

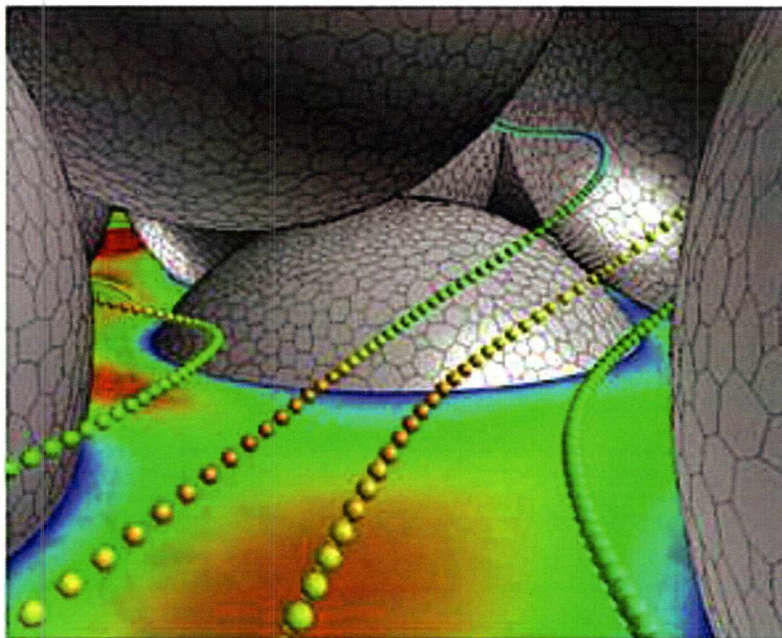
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ – ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ



ΡΟΗ ΔΙΑΜΕΣΟΥ ΠΟΡΩΔΟΥΣ ΥΛΙΚΟΥ ΔΙΠΛΗΣ ΒΑΘΜΙΔΑΣ

ΔΡΟΣΑΤΟΣ ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ-ΤΖΕΛΕΠΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ

Επιβλέπων καθηγητής
Δρ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΙΟΥ



ΒΟΛΟΣ 2013



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 11786/1
Ημερ. Εισ.: 17-07-2013
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜ
2013
ΔΡΟ

Εξεταστική Επιτροπή

Πρώτος Εξεταστής
(Επιβλέπων)

Δρ. Αθανάσιος Παπαθανασίου,
Αναπληρωτής Καθηγητής,
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Δεύτερος Εξεταστής

Δρ. Νικόλαος Πελεκάσης,
Καθηγητής,
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Τρίτος Εξεταστής

Δρ. Παναγιώτης Τσιακάρας,
Καθηγητής,
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον επιβλέποντα καθηγητή της εργασίας κ. Αθανάσιο Παπαθανασίου, αναπληρωτή καθηγητή του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, για την βοήθεια, τις γνώσεις, την παρότρυνση αλλά και για τις πολύτιμες συμβουλές κατά την εκπόνηση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

Επιπλέον, για τη βοήθεια σε καίρια σημεία, την υποστήριξη και την παροχή πολύτιμων πληροφοριών θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον Νικόλαο Πολυχρονόπουλο, υποψήφιο διδάκτορα του τμήματος καθώς επίσης και τον προπτυχιακό φοιτητή του τμήματος Εμμανουήλ Ευαγγελίδη, για την ανταλλαγή πληροφοριών κατά την διάρκεια των εργαστηρίων.

Ακόμη, ευχαριστούμε όλους τους φίλους και φίλες μας για την συμπαράσταση, την ανοχή όλο το διάστημα της εργασίας καθώς και τη βοήθεια που λίγο πολύ όλοι μας προσφέρανε. Τέλος, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τις οικογένειές μας για όλα τα εφόδια που μας έχουν προσφέρει και για την συνεχή υποστήριξή τους.

Περίληψη

Η διπλωματική εργασία που ακολουθεί, αναφέρεται στην διερεύνηση του προβλήματος της ροής ρευστού διαμέσου ενός σύνθετου υλικού, αποτελούμενου από πορώδεις ζώνες κυκλικής ή ελλειπτικής διατομής, οι οποίες είναι διεσπαρμένες ομοιόμορφα μέσα στην μάζα του συνθέτου υλικού. Μεταξύ των ζωνών αυτών παρεμβάλλεται κενός χώρος, ο οποίος, στην παρούσα μελέτη, θεωρείται ότι καταλαμβάνεται από ένα ρευστό. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται μία προσπάθεια επαλήθευσης της μελέτης που πραγματοποίησαν οι R. Phelan και G. Wise (Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, 1996) οι οποίοι μελέτησαν το φαινόμενο της ροής ρευστού μέσα από παρόμοια πορώδη υλικά και πρότειναν μία ημι-αναλυτική λύση για την κατανομή της ταχύτητας του ρευστού και για την υδραυλική διαπερατότητα του συστήματος. Εμείς με τη σειρά μας, κάνοντας χρήση του υπολογιστικού πακέτου OpenFOAM, θα προσπαθήσουμε να επαναλάβουμε το εγχείρημα αυτών και να επαληθεύσουμε τα αποτελέσματά τους. Ξεκινώντας την εργασία, θα αναφερθούμε στη γενική θεωρία που περιβάλλει το πρόβλημα που μας ενδιαφέρει αλλά και το υπολογιστικό πακέτο που χρησιμοποιούμε. Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε στο τρόπο που δημιουργήσαμε τις επιθυμητές προσομοιώσεις αλλά και στις βασικές εξισώσεις που διέπουν το φαινόμενο. Στο τελικό κομμάτι, μέσα από μια σειρά αποτελεσμάτων θα προσπαθήσουμε να προσεγγίσουμε την ακρίβεια της δουλειάς των δύο επιστημόνων ενώ παράλληλα θα εμβαθύνουμε στη μελέτη του φαινομένου με διάφορες μεταβολές πάνω στα δεδομένα του προβλήματος. Μέσα από γραφήματα και πίνακες τιμών θα δώσουμε μια εμπεριστατωμένη άποψη για την ακρίβεια των εξισώσεων των δύο επιστημόνων, τον βαθμό απόκλισης τους και το εύρος των τιμών στο οποίο συμφωνούν με τα αποτελέσματα των δικών μας προσομοιώσεων στο υπολογιστικό πακέτο OpenFOAM.

Περιεχόμενα

Εξεταστική Επιτροπή.....	1
Ευχαριστίες.....	2
Περίληψη.....	3
Λίστα Εικόνων.....	7
Λίστα Πινάκων.....	10
Κεφάλαιο 1. Περιγραφή του στόχου-σκοπού της εργασίας.....	11
1.1 Αναφορά του στόχου της εργασίας.....	11
1.2 Αναμενόμενα αποτελέσματα.....	12
1.3 Βάσεις για την εκπλήρωση της εργασίας.....	12
1.4 Υπολογιστικό πακέτο που θα χρησιμοποιηθεί.....	13
Κεφάλαιο 2. Θεωρία γενικά για τα πορώδη υλικά.....	14
2.1 Γενική αναφορά στα πορώδη υλικά (porous Applications).....	14
2.2 Το πορώδες πλέγμα.....	18
2.3 Μακροσκοπική ανάλυση του πορώδους πλέγματος (Dullien, 1992).	19
2.3.1 Πορώδες (Porosity).....	20
2.3.2 Διαπερατότητα (Permeability).....	22
2.3.3 Ειδική επιφανειακή περιοχή (Specific surface area).....	25
2.3.4 Παράγοντας αντίστασης σχηματισμού (Formation resistivity factor).....	25
2.4 Μικροσκοπική ανάλυση του πορώδους πλέγματος (Dullien, 1992).	26
2.4.1 Τοπολογία του πορώδους πλέγματος.....	26
2.4.2 Καθορισμός του μεγέθους του πόρου.....	27
2.5 Τεχνική θεωρία για τα πορώδη υλικά και τους νόμους που τα διέπουν.....	28
2.5.1 Παρουσίαση του νόμου του Darcy.....	28
2.5.2 Εναλλακτικές μορφές του νόμου Darcy.....	31
Κεφάλαιο 3. Εισαγωγή στο OpenFOAM.....	33

3.1 Συνοπτική περιγραφή της λειτουργίας του υπολογιστικού προγράμματος που θα χρησιμοποιηθεί.....	33
3.2 Ανάλυση των λυτών SimpleFOAM και PorousSimpleFOAM.....	35
3.2.1 Βασικές εξισώσεις στον SimpleFOAM.....	36
3.2.2 Βασικές εξισώσεις στον PorousSimpleFOAM (Hafsteinnsson, 2009).	36
3.3 Μέθοδος πεπερασμένων όγκων.	37
3.3.1 Διακριτοποίηση διαδικασιών.....	38
3.3.2 Εμβάθυνση στην διακριτοποίηση των εξισώσεων (Weller, 2004).	39
Κεφάλαιο 4. Σύντομη αναφορά στην εξοικείωση με το OpenFOAM.....	44
4.1 Παρουσίαση και ανάλυση του νόμου των Hagen-Poiseuille.....	44
4.2 Αναλυτική παρουσίαση της προσομοίωσης εφαρμογής του νόμου των Hagen-Poiseuille κάνοντας χρήση του OpenFOAM.	48
4.3 Επαλήθευση των αποτελεσμάτων κάνοντας χρήση της αναλυτικής θεωρίας.	55
Κεφάλαιο 5. Αναλυτική περιγραφή του βασικού μοντέλου προσομοίωσης που θα χρησιμοποιηθεί.	57
5.1 Σύντομη παρουσίαση του ημι-αναλυτικού μοντέλου των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996).....	57
5.2 Αναφορά και ανάλυση της προσομοίωσης για κυκλικό σχήμα πορώδους υλικού.	61
5.3 Αναφορά και ανάλυση της προσομοίωσης για ελλειπτικό σχήμα πορώδους υλικού. ...	74
Κεφάλαιο 6. Σύγκριση υπολογιστικών αποτελεσμάτων OpenFOAM® με τις ημι-αναλυτικές εξισώσεις των Phelan Jr, Geoff Wise, (1996).....	77
6.1 Επαλήθευση Νο1.....	79
6.2 Επαλήθευση Νο2.....	82
6.3 Επαλήθευση Νο3.....	88
6.4 Επαλήθευση Νο4.....	89
Κεφάλαιο 7. Παραμετροποιήσεις και αποτελέσματα προσομοιώσεων.....	92
7.1 Εισαγωγή.....	92
7.2 Παραμετροποίηση Νο1: Μεταβολή γεωμετρίας του υλικού.	92

7.3 Παραμετροποίηση No2: Μεταβολή διαπερατότητας πορώδους υλικού ελλειπτικής διατομής αναλογίας 3 προς 1.	102
Κεφάλαιο 8. Βιβλιογραφία.	107

Λίστα Εικόνων

Εικόνα 1: Πορώδη φίλτρα, αριστερά φίλτρο διαλύτης, δεξιά πολυμερές φίλτρο.	15
Εικόνα 2: Ρυθμιστής πίεσης με πορώδες υλικό.	16
Εικόνα 3: Ελεγκτές φλόγας.	16
Εικόνα 4: Πορώδης διασκορπιστήρας.	17
Εικόνα 5: Πορώδεις σιγαστήρες.	18
Εικόνα 6: Παραδείγματα δομής πορώδους υλικού.	28
Εικόνα 7: Πείραμα του Darcy.	29
Εικόνα 8: Επισκόπηση λειτουργίας του OpenFOAM.	34
Εικόνα 9: Μέθοδος πεπερασμένων όγκων.	38
Εικόνα 10: Απλοποίηση ενός geometricField.	40
Εικόνα 11: Το προφίλ των ταχυτήτων.	45
Εικόνα 12: Αναπαράσταση σχετικής γεωμετρίας.	46
Εικόνα 13: Υπολογιστικό πλέγμα για ροή μέσα σε κύλινδρο.	53
Εικόνα 14: Προφίλ ταχυτήτων (surface with edges).	53
Εικόνα 15: Προφίλ ταχυτήτων (surface).	54
Εικόνα 16: Πτώση πίεσης (surface with edges).	54
Εικόνα 17: Πτώση πίεσης (surface).	55
Εικόνα 18: Διάγραμμα σύγκρισης αναλυτικής θεωρίας με αποτελέσματα προσομοίωσης OpenFOAM για το πρόβλημα ροής ρευστού διαμέσου κυλινδρικής διατομής.	56
Εικόνα 19: Γεωμετρία με πορώδες υλικό ελλειπτικής μορφής σε μοναδιαίο κελί ορθογώνιας διατομής όπου ρέει ρευστό.	58
Εικόνα 20: Τετραγωνική διατομή με πορώδες υλικό σε κυλινδρική διατομή. Ακτίνας $r=4.72035$ mm, διαπερατότητας $k=10^{-8}$ m ² , πορώδες $\phi=30\%$	65
Εικόνα 21: Εμπρός και πίσω κομμάτι γεωμετρίας όπου ορίζεται η πίεση εισόδου και εξόδου αντίστοιχα.	68
Εικόνα 22: Επάνω και κάτω τμήμα γεωμετρίας. Εφαρμογή συνθήκη ολίσθησης για την ταχύτητα στα συγκεκριμένα σημεία.	70
Εικόνα 23: Πτώση πίεσης για κυκλική διατομή πορώδους υλικού. Ακτίνας $r=4.72035$ mm, διαπερατότητας $k=10^{-8}$ m ² , πορώδες $\phi=30\%$	72
Εικόνα 24: Πεδίο ταχυτήτων κυκλικής διατομής πορώδους υλικού, πορώδες $\phi=30\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8}$ m ²	73

Εικόνα 25: Αναπαράσταση ροϊκών γραμμών κυκλικής διατομής πορώδους υλικού, πορώδες $\phi=30\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	73
Εικόνα 26: Έλλειψη αναλογίας 5:1 (surface with edges), πορώδες $\phi=25\%$ και διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$	75
Εικόνα 27: Πεδίο ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού, πορώδες $\phi=40\%$, διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$	76
Εικόνα 28: Πτώση πίεσης σε ελλειπτική διατομή πορώδους υλικού, πορώδες $\phi=40\%$, διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$	76
Εικόνα 29: Χαρακτηριστικά στοιχεία έλλειψης.....	77
Εικόνα 30: Έλλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 5:1 (surface with edges), πορώδες $\phi=25\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	78
και διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$	81
Εικόνα 31: Πρόβλεψη διαπερατότητας ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5 προς 1.....	82
Εικόνα 32: Προφίλ ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5:1 και πορώδες 25%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	83
Εικόνα 33: Προφίλ ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5:1 και πορώδες 30%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	84
Εικόνα 34: Προφίλ ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5:1 και πορώδες 35%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	84
Εικόνα 35: Προφίλ ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5:1 και πορώδες 40%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	85
Εικόνα 36: Προφίλ ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5:1 και πορώδες 50%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	85
Εικόνα 37: Ταχύτητα κατά μήκος του x-άξονα σε ελλειπτική διατομή πορώδους υλικού αναλογίας 5 προς 1 και πορώδες $\phi=40\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	86
Εικόνα 38: Διάγραμμα μεταβολής ταχύτητας σε πέντε σημεία του πλέγματος έλλειψης 5 προς 1 και πορώδους 30%, $x=0.4\text{mm}$, 1mm , 1.5mm , 2mm και 2.5mm μακριά από το κέντρο των αξόνων.....	87
Εικόνα 39: Πτώση πίεσης κατά μήκος της x-διεύθυνσης σε ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 5 προς 1 και πορώδους 40%.....	90
Εικόνα 40: Πτώση πίεσης OpenFOAM έλλειψης 5 προς 1, πορώδους 25%.....	91
Εικόνα 41: Κύκλος ακτίνας $r=5\text{mm}$ (surface with edges) και υπολογιστικό πλέγμα πορώδους $\phi=25\%$	93

Εικόνα 42: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 2:1 και υπολογιστικό πλέγμα πορώδους $\phi=25\%$	94
Εικόνα 43: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3:1 και υπολογιστικό πλέγμα πορώδους $\phi=25\%$	94
Εικόνα 44: Πρόβλεψη διαπερατότητας για προβλήματα κυκλικής διατομής και ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 2: 1 και 3 : 1 αντίστοιχα.....	95
Εικόνα 45: Διάγραμμα πρόβλεψης διαπερατότητας για προβλήματα κυκλικής διατομής πορώδους υλικού διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$	97
Εικόνα 46: Διάγραμμα πρόβλεψης διαπερατότητας για προβλήματα ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού, αναλογίας 2 προς 1 και διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$	97
Εικόνα 47: Διάγραμμα πρόβλεψης διαπερατότητας για προβλήματα ελλειπτικής διατομής.....	98
Εικόνα 48: Κυκλικής διατομής πορώδες υλικό, πορώδους $\phi=25\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	99
Εικόνα 49: Κυκλικής διατομής πορώδες υλικό, πορώδους $\phi=30\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	99
Εικόνα 50: Κυκλικής διατομής πορώδες υλικό, πορώδους $\phi=40\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	100
Εικόνα 51: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1 πορώδους $\phi=25\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	100
Εικόνα 52: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1 πορώδους $\phi=30\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	101
Εικόνα 53: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1 πορώδους $\phi=40\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	101
Εικόνα 54: Παραμετροποίηση διαπερατότητας πορώδους κυκλικής διατομής καθώς και ελλειπτικής διατομής αναλογιών 2 προς 1 και 3 προς 1.....	104
Εικόνα 55: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1, πορώδες 25%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$	105
Εικόνα 56: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1, πορώδες 25%, διαπερατότητα $K=10^{-7} \text{ m}^2$	105
Εικόνα 57: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1, πορώδες 25%, διαπερατότητα $K=10^{-6} \text{ m}^2$	106
Εικόνα 58: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1, πορώδες 25%, διαπερατότητα $K=10^{-5} \text{ m}^2$	106

Λίστα Πινάκων

Πίνακας 1: Διαπερατότητες διαφόρων συνηθισμένων υλικών	24
Πίνακας 2: Πίνακας πλεονεκτημάτων-μειονεκτημάτων του OpenFOAM.....	35
Πίνακας 3: Διακριτοποίηση διαφορικών εξισώσεων.	41
Πίνακας 4: Πρόβλεψη διαπερατότητας ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού	81
Πίνακας 5: Σύγκριση αποτελεσμάτων παροχής συστήματος, έλλειψης 5 προς 1.....	88
Πίνακας 6: Αποτελέσματα πτώση πίεσης κατά μήκος ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού.....	90
Πίνακας 7: Πρόβλεψη διαπερατότητας για προσομοιώσεις κυκλικής διατομής, ελλειπτικής διατομής αναλογίας 2:1 και 3:1 πορώδους υλικού, διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$	96
Πίνακας 8: Πρόβλεψη διαπερατότητας συστήματος όταν μεταβάλλουμε την διαπερατότητα του πορώδους υλικού.....	103

Κεφάλαιο 1. Περιγραφή του στόχου-σκοπού της εργασίας.

Στα πλαίσια της πτυχιακής εργασίας ερευνάται το φαινόμενο της ροής ρευστών μέσω υλικών, τα οποία αποτελούνται από πολλά πορώδη σωματίδια διεσπαρμένα μέσα στη μάζα τους σε ένα ρευστό. Το συνολικό υλικό που προκύπτει από αυτόν τον συνδυασμό, είναι ένα πορώδες υλικό του οποίου τις αντιπροσωπευτικές ιδιότητες (συγκεκριμένα τη διαπερατότητα) ενδιαφερόμαστε να προσδιορίσουμε. Στην παρούσα εργασία, οι πορώδεις περιοχές έχουν τη μορφή κυλίνδρων με κυκλική ή γενικότερα ελλειπτική διατομή. Στα πλαίσια της διερεύνησης αυτής, επαληθεύεται η δημοσιευμένη εργασία δύο επιστημόνων του ινστιτούτου NIST (National Institutes of Standards and Technology) του Gaithersburg των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) με θέμα την ανάλυση ροής ρευστού διαμέσου ενός σχετικού πορώδους υλικού. Στόχος της πτυχιακής εργασίας είναι με βάση το υπολογιστικό πακέτο (OpenFOAM®, 2004) να επαληθευθούν τα αποτελέσματα της παραπάνω εργασίας και να διερευνηθεί η επίδραση βασικών παραμέτρων στην διαπερατότητα τέτοιων υλικών.

1.1 Αναφορά του στόχου της εργασίας.

Η εργασία των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) αναφέρθηκε στη ροή ρευστού διαμέσου πορώδους υλικού, δηλαδή υλικού που αποτελείται από πολλά πορώδη σωματίδια διεσπαρμένα στην μάζα του. Έγινε ανάλυση και μελέτη στο πως η διαπερατότητα και η εσωτερική γεωμετρία του υλικού αυτού, επηρεάζει την κατανομή των ταχυτήτων και της πίεσης μέσα στο υλικό. Οι παραπάνω συγγραφείς, παρουσίασαν ημι-αναλυτικές εξισώσεις της ταχύτητας μέσα και έξω από το πορώδες υλικό και έδωσαν σχέσεις που βοηθούν στην πρόβλεψη της διαπερατότητας ενός υλικού, γνωρίζοντας βέβαια τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του.

