

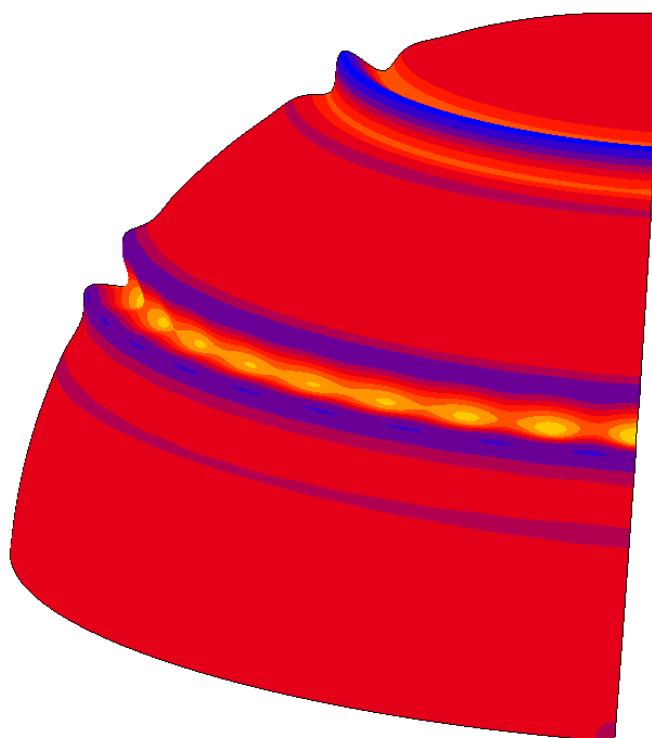


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

**ΚΑΜΠΥΛΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ
ΑΚΤΙΝΙΚΑ ΣΥΜΠΙΕΣΜΕΝΟΥ ΤΣΙΜΕΝΤΟΕΙΔΟΥΣ
ΣΦΑΙΡΙΚΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ**

Απόστολος Γραμματόπουλος



Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του Διπλώματος Πολιτικού Μηχανικού.

2016

Μέλη Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής

Η παρούσα διπλωματική εργασία εγκρίθηκε από τα μέλη της παρακάτω τριμελούς εξεταστικής επιτροπής:

| | |
|---------------------------------|---|
| Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) | Δρ. Ολυμπία Παναγούλη Επικ. Καθηγήτρια Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας |
| Δεύτερος Εξεταστής | Δρ. Ευριπίδης Μυστακίδης Καθηγητής Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας |
| Τρίτος Εξεταστής | Δρ. Κωνσταντίνος Τζάρος Διδάσκων Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας |

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους επιβλέποντες της διπλωματικής εργασίας μου, Επικ. Καθηγήτρια Ολυμπία Παναγούλη και τον Καθηγητή Ευριπίδη Μυστακίδη, καθώς και τον υποψήφιο διδάκτορα, Απόστολο Κουκουσέλη, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή τους κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμων και στο τρίτο μέλος της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, τον Διδάσκοντα Κωνσταντίνο Τζάρο, για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Ευχαριστώ επίσης, όλους τους φίλους(ες) μου για την ηθική υποστήριξή τους σε αυτή μου την προσπάθεια. Εν κατακλείδι, ευχαριστώ τους γονείς μου, Ιωάννη και Ασημίνα, και τα αδέρφια μου, Μαρία και Θανάση, για την αγάπη και την υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια.

Γραμματόπουλος Απόστολος

ΚΑΜΠΥΛΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΑΚΤΙΝΙΚΑ ΣΥΜΠΙΕΣΜΕΝΟΥ ΤΣΙΜΕΝΤΟΕΙΔΟΥΣ ΣΦΑΙΡΙΚΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ

Γραμματόπουλος Απόστολος
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, 2016

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Ολυμπία Παναγούλη, Επικ. Καθηγήτρια

Περίληψη

Στην σήμερα ημέρα, η δυνατότητα χρήσης σκυροδέματος υψηλής αντοχής καθώς και άλλων τσιμεντοειδών υλικών υψηλής επιτελεστικότητας, έχουν καταστήσει δυνατή την κατασκευή λεπτότοιχων τσιμεντοειδών κελυφών επιρρεπή σε λυγισμό, όπως οι θόλοι. Για το σχεδιασμό των τσιμεντοειδών αυτών θόλων οι πιο σχετικές συστάσεις είναι αυτές της Διεθνούς Ένωσης Χωρικών και Κελυφωτών Κατασκευών (International Association of Shell and Spatial Structures) ^[1]. Ωστόσο, η έλλειψη σαφώς καθορισμένων τεχνικών μέτρησης των κατασκευαστικών ανοχών, η έλλειψη καθοδήγησης σχετικά με την αριθμητική ανάλυση και η χρήση ενός καθολικού συντελεστή ασφαλείας είναι μερικά από τα γεγονότα που οδηγούν σε μια προσέγγιση σχεδιασμού που δεν συνάδει με το σύγχρονο Ευρωπαϊκό πλαίσιο σχεδιασμού. Μια εναλλακτική λύση για το σχεδιασμό θόλων από οπλισμένο σκυρόδεμα είναι η χρήση των γενικών διατάξεων του Ευρωκώδικα 2 ^[2] και η εκτέλεση ανάλυσης δευτέρας τάξεως. Ωστόσο, οι διατάξεις αυτές δεν παρέχουν μια ολοκληρωμένη μεθοδολογία σχεδιασμού για λεπτότοιχους τσιμεντοειδείς θόλους. Το ωφέλιμο φορτίο για τέτοια προβλήματα μπορεί να ληφθεί μόνο με γεωμετρική και υλικώς μη γραμμική ανάλυση της ατελούς κατασκευής, ενώ δεν υπάρχουν απλουστευμένες προσεγγίσεις που να μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως λύσεις αναφοράς. Ο σκοπός αυτής της διπλωματικής είναι ο προσδιορισμός της καμπύλης ικανότητας ενός σφαιρικού κελύφους κατασκευασμένο από τσιμεντοειδή υλικά, καθώς και η περιγραφή της με τις τέσσερις παραμέτρους λυγισμού που χρησιμοποιεί ο Ευρωκώδικας 3 ^[3]. Η καμπύλη ικανότητας μιας ακτινικά συμπίεσμένης σφαίρας παράγεται από γεωμετρικές και υλικώς μη γραμμικές αναλύσεις. Το πρώτο μέρος της έρευνας εστιάζεται στην ελαστική περιοχή και τον προσδιορισμό μιας ομάδας μορφών αρχικών ατελειών που παρέχουν μια ασφαλή εκτίμηση της ελαστικής ικανότητας λυγισμού. Στην συνέχεια, χρησιμοποιώντας αυτές τις μορφές ατελειών, υπολογίζεται η πλήρης καμπύλη ικανότητας από την πλαστική κατάρρευση έως και τον ελαστικό λυγισμό για διαφορετικές κατηγορίες ποιότητας κατασκευής. Τέλος, προσδιορίστηκαν οι παράμετροι λυγισμού στην περίπτωση της τσιμεντοειδούς σφαίρας.

Κεφάλαια

| | |
|---|----|
| 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 5 |
| 2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ | 9 |
| 2.1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση | 9 |
| 2.2 Συστάσεις Ευρωκώδικα 2 | 12 |
| 2.3 Συστάσεις Ευρωκώδικα 3 | 13 |
| 2.4 Συστάσεις Σχεδιασμού της IASS | 16 |
| 2.5 Θεωρητικά συμπεράσματα | 19 |
| 3. ΜΟΡΦΩΣΗ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΩΝ | 20 |
| 3.1 Μοντέλο Προσομοίωσης / Συνοριακές συνθήκες | 20 |
| 3.2 Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων | 21 |
| 3.2.1 Αριθμητική Μέθοδος Επίλυσης LBA | 22 |
| 3.2.2 Πλέγμα πολικών συντεταγμένων | 22 |
| 3.2.3 Πλέγμα ισόπλευρων τριγώνων | 23 |
| 3.2.4 Πλέγματα τετραπλεύρων-τριπλεύρων | 24 |
| 3.2.5 Πλέγμα απλών τριγώνων | 25 |
| 3.2.5 Έλεγχος πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων | 26 |
| 3.2.6 Διακριτοποίηση πλέγματος | 27 |
| 3.3 Προσομοίωση Υλικού | 29 |
| 3.3.1 Διατομή | 29 |
| 3.3.2 Ιδιότητες Υλικών | 31 |
| 4. ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ | 34 |
| 4.1 Ιδιομορφές Λυγισμού Σφαίρας | 35 |
| 4.2 Αριθμητική Μέθοδος Επίλυσης GNIA | 35 |
| 4.3 Αξονοσυμμετρική αρχική ατέλεια | 36 |
| 4.4 Ατέλεια δακτυλίου | 39 |
| 4.5 Ατέλεια Προεξοχής | 43 |
| 4.6 Ατέλεια Αλλαγής Καμπυλότητας | 46 |
| 4.7 Συμπεράσματα διερεύνησης της επιρροής της μορφής των αρχικών ατελειών | 49 |
| 5. ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΠΟΙΟΤΗΤΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ | 51 |
| 5.1 Μόρφωση αριθμητικών προσομοιωμάτων | 51 |
| 5.2 Καμπύλες ικανότητας για διαφορετικές αρχικές ατέλειες | 57 |
| 5.2.1 Καμπύλη χαρακτηριστικής ικανότητας | 57 |
| 5.2.2 Καμπύλη ικανότητας σχεδιασμού | 63 |

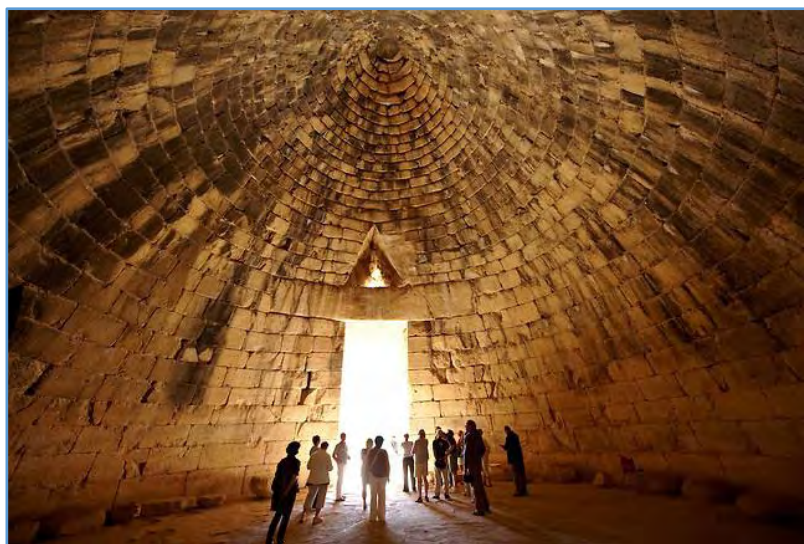
| | |
|--|----|
| 6. ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ | 65 |
| 6.1 Χαρακτηριστικά υλικών κατηγοριών C60 και B375 | 65 |
| 6.1.1 Καμπύλη χαρακτηριστικής ικανότητας | 65 |
| 6.1.2 Καμπύλη ικανότητας σχεδιασμού | 67 |
| 6.2 Χαρακτηριστικά υλικών κατηγοριών C80 και B500 | 68 |
| 6.2.1 Καμπύλη χαρακτηριστικής ικανότητας | 68 |
| 6.2.2 Καμπύλη ικανότητας σχεδιασμού | 70 |
| 7. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ | 72 |
| 7.1 Προσδιορισμός του μειωτικού συντελεστή λόγω ατελειών α | 73 |
| 7.2 Προσδιορισμός του ορίου ανηγμένης λυγηρότητας πλαστικής περιοχής λ_0 | 77 |
| 7.3 Προσδιορισμός του συντελεστή εύρους πλαστικής περιοχής β | 80 |
| 7.4 Προσδιορισμός του εκθέτη αλληλεπίδρασης η | 82 |
| 7.5 Καμπύλες ικανότητας λυγισμού | 83 |
| 8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ | 87 |
| 9. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ | 89 |

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η γεωμετρία των θόλων ανέκαθεν αποτελούσε βασικό στοιχείο της αρχιτεκτονικής λόγω του θαυμασμού που προκαλεί στον παρατηρητή η τέλεια συμμετρία τους. Η σφαιρική αυτή γεωμετρία μπορεί να εντοπιστεί σε κατασκευές από την αρχαιότητα, όπου ο άνθρωπος χρησιμοποιούσε ογκώδεις πέτρες προκειμένου να δημιουργήσει πομπώδεις κατασκευές όπως οι θολωτοί τάφοι της Μυκηναϊκής αρχιτεκτονικής (1600-1400 π.Χ.) δείγματα της γεωμετρίας των οποίων απεικονίζονται στις εικόνες 1 και 2.



Εικόνα 1. Τομή καθ' ύψος του Θολωτού τάφου των Μυκηνών.
(Πηγή: <http://el.travelogues.gr/item.php?view=57855> – 17/7/2016)



Εικόνα 2. Εσωτερικό Θολωτού τάφου των Μυκηνών.
(Πηγή: <https://hiddenincatours.com/strange-phenomenon-of-bee-hive-shaped-tombs-around-the-world/> - 17/7/2016)

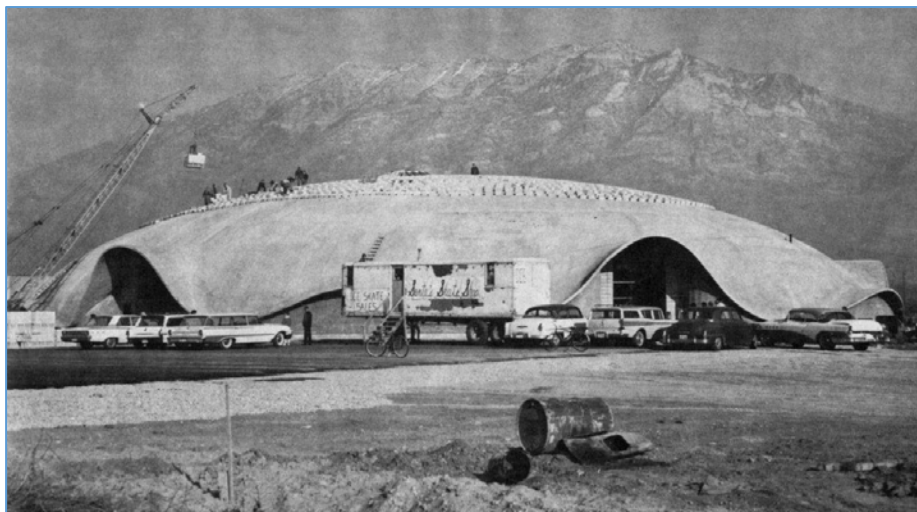
Οι τρούλοι, όπως αλλιώς ονομάζεται η αρχιτεκτονική μορφή του θόλου, εμφανίζονται αργότερα στα τέλη του 4ου μ.Χ. αιώνα και στις αρχές του 5ου, στο ανατολικό κομμάτι της Ρωμαϊκής αυτοκρατορίας και αποτελούν ένα χαρακτηριστικό μοτίβο της Βυζαντινής αρχιτεκτονικής.



Εικόνα 3. Το Πάνθεον της Ρώμης - 126 μ.Χ.

(Πηγή: <http://www.metrogreece.gr/ArticleDetails/tabid/82/ArticleID/369491/Default.aspx> - 17/7/2016)

Το φορτίο αντοχής ενός σφαιρικού κελύφους υπό εξωτερική ομοιόμορφη πίεση έχει απασχολήσει τους ερευνητές, τόσο σε αναλυτικό όσο και σε πειραματικό επίπεδο, ήδη από τον 18ο αιώνα ^[4]. Αντιθέτως, οι λεπτότοιχοι τσιμεντοειδείς θόλοι έκαναν την εμφάνισή τους στις αρχές του 20^{ου} αιώνα χρησιμοποιώντας λεπτό χάλυβα για οπλισμό, με τον σχεδιασμό τους όμως να γίνεται υπό ευνοϊκότερες συνθήκες από αυτές που ορίζουν οι σημερινοί κανονισμοί και ίσως χωρίς να λαμβάνονται υπόψιν ανώτερα φαινόμενα όπως ο λυγισμός.



Εικόνα 4. Δοκιμή φορτίου που έγινε στο θόλο στο Πρόβο, Γιούτα, χρησιμοποιώντας 360.000 κιλά σκυροδέματος. Η δοκιμή δεν έδειξε μετρήσιμη παραμόρφωση στην επιφάνεια του τρούλου. (Πρώτος θόλος του Δρ. Ουίλσον)
(Πηγή: <http://www.monolithic.org/dr-wilson/dr-arnold-wilson-and-domes-past-present-and-future/photos> - 17/7/2016)

Σήμερα, εξελίξεις στην επιστήμη των υλικών έχουν καταστήσει δυνατή την ανάπτυξη νέων δομικών υλικών υψηλών επιδόσεων, ενώ, παράλληλα, έχει γίνει ευκολότερη και οικονομικότερη η παραγωγή υλικών υψηλής απόδοσης, τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε απαιτητικές κατασκευές. Ο όρος "τσιμεντοειδή υλικά υψηλής επιτελεστικότητας" αναφέρεται σε υψηλής αντοχής τσιμεντοειδή υλικά, ως αποτέλεσμα ενός

μοντέλου ενίσχυσης τους (πλέγμα μικρής διαμέτρου, ίνες), και/ή συγκεκριμένα υλικά που παράγονται μέσω ειδικής διαδικασίας και χημικής σύστασης. Η ικανότητα χρήσης σκυροδέματος υψηλής αντοχής και άλλων υλικών υψηλής απόδοσης με βάση το τσιμέντο, κατέστησε δυνατή την κατασκευή λεπτότοιχων τσιμεντένιων κελυφών επιρρεπή σε λυγισμό, όπως οι θόλοι.



Εικόνα 5. Βασική σύνθεση του Ferrocement, κονίαμα σπλισμένο με χαλύβδινο πλέγμα
(Πηγή: <http://www.milinkovicco.com/index.php?lang=eng&page=mc-sistem&subpage=ferrocement-17/7/2016>)

Παρόλα αυτά, οι τελευταίες Ευρωπαϊκές συστάσεις του Ευρωκώδικα 2 εμπεριέχουν μόνο κάποιες γενικές διατάξεις σχετικά με την επίλυση του προβλήματος μέσω ανάλυσης δεύτερης τάξης, χωρίς όμως να παρέχουν μια ολοκληρωμένη μεθοδολογία σχεδιασμού για κελυφωτές τσιμεντοειδείς κατασκευές. Πέρα από τις δυσκολίες που εμφανίζουν τέτοιου είδους αναλύσεις, το ωφέλιμο φορτίο των κατασκευών αυτών μπορεί να υπολογισθεί μόνο μέσω μη γραμμικής ανάλυσης, ενώ απλουστευμένες προσεγγίσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως λύσεις αναφοράς, δεν υπάρχουν.

Οι πιο σχετικές συστάσεις για το σχεδιασμό των τσιμεντοειδών θόλων, είναι αυτές της Διεθνούς Ένωσης Χωρικών και Κελυφωτών Κατασκευών ^[1] (IASS Design Recommendations for Reinforced Concrete Shells and Folded Plates 1979). Ωστόσο, η έλλειψη σαφώς καθορισμένων τεχνικών μέτρησης των κατασκευαστικών ανοχών, η έλλειψη καθοδήγησης σχετικά με την αριθμητική ανάλυση και η χρήση ενός καθολικού συντελεστή ασφαλείας, είναι μερικά από τα γεγονότα που οδηγούν σε μια προσέγγιση σχεδιασμού που δεν συνάδει με το σύγχρονο Ευρωπαϊκό πλαίσιο. Επομένως, για την κάλυψη των αναγκών του σύγχρονου σχεδιασμού τσιμεντοειδών κελυφών, όπως οι θόλοι, είναι απαραίτητη η δημιουργία γενικών συστάσεων για τον σχεδιασμό τους.

Από την άλλη πλευρά, ο Ευρωκώδικας 3 ^[3] που αφορά κατασκευές από χάλυβα, οι οποίες εκ φύσεως είναι επιρρεπείς στον λυγισμό, εμπεριέχει μια μεθοδολογία για το σχεδιασμό κελυφωτών κατασκευών διαφόρων γεωμετριών. Σημειώνεται, όμως, ότι και η αναφορά του Ευρωκώδικα 3 ^[3] στα σφαιρικά κελύφη είναι ελλιπής και περιορίζεται μόνο στον προσδιορισμό της τάσης που αναπτύσσεται λόγω ομοιόμορφου φορτίου πίεσης και

ομοιόμορφα κατανεμημένου κατακόρυφου φορτίου. Κατά καιρούς, βέβαια, έχουν γίνει προτάσεις από ερευνητές, με σκοπό την συμπλήρωση του Ευρωκώδικα 3^[3] και την κάλυψη χαλύβδινων σφαιρικών κελυφών. Μία τέτοια έρευνα είναι αυτή των Wunderlich και Albertin^[5], οι οποίοι εντόπισαν το κενό και διερεύνησαν τα προβλήματα των σφαιρικών χαλύβδινων κατασκευών, αναπτύσσοντας, εν τέλει, κανόνες για τον σχεδιασμό αυτών των κατασκευών, λαμβάνοντας υπόψιν τις συνοριακές συνθήκες, τις ιδιότητες των υλικών και τις αρχικές ατέλειες. Συνεπώς, μια παρόμοια μεθοδολογία με αυτή του Ευρωκώδικα 3^[3] θα μπορούσε ενδεχομένως να συνταχθεί με σκοπό να ακολουθείται για τον σχεδιασμό σφαιρικών κελυφών από οπλισμένο σκυρόδεμα.

Σκοπός αυτής της έρευνας είναι ο προσδιορισμός μιας καμπύλης ικανότητας για σφαιρικά τσιμεντοειδή κελύφη υψηλής απόδοσης, ακολουθώντας τη μεθοδολογία του Ευρωκώδικα 3^[3] για το σχεδιασμό των κελυφών από χάλυβα. Η καμπύλη ικανότητας μίας ακτινικά συμπιεζόμενης σφαίρας παράγεται από γεωμετρικώς και υλικώς μη γραμμικές αναλύσεις. Η διεξαγωγή τέτοιων αναλύσεων είναι ευκολότερη και ακριβέστερη από ότι στο παρελθόν λόγω της ανάπτυξης των προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων και την αύξηση της δυνατής υπολογιστικής ισχύος.

Όπως και όλα τα κελύφη, μια τέλεια σφαίρα εμφανίζει ένα φορτίο αντοχής μεγαλύτερο από αυτό μίας με μικρές αποκλίσεις από την τέλεια γεωμετρία. Είναι, όμως, πρακτικά αδύνατον να κατασκευαστεί μια σφαίρα χωρίς την παραμικρή ατέλεια. Έτσι, το πρώτο μέρος της έρευνας εστιάζεται στον προσδιορισμό μιας ομάδας μορφών ατελειών που παρέχουν μια ασφαλή εκτίμηση της ελαστικής ικανότητας λυγισμού. Για κάθε μορφή αρχικής ατέλειας εξάγεται η δυσμενέστερη περίπτωση ως προς τις μεταβλητές του εκάστοτε μοτίβου. Τέλος, υπολογίζονται οι καμπύλες μείωσης του θεωρητικού ελαστικού φορτίου λυγισμού και τα αποτελέσματα συγκρίνονται μεταξύ τους, καθώς και με την αντίστοιχη καμπύλη της μεθοδολογίας σχεδιασμού της IASS.

Στο δεύτερο μέρος της έρευνας, χρησιμοποιώντας τα συμπεράσματα της διερεύνησης στην ελαστική περιοχή, υπολογίζεται η πλήρης καμπύλη ικανότητας από τη πλαστική κατάρρευση έως και τον ελαστικό λυγισμό για διαφορετικές κατηγορίες ποιότητας κατασκευής, ερευνώντας την επίδραση του εύρους των αρχικών ατελειών στην συμπεριφορά του κελύφους. Τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων συγκρίνονται με αυτά που λαμβάνονται από την εφαρμογή των συστάσεων σχεδιασμού της IASS.

2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

2.1 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Θεμελιωτής της βασικής θεωρίας του ελαστικού λυγισμού υπήρξε ο Ελβετός Leonhard Euler ^[6], ο οποίος περιέγραψε πρώτος το φαινόμενο του λυγισμού στα μέσα του 18^{ου} αιώνα. Σύμφωνα με τον Euler, το μέγιστο αξονικό φορτίο που μπορεί να μεταφέρει μια μακριά, λεπτή και ιδανική ράβδος χωρίς την εμφάνιση λυγισμού, περιγράφεται από την Εξίσωση 1.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{(K L)^2}$$

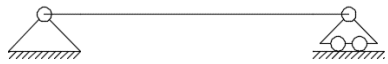
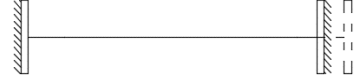


Εξίσωση 1.
Κρίσιμο φορτίο λυγισμού Euler

όπου:

- E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού,
- I είναι η ροπή αδρανείας της ράβδου,
- L είναι το μήκος της ράβδου και
- K είναι ο συντελεστής μήκους λυγισμού ο οποίος εξαρτάται από τις συνοριακές συνθήκες της ράβδου (είδος στηρίξεων)

Το μέγιστο αυτό φορτίο ονομάζεται κρίσιμο φορτίο λυγισμού και φέρνει τη ράβδο σε μια κατάσταση ασταθούς ισορροπίας. Στην κατάσταση αυτή, η επίδραση της παραμικρής πλευρικής δύναμης επιφέρει αστοχία σε λυγισμό.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται διάφορες τιμές του συντελεστή των συνοριακών συνθηκών, από τις τιμές των οποίων είναι εμφανής η μεγάλη επιρροή των στηρίξεων στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

| Είδος Στηρίξεων | K | Εικόνα |
|--|--------|--|
| Αμφιαρθρωτή ράβδος (και τα δύο άκρα αρθρώσεις) | 1.0 |  |
| Αμφίπακτη ράβδος (και τα δύο άκρα πακτωμένα) | 0.50 |  |
| Μονόπακτη ράβδος (ένα άκρο σταθερό και το άλλο άκρο πακτωμένο) | ≈0.699 |  |
| Πρόβολος (ένα άκρο πακτωμένο και το άλλο άκρο ελεύθερο) | 2.0 |  |

Πίνακας 1. Τιμές του συντελεστή K για διάφορα είδη στηρίξεων

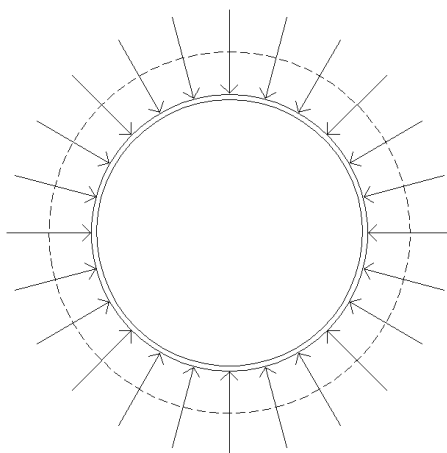
Σύμφωνα με τους Stephen P. Timoshenko και James M. Gere ^[4], όταν ένα σφαιρικό κέλυφος υποβάλλεται σε ομοιόμορφη εξωτερική πίεση (Σχήμα 1) συμπιέζεται διατηρώντας την σφαιρική γεωμετρία του. Η τάση συμπίεσης που εμφανίζεται δίνεται από την Εξίσωση 2.

$$\sigma = \frac{q R}{2 t}$$

Εξίσωση 2.
Τάση σφαίρας υπό ομοιόμορφη εξωτερική πίεση

όπου:

- q είναι η πίεση προς την μονάδα της επιφάνειας,
- R είναι η ακτίνα της σφαίρας και
- t είναι το πάχος του κελύφους



Σχήμα 1. Σφαιρικό κέλυφος υπό ομοιόμορφη εξωτερική πίεση

Εάν όμως η πίεση αυτή ξεπεράσει ένα συγκεκριμένο όριο, η ισορροπία της σφαίρας γίνεται ασταθής και εμφανίζονται φαινόμενα λυγισμού. Το όριο αυτό στην περίπτωση του συμμετρικού λυγισμού προσεγγίστηκε από τους R. Zoelly^[7] και A. Van der Neut^[8] και δίνεται από την σχέση ^[4]:

$$q_{cr} = \frac{2 E t^2}{R^2 \sqrt{3 (1 - \nu^2)}} \quad \text{ή} \quad \sigma_{cr} = \frac{E t}{R \sqrt{3 (1 - \nu^2)}}$$

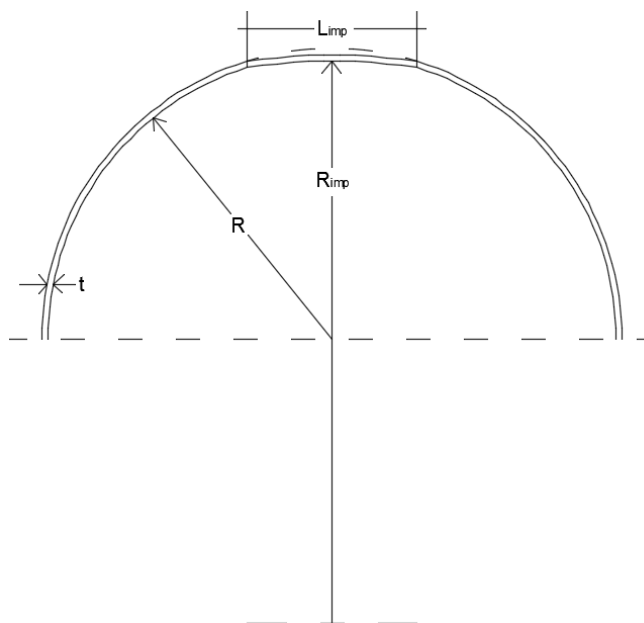
Εξίσωση 3.
Κρίσιμο φορτίο λυγισμού σφαίρας

όπου:

- q είναι η πίεση προς την μονάδα της επιφάνειας,
- σ είναι τάση συμπίεσης,
- R είναι η ακτίνα της σφαίρας,
- t είναι το πάχος του κελύφους,
- E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού και
- ν είναι ο λόγος Poisson του υλικού

Όμως, οι Stephen P. Timoshenko και James M. Gere ^[4] σημειώνουν πως πειράματα πάνω σε λεπτά σφαιρικά κελύφη που υποβάλλονται σε ομοιόμορφη εξωτερική πίεση εμφανίζουν φαινόμενα λυγισμού για φορτία μικρότερα από αυτά που περιγράφει η Εξίσωση 3. Αυτό το αποδίδουν στην ύπαρξη αποκλίσεων από την τέλεια γεωμετρία της σφαίρας, οι οποίες μειώνουν σημαντικά το κρίσιμο φορτίο λυγισμού της. Συνεπώς, μια πολύ μικρή διατάραξη της γεωμετρίας μπορεί να οδηγήσει στην εμφάνιση λυγισμού για μικρότερα κρίσιμα φορτία από αυτά που προβλέπει η κλασική θεωρία.

Μία από αυτές τις αποκλίσεις από την τέλεια γεωμετρία της σφαίρας, την ατέλεια αλλαγής καμπυλότητας (Σχήμα 2), μελέτησε θεωρητικά το 1967 ο Bushnell D. ^{[9],[10]} καταλήγοντας πως η τιμή της διαμέτρου L_{imp} της ατέλειας που οδηγεί στη μεγαλύτερη μείωση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού είναι ίση με $4.3\sqrt{Rt}$, όπου R είναι η ακτίνα και t το πάχος της σφαίρας.



Σχήμα 2. Γεωμετρία ατέλειας αλλαγής καμπυλότητας

Αντίθετα, στα πειράματα που διεξήγαγαν οι Krenzke και Kiernan ^[11] πάνω στην ικανότητα λυγισμού σφαιρικών κελυφών γεωμετρίας παρόμοιας με αυτή του Σχήμα 2, παρατήρησαν πως κρίσιμη εμφανιζόταν η αλλαγή καμπυλότητας σε μια περιοχή μέσης διαμέτρου $L_{imp} = 2.4\sqrt{Rt}$, την οποία και προτείνουν για τον προσδιορισμό της ικανότητας λυγισμού του σφαιρικού κελύφους. Σημειώνεται, δε, πως η διάμετρος αυτή αντιστοιχεί στα εσωτερικά εξογκώματα (bulges) που παρατηρήθηκαν στα δοκίμια χωρίς αυτά να χαρακτηρίζονται από σταθερή αλλαγή καμπυλότητας της σφαίρας.

Όσον αφορά το φαινόμενο του ερπυσμού του σκυροδέματος, έχει αποδειχθεί ότι συμβάλει σημαντικά στην μείωση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού σφαιρικών κελυφών ως επιπρόσθετες αρχικές ατέλειες ^{[12][13]}. Επιπλέον, η έρευνα των Hansen, Torben, Mattock και Alan ^[14] έδειξε πως ο ερπυσμός ενός δοκίμιου οπλισμένου σκυροδέματος αυξάνεται σημαντικά όσο μειώνεται η αναλογία του όγκου του ως προς την επιφάνειά του (όσο λεπτότερο είναι). Συνεπώς, στα κελύφη εμφανίζονται μεγαλύτερες τιμές μετατοπίσεων λόγω ερπυσμού. Βέβαια, καθώς τα τσιμεντοειδή υλικά υψηλής επιτελεστικότητας παρουσιάζουν βελτιωμένες ιδιότητες σε σχέση με τον ερπυσμό, η επιρροή του φαινομένου πιθανόν να μπορεί να αγνοηθεί.

Τέλος, πολλές άλλες μελέτες έχουν δημοσιευθεί διερευνώντας την συμμετοχή των διαφόρων τύπων στηρίξεων στην μείωση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού κελυφών ^[15]. Ωστόσο, στην παρούσα μελέτη μελετάται η γεωμετρία της σφαίρας και όχι ο θόλος με συνοριακές συνθήκες στηρίξεων.

2.2 Συστάσεις Ευρωκώδικα 2

Ο Ευρωκώδικας 2 έχει συνταχθεί για την υποστήριξη του σχεδιασμού κατασκευών από σκυρόδεμα και περιλαμβάνει 4 μέρη. Το πρώτο μέρος του, Μέρος 1.1, αναφέρεται στους γενικούς κανόνες και κανόνες για κτίρια, ενώ τα υπόλοιπα 3 μέρη αναφέρονται σε πιο εξειδικευμένες καταστάσεις/ελέγχους: Σχεδιασμός έναντι πυρκαγιάς, Γέφυρες από σκυρόδεμα, Υδατοδεξαμενές και κατασκευές υπό υδατοφόρτιση, οι οποίες δεν συνδέονται σε αυτή τη φάση με την παρούσα έρευνα.

Στο πρώτο μέρος, λοιπόν, του Ευρωκώδικα 2 αρχικά αναφέρονται τα χαρακτηριστικά και η συμπεριφορά των υλικών, τα οποία θα μας απασχολήσουν κατά την μόρφωση του μοντέλου προσομοίωσης. Για το σκυρόδεμα αναφέρονται αναλυτικά κατηγορίες και σχέσεις για την αντοχή, την παραμόρφωση, τον ερπυσμό και την συρρίκνωση του. Για τον χάλυβα εμπεριέχονται διαγράμματα τάσεων παραμορφώσεων, οι κατηγορίες ολκιμότητας και τέλος λεπτομέρειες για τον χάλυβα προέντασης. Στη συνέχεια, το κεφάλαιο 4 αναφέρεται στην επικάλυψη του οπλισμού και στην αντοχή (λόγω διάβρωσης και βλαβών του σκυροδέματος) που απαιτείται να υπάρχει, ανάλογα την κατηγορία περιβάλλοντος στην οποία κατατάσσεται.

Το κεφάλαιο 5 είναι αυτό που αναφέρεται στην ανάλυση του δομικού συστήματος με σκοπό τον προσδιορισμό δυνάμεων/ροπών ή τάσεων/παραμορφώσεων. Οι αναλύσεις διακρίνονται σε τέσσερις τύπους:

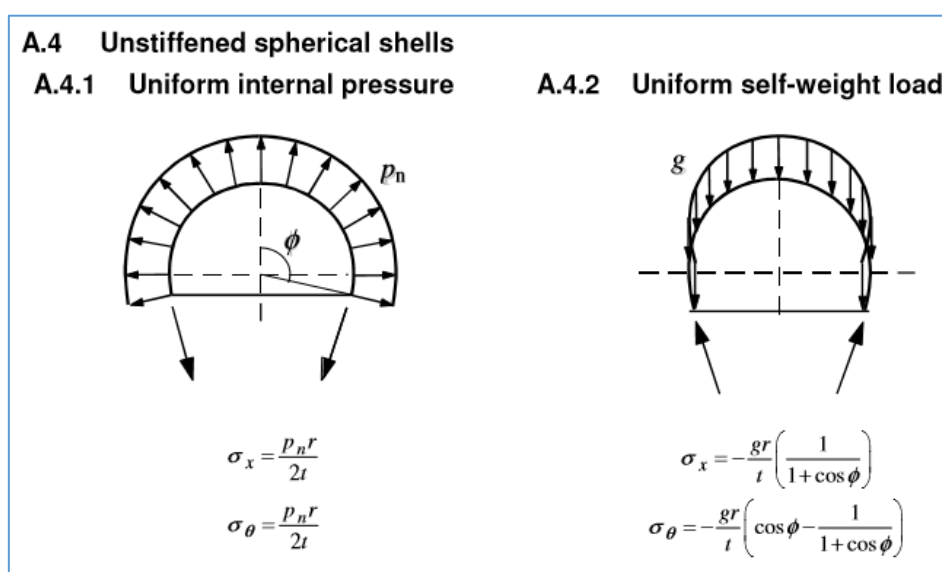
- Ελαστική ανάλυση (απουσία ρηγμάτων στις διατομές)
- Ελαστική ανάλυση με περιορισμένη ανακατανομή
- Πλαστική ανάλυση (συμπεριλαμβανομένης της μεθόδου θλιπτήρα-ελκυστήρα)
- Μη γραμμική ανάλυση

Το πρόβλημα όμως του λυγισμού, με τον οποίο ασχολείται αυτή η έρευνα, είναι ένα πρόβλημα ευστάθειας και προκαλείται λόγω αλλαγής της γεωμετρίας του φορέα. Αυτά τα φαινόμενα 2^{ης} τάξης που μεταβάλλουν την γεωμετρία του φορέα, απέχουν κατά πολύ σε μέγεθος από αυτά που εμφανίζονται στις συνήθεις κατασκευές από σκυρόδεμα. Ο Ευρωκώδικας 2 προσπαθεί να προσεγγίσει τα φαινόμενα αυτά με κάποιες απλοποιημένες μεθόδους τροποποίησης των εντατικών μεγεθών ή μέσω μιας μη γραμμικής ανάλυσης. Δυστυχώς όμως, στην περίπτωση του λυγισμού, η μη γραμμική ανάλυση είναι μονόδρομος χωρίς, όμως, να εμπεριέχεται στον Ευρωκώδικα 2 μια περιεκτική μεθοδολογία σχετικά με τα τσιμεντοειδή κελύφη. Από την άλλη πλευρά, ο Ευρωκώδικας 3 εμπεριέχει μια μεθοδολογία σχεδιασμού κατασκευών έναντι λυγισμού μέσω μη γραμμικής ανάλυσης της ατελούς κατασκευής, αλλά και μια απλουστευμένη μέθοδο υπολογισμού μέσα από καμπύλες ικανότητας της κατασκευής.

Τα υπόλοιπα κεφάλαια του Ευρωκώδικα 2 αναφέρονται στις οριακές καταστάσεις αστοχίας και λειτουργικότητας, σε λεπτομέρειες όπλισης του σκυροδέματος, σε κανόνες διαμόρφωσης και κατασκευαστικές λεπτομέρειες, σε προκατασκευασμένα στοιχεία, σε κατασκευές από ελαφροσκυρόδεμα και, τέλος, στο άοπλο ή ελαφρώς οπλισμένο σκυρόδεμα.

2.3 Συστάσεις Ευρωκώδικα 3

Όπως προαναφέρθηκε, ο Ευρωκώδικας 3^[3], που αφορά κατασκευές από χάλυβα, οι οποίες εκ φύσεως είναι επιρρεπείς στον λυγισμό, εμπεριέχει μια απλουστευμένη και μια γενικευμένη μεθοδολογία για το σχεδιασμό κελυφωτών κατασκευών διαφόρων γεωμετριών. Ωστόσο, ούτε ο Ευρωκώδικας 3 στο μέρος 1-6 περιέχει πλήρεις οδηγίες για το σχεδιασμό σφαιρικών γεωμετριών από χάλυβα, πέρα από τον προσδιορισμό της τάσης που αναπτύσσεται λόγω ομοιόμορφου φορτίου πίεσης και ομοιόμορφα κατανεμημένου κατακόρυφου φορτίου (Εικόνα 6). Βέβαια, όπως προαναφέρθηκε, κατά καιρούς έχουν γίνει προτάσεις από ερευνητές, με σκοπό την συμπλήρωση του Ευρωκώδικα 3^[3] και την κάλυψη χαλύβδινων σφαιρικών κελυφών^[5].



Εικόνα 6. Η αναφορά του Ευρωκώδικα 3 στα σφαιρικά κελύφη
(Πηγή: Eurocode 3 Part 1-6^[3], σελίδα 53)

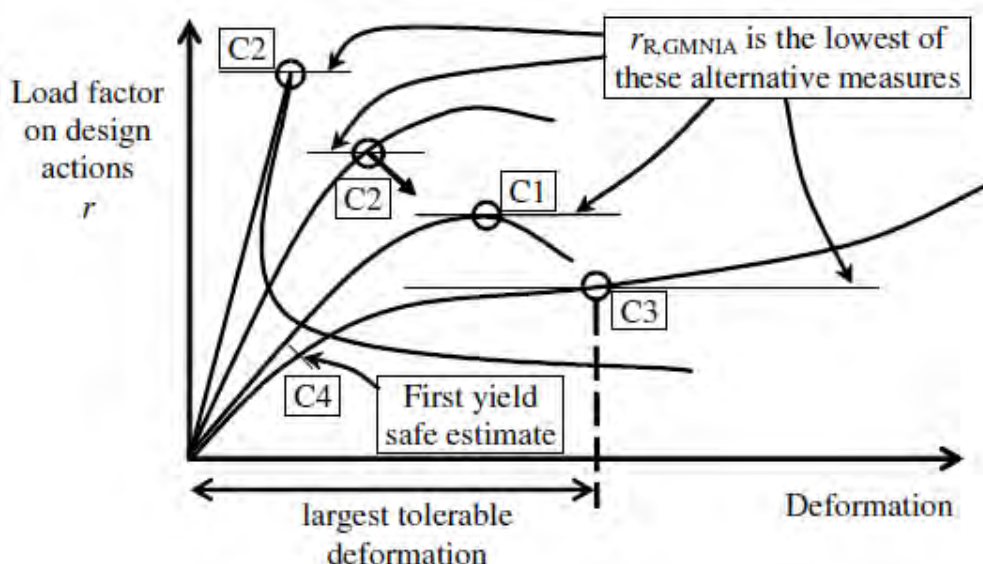
Η απλουστευμένη, λοιπόν, μέθοδος του Ευρωκώδικα 3 βασίζεται σε μια γενική καμπύλη ικανότητας της κατασκευής που σχετίζει τη λυγηρότητά της με τη μείωση της αντίστασής της υπό θλίψη. Αυτή η καμπύλη ορίζεται από τέσσερις παραμέτρους ($\bar{\lambda}_0$, α , β and η), κάθε μία από τις οποίες συνδέεται με ένα διαφορετικό μέρος της συμπεριφοράς της κατασκευής. Το όριο ανηγμένης λυγηρότητας πλαστικής περιοχής $\bar{\lambda}_0$ (*squash limit relative slenderness*), είναι η σχετική λυγηρότητα που ορίζει την περιοχή της πλαστικής κατάρρευσης, στην οποία μπορεί να επιτευχθεί η μέγιστη πλαστική ικανότητα της κατασκευής από το τμήμα του ελαστοπλαστικού λυγισμού. Ο μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α λαμβάνει υπόψιν την επίδραση όλων των ατελειών και οποιονδήποτε άλλων αλλαγών στη γεωμετρία του φορέα πριν την εμφάνιση φαινομένων λυγισμού^[16]. Ο συντελεστής εύρους πλαστικής περιοχής β σχετίζεται με την ανώτατη ανηγμένη λυγηρότητα ελαστοπλαστικής περιοχής πάνω από τη οποία λαμβάνει χώρα ο ελαστικός λυγισμός. Τέλος, ο εκθέτης αλληλεπίδρασης η ελέγχει την μεταβατική καμπύλη στην περιοχή του ελαστοπλαστικού λυγισμού, περιγράφοντας την ταχύτητα μεταβολής της αντίστασης της κατασκευής^[17].

Αντίθετα, η γενικευμένη μεθοδολογία περιλαμβάνει την αριθμητική ανάλυση της κατασκευής με ενσωματωμένες αρχικές ατέλειες. Η ανάλυση πρέπει να λαμβάνει υπόψιν της την γεωμετρική και την υλική μη γραμμικότητα που μπορεί να εμφανιστεί. Μια τέτοια

ανάλυση θεωρείται η πιο εξελιγμένη και η πιο ακριβής μέθοδος αριθμητικής προσέγγισης της ικανότητας λυγισμού μιας κατασκευής.

