



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ ΑΠΟ ΤΗΝ
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΤΗΝ FRACTAL ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΤΡΑΧΙΩΝ
ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΠΟΥ ΥΠΟΚΕΙΝΤΑΙ ΣΕ
ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΚΥΚΛΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ**

ANNA ΓΚΕΚΤΣΗ

**ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΟΛΥΜΠΙΑ ΠΑΝΑΓΟΥΛΗ ,
ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ Τ.Π.Μ. ΠΑΝ/ΜΙΟΥ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**

ΒΟΛΟΣ, ΙΟΥΛΙΟΣ 2016



ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Επιβλέπουσα καθηγήτρια της διπλωματικής εργασίας ήταν η κα. Παναγούλη Ολυμπία, επίκουρος καθηγήτρια του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, στην οποία οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την υποστήριξη και καθοδήγησή της. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Ευριπίδη Μυστακίδη, καθηγητή του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών για την βοήθεια του.

Εξίσου θερμές ευχαριστίες οφείλω στον κ. Κωνσταντίνο Τζάρο, δρ. Πολιτικό Μηχανικό του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών για την πολύτιμη βοήθειά του σε όλη την διάρκεια εκπόνησης της διπλωματική εργασίας. Ακόμη, ευχαριστώ τον κ. Αποστόλη Κουκουσέλη για την βοήθειά του στο Εργαστήριο Ανάλυσης και Σχεδιασμού Κατασκευών.

Τέλος θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένειά μου και στους φίλους μου που με στήριξαν κατά την διάρκεια των σπουδών μου.

Ιούλιος, 2016

Γκέκτση Άννα



ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία μελετάται η επιρροή της τραχύτητας καθώς και της κατακόρυφης φόρτισης μεταλλικών διεπιφανειών στον δυναμικό συντελεστή τριβής που αναπτύσσεται υπό την επίδραση δυναμικού φορτίου κατά την διεύθυνση της διεπιφάνειας. Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων η γεωμετρία των διεπιφανειών αυτών είναι περίπλοκη, με αποτέλεσμα να μη μπορεί να οριστεί με την βοήθεια της ευκλείδειας γεωμετρίας. Για το τον λόγο αυτό, προκειμένου να επιτύχουμε την ακριβέστερη προσομοίωσή της χρησιμοποιήσαμε σύνθετα μαθηματικά μοντέλα και συγκεκριμένα τις fractal συναρτήσεις παρεμβολής

Για την μελέτη της επιρροής της τραχύτητας των διεπιφανειών στον συντελεστή τριβής δημιουργήθηκε ένα δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Στη συνέχεια έγιναν παραμετρικές αναλύσεις όπου μελετήθηκε η επιρροή, τόσο της fractal διάστασης των διεπιφανειών και της ανάλυσής τους, όσο και της μεταβολής του επιβαλλόμενου κατακόρυφου φορτίου στον δυναμικό συντελεστή τριβής. Τέλος για την πραγματοποίηση των μη γραμμικών αναλύσεων επιλέχθηκε το πρόγραμμα λογισμικού MARC.

Λέξεις κλειδιά: δυναμικός συντελεστής τριβής, τραχύτητα μεταλλικών διεπιφανειών, fractal συναρτήσεις παρεμβολής, πεπερασμένα στοιχεία, παραμετρικές αναλύσεις.



Περιεχόμενα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	5
1 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΤΗΣ ΤΡΙΒΗΣ	7
1.1 Ορισμός της τριβής	7
1.2 Μηχανισμοί της τριβής	8
1.3 Συντελεστής τριβής	9
1.4 Τραχύτητα	10
2 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΡΩΓΜΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΗΣ FRACTAL ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ	11
2.1 Fractal γεωμετρία	11
2.2 Fractal συναρτήσεις παρεμβολής	13
3 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ	16
3.1 Γενικά	16
3.2 Περιγραφή του μοντέλου	16
3.3 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά	18
3.4 Διακριτοποίηση της κατασκευής	18
3.5 Ιδιότητες του υλικού της κατασκευής	24
3.6 Συνθήκες επαφής	24
3.7 Συνοριακές συνθήκες	25
3.8 Μη γραμμικότητα	27
3.9 Επίλυση της κατασκευής	28
4 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ FRACTAL ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ	29
4.1 Μελέτη της κατασκευής με fractal διάσταση $D=1.1429$	29
4.1.1 Μεταβολή οριζόντιας δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο	29
4.1.2 Μεταβολή του συντελεστή α συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας	37
4.1.3 Επίδραση της τραχύτητας στον δυναμικό συντελεστή τριβής	38
4.2 Μελέτη της κατασκευής με fractal διάσταση $D=1.1773$	39
4.2.1 Μεταβολή της οριζόντιας δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο	39
4.2.2 Μεταβολή του συντελεστή α συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας	47
4.2.3 Επίδραση της τραχύτητας στον δυναμικό συντελεστή τριβής	48
5 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ	50
5.1 Εισαγωγή	50



5.2 Κατασκευή με fractal διάσταση $D=1.1429$	51
5.2.1 Επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στην οριζόντια δύναμη	51
5.2.2 Επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στον δυναμικό συντελεστή τριβής	57
5.3 Κατασκευή με fractal διάσταση $D=1.1773$	58
5.3.1 Επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στην οριζόντια δύναμη	58
5.3.2 Επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στον δυναμικό συντελεστή τριβής	65
6° ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΠΛΑΣΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ	67
6.1 Εισαγωγή	67
6.2 Κατασκευή με διεπιφάνεια με fractal διάσταση $D=1.1429$	67
6.3 Κατασκευή με fractal διάσταση $D=1.1773$	74
7° ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ FRACTAL ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ.....	81
7.1 Εισαγωγή	81
7.2 Επιρροή της fractal διάστασης στον δυναμικό συντελεστή τριβής για τις διάφορες αναλύσεις της διεπιφάνειας	81
7.3 Επιρροή της fractal διάστασης στον δυναμικό συντελεστή τριβής για τις διαφορετικές περιπτώσεις κατακόρυφης φόρτισης	85
7.4 Συσχέτιση οριζόντιας δύναμης και κατακόρυφης φόρτισης για τις τρεις fractal διεπιφάνειες.....	88
8° ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	92
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	94



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τριβή ονομάζεται η δύναμη η οποία αντιστέκεται στην κίνηση ενός σώματος πάνω σε ένα άλλο με το οποίο έρχεται σε επαφή. Είναι μια από τις πιο πολυεμφανιζόμενες δυνάμεις και εμπλέκεται σε πολλές από τις δραστηριότητες της καθημερινής μας ζωής. Συστηματική μελέτη γίνεται για πρώτη φορά από τον Leonardo da Vinci (1452-1512). Άλλοι γνωστοί επιστήμονες που ασχολήθηκαν με το φαινόμενο της τριβής είναι ο G. Amontons ο οποίος κατέληξε στους νόμους της τριβής το 1699, ο C. A. Coulomb, ο D. Gallon και οι Bowden, Tabor.

Μια από τις βασικές παραμέτρους που επηρεάζουν την τριβή είναι η τραχύτητα των διεπιφανειών, δηλαδή ανωμαλίες και αποκλίσεις από την προδιαγεγραμμένη γεωμετρική μορφή τους. Ένα άλλο βασικό μέγεθος που σχετίζεται άμεσα με την τριβή είναι ο συντελεστής τριβής. Πρόκειται για ένα αδιάστατο μέγεθος το οποίο εξαρτάται κυρίως από τα υλικά των σωμάτων που έρχονται σε επαφή και δείχνει την ευκολία ολίσθησης του ενός σώματος πάνω στο άλλο.

Η εξάρτηση του συντελεστή τριβής από την τραχύτητα των διεπιφανειών αποτέλεσε αντικείμενο μελέτης για πολλά χρόνια. Αρκετές συστηματικές προσπάθειες για την πρόβλεψη του στατικού συντελεστή τριβής έγιναν στα τέλη του 20^{ου} αιώνα από τους Chang et al, Kogut και Etsion [1], [2], [3]. Ο Chang et al παρουσίασε πρώτος ένα μοντέλο για την πρόβλεψη του στατικού συντελεστή τριβής σε μεταλλικές διεπιφάνειες. Το μοντέλο αυτό υπολόγιζε την στατική δύναμη τριβής που απαιτούνταν ώστε να υπάρχει πλήρης αστοχία σε όλη την επιφάνεια επαφής. Ωστόσο οδηγούσε σε μη ικανοποιητικά αποτελέσματα, διότι δε λάμβανε υπόψη τις ελαστοπλαστικές παραμορφώσεις στις διεπιφάνειες, χάρη στις οποίες η κατασκευή αποκτά την δυνατότητα να αντιστέκεται σε ακόμα μεγαλύτερα φορτία. Η παρατήρηση αυτή έγινε από τους Kogut και Etsion και το μοντέλο που παρουσίασαν αργότερα είχε την παραδοχή της ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς.

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της επίδρασης της τραχύτητας των διεπιφανειών, της δυναμικής διέγερσης και της επιβολής κατακόρυφου φορτίου στην τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ μεταλλικών διεπιφανειών με ελαστοπλαστική συμπεριφορά. Για τον σκοπό αυτό δημιουργήθηκαν μοντέλα αποτελούμενα από δυο διαφορετικές μεταλλικές διεπιφάνειες που απείχαν ελάχιστα μεταξύ τους. Η προσομοίωση της τραχύτητας των διεπιφανειών έγινε με την βοήθεια των fractal συναρτήσεων παρεμβολής, μέσα από μια επαναληπτική διαδικασία η οποία μας δίνει την δυνατότητα να μελετήσουμε pre-fractal γεωμετρίες με διαφορετική ανάλυση. Το γεγονός αυτό καθιστά τη συγκεκριμένη προσέγγιση κατάλληλη για την προσομοίωση της γεωμετρίας των διεπιφανειών σε προβλήματα επαφής, όπου σε συνδυασμό με την



χρήση αξιόπιστων αριθμητικών μεθόδων οδηγεί σε μια ακριβή μελέτη του προβλήματος.

Η εργασία είναι οργανωμένη σε οκτώ κεφάλαια:

1. Στο πρώτο κεφάλαιο περιγράφεται το φαινόμενο της τριβής και οι βασικοί παράγοντες που το επηρεάζουν: συντελεστής τριβής, τραχύτητα.
2. Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται η προσομοίωση των διεπιφανειών με την χρήση της fractal γεωμετρίας.
3. Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται το μοντέλο προσομοίωσης και οι παράμετροι του προβλήματος.
4. Στο τέταρτο κεφάλαιο μελετάται η επιρροή της ανάλυσης της fractal διεπιφάνειας στον δυναμικό συντελεστή τριβής για δυο fractal διεπιφάνειες.
5. Στο πέμπτο κεφάλαιο μελετάται η επιρροή της κατακόρυφης φόρτισης στον δυναμικό συντελεστή τριβής για δυο fractal διεπιφάνειες.
6. Στο έκτο κεφάλαιο εξετάζεται η πορεία παραμόρφωσης και πλαστικοποίησης των διεπιφανειών των δυο κατασκευών που μελετώνται.
7. Στο έβδομο κεφάλαιο μελετάται η επιρροή της fractal διάστασης στον δυναμικό συντελεστή τριβής, για διαφορετικές τιμές του κατακόρυφου φορτίου και για τις διάφορες αναλύσεις της διεπιφάνειας της κατασκευής.
8. Στο όγδοο κεφάλαιο συνοψίζονται τα βασικά αποτελέσματα και συμπεράσματα που προέκυψαν στην παρούσα εργασία.



1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΤΗΣ ΤΡΙΒΗΣ

1.1 Ορισμός της τριβής

Η Τριβή είναι δύναμη αντίστασης που εκδηλώνεται ενάντια σε οποιαδήποτε μετακίνηση μερών του αυτού σώματος ή στην σχετική κίνηση δύο σωμάτων που οι επιφάνειές τους εφάπτονται. Στη πρώτη περίπτωση εκδηλώνεται εσωτερική τριβή, ενώ στην δεύτερη εξωτερική τριβή. Η φορά της εκδηλούμενης τριβής είναι πάντα αντίθετη προς την φορά της κίνησης. Η δύναμη τριβής διακρίνεται σε στατική τριβή όταν τα σώματα ισορροπούν, σε τριβή ολίσθησης όταν τα σώματα κινούνται μεταξύ τους και σε οριακή τριβή όταν το σώμα τείνει να κινηθεί. Σύμφωνα με τον νόμο Amontons – Coulomb η δύναμη τριβής είναι ευθέως ανάλογη της κάθετης δύναμης που πιέζει τα σώματα μεταξύ τους και υπολογίζεται ως εξής:

$$T = \mu \times N \quad 1.1.1$$

Όπου,

T: η δύναμη της τριβής

μ : ο συντελεστής τριβής

N: η κατακόρυφη αντίδραση

Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής για τις αναλύσεις που έγιναν επιλέχθηκε ο διγραμμικός νόμος τριβής του Coulomb. Το μοντέλο τριβής του Coulomb χαρακτηρίζεται από τις εξής σχέσεις:

- Αν $-\mu \times S_N < S_T < \mu \times S_N$ τότε $u_t = 0$
- Αν $S_T = \mu \times S_N$ τότε $u_t > 0$
- Αν $S_T = -\mu \times S_N$ τότε $u_t < 0$

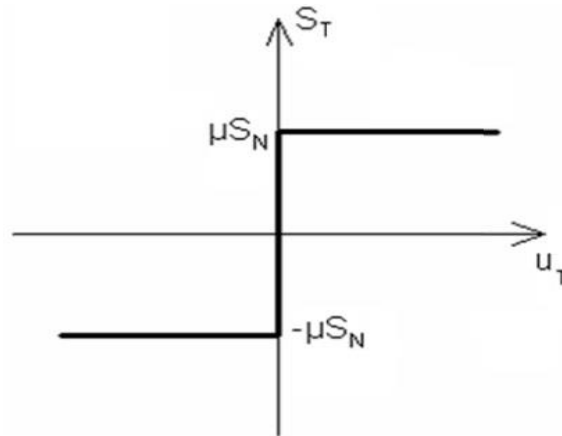
Όπου,

S_T : η δύναμη τριβής

S_N : η κάθετη δύναμη

μ : ο συντελεστής τριβής

u_t : η σχετική εφάπτομενική μετακίνηση



Σχήμα 1.1.1: Διγραμμικός νόμος τριβής του Coulomb

1.2 Μηχανισμοί της τριβής

Οι καινούριες θεωρίες για την τριβή προβλέπουν πολλούς μηχανισμούς που να την ερμηνεύουν:

α. Ο κύριος μηχανισμός, με τον οποίο εξηγείται πάνω από το 90% της συνολικής δύναμης τριβής είναι αυτός των τοπικών συγκολλήσεων ανάμεσα στις προεξοχές των επιφανειών επαφής. Σε γενικές γραμμές, οι δύο επιφάνειες απέχουν μεταξύ τους πολλές εκατοντάδες ή χιλιάδες ατομικές διαμέτρους και έρχονται σε πραγματική επαφή σε λίγες μόνο προεξοχές τους, όπου και αναπτύσσονται ηλεκτρομαγνητικοί δεσμοί μεταξύ των μορίων τους. Έτσι η πραγματική επιφάνεια επαφής είναι πολύ μικρότερη από τη φαινομενική επιφάνεια επαφής. Η τριβή αντιπροσωπεύει τη δύναμη που χρειάζεται για να σπάσουν αυτοί οι δεσμοί και είναι ανάλογη με την πραγματική επιφάνεια επαφής.

β. Άλλος μηχανισμός είναι αυτός του οργώματος και συμβαίνει μεταξύ υλικών διαφορετικής σκληρότητας. Η τριβή που αναπτύσσεται εξαρτάται από το όριο τάσης του μαλακού υλικού και από το γεωμετρικό σχήμα και τις προεξοχές του σκληρότερου υλικού.

γ. Ο τρίτος μηχανισμός εξαρτάται από τις συμπλοκές των επιφανειακών ανωμαλιών. Είναι αυτός που πρότειναν αρχικά ο Amontons και αργότερα ο Coulomb και ερμηνεύει τα υλικά με έντονες επιφανειακές ανωμαλίες.



δ. Ο τέταρτος μηχανισμός είναι η ελαστική υστέρηση. Όταν υπάρχει ελαστική συμπίεση δεν επανακτάται όλη η ενέργεια που δόθηκε. Σημαντικό μέρος της τριβής των ελαστικών οφείλεται σε αυτήν.

ε. Ο πέμπτος μηχανισμός αφορά στην ηλεκτροστατική έλξη μεταξύ των επιφανειών. Η τριβή είναι η απαραίτητη δύναμη που απαιτείται για να χωριστούν τα θετικά από τα αρνητικά φορτία που αναπτύχθηκαν στις τριβόμενες επιφάνειες.

1.3 Συντελεστής τριβής

Ως συντελεστής τριβής ορίζεται ο λόγος της δύναμης της τριβής προς την κάθετη δύναμη αντίδρασης.

$$\mu = \frac{T}{N} \quad 1.3.1$$

Ο συντελεστής μ διακρίνεται σε συντελεστή στατικής (μ_s) ή δυναμικής (μ_k) τριβή. Έχει διαπιστωθεί ότι ο συντελεστής στατικής είναι μεγαλύτερος από τον συντελεστή δυναμικής τριβής ($\mu_s > \mu_k$).

Στις πιο πολλές εφαρμογές ισχύει με πολύ καλή προσέγγιση η παραδοχή ότι ο συντελεστής τριβής είναι ανεξάρτητος του μεγέθους της επιφάνειας επαφής. Αυτό σημαίνει ότι ο συντελεστής τριβής μεταξύ δύο σωμάτων εξαρτάται μόνον από τα υλικά των σωμάτων και όχι από την μορφή τους. Ακόμη γίνεται συνήθως η παραδοχή ότι ο συντελεστής τριβής είναι ανεξάρτητος της ταχύτητας ολίσθησης μεταξύ των εφαιπτόμενων επιφανειών. Και οι τρεις παραδοχές σχετικά με τον συντελεστή τριβής, ότι δηλ. είναι ανεξάρτητος του φορτίου, του μεγέθους της επιφάνειας επαφής και της ταχύτητας ολίσθησης, είναι προσεγγιστικές, και υπάρχουν εφαρμογές όπου η επίδραση αυτών των παραγόντων είναι σημαντική. Στην συνέχεια θα αποδειχθεί ότι οι παραδοχές αυτές δεν ισχύουν για τον δυναμικό συντελεστή τριβής.



1.4 Τραχύτητα

Ο όρος τραχύτητα επιφάνειας χρησιμοποιείται για την περιγραφή των γεωμετρικών αποκλίσεων της επιφάνειας από την επιπεδότητα. Όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 1.1 η τραχύτητα επηρεάζει σημαντικά το φαινόμενο της τριβής.

- Για πολύ λείες επιφάνειες (μειωμένη τραχύτητα), η τριβή είναι αυξημένη λόγω της αυξημένης επιφάνειας επαφής.
- Για πολύ ανώμαλες επιφάνειες (αυξημένη τραχύτητα), η τριβή είναι αυξημένη λόγω των πολλών προεξοχών. Στην περίπτωση αυτή γίνεται γρήγορη εξομάλυνση των επιφανειών, επομένως υπάρχει αύξηση της πραγματικής επιφάνειας επαφής.
- Για ενδιάμεσες επιφάνειες (μέση τραχύτητα), η τριβή δεν επηρεάζεται σημαντικά από την τραχύτητα.

Αρκετές έρευνες έχουν γίνει με σκοπό την συσχέτιση της τραχύτητας με το φαινόμενο της τριβής. Πολλές από αυτές έχουν δείξει ότι απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στην προσομοίωση της τραχύτητας, διαφορετικά οδηγεί σε λάθος συμπεράσματα. [1], [2], [4]



2ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΡΩΓΜΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΗΣ FRACTAL ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

2.1 Fractal γεωμετρία

Με τον διεθνή όρο fractal, στα Μαθηματικά, τη Φυσική αλλά και σε πολλές επιστήμες ονομάζεται ένα γεωμετρικό σχήμα που επαναλαμβάνεται αυτούσιο σε άπειρο βαθμό μεγέθυνσης, κι έτσι συχνά αναφέρεται σαν «απείρως περίπλοκο». Ο όρος προτάθηκε από τον Benoit Mandelbrot το 1975 και προέρχεται από τη λατινική λέξη Fractus που σημαίνει «κατακερματισμένος». Ήδη από τα τέλη της δεκαετίας του 1960 ο Mandelbrot άρχισε να ασχολείται με την fractal γεωμετρία λόγω της προσπάθειας του να λύσει το πρόβλημα μέτρησης της περιμέτρου της ακτογραμμής της Βρετανίας [5], [6]. Αυτό που παρατήρησε είναι ότι το μήκος της περιμέτρου εξαρτιόταν από την μονάδα μέτρησης. Δηλαδή όσο μικρότερη ήταν η μονάδα μέτρησης τόσο αυξανόταν η περίμετρος και προσέγγιζε την πραγματική. Με βάση αυτήν την παρατήρηση, για τον ακριβή υπολογισμό της περιμέτρου του νησιού θα έπρεπε να χρησιμοποιηθεί μια απειροστή μονάδα μέτρησης και τότε θα προέκυπτε άπειρη περίμετρος. Κάτι τέτοιο είναι όμως αδύνατο να συμβεί διότι η έκταση του νησιού είναι πεπερασμένη. Το πρόβλημα αυτό ξεπεράστηκε με την χρήση της fractal γεωμετρίας, όταν ο Mandelbrot εξέφρασε ο μήκος της περιμέτρου με την σχέση:

$$L \sim \delta^{1-D} \quad (2.1.1)$$

Όπου,

L : το μήκος της περιμέτρου

δ : η μονάδα μέτρησης

D : η διάσταση της ακτογραμμής

Η σχέση αυτή αποτέλεσε την εισαγωγή στην fractal γεωμετρία, η οποία έχει πολλές εφαρμογές στην επιστήμη και την μηχανική [6], [7], [8], [9], [10], [11].



Η Ευκλείδεια και η fractal γεωμετρία διαφέρουν σε δυο κύρια σημεία:

- Η fractal γεωμετρία έχει την ιδιότητα της αυτο-ομοιότητας. Δηλαδή ένα μικρό τμήμα ενός fractal είναι όμοιο με ένα μεγαλύτερο. Η μεγέθυνση αυτού του τμήματος περιέχει και πάλι μικρά όμοια τμήματα με το αρχικό κ.ο.κ
- Οι fractals εικόνες είναι ανεξάρτητες από τις αλλαγές της κλίμακας και αντιθέτως με τα Ευκλείδεια σχήματα δεν έχουν ένα χαρακτηριστικό μέγεθος μέτρησης.

Εξαιτίας αυτής της ιδιότητας της να παραμένει αναλλοίωτη στις αλλαγές κλίμακας, σε αντίθεση με το μήκος το οποίο μεταβάλλεται, η διάσταση fractal D είναι ιδιαίτερα σημαντική στην μελέτη των fractal καμπυλών. Για τον λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι με σκοπό τον υπολογισμό της διάστασης αυτής [12]. Οι μέθοδοι που παρουσιάζονται εδώ είναι η μέθοδος Richardson και η μέθοδος box [6]. Στην πρώτη μέθοδο η καμπύλη f διαιρείται σε τμήματα με συγκεκριμένο μήκος δ , έτσι ώστε το τέλος του ενός τμήματος να ταυτίζεται με την αρχή του επόμενου. Η καμπύλη είναι fractal αν επαναλαμβάνοντας την διαδικασία αυτή για διαφορετικό μήκος δ , ικανοποιείται η σχέση (2.1.2) σε διάστημα $\delta^* < \delta < \Delta$.

$$N(\delta) \sim \delta^{-D} \quad (2.1.2)$$

Όπου,

- $N(\delta)$ ο αριθμός των τμημάτων στα οποία έχει διαιρεθεί η καμπύλη
- δ το μήκος των τμημάτων
- D η κλασματική διάσταση Richardson

Όπως αναφέρθηκε μια άλλη μέθοδος υπολογισμού της διάστασης fractal D είναι η μέθοδος box ή αλλιώς μέθοδος του πλέγματος. Αρχικά η καμπύλη fractal καλύπτεται από ένα πλέγμα τετραγώνων πλευράς δ_n . Στη συνέχεια το κάθε τετράγωνο του πλέγματος πλευράς δ_n διαιρείται σε υποτετράγωνα με πλευρά $\delta_{n+1} = \delta_n/2$, και υπολογίζεται το πλήθος των υποτετραγώνων που περιέχουν τμήμα της fractal καμπύλης f . Με αυτόν τον τρόπο ικανοποιείται η σχέση (2.1.2) σε διάστημα $\delta^* < \delta < \Delta$ και ο εκθέτης D ονομάζεται φυσική διάσταση box και υπολογίζεται ως εξής:

$$N(f, \delta) \approx c \times \delta^{-D}, c = \text{σταθερό με } c > 0 \quad (2.1.3)$$



$$D \sim \frac{L_n N(f, \delta) - L_n c}{L_n \left(\frac{1}{\delta}\right)} \quad (2.1.4)$$

Επειδή ο όρος $\frac{L_n c}{L_n \left(\frac{1}{\delta}\right)} \rightarrow 0$, όταν $\delta \rightarrow 0$, η σχέση παίρνει την εξής μορφή:

$$D \sim \frac{L_n N(f, \delta)}{L_n \left(\frac{1}{\delta}\right)} \quad (2.1.5)$$

2.2 Fractal συναρτήσεις παρεμβολής

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στα προβλήματα επαφής στερεών σωμάτων πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην προσομοίωση την τραχύτητας. Μελέτες έχουν δείξει ότι μια από τις πιο κατάλληλες μορφές προσομοίωσης τραχειών διεπιφανειών, σε προβλήματα επαφής, είναι οι fractal συναρτήσεις παρεμβολής [4], [13], [14], [20], [21], [22], [23], [24], [25].

Μέσω των συναρτήσεων παρεμβολής, μια καμπύλη που διέρχεται από πεπερασμένο αριθμό σημείων $\{(x_i, y_i) \mid i=0,1,2,\dots,N\}$, οδηγείται από το διακριτό σύνολο δεδομένων σε ένα συνεχές μοντέλο. Κατά τη μετάβαση αυτή τα δεδομένα y_i λαμβάνονται σε σχέση με ένα αυθαίρετο σύνολο δεδομένων σε N ισαπέχοντα διακριτά σημεία x_i . Η προσαρμογή των δεδομένων γίνεται μέσω συναρτήσεων παρεμβολής τύπου fractal $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοιες ώστε $f(x_i)=y_i, i=0,1,2,\dots,N$. Εάν C^0 είναι ένα σύνολο συνεχών συναρτήσεων $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$, τότε προκύπτει ακολουθία συναρτήσεων $f_{n+1}(x) = (Tf_n)(x)$, ο οποίος τελεστής $T: C^0 \rightarrow C^0$ ορίζεται από την σχέση:

$$(Tf)(a_i x + e_i) = c_i x + d_i f(x) + g_i \quad (2.2.1)$$

Η ακολουθία $f_{n+1}(x)$ συγκλίνει σε μια καμπύλη f όσο το $n \rightarrow \infty$. Ο τελεστής T διαθέτει τη συσταλτική ιδιότητα, δηλαδή έχει ένα μοναδικό σταθερό σημείο στο C^0 και επομένως υπάρχει μια συνάρτηση $f \in C^0$ και για την οποία ισχύει:

$$(Tf)(x) = f(x) \quad \forall x \in [x_0, x_N] \quad (2.2.2)$$



Το γράφημα της fractal συνάρτησης παρεμβολής $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$ είναι ο μοναδικός ελκυστής ενός επαναληπτικού συστήματος συναρτήσεων $\{\mathbb{R}^2, w_i, i=1,2,\dots,N\}$ που προσδιορίζεται από τον μετασχηματισμό:

$$w_i \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i & 0 \\ c_i & d_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_i \\ g_i \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.2.3)$$

Οι μετασχηματισμοί w_i υπακούουν στους περιορισμούς

$$w_i \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \end{pmatrix}, \quad w_i \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} \quad (2.2.4)$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι υπάρχει μια ελεύθερη παράμετρος στον μετασχηματισμό w_i που ορίζεται αυθαίρετα. Σαν ελεύθερη παράμετρος επιλέγεται η παράμετρος d_i . Κάθε μετασχηματισμός του w_i χαρακτηρίζεται ως διατμητικός. Αυτό σημαίνει ότι αν το L είναι ένα γραμμικό τμήμα, τότε ο μετασχηματισμός $w_i(L)$ είναι και αυτός ένα γραμμικό τμήμα παράλληλο στο L . Ο λόγος του μήκους $w_i(L)$ προς το μήκος L ισούται με την ελεύθερη παράμετρο $|d_i|$. Για την ελεύθερη παράμετρο πρέπει να ισχύει $0 \leq d_i < 1$, έτσι ώστε ο τελεστής T να διατηρεί τη συσταλτική του ιδιότητα. Επιπλέον από τις σχέσεις (2.2.2) και (2.2.3) υπολογίζονται οι υπόλοιπες παράμετροι:

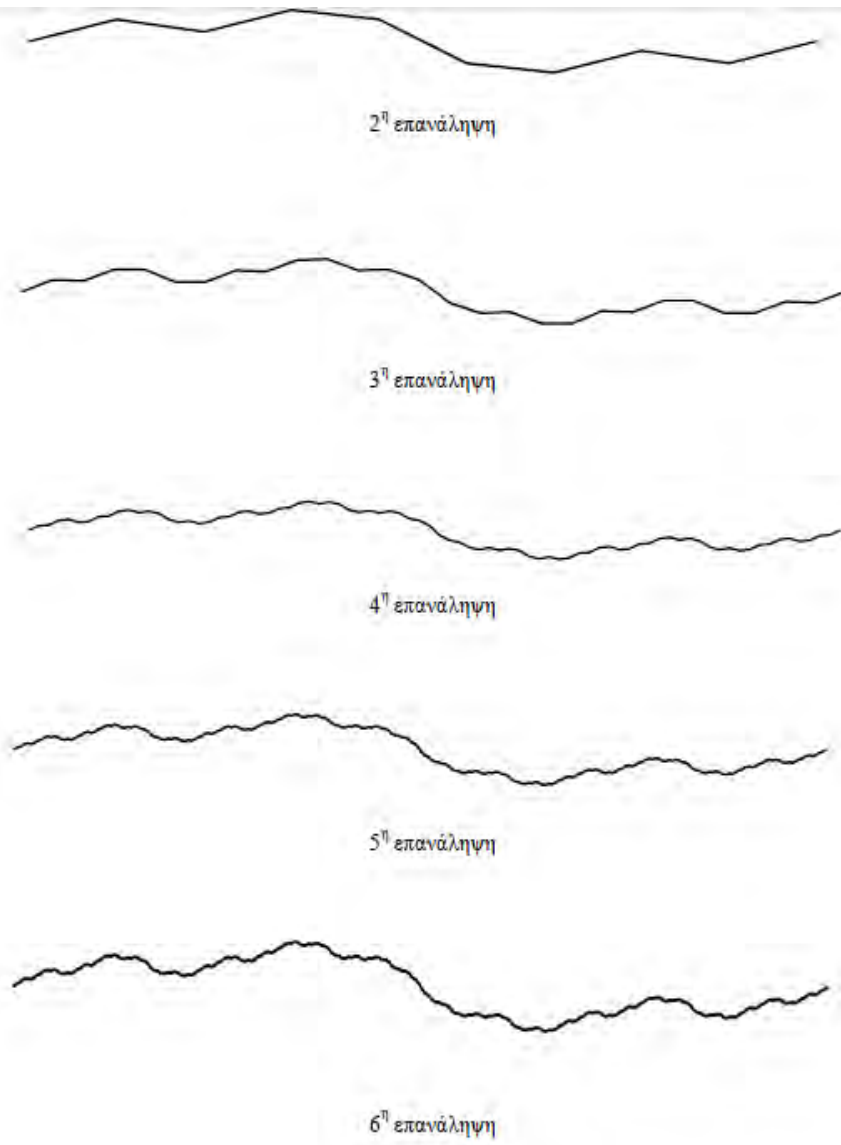
$$a_i = \frac{x_i - x_{i-1}}{x_N - x_0} \quad (2.2.5)$$

$$c_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_N - x_0} - d_i \frac{y_N - y_0}{x_N - x_0} \quad (2.2.6)$$

$$e_i = \frac{x_N x_{i-1} - x_0 x_i}{x_N - x_0} \quad (2.2.7)$$

$$g_i = \frac{x_N y_{i-1} - x_0 y_i}{x_N - x_0} - d_i \frac{x_N y_0 - y_N x_0}{x_N - x_0} \quad (2.2.8)$$

Τα γραφήματα των συναρτήσεων παρεμβολής τύπου fractal $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$ εμφανίζουν μεγαλύτερη τραχύτητα στις ανώτερες επαναλήψεις (Σχήμα 2.2.1). Επομένως όσο μεγαλύτερη είναι η ανάλυση, τόσο πιο έντονη φαίνεται η τραχύτητα.



Σχήμα 2.2.1: Επαναλήψεις f_n , $n=2 \div 6$ μιας fractal συνάρτησης παρεμβολής f

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα των συναρτήσεων παρεμβολής τύπου fractal είναι ότι η διάσταση D μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά. Ο υπολογισμός αυτός γίνεται μέσω της σχέσης (2.2.13).

$$\delta^{-D} \approx \sum_{i=1}^N |d_i| a_i^{D-1} \delta^{-D} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^N |d_i| a_i^{D-1} = 1 \quad (2.2.13)$$



3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

3.1 Γενικά

Όπως ήδη αναφέρθηκε, στα προβλήματα επαφής στερεών σωμάτων καθίσταται αναγκαία η σωστή προσομοίωση των τραχιών διεπιφανειών, καθώς η τραχύτητα επηρεάζει ιδιαίτερα την επιφάνεια επαφής και κατ' επέκταση την τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ των διεπιφανειών. Λόγω της μεταβολής της γεωμετρίας των διεπιφανειών με τις αλλαγές της κλίμακας, απαιτούνται προηγμένα μαθηματικά μοντέλα για την περιγραφή της. Στο κεφάλαιο 2.2 αναφέρθηκε η καταλληλότητα προσομοίωσης της γεωμετρίας των μεταλλικών διεπιφανειών με τις fractal συναρτήσεις παρεμβολής, οι οποίες έχουν ως αποτέλεσμα την παραγωγή επαναληπτικών προφίλ τραχύτητας. Κάθε επανάληψη χαρακτηρίζεται από μια συγκεκριμένη τιμή της ανάλυσης δ . Όσο οι επαναλήψεις αυξάνονται τόσο η τραχύτητα μεγαλώνει και το χαρακτηριστικό μήκος ανάλυσης δ μειώνεται. Αυτό σημαίνει ότι στις ανώτερες επαναλήψεις η ακρίβεια με την οποία γίνεται η προσομοίωση της τραχύτητας αυξάνει.

3.2 Περιγραφή του μοντέλου

Στην παρούσα εργασία εξετάζονται δυο κατασκευές με διαφορετικές διεπιφάνειες που προσομοιώνονται με τα γραφήματα της συνάρτησης παρεμβολής $f^{(m)} \in C^0$, $m=1,2$, οι οποίες παρεμβάλλονται στο ίδιο διακριτό σύνολο σημείων $\{(0, 0), (0,04, 0,005), (0,08, -0,005), (0,12, 0)\}$. Στον Πίνακα 3.2.1 δίνονται οι τιμές των ελεύθερων παραμέτρων και των fractal διαστάσεων των διεπιφανειών. Οι υπόλοιπες παράμετροι υπολογίστηκαν μέσω των εξισώσεων (2.2.5)-(2.2.8). Στη συνέχεια υλοποιούνται οι διαφορετικές επαναλήψεις των συναρτήσεων παρεμβολής για $n=2, \dots, 6$ μέσω του επαναληπτικού σχήματος $f_{n+1}^{(m)}(x) = (Tf_n^{(m)})(x)$, όπου ο τελεστής T δίνεται από τη σχέση (2.2.1). Για κάθε fractal διεπιφάνεια $f^{(m)}$ πραγματοποιούνται πέντε αναλύσεις προκειμένου να μελετηθεί η επιρροή της τραχύτητας στον δυναμικό συντελεστή τριβής. Πρέπει να σημειωθεί ότι η n -οστή επανάληψη μιας συνάρτησης παρεμβολής τύπου fractal σχετίζεται με την αντίστοιχη τιμή της ανάλυσης δ_n , που παριστάνει το βασικό μήκος της διεπιφάνειας αυτής, και αποτελείται από N^n γραμμικά τμήματα, όπου N είναι το πλήθος των αρχικά δεδομένων σημείων από τα οποία διέρχεται η συνάρτηση. Τα μήκη δ_n που υπολογίστηκαν για κάθε ανάλυση παρατίθενται στον Πίνακα 3.2.2.



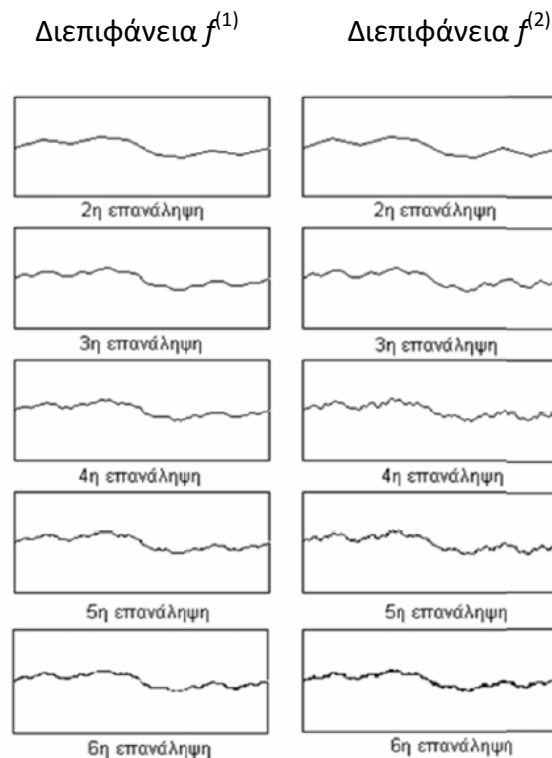
Διεπιφάνεια	d_1	d_2	d_3	D
$f^{(1)}$	0.390	0.390	0.390	1.1429
$f^{(2)}$	0.405	0.405	0.405	1.1773

Πίνακας 3.2.1: Ελεύθερες παράμετροι και fractal διάσταση των fractal συναρτήσεων παρεμβολής.

Επανάληψη	Ανάλυση δ_n (mm)
2^n	13.333
3^n	4.444
4^n	1.481
5^n	0.494
6^n	0.160

Πίνακας 3.2.1: Βασικά μήκη δ_n , $n=2,3,\dots,6$ για κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας.

Στο Σχήμα 3.2.1 απεικονίζονται οι διαφορετικές περιπτώσεις που εξετάστηκαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας.

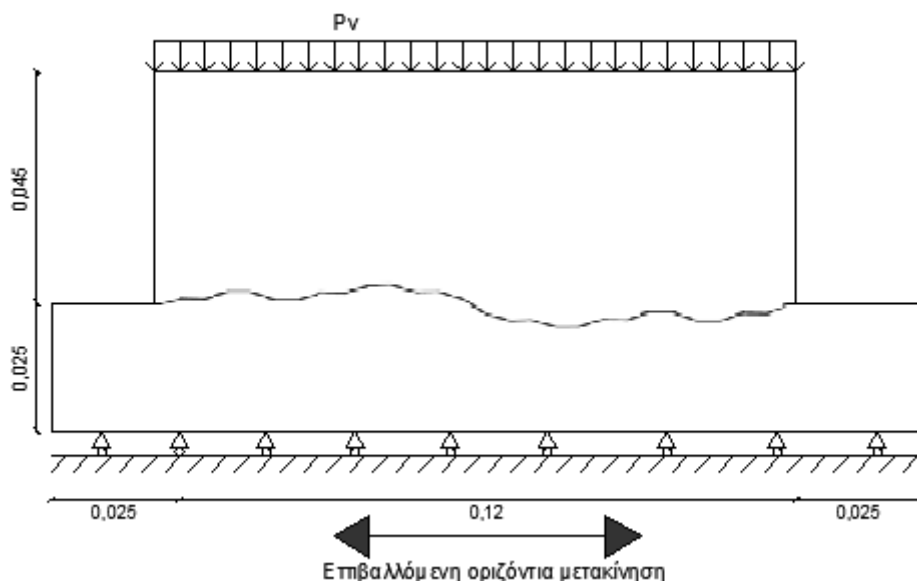


Σχήμα 3.2.1: Οι κατασκευές που μελετήθηκαν.



3.3 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Για την προσομοίωση των κατασκευών με τις fractal διεπιφάνειες που παρουσιάστηκαν παραπάνω δημιουργήθηκε το δισδιάστατο αναλυτικό μοντέλο που φαίνεται στο Σχήμα 3.3.1. Η απόσταση των διεπιφανειών στη θέση της ρωγμής ορίστηκε θεωρήθηκε 0.05mm και το πάχος της κατασκευής ορίστηκε ίσο με $t=10\text{mm}$.



Σχήμα 3.3.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά του δισδιάστατου μοντέλου.

