



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας – Πολυτεχνική Σχολή –
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

ΜΠΙΖΑΣ ΛΑΜΠΡΟΣ

Τουριστικός οδηγός λογισμικό βελτιστοποίησης

Επιβλέπων καθηγητής

Δρ. ΓΕΩΡΓΙΟΣ Κ.Δ. ΣΑΧΑΡΙΔΗΣ

ΒΟΛΟΣ 2015

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Κοζανίδης Γεώργιος, Επίκουρος Καθηγητής

Λυμπερόπουλος Γεώργιος, Καθηγητής

Σαχαρίδης Γεώργιος, Επίκουρος Καθηγητής (επιβλέπων καθηγητής)

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η διπλωματική εργασία που ακολουθεί αναφέρεται στην προσέγγιση λύσης στο πρόβλημα του τουριστικού οδηγού, όπου ένας χρήστης εξετάζει ποια σημεία ενδιαφέροντος θα επισκεφτεί ώστε να μεγιστοποιήσει την ικανοποίησή του. Στη μελέτη αυτή παρουσιάζεται η γενική περιγραφή του προβλήματος μαζί με ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα. Επίσης, γίνεται αναφορά στο συνδυασμό προβλημάτων που αποτελούν το πρόβλημα, γίνεται βιβλιογραφική ανασκόπηση για τα προβλήματα αυτά και αναφέρονται ορισμένες πρακτικές εφαρμογές τους. Το βασικό μέρος της παρούσας μελέτης είναι η αναλυτική περιγραφή και η υλοποίηση μοντέλων και ευρετικών μεθόδων που επιλύουν το πρόβλημα. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν μοντέλα μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού για την υλοποίηση των μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων, όπως επίσης και ορισμένοι ευρετικοί αλγόριθμοι. Ένα από τα σημαντικότερα τμήματα αυτής της διπλωματικής εργασίας, είναι η παρουσίαση των αποτελεσμάτων για κάθε μία προσέγγιση και η ανάλυση των χαρακτηριστικών τους λαμβάνοντας υπ' όψιν την τιμή αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης. Τέλος, παρουσιάζεται το λογισμικό που αναπτύχθηκε για την εισαγωγή των δεδομένων από το χρήστη και η λύση από κάθε μοντέλο και κάθε ευρετική μέθοδο, η οποία απεικονίζει ποια σημεία θα επισκεφτεί ο χρήστης.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της εργασίας Κο Γεώργιο Κ.Δ. Σαχαρίδη, λέκτορα του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, για την βοήθεια, τις γνώσεις, την παρότρυνση αλλά και για τις πολύτιμες συμβουλές κατά την εκπόνηση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

Ακόμη, ευχαριστώ όλους τους φίλους μου για την συμπαράσταση, την ανοχή όλο το διάστημα της εργασίας καθώς και τη βοήθεια που λίγο πολύ όλοι μου προσέφεραν. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για όλα τα εφόδια που μου έχει προσφέρει και για την συνεχή υποστήριξή τους.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ.....	3
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	5
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ.....	7
ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ.....	11
ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	12
ΛΙΣΤΑ ΑΚΡΩΝΥΜΙΩΝ.....	14
1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	15
1.1 Εισαγωγή.....	15
1.2 Περιγραφή προβλήματος.....	15
1.3 Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα (TSPTW).....	16
1.4 Το πρόβλημα του σακιδίου.....	16
1.5 Ανάλυση παραδείγματος.....	17
1.6 Επίλογος.....	19
2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ.....	21
2.1 Εισαγωγή.....	21
2.2 Περιγραφή επιστημονικών δημοσιεύσεων.....	21
2.2.1 Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα (TSPTW).....	21
2.2.2 Το πρόβλημα του σακιδίου (knapsack).....	23
2.3 Επίλογος.....	25
3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ.....	27
3.1 Εισαγωγή.....	27
3.2 Πρώτη προσέγγιση: Μαθηματικό Μοντέλο Τουριστικού οδηγού (ΜΜΤΟ).....	27
3.3 Δεύτερη προσέγγιση: Ανανεωμένο Μαθηματικό Μοντέλο Τουριστικού Οδηγού (ΜΜΤΟ2).....	31
3.4 Τρίτη Προσέγγιση: χρήση αλγορίθμου “Floyd- Warshall”.....	33
3.5 Τέταρτη προσέγγιση: διαχωρισμός του προβλήματος σε δύο μικρότερα.....	35
3.5.1 Μοντέλο σακιδίου (knapsack).....	35

3.5.2	Προσθήκη όρων στην αντικειμενική συνάρτηση.....	38
3.5.3	Τελική επιλογή σημείων.....	38
3.6	Πέμπτη προσέγγιση: Διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου.....	39
3.7	Επίλογος.....	39
4	ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	41
4.1	Εισαγωγή.....	41
4.2	Μέθοδοι επίλυσης.....	41
4.3	Παρουσίαση αποτελεσμάτων.....	42
4.3.1	Αποτελέσματα πρώτης και δεύτερης προσέγγισης.....	42
4.3.2	Αποτελέσματα τρίτης προσέγγισης.....	43
4.3.3	Αποτελέσματα τέταρτης προσέγγισης.....	44
4.3.4	Αποτελέσματα πέμπτης προσέγγισης.....	47
4.4	Επίλογος.....	48
5	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	49
5.1	Εισαγωγή.....	49
5.2	Σύγκριση αποτελεσμάτων διαφορετικών προσεγγίσεων επίλυσης.....	49
5.3	Σύγκριση αποτελεσμάτων τέταρτης προσέγγισης.....	52
5.4	Σύγκριση αποτελεσμάτων πέμπτης προσέγγισης.....	55
5.5	Επίλογος.....	56
6	ΕΠΙΛΟΓΟΣ.....	57
7	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	59
7.1	Αλγόριθμος “Floyd- Warshall”.....	59
7.2	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ TOURISTIC GUIDE.....	59
7.2.1	Εισαγωγή.....	59
7.2.2	Λειτουργία PROFILE.....	61
7.2.3	Λειτουργία SITES.....	62
7.2.4	Λειτουργία ACTIVITIES.....	65

7.2.5	Λειτουργία RUN	66
7.3	Λύσεις προσεγγίσεων	67
7.3.1	Λύσεις πρώτης και δεύτερης προσέγγισης	81
7.3.2	Δεδομένα και λύσεις τρίτης προσέγγισης	81
7.3.3	Λύσεις τέταρτης προσέγγισης	86
7.3.4	Λύσεις πέμπτης προσέγγισης	95
8	BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	97

ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1-1:	Χάρτης σημείων ενδιαφέροντος	18
Εικόνα 7-1:	κύρια φόρμα λογισμικού	60
Εικόνα 7-2:	φόρμα ερωτήσεων για τη δημιουργία του προφίλ χρήστη	61
Εικόνα 7-3:	φόρμα σημείων ενδιαφέροντος	62
Εικόνα 7-4:	φόρμα ομάδας σημείων ενδιαφέροντος	63
Εικόνα 7-5:	φόρμα σημείου ενδιαφέροντος	64
Εικόνα 7-6:	φόρμα εισαγωγής μέγιστου αριθμού από κάθε κατηγορία	65
Εικόνα 7-7:	φόρμα αποτελεσμάτων	66
Εικόνα 7-8:	Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=1$ και $b=0$	88
Εικόνα 7-9:	Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=100$ και $b=0$	88
Εικόνα 7-10:	Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=300$ ή $a=500$ και $b=0$	89
Εικόνα 7-11:	Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=800$ και $b=0$	89
Εικόνα 7-12:	Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=900$ ή $a=1000$ ή $a=1250$ και $b=0$	90
Εικόνα 7-13:	Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=1$ και $b=-1$	90
Εικόνα 7-14:	Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=500$ και $b=-1$ ή $b=-10$ ή $b=-13,5$ ή $b=-20$ και για $a=800$ και $b=-1$	91
Εικόνα 7-15:	Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=1$ και $b=-10$	91
Εικόνα 7-16:	Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=1$ και $b=-20$	92
Εικόνα 7-17:	Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=1$ και $b=13,5$	92

Εικόνα 7-18: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=300$ και $b=13,5$	93
Εικόνα 7-19: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=750$ ή $a=1000$ και $b=13,5$	93
Εικόνα 7-20: Αποτελέσματα από την διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για τιμές των συντελεστών $a=-1$ και $b=0$	95
Εικόνα 7-21: Αποτελέσματα από την διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για τιμές των συντελεστών $a=-1$ και $b=-1$	96
Εικόνα 7-22: Αποτελέσματα από την διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για τιμές των συντελεστών $a=-1$ και $b=13,5$	96

ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1-1: Ταχύτητα μετάβασης μεταξύ δύο σημείων για κάθε μέσο μεταφοράς	19
Πίνακας 1-2: Κόστος μετάβασης μεταξύ δύο σημείων για κάθε μέσο μεταφοράς.....	19
Πίνακας 3-1: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το μαθηματικό μοντέλο τουριστικού οδηγού (MMTO)	29
Πίνακας 3-2 : Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το ανανεωμένο μοντέλο τουριστικού οδηγού (MMTO2)	32
Πίνακας 3-3: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το προσαρμοσμένο μοντέλο του σακιδίου (knapsack) στο πρόβλημα του τουριστικού οδηγού.	36
Πίνακας 4-1: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για την πρώτη και δεύτερη προσέγγιση του προβλήματος του τουριστικού οδηγού.....	43
Πίνακας 4-2: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για την τρίτη προσέγγιση του προβλήματος του τουριστικού οδηγού	44
Πίνακας 4-3: Παρουσίαση αποτελεσμάτων της τέταρτης προσέγγισης για διαφορετικές τιμές του συντελεστή a στο μοντέλο του σακιδίου.....	45
Πίνακας 4-4: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για αρνητικές τιμές του συντελεστή b	46
Πίνακας 4-5: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για θετικές τιμές του συντελεστή b	47
Πίνακας 4-6: Παρουσίαση αποτελεσμάτων πέμπτης προσέγγισης.....	48
Πίνακας 5-1: Αποτελέσματα μαθηματικών μοντέλων και ευρετικών τρόπων επίλυσης	50
Πίνακας 5-2: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης και υπολογιστικού χρόνου της πρώτης προσέγγισης με τις υπόλοιπες προσεγγίσεις.....	51

Πίνακας 5-3: Παρουσίαση αποτελεσμάτων της τέταρτης προσέγγισης για διαφορετικές τιμές των συντελεστών a και b	53
Πίνακας 5-4: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς της τιμής της ικανοποίησης του χρήστη και υπολογιστικού χρόνου της τέταρτης προσέγγισης με τιμές στους συντελεστές $a=1$ και $b=0$ σε σχέση με τις υπόλοιπες τιμές των συντελεστών	54
Πίνακας 5-5: Παρουσίαση αποτελεσμάτων της πέμπτης προσέγγισης για $a=1$ και διαφορετικές τιμές του συντελεστή b	55
Πίνακας 5-6: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς της τιμής της ικανοποίησης του χρήστη και υπολογιστικού χρόνου της πέμπτης προσέγγισης με τιμές στους συντελεστές $a=1$ και $b=-1$ σε σχέση με τις υπόλοιπες τιμές του συντελεστή b	55
Πίνακας 7-1: Αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενδιαφέροντος (1)	67
Πίνακας 7-2: Αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενδιαφέροντος (2)	68
Πίνακας 7-3: Αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενδιαφέροντος (3)	69
Πίνακας 7-4: Αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενδιαφέροντος (4)	70
Πίνακας 7-5: Αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενδιαφέροντος (5)	71
Πίνακας 7-6: Αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενδιαφέροντος (6)	72
Πίνακας 7-7: Αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενδιαφέροντος (7)	73
Πίνακας 7-8: Αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενδιαφέροντος (8)	74
Πίνακας 7-9: Βαθμός ικανοποίησης κάθε σημείου ενδιαφέροντος	75
Πίνακας 7-10: Χρονική στιγμή ανοίγματος χρονικού παραθύρου κάθε σημείου ενδιαφέροντος	76
Πίνακας 7-11: Χρονική στιγμή κλεισίματος χρονικού παραθύρου κάθε σημείου ενδιαφέροντος	77
Πίνακας 7-12: Κόστος επίσκεψης κάθε σημείου ενδιαφέροντος	78
Πίνακας 7-13: Χρόνος επίσκεψης κάθε σημείου ενδιαφέροντος	79
Πίνακας 7-14: Κατηγορία στην οποία ανήκει το κάθε σημείο ενδιαφέροντος	80
Πίνακας 7-15: Λύσεις πρώτης και δεύτερης προσέγγισης	81
Πίνακας 7-16: Κόστος για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων με το μέσο μεταφοράς 2	82
Πίνακας 7-17: Χρόνος για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων με το μέσο μεταφοράς 1	82
Πίνακας 7-18: Χρόνος για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων με το μέσο μεταφοράς 2	83
Πίνακας 7-19: Χρόνος για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων με το μέσο μεταφοράς 3	83
Πίνακας 7-20: Δεδομένα τυχαίου παραδείγματος	84
Πίνακας 7-21: Κόστος μετάβασης μεταξύ δύο κόμβων μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου Floyd-Warshall	85
Πίνακας 7-22: Χρόνος μετάβασης μεταξύ δύο κόμβων μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου Floyd-Warshall	85

Πίνακας 7-23: Ενδιάμεσοι κόμβοι για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου Floyd- Warshall.....	86
Πίνακας 7-24: Λύσεις τρίτης προσέγγισης.....	86
Πίνακας 7-25: Αποτελέσματα από την εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για διαφορετικές τιμές των συντελεστών a και b.	87
Πίνακας 7-26: Λύσεις τέταρτης προσέγγισης.....	94
Πίνακας 7-27: Αποτελέσματα από την διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για διαφορετικές τιμές των συντελεστών a και b.	95

ΛΙΣΤΑ ΑΚΡΩΝΥΜΙΩΝ

TSPTW	Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα
MILP	Πρόβλημα μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού
TSP	Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή

1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

1.1 Εισαγωγή

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο παρουσιάζεται η περιγραφή του προβλήματος του τουριστικού οδηγού. Στη συνέχεια, θα δοθεί ένα ρεαλιστικό παράδειγμα το οποίο θα βοηθήσει στην ανάπτυξη μοντέλων που θα βελτιστοποιήσουν το συγκεκριμένο πρόβλημα.

1.2 Περιγραφή προβλήματος

Αυτή η εργασία εκπονήθηκε με σκοπό τη δημιουργία ενός μοντέλου υποστήριξης αποφάσεων, που έχει ως στόχο τη βελτιστοποίηση του βαθμού ικανοποίησης του χρήστη, μέσω ενός τουριστικού οδηγού. Η βελτιστοποίηση επιτυγχάνεται με την μεγιστοποίηση του αθροίσματος του βαθμού ικανοποίησης του χρήστη από κάθε σημείο ενδιαφέροντος το οποίο θα επισκεπτεται. Το αποτέλεσμα που θα προκύψει θα παρουσιάζει τα σημεία στα οποία θα επισκεφτεί ο χρήστης, όπως επίσης, και τη σειρά με την οποία θα τα επισκεφθεί.

Τα δεδομένα του μοντέλου χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τα στατικά δεδομένα που είναι ίδια για όλους τους χρήστες και τα δεδομένα που εισάγει ο χρήστης. Στα στατικά δεδομένα ανήκει ένα δίκτυο από σημεία ενδιαφέροντος, όπως για παράδειγμα αξιοθέατα, μουσεία, διάφορες δραστηριότητες και εστιατόρια. Επίσης, στα στατικά δεδομένα ανήκουν τα χρονικά παράθυρα λειτουργίας του κάθε σημείου ενδιαφέροντος, η γενική κατηγορία του κάθε σημείου, το κόστος και ο χρόνος επίσκεψης του, όπως και ο χρόνος και το κόστος για τη μετάβαση από ένα σημείο ενδιαφέροντος σε ένα άλλο.

Ο κάθε χρήστης εισάγει στο σύστημα, για κάθε σημείο ενδιαφέροντος, έναν βαθμό ικανοποίησης που να τον αντιπροσωπεύει. Επίσης, ο χρήστης εισάγει στο σύστημα τα χρήματα που έχει διαθέσιμα για να ξοδέψει και το συνολικό χρόνο τον οποίο έχει στη διάθεσή του. Τέλος, εισάγει το μέγιστο αριθμό σημείων τα οποία επιθυμεί να επισκεφτεί από κάθε κατηγορία.

Έχοντας τα παραπάνω δεδομένα το μοντέλο επιστρέφει στο χρήστη ποια σημεία θα επισκεφτεί, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται ο βαθμός ικανοποίησης του. Επίσης το μοντέλο θα επιστρέψει, ως

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

αποτελέσμα, και τη σειρά με την οποία ο χρήστης θα επισκεφτεί τα σημεία αυτά έτσι ώστε ο χρήστης να μην υπερβεί τα όρια που έχει θέσει σε ότι αφορά το χρόνο και το συνολικό κόστος της περιήγησής του. Τέλος, ο χρήστης ξεκινά και τερματίζει την περιήγησή του από ένα συγκεκριμένο σημείο το οποίο θα μπορούσε, για παράδειγμα να αντιστοιχεί στο ξενοδοχείο το οποίο διαμένει.

Από την παραπάνω ανάλυση του προβλήματος γίνεται εμφανές ότι πρόκειται για ένα συνδυασμό δύο γενικών κατηγοριών προβλημάτων, του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα και του προβλήματος του σακιδίου. Ο συνδυασμός των δύο προβλημάτων προκύπτει καθώς αναζητούνται εκείνα τα σημεία που μεγιστοποιούν την ικανοποίηση του χρήστη, μέσα από ένα σύνολο σημείων χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί συνολικού κόστους και χρόνου (πρόβλημα σακιδίου) και επίσης, αναζητείται η καλύτερη διαδρομή με την οποία θα επισκεφτεί ο χρήστης αυτά τα σημεία μέσα στα χρονικά παράθυρα για το κάθε σημείο (πρόβλημα πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα).

1.3 Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα (TSPTW)

Το πρόβλημα πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα (TSPTW), εκφράζεται ως το πρόβλημα της εύρεσης της διαδρομής με το ελάχιστο κόστος για την επίσκεψη ενός αριθμού από σημεία, μία και μόνο μια φορά, όπου κάθε σημείο πρέπει να επισκεφθεί μέσα σε ένα δοθέν χρονικό παράθυρο. Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα (TSPTW) ανήκει στην κατηγορία των NP-hard προβλημάτων καθώς γενικεύει το κλασικό πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (TSP) και όπως έδειξε ο Savelsbergh (1) ακόμη και η εξεύρεση μιας εφικτής λύσης του προβλήματος είναι NP-complete.

1.4 Το πρόβλημα του σακιδίου

Το πρόβλημα του σακιδίου αποτελεί ένα από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα προβλήματα στην περιοχή του μαθηματικού προγραμματισμού. Σε όλα τα προβλήματα που ανήκουν στην οικογένεια των προβλημάτων του σακιδίου, απαιτείται η εύρεση ενός υποσυνόλου από ένα σύνολο αντικειμένων (σημείων στο πρόβλημα που εξετάζουμε), τέτοιο ώστε να μεγιστοποιείται το άθροισμα των κερδών από τα αντικείμενα που επιλέχθηκαν, χωρίς να ξεπερνιέται η χωρητικότητα του σακιδίου. Όπως και το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα που αναλύσαμε στην προηγούμενη ενότητα, έτσι

και όλα τα προβλήματα που ανήκουν στην οικογένεια των προβλημάτων του σακιδίου, ανήκουν και στην κατηγορία των NP-hard προβλημάτων.

1.5 Ανάλυση παραδείγματος

Για την λύση αυτού του προβλήματος χρησιμοποιείται ένα ρεαλιστικό παράδειγμα με 100 σημεία ενδιαφέροντος, ένα σημείο εκκίνησης, όπως είναι για παράδειγμα το ξενοδοχείο που θα διαμένει ο χρήστης. Επίσης, υπάρχουν 3 διαφορετικά μέσα μεταφοράς για τη μετάβαση από ένα σημείο ενδιαφέροντος σε ένα άλλο, με τη μετάβαση να γίνεται με το πολύ ένα από αυτά και ο χρήστης επισκέπτεται το πολύ μια φορά κάθε σημείο ενδιαφέροντος. Το ότι ο χρήστης επισκέπτεται το πολύ μια φορά το κάθε σημείο ενδιαφέροντος είναι ένας ρεαλιστικός περιορισμός που προσεγγίζει αρκετά καλά και την πραγματικότητα. Η επιλογή ενός από τα διαθέσιμα μέσα για τη μετάβαση από ένα σημείο σε ένα άλλο είναι επίσης ένας ρεαλιστικός περιορισμός, καθώς ο χρήστης χρησιμοποιεί μόνο ένα μέσο για τη μετάβαση από ένα σημείο σε ένα άλλο. Στο παράδειγμα μας, τα σημεία ενδιαφέροντος βρίσκονται στη Θεσσαλία και κατά κύριο λόγο στα αστικά κέντρα της περιοχής και φαίνονται στην παρακάτω εικόνα, όπου το αρχικό- τελικό σημείο είναι το σημείο 100 (πράσινο χρώμα) και βρίσκεται στην πόλη του Βόλου, ενώ τα σημεία ενδιαφέροντος βρίσκονται στα σημεία 0-99 (κίτρινο χρώμα).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ



Εικόνα 1-1: Χάρτης σημείων ενδιαφέροντος¹

Το πρόβλημα είναι συμμετρικό, δηλαδή οι αποστάσεις μεταξύ δύο σημείων ενδιαφέροντος i και j είναι ίσες είτε η μετάβαση γίνει από το i στο j , είτε από το j στο i . Επίσης, η απόσταση ενός σημείου ενδιαφέροντος από τον εαυτό του στην πραγματικότητα είναι ίση με το μηδέν, αλλά σε αυτού του είδους τα προβλήματα είναι ίση με ένα μεγάλο αριθμό, για να αποφευχθεί η επιλογή της μετάβασης από ένα σημείο στον εαυτό του από τη βέλτιστη λύση. Ο μεγάλος αριθμός που έχει επιλεγεί είναι λίγο μεγαλύτερος από το διπλάσιο του μέγιστου κόστους μεταξύ δύο σημείων. Αυτός ο αριθμός στο παράδειγμα αναφοράς είναι ίσος με 500. Τα χρηματικά και χρονικά κόστη, για κάθε ένα από τα διαθέσιμα μέσα μεταφοράς, μεταξύ όλων των σημείων εμφανίζονται σε πίνακες στο παράρτημα.

Σε ότι αφορά τα διαφορετικά μέσα μεταφοράς, με τα οποία μπορεί να γίνει η μετάβαση από ένα σημείο ενδιαφέροντος σε ένα άλλο αυτά είναι τα εξής:

¹ Google earth

- αυτοκίνητο,
- αστικά και υπεραστικά λεωφορεία,
- χωρίς μέσο μεταφοράς (μετάβαση με πεζοπορία).

Για τον υπολογισμό του κόστους και του χρόνου για τη μετάβαση από ένα σημείο σε ένα άλλο με κάθε ένα από τα παραπάνω μέσα λήφθηκαν υπόψη ορισμένες παραδοχές. Πρώτα απ' όλα χρησιμοποιήθηκαν ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των σημείων, οι οποίες υπολογίζονται από τις συντεταγμένες των σημείων και στη συνέχεια πολλαπλασιάζονται επί 100, με το αποτέλεσμα που προκύπτει να θεωρείται απόσταση σε χιλιόμετρα. Με βάση τις αποστάσεις αυτές, προκύπτουν και οι τελικοί πίνακες κόστους και χρόνου για το κάθε μέσο μεταφοράς. Επίσης υπάρχουν κάποιες παραδοχές σε ότι αφορά την ταχύτητα και το κόστος για κάθε μία διαδρομή, όπως επίσης και για το αν η μετάβαση γίνεται σε αστικό ή υπεραστικό περιβάλλον, όπως φαίνεται στους παρακάτω πίνακες.

Περιβάλλον	Αυτοκίνητο	Λεωφορείο	Πεζοπορία
Αστικό	30 km/h	15 km/h	4.3 km/h
Υπεραστικό	80 km/h	50 km/h	-

Πίνακας 1-1: Ταχύτητα μετάβασης μεταξύ δύο σημείων για κάθε μέσο μεταφοράς

Περιβάλλον	Αυτοκίνητο	Λεωφορείο	Πεζοπορία
Αστικό	0.15€/km	1€/διαδρομή	-
Υπεραστικό	0.15€/km	0.08€/km	-

Πίνακας 1-2: Κόστος μετάβασης μεταξύ δύο σημείων για κάθε μέσο μεταφοράς

1.6 Επίλογος

Στο παρών κεφάλαιο, έγινε η περιγραφή του προβλήματος του τουριστικού οδηγού, δόθηκε ένα παράδειγμα για την καλύτερη κατανόησή του. Με τα παραπάνω έγινε κατανοητή η πολυπλοκότητα του προβλήματος. Στο κεφάλαιο που ακολουθεί, θα γίνει περιγραφή των επιστημονικών δημοσιεύσεων που αναλύουν τα προβλήματα του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα και του σακιδίου, όπως επίσης και διάφορες εφαρμογές των δύο αυτών προβλημάτων.

2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

2.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται βιβλιογραφική ανασκόπηση επιστημονικών δημοσιεύσεων που έχουν σχέση με το πρόβλημα του τουριστικού οδηγού. Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο το πρόβλημα του τουριστικού οδηγού, που αναλύεται στην συγκεκριμένη εργασία, αποτελεί έναν συνδυασμό των προβλημάτων του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα και του σακιδίου. Έτσι σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει βιβλιογραφική ανασκόπηση η οποία αφορά τα δύο αυτά προβλήματα καθώς επίσης και ανάλυση των εφαρμογών που βρίσκουν αυτά.

2.2 Περιγραφή επιστημονικών δημοσιεύσεων

2.2.1 Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα (TSPTW)

2.2.1.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα (TSPTW) περιλαμβάνει τον σχεδιασμό της διαδρομής με το ελάχιστο κόστος για ένα όχημα που επισκέπτεται έναν αριθμό από κόμβους. Το όχημα πρέπει να επισκεφτεί κάθε κόμβο ακριβώς μία φορά εντός του χρονικού παραθύρου που ορίζει το νωρίτερο και το αργότερο χρονικό σημείο που μπορεί να γίνει επίσκεψη σε κάθε κόμβο.

Ο Savelsbergh (1) απέδειξε ότι η εύρεση μιας εφικτής λύσης για το TSPTW είναι ένα πρόβλημα NP-complete και πρότεινε ευρετικούς αλγόριθμους για την επίλυση του προβλήματος. Παρόλα αυτά, αρκετές εργασίες ασχολήθηκαν με ακριβείς αλγορίθμους.

Οι πρώτες υπολογιστικές προσεγγίσεις για την επίλυση του TSPTW δόθηκαν από τους Christofides, Mingozzi και Toth (2) και Baker (3) και θεωρούνται μια παραλλαγή του προβλήματος όπου ελαχιστοποιείται ο συνολικός χρόνος. Και οι δύο δημοσιεύσεις παρουσιάζουν προσεγγίσεις με τη μέθοδο branch- and- bound, όπου η πρώτη χρησιμοποιεί τη προσέγγιση της state- space χαλάρωσης, ενώ η δεύτερη εκμεταλλεύεται μια μορφοποίηση κρίσιμου μονοπατιού με χρονικούς περιορισμούς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Οι Langevin et al. (4) αντιμετώπισαν το πρόβλημα ως μια γραμμική μορφοποίηση πολλαπλής ροής προϊόντων με τη χρήση της μεθόδου branch- and- bound. Οι Dumas et al. (5) πρότειναν μια προσέγγιση δυναμικού προγραμματισμού, με τη χρήση ενός εξειδικευμένου τεστ για τη μείωση του εφικτού χώρου, ενώ οι Mingozzi, Bianco και Ricciardelli (6) παρουσίασαν έναν αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού με μια γενίκευση της τεχνικής χαλάρωσης του εφικτού χώρου που μπορεί να εφαρμοστεί στο TSPTW και περιλαμβάνει περιορισμούς προτεραιότητας.

2.2.1.2 Πρακτικές εφαρμογές TSPTW

Το TSPTW και γενικότερα το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (TSP), έχει σημαντικές πρακτικές εφαρμογές όπως οι ταχυδρομικές παραδόσεις, η δρομολόγηση και ο προγραμματισμός των σχολικών λεωφορείων και σε αυτοματοποιημένα προγράμματα παραγωγής. Επίσης είναι μια βασική συνιστώσα σε πιο σύνθετα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων και ειδικότερα όταν αυτά ακολουθούν την προσέγγιση «ομαδοποίηση πρώτα – διαδρομή δεύτερα». Πιο συγκεκριμένα, οι Matai, Singh και Mitta (7) στη δημοσίευσή τους ανέλυσαν μια σειρά από εφαρμογές οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω.

Η πρώτη εφαρμογή που αναλύεται είναι η δρομολόγηση οχημάτων. Έστω ένα ταχυδρομείο μιας πόλης, το οποίο πρέπει να συλλέξει τα γράμματα από n ταχυδρομικά κουτιά σε συγκεκριμένο χρόνο. Σε αυτό το πρόβλημα η βέλτιστη λύση περιλαμβάνει τον ελάχιστο αριθμό οχημάτων που συλλέγουν την αλληλογραφία καθώς επίσης και την βέλτιστη διαδρομή που θα καλύψουν τα οχήματα για να ελαχιστοποιείται ο συνολικός χρόνος της διαδικασίας. Ένα παρόμοιο παράδειγμα είναι η εξυπηρέτηση της ζήτησης n πελατών μια εταιρίας, με ένα στόλο οχημάτων. Σε αυτό το πρόβλημα σκοπός είναι η ανάθεση πελατών σε οχήματα, καθώς και το πρόγραμμα διανομής, ώστε να ελαχιστοποιείται η συνολική διανυθείσα απόσταση από το σύνολο του στόλου, χωρίς να παραβιάζεται η χωρητικότητα του κάθε οχήματος. Τα παραπάνω προβλήματα μπορούν να μορφοποιηθούν και να λυθούν ως προβλήματα πλανόδιου πωλητή αν δεν ληφθούν υπόψη περιορισμοί χωρητικότητας.

Μια άλλη εφαρμογή του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή, που αναλύθηκε από τους Bland & Shallcross (8) και Dreissig & Uebach (9), είναι η ανάλυση των κρυσταλλικών δομών ενός υλικού. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή, ένας φασματογράφος ακτίνων X χρησιμοποιείται για την αποτύπωση της κρυσταλλικής δομής ενός υλικού. Για το λόγο αυτό ένας ανιχνευτής μετρά την ένταση των ανακλασμένων ακτίνων X σε διάφορα σημεία του υλικού. Παρά το γεγονός, όμως, ότι μια μέτρηση μπορεί να ληφθεί σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα, χρειάζονται εκατοντάδες χιλιάδες μετρήσεις για τη μελέτη ενός τεμαχίου. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι για την αλλαγή της θέσης του αισθητήρα, ώστε

να ληφθεί μια νέα μέτρηση, απαιτείται η κίνηση μέχρι και -τεσσάρων κινητήρων, όπως επίσης και το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαφορετικών θέσεων του αισθητήρα μπορεί να προσδιοριστεί επακριβώς. Από τη στιγμή που τα αποτελέσματα δεν εξαρτώνται από τη σειρά με την οποία θα γίνουν οι μετρήσεις, το αντικείμενο προς βελτιστοποίηση του συγκεκριμένου προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου για την λήψη όλων των μετρήσεων. Ως εκ τούτου, σκοπός είναι η εύρεση της αλληλουχίας των μετρήσεων ώστε να ελαχιστοποιείται ο συνολικός χρόνος. Το παραπάνω πρόβλημα μοντελοποιείται σαν ένα πρόβλημα πλανόδιου πωλητή όπου οι κόμβοι είναι τα σημεία των μετρήσεων και οι αποστάσεις των κλάδων είναι τα χρονικά διαστήματα μεταξύ τους.

Μια ακόμη εφαρμογή του είναι η διαχείριση παραγγελιών σε μια αποθήκη. Το συγκεκριμένο πρόβλημα προτάθηκε από τους Ratlif και Rosenthal (10) και αναφέρεται σε μια αποθήκη στην οποία έρχεται μια παραγγελία για ορισμένα από τα προϊόντα που αποθηκεύονται σε αυτή. Για την εξυπηρέτηση της παραγγελίας πρέπει ορισμένα οχήματα να συγκεντρώσουν τα προϊόντα που απαιτούνται. Η βελτιστοποίηση της διαδρομής αυτών των οχημάτων συνεπάγεται και βελτιστοποίηση του χρόνου ετοιμασίας της παραγγελίας. Η βέλτιστη διαδρομή, λοιπόν, που αναζητείται βρίσκεται με την επίλυση του TSP, όπου ως κόμβοι θεωρούνται τα σημεία που βρίσκονται αποθηκευμένα τα προϊόντα και ως μήκη των κλάδων θεωρούνται οι χρονικές αποστάσεις που διανύει το όχημα από το ένα σημείο στο άλλο.

2.2.2 Το πρόβλημα του σακιδίου (knapsack)

2.2.2.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Τα προβλήματα που ανήκουν στην οικογένεια του σακιδίου, έχουν μελετηθεί εντατικά από την πρωτοποριακή εργασία του Dantzig (11), τόσο επειδή αποτελούν υπο-προβλήματα σε διάφορα προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού, όσο και γιατί αντιπροσωπεύουν πολλές πρακτικές εφαρμογές.

Στο πρόβλημα του τουριστικού οδηγού, που αναλύεται στη συγκεκριμένη εργασία, χρησιμοποιείται ο '0-1' τύπος του προβλήματος του σακιδίου. Το 0-1 πρόβλημα του σακιδίου αναφέρεται στο πρόβλημα της επιλογής ενός υποσυνόλου από n αντικείμενα, έτσι ώστε το άθροισμα των κερδών που αντιστοιχούν στα επιλεγμένα αντικείμενα να μεγιστοποιείται, χωρίς ωστόσο να παραβιάζεται η χωρητικότητα c . Το 0-1 πρόβλημα του σακιδίου σύμφωνα με τους Martello και Toth (12) μπορεί να μορφοποιηθεί μαθηματικά όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\text{Maximize} \quad Z = \sum_{i=1}^n p_i * x_i \quad (2.1)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

$$\text{Περιορισμοί: } \sum_{i=1}^n w_i * x_i \leq c \quad (2.2)$$

$$x_i = 0 \text{ or } 1 \ (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.3)$$

Όπου η μεταβλητή απόφασης x_i είναι ίση με 1 αν το i αντικείμενο έχει επιλεγθεί και 0 αν όχι.

Το 0-1 πρόβλημα του σακιδίου είναι ένα ευρέως γνωστό πρόβλημα και έχουν προταθεί αρκετοί τόσο ακριβής όσο και ευρετικοί αλγόριθμοι για την επίλυσή του. Οι ακριβείς αλγόριθμοι μπορούν να διαιρεθούν σε δύο κατηγορίες: τις μεθόδους *branch and bound* που αναλύθηκαν από τους Kolesar (13), Greenberg και Hegerich (14), Horowitz και Sahni (15), Fayard και Plateau (16), (17), Ahrens και Finke (18), Barr και Ross (19), Nauss (20), Martello και Toth (21), (22), (23), Zoltners (24), Suhl (25), Balas και Zemel (26) και στις διαδικασίες *δυναμικού προγραμματισμού* που αναλύθηκαν από τους Horowitz και Sahni (15), Ahrens και Finke (18), Toth (27). Η απόδοση και των δύο κατηγοριών εξαρτάται, σε μεγάλο βαθμό, από το μέγεθος των προβλημάτων που πρέπει να επιλυθούν. Το μέγεθος του προβλήματος μπορεί γενικά να μειωθεί με την εφαρμογή διαδικασιών αναγωγής, όπως αναλύθηκαν από τους Ingargiola και Korsh (28), Toth (29), Dembo και Hammer (30), Fayard και Plateau (17), έτσι ώστε να δοθούν τιμές σε όσο το δυνατόν περισσότερες μεταβλητές.

