



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΠΡΟΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ:**

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ ΤΗΣ ΠΛΑΤΦΟΡΜΑΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ
SLEIPNER A, STATOIL, ΣΕ ΝΕΡΑ ΕΝΔΙΑΜΕΣΟΥ ΒΑΘΟΥΣ**

ΚΑΝΑΚΗ ΝΙΚΗ | | ΒΟΛΟΣ, ΙΟΥΝΙΟΣ 2017

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: Κατσαρδή Βασιλική

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του Διπλώματος Πολιτικού Μηχανικού

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή:

ΚΑΤΣΑΡΔΗ ΒΑΣΙΛΙΚΗ

ΓΡΑΜΜΕΝΟΣ ΘΕΟΦΑΝΗΣ

ΣΟΦΙΑΝΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλαν καθοριστικά, ο καθένας με τον δικό του τρόπο, στη διαμόρφωση και ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας.

Αρχικά, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην επιβλέπουσα καθηγήτρια μου, κ. Βασιλική Κατσαρδή, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση της κατά την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας, για τη συνεχή της υποστήριξη, αλλά και για την ενθάρρυνση που μου έδινε στη διάρκεια των φοιτητικών μου χρόνων να θέτω νέους ακαδημαϊκούς στόχους και να δουλεύω για την επίτευξή τους.

Επιπρόσθετα, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, κ. Θεοφάνη Γραμμένο και κ. Δημήτριο Σοφιανόπουλο, για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και τις πολύτιμες υποδείξεις τους.

Πάνω από όλα, είμαι ευγνώμων στη μητέρα μου, Ευαγγελία Θεμελή, και τη γιαγιά μου, Νίκη Θεμελή, για την ολόψυχη αγάπη, εμπιστοσύνη και υποστήριξη τους όλα αυτά τα χρόνια. Σε αυτές αφιερώνω την εργασία μου.

Πίνακας Περιεχομένων

Ευχαριστίες.....	4
Πίνακας Περιεχομένων	5
Κατάλογος Εικόνων	7
Κατάλογος Πινάκων.....	8
Κατάλογος Διαγραμμάτων	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ	14
1.1 ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	14
1.2 ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	14
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΑΝΟΙΚΤΗΣ ΘΑΛΑΣΣΑΣ (OFFSHORE STRUCTURES)	16
2.1 ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΕΞΕΔΡΕΣ (FIXED PLATFORMS)	17
2.2 ΕΥΚΑΜΠΤΟΙ ΠΥΡΓΟΙ (COMPLIANT TOWERS).....	18
2.3 ΕΞΕΔΡΕΣ ΤΕΤΑΜΕΝΩΝ ΠΟΔΙΩΝ (TENSION LEG PLATFORMS-TLP’S).....	19
2.4 ΕΞΕΔΡΕΣ ΤΥΠΟΥ JACK-UP (JACK-UP PLATFORMS)	19
2.5 ΗΜΙΒΥΘΙΖΟΜΕΝΕΣ ΕΞΕΔΡΕΣ (SEMI-SUBMERSIBLE PLATFORMS)	20
2.6 ΕΞΕΔΡΕΣ ΔΟΚΟΥ (SPAR PLATFORMS)	21
2.7 ΕΞΕΔΡΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ (GRAVITY BASED STRUCTURES-GBS)	23
2.8 ΔΙΑΣΗΜΑ ΕΡΓΑ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ.....	24
2.8.1 BERKUT	24
2.8.2 HIBERNIA	25
2.8.3 TROLL A.....	26
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ.....	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ.....	29
4.1 ΤΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΦΑΣΜΑ TORSETHAUGEN.....	29
4.2 ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ	32
4.3 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ NEW WAVE	33
4.4 ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ DEAN & LE MEHAUTE	34
4.5 ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΟ ΒΑΘΟΣ ΚΥΜΑΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΚΥΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ	37
5.1 ΚΑΝΟΝΙΚΟΙ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΙ (STEADY WAVES)	37
5.2 ΜΗ ΚΑΝΟΝΙΚΟΙ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΙ (RANDOM WAVES)	38
5.3 ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ AIRY – STOKES 1 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ.....	39
5.4 ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ STOKES 2 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ	45
5.5 ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ STOKES 5 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ	48
5.4 ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ FOURIER 18 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ.....	52

5.6 ΘΕΩΡΙΑ ΤΥΧΑΙΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ (LINEAR RANDOM WAVE THEORY-LRWT).....	54
5.5.1 ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΔΙΟΡΘΩΣΗ WHEELER (WHEELER STRETCHING).....	56
5.7 ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΥΧΑΙΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ 2 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ (SECOND ORDER WAVE RANDOM THEORY-SHARMA & DEAN)	56
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ	60
6.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ AIRY	60
6.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ STOKES 2 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ	63
6.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ STOKES 5 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ	66
6.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ FOURIER 18 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ.....	69
6.6 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΥΧΑΙΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ.....	71
6.7 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΥΧΑΙΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ 2 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ.....	73
6.9 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΘΕΩΡΙΩΝ.....	75
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΚΥΜΑΤΙΚΕΣ ΦΟΡΤΙΣΕΙΣ.....	83
7.1 ΦΟΡΤΙΣΗ ΛΕΠΤΩΝ ΜΕΛΩΝ-Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ MORISON.....	83
7.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ	84
7.2.1 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ ΣΤΙΣ ΚΟΛΟΝΕΣ .	85
7.2.2 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ ΣΤΗ ΒΑΣΗ.....	91
7.2.3 ΚΥΜΑΤΙΚΕΣ ΦΟΡΤΙΣΕΙΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ.....	96
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ	97
8.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ AIRY	97
8.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ STOKES 2 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ	102
8.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ STOKES 5 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ	106
8.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ FOURIER 18 ^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ.....	110
8.5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΥΧΑΙΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ.....	112
8.6 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΘΕΩΡΙΩΝ-ΚΟΛΟΝΕΣ	115
8.7 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΘΕΩΡΙΩΝ - ΒΑΣΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ	118
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ	123
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	125

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 2.1: Απεικόνιση σταθερής εξέδρας (διαδίκτυο).....	17
Εικόνα 2.2: Απεικόνιση εύκαμπτου πύργου (offshore technology, διαδίκτυο).	18
Εικόνα 2.3: Απεικόνιση εξέδρας τεταμένων ποδιών (OffshoreBook, 2010).....	19
Εικόνα 2.4: Απεικόνιση εξέδρας τύπου jack-up (OffshoreBook, 2010).	20
Εικόνα 2.5: Απεικόνιση ημιβυθιζόμενης εξέδρας (OffshoreBook, 2010).	21
Εικόνα 2.6: Κλασσική δοκός (αριστερά), δικτυωτή δοκός (στο κέντρο) και κυψελωτή δοκός (δεξιά) (globalsecurity, διαδίκτυο).....	22
Εικόνα 2.7: Απεικόνιση πλατφόρμας βαρύτητας (Statoil).	23
Εικόνα 2.8: Σχηματική απεικόνιση κατασκευής και εγκατάστασης πλατφόρμας βαρύτητας (MSL Engineering).....	24
Εικόνα 2.9: Η πλατφόρμα Berkut GBS (ExxonMobile, διαδίκτυο).	25
Εικόνα 2.10: Η πλατφόρμα Hibernia GBS (ExxonMobile, διαδίκτυο).	25
Εικόνα 2.11: Η πλατφόρμα Troll A GBS (Photo by: Odd Furenes).....	26
Εικόνα 3.1: Η πλατφόρμα εξόρυξης πετρελαίου Sleipner A GBS (Statoil, διαδίκτυο).....	27
Εικόνα 3.2: Κάτοψη (πάνω) και όψη (κάτω) της κατασκευής, με τις τέσσερις κολόνες να αναφέρονται ως: RS (βόρεια κολόνα), US (νότια κολόνα), DS-E (ανατολική κολόνα) και DS-W (δυτική κολόνα).	28
Εικόνα 5.1: Χρονοϊστορία κυματισμού και αντίστοιχη μορφή ενεργειακού φάσματος στην περίπτωση κανονικών κυματισμών (Swan, 2007).	38
Εικόνα 5.2: Χρονοϊστορία κυματισμού και αντίστοιχη μορφή ενεργειακού φάσματος στην περίπτωση τυχαίων κυματισμών (Swan, 2007).	39
Εικόνα 5.3: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με την κυματική θεωρία Airy.	42
Εικόνα 5.4: Τοπικές ταχύτητες και επιταχύνσεις των σωματιδίων του ρευστού (Shore Protection Manual Vol.1, 1984).	44
Εικόνα 5.5: Τροχιές σωματιδίων ανάλογα με το βάθος νερού.	44
Εικόνα 5.6: Κατανομή πίεσης των σωματιδίων του ρευστού σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli.....	45
Εικόνα 5.7: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας για τις κυματικές θεωρίες Airy και Stokes 2 ^{ης} τάξης.	47
Εικόνα 5.8: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας για την κυματική θεωρία Stokes 5 ^{ης} τάξης ως άθροισμα πέντε αρμονικών.	48
Εικόνα 5.9: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με την κυματική θεωρία Stokes 5 ^{ης} τάξης, (Fenton, 1985).	50
Εικόνα 5.10: Γραμμικό άθροισμα δύο κυματικών συνιστωσών (Swan, 2016).	55
Εικόνα 5.11: Μη γραμμικό άθροισμα δύο κυματικών συνιστωσών (Swan, 2016).....	55
Εικόνα 7.1: Σχηματική απεικόνιση της κατασκευής και των δύο διευθύνσεων διάδοσης των κυματισμών 90° και 30° ως προς τον Βορρά, με τις τέσσερις κολόνες να αναφέρονται ως: RS (βόρεια κολόνα), US (νότια κολόνα), DS-E (ανατολική κολόνα) και DS-W (δυτική κολόνα).85	

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Εικόνα 7.2: Κατανομή της ταχύτητας στη βόρεια και νότια κολόνα (RS και US, αντίστοιχα) για την χρονική στιγμή στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη ανύψωση.	88
Εικόνα 7.3: Κατανομή της ταχύτητας στην ανατολική και δυτική κολόνα (DS-E και DS-W αντίστοιχα) για την χρονική στιγμή στην οποία εμφανίζεται η ελάχιστη ανύψωση.	88
Εικόνα 7.4: Σχηματική απεικόνιση του συστήματος των τεσσάρων κολονών της κατασκευής για διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών 90° ως προς τον Βορρά και το σχετικό σύστημα συντεταγμένων.	89
Εικόνα 7.5: Σχηματική απεικόνιση των κολονών της κατασκευής και καθορισμός των οριακών τιμών της συντεταγμένης x κάθε κολόνας για διεύθυνση διάδοσης 90° ως προς τον Βορρά.	90
Εικόνα 7.6: Σχηματική απεικόνιση του συστήματος των τεσσάρων κολονών της κατασκευής για διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών 30° ως προς τον Βορρά και το σχετικό σύστημα συντεταγμένων.	90
Εικόνα 7.7: Κάτοψη (πάνω) και όψη (κάτω) της βάσης της κατασκευής και των δύο διευθύνσεων διάδοσης των κυματισμών 90° και 30° ως προς τον Βορρά.	92
Εικόνα 7.8: Σχηματική απεικόνιση της βάσης της κατασκευής για διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών 90° ως προς τον Βορρά και το σχετικό σύστημα συντεταγμένων.	93
Εικόνα 7.9: Σχηματική απεικόνιση της βάσης της κατασκευής για διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών 30° ως προς τον Βορρά και το σχετικό σύστημα συντεταγμένων.	95

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4.1: Περιβαλλοντικές συνθήκες.	29
Πίνακας 4.2: Εμπειρικές παράμετροι απλοποιημένου φάσματος Torsethaugen (Torsethaugen & Haver, 2004).	31
Πίνακας 4.3: Εξισώσεις που αφορούν σε wind και swell dominated sea states (Torsethaugen & Haver, 2004).	32
Πίνακας 4.4: Καμπυλότητα κυματικού πεδίου.	36
Πίνακας 6.1: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τη θεωρία Airy.	61
Πίνακας 6.2: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με τη θεωρία Airy.	62
Πίνακας 6.3: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 2 ^{ης} τάξης.	64
Πίνακας 6.4: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 2 ^{ης} τάξης.	65
Πίνακας 6.5: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 5 ^{ης} τάξης.	67
Πίνακας 6.6: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 5 ^{ης} τάξης.	67
Πίνακας 6.7: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τη θεωρία Fourier 18 ^{ης} τάξης.	69
Πίνακας 6.8: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με τη θεωρία Fourier 18 ^{ης} τάξης.	70

Πίνακας 6.9:	Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με την LRWT.....	71
Πίνακας 6.10:	Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με τη LRWT.....	72
Πίνακας 6.11:	Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με την SD.....	74
Πίνακας 6.12:	Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με την SD.....	74
Πίνακας 6.13:	Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας-Σύγκριση κυματικών θεωριών.....	77
Πίνακας 6.14:	Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών-Σύγκριση κυματικών θεωριών για μονοκατευθυντικό πεδίο.....	81
Πίνακας 6.15:	Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών-Σύγκριση κυματικών θεωριών για κατευθυντικό πεδίο.....	82
Πίνακας 7.1:	Τιμές των παραμέτρων K_C , C_D και C_M για κάθε κυματική θεωρία και κυματικό γεγονός, σύμφωνα με τον κανονισμό DNV (2010).....	86
Πίνακας 7.2:	Μέγιστη και ελάχιστη τιμή της διαμέτρου κάθε κολόνας.....	87
Πίνακας 7.3:	Οριακές τιμές της συντεταγμένης x κάθε κολόνας για διεύθυνση διάδοσης 90° ως προς τον Βορρά.....	90
Πίνακας 7.4:	Συντεταγμένες των σημείων της βάσης της κατασκευής για διεύθυνση διάδοσης 90° ως προς τον Βορρά.....	93
Πίνακας 8.1:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 90° (Airy).....	97
Πίνακας 8.2:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (Airy).....	99
Πίνακας 8.3:	Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 90° (Airy).....	100
Πίνακας 8.4:	Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 30° (Airy).....	101
Πίνακας 8.5:	Συνολική φόρτιση κατασκευής (Airy).....	102
Πίνακας 8.6:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 90° (Stokes 2 nd)..	102
Πίνακας 8.7:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (Stokes 2 nd)..	103
Πίνακας 8.8:	Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 90° (Stokes 2 nd).....	104
Πίνακας 8.9:	Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 30° (Stokes 2 nd).....	105
Πίνακας 8.10:	Συνολική φόρτιση κατασκευής (Stokes 2 nd).....	106
Πίνακας 8.11:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 90° (Stokes 5 th)..	106
Πίνακας 8.12:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (Stokes 5 th)..	107
Πίνακας 8.13:	Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 90° (Stokes 5 th).....	108
Πίνακας 8.14:	Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 30° (Stokes 5 th).....	109
Πίνακας 8.15:	Συνολική φόρτιση κατασκευής (Stokes 5 th).....	110
Πίνακας 8.16:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 90° (Fourier 18 th)..	110
Πίνακας 8.17:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (Fourier 18 th)..	111
Πίνακας 8.18:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 90° (LRWT Str).	113
Πίνακας 8.19:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (LRWT Str).	114
Πίνακας 8.20:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες-Σύγκριση κυματικών θεωριών $\{H_s, T_p\}$	116
Πίνακας 8.21:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες-Σύγκριση κυματικών θεωριών $\{H_{max}, T_p\}$.	117
Πίνακας 8.22:	Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες-Σύγκριση κυματικών θεωριών $\{H_{max}, T_{tt}\}$	118

Πίνακας 8.23: Μέγιστες φορτίσεις βάσης και κατασκευής-Σύγκριση μονοχρωματικών θεωριών $\{H_s, T_p\}$.	119
Πίνακας 8.24: Μέγιστες φορτίσεις βάσης και κατασκευής-Σύγκριση μονοχρωματικών θεωριών $\{H_{max}, T_p\}$.	120
Πίνακας 8.25: Μέγιστες φορτίσεις βάσης και κατασκευής-Σύγκριση μονοχρωματικών θεωριών $\{H_{max}, T_{tt}\}$.	121

Κατάλογος Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 4.1: (α) Φάσμα κατανομής ενέργειας στις συχνότητες (Torsethaugen) (β) Φάσμα κατανομής ενέργειας στις διευθύνσεις (Mitsuyasu, $s=20$)	32
Διάγραμμα 4.2: Τριδιάστατη μορφή φάσματος κατανομής ενέργειας	33
Διάγραμμα 4.3: Μοντέλο NewWave. Συνάρτηση αυτό-συσχέτισης υποκείμενου φάσματος για μέγιστη ανύψωση επιφάνειας $\eta_{max}=1m$.	34
Διάγραμμα 4.4: Όρια ισχύος θεωριών κανονικών κυματισμών (Dean, 1970 & Le Méhauté, 1976).	35
Διάγραμμα 6.1: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου ($x=0m$)-Airy.	61
Διάγραμμα 6.2: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=0s$)-Airy.	62
Διάγραμμα 6.3: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=3T/4$)-Airy.	62
Διάγραμμα 6.4: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου ($x=0m$)-Stokes 2 ^{ης} τάξης.	63
Διάγραμμα 6.5: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου στην περίπτωση $\{H_{max}, T_p\}$ ($x=0m$)-Airy και Stokes 2 ^{ης} τάξης.	64
Διάγραμμα 6.6: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου, ως άθροισμα δύο όρων, στην περίπτωση $\{H_{max}, T_p\}$, ($x=0m$)-Stokes 2 ^{ης} τάξης.	64
Διάγραμμα 6.7: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=0s$)-Stokes 2 ^{ης} τάξης.	65
Διάγραμμα 6.8: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=t_{max}$)-Stokes 2 ^{ης} τάξης.	66
Διάγραμμα 6.9: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου ως άθροισμα πέντε όρων, στην περίπτωση $\{H_{max}, T_p\}$ ($x=0m$)-Stokes 5 ^{ης} τάξης.	66
Διάγραμμα 6.10: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου ($x=0m$)-Stokes 5 ^{ης} τάξης.	67
Διάγραμμα 6.11: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=0s$)-Stokes 5 ^{ης} τάξης.	68
Διάγραμμα 6.12: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=t_{max}$)-Stokes 5 ^{ης} τάξης.	68
Διάγραμμα 6.13: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου ($x=0m$)-Fourier 18 ^{ης} τάξης.	69

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Διάγραμμα 6.14: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=0m$, $t=0s$)-Fourier 18 ^{ης} τάξης.	70
Διάγραμμα 6.15 : Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους ($x=0m$, $t=t_{max}$)-Fourier 18 ^{ης} τάξης.	70
Διάγραμμα 6.16: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου ($x=y=0m$)-LRWT.	71
Διάγραμμα 6.17: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=y=0m$, $t=0s$)-LRWT (αριστερά): $s=20$ (δεξιά): $s \rightarrow \infty$	72
Διάγραμμα 6.18 : Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους($x=y=0m$, $t=1.8s$)-LRWT (αριστερά): $s=20$ (δεξιά): $s \rightarrow \infty$	73
Διάγραμμα 6.19: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου($x=y=0m$)-SD.	73
Διάγραμμα 6.20 : Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου, για την περίπτωση ύψους κύματος H_s ($x=y=0m$)-LRWT και SD.	74
Διάγραμμα 6.21 : Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=y=0m$, $t=0s$)-SD ($s \rightarrow \infty$).	75
Διάγραμμα 6.22: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους ($x=y=0m$, t_{max})-SD ($s \rightarrow \infty$).	75
Διάγραμμα 6.23: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_s, T_p\}$, $x=0m$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_s\}$, $x=y=0m$).	76
Διάγραμμα 6.24: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_p\}$, $x=0m$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$).	76
Διάγραμμα 6.25: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_{tt}\}$, $x=0m$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$).	77
Διάγραμμα 6.26: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_s, T_p\}$, $x=0m$, $t=0s$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_s\}$, $x=y=0m$, $t=0s$).	78
Διάγραμμα 6.27: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_s, T_p\}$, $x=0m$, t_{max} . Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_s\}$, $x=y=0m$, t_{max}).	78
Διάγραμμα 6.28: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_p\}$, $x=0m$, $t=t_{max}$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$, $t=t_{max}$).	79
Διάγραμμα 6.29: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_p\}$, $x=0m$, t_{max} . Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$, t_{max}).	79
Διάγραμμα 6.30: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_{tt}\}$, $x=0m$, $t=t_{max}$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$, $t=t_{max}$).	80
Διάγραμμα 6.31: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_{tt}\}$, $x=0m$, t_{max} . Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$, t_{max}).	80

Διάγραμμα 6.32: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών για κατευθυντικό και μονοκατευθυντικό πεδίο (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_{tt}\}$, $x=0m$, t_{max} . Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$, t_{max}).	82
Διάγραμμα 8.1: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-90° (Airy).	98
Διάγραμμα 8.2: Χρονοϊστορία δυνάμεων στο σύστημα των κολονών (α) $\{H_s, T_p\}$ (β) $\{H_{max}, T_{tt}\}$ - 90° (Airy).	98
Διάγραμμα 8.3: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα των κολονών για τη μέγιστη κυματική φόρτιση-90° (Airy).	98
Διάγραμμα 8.4: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-30° (Airy).	99
Διάγραμμα 8.5: Προφίλ ταχυτήτων και επιταχύνσεων συναρτήσει του βάθους για τις μέγιστες φορτίσεις της βάσης και για κάθε κυματικό γεγονός ($x=-60m$).	100
Διάγραμμα 8.6: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση (α) 90° (β) 30° (Airy).	101
Διάγραμμα 8.7: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-90° (Stokes 2 nd).	103
Διάγραμμα 8.8: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-30° (Stokes 2 nd).	104
Διάγραμμα 8.9: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα των κολονών για τη μέγιστη κυματική φόρτιση (α) 90° (β) 30° (Stokes 2 nd).	104
Διάγραμμα 8.10: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση (α) 90° (β) 30° (Stokes 2 nd).	105
Διάγραμμα 8.11: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-90° (Stokes 5 th).	107
Διάγραμμα 8.12: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-30° (Stokes 5 th).	108
Διάγραμμα 8.13: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα των κολονών για τη μέγιστη κυματική φόρτιση (α) 90° (β) 30° (Stokes 5 th).	108
Διάγραμμα 8.14.: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση (α) 90° (β) 30° (Stokes 5 th).	109
Διάγραμμα 8.15: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-90° (Fourier 18 ^h).	111
Διάγραμμα 8.16: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-30° (Fourier 18 th).	112
Διάγραμμα 8.17: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα των κολονών για τη μέγιστη κυματική φόρτιση (α) 90° (β) 30° (Fourier 18 th).	112
Διάγραμμα 8.18: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-90° (LRWT Str).	113
Διάγραμμα 8.19: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-30° (LRWT Str).	114
Διάγραμμα 8.20: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα των κολονών για τη μέγιστη κυματική φόρτιση (α) 90° (β) 30° (LRWT UD).	115
Διάγραμμα 8.21: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών και σε μία κολόνα- $\{H_{max}, s \rightarrow \infty\}$ 90°.	115

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Διάγραμμα 8.22: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στις κολόνες $\{H_s, T_p\}$ - (α) UD, 90° (β) UD, 30° (γ) 3D, 90° (δ) 3D, 30°	116
Διάγραμμα 8.23: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στις κολόνες $\{H_{max}, T_p\}$ - (α) UD, 90° (β) UD, 30° (γ) 3D, 90° (δ) 3D, 30°	117
Διάγραμμα 8.24: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στις κολόνες $\{H_{max}, T_{tt}\}$ - (α) UD, 90° (β) UD, 30° (γ) 3D, 90° (δ) 3D, 30°	118
Διάγραμμα 8.25: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στη βάση 90° $\{H_s, T_p\}$	119
Διάγραμμα 8.26: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση 30° $\{H_s, T_p\}$ (α) κατά x' (β) κατά y'	119
Διάγραμμα 8.27: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στη βάση 90° $\{H_{max}, T_p\}$	120
Διάγραμμα 8.28: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση 30° $\{H_{max}, T_p\}$ (α) κατά x' (β) κατά y' ..	120
Διάγραμμα 8.29: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στη βάση 90° $\{H_{max}, T_{tt}\}$	121
Διάγραμμα 8.30: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση 30° $\{H_{max}, T_{tt}\}$ (α) κατά x' (β) κατά y' ..	121

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι ο υπολογισμός των κυματικών φορτίσεων της πλατφόρμας *Sleipner A, Statoil*, που εδράζεται σε νερά ενδιάμεσου βάθους.

Η μοντελοποίηση του κυματικού πεδίου πραγματοποιήθηκε με την χρήση γνωστών κυματικών θεωριών και μοντέλων σχεδιασμού, τα οποία εφαρμόστηκαν για τον υπολογισμό της κινηματικής των σωματιδίων. Πιο συγκεκριμένα, εφαρμόστηκαν οι μονοχρωματικές θεωρίες κυματισμού *Airy*, *Stokes 2^{ης} τάξης*, *Stokes 5^{ης} τάξης* και *Fourier 18^{ης} τάξης*, καθώς και η *Θεωρία Τυχαίων Γραμμικών Κυματισμών (LRWT)*. Σχετικά με το τελευταίο μοντέλο, έλαβαν χώρα υπολογισμοί τόσο με όσο και χωρίς να ληφθεί υπόψη η κατευθυντικότητα του πεδίου, βάσει της κατανομής *Mitsuyasu* παραμέτρου κατευθυντικότητας $s = 20$ και $s = \infty$, αντίστοιχα. Επιπλέον, στα πλαίσια της κινηματικής, εφαρμόστηκε και το *Μοντέλο Τυχαίων Κυματισμών 2^{ης} τάξης* των *Sharma & Dean* για μονοκατευθυντικό πεδίο.

Έπειτα από τον υπολογισμό της κινηματικής ακολούθησε ο υπολογισμός των κυματικών φορτίσεων της κατασκευής, για διευθύνσεις διάδοσης 90° και 30° ως προς τον Βορρά. Οι κολόνες και η βάση μελετήθηκαν ξεχωριστά. Για τις κολόνες εφαρμόστηκαν όλες οι μονοχρωματικές θεωρίες που αναφέρθηκαν καθώς και η *LRWT*, με και χωρίς κατευθυντικότητα, ενώ για τη βάση τα μοντέλα *Airy*, *Stokes 2^{ης} τάξης* και *Stokes 5^{ης} τάξης*. Στην πλατφόρμα μελέτης ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι κολόνες υποστήριξης του καταστρώματος, καθώς η διάμετρος τους μεταβάλλεται με το βάθος. Για τον υπολογισμό των κυματικών φορτίσεων στο σύστημα των κολονών εφαρμόστηκε η εξίσωση του *Morison*, η οποία προσαρμόστηκε κατάλληλα για τις μεταβαλλόμενες διαμέτρους. Επιπρόσθετα, η μεγάλη βάση της κατασκευής, με μέγιστη διάμετρο 144m, αναμφίβολα θα επηρεάσει τη ροή, καθιστώντας την εφαρμογή της εξίσωσης του *Morison* αδύνατη. Εν προκειμένω, η βάση θεωρήθηκε ένα ενιαίο πολυγωνικό σώμα και οι φορτίσεις που δέχεται υπολογίστηκαν από την εξίσωση *Bernoulli*.

Στην παρούσα μελέτη δεν υπάρχουν πειραματικά δεδομένα για τον έλεγχο επάρκειας των μοντέλων σχεδιασμού που περιγράφουν το θαλάσσιο πεδίο. Σύμφωνα με τον κανονισμό *DNV* προτείνεται η εφαρμογή μονοχρωματικών μοντέλων για μη γραμμικότητα τουλάχιστον *5^{ης} τάξης* (θεωρία *Stokes 5^{ης} τάξης*) καθώς και η *LRWT*. Για αυτόν τον λόγο, μοντέλα αναφοράς αποτέλεσαν τα *Fourier 18^{ης} τάξης*, που δίνει ακριβή αποτελέσματα σε ενδιάμεσου βάθους και ρηχά νερά, και η *LRWT*.

1.2 ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελείται από 9 κεφάλαια. Το Κεφάλαιο 2 αφορά σε γνωστούς τύπους κατασκευών ανοικτής θάλασσας καθώς και διάσημες εξέδρες βαρύτητας. Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται η περιγραφή της υπό μελέτη κατασκευής και στο Κεφάλαιο 4 παρατίθενται οι περιβαλλοντικές συνθήκες που επικρατούν στην περιοχή μελέτης. Στη συνέχεια, στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται οι κυματικές θεωρίες που εφαρμόστηκαν. Στο Κεφάλαιο 6 παρατίθενται τα κυματικά μεγέθη που υπολογίστηκαν, τα οποία συγκρίνονται αναφορικά με τα διάφορα κυματικά γεγονότα και μοντέλα. Έπειτα, στο Κεφάλαιο 7

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

αναλύεται η μέθοδος προσομοίωσης των κυματικών φορτίων στην κατασκευή για δύο διευθύνσεις διάδοσης των κυματισμών. Στο Κεφάλαιο 8 δίνονται τα αποτελέσματα που αφορούν στις κυματικές φορτίσεις, καθώς και η σύγκριση τους βάσει της διεύθυνσης διάδοσης και των κυματικών γεγονότων και θεωριών που εφαρμόστηκαν. Τέλος, το Κεφάλαιο 9 είναι αφιερωμένο στα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα εργασία καθώς και σε προτάσεις για περαιτέρω ανάπτυξη της.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΑΝΟΙΚΤΗΣ ΘΑΛΑΣΣΑΣ (OFFSHORE STRUCTURES)

Οι κατασκευές ανοικτής θάλασσας είναι εξέδρες ή πλατφόρμες, όπως αλλιώς ονομάζονται, εγκατεστημένες στο θαλάσσιο περιβάλλον και η διερεύνηση τους ξεκίνησε την δεκαετία του 1970. Η χρησιμότητα τους αφορά στην παραγωγή και τη μετάδοση ηλεκτρικής ενέργειας (αιολικά πάρκα) καθώς και στην εξόρυξη πετρελαίου ή φυσικού αερίου.

Ο τομέας της υπεράκτιας εξόρυξης πετρελαίου αποτελεί μια πρόκληση για τον σχεδιαστή μηχανικό. Οι εν λόγω κατασκευές οφείλουν να λειτουργούν με ασφάλεια σε μια διάρκεια ζωής 25-30 χρόνων, ενώ ταυτόχρονα υπόκεινται σε ένα απρόβλεπτο και σκληρό περιβάλλον, το θαλάσσιο. Κατά τον σχεδιασμό τους λαμβάνονται υπόψη οι περιβαλλοντικές συνθήκες της περιοχής, που σχετίζονται άμεσα με τα μέγιστα πλευρικά φορτία που αναμένεται να δεχτεί η κατασκευή, όπως αυτά που προκαλούνται λόγω του ανέμου καθώς και των κυμάτων και ρευμάτων της θάλασσας. Επιπρόσθετα, η μελέτη της δυναμικής απόκρισης των κατασκευών ανοικτής θάλασσας είναι σημαντική και λαμβάνει χώρα στον σχεδιασμό τους. Από γεωτεχνική άποψη, μια διεξοδική διερεύνηση των χαρακτηριστικών του πυθμένα κρίνεται απαραίτητη, με σκοπό την επιλογή του κατάλληλου τύπου θεμελίωσης της κατασκευής.

Τόσο η προστασία του πληρώματος και του περιβάλλοντος, όσο και το μεγάλο κόστος που διέπει την κατασκευή θαλάσσιων πλατφορμών εξόρυξης πετρελαίου, κρίνει επιτακτική την ανάγκη του προσεκτικού σχεδιασμού τους. Για τον λόγο αυτό, οι πλατφόρμες πετρελαίου σχεδιάζονται σύμφωνα με εθνικά και διεθνή πρότυπα και οδηγίες (*American Petroleum Institute-API, Det Norske Veritas-DNV*), που εξασφαλίζουν την λειτουργία τους σε ένα υψηλό επίπεδο ασφαλείας.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται επτά βασικοί τύποι θαλάσσιων εξεδρών, οι οποίοι διαφοροποιούνται ανάλογα με τη δυνατότητα μεταφοράς τους από μια τοποθεσία σε άλλη ως εξής:

- Πάγιες εξέδρες (stationary platforms)

Οι πάγιες εξέδρες είναι μόνιμα παγιωμένες σε μια τοποθεσία' εφόσον εγκατασταθούν δεν μπορούν να μετακινηθούν. Λόγω της ακινησίας τους παρουσιάζουν μεγάλη αντοχή και διάρκεια ζωής. Αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει:

- Σταθερές εξέδρες (*fixed platforms*)
- Εύκαμπτοι πύργοι (*compliant towers*)
- Εξέδρες τεταμένων ποδιών (*tension leg platforms-TLP's*)
- Εξέδρες βαρύτητας (*gravity based structures-GBS*)

- Κινητές εξέδρες (Mobile Offshore Drilling Units – MODU)

Οι κινητές εξέδρες, όπως γίνεται φανερό από την ονομασία τους, έχουν τη δυνατότητα μεταφοράς σε νέα τοποθεσία μετά το πέρας λειτουργίας τους. Η μετακίνηση τους γίνεται μέσω ρυμουλκών πλοίων, ενώ κάποιες εξέδρες είναι αυτοκινούμενες. Σε αυτή την κατηγορία εντάσσονται:

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

- Εξέδρες τύπου *jack-up* (*jack-up platforms*)
- Ημιβυθιζόμενες εξέδρες (*semi-submersible platforms*)
- Εξέδρες δοκού (*spar platforms*)

Η επιλογή του κατάλληλου τύπου εξαρτάται από διάφορους παράγοντες: το βάθος στο οποίο κατασκευάζονται, οι περιβαλλοντικές συνθήκες της περιοχής, τα χαρακτηριστικά του πυθμένα, και το μέγεθος του κοιτάσματος. Αφότου επιλεγεί ο τύπος εξέδρας που αρμόζει στην περίπτωση, μέγιστης σημασίας είναι ο σωστός σχεδιασμός, η κατασκευή, μεταφορά, εγκατάσταση και λειτουργία της στο θαλάσσιο περιβάλλον.

Εν συνεχεία, παρουσιάζονται οι επτά τύποι εξεδρών ανοικτής θάλασσας που αναφέρθηκαν. Επειδή η κατασκευή που μελετάται στην παρούσα εργασία είναι ένα έργο βαρύτητας, ο εν λόγω τύπος περιγράφεται στην τελευταία παράγραφο, ενώ παράλληλα γίνεται αναφορά σε διάσημες υπαρκτές εξέδρες βαρύτητας.

2.1 ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΕΞΕΔΡΕΣ (FIXED PLATFORMS)

Οι σταθερές εξέδρες αποτελούνται από μια βάση, η οποία εκτείνεται μέχρι τον πυθμένα ενώ ταυτόχρονα υποστηρίζει το κατάστρωμα. Η βάση τους είναι κατασκευασμένη από σκυρόδεμα ή χάλυβα, κάποιες φορές από συνδυασμό των δύο υλικών. Ένας συνήθης τύπος κατασκευής σταθερής εξέδρας παρουσιάζεται στην Εικόνα 2.1. Η βάση της είναι ένα δικτύωμα αποτελούμενο από σωληνωτά μέλη χάλυβα, συγκολλημένα μεταξύ τους (*jacket*). Πιο συγκεκριμένα, μια εξέδρα αυτού του τύπου περιλαμβάνει τέσσερα, έξι ή οκτώ κατακόρυφα μέλη που συνδέονται με Χ-συνδέσμους. Τα κατακόρυφα μέλη της βάσης θεμελιώνονται στον πυθμένα με πασσάλους.



Εικόνα 2.1: Απεικόνιση σταθερής εξέδρας (διαδίκτυο).

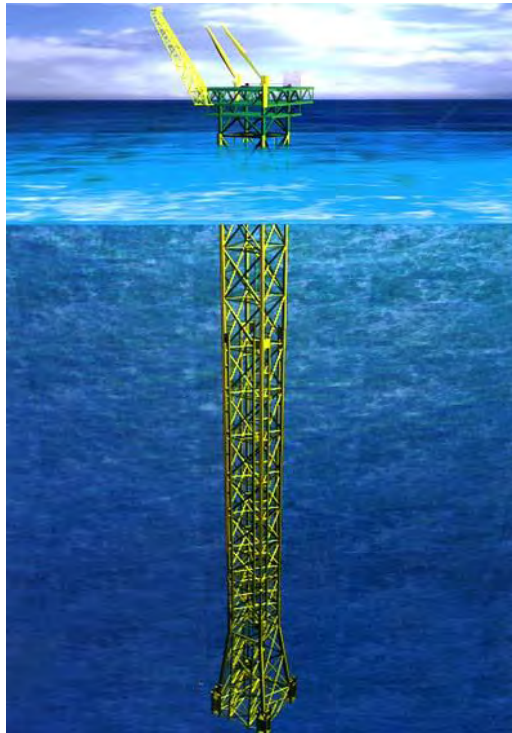
Το κύριο πλεονέκτημα αυτού του τύπου θαλάσσιας εξέδρας είναι ότι παρουσιάζει ιδιαίτερη ευστάθεια: το γεγονός ότι είναι θεμελιωμένη στον πυθμένα έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της κινητικότητάς της λόγω των πλευρικών φορτίων του ανέμου και των κυμάτων και

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

θαλάσσιων ρευμάτων. Ωστόσο, οι σταθερές εξέδρες δεν εφαρμόζονται σε πολύ μεγάλα βάθη, καθώς είναι αντικοινομική η κατασκευή μελών με υπερβολικά μεγάλο μήκος, εξασφαλίζοντας ταυτόχρονα την απαιτούμενη ευστάθεια. Συνεπώς, σταθερές εξέδρες είναι οικονομικά εφικτές για εγκατάσταση σε βάθη νερού έως περίπου 520 μέτρων.

2.2 ΕΥΚΑΜΠΤΟΙ ΠΥΡΓΟΙ (COMPLIANT TOWERS)

Οι εξέδρες αυτού του τύπου αν και οπτικά έχουν ομοιότητες με τις σταθερές εξέδρες, παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές ως προς την απόκριση τους. Όμοια με τις σταθερές εξέδρες, οι εύκαμπτοι πύργοι αποτελούνται από μια δικτυωτή χαλύβδινη βάση (jacket) που θεμελιώνεται με πασσάλους στον πυθμένα και εκτείνεται μέχρι το κατάστρωμα (Εικόνα 2.2). Ωστόσο, η βάση τους είναι ψηλότερη και στενότερη από αυτή των σταθερών εξεδρών. Επιπρόσθετα, το δικτύωμα αποτελείται από εύκαμπτους σωλήνες, σε αντίθεση με τα σχετικά πάγια μέλη μιας σταθερής εξέδρας. Η ευκαμψία αυτή των μελών, μειώνει την επίδραση των πλευρικών φορτίων στην κατασκευή. Χαρακτηριστικό ενός εύκαμπτου πύργου αποτελεί το γεγονός ότι η βάση του χωρίζεται σε δύο τμήματα. Το κάτω τμήμα του είναι παρόμοιο με αυτό μιας σταθερής εξέδρας, με τη διαφορά ότι έχει μικρότερη διάμετρο. Το επάνω τμήμα περιλαμβάνει έως και 12 στεγανές δεξαμενές αέρα, που δρουν “ανακουφιστικά” στα θεμέλια της κατασκευής, προκαλώντας άντωση στην κατασκευή. Σε αυτόν τον τύπο πλατφόρμας συνηθίζεται να τοποθετούνται καλώδια ή συρματόσχοινα μεγάλης αντοχής, που αγκυρώνουν τον πύργο στον πυθμένα.

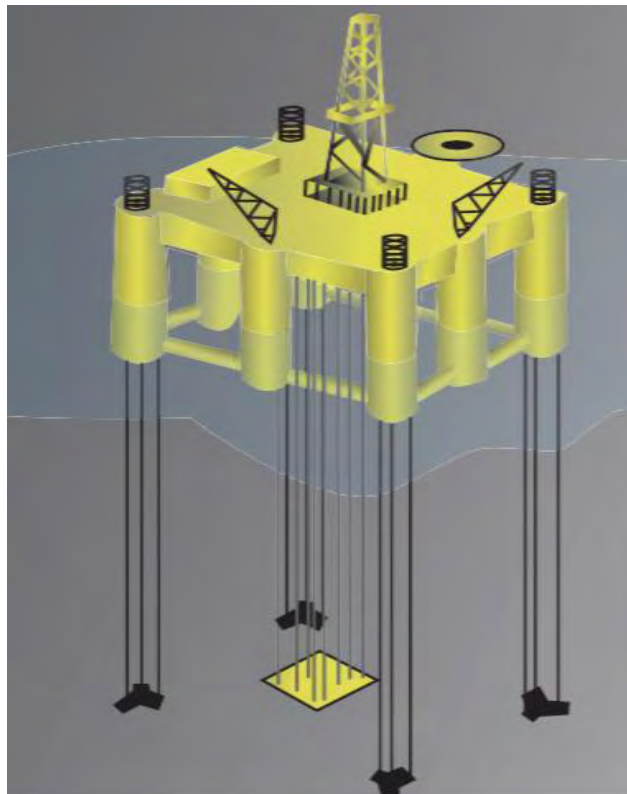


Εικόνα 2.2: Απεικόνιση εύκαμπτου πύργου (offshore technology, διαδίκτυο).

Λόγω του σχεδιασμού του, το συνολικό σύστημα παρουσιάζει ιδιαίτερη ευστάθεια και μπορεί να λειτουργήσει σε βαθύτερα νερά από ότι μια σταθερή εξέδρα. Συνήθη βάθη νερού κατασκευής εύκαμπτων πύργων κυμαίνονται μεταξύ των 450 και των 910 μέτρων. Αξίζει να σημειωθεί ότι τόσο το κόστος κατασκευής όσο και το κόστος λειτουργίας ενός εύκαμπτου πύργου είναι αυξημένο σε σχέση με αυτό μιας σταθερής εξέδρας.

2.3 ΕΞΕΔΡΕΣ ΤΕΤΑΜΕΝΩΝ ΠΟΔΙΩΝ (TENSION LEG PLATFORMS-TLP’S)

Οι εξέδρες τεταμένων ποδιών χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα για εξόρυξη πετρελαίου και φυσικού αερίου από τις αρχές της δεκαετίας του 1980. Η κατασκευή είναι πλωτή, ενώ ταυτόχρονα είναι μόνιμα αγκυρωμένη στον πυθμένα μέσω τενόντων, ομαδοποιημένων σε κάθε μια από τις γωνίες της (Εικόνα 2.3). Οι τένοντες είναι στην ουσία καλώδια μεγάλου μήκους, που βρίσκονται σε διαρκή εφελκυσμό. Κάθε ομάδα τενόντων ονομάζεται “τεταμένο πόδι”. Η ονομασία αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι η κατασκευή δε στηρίζει το βάρος της στον πυθμένα. Αντίθετα, η σταθεροποίηση της βασίζεται στην άντωση του επάνω μέρους της, με τα τεταμένα πόδια να ασκούν δύναμη προς τον πυθμένα. Η λειτουργία αυτή των τενόντων, έχει ως αποτέλεσμα την εξάλειψη τυχόν κατακόρυφων μετακινήσεων της κατασκευής. Ωστόσο, οι τένοντες επιτρέπουν μικρές οριζόντιες μετακινήσεις, ώστε η εξέδρα να αντέχει σε πλευρικές φορτίσεις χωρίς κίνδυνο θραύσης των τενόντων.



Εικόνα 2.3: Απεικόνιση εξέδρας τεταμένων ποδιών (OffshoreBook, 2010).

Αν και διαθέτουν αυξημένη αντοχή, οι εξέδρες τεταμένων ποδιών έχουν αυξημένο κατασκευαστικό κόστος, ενώ ταυτόχρονα η εδραίωση τους αποτελεί μια σύνθετη διαδικασία. Οι εν λόγω κατασκευές μπορούν να λειτουργήσουν σε βάθη νερού έως και 2000 μέτρων.

2.4 ΕΞΕΔΡΕΣ ΤΥΠΟΥ JACK-UP (JACK-UP PLATFORMS)

Οι εξέδρες τύπου jack-up, είναι κινητές πλατφόρμες που συναντώνται σε νερά βάθους έως και 170 μέτρων. Αποτελούνται από τρεις έως τέσσερις πυλώνες ή πόδια όπως αλλιώς ονομάζονται, που στηρίζουν το πλωτό μέρος, δηλαδή το κατάστρωμα (Εικόνα 2.4). Οι πυλώνες στήριξης είναι ουσιαστικά δικτυώματα, αποτελούμενα από υψηλής αντοχής

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

χαλύβδινα σωληνωτά μέλη. Η ονομασία αυτού του τύπου εξέδρας, περιλαμβάνει την αγγλική λέξη “jack”, που σημαίνει γρύλος και αποδίδεται στην κινητικότητα των ποδιών της. Πιο συγκεκριμένα, τα πόδια διαθέτουν σύστημα γριναζιών έχοντας έτσι την ικανότητα να ανυψώνουν ή να χαμηλώνουν το κατάστρωμα, ανάλογα με το αν η εξέδρα είναι σε λειτουργία ή όχι. Τα πόδια εκτείνονται και είτε θεμελιώνονται στο έδαφος με πασσάλους είτε, σε περίπτωση μαλακών εδαφών, στηρίζονται στον πυθμένα μέσω χαλύβδινων κυλινδρικών βάσεων. Μετά το πέρας των εργασιών στην περιοχή τα πόδια αποσυμπλέκονται από τον πυθμένα, ενώ ανυψώνουν το κατάστρωμα, ώστε η πλατφόρμα να μεταφερθεί σε νέα τοποθεσία. Καθώς δεν είναι αυτοκινούμενη, η εξέδρα μετακινείται μέσω ειδικών ρυμουλκών πλοίων από τη μια τοποθεσία στην άλλη.



Εικόνα 2.4: Απεικόνιση εξέδρας τύπου jack-up (OffshoreBook, 2010).

Η λειτουργία των εξεδρών αυτού του τύπου δεν εφαρμόζεται σε βαθύτερα νερά, καθώς οι ενέργειες ανύψωσης και χαμάλωσης του καταστρώματος είναι ανέφικτες. Σημαντικό μειονέκτημα αποτελεί το γεγονός ότι έχουν περιορισμένη χωρητικότητα αποθήκευσης κοιτάσματος.

2.5 ΗΜΙΒΥΘΙΖΟΜΕΝΕΣ ΕΞΕΔΡΕΣ (SEMI-SUBMERSIBLE PLATFORMS)

Οι ημιβυθιζόμενες εξέδρες είναι κινητές εξέδρες, που παρουσιάζουν ιδιαίτερη αντοχή σε πλευρικές φορτίσεις ακόμα και σε βαθύτερα νερά που φτάνουν έως τα 3000 μέτρα. Το γεγονός ότι μπορούν να λειτουργήσουν σε μεγάλα βάθη οφείλεται στο μεγάλο ύψος του καταστρώματος, ικανό ώστε να μην επηρεάζεται από κυματισμούς μεγάλου ύψους. Επιπρόσθετα, η ύπαρξη μεγάλου κενού κάτω από το κατάστρωμα κάνει της ημιβυθιζόμενες εξέδρες ιδιαίτερα ανθεκτικές στα φορτία του ανέμου.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.5, το κατάστρωμα της πλατφόρμας στηρίζεται επάνω σε έξι, ή κάποιες φορές τέσσερις, κατακόρυφες κολώνες, οι οποίες είναι προσαρμοσμένες σε επίπεδους οριζόντιους κυλίνδρους. Η εξέδρα σχεδιάζεται κατά τέτοιον τρόπο ώστε το βάρος του καταστρώματος να κατανέμεται ομοιόμορφα στις κατακόρυφες κολόνες. Ο σχεδιασμός αυτός έχει ως αποτέλεσμα η κατασκευή να επιπλέει, με τους οριζόντιους κυλίνδρους να είναι βυθισμένοι, ενώ ταυτόχρονα το βάρος της είναι αρκετό ώστε να διατηρείται στη θέση της. Για τη διασφάλιση της ευστάθειας της πλατφόρμας κατά τη λειτουργία της, συνηθίζεται η αγκύρωση της στον πυθμένα, μέσω συνδυασμού αλυσίδων και καλωδίων.



Εικόνα 2.5: Απεικόνιση ημιβυθιζόμενης εξέδρας (*OffshoreBook, 2010*).

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι βυθισμένες δεξαμενές της εξέδρας, οι οποίες επιτρέπουν την ανύψωση και βύθιση της κατασκευής, μέσω μεταβολής της ποσότητας ύδατος που περιέχουν. Ενώ λοιπόν κατά τη λειτουργία της η εξέδρα είναι μερικώς βυθισμένη στο νερό, όταν μεταφέρεται επιπλέει στην επιφάνεια. Το γεγονός αυτό διευκολύνει τη μεταφορά της, η οποία γίνεται μέσω ρυμουλκών πλοίων, ενώ μερικές εξέδρες είναι αυτοκινούμενες. Ωστόσο, μειονέκτημα αποτελεί το μεγάλο κόστος κατασκευής της.

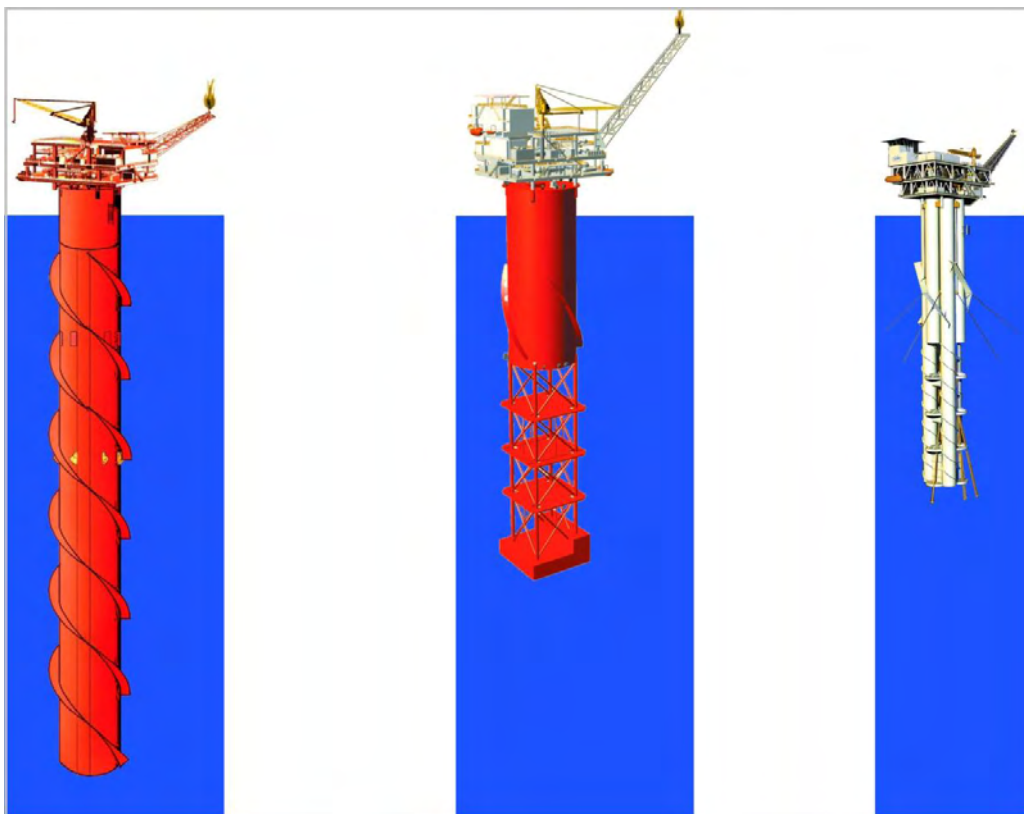
2.6 ΕΞΕΔΡΕΣ ΔΟΚΟΥ (SPAR PLATFORMS)

Η εξέδρα δοκού κατατάσσεται μεταξύ των μεγαλύτερων υπαρκτών θαλάσσιων πλατφορμών. Είναι ένας τύπος πλωτής πλατφόρμας, που μπορεί να λειτουργήσει σε βαθιά νερά έως και 3000 μέτρων. Μια πλατφόρμα δοκού, όπως γίνεται φανερό από την ονομασία της, αποτελείται από έναν κατακόρυφο κύλινδρο μεγάλης διαμέτρου, επάνω στον οποίο στηρίζεται το κατάστρωμα. Το μεγαλύτερο μέρος του κυλίνδρου είναι ύφαλο, ενώ η βάση του περιλαμβάνει ένα θάλαμο γεμάτο με βαρύ υλικό, πυκνότητας μεγαλύτερης από αυτή του νερού. Ως αποτέλεσμα, το κέντρο βάρους της εξέδρας βρίσκεται χαμηλότερα από το κέντρο άνωσης, παρέχοντας σταθερότητα στην κατασκευή. Επιπρόσθετα, για την αντιμετώπιση του φαινομένου της άνωσης, ο κύλινδρος είναι μόνιμα αγκυρωμένος στον

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

πυθμένα μέσω ενός συστήματος καλωδίων. Λόγω του σχεδιασμού της, η κατασκευή παρουσιάζει μεγάλη αντοχή στα φορτία του ανέμου καθώς και στα κυματικά φορτία και τα θαλάσσια ρεύματα.

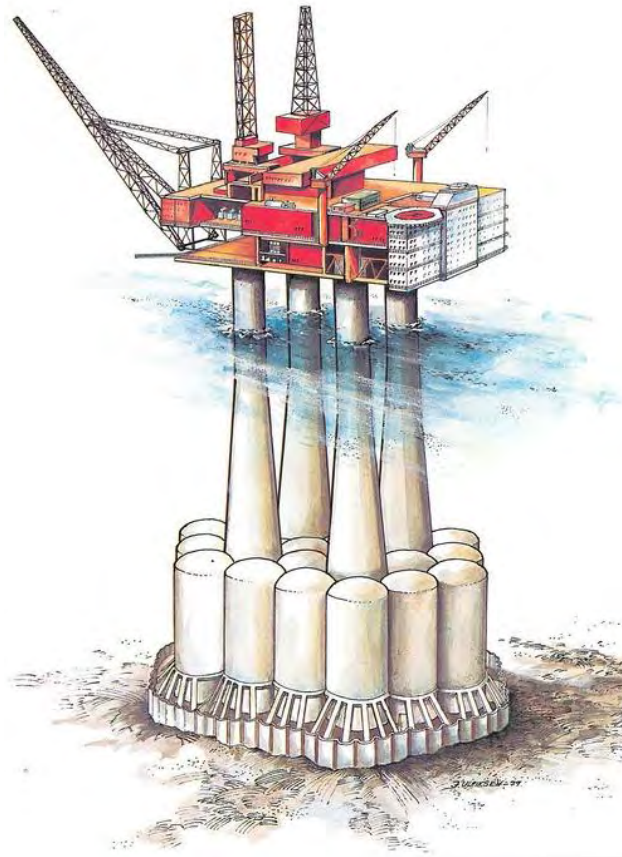
Υπάρχουν τρεις βασικοί τύποι δοκών; η κλασική δοκός (classic spar), η δικτυωτή δοκός (truss spar) και η κυψελωτή δοκός (cell spar). Κάθε τύπος αποτελεί μια βελτιωμένη έκδοση του προηγούμενου, που λειτουργεί πιο αποτελεσματικά σε χαμηλότερο κόστος. Η κλασική δοκός είναι ο παλαιότερος τύπος δοκού και αποτελείται από ένα κυλινδρικό κέλυφος, το οποίο είναι βαριά ερματωμένο στη βάση του (Εικόνα 2.6, αριστερά). Συνηθίζεται το κέλυφος να περιέχει σπειροειδή ελάσματα, τα οποία κατευθύνουν τη ροή προς τα κάτω, μειώνοντας τη διαφορά πίεσης μπροστά και πίσω από τον κύλινδρο και παρέχοντας με αυτόν τον τρόπο σταθερότητα στην κατασκευή. Η δικτυωτή δοκός αποτελείται από ένα κυλινδρικό κέλυφος, μικρότερου μήκους σε σχέση με αυτό της κλασικής δοκού, το οποίο έχει ενσωματωμένο στη βάση του ένα δικτύωμα. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.6 (στο κέντρο), το δικτύωμα αποτελείται από τέσσερα σωληνωτά κατακόρυφα μέλη, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με Χ-συνδέσμους και οριζόντιες πλάκες, οι οποίες μειώνουν την κατακόρυφη μετακίνηση. Στη βάση του δικτυώματος υπάρχει και πάλι μια δεξαμενή με βαρύ υλικό. Αυτός ο τύπος εξέδρας δοκού είναι οικονομικότερος από τον κλασικό τύπο, καθώς απαιτείται λιγότερος χάλυβας για την κατασκευή του. Η κυψελωτή δοκός είναι πιο πρόσφατη και πιο μικρή κατασκευή σε σχέση με τις δύο πρώτες. Αποτελείται από έξι κυλίνδρους διαφόρων μηκών και διαμέτρου μικρότερης από αυτή των άλλων δύο τύπων δοκών, οι οποίοι περιβάλλουν έναν έβδομο κύλινδρο (Εικόνα 2.6, δεξιά). Για την εξασφάλιση σταθερότητας της κατασκευής, οι κύλινδροι συνδέονται μέσω μελών δομικού χάλυβα. Στη βάση του συστήματος είναι τοποθετημένη η δεξαμενή με το βαρύ υλικό, όπως συμβαίνει και στους άλλους δύο τύπους δοκών.



Εικόνα 2.6: Κλασική δοκός (αριστερά), δικτυωτή δοκός (στο κέντρο) και κυψελωτή δοκός (δεξιά) (*globalsecurity, διαδίκτυο*).

2.7 ΕΞΕΔΡΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ (GRAVITY BASED STRUCTURES-GBS)

Οι εξέδρες βαρύτητας είναι κατασκευές, οι οποίες εδράζονται στον πυθμένα της θάλασσας και αντιστέκονται στα πλευρικά περιβαλλοντικά φορτία με το ίδιο βάρος τους. Αποτελούν κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα και το δομικό τους σύστημα αποτελείται από μια κυψελωτή βάση, η οποία περιβάλλει τρεις έως έξι κολώνες, που εκτείνονται έως πάνω από την επιφάνεια του νερού, με σκοπό να στηρίξουν το κατάστρωμα της πλατφόρμας (Εικόνα 2.7). Εξέδρες βαρύτητας κατασκευάζονται κυρίως σε βάθη μεγαλύτερα των 20 μέτρων και μικρότερα των 350 μέτρων.

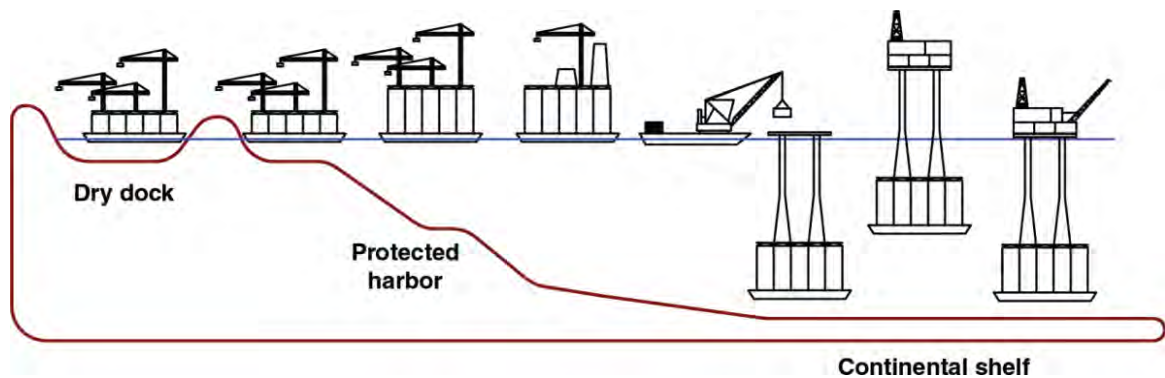


Εικόνα 2.7: Απεικόνιση πλατφόρμας βαρύτητας (Statoil).