Καθώς με την πάροδο του χρόνου, τα υπολογιστικά πακέτα προσομοίωσης τέτοιου είδους φαινομένων και γενικά η υπολογιστική ισχύς έχουν βελτιωθεί, η έρευνα μας με βάση το υπολογιστικό πακέτο OpenFOAM®, (2004) καθίσταται δυνατή να υλοποιηθεί σε τρεις διαστάσεις σε σχέση με την έρευνα των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996), που περιορίστηκαν σε δύο. Έτσι τα αποτελέσματά μας, μας βοηθούν να έχουμε μια καλύτερη άποψη των πραγμάτων, πιο παραστατική σίγουρα και δίνουν το έναυσμα για περαιτέρω έρευνα στο μέλλον.

Με μια πρώτη ματιά, το γεωμετρικό σχήμα που εξετάστηκε αποτελείται από ένα κύβο, ο οποίος περικλείει έναν κύλινδρο ή μια έλλειψη συγκεκριμένης αναλογίας. Τα σχήματα αυτά βέβαια διαφέρουν σημαντικά, καθώς ο κύκλος αποτελεί μια ιδανική περίπτωση συμπεριφοράς των πορώδη υλικών, ενώ η έλλειψη προσεγγίζει την πραγματικότητα.

1.2 Αναμενόμενα αποτελέσματα.

Πάνω στις συγκεκριμένες γεωμετρίες, με την βοήθεια του υπολογιστικού πακέτου, εξετάστηκαν το εύρος των ταχυτήτων υπό διάφορες συνθήκες πίεσης, ενώ διάφορες μεταβολές που έγιναν κυρίως πάνω στην γεωμετρία καθώς και στην διαπερατότητα της πορώδους φάσης, έδωσαν χρήσιμα συμπεράσματα για την συμπεριφορά τέτοιων σύνθετων υλικών.

Τα αποτελέσματα βέβαια που αναμένουμε να δούμε θα πρέπει να είναι παρόμοια με αυτά των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996), οι οποίοι επίσης παρουσίασαν περιορισμένα υπολογιστικά αποτελέσματα με βάση το υπολογιστικό πακέτο Fidap.

Οι μετρήσεις που πήραμε ήταν καθόλα συμμετρικές και έδειχναν χαρακτηριστικά την πτώση πίεσης κατά μήκος του γεωμετρικού μας πλέγματος, την αύξηση της ταχύτητας στο στενό κομμάτι “gap” μεταξύ της πορώδους ζώνης και του άξονα συμμετρίας της γεωμετρίας μας, την μεταβολή στην ταχύτητα και στην ροή του ρευστού που προκαλεί οποιαδήποτε αλλαγή στην διαπερατότητα του υλικού καθώς και στη σχέση που υπάρχει μεταξύ διαπερατότητας και χαρακτηριστικού μήκους όπως ανέφεραν οι δύο ερευνητές.

1.3 Βάσεις για την εκπλήρωση της εργασίας.

Όσον αφορά το υπολογιστικό κομμάτι της εργασίας, χρησιμοποιήσαμε το υπολογιστικό πακέτο του OpenFOAM®, (2004), για το οποίο θα αναφερθούμε στο επόμενο υποκεφάλαιο.

Όσον αφορά το θεωρητικό κομμάτι, εκεί στηριχθήκαμε στην ίδια προσέγγιση με αυτή των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996). Χρησιμοποιήσαμε την εξίσωση του Brinkman στο εσωτερικό του πορώδους και την εξίσωση του Stokes για το περιβάλλον ρευστό.

1.4 Υπολογιστικό πακέτο που θα χρησιμοποιηθεί.

Το υπολογιστικό κομμάτι της εργασίας θα καλυφθεί με τη βοήθεια του OpenFOAM®, (2004). Το OpenFOAM είναι ένα ανοιχτό υπολογιστικό πακέτο που παρέχεται δωρεάν και λειτουργεί στο περιβάλλον των Ubuntu. Είναι ένα πρόγραμμα που χρησιμοποιείται από μία μεγάλη ομάδα χρηστών στον τομέα της ρευστό-μηχανικής αλλά και σε άλλους κλάδους της επιστήμης. Το πακέτο, περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα από υπολογιστικά υπό-πακέτα, τα οποία μπορούν να λύσουν σχεδόν τα πάντα, από μια απλή ροή ρευστών για παράδειγμα, ως και προβλήματα δυναμικής των στερεών σωμάτων και προβλήματα στο τομέα του ηλεκτρομαγνητισμού. Επιπλέον, περιλαμβάνει μία μεγάλη ομάδα εργαλείων, που παρέχονται στο χρήστη με σκοπό τη κατασκευή πολύπλοκων γεωμετριών και υπολογιστικών πλεγμάτων καθώς και μία πληθώρα άλλων εφαρμογών για επεξεργασία της εκάστοτε γεωμετρίας πριν και μετά την υπολογιστική διαδικασία. Ένα από τα πιο σημαντικά και ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά αυτού του προγράμματος, είναι ότι όλες οι εφαρμογές του έχουν την ικανότητα να τρέχουν παράλληλα, δίνοντας έτσι στο χρήστη την ικανότητα πλήρους εκμετάλλευσης του υπολογιστή που χρησιμοποιεί.

Όπως αναφέραμε παραπάνω, το OpenFOAM®, (2004) είναι ένα ανοιχτό πρόγραμμα, κάτι που σημαίνει ότι ο κάθε χρήστης μπορεί με αλλαγές που θα κάνει στο κορμό του προγράμματος, να προσομοιώσει οτιδήποτε είναι ενδιαφέρον για αυτόν και το στόχο του, κάνοντας παράλληλα ακόμα καλύτερο το πρόγραμμα, αφού συνεχώς προστίθενται σε αυτό νέες υπολογιστικές ρουτίνες για ακόμα περισσότερα προβλήματα. Η αρχή λειτουργίας του προγράμματος, είναι η άμεση μετάφραση όλων των εφαρμογών και διαδικασιών σε γλώσσα υπολογιστή, ούτως ώστε να είναι έτοιμες για εκτέλεση όταν ο χρήστης το ζητήσει. Ενδεικτικά να αναφέρουμε ότι το OpenFOAM περιλαμβάνει πάνω από 80 εφαρμογές από υπολογιστικά πακέτα (solver applications) και πάνω από 170 εφαρμογές που έχουν να κάνουν με οτιδήποτε λαμβάνει χώρα πριν και μετά το υπολογιστικό κομμάτι. Περαιτέρω αναφορά για τις εφαρμογές και τον τρόπο λειτουργίας του προγράμματος θα γίνει σε επόμενο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 2. Θεωρία γενικά για τα πορώδη υλικά.

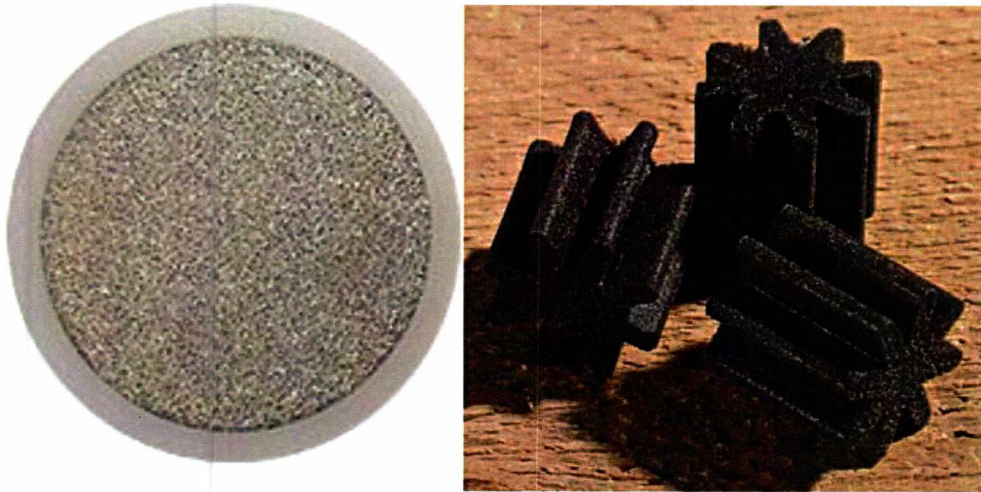
Τα πορώδη υλικά συνδέονται με πάρα πολλά υλικά που χρησιμοποιούμε και βλέπουμε στη καθημερινή μας ζωή.

2.1 Γενική αναφορά στα πορώδη υλικά (porous Applications).

Τα πορώδη υλικά αποτελούν ένα πολύ σημαντικό κομμάτι της βιομηχανίας μας. Χρησιμοποιούνται καθημερινά σε προϊόντα που χρειαζόμαστε για να φέρουμε εις πέρας διάφορες εργασίες που μας απασχολούν. Ιδιαίτερου ενδιαφέροντος είναι η ιδιότητά τους να επιτρέπουν τη ροή υγρών ή αερίων διαμέσου της μάζας τους, ενώ ταυτόχρονα έχουν δομικές ιδιότητες που πλησιάζουν αυτές των στερεών υλικών. Τα πορώδη υλικά είναι ευρέως διαδεδομένα στον τομέα της βιομηχανίας και στο παρών κεφάλαιο θα προσπαθήσουμε να αναλύσουμε εν συντομία τα κυριότερα σημεία εφαρμογής τους.

Φίλτρα: Αυτό είναι το πιο φανερό σημείο χρήσης ενός πορώδους υλικού. Ένα μεγάλο κομμάτι της βιομηχανίας των πορώδων υλικών, ασχολείται αποκλειστικά με την κατασκευή διαφόρων φίλτρων τόσο για χρήση σε αέρια όσο και σε υγρά. Η αντοχή τους σε μηχανικές κατεργασίες αλλά και η ανθεκτικότητα αυτών στη διάβρωση τα κάνει να είναι κατάλληλα υλικά για επιθετικά περιβάλλοντα όπου επικαλείται η χρήση τους ενώ παρέχουν παράλληλα μεγάλη αποδοτικότητα και διάρκεια ζωής. Παραδείγματα τέτοιου είδους χρήσης:

- Φίλτρα διαλύτες για συστήματα χρωματογραφίας.
- Πολυμερή φίλτρα για χρήση σε επεξεργασία λιωμένου πλαστικού.
- Φίλτρα αερίων για χημικές διαδικασίες καθώς και διαδικασίες εφαρμογής ημιαγωγών.



Εικόνα 1:Πορώδη φίλτρα, αριστερά φίλτρο διαλύτης, δεξιά πολυμερές φίλτρο.¹²

Συσκευές ελέγχου ροής, ρυθμιστές πίεσης: Στον τομέα ροής και πίεσης πρέπει να υπογραμμίσουμε τη σημασία των πορωδών υλικών, αφού όπως θα περιγράψουμε και στη συνέχεια, όλη η θεωρία τους αναφέρεται σε περιγραφή πιέσεων και άλλων χαρακτηριστικών ροής. Παραδείγματα:

- Οπές για εξισορρόπηση των πιέσεων σε κατασκευές καθημερινές όπως τα φρένα ενός αυτοκινήτου ως και σε κατασκευές διαστημοπλοίου.
- Οπές για εξισορρόπηση πιέσεων σε αντλίας για νοσοκομειακή φροντίδα.
- Πολλές άλλες εφαρμογές στον τομέα ροής και πίεσης.

¹<http://saltaquarium.about.com/od/toppicks/tp/Biological-Filter-Media-Materials.htm>

²<http://www.appliedporous.com/frits-chromatography.htm>

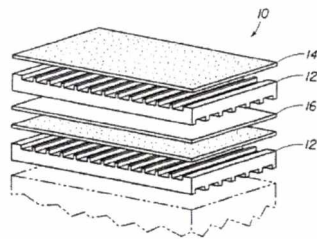


FIG. 1A
(PRIOR ART)

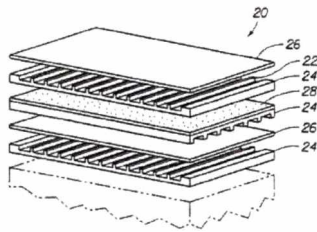


FIG. 1B
(PRIOR ART)

Εικόνα 2: Ρυθμιστής πίεσης με πορώδες υλικό.

Υλικά για έλεγχο της φλόγας: Τα πορώδη επιτρέπουν να τα διαπερνούν αέρια που θα χρησιμοποιηθούν για καύση αλλά όχι να διαπερνούνται από φλόγα, κάτι ιδιαίτερος χρήσιμο με εφαρμογές όπως:

- Αισθητήρες οξυγόνου μέσα σε στροβιλομηχανές.
- Καλύμματα αισθητήρων σε ηλεκτρονικά είδη.

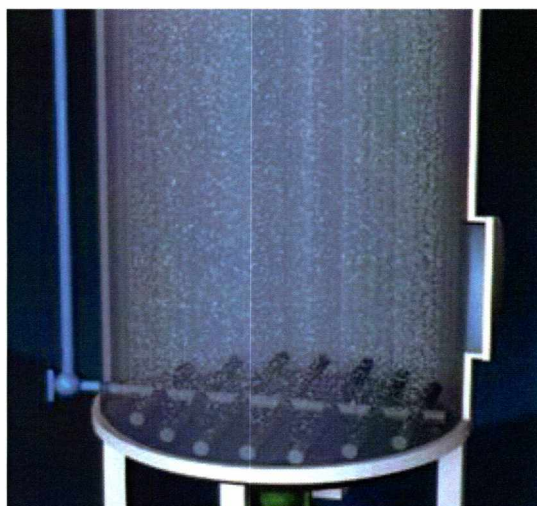


Εικόνα 3: Ελεγκτές φλόγας.³

³<http://www.appliedporous.com/news/rls/atex.htm>

Διασκορπιστήρες: Συσκευές διάλυσης αερίου σε υγρό. Τα πορώδη μπορούν να βοηθήσουν σε αυτή την διαδικασία, αφού καθώς το αέριο περνά διαμέσου του πορώδους υλικού διασκορπίζεται στο χώρο.

- Προσθήκη ανθρακικού σε διάφορα προϊόντα.
- Προσθήκη όζοντος σε ρεύμα νερού για περιποίηση.



Εικόνα 4: Πορώδης διασκορπιστήρας.⁴

Υγροποιητές: Όπως περιγράφηκε και πιο πάνω αέρας ή και άζωτο μπορεί και περνάει μέσα από πορώδες και αν στην έξοδο υπάρχει στερεό υλικό σε μορφή σκόνης μπορεί και αυτό να το κάνει να κινηθεί ως ρευστό.

- Χαλάρωση του ξηρού όγκου χημικών μετά την μεταφορά τους για απόρριψη.
- Μεταφορά ξηρών αγαθών όπως δημητριακών στα στάδια της επεξεργασίας.

Σιγαστήρες: Κατά την κατασκευή εξαρτημάτων για τη μείωση της ηχορύπανση, είναι έντονη η χρήση πορώδους υλικού. Παραδείγματα εφαρμογών:

- Συστήματα αερόφρενων σε τραίνα και αυτοκίνητα.
- Συστήματα εξόδου ήχου σε διάφορες μηχανές.
- Βαλβίδες αέριας ενεργοποίησης σε χημικές διαδικασίες.

⁴<http://www.gkn.com/sintermetals/products/filter-applications/spargers/Pages/default.aspx>



Εικόνα 5: Πορώδεις σιγαστήρες.⁵

Για να είναι ένα υλικό πορώδες και ικανό να χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη μας θα πρέπει να ικανοποιεί δύο χαρακτηριστικά. Αρχικά θα πρέπει να περιέχει πόρους, οι οποίοι είναι πολύ μικρά κενά στο πλέγμα του υλικού. Οι πόροι αυτοί συνήθως περιέχουν κάποιο ρευστό μέσα τους όπως για παράδειγμα αέρα, νερό, λάδι κ.ά. Το δεύτερο χαρακτηριστικό που θα πρέπει να έχουν είναι η διαπερατότητα. Η ιδιότητα αυτή των πόρων είναι σημαντική για την συνολική μελέτη μας και θα αναλυθεί εκτενέστερα στα επόμενα υποκεφάλαια. Με τον όρο διαπερατότητα, εννοούμε την ικανότητα που έχει το υλικό να επιτρέπει να διαπερνάται από μίας κάποιας μορφής ρευστό υλικό.

Η διαπερατότητα οφείλεται στην ύπαρξη πόρων στο υλικό και για αυτόν ακριβώς το λόγο θα ήταν καλό να αναφερθούμε με περισσότερη λεπτομέρεια στη δομή των πόρων. Ως αποτέλεσμα αυτού, ακολουθεί μία εκτενής περιγραφή στη δομή των πόρων μέσα στο πλέγμα του υλικού αλλά και ανάλυση τόσο μακροσκοπική όσο και μικροσκοπική.

2.2 Το πορώδες πλέγμα.

Ξεκινώντας λοιπόν την αναφορά μας στους πόρους, πρέπει να πούμε πως τις περισσότερες φορές αυτοί δεν είναι ορατοί με γυμνό μάτι. Το να ξεχωρίσουμε ένα πορώδες υλικό από κάποιο που δεν είναι, αυτό μπορεί να γίνει μέσα από δοκιμασίες οι οποίες αποκαλύπτουν την πορώδη φύση του υλικού. Το πορώδες υλικό έχει μία ξεχωριστή

⁵<http://ardecchitech.tradeindia.com/alwitco-industrial-mufflers-silencers--954440.html>

συμπεριφορά από τα υπόλοιπα υλικά και αυτές τις διαφορές αποκαλύπτουν οι δοκιμασίες που προαναφέραμε.

Κατά τη διαδικασία αναγνώρισης του πορώδους υλικού και ύστερα από συγκεκριμένες πειραματικές διαδικασίες, προσδιορίζονται ορισμένες μακροσκοπικές ιδιότητες οι οποίες τις περισσότερες φορές είναι προσδιορισμένες από το πορώδες πλέγμα που επικρατεί στο εκάστοτε υλικό που εξετάζεται. Παρόμοιες ιδιότητες για να καταλάβουμε τη σημασία των μακροσκοπικών ιδιοτήτων είναι η πυκνότητα και η θερμοκρασία βρασμού που συναντάμε σε άλλα υλικά.

Εκτός όμως της μακροσκοπικής ανάλυσης, μας ενδιαφέρει και ο μικρόκοσμος του υλικού. Παρόλο που παλαιότερα τέτοιου είδους μελέτες ήταν πολύ περιορισμένες, σήμερα μπορούμε να μιλήσουμε με μεγάλη σαφήνεια για τον μικρόκοσμο του κάθε υλικού που μας ενδιαφέρει αλλά διατηρώντας πάντα κάποιες επιφυλάξεις για τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που βγάζουμε. Ολοένα και περισσότερη ανάπτυξη υπάρχει στη μικροσκοπική ανάλυση, κάτι που δείχνει πως σε λίγο θα μπορούμε να συζητάμε με σιγουριά για τα κάθε λογής αποτελέσματα που θα λαμβάνουμε.

Στα επόμενα δύο κεφάλαια που ακολουθούν, θα αναφερθούμε εκτενέστερα τόσο στη μακροσκοπική όσο και στη μικροσκοπική ανάλυση του πορώδους πλέγματος. Κατά τη διάρκεια αυτών των κεφαλαίων θα παρουσιάσουμε και θα αναλύσουμε τις διάφορες παραμέτρους που διέπουν το μακρόκοσμο και μικρόκοσμο του πορώδους υλικού.

2.3 Μακροσκοπική ανάλυση του πορώδους πλέγματος (Dullien, 1992).

Όλες οι μακροσκοπικές ιδιότητες επηρεάζονται σε ένα μικρό ή μεγάλο βαθμό από το πορώδες πλέγμα. Παρακάτω, θα αναφερθούμε σε παραμέτρους του πορώδους πλέγματος οι οποίες αποτελούν ιδιότητες κατεξοχήν του πορώδους πλέγματος. Οι κυριότερες και πιο σημαντικές από τις μακροσκοπικές ιδιότητες του υλικού, είναι το πορώδες (porosity), η διαπερατότητα (permeability), η ειδική επιφανειακή περιοχή (specific surface area) και ο παράγοντας αντίστασης σχηματισμού (formation resistivity factor). Στη συνέχεια θα ακολουθήσει μία εκτενή αναφορά και συζήτηση αυτών των παραμέτρων.

2.3.1 Πορώδες (Porosity)

Το πορώδες συμβολίζεται με φ και αποτελεί την αναλογία του όγκου που καταλαμβάνεται από το πορώδες υλικό ή από κενό χώρο. Παρόλο που αυτός ο ορισμός υπάρχει, πολλές φορές ο όρος πορώδες χρησιμοποιείται και με άλλες ανακριβείς ερμηνείες. Επιπροσθέτως, όσον αφορά το πορώδες, αυτό παίρνει διαφορετικές τιμές ανάλογα πάντα και με το υλικό και μπορεί να πάρει διαφορετικές ποσοστιαίες τιμές. Θα ήταν καλό σε αυτό το σημείο να αναφερθούμε στους διαφορετικούς τύπους από κενό χώρο που μπορούμε να συναντήσουμε.

Υπάρχουν δύο τύποι από κενό χώρο ή πόρο. Ο πρώτος είναι συνεχής και διασυνδεδεμένος, σε αντίθεση με το δεύτερο τύπο που δεν είναι διασυνδεδεμένος. Χαρακτηριστικό του δευτέρου τύπου, είναι ότι δε μπορεί να συνεισφέρει σε φαινόμενα μεταφοράς μέσα στο πορώδες υλικό.