2.2.2.2 Πρακτικές εφαρμογές knapsack

Παρόλο που το πρόβλημα του σακιδίου αντιπροσωπεύει ένα μεγάλο αριθμό βιομηχανικών εφαρμογών, όπως για παράδειγμα η φόρτωση φορτίων, η επιλογή επενδύσεων και ο έλεγχος του προϋπολογισμού, δεν είναι πολλές οι αναφορές τους στη βιβλιογραφία.

Οι Logie και Savage (31) στη δημοσίευσή τους περιγράφουν εφαρμογές για τον προϋπολογισμό κεφαλαίων. Το πολύ-περιοδικό πρόβλημα που αναλύουν ασχολείται με την επιλογή μεταξύ των ανταγωνιστικών επενδυτικών δυνατοτήτων, έτσι ώστε να μεγιστοποιούνται τα συνολικά έσοδα όλων των περιόδων. Τα έσοδα και οι απαιτήσεις σε δαπάνες για κάθε μια επένδυση είναι ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες δυνατότητες επένδυσης. Επίσης, υπάρχουν περιορισμοί για τη συνολική δαπάνη σε κάθε περίοδο και τα συνολικά έσοδα από όλες της περιόδους θεωρείται πως είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των εσόδων από την κάθε μεμονωμένη επένδυση. Το πολύ-περιοδικό μοντέλο έχει τόσους επιπλέον

περιορισμούς όσους και οι περίοδοι που εξετάζονται σε σχέση με το πρόβλημα της μιας περιόδου και έτσι δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ως πρόβλημα του σακιδίου. Παρόλα αυτά, όμως, επειδή ο πίνακας των συντελεστών των περιορισμών είναι μη αρνητικός και τα δεξιά μέλη των περιορισμών είναι θετικά, συχνά αντιμετωπίζεται ως ένα πολυδιάστατο πρόβλημα σακιδίου. Τέλος, οι τεχνικές των πολλαπλασιαστών Lagrange που εφαρμόζονται σε αυτό το πρόβλημα αναλύθηκε από τους Cord (32) και Kaplan (33).

Ο Waingartner (34), (35), (36) ασχολήθηκε, επίσης, εκτενώς με το πρόβλημα του ανέλυσαν οι Lorie και Savage (31) και επέκτεινε το μοντέλο για την περίπτωση όπου οι επενδύσεις δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Επιπλέον, ο Waingartner αναλύει την αξία των μεθόδων του ακέραιου προγραμματισμού για την επίλυση αυτών των προβλημάτων.

Η έρευνα των Glover και Klingman (37) παρουσιάζει μια εφαρμογή στο πρόβλημα της επιλογής περιοδικών σε μια βιβλιοθήκη. Το μοντέλο αποσκοπεί στον καθορισμό της βέλτιστης κατανομής των κεφαλαίων στο παρόν και το μέλλον για αγορά επιστημονικών περιοδικών, χρησιμοποιώντας μια αντικειμενική συνάρτηση για την αναμενόμενη χρήση, ως μέτρο για την αξία του περιοδικού.

Τέλος, παρόμοιο με το πρόβλημα του σακιδίου είναι και το πρόβλημα κοπής υλικών όπως περιέγραψαν στις δημοσιεύσεις τους οι Gilmore και Gomory (38), (39), (40).

2.3 Επίλογος

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο έγινε βιβλιογραφική ανασκόπηση των προβλημάτων του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα και του προβλήματος του σακιδίου, τα οποία αποτελούν τα συστατικά μέρη του προβλήματος του τουριστικού οδηγού. Στο κεφάλαιο που ακολουθεί αναλύονται τα μαθηματικά μοντέλα και οι ευρετικοί τρόποι επίλυσης που δημιουργήθηκαν στα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας, με σκοπό την επίλυση του προβλήματος του τουριστικού οδηγού.

3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

3.1 Εισαγωγή

Στα προηγούμενα κεφάλαια παρουσιάστηκε το πρόβλημα του τουριστικού οδηγού, ο συνδυασμός των προβλημάτων από τα οποία αποτελείται. Επίσης, έγινε βιβλιογραφική ανασκόπηση των προβλημάτων αυτών και αναλύθηκαν ορισμένες εφαρμογές για το καθένα από αυτά. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, θα γίνει η περιγραφή μαθηματικών μοντέλων και ευρετικών μεθόδων που δημιουργήθηκαν στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας για την επίλυση του προβλήματος του τουριστικού οδηγού. Αρχικά παρουσιάζεται ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο περιγράφει πλήρως το πρόβλημα και στη συνέχεια με βάση αυτό το μοντέλο αναπτύσσονται διάφορες ευρετικές μέθοδοι, οι οποίες επιτρέπουν την ταχύτερη επίλυση του προβλήματος μειώνοντας τις διαστάσεις του.

3.2 Πρώτη προσέγγιση: Μαθηματικό Μοντέλο Τουριστικού οδηγού (MMTO)

Στα πλαίσια της πρώτης προσέγγισης για την επίλυση του προβλήματος δημιουργήθηκε ένα μαθηματικό μοντέλο μικτού ακέραιου γραμμικού (MILP) το οποίο επιλύει το πρόβλημα του τουριστικού οδηγού. Αυτό το μαθηματικό μοντέλο ουσιαστικά είναι ένας συνδυασμός του κλασικού μαθηματικού μοντέλου του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα (Traveling Salesman Problem with Time Windows- TSPTW) και του μαθηματικού μοντέλου του σακιδίου (Knapsack), όπως αναλύθηκε και στα προηγούμενα κεφάλαια.

Πριν την παρουσίαση του μαθηματικού μοντέλου δίνεται η ονοματολογία των δεικτών, των δεδομένων και των μεταβλητών απόφασης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Ονοματολογία

Δείκτες

i	Σημείο ενδιαφέροντος
j	Σημείο ενδιαφέροντος
k	Μέσο μεταφοράς
p	Κατηγορία σημείων ενδιαφέροντος

Δεδομένα

budget	Συνολικό διαθέσιμο ποσό,
C_i	Κόστος για το σημείο ενδιαφέροντος i
$TC_{i,j,k}$	Κόστος μεταφοράς από το i στο j με το μέσο k
time	Συνολικός διαθέσιμος χρόνος
T_i	Χρόνος για το σημείο ενδιαφέροντος i
$TT_{i,j,k}$	Χρόνος μεταφοράς από το i στο j με το μέσο k
TWO_i	Πίνακας που δείχνει ποια χρονική στιγμή ανοίγει το παράθυρο για το σημείο ενδιαφέροντος i .
TWC_i	Πίνακας που δείχνει ποια χρονική στιγμή κλείνει το παράθυρο για το σημείο ενδιαφέροντος i .
W_i	Βαθμός ικανοποίησης από την επίσκεψη στο i
N	Αριθμός διαφορετικών προορισμών
M	Αριθμός διαφορετικών μέσων μεταφοράς
$CATEG_{i,p}$	1 αν το σημείο ενδιαφέροντος i ανήκει στην κατηγορία p
CAT	Αριθμός διαφορετικών κατηγοριών
MAX_CATEG_p	Μέγιστος αριθμός σημείων ενδιαφέροντος ανά κατηγορία

Μεταβλητές Απόφασης

$F_{i,j,k}$	δυναδική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν γίνεται μετάβαση από το i στο j με το μέσο k , 0 αν όχι,
U_i	δυναδική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν επισκεφθεί το σημείο ενδιαφέροντος i
H_i	συνεχής μεταβλητή που δείχνει την σειρά με την οποία το σημείο i έχει επισκεφθεί, (χρησιμοποιείται

S_i

για την απαλοιφή των υποδιαδρομών).

Συνεχής μεταβλητή που δείχνει πότε ξεκινά η επίσκεψη σε ένα σημείο ενδιαφέροντος i .

Πίνακας 3-1: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το μαθηματικό μοντέλο τουριστικού οδηγού (MMTO)

Το βασικό μαθηματικό μοντέλο μικτού ακέραιου προγραμματισμού touristic guide είναι το εξής:

$$\text{Maximize} \quad \sum_{i=1}^N W_i * U_i \quad (3.1)$$

$$\text{Περιορισμοί:} \quad \sum_{i=1}^N C_i * U_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M F_{i,j,k} * TC_{i,j,k} \leq \text{budget} \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^N T_i * U_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M F_{i,j,k} * TT_{i,j,k} \leq \text{time} \quad (3.3)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M F_{N,j,k} = 1 \quad (3.4)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M F_{i,N,k} = 1 \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M F_{i,j,k} = U_j, \quad \forall j \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M F_{i,j,k} = U_i, \quad \forall i \quad (3.7)$$

$$H_i - H_j + N X_{i,j,k} \leq N - 1, \quad 1 \leq i \neq j \leq N - 1, \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (3.8)$$

$$TWO_i * U_i \leq S_i \leq TWC_i - T_i, \quad \forall i \quad (3.9)$$

$$-M * (1 - F_{i,j,k}) \leq S_i + TT_{i,j,k} - S_j + T_i \leq M * (1 - F_{i,j,k}), \quad \forall i, k, \quad \forall j \leq N - 1 \quad (3.10)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

$$S_i + (TT_{i,N,k} * F_{i,N,k}) + (T_i * U_i) \leq time \quad \forall i, k \quad (3.11)$$

$$0 \leq \sum_{i=1}^N U_i * CATEG_{i,p} \leq MAX_CATEG_p, \quad \forall p \quad (3.12)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.1) εξασφαλίζει την μεγιστοποίηση των προτιμήσεων του χρήστη. Οι περιορισμοί (3.2) και (2.3) εμπνεύστηκαν από το πρόβλημα του σακιδίου και εξασφαλίζουν ότι το συνολικό κόστος και ο συνολικός χρόνος, που χρειάζονται για την μετάβαση και την επίσκεψη σε ένα σημείο ενδιαφέροντος, δεν θα ξεπερνούν το διαθέσιμο κόστος και το διαθέσιμο χρόνο του χρήστη. Οι περιορισμοί (3.4) και (3.5) βεβαιώνουν ότι ο χρήστης θα ξεκινήσει και θα καταλήξει στο ίδιο σημείο, που είναι το τελευταίο σημείο και αναφέρεται στο ξενοδοχείο. Οι περιορισμοί (3.6) και (3.7) εκφράζουν ότι αν επιλεγθεί ένα σημείο ενδιαφέροντος, τότε ο χρήστης θα μεταβεί και θα φύγει ακριβώς μία φορά από το συγκεκριμένο σημείο, ενώ αν δεν επιλεγθεί ένα σημείο ενδιαφέροντος, ο χρήστης δεν θα μεταβεί καθόλου σε αυτό το σημείο. Ο περιορισμός (3.8) εξαλείφει τη περίπτωση δημιουργίας υποδιαδρομών στο ‘ταξίδι’ του χρήστη. Ο περιορισμός (3.9) εξασφαλίζει ότι η χρονική στιγμή έναρξης μιας δραστηριότητας θα είναι εντός των ορίων των χρονικών παραθύρων και παράλληλα θα απομένει και τουλάχιστον ένας χρόνος χρειάζεται για την επίσκεψη στο συγκεκριμένο σημείο ενδιαφέροντος μέχρι το κλείσιμο του χρονικού παραθύρου, μόνο για τα σημεία που θα επισκευθεί ο χρήστης. Για τα υπόλοιπα σημεία ο περιορισμός χαλαρώνει και η μεταβλητή S_i μπορεί να πάρει τιμές μικρότερες του ανοίγματος του χρονικού παραθύρου. Χωρίς τη χαλάρωση του περιορισμού δεν υπάρχει εφικτή λύση όταν ο διαθέσιμος χρόνος είναι μικρότερος από το άνοιγμα του χρονικού παραθύρου ενός ή περισσότερων σημείων ενδιαφέροντος. Ο περιορισμός (3.10) εγγυάται τη χρονική συνέχεια, δηλαδή, αν γίνει η μετάβαση από ένα σημείο i σε ένα σημείο j με ένα μέσο k τότε η χρονική στιγμή έναρξης της δραστηριότητας στο σημείο j είναι ίση με τη χρονική στιγμή που ξεκίνησε η δραστηριότητα i προσθέτοντας το χρόνο που χρειάζεται ο χρήστης για τη δραστηριότητα i και το χρόνο που χρειάζεται για τη μετάβαση από το i στο j με το μέσο k . Ο περιορισμός (3.11) εξασφαλίζει ότι η χρονική στιγμή που ο χρήστης θα φτάσει στο τελευταίο σημείο ενδιαφέροντος θα υπάρχει ο διαθέσιμος χρόνος, ώστε να μπορέσει να επισκεφθεί το συγκεκριμένο αξιοθέατο και να επιστρέψει και στο ξενοδοχείο. Ο περιορισμός (3.12) εξασφαλίζει ότι ο μέγιστος αριθμός δραστηριοτήτων που θα επισκεφτεί ο χρήστης και ανήκουν στην ίδια κατηγορία δεν υπερβαίνει το όριο για τη συγκεκριμένη κατηγορία.

3.3 Δεύτερη προσέγγιση: Ανανεωμένο Μαθηματικό Μοντέλο Τουριστικού Οδηγού (MMTO2)

Στην ενότητα αυτή αναλύεται η πρώτη ευρετική μέθοδος επίλυσης του προβλήματος του τουριστικού οδηγού. Στη συγκεκριμένη μέθοδο γίνεται εξάλειψη των διαφορετικών μέσων μεταφοράς που υπάρχουν για τη μετάβαση από ένα σημείο ενδιαφέροντος προς ένα άλλο.

Αρχικά γίνεται η εισαγωγή του συντελεστή $A_{i,j,k}$, ο οποίος περιέχει ένα σταθμισμένο άθροισμα του χρόνου και του κόστους για τη μετάβαση από ένα σημείο ενδιαφέροντος σε ένα άλλο, συναρτήσει του συνολικού διαθέσιμου χρόνου και των συνολικών διαθέσιμων χρημάτων του χρήστη, για κάθε ένα μέσο μεταφοράς, όπως φαίνεται στην εξίσωση (3.13).

$$A_{i,j,k} = \frac{TC_{i,j,k}}{\text{budget}} + \frac{TT_{i,j,k}}{\text{time}} \quad (3.13)$$

Όταν οριστούν όλες οι τιμές του συντελεστή $A_{i,j,k}$ επιλέγεται για κάθε συνδυασμό σημείων i και j το μέσο k , για το οποίο ο παραπάνω συντελεστής έχει τη μικρότερη τιμή. Έτσι επιλέγεται το μέσο εκείνο που είναι πιο συμφέρον για τη μετάβαση μεταξύ δύο σημείων. Με τον τρόπο αυτό εξαλείφονται τα διαφορετικά μέσα μεταφοράς και για τη μετάβαση από ένα σημείο ενδιαφέροντος σε ένα άλλο και για κάθε συνδυασμό σημείων υπάρχει μόνο ένα μέσο. Στη συνέχεια εκτελείται ένα ανανεωμένο μαθηματικό μοντέλο το οποίο είναι παρόμοιο με το MMTO που αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα (3.2).

Πριν την παρουσίαση του ανανεωμένου μαθηματικού μοντέλου παρουσιάζεται η ονοματολογία των δεικτών, των δεδομένων και των μεταβλητών απόφασης του ανανεωμένου μοντέλου (MMTO2) από τα οποία λείπει ο δείκτης k .

Ονοματολογία

Δείκτες

i	Σημείο ενδιαφέροντος
j	Σημείο ενδιαφέροντος
p	Κατηγορία σημείων ενδιαφέροντος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Δεδομένα

budget	Συνολικό διαθέσιμο ποσό,
C_i	Κόστος για το σημείο ενδιαφέροντος i
$TC_{i,j}$	Κόστος μεταφοράς από το i στο j
time	Συνολικός διαθέσιμος χρόνος
T_i	Χρόνος για το σημείο ενδιαφέροντος i
$TT_{i,j}$	Χρόνος μεταφοράς από το i στο j
TWO_i	Πίνακας που δείχνει ποια χρονική στιγμή ανοίγει το παράθυρο για το σημείο ενδιαφέροντος i .
TWC_i	Πίνακας που δείχνει ποια χρονική στιγμή κλείνει το παράθυρο το σημείο ενδιαφέροντος i .
W_i	Βαθμός ικανοποίησης από την επίσκεψη στο i
N	Αριθμός διαφορετικών προορισμών
M	Αριθμός διαφορετικών μέσων μεταφοράς
$CATEG_{i,p}$	1 αν το σημείο ενδιαφέροντος i ανήκει στην κατηγορία p
CAT	Αριθμός διαφορετικών κατηγοριών
MAX_CATEG_p	Μέγιστος αριθμός σημείων ενδιαφέροντος ανά κατηγορία

Μεταβλητές Απόφασης

$F_{i,j}$	δυαδική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν γίνεται μετάβαση από το i στο j , 0 αν όχι,
U_i	δυαδική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν επισκεφθεί το αξιοθέατο i
H_i	συνεχής μεταβλητή που δείχνει την σειρά με την οποία το σημείο i έχει επισκεφθεί, χρησιμοποιείται για την απαλοιφή των υποδιαδρομών.
S_i	Συνεχής μεταβλητή που δείχνει πότε ξεκινά η επίσκεψη σε ένα σημείο ενδιαφέροντος i .

Πίνακας 3-2 : Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το ανανεωμένο μοντέλο τουριστικού οδηγού (MMTO2)

Το μαθηματικό μοντέλο του ακέραιου προγραμματισμού MMTO2 είναι το εξής:

Η αντικειμενική συνάρτηση, όπως και κάποιοι περιορισμοί είναι κοινói με το MMTO που αναλύθηκε στην ενότητα 3.2. Συγκεκριμένα η αντικειμενική συνάρτηση είναι η (3.1) και οι περιορισμοί

είναι (3.9) και (3.12). Οι περιορισμοί που παρουσιάζονται παρακάτω είναι αντίστοιχοι με τους περιορισμούς που αναλύθηκαν στο ΜΜΤΟ με τη διαφορά ότι απουσιάζει ο δείκτης k ο οποίος αναφερόταν στα διαφορετικά μέσα μεταφοράς από το σημείο i στο j .

$$\sum_{i=1}^N C_i * U_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N F_{i,j} * TC_{i,j} \leq \text{budget} \quad (3.14)$$

$$\sum_{i=1}^N T_i * U_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N F_{i,j} * TT_{i,j} \leq \text{time} \quad (3.15)$$

$$\sum_{j=1}^N F_{N,j} = 1 \quad (3.16)$$

$$\sum_{i=1}^N F_{i,N} = 1 \quad (3.17)$$

$$\sum_{i=1}^N F_{i,j} = U_j, \quad \forall j \quad (3.18)$$

$$\sum_{j=1}^N F_{i,j} = U_i, \quad \forall i \quad (3.19)$$

$$H_i - H_j + N F_{i,j} \leq N - 1, \quad 1 \leq i \neq j \leq N - 1 \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} -M * (1 - F_{i,j}) &\leq S_i + TT_{i,j} - S_j + T_i \\ &\leq M * (1 - F_{i,j}), \quad \forall i, \\ &\quad \forall j \leq N - 1 \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$S_i + (TT_{i,N} * F_{i,N}) + (T_i * U_i) \leq \text{time} \quad \forall i \quad (3.22)$$

3.4 Τρίτη Προσέγγιση: χρήση αλγορίθμου “Floyd- Warshall”

Τα δύο μοντέλα που αναλύθηκαν μέχρι τώρα επιλύουν το πρόβλημα χρησιμοποιώντας, όμως, μία βασική παραδοχή. Η παραδοχή αυτή αναφέρετε στο γεγονός ότι σε κάθε κόμβο υπάρχει και σημείο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

ενδιαφέροντος και η διαδρομή που προτείνεται να ακολουθήσει ο χρήστης δεν μπορεί να περάσει περισσότερες από μία φορές από το ίδιο σημείο ενδιαφέροντος (κόμβο). Έτσι, ο χρήστης δεν μπορεί να επισκεφτεί έναν κόμβο με σκοπό να αποτελέσει ενδιάμεσο κόμβο στον οποίο θα γίνει είτε κάποια μετεπιβίβαση σε κάποιο άλλο μέσο μεταφοράς, είτε απλά θα περάσει από τον συγκεκριμένο κόμβο με σκοπό να μεταβεί σε κάποιον άλλο. Με την εξάλειψη της παραδοχής αυτής ο χρήστης θα μπορεί να μεταβεί σε έναν κόμβο και να μην επισκεφτεί το σημείο ενδιαφέροντος που βρίσκεται εκεί αλλά να τον χρησιμοποιήσει ως έναν ενδιάμεσο κόμβο. Για τη μετάβαση, δηλαδή, από έναν κόμβο i προς έναν κόμβο j μέσω ενός ενδιάμεσου κόμβου l , ο χρήστης θα χρειαστεί όσο χρόνο (και κόστος αντίστοιχα) χρειάζεται για τη μετάβαση από τον κόμβο i στον κόμβο l , συν το χρόνο (και το κόστος) που χρειάζεται για τη μετάβαση από τον κόμβο l στον κόμβο j .

Η εξάλειψη της παραπάνω παραδοχής γίνεται με τη βοήθεια του αλγορίθμου “Floyd- Warshall”, ο οποίος παρουσιάζεται στο παράρτημα (7.1), που εφαρμόζεται στο (MMTO2), το οποίο αναλύθηκε στην ενότητα 3.3. Πρόκειται, λοιπόν, για έναν αλγόριθμο ο οποίος αποτυπώνει την ελάχιστη διαδρομή μεταξύ όλων των ζευγαριών των κόμβων του δικτύου, καθώς επίσης και το κόστος και τον χρόνο της κάθε διαδρομής. Έτσι για τη μετάβαση από έναν κόμβο i σε έναν κόμβο j το κόστος και ο χρόνος που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο δεν αναφέρονται στην απευθείας μετάβαση μεταξύ των δύο κόμβων, αλλά στη συντομότερη διαδρομή η οποία περιλαμβάνει μία σειρά από άλλους ενδιάμεσους κόμβους. Η συντομότερη διαδρομή μεταξύ δύο κόμβων μπορεί να εξαρτάται είτε αποκλειστικά από το κόστος ή το χρόνο είτε από ένα σταθμισμένο άθροισμα μεταξύ των δύο.

Πιο αναλυτικά, έχοντας έναν κατευθυνόμενο γράφο, όπου στο πρόβλημα που αναλύεται είναι το δίκτυο με το σύνολο των κόμβων και οι συνδέσεις μεταξύ τους με το πιο συμφέρον μέσο μεταφοράς, όπως αναλύθηκε στην ενότητα 3.3, ο αλγόριθμος ξεκινάει από έναν πίνακα γειτνιάσεως του γραφήματος και σταδιακά τροποποιεί αυτόν τον πίνακα. Σε κάθε φάση του αλγορίθμου εξετάζεται εάν η χρήση μιας κορυφής, ως ενδιάμεσης κορυφής, μπορεί να βελτιώσει το μέχρι στιγμής βέλτιστο μονοπάτι μεταξύ των ζευγαριών των κορυφών.

Για κάθε ενδιάμεσο κόμβο k , εξετάζονται όλα τα ζευγάρια κόμβων i και j . Αν το κόστος για τη μετάβαση από το i στο j είναι μεγαλύτερο από το κόστος για τη μετάβαση από το i στο k και από το k στο j , τότε το κόστος μετάβασης από το i στο j γίνεται ίσο με το κόστος μετάβασης από το i στο k και από το k στο j . Έχοντας λοιπόν γνωστό τον ενδιάμεσο κόμβο k για κάθε ζεύγος κόμβων i και j δημιουργείται ο πίνακας με τις ελάχιστες αποστάσεις μεταξύ όλων των ζευγαριών των κόμβων και ο πίνακας με τους ενδιάμεσους κόμβους.

3.5 Τέταρτη προσέγγιση: διαχωρισμός του προβλήματος σε δύο μικρότερα

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιαστεί μία ευρετική μέθοδος για την επίλυση του προβλήματος. Η ευρετική αυτή μέθοδος αποτελείται από δύο σκέλη. Στο πρώτο σκέλος γίνεται μία αρχική επιλογή σημείων και στη συνέχεια εκτελείται το μοντέλο που αναλύθηκε στην παράγραφο 3.2 μόνο για τα επιλεγμένα σημεία.

3.5.1 Μοντέλο σακιδίου (knapsack)

Η αρχική επιλογή των σημείων γίνεται με βάση το πρόβλημα του σακιδίου (knapsack), προσαρμοσμένο στο πρόβλημα του τουριστικού οδηγού, χρησιμοποιώντας το συνολικό διαθέσιμο ποσό σε χρήματα και χρόνο, τα οποία έχει ορίσει ο χρήστης. Με τον τρόπο αυτό επιλέγονται περισσότερα σημεία από αυτά που μπορεί να επισκεφτεί ο χρήστης καθώς δεν λαμβάνεται υπόψη το κόστος και ο χρόνος που χρειάζεται για να γίνει η μετάβαση από ένα σημείο ενδιαφέροντος σε ένα άλλο.

Πριν την παρουσίαση του μαθηματικού μοντέλου του σακιδίου για την αρχική επιλογή των σημείων παρουσιάζεται η ονοματολογία των δεικτών, των δεδομένων και των μεταβλητών απόφασης.

Ονοματολογία

Δείκτες

i	Σημείο ενδιαφέροντος
j	Σημείο ενδιαφέροντος
p	Κατηγορία σημείων ενδιαφέροντος

Δεδομένα

budget	Συνολικό διαθέσιμο ποσό,
C_i	Κόστος για το σημείο ενδιαφέροντος i
time	Συνολικός διαθέσιμος χρόνος
T_i	Χρόνος για το σημείο ενδιαφέροντος i
W_i	Βαθμός ικανοποίησης από την επίσκεψη στο i
N	Αριθμός διαφορετικών προορισμών
$CATEG_{i,p}$	1 αν το σημείο ενδιαφέροντος i ανήκει στην κατηγορία p

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

CAT	Αριθμός διαφορετικών κατηγοριών
MAX_CATEG_p	Μέγιστος αριθμός σημείων ενδιαφέροντος ανά κατηγορία
$D_{i,j}$	Ευκλείδεια απόσταση από τον κόμβο i στον κόμβο j
a	Συντελεστής
Μεταβλητές Απόφασης	
U_i	δυαδική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν επισκεφθεί το σημείο ενδιαφέροντος i
$Y_{i,j}$	δυαδική μεταβλητή (0-1) η οποία είναι ίση με 1, αν έχουν επιλεγεί για επίσκεψη τα σημεία i και j

Πίνακας 3-3: Ονοματολογία δεικτών, δεδομένων και μεταβλητών απόφασης για το προσαρμοσμένο μοντέλο του σακιδίου (knapsack) στο πρόβλημα του τουριστικού οδηγού.

Το μαθηματικό μοντέλο του μικτού ακέραιου προγραμματισμού για το πρόβλημα του σακιδίου είναι το εξής:

$$\text{Maximize } \frac{\sum_{i=1}^N W_i * U_i}{\sum_{i=1}^N W_i} - a * \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_{i,j} * Y_{i,j}}{\sum_{i=1}^N \sum_{i=1}^N D_{i,j}} \quad (3.23)$$

$$\text{Περιορισμοί: } b * \text{budget} \leq \sum_{i=1}^N C_i * U_i \leq \text{budget} \quad (3.24)$$

$$c * \text{time} \leq \sum_{i=1}^N T_i * U_i \leq \text{time} \quad (3.25)$$

$$0 \leq \sum_{i=1}^N U_i * CATEG_{i,p} \leq MAX_CATEG_p, \quad \forall p \quad (3.26)$$

$$-1 \leq Y_{i,j} - U_i - U_j \quad \forall i \neq j \quad (3.27)$$

$$(TWO_i + T_i) * U_i \leq \text{time} \quad \forall i \quad (3.28)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.23), αποτελείται από δύο όρους. Ο πρώτος όρος της συνάρτησης εκφράζει το σταθμισμένο άθροισμα του συνολικού βαθμού ικανοποίησης των σημείων που επιλέγονται ως προς το συνολικό άθροισμα του βαθμού ικανοποίησης όλων των σημείων. Αντίστοιχα ο δεύτερος

όρος της συνάρτησης εκφράζει το συνολικό άθροισμα των αποστάσεων όλων των δυνατών συνδυασμών των σημείων που επιλέχθηκαν ως προς το συνολικό άθροισμα των αποστάσεων όλων των σημείων. Ο συντελεστής a , με τον οποίο πολλαπλασιάζεται ο δεύτερος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης, χρησιμοποιείται για να γίνει η κατάλληλη στάθμιση μεταξύ των δύο όρων της αντικειμενικής συνάρτησης. Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής αυτός, τόσο η αντικειμενική συνάρτηση επηρεάζεται από την απόσταση μεταξύ των σημείων που έχουν επιλεγεί. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα σημεία που επιλέγονται να έχουν πολύ καλή γεωγραφικότητα και να είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά μεταξύ τους, όμως, όσο βελτιώνεται η γεωγραφικότητα των σημείων που επιλέγονται η αντικειμενική συνάρτηση εξαρτάται λιγότερο από το βαθμό ικανοποίησης του χρήστη από τα επιλεγμένα σημεία, με αποτέλεσμα τα σημεία που επιλέγονται τελικά να μην προσφέρουν μεγάλη ικανοποίηση στο χρήστη.

Οι περιορισμοί (3.24) και (3.25) εξασφαλίζουν ότι τα επιλεγμένα σημεία δεν ξεπερνούν συνολικά τα διαθέσιμα χρήματα και το συνολικό χρόνο, αντίστοιχα, που έχει ο χρήστης στη διάθεσή του. Οι συντελεστές b και c εκφράζουν το ελάχιστο ποσοστό των συνολικών διαθέσιμων χρημάτων και του συνολικού διαθέσιμου χρόνου που θα καταναλώνει ο χρήστης στα σημεία που επιλέχθηκαν. Χωρίς τους δύο αυτούς συντελεστές, υπάρχει δυνατότητα τα σημεία που θα επιλεγούν από το μοντέλο, να απαιτούν ένα πολύ μικρό ποσοστό των διαθέσιμων χρημάτων και χρόνου, καθώς η αντικειμενική συνάρτηση εξαρτάται και από τις αποστάσεις μεταξύ των σημείων. Ο περιορισμός (3.26) εξασφαλίζει ότι ο μέγιστος αριθμός δραστηριοτήτων που θα επισκεφτεί ο χρήστης και ανήκουν στην ίδια κατηγορία δεν υπερβαίνει το όριο για τη συγκεκριμένη κατηγορία. Ο περιορισμός (3.27) χρησιμοποιείται για να δοθούν τιμές στη μεταβλητή απόφασης $Y_{i,j}$. Η μεταβλητή απόφασης $Y_{i,j}$ παίρνει την τιμή 1 μόνο όταν τα U_i και U_j παίρνουν την τιμή 1. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις παίρνει την τιμή μηδέν. Με τον περιορισμό (3.27) εξασφαλίζεται η πρώτη περίπτωση, δηλαδή, όταν τα U_i και U_j πάρουν την τιμή 1, τότε και το $Y_{i,j}$ θα πάρει την τιμή 1. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις η μεταβλητή $Y_{i,j}$ έχει τη δυνατότητα να πάρει είτε την τιμή μηδέν είτε την τιμή 1. Παρόλα αυτά, όμως, η μεταβλητή πολλαπλασιάζεται με κάποιους θετικούς όρους, άρα προκύπτει ένας θετικός αριθμός, ο οποίος αφαιρείται από μία αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποίησης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα όταν η μεταβλητή απόφασης $Y_{i,j}$ έχει τη δυνατότητα να πάρει περισσότερες από μία τιμές να επιλέγεται από την αντικειμενική συνάρτηση η μικρότερη, καθώς ελαττώνει λιγότερο την αντικειμενική συνάρτηση. Επομένως, η μεταβλητή θα πάρει την τιμή μηδέν σε οποιαδήποτε περίπτωση δεν εξαναγκάζεται από τους περιορισμούς να πάρει την τιμή 1. Τέλος, ο περιορισμός (3.28) εξασφαλίζει ότι για τα σημεία που θα επιλεγούν ο χρόνος ανοίγματος του χρονικού παραθύρου, συν το χρόνο παραμονής στο σημείο ώστε να ολοκληρωθεί η επίσκεψη στο σημείο ενδιαφέροντος, που βρίσκεται στο συγκεκριμένο σημείο πρέπει να είναι μικρότερος ή ίσος από το συνολικό χρόνο που έχει στη διάθεσή του ο χρήστης.

3.5.2 Προσθήκη όρων στην αντικειμενική συνάρτηση

Μια επιπλέον επιλογή που μπορεί να δοθεί στο χρήστη είναι η δυνατότητα να πριμοδοτηθούν σημεία, τα οποία είτε βρίσκονται κοντά στο σημείο εκκίνησης και τερματισμού, είτε βρίσκονται μακριά από αυτό. Για το λόγο αυτό προστίθεται ένας ακόμη όρος στην αντικειμενική, ο οποίος εκφράζει το σταθμισμένο άθροισμα των συνολικών αποστάσεων από το σημείο εκκίνησης των σημείων που επιλέγονται ως προς το άθροισμα των αποστάσεων από το σημείο εκκίνησης όλων των σημείων. Η νέα αντικειμενική συνάρτηση είναι η παρακάτω:

$$\text{Maximize} \quad \frac{\sum_{i=1}^N W_i * U_i}{\sum_{i=1}^N W_i} - a * \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_{i,j} * Y_{i,j}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_{i,j}} + b * \frac{\sum_{i=1}^N D_{i,N-1} * U_i}{\sum_{i=1}^N D_{i,N-1}} \quad (3.29)$$

Στην αντικειμενική συνάρτηση της σχέσης (3.29) ο νέος όρος που προστέθηκε πολλαπλασιάζεται με έναν συντελεστή b . Η τιμή του συντελεστή είναι αυτή που καθορίζει και το ποια σημεία θα πριμοδοτηθούν τελικά για επιλογή. Όταν ο συντελεστής b πάρει αρνητικές τιμές, τότε από μία συνάρτηση μεγιστοποίησης αφαιρείται ένας όρος. Επομένως θα επιλεγούν τα σημεία που μειώνουν όσο το δυνατόν περισσότερο τον όρο αυτό, δηλαδή, τα σημεία που βρίσκονται όσο το δυνατόν πιο κοντά στο σημείο εκκίνησης – τερματισμού του χρήστη. Αντίθετα, όταν ο συντελεστής b πάρει θετικές τιμές τότε πριμοδοτούνται από το σύστημα σημεία τα οποία βρίσκονται μακριά από το σημείο εκκίνησης – τερματισμού του χρήστη καθώς στην αντικειμενική συνάρτηση προστίθεται ένας ακόμη όρος.

3.5.3 Τελική επιλογή σημείων

Στα επιλεγμένα σημεία από το πρόβλημα του σακιδίου προστίθεται και το ξενοδοχείο και στη συνέχεια εκτελείται η τρίτη προσέγγιση του προβλήματος που αναλύθηκε στην ενότητα 3.4. Στην ενότητα αυτή αναλύθηκε μια προσέγγιση η οποία περιλαμβάνει το μοντέλο MMTO2, από το οποίο όμως στη συγκεκριμένη προσέγγιση αφαιρείται ο περιορισμός (3.12) ο οποίος έχει ληφθεί υπόψη στο μοντέλο του σακιδίου. Το MMTO2 εκτελείται μόνο για τα σημεία που έχουν επιλεγθεί και όχι για το σύνολο των σημείων ενδιαφέροντος του προβλήματος.

3.6 Πέμπτη προσέγγιση: Διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου.