Από την άλλη πλευρά, η γενικευμένη αυτή μέθοδος, μια γεωμετρικά και υλικώς μη γραμμική ανάλυση της ατελούς κατασκευής (GMNIA), δεν είναι εύκολο να πραγματοποιηθεί για τους εξής λόγους:

- Η κατασκευή πρέπει να προσομοιωθεί σε ένα μοντέλο στον υπολογιστή, γεγονός που απαιτεί έμπειρους μηχανικούς με γνώσεις πάνω στο αντικείμενο και στην θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων.
- Οι ιδιότητες των υλικών πρέπει να εκτιμηθούν ή να καθοριστούν και ύστερα να εισαχθούν στο υπολογιστικό προσομοίωμα της κατασκευής.
- Μια τέτοια ανάλυση απαιτεί μεγάλη υπολογιστική ισχύ για να διεκπεραιωθεί, συνεπώς και υπολογιστικό εξοπλισμό που σπάνια διαθέτει ο μηχανικός σήμερα.
- Υπάρχουν αβεβαιότητες στον καθορισμό των αρχικών γεωμετρικών ατελειών του αριθμητικού μοντέλου, διότι δεν είναι γνωστό ούτε το μέγεθος, αλλά ούτε και η μορφή των δυσμενέστερων ατελειών της εκάστοτε κατασκευής.
- Θα πρέπει να προηγηθούν μια γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA) της τέλει κατασκευής, για να καθοριστεί το θεωρητικό κρίσιμο ελαστικό φορτίο λυγισμού και μια υλικώς μη γραμμική ανάλυση (MNA), για να βρεθεί το θεωρητικό φορτίο πλαστικής αντοχής, καθώς και κάποιες γεωμετρικές και υλικώς μη γραμμικές αναλύσεις της τέλει και της ατελούς κατασκευής για τον προσδιορισμό του φορτίου αντοχής της κατασκευής.
- Τέλος, η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων είναι δύσκολη και εξαρτάται από την πείρα του μηχανικού και σπανίως από την σύγκριση με αποτελέσματα παρόμοιων κατασκευών.



Διάγραμμα 1. Ορισμός της αντίστασης λυγισμού από μια γενική GMNIA ανάλυση
(Πηγή: Eurocode 3 Part 1-6^[3], σελίδα 44)

Ο προσδιορισμός του φορτίου αντοχής της κατασκευής προϋποθέτει, εκτός άλλων, και την επίπονη διαδικασία υπολογισμού του συντελεστή $r_{R,GMNIA}$. Ο λόγος της ελαστοπλαστικής αντοχής της ατελούς κατασκευής, $r_{R,GMNIA}$ (φορτίο προς δράσεις), ορίζεται ως ο ελάχιστος από τους συντελεστές r_R , που προσδιορίζονται από τα παρακάτω 3 κριτήρια C1, C2 και C3 του Ευρωκώδικα 3, τα οποία φαίνονται στο Διάγραμμα 1.

- Το Κριτήριο C1 δίνει το μέγιστο φορτίο της καμπύλης απόκρισης.
- Το Κριτήριο C2 δίνει το φορτίο εμφάνισης αστάθειας (σημείο διακλάδωσης του δρόμου ισορροπίας), πριν φτάσουμε το μέγιστο φορτίο που αντιστοιχεί στο κριτήριο C1.
- Το Κριτήριο C3 δίνει το φορτίο που αντιστοιχεί στην μέγιστη ανεκτή παραμόρφωση, προτού επιτευχθεί το φορτίο λυγισμού (C2) ή το μέγιστο φορτίο (C1).

Επίσης, μια συντηρητική εκτίμηση του λόγου της ελαστοπλαστικής αντοχής λυγισμού της ατελούς κατασκευής $r_{R,GMNIA}$ μπορεί να ληφθεί διεξάγοντας μια GNIA ανάλυση του γεωμετρικά ατελούς κελύφους των εφαρμοζόμενων συνδυασμών δράσεων. Σε αυτήν την περίπτωση, το ακόλουθο κριτήριο θα πρέπει να χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του χαμηλότερου συντελεστή φορτίου r_R :

- Το Κριτήριο C4 δίνει το φορτίο κατά το οποίο η ισοδύναμη τάση στο πιο καταπονούμενο σημείο στην επιφάνεια του κελύφους φθάνει την τιμή σχεδιασμού της τάσης διαρροής $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_{MO}$.

Ωστόσο, σημειώνεται ότι για τις GMNA, GMNIA και GNIA αναλύσεις πρέπει πάντα να γίνεται τακτικός έλεγχος ιδιοτιμών για να διασφαλιστεί η ανίχνευση οποιασδήποτε πιθανής διακλάδωσης (bifurcation point) κατά την φόρτιση της κατασκευής, πράγμα που δυσχεραίνει ακόμα περισσότερο την γενική αυτή μεθοδολογία.

Εν κατακλείδι, πέρα από την διερεύνηση της συμπεριφοράς της τσιμεντοειδούς σφαίρας, στόχος της διπλωματικής είναι, μέσα από τη χρήση των ίδιων ή παρόμοιων παραμέτρων με αυτές της απλοποιημένης μεθόδου, να αναπτυχθεί μια απλουστευμένη μεθοδολογία παρόμοια με αυτή του Ευρωκώδικα 3 για τον σχεδιασμό των λεπτότοιχων τσιμεντοειδών θόλων. Συνεπώς, επιδιώκεται ο προσδιορισμός των παραπάνω τεσσάρων παραμέτρων και των απλουστευμένων εξισώσεων απ' τις οποίες εξάγονται, σε σχέση με το πλάτος των ισοδύναμων αρχικών ατελειών που σχετίζονται με την κατηγορία ποιότητας κατασκευής. Για να παραχθεί αυτή, όμως, η καμπύλη πρέπει να επιλυθεί μια πληθώρα κατασκευών μέσω της γενικευμένης μεθοδολογίας του Ευρωκώδικα 3, δηλαδή γεωμετρικών και υλικώς μη γραμμικών αναλύσεων των ατελών κατασκευών (GMNIA), αφού πρώτα προσδιοριστούν οι κρίσιμες αρχικές ατέλειες.

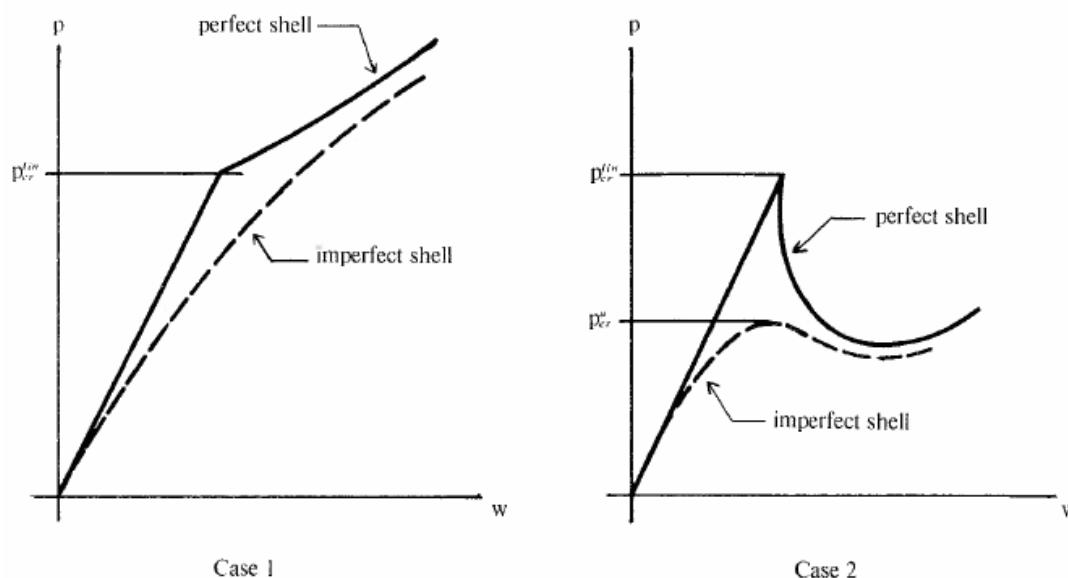
2.4 Συστάσεις Σχεδιασμού της IASS

Όπως προαναφέρθηκε, οι πιο σχετικές και ευρέως γνωστές οδηγίες σχετικά με τον σχεδιασμό τσιμεντοειδών κελυφών έναντι λυγισμού είναι αυτές που δίνονται από την Διεθνή Ένωση Χωρικών και Κελυφωτών Κατασκευών ^[1] (IASS). Αυτές οι οδηγίες υπολογίζουν το φορτίο λυγισμού μιας κελυφωτής κατασκευής λαμβάνοντας υπόψιν την επιρροή του ερπυσμού, της πλαστικότητας, της ρηγματώσης, του σπλισμού και των αρχικών ατελειών, μέσω της χρήσης μειωτικών συντελεστών επί της ελαστικής αντοχής έναντι λυγισμού της κατασκευής. Η προτεινόμενη σχέση βασίζεται κυρίως στην δουλειά των Dulácska και Kollár ^[18] και είναι η ακόλουθη:

$$p_{cr} = p_{cr}^{lin} \rho_{imp} \rho_{creep} \rho_{crack} \rho_{pl} / \gamma$$

Εξίσωση 4.
Κρίσιμο φορτίο κατασκευής κατά IASS

όπου p_{cr}^{lin} είναι το κρίσιμο φορτίο, ρ_{imp} είναι ο συντελεστής ευαισθησίας της αρχικής ατέλειας, το ρ_{creep} εκφράζει τη μείωση της φέρουσας ικανότητας λόγω του φαινομένου του ερπυσμού, το ρ_{crack} εκφράζει τη μείωση λόγω των ρηγματώσεων της διατομής, το ρ_{pl} είναι ο συντελεστής που αφορά την πλαστιμότητα, ενώ, το γ είναι ο συντελεστής ασφαλείας που συνδέει την θεωρητική φέρουσα αντοχή με αυτή του σχεδιασμού.



Διάγραμμα 2. Μεταλυγισμική συμπεριφορά των κελυφών
(Πηγή: IASS ^[1], Fig.3.1, page 37)

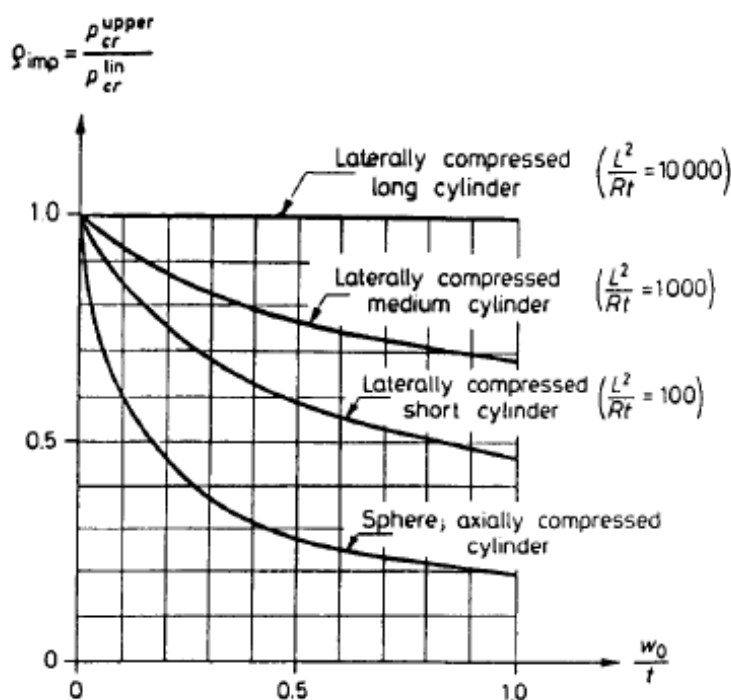
Αρχικά, το γραμμικό φορτίο λυγισμού p_{cr}^{lin} υπολογίζεται είτε από αναλυτικές επιλύσεις, διαθέσιμες στην σχετική βιβλιογραφία, είτε από μια γραμμική ανάλυση λυγισμού. Για να διερευνηθεί η επίδραση του ερπυσμού στην κατασκευή, το παραπάνω φορτίο μειώνεται με βάση τον συντελεστή ρ_{creep} . Τέλος, αφού τα κελύφη ως κατασκευές είναι εξαιρετικά ευαίσθητα στις ατέλειες (Διάγραμμα 2), το θεωρητικό ελαστικό φορτίο λυγισμού χρήζει περαιτέρω μείωσης μέσω του συντελεστή ρ_{imp} , για να ληφθεί υπόψιν η επιρροή των αρχικών ατελειών. Ο συντελεστής ατελειών εξαρτάται από τον λόγο των αρχικών ατελειών προς το πάχος του κελύφους. Οι αρχικές ατέλειες, w_0 , αποτελούνται από το τυχαίο μέρος των ατελειών, $w_{0,accid}$, το οποίο προκαλείται από ατέλειες κατά την ανέγερση της κατασκευής και από αποκλίσεις της από την τέλεια γεωμετρία, και τις υπολογίσιμες ατέλειες, $w_{0,calc}$, που λαμβάνονται από την θεωρία κάμψης των κελυφών. Βασισμένοι στους Kollar και Dulacska,

οι τυχαίες ατέλειες μπορούν να θεωρηθούν από 0.25 έως 0.75 του πάχους του κελύφους^[18] ή $R/3500$ ^[19]. Αντίθετα, οι υπολογίσιμες ατέλειες, $w_{0,calc}$, είναι αποκλίσεις που προκαλούνται από τον συνδυασμό των φορτίσεων και υπολογίζονται μέσω γραμμικής ελαστικής ανάλυσης^[20]. Το εύρος των αρχικών ατελειών που χρησιμοποιούνται στη διαδικασία υπολογισμού μπορεί να προσδιοριστεί από τις δύο συνιστώσες του, σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$w_0 = \max(w_{0,calc} + 0.8w_{0,accid}, w_{0,accid})$$

Εξίσωση 5.
Εύρος αρχικών ατελειών κατά IASS

Ο όρος «αρχική ατέλεια» δεν πρέπει να συγχέεται με τις αντίστοιχες αρχικές ατέλειες που χρησιμοποιούνται στον Ευρωκώδικα 3 Μέρος 1-6. Ισοδύναμες γεωμετρικές ατέλειες στο πλαίσιο του Ευρωκώδικα αποτελούν τις αρχικές ατέλειες που πρέπει να χρησιμοποιηθούν σε μια ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, προκειμένου να ληφθούν υπόψιν οι αποκλίσεις από την αρχική γεωμετρία, καθώς και άλλες μη-γεωμετρικές ατέλειες. Οι ατέλειες των συστάσεων της IASS βασίζονται κυρίως στο κομμάτι των τυχαίων ατελειών, οι οποίες σύμφωνα με το κείμενο των συστάσεων είναι οι αποκλίσεις από το σχήμα του κελύφους από αυτό του σχεδιασμού. Αυτές οι αποκλίσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως το εύρος των αρχικών ατελειών μιας γεωμετρικά μη γραμμικής ανάλυσης, έτσι ώστε να μπορεί να ληφθεί ο συντελεστής ευαισθησίας της αρχικής ατέλειας. Το τμήμα των υπολογίσιμων ατελειών εισάγεται προκειμένου να ληφθεί υπόψιν η διαφορά μεταξύ της θεωρίας μικρών και μεγάλων παραμορφώσεων.



Διάγραμμα 3. Μεταβολή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού ως προς το εύρος της ατέλειας, διάγραμμα που υιοθετεί ο IASS (Πηγή: E. Dulacska & Kollar^[18], Fig. 3, page 316)

Μετά την εφαρμογή του μειωτικού συντελεστή των ατελειών, υπολογίζεται ο μειωτικός συντελεστής των ρηγματώσεων του σκυροδέματος. Βάσει των Dulacska και Kollar^[17], το φαινόμενο της ρηγματώσης λαμβάνει υπόψιν τη διαφορά της δυσκαμψίας μεταξύ της ρηγματωμένης και της αρηγματώτης διατομής. Ο μειωτικός συντελεστής ρηγματώσης υπολογίζεται ως ο λόγος των αρχικών ατελειών προς το πάχος του κελύφους, όπως επίσης

και ο λόγος $E_s A_s / E_c A_c$ όπου E_s είναι το μέτρο ελαστικότητας του οπλισμού, A_s είναι η επιφάνεια του οπλισμού σε μία κατεύθυνση, E_c είναι το μέτρο ελαστικότητας της αρηγμάτωσης διατομής και A_c είναι η επιφάνεια του τσιμεντοειδούς υλικού. Ο συντελεστής απομείωσης του ελαστικού φορτίου λόγω ατελειών για διάφορες γεωμετρίες και συνθήκες φόρτισης, σύμφωνα με τους Dulacska και Kollar, φαίνεται στο Διάγραμμα 3.

Εν συνεχεία, η μη γραμμική συμπεριφορά του σκυροδέματος κάτω από θλιπτικές τάσεις λαμβάνεται υπόψη με την περαιτέρω μείωση της φέρουσας ικανότητας της κατασκευής, αφού συνυπολογιστούν η επίδραση του ερπυσμού, οι γεωμετρικές μη γραμμικότητες και ατέλειες, καθώς και η ρηγμάτωση. Η ημιτετραγωνικού τύπου εξίσωση αλληλεπίδρασης Dunkerley (*semi-quadratic Dunkerley interaction*) χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της μειωμένης ικανότητας:

$$\left(\frac{P_{cr}^{plast}}{P_{plast}} \right)^2 + \left(\frac{P_{cr}^{plast}}{P_{cr, reinf}^u} \right) = 1$$

Εξίσωση 6.
Εξίσωση αλληλεπίδρασης Dunkerley

όπου P_{cr}^{plast} είναι η ελαστοπλαστική αντοχή του κελύφους, P_{plast} είναι η πλαστική αντίσταση του κελύφους χωρίς να λαμβάνεται υπόψη ο λυγισμός. Το $P_{cr, reinf}^u$ είναι το μειωμένο κρίσιμο φορτίο λόγω του φαινομένου του ερπυσμού, των ατελειών και των ρηγματώσεων.

Μία τελική μείωση γίνεται με ένα συντελεστή ασφαλείας, έτσι ώστε να υπολογισθεί η τιμή της αντίστασης σχεδιασμού, $P_{cr, d}^{plast}$. Ο συντελεστής ασφαλείας που χρησιμοποιείται εξαρτάται από τη λεπτότητα (*slenderness*) της κατασκευής, η οποία συνδέεται με τη συνολική της συμπεριφορά. Για κατασκευές που πιθανότατα θα αστοχήσουν πλαστικά (πλαστική κατάρρευση), καθώς και για κελύφη με σταθερή μεταλυγισμική συμπεριφορά, ένας συντελεστής ασφάλειας ίσος με 1.5 και 1.75, αντίστοιχα, σύμφωνα με τους Dulacska - Kollar και τις συστάσεις, είναι επαρκής. Ωστόσο, στην περίπτωση λεπτών κελυφών με ασταθή μεταλυγισμική συμπεριφορά (Διάγραμμα 2), ο συντελεστής ασφαλείας αυξάνεται έως και τη τιμή 3^[18], σύμφωνα με τις προτάσεις των Dulacska και Kollar, ή έως την τιμή 3.5^[1] σύμφωνα με το κείμενο των συστάσεων της IASS.

2.5 Θεωρητικά συμπεράσματα

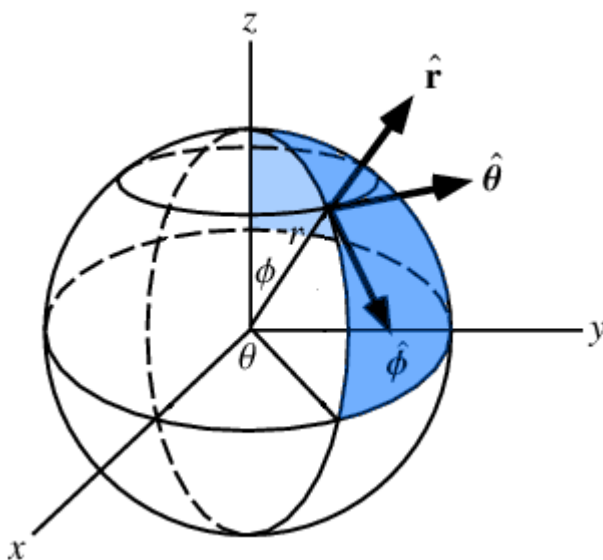
Στη σήμερον ημέρα, οι συστάσεις της IASS μπορεί να είναι το μόνο διαθέσιμο εργαλείο για τους μηχανικούς όσον αφορά το σχεδιασμό λεπτότοιχων οπλισμένων τσιμεντοειδών κελυφών. Ωστόσο, η μεθοδολογία των μειωτικών συντελεστών, που οι παραπάνω συστάσεις ακολουθούν, είναι ασυμβίβαστη με τη μεθοδολογία που εμπεριέχει ο Ευρωκώδικας 3 για το ίδιο πρόβλημα στις μεταλλικές κατασκευές. Από την στιγμή που η μεθοδολογία του Ευρωκώδικα 3 είναι ευρέως γνωστή και εφαρμόζεται, τουλάχιστον στην Ευρώπη, οι μηχανικοί είναι περισσότερο εξοικειωμένοι με τις μεθόδους του όσον αφορά το φαινόμενο του λυγισμού στα χαλύβδινα κελύφη, αντί των τσιμεντοειδών κελυφών των συστάσεων της IASS. Έτσι, φαίνεται πιο πρακτικό να χρησιμοποιείται μία διαδικασία σχεδιασμού παρόμοια με εκείνη του Ευρωκώδικα 3 μέρους 1-6, χρησιμοποιώντας παρόμοιες παραμέτρους και εξισώσεις με εκείνες που χρησιμοποιούνται στο πλαίσιο του κανονισμού των χαλύβδινων κελυφών.

Επιπλέον, εκτός από την αλλαγή της διαδικασίας σχεδιασμού, πρέπει να προσδιοριστεί και μια επιτόπου (onsite) μέθοδος μέτρησης του εύρους των «τυχαίων ατελειών». Οι συστάσεις της IASS αποτυγχάνουν να καθορίσουν σαφώς μια τέτοια τεχνική, ενώ το πλάτος των τυχαίων ατελειών προέρχεται από τις εξισώσεις της σχετικής βιβλιογραφίας, καθώς και από αποδεκτές αποκλίσεις που συμφωνούνται με τον εργολάβο. Ωστόσο, ο Ευρωκώδικας 3 στο μέρος 1-6 αναφέρει, για τα χαλύβδινα κελύφη, πως η μέτρηση των αρχικών ατελειών πρέπει να ακολουθήσει μια ορισμένη μεθοδολογία και να σχετίζεται με κάποιο ορισμένο μήκος ενός μετρητή. Το μήκος της ατέλειας μπορεί να είναι τόσο κρίσιμο όσο και πλάτος της. Ένα μεγάλο πλάτος, σε μια ευρεία περιοχή, μπορεί να έχει μικρότερο αντίκτυπο από ότι ένα μικρότερο πάνω από μια περιοχή της οποίας η γεωμετρία είναι παρόμοια με τα εξογκώματα που εμφανίζονται κατά τον λυγισμό και υπολογίζονται αναλυτικά αλλά παρατηρούνται και πειραματικά. Αυτό είναι, επίσης, εμφανές και στο επόμενο κομμάτι της έρευνας αυτής, που σχετίζεται με την επίδραση του μήκους της αρχικής ατέλειας πάνω στο ελαστικό φορτίο λυγισμού της ατελούς σφαίρας. Τέλος, η χρήση μιας τεχνικής μέτρησης διευκολύνει την κατηγοριοποίηση των κατασκευών σε κατηγορίες κατασκευαστικής ποιότητας, θέτοντας ορισμένα όρια στις επιτρεπόμενες αποκλίσεις.

3. ΜΟΡΦΩΣΗ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΩΝ

3.1 Μοντέλο Προσομοίωσης / Συνοριακές συνθήκες

Για να προσομοιωθεί η συμπεριφορά μιας τσιμεντοειδούς σφαίρας υπό ακτινική συμπίεση κατασκευάζεται ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων σε σφαιρική διάταξη. Ωστόσο, λόγω της υψηλής απαιτούμενης υπολογιστικής ισχύος, καθώς και της δυσκολότερης διαχείρισης του μεγάλου όγκου των δεδομένων, η προσομοίωση εστιάζεται στο ένα όγδοο της σφαίρας για την πληθώρα των αριθμητικών επιλύσεων του προβλήματος. Συνεπώς, στα όρια του μοντέλου στις τρεις καμπύλες πλευρές, εφαρμόζονται συνθήκες συμμετρίας, δεσμεύοντας, δηλαδή, τις εντός επιπέδου μετακινήσεις u_θ και u_ϕ (για το οριζόντιο ή το κατακόρυφο σύνορο αντίστοιχα), τις περί του συνόρου στροφές ω_ϕ και ω_θ (για το οριζόντιο ή το κατακόρυφο σύνορο αντίστοιχα) και τις εντός επιπέδου στροφές ω_r , όπως ορίζονται οι τοπικοί άξονες των σημείων του συνόρου στην Εικόνα 7.

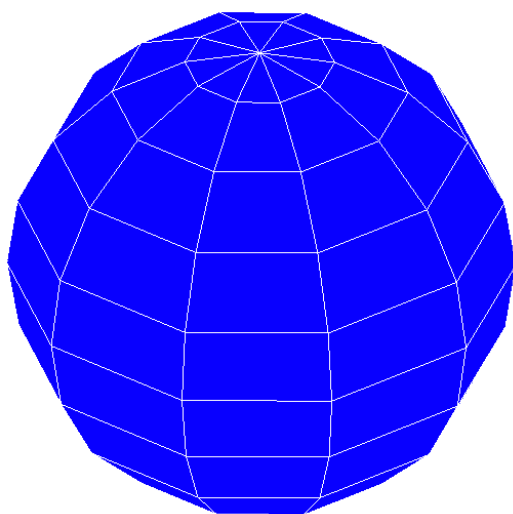


Εικόνα 7. Σφαιρικές συντεταγμένες με διανύσματα τοπικών αξόνων
(Πηγή: <http://www.vocal.com/beamforming/microphone-array/> - 27/8/2016)

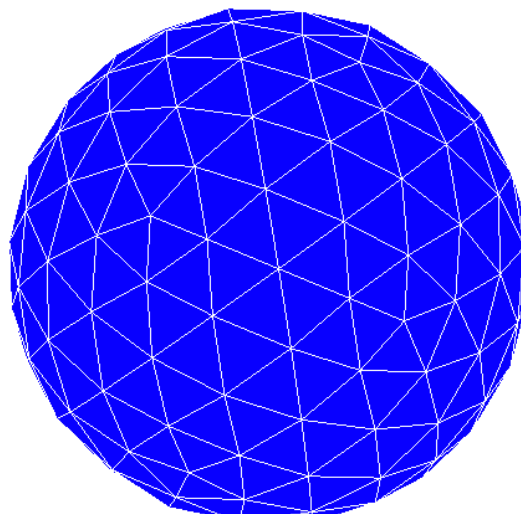
Η μείωση του υπολογιστικού προσομοιώματος, μέσω της αξιοποίησης της συμμετρίας, αποτελεί συνήθη πρακτική σε σχετικές διερευνήσεις. Λόγω της πολλαπλής συμμετρίας των ιδιομορφών λυγισμού, είναι δυνατή η μείωση του μοντέλου έως και ένα μήκος λυγισμού (Guggenberger, 1995) (Knebbel and Schweizerhof, 1995) (Pircher et al. 2002) (Teny and Song, 2002). Φυσικά, πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις για την επιρροή της παραπάνω μείωσης στο ελαστικό φορτίο λυγισμού.

3.2 Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων

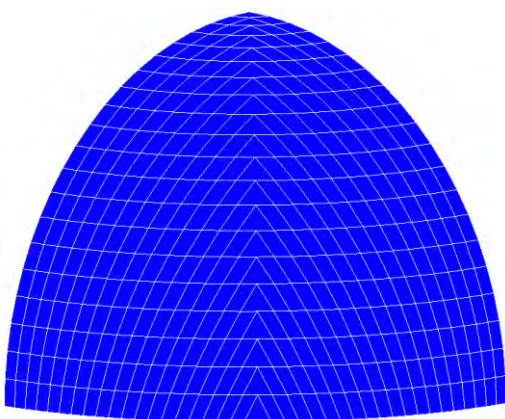
Σημαντικός παράγοντας για την ορθή εξαγωγή αποτελεσμάτων μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η επιλογή τόσο του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων όσο και της διακριτοποίησής του. Η λανθασμένη επιλογή πλέγματος, για μια τέτοια συμμετρική γεωμετρία, μπορεί να οδηγήσει σε αναληθή αποτελέσματα και συμπεράσματα. Από την άλλη πλευρά, η διακριτοποίηση του πλέγματος μπορεί να επιφέρει ορθότερα αποτελέσματα έχοντας, όμως, άμεσο αντίκτυπο στην απαιτούμενη υπολογιστική ισχύ για την διεκπεραίωση της εκάστοτε ανάλυσης. Παρακάτω παρατίθενται οι γεωμετρίες των υπό μελέτη πλεγμάτων των πεπερασμένων στοιχείων για την προσομοίωση μιας σφαίρας.



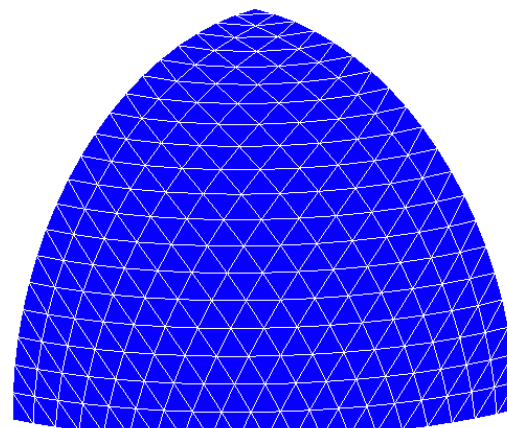
Εικόνα 8. Πλέγμα πολικών συντεταγμένων



Εικόνα 9. Πλέγμα ισόπλευρων τριγώνων



Εικόνα 10. Πλέγμα πετραπλεύρων - τριπλεύρων



Εικόνα 11. Πλέγμα απλών τριγώνων

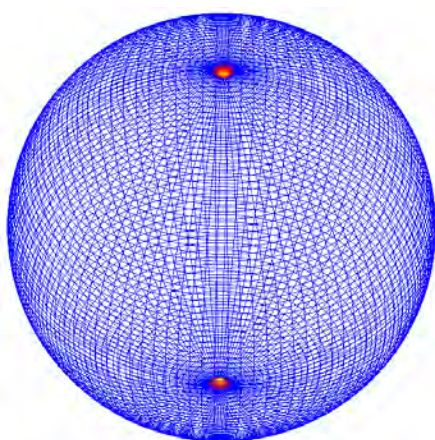
3.2.1 Αριθμητική Μέθοδος Επίλυσης LBA

Τα μοντέλα αρχικά επιλύθηκαν μέσω γραμμικών αναλύσεων διακλάδωσης (Linear Bifurcation Analysis ή συντόμως LBA), γνωστές και ως αναλύσεις λυγισμού. Οι αναλύσεις αυτές έχουν σκοπό την εκτίμηση του φορτίου λυγισμού της κατασκευής. Παράγωγο της ανάλυσης είναι ο συντελεστής φορτίου της εκάστοτε ιδιομορφής της κατασκευής, ο οποίος οδηγεί στο εκάστοτε κρίσιμο φορτίο όταν πολλαπλασιαστεί με το φορτίο που δρα στην κατασκευή. Τα κρίσιμα αυτά φορτία, εφόσον επιβληθούν στην κατασκευή, οδηγούν σε ενδεχόμενη αστάθεια της.

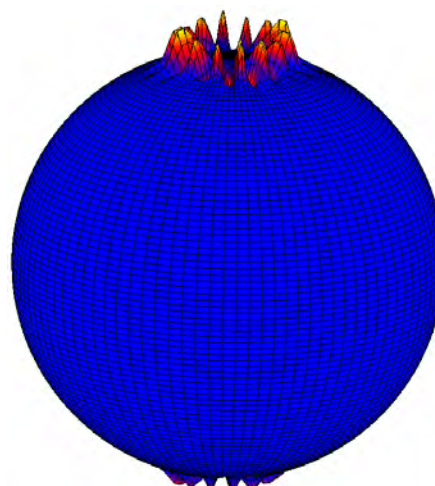
Μέσω των αναλύσεων αυτών μπορεί να εκτιμηθεί η αξιοπιστία του εκάστοτε πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων και στο επόμενο τμήμα της έρευνας, να βρεθούν οι ιδιομορφές λυγισμού της σφαίρας, οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως αρχικές ατέλειες των αριθμητικών μοντέλων, σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3^[3].

3.2.2 Πλέγμα πολικών συντεταγμένων

Η πρώτη γεωμετρική προσέγγιση της σφαίρας έγινε μέσω ενός πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων βάσει του πλέγματος πολικών συντεταγμένων, το οποίο φαίνεται στην Εικόνα 8. Το εν λόγω πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων εμφανίζει εσφαλμένες συγκεντρώσεις μετακινήσεων στους δύο πόλους του σφαιρικού καννάβου κατά την υποβολή του σε μια ελαστική ανάλυση υπό ακτινική συμπίεση (Εικόνα 12). Σαφώς και η αναμενόμενη συμπεριφορά θα ήταν η εμφάνιση μιας ομοιόμορφης κατανομής μετακινήσεων λόγω της συμμετρίας τόσο της σφαίρας όσο και του υπό μελέτη φορτίου. Αντίστοιχα, οι ιδιομορφές λυγισμού που μας δίνει μια LBA ανάλυση, έχουν και αυτές τοπικό χαρακτήρα και αναπτύσσονται μόνο γύρω από τους πόλους, όπως φαίνεται στην Εικόνα 13. Ένα άλλο πρόβλημα, που μπορεί να εμφανιστεί στον συγκεκριμένο κάρναβο, είναι η απαίτηση πύκνωσης της διακριτοποίησής τους, λόγω της αραιώσής της όσο απομακρυνόμαστε από τους πόλους. Συνεπώς, ίσως υπάρχει ανάγκη εύρεσης ενός διαφορετικού πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων, με μεγαλύτερη ομοιομορφία μεταξύ των στοιχείων του, το οποίο θα εξαλείψει όσο το δυνατόν περισσότερο την συσσώρευση των τάσεων σε συγκεκριμένα σημεία του πλέγματος.



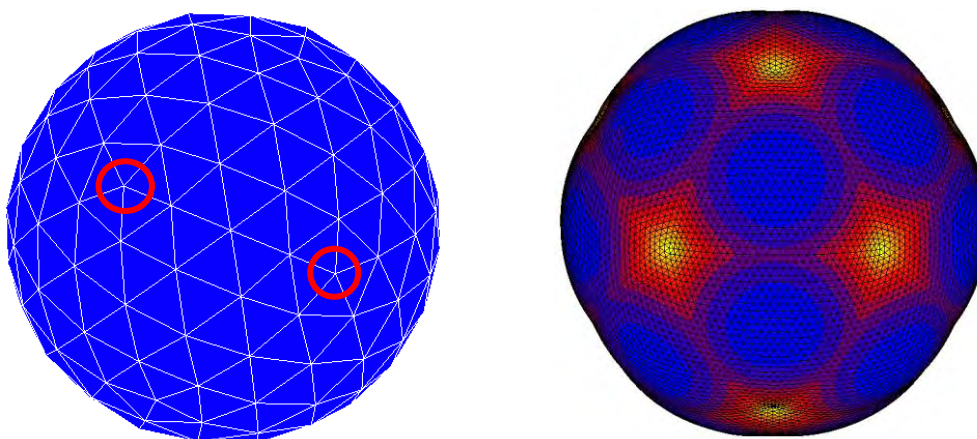
Εικόνα 12. Χρωματικό φάσμα μετακινήσεων σφαίρας υπό πίεση



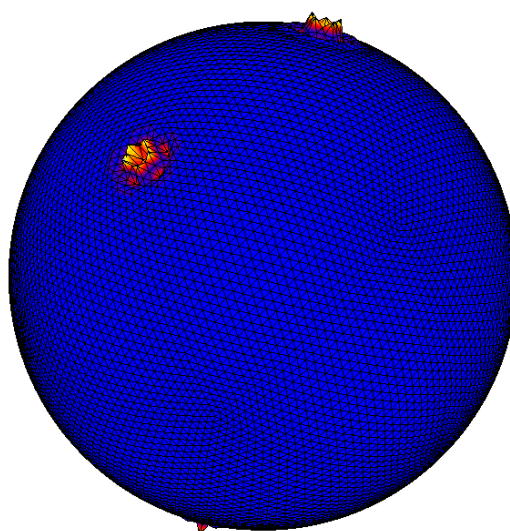
Εικόνα 13. Ιδιομορφή λυγισμού σφαίρας πολικού καννάβου

3.2.3 Πλέγμα ισόπλευρων τριγώνων

Η μόνη ίσως δυνατή περιγραφή μιας σφαίρας από ένα πλέγμα ομοιόμορφων πεπερασμένων στοιχείων είναι με την χρήση της γεωμετρίας του εικοσαέδρου. Το εικοσαέδρο είναι ένα γεωμετρικό στερεό που αποτελείται από 20 (είκοσι) ισόπλευρα τρίγωνα ως έδρες, ενώ παράλληλα μπορεί να εγγεγραφεί σε σφαίρα. Η πύκνωση της διακριτοποίησης του περιγραφόμενου αυτού πλέγματος επιτεύχθηκε μέσω της υποδιαίρεσης των ακμών του στερεού σε 2 τμήματα, με το μέσο των αρχικών ακμών να προβάλλεται πάνω στην περιγεγραμμένη του σχήματος σφαίρα. Το αποτέλεσμα είναι ένα σφαιρικό πλέγμα τριγωνικών, σχεδόν ισόπλευρων, πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο φαίνεται στην Εικόνα 9. Δυστυχώς, και αυτό, με την σειρά του, το πλέγμα εμφανίζει συγκεντρώσεις μετακινήσεων στους κόμβους που προσπίπτουν 5 αντί για 6 πεπερασμένα στοιχεία (Εικόνα 14). Αντίστοιχα, και σε αυτή την περίπτωση, ο λυγισμός έχει τοπικό χαρακτήρα, με τις ιδιομορφές να μοιάζουν με αυτή της Εικόνα 15. Επιπροσθέτως, λόγω της γεωμετρίας που παράγεται, το παραπάνω πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων δεν είναι δυνατόν να υποδιαιρεθεί σε 8 ίσα κομμάτια ώστε να αξιοποιηθεί η πολλαπλή συμμετρία της κατασκευής.



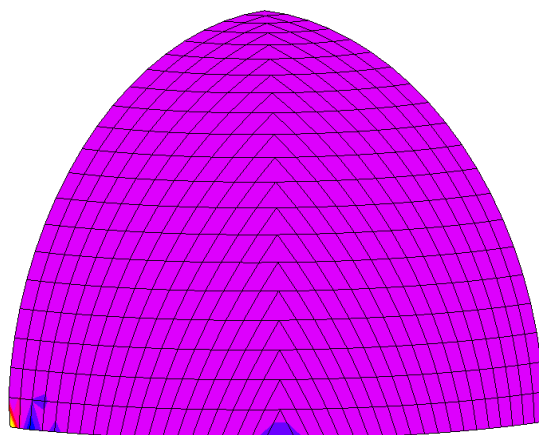
Εικόνα 14. Πρόβλημα συγκέντρωσης μετακινήσεων στο πλέγμα ισόπλευρων τριγώνων



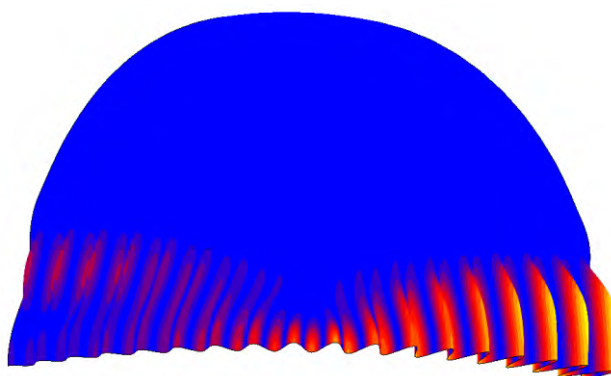
Εικόνα 15. Ιδιομορφή λυγισμού σφαίρας καννάβου εικοσαέδρου

3.2.4 Πλέγματα τετραπλεύρων-τριπλεύρων

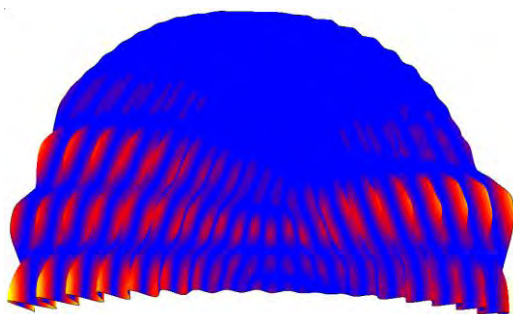
Το τρίτο υπό μελέτη πλέγμα, αποτελείται από δύο τμήματα ομοιόμορφων τετραπλευρικών στοιχείων, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με τριπλευρικά στοιχεία, συνθέτοντας το τμήμα του 1/8 της σφαίρας. Το πλέγμα εμφανίζει κάποιες ανομοιομορφίες στις μετακινήσεις στις γωνίες του μοντέλου, αλλά και στο κεντρικό κάτω μέρος του (Εικόνα 16). Οι ιδιομορφές λυγισμού, που παράγει το συγκεκριμένο μοντέλο, είναι ικανοποιητικές αφήνοντας, όμως, μια αμφιβολία για την συμπεριφορά του κεντρικού τμήματος του μοντέλου, όπου συνδέονται τα τετραπλευρικά στοιχεία με τα τριπλευρικά (Εικόνα 17 - Εικόνα 19).



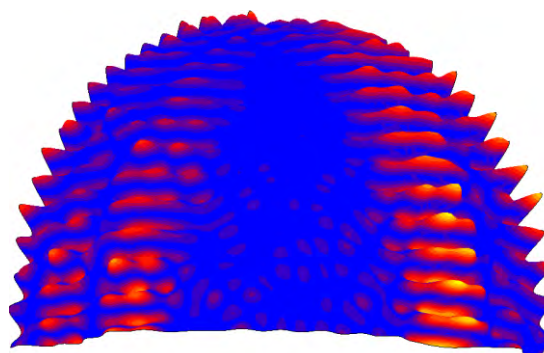
Εικόνα 16. Χρωματικό φάσμα μετακινήσεων πλέγματος τετραπλεύρων-τριπλεύρων υπό πίεση



Εικόνα 17. 1^η ιδιομορφή λυγισμού μοντέλου τετραπλεύρων-τριπλεύρων



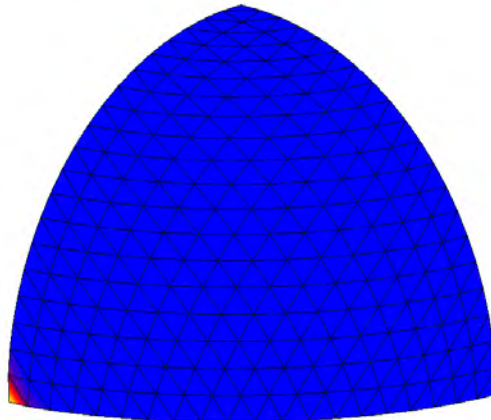
Εικόνα 18. 2^η ιδιομορφή λυγισμού μοντέλου τετραπλεύρων-τριπλεύρων



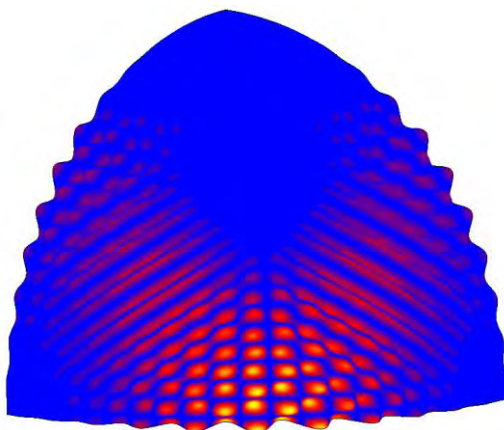
Εικόνα 19. 3^η ιδιομορφή λυγισμού μοντέλου τετραπλεύρων-τριπλεύρων

3.2.5 Πλέγμα απλών τριγώνων

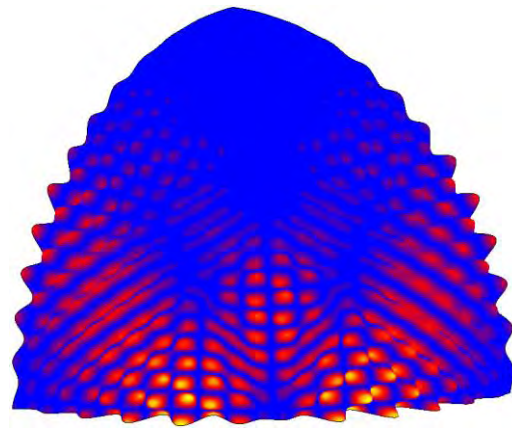
Το τελευταίο υπό μελέτη πλέγμα αποτελείται από απλά τρίγωνα. Λαμβάνοντας υπόψιν ότι θα γίνει χρήση μόνο του 1/8 της σφαίρας, η εν λόγω γεωμετρία παράγεται με την υποδιαίρεση των πλευρών του παραπάνω τμήματος σε ίσα κομμάτια, τα σημεία των οποίων ενώνονται με τα αντίστοιχα των άλλων πλευρών. Έτσι, παράγεται ένα πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων χωρίς απότομες μεταβολές στη γεωμετρία του. Συσώρευση μετακινήσεων εμφανίζεται μόνο σε μία από τις τρεις γωνίες του μοντέλου, ενώ το υπόλοιπο διέπεται από μια ομοιομορφία μετακινήσεων, όπως φαίνεται στην Εικόνα 20.