3.4 Διακριτοποίηση της κατασκευής

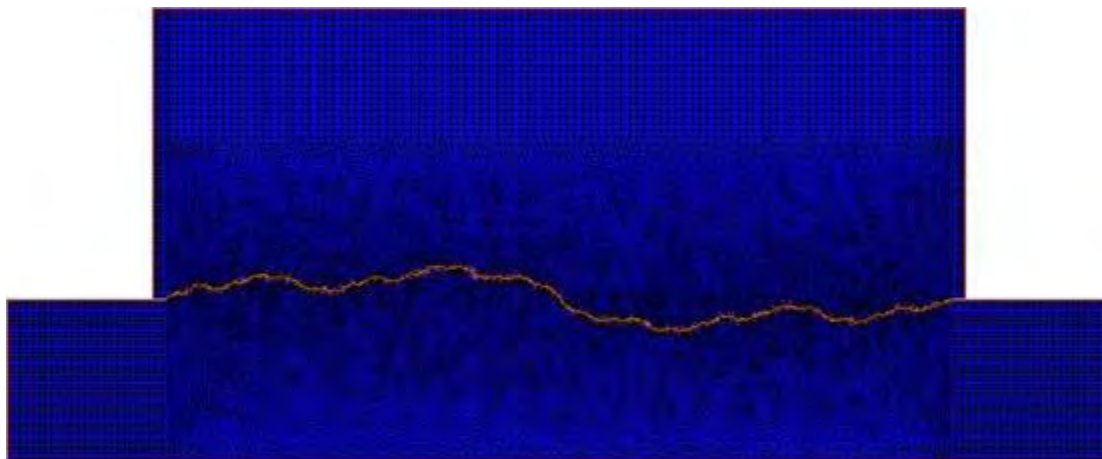
Κατά την προσομοίωση ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στην διακριτοποίηση των κατασκευών. Το ζητούμενο ήταν η διακριτοποίηση να είναι πυκνότερη στη θέση της διεπιφάνειας σε σύγκριση με το υπόλοιπο τμήμα της κατασκευής. Αυτό συμβαίνει γιατί η μελέτη των προβλημάτων επαφής χαρακτηρίζεται από τη συμπεριφορά των επιφανειών που έρχονται σε επαφή. Η πυκνότητα της διακριτοποίησης είναι ίδια για όλες τις κατασκευές, με σκοπό να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα μεταξύ τους. Η κάθε διεπιφάνεια διαιρέθηκε σε ίσα τμήματα με μήκος ίσο με $\delta_6/2$, όπου δ_6 το βασικό μήκος της ανώτερης επανάληψης. Επομένως, το βασικό μήκος της ανώτερης επανάληψης στην περιοχή της διεπιφάνειας προσομοιώνεται με δύο τουλάχιστον πεπερασμένα στοιχεία, εξασφαλίζοντας έτσι την επιθυμητή ακρίβεια στους υπολογισμούς. Ο πίνακας 3.4.1 συνοψίζει τον αριθμό των πεπερασμένων



στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν σε κάθε ανάλυση για τις δυο κατασκευές. Στα Σχήματα 3.4.1 και 3.4.2. φαίνονται οι διακριτοποιήσεις της 6^{ης} επανάληψης για τις δυο κατασκευές. Ακόμη, λεπτομερής παρουσίαση της διακριτοποίησης στην περιοχή της διεπιφάνειας, για όλες τις επαναλήψεις κάθε κατασκευής φαίνεται στα σχήματα 3.4.3 και 3.4.4.

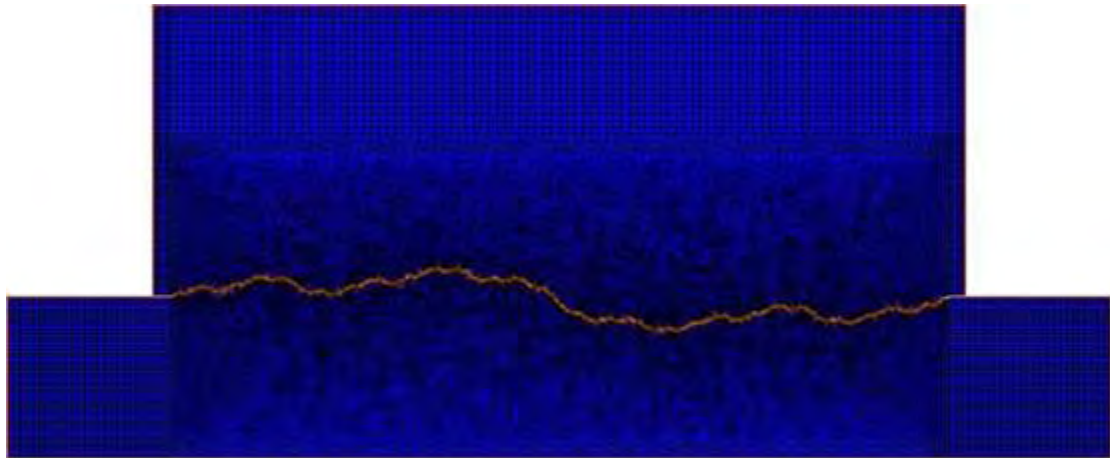
Αριθμός πεπερασμένων στοιχείων	Διεπιφάνεια $f^{(1)}$	Διεπιφάνεια $f^{(2)}$
2 ^η επανάληψη	21391	21532
3 ^η επανάληψη	21632	21868
4 ^η επανάληψη	22660	22805
5 ^η επανάληψη	24447	24648
6 ^η επανάληψη	27491	27879

Πίνακας 3.4.1: Αριθμός πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση.



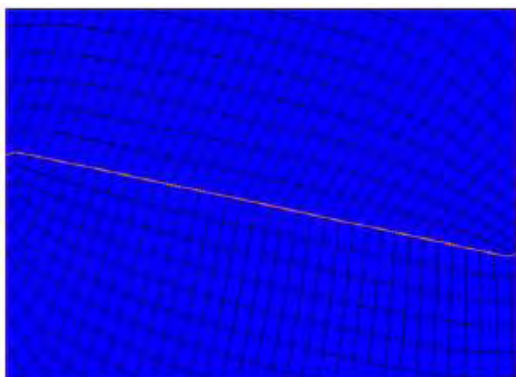
6^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$

Σχήμα 3.4.1: Διακριτοποίηση της 6^{ης} επανάληψης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$.

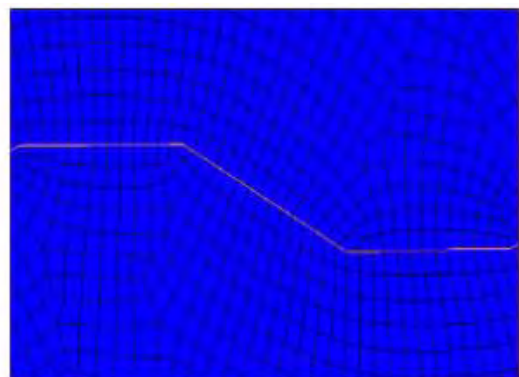


6^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$

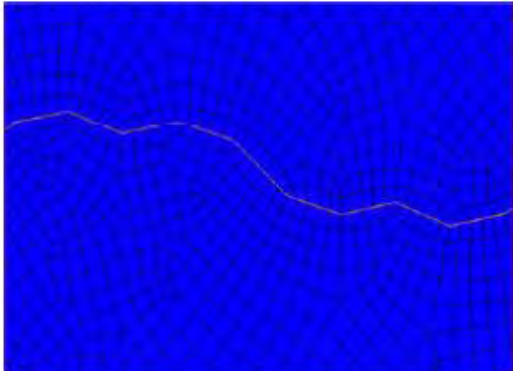
Σχήμα 3.4.2: Διακριτοποίηση της 6^{ης} επανάληψης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$.



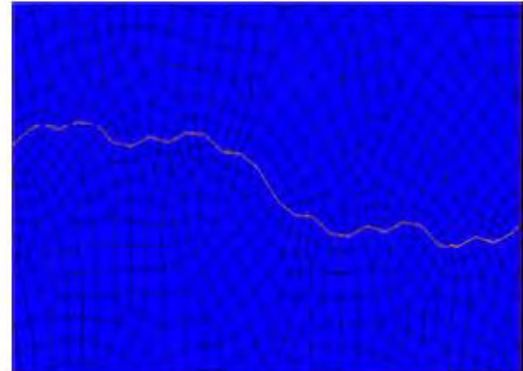
2^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$



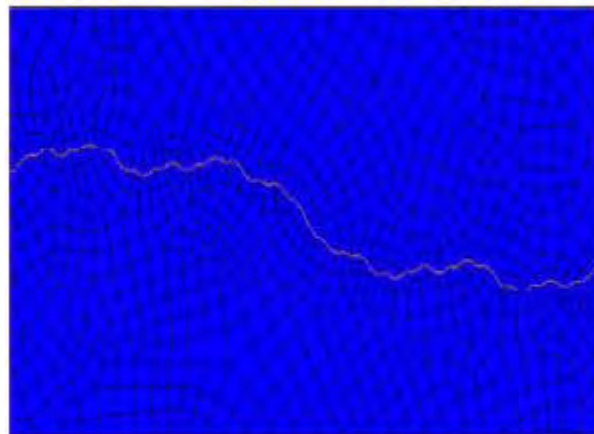
3^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$



4^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$

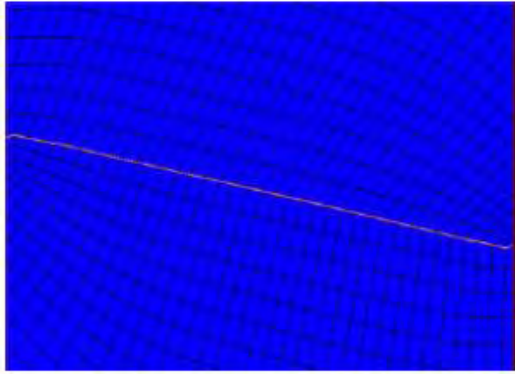


5^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$

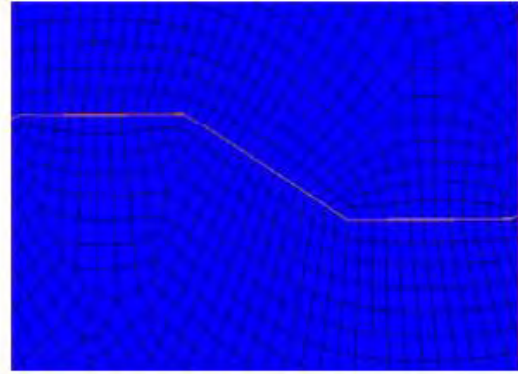


6^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$

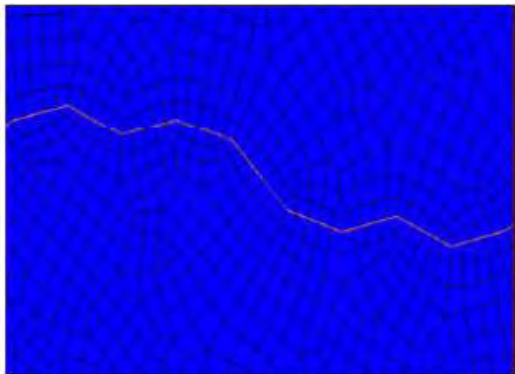
Σχήμα 3.4.3: Λεπτομερής παρουσίαση των πεπερασμένων στοιχείων στην διεπιφάνεια, για την περίπτωση της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$.



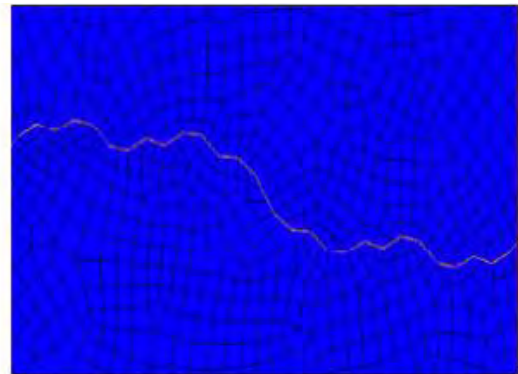
2^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$



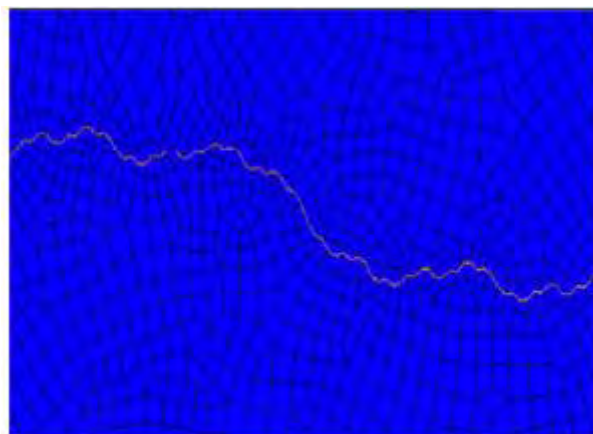
3^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$



4^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$



5^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$

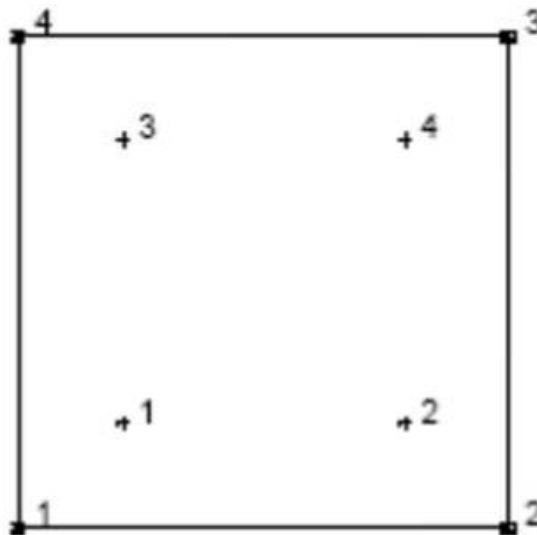


6^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$

Σχήμα 3.4.4: Λεπτομερής παρουσίαση των πεπερασμένων στοιχείων στην διεπιφάνεια, για την περίπτωση της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$.



Για την διακριτοποίηση των κατασκευών χρησιμοποιήθηκαν επίπεδα πεπερασμένα στοιχεία τύπου 3 (QUAD 3). Τα στοιχεία αυτά είναι τεσσάρων κόμβων, τετραπλευρικά, ισοπαραμετρικά, επίπεδης έντασης-παραμόρφωσης και έχουν δυο βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο. Ο πρώτος βαθμός ελευθερίας αφορά την μετατόπιση στον x άξονα και ο δεύτερος αφορά την μετατόπιση στον y άξονα. Χρησιμοποιούν διγραμμικές συναρτήσεις ολοκλήρωσης και η δυσκαμψία τους υπολογίζεται μέσω παρεμβολής κατά Gauss τεσσάρων σημείων. Το στοιχείο τύπου 3 προτιμάται για την προσομοίωση μοντέλων που εξετάζουν την επαφή δύο σωμάτων. Η εικόνα του στοιχείου φαίνεται στο Σχήμα 3.4.5.

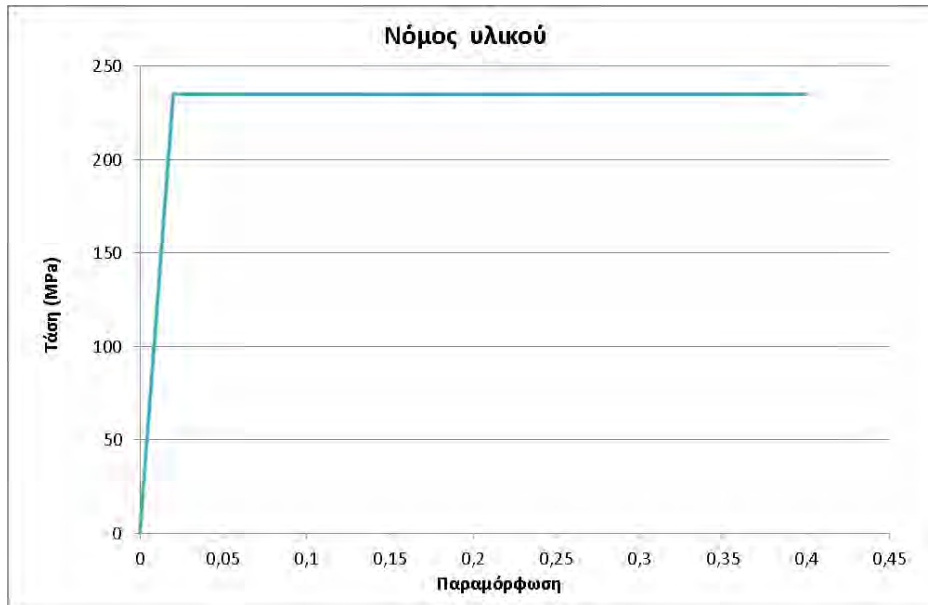


Σχήμα 3.4.5: Εικόνα τετρακομβικού στοιχείου (QUAD 3).



3.5 Ιδιότητες του υλικού της κατασκευής

Τα δυο τμήματα της κατασκευής θεωρούνται μεταλλικά με μέτρο ελαστικότητας $E=210\text{GPa}$ και λόγο Poisson $\nu=0.3$. Η συμπεριφορά του υλικού είναι ελαστοπλαστική με τάση διαρροής $f_y=235\text{MPa}$. Στο Σχήμα 3.5.1 παρουσιάζεται ο ελαστοπλαστικός νόμος που διέπει την συμπεριφορά του χάλυβα S235.



Σχήμα 3.5.1: Ελαστοπλαστικός νόμος χάλυβα S235.

3.6 Συνθήκες επαφής

Για την σωστή προσομοίωση των μοντέλων που εξετάζουν την επαφή δυο σωμάτων, τίθεται ένας νόμος τριβής που χαρακτηρίζει την επαφή των σωμάτων καθώς επίσης και ο συντελεστής τριβής. Για τις αναλύσεις που έγιναν επιλέχθηκε ο διγραμμικός νόμος τριβής του Coulomb, ο οποίος αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 1.1, και ο συντελεστής τριβής τέθηκε ίσος με 0.1.

Στο μοντέλο επικρατούν συνθήκες μονόπλευρης επαφής – τριβής. Οι συνθήκες αυτές παρέχουν μεγαλύτερη ακρίβεια στην περιγραφή αρκετά σύνθετων φαινομένων, σε σχέση με τις κλασσικές συνοριακές συνθήκες. Σε κάθε βήμα της ανάλυσης έγινε έλεγχος για το αν τα δυο σώματα έρχονταν σε επαφή. Σε περίπτωση επαφής του κόμβου του ενός σώματος με οποιοδήποτε τμήμα του άλλου σώματος, περιορίζονταν αυτόματα η δυνατότητα μετακίνησης του κόμβου αυτού στην διεύθυνση κάθετα στην διεπιφάνεια.



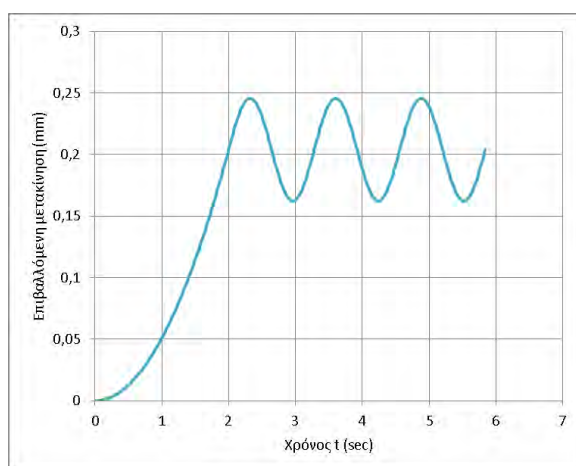
3.7 Συνοριακές συνθήκες

Κατά την ανάλυση δεσμεύτηκε η μετακίνηση των κατώτερων κόμβων του κάτω τμήματος του φορέα κατά την y διεύθυνση, ενώ στους ίδιους κόμβους επιβλήθηκε οριζόντια μετακίνηση. Ακόμη επιβλήθηκε κατακόρυφο φορτίο στους επάνω κόμβους του άνω τμήματος του φορέα.

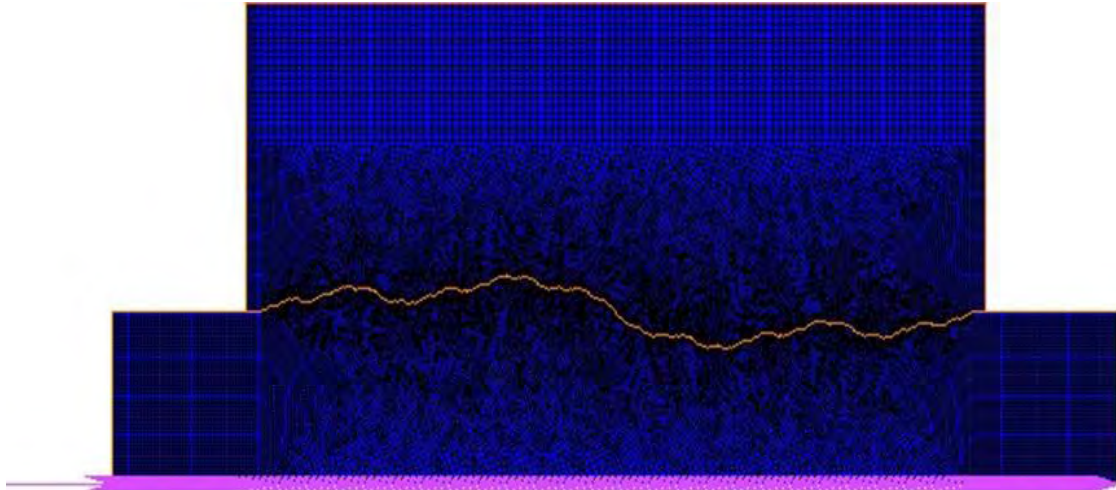
Για το κατακόρυφο φορτίο θεωρήθηκαν έξι διαφορετικές τιμές που είχαν ως στόχο την δημιουργία τάσεων ίσων με $0.3f_y$, $0.4f_y$, $0.5f_y$, $0.6f_y$, $0.7f_y$, $0.8f_y$, όπου f_y είναι η τάση διαρροής του υλικού της κατασκευής.

Η οριζόντια μετακίνηση επιβλήθηκε σταδιακά μέσα από 5840 βήματα φόρτισης. Η μεταβολή της μετακίνησης συναρτήσει του χρόνου φαίνεται στο Σχήμα 3.7.1. Για χρόνο $t=0$ έως $t=2\text{sec}$ παρατηρείται ομαλή και σταδιακή μεταβολή της μετακίνησης προτού επέλθει η ημιτονοειδής επιβολή της μετακίνησης, η οποία απαρτίζεται από τρεις συνεχόμενους κύκλους φόρτισης και συμβαίνει για χρόνο από $t=2\text{sec}$ έως $t=5.84\text{sec}$. Η διέγερση που παράγεται είναι ίση με 1m/sec^2 και πολλαπλασιάζεται κάθε φορά με κατάλληλη τιμή ενός συντελεστή α , ο οποίος αποτελεί την βασική παράμετρο του προβλήματος. Για τη μελέτη του φαινομένου της τριβής υπό δυναμική φόρτιση γίνεται κάθε φορά επιλογή συγκεκριμένου αριθμητικού συντελεστή α , ο οποίος πολλαπλασιάζει τις τιμές του διαγράμματος και εξάγεται το επιθυμητό μέτρο διέγερσης.

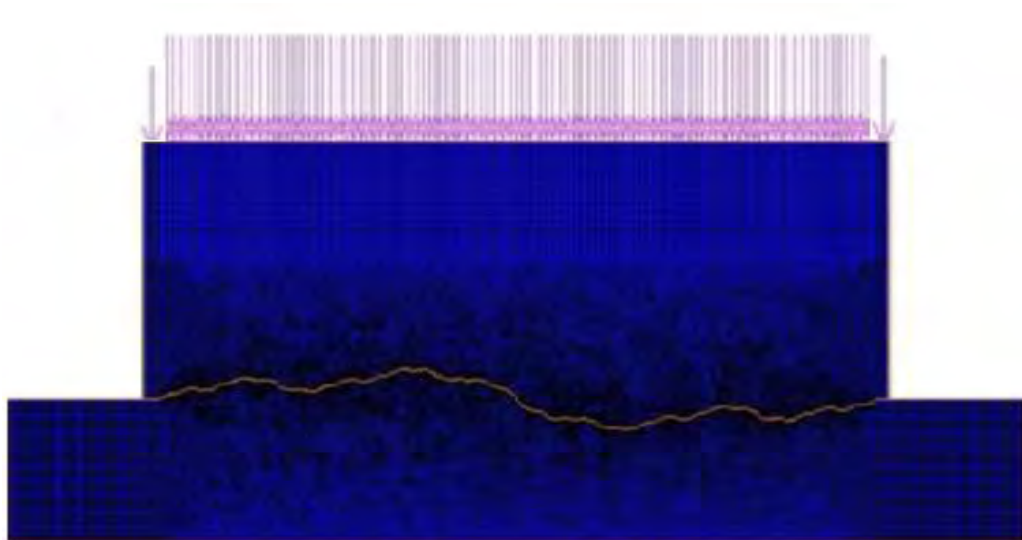
Στα Σχήματα 3.7.2 έως 3.7.4 απεικονίζονται ενδεικτικά οι συνοριακές συνθήκες που επιβλήθηκαν στα μοντέλα



Σχήμα 3.7.1: Διάγραμμα επιβολής οριζόντιας μετακίνησης



Σχήμα 3.7.2: Επιβολή οριζόντιας μετακίνησης στους κατώτερους κόμβους του κάτω τμήματος του φορέα



Σχήμα 3.7.3: Επιβολή κατακόρυφου φορτίου P_v

Η κατακόρυφη στατική φόρτισης του επάνω τμήματος του μοντέλου προκαλεί κατανομή της μάζας στους κόμβους του τμήματος αυτού. Η τιμή της μάζας η οποία



κατανέμεται σε κάθε κόμβο προκύπτει από τον λόγο του κατακόρυφου φορτίου P_v προς την επιτάχυνση της βαρύτητας g (ο συντελεστής g θεωρήθηκε ίσος με $9,81\text{m/sec}^2$). Έτσι προκύπτει διαφορετική μάζα για κάθε περίπτωση κατακόρυφης φόρτισης.

3.8 Μη γραμμικότητα

Οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν βασίστηκαν στην χρήση της μη-γραμμικής ανάλυσης του λογισμικού Marc. Ο όρος μη-γραμμικότητα χρησιμοποιείται για να περιγράψει την κατάσταση στην οποία οι σχέσεις μεταξύ της εξωτερικής φόρτισης και των μετακινήσεων δεν είναι γραμμικές. Οι παράγοντες που εξηγούν τη μη-γραμμική συμπεριφορά ενός φορέα μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής:

- **Καταστατικές εξισώσεις:** Η μη γραμμική συμπεριφορά οφείλεται συχνά στη μη γραμμική σχέση μεταξύ τάσεων-παραμορφώσεων. Για τα περισσότερα υλικά, μετά από ένα διάστημα γραμμικά ελαστικής συμπεριφοράς επέρχεται πλαστική παραμόρφωση και τότε η σχέση τάσης-παραμόρφωσης παύει να είναι γραμμική.
- **Συνοριακές συνθήκες:** Η μεταβολή των συνοριακών συνθηκών και η απώλεια επαφής που μπορεί να είχε ο φορέας με κάποιο άλλο στοιχείο μπορούν να αποτελέσουν αιτίες για μη γραμμική συμπεριφορά του φορέα.
- **Εξισώσεις ισορροπίας και εξισώσεις συμβιβαστού:** Για πολύ μεγάλες μετακινήσεις του φορέα χάνεται η γραμμικότητα των εξισώσεων ισορροπίας άρα και η γραμμικότητα του προβλήματος. Μη γραμμική συμπεριφορά υπάρχει και όταν η σχέση μετακινήσεων-παραμορφώσεων είναι μη γραμμική. Σε αυτές τις περιπτώσεις υπάρχει γεωμετρική μη γραμμικότητα.

Στο πρόβλημα που μελετήθηκε στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας, η μη γραμμικότητα έγκειται σε όλους τους προαναφερθέντες παράγοντες. Η μη γραμμικότητα των καταστατικών εξισώσεων οφείλεται στην ελαστοπλαστική συμπεριφορά του χάλυβα. Επίσης η ύπαρξη σχετικής μετακίνησης μεταξύ των δυο σωμάτων που έρχονται σε επαφή επηρεάζει τις συνοριακές συνθήκες και τις εξισώσεις ισορροπίας.



3.9 Επίλυση της κατασκευής

Ο φορέας που εξετάστηκε στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής θα μπορούσε να θεωρηθεί μέρος μιας μεγαλύτερης κατασκευής με τα ίδια χαρακτηριστικά. Οι παράμετροι που εξετάστηκαν ως προς την επιρροή τους στον δυναμικό συντελεστή τριβής ήταν οι εξής:

- Η τιμή της fractal διάστασης D . Μελετήθηκαν δυο περιπτώσεις διεπιφανειών με fractal διάσταση D : $D=1.1429$, $D=1.1773$.
- Η ανάλυση της διεπιφάνειας δ_n . Για κάθε διεπιφάνεια εξετάστηκαν 5 διαφορετικές τιμές του δ_n ($n=2, \dots, 6$)
- Η τιμή του κατακόρυφου φορτίου P_v , που εφαρμόστηκε στους κόμβους του άνω τμήματος της κατασκευής. Θεωρήθηκαν έξι διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης που προκαλούν τάσεις $0.3f_y$, $0.4f_y$, $0.5f_y$, $0.6f_y$, $0.7f_y$ και $0.8f_y$ αντίστοιχα.

Ο συνδυασμός των παραπάνω παραμέτρων έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία 60(2x5x6) διαφορετικών κατασκευών. Η κάθε μια από αυτές τις κατασκευές επιλύθηκε με σκοπό τον αριθμητικό προσδιορισμό του μέγιστου συντελεστή α , ο οποίος πολλαπλασιάζει το διάγραμμα επιβολής της οριζόντιας μετακίνησης. Υπολογίζεται η τιμή του συντελεστή α για την οποία ολοκληρώνονται οριακά όλοι οι κύκλοι φόρτισης με ταυτόχρονη πλαστικοποίηση της διεπιφάνειας.

Στη συνέχεια υπολογίστηκαν για κάθε κατασκευή οι οριζόντιες δυνάμεις του άνω τμήματος του φορέα που εμφανίζονταν σε κάθε βήμα επίλυσης. Τέλος, με βάση την μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή οριζόντια δύναμη υπολογίστηκε ο δυναμικός συντελεστής τριβής από τον τύπο:

$$\mu = \frac{\max F_x}{P_v} \quad (3.9.1)$$

Όπου,

- μ ο δυναμικός συντελεστής τριβής
- $\max F_x$ η μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή οριζόντια δύναμη του άνω τμήματος
- P_v η τιμή του κατακόρυφου φορτίου που ασκείται στο άνω τμήμα της κατασκευής.



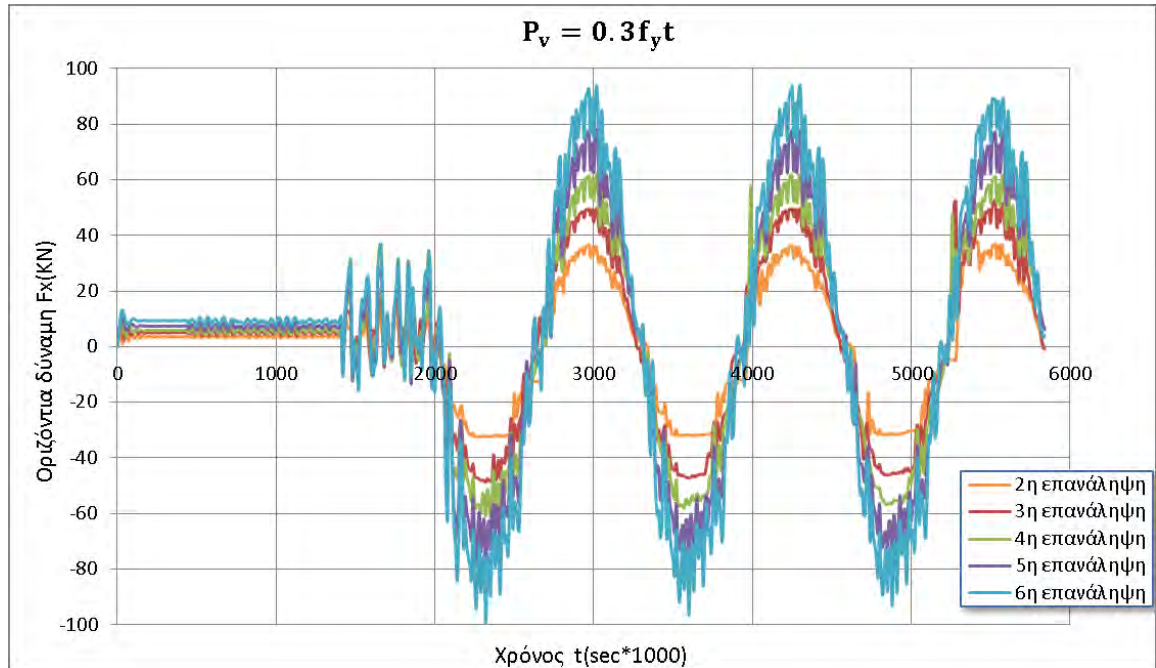
4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ FRACTAL ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ

4.1 Μελέτη της κατασκευής με fractal διάσταση $D=1.1429$

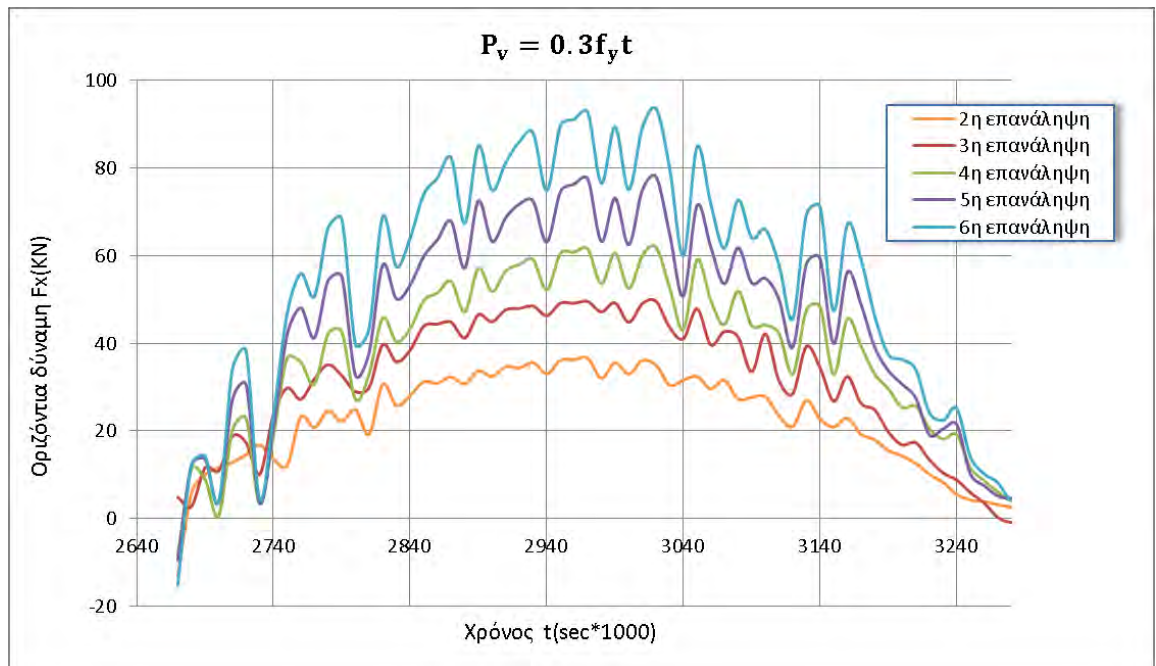
Το πρώτο μοντέλο που μελετήθηκε είναι η κατασκευή με fractal διάσταση $D=1.1429$. Υλοποιήθηκαν συνολικά πέντε αναλύσεις, καθεμιά για διαφορετικό προφίλ τραχύτητας. Οι ανώτερες αναλύσεις εμφανίζουν μεγαλύτερη τραχύτητα σε σχέση με τις κατώτερες κι επομένως αποτελούν πιο ρεαλιστικές προσομοιώσεις της διεπιφάνειας που μελετάται. Επιπλέον η κατασκευή μελετήθηκε για έξι περιπτώσεις φόρτισης με τιμές $P_v = 0.3f_y \times t = 705 \text{ KN/m}$, $P_v = 0.4f_y \times t = 940 \text{ KN/m}$, $P_v = 0.5f_y \times t = 1175 \text{ KN/m}$, $P_v = 0.6f_y \times t = 1410 \text{ KN/m}$, $P_v = 0.7f_y \times t = 1645 \text{ KN/m}$, $P_v = 0.8f_y \times t = 1880 \text{ KN/m}$.

4.1.1 Μεταβολή οριζόντιας δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο

Από τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν προέκυψαν οι καμπύλες οριζόντιας δύναμης του άνω τμήματος της κατασκευής συναρτήσει του χρόνου, για τις διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης. Στο Σχήμα 4.1.1.1 αποτυπώνεται το διάγραμμα οριζόντιας φόρτισης συναρτήσει του χρόνου για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας, για την πρώτη περίπτωση φόρτισης. Για την ευκολότερη μελέτη του διαγράμματος, Στο σχήμα 4.1.1.2 παρατίθεται σε μεγέθυνση ένα τμήμα του. Είναι φανερό ότι στις ανώτερες επαναλήψεις, δηλαδή όσο αυξάνει η ανάλυση της διεπιφάνειας και κατά συνέπεια η τραχύτητά της, αυξάνονται και οι οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή. Αυτό συμβαίνει διότι εξαιτίας της αυξημένης τραχύτητας, οι δυνάμεις αλληλεμπλοκής γίνονται μεγαλύτερες και επομένως παρουσιάζεται μεγαλύτερη αντίσταση κατά την σχετική μετακίνηση της μιας διεπιφάνειας ως προς την άλλη. Ακόμη στο Σχήμα 4.1.1.2 φαίνεται καθαρά ότι στις ανώτερες επαναλήψεις παρατηρούνται μεγαλύτερες μεταβολές στις οριζόντιες δυνάμεις. Πιο συγκεκριμένα καθώς η τραχύτητα των διεπιφανειών γίνεται εντονότερη, οι τιμές των οριζοντίων δυνάμεων εμφανίζουν μεγαλύτερες αυξήσεις και μειώσεις. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι στις μεγαλύτερες αναλύσεις οι αιχμές πλαστικοποιούνται γρηγορότερα, επομένως μειώνεται η αντίσταση στην επιβολή οριζόντιας μετακίνησης.



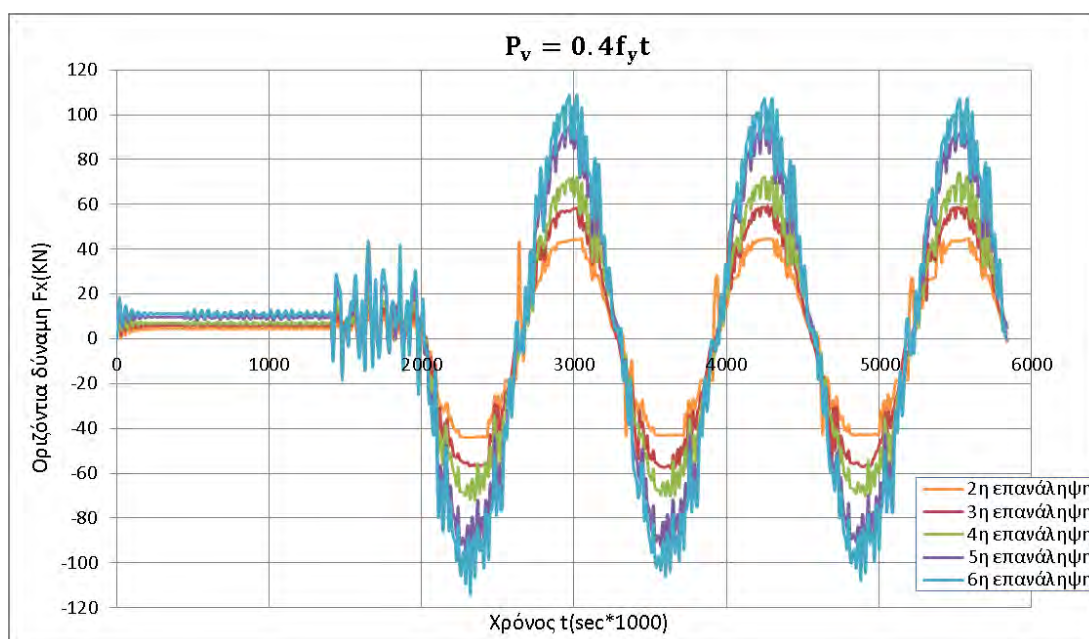
Σχήμα 4.1.1.1: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.3f_y t$.



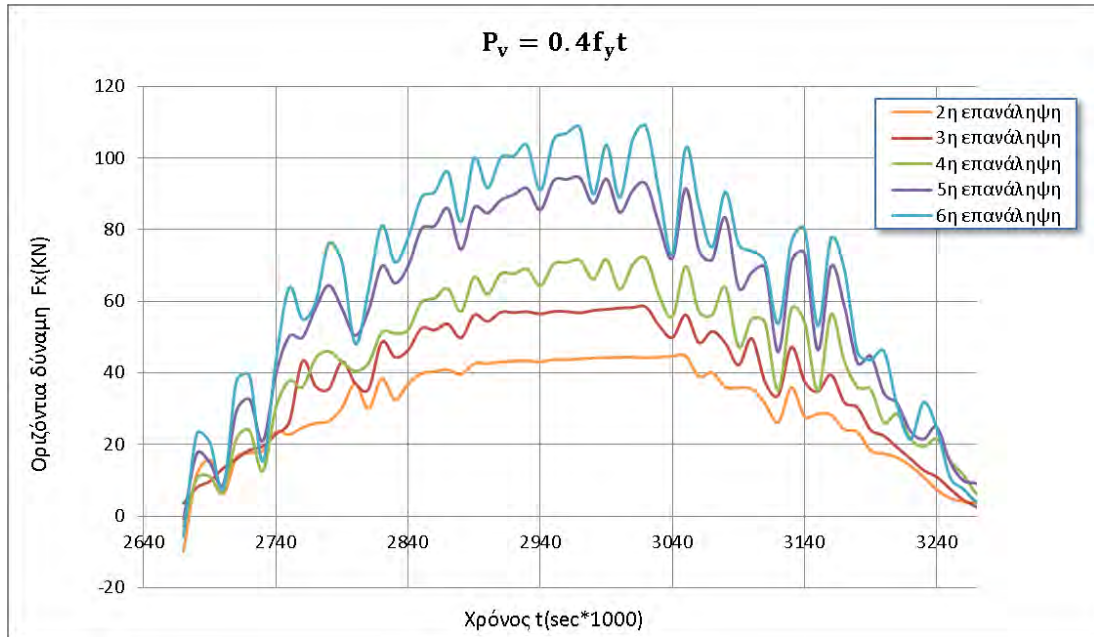
Σχήμα 4.1.1.2: Μεγέθυνση Σχήματος 4.1.1.1.



Το Σχήμα 4.1.1.3 παρουσιάζει τη μεταβολή της οριζόντιας δύναμης σε σχέση με τον χρόνο για διαφορετικές τιμές ανάλυσης της κατασκευής και για την δεύτερη περίπτωση φόρτισης. Για την καλύτερη μελέτη του διαγράμματος, στο Σχήμα 4.1.1.4 παρατίθεται ένα τμήμα του σε μεγέθυνση. Και σε αυτήν την περίπτωση παρατηρείται αύξηση της οριζόντιας δύναμης καθώς η διεπιφάνεια γίνεται τραχύτερη. Ακόμη οι μέγιστες τιμές της δύναμης είναι μεγαλύτερες σε σύγκριση με τις τιμές που αντιστοιχούν σε κατασκευές με την ίδια ανάλυση διεπιφάνειας αλλά με μικρότερο κατακόρυφο φορτίο. Αυτό συμβαίνει διότι με την επιβολή μεγαλύτερου κατακόρυφου φορτίου ένα μεγαλύτερο τμήμα των διεπιφανειών βρίσκεται σε επαφή, γεγονός που δυσχεραίνει την σχετική ολίσθηση των σωμάτων.