Μια ακόμη προσέγγιση είναι η εκτέλεση δύο φορές του αλγορίθμου του σακιδίου για την προεπιλογή περισσότερων σημείων. Αυτή η προσέγγιση βασίζεται στο γεγονός ότι όσο περισσότερα είναι τα σημεία που είναι διαθέσιμα κατά την εκτέλεση της τρίτης προσέγγισης τόσο καλύτερο είναι και το αποτέλεσμα για το χρήστη. Αντίθετα, όμως, ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος αυξάνεται όσο αυξάνονται τα διαθέσιμα σημεία. Για το λόγο αυτό, χρειάζεται μια αρχική προεπιλογή σημείων. Για την προεπιλογή, λοιπόν, περισσότερων σημείων από αυτά που δίνει το μοντέλο του σακιδίου εκτελείται το μοντέλο και δεύτερη φορά. Αν εκτελεστεί το μοντέλο και δεύτερη φορά, όμως, χωρίς να ληφθεί υπόψη η λύση της πρώτης εκτέλεσης τότε το αποτέλεσμα θα είναι το ίδιο με την πρώτη, άρα δεν θα προεπιλεγθούν περισσότερα σημεία. Για τον παραπάνω λόγο στη δεύτερη εκτέλεση του μοντέλου τα σημεία που επιλέχθηκαν στην πρώτη εισέρχονται σαν δεδομένα, χωρίς όμως να κοστίζουν σε πόρους. Έτσι, υπάρχει ξανά διαθέσιμο ολόκληρο το ποσό, σε χρόνο και χρήμα, που έχει στη διάθεσή του ο χρήστης, με τα σημεία της πρώτης εκτέλεσης, όμως, να επηρεάζουν τα νέα σημεία που θα επιλεγθούν καθώς εισέρχονται στην αντικειμενική συνάρτηση.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η επιλογή περισσότερων σημείων «κοστίζει» σε υπολογιστικό χρόνο. Για το λόγο αυτό η εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για δεύτερη φορά εκτελείται μόνο για τις περιπτώσεις στις οποίες ο αριθμός των σημείων που επιλέχθηκαν από την πρώτη εκτέλεση δεν υπερβαίνει ένα συγκεκριμένο όριο.

3.7 Επίλογος

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκαν μαθηματικά μοντέλα προγραμματισμού και ευρετικοί μέθοδοι που επιλύουν το πρόβλημα του τουριστικού οδηγού. Το κεφάλαιο που ακολουθεί αναφέρεται στα αποτελέσματα, που προκύπτουν από την επίλυση των παραπάνω μοντέλων και ευρετικών μεθόδων.

4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

4.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε η παρουσίαση και η περιγραφή των μαθηματικών μοντέλων και των ευρετικών τρόπων που επίλυουν το πρόβλημα του τουριστικού οδηγού. Στο κεφάλαιο αυτό, θα γίνει η παρουσίαση των μεθόδων επίλυσης και αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την λύση των παραπάνω μοντέλων και ευρετικών τρόπων επίλυσης.

4.2 Μέθοδοι επίλυσης

Για την υλοποίηση των μοντέλων χρησιμοποιήθηκε το CoinAll 1.3.1. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού και ακέραιου προγραμματισμού. Η μοντελοποίηση των προγραμμάτων στην παρούσα μελέτη έγινε με τη χρήση της γλώσσας προγραμματισμού C++. Η συγκεκριμένη γλώσσα προγραμματισμού είναι αντικειμενοστραφής και είναι συνδυασμός των ευρέως χρησιμοποιούμενων γλωσσών C και Java. Επίσης, το λογισμικό ανάπτυξης που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση των προγραμμάτων είναι το Microsoft Visual Studio 2008.

Το πακέτο βελτιστοποίησης της COIN-OR σε συνδυασμό με τη διαδικασία του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού (C++) δίνει στο χρήστη τη δυνατότητα της αποτελεσματικής υλοποίησης κάθε είδους βελτιστοποίησης.

Η υλοποίηση των προγραμμάτων έλαβε χώρα στο εργαστήριο Οργάνωσης Παραγωγής της Πολυτεχνικής σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, που βρίσκεται στο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών. Τα χαρακτηριστικά του υπολογιστή που χρησιμοποιήθηκε είναι τα εξής:

- Επεξεργαστής: Intel(R) Core(TM) i5-3330 CPU 3.00GHz,
- Εγκατεστημένη μνήμη: 8,00 GB,
- Λογισμικό: Windows 7 Professional 64-bit

Αντικείμενο μελέτης εκτός από την εύρεση της βέλτιστης λύσης που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση κόστους για τα διάφορους τρόπους επίλυσης, αποτέλεσε και ο χρόνος εκτέλεσης κάθε προγράμματος. Για τον παραπάνω λόγο όλα τα αποτελέσματα λήφθηκαν από τον ίδιο υπολογιστή.

4.3 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Πριν την παρουσίαση των αποτελεσμάτων να αναφερθεί ότι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί από όλα τα μοντέλα. Αυτό εξαρτάται από το μέγεθος του προβλήματος, όσο πιο μικρό είναι το πρόβλημα, τόσο πιο εύκολα μπορεί να βρεθεί η βέλτιστη λύση. Ένα πρόβλημα ορίζεται ως μικρό, όταν έχει πολύ λιγότερα σημεία τα οποία μπορεί να επισκεφτεί ο χρήστης, σε σχέση με το αρχικό παράδειγμα που έχουμε χρησιμοποιήσει (100 σημεία ενδιαφέροντος και 1 ξενοδοχείο). Όσο μεγαλώνει το μέγεθος του προβλήματος, ο υπολογισμός της βέλτιστης λύσης γίνεται πιο δύσκολος και ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται εκθετικά. Από τη στιγμή που το συγκεκριμένο πρόβλημα αποτελεί μια εφαρμογή, η οποία θα πρέπει να είναι στη διάθεση ενός χρήστη ανά πάσα στιγμή και με δεδομένο το πρόβλημα που επιλύει θα πρέπει να δίνει λύση σε χρόνους της τάξης των μερικών δευτερολέπτων.

Στους πίνακες που παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, δίπλα σε κάποια νούμερα παρουσιάζονται κάποια σύμβολα. Με (*) συμβολίζεται ότι το πρόγραμμα διακόπηκε με την εντολή «BB.setAllowableFractionGap(x)» όπου με x συμβολίζεται το ποσοστό επί τοις εκατό από το οποίο απέχει η λύση που βρέθηκε από τη βέλτιστη, ενώ με (**) συμβολίζεται ότι το πρόγραμμα διακόπηκε με την εντολή «BB.setMaximumSeconds(x)» όπου με x συμβολίζεται ο χρόνος που θα εκτελείται το πρόγραμμα βελτιστοποίησης. Επίσης, η παρένθεση στη στήλη που παρουσιάζεται ο υπολογιστικός χρόνος επίλυσης αναφέρεται στο χρόνο μέχρι να «χτιστεί» το μοντέλο και να αρχίσει η διαδικασία εξεύρεσης της βέλτιστης λύσης.

4.3.1 Αποτελέσματα πρώτης και δεύτερης προσέγγισης

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση της πρώτης και της δεύτερης προσέγγισης αναλύθηκαν στην παράγραφο 1.5 και παρουσιάζονται αναλυτικά σε πίνακες στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ. Επίσης στους πίνακες του παραρτήματος παρουσιάζονται και οι αναλυτικές λύσεις για τις δύο προσεγγίσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δύο προσεγγίσεων.

προσέγγιση	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μονάδες ικανοποίησης)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Τιμή εντολής τερματισμού της επίλυσης.
Πρώτη προσέγγιση (MMTO)	10	423,84 (419,63)	90% (*)
Δεύτερη προσέγγιση (MMTO 2)	8	92,32 (57)	90% (*)
	33	266 (62)	70% (*)
	34	295,76 (56)	240 (**)

Πίνακας 4-1: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για την πρώτη και δεύτερη προσέγγιση του προβλήματος του τουριστικού οδηγού

Όπως είναι φανερό από τον Πίνακα 4-1 κανένα μοντέλο δεν έφτασε στην βέλτιστη λύση και σε όλες τις περιπτώσεις η διακοπή έγινε με τη χρήση εντολής τερματισμού. Στο μοντέλο MMTO χρειάζεται πολύ μεγάλος χρόνος ώστε να «χτιστεί» το μοντέλο και στη συνέχεια να αρχίσει η βελτιστοποίηση, κάτι που ξεφεύγει από τα όρια του χρόνου που έχουν τεθεί για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος. Παρόμοια είναι και τα αποτελέσματα για το μοντέλο MMTO 2 το οποίο χρειάζεται περίπου ένα λεπτό ώστε να «χτιστεί».

4.3.2 Αποτελέσματα τρίτης προσέγγισης

Τα δεδομένα που αναλύθηκαν στην παράγραφο 1.5 δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε αυτή την προσέγγιση καθώς χρησιμοποιούνται ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των σημείων και το κόστος και ο χρόνος είναι ανάλογος της απόστασης στις περισσότερες περιπτώσεις. Για το λόγο αυτό δημιουργήθηκε ένα υποθετικό παράδειγμα, τα δεδομένα του οποίου εμφανίζονται σε πίνακες στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ, το οποίο αποτελείται από 21 κόμβους (20 σημεία ενδιαφέροντος και 1 ξενοδοχείο) και υπάρχουν 3 διαφορετικά μέσα μεταφοράς. Ως κριτήριο για την βέλτιστη διαδρομή χρησιμοποιήθηκε το κόστος. Στους πίνακες στο παράρτημα παρουσιάζονται οι αναλυτικές λύσεις για όλα τα βήματα της προσέγγισης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος με τη χρήση της τρίτης προσέγγισης.

προσέγγιση	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μονάδες ικανοποίησης)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Τιμή εντολής τερματισμού της επίλυσης.
Τρίτη προσέγγιση	9	1,07 (0,7)	90% (*)
	18	32,91 (0,7)	70% (*)
	24	240,73 (0,7)	240 (**)

Πίνακας 4-2: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για την τρίτη προσέγγιση του προβλήματος του τουριστικού οδηγού

Στον παραπάνω πίνακα (Πίνακας 4-2) εμφανίζονται τα αποτελέσματα για την Τρίτη προσέγγιση του προβλήματος. Αυτό που παρατηρείται και από αυτή την προσέγγιση είναι ότι ο χρόνος που χρειάζεται το πρόβλημα για βρεθεί η βέλτιστη λύση του είναι τουλάχιστον μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερος (λεπτά) από το χρόνο για τον οποίο το πρόβλημα θα μπορούσε να εφαρμοστεί (δευτερόλεπτα). Στον παραπάνω πίνακα εμφανίζεται παρενθέσεις ο χρόνος που χρειάζεται το μοντέλο για να «χτιστεί» μαζί με το χρόνο που χρειάζεται για την εκτέλεση του αλγορίθμου Floyd- Warshall και είναι της τάξης των δεκάτων του δευτερολέπτου.

4.3.3 Αποτελέσματα τέταρτης προσέγγισης

Στην ενότητα αυτή θα γίνει ανάλυση των αποτελεσμάτων που λήφθηκαν με την τέταρτη προσέγγιση. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στην πρώτη και στη δεύτερη προσέγγιση. Επίσης, οι συντελεστές b και c που αναλύθηκαν στην ενότητα 3.5.1 παίρνουν και οι δύο την τιμή 0,5, δηλαδή τα σημεία που θα επιλεγούν θα πρέπει να καταναλώνουν τουλάχιστον το 50% από τα συνολικά χρήματα και το συνολικό χρόνο που έχει στη διάθεσή του ο χρήστης.

4.3.3.1 Αποτελέσματα τέταρτης προσέγγισης για το μοντέλο του σακιδίου

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα το μοντέλου του σακιδίου για διαφορετικούς συντελεστές a στην αντικειμενική συνάρτηση, όπως επίσης και τα αποτελέσματα από την εκτέλεση του ΜΜΤΟ 2 για τα σημεία που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου.

Τιμή συντελεστή a	1	100	300	500	800	900	1000	1250
Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης knapsack (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	2,81	2,93	2,6	2,93	3,51			
Αριθμός σημείων που επιλέχθηκαν από το knapsack	8	4	4	4	3			
Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης ΜΜΤΟ 2 (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	5,2	0,2	0,2	0,07	0,27			
Συνολικός υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	7,01	3,03	2,8	3	3,78			
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	42	32	22	9	7			

Πίνακας 4-3: Παρουσίαση αποτελεσμάτων της τέταρτης προσέγγισης για διαφορετικές τιμές του συντελεστή a στο μοντέλο του σακιδίου.

Ο παραπάνω πίνακας παρουσιάζει τα αποτελέσματα της τέταρτης προσέγγισης για διάφορες τιμές του συντελεστή a που λαμβάνεται υπόψη στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος του σακιδίου. Παρατηρείται ότι όσο μικρότερος είναι ο συντελεστής τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Επίσης, ο συνολικός υπολογιστικός χρόνος για όλα τα μοντέλα είναι της τάξης των μερικών δευτερολέπτων και επηρεάζεται από συνολικό αριθμό σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου.

4.3.3.2 Αποτελέσματα τέταρτης προσέγγισης για το μοντέλο του σακιδίου με επιπλέον όρους στην αντικειμενική συνάρτηση

Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για διάφορους συνδυασμούς τιμών των συντελεστών a και b που αναλύθηκαν στην ενότητα 3.5.2.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Τιμή συντελεστή b	-1			-10			-13,5			-20		
Τιμή συντελεστή a	1	500	800	1	500	800	1	500	800	1	500	800
Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης knapsack (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	2,02	2,21	2,59	2,03	2,01	2,34	2,03	2,01	2,08	2,05	2,12	2,11
Αριθμός σημείων που επιλέχθηκαν από το knapsack	7	4		5	4	3	5	4	3	4	4	3
Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης ΜΜΤΟ 2 (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	0,72	0,07		0,38	0,07	0,27	0,38	0,07	0,27	0,12	0,07	0,27
Συνολικός υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	2,74	2,28	2,66	2,41	2,08	3,61	2,41	2,08	2,35	2,17	2,19	2,38
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	36	9		14	9	7	14	9	7	11	9	7

Πίνακας 4-4: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για αρνητικές τιμές του συντελεστή b .

Τιμή συντελεστή b	13,5			
Τιμή συντελεστή a	1	300	750	1000
Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης knapsack (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	2,64	2,92	3,47	2,79
Αριθμός σημείων που επιλέχθηκαν από το knapsack	9	8	5	5

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης ΜΜΤΟ 2 (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	9,42	4,93	0,24	0,24
Συνολικός υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	12,06	7,85	3,71	3,03
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	35	34	21	21

Πίνακας 4-5: Παρουσίαση αποτελεσμάτων για θετικές τιμές του συντελεστή b .

Στους παραπάνω πίνακες παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα για διαφορετικές τιμές των συντελεστών a και b . Στον πίνακα (Πίνακας 4-4) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για αρνητικές τιμές του b . Δηλαδή, ευνοούνται τα σημεία που βρίσκονται κοντά στο ξενοδοχείο, ενώ στον πίνακα (Πίνακας 4-5) ευνοούνται τα σημεία που βρίσκονται μακριά από το ξενοδοχείο. Και στους δύο πίνακες τα κελιά που έχουν το ίδιο χρώμα στο φόντο αναφέρονται στο ίδιο μοντέλο. Στις περισσότερες περιπτώσεις το μοντέλο που είναι ίδιο είναι το ΜΜΤΟ 2. Αυτό συμβαίνει γιατί το μοντέλο knapsack έδωσε την ίδια ακριβώς λύση (τα ίδια σημεία).

4.3.4 Αποτελέσματα πέμπτης προσέγγισης

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναλυθούν τα αποτελέσματα της πέμπτης προσέγγισης. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν και για αυτή την προσέγγιση είναι αυτά που αναλύθηκαν στην παράγραφο 1.5 και παρουσιάζονται στους πίνακες στο παράρτημα.

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της πέμπτης προσέγγισης για σταθερή τιμή του συντελεστή a ίση με τη μονάδα και διάφορες τιμές του συντελεστή b . Οι συντελεστές a και b αναλύθηκαν στην ενότητα 3.5.2.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Τιμή συντελεστή b	-1	-20	13,5	(-)
Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης knapsack (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	2,02	2,05	2,64	2,8
Αριθμός σημείων που επιλέχθηκαν από το knapsack	7	4	9	8
Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης knapsack 2 (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	2,84	2,04	2,66	2,33
Συνολικός αριθμός σημείων που επιλέχθηκαν από τα knapsack	14	8	16	14
Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης ΜΜΤΟ 2 (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	27,58	0,57	45,11	41,63
Τιμή εντολής τερματισμού της επίλυσης.	-	-	45 (**)	-
Συνολικός υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	32,44	4,66	50,41	46,76
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	46	24	35	48

Πίνακας 4-6: Παρουσίαση αποτελεσμάτων πέμπτης προσέγγισης

Στον παραπάνω πίνακα γίνεται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων της πέμπτης προσέγγισης για διάφορες τιμές του συντελεστή b . Όπως είναι εμφανές η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι ικανοποιητική σε όλες τις περιπτώσεις, όμως μόνο για την περίπτωση όπου ο συντελεστής b παίρνει την τιμή -20 είναι και ο χρόνος ικανοποιητικός. Επίσης για την τιμή 13,5 υπάρχει εντολή τερματισμού της επίλυσης του ΜΜΤΟ 2 στα 45 δευτερόλεπτα. Άρα η λύση που προκύπτει δεν είναι η βέλτιστη.

4.4 Επίλογος

Στο παρών κεφάλαιο έλαβε χώρα η παρουσίαση των μεθόδων επίλυσης αλλά και των αποτελεσμάτων των μαθηματικών μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων. Στο επόμενο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προήλθαν από την επίλυση των μοντέλων και των ευρετικών τρόπων επίλυσης. Επίσης, γίνεται και σχολιασμός της παραπάνω σύγκρισης.

5 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

5.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάστηκαν οι μέθοδοι επίλυσης αλλά και τα αποτελέσματα των μαθηματικών μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων. Στο παρών κεφάλαιο θα γίνει σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων. Η σύγκριση θα γίνεται με βάση την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης (CPU solution time) του κάθε μοντέλου και της κάθε ευρετικής μεθόδου. Ορισμένα μαθηματικά μοντέλα εξαιτίας του όγκου τους δεν μπορούν να δώσουν τη βέλτιστη λύση σε χρονική διάρκεια κάποιων δευτερολέπτων. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκαν δύο εντολές τερματισμού οι οποίες θα τοποθετηθούν στο πρόγραμμα επίλυσης που έχει αναφερθεί στην ενότητα 4.2. Αυτές οι εντολές είναι οι: «`BB.setAllowableFractionGap(G);`» και «`BB.setMaximumSeconds(T);`». Όπου με G , συμβολίζεται το ποσοστό `Gap`, στο οποίο ζητείται από το πρόγραμμα να παρουσιάσει τη λύση που έχει σε εκείνο το ποσοστό, ενώ με T , συμβολίζεται ο χρόνος στον οποίο ζητείται από το πρόγραμμα να παρουσιάσει τη λύση που έχει στον συγκεκριμένο αυτό χρόνο.

5.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων διαφορετικών προσεγγίσεων επίλυσης

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των μαθηματικών μοντέλων και των ευρετικών μεθόδων επίλυσης. Για τις ευρετικές μεθόδους επίλυσης επιλέχθηκαν για το συγκεκριμένο πίνακα εκείνες οι τιμές για τους συντελεστές οι οποίες δίνουν ως αποτέλεσμα τη μεγαλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση και παράλληλα ο χρόνος για την επίλυση του προβλήματος δεν ξεπερνούσε τα 10 δευτερόλεπτα. Ο συγκεκριμένος χρόνος επιλέχθηκε γιατί σε μια πραγματική εφαρμογή η αναμονή ενός χρήστη δεν μπορεί να ξεπερνά το χρόνο αυτό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

προσέγγιση	Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (Objective value) (σε μονάδες ικανοποίησης)	Υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)	Τιμή εντολής τερματισμού της επίλυσης.
Πρώτη προσέγγιση (MMTO)	10	423,84	90% (*)
Δεύτερη προσέγγιση (MMTO 2)	8	92,32	90% (*)
	33	266	70% (*)
	34	295,76	240 (**)
Τέταρτη προσέγγιση (a=1, b=0)	42	7,01	-
Τέταρτη προσέγγιση (a=1, b= -1)	36	2,74	-
Τέταρτη προσέγγιση (a=300, b=13,5)	34	7,85	-
Πέμπτη προσέγγιση (a=1, b= -20)	24	4.66	-

Πίνακας 5-1: Αποτελέσματα μαθηματικών μοντέλων και ευρετικών τρόπων επίλυσης

Στον παραπάνω πίνακα εμφανίζονται συγκριτικά αποτελέσματα για την κάθε προσέγγιση του προβλήματος. Η σύγκριση που θα γίνει για τις διαφορετικές προσεγγίσεις επίλυσης, θα περιλαμβάνει σύγκριση ως προς την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά και ως προς τον χρόνο επίλυσης. Ως βάση σύγκρισης, δηλαδή ως βασική προσέγγιση της οποίας οι τιμές θα συγκριθούν με τις υπόλοιπες, θεωρείται η πρώτη προσέγγιση του μοντέλου. Τα αποτελέσματα αυτής της σύγκρισης εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα.

προσέγγιση	Σύγκριση της συνολικής ικανοποίησης του χρήστη σε σχέση με την πρώτη προσέγγιση	Σύγκριση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης (CPU solution time) σε σχέση με την πρώτη προσέγγιση
Δεύτερη προσέγγιση (MMTO 2)	-20	78,22
	230	37,24
	240	30,22
Τέταρτη προσέγγιση (a=1, b=0)	320	98,35
Τέταρτη προσέγγιση (a=1, b= -1)	260	99,35
Τέταρτη προσέγγιση (a=300, b=13,5)	240	98,15
Πέμπτη προσέγγιση (a=1, b= -20)	140	98,9

Πίνακας 5-2: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς τιμής αντικειμενικής συνάρτησης και υπολογιστικού χρόνου της πρώτης προσέγγισης με τις υπόλοιπες προσεγγίσεις

Ο Πίνακας 5-2 παρουσιάζει τη διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και στον υπολογιστικό χρόνο των διαφορετικών προσεγγίσεων, εκφρασμένη σε (%) ποσοστό επί της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης και του υπολογιστικού χρόνου της πρώτης προσέγγισης, αντίστοιχα. Σε κάποια κελιά του παραπάνω πίνακα, εμφανίζονται αρνητικές τιμές. Το αρνητικό πρόσημο, απεικονίζει ότι η πρώτη προσέγγιση είναι καλύτερη από την αντίστοιχη που συγκρίνεται, στο συγκεκριμένο πεδίο σύγκρισης. Όταν μία προσέγγιση είναι καλύτερη, αυτό σημαίνει ότι έχει είτε μεγαλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, είτε μικρότερο υπολογιστικό χρόνο επίλυσης, ανάλογα με το πεδίο σύγκρισης.

Έτσι λοιπόν, από τον παραπάνω πίνακα, όσον αφορά την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, παρατηρείται ότι η τέταρτη προσέγγιση με συντελεστές $a=1$ και $b=0$, έχει μεγαλύτερη τιμή, άρα και καλύτερη, από τις υπόλοιπες προσεγγίσεις και είναι κατά 320% καλύτερη από την πρώτη προσέγγιση. Επίσης, η τιμή της αντικειμενικής της πρώτης προσέγγισης είναι καλύτερη από την τιμή της αντικειμενικής της δεύτερης προσέγγισης για το ίδιο ποσοστό Gap (90%). Τέλος, όλες οι υπόλοιπες προσεγγίσεις δίνουν τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση από 140 έως και 260% καλύτερη σε σχέση με την τιμή της πρώτης προσέγγισης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Η σύγκριση που αφορά τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης, απεικονίζει ότι η τέταρτη προσέγγιση με τιμές στους συντελεστές $a=1$ και $b=-1$ είναι πιο γρήγορη από όλες τις προσεγγίσεις και επίσης είναι 99,35% ταχύτερη σε σχέση με την πρώτη προσέγγιση. Η δεύτερη προσέγγιση είναι από περίπου 30 έως 78% πιο γρήγορη σε σχέση με την πρώτη. Τέλος, οι υπόλοιπες προσεγγίσεις είναι περίπου 98,5% πιο γρήγορες σε σχέση με την πρώτη.

5.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων τέταρτης προσέγγισης

Όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 4.3.3 τα αποτελέσματα της τέταρτης προσέγγισης εξαρτώνται από τις τιμές των συντελεστών στην αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου του σακιδίου. Στην ενότητα αυτή θα γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων για τις διάφορες τιμές των συντελεστών αυτών.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα της συνολικής ικανοποίησης του χρήστη και του συνολικού υπολογιστικού χρόνου της τέταρτης προσέγγισης, για τις διάφορες τιμές των συντελεστών.

Τιμές συντελεστών	Συνολική ικανοποίηση του χρήστη (σε μονάδες ικανοποίησης)	Συνολικός υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)
$a=1, b=0$	42	7,01
$a=100, b=0$	32	3,03
$a=300, b=0$	22	2,08
$a=500, b=0$	22	2,08
$a=800, b=0$	9	3
$a=900, b=0$	7	3,78
$a=1000, b=0$	7	3,78
$a=1250, b=0$	7	3,78
$a=1, b=-1$	36	2,74
$a=500, b=-1$	9	2,28
$a=800, b=-1$	9	2,66
$a=1, b=-10$	14	2,41
$a=500, b=-10$	9	2,08
$a=800, b=-10$	7	3,61

a= 1, b= -13,5	14	2,41
a= 500, b= -13,5	9	2,08
a= 800, b= -13,5	7	2,35
a= 1, b= -20	11	2,17
a= 500, b= -20	9	2,19
a= 800, b= -20	7	2,38
a= 1, b= 13,5	35	12,06
a= 300, b= 13,5	34	7,85
a= 750, b= 13,5	21	3,71
a= 1000, b= 13,5	21	3,03

Πίνακας 5-3: Παρουσίαση αποτελεσμάτων της τέταρτης προσέγγισης για διαφορετικές τιμές των συντελεστών a και b

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της σύγκρισης της ικανοποίησης του χρήστη αλλά και του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης της τέταρτης προσέγγισης, για τους διαφορετικούς συντελεστές a και b. Ως βάση σύγκρισης χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα για τιμές στους συντελεστές a=1 και b=0.

Τιμές συντελεστών	Σύγκριση της συνολικής ικανοποίησης του χρήστη σε σχέση με τιμές στους συντελεστές a=1 και b=0	Σύγκριση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης (CPU solution time) σε σχέση με τιμές στους συντελεστές a=1 και b=0
a= 100, b=0	-23,81	56,78
a= 300, b=0	-47,62	70,33
a= 500, b=0	-47,62	70,33
a= 800, b=0	-78,57	57,20
a= 900, b=0	-83,33	46,08
a= 1000, b=0	-83,33	46,08
a= 1250, b=0	-83,33	46,08
a= 1, b= -1	-14,29	60,91
a= 500, b= -1	-78,57	67,48
a= 800, b= -1	-78,57	62,05
a= 1, b= -10	-66,67	65,62
a= 500, b= -10	-78,57	70,33

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

a= 800, b= -10	-83,33	48,50
a= 1, b= -13,5	-66,67	65,62
a= 500, b= -13,5	-78,57	70,33
a= 800, b= -13,5	-83,33	66,48
a= 1, b= -20	-73,81	69,04
a= 500, b= -20	-78,57	68,76
a= 800, b= -20	-83,33	66,05
a= 1, b= 13,5	-16,67	-72,04
a= 300, b= 13,5	-19,05	-11,98
a= 750, b= 13,5	-50,00	47,08
a= 1000, b= 13,5	-50,00	56,78

Πίνακας 5-4: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς της τιμής της ικανοποίησης του χρήστη και υπολογιστικού χρόνου της τέταρτης προσέγγισης με τιμές στους συντελεστές $a=1$ και $b=0$ σε σχέση με τις υπόλοιπες τιμές των συντελεστών

Ο Πίνακας 5-4 παρουσιάζει τη διαφορά στην τιμή της ικανοποίησης του χρήστη και στον υπολογιστικό χρόνο της τέταρτης προσέγγισης για τις διαφορετικές τιμές των συντελεστών a και b , εκφρασμένη σε (%) ποσοστό επί της τιμής της ικανοποίησης του χρήστη και του υπολογιστικού χρόνου με τιμές των συντελεστών $a=1$ και $b=0$, αντίστοιχα. Σε κάποια κελιά του παραπάνω πίνακα, εμφανίζονται αρνητικές τιμές. Το αρνητικό πρόσημο, απεικονίζει ότι τα αποτελέσματα για τιμές στους συντελεστές $a=1$ και $b=0$ είναι καλύτερα από τα αντίστοιχα που συγκρίνεται, στο συγκεκριμένο πεδίο σύγκρισης, όπως αναλύθηκε και στην προηγούμενη ενότητα.

Έτσι λοιπόν, από τον παραπάνω πίνακα, όσον αφορά την τιμή της ικανοποίησης του χρήστη, παρατηρείται ότι όλα τα αποτελέσματα είναι αρνητικά. Αυτό σημαίνει ότι για συντελεστές $a=1$ και $b=0$ η τέταρτη προσέγγιση παρουσιάζει το καλύτερο αποτέλεσμα σε σχέση με τους υπόλοιπους συνδυασμούς συντελεστών. Επίσης, παρατηρείται ότι όσο πιο μικρός είναι ο συντελεστής a για την ίδια τιμή του συντελεστή b το ποσοστό της διαφοράς μειώνεται, άρα η τιμή της ικανοποίησης του χρήστη αυξάνεται.

Η σύγκριση που αφορά τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης, απεικονίζει ότι για τιμές στους συντελεστές $a=1$ και $b=0$ ο χρόνος επίλυσης είναι μεγαλύτερος στην πλειοψηφία των περιπτώσεων. Εξάιρεση αποτελούν οι χρόνοι για τιμή του συντελεστή $a=1$ και $a=300$ και για τιμή του συντελεστή $b=13,5$ και στις δύο περιπτώσεις. Με εξαίρεση τις δύο αυτές περιπτώσεις οι υπόλοιποι συνδυασμοί συντελεστών δίνουν τη βέλτιστη λύση από 45 έως 70% ταχύτερα σε σχέση με το χρόνο επίλυσης για συντελεστές $a=1$ και $b=0$.

5.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων πέμπτης προσέγγισης

Στην ενότητα αυτή θα γίνει η σύγκριση και ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων για την Πέμπτη προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος του τουριστικού οδηγού. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της τιμής της ικανοποίησης του χρήστη και του συνολικού υπολογιστικού χρόνου επίλυσης αυτής της προσέγγισης, για σταθερή τιμή του συντελεστή $a=1$ και διαφορετικές τιμές του συντελεστή b .

Τιμή συντελεστή b	Συνολική ικανοποίηση του χρήστη (σε μονάδες ικανοποίησης)	Συνολικός υπολογιστικός χρόνος επίλυσης (CPU solution time) (σε δευτερόλεπτα)
-1	46	32,44
-20	24	4,66
13,5	35	50,41
0	48	46,76

Πίνακας 5-5: Παρουσίαση αποτελεσμάτων της πέμπτης προσέγγισης για $a=1$ και διαφορετικές τιμές του συντελεστή b

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της σύγκρισης της ικανοποίησης του χρήστη αλλά και του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης της πέμπτης προσέγγισης, για τιμή του συντελεστή $a=1$ και για διαφορετικές τιμές του συντελεστή b . Ως βάση σύγκρισης χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα για τιμή στο συντελεστή $b= -1$

Τιμή συντελεστή b	Σύγκριση της συνολικής ικανοποίησης του χρήστη σε σχέση με την τιμή του συντελεστή $b= -1$	Σύγκριση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης (CPU solution time) σε σχέση με την τιμή του συντελεστή $b= -1$
-20	-47,83	85,64
13,5	-23,91	-55,39
0	4,35	-44,14

Πίνακας 5-6: Σύγκριση ποσοστού (%) διαφοράς της τιμής της ικανοποίησης του χρήστη και υπολογιστικού χρόνου της πέμπτης προσέγγισης με τιμές στους συντελεστές $a=1$ και $b= -1$ σε σχέση με τις υπόλοιπες τιμές του συντελεστή b .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Από τον παραπάνω πίνακα (Πίνακας 5-6) παρουσιάζει τη διαφορά στην τιμή της ικανοποίησης του χρήστη για τις διαφορετικές τιμές του συντελεστή b , εκφρασμένη σε (%) ποσοστό επί της τιμής της ικανοποίησης του χρήστη για τιμή του συντελεστή $b = -1$. Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρείται ότι για $b=0$ η τιμή της ικανοποίησης του χρήστη είναι κατά 4% περίπου μεγαλύτερη από την ικανοποίηση για $b = -1$. Αντίθετα, για $b = -20$ και $b=13,5$ η τιμή της ικανοποίησης του χρήστη είναι κατά 48 και 24% περίπου χειρότερη. Σε ότι αφορά το χρόνο επίλυσης, για $b = -20$ ο χρόνος επίλυσης είναι κατά 85,5% περίπου μικρότερος σε σχέση με το χρόνο επίλυσης για $b = -1$, ενώ για $b=13,5$ και $b=0$ ο χρόνος επίλυσης είναι μεγαλύτερος κατά 55 και 44%, αντίστοιχα.

5.5 Επίλογος

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο έγινε η σύγκριση των αποτελεσμάτων των διαφορετικών προσεγγίσεων που δημιουργήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος του τουριστικού οδηγού. Αρχικά έγινε μια σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων μεταξύ των διαφορετικών προσεγγίσεων, με βάση σύγκρισης τη συνολική ικανοποίηση του χρήστη και τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης. Στη συνέχεια έγιναν συγκρίσεις, με βάση τη συνολική ικανοποίηση του χρήστη και τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης, για τα αποτελέσματα της τέταρτης προσέγγισης για διαφορετικούς συντελεστές a και b , όπως επίσης και για τα αποτελέσματα της πέμπτης προσέγγισης για διαφορετικούς συντελεστές b .

6 ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία βασίστηκε στην προσέγγιση λύσης του προβλήματος του τουριστικού οδηγού, στο οποίο αναζητούνται τα σημεία που θα επισκεφτεί ένας χρήστης, έχοντας στη διάθεσή του ένα συγκεκριμένο ποσό χρημάτων και χρόνου, με σκοπό τη μεγιστοποίηση της ικανοποίησής του. Το πρόβλημα αυτό αποτελεί ένα συνδυασμό από το πρόβλημα του σακιδίου και το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα.

Στο πρώτο κεφάλαιο έγινε η περιγραφή του προβλήματος, αναλύθηκε ο συνδυασμός προβλημάτων που το αποτελούν και έγινε και η περιγραφή των προβλημάτων αυτών. Επίσης, ένα ρεαλιστικό παράδειγμα, το οποίο βοήθησε στην καλύτερη κατανόηση του προβλήματος αλλά και στην ανάπτυξη μοντέλων που θα βελτιστοποιήσουν το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Στη συνέχεια, έλαβε χώρα η ανασκόπηση των επιστημονικών δημοσιεύσεων που σχετίζονται με τα επιμέρους προβλήματα που αποτελούν το πρόβλημα του τουριστικού οδηγού, δηλαδή, του προβλήματος του σακιδίου και του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή με χρονικά παράθυρα. Επίσης στο συγκεκριμένο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν και ορισμένες πρακτικές εφαρμογές των δύο αυτών προβλημάτων.