Άλλο ένα θέμα που απασχολεί, είναι το πώς θα μπορούσαμε να μετρήσουμε το πορώδες του κάθε υλικού. Όλα αυτά τα χρόνια έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι με σκοπό τέτοιου είδους μετρήσεις. Παρακάτω λοιπόν, θα αναφερθούμε σε όλες τις μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί και θα γίνει και η σχετική ανάλυση για το πώς αυτές λειτουργούν σε κάθε περίπτωση.

Άμεση μέθοδος: Εδώ έχουμε απευθείας μέτρηση του όγκου του πορώδους και μετά μέτρηση μόνο του στερεού τμήματος.

Οπτική μέθοδος: Σε αυτή τη μέθοδο θεωρείται πως το πορώδες είναι ανάλογο με το επιφανειακό πορώδες του υλικού. Για να μετρηθεί λοιπόν το επιφανειακό πορώδες, χρησιμοποιούνται στιλβωμένα τμήματα του υλικού και αρκετές φορές χρησιμοποιείται και εμποτισμός των πόρων έτσι ώστε να γίνουν ορατοί και επιπλέον να ξεχωρίσουν οι διασυνδεδεμένοι πόροι από τους μη. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου, είναι πως οι πόροι δεν έχουν το ίδιο μέγεθος κάθε φορά, με αποτέλεσμα οι πολύ μικροί πόροι να μην καταμετρούνται και να προκύπτουν λάθος μετρήσεις και αποτελέσματα.

Μέθοδος απορροφήσεως: Κατά τη μέθοδο της απορρόφησης, έχουμε την εμβάπτιση του πορώδους υλικού μέσα σε ρευστό και με προσοχή και αργούς ρυθμούς την απορρόφηση του ρευστού. Με μετρήσεις του βάρους του πορώδους υλικού πριν την όλη διαδικασία και μετά την εμβάπτιση του με το ρευστό και συσχέτισμό αυτών με τη πυκνότητα του ρευστού που χρησιμοποιήθηκε, μπορούμε εν τέλει να υπολογίσουμε το πορώδες του υλικού μας. Η

συγκεκριμένη μέθοδος είναι εξαιρετική και μπορεί να δώσει τις καλύτερες μετρήσεις από πολλές άλλες, αρκεί βέβαια να γίνει με προσοχή και ακολουθώντας προσεκτικά όλα τα βήματα που πρέπει να γίνουν.

Μέθοδος έγχυσης υδραργύρου: Στην συγκεκριμένη μέθοδο, η διαδικασία που ακολουθείται είναι η έγχυση υδραργύρου στο πορώδες υλικό. Αλλά όπως γνωρίζουμε, ο υδράργυρος δεν εισχωρεί μέσα στα υλικά σε κανονική πίεση και για αυτό το λόγω ανεβάζοντας την πίεση μπορούμε να πετύχουμε εισόδου του υδραργύρου στους πόρους του υλικού. Έτσι λοιπόν, μετρώντας την στάθμη του υδραργύρου πριν και μετά την παρουσία του πορώδους, μπορούμε να δούμε τη διαφορά και να πάρουμε τις μετρήσεις που θέλουμε. Βέβαια για να έχουμε τέλειο αποτέλεσμα χρειαζόμαστε άπειρη πίεση αλλά αυτό δε μπορεί να γίνει αφού πιθανώς με την αύξηση της πίεσης να έχουμε και αλλαγή στο πορώδες πλέγμα.

Μέθοδος εξάπλωσης αερίου: Με τη μέθοδο του αερίου μετράμε τον όγκο του πορώδους υλικού και μετά το τοποθετούμε σε δοχείο γνωστού όγκου και πίεσης του αερίου που περιέχει. Το δοχείο είναι παράλληλα συνδεδεμένο με διπλανό άδειο δοχείο (κενό). Όταν ανοίξουμε την πόρτα για τα δύο δοχεία, τότε μέρος του αερίου διοχετεύεται στο κενό δοχείο και η πίεση του αερίου μικραίνει. Κάνοντας χρήση της σχέσης για τα ιδανικά αέρια:

$$V_p = V_B - V_a - V_b \left[\frac{P_2}{(P_2 - P_1)} \right] \quad (2.1)$$

όπου

V_B = συνολικός όγκος (*bulk volume*),

V_a = όγκος δοχείου (*vessel volume*),

V_b = όγκος κενού δοχείου (*evacuated vessel volume*),

P_2 = τελική πίεση (*final pressure*),

P_1 = αρχική πίεση (*initial pressure*).

υπολογίζουμε τον όγκο του πορώδους V_p .

Μέθοδος των πυκνοτήτων: Στη συγκεκριμένη μέθοδο μετράται η πυκνότητα ολόκληρου του υλικού και μετά η πυκνότητα του στερεού (solid) τμήματος του υλικού. Επιπλέον, αφού η μάζα του πορώδους υπάρχει ολοκληρωτικά μέσα στο στερεό μπορούμε να πούμε ότι:

$$m = \rho_S V_S = \rho_B V_B \quad (2.2)$$

όπου

$m =$ μάζα υλικού ,

$\rho_S =$ πυκνότητα του στερεού ,

$\rho_B =$ συνολική πυκνότητα .

Παράλληλα από τον ορισμό του πορώδους καταλήγουμε ότι:

$$\varphi = 1 - (V_S - V_B) = 1 - (\rho_B/\rho_S) \quad (2.3)$$

2.3.2 Διαπερατότητα (Permeability)

Με τον όρο (υδραυλική) διαπερατότητα εννοούμε την ικανότητα του υλικού να διαπερνάται από κάποιου είδους ρευστό υλικό. Η διαπερατότητα ενός πορώδους υλικού εξαρτάται από διάφορες παραμέτρους, όπως το είδος του πορώδους πλέγματος, τις ιδιότητες του ρευστού αλλά και τις παραμέτρους που χαρακτηρίζουν το είδος της μεταφοράς που πραγματοποιείται. Έτσι λοιπόν θα ήταν σωστό αν ξεχωρίζαμε την διαπερατότητα του υλικού από τις ιδιότητες του ρευστού. Η 'ειδική' διαπερατότητα συμβολίζεται με το γράμμα k [m²] και αφορά την διαπερατότητα του πορώδους υλικού και μόνο.

Μονάδες μέτρησης αυτής, από πρακτικής άποψης, είναι το darcy (1 darcy = (1([cm] ^3/s) * 1(cP))/(1([cm] ^2) * 1(atm/cm))) χάριν του επιστήμονα που ασχολήθηκε και διατύπωσε τον ομώνυμο νόμο για την διαπερατότητα. Ο νόμος του Darcy Darcy's law, (1856) συνδέει την διαπερατότητα του πορώδους με τις διαστάσεις του υλικού, το ιξώδες του ρευστού καθώς και με την πτώση πίεσης που δημιουργείται. Ο παραπάνω νόμος λοιπόν έχει την παρακάτω μορφή:

$$Q = ((kA)/\mu)(\Delta P/L) \quad (2.4)$$

όπου

$Q =$ ογκομετρική παροχή(volumetric flow rate),

$A =$ εμβαδόν(normal cross – sectional area),

$\mu =$ ιξώδες(viscosity),

$\Delta P =$ πτώση πίεσης(pressure drop).

$L =$ μήκος στο οποίο λαμβάνει χώρα η πτώση πίεσης (*length*)

Στην πράξη η διαπερατότητα έχει μονάδες, μήκος εις το τετράγωνο (m^2) όπως προκύπτει και από την εξίσωση (2.4). Ο νόμος του Ντάρσυ (Darcy's law, 1856) που αναφέρθηκε, είναι η βασικότερη αρχή πάνω στην οποία θα στηριχθεί και η εργασία μας. Επιτρέπει τον υπολογισμό της διαπερατότητας k (permeability) γνωρίζοντας την παροχή Q (volumetric flow rate) του συστήματος μας και την πτώση πίεσης ΔP (pressure drop) καθώς και το μήκος στο οποίο λαμβάνει χώρα η συγκεκριμένη πτώση πίεσης. Όσον αφορά τώρα τη διαπερατότητα καλό θα ήταν να αναφερθούμε στον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να την μετρήσουμε.

Μέτρηση διαπερατότητας (measurement of permeability, permeametry): Στην περίπτωση ενός ιστροπικού μέσου, σε γραμμικές συνθήκες και κυρίως κυλινδρικής μορφής κομμάτια ακολουθείται η παρακάτω πειραματική διαδικασία. Θα πρέπει να προγραμματιστεί ροή του ρευστού είτε οριζόντια είτε κάθετα μέσα στο το δείγμα μας, δίνοντας πάντοτε ιδιαίτερη προσοχή στις συνθήκες που θα γίνεται όλο αυτό ώστε να μην γίνει με λάθος ρυθμό η μεταφορά και υπάρξουν προβλήματα.

Για τέτοιου είδους πειράματα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο αέρια όσο και υγρά με μόνη ιδιαιτερότητα αυτή των υγρών, αφού μπορούν μερικές φορές και κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες να μεταβάλλουν το πορώδες πλέγμα. Επομένως, αυτό έχει σαν αντίκτυπο πιθανή μεταβολή της διαπερατότητας, κάτι το οποίο φυσικά δεν επιθυμούμε να γίνει.

Γενικά, σε μία μέτρηση που θα γίνει κάτω από σταθερές συνθήκες, η διαπερατότητα μπορεί να υπολογιστεί από το νόμο του Darcy. Παρόλα αυτά, είναι σίγουρο πως στην μέτρησή μας θα έχουμε κάποιο ποσοστό σφάλματος. Για να περιορίσουμε όσο το δυνατόν περισσότερο το σφάλμα αυτό, μπορούμε να εκτελέσουμε την πειραματική διαδικασία για διάφορες ροές χαμηλές πάντοτε και μετά να ακολουθήσουμε μία διαδικασία επαλήθευσης που δείχνει πως το μοντέλο μας δουλεύει σωστά. Έτσι λοιπόν αφού προσομοιώσουμε τις διάφορες ροές, θα σχεδιάσουμε τα αποτελέσματα σε σχέση με τη πτώση πίεσης που δημιουργείται. Τότε, τα σημεία αυτά θα πρέπει να μπορούμε να τα ενώσουμε με μία ευθεία γραμμή. Αν αυτό δε γίνεται, σημαίνει ότι ο νόμος δεν ισχύει για το δικό μας μοντέλο.

Στη περίπτωση τώρα που έχουμε ροή αερίου, η ογκομετρική παροχή και η ταχύτητα σε σχέση με τη πίεση δεν είναι σταθερές από τη μία μεριά έως την άλλη. Αυτό όμως είναι ένα πρόβλημα για εμάς αφού ο νόμος του Darcy, Darcy's law, (1856) υποθέτει αυτά να είναι

σταθερά κατά τη διάρκεια των φαινομένων. Για να το πετύχουμε λοιπόν αυτό, θα αναγκαστούμε να κάνουμε μερικές υποθέσεις που θα προϋποθέτουν ότι σε σταθερή θερμοκρασία και σταθερές συνθήκες, οι σχέσεις ταχύτητας πίεσης χρόνου μένουν σταθερές. Έτσι λοιπόν ο νόμος του Darcy μεταβάλλεται παίρνοντας την ακόλουθη μορφή:

$$u_2 = - \left(\frac{k}{\mu} \right) \frac{P_2^2 - P_1^2}{2P_2L} = \left(\frac{k}{\mu} \right) \left(\frac{P_m}{P_2} \right) (\Delta P/L) \quad (2.5)$$

όπου

$$u_2 = Q_2/A,$$

$$P_m = (P_1 + P_2)/2 .$$

Επιπροσθέτως, έχει αποδειχθεί ότι η διαπερατότητα στα αέρια μεταβάλλεται ανάλογα με την πίεση στην οποία βρίσκονται. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται ροή με ολίσθηση. Για να λάβουμε υπόψη μας την ύπαρξη ολίσθησης χρησιμοποιούμε τη παρακάτω σχέση την οποία και πρότεινε ο (Klinkenberg, 1941)

$$u_2 P_2 L \frac{\mu}{\Delta P P_m} = k(1 + (b/P_m)) \quad (2.6)$$

όπου

$b = \text{χαρακτηριστική σταθερά αερίου και πορώδους (constant characteristic)}$.

Παρακάτω ακολουθεί ένας πίνακας όπου δίνονται ενδεικτικά διαπερατότητες από τυπικά ιζήματα που θα μπορούσαμε να συναντήσουμε:

Permeability	Pervious				Semi-Pervious				Impervious				
Unconsolidated Sand & Gravel	Well Sorted Gravel		Well Sorted Sand or Sand & Gravel		Very Fine Sand, Silt, Loess, Loam								
Unconsolidated Clay & Organic					Peat		Layered Clay		Unweathered Clay				
Consolidated Rocks	Highly Fractured Rocks				Oil Reservoir Rocks		Fresh Sandstone		Fresh Limestone, Dolomite		Fresh Granite		
k (cm ²)	0.001	0.0001	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁹	10 ⁻¹⁰	10 ⁻¹¹	10 ⁻¹²	10 ⁻¹³	10 ⁻¹⁴	10 ⁻¹⁵
k (millidarcy)	10 ⁺⁸	10 ⁺⁷	10 ⁺⁶	10 ⁺⁵	10,000	1,000	100	10	1	0.1	0.01	0.001	0.0001

Source: modified from Bear, 1972

Πίνακας 1: Διαπερατότητες διαφόρων συνηθισμένων υλικών .

2.3.3 Ειδική επιφανειακή περιοχή (Specific surface area)

Με τον όρο ειδική επιφανειακή περιοχή, ορίζουμε την περιοχή που βρίσκεται ανάμεσα στα κενά και στους πόρους ανά μονάδα μάζας ή όγκου του πορώδους υλικού. Όταν είναι ανά μονάδα μάζας συμβολίζεται με S ενώ ανά μονάδα όγκου με S_v . Πιο συγκεκριμένα ο όρος της ειδικής επιφανειακής περιοχής για τα στερεά συμβολίζεται με S_o .

Η σημασία αυτής της περιοχής είναι πολύ μεγάλη στο τομέα των πορώδων υλικών και αυτό γιατί η περιοχή αυτή βοηθάει στο να βλέπουμε κατά πόσο έχουμε προσρόφηση στα διάφορα φαινόμενα που παίρνουν χώρο ενώ παράλληλα παίζει σημαντικό ρόλο στην αποδοτικότητα των καταλυτών, φίλτρων και άλλων μέσων που χρησιμοποιούνται. Επειδή αποτελεί ένα σημαντικό κομμάτι της έρευνας των πορώδη υλικών, διάφορες μέθοδοι έχουν εξελιχτεί με σκοπό τον καθορισμό αυτής της περιοχής. Πάμε λοιπόν να τις παρουσιάσουμε με τη σειρά.

Προσρόφηση: Σε αυτές τις μεθόδους συνήθως το εμβαδό επιφάνειας λαμβάνεται ανά μάζα του δείγματος.

Ποσοτική στερεολογία (οπτική μέθοδος): Σε τέτοιου είδους μεθόδους, λαμβάνονται φωτογραφίες του μικρόκοσμου από γυαλισμένα τμήματα του δείγματος όπου με σαφήνεια φαίνονται οι πόροι του δείγματος.

Ροή ρευστού: Εδώ μπορούμε να πούμε πως η ειδική επιφανειακή περιοχή, συσχετίζεται με μετρήσεις της διαπερατότητα και του πορώδους.

2.3.4 Παράγοντας αντίστασης σχηματισμού (Formation resistivity factor)

Ο παράγοντας αντίστασης συμβολίζεται με το γράμμα F και ορίζεται ως την αναλογία της ηλεκτρικής αντίστασης R_o του πορώδους δείγματος προς την αντίσταση του όγκου του υλικού R_w :

$$F = R_o/R_w \quad (2.7)$$

Ο παράγοντας λοιπόν αυτός ορίζει την επίδραση του πορώδους πλέγματος πάνω στην αντίδραση του δείγματος. Πιο αναλυτικές μελέτες και επεξηγήσεις για τον παραπάνω παράγοντα έχουν γίνει από τον Amyx (1960) και τον El-Sayed (1978).

2.4 Μικροσκοπική ανάλυση του πορώδους πλέγματος (Dullien, 1992).

Η μικροσκοπική ανάλυση του πορώδους πλέγματος αποτελεί ένα δύσκολο τμήμα μελέτης και ανάλυσης. Η δυσκολία αυτή, αντιμετωπίζεται στην ιδιομορφία που μπορούν να εμφανίσουν οι πόροι του εκάστοτε υλικού. Είναι πολύ σημαντικό να μπορούμε να ξεχωρίζουμε τους πόρους σε μακρόκοσμο και μικρόκοσμο, παρόλα αυτά το συγκεκριμένο εγχείρημα πολλές φορές είναι δύσκολο αφού οι διαφορές είναι πολύ μικρές. Στο υπόλοιπο λοιπόν του κεφαλαίου αυτού, θα μιλήσουμε για δύο κυρίως πράγματα που αφορούν το μικρόκοσμο των πορωδών υλικών. Αυτά είναι η τοπολογία του πορώδους πλέγματος μαζί με μία σειρά από ιδιότητες αυτής ενώ σε δεύτερο σκέλος είναι ο καθορισμός του μεγέθους ενός πόρου.

2.4.1 Τοπολογία του πορώδους πλέγματος

Εδώ θα αναφερθούμε σε μία σειρά παραμέτρων, οι οποίες ορίζουν την τοπολογία του πορώδους πλέγματος. Οι παράμετροι αυτοί είναι το μέγεθος του δικτύου (dimensionality of the net work), η συνδεσιμότητα (connectivity) και το γένος (genus). Πάμε λοιπόν να πούμε λίγα λόγια για το κάθε ένα από αυτά.

Συνδεσιμότητα και γένος (connectivity and genus): Οι δύο αυτές παράμετροι είναι αυτές που ουσιαστικά χαρακτηρίζουν το σχήμα του πορώδους πλέγματος. Έχουν εξεταστεί κατά καιρούς από διάφορους ερευνητές, όπως για παράδειγμα από τον Fischmeister (1974).

Η συνδεσιμότητα (Cairns, 1961) είναι εκείνη που μετρά το κατά πόσο το πλέγμα είναι ενωμένο σε πολλαπλά σημεία. Ορίζεται ως τον αριθμό των κλειστών διαδρομών με τις οποίες θα μπορούσε να ερευνηθεί το εσωτερικό του πλέγματος και συμβολίζεται με το γράμμα C .

Το γένος από την άλλη μεριά, είναι ο μεγαλύτερος αριθμός από κοψίματα που είναι εφικτό να υπάρξουν χωρίς να αποσυνδεθεί ολοκληρωτικά το πλέγμα. Συμβολίζεται με το γράμμα G και υποστηρίζεται από τις διάφορες θεωρίες ότι η συνδεσιμότητα συνδέεται με το γένος και μάλιστα είναι ανάλογη με αυτό. Παρακάτω, ακολουθεί πίνακας με παραδείγματα διαφόρων σχημάτων, που παρουσιάζουν πως μπορεί να οριστεί η συνδεσιμότητα και το γένος.

Μία γενική θεωρία αναφέρει πως ισχύει η σχέση:

$$G = C = b - n + N \quad (2.8)$$

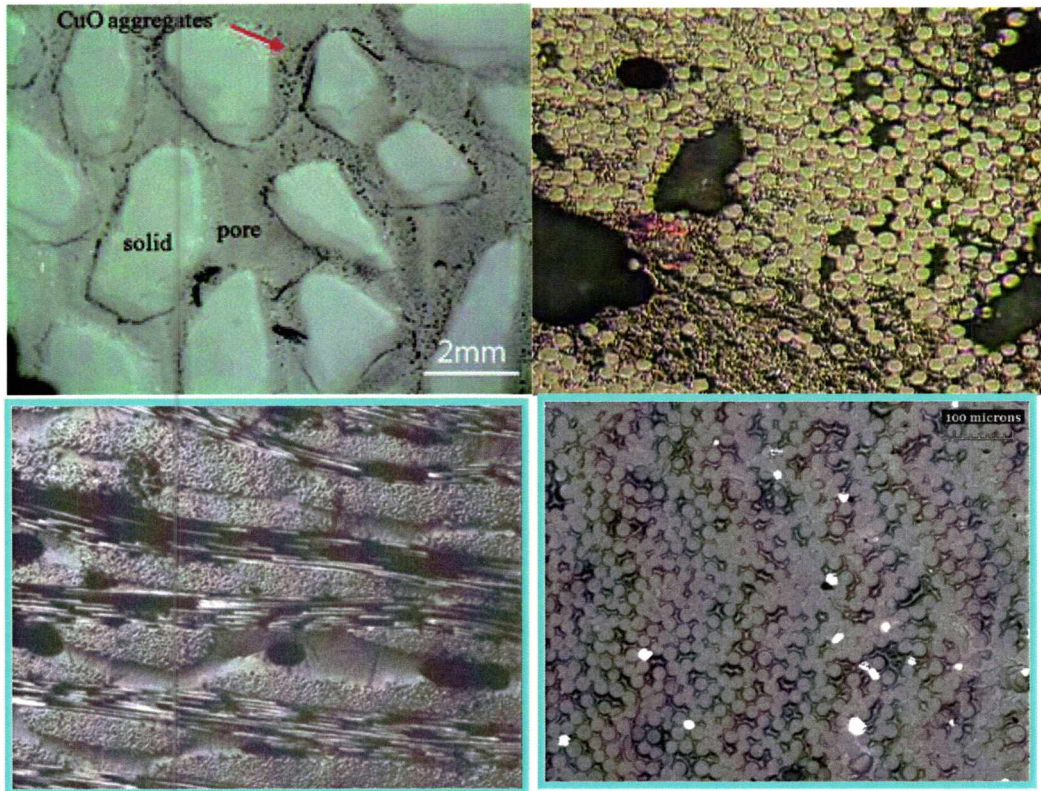
όπου το b συμβολίζει τον αριθμό των ξεχωριστών τμημάτων, το n συμβολίζει τον αριθμό των κόμβων και το N είναι ο αριθμός των ξεχωριστών δικτύων.