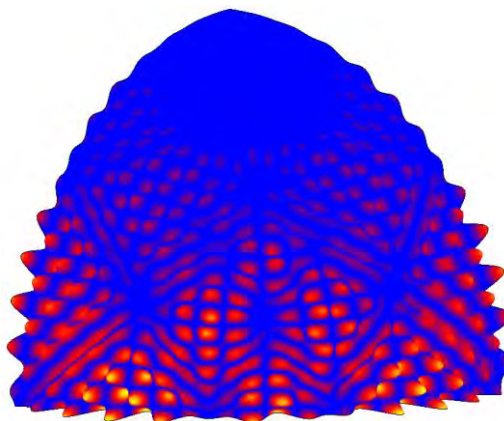
Εικόνα 20. Χρωματικό φάσμα μετακινήσεων πλέγματος απλών τριγώνων, σφαίρα υπό πίεση



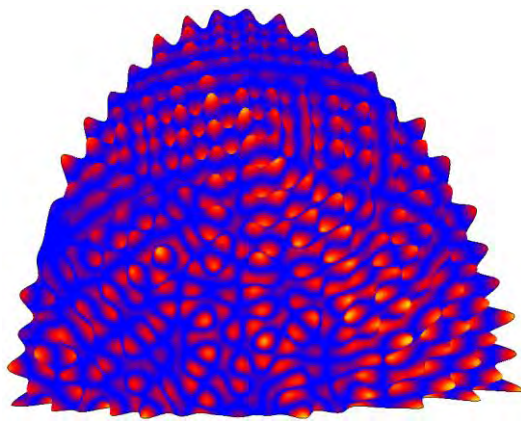
Εικόνα 21. 1^η ιδιομορφή λυγισμού μοντέλου απλών τριγώνων



Εικόνα 22. 2^η ιδιομορφή λυγισμού μοντέλου απλών τριγώνων



Εικόνα 23. 3^η ιδιομορφή λυγισμού μοντέλου απλών τριγώνων



Εικόνα 24. 4^η ιδιομορφή λυγισμού μοντέλου απλών τριγώνων

3.2.5 Έλεγχος πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων

Στον παρακάτω πίνακα παρατίθενται τα αποτελέσματα των γραμμικών αναλύσεων λυγισμού (LBA) για σφαίρες υπό πίεση, με την χρήση των προαναφερθέντων πλεγμάτων πεπερασμένων στοιχείων:

| Πλέγμα | Φορτίο (N/mm^2) | Συντελεστής | Εικόνα | Φορτίο Λυγισμού (N) | Θεωρητικό Φορτίο (N) | Λόγος |
|-----------------------------|------------------------|-------------|-----------|----------------------------|-----------------------------|--------|
| Πολικό πλέγμα | 0.01 | 2.314127 | Εικόνα 13 | 0.023141 | 0.020479 | 1.1300 |
| Εικοσαέδρου | 0.01 | 1.694597 | Εικόνα 15 | 0.016946 | 0.020479 | 0.8275 |
| Τετραπλεύρων | 0.01 | 2.055000 | Εικόνα 17 | 0.020550 | 0.020479 | 1.0034 |
| Απλών τριπλεύρων | 0.01 | 2.064000 | Εικόνα 27 | 0.020640 | 0.020479 | 1.0078 |

Πίνακας 2. Αποτελέσματα LBA αναλύσεων και σύγκριση με το θεωρητικό φορτίο λυγισμού

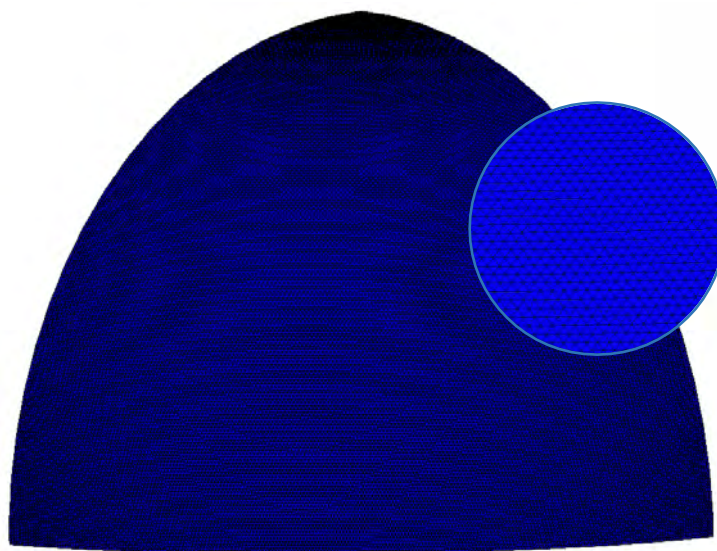
Στην πρώτη στήλη του Πίνακα 2 αναγράφεται ο τύπος που πλέγματος, στην δεύτερη στήλη το φορτίο που δρα ανά μονάδα επιφάνειας της σφαίρας, στην τρίτη στήλη βρίσκεται ο συντελεστής που παράγεται από την LBA, στην τέταρτη στήλη αναφέρεται το μέτρο ελαστικότητας που έχει οριστεί στα στοιχεία του μοντέλου, στην πέμπτη στήλη υπολογίζεται το φορτίο λυγισμού του μοντέλου από τον πολλαπλασιασμό του φορτίου που δρα στο μοντέλο με τον συντελεστή της ανάλυσης, στην έκτη στήλη υπολογίζεται το θεωρητικό φορτίο λυγισμού, όπως ορίζεται στην Εξίσωση 3 και στην έβδομη στήλη υπολογίζεται ο λόγος του εκτιμώμενου προς το θεωρητικό φορτίο λυγισμού .

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Πίνακα 2, τα πιο αξιόπιστα πλέγματα φαίνεται να είναι αυτά των απλών τριπλευρικών στοιχείων και αυτά των τετραπλεύρων στοιχείων, καθώς είναι αυτά που έχουν την μικρότερη απόκλιση από το θεωρητικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Ωστόσο, λόγω της ανομοιομορφίας των στοιχείων που παρουσιάζει στο κέντρο του το πλέγμα των τετραπλευρικών στοιχείων, η έρευνα θα συνεχίσει με την χρήση του πλέγματος των απλών τριπλευρικών στοιχείων.

Σημειώνεται πως τα παραπάνω πλέγματα είχαν διακριτοποίηση ίδιας ή όμοιας κλίμακας προκειμένου να συγκριθούν ορθά μεταξύ τους.

3.2.6 Διακριτοποίηση πλέγματος

Το μέγεθος των ατελειών που εισάγονται στο μοντέλο, είναι αρκετά μικρό σε σχέση με το συνολικό μέγεθος του μοντέλου, συνεπώς απαιτείται μια πυκνή διακριτοποίηση των πεπερασμένων στοιχείων στις περιοχές που εισάγονται οι ατέλειες. Η ομοιομορφία, όμως, του μοντέλου της σφαίρας είναι πολύ σημαντική για την αποφυγή συγκέντρωσης τάσεων, οπότε και υιοθετείται πυκνή διακριτοποίηση σε όλο το εύρος του μοντέλου και όχι σε μεμονωμένα τμήματά του, παρόλο που δεν απαιτείται για όλες τις αρχικές ατέλειες. Παράλληλα, δεν είναι δυνατή η πύκνωση του καννάβου σε μια περιοχή, καθώς έτσι θα δημιουργούνταν πεπερασμένα στοιχεία που δεν θα είχαν κοινούς κόμβους με τα γειτονικά τους.

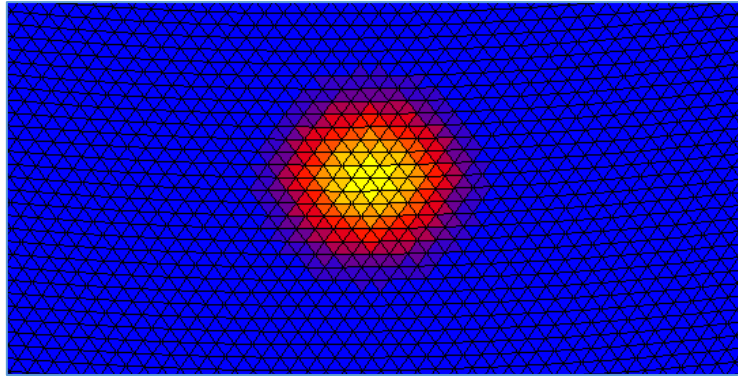


Εικόνα 25. Μοντέλο 57.600 στοιχείων

Αρχικά δημιουργήθηκαν δύο μοντέλα με διαφορετική διακριτοποίηση, το ένα με υποδιαίρεση των πλευρών του σε 240 τμήματα και το άλλο σε 300 τμήματα. Έτσι, δημιουργήθηκαν δύο μοντέλα ¼ ημισφαιρίου, το Μοντέλο 1 των 57.600 στοιχείων και το Μοντέλο 2 των 90.000 στοιχείων. Η επάρκεια της διακριτοποίησης ελέγχεται/συγκρίνεται μέσα από την πρώτη ομάδα αναλύσεων στην ελαστική περιοχή στον Πίνακα 3. Οι διαφορές των αποτελεσμάτων των μοντέλων κυμαίνονται μεταξύ 0.05% και 1.14%, συνεπώς τα δύο αριθμητικά μοντέλα είναι ισοδύναμα μεταξύ τους.

| $P_{cr,Imp} / P_{cr,Theor}$ | | W_0 mm | Απόκλιση % |
|-----------------------------|-------------------------|-------------|-------------|
| ● Μοντέλο 1 (57.600 FE) | ● Μοντέλο 2 (90.000 FE) | | |
| 0.723504287 | 0.718487637 | 1 | 0.698223566 |
| 0.612085387 | 0.611751864 | 2 | 0.054519327 |
| 0.479705539 | 0.477702279 | 4 | 0.419353243 |
| 0.393666233 | 0.390717637 | 6 | 0.754661607 |
| 0.28631971 | 0.283634533 | 10 | 0.946703129 |
| 0.199816233 | 0.197548491 | 16 | 1.14794195 |

Πίνακας 3. Σύγκριση διακριτοποίησης αποτελεσμάτων μοντέλων ελαστικών γεωμετρικά μη γραμμικών αναλύσεων αξονοσυμμετρικά ατελών μοντέλων



Εικόνα 26. Χρωματικό φάσμα μετακινήσεων κατά τον λυγισμό μοντέλου με αρχική ατέλεια εσωτερικού εξογκώματος, εμφανής η διακριτοποίηση του μοντέλου (240 τμημάτων).

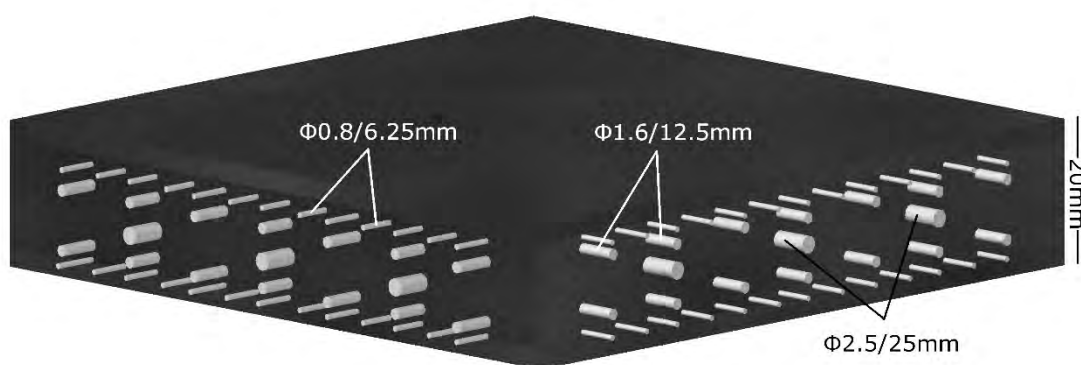
3.3 Προσομοίωση Υλικού

3.3.1 Διατομή

Η τσιμεντοειδή σφαίρα θεωρείται πως είναι κατασκευασμένη από ένα τσιμεντοειδές υλικό υψηλής θλιπτικής αντοχής, με οπλισμική διάταξη παρόμοια με αυτή του ferrocement. Πρόκειται για ένα είδος από οπλισμένο σκυρόδεμα, που χρησιμοποιεί ως οπλισμό πολλαπλά στρώματα χαλύβδινων πλεγμάτων μικρής διαμέτρου ^[21]. Ο οπλισμός διατρέχει τη σφαίρα σε δύο κάθετες διευθύνσεις, μία κάθετα στην ακτίνα και μία περιμετρικά της σφαίρας. Το τσιμεντοειδές κονίαμα θεωρείται αρχικά κατηγορίας C60, ενισχυμένο με πλέγματα χάλυβα B500c. Αναλυτικά, η διατομή αποτελείται από τα στρώματα με την εξής σειρά:

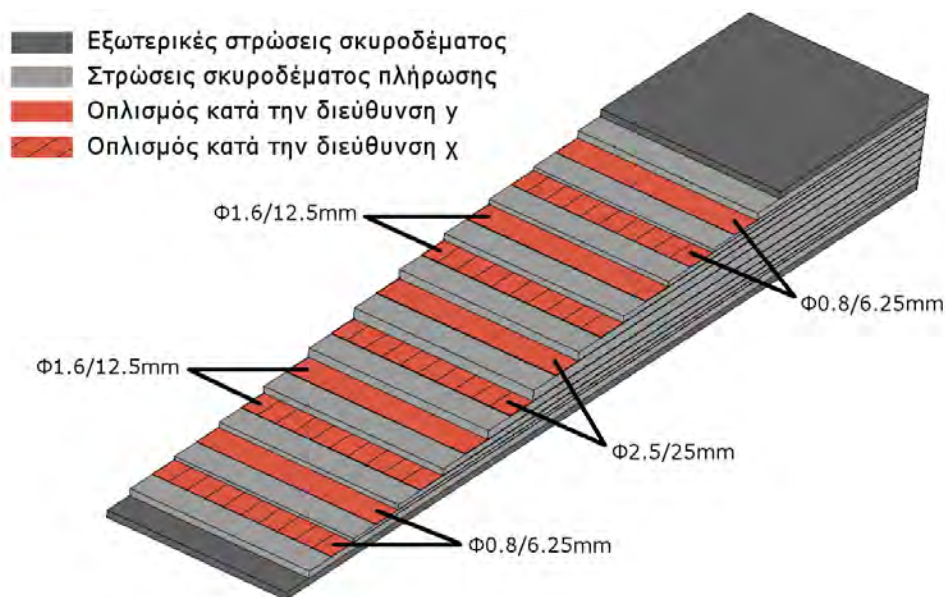
- 1 εξωτερική στρώση τσιμεντοειδούς κονιάματος πάχους 2.7mm
- 2 στρώσεις οπλισμού διαμέτρου 0.8mm ανά 6.25mm κατά τις 2 διευθύνσεις
- 2 στρώσεις οπλισμού διαμέτρου 1.6mm ανά 12.5mm κατά τις 2 διευθύνσεις
- 2 στρώσεις οπλισμού διαμέτρου 2.5mm ανά 25mm κατά τις 2 διευθύνσεις
- 2 στρώσεις οπλισμού διαμέτρου 1.6mm ανά 12.5mm κατά τις 2 διευθύνσεις
- 2 στρώσεις οπλισμού διαμέτρου 0.8mm ανά 6.25mm κατά τις 2 διευθύνσεις
- 1 εξωτερική στρώση τσιμεντοειδούς κονιάματος πάχους 2.7mm

Σημειώνεται πως, τα τμήματα ενδιάμεσα του οπλισμού γεμίζονται με τσιμεντοειδές κονίαμα. Τα χαρακτηριστικά αυτής της διατομής φαίνονται και σχηματικά στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3. Μοντέλο διατομής με την οπλισμική διάταξή της

Προκειμένου να προσομοιωθεί η οπλισμένη διατομή, χρησιμοποιήθηκαν σύνθετα πεπερασμένα στοιχεία πολλαπλών στρώσεων. Χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικές στρώσεις σκυροδέματος και χάλυβα, με κατάλληλο πάχος, που ισοδυναμούν με την επιθυμητή διατομή. Τα χαλύβδινα πλέγματα προσομοιώνονται μέσω ισοδύναμων στρωμάτων χάλυβα, που έχουν δυσκαμψία μόνο στην κατεύθυνση των ράβδων του οπλισμού, ενώ το σκυρόδεμα ενδιάμεσα των ράβδων προσομοιώνεται με στρώσεις ισότροπου υλικού. Το Σχήμα 4 παρουσιάζει το σύνθετο πεπερασμένο στοιχείο πολλαπλών στρώσεων που ανταποκρίνεται στη διατομή προς προσομοίωση.



Σχήμα 4. Σύνθετη διατομή πολλαπλών στρωμάτων

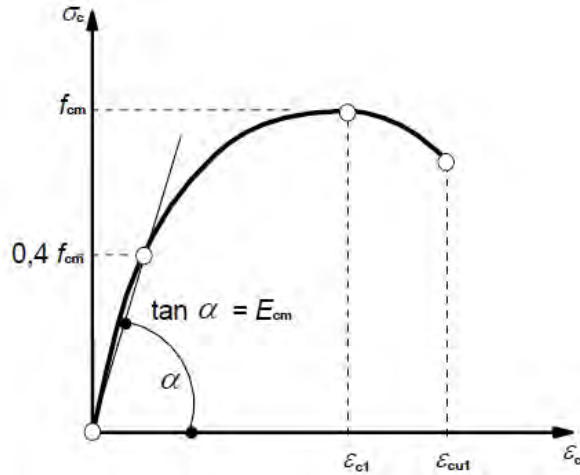
Τα πάχη των ισοδύναμων αυτών στρωμάτων υπολογίστηκαν και αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα:

| Υλικό | Πάχος (mm) | Γωνία Οπλισμού | Ισοδυναμία |
|-----------------------|----------------|----------------|-------------|
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 3.0598 | - | |
| χάλυβας | 0.0804 | 0° | Φ0.8/6.25mm |
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 0.7196 | - | |
| χάλυβας | 0.0804 | 90° | Φ0.8/6.25mm |
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 1.0794 | - | |
| χάλυβας | 0.1609 | 0° | Φ1.6/12.5mm |
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 1.4392 | - | |
| χάλυβας | 0.1609 | 90° | Φ1.6/12.5mm |
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 1.8714 | - | |
| χάλυβας | 0.1964 | 0° | Φ2.5/25mm |
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 2.3037 | - | |
| χάλυβας | 0.1964 | 90° | Φ2.5/25mm |
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 1.8714 | - | |
| χάλυβας | 0.1609 | 0° | Φ1.6/12.5mm |
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 1.4392 | - | |
| χάλυβας | 0.1609 | 90° | Φ1.6/12.5mm |
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 1.0794 | - | |
| χάλυβας | 0.0804 | 0° | Φ0.8/6.25mm |
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 0.7196 | - | |
| χάλυβας | 0.0804 | 90° | Φ0.8/6.25mm |
| τσιμεντοειδές κονίαμα | 3.0598 | - | |
| Σύνολο | 20.0000 | | |

Πίνακας 4. Πάχη ισοδύναμων στρωμάτων του πεπερασμένου στοιχείου

3.3.2 Ιδιότητες Υλικών

Οι ιδιότητες των υλικών ορίστηκαν με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 2 ^[2]. Στο Διάγραμμα 42 φαίνεται η σχέση τάσεων-παραμορφώσεων που προτείνεται από τον Ευρωκώδικα 2 σχετικά με την αντοχή του σκυροδέματος. Αρχικά θεωρείται ένας ελαστικός κλάδος έως το 0.4 της μέσης θλιπτικής αντοχής σκυροδέματος 28 ημερών (f_{cm}) και στην συνέχεια ακολουθεί ο ανελαστικός κλάδος, ο οποίος περιγράφεται από την Εξίσωση 7.



Διάγραμμα 4. Προτεινόμενη καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων για τις μη-γραμμικές αναλύσεις (η χρήση του $0,4f_{cm}$ για τον ορισμό του E_{cm} είναι προσεγγιστική) (Πηγή: Eurocode 2 ^[2], Part 1-1, Fig. 3.2 σελίδα 36)

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}$$

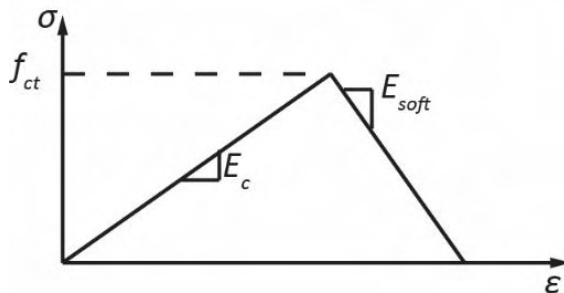
Εξίσωση 7. Σχέση ανελαστικής συμπεριφοράς σκυροδέματος (Πηγή: Eurocode 2 ^[2], Part 1-1 Εξ.3.14 σελίδα 33)

όπου:

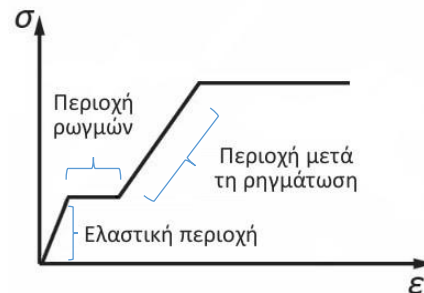
$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$$

$$k = 1.05 E_{cm} | \varepsilon_{c1} | / f_{cm}$$

Η χαμηλή εφελκυστική ικανότητα του τσιμεντοειδούς κονιάματος προσομοιώθηκε με τη χρήση του μοντέλου της σταθερής διανεμημένης ρωγμής (*fixed smeared crack model*). Το μέτρο διάτμησης της ρηγματωμένης διατομής του σκυροδέματος θεωρήθηκε ίσο με το 5% της αρηγμάτωσης, ενώ μετά την ρηγμάτωση υποθέτουμε σταδιακή μείωση της εφελκυστικής ικανότητας του τσιμεντοειδούς, με συντελεστή εξασθένησης (*softening modulus*) $E_{soft} = 7500$ MPa. Η συγκεκριμένη τιμή αποτρέπει την εμφάνιση πτωτικού κλάδου μετά την ρηγμάτωση της διατομής. Η συμπεριφορά αυτή περιγράφεται στο Διάγραμμα 5 και στο Διάγραμμα 6.

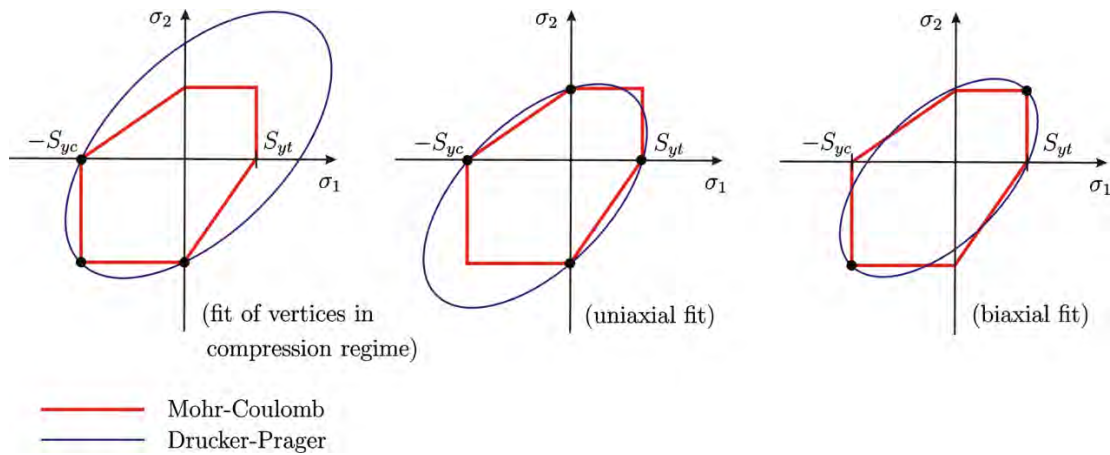


Διάγραμμα 5. Σχέση εφελκυστικών τάσεων-παραμορφώσεων τσιμεντοειδούς κονιάματος



Διάγραμμα 6. Σχέση εφελκυστικών τάσεων-παραμορφώσεων διατομής

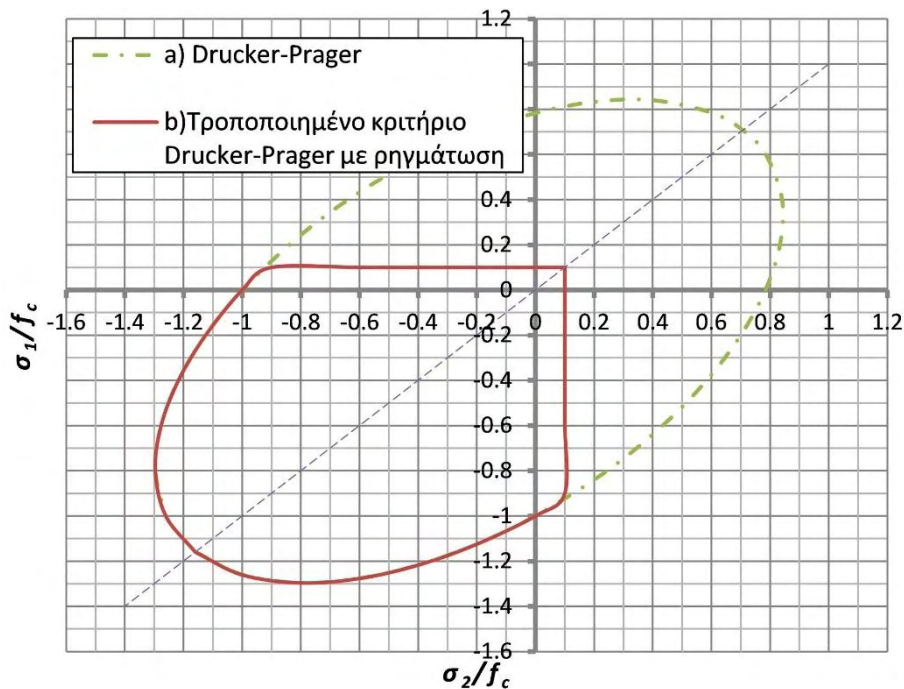
Ακόμα, για την αντοχή του τσιμεντοειδούς κονιάματος χρησιμοποιήθηκε το γραμμικό κριτήριο διαρροής Mohr - Coulomb, όπως, όμως, περιγράφεται από την ομαλότερη διατύπωση των Drucker - Prager ^[22] (Εικόνα 27 και Εξίσωση 8) . Το κριτήριο βαθμονομήθηκε βάσει της αντοχής της μήτρας σε μονοαξονική και διαξονική θλίψη, ενώ στην περιοχή των εφελκυστικών τάσεων χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο της σταθερής διανεμημένης ρωγμής. Το τελικό τροποποιημένο κριτήριο για μονοαξονική και διαξονική θλίψη φαίνεται στο Διάγραμμα 7.



Εικόνα 27. Διαγράμματα κριτηρίων διαρροής Mohr – Coulomb σε σύγκριση με την διατύπωση τους από τους Drucker – Prager (Πηγή: https://en.wikipedia.org/wiki/Yield_surface - 10/8/2016)

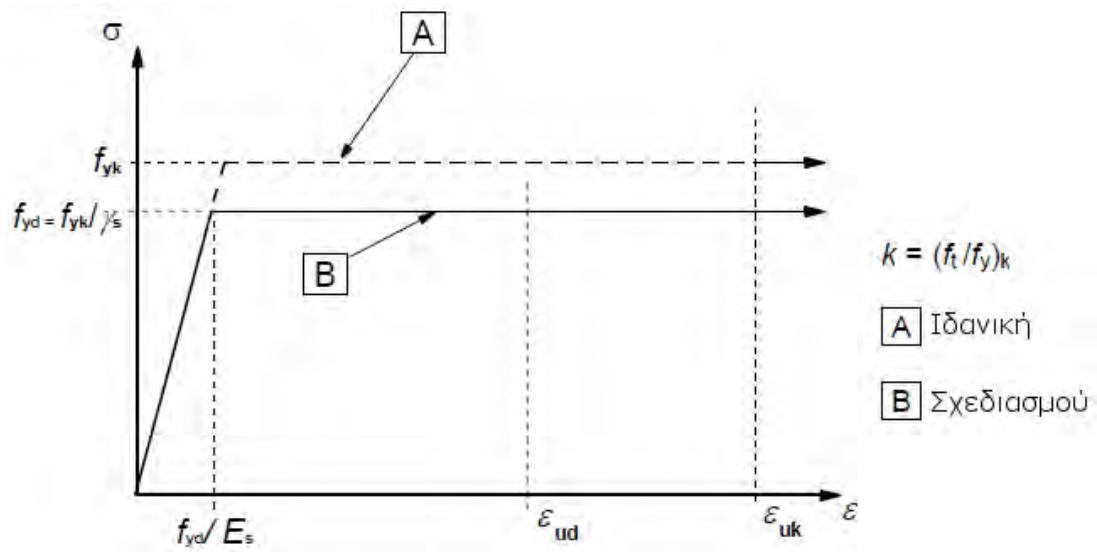
$$\left(\frac{m-1}{2}\right)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \left(\frac{m+1}{2}\right)\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} = S_{yc} \quad \text{Εξίσωση 8. Κριτήριο διαρροής Drucker - Prager}$$

Όπου $m = \frac{S_{yc}}{S_{yt}}$, S_{yc} και S_{yt} είναι η μονοαξονική τάση διαρροής σε θλίψη και εφελκυσμό αντίστοιχα.



Διάγραμμα 7. Τροποποιημένο κριτήριο Drucker – Prager με ρηγμάτωση

Τέλος, για τον οπλισμό χρησιμοποιήθηκε μια ελαστική - τέλεια πλαστική σχέση τάσης-παραμόρφωσης (Διάγραμμα 8), με μέτρο ελαστικότητας 200 GPa.

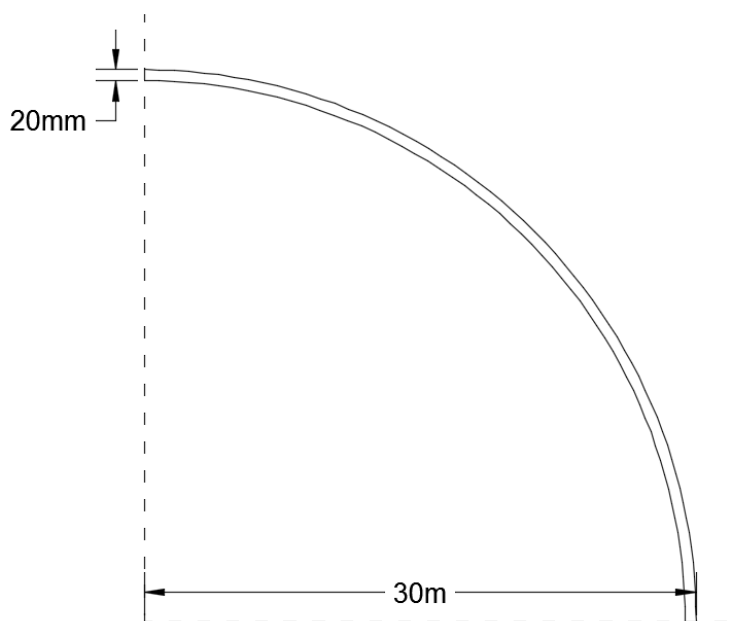


Διάγραμμα 8. Σχέση τάσεων-παραμορφώσεων χάλυβα

4. ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ

Η ελαστική περιοχή του τσιμεντοειδούς υλικού αποκρίνεται σε ένα μικρό μέρος της συνολικής φέρουσας ικανότητας του υλικού. Ωστόσο, προκειμένου να μην αντιμετωπιστεί απευθείας το πλήρως μη γραμμικό πρόβλημα, όσον αφορά τη θεωρία μεγάλων παραμορφώσεων (large strain theory) και τις ιδιότητες του υλικού, η έρευνα αρχικά παραμελεί τη μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού και εστιάζει μόνο στη γεωμετρική μη γραμμικότητα της κατασκευής. Έτσι, η έρευνα στην ελαστική περιοχή διερευνά την επίδραση των αρχικών ατελειών στην φέρουσα ικανότητα μιας ακτινικά συμπιεσμένης σφαίρας. Αυτή η αρχική έρευνα παρέχει μια καλύτερη κατανόηση των διαφόρων φαινομένων που ενδέχεται να προκύψουν και επιτρέπει τη μελέτη της επίδρασης του κάθε υπό μελέτη συντελεστή ξεχωριστά. Καθώς οι συστάσεις της IASS βασίζονται στο σκεπτικό να λαμβάνεται υπόψιν ο κάθε συντελεστής ξεχωριστά, η σύγκριση των αποτελεσμάτων διευκολύνεται. Τέλος, το κομμάτι αυτό της έρευνας αποτελεί, επίσης, τη βάση για την μετέπειτα έρευνα στην ελαστοπλαστική περιοχή, όσον αφορά τη γεωμετρία των αρχικών ατελειών.

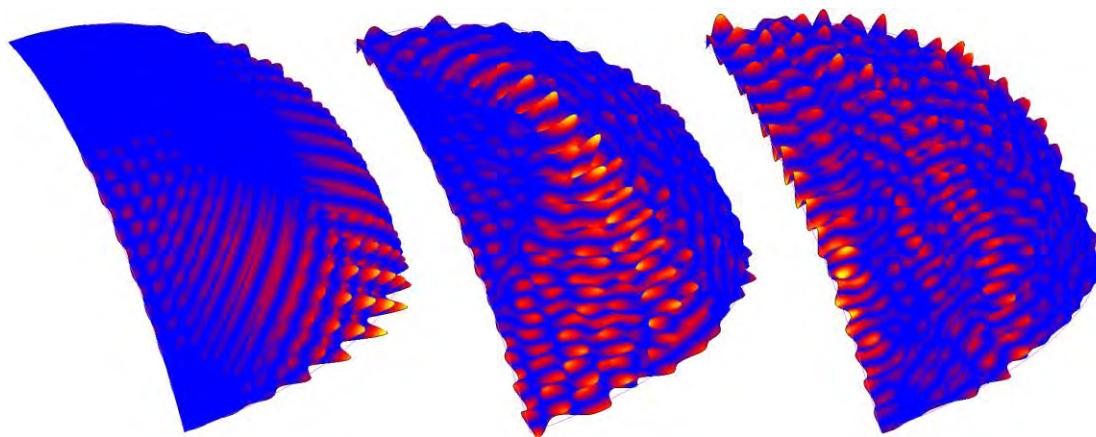
Οι συστάσεις της IASS παρέχουν ένα διάγραμμα που απεικονίζει την μεταβολή του φορτίου λυγισμού συναρτήσει του πλάτους των αρχικών γεωμετρικών ατελειών. Ο συντελεστής ελαστικών ατελειών «knock-down factor» υπολογίστηκε για διαφορετικές αρχικές ατέλειες, μέσω ενός συνόλου γεωμετρικά μη γραμμικών αναλύσεων (Geometrically Nonlinear Analyses of the Imperfect structure ή συντόμως GNIA). Οι αναλύσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν σε σφαιρικά κελύφη ακτίνας 30 μέτρων, ενώ το πάχος τους θεωρήθηκε ίσο με 20 mm (Σχήμα 5). Υπενθυμίζεται πως το συγκεκριμένο κομμάτι αυτής της έρευνας εστιάζεται στην επιρροή των αρχικών ατελειών και όχι στα χαρακτηριστικά των υλικών της κατασκευής. Τα αριθμητικά αποτελέσματα συγκρίθηκαν με το διάγραμμα των συστάσεων της IASS.



Σχήμα 5. Γεωμετρία Ελαστικού Μοντέλου

4.1 Ιδιομορφές Λυγισμού Σφαίρας

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3, μία πρώτη διερεύνηση για τις πιθανές αρχικές ατέλειες πρέπει να γίνει μέσω γραμμικών αναλύσεων διακλάδωσης (LBA). Τέτοιες αναλύσεις έχουν ήδη παρουσιαστεί στο προηγούμενο κεφάλαιο κατά την επιλογή του καννάβου των πεπερασμένων στοιχείων, με μερικές από τις ιδιομορφές λυγισμού που προκύπτουν να είναι οι ακόλουθες:



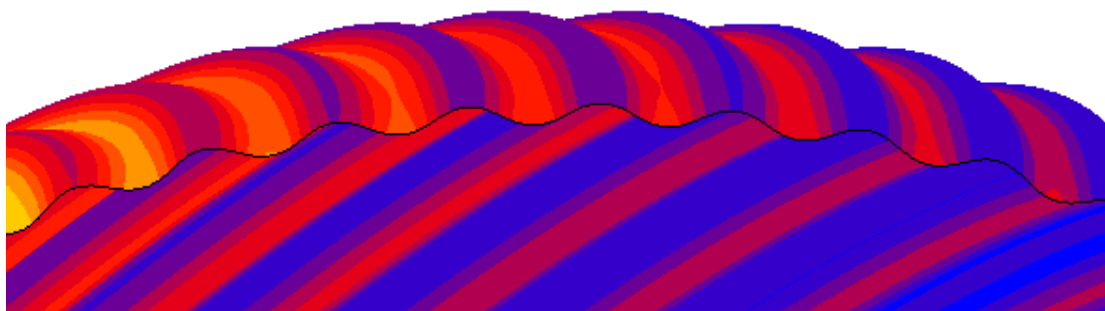
Εικόνα 28. Ιδιομορφές λυγισμού σφαιρικού μοντέλου

Όπως παρατηρούμε, οι ιδιομορφές που παράγονται από την αριθμητική ανάλυση δεν φαίνεται να περιγράφονται από απλές γεωμετρίες. Παρόλα αυτά, και οι τρεις μορφές βασίζονται στην εξίσωση $w = A \cdot \sin B \cdot \sin C$. Οι παραπάνω ιδιομορφές συμφωνούν με την βιβλιογραφία ^[4], ενώ παράλληλα, σημαντική είναι και η αξονοσυμμετρική ιδιομορφή που περιγράφεται στην επόμενη παράγραφο.

4.2 Αριθμητική Μέθοδος Επίλυσης GNIA

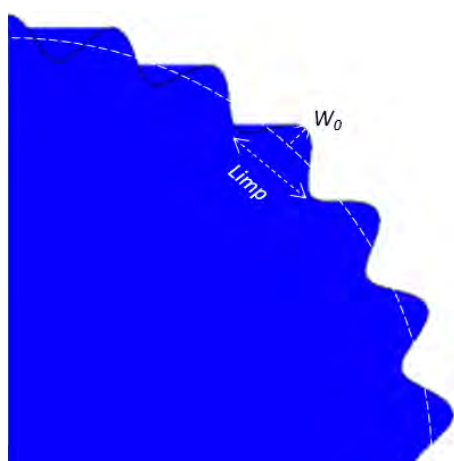
Αφού πλέον γνωρίζουμε τις πρώτες ιδιομορφές λυγισμού της σφαίρας, μπορούμε να υποθέσουμε πως αυτές αποτελούν πιθανές γεωμετρίες αρχικών ατελειών, οι οποίες θα επιφέρουν τα μικρότερα κρίσιμα φορτία λυγισμού. Συνεπώς, το επόμενο βήμα της έρευνας είναι η δημιουργία ατελών μοντέλων, βάσει των γεωμετριών αρχικών ατελειών που προέρχονται από τις ιδιομορφές της σφαίρας και τα πειραματικά αποτελέσματα από την βιβλιογραφία. Τα ατελή, αυτά, μοντέλα επιλύονται μέσω γεωμετρικά μη γραμμικών ελαστικών αναλύσεων χρησιμοποιώντας την μέθοδο μήκους τόξου «arc length» και τη θεωρία μεγάλων παραμορφώσεων, με κριτήριο σύγκλισης με βάση τις παρασιτικές ή εκτός ισορροπίας δυνάμεις (residual or out of balance forces).

4.3 Αξονοσυμμετρική αρχική ατέλεια

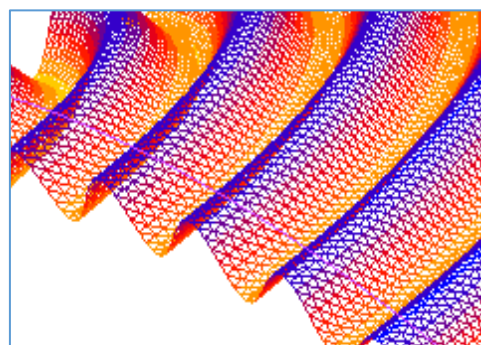


Εικόνα 29. Λυγισμός σε μοντέλο με αξονοσυμμετρικής μορφής αρχική ατέλεια

Η πρώτη γεωμετρία αρχικών ατελειών που διερευνήθηκε βασίστηκε στην αξονοσυμμετρική ιδιομορφή λυγισμού της σφαίρας. Το γεωμετρικά ατελές μοντέλο (pertubated model) παρουσιάζεται στην Εικόνα 30 και περιγράφεται από την Εξίσωση 9.



Εικόνα 30. Γεωμετρία αξονοσυμμετρικής ατέλειας



Εικόνα 31. Λυγισμός ατελούς μοντέλου

$$w = w_0 \cos\left(\pi R \frac{\varphi}{L_{imp}}\right)$$

Εξίσωση 9. Σχέση γωνίας σημείου και ύψους αξονοσυμμετρικής ατέλειας

όπου w_0 είναι το μέγιστο εύρος της ατέλειας, φ είναι η γωνία μεταξύ του κατακόρυφου άξονα και του εκάστοτε σημείου και L_{imp} είναι το μήκος της ατέλειας.

Η τιμή του L_{imp} στην περίπτωση της αξονοσυμμετρικής ατέλειας είναι το μήκος του ημικύματος και περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση ^[4]:

$$l_g = \pi^4 \sqrt{\frac{R^2 t^2}{12(1-\nu^2)}}$$

Εξίσωση 10. Μήκος ημικύματος της αξονοσυμμετρικής ιδιομορφής λυγισμού της σφαίρας

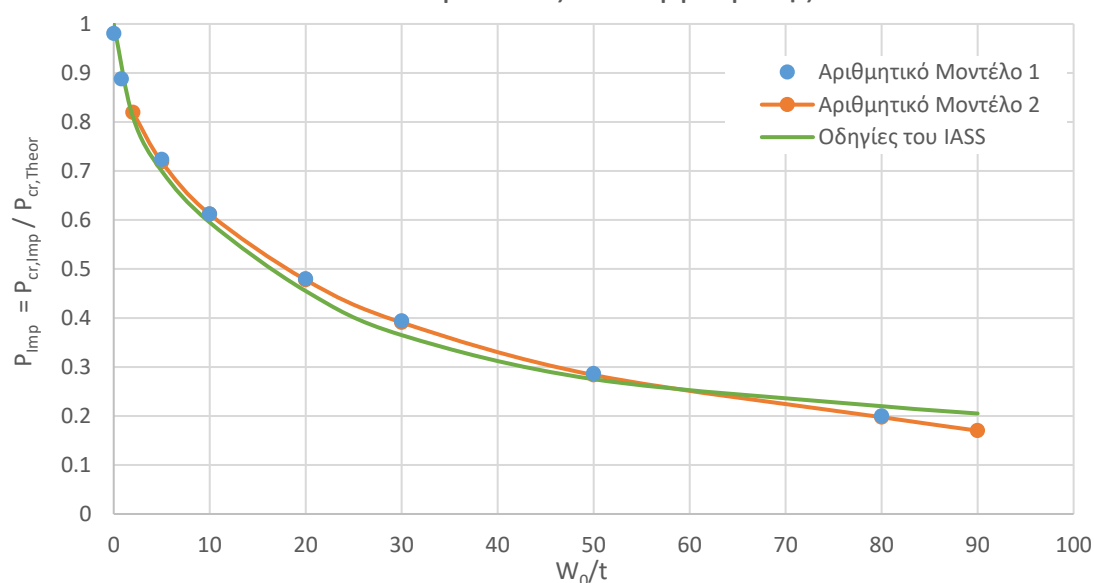
Το εύρος της ατέλειας μεταβάλλεται σε κάθε ανάλυση για να υπολογισθεί η επίπτωσή του στο κρίσιμο φορτίο. Παράλληλα, παρουσιάζονται ξανά τα αποτελέσματα της διακριτοποίησης του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων, συγκριτικά με αυτά της IASS, στον ακόλουθο πίνακα:

| $P_{cr,Imp} / P_{cr,Theor}$ | | | W_0 | | W_0/L_g |
|-----------------------------|-------------|--------|--------|-------|-----------|
| ● Μοντέλο 1 | ● Μοντέλο 2 | ● IASS | % of t | mm | |
| - | - | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0.980376275 | - | - | 0.02 | 0.004 | 2.99E-06 |
| 0.887574105 | - | - | 0.8 | 0.16 | 0.00012 |
| - | 0.819573705 | 0.81 | 2 | 0.4 | 0.000299 |
| 0.723504287 | 0.718487637 | 0.7 | 5 | 1 | 0.000747 |
| 0.612085387 | 0.611751864 | 0.595 | 10 | 2 | 0.001494 |
| 0.479705539 | 0.477702279 | 0.455 | 20 | 4 | 0.002988 |
| 0.393666233 | 0.390717637 | 0.365 | 30 | 6 | 0.004482 |
| 0.28631971 | 0.283634533 | 0.275 | 50 | 10 | 0.00747 |
| 0.199816233 | 0.197548491 | 0.22 | 80 | 16 | 0.011952 |
| - | 0.16999144 | 0.205 | 90 | 18 | 0.013446 |
| - | - | - | 100 | 20 | 0.01494 |

Πίνακας 5. Αποτελέσματα ελαστικών γεωμετρικά μη γραμμικών αναλύσεων αξονοσυμμετρικά ατελών μοντέλων

Στις πρώτες τρεις στήλες αναγράφεται ο λόγος του κρίσιμου φορτίου του ατελούς μοντέλου προς το θεωρητικό κρίσιμο φορτίο, ενώ στις ακόλουθες δύο στήλες αναγράφεται το μέγιστο εύρος της ατέλειας. Τα αποτελέσματα των δύο μοντέλων είναι πολύ κοντά, τόσο μεταξύ τους, όσο και με αυτά που δίνονται από την καμπύλη των συστάσεων της IASS (Διάγραμμα 3 ή Πίνακας 5 - στήλη 3), πράγμα που φαίνεται και οπτικά στο Διάγραμμα 9.