Έπειτα, παρουσιάστηκαν και αναλύθηκαν έξι διαφορετικές προσεγγίσεις για την επίλυση του προβλήματος του τουριστικού οδηγού. Αρχικά παρουσιάστηκε ένα μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει πλήρως το πρόβλημα του τουριστικού οδηγού. Στη συνέχεια, παρουσιάστηκε μια ευρετική μέθοδος στην οποία γίνεται απαλοιφή των διαφορετικών μέσων που υπάρχουν για τη μεταφορά του χρήστη από ένα σημείο ενδιαφέροντος σε ένα άλλο. Οι δύο πρώτες προσεγγίσεις βασίζονται στην παραδοχή ότι ο χρήστης δεν μπορεί να μεταβεί σε ένα σημείο ενδιαφέροντος χωρίς να το επισκεφτεί, αλλά με σκοπό να αποτελέσει ενδιάμεσο κόμβο για τη μετάβαση σε ένα άλλο σημείο. Η παραδοχή αυτή εξαλείφεται στην τρίτη προσέγγιση με τη βοήθεια του αλγορίθμου Floyd- Warshall. Επίσης, αναπτύχθηκαν δύο ακόμη προσεγγίσεις οι οποίες βασίζονται στην προεπιλογή κάποιων σημείων με σκοπό να μειωθεί ο όγκος του προβλήματος. Η προεπιλογή των σημείων βασίζεται στο πρόβλημα του σακιδίου και στην τέταρτη προσέγγιση εκτελείται μία φορά ενώ στην πέμπτη δύο.

Κατά το ερευνητικό μέρος της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας πραγματοποιήθηκε η υλοποίηση των παραπάνω προσεγγίσεων για την επίλυση του προβλήματος του τουριστικού οδηγού, χρησιμοποιώντας το παράδειγμα που έχει παρουσιαστεί. Η υλοποίηση έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού C++ ενώ για την επίλυση χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό COIN-OR. Το συγκεκριμένο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΠΙΛΟΓΟΣ

λογισμικό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Επίσης, είναι εύχρηστο σε συνδυασμό με τη διαδικασία του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού καθώς εισάγεται σαν βιβλιοθήκη στον κώδικα.

Στη συνέχεια, παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα όλων των προσεγγίσεων. Για την τέταρτη και την πέμπτη προσέγγιση παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα για διαφορετικούς συντελεστές που επηρεάζουν την επιλογή των σημείων. Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων περιελάμβανε το αποτέλεσμα της ικανοποίησης του χρήστη για κάθε μία από τις περιπτώσεις. Επίσης, περιελάμβανε αποτελέσματα που αφορούν το χρόνο επίλυσης για την κάθε περίπτωση, όπως επίσης και τις εντολές τερματισμού που χρησιμοποιήθηκαν σε ορισμένες περιπτώσεις.

Τέλος, έγινε σύγκριση και σχολιασμός των αποτελεσμάτων. Συγκεκριμένα έγινε μια σύγκριση μεταξύ όλων των προσεγγίσεων, μία σύγκριση που αφορούσε τα αποτελέσματα της τέταρτης προσέγγισης και μια που αφορούσε τα αποτελέσματα της πέμπτης για διαφορετικούς συντελεστές στις αντικειμενικές συναρτήσεις των μοντέλων. Η σύγκριση που έγινε σε όλες τις περιπτώσεις αφορούσε τη σύγκριση ως προς την τιμή της ικανοποίησης του χρήστη όπως και ως προς τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης για την κάθε περίπτωση.

Ως συνέχεια αυτής της διπλωματικής θα μπορούσε να βελτιωθεί το λογισμικό που δημιουργήθηκε και να εισαχθούν οι κατάλληλες ερωτήσεις, οι οποίες θα απαντώνται από το χρήστη, ώστε να εισάγονται αυτόματα οι βαθμοί ικανοποίησης του χρήστη σύμφωνα με το προφίλ και τα ενδιαφέροντά του. Ακόμη θα μπορούσε να γίνει ανάλυση ευαισθησίας σε ότι αφορά τους συντελεστές που χρησιμοποιούνται στην τέταρτη και πέμπτη προσέγγιση για το πώς αυτοί επηρεάζουν το αποτέλεσμα του προβλήματος σε συνάρτηση και με τα χρήματα και το χρόνο που έχει στη διάθεσή του ο χρήστης.

Το κεφάλαιο που ακολουθεί είναι το ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ, στο οποίο θα παρουσιαστεί η λειτουργία του λογισμικού που αναπτύχθηκε και η λύση της κάθε προσέγγισης. Το αποτέλεσμα της κάθε προσέγγισης έχει ως στόχο την απεικόνιση της διαδρομής που θα ακολουθήσει ο χρήστης, δηλαδή, ποια σημεία ενδιαφέροντος θα επισκεφτεί, τη σειρά με την οποία θα τα επισκεφτεί αλλά και ποιο μέσο μεταφοράς θα χρησιμοποιήσει για την κάθε μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων.

7 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

7.1 Αλγόριθμος “Floyd- Warshall”

```
let dist be a  $|V| \times |V|$  array of minimum distances initialized to  $\infty$ 
(infinity)
let next be a  $|V| \times |V|$  array of vertex indices initialized to null

procedure Floyd-Warshall With Path Reconstruction ()
  for each edge (u,v)
    dist[u][v]  $\leftarrow$  w(u,v) // the weight of the edge (u,v)
    next[u][v]  $\leftarrow$  v
  for k from 1 to  $|V|$  // standard Floyd-Warshall implementation
    for i from 1 to  $|V|$ 
      for j from 1 to  $|V|$ 
        if dist[i][k] + dist[k][j] < dist[i][j] then
          dist[i][j]  $\leftarrow$  dist[i][k] + dist[k][j]
          next[i][j]  $\leftarrow$  next[i][k]

procedure Path(u, v)
  if next[u][v] = null then
    return []
  path = [u]
  while u  $\neq$  v
    u  $\leftarrow$  next[u][v]
    path.append(u)
  return path
```

7.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ TOURISTIC GUIDE

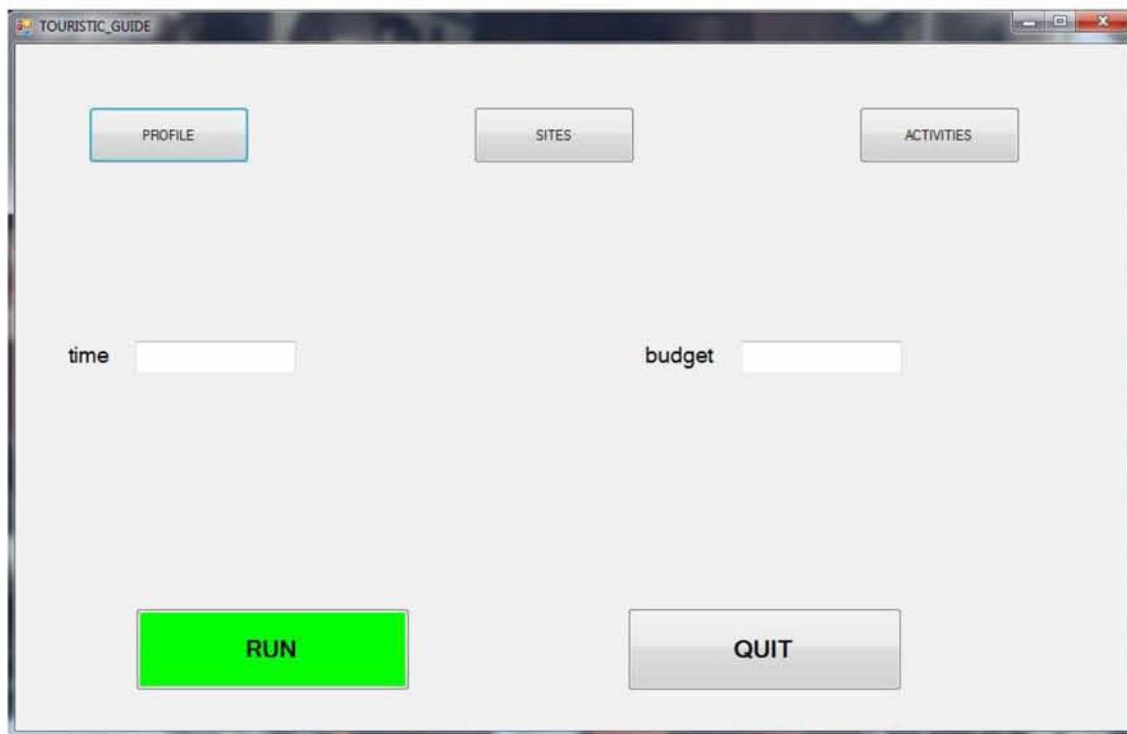
7.2.1 Εισαγωγή

Για την εισαγωγή ορισμένων δεδομένων από το χρήστη αναπτύχθηκε ένα λογισμικό σε προγραμματιστικό περιβάλλον της γλώσσας VISUAL BASIC, με τη χρήση του Microsoft Visual Studio 2010.

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται η κύρια φόρμα του λογισμικού. Στο πάνω μέρος της κύριας φόρμας εμφανίζονται τα κουμπιά “PROFILE”, “SITES” και “ACTIVITIES”. Στο κέντρο της φόρμας εμφανίζονται δύο πεδία εισαγωγής κειμένου από το χρήστη (textbox), στα οποία ο χρήστης εισάγει στο σύστημα τον χρόνο και τα χρήματα που έχει στη διάθεση του. Στο κάτω μέρος της φόρμας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

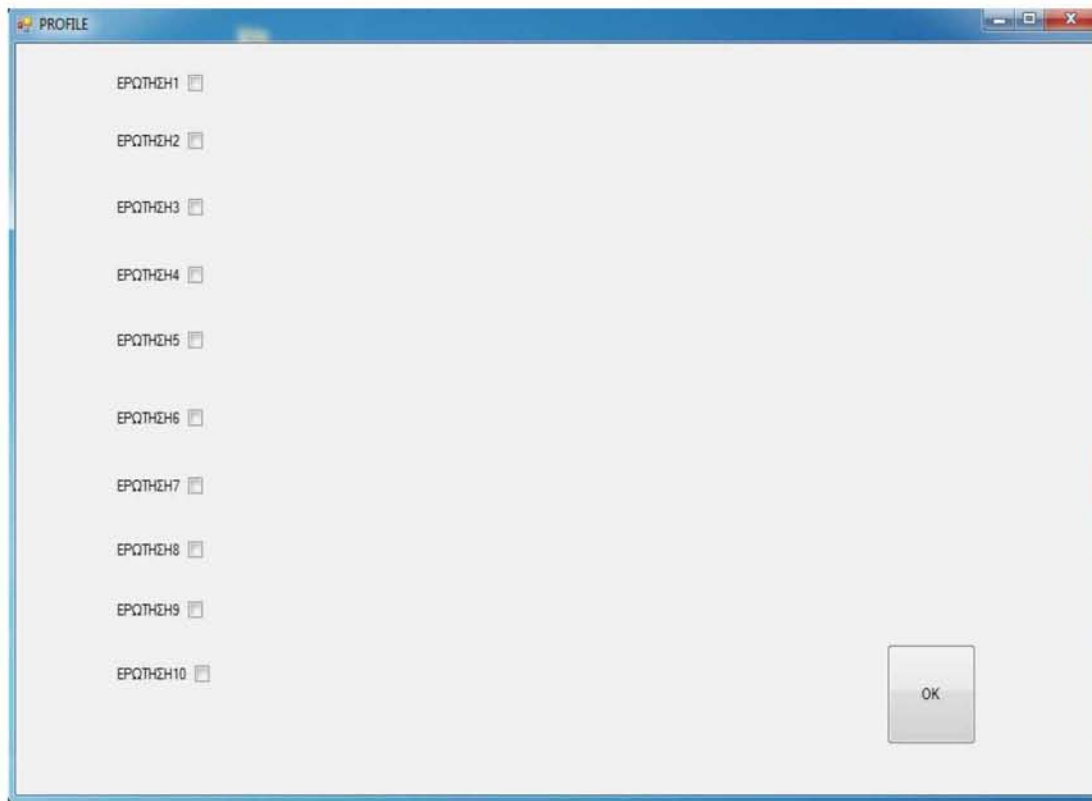
εμφανίζονται το κουμπί “RUN” και το κουμπί “QUIT”, τα οποία εκτελούν το πρόγραμμα βελτιστοποίησης και τερματίζουν το λογισμικό αντίστοιχα.



Εικόνα 7-1: κύρια φόρμα λογισμικού

7.2.2 Λειτουργία PROFILE

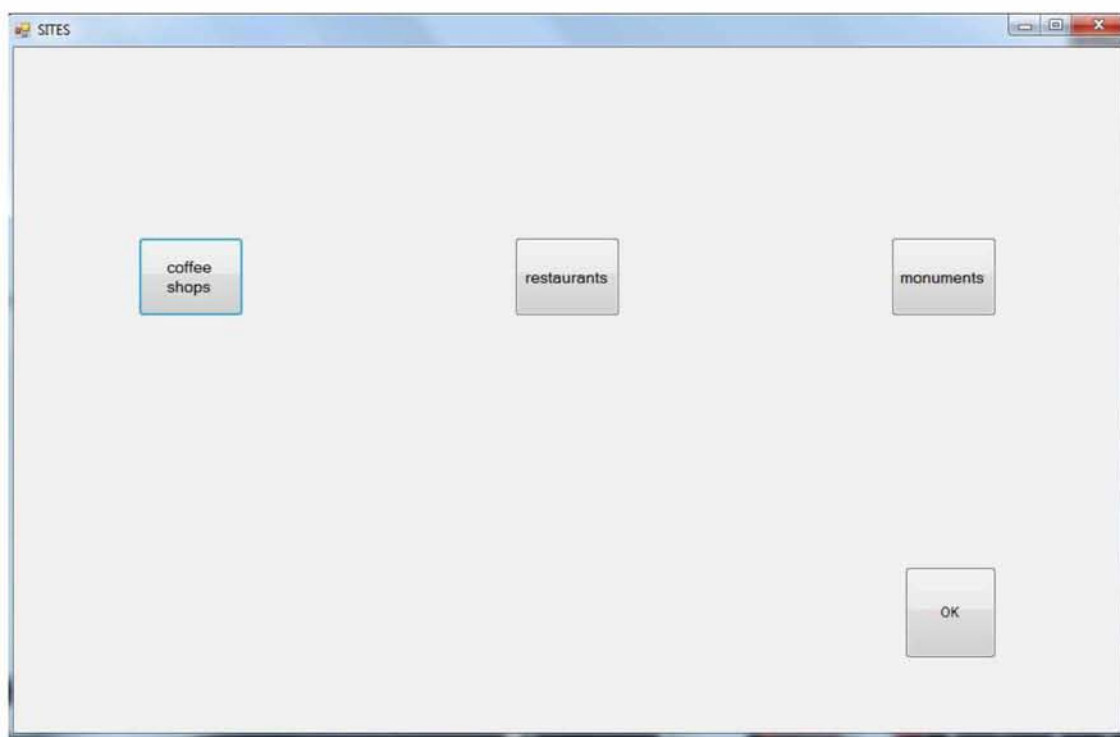
Κάνοντας κλικ πάνω στο κουμπί “PROFILE” ανοίγει μία νέα φόρμα όπως φαίνεται στην Εικόνα 7-2. Στην φόρμα αυτή υπάρχουν όλες οι ερωτήσεις, στις οποίες πρέπει να απαντήσει ο χρήστης, ώστε να δημιουργηθεί ένα προφίλ σύμφωνα με τις προτιμήσεις του και να δοθούν τα κατάλληλα βάρη σε κάθε ένα από τα σημεία ενδιαφέροντος. Επίσης υπάρχει και το κουμπί “OK” το οποίο όταν πατηθεί επεξεργάζεται τα δεδομένα από τις απαντήσεις του χρήστη, δημιουργεί το προφίλ του, εισάγοντας βάρη σε κάθε ένα από τη σημεία ενδιαφέροντος και κλείνει τη φόρμα.

The image shows a screenshot of a software window titled "PROFILE". The window has a standard Windows-style title bar with minimize, maximize, and close buttons. The main content area is light gray and contains ten vertically stacked questions, each labeled "ΕΡΩΤΗΣΗ" followed by a number from 1 to 10. To the right of each question label is a small, empty square input field. At the bottom right of the window, there is a rectangular button with the text "OK" centered on it.

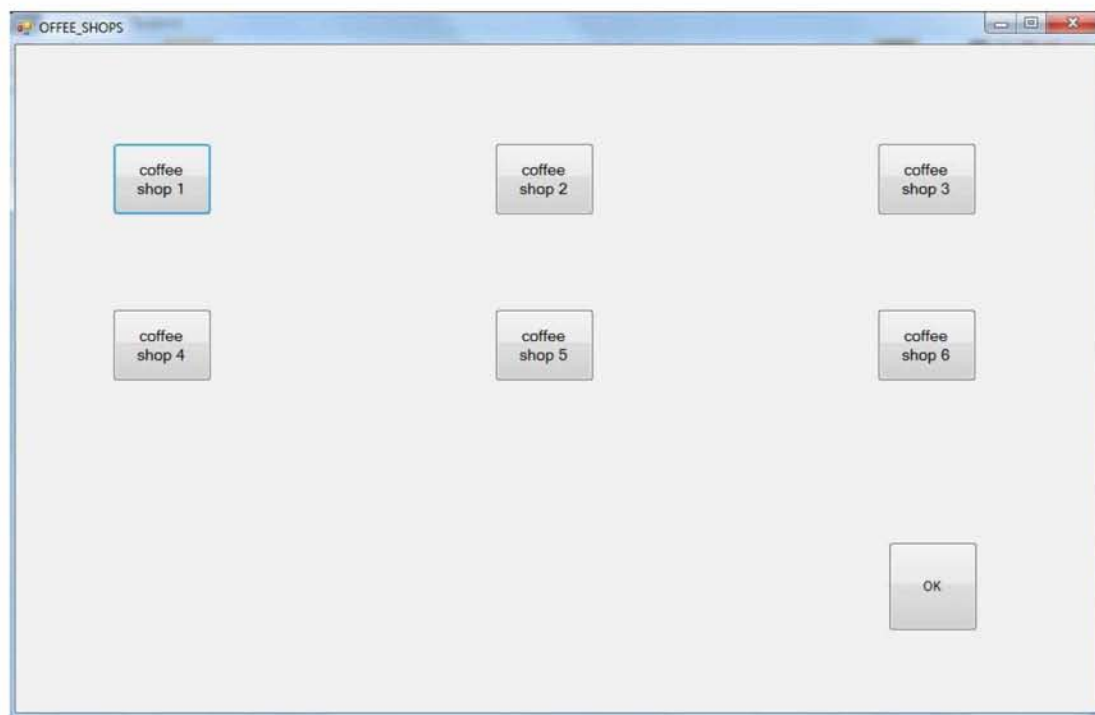
Εικόνα 7-2: φόρμα ερωτήσεων για τη δημιουργία του προφίλ χρήστη

7.2.3 Λειτουργία SITES

Μετά την λειτουργία PROFILE ο χρήστης μπορεί να ελέγξει τα βάρη που έχει ορίσει το σύστημα αυτόματα σε κάθε ένα από τα σημεία ενδιαφέροντος και να τα διαμορφώσει διαφορετικά άμα το επιθυμεί έχοντας στην διάθεση του αναλυτικές πληροφορίες για κάθε ένα από αυτά ξεχωριστά. Κάνοντας κλικ πάνω στο κουμπί “SITES” ανοίγει μία νέα φόρμα όπως φαίνεται στην Εικόνα 7-3. Στη φόρμα αυτή υπάρχουν τρία κουμπιά που το κάθε ένα αντιστοιχεί σε μια ομάδα από σημεία ενδιαφέροντος, όπως για παράδειγμα το κουμπί “coffee shops”, όπου όταν πατηθεί ανοίγει μια νέα φόρμα που περιλαμβάνει κουμπιά με το κάθε ένα να αντιστοιχεί σε ένα coffee shop όπως φαίνεται στην Εικόνα 7-4. Επίσης στην φόρμα παρουσιάζεται και το κουμπί “OK” το οποίο αποθηκεύει τα δεδομένα στο πρόγραμμα και κλείνει τη φόρμα.



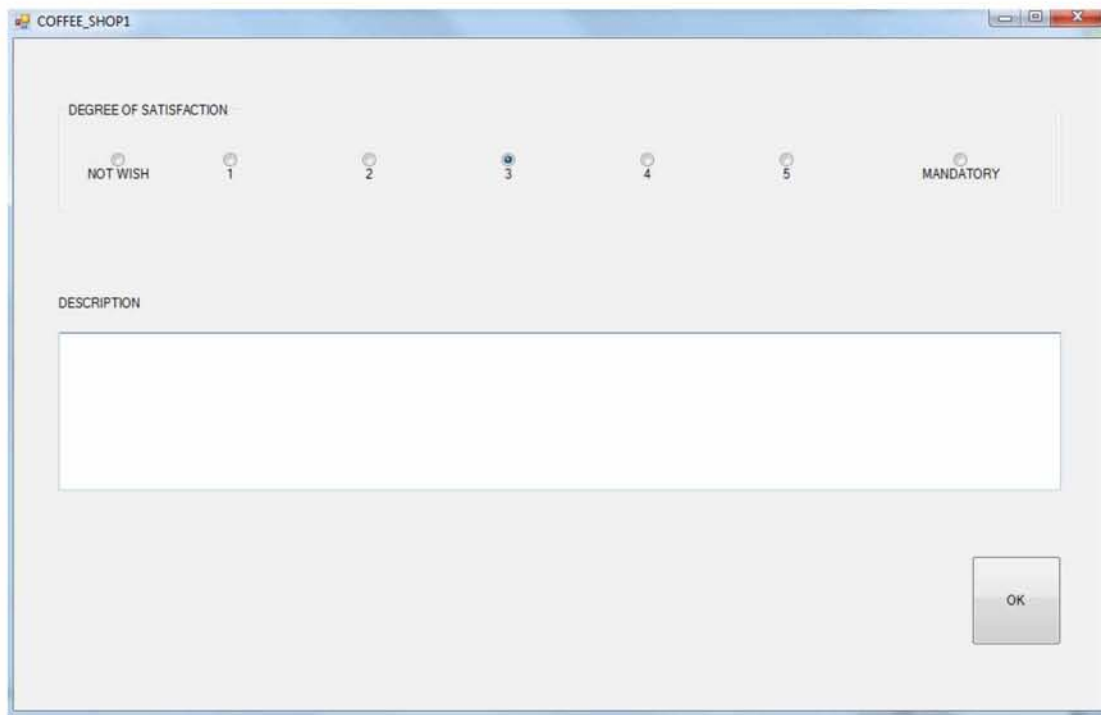
Εικόνα 7-3: φόρμα σημείων ενδιαφέροντος



Εικόνα 7-4: φόρμα ομάδας σημείων ενδιαφέροντος

Κάνοντας κλικ σε ένα από τα κουμπιά που παρουσιάζονται στη φόρμα της κάθε ομάδας με σημεία ενδιαφέροντος ανοίγει μια νέα φόρμα στην οποία παρουσιάζονται τα στοιχεία για το αντίστοιχο σημείο όπως φαίνεται στην Εικόνα 7-5. Στο πάνω μέρος της φόρμας υπάρχει ένα πεδίο, στο οποίο εμφανίζεται μια σειρά αριθμών, από ένα έως πέντε και δύο εκφράσεις, η έκφραση “NOT WISH” και η έκφραση “MANDATORY”. Όταν δημιουργείται το προφίλ χρήστη με την λειτουργία του κουμπιού PROFILE σε κάθε ένα από τα σημεία ενδιαφέροντος εισάγεται αυτόματα μια τιμή σε ένα από τα παραπάνω πεδία αριθμών. Παρόλα αυτά όμως ο χρήστης έχει τη δυνατότητα με την χρήση του κουμπιού SITES να επέμβει και να βάλει ο ίδιος τιμή σε κάθε ένα από τα σημεία ενδιαφέροντος. Στην περίπτωση που ο χρήστης εισάγει την έκφραση “ NOT WISH ” τότε ο βαθμός ικανοποίησης για το συγκεκριμένο σημείο παίρνει αρνητική τιμή, ώστε να μετατρέπει την επιλογή του συγκεκριμένου σημείου κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης μη επιλέξιμη. Αντίθετα όταν ο χρήστης επιλέγει την έκφραση “MANDATORY” ο βαθμός ικανοποίησης μετατρέπεται σε πολύ μεγάλος. Στην φόρμα εμφανίζονται επίσης εμφανίζεται ένα πεδίο στο οποίο υπάρχει η περιγραφή του σημείου ενδιαφέροντος, όπως επίσης και το κουμπί “OK” το οποίο αποθηκεύει τα δεδομένα στο πρόγραμμα και κλείνει τη φόρμα, όπως και στις προηγούμενες φόρμες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



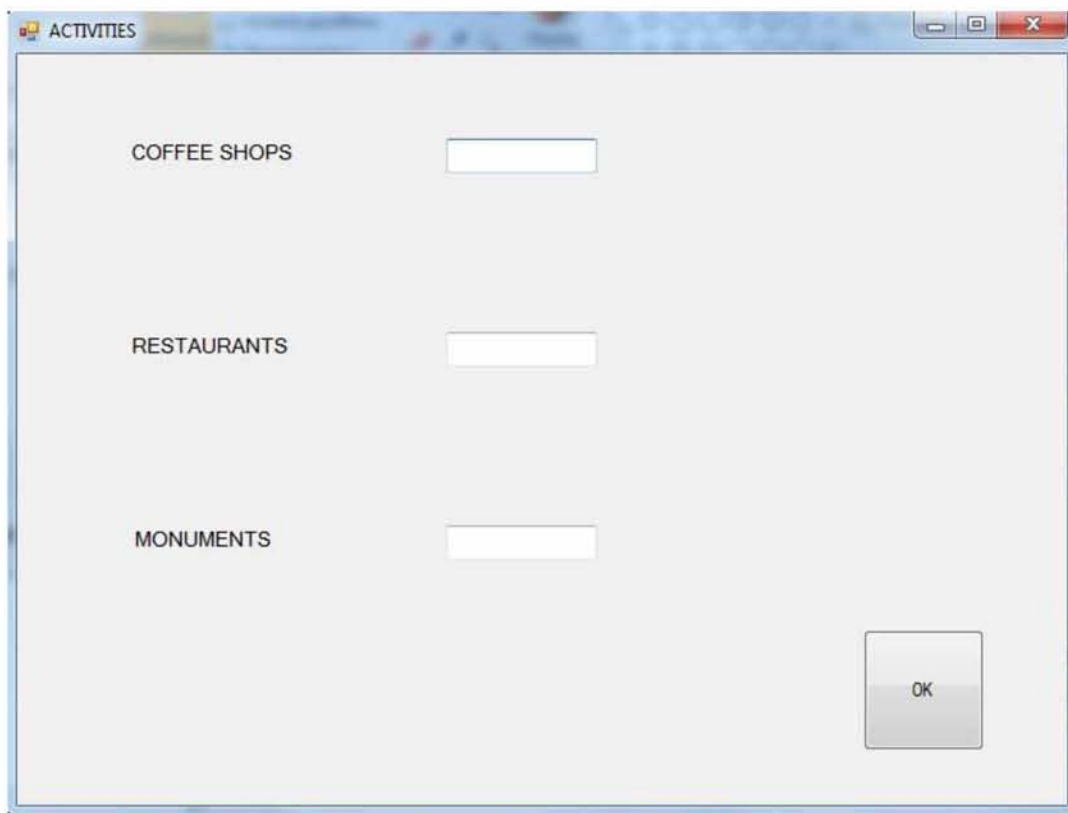
The image shows a screenshot of a web-based survey form. The window title is "COFFEE_SHOP1". The form contains the following elements:

- A section titled "DEGREE OF SATISFACTION" with a horizontal Likert scale. The scale has seven points: "NOT WISH", "1", "2", "3", "4", "5", and "MANDATORY". The "3" point is currently selected, indicated by a small blue circle above the number.
- A section titled "DESCRIPTION" with a large, empty rectangular text input field.
- An "OK" button located in the bottom right corner of the form area.

Εικόνα 7-5: φόρμα σημείων ενδιαφέροντος

7.2.4 Λειτουργία ACTIVITIES

Κάνοντας κλικ πάνω στο κουμπί “ACTIVITIES” ανοίγει μία νέα φόρμα όπως φαίνεται στην Εικόνα 7-6. Στην φόρμα αυτή υπάρχουν πέντε πεδία συμπλήρωσης κειμένου, ένα για κάθε κατηγορία. Στα πεδία αυτά συμπληρώνεται από ο μέγιστος αριθμός σημείων από την κάθε κατηγορία τα οποία επιθυμεί να επισκεφτεί ο χρήστης. Επίσης υπάρχει και το κουμπί “OK” το οποίο αποθηκεύει τα δεδομένα στο πρόγραμμα και κλείνει τη φόρμα, όπως και στις προηγούμενες φόρμες.

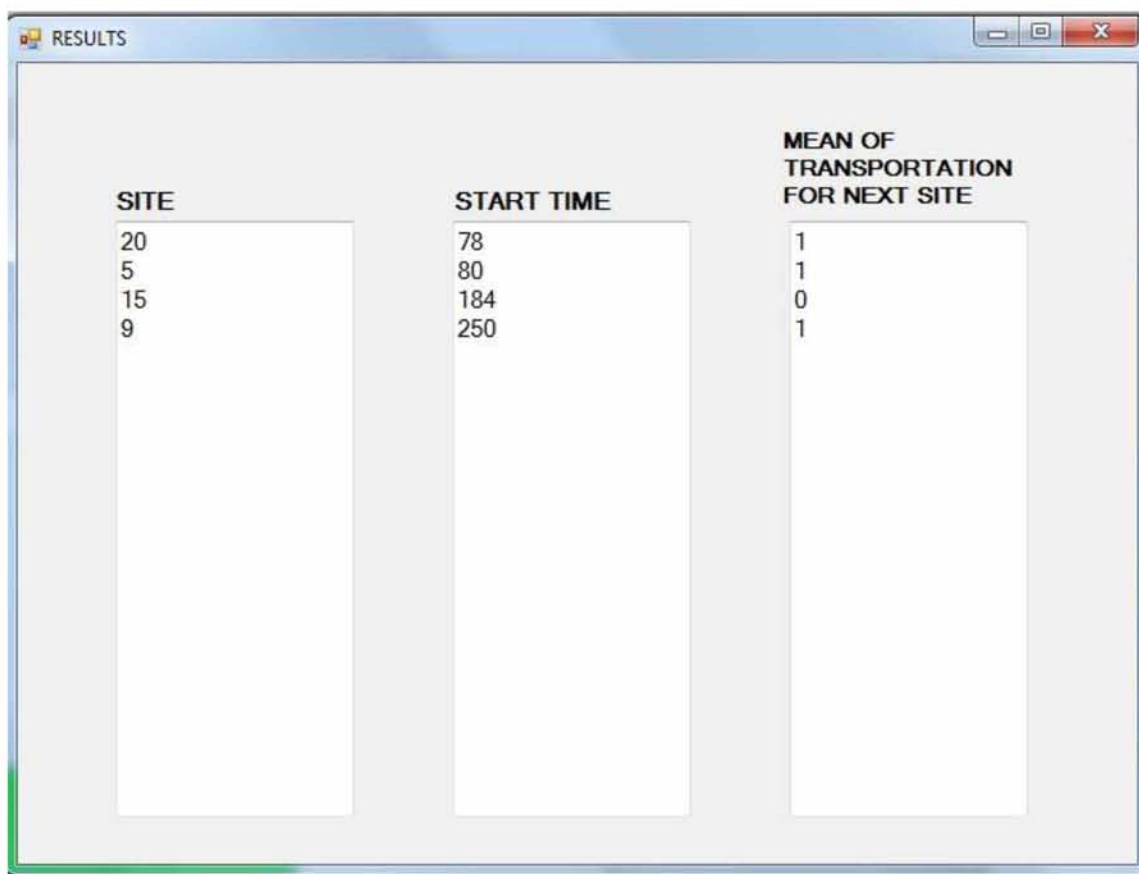


The image shows a software dialog box titled "ACTIVITIES". It has a standard Windows-style title bar with minimize, maximize, and close buttons. The main area of the dialog is light gray and contains three rows of text labels followed by empty rectangular input fields. The labels are "COFFEE SHOPS", "RESTAURANTS", and "MONUMENTS". In the bottom right corner of the dialog, there is a button labeled "OK".

Εικόνα 7-6: φόρμα εισαγωγής μέγιστου αριθμού από κάθε κατηγορία

7.2.5 Λειτουργία RUN

Όταν εισαχθούν όλα τα δεδομένα απαιτείται το πάτημα του πλήκτρου “RUN” ώστε να δημιουργηθούν τα αρχεία που θα περιλαμβάνουν τα παραπάνω δεδομένα. Τα αρχεία που δημιουργήθηκαν είναι σε μορφή αναγνωρίσιμη από το λογισμικό βελτιστοποίησης COIN ώστε να είναι άμεσα διαθέσιμα για την εκτέλεση των μαθηματικών μοντέλων που στόχο έχουν τη μεγιστοποίηση του βαθμού ικανοποίησης. Μετά τη δημιουργία των αρχείων με τα δεδομένα καλείται το λογισμικό βελτιστοποίησης COIN και εκτελείται ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης. Τα αποτελέσματα από την εκτέλεση του αλγορίθμου αυτού αποθηκεύονται σε αρχεία. Τέλος, όταν εκτελεστεί ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης εμφανίζεται μια νέα φόρμα όπως φαίνεται στην Εικόνα 7-7 η οποία περιέχει τα αποτελέσματα. Στην πρώτη στήλη της φόρμας αυτής εμφανίζονται τα μέρη τα οποία θα επισκεφτεί ο χρήστης, στην δεύτερη εμφανίζεται η χρονική στιγμή που ο χρήστης θα φτάσει σε αυτό το σημείο και στην τελευταία εμφανίζεται το μέσο μεταφοράς με το οποίο ο χρήστης θα μεταβεί στο επόμενο σημείο ενδιαφέροντος.



SITE	START TIME	MEAN OF TRANSPORTATION FOR NEXT SITE
20	78	1
5	80	1
15	184	0
9	250	1

Εικόνα 7-7: φόρμα αποτελεσμάτων

7.3 Λύσεις προσεγγίσεων

Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι αποστάσεις μεταξύ δύο κόμβων, ο βαθμός ικανοποίησης, τα χρονικά παράθυρα λειτουργίας του κάθε σημείου, το κόστος και ο χρόνος για την επίσκεψη σε κάθε σημείο καθώς και η κατηγορία στην οποία ανήκει.