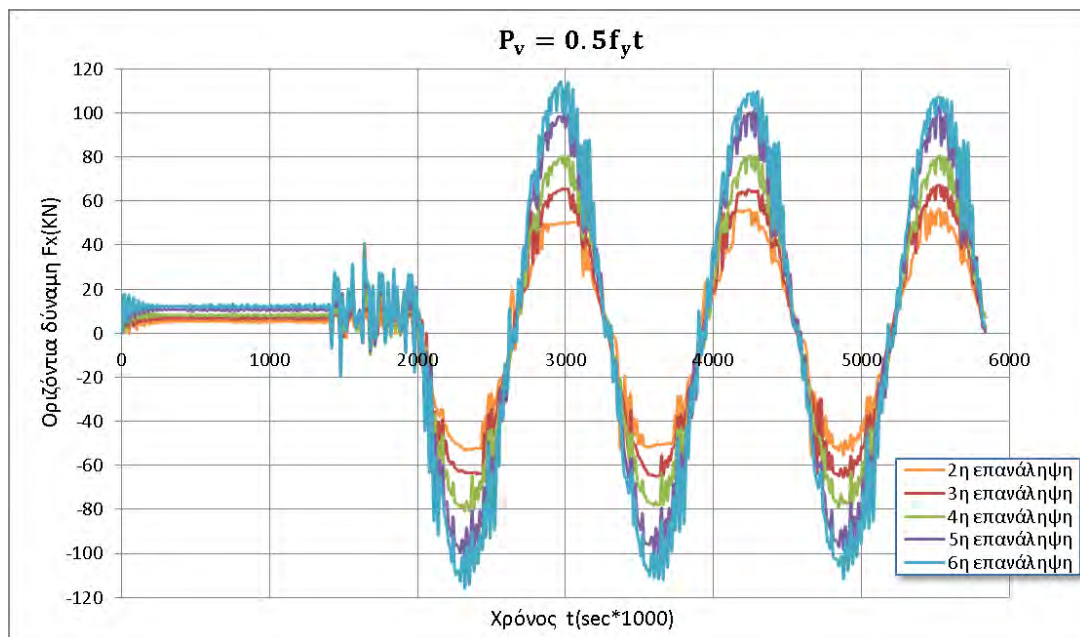


Σχήμα 4.1.1.3: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.4f_y t$

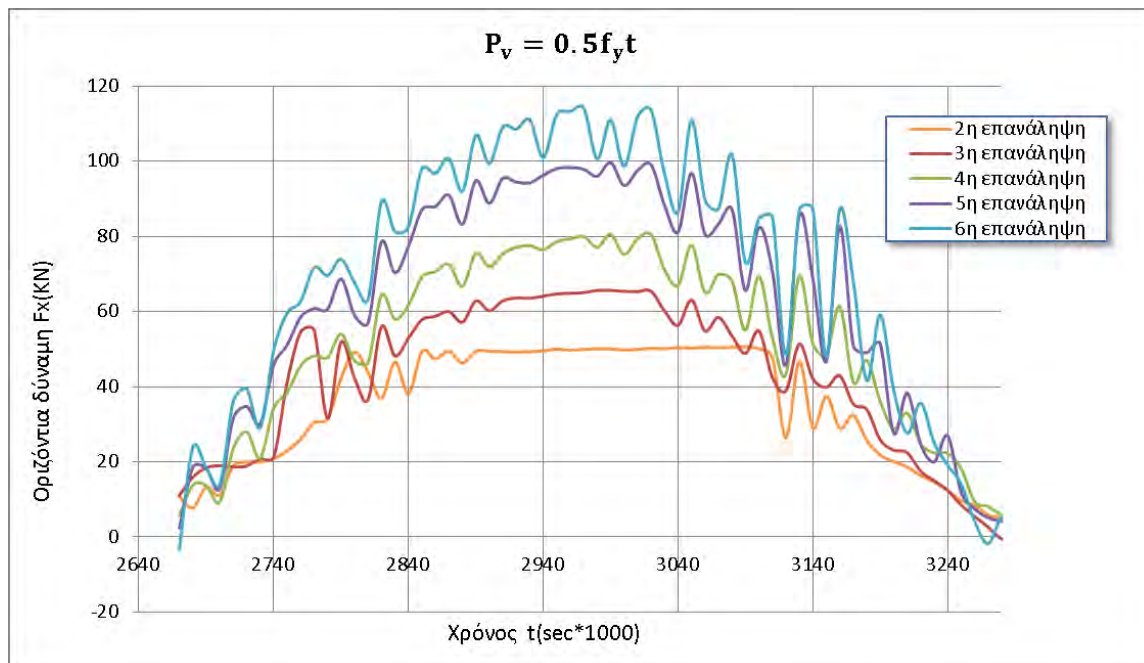


Σχήμα 4.1.1.4: Μεγέθυνση Σχήματος 4.1.1.3.

Στο Σχήμα 4.1.1.5 απεικονίζεται η μεταβολή της οριζόντιας δύναμης του άνω τμήματος της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο, για όλες τις επαναλήψεις και για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.5f_yt$. Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις φόρτισης, όσο μεγαλύτερη γίνεται η ανάλυση της διεπιφάνειας, τόσο αυξάνεται και η οριζόντια δύναμη.

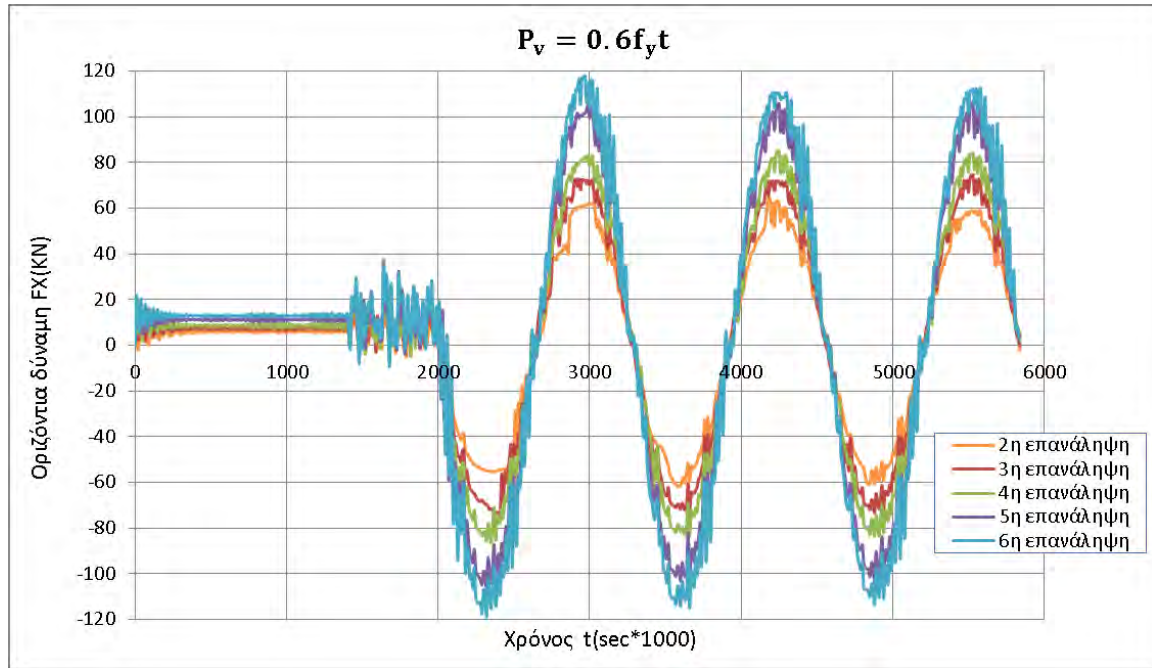


Σχήμα 4.1.1.5: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.5f_yt$.

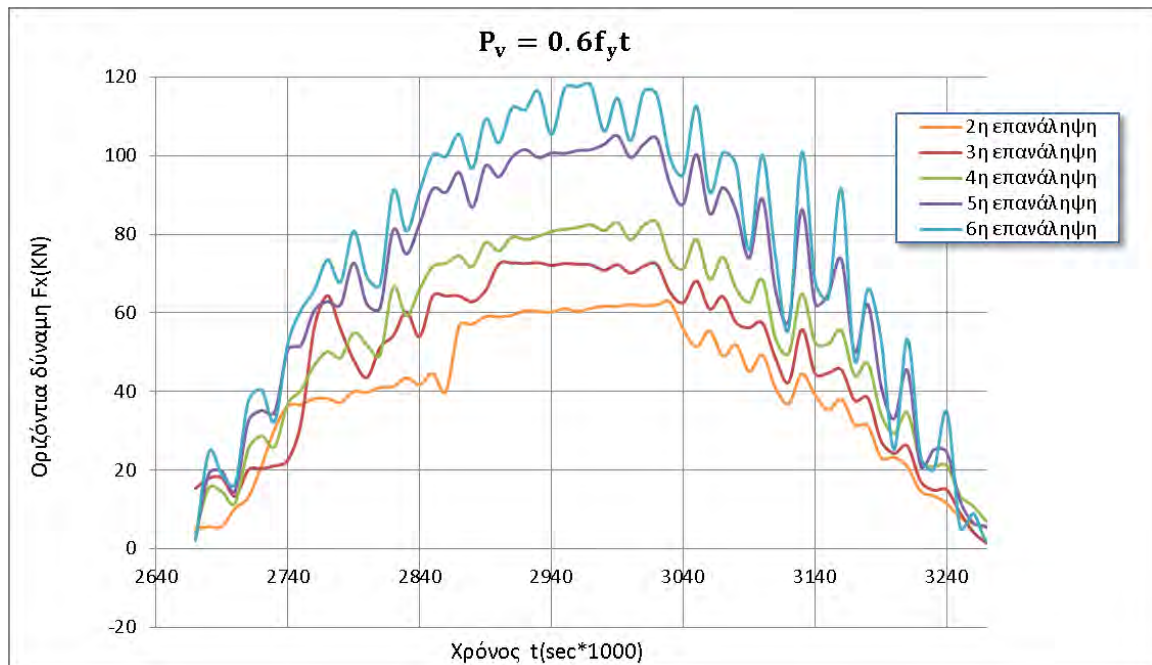


Σχήμα 4.1.1.6: Μεγέθυνση Σχήματος 4.1.1.5.

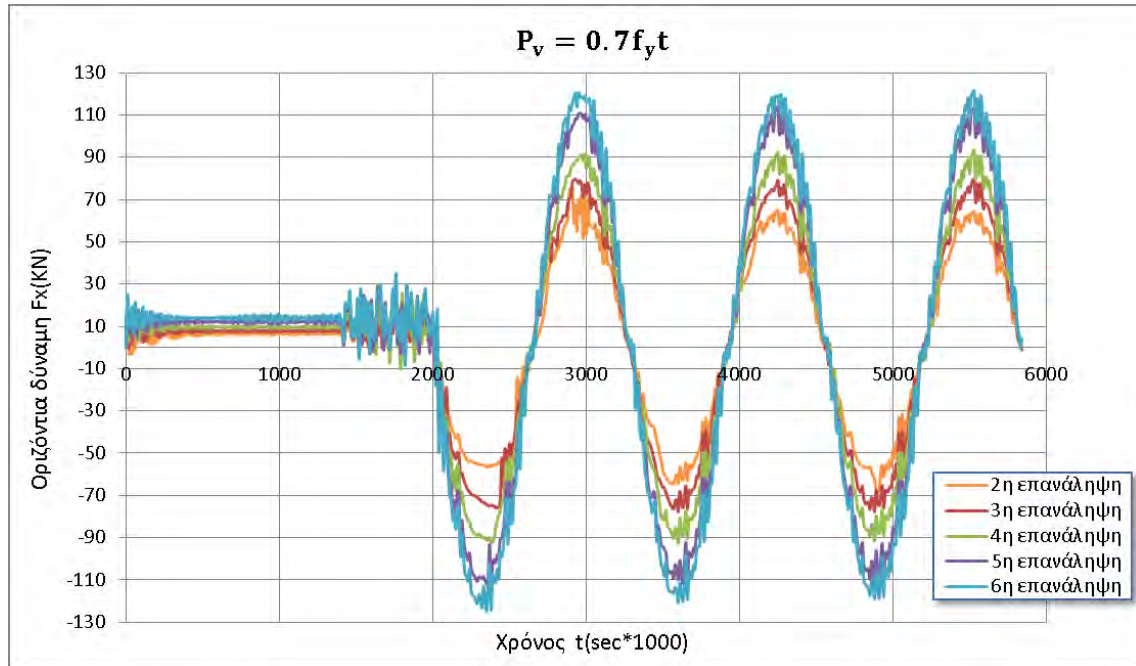
Στα Σχήματα 4.1.1.7 εως 4.1.1.12 παρουσιάζονται τα διαγράμματα της οριζόντιας δύναμης συναρτήσει του χρόνου για τις περιπτώσεις φόρτισης $P_v=0.6f_yt$, $P_v=0.7f_yt$ και $P_v=0.8f_yt$. Είναι φανερό ότι σε όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφης φόρτισης, οι οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στην διεπιφάνεια αυξάνονται καθώς αυξάνει η ανάλυση της διεπιφάνειας. Μελετώντας τα διαγράμματα σε μεγέθυνση στα Σχήματα 4.1.1.2, 4.1.1.4, 4.1.1.6, 4.1.1.8, 4.1.1.10 και 4.1.1.12, παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνει η τιμή του κατακόρυφου φορτίου ολοένα και περισσότερες επαναλήψεις εμφανίζουν οριζόντιο κλάδο στα διαγράμματά τους καθώς αυξάνεται η τιμή του φορτίου. Πιο συγκεκριμένα για φορτίο $P_v=0.4f_yt$ είναι εμφανές ότι τα διαγράμματα των οριζοντίων δυνάμεων της 2^{ης} και 3^{ης} επανάληψης εμφανίζουν οριζόντιο κλάδο όταν φτάνουν την μέγιστη τιμή τους. Καθώς αυξάνει το φορτίο, η ίδια συμπεριφορά παρατηρείται και στα διαγράμματα των οριζοντίων δυνάμεων των ανώτερων επαναλήψεων. Ο οριζόντιος κλάδος στο διάγραμμα οριζόντιας δύναμης μιας επανάληψης φανερώνει την πλαστικοποίηση των διεπιφανειών και τη σχετική ολίσθησή τους. Ωστόσο φαίνεται ότι για τα φορτία $P_v=0.7f_yt$ και $P_v=0.8f_yt$, η 2^η επανάληψη δεν παρουσιάζει την αναμενόμενη συμπεριφορά. Αυτό συμβαίνει διότι η 2^η επανάληψη προσομοιώνει λείες διεπιφάνειες, οι οποίες οδηγούνται σε έντονες πλαστικοποιήσεις υπό την επίδραση ισχυρών κατακόρυφων φορτίων.



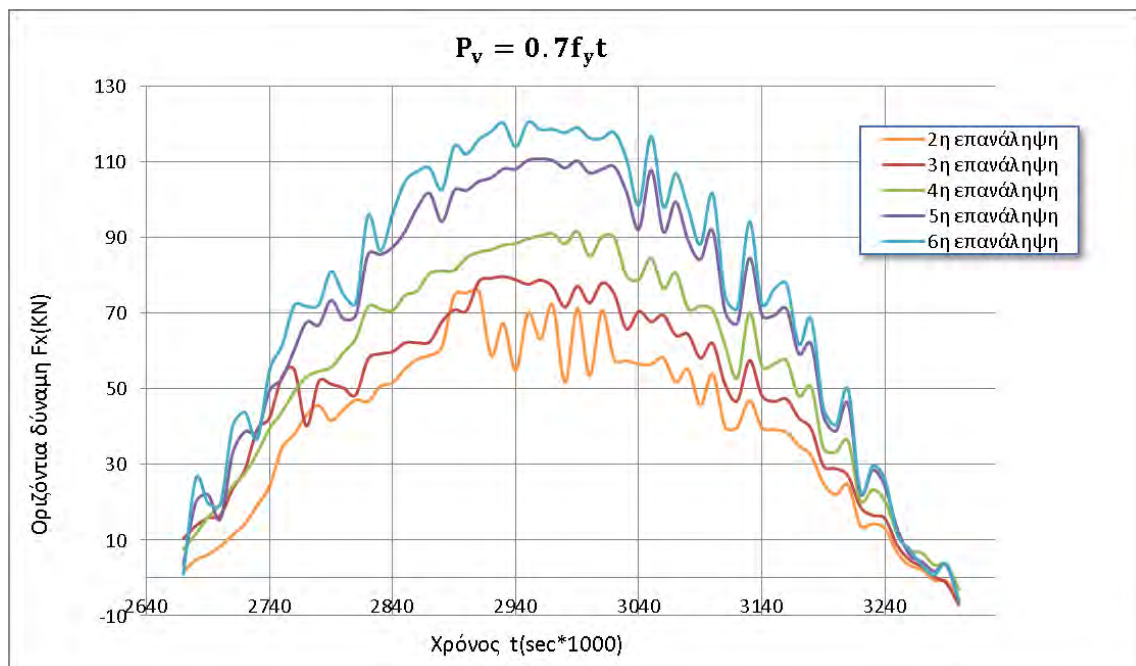
Σχήμα 4.1.1.7: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.6f_y t$.



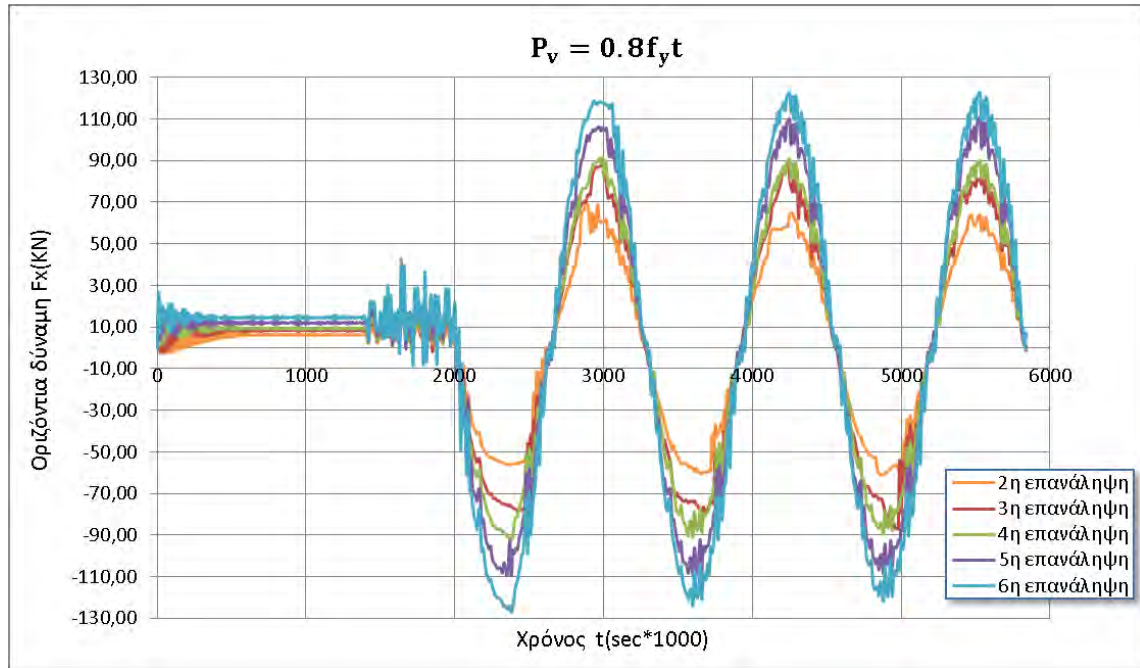
Σχήμα 4.1.1.8: Μεγέθυνση Σχήματος 4.1.1.7.



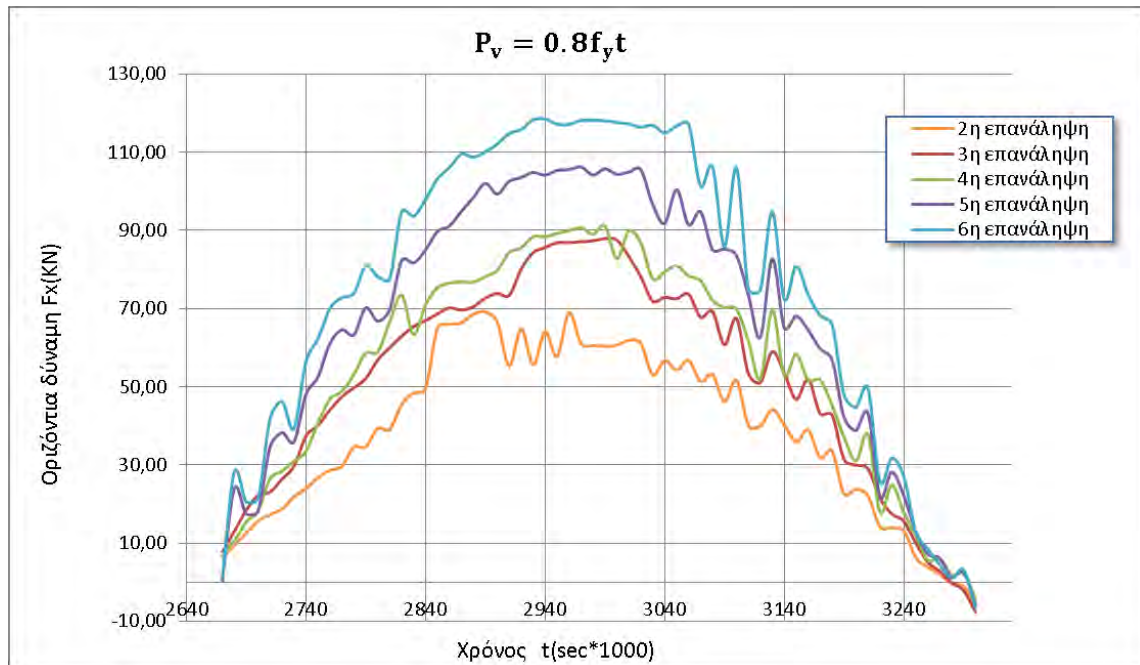
Σχήμα 4.1.1.9: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.7f_{yt}$.



Σχήμα 4.1.1.10: Μεγέθυνση Σχήματος 4.1.1.9.



Σχήμα 4.1.1.11: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.8f_y t$.



Σχήμα 4.1.1.12: Μεγέθυνση Σχήματος 4.1.1.11.



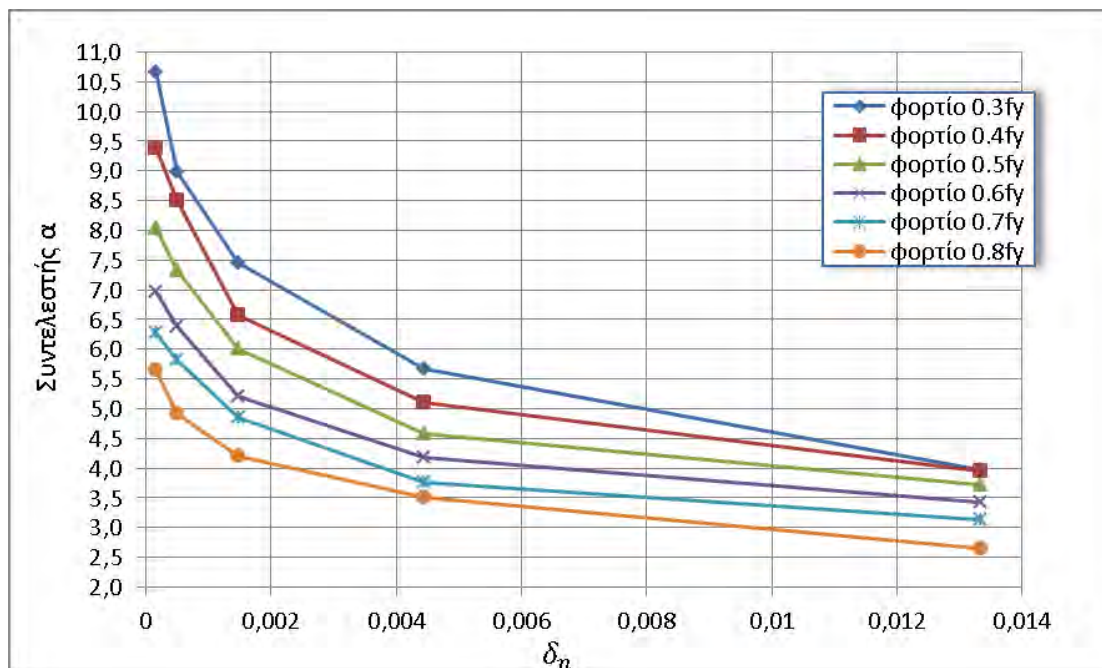
4.1.2 Μεταβολή του συντελεστή α συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας.

Ο συντελεστής α , όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.7, πολλαπλασιάζει το διάγραμμα επιβολής οριζόντιας μετακίνησης που επιβάλλεται στους κάτω κόμβους του κάτω τμήματος της κατασκευής. Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται η μεταβολή των τιμών του συντελεστή α με την ανάλυση της διεπιφάνειας .

Στο Σχήμα 4.1.2.1 απεικονίζεται το διάγραμμα του συντελεστή α συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας για όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφης φόρτισης ($0.3f_y$, $0.4f_y$, $0.5f_y$, $0.6f_y$, $0.7f_y$, $0.8f_y$). Είναι φανερό ότι καθώς αυξάνεται η ανάλυση της διεπιφάνειας, δηλαδή γίνεται τραχύτερη, αυξάνεται και η τιμή του συντελεστή α . Αυτό συμβαίνει διότι στις ανώτερες επαναλήψεις εμφανίζεται μεγαλύτερη αντίσταση κατά την ολίσθηση των διεπιφανειών, επομένως καθίσταται αναγκαία η επιβολή μεγαλύτερης οριζόντιας μετακίνησης για την πλαστικοποίηση των αιχμών, ώστε να επιτραπεί η σχετική ολίσθηση των διεπιφανειών. Όσον αφορά την μεταβολή του φορτίου, για την ίδια ανάλυση της διεπιφάνειας, παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η τιμή του κατακόρυφου φορτίου τόσο μειώνεται η τιμή του συντελεστή α . Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι για μεγαλύτερες τιμές του κατακόρυφου φορτίου, η διεπιφάνεια πλαστικοποιείται εντονότερα με αποτέλεσμα να διευκολύνεται η ολίσθηση μεταξύ των διεπιφανειών. Το φαινόμενο αυτό είναι εντονότερο στις ανώτερες επαναλήψεις, όπου διευρύνονται οι διαφορές των τιμών του μελετώμενου συντελεστή για διαφορετικά κατακόρυφα φορτία. Στον πίνακα που ακολουθεί (Πίνακας 4.1.2.1) δίνονται οι τιμές του χαρακτηριστικού μήκους δ_n που αντιστοιχεί σε κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας της κατασκευής καθώς και το $\log \delta_n$.

Επανάληψη	$\delta_n(m)$	$\log \delta_n$
2^n	0.01333	-1.87507
3^n	0.0444	-2.35223
4^n	0.00148	-2.82944
5^n	0.00049	-3.30627
6^n	0.00016	-3.79588

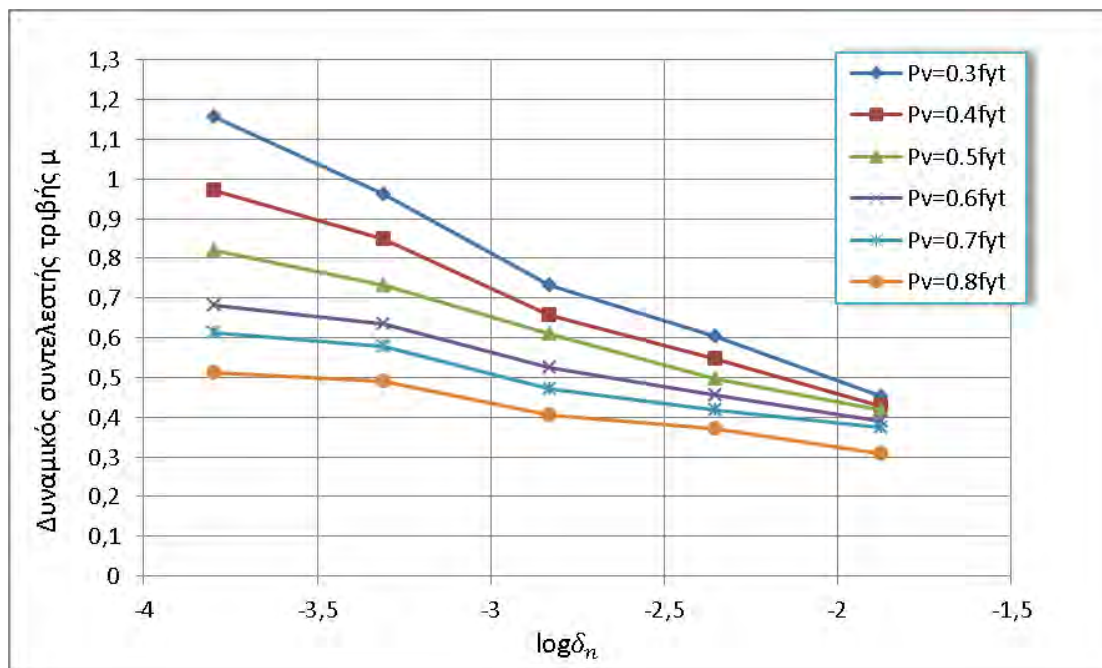
Πίνακας 4.1.2.1: Πίνακας με το χαρακτηριστικό μήκος δ_n κάθε ανάλυσης της διεπιφάνειας και το αντίστοιχο $\log \delta_n$.



Σχήμα 4.1.2.1: Τιμές του συντελεστή α για όλες τις περιπτώσεις των κατακόρυφων φορτίων συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας $f^{(1)}$.

4.1.3 Επίδραση της τραχύτητας στον δυναμικό συντελεστή τριβής

Στην παράγραφο αυτή εξετάζεται η σχέση ανάμεσα στην τραχύτητα της διεπιφάνειας και τον δυναμικό συντελεστή τριβής για όλες τις περιπτώσεις φόρτισης. Από την μελέτη του διαγράμματος που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.1.3.1, προκύπτει η παρατήρηση ότι οι μεγαλύτερες τιμές του δυναμικού συντελεστή τριβής αντιστοιχούν στις διεπιφάνειες με μεγαλύτερη ανάλυση. Αυτό οφείλεται στο ότι στις ανώτερες επαναλήψεις, για τις οποίες η διεπιφάνεια είναι τραχύτερη, υπάρχει μεγαλύτερη αντίσταση κατά την σχετική ολίσθηση των σωμάτων λόγω του μηχανισμού αλληλεμπλοκής των αιχμών. Ακόμη για επιβολή μεγάλων κατακόρυφων φορτίων εμφανίζονται μικρότερες τιμές του δυναμικού συντελεστή τριβής, διότι στην περίπτωση αυτή οι πλαστικοποιήσεις είναι εντονότερες, με αποτέλεσμα να διευκολύνεται η μετακίνηση μεταξύ των δυο σωμάτων. Η διαφορά μεταξύ των τιμών του δυναμικού συντελεστή τριβής είναι μεγαλύτερη στις ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας. Αυτό συμβαίνει γιατί εδώ η διεπιφάνεια είναι τραχύτερη και οι πλαστικοποιήσεις συμβαίνουν με γρηγορότερο ρυθμό σε όλο το μήκος της.



Σχήμα 4.1.3.1: Δυναμικός συντελεστής τριβής μ για κάθε φόρτιση, συναρτήσει της ανάλυσης δ_n της διεπιφάνειας.

4.2 Μελέτη της κατασκευής με fractal διάσταση $D=1.1773$

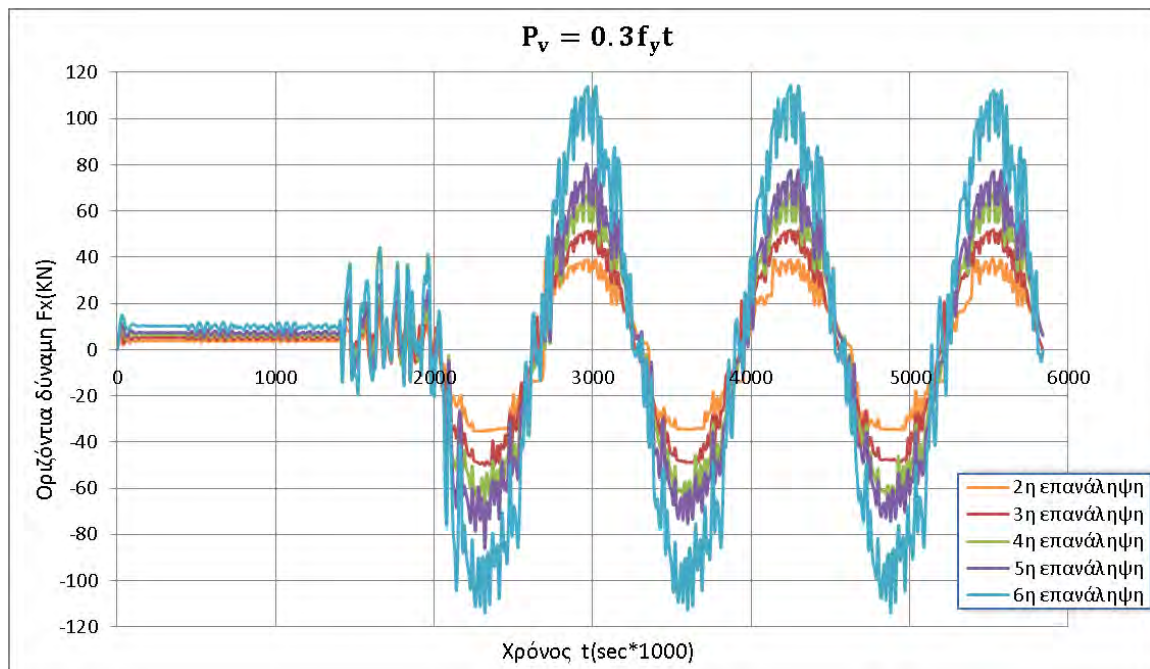
Σε αυτήν την παράγραφο μελετάται η κατασκευή με διεπιφάνεια της οποίας η fractal διάσταση είναι $D=1.1773$. Η διεπιφάνεια αυτή παρουσιάζει πιο έντονες αιχμές σε σύγκριση με την προηγούμενη διεπιφάνεια. Και σε αυτήν την περίπτωση πραγματοποιήθηκαν πέντε αναλύσεις, οι οποίες οδηγούν σε διαφορετικό προφίλ τραχύτητας. Επιπλέον η κατασκευή μελετήθηκε για τις έξι περιπτώσεις φόρτισης που προαναφέρθηκαν ($0.3f_{yt}$, $0.4f_{yt}$, $0.5f_{yt}$, $0.6f_{yt}$, $0.7f_{yt}$, $0.8f_{yt}$).

4.2.1 Μεταβολή της οριζόντιας δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο

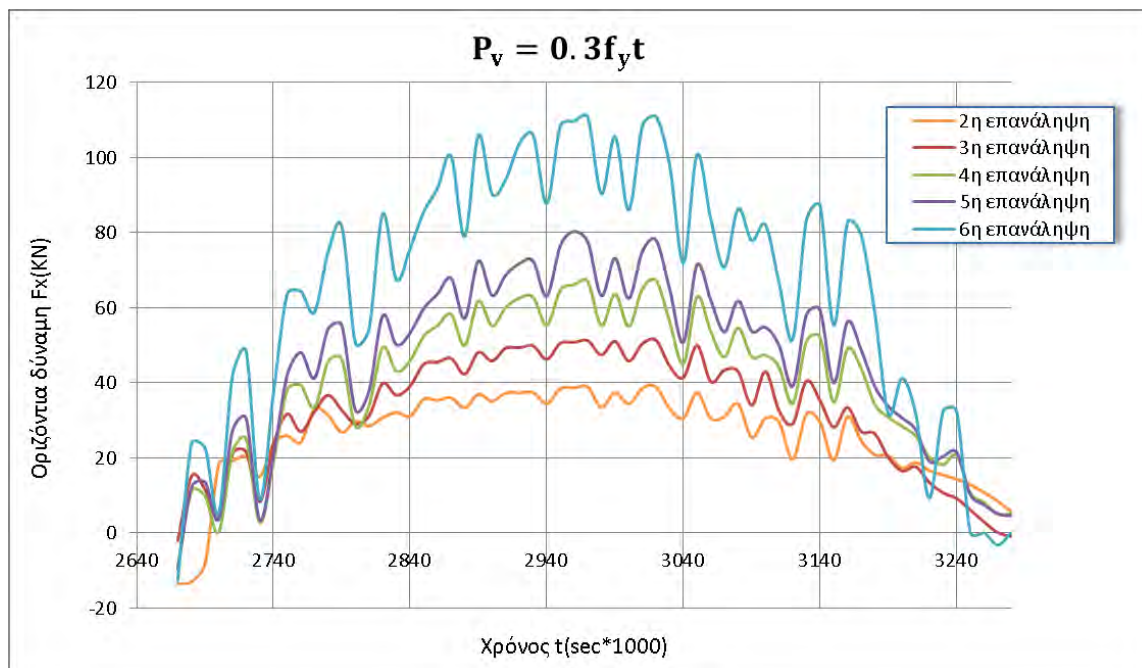
Στο Σχήμα 4.2.1.1 παρουσιάζονται οι οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή σαν συνάρτηση του χρόνου, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας και για την πρώτη περίπτωση φόρτισης. Είναι φανερό και σε αυτήν την περίπτωση ότι καθώς η διεπιφάνεια γίνεται τραχύτερη, παρατηρείται αύξηση της οριζόντιας δύναμης λόγω της αντίστασης που εμφανίζεται κατά την σχετική ολίσθηση μεταξύ των σωμάτων. Στο Σχήμα 4.2.1.2, στο οποίο παρατίθεται σε μεγέθυνση ένα τμήμα του Σχήματος 4.2.1.1, φαίνεται ότι στις ανώτερες αναλύσεις παρουσιάζονται ολοένα και μεγαλύτερες μεταβολές στις οριζόντιες δυνάμεις. Και



σε αυτήν την περίπτωση το γεγονός αυτό εξηγείται από το ότι στις ανώτερες επαναλήψεις οι αιχμές πλαστικοποιούνται σταδιακά με αποτέλεσμα να παρατηρούνται αυτές οι απότομες αυξήσεις και μειώσεις στις τιμές της οριζόντιας δύναμης. Τέλος σε σύγκριση με την προηγούμενη κατασκευή με fractal διάσταση της διεπιφάνειας $D=1.1429$, για την ίδια ανάλυση και την ίδια τιμή κατακόρυφου φορτίου, παρατηρείται αύξηση της μέγιστης τιμής της οριζόντιας δύναμης, γεγονός που οφείλεται στην εντονότερη τραχύτητα και άρα στην ισχυρότερη ενεργοποίηση του μηχανισμού αλληλεμπλοκής των αιχμών.

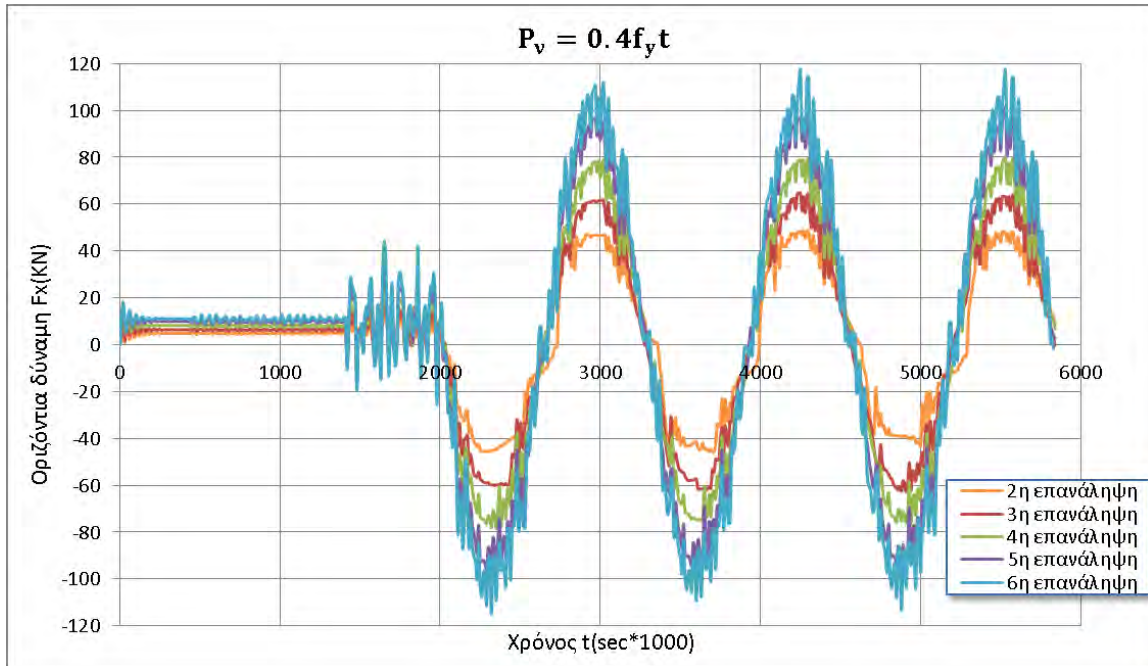


Σχήμα 4.2.1.1: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.3f_y t$.

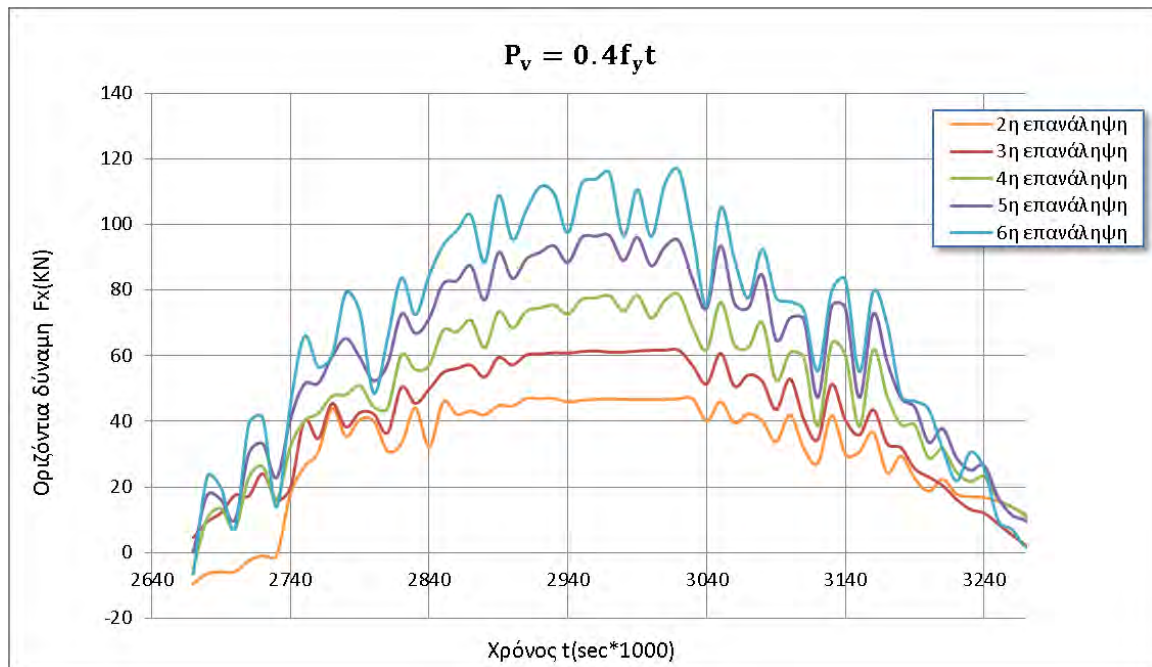


Σχήμα 4.2.1.1: Μεγέθυνση Σχήματος 4.2.1.1.

