όσο αύξανε το  $N$  τόσο μειωνόταν. Σχετικά με τον χρόνο αυτό που αξίζει να σημειωθεί είναι πως ακόμα και για τόσο μικρό πρόβλημα και τόσο μικρές μεταβολές στο  $N$ , ο χρόνος επίλυσης αυξάνεται δραματικά και μάλιστα μπορεί να χαρακτηριστεί προσεγγιστικά ως εκθετική η αύξησή του. Πιο συγκεκριμένα όπως φάνηκε από τα παραδείγματα τριπλασιασμός του  $N$  οδήγησε σε αύξηση του χρόνου κατά 50 φορές μεγαλύτερη.

### 4.3 Μεταβολές στο $R$

Στα επόμενα προβλήματα τα δεδομένα εισόδου θα είναι αρχικά:  $N = 10$ ,  $R = 25$ ,  $L = 7$ ,  $P = 0.4$ , ενώ θα αλλάζει για κάθε πρόβλημα το  $R$  κατά 25 μονάδες μέχρι την τιμή 150. Παρακάτω παρουσιάζονται τα προβλήματα που μελετήθηκαν μαζί με πίνακες που περιέχουν τα αποτελέσματα που εξήχθησαν.

Το πρώτο πρόβλημα αφορά τιμή διαδρομών ίση με 25 ( $R = 25$ ).

Πίνακας 6: Αποτελέσματα για το πρόβλημα. ( $N=10$ ,  $R=25$ ,  $L=7$ ,  $P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	3.033.500	3.650	0,969
Max	8.035.100	14.250	45,614
Avg	5.835.602	8.142	13,739

Για  $R = 50$  :

Πίνακας 7: Αποτελέσματα για το πρόβλημα. ( $N=10$ ,  $R=50$ ,  $L=7$ ,  $P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	12.055.300	10.400	1,471
Max	25.046.650	17.800	37,552
Avg	21.983.633	13.845	14,455

Για  $R = 75$  :

Πίνακας 8: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=75, L=7, P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	29.069.550	32.200	1,635
Max	38.063.600	44.450	50,74
Avg	34.696.578	38.015	8,453

Για  $R = 100$  :

Πίνακας 9: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=100, L=7, P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	44.074.850	52.700	2,981
Max	53.070.550	68.100	36,238
Avg	49.305.265	60.573	9,307

Για  $R = 125$  :

Πίνακας 10: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=125, L=7, P=0.4$ )

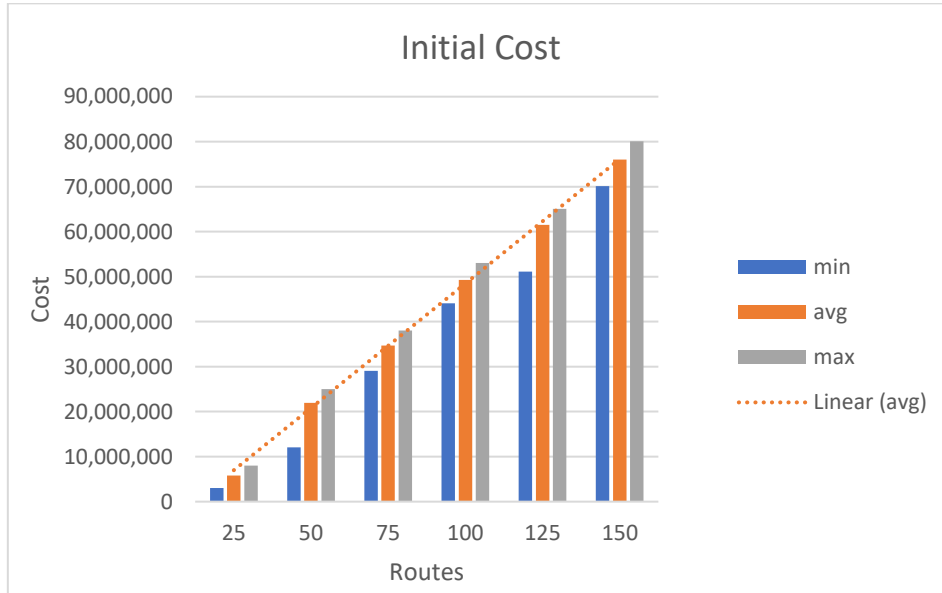
	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	51.093.550	78.850	5,428
Max	65.083.550	93.550	45,197
Avg	61.518.168	84.697	15,4523

Για  $R = 150$  :