0	0.0000	0.5057	0.5955	0.3349	0.1363	0.9869	0.4651	1.1616	0.7981	0.3359	0.6728	1.5146	2.3144	0.2864	0.1222	0.2864	1.6556	0.1377	0.7949	41.3988	38.5081	28.9874	22.4716	21.5028	22.9438	56.8904	
1	0.5057	0.0000	0.5384	0.0000	0.7788	0.4724	1.5004	1.4487	0.9722	0.4061	0.8059	1.0851	2.0142	0.7313	0.7075	0.3389	1.3001	1.7001	0.9880	40.8801	38.0032	28.6550	22.0049	21.0485	22.4721	57.1395	
2	0.5955	0.0000	0.5384	0.0000	0.7788	0.4724	1.5004	1.4487	0.9722	0.4061	0.8059	1.0851	2.0142	0.7313	0.7075	0.3389	1.3001	1.7001	0.9880	40.8801	38.0032	28.6550	22.0049	21.0485	22.4721	57.1395	
3	0.3349	0.7788	0.9238	0.0000	0.3821	0.7677	0.8888	1.4926	0.9581	0.6323	0.7641	1.3572	2.3028	0.1952	0.4210	0.6203	1.8009	0.3700	4.8888	41.6014	38.7275	28.9874	22.7790	21.8174	23.2476	56.5845	
4	0.1363	0.4724	0.8263	0.3821	0.0000	1.1498	1.2304	1.8322	0.5770	0.6887	0.9978	1.7321	2.6191	0.4810	0.4544	0.4926	1.4282	0.2181	4.5891	41.2197	38.3480	28.6545	22.4588	21.5078	22.9201	56.9120	
5	0.9869	1.5004	1.4466	0.7677	1.1498	0.0000	0.4693	1.9640	1.7251	0.7751	0.8008	0.6313	1.7498	0.7803	1.0012	1.2469	2.5771	1.0953	4.4222	42.3883	39.4604	29.5078	23.4927	22.4472	23.9114	55.9297	
6	0.4651	1.4487	1.2285	0.8888	1.2304	0.4693	0.0000	1.6712	1.7617	0.6428	0.8008	0.6313	1.7498	0.7803	1.0012	1.3333	2.0259	1.1333	4.4814	42.3278	39.4288	29.5462	23.1828	22.1755	23.6714	56.1881	
7	1.1616	0.9722	0.5688	1.4926	1.8322	1.9640	1.6712	0.0000	1.2081	1.2086	1.1314	2.2516	2.5213	1.3626	1.0744	0.8801	1.8044	1.1846	5.9316	40.8862	37.9752	29.2072	21.5117	20.5058	22.0015	57.8591	
8	0.7981	0.4061	0.9011	0.9581	0.5770	1.7251	1.7617	1.3081	0.0000	1.1314	1.4469	0.2939	0.3990	0.8720	0.7267	0.8612	0.6659	4.7960	40.6433	37.7711	28.2539	21.9460	21.0141	21.4023	57.4310		
9	0.3359	0.8059	0.6728	0.4323	0.6487	0.7751	0.6428	1.2086	1.1314	0.0000	0.3517	1.2154	1.0769	0.2376	0.6391	0.4981	1.9848	0.4731	4.8834	41.6992	38.7965	29.3121	21.6579	21.6725	23.1373	56.7046	
10	0.6728	1.0851	0.7806	0.7677	0.9978	0.8008	0.6063	1.2122	1.4469	0.3517	0.0000	1.0497	1.6521	0.5775	0.7488	0.5359	1.8880	0.3704	4.6617	41.6550	38.7883	29.1267	21.7134	21.7688	23.2069	56.6283	
11	1.5146	2.0142	1.8225	1.3572	1.7321	0.6313	0.5940	2.2516	2.2519	1.2154	1.0497	0.0000	1.1999	1.2625	1.4805	1.7130	3.1546	1.5351	4.7531	42.9123	40.0120	30.1909	23.7698	22.7453	24.2526	55.6157	
12	2.3144	2.7313	2.3314	2.3028	2.6191	1.7498	1.4193	2.5213	0.3990	1.9793	1.6521	1.1999	0.0000	2.1454	2.2181	2.3025	3.9313	2.4520	5.9008	43.4662	40.4347	31.2649	23.7039	22.6251	24.2240	55.7660	
13	0.2864	0.7075	0.8009	0.1952	0.4810	0.7301	0.7493	1.3626	0.2376	0.5775	0.7488	1.2625	1.4805	0.0000	0.9384	0.5359	1.8880	0.3704	4.6617	41.6550	38.7883	29.1267	21.7134	21.7688	23.2069	56.6283	
14	0.1222	0.5389	0.5085	0.4210	0.4544	0.4810	0.9119	1.0744	0.8720	0.2376	0.2376	0.2376	0.2376	0.2376	0.2376	0.2376	1.7196	0.2456	1.7196	0.2456	1.7196	0.2456	1.7196	0.2456	1.7196	0.2456	1.7196
15	0.2864	0.3389	0.3355	0.6203	0.4926	1.2469	1.1333	0.8801	0.7267	0.4981	0.7488	1.7130	2.3025	0.5359	0.2456	0.0000	1.5388	0.2357	5.0664	41.2046	38.2991	28.9799	21.9844	21.2249	22.6729	57.1633	
16	1.6556	1.7001	1.6541	1.8099	1.4282	2.5771	2.6206	2.5711	2.6206	1.8044	0.4612	1.9848	2.2839	3.1546	3.9313	1.8880	1.7196	1.5388	0.0000	1.5259	3.9785	36.9403	21.5210	21.3126	20.4186	21.7528	56.0994
17	0.1377	0.4008	0.6303	0.3700	0.2181	1.0953	1.0959	1.1846	0.6659	0.4731	0.8069	1.6511	2.4520	0.3704	0.4732	0.2957	1.5259	0.0000	4.7501	41.2846	38.3984	28.8511	21.4091	21.4476	22.6781	56.9542	
18	4.7949	4.9980	5.3863	4.4888	4.5691	4.4222	4.8914	5.9316	4.7960	4.8834	5.1209	4.7531	5.9008	4.6617	4.9021	5.0464	5.0535	4.7507	0.0000	4.2792	21.1017	21.1017	21.1017	21.1017	21.1017	21.1017	21.1017
19	41.3988	40.8801	41.1521	41.6014	41.2197	42.3883	42.3378	40.8862	40.6433	41.6992	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922	41.6922
20	38.5081	38.0032	38.2243	38.3480	38.4904	39.4288	37.9252	37.7711	38.7965	38.0032	40.0120	40.4947	38.3883	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326	38.5326
21	28.9874	28.6550	28.9631	28.6645	29.5078	29.8462	29.2972	28.2539	29.3121	29.6598	30.1909	31.2649	29.1267	29.0896	28.9799	27.5210	28.8511	27.1017	27.4176	27.4040	0.0000	30.3205	31.0678	29.9901	31.9373		
22	22.4716	22.0049	22.7790	22.4588	23.4927	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828	23.1828
23	21.5028	21.0485	21.0000	21.8174	21.5078	22.4472	22.1755	22.4472	21.6725	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172	21.7172
24	22.9438	22.4721	22.4721	23.2476	22.9201	23.6714	23.1828	23.6714	22.0015	22.4023	23.1373	23.2112	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526	24.2526
25	56.8904	57.3995	56.9415	56.9110	55.9297	56.8714	57.8591	57.4310	56.7046	56.6466	55.6157	56.4666	55.6157	56.4666	55.6157	56.4666	55.6157	56.4666	55.6157	56.4666	55.6157	56.4666	55.6157	56.4666	55.6157	56.4666	55.6157
26	57.1395	57.6867	57.7041	56.9119	57.2374	56.2591	56.5196	58.1904	57.9262	57.0841	56.9782	55.9479	56.1042	56.9567	57.2485	57.4918	58.4218	58.4218	58.4218	58.4218	58.4218	58.4218	58.4218	58.4218	58.4218	58.4218	58.4218
27	35.9414	35.5439	35.3025	34.8388	35.2205	34.0718	34.1074	35.5942	35.7968	34.7443	34.5277	33.5301	33.0838	34.7854	35.0105	35.2400	36.4427	35.1538	34.1700	36.4400	36.4400	36.4400	36.4400	36.4400	36.4400	36.4400	36.4400
28	71.1952	71.9919	71.5980	71.8160	71.4611	71.6133	76.4032	78.0744	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704	77.6704
29	78.6568	78.5483	78.8165	78.8165	78.2537	77.1607	77.3204	78.9529	78.8168	77.9118	77.7552	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872	76.7872
30	49.9651	50.3705	50.2024	49.6239	49.9865	48.8713	48.9791	50.5622	50.5725	49.3953	49.4230	48.3872	48.1170	49.0002	49.6326	50.0926	51.3842	49.9866	48.1851	50.3617	88.2742	71.8162	71.8162	71.8162	71.8162	71.8162	71.8162
31	101.7630	102.2510	102.2040	101.4750	102.8270	102.7780	102.9880	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500	102.8500
32	102.7930	103.2810	103.2330	102.5050	103.8600	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100	103.8100
33	102.7170	102.9600	102.9130	102.1840	103.5300	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840	103.4840
34	102.4750	102.9640	102.9170	102.1880	103.5360	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900	103.4900
35	103.2440	104.0120	103.9630	103.2360	104.5840	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380	104.5380
36	103.1230	103.6110	103.5610	102.8360	104.1800	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340	104.1340
37	103.0390	103.6900	1																								

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
0	0,0000	0,5057	0,5955	0,3349	0,3363	0,9969	0,9651	1,1616	0,7981	0,3359	0,6728	1,5146	2,3144	0,2676	0,1222	0,2864	1,6556	0,1377	4,7949	41,3998	38,5081	28,9874	22,4716	21,5028	22,9438	56,8004	
1	0,5057	0,0000	0,5384	0,7768	0,4724	1,5004	1,4487	0,9722	0,4061	0,8059	1,0851	2,0142	2,7313	0,7705	0,5389	0,3389	1,2001	0,4108	4,9980	40,8981	38,0243	28,6550	22,0049	21,0485	22,4721	57,3595	
2	0,5955	0,5384	0,0000	0,9258	0,8263	1,4666	1,2885	0,9668	0,4901	0,6728	0,7806	1,8245	2,3314	0,8009	0,5085	0,3355	1,6541	0,6303	5,3803	41,1521	38,2233	29,1609	21,9892	21,0006	22,4707	57,3742	
3	0,3349	0,7768	0,9258	0,0000	0,3821	0,7677	0,8888	1,4926	0,9581	0,4323	0,7641	1,3572	2,3028	0,1952	0,4210	0,6203	1,8099	0,3700	4,8888	41,6014	38,7275	28,9631	22,7790	21,8174	23,2476	56,5845	
4	0,3363	0,4724	0,8263	0,3821	0,0000	1,1498	1,2304	1,3632	0,5770	0,6487	0,9978	1,7321	2,6191	0,4810	0,4544	0,4926	1,4782	0,2181	4,5991	41,2197	38,3480	28,6645	22,4568	21,5078	22,9201	56,9110	
5	0,9969	1,5004	1,4486	0,7677	1,1498	0,0000	0,4693	0,9640	1,7251	1,7617	1,3081	0,0000	1,1314	1,4469	2,2939	3,0990	1,0269	0,8720	4,9601	40,6433	37,7711	28,2539	21,9460	21,0141	22,4023	57,4310	
6	0,9651	1,4487	1,2885	0,9668	1,2304	0,4693	0,0000	0,6712	1,7617	0,6428	1,1314	0,0000	0,3517	1,2154	1,9793	0,2376	0,2691	0,4981	4,8834	41,6992	38,7965	29,3131	22,6579	21,6725	23,1373	56,7046	
7	1,1616	0,9722	0,5668	1,4926	1,6712	0,0000	1,3081	1,2086	1,2122	1,2256	2,5213	1,3626	1,0744	0,8901	1,8044	1,1846	5,9316	40,8862	37,9252	29,2972	21,5117	20,5058	22,0015	22,0015	57,8951		
8	0,7981	0,4061	0,9401	0,9581	0,5770	1,7251	1,7617	1,3081	0,0000	1,1314	1,4469	2,2939	3,0990	1,0269	0,8720	0,7267	0,8612	0,6659	4,7960	40,6433	37,7711	28,2539	21,9460	21,0141	22,4023	57,4310	
9	0,3359	0,8059	0,6728	0,4323	0,6487	0,7751	0,6428	1,2086	1,1314	0,0000	0,3517	1,2154	1,9793	0,2376	0,2691	0,4981	1,9848	0,4731	4,8834	41,6992	38,7965	29,3131	22,6579	21,6725	23,1373	56,7046	
10	0,6728	1,0851	0,7806	0,7806	1,4666	1,2885	0,9668	0,4901	0,8059	0,3517	0,0000	1,0497	0,0000	1,1999	1,2675	1,4805	1,7130	3,1546	4,9021	41,2323	38,5081	29,3131	22,6579	21,6725	23,1373	56,7046	
11	1,5146	2,0142	1,8225	1,3572	1,7321	0,6313	0,5940	2,2516	2,2939	1,2154	1,0497	0,0000	1,1999	1,2675	1,4805	1,7130	3,1546	4,9021	4,7531	42,9123	40,0120	30,1909	23,7608	22,7463	24,2526	55,6157	
12	2,3144	2,7313	2,3314	2,3028	2,6191	1,7498	1,4193	2,5213	3,0990	1,9793	1,6521	1,1999	0,0000	2,1454	2,2781	2,3925	3,9313	2,4520	5,0535	39,7985	40,4347	31,2649	23,7039	22,6251	24,2740	55,7660	
13	0,2676	0,7705	0,8009	0,1952	0,4810	0,7301	0,7983	1,3626	1,0269	0,2376	0,5718	1,2675	1,1454	0,0000	0,2984	0,5359	1,8880	0,3704	4,6617	41,6523	38,7965	29,3131	22,6579	21,6725	23,1373	56,6283	
14	0,1222	0,5389	0,5085	0,4210	0,4544	1,0012	0,9119	1,0744	0,8720	0,2691	0,5775	1,4805	2,2281	0,2984	0,0000	0,2456	1,7196	0,2432	4,9021	41,4323	38,5326	29,0896	22,4419	21,4061	22,9172	56,9198	
15	0,2864	0,3389	0,3355	0,6203	0,4926	1,2469	1,1333	0,8901	0,7267	0,4981	0,7488	1,7130	2,3925	0,5359	0,2456	0,0000	1,5388	0,2957	5,0464	41,2046	38,2991	28,9799	22,1984	21,2249	22,6729	57,1633	
16	1,6556	1,2001	1,6541	1,8099	1,4782	2,5771	2,6206	1,8044	0,8612	1,3984	2,2839	3,1546	3,9313	1,8880	1,7196	1,5388	0,0000	1,5259	4,7507	41,2846	38,3984	28,8511	22,4091	21,4476	22,8781	56,9542	
17	0,1377	0,4108	0,6303	0,3700	0,2181	1,0953	1,0953	1,1846	0,6659	0,4731	0,8099	1,6351	2,4520	0,3704	0,2432	0,2957	1,5259	0,0000	4,7507	41,2846	38,3984	28,8511	22,4091	21,4476	22,8781	56,9542	
18	4,7949	4,9980	5,3803	4,8888	4,5991	4,4222	4,8914	5,9316	4,7960	4,8834	5,1209	4,7531	5,9008	4,6617	4,9021	5,0464	5,0535	4,7507	0,0000	42,7921	40,2217	27,1017	25,9976	25,2079	26,3852	57,4575	
19	41,3998	40,8981	41,1521	41,6014	41,2197	42,3683	42,3378	40,8862	40,6433	41,6992	41,9230	42,9123	43,4062	41,6550	41,4323	41,2046	39,7985	41,2846	42,7921	0,0000	3,9736	27,4176	24,5209	26,1274	23,7634	95,1906	
20	38,5081	38,0243	38,2233	38,7275	38,3480	39,4904	39,4288	37,9252	37,7171	38,7965	39,0016	40,0120	40,4347	38,7833	38,5326	38,2991	36,9403	36,9403	37,2117	39,736	0,0000	27,4049	20,6970	22,3083	19,9377	93,3670	
21	28,9874	28,6550	29,1609	28,9631	28,6645	29,5878	29,8462	29,2772	28,2539	29,3131	29,5898	30,1909	31,2649	29,0896	29,0896	29,2772	29,0896	29,0896	29,2772	29,0896	29,2772	29,0896	29,2772	29,0896	29,2772	29,0896	29,2772
22	22,4716	22,0049	21,9892	22,7790	22,4568	23,4327	23,1828	21,5117	21,9460	22,6579	23,7039	23,7334	22,4419	21,3126	22,1984	22,1984	21,3126	22,4091	25,9976	24,5209	20,6970	30,3265	0,0000	1,6126	0,7596	79,3616	
23	21,5028	21,0485	21,0006	21,8174	21,5078	22,4472	22,1755	20,5058	21,0141	21,6725	21,7177	22,7453	22,6251	21,7608	21,4661	21,2249	20,4186	21,4476	26,3852	23,7961	26,3852	23,7961	26,3852	23,7961	26,3852	23,7961	
24	22,9438	22,4721	22,4721	23,2476	22,9201	23,9114	23,6714	22,0015	22,4023	23,1373	23,1373	24,2526	24,2526	23,2069	22,9172	22,6729	22,6729	22,6729	22,6729	22,6729	22,6729	22,6729	22,6729	22,6729	22,6729	22,6729	22,6729
25	56,8004	57,3742	56,5845	56,9110	56,5845	56,9110	57,3742	56,5845	56,9110	57,3742	56,5845	56,9110	56,5845	56,9110	56,5845	56,9110	56,5845	56,9110	56,5845	56,9110	56,5845	56,9110	56,5845	56,9110	56,5845	56,9110	56,5845
26	57,2185	57,6867	57,7041	56,9119	57,2374	56,2591	56,5186	57,1461	56,2591	56,5186	57,1461	56,2591	56,5186	57,1461	56,2591	56,5186	57,1461	56,2591	56,5186	57,1461	56,2591	56,5186	57,1461	56,2591	56,5186	57,1461	56,2591
27	35,0414	35,5439	35,3075	34,8388	35,2205	34,0718	34,1074	35,5942	35,7968	34,7443	34,5277	33,5301	33,0858	34,7854	35,0105	35,2400	36,6427	35,1558	34,1700	76,4000	73,5193	59,8261	55,7713	54,4368	56,3983	31,0488	
28	77,1192	77,5919	77,5960	76,8160	77,1461	76,1533	76,4032	78,0744	77,6074	76,9279	76,8627	75,8272	75,9458	76,8562	77,1463	77,3904	78,3471	77,1854	77,1854	77,1854	77,1854	77,1854	77,1854	77,1854	77,1854	77,1854	77,1854
29	78,1570	78,6568	78,5483	77,8995	78,2537	77,1607	77,3204	78,9529	78,8168	77,9118	77,7752	76,7767	76,5871	77,8985	78,1463	78,4024	79,5892	78,2474	75,8950	115,5060	116,0940	96,9357	98,9208	98,9208	100,7040	26,2480	
30	49,8651	50,3705	50,2084	49,6239	49,9985	48,8713	48,9791	50,5622	50,5725	49,5953	49,4230	48,3872	48,1170	49,6000	49,8526	50,0926	51,3842	49,9666	48,1851	90,9617	88,2742	71,8162	71,3750	70,1014	71,9724	19,6531	
31	101,7630	102,2510	102,2040	101,4750	101,8220	100,7780	100,9880	102,6500	102,3670	101,5460	101,4480	100,4000	100,3970	101,4970	101,7790	102,0250	103,0900	101,8410	98,9976	140,8840	138,7900	117,4250	124,0980	122,9760	124,6200	45,7252	
32	102,7930	103,2810	103,2330	102,5050	102,8530	101,8080	102,0170	103,6790	103,3980	102,5760	102,4770	101,4290	101,4240	102,5270	102,8090	103,0540	104,1210	102,8710	100,0340	141,9270	139,8310	118,4690	125,1230	124,0000	125,6480	46,7701	
33	102,4720	102,9600	102,9130	102,1840	102,5300	101,4870	101,6970	103,3600	103,0780	102,2550	102,1570	101,1100	101,1080	102,2060	102,4880	102,7330	103,7970	102,5490	99,7002	141,5720	139,4830	118,0850	124,8090	123,6890	125,3320	46,4066	
34	102,4750	102,9640	102,9130	102,1880	102,5360	101,4890	101,6960	103,3580	103,0820	102,2570	102,1560	101,1080	101,0980	102,2090	102,4900	102,7360	103,8080	102,5530	99,7328	141,6600	139,5520	118,2540	124,796				

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	94,7338	114,7110	75,8492	70,4178	98,9258	49,9796	48,9723	49,4014	49,0770	48,2327	48,5072	48,8389	49,9265	53,3484	81,3996	131,0970	122,1090	97,5304	72,4060	64,0970	37,2898	135,6550	137,4970	115,0630
51	67,5388	93,3497	47,6399	48,4021	77,2672	22,8504	21,8693	22,5121	22,2672	21,9502	21,6253	21,3722	22,4466	33,3085	62,7532	111,3940	94,3900	67,6958	41,1971	54,6154	36,3087	119,4160	120,6550	101,7750
52	65,3803	91,7248	45,4328	47,0463	75,6920	21,3117	20,3821	20,9221	20,8220	19,7504	20,1972	19,8316	20,8528	33,1487	61,6402	109,8910	92,5107	65,1672	38,5777	54,5470	37,6661	118,2480	119,4210	100,9740
53	61,8232	87,7982	41,9259	43,0139	71,7416	17,3198	16,3696	16,5977	16,7964	15,7213	16,1653	15,8377	16,8830	29,0772	57,5637	105,9150	88,6922	62,0848	35,6807	50,6250	34,8481	114,1830	115,3680	96,8847
54	65,2355	90,4880	45,4405	45,3876	74,3770	20,6939	19,0808	19,3773	19,4394	18,3709	18,7913	18,6356	19,7431	30,4901	59,5729	108,4310	92,2994	65,9417	39,6885	51,1102	33,0860	116,2410	117,5150	98,4345
55	66,7955	86,6081	49,0163	42,2155	70,7104	20,5540	23,7112	24,1661	24,1699	23,0784	23,2001	23,8323	24,7256	25,1549	53,3742	103,2030	94,4173	71,0059	47,7545	38,8129	14,8717	108,5680	110,2540	88,7601
56	67,3141	86,9469	49,6048	42,6459	71,0715	25,2241	24,3869	24,8647	24,9008	23,7576	23,7576	24,3823	25,4010	25,5072	53,6718	103,4830	94,9428	71,6001	48,4198	38,8689	14,4741	108,7510	110,4530	88,7040
57	66,6605	86,1754	49,0367	41,9231	70,3067	24,8300	24,0113	24,4653	23,8996	23,3948	23,4094	24,1575	25,0241	24,8851	52,8867	102,6920	94,2677	71,0388	48,0051	38,0653	13,8573	107,9440	109,6470	88,0623
58	66,7673	86,1900	49,2086	41,9631	70,2965	25,1010	24,2907	24,7443	24,1721	23,6799	23,7787	24,4452	25,3026	24,9399	53,8832	102,6240	94,3670	71,2148	48,9273	37,8692	13,4853	107,8160	109,5290	87,8931
59	67,5346	86,9069	49,9481	42,7376	71,0625	25,7491	24,9275	25,3847	24,8172	24,3087	24,4157	25,0701	25,9406	25,7145	52,5324	103,3680	95,1362	71,9516	48,9273	37,8692	13,4853	107,8160	109,5290	87,8931
60	66,1295	85,3238	48,6931	41,2270	69,4921	24,8305	24,0446	24,4966	23,9067	23,4509	23,5329	24,2333	25,0533	24,2794	51,9885	101,7640	93,7153	70,7026	47,9479	36,9433	12,6981	106,9150	108,6330	86,9736
61	67,0120	86,2888	49,4954	42,1613	70,4526	25,4410	24,6343	25,0877	24,5128	24,0259	24,1224	24,7923	25,6459	25,1507	52,9552	102,7340	94,6062	71,5025	48,5969	37,8643	13,2740	107,8740	109,5950	87,9125
62	67,1100	86,1900	49,6909	42,1674	70,3781	25,7894	24,9956	25,4482	24,8639	24,3959	24,4837	25,1660	26,0055	25,1857	52,8246	102,5790	94,5913	71,7004	48,9209	37,5402	12,7245	107,6580	109,3700	87,6191
63	68,1633	87,2228	50,7111	43,2254	71,4197	26,6890	25,8804	26,3339	25,7605	25,2701	25,3684	26,0355	26,8922	26,2448	53,8442	103,5850	95,7498	71,7196	49,8462	38,4028	13,1324	108,5830	110,3270	88,5118
64	66,1844	85,1534	48,8638	41,1779	69,2493	25,1921	24,4225	24,8720	24,2124	23,8397	23,9113	24,6160	25,4283	24,2178	51,7808	101,5310	93,7541	70,8737	48,2715	36,5278	12,0423	106,5910	108,3220	86,5883
65	65,2162	84,4569	47,7958	40,3230	68,6143	24,0282	23,2554	23,7062	23,1076	22,6710	22,7441	23,4469	24,2617	23,3201	51,1378	100,9290	92,8019	69,8057	47,1192	36,2721	12,5571	106,1440	107,8500	86,2586
66	68,0403	87,2808	50,5006	43,1860	71,4550	26,3466	25,5270	25,9811	25,4161	24,9093	25,0152	25,6712	26,5399	26,1790	53,9306	103,6950	94,9790	71,1398	49,5211	38,6689	13,6111	108,7720	110,5030	86,7532
67	65,3534	84,8920	47,7718	40,6101	69,0163	23,7201	22,9214	23,3743	22,7935	22,3192	22,4095	23,0885	23,9319	23,5704	51,6242	101,4410	92,9582	69,7772	46,8654	37,0170	13,4955	106,7660	108,4560	86,9534
68	67,4174	86,2198	50,1300	42,3538	70,4445	26,4242	25,6457	26,0913	25,5023	25,0562	25,1342	25,8302	26,6532	25,4216	52,8125	102,5260	94,9790	71,1398	49,5211	37,2365	12,0322	107,4580	109,2100	87,3556
69	47,2932	72,3649	27,8042	27,8042	47,2932	72,3649	27,8042	27,8042	47,2932	72,3649	27,8042	27,8042	47,2932	72,3649	27,8042	47,2932	72,3649	27,8042	27,8042	47,2932	72,3649	27,8042	27,8042	47,2932
70	45,5605	70,4342	26,2030	25,6253	54,3524	0,4233	1,0480	0,8987	0,7247	1,7500	1,3556	1,6268	1,0171	13,7305	40,3735	88,5027	71,9619	47,7393	23,5088	36,5484	30,6320	96,8816	98,0200	80,0807
71	47,3416	85,9999	28,0185	27,0282	55,8890	2,0204	1,1275	1,5795	1,1015	0,7151	0,6168	1,4621	2,1376	14,1930	41,6206	89,9964	74,7622	49,5553	25,1959	36,9056	29,5454	98,2037	99,3773	81,1787
72	62,2446	85,9999	42,9038	40,5766	69,7598	16,8613	15,8222	16,2228	16,0150	15,0688	15,3993	16,7148	16,7148	16,8998	54,1281	103,5260	89,6952	64,2855	38,9675	44,3240	26,1491	110,6900	112,0740	92,3549
73	58,3463	78,7065	40,6605	33,9600	62,7127	17,0783	16,3776	16,8195	16,1710	15,8502	15,8722	16,6999	17,3657	16,8698	45,7571	95,6107	85,9752	62,6666	40,0259	33,2717	15,5114	101,6110	103,1830	82,4053
74	84,7251	100,8270	68,1758	58,9601	85,6046	44,7054	43,8968	44,3505	43,7774	43,2826	43,3848	44,0451	44,9089	42,6520	67,3329	115,9490	112,0650	90,1548	67,8434	48,3737	20,9291	118,9830	121,0280	87,6072
75	85,8107	101,7920	69,2876	60,0260	86,6001	45,8142	45,0035	45,4574	44,8859	44,3879	44,4916	45,1496	46,0159	43,7457	68,3110	116,8150	113,1390	91,2650	68,9558	49,2403	21,8897	119,7880	121,8480	98,4276
76	86,2981	102,4190	69,6397	60,5495	87,2030	46,0654	45,2648	45,7191	45,1552	44,6425	44,7531	45,4003	46,2781	44,2175	68,9278	117,5150	113,6490	91,6757	69,2488	49,9312	22,5179	120,4900	122,5450	99,1429
77	85,7487	101,4900	69,3493	59,9109	86,3452	46,0453	45,2465	45,6996	45,1141	44,6388	44,7345	45,4003	46,2781	44,2175	68,9278	117,5150	113,6490	91,6757	69,2488	49,9312	22,5179	120,4900	122,5450	99,1429
78	87,2960	103,1990	70,7660	61,5045	88,0326	47,2330	46,4159	46,8701	46,3035	45,7958	45,9041	46,5552	47,4289	45,2322	69,7303	118,2020	114,6200	92,7454	70,3871	50,5589	23,3021	121,0440	123,1180	99,6329
79	34,8056	26,6105	41,6124	29,7156	17,5464	54,7326	55,5318	55,4158	55,0397	56,0730	56,6226	56,1538	55,2869	42,8197	14,4856	39,2554	49,8204	47,5460	53,1824	28,4830	56,0293	43,4544	45,0850	25,6544
80	34,9106	26,3807	41,8603	30,0261	17,5118	55,0615	55,8619	55,7450	55,3701	56,4038	56,9534	56,4834	55,6152	43,1597	14,7928	38,9399	49,7339	47,6562	53,4404	28,8018	56,3592	43,1114	44,7430	25,3375
81	34,7240	25,5693	42,0872	30,5022	17,0181	55,6331	56,4409	56,3192	55,9516	56,9886	56,5380	57,0595	56,1833	43,8212	15,2639	38,1006	49,1282	47,4792	53,7000	29,6377	57,1765	42,3816	43,9880	24,8502
82	35,0395	25,9121	42,2646	30,5625	17,3916	55,6401	56,4433	56,3246	55,9525	56,9875	56,5370	57,0637	56,1924	43,7693	15,3247	38,3367	49,5098	47,9927	53,8641	29,4107	56,9806	42,4854	44,1144	24,7916
83	34,9184	24,8267	42,7070	31,3323	16,8461	56,5245	57,3370	57,2123	56,8493	57,8883	57,4376	57,9538	57,0725	44,7645	15,0779	37,6013	49,2301	47,9617	53,7997	30,1550	57,7386	41,7241	43,3493	24,1364
84	34,6185	24,5858	42,4922	31,2051	16,5267	56,4352	57,2512	57,1241	56,7647	57,8052	57,3544	57,8665	56,9814	44,7235	15,9805	37,0319	48,4512	47,3782	54,1399	30,7052	58,2311	41,4178	42,9989	24,1797
85	34,1965	25,7482	41,3875	29,7802	16,7276	54,9250	55,7347	55,6118	55,2460	56,2839	55,8332	56,3526	55,4744	43,1454	14,5421	38,5029	48,9581	46,9466	52,9937	29,1732	56,6564	43,0205	44,6066	25,5727
86	34,0978	24,8451	41,7639	30,4314	16,2545	55,6664	56,4835	56,3557	55,9974	57,0384	56,5876	57,0984	56,2122	43,9780	15,2069	37,5879	48,3388	46,8561	53,4032	30,1488	57,6218	42,1389	43,7015	24,9510
87	34,1923	24,3952	42,1100	30,9055	16,1334	56,1747	56,9947	56,8650	56,5095	57,5517	57,1009	57,6083	56,7190	44,5191	15,6915	37,0329	48,1046	46,9520	53,7640	30,7025	58,1847	41,5850	43,1417	24,5027
88	34,6768	23,5140	42,1176	32,1471	16,1575	57,4665	58,2905	58,1581	57,8067	58,8505	58,3997	58,9024	58,0088	45,8516	16,9548	35,7852	47,7949	47,4306	54,7973	31,9530	59,4779	40,2441	41,8008	23,3258
89	34,2791	23,2234	42,8189	31,9591	15,7422	57,3197	58,1479	58,0126	57,6658	58,7113	58,2605	58,7580	57,8597	45,7670	16,7881	35,6692	47,3998	47,0318	54,5063	32,0652	59,5503	40,2982	41,8286	23,5660
90	33,6625	24,0827	41,6806	30,6069	15,6115	55,9303</																		

Πίνακας 7-5: Αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενδοιφθέρουτος (5)