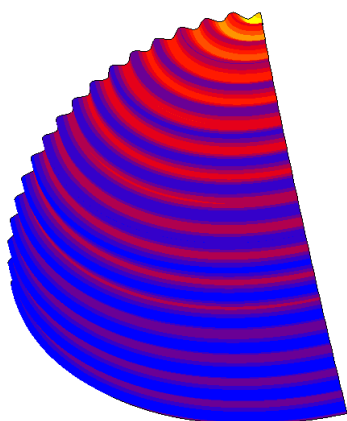
Αποτελέσματα Αξονοσυμμετρικής



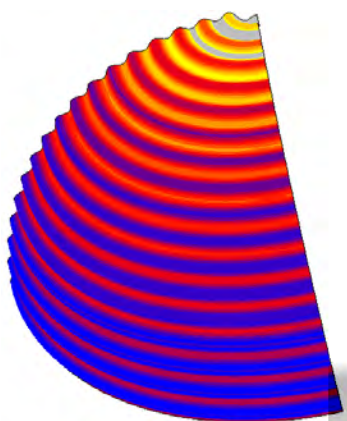
Διάγραμμα 9. Σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων του αξονοσυμμετρικά ατελούς μοντέλου με τις συστάσεις της IASS

Υπενθυμίζεται πως τα δύο αριθμητικά μοντέλα, διαφορετικής διακριτοποίησης, είναι ισοδύναμα μεταξύ τους και συμφωνούν σε μεγάλο βαθμό με την καμπύλη της IASS. Έτσι, συμπεραίνεται ότι ακόμη και το μοντέλο με την αραιότερη διακριτοποίηση (Μοντέλο 1) επαρκεί για τον υπολογισμό της μείωσης του θεωρητικού ελαστικού φορτίου λυγισμού, λόγω των αρχικών ατελειών. Ένα άλλο συμπέρασμα είναι ότι η γεωμετρία των ατελειών, που βασίζεται στην αξονοσυμμετρικά ιδιομορφή λυγισμού, είναι συμβατή με τη μεθοδολογία των συστάσεων της IASS.

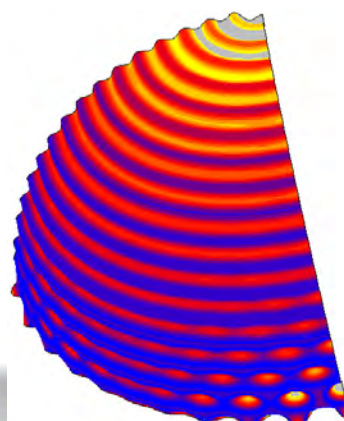
Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται στιγμιότυπα του χρωματικού φάσματος του μοντέλου, σε όρους καθολικών μετατοπίσεων, κατά τη διάρκεια της ανάλυσης με το μεγαλύτερο εύρος ατέλειας. Το Διάγραμμα 10 δείχνει την απόκριση ενός κόμβου, που αστοχεί λυγισμικά, προς το επιβαλλόμενο φορτίο.



Εικόνα 32. Πριν τον λυγισμό

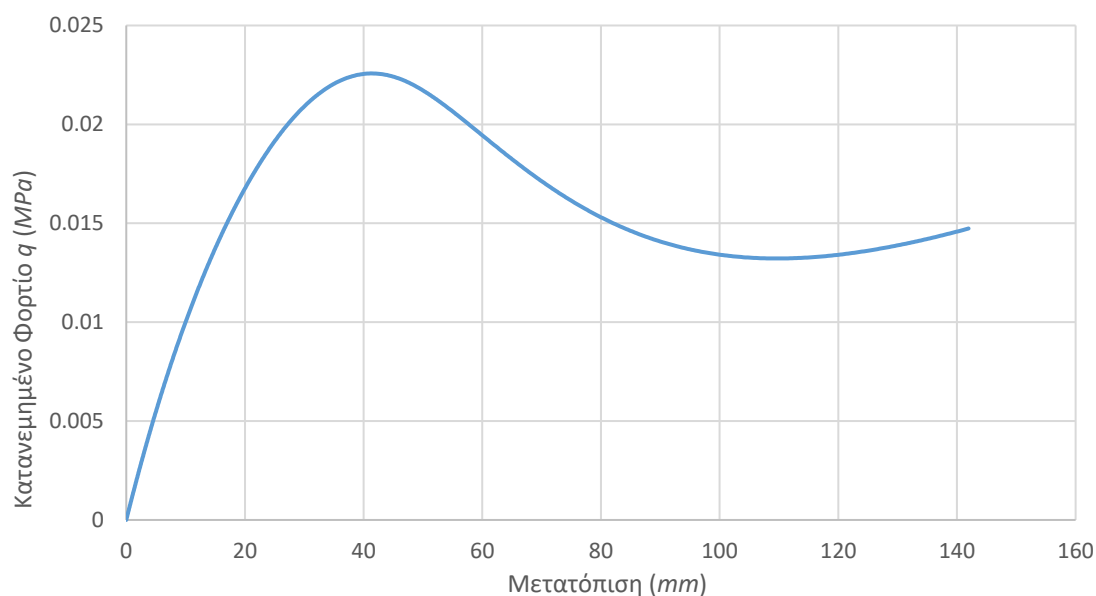


Εικόνα 33. Κατά τον λυγισμό



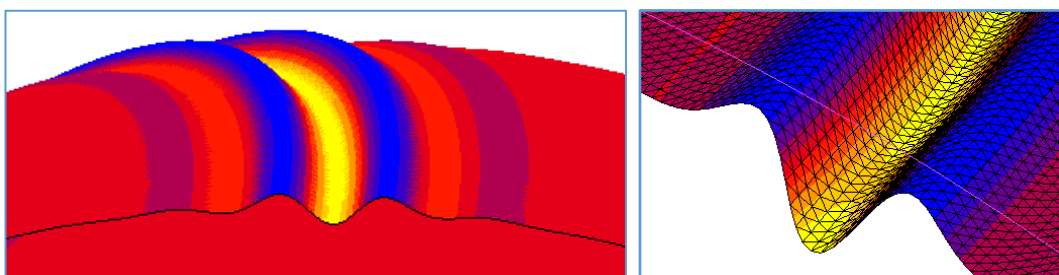
Εικόνα 34. Μετά τον λυγισμό

Μοντέλο με μεγάλο εύρος ατέλειας Φορτίο προς τη μετατόπιση κορυφής



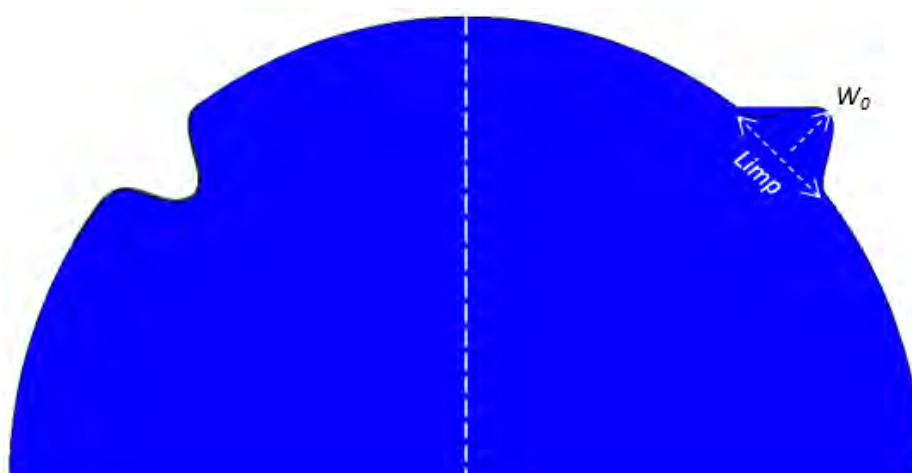
Διάγραμμα 10. Επιβαλλόμενο φορτίο προς την απόκριση κόμβου που αστοχεί λυγισμικά, μοντέλο με μεγάλο εύρος αξονοσυμμετρικής ατέλειας

4.4 Ατέλεια δακτυλίου



Εικόνα 35. Λυγισμός σε μοντέλο με αρχική ατέλεια μορφής αρνητικού δακτυλιδιού

Για την επόμενη σειρά αναλύσεων δημιουργήθηκαν μοντέλα με αρχική ατέλεια μορφής δακτυλίου. Τα μοντέλα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, μια κατηγορία με αρνητική αρχική ατέλεια (δακτύλιος προς τα μέσα) και μία με θετική (δακτύλιος προς τα έξω), έτσι ώστε να ερευνηθεί και η πιθανή διαφορετική συμπεριφορά τους. Η γεωμετρία αυτής της ατέλειας φαίνεται στην Εικόνα 36, ενώ η εξίσωση που την περιγράφει είναι παρόμοια με αυτή της αξονοσυμμετρικής ατέλειας και είναι η Εξίσωση 11.



Εικόνα 36. Γεωμετρία ατέλειας δακτυλίου, αριστερά αρνητική – δεξιά θετική

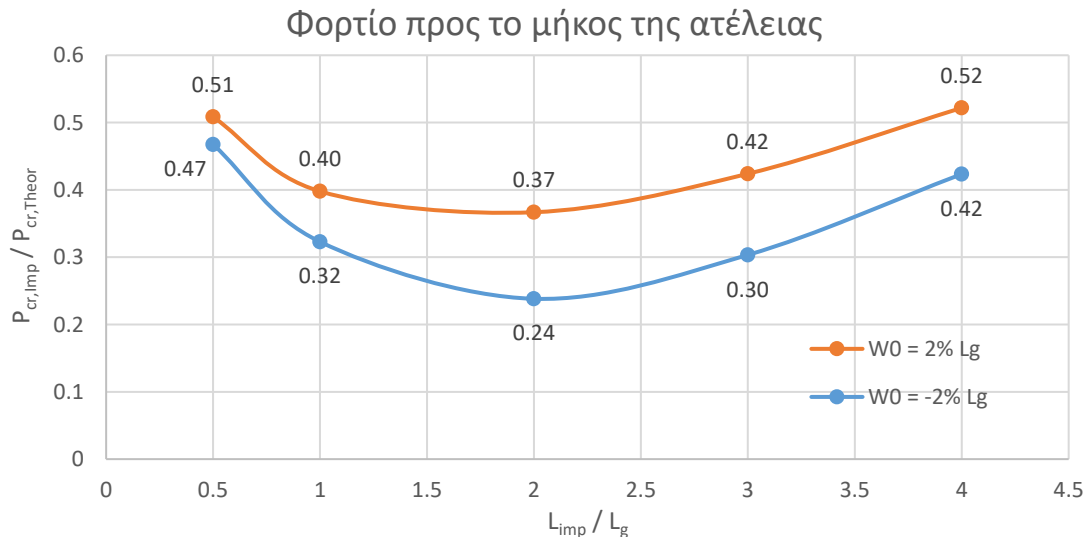
$$w = w_0 \cos^2\left(\pi R \frac{\varphi - \varphi_0}{L_{imp}}\right)$$

Εξίσωση 11. Σχέση μεταξύ της γωνίας του σημείου και του ύψους της ατέλειας του δακτυλιδιού

όπου w_0 είναι το μέγιστο εύρος της ατέλειας, φ_0 είναι η γωνία μεταξύ του κατακόρυφου άξονα και του κέντρου της ατέλειας, και L_{imp} είναι το μήκος της ατέλειας. Η τιμή του φ_0 δεν πρέπει να επηρεάζει τα αποτελέσματα λόγω της γεωμετρικής συμμετρίας της σφαίρας ως προς οποιονδήποτε άξονα που περνά από το κέντρο της, πράγμα που όντως επαληθεύεται στο επόμενο κεφάλαιο.

Όπως είναι εμφανές στην Εξίσωση 11, τόσο το εύρος όσο και το μήκος της αρχικής ατέλειας πρέπει να είναι γνωστά. Συνεπώς, για τον προσδιορισμό των δυσμενέστερων αυτών παραμέτρων, αρχικά γίνεται μια παραμετρική διερεύνηση ως προς το μήκος της ατέλειας. Στην διερεύνηση αυτή, επιλέγεται μια τιμή εύρους της ατέλειας, η οποία παραμένει σταθερή σε όλες τις αναλύσεις αυτές, ενώ το μήκος της ατέλειας μεταβάλλεται.

Τα αποτελέσματα των αναλύσεων φαίνονται στο Διάγραμμα 11. Η δυσμενέστερη τιμή του μήκους της ατέλειας του δακτυλίου φαίνεται να είναι ίση με το διπλάσιο του μήκους του ημικύματος της αξονοσυμμετρικής ιδιομορφής λυγισμού της σφαίρας L_g (Εξίσωση 10). Ακόμα, στα αποτελέσματα του Διαγράμματος 11 παρατηρούμε πως η αρνητική ατέλεια εμφανίζει μικρότερα κρίσιμα φορτία λυγισμού, ανεξαρτήτως του μήκους της ατέλειας, τουλάχιστον στην φάση της ελαστικής διερεύνησης. Κάτι τέτοιο είναι αναμενόμενο λόγω της κυριαρχίας των θλιπτικών τάσεων και στις δύο διευθύνσεις.



Διάγραμμα 11. Επίπτωση του μήκους της ατέλειας του δακτυλίου στο κρίσιμο φορτίο

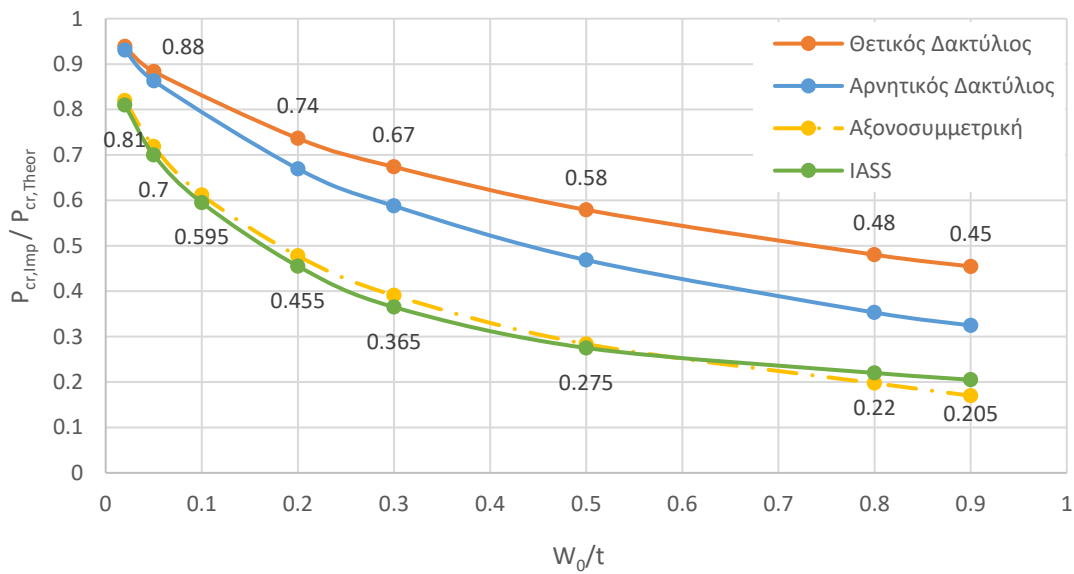
Αναλυτικότερα, το Διάγραμμα 11 παρουσιάζει στον κατακόρυφο άξονα το φορτίο ως λόγο του κρίσιμου φορτίου, που υπολογίζεται μέσω των αριθμητικών μοντέλων, προς το θεωρητικό κρίσιμο φορτίο, ενώ στον οριζόντιο άξονα το μήκος της αρχικής ατέλειας ως λόγο του μήκους της ατέλειας προς το μήκος κύματος της αξονοσυμμετρικής μορφής λυγισμού της σφαίρας.

Αφού εντοπίστηκε το μήκος της ατέλειας που επιφέρει τη δυσμενέστερη επίπτωση στο φορτίο λυγισμού, η έρευνα εστιάζεται στην ανεύρεση της επιρροής του εύρους της ατέλειας πάνω στο κρίσιμο φορτίο. Τα αποτελέσματα των παραμετρικών αναλύσεων ως προς το εύρος της ατέλειας φαίνονται στον Πίνακα 6 και στο Διάγραμμα 13, επιβεβαιώνοντας πως η αρνητική ατέλεια του δακτυλίου είναι δυσμενέστερη της θετικής, όπως και ήταν αναμενόμενο στην ελαστική περιοχή.

| Αποτελέσματα μοντέλων με ατέλεια δακτυλίου ($L_{imp}=2L_g$) | | | | |
|---|--------------|------------|----------|------------|
| $P_{cr,imp} / P_{cr,theor}$ | | W_0 | | |
| • Αρνητικό (-) | • Θετικό (+) | % of L_g | mm | $W_0/2L_g$ |
| 0.930883201 | 0.938821892 | 0.03 | 0.401598 | 0.00015 |
| 0.862889174 | 0.883623879 | 0.075 | 1.003994 | 0.000375 |
| 0.669284536 | 0.736398021 | 0.299 | 4.002589 | 0.001495 |
| 0.5877446 | 0.673766912 | 0.448 | 5.997191 | 0.00224 |
| 0.468661051 | 0.579071947 | 0.747 | 9.99978 | 0.003735 |
| 0.353075241 | 0.480343906 | 1.195 | 15.99697 | 0.005975 |
| 0.324552674 | 0.454431101 | 1.345 | 18.00496 | 0.006725 |

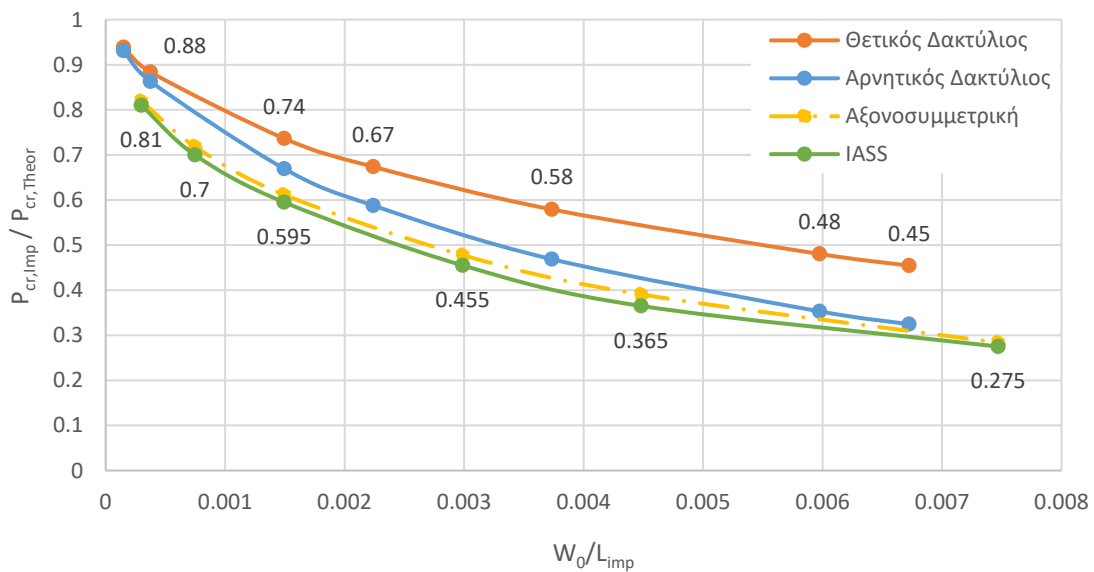
Πίνακας 6. Αποτελέσματα μοντέλων με ατέλεια δακτυλίου παραμετρικά ως προς το εύρος της ατέλειας για το δυσμενέστερο μήκος ατέλειας ($L_{imp}=2L_g$)

Μοντέλα ατέλειας δακτυλίου ($L_{imp}=2L_g$)



Διάγραμμα 12. Αποτελέσματα μοντέλων ατέλειας δακτυλίου, ως προς W_0/t

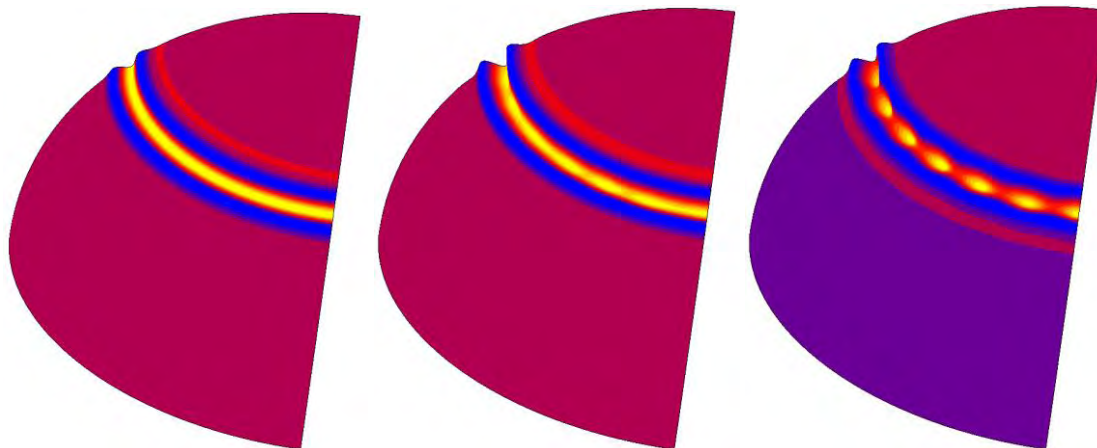
Μοντέλα ατέλειας δακτυλίου ($L_{imp}=2L_g$)



Διάγραμμα 13. Αποτελέσματα μοντέλων ατέλειας δακτυλίου, ως προς W_0/L_{imp}

Αρχικά, αναφέρεται πως η καμπύλη που παρέχουν οι συστάσεις της IASS (Διάγραμμα 3), συσχετίζει την επιρροή του κρίσιμου φορτίου με τον λόγο του εύρους της ατέλειας προς το πάχος του κελύφους, w_0/t . Ωστόσο τα αριθμητικά αποτελέσματα αποκλίνουν από την εν λόγω καμπύλη όταν σχεδιαστούν ως προς τον λόγο w_0/t , όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 12, ενώ εάν αλλάξει ο οριζόντιος άξονας με τον λόγο του εύρους ατέλειας ως προς το μήκος της W_0/L_{imp} , τα αποτελέσματα κλίνουν προς την ίδια γεωμετρική καμπύλη (Διάγραμμα 13). Σημειώνεται πως το μήκος της ατέλειας L_{imp} των συστάσεων της IASS θεωρείται ίσο με το L_g (μήκος κύματος αξονοσυμμετρικής ιδιομορφής), διότι συνάδει με τα αποτελέσματα της IASS και είναι η κλασική μορφή ατελειών σε τέτοιες μελέτες και κανονισμούς. Ακόμα, την εποχή που συντάχθηκαν οι συστάσεις της IASS, η αξονοσυμμετρική ιδιομορφή θεωρείτο κατά κανόνα η δυσμενέστερη.

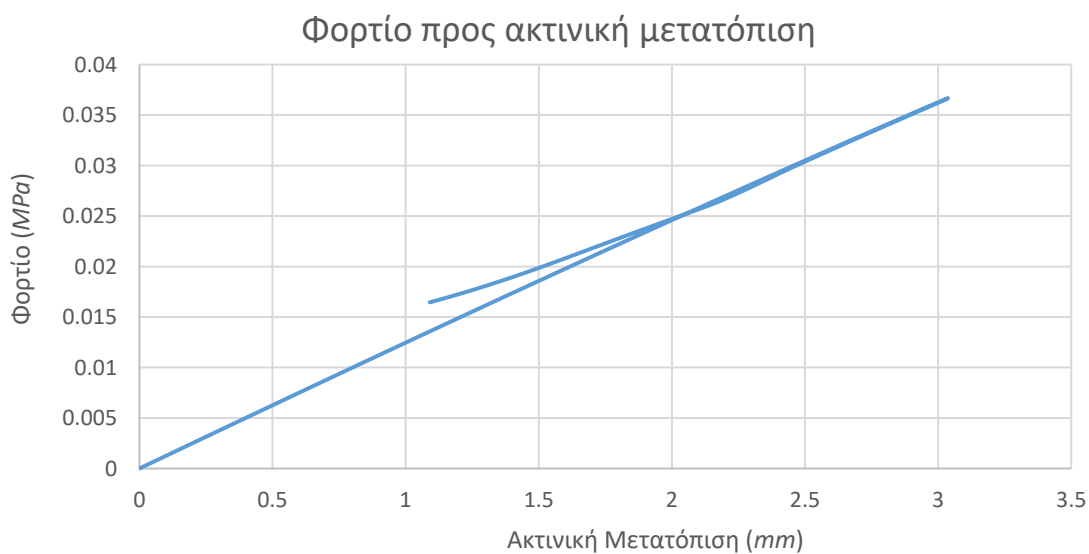
Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται στιγμιότυπα του παραμορφωμένου φορέα αρνητικής ατέλειας δακτυλίου σε όρους καθολικών μετατοπίσεων, κατά τη διάρκεια της ανάλυσης με το μεγαλύτερο εύρος ατέλειας, ενώ το Διάγραμμα 14 δείχνει την απόκριση ενός κόμβου που αστοχεί λυγισμικά προς το επιβαλλόμενο φορτίο.



Εικόνα 37. Πριν τον λυγισμό

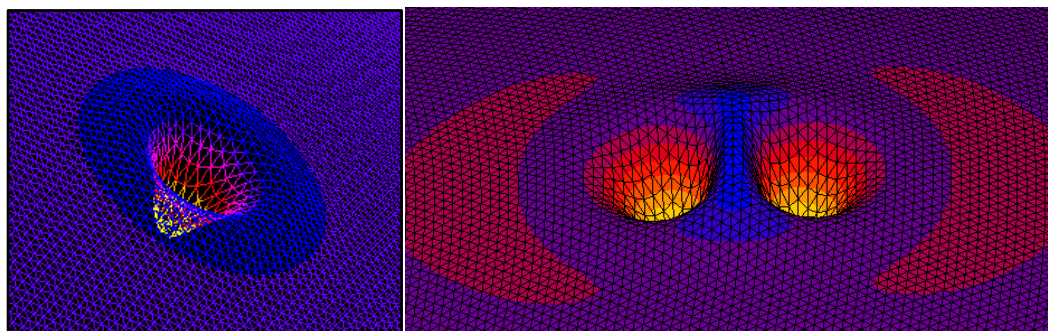
Εικόνα 38. Κατά τον λυγισμό

Εικόνα 39. Μετά τον λυγισμό



Διάγραμμα 14. Επιβαλλόμενο φορτίο προς την απόκριση κόμβου (ακτινική μετατόπιση) που αστοχεί λυγισμικά, μοντέλο με ατέλεια δακτυλίου

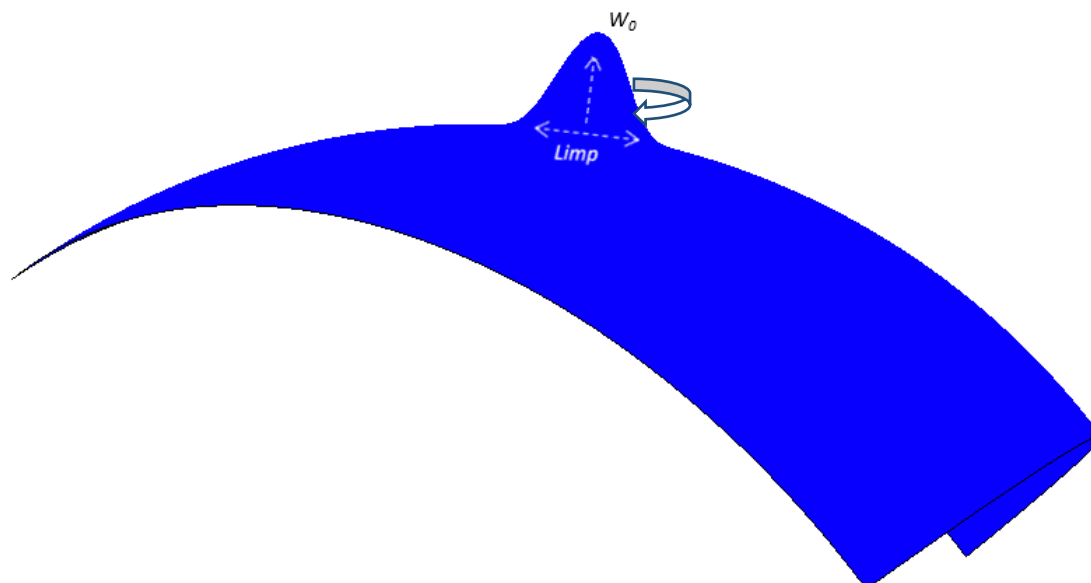
4.5 Ατέλεια Προεξοχής



Εικόνα 40. Λυγισμός σε μοντέλα αρχικής ατέλειας προεξοχής, αρνητικής αριστερά – θετικής δεξιά

Σχετικές έρευνες έδειξαν πως συνήθης μορφή ατέλειας των σφαιρικών κελυφών είναι η γεωμετρία της προεξοχής (bulge), όπως για παράδειγμα τα πειράματα που διεξήγαγαν οι Krenzke και Kiernan ^[11] πάνω στην ικανότητα λυγισμού σφαιρικών κελυφών. Όπως προαναφέρθηκε στο κεφάλαιο των προηγούμενων ερευνών, στα πειράματα αυτά εμφανίστηκαν πάνω στις σφαίρες περιοχές στις οποίες άλλαζε τη καμπυλότητας της σφαίρας. Η μέση διάμετρος των περιοχών αυτών υπολογίστηκε ίση με $L_{imp} = 2.4\sqrt{Rt}$.

Με βάση τα παραπάνω, ορίζουμε την γεωμετρία αρχικών ατελειών της προεξοχής, με μήκος ατέλειας $L_b = 2.5\sqrt{Rt}$, προσεγγιστικά ίδιο με αυτό των πειραματικών παρατηρήσεων. Η γεωμετρία αυτής της ατέλειας είναι παρόμοια με αυτή της ατέλειας δακτυλίου με την διαφορά ότι δεν ορίζεται μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση, αλλά προς δύο κατευθύνσεις (Εικόνα 41). Η Εξίσωση 11 περιγράφει την παραπάνω γεωμετρία και είναι παρόμοια με αυτή της Εξίσωση 11 (γεωμετρία ατέλειας δακτυλίου). Ακόμα σημειώνεται πως θα διερευνηθεί, και σε αυτή την περίπτωση, το πρόσημο της ατέλειας (προς τα μέσα ή προς τα έξω).



Εικόνα 41. Γεωμετρία ατέλειας θετικού εξογκώματος

$$w = w_0 \cos^2\left(\pi R \frac{\varphi - \varphi_0}{L_{imp}}\right) \cos^2\left(\pi - \pi \frac{\chi}{L_{imp}}\right)$$

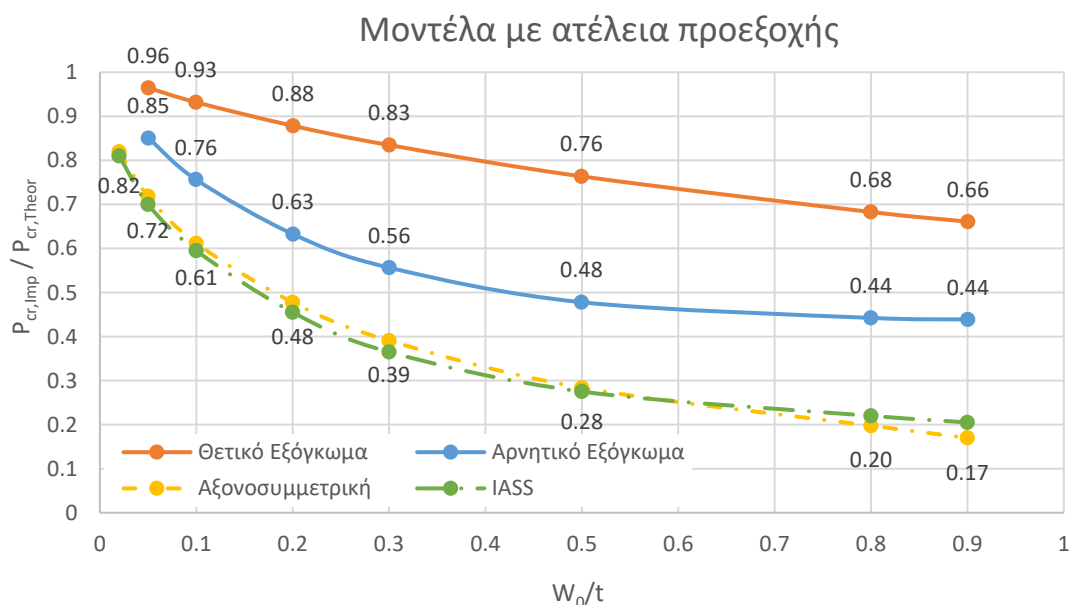
Εξίσωση 12.
Σχέση περιγραφής ατέλειας εξογκώματος

όπου w_0 είναι το μέγιστο εύρος της ατέλειας, φ_0 είναι η γωνία μεταξύ του κατακόρυφου άξονα και του κέντρου της ατέλειας, L_{imp} είναι το μήκος της ατέλειας, και χ είναι η απόσταση του σημείου από το κέντρο της ατέλειας. Και σε αυτή την περίπτωση, η τιμή του φ_0 δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα λόγω της γεωμετρικής συμμετρίας της σφαίρας ως προς οποιονδήποτε άξονα που περνά από το κέντρο της, πράγμα που όντως επαληθεύεται στο επόμενο κεφάλαιο.

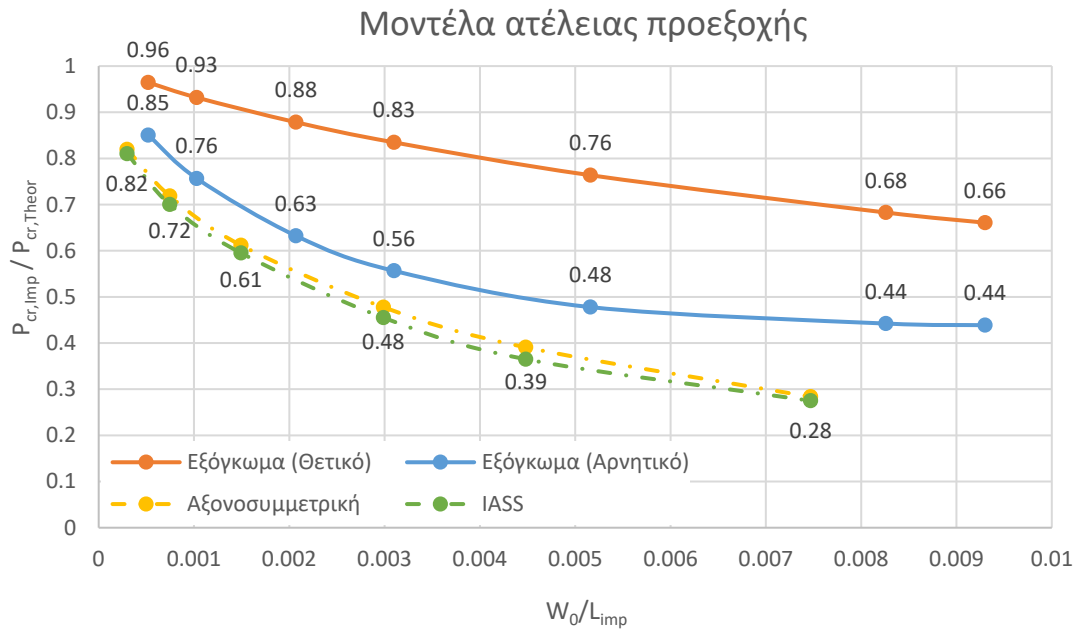
Όπως προαναφέρθηκε, το μήκος της ατέλειας L_{imp} έχει την τιμή $L_b = 2.5\sqrt{Rt}$, συνεπώς, ο μόνος άγνωστος είναι το μέγιστο εύρος της ατέλειας, w_0 . Έτσι, αυτή η ομάδα των αναλύσεων έγιναν κατευθείαν παραμετρικά ως προς το εύρος της ατέλειας του εξογκώματος. Τα αποτελέσματα των παραμετρικών αναλύσεων ως προς το εύρος της ατέλειας φαίνονται στον Πίνακα 7, στο Διάγραμμα 15 και στο Διάγραμμα 16.

| Αποτελέσματα μοντέλων με ατέλεια εξογκώματος ($L_{imp}=L_b$) | | | | |
|--|--------------|------------|-------------|-----------|
| $P_{cr,imp} / P_{cr,Theor}$ | | W_0 | | |
| • Αρνητικό (-) | • Θετικό (+) | % of L_b | mm | W_0/L_b |
| 0.85037676 | 0.964447909 | 0.052 | 1.00697567 | 0.00052 |
| 0.75645081 | 0.931847655 | 0.103 | 1.994586423 | 0.00103 |
| 0.632317683 | 0.878382049 | 0.207 | 4.008537763 | 0.00207 |
| 0.556422142 | 0.834733057 | 0.31 | 6.003124187 | 0.0031 |
| 0.477875413 | 0.76360774 | 0.516 | 9.992297033 | 0.00516 |
| 0.442285138 | 0.682719979 | 0.826 | 15.99542122 | 0.00826 |
| 0.438766155 | 0.66074253 | 0.93 | 18.00937256 | 0.0093 |

Πίνακας 7. Αποτελέσματα μοντέλων με ατέλεια εξογκώματος παραμετρικά ως προς το εύρος της ατέλειας



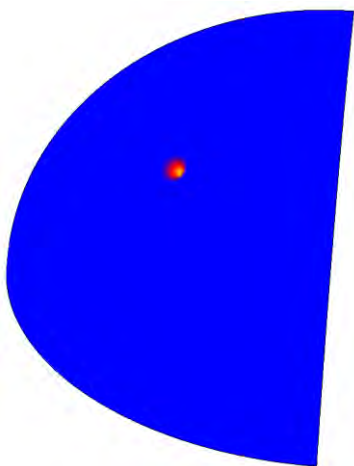
Διάγραμμα 15. Αποτελέσματα μοντέλων ατέλειας εξογκώματος, ως προς W_0/t



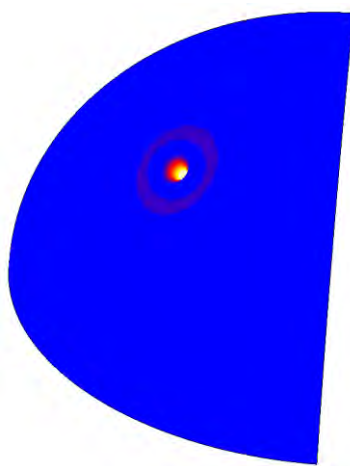
Διάγραμμα 16. Αποτελέσματα μοντέλων ατέλειας εξογκώματος, ως προς W_0/L_{imp}

Στα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται καθαρά πως η αρνητική ατέλεια (εξόγκωμα προς το εσωτερικό του μοντέλου) είναι και σε αυτή την περίπτωση δυσμενέστερη όσον αφορά το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, όχι όμως τόσο δυσμενής όσο η επιρροή της αξονοσυμμετρικής ατέλειας και της ατέλειας δακτυλίου. Και σε αυτή την περίπτωση τα αποτελέσματα για μικρές ατέλειες βρίσκονται κοντά σε αυτά της IASS όταν στον οριζόντιο άξονα προβάλλεται ο λόγος W_0/L_{imp} .

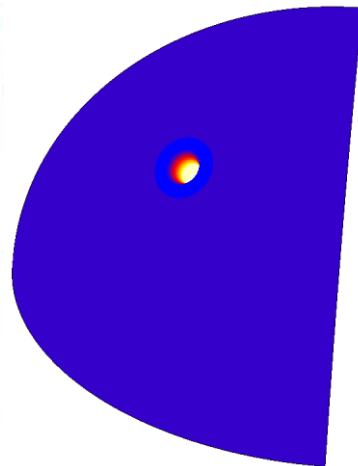
Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται στιγμιότυπα του παραμορφωμένου φορέα αρνητικής ατέλειας εξογκώματος, σε όρους καθολικών μετατοπίσεων κατά τη διάρκεια της ανάλυσης με το μεγαλύτερο εύρος ατέλειας.



Εικόνα 42. Πριν τον λυγισμό

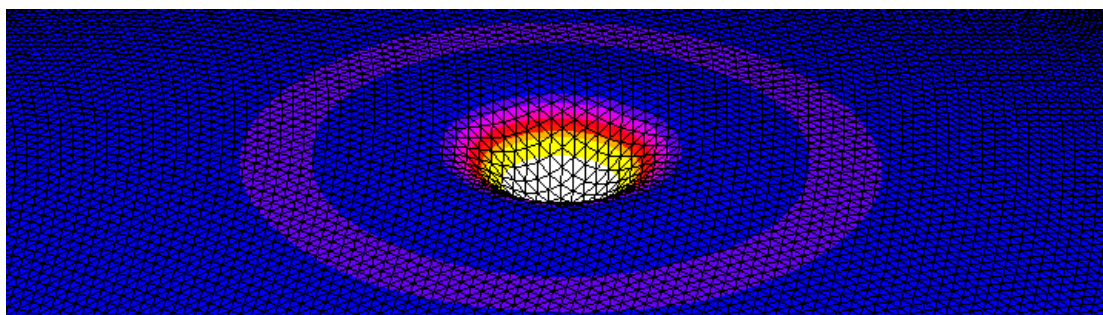


Εικόνα 43. Κατά τον λυγισμό



Εικόνα 44. Μετά τον λυγισμό

4.6 Ατέλεια Αλλαγής Καμυλότητας



Εικόνα 45. Λυγισμός σε μοντέλο αρχικής ατέλειας αλλαγής καμυλότητας

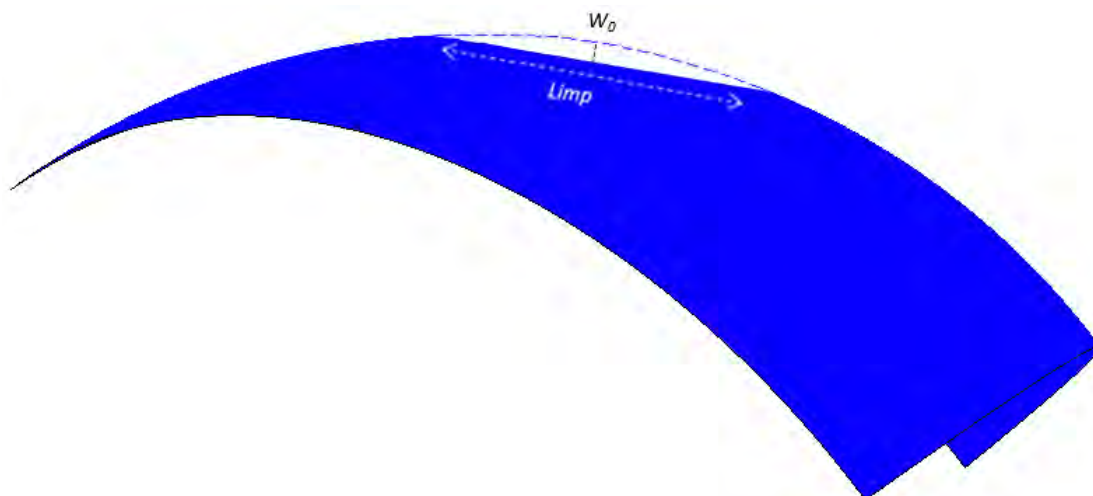
Η αρχική ατέλεια αλλαγής καμυλότητας προέρχεται, και αυτή, από την βιβλιογραφία βάσει της μελέτης του Bushnell D. ^{[9],[10]}. Όπως αναφέρεται σε προηγούμενο κεφάλαιο, η έρευνα του Bushnell έδειξε πως η μεγαλύτερη επιρροή αυτής της ατέλειας εμφανίζεται για $L_{imp} = 4.3\sqrt{Rt}$. Ωστόσο, λόγω του ότι το μέγιστο εύρος της ατέλειας φράσσεται από το μήκος της, ενώ εξαρτάται και από την ακτίνα της νέας καμυλότητας, η ομάδα αυτών των αναλύσεων έγινε για διάφορα μήκη ατέλειας, για όλο το φάσμα των δυνατών ακτινών της νέας καμυλότητας.

Η γεωμετρία αυτής της ατέλειας φαίνεται στο Σχήμα 2 του Κεφαλαίου 2, ενώ το εύρος της υπολογίστηκε πως περιγράφεται από την Εξίσωση 13. Η Εικόνα 46. απεικονίζει ένα μοντέλο με το μέγιστο εφικτό εύρος ατέλειας W_0 για δεδομένο μήκος ατέλειας L_{imp} όταν η ακτίνα αλλαγής καμυλότητας απειρίζεται.

$$w_0 = (1 - \alpha)R + \sqrt{a^2 R^2 - \frac{L_{imp}^2}{4}} - \sqrt{R^2 - \frac{L_{imp}^2}{4}} \quad \text{Εξίσωση 13.}$$

Εύρος ατέλειας αλλαγής καμυλότητας

Όπου ο συντελεστής ακτίνας $\alpha = \frac{R_{imp}}{R}$, όταν R_{imp} είναι η ακτίνα της νέας καμυλότητας.