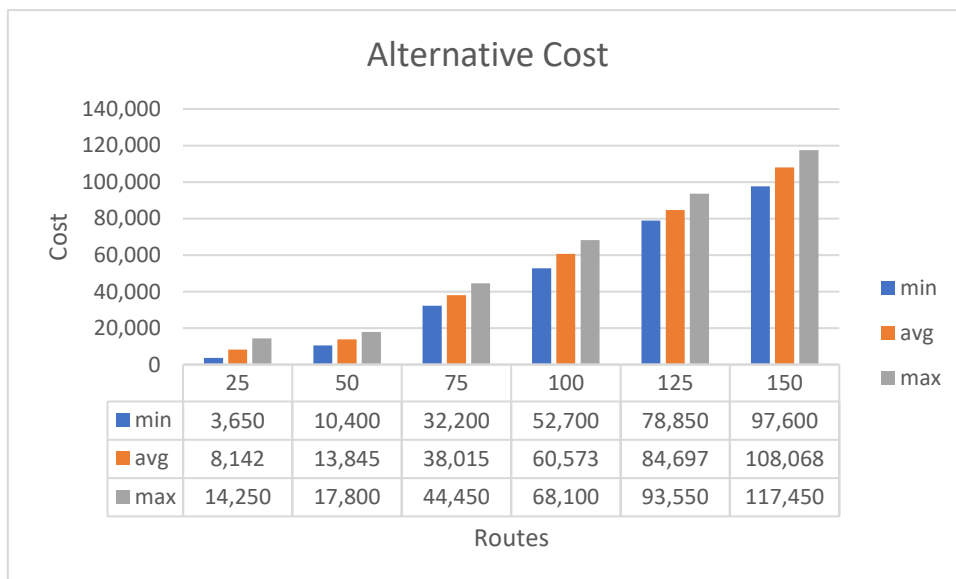
Πίνακας 11: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=150, L=7, P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	70.101.150	97.600	4,766
Max	80.090.200	117.450	26,018
Avg	75.995.018	108.068	11,393

Τέλος παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα όλων των μετρήσεων με τη μορφή διαγραμμάτων ως εξής :



Εικόνα 14: Το κόστος του αρχικού προβλήματος για μεταβολές στο R



Εικόνα 15: Το κόστος του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο R



Εικόνα 16: Ο χρόνος επίλυσης του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο  $R$

Το συμπέρασμα που προκύπτει για τις αντικειμενικές συναρτήσεις και των δύο αλγορίθμων είναι πως όσο αυξάνει το  $R$ , με τα άλλα δεδομένα σταθερά, διαρκώς αυξάνονται περίπου γραμμικά. Επίσης για κάθε 25 παραπάνω διαδρομές μένουν περίπου 10 ακάλυπτες διαδρομές περισσότερες, ενώ αντίθετα μέχρι και το πρόβλημα  $N = 10, R = 150, L = 7, P = 0.4$  που μελετήθηκε καμία διαδρομή δεν έμεινε ακάλυπτη με τον εναλλακτικό αλγόριθμο. Τέλος όσον αφορά τον χρόνο επίλυσης φαίνεται πως αύξηση του αριθμού των διαδρομών προκαλεί τυχαία μεταβολή στον χρόνο, με έντονες διακυμάνσεις.

#### 4.4 Μεταβολές στο $L$

Στα παρακάτω προβλήματα τα δεδομένα εισόδου είναι τα εξής:  $N = 10$ ,  $R = 90, L = 3, P = 0.4$ , ενώ αυτό που θα αυξάνεται είναι ο αριθμός προγραμμάτων. Πιο συγκεκριμένα θα εξεταστούν 6 προβλήματα με την σειρά με τιμές για το  $L = \{3,5,7,10,15,20\}$ .

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν για κάθε τιμή είναι τα εξής :

Για  $L = 3$  :

Πίνακας 12: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=90, L=3, P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	37.074.800	43.250	0,766
Max	49.064.300	57.850	11,329
Avg	45.133.578	51.530	4,1744

Για  $L = 5$  :

Πίνακας 13: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=90, L=5, P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	40.068.000	45.200	1,299
Max	47.065.150	57.000	20,319
Avg	43.601.760	51.954	5,889

Για  $L = 7$  :

Πίνακας 14: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=90, L=7, P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	38.069.100	40.200	2,806
Max	47.065.000	55.750	30,843
Avg	43.101.298	50.218	11,081

Για  $L = 10$  :

Πίνακας 15: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=90, L=10, P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	38.074.750	45.200	3,219
Max	47.067.500	56.500	81,117
Avg	42.868.992	51.218	19,788

Για  $L = 15$  :

Πίνακας 16: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=90, L=15, P=0.4$ )