	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
0	124,3380	122,3320	118,6420	121,8160	120,2700	120,6660	119,9200	119,9290	120,7000	119,1500	120,1030	120,0570	121,1060	119,0390	118,2600	121,1150	118,6160	120,1610	103,6220	101,7750	103,4760	118,0650	112,1000	135,4540	136,4430
1	124,8210	122,8120	119,1240	122,3020	120,6720	121,1680	120,4230	120,4320	121,2030	119,6530	120,6050	120,5600	121,6090	119,5420	118,7630	121,6180	119,1180	120,6650	104,1090	102,2630	103,9650	118,5570	112,6000	135,9590	136,9480
2	124,7900	122,7910	119,0960	122,2610	120,6470	121,0410	120,2940	120,3020	121,0720	119,5200	120,4730	120,4250	121,4740	119,4060	118,6310	121,4850	118,9900	120,5260	104,0630	102,2130	103,9120	118,4890	112,4850	135,7800	136,7680
3	124,0450	122,0350	118,3480	121,5260	120,0100	120,4070	119,6610	119,6710	120,4430	118,8930	119,8450	119,8010	120,8500	118,7830	118,0030	120,8580	118,3570	119,9060	103,3330	101,4870	103,1890	117,7840	111,8360	135,2170	136,2070
4	123,3860	122,3740	118,6890	121,8710	120,3760	120,7740	120,0290	120,0390	120,8100	119,2610	120,2130	120,1690	121,2190	119,1520	118,3710	121,2260	118,7240	120,2750	103,6800	101,8350	103,5380	118,1370	112,2000	135,5930	136,5830
5	123,3580	121,3550	117,6630	120,8330	119,2730	119,6690	118,9230	118,9330	119,7040	118,1530	119,1060	119,0600	120,1090	118,0420	117,2630	120,1180	117,6190	119,1640	102,6370	100,7890	102,4890	117,0740	111,1030	134,4620	135,4510
6	123,5810	121,5860	117,8870	121,0470	119,4190	119,8120	119,0660	119,0730	119,8440	118,2920	119,2450	119,1970	120,2460	118,1780	117,4030	120,2570	117,7620	119,2980	102,8480	100,9970	102,6940	117,2670	111,2570	134,5590	135,5470
7	125,2480	123,2550	119,5540	122,7110	121,0380	121,4300	120,6820	120,6880	121,4590	119,9050	120,8590	120,8090	121,8570	119,7890	119,0170	121,8700	119,3790	120,9070	104,5100	102,6590	104,3550	118,9210	112,8840	136,1260	137,1120
8	124,9240	122,9080	119,2260	122,4130	120,9430	121,3410	120,5960	120,6070	121,3780	119,8290	120,7810	120,7370	121,7870	119,7200	118,9390	121,7940	119,2910	120,8450	104,2240	102,3800	104,0840	118,6880	112,7640	136,1670	137,1580
9	124,1290	122,1280	118,4340	121,6020	120,0180	120,4130	119,6660	119,6750	120,4460	118,8940	119,8470	119,8010	120,8500	118,7820	118,0050	120,8600	118,3620	119,9030	103,4050	101,5570	103,2560	117,8380	111,8520	135,1800	136,1680
10	124,0410	122,0460	118,3470	121,5070	119,8710	120,2640	119,5170	119,5240	120,2950	118,7430	119,6960	119,6480	120,6970	118,6290	117,8540	120,7080	118,2130	119,7480	103,3070	101,4570	103,1540	117,7260	111,7110	135,0000	135,9870
11	122,9960	121,0030	117,3030	120,4610	118,8250	119,2180	118,4720	118,4790	119,2500	117,6980	118,6510	118,6030	119,6520	117,5840	116,8090	119,6630	117,1680	118,7050	102,2600	100,4090	102,1060	116,6770	110,6630	133,9690	134,9570
12	123,0280	121,0580	117,3400	120,4690	118,6430	119,0300	118,2810	118,2840	119,0540	117,4980	118,4530	118,3990	119,4460	117,3780	116,6110	119,4630	116,9780	118,4920	102,2590	100,4010	102,0890	116,6240	110,5040	133,6610	134,6440
13	124,0720	122,0670	118,3760	121,5500	120,0030	120,3990	119,6530	119,6620	120,4330	118,8830	119,8360	119,7900	120,8390	118,7720	117,9930	120,8480	118,3490	119,8940	103,3560	101,5080	103,2090	117,7980	111,8320	135,1900	136,1790
14	124,3570	122,3530	118,6620	121,8330	120,2680	120,6630	119,9170	119,9260	120,6970	119,1460	120,0990	120,0520	121,1020	119,0340	118,2560	121,1110	118,6130	120,1560	103,6380	101,7900	103,4900	118,0760	112,1000	135,4390	136,4270
15	124,6030	122,5980	118,9070	122,0790	120,5110	120,9060	120,1600	120,1690	120,9400	119,3890	120,3420	120,2950	121,3440	119,2770	118,4990	121,3540	118,8560	120,3980	103,8830	102,0350	103,7350	118,3210	112,3440	135,6770	136,6660
16	125,6320	123,6060	119,9320	123,1300	121,7250	122,1250	121,3810	121,3930	122,1650	120,6170	121,5680	121,5270	122,5770	120,5100	119,7260	122,5820	120,0760	121,6360	104,9460	103,1050	104,8120	119,4280	113,5400	136,9830	137,9740
17	124,4120	122,4030	118,7150	121,8920	120,3630	120,7590	120,0140	120,0240	120,7950	119,2440	120,1970	120,1520	121,2010	119,1340	118,3550	121,2100	118,7090	120,2570	103,6990	101,8530	103,5540	118,1470	112,1910	135,5570	136,5460
18	121,4350	119,3590	115,7270	118,9920	118,0970	118,5140	117,7800	117,8040	118,5770	117,0430	117,9890	117,9650	119,0190	116,9570	116,1470	119,0080	116,4700	118,1000	100,8470	99,0255	100,7500	115,4460	109,8520	133,7350	134,7400
19	162,9380	160,6960	157,2240	160,6830	160,7200	161,1520	160,4270	160,4620	161,2360	159,7140	160,6550	160,6440	161,7000	159,6430	158,8140	161,6770	159,1150	160,7980	142,7080	140,9430	142,7040	157,5390	152,4230	176,5270	177,5320
20	160,9740	158,7770	155,2580	158,6620	158,3050	158,7250	157,9940	158,0200	158,7940	157,2620	158,2060	158,1840	159,2390	157,1770	156,3640	159,2260	156,6830	158,3210	140,6230	138,8380	140,5890	155,3810	150,0420	173,8770	174,8740
21	138,7900	136,3800	133,1110	136,7830	138,7370	139,2270	138,5460	138,6270	139,4000	137,9450	138,8530	138,9100	139,9690	137,9510	137,0330	139,8830	137,2330	139,1570	119,1940	117,5300	119,3310	134,2640	130,3110	155,8290	156,8810
22	146,7310	144,7540	141,0420	144,1720	142,0630	142,4340	141,6750	141,6660	142,4330	140,8650	141,8250	141,7530	142,7950	140,7240	139,9860	142,8290	140,3790	141,8180	125,9600	124,1000	125,7850	140,2910	133,9900	156,5930	157,5540
23	145,6360	143,6780	139,9520	143,0570	140,8040	141,1700	140,4100	140,3980	141,1640	139,5930	140,5540	140,4780	141,5180	139,4480	138,7160	141,5560	139,1150	140,5370	124,8400	122,9740	124,6530	139,1280	132,7490	155,2440	156,2010
24	147,2410	145,2550	141,5500	144,6910	142,6510	143,0240	142,2660	142,2590	143,0260	141,4590	142,4190	142,3480	143,3910	141,3210	140,5790	143,4230	140,9690	142,4170	126,4830	124,6250	126,3130	140,8330	134,5690	157,2240	158,1860
25	67,8171	65,6693	62,1017	65,5002	66,9503	67,4659	66,8094	66,9137	67,6817	66,2717	67,1567	67,2511	68,3050	66,3225	65,3584	68,1854	65,5015	67,5536	47,5378	45,7982	47,5763	62,4746	58,5025	84,8275	85,9118
26	67,5388	65,3803	61,8232	65,2355	66,7955	67,3141	66,6605	66,7673	67,5346	66,1295	67,0120	67,1100	68,1633	66,1844	65,2162	68,0403	65,3534	67,4174	47,2932	45,5605	47,3416	62,2466	58,3463	84,7251	85,8107
27	93,3497	91,7248	87,7982	90,4880	86,6081	86,9469	86,1754	86,1460	86,9069	85,3238	86,2888	86,1900	87,2228	85,1534	84,4569	87,2808	84,8920	86,2198	72,3649	70,4342	71,9901	85,8999	78,7063	100,8270	101,7920
28	47,6399	45,4328	41,9259	45,4405	49,0163	49,6048	49,0367	49,2086	49,9481	48,6931	49,4954	49,6909	50,7111	48,8638	47,7958	50,5006	47,7718	50,1300	27,8042	26,2030	28,0185	42,9308	40,6605	68,1758	69,2876
29	48,4021	47,0463	43,0139	45,3876	42,2155	42,6459	41,9231	41,9631	42,7376	41,2270	42,1613	42,1674	43,2254	41,1779	40,3230	43,1860	40,6101	42,3538	27,5756	25,6253	27,0282	40,5766	33,9604	58,9601	60,0260
30	77,2672	75,6920	71,7416	74,3770	70,7104	71,0715	70,3097	70,2965	71,0625	69,4921	70,4526	70,3781	71,4197	69,3493	68,6143	71,4550	69,0163	70,4445	56,2888	54,3524	55,8890	69,7598	62,7127	85,6046	86,6001
31	22,8504	21,3117	17,3198	20,0939	24,5540	25,2241	24,8300	25,1010	25,7491	24,8305	25,4410	25,7894	26,6890	25,1921	24,0282	26,3466	23,7201	26,4242	1,8693	0,4233	2,0204	16,8613	17,0783	44,7054	45,8142
32	21,8693	20,3821	16,3696	19,0808	23,7112	24,3869	24,0113	24,2907	24,9275	24,0446	24,6343	24,9956	25,8804	24,4225	23,2554	25,5270	22,9214	25,6457	0,9120	1,0480	1,1275	15,8222	16,3776	43,8968	45,0035
33	22,1278	20,5921	16,5977	19,3773	24,1661	24,8417	24,4653	24,7443	25,3817	24,4966	25,0877	25,4482	26,3339	24,8730	23,7062	25,9811	23,3743	26,0971	1,1513	0,8987	1,5795	16,2228	16,8195	44,3505	45,4574
34	22,2672	20,8220	16,7964	19,4394	23,6199	24,2908	23,8996	24,1721	24,8182	23,9067	24,5128	24,8639	25,7605	24,2724	23,1076	25,4161	22,7935	25,5023	1,4070	0,7247	1,1015	16,0150	16,1781	43,7774	44,8859
35	21,1902	19,7504	15,7213	18,3709	23,0784	23,7576	23,3948	23,6799	24,3087	23,4509	24,0259	24,3959	25,2701	23,8397	22,6710	24,9093	22,3192	25,0562	0,5782	1,7500	0,7151	15,0688	15,8502	43,2826	44,3879
36	21,6253	20,1972	16,1653	18,7913	23,2001	23,8756	23,4994	23,7787	24,4157	23,5329	24,1224	24,4837	25,3684	23,9113	22,										

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
51	0,0000	3,0425	5,7157	3,5181	22,0510	22,6028	22,9787	23,3945	23,4102	23,9784	24,3023	24,3870	24,6562	23,8978	23,8278	23,8823	25,1475	20,9853	22,9163	21,3973	20,8235	22,3764	38,1834	39,0757	
52	3,0425	0,0000	4,9805	23,6262	24,4218	24,4218	24,7211	25,1998	25,2339	25,6466	25,4670	26,0637	26,2501	26,3178	25,4719	25,6924	24,5854	26,9797	19,4767	21,4270	20,9930	11,5485	23,1316	40,6837	
53	5,7157	4,9805	0,0000	4,2757	23,6262	24,3414	22,5261	22,9414	23,1455	23,3441	23,2893	23,8872	24,2019	23,9856	23,6559	22,2035	24,7297	15,4707	17,4170	15,9930	15,9930	8,8543	19,8552	39,8876	40,8637
54	3,5181	4,2757	0,0000	0,0000	19,1100	19,7011	20,0102	20,4288	20,5332	20,9507	20,7533	21,3508	21,5267	21,6239	20,7999	20,9688	19,9046	22,2038	18,2261	20,1175	18,5060	7,1585	18,9070	36,2811	37,2235
55	22,0510	23,6262	21,6947	19,1100	0,0000	0,7079	0,9635	1,3004	1,4619	2,1342	1,6520	2,2513	2,5364	2,7707	2,5698	2,0225	3,0967	23,4394	24,2468	23,2507	13,8598	8,4515	22,2045	21,3422	
56	22,6028	24,4218	22,9414	19,7011	0,0000	0,8087	0,8087	0,4188	0,9244	1,2002	0,7659	1,3480	1,9047	1,8191	1,8050	1,5167	2,3151	20,6312	21,7370	24,5121	22,8867	13,7023	8,3853	19,8879	20,9933
57	23,3945	25,1998	22,9414	20,4288	1,3604	1,0391	0,4188	0,0000	0,7747	0,9278	0,3682	0,9309	1,5903	1,4738	1,6948	1,2921	1,4368	1,7890	24,0637	24,7795	23,1651	14,1150	8,5482	19,6064	20,7140
58	23,4102	25,2339	22,9787	20,5332	1,4619	0,8122	0,9244	0,7747	0,0000	1,0689	0,6482	1,0556	1,0764	1,9941	2,4500	0,6038	1,2185	1,7871	24,0842	25,4322	23,8033	9,2910	18,9753	20,0960	
59	23,9784	25,6466	23,3945	20,9507	2,1342	1,9556	1,2002	0,9278	1,6089	0,0000	0,9695	0,9979	0,7063	0,6785	0,9134	1,9655	1,2048	1,6194	23,8508	24,9923	23,9174	14,8846	8,0594	19,0081	
60	24,3023	25,4670	25,1998	23,3441	2,0011	2,0011	0,7659	0,3682	0,6482	0,9695	0,0000	0,5994	1,2494	1,3624	1,8425	1,0299	1,7408	1,4511	25,1179	25,1179	23,5084	14,4675	8,8365	19,2646	
61	24,3870	26,0637	25,4719	23,2893	2,5364	1,7668	1,3480	0,9309	1,0656	0,9979	0,5994	0,0000	0,5994	0,4947	1,9015	1,1362	2,0795	0,8582	24,7901	25,4611	23,8687	15,0445	9,0559	18,9240	
62	24,4218	24,4218	24,7211	25,1998	2,5364	1,8624	1,9047	1,5903	1,0764	0,9695	1,2494	1,0592	0,0000	0,7006	2,9478	0,5893	2,9867	1,2688	25,6540	26,3664	24,7546	15,4220	10,0597	18,0172	
63	24,4218	24,4218	24,7211	25,1998	2,5364	1,8624	1,9047	1,5903	1,0764	0,9695	1,2494	1,0592	0,0000	0,7006	2,9478	0,5893	2,9867	1,2688	25,6540	26,3664	24,7546	15,4220	10,0597	18,0172	
64	24,6562	26,3178	23,9856	20,7999	2,7760	2,5077	1,8191	1,4738	1,9941	0,6785	1,3624	1,0497	0,7006	1,1706	2,1179	1,1706	2,1179	1,1706	23,2950	23,6924	22,1279	14,1852	8,2993	19,5856	
65	23,8978	25,4719	23,3086	20,7999	2,5698	2,6137	1,8050	1,6948	2,4500	0,9134	1,8425	1,9015	2,9478	1,1706	0,0000	2,8632	0,9389	2,4019	23,0795	23,6924	22,1279	14,1852	8,2993	19,5856	
66	23,8278	25,6924	23,6559	20,9688	2,0225	1,3297	1,5167	1,2921	0,6038	1,9655	1,0299	1,1362	0,5993	2,1815	2,8632	0,0000	2,7290	1,8077	25,2859	26,0288	24,4026	14,8845	9,8402	18,3739	
67	23,8278	25,6924	23,6559	20,9688	2,0225	1,3297	1,5167	1,2921	0,6038	1,9655	1,0299	1,1362	0,5993	2,1815	2,8632	0,0000	2,7290	1,8077	25,2859	26,0288	24,4026	14,8845	9,8402	18,3739	
68	25,1445	26,9179	24,7297	22,2038	3,0967	2,5634	2,0661	1,7890	1,7871	1,6194	1,4511	0,8582	1,1833	1,2688	2,4019	1,5877	2,8097	0,0000	25,4596	26,0900	24,5182	15,9003	9,5651	18,3287	
69	20,9853	19,4767	15,4700	18,2261	23,4394	24,1223	23,7730	24,0637	24,6842	24,4119	24,7901	25,6540	24,2492	23,0795	25,2859	22,7118	25,4596	0,0000	1,9506	1,9506	1,9506	1,2918	15,1465	16,3050	
70	22,9163	21,4270	17,4170	20,1175	24,2468	24,9142	24,5121	24,7795	25,4322	24,4093	25,1179	25,4611	26,3664	24,8550	23,6924	26,0288	23,9394	26,0900	1,9506	1,9506	1,9506	1,2918	15,1465	16,3050	
71	21,3973	20,8235	15,9930	18,5060	22,5907	23,2653	22,8667	23,1651	23,8033	22,9174	23,5084	23,8687	24,7546	23,2950	21,279	24,4026	21,7948	24,5182	1,9181	1,9181	1,9181	1,8193	0,0000	14,9340	
72	22,3764	21,3116	19,8552	18,9070	8,4515	8,9912	8,3853	8,5482	9,2910	8,0954	8,8365	9,0599	10,0597	8,2993	17,809	9,8402	7,1115	7,1115	16,3050	16,3050	16,3050	16,3050	16,3050	16,3050	
73	38,1834	40,6837	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	
74	38,1834	40,6837	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	36,2811	37,2235	
75	39,0757	41,6837	40,8637	37,2235	21,3422	20,6508	20,9933	20,7140	20,0796	21,0881	20,3732	20,0355	19,1254	20,7004	21,8438	19,4786	22,0989	19,4429	44,7632	45,4904	43,8784	32,9028	28,9902	1,1162	
76	38,9882	41,6043	40,8563	37,1742	21,5749	20,8890	21,2557	20,9869	20,3378	21,3094	20,6508	20,3300	19,4016	21,0212	21,562	19,7392	22,3663	19,6388	45,0109	45,7658	44,1409	32,9754	29,3187	1,6004	
77	39,6796	42,2642	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
78	40,6743	43,2642	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
79	41,6837	44,2642	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
80	42,0174	44,8381	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
81	42,0174	44,8381	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
82	42,0174	44,8381	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
83	42,0174	44,8381	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
84	42,0174	44,8381	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
85	42,0174	44,8381	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
86	42,0174	44,8381	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
87	42,0174	44,8381	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457	22,1460	23,2853	20,8890	23,5276	20,8858	46,1664	46,9119	45,2916	34,1497	30,4404	2,5907	
88	42,0174	44,8381	42,0174	38,3234	22,7335	22,4058	22,4058	22,1324	21,4885	22,4434	21,7945	21,4669	20,5457												

Πίνακας 7-7: Αποστάσεις μεταξύ των σημείων ενδιάμεσων (7)

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
0	137,0510	136,1750	137,8690	61,3398	61,0814	60,4228	60,2455	60,5636	59,9316	59,4228	59,2142	60,5075	59,5670	59,0773	58,0588	57,8177	58,8224	58,1868	61,2785	59,8350	60,5031	59,1282	58,6398	57,3046	0,5752
1	137,5570	136,6810	138,3750	61,8352	61,5765	60,9179	60,7404	61,0581	60,4253	59,9168	59,7086	61,0035	60,0626	59,5724	58,5523	58,3119	59,3183	58,6820	61,7751	60,3298	60,9966	59,6197	59,1328	57,7988	1,0645
2	137,3780	136,4970	138,1930	61,5513	61,2909	60,6319	60,4537	60,7698	60,1338	59,6261	59,4197	60,7219	59,7790	59,2867	58,2598	58,0221	59,0362	58,3970	61,4966	60,0432	60,7041	59,3192	58,8385	57,5093	1,1075
3	136,8140	135,9410	137,6340	61,1608	60,9035	60,2452	60,0683	60,3874	59,7574	59,2482	59,0384	60,3271	59,3879	58,8995	57,8853	57,6426	58,6424	58,0086	61,0962	59,6578	60,3296	58,9599	58,4675	57,1293	0,3107
4	137,1900	136,3170	138,0100	61,5426	61,2852	60,6268	60,4499	60,7690	60,1389	59,6296	59,4199	60,7089	59,7697	59,2812	58,2666	58,0241	59,0242	58,3903	61,4781	60,0394	60,7110	59,3408	58,8487	57,5108	0,6928
5	136,0590	135,1840	136,8780	60,3939	60,1367	59,4784	59,3016	59,6208	58,9912	58,4818	58,2719	59,5600	58,6210	58,1328	57,1191	56,8762	57,8753	57,2418	60,3289	58,8911	59,5635	58,1948	57,7015	56,3629	0,4571
6	136,1560	135,2770	136,9720	60,3877	60,1288	59,4701	59,2925	59,6101	58,9770	58,4685	58,2605	59,5563	58,6151	58,1246	57,1039	56,8637	57,8710	57,2344	60,3284	58,8820	59,5483	58,1710	57,6843	56,3507	0,6512
7	137,7230	136,8390	138,5350	61,7947	61,5325	60,8732	60,6941	61,0085	60,3688	59,8621	59,6579	60,9680	60,0230	59,5283	58,4940	58,2593	59,2819	58,6396	61,7461	60,2837	60,9379	59,5440	59,0705	57,7468	1,6625
8	137,7650	136,8930	138,5850	62,1144	61,8568	61,1983	61,0213	61,3401	60,7093	60,2003	59,9909	61,2812	60,3416	59,8527	58,8369	58,5949	59,5963	58,9619	62,0508	60,6108	61,2813	59,9094	59,4186	58,0816	1,2687
9	136,7770	135,8990	137,5940	61,0299	60,7711	60,1124	59,9349	60,2525	59,6196	59,1111	58,9030	60,1983	59,2573	58,7669	57,7465	57,5062	58,5130	57,8766	60,9702	59,5243	60,1909	58,8138	58,3270	56,9932	0,4671
10	136,5970	135,7170	137,4120	60,7888	60,5290	59,8701	59,6922	60,0090	59,3742	58,8662	58,6591	59,9585	59,0164	58,5248	57,5006	57,2618	58,2730	57,6349	60,7322	59,2817	59,9449	58,5634	58,0801	56,7489	0,6889
11	135,5660	134,6880	136,3820	59,8256	59,5674	58,9089	58,7316	59,0499	58,4183	57,9094	57,7006	58,9932	58,0529	57,5633	56,5456	56,3042	57,3081	56,6728	59,7640	58,3211	58,9900	57,6165	57,1269	55,7911	1,0583
12	135,2570	134,3680	136,0660	59,2734	59,0122	58,3519	58,1729	58,4874	57,8480	57,3412	57,1368	58,4467	57,5018	57,0071	55,9732	55,7383	56,7607	56,1183	59,2249	57,7625	58,4172	57,0246	56,5500	55,2257	2,0672
13	136,7870	135,9120	137,6050	61,0916	60,8336	60,1751	59,9980	60,3164	59,6851	59,1762	58,9672	60,2588	59,3188	58,8295	57,8126	57,5709	58,5738	57,9389	61,0291	59,5874	60,2569	58,8460	58,3940	57,0577	0,3147
14	137,0360	136,1590	137,8530	61,2985	61,0398	60,3811	60,2036	60,5213	59,8884	59,3799	59,1718	60,4669	59,5259	59,0356	58,0154	57,7750	58,7816	58,1453	61,2386	59,7931	60,4598	59,0828	58,5959	57,2620	0,6122
15	137,2750	136,3970	138,0920	61,5193	61,2601	60,6013	60,4237	60,7410	60,1073	59,5990	59,3913	60,6881	59,7467	59,2559	58,2340	57,9944	59,0028	58,3658	61,4606	60,0132	60,6784	59,2995	58,8141	57,4813	0,8504
16	138,5810	137,7110	139,4030	62,9708	62,7134	62,0551	61,8782	62,1972	61,5671	61,0579	60,8482	62,1370	61,1978	60,7094	59,6948	59,4523	60,4523	59,8185	62,9060	61,4676	62,1392	60,7685	60,2768	58,9391	2,1201
17	137,1540	136,2800	137,9730	61,4604	61,2023	60,5438	60,3666	60,6849	60,0533	59,5445	59,3356	60,6278	59,6877	59,1982	58,1807	57,9393	58,9428	58,3076	61,3984	59,9560	60,6251	59,2513	58,7619	57,4261	0,6541
18	135,3340	134,5000	136,1800	60,7470	60,5071	59,8542	59,6852	60,0190	59,4233	58,9076	58,6801	59,8929	58,9764	58,5110	57,5672	57,2990	58,2187	57,6160	60,6292	59,2757	60,0038	58,7188	58,1658	56,7853	4,4391
19	178,1260	177,2910	178,9710	102,6670	102,4010	101,7410	101,5610	101,8720	101,2240	100,7200	100,5200	101,8440	100,8960	100,3970	99,3477	99,1200	100,1580	99,5105	102,6260	101,1510	101,7900	100,3710	99,9186	98,6083	41,9120
20	175,4760	174,6190	176,3070	99,5990	99,3283	98,6681	98,4854	98,7954	98,1329	97,6319	97,4387	98,7852	97,8316	97,3263	96,2556	96,0368	97,0988	96,4427	99,5769	98,0758	98,6947	97,2508	96,8196	95,5266	39,0370
21	157,4240	156,7280	158,3510	86,2891	86,0816	85,4460	85,2921	85,6462	85,1137	84,5937	84,3404	85,4110	84,5447	84,1237	83,3056	83,0003	83,7765	83,2336	86,0808	84,8894	85,7008	84,5628	83,9228	82,4923	29,2026
22	158,1830	157,2440	158,9560	80,9487	80,6584	80,0006	79,8101	80,0906	79,3972	78,9128	78,7462	80,1749	79,2049	78,6763	77,5286	77,3472	78,5001	77,8122	81,0002	79,4053	79,9393	78,4070	78,0618	76,8460	23,0464
23	156,8330	155,8870	157,6010	79,5067	79,2147	78,5575	78,3664	78,6445	77,4655	77,3015	78,7369	77,7659	77,2354	76,0813	75,9034	77,0639	76,3736	79,5648	77,9622	78,4883	76,9487	76,6115	75,4034	72,0752	22,5736
24	158,8150	157,8790	159,5900	81,6248	81,3352	80,6772	80,4870	80,7687	80,0762	79,5914	79,4237	80,8492	79,8796	79,3519	78,2073	78,0242	79,1734	78,4868	81,6732	80,0820	80,6197	79,0909	78,7419	77,5226	23,5190
25	86,4020	85,8457	87,3968	34,4650	34,5676	34,3525	34,3746	34,6917	34,8499	34,5619	34,2612	33,8509	33,7447	33,8351	34,3107	33,9122	33,3047	33,4481	33,7739	34,2176	35,1941	35,6643	34,7310	33,7237	56,3155
26	86,2981	85,7487	87,2960	34,8056	34,9106	34,7004	34,7240	35,0395	35,2032	34,9184	34,6185	34,1965	34,0978	34,1923	34,6768	34,2791	33,6625	33,8112	34,1125	34,5698	35,5349	36,0260	35,0939	34,0939	56,6437
27	102,4190	101,4900	103,1990	26,6105	26,3807	25,7329	25,5605	25,9121	25,3457	24,8267	24,5858	25,7482	24,8451	24,3952	23,5140	23,2234	24,0827	23,5005	26,4711	25,1618	25,9308	24,7439	24,1256	22,7118	34,5281
28	69,6897	69,3493	70,7660	41,6124	41,8603	41,9717	42,0872	42,2646	42,7582	42,7070	42,4922	41,3875	41,7639	42,1100	43,1176	42,8189	41,6806	42,1520	40,8934	42,1302	42,8389	44,0288	43,2756	42,8731	76,5441
29	60,5495	59,9109	61,5045	29,7156	30,0261	30,3395	30,5022	30,5625	31,2162	31,3323	31,2051	29,7802	30,4314	30,9055	32,1471	31,9591	30,6069	31,2414	29,0774	30,6745	31,1101	32,6352	32,1011	32,1791	77,5929
30	87,2030	86,3452	88,0326	17,5464	17,5118	17,0734	17,0181	17,3916	17,2673	16,8461	16,5267	16,7276	16,2545	16,1334	16,1575	15,7422	15,6115	15,4868	17,0123	16,7315	17,7579	17,6434	16,7044	15,4128	49,3179
31	46,0854	46,0453	47,2330	54,7326	55,0615	55,4553	55,6331	55,6401	56,3429	56,5245	56,4352	54,9250	55,6664	56,1747	57,4665	57,3197	55,9303	56,6027	54,1550	55,8538	56,1573	57,8222	57,3491	57,5859	101,1900
32	45,2648	45,2465	46,4159	55,5318	55,8619	56,2620	56,4409	56,4433	57,1497	57,3370	57,2512	55,7347	56,4835	56,9947	58,2905	58,1479	56,7557	57,4315	54,9598	56,6657	56,9576	58,5896	58,1661	58,4190	102,2200
33	45,7191	45,6996	46,8701	55,4158	55,7450	56,1411	56,3192	56,3246	57,0287	57,2123	57,1241	55,6118	56,3557	56,8650	58,1581	58,0126	56,6223	57,2958	54,8401	56,5413	56,8408	58,4682	58,0384	58,2804	101,8990
34	45,1552	45,1194	46,3035	55,0397	55,3701	55,7724	55,9516	55,9525	56,6601	56,8493	56,7647	55,2460	55,9974	56,5095	57,8067	57,6658	56,2725	56,9496	54,4695	56,1778	56,4658	58,1001	57,6799	57,9386	101,9020
35	44,6425	44,6388	45,7958	56,0730	56,4038	56,8089	56,9886	56,9875	57,6966	57,8883	57,8052	56,2839	57,0384	57,5517	58,8505	58,7113	57,3169	57,9953	55,5052	57,2165	57,4994	59,1368	58,7208	58,9860	102,9510
36	44,7531	44,7345	45,9041	55,6226	55,9534	56,3583	56,3580	56,5370	57,2460	57,4376	57,3544	55,8332	56,5876	57,1009	58,3997	58,2605	56,8661	57,5445	55,0547	56,7658	57,0490	58,6862	58,2700	58,5352	102,5500
37	45,4008	45,4043	46,5552	56,1538	56,4834	56,8811	57,0595	57,0637	57,7688	57,9538	57,8665	56,3526	57,0984	57,6083	58,9024	58,7580	57,3670	58,0413	55,5796	57,2827	57,5791	59,2084	58,7810	59,0269	102,6290
38	46,2781	46,2575	47,4289	55,2869	55,6152	56,0061	56,1833	56,1924	56,8935																

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
50	13,1562	20,6609	19,4446	92,5536	92,8915	93,4789	93,6809	93,5197	94,2850	94,6597	94,7108	93,1104	94,0544	94,6200	95,9435	95,9728	94,6020	95,9407	92,2365	94,0304	93,8742	95,6084	95,5767	96,3975	147,9480
51	38,9682	39,6796	40,0943	76,5316	76,8689	77,3152	77,4699	78,2001	78,4290	78,3698	76,8125	77,6131	78,1428	79,4627	79,3516	77,9441	78,6417	76,0041	77,9560	77,9587	79,6381	79,2883	79,6558	123,7630	
52	41,6043	42,2642	42,7442	75,5927	75,9274	76,3551	77,5087	76,5210	77,2400	77,2000	77,4535	77,3827	75,8415	77,1425	78,3272	76,9255	77,6137	75,0464	76,7806	77,0207	78,6821	78,3005	78,6161	121,7570	
53	40,8563	41,3826	42,0174	71,5033	71,8381	72,2666	72,4903	72,4303	73,1535	73,3658	73,2957	71,7535	72,5338	73,0563	74,3673	72,8407	73,5297	70,9577	72,6929	72,9314	74,5935	74,2135	74,5331	118,0670	
54	37,1742	37,7801	38,3234	73,2561	73,5944	74,0491	74,2370	74,1986	74,9326	75,1695	75,1157	73,5517	74,3620	74,8951	76,2190	76,1150	74,7053	75,4072	72,7375	74,4067	74,6822	76,3689	76,0342	76,4265	124,2420
55	21,5749	21,6324	22,0730	65,1696	65,3114	66,0702	66,2707	66,1402	67,9085	67,4578	67,2722	65,6642	66,5840	67,1472	68,4842	68,4800	67,0860	67,8229	64,7962	66,0034	66,7334	68,2736	68,1607	68,8807	119,7100
56	20,8890	20,9591	21,4669	64,3058	64,5665	66,2761	66,4769	66,3427	68,1407	67,4546	67,2221	65,6474	66,7976	67,3612	68,6970	68,6970	67,3054	68,0428	64,2013	66,0050	65,9262	67,6664	67,5639	68,2981	119,3610
57	21,2557	21,2501	22,4050	64,5674	64,9088	65,4716	65,5378	66,3034	66,6501	66,6781	65,0704	65,9940	66,5577	67,8934	67,8939	66,5026	67,2401	64,2013	66,0050	65,9262	67,6664	67,5639	68,2981	119,3610	
58	20,9869	20,9591	21,4669	64,3058	64,5665	66,2761	66,4769	66,3427	68,1407	67,4546	67,2221	65,6474	66,7976	67,3612	68,6970	68,6970	67,3054	68,0428	64,2013	66,0050	65,9262	67,6664	67,5639	68,2981	119,3610
59	20,3378	20,3426	21,4885	65,1675	65,3086	66,0751	66,2761	66,1377	68,0035	67,2543	67,0256	65,6784	66,6053	67,1694	68,5038	68,5008	67,1199	67,8577	64,8083	66,5112	66,5216	68,2615	68,1688	68,9159	120,1420
60	21,3094	21,2819	22,4434	63,5592	63,9002	64,4665	64,6076	64,5294	65,2952	65,0457	65,6789	64,9965	65,5606	66,8018	66,6103	65,2242	65,9623	62,9038	64,7058	64,6072	66,3469	66,2623	67,0205	118,4810	
61	20,6508	20,6131	21,7945	64,5226	64,8636	65,4305	65,6316	65,4928	67,2587	66,6098	66,6414	65,0343	65,9615	66,5237	67,8599	67,8651	66,4788	67,2147	64,1641	65,9669	65,762	67,6162	67,5244	68,2778	119,5440
62	20,3300	20,2559	21,4669	64,3058	64,5665	66,2761	66,4769	66,3427	68,1407	67,4546	67,2221	65,6474	66,7976	67,3612	68,6970	68,6970	67,3054	68,0428	64,2013	66,0050	65,9262	67,6664	67,5639	68,2981	119,3610
63	19,4016	19,3688	20,5467	65,2706	65,6110	66,1829	66,3843	66,2401	67,0062	67,3630	67,3993	65,7933	66,7230	67,2897	68,6217	68,6329	66,2737	67,0118	63,9528	65,7548	65,6554	67,3951	67,3111	68,0700	119,4990
64	21,0212	20,8877	22,1060	63,2571	63,5979	64,1674	64,3086	64,2271	64,9931	65,3471	65,3812	63,7747	64,7043	65,2688	66,6018	66,6103	65,2242	65,9623	62,9038	64,7058	64,6072	66,3469	66,2623	67,0205	118,4810
65	22,1562	22,0400	23,2853	62,7715	63,1128	63,6766	63,8775	63,7418	64,5075	64,8553	64,8842	63,2767	64,2013	64,7652	66,1004	66,1022	64,7119	65,4495	62,4073	64,2108	64,1291	65,8603	65,7694	66,5075	117,7020
66	19,7392	19,7397	20,8890	65,4383	65,7790	66,3482	66,5495	66,4082	67,1741	67,5280	67,5617	65,9551	66,8894	67,4498	68,7821	68,7900	67,4036	68,1417	65,0843	66,8865	66,7885	68,5282	68,4430	69,1999	120,5570
67	22,3814	22,3263	23,5226	63,3726	63,7143	64,2742	64,4748	64,3432	65,1086	65,4221	65,4774	63,8695	64,7905	65,3538	66,6904	66,6876	65,2944	66,0315	63,0012	64,8054	64,7352	66,4754	66,3652	67,0894	118,0560
68	19,7588	19,6582	20,8858	64,1628	64,5029	65,0770	65,2785	65,1321	65,8981	66,2573	66,2956	64,6902	65,6238	66,1887	67,5196	67,5335	66,1512	66,8896	63,8183	65,6188	65,5063	67,2452	67,1731	67,9477	119,6040
69	45,0109	45,0220	46,1664	56,4401	56,7702	57,1711	57,3521	58,0588	58,2467	58,1612	56,6441	57,3936	57,9050	59,2011	59,0589	57,6664	58,3425	55,8687	57,5753	57,8659	59,4988	59,0762	59,3302	103,0490	
70	45,7658	45,7167	46,9119	54,5276	54,8571	55,2545	55,4329	55,4373	56,1421	56,3270	56,2320	54,7258	55,4715	55,9815	57,2757	57,1314	55,7403	56,4147	53,9530	55,6559	55,9528	57,5818	57,1542	57,4005	101,2020
71	44,1409	44,1202	45,2916	55,6802	56,0121	56,4226	56,6033	56,5982	57,3103	57,5700	57,4271	55,9004	56,6615	57,1773	58,4795	58,3444	56,9477	57,6292	55,1174	56,8348	57,1073	58,5705	58,3435	58,6233	102,8030
72	32,9754	33,3506	34,1497	67,4456	67,7867	68,2690	68,4610	68,4002	69,1458	69,4095	69,3744	67,7908	68,6323	69,1758	70,5103	70,4303	69,0165	69,7310	66,9589	68,7391	68,8648	70,5735	70,2906	70,7655	117,4940
73	29,3187	29,1597	30,4404	58,1582	58,5031	59,0319	59,2299	59,1266	59,8873	60,1998	60,2008	58,5955	59,4887	60,0466	61,3881	61,3547	59,9474	60,6788	57,7380	59,5406	59,5503	61,2849	61,1038	61,7320	111,5370
74	1,6004	1,4992	2,5907	67,7680	67,7106	67,7295	67,9307	67,7213	78,4740	78,8614	78,8164	79,3357	79,7805	79,8861	80,2128	80,3279	79,0209	79,7510	76,5199	78,3075	78,0077	79,7044	79,8054	80,7883	134,9100
75	0,7413	0,8434	1,4865	67,6640	67,9887	78,6154	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	78,8164	135,9000
76	0,0000	1,5057	1,1758	78,3357	78,6608	79,2867	79,4878	79,2769	80,0289	80,4525	80,5494	78,9061	79,9611	80,5211	81,7982	81,8875	79,5830	81,3125	78,1219	79,8654	79,5609	81,2557	81,3612	82,3500	136,5080
77	1,5057	0,0000	1,1758	78,3357	78,6608	79,2867	79,4878	79,2769	80,0289	80,4525	80,5494	78,9061	79,9611	80,5211	81,7982	81,8875	79,5830	81,3125	78,1219	79,8654	79,5609	81,2557	81,3612	82,3500	136,5080
78	1,1758	1,7374	0,0000	79,2007	79,3245	79,9528	80,1537	79,9390	80,6891	81,1163	81,2169	80,6346	80,6346	81,9362	82,7652	82,5558	81,2618	81,9899	78,7955	80,5332	80,2168	81,9067	82,0234	83,0249	137,3270
79	78,3357	77,2662	79,0007	0,0000	0,3430	0,9583	1,1548	0,9706	1,7361	2,1186	2,2421	0,8885	1,7733	2,2755	3,4703	3,6074	2,5286	3,1564	0,7308	1,5483	1,4281	3,1322	3,0327	4,1037	60,8508
80	78,6608	77,5899	79,3245	0,3430	0,0000	0,6603	0,8483	0,6292	1,3952	1,7918	1,9164	0,7843	1,5377	2,0042	3,1563	3,1113	2,3051	2,8955	0,9724	1,2544	1,0958	2,7897	2,7021	3,8134	60,5936
81	79,2867	78,2185	79,9528	0,9583	0,6603	0,0000	0,2022	0,3393	0,8877	1,1809	1,2679	0,5845	0,9107	1,3458	2,5149	2,6547	1,6773	2,2391	1,3117	0,5953	0,8827	2,3281	2,0978	3,1547	59,9352
82	79,4878	78,4193	80,1537	1,1548	0,8483	0,2022	0,0000	0,3817	0,7142	0,9790	1,0703	0,7238	0,7914	1,1745	2,3155	2,4630	1,5433	2,0687	1,5021	0,4105	0,8219	2,1492	1,8958	2,9658	59,7584
83	79,2769	78,2042	79,9390	0,9706	0,6292	0,3393	0,3817	0,0000	0,7660	1,1855	1,3517	0,8897	1,1728	1,5226	2,5659	2,7539	1,9192	2,4138	1,4890	0,7593	0,5743	2,1733	2,0845	3,2639	60,0776
84	80,0289	78,9541	80,6891	1,7361	1,3952	0,8877	0,7142	0,0000	0,5200	0,7984	1,4364	1,0611	1,4101	1,8773	2,1247	1,6559	1,9377	2,1962	1,6498	0,5874	1,4405	1,3444	2,6382	3,6369	60,0776
85	80,4625	79,3817	81,1163	1,1809	0,9790	1,1809	0,9790	1,1855	0,5200	0,0000	0,3194	1,6191	0,9435	0,7327	1,3842	1,6087	1,2686	1,4371	2,4622	0,6731	1,1074	1,3307	0,9171	1,2126	58,9385
86	80,5494	79,4826	81,2169	1,2679	1,0703	1,3517	0,9984	0,3194	0,0000	0,0000	0,0000	1,6082	0,7737	0,4263	1,2489	1,4026	0,9586	1,1393	2,4774	0,6845	1,3778	1,5391	0,9186	1,9123	58,7286
87	78,9903	77,9289	79,6626	0,8885	0,7843	0,5845	0,7238	0,8897	1,4364	1,6191	1,6082	0,0000	0,9764	1,5311	2,8334	2,8973	1,6865	2,3639	0,8744	0,9487	1,4583	2,8625	2,5093	3,3682	60,0170
88	79,9611	78,9010	80,6346	1,7733	1,5377	0,9107	0,914	1,1728	1,1061	0,9435	0,7737	0,9764	0,0000	0,5655	1,9010	1,9285	0,7688	1,3931	1,8392	0,4838	1,5097	2,2720	1,6827	2,3926	59,0778
89	80,5211	7																							