Κατά τον σχεδιασμό της εξέδρας οι παράμετροι που λαμβάνονται υπόψη, από γεωτεχνική άποψη, αφορούν στην αλληλεπίδραση μεταξύ της βάσης και του πυθμένα. Πριν την κατασκευή της πλατφόρμας, διεξάγεται μελέτη του πυθμένα, ώστε να εξασφαλιστεί η αντοχή του στα κατακόρυφα φορτία που θα ασκηθούν σε αυτόν λόγω ύπαρξης της κατασκευής. Επιπρόσθετα, γίνεται έλεγχος της σταθερότητας της κατασκευής έναντι ανατροπής και ολίσθησης. Συνεπώς, εξέδρες βαρύτητας συναντώνται σε περιοχές όπου οι γεωλογικές συνθήκες του πυθμένα είναι ισχυρές και δεν είναι εφικτή η θεμελίωση με πασσάλους. Μεγάλη σημασία δίνεται στο σχεδιασμό της βάσης, καθώς θα πρέπει να εξασφαλιστεί η αντοχή της έναντι της αυξημένης υδροστατικής πίεσης που δέχεται κατά τη βύθιση. Κρίσιμο παράγοντα σχεδιασμού αποτελεί το πάχος των τοιχωμάτων: αν είναι πολύ λεπτά θα θραυτούν κατά τη διάρκεια προσαρμογής του καταστρώματος, ενώ αν έχουν μεγάλο πάχος η πλατφόρμα δεν θα επιπλέει ή θα γίνει δύσκολη η μεταφορά της στην τοποθεσία εξόρυξης. Συνεπώς, η εύρεση της χρυσής τομής ανάγεται στην ακριβή εκτίμηση των φορτίσεων και της γεωμετρίας των κυψελών της βάσης.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Σχετικά με την κατασκευή και την εγκατάσταση μιας εξέδρας βαρύτητας, εφαρμόζεται η εξής διαδικασία: Η εξέδρα κατασκευάζεται από κάτω προς τα επάνω, όπως γίνεται σε ένα κοινό κτίριο· αρχικά κατασκευάζεται η βάση της και έπειτα προσαρμόζονται οι κατακόρυφες κολώνες και σε αυτές το κατάστρωμα. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.8, η διαδικασία ξεκινά σε μια μόνιμη νεοδόχο, όπου όλες οι κυψέλες της βάσης χυτεύονται, χωρίς να περιλαμβάνονται οι κορυφές τους. Στη συνέχεια, η νεοδόχος γεμίζει με νερό και το σύστημα των κυψελών μεταφέρεται και αγκυροβολείται σε ένα προστατευόμενο λιμάνι βαθών υδάτων. Σε αυτήν τη φάση, προσαρμόζονται οι κολώνες σκυροδέματος στη βάση και το συνολικό σύστημα βυθίζεται, με σκοπό να παραλάβει το κατάστρωμα και ένα μέρος του σχετικού εξοπλισμού. Έπειτα, η συνολική κατασκευή ανυψώνεται, ώστε να μεταφερθεί μέσω ρυμουλκού πλοίου στην προβλεπόμενη τοποθεσία, όπου βυθίζεται με πολύ μικρή ταχύτητα. Τελικά, τυχόν κενά της βάσης γεμίζονται με εδαφικό υλικό, διασφαλίζοντας με αυτόν τον τρόπο την ευστάθεια της κατασκευής και ο εναπομένον εξοπλισμός της εξέδρας τοποθετείται στο κατάστρωμα. Αξίζει να σημειωθεί, ότι σε ορισμένες περιπτώσεις το βάρος της βάσης μαζί με αυτό του καταστρώματος είναι τόσο μεγάλο, ώστε η κατασκευή να θεμελιώνεται μόνο με το ίδιο βάρος της, αν απλά αφηθεί στο βυθό.



Εικόνα 2.8: Σχηματική απεικόνιση κατασκευής και εγκατάστασης πλατφόρμας βαρύτητας (MSL Engineering).

Οι εξέδρες βαρύτητας αποτελούν την πιο ασφαλή κατασκευή ανοικτής θάλασσας. Πλεονέκτημα αποτελεί το γεγονός ότι έχουν σχεδόν αμελητέα συντήρηση και μεγάλη διάρκεια ζωής, ενώ είναι δυνατή η χρήση της βάσης τους ως χώρος αποθήκευσης πετρελαίου.

2.8 ΔΙΑΣΗΜΑ ΕΡΓΑ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

2.8.1 BERKUT

Η πλατφόρμα *Berkut* (Εικόνα 2.9), η ονομασία της οποίας σημαίνει “Χρυσός Αετός” στα Ρωσικά, είναι η μεγαλύτερη πλατφόρμα εξόρυξης πετρελαίου στη Ρωσία. Είναι εγκατεστημένη σε απόσταση 25 χιλιομέτρων νοτιοανατολικά της ακτής της νήσου Σαχαλίνης, στην Οχοτσική Θάλασσα. Η *Berkut* τέθηκε σε λειτουργία τον Ιανουάριο του 2015, υπό την Ρωσική *Rosneft* και την Αμερικανική *ExxonMobile*.

Η βάση της είναι ένα έργο βαρύτητας και το συνολικό βάρος της ξεπερνά τους 200.000 τόνους. Η πλατφόρμα έχει μήκος 105 μέτρων, πλάτος 60 μέτρων και συνολικό ύψος 144 μέτρων· περίπου ισοδύναμο με το ύψος ενός 50-όροφου κτιρίου. Βρίσκεται σε νερά βάθους 35 μέτρων, ενώ είναι σχεδιασμένη ώστε να λειτουργεί με ασφάλεια σε συνθήκες πολικού ψύχους. Πιο συγκεκριμένα, μπορεί να αντέξει κυματισμούς ύψους έως και 18 μέτρων, πιέσεις πάγου πάχους έως και 2 μέτρων και θερμοκρασίες έως και -44 βαθμών Κελσίου.



Εικόνα 2.9: Η πλατφόρμα Berkut GBS (ExxonMobile, διαδίκτυο).

2.8.2 HIBERNIA

Η πλατφόρμα εξόρυξης πετρελαίου *Hibernia* (Εικόνα 2.10) τέθηκε σε λειτουργία υπό την *ExxonMobil Canada* τον Νοέμβριο του 1997. Βρίσκεται στον βόρειο Ατλαντικό Ωκεανό, περίπου 315 χιλιόμετρα νοτιοανατολικά του St. John's στον Καναδά και λειτουργεί σε νερά βάθους 80 μέτρων.



Εικόνα 2.10: Η πλατφόρμα Hibernia GBS (ExxonMobile, διαδίκτυο).

Η *Hibernia* αποτελεί τη μεγαλύτερη πλατφόρμα στον Καναδά, ενώ ταυτόχρονα είναι η πιο βαριά υπεράκτια κατασκευή παγκοσμίως, έχοντας συνολικό βάρος 701.000 τόνων. Το συνολικό της ύψος ανέρχεται στα 224 μέτρα, ισοδυναμώντας με το μισό ύψος του *Empire State Building* (449 μέτρα) της Νέας Υόρκης. Η βάση της, είναι μια κατασκευή βαρύτητας ύψους 111 μέτρων και είναι σχεδιασμένη κατάλληλα, ώστε να αντέχει την επαφή με παγόβουνα βάρους έως και 6 εκατομμυρίων τόνων, ενώ είναι εξοπλισμένη με σύστημα διαχείρισης του πάγου. Το σύστημα αυτό εντοπίζει πιθανά παγόβουνα και εκτρέπει την πορεία τους μακριά από την κατασκευή.

2.8.3 TROLL A

Η υπεράκτια πλατφόρμα *Troll A* (Εικόνα 2.11) βρίσκεται δυτικά της Νορβηγίας και λειτουργεί για εξόρυξη φυσικού αερίου από το 1996. Αποτελεί τη μεγαλύτερη, σε βάρος και ύψος, κατασκευή που μετακινήθηκε ποτέ από ανθρώπους, ενώ εντάσσεται μεταξύ των πιο πολύπλοκων έργων στην ιστορία.



Εικόνα 2.11: Η πλατφόρμα *Troll A* GBS (Photo by: Odd Furenes).

Το συνολικό της ύψος ανέρχεται στα 472 μέτρα, με τα 303 μέτρα να βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας, ενώ ζυγίζει 683.600 τόνους. Το κατάστρωμα της πλατφόρμας στηρίζεται πάνω σε τέσσερις κυλινδρικές κολώνες μεταβαλλόμενης διαμέτρου ή πόδια όπως αλλιώς ονομάζονται. Τα πόδια της έχουν πάχος ενός μέτρου και είναι κατασκευασμένα από οπλισμένο σκυρόδεμα. Η βάση της αποτελεί ένα έργο βαρύτητας και είναι κατασκευασμένη από οπλισμένο σκυρόδεμα.

Κατά την κατασκευή υπεράκτιων εξεδρών συνηθίζεται τα πόδια να μεταφέρονται ξεχωριστά και έπειτα να προσαρμόζονται στη βάση. Ωστόσο, στην περίπτωση της *Troll A*, η κατασκευή μεταφέρθηκε ολόκληρη στην προβλεπόμενη τοποθεσία ενώ η βύθισή της είχε διάρκεια 7 ημερών. Η πλατφόρμα *Troll A* κατασκευάστηκε από την Νορβηγική *Shell* και κόστισε 650 εκατομμύρια δολάρια και σήμερα λειτουργεί υπό την *Statoil*.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

Η κατασκευή που μελετάται στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι μια πλατφόρμα εξόρυξης πετρελαίου και φυσικού αερίου, η οποία κατατάσσεται στην κατηγορία των έργων βαρύτητας (*Gravity Based Structures-GBS*). Πρόκειται για μια πραγματική πλατφόρμα, ονομαστικά *Sleipner A GBS*, που κατασκευάστηκε από την εταιρία *Norwegian Contractors* για την *Statoil* (Εικόνα 3.1).

Η πλατφόρμα εγκαταστάθηκε στη Βόρεια Θάλασσα, κοντά στη Νορβηγία και είναι γνωστή για την καταστροφική της κατάρρευση στις 23 Αυγούστου του 1991. Η *Sleipner A* βούλιαξε κατά τη διάρκεια μιας ελεγχόμενης δοκιμής, λόγω ελαττωματικού σχεδιασμού που προκλήθηκε από μη συντηρητικούς κώδικες σκυροδέματος και από μη ακριβή μοντελοποίηση ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων του συνδέσμου μεταξύ των κυψελών της βάσης (ονομαζόμενος ως *tri-cell*). Πιο συγκεκριμένα, οι διατμητικές τάσεις υποεκτιμήθηκαν κατά 47% οδηγώντας σε ανεπαρκή σχεδιασμό. Κατά τη δοκιμή, τα τοιχώματα σε μία από τις κολόνες άνοιξαν και ακολούθησε γρήγορη πρόσληψη νερού και βύθιση της πλατφόρμας σε βάθος 230 μέτρων νερού μέσα σε λίγα λεπτά.

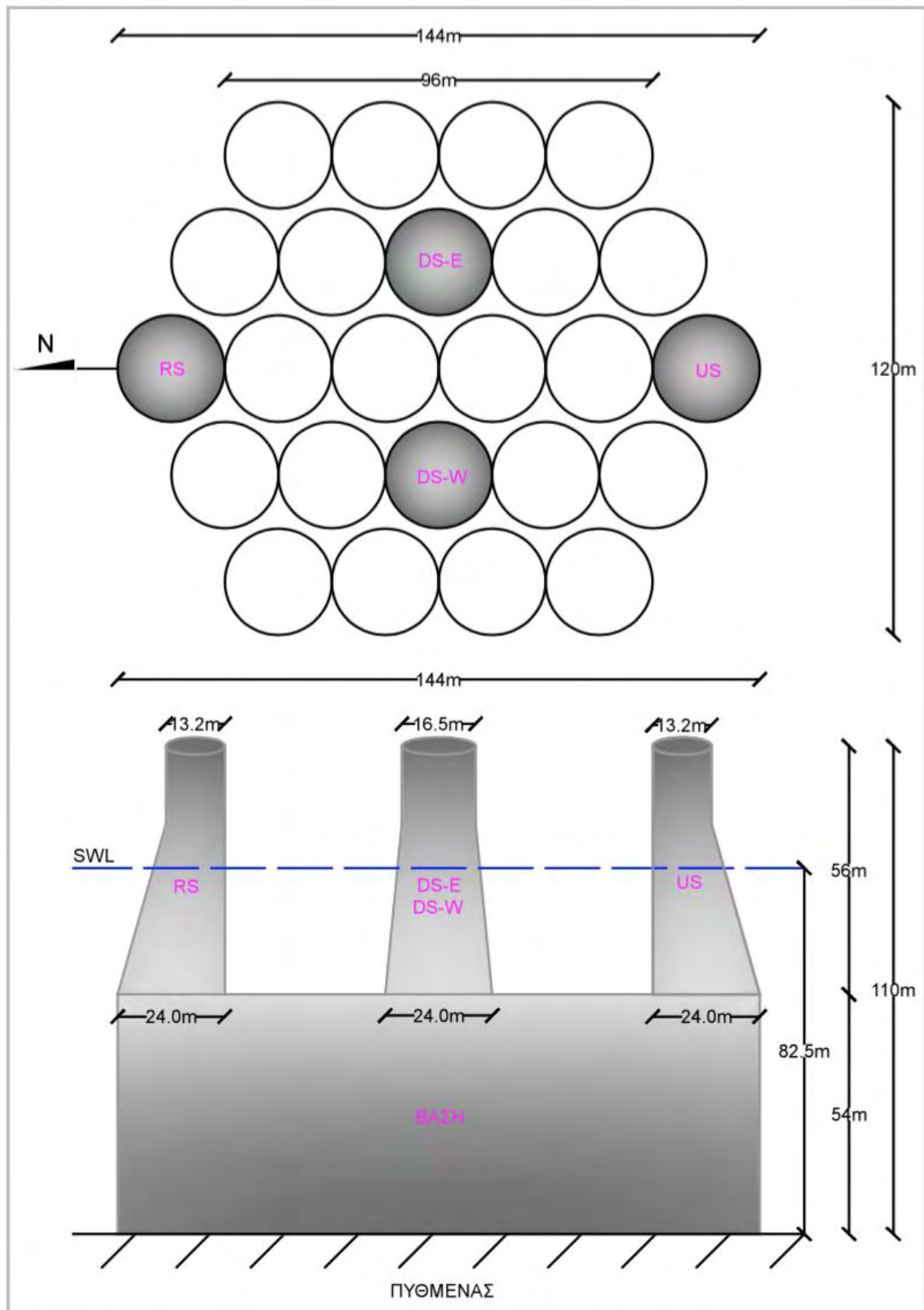


Εικόνα 3.1: Η πλατφόρμα εξόρυξης πετρελαίου Sleipner A GBS (Statoil, διαδίκτυο).

Η κατασκευή λειτουργεί σε ενδιάμεσα νερά, βάθους 82.5 μέτρων, και το δομικό της σύστημα αποτελείται από κυλίνδρους σκυροδέματος. Πιο συγκεκριμένα, η βάση της κατασκευής απαρτίζεται από 24 κυλίνδρους, διαμέτρου 24 μέτρων και ύψους 54 μέτρων ο καθένας, οι οποίοι λειτουργούν ως κιβώτια αποθήκευσης κοιτάσματος (*storage caissons*). Επιπλέον, οι κύλινδροι της βάσης, που είναι τοποθετημένοι ο ένας δίπλα στον άλλο, καλύπτουν μια περιοχή με μέγιστη διάσταση 144 μέτρα. Επάνω από τη βάση εκτείνονται 4 κυλινδρικές κολόνες μεταβαλλόμενης διατομής, οι οποίες υποστηρίζουν το κατάστρωμα της πλατφόρμας. Οι εν λόγω κολόνες έχουν ύψος 56 μέτρων και η διάμετρος στη βάση τους είναι 24 μέτρα. Η βόρεια και νότια κυλινδρική κολόνα (*riser shaft-RS* και *utility shaft-US*, αντίστοιχα) αποκτούν διάμετρο 13.2 μέτρων στο μέγιστο ύψος τους. Η ανατολική και δυτική κυλινδρική κολόνα (*drill shafts, DS-E* και *DS-W*, αντίστοιχα) αποκτούν διάμετρο 16.5

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

μέτρων στο ίδιο ύψος. Στην Εικόνα 3.2 παρουσιάζεται μια σχηματική απεικόνιση της κατασκευής, με σκοπό την καλύτερη κατανόηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της.



Εικόνα 3.2: Κάτοψη (πάνω) και όψη (κάτω) της κατασκευής, με τις τέσσερις κολόνες να αναφέρονται ως: RS (βόρεια κολόνα), US (νότια κολόνα), DS-E (ανατολική κολόνα) και DS-W (δυτική κολόνα).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία οι κυματικές συνθήκες θεωρούνται καθορισμένες εκ των προτέρων, καθώς η μελέτη αφορά σε μια υπαρκτή κατασκευή, και παρατίθενται στον Πίνακα 4.1.

Στον πίνακα αναγράφονται δύο τιμές ύψους κύματος, H_s και H_{max} , που σχετίζονται με τις γνωστές συνθήκες σχεδιασμού. Το πρώτο, $H_s = 17.2\text{m}$, ονομάζεται σημαντικό ύψος κύματος και αντιστοιχεί στη μέση τιμή του ανωτέρου 33% των υψών κύματος. Το δεύτερο, γνωστό ως μέγιστο ύψος κύματος, είναι το κύμα σχεδιασμού και λαμβάνεται σύμφωνα με τον κανονισμό *DNV 2010*^[1] ίσο με $H_{max} = 2H_s$; στην παρούσα εργασία υπολογίστηκε $H_{max} = 34.4\text{m}$. Το βάθος του νερού είναι $d = 82.5\text{m}$ και η περίοδος κορυφής του φάσματος $T_p = 16\text{s}$.

Για τις θεωρίες κανονικών κυματισμών (*Airy*, *Stokes 2^{ης} τάξης*, *Stokes 5^{ης} τάξης* και *Fourier 18^{ης} τάξης*) σχετικά με την ισχύ της εφαρμογής τους, χρησιμοποιήθηκε το διάγραμμα *Dean (1970) & Le Méhauté (1976)*^{[2],[3]}. Η εισαγωγή της κατευθυντικότητας στις εν λόγω θεωρίες πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του συντελεστή μείωσης Φ , ο οποίος εφαρμόστηκε ομοιόμορφα κατά το βάθος στις τελικές τιμές των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων. Σχετικά με τις θεωρίες μη κανονικών κυματισμών (*LRWT* και *SD*) η κατανομή της ενέργειας στις σχετικές συχνότητες πραγματοποιήθηκε μέσω του απλοποιημένου ενεργειακού φάσματος διπλής κορυφής *Torsethaugen (2004)*^[4], ενώ η κατανομή της ενέργειας στις κατευθύνσεις έγινε μέσω της κατανομής *Mitsuyasu (1975)*^[5]. Σε όλες τις προσομοιώσεις, κανονικών και μη κανονικών κυματισμών, ξεχωριστοί υπολογισμοί έλαβαν χώρα, υποθέτοντας ότι το πεδίο είναι μονοκατευθυντικό ή κατευθυντικό.

Πίνακας 4.1: Περιβαλλοντικές συνθήκες.

Βάθος	$d=82.5\text{m}$
Φάσμα, $S_{\eta\eta}(f)$	<i>Torsethaugen</i>
Περίοδος κορυφής	$T_p=16\text{s}$
Σημαντικό ύψος κύματος	$H_s=17.2\text{m}$
Μέγιστο ύψος κύματος (<i>DNV 2010</i>)	$H_{max}=34.4\text{m}$
Σχετική περίοδος κύματος (<i>NewWave</i>)	$T_{tt}=13.4\text{s}$
Παράμετρος κατευθυντικότητας (<i>Mitsuyasu</i>)	$s=20, \infty$
Τυπική απόκλιση (<i>Κανονική κατανομή</i>)	$\sigma_\theta=18^\circ$
Συντελεστής μείωσης κινηματικών μεγεθών (<i>Steady Waves</i>)	$\Phi=0.953$

4.1 ΤΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΦΑΣΜΑ TORSETHAUGEN

Αναφορικά με τη διασπορά της κυματικής ενέργειας στο φάσμα των συχνοτήτων, αναλύσεις μετρήσεων πεδίου οδήγησαν στην εξαγωγή διαφόρων εμπειρικών ενεργειακών φασμάτων. Η επιλογή του κατάλληλου ανά περίπτωση φάσματος, εξαρτάται από τις περιβαλλοντικές και γεωγραφικές συνθήκες της περιοχής.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Το ενεργειακό φασματικό μοντέλο *Torsethaugen* (1993, 1994, 1996), είναι ένα φάσμα διπλής κορυφής, που προέκυψε από μετρήσεις σε Νορβηγικά νερά. Το φάσμα *Torsethaugen* προέκυψε μέσω προσαρμογής (fitting) δύο φασμάτων *JONSWAP* που εφαρμόστηκαν για διάφορους συνδυασμούς σημαντικού ύψους κύματος, H_s και περιόδου κορυφής, T_p .

Στην παρούσα διπλωματική εργασία με σκοπό να ληφθεί υπόψη η διασπορά της ενέργειας στο πεδίο των συχνοτήτων, επιλέχθηκε μια απλοποιημένη εκδοχή του φάσματος *Torsethaugen* (*Torsethaugen & Haver, 2004*)^[4], ως πλέον κατάλληλο για τις παρούσες συνθήκες.

Το απλοποιημένο φασματικό μοντέλο *Torsethaugen* δίνει μια ρεαλιστική αναπαράσταση των κυματικών συνθηκών για τοπικά πλήρως ανεπτυγμένη θάλασσα (δηλαδή για διάρκεια πνοής άνεμου και μήκος αναπτύγματος απεριόριστα). Το μοντέλο στηρίζεται στην παραδοχή ότι το θαλάσσιο πεδίο διακρίνεται σε δύο υποπεδία, μεταξύ των οποίων κατανέμεται η συνολική κυματική ενέργεια. Ο διαχωρισμός μεταξύ των δύο θαλάσσιων υποπεδίων έγκειται στην προέλευση της μέγιστης κορυφής του φάσματος και καθορίζεται βάσει της σχέσης μεταξύ της φασματικής περιόδου κορυφής του αρχικού συνολικού θαλάσσιου πεδίου, T_p , και της φασματικής περιόδου κορυφής της ακριβούς τοποθεσίας, T_{pf} . Η τελευταία καθορίζεται από το μέγιστο ανάπτυγμα (fetch) βάσει της τοπογραφίας της περιοχής και δίνεται από:

$$T_{pf} = a_f H_s^{1/3}, \text{ εν προκειμένω } a_f = 6.6 \text{ sm}^{-1/3} \text{ για μήκος αναπτύγματος } 370 \text{ km}$$

Εξίσωση 4.1

Με αυτόν τον τρόπο, η μέγιστη ενέργεια των κυμάτων του αρχικού πεδίου, ή αλλιώς το σημαντικό ύψος κύματος, H_s , συσχετίζεται με την φασματική περίοδο κορυφής στην πραγματική θέση, T_{pf} .

Το αρχικό θαλάσσιο πεδίο, λοιπόν, διακρίνεται σε:

- ένα θαλάσσιο υποπεδίο που κυριαρχείται από το τοπικό πεδίο του ανέμου (*wind dominated sea*), για το οποίο ισχύει $T_p \leq T_{pf}$, και
- ένα θαλάσσιο υποπεδίο που παράγεται από τους κυματισμούς που εισέρχονται στη μελετώμενη τοποθεσία από άλλες περιοχές (*swell dominated sea*), για το οποίο ισχύει $T_p > T_{pf}$

Επιπρόσθετα, κάθε θαλάσσιο υποπεδίο διακρίνεται σε δύο συστήματα, ένα αρχικό και ένα δευτερεύον (*primary* και *secondary system*, αντίστοιχα). Σχετικά με το πρώτο θαλάσσιο υποπεδίο (*wind dominated sea*), το δευτερεύον σύστημα αντιπροσωπεύει την επιρροή των εισερχόμενων στην περιοχή κυμάτων στο υποπεδίο. Με παρόμοιο τρόπο, το δευτερεύον σύστημα του δεύτερου θαλάσσιου υποπεδίου (*swell dominated sea*) αντιπροσωπεύει την επιρροή του τοπικού ανέμου στο υποπεδίο. Εν τέλει, το μέσο κυματικό φάσμα κάθε θαλάσσιου υποπεδίου υπολογίζεται ως άθροισμα του αρχικού και του δευτερεύοντος συστήματος, ενώ το τελικό φάσμα μέσω αθροίσματος των δύο θαλάσσιων υποπεδίων, καταλήγοντας σε ένα φάσμα διπλής κορυφής.

Διπλωματική εργασία: "Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους."

Για την εφαρμογή του μοντέλου εισάγονται το σημαντικό ύψος, H_s , και η περίοδος κορυφής, T_p , για το αρχικό συνολικό θαλάσσιο πεδίο. Κάθε θαλάσσιο υποπεδίο καθορίζεται μέσω πέντε παραμέτρων, ονομαστικά σημαντικό ύψος του φάσματος (H_{jn}), περίοδος κορυφής του φάσματος (T_{jn}), παράγοντας εξέλιξης κορυφής του φάσματος (γ), παράμετρος υψηλών συχνοτήτων της ουράς του φάσματος (N) και παράμετρος πλάτους του φάσματος (M). Οι εν λόγω παράμετροι υπολογίζονται με προσαρμογή του φάσματος Γ στα μέσα μετρημένα φάσματα που προέκυψαν από διάφορες καταστάσεις της θάλασσας. Έπειτα, παραμετροποιούνται σε όρους H_s και T_p μέσω αναλύσεων παλινδρόμησης και προσαρμογής καμπυλών. Αυτό περιλαμβάνει επίσης και την αναλογία του σημαντικού ύψους κύματος μεταξύ των δύο θαλάσσιων υποπεδίων (*wind sea* και *swell sea*).

Η μαθηματική σχέση που εκφράζει τη μορφή του απλοποιημένου ενεργειακού φάσματος *Torsethaugen* παρουσιάζεται παρακάτω (Εξ. 4.2), όπου οι αριθμητικές τιμές όλων των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.2.

$$S(f_n) = \sum_{j=1}^2 E_j S_{jn}(f_{jn}) \quad \text{Εξίσωση 4.2}$$

όπου:

- $j = 1$: primary system και $j = 2$: secondary system
- $n = w$: wind dominated sea και $n = s$: swell dominated sea
- $E_j = \left(\frac{1}{16}\right) H_j^2 T_{pj}$
- $S_{1n}(f_{1n}) = G_0 A_\gamma f_{1n}^{-4} e^{-f_{1n}^{-4}} \gamma^{(\exp(-1/2\sigma^2))(f_{1n}-1)^2}$
- $S_{2n}(f_{2n}) = G_0 f_{2n}^{-4} e^{-f_{2n}^{-4}}$
- $f_{jn} = f T_{pj}$
- $A_\gamma = \frac{1+1.1[\ln\gamma]^{1.19}}{\gamma}$
- Τα H_j, T_{pj}, γ λαμβάνονται από τον Πίνακα 4.3, ανάλογα με τον τρόπο ορισμού του θαλάσσιου πεδίου

Με εισαγωγή του σχετικού ύψους κύματος και της περιόδου κορυφής στο φάσμα *Torsethaugen* προέκυψε η κατανομή της ενέργειας στο πεδίο των συχνοτήτων. Σημειώνεται ότι για τις παρούσες συνθήκες το θαλάσσιο πεδίο κυριαρχείται από το τοπικό πεδίο του ανέμου (*wind dominated sea*).

Πίνακας 4.2: Εμπειρικές παράμετροι απλοποιημένου φάσματος *Torsethaugen* (*Torsethaugen & Haver, 2004*).

Παράμετρος	Τιμή	Παράμετρος	Τιμή
a_e	2.0 $\text{sm}^{-1/2}$	a_{20}	0.6
a_u	25 s	a_2	0.3
a_{10}	0.7	a_3	6
a_1	0.5	G_0	3.26
k_g	35.0	σ	0.07 για $f_n < 1$, 0.09 για $f_n > 1$
b_1	2.0 s	N, M	4

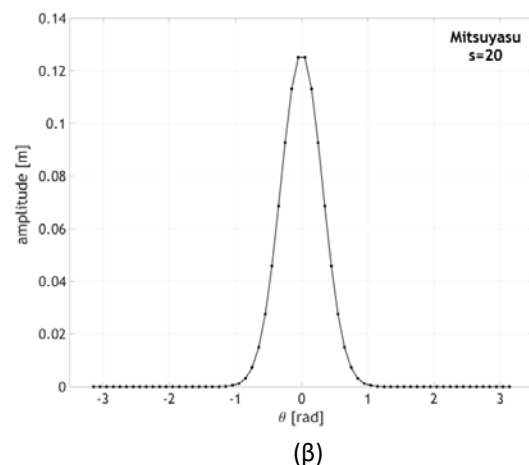
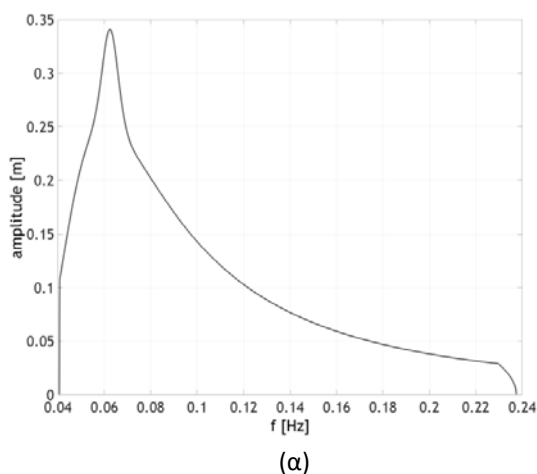
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Πίνακας 4.3: Εξισώσεις που αφορούν σε wind και swell dominated sea states (Torsethaugen & Haver, 2004).

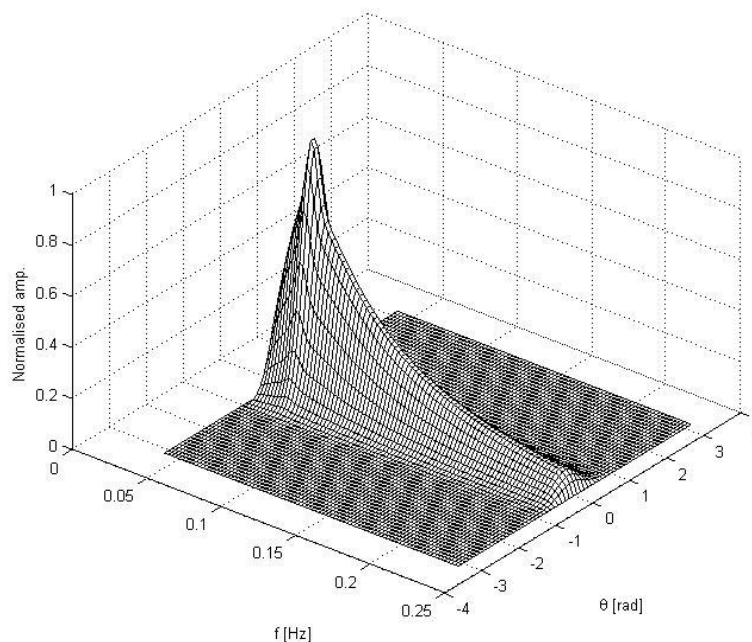
Wind dominated sea ($T_p \leq T_{pf}$)			Swell dominated sea ($T_p > T_{pf}$)		
Κυματικό Μέγεθος	Αρχικό Σύστημα ($j=1$)	Δευτερεύον σύστημα ($j=2$)	Κυματικό Μέγεθος	Αρχικό σύστημα ($j=1$)	Δευτερεύον σύστημα ($j=2$)
H_{wj}	$R_w H_s$	$\sqrt{(1 - R_w^2) H_s}$	H_{sj}	$R_s H_s$	$\sqrt{(1 - R_s^2) H_s}$
T_{pwj}	T_p	$T_{pf} + b_1$	T_{psj}	T_p	$a_f H_s^2$
γ	$k_g s_p^{6/7}$	1	γ	$\gamma_f (1 + a_3 e_u)$	1
$R_w = (1 - a_{10}) e^{-\left(\frac{\varepsilon_1}{a_1}\right)^2} + a_{10}$ $\varepsilon_1 = (T_{pf} - T_p) / (T_{pf} - T_l)$ $T_l = a_e H_s^{1/2}$ $s_p = (2\pi/g) H_{w1} / T_{pw1}^2$			$R_s = (1 - a_{20}) e^{-\left(\frac{\varepsilon_u}{a_2}\right)^2} + a_{20}$ $\varepsilon_u = (T_p - T_{pf}) / (T_u - T_{pf})$ $T_u = a_u$ $\gamma_f = k_g s_f^{6/7}$ $s_f = (2\pi/g) H_s / T_{pf}^2$		

4.2 ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκαν υπολογισμοί τόσο με, όσο και χωρίς να ληφθεί υπόψη η κατευθυντικότητα του κυματικού πεδίου. Αναφορικά με τις θεωρίες τυχαίων κυματισμών, στην περίπτωση μονοκατευθυντικού πεδίου επιλέχθηκε μεγάλη παράμετρος κατευθυντικότητας, $s \rightarrow \infty$, ενώ για κατευθυντικό πεδίο (περιγραφή βραχυκόρυφων κυματισμών) εφαρμόστηκε $s=20$ στην κατανομή Mitsuyasu^[5] ή $\cos^{2s}(\theta)$. Η τιμή $s=20$ αντιστοιχεί σε μία κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση $\sigma_\theta = 18^\circ$. Στο Διάγραμμα 4.1 παρουσιάζεται το φάσμα Torsethaugen για μεγάλη παράμετρο εξάπλωσης (UD) και η κατανομή Mitsuyasu, ενώ στο Διάγραμμα 4.2 παρουσιάζεται η τριδιάστατη λύση που παρέχει η εισαγωγή της κατευθυντικότητας.



Διάγραμμα 4.1: (α) Φάσμα κατανομής ενέργειας στις συχνότητες (Torsethaugen) (β) Φάσμα κατανομής ενέργειας στις διευθύνσεις (Mitsuyasu, $s=20$)



Διάγραμμα 4.2: Τριδιάστατη μορφή φάσματος κατανομής ενέργειας

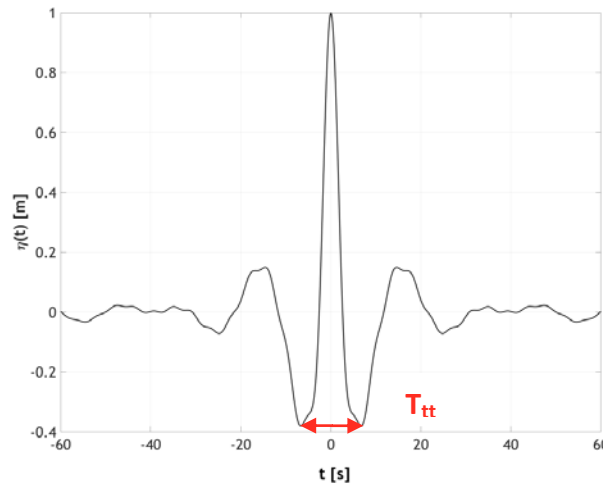
Η εισαγωγή της κατευθυντικότητας στις θεωρίες μονοχρωματικών κυματισμών γίνεται εφικτή με την εφαρμογή του μειωτικού συντελεστή Φ στις τελικές τιμές των ταχυτήτων και επιταχύνσεων. Πρακτικά, ο συντελεστής Φ ορίζεται ως ο λόγος μεταξύ της τιμής *r.m.s.* της οριζόντιας ταχύτητας για κατευθυντικό πεδίο προς την αντίστοιχη τιμή αυτής για μονοκατευθυντικό. Στην παρούσα εργασία, και με παράγοντα κατευθυντικότητας $s = 20$, ο συντελεστής Φ υπολογίστηκε ίσος με 0.953 και η τιμή του επαληθεύτηκε από τον κανονισμό *DNV (2010)*^[1].

4.3 TO ΜΟΝΤΕΛΟ NEW WAVE

Το γραμμικό μοντέλο *NewWave*, που εισήγαγε ο *Tromans et al. (1991)*^[6], παρέχει μια αναπαράσταση της μορφής που αναμένεται να έχει ένας μεγάλος κυματισμός, σε μια γραμμική κατάσταση της θάλασσας, με δεδομένη ανύψωση επιφάνειας (η_{max}). Το κυματικό πεδίο που μελετάται αποτελείται από έναν μεγάλο αριθμό κυματικών συνιστωσών διαφορετικών συχνοτήτων, φάσεων και πλάτους. Η πιο πιθανή μορφή ενός μεγάλου κυματισμού περιγράφεται από την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, η οποία υπολογίζεται με εφαρμογή του αντίστροφου γρήγορου μετασχηματισμού *Fourier (Inverse FFT)* στο υποκείμενο φάσμα του θαλάσσιου πεδίου, $S_{\eta\eta}(f)$, (Διάγραμμα 4.3). Πρακτικά, το πιθανό σχήμα ενός μεγάλου κυματισμού προκύπτει από επαλληλία των γραμμικών συνιστωσών σε συγκεκριμένο χώρο και χρόνο, με όλες τις συνιστώσες να έχουν την ίδια φάση και συνεπώς να συντονίζονται.

Αφού έχει καθοριστεί το πιθανότερο σχήμα της ανύψωσης, για τη μοντελοποίηση των κανονικών κυματισμών, απαιτείται ο καθορισμός της περιόδου κύματος. Αυτό γίνεται εφικτό με έναν από τους τρεις παρακάτω τρόπους:

- **Μέθοδος zero crossing:** Η περίοδος ορίζεται ως η χρονική απόσταση των διαδοχικών σημείων μηδενισμού της ελεύθερης επιφάνειας σε ανερχόμενους ή κατερχόμενους κλάδους (*zero up-crossing* και *zero down-crossing*, αντίστοιχα).
- **Περίοδος κορυφής του φάσματος:** T_p
- **Σχετική περίοδος κύματος T_{tt} :** Ορίζεται ως η χρονική απόσταση μεταξύ των δύο διαδοχικών κοιλιών πριν και μετά τη μέγιστη κορυφή.



Διάγραμμα 4.3: Μοντέλο NewWave. Συνάρτηση αυτό-συσχέτισης υποκείμενου φάσματος για μέγιστη ανύψωση επιφάνειας $\eta_{max}=1m$.

Όπως έχει αποδειχτεί σε διάφορες μελέτες, συμπεριλαμβανομένης αυτής των *Katsardi & Swan (2009)*^[7], η σχετική περίοδος κύματος οδηγεί στα πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα αναφορικά με τη πιθανότερη μορφή ενός μεγάλου κυματισμού. Για αυτό τον λόγο, στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκε και η σχετική περίοδος κύματος εκτός από την T_p στις μονοχρωματικές θεωρίες, η οποία υπολογίστηκε βάσει της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης ίση με $T_{tt} = 13.4s$.

4.4 ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ DEAN & LE MEHAUTE

Η ορθότητα των μοντέλων κανονικών κυματισμών καθορίστηκε με χρήση του διαγράμματος των *Dean (1970) & Le Méhauté (1976)*^{[2],[3]}, (Διάγραμμα 4.4), που λαμβάνει υπόψη το αδιάστατο ύψος κύματος (H/gT^2) και το αδιάστατο βάθος νερού (d/gT^2). Το διάγραμμα εφαρμόστηκε για τρεις συνδυασμούς ύψους-περιόδου κύματος, $\{H_s, T_p\}$, $\{H_{max}, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_{tt}\}$, όπως παρουσιάζεται παρακάτω.

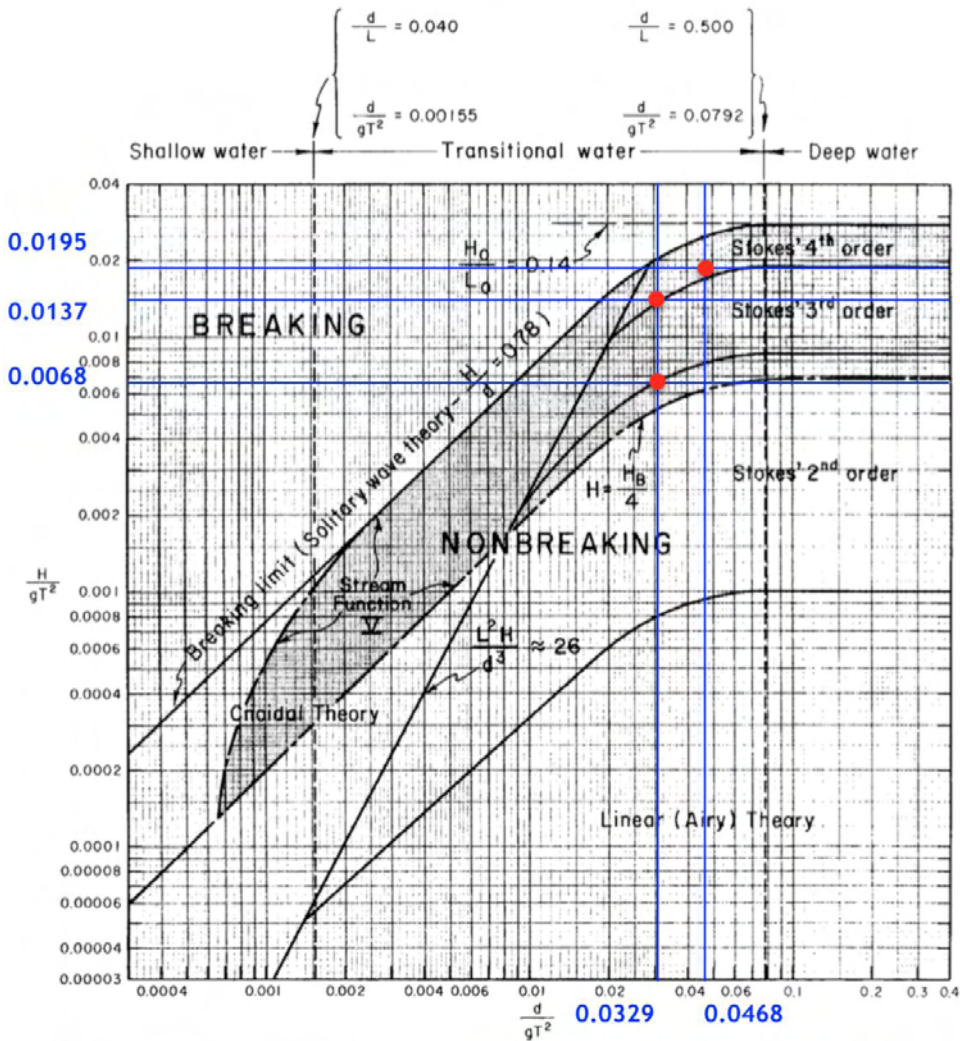
- **Κυματικό γεγονός 1:** $\{H_s, T_p\}$

$$\frac{H}{gT^2} = \frac{17.2}{9.81 \cdot 16^2} = 0.0068$$

$$\frac{d}{g \cdot T^2} = \frac{82.5}{9.81 \cdot 16^2} = 0.0329$$

Σύμφωνα με το διάγραμμα *Dean & Le Méhauté* και για το κυματικό γεγονός $\{H_s, T_p\}$, χρειάζονται τουλάχιστον όροι 3^{ns} τάξης στα μοντέλα κανονικών κυματισμών για την κατάλληλη περιγραφή του κυματικού πεδίου.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”



Διάγραμμα 4.4: Όρια ισχύος θεωριών κανονικών κυματισμών (Dean, 1970 & Le Méhauté, 1976).

- Κυματικό γεγονός 2: $\{H_{max}, T_p\}$

$$\frac{H}{gT^2} = \frac{34.4}{9.81 \cdot 16^2} = 0.0137$$

$$\frac{d}{g \cdot T^2} = \frac{82.5}{9.81 \cdot 16^2} = 0.0329$$

- Κυματικό γεγονός 3: $\{H_{max}, T_{tt}\}$

$$\frac{H}{gT^2} = \frac{34.4}{9.81 \cdot 13.4^2} = 0.0195$$

$$\frac{d}{g \cdot T^2} = \frac{82.5}{9.81 \cdot 13.4^2} = 0.0468$$

Για τα κυματικά γεγονότα 2 και 3, σύμφωνα με το διάγραμμα *Dean & Le Méhauté*, γίνεται φανερό ότι η κατάλληλη κυματική θεωρία κανονικών κυματισμών θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει όρους τουλάχιστον 4^{ης} τάξης.

4.5 ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΟ ΒΑΘΟΣ ΚΥΜΑΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Η επιλογή της κατάλληλης κυματικής θεωρίας για την περιγραφή του θαλάσσιου πεδίου εξαρτάται άμεσα από την καμπυλότητα (wave steepness) και το ενεργό βάθος (relative depth). Η καμπυλότητα του κυματισμού ορίζεται ως ο λόγος του ύψους κύματος προς το μήκος κύματος, $\varepsilon = H/\lambda$. Μεγάλη καμπυλότητα συνεπάγεται την ανάγκη περισσότερων μη γραμμικών όρων για την περιγραφή του κυματικού πεδίου. Η διαφοροποίηση ανάμεσα σε ρηχά-ενδιάμεσα-βαθιά νερά έγκειται στον υπολογισμό του ενεργού βάθους, kd , λαμβάνοντας υπόψη και το μήκος κύματος, $\lambda = 2\pi/k$, εκτός από το πραγματικό βάθος του νερού, d . Σε ρηχά ($kd < 0.1\pi$) και ενδιάμεσα νερά ($0.1\pi < kd < \pi$) η κινηματική των σωματιδίων επηρεάζεται από το βάθος και η μεταφορά ενέργειας από τη μεταβολή του βάθους. Αντίθετα σε βαθιά νερά ($kd > \pi$) η κινηματική των σωματιδίων είναι ανεπηρέαστη από το βάθος, αλλά εξαρτάται από την αλληλεπίδραση με άλλους κυματισμούς, ενώ η ενέργεια μεταφέρεται χωρίς να επηρεάζεται από τον πυθμένα.

Στην παρούσα εργασία, η καμπυλότητα υπολογίστηκε για τις θεωρίες *Airy* και *Fourier 18th τάξης*, για τα τρία κυματικά γεγονότα $\{H_s, T_p\}$, $\{H_{max}, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_{tt}\}$. Οι τιμές της καμπυλότητας προέκυψαν από το γινόμενο της μέγιστης ανύψωσης με τον αριθμό κύματος, ο οποίος αντιστοιχεί στην περίοδο $T_p = 16s$ για τα δύο πρώτα γεγονότα και στην $T_{tt} = 13.4s$ για το τελευταίο (Πίνακας 4.4).

Όπως παρατηρείται στον Πίνακα, για το πρώτο γεγονός οι κυματισμοί δεν προκύπτουν ιδιαίτερα απότομοι. Επομένως, η εφαρμογή ενός γραμμικού μοντέλου είναι επαρκής για την περιγραφή της ελεύθερης επιφάνειας και της κινηματικής των σωματιδίων. Ωστόσο, η καμπυλότητα είναι αρκετά μεγάλη για το μέγιστο κυματικό ύψος και ιδιαίτερα για τον κυματισμό υψηλής συχνότητας $\{H_{max}, T_{tt}\}$, όπου είναι κοντά στο όριο θραύσης του κυματισμού. Πράγματι, το όριο θραύσης του κυματισμού εξαιτίας της καμπυλότητας για μονοχρωματικούς κυματισμούς είναι $ak < 0.44$. Το όριο θραύσης εξαιτίας του βάθους είναι $H/d < 0.78$. Όπως βλέπουμε στον πίνακα, και οι τρεις κυματικές συνθήκες είναι μακριά από αυτό το όριο θραύσης εξαιτίας του βάθους. Σε κάθε περίπτωση όμως είναι εξαιρετικά απότομης κλίσης και η περιγραφή τους απαιτεί την εφαρμογή μη γραμμικών μοντέλων.

Πίνακας 4.4: Καμπυλότητα κυματικού πεδίου.

Κυματικό Γεγονός	Καμπυλότητα $H \cdot k/2$		Λόγος H/d
	<i>Airy</i>	<i>Fourier 18th</i>	
$\{H_s, T_p\}$	0.151	0.148	0.209
$\{H_{max}, T_p\}$	0.303	0.279	0.417
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	0.403	0.356	0.417

Το βάθος του νερού είναι $d = 82.5m$ και η περίοδος κορυφής του φάσματος $T_p = 16s$. Το ενεργό βάθος υπολογίστηκε ως το γινόμενο $k_p d = 1.45\epsilon(0.1\pi, \pi)$, όπου k_p είναι ο αριθμός κύματος που αντιστοιχεί στην συχνότητα κορυφής του φάσματος, ω_p . Συνεπώς, το πεδίο μελετήθηκε σε συνθήκες ενδιάμεσων βαθών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΚΥΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Η κίνηση των κυμάτων, στην πραγματική θάλασσα, μπορεί να περιγραφεί ως μια σειρά διαταραχών, που διαδίδονται προς ποικίλες κατευθύνσεις, αλληλεπιδρώντας μη γραμμικά μεταξύ τους, πιθανώς σε συνδυασμό με ένα ρεύμα, σε νερό μη ομοιόμορφης πυκνότητας και πάνω από έναν πυθμένα μεταβαλλόμενης κλίσης και διαπερατότητας. Αυτό, συνεπάγεται ότι η πραγματική θάλασσα διέπεται από τρεις θεμελιώδεις ιδιότητες, οι οποίες πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά την μοντελοποίηση των κυματισμών:

- *Μη κανονικότητα*
- *Μη γραμμικότητα*
- *Κατευθυντικότητα*

Η *μη κανονικότητα* των κυματισμών αφορά στην διασπορά της κυματικής ενέργειας στο πεδίο των συχνοτήτων. Πρακτικά, αυτό σημαίνει ότι η πραγματική θάλασσα αποτελείται από πολλές υποκείμενες κυματικές συνιστώσες, κάθε μια από τις οποίες έχει διαφορετική συχνότητα, πλάτος και φάση. Η *μη γραμμικότητα* συνίσταται στην αλληλεπίδραση μεταξύ των διαφόρων συχνοτήτων του κυματικού πεδίου που ανάλογα με την καμπυλότητα (κλίση) του πεδίου μπορεί να οδηγήσει σε γένεση νέων κυματισμών. Συνεπώς, δεν πρέπει να αμελείται η συμβολή των υψηλότερων αρμονικών στις γραμμικές συνιστώσες. Η *κατευθυντικότητα* των κυματισμών αποδίδεται στο γεγονός ότι, ακόμη και για μια δεδομένη συχνότητα, οι κυματικές συνιστώσες και συνεπώς η κυματική ενέργεια διαδίδεται προς διάφορες κατευθύνσεις, προκαλώντας τη δημιουργία των βραχυκόρυφων κυματισμών της πραγματικής θάλασσας: όσο πιο κατευθυντικό το θαλάσσιο πεδίο, τόσο πιο γρήγορα μεταβάλλεται η μορφή του κυματισμού στην εγκάρσια διεύθυνση.

Στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκαν γνωστά κυματικά μοντέλα, με σκοπό τον υπολογισμό της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, καθώς και τον υπολογισμό της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της πίεσης των σωματιδίων. Τα τρία τελευταία θα αναφέρονται εφεξής και ως κινηματική των σωματιδίων.

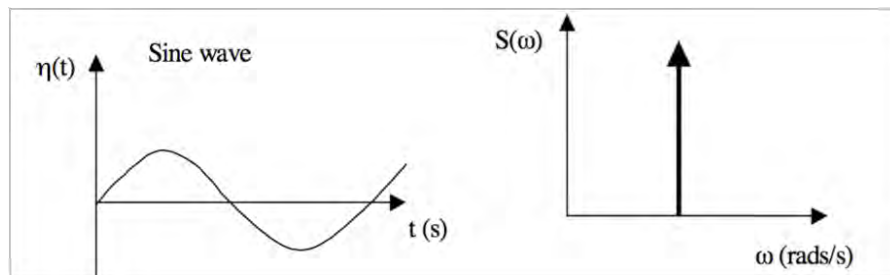
Εν γένει, η περιγραφή των κυματισμών γίνεται με κυματικά μοντέλα δύο κατηγοριών. Η πρώτη αφορά *κανονικούς κυματισμούς* (*μονοχρωματικούς, μόνιμους ή μη τυχαίους* όπως αλλιώς ονομάζονται *Steady Waves*), ενώ η δεύτερη *μη κανονικούς κυματισμούς* (*φασματικούς, μη μόνιμους ή τυχαίους* όπως αλλιώς ονομάζονται *Random Waves*). Και οι δύο κατηγορίες μπορούν να περιγράψουν γραμμικούς και μη γραμμικούς κυματισμούς, μονοκατευθυντικούς και κατευθυντικούς.

5.1 ΚΑΝΟΝΙΚΟΙ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΙ (STEADY WAVES)

Τα κυματικά μοντέλα που εντάσσονται σε αυτή την κατηγορία περιλαμβάνουν κυματικές λύσεις που εμφανίζουν περιοδικότητα. Κάθε κυματισμός διαδίδεται διατηρώντας την ίδια μορφή και τα ίδια χαρακτηριστικά σε κάθε περίοδο. Έτσι, υπερβατικά ενώ η ροή δεν είναι μόνιμη, χρησιμοποιείται ο όρος *steady wave*. Πρόκειται για αναλυτικές λύσεις, οι οποίες βασίζονται σε ένα σύνολο παραδοχών και αφορούν σε απλές εξισώσεις που δεν απαιτούν περίπλοκους μαθηματικούς υπολογισμούς. Σε αντίθεση με τη μη κανονικότητα που χαρακτηρίζει την πραγματική θάλασσα, τα εν λόγω μοντέλα αμελούν το κυματικό φάσμα,

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

δηλαδή τη διασπορά ενέργειας στο πεδίο των συχνοτήτων. Αντίθετα, θεωρούν ότι η ενέργεια συγκεντρώνεται γύρω από μία και μοναδική συχνότητα, αυτή που αντιστοιχεί στο μέγιστο πλάτος του κυματισμού. Συνεπώς, το κυματικό φάσμα στην προκειμένη περίπτωση ανάγεται σε ένα απλό σημείο στο πεδίο των συχνοτήτων (Εικόνα 5. 1).



Εικόνα 5.1: Χρονοϊστορία κυματισμού και αντίστοιχη μορφή ενεργειακού φάσματος στην περίπτωση κανονικών κυματισμών (Swan, 2007).

Τα κυματικά μοντέλα που εφαρμόστηκαν είναι είτε γραμμικά, είτε ασθενώς μη γραμμικά, είτε εντόνως μη γραμμικά και είναι τα ακόλουθα:

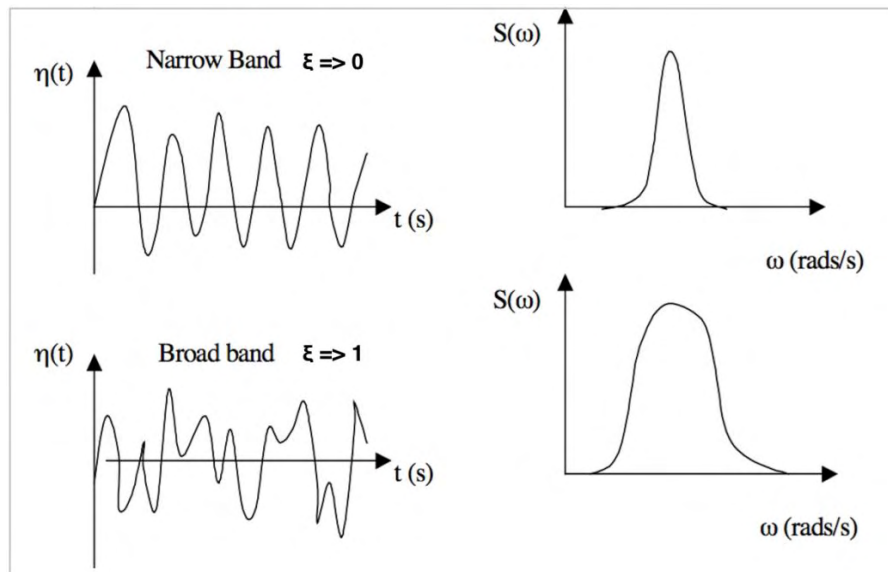
- Θεωρία Airy ή Stokes 1^{ης} τάξης (γραμμική λύση)
- Θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης (μη γραμμική λύση 2^{ης} τάξης)
- Θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης (μη γραμμική λύση 5^{ης} τάξης)
- Λύσεις ροϊκής συνάρτησης ή Fourier 18^{ης} τάξης (μη γραμμική λύση 18^{ης} τάξης)

Σημαντική παράμετρος για την επέκταση σε μη γραμμικά μοντέλα είναι η καμπυλότητα του κυματισμού. Βάσει της καμπυλότητας και του διαγράμματος *Dean & Le Méhauté* γίνεται εφικτή η επιλογή της καταλληλότερης θεωρίας για την περιγραφή του εκάστοτε κυματικού πεδίου.

Η κατευθυντικότητα στην περίπτωση κανονικών κυματισμών δεν μπορεί να εισαχθεί, καθώς οι κυματισμοί περιγράφονται στις δύο διαστάσεις. Ωστόσο, η επίδραση της στο κυματικό πεδίο μπορεί να ληφθεί υπόψη με τη χρήση του μειωτικού συντελεστή Φ , ο οποίος εφαρμόζεται ομοιόμορφα κατά το βάθος στις τελικές τιμές των συνιστωσών της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.

5.2 ΜΗ ΚΑΝΟΝΙΚΟΙ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΙ (RANDOM WAVES)

Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται κυματικές λύσεις τυχαίων κυματισμών, όπως αυτή της πραγματικής θάλασσας. Τα κυματικά μοντέλα λαμβάνουν υπόψη τη διασπορά ενέργειας στο πεδίο των συχνοτήτων και αυτό γίνεται εφικτό με τη χρήση κατάλληλου φάσματος συχνοτήτων. Αυτό, πρακτικά, σημαίνει ότι οι κυματισμοί λαμβάνουν ένα εύρος τιμών συχνοτήτων, κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε διαφορετικό πλάτος κύματος. Όπως γίνεται φανερό στην Εικόνα 5.2, όσο πιο “στενό” το διάγραμμα χρονοϊστορίας του κυματισμού (μικρό εύρος τιμών πλάτους), τόσο πιο “στενό” προκύπτει και το φάσμα συχνοτήτων (μικρό εύρος τιμών συχνοτήτων). Στην οριακή περίπτωση, πολύ μικρού εύρους τιμών πλάτους, ο κυματισμός τείνει να περιγραφεί μέσω ενός κανονικού κυματισμού. Το πιο συχνά χρησιμοποιούμενο φάσμα στη Βόρεια θάλασσα είναι το φάσμα *JONSWAP*. Ωστόσο, στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκε το φάσμα διπλής κορυφής *Torsethaugen* ως πλέον κατάλληλο για τις παρούσες περιβαλλοντικές συνθήκες.



Εικόνα 5.2: Χρονοϊστορία κυματισμού και αντίστοιχη μορφή ενεργειακού φάσματος στην περίπτωση τυχαίων κυματισμών (Swan, 2007).

Ως αποτέλεσμα της μη κανονικότητας των κυματισμών, η μορφή του κάθε κυματισμού διαφοροποιείται με τον χρόνο, ενώ τα χαρακτηριστικά του κυματισμού παραμένουν αμετάβλητα. Ο κυματισμός περιγράφεται σε τρεις διαστάσεις και συνεπώς λαμβάνεται υπόψη η κατευθυντικότητα που ορίζουν οι πραγματικοί κυματισμοί.