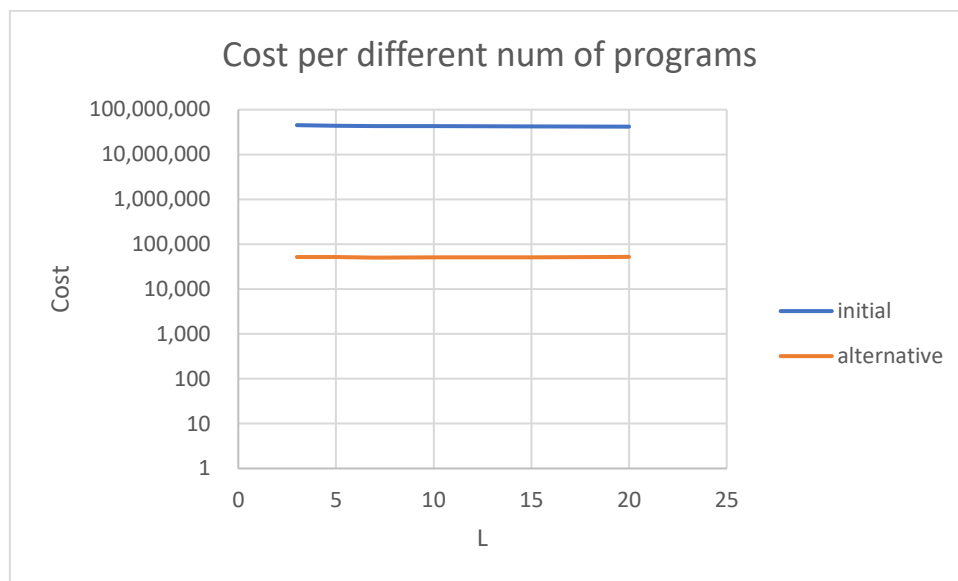
	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	36.075.650	45.600	6,25
Max	45.064.800	57.850	145
Avg	42.036.305	51.243	30,241

Για  $L = 20$  :

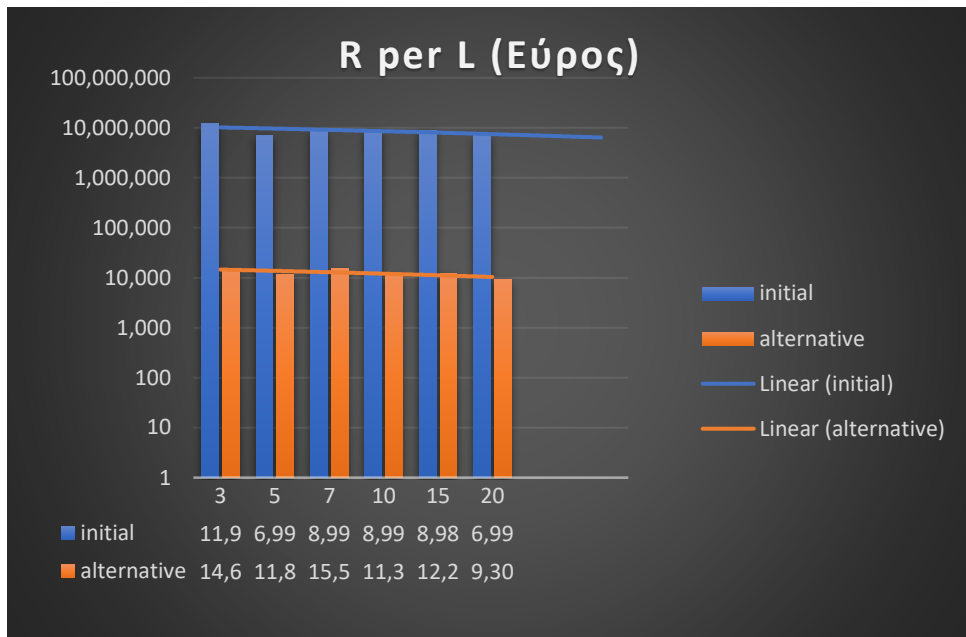
Πίνακας 17: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=90, L=20, P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	38.074.600	47.450	13,47
Max	45.068.750	56.750	227,696
Avg	41.770.222	52.177	53,910