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

0	2	34	5	68	2
1	6	35	3	69	8
2	8	36	7	70	7
3	5	37	10	71	2
4	5	38	1	72	10
5	1	39	3	73	2
6	2	40	7	74	7
7	0	41	6	75	9
8	7	42	10	76	5
9	7	43	10	77	2
10	10	44	10	78	10
11	3	45	1	79	10
12	3	46	0	80	5
13	2	47	9	81	2
14	9	48	0	82	7
15	0	49	4	83	5
16	4	50	0	84	6
17	1	51	1	85	2
18	1	52	3	86	4
19	2	53	3	87	7
20	3	54	2	88	10
21	2	55	9	89	7
22	10	56	8	90	10
23	1	57	1	91	3
24	10	58	1	92	6
25	6	59	1	93	1
26	7	60	5	94	9
27	7	61	0	95	10
28	4	62	3	96	10
29	8	63	8	97	3
30	10	64	7	98	1
31	9	65	9	99	1
32	1	66	3	100	0
33	10	67	6		2

Πίνακας 7-9: Βαθμός ικανοποίησης κάθε σημείου ενδιαφέροντος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

0	219	34	28	68	308
1	71	35	1072	69	299
2	1141	36	704	70	588
3	703	37	1111	71	273
4	979	38	1051	72	12
5	924	39	514	73	1019
6	478	40	721	74	924
7	1409	41	653	75	863
8	447	42	210	76	551
9	648	43	732	77	801
10	945	44	1184	78	1355
11	290	45	1275	79	829
12	386	46	1245	80	598
13	151	47	60	81	1146
14	1295	48	1210	82	445
15	744	49	1353	83	38
16	1124	50	588	84	462
17	27	51	835	85	482
18	684	52	157	86	712
19	1144	53	670	87	54
20	714	54	431	88	590
21	954	55	1047	89	1434
22	895	56	196	90	1274
23	254	57	686	91	11
24	1365	58	1149	92	1353
25	587	59	1308	93	820
26	1091	60	1039	94	955
27	75	61	45	95	604
28	119	62	1166	96	303
29	270	63	1101	97	895
30	936	64	578	98	1139
31	75	65	126	99	336
32	1089	66	1264	100	0
33	1222	67	577		308

Πίνακας 7-10: Χρονική στιγμή ανοίγματος χρονικού παραθύρου κάθε σημείου ενδιαφέροντος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

0	317	34	1211	68	996
1	1356	35	1259	69	1423
2	1408	36	1134	70	651
3	985	37	1352	71	1106
4	1259	38	1064	72	579
5	1438	39	1163	73	1062
6	1070	40	1376	74	1238
7	1429	41	1337	75	875
8	1094	42	954	76	1068
9	882	43	1273	77	1105
10	1015	44	1211	78	1401
11	1428	45	1344	79	1329
12	1095	46	1434	80	680
13	1284	47	334	81	1278
14	1347	48	1293	82	1161
15	948	49	1378	83	1076
16	1204	50	1149	84	1005
17	1407	51	1072	85	1276
18	795	52	428	86	1044
19	1148	53	780	87	888
20	1055	54	898	88	1122
21	1113	55	1277	89	1438
22	1001	56	287	90	1324
23	254	57	1125	91	933
24	1394	58	1293	92	1405
25	759	59	1331	93	1231
26	1133	60	1421	94	1162
27	78	61	936	95	1084
28	974	62	1237	96	1358
29	440	63	1277	97	1210
30	937	64	1381	98	1190
31	1229	65	708	99	1275
32	1372	66	1393	100	1440
33	1377	67	1297		996

Πίνακας 7-11: Χρονική στιγμή κλεισίματος χρονικού παραθύρου κάθε σημείου ενδιαφέροντος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

0	70	34	60	68	65
1	81	35	15	69	45
2	48	36	27	70	30
3	15	37	27	71	20
4	81	38	19	72	79
5	78	39	62	73	90
6	6	40	89	74	52
7	62	41	75	75	61
8	57	42	47	76	40
9	76	43	58	77	64
10	51	44	19	78	17
11	83	45	32	79	49
12	43	46	95	80	6
13	85	47	53	81	48
14	51	48	63	82	24
15	31	49	97	83	22
16	4	50	76	84	89
17	100	51	99	85	4
18	18	52	27	86	52
19	9	53	23	87	62
20	16	54	33	88	75
21	64	55	60	89	9
22	87	56	86	90	91
23	17	57	35	91	36
24	23	58	38	92	31
25	21	59	74	93	91
26	43	60	41	94	1
27	47	61	13	95	19
28	38	62	42	96	61
29	60	63	17	97	65
30	17	64	65	98	16
31	71	65	95	99	69
32	19	66	9	100	0
33	55	67	75		

Πίνακας 7-12: Κόστος επίσκεψης κάθε σημείου ενδιαφέροντος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

0	108	34	77	68	41
1	72	35	108	69	29
2	56	36	21	70	18
3	76	37	21	71	17
4	84	38	96	72	85
5	97	39	77	73	120
6	64	40	53	74	27
7	62	41	34	75	60
8	63	42	36	76	75
9	67	43	101	77	23
10	31	44	54	78	94
11	56	45	89	79	31
12	76	46	91	80	50
13	37	47	58	81	116
14	83	48	20	82	76
15	55	49	31	83	67
16	73	50	53	84	102
17	86	51	40	85	79
18	79	52	97	86	120
19	113	53	89	87	88
20	32	54	87	88	50
21	99	55	26	89	37
22	83	56	107	90	96
23	60	57	116	91	44
24	115	58	35	92	106
25	99	59	39	93	50
26	67	60	73	94	119
27	72	61	51	95	94
28	80	62	115	96	84
29	104	63	37	97	90
30	35	64	72	98	83
31	73	65	45	99	79
32	106	66	50	100	0
33	38	67	50		41

Πίνακας 7-13: Χρόνος επίσκεψης κάθε σημείου ενδιαφέροντος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

0	1	34	1	68	1
1	0	35	0	69	2
2	2	36	1	70	0
3	0	37	2	71	1
4	0	38	0	72	1
5	0	39	0	73	2
6	2	40	2	74	2
7	1	41	1	75	2
8	1	42	0	76	1
9	0	43	1	77	0
10	0	44	0	78	0
11	0	45	2	79	2
12	1	46	2	80	2
13	0	47	2	81	1
14	0	48	0	82	1
15	1	49	2	83	1
16	2	50	2	84	0
17	0	51	2	85	2
18	2	52	1	86	1
19	0	53	1	87	1
20	1	54	0	88	2
21	1	55	2	89	1
22	0	56	0	90	1
23	1	57	2	91	0
24	0	58	0	92	0
25	1	59	1	93	2
26	0	60	0	94	0
27	2	61	2	95	2
28	0	62	0	96	0
29	1	63	1	97	2
30	2	64	0	98	1
31	2	65	2	99	0
32	2	66	0	100	1
33	2	67	0		2

Πίνακας 7-14: Κατηγορία στην οποία ανήκει το κάθε σημείο ενδιαφέροντος

7.3.1 Λύσεις πρώτης και δεύτερης προσέγγισης

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι λύσεις για την πρώτη και τη δεύτερη προσέγγιση σύμφωνα με τα δεδομένα που παρουσιάστηκαν παραπάνω.

προσέγγιση	Αλληλουχία σημείων επίσκεψης	Αλληλουχία χρονικών στιγμών άφιξης σε κάθε σημείο	Αλληλουχία μέσων μεταφοράς	Τιμή εντολής τερματισμού της επίλυσης.
Πρώτη προσέγγιση (MMTO)	100-42-100	185-210	2-2	90% (*)
Δεύτερη προσέγγιση (MMTO 2)	100-69-100	222-299	2-2	90% (*)
	100-47-65-83-96-100	30-60-198-291-359	2-2-2-2-2	70% (*)
	100-61-65-83-96-42-100	0-90-145-238-306-427	2-2-2-2-2-2	240 (**)

Πίνακας 7-15: Λύσεις πρώτης και δεύτερης προσέγγισης

7.3.2 Δεδομένα και λύσεις τρίτης προσέγγισης

Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται τα δεδομένα του τυχαίου παραδείγματος που χρησιμοποιήθηκε στην τρίτη προσέγγιση.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	500	2	3	7	5	9	5	11	6	1	11	14	9	6	9	6	5	6	8	9	6
1	2	500	2	4	5	6	3	9	5	1	9	12	12	5	12	4	4	4	6	8	4
2	3	2	500	3	7	5	2	10	2	6	7	8	14	3	23	3	6	1	5	7	2
3	7	4	3	500	11	6	2	7	4	5	8	9	16	3	16	2	5	5	5	7	4
4	5	5	7	11	500	11	5	8	9	6	14	13	12	9	17	7	3	9	10	12	9
5	9	6	5	6	11	500	5	11	5	7	2	7	18	4	18	6	10	6	1	1	6
6	5	3	2	2	5	5	500	9	3	5	8	11	13	3	13	1	5	3	5	8	3
7	11	9	10	7	8	11	9	500	10	12	13	11	19	10	20	10	10	13	11	13	11
8	6	5	2	4	9	5	3	10	500	5	8	12	15	3	14	3	7	1	5	7	1
9	1	1	6	5	6	7	5	12	5	500	10	15	9	6	10	6	5	6	8	9	5
10	11	9	7	8	14	2	8	13	8	10	500	6	20	5	19	7	12	8	3	1	7
11	14	12	8	9	13	7	11	11	12	15	6	500	22	10	25	11	14	13	8	7	12
12	9	12	14	16	12	18	13	19	15	9	20	22	500	14	4	14	10	13	17	18	13

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

13	6	5	3	3	9	4	3	10	3	6	5	10	14	500	15	2	7	3	3	5	1
14	9	12	23	16	17	18	13	20	14	10	19	25	4	15	500	13	12	13	17	17	13
15	6	4	3	2	7	6	1	10	3	6	7	11	14	2	13	500	6	4	6	6	3
16	5	4	6	5	3	10	5	10	7	5	12	14	10	7	12	6	500	7	11	12	8
17	6	4	1	5	9	6	3	13	1	6	8	13	13	3	13	4	7	500	5	7	1
18	8	6	5	5	10	1	5	11	5	8	3	8	17	3	17	6	11	5	500	2	5
19	9	8	7	7	12	1	8	13	7	9	1	7	18	5	17	6	12	7	2	500	7
20	6	4	2	4	9	6	3	11	1	5	7	12	13	1	13	3	8	1	5	7	500

Πίνακας 7-16: Κόστος για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων με το μέσο μεταφοράς 2

Το κόστος μεταφοράς για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων με το μέσο 1 είναι 5 για όλες τις μεταβάσεις, ενώ για το μέσο μεταφοράς 3 είναι μηδέν για όλες τις μεταβάσεις.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	500	2	3	7	5	9	5	11	6	1	11	14	9	6	9	6	5	6	8	9	6
1	2	500	2	4	5	6	3	9	5	1	9	12	12	5	12	4	4	4	6	8	4
2	3	2	500	3	7	5	2	10	2	6	7	8	14	3	23	3	6	1	5	7	2
3	7	4	3	500	11	6	2	7	4	5	8	9	16	3	16	2	5	5	5	7	4
4	5	5	7	11	500	11	5	8	9	6	14	13	12	9	17	7	3	9	10	12	9
5	9	6	5	6	11	500	5	11	5	7	2	7	18	4	18	6	10	6	1	1	6
6	5	3	2	2	5	5	500	9	3	5	8	11	13	3	13	1	5	3	5	8	3
7	11	9	10	7	8	11	9	500	10	12	13	11	19	10	20	10	10	13	11	13	11
8	6	5	2	4	9	5	3	10	500	5	8	12	15	3	14	3	7	1	5	7	1
9	1	1	6	5	6	7	5	12	5	500	10	15	9	6	10	6	5	6	8	9	5
10	11	9	7	8	14	2	8	13	8	10	500	6	20	5	19	7	12	8	3	1	7
11	14	12	8	9	13	7	11	11	12	15	6	500	22	10	25	11	14	13	8	7	12
12	9	12	14	16	12	18	13	19	15	9	20	22	500	14	4	14	10	13	17	18	13
13	6	5	3	3	9	4	3	10	3	6	5	10	14	500	15	2	7	3	3	5	1
14	9	12	23	16	17	18	13	20	14	10	19	25	4	15	500	13	12	13	17	17	13
15	6	4	3	2	7	6	1	10	3	6	7	11	14	2	13	500	6	4	6	6	3
16	5	4	6	5	3	10	5	10	7	5	12	14	10	7	12	6	500	7	11	12	8
17	6	4	1	5	9	6	3	13	1	6	8	13	13	3	13	4	7	500	5	7	1
18	8	6	5	5	10	1	5	11	5	8	3	8	17	3	17	6	11	5	500	2	5
19	9	8	7	7	12	1	8	13	7	9	1	7	18	5	17	6	12	7	2	500	7
20	6	4	2	4	9	6	3	11	1	5	7	12	13	1	13	3	8	1	5	7	500

Πίνακας 7-17: Χρόνος για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων με το μέσο μεταφοράς 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	500	5	6	6	4	10	5	8	6	1	10	8	5	7	5	5	4	6	8	10	6
1	5	500	3	3	4	7	2	7	3	1	6	7	6	4	6	2	5	3	5	7	3
2	6	3	500	5	4	8	3	8	4	4	8	5	5	6	6	4	5	4	7	9	4
3	6	3	5	500	5	6	3	5	3	5	5	5	8	3	8	2	5	2	5	6	2
4	4	4	4	5	500	8	4	5	5	5	8	5	5	5	5	5	2	5	7	9	5
5	10	7	8	6	8	500	4	6	2	4	6	6	7	2	8	4	7	2	4	6	2

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

6	5	2	3	3	4	4	500	5	3	4	6	5	8	3	8	2	4	2	4	7	3
7	8	7	8	5	5	6	5	500	5	6	7	4	8	5	9	6	6	5	6	8	5
8	6	3	4	3	5	2	3	5	500	2	8	8	6	5	6	3	5	1	6	8	1
9	1	1	4	5	5	4	4	6	2	500	8	7	5	6	5	4	4	4	7	9	4
10	10	6	8	5	8	6	6	7	8	8	500	4	8	3	8	5	6	3	2	1	3
11	8	7	5	5	5	6	5	4	8	7	4	500	9	4	9	6	6	5	5	5	5
12	5	6	5	8	5	7	8	8	6	5	8	9	500	8	1	6	4	6	9	11	6
13	7	4	6	3	5	2	3	5	5	6	3	4	8	500	6	3	6	1	4	6	1
14	5	6	6	8	5	8	8	9	6	5	8	9	1	6	500	6	5	6	9	11	6
15	5	2	4	2	5	4	2	6	3	4	5	6	6	3	6	500	5	2	5	6	2
16	4	5	5	5	2	7	4	6	5	4	6	6	4	6	5	5	500	5	7	9	5
17	6	3	4	2	5	2	2	5	1	4	3	5	6	1	6	2	5	500	6	8	4
18	8	5	7	5	7	4	4	6	6	7	2	5	9	4	9	5	7	6	500	6	1
19	10	7	9	6	9	6	7	8	8	9	1	5	11	6	11	6	9	8	6	500	2
20	6	3	4	2	5	2	3	5	1	4	3	5	6	1	6	2	5	4	1	2	500

Πίνακας 7-18: Χρόνος για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων με το μέσο μεταφοράς 2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	500	3	7	13	10	17	8	23	9	2	20	28	17	11	16	10	6	8	15	18	9
1	3	500	4	9	10	14	5	20	7	2	17	25	20	8	20	7	7	5	12	16	6
2	7	4	500	7	14	12	3	20	3	13	15	18	23	5	23	5	11	1	9	13	3
3	13	9	7	500	21	12	4	13	8	10	15	18	28	5	29	3	8	8	10	13	7
4	10	10	14	21	500	22	11	14	17	10	26	24	22	15	26	12	4	15	20	24	17
5	17	14	12	12	22	500	11	22	11	16	4	13	33	7	33	10	19	11	2	2	11
6	8	5	3	4	11	11	500	17	6	9	14	21	24	4	24	1	8	4	9	13	5
7	23	20	20	13	14	22	17	500	22	25	27	21	37	19	41	18	19	22	22	26	22
8	9	7	3	8	17	11	6	22	500	9	14	22	26	5	26	4	13	1	9	12	1
9	2	2	13	10	10	16	9	25	9	500	20	28	18	10	18	10	7	8	14	18	9
10	20	17	15	15	26	4	14	27	14	20	500	10	37	10	36	13	22	15	6	2	15
11	28	25	18	18	24	13	21	21	22	28	10	500	46	19	46	21	27	24	14	14	24
12	17	20	23	28	22	33	24	37	26	18	37	46	500	27	8	25	19	24	31	35	26
13	11	8	5	5	15	7	4	19	5	10	10	19	27	500	27	3	13	6	5	9	1
14	16	20	23	29	26	33	24	41	26	18	36	46	8	27	500	25	22	24	31	35	25
15	10	7	5	3	12	10	1	18	4	10	13	21	25	3	25	500	10	5	8	11	4
16	6	7	11	8	4	19	8	19	13	7	22	27	19	13	22	10	500	12	18	21	14
17	8	5	1	8	15	11	4	22	1	8	15	24	24	6	24	5	12	500	9	12	2
18	15	12	9	10	20	2	9	22	9	14	6	14	31	5	31	8	18	9	500	4	9
19	18	16	13	13	24	2	13	26	12	18	2	14	35	9	35	11	21	12	4	500	13
20	9	6	3	7	17	11	5	22	1	9	15	24	26	1	25	4	14	2	9	13	500

Πίνακας 7-19: Χρόνος για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων με το μέσο μεταφοράς 3

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

	Άνοιγμα χρονικού παραθύρου	Κλείσιμο χρονικού παραθύρου	Κόστος επίσκεψης σημείου ενδιαφέροντος	Χρόνος επίσκεψης σημείου ενδιαφέροντος	Κατηγορία σημείου ενδιαφέροντος
0	0	150	7	40	0
1	100	200	22	70	0
2	120	350	8	30	0
3	140	280	9	50	0
4	100	230	8	20	0
5	80	190	21	100	0
6	130	320	11	75	1
7	0	250	28	110	1
8	100	210	19	85	1
9	10	330	8	45	1
10	20	300	14	55	1
11	100	260	27	90	2
12	10	100	16	80	2
13	0	150	17	20	2
14	110	210	27	95	2
15	140	350	14	60	2
16	30	150	6	45	2
17	40	280	7	50	2
18	60	190	13	75	2
19	140	260	11	40	2
20	0	350	0	0	2

Πίνακας 7-20: Δεδομένα τυχαίου παραδείγματος

Μετά την παρουσίαση των δεδομένων του παραδείγματος γίνεται η παρουσίαση της λύσης του αλγορίθμου Floyd- Warshall.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	500	3	7	13	10	9	8	11	9	2	11	14	9	11	9	10	6	8	8	9	9
1	3	500	4	3	10	6	5	9	7	2	9	12	12	8	12	7	7	5	12	8	6
2	7	4	500	7	4	5	3	10	3	4	7	8	14	5	23	5	11	1	9	13	3
3	13	3	7	500	11	12	4	13	8	10	8	9	16	5	16	3	8	8	10	13	7
4	10	10	4	11	500	11	4	14	9	10	14	13	12	15	17	12	4	15	10	12	9
5	9	6	5	12	11	500	4	11	2	4	4	13	18	7	18	10	10	2	2	2	2
6	8	5	3	4	4	4	500	9	6	9	14	11	13	4	13	1	8	4	9	13	5
7	11	9	10	13	14	11	9	500	10	12	13	11	19	10	20	10	10	13	11	13	11
8	9	7	3	8	9	2	6	10	500	2	14	12	15	5	14	4	13	1	9	12	1
9	2	2	4	10	10	4	9	12	2	500	10	15	9	10	10	10	7	8	14	9	9
10	11	9	7	8	14	4	14	13	14	10	500	10	20	3	19	13	12	3	2	2	3
11	14	12	8	9	13	13	11	11	12	15	10	500	22	10	25	11	14	13	14	7	12
12	9	12	14	16	12	18	13	19	15	9	20	22	500	14	1	14	10	13	17	18	13
13	11	8	5	5	15	7	4	10	5	10	3	10	14	500	15	3	13	1	5	9	1
14	9	12	23	16	17	18	13	20	14	10	19	25	1	15	500	13	12	13	17	17	13
15	10	7	5	3	12	10	1	10	4	10	13	11	14	3	13	500	10	5	8	11	4
16	6	7	11	8	4	10	8	10	13	7	12	14	10	13	12	10	500	12	11	12	14
17	8	5	1	8	15	2	4	13	1	8	3	13	13	1	13	5	12	500	9	12	2
18	8	12	9	10	10	2	9	11	9	14	2	14	17	5	17	8	11	9	500	4	1
19	9	8	13	13	12	2	13	13	12	9	2	7	18	9	17	11	12	12	4	500	2
20	9	6	3	7	9	2	5	11	1	9	3	12	13	1	13	4	14	2	1	2	500

Πίνακας 7-21: Κόστος μετάβασης μεταξύ δύο κόμβων μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου Floyd- Warshall

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	500	3	7	13	10	9	8	11	9	2	11	14	9	11	9	10	6	8	8	9	9
1	3	500	4	3	10	6	5	9	7	2	9	12	12	8	12	7	7	5	12	8	6
2	7	4	500	7	4	5	3	10	3	4	7	8	14	5	23	5	11	1	9	13	3
3	13	3	7	500	11	12	4	13	8	10	8	9	16	5	16	3	8	8	10	13	7
4	10	10	4	11	500	11	4	14	9	10	14	13	12	15	17	12	4	15	10	12	9
5	9	6	5	12	11	500	4	11	2	4	4	13	18	7	18	10	10	2	2	2	2
6	8	5	3	4	4	4	500	9	6	9	14	11	13	4	13	1	8	4	9	13	5
7	11	9	10	13	14	11	9	500	10	12	13	11	19	10	20	10	10	13	11	13	11
8	9	7	3	8	9	2	6	10	500	2	14	12	15	5	14	4	13	1	9	12	1
9	2	2	4	10	10	4	9	12	2	500	10	15	9	10	10	10	7	8	14	9	9
10	11	9	7	8	14	4	14	13	14	10	500	10	20	3	19	13	12	3	2	2	3
11	14	12	8	9	13	13	11	11	12	15	10	500	22	10	25	11	14	13	14	7	12
12	9	12	14	16	12	18	13	19	15	9	20	22	500	14	1	14	10	13	17	18	13
13	11	8	5	5	15	7	4	10	5	10	3	10	14	500	15	3	13	1	5	9	1
14	9	12	23	16	17	18	13	20	14	10	19	25	1	15	500	13	12	13	17	17	13
15	10	7	5	3	12	10	1	10	4	10	13	11	14	3	13	500	10	5	8	11	4
16	6	7	11	8	4	10	8	10	13	7	12	14	10	13	12	10	500	12	11	12	14
17	8	5	1	8	15	2	4	13	1	8	3	13	13	1	13	5	12	500	9	12	2
18	8	12	9	10	10	2	9	11	9	14	2	14	17	5	17	8	11	9	500	4	1
19	9	8	13	13	12	2	13	13	12	9	2	7	18	9	17	11	12	12	4	500	2
20	9	6	3	7	9	2	5	11	1	9	3	12	13	1	13	4	14	2	1	2	500

Πίνακας 7-22: Χρόνος μετάβασης μεταξύ δύο κόμβων μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου Floyd- Warshall

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	-	-	9	1	-	9	-	-	9	-	9,8,17	-	-	9,8,17	-	9,8	-	9,8	9,8,20	9,8,20	9,8
1	-	-	-	-	2	-	-	-	9	-	17	-	9	17	-	3	-	-	9,8,20	9,8,20	9,8
2	9	-	-	-	-	17	-	-	17	-	17	-	9	17	9	6	4	-	20	17,5	-
3	1	-	-	-	6	6	-	1	1,9	1	-	-	1,9	-	1	-	-	13	13,20	13,20	13
4	-	2	-	6	-	2,17	-	6	2,17	2	2,17	2	-	2,17	12	6	-	2	2,20	2,17,5	2
5	9	-	17	6	17,2	-	-	-	-	-	-	19	9	17	9	6	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	15	1	13	-	-	-	-	-	-	-	5	5	-
7	-	-	-	1	6	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	2	-	-	-
8	9	9	17	9,1	17,2	-	15	-	-	-	17	17,2	9	17	9	-	9	-	20	20	-
9	-	-	-	1	2	-	1	1	-	-	8,17	2	-	8,17	-	8	-	8	8,20	8,20	8
10	17,8,9	17	17	-	17,2	-	13	-	17	17,8	-	19	17,8,9	-	17	13	-	-	-	-	-
11	-	-	-	-	2	19	-	-	2,17	2	19	-	2,9	-	2,9	-	-	2	19,20	-	19
12	-	9	9	9,1	-	9	-	-	9	-	9,8,17	9,2	-	9,8,17	-	-	-	9,8	9,8,20	9,8,20	9,8
13	17,8,9	17	17	-	17,2	17	-	-	17	17,8	-	-	17,8,9	-	17	-	17,2,4	-	20	20	-
14	-	-	9	1	12	9	-	-	9	-	17	9,2	-	17	-	-	12	-	20	20	-
15	8,9	3	6	-	6	6	-	-	-	8	13	-	-	-	-	6	13	20	20	-	-
16	-	-	4	-	-	-	-	-	9	-	-	-	-	4,2,17	12	6	-	4,2	-	-	9,8
17	8,9	-	-	13	2	-	-	2	-	8	-	2	8,9	-	-	13	2,4	-	20	5	-
18	20,8,9	20,8,9	20	20,13	20,2	-	5	-	20	20,8	-	20,19	20,8,9	20	20	20	-	20	-	20	-
19	20,8,9	20,8,9	5,17	20,13	5,17,2	-	5	-	20	20,8	-	-	20,8,9	20	20	20	-	5	20	-	-
20	8,9	8,9	-	13	2	-	-	-	-	8	-	19	8,9	-	-	-	8,9	-	-	-	-

Πίνακας 7-23: Ενδιάμεσοι κόμβοι για τη μετάβαση μεταξύ δύο κόμβων μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου Floyd- Warshall

Αλληλουχία σημείων επίσκεψης	Αλληλουχία χρονικών στιγμών άφιξης σε κάθε σημείο	Αλληλουχία μέσων μεταφοράς	Τιμή εντολής τερματισμού της επίλυσης.
20-10-(13)-6-(5)-19-20	65-68-130-211	2-2-3-2-3-2	90% (*)
20-(8-9)-16-0-(9-8)-17-(2)-4-(2-17)-10-(13)-15-20	20-30-81-126-181-209-270	3-2-3-3-3-2-3-3-2-2-3-2-2-3-3	70% (*)
20-13-(17-2-4)-16-0-(9-8)-17-(2)-4-(2-17)-10-(13)-15-20	0-1-31-82-127-182-210-271	3-2-3-2-3-3-3-2-3-3-2-2-3-3-3	240 (**)

Πίνακας 7-24: Λύσεις τρίτης προσέγγισης

7.3.3 Λύσεις τέταρτης προσέγγισης

Στους πίνακες και τις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του μοντέλου του σακιδίου (knapsack) για διαφορετικές τιμές των συντελεστών a και b.

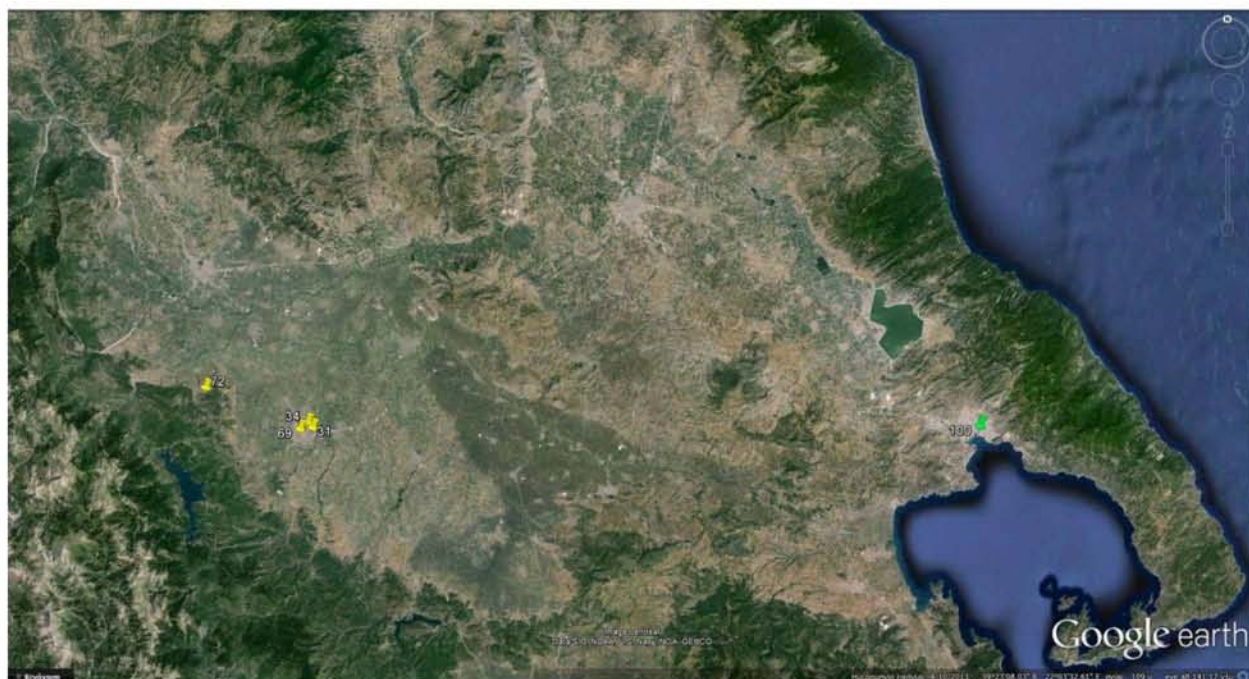
Τιμές συντελεστών	Σημεία που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου
a= 1, b=0	31,42,47,69,71,72,83,96
a= 100, b=0	31,34,69,72
a= 300, b=0	83,87,96,99
a= 500, b=0	83,87,96,99
a= 800, b=0	0,1,13,17
a= 900, b=0	0,1,17
a= 1000, b=0	0,1,17
a= 1250, b=0	0,1,17
a= 1, b= -1	1,12,27,42,47,87,96
a= 500, b= -1	0,1,13,17
a= 800, b= -1	0,1,13,17
a= 1, b= -10	0,1,11,12,13
a= 500, b= -10	0,1,13,17
a= 800, b= -10	0,1,17
a= 1, b= -13,5	0,1,11,12,13
a= 500, b= -13,5	0,1,13,17
a= 800, b= -13,5	0,1,17
a= 1, b= -20	0,1,11,13
a= 500, b= -20	0,1,13,17
a= 800, b= -20	0,1,17
a= 1, b= 13,5	28,31,52,61,65,68,69,71,83
a= 300, b= 13,5	31,34,52,61,68,69,71,72
a= 750, b= 13,5	56,61,65,68,72
a= 1000, b= 13,5	56,61,65,68,72

Πίνακας 7-25: Αποτελέσματα από την εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για διαφορετικές τιμές των συντελεστών a και b.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



Εικόνα 7-8: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=1$ και $b=0$



Εικόνα 7-9: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=100$ και $b=0$

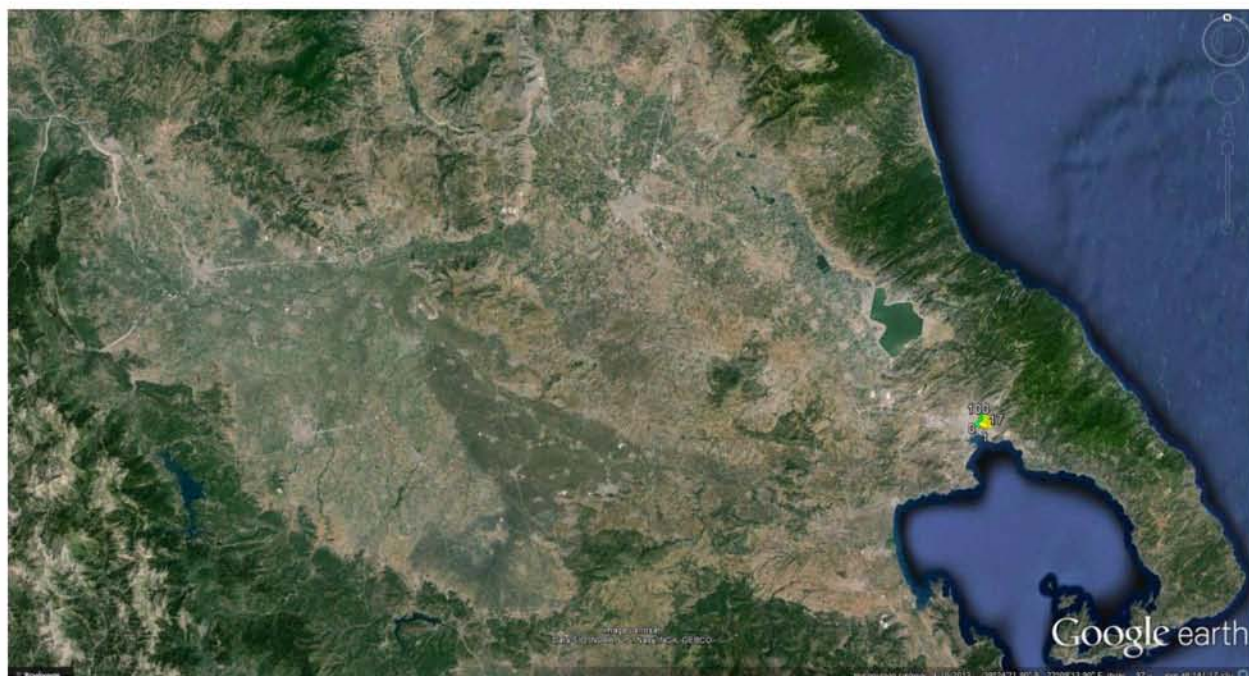


Εικόνα 7-10: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=300$ ή $a=500$ και $b=0$