Η διαδικασία του να ξεχωρίσεις βέβαια όλα αυτά τα στοιχεία, μπορεί να είναι αρκετά απλή αν έχουμε ένα τακτικό πλέγμα αφού μπορούμε να επικαλεστούμε τη συμμετρία του σχήματός μας αλλά μπορεί να γίνει και πολύ περίπλοκη αν το σχήμα μας δεν είναι τόσο τακτικό. Στη προκειμένη περίπτωση, η διαδικασία που θα πρέπει να ακολουθηθεί, είναι να χρησιμοποιήσουμε μία σειριακή αναπαράσταση των περιοχών του και προσεκτικά να πάρουμε όποια στοιχεία μας ενδιαφέρουν.

2.4.2 Καθορισμός του μεγέθους του πόρου

Όπως έχουμε αναφέρει και σε προηγούμενα κομμάτια της εργασίας, με τον όρο πόρο αναφερόμαστε σε μικρά κενά που υπάρχουν διάσπαρτα μέσα στο υλικό και στην επιφάνειά του. Οι πόροι, έχουν τυχαίο σχήμα και προσανατολισμό κάθε φορά, ανάλογα πάντοτε με το πορώδες πλέγμα του κάθε υλικού που εξετάζεται. Έτσι, το να καθορίσεις το μέγεθός του είναι μία διαδικασία μέτρησης ενός μεγέθους με τυχαίο σχήμα. Πάμε να αναφερθούμε με πιο μεγάλη ακρίβεια στη μέτρηση αυτή και να την σχολιάσουμε.

Η γενική διαδικασία μέτρησης, μπορούμε να πούμε πως ακολουθεί τα βήματα μέτρησης μίας φυσικής ποσότητας κάθε φορά, σε σχέση με μία φυσική παράμετρο. Για να κατανοήσουμε καλύτερα το παραπάνω γενικό μοτίβο, καλό είναι να δώσουμε ένα σχετικό παράδειγμα. Για παράδειγμα, μπορούμε να μετρήσουμε και να ορίσουμε το μέγεθος του πόρου μέσα από τη διαδικασία μέτρησης του πορώδους του υλικού με τη μέθοδο του υδραργύρου. Κατά τη μέτρηση του πορώδους με χρήση του υδραργύρου, έχουμε μέτρηση του πόσο διεισδύει ο υδράργυρος σε σχέση με την αλλαγή που παρατηρείται στην πίεση αυτού. Με την πίεση αυτή λοιπόν και κάνοντας χρήση της εξίσωσης του Laplace για την πίεση στους πόρους καθώς επίσης και του μοντέλου του πορώδους πλέγματος, μπορούμε να συνδυάσουμε τον όγκο του υδραργύρου με το μέγεθος του πόρου. Ακολουθούν φωτογραφίες όπου παρουσιάζεται σε μικροσκοπική ανάλυση η δομή ενός πορώδους υλικού:



Εικόνα 6: Παραδείγματα δομής πορώδους υλικού.

2.5 Τεχνική θεωρία για τα πορώδη υλικά και τους νόμους που τα διέπουν.

Η αγωγιμότητα ενός πορώδους υλικού από ένα ρευστό, συνήθως εκφράζεται μέσα από την ειδική διαπερατότητα (specific permeability), η οποία συμβολίζεται με k όπως έχουμε αναφέρει και νωρίτερα. Ο νόμος, όπως έχουμε αναφέρει, που διέπει τα πορώδη είναι αυτός του Darcy. Ο νόμος αυτός, είναι μία εξίσωση που προκύπτει σαν συμπέρασμα μέσα από διάφορα φαινόμενα ροής διαφόρων ρευστών υλικών διαμέσου διαφόρων πορωδών υλικών. Ο ίδιος ο Henry Darcy, στήριξε όλη του την θεωρία πάνω σε πειράματα ροής νερού διαμέσου της άμμου. Η θεωρία του είναι πάρα πολύ σημαντική για τον χώρο αλλά και για τον τομέα της γεωλογίας και υδρολογίας.

2.5.1 Παρουσίαση του νόμου του Darcy.

Παρόλο που ο νόμος έχει διατυπωθεί αποκλειστικά από τον ίδιο τον Darcy, η ίδια εξίσωση μπορεί να προκύψει και με ομογενοποίηση των Navier-Stokes εξισώσεων. Είναι επίσης ανάλογη και με άλλους νόμους, όπως αυτών των Fourier, Ohm, Fick.

Πιο συγκεκριμένα, όσον αφορά το πώς λειτουργεί ο νόμος του Darcy, μπορούμε να πούμε πως είναι μία συσχέτιση της ροής εξόδου, του ιξώδους του ρευστού και της πτώσης πίεσης σε μία δοσμένη απόσταση. Η μορφή του είναι η ακόλουθη:

$$Q = ((-kA)/\mu)(\Delta P/L) \quad (2.9)$$

όπου

Q = ογκομετρική παροχή (volumetric flow rate), $[m^3/s]$,

k = ειδική διαπερατότητα (specific permeability), $[m^2]$,

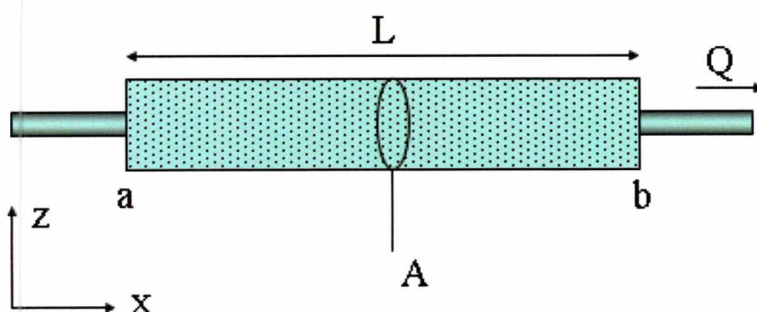
A = εμβαδόν (normal cross – sectional area), $[m^2]$,

μ = ιξώδες (viscosity), $[Pa * s]$,

ΔP = πτώση πίεσης (hydrostatic pressure drop)

L = μήκος στο οποίο λαμβάνει χώρα η πτώση πίεσης (length).

Ένα διάγραμμα για να έχουμε στο μυαλό μας μία καλύτερη εικόνα σχετική με το τι συμβολίζεται στην εξίσωση (2.9) ακολουθεί στη συνέχεια:



Εικόνα 7: Πείραμα του Darcy.⁶

Το (-) στην εξίσωση του Darcy το τοποθετούμε λόγω της ροής του ρευστού από υψηλή σε χαμηλή πίεση. Σε αντίθετη περίπτωση, το αρνητικό πρόσημο δεν έχει θέση στην εξίσωση όπως έγινε και σε προηγούμενο κεφάλαιο που είχαμε αναφερθεί στη συγκεκριμένη

⁶http://en.wikipedia.org/wiki/Darcy's_law

εξίσωση. Εναλλακτική μορφή στην οποία θα μπορούσε να γραφτεί η εξίσωσή μας είναι η ακόλουθη:

$$q = \left(-\frac{k}{\mu}\right) \nabla P \quad (2.10)$$

όπου

q = μέση ταχύτητα ρευστού (*flux*), [m/s] ,

∇P = διαφορικό πίεσης (*pressure gradient*), [Pa/m],

μ = δυναμικό ιξώδες του ρευστού [Pa * s]

k = ειδική διαπερατότητα (*specific permeability*), [m²]

Εδώ να αναφερθούμε και στο συσχετισμό της ταχύτητας με τη συγκεκριμένη ροή ο οποίος έχει τη μορφή:

$$u = q/\varphi \quad (2.11)$$

Όπου με φ αναφερόμαστε στο πορώδες.

Συμπεράσματα που μπορούν να προκύψουν από το νόμο του Darcy είναι τα ακόλουθα:

- Αν δεν υπάρχει το διαφορικό της πίεσης για κάποια ορισμένη απόσταση, τότε λογικό είναι να μην έχουμε και ροή ρευστού.
- Αν υπάρχει το διαφορικό της πίεσης, τότε έχουμε ροή κάποιου ρευστού από την υψηλότερη στη χαμηλότερη πίεση.
- Όσο μεγαλύτερη η διαφορά πίεσης, τόσο μεγαλύτερος και ο ρυθμός ροής εξόδου.
- Ο ρυθμός ροής εξόδου είναι διαφορετικός ανάλογα κάθε φορά με τη μορφολογία του ενδιαμέσου μέσου. Η μορφολογία επηρεάζει την διαπερατότητα του υλικού.

Ένας περιορισμός όσον αφορά το νόμο του Darcy, είναι ότι ισχύει για αργή και ιξώδη ροή. Μάλιστα, στη γενική περίπτωση που μία ροή έχει αριθμό Reynolds μικρότερο του ένα (1), μπορεί να οριστεί ως γραμμική ροή και ακολουθεί το νόμο του Darcy. Παρόλα αυτά, με διάφορες πειραματικές διαδικασίες, έχει δείχτεί ότι ροές που έχουν αριθμό Reynolds ακόμη και δέκα (10), ακολουθούν το νόμο του Darcy. Ο συσχετισμός του αριθμού Reynolds στη προκειμένη φάση, μπορεί να ορίσει τον συγκεκριμένο αριθμό ως μία αδιάστατη παράμετρο για τα πορώδη υλικά που γράφεται ως εξής:

$$Re = (\rho u d)/\mu \quad (2.12)$$

όπου

$\rho =$ πυκνότητα ,

$d =$ αντιπροσωπευτική διάμετρος για πορώδη ,

$u =$ ταχύτητα,

$\mu =$ ιξώδεις.

2.5.2 Εναλλακτικές μορφές του νόμου Darcy (Darcy's law, 1856).

Εκτός αυτών ο νόμος του Darcy έχει και κάποιες άλλες μορφές ώστε να προσαρμόζεται σε διαφορετικές συνθήκες κάθε φορά. Τις μορφές αυτές θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια της ενότητας. Μία από αυτές μάλιστα είναι ιδιαίτερος σημαντική για την εργασία μας αφού εκεί στηρίζεται το μεγαλύτερο της κομμάτι.

Darcy-Brinkman (Haidong Liu, 2007): Στη προκειμένη περίπτωση, προστίθεται ο όρος του Brinkman ούτως ώστε να χρησιμοποιείται ο νόμος για ροές ανάμεσα από σύνορα-τοιχώματα μεταξύ ενός πορώδους υλικού και ενός ρευστού. Σε μία δυσδιάστατη ροή, η μορφή του για την ταχύτητα στην κατεύθυνση (x) είναι :

$$\mu \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right] - \alpha \frac{\mu}{k_{tow}} U = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.14)$$

όπου:

$\mu =$ δυναμικό ιξώδες ρευστού

$U =$ όρος της ταχύτητας

$P =$ πίεση του συστήματος μας

$\alpha =$ μεταβλητή, 0 αν δεν υπάρχει πορώδες υλικό, 1 αν υπάρχει πορώδες υλικό.

$k_{tow} =$ διαπερατότητα πορώδους υλικού

Ροές υψηλών ταχυτήτων (ροές με σημαντική αδράνεια): Όταν έχουμε υψηλές ταχύτητες, τότε δημιουργούνται και φαινόμενα αδρανείας. Για να λάβουμε λοιπόν υπόψη μας τα φαινόμενα αυτά, προσθέτουμε τον ακόλουθο όρο, ο οποίος είναι γνωστός με το όνομα όρος Forchheimer:

$$\nabla P = -\left(\frac{\mu}{k}\right)q - \left(\frac{\rho}{k_1}\right)q^2 \quad (2.16)$$

Όπου με k_1 συμβολίζουμε την αδρανειακή διαπερατότητα

Κεφάλαιο 3. Εισαγωγή στο OpenFOAM.

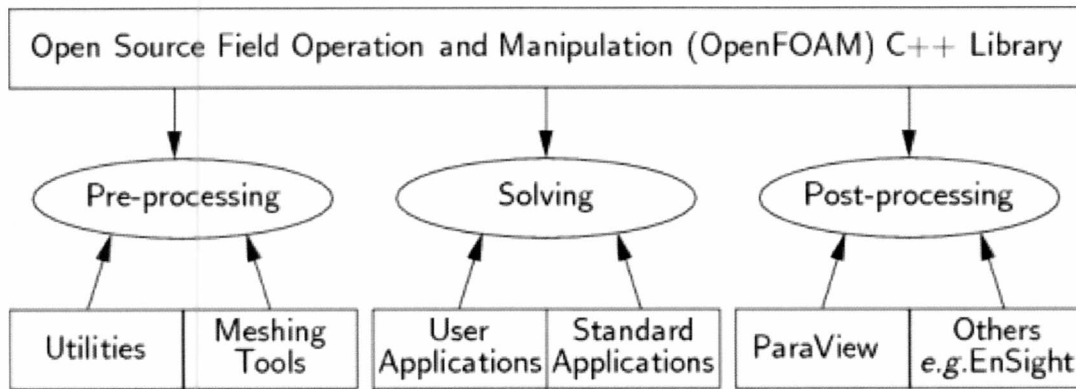
Το OpenFOAM, είναι το υπολογιστικό πακέτο που επιλέξαμε να χρησιμοποιήσουμε ώστε να φέρουμε εις πέρας την εργασία μας και να καταλήξουμε στα επιθυμητά αποτελέσματα. Είναι ένα πρόγραμμα με μία πληθώρα από πλεονεκτήματα και παράλληλα ένα πολύ ισχυρό υπολογιστικό πακέτο. Παρακάτω, θα παρουσιάσουμε πληροφορίες για το εν λόγω πρόγραμμα και θα αναφέρουμε όλη τη σχετική θεματολογία που αφορά τον τρόπο λειτουργίας του και τα παρελκόμενα που το συνοδεύουν.

3.1 Συνοπτική περιγραφή της λειτουργίας του υπολογιστικού προγράμματος που θα χρησιμοποιηθεί.

Το OpenFOAM®, (2004) είναι καταρχήν μία βιβλιοθήκη C++ γλώσσας υπολογιστή, η οποία χρησιμοποιείται με τρόπο τέτοιο ώστε να δημιουργηθούν εκτελέσιμες διαδικασίες (executable applications). Αυτές οι διαδικασίες, χωρίζονται σε δύο μεγάλες ομάδες, τους λύτες (solvers), που χρησιμοποιούνται για να λύσουν συγκεκριμένα προβλήματα μηχανικής και τις διαδικασίες-εφαρμογές (utilities), οι οποίες είναι υπεύθυνες για την επεξεργασία των δεδομένων. Το OpenFOAM, περιλαμβάνει μία μεγάλη γκάμα από λύτες (solvers) και διαδικασίες-εφαρμογές (utilities), καλύπτοντας έτσι ένα ευρύ κομμάτι προβλημάτων που μπορούν να αντιμετωπιστούν.

Μία πολύ σημαντική ιδιότητα του υπολογιστικού πακέτου αυτού, είναι ότι ο χρήστης με τις ανάλογες γνώσεις μπορεί και μόνος του να δημιουργήσει λύτες και εφαρμογές που ταιριάζουν κάθε φορά στις ανάγκες του. Αυτό είναι και ένας από τους λόγους που είναι τόσο διαδεδομένο και καλώς αξιολογημένο υπολογιστικό πακέτο.

Το ίδιο το πρόγραμμα, είναι εφοδιασμένο με περιβάλλοντα φιλικά προς το χρήστη τόσο πριν όσο και μετά την υπολογιστική διαδικασία. Αυτά βρίσκονται στο πρόγραμμα ως διαδικασίες-εφαρμογές. Ένα γράφημα που θα μας βοηθούσε να συνοψίσουμε όλα τα παραπάνω αλλά και να τα κατανοήσουμε με ακόμη μεγαλύτερη ευκολία, παρουσιάζεται παρακάτω:



Εικόνα 8:Επισκόπηση λειτουργίας του OpenFOAM.⁷

Το ίδιο το OpenFOAM παρέχει στους χρήστες του αναλυτικές οδηγίες σχετικά με το πώς μπορεί να λειτουργήσει και βοηθά τον κάθε χρήστη να ξεκινήσει με σχετική ευκολία και να κατανοήσει το πώς λειτουργεί. Μέσα από αυτόν τον οδηγό στηριχθήκαμε και εμείς για να ξεκινήσουμε να εξοικειωνόμαστε με το υπολογιστικό μας πακέτο (Weller, 2004).

Οι χρήστες, μπορούν να μάθουν για κάθε μία διαδικασία που έχει να κάνει με το πακέτο όσον αφορά το υπολογιστικό κομμάτι καθώς και για τις διαδικασίες πριν και μετά τους υπολογισμούς. Επιπροσθέτως, όσο αφορά την προβολή και χάραξη των επιθυμητών αποτελεσμάτων, το OpenFOAM παρέχει από τη μεριά του το paraView, ένα σχεδιαστικό περιβάλλον φιλικό προς τον χρήστη, ενώ παρέχει πληροφορίες για την χρήση εναλλακτικών πακέτων.

Παρακάτω θα αναφερθούμε επιγραμματικά στο εύρος των δυνατοτήτων που έχει το OpenFOAM:

- Βασικούς ρευστό-δυναμικούς λύτες (solvers).
- Ασυμπιεστή ροή με ιδιότητες RANS και LES.
- Συμπιεστή ροή με ιδιότητες RANS και LES.
- Buoyancy-driven flow.
- DNS και LES.
- Ροές πολλών φάσεων.
- Λύτες εντοπισμού σωματιδίων.
- Προβλήματα σχάσης.
- Προβλήματα μεταφοράς θερμότητας με σύζευξη.
- Προβλήματα μοριακής δυναμικής.

⁷<http://www.openfoam.org/docs/user/userch1.php>

- Ηλεκτρομαγνητικής φύσεως προβλήματα.
- Δυναμική των στερεών.

Αν και το συγκεκριμένο πακέτο αποτελεί ένα πλήρες σύστημα για την επίτευξη πολλών ερευνών με μεγάλη επιτυχία και ακρίβεια, έχει ένα πλήθος από πλεονεκτήματα αλλά και μειονεκτήματα. Πάμε λοιπόν να παρουσιάσουμε ένα πίνακα όπου απεικονίζονται κάποια από τα πλεονεκτήματά αλλά και μειονεκτήματα του.

Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Φιλικό συντακτικό περιβάλλον.	Απουσία γραφικού περιβάλλοντος για χρήση.
Δημιουργία πολυεδρικών πλεγμάτων.	Απουσία κάποιων λεπτομερειών στους οδηγούς που παρέχονται, δημιουργώντας δυσκολία σε αρχαίους.
Εύρος από λύτες και διαδικασίες.	Συνεχείς αλλαγές του προγράμματος, το καθιστούν δύσκολο σε κάποιον που ασχολείται για πρώτη φορά.
Δημόσια βοήθεια από τους ιδρυτές του.	
Παράλληλη λειτουργία πολλών εφαρμογών ταυτόχρονα.	
Απουσία κόστους για την απόκτησή του.	

Πίνακας 2: Πίνακας πλεονεκτημάτων-μειονεκτημάτων του OpenFOAM.⁸

3.2 Ανάλυση των λυτών SimpleFOAM και PorousSimpleFOAM.

Για την εκπλήρωση της δικής μας εργασίας αφού εκτελέσαμε ένα εύρος από εισαγωγικές εφαρμογές του οδηγού του προγράμματος για να κατανοήσουμε βασικές αρχές (Foundation), κάναμε εκτενή χρήση των λυτών simpleFoam και porousSimpleFoam. Ειδικότερα, χρησιμοποιήσαμε τον simpleFoam για μία απλή επαλήθευση της ροής ρευστού μέσα σε κυλινδρικό αγωγό, για Νευτωνικό ρευστό. Στο μεγαλύτερο μέρος της εργασίας χρησιμοποιήσαμε τον porousSimpleFoam ο οποίος και βοήθησε με την ύπαρξη πορώδους υλικού μέσα στον αγωγό. Στα επόμενα υποκεφάλαια ακολουθεί αναλυτική περιγραφή των δύο αυτών λυτών.

⁸ <http://en.wikipedia.org/wiki/OpenFOAM>

3.2.1 Βασικές εξισώσεις στον SimpleFOAM.