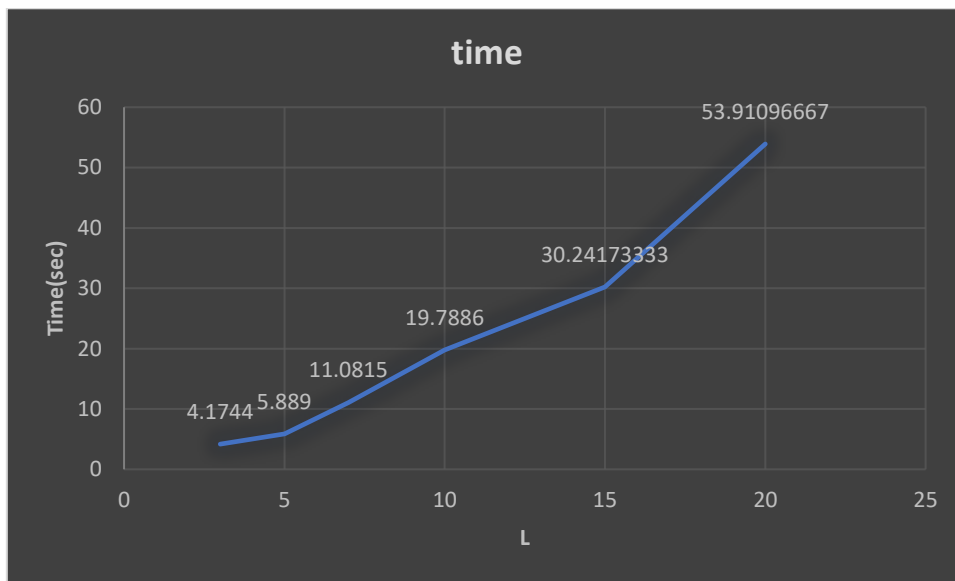
Συνοπτικά τα αποτελέσματα των μετρήσεων με τη μορφή διαγραμμάτων :



Εικόνα 17: Τα κόστη των 2 προβλημάτων για μεταβολές στο  $L$



Εικόνα 18: Το εύρος των κοστών των 2 προβλημάτων για μεταβολές στο  $L$



Εικόνα 19: Ο χρόνος επίλυσης του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο  $L$

Συγκρίνοντας όλα τα αποτελέσματα φαίνεται πως μεταβολές στον αριθμό των προγραμμάτων δεν επηρεάζουν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά συνέπεια τις ακάλυπτες διαδρομές. Παρατηρείται όμως πως το εύρος των μετρήσεων σταδιακά μειώνεται όσο αυξάνεται το  $L$ , πράγμα που σημαίνει πως μπορεί να μην επηρεάζεται σημαντικά το κόστος, όμως οι ακραίες τιμές εξομαλύνονται. Τέλος η αύξηση του χρόνου που απαιτείται για την επίλυση του εναλλακτικού προβλήματος είναι το ίδιο απότομη με την αντίστοιχη αύξηση του αριθμού των πιλότων.



## 4.5 Μεταβολές στο $P$

Στα τελευταία πειράματα που πραγματοποιήθηκαν ο παράγοντας που μελετήθηκε ήταν η πιθανότητα κάλυψης μιας διαδρομής ( $P$ ). Πραγματοποιήθηκαν τέσσερα πειράματα με  $N = 10$ ,  $R = 90$  και  $L = 5$  για  $P = 0,2, 0,4, 0,6$  και  $0,8$  και τα αποτελέσματα τους φαίνονται παρακάτω:

Για  $P = 0,2$  :

Πίνακας 18: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=90, L=5, P=0.2$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	43.058.500	44.200	0,769
Max	57.049.900	1.055.900	15,076
Avg	50.720.680	118.008	3,596

Για  $P = 0,4$  :

Πίνακας 19: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=90, L=5, P=0.4$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	40.068.000	45.200	1,299
Max	47.065.150	57.000	20,319
Avg	43.601.760	51.954	5,889

Για  $P = 0,6$  :

Πίνακας 20: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=90, L=5, P=0.6$ )

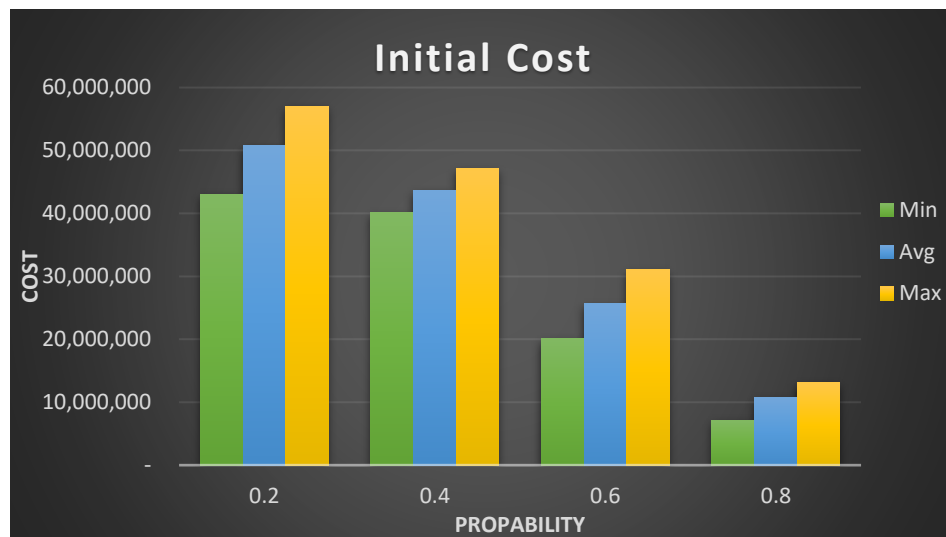
	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	20.083.850	46.300	3,342
Max	31.079.700	55.450	56,981
Avg	25.619.257	51.677	16,328