Εικόνα 46. Μοντέλο με μέγιστο W_0 , άπειρη ακτίνα αλλαγής καμυλότητας

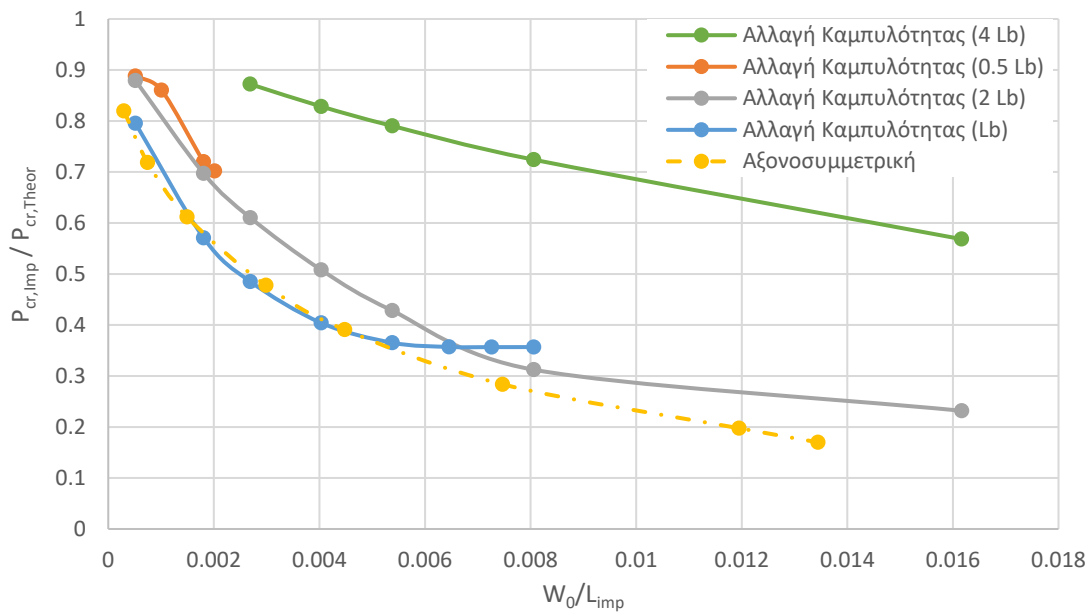
Συνεπώς, δημιουργήθηκαν 4 ομάδες μοντέλων με διαφορετικά μήκη αρχικών ατελειών. Τα μήκη ορίστηκαν ως πολλαπλάσια του μήκους ατέλειας εξογκώματος, λόγω της συγγενούς τους γεωμετρίας. Τα πολλαπλάσια που μελετήθηκαν (συντελεστής γ) είναι 0.5, 1, 2 και 4, ενώ επιδιώχθηκε η κάλυψη όλου του φάσματος του εύρους της ατέλειας που μας ενδιαφέρει σε κάθε ομάδα. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων φαίνονται στον Πίνακα 8 και στο Διάγραμμα 17.

| Αποτελέσματα αναλύσεων αρχικής ατέλειας αλλαγής καμπυλότητας ($L_{imp}=\gamma L_b$) | | | | | |
|---|------------------------------------|-----------------------------------|--------------|----------|---------------|
| $P_{cr,imp}/P_{cr,Theor}$ | γ (L_{imp} of L_b) | α (συντελεστής ακτίνας) | $W_{0\ max}$ | | W_0/L_{imp} |
| | | | % of L_b | mm | |
| 0.795274343 | 1 | 1.06833 | 0.051645 | 1.000102 | 0.000516 |
| 0.570693516 | 1 | 1.2885 | 0.1807735 | 3.500665 | 0.001808 |
| 0.485106696 | 1 | 1.5 | 0.2691051 | 5.211199 | 0.002691 |
| 0.403951267 | 1 | 2 | 0.4036197 | 7.816062 | 0.004036 |
| 0.365196775 | 1 | 3 | 0.5381168 | 10.42059 | 0.005381 |
| 0.356995727 | 1 | 5 | 0.6457058 | 12.50404 | 0.006457 |
| 0.356606971 | 1 | 10 | 0.7263944 | 14.06657 | 0.007264 |
| 0.356722748 | 1 | 1000 * | 0.8062749 | 15.61345 | 0.008063 |
| 0.887976669 | 0.5 | 1.3441 | 0.0516491 | 1.00018 | 0.000516 |
| 0.860448297 | 0.5 | 2 | 0.1008704 | 1.953348 | 0.001009 |
| 0.719943878 | 0.5 | 9.63 | 0.1807842 | 3.500871 | 0.001808 |
| 0.701995257 | 0.5 | 1000 * | 0.2015293 | 3.902598 | 0.002015 |
| 0.879178679 | 2 | 1.01621 | 0.0516419 | 1.000041 | 0.000516 |
| 0.697042338 | 2 | 1.05914 | 0.1807496 | 3.500202 | 0.001807 |
| 0.610317929 | 2 | 1.09068 | 0.269109 | 5.211273 | 0.002691 |
| 0.507772434 | 2 | 1.14248 | 0.4036144 | 7.81596 | 0.004036 |
| 0.428174152 | 2 | 1.19946 | 0.5381215 | 10.42068 | 0.005381 |
| 0.312231452 | 2 | 1.33194 | 0.8062839 | 15.61362 | 0.008063 |
| 0.231745193 | 2 | 2 | 1.6166916 | 31.3071 | 0.016167 |
| 0.872170453 | 4 | 1.02102 | 0.2690796 | 5.210704 | 0.002691 |
| 0.828397187 | 4 | 1.03187 | 0.4036301 | 7.816264 | 0.004036 |
| 0.790347979 | 4 | 1.04295 | 0.5381097 | 10.42045 | 0.005381 |
| 0.72402369 | 4 | 1.06578 | 0.8062844 | 15.61363 | 0.008063 |
| 0.568328054 | 4 | 1.14135 | 1.6166586 | 31.30646 | 0.016167 |

Πίνακας 8. Αποτελέσματα αναλύσεων αλλαγής καμπυλότητας

* Οι τιμές αυτές του συντελεστή της ακτίνας αποτελούν όρια σε κάθε κατηγορία, διότι όσο και να αυξηθεί ο συντελεστής δεν υπάρχει σημαντική αύξηση του εύρους της ατέλειας.

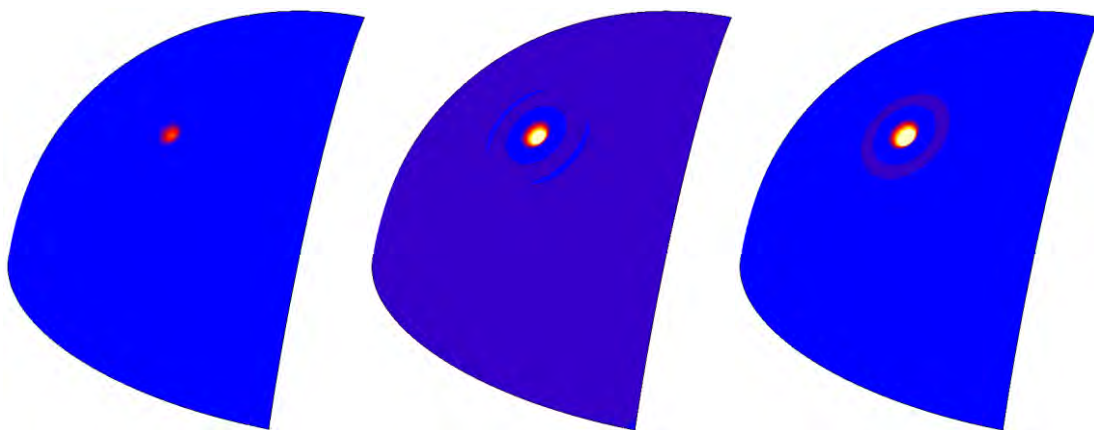
Μοντέλα Αλλαγής Καμψυλότητας



Διάγραμμα 17. Αποτελέσματα μοντέλων ατέλειας αλλαγής καμψυλότητας

Από τα αποτελέσματα συμπεραίνουμε πως η μεγαλύτερη πτώση του κρίσιμου φορτίου συμβαίνει, τόσο για μήκος ατέλειας ίσο με L_b , όσο και για $2L_b$ (περίπου ίσο με αυτό που προτείνει ο Bushnell) ανάλογα με το εύρος της ατέλειας. Βέβαια, η καμπύλη για μήκος ατέλειας L_b πατάει στο μεγαλύτερο μέρος της πάνω στην καμπύλη των αποτελεσμάτων της αξονοσυμμετρικής ατέλειας, ενώ η καμπύλη των $2L_b$ παρακολουθεί την γεωμετρία της αξονοσυμμετρικής χωρίς, όμως, να επιφέρει σε κανένα σημείο της δυσμενέστερα αποτελέσματα.

Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται στιγμιότυπα του παραμορφωμένου φορέα αρνητικής ατέλειας εξογκώματος, σε όρους καθολικών μετατοπίσεων κατά τη διάρκεια της ανάλυσης με το μεγαλύτερο εύρος ατέλειας.



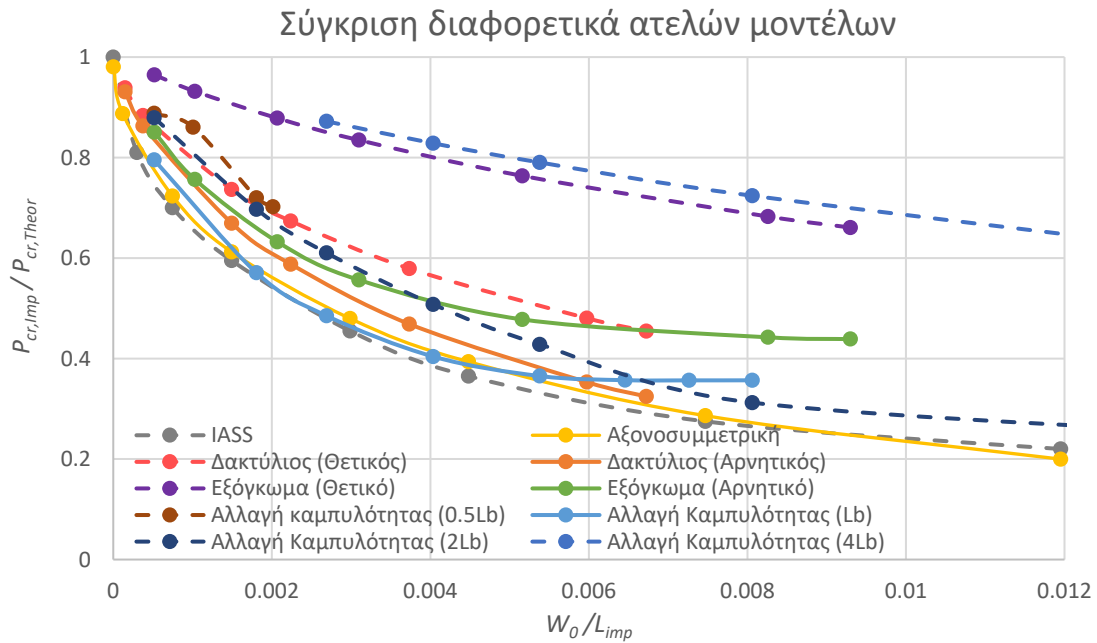
Εικόνα 47. Πριν τον λυγισμό

Εικόνα 48. Κατά τον λυγισμό

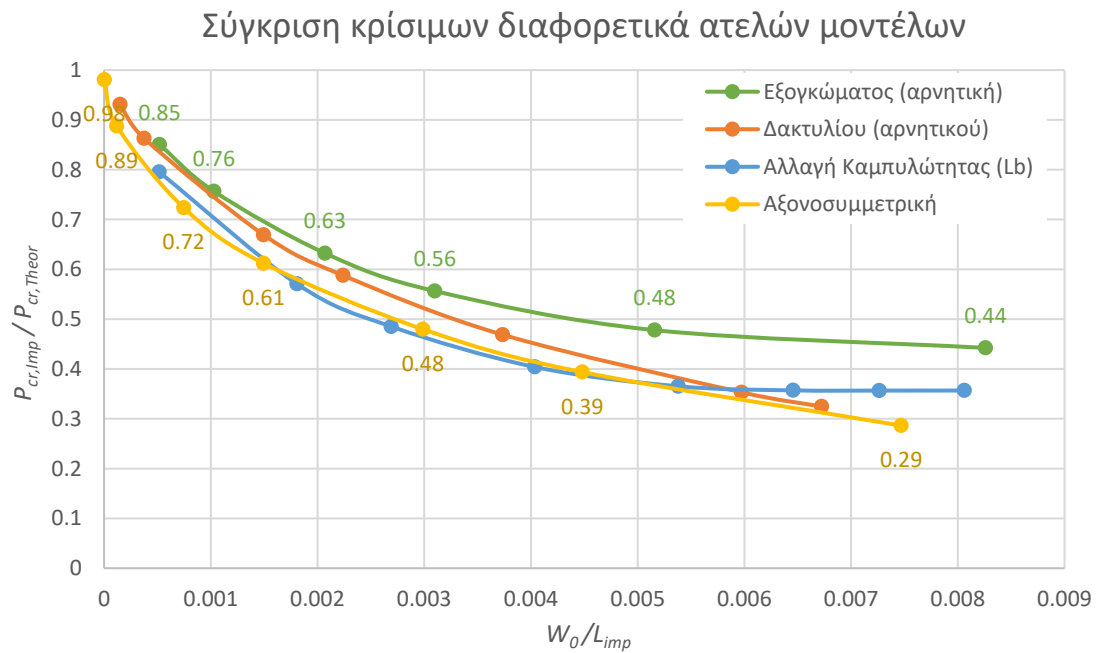
Εικόνα 49. Μετά τον λυγισμό

4.7 Συμπεράσματα διερεύνησης επιρροής της μορφής των αρχικών ατελειών

Στο κομμάτι της διερεύνησης που παρουσιάστηκε σε αυτό το κεφάλαιο, μελετήθηκαν 4 διαφορετικές μορφές αρχικών ατελειών σε σφαιρικά αριθμητικά μοντέλα. Την μεγαλύτερη επιρροή στη μείωση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού της σφαίρας, την εμφάνισαν οι ατέλειες αξονοσυμμετρικής μορφής, του αρνητικού δακτυλίου, του αρνητικού εξογκώματος και η ατέλεια αλλαγής καμπυλότητας για μήκος L_b . Το Διάγραμμα 18 συγκεντρώνει τις καμπύλες των παραπάνω ατελειών ενώ το Διάγραμμα 19 εστιάζει στις κρισιμότερες από αυτές. Υπενθυμίζεται πως τα αποτελέσματα των αξονοσυμμετρικά ατελών μοντέλων καλύπτουν σε μεγάλο βαθμό αυτά των Dulacska & Kollar^[18] τα οποία υιοθετούν οι συστάσεις της IASS.



Διάγραμμα 18. Σύγκριση αποτελεσμάτων διαφορετικά ατελών μοντέλων



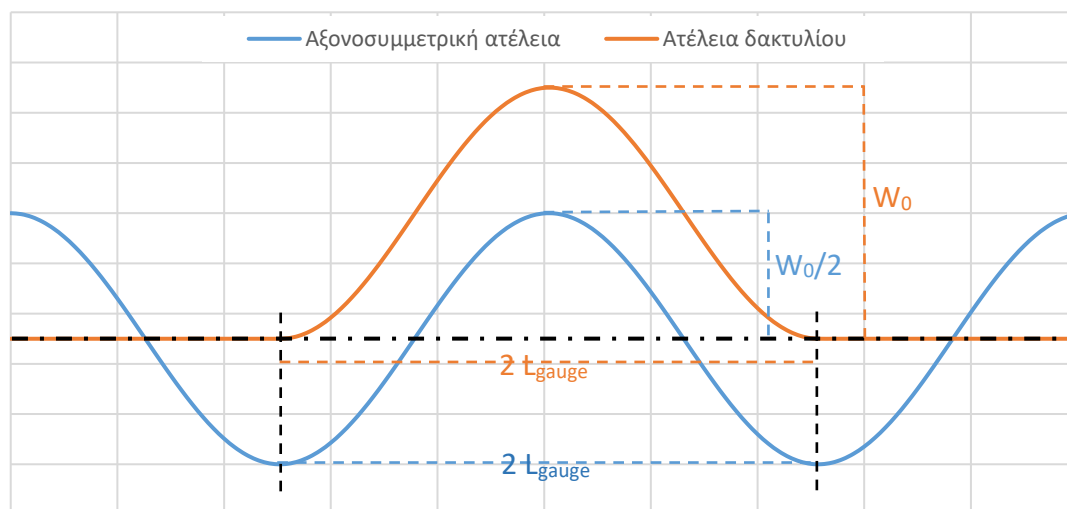
Διάγραμμα 19. Σύγκριση αποτελεσμάτων κρίσιμων διαφορετικά ατελών μοντέλων

Η αξονοσυμμετρική καμπύλη είναι αυτή που στην πληθώρα των περιπτώσεων θέτει το κάτω όριο της μείωσης του κρίσιμου φορτίου. Η καμπύλη της ατέλειας αλλαγής καμπυλότητας εμφανίζεται να υπερβαίνει τα όρια που θέτει η αξονοσυμμετρική καμπύλη σε ένα τμήμα της, με την μέγιστη διαφορά τους να μην ξεπερνά το 4%. Αντιθέτως, όσο αυξάνεται το εύρος της ατέλειας, τα αποτελέσματα της καμπύλης της ατέλειας αλλαγής καμπυλότητας είναι κατά πολύ ευμενέστερα από αυτά της αξονοσυμμετρικής.

Απ' την άλλη πλευρά, τα αποτελέσματα των μοντέλων με αρχική ατέλεια δακτυλίου ακολουθούν σε ικανοποιητικό βαθμό την καμπύλη της αξονοσυμμετρικής αρχικής ατέλειας, ενώ η μέγιστη απόκλιση που εμφανίζουν είναι της τάξεως του 8%. Παρά τη μικρή αυτή απόκλιση, τα μοντέλα με ατέλεια δακτυλίου θεωρούνται ισοδύναμα με αυτά των συστάσεων της IASS και της αξονοσυμμετρικής. Αντίθετα τα αποτελέσματα των μοντέλων με ατέλεια εξογκώματος εμφανίζουν μια μέγιστη απόκλιση γύρω στο 22% από αυτά των συστάσεων της IASS.

Συνεπώς, τα αποτελέσματα της αξονοσυμμετρικής ατέλειας, της ατέλειας του δακτυλίου και των συστάσεων της IASS, είναι σε συμφωνία, όταν το εύρος της ατέλειας εκφραστεί ως ποσοστό του μήκους της. Βάσει των παραπάνω, μπορεί να προταθεί μια μέθοδος μέτρησης της ανοχής μιας σφαίρας βασιζόμενη σε ένα μήκος διαμετρήματος περίπου ίσο με $2L_g \approx 3.4\sqrt{Rt}$ (όταν ο λόγος Poisson ν είναι 0.2, τιμή που αποδίδεται στα τσιμεντοειδή υλικά). Το μήκος αυτό θα είναι σύμφωνο τόσο με την αξονοσυμμετρική αρχική ατέλεια όσο και με αυτή του δακτυλίου, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 20.

Μήκος μέτρησης ανοχής αντιστοιχία αξονοσυμμετρικής - δακτυλίου



Διάγραμμα 20. Μήκος μέτρησης ανοχής, αντιστοιχία αξονοσυμμετρικής ατέλειας με την ατέλεια δακτυλίου

Κλείνοντας το πρώτο μέρος της έρευνας, η αξονοσυμμετρική και η αρχική ατέλεια του αρνητικού δακτυλίου είναι και οι δύο κατάλληλες αρχικές ατέλειες για την περαιτέρω διερεύνηση της σφαίρας, λαμβάνοντας υπόψη την μη γραμμικότητα του υλικού. Δεδομένου ότι η ατέλεια του δακτυλίου παρέχει το πλεονέκτημα της εμφάνισης του φαινομένου του λυγισμού σε μια συγκεκριμένη περιοχή με αποτέλεσμα τα αριθμητικά μοντέλα να είναι πιο σταθερά και έμπιστα, η αρχική ατέλεια του δακτυλίου υιοθετείται για την συνέχεια της έρευνας στην ελαστοπλαστική περιοχή.

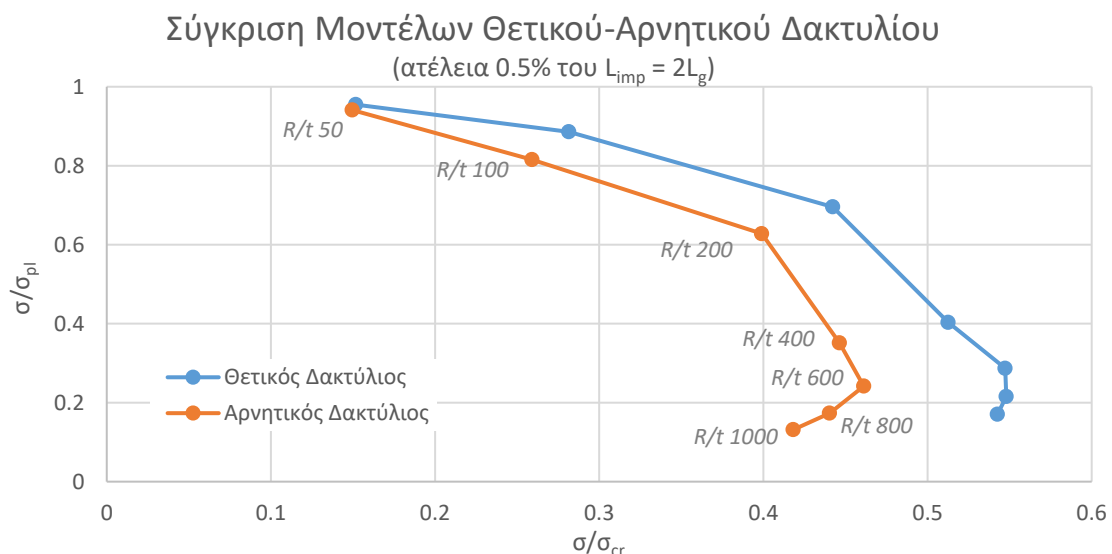
5. ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΠΟΙΟΤΗΤΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

Αφού προσδιορίστηκε τόσο η μορφή της κρίσιμης αρχικής ατέλειας όσο και το κρίσιμο μήκος της, μπορεί πλέον η έρευνα να προχωρήσει σε γεωμετρικώς και υλικώς μη γραμμικές αναλύσεις της ατελούς σφαίρας.

Προκειμένου να υπάρχει αντιστοιχία με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, στις αναλύσεις αυτές το εύρος των αρχικών ατελειών εξαρτάται από την «Κατηγορία Κατασκευαστικής Ποιότητας» (Fabrication Quality Class), και εκφράζεται ως ποσοστό του μήκους της ατέλειας. Ο Ευρωκώδικας 3 για τα χαλύβδινα κελύφη, ορίζει τις κατηγορίες ποιότητας A, B και C που αντιστοιχούν με εύρη ισοδύναμων ατελειών 1%, 1.6% και 2.5% αντίστοιχα. Κατά αντιστοιχία, η παρούσα έρευνα υιοθετεί την παραπάνω μεθοδολογία και μελετά τις επιπτώσεις της κάθε κατηγορίας στο κρίσιμο φορτίο «λυγισμού». Συνεπώς, στις αναλύσεις που θα ακολουθήσουν η κατηγορία ποιότητας του μοντέλου ορίζει το εύρος των ατελειών. Η λυγηρότητα της σφαίρας θα μεταβάλλεται μέσω της ακτίνας της, ενώ το πάχος του κελύφους θα παραμένει σταθερό.

5.1 Μόρφωση αριθμητικών προσομοιωμάτων

Η έρευνα στην ελαστική περιοχή, του προηγούμενου κεφαλαίου, κατέληξε πως η αρχική ατέλεια του αρνητικού δακτυλίου έχει μεγαλύτερη επίδραση στην μείωση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού της σφαίρας απ' ότι αυτή του θετικού δακτυλίου. Ωστόσο, στο κεφάλαιο αυτό, των ελαστοπλαστικών αναλύσεων, ερευνηθήκαν εκ νέου και οι δύο περιπτώσεις δακτυλίων. Αυτό συνέβη διότι στην περίπτωση κελυφών, καθώς και άλλων γεωμετριών πέρα της σφαίρας, ο θετικός δακτύλιος ως αρχική ατέλεια μπορεί να έχει μια δυσμενέστερη επίδραση στο κρίσιμο φορτίο στην ελαστική-πλαστική περιοχή, που μπορεί να οφείλεται στην έντονη μη γραμμική συμπεριφορά των υλικών. Στην περίπτωση της ελαστικής ανάλυσης (απείρως ελαστικό υλικό) η προς το εσωτερικό ατέλεια θα είναι πάντα δυσμενέστερη λόγω της εντατικής κατάστασης (θλίψη και στις δύο διευθύνσεις). Αντίθετα, για μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού, και κυρίως του σκυροδέματος, ο εφελκυσμός στη μία διεύθυνση μπορεί να είναι δυσμενέστερος. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ενός κυλινδρικού κελύφους, στην ελαστοπλαστική περιοχή, δεν είναι ξεκάθαρο, αν μια αρνητική ή μια θετική ατέλεια είναι δυσμενέστερη.



Διάγραμμα 21. Σύγκριση Μοντέλων Θετικού-Αρνητικού Δακτυλίου (ατέλεια 0.5% του $L_{imp} = 2L_g$)

Στο Διάγραμμα 21 συγκρίνονται μοντέλα θετικών και αρνητικών αρχικών ατελειών δακτυλίου και διερευνάται κατά πόσον μια ατέλεια αρνητικού δακτυλίου είναι πιο κρίσιμη και στην ελαστοπλαστική περιοχή. Στον κατακόρυφο άξονα εμφανίζεται ο λόγος της τάσης κατά την οποία αστόχησε το μοντέλο (είτε ψαθυρά είτε λόγω λυγισμού) προς τη θεωρητική πλαστική τάση αστοχίας του ατελούς μοντέλου, ενώ στον οριζόντιο άξονα βρίσκεται ο λόγος της προαναφερθείσας τάσης του μοντέλου προς το θεωρητικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού της ατελούς κατασκευής. Αυτού του είδους η απεικόνιση των αποτελεσμάτων των μοντέλων βοηθάει στην κατανόηση της ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς των μοντέλων, καθώς μεταβάλλεται η λυγηρότητά τους. Οι τάσεις λυγισμού υπολογίζονται με τη χρήση του ισοδύναμου μέτρου ελαστικότητας της σύνθετης διατομής, όπως φαίνεται στην Εξίσωση 14. Αντίστοιχα υπολογίζεται αναλυτικά η ισοδύναμη πλαστική τάση (σ_{pl}), που χρησιμοποιείται για την κανονικοποίηση των τιμών των τάσεων στον κατακόρυφο άξονα, όπως φαίνεται στην Εξίσωση 15.

$$E_{comp} = E_s V_{r,l} + E_{cm} V_m$$

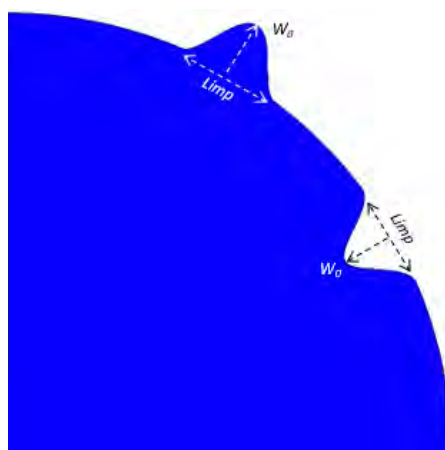
Εξίσωση 14. Ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας της σύνθετης διατομής

$$\sigma_{pl} = f_y V_{r,l} + f_{cm} V_m$$

Εξίσωση 15. Ισοδύναμη πλαστική τάση της σύνθετης διατομής

όπου $V_{r,l}$ και V_m είναι τα ογκομετρικά ποσοστά (όγκος εκάστοτε υλικού προς τον συνολικό όγκο της διατομής) ενώ E_s και E_{cm} είναι τα μέτρα ελαστικότητας του σπλισμού και του τσιμεντοειδούς υλικού αντίστοιχα, f_y είναι η τάση διαρροής του χάλυβα και f_{cm} είναι η θλιπτική αντοχή του τσιμεντοειδούς. Σημειώνεται πως, στο ογκομετρικό ποσοστό του σπλισμού λαμβάνεται υπόψιν ο χάλυβας σε κάθε διεύθυνση ξεχωριστά, δηλαδή το μισό ποσοστό του συνολικού σπλισμού.

Είναι λοιπόν εμφανές, πως η αρνητική ατέλεια εξακολουθεί να έχει ένα πιο επιβλαβή αντίκτυπο στην φέρουσα ικανότητα της κατασκευής τουλάχιστον στο εύρος των λυγηροτήτων που διερευνήθηκαν. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρείται άμβλυση της διαφοράς των τιμών μεταξύ των δύο ατελειών όσο αυξάνεται η λυγηρότητα του μοντέλου με αυτές του αρνητικού δακτυλίου να είναι μικρότερες. Αντίθετα, για μικρές τιμές λυγηρότητας των μοντέλων, τα αποτελέσματα τείνουν να συγκλίνουν ή να τέμνονται, που είναι αναμενόμενο λόγω του ότι στο εύρος αυτό τα μοντέλα αστοχούν κυρίως ψαθυρά και σε μικρότερο βαθμό λόγω «λυγισμού». Έτσι, δεν είναι απολύτως σαφές αν η αρνητική ατέλεια θα είναι πάντα κυρίαρχη για όλες τις κατηγορίες κατασκευής και τις γεωμετρίες.

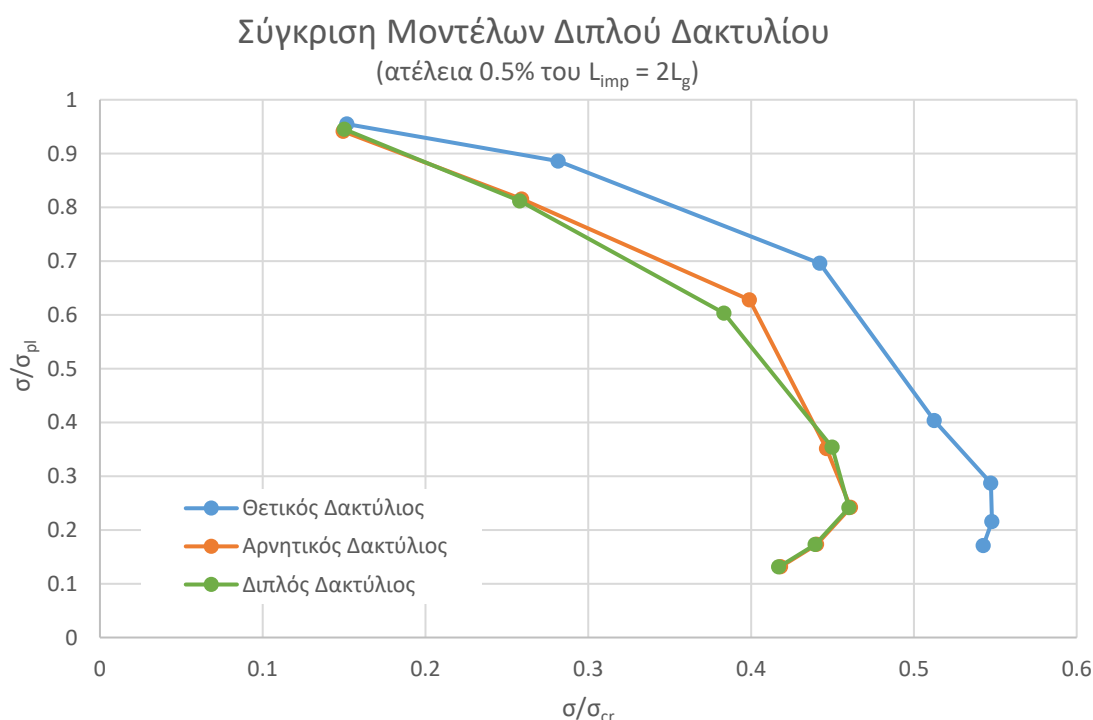


Εικόνα 50. Γεωμετρία ατέλειας διπλού δακτυλίου, θετικός στις 30° και αρνητικός στις 60°

Συνεπώς, δημιουργήθηκαν μοντέλα προς διερεύνηση, με αμφότερα ένα θετικό και ένα αρνητικό δακτύλιο ως αρχικές ατέλειες (μοντέλα διπλού δακτυλίου), στις 30° και στις 60° του μοντέλου αντίστοιχα (Εικόνα 50). Τα αποτελέσματα αυτών των μοντέλων συγκριτικά και με αυτών των μονών δακτυλίων είναι εμφανή αριθμητικά στον Πίνακα 9 και διαγραμματικά στο Διάγραμμα 22.

| Ακτίνα (mm) | ● Αρνητικός Δακτύλιος | | ● Θετικός Δακτύλιος | | ● Διπλός Δακτύλιος | |
|----------------|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} |
| 1000 | 0.941078 | 0.149530 | 0.954766 | 0.151705 | 0.945150 | 0.150177 |
| 2000 | 0.815320 | 0.259097 | 0.885845 | 0.281508 | 0.811767 | 0.257968 |
| 4000 | 0.627815 | 0.399021 | 0.695819 | 0.442242 | 0.603162 | 0.383352 |
| 8000 | 0.351164 | 0.446379 | 0.403253 | 0.512591 | 0.353877 | 0.449827 |
| 12000 | 0.241852 | 0.461142 | 0.287033 | 0.547290 | 0.241326 | 0.460140 |
| 16000 | 0.173203 | 0.440332 | 0.215541 | 0.547965 | 0.172845 | 0.439421 |
| 20000 | 0.131601 | 0.418209 | 0.170750 | 0.542620 | 0.131223 | 0.417008 |

Πίνακας 9. Αποτελέσματα αναλύσεων διερεύνησης δακτυλίου ελαστοπλαστικών μοντέλων ($t=20mm$)



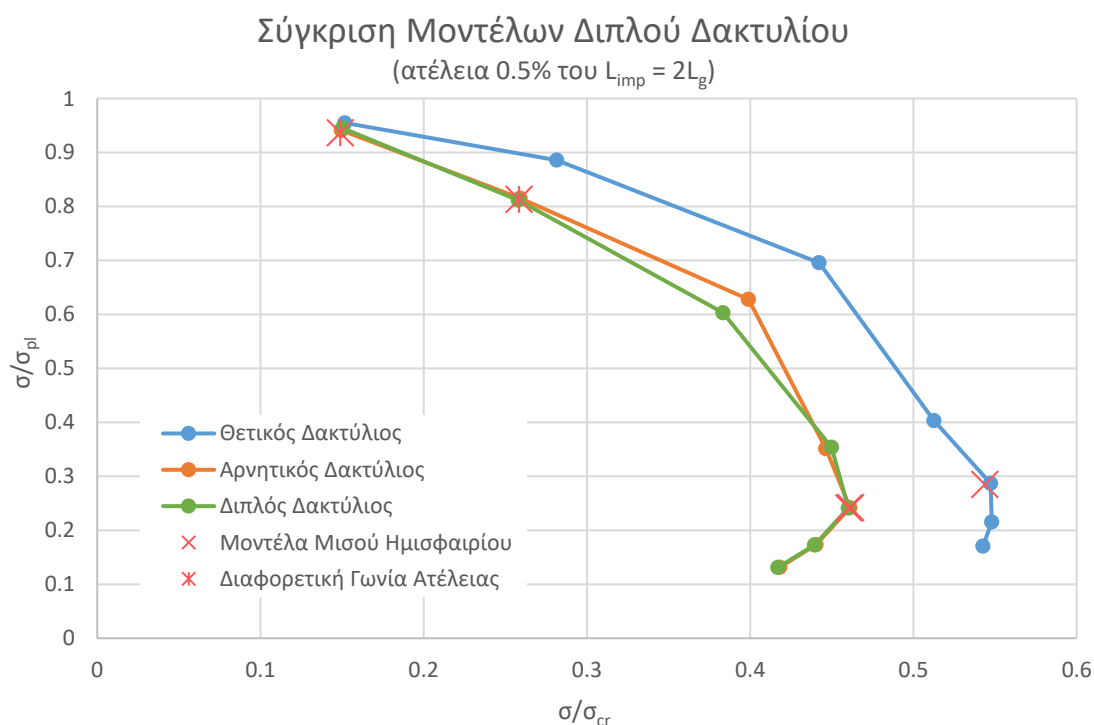
Διάγραμμα 22. Σύγκριση Μοντέλων Διπλού Δακτυλίου (ατέλεια 0.5% του $L_{imp} = 2L_g$)

Στα αποτελέσματα του παραπάνω διαγράμματος είναι ορατό πως τα μοντέλα ατέλειας διπλού δακτυλίου είναι ισοδύναμα με αυτά των αρνητικών δακτυλίων, τείνοντας να ακολουθούν την δυσμενέστερη πορεία της καμπύλης ικανότητας. Έτσι, χωρίς την προσθήκη οποιουδήποτε επιπρόσθετου υπολογιστικού κόστους, φαίνεται ιδανική η χρήση μοντέλων διπλού δακτυλίου για την περαιτέρω διερεύνηση της συμπεριφοράς της κατασκευής του σφαιρικού κελύφους.

Επιπλέον, για την απόκτηση περαιτέρω εμπιστοσύνης στα αριθμητικά μοντέλα, διεξήχθησαν διερευνητικές αναλύσεις μοντέλων ενός τετάρτου της σφαίρας (και όχι ενός ογδού), καθώς και με διαφορετικές γωνίες για το κέντρο της ατέλειας του δακτυλίου (φ_0). Τα αποτελέσματα, που φαίνονται στον Πίνακα 10 και στο Διάγραμμα 23, δείχνουν ότι ούτε η γωνία φ_0 ούτε η μοντελοποίηση του ενός ογδού (1/8) της σφαίρας φαίνεται να έχουν αντίκτυπο στα αριθμητικά αποτελέσματα.

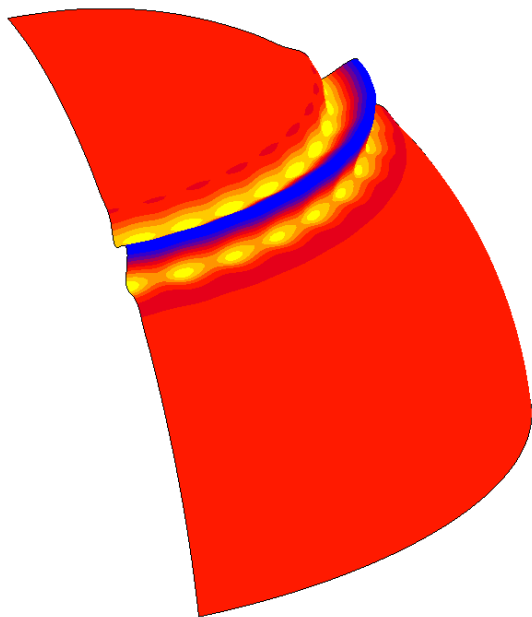
| Μοντέλο | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} |
|--|----------------------|----------------------|
| ✗ Μισού ημισφαιρίου, ακτίνας 12m, αρχική ατέλεια θετικού δακτυλίου | 0.285139 | 0.543677 |
| ✗ Μισού ημισφαιρίου, ακτίνας 12m, αρχική ατέλεια αρνητικού δακτυλίου | 0.242056 | 0.46153 |
| ✗ Μισού ημισφαιρίου, ακτίνας 12m, αρχική ατέλεια διπλού δακτυλίου | 0.24147 | 0.460414 |
| ✗ Ακτίνα 1m, αρχική ατέλεια αρνητικού δακτυλίου στις 60° μοίρες | 0.936736 | 0.14884 |
| ✗ Ακτίνα 2m, αρχική ατέλεια αρνητικού δακτυλίου στις 60° μοίρες | 0.813154 | 0.258408 |

Πίνακας 10. Δειγματικά μοντέλα μισού ημισφαιρίου και διαφορετικής γωνίας αρχικής ατέλειας

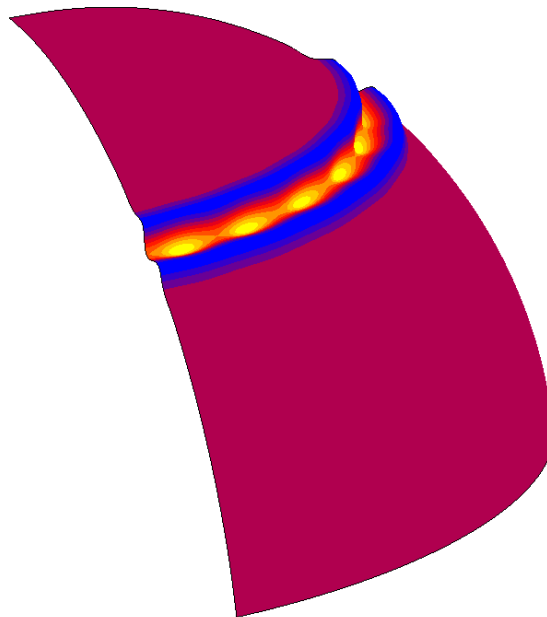


Διάγραμμα 23. Σύγκριση Μοντέλων (ατέλεια 0.5% του $L_{imp} = 2L_g$)

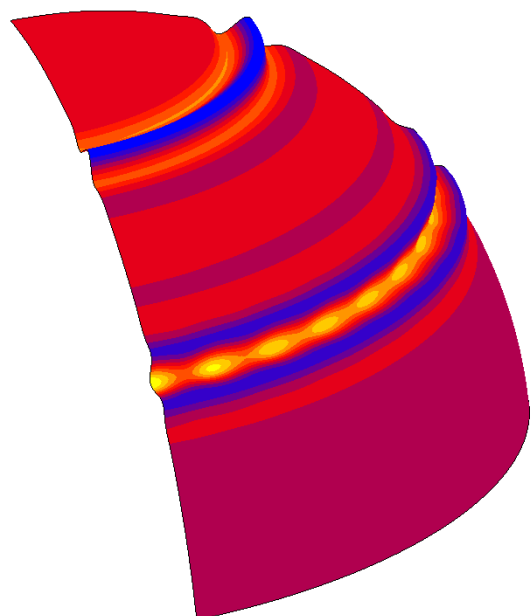
Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται στιγμιότυπα των διαφορετικών χρωματικών φασμάτων κάποιων εκ των παραπάνω προσομοιωμάτων, σε όρους καθολικών μετατοπίσεων, λίγο πριν την αστόχια τους (είτε ελαστοπλαστική είτε «λυγισμική»). Όλα τα παρακάτω προσομοιώματα αστόχησαν ελαστικά (προσομοιώματα ακτίνας 8m και πάνω) πέρα από το προσομοίωμα ακτίνας 1m (Εικόνα 54), το οποίο αστόχησε πλαστικά. Όλα τα στιγμιότυπα έχουν συντελεστή μεγέθυνσης μετατοπίσεων ίσο με 177.



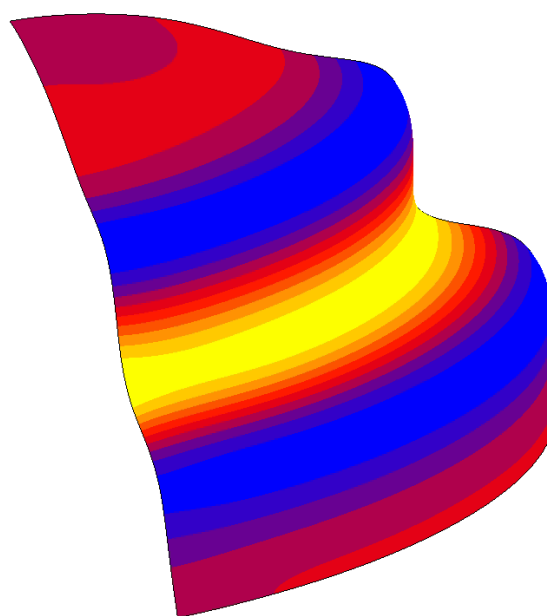
Εικόνα 51. Σφαίρα ακτίνας 20m με αρχική ατέλεια θετικού δακτυλίου



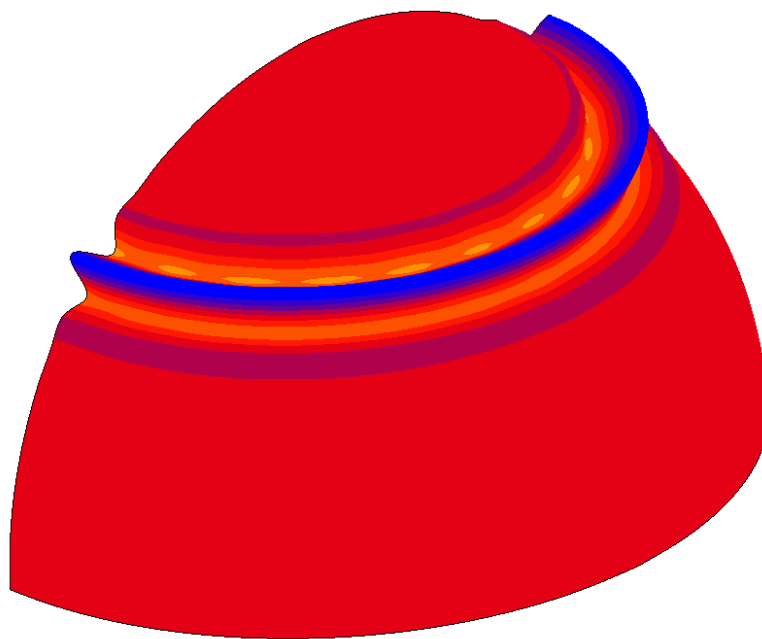
Εικόνα 52. Σφαίρα ακτίνας 20m με αρχική ατέλεια αρνητικού δακτυλίου



Εικόνα 53. Σφαίρα ακτίνας 16m με αρχική ατέλεια διπλού δακτυλίου



Εικόνα 54. Σφαίρα ακτίνας 1m με αρχική ατέλεια αρνητικού δακτυλίου στις 60° μοίρες (φ_0)



Εικόνα 55. Σφαίρα ακτίνας 12m με αρχική ατέλεια θετικού δακτυλίου

5.2 Καμπύλες ικανότητας για διαφορετικές αρχικές ατέλειες

Αφού προσδιορίστηκε η αρχική ατέλεια που πρέπει να έχουν τα αριθμητικά προσομοιώματα, η έρευνα προχωράει στην διεξαγωγή των γεωμετρικών και υλικώς μη γραμμικών αναλύσεων της ατελούς σφαίρας, με τα χαρακτηριστικά των υλικών να είναι τσιμεντοειδές υλικό σκυροδέματος κατηγορίας C60 οπλισμένο με χάλυβα ποιότητας B500 με ιδιότητες και γεωμετρικά χαρακτηριστικά, όπως περιγράφονται στο κεφάλαιο 3 και στον Πίνακα 11. Αρχικά χρησιμοποιήθηκαν οι μέσες-χαρακτηριστικές τιμές των υλικών που οδήγησαν στην καμπύλη χαρακτηριστικής ικανότητας, ενώ στην συνέχεια χρησιμοποιήθηκαν οι αντοχές σχεδιασμού που οδήγησαν στην καμπύλη ικανότητας σχεδιασμού.