Γενικά η ροή των ρευστών είναι ένα φαινόμενο που περιγράφεται με τη βοήθεια της διατήρησης της μάζας, της ορμής και της ενέργειας. Ο simpleFoam solver χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο SIMPLE (Patankar, S.V., Spalding D.B., 1972). Οι εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα ανάλυση είναι, η εξίσωση συνέχειας σε τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων και οι εξισώσεις των Navier-Stokes εξίσου σε τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων (R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot, 2002). Η εξίσωση συνέχειας είναι η ακόλουθη:

$$\nabla \cdot \bar{U} = 0 \quad (3.2)$$

όπου το \bar{U} = ταχύτητα (m/s)

Από την άλλη μεριά, έχουμε τις εξισώσεις των Navier-Stokes σε πλήρως τρισδιάστατο σύστημα, μη λαμβάνοντας υπόψη τις επιδράσεις της βαρύτητας, υποθέτοντας μόνιμες συνθήκες και ασυμπιεστο ρευστό καταλήγουμε στην ακόλουθη εξίσωση:

$$\rho \bar{U} \nabla \bar{U} = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} \quad (3.3)$$

όπου

$\bar{\tau}$ = τανυστής τάσης, δευτέρου βαθμού (stresstensor, secondordertensor) .

p = πίεση,

ρ = πυκνότητα.

Σε υποκεφάλαιο που ακολουθεί, θα αναφερθούμε στο τρόπο με τον οποίο αυτές οι εξισώσεις διακριτοποιούνται και παίρνουν μορφή χρήσιμη για εμάς και το υπολογιστικό μας πακέτο.

3.2.2 Βασικές εξισώσεις στον PorousSimpleFOAM (Hafsteinsson, 2009).

Πάμε τώρα στον επόμενο λύτη, τον porousSimpleFoam (αλγόριθμος SIMPLE), ο οποίος με τη σειρά του έχει τις δικές του βασικές εξισώσεις, με την βοήθεια των οποίων μπορεί να μας δώσει αποτελέσματα για ροή ρευστού μέσα από πορώδες σώμα.

Ξεκινώντας λοιπόν την ανάλυση του porousSimpleFoam, η εξίσωση που λύνει το υπολογιστικό πακέτο είναι η ακόλουθη:

$$\rho \bar{U} \nabla \bar{U} = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} + s \quad (3.4)$$

Ο όρος s αναλύεται με τον ακόλουθο τρόπο:

$$s = -\mu \bar{D} \cdot \bar{U} \quad (3.5)$$

Όπου

- μ = δυναμικό ιξώδες
- D = όρος αντίστροφος της διαπερατότητας K (m^2)
- \bar{U} = ταχύτητα (m/s)

Είναι προφανές ότι ο όρος (s) αντιστοιχεί στον όρο Νταρσύ, και η εξίσωση 3.4 στο μοντέλο Brinkman που παρουσιάσαμε παραπάνω.

3.3 Μέθοδος πεπερασμένων όγκων.

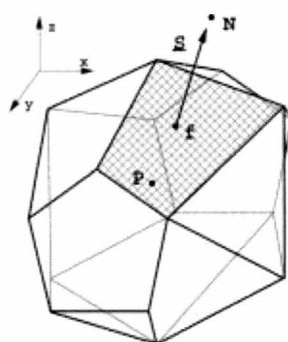
Το υπολογιστικό πακέτο που επιλέξαμε μέσα σε όλες τις υπολογιστικές του διαδικασίες, χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων. Η μέθοδος αυτή, υποδιαιρεί τον όγκο ελέγχου σε πολλούς άλλους μικρότερους του αρχικού, κάνοντας έτσι πολύ πιο εύκολη τη χρήση αυτών σε υπολογιστικές διαδικασίες. Σε αυτούς τους μικρότερους όγκους ελέγχου, εφαρμόζονται οι μεταφορικές μας εξισώσεις σε κάθε έναν ξεχωριστά, χρησιμοποιώντας παράλληλα μεθόδους διαφορών για να προσδιορίσουμε τις ιδιότητες της ροής. Οι solvers που θα χρησιμοποιήσουμε, που αναφέρονται σε σταθερές συνθήκες πάντοτε, χρησιμοποιούν την προαναφερθείσα μέθοδο για να μοντελοποιήσουν την ροή μας, χρησιμοποιώντας τις βασικές εξισώσεις που διέπουν το ανάλογο φαινόμενο κάθε φορά.

Επιπλέον, εδώ να σημειώσουμε ότι ο simpleFoam και ο porousSimpleFoam ανήκουν στην ίδια ομάδα λυτών, αυτή για ασυμπιεστή ροή υπό σταθερές συνθήκες στο πέρασμα του χρόνου. Επιπλέον, να υπογραμμίσουμε ότι και οι δύο λειτουργούν κάτω από την ίδια λογική και με βάση τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων, με μόνη διαφορά τις εξισώσεις που τους διέπουν. Παρακάτω θα αναφερθούμε με πολύ μεγαλύτερη σαφήνεια στο τρόπο λειτουργίας της μεθόδου που χρησιμοποιούν.

3.3.1 Διακριτοποίηση διαδικασιών.

Ξεκινώντας την ανάλυσή μας πρέπει να υπογραμμίσουμε ότι ο υπολογιστής μπορεί να επεξεργαστεί μόνο διακριτοποιημένες ποσότητες, για αυτό και μεγέθη όπως ο χρόνος και το κενό, πρέπει να είναι διακριτοποιημένα πριν οποιαδήποτε διαδικασία λάβει χώρα. Υπάρχουν δύο κατεξοχήν διαδικασίες διακριτοποίησης που πρέπει να πραγματοποιηθούν για να ξεκινήσει οποιοσδήποτε υπολογισμός.

Χωρική διακριτοποίηση: Η χωρική διακριτοποίηση, περιλαμβάνει μία σειρά από διακριτοποιήσεις πάνω στο πεδίο υπολογισμού. Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να χωριστεί σε δύο τμήματα, αυτό του διαχωρισμού του χώρου και αυτό του χρόνου. Όσον αφορά τη διακριτοποίηση του χώρου με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων, έχουμε υποδιαίρεση του αρχικού όγκου σε μικρότερα τμήματα που τα ονομάζουμε όγκους ελέγχου και είναι ορισμένα σε αριθμό (CV-control volumes) ή σε κελιά που καλύπτουν ακριβώς το πεδίο υπολογισμού και ποτέ δεν το ξεπερνούν. Μέσα από αυτό που περιγράψαμε, μπορούμε να φανταστούμε πως πλέον στη ροή μας δημιουργούνται όρια ανάμεσα σε κελιά-όγκους ελέγχου, τα επονομαζόμενα “πρόσωπα” ή στην αγγλική ορολογία “faces” (f). Το κελί που βρίσκεται στη κάτω μεριά του “προσώπου” ονομάζεται “ιδιοκτήτης” ή “owner” (P) ενώ το επάνω κελί είναι ο “γείτονας” ή “neighbor” (N). Για να γίνουν όλα αυτά περισσότερο κατανοητά, ακολουθεί ένα γράφημα με όλες τις σχετικές πληροφορίες σχετικά με το ανάλογο πλέγμα.



Εικόνα 9: Μέθοδος πεπερασμένων όγκων.

Κατά την διάρκεια της χωρικής διακριτοποίησης, οι μεταβλητές μας αναφέρονται και αποθηκεύονται συνήθως στο κέντρο του κελιού αν και δεν είναι απίθανο να είναι πάνω στα διανύσματα ή στα τοιχώματα. Ένα κελί αποτελείται από ένα αριθμό τοιχωμάτων, χωρίς αυτό να περιορίζεται σε κάποιες τιμές ή στο προσανατολισμό τους. Αυτό μπορούμε να το αποκαλέσουμε “αυθαίρετα χωρίς δομή” ή στην αγγλική ορολογία “arbitrarily

unstructured’’. Η δυνατότητα από την άλλη μεριά το OpenFOAM να μπορεί να δημιουργήσει τέτοια πλέγματα, το κάνει να είναι ένα πολύ χρήσιμο πρόγραμμα για σύνθετες γεωμετρίες.

Διακριτοποίηση χρόνου: Η διαδικασία της διακριτοποίησης του χρόνου είναι ίδια με αυτή του χώρου, με μόνη διαφορά τη θέση του χρόνου στη θέση του χώρου. Εμείς όμως μιας και ασχολούμαστε με προβλήματα σε σταθερές συνθήκες στο πέρασμα του χρόνου, δε θα χρειαστεί να ασχοληθούμε με αυτό το κομμάτι.

Διακριτοποίηση εξισώσεων: Κάθε είδους διαφορική εξίσωση που πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την εκπλήρωση της εργασίας μας κάνοντας χρήση του OpenFOAM πρέπει πρώτα να διακριτοποιηθεί. Για να μπορέσει λοιπόν το υπολογιστικό μας πακέτο να αντιμετωπίσει διαφορικές εξισώσεις όπως αυτές της ταχύτητας και της πίεσης, μετατρέπει κάθε διαφορική τους μορφή σε απλές αλγεβρικές εκφράσεις. Προσπαθεί δηλαδή να δημιουργήσει πράγματα κατανοητά και επεξεργάσιμα από τον ίδιο τον υπολογιστή.

Έτσι λοιπόν, όσον αφορά τον simpleFoam για παράδειγμα, απλοποιεί τις εξισώσεις των Navier-Stokes και τις λύνει για ροή οποιουδήποτε ρευστού. Παρακάτω θα περιγράψουμε πως γίνεται αυτή η απλοποίηση των εξισώσεων και με ποιον ακριβώς τρόπο.

3.3.2 Εμβάθυνση στην διακριτοποίηση των εξισώσεων (Weller, 2004).

Στόχος της διακριτοποίησης των εξισώσεών μας, είναι να πάρουν τη μορφή από μία ομάδα απλοποιημένων αλγεβρικών εξισώσεων, που μπορούν να αναπαρασταθούν με τη μορφή πινάκων όπως παρακάτω:

$$[A][x] = [b] \quad (3.8)$$

όπου

$[A]$ = τετραγωνικός πίνακας ,

$[x]$ = διάνυσμα μεταβλητών ,

$[b]$ = διάνυσμα πεδίου τιμών .

Με τους όρους διάνυσμα μεταβλητών και πεδίου τιμών που αναφέραμε πιο πάνω, ουσιαστικά αναφερόμαστε σε λίστες τιμών που αναφέρονται σε συγκεκριμένες τοποθεσίες

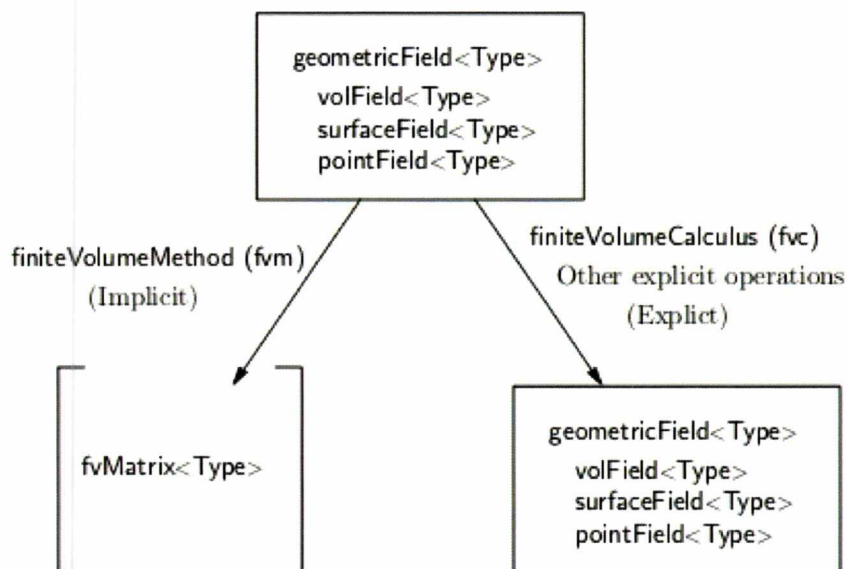
του πλέγματός μας. Στην ορολογία του OpenFOAM αναφέρονται ως `geometricField<Type>` ή πιο συγκεκριμένα όταν μιλάμε για πεπερασμένους όγκους `volField<Type>`.

Ο πίνακας `A` από την άλλη πλευρά, δε μπορεί να οριστεί ως μία λίστα από τιμές αφού έχει μορφή πίνακα. Έτσι λοιπόν, έχει μία δικιά του κατηγορία στο OpenFOAM και ονομάζεται `fvMatrix<Type>`.

Πιο αναλυτικά, κάθε όρος διαφορικής εξίσωσης στο OpenFOAM απλοποιείται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων (`fvm`) ή την υπολογιστική μέθοδο πεπερασμένων όγκων (`fv`). Αυτές οι δύο ομάδες εξισώσεων λοιπόν, `fvm` και `fv`, ξεχωρίζονται και χρησιμοποιούνται ξεχωριστά,

- `Fvm` για παράγωγα από το `fvMatrix<Type>`,
- `Fvc` για παράγωγα από το `geometricField<Type>`.

Για να πάρουμε μία καλύτερη εικόνα σχετικά με αυτό το διαχωρισμό, παραθέτουμε ένα σχετικό γράφημα που δείχνει τι ακριβώς πραγματοποιείται μέσα στο υπολογιστικό πακέτο κάθε φορά, για διαφορικά συστήματα εξισώσεων.



Εικόνα 10: Απλοποίηση ενός `geometricField`.⁹

Επιπροσθέτως, μπορούμε να παραθέσουμε και ένα πίνακα ο οποίος περιλαμβάνει την πληθώρα των λειτουργιών που περιλαμβάνουν το `fvm` και `fv` ώστε να διακριτοποιούν κάθε όρο που μπορεί να εμφανιστεί σε μία μερική διαφορική εξίσωση. Με τη μέθοδο των

⁹<http://www.foamcf.org/Nabla/guides/ProgrammersGuidese9.html#x14-320002.4>

πεπερασμένων όγκων, εφαρμόζουμε τον όρο στον όγκο ενός κελιού, ενώ αμέσως στη συνέχεια κάνουμε χρήση του θεωρήματος του Gauss:

$$\int_V (\nabla\varphi) dV = \int_S dS\varphi \quad (3.9)$$

όπου

$S =$ διάνυσμα θέσης επιφανείας (*surfaceareavector*),

$\varphi =$ πεδίο τάσης (*tensor field*),

*= οποιασδήποτε μορφής γινόμενο .

Ακολουθεί γραμμικοποίηση των ολοκληρωμάτων κάθε μορφής που έχουν προκύψει, κάτι που θα εξεταστεί με μεγαλύτερη λεπτομέρεια σε επόμενο υποκεφάλαιο για κάθε όρο που μπορούμε να συναντήσουμε ξεχωριστά. Η γραμμικοποίηση αυτή, μπορεί να γίνει μέσα από συγκεκριμένα υπολογιστικά σχήματα που παρέχονται από το υπολογιστικό μας πακέτο, OpenFOAM.

Term description	Implicit / Explicit	Text expression	fvm::/fvc:: functions
Laplacian	Imp/Exp	$\nabla^2\phi$ $\nabla \cdot \Gamma \nabla \phi$	laplacian(phi) laplacian(Gamma, phi)
Time derivative	Imp/Exp	$\frac{\partial \phi}{\partial t}$ $\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}$	ddt(phi) ddt(rho, phi)
Second time derivative	Imp/Exp	$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)$	d2dt2(rho, phi)
Convection	Imp/Exp	$\nabla \cdot (\psi)$ $\nabla \cdot (\psi \phi)$	div(psi, scheme)* div(psi, phi, word)* div(psi, phi)
Divergence	Exp	$\nabla \cdot \chi$	div(chi)
Gradient	Exp	$\nabla \chi$ $\nabla \phi$	grad(chi) gGrad(phi) lsGrad(phi) snGrad(phi) snGradCorrection(phi)
Grad-grad squared	Exp	$ \nabla \nabla \phi ^2$	sqrGradGrad(phi)
Curl	Exp	$\nabla \times \phi$	curl(phi)
Source	Imp Imp/Exp†	$\rho \phi$	Sp(rho, phi) SuSp(rho, phi)

†fvm::SuSp source is discretised implicit or explicit depending on the sign of rho.

†An explicit source can be introduced simply as a vol<Type>Field, e.g.rho*phi.

Function arguments can be of the following classes:

phi: vol<Type>Field

Gamma: scalar volScalarField, surfaceScalarField, volTensorField, surfaceTensorField.

rho: scalar, volScalarField

psi: surfaceScalarField.

chi: surface<Type>Field, vol<Type>Field.

Πίνακας 3: Διακριτοποίηση διαφορικών εξισώσεων.¹⁰

¹⁰<http://www.foamcfld.org/Nabla/guides/ProgrammersGuidese9.html#x14-320002.4>

Όρος διάχυσης.

Ο τρόπος με τον οποίο γραμμικοποιείται ο όρος είναι ο εξής παρακάτω:

$$\int_V \nabla \cdot (\mu \nabla U) dV = \int_S dS \cdot (\mu \nabla U) = \sum_f \mu_f S_f \cdot (\nabla U)_f \quad (3.10)$$

Και παράλληλα, από το τελευταίο όρο της παραπάνω εξίσωσης που περιλαμβάνει την επιφάνεια του προσώπου του κελιού μας, μπορούμε να πούμε ότι:

$$S_f \cdot (\nabla U)_f = |S_f| \frac{U_N - U_P}{|d|} \quad (3.11)$$

Με d να ισούται με την απόσταση του διακέντρου των δύο κελιών, του “ιδιοκτήτη” και του “γείτονα”.

Όλα αυτά βέβαια στην περίπτωση που έχουμε ορθογωνικό πλέγμα, αφού στην αντίθετη περίπτωση έχουμε την εμφάνιση ενός επιπλέον όρου, ο οποίος εξαρτάται από τα gradients των κέντρων των κελιών μας κάνοντας χρήση κεντρικών διαφορών.

Όρος συναγωγής (Convection term).

Ο όρος της συναγωγής, γραμμικοποιείται σύμφωνα με τα παρακάτω:

$$\int_V \nabla \cdot (\rho U U) dV = \int_S dS \cdot (\rho U U) = \sum_f S_f \cdot (\rho U)_f U_f = \sum_f F U_f \quad (3.12)$$

Όπου το πεδίο του “προσώπου” φ_f μπορεί να υπολογιστεί με μία πληθώρα σχημάτων:

Κεντρικές διαφορές: Με ακρίβεια δευτέρου βαθμού:

$$\varphi_f = f_x U_P + (1 - f_x) U_N \quad (3.13)$$

Όπου $f_x = \frac{\overline{fN}}{PN}$, με τον αριθμητή να παριστάνει την απόσταση μεταξύ του f και του κέντρου του κελιού N και το παρονομαστή να παριστάνει αντίστοιχα την απόσταση των δύο κέντρων των κελιών.

Ανάντη διαφορές: Υπολογίζει το φ_f από τη διεύθυνση της ροής και κυμαίνεται όσον αφορά την ακρίβεια:

$$\varphi_f = \begin{cases} \varphi_P & \text{για } F \geq 0 \\ \varphi_N & \text{για } F < 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Μεικτές διαφορές: Είναι μία προσπάθεια υπολογισμού, με τη βέλτιστη ακρίβεια, συνδυάζοντας όλα τα παραπάνω:

$$\varphi_f = (1 - \gamma)(\varphi_f)_{UD} + \gamma(\varphi_f)_{CD} \quad (3.15)$$

Όσον αφορά εδώ τον υπολογισμό του γ , το OpenFOAM είναι καλώς εφοδιασμένο με διάφορα σχήματα ώστε να μπορεί να το υπολογίσει.

Όρος βάρθρωσης (Gradient).

Ο όρος της κλίσης αποτελεί και αυτός ένα ρητό όρο. Για να υπολογιστεί λοιπόν υπάρχει μία αρκετά μεγάλη ομάδα σχημάτων που μπορούν να βοηθήσουν σε αυτό.

Gaussintegration: Η διακριτοποίηση γίνεται χρησιμοποιώντας το ομώνυμο θεώρημα πάνω στο ολοκλήρωμα του όγκου και παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\int_V \nabla p \, dV = \int_S dS p = \sum_f S_f p_f \quad (3.21)$$

Άλλα σχήματα.

Τέλος, να πούμε ότι υπάρχουν και άλλες διαδικασίες-σχήματα διακριτοποιήσεων που μετατρέπουν ένα volField<Type> σε surfaceField<Type> πεδίο. Επιγραμματικά να τις αναφέρουμε είναι οι ακόλουθες:

- Surface integral
- Surface sum fvc
- Average fvc
- Reconstruct
- Face interpolate

Με όλα τα παραπάνω λοιπόν, κλείνουμε ένα μεγάλο κομμάτι του υπολογιστικού μας πακέτου, αυτό της επεξεργασίας και διακριτοποίησης των εξισώσεων. Σύμφωνα με τις διαδικασίες που παρουσιάστηκαν πιο πάνω, γίνεται και η ανάλογη διακριτοποίηση των βασικών εξισώσεων των λυτών που μας ενδιαφέρουν, του SimpleFoam και του PorousSimpleFoam solver.

Κεφάλαιο 4. Σύντομη αναφορά στην εξουκείωση με το OpenFOAM.