Για  $P = 0,8$  :

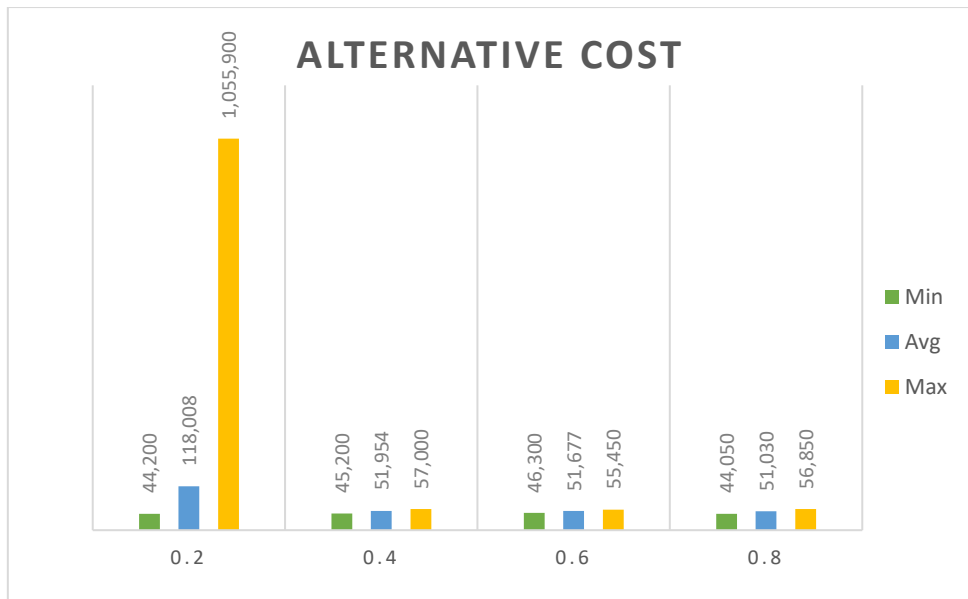
Πίνακας 21: Αποτελέσματα για το πρόβλημα ( $N=10, R=90, L=5, P=0.8$ )

	Initial Cost	Alternative Cost	Time (sec)
Min	7.101.150	44.050	4,775
Max	13.103.450	56.850	175,929
Avg	10.732.437	51.030	40,773

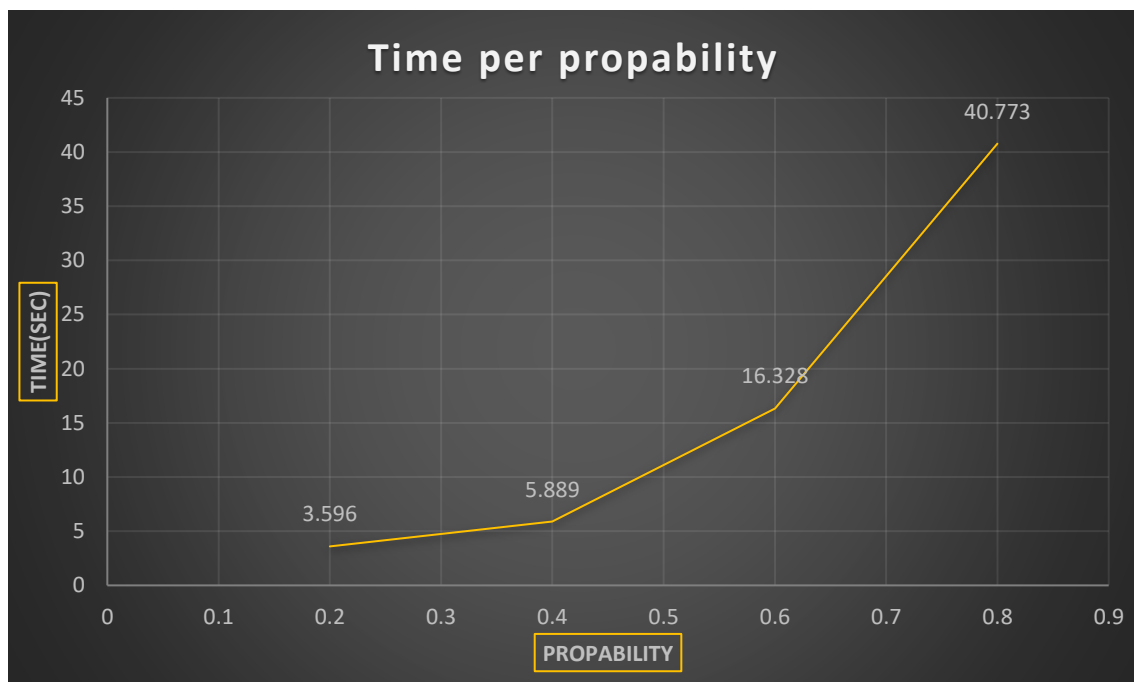
Και τα αποτελέσματα συγκεντρωμένα σε διαγράμματα :