5.2.1 Καμπύλη χαρακτηριστικής ικανότητας

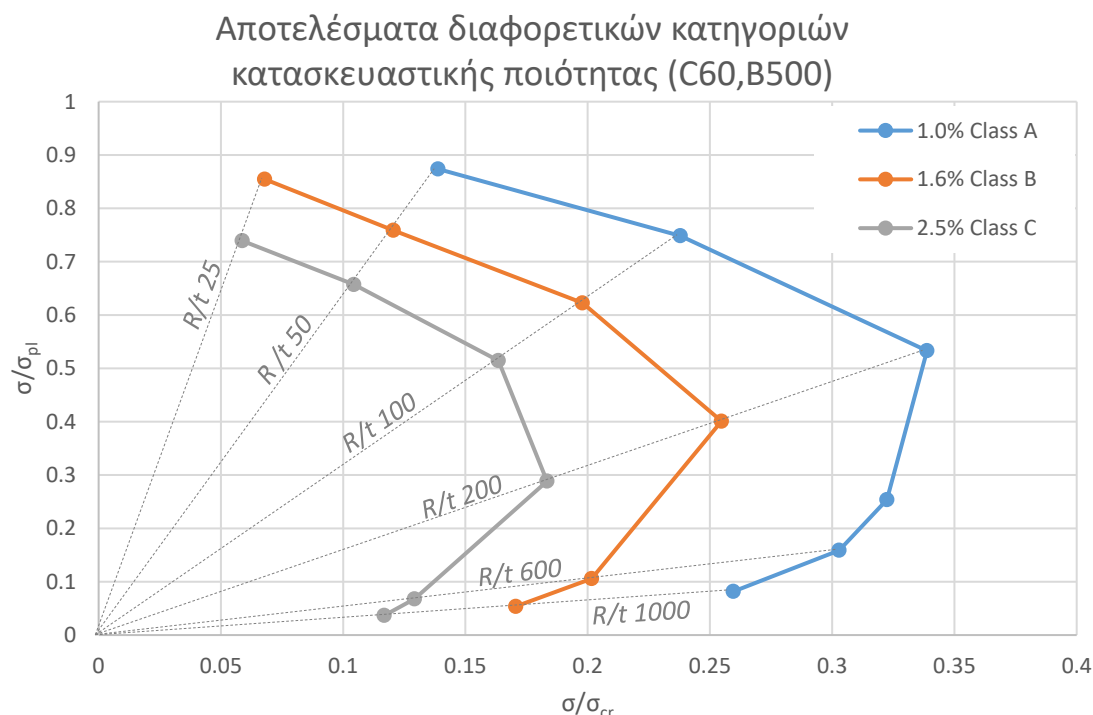
Τα αριθμητικά αποτελέσματα των αναλύσεων για κάθε μία από τις τρεις κατηγορίες κατασκευαστικής ποιότητας φαίνονται στον Πίνακα 12 και στο Διάγραμμα 24, σε όρους μέγιστης υπολογιζόμενης τάσης προς την πλαστική τάση αστοχίας στον κατακόρυφο άξονα και μέγιστης υπολογιζόμενης τάσης προς την κρίσιμη τάση λυγισμού στον οριζόντιο άξονα. Οι παραπάνω τάσεις υπολογίζονται αναλυτικά για τα χαρακτηριστικά των προαναφερθέντων υλικών, των οποίων οι τιμές λαμβάνονται σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 2 ^[2], και παρουσιάζονται στον Πίνακα 11.

| Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Mean C60,B500) | | | | | | | |
|--|----------|----------|---------|---------------|-------------|--------------|--------------|
| A_{s1}/A_{tot} | 0.03395% | f_y | 500 MPa | | | E_s | 200000 MPa |
| A_c/A_{tot} | 0.9321% | f_{ck} | 60 MPa | f_{cm} | 68 MPa | E_c | 39099.87 MPa |
| | | | | σ_{pl} | 80.3578 MPa | $E_{equiv.}$ | 43234.99 MPa |

Πίνακας 11. Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Mean C60,B500)

| Ακτίνα (mm) | ● Class A | | ● Class B | | ● Class C | |
|----------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} |
| 500* | - | - | 0.85465 | 0.067899 | 0.739202 | 0.058727 |
| 1000 | 0.873731 | 0.138829 | 0.758686 | 0.12055 | 0.657010 | 0.104408 |
| 2000 | 0.748555 | 0.23788 | 0.622614 | 0.197858 | 0.514472 | 0.163492 |
| 4000 | 0.533053 | 0.338792 | 0.400833 | 0.254757 | 0.288535 | 0.183385 |
| 8000 | 0.253639 | 0.32241 | - | - | - | - |
| 12000 | 0.158846 | 0.302874 | 0.105751 | 0.201636 | 0.067757 | 0.129193 |
| 20000 | 0.081688 | 0.259593 | 0.053681 | 0.170591 | 0.036768 | 0.116844 |

Πίνακας 12. Αποτελέσματα διαφορετικών κατηγοριών κατασκευαστικής ποιότητας
(χαρακτηριστικά υλικών: C60, B500)



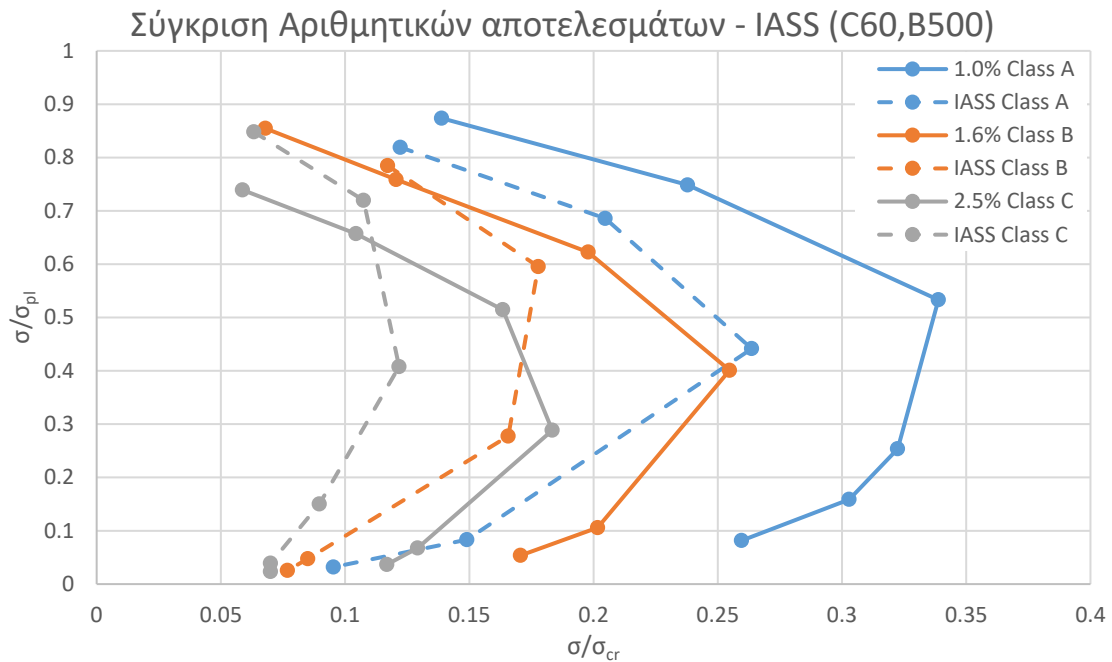
Διάγραμμα 24. Αποτελέσματα διαφορετικών κατηγοριών κατασκευαστικής ποιότητας (χαρακτηριστικά υλικών: C60, B500)

Τα αποτελέσματα δείχνουν την αναμενόμενη πτώση αντοχής στην μετάβαση από την Κατηγορία Α στην Κατηγορία Β και Γ. Η περιοχή της καθαρής πλαστικής/ψαθυρής αστοχίας των προσομοιωμάτων φαίνεται να εκτείνεται από μηδενικές τιμές λυγηρότητας μέχρι περίπου για R/t ίσο με 100. Ύστερα, ακολουθεί μια περιοχή ελαστοπλαστικής αστοχίας λυγισμικού χαρακτήρα για τιμές λυγηρότητας περίπου ανάμεσα στα 100 και τα 600. Τέλος, για τιμές λυγηρότητας από τα 600 και πάνω, υπάρχει μια περιοχή οιονεί ελαστικού λυγισμού στην οποία ο λυγισμός συμβαίνει χωρίς την εμφάνιση σημαντικής υλικώς μη γραμμικής συμπεριφοράς (διαρροή χάλυβα ή συντριβή σκυροδέματος) πέρα από την ρηγμάτωση. Ακόμα σημειώνεται πως, τα προαναφερθέντα γενικά «σύνορα» περιοχών δεν φαίνεται να είναι ακριβώς ίδια για κάθε κατηγορία ποιότητας.

Πρέπει ακόμα να σημειωθεί πως στα προσομοιώματα ακτίνας 500mm δεν ήταν δυνατό να αναπτυχθούν και οι δύο αρχικές ατέλειες των δακτυλίων (θετικός και αρνητικός) χωρίς η μία να επηρεάζει την άλλη. Έτσι, δημιουργήθηκαν διαφορετικά προσομοιώματα, ένα με ατέλεια ενός αρνητικού δακτυλίου, και ένα με ατέλεια ενός θετικού δακτυλίου. Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι η ατέλεια του αρνητικού δακτυλίου και σε αυτή την περίπτωση εμφανίζει μικρότερα φορτία αστοχίας από ότι αυτά του θετικού δακτυλίου.

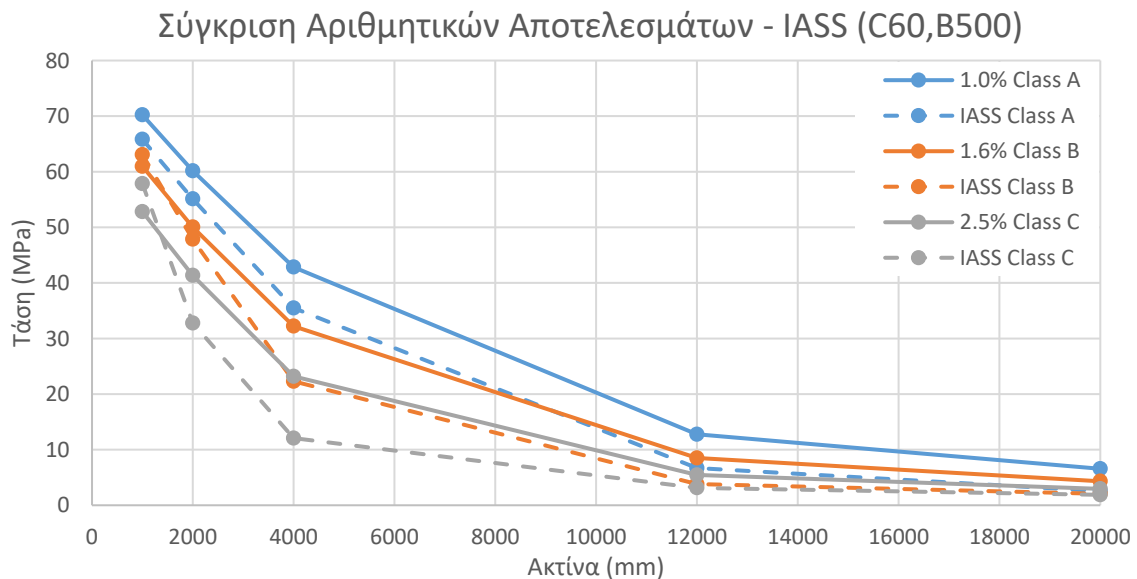
Στη συνέχεια, υπολογίστηκαν οι ίδιες τάσεις μέσω της μεθόδου που αναφέρει η IASS και παρουσιάστηκε στο 2^ο κεφάλαιο, παραμελώντας την εφαρμογή του συντελεστή του ερπυσμού ρ_{creep} και του συντελεστή ασφαλείας γ . Οι παραγόμενες τάσεις συγκρίνονται με τα αριθμητικά αποτελέσματα στο Διάγραμμα 25 και στο Διάγραμμα 26. Υπενθυμίζεται πως η μεθοδολογία που αναπτύσσεται από την IASS δεν συνάδει ακριβώς με την μεθοδολογία του Ευρωκώδικα 3 και δημιουργεί προβλήματα στην σύγκριση των δύο μεθόδων κυρίως στο κομμάτι που αφορά την αντιστοιχία των αρχικών ατελειών κατά IASS («τυχαίων» και «υπολογισμών») με των ισοδύναμων αρχικών ατελειών του Ευρωκώδικα. Ο Ευρωκώδικας λαμβάνει μη γεωμετρικές ατέλειες αυξάνοντας τις αρχικές-μετρούμενες, ενώ η IASS βαδίζει με τις μετρούμενες και χρησιμοποιεί έναν αυξημένο συντελεστή ασφαλείας στο τέλος.

Συνεπώς, επιδιώκεται σύγκριση μέσω της αντιστοιχίας του εύρους των αρχικών ατελειών του προσομοιώματος με τις τυχαίες (μετρούμενες) ατέλειες τις IASS, χωρίς όμως αυτές να είναι απολύτως ισοδύναμες.



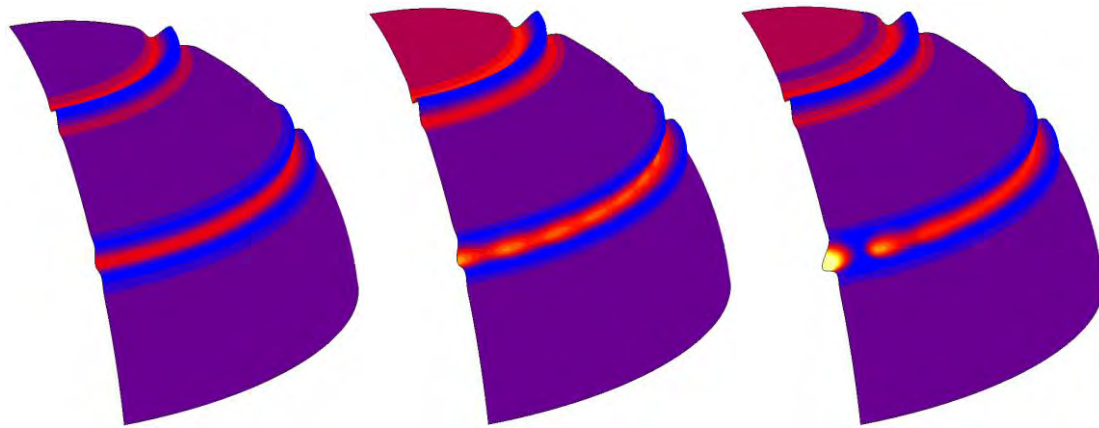
Διάγραμμα 25. Σύγκριση Αριθμητικών αποτελεσμάτων με τη μέθοδο υπολογισμού της IASS, διάγραμμα σε όρους λόγων τάσεων (χαρακτηριστικά υλικών: C60, B500)

Η αριθμητικά παραγόμενη καμπύλη φαίνεται να ακολουθεί γεωμετρικά εκείνη που βασίζεται στις συστάσεις σχεδιασμού της IASS με αποκλίσεις να εμφανίζονται κυρίως στην περιοχή του ελαστοπλαστικού λυγισμού. Αυτό είναι ευκολότερα εμφανές μέσα από μια απλούστερη απεικόνιση των αποτελεσμάτων σε όρους τάσεων προς την ακτίνα της σφαίρας, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 26.



Διάγραμμα 26. Σύγκριση Αριθμητικών αποτελεσμάτων με τη μέθοδο υπολογισμού της IASS, διάγραμμα σε όρους τάσεων προς την ακτίνα της σφαίρας (χαρακτηριστικά υλικών: C60, B500)

Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται στιγμιότυπα του παραμορφωμένου φορέα διπλής αρχικής ατέλειας διπλού δακτυλίου, σε όρους καθολικών μετατοπίσεων κατά τη διάρκεια της ανάλυσης με τη μεγαλύτερη ακτίνα (αστοχία ελαστικού λυγισμού). Τα στιγμιότυπα έχουν συντελεστή μεγέθυνσης μετατοπίσεων ίσο με 220.

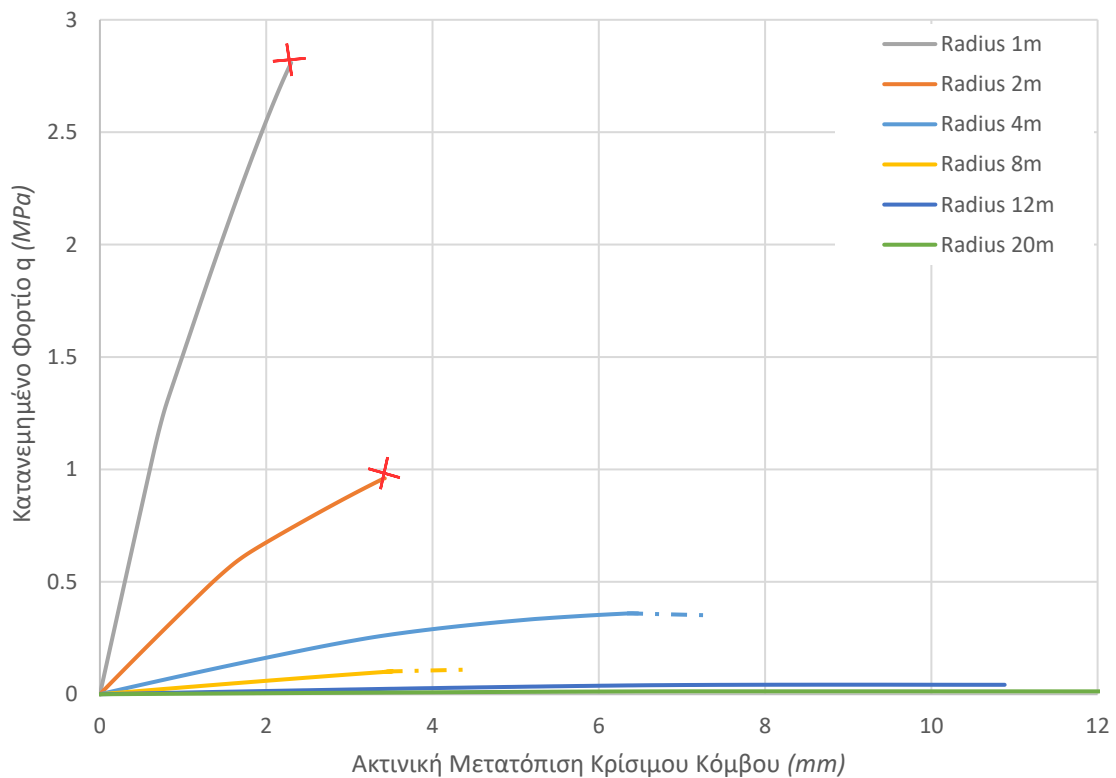


Εικόνα 56. Πριν τον λυγισμό

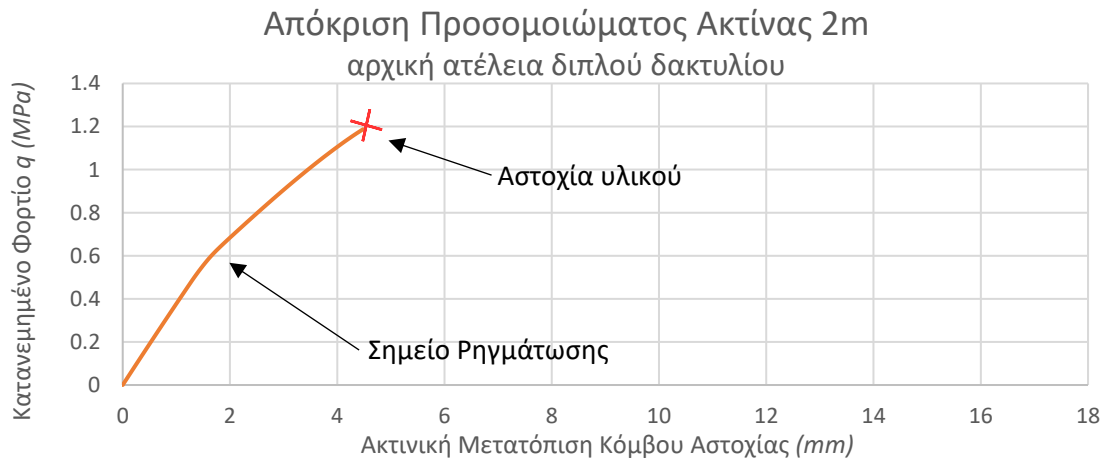
Εικόνα 57. Κατά τον λυγισμό

Εικόνα 58. Μετά τον λυγισμό

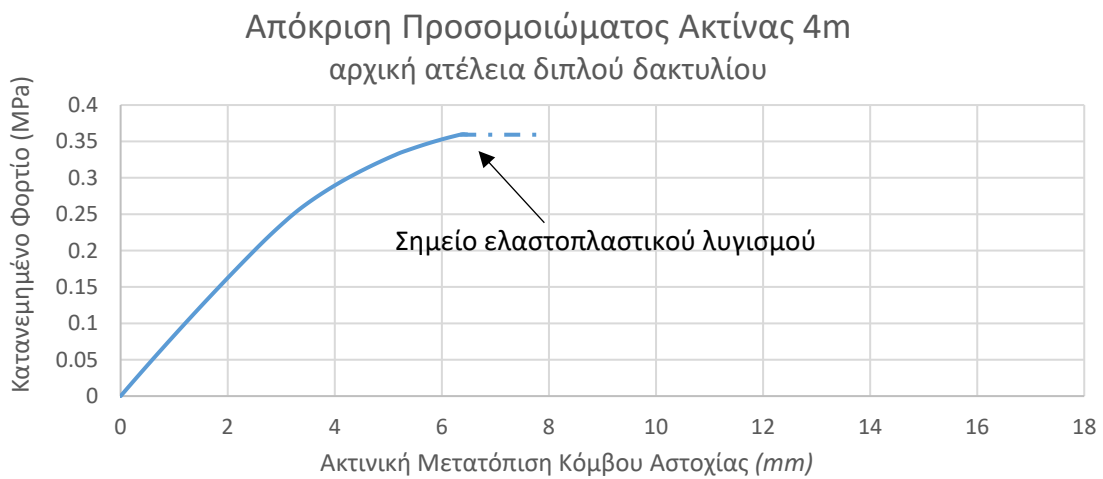
Απόκριση Προσομοιωμάτων Ατέλειας Διπλού Δακτυλίου



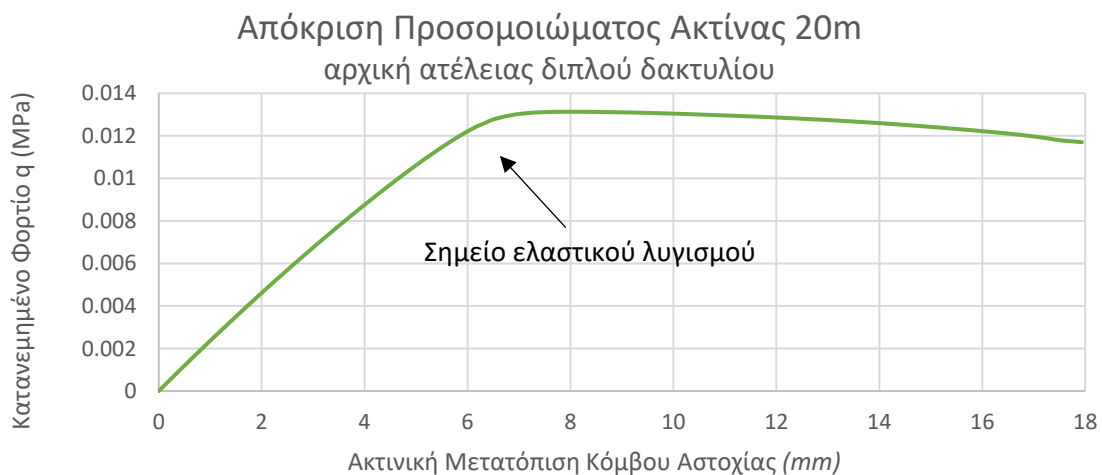
Διάγραμμα 27. Επιβαλλόμενο φορτίο προς την απόκριση κρίσιμου κόμβου (ακτινική μετατόπιση), προσομοιώματα διαφόρων ακτινών, αρχικής ατέλειας διπλού δακτυλίου



Διάγραμμα 28. Επιβαλλόμενο φορτίο προς την απόκριση κόμβου (ακτινική μετατόπιση) που αστοχεί πλαστικά, προσομοίωμα ακτίνας 2m, αρχικής ατέλειας διπλού δακτυλίου



Διάγραμμα 29. Επιβαλλόμενο φορτίο προς την απόκριση κόμβου (ακτινική μετατόπιση) που αστοχεί με ελαστοπλαστικό λυγισμό, προσομοίωμα ακτίνας 4m, αρχικής ατέλειας διπλού δακτυλίου



Διάγραμμα 30. Επιβαλλόμενο φορτίο προς την απόκριση κόμβου (ακτινική μετατόπιση) που αστοχεί λόγω ψευδο-ελαστικού λυγισμού, προσομοίωμα ακτίνας 20m, αρχικής ατέλειας διπλού δακτυλίου

Στο Διάγραμμα 27 βλέπουμε πως μεταβάλλεται τόσο το κρίσιμο φορτίο όσο και η απόκριση του κάθε προσομοιώματος κατά την μεταβολή της ακτίνας της σφαίρας, και εμμέσως της λυγηρότητά της. Στο Διάγραμμα 28 και στο Διάγραμμα 30 παρουσιάζονται ξεχωριστά τα προσομοιώματα ακτινών 2m, 4m και 20m για καλύτερη σύγκριση. Τα προσομοιώματα με ακτίνες 1m και 2m είναι αυτά που αστοχούν πλαστικά, ενώ τα υπόλοιπα μοντέλα εμφανίζουν αστοχία ψευδο-ελαστικού λυγισμού πέρα του προσομοιώματος με ακτίνα 4m το οποίο αστοχεί ελαστοπλαστικά λόγω λυγισμού. Τα σημεία διαρροής και λυγισμού είναι ευδιάκριτα.

5.2.2 Καμπύλη ικανότητας σχεδιασμού

Η ίδια ακριβώς διαδικασία ακολουθείται και για την εξαγωγή των παραπάνω καμπυλών για τα ίδια χαρακτηριστικά υλικών, τσιμεντοειδές υλικό ισοδύναμου σκυροδέματος κατηγορίας C60 οπλισμένο με χάλυβα ποιότητας B500, όμως για τις μειωμένες τιμές σχεδιασμού (design values) όπως αυτές ορίζονται από τον Ευρωκώδικα 2 [2]. Η θλιπτική αντοχή σχεδιασμού του τσιμεντοειδούς f_{cm} προκύπτει από τη διαίρεση της μέσης θλιπτικής αντοχής f_{ck} με συντελεστή ασφαλείας 1.5, ενώ αντίθετα η χαρακτηριστική τιμή διαρροής του χάλυβα διαιρείται με συντελεστή ασφαλείας 1.15 και προκύπτει η τάση διαρροής σχεδιασμού f_{yd} . Τέλος, μείωση υφίσταται και το μέτρο ελαστικότητας του τσιμεντοειδούς υλικού, με το μέτρο ελαστικότητας σχεδιασμού $E_{c,d}$ να προκύπτει από την διαίρεση του E_c με συντελεστή ασφαλείας 1.2. Τα χαρακτηριστικά των υλικών φαίνονται στον Πίνακα 13.

| Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Design C60,B500) | | | | | | | |
|--|----------|-------------------|---------|-----------|------------|---------------|--------------|
| A_{s1}/A_{tot} | 0.03395% | f_y | 500 MPa | $f_{y,d}$ | 434.78 MPa | E_s | 200000 MPa |
| A_c/A_{tot} | 0.9321% | f_{ck} | 60 MPa | f_{cm} | 40 MPa | $E_{c,d}$ | 32583.22 MPa |
| | | σ_{design} | | | 52.045 MPa | $E_{equiv.d}$ | 37160.83 MPa |

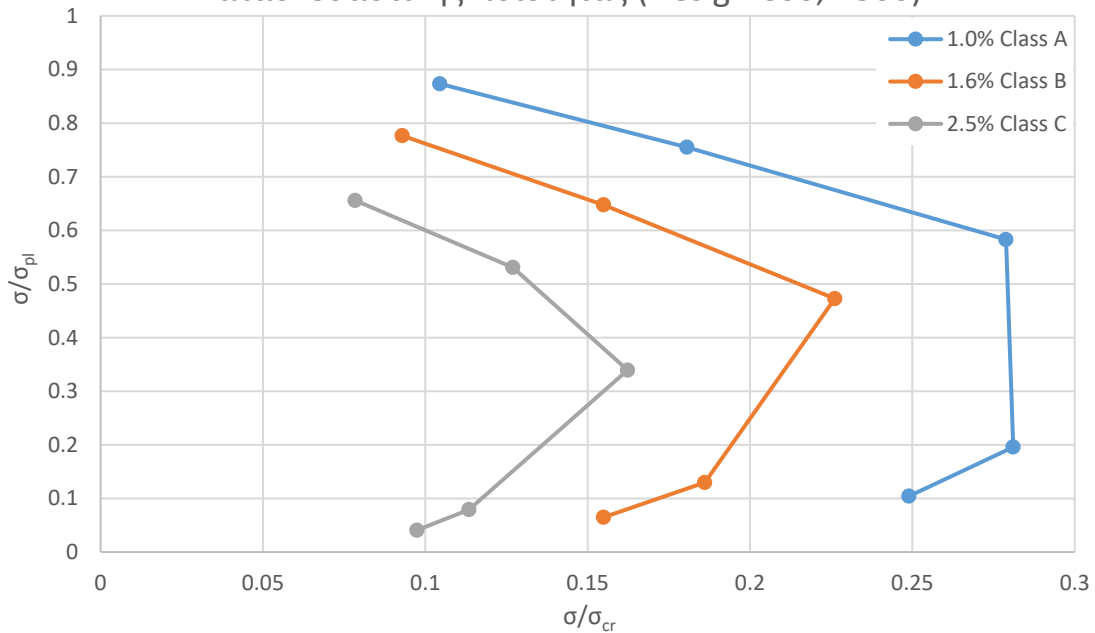
Πίνακας 13. Υπολογισμός χαρακτηριστικών σχεδιασμού των υλικών (Design C60,B500)

Τα αριθμητικά αποτελέσματα των αναλύσεων προσομοιωμάτων διαφόρων ακτινών για κάθε μία από τις τρεις κατηγορίες κατασκευαστικής ποιότητας, παρουσιάζονται στον Πίνακα 14 και στο Διάγραμμα 31.

| Ακτίνα (mm) | ● Class A | | ● Class B | | ● Class C | |
|----------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} |
| 1000 | 0.873332 | 0.104471 | 0.776531 | 0.092892 | 0.655678 | 0.078435 |
| 2000 | 0.754957 | 0.180621 | 0.647435 | 0.154897 | 0.530707 | 0.126970 |
| 4000 | 0.582765 | 0.278850 | 0.472606 | 0.226139 | 0.339202 | 0.162306 |
| 12000 | 0.195810 | 0.281082 | 0.129634 | 0.186087 | 0.079037 | 0.113456 |
| 20000 | 0.104060 | 0.248961 | 0.064749 | 0.154911 | 0.040723 | 0.097428 |

Πίνακας 14. Αποτελέσματα διαφορετικών κατηγοριών κατασκευαστικής ποιότητας (χαρακτηριστικά σχεδιασμού υλικών: Design C60, B500)

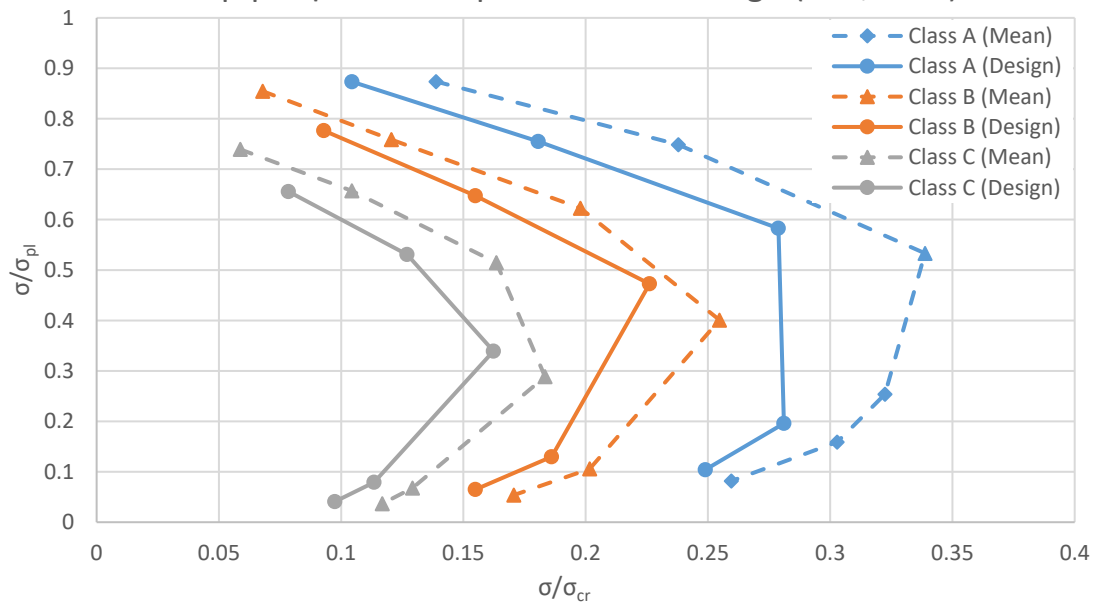
Αποτελέσματα διαφορετικών κατηγοριών κατασκευαστικής ποιότητας (Design C60, B500)



Διάγραμμα 31. Επιβαλλόμενο φορτίο προς την απόκριση κόμβου που αστοχεί λυγισμικά, προσομοίωμα ακτίνας 20m, αρχικής ατέλειας διπλού δακτυλίου

Τα αποτελέσματα μεταξύ των κατηγοριών κατασκευαστικής ποιότητας είναι αντίστοιχα με αυτά που προέκυψαν χρησιμοποιώντας τις μέσες και χαρακτηριστικές τιμές για τις ιδιότητες των υλικών. Στο Διάγραμμα 32 συγκρίνονται τα αποτελέσματα των τιμών σχεδιασμού με αυτά των μέσων τιμών.

Σύγκριση Αποτελεσμάτων Mean-Design (C60,B500)



Διάγραμμα 32. Σύγκριση αριθμητικών αποτελεσμάτων Mean – Design (χαρακτηριστικά υλικών: C60, B500)

Οι καμπύλες ικανότητας λυγισμού σχεδιασμού φαίνεται να συμφωνούν γεωμετρικά με τις χαρακτηριστικές καμπύλες και στις τρεις περιπτώσεις αρχικών ατελειών, παρατηρείται όμως μια μετατόπιση των καμπυλών προς τα δεξιά εξαιτίας της μείωσης του λόγου σ/σ_{cr} .

6. ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ

Σε αυτό το κεφάλαιο ακολουθείται η ίδια ακριβώς διαδικασία για την εξαγωγή των καμπυλών ικανότητας λυγισμού, για διαφορετικά, όμως, χαρακτηριστικά υλικών. Στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι η διερεύνηση της επίδρασης της κατηγορίας του τσιμεντοειδούς υλικού και της ποιότητας του χάλυβα στην αντοχή της σφαίρας. Η διερεύνηση γίνεται, τόσο για μέσες και χαρακτηριστικές τιμές, όσο και για τιμές σχεδιασμού, όπως ορίζονται από τον Ευρωκώδικα 2 ^[2].

6.1 Χαρακτηριστικά υλικών κατηγοριών C60 και B375

Αρχικά η έρευνα μελετά την συμπεριφορά του ακτινικά συμπιεσμένου τσιμεντοειδούς σφαιρικού κελύφους, για μειωμένη ποιότητα χάλυβα (συγκριτικά με το προηγούμενο κεφάλαιο). Αυτό γίνεται διότι στις προηγούμενες αναλύσεις δεν υπήρχε διαρροή του χάλυβα σε κανένα από τα προσομοιώματα και η πλαστική αστοχία προερχόταν λόγω σύνθλιψης σκυροδέματος. Συνεπώς, θεωρούμε πως το κέλυφος αποτελείται από τσιμεντοειδές υλικό ισοδύναμου σκυροδέματος κατηγορίας C60 (όμοιο με την αρχική θεώρηση) οπλισμένο με χάλυβα ποιότητας B375 (αντί για B500 της αρχικής θεώρησης).

6.1.1 Καμπύλη χαρακτηριστικής ικανότητας

Τα χαρακτηριστικά των υλικών (C60, B375) για μέσες και χαρακτηριστικές τιμές, υπολογίζονται σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 2 ^[2] και αναφέρονται στον Πίνακα 15.

| Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Mean C60,B375) | | | | | | | |
|--|----------|----------|---------|---------------|-----------|--------------|--------------|
| A_{s1}/A_{tot} | 0.03395% | f_y | 375 MPa | | E_s | 200000 MPa | |
| A_c/A_{tot} | 0.9321% | f_{ck} | 60 MPa | f_{cm} | 68 MPa | E_c | 39099.87 MPa |
| | | | | σ_{pl} | 76.11 MPa | $E_{equiv.}$ | 43234.99 MPa |

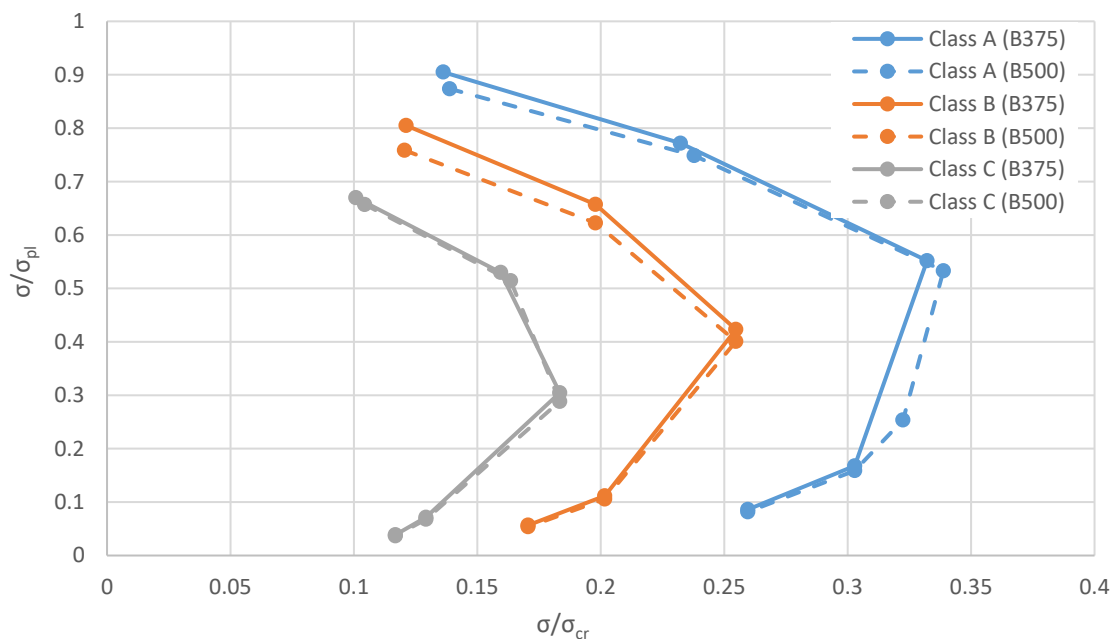
Πίνακας 15. Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Mean C60,B375)

Τα αριθμητικά αποτελέσματα των αναλύσεων προσομοιωμάτων διαφόρων ακτινών για κάθε μία από τις τρεις κατηγορίες κατασκευαστικής ποιότητας, παρουσιάζονται στον Πίνακα 16 και στο Διάγραμμα 33.

| Ακτίνα (mm) | ● Class A | | ● Class B | | ● Class C | |
|-------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} |
| 1000 | 0.90494 | 0.136191 | 0.80505 | 0.121158 | 0.669909 | 0.100819 |
| 2000 | 0.771767 | 0.232297 | 0.657346 | 0.197857 | 0.529844 | 0.15948 |
| 4000 | 0.551804 | 0.332179 | 0.423186 | 0.254753 | 0.304631 | 0.183384 |
| 12000 | 0.167708 | 0.302874 | 0.11165 | 0.201635 | 0.071537 | 0.129193 |
| 20000 | 0.086245 | 0.259592 | 0.056676 | 0.170591 | 0.038819 | 0.116843 |

Πίνακας 16. Αποτελέσματα διαφορετικών κατηγοριών κατασκευαστικής ποιότητας (χαρακτηριστικά σχεδιασμού υλικών: Mean C60, B375)

Αριθμητικά Αποτελέσματα C60-B375
συγκριτικά με C60-B500



Διάγραμμα 33. Σύγκριση αριθμητικών αποτελεσμάτων C60-B375 με C60-B500 (μέσες/χαρακτηριστικές τιμές)

Τα αριθμητικά αποτελέσματα στις περιοχές του ελαστοπλαστικού και του ελαστικού λυγισμού δείχνουν να πατάνε ακριβώς πάνω στα αντίστοιχα αποτελέσματα για χάλυβα ποιότητας B500. Αντίθετα, τα αποτελέσματα στην πλαστική περιοχή εμφανίζουν σε κάποιες περιπτώσεις μια μικρή αύξηση του λόγου κρίσιμης τάσης προς τάση πλαστικής αντοχής.

Με μια αναλυτικότερη ματιά στη μεταβολή των αποτελεσμάτων, θα διαπιστώσουμε πως η αντοχή των προσομοιωμάτων μειώθηκε πάρα πολύ λίγο, όπως φαίνεται στον Πίνακα 17. Παρόλα αυτά, παρατηρούμε αποκλίσεις μόνο στην πλαστική περιοχή, διότι η ισοδύναμη πλαστική τάση αστοχίας μειώνεται (άρα ο λόγος σ/σ_{pl} αυξάνεται) αφού εξαρτάται από το f_y . Αντίθετα, η κρίσιμη τάση λυγισμού, η οποία εξαρτάται από το ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας E_{equiv} , που είναι ίδιο και στις δύο περιπτώσεις, κρατάει τον λόγο σ/σ_{cr} σταθερό.

| Ακτίνα (mm) | Μεταβολή των τάσεων από μοντέλα C60-B500 σε C60-B375 | | |
|----------------|--|------------|------------|
| | ● Class A | ● Class B | ● Class C |
| 1000 | -1.9004379 % | 0.504597 % | -3.43736 % |
| 2000 | -2.346639 % | 0 % | -2.45360 % |
| 4000 | -1.9518584 % | -0.00155 % | 0 % |
| 12000 | 0 % | 0 % | 0 % |
| 20000 | 0 % | 0 % | 0 % |

Πίνακας 17. Μεταβολή των τάσεων από μοντέλα C60-B500 σε C60-B375 (μέσες/χαρακτηριστικές τιμές)

Σύμφωνα με τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι τουλάχιστον για τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά υλικών (C60, B500-B375), η μείωση της ποιότητας του χάλυβα δεν επιφέρει ουσιαστικές αλλαγές στο φορτίο αντοχής ενός ακτινικά συμπιεσμένου σφαιρικού κελύφους.

6.1.2 Καμπύλη ικανότητας σχεδιασμού

Αντιστοίχως υπολογίζονται σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 2 ^[2] τα χαρακτηριστικά των υλικών (C60, B375) για τις τιμές σχεδιασμού, τα οποία αναφέρονται στον Πίνακα 18.

| Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Design C60,B375) | | | | | | | |
|--|----------|----------|---------|-------------------|-------------|---------------|--------------|
| A_{s1}/A_{tot} | 0.03395% | f_y | 375 MPa | $f_{y,d}$ | 326.087 MPa | E_s | 200000 MPa |
| A_c/A_{tot} | 0.9321% | f_{ck} | 60 MPa | $f_{ctm,d}$ | 40 MPa | $E_{c,d}$ | 32583.22 MPa |
| | | | | σ_{design} | 48.355 MPa | $E_{equiv,d}$ | 37160.83 MPa |

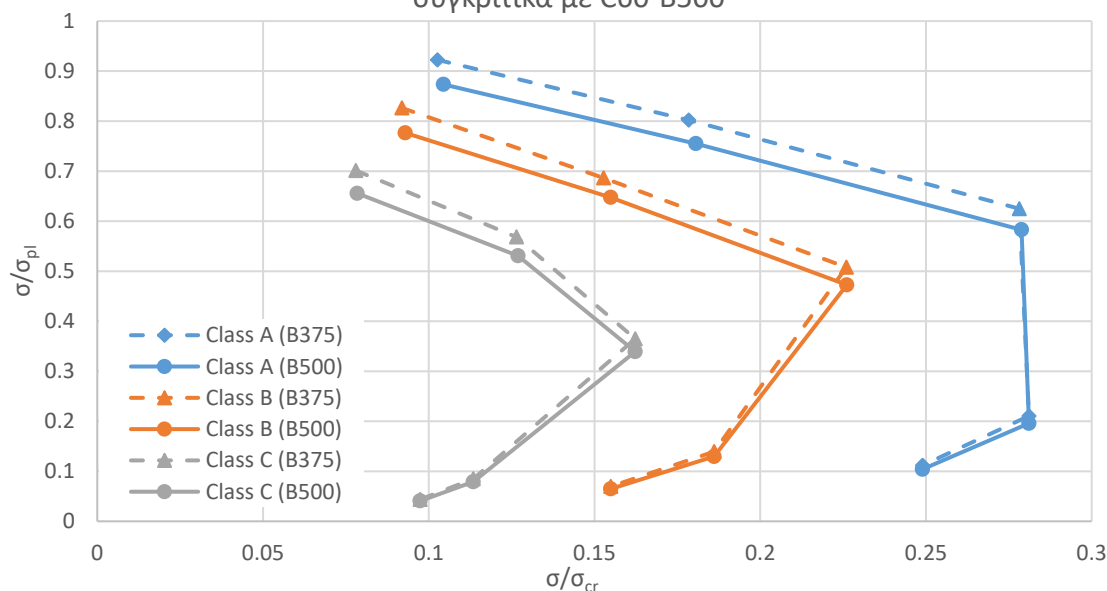
Πίνακας 18. Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Design C60,B375)

Τα αριθμητικά αποτελέσματα των αναλύσεων προσομοιωμάτων διαφόρων ακτινών για κάθε μία από τις τρεις κατηγορίες κατασκευαστικής ποιότητας, παρουσιάζονται στον Πίνακα 19 και στο Διάγραμμα 34.

| Ακτίνα (mm) | ● Class A | | ● Class B | | ● Class C | |
|-------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} |
| 1000 | 0.922546 | 0.117039 | 0.826328 | 0.104833 | 0.701217 | 0.08896 |
| 2000 | 0.802085 | 0.203514 | 0.686511 | 0.174189 | 0.56847 | 0.144238 |
| 4000 | 0.6251 | 0.317214 | 0.507918 | 0.257749 | 0.364767 | 0.185106 |
| 12000 | 0.210572 | 0.320571 | 0.139406 | 0.21223 | 0.084995 | 0.129395 |
| 20000 | 0.111905 | 0.283938 | 0.069631 | 0.176674 | 0.043793 | 0.111116 |

Πίνακας 19. Αποτελέσματα διαφορετικών κατηγοριών κατασκευαστικής ποιότητας (χαρακτηριστικά σχεδιασμού υλικών: Design C60, B375)

Αριθμητικά Αποτελέσματα σχεδιασμού C60-B375 συγκριτικά με C60-B500



Διάγραμμα 34. Σύγκριση αριθμητικών αποτελεσμάτων σχεδιασμού C60-B375 με C60-B500

Τα αποτελέσματα είναι αντίστοιχα με αυτά των μέσων και χαρακτηριστικών τιμών όπως αντίστοιχη είναι και η σύγκρισή τους με τα αποτελέσματα για χαρακτηριστικά υλικών C60 και B500.