Στο παρόν κεφάλαιο, θα γίνει σχετική αναφορά σε προσομοιώσεις που κάναμε με τη βοήθεια του OpenFOAM πάνω σε απλή ροή ρευστού μέσα σε κυκλικό αγωγό. Η αναλυτική θεωρία στην οποία βασίζεται η εν λόγω προσομοίωση είναι αυτή των Hagen-Poiseuille. Αρχικά, θα παρουσιάσουμε αναλυτικά το τι περιγράφεται στη συγκεκριμένη θεωρία και μετά θα πάμε να την εφαρμόσουμε εμείς σε μία δικιά μας προσομοίωση. Θα παραθέσουμε όλα τα σχετικά γραφήματα που προκύπτουν να επαληθεύουν την αναλυτική θεωρία και είναι αποτελέσματα μέσω της υπολογιστικής διαδικασίας του OpenFOAM.

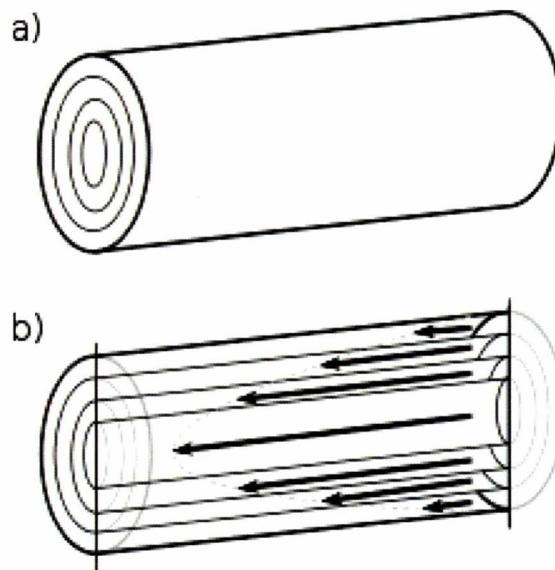
4.1 Παρουσίαση και ανάλυση του νόμου των Hagen-Poiseuille.

Ο νόμος των Hagen-Poiseuille είναι πολύ σημαντικός μέσα στη θεωρία της ροής των ρευστών. Ο νόμος ή αλλιώς εξίσωση Poiseuille, είναι ένας φυσικός νόμος που δίνει την πτώση πίεσης που δημιουργείται από μία ροή ενός ρευστού μέσα σε ένα κυλινδρικό αγωγό. Είναι μία εξίσωση με ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, από ροή αίματος στο ανθρώπινο σώμα και ροή αέρα μέσα στα πνευμόνια ως μία απλή ροή ενός συνηθισμένου ρευστού μέσα σε ένα αγωγό. Ο νόμος προέκυψε μέσα από πειραματικές διαδικασίες που έκαναν ο Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen (1839) και ο Jean Louis Marie Poiseuille (1838) ανεξάρτητα, ενώ ο Poiseuille ήταν αυτός που δημοσιοποίησε το έργο του το 1840 και 1846.

Για να ισχύει αυτός ο νόμος και τα αποτελέσματα που δίνει να είναι σωστά, πρέπει να κάνουμε κάποιες υποθέσεις όσον αφορά τις συνθήκες της ροής. Έτσι, πρέπει το ρευστό μας να έχει ιξώδες και να είναι ασυμπίεστο. Επιπροσθέτως, θα πρέπει η ροή να είναι στρωτή και η τοπολογία της πειραματικής διαδικασίας πρέπει να είναι σε σχήμα κυλινδρικής μορφής και το μήκος να είναι αρκετά μεγαλύτερο της ροής. Εκτός αυτού, να προσθέσουμε ότι το ρευστό δε θα έχει κανενός είδους επιτάχυνση πάνω στη κίνησή του. Μέσα σε όλα αυτά όμως, πρέπει να τονιστεί ότι αν οι ταχύτητες και οι διαμέτροι της πειραματικής διαδικασίας ξεπεράσουν κάποια επιτρεπτά όρια, τότε ο συγκεκριμένος νόμος δεν έχει πλέον ουσιαστική ισχύ. Ο λόγος για τον οποίο παύει να ισχύει ο συγκεκριμένος νόμος, είναι ότι με μεγάλες ταχύτητες και διαμέτρους, η ροή παύει να είναι στρωτή και γίνεται τυρβώδης και ως αποτέλεσμα αυτού του φαινομένου, έχουμε τη δημιουργία μεγάλων πτώσεων πίεσεων, κάτι που είναι πέρα από τις ικανότητες του νόμου των Hagen-Poiseuille.

Στην περίπτωση λοιπόν που έχουμε ροή ρευστού μέσα σε κυλινδρικό αγωγό, κάνουμε μία βασική υπόθεση. Η υπόθεση αυτή είναι ότι η ταχύτητα του ρευστού γίνεται μέγιστη στο κέντρο του κυκλικού αγωγού ενώ στα πλαϊνά τοιχώματα είναι μηδενική, έχουμε δηλαδή αυτό που αποκαλούμε συνθήκη μη ολίσθησης.

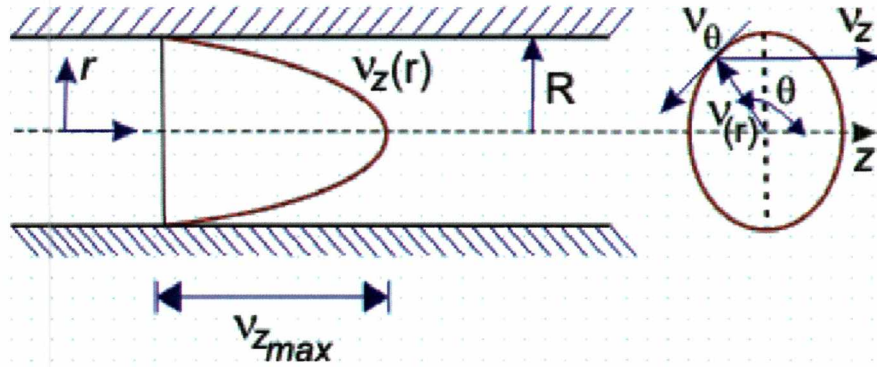
Για να απλοποιήσουμε το φαινόμενο που παρουσιάσαμε παραπάνω, ας φανταστούμε ότι μέσα στον αγωγό έχουμε στρώματα ρευστών με διαφορετική ακτίνα και ταχύτητα το κάθε ένα. Η ταχύτητα του καθενός είναι ανάλογη της ακτίνας που θα έχει. Για να καταλάβουμε ακόμα καλύτερα το φαινόμενο που είναι πάρα πολύ σημαντικό για τη συγκεκριμένη προσομοίωση ας ρίξουμε μία ματιά στο επόμενο σχήμα:



Εικόνα 11: Το προφίλ των ταχυτήτων.¹¹

Ας προχωρήσουμε τώρα σε μία εμβάθυνση μέσα στο νόμο και τις εξισώσεις που τον διέπουν. Έστω λοιπόν ότι έχουμε μια πλήρως αναπτυγμένη στρωτή ροή σε ένα κυλινδρικό αγωγό. Θεωρώντας τον αγωγό κυκλικό εκμεταλλευόμαστε και την συμμετρία του προβλήματος στη x και y διεύθυνση, μετατρέποντας την ίδια στιγμή το πρόβλημά μας σε ένα δύο διαστάσεων. Στο σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζουμε αυτή τη γεωμετρία πάνω στην οποία θα αναπτύξουμε όσα θα ειπωθούν στη συνέχεια.

¹¹http://en.wikipedia.org/wiki/Hagen%E2%80%93Poiseuille_equation



Εικόνα 12: Αναπαράσταση σχετικής γεωμετρίας.¹²

Έχοντας λοιπόν $v_z \neq 0$, $v_r = 0$, $v_\theta = 0$ πάμε να παρουσιάσουμε την μαθηματική πλευρά του νόμου των Hagen-Poiseuille.

Από την εξίσωση της συνέχειας:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

Η οποία όμως για συμμετρική ροή, δηλαδή με $\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0$, απλοποιείται ως εξής:

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (4.2)$$

κάτι που σημαίνει ότι $v_z = v_z(r)$.

Συσχετίζοντας τις παραπάνω σχέσεις ($v_r = 0$, $v_\theta = 0$, $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$, $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$) με τις εξισώσεις των Navier-Stokes, παίρνουμε για την z-κατεύθυνση:

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \quad (4.3)$$

Για ροή υπό σταθερές συνθήκες όπως εμείς έχουμε, η κυρίαρχη εξίσωση μετατρέπεται σε μορφής:

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.4)$$

Εδώ θα πρέπει να αναφέρουμε και την ύπαρξη κάποιων συγκεκριμένων συνοριακών συνθηκών. Έχουμε λοιπόν δύο συνοριακές συνθήκες:

- Για $r = 0$, $v_z = \text{finite}$
- Για $r = R$, $v_z = 0$

¹²http://nptel.iitm.ac.in/courses/Webcourse-contents/IIT-KANPUR/FLUID-MECHANICS/lecture-26/26-3_hag_poiseuille.htm

Ας αναλύσουμε τώρα λίγο περισσότερο την εξίσωση (4.4) η οποία μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$r \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} r \quad (4.5)$$

ή

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} r \quad (4.6)$$

ή

$$r \frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} r^2 + A \quad (4.7)$$

ή

$$\frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} r + \frac{A}{r} \quad (4.7)$$

ή

$$v_z = \frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial z} r^2 + A \ln r + B \quad (4.8)$$

Για $r = 0, v_z = finite$ κάτι που σημαίνει ότι το A θα πρέπει να μηδενίζεται στη παραπάνω εξίσωση και επιπροσθέτως για $r = R, v_z = 0$ μπορούμε να συμπεραίνουμε για το B ότι:

$$B = \frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial z} R^2 \quad (4.9)$$

άρα

$$v_z = \frac{R^2}{4\mu} \left(-\frac{\partial p}{\partial z} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (4.10)$$

Αυτό δείχνει ότι το προφίλ των ταχυτήτων μέσα στον αγωγό, για μία πλήρως αναπτυγμένη στρωτή ροή, θα έχει παραβολική μορφή. Επιπλέον για $r = 0, v_z = v_{zmax}$, άρα:

$$v_z = v_{zmax} = \frac{R^2}{4\mu} \left(-\frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (4.11)$$

Η μέση ταχύτητα από την άλλη μεριά, μπορεί να υπολογιστεί όπως παρακάτω:

$$v_{zav} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{\int_0^R 2\pi r v_z(r) dr}{\pi R^2} \quad (4.12)$$

ή

$$v_{zav} = \frac{2\pi \frac{R^2}{4\mu} \left(-\frac{\partial p}{\partial z}\right) \left[\frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4R^2}\right]}{\pi R^2} \quad (4.13)$$

ή

$$v_{zav} = \frac{R^2}{8\mu} \left(-\frac{\partial p}{\partial z}\right) = \frac{1}{2} v_{zmax} \quad (4.14)$$

ή

$$v_{zmax} = 2v_{zav} \quad (4.15)$$

Τώρα όσον αφορά τη ροή (Q) μέσα στον αγωγό, αυτή δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$Q = \pi R^2 v_{zav} \quad (4.16)$$

ή

$$Q = \pi R^2 \frac{R^2}{8\mu} \left(-\frac{\partial p}{\partial z}\right) \quad (4.17)$$

ή

$$Q = -\frac{\pi D^4}{128\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) \quad (4.18)$$

4.2 Αναλυτική παρουσίαση της προσομοίωσης εφαρμογής του νόμου των Hagen-Poiseuille κάνοντας χρήση του OpenFOAM.

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε την πορεία της προσομοίωσης μέσα από το υπολογιστικό περιβάλλον που προσφέρει το OpenFOAM. Πρώτο μέλημά μας για κάθε μορφής προσομοίωση, είναι να δημιουργήσουμε το πλέγμα ή mesh πάνω στο οποίο θα βασιστούν όλοι οι υπολογισμοί που θα λάβουν χώρα.

Η δημιουργία του πλέγματος γίνεται μέσα από ένα αρχείο μορφής txt, όπου εκεί δίνονται με ακρίβεια και μεγάλη προσοχή οι συντεταγμένες όλων των σημείων του πλέγματος στο τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων (vertices). Αφού γίνει αυτό, ακολουθεί η δήλωση των περιοχών (blocks) που θα εξεταστούν με τη σειρά κάτω από τους υπολογισμούς. Στη συνέχεια, δηλώνονται όσα σημεία πρέπει να πάρουν καμπυλοειδή μορφή (edges) για να ολοκληρωθεί το πλέγμα. Στο τελικό στάδιο, γίνεται ο ορισμός των ιδιοτήτων της κάθε περιοχής (boundary), δηλαδή το ρόλο που παίζει η κάθε περιοχή στο πλέγμα (παραδείγματος χάριν είσοδος ή έξοδος της ροής). Για να πάρουμε μία ιδέα αυτής της

διαδικασίας, ακολουθεί απόκομμα του αρχείου (blockMesh.dict) με τις συντεταγμένες για κυλινδρικό αγωγό.

```
convertToMeters 0.001;
vertices
(
(2.500)
(02.50)
(-2.50 0)
(0-2.5 0)
(2.50500)
(02.5500)
(-2.50500)
(0-2.5500)
(2500)
(0250)
(-2500)
(0-250)
(250500)
(025500)
(-250500)
(0-25500)
);
blocks
(
hex (0 1 2 3 4 5 6 7) (23 23 50) simpleGrading (1 1 1)
hex (0 8 9 1 4 12 13 5) (23 23 50) simpleGrading (1 1 1)
hex (2 1 9 10 6 5 13 14) (23 23 50) simpleGrading (1 1 1)
hex (2 10 11 3 6 14 15 7) (23 23 50) simpleGrading (1 1 1)
hex (0 3 11 8 4 7 15 12) (23 23 50) simpleGrading (1 1 1)
);
edges
(
arc 8 9 (17.677669529717.67766952970)
arc 9 10 (-17.677669529717.67766952970)
arc 10 11 (-17.6776695297-17.67766952970)
arc 11 8 (17.6776695297-17.67766952970)

```

```

arc 12 13 (17.677669529717.6776695297500)
arc 13 14 (-17.677669529717.6776695297500)
arc 14 15 (-17.6776695297-17.6776695297500)
arc 15 12 (17.6776695297-17.6776695297500)
);
boundary
(
inlet
{
type patch;
faces
(
(0 1 2 3)
(0 8 9 1)
(2 1 9 10)
(2 10 11 3)
(0 3 11 8)
);
}
outlet
{
type patch;
faces
(
(4 5 6 7)
(4 12 13 5)
(6 5 13 14)
(6 14 15 7)
(4 7 15 12)
);
}
walls
{
type wall;
faces
(
(8 12 13 9)

```

```

(9 13 14 10)
(11 15 14 10)
(11 15 12 8)
);
}
);
mergePatchPairs
(
);

```

Στη συνέχεια θα ορίσουμε τις συνθήκες που θέλουμε να επικρατούν κατά την διάρκεια διεξαγωγής της προσομοίωσης και φυσικά να ορίσουμε τις συνοριακές συνθήκες για την πίεση και την ταχύτητα, σύμφωνα πάντα με ότι έχει αναφερθεί στην αναλυτική θεωρία πιο πάνω. Παρακάτω, μπορούμε να δούμε απόκομμα του αρχείου (RASproperties) του προγράμματος, όπου ορίζουμε στρωτή ροή για το φαινόμενο.

```

RASModellaminar;
turbulenceoff;
printCoeffsoff;

```

Για την πίεση και την ταχύτητα ακολουθήσαμε τη θεωρία μας και έτσι ορίσαμε συνθήκη μη ολίσθησης για την ταχύτητα στα τοιχώματα και το παράγωγό της στην έξοδο για διεύθυνση κάθετα στο όριο της εξόδου ίσο με το μηδέν (zeroGradient). Όσο για την είσοδο της δώσαμε ορισμένη τιμή. Παρακάτω παρουσιάζουμε το σχετικό απόκομμα:

```

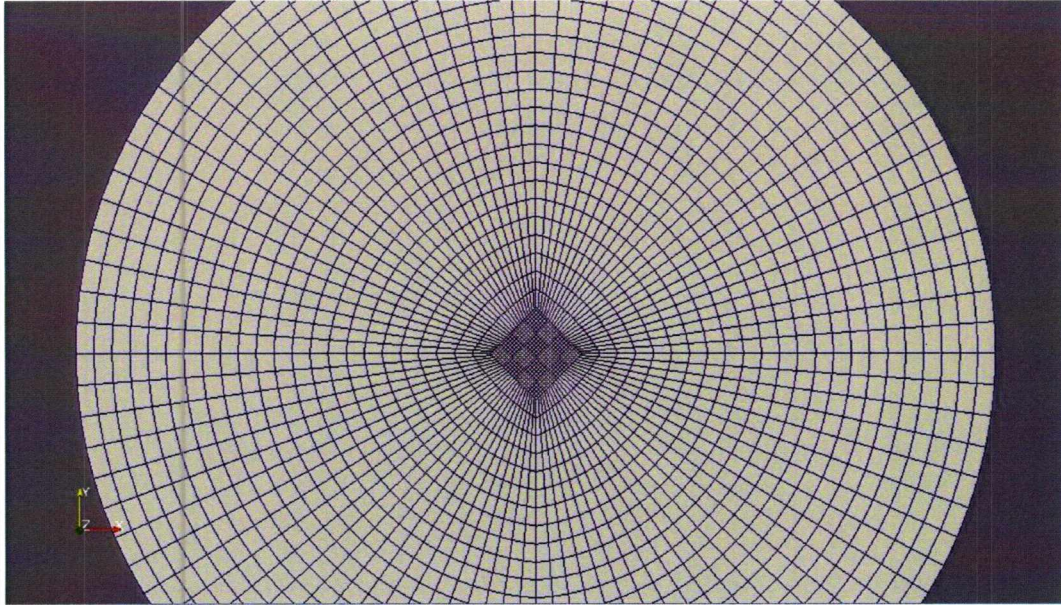
inlet
{
typefixedValue;
valueuniform (0 0 0.078125);
}
outlet
{
typezeroGradient;
}
walls
{
typefixedValue;
value uniform (0 0 0);
}

```


Για την πίεση ορίσαμε γνωστή την τιμή της στην έξοδο και ίση με ατμοσφαιρική (στο πρόγραμμα η ατμοσφαιρική ορίζεται αν θέσουμε ίση με 0) ενώ στα τοιχώματα και την είσοδο, θέσαμε το παράγωγό της ίσο με μηδέν. Παρακάτω βλέπουμε το σχετικό απόκομμα:

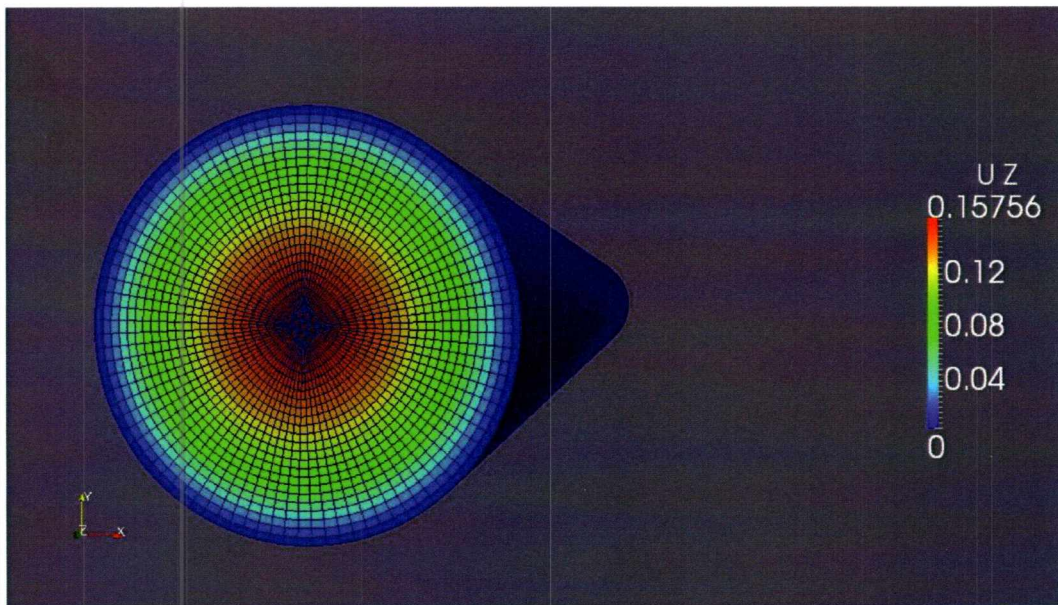
```
inlet
{
typezeroGradient;
}
outlet
{
typefixedValue;
valueuniform 0;
}
walls
{
typezeroGradient;
}
```

Αφού λοιπόν ορίσαμε αυτές αλλά και άλλες παραμέτρους, που με περισσότερη ακρίβεια θα αναφερθούμε στο επόμενο κεφάλαιο, μιας και η προσομοίωση που περιγράφεται εκεί είναι αυτή που θα μας απασχολήσει, πλέον η προσομοίωσή μας είναι έτοιμη να ξεκινήσει. Παρουσιάζοντας το πλέγμα μας στο σχήμα που ακολουθεί, βλέπουμε τον τρόπο με τον οποίο το πρόγραμμα χωρίζει την περιοχή σε κελιά όπου θα εφαρμόσει κάθε λογής υπολογισμούς. Εδώ θα πρέπει να τονίσουμε και το τέχνασμα ώστε να εξαλείψουμε φαινόμενα μη ορθογωνιότητας στο κέντρο του κύκλου, που είναι η δημιουργία ενός μικρού τετραγώνου ούτος ώστε να γίνει ευκολότερο στο πρόγραμμα η εξέταση εκείνου του σημείου.