Εικόνα 20: Το κόστος του αρχικού προβλήματος για μεταβολές στο  $P$



Εικόνα 21: Το κόστος του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο P



Εικόνα 22: Ο χρόνος επίλυσης του εναλλακτικού προβλήματος για μεταβολές στο P

Αυτό που παρατηρήθηκε είναι πως αυξημένη πιθανότητα κάλυψης μιας διαδρομής οδηγεί σε σημαντική μείωση του κόστους, κυρίως για το αρχικό πρόβλημα. Αυτό οφείλεται κυρίως στην μείωση των ακάλυπτων διαδρομών που όπως ήταν αναμενόμενο επηρεάζεται άμεσα από την πιθανότητα κάλυψης. Έτσι για τιμή της πιθανότητας 0,2 έμεναν ακάλυπτες περίπου το 56% των διαδρομών, ενώ για

$P = 0,8$  μόνο το 12% των διαδρομών έμειναν ακάλυπτο. Παρόλα αυτά εξακολουθούν να υπάρχουν ακάλυπτες διαδρομές και όπως φαίνεται το κόστος που δημιουργούν είναι εξαιρετικά μεγάλο.

Όσον αφορά το εναλλακτικό πρόβλημα πάλι η αύξηση της πιθανότητας οδηγεί σε μείωση του κόστους αλλά όχι σε τόσο σημαντικό βαθμό όπως στο αρχικό. Φυσικά αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στο εναλλακτικό πρόβλημα ακόμα και για πιθανότητα κάλυψης διαδρομής 0,2 το μέσο κόστος είναι 118.008, ενώ για τις υπόλοιπες τιμές βρίσκεται στο διάστημα (51.000 – 52.000) με φθίνουσα πάντα πορεία όσο αυξάνει η τιμή της πιθανότητας. Αξίζει να επισημανθεί σε αυτό το σημείο πως για  $P = 0,2$  μόνο το 6,67% των διαδρομών μένει ακάλυπτο. Δηλαδή θα εμφανίζεται **μία** ακάλυπτη διαδρομή με πιθανότητα 0,667. Με άλλα λόγια δεν θα βρεθούν ποτέ δύο ή περισσότερες ακάλυπτες διαδρομές σε ένα τέτοιο πρόβλημα.

Τέλος σχετικά με τον χρόνο, όπως έγινε και με τους παράγοντες  $N$  και  $L$ , η αύξηση της πιθανότητας οδηγεί σε σημαντική αύξηση του χρόνου επίλυσης η οποία οφείλεται σε μεγάλη συμμετοχή των προγραμμάτων σχεδόν σε κάθε διαδρομή, πράγμα που οδηγεί σε δραματικά μεγάλη αύξηση του αριθμού των μεταβλητών του προβλήματος.

## 5) ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

### 5.1 Σύγκριση μοντέλων

Για τα προβλήματα που μελετήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, όπως διευκρινίστηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο ο απαιτούμενος χρόνος επίλυσης του προβλήματος με τον αρχικό αλγόριθμο είναι μηδενικός. Άρα υπάρχει ένα ξεκάθαρο πλεονέκτημα του αρχικού αλγορίθμου όσον αφορά τον χρόνο επίλυσης, το οποίο μπορεί για αυτά τα προβλήματα να μην φαντάζει σημαντικό όμως για μεγαλύτερα προβλήματα ίσως παίζει καθοριστικό ρόλο.

Από την άλλη πλευρά ο εναλλακτικός αλγόριθμος σε όλες τις περιπτώσεις προσφέρει μια αξιοσημείωτα και ξεκάθαρα καλύτερη λύση, ενώ επί πρόσθετα σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις καλύπτει όλες τις διαδρομές. Εξαιρέση αποτελεί η περίπτωση ( $N = 5, R = 90, P = 0,4, L = 5$ ) και η ( $N = 10, R = 90, P = 0,2, L = 5$ ), όπου και πάλι οι ακάλυπτες διαδρομές του εναλλακτικού αλγορίθμου δεν ξεπερνούν τις δύο.

Άρα λοιπόν αυτό που καλούνται να επιλέξουν οι αεροπορικές εταιρείες, σύμφωνα με τα συμπεράσματα που προέκυψαν, είναι ο χρόνος έναντι του κόστους και αντίθετα. Επισημαίνεται ξανά πως για μικρά προβλήματα όπως αυτά που μελετήθηκαν, λόγω των δυσκολιών που εμπόδισαν την επέκταση σε μεγαλύτερα προβλήματα, ο εναλλακτικός αλγόριθμος ίσως φαντάζει ξεκάθαρη επιλογή, όμως διατηρούνται πολλές επιφυλάξεις αφού δεν έχουν γίνει πειράματα τόσο για μεγάλα προβλήματα όσο και για ρεαλιστικές καταστάσεις.