Τα φασματικά μοντέλα που εφαρμόστηκαν στην παρούσα μελέτη είναι τα εξής:

- Θεωρία τυχαίων γραμμικών κυματισμών ή *Linear Random Wave Theory* (γραμμική λύση)
- Μοντέλο τυχαίων κυματισμών 2^{ης} τάξης ή *Second-order Random Wave Theory* ή *Sharma & Dean* (μη γραμμική λύση 2^{ης} τάξης)

5.3 ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ AIRY – STOKES 1^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ

Η κυματική θεωρία *Airy*, γνωστή και ως *γραμμική θεωρία κυματισμών*, δημοσιεύτηκε για πρώτη φορά από τον *George Biddell Airy* τον 19ο αιώνα^[8]. Αποτελεί το απλούστερο κυματικό μοντέλο και χρησιμοποιείται συχνά, ως μια γρήγορη μέθοδος υπολογισμού των χαρακτηριστικών ενός κυματισμού. Η εφαρμογή της θεωρίας στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε για ακαδημαϊκούς λόγους.

Η κυματική θεωρία *Airy* δίνει μια γραμμικοποιημένη συνημιτονοειδή περιγραφή της διάδοσης των κυματισμών βαρύτητας στην επιφάνεια ενός ομογενούς στρώματος ρευστού. Πιο συγκεκριμένα, το στρώμα ρευστού θεωρείται απείρου πλάτους, με αποτέλεσμα η ροή να μελετάται σε δύο διαστάσεις. Η θεωρία *Airy* βασίζεται στις εξής παραδοχές:

- Το ρευστό είναι ομοιογενές και ασυμπίεστο ($\rho = ct$) και η επιφανειακή τάση είναι αμελητέα. Επομένως, ισχύει η εξίσωση συνέχειας της μάζας για ασυμπίεστο ρευστό:

$$\text{div} \vec{U}(x, z, t) = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{Εξίσωση 5.1}$$

όπου:

- $\vec{U}(x, z, t) = (u, w)$: το διάνυσμα της ταχύτητας σε δύο διαστάσεις

- Η ροή είναι αστρόβιλη. Αυτό συνεπάγεται ότι δεν εμφανίζεται διατμητική τάση στη διεπιφάνεια αέρα-υγρού και στον πυθμένα. Επομένως, ισχύει η σχέση για αστρόβιλη ροή:

$$\nabla \times \vec{U}(x, z, t) = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad \text{Εξίσωση 5.2}$$

- Το ρευστό είναι ιδανικό ($\mu = 0$), καθώς το οριακό στρώμα στον πυθμένα θεωρείται πολύ μικρό. Έτσι, από τις γενικές εξισώσεις κίνησης *Navier-Stokes* και μέσω της υπόθεσης αστρόβιλης ροής προκύπτει η εξίσωση *Bernoulli*:

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho g z + \rho \frac{u^2 + w^2}{2} + p_0 = c t \quad \text{Εξίσωση 5.3}$$

- Οι κυματισμοί είναι “μικροί”, δηλαδή το εύρος του κυματισμού πολύ μικρότερο σε σχέση με το βάθος του νερού καθώς και με το μήκος κύματος ($a \ll d$ και $a \ll \lambda$). Μέσω αυτής της υπόθεσης, η ισχύς της γραμμικής θεωρίας περιορίζεται σε περιπτώσεις κυματισμών μικρού ύψους που προελαύνουν σε βαθιά νερά και σε ρηχά νερά. Για πολύ ρηχά νερά δεν μπορεί να εφαρμοστεί η θεωρία.

Η θεωρία *Airy* βασίζεται στη συνάρτηση δυναμικού $\varphi(x, z, t)$ για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών του κυματικού πεδίου (προφίλ ελεύθερης επιφάνειας, κινηματική των σωματιδίων, ταχύτητα διάδοσης κύματος). Λόγω της παραδοχής της αστρόβιλης ροής (Εξ. 5.2), οι συνιστώσες της ταχύτητας στις διευθύνσεις, σε κάθε σημείο της ροής εκφράζονται βάσει της συνάρτησης δυναμικού ροής ως εξής:

$$\vec{U}(x, z, t) = \text{grad} \varphi \Rightarrow u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \text{και} \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad \text{Εξίσωση 5.4}$$

Έπειτα μέσω της παραδοχής της *συνέχειας της μάζας* (Εξ. 5.1), η οποία θεωρεί το ρευστό ασυμπιεστο, προκύπτει η εξίσωση *Laplace* σε όρους δυναμικού ροής και σε όρους ταχύτητας:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{Εξίσωση 5.5}$$

$$\nabla^2 u = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad \text{Εξίσωση 5.6}$$

Για τη μαθηματική περιγραφή της ελεύθερης επιφάνειας και της κινηματικής των σωματιδίων του ρευστού, κρίνεται απαραίτητη η θέσπιση και η εφαρμογή οριακών συνθηκών, οι οποίες αφορούν τόσο στον πυθμένα, όσο και στην επιφάνεια του ρευστού. Μέσω της υπόθεσης “μικρών” κυματισμών, γίνεται εφικτή η γραμμικοποίηση των οριακών συνθηκών της επιφάνειας, με τους ανώτερης τάξης όρους να αμελούνται. Η εφαρμογή των οριακών συνθηκών γίνεται στη στάθμη ηρεμίας, αντί της ελεύθερης επιφάνειας.

- Κινηματική οριακή συνθήκη πυθμένα (Kinematic Bottom Boundary Condition-KBBC):
Ο πυθμένας είναι οριζόντιος και αδιαπέρατος

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Αυτό σημαίνει ότι ο πυθμένας δεν προσθέτει, ούτε αφαιρεί ενέργεια από τη ροή και ότι δεν ανακλά κυματική ενέργεια. Η συνθήκη αυτή συνεπάγεται ότι δεν υπάρχει κατακόρυφη ροή στον πυθμένα και άρα εκεί η κατακόρυφη ταχύτητα είναι μηδενική.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad \text{στο } z = -d \quad \text{Εξίσωση 5.7}$$

- Κινηματική οριακή συνθήκη επιφάνειας (Kinematic Free-Surface Boundary Condition-KFSBC):

Τα σωματίδια παραμένουν στην επιφάνεια

Συνεπώς η ταχύτητα ροής στην ελεύθερη επιφάνεια πρέπει να είναι ίση με την ταχύτητα στην επιφάνεια στην κατακόρυφη διεύθυνση.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{στο } z = \eta \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{στο } z = 0 \quad \text{Εξίσωση 5.8}$$

- Δυναμική οριακή συνθήκη επιφάνειας (Dynamic Free-Surface Boundary Condition-DFSBC):

Η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια είναι σταθερή

Μέσω αυτής της συνθήκης οι επιδράσεις της ροής του ανέμου αγνοούνται. Συνεπώς, η διαφορά πίεσης, λόγω του ανέμου, μεταξύ μιας κορυφής και μιας κοιλίας του κυματισμού είναι αμελητέα. Με εφαρμογή της εξίσωσης *Bernoulli* (Εξ. 5.3) προκύπτει:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + gz + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] = 0 \quad \text{στο } z = \eta \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{στο } z = 0 \quad \text{Εξίσωση 5.9}$$

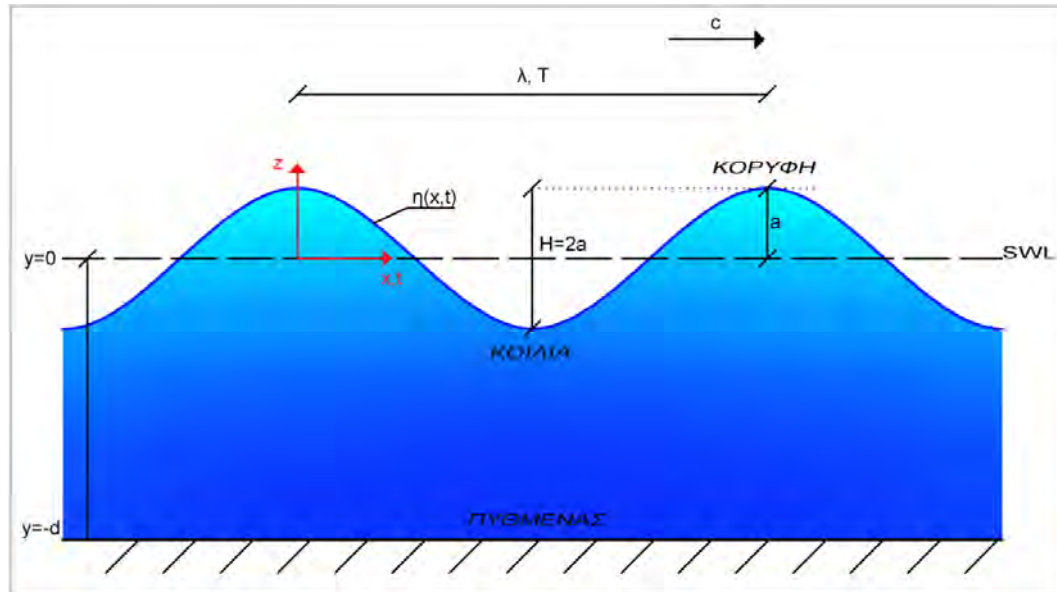
Βάσει των παραπάνω παραδοχών γίνεται εφικτή η εξαγωγή αναλυτικών λύσεων, που αφορούν σε περιοδικούς κυματισμούς που διαδίδονται διατηρώντας τη μορφή τους σε κάθε περίοδο.

Η αναλυτική λύση για τη συνάρτηση δυναμικού προκύπτει με συνδυασμό της εξίσωσης *Laplace*, της κινηματικής συνθήκης πυθμένα και της δυναμικής συνθήκης επιφάνειας (Εξ. 5.5, Εξ. 5.7 και Εξ. 5.9 αντίστοιχα). Συνεπώς για έναν κυματισμό με δεδομένη συχνότητα ω , η συνάρτηση δυναμικού υπολογίζεται:

$$\varphi(x, z, t) = \frac{\omega}{k} a \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad \text{Εξίσωση 5.10}$$

Για την περιγραφή της διάδοσης ενός κυματισμού στις δύο διαστάσεις, ορίζεται αρχικά το σύστημα συντεταγμένων (Εικόνα 5.3):

- Ο άξονας x αντιπροσωπεύει τη στάθμη ηρεμίας του ρευστού (*Still Water Level - SWL*), δηλαδή την υποθετική επιφάνεια του ρευστού εν απουσία κυματισμών. Η φορά του άξονα δηλώνει τη διεύθυνση διάδοσης του κυματισμού, η οποία θεωρείται θετική από τα αριστερά προς τα δεξιά.
- Ο άξονας z είναι κάθετος στον άξονα x και παίρνει θετικές τιμές από τη στάθμη ηρεμίας (όπου $z = 0$) προς τα επάνω. Η διεύθυνση της βαρύτητας αντιστοιχεί σε αυτή του αρνητικού άξονα z . Ως αποτέλεσμα ο άξονας z παίρνει τιμές από a έως $-d$, όπου a το εύρος του κυματισμού (που περιγράφεται παρακάτω) και d το βάθος του υγρού (απόσταση της στάθμης ηρεμίας από τον πυθμένα).



Εικόνα 5.3: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με την κυματική θεωρία Airy.

Με εισαγωγή της συνάρτησης δυναμικού (Εξ. 5.10) στη δυναμική συνθήκη επιφάνειας (Εξ. 5.9), προκύπτει το προφίλ ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας. Η ελεύθερη επιφάνεια περιγράφεται ως μια αρμονική συνάρτηση της οριζόντιας απόστασης x και του χρόνου t και ορίζεται ως εξής:

$$\eta(x, t) = a \cos(kx - \omega t)$$

Εξίσωση 5.11

όπου:

- a : το εύρος κύματος (wave amplitude), σε μέτρα [m]
- ω : η γωνιακή συχνότητα του κύματος (angular frequency), σε ακτίνια ανά δευτερόλεπτο [rad/s]; εφεξής συχνότητα
- k : ο αριθμός κύματος (angular wave number), σε ακτίνια ανά μέτρο [rad/m]

Από την Εικόνα 5.3 γίνεται φανερό ότι το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας είναι συμμετρικό ως προς τη στάθμη ηρεμίας, η οποία για γραμμικούς κυματισμούς ταυτίζεται με τη μέση στάθμη κυματισμών (ΜΣΚ). Το εύρος του κυματισμού είναι η κατακόρυφη απόσταση κάθε κορυφής ή κοιλάς από τη στάθμη ηρεμίας της θάλασσας και ισχύει $-a < \eta < a$. Ως ύψος κύματος H , ορίζεται η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ μιας κορυφής και μιας κοιλάς σε μία περίοδο. Συνεπώς για το ύψος κύματος σε κανονικούς γραμμικούς κυματισμούς ισχύει: $H = 2a$.

Η γωνιακή συχνότητα, ω , και ο αριθμός κύματος, k , αποτελούν τις χωρικές παραμέτρους του κυματισμού. Οι παράμετροι ω και k συνδέονται με τις χρονικές παραμέτρους του κύματος, οι οποίες είναι η περίοδος κύματος (wave period, T) και το μήκος κύματος (wavelength, λ), αντίστοιχα. Η περίοδος κύματος είναι ουσιαστικά η οριζόντια απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών ή κοιλιών, όπως αποτυπώνεται στο διάγραμμα εύρους-χρόνου. Το μήκος κύματος αντιπροσωπεύει την οριζόντια απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κορυφών ή κοιλιών, όπως αποτυπώνεται στο διάγραμμα εύρους-οριζόντιας απόστασης. Οι σχέσεις που συνδέουν τις εν λόγω παραμέτρους καθώς και οι μονάδες μέτρησης τους παρουσιάζονται παρακάτω.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, [s] \quad \text{και} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k}, [m] \quad \text{Εξίσωση 5.12}$$

Ο αριθμός κύματος και η συχνότητα δεν είναι ανεξάρτητες παράμετροι, αλλά σχετίζονται μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα, τα επιφανειακά κύματα βαρύτητας παρουσιάζουν διασπορά συχνοτήτων, δηλαδή κάθε αριθμός κύματος έχει τη δική του συχνότητα και ταχύτητα διάδοσης. Αυτό εκφράζεται μέσω της σχέσης γραμμικής διασποράς (*linear dispersion relation*), η οποία προκύπτει από τη δυναμική οριακή συνθήκη της επιφάνειας (DFSBC) (Εξ. 5.9) ως:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad \text{Εξίσωση 5.13}$$

Επειδή εξ ορισμού η περίοδος είναι ο χρόνος που χρειάζεται το κύμα για να διανύσει απόσταση ίση με το μήκος κύματος, η ταχύτητα διάδοσης του κύματος ορίζεται ως εξής:

$$c = \frac{\lambda}{T} \quad \text{Εξίσωση 5.14}$$

Οι συνιστώσες ταχύτητας κάθε σωματιδίου του ρευστού, στην οριζόντια (u) και κατακόρυφη (w) διεύθυνση, προκύπτουν βάσει των Εξισώσεων 5.4 και 5.10 ως εξής:

$$u(x, z, t) = \frac{a\omega \cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad \text{Εξίσωση 5.15}$$

$$w(x, z, t) = \frac{a\omega \sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad \text{Εξίσωση 5.16}$$

Έπειτα, οι συνιστώσες της επιτάχυνσης κάθε σωματιδίου του ρευστού, στην οριζόντια (a_x) και κατακόρυφη (a_z) διεύθυνση, προκύπτουν:

$$a_x(x, z, t) = u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{Εξίσωση 5.17}$$

$$a_z(x, z, t) = u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad \text{Εξίσωση 5.18}$$

όπου:

- οι δύο πρώτοι όροι, στα αριστερά, εκφράζουν την *συναγωγική επιτάχυνση* (*convective acceleration*), δηλαδή τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας στις αντίστοιχες διευθύνσεις ως προς τη θέση, και
- ο τελευταίος όρος εκφράζει την *τοπική επιτάχυνση* (*local acceleration*), δηλαδή τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας στις αντίστοιχες διευθύνσεις ως προς τον χρόνο

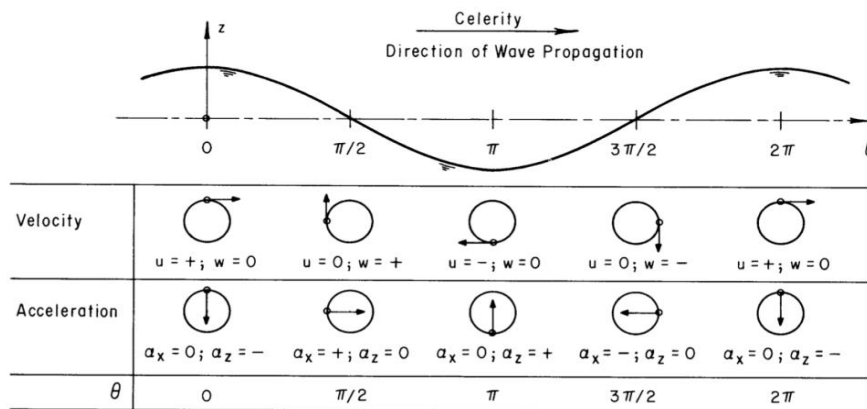
Η *συναγωγική επιτάχυνση* περιλαμβάνει όρους ταχύτητας 2^{ης} τάξης, οι οποίοι θεωρούνται πολύ μικροί λόγω της αρχικής υπόθεσης “μικρών” κυματισμών και μπορούν να αγνοηθούν. Συνεπώς, οι συνιστώσες της σωματιδιακής επιτάχυνσης στην οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση προκύπτουν αντίστοιχα:

$$a_x(x, z, t) = \frac{a\omega^2 \cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad \text{Εξίσωση 5.19}$$

$$a_z(x, z, t) = -\frac{a\omega^2 \sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad \text{Εξίσωση 5.20}$$

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Από την Εικόνα 5.4 γίνεται φανερό ότι η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι συμφασική με την οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας. Το ίδιο ισχύει και τις συνιστώσες κατακόρυφης ταχύτητας και οριζόντιας επιτάχυνσης, οι οποίες παρουσιάζουν διαφορά φάσης $\pi/2$ με τις προαναφερόμενες.



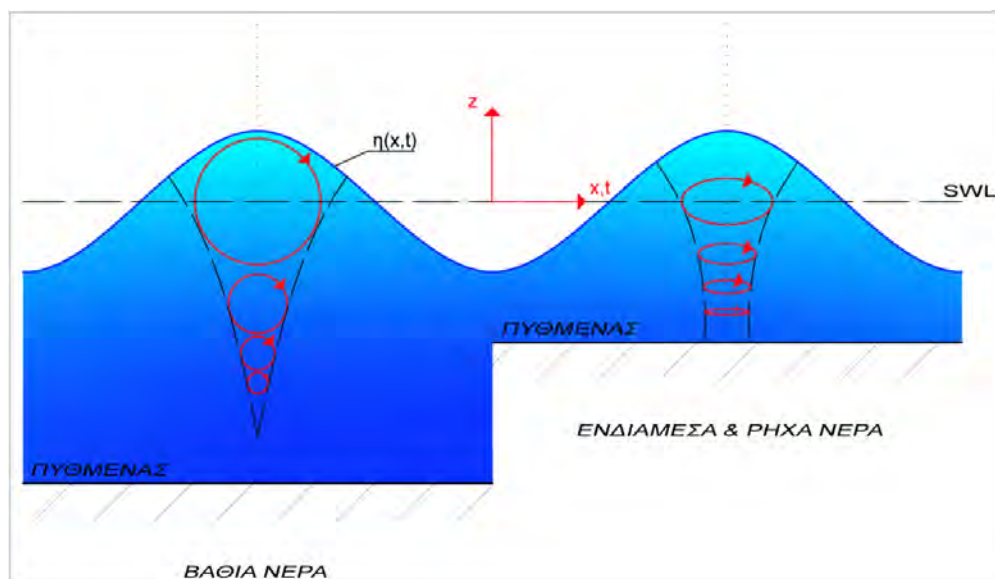
Εικόνα 5.4: Τοπικές ταχύτητες και επιταχύνσεις των σωματιδίων του ρευστού (Shore Protection Manual Vol.1, 1984).

Προκειμένου να εισαχθεί η κατευθυντικότητα που διέπει την πραγματική θάλασσα, εφαρμόζεται ο συντελεστής Φ στις τελικές τιμές των συνιστωσών της σωματιδιακής ταχύτητας και επιτάχυνσης, που οδηγεί στη γραμμική μείωση τους:

$$u_{\phi} = u \cdot \Phi \quad \text{και} \quad w_{\phi} = w \cdot \Phi \quad \text{Εξίσωση 5.21}$$

$$a_{x,\phi} = a_x \cdot \Phi \quad \text{και} \quad a_{z,\phi} = a_z \cdot \Phi \quad \text{Εξίσωση 5.22}$$

Όπως προαναφέρθηκε, ένας κυματισμός διαδίδεται, από αριστερά προς τα δεξιά, όπως ορίζει το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας. Η κίνηση αυτή της επιφάνειας προκαλεί την κίνηση των σωματιδίων του ρευστού που βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια, τα οποία ακολουθούν δεξιόστροφη τροχιακή κίνηση. Πιο συγκεκριμένα, οι τροχιές των σωματιδίων είναι κλειστές καμπύλες, κύκλοι σε βαθιά νερά και ελλείψεις σε ενδιάμεσα και ρηχά νερά (Εικόνα 5.5).



Εικόνα 5.5: Τροχιές σωματιδίων ανάλογα με το βάθος νερού.

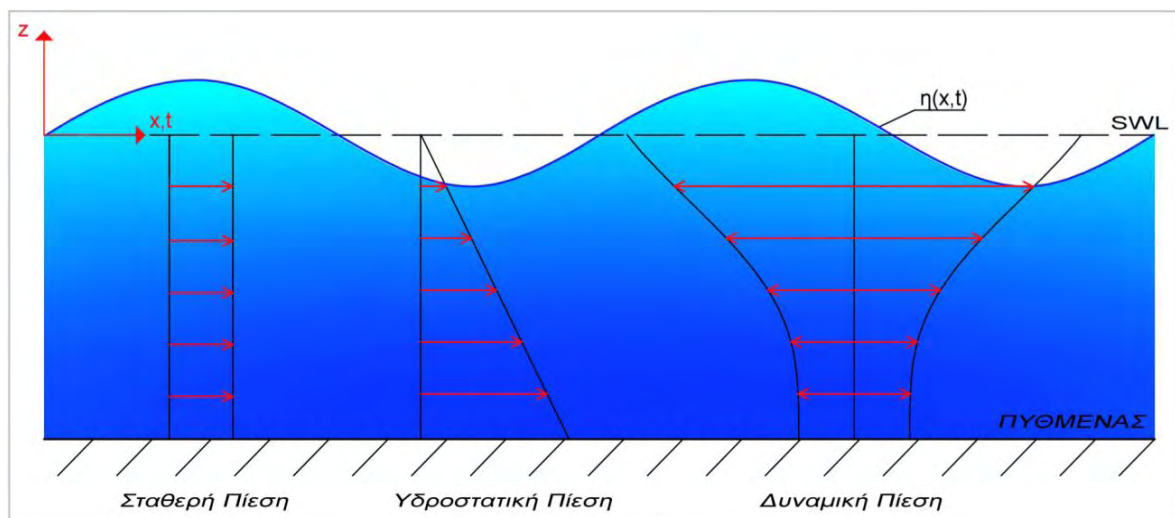
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Σε κάθε περίπτωση βάθους νερών η σωματιδιακή ταχύτητα καθώς και η διάμετρος των τροχιών μειώνεται με το βάθος. Στην περίπτωση πεπερασμένων βαθών οι ελλειπτικές τροχιές των σωματιδίων του ρευστού γίνονται όλο και πιο επιμήκεις κοντά στον πυθμένα. Λόγω της γραμμικής περιγραφής των κυματισμών λαμβάνει χώρα μεταφορά ενέργειας σε κάθε περίοδο, ενώ δεν μεταφέρεται μάζα. Η ενέργεια μεταφέρεται στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, με τα σωματίδια του ρευστού που βρίσκονται κάτω από την επιφάνεια να κινούνται γύρω από μια συγκεκριμένη-μέση θέση έχοντας ταχύτητα διαφορετική από την ταχύτητα διάδοσης του κύματος (δηλαδή την ταχύτητα με την οποία κινείται μια κορυφή ή κοιλία).

Όσον αφορά στην κατανομή της πίεσης, γίνεται χρήση της εξίσωσης *Bernoulli* (Εξ. 5.3). Με την παραδοχή “μικρού” κύματος ($\alpha \ll 1$), ισχύει ότι $u \ll u^2$ και συνεπώς ο όρος $\rho(u^2 + w^2)/2$ μπορεί να παραληφθεί. Με την εισαγωγή της συνάρτησης δυναμικού, η πίεση $P(x, z, t)$ σε κάθε σημείο του κυματικού πεδίου, δίνεται από την Εξίσωση 5.23.

$$P(x, z, t) = p_0 - \rho g z + \rho a g \frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad \text{Εξίσωση 5.23}$$

Διαβάζοντας την παραπάνω σχέση από τα αριστερά προς τα δεξιά, ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει τη σταθερή πίεση (π.χ. την ατμοσφαιρική), ο δεύτερος την υδροστατική πίεση που μεταβάλλεται με το βάθος και ο τρίτος τη δυναμική πίεση που εξαρτάται τόσο από το βάθος όσο και από τον χρόνο (Εικόνα 5.6).



Εικόνα 5.6: Κατανομή πίεσης των σωματιδίων του ρευστού σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli.

5.4 ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ STOKES 2^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ

Με σκοπό την ενσωμάτωση της μη γραμμικότητας, που διέπει την πραγματική θάλασσα, ο *Sir George Stokes (1847)*^[9] επέκτεινε τη γραμμική θεωρία σε λύσεις 2^{ης} τάξης. Η περιγραφή των κυματισμών πραγματοποιείται μέσω της μεθόδου διαταραχών (*perturbation method*). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, κάθε εξαρτημένη μεταβλητή εκφράζεται με χρήση σειρών *Fourier*, οι οποίες έχουν ως βασική παράμετρο αναπτύγματος την καμπυλότητα του κυματισμού (*wave steepness*). Η καμπυλότητα ορίζεται ως $\epsilon = ak$, όπου a το πλάτος του κυματισμού όπως ορίζεται στη γραμμική θεωρία και k είναι ο αριθμός κύματος. Η κυματική θεωρία *Stokes 2^{ης} τάξης* αφορά και αυτή σε κανονικούς κυματισμούς και δίνει ακριβέστερα αποτελέσματα σε βαθιά νερά.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Βασισμένη στις ίδιες παραδοχές με τη θεωρία *Airy*, η θεωρία *Stokes 2^{ης} τάξης* αφορά σε διδιάστατη ροή, που ικανοποιεί τις εξισώσεις *συνέχειας της μάζας* για ασυμπίεστο ρευστό (Εξ. 5.1), την εξίσωση *Laplace* για αστρόβιλη ροή (Εξ. 5.5 και Εξ. 5.6) και την εξίσωση *Bernoulli* (Εξ. 5.3). Το κυματικό πεδίο περιγράφεται μέσω της συνάρτησης δυναμικού $\varphi(x, z, t)$ και επομένως για τις συνιστώσες της ταχύτητας ισχύει $\vec{U}(x, z, t) = \text{grad}\varphi$. Επιπλέον, έχουν ισχύ οι οριακές συνθήκες πυθμένα και επιφάνειας, που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Ωστόσο, στην περίπτωση της θεωρίας *Stokes 2^{ης} τάξης*, οι οριακές συνθήκες εφαρμόζονται στην ελεύθερη επιφάνεια. Αυτό σημαίνει ότι οι *2^{ης} τάξης* όροι, που αγνοούνται στα πλαίσια της *γραμμικής θεωρίας*, είναι πλέον σημαντικοί και λαμβάνονται υπόψη.

- *Κινηματική οριακή συνθήκη πυθμένα (Kinematic Bottom Boundary Condition-KBBC):*
Ο πυθμένας είναι οριζόντιος και αδιαπέρατος

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad \text{στο } z = -d \quad \text{Εξίσωση 5.24}$$

- *Κινηματική οριακή συνθήκη επιφάνειας (Kinematic Free-Surface Boundary Condition-KFSBC):* Τα σωματίδια παραμένουν στην επιφάνεια

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{στο } z = \eta \quad \text{Εξίσωση 5.25}$$

- *Δυναμική οριακή συνθήκη επιφάνειας Dynamic Free-Surface Boundary Condition-DFSBC):*
Η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια είναι σταθερή.

Με χρήση της εξίσωσης *Bernoulli* προκύπτει:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + gz + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] = 0 \quad \text{στο } z = \eta \quad \text{Εξίσωση 5.26}$$

Το κυματικό πεδίο περιγράφεται από τη συνάρτηση δυναμικού, η οποία με εισαγωγή της εξίσωσης *Laplace* στην κινηματική συνθήκη πυθμένα και τη δυναμική συνθήκη επιφάνειας, προκύπτει:

$$\varphi(x, z, t) = \frac{\omega}{k} \alpha \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin\theta + \alpha^2 \omega \frac{3\cosh(2k(z+d))}{8\sinh^4(kd)} \sin 2\theta \quad \text{Εξίσωση 5.27}$$

όπου:

- $\theta = kx - \omega t$: η φάση του κυματισμού, σε ακτίνια [rad]

Η κυματική θεωρία *Stokes 2^{ης} τάξης* περιγράφει μαθηματικά την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας ως περιοδική συνάρτηση των παραμέτρων x, t , που αποτελείται από δύο όρους:

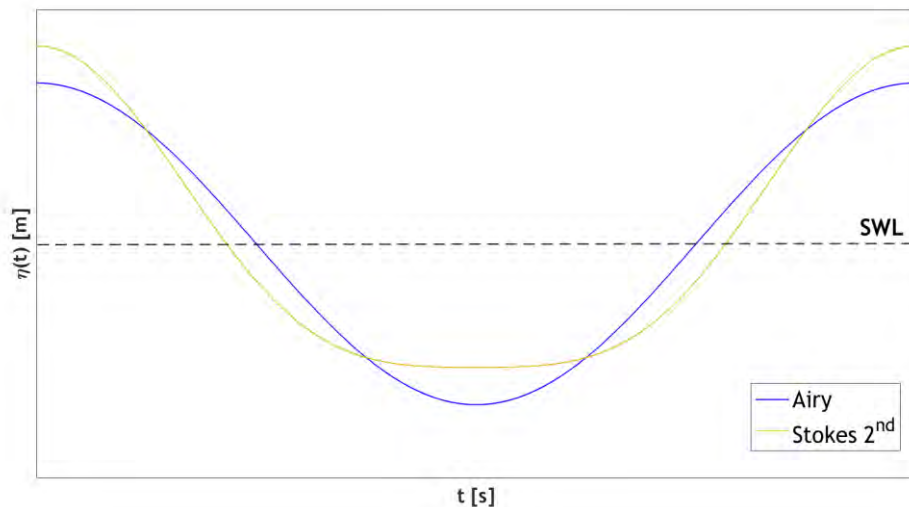
$$\eta_{\text{stokes 2nd}}(x, t) = \eta_1 + \eta_2 = \frac{H \cos\theta}{2} + \frac{(H^2 k \cosh(kd))(2 + \cosh(2kd)) \cos(2\theta)}{16 \sinh^3(kd)} \quad \text{Εξίσωση 5.28}$$

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

όπου:

- ο πρώτος όρος αποτελεί την εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τη θεωρία *Airy*

Το προφίλ ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, όπως φαίνεται στην Εικόνα 5.7, δεν είναι συμμετρικό ως προς τη στάθμη ηρεμίας ($\eta_{max} > H/2$ και $|\eta_{min}| < H/2$). Οι κορυφές εμφανίζονται ψηλότερες και οι κοιλίες ρηχότερες από αυτές που αφορούν στη γραμμική θεωρία *Airy*, ενώ το ύψος του κύματος παραμένει σταθερό με την πάροδο του χρόνου ($\eta_{max} + |\eta_{min}| = H$). Λόγω των ψηλών κορυφών, ο κυματισμός παρουσιάζει μεγαλύτερες κλίσεις. Συνεπώς, μεγάλη κλίση της ελεύθερης επιφάνειας, $\partial\eta/\partial x$, συνεπάγεται μεγάλες επιταχύνσεις. Αυτό, ουσιαστικά οδηγεί σε μεγαλύτερες ασκούμενες δυνάμεις στην κατασκευή.



Εικόνα 5.7: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας για τις κυματικές θεωρίες *Airy* και *Stokes 2^{ης}* τάξης.

Η εξίσωση γραμμικής διασποράς παραμένει αναλλοίωτη στην περίπτωση 2^{ης} τάξης μη γραμμικών κυματισμών και είναι ίδια με αυτήν που αναφέρθηκε στη θεωρία *Airy*:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd)$$

Εξίσωση 5.29

Με παρόμοιο τρόπο οι εξισώσεις που εκφράζουν τις ταχύτητες και τις τοπικές επιταχύνσεις των σωματιδίων στις δύο διευθύνσεις αποτελούνται από δύο όρους, έναν 1^{ης} και έναν 2^{ης} τάξης όρο.

$$u(x, z, t) = \frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{H\omega \cosh(k(z+d))}{2 \sinh(kd)} \cos \theta + \frac{3H^2\omega k \cosh(2k(z+d))}{16 \sinh^4(kd)} \cos(2\theta) \quad \text{Εξίσωση 5.30}$$

$$w(x, z, t) = \frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{H\omega \sinh(k(z+d))}{2 \sinh(kd)} \sin \theta + \frac{3H^2\omega k \sinh(2k(z+d))}{16 \sinh^4(kd)} \sin(2\theta) \quad \text{Εξίσωση 5.31}$$

$$a_x(x, z, t) = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{H\omega^2 \cosh(k(z+d))}{2 \sinh(kd)} \sin \theta + \frac{6H^2\omega^2 k \cosh(2k(z+d))}{16 \sinh^4(kd)} \sin(2\theta) \quad \text{Εξίσωση 5.32}$$

$$a_z(x, z, t) = \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{H\omega^2 \sinh(k(z+d))}{2 \sinh(kd)} \cos \theta - \frac{6H^2\omega^2 k \sinh(2k(z+d))}{16 \sinh^4(kd)} \cos(2\theta) \quad \text{Εξίσωση 5.33}$$

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Οι τελικές τιμές των ταχυτήτων και επιταχύνσεων, με εισαγωγή της κατευθυντικότητας προκύπτουν:

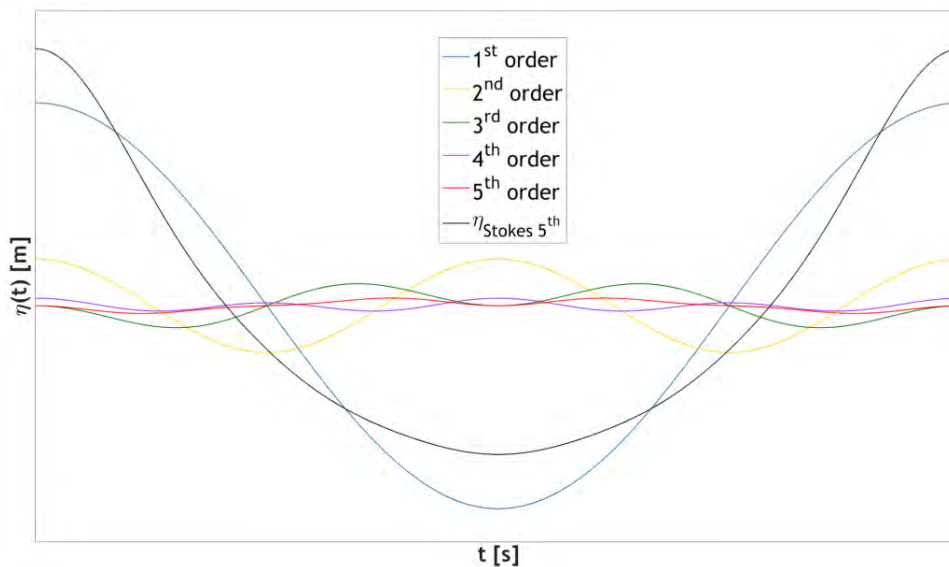
$$u_{\phi} = u \cdot \Phi \quad \text{και} \quad w_{\phi} = w \cdot \Phi \quad \text{Εξίσωση 5.34}$$

$$a_{x,\phi} = a_x \cdot \Phi \quad \text{και} \quad a_{z,\phi} = a_z \cdot \Phi \quad \text{Εξίσωση 5.35}$$

5.5 ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ STOKES 5^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ

Η θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης αντιστοιχεί σε μοντέλο κανονικών κυματισμών, στο οποίο μεμονωμένα κύματα διαδίδονται χωρίς αλλαγή του σχήματός τους. Πρόκειται για αναλυτικές λύσεις διδιάστατης ροής και η κατευθυντικότητα είναι δύσκολο να εισαχθεί.

Βασιζόμενος στη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης, ο Sir George Stokes (1880) επεκτάθηκε σε λύσεις 5^{ης} τάξης, προσεγγίζοντας το πρόβλημα ως μια σειρά διαταραχών. Η περιγραφή των κυματισμών γίνεται με χρήση σειρών Fourier. Η βασική παράμετρος αναπτύγματος των σειρών είναι η ποσότητα ak , όπου a είναι το εύρος του κυματισμού σύμφωνα με τη γραμμική θεωρία και k ο αριθμός κύματος. Οι συντελεστές που χρησιμοποιούνται στις σειρές Fourier είναι υπολογισμένοι βάσει των οριακών συνθηκών που αφορούν στην ελεύθερη επιφάνεια και αυξάνονται για μεγαλύτερα ύψη κύματος. Κάθε κυματισμός λοιπόν, προκύπτει ως άθροισμα πέντε αρμονικών, που περιγράφουν τόσο ελεύθερους όσο και δεσμευμένους κυματισμούς (Εικόνα 5.8). Λόγω της διαφορετικής κλίσης κάθε κυματισμού, οι αρμονικές υψηλότερης τάξης δεν είναι απαραίτητα συμφασικές με τις προηγούμενες.



Εικόνα 5.8: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας για την κυματική θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης ως άθροισμα πέντε αρμονικών.

Για τον λόγο αυτό το μοντέλο είναι ακριβές μόνο για κύματα όχι πολύ μακροσκελή και πολύ ψηλά σε σχέση με το βάθος και λειτουργεί ακριβέστερα σε βαθιά νερά. Σημειώνεται, ότι σε περίπτωση μακροσκελών, σε σχέση με το βάθος, κυματισμών πρέπει να εφαρμόζεται η θεωρία Cnoidal, έναντι αυτής του Stokes. Σύμφωνα με τον Hedges (1995), τα όρια εφαρμογής της θεωρίας Stokes 5^{ης} τάξης καθορίζονται βάσει της αδιάστατης παραμέτρου, γνωστής ως αριθμός Ursell (Ursell number):

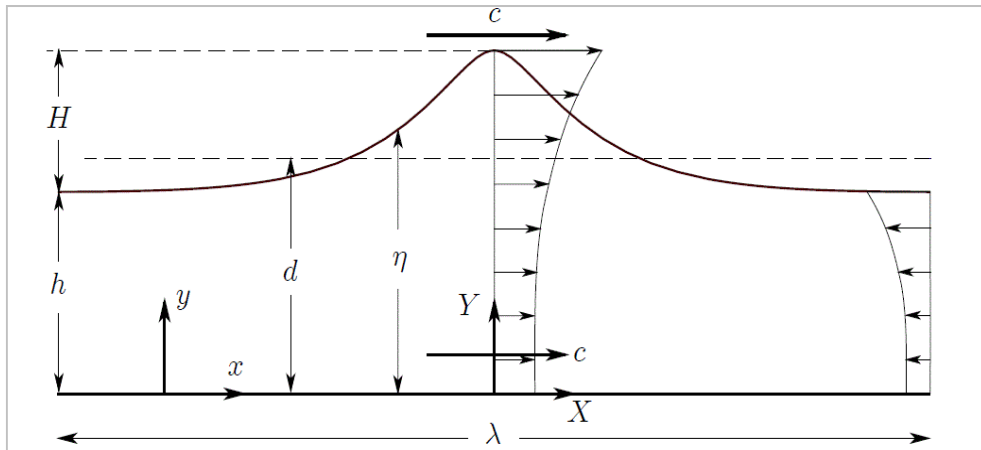
$$U_r = \frac{H/d}{(d/\lambda)^2} = \frac{\text{βαθμός "μη γραμμικότητας" }}{\text{βαθμός "ρηχότητας" }} \xrightarrow{<40} \text{Stokes } 5^{\text{th}} \text{ Εξίσωση 5.36}$$

Παράλληλα με τη θεωρία του *Stokes* αναπτύχθηκαν και άλλες θεωρίες για κανονικούς 5^{ης} τάξης μη γραμμικούς κυματισμούς, όπως αυτές του *De* και των *Skjelbreia* και *Hendrickson*. Όλες οι θεωρίες που προαναφέρθηκαν βασίζονται στην υπόθεση ότι οι κυματισμοί ταξιδεύουν σύμφωνα με τον πρώτο ορισμό του *Stokes* σχετικά με την ταχύτητα κύματος. Αυτό συνεπάγεται λανθασμένα αποτελέσματα, όπως απέδειξε ο *Fenton (1985)^[10]*, καθώς δε λαμβάνεται υπόψη ότι οι κυματισμοί κατά τη διάδοση τους αλλάζουν μορφή πάνω από την επιφάνεια του νερού.

Ο *Fenton* παρουσίασε μια μαθηματικά κομψή εκδοχή της θεωρίας του *Stokes*, με σκοπό την περιγραφή κανονικών, μη γραμμικών κυματισμών που προελαύνουν σε βαθιά νερά. Σύμφωνα με τον *Fenton*, εκτός από τις παραμέτρους σχεδιασμού που χρησιμοποιούνται συνήθως (ύψος κύματος H , περίοδος κύματος T και βάθος νερού d) σημαντικό είναι να προσδιοριστεί και η ταχύτητα ροής ή ο ρυθμός ροής μάζας (mass flux). Αυτό κρίνεται απαραίτητο, καθώς στις περισσότερες των περιπτώσεων οι κυματισμοί ταξιδεύουν πάνω σε μια πεπερασμένη ροή ή ρεύμα, το οποίο καθορίζεται από την ωκεανογραφία και την τοπογραφία της περιοχής. Η ταχύτητα των κυματισμών όπως την αντιλαμβάνεται ένας ακίνητος παρατηρητής σχετίζεται άμεσα με την πεπερασμένη ροή, καθώς οι κυματισμοί ταξιδεύουν γρηγορότερα στη διεύθυνση της ροής, παρά αντίθετα από αυτή. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι η περίοδος που μετράται από έναν ακίνητο παρατηρητή εξαρτάται από την ταχύτητα των κυματισμών και συνεπώς από το ρεύμα, με την έννοια ότι είναι υπολογισμένη σύμφωνα με τη *μετατόπιση Doppler*. Επιπλέον, κατά τον υπολογισμό της οριζόντιας συνιστώσας πρέπει να προστίθεται και η ταχύτητα του ρεύματος. Συνεπώς, αν το ρεύμα είναι γνωστό, το πρόβλημα είναι καθορισμένο.

Όμοια με τη θεωρία του *Stokes*, η περιγραφή των κυματισμών από τον *Fenton* γίνεται με εφαρμογή σειρών *Fourier*. Ωστόσο, ως παράμετρος αναπτύγματος των σειρών *Fourier* χρησιμοποιείται η καμπυλότητα $\varepsilon = Hk/2$. Επιπρόσθετα, οι συντελεστές των σειρών, εκφράζονται ως συναρτήσεις του ενεργού βάθους kd , όπως παρουσιάζονται από τον *Fenton*. Συνεπώς, για την επίλυση των εξισώσεων αρκεί ο υπολογισμός του αριθμού κύματος, ο οποίος εν προκειμένω δεν ακολουθεί την εξίσωση γραμμικής διασποράς που παρουσιάστηκε προηγουμένως (Εξ. 5.13 και Εξ. 5.29).

Η λύση αφορά σε ένα σύστημα αναφοράς (x, y) κινούμενο με ταχύτητα $c = \lambda/T$, την ταχύτητα του κύματος. Το ρευστό θεωρείται ασυμπύεστο και ιδανικό, η ροή αστρόβιλη και ο πυθμένας οριζόντιος και αδιαπέρατος. Για ασυμπύεστο ρευστό ισχύει η *εξίσωση συνέχειας της μάζας* (Εξ. 5.1) και για αστρόβιλη ροή η εξίσωση *Laplace* σε όρους δυναμικού και ταχύτητας (Εξ. 5.5 και Εξ. 5.6, αντίστοιχα) καθώς και η εξίσωση *Bernoulli* (Εξ. 5.3). Επιπρόσθετα, ισχύουν οι οριακές συνθήκες πυθμένα (Εξ. 5.24) και επιφάνειας (Εξ. 5.25 και Εξ. 5.26). Σημειώνεται ότι, σε όλες τις εξισώσεις που προαναφέρθηκαν, η παράμετρος z έχει αντικατασταθεί με την παράμετρο y καθώς και η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας w έχει αντικατασταθεί με τη v . Αυτό συμβαίνει επειδή ο κατακόρυφος άξονας μετράται πλέον από τον οριζόντιο πυθμένα με θετική φορά προς τα επάνω και όχι από τη στάθμη ηρεμίας (Εικόνα 5.9). Συνεπώς ισχύει ότι $y = z + d$ και $\partial y = \partial z$.



Εικόνα 5.9: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με την κυματική θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης, (Fenton, 1985).

Η δυναμική οριακή συνθήκη επιφάνειας σε συνδυασμό με την εξίσωση *Bernoulli* δίνουν την εξής σχέση:

$$R = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] + g\eta \quad \text{Εξίσωση 5.37}$$

όπου:

- R : η θετική σταθερά *Bernoulli*, για την οποία ισχύει:

$$\frac{Rk}{g} = \frac{1}{2} C_0^2 + kd + \varepsilon^2 E_2 + \varepsilon^4 E_4 + O(\varepsilon^6) \quad \text{Εξίσωση 5.38}$$

όπου:

- C_0, E_2, E_4 : συντελεστές σύμφωνα με τον *Fenton*
- O : το σύμβολο τάξης μεγέθους *Landau*, το οποίο καθορίζει τον ρυθμό ανάπτυξης ή αλλιώς την τάξη μιας σειράς. Στην προκειμένη περίπτωση, αμελούνται οι όροι μεγαλύτεροι ή ίσοι της 6^{ης} τάξης.

Οι κυματισμοί ταξιδεύουν, στη θετική διεύθυνση του άξονα x , με ταχύτητα $c = \lambda/T$. Για την ταχύτητα ροής (c) ισχύει:

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{c}_E \quad \text{Εξίσωση 5.39}$$

όπου:

- \vec{u} : η μέση οριζόντια ταχύτητα νερού, για την οποία ισχύει: $\vec{u} \left(\frac{k}{g} \right)^{1/2} = C_0 + \varepsilon^2 C_2 + \varepsilon^4 C_4 + O(\varepsilon^6)$
- \vec{c}_E : μέση ως προς τον χρόνο ταχύτητα του ρευστού κατά *Euler*
- Σε ένα σύστημα αναφοράς, ως προς το οποίο η ταχύτητα του ρεύματος είναι μηδενική ισχύει: $\vec{c}_E = 0$ και $|\vec{c}| = |\vec{u}|$

Για την εύρεση του αριθμού κύματος k εφαρμόζεται η *μη γραμμική εξίσωση διασποράς (transcendentally nonlinear equation)*, η οποία προκύπτει από τη δυναμική οριακή συνθήκη της επιφάνειας (DFSBC) (Εξ. 5.26) ως:

$$\sqrt{\frac{k}{g}} c_E - \frac{2\pi}{T\sqrt{gk}} + C_0(kd) + \varepsilon^2 C_2(kd) + \varepsilon^4 C_4(kd) = 0 \quad \text{Εξίσωση 5.40}$$

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Έπειτα από την εύρεση του αριθμού κύματος, γίνεται δυνατός ο υπολογισμός της συνάρτησης δυναμικού, με σκοπό την περιγραφή των χαρακτηριστικών του κυματικού πεδίου. Η συνάρτηση δυναμικού, για κάθε συχνότητα ω , προκύπτει με συνδυασμό της εξίσωσης *Laplace*, της κινηματικής συνθήκης πυθμένα και της δυναμικής συνθήκης επιφάνειας (Εξ. 5.5, Εξ. 5.25 και Εξ. 5.26, αντίστοιχα).

$$\varphi(x, y, t) = -\bar{u}x + C_0 \left(\frac{g}{k^3}\right)^{1/2} \sum_{i=1}^5 \varepsilon^i \sum_{j=1}^i A_{ij} \cosh(jky) \sin(jkx) \quad \text{Εξίσωση 5.41}$$

όπου:

- g : η επιτάχυνση της βαρύτητας, [m/s²]
- A_{ij} : συντελεστές σύμφωνα με τον *Fenton*

Το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας εκφράζεται ως άθροισμα πέντε όρων ως εξής:

$$k \cdot \eta_{\text{Stokes 5th}}(x, y, t) = kd + \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^i \varepsilon^i B_{ij} \cos(jkx) \quad \text{Εξίσωση 5.42}$$

όπου:

- B_{ij} : συντελεστές σύμφωνα με τον *Fenton*

Οι ταχύτητες και τοπικές επιταχύνσεις των σωματιδίων ορίζονται βάσει της συνάρτησης δυναμικού:

$$u(x, y, t) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\bar{u} + C_0 \left(\frac{g}{k^3}\right)^{1/2} \sum_{i=1}^5 \varepsilon^i \sum_{j=1}^i A_{ij} \cosh(jky) \cos(jkx) \cdot jk \quad \text{Εξίσωση 5.43}$$

$$v(x, y, t) = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = C_0 \left(\frac{g}{k^3}\right)^{1/2} \sum_{i=1}^5 \varepsilon^i \sum_{j=1}^i A_{ij} \sinh(jky) \sin(jkx) \cdot jk \quad \text{Εξίσωση 5.44}$$

$$a_x(x, y, t) = \frac{\partial u}{\partial t} = C_0 \left(\frac{g}{k^3}\right)^{1/2} \sum_{i=1}^5 \varepsilon^i \sum_{j=1}^i A_{ij} \cosh(jky) \sin(jkx) \cdot j^2 k \omega \quad \text{Εξίσωση 5.45}$$

$$a_y(x, y, t) = \frac{\partial v}{\partial t} = -C_0 \left(\frac{g}{k^3}\right)^{1/2} \sum_{i=1}^5 \varepsilon^i \sum_{j=1}^i A_{ij} \sinh(jky) \cos(jkx) \cdot j^2 k \omega \quad \text{Εξίσωση 5.46}$$

Για την σύγκριση των αποτελεσμάτων της θεωρίας με κατευθυντικές λύσεις εφαρμόζεται και πάλι ο μειωτικός συντελεστής Φ στις τελικές τιμές των ταχυτήτων και επιταχύνσεων.

$$u_\Phi = u \cdot \Phi \quad \text{και} \quad v_\Phi = v \cdot \Phi \quad \text{Εξίσωση 5.47}$$

$$a_{x,\Phi} = a_x \cdot \Phi \quad \text{και} \quad a_{y,\Phi} = a_y \cdot \Phi \quad \text{Εξίσωση 5.48}$$

Η πίεση $P(x, y, t)$, σε κάθε σημείο, ικανοποιεί την εξίσωση *Bernoulli* και παρουσιάζεται σύμφωνα με τον *Fenton* ως εξής:

$$\frac{P(x, y, t)}{\rho} = R - gY - \frac{[(u-c)^2 + v^2]}{2} \quad \text{Εξίσωση 5.49}$$

όπου:

- ρ : η πυκνότητα του νερού, [kg/m³]

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Σημειώνεται ότι οι Εξισώσεις 5.41 και 5.43 έως 5.46 μπορούν να εκφραστούν σε ένα νέο σύστημα συντεταγμένων (X, Y) , σταθερό ως προς τον χρόνο. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 5.9, για το νέο σύστημα ισχύει: $X = x + ct$ και $Y = y$. Στο νέο σύστημα συντεταγμένων η συνάρτηση δυναμικού και οι ταχύτητες και τοπικές επιταχύνσεις των σωματιδίων ορίζονται ως εξής:

$$\Phi(X, Y, t) = (\bar{c} - \bar{u})X + C_0 \left(\frac{g}{k^3}\right)^{1/2} \sum_{i=1}^5 \varepsilon^i \sum_{j=1}^i A_{ij} \cosh(jkY) \sin(jk(X - ct))$$

Εξίσωση 5.50

$$U = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad V = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad A_x = \frac{\partial U}{\partial t}, \quad A_y = \frac{\partial V}{\partial t}$$

Εξίσωση 5.51

5.4 ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ FOURIER 18^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ

Η θεωρία *Fourier* αφορά στην ανάπτυξη σε σειρές *Fourier* της ροϊκής συνάρτησης και βασίζεται στη θεωρία που αναπτύχθηκε από τον *Dean (1965)^[11]*. Ουσιαστικά, πρόκειται για μοντέλο κανονικών κυματισμών, που εφαρμόζεται είτε για δεδομένα το ύψος κύματος H , την περίοδο κύματος T και το βάθος του πεδίου d , είτε για δεδομένη χρονοσειρά $\eta(t)$. Η περιγραφή της ροής γίνεται με χρήση της ροϊκής συνάρτησης σε δύο διαστάσεις $\psi(x, z)$, (Εξ. 5.52), η οποία ικανοποιεί την εξίσωση *Laplace* (Εξ. 5.53) Το μοντέλο εφαρμόζεται σε ευρύ πεδίο βαθών (Διάγραμμα *Dean & Le Méhauté^{[2],[3]}*), ενώ δίνει ακριβέστερα αποτελέσματα σε ενδιάμεσα και ρηγά νερά. Πιο συγκεκριμένα, σε περιπτώσεις όπου το ύψος του κυματισμού είναι μεγαλύτερο από το 50% του ύψους θραύσης, η μέθοδος της ροϊκής συνάρτησης δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα από τη γραμμική θεωρία.

$$u + U = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Εξίσωση 5.52

όπου U είναι η ταχύτητα του ρεύματος (αν υπάρχει)

$$\nabla^2 \psi(x, z) = 0$$

Εξίσωση 5.53

Οι παραδοχές στις οποίες στηρίζεται η θεωρία *Fourier*, είναι οι ίδιες με αυτές που αφορούν σε κανονικούς κυματισμούς· η ροή είναι διδιάστατη, το βάθος ομοιόμορφο και η κίνηση περιοδική. Στη συνέχεια, ορίζονται οι οριακές συνθήκες πυθμένα και επιφάνειας:

- *Κινηματική οριακή συνθήκη πυθμένα (Kinematic Bottom Boundary Condition-KBBC):*

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = w = 0, \quad \text{στο } z = -d$$

Εξίσωση 5.54

- *Κινηματική οριακή συνθήκη επιφάνειας (Kinematic Free-Surface Boundary Condition-KFSBC):*

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (u + U) \frac{\partial \eta}{\partial x} = w, \quad \text{στο } z = \eta$$

Εξίσωση 5.55

- *Δυναμική οριακή συνθήκη επιφάνειας Dynamic Free-Surface Boundary Condition-DFSBC):*

Με εφαρμογή της εξίσωσης *Bernoulli* προκύπτει:

$$\frac{p(x)}{\rho g} + \frac{1}{2g} [(u + U)^2 + w^2] + \eta - \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0, \quad \text{στο } z = \eta \quad \text{Εξίσωση 5.56}$$

όπου $p(x)$, είναι η σταθερή πίεση (π.χ. η ατμοσφαιρική)

Μέσω της υπόθεσης ότι ο κυματισμός ταξιδεύει με ταχύτητα c , χωρίς αλλαγή του σχήματος και των χαρακτηριστικών του, η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας ορίζεται ως $u + U - c$, ενώ η κατακόρυφη συνιστώσα παραμένει ανεπηρέαστη. Συνεπώς, οι οριακές συνθήκες στην επιφάνεια (Εξ. 5.55 και Εξ. 5.56) απλοποιούνται στις Εξισώσεις 5.57 και 5.58, αντίστοιχα.

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{w}{u + U - c} \quad \text{Εξίσωση 5.57}$$

$$\frac{p(x)}{\rho g} + \frac{1}{2g} [(u + U)^2 + w^2] + \eta = \text{const.} = Q \quad \text{Εξίσωση 5.58}$$

Σε ένα σύστημα αναφοράς, κινούμενο με ταχύτητα c , η ροϊκή συνάρτηση μπορεί να προσεγγιστεί ως εξής:

$$\psi(x, z) = \left(\frac{L}{T} - U\right) z + \sum_{n=4,6,8}^{N-1} \sinh(n-2) \frac{\pi}{L} (d+z) \left(X(n) \cos(n-2) \frac{\pi}{L} x + X(n+1) \sin(n-2) \frac{\pi}{L} x \right) \quad \text{Εξίσωση 5.59}$$

όπου:

- N : η τάξη της θεωρίας, εν προκειμένω $N = 18$
- X_n : συντελεστές, οι τιμές των οποίων προσδιορίζονται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων που προσαρμόζεται στις οριακές συνθήκες της ελεύθερης επιφάνειας
- L : το μήκος κύματος
- T : η περίοδος κύματος

Με εισαγωγή της ροϊκής συνάρτησης (Εξ. 5.59) στην δυναμική συνθήκη επιφάνειας (Εξ. 5.58), προκύπτει το προφίλ ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας:

$$\eta = \frac{\psi_{(x,z=\eta)}}{(L/T - U)} - \frac{1}{(L/T - U)} \sum_{n=4,6,8}^{N-1} \sinh(n-2) \frac{\pi}{L} (d+z) \left(X(n) \cos(n-2) \frac{\pi}{L} x + X(n+1) \sin(n-2) \frac{\pi}{L} x \right) \quad \text{Εξίσωση 5.60}$$

όπου:

- $\psi_{(x,z=\eta)}$: η τιμή της ροϊκής συνάρτησης στην ελεύθερη επιφάνεια, η οποία είναι σταθερή, καθώς η ελεύθερη επιφάνεια είναι μια γραμμή ροής

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι, για τις συνιστώσες της ανύψωσης στη θεωρία *Fourier* δεν ισχύει ότι και για τις *Airy* και *Stokes*. Πιο συγκεκριμένα, ο όρος πρώτης τάξης κατά *Fourier* δεν αντιστοιχεί σε αυτόν της θεωρίας *Airy*, ο δεύτερος δεν αντιστοιχεί σε αυτόν της θεωρίας *Stokes* 2^{ης} τάξης κ.ο.κ.. Αυτό συμβαίνει επειδή το μοντέλο αναπτύσσει τη σειρά σε όρους ροϊκής συνάρτησης και όχι συνάρτησης δυναμικού.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Οι ταχύτητες στις δύο διευθύνσεις, u στην οριζόντια και w στην κατακόρυφη διεύθυνση, προκύπτουν βάσει της Εξίσωσης 5.52. Οι τοπικές επιταχύνσεις υπολογίζονται $a_x = \frac{\partial u}{\partial t}$ και $a_z = \frac{\partial w}{\partial t}$. Σημειώνεται ότι το μοντέλο επιτρέπει την εισαγωγή του μειωτικού συντελεστή Φ για κατευθυντικούς κυματισμούς στις τελικές τιμές των κινηματικών μεγεθών.

5.6 ΘΕΩΡΙΑ ΤΥΧΑΙΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ (LINEAR RANDOM WAVE THEORY-LRWT)

Με σκοπό να ληφθεί υπόψη η μη κανονικότητα των κυματισμών, η LRWT υποθέτει μια τυχαία κατάσταση της θάλασσας, η οποία περιγράφεται από έναν μεγάλο αριθμό γραμμικών, ελεύθερων κυματισμών ή αλλιώς συνιστωσών. Η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας καθώς και η κινηματική των σωματιδίων υπολογίζονται ως το γραμμικό άθροισμα της συνεισφοράς κάθε κατευθυντικής συνιστώσας (συνιστώσας συχνότητας).