Στο Σχήμα 4.2.1.3 παρουσιάζεται η μεταβολή της οριζόντιας δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας και για την δεύτερη περίπτωση φόρτισης ($P_v = 0.4f_y \times t = 112.8 \text{ KN/m}$). Και σε αυτήν την περίπτωση κατακόρυφης φόρτισης με την αύξηση της ανάλυσης της διεπιφάνειας αυξάνεται κι η τιμή των οριζόντιων δυνάμεων και οι διαφοροποιήσεις στις τιμές γίνονται ολοένα και πιο έντονες. Από τη μελέτη των διαγραμμάτων του σχήματος 4.2.1.4, προκύπτει ότι η 2^η και 3^η επανάληψη εμφανίζουν οριζόντιο κλάδο καθώς η οριζόντια δύναμη πλησιάζει την μέγιστη τιμή της, γεγονός που δηλώνει την πλαστικοποίηση αυτών των διεπιφανειών και τη σχετική ολίσθηση της μιας ως προς την άλλη.



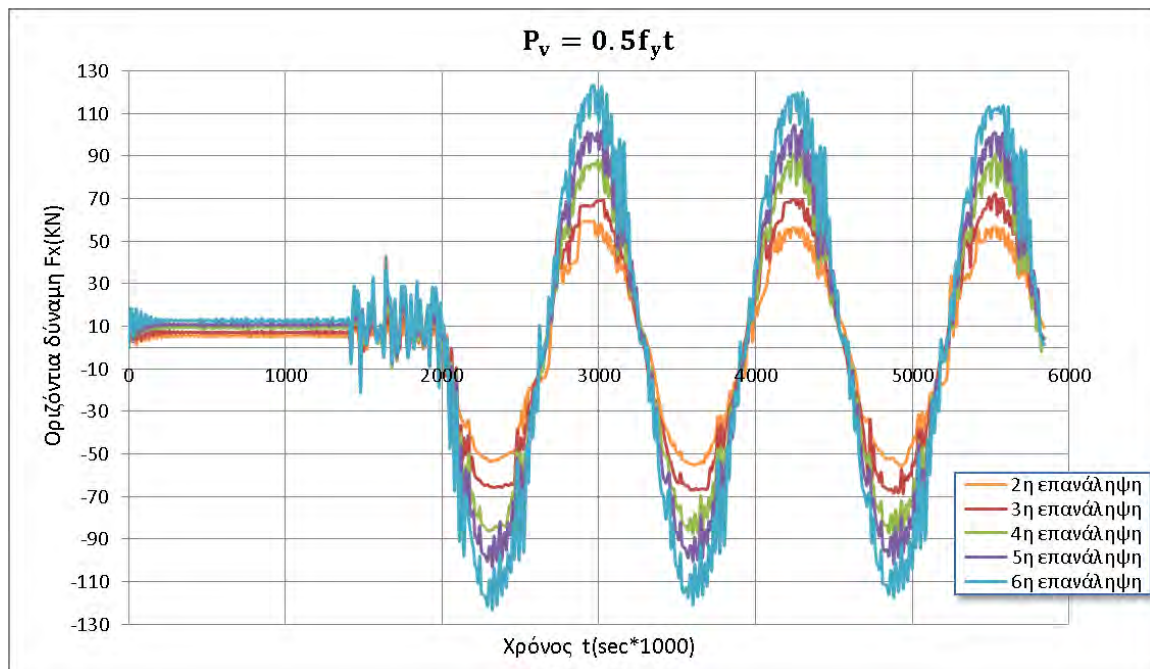
Σχήμα 4.2.1.3: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.4f_y t$.



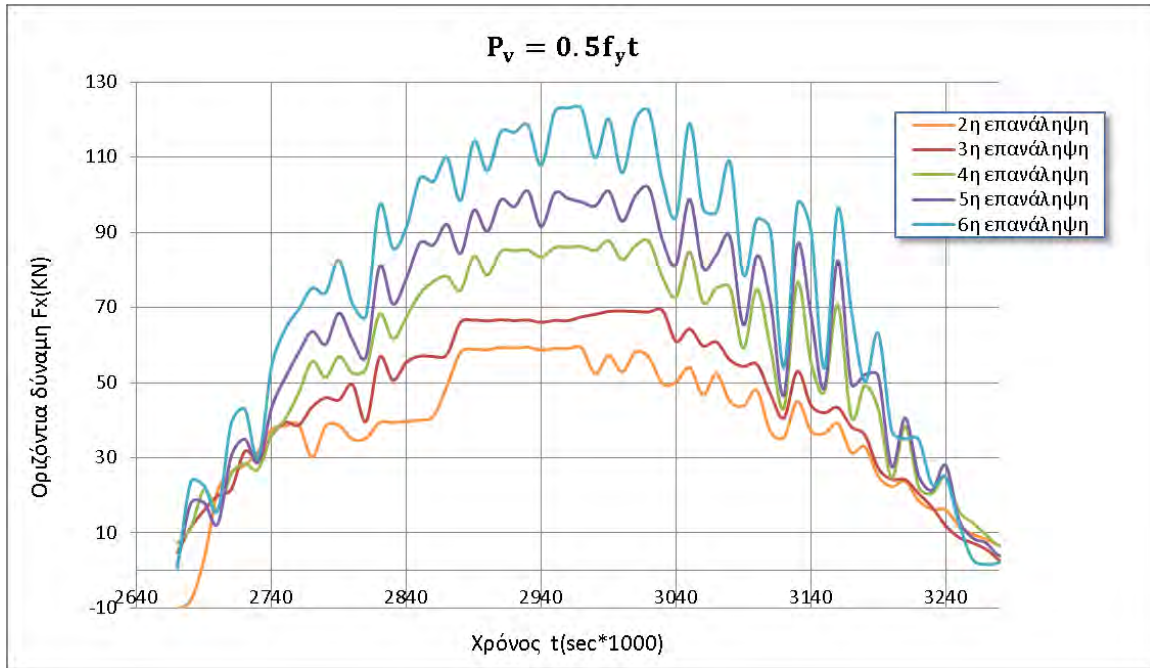
Σχήμα 4.2.1.4: Μεγέθυνση Σχήματος 4.2.1.3.



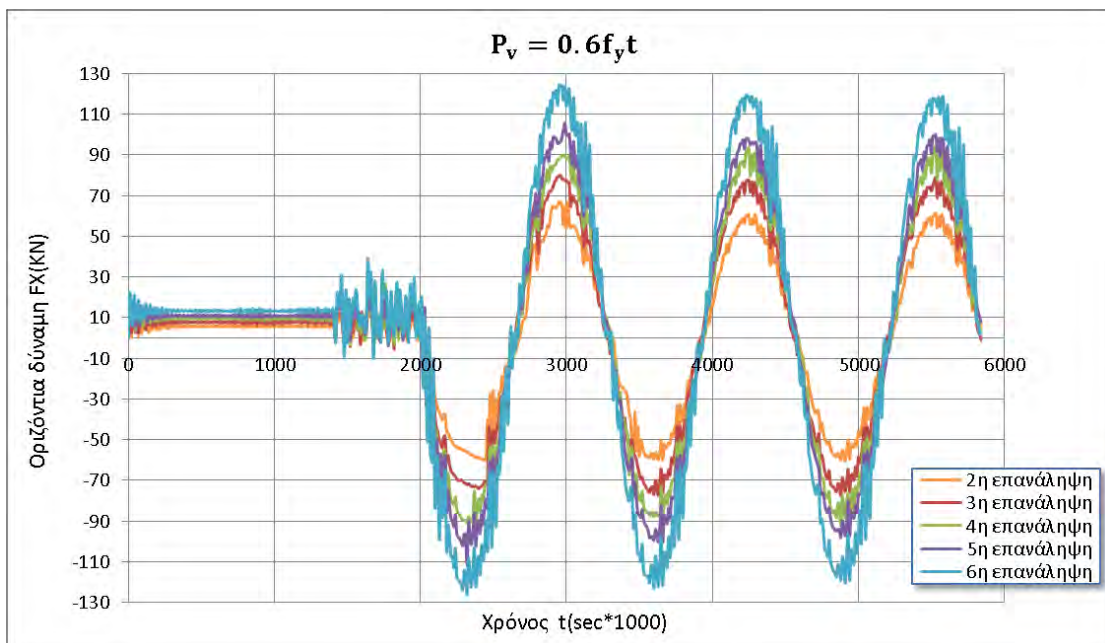
Στο Σχήμα 4.2.1.5 δίνεται η οριζόντια δύναμη του άνω τμήματος της κατασκευής όπως αυτή εξελίσσεται με τον χρόνο για την περίπτωση φόρτισης $P_v=0.5f_y t$. Όπως ήταν αναμενόμενο και σε αυτήν την περίπτωση, όσο αυξάνει η ανάλυση της διεπιφάνειας αναπτύσσονται μεγαλύτερες οριζόντιες δυνάμεις στην κατασκευή. Η εικόνα αυτή επαναλαμβάνεται για όλες τις περιπτώσεις φόρτισης, όπως αυτές φαίνονται στα Σχήματα 4.2.1.7 έως 4.2.1.12. Από την σύγκριση των διαγραμμάτων είναι φανερό ότι ολοένα και περισσότερες αναλύσεις της διεπιφάνειας παρουσιάζουν στην απόκρισή τους οριζόντιο κλάδο, καθώς το φορτίο γίνεται μεγαλύτερο.



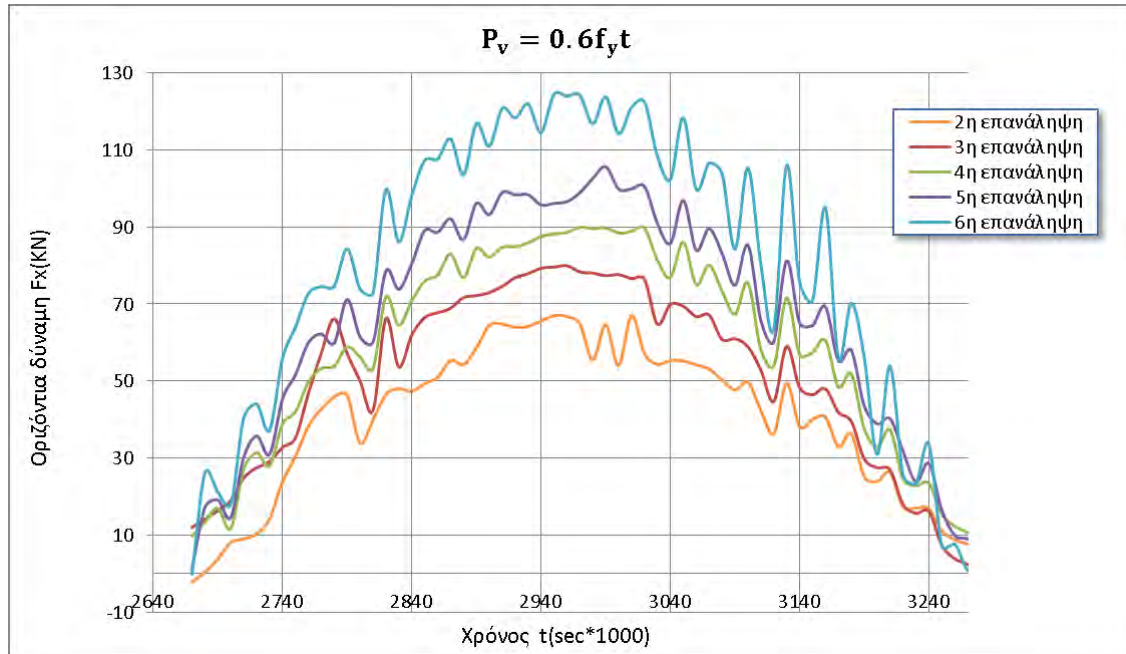
Σχήμα 4.2.1.5: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.5f_y t$.



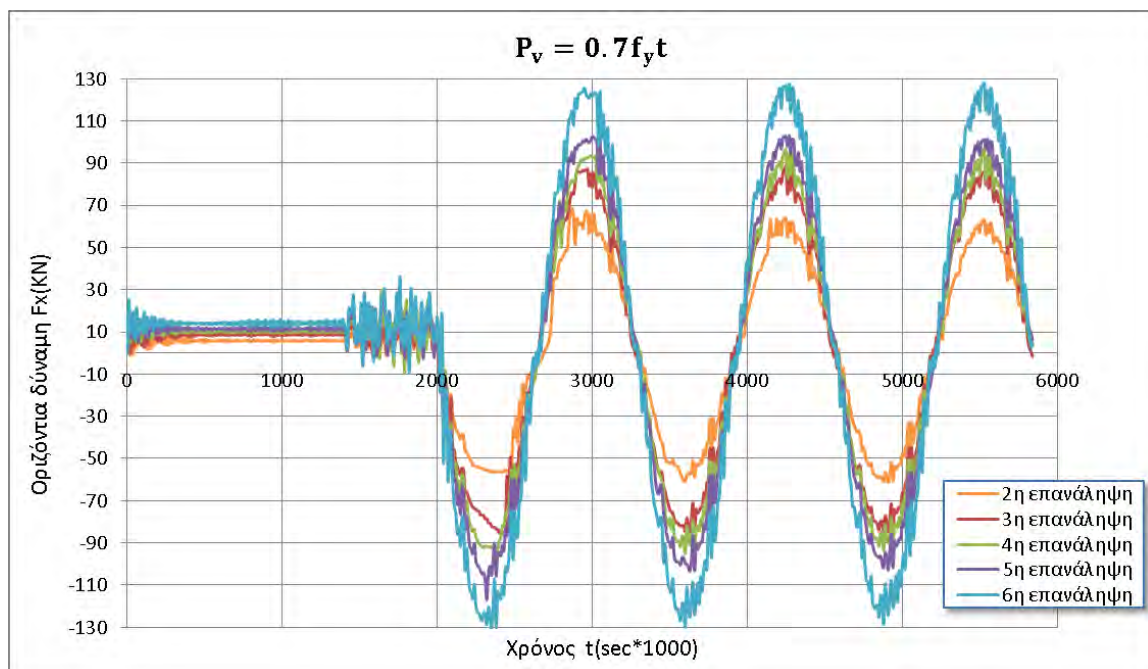
Σχήμα 4.2.1.6: Μεγέθυνση Σχήματος 4.2.1.5.



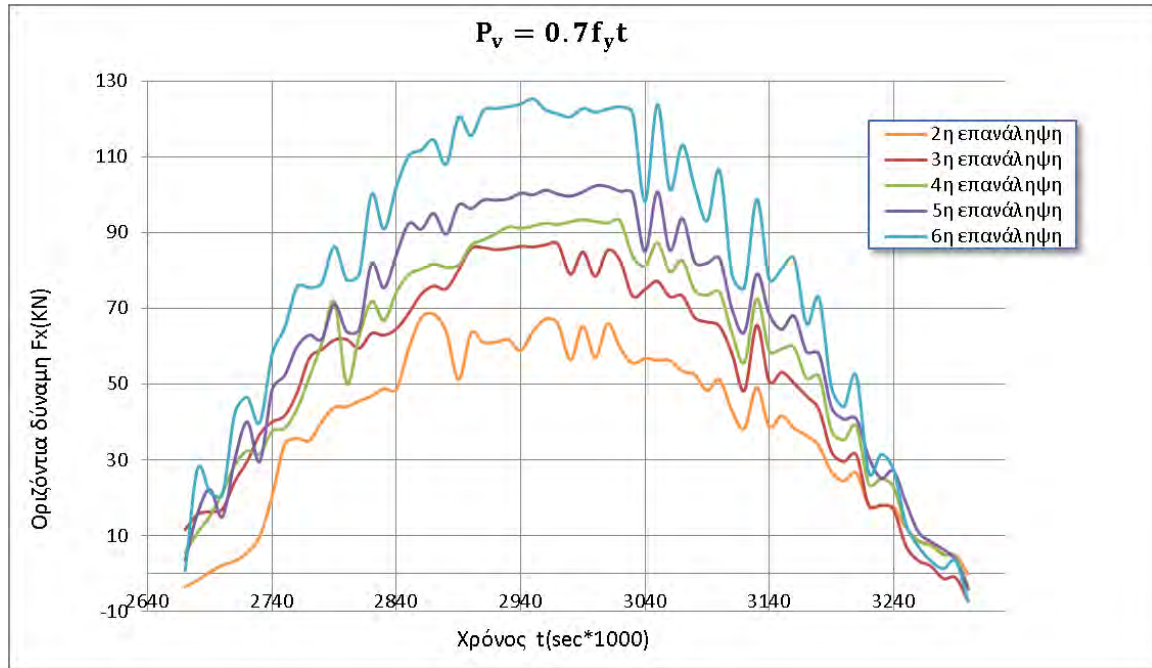
Σχήμα 4.2.1.7: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.6f_y t$.



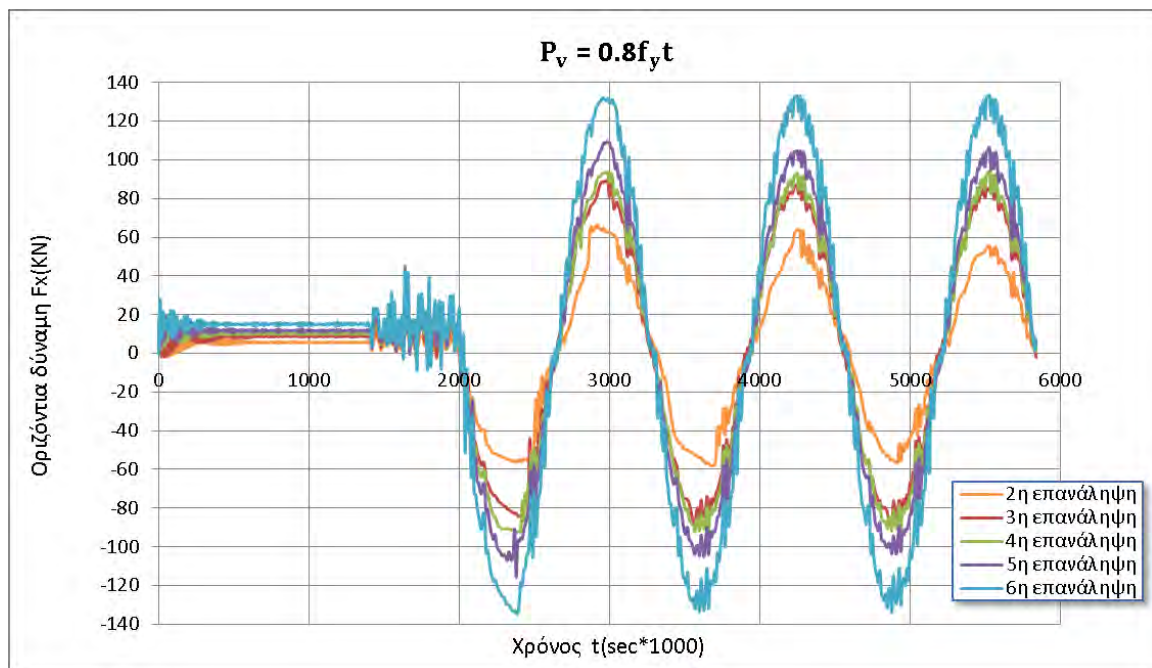
Σχήμα 4.2.1.8: Μεγέθυνση Σχήματος 4.2.1.7.



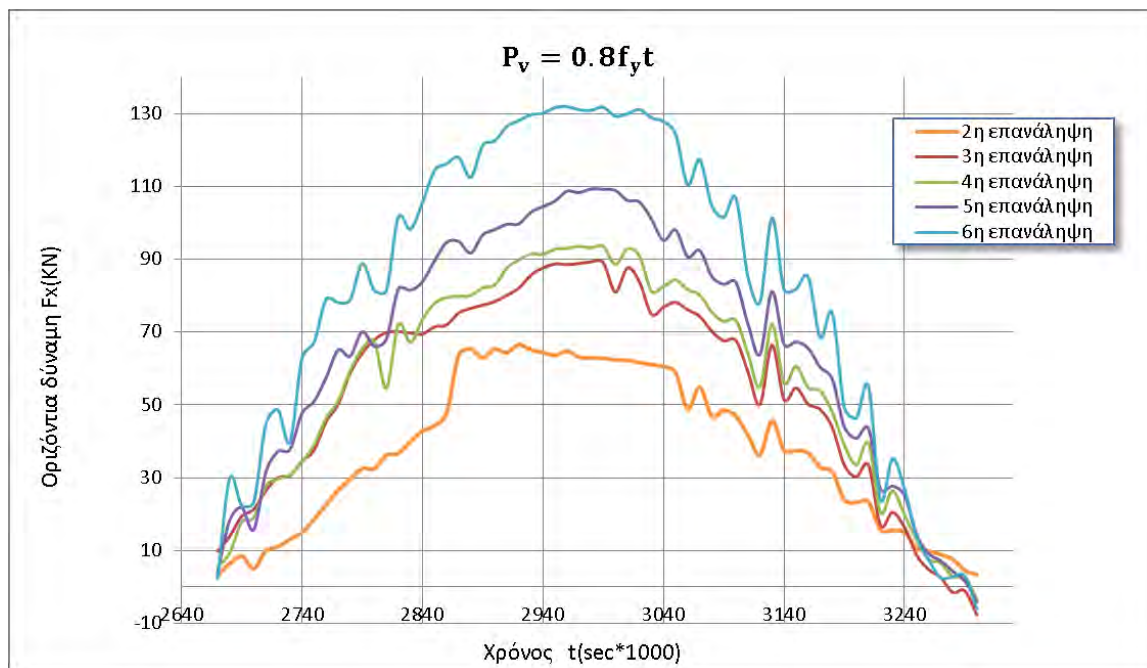
Σχήμα 4.2.1.9: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.7f_y t$.



Σχήμα 4.2.1.10: Μεγέθυνση Σχήματος 4.2.1.9.



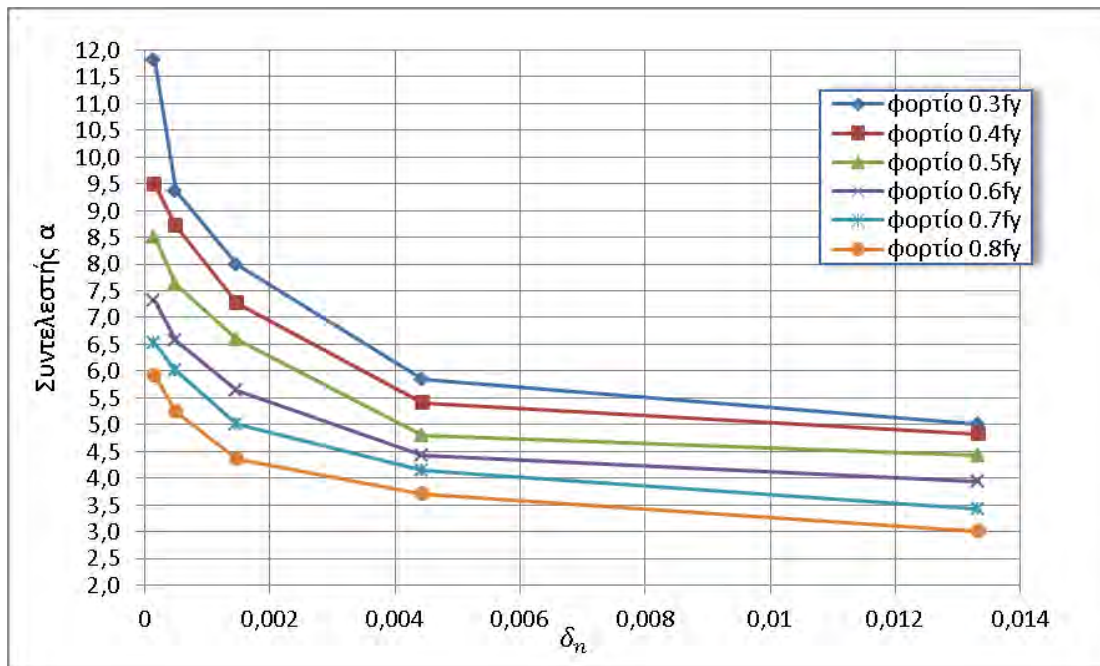
Σχήμα 4.2.1.11: Οριζόντια δύναμη της κατασκευής σε συνάρτηση με τον χρόνο για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.8f_y t$.



Σχήμα 4.2.1.12: Μεγέθυνση σχήματος 4.2.1.11.

4.2.2 Μεταβολή του συντελεστή α συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας.

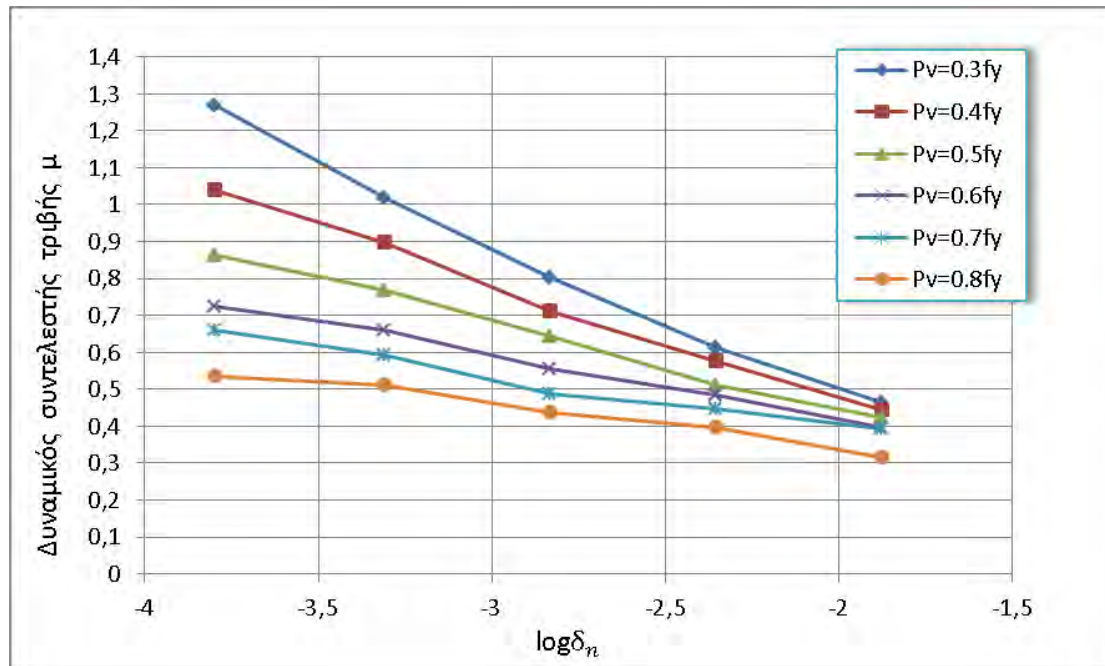
Στο Σχήμα που ακολουθεί (Σχήμα 4.2.2.1) μελετάται η επιρροή της ανάλυσης δ_n της διεπιφάνειας με fractal διάσταση $D=1.1773$ στο συντελεστή α , όπως αυτός έχει οριστεί στην παράγραφο 3.9. Το διάγραμμα παρουσιάζει ανάλογη συμπεριφορά με το αντίστοιχο διάγραμμα της κατασκευής με διεπιφάνεια fractal διάστασης $D=1.1429$. Αυτό σημαίνει ότι με την αύξηση της ανάλυσης αυξάνονται κι οι τιμές του συντελεστή α , διότι η τραχύτερη διεπιφάνεια οδηγεί σε αύξηση της επιβαλλόμενης μετακίνησης προκειμένου να επιτευχθεί ολίσθηση μεταξύ των δύο σωμάτων. Ακόμη όσο μικρότερο είναι το φορτίο τόσο αυξάνεται η τιμή του συντελεστή α καθώς η διεπιφάνεια πλαστικοποιείται λιγότερο με αποτέλεσμα να δυσκολεύεται η ολίσθηση μεταξύ των δυο σωμάτων της κατασκευής. Στα μοντέλα που εμφανίζουν μεγαλύτερη τραχύτητα στην διεπιφάνειά τους, για μικρή μεταβολή του κατακόρυφου φορτίου, γίνεται πιο εμφανής η διαφορά μεταξύ των τιμών του συντελεστή α .



Σχήμα 4.2.2.1: Συντελεστής α για όλες τις περιπτώσεις των κατακόρυφων φορτίων συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας.

4.2.3 Επίδραση της τραχύτητας στον δυναμικό συντελεστή τριβής

Στην παράγραφο αυτή μελετάται η επιρροή της ανάλυσης της διεπιφάνειας με fractal διάσταση $D=1.1773$ στον δυναμικό συντελεστή τριβής, για τις έξι διαφορετικές περιπτώσεις κατακόρυφης φόρτισης που έχουν θεωρηθεί σε αυτήν την εργασία. Το διάγραμμα και σε αυτήν την περίπτωση παρουσιάζει ανάλογη συμπεριφορά με το αντίστοιχο διάγραμμα της κατασκευής με διεπιφάνεια fractal διάστασης $D=1.1429$. Πιο συγκεκριμένα, στις ανώτερες επαναλήψεις παρατηρείται αύξηση του δυναμικού συντελεστή τριβής, για όλες τις περιπτώσεις φόρτισης. Αυτό εκφράζει την δυσκολία που εμφανίζεται κατά την ολίσθηση των σωμάτων λόγω του μηχανισμού αλληλεμπλοκής των αιχμών. Όπως και στην περίπτωση της πρώτης κατασκευής, κατά την εφαρμογή μεγαλύτερων κατακόρυφων φορτίων εμφανίζονται μικρότερες τιμές του δυναμικού συντελεστή τριβής, γεγονός που οφείλεται στην έντονη πλαστικοποίηση της διεπιφάνειας και άρα στην μείωση της αντίστασης στην οριζόντια μετακίνηση. Επιπλέον, από τη σύγκριση των διαγραμμάτων των δυο κατασκευών παρατηρείται ότι όσο εντονότερη είναι η τραχύτητα της διεπιφάνειας τόσο μεγαλύτερες είναι οι τιμές του συντελεστή τριβής για την ίδια ανάλυση της διεπιφάνειας.



Σχήμα 4.2.3.1: Δυναμικός συντελεστής τριβής μ για κάθε φόρτιση, συναρτήσει της ανάλυσης δ_n της διεπιφάνειας.



5^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ

5.1 Εισαγωγή

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι η μελέτη της επίδρασης του κατακόρυφου φορτίου στον δυναμικό συντελεστή τριβής. Για τη μελέτη του προβλήματος, όπως έχει ήδη αναφερθεί, ασκήθηκαν κατακόρυφα φορτία στο άνω σύνορο της κατασκευής τα οποία προκαλούσαν τάσεις ίσες με $0.3f_y$, $0.4f_y$, $0.5f_y$, $0.6f_y$, $0.7f_y$ και $0.8f_y$. Ως f_y ορίζεται η τάση διαρροής του χάλυβα, που χρησιμοποιήθηκε ως υλικό της κατασκευής και έχει τιμή $f_y=235\text{MPa}$. Τα κατακόρυφα φορτία που ασκήθηκαν υπολογίζονταν κάθε φορά από τον εξής τύπο:

$$P_v = 0. i \times f_y \times t \quad (\text{KN/m}) \quad (5.1)$$

Όπου,

$$i = 3, \dots, 8$$

f_y : η τάση διαρροής

t : το πάχος του φορέα

Επομένως προέκυψαν οι εξής κατακόρυφες δυνάμεις, που φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί (Πίνακας 5.1).

ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΔΥΝΑΜΗ (KN/m)	ΑΣΚΟΥΜΕΝΗ ΠΙΕΣΗ
705	$0.3f_y$
940	$0.4f_y$
1175	$0.5f_y$
1410	$0.6f_y$
1645	$0.7f_y$
1880	$0.8f_y$

Πίνακας 5.1: Πίνακας υπολογισμού των κατακόρυφων δυνάμεων που επιβάλλονται στον φορέα.

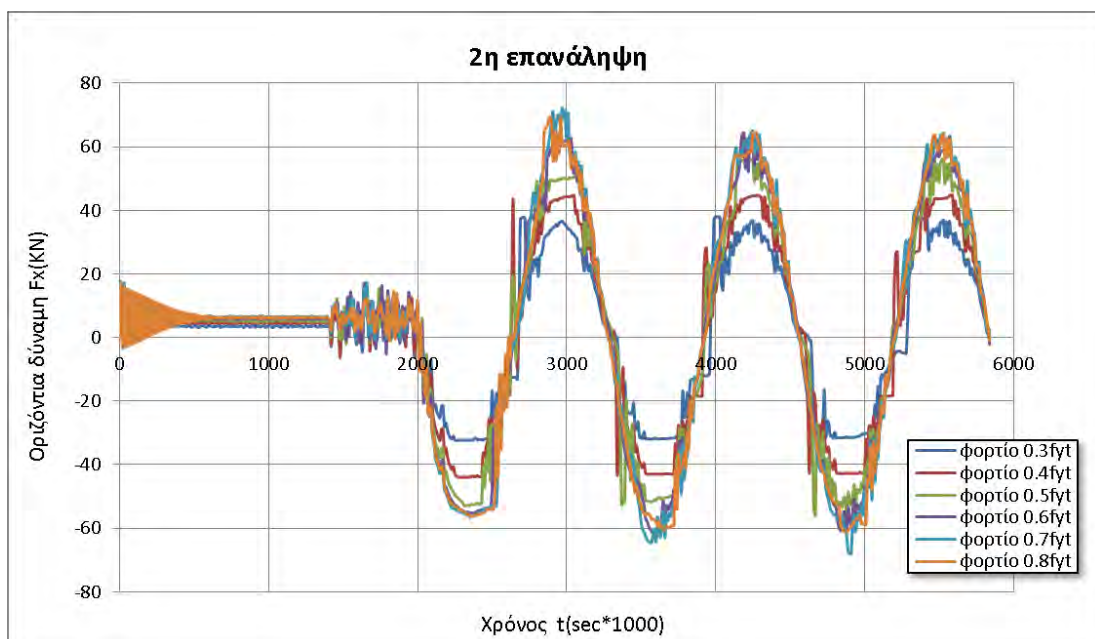
Για κάθε περίπτωση φόρτισης μελετήθηκαν οι δυο κατασκευές με διαφορετική fractal διάσταση ($D=1.1429$, $D=1.1773$). Για κάθε κατασκευή υλοποιήθηκαν πέντε αναλύσεις καθεμιά για διαφορετικό προφίλ τραχύτητας.



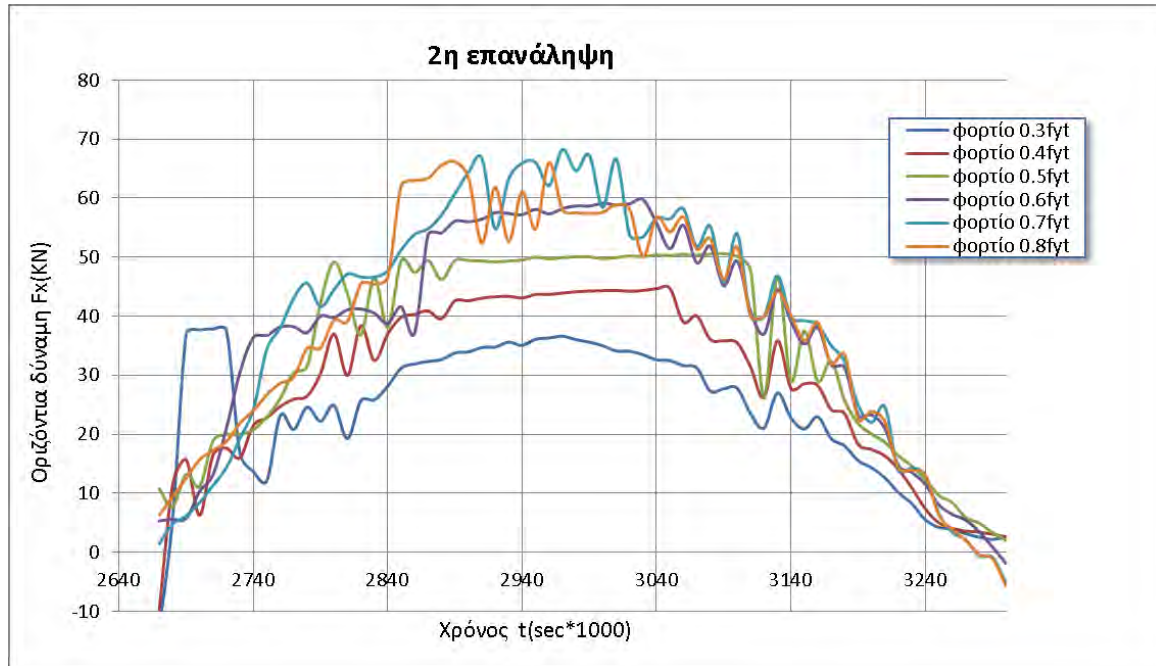
5.2 Κατασκευή με fractal διάσταση $D=1.1429$

5.2.1 Επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στην οριζόντια δύναμη

Στο Σχήμα 5.2.1.1 απεικονίζεται το διάγραμμα μεταβολής οριζόντιας δύναμης συναρτήσει του χρόνου για όλες τις περιπτώσεις φόρτισης και για την πρώτη ανάλυση που μελετάται εδώ και αναφέρεται στην λιγότερο τραχιά διεπιφάνεια. Από τη μελέτη του διαγράμματος προκύπτει η παρατήρηση ότι στις περιπτώσεις μεγαλύτερου επιβαλλόμενου κατακόρυφου φορτίου αναπτύσσονται μεγαλύτερες οριζόντιες δυνάμεις, για όλες τις περιπτώσεις φόρτισης. Αυτό οφείλεται στο ότι κατά την επιβολή μεγαλύτερων κατακόρυφων φορτίων αυξάνεται η επιφάνεια επαφής μεταξύ των δυο σωμάτων λόγω πλαστικοποίησης των αιχμών, καθιστώντας έτσι δυσκολότερη την σχετική ολίσθηση. Ακόμη φαίνεται ότι το διάγραμμα παρουσιάζει οριζόντιο κλάδο για όλες σχεδόν τις περιπτώσεις φόρτισης. Ο οριζόντιος αυτός κλάδος φανερώνει ότι η διεπιφάνεια έχει πλαστικοποιηθεί, άρα δεν φέρει κάποια αντίσταση κατά την οριζόντια μετακίνηση. Ωστόσο για τα δυο μεγαλύτερα φορτία, η συγκεκριμένη ανάλυση δεν παρουσιάζει την ίδια συμπεριφορά, διότι όπως φαίνεται παρακάτω (Σχήματα 6.3.5 και 6.3.6), η πλαστικοποίηση εκτείνεται και στο εσωτερικό της κατασκευής.

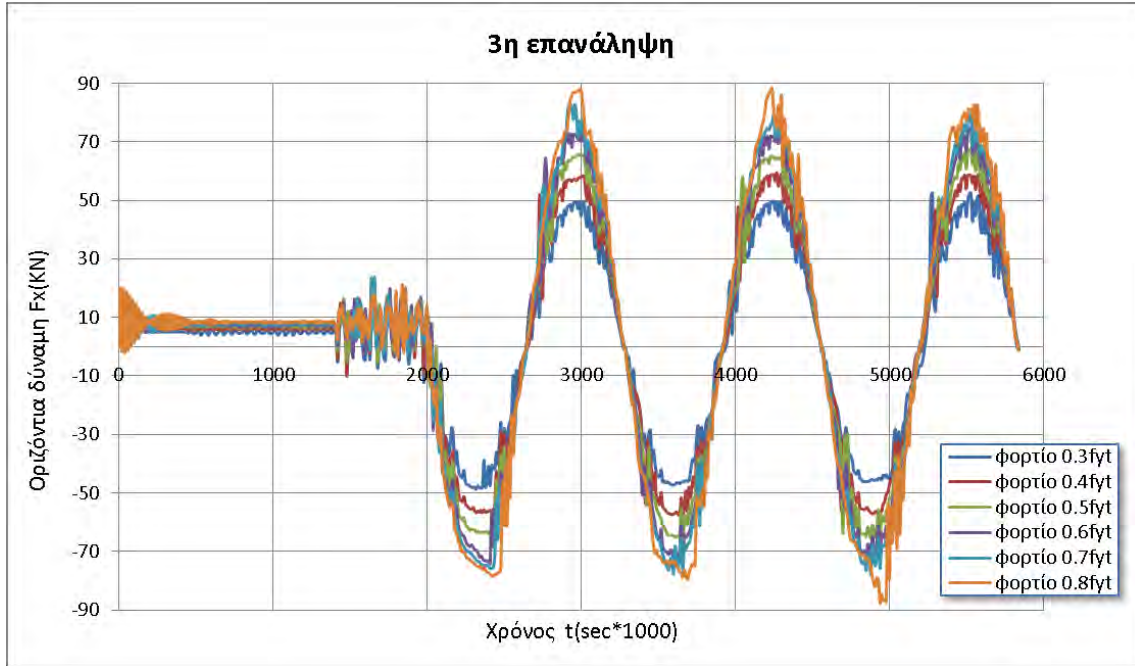


Σχήμα 5.2.1.1: Οριζόντια δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο για την 2^η επανάληψη και για κάθε περίπτωση κατακόρυφου φορτίου.