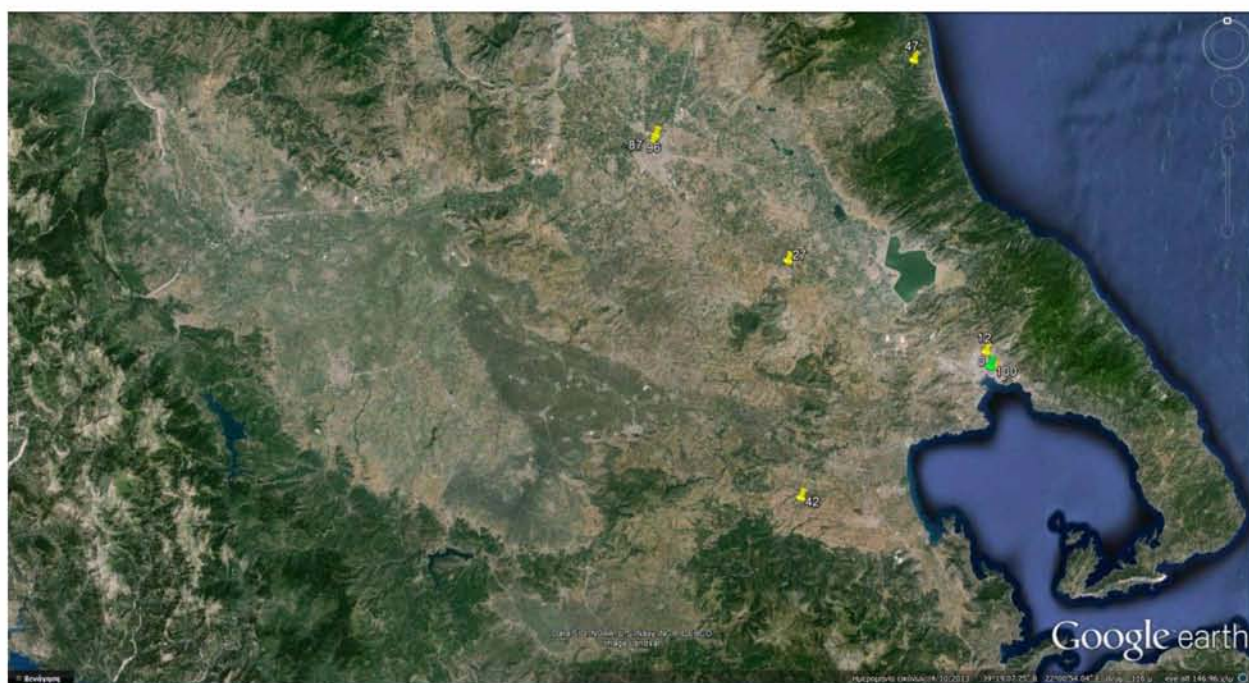


Εικόνα 7-11: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=800$ και $b=0$

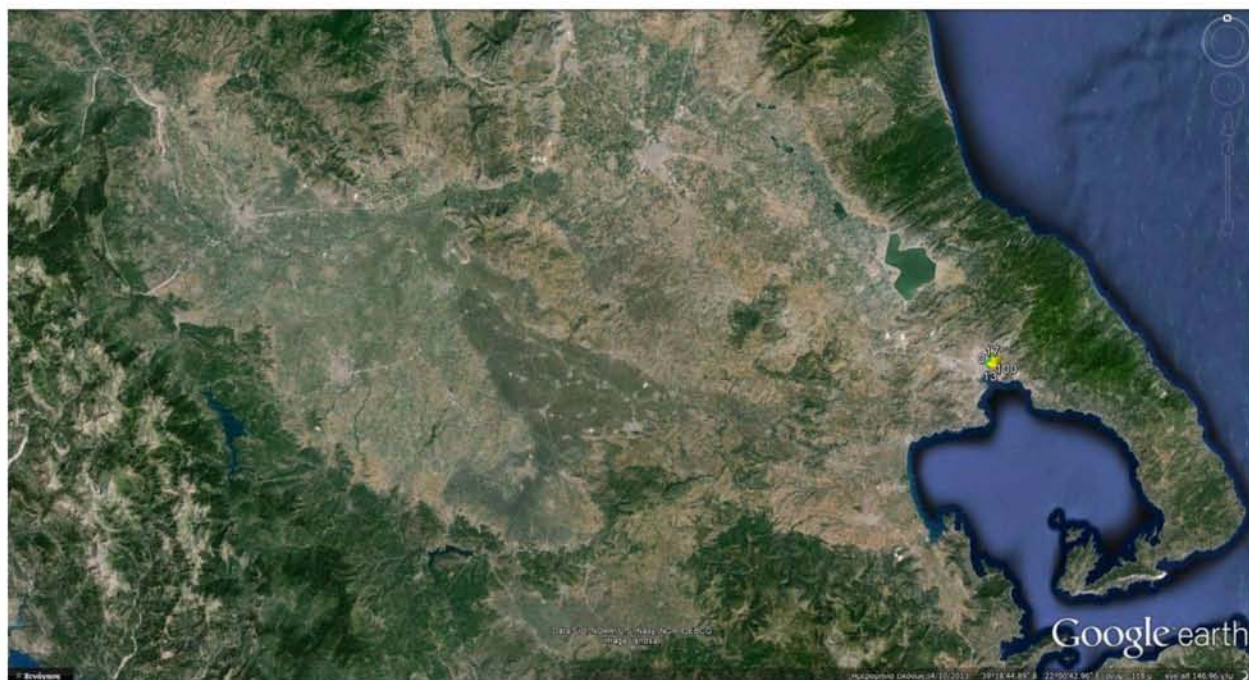
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



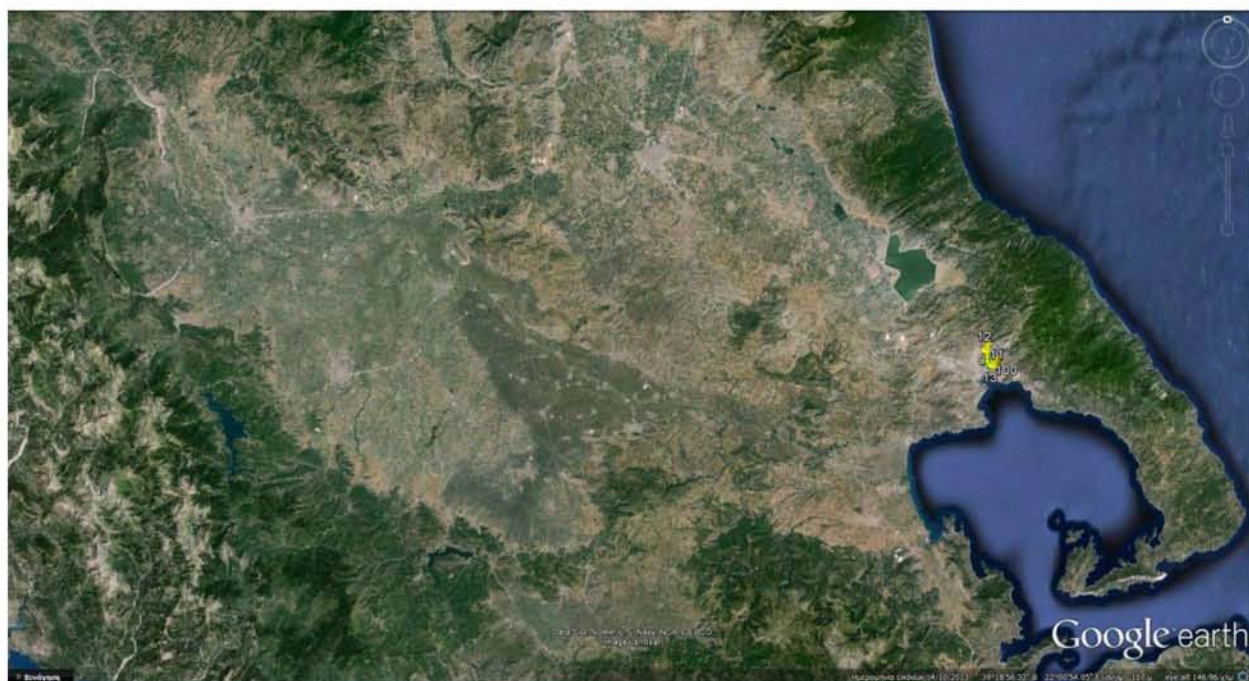
Εικόνα 7-12: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=900$ ή $a=1000$ ή $a=1250$ και $b=0$



Εικόνα 7-13: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=1$ και $b=-1$

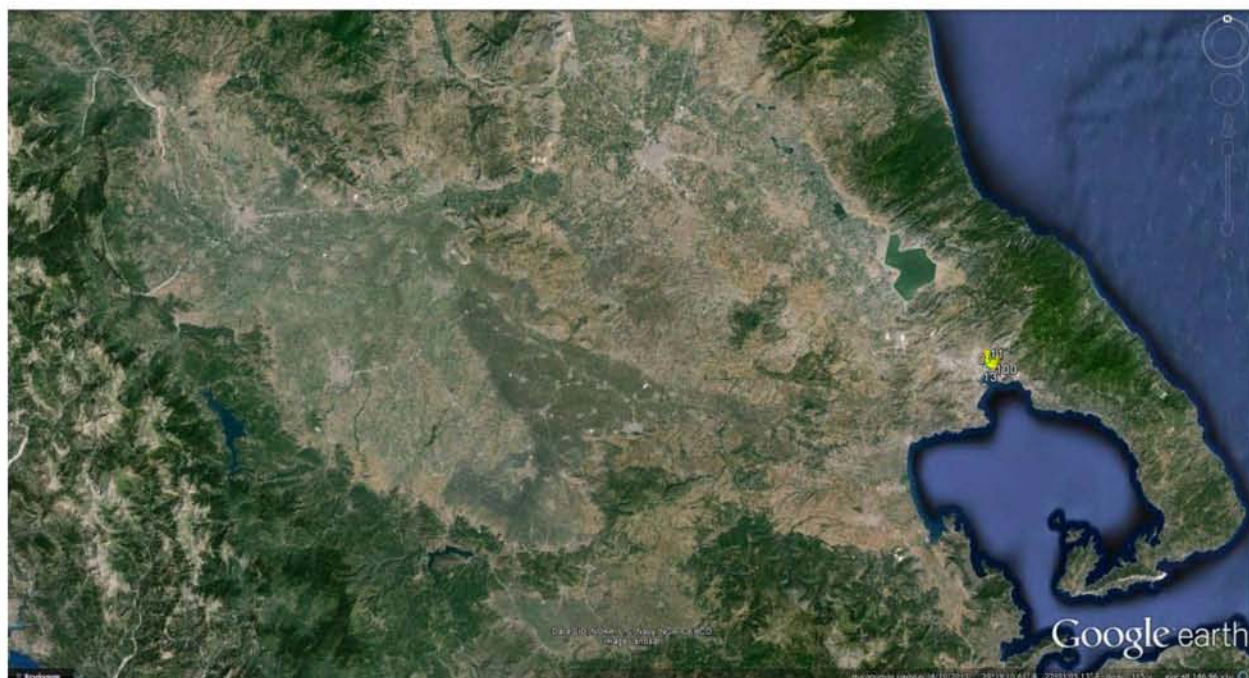


Εικόνα 7-14: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=500$ και $b=-1$ ή $b=-10$ ή $b=-13,5$ ή $b=-20$ και για $a=800$ και $b=-1$



Εικόνα 7-15: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=1$ και $b=-10$

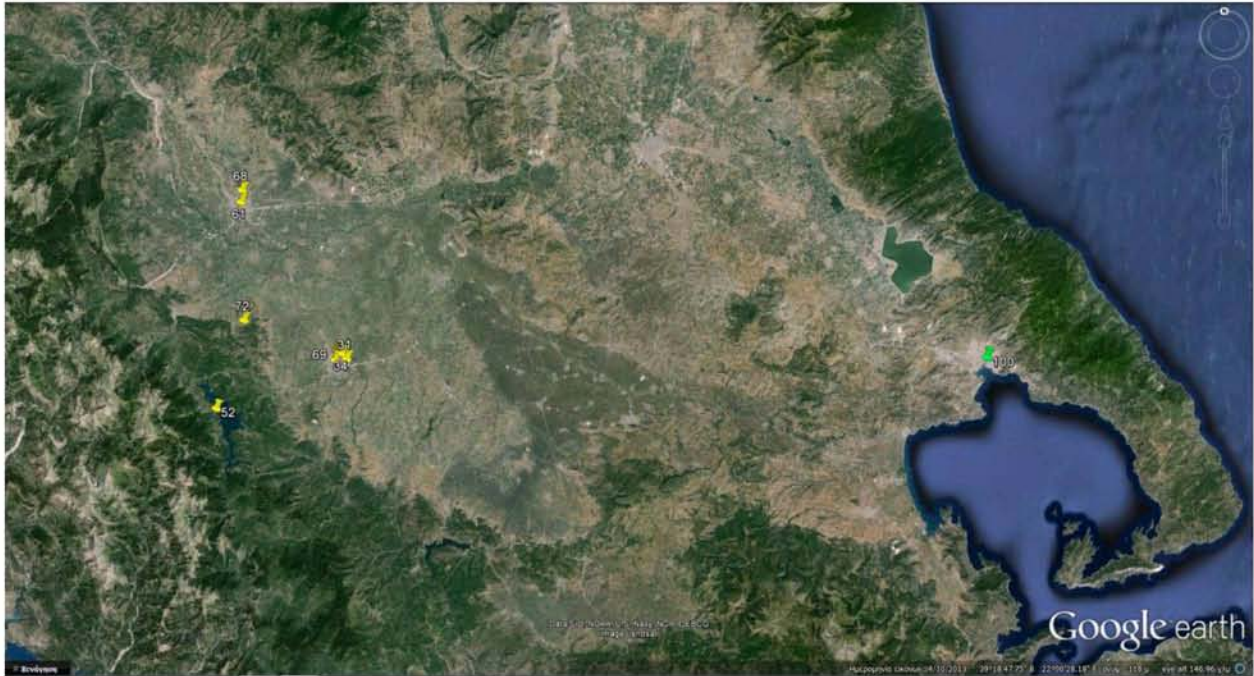
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



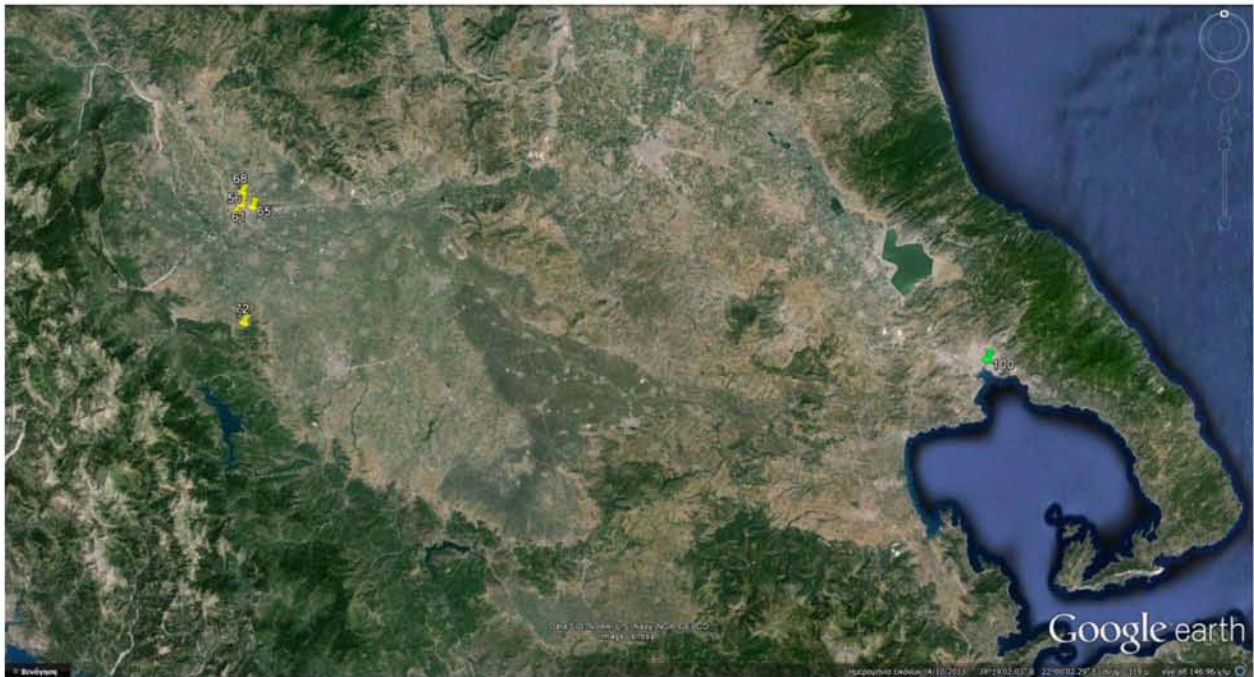
Εικόνα 7-16: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=1$ και $b=-20$



Εικόνα 7-17: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=1$ και $b=13,5$



Εικόνα 7-18: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=300$ και $b=13,5$



Εικόνα 7-19: Απεικόνιση σημείων που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου για $a=750$ ή $a=1000$ και $b=13,5$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι λύσεις για τους διάφορους συνδυασμούς των συντελεστών a και b .

Τιμές συντελεστών	Αλληλουχία σημείων επίσκεψης	Αλληλουχία χρονικών στιγμών άφιξης σε κάθε σημείο	Αλληλουχία μέσων μεταφοράς
$a=1, b=0$	100-83-72-31-69-42-100	0-45-163-261-338-423	2-2-2-2-2
$a=100, b=0$	100-34-72-31-69-100	0-76-165-263-340	2-2-2-2-2
$a=300, b=0$	100-87-96-83-100	167-212-303-388	2-2-2-2
$a=500, b=0$			
$a=800, b=0$	100-13-17-1-100	150-151-189-276	2-2-2-2
$a=900, b=0$	100-1-17-100	69-71-144	2-2-2
$a=1000, b=0$			
$a=1250, b=0$			
$a=1, b=-1$	100-47-87-42-96-100	30-60-150-275-348	2-2-2-2-2
$a=500, b=-1$	100-13-17-1-100	150-151-189-276	2-2-2-2
$a=800, b=-1$			
$a=500, b=-10$			
$a=500, b=-13,5$			
$a=500, b=-20$			
$a=1, b=-13,5$			
$a=1, b=-10$	100-1-11-13-12-100	212-214-290-349-390	2-2-2-2-2
$a=800, b=-10$	100-1-17-100	69-71-144	2-2-2
$a=800, b=-13,5$			
$a=800, b=-20$			
$a=1, b=-20$	100-1-11-13-100	212-214-290-349	2-2-2-2
$a=1, b=13,5$	100-83-31-65-68-71-69-100	13-58-167-258-308-367-387	2-2-2-2-2-2-2
$a=300, b=13,5$	100-72-31-71-34-69-100	10-98-196-273-292-372	2-2-2-2-2-2
$a=750, b=13,5$	100-72-61-65-68-100	12-100-163-262-325	2-2-2-2-2
$a=1000, b=13,5$			

Πίνακας 7-26: Λύσεις τέταρτης προσέγγισης

7.3.4 Λύσεις πέμπτης προσέγγισης

Στους πίνακες και τις εικόνες που ακολουθούν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μετά τη διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου (knapsack) για διαφορετικές τιμές των συντελεστών a και b .

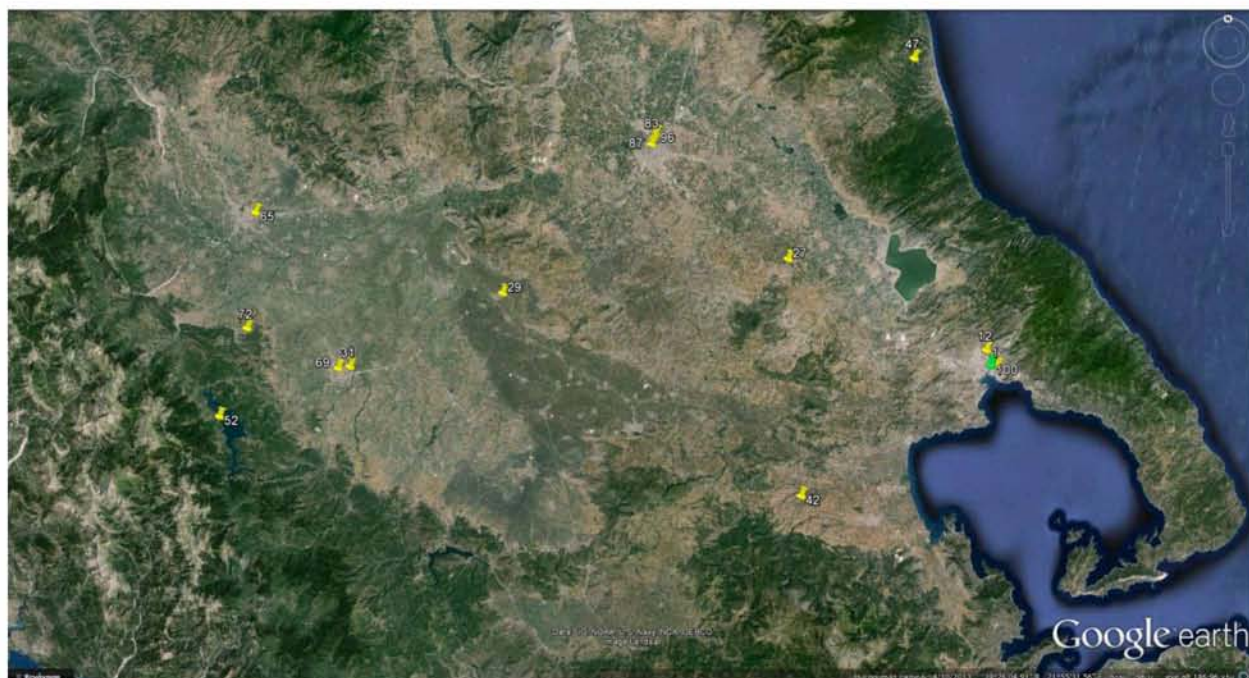
Τιμές συντελεστών	Σημεία που επιλέχθηκαν από το μοντέλο του σακιδίου
$a= 1, b=0$	27,28,29,31,42,47,56,65,69,71,72,83,87,96
$a= 1, b= -1$	1,12,27,29,31,42,47,52,65,69,72,83,87
$a= 1, b= 13,5$	28,29,31,42,47,52,61,65,68,69,71,72,83,87,91,96
$a= 1, b= -20$	0,1,11,13,12,17,23,42

Πίνακας 7-27: Αποτελέσματα από την διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για διαφορετικές τιμές των συντελεστών a και b .

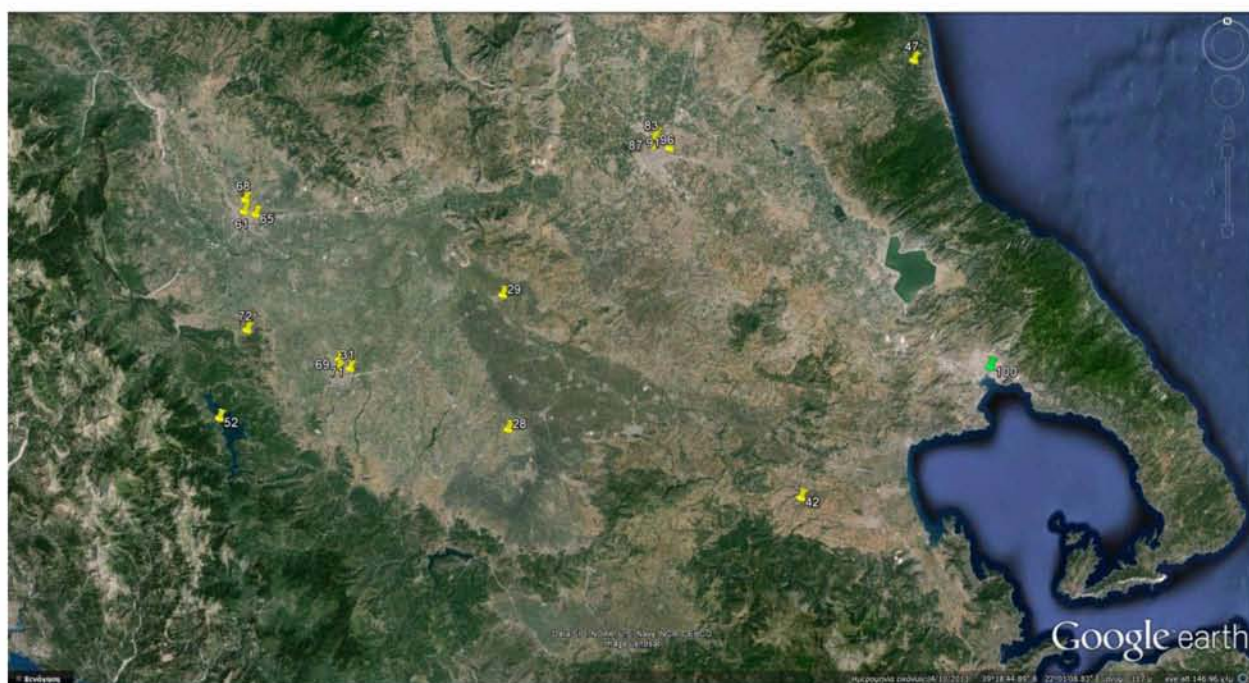


Εικόνα 7-20: Αποτελέσματα από την διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για τιμές των συντελεστών $a=-1$ και $b=0$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



Εικόνα 7-21: Αποτελέσματα από την διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για τιμές των συντελεστών $a=-1$ και $b=-1$.



Εικόνα 7-22: Αποτελέσματα από την διπλή εκτέλεση του μοντέλου του σακιδίου για τιμές των συντελεστών $a=-1$ και $b=13,5$.

8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. **M.W.P.Savelsbergh**. Local search in routing problems with time windows. *Annals of Operations Research* 4. 1985, σσ. 285-305.
2. **N. Christofides, A. Mingozzi, P. Toth**. State space relaxation procedures for the computation of bounds to routing problems. *Networks* 11. 1981, σσ. 145-164.
3. **E.K.Baker**. An exact algorithm for the time-constrained travelling salesman problem. *Operations Research* 31. 1983, σσ. 938-945.
4. **A. Langevin, M. Desrochers, J. Desrosiers, F. Soumis**. A two-commodity flow formulation for the traveling salesman and makespan problem with time windows. *Networks* 23. 1993, σσ. 631-640.
5. **Y. Dumas, J. Desrosiers, E. Gelinass, M.M. Solomon**. An optimal algorithm for the travelling salesman problem with time windows. *Operations Research* 43. 1995, σσ. 367-371.
6. **A. Mingozzi, L. Bianco, S. Ricciardelli**. Dynamic programming strategies for the travelling salesman problem with time windows and precedence constraints. *Operations Research* 45. 1997, σσ. 365-377.
7. **Rajesh Matai, Surya Singh and Murari Lal Mittal**. Traveling Salesman Problem: an Overview of Applications, Formulations, and Solution Approaches. [συγγρ. βιβλίου] Donald Davendra. *Traveling Salesman Problem, Theory and Applications*. s.l. : InTech, 2010.
8. **R.E. Bland, and D.E.Shallcross**. Large traveling salesman problem arising from experiments in X-ray crystallography: a preliminary report on computation. *Operations Research Letters, Vol. 8(3)*. 1989, σσ. 125-128.
9. **W. Dreissig, & W. Uebaeh**. *Personal communication*. 1990.
10. **H.D. Ratliff, & A.S. Rosenthal**. Order-Picking in a Rectangular Warehouse: A Solvable Case for the Travelling Salesman Problem. *Operations Research, Vol. 31*. 1983, σσ. 507-521.
11. **G.B. Dantzig**. Discrete Variable Extremum Problems. *Operations Research* 5. 1957, σσ. 266-277.
12. **Silvano Martello, and Paolo Toth**. Algorithms for Knapsack Problems. [συγγρ. βιβλίου] G.Laporte, M. Minoux, C. Ribeiro S. Martello. *Surveys in Combinatorial Optimization*. 1987.

13. **Kolesar, P.J.** A Branch and Bound Algorithm for the Knapsack Problem. *Management Science* 13. 1967, σσ. 723 – 735.
14. **H. Greenberg, and R.L. Hegerich.** A Branch Search Algorithm for the Knapsack Problem. *Management Science* 16. 1970, σσ. 327 – 332.
15. **E. Horowitz, and S. Sahni.** Computing Partitions with Applications to the Knapsack Problem. *Journal of ACM* 21. 1974, σσ. 277- 292.
16. **D. Fayard, G.Plateau.** Resolution of the 0 – 1 Knapsack Problem: Comparison of Methods. *Mathematical Programming* 8. 1975, σσ. 272 – 307.
17. **D. Fayard, and G. Plateau.** An Algorithm for the Solution of the 0-1 Knapsack Problem. *Computing* 28. 1982, σσ. 269-287.
18. **J.H. Ahrens, and G. Finke.** Merging and Sorting Applied to the Zero-One Knapsack Problem. *Operations Research* 23. 1975, σσ. 1099 – 1109.
19. **R.S. Barr, and G.T. Ross.** A Linked List Data Structure for a Binary Knapsack Algorithm. *Centre for Cybernetic Studies, University of Texas.* 1975.
20. **Nauss, R.M.** An Efficient Algorithm for the 0-1 Knapsack Problem. *Management Science* 23. 1976, σσ. 27-31.
21. **S. Martello, and P. Toth.** An Upper Bound for the Zero- One Knapsack Problem and a Branch and Bound Algorithm. *European Journal of Operational Research* 1. 1977, σσ. 169 – 175.
22. —. Algorithm for the Solution of the 0-1 Single Knapsack Problem. *Computing* 21. 1978, σσ. 81- 86.
23. —. A New Algorithm for the 0 – 1 Knapsack Problem. *Report OR/85/1, DEIS- University of Bologna.* 1985.
24. **Zoltners, A.A.** A Direct Descent Binary Knapsack Algorithm. *Journal of ACM* 25. 1978, σσ. 304 – 311.
25. **Suhl, U.** An Algorithm and Efficient Data Structures for the Binary Knapsack Problem. *European Journal of Operational Research* 2. 1978, σσ. 420 – 428.
26. **E. Zemel, and E. Balas.** An Algorithm for Large Zero – One Knapsack Problems. *Operations Research* 28. 1980, σσ. 1130 – 1154.

27. **Toth, P.** Dynamic Programming Algorithms for the Zero-One Knapsack Problem. *Computing* 25. 1980, σσ. 29 – 45.
28. **G.P. Ingargiola, and J.F. Korsh.** A Reduction Algorithm for Zero- One Single Knapsack Problems. *Management Science* 20. 1973, σσ. 460 – 463.
29. **Toth, P.** A New Reduction Algorithm for 0-1 Knapsack Problems. *Presented at the ORSA/TIMS Joint National Meeting, Miami.* 1976.
30. **R.S. Dembo, P.L. Hammer.** A Reduction Algorithm for Knapsack Problems. *Methods of Operations Research* 36. 1980, σσ. 49 – 60.
31. **Lorie, J., and L. J. Savage.,** Three Problems in Capital Rationing. *Journal of Business.* Oct. 1955.
32. **Cord, J.,.** A Method for Allocating Funds to Investment Projects when Returns are Subject to Uncertainty. *Management Science* 10. 1964, σσ. 335-341.
33. **Kaplan, S.,.** Solution of the Lorie-Savage and Similar Integer Programming Problems by the Generalized Lagrange Multiplier Method. *Operations Research* 14. 1966.
34. **Weingartner, H. M., and D. N. Ness.,** Methods for the Solution of 0-1 Knapsack Problems. *presented at the 29th Meeting of ORSA, Santa Monica, California (1966).*
35. **Weingartner, H. M.,.** Capital Budgeting and Interrelated Projects: Survey and Synthesis. *Management Science* 12. 1968, σσ. 485-516.
36. —. *Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems. (Prentice Hall, Inc., 1963).*
37. **Glover, F., and D. Klingman.,** Mathematical Programming Models and Methods for the Journal Selection Problem. *Management Science Report Series Report No. 71- 10, Business Research Division, Graduate School of Business Administration, University of Colorado (Dec. 1971).*
38. **Gilmore, P. C. and R. E. Gomory.,** A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem I. *Operations Research* 9. 1961, σσ. 849-858.
39. —. A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem II. *Operations Research* 11. 1963, σσ. 863-888.

40. **Gilmore, P. C., and R. E. Gomory,** Multi-Stage Cutting Stock Problems of Two and More Dimensions. *Operations Research* 13. 1965, σσ. 94-120.
41. **CRM.** [Ηλεκτρονικό] [http://el.wikiversity.org/wiki/Customer_Relationship_Management_Systems_\(CRM\)](http://el.wikiversity.org/wiki/Customer_Relationship_Management_Systems_(CRM)).
42. **POS.** [Ηλεκτρονικό] <http://www.wisegeek.com/what-is-a-pos-system.htm>.
43. **LRP.** [Ηλεκτρονικό] http://robotpig.net/___automotive/fuel-e.php?page=2.
44. *Distribution planning of bulk lubricants at BP Turkey.* **Furkan Uzar, M. και Çatay, B.** 2012, *Omega*,40, σσ. 870-881.
45. *Heuristic approach to fleet composition problem.* **Redmer, A., και συν.** 2012, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*,54, σσ. 414-427.
46. **local search algorithm.** [Ηλεκτρονικό] [http://en.wikipedia.org/wiki/Local_search_\(optimization\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Local_search_(optimization)).
47. **evolutionary algorithm.** [Ηλεκτρονικό] http://en.wikipedia.org/wiki/Evolutionary_algorithm.
48. **hybrid algorithm.** [Ηλεκτρονικό] [http://en.wikipedia.org/wiki/Hybrid_algorithm_\(constraint_satisfaction\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Hybrid_algorithm_(constraint_satisfaction)).
49. **metaheuristic.** [Ηλεκτρονικό] <http://en.wikipedia.org/wiki/Metaheuristic>.
50. *Variable Neighborhood Search heuristic for the Inventory Routing.* **Popović, D., Vidović, M. και Radivojević, G.** 2012, *Expert Systems with Applications*,39, σσ. 13390-13398.
51. *Variable neighborhood search.* **Mladenovic, N. και Hansen, P.** 1997, *Computers and Operations Research*, 24(11), σσ. 1097-1100.
52. **VRP.** [Ηλεκτρονικό] http://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle_routing_problem#cite_note-1.
53. *The Truck Dispatching Problem.* **Dantzig, D.B. και Ramser, J.H.** 1959, *Management Science*, 6(1), σσ. 80-91.
54. *Integer programming formulations of vehicle routing problems.* **Kulkarni, R.V. και Bhave, P.R.** 1985, *European Journal of Operational Research*, 20, σσ. 58-67.
55. *Integer programming formulation of travelling salesman problems.* **Miller, C., Tucker, A. και Zemlin, R.** 1960, *Journal of Association for Computing Machinery*, 7, σσ. 326-329.

56. *Scheduling of loading and unloading of crude oil in a refinery using event-based discrete time formulation.* **Saharidis, G.K.D., Minoux, M. και Dallery, Y.** 2009, *Computers and Chemical Engineering*, 33, σσ. 1413-1426.
57. **Ph.D thesis., Pisinger David.** *Algorithms for Knapsack Problems.* Dept. of Computer Science, University of Copenhagen : s.n., February 1995.
58. **Harvey M. Salkin, and Cornelis A. DeKluyver.** The knapsack problem: A survey. *Naval Research Logistics Quarterly* vol. 22. 1975, σσ. 127–144.