6.2 Χαρακτηριστικά υλικών κατηγοριών C80 και B500

Στη συνέχεια, η έρευνα μελετά την συμπεριφορά του ακτινικά συμπίεσμένου τσιμεντοειδούς σφαιρικού κελύφους, για ποιότητα χάλυβα (συγκριτικά με την αρχική θεώρηση του προηγούμενου κεφαλαίου). Αυτό γίνεται διότι στις προηγούμενες αναλύσεις η πλαστική αστοχία προερχόταν λόγω σύνθλιψης σκυροδέματος, ενώ παράλληλα τα αποτελέσματα των προσομοιωμάτων σπλισμένων με χαμηλότερης ποιότητας χάλυβα δεν εμφάνισαν σημαντική μείωση. Έτσι συμπεραίνεται πως το κρίσιμο υλικό είναι το τσιμεντοειδές. Συνεπώς, θεωρούμε πως το κέλυφος αποτελείται από τσιμεντοειδές υλικό ισοδύναμου σκυροδέματος κατηγορίας C80 (αντί για C60 της αρχικής θεώρησης) σπλισμένο με χάλυβα ποιότητας B500 (όμοιο με την αρχική θεώρηση για λόγους σύγκρισης).

6.2.1 Καμπύλη χαρακτηριστικής ικανότητας

Τα χαρακτηριστικά των υλικών (C80, B500) για μέσες και χαρακτηριστικές τιμές, υπολογίζονται σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 2^[2] και αναφέρονται στον Πίνακα 20.

| Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Mean C80,B500) | | | | | | | |
|--|----------|----------|---------|---------------|--------|--------------|--------------|
| A_{s1}/A_{tot} | 0.03395% | f_y | 500 MPa | | E_s | 200000 MPa | |
| A_c/A_{tot} | 0.9321% | f_{ck} | 80 MPa | f_{cm} | 88 MPa | E_c | 42244.24 MPa |
| | | | | σ_{pl} | 99 MPa | $E_{equiv.}$ | 46165.85 MPa |

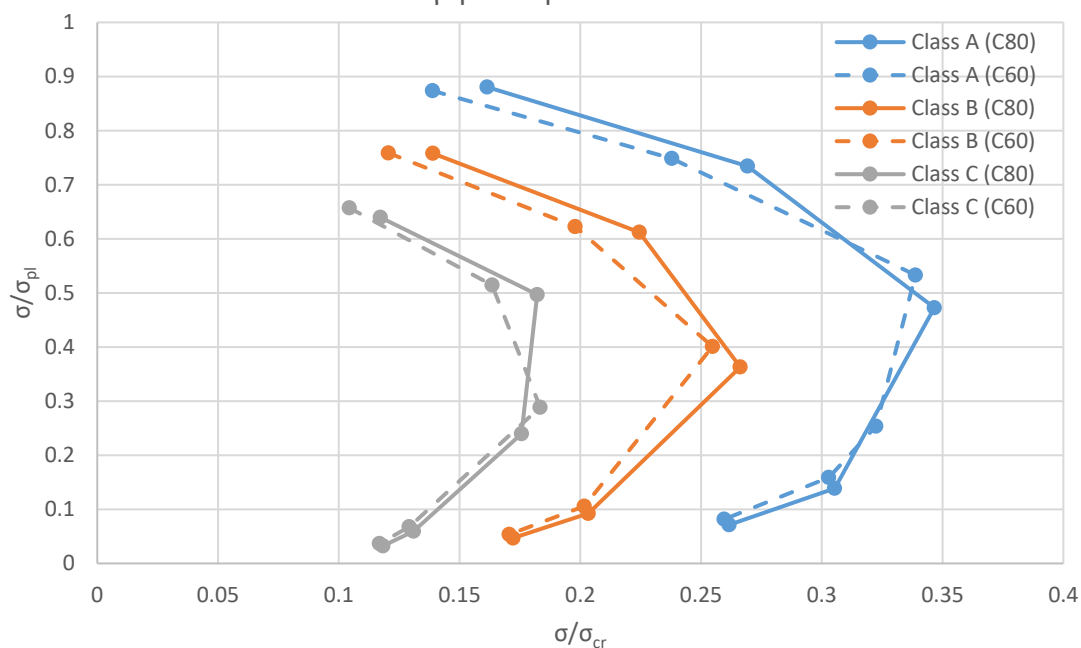
Πίνακας 20. Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Mean C80,B500)

Τα αριθμητικά αποτελέσματα των αναλύσεων προσομοιωμάτων διαφόρων ακτινών για κάθε μία από τις τρεις κατηγορίες κατασκευαστικής ποιότητας, παρουσιάζονται στον Πίνακα 21 και στο Διάγραμμα 35.

| Ακτίνα (mm) | ● Class A | | ● Class B | | ● Class C | |
|----------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} |
| 1000 | 0.880516 | 0.161417 | 0.757939 | 0.138946 | 0.639561 | 0.117245 |
| 2000 | 0.734339 | 0.26924 | 0.612155 | 0.224442 | 0.496832 | 0.18216 |
| 4000 | 0.472686 | 0.346613 | 0.36308 | 0.266241 | 0.215094 | 0.157725 |
| 12000 | 0.138786 | 0.305309 | 0.092436 | 0.203346 | 0.059518 | 0.130931 |
| 20000 | 0.071355 | 0.261618 | 0.046952 | 0.172147 | 0.032264 | 0.118294 |

Πίνακας 21. Αποτελέσματα διαφορετικών κατηγοριών κατασκευαστικής ποιότητας (χαρακτηριστικά σχεδιασμού υλικών: Mean C80, B500)

Αριθμητικά Αποτελέσματα C80-B500
συγκριτικά με C60-B500



Διάγραμμα 35. Σύγκριση αριθμητικών αποτελεσμάτων C80-B500 με C60-B500 (μέσες/χαρακτηριστικές τιμές)

Τα αριθμητικά αποτελέσματα δείχνουν μια αύξηση στην αντοχή του, η οποία φθίνει όσο αυξάνεται η λυγηρότητα του προσομοιώματος (Πίνακας 22). Οι σχετικά μικρές αποκλίσεις που εμφανίζονται στο παραπάνω διάγραμμα, οφείλονται στην δυσανάλογη αύξηση της πλαστικής τάσης στοχεύοντας (+23%) και της κρίσιμης τάσης λυγισμού (+6.8%), για αυτό και τα αποτελέσματα στην πλαστική περιοχή εμφανίζονται δεξιότερα, ενώ όσο μεταφερόμαστε στην περιοχή του ελαστικού λυγισμού, τα αποτελέσματα μετακινούνται προς τα κάτω.

| Ακτίνα (mm) | Μεταβολή των τάσεων από μοντέλα C60-B500 σε C80-B500 | | |
|----------------|--|------------|------------|
| | ● Class A | ● Class B | ● Class C |
| 1000 | 24.152031 % | 23.07408 % | 19.90712 % |
| 2000 | 20.855654 % | 21.12577 % | 18.97127 % |
| 4000 | 9.2438387 % | 11.59204 % | -8.16158 % |
| 12000 | 7.6373782 % | 7.684813 % | 8.215169 % |
| 20000 | 7.6119096 % | 7.752383 % | 8.104417 % |

Πίνακας 22. Μεταβολή των τάσεων από μοντέλα C60-B500 σε C80-B500 (μέσες/χαρακτηριστικές τιμές)

6.2.2 Καμπύλη ικανότητας σχεδιασμού

Τα χαρακτηριστικά των υλικών (C80, B500) για τις τιμές σχεδιασμού, υπολογίζονται σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 2 [2] και αναφέρονται στον Πίνακα 23.

| Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Design C80,B500) | | | | | | | |
|--|----------|-------------------|---------|-------------|-------------|---------------|--------------|
| A_{s1}/A_{tot} | 0.03395% | f_y | 500 MPa | $f_{y,d}$ | 434.783 MPa | E_s | 200000 MPa |
| A_c/A_{tot} | 0.9321% | f_{ck} | 80 MPa | $f_{ctm,d}$ | 53.333 MPa | $E_{c,d}$ | 35203.53 MPa |
| | | σ_{design} | | | 64.473 MPa | $E_{equiv,d}$ | 39603.21 MPa |

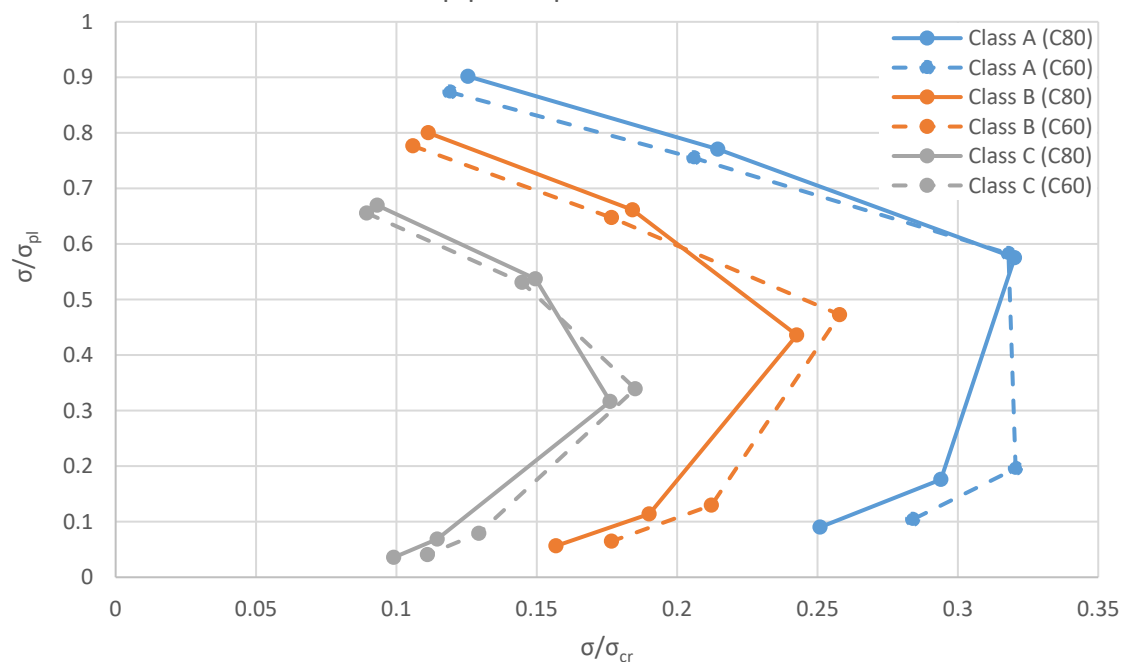
Πίνακας 23. Υπολογισμός χαρακτηριστικών των υλικών (Design C80,B500)

Τα αριθμητικά αποτελέσματα των αναλύσεων προσομοιωμάτων διαφόρων ακτινών για κάθε μία από τις τρεις κατηγορίες κατασκευαστικής ποιότητας, παρουσιάζονται στον Πίνακα 24 και στο Διάγραμμα 36.

| Ακτίνα (mm) | ● Class A | | ● Class B | | ● Class C | |
|-------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} | σ/σ_{pl} | σ/σ_{cr} |
| 1000 | 0.901799 | 0.125503 | 0.800157 | 0.111358 | 0.669624 | 0.093192 |
| 2000 | 0.770682 | 0.214512 | 0.661454 | 0.184109 | 0.537251 | 0.149538 |
| 4000 | 0.575264 | 0.320238 | 0.435875 | 0.242643 | 0.316426 | 0.176148 |
| 12000 | 0.176032 | 0.29398 | 0.113814 | 0.190074 | 0.068605 | 0.114574 |
| 20000 | 0.090152 | 0.250928 | 0.056354 | 0.156856 | 0.035587 | 0.099052 |

Πίνακας 24. Αποτελέσματα διαφορετικών κατηγοριών κατασκευαστικής ποιότητας (χαρακτηριστικά σχεδιασμού υλικών: Design C80, B500)

Αριθμητικά Αποτελέσματα σχεδιασμού C80-B500 συγκριτικά με C60-B500



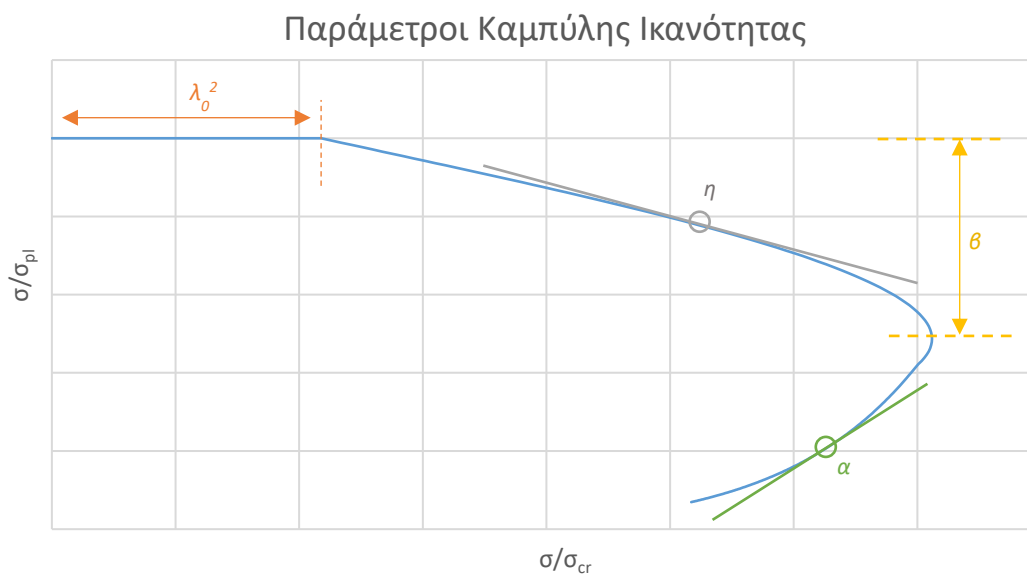
Διάγραμμα 36. Σύγκριση αριθμητικών αποτελεσμάτων σχεδιασμού C80-B500 με C60-B500

Τα αριθμητικά αποτελέσματα, αντίστοιχα με τα αποτελέσματα των μέσων και χαρακτηριστικών τιμών, δείχνουν μια αύξηση της αντοχής που φθίνει όσο αυξάνεται η λυγηρότητα του προσομοιώματος (Πίνακας 25). Οι σχετικά μικρές αποκλίσεις που εμφανίζονται στο παραπάνω διάγραμμα, αντίθετα με την περίπτωση των μέσων και χαρακτηριστικών τιμών, οφείλονται στην παρόμοια αύξηση της πλαστικής τάσης αστοχίας (+24%) με την κρίσιμη τάση λυγισμού (+22%).

| Ακτίνα (mm) | Μεταβολή των τάσεων από μοντέλα C60-B500 σε C80-B500 | | |
|----------------|--|------------|------------|
| | ● Class A | ● Class B | ● Class C |
| 1000 | 28.027628 % | 27.7585 % | 26.62337 % |
| 2000 | 26.568887 % | 26.67101 % | 25.51499 % |
| 4000 | 22.390261 % | 14.35006 % | 15.6612 % |
| 12000 | 11.462682 % | 8.855604 % | 7.622368 % |
| 20000 | 7.4144402 % | 7.9104 % | 8.349389 % |

Πίνακας 25. Μεταβολή των τάσεων από μοντέλα C60-B500 σε C80-B500 (τιμές σχεδιασμού)

7. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ



Διάγραμμα 37. Απεικόνιση των παραμέτρων της καμπύλης ικανότητας

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, η καμπύλη ικανότητας του Ευρωκώδικα 3 περιγράφεται από μια ομάδα τεσσάρων παραμέτρων, το όριο ανηγμένης λυγηρότητας πλαστικής περιοχής $\bar{\lambda}_0$, το μειωτικό συντελεστή λόγω ατελειών α , το συντελεστή εύρους πλαστικής περιοχής β και τον εκθέτη αλληλεπίδρασης η , κάθε μία από τις οποίες συνδέεται με ένα διαφορετικό μέρος της συμπεριφοράς της κατασκευής. Με βάση τα αριθμητικά αποτελέσματα επιδιώκεται ο προσδιορισμός των παραπάνω παραμέτρων για κάθε κατηγορία κατασκευαστικής ποιότητας, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται μια καλή προσαρμογή μεταξύ των παραμετρικών καμπυλών και των αναλύσεων.

Ο προσδιορισμός όμως των τεσσάρων παραμέτρων δεν είναι τόσο απλός καθώς η μεταβολή της κάθε παραμέτρου επηρεάζει τις υπόλοιπες. Για να επιτευχθεί ένας καθολικός προσδιορισμός των παραμέτρων οι οποίες θα περιγράφουν ένα σύνολο κατηγοριών, δεν φτάνει μόνο η απλή προσαρμογή της παραγόμενης καμπύλης ικανότητας πάνω στα αριθμητικά αποτελέσματα, αλλά απαιτείται διερεύνηση της φυσικής και αριθμητικής φύσης της κάθε παραμέτρου. Συνεπώς, διερευνάται η φυσική και η μαθηματική έννοια της κάθε παραμέτρου, με σκοπό μια προσέγγιση της τιμής τους, η οποία εμπεριέχει κάποιο φυσικό νόημα.

Ακόμα, σημειώνεται πως γίνεται η βασική παραδοχή ότι οι καμπύλες ικανότητας είναι ανεξάρτητες του υλικού της κατασκευής, προκειμένου να βρεθούν τιμές των παραμέτρων οι οποίες θα εξαρτώνται κατά το δυνατόν μόνο από το εύρος των αρχικών ατελειών. Αυτό συμβαίνει διότι το υλικό δεν φαίνεται να επηρεάζει πάρα πολύ τις καμπύλες, και πιο συγκεκριμένα, μόνο η κατηγορία της τσιμεντοκονίας επηρεάζει σε κάποιο βαθμό τις καμπύλες.

7.1 Προσδιορισμός του μειωτικού συντελεστή λόγω ατελειών α

Ο μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α φαίνεται να συνδέεται με τα αποτελέσματα της καμπύλης ικανότητας στην περιοχή ψευδο-ελαστικού λυγισμού. Η μορφή της εξίσωσης υπολογισμού του συντελεστή αυτού που εμπεριέχει ο Ευρωκώδικας 3 για τις χαλύβδινες κατασκευές φαίνεται στην Εξίσωση 16.

$$\alpha = \frac{A}{B + C(\Delta w_k / t)^D} \quad \text{Εξίσωση 16.}$$

Μορφή σχέσης μειωτικού συντελεστή ατελειών α

Όπου $\Delta w_k = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R}{t}}$ είναι το χαρακτηριστικό εύρος ατέλειας

Οι σταθερές A, B, C, D της Εξίσωση 16 έχουν συγκεκριμένες τιμές για τις χαλύβδινες κατασκευές, ενώ ο συντελεστής Q μεταβάλλεται για κάθε κατηγορία κατασκευαστικής ποιότητας. Αφού ο συντελεστής α αναφέρεται στην κλίση της περιοχής της καμπύλης του ελαστικού λυγισμού, για τον προσδιορισμό του χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα των προσομοιωμάτων που αστοχούν στην περιοχή του ψευδο-ελαστικού λυγισμού. Μετά την συγκέντρωση των παραπάνω αποτελεσμάτων όλα μαζί σε ένα διάγραμμα σ/σ_{cr} ως προς w_0/t , υπολογίστηκε η πολυωνυμική εξίσωση που τα προσεγγίζει (Εξίσωση 17 και Εξίσωση 18) όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 38 και Διάγραμμα 39.

$$y = -27989 \left(\frac{w_0}{L_{imp}}\right)^3 + 2083.2 \left(\frac{w_0}{L_{imp}}\right)^2 - 56.571 \left(\frac{w_0}{L_{imp}}\right) + 0.6731$$

$$R^2 = 0.9714$$

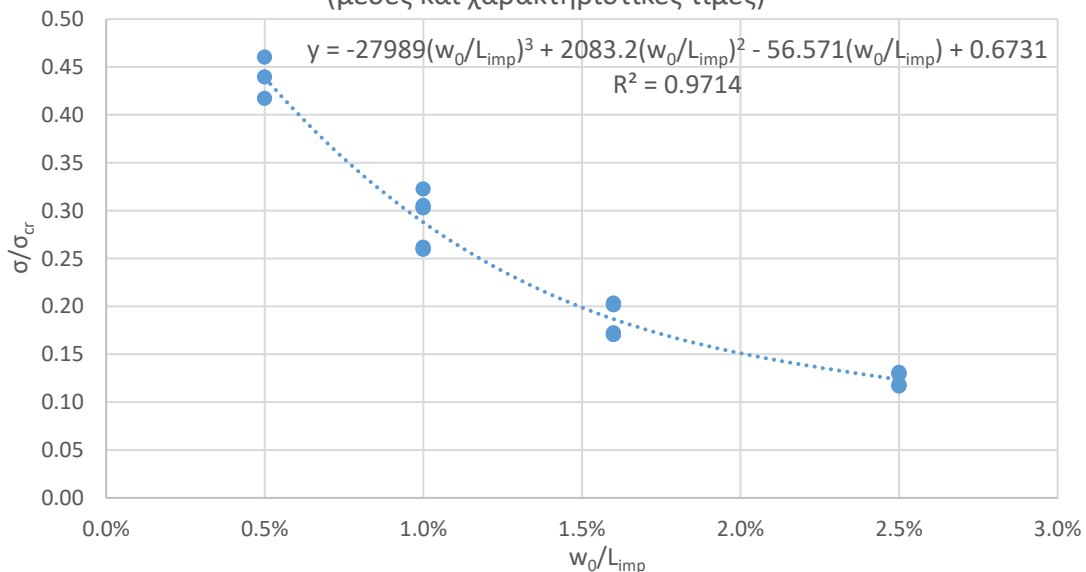
Εξίσωση 17.
Περιγραφή αποτελεσμάτων
χαρακτηριστικών τιμών
ελαστικής περιοχής

$$y = 580.95 \left(\frac{w_0}{L_{imp}}\right)^2 - 31.107 \left(\frac{w_0}{L_{imp}}\right) - 0.5205$$

$$R^2 = 0.9526$$

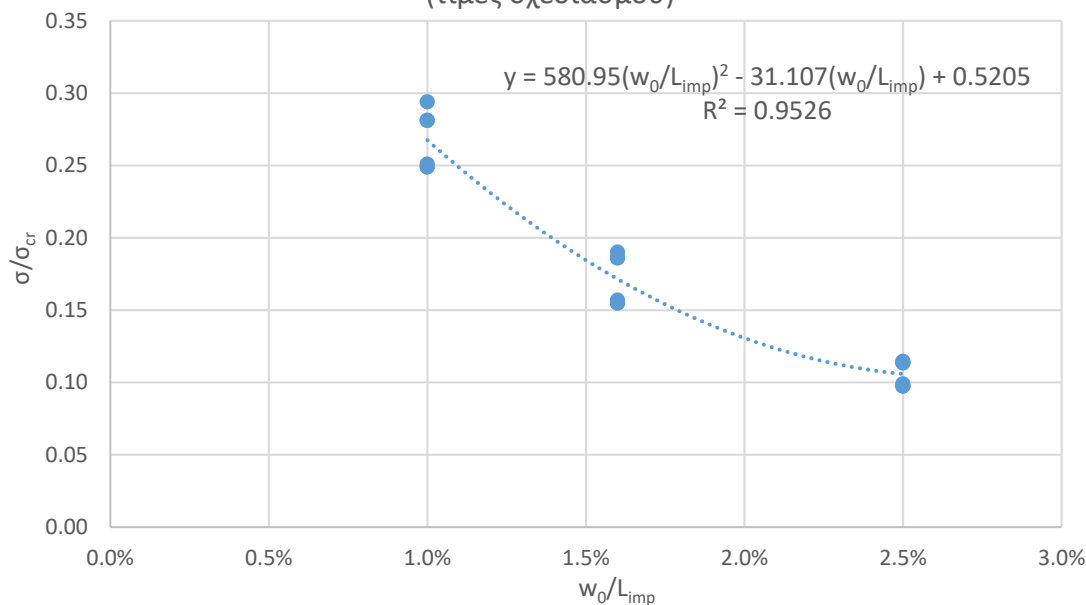
Εξίσωση 18.
Περιγραφής αποτελεσμάτων
τιμών σχεδιασμού ελαστικής περιοχής

Αποτελέσματα Αριθμητικών Προσομοιωμάτων
(μέσες και χαρακτηριστικές τιμές)



Διάγραμμα 38. Αποτελέσματα αριθμητικών προσομοιωμάτων με αστοχία ελαστικού λυγισμού, για μέσες και χαρακτηριστικές τιμές

Αποτελέσματα Αριθμητικών Προσομοιωμάτων
(τιμές σχεδιασμού)



Διάγραμμα 39. Αποτελέσματα αριθμητικών προσομοιωμάτων με αστοχία ελαστικού λυγισμού, για τιμές σχεδιασμού

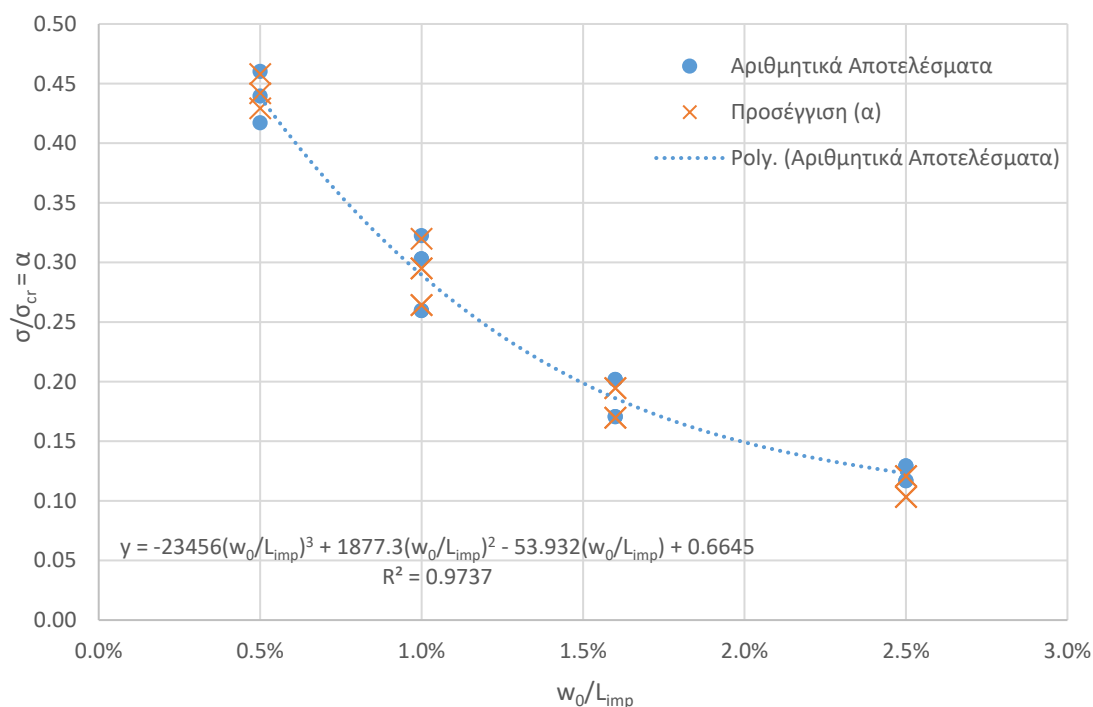
Όπως παρατηρούμε στο Διάγραμμα 38 και σύμφωνα με την εξίσωση της γραμμής τάσης των σημείων, όταν ο λόγος w_0/t πάρει την τιμή 0 ($x=0$), ο λόγος σ/σ_{cr} θα πάρει την τιμή 0.67 ($y=0.67$). Από την άλλη πλευρά, όταν το χαρακτηριστικό εύρος ατέλειας της Εξίσωση 16 τείνει στο μηδέν και υποθέτοντας πως η σταθερά B είναι ίση με την μονάδα, τότε ο μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α εξισώνεται με την σταθερά A . Συνεπώς, θεωρούμε την σταθερά A περίπου ίση με 0.67 και την σταθερά $B=1$. Στη συνέχεια, για απλοποίηση θεωρείται ίση με την μονάδα και η σταθερά C , ενώ οι σταθερά D προσαρμόζει την κλίση της καμπύλης πάνω στα αριθμητικά αποτελέσματα. Τέλος, με τον συντελεστή κατηγορίας κατασκευαστικής ποιότητας Q , προσαρμόζεται το ύψος στο οποίο βρίσκονται τα αποτελέσματα της κάθε κατηγορίας κατασκευαστικής ποιότητας. Οι ίδιες τιμές χρησιμοποιούνται και για τις καμπύλες ικανότητας σχεδιασμού με εξαίρεση τη σταθερά A η οποία δεν είναι δυνατόν να λαμβάνει την ίδια ακριβώς τιμή, αλλά παίρνει την τιμή 0.64.

Η καλύτερη προσέγγιση των αποτελεσμάτων των αριθμητικών αναλύσεων μέσω του μειωτικού συντελεστή λόγω ατελειών α δίνεται για τις τιμές των συντελεστών του Πίνακα 26. Στο Διάγραμμα 40 φαίνεται η προσέγγιση των αριθμητικών αποτελεσμάτων για τις χαρακτηριστικές τιμές υλικών (Πίνακας 27), ενώ αντίστοιχα το Διάγραμμα 41 παρουσιάζει την προσέγγιση για τα αποτελέσματα σχεδιασμού (Πίνακας 28).

| Παράμετροι μειωτικού συντελεστής λόγω ατελειών α | | | | |
|---|-------------|---------------------|-----------|----|
| A* | 0.68 / 0.64 | Κατηγορία ποιότητας | Περιγραφή | Q |
| B | 1 | Class A | Άριστη | 17 |
| C | 1 | Class B | Υψηλή | 7 |
| D | 0.73 | Class C | Κανονική | 3 |

Πίνακας 26. Προσέγγιση παραμέτρων μειωτικού συντελεστή λόγω ατελειών α
* Τιμή για χαρακτηριστική καμπύλη / Τιμή για καμπύλη σχεδιασμού

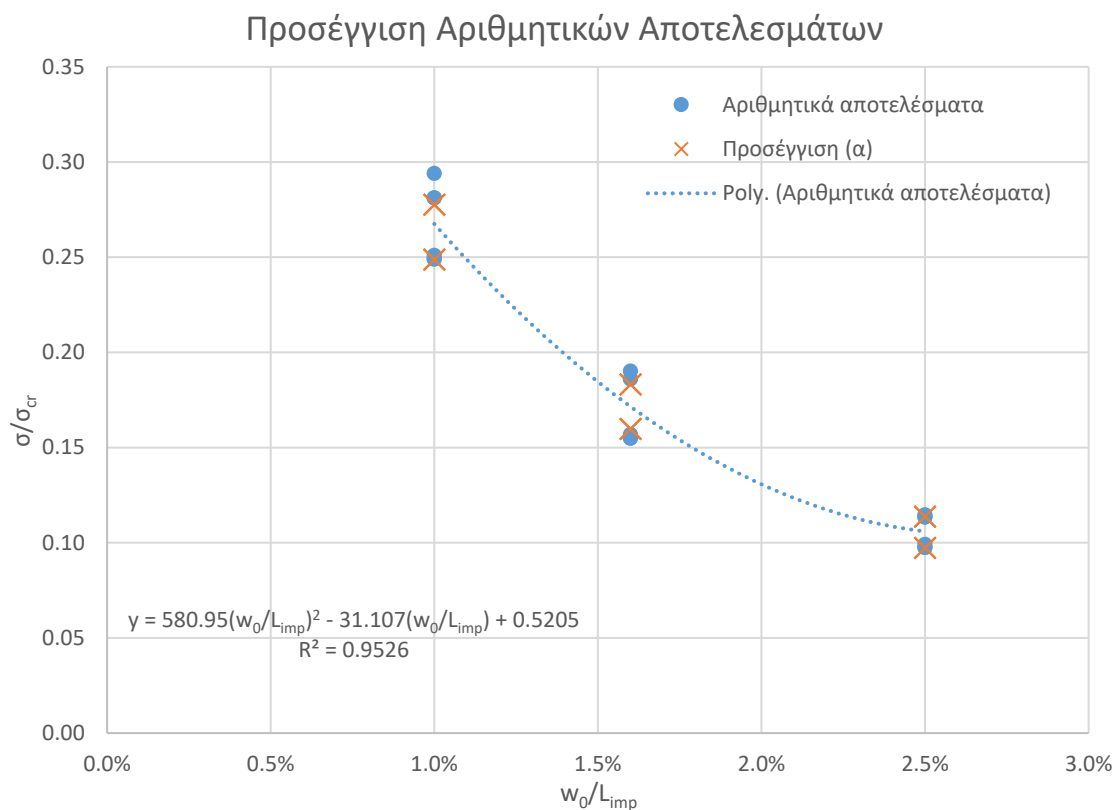
Προσέγγιση Αριθμητικών Αποτελεσμάτων



Διάγραμμα 40. Προσέγγιση αριθμητικών αποτελεσμάτων μέσω του μειωτικού συντελεστή λόγω ατελειών, για μέσες και χαρακτηριστικές τιμές

| Κατηγορία | Ακτίνα (mm) | w_0/L_{imp} | R/t | Q | a | σ/σ_{cr} | Σφάλμα (%) |
|--|-------------|---------------|------|----|----------|----------------------|---------------|
| Άλλα Δεδομένα ($w_0=0.5\%L_{imp}$) | 12000 | 0.005 | 600 | 66 | 0.457907 | 0.460140 | -0.485 |
| | 16000 | 0.005 | 800 | 66 | 0.441927 | 0.439421 | 0.570 |
| | 20000 | 0.005 | 1000 | 66 | 0.429176 | 0.417008 | 2.918 |
| Class A C60-B500 | 8000 | 0.010 | 400 | 17 | 0.319855 | 0.322410 | -0.792 |
| | 12000 | 0.010 | 600 | 17 | 0.294939 | 0.302874 | -2.620 |
| | 20000 | 0.010 | 1000 | 17 | 0.264267 | 0.259593 | 1.800 |
| Class B C60-B500 | 12000 | 0.016 | 600 | 7 | 0.194553 | 0.201636 | -3.513 |
| | 20000 | 0.016 | 1000 | 7 | 0.169719 | 0.170591 | -0.511 |
| Class C C60-B500 | 12000 | 0.025 | 600 | 3 | 0.120748 | 0.129193 | -6.537 |
| | 20000 | 0.025 | 1000 | 3 | 0.103330 | 0.116844 | -11.566 |
| Class A C60-B375 | 12000 | 0.010 | 600 | 17 | 0.294939 | 0.302874 | -2.620 |
| | 20000 | 0.010 | 1000 | 17 | 0.264267 | 0.259592 | 1.801 |
| Class B C60-B375 | 12000 | 0.016 | 600 | 7 | 0.194553 | 0.201635 | -3.512 |
| | 20000 | 0.016 | 1000 | 7 | 0.169719 | 0.170591 | -0.511 |
| Class C C60-B375 | 12000 | 0.025 | 600 | 3 | 0.120748 | 0.129193 | -6.537 |
| | 20000 | 0.025 | 1000 | 3 | 0.103330 | 0.116843 | -11.565 |
| Class A C80-B500 | 12000 | 0.010 | 600 | 17 | 0.294939 | 0.305309 | -3.397 |
| | 20000 | 0.010 | 1000 | 17 | 0.264267 | 0.261618 | 1.012 |
| Class B C80-B500 | 12000 | 0.016 | 600 | 7 | 0.194553 | 0.203346 | -4.324 |
| | 20000 | 0.016 | 1000 | 7 | 0.169719 | 0.172147 | -1.410 |
| Class C C80-B500 | 12000 | 0.025 | 600 | 3 | 0.120748 | 0.130931 | -7.777 |
| | 20000 | 0.025 | 1000 | 3 | 0.103330 | 0.118294 | -12.650 |
| Μέσο σφάλμα : | | | | | | | -3.283 |

Πίνακας 27. Αναλυτικά τα δεδομένα του Διαγράμματος 40 (χαρακτηριστικών τιμών) για τις παραμέτρους του Πίνακα 26



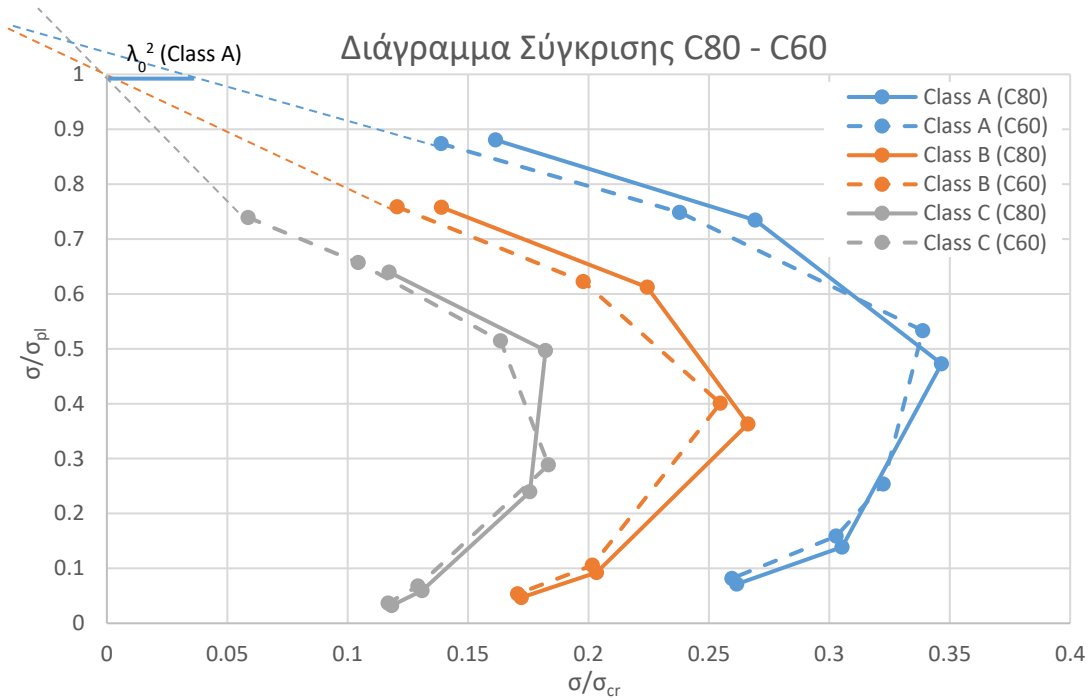
Διάγραμμα 41. Προσέγγιση αριθμητικών αποτελεσμάτων μέσω του μειωτικού συντελεστή λόγω ατελειών α, για τιμές σχεδιασμού

| Κατηγορία | Ακτίνα (mm) | w_0/L_{imp} | R/t | Q | a | σ/σ_{cr} | Σφάλμα (%) |
|----------------------|-------------|---------------|------|----|----------|----------------------|---------------|
| Class A C60-B500 | 12000 | 0.010 | 600 | 17 | 0.277590 | 0.281082 | -1.243 |
| | 20000 | 0.010 | 1000 | 17 | 0.248722 | 0.248961 | -0.096 |
| Class B C60-B500 | 12000 | 0.016 | 600 | 7 | 0.183109 | 0.186087 | -1.601 |
| | 20000 | 0.016 | 1000 | 7 | 0.159736 | 0.154911 | 3.115 |
| Class C C60-B500 | 12000 | 0.025 | 600 | 3 | 0.113645 | 0.113456 | 0.167 |
| | 20000 | 0.025 | 1000 | 3 | 0.097252 | 0.097428 | -0.181 |
| Class A C60-B375 | 12000 | 0.010 | 600 | 17 | 0.277590 | 0.281082 | -1.243 |
| | 20000 | 0.010 | 1000 | 17 | 0.248722 | 0.248961 | -0.096 |
| Class B C60-B375 | 12000 | 0.016 | 600 | 7 | 0.183109 | 0.186087 | -1.601 |
| | 20000 | 0.016 | 1000 | 7 | 0.159736 | 0.154911 | 3.115 |
| Class C C60-B375 | 12000 | 0.025 | 600 | 3 | 0.113645 | 0.113456 | 0.167 |
| | 20000 | 0.025 | 1000 | 3 | 0.097252 | 0.097428 | -0.181 |
| Class A C80-B500 | 12000 | 0.010 | 600 | 17 | 0.277590 | 0.293980 | -5.575 |
| | 20000 | 0.010 | 1000 | 17 | 0.248722 | 0.250928 | -0.879 |
| Class B C80-B500 | 12000 | 0.016 | 600 | 7 | 0.183109 | 0.190074 | -3.664 |
| | 20000 | 0.016 | 1000 | 7 | 0.159736 | 0.156856 | 1.836 |
| Class C C80-B500 | 12000 | 0.025 | 600 | 3 | 0.113645 | 0.114574 | -0.811 |
| | 20000 | 0.025 | 1000 | 3 | 0.097252 | 0.099052 | -1.818 |
| Μέσο σφάλμα : | | | | | | | -0.588 |

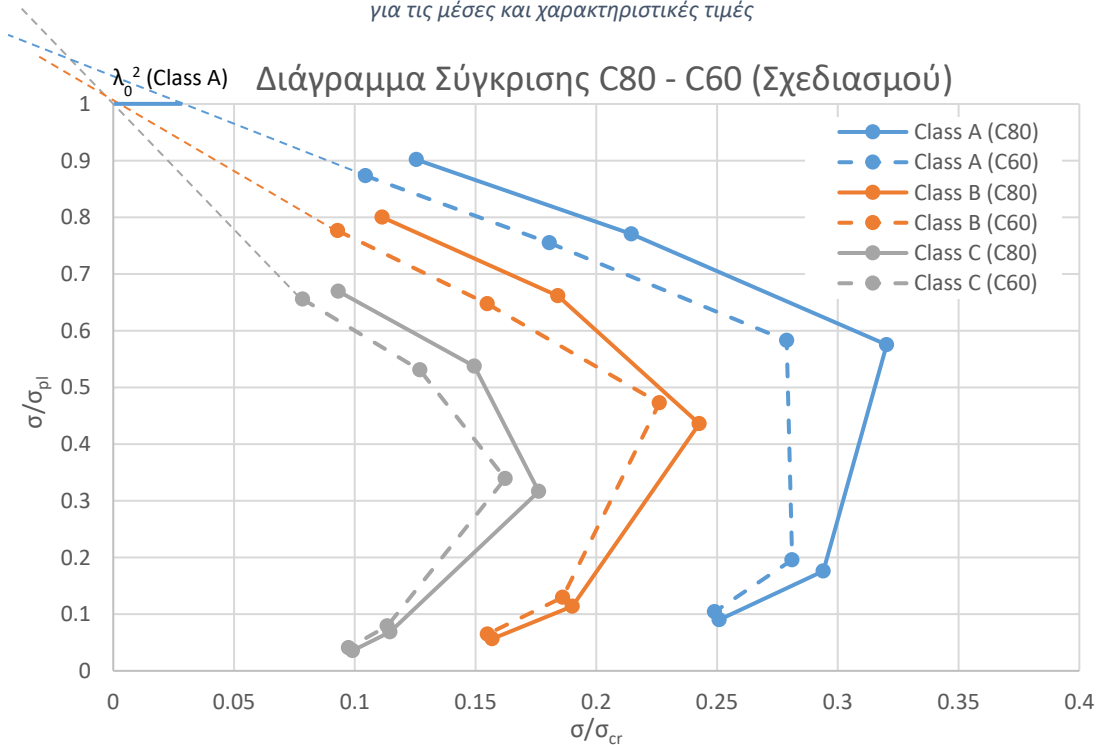
Πίνακας 28. Αναλυτικά τα δεδομένα του Διαγράμματος 41 (τιμές σχεδιασμού) για τις παραμέτρους του Πίνακα 26

7.2 Προσδιορισμός του ορίου ανηγμένης λυγηρότητας πλαστικής περιοχής λ_0

Το όριο ανηγμένης λυγηρότητας πλαστικής περιοχής λ_0^{-2} περιγράφει το πλάτο το οποίο μπορεί να εμφανίζουν οι καμπύλες ικανότητας στην πλαστική περιοχή για τιμές σ/σ_{pl} ίσες με την μονάδα. Το πλάτος αυτού του πλάτος διαφέρει σε κάθε κατηγορία ποιότητας και μπορεί σχετικά εύκολα να προσεγγιστεί όταν γίνει προέκταση της κάθε καμπύλης ικανότητας μέχρι να τμήσει την ευθεία $\sigma/\sigma_{pl}=1$, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 42 και στο Διάγραμμα 43.