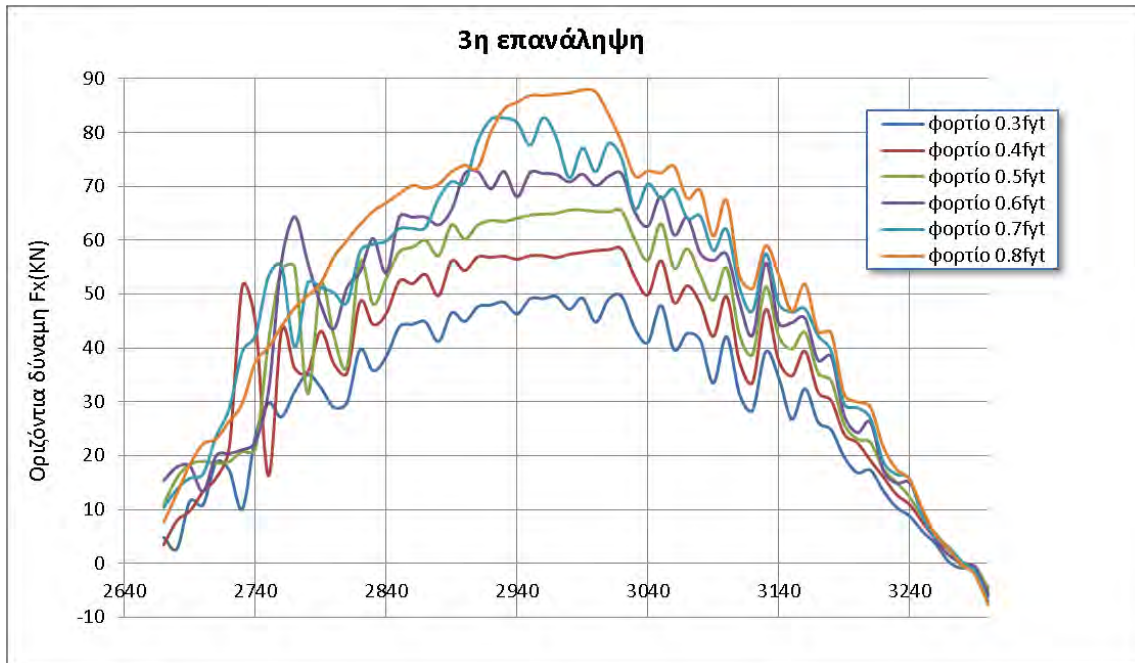


Σχήμα 5.2.1.2: Μεγέθυνση Σχήματος 5.2.1.1.

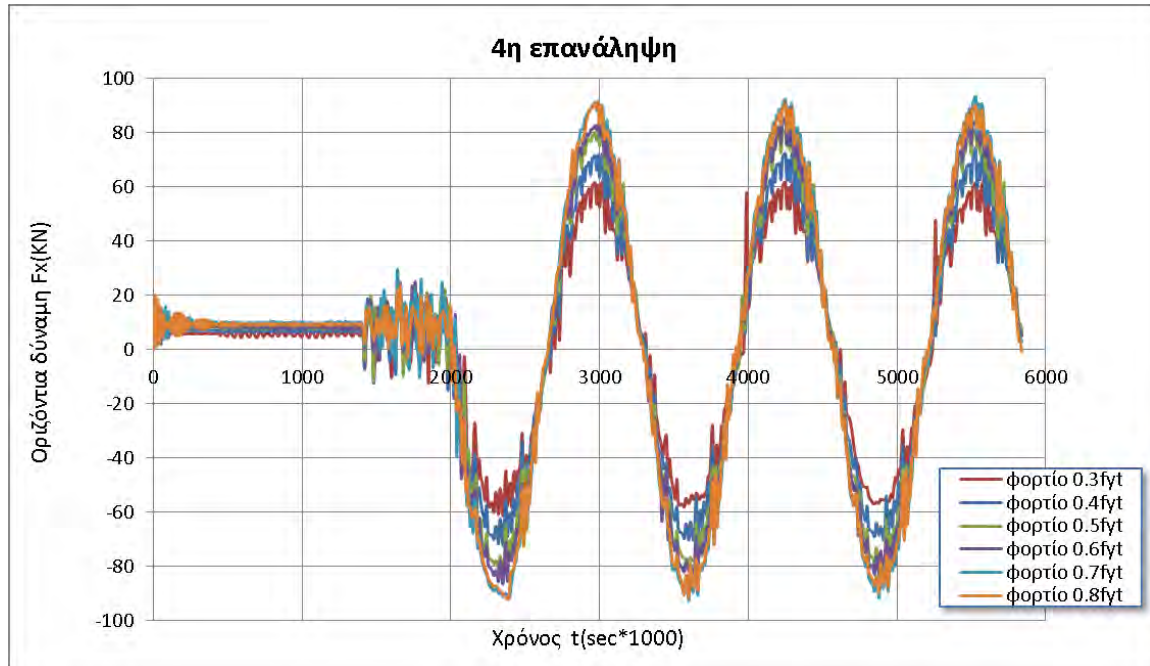
Παρακάτω παρατίθενται τα διαγράμματα της οριζόντιας δύναμης που αναπτύσσεται στο άνω τμήμα της κατασκευής συναρτήσει του χρόνου, καθώς και τμήματα αυτών σε μεγέθυνση, για όλες τις περιπτώσεις φόρτισης, για τις υπόλοιπες αναλύσεις ξεχωριστά (Σχήματα 5.2.1.3 έως 5.2.1.10). Η γενική εικόνα είναι παρόμοια σε όλα τα διαγράμματα. Πιο συγκεκριμένα, καθώς αυξάνεται το κατακόρυφο φορτίο αυξάνεται η οριζόντια δύναμη λόγω της μεγαλύτερης επιφάνειας επαφής, που σημαίνει μεγαλύτερη αντίσταση κατά την σχετική ολίσθηση των σωμάτων. Ακόμη οι οριζόντιες δυνάμεις αυξάνονται καθώς αυξάνει η τραχύτητα της διεπιφάνειας διότι το φαινόμενο αλληλεμπλοκής των αιχμών είναι εντονότερο. Έτσι οι μεγαλύτερες οριζόντιες δυνάμεις εμφανίζονται στις ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας και στα μεγαλύτερα φορτία. Άλλη μια παρατήρηση είναι ότι καθώς η τραχύτητα γίνεται πιο έντονη, οριζόντιος κλάδος εμφανίζεται στα διαγράμματα που σχετίζονται με μεγαλύτερο κατακόρυφο φορτίο, φτάνοντας έτσι στην 6^η επανάληψη στην οποία οριζόντιος κλάδος εμφανίζεται μόνο στην περίπτωση που το φορτίο παίρνει τη μέγιστη τιμή του.



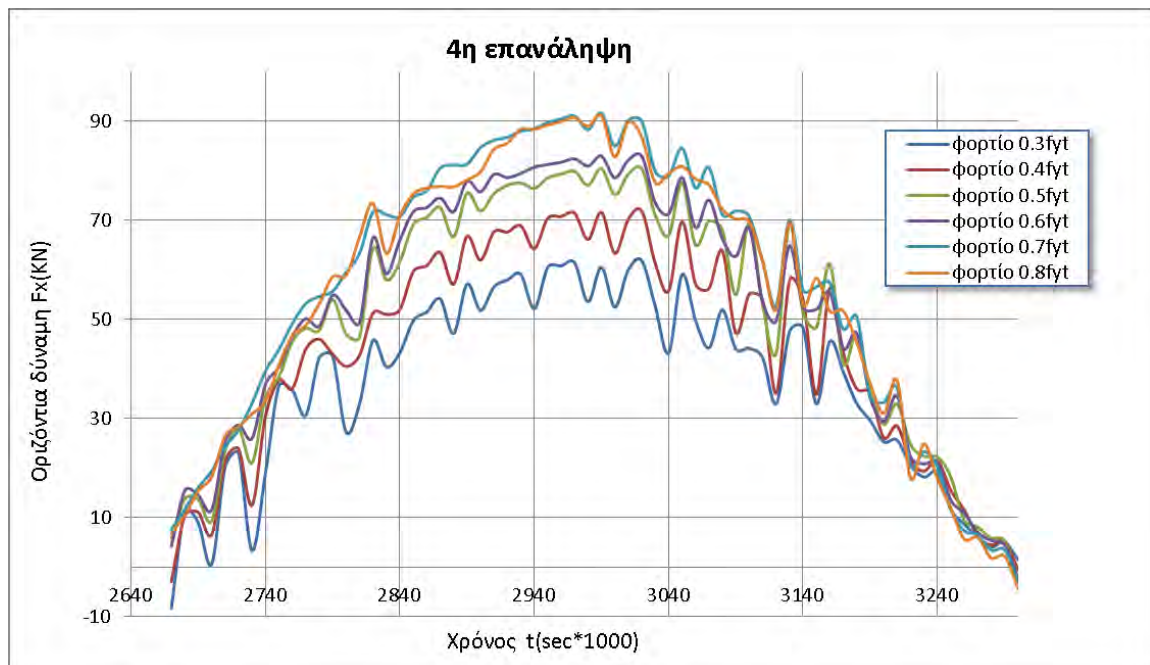
Σχήμα 5.2.1.3: Οριζόντια δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο για την 3^η επανάληψη και για κάθε περίπτωση κατακόρυφου φορτίου.



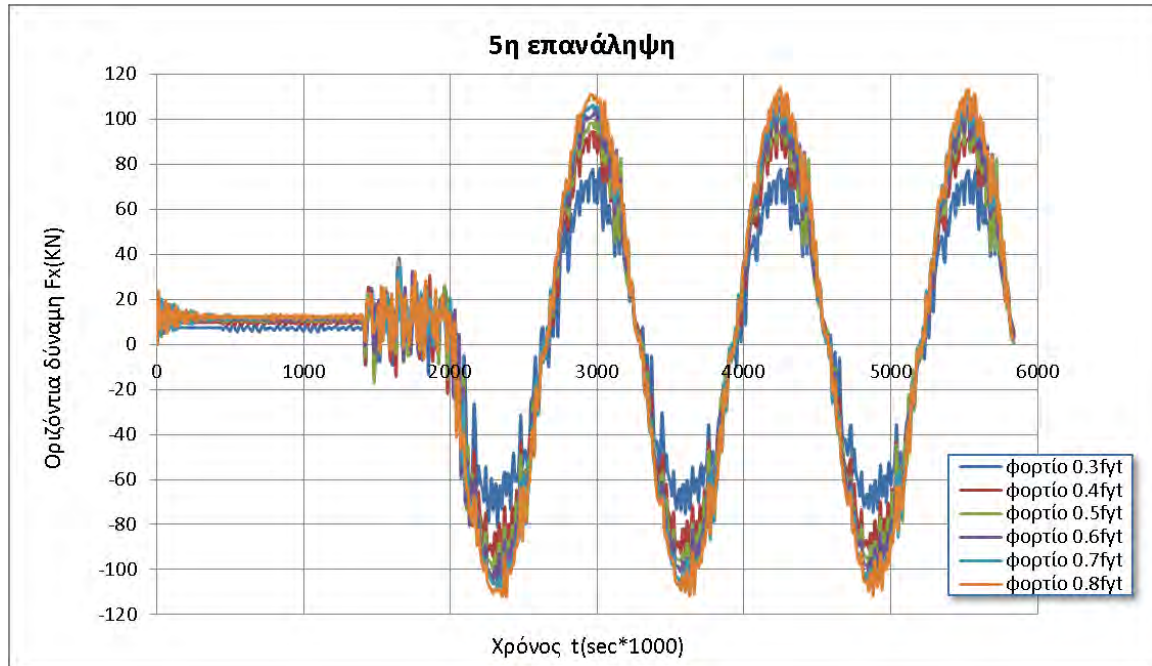
Σχήμα 5.2.1.4: Μεγέθυνση Σχήματος 5.2.1.3.



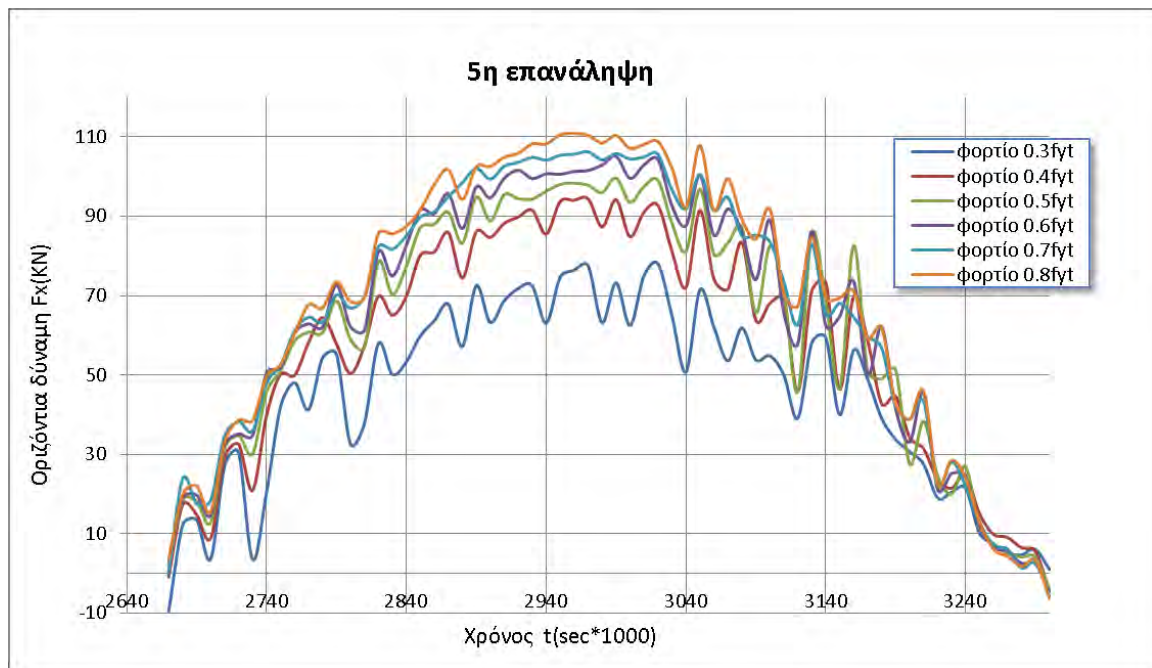
Σχήμα 5.2.1.5: Οριζόντια δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο για την 4^η επανάληψη και για κάθε περίπτωση κατακόρυφου φορτίου.



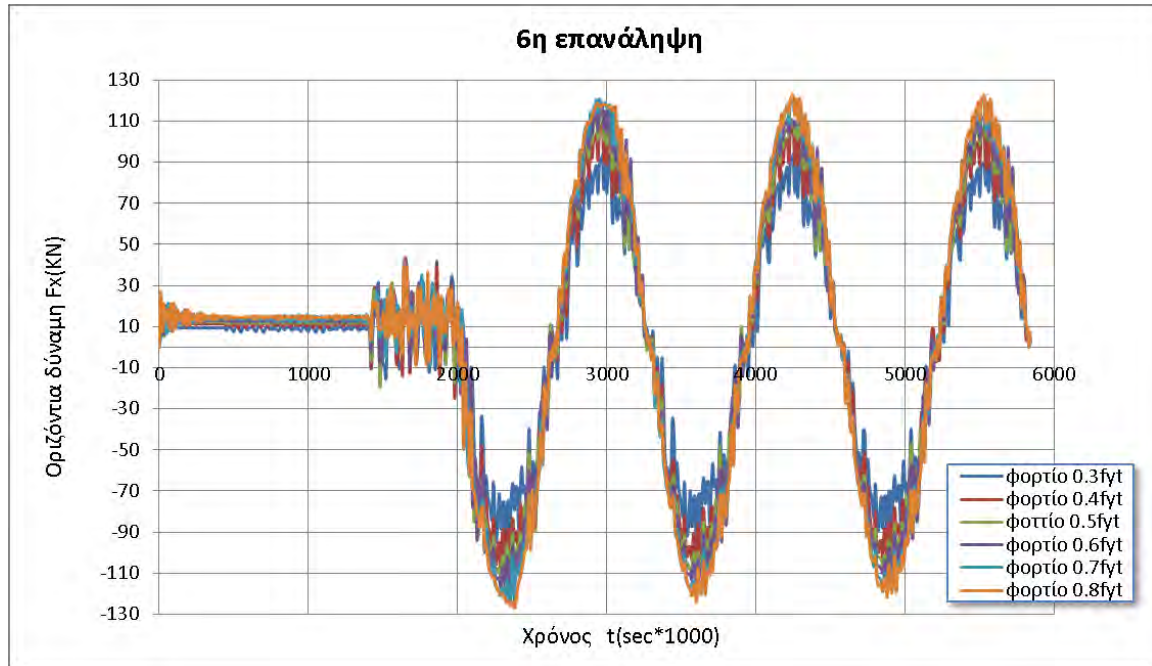
Σχήμα 5.2.1.6: Μεγέθυνση Σχήματος 5.2.1.5.



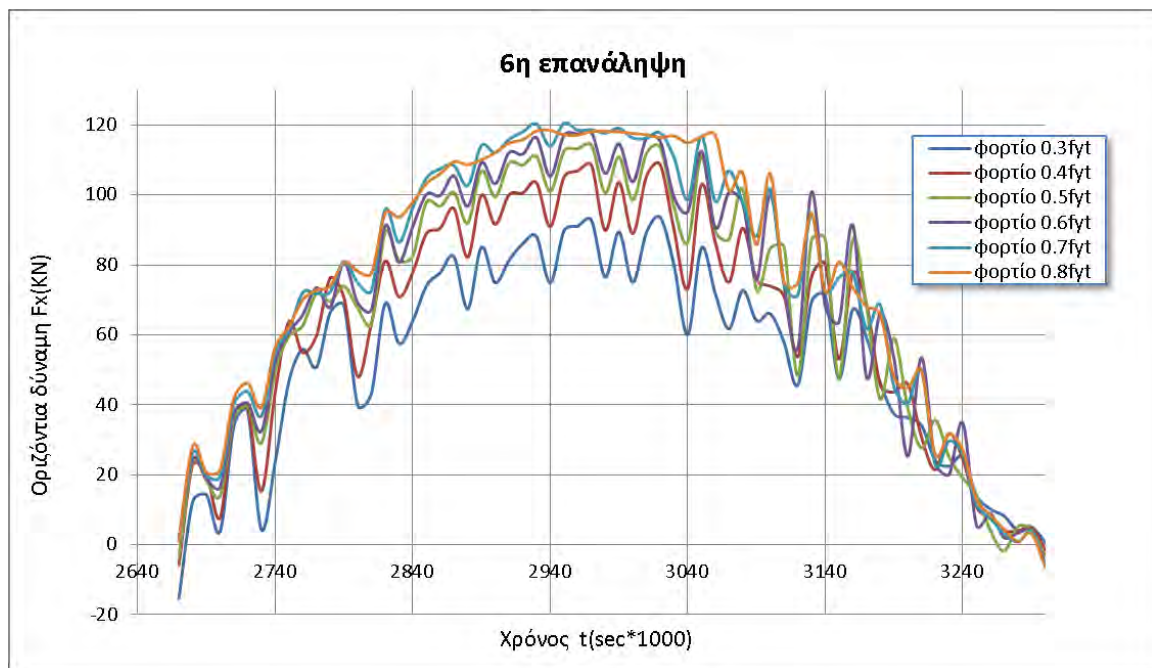
Σχήμα 5.2.1.7: Οριζόντια δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο για την 5^η επανάληψη και για κάθε περίπτωση κατακόρυφου φορτίου.



Σχήμα 5.2.1.8: Μεγέθυνση Σχήματος 5.2.1.7.



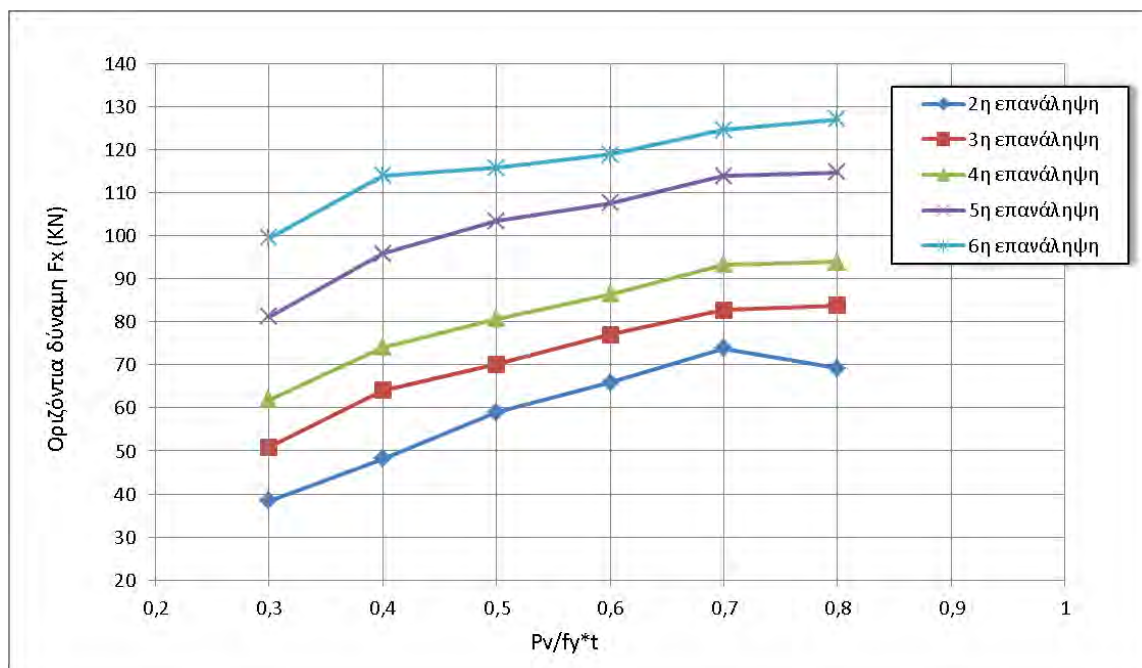
Σχήμα 5.2.1.9: Οριζόντια δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο για την 6^η επανάληψη και για κάθε περίπτωση κατακόρυφου φορτίου.



Σχήμα 5.2.1.10: Μεγέθυνση Σχήματος 5.2.1.9.



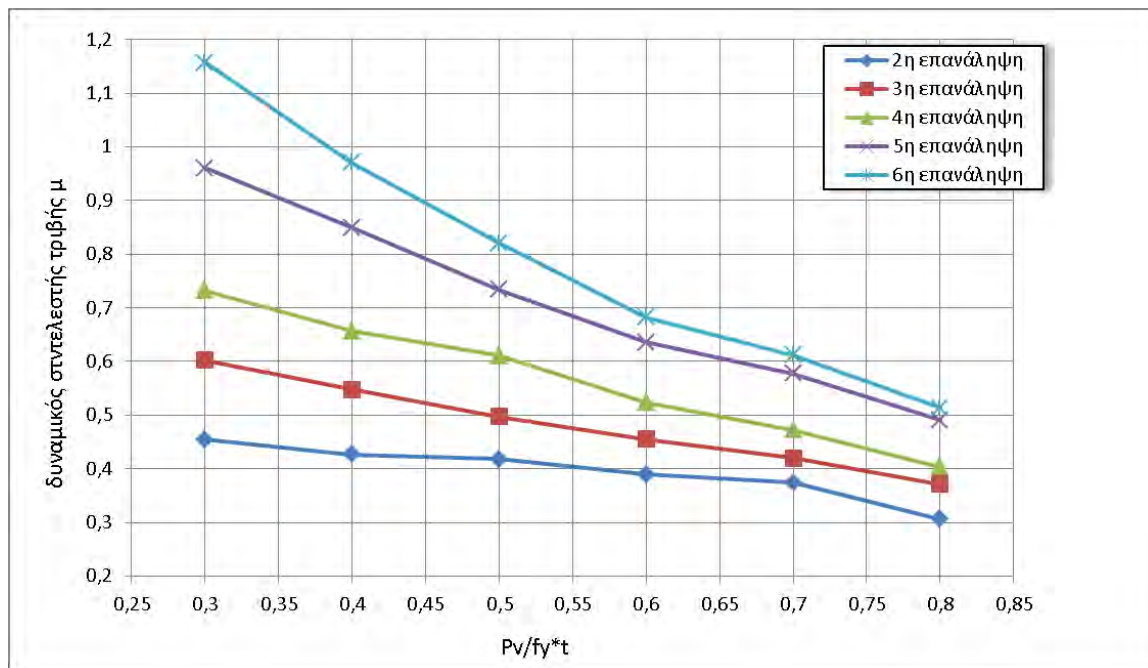
Στο διάγραμμα του Σχήματος 5.2.1.11 απεικονίζεται η συσχέτιση της οριζόντιας δύναμης που αναπτύσσεται στο άνω τμήμα της κατασκευής με την κατακόρυφη φόρτιση, για όλες τις αναλύσεις. Για κάθε ανάλυση, καθώς αυξάνεται το κατακόρυφο φορτίο, η οριζόντια δύναμη αυξάνεται με σταθερό ρυθμό για τις περιπτώσεις φόρτισης $0.3f_y$ έως $0.7f_y$. Μετά την τιμή του φορτίου $P_v=0.7f_y t$ οι οριζόντιες δυνάμεις διατηρούνται σταθερές, γεγονός που οφείλεται στις έντονες πλαστικοποιήσεις οι οποίες δεν περιορίζονται μόνο στην διεπιφάνεια της κατασκευής.



Σχήμα 5.2.1.11: Σχέση οριζόντιας δύναμης και κατακόρυφης φόρτισης.

5.2.2 Επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στον δυναμικό συντελεστή τριβής

Στο Σχήμα 5.2.2.1 παρουσιάζεται το διάγραμμα του δυναμικού συντελεστή τριβής συναρτήσει της κατακόρυφης φόρτισης, για κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας. Από τη μελέτη του διαγράμματος προκύπτει ότι όσο αυξάνει η τιμή του κατακόρυφου φορτίου τόσο μειώνεται η τιμή του δυναμικού συντελεστή τριβής. Αυτό οφείλεται στις πλαστικοποιήσεις που συμβαίνουν κατά την επιβολή μεγαλύτερων κατακόρυφων φορτίων, οι οποίες έχουν σαν αποτέλεσμα την μικρότερη αντίσταση κατά την σχετική ολίσθηση των σωμάτων. Ακόμη ο ρυθμός μείωσης του συντελεστή μ αυξάνεται στις ανώτερες επαναλήψεις, διότι όπως έχει ήδη αναφερθεί όσο πιο τραχιά είναι η διεπιφάνεια τόσο πιο έντονες είναι οι πλαστικοποιήσεις σε όλο το μήκος της.



Σχήμα 5.2.2.1: Δυναμικός συντελεστής τριβής μ συναρτήσει της κατακόρυφης φόρτισης, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.

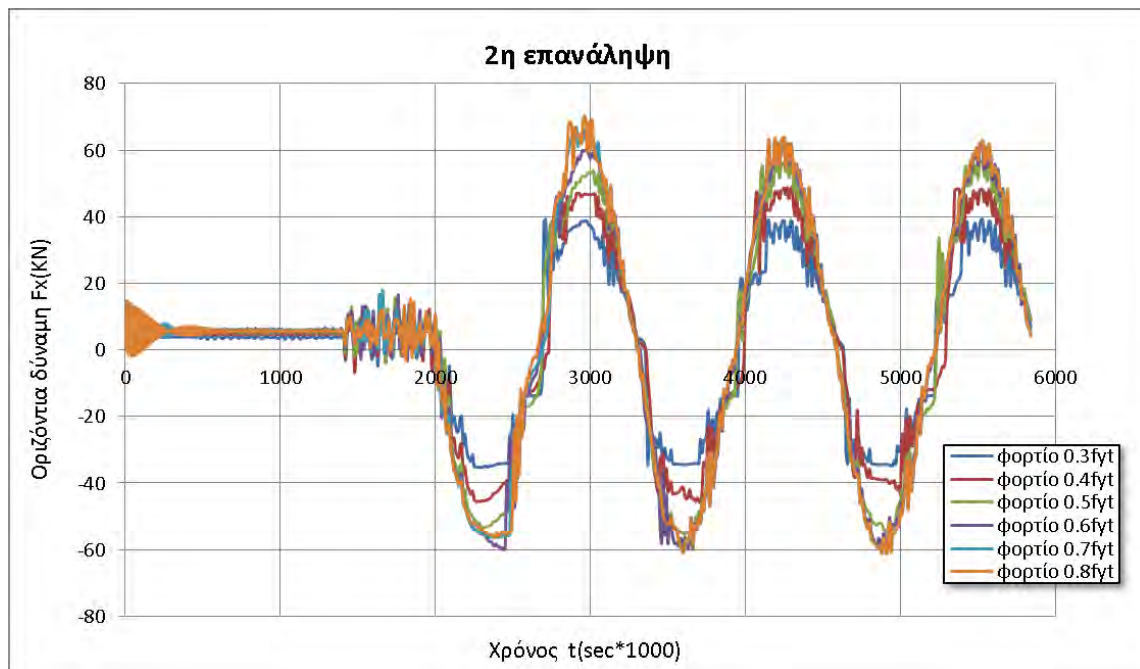
5.3 Κατασκευή με fractal διάσταση $D=1.1773$

5.3.1 Επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στην οριζόντια δύναμη

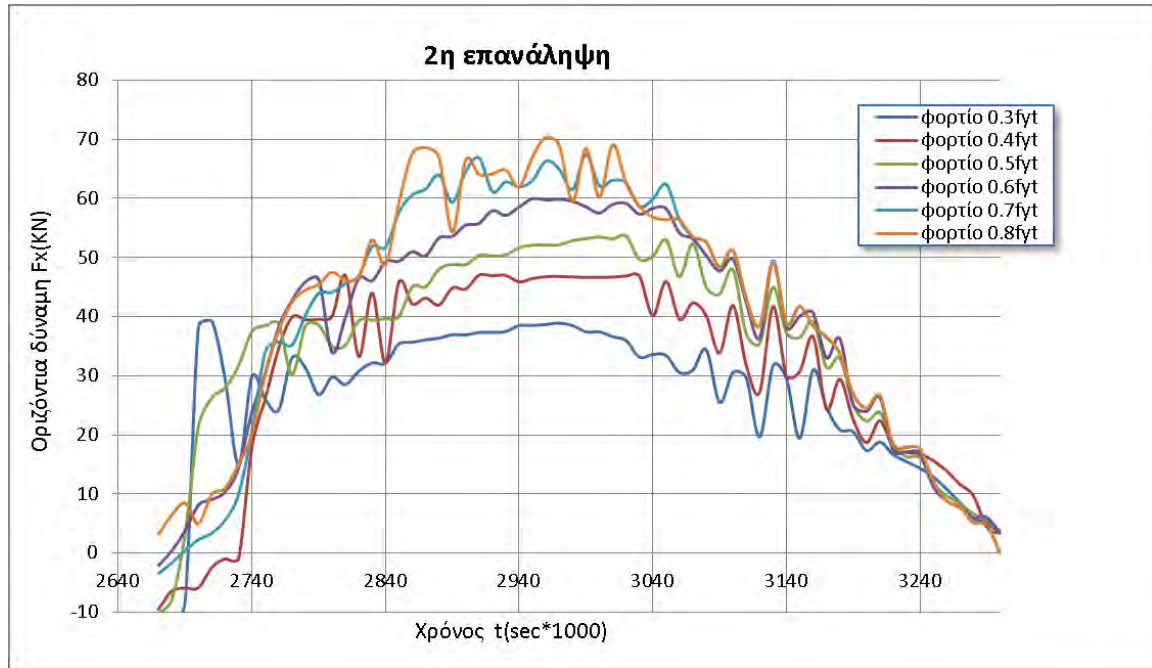
Στην παράγραφο αυτή μελετάται η σχέση της κατακόρυφης φόρτισης με το οριζόντιο φορτίο για την κατασκευή με διεπιφάνεια με fractal διάσταση $D=1.1773$. Στα Σχήματα 5.3.1.1 έως 5.3.1.10 παρατίθενται τα διαγράμματα της οριζόντιας δύναμης συναρτήσει του χρόνου, για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις φόρτισης, καθώς και τμήματα αυτών σε μεγέθυνση. Κάθε διάγραμμα αναφέρεται σε διαφορετική ανάλυση της διεπιφάνειας. Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, αυτήν δηλαδή της κατασκευής με διεπιφάνεια με fractal διάσταση $D=1.1429$, με την επιβολή μεγαλύτερου κατακόρυφου φορτίου αυξάνονται οι τιμές των οριζοντίων δυνάμεων σε όλες τις διεπιφάνειες ανεξαρτήτως ανάλυσης. Αυτό συμβαίνει διότι στις περιπτώσεις μεγάλης κατακόρυφης φόρτισης αυξάνεται η επιφάνεια επαφής μεταξύ των δυο σωμάτων, καθιστώντας έτσι το φαινόμενο της αλληλεμπλοκής των αιχμών εντονότερο. Όσον αφορά τις ανώτερες αναλύσεις, όπως ήταν άλλωστε αναμενόμενο, αναπτύσσονται μεγαλύτερες οριζόντιες δυνάμεις στην κατασκευή λόγω των εντονότερων αιχμών που δυσχεραίνουν την οριζόντια μετακίνηση. Ακόμη, αξίζει να δοθεί προσοχή στα διαγράμματα τα οποία εμφανίζουν οριζόντιο κλάδο.



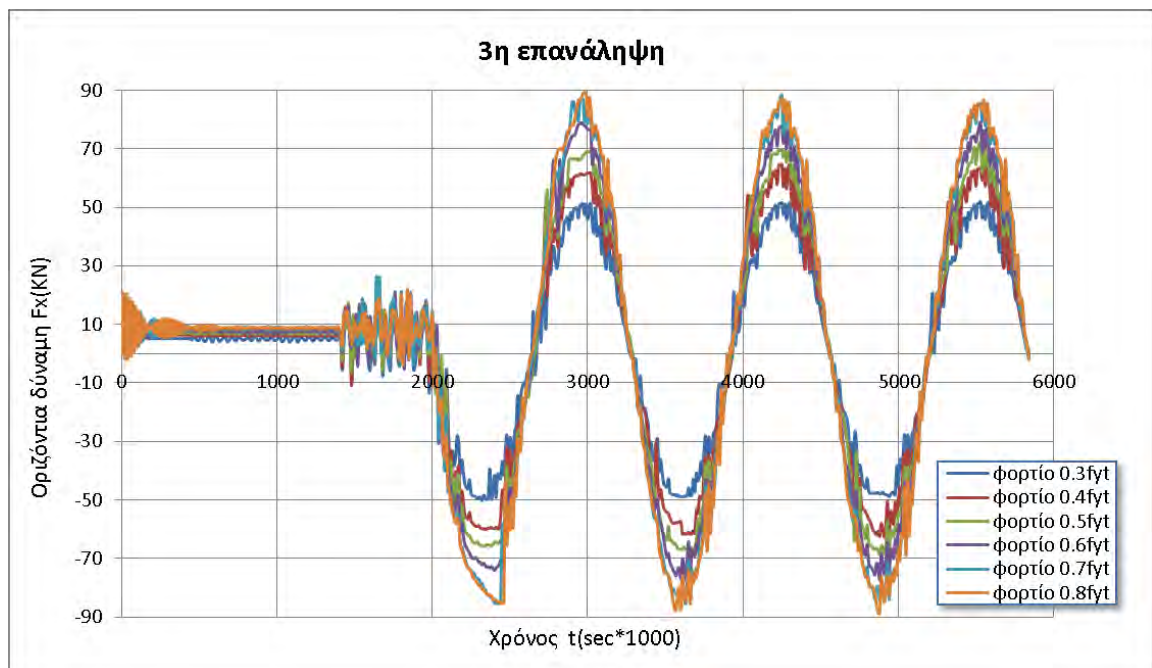
Όπως και στην προηγούμενη κατασκευή έτσι κι εδώ, η λιγότερο τραχιά διεπιφάνεια εμφανίζει οριζόντιο κλάδο στην απόκρισή της για όλα σχεδόν τα κατακόρυφα φορτία, εκτός από τα πολύ μεγάλα κατακόρυφα φορτία όπου πλαστικοποιείται όλη η κατασκευή και όχι μόνο η διεπιφάνεια. Καθώς η τραχύτητα γίνεται εντονότερη, οριζόντιος κλάδος εμφανίζεται στα διαγράμματα που σχετίζονται με μεγαλύτερα κατακόρυφα φορτία, για τα οποία η διεπιφάνεια πλαστικοποιείται.



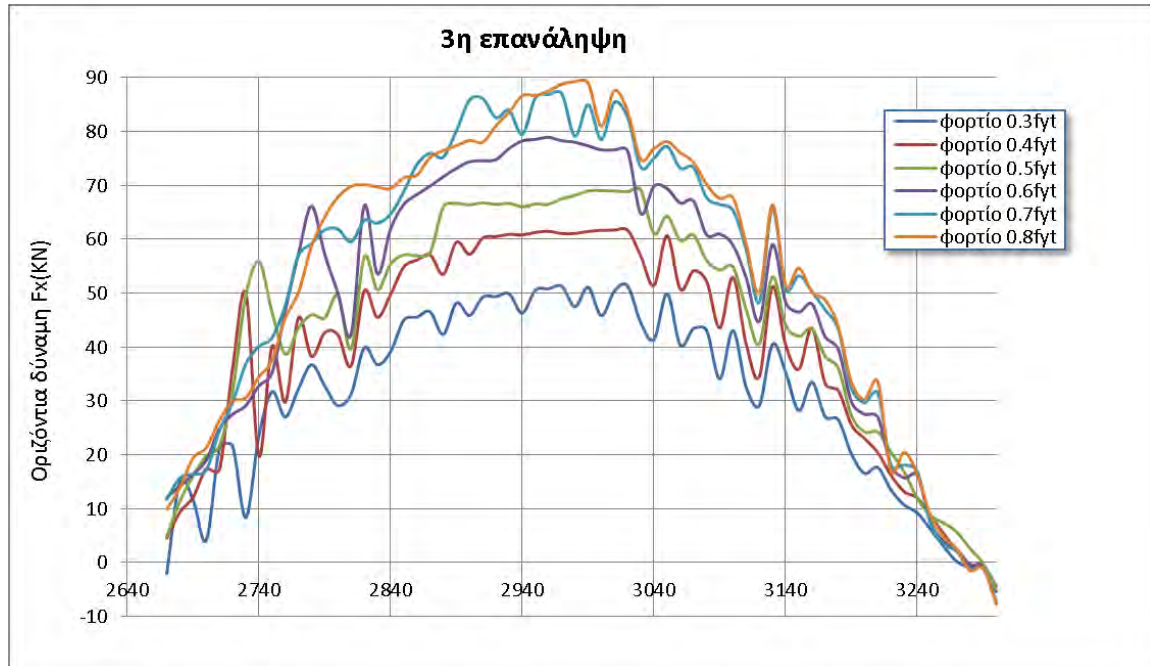
Σχήμα 5.3.1.1: Οριζόντια δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο για την 2^η επανάληψη και για κάθε περίπτωση κατακόρυφης φόρτισης.



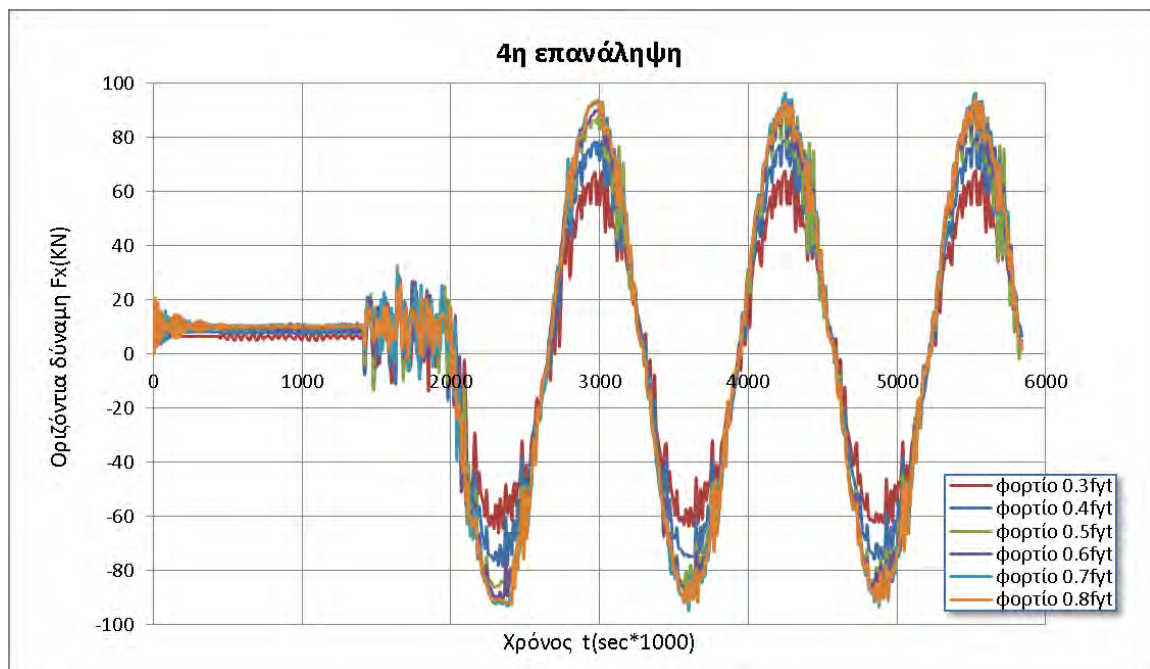
Σχήμα 5.3.1.2: Μεγέθυνση Σχήματος 5.2.1.2.



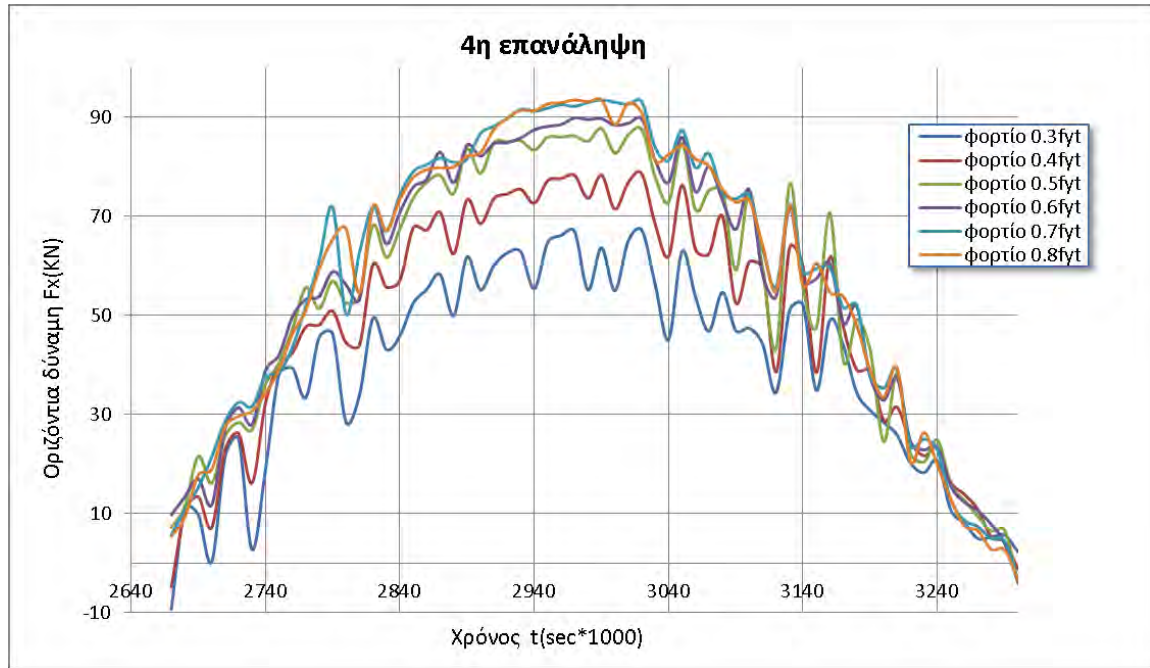
Σχήμα 5.3.1.3: Οριζόντια δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο για την 3^η επανάληψη και για κάθε περίπτωση κατακόρυφης φόρτισης.