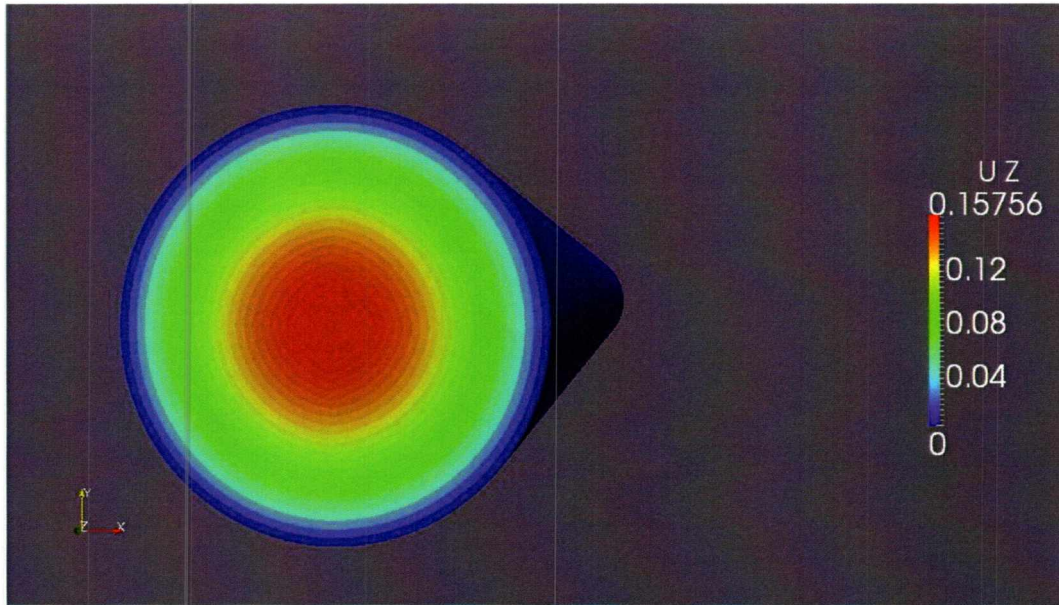


Εικόνα 13: Υπολογιστικό πλέγμα για ροή μέσα σε κύλινδρο.

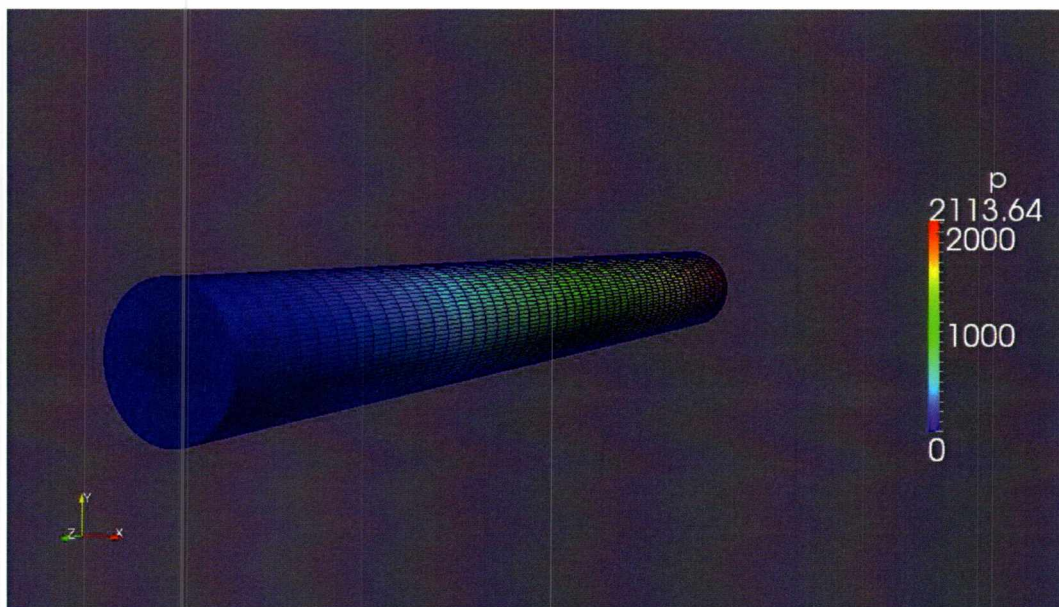
Αφού λοιπόν τρέξουμε την προσομοίωση και παρουσιάσουμε γραφικά πλέον τα αριθμητικά μας αποτελέσματα, μέσα από το σχεδιαστικό περιβάλλον paraView που συνοδεύει το OpenFOAM, μπορούμε να δούμε πως αναπτύσσεται το προφίλ των ταχυτήτων αλλά και πως δημιουργείται η σχετική πτώση πίεσης.



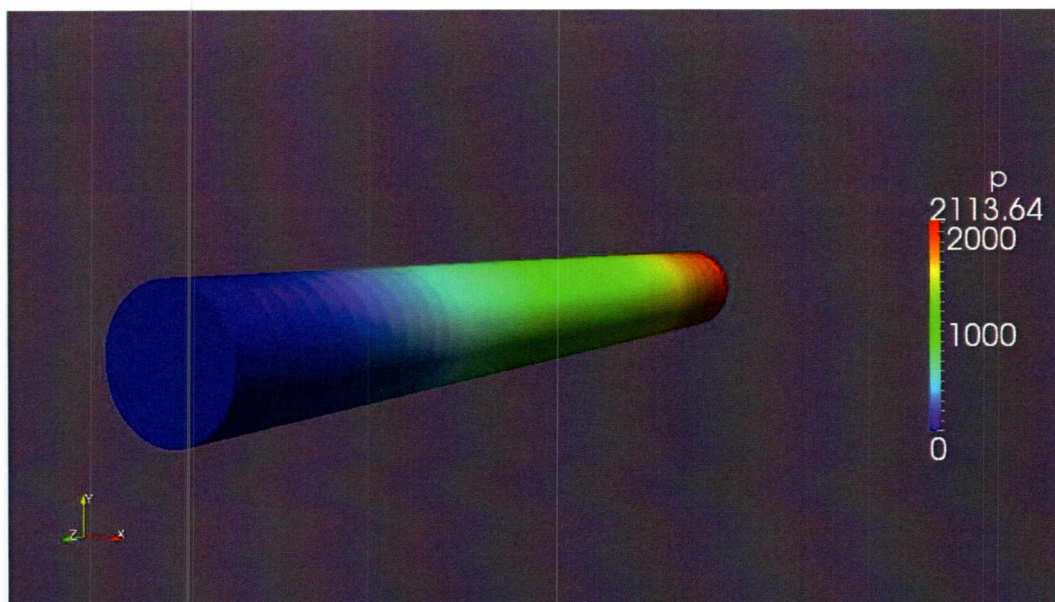
Εικόνα 14: Προφίλ ταχυτήτων (surface with edges).



Εικόνα 15: Προφίλ ταχυτήτων (surface).



Εικόνα 16: Πτώση πίεσης (surface with edges).

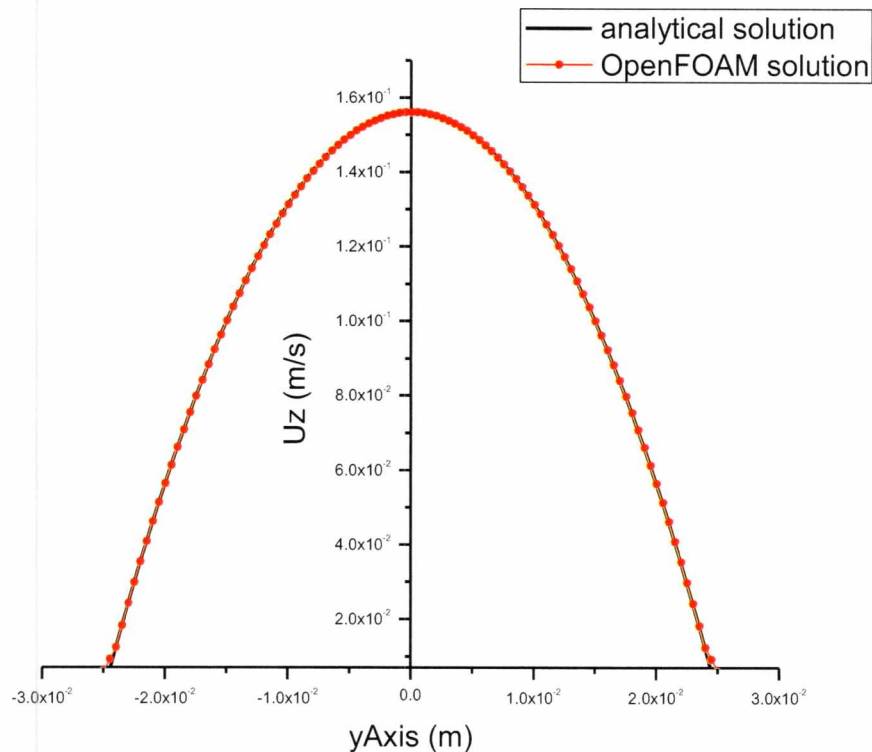


Εικόνα 17: Πτώση πίεσης (surface).

Όπως εύκολα μπορούμε να παρατηρήσουμε από τα παραπάνω σχήματα, το υπολογιστικό μας πακέτο φαίνεται να βγάζει τα αναμενόμενα αποτελέσματα σε σχέση πάντα με την αναλυτική θεωρία. Στο επόμενο μέρος του κεφαλαίου, θα αναφερθούμε στην επαλήθευση της αναλυτικής θεωρίας χρησιμοποιώντας ως βάση τα αριθμητικά αποτελέσματα που πήραμε από την παραπάνω προσομοίωση.

4.3 Επαλήθευση των αποτελεσμάτων κάνοντας χρήση της αναλυτικής θεωρίας.

Σε αυτό το κομμάτι όπως αναφέραμε και παραπάνω, θα προχωρήσουμε σε επαλήθευση του νόμου των Hagen- Poiseuille. Σύμφωνα πάντα με τα αριθμητικά δεδομένα που πήραμε από την υπολογιστική διαδικασία που προηγήθηκε και κάνοντας χρήση του προγράμματος Microsoft Excel 2010 σχεδιάσαμε στο ίδιο διάγραμμα τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την αναλυτική θεωρία και από το OpenFOAM. Ακολουθεί το σχετικό διάγραμμα:



Εικόνα 18: Διάγραμμα σύγκρισης αναλυτικής θεωρίας με αποτελέσματα προσομοίωσης OpenFOAM για το πρόβλημα ροής ρευστού διαμέσου κυλινδρικής διατομής.

Πλέον μπορούμε να πούμε και αριθμητικά πως το υπολογιστικό μας πακέτο ακολουθεί πιστά τα αποτελέσματα της αναλυτικής θεωρίας και όλα λειτουργούν σωστά. Η εικόνα που δημιουργείται από το διάγραμμα **Σφάλμα!** Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε. είναι εξολοκλήρου ταύτιση των αποτελεσμάτων και συμφωνία των μεθόδων.

Με παρόμοια λογική και σκέψη, όσον αφορά το κομμάτι του προγράμματος, θα συνεχίσουμε και στην επόμενη προσομοίωση όπου θα εισάγουμε και ένα πορώδες υλικό στη γεωμετρία μας.

Κεφάλαιο 5. Αναλυτική περιγραφή του βασικού μοντέλου προσομοίωσης που θα χρησιμοποιηθεί.

Στο παρών κεφάλαιο, θα γίνει αναλυτική περιγραφή του μοντέλου με το οποίο θα ασχοληθούμε κατά κύριο λόγο στην πτυχιακή μας εργασία. Θα αναφερθούμε σε ροή ρευστού μέσα σε τετραγωνική ή ελλειπτική διατομή, όπου θα υπάρχει πορώδες υλικό. Πιο αναλυτικά, το πορώδες υλικό θα έχει μορφή κυλίνδρων με κυκλική ή γενικότερα ελλειπτική διατομή. Η μεγάλη διαφορά είναι ότι μέσα στη διατομή θα υπάρχει και ποσότητα από πορώδες υλικό. Το πορώδες υλικό, που όπως θα δείξουμε επηρεάζει σε πολύ μεγάλο βαθμό όλα τα αποτελέσματα της ροής, τόσο από πλευράς ταχυτήτων όσο και από πλευράς πιέσεων, θα είναι τοποθετημένο αρχικά σε κυλινδρική μορφή και αργότερα σε ελλειπτική μορφή, όπως ακριβώς παρουσιάζεται και στο ανάλογο άρθρο που εμείς θα προσπαθήσουμε να επαληθεύσουμε.

5.1 Σύντομη παρουσίαση του ημι-αναλυτικού μοντέλου των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996)

Όπως έχουμε αναφέρει και στο αρχικό κομμάτι της εργασίας, το συγκεκριμένο άρθρο των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) με τίτλο "Analysis of transverse flow in aligned fibrous porous media" ασχολείται με την εγκάρσια ροή ρευστού μέσα από διατομή στερεού. Οι Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) χρησιμοποιούν για τους υπολογισμούς τους το υπολογιστικό πακέτο FIDAP, και κάνουν χρήση των εξισώσεων Stokes εξωτερικά του πορώδους υλικού και τις εξισώσεις Brinkman για την περιοχή του πορώδους υλικού. Με βάση αυτές τις εξισώσεις, στρέφονται σε μία εκτενή ανάλυση του φαινομένου ροής ενός ρευστού μέσα στο πορώδες υλικό υπολογίζοντας και συγκρίνοντας πιέσεις και ταχύτητες σε σχέση πάντα με αναλυτικές θεωρίες. Τέλος, περνάνε σε ένα κομμάτι επαληθεύσεων αναλυτικής θεωρίας και υπολογιστικών αποτελεσμάτων ενώ εξετάζουν και μία σειρά από μεταβολές της γεωμετρίας και των χαρακτηριστικών του προβλήματος.

Όπως λοιπόν έγινε εκ μέρους των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) έτσι και εμείς στην παρούσα εργασία, θα προσπαθήσουμε να επαληθεύσουμε το συγκεκριμένο άρθρο και να τα συγκρίνουμε ανάλογα. Θα πρέπει βεβαίως να τονίσουμε, ότι το συγκεκριμένο άρθρο έγινε αρκετά χρόνια πριν, το 1996, και έτσι η υπολογιστική ισχύς που είχαν στη

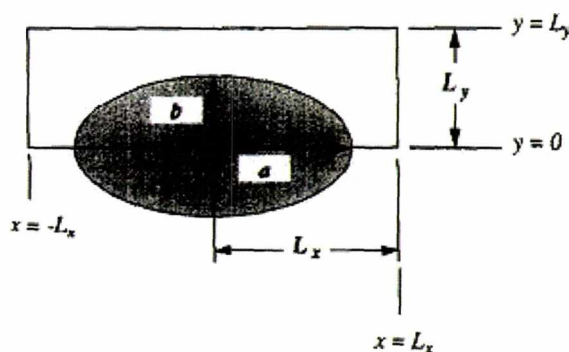
διάθεσή τους ήταν μικρότερη από αυτήν που διαθέτουμε εμείς σήμερα. Πάμε λοιπόν στη συνέχεια να αναλύσουμε τις εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν στο άρθρο και θα χρησιμοποιηθούν και από εμάς για την σύγκριση των αποτελεσμάτων.

Αρχίζοντας την εισαγωγή μας στη σχετική θεωρία, θα αναφερθούμε στα πορώδη υλικά στα οποία κυριαρχεί ο νόμος του Darcy. Έτσι η ταχύτητα όπως αναφέρεται και στο άρθρο δίνεται από τη σχέση:

$$\langle v \rangle = -\frac{k \cdot \nabla \langle P \rangle}{\mu} \quad (5.1)$$

Όπου με (οποιαδήποτε ποσότητα), θα συμβολίζουμε από εδώ και πέρα τον μέσο όρο των ποσοτήτων στο χώρο, στη προκειμένη περίπτωση την ταχύτητα και την πίεση. Με K όπως έχουμε ξαναπεί συμβολίζουμε την διαπερατότητα του πορώδους υλικού και με μ το δυναμικό ιξώδες.

Η δομή της προσομοίωσης για το άρθρο περιλαμβάνει ελλειπτική μορφή του πορώδους υλικού. Στο σχήμα που ακολουθεί Εικόνα 19 μπορούμε να παρατηρήσουμε πως είναι η συγκεκριμένη γεωμετρία:



Εικόνα 19: Γεωμετρία με πορώδες υλικό ελλειπτικής μορφής σε μοναδιαίο κελί ορθογώνιας διατομής όπου ρέει ρευστό.¹³

Για την συγκεκριμένη γεωμετρία λοιπόν, δίνεται πως το συνολικό πορώδες (porosity) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$e = 1 - \frac{\pi ab}{4 L_x L_y} (1 - e_{tow}) \quad (5.2)$$

¹³http://journals.ohiolink.edu/ejc/article.cgi?issn=1359835x&issue=v27i0001&article=25_aotfiafpm

Όπου τα a, b, L_x, L_y αναφέρονται στη γεωμετρία που περιγράφεται στο παραπάνω σχήμα. Το e_{tow} από την άλλη μεριά είναι το ‘porosity of the tow’. Εμείς παρόλα αυτά θα παρακάμψουμε αυτό τον όρο μιας και το πορώδες στη δική μας περίπτωση ορίζεται ως ο κενός χώρος που παρεμβάλλεται μεταξύ των πορωδών ελλείψεων.

$$e = 1 - \frac{\pi ab}{4 L_x L_y} \quad (5.3)$$

Στο κομμάτι τώρα των κυρίων εξισώσεων που διέπουν το φαινόμενο που εξετάζεται στο συγκεκριμένο άρθρο. Όπως προείπαμε, στο ανοιχτό χώρο όπου δεν υπάρχει πορώδες υλικό, η εξίσωση του Stokes είναι αυτή που το περιγράφει:

$$\mu \nabla^2 v = \nabla P \quad (5.4)$$

Ενώ στο κομμάτι που υπάρχει το πορώδες υλικό, χρησιμοποιείται η εξίσωση του Brinkman:

$$\mu \nabla^2 \langle v \rangle - \mu k^{-1} \cdot \langle v \rangle = \nabla \langle P \rangle \quad (5.5)$$

Η εξίσωση (5.5) είναι λοιπόν μία ειδική περίπτωση η οποία είναι γνωστή ως η εξίσωση Darcy-Brinkman. Συνοψίζοντας λοιπόν τις παραπάνω σχέσεις και συμπεριλαμβανομένης και της εξίσωσης της συνέχειας, μπορούμε να πάρουμε την ακόλουθη σειρά εξισώσεων:

$$\mu \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right] - \alpha \frac{\mu}{k_{tow}} U = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (5.6)$$

$$\mu \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right] - \alpha \frac{\mu}{k_{tow}} V = \frac{\partial P}{\partial y} \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (5.8)$$

όπου

$U =$ ταχύτητα στην x – κατεύθυνση,

$V =$ ταχύτητα στην y – κατεύθυνση,

$P =$ πίεση,

$k_{tow} =$ διαπερατότητα (permeability),

$\alpha =$ μεταβλητή, 0 αν δεν υπάρχει πορώδες υλικό, 1 αν υπάρχει πορώδες υλικό.