Η LRWT δίνει μια ικανοποιητική περιγραφή της μη μονιμότητας που διέπει την πραγματική θάλασσα, καθώς λαμβάνει υπόψη τη διακύμανση της ελεύθερης επιφάνειας στο πεδίο των συχνοτήτων. Περιγράφοντας γραμμικά το θαλάσσιο πεδίο, η θεωρία δίνει απλές εξισώσεις που διευκολύνουν τον μαθηματικό υπολογισμό, σε αντίθεση με τις μη γραμμικές θεωρίες.

Με σκοπό την μαθηματική περιγραφή της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, η LRWT θεωρεί μια τυχαία κατάσταση της θάλασσας, που αποτελείται από $N \gg 1$ ελεύθερες κυματικές συνιστώσες, διαφορετικών συχνοτήτων, φάσεων και πλάτους. Οι κυματικές συνιστώσες διαδίδονται στη θετική διεύθυνση του άξονα x , ο οποίος είναι κάθετος στον άξονα z , που μετράται από τη στάθμη ηρεμίας με θετική φορά προς τα επάνω.

Στα πλαίσια της LRWT, η συνάρτηση δυναμικού και το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας προκύπτουν από το γραμμικό άθροισμα των κυματικών συνιστωσών δίνοντας:

$$\varphi(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^N b_i \frac{\cosh[k_i(d+z)]}{\cosh(k_i d)} \sin(\vec{k}_i \vec{x} - \omega_i t + \varepsilon_i) \quad \text{Εξίσωση 5.61}$$

$$\eta(x, y, z, t) = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^N b_i \omega_i \cos(\vec{k}_i \vec{x} - \omega_i t + \varepsilon_i) \quad \text{Εξίσωση 5.62}$$

όπου:

- b_i : συντελεστές του εύρους κύματος, $b_i = \frac{a_i \omega_i}{g}$
- k_i : διάνυσμα αριθμού κύματος, που καθορίζεται βάσει της διεύθυνσης των κυματισμών θ_i ως $(k_{ix}, k_{iy}) = (|k_i| \cos \theta_i, |k_i| \sin \theta_i)$
- ε_i : η φάση κάθε κυματικής συνιστώσας

Η σχέση που συνδέει την εκάστοτε συχνότητα ω_i με τον αντίστοιχο αριθμό κύματος \vec{k}_i , δίνεται μέσω της εξίσωσης γραμμικής διασποράς (linear dispersion relation):

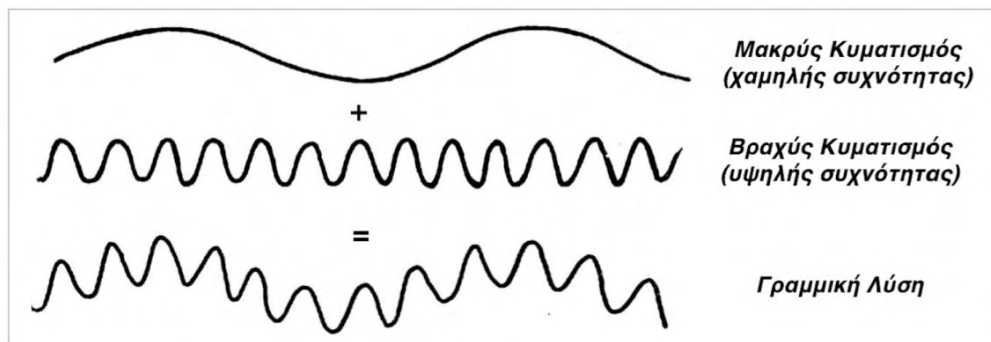
$$\omega_i^2 = g |\vec{k}_i| \tanh(|\vec{k}_i| d), \quad 1 < i \leq N \quad \text{Εξίσωση 5.63}$$

Έπειτα, από τη συνάρτηση δυναμικού (Εξ. 5.61) προκύπτουν και οι συνιστώσες των σωματιδιακών ταχυτήτων και επιταχύνσεων στην οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Για την εφαρμογή φασματικής ανάλυσης χρησιμοποιήθηκε το ενεργειακό φάσμα διπλής κορυφής *Torsethaugen*, ενώ η εισαγωγή της κατευθυντικότητας πραγματοποιήθηκε μέσω του φάσματος *Mitsuyasu*, παρέχοντας μια τριδιάστατη κυματική λύση. Όσον αφορά στο φάσμα συχνοτήτων, σημειώνεται ότι συμπεριλήφθηκαν όλοι οι όροι του.

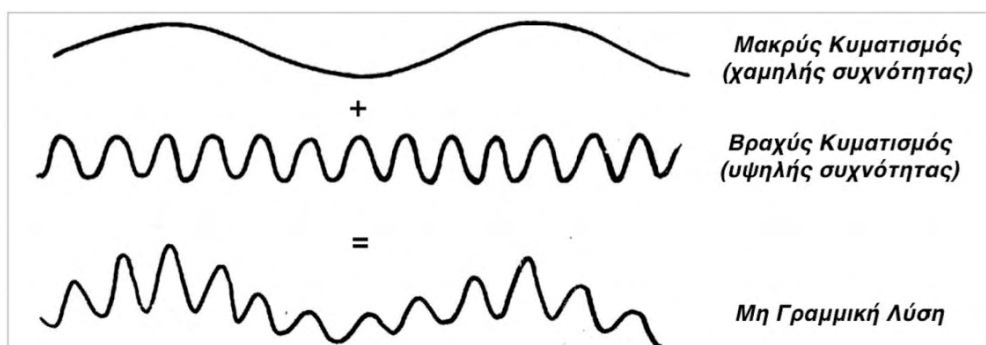
Ωστόσο, το γεγονός ότι το μοντέλο αμελεί όλους τους μη γραμμικούς όρους καθώς και την ύπαρξη δεσμευμένων κυματισμών εισάγει σημαντικό σφάλμα στην περίπτωση τυχαίων κυματισμών. Πιο συγκεκριμένα, κατά τον υπολογισμό της κινηματικής των σωματιδίων στην επιφάνεια του νερού, το γραμμικό άθροισμα των συνιστωσών έχει ως αποτέλεσμα το φαινόμενο γνωστό ως *μόλυνση λόγω υψηλών συχνοτήτων* (*high-frequency contamination*). Το φαινόμενο οφείλεται στην πρόσθεση των συνιστωσών υψηλής συχνότητας σε αυτές χαμηλότερης συχνότητας και οδηγεί σε υπερεκτίμηση των μέγιστων οριζόντιων ταχυτήτων και επιταχύνσεων, αυτών δηλαδή που αναπτύσσονται κοντά στην επιφάνεια της θάλασσας. Χαρακτηριστικό για την κατανόηση του φαινομένου είναι το ακόλουθο παράδειγμα, γραμμικής άθροισης δύο συνιστωσών, εκ των οποίων η μία είναι χαμηλής συχνότητας και η άλλη υψηλής συχνότητας (Εικόνα 5.10).



Εικόνα 5.10: Γραμμικό άθροισμα δύο κυματικών συνιστωσών (Swan, 2016).

Όπως γίνεται φανερό από την Εικόνα 5.10, αθροίζοντας γραμμικά τις δύο συνιστώσες δε λαμβάνεται υπόψη ότι το δεύτερο κύμα δεν ενσωματώνεται στο πρώτο, αλλά διαδίδεται πάνω σε αυτό. Στην πραγματική θάλασσα, η οποία χαρακτηρίζεται από έντονη μη γραμμικότητα, η αλληλεπίδραση των δύο κυματισμών θα ήταν διαφορετική. Σύμφωνα με την Εικόνα 5.11, ο μακρύς κυματισμός (χαμηλής συχνότητας) θα παρέμενε ανεπηρέαστος, ενώ ο βραχύς κυματισμός (υψηλής συχνότητας) θα διαμορφωνόταν έτσι ώστε να προκύψει:

- ψηλότερος και ταυτοχρόνως βραχύτερος στις κορυφές του μακρέως κυματισμού και
- ρηχότερος και ταυτοχρόνως μακρύτερος στις κοιλίες του μακρέως κυματισμού



Εικόνα 5.11: Μη γραμμικό άθροισμα δύο κυματικών συνιστωσών (Swan, 2016).

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Για την αντιμετώπιση του φαινομένου της υπερεκτίμησης των μέγιστων ταχυτήτων προτάθηκαν διάφορες εμπειρικές μέθοδοι. Η πρώτη που παρουσιάστηκε και πλέον πιο διαδεδομένη είναι η σχέση του *Wheeler (1969)*^[12], ονομαζόμενη ως *Wheeler stretching* και παρουσιάζεται στην επόμενη παράγραφο.

5.5.1 ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΔΙΟΡΘΩΣΗ WHEELER (WHEELER STRETCHING)

Σύμφωνα με την εμπειρική σχέση του *Wheeler*^[12], για τη διόρθωση των υπερεκτιμημένων μέγιστων ταχυτήτων και επιταχύνσεων, εισάγεται ένας παράγοντας τεντώματος (stretching) στις κατακόρυφες συντεταγμένες του κυματισμού. Πιο συγκεκριμένα στις εξισώσεις των ταχυτήτων χρησιμοποιείται το μεταβαλλόμενο βάθος z^* αντί του αρχικού z , το οποίο υπολογίζεται από τη σχέση:

$$z^* = \frac{z - \eta(t)}{1 + \frac{\eta(t)}{d}}$$

Εξίσωση 5.64

Όντας εμπειρική, η μέθοδος *Wheeler* δεν ικανοποιεί την *εξίσωση συνέχειας της μάζας*. Ωστόσο, τα αποτελέσματα της μεθόδου “καταπολεμού” το φαινόμενο του *high-frequency contamination*, δίνοντας μειωμένα κινηματικά μεγέθη κοντά στην επιφάνεια, σε σχέση με τα υπερεκτιμημένα που προκύπτουν από απλή εφαρμογή της *LRWT*. Συνεπώς, αν και βασικά λανθασμένα, η μέθοδος διορθώνει επαρκώς τις λύσεις της *LRWT* και για αυτό τον λόγο χρησιμοποιείται ευρέως.

5.7 ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΥΧΑΙΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ 2^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ (SECOND ORDER WAVE RANDOM THEORY-SHARMA & DEAN)

Πρώτοι οι *Longuet-Higgins* και *Stewart (1960)*^[13], υποθέτοντας μια γραμμική αναπαράσταση του θαλάσσιου πεδίου, πρότειναν την λύση αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο γραμμικών κυματικών συνιστωσών, αναγνωρίζοντας τους όρους αθροίσματος και διαφοράς συχνότητας (frequency-sum και frequency-difference terms, αντίστοιχα). Βασιζόμενοι σε αυτά τα αποτελέσματα, οι *Sharma* και *Dean (1981)*^[14] άθροισαν τις αλληλεπιδράσεις που προέκυψαν από κάθε πιθανό ζευγάρι ελεύθερων γραμμικών κυματικών συνιστωσών σε μια τυχαία κατάσταση της θάλασσας, καταλήγοντας σε μια μη γραμμική λύση 2^{ης} τάξης.

Το μοντέλο τους, γνωστό ως *μοντέλο τυχαίων κυματισμών 2^{ης} τάξης (Second Order Wave Random Theory, SD)*, παρέχει μια πρώτη προσέγγιση της επίδρασης της μη γραμμικότητας και μπορεί να συνδυαστεί με το μοντέλο *NewWave*, ώστε να περιγράψει με ακρίβεια τη μορφή των πιο πιθανών “μεγάλων” κυματισμών. Ουσιαστικά, η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας αντιστοιχεί σε μια εστιασμένη ομάδα κύματος (focused wave group), δηλαδή ένα *NewWave* δεύτερης τάξης.

Όπως προαναφέρθηκε, η θεωρία *NewWave* αντιπροσωπεύει μια κατάσταση της θάλασσας, αποτελούμενη από έναν μεγάλο αριθμό κυματικών συνιστωσών με διαφορετική συχνότητα, φάση και εύρος. Το πιο πιθανό σχήμα ενός “μεγάλου” κυματισμού προκύπτει όταν η διαφορά φάσης μεταξύ των κυματισμών γίνει μηδενική και τα εύρη των κυματισμών γίνουν ανάλογα του υποκείμενου φάσματος. Έπειτα, η λύση κανονικοποιείται ώστε να επιτευχθεί το επιθυμητό ύψος κύματος (H_{max}) ή ανύψωση της κορυφής (η_{max}), που αντιστοιχεί σε δεδομένη πιθανότητα υπέρβασης. Αναφορικά με τη γραμμική θεωρία *NewWave* η διαδικασία που προαναφέρθηκε είναι απλή. Αντίθετα, για μη γραμμικές

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Θεωρίες *NewWave* κρίνεται απαραίτητη η εφαρμογή μιας επαναληπτικής διαδικασίας ώστε να επιτευχθεί το επιθυμητό ύψος κύματος ή ανύψωση της κορυφής.

Το μοντέλο 2^{ης} τάξης των *Sharma* και *Dean* δίνει μια πιο ρεαλιστική περιγραφή της μορφής του πιο πιθανού μεγάλου κυματισμού από τη γραμμική θεωρία. Ωστόσο, η επίτευξη αυτής της ακρίβειας αναφορικά με την εισαγωγή της κατευθυντικότητας απαιτεί έναν μεγάλο αριθμό των συνιστωσών, κάνοντας τη μέθοδο ιδιαίτερα χρονοβόρα. Για αυτό τον λόγο, το μοντέλο δεν εφαρμόζεται αρκετά συχνά.

Σχετικά με την ακρίβεια των λύσεων *τυχαίων κυματισμών 2^{ης} τάξης*, πρόσφατη έρευνα από τους *Katsardi* και *Swan (2009)*^[7], έδειξε ότι για κυματισμούς μεγάλης καμπυλότητας η εφαρμογή του μοντέλου κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια είναι πιθανό να εξάγει λανθασμένους υπολογισμούς ταχυτήτων. Το πρόβλημα έγκειται στη δυσκολία περιγραφής της κατανομής των ταχυτήτων, λόγω του τελευταίου κομματιού του φάσματος (ουρά του φάσματος). Σε αντίθεση με τη γραμμική θεωρία, στην οποία γίνεται χρήση εμπειρικής διόρθωσης των ταχυτήτων για την αντιμετώπιση του φαινομένου, στα πλαίσια του μοντέλου 2^{ης} τάξης εφαρμόζεται αποκοπή του ενεργειακού φάσματος σε κάποιο πολλαπλάσιο της φασματικής κορυφής. Το σημείο αποκοπής του φάσματος ορίζεται συνήθως μεταξύ των $3\omega_p$ και $3.5\omega_p$, όπου ω_p είναι η συχνότητα κορυφής του φάσματος. Μεγάλη προσοχή πρέπει να δίνεται στο ποσοστό αποκοπής, καθώς τα αποτελέσματα εξαρτώνται άμεσα από αυτό. Στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκε αποκοπή της ουράς του φάσματος, στο $f_{end} = 3.45f_p = 0.215 \text{ Hz}$.

Σύμφωνα με το μοντέλο των *Sharma* και *Dean*, το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο και η ροή αστρόβιλη. Συνεπώς, ισχύει η *εξίσωση συνέχειας της μάζας* για ασυμπίεστο ρευστό $\text{div} \vec{U} = 0$, όπου $\vec{U} = (u, v, w)$ η ταχύτητα στις τρεις διευθύνσεις καθώς και η εξίσωση *Laplace* $\nabla^2 \varphi = 0$ σε όρους δυναμικού ροής. Οι οριακές συνθήκες που λαμβάνονται υπόψη βασίζονται στη θεωρία διαταραχών (*perturbation theory*), με το δυναμικό, την ελεύθερη επιφάνεια και τον όρο του *Bernoulli* να αναπτύσσονται σε δυνάμεις της καμπυλότητας, ϵ , ως εξής:

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi^{(1)}(x, y, z, t) + \varphi^{(2)}(x, y, z, t) \quad \text{Εξίσωση 5.65}$$

$$\eta(x, y, z, t) = \eta^{(1)}(x, y, z, t) + \eta^{(2)}(x, y, z, t) \quad \text{Εξίσωση 5.66}$$

$$Q(t) = Q^{(1)}(t) + Q^{(2)}(t) \quad \text{Εξίσωση 5.67}$$

όπου:

- ο δείκτης 1 αντιστοιχεί στον γραμμικό όρο και
- ο δείκτης 2 αντιστοιχεί στον όρο 2^{ης} τάξης

- *Κινηματική οριακή συνθήκη πυθμένα (Kinematic Bottom Boundary Condition-KBBC):*

$$\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} = 0, \text{ στο } z = -d \quad \text{Εξίσωση 5.68}$$

$$\frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} = 0, \text{ στο } z = -d \quad \text{Εξίσωση 5.69}$$

- Κινηματική οριακή συνθήκη επιφάνειας (Kinematic Free-Surface Boundary Condition- KFSBC):

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial Q^{(1)}}{\partial t} = 0, \text{ στο } z = 0 \quad \text{Εξίσωση 5.70}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} - \frac{\partial Q^{(2)}}{\partial t} = \eta^{(1)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(|\vec{\nabla} \varphi^{(1)}|^2 \right), \text{ στο } z = 0 \quad \text{Εξίσωση 5.71}$$

- Δυναμική οριακή συνθήκη επιφάνειας Dynamic Free-Surface Boundary Condition- DFSBC):

$$\eta^{(1)} = -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t} + Q(t) \right], \text{ στο } z=0 \quad \text{Εξίσωση 5.72}$$

$$\eta^{(2)} = -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial t} + \frac{1}{2} |\vec{\nabla} \varphi^{(1)}|^2 + Q^{(2)} + \eta^{(1)} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial t \partial z} \right], \text{ στο } z=0 \quad \text{Εξίσωση 5.73}$$

Σημειώνεται ότι, για μικρές παραμέτρους αναπτύγματος, οι οριακές συνθήκες της επιφάνειας εφαρμόζονται στη στάθμη ηρεμίας, καθώς η εξίσωση της επιφάνειας είναι άγνωστη.

Ο γραμμικός όρος του δυναμικού και της ελεύθερης επιφάνειας προκύπτει από την LRWT (Εξ. 5.61 και Εξ. 5.62, αντίστοιχα). Οι 2^{ης} τάξης όροι, αφορούν στους όρους αθροίσματος (sum terms) και διαφοράς (difference terms), που εμφανίζονται στο $2\omega_p$ και στην αρχή του φάσματος, αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι οι όροι διαφοράς είναι εκτός φάσης και η συμβολή τους στο τελικό προφίλ της ανύψωσης είναι ιδιαίτερα σημαντική στην περίπτωση ενδιάμεσων και ρηχών νερών. Σύμφωνα με τους Sharma και Dean η έκφραση του δυναμικού και της ανύψωσης 2^{ης} τάξης ορίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \varphi^{(2)}(x, y, z, t) = & \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_i b_j \frac{\cosh[k_{ij}^-(d+z)]}{\cosh(k_{ij}^- d)} \frac{D_{ij}^-}{\sigma_i - \sigma_j} \sin(\psi_i - \psi_j) \\ & + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_i b_j \frac{\cosh[k_{ij}^+(d+z)]}{\cosh(k_{ij}^+ d)} \frac{D_{ij}^+}{\sigma_i + \sigma_j} \sin(\psi_i + \psi_j) \end{aligned}$$

Εξίσωση 5.74

όπου:

- $k_{ij}^- = |\vec{k}_i - \vec{k}_j|$
- $k_{ij}^+ = |\vec{k}_i + \vec{k}_j|$
- $\psi_i = \vec{k}_i \cdot \vec{x} - \omega_i t + \varepsilon_i$
- b_i : συντελεστές του εύρους κύματος, $b_i = \frac{a_i \omega_i}{g}$
- D_{ij}^-, D_{ij}^+ : συντελεστές σύμφωνα με τους Sharma & Dean

$$\eta^{(2)}(x, y, z, t) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \left[\frac{D_{ij}^- - [\vec{k}_i \cdot \vec{k}_j + (R_i \cdot R_j)]}{\sqrt{R_i \cdot R_j}} + (R_i + R_j) \right] \cos(\psi_i - \psi_j) + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \left[\frac{D_{ij}^+ - [\vec{k}_i \cdot \vec{k}_j - (R_i \cdot R_j)]}{\sqrt{R_i \cdot R_j}} + (R_i + R_j) \right] \cos(\psi_i + \psi_j)$$

Εξίσωση 5.75

όπου:

- R_i, R_j : συντελεστές σύμφωνα με τους *Sharma & Dean*

Στη συγκεκριμένη εργασία, κατά την εφαρμογή του μοντέλου, το συνολικό ύψος κύματος είναι γνωστό *a priori* και επομένως ορίζεται ίσο με αυτό της *LRWT*. Συνεπώς, μια επαναληπτική διαδικασία λαμβάνει χώρα ώστε να επιτευχθεί $H_{SD} = H_{LRWT}$. Κατά αυτόν τον τρόπο, η συνολική ενέργεια που εισάγεται είναι μικρότερη, με αποτέλεσμα ο γραμμικός όρος της *SD* να μην αντιστοιχεί στην ανύψωση κατά *LRWT*; συγκεκριμένα ισχύει $\eta_{SD}^{(1)} < \eta_{LRWT}$. Για τη μέγιστη ανύψωση των δύο μοντέλων ισχύει $\eta_{max,SD} \geq \eta_{max,LRWT}$, με τις κορυφές να προκύπτουν ψηλότερες και στενότερες για το μοντέλο *SD*.

Οι εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα (Εξ. 5.76) και την τοπική επιτάχυνση (Εξ. 5.77) αποτελούνται από δύο όρους: έναν γραμμικό όρο, που προκύπτει από την *LRWT* και έναν 2^{ης} τάξης όρο.

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

Εξίσωση 5.76

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t}, a_y = \frac{\partial v}{\partial t}, a_z = \frac{\partial w}{\partial t}$$

Εξίσωση 5.77

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

Στην παρούσα εργασία τα κυματικά μεγέθη υπολογίστηκαν για όλες τις θεωρίες που περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 5. Ωστόσο, οι τιμές των κατακόρυφων κινηματικών μεγεθών αγνοούνται και δεν παρουσιάζονται. Αυτό, οφείλεται στο γεγονός ότι όλα τα μέλη της κατασκευής είναι κατακόρυφα, με τις κολόνες να παρουσιάζουν μικρές κλίσεις σε σχέση με το μήκος κύματος, και συνεπώς δεν επηρεάζονται από τα κατακόρυφα φορτία.

Αναφορικά με τις θεωρίες κανονικών κυματισμών, οι υπολογισμοί έλαβαν χώρα για δύο τιμές ύψους και περιόδου κύματος ($H_s = 17.2\text{m}$, $H_{max} = 34.4\text{m}$ και $T_p = 16\text{s}$, $T_{tt} = 13.4\text{s}$, αντίστοιχα). Πιο συγκεκριμένα, τα κυματικά μεγέθη κάθε θεωρίας υπολογίστηκαν για τις εξής περιπτώσεις συνδυασμού ύψους-περιόδου κύματος:

- Κυματικό γεγονός 1: $\{H_s, T_p\}$
- Κυματικό γεγονός 2: $\{H_{max}, T_p\}$
- Κυματικό γεγονός 3: $\{H_{max}, T_{tt}\}$

Στην περίπτωση τυχαίων κυματισμών τα κυματικά μεγέθη εκτιμήθηκαν για τις δύο περιπτώσεις ύψους κύματος, H_s και H_{max} . Ξεχωριστοί υπολογισμοί έλαβαν χώρα για κατευθυντικό και μονοκατευθυντικό πεδίο, όπως προέκυψαν με εφαρμογή της κατανομής *Mitsuyasu* παραμέτρου κατευθυντικότητας $s = 20$ και $s \rightarrow \infty$, αντίστοιχα, στο υποκείμενο φάσμα του κυματικού πεδίου. Πρακτικά, τα κυματικά γεγονότα που μελετήθηκαν είναι τα εξής:

- Κυματικό γεγονός 1: $\{H_s, s=20\}$
- Κυματικό γεγονός 2: $\{H_{max}, s=20\}$
- Κυματικό γεγονός 3: $\{H_s, s \rightarrow \infty\}$
- Κυματικό γεγονός 4: $\{H_{max}, s \rightarrow \infty\}$

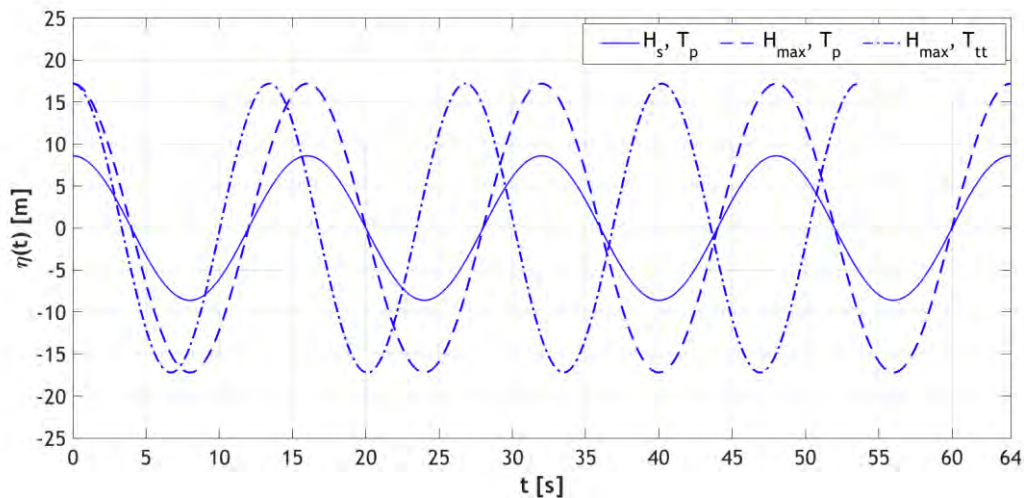
Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν για τις μονοχρωματικές και τυχαίες κυματικές θεωρίες, καθώς και για κάθε κυματικό γεγονός. Σχετικά με τις μονοχρωματικές θεωρίες, τα αποτελέσματα που παρατίθενται αφορούν σε μονοκατευθυντικούς κυματισμούς, καθώς οι θεωρίες είναι κατά κανόνα διδιάστατες. Ωστόσο, με σκοπό την σύγκρισή τους με τις κατευθυντικές λύσεις των τυχαίων κυματισμών, εφαρμόστηκε ο μειωτικός συντελεστής $\Phi = 0.953$ ο οποίος συνέβαλλε στη γραμμική μείωση τους. Αντιστοίχως, τα κυματικά μοντέλα συγκρίθηκαν στην περίπτωση μονοκατευθυντικής ροής. Σε αυτή την περίπτωση οι κυματικές λύσεις των τυχαίων κυματισμών υπολογίστηκαν χωρίς την κατανομή *Mitsuyasu*.

6.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ AIRY

Με εφαρμογή των αναλυτικών σχέσεων της θεωρίας *Airy*, εκτιμήθηκε το προφίλ ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας για τους τρεις συνδυασμούς ύψους-περιόδου κύματος (Διάγραμμα 6.1). Όπως αναμένεται στην περίπτωση ενός κανονικού κυματισμού, το κυματικό προφίλ παραμένει αναλλοίωτο σε κάθε περίοδο. Επιπρόσθετα, επειδή η θεωρία *Airy* είναι μία μονοχρωματική γραμμική θεωρία, το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας προέκυψε συμμετρικό ως προς τον οριζόντιο και τον κατακόρυφο άξονα. Η συμμετρία ως

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

προς τον οριζόντιο άξονα, οδηγεί σε μέγιστη ανύψωση ίση και αντίθετη με την ελάχιστη ανύψωση, $\eta_{max} = -\eta_{min}$, όπως φαίνεται στον Πίνακα 6.1.



Διάγραμμα 6.1: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσεως του χρόνου ($x=0m$)-Airy.

Όπως αναμενόταν, για μεγαλύτερο ύψος κύματος, τόσο οι κορυφές όσο και οι κοιλίες της ελεύθερης επιφάνειας προκύπτουν στενότερες. Το φαινόμενο αυτό γίνεται εντονότερο στην περίπτωση κυματισμού μεγάλου ύψους και συχνότητας, δηλαδή για το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$.

Πίνακας 6.1: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τη θεωρία Airy.

Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη ανύψωση η_{max} [m]	Ελάχιστη ανύψωση η_{min} [m]
$\{H_s, T_p\}$	8.6	-8.6
$\{H_{max}, T_p\}$	17.2	-17.2
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	17.2	-17.2

Η οριζόντια ταχύτητα είναι συμφασική με την ανύψωση της επιφάνειας και μεγιστοποιείται κατά τις ίδιες χρονικές στιγμές με αυτή και για $z = \eta_{max}$. Αναφορικά με την οριζόντια επιτάχυνση, η διαφορά φάσης της με την ελεύθερη επιφάνεια είναι $\pi/2$. Ουσιαστικά, οι μέγιστες τιμές της εμφανίζονται στη μέγιστη κλίση της ανύψωσης $(\partial\eta/\partial x)_{max}$, δηλαδή όταν η ανύψωση είναι μηδενική, και για $t = nT/4, n = 1,3,5, \dots$. Οι μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών υπολογίστηκαν και παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.2.

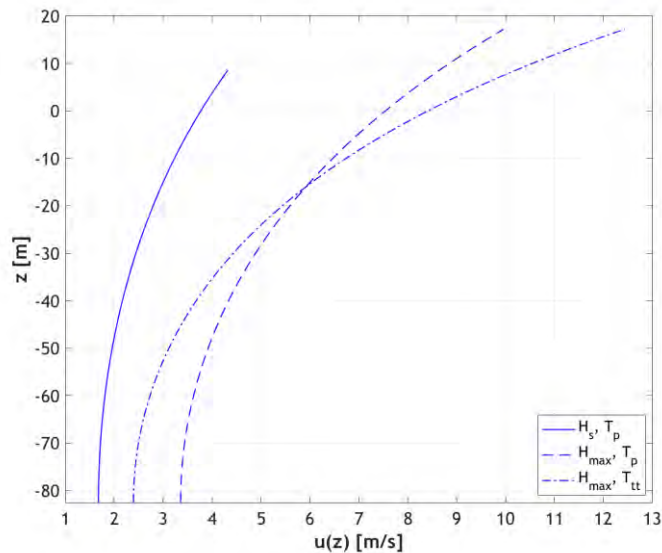
Όπως γίνεται φανερό από τον Πίνακα 6.2, ο συνδυασμός $\{H_{max}, T_p\}$ οδηγεί σε μεγαλύτερες τιμές των μέγιστων κινηματικών μεγεθών από ότι ο συνδυασμός $\{H_s, T_p\}$; συγκεκριμένα λίγο μεγαλύτερες από διπλάσιες για την ταχύτητα και διπλάσιες για την επιτάχυνση. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς για την ίδια περίοδο κύματος, το ύψος κύματος είναι διπλάσιο, $H_{max} = 2H_s$. Σχετικά με τον συνδυασμό $\{H_{max}, T_{tt}\}$, τα μέγιστα κινηματικά μεγέθη υπολογίστηκαν μεγαλύτερα από αυτά των δύο άλλων συνδυασμών. Το γεγονός αυτό, οφείλεται στη μειωμένη περίοδο, $T_{tt} < T_p$, για την οποία προκύπτουν στενότερες κορυφές για μικρότερο και ίσο κυματικό ύψος και συνεπώς μεγαλύτερη κλίση του κυματισμού $\partial\eta/\partial x$, η οποία οδηγεί σε μεγαλύτερα κινηματικά μεγέθη κοντά στην επιφάνεια. Στα

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

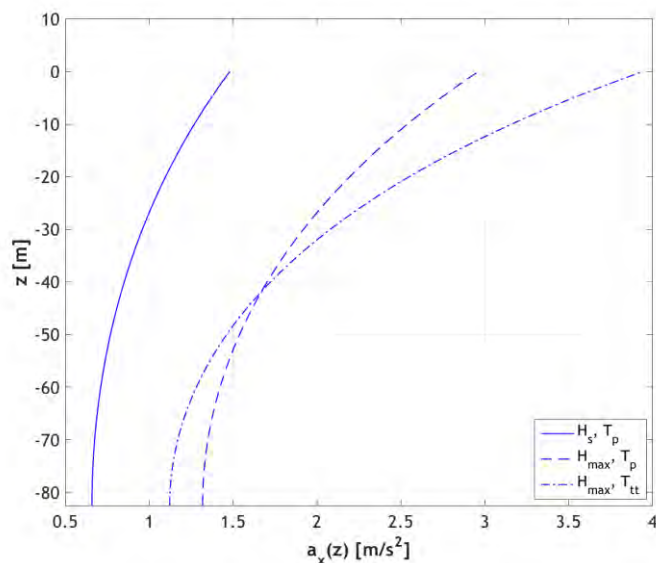
Διαγράμματα 6.2 και 6.3 παρουσιάζεται η σχέση βάθους-οριζόντιας ταχύτητας και βάθους-οριζόντιας επιτάχυνσης, αντίστοιχα. Οι καμπύλες αντιστοιχούν στις χρονικές στιγμές μεγιστοποίησης των μεγεθών.

Πίνακας 6.2: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με τη θεωρία Airy

Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη οριζόντια ταχύτητα u [m/s]	Μέγιστη οριζόντια επιτάχυνση a_x [m/s ²]
$\{H_s, T_p\}$	4.327	1.481
$\{H_{max}, T_p\}$	9.961	2.962
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	12.434	3.945



Διάγραμμα 6.2: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=0s$)-Airy



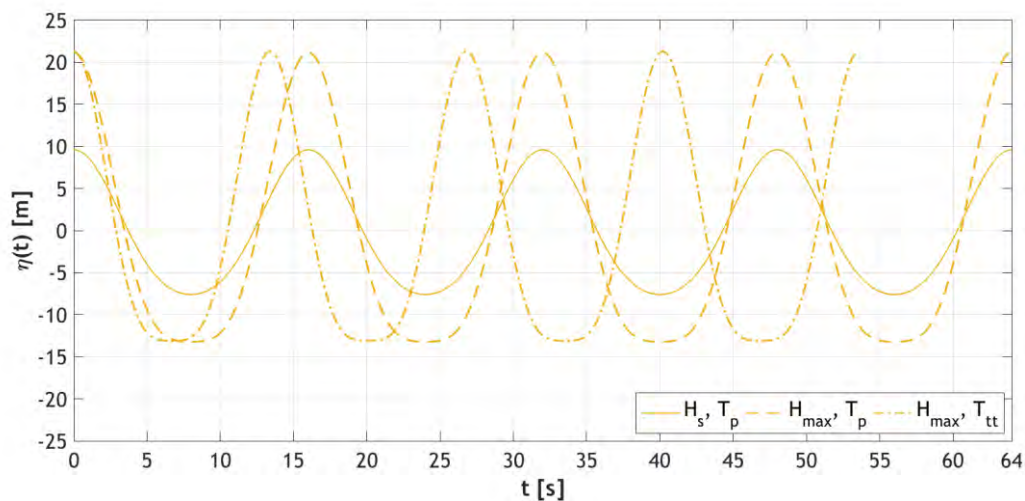
Διάγραμμα 6.3: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=3T/4$)-Airy.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Όπως γίνεται φανερό, η διαφορά μεγέθους των ταχυτήτων και επιταχύνσεων αναφορικά με κάθε κυματικό γεγονός είναι εντονότερη κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια. Αξίζει να σημειωθεί, ότι ενεργειακά, είναι πιθανό οι συνδυασμοί $\{H_{max}, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_{tt}\}$ να εξάγουν πολύ κοντινά αποτελέσματα. Αυτό είναι ένα τυχαίο γεγονός, που προκύπτει λόγω σχεδόν ισόποσης πρόσθεσης και αφαίρεσης ενέργειας. Ωστόσο, τα δύο κυματικά γεγονότα διαφέρουν σημαντικά, με το γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ να δίνει μικρότερα κινηματικά μεγέθη κοντά στον πυθμένα, αλλά ιδιαίτερα αυξημένα κοντά στην επιφάνεια, γεγονός που πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά τον σχεδιασμό.

6.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ STOKES 2^{ης} ΤΑΞΗΣ

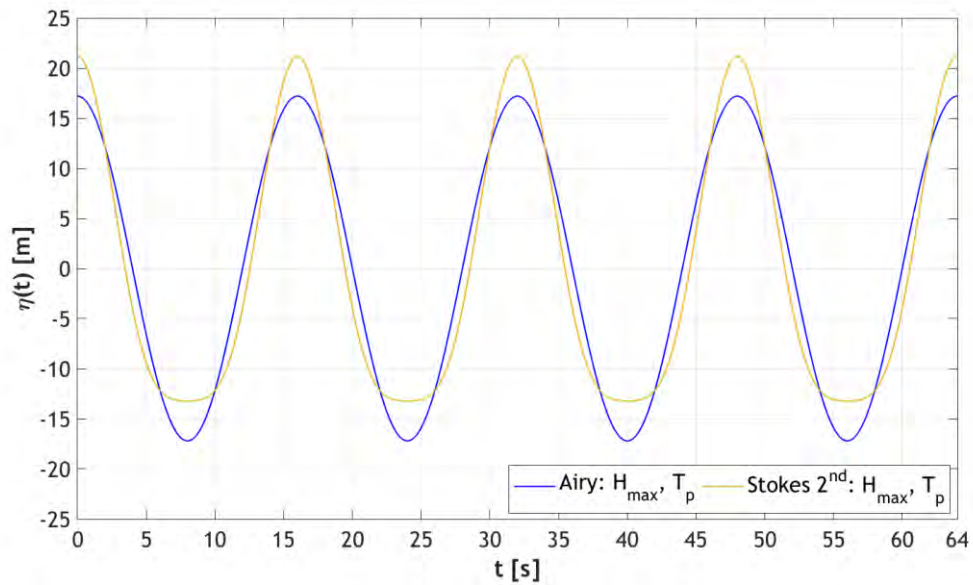
Σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης, το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας δεν είναι συμμετρικό ως προς τον οριζόντιο άξονα. Παρατηρώντας το Διάγραμμα 6.4, γίνεται αντιληπτό ότι η ασυμμετρία αυτή γίνεται εντονότερη για μεγαλύτερα ύψη κύματος. Το γεγονός αυτό, αντικατοπτρίζει την ανάγκη εισαγωγής μη γραμμικών όρων για την ακριβέστερη περιγραφή “μεγάλων” κυματισμών.



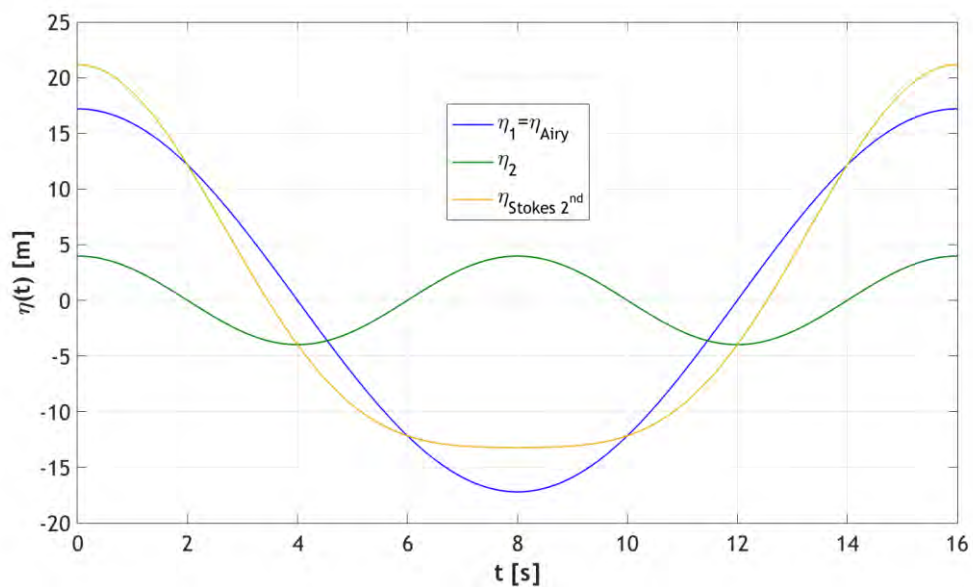
Διάγραμμα 6.4: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου ($x=0m$)-Stokes 2^{ης} τάξης.

Το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας, τόσο κατά Stokes 2^{ης} τάξης, όσο και κατά Stokes 5^{ης} τάξης, χαρακτηρίζεται από κορυφές ψηλότερες και στενότερες και κοιλίες κοντύτερες και πλατύτερες από αυτές του ίδιου κυματισμού που αντιστοιχεί στη γραμμική θεωρία Airy. Το φαινόμενο αυτό, παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 6.5, όπου οι θεωρίες Airy και Stokes 2^{ης} τάξης συγκρίνονται για την περίπτωση $\{H_{max}, T_p\}$. Εν προκειμένω, η γραμμική θεωρία δίνει ένα συμμετρικό προφίλ ανύψωσης με μέγιστη και ελάχιστη ανύψωση $\eta_{max} = |\eta_{min}| = 17.2m$. Αντίθετα, για τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης υπολογίστηκαν $\eta_{max} = 21.176m$ και $\eta_{min} = -13.224m$. Συνεπώς, για τις οριακές τιμές της ελεύθερης επιφάνειας ισχύει $\eta_{max,Airy} < \eta_{max,Stokes2nd}$ και $|\eta_{min,Airy}| > |\eta_{min,Stokes2nd}|$, ώστε να ικανοποιείται η σχέση $\eta_{max} + |\eta_{min}| = H$ σε κάθε θεωρία.

Η διαφοροποίηση των δύο χρονοϊστοριών της ελεύθερης επιφάνειας έγκειται στη συνεισφορά του όρου 2^{ης} τάξης στο μοντέλο του Stokes. Στο Διάγραμμα 6.6 φαίνεται η επίδραση των όρων $\eta_{2,max} = 3.976m$ και $\eta_{2,min} = -3.976m$ που οδηγούν στην όξυνση των κορυφών και τη διεύρυνση των κοιλιών στο τελικό προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας, αντίστοιχα. Ο πρώτος όρος είναι γραμμικός και αντιστοιχεί στην ανύψωση της επιφάνειας κατά Airy. Ακολουθεί ο Πίνακας 6.3, στον οποίο παρατίθενται τα αποτελέσματα που αφορούν στην ανύψωση της επιφάνειας κατά Stokes 2^{ης} τάξης.



Διάγραμμα 6.5: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσεϊ του χρόνου στην περίπτωση $\{H_{max}, T_p\}$ ($x=0m$)-Airy και Stokes 2^{ης} τάξης.



Διάγραμμα 6.6: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσεϊ του χρόνου, ως άθροισμα δύο όρων, στην περίπτωση $\{H_{max}, T_p\}$, ($x=0m$)-Stokes 2^{ης} τάξης.

Πίνακας 6.3: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης.

Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη ανύψωση η_{max} [m]	Ελάχιστη ανύψωση η_{min} [m]
$\{H_s, T_p\}$	9.594	-7.606
$\{H_{max}, T_p\}$	21.176	-13.224
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	21.284	-13.116

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

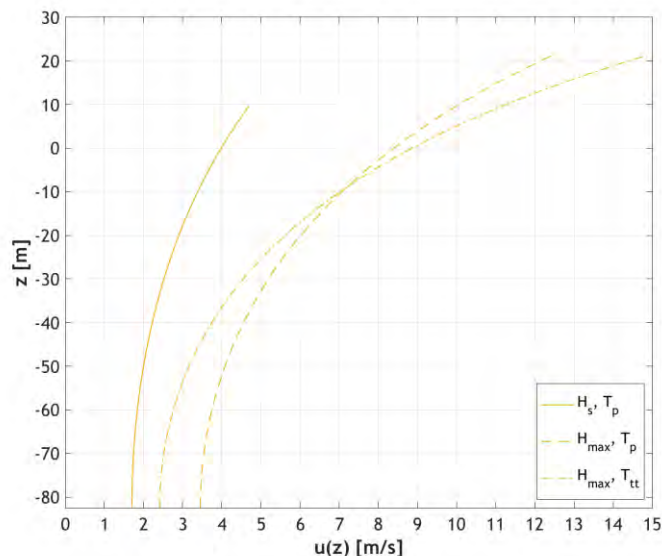
Οι μέγιστες τιμές των ταχυτήτων και επιταχύνσεων υπολογίστηκαν σύμφωνα με το 2^{ης} τάξης μη γραμμικό μοντέλο του Stokes και παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.4. Σημειώνεται, ότι οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις μεγιστοποιούνται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές από αυτές της θεωρίας Airy, καθώς τα εν λόγω κινηματικά μεγέθη δεν είναι πλέον συμμετρικά ως προς τον κατακόρυφο άξονα.

Πίνακας 6.4: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης.

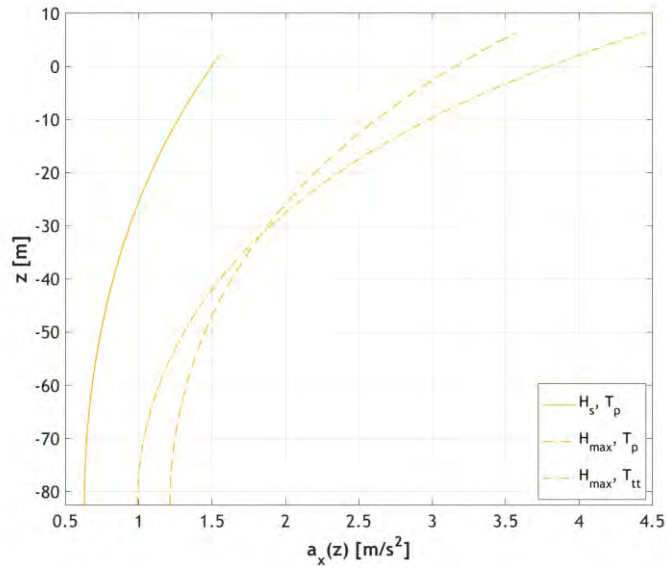
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη οριζόντια ταχύτητα u [m/s]	Μέγιστη οριζόντια επιτάχυνση a_x [m/s ²]
$\{H_s, T_p\}$	4.694	1.556
$\{H_{max}, T_p\}$	12.425	3.568
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	14.868	4.449

Όπως παρατηρήθηκε στη θεωρία Airy, έτσι και στη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης, ο συνδυασμός $\{H_s, T_p\}$ δίνει τα μικρότερα μέγιστα κυματικά μεγέθη, ενώ ο συνδυασμός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ τα μεγαλύτερα. Σημειώνεται ότι όλα τα μέγιστα κυματικά μεγέθη προκύπτουν αυξημένα σε σχέση με αυτά της θεωρίας Airy.

Εν συνεχεία, παρουσιάζονται τα Διαγράμματα 6.7 και 6.8, που αφορούν στη σχέση του βάθους με την οριζόντια ταχύτητα και επιτάχυνση, αντίστοιχα. Σχετικά με το δεύτερο διάγραμμα, η χρονική στιγμή που επιλέχθηκε αντιστοιχεί στις μέγιστες θετικές οριζόντιες επιταχύνσεις κάθε συνδυασμού. Συγκεκριμένα, στη διάρκεια μιας περιόδου, για $\{H_s, T_p\}$ είναι $t = 12.9s$, για $\{H_{max}, T_p\}$ είναι $t = 13.3s$ και για $\{H_{max}, T_{tt}\}$ είναι $t = 11.15s$. Οι εν λόγω χρονικές στιγμές καθορίστηκαν βάσει της μέγιστης κλίσης της επιφάνειας $(\partial\eta/\partial x)_{max}$. Από τα δύο διαγράμματα φαίνεται ότι και πάλι το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ δίνει μικρότερα μεγέθη στην περιοχή του πυθμένα και μεγαλύτερα μεγέθη κοντά στην επιφάνεια σε σχέση με το $\{H_{max}, T_p\}$. Οι μεγαλύτερες διαφοροποιήσεις μεταξύ των κυματικών γεγονότων εντοπίζονται κοντά στην επιφάνεια.



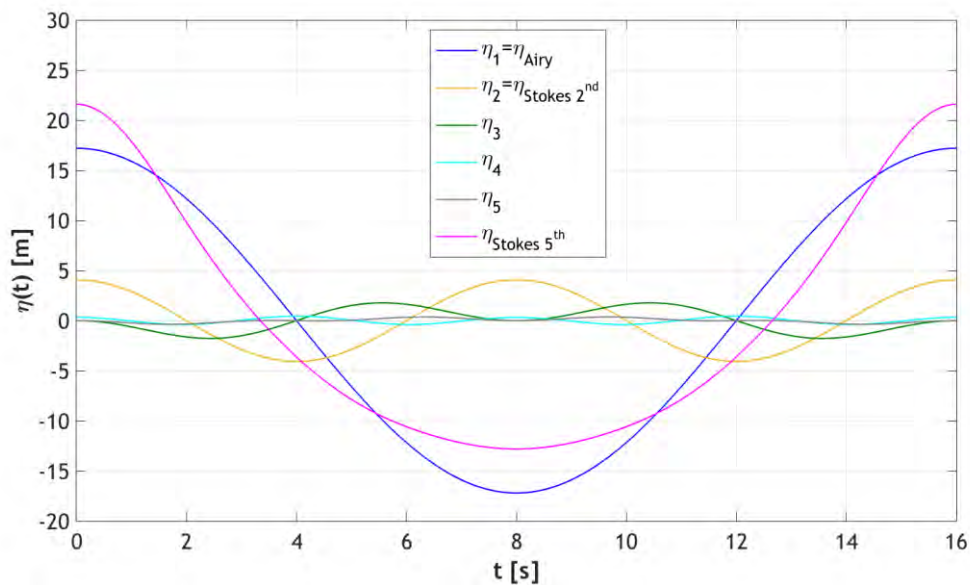
Διάγραμμα 6.7: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=0s$) -Stokes 2^{ης} τάξης.



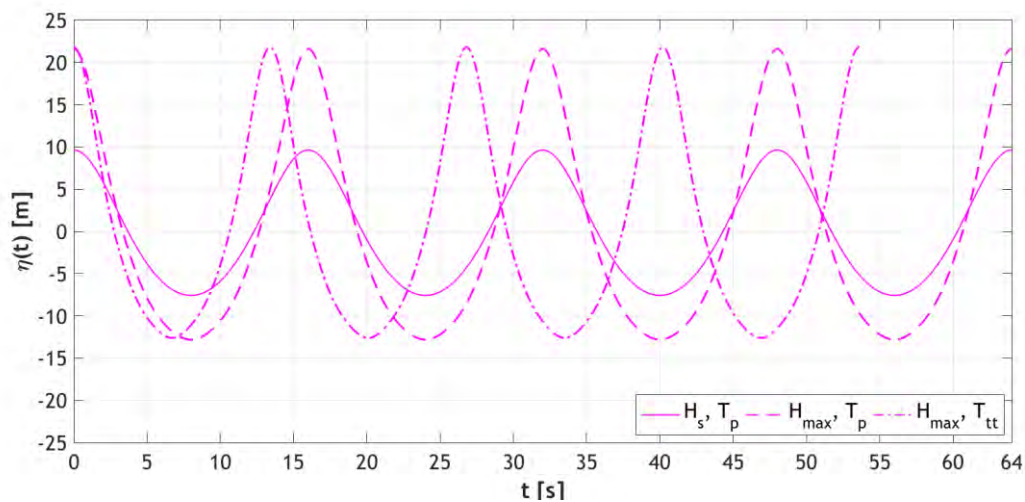
Διάγραμμα 6.8: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=t_{max}$)-Stokes 2^{ης} τάξης.

6.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ STOKES 5^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ

Το τελικό προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5^{ης} τάξης προκύπτει ως άθροισμα πέντε επιμέρους όρων, όπως αυτοί παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 6.9 για την περίπτωση $\{H_{max}, T_p\}$. Κάθε όρος συμβάλει σε διαφορετικό βαθμό στη διαμόρφωση της τελικής ανύψωσης, με τον όρο πρώτης τάξης να έχει καθοριστική συμβολή στο τελικό αποτέλεσμα. Σαφώς, ο πρώτος όρος αντιστοιχεί στην ανύψωση κατά Airy και ο δεύτερος στην ανύψωση κατά Stokes 2^{ης} τάξης. Το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με το μοντέλο Stokes 5^{ης} τάξης για κάθε συνδυασμό υπολογίστηκε και παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 6.10, με τις κορυφές του να είναι ψηλότερες και τις κοιλίες του βραχύτερες σε σχέση με το γραμμικό μοντέλο του Airy.



Διάγραμμα 6.9: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου ως άθροισμα πέντε όρων, στην περίπτωση $\{H_{max}, T_p\}$ ($x=0m$)-Stokes 5^{ης} τάξης.



Διάγραμμα 6.10: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσεως του χρόνου ($x=0m$)-Stokes 5^{ης} τάξης.

Από το Διάγραμμα 6.10 γίνεται εμφανής η αύξηση της κλίσης της ανύψωσης $\partial\eta/\partial t$ για μεγαλύτερο ύψος κύματος και κυρίως για μικρότερη περίοδο κύματος. Οι τιμές της μέγιστης και ελάχιστης ανύψωσης για κυματισμούς Stokes 5^{ης} τάξης παρατίθενται στον Πίνακα 6.5.

Πίνακας 6.5: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης.

Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη ανύψωση η_{max} [m]	Ελάχιστη ανύψωση η_{min} [m]
$\{H_s, T_p\}$	9.624	-7.576
$\{H_{max}, T_p\}$	21.592	-12.808
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	21.796	-12.604

Εν συνεχεία, παρατίθεται ο Πίνακας 6.6, που αφορά στις μέγιστες ταχύτητες και επιταχύνσεις κάθε κυματικού γεγονότος κατά Stokes 5^{ης} τάξης.

Πίνακας 6.6: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης.

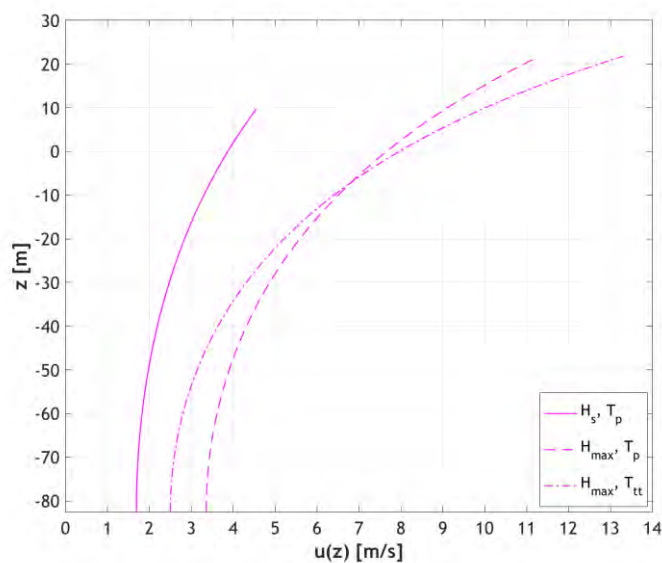
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη οριζόντια ταχύτητα u [m/s]	Μέγιστη οριζόντια επιτάχυνση a_x [m/s ²]
$\{H_s, T_p\}$	4.552	1.509
$\{H_{max}, T_p\}$	11.264	3.294
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	13.300	4.149

Παρόμοια με τις θεωρίες Airy και Stokes 2^{ης} τάξης, ο συνδυασμός $\{H_s, T_p\}$ δίνει τα μικρότερα μέγιστα κυματικά μεγέθη, ενώ ο συνδυασμός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ τα μεγαλύτερα. Ωστόσο, παρατηρείται ότι τα μέγιστα κυματικά μεγέθη που προκύπτουν από τη θεωρία Stokes 5^{ης}

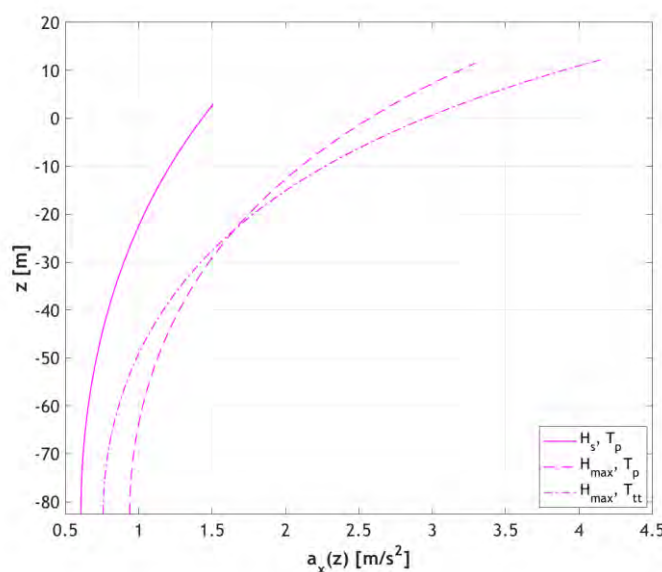
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

τάξης είναι μικρότερα από αυτά της θεωρίας *Stokes 2^{ης}* τάξης σε κάθε περίπτωση. Το γεγονός αυτό πιθανότατα οφείλεται στην αδυναμία της θεωρίας *Stokes 2^{ης}* τάξης να περιγράψει κυματικά πεδία σε ενδιάμεσα βάθη νερών, δίνοντας λανθασμένα αποτελέσματα για τις παρούσες κυματικές συνθήκες.

Ακολουθούν τα διαγράμματα βάθους-οριζόντιας ταχύτητας και βάθους-οριζόντιας επιτάχυνσης, όπως αυτά υπολογίστηκαν από το μοντέλο *Stokes 5^{ης}* τάξης (Διάγραμμα 6.11 και 6.12, αντίστοιχα). Η οριζόντια επιτάχυνση μεγιστοποιείται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές από αυτές των θεωριών *Airy* και *Stokes 2^{ης}* τάξης για κάθε συνδυασμό ύψους-περιόδου κύματος. Εν προκειμένω, για $\{H_s, T_p\}$ υπολογίστηκε $t = 13.15s$, για $\{H_{max}, T_p\}$ υπολογίστηκε $t = 14.2s$ και για $\{H_{max}, T_{tt}\}$ υπολογίστηκε $t = 12s$. Τα μεγέθη εμφανίζουν τις μεγαλύτερες αποκλίσεις κοντά στην επιφάνεια. Κοντά στον πυθμένα παρατηρείται και πάλι ότι ο συνδυασμός $\{H_{max}, T_p\}$ οδηγεί σε μεγαλύτερα κινηματικά μεγέθη από τον $\{H_{max}, T_{tt}\}$, ενώ το αντίστροφο ισχύει για την περιοχή της επιφάνειας.



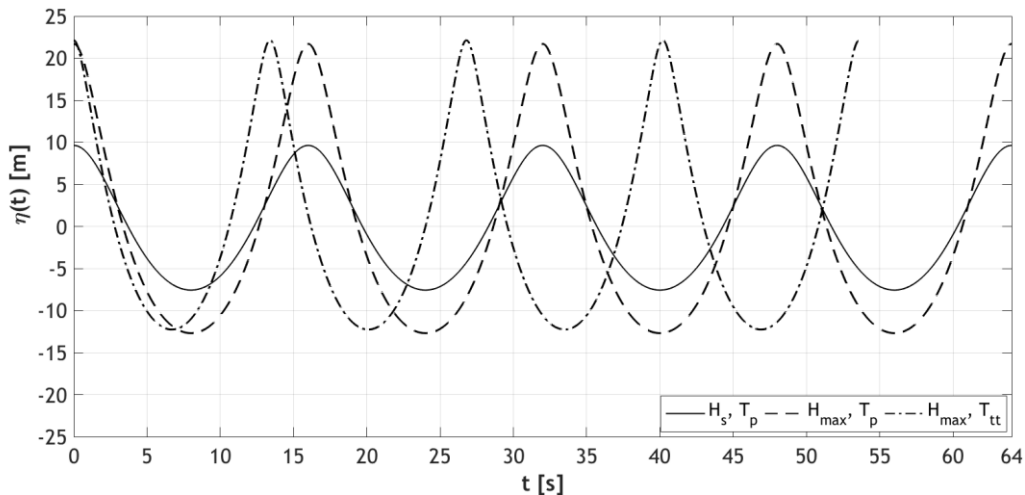
Διάγραμμα 6.11: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=0s$)-*Stokes 5^{ης}* τάξης.