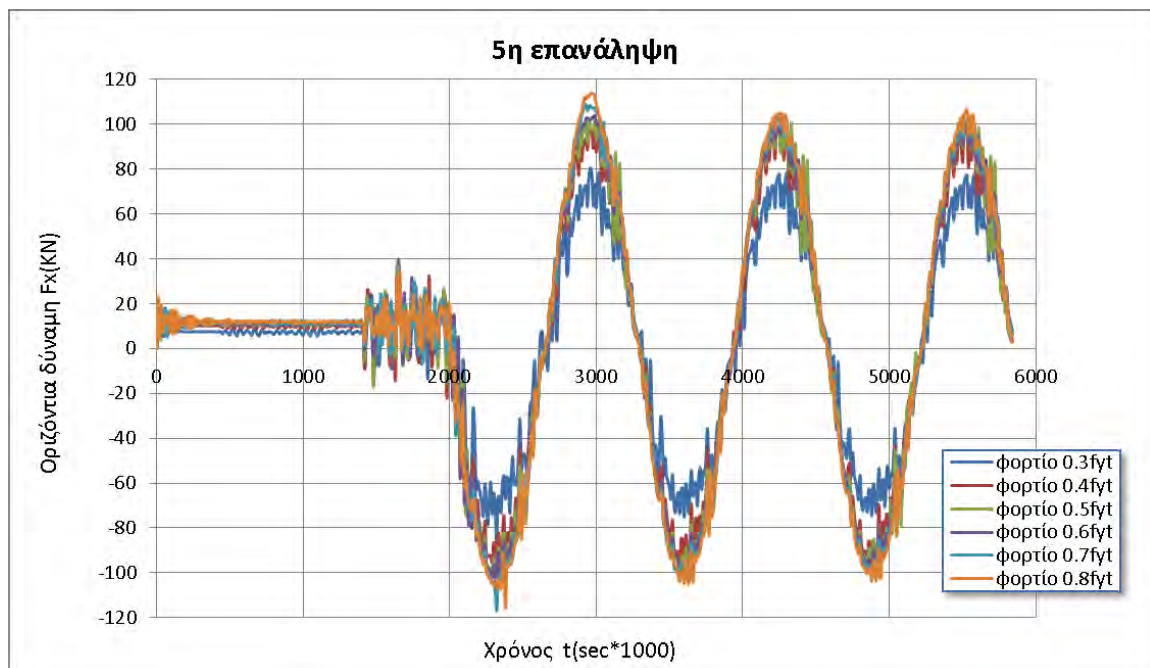
Σχήμα 5.3.1.4: Μεγέθυνση Σχήματος 5.2.1.3.



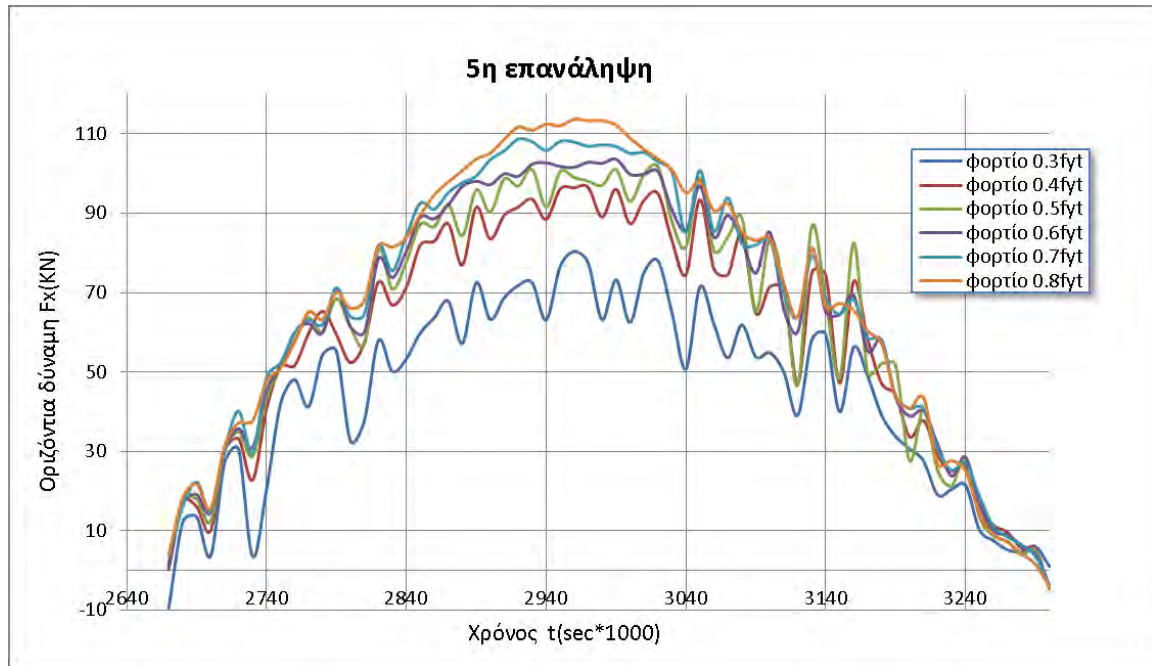
Σχήμα 5.3.1.5: Οριζόντια δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο για την 4^η επανάληψη και για κάθε περίπτωση κατακόρυφης φόρτισης.



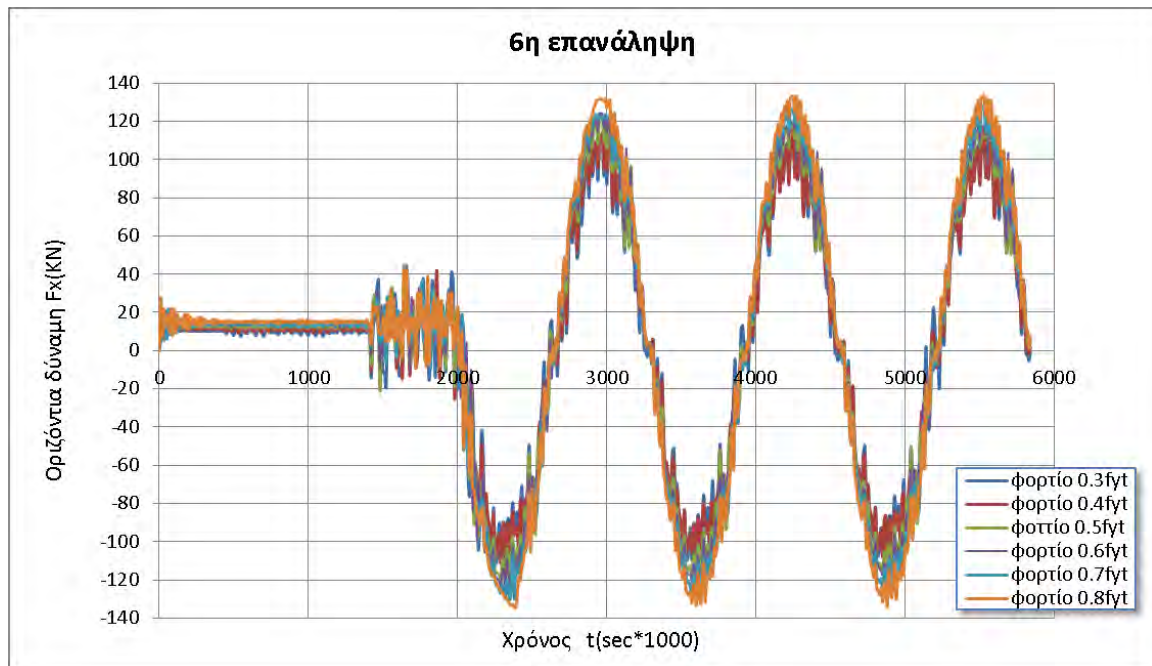
Σχήμα 5.3.1.6: Μεγέθυνση Σχήματος 5.2.1.5.



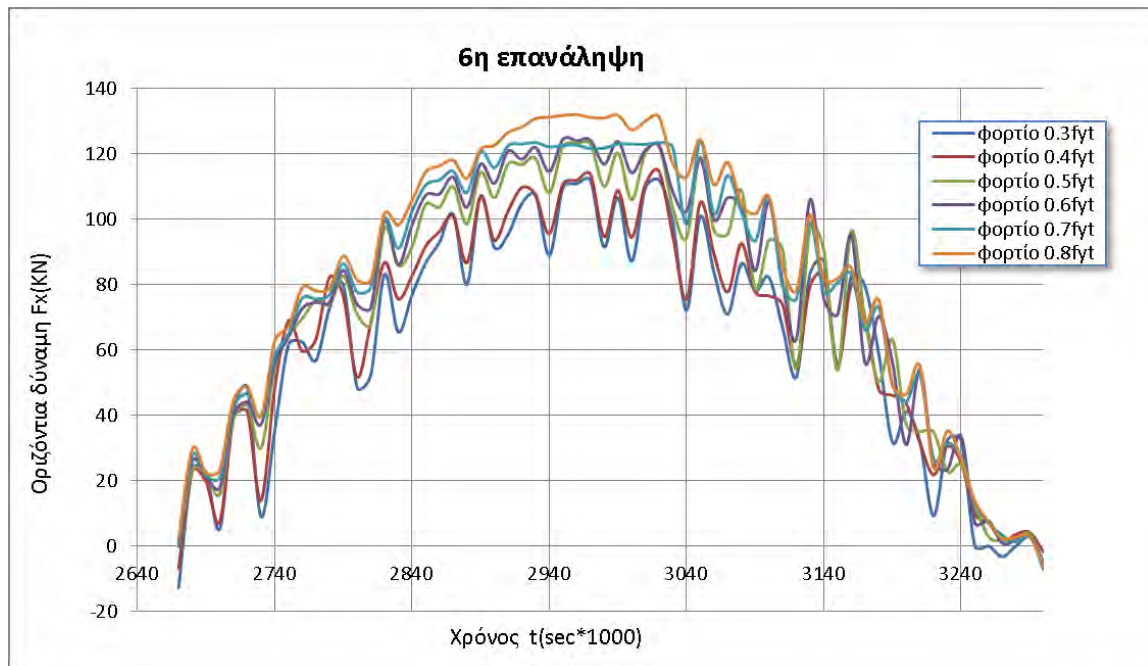
Σχήμα 5.3.1.7: Οριζόντια δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο για την 5^η επανάληψη και για κάθε περίπτωση κατακόρυφης φόρτισης.



Σχήμα 5.3.1.8: Μεγέθυνση Σχήματος 5.2.1.7.

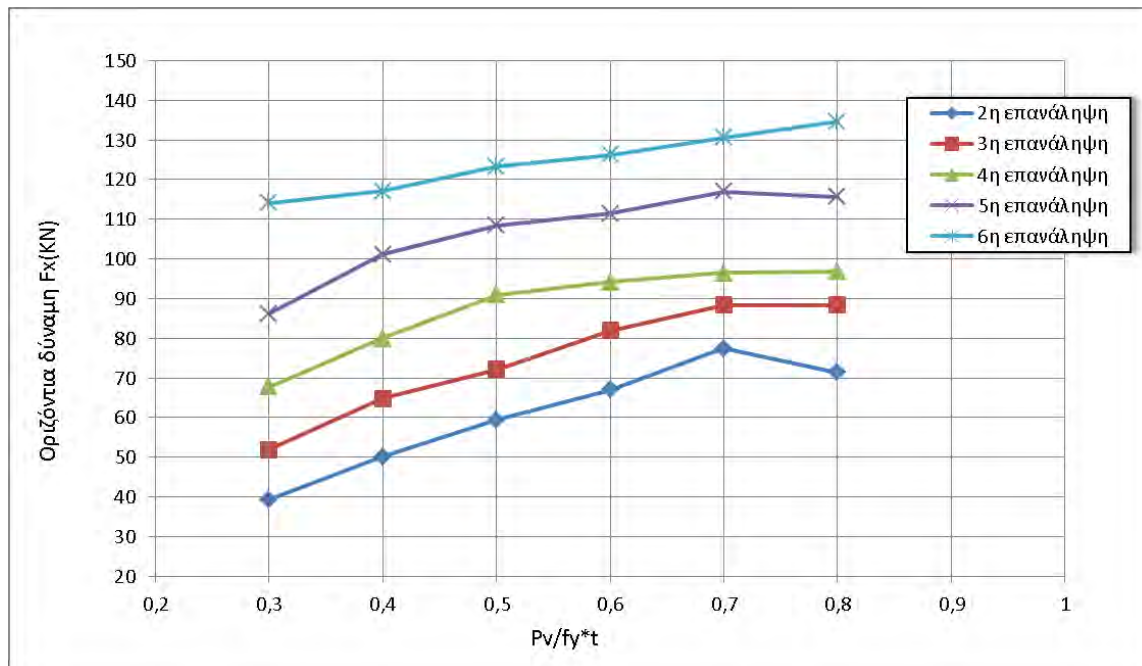


Σχήμα 5.3.1.9: Οριζόντια δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο για την 6^η επανάληψη και για κάθε περίπτωση κατακόρυφης φόρτισης.



Σχήμα 5.3.1.10: Μεγέθυνση Σχήματος 5.2.1.9.

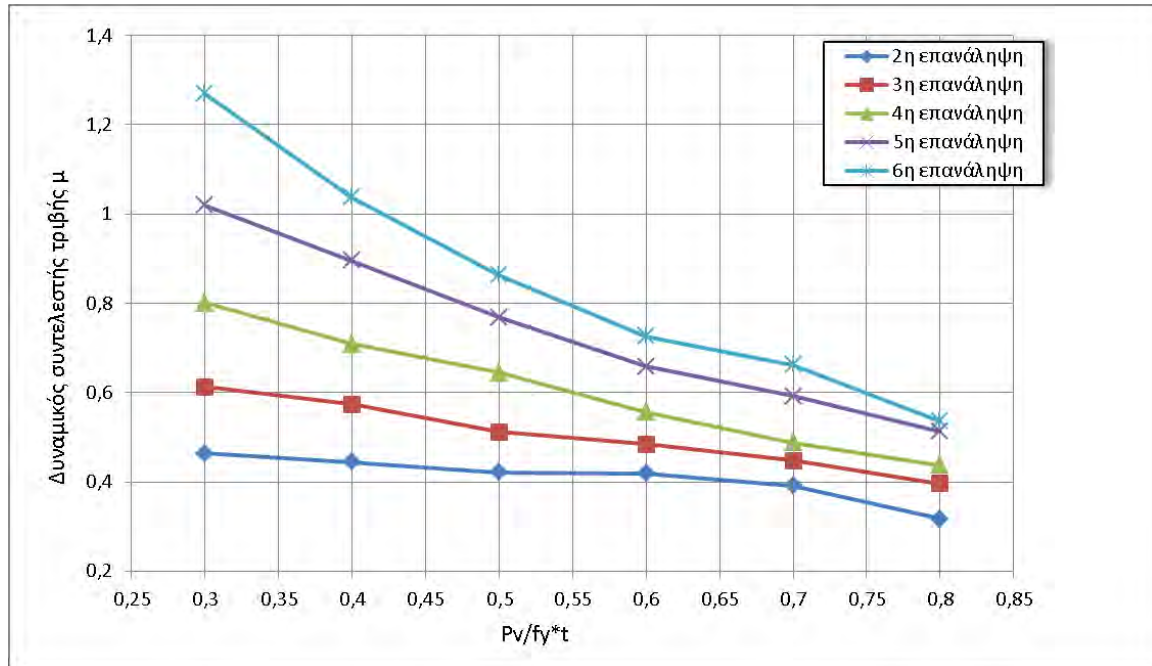
Στο Σχήμα που ακολουθεί απεικονίζεται η μεταβολή της οριζόντιας δύναμης σε σχέση με την κατακόρυφη φόρτιση για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας (Σχήμα 5.3.1.11). Όπως ήταν αναμενόμενο όσο μεγαλύτερη γίνεται η τιμή του κατακόρυφου φορτίου τόσο αυξάνεται και η οριζόντια δύναμη. Για κάθε επανάληψη, φαίνεται ότι η οριζόντια δύναμη αυξάνεται ώσπου για μεγάλα κατακόρυφα φορτία, συγκλίνει σε κάποια τιμή. Αυτό οφείλεται στις πλαστικοποιήσεις που συμβαίνουν κατά την αύξηση του φορτίου. Η 2^η επανάληψη παρουσιάζει απόκλιση από αυτήν την συμπεριφορά, γιατί στην περίπτωση όπου το κατακόρυφο φορτίο αυξάνεται πολύ ($P_v=0.8f_yt$) πλαστικοποιείται το σύνολο της κατασκευής και όχι μόνο η διεπιφάνεια.



Σχήμα 5.3.1.11: Σχέση οριζόντιας δύναμης και κατακόρυφης φόρτισης.

5.3.2 Επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στον δυναμικό συντελεστή τριβής

Το Σχήμα 5.3.2.1 απεικονίζει το διάγραμμα δυναμικού συντελεστή τριβής συναρτήσει της κατακόρυφης φόρτισης, για κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας. Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, καθώς αυξάνεται το κατακόρυφο φορτίο, μειώνεται η τιμή του δυναμικού συντελεστή τριβής. Η μείωση αυτή οφείλεται στις πλαστικοποιήσεις που συμβαίνουν στην διεπιφάνεια, χάρη στις οποίες διευκολύνεται η σχετική ολίσθηση μεταξύ των δυο σωμάτων. Ο ρυθμός μείωσης του δυναμικού συντελεστή τριβής αυξάνεται καθώς η διεπιφάνεια γίνεται τραχύτερη. Αυτό γίνεται εύκολα αντιληπτό από τη σύγκριση της καμπύλης που σχετίζεται με την 6^η επανάληψη με αυτήν που σχετίζεται με την 2^η επανάληψη. Στην τραχύτερη διεπιφάνεια οι αιχμές πλαστικοποιούνται πιο εύκολα κατά μήκος της με αποτέλεσμα τον μεγαλύτερο ρυθμό μείωσης του δυναμικού συντελεστή τριβής. Ακόμη, για κάθε περίπτωση φορτίου, ο συντελεστής τριβής που αναπτύσσεται στις τραχύτερες διεπιφάνειες είναι μεγαλύτερος από αυτόν που αναπτύσσεται σε διεπιφάνειες με μικρότερη τραχύτητα.



Σχήμα 5.3.2.1: Δυναμικός συντελεστής τριβής μ συναρτήσει της κατακόρυφης φόρτισης, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνεια.



6^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΠΛΑΣΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

6.1 Εισαγωγή

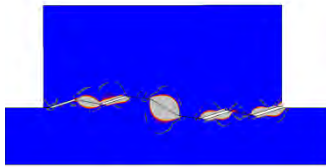
Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζεται η πορεία παραμόρφωσης και πλαστικοποίησης των διεπιφανειών των δυο κατασκευών που μελετώνται. Πιο συγκεκριμένα, σκοπός είναι η μελέτη της πορείας πλαστικοποίησης των διεπιφανειών με τον χρόνο και πως αυτή επηρεάζεται από την τραχύτητα και το κατακόρυφο φορτίο. Για το λόγο αυτό σε κάθε ανάλυση και για κάθε τιμή κατακόρυφου φορτίου, εξετάζεται η εικόνα πλαστικοποίησης της κατασκευής σε τρεις διαφορετικούς χρόνους. Οι τρεις χρόνοι είναι αυτοί για τους οποίους η οριζόντια δύναμη που αναπτύσσεται στην κατασκευή λαμβάνει μέγιστες τιμές.

6.2 Κατασκευή με διεπιφάνεια με fractal διάσταση $D=1.1429$

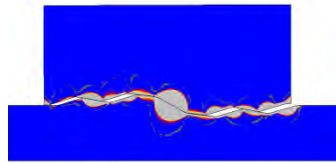
Τα διαγράμματα που περιλαμβάνουν την πορεία πλαστικοποίησης της κατασκευής με διεπιφάνεια της οποίας η fractal διάσταση είναι $D=1.1429$ παρατίθενται στα Σχήματα 6.2.1 έως 6.2.6. Το κάθε σχήμα αναφέρεται σε διαφορετική τιμή του κατακόρυφου φορτίου και περιλαμβάνει την εικόνα πλαστικοποίησης της κατασκευής για όλες της αναλύσεις της διεπιφάνειας για τους τρεις χρόνους που προαναφέρθηκαν. Η πρώτη περίπτωση φόρτισης ($P_v=0.3f_y t$) απεικονίζεται στο Σχήμα 6.2.1. Για κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας παρατηρείται ότι καθώς η ανάλυση προχωράει σε επόμενους κύκλους φόρτισης, οι πλαστικοποιήσεις εκτείνονται σε μεγαλύτερο μήκος της διεπιφάνειας και προς το εσωτερικό της κατασκευής. Ακόμη αξίζει να σημειωθεί ότι καθώς η διεπιφάνεια γίνεται τραχύτερη, αυξάνεται το μήκος της διεπιφάνειας στο οποίο παρατηρούνται πλαστικοποιήσεις, αλλά μειώνεται το πλάτος στο οποίο εκτείνονται. Πιο συγκεκριμένα, στην 2^η επανάληψη φαίνεται ότι οι πλαστικοποιήσεις συμβαίνουν σε λίγα συγκεντρωμένα σημεία της διεπιφάνειας, εκτείνονται όμως αρκετά προς στο εσωτερικό της κατασκευής. Αντιθέτως, στην 6^η επανάληψη, οι πλαστικοποιήσεις συμβαίνουν ομοιόμορφα σε όλο το μήκος της και εκτείνονται σε πολύ μικρό πλάτος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι ανώτερες επαναλήψεις περιλαμβάνουν αιχμές από πολλές διαφορετικές κλίμακες, γεγονός που ευνοεί την σταδιακή πλαστικοποίησή τους. Η εικόνα αυτή είναι ίδια για όλες τις περιπτώσεις φόρτισης. Φυσικά, καθώς αυξάνεται η τιμή του κατακόρυφου φορτίου οι πλαστικοποιήσεις είναι εντονότερες σε όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας και εκτείνονται σε μεγαλύτερο μήκος και πλάτος. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στην περίπτωση όπου τα κατακόρυφα φορτία είναι πολύ μεγάλα. Στις περιπτώσεις αυτές οι πλαστικοποιήσεις είναι



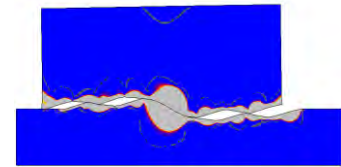
αρκετά έντονες σε όλες τις αναλύσεις, αλλά ιδιαιτέρως στην λιγότερο τραχιά διεπιφάνεια η οποία φαίνεται να έχει πλαστικοποιηθεί πλήρως.



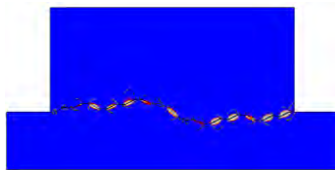
2^η επανάληψη, t=2.96sec



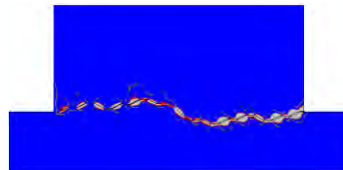
2^η επανάληψη, t=4.24sec



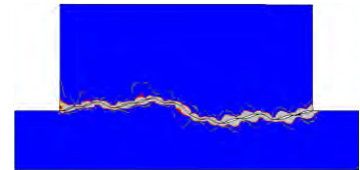
2^η επανάληψη, t=5.52sec



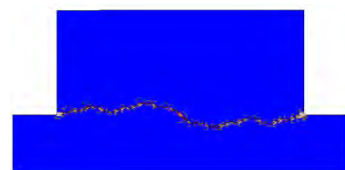
3^η επανάληψη, t=2.96sec



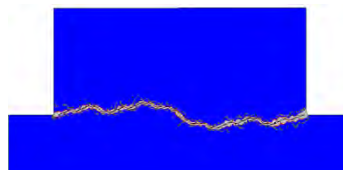
3^η επανάληψη, t=4.24sec



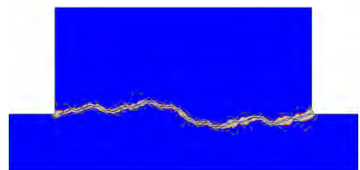
3^η επανάληψη, t=5.52sec



4^η επανάληψη, t=2.96sec



4^η επανάληψη, t=4.24sec

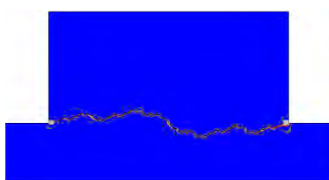


4^η επανάληψη, t=5.52sec

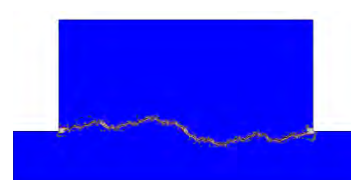
5^η επανάληψη, t=2.96sec

5^η επανάληψη, t=4.24sec

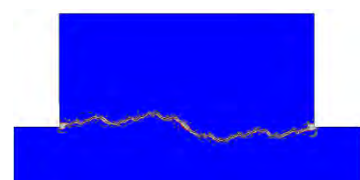
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec

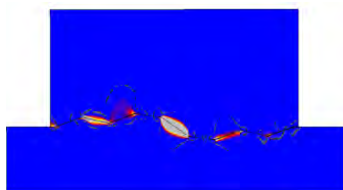


6^η επανάληψη, t=4.24sec

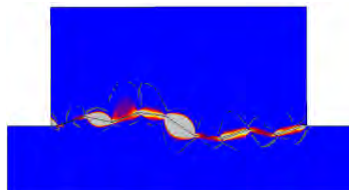


6^η επανάληψη, t=5.52sec

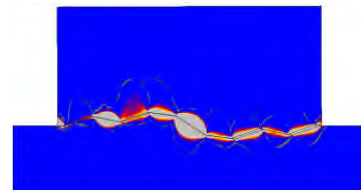
Σχήμα 6.2.1: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.3f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



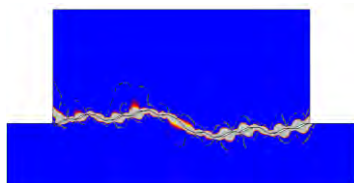
2^η επανάληψη, t=2.96sec



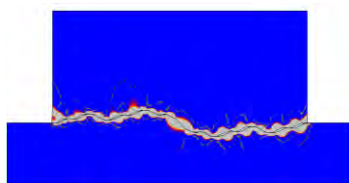
2^η επανάληψη, t=4.24sec



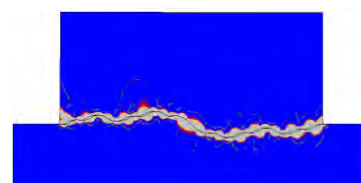
2^η επανάληψη, t=5.52sec



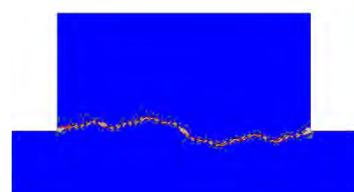
3^η επανάληψη, t=2.96sec



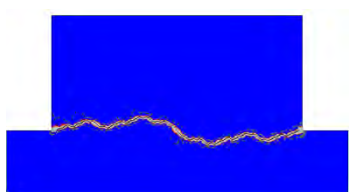
3^η επανάληψη, t=4.24sec



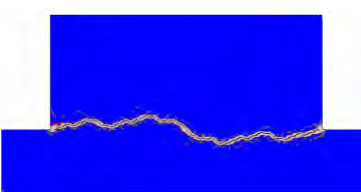
3^η επανάληψη, t=5.52sec



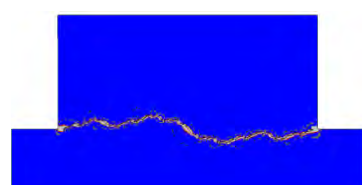
4^η επανάληψη, t=2.96sec



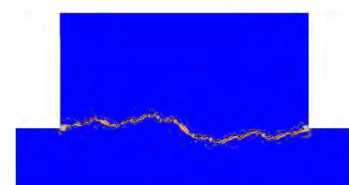
4^η επανάληψη, t=4.24sec



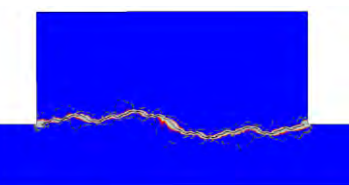
4^η επανάληψη, t=5.52sec



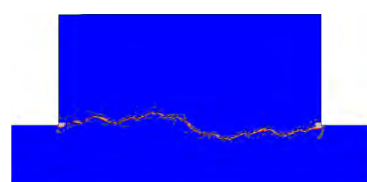
5^η επανάληψη, t=2.96sec



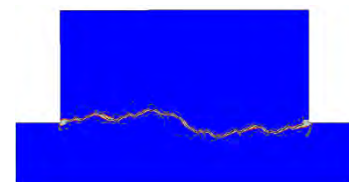
5^η επανάληψη, t=4.24sec



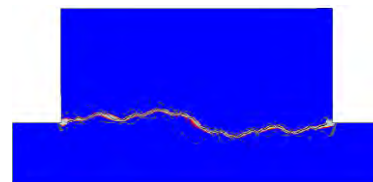
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec



6^η επανάληψη, t=4.24sec

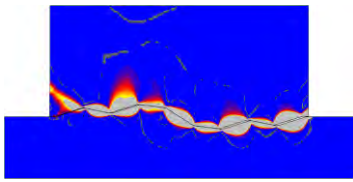


6^η επανάληψη, t=5.52sec

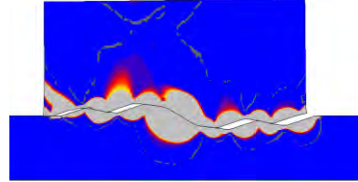
Σχήμα 6.2.2: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.4f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



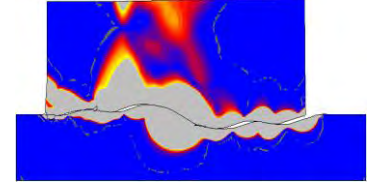
Επιρροή του συντελεστή τριβής από την ανάλυση και την fractal διάσταση τραχιών μεταλλικών διεπιφανειών που υπόκεινται σε οριζόντια κυκλική φόρτιση



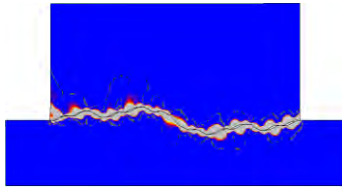
2^η επανάληψη, t=2.96sec



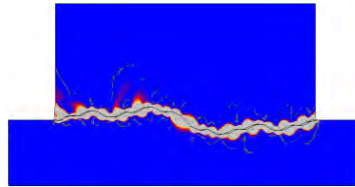
2^η επανάληψη, t=4.24sec



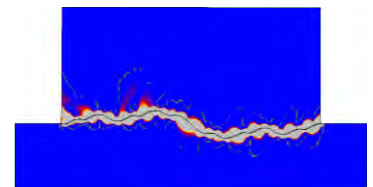
2^η επανάληψη, t=5.52sec



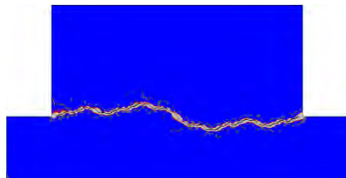
3^η επανάληψη, t=2.96sec



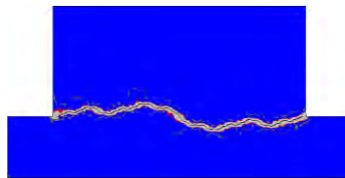
3^η επανάληψη, t=4.24sec



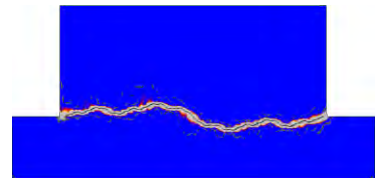
3^η επανάληψη, t=5.52sec



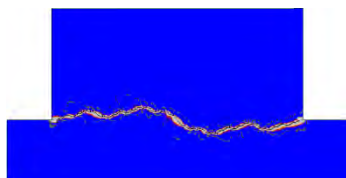
4^η επανάληψη, t=2.96sec



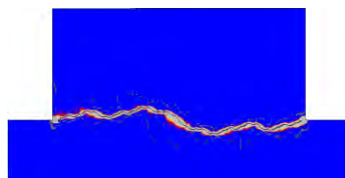
4^η επανάληψη, t=4.24sec



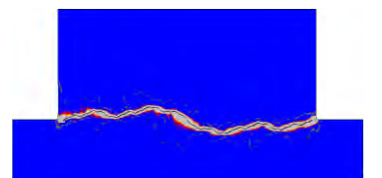
4^η επανάληψη, t=5.52sec



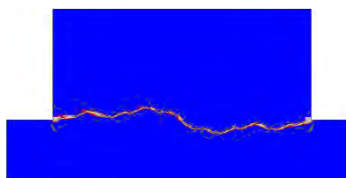
5^η επανάληψη, t=2.96sec



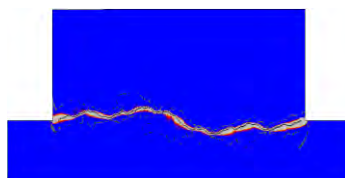
5^η επανάληψη, t=4.24sec



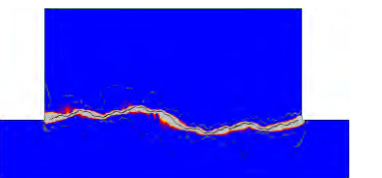
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec



6^η επανάληψη, t=4.24sec

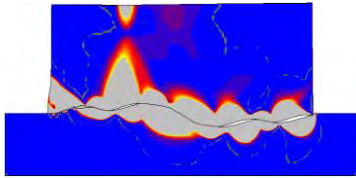


6^η επανάληψη, t=5.52sec

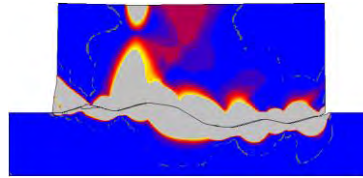
Σχήμα 6.2.3: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.5f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



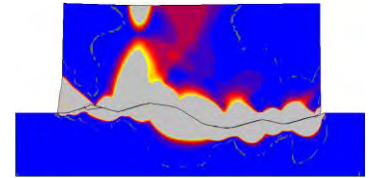
Επιρροή του συντελεστή τριβής από την ανάλυση και την fractal διάσταση τραχιών μεταλλικών διεπιφανειών που υπόκεινται σε οριζόντια κυκλική φόρτιση



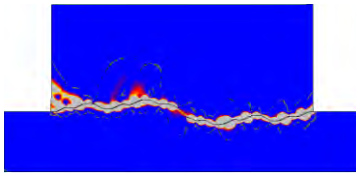
2^η επανάληψη, t=2.96sec



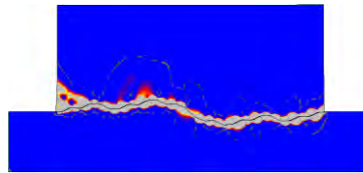
2^η επανάληψη, t=4.24sec



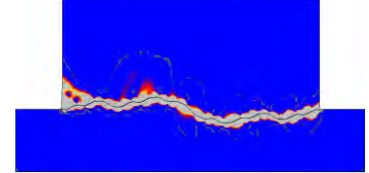
2^η επανάληψη, t=5.52sec



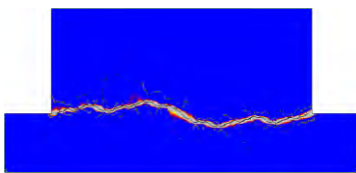
3^η επανάληψη, t=2.96se



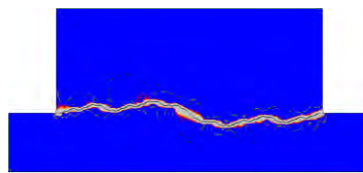
3^η επανάληψη, t=4.24sec



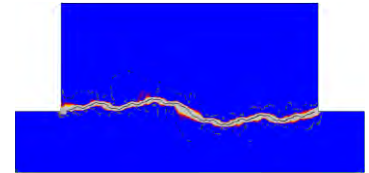
3^η επανάληψη, t=5.52sec



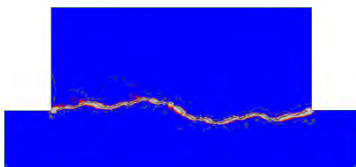
4^η επανάληψη, t=2.96sec



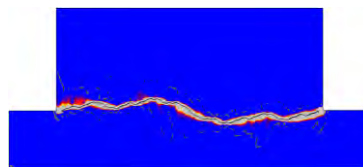
4^η επανάληψη, t=4.24sec



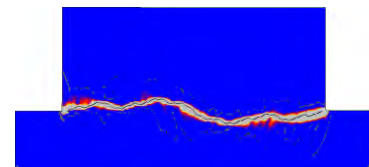
4^η επανάληψη, t=5.52sec



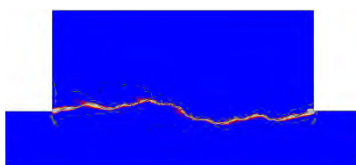
5^η επανάληψη, t=2.96sec



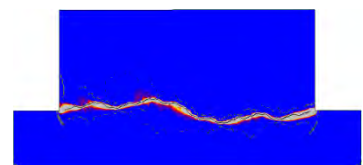
5^η επανάληψη, t=4.24sec



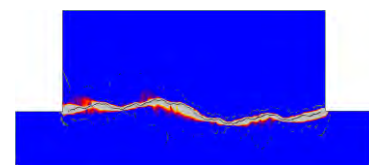
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec

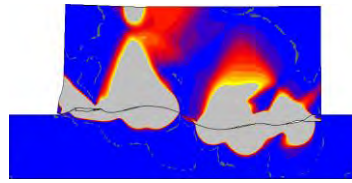


6^η επανάληψη, t=4.24sec

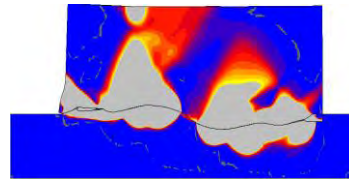


6^η επανάληψη, t=5.52sec

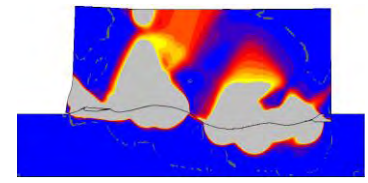
Σχήμα 6.2.4: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.6f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



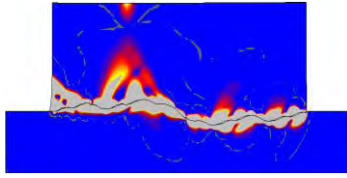
2^η επανάληψη, t=2.96sec



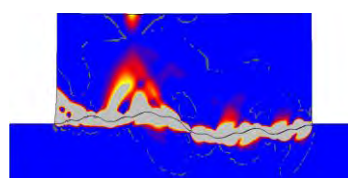
2^η επανάληψη, t=4.24sec



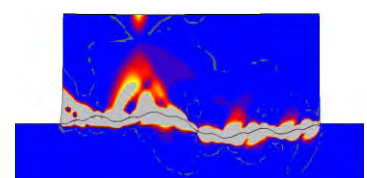
2^η επανάληψη, t=5.52sec



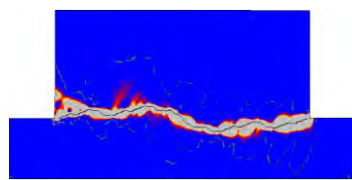
3^η επανάληψη, t=2.96sec



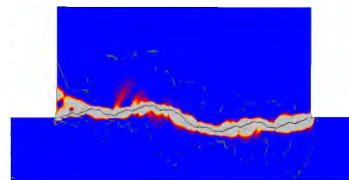
3^η επανάληψη, t=4.24sec



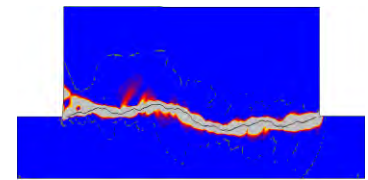
3^η επανάληψη, t=5.52sec



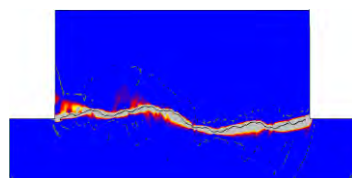
4^η επανάληψη, t=2.96sec



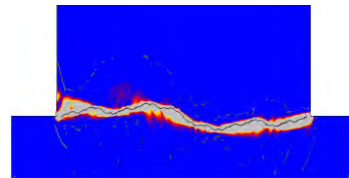
4^η επανάληψη, t=4.24sec



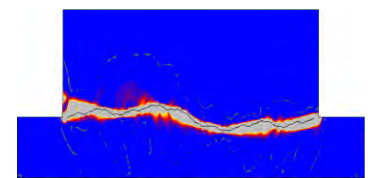
4^η επανάληψη, t=5.52sec



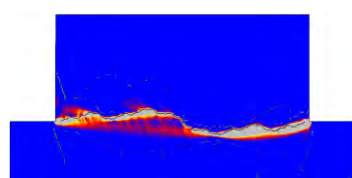
5^η επανάληψη, t=2.96sec



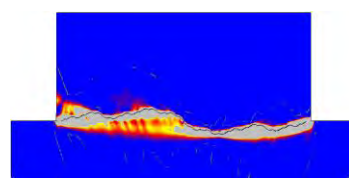
5^η επανάληψη, t=4.24sec



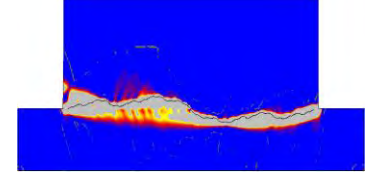
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec

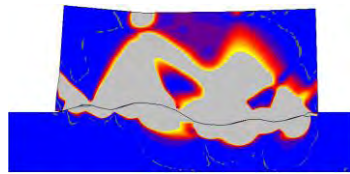


6^η επανάληψη, t=4.24sec

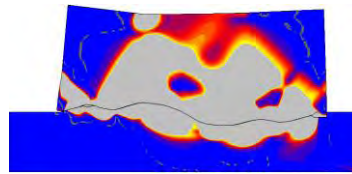


6^η επανάληψη, t=5.52sec

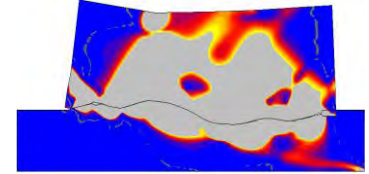
Σχήμα 6.2.5: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.7f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



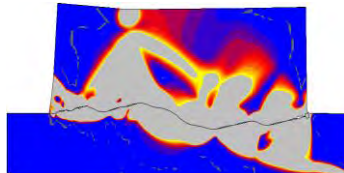
2^η επανάληψη, t=2.96sec



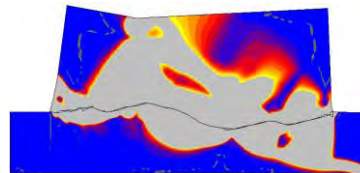
2^η επανάληψη, t=4.24sec



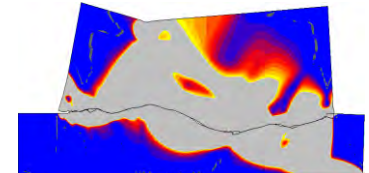
2^η επανάληψη, t=5.52sec



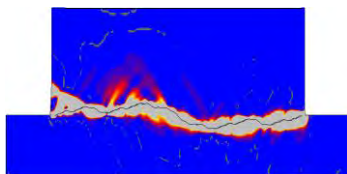
3^η επανάληψη, t=2.96sec



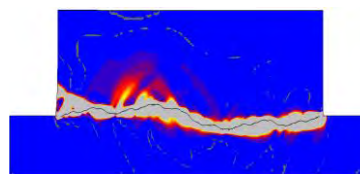
3^η επανάληψη, t=4.24sec



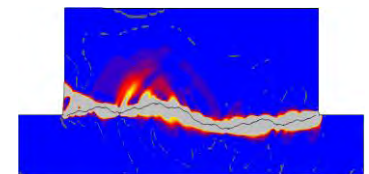
3^η επανάληψη, t=5.52sec



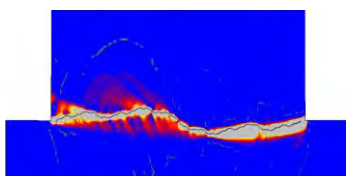
4^η επανάληψη, t=2.96sec



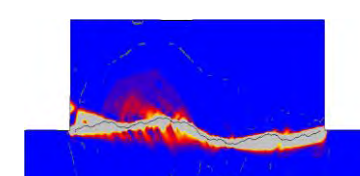
4^η επανάληψη, t=4.24sec



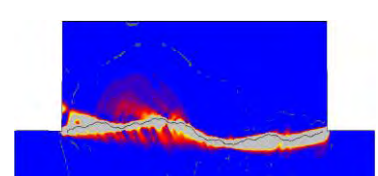
4^η επανάληψη, t=5.52sec



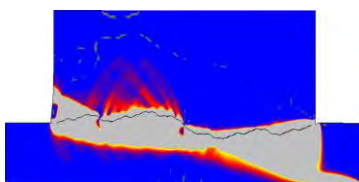
5^η επανάληψη, t=2.96sec



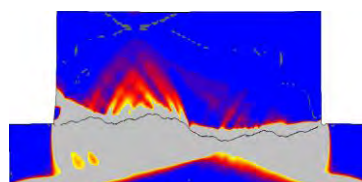
5^η επανάληψη, t=4.24sec



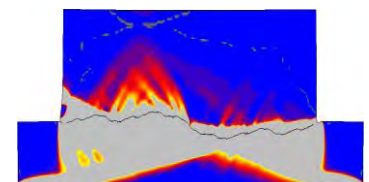
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec



6^η επανάληψη, t=4.24sec



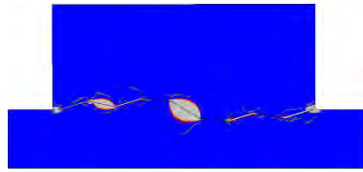
6^η επανάληψη, t=5.52sec

Σχήμα 6.2.6: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.8f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.