### 5.2 Σύνοψη αποτελεσμάτων

Μετά από τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν γίνεται ξεκάθαρο ποιοι παράγοντες επηρεάζουν το κόστος, ποιοι τον χρόνο επίλυσης και ποιοι και τα δύο. Πιο συγκεκριμένα σημαντική αύξηση του χρόνου επίλυσης πραγματοποιείται για μικρές αυξήσεις του αριθμού των πιλότων ( $N$ ), των προγραμμάτων ( $L$ ) και της πιθανότητας ( $P$ ). Αυτοί οι τρεις παράγοντες παίζουν σημαντικό ρόλο συνεπώς στον απαιτούμενο χρόνο επίλυσης του κάθε προβλήματος και αυτό το γεγονός έχει μια πολύ καλή εξήγηση. Ο λόγος που αυτοί οι τρεις παράγοντες, με την αύξηση του καθενός ξεχωριστά, αυξάνουν δραματικά τον χρόνο επίλυσης είναι η αύξηση των μεταβλητών του προβλήματος. Έτσι αν αναλογιστεί κανείς την ήδη υπάρχουσα πολυπλοκότητα του προβλήματος και συμπεριλάβει την περαιτέρω αύξηση των

μεταβλητών του αλγορίθμου τότε μάλλον λογική και αναμενόμενη είναι η αύξηση του απαιτούμενου χρόνου επίλυσης.

Όσον αφορά το συνολικό κόστος παρατηρείται πως αύξηση του αριθμού των πιλότων ( $N$ ) και της πιθανότητας κάλυψης διαδρομής ( $P$ ) οδηγεί σε μείωση του συνολικού κόστους τόσο στο αρχικό όσο και στο εναλλακτικό πρόβλημα, με ιδιαίτερη βελτίωση πάντως στον αρχικό αλγόριθμο μιας και εκεί υπάρχει το μεγαλύτερο πρόβλημα αν αναλογιστεί κανείς το ποσοστό των ακάλυπτων διαδρομών. Η αύξηση των προγραμμάτων ( $L$ ) δεν επηρεάζει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά όσο αυξάνει τόσο μειώνεται το εύρος των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων των δύο αλγορίθμων.

Αντίθετα με τους άλλους παράγοντες, ο αριθμός των διαδρομών ( $R$ ) αυξάνει το κόστος όσο αυξάνει και ο ίδιος, ενώ σχετικά με τον χρόνο επίλυσης δεν μπορεί να βγει κάποιο συμπέρασμα καθώς όπως φάνηκε και από το σχετικό διάγραμμα, παρουσιάζει σημαντικές αυξομειώσεις. Η εξήγηση πίσω από αυτή την αντίθετη αντίδραση των παραγόντων κρύβεται στο γεγονός ότι όσο αυξάνουν ο αριθμός των πιλότων ή ο αριθμός των προγραμμάτων ή η πιθανότητα κάλυψης μιας διαδρομής, με σταθερό το πλήθος των διαδρομών, τόσο καθιστούν πιο πιθανό να υπάρχει λύση όσο το δυνατόν «περισσότερο» βέλτιστη. Είναι λογικό όσο περισσότεροι πιλότοι υπάρχουν ή όσο περισσότερα προγράμματα για κάθε πιλότο ή όσο μεγαλύτερη πιθανότητα κάλυψης διαδρομής για κάθε πρόγραμμα, τόσο περισσότερες εφικτές λύσεις να δημιουργούνται.

Από την άλλη με σταθερούς αυτούς τους παράγοντες ( $N$ ,  $L$ ,  $P$ ) η αύξηση του αριθμού των διαδρομών ( $R$ ) οδηγεί σε αύξηση του κόστους, αφού οι ίδιοι πιλότοι, με τα ίδια προγράμματα και την ίδια πιθανότητα κάλυψης διαδρομής για κάθε πρόγραμμα καλούνται να καλύψουν μεγαλύτερο πλήθος διαδρομών.

### 5.3 Μελλοντική έρευνα

Όπως πιθανώς έχει ήδη διαπιστωθεί το κόστος που προκύπτει από τον εναλλακτικό αλγόριθμο για τον χρονοπρογραμματισμό ιπτάμενου ανθρώπινου δυναμικού είναι αδιαμφισβήτητα και σημαντικότερα μικρότερο του αντίστοιχου αρχικού αλγόριθμου. Παρόλα αυτά παρατηρήθηκε πως ακόμα και για μικρές αλλαγές σε ορισμένες παραμέτρους ο χρόνος επίλυσης αυξάνεται σημαντικά.