Διάγραμμα 6.12: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=t_{max}$)-*Stokes 5^{ης}* τάξης.

6.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ FOURIER 18^{ης} ΤΑΞΗΣ

Σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά κάθε κυματικού γεγονότος και με τις εξισώσεις που διατυπώθηκαν, υπολογίστηκε η χρονοϊστορία της ελεύθερης επιφάνειας κατά *Fourier 18^{ης}* τάξης (Διάγραμμα 6.13). Η ελεύθερη επιφάνεια παρουσιάζει ασυμμετρία κατά τον οριζόντιο άξονα, η οποία γίνεται εντονότερη για μεγαλύτερα ύψη κύματος. Οι διαφορές μεταξύ των κυματικών γεγονότων είναι εμφανείς, με τις κορυφές να προκύπτουν στενότερες και τις κοιλίες ευρύτερες για μεγαλύτερο ύψος και συχνότητα κύματος. Τα αποτελέσματα του μοντέλου σχετικά με το προφίλ ανύψωσης παρατίθενται στον Πίνακα 6.7.



Διάγραμμα 6.13: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου ($x=0m$)-*Fourier 18^{ης}* τάξης.

Πίνακας 6.7: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τη θεωρία *Fourier 18^{ης}* τάξης.

Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη ανύψωση η_{max} [m]	Ελάχιστη ανύψωση η_{min} [m]
$\{H_s, T_p\}$	9.625	-7.575
$\{H_{max}, T_p\}$	21.705	-12.695
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	22.139	-12.261

Στον Πίνακα 6.8 παρατίθενται οι τιμές των μέγιστων κινηματικών μεγεθών για κάθε περίπτωση σύμφωνα με το μοντέλο *Fourier 18^{ης}* τάξης. Λόγω της εντονότερης κλίσης της ελεύθερης επιφάνειας για μεγάλο ύψος κύματος και συχνότητα, τα χαρακτηριστικά $\{H_{max}, T_{tt}\}$ οδηγούν στις μεγαλύτερες μέγιστες ταχύτητες και επιταχύνσεις. Και πάλι, οι ελάχιστες τιμές των μεγεθών αφορούν στο κυματικό γεγονός $\{H_s, T_p\}$. Η ταχύτητα μεγιστοποιείται τη στιγμή $t = 0s$ για κάθε κυματικό γεγονός, καθώς είναι συμφασική με την ανύψωση. Ωστόσο, οι χρονικές στιγμές, στις οποίες κορυφώνεται η επιτάχυνση προέκυψαν βάσει της κλίσης της επιφάνειας $t = 13.2s$ για $\{H_s, T_p\}$, $t = 14.35s$ για $\{H_{max}, T_p\}$ και $t = 12.35s$ για $\{H_{max}, T_{tt}\}$.

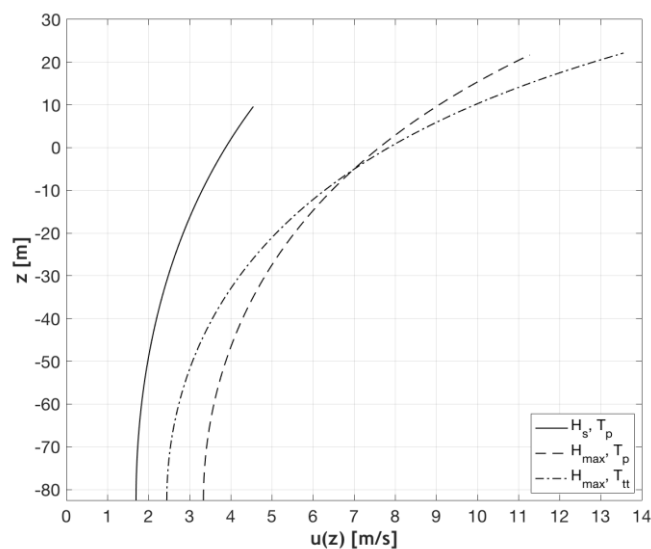
Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα διαγράμματα οριζόντιας ταχύτητας και επιτάχυνσης κατά το βάθος (Διάγραμμα 6.14 και 6.15, αντίστοιχα). Η διαφοροποίηση των κινηματικών μεγεθών είναι εντονότερη στη μέγιστη ανύψωση για κάθε κυματικό γεγονός. Επιπλέον, από

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

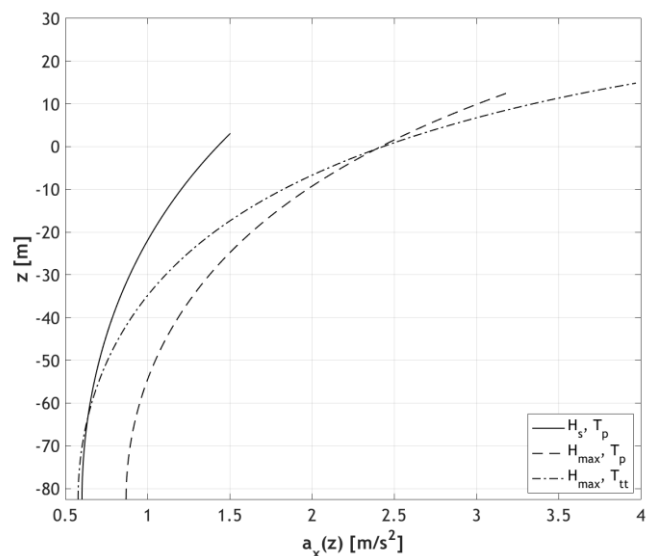
το διάγραμμα των επιταχύνσεων γίνεται φανερό η δραματική αύξηση της επιτάχυνσης με το βάθος για το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$. Αν και δίνει τις μικρότερες, σε σχέση με τα άλλα δύο γεγονότα, επιταχύνσεις κοντά στον πυθμένα, προκύπτει ιδιαίτερα αυξημένο κοντά στην επιφάνεια.

Πίνακας 6.8: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με τη θεωρία Fourier 18^{ης} τάξης.

Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη οριζόντια ταχύτητα u [m/s]	Μέγιστη οριζόντια επιτάχυνση a_x [m/s ²]
$\{H_s, T_p\}$	4.551	1.504
$\{H_{max}, T_p\}$	11.274	3.183
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	13.557	3.971



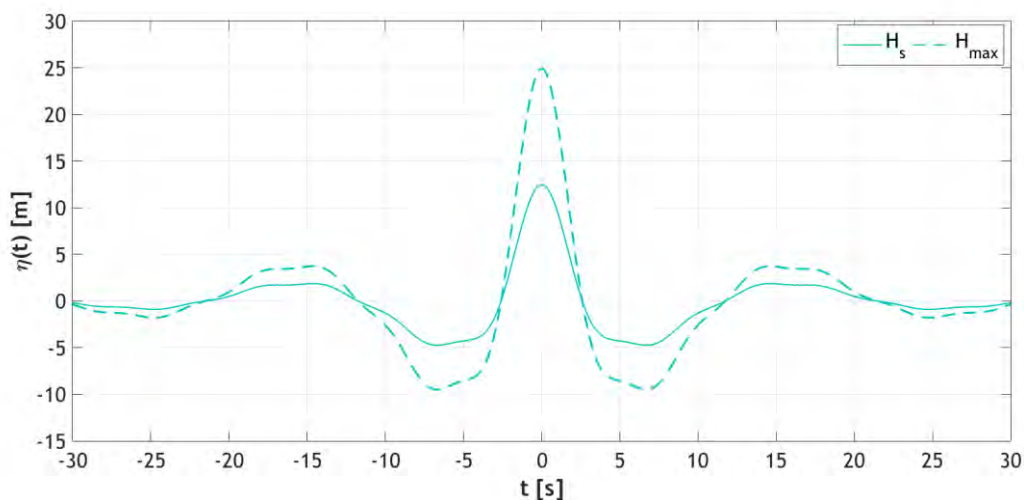
Διάγραμμα 6.14: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=0s$)-Fourier 18^{ης} τάξης.



Διάγραμμα 6.15: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους ($x=0m, t=t_{max}$)-Fourier 18^{ης} τάξης.

6.6 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΥΧΑΙΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ

Οι υπό μελέτη κυματισμοί βασίζονται στο γραμμικό μοντέλο *NewWave*, όπως αυτό παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.3. Πρόκειται για την αναπαράσταση της πιθανότερης μορφής ενός “μεγάλου” κυματισμού, που προκύπτει από συντονισμό των κυματικών συνιστωσών για $x = y = 0\text{m}$ και $t = 0\text{s}$. Η ιστορία της ελεύθερης επιφάνειας υπολογίστηκε βάσει της *LRWT* για τις δύο περιπτώσεις ύψους κύματος, $H_s = 17.2\text{m}$ και $H_{max} = 34.4\text{m}$, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 6.16. Σαφώς, η μέγιστη ανύψωση εμφανίζεται τη χρονική στιγμή $t = 0\text{s}$, με το προφίλ ανύψωσης να παρουσιάζει συμμετρία ως προς τον κατακόρυφο άξονα γύρω από τη μέγιστη τιμή του. Η μέγιστη και ελάχιστη κυματική ανύψωση για κάθε περίπτωση ύψους κύματος παρατίθεται στον Πίνακα 6.9. Όπως ήταν αναμενόμενο, σύμφωνα με τη γραμμική θεωρία, η μέγιστη ανύψωση για H_{max} προέκυψε διπλάσια από αυτή για H_s , καθώς ισχύει $H_{max} = 2H_s$.



Διάγραμμα 6.16: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσεως του χρόνου ($x=y=0\text{m}$)-LRWT.

Πίνακας 6.9: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με την LRWT.

Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη ανύψωση η_{max} [m]	Ελάχιστη ανύψωση η_{min} [m]
$\{H_s\}$	12.461	-4.739
$\{H_{max}\}$	24.922	-9.478

Από το Διάγραμμα 6.16 και τον Πίνακα 6.9 γίνεται φανερό ότι το κύμα εμφανίζει πολύ μεγάλη ασυμμετρία ως προς τον κατακόρυφο άξονα. Πρακτικά, ο λόγος η_{max}/H , γνωστός ως crest-trough asymmetry, και στις δύο περιπτώσεις υπολογίστηκε περίπου ίσος με $0.72 > 0.7$. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι ο κυματισμός είναι ιδιαίτερα μη γραμμικός, και η περιγραφή της κινηματικής του απαιτεί εφαρμογή μοντέλων ανώτερης τάξης.

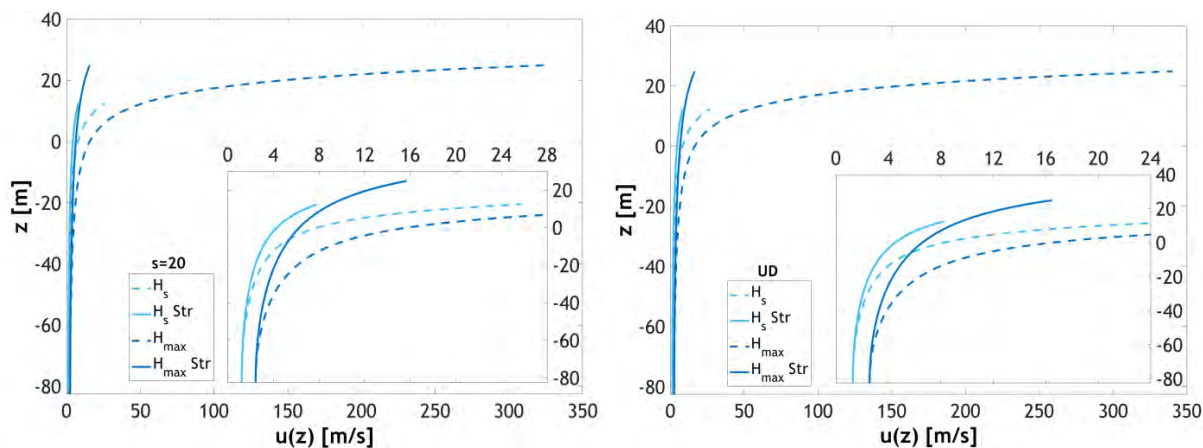
Τα κινηματικά μεγέθη υπολογίστηκαν βάσει της *LRWT* για μονοκατευθυντικό και κατευθυντικό πεδίο, με εφαρμογή της κατανομής *Mitsuyasu* παραμέτρου κατευθυντικότητας $s = 20$. Επιπρόσθετα, τα μεγέθη διορθώθηκαν με εφαρμογή της εμπειρικής σχέσης του *Wheeler*. Οι μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών που προέκυψαν για κάθε κυματικό γεγονός παρατίθενται στον Πίνακα 6.10, με τις διορθωμένες να αναφέρονται ως “*LRWT Str*” (stretched).

Πίνακας 6.10: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με τη LRWT.

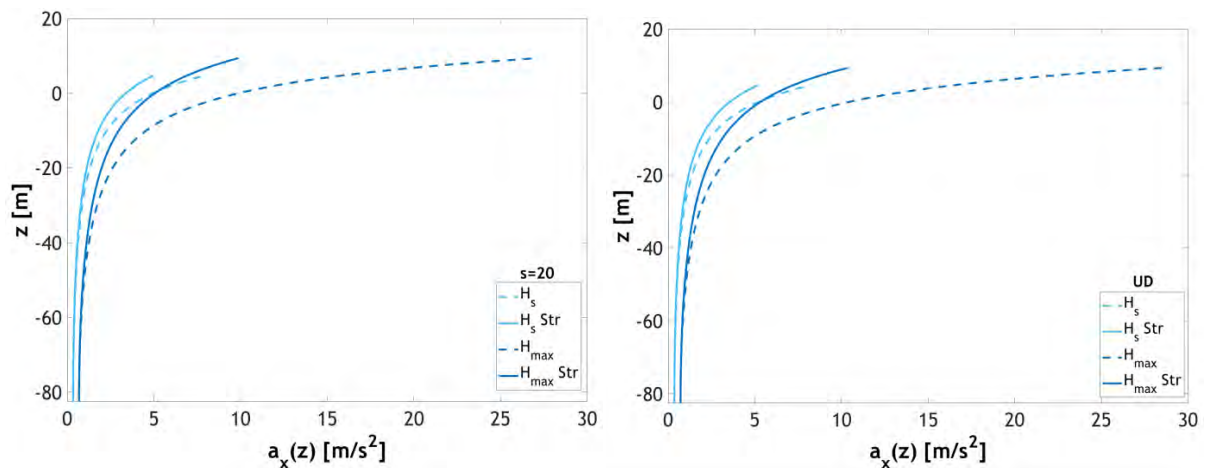
	LRWT		LRWT Str	
	Μέγιστη οριζόντια ταχύτητα u [m/s]	Μέγιστη οριζόντια επιτάχυνση a_x [m/s ²]	Μέγιστη οριζόντια ταχύτητα u [m/s]	Μέγιστη οριζόντια επιτάχυνση a_x [m/s ²]
$H_s, s=20$	25.760	7.887	7.847	4.938
$H_{max}, s=20$	324.103	27.190	15.694	9.877
$H_s, s \rightarrow \infty$	27.048	8.281	8.239	5.185
$H_{max}, s \rightarrow \infty$	340.309	28.549	16.479	10.371

Από τον παραπάνω πίνακα, γίνεται φανερή η επίδραση της κατευθυντικότητας, η οποία μειώνει κατά 4.67% τα μέγιστα κινηματικά μεγέθη. Ωστόσο, οι τιμές των μέγιστων κινηματικών μεγεθών που προέκυψαν για το κυματικό ύψος H_{max} , με και χωρίς να ληφθεί υπόψη η κατευθυντικότητα του πεδίου, είναι μη ρεαλιστικά. Για αυτό τον λόγο, δε λαμβάνονται υπόψη στην παρούσα εργασία. Η παρουσίαση τους έχει σκοπό την ανάδειξη της ικανότητας της εμπειρικής σχέσης του *Wheeler* να διορθώνει την επίδραση του φαινομένου “μόλυνσης λόγω υψηλών συχνοτήτων”. Εν προκειμένω, με εφαρμογή της σχέσης η μέγιστη ταχύτητα μειώθηκε κατά 69.54% και 95.16% και η μέγιστη επιτάχυνση κατά 37.39% και 63.67% για τα ύψη H_s και H_{max} , αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι όλες οι τιμές των κινηματικών μεγεθών που χρησιμοποιήθηκαν για τη σύγκριση των κυματικών μοντέλων καθώς και κατά τον υπολογισμό των φορτίσεων, είναι οι διορθωμένες.

Όπως αναμενόταν, η κορύφωση της οριζόντιας ταχύτητας εμφανίζεται τη χρονική στιγμή $t = 0s$ και για $z = \eta_{max}$. Η επιτάχυνση μεγιστοποιείται για τη μέγιστη κλίση της ελεύθερης επιφάνειας, που υπολογίστηκε τη χρονική στιγμή $t = -1.8s$. Ακολουθούν τα διαγράμματα που συσχετίζουν την ταχύτητα και την επιτάχυνση με το βάθος (Διάγραμμα 6.17 και 6.18, αντίστοιχα), στα οποία συμπεριλαμβάνονται και οι μη διορθωμένες τιμές των μεγεθών. Τα διαγράμματα αφορούν σε κατευθυντικό και μονοκατευθυντικό πεδίο, με τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις να είναι υπολογισμένες για τις χρονικές στιγμές μεγιστοποίησης τους. Όπως γίνεται φανερό, η μόλυνση λόγω των υψηλών συχνοτήτων παρατηρείται εντονότερη κοντά στην επιφάνεια και κυρίως για τον κυματισμό μεγαλύτερου ύψους.



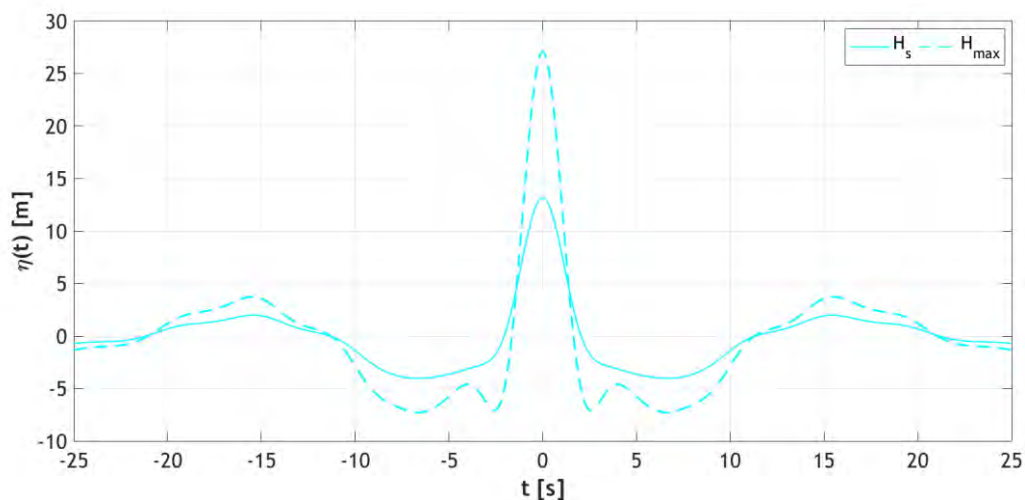
Διάγραμμα 6.17: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=y=0m, t=0s$)-LRWT (αριστερά): $s=20$ (δεξιά): $s \rightarrow \infty$.



Διάγραμμα 6.18 : Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους($x=y=0m$, $t=-1.8s$)-LRWT (αριστερά): $s=20$ (δεξιά): $s \rightarrow \infty$.

6.7 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΥΧΑΙΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ 2^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ

Το προφίλ ανύψωσης, με εφαρμογή του μοντέλου τυχαίων κυματισμών 2^{ης} τάξης (SD , εφεξής), υπολογίστηκε για τις δύο τιμές ύψους κύματος, $H_s = 17.2m$ και $H_{max} = 34.4m$, και παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 6.19. Η μορφή του κυματισμού προέκυψε βάσει ενός *NewWave* 2^{ης} τάξης και αφορά σε συντονισμό των κυματικών συνιστωσών για $x = y = 0m$ και $t = 0s$. Η ανύψωση είναι και πάλι συμμετρική κατά τον κατακόρυφο άξονα, γύρω από τη χρονική στιγμή μεγιστοποίησης της ($t = 0s$).

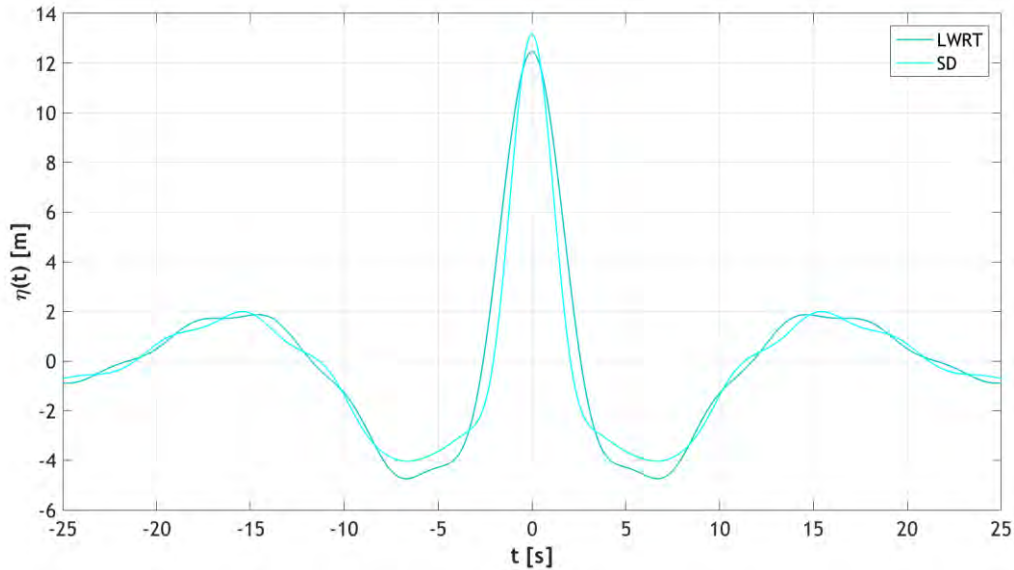


Διάγραμμα 6.19: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου($x=y=0m$)- SD .

Με μία πρώτη ματιά, γίνεται φανερό ότι η ιστορία της ελεύθερης επιφάνειας κατά SD παρουσιάζει ομοιότητα με αυτή της $LRWT$. Ωστόσο, οι κορυφές για το μοντέλο SD προέκυψαν ψηλότερες και στενότερες και οι κοιλίες κοντύτερες και πλατύτερες από αυτές της $LRWT$. Αυτό αποτυπώνεται στο Διάγραμμα 6.20, όπου τα δύο μοντέλα συγκρίνονται για την περίπτωση κυματικού ύψους H_s . Το συνολικό ύψος ορίστηκε ίδιο, με τις τιμές μέγιστης ανύψωσης για τα δύο μοντέλα να διαφέρουν κατά $0.705m$, καθώς για $x = y = 0m$ και $t = 0s$ υπολογίστηκαν $\eta_{max,LRWT} = 12.461m$ και $\eta_{max,SD} = 13.166m$. Κατά αυτόν τον τρόπο γίνεται εμφανής η επιρροή των όρων 2^{ης} τάξης στο προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο όρος πρώτης τάξης για το μοντέλο SD δεν ισοδυναμεί με την ανύψωση κατά $LRWT$, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 5.7. Εν προκειμένω, για

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

το ύψος H_s ο πρώτος όρος κατά SD υπολογίστηκε $\eta_{max,SD}^{(1)} = 11.443m < \eta_{max,LRWT} = 12.461m$. Οι τιμές μέγιστης και ελάχιστης ανύψωσης κατά SD για κάθε περίπτωση ύψους κύματος παρατίθενται στον Πίνακα 6.11.



Διάγραμμα 6.20: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσει του χρόνου, για την περίπτωση ύψους κύματος H_s ($x=y=0m$)-LRWT και SD .

Πίνακας 6.11: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με την SD .

Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη ανύψωση η_{max} [m]	Ελάχιστη ανύψωση η_{min} [m]
$\{H_s\}$	13.166	-4.034
$\{H_{max}\}$	27.117	-7.283

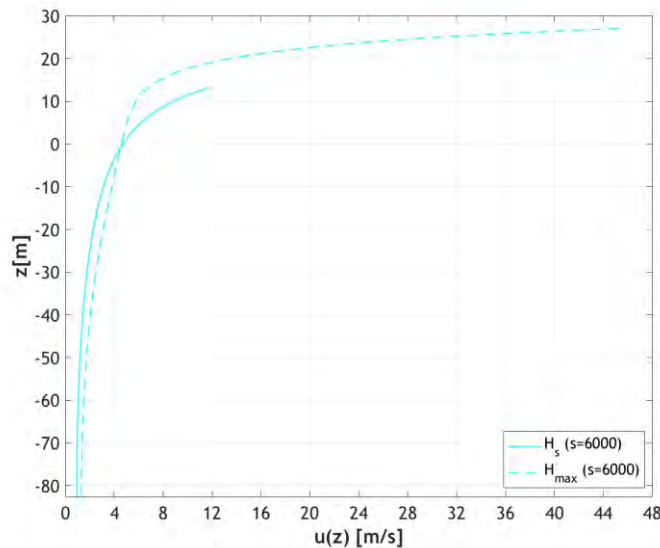
Έπειτα, υπολογίστηκαν οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις χωρίς να ληφθεί υπόψη η κατευθυντικότητα του πεδίου και οι μέγιστες τιμές τους παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.12. Οι κατευθυντικές λύσεις του μοντέλου δεν υπολογίστηκαν, λόγω της χρονοβόρας διαδικασίας που απαιτείται για την εξαγωγή τους. Όπως γίνεται φανερό, το μοντέλο δίνει μη ρεαλιστικές ταχύτητες στην περιοχή της επιφάνειας στην περίπτωση του μέγιστου κυματικού ύψους H_{max} .

Πίνακας 6.12: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών σύμφωνα με την SD

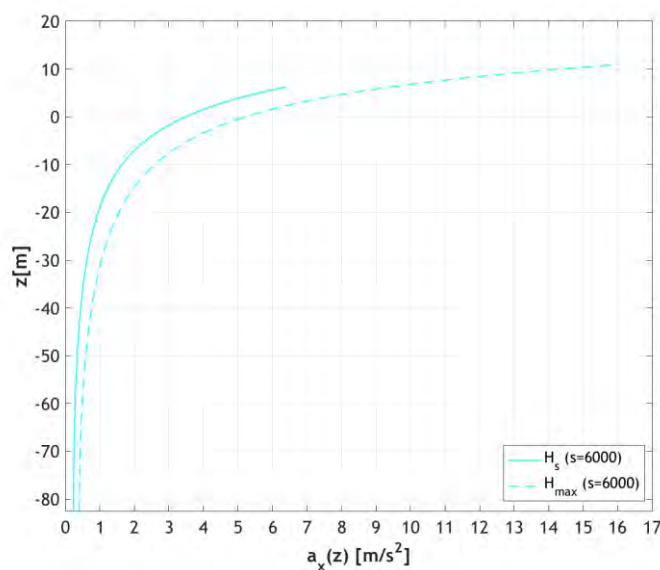
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη οριζόντια ταχύτητα u [m/s]	Μέγιστη οριζόντια επιτάχυνση a_x [m/s ²]
$H_s, s \rightarrow \infty$	11.656	6.386
$H_{max}, s \rightarrow \infty$	45.328	16.026

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Η οριζόντια ταχύτητα μεγιστοποιείται ταυτόχρονα με την ελεύθερη επιφάνεια για $x = y = 0m$ και $t = 0s$. Οι χρονικές στιγμές μεγιστοποίησης της επιτάχυνσης διαφοροποιούνται για τα κυματικά γεγονότα και προέκυψαν $t = -1.2s$, $t = -1.1s$ για $\{H_s, s \rightarrow \infty\}$ και $\{H_{max}, s \rightarrow \infty\}$, αντίστοιχα. Η ταχύτητα και η επιτάχυνση υπολογίστηκαν συναρτήσει του βάθους για τις χρονικές στιγμές στις οποίες αυτές μεγιστοποιούνται (Διάγραμμα 6.21 και 6.22, αντίστοιχα). Όπως γίνεται φανερό τα κινηματικά μεγέθη διαφοροποιούνται σημαντικά πάνω από τη στάθμη ηρεμίας.



Διάγραμμα 6.21: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους ($x=y=0m$, $t=0s$)-SD ($s \rightarrow \infty$).

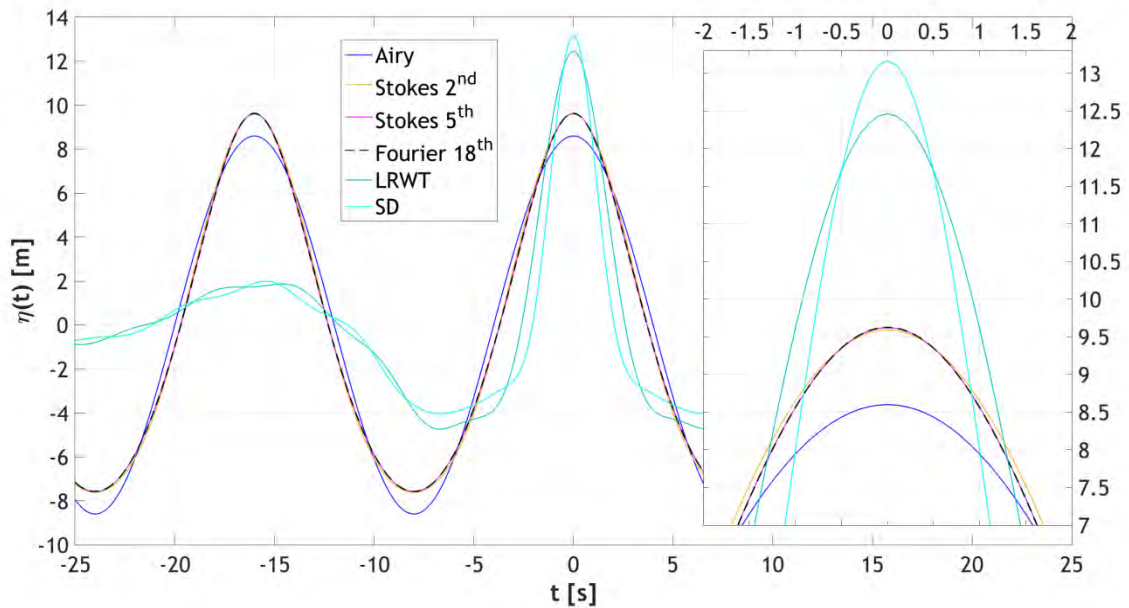


Διάγραμμα 6.22: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους ($x=y=0m$, t_{max})-SD ($s \rightarrow \infty$).

6.9 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΘΕΩΡΙΩΝ

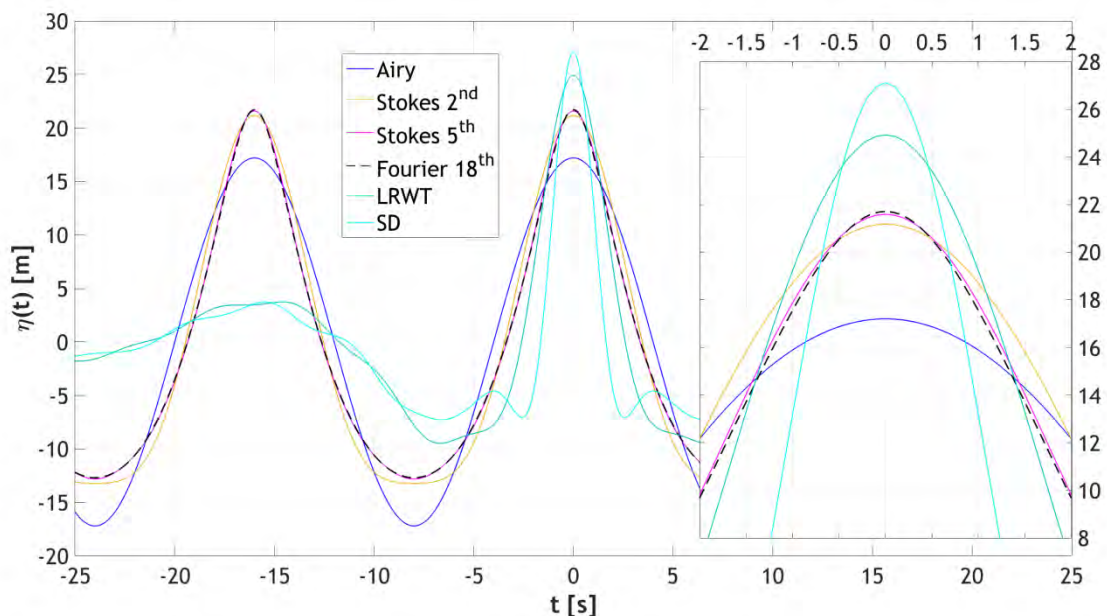
Σε αυτή την παράγραφο γίνεται σύγκριση των κυματικών μοντέλων για μονοκατευθυντικές και κατευθυντικές λύσεις, με τις πρώτες να αναφέρονται ως “UD” και τις δεύτερες ως “3D”.

Αρχικά παρουσιάζεται η χρονοϊστορία της ανύψωσης για κάθε κυματικό γεγονός (Διάγραμμα 6.23, 6.24 και 6.25). Όπως αναμενόταν, σε κάθε περίπτωση, οι ψηλότερες και στενότερες κορυφές προέκυψαν για τη θεωρία SD, ενώ οι κοντύτερες και πλατύτερες για τη θεωρία Airy.



Διάγραμμα 6.23: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσεως του χρόνου-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_s, T_p\}$, $x=0m$. Για τυχαίες θεωρίες: (H_s) , $x=y=0m$).

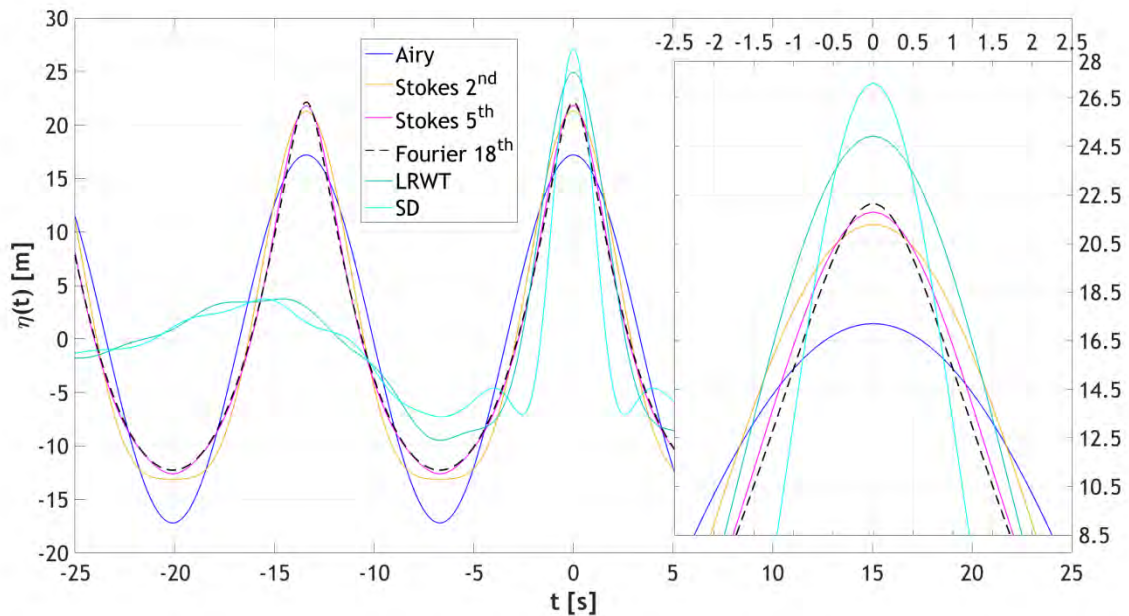
Αναφορικά με τα μονοχρωματικά μοντέλα του Stokes 2^{ης} τάξης, 5^{ης} τάξης και του Fourier 18^{ης} τάξης, το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας παρουσιάζει ομοιότητα για το γεγονός $\{H_s, T_p\}$. Πιο συγκεκριμένα, η μέγιστη ανύψωση κατά Airy υπολογίστηκε μικρότερη κατά 11.9% από αυτή του Fourier. Ωστόσο, η ανύψωση στους μονοχρωματικούς κυματισμούς διαφοροποιείται σημαντικά για μεγαλύτερο ύψος κύματος και ειδικά για μεγαλύτερο ύψος και συχνότητα. Στην πρώτη περίπτωση, η ανύψωση της γραμμικής θεωρίας είναι μικρότερη κατά 26.2% και στη δεύτερη κατά 28.7% από αυτή του Fourier. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς αντικατοπτρίζει την ανάγκη εφαρμογής μοντέλων ανώτερης τάξης για αύξηση της μη γραμμικότητας του κυματισμού.



Διάγραμμα 6.24: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσεως του χρόνου-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_p\}$, $x=0m$. Για τυχαίες θεωρίες: (H_{max}) , $x=y=0m$).

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Τα μοντέλα ανώτερης τάξης οδηγούν σε όξυνση των κορυφών και διεύρυνση των κοιλιών, με αποτέλεσμα η ελεύθερη επιφάνεια να πλησιάζει όλο και περισσότερο την πιο πιθανή μορφή ενός μεγάλου κυματισμού (focused wave event κατά LRWT και SD). Εν προκειμένω, η ανύψωση για την *Fourier 18th* τάξης προέκυψε μικρότερη κατά 33.6% της SD για το σημαντικό ύψος, με το ποσοστό να μειώνεται στο 22.5% για το ύψος σχεδιασμού και τη σχετική περίοδο.



Διάγραμμα 6.25: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας συναρτήσεως του χρόνου-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_{tt}\}$, $x=0m$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$).

Αναφορικά με το 2^{ης} τάξης μη γραμμικό μοντέλο του Stokes, οι κοιλίες προέκυψαν ιδιαίτερα διευρυμένες. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι το μοντέλο δεν συγκλίνει για τα κυματικά γεγονότα που μελετώνται και γίνεται εμφανές κυρίως στις περιπτώσεις μεγάλου ύψους κύματος (Διάγραμμα 6.24 και 6.25). Στον Πίνακα 6.13 παρατίθενται οι τιμές της μέγιστης ανύψωσης για κάθε κυματικό μοντέλο.

Πίνακας 6.13: Ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας-Σύγκριση κυματικών θεωριών

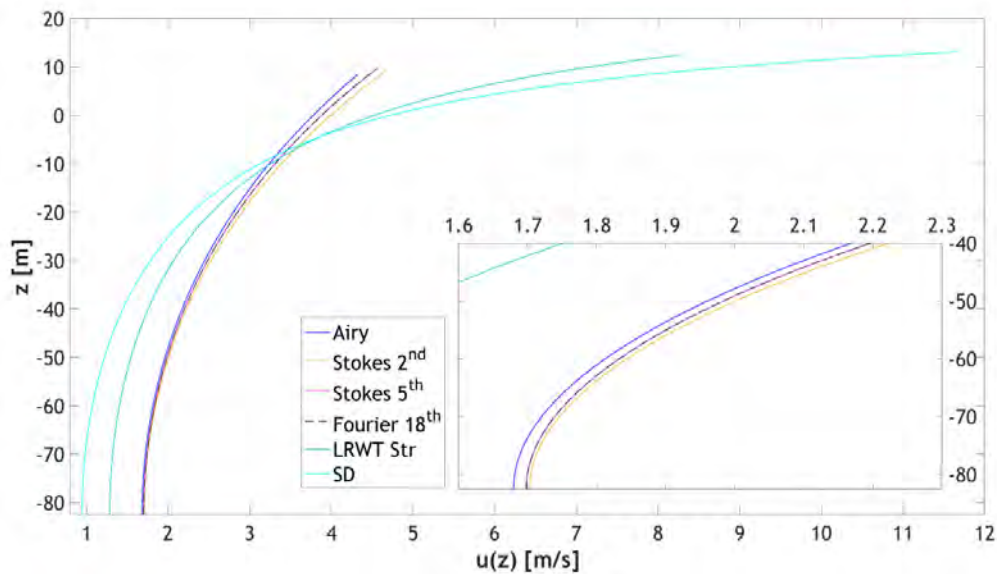
Κυματικό Μοντέλο	Μέγιστη ανύψωση η [m]		
	$H_s=17.2m$ ($T_p=16s$)*	$H_{max}=34.4m$ ($T_p=16s$)*	$H_{max}=34.4m$ ($T_{tt}=13.4s$)*
Airy	8.600	17.200	17.200
Stokes 2nd	9.594	21.176	21.284
Stokes 5th	9.624	21.592	21.796
Fourier 18th	9.625	21.705	22.139
LRWT	12.461	24.922	24.922
SD	13.166	27.117	27.117

* (αναφέρεται στις μονοχρωματικές θεωρίες)

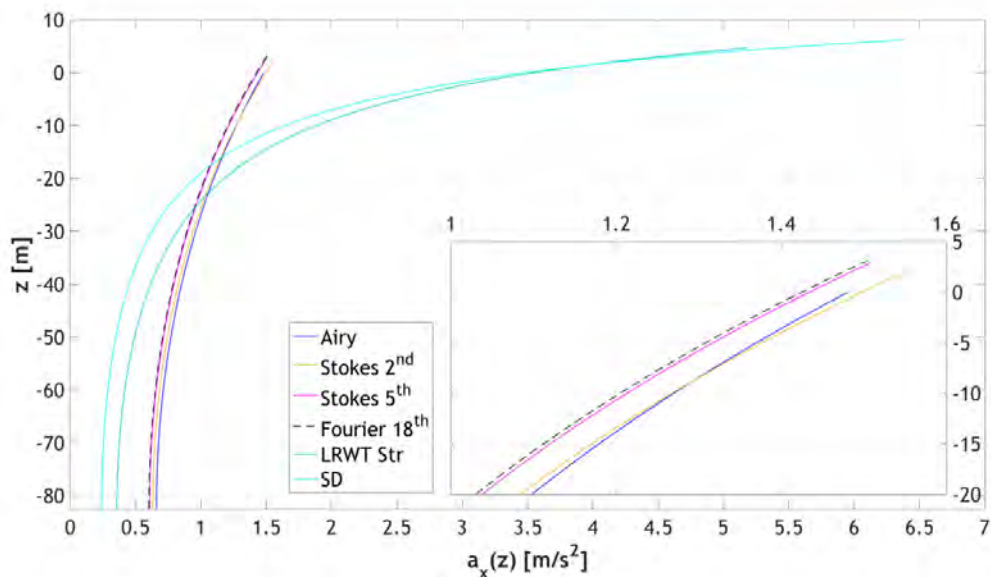
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Στη συνέχεια γίνεται περιγραφή των λύσεων που αφορούν σε μονοκατευθυντικό πεδίο. Η οριζόντια ταχύτητα και επιτάχυνση συναρτήσει του βάθους υπολογίστηκαν για κάθε θεωρία και κυματικό γεγονός και παρουσιάζονται παρακάτω. Οι καμπύλες των ταχυτήτων (Διάγραμμα 6.26, 6.28 και 6.30) αφορούν στη χρονική στιγμή $t = 0s$ και στη θέση $x = y = 0m$. Τα διαγράμματα οριζόντιας επιτάχυνσης βάθους (Διάγραμμα 6.27, 6.29 και 6.31), αφορούν στις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η ανύψωση παρουσιάζει τη μεγαλύτερη κλίση, $(\partial\eta/\partial t)_{max}$ για κάθε θεωρία και κυματικό γεγονός.

Για το κυματικό ύψος H_s στην περιοχή του πυθμένα, τα μικρότερα κινηματικά μεγέθη προέκυψαν για το μοντέλο SD, ακολουθούμενο από την LRWT, διαφέροντας σημαντικά από αυτά των μονοχρωματικών θεωριών. Οι καμπύλες ακολουθούν παρόμοια πορεία έως και τη στάθμη -30m για τις ταχύτητες και -20m για τις επιταχύνσεις.



Διάγραμμα 6.26: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_s, T_p\}$, $x=0m$, $t=0s$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_s\}$, $x=y=0m$, $t=0s$).

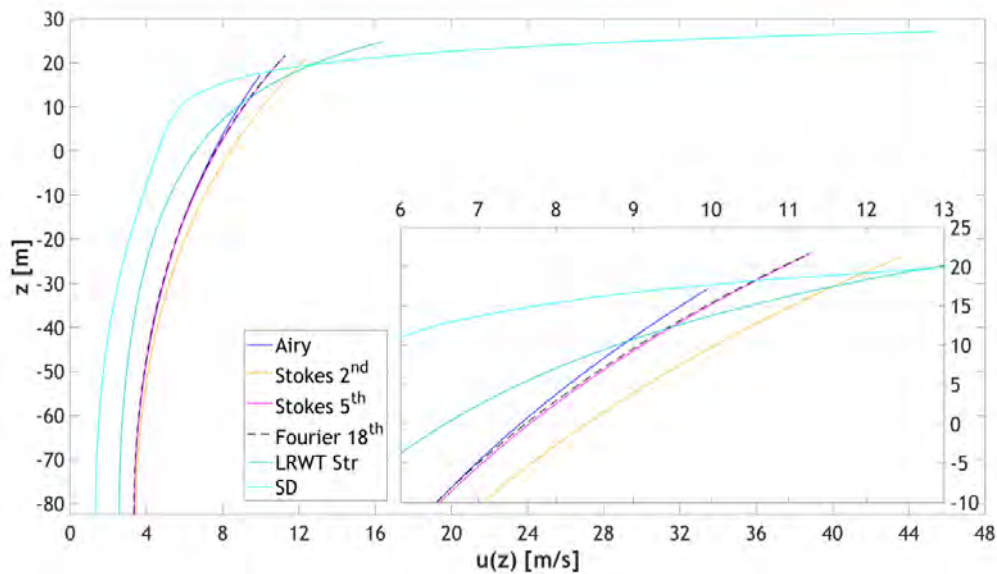


Διάγραμμα 6.27: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_s, T_p\}$, $x=0m$, t_{max} . Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_s\}$, $x=y=0m$, t_{max}).

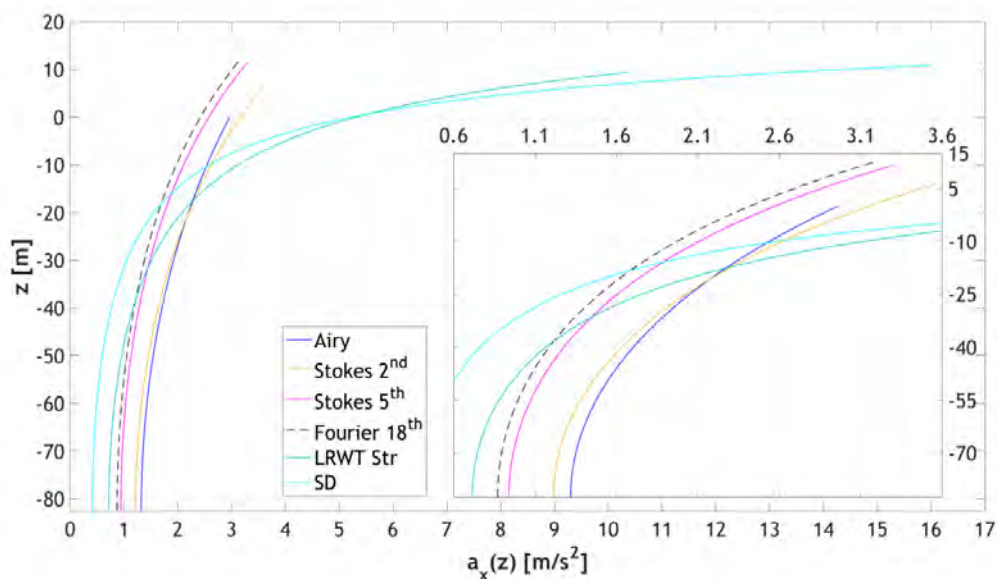
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Οι μεγαλύτερες ταχύτητες του πυθμένα αφορούν στο μοντέλο 2^{ης} τάξης του Stokes, ενώ οι μεγαλύτερες επιταχύνσεις στο μοντέλο του Airy. Παρόλα αυτά, οι διαφορές των κινηματικών μεγεθών στον πυθμένα για τα μοντέλα κανονικών κυματισμών είναι μικρές. Κοντά στη στάθμη ηρεμίας οι καμπύλες διαφοροποιούνται αισθητά, με τα μεγέθη κατά SD να είναι τα μεγαλύτερα, ακολουθούμενα από την LRWT και τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης. Τα μοντέλα Stokes 5^{ης} τάξης και Fourier 18^{ης} τάξης οδήγησαν σε πολύ κοντινές τιμές, ακολουθώντας την ίδια πορεία στην κατακόρυφη διεύθυνση. Το γεγονός αυτό ήταν αναμενόμενο, καθώς ο κυματισμός δεν είναι ιδιαίτερα μη γραμμικός με αποτέλεσμα να περιγράφεται επαρκώς από ένα μοντέλο που συμπεριλαμβάνει όρους 5^{ης} τάξης.

Ο συνδυασμός $\{H_{max}, T_p\}$, με την περίοδο να αφορά σε μονοχρωματικούς κυματισμούς, οδήγησε σε παρόμοια συμπεριφορά στην περιοχή του πυθμένα.



Διάγραμμα 6.28: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_p\}$, $x=0m$, $t=t_{max}$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$, $t=t_{max}$).

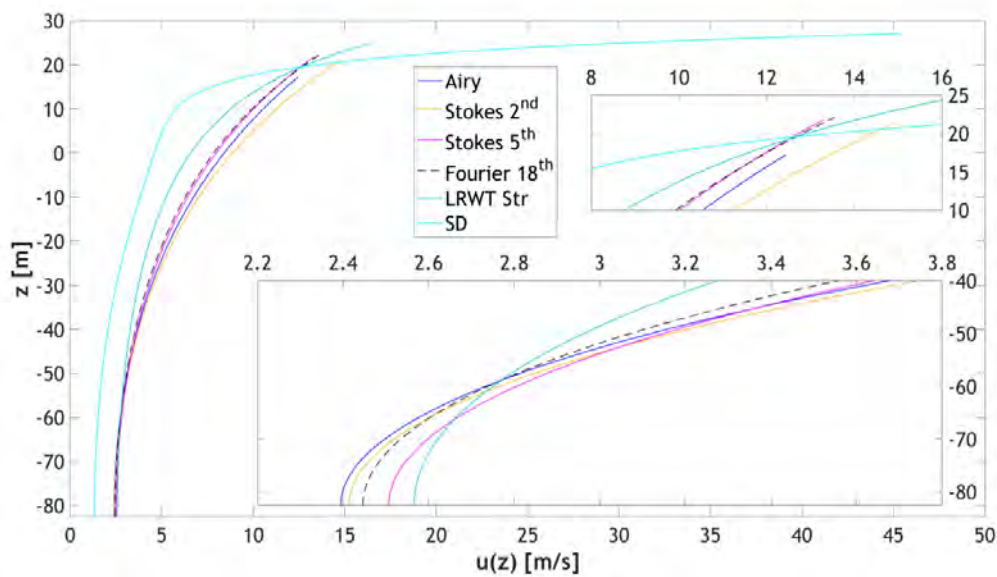


Διάγραμμα 6.29: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_p\}$, $x=0m$, $t=t_{max}$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$, $t=t_{max}$).

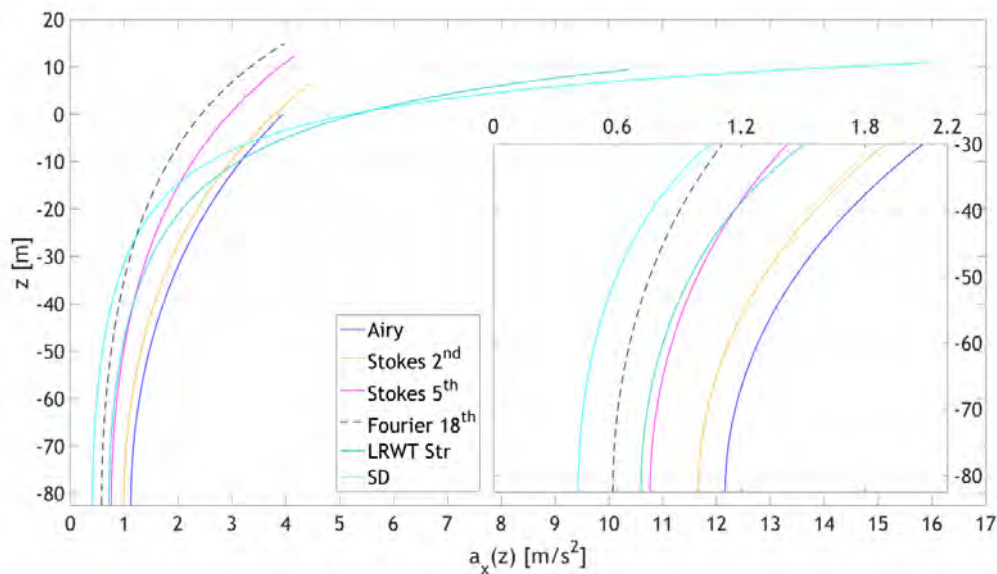
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Οι μέγιστες ταχύτητες προέκυψαν και πάλι από τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης, οι μέγιστες επιταχύνσεις από τη θεωρία Airy και τα ελάχιστα κινηματικά μεγέθη από την SD. Ωστόσο, οι διαφορές μεταξύ των μονοχρωματικών θεωριών είναι πλέον εμφανείς. Στη στάθμη ηρεμίας το μοντέλο 2^{ης} τάξης του Stokes οδήγησε στη μεγαλύτερη ταχύτητα, ενώ τα SD και LRWT στη μεγαλύτερη επιτάχυνση. Σημειώνεται, ότι οι ταχύτητες κοντά στη μέγιστη ανύψωση σύμφωνα με το μοντέλο SD είναι μη ρεαλιστικές. Και πάλι οι καμπύλες για τις θεωρίες Stokes 5^{ης} τάξης και Fourier 18^{ης} τάξης ακολουθούν παρόμοια πορεία κατά το βάθος. Οι τιμές των ταχυτήτων για τις δύο θεωρίες είναι σχεδόν ίδιες, ενώ αυτές των επιταχύνσεων διαφοροποιούνται, αναδεικνύοντας τη σημασία εισαγωγής όρων τάξης ανώτερης του πέντε.

Για το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ το μοντέλο SD οδήγησε για μια ακόμη φορά στα μικρότερα κινηματικά μεγέθη του πυθμένα. Ειδικά, στην περίπτωση των ταχυτήτων το μοντέλο έδωσε τις μικρότερες τιμές έως και 19m πάνω από τη στάθμη ηρεμίας.



Διάγραμμα 6.30: Προφίλ οριζόντιας ταχύτητας συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_{tt}\}$, $x=0m$, $t=t_{max}$. Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$, $t=t_{max}$).



Διάγραμμα 6.31: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_{tt}\}$, $x=0m$, t_{max} . Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$, t_{max}).

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Οι μεγαλύτερες ταχύτητες στην περιοχή του πυθμένα για βάθος έως και -66m αφορούν στην *LRWT*, ενώ οι μεγαλύτερες επιταχύνσεις για έως και -10m στη θεωρία *Airy*. Για την περιοχή βάθους από -66m έως και 18m πάνω από τη στάθμη ηρεμίας οι ταχύτητες κατά *LRWT* προέκυψαν μικρότερες από κάθε μονοχρωματική θεωρία. Στη στάθμη ηρεμίας οι μεγαλύτερες ταχύτητες προέκυψαν από τη θεωρία *Stokes 2^{ης} τάξης*, ενώ οι μέγιστες επιταχύνσεις για τις *LRWT* και *SD*. Οι αποκλίσεις των καμπυλών για τα μοντέλα *Stokes 5^{ης} τάξης* και *Fourier 18^{ης} τάξης* είναι σημαντικές στην περίπτωση του εντόνως μη γραμμικού κυματισμού που μελετάται και προκύπτει εντονότερη στην περίπτωση των επιταχύνσεων. Ωστόσο, οι καμπύλες ακολουθούν της ίδια πορεία κατά τον κατακόρυφο άξονα. Στη συνέχεια, παρατίθεται ο Πίνακας 6.14 που περιλαμβάνει τις μέγιστες τιμές των ταχυτήτων και επιταχύνσεων, όπως αυτές υπολογίστηκαν για κάθε κυματικό μοντέλο.

Πίνακας 6.14: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών-Σύγκριση κυματικών θεωριών για μονοκατευθυντικό πεδίο

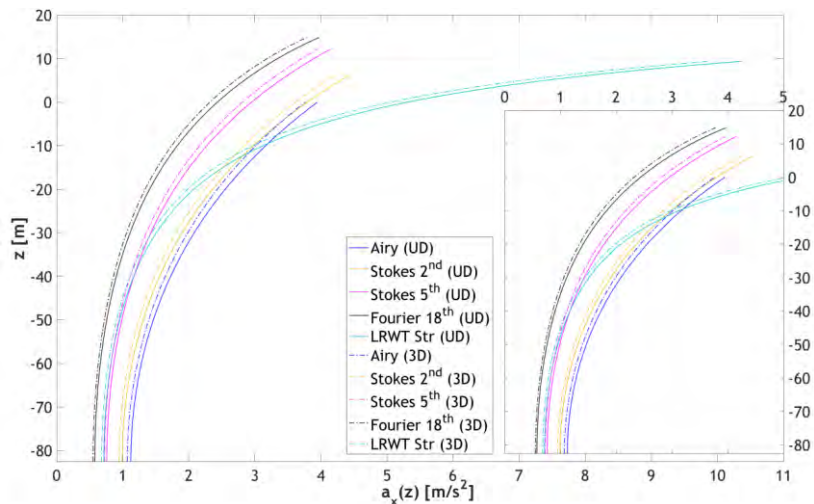
		UD		
Κυματικό Γεγονός	Κυματικό Μοντέλο	Μέγιστη οριζόντια ταχύτητα u [m/s]	Μέγιστη οριζόντια επιτάχυνση a_x [m/s ²]	Ανύψωση στη μέγιστη επιτάχυνση η [m]
$H_s=17.2\text{m}$ ($T_p=16\text{s}$)*	<i>Airy</i>	4.327	1.481	0
	<i>Stokes 2nd</i>	4.694	1.556	2.221
	<i>Stokes 5th</i>	4.552	1.509	2.923
	<i>Fourier 18th</i>	4.551	1.504	3.100
	<i>LWRT Str</i>	8.239	5.185	4.702
	<i>SD</i>	11.656	6.386	6.248
$H_{max}=34.4\text{m}$ ($T_p=16\text{s}$)*	<i>Airy</i>	9.961	2.962	0
	<i>Stokes 2nd</i>	12.425	3.568	6.327
	<i>Stokes 5th</i>	11.264	3.294	11.502
	<i>Fourier 18th</i>	11.274	3.183	12.495
	<i>LWRT Str</i>	16.479	10.371	9.404
	<i>SD</i>	45.328	16.026	10.931
$H_{max}=34.4\text{m}$ ($T_{tt}=13.4\text{s}$)*	<i>Airy</i>	12.434	3.945	0
	<i>Stokes 2nd</i>	14.868	4.449	6.386
	<i>Stokes 5th</i>	13.300	4.149	12.230
	<i>Fourier 18th</i>	13.557	3.971	14.859
	<i>LWRT Str</i>	16.479	10.371	9.404
	<i>SD</i>	45.328	16.026	10.931

*(αναφέρεται στις μονοχρωματικές θεωρίες)

Η εισαγωγή της κατευθυντικότητας μείωσε αισθητά τα κινηματικά μεγέθη σε όλα τα μοντέλα που μελετήθηκαν, με τις καμπύλες να έχουν μετακινηθεί προς τα αριστερά. Ωστόσο, το σχήμα των καμπυλών δεν επηρεάστηκε και τα συμπεράσματα παραμένουν ίδια. Η μείωση των κινηματικών μεγεθών, ή αλλιώς η επιρροή της κατευθυντικότητας, είναι μεγαλύτερη στις περιοχές μεγιστοποίησης των μεγεθών (κοντά στη στάθμη ηρεμίας) και μικρότερη στις περιοχές που τα μεγέθη ελαχιστοποιούνται (κοντά στον πυθμένα). Επιπλέον,

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

παρατηρήθηκε ότι οι διαφορές μεταξύ των κανονικών και τυχαίων κυματισμών αναφορικά με τα κινηματικά μεγέθη, μειώνονται με εισαγωγή της κατευθυντικότητας. Με άλλα λόγια, οι κανονικές λύσεις είναι πιο κοντά στις τυχαίες λύσεις για κατευθυντικό πεδίο. Το γεγονός αυτό, αποτυπώνεται στο διάγραμμα επιτάχυνσης βάθους για τον συνδυασμό $\{H_{max}, T_{tt}\}$, όπου οι κατευθυντικές λύσεις συγκρίνονται με τις μονοκατευθυντικές (Διάγραμμα 6.32). Στον Πίνακα 6.15 παρουσιάζονται οι τιμές των μέγιστων κινηματικών μεγεθών κάθε θεωρίας και κυματικού γεγονότος, όπως προέκυψαν για κατευθυντικό πεδίο.