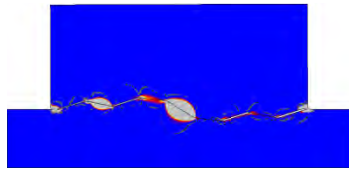


6.3 Κατασκευή με fractal διάσταση $D=1.1773$

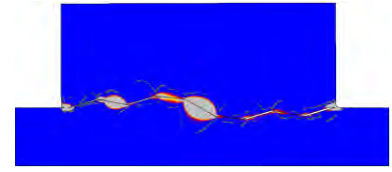
Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα διαγράμματα με τις πλαστικοποιήσεις που συμβαίνουν στην κατασκευή με διεπιφάνεια της οποίας η fractal διάσταση είναι $D=1.1773$ (Σχήματα 6.3.1 έως 6.3.2). Κάθε σχήμα αναφέρεται σε διαφορετική τιμή του κατακόρυφου φορτίου και περιλαμβάνει όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας. Η εικόνα που παρουσιάζουν τα διαγράμματα είναι ίδια με αυτήν της προηγούμενης κατασκευής. Κάθε ανάλυση της διεπιφάνειας εμφανίζει πιο έντονες πλαστικοποιήσεις καθώς περνάει σε επόμενους κύκλους φόρτισης. Οι ανώτερες αναλύσεις πλαστικοποιούνται ομοιόμορφα κατά μήκος της διεπιφάνειας και σε μικρό πλάτος, ενώ στις λιγότερο τραχιές διεπιφάνειες παρατηρούνται πλαστικοποιήσεις σε μικρότερο μήκος, αλλά μεγαλύτερο πλάτος προς το εσωτερικό της κατασκευής. Όσον αφορά την τιμή του κατακόρυφου φορτίου, όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο, καθώς γίνεται μεγαλύτερη παρατηρούνται όλο και πιο έντονες πλαστικοποιήσεις, οι οποίες εκτείνονται περισσότερο στο εσωτερικό της κατασκευής. Και σε αυτήν την περίπτωση, η κατασκευή της οποίας η διεπιφάνεια προσομοιώνεται με την 2^η επανάληψη πλαστικοποιείται πλήρως για τα μεγαλύτερα φορτία. Τέλος, σε σύγκριση με την προηγούμενη κατασκευή, της οποίας η διεπιφάνεια είχε μικρότερη fractal διάσταση και κατά συνέπεια μικρότερη τραχύτητα, η συγκεκριμένη κατασκευή παρουσιάζει για όλες τις αναλύσεις και όλες τις περιπτώσεις κατακόρυφης φόρτισης εντονότερες πλαστικοποιήσεις κατά μήκος της διεπιφάνειας, οι οποίες εκτείνονται και σε μεγαλύτερο πλάτος.



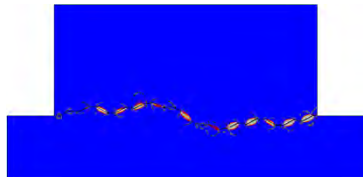
2^η επανάληψη, t=2.96sec



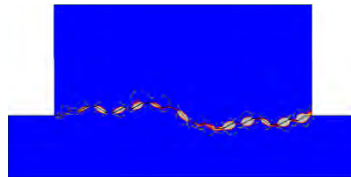
2^η επανάληψη, t=4.24sec



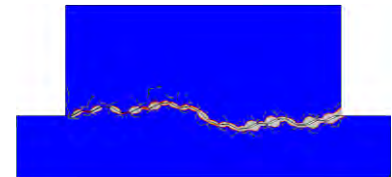
2^η επανάληψη, t=5.52sec



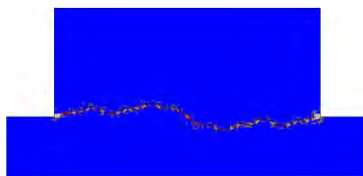
3^η επανάληψη, t=2.96sec



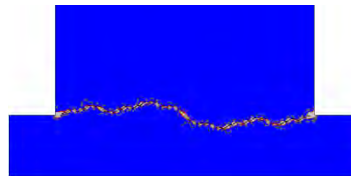
3^η επανάληψη, t=4.24sec



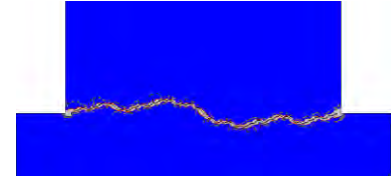
3^η επανάληψη, t=5.52sec



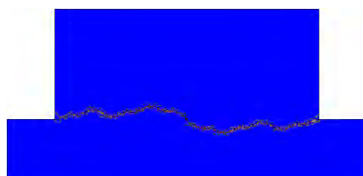
4^η επανάληψη, t=2.96sec



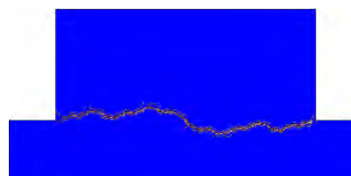
4^η επανάληψη, t=4.24sec



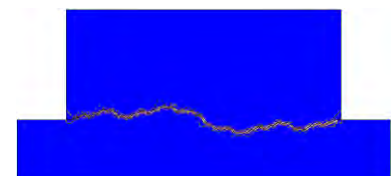
4^η επανάληψη, t=5.52sec



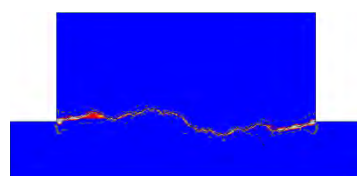
5^η επανάληψη, t=2.96sec



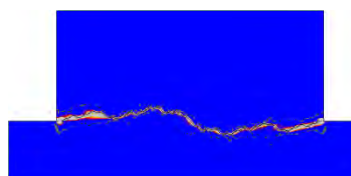
5^η επανάληψη, t=4.24sec



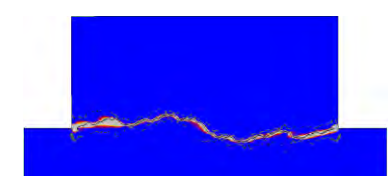
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec



6^η επανάληψη, t=4.24sec

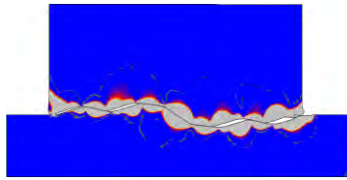


6^η επανάληψη, t=5.52sec

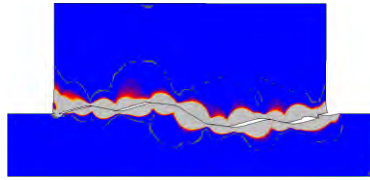
Σχήμα 6.3.1: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.3f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



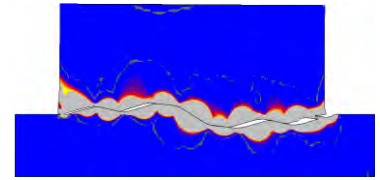
Επιρροή του συντελεστή τριβής από την ανάλυση και την fractal διάσταση τραχιών μεταλλικών διεπιφανειών που υπόκεινται σε οριζόντια κυκλική φόρτιση



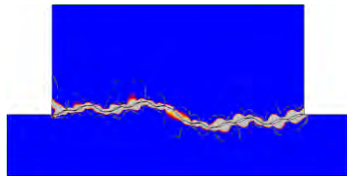
2^η επανάληψη, t=2.96sec



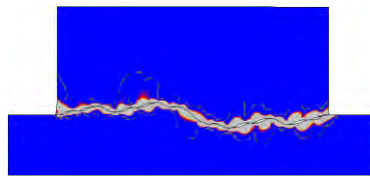
2^η επανάληψη, t=4.24sec



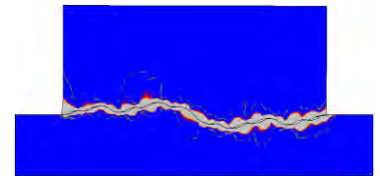
2^η επανάληψη, t=5.52sec



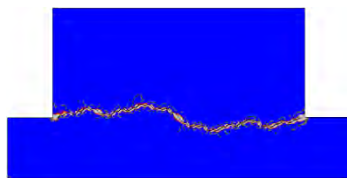
3^η επανάληψη, t=2.96sec



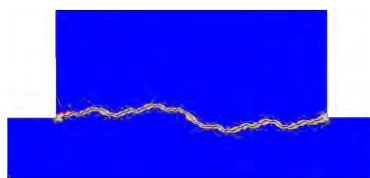
3^η επανάληψη, t=4.24sec



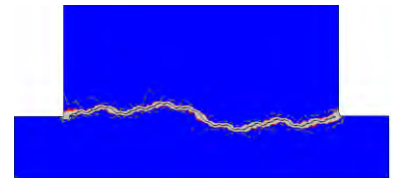
3^η επανάληψη, t=5.52sec



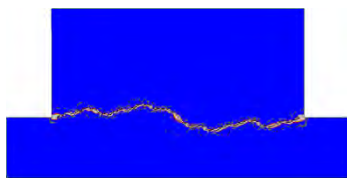
4^η επανάληψη, t=2.96sec



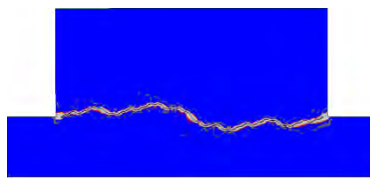
4^η επανάληψη, t=4.24sec



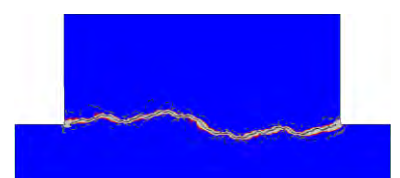
4^η επανάληψη, t=5.52sec



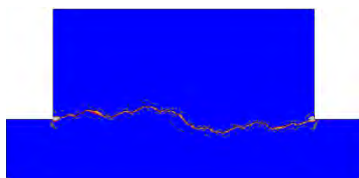
5^η επανάληψη, t=2.96sec



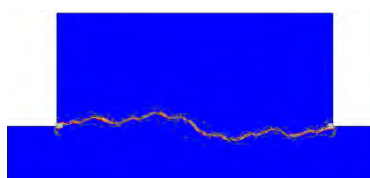
5^η επανάληψη, t=4.24sec



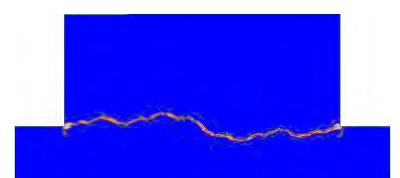
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec



6^η επανάληψη, t=4.24sec

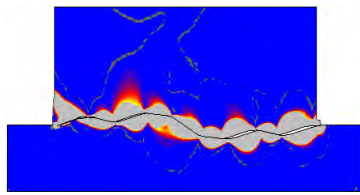


6^η επανάληψη, t=5.52sec

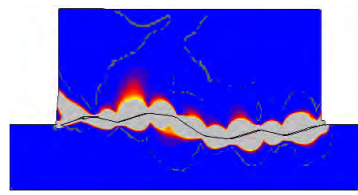
Σχήμα 6.3.2: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.4f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



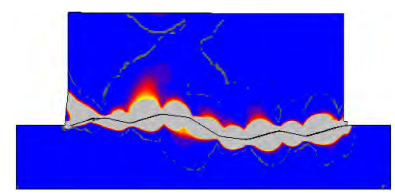
Επιρροή του συντελεστή τριβής από την ανάλυση και την fractal διάσταση τραχιών μεταλλικών διεπιφανειών που υπόκεινται σε οριζόντια κυκλική φόρτιση



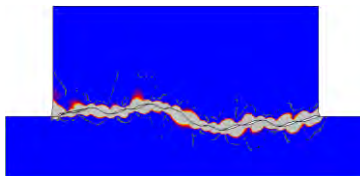
2^η επανάληψη, t=2.96sec



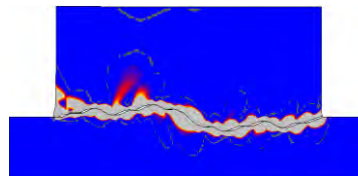
2^η επανάληψη, t=4.24sec



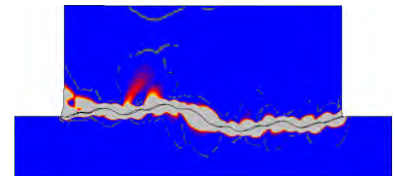
2^η επανάληψη, t=5.52sec



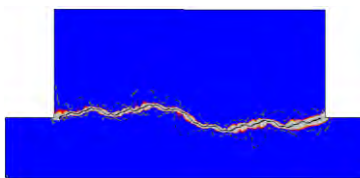
3^η επανάληψη, t=2.96sec



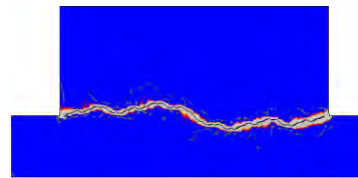
3^η επανάληψη, t=4.24sec



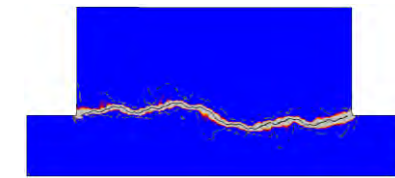
3^η επανάληψη, t=5.52sec



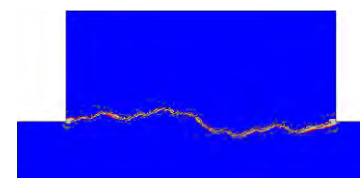
4^η επανάληψη, t=2.96sec



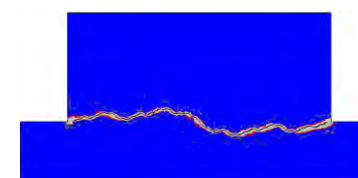
4^η επανάληψη, t=4.24sec



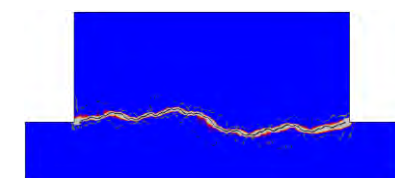
4^η επανάληψη, t=5.52sec



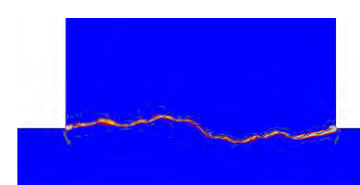
5^η επανάληψη, t=2.96sec



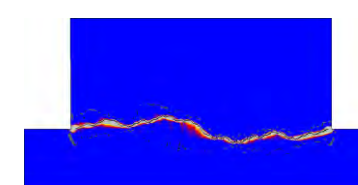
5^η επανάληψη, t=4.24sec



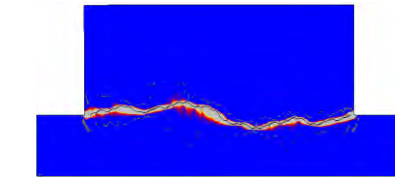
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec

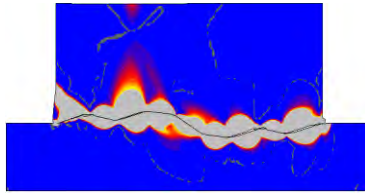


6^η επανάληψη, t=4.24sec

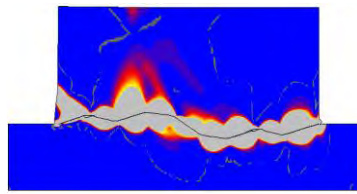


6^η επανάληψη, t=5.52sec

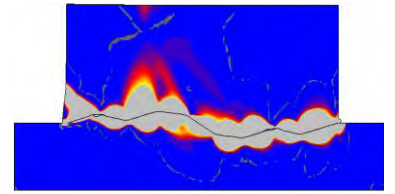
Σχήμα 6.3.3: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.5f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



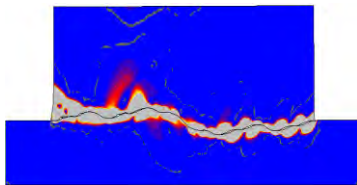
2^η επανάληψη, t=2.96sec



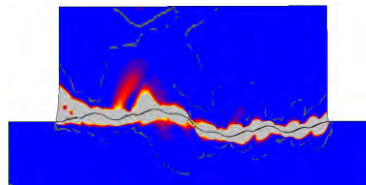
2^η επανάληψη, t=4.24sec



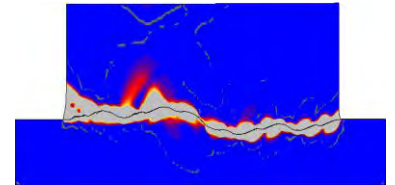
2^η επανάληψη, t=5.52sec



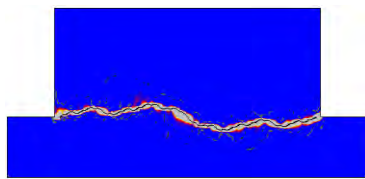
3^η επανάληψη, t=2.96sec



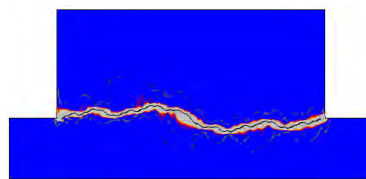
3^η επανάληψη, t=4.24sec



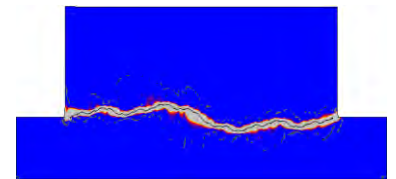
3^η επανάληψη, t=5.52sec



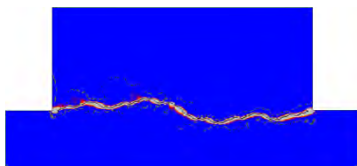
4^η επανάληψη, t=2.96sec



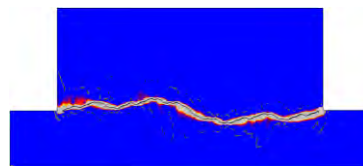
4^η επανάληψη, t=4.24sec



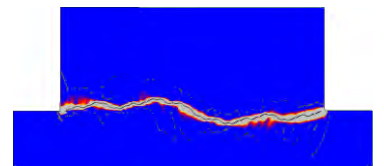
4^η επανάληψη, t=5.52sec



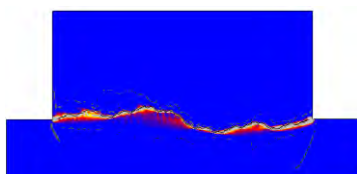
5^η επανάληψη, t=2.96sec



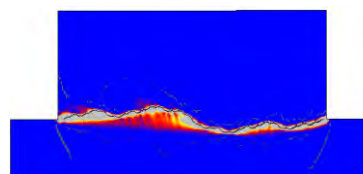
5^η επανάληψη, t=4.24sec



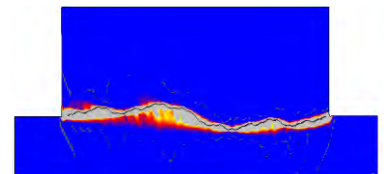
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec

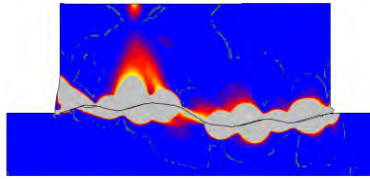


6^η επανάληψη, t=4.24sec

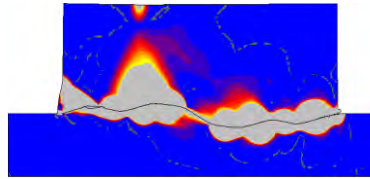


6^η επανάληψη, t=5.52sec

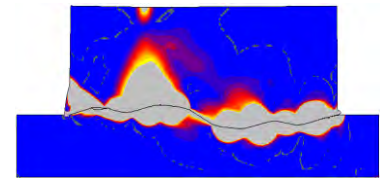
Σχήμα 6.3.4: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.6f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



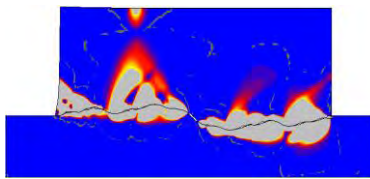
2^η επανάληψη, $t=2.96\text{sec}$



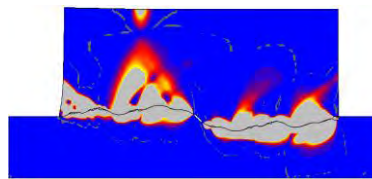
2^η επανάληψη, $t=4.24\text{sec}$



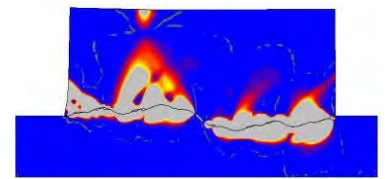
2^η επανάληψη, $t=5.52\text{sec}$



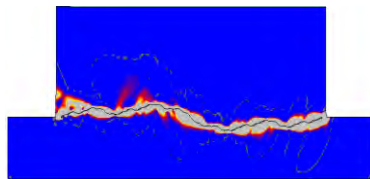
3^η επανάληψη, $t=2.96\text{sec}$



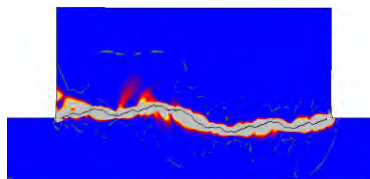
3^η επανάληψη, $t=4.24\text{sec}$



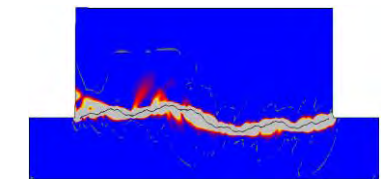
3^η επανάληψη, $t=5.52\text{sec}$



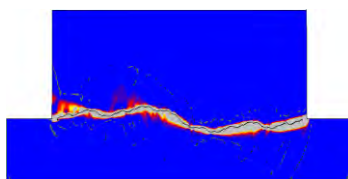
4^η επανάληψη, $t=2.96\text{sec}$



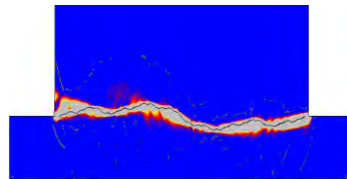
4^η επανάληψη, $t=4.24\text{sec}$



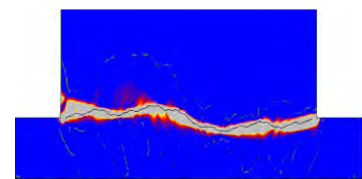
4^η επανάληψη, $t=5.52\text{sec}$



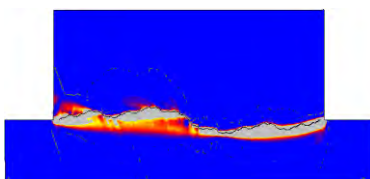
5^η επανάληψη, $t=2.96\text{sec}$



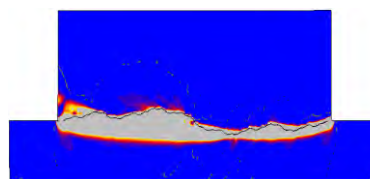
5^η επανάληψη, $t=4.24\text{sec}$



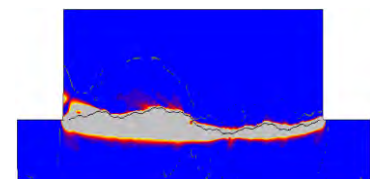
5^η επανάληψη, $t=5.52\text{sec}$



6^η επανάληψη, $t=2.96\text{sec}$

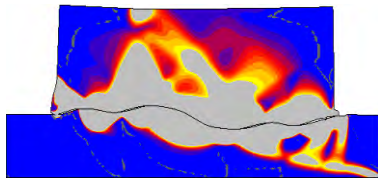


6^η επανάληψη, $t=4.24\text{sec}$

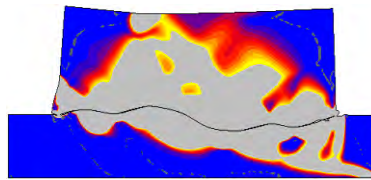


6^η επανάληψη, $t=5.52\text{sec}$

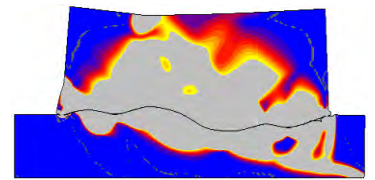
Σχήμα 6.3.5: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.7f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



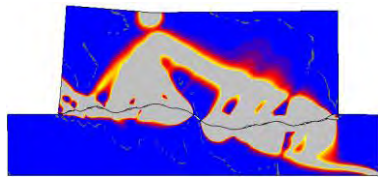
2^η επανάληψη, t=2.96sec



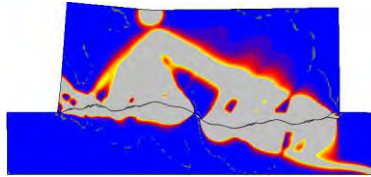
2^η επανάληψη, t=4.24sec



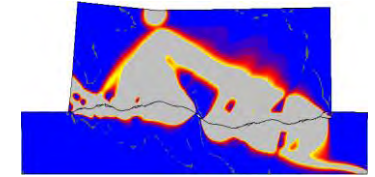
2^η επανάληψη, t=5.52sec



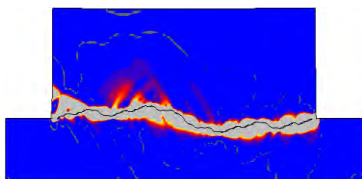
3^η επανάληψη, t=2.96sec



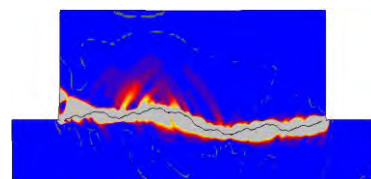
3^η επανάληψη, t=4.24sec



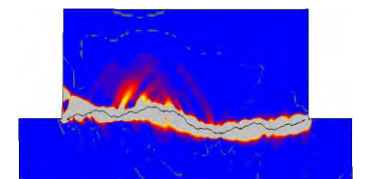
3^η επανάληψη, t=5.52sec



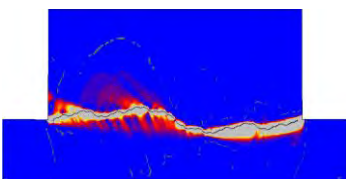
4^η επανάληψη, t=2.96sec



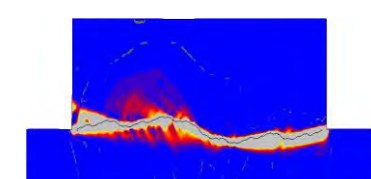
4^η επανάληψη, t=4.24sec



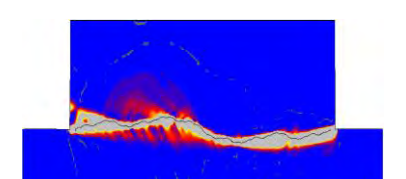
4^η επανάληψη, t=5.52sec



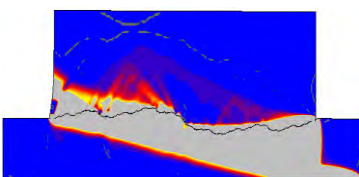
5^η επανάληψη, t=2.96sec



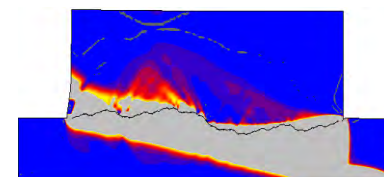
5^η επανάληψη, t=4.24sec



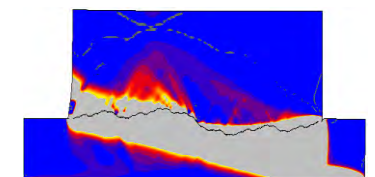
5^η επανάληψη, t=5.52sec



6^η επανάληψη, t=2.96sec



6^η επανάληψη, t=4.24sec



6^η επανάληψη, t=5.52sec

Σχήμα 6.3.6: Πλαστικοποιήσεις της κατασκευής για κατακόρυφο φορτίο $P_v: 0.8f_y$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας.



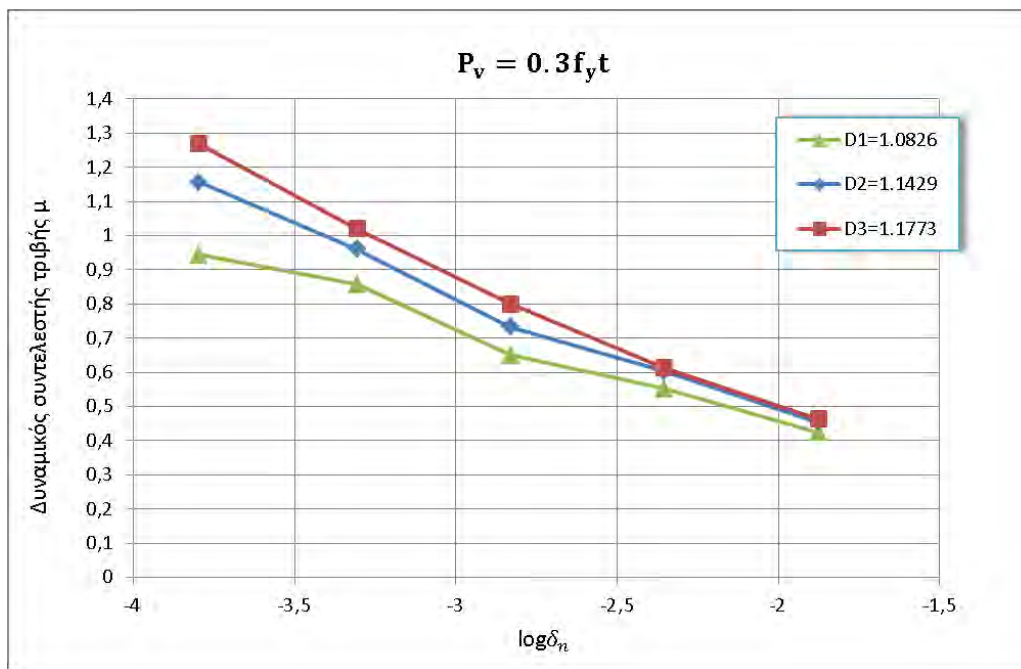
7^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ FRACTAL ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ ΣΤΟΝ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ

7.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάται η επιρροή της fractal διάστασης στον δυναμικό συντελεστή τριβής, για διαφορετικές τιμές του κατακόρυφου φορτίου και για τις διάφορες αναλύσεις της διεπιφάνειας της κατασκευής. Μελετήθηκαν τρεις περιπτώσεις διεπιφανειών: i) διεπιφάνεια f με fractal διάσταση $D=1.0826$, ii) διεπιφάνεια $f^{(1)}$ με fractal διάσταση $D=1.1429$, iii) διεπιφάνεια $f^{(2)}$ με fractal διάσταση $D=1.1773$. Οι διεπιφάνειες $f^{(1)}$, $f^{(2)}$ μελετήθηκαν ξεχωριστά στα προηγούμενα κεφάλαια της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Η διεπιφάνεια f έχει μελετηθεί στην διπλωματική εργασία [20], τα αποτελέσματα της οποίας χρησιμοποιήθηκαν για την δημιουργία των διαγραμμάτων που φαίνονται παρακάτω και την εξαγωγή συμπερασμάτων.

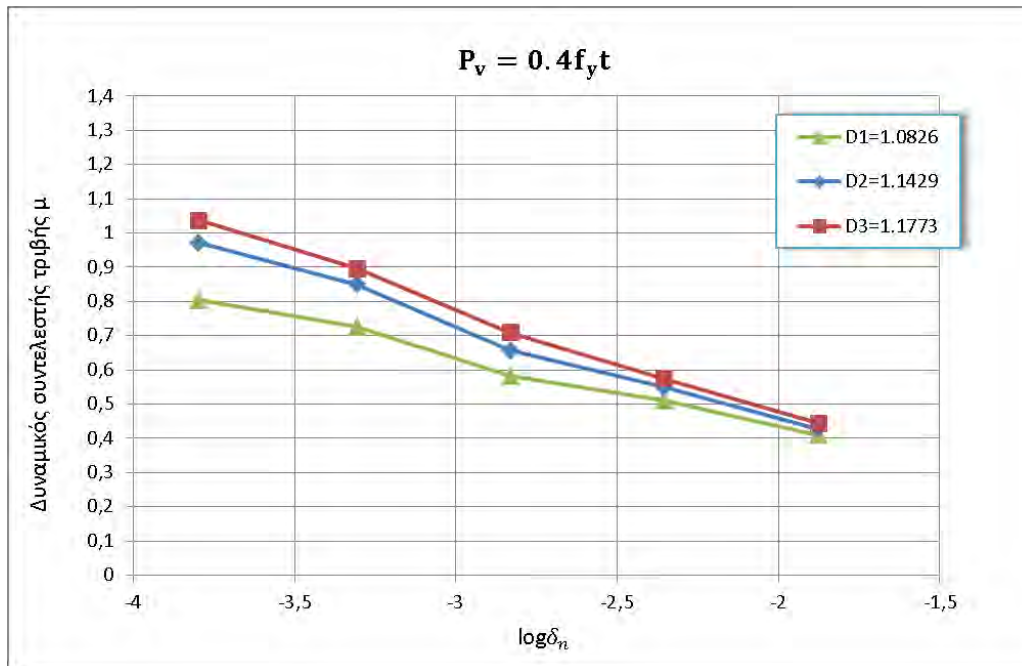
7.2 Επιρροή της fractal διάστασης στον δυναμικό συντελεστή τριβής για τις διάφορες αναλύσεις της διεπιφάνειας

Στο Σχήμα 7.2.1 παρουσιάζεται η μεταβολή του δυναμικού συντελεστή τριβής συναρτήσει της ανάλυσης της διεπιφάνειας για τις τρεις διαφορετικές fractal διεπιφάνειες και για κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.3f_v t$. Από το σχήμα γίνεται φανερό ότι καθώς αυξάνεται η fractal διάσταση της διεπιφάνειας, ο δυναμικός συντελεστής τριβής παίρνει μεγαλύτερες τιμές. Πιο συγκεκριμένα, για την ίδια ανάλυση, η πιο τραχιά διεπιφάνεια (διεπιφάνεια με $D=1.773$), εμφανίζει μεγαλύτερο δυναμικό συντελεστή τριβής σε σχέση με τις δυο άλλες διεπιφάνειες. Και στις τρεις περιπτώσεις ο συντελεστής τριβής αυξάνεται καθώς πηγαίνουμε σε ανώτερες αναλύσεις. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην μικρότερη ανάλυση, οι τιμές του συντελεστή τριβής διαφέρουν ελάχιστα, καθώς όμως πηγαίνουμε σε ανώτερες αναλύσεις οι διαφορές γίνονται πιο εμφανείς. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η διεπιφάνεια που αντιστοιχεί στην 2^1 επανάληψη είναι σχετικά λεία και στις τρεις περιπτώσεις των διαφορετικών διεπιφανειών και κατά συνέπεια δεν αναμένονται διαφορές στις τιμές του συντελεστή τριβής. Καθώς όμως πηγαίνουμε σε ανώτερες αναλύσεις όπου λαμβάνονται υπόψη πολλές διαφορετικές κλίμακες των αιχμών, παρατηρείται για την ίδια ανάλυση αύξηση του δυναμικού συντελεστή τριβής με την αύξηση της fractal διάστασης της διεπιφάνειας, επειδή καθώς αυξάνει η fractal διάσταση οι αιχμές που αντιστοιχούν στην ίδια ανάλυση είναι πιο έντονες, οδηγώντας έτσι σε εντονότερα φαινόμενα αλληλεμπλοκής.

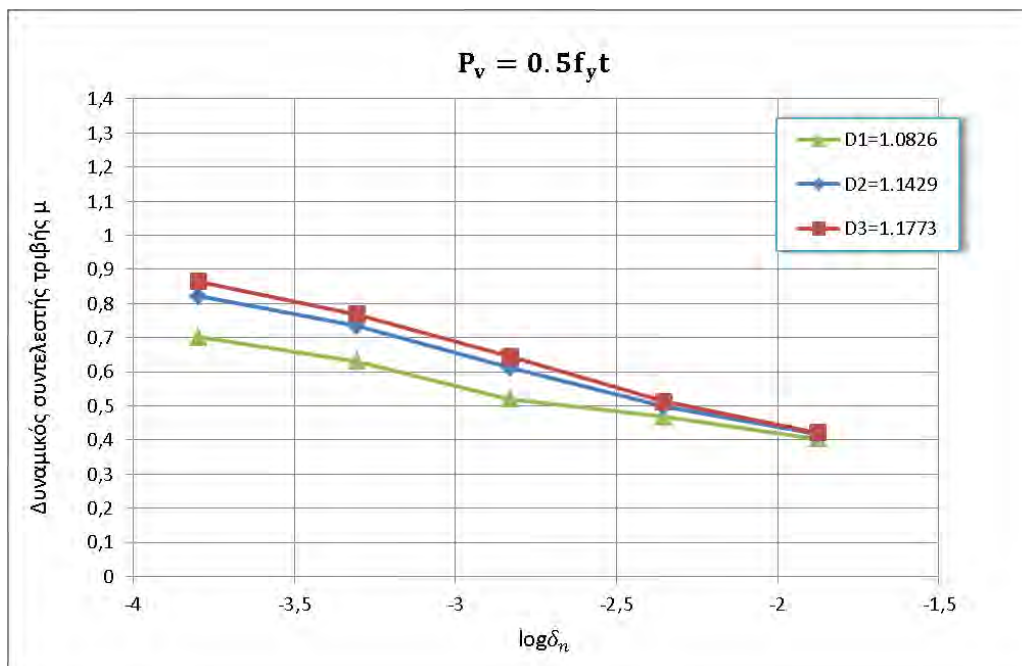


Σχήμα 7.2.1: Ο δυναμικός συντελεστής τριβής σε σχέση με την ανάλυση για τις τρεις διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.3f_y t$.