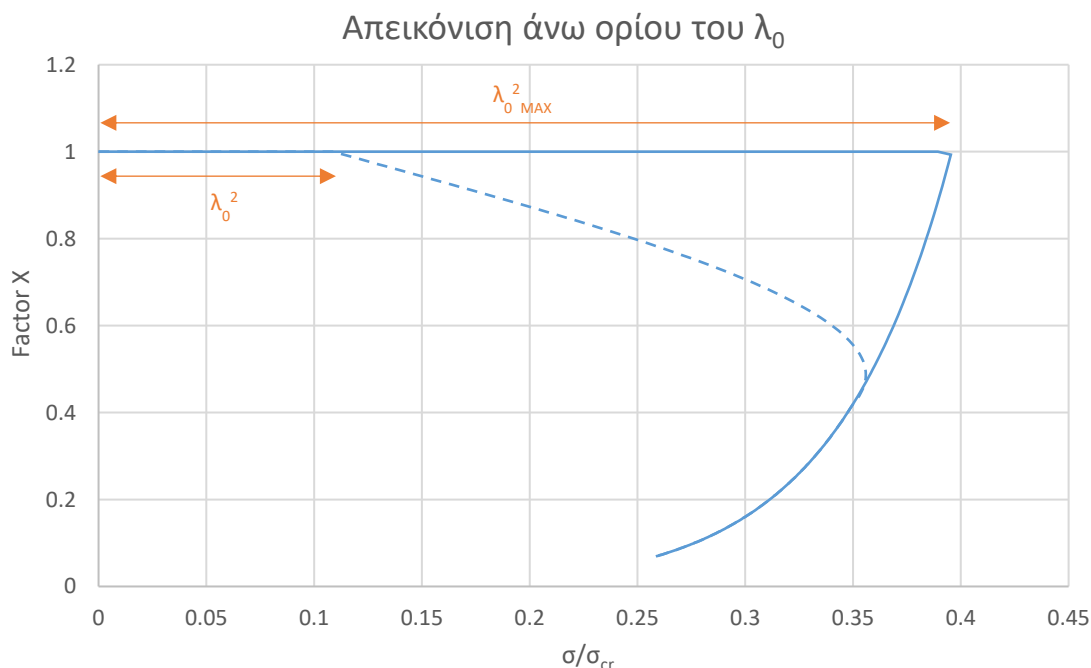


Διάγραμμα 42. Συντηρητική προσέγγιση του ορίου ανηγμένης λυγηρότητας πλαστικής περιοχής λ_0 για τις μέσες και χαρακτηριστικές τιμές



Διάγραμμα 43. Συντηρητική προσέγγιση του ορίου ανηγμένης λυγηρότητας πλαστικής περιοχής λ_0 για τις τιμές σχεδιασμού

Επιπροσθέτως, φαίνεται πως το όριο ανηγμένης λυγηρότητας πλαστικής περιοχής $\bar{\lambda}_0$ χαρακτηρίζεται και από ένα πάνω όριο προερχόμενο από το μειωτικό συντελεστή λόγω ατελειών α . Αν υποθέσουμε πως η απόκριση της κατασκευής περιγράφεται μονάχα με ένα πλατό πλαστικής αστοχίας και αμέσως μετά από ένα ελαστικό κλάδο, τότε η καμπύλη χαρακτηρίζεται μόνο από τους συντελεστές α και $\bar{\lambda}_0$. Όπως όμως προαναφέρθηκε, για μηδενική ατέλεια ο συντελεστής α παίρνει μια συγκεκριμένη τιμή ($\sigma/\sigma_{cr}=0.68$ για τις μέσες και χαρακτηριστικές τιμές) η οποία θα συμπίπτει με την απόσταση που περιγράφει ο συντελεστής $\bar{\lambda}_0^{-2}$ και αποτελεί το άνω όριο του (Διάγραμμα 44).



Διάγραμμα 44. Απεικόνιση άνω ορίου του λ_0 , απόκριση κατασκευής χωρίς ελαστοπλαστικό κλάδο

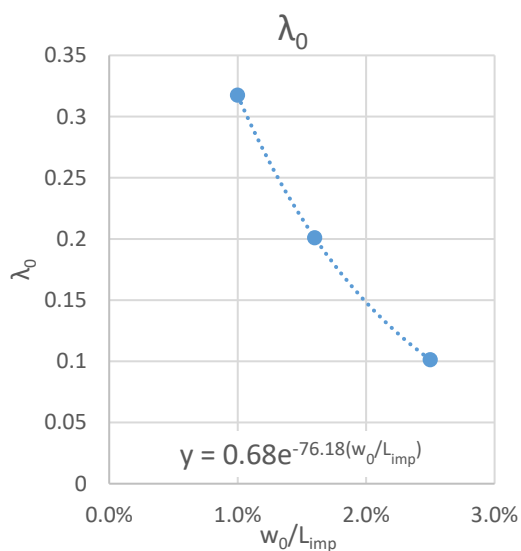
Όπως φαίνεται και στο Διάγραμμα 42 και στο Διάγραμμα 43, τα αποτελέσματα των προσομοιωμάτων διαφορετικών υλικών είναι αρκετά κοντά, όμως δεν συμπίπτουν, συνεπώς, για τον προσδιορισμό των παραμέτρων των καμπυλών ικανότητας λαμβάνονται υπόψιν τα δυσμενέστερα αποτελέσματα, τα οποία είναι αυτά των προσομοιωμάτων με χαρακτηριστικά υλικών C60-B500. Γνωρίζοντας το $\bar{\lambda}_0$ της Κατηγορίας Α επιδιώκεται μια κατά το δυνατόν αναλογική προσέγγιση του $\bar{\lambda}_0$ των υπολοίπων Κατηγοριών, έτσι ώστε να υπάρχει μια αντιστοιχία με το εύρος των αρχικών ατελειών.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η προσέγγιση των τιμών του $\bar{\lambda}_0$ φαίνεται στον Πίνακα 29, ενώ το Διάγραμμα 45 και το Διάγραμμα 46 παρουσιάζουν τη σχέση που συνδέει την παράμετρο $\bar{\lambda}_0$ με τον λόγο w_0/L_{imp} για τις χαρακτηριστικές τιμές και τις τιμές σχεδιασμού αντίστοιχα.

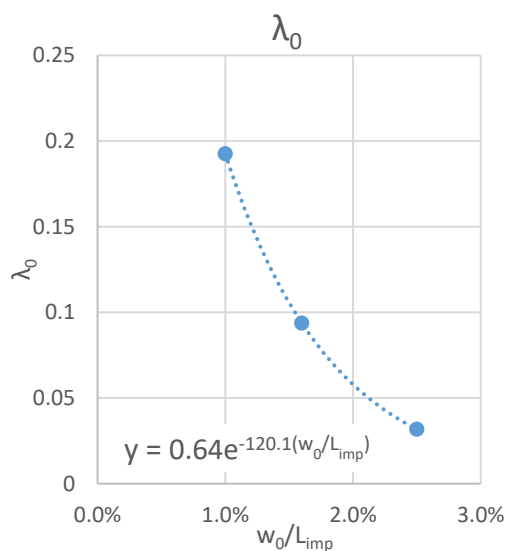
| Προσδιορισμός του ορίου λ_0 (για μέσες και χαρακτηριστικές τιμές) | | | |
|---|---------|---------|---------|
| | Class A | Class B | Class C |
| λ_0 | 0.3174 | 0.2010 | 0.1013 |

| Προσδιορισμός του ορίου λ_0 (για τιμές σχεδιασμού) | | | |
|--|---------|---------|---------|
| | Class A | Class B | Class C |
| λ_0 | 0.1926 | 0.0937 | 0.0318 |

Πίνακας 29. Τιμές του ορίου ανηγμένης λυγηρότητας πλαστικής περιοχής λ_0 για κάθε κατηγορία κατασκευαστικής ποιότητας



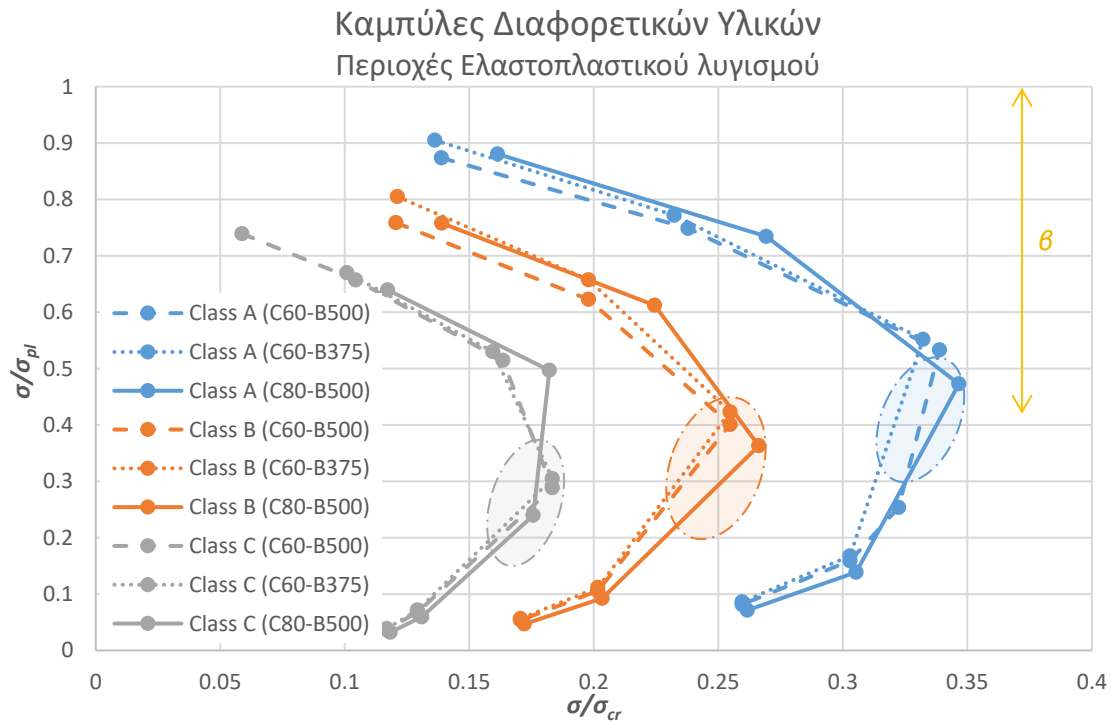
Διάγραμμα 45. Σχέση λ_0 προς το w_0/L_{imp} (μέσες και χαρακτηριστικές τιμές)



Διάγραμμα 46. Σχέση λ_0 προς το w_0/L_{imp} (τιμές σχεδιασμού)

7.3 Προσδιορισμός του συντελεστή εύρους πλαστικής περιοχής β

Η τελευταία παράμετρος που μπορεί να προσεγγιστεί πρακτικά, είναι ο συντελεστής εύρους πλαστικής περιοχής β . Ο συγκεκριμένος συντελεστής οριοθετεί την πλαστική περιοχή της εκάστοτε καμπύλης ικανότητας μετά από την οποία ακολουθεί ο ελαστικός κλάδος. Τα όρια αυτά των περιοχών βρίσκονται, για παράδειγμα, κάπου μέσα στις γραμμοσκιασμένες περιοχές του Διαγράμματος 47 στην περίπτωση των καμπυλών ικανότητας για μέσες και χαρακτηριστικές τιμές.

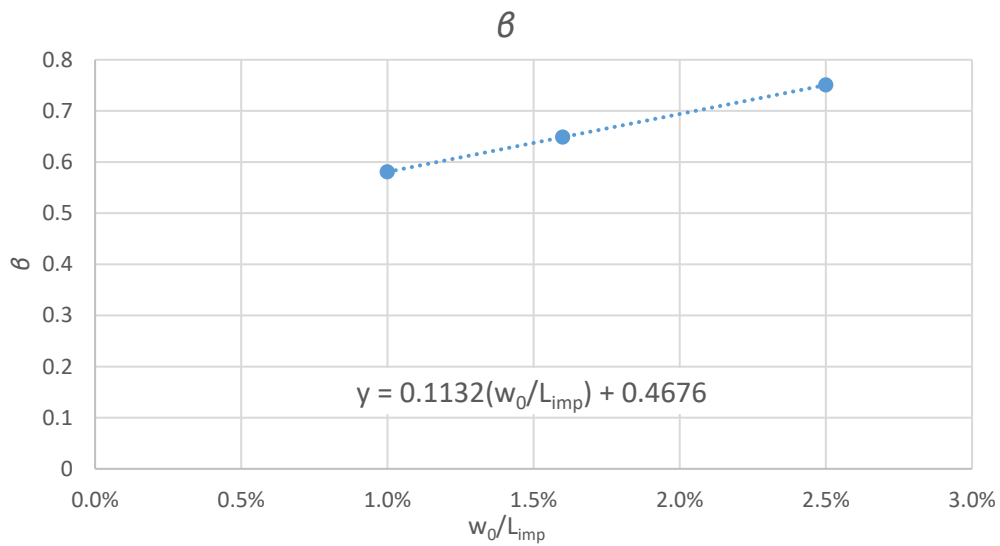


Σε αυτό το σημείο σημειώνεται πως οι καμπύλες ικανότητας του Ευρωκώδικα 3 προβάλλονται έχοντας στον κατακόρυφο άξονα τον συντελεστή χ (factor χ) που είναι ο λόγος σ/σ_{pl} , με την ισοδύναμη πλαστική τάση σ_{pl} να υπολογίζεται βάση του f_{ck} και όχι του f_{cm} . Συνεπώς, ο συντελεστής β μετράται σε όρους του παραπάνω λόγου και οι τιμές που παίρνει προκειμένου να συμφωνεί με τα αριθμητικά αποτελέσματα αναγράφονται στον Πίνακα 30, τόσο για τις χαρακτηριστικές καμπύλες, όσο και για τις καμπύλες σχεδιασμού.

| Προσδιορισμός του συντελεστή β | | | |
|--------------------------------------|---------|---------|---------|
| | Class A | Class B | Class C |
| β | 0.5808 | 0.6487 | 0.7505 |

Πίνακας 30. Τιμές του συντελεστή εύρους πλαστικής περιοχής β για κάθε κατηγορία κατασκευαστικής ποιότητας

Το Διάγραμμα 48 παρουσιάζει την παραγόμενη σχέση που συνδέει τον συντελεστή β με τον λόγο w_0/L_{imp} , τόσο για τις χαρακτηριστικές τιμές, όσο και για τις τιμές σχεδιασμού.



Διάγραμμα 48. Σχέση β προς το w_0/L_{imp}

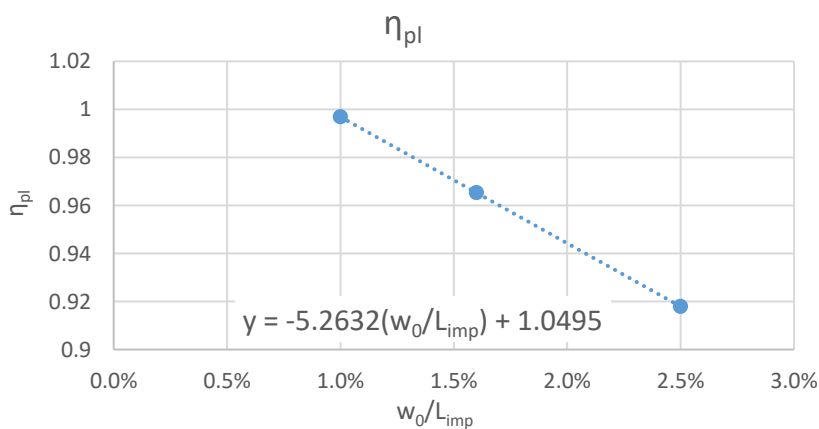
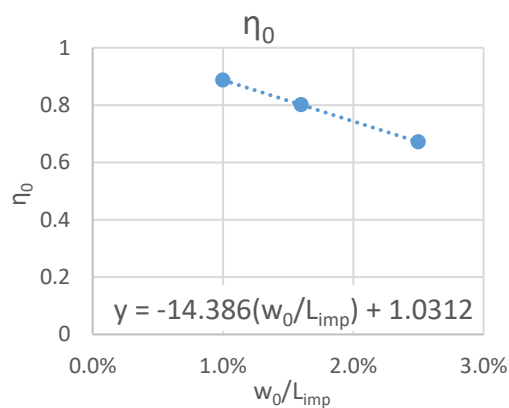
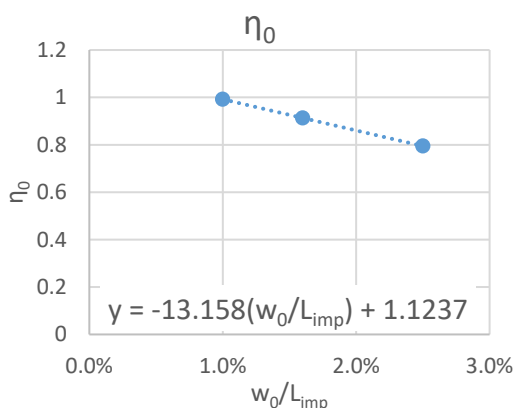
7.4 Προσδιορισμός του εκθέτη αλληλεπίδρασης η

Αφού προσδιορίστηκαν οι τρεις πρώτες παράμετροι, ο εκθέτης αλληλεπίδρασης η προσαρμόζει την παραγόμενη καμπύλη πάνω στα αριθμητικά αποτελέσματα. Ο εκθέτης αλληλεπίδρασης χωρίζεται στο η_0 και το η_{pl} και επηρεάζει την κλίση της καμπύλης στα όρια της πλαστικής και ελαστοπλαστικής περιοχής. Πέρα από την προσαρμογή της καμπύλης στα αποτελέσματα, επιδιώκεται και μια γραμμική, κατά το δυνατόν, σχέση, μεταξύ των τιμών των συντελεστών ανά κατηγορία κατασκευαστικής ποιότητας.

Οι τιμές του εκθέτη αλληλεπίδρασης, για τις οποίες οι καμπύλες ικανότητας λυγισμού, προσεγγίζουν τα αριθμητικά αποτελέσματα, με την χρήση των ήδη ορισμένων υπολοίπων παραμέτρων, φαίνονται στον Πίνακα 31, ενώ η σχέση που τον συνδέει με την ατέλεια αναφέρεται στα διαγράμματα που ακολουθούν.

| Προσδιορισμός του εκθέτη αλληλεπίδρασης η | | | |
|--|---------|---------|---------|
| | Class A | Class B | Class C |
| η_{pl} | 0.9969 | 0.9653 | 0.9179 |
| η_0 για χαρακτηριστικές καμπύλες | 0.9921 | 0.9132 | 0.7948 |
| η_0 για καμπύλες σχεδιασμού | 0.8873 | 0.8010 | 0.6716 |

Πίνακας 31. Τιμές του εκθέτη αλληλεπίδρασης η για κάθε κατηγορία κατασκευαστικής ποιότητας



7.5 Καμπύλες ικανότητας λυγισμού

Αφού προσδιορίστηκαν όλες οι παράμετροι σύμφωνα με την απλουστευμένη μεθοδολογία του Ευρωκώδικα 3, παρουσιάζονται στον Πίνακα 32 και στον Πίνακα 33 συγκεντρωμένες οι εξισώσεις και οι τιμές (αντίστοιχα) των παραμέτρων των καμπυλών ικανότητας λυγισμού για ακτινικά συμπιεσμένα τσιμεντοειδή σφαιρικά κελύφη.

| Εξισώσεις παραμέτρων καμπυλών ικανότητας λυγισμού ακτινικά συμπιεσμένου τσιμεντοειδούς σφαιρικού κελύφους | | | |
|---|--|--|--|
| | Class A | Class B | Class C |
| Q | 17 | 7 | 3 |
| | Χαρακτηριστικές | | Σχεδιασμού |
| α | $\frac{0.68}{1 + \left(\frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R}{t}}\right)^{0.7}}$ | | $\frac{0.64}{1 + \left(\frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R}{t}}\right)^{0.7}}$ |
| λ₀ | $0.68 \cdot e^{-76.18 \cdot \frac{w_0}{L_{imp}}}$ | | $0.64 \cdot e^{-120.1 \cdot \frac{w_0}{L_{imp}}}$ |
| β | $11.316 \cdot \frac{w_0}{L_{imp}} + 0.4676$ | | |
| η₀ | $-13.158 \cdot \frac{w_0}{L_{imp}} + 1.1237$ | $-14.386 \cdot \frac{w_0}{L_{imp}} + 1.0312$ | |
| η_{pl} | $-5.2632 \cdot \frac{w_0}{L_{imp}} + 1.0495$ | | |

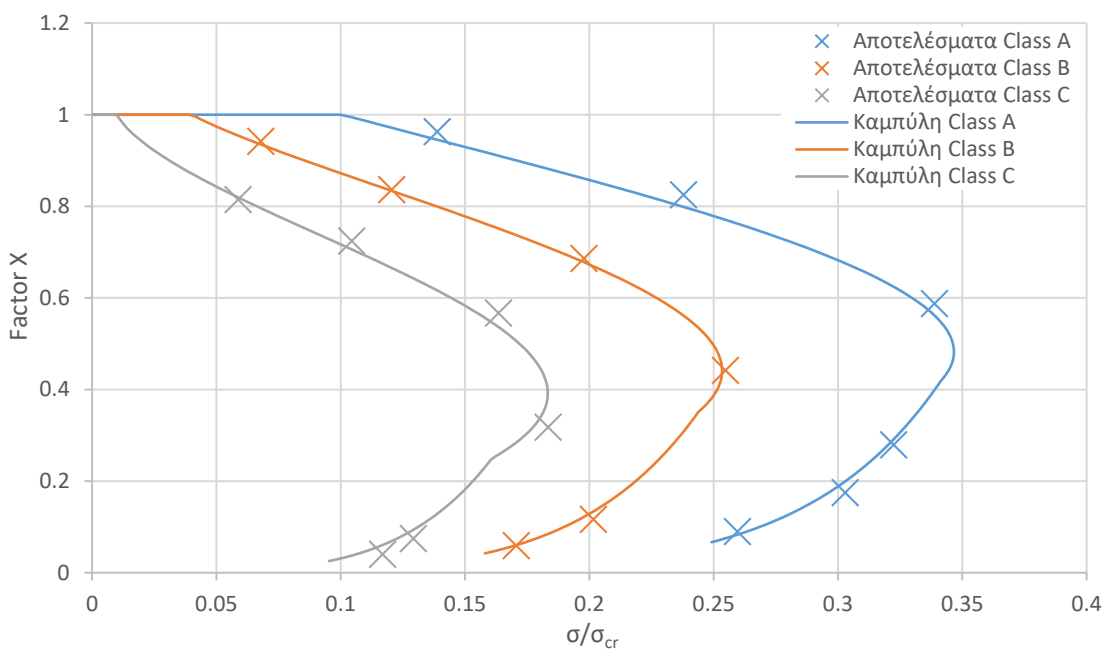
Πίνακας 32. Εξισώσεις παραμέτρων καμπυλών ικανότητας λυγισμού ακτινικά συμπιεσμένου τσιμεντοειδούς σφαιρικού κελύφους

| Υπολογισμός παραμέτρων καμπυλών ικανότητας λυγισμού με βάση τις παραπάνω εξισώσεις | | | | | | |
|--|-----------------|---------|---------|------------------------------|---------|---------|
| | Χαρακτηριστικές | | | Σχεδιασμού | | |
| | Class A | Class B | Class C | Class A | Class B | Class C |
| w₀/L_{imp} | 1.0% | 1.6% | 2.5% | 1.0% | 1.6% | 2.5% |
| λ₀ | 0.3174 | 0.2010 | 0.1013 | 0.1926 | 0.0937 | 0.0318 |
| β | 0.5808 | 0.6487 | 0.7505 | ίδιες με των χαρακτηριστικών | | |
| η₀ | 0.9921 | 0.9132 | 0.7948 | 0.8873 | 0.8010 | 0.6716 |
| η_{pl} | 0.9969 | 0.9653 | 0.9179 | ίδιες με των χαρακτηριστικών | | |

Πίνακας 33. Υπολογισμός παραμέτρων καμπυλών ικανότητας λυγισμού με βάση τις παραπάνω εξισώσεις

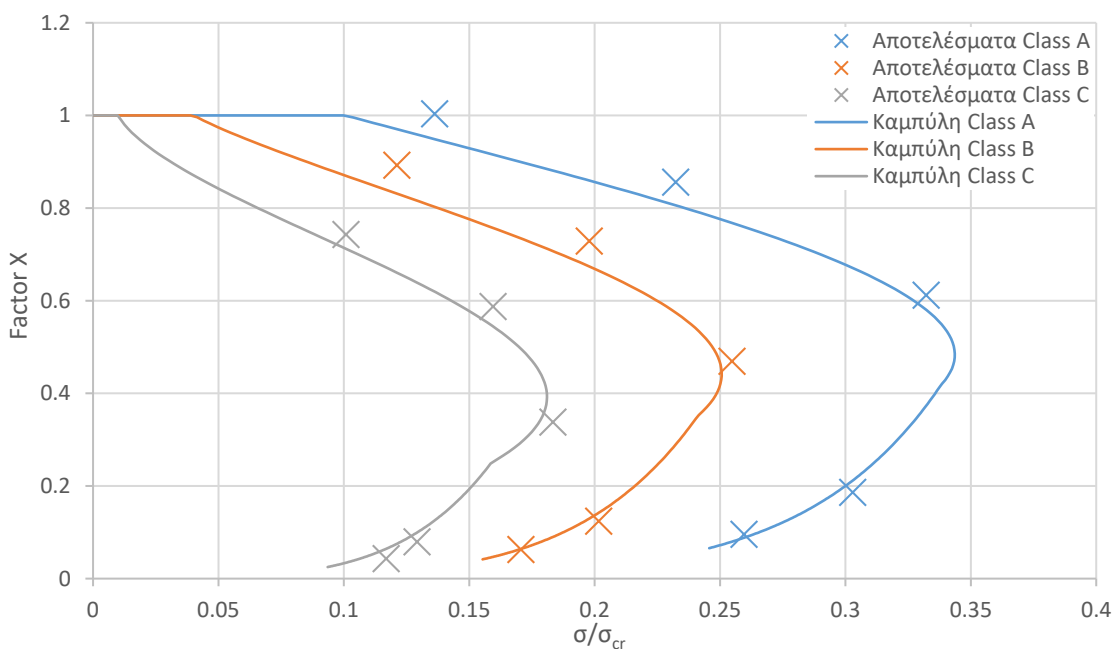
Στη συνέχεια, παρατίθενται τα διαγράμματα με τα αριθμητικά αποτελέσματα σε σύγκριση με τις παραγόμενες καμπύλες ικανότητας για κάθε μία από τις ομάδες που μελετήθηκαν.

Καμπύλες Χαρακτηριστικής Ικανότητας Λυγισμού C60-B500



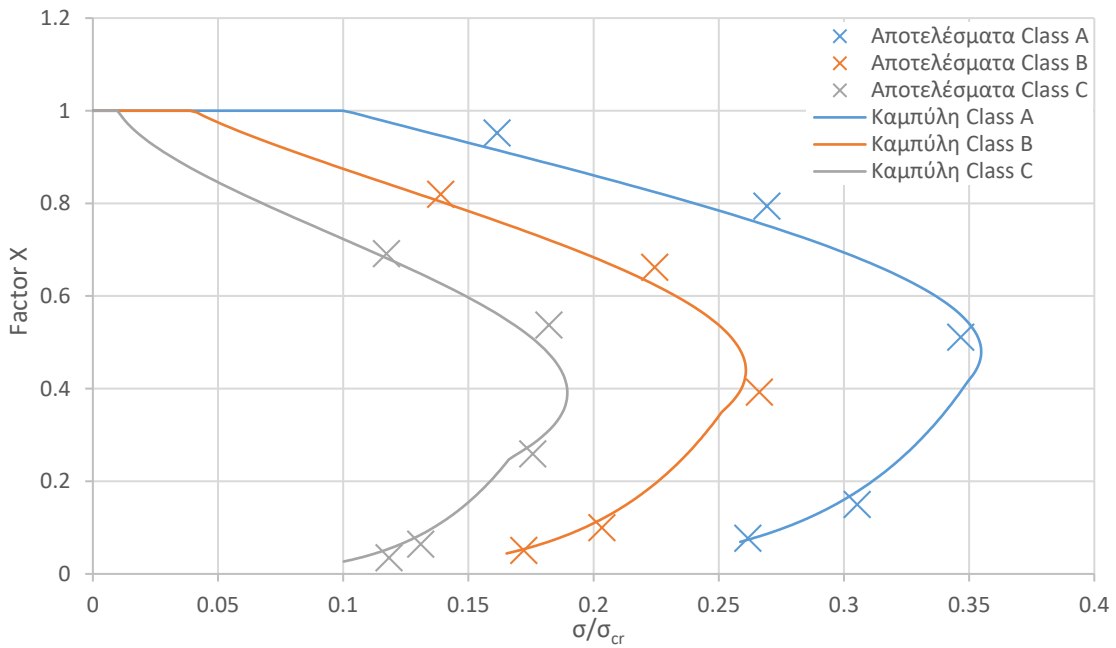
Διάγραμμα 52. Καμπύλες Χαρακτηριστικής Ικανότητας Λυγισμού C60-B500

Καμπύλες Χαρακτηριστικής Ικανότητας Λυγισμού C60-B375



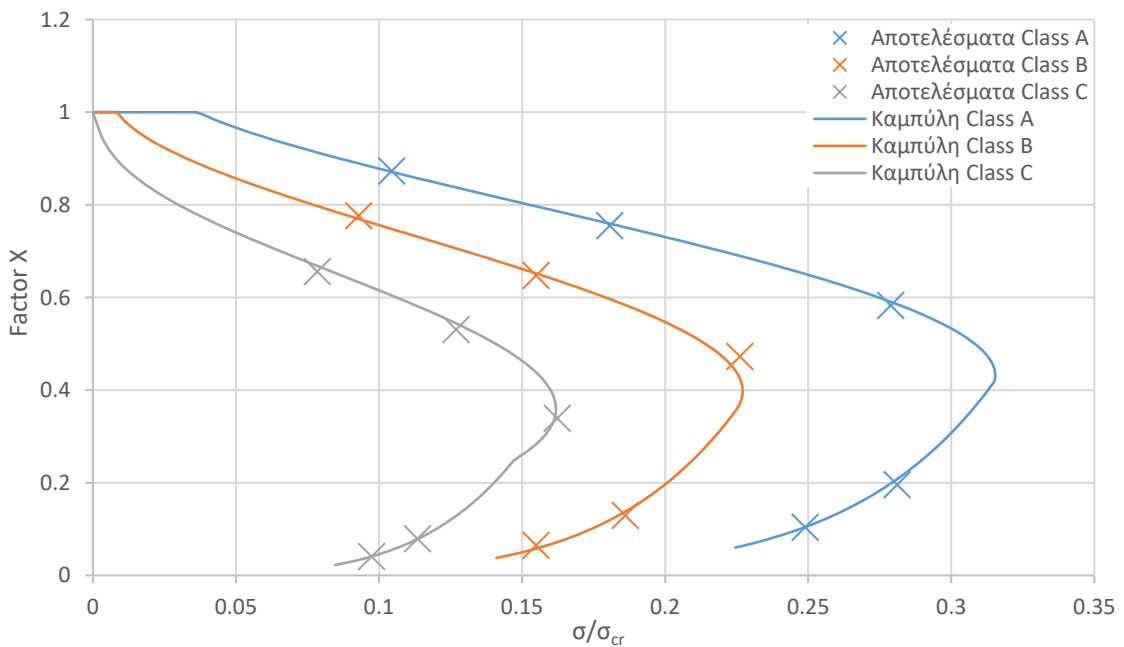
Διάγραμμα 53. Καμπύλες Χαρακτηριστικής Ικανότητας Λυγισμού C60-B375

Καμπύλες Χαρακτηριστικής Ικανότητας Λυγισμού C80-B500



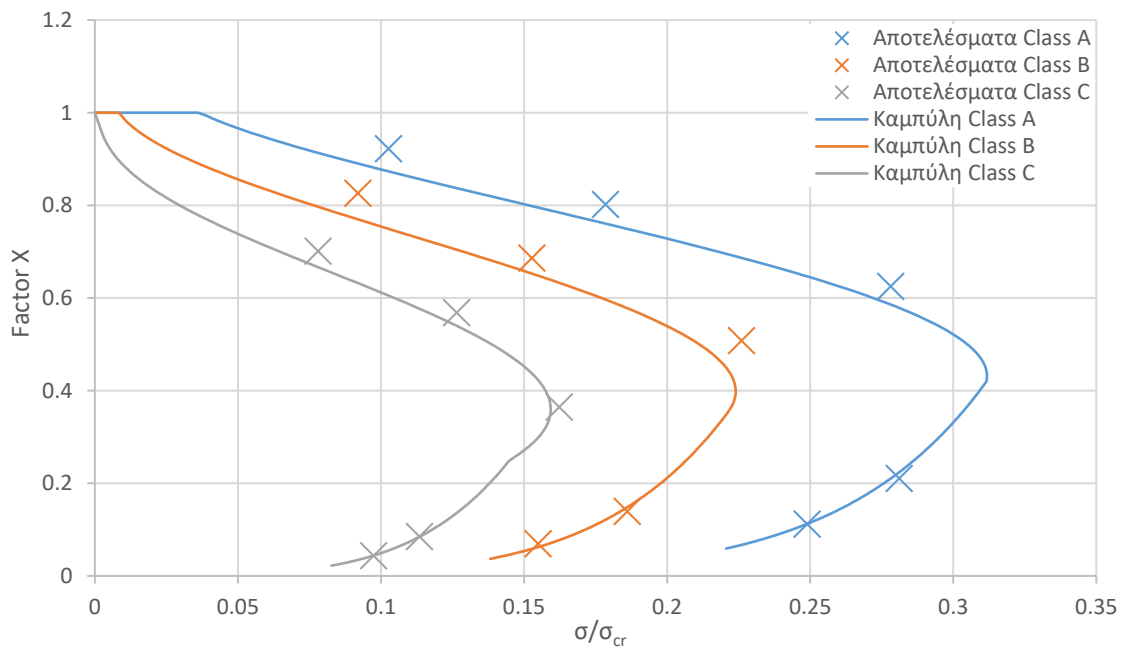
Διάγραμμα 54. Καμπύλες Χαρακτηριστικής Ικανότητας Λυγισμού C80-B500

Καμπύλες Ικανότητας Λυγισμού Σχεδιασμού C60-B500



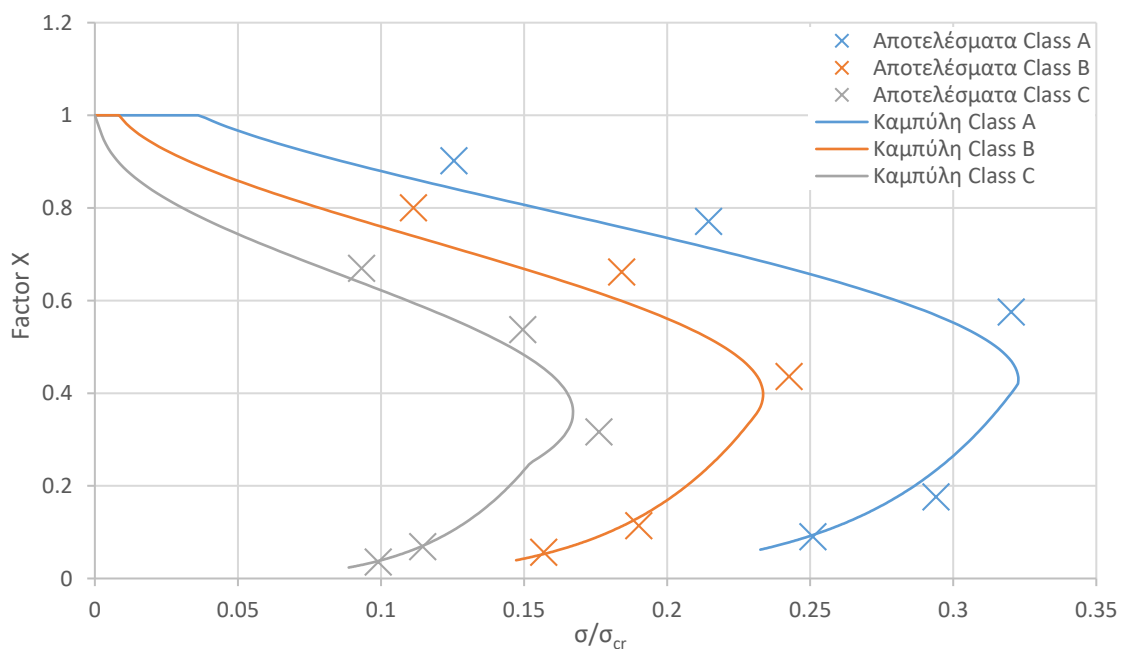
Διάγραμμα 55. Καμπύλες Ικανότητας Λυγισμού Σχεδιασμού C60-B500

Καμπύλες Ικανότητας Λυγισμού Σχεδιασμού C60-B375



Διάγραμμα 56. Καμπύλες Ικανότητας Λυγισμού Σχεδιασμού C60-B375

Καμπύλες Ικανότητας Λυγισμού Σχεδιασμού C80-B500



Διάγραμμα 57. Καμπύλες Ικανότητας Λυγισμού Σχεδιασμού C80-B500

8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας ήταν ο υπολογισμός της καμπύλης ικανότητας ενός ακτινικά συμπίεσμένου τσιμεντοειδούς σφαιρικού κελύφους, παρόμοια με εκείνες που εμπεριέχονται στον Ευρωκώδικα 3 μέρος 1-6 για το σχεδιασμό χαλύβδινων κελυφών. Ακολουθήθηκε μια μεθοδολογία που συνάδει με το σύγχρονο ευρωπαϊκό πλαίσιο σχεδιασμού, και πιο συγκεκριμένα, οι ιδιότητες του υλικού της μήτρας και του πλέγματος οπλισμού έγιναν με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 2, ενώ ακολουθήθηκε η πλήρως υπολογιστικά στενευμένη μέθοδος σχεδιασμού του Ευρωκώδικα 3 μέρους 1-6 (GMNIA) σχετικά με τα χαλύβδινα κελύφη. Με άλλα λόγια, επιχειρήθηκε μια επέκταση του Ευρωκώδικα 3 μέρους 1-6 για την κάλυψη λεπτών τσιμεντοειδών κελυφών.

Τα αποτελέσματα της αρχικής έρευνας, η οποία πραγματοποιήθηκε στην ελαστική περιοχή λαμβάνοντας υπόψιν μόνο τη γεωμετρική μη γραμμικότητα, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι τόσο ένα μοτίβο αρχικών ατελειών βασισμένο στην αξονοσυμμετρική ιδιομορφή, καθώς και ένα βασισμένο σε δύο δακτυλίους (έναν προς το εσωτερικό και έναν προς τα έξω), αποτελούν κατάλληλα μοτίβα αρχικών ατελειών για τη διερεύνηση της στατικής συμπεριφοράς της κατασκευής. Τα δύο μοτίβα είναι ισοδύναμα μεταξύ τους και σύμφωνα με τις συστάσεις σχεδιασμού της IASS όταν η ατέλεια εκφράζεται ως ο λόγος του πλάτους προς το μήκος της ατέλειας και όχι ως ο λόγος του πλάτους της ατέλειας προς το πάχος του κελύφους. Επιπλέον, όπως φαίνεται από τα αριθμητικά αποτελέσματα, η δυσμενέστερη επίδραση στην φέρουσα ικανότητα επιτυγχάνεται όταν το μήκος της ατέλειας δακτυλίου είναι διπλάσιο από το μήκος κύματος του αξονοσυμμετρικού μοτίβου. Με βάση τα ευρήματα, μια τεχνική μέτρησης των κατασκευαστικών ατελειών με ένα μήκος μετρητή ίσο με το κρίσιμο μήκος, μπορεί να είναι κατάλληλη στην περίπτωση ακτινικά συμπίεσμένου τσιμεντοειδούς σφαιρικού κελύφους.

Όταν η υλική μη γραμμικότητα εισάγεται στο μοντέλο, η συμπεριφορά των τσιμεντοειδών κελυφών φαίνεται παρόμοια με εκείνη των χαλύβδινων. Ο τρόπος αστοχίας της σφαίρας μεταβάλλεται από πλαστική κατάρρευση σε πλαστικό λυγισμό, όταν η ακτίνα προς το πάχος της αυξάνεται, έως ότου η σφαίρα να εισέρθει στην περιοχή του ψευδο-ελαστικού λυγισμού, στην οποία ο λυγισμός συμβαίνει πριν την εμφάνιση σημαντικής μη γραμμικής συμπεριφοράς από πλευράς υλικών, πλην της ρηγματώσεως της μήτρας. Με βάση αυτή την ομοιότητα με τα χαλύβδινα κελύφη μπορεί να επιτευχθεί μια προσέγγιση της συμπεριφοράς χρησιμοποιώντας τις ίδιες παραμέτρους που εμπεριέχονται στον Ευρωκώδικα 3 Μέρος 1-6 για τον προσδιορισμό των παραγόμενων καμπυλών. Υποθέτοντας πως οι παράμετροι είναι ανεξάρτητες του υλικού, προσδιορίστηκε η εξάρτηση των τεσσάρων παραμέτρων σε σχέση με την κατηγορία κατασκευαστικής ποιότητας της σφαίρας. Αρχικά προσδιορίστηκε ο μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α με βάση τα αριθμητικά αποτελέσματα της έρευνας, σύμφωνα με μια σχέση παρόμοια σε μορφή με αυτή που βρέθηκε στον Ευρωκώδικα 3. Στη συνέχεια προσεγγίστηκε το όριο ανηγμένης λυγηρότητας πλαστικής περιοχής λ_0 για χαρακτηριστικές τιμές υλικών και τιμές σχεδιασμού, ενώ ο συντελεστής εύρους πλαστικής περιοχής β μεταβάλλεται μόνο για κάθε κατηγορία κατασκευαστικής ποιότητας. Τέλος, γίνεται ο προσδιορισμός του εκθέτη αλληλεπίδρασης η και παράγονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες και οι καμπύλες σχεδιασμού ενώ παρουσιάζονται συγκριτικά με τα αριθμητικά αποτελέσματα για κάθε ομάδα προσομοιωμάτων.

Είναι προφανής η απαίτηση περαιτέρω έρευνας πριν συνταχθεί μια ολοκληρωμένη απλοποιημένη διαδικασία σχεδιασμού σφαιρικών κελυφών. Πέρα από τη διερεύνηση διαφορετικών φορτίσεων (π.χ. φορτία βαρυτικής διεύθυνσης) και την εισαγωγή της επιρροής των συνοριακών συνθηκών, εμφανής είναι η ανάγκη διεξαγωγής πειραμάτων, τόσο για την επαλήθευση των αριθμητικών αποτελεσμάτων, όσο και για την διερεύνηση της σύνδεσης των μετρούμενων αρχικών ατελειών με αυτές που εισάγονται στα προσομοιώματα. Επιπλέον, για έναν ακόμα καλύτερο προσδιορισμό των εξισώσεων των παραμέτρων των καμπυλών ικανότητας, απαιτείται διερεύνηση υλικών διαφορετικών ιδιοτήτων, διαφορετικού τύπου όπλισης και διαφορετικού πάχους κελυφών. Συμπληρώσεις ακόμα μπορούν να γίνουν μελετώντας την επιρροή του ερπυσμού, η οποία όπως έχει αναφερθεί ίσως να μην είναι ιδιαίτερη. Ωστόσο, το έργο που παρουσιάζεται, δείχνει ότι μια τέτοια μεθοδολογία είναι δυνατόν να συνάδει με το σύγχρονο ευρωπαϊκό πλαίσιο σχεδιασμού.

9. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] IASS WORKING GROUP NO. 5 (1979), Recommendations for reinforced concrete shells and folded plates, Madrid.
- [2] ENV 1992-1-1 (2004), Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings, CEN, Brussels.
- [3] ENV 1993-1-6 (1999), Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1.6: General Rules – Supplementary Rules for the Strength and Stability of Shell Structures, CEN, Brussels.
- [4] Timoshenko, Stephen P. and James M. Gere (1961), Theory of Elastic Stability
- [5] Wunderlich, W. and U. Albertin (2002). "Buckling behaviour of imperfect spherical shells." International Journal of Non-Linear Mechanics 37(4–5): 589-604.
- [6] Euler, L. (1744). De Curvis Elasticis. Lausanne and Geneva.
- [7] R. Zoelly, UO ber ein Knickungsproblem an der Kugelschale, Thesis, ZOurich, 1915
- [8] A. van der Neut, "De elastische stabiliteit van de dunwandigen bol", Thesis, Delft, 1932
- [9] Bushnell, D., "Nonlinear Axisymmetric Behavior of Shells of Revolution." AIAA Journal, V. 5, No. 3, Mar. 1967, pp. 432-439
- [10] Bushnell, D., "Symmetric and Nonsymmetric Buckling of Finitely Deformed Eccentrically Stiffened Spherical Shells of Revolution." AIAA Journal, V. 5, No. 8, Aug. 1967, pp. 1455-1462
- [11] Krenzke, M. A., and Kiernan, T. J., "The Effect of Initial Imperfections on the Collapse Strength of Deep Spherical Shells." David Taylor Model Basin Report 1757, Department of Navy, Feb. 1965, pp. 33
- [12] Shi, J.; Connor, D. J. and Bauld, N. R., Jr., "Application of the Variational Theorem for Creep of Swallow Spherical Shells." AIAA Journal, V. 8, No. 3, Mar. 1970, pp. 469-476
- [13] Jones, N., "Creep Buckling of a Complete Shere." Journal of Applied Mechanics, V. 43, Transactions, ASME, V. 98, Sept. 1976, pp. 450-454
- [14] Hansen, Torben C., and Mattock, Alan H., "Influence of Size and Shape of Member on the Shrinkage and Creep of Concrete." ACI Journal, Proceeding V. 63, No. 2, Feb. 1966, pp. 267-290.
- [15] Huang, N., "Unsymmetrical Buckling of Thin Shallow Spherical Shells.", Journal of Applied Mechanics, V. 31, Transactions, ASME, V. 86, Sept. 1964, pp. 447-457
- [16] ECCS (2008), Buckling of steel shells European design recommendations, ECCS - European Convention for Constructional Steelwork, Brussels.
- [17] Doerich, C. and Rotter, J. M. (2011), "Generalised capacity curves for stability and plasticity: Application and limitations", Thin-Walled Structures 49, pp. 1132-1140.
- [18] Dulácska, E. and Kollár, L. (1995), "Design procedure for the buckling analysis of reinforced concrete shells", Thin-walled structures 23, pp. 313-321.
- [19] Kollár, L. and Dulácska, E. (1982), Buckling of shells, Chichester, John Wiley and Sons.
- [20] Tomás, A. and Tovar, J. P. (2012), "The influence of initial geometric imperfections on the buckling load of single and double curvature concrete shells", Computers & Structures 96, pp. 34-45.
- [21] ACI COMMITTEE 549 (1997), State-of-the-art Report on Ferrocement.
- [22] Drucker, D. C. and Prager, W. (1952), "Soil mechanics and plastic analysis or limit design", Quarterly of applied mathematics 10, no 2, pp. 157–165.