Διάγραμμα 6.32: Προφίλ οριζόντιας επιτάχυνσης συναρτήσει του βάθους-Σύγκριση κυματικών θεωριών για κατευθυντικό και μονοκατευθυντικό πεδίο (Για μονοχρωματικές θεωρίες: $\{H_{max}, T_{tt}\}$, $x=0m$, t_{max} . Για τυχαίες θεωρίες: $\{H_{max}\}$, $x=y=0m$, t_{max}).

Πίνακας 6.15: Μέγιστες τιμές των κινηματικών μεγεθών-Σύγκριση κυματικών θεωριών για κατευθυντικό πεδίο

		3D		
Κυματικό Γεγονός	Κυματικό Μοντέλο	Μέγιστη οριζόντια ταχύτητα u [m/s]	Μέγιστη οριζόντια επιτάχυνση a_x [m/s ²]	Ανύψωση στη μέγιστη επιτάχυνση η [m]
	Airy	4.123	1.412	0
$H_s=17.2m$ ($T_p=16s$)*	Stokes 2nd	4.474	1.483	2.221
	Stokes 5th	4.338	1.438	2.923
	Fourier 18th	4.337	1.433	3.100
	LWRT Str	7.847	4.938	4.702
$H_{max}=34.4m$ ($T_p=16s$)*	Airy	9.493	2.823	0
	Stokes 2nd	11.841	3.401	6.327
	Stokes 5th	10.734	3.139	11.502
	Fourier 18th	10.744	3.034	12.495
	LWRT Str	15.694	9.877	9.404
$H_{max}=34.4m$ ($T_{tt}=13.4s$)*	Airy	11.849	3.759	0
	Stokes 2nd	14.169	4.239	6.386
	Stokes 5th	12.675	3.954	12.230
	Fourier 18th	12.920	3.784	14.859
	LWRT Str	15.694	9.877	9.404

*(αναφέρεται στις μονοχρωματικές θεωρίες)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΚΥΜΑΤΙΚΕΣ ΦΟΡΤΙΣΕΙΣ

Οι κατασκευές ανοικτής θάλασσας υπόκεινται σε ποικίλα είδη φορτίσεων: βαρύτητα, υδροστατική πίεση, καθώς και περιβαλλοντικά φορτία, που προκαλούνται από τους κυματισμούς, τα θαλάσσια ρεύματα, τον άνεμο, το χιόνι και τον πάγο. Επιπρόσθετα, σε ειδικές περιπτώσεις οι κατασκευές αυτές είναι πιθανό να εκτεθούν σε φορτίσεις λόγω σεισμού ή φωτιάς. Ωστόσο, τα φορτία που αφορούν στους κυματισμούς, τα θαλάσσια ρεύματα και τον πάγο αποτελούν το πιο σημαντικό, από ποσοτική άποψη, μέρος του συνολικού φορτίου που δρα στην κατασκευή. Η παρούσα παράγραφος εστιάζει στα περιβαλλοντικά φορτία που προκαλούνται από τους κυματισμούς.

7.1 ΦΟΡΤΙΣΗ ΛΕΠΤΩΝ ΜΕΛΩΝ-Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ MORISON

Στην περίπτωση που μελετώνται οι κυματικές φορτίσεις δομικών μελών μικρής διαμέτρου εφαρμόζεται η γνωστή εξίσωση του Morison (*Morison et al., 1950^[15]*), (Εξ. 7.1). Η πρόβλεψη των κυματικών φορτίσεων βασίζεται στην υπόθεση ότι η ροή δεν επηρεάζεται σημαντικά από την ύπαρξη του μέλους. Κατά αυτόν τον τρόπο, η ισχύς εφαρμογής της εξίσωσης του Morison καθορίζεται από τον λόγο του χαρακτηριστικού μήκους του μέλους (συνήθως η διάμετρος του μέλους) προς το μήκος κύματος, D/λ , ο οποίος ορίζεται μικρότερος του 0.2.

$$F = C_D \frac{1}{2} \rho u |u| D + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{Εξίσωση 7.1}$$

όπου:

- F : η δύναμη ανά μονάδα μήκους, [Nm^{-1}]
- C_D : ο συντελεστής συρτικής δύναμης, [-]
- C_M : ο συντελεστής αδρανειακής δύναμης, [-]
- ρ : η πυκνότητα του ρευστού, [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
- D : η διάμετρος του κυλίνδρου, [m]
- u : η οριζόντια ταχύτητα των σωματιδίων, [m/s]

Η Εξίσωση 7.1 αποτελείται από το άθροισμα δύο όρων, με τον καθένα να συμβάλλει σε διαφορετικό βαθμό στον υπολογισμό της συνολικής δύναμης. Ο πρώτος όρος είναι η συρτική συνιστώσα της δύναμης (drag force, F_D) και εξαρτάται κατά κύριο λόγο από την ταχύτητα των σωματιδίων. Η συρτική δύναμη προκύπτει από τη διαφορά πίεσης που αναπτύσσεται γύρω από το μέλος, δηλαδή τον βαθμό “αποκόλλησης” της ροής ανάντη και κατόντη του μέλους, λόγω της ύπαρξης ιξώδους. Ο δεύτερος όρος αποτελεί την αδρανειακή συνιστώσα της δύναμης (inertia force, F_M), η οποία εξαρτάται από την επιτάχυνση των σωματιδίων και σχετίζεται με τη μη μονιμότητα της κατανομής της πίεσης. Η συνιστώσα αδρανείας είναι σημαντική κυρίως για μικρές ταχύτητες, ενώ λαμβάνεται υπόψη σε κάθε περίπτωση ροής. Οι συνιστώσες δυνάμεις παρουσιάζουν διαφορά φάσης $\pi/2$ μεταξύ τους και επηρεάζονται από την πυκνότητα του ρευστού και την προσπίπτουσα επιφάνεια.

Ο βαθμός συμβολής κάθε συνιστώσας δύναμης καθορίζεται βάσει των συντελεστών συρτικής και αδρανειακής δύναμης, οι οποίοι εξαρτώνται από την τιμή τριών αδιάστατων παραμέτρων: του αριθμού *Reynolds* (Re), του αριθμού *Keulegan-Carpenter* (KC) και της *τραχύτητας* (Δ).

$$C_D = C_D(Re, KC, \Delta)$$

$$C_M = C_M(Re, KC, \Delta)$$

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Ανάλογα με την τιμή του αριθμού *Reynolds*, μπορεί να καθοριστεί η φύση του ασκούμενου φορτίου. Μέσω της Εξίσωσης 7.2 γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι για μεγάλο αριθμό *Reynolds* καθοριστικό ρόλο παίζουν οι αδρανειακές δυνάμεις.

$$Re = \frac{UD}{\nu} = \frac{\text{inertia forces}}{\text{viscous forces}} \quad \text{Εξίσωση 7.2}$$

όπου

- U : η μέγιστη οριζόντια ταχύτητα των σωματιδίων, [m/s]
- D : το χαρακτηριστικό μήκος του μέλους, όπως η διάμετρος ενός κυλίνδρου, [m]
- ν : το κινηματικό ιξώδες του ρευστού, [m²/s]

Αναφορικά με τον αριθμό *Keulegan-Carpenter* (KC , εφεξής), (Εξ. 7.3), εμπειρικές μετρήσεις έχουν δείξει ότι σε μια ροή ανάλογα με την τιμή του KC κυρίαρχες μπορεί να είναι είτε οι συρτικές, είτε οι αδρανειακές δυνάμεις, είτε και οι δύο. Συγκεκριμένα, μικρές τιμές του αριθμού KC ($KC < 5$), συνεπάγονται μικρή ταχύτητα ροής σε σχέση με το χαρακτηριστικό μήκος του σώματος. Συνεπώς, σε αυτή την περίπτωση, η ροή δε διαχωρίζεται πλήρως και κυρίαρχες είναι οι αδρανειακές δυνάμεις. Αντίθετα, όταν ο αριθμός KC είναι μεγάλος ($KC > 20$), η ταχύτητα ροής είναι σημαντική και κυρίαρχες είναι οι συρτικές δυνάμεις. Για ενδιάμεσες τιμές του αριθμού KC και οι δύο δυνάμεις θεωρούνται σημαντικές.

$$KC = \frac{UT}{D} \quad \text{Εξίσωση 7.3}$$

όπου

- U : η μέγιστη οριζόντια ταχύτητα των σωματιδίων, [m/s]
- T : η περίοδος του κυματισμού, [s]
- D : το χαρακτηριστικό μήκος του μέλους, όπως η διάμετρος ενός κυλίνδρου, [m]

Η τραχύτητα ενός στερεού σώματος εξαρτάται από το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένο το σώμα και το χαρακτηριστικό του μήκος (Εξ. 7.4). Οι οριακές περιπτώσεις αφορούν σε λείο (smooth) και τραχύ (rough) στερεό σώμα για τιμές $\Delta < 10^{-4}$ και $\Delta > 10^{-2}$, αντίστοιχα. Γενικά, αύξηση της τραχύτητας συνεπάγεται επιρροή της ροής από την ύπαρξη του σώματος και κυρίαρχες τις συρτικές δυνάμεις.

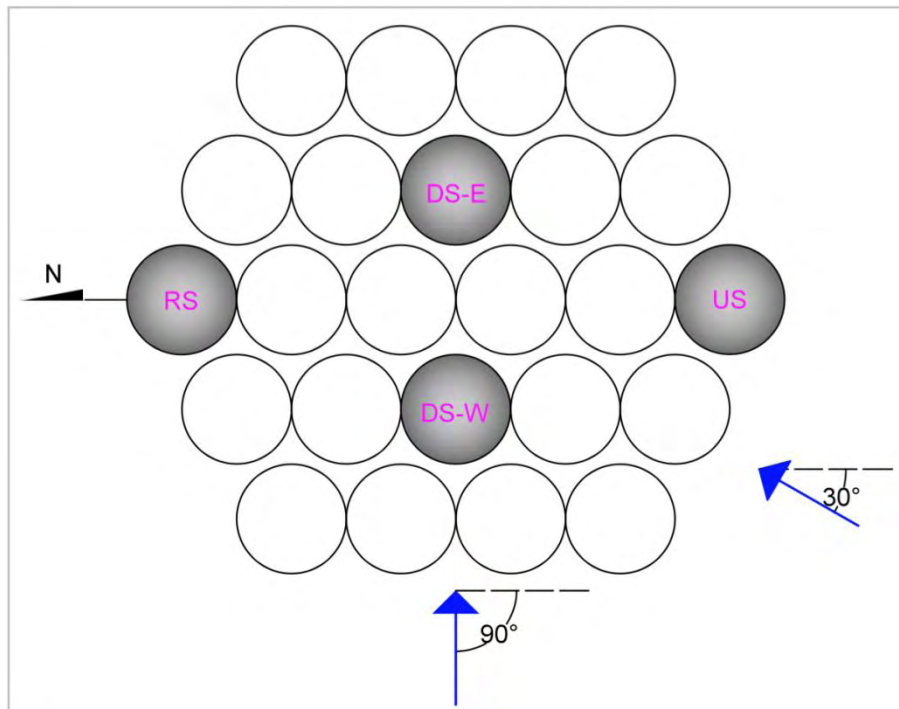
$$\Delta = \frac{k}{D} \quad \text{Εξίσωση 7.4}$$

όπου

- k : το ύψος τραχύτητας του μέλους, που εξαρτάται από το υλικό [m]
- D : το χαρακτηριστικό μήκος του μέλους, όπως η διάμετρος ενός κυλίνδρου, [m]

7.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

Ο υπολογισμός των κυματικών φορτίων που ασκούνται στην κατασκευή πραγματοποιήθηκε για δύο διευθύνσεις διάδοσης των κυματισμών, 90° και 30° ως προς τον Βορρά, όπως φαίνεται στην Εικόνα 7.1. Σημειώνεται ότι ξεχωριστοί υπολογισμοί έλαβαν χώρα για τις κυματικές φορτίσεις της βάσης και των κολονών. Αναφορικά με τη βάση της κατασκευής εφαρμόστηκαν οι μονοχρωματικές θεωρίες του *Airy* και του *Stokes 2^{ης}* και *5^{ης}* τάξης, ενώ για τις κολόνες εφαρμόστηκαν όλες οι μονοχρωματικές θεωρίες καθώς και η *LRWT*. Οι υπολογισμοί των φορτίσεων των κολονών έγιναν τόσο για μονοκατευθυντικό, όσο και για κατευθυντικό πεδίο.



Εικόνα 7.1: Σχηματική απεικόνιση της κατασκευής και των δύο διευθύνσεων διάδοσης των κυματισμών 90° και 30° ως προς τον Βορρά, με τις τέσσερις κολόνες να αναφέρονται ως: RS (βόρεια κολόνα), US (νότια κολόνα), DS-E (ανατολική κολόνα) και DS-W (δυτική κολόνα).

Η προσομοίωση των κυματικών φορτίσεων στην κατασκευή, σε κάθε περίπτωση, πραγματοποιήθηκε με την ανάπτυξη κατάλληλου κώδικα στο περιβάλλον του λογισμικού *MATLAB*, καθώς κρίθηκε απαραίτητη η αυτοματοποίηση της διαδικασίας υπολογισμού τους. Εν τέλει, υπολογίστηκε η συνολική φόρτιση της κατασκευής που προέκυψε από τη συμβολή της φόρτισης των κολονών και αυτή της βάσης για τα μοντέλα *Airy* και *Stokes*.

7.2.1 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ ΣΤΙΣ ΚΟΛΟΝΕΣ

Στην παρούσα εργασία, οι κολόνες της κατασκευής ικανοποιούν το κριτήριο εφαρμογής της εξίσωσης του *Morison*^[15]. Πιο συγκεκριμένα υπολογίστηκε $D_{col,max}/\lambda \ll 0.2$, για την κρίσιμη διάμετρο στη βάση των κυλίνδρων (μέγιστη διάμετρος κυλίνδρων) και για κάθε κυματική θεωρία και γεγονός.

Οι τιμές των παραμέτρων συρτικής και αδρανειακής δύναμης υπολογίστηκαν βάσει του κανονισμού *DNV (2010)*^[1] για την περίπτωση κυλίνδρων σκυροδέματος κυκλικής διατομής. Ο αριθμός *Reynolds* και ο αριθμός *KC* εκτιμήθηκαν για κάθε κυματική θεωρία και κυματικό γεγονός. Η διάμετρος που λήφθηκε υπόψη σε όλα τα μεγέθη είναι αυτή που εμφανίζεται στο μέγιστο ύψος των κυλίνδρων για τη βόρεια και νότια κολόνα είναι $D_{RS,US} = 13.2\text{m}$ και για την ανατολική και δυτική $D_{DS-E,DS-W} = 16.5\text{m}$. Η επιλογή της συγκεκριμένης διαμέτρου οφείλεται στο γεγονός ότι εκεί εμφανίζονται οι μεγαλύτερες ταχύτητες και επιταχύνσεις του κυματισμού. Για μεγαλύτερη ακρίβεια, θα μπορούσαν οι τιμές των παραμέτρων αυτών να διαφοροποιούνταν συναρτήσει του βάθους. Οι τιμές του αριθμού *KC* και των συντελεστών C_D και C_M για κάθε κυματική θεωρία και γεγονός, όπως υπολογίστηκαν βάσει του κανονισμού *DNV*^[1], παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.1. Ο αριθμός *Reynolds* προέκυψε μεγάλος σε κάθε περίπτωση ($Re > 10^6$) και οι κύλινδροι σχεδόν λείο ($\Delta_{RS,US} = 2.3 \cdot 10^{-4}$ και $\Delta_{DS-E,DS-W} = 1.8 \cdot 10^{-4}$, για $k_{concrete} = 3 \cdot 10^{-3}\text{m}$).

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Πίνακας 7.1: Τιμές των παραμέτρων KC , C_D και C_M για κάθε κυματική θεωρία και κυματικό γεγονός, σύμφωνα με τον κανονισμό DNV (2010).

Κυματική Θεωρία	Κυματικό Γεγονός	KC		C_D		C_M	
		RS, US	$DS-E, W$	RS, US	$DS-E, W$	RS, US	$DS-E, W$
Airy	$\{H_s, T_p\}$	5.245	4.196	0.480	0.386	1.901	1.947
	$\{H_{max}, T_p\}$	12.074	9.659	0.721	0.769	1.601	1.707
	$\{H_{max}, T_{tt}\}$	12.622	10.098	0.721	0.800	1.577	1.688
Stokes 2nd	$\{H_s, T_p\}$	5.69	4.552	0.512	0.411	1.882	1.932
	$\{H_{max}, T_p\}$	15.060	12.048	0.721	0.702	1.529	1.602
	$\{H_{max}, T_{tt}\}$	15.093	12.075	0.721	0.702	1.529	1.601
Stokes 5th	$\{H_s, T_p\}$	5.517	4.414	0.499	0.401	1.889	1.938
	$\{H_{max}, T_p\}$	13.653	10.922	0.721	0.858	1.531	1.651
	$\{H_{max}, T_{tt}\}$	13.501	10.801	0.721	0.849	1.538	1.657
Fourier 18th	$\{H_s, T_p\}$	5.517	4.413	0.499	0.401	1.889	1.938
	$\{H_{max}, T_p\}$	13.665	10.932	0.721	0.858	1.531	1.651
	$\{H_{max}, T_{tt}\}$	13.763	11.010	0.721	0.864	1.529	1.648
LRWT Str	$\{H_s, s=20\}$	7.966	6.373	0.676	0.538	1.782	1.852
	$\{H_{max}, s=20\}$	15.932	12.745	0.721	0.702	1.529	1.571
	$\{H_s, s \rightarrow \infty\}$	8.364	6.691	0.705	0.561	1.764	1.838
	$\{H_{max}, s \rightarrow \infty\}$	16.728	13.383	0.721	0.702	1.529	1.548

Όπως γίνεται φανερό από τον Πίνακα 7.1, ο αριθμός KC κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 4.196 και 16.728. Εφόσον ισχύει $KC < 20$, $Re > 10^6$ και $\Delta \approx 10^{-4}$, σύμφωνα με τη θεωρία που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 7.1, στο σύστημα των κολονών κυρίαρχες είναι οι αδρανειακές δυνάμεις και όχι οι συρτικές.

Λόγω της πολυπλοκότητας της γεωμετρίας των κυλίνδρων (κύλινδροι μεταβαλλόμενης διαμέτρου), εφαρμόστηκε η εξής μεθοδολογία για τον υπολογισμό της μέγιστης κυματικής δύναμης που ασκείται στο σύστημα των τεσσάρων κολονών:

Αρχικά, ορίστηκε ένα τριδιάστατο σύστημα συντεταγμένων (x, y, z) , με τον άξονα x να αντιπροσωπεύει την εκάστοτε διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών και τον άξονα y κάθετο σε αυτόν. Η αρχή των αξόνων x και y τοποθετήθηκε στο κέντρο βάρους της κατασκευής, για τις μέγιστες διαμέτρους των κολονών στη βάση τους. Ο άξονας z αφορά στο βάθος και ορίστηκε κάθετος στο επίπεδο xy , έχοντας θετική φορά από τη στάθμη ηρεμίας προς τα επάνω. Έπειτα, κάθε κολόνα χωρίστηκε σε τέσσερα επιμέρους τμήματα (1-2, 2-3, 3-4, 4-5), μέσω των σημείων $1(x_1, y_1, z_1)$, $2(x_2, y_2, z_2)$, $3(x_3, y_3, z_3)$, $4(x_4, y_4, z_4)$, $5(x_5, y_5, z_5)$.

Το σημείο $1(x_1, y_1, z_1)$ αντιστοιχεί στο σημείο όπου η ελεύθερη επιφάνεια συναντά την εκάστοτε κολόνα της κατασκευής σε κάθε χρονική στιγμή. Συνεπώς, πρόκειται για ένα κινητό ως προς τον χρόνο σημείο, για το οποίο ισχύει:

$$\eta(x_1(t), y_1(t), t) = f_{col}$$

Εξίσωση 7.5

όπου:

- f_{col} : εξίσωση της προσπίπτουσας επιφάνειας της εκάστοτε κολώνας ως συνάρτηση μεταξύ των x και z , όπως αυτή υπολογίστηκε για τις δύο διευθύνσεις διάδοσης των κυματισμών

Ορίζοντας ένα χρονικό βήμα Δt , εφαρμόστηκε μια επαναληπτική διαδικασία για την Εξίσωση 7.5, με σκοπό τον υπολογισμό της συντεταγμένης $x_1(t)$ κάθε κολώνας και έπειτα της $z_1(t)$ που ισοδυναμεί με την ανύψωση της επιφάνειας σε κάθε χρονική στιγμή. Αξίζει να σημειωθεί, ότι η εύρεση του σημείου πρόσπτωσης του κυματισμού σε κάθε κολόνα αποτέλεσε μια ιδιαίτερα πολύπλοκη και χρονοβόρα διαδικασία, η οποία πραγματοποιήθηκε με την ανάπτυξη κατάλληλου κώδικα, για κάθε κυματική θεωρία, στο περιβάλλον *MATLAB*.

Εν συνεχεία, η συντεταγμένη z των σημείων 2,3,4 και 5 προσδιορίστηκε βάση του ελάχιστου μεταξύ των κολονών $z_1(t)$. Πρακτικά, το εναπομένον τμήμα κάθε κολώνας χωρίστηκε σε τρία ισοβαθή τμήματα, με τα σημεία που τα οριοθετούν να είναι σταθερά στον χρόνο. Η συντεταγμένη x των εν λόγω σημείων υπολογίστηκε βάσει της εξίσωσης κάθε κολώνας. Η διάμετρος υπολογίστηκε μέσω της Εξίσωσης 7.6 σύμφωνα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά κάθε κολώνας (Πίνακας 7.2). Τέλος, η συντεταγμένη y κάθε σημείου εκτιμήθηκε βάσει της διαμέτρου και παρουσιάζεται παρακάτω για κάθε περίπτωση διάδοσης.

$$D(z)_{col} = \begin{cases} \frac{D_{down} - D_{up}}{z_{down} - z_{up}} (z - z_{up}) + D_{up}, & z \leq z_{up} \\ D_{up}, & z \geq z_{up} \end{cases} \quad \text{Εξίσωση 7.6}$$

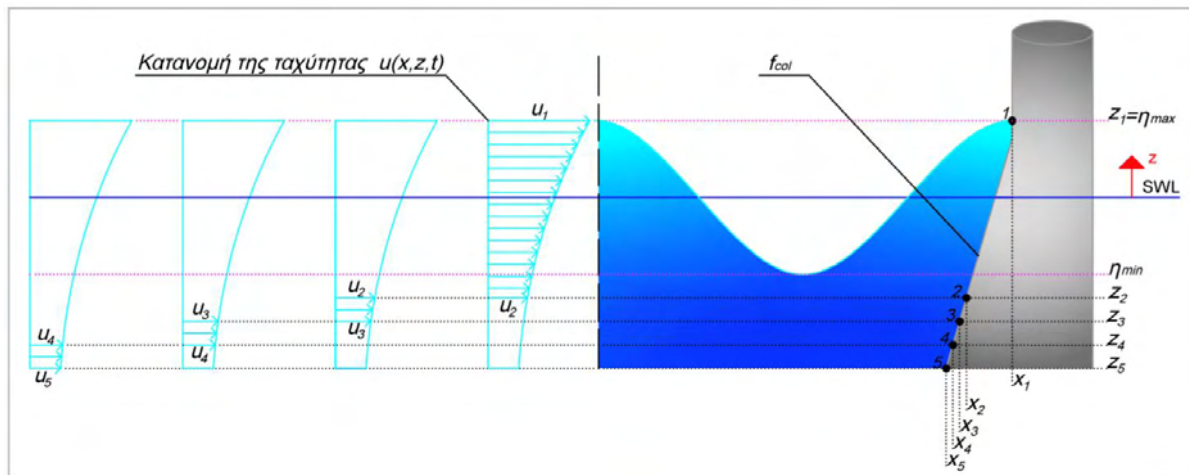
Πίνακας 7.2: Μέγιστη και ελάχιστη τιμή της διαμέτρου κάθε κολώνας.

Κολόνα	Μέγιστη διάμετρος D_{up} [m] ($z_{up}=10\text{m}$)	Ελάχιστη διάμετρος D_{down} [m] ($z_{down}=28.5\text{m}$)
RS,US	13.2	24
DS-W, DS-E	16.5	24

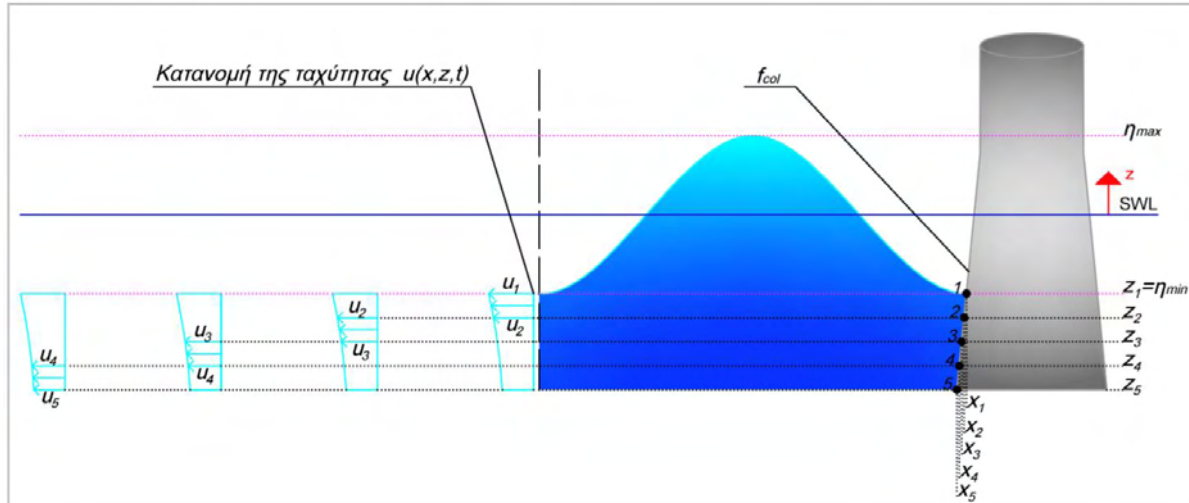
Με γνωστή την κατακόρυφη κατανομή της ταχύτητας και της επιτάχυνσης κατά το βάθος, σε κάθε θέση x και χρονική στιγμή t , η ταχύτητα κάθε τμήματος υπολογίστηκε προσεγγιστικά, ως εμβαδό τραπεζίου. Πιο συγκεκριμένα, σε κάθε τμήμα οι βάσεις του τραπεζίου αντιστοιχούν στις τιμές των ταχυτήτων που υπολογίζονται στα σημεία που οριοθετούν το εν λόγω τμήμα και το ύψος αντιστοιχεί στη διαφορά βάθους (Εικόνες 7.2 και 7.3). Με παρόμοιο τρόπο υπολογίστηκαν και οι επιταχύνσεις κάθε τμήματος. Στην εξίσωση του *Morison*, για κάθε τμήμα, χρησιμοποιήθηκε η μέση διάμετρος που του αντιστοιχεί: συγκεκριμένα για το τμήμα 1-2 η διάμετρος $(D_1 + D_2)/2$, για το τμήμα 2-3 η διάμετρος $(D_2 + D_3)/2$ κ.ο.κ.. Η εξίσωση του *Morison* για κάθε κολόνα προέκυψε αθροιστικά από κάθε τμήμα της, για κάθε χρονική στιγμή, ως εξής:

$$F_{col} = C_D \frac{1}{2} \rho \sum_{i=1}^4 \left[\frac{(u_i |u_i| + u_{i+1} |u_{i+1}|) \cdot (z_i - z_{i+1}) \cdot (D_i + D_{i+1})}{2} \right] + C_M \rho \frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^4 \left[\frac{\left(\frac{\partial u}{\partial t_{(i)}} + \frac{\partial u}{\partial t_{(i+1)}} \right) \cdot (z_i - z_{i+1})}{2} \cdot \left(\frac{D_i + D_{i+1}}{2} \right)^2 \right]$$

Εξίσωση 7.7



Εικόνα 7.2: Κατανομή της ταχύτητας στη βόρεια και νότια κολόνα (RS και US, αντίστοιχα) για την χρονική στιγμή στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη ανύψωση.



Εικόνα 7.3: Κατανομή της ταχύτητας στην ανατολική και δυτική κολόνα (DS-E και DS-W αντίστοιχα) για την χρονική στιγμή στην οποία εμφανίζεται η ελάχιστη ανύψωση.

Επειδή η κυματική φόρτιση είναι δυναμική, προέκυψαν τόσο θετικές όσο και αρνητικές τιμές των δυνάμεων. Ωστόσο, στα πλαίσια της θεωρίας του Morison γίνεται εφικτός ο υπολογισμός των δυνάμεων που ασκούνται στο μέτωπο κάθε κολόνας. Για αυτό τον λόγο, οι αρνητικές τιμές που προέκυψαν δεν έχουν κάποιο φυσικό νόημα και δε λαμβάνονται υπόψη.

Η μεθοδολογία που παρουσιάστηκε παραπάνω εφαρμόστηκε για όλες τις μονοχρωματικές θεωρίες που αναφέρθηκαν καθώς και για την LRWT. Για την τελευταία, έλαβαν χώρα υπολογισμοί για μονοκατευθυντική και για κατευθυντική ροή. Για κάθε περίπτωση

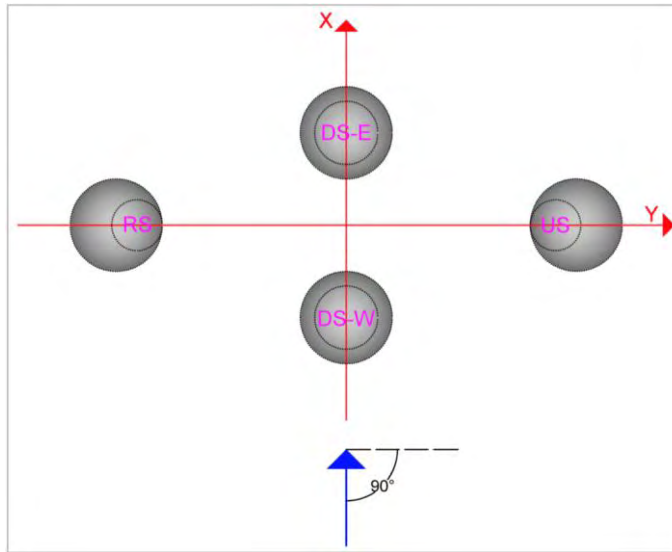
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

διεύθυνσης διάδοσης των κυματισμών πραγματοποιήθηκε διερεύνηση με σκοπό την εύρεση της μέγιστης συνολικής δύναμης που ασκείται στο σύστημα των κυλίνδρων και της χρονικής στιγμής που εμφανίζεται.

Διερεύνηση:

- Περίπτωση 1: Διεύθυνση διάδοσης 90° ως προς τον Βορρά

Αρχικά, ορίστηκε το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (x, y, z) , όπως περιγράφηκε προηγουμένως, με τον άξονα x να αντιπροσωπεύει τη διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών. Συνεπώς, έγινε η υπόθεση ότι η μέγιστη ανύψωση του κυματισμού $\eta(x = 0, y = 0, t = 0)$ εμφανίζεται στο κέντρο βάρους της κατασκευής (Εικόνα 7.4).



Εικόνα 7.4: Σχηματική απεικόνιση του συστήματος των τεσσάρων κολόνων της κατασκευής για διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών 90° ως προς τον Βορρά και το σχετικό σύστημα συντεταγμένων

Λαμβάνοντας χρονικό βήμα ίσο με 0.1s, μέσω της μεθοδολογίας που παρουσιάστηκε παραπάνω, υπολογίστηκε για κάθε χρονική στιγμή, η συνολική δύναμη κάθε κολόνας και έπειτα αθροιστικά η συνολική δύναμη που ασκείται στο σύστημα των τεσσάρων κολόνων. Τελικά, υπολογίστηκε η μέγιστη συνολική δύναμη και η χρονική στιγμή στην οποία εμφανίζεται. Η εξίσωση κάθε κολόνας $f_{col} = x(z)$ καθώς και η συντεταγμένη y κάθε σημείου για διεύθυνση διάδοσης 90° ως προς τον Βορρά δίνονται από την Εξίσωση 7.8 και 7.9, αντίστοιχα.

$$f_{col} = x(z) = \begin{cases} \frac{x_{down} - x_{up}}{z_{down} - z_{up}} (z - z_{up}) + x_{up}, & z \leq z_{up} \\ x_{up}, & z \geq z_{up} \end{cases} \quad \text{Εξίσωση 7.8}$$

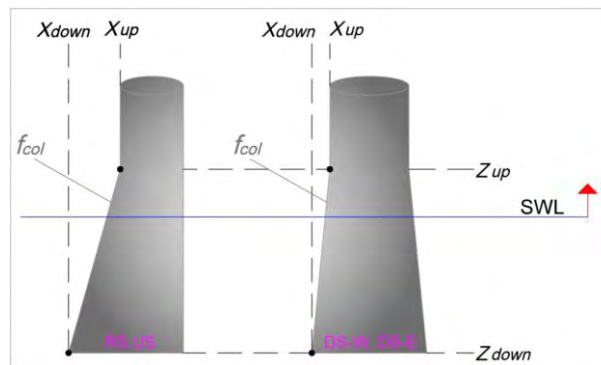
όπου

- $x_{up}, x_{down}, z_{up}, z_{down}$: δίνονται στον Πίνακα 7.3 και παρουσιάζονται στην Εικόνα 7.5

$$y_{RS}(z) = -(48 + \frac{D_{RS,US}(z)}{2}), y_{US}(z) = 48 + \frac{D_{RS,US}(z)}{2}, y_{DS-W, DS-E}(z) = 0 \quad \text{Εξίσωση 7.9}$$

όπου:

- $D_{RS,US}, D_{DS-E, DS-W}$: δίνονται από την Εξίσωση 7.6



Εικόνα 7.5: Σχηματική απεικόνιση των κολόνων της κατασκευής και καθορισμός των οριακών τιμών της συντεταγμένης x κάθε κολόνας για διεύθυνση διάδοσης 90° ως προς τον Βορρά.

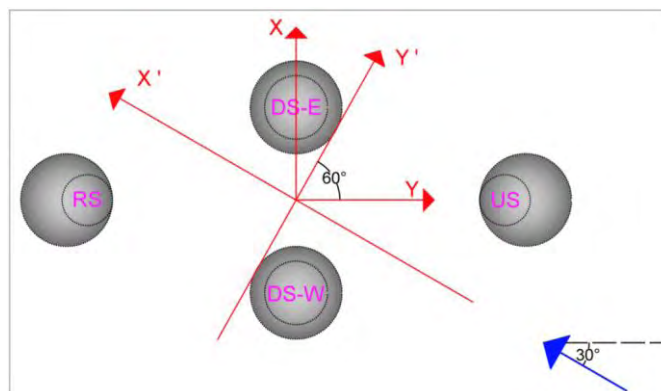
Πίνακας 7.3: Οριακές τιμές της συντεταγμένης x κάθε κολόνας για διεύθυνση διάδοσης 90° ως προς τον Βορρά.

Κολόνα	x_{up} ($z_{up}=10\text{m}$)	x_{down} ($z_{down}=-28.5\text{m}$)
RS	-6.6	-12
US	-6.6	-12
DS-W	-32.25	-36
DS-E	15.75	12

Σχετικά με τη βόρεια και νότια κολόνα, σημειώνεται ότι, οι κατανομές ταχύτητας και επιτάχυνσης είναι πανομοιότυπες για μονοκατευθυντική ροή, λόγω της συμμετρίας του προβλήματος. Καθώς οι δύο κολόνες παρουσιάζουν και την ίδια γεωμετρία, αρκεί ο υπολογισμός των ασκούμενων φορτίων στη μία από τις δύο, ελαττώνοντας έτσι την υπολογιστική προσπάθεια.

• Περίπτωση 2: Διεύθυνση διάδοσης 30° ως προς τον Βορρά

Το νέο σύστημα συντεταγμένων (x', y', z') προέκυψε με στροφή του αρχικού κατά 60° , ώστε ο άξονας x να υποδηλώνει διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών 30° ως προς τον Βορρά, όπως φαίνεται στην Εικόνα 7.6.



Εικόνα 7.6: Σχηματική απεικόνιση του συστήματος των τεσσάρων κολόνων της κατασκευής για διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών 30° ως προς τον Βορρά και το σχετικό σύστημα συντεταγμένων.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Σε αυτή την περίπτωση, τα σημεία πρόσπτωσης του κυματισμού διαφοροποιούνται. Σύμφωνα με το προηγούμενο σύστημα συντεταγμένων (x, y, z) τα σημεία πρόσπτωσης για τη νέα διεύθυνση θα ήταν:

Για τη βόρεια και νότια κολόνα: $x_{new} = x \cos 60$ $y_{new} = y - x \sin 60$, $z_{new} = z$

Για την ανατολική και δυτική κολόνα: $x_{new} = x + \frac{D}{2} - \frac{D}{2} \cos 60$, $y_{new} = y + \frac{D}{2} \sin 60$, $z_{new} = z$

Έπειτα, λόγω της αλλαγής του συστήματος συντεταγμένων έγινε εισαγωγή του *μητρώου στροφής (rotation matrix) [M]* για γωνία 60° , ώστε να υπολογιστούν οι συντεταγμένες των σημείων στο νέο σύστημα συντεταγμένων:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} x_{new} \\ y_{new} \\ z_{new} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 60 & -\sin 60 & 0 \\ \sin 60 & \cos 60 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{new} \\ y_{new} \\ z_{new} \end{bmatrix}$$

Κατά αυτόν τον τρόπο προέκυψαν οι οριακές τιμές x'_{up} και x'_{down} για το νέο σύστημα συντεταγμένων (x', y', z') και η εξίσωση κάθε κυλίνδρου, f_{col} , καθορίστηκε εκ νέου βάσει της Εξίσωσης 7.8, για τα καινούρια σημεία αυτή τη φορά. Διατηρώντας το χρονικό βήμα ως 0.1s, σύμφωνα με τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε παραπάνω, υπολογίστηκε και πάλι η μέγιστη συνολική δύναμη του συστήματος καθώς και η χρονική στιγμή στην οποία εμφανίζεται.

7.2.2 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ ΣΤΗ ΒΑΣΗ

Για τον υπολογισμό των φορτίων που δέχεται η βάση της πλατφόρμας η εξίσωση του Morison δεν έχει ισχύ, καθώς ισχύει $D_{base}/\lambda \gg 0.2$, όπου $D_{base} = 144m$ και λ το μήκος κύματος κάθε κυματικής θεωρίας και γεγονόςτος.

Η βάση της κατασκευής αποτελείται από 24 κυλίνδρους σκυροδέματος, τοποθετημένους ο ένας δίπλα στον άλλο, καλύπτοντας μια περιοχή με οριζόντια διάσταση 144 μέτρων, κατακόρυφη διάσταση 120 μέτρων και ύψος 54 μέτρων. Λόγω αυτής της διάταξης των κυλίνδρων, η βάση μπορεί να προσομοιωθεί με ένα εξαγωνο. Συνεπώς, οι κύλινδροι της βάσης μελετήθηκαν ως ένα ενιαίο πολυεδρικό σώμα για τις δύο διευθύνσεις διάδοσης των 90° και 30° ως προς τον Βορρά (Εικόνα 7.7).

Αρχικά, ορίστηκε το σύστημα συντεταγμένων για τις δύο περιπτώσεις διάδοσης των κυματισμών (x, y, z) και (x', y', z') , με τους άξονες x και x' να δείχνουν στη διεύθυνση διάδοσης και την αρχή των αξόνων τοποθετημένη στο κέντρο βάρους του εξαγώνου (Εικόνα 7.7). Ο άξονας z αφορά στο βάθος και μετράται από τον πυθμένα προς τα επάνω.

Ο υπολογισμός των φορτίσεων στη βάση της κατασκευής πραγματοποιήθηκε μέσω της εξίσωσης του *Bernoulli*. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η δυναμική πίεση, καθώς η σταθερή πίεση έχει παντού την ίδια τιμή και η υδροστατική πίεση εξισορροπείται. Για αυτόν τον λόγο υπολογίστηκε μονάχα η δυναμική πίεση και συγκεκριμένα η κάθετη σε κάθε πλευρά συνιστώσα της αντίστοιχης δύναμης σε κάθε εκτεθειμένη στους κυματισμούς πλευρά. Η δυναμική πίεση για τις θεωρίες *Airy*, *Stokes 2^{ης} τάξης* και *Stokes 5^{ης} τάξης* σύμφωνα με την εξίσωση του *Bernoulli*, δίνεται από τις ακόλουθες σχέσεις:

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

$$P_{dyn,Airy} = -\rho \frac{\partial \varphi_{Airy}}{\partial t}$$

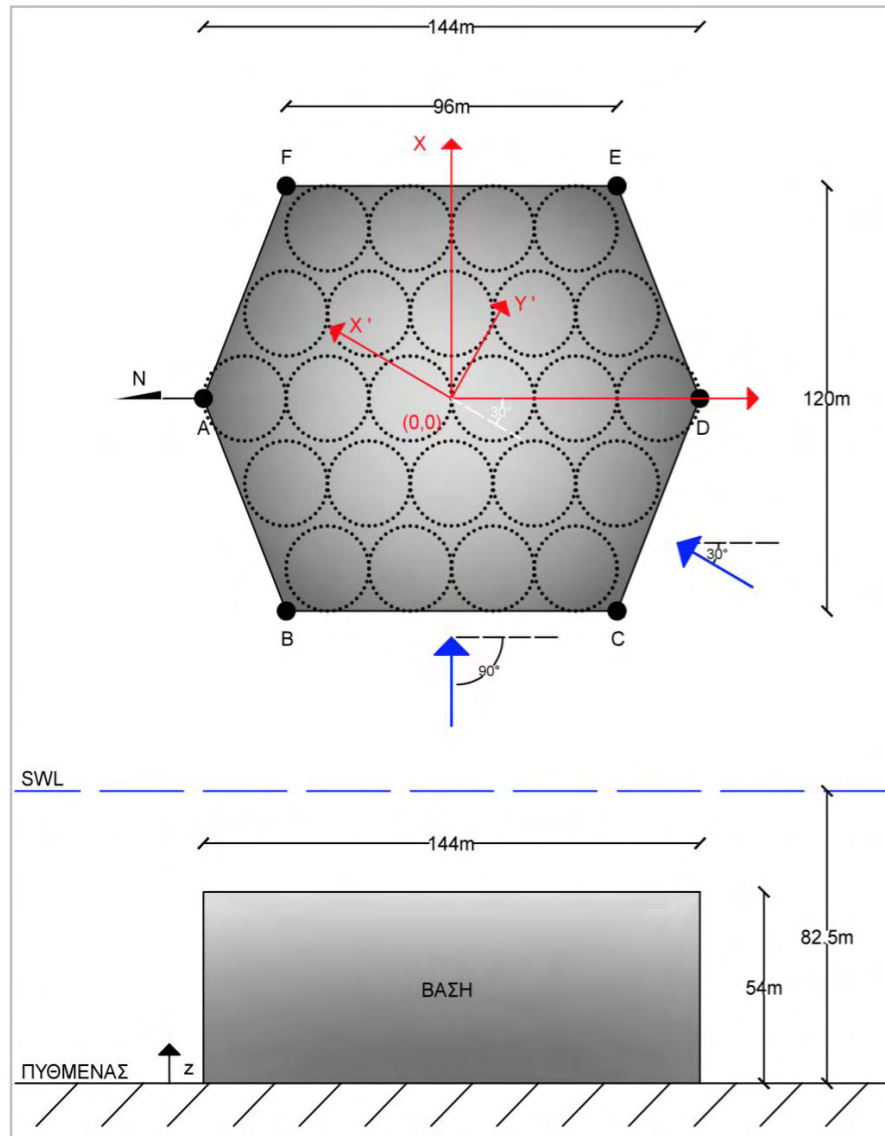
Εξίσωση 7.10

$$P_{dyn,Stokes2nd} = -\rho \frac{\partial \varphi_{Stokes\ 2nd}}{\partial t} - \rho \frac{u_{Stokes\ 2nd}^2 + w_{Stokes\ 2nd}^2}{2}$$

Εξίσωση 7.11

$$P_{dyn,Stokes\ 5th} = -\rho \frac{\partial \varphi_{Stokes\ 5th}}{\partial t} - \rho \frac{u_{Stokes\ 5th}^2 + w_{Stokes\ 5th}^2}{2}$$

Εξίσωση 7.12



Εικόνα 7.7: Κάτοψη (πάνω) και όψη (κάτω) της βάσης της κατασκευής και των δύο διευθύνσεων διάδοσης των κυματισμών 90° και 30° ως προς τον Βορρά.

Η κάθετη σε κάθε πλευρά δύναμη προέκυψε από το διπλό ολοκλήρωμα της δυναμικής πίεσης ως προς το βάθος και ως προς την απόσταση στη διεύθυνση διάδοσης. Σημειώνεται ότι η ανάκλαση και η περίθλαση του κυματισμού στη βάση δεν λαμβάνεται υπόψη στους υπολογισμούς. Έπειτα, η κατακόρυφη δύναμη κάθε πλευράς αναλύθηκε στο σύστημα συντεταγμένων, δίνοντας τη συνολική δύναμη σε κάθε διεύθυνση. Από αυτές προέκυψε το μέτρο και η φορά της συνολικής δύναμης που ασκείται στη βάση της κατασκευής. Ακολούθησε διερεύνηση και για τις δύο περιπτώσεις διάδοσης των κυματισμών με σκοπό την εύρεση του μέγιστου φορτίου που ασκείται στη βάση της πλατφόρμας. Το χρονικό βήμα επιλέχθηκε και πάλι ίσο με 0.1s. Σημειώνεται, ότι και πάλι η μέγιστη συνολική δύναμη προέκυψε ως η μέγιστη των θετικών τιμών της ιστορίας της συνολικής.

Διερεύνηση

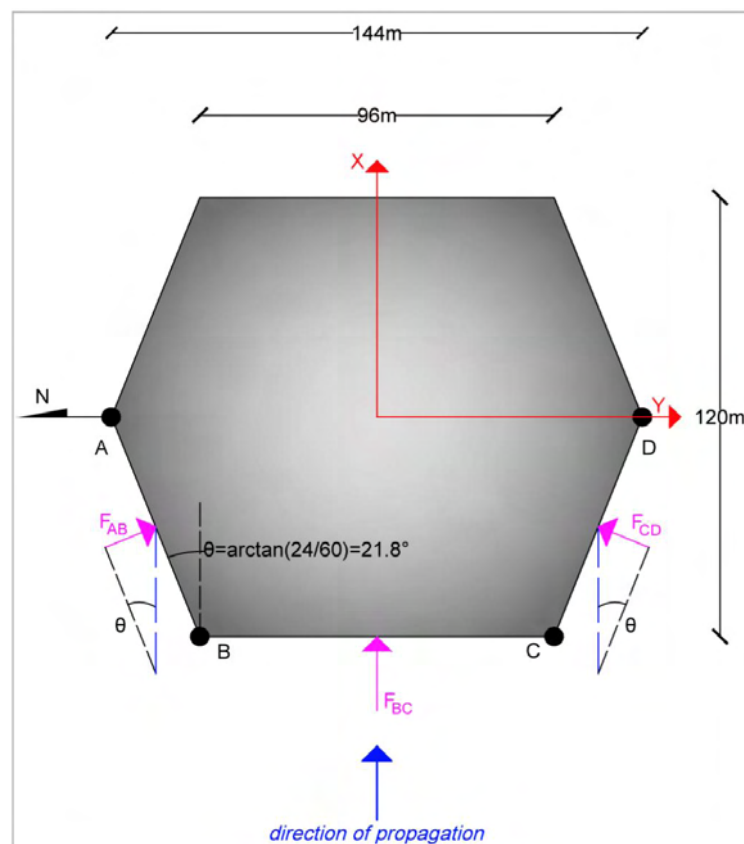
- Περίπτωση 1: Διεύθυνση διάδοσης 90° ως προς τον Βορρά

Σύμφωνα με το σύστημα συντεταγμένων (x, y, z) , όπως αυτό ορίστηκε για διεύθυνση διάδοσης 90° ως προς το Βορρά, υπολογίστηκαν οι συντεταγμένες των σημείων της βάσης στο επίπεδο xy (Πίνακας 7.4).

Πίνακας 7.4: Συντεταγμένες των σημείων της βάσης της κατασκευής για διεύθυνση διάδοσης 90° ως προς τον Βορρά.

Σημείο	x [m]	y [m]
A	0	-72
B	-60	-48
C	-60	48
D	0	72
E	60	48
F	60	-48

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 7.8, οι πλευρές AB, BC και CD είναι εκτεθειμένες στους κυματισμούς, ενώ οι υπόλοιπες πλευρές μένουν ανεπηρέαστες.



Εικόνα 7.8: Σχηματική απεικόνιση της βάσης της κατασκευής για διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών 90° ως προς τον Βορρά και το σχετικό σύστημα συντεταγμένων.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Η κάθετη συνιστώσα δύναμη σε κάθε πλευρά υπολογίστηκε για κάθε χρονική στιγμή ως εξής:

$$F_{AB} = F_{CD} = \iint_{z_{min}^{x_B=x_C}}^{z_{max}^{x_A=x_D}} P_{dyn}^* dx dz$$

$$F_{BC} = \int_{z_{min}}^{z_{max}} P_{dyn} dz \cdot l_{BC}$$

όπου:

- για την πίεση P_{dyn}^* ισχύει: $\varphi = \varphi \cdot \sin\theta$, $u = u \cdot \sin\theta$, $w = w \cdot \sin\theta$ και $\theta \cong 21.8^\circ$ (Εικ. 7.8)
- l_{BC} : το μήκος της πλευράς BC, που είναι 96m
- η ολοκλήρωση κατά το βάθος γίνεται από τον πυθμένα $z_{min} = 0m$, έως $z_{max} = 54m$, καθώς το ύψος της βάσης είναι 54m.

Οι δυνάμεις αναλύθηκαν στο σύστημα συντεταγμένων, με σκοπό τον υπολογισμό της συνολικής δύναμης σε κάθε διεύθυνση:

$$F_{total_90_x} = F_{AB}\sin\theta + F_{BC} + F_{CD}\sin\theta \quad \text{Εξίσωση 7.13}$$

$$F_{total_90_y} = F_{AB}\cos\theta + F_{CD}\cos\theta \quad \text{Εξίσωση 7.14}$$

Το μέτρο και η φορά της συνολικής δύναμης που ασκείται στη βάση της κατασκευής για κάθε χρονική στιγμή προέκυψαν:

$$F_{total_90} = \sqrt{F_{total_90_x}^2 + F_{total_90_y}^2}, \quad \alpha = \arctan\left(\frac{F_{total_90_x}}{F_{total_90_y}}\right) \quad \text{Εξίσωση 7.15}$$

- Περίπτωση 2: Διεύθυνση διάδοσης 30° ως προς τον Βορρά

Παρόμοια διαδικασία ακολουθήθηκε και στην περίπτωση διάδοσης των κυματισμών σε διεύθυνση 30° ως προς τον Βορρά, με το σύστημα συντεταγμένων να έχει στραφεί κατά 60° αριστερόστροφα του αρχικού. Οι τιμές των συντεταγμένων κάθε σημείου για το νέο σύστημα συντεταγμένων (x' , y' , z') υπολογίστηκαν με χρήση του μητρώου στροφής $[M]$, για στροφή του αρχικού συστήματος συντεταγμένων κατά γωνία 60°.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 60 & -\sin 60 & 0 \\ \sin 60 & \cos 60 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Οι πλευρές BC, CD και DE εκτίθενται στους κυματισμούς, ενώ οι υπόλοιπες πλευρές βρίσκονται στη σκιά (Εικόνα 7.9). Η κάθετη σε κάθε πλευρά δύναμη υπολογίστηκε βάση της δυναμικής πίεσης ως εξής:

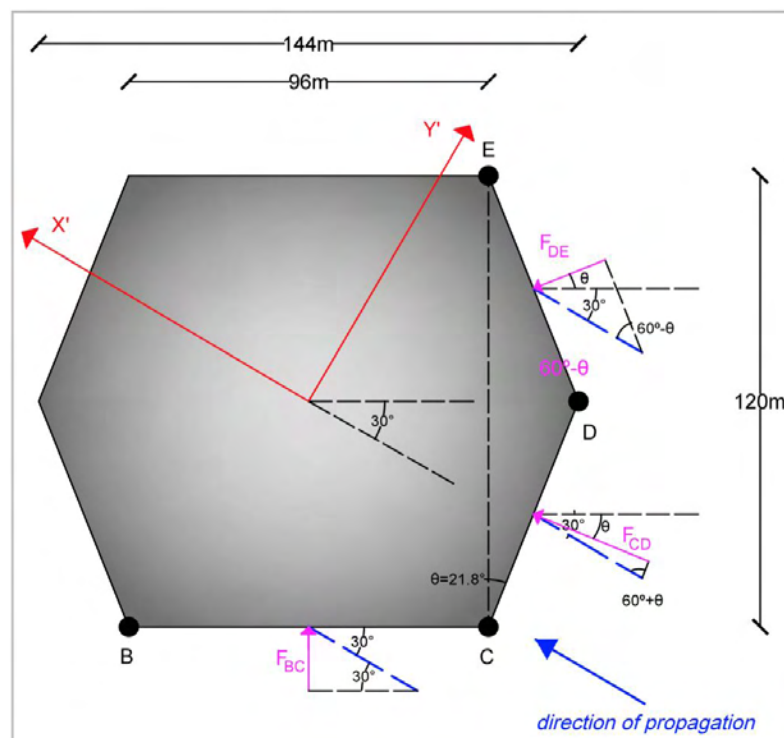
$$F_{BC} = \iint_{z'_{min}^{x'_C}}^{z'_{max}^{x'_B}} P_{dyn,BC}^* dx dz$$

$$F_{CD} = \iint_{z'_{min} x'_C}^{z'_{max} x'_D} P_{dyn,CD}^* dx dz$$

$$F_{DE} = \iint_{z'_{min} x'_D}^{z'_{max} x'_E} P_{dyn,DE}^* dx dz$$

όπου:

- για την πίεση $P_{dyn,BC}^*$ ισχύει: $\varphi = \varphi \cdot \sin 30, u = u \cdot \sin 30, w = w \cdot \sin 30$
- για την πίεση $P_{dyn,CD}^*$ ισχύει: $\varphi = \varphi \cdot \sin(60 + \theta), u = u \cdot \sin(60 + \theta), w = w \cdot \sin(60 + \theta)$ και $\theta \cong 21.8^\circ$
- για την πίεση $P_{dyn,DE}^*$ ισχύει: $\varphi = \varphi \cdot \sin(60 - \theta), u = u \cdot \sin(60 - \theta), w = w \cdot \sin(60 - \theta)$ και $\theta \cong 21.8^\circ$



Εικόνα 7.9: Σχηματική απεικόνιση της βάσης της κατασκευής για διεύθυνση διάδοσης των κυματισμών 30° ως προς τον Βορρά και το σχετικό σύστημα συντεταγμένων.

Η συνολική δύναμη σε κάθε διεύθυνση προέκυψε έπειτα από ανάλυση των δυνάμεων στο σύστημα συντεταγμένων:

$$F_{total_30_x'} = F_{BC} \sin 30 + F_{CD} \sin(60 + \theta) + F_{DE} \sin(60 - \theta) \quad \text{Εξίσωση 7.16}$$

$$F_{total_30_y'} = F_{BC} \cos 30 + F_{CD} \cos(60 + \theta) + F_{DE} \cos(60 - \theta) \quad \text{Εξίσωση 7.17}$$

Το μέτρο και η διεύθυνση της συνολικής δύναμης που ασκείται στη βάση της κατασκευής για κάθε χρονική στιγμή προέκυψαν:

$$F_{total_30} = \sqrt{F_{total_30_x'}^2 + F_{total_30_y'}^2} \quad a' = \arctan\left(\frac{F_{total_30_x'}}{F_{total_30_y'}}\right) \quad \text{Εξίσωση 7.18}$$

7.2.3 ΚΥΜΑΤΙΚΕΣ ΦΟΡΤΙΣΕΙΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

Μετά το πέρας υπολογισμού των δυνάμεων που ασκούνται στις κολόνες και τη βάση της πλατφόρμας ακολούθησε η εύρεση της χρονοϊστορίας της συνολικής φόρτισης. Η συνολική δύναμη των κολονών, F_{4col} , προέκυψε στη διεύθυνση διάδοσης. Από την άλλη, η συνολική φόρτιση της βάσης προέκυψε από δύο συνιστώσες δυνάμεις, μία στη διεύθυνση διάδοσης και μία σε διεύθυνση κάθετη σε αυτή F_{base_X} και F_{base_Y} , αντίστοιχα. Συνεπώς, το μέτρο και η φορά της συνολικής φόρτισης της πλατφόρμας υπολογίστηκαν ως εξής:

$$F_{struct} = \sqrt{(F_{4col} + F_{base_X})^2 + F_{base_Y}^2}, \quad \alpha_{str} = \arctan\left(\frac{F_{4col} + F_{base_X}}{F_{base_Y}}\right) \quad \text{Εξίσωση 7.19}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ

Οι κυματικές φορτίσεις των κολονών, της βάσης και ολόκληρης της κατασκευής υπολογίστηκαν σύμφωνα με τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 7.2 για τις δύο διευθύνσεις διάδοσης. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στη συνέχεια για τις δύο διευθύνσεις διάδοσης των κυματισμών και για κάθε κυματικό γεγονός και μοντέλο. Στην τελευταία παράγραφο, οι κυματικές θεωρίες που εφαρμόστηκαν συγκρίνονται αναφορικά με τις μέγιστες φορτίσεις που δέχεται η κατασκευή.