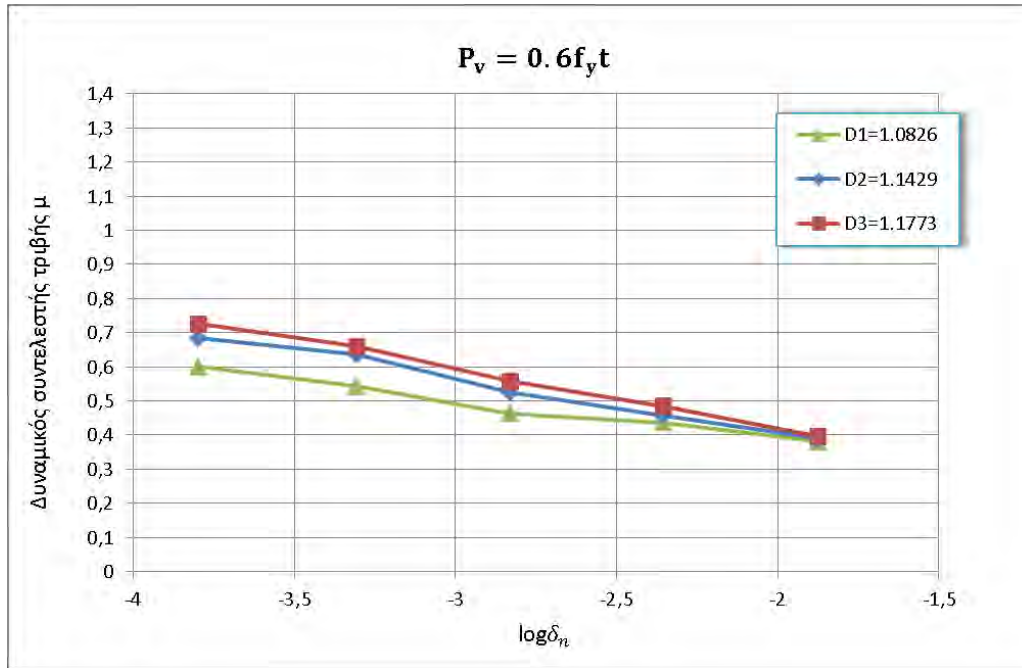
Στα Σχήματα 7.2.2 έως 7.2.6 φαίνονται τα διαγράμματα του δυναμικού συντελεστή τριβής συναρτήσει της ανάλυσης για τις τρεις διαφορετικές διεπιφάνειες και για όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις φόρτισης. Κάθε περίπτωση κατακόρυφου φορτίου παρουσιάζει ανάλογη συμπεριφορά με αυτήν του Σχήματος 7.2.1. Δηλαδή ο δυναμικός συντελεστής τριβής παίρνει μεγαλύτερες τιμές καθώς αυξάνεται η fractal διάσταση της επιφάνειας, ανεξαρτήτως της ανάλυσης. Ακόμη, οι διαφορές στις τιμές του συντελεστή είναι πιο έντονες στις ανώτερες επαναλήψεις επειδή λαμβάνονται υπόψη αιχμές διαφορετικής κλίμακας. Από τη σύγκριση των διαγραμμάτων προκύπτει ότι όσο αυξάνει η τιμή του κατακόρυφου φορτίου, τόσο μικρότερες διακυμάνσεις υπάρχουν στις τιμές του δυναμικού συντελεστή τριβής ανεξάρτητα από την fractal διάσταση της διεπιφάνειας. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για μεγάλα κατακόρυφα φορτία έχουμε έντονη πλαστικοποίηση των αιχμών και κατά συνέπεια μειωμένη επιρροή της τραχύτητας στις τιμές του δυναμικού συντελεστή τριβής.



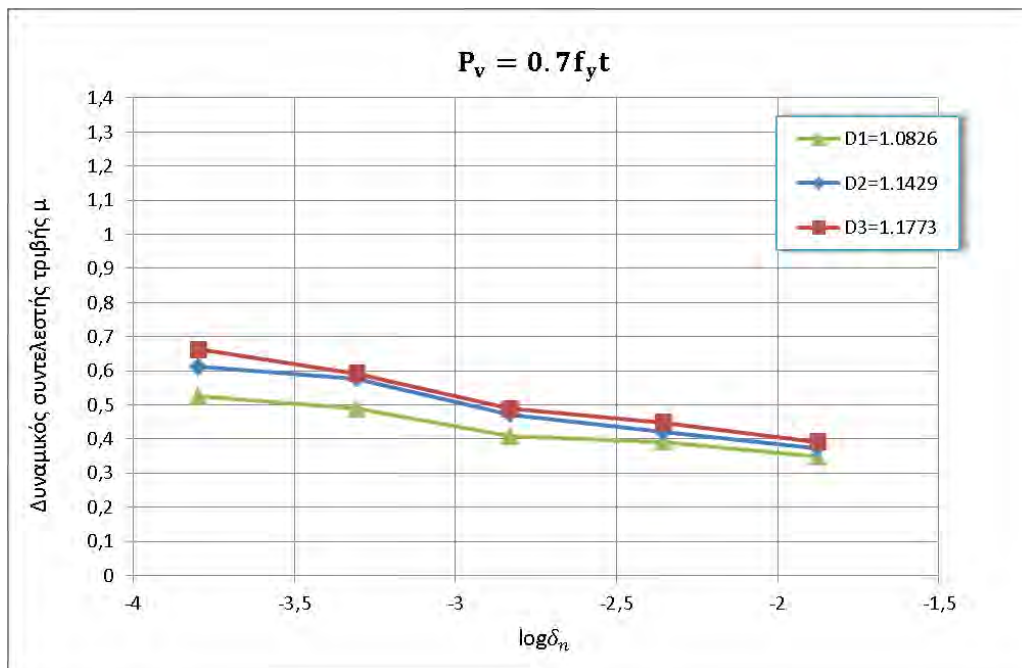
Σχήμα 7.2.2: Ο δυναμικός συντελεστής τριβής σε σχέση με την ανάλυση για τις τρεις διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.4f_y t$.



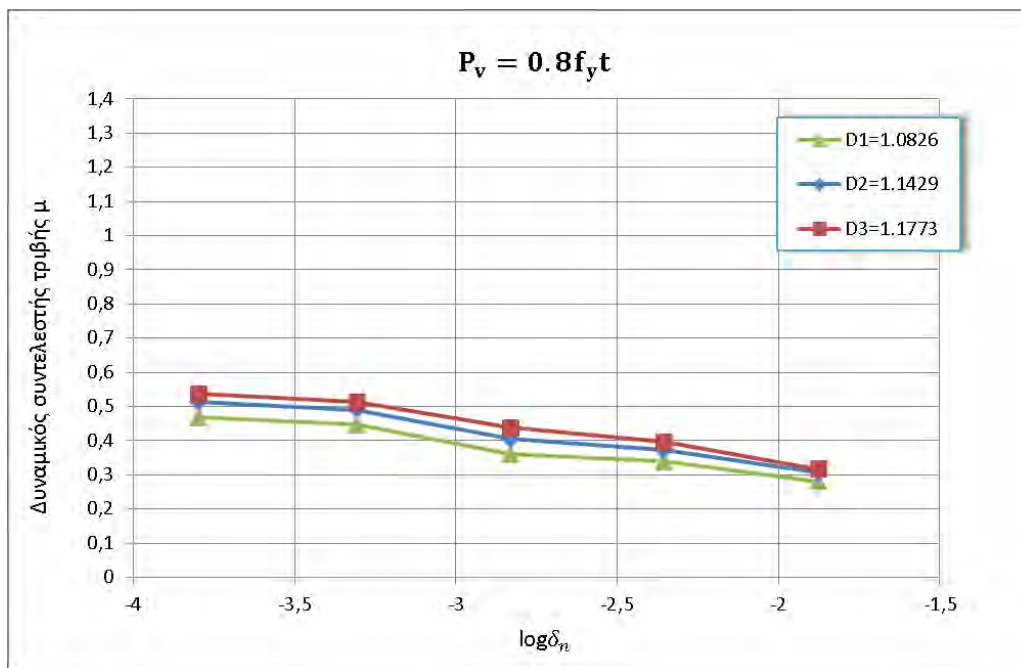
Σχήμα 7.2.3: Ο δυναμικός συντελεστής τριβής σε σχέση με την ανάλυση για τις τρεις διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.5f_y t$.



Σχήμα 7.2.4: Ο δυναμικός συντελεστής τριβής σε σχέση με την ανάλυση για τις τρεις διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.6f_y t$.



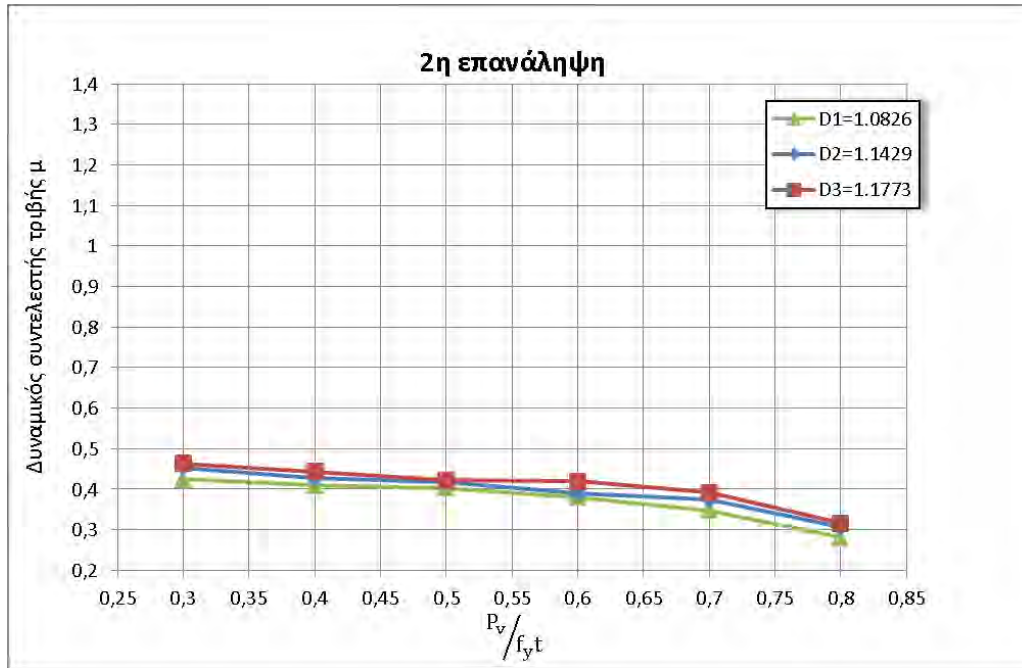
Σχήμα 7.2.5 Ο δυναμικός συντελεστής τριβής σε σχέση με την ανάλυση για τις τρεις διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.7f_y t$.



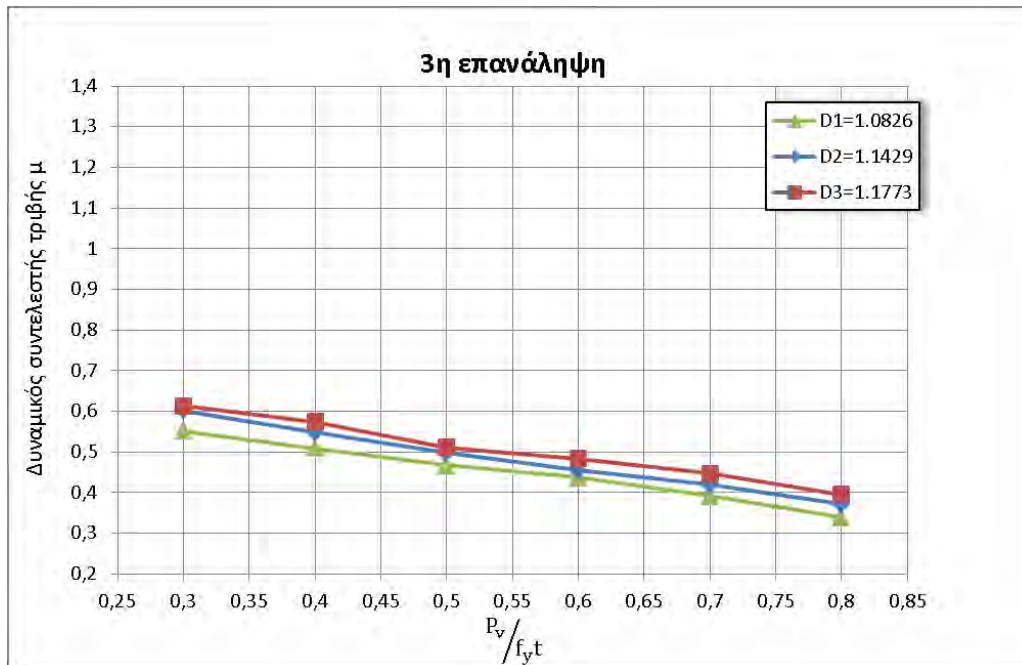
Σχήμα 7.2.6: Ο δυναμικός συντελεστής τριβής σε σχέση με την ανάλυση για τις τρεις διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v=0.8f_y t$.

7.3 Επιρροή της fractal διάστασης στον δυναμικό συντελεστή τριβής για τις διαφορετικές περιπτώσεις κατακόρυφης φόρτισης

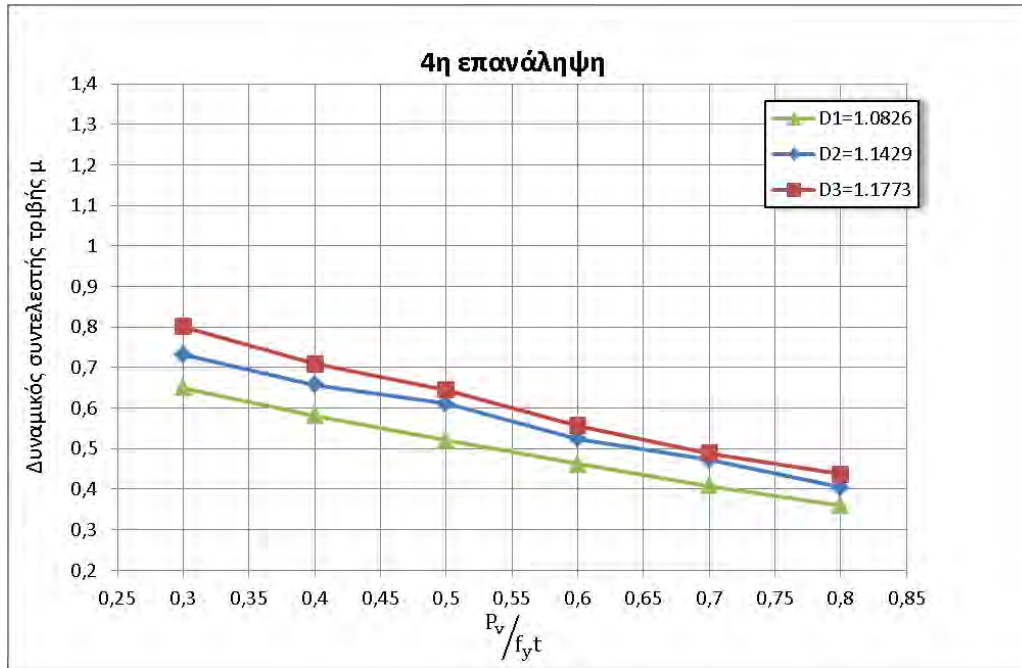
Στην παράγραφο αυτή μελετάται η μεταβολή του δυναμικού συντελεστή τριβής συναρτήσει του κατακόρυφου φορτίου, για τις τρεις διαφορετικές διεπιφάνειες (Σχήματα 7.3.1 έως 7.3.5). Είναι φανερό ότι για την ίδια ανάλυση της διεπιφάνειας, ο δυναμικός συντελεστής τριβής παίρνει μεγαλύτερες τιμές με την αύξηση της fractal διάστασης της διεπιφάνειας. Έτσι για την ίδια τιμή κατακόρυφου φορτίου και για την ίδια ανάλυση, η διεπιφάνεια με fractal διάσταση $D=1.1773$ εμφανίζει τον μεγαλύτερο συντελεστή τριβής. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς μεγαλύτερη fractal διάσταση σημαίνει εντονότερη κλίση των αιχμών της διεπιφάνειας και κατά συνέπεια μεγαλύτερη αντίσταση στην οριζόντια μετατόπιση. Από τη μελέτη των διαγραμμάτων 7.3.1 έως 7.3.5 γίνεται φανερό πως η επιρροή της fractal διάστασης της διεπιφάνειας είναι εντονότερη στις ανώτερες επαναλήψεις και στις περιπτώσεις όπου το κατακόρυφο φορτίο δεν είναι μεγάλο ώστε να οδηγήσει σε έντονες πλαστικοποιήσεις της διεπιφάνειας. Στις περιπτώσεις αυτές, η ακριβής προσομοίωση της τραχύτητας επηρεάζει σημαντικά την τιμή του δυναμικού συντελεστή τριβής.



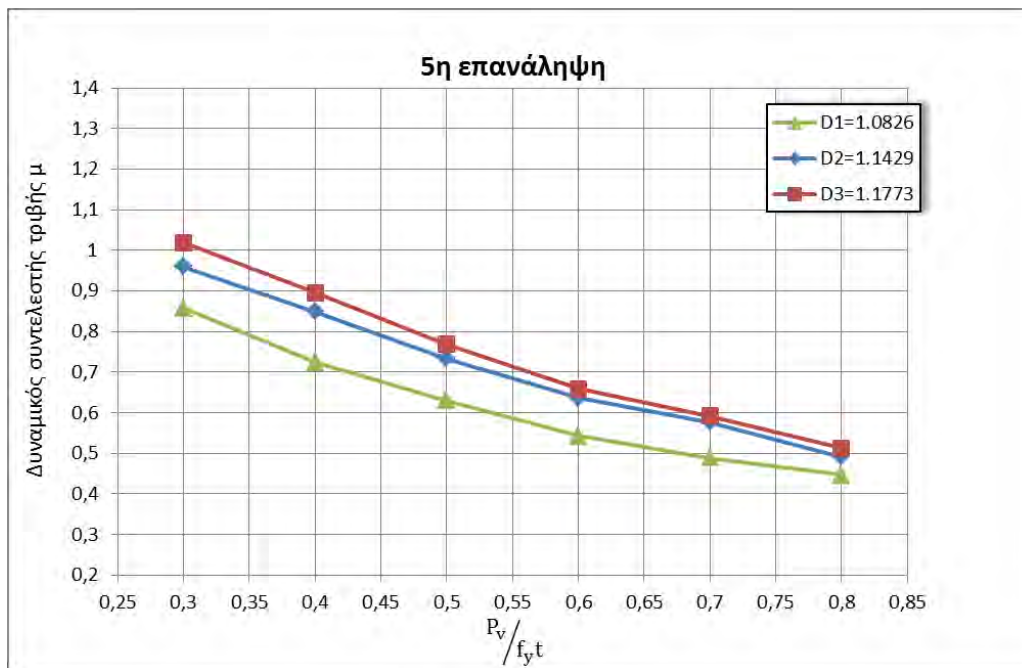
Σχήμα 7.3.1: Μεταβολές στον δυναμικό συντελεστή τριβής σε συνάρτηση με το κατακόρυφο φορτίο για την 2^η ανάλυση των τριών διεπιφανειών.



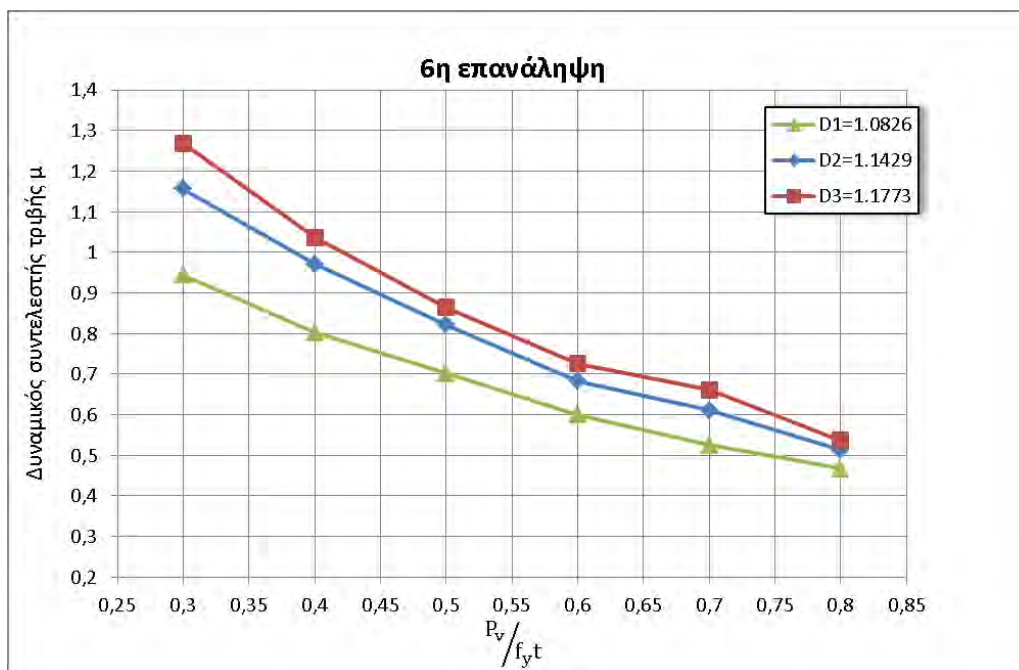
Σχήμα 7.3.2: Μεταβολές στον δυναμικό συντελεστή τριβής σε συνάρτηση με το κατακόρυφο φορτίο για την 3^η ανάλυση των τριών διεπιφανειών.



Σχήμα 7.3.3: Μεταβολές στον δυναμικό συντελεστή τριβής σε συνάρτηση με το κατακόρυφο φορτίο για την 4^η ανάλυση των τριών διεπιφανειών.



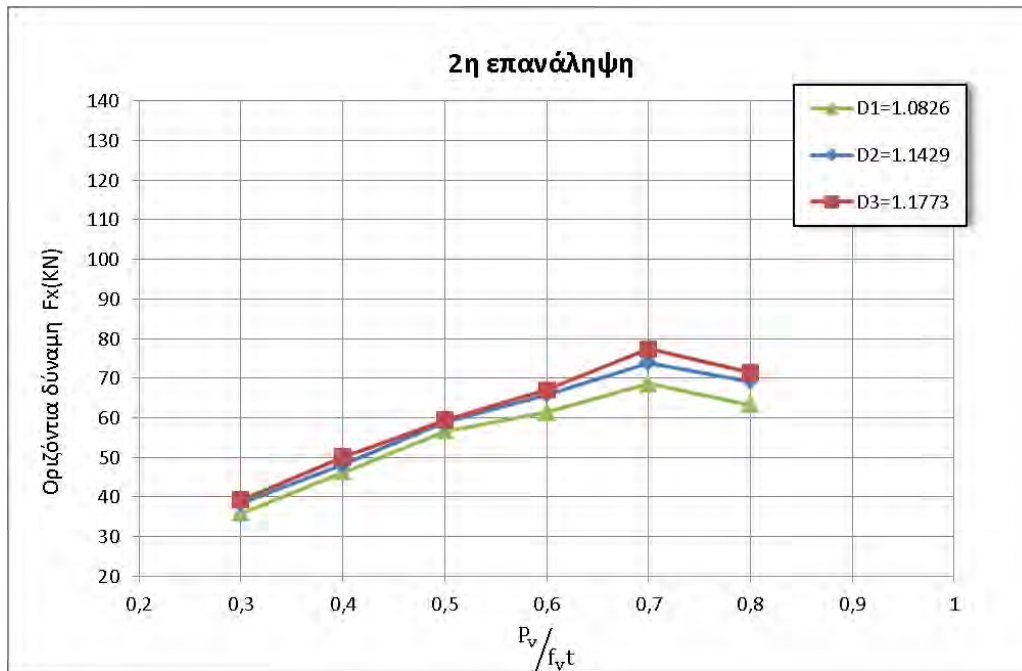
Σχήμα 7.3.4: Μεταβολές στον δυναμικό συντελεστή τριβής σε συνάρτηση με το κατακόρυφο φορτίο για την 5^η ανάλυση των τριών διεπιφανειών.



Σχήμα 7.3.5: Μεταβολές στον δυναμικό συντελεστή τριβής σε συνάρτηση με το κατακόρυφο φορτίο για την 6^η ανάλυση των τριών διεπιφανειών.

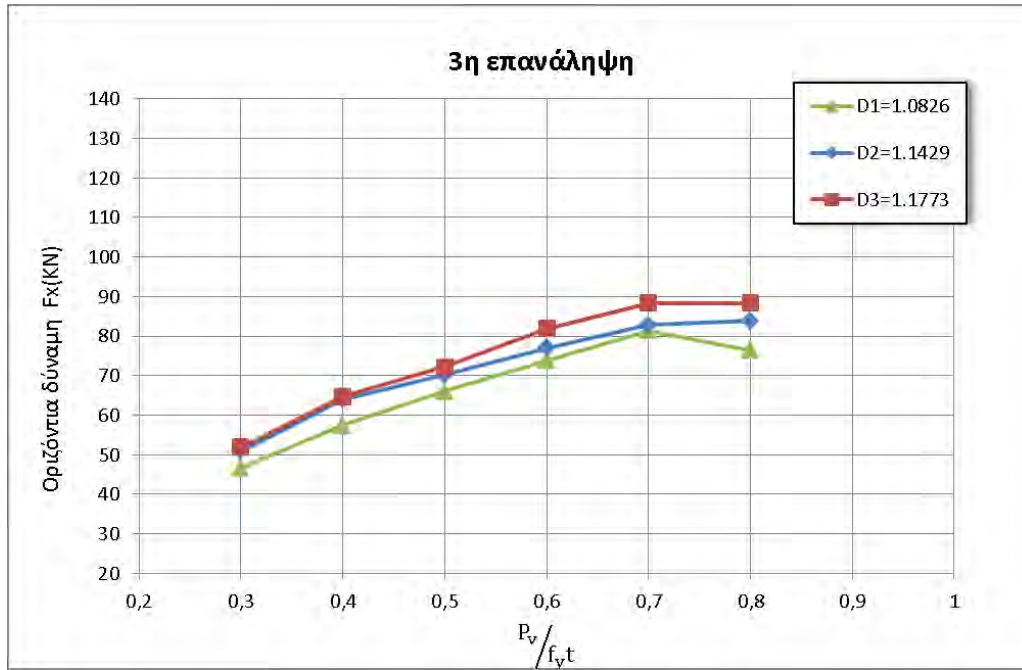
7.4 Συσχέτιση οριζόντιας δύναμης και κατακόρυφης φόρτισης για τις τρεις fractal διεπιφάνειες

Σε αυτήν την παράγραφο εξετάζεται η μεταβολή της μέγιστης οριζόντιας δύναμης συναρτήσει της κατακόρυφης φόρτισης για τις τρεις διαφορετικές διεπιφάνειες (Σχήματα 7.4.1 έως 7.4.5). Κάθε Σχήμα αναφέρεται στην ίδια ανάλυση των τριών διεπιφανειών. Το Σχήμα 7.4.1 απεικονίζει τη μεταβολή της μέγιστης οριζόντιας δύναμης με το κατακόρυφο φορτίο, για την δεύτερη ανάλυση των τριών διεπιφανειών. Από τη μελέτη του διαγράμματος γίνεται φανερό ότι καθώς αυξάνεται η fractal διάσταση της διεπιφάνειας αυξάνεται και η τιμή της οριζόντιας δύναμης. Κάτι τέτοιο ήταν αναμενόμενο αφού όσο αυξάνεται η fractal διάσταση αυξάνεται το ύψος των αιχμών στην διεπιφάνεια, προβάλλοντας έτσι μεγαλύτερη αντίσταση στην οριζόντια μετακίνηση μεταξύ των σωμάτων. Επίσης, όπως είναι αναμενόμενο, παρατηρείται αύξηση της οριζόντιας δύναμης με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου. Όταν το κατακόρυφο φορτίο πάρει μεγάλες τιμές, η κατασκευή της οποίας διεπιφάνεια αντιστοιχεί στην δεύτερη ανάλυση πλαστικοποιείται πλήρως και στις τρεις περιπτώσεις των διεπιφανειών, με αποτέλεσμα τη μείωση στην τιμή της οριζόντιας δύναμης.

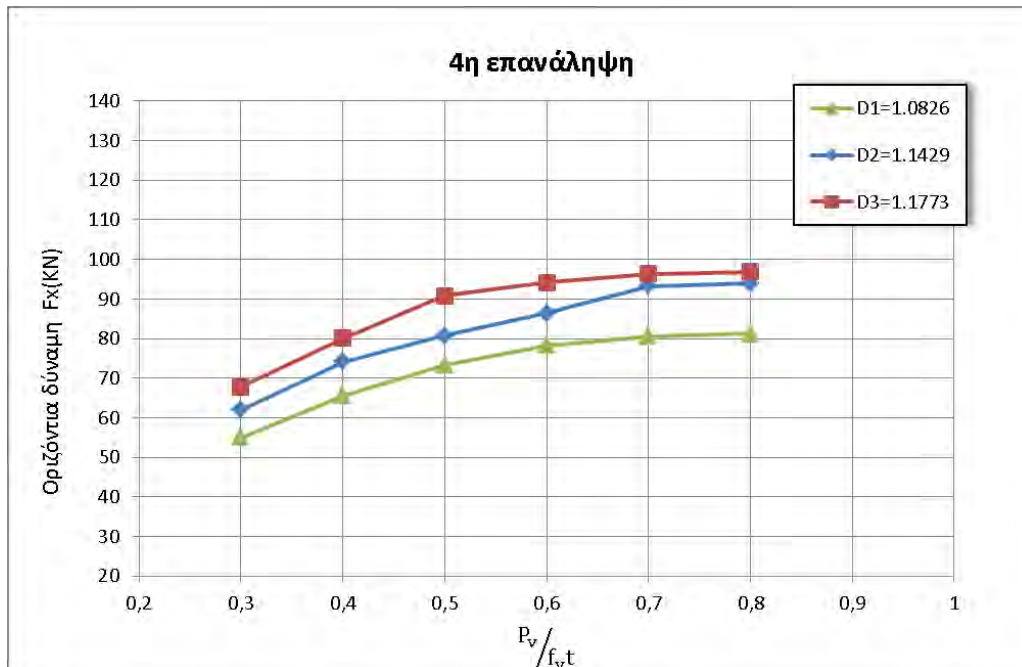


Σχήμα 7.4.1: Μεταβολές στην οριζόντια δύναμη σε σχέση με το κατακόρυφο φορτίο για την 2^η ανάλυση των διεπιφανειών.

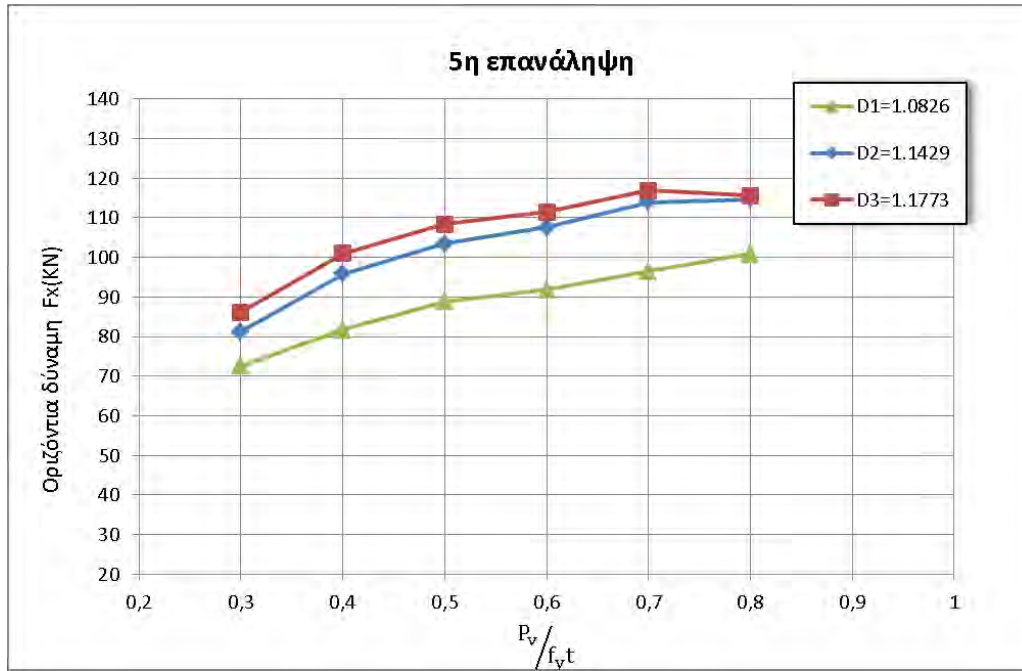
Στη συνέχεια παρατίθενται τα διαγράμματα της οριζόντιας δύναμης συναρτήσει της κατακόρυφης φόρτισης για τις τρεις διεπιφάνειες, για τις ανώτερες αναλύσεις. Κάθε διάγραμμα παρουσιάζει ανάλογη συμπεριφορά, δηλαδή η τιμή της οριζόντιας δύναμης αυξάνεται καθώς μεγαλώνει η fractal διάσταση της διεπιφάνειας. Αξίζει να σημειωθεί ότι καθώς πηγαίνουμε σε ανώτερες αναλύσεις, αυξάνεται η διαφορά μεταξύ των τιμών των οριζοντίων δυνάμεων από διεπιφάνεια σε διεπιφάνεια. Δηλαδή καθώς λαμβάνονται αιχμές από διαφορετικές κλίμακες, παρατηρούμε ότι η fractal διάσταση της διεπιφάνειας επηρεάζει περισσότερο την τιμή της οριζόντιας δύναμης.



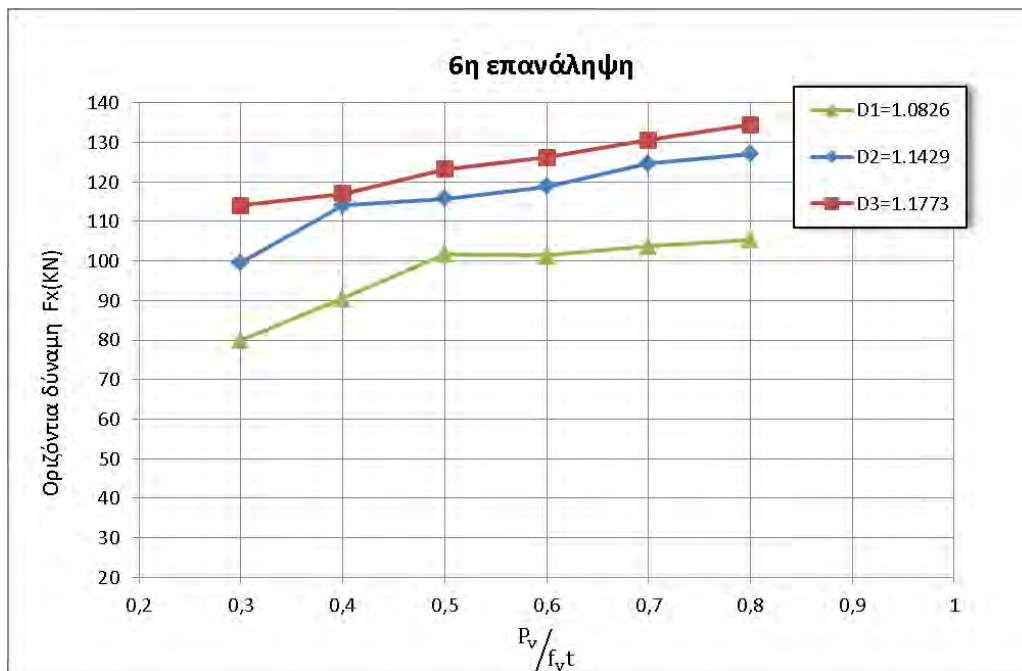
Σχήμα 7.4.2: Μεταβολές στην οριζόντια δύναμη σε σχέση με το κατακόρυφο φορτίο για την 3^η ανάλυση των διεπιφανειών.



Σχήμα 7.4.3: Μεταβολές στην οριζόντια δύναμη σε σχέση με το κατακόρυφο φορτίο για την 4^η ανάλυση των διεπιφανειών.



Σχήμα 7.4.4: Μεταβολές στην οριζόντια δύναμη σε σχέση με το κατακόρυφο φορτίο για την 5^η ανάλυση των διεπιφανειών.



Σχήμα 7.4.5: Μεταβολές στην οριζόντια δύναμη σε σχέση με το κατακόρυφο φορτίο για την 6^η ανάλυση των διεπιφανειών.



8^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η μελέτη της επιρροής της τραχύτητας που εμφανίζουν μεταλλικές διεπιφάνειες και του κατακόρυφου φορτίου, στον συντελεστή τριβής κατασκευών που υπόκεινται σε κυκλική φόρτιση. Η προσομοίωση της τραχύτητας των μεταλλικών διεπιφανειών έγινε με την χρήση fractal γεωμετρίας και μελετήθηκε η επιρροή της ανάλυσης και της fractal διάστασης των διεπιφανειών στον δυναμικό συντελεστή τριβής. Η οριζόντια διέγερση ήταν ημιτονοειδής και οι τιμές του κατακόρυφου φορτίου μεταβάλλονταν προκειμένου να μελετηθεί η επιρροή του. Τα εξαγόμενα αποτελέσματα μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- Η τραχύτητα της διεπιφάνειας επηρεάζει άμεσα τον δυναμικό συντελεστή τριβής. Η αυξημένη τραχύτητα της διεπιφάνειας που οφείλεται στο γεγονός ότι λαμβάνονται υπόψη αιχμές από διαφορετική κλίμακα, οδηγεί σε μεγαλύτερες τιμές του δυναμικού συντελεστή τριβής, επειδή ο μηχανισμός αλληλεμπλοκής των αιχμών σε αυτήν την περίπτωση είναι ισχυρότερος.
- Οι οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στο άνω τμήμα της κατασκευής αυξάνονται με την αύξηση της τραχύτητας, λόγω του μηχανισμού αλληλεμπλοκής των αιχμών, ο οποίος δυσκολεύει την οριζόντια μετακίνηση μεταξύ των δυο τμημάτων της κατασκευής.
- Η ανάλυση της διεπιφάνειας επηρεάζει τον τρόπο πλαστικοποίησής της. Στις χαμηλότερες αναλύσεις, οι οποίες αναφέρονται σε λιγότερο τραχιές διεπιφάνειες οι πλαστικοποιήσεις εκτείνονται σε μεγάλο πλάτος στο εσωτερικό της κατασκευής. Στις τραχύτερες διεπιφάνειες οι πλαστικοποιήσεις συμβαίνουν ομοιόμορφα σχεδόν σε όλο το μήκος της διεπιφάνειας και σε μικρό πλάτος.
- Ο δυναμικός συντελεστής τριβής επηρεάζεται άμεσα από την κατακόρυφη φόρτιση. Πιο συγκεκριμένα, καθώς αυξάνεται η τιμή του κατακόρυφου φορτίου, μειώνεται η τιμή του συντελεστή τριβής, λόγω των πλαστικοποιήσεων που συμβαίνουν και ευνοούν την σχετική ολίσθηση των σωμάτων. Ο ρυθμός μείωσης του δυναμικού συντελεστή τριβής αυξάνεται καθώς λαμβάνονται υπόψη αιχμές από διαφορετικές κλίμακες, διότι οι πλαστικοποιήσεις εκτείνονται σε όλο το μήκος της διεπιφάνειας.
- Όπως ήταν αναμενόμενο, οι οριζόντιες δυνάμεις αυξάνονται με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου.
- Ο δυναμικός συντελεστής τριβής σχετίζεται άμεσα με την fractal διάσταση της διεπιφάνειας. Για την ίδια ανάλυση, η αύξηση της fractal διάστασης της



διεπιφάνειας οδηγεί σε μεγαλύτερες τιμές του δυναμικού συντελεστή τριβής.

- Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι για διεπιφάνειες με μεγάλη fractal διάσταση πρέπει να λαμβάνονται υπόψη ανώτερες αναλύσεις για την περιγραφή του φαινομένου της τριβής. Η επιρροή της fractal διάστασης στο φαινόμενο της τριβής είναι ιδιαίτερα έντονη στις περιπτώσεις όπου οι τιμές του κατακόρυφου φορτίου είναι μικρές.



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Chang, W.R., Etsion, I., Bogy, D.B., 1987. An elastic–plastic contact model for the contact of rough surfaces. *ASME J. Trib.* 109, 257–263.
- [2] Chang, W.R., Etsion, I., Bogy, D.B., 1988. Static friction coefficient model for metallic rough surfaces. *ASME J. Trib.* 110, 57–63.
- [3] Kogut, L., Etsion, I., 2004. A static friction model for elastic–plastic contacting rough surfaces. *Asme J. Tribol.* 126, 34–40.
- [4] Majumdar and Buhushan, B. (1990), ‘Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces’, *Trans ASME J. Tribology*, Vol. 112, pp. 205-216.
- [5] Mandelbrot, B. (1967), ‘How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension’, *Science*, Vol. 155, pp. 636-8.
- [6] Mandelbrot, B. (1982), *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman and Co., N. York.
- [7] Takayasu, H. (1990), *Fractals in the Physical Sciences*, Manchester Univ. Press, Manchester.
- [8] Peitgen, H.O. and Saupe, D. (eds) (1988), *The Science of Fractal Images*, Springer Verlag, N. York
- [9] Feder, J. (1988), *Fractals*, Plenum Press, New York.
- [10] Fleischmann, M. (eds) (1990), *Fractals in Natural Sciences*, Princeton University Press, Princeton.
- [11] Crilly, A.J., Earnshaw, R.A., Jones, H. (eds) (1991). *Fractals and Chaos*, Springer Verlag, N. York, Berlin.
- [12] Falconer, K. (1990), *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, John Wiley, Chichester.
- [13] Borodich, F.M. and Onishchenko, D.A., (1999), ‘Similarity and fractality in the modelling of roughness by a multilevel profile with hierarchical structure’, *Solids and Structures*, 36(17), pp. 2585-614
- [14] Chen, Ching-Ju, Lee, Tzong-Yeang, Huang, Y.M., and Lai, Fu-Jou (2009), ‘Extraction of characteristic points and its fractal reconstruction for terrain profile data’, *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 39, pp. 1732-1743.



- [15] Xie, H. (1991), Fractal nature on damage evolution of rock materials, 2nd International Symposium of Mining Technology and Science, CUMT Press.
- [16] Barnsley, M. (1988), Fractals Everywhere, Academic Press, Boston-N. York
- [17] Saouma, V.C.B. and Gamaleldin, N. (1990), Fractal characterization of fracture surfaces in concrete, Eng. Fract. Mech. , Vol. 35, pp. 47-53.
- [18] Majumdar, A. and Tien, C.L. (1990), 'Fractal characterization and simulation of rough surfaces', Wear, Vol. 136, pp. 313-327.
- [19] Goerke D. and Willner, K.(2008), 'Normal contact of fractal surfaces - Experimental and numerical investigation', Wear, Vol. 264, pp. 589-598.
- [20] Panagiotopoulos , P.D. and Panagouli, O.K. (1997), 'Fractal geometry in contact mechanics and numerical applications', in Carpintieri, A.and Mainardi, F. (Ed.), CISMBook on Scaling, Fractals and Fractional Calculus in Continuum Mechanics, Springer Verlag, pp. 109-171.
- [21] Mistakidis, E.S. and Panagouli, O.K. (2002), 'Strength evaluation of retrofit shear wall elements with interfaces of fractal geometry', Engineering Structures, Vol. 24, pp. 649-659.
- [22] Mistakidis, E.S. and Panagouli, O.K. (2003), 'Friction evolution as a result of roughness in fractal interfaces', Engineering Computations, Vol. 20 No. 1, pp.40-57.
- [23] O.K. Panagouli, E.S. Mistakidis (2010), Dependence of contact of contact area on the resolution of fractal interfaces in elastic and inelastic problems', Engineering Computations.
- [24] Olympia K. Panagouli , Kyriaki Iordanidou, O.K. (2013), 'Dependence of friction coefficient on the resolution and fractal dimension of metallic fracture surfaces'. International Journal of Solids and Structures.
- [25] Olympia K. Panagouli , Konstantina Mastrodimou, O.K. (2015), 'Dynamic Friction Coefficient Of Metallic Fracture Interfaces With Fractal Geometry'. 8th GRACM International Congress on Computational Mechanics