Προκύπτουν έτσι ερωτηματικά σχετικά με το πως θα ανταπεξέλθει ο αλγόριθμος σε προβλήματα μεγαλύτερου βεληνεκούς. Άρα ως πρώτος και κυριότερος τομέας που αξίζει να δοθεί βάση για μελλοντική έρευνα είναι ο προγραμματισμός. Πιο συγκεκριμένα ίσως πρέπει να μελετηθεί ο κώδικας με πιο αυστηρά προγραμματιστικά κριτήρια, όχι ως προς την αποτελεσματική λειτουργία ως προς τα αποτελέσματα αυτά καθαυτά αλλά ως προς τον χρόνο εμφάνισης αποτελεσμάτων. Εξίσου σημαντικό είναι να διαπιστωθούν οι αιτίες που κατέστησαν μεγαλύτερα προβλήματα ουσιαστικά άλυτα, αφού ο χρόνος επίλυσης τους είχε φτάσει σε απαγορευτικά όρια.

Συνοψίζοντας ο εναλλακτικός αλγόριθμος όχι μόνο προσφέρει λύσεις με βιώσιμο και κανείς θα έλεγα ιδανικό κόστος, αλλά φροντίζει επίσης να καλύπτονται όλες οι διαδρομές. Αυτό που μένει να εξακριβωθεί είναι αν μπορεί να ανταπεξέλθει σε ρεαλιστικά προβλήματα και αν ναι κάτω από ποιες προγραμματιστικές συνθήκες και τεχνολογικές απαιτήσεις.

## Βιβλιογραφία

- [1] Ζορμπάς Δημήτριος και Ψαρογιώργος Σπυρίδων (2016), “Μεθοδολογία Column Generation για Βέλτιστη Ανάθεση Ιπτάμενου Προσωπικού”, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Μεταπτυχιακή Εργασία
- [2] Πανταζή Θεοδώρα (2013), “Μεικτός Ακέραιος Προγραμματισμός για Βέλτιστη Ανάθεση Ιπταμένων σε Εκπαιδευτικές Συνεδρίες Προσομοιωτή”, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Διπλωματική Εργασία
- [3] Σίσκος Γιάννης (2000), “Γραμμικός Προγραμματισμός”, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, 50-52, 86-90, 295-302
- [4] Bazargan Massoud (2010), “Airline Operations and Scheduling” 2nd edition, Ashgate
- [5] Garfinkel Robert S. – Nemhauser George L. (1972), Integer Programming, Wiley-Interscience,
- [6] Pinedo Michael L. (2005), “Planning and Scheduling in Manufacturing and Services”, Springer, 303-307
- [7] Pinedo Michael (2012), Scheduling: Theory, Algorithms, Systems, Springer
- [8] Rader Jr. David J. (2010), Deterministic Operations Research: Models and Methods in Linear Optimization, Wiley, 414-420, 514-551
- [9] Schrijver Alexander (1986), Theory of Linear and Integer Programming, Wiley-Interscience
- [10] Taha Hamdy A. (1975), Integer Programming: Theory, Applications, and Computations, 139-173
- [11] [https://en.wikipedia.org/wiki/Crew\\_scheduling](https://en.wikipedia.org/wiki/Crew_scheduling)
- [12] <http://www.maths-in-industry.org/miis/454/1/Airline-crew-scheduling.pdf>
- [13] [https://eclass.uowm.gr/modules/document/file.php/ICTE154/Operations-Research\\_3.pdf](https://eclass.uowm.gr/modules/document/file.php/ICTE154/Operations-Research_3.pdf)
- [14] <http://www.imada.sdu.dk/~marco/DM204/Slides/lecture-2.pdf>
- [15] <https://www.slideshare.net/LintangWidayanto/crew-scheduling-23489651>



- [16] [https://docs.oracle.com/cd/E39583\\_01/fscm92pbr0/eng/fscm/fwkm/concept\\_UnderstandingCrewScheduling-cc9f6c.html](https://docs.oracle.com/cd/E39583_01/fscm92pbr0/eng/fscm/fwkm/concept_UnderstandingCrewScheduling-cc9f6c.html)
- [17] [https://en.wikipedia.org/wiki/Airline\\_Deregulation\\_Act](https://en.wikipedia.org/wiki/Airline_Deregulation_Act)
- [18] <https://www.cmpe.boun.edu.tr/~gungort/theses/Methodology%20for%20Crew-Pairing%20Problem%20in%20Airline%20Crew%20Scheduling.pdf>
- [19] [https://en.wikipedia.org/wiki/Naval\\_Research\\_Logistics](https://en.wikipedia.org/wiki/Naval_Research_Logistics)