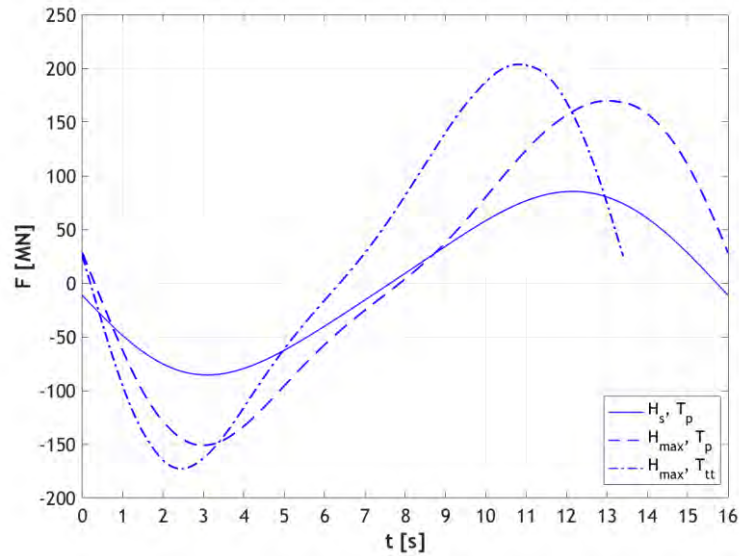
8.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ AIRY

Τα ασκούμενα φορτία στις κολόνες της κατασκευής, για διεύθυνση διάδοσης 90° υπολογίστηκαν για κάθε κυματικό γεγονός σύμφωνα με τη θεωρία Airy και παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.1. Όπως γίνεται φανερό, ο συνδυασμός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ οδηγεί στις μεγαλύτερες κυματικές φορτίσεις, ενώ ο $\{H_s, T_p\}$ στις μικρότερες. Το γεγονός αυτό δικαιολογείται από την κινηματική που μελετήθηκε στην παράγραφο 6.1, καθώς κατά την μεγιστοποίηση ταχυτήτων και επιταχύνσεων οι μεγαλύτερες τιμές στην περιοχή των κολονών αφορούν στον συνδυασμό $\{H_{max}, T_{tt}\}$. Αναφορικά με τη μέγιστη δύναμη που ασκείται στο σύστημα των κολονών, ο συνδυασμός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ έδωσε 203.793 MN, ενώ οι δυνάμεις των $\{H_s, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_{tt}\}$ προέκυψαν στο 42% και 83% της πρώτης, αντίστοιχα. Η χρονοϊστορία της συνολικής φόρτισης στις κολόνες της κατασκευής για τα τρία κυματικά γεγονότα, αποτυπώνεται στο Διάγραμμα 8.1.

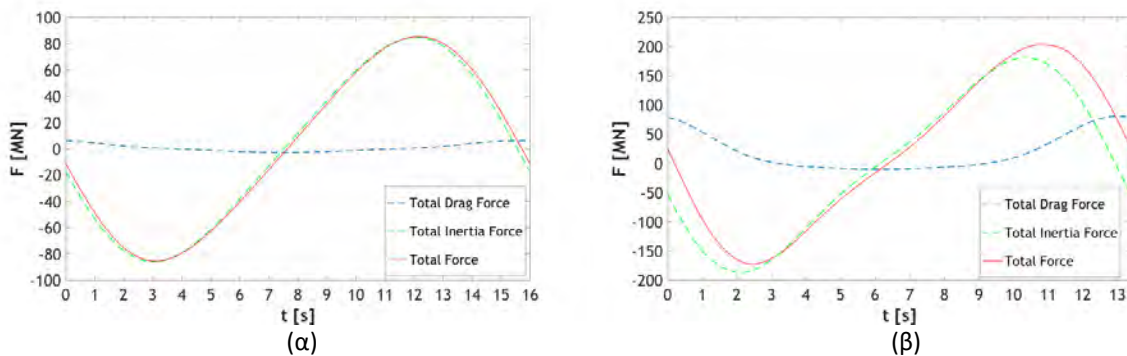
Πίνακας 8.1: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 90° (Airy).

ΚΟΛΟΝΕΣ					
Περίπτωση: 90° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x					
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη μίας κολόνας	Μέγιστη συρτική δύναμη συστήματος	Μέγιστη αδρανειακή δύναμη συστήματος	Μέγιστη δύναμη συστήματος	Χρονική στιγμή
	F_{tot_col} [MN]	F_{tot_D} [MN]	F_{tot_M} [MN]	F_{tot} [MN]	t [s]
$\{H_s, T_p\}$	24.278 (DS-E)	6.326	84.871	85.454	12.2
$\{H_{max}, T_p\}$	49.684 (DS-W)	65.714	155.992	169.890	13
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	63.131 (DS-W)	81.257	181.661	203.793	10.8

Σχετικά με τις συνιστώσες δυνάμεις, ο συνδυασμός $\{H_s, T_p\}$ έδωσε πολύ μικρή συρτική δύναμη σε σχέση με την αδρανειακή. Συγκεκριμένα, η μέγιστη συνολική δύναμη, που υπολογίστηκε ίση με 85.454 MN, προέκυψε από τις συνιστώσες δυνάμεις $F_D = 0.695$ MN και $F_M = 84.759$ MN, που αντιστοιχούν στο 0.8% και το 99.2% της συνολικής δύναμης, αντίστοιχα. Αυτό οφείλεται στον αριθμό KC, ο οποίος υπολογίστηκε περίπου ίσος με 5, με κυρίαρχες τις αδρανειακές δυνάμεις. Αντίθετα, για τα γεγονότα $\{H_{max}, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_{tt}\}$ η συρτική δύναμη υπολογίστηκε στο 10.8% και 13.8% της μέγιστης συνολικής, αντίστοιχα, καθώς ο αριθμός KC προέκυψε μεταξύ του 10 και του 12, με τις συρτικές δυνάμεις να είναι σημαντικές ώστε να αγνοηθούν. Στο Διάγραμμα 8.2 παρουσιάζεται η συνεισφορά κάθε συνιστώσας δύναμης στη συνολική, για τα κυματικά γεγονότα $\{H_s, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_{tt}\}$.

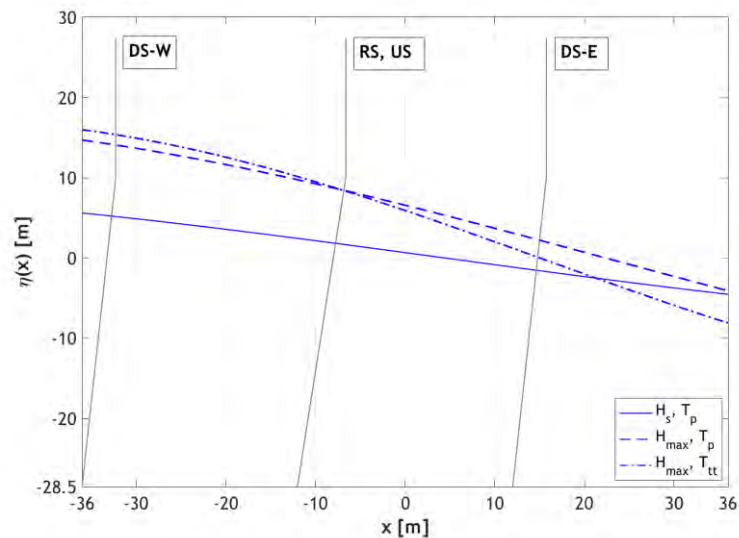


Διάγραμμα 8.1: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-90° (Airy).



Διάγραμμα 8.2: Χρονοϊστορία δυνάμεων στο σύστημα των κολονών (α) $\{H_s, T_p\}$ (β) $\{H_{max}, T_{tt}\}$ - 90° (Airy).

Ακολουθεί το διάγραμμα ανύψωσης με τη θέση x , όπως προέκυψε για τη χρονική στιγμή μεγιστοποίησης της συνολικής δύναμης (Διάγραμμα 8.3). Όπως αναμενόταν, σε καμία περίπτωση δεν προκύπτει η μέγιστη ανύψωση στην κατασκευή, καθώς το σύστημα κυριαρχείται από τις αδρανειακές δυνάμεις.



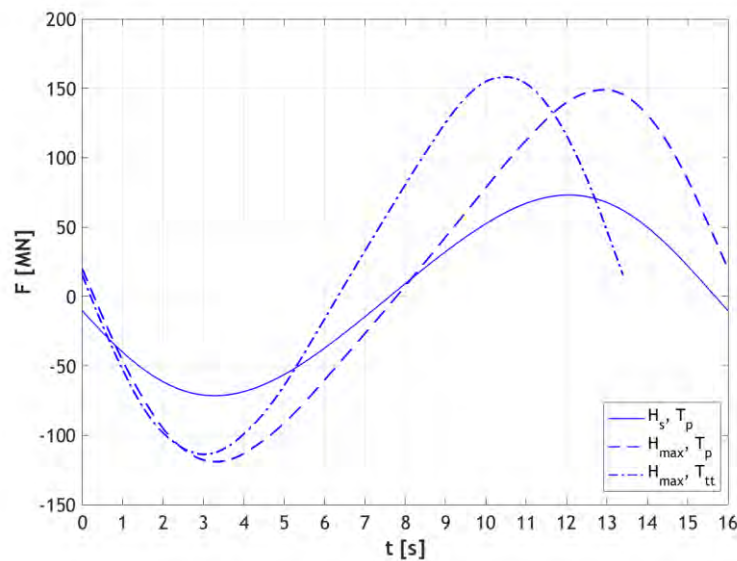
Διάγραμμα 8.3: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα των κολονών για τη μέγιστη κυματική φόρτιση 90° (Airy).

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Στη συνέχεια υπολογίστηκαν οι δυνάμεις στις κολόνες για τη διεύθυνση διάδοσης των 30° ως προς τον Βορρά. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.2, με τις μεγαλύτερες τιμές να αφορούν και πάλι στο κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$. Στο Διάγραμμα 8.4 παρουσιάζεται η συνολική δύναμη συναρτήσει του χρόνου για κάθε κυματικό γεγονός.

Πίνακας 8.2: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (Airy).

ΚΟΛΟΝΕΣ					
Περίπτωση: 30° - Μέγιστες δυνάμεις κατά χ'					
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη μίας κολόνας	Μέγιστη συρτική δύναμη συστήματος	Μέγιστη αδρανειακή δύναμη συστήματος	Μέγιστη δύναμη συστήματος	Χρονική στιγμή
	F_{tot_col} [MN]	F_{tot_D} [MN]	F_{tot_M} [MN]	F_{tot} [MN]	t [s]
$\{H_s, T_p\}$	24.278 (DS-W)	4.477	72.118	73.130	12
$\{H_{max}, T_p\}$	49.681 (DS-E)	49.422	130.617	149.007	12.9
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	63.130 (DS-W)	55.438	133.824	158.188	10.5



Διάγραμμα 8.4: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-30° (Airy).

Τα συμπεράσματα είναι ίδια με αυτά που αναφέρθηκαν για τη διεύθυνση διάδοσης των 90°. Ωστόσο, οι κυματικές φορτίσεις προέκυψαν μικρότερες από αυτές της διεύθυνσης των 90°, με τη συνολική μέγιστη δύναμη του συνδυασμού $\{H_{max}, T_{tt}\}$ να υπολογίζεται στο 77.6% αυτής των 90°. Οι μέγιστες φορτίσεις για μία κολόνα προέκυψαν σχεδόν οι ίδιες για τις δύο περιπτώσεις διάδοσης. Οι μικρές διαφορές τους οφείλονται στη διαφοροποίηση των συντεταγμένων και της κλίσης της προσπίπτουσας επιφάνειας κάθε κολόνας, με την αλλαγή της διεύθυνσης διάδοσης. Συνεπώς, η αλλαγή της διεύθυνσης διάδοσης των κυματισμών φαίνεται να επηρεάζει κυρίως τη φόρτιση του συνολικού συστήματος και όχι της κάθε κολόνας ξεχωριστά.

Η βάση της κατασκευής μελετήθηκε αναφορικά με τις κυματικές φορτίσεις, για κάθε κυματικό γεγονός και διεύθυνση διάδοσης, σύμφωνα με το γραμμικό μοντέλο κανονικών

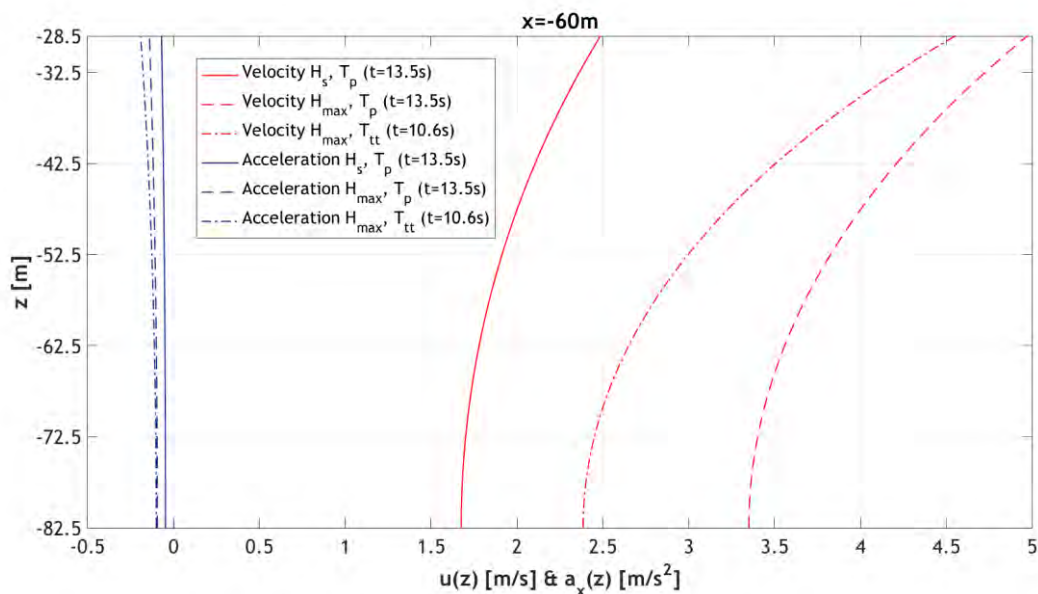
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

κυματισμών. Τα αποτελέσματα για την περίπτωση διάδοσης των 90° παρατίθενται στον Πίνακα 8.3. Λόγω της γεωμετρίας της κατασκευής σε συνδυασμό με τη διεύθυνση των κυματισμών η φόρτιση στη διεύθυνση y προέκυψε μηδενική. Συνεπώς η συνολική δύναμη που ασκείται στη βάση της κατασκευής είναι στη διεύθυνση διάδοσης.

Πίνακας 8.3: Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 90° (Airy).

ΒΑΣΗ				
Περίπτωση: 90° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x και y				
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη κατά x	Χρονική στιγμή	Μέγιστη δύναμη κατά y	Χρονική στιγμή
	$F_{tot,x}$ [MN]	t [s]	$F_{tot,y}$ [MN]	t [s]
$\{H_s, T_p\}$	257.975	13.5	0	-
$\{H_{max}, T_p\}$	515.949	13.5	0	-
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	360.950	10.6	0	-

Από τον πίνακα γίνεται φανερό ότι η μεγαλύτερη μέγιστη φόρτιση αφορά στον συνδυασμό $\{H_{max}, T_p\}$ και η μικρότερη στον $\{H_s, T_p\}$. Πιο συγκεκριμένα, η μέγιστη φόρτιση για το κυματικό γεγονός $\{H_s, T_p\}$ υπολογίστηκε ίση με τη μισή αυτής του $\{H_{max}, T_p\}$ και η μέγιστη φόρτιση για το $\{H_{max}, T_{tt}\}$ στο 70% αυτής του $\{H_{max}, T_p\}$. Το γεγονός αυτό αναμενόταν και γίνεται καλύτερα κατανοητό από το Διάγραμμα 8.5, στο οποίο αποτυπώνεται η σχέση της ταχύτητας και της επιτάχυνσης με το βάθος κατά τη χρονική στιγμή μεγιστοποίησης των δυνάμεων.



Διάγραμμα 8.5: Προφίλ ταχυτήτων και επιταχύνσεων συναρτήσει του βάθους για τις μέγιστες φορτίσεις της βάσης και για κάθε κυματικό γεγονός ($x=-60m$).

Όπως γίνεται φανερό, κοντά στον πυθμένα μέχρι και βάθος $-28.5m$, που αντιστοιχεί στο ύψος της βάσης, οι ταχύτητες του γεγονότος $\{H_{max}, T_p\}$ είναι οι μεγαλύτερες και του $\{H_s, T_p\}$ οι μικρότερες. Ωστόσο, αυτό δε συμβαίνει για τις επιταχύνσεις, οι οποίες είναι κατά πολύ μικρότερες των ταχυτήτων ώστε να έχουν κάποια ουσιαστική επίδραση στις τελικές

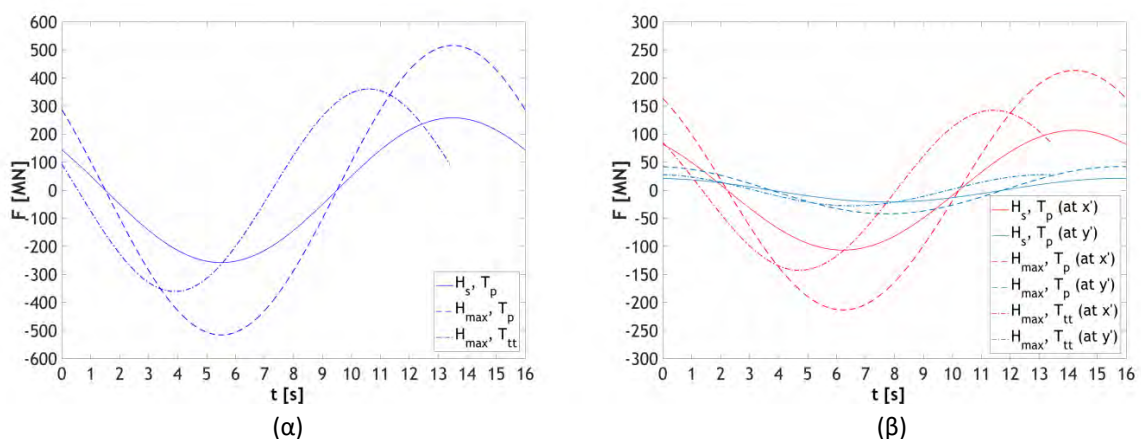
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

δυνάμεις. Η συντεταγμένη x επιλέχθηκε ίση με -60m , δηλαδή για πρόσπτωση του κυματισμού στη μεγαλύτερη πλευρά της βάσης, καθώς εκεί εμφανίζεται η μεγαλύτερη συνιστώσα δύναμη.

Οι μέγιστες δυνάμεις που ασκούνται στη βάση της κατασκευής για κυματισμούς που προελαύνουν σε διεύθυνση 30° ως προς τον Βορρά προέκυψαν μικρότερες από αυτές των 90° (Πίνακας 8.4). Πιο συγκεκριμένα, οι μέγιστες συνολικές δυνάμεις των 30° υπολογίστηκαν περίπου στο 40-42% αυτών των 90° για κάθε κυματικό γεγονός. Αυτό συμβαίνει επειδή οι προσπίπτουσες επιφάνειες της βάσης είναι μικρότερες στην πρώτη περίπτωση. Για τις παρούσες συνθήκες εμφανίζεται και μια κυματική συνιστώσα κατά y' , η οποία για τις μέγιστες συνολικές δυνάμεις των συνδυασμών $\{H_s, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_p\}$ υπολογίστηκε στο 60% της συνιστώσας κατά x' , ενώ για τον $\{H_{max}, T_{tt}\}$ στο 78%. Και πάλι το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_p\}$ δίνει τη μεγαλύτερη φόρτιση, ενώ ο συνδυασμός $\{H_s, T_p\}$ τη μικρότερη για τον ίδιο λόγο που αναφέρθηκε παραπάνω. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η χρονοϊστορία της φόρτισης στη βάση για κάθε περίπτωση διεύθυνσης διάδοσης των κυματισμών (Διάγραμμα 8.6).

Πίνακας 8.4: Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 30° (Airy).

ΒΑΣΗ							
Περίπτωση: 30° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x' και y'							
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη κατά x' $F_{tot_x'} [MN]$	Χρονική στιγμή $t [s]$	Μέγιστη δύναμη κατά y' $F_{tot_y'} [MN]$	Χρονική στιγμή $t [s]$	Μέγιστη Συνολική δύναμη $F_{tot} [MN]$	Χρονική στιγμή $t [s]$	Διεύθυνση ως προς τον Βορρά $\alpha [^\circ]$ ↻
$\{H_s, T_p\}$	106.711	14.2	21.017	15.7	108.132	14.3	39.44
$\{H_{max}, T_p\}$	213.421	14.2	42.034	15.7	216.263	14.3	39.44
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	142.654	11.4	27.721	13.2	143.832	11.4	37.34



Διάγραμμα 8.6: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση (α) 90° (β) 30° (Airy).

Η συνολική φόρτιση που δέχεται η κατασκευή υπολογίστηκε για κάθε κυματικό γεγονός και διεύθυνση διάδοσης και οι μέγιστες τιμές της παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.5. Όπως προαναφέρθηκε, σε κάθε περίπτωση, οι μεγαλύτερες φορτίσεις των κολονών προέκυψαν για το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$, ενώ της βάσης για το $\{H_{max}, T_p\}$. Σαφώς, η συμβολή των

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

δυνάμεων της βάσης στη συνολική δύναμη είναι μεγαλύτερη από αυτή των κολονών και για αυτόν τον λόγο ο συνδυασμός $\{H_{max}, T_p\}$ οδήγησε στις μεγαλύτερες δυνάμεις. Εν προκειμένω, η μεγαλύτερη τιμή του πίνακα αφορά στον συνδυασμό $\{H_{max}, T_p\}$ για διεύθυνση διάδοσης 90° και υπολογίστηκε 683.852 MN , με τη δύναμη για 30° να αντιστοιχεί περίπου στη μισή αυτής και να εμφανίζεται σε διεύθυνση 34.59° ως προς τον Βορρά.

Πίνακας 8.5: Συνολική φόρτιση κατασκευής (Airy).

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ						
Κυματικό Γεγονός	Περίπτωση: 90°			Περίπτωση: 30°		
	Μέγιστη συνολική δύναμη $F_{tot} \text{ [MN]}$	Χρονική στιγμή $t \text{ [s]}$	Διεύθυνση ως προς τον Βορρά $\alpha \text{ [}^\circ\text{]} \curvearrowright$	Μέγιστη συνολική δύναμη $F_{tot} \text{ [MN]}$	Χρονική στιγμή $t \text{ [s]}$	Διεύθυνση ως προς τον Βορρά $\alpha \text{ [}^\circ\text{]} \curvearrowright$
$\{H_s, T_p\}$	333.712	13.1	90	163.884	13.3	34.23
$\{H_{max}, T_p\}$	683.852	13.4	90	350.010	13.6	34.59
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	564.070	10.7	90	294.035	10.9	32.54

8.2 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ STOKES 2^{H2} ΤΑΞΗΣ

Σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 2^{ns} τάξης προέκυψαν οι φορτίσεις στις κολόνες της κατασκευής για τη διεύθυνση διάδοσης των 90° και παρατίθενται στον Πίνακα 8.6.

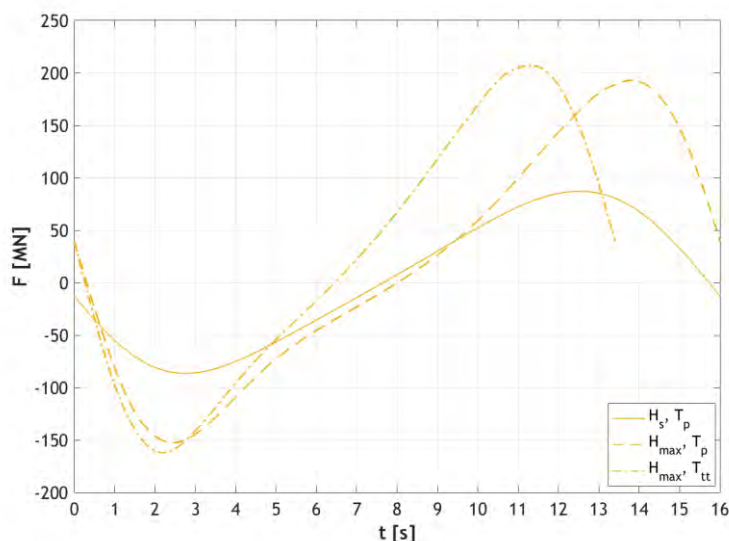
Πίνακας 8.6: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 90° (Stokes 2^{nd}).

ΚΟΛΟΝΕΣ					
Περίπτωση: 90° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x					
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη μίας κολόνας $F_{tot_col} \text{ [MN]}$	Μέγιστη συρτική δύναμη συστήματος $F_{tot_D} \text{ [MN]}$	Μέγιστη αδρανειακή δύναμη συστήματος $F_{tot_M} \text{ [MN]}$	Μέγιστη δύναμη συστήματος $F_{tot} \text{ [MN]}$	Χρονική στιγμή $t \text{ [s]}$
$\{H_s, T_p\}$	24.968 (DS-W)	7.617	86.088	87.138	12.5
$\{H_{max}, T_p\}$	59.211 (DS-W)	89.371	163.473	192.989	13.8
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	68.094 (DS-W)	100.335	174.289	206.982	11.3

Οι μεγαλύτερες τιμές του πίνακα αφορούν στον κυματικό συνδυασμό $\{H_{max}, T_{tt}\}$ και οι μικρότερες στον $\{H_s, T_p\}$, γεγονός που δικαιολογείται από την κινηματική των σωματιδίων στην περιοχή των κολονών. Πιο συγκεκριμένα, οι μέγιστες φορτίσεις για $\{H_s, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_p\}$ προέκυψαν στο 43% και 93% αυτής για $\{H_{max}, T_{tt}\}$. Από τον πίνακα γίνεται φανερό ότι οι συρτικές δυνάμεις είναι σημαντικές για τα κυματικά γεγονότα $\{H_{max}, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_{tt}\}$. Λόγου χάρη, για τη μέγιστη δύναμη του συστήματος στην περίπτωση $\{H_{max}, T_{tt}\}$ η συρτική συνιστώσα υπολογίστηκε ίση με 47.274 MN , που αντιστοιχεί στο 22.8% της συνολικής δύναμης. Αυτό δικαιολογείται από τον αριθμό KC, ο οποίος κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 12

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

και 15, υποδηλώνοντας τη σημαντική συμβολή της συρτικής συνιστώσας στη συνολική δύναμη. Επιπλέον, ο όρος u^2 στην εξίσωση της συρτικής συνιστώσας ενισχύει την επιρροή της στη συνολική δύναμη. Η χρονοϊστορία της δύναμης του συστήματος, όπως προέκυψε για κάθε συνδυασμό ύψους-περιόδου κύματος παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 8.7.



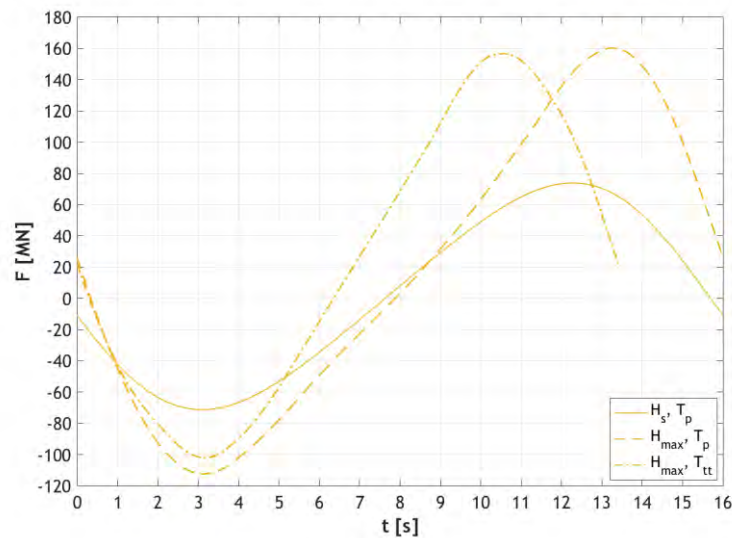
Διάγραμμα 8.7: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-90° (Stokes 2nd).

Αναφορικά με τις φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (Πίνακας 8.7), η μέγιστη αδρανειακή συνιστώσα και συνολική δύναμη προέκυψαν για το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_p\}$. Αυτό συνέβη παρόλο που οι μέγιστες ταχύτητες και επιταχύνσεις εμφανίζονται για τον συνδυασμό $\{H_{max}, T_{tt}\}$ και δικαιολογείται, καθώς ο συνδυασμός των φορτίσεων μπορεί να οδηγήσει σε διαφορετικό αποτέλεσμα. Σημειώνεται, ότι όλες οι δυνάμεις που αφορούν στο σύστημα των κολονών προέκυψαν μικρότερες από αυτές της διεύθυνσης διάδοσης των 90°. Ωστόσο, η διεύθυνση διάδοσης δεν επηρεάζει σημαντικά τις ασκούμενες δυνάμεις σε κάθε κολόνα ξεχωριστά. Ακολουθεί το Διάγραμμα 8.8, της χρονοϊστορίας της συνολικής φόρτισης στις κολόνες.

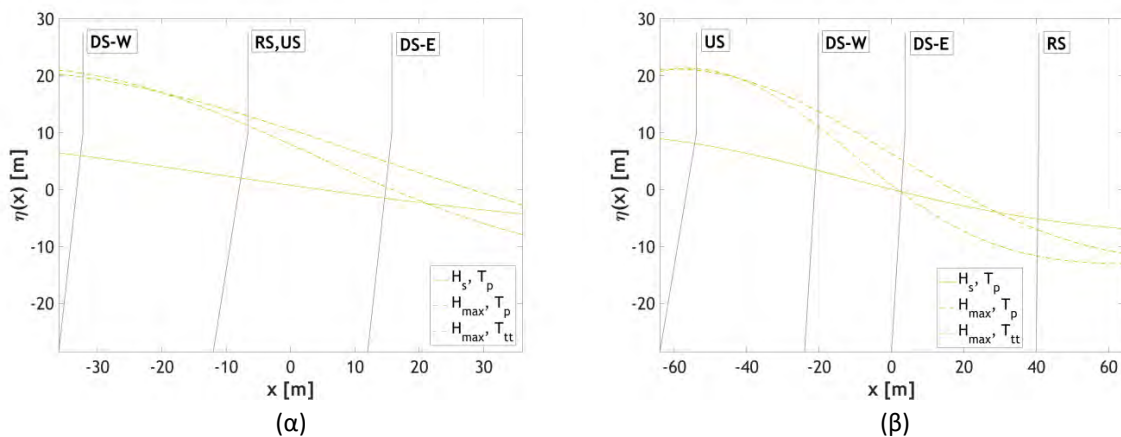
Πίνακας 8.7: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (Stokes 2nd).

ΚΟΛΟΝΕΣ					
Περίπτωση: 30° - Μέγιστες δυνάμεις κατά χ'					
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη μίας κολόνας	Μέγιστη συρτική δύναμη συστήματος	Μέγιστη αδρανειακή δύναμη συστήματος	Μέγιστη δύναμη συστήματος	Χρονική στιγμή
	F_{tot_col} [MN]	F_{tot_D} [MN]	F_{tot_M} [MN]	F_{tot} [MN]	t [s]
$\{H_s, T_p\}$	24.967 (DS-E)	5.190	72.389	73.883	12.3
$\{H_{max}, T_p\}$	59.208 (DS-E)	61.244	130.760	160.268	13.3
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	68.092 (DS-W)	62.785	125.323	156.643	10.6

Η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας υπολογίστηκε για τη χρονική στιγμή μεγιστοποίησης της συνολικής δύναμης, για τη διεύθυνση των 90° και των 30° (Διάγραμμα 8.9). Σαφώς, για το σύστημα των κολονών με κυρίαρχες τις αδρανειακές δυνάμεις, η μέγιστη ανύψωση δεν εμφανίζεται στην κατασκευή.



Διάγραμμα 8.8: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-30° (Stokes 2nd).



Διάγραμμα 8.9: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα των κολονών για τη μέγιστη κυματική φόρτιση (α) 90° (β) 30° (Stokes 2nd).

Οι ασκούμενες στη βάση δυνάμεις για διεύθυνση διάδοσης 90° υπολογίστηκαν σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης και παρατίθενται στον Πίνακα 8.8.

Πίνακας 8.8: Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 90° (Stokes 2nd).

ΒΑΣΗ				
Περίπτωση: 90° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x και y				
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη κατά x	Χρονική στιγμή	Μέγιστη δύναμη κατά y	Χρονική στιγμή
	F_{tot_x} [MN]	t [s]	F_{tot_y} [MN]	t [s]
$\{H_s, T_p\}$	252.117	13.5	0	-
$\{H_{max}, T_p\}$	490.732	13.5	0	-
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	338.187	10.6	0	-

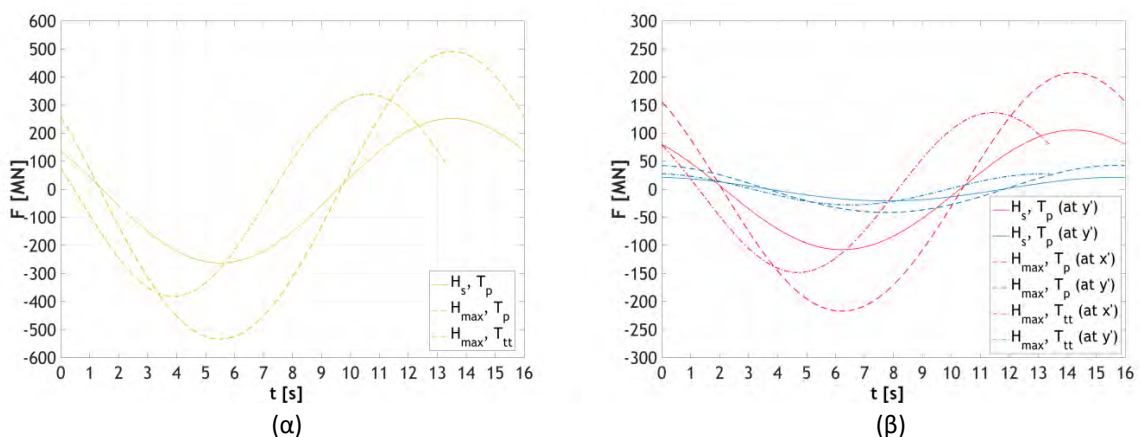
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Λόγω των αυξημένων κινηματικών μεγεθών του συνδυασμού $\{H_{max}, T_p\}$ σε σχέση με τους άλλους δύο στην περιοχή της βάσης, η μέγιστη φόρτιση προέκυψε μεγαλύτερη για τον εν λόγω συνδυασμό. Εν προκειμένω, ο συνδυασμός $\{H_{max}, T_p\}$ οδήγησε σε μέγιστη φόρτιση 490.732 MN και οι $\{H_s, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_{tt}\}$ στο 51.4% και 69% αυτής, αντίστοιχα. Αξίζει να σημειωθεί, ότι οι δυνάμεις κατά Stokes 2^{ης} τάξης μεγιστοποιούνται στις ίδιες χρονικές στιγμές με αυτές που προέκυψαν από τη θεωρία Airy, αναφορικά με τη διεύθυνση των 90°.

Αναφορικά με την περίπτωση διάδοσης των 30°, οι μεγαλύτερες δυνάμεις της βάσης αφορούν και πάλι στον συνδυασμό $\{H_{max}, T_p\}$ (Πίνακας 8.9). Πιο συγκεκριμένα, ο συνδυασμός $\{H_s, T_p\}$ οδηγεί περίπου στη μισή φόρτιση του $\{H_{max}, T_p\}$ και ο $\{H_{max}, T_{tt}\}$ στο 65% αυτής. Σημειώνεται ότι οι μέγιστες συνολικές δυνάμεις της βάσης προέκυψαν μικρότερες από αυτές για τη διεύθυνση των 90° και συγκεκριμένα περίπου στο 40-43% των τελευταίων. Οι χρονικές στιγμές μεγιστοποίησης της συνολικής φόρτισης για τους συνδυασμούς $\{H_s, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_p\}$ είναι οι ίδιες με αυτές της θεωρίας Airy. Ακολουθεί το Διάγραμμα 8.10, στο οποίο παρουσιάζεται η φόρτιση της βάσης συναρτήσει του χρόνου για τις δύο διευθύνσεις των κυματισμών.

Πίνακας 8.9: Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 30° (Stokes 2nd).

ΒΑΣΗ							
Περίπτωση: 30° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x' και y'							
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη κατά x'	Χρονική στιγμή	Μέγιστη δύναμη κατά y'	Χρονική στιγμή	Μέγιστη Συνολική δύναμη	Χρονική στιγμή	Διεύθυνση ως προς τον Βορρά α [°]
	$F_{tot_x'}$ [MN]	t [s]	$F_{tot_y'}$ [MN]	t [s]	F_{tot} [MN]	t [s]	↻
$\{H_s, T_p\}$	105.414	14.2	21.150	15.7	106.870	14.3	39.59
$\{H_{max}, T_p\}$	207.794	14.2	42.527	15.7	210.793	14.3	39.76
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	136.562	11.4	27.457	13.2	137.809	11.5	38.01



Διάγραμμα 8.10: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση (α) 90° (β) 30° (Stokes 2nd).

Η συνολική φόρτιση στην κατασκευή υπολογίστηκε για το μοντέλο Stokes 2^{ης} τάξης και παρατίθεται στον Πίνακα 8.10. Καθώς οι φορτίσεις της βάσης είναι κυρίαρχες στο συνολικό σύστημα, η μέγιστη φόρτιση προέκυψε για το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_p\}$. Συγκριτικά με τις δύο περιπτώσεις διάδοσης, η διεύθυνση των 90° οδήγησε περίπου σε διπλάσια φόρτιση από αυτή των 30°.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Πίνακας 8.10: Συνολική φόρτιση κατασκευής (Stokes 2nd).

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ						
Κυματικό Γεγονός	Περίπτωση: 90°			Περίπτωση: 30°		
	Μέγιστη συνολική δύναμη	Χρονική στιγμή	Διεύθυνση ως προς τον Βορρά	Μέγιστη συνολική δύναμη	Χρονική στιγμή	Διεύθυνση ως προς τον Βορρά
	F_{tot} [MN]	t [s]	α [°] ↻	F_{tot} [MN]	t [s]	α [°] ↻
$\{H_s, T_p\}$	333.522	13.2	90	165.518	13.4	34.38
$\{H_{max}, T_p\}$	682.142	13.6	90	360.289	13.7	34.63
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	538.842	10.9	90	286.768	10.9	32.58

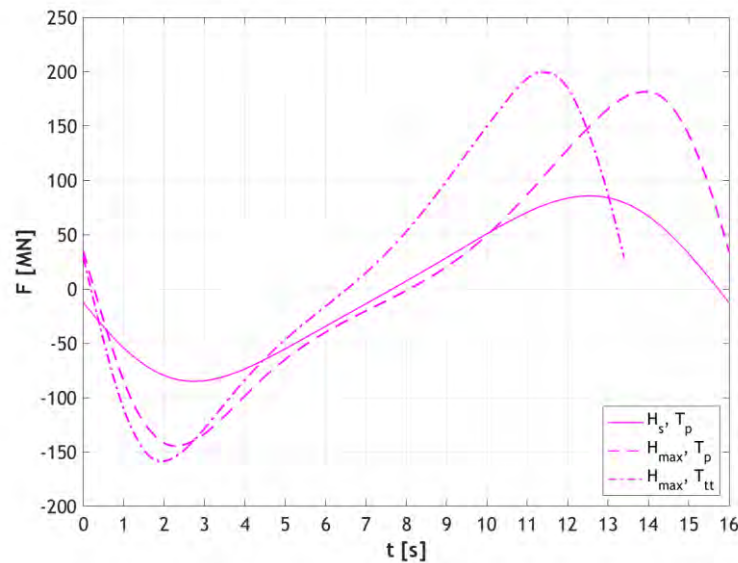
8.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ STOKES 5th ΤΑΞΗΣ

Οι μέγιστες φορτίσεις των κολονών της κατασκευής υπολογίστηκαν σύμφωνα με το μοντέλο του Stokes 5th τάξης για τις δύο διευθύνσεις διάδοσης. Τα αποτελέσματα για τη διεύθυνση των 90° παρατίθενται στον Πίνακα 8.11 και η χρονοϊστορία της συνολικής φόρτισης αποτυπώνεται στο Διάγραμμα 8.11.

Πίνακας 8.11: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 90° (Stokes 5th).

ΚΟΛΟΝΕΣ					
Περίπτωση: 90° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x					
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη μίας κολόνας	Μέγιστη συρτική δύναμη συστήματος	Μέγιστη αδρανειακή δύναμη συστήματος	Μέγιστη δύναμη συστήματος	Χρονική στιγμή
	F_{tot_col} [MN]	F_{tot_D} [MN]	F_{tot_M} [MN]	F_{tot} [MN]	t [s]
	$\{H_s, T_p\}$	24.447 (DS-E)	7.084	84.670	85.629
$\{H_{max}, T_p\}$	56.770 (DS-E)	81.120	155.228	181.606	14
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	66.485 (DS-E)	86.416	170.520	199.583	11.4

Όπως γίνεται φανερό, τα μεγαλύτερα εκ των μεγίστων φορτία εμφανίζονται για το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ και διαφέρουν ελάχιστα από αυτά του $\{H_{max}, T_p\}$. Συγκεκριμένα, η μέγιστη φόρτιση του συστήματος για τον δεύτερο συνδυασμό υπολογίστηκε στο 91% του πρώτου. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, αυτό αποτελεί ένα τυχαίο γεγονός, που οφείλεται στην κινηματική των σωματιδίων. Η συρτική συνιστώσα προέκυψε στο 21.9% και 19.1% της μέγιστης συνολικής δύναμης για τους συνδυασμούς $\{H_{max}, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_{tt}\}$, αντίστοιχα. Σαφώς, οι συνιστώσες δυνάμεις έχουν επηρεαστεί από τον αριθμό KC που κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 10 με 13. Ωστόσο, η συρτική συνιστώσα είναι κατά πολύ μικρότερη της αδρανειακής για τη μέγιστη φόρτιση του συνδυασμού $\{H_s, T_p\}$, καθώς ο αριθμός KC είναι μικρός.



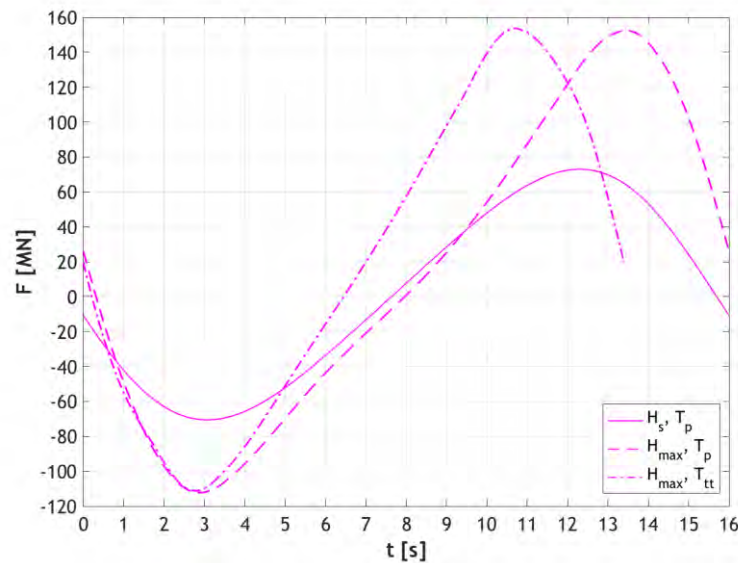
Διάγραμμα 8.11: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-90° (Stokes 5th).

Οι φορτίσεις του συστήματος των κολονών για τη διεύθυνση των 30° υπολογίστηκαν μικρότερες από αυτές των 90° (Πίνακας 8.12). Λόγου χάρη, για τον συνδυασμό $\{H_{max}, T_{tt}\}$ η μέγιστη δύναμη του συστήματος για 30° προέκυψε στο 77% αυτής για 90°. Ωστόσο, οι μέγιστες ασκούμενες σε κάθε κολόνα δυνάμεις δεν έχουν επηρεαστεί ιδιαίτερα από την αλλαγή της διεύθυνσης διάδοσης. Οι μεγαλύτερες τιμές του πίνακα αφορούν και πάλι στον συνδυασμό $\{H_{max}, T_{tt}\}$, με τις τιμές του $\{H_{max}, T_p\}$ να διαφέρουν ελάχιστα από αυτές. Αυτό γίνεται εμφανές και από το Διάγραμμα 8.12, οι μέγιστες συνολικές δυνάμεις των κυματικών γεγονότων συγκρίνονται σε διάρκεια μιας περιόδου.

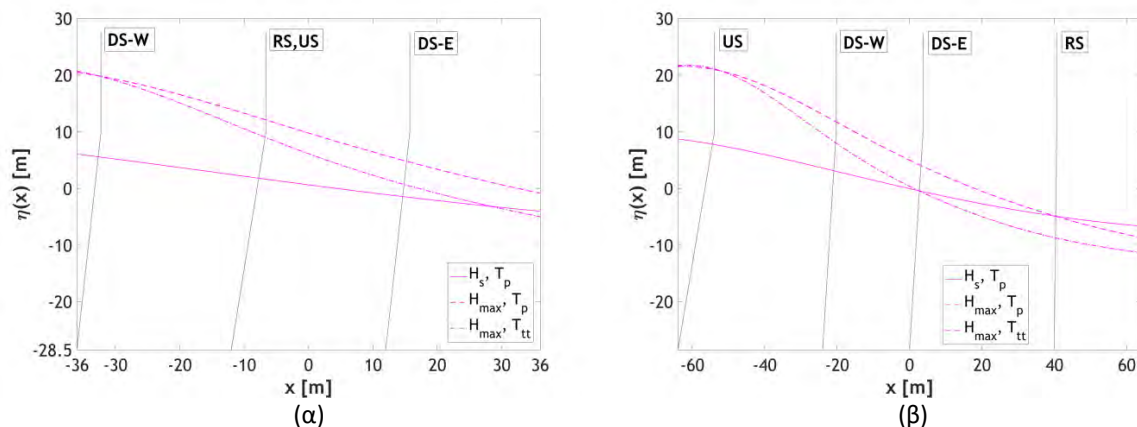
Πίνακας 8.12: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (Stokes 5th).

ΚΟΛΟΝΕΣ					
Περίπτωση: 30° - Μέγιστες δυνάμεις κατά χ'					
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη μίας κολόνας	Μέγιστη συρτική δύναμη συστήματος	Μέγιστη αδρανειακή δύναμη συστήματος	Μέγιστη δύναμη συστήματος	Χρονική στιγμή
	F_{tot_col} [MN]	F_{tot_D} [MN]	F_{tot_M} [MN]	F_{tot} [MN]	t [s]
$\{H_s, T_p\}$	24.451 (DS-E)	4.869	71.591	72.959	12.3
$\{H_{max}, T_p\}$	56.769 (DS-E)	60.562	127.426	152.357	13.4
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	66.483 (DS-W)	60.957	128.934	153.598	10.7

Αναφορικά με το στιγμιότυπο της ανύψωσης κατά τη χρονική στιγμή μεγιστοποίησης της συνολικής φόρτισης, σημειώνεται ότι δεν προέκυψε η μέγιστη ανύψωση στις κολόνες της κατασκευής. Αυτό συνέβη σε κάθε κυματικό γεγονός και διεύθυνση διάδοσης (Διάγραμμα 8.13).



Διάγραμμα 8.12: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-30° (Stokes 5th).



Διάγραμμα 8.13: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα των κολονών για τη μέγιστη κυματική φόρτιση (α) 90° (β) 30° (Stokes 5th).

Στον Πίνακα 8.13 παρατίθενται οι τιμές των μέγιστων φορτίων της βάσης για διεύθυνση διάδοσης 90°.

Πίνακας 8.13: Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 90° (Stokes 5th).

ΒΑΣΗ				
Περίπτωση: 90° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x και y				
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη κατά x	Χρονική στιγμή	Μέγιστη δύναμη κατά y	Χρονική στιγμή
	F_{tot_x} [MN]	t [s]	F_{tot_y} [MN]	t [s]
$\{H_s, T_p\}$	256.168	13.6	0	-
$\{H_{max}, T_p\}$	518.256	13.7	0	-
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	388.078	10.9	0	-

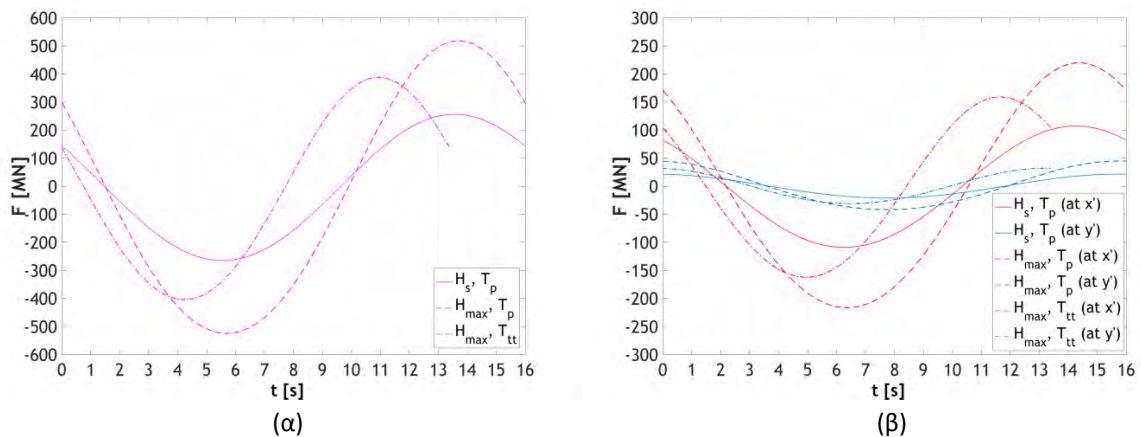
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Η μεγαλύτερη συνολική φόρτιση, που ισοδυναμεί με τη συνολική δύναμη κατά x , προέκυψε για το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_p\}$ και η ελάχιστη, περίπου η μισή αυτής, για το $\{H_s, T_p\}$. Το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ οδήγησε σε εξίσου σημαντική φόρτιση στη βάση, η οποία υπολογίστηκε στο 75% της μέγιστης για $\{H_{max}, T_p\}$. Ο συνδυασμός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ δίνει τις μεγαλύτερες φορτίσεις της βάσης και στην περίπτωση διάδοσης των 30° , με την αναλογία των μέγιστων δυνάμεων ανά συνδυασμό να μη διαφέρει ιδιαίτερα από αυτή των 90° (Πίνακας 8.14). Οι μέγιστες συνολικές φορτίσεις υπολογίστηκαν περίπου στο 40% αυτών για την περίπτωση των 90° .

Πίνακας 8.14: Μέγιστες φορτίσεις στη βάση για διεύθυνση διάδοσης 30° (Stokes 5th).

ΒΑΣΗ							
Περίπτωση: 30° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x' και y'							
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη κατά x' $F_{tot_x'} [MN]$	Χρονική στιγμή $t [s]$	Μέγιστη δύναμη κατά y' $F_{tot_y'} [MN]$	Χρονική στιγμή $t [s]$	Μέγιστη Συνολική δύναμη $F_{tot} [MN]$	Χρονική στιγμή $t [s]$	Διεύθυνση ως προς τον Βορρά $\alpha [^\circ]$ ↻
$\{H_s, T_p\}$	107.307	14.3	21.540	15.7	108.821	14.3	39.57
$\{H_{max}, T_p\}$	219.944	14.4	44.958	15.7	223.226	14.4	39.84
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	158.928	11.7	32.040	13.2	160.721	11.7	38.57

Ακολουθεί το διάγραμμα φόρτισης-χρόνου σε διάρκεια μίας περιόδου για τις δύο διευθύνσεις διάδοσης των κυματισμών (Διάγραμμα 8.14).



Διάγραμμα 8.14.: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση (α) 90° (β) 30° (Stokes 5th).

Οι κυματικές φορτίσεις που ασκούνται στην πλατφόρμα υπολογίστηκαν και οι μέγιστες τιμές τους παρατίθενται στον Πίνακα 8.15. Η μεγαλύτερη φόρτιση στην κατασκευή υπολογίστηκε ίση με 698.896 MN και αφορά στο κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_p\}$ και στη διεύθυνση των 90° . Σχετικά με την περίπτωση των 30° , το ίδιο κυματικό γεγονός οδήγησε περίπου στη μισή φόρτιση, σε διεύθυνση 35.10° ως προς τον Βορρά.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Πίνακας 8.15: Συνολική φόρτιση κατασκευής (Stokes 5th).

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ						
Κυματικό Γεγονός	Περίπτωση: 90°			Περίπτωση: 30°		
	Μέγιστη συνολική δύναμη F_{tot} [MN]	Χρονική στιγμή t [s]	Διεύθυνση ως προς τον Βορρά α [°] ↻	Μέγιστη συνολική δύναμη F_{tot} [MN]	Χρονική στιγμή t [s]	Διεύθυνση ως προς τον Βορρά α [°] ↻
$\{H_s, T_p\}$	335.597	13.3	90	166.209	13.4	34.42
$\{H_{max}, T_p\}$	698.869	13.8	90	364.781	13.9	35.10
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	583.289	11.1	90	303.544	11.2	33.44

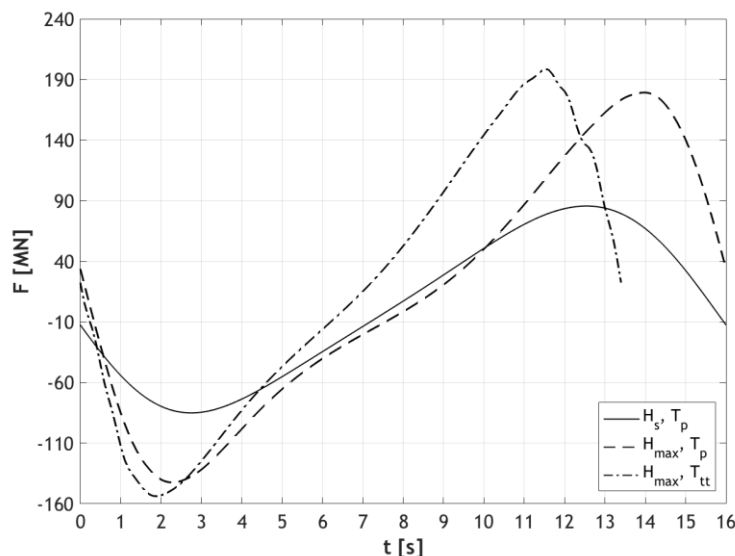
8.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ FOURIER 18^{HS} ΤΑΞΗΣ

Οι κυματικές φορτίσεις των κολονών υπολογίστηκαν σύμφωνα με τη θεωρία Fourier 18^{ns} τάξης και τα αποτελέσματα για τη διεύθυνση των 90° παρατίθενται στον Πίνακα 8.16. Επιπλέον, η χρονοϊστορία της φόρτισης αποτυπώνεται στο Διάγραμμα 8.15.

Το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ οδήγησε στις μεγαλύτερες φορτίσεις των κολονών, σύμφωνα με το μοντέλο Fourier 18^{ns} τάξης και για κυματισμούς που προελαύνουν σε διεύθυνση 90° ως προς τον Βορρά (Πίνακας 8.16). Η μέγιστη συνολική φόρτιση υπολογίστηκε ίση με 198.489 MN, με το ποσοστό της αδρανειακής συνιστώσας στο 79.7% της συνολικής. Παρόλα αυτά, οι φορτίσεις που προέκυψαν από το γεγονός $\{H_{max}, T_p\}$ είναι ιδιαίτερα σημαντικές, με τη μέγιστη δύναμη του συστήματος να αντιστοιχεί στο 90.3% αυτής που υπολογίστηκε για $\{H_{max}, T_{tt}\}$.

Πίνακας 8.16: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 90° (Fourier 18th).

ΚΟΛΟΝΕΣ					
Περίπτωση: 90° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x					
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη μίας κολόνας	Μέγιστη συρτική δύναμη συστήματος	Μέγιστη αδρανειακή δύναμη συστήματος	Μέγιστη δύναμη συστήματος	Χρονική στιγμή
	F_{tot_col} [MN]	F_{tot_D} [MN]	F_{tot_M} [MN]	F_{tot} [MN]	t [s]
$\{H_s, T_p\}$	24.442 (DS-E)	7.080	84.652	85.607	12.5
$\{H_{max}, T_p\}$	55.853 (DS-W)	79.744	152.856	179.269	14
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	64.643 (DS-E)	84.414	165.145	198.489	11.5

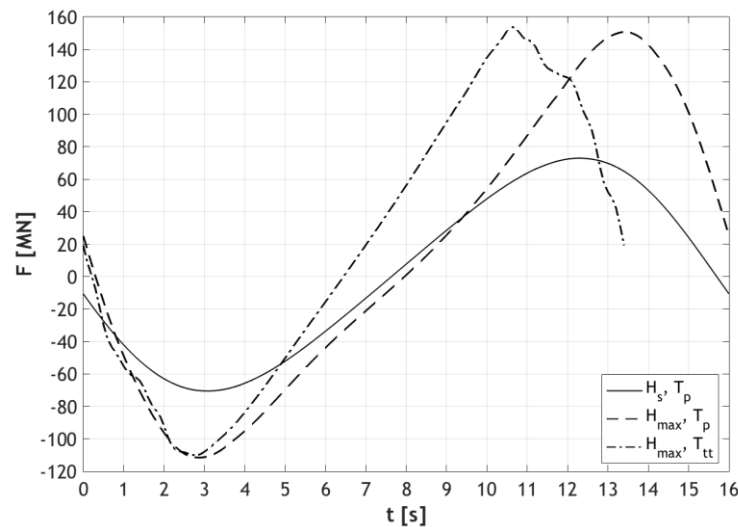


Διάγραμμα 8.15: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-90° (Fourier 18th).

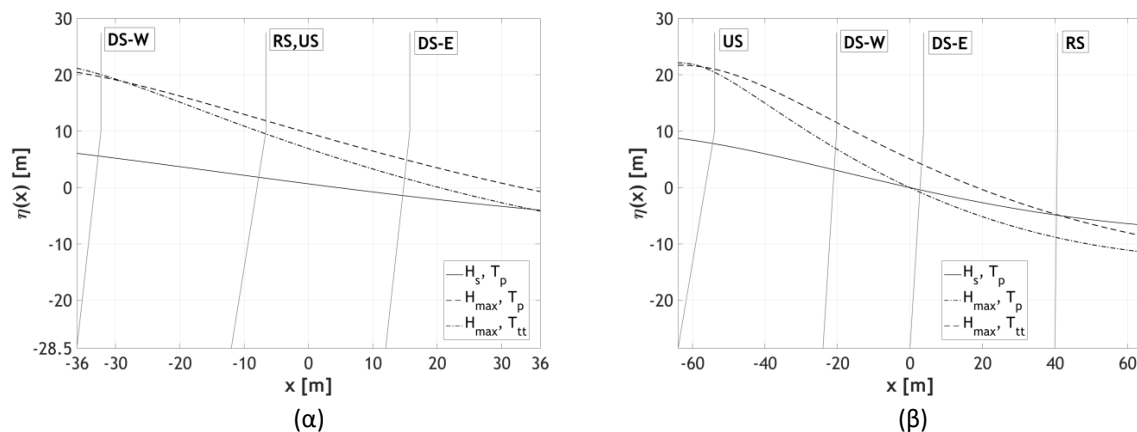
Αναφορικά με τη διεύθυνση των 30° οι φορτίσεις προέκυψαν μικρότερες από αυτές των 90°, όπως φαίνεται στον Πίνακα 8.17. Και πάλι η μεγαλύτερη φόρτιση του συστήματος προέκυψε για το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ και υπολογίστηκε ίση με 153.909 MN, δηλαδή στο 77.5% αυτής των 90°. Ωστόσο, η μεγαλύτερη συρτική συνιστώσα εντοπίστηκε στο γεγονός $\{H_{max}, T_p\}$, διαφέροντας ελάχιστα από αυτήν του $\{H_{max}, T_{tt}\}$. Όπως γίνεται φανερό, η συνολική φόρτιση στο σύστημα των κολονών κατά *Fourier 18th* τάξης μεγιστοποιείται κατά τις ίδιες χρονικές στιγμές με αυτήν του *Stokes 5th* τάξης για τους συνδυασμούς $\{H_s, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_p\}$ και με διαφορά 0.1s για τον $\{H_s, T_p\}$. Αυτό ήταν αναμενόμενο καθώς οι δύο θεωρίες παρουσιάζουν ομοιότητες τόσο στο προφίλ ανύψωσης, όσο και στην κινηματική των σωματιδίων και τον αριθμό *KC*, και κυρίως για τους συνδυασμούς $\{H_s, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_p\}$ όπως μελετήθηκε σε προηγούμενη παράγραφο. Ακολουθεί το προφίλ της δύναμης του συστήματος με τον χρόνο, σε διάρκεια μίας περιόδου (Διάγραμμα 8.16), καθώς και τα διαγράμματα της ανύψωσης για τις χρονικές στιγμές μεγιστοποίησης της συνολικής φόρτισης και για τις δύο διευθύνσεις (Διάγραμμα 8.17). Για το σύστημα των κολονών, με κυρίαρχες τις αδρανειακές δυνάμεις, δεν εμφανίζεται σε καμία περίπτωση η μέγιστη ανύψωση.