Βεβαίως, σε όλες τις εξισώσεις που αναφέραμε, υπάρχουν διάφορες απλοποιήσεις για την γεωμετρία που χρησιμοποιείται στη συγκεκριμένη προσομοίωση. Έτσι και λόγω της γεωμετρίας κυρίως, η εξίσωση (5.6) στη περιοχή του πορώδους, μετατρέπεται στη μορφή:

$$\mu \frac{\partial^2 \langle U \rangle}{\partial y^2} - \frac{\mu}{k_{tow}} \langle U \rangle = \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x} \quad (5.9)$$

Όπου με $\langle U \rangle$ είναι η ταχύτητα στην x-κατεύθυνση. Ενώ από την άλλη μεριά στο ανοιχτό κομμάτι η κύρια εξίσωση είναι:

$$\mu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (5.10)$$

Πάνω σε αυτές τις εξισώσεις βέβαια θα εφαρμόσουμε και τις αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες που επικρατούν. Όλες οι συνοριακές συνθήκες που θα εφαρμοστούν, ακολουθούν στη συνέχεια.

$$\left. \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (5.11)$$

$$\langle U \rangle|_{y=g} = U|_{y=g} \quad (5.12)$$

$$\left. \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial y} \right|_{y=g} = \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=g} \quad (5.13)$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=h+g} = 0 \quad (5.14)$$

Μετά από αυτές τις συνθήκες, προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\langle U \rangle = \frac{-1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left[k_{tow} + \frac{h e^{\alpha y} + e^{-\alpha y}}{\alpha e^{\alpha g} - e^{-\alpha g}} \right] \quad (5.15)$$

$$U = \frac{-1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left[-\frac{y^2}{2} + (g+h)y - g \left(\frac{g}{2} + h \right) + k_{tow} + \frac{h e^{\alpha g} + e^{-\alpha g}}{\alpha e^{\alpha g} - e^{-\alpha g}} \right] \quad (5.16)$$

Όπου το $\alpha = k_{tow}^{-0.5}$. Αφού πλέον έχουμε ορισμένο το πεδίο των ταχυτήτων, μπορούμε τώρα πια να ορίσουμε το ρυθμό ροής ανά μονάδα πλάτους:

$$Q = e_{tow} \int_0^g \langle U \rangle dy + \int_g^{g+h} U dy \quad (5.17)$$

Το παραπάνω οδηγεί στην απλή εξίσωση:

$$Q = \frac{-f}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (5.18)$$

Με το f να ορίζεται ως εξής:

$$f = \frac{h^3}{3} + k_{tow}[e_{tow}g + (1 + e_{tow})h + \alpha h^2 \coth(\alpha g)] \quad (5.19)$$

Τέλος, το κομμάτι που έμεινε χωρίς να οριστεί, είναι η πτώση πίεσης που δημιουργείται κατά τη διάρκεια του φαινομένου. Έτσι λοιπόν, η πτώση πίεσης στην κατεύθυνση του x άξονα προκύπτει από ολοκλήρωση της εξίσωσης (5.20) και είναι:

$$\Delta P = \int_{-L_x}^{L_x} \frac{\mu Q}{f} dx \quad (5.20)$$

Επιπροσθέτως, η διαπερατότητα του κελιού μπορεί πλέον και αυτή να οριστεί ως εξής:

$$k_{cell} = 2 \frac{L_x}{L_y} \frac{1}{\int_{-L_x}^{L_x} \frac{1}{f} dx} \quad (5.21)$$

Όλες οι εξισώσεις που παρουσιάστηκαν παραπάνω, είναι οι εξισώσεις με τις οποίες οι (Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, 1996) μπόρεσαν να προσομοιώσουν την ροή ρευστού δια μέσου πορώδους υλικού και όλες έχουν συγκριθεί με τις αναλυτικές εξισώσεις που λύνει το υπολογιστικό πακέτο που χρησιμοποιήσαμε (OpenFOAM®, 2004).

5.2 Αναφορά και ανάλυση της προσομοίωσης για κυκλικό σχήμα πορώδους υλικού.

Στο παρών υποκεφάλαιο θα γίνει λόγος για τη προσομοίωση ροής ρευστού διαμέσου πορώδους υλικού κυλινδρικής διατομής. Όπως ακριβώς είχαμε δουλέψει για την υλοποίηση της προσομοίωσης που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 4, έτσι και εδώ θα ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία.

Πρώτο μας μέλημα είναι να σχεδιάσουμε την απαιτούμενη γεωμετρία. Όπως είχαμε δείξει, αυτό γίνεται μέσα σε ένα αρχείο όπου δηλώνουμε τις σχετικές συντεταγμένες. Ας δούμε την όλη διαδικασία αναλυτικά και βήμα προς βήμα. Αρχικά χρειάζεται να δηλώσουμε

τις συντεταγμένες των σημείων. Πρώτα δηλώνουμε τα σημεία του εσωτερικού τετραγώνου, το οποίο σχηματίζουμε για να εξαλείψουμε φαινόμενα ορθογωνιότητας στο σχήμα μας.

$(1.5\ 1.5\ 0) // 0$

$(-1.5\ 1.5\ 0) // 1$

$(-1.5\ -1.5\ 0) // 2$

$(1.5\ -1.5\ 0) // 3$

$(1.5\ 1.5\ 2.5) // 4$

$(-1.5\ 1.5\ 2.5) // 5$

$(-1.5\ -1.5\ 2.5) // 6$

$(1.5\ -1.5\ 2.5) // 7$

Μετά ακολουθεί ο προσδιορισμός των σημείων πάνω στα οποία θα σχηματιστεί ο κύλινδρος.

$(3.3377914946\ 3.3377914946\ 0) // 8$

$(-3.3377914946\ 3.3377914946\ 0) // 9$

$(-3.3377914946\ -3.3377914946\ 0) // 10$

$(3.3377914946\ -3.3377914946\ 0) // 11$

$(3.3377914946\ 3.3377914946\ 2.5) // 12$

$(-3.3377914946\ 3.3377914946\ 2.5) // 13$

$(-3.3377914946\ -3.3377914946\ 2.5) // 14$

$(3.3377914946\ -3.3377914946\ 2.5) // 15$

Τελευταίο κομμάτι είναι αυτό του τετραγωνικού κελύφους που περιβάλλει τη γεωμετρία μας.

$(5\ 5\ 0) // 16$

$(-5\ 5\ 0) // 17$

$(-5\ -5\ 0) // 18$

$(5\ -5\ 0) // 19$

$(5\ 5\ 2.5) // 20$

$(-5\ 5\ 2.5) // 21$

$(-5\ -5\ 2.5) // 22$

$(5\ -5\ 2.5) // 23$

Αφού έχουμε ορίσει όλα τα απαραίτητα σημεία, θα πρέπει μετά να δηλώσουμε τον τρόπο ένωσης τους. Έτσι, σε πρώτο βήμα ενώνουμε και δημιουργούμε εξάεδρα. Να τονίσουμε, ότι αναφέρονται τα σημεία με αριστερόστροφη φορά αφού έτσι αναγνωρίζονται από το υπολογιστικό πακέτο.

blocks

```
(
hex (8 11 19 16 12 15 23 20) (40 40 3) simpleGrading (1 1 1) //block1
hex (9 17 18 10 13 21 22 14) (40 40 3) simpleGrading (1 1 1) //2
hex (8 16 17 9 12 20 21 13) (40 40 3) simpleGrading (1 1 1) //3
hex (10 18 19 11 14 22 23 15) (40 40 3) simpleGrading (1 1 1) //4
hex (0 1 2 3 4 5 6 7) porosity (40 40 3) simpleGrading (1 1 1) //5
hex (0 3 11 8 4 7 15 12) porosity (40 40 3) simpleGrading (1 1 1) //6
hex (1 9 10 2 5 13 14 6) porosity (40 40 3) simpleGrading (1 1 1) //7
hex (0 8 9 1 4 12 13 5) porosity (40 40 3) simpleGrading (1 1 1) //8
hex (2 10 11 3 6 14 15 7) porosity (40 40 3) simpleGrading (1 1 1) //9
);
```

Αφού ορίσαμε και τα αποκαλούμενα blocks, σειρά έχει να δώσουμε την ανάλογη καμπυλότητα όπου και ορίζουμε σημεία για να δημιουργηθούν τα τόξα του κύκλου.

edges

```
(
arc 8 9 (0 4.72035 0)
arc 9 10 (-4.72035 0 0)
arc 10 11 (0 -4.72035 0)
arc 11 8 (4.72035 0 0)
arc 12 13 (0 4.72035 2.5)
arc 13 14 (-4.72035 0 2.5)
arc 14 15 (0 -4.72035 2.5)
arc 15 12 (4.72035 0 2.5)
);
```

Με τα arc που δηλώσαμε, ουσιαστικά δημιουργούμε το κυλινδρικό κομμάτι του πορώδους υλικού. Στο τελευταίο κομμάτι για την δημιουργία του πλέγματος δηλώνουμε και προσδιορίζουμε τα κομμάτια εισόδου, εξόδου της ροής καθώς επίσης και την περιοχή του πορώδους υλικού. Παρακάτω βρίσκεται το σχετικό απόκομμα του αρχείου.

patches

```
(
patchoutlet
(
(16 1923 20)
)
patchinlet
```

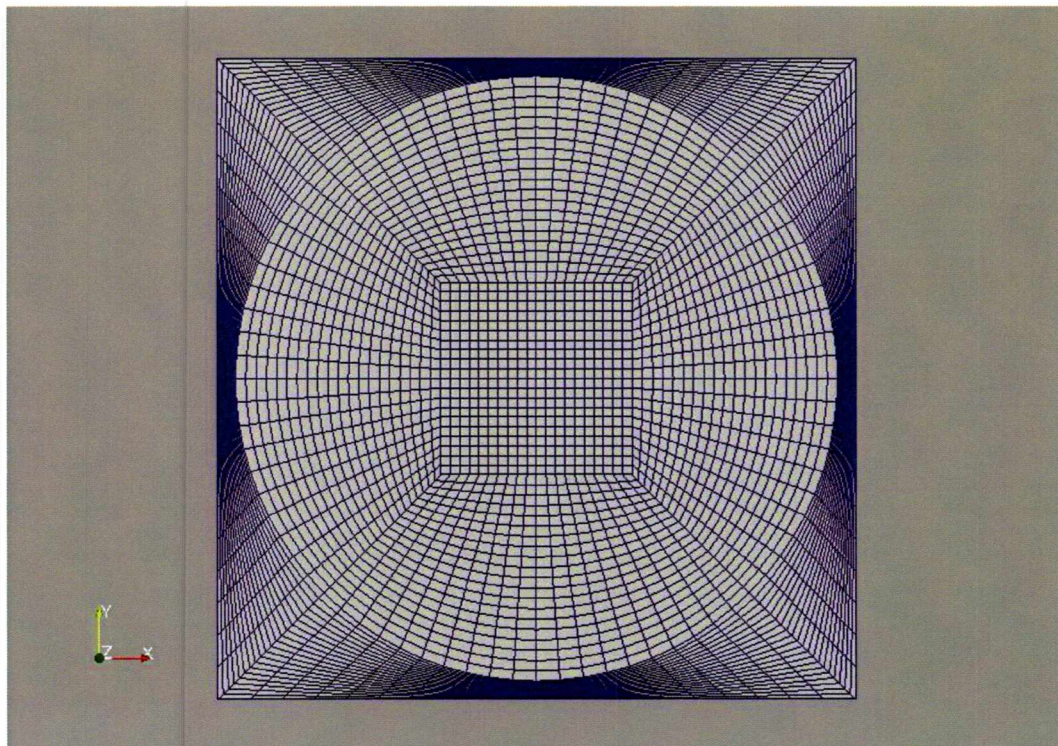
(
(17 21 22 18)
)
patchsideboxup
(
(16 17 21 20)
)
patchsideboxdown
(
(19 18 22 23)
)
patchboxfront
(
(8 16 17 9)
(9 17 18 10)
(10 18 19 11)
(11 19 16 8)
)
patchboxback
(
(12 20 21 13)
(13 21 22 14)
(14 22 23 15)
(15 23 20 12)
)
patchporosityfront
(
(0 1 2 3)
(0 8 9 1)
(1 9 10 2)
(2 10 11 3)
(3 11 8 0)
)
patchporosityback
(
(4 5 6 7)
(4 12 13 5))

```

(5 13 14 6)
(6 14 15 7)
(7 15 12 4)
)
);
mergePatchPairs
(
);

```

Μετά από αυτά, το πλέγμα μας είναι έτοιμο και στην εικόνα που ακολουθεί μπορούμε να δούμε τη μορφή του:



Εικόνα 20: Τετραγωνική διατομή με πορώδες υλικό σε κυλινδρική διατομή. Ακτίνας $r=4.72035$ mm, διαπερατότητας $k=10^{-8}$ m², πορώδες $\phi=30\%$.

Το επόμενο βήμα είναι να δηλώσουμε την διαπερατότητα που επιθυμούμε να έχει το υλικό μας. Η διαδικασία αυτή γίνεται μέσα από το αρχείο «porous zones». Εκεί δηλώνουμε σε ποιους άξονες θέλουμε να εκτείνεται το πορώδες υλικό. Στην προκειμένη περίπτωση μιας και εξετάζουμε πλήρως τρισδιάστατο πρόβλημα δηλώσαμε και στους τρεις άξονες πορώδες υλικό. Στη συνέχεια φαίνεται η δήλωση που έχουμε κάνει εμείς. Πιο αναλυτικά, να εξηγήσουμε ότι στο σημείο coordinateSystem, δηλώνουμε σε ποιες διαστάσεις θα θέλαμε να εκτείνεται η πορώδης περιοχή μας. Στο επόμενο κομμάτι, αυτό που ονομάζεται Darcy, είναι

εκεί που δίνουμε τη τιμή της διαπερατότητας που θα θέλαμε να δώσουμε στο υλικό μας. Να τονίσουμε ότι στο OpenFOAM δίνουμε το $d = \frac{1}{k}$, επομένως πρέπει να είμαστε προσεκτικοί με τους αριθμούς. Για παράδειγμα εμείς παρακάτω δώσαμε διαπερατότητα $d = 10^8$, το οποίο μεταφράζεται σε $k = 10^{-8}$.

```
porosity
{
  coordinateSystem
  {
    e1 (1 1 0);
    e2 (0 0 1);
  }
  Darcy
  {
    dd [0 -2 0 000 0] (10e7 10e7 10e7);
  }
}
)
```

Αφού προσδιορίσουμε τη διαπερατότητα, είναι σειρά των συνοριακών συνθηκών για να δηλωθούν. Όπως θα δούμε και από τα αποσπάσματα των σχετικών αρχείων, για την πίεση έχουμε δώσει σταθερή τιμή στην είσοδο και την έξοδο της γεωμετρίας, δημιουργώντας έτσι μία διαφορά πίεσης σταθερή στο 1 kPa. Στο υπόλοιπο τμήμα έχουμε δηλώσει τον παράγωγο της πίεσης ίσο με 0 και ουσιαστικά αναμένουμε από το πρόγραμμα να μας υπολογίσει την τιμή σε κάθε σημείο της γεωμετρίας που εξετάζουμε.

```
boundaryField
{
  porosityfront
  {
    type zeroGradient;
  }

  porosityback
  {
    type zeroGradient;
  }

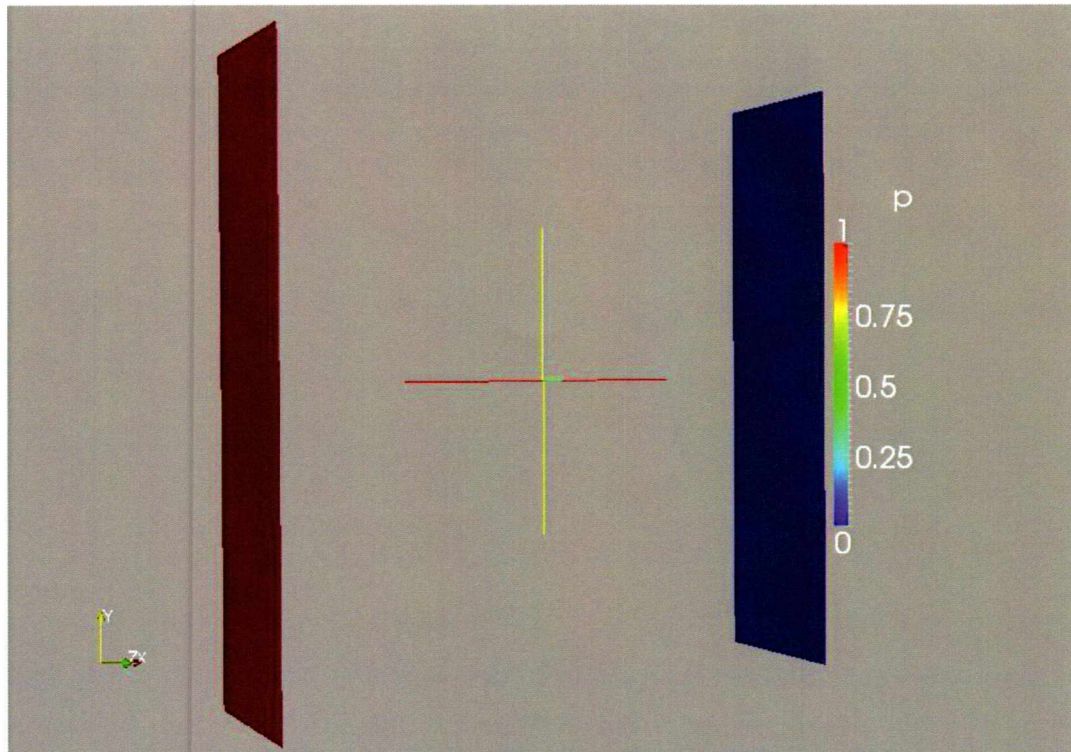
  sideboxup
```

```

    {
typezeroGradient;
    }
sideboxdown
    {
typezeroGradient;
    }
inlet
    {
typefixedValue;
value    uniform 1;
    }
outlet
    {
typefixedValue;
value    uniform 0;
    }
boxfront
    {
typezeroGradient;
    }
boxback
    {
typezeroGradient;
    }
}

```

Ακολουθεί εικόνα όπου φαίνεται σε ποιες ακριβώς περιοχές εφαρμόζουμε τη συνοριακή συνθήκη ορισμένης τιμής της πίεσης, δηλαδή στην είσοδο και στην έξοδο της ροής. Στο υπόλοιπο τμήμα της γεωμετρίας που είναι όπως φαίνεται στην εικόνα 21 επικρατεί η συνοριακή συνθήκη για την ισότητα του παραγώγου της πίεσης με το 0.



Εικόνα 21: Εμπρός και πίσω κομμάτι γεωμετρίας όπου ορίζεται η πίεση εισόδου και εξόδου αντίστοιχα.

Από την άλλη μεριά, για το κομμάτι της ταχύτητας δηλώνουμε συνθήκη ολίσθησης στο πάνω και κάτω τμήμα της γεωμετρίας, εν γνώσει μας ότι η ροή γίνεται από αριστερά προς τα δεξιά της γεωμετρίας και ότι στη περιοχή ανάμεσα στο πορώδες και τον τοίχο η ταχύτητα παρουσιάζει ολίσθηση. Οπουδήποτε αλλού δηλώνουμε το παράγωγό της ίσο με το 0.

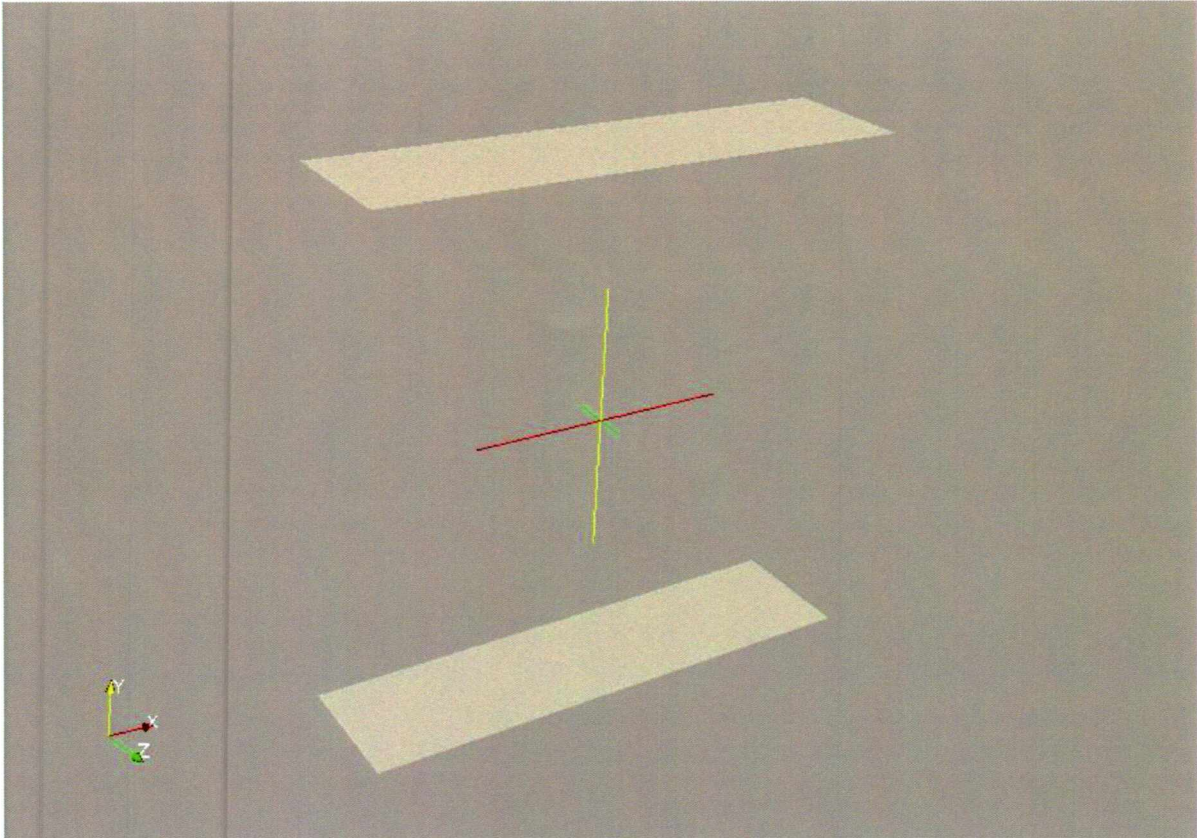
```
boundaryField
{
  porosityfront
  {
    type zeroGradient;
  }
  porosityback
  {
    type zeroGradient;
  }
  boxfront
  {
    type zeroGradient;
  }
}
```

```

    }
    boxback
    {
    typezeroGradient;
    }
    sideboxup
    {
    type    slip;
    }
    sideboxdown
    {
    type    slip;
    }
    inlet
    {
    typezeroGradient;
    }
    outlet
    {
    typezeroGradient;
    }
    }

```

Όπως δείξαμε και παραπάνω για το