Πίνακας 8.17: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (Fourier 18th).

ΚΟΛΟΝΕΣ					
Περίπτωση: 30° - Μέγιστες δυνάμεις κατά χ'					
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη μίας κολόνας	Μέγιστη συρτική δύναμη συστήματος	Μέγιστη αδρανειακή δύναμη συστήματος	Μέγιστη δύναμη συστήματος	Χρονική στιγμή
	F_{tot_col} [MN]	F_{tot_D} [MN]	F_{tot_M} [MN]	F_{tot} [MN]	t [s]
$\{H_s, T_p\}$	24.446 (DS-W,E)	4.864	71.612	72.980	12.3
$\{H_{max}, T_p\}$	55.850 (DS-W)	59.550	126.335	150.793	13.4
$\{H_{max}, T_{tt}\}$	64.686 (DS-W)	58.821	128.304	153.903	10.6



Διάγραμμα 8.16: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών- 30° (Fourier 18^{th}).



Διάγραμμα 8.17: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα των κολονών για τη μέγιστη κυματική φόρτιση (α) 90° (β) 30° (Fourier 18^{th}).

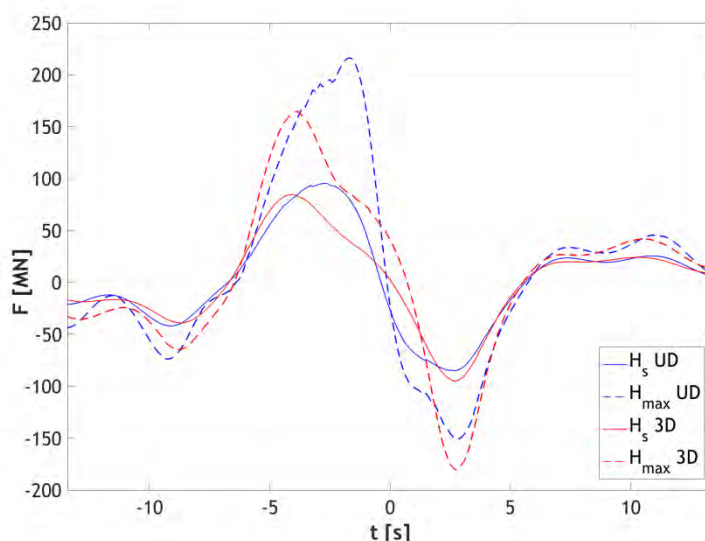
8.5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΥΧΑΙΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ

Οι κυματικές φορτίσεις των κολονών υπολογίστηκαν σύμφωνα με το μοντέλο τυχαίων γραμμικών κυματισμών για τα διορθωμένα κινηματικά μεγέθη. Οι υπολογισμοί έλαβαν χώρα για κατευθυντικό (3D) και μονοκατευθυντικό πεδίο (UD) με εφαρμογή της κατανομής Mitsuyasu. Σημειώνεται ότι η διερεύνηση για την εύρεση των μέγιστων φορτίσεων πραγματοποιήθηκε για το χρονικό διάστημα από $-T_{tt}$ έως T_{tt} και πάλι με βήμα $\Delta t = 0.1s$.

Τα αποτελέσματα για τη διεύθυνση διάδοσης των 90° παρατίθενται στον Πίνακα 8.18. Οι μεγαλύτερες τιμές του πίνακα αφορούν στο ύψος σχεδιασμού $H_{max} = 34.4m$ για μονοκατευθυντικό πεδίο. Πιο συγκεκριμένα, η μέγιστη συνολική φόρτιση του κυματικού γεγονότος υπολογίστηκε ίση με 216.263 MN, με κυρίαρχη την αδρανειακή συνιστώσα δύναμη, η οποία προέκυψε στο 77.17% της συνολικής. Η συνολική δύναμη για κατευθυντικό πεδίο στα 164.502 MN είναι εξίσου σημαντική, καθώς προέκυψε στο 76% αυτής του μονοκατευθυντικού. Αναφορικά με το κυματικό ύψος H_s , οι δυνάμεις είναι σαφώς μικρότερες από αυτές για H_{max} σε κάθε περίπτωση. Συγκριτικά με τη μέγιστη συνολική δύναμη του $\{H_{max}, s \rightarrow \infty\}$, τα κυματικά γεγονότα $\{H_s, s=20\}$ και $\{H_s, s \rightarrow \infty\}$ οδήγησαν στο 39% και στο 44% αυτής, αντίστοιχα. Στο Διάγραμμα 8.18 αποτυπώνεται η χρονοϊστορία της συνολικής φόρτισης για κάθε κυματικό γεγονός.

Πίνακας 8.18: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 90° (LRWT Str).

ΚΟΛΟΝΕΣ					
Περίπτωση: 90° - Μέγιστες δυνάμεις κατά x					
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη μίας κολόνας	Μέγιστη συρτική δύναμη συστήματος	Μέγιστη αδρανειακή δύναμη συστήματος	Μέγιστη δύναμη συστήματος	Χρονική στιγμή
	F_{tot_col} [MN]	F_{tot_D} [MN]	F_{tot_M} [MN]	F_{tot} [MN]	t [s]
$\{H_s, s=20\}$	46.382 (DS-W)	6.210	83.813	84.447	-4.1
$\{H_{max}, s=20\}$	93.648 (DS-W)	42.577	156.456	164.502	-3.9
$\{H_s, s \rightarrow \infty\}$	48.489 (DS-W)	15.298	91.601	95.343	-2.7
$\{H_{max}, s \rightarrow \infty\}$	105.515 (RS,US)	95.616	175.511	216.263	-1.7



Διάγραμμα 8.18: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-90° (LRWT Str).

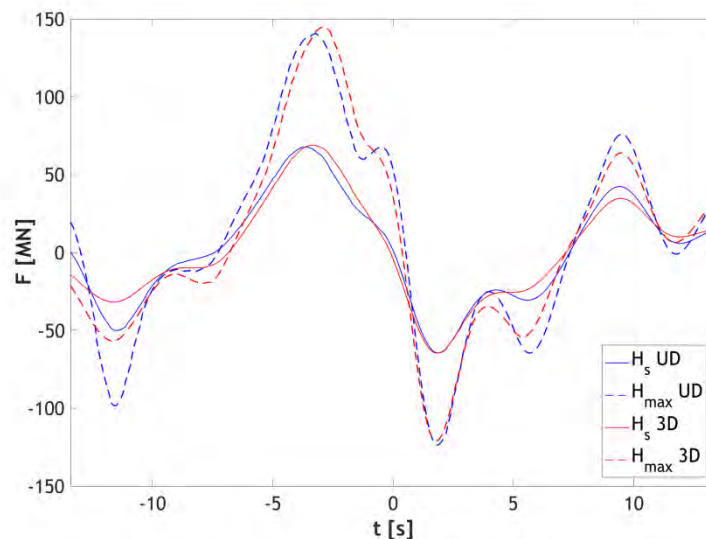
Οι κυματικές φορτίσεις για τη διάδοση των 30° υπολογίστηκαν για κάθε κυματικό γεγονός και παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.19. Και στην περίπτωση διεύθυνσης των 30°, η μεγαλύτερη φόρτιση σε μία κολόνα, καθώς και η μεγαλύτερη εκ των μεγίστων συρτική συνιστώσα εμφανίστηκαν για τον συνδυασμό $\{H_{max}, s \rightarrow \infty\}$. Ωστόσο, παρατηρείται ότι η μεγαλύτερη μέγιστη αδρανειακή συνιστώσα και συνολική δύναμη προέκυψαν για το ύψος σχεδιασμού και για κατευθυντικό πεδίο. Η πρώτη υπολογίστηκε ίση με 130.961MN και η δεύτερη 144.812MN, διαφέροντας πολύ λίγο από αυτές του μονοκατευθυντικού. Το αποτέλεσμα αυτό ίσως αρχικά προβληματίσει καθώς το μονοκατευθυντικό πεδίο οδήγησε σε μεγαλύτερα κινηματικά μεγέθη από το κατευθυντικό. Παρόλα αυτά, οι φορτίσεις αφορούν σε ένα σύστημα κολονών, μεταβαλλόμενης διατομής, με τα σημεία πρόσπτωσης των κυματισμών να διαφοροποιούνται με τον χρόνο. Πρόκειται δηλαδή για ένα περίπλοκο σύστημα, η φόρτιση του οποίου επηρεάζεται από ποικίλες παραμέτρους και όχι για μία μεμονωμένη κολόνα, όπου τα αποτελέσματα θα ήταν πιο προβλέψιμα. Συνεπώς, τα αποτελέσματα μπορούν να θεωρηθούν ρεαλιστικά. Με μια ακόμη ματιά στον πίνακα, γίνεται φανερό ότι η κατάσταση είναι ίδια και για τα γεγονότα $\{H_{max}, s=20\}$ και $\{H_{max}, s \rightarrow \infty\}$, με το πρώτο να οδηγεί σε λίγο μεγαλύτερη φόρτιση στο σύστημα από το δεύτερο. Το

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

γεγονός ότι το φαινόμενο αυτό παρουσιάζεται μόνο για τη διεύθυνση των 30° ανεξαρτήτως του ύψους κύματος, υποδηλώνει ότι οφείλεται στην αλλαγή της γεωμετρίας της κατασκευής και όχι στην αύξηση της μη γραμμικότητας του κυματισμού. Ακολουθεί το Διάγραμμα 8.19, στο οποίο παρουσιάζεται η συνολική φόρτιση με τον χρόνο.

Πίνακας 8.19: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες για διεύθυνση διάδοσης 30° (LRWT Str).

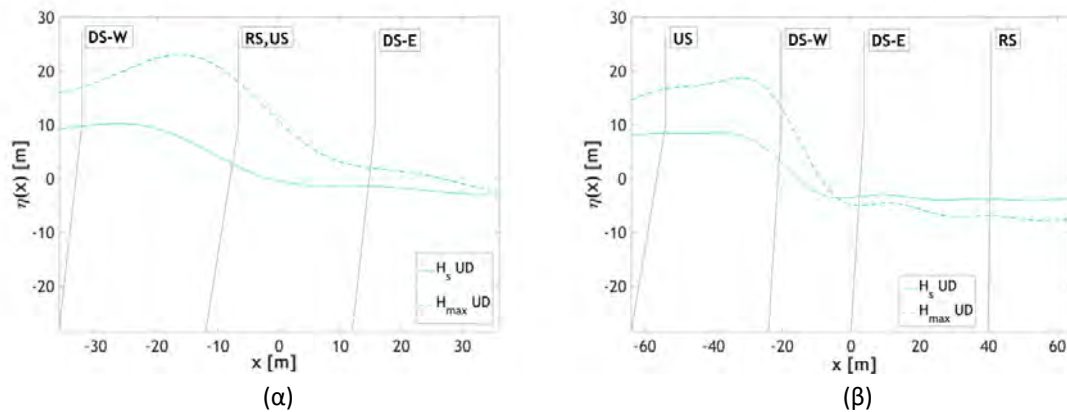
ΚΟΛΟΝΕΣ					
Περίπτωση: 30° - Μέγιστες δυνάμεις κατά χ'					
Κυματικό Γεγονός	Μέγιστη δύναμη μίας κολόνας	Μέγιστη συρτική δύναμη συστήματος	Μέγιστη αδρανειακή δύναμη συστήματος	Μέγιστη δύναμη συστήματος	Χρονική στιγμή
	F_{tot_col} [MN]	F_{tot_D} [MN]	F_{tot_M} [MN]	F_{tot} [MN]	t [s]
$\{H_s, s=20\}$	51.444 (DS-W)	6.399	67.426	68.898	-3.3
$\{H_{max}, s=20\}$	117.202 (DS-E)	48.221	130.961	144.812	-2.9
$\{H_s, s \rightarrow \infty\}$	54.251 (DS-E)	7.245	65.435	67.599	-3.7
$\{H_{max}, s \rightarrow \infty\}$	124.509 (DS-E)	53.300	124.818	140.649	-3.2



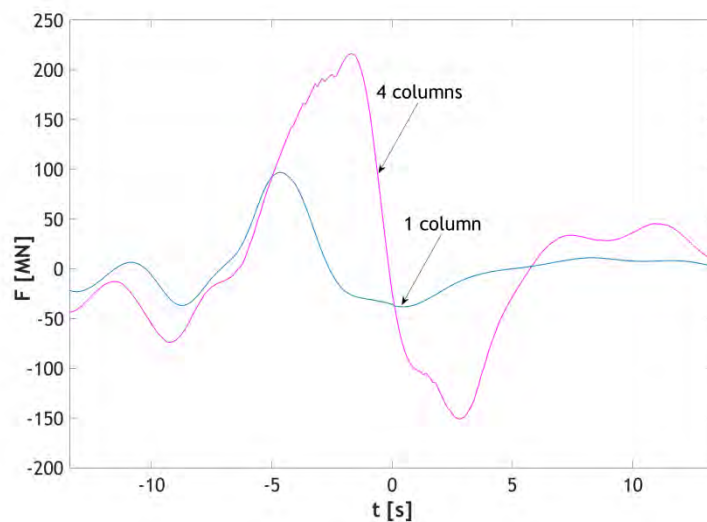
Διάγραμμα 8.19: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών-30° (LRWT Str).

Ακολουθεί το Διάγραμμα 8.20 στο οποίο αποτυπώνεται το στιγμιότυπο της ανύψωσης κατά τις χρονικές στιγμές μεγιστοποίησης της συνολικής φόρτισης για μονοκατευθυντικό πεδίο. Για μία ακόμη φορά, η μέγιστη ανύψωση δεν εμφανίζεται στο σύστημα των κολονών.

Εν τέλει, παρατίθεται το Διάγραμμα 8.21 όπου η συνολική φόρτιση του κυματικού γεγονότος $\{H_{max}, s \rightarrow \infty\}$ συγκρίνεται με τη φόρτιση σε μια μεμονωμένη κολόνα σταθερής διαμέτρου. Αμέσως γίνεται φανερό ότι οι δύο περιπτώσεις διαφέρουν, με την πρώτη να είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη σχετικά με τη δεύτερη. Με απλά λόγια, η φόρτιση του παρόντος συστήματος σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να συγκριθεί με την απλή άθροιση των φορτίσεων τεσσάρων μεμονωμένων κολονών.



Διάγραμμα 8.20: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα των κολονών για τη μέγιστη κυματική φόρτιση (α) 90° (β) 30° (LRWT UD).



Διάγραμμα 8.21: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στο σύστημα των κολονών και σε μία κολόνα- $\{H_{max} \ s \rightarrow \infty\}$ 90°

8.6 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΘΕΩΡΙΩΝ-ΚΟΛΟΝΕΣ

Στην παρούσα παράγραφο γίνεται σύγκριση των κυματικών θεωριών που εφαρμόστηκαν, αναφορικά με τις μέγιστες φορτίσεις που εμφανίζονται στο σύστημα των κολονών.

Στον Πίνακα 8.20 παρατίθενται τα αποτελέσματα που αφορούν στο σημαντικό ύψος κύματος. Σχετικά με τη διεύθυνση των 90°, η μέγιστη συνολική φόρτιση προέκυψε από εφαρμογή της θεωρίας *LRWT*, που υπολογίστηκε ίση με 95.343MN για μονοκατευθυντικό και 84.447MN για κατευθυντικό πεδίο. Για τη διεύθυνση διάδοσης των 30° η μεγαλύτερη φόρτιση του συστήματος αφορά στη θεωρία *Stokes 2^{ης} τάξης*, σε κάθε περίπτωση. Συγκεκριμένα, υπολογίστηκε ίση με 73.883MN για μονοκατευθυντικό και 70.336MN για κατευθυντικό πεδίο. Οι θεωρίες *Stokes 5^{ης} τάξης* και *Fourier 18^{ης} τάξης* οδήγησαν σε πολύ κοντινές τιμές, σε κάθε περίπτωση.

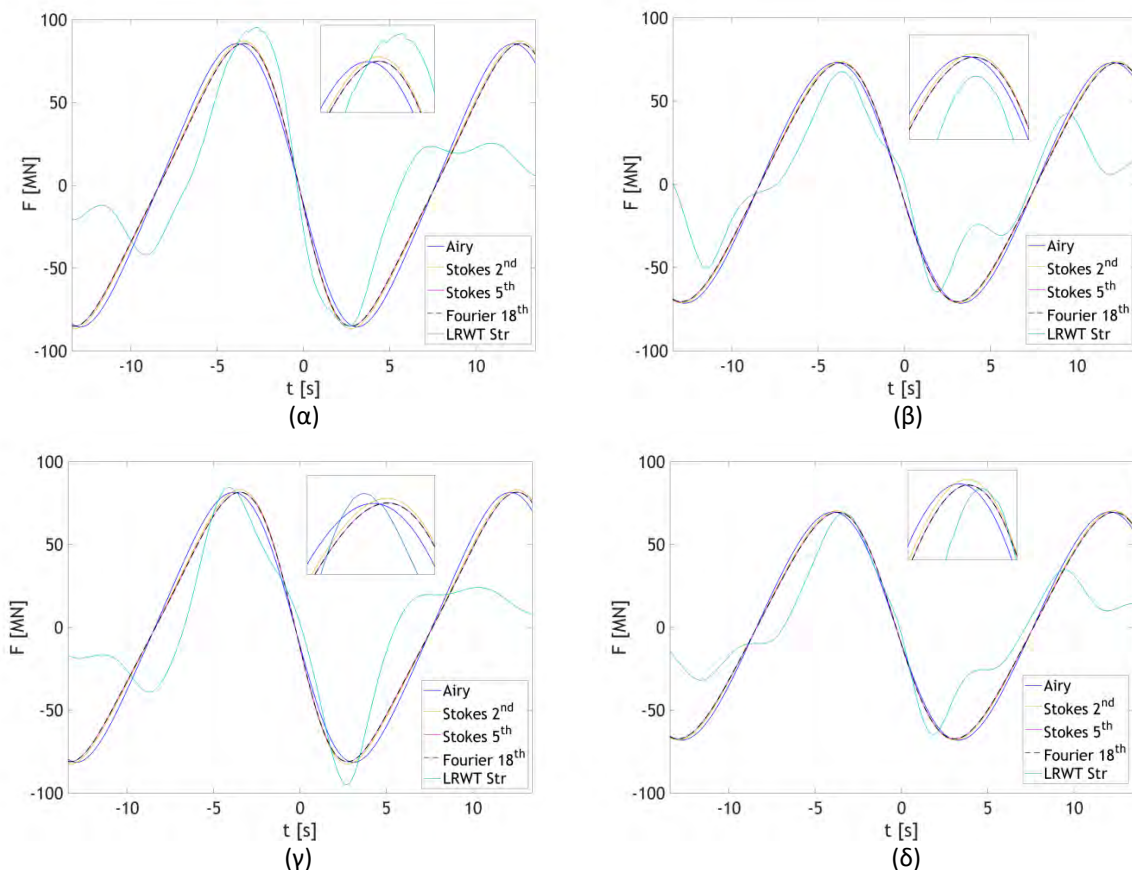
Ακολουθούν τα διαγράμματα χρονοϊστορίας των φορτίσεων για τις δύο διεθύνσεις διάδοσης, που αφορούν σε μονοκατευθυντικό και κατευθυντικό πεδίο (Διάγραμμα 8.22).

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Πίνακας 8.20: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες-Σύγκριση κυματικών θεωριών $\{H_s, T_p\}$

$\{H_s, T_p\}^*$	Περίπτωση: 90°		Περίπτωση: 30°	
	UD	3D	UD	3D
Κυματικό Μοντέλο	Μέγιστη δύναμη κολόνες F_{4col} [MN]			
Airy	85.454	81.407	73.130	69.646
Stokes 2nd	87.138	82.994	73.883	70.336
Stokes 5th	85.629	81.562	72.959	69.464
Fourier 18th	85.607	81.540	72.980	69.484
LRWT Str	95.343	84.447	67.599	68.898

* (αναφέρεται στις μονοχρωματικές θεωρίες)



Διάγραμμα 8.22: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στις κολόνες $\{H_s, T_p\}$ - (α) UD, 90° (β) UD, 30° (γ) 3D, 90° (δ) 3D, 30°

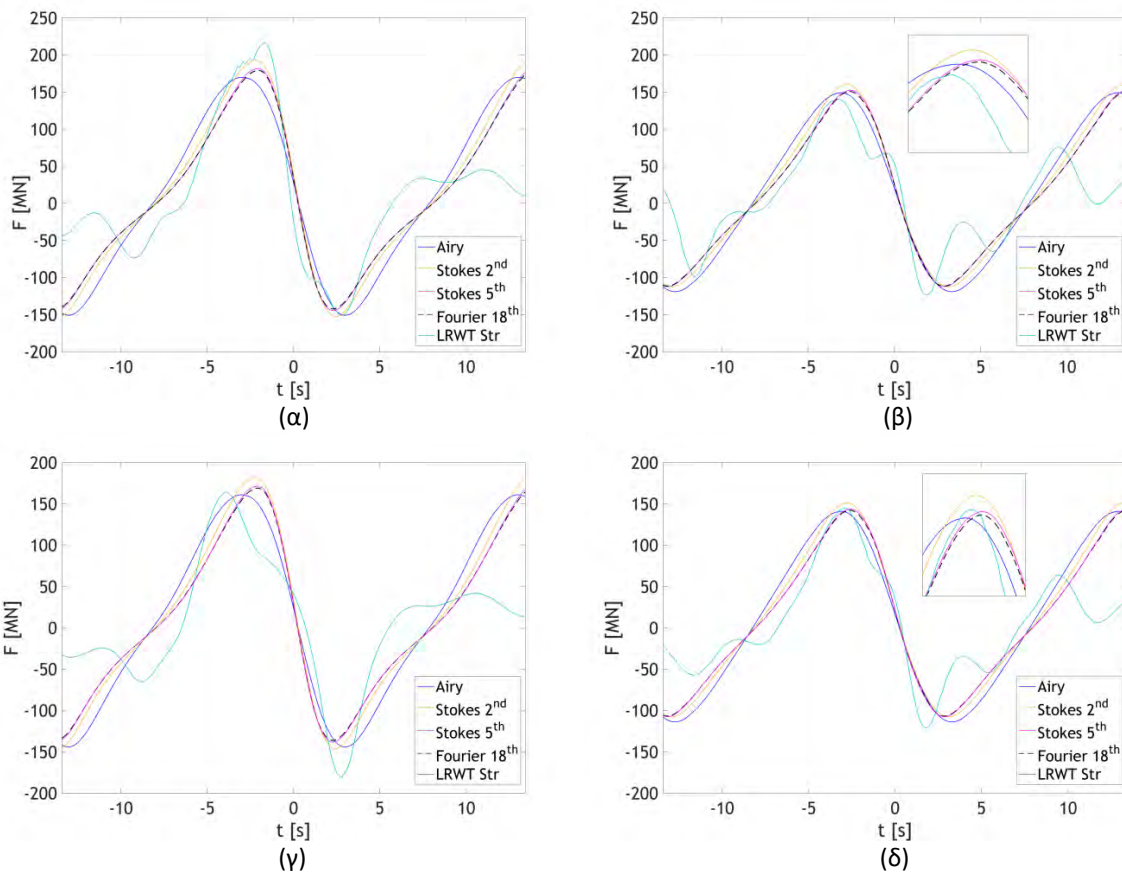
Οι μέγιστες κυματικές φορτίσεις κάθε θεωρίας για το κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_p\}$ παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.21. Σχετικά με τη διεύθυνση διάδοσης των 90°, η LRWT και η Stokes 2^{ης} τάξης οδήγησαν στη μεγαλύτερη φόρτιση, για μονοκατευθυντικό και κατευθυντικό πεδίο, αντίστοιχα. Όπως γίνεται φανερό, οι μεγαλύτερες τιμές του πίνακα για τη διεύθυνση των 30° αντιστοιχούν στη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης, στα 160.268MN για μονοκατευθυντικό και 151.119MN για κατευθυντικό πεδίο. Οι θεωρίες Stokes 5^{ης} τάξης και Fourier 18^{ης} τάξης οδήγησαν σε κοντινές φορτίσεις για μια ακόμη φορά σε κάθε περίπτωση. Η συνολική φόρτιση συναρτήσει του χρόνου αποτυπώνεται στο Διάγραμμα 8.23.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Πίνακας 8.21: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες-Σύγκριση κυματικών θεωριών $\{H_{max}, T_p\}$

$\{H_{max}, T_p\}^*$	Περίπτωση: 90°		Περίπτωση: 30°	
	UD	3D	UD	3D
Κυματικό Μοντέλο	Μέγιστη δύναμη κολόνες F_{4col} [MN]			
Airy	169.890	161.081	149.007	140.974
Stokes 2nd	192.989	182.086	160.268	151.119
Stokes 5th	181.606	171.430	152.357	143.836
Fourier 18th	179.269	169.114	150.793	142.368
LRWT Str	<u>216.263</u>	164.502	140.649	144.812

* (αναφέρεται στις μονοχρωματικές θεωρίες)



Διάγραμμα 8.23: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στις κολόνες $\{H_{max}, T_p\}$ - (α) UD, 90° (β) UD, 30° (γ) 3D, 90° (δ) 3D, 30°

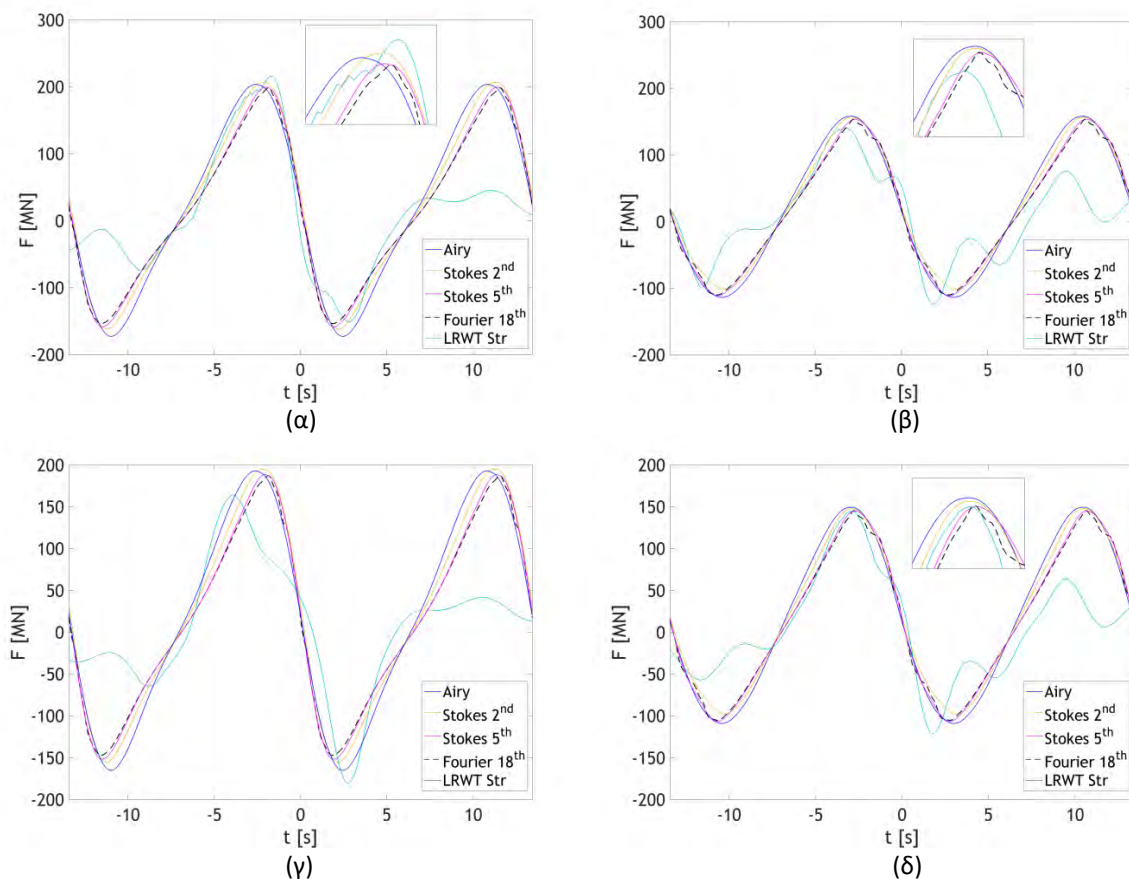
Και στην περίπτωση του γεγονότος $\{H_{max}, T_{tt}\}$, η μεγαλύτερη φόρτιση αφορά στην LRWT (Πίνακας 8.22). Πιο συγκεκριμένα, η τιμή της υπολογίστηκε 216.263MN και προέκυψε για μονοκατευθυντικούς κυματισμούς που προελαύνουν στη διεύθυνση των 90°. Και πάλι η θεωρία Stokes 2ης τάξης οδήγησε στη μεγαλύτερη φόρτιση του συστήματος, 195.136MN, για τη διεύθυνση των 90° και κατευθυντικό πεδίο. Ωστόσο, δε συνέβη το ίδιο στην περίπτωση των 30°, όπου οι μεγαλύτερες φορτίσεις προέκυψαν για τη γραμμική θεωρία του Airy. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η χρονοϊστορία της φόρτισης (Διάγραμμα 8.24).

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Πίνακας 8.22: Μέγιστες φορτίσεις στις κολόνες-Σύγκριση κυματικών θεωριών $\{H_{max}, T_{tt}\}$

$\{H_{max}, T_{tt}^*\}$	Περίπτωση: 90°		Περίπτωση: 30°	
	UD	3D	UD	3D
Κυματικό Μοντέλο	Μέγιστη δύναμη κολόνες F_{4col} [MN]			
Airy	203.793	192.954	158.188	149.427
Stokes 2nd	206.982	195.136	156.643	147.543
Stokes 5th	199.583	188.494	153.598	145.071
Fourier 18th	198.489	187.360	153.903	145.512
LRWT Str	216.263	164.502	140.649	144.812

*(αναφέρεται στις μονοχρωματικές θεωρίες)



Διάγραμμα 8.24: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στις κολόνες $\{H_{max}, T_{tt}\}$ - (α) UD, 90° (β) UD, 30° (γ) 3D, 90° (δ) 3D, 30°

8.7 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΘΕΩΡΙΩΝ - ΒΑΣΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

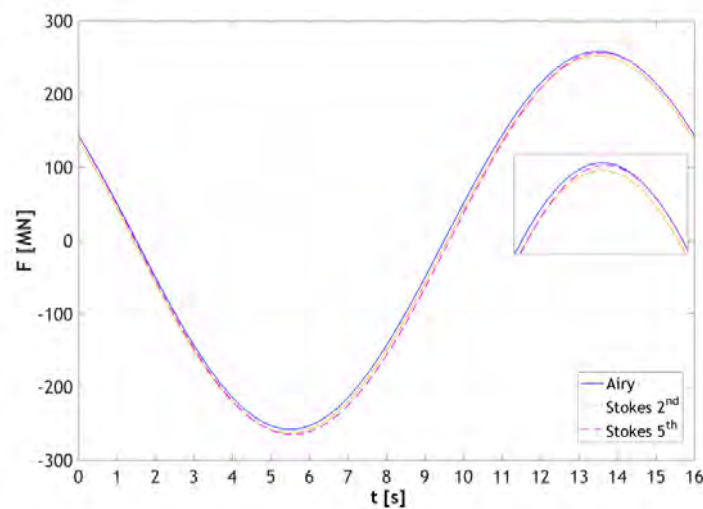
Οι μέγιστες δυνάμεις που ασκούνται στη βάση της κατασκευής καθώς και η συνολική φόρτιση για τις μονοχρωματικές θεωρίες *Airy*, *Stokes 2^{ης} τάξης* και *Stokes 5^{ης} τάξης* υπολογίστηκαν και παρατίθενται στους Πίνακες 8.23 έως 8.25.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

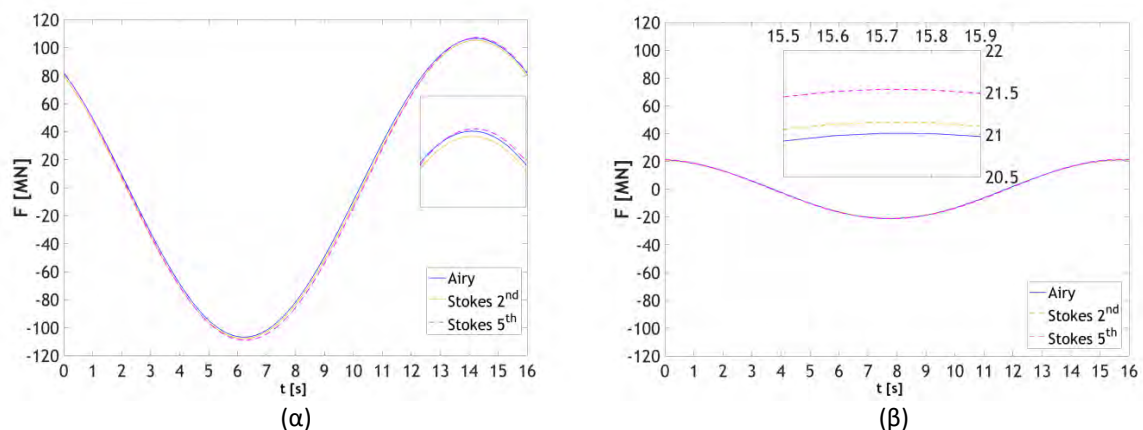
Αναφορικά με το κυματικό γεγονός $\{H_s, T_p\}$, η μεγαλύτερη μέγιστη συνολική φόρτιση στη βάση προέκυψε από τη θεωρία *Airy* για την περίπτωση των 90° και τη θεωρία *Stokes 5^{ης}* τάξης για την περίπτωση των 30° (Πίνακας 8.23). Η θεωρία *Stokes 2^{ης}* τάξης οδήγησε στη μικρότερη φόρτιση της βάσης σε κάθε διεύθυνση. Αναφορικά με τις δύο διευθύνσεις, οι μέγιστες φορτίσεις σε αυτήν των 30° προέκυψε μειωμένη κατά 58% συγκριτικά με αυτήν των 90° . Οι διαφορές μεταξύ των κυματικών θεωριών είναι πολύ μικρές, όπως φαίνεται και από τα διαγράμματα χρονοϊστορίας των φορτίσεων για τις δύο διευθύνσεις (Διαγράμματα 8.25 και 8.26).

Πίνακας 8.23: Μέγιστες φορτίσεις βάσης και κατασκευής-Σύγκριση μονοχρωματικών θεωριών $\{H_s, T_p\}$.

$\{H_s, T_p\}$	Περίπτωση: 90°		Περίπτωση: 30°	
Κυματικό Μοντέλο	Μέγιστη δύναμη βάση F_{base} [MN]	Μέγιστη δύναμη κατασκευή F_{struct} [MN]	Μέγιστη δύναμη βάση F_{base} [MN]	Μέγιστη δύναμη κατασκευή F_{struct} [MN]
Airy	257.975	333.712	108.132	163.884
Stokes 2nd	252.117	333.522	106.870	165.518
Stokes 5th	256.168	335.597	108.821	166.209



Διάγραμμα 8.25: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στη βάση 90° $\{H_s, T_p\}$



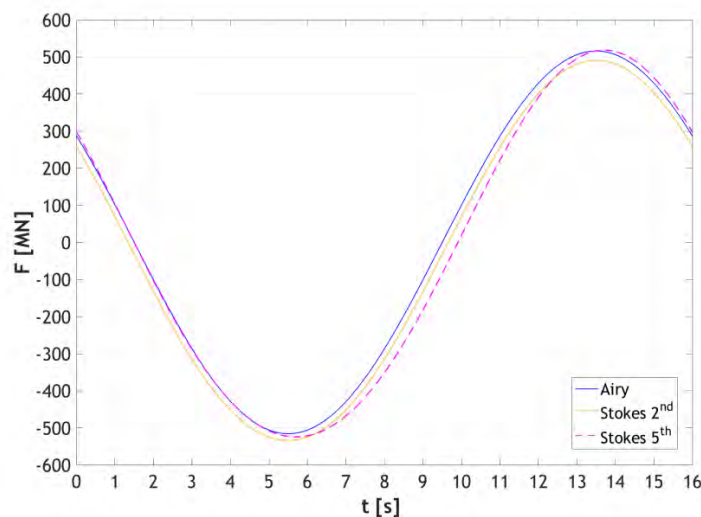
Διάγραμμα 8.26: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση 30° $\{H_s, T_p\}$ (α) κατά x' (β) κατά y'

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

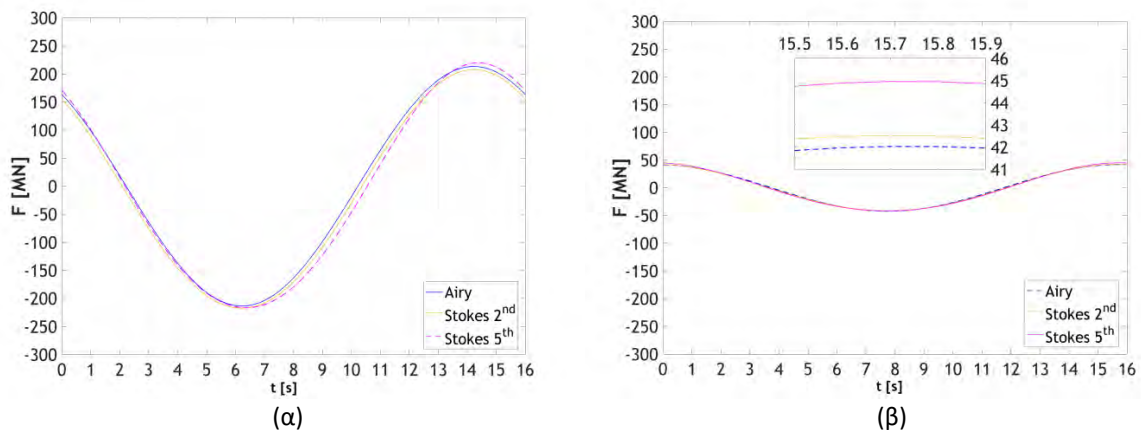
Για τα άλλα δύο κυματικά γεγονότα η μεγαλύτερη φόρτιση αφορά στη θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης, ανεξαρτήτως διεύθυνσης διάδοσης (Πίνακες 8.24 και 8.25). Η Stokes 2^{ης} τάξης οδήγησε στις μικρότερες κυματικές φορτίσεις της βάσης. Επιπρόσθετα, οι διαφορές μεταξύ των θεωριών είναι πλέον αισθητές και ιδιαίτερα για τον κυματισμό υψηλότερης συχνότητας (Διαγράμματα 8.27 έως 8.30). Οι μέγιστες φορτίσεις στη διεύθυνση των 30° προέκυψαν και πάλι μειωμένες κατά περίπου 58% αυτών των 90°.

Πίνακας 8.24: Μέγιστες φορτίσεις βάσης και κατασκευής-Σύγκριση μονοχρωματικών θεωριών $\{H_{max}, T_p\}$.

$\{H_{max}, T_p\}$	Περίπτωση: 90°		Περίπτωση: 30°	
Κυματικό Μοντέλο	Μέγιστη δύναμη βάση F_{base} [MN]	Μέγιστη δύναμη κατασκευή F_{struct} [MN]	Μέγιστη δύναμη βάση F_{base} [MN]	Μέγιστη δύναμη κατασκευή F_{struct} [MN]
Airy	515.949	683.852	216.263	350.010
Stokes 2 nd	490.732	682.142	210.793	360.289
Stokes 5 th	518.256	698.869	223.226	364.781



Διάγραμμα 8.27: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στη βάση 90° $\{H_{max}, T_p\}$

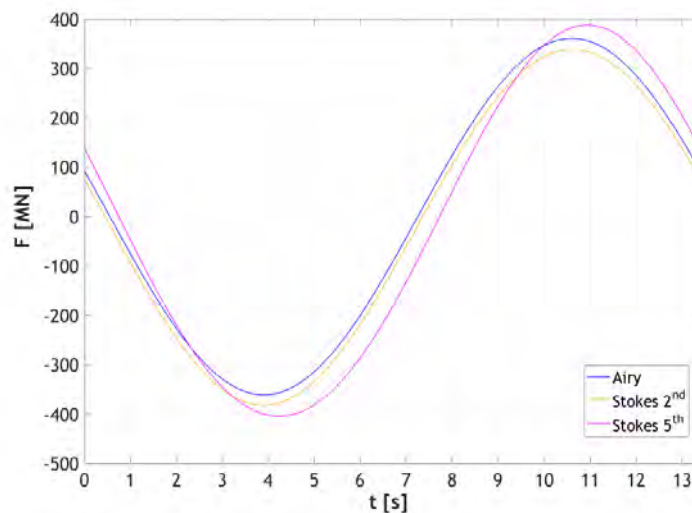


Διάγραμμα 8.28: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση 30° $\{H_{max}, T_p\}$ (α) κατά x' (β) κατά y'

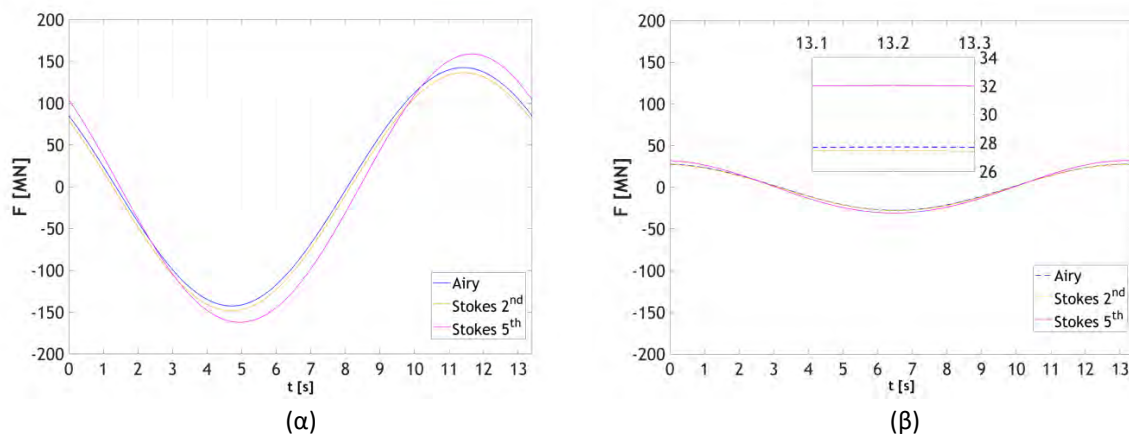
Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Πίνακας 8.25: Μέγιστες φορτίσεις βάσης και κατασκευής-Σύγκριση μονοχρωματικών θεωριών $\{H_{max}, T_{tt}\}$.

$\{H_{max}, T_{tt}\}$	Περίπτωση: 90°		Περίπτωση: 30°	
Κυματικό Μοντέλο	Μέγιστη δύναμη βάση F_{base} [MN]	Μέγιστη δύναμη κατασκευή F_{struct} [MN]	Μέγιστη δύναμη βάση F_{base} [MN]	Μέγιστη δύναμη κατασκευή F_{struct} [MN]
Airy	360.950	564.070	143.832	294.035
Stokes 2nd	338.187	538.842	137.809	286.768
Stokes 5th	388.078	583.289	160.721	303.544



Διάγραμμα 8.29: Χρονοϊστορία συνολικής φόρτισης στη βάση 90° $\{H_{max}, T_{tt}\}$



Διάγραμμα 8.30: Χρονοϊστορία φόρτισης στη βάση 30° $\{H_{max}, T_{tt}\}$ (α) κατά x' (β) κατά y'

Τα αποτελέσματα αυτά είναι αναμενόμενα, καθώς τα μη γραμμικά μοντέλα περιλαμβάνουν τον όρο $-\frac{u^2+w^2}{2}$ στην εξίσωση του *Bernoulli*, σε αντίθεση με το γραμμικό μοντέλο. Αν και η συμβολή του όρου δεν είναι τόσο σημαντική όσο αυτή του δυναμικού, που εμπεριέχεται στην εξίσωση, επηρεάζει αισθητά τα τελικά μεγέθη κατά τη θεωρία *Stokes 2^{ης} τάξης*. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η θεωρία οδήγησε στις μεγαλύτερες ταχύτητες στην περιοχή του πυθμένα, ενισχύοντας έτσι τη συμβολή του όρου των ταχυτήτων στη συνολική δύναμη.

Διπλωματική εργασία: “Υπολογισμός φορτίσεων της πλατφόρμας βαρύτητας Sleipner A, Statoil, σε νερά ενδιάμεσου βάθους.”

Όπως παρατηρήθηκε και από την κινηματική των σωματιδίων, οι ταχύτητες και επιταχύνσεις των θεωριών διαφοροποιούνται περισσότερο όσο ο κυματισμός γίνεται περισσότερο μη γραμμικός. Το γεγονός αυτό αντικατοπτρίζεται στα αποτελέσματα των φορτίσεων, με τις διαφοροποιήσεις να είναι εντονότερες στο κυματικό γεγονός $\{H_{max}, T_{tt}\}$ και λιγότερο σημαντικές στο $\{H_s, T_p\}$.

Θεωρώντας το μοντέλο *Stokes 5^{ης} τάξης* ως το πιο ρεαλιστικό εκ των τριών, λόγω της μη γραμμικότητας που το χαρακτηρίζει, συμπεραίνουμε ότι οι θεωρίες *Airy* και *Stokes 2^{ης} τάξης* υποεκτιμούν τις κυματικές φορτίσεις της βάσης. Εξαίρεση αποτελεί το κυματικό γεγονός $\{H_s, T_p\}$ για κυματισμούς που προελαύνουν σε διεύθυνση 90°, όπου η κυματική θεωρία *Airy* υπερεκτιμά τις φορτίσεις στη βάση. Παρόλα αυτά, η εφαρμογή της θεωρίας *Fourier 18^{ης} τάξης* ή στην καλύτερη περίπτωση ενός μη γραμμικού φασματικού μοντέλου, θα έδινε αναμφίβολα τα πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα.

Σχετικά με τη συνολική κυματική φόρτιση που ασκείται στην πλατφόρμα, οι μεγαλύτερες τιμές αφορούν στη θεωρία *Stokes 5^{ης} τάξης*. Το αποτέλεσμα είναι αναμενόμενο, καθώς η συνολική φόρτιση εξαρτάται κυρίως από αυτήν της βάσης. Αυτό γίνεται φανερό από τη σχέση των συνιστωσών δυνάμεων στις κολόνες και τη βάση κατά τη χρονική στιγμή μεγιστοποίησης της συνολικής φόρτισης στην κατασκευή. Σχετικά με τη διεύθυνση των 90°, η φόρτιση των κολονών υπολογίστηκε περίπου στο 31%-39% αυτής της βάσης για τα κυματικά γεγονότα $\{H_s, T_p\}$ και $\{H_{max}, T_p\}$, ενώ για το $\{H_{max}, T_{tt}\}$ στο 51%-60%. Για την περίπτωση των 30° και αναφορικά με τις φορτίσεις στη διεύθυνση διάδοσης, που έχουν και τη μεγαλύτερη συμβολή στη συνολική φόρτιση της βάσης, οι δύο πρώτοι συνδυασμοί οδήγησαν σε φόρτιση στις κολόνες που αντιστοιχεί στο 64%-77% της βάσης. Ωστόσο, για τον τελευταίο συνδυασμό οι φορτίσεις στις κολόνες είναι λίγο μεγαλύτερες από αυτές της βάσης για τις θεωρίες *Airy* και *Stokes 2^{ης} τάξης*, ενώ το αντίστροφο ισχύει για τη θεωρία *Stokes 5^{ης} τάξης*.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα διπλωματική εργασία είναι τα εξής:

- Η ανάγκη σωστής περιγραφής των περιβαλλοντικών συνθηκών του κυματικού πεδίου κρίνεται επιτακτική για την ακριβή περιγραφή του πεδίου. Τα αποτελέσματα που αφορούν το σημαντικό ύψος κύματος εμφανίζουν έντονες διαφορές σε σχέση με αυτά για το ύψος σχεδιασμού. Πιο συγκεκριμένα, ενώ το πρώτο οδηγεί σε μικρή μη γραμμικότητα, το δεύτερο οδηγεί σε μια εντόνως μη γραμμική κατάσταση της θάλασσας.
- Η επιλογή της σωστής περιόδου για τη μοντελοποίηση των μονοχρωματικών κυματισμών είναι μέγιστης σημασίας. Όπως έγινε φανερό, τα αποτελέσματα της κινηματικής των σωματιδίων καθώς και οι φορτίσεις στην κατασκευή διαφοροποιούνται σημαντικά για διαφορετικές περιόδους. Το πρώτο, αφορά στην αλλαγή της καμπυλότητας (κλίσης) του κυματισμού και συνεπώς του βαθμού μη γραμμικότητας του. Το δεύτερο σχετίζεται με το μήκος κύματος σε σχέση με τη γεωμετρία της κατασκευής.
- Η επιλογή της κατάλληλης θεωρίας για την περιγραφή του κυματικού πεδίου πρέπει να γίνεται με προσοχή. Αναφορικά με τις μονοχρωματικές θεωρίες, μη γραμμικά μοντέλα έως και δεύτερης τάξης αδυνατούν να περιγράψουν το κυματικό πεδίο σε κάθε περίπτωση. Επιπρόσθετα, στην περίπτωση του ύψους σχεδιασμού η εφαρμογή της θεωρίας *Fourier 18^{ης} τάξης* εμφάνισε διαφορές με αυτήν του *Stokes 5^{ης} τάξης*, υποδηλώνοντας την ανάγκη χρήσης του ανώτερης τάξης μη γραμμικού μοντέλου με καλύτερη εφαρμογή σε ενδιάμεσα νερά. Οι θεωρίες τυχαίων κυματισμών διαφέρουν σημαντικά από αυτές των κανονικών, με την έννοια ότι η διασπορά της ενέργειας στο πεδίο των συχνοτήτων δεν πρέπει να αμελείται. Το ίδιο ισχύει και για την κατευθυντικότητα, η εισαγωγή της οποίας διαφοροποιεί εμφανώς τα εξαγόμενα αποτελέσματα. Συνεπώς, το γεγονός ότι η πραγματική θάλασσα χαρακτηρίζεται από μη μονιμότητα, μη γραμμικότητα και κατευθυντικότητα θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά τη μοντελοποίηση των κυματισμών. Στην περίπτωση που το θαλάσσιο πεδίο ήταν κανονικό, οι λύσεις κατά *Fourier 18^{ης} τάξης* θα οδηγούσαν σε μια ρεαλιστική περιγραφή του πεδίου, ενώ στην περίπτωση περιγραφής της πραγματικής θάλασσας το μοντέλο *SD* θα οδηγούσε στα πιο ακριβή αποτελέσματα.
- Οι φορτίσεις που δέχεται η κατασκευή εξαρτώνται άμεσα από την κινηματική των σωματιδίων. Πιο συγκεκριμένα, ο υπολογισμός μονάχα των μέγιστων κινηματικών μεγεθών, δηλαδή αυτών της επιφάνειας, είναι ανεπαρκής. Πράγματι η καλή αποτύπωση της επιφάνειας δεν οδηγεί σε αντίστοιχη καλή αποτύπωση της κινηματικής των σωματιδίων. Η κινηματική οφείλει να είναι γνωστή σε ολόκληρη τη στήλη νερού, για να οδηγηθούμε στην ασφαλέστερη λύση. Αναφορικά με το ύψος σχεδιασμού, παρατηρήθηκε ότι αν και ο κυματισμός υψηλότερης συχνότητας οδηγεί σε μεγαλύτερες φορτίσεις κοντά στην επιφάνεια, στην περιοχή του πυθμένα οδηγεί στις μικρότερες. Ως αποτέλεσμα, οι κυματικές φορτίσεις στη βάση, που είναι και οι

κυρίαρχες φορτίσεις της κατασκευής, προέκυψαν σε κάθε περίπτωση για την περίοδο κορυφής.

- Οι κυματικές φορτίσεις στο σύστημα των τεσσάρων κολόνων, μεταβαλλόμενης κατά το βάθος διαμέτρου, διαφέρουν σημαντικά από αυτές μιας μεμονωμένης κολόνας σταθερής διαμέτρου. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η πρώτη περίπτωση αφορά σε ένα πολύπλοκο σύστημα, στο οποίο συμβάλλουν πολλοί παράγοντες στις τελικές φορτίσεις. Συνεπώς, το γεγονός ότι η κινηματική προέκυψε μεγαλύτερη για κάποια θεωρία δεν συνεπάγεται απαραίτητα ότι η θεωρία αυτή θα οδηγήσει και στις μεγαλύτερες φορτίσεις. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η περίπτωση της *LRWT*, για την οποία οι φορτίσεις για κατευθυντικό πεδίο προέκυψαν μεγαλύτερες από αυτές για μονοκατευθυντικό, με το αντίστροφο να ισχύει για την κινηματική τους κατά το βάθος.
- Αυτό μας οδηγεί στο επιπλέον συμπέρασμα ότι καμία από τις λύσεις που μελετήθηκαν δεν μπορεί να θεωρηθεί ως η πιο συντηρητική και άρα υπέρ της ασφάλειας λύση.
- Είναι φανερό ότι εκτός από τις σημαντικές διαφοροποιήσεις που παρατηρούνται στα μέγιστα φορτία που ασκούνται στην κατασκευή, είναι σημαντικό να δούμε ότι η χρονοϊστορία της φόρτισης διαφοροποιείται σημαντικά. Αυτό αναμένεται να έχει επίπτωση στη δυναμική ανάλυση της κατασκευής.

Ο υπολογισμός των φορτίσεων στις κολόνες με το 2^{ης} τάξης μοντέλο μη κανονικών κυματισμών (*SD*) καθώς και ο υπολογισμός των φορτίσεων της βάσης της κατασκευής με το μοντέλο της ροϊκής συνάρτησης *Fourier* και το 2^{ης} τάξης μοντέλο μη κανονικών κυματισμών (*SD*) θα συμπλήρωνε την εικόνα των διαθέσιμων για σχεδιασμό μοντέλων για υπολογισμό των φορτίσεων. Στην φόρτιση στη βάση πρέπει να ληφθεί υπόψη και η ανάκλαση του κυματισμού, επομένως να χρησιμοποιηθεί το δυναμικό του στάσιμου κύματος.

Ύστερα από τη μελέτη που πραγματοποιήθηκε, ενδιαφέρον θα παρουσίαζε η εφαρμογή ενός πλήρως μη γραμμικού μοντέλου, όπως το εντόνως μη γραμμικό μοντέλο *BST* των *Bateman, Swan & Taylor (2001)* το οποίο θα αποτελούσε το μοντέλο αναφοράς για τις συγκρίσεις των υπολογισμών της κινηματικής. Αν και το μοντέλο είναι αριθμητικό, δηλαδή δεν παρέχει αναλυτικές λύσεις, η εφαρμογή του θα οδηγούσε αναμφίβολα στην πιο ρεαλιστική αναπαράσταση του κυματικού πεδίου και των υποκείμενων κινηματικών μεγεθών.

Ένα άλλο ουσιώδες θέμα, αφορά στην αλληλεπίδραση κύματος-κατασκευής (*wave-structure interaction*). Αναφορικά με την υδροδυναμική, ενδιαφέρον θα παρουσίαζε η μελέτη της περίθλασης των κυματισμών γύρω από τις κολόνες αλλά και της πιθανής παγίδευσης των κυματισμών εντός της πλατφόρμας λόγω της κοντινής απόστασης μεταξύ των ποδιών της (*trapping*).

Μια ακόμη πρόταση για μελλοντική έρευνα θα ήταν να πραγματοποιηθεί δυναμική ανάλυση της κατασκευής. Αν και εν γένει οι πλατφόρμες βαρύτητας παρουσιάζουν σημαντική αντοχή και διάρκεια ζωής, η μελέτη της δυναμικής τους απόκρισης αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι του σχεδιασμού τους, με σκοπό τον πιο ακριβή υπολογισμό των φορτίσεων και συνεπώς την ασφαλέστερη λειτουργία τους.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] DNV (2000). DNV classification notes, environmental conditions and environmental loads, no. 30.5. Technical report, DNV.
- [2] Dean, R.G. (1970). Relative validity of water wave theories. *Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division*, Vol. 96, pp. 105-119.
- [3] Le Méhauté, B. (1976). An introduction to hydrodynamics and water waves, Springer-Verlag, Dusseldorf.
- [4] Torsethaugen, K. & S. Haver (2004). Simplified Double Peak Spectral Model for Ocean Waves. In *Proceedings of the Fourteenth International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE 2014), Toulon, France*, pp. 76-84.
- [5] Mitsuyasu, H. (1975). Observations of directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy. *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 16, pp. 750-760.
- [6] Tromans, P. S., A.R. Anaturk, & P. Hagemeyer (1991). A new model for the kinematics of large ocean waves. In *Proceedings of the First International Conference on Offshore and Polar Engineering*, Vol. 3, pp. 1–64.
- [7] Swan, C. & V. Katsardi (2009). Predictions of the nonlinear water particle kinematics beneath extreme waves in a variety of water depths. Technical Report, Shell.
- [8] Airy, G.B. (1841). Tides and waves. In Hugh James Rose, et al., *Encyclopaedia metropolitana*.
- [9] Stokes, G.G. (1847). On the theory of oscillatory waves. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 8, pp. 441–473.
- [10] Fenton, J.D. (1985). A fifth order Stokes’ theory for steady waves. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 111, pp. 216-234.
- [11] Dean, R.G. (1965). Stream function representation of nonlinear ocean waves. *Journal of Geophysical Research*, Vol.70, pp. 4561-4572.
- [12] Wheeler, J.D. (1970). Method for calculating forces produced by irregular waves. *Journal of Petroleum Technology*, Vol. 22, pp. 359–367.
- [13] Longuet-Higgins, M.S. & R.W. Stewart (1960). Changes in the form of short gravity waves on long waves and tidal currents. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 8, pp. 565–583.
- [14] Sharma, J.N. & R.G. Dean (1981). Second-Order directional seas and associated wave forces. *Society of Petroleum Engineers Journal*, Vol. 21, pp. 129–140.
- [15] Morison, J. R., M.P. O’Brien, J.W. Johnson, & S.A. Schaaf (1950). The force exerted by surface waves on piles. *Journal of Petroleum Technology*, Vol. 2, pp. 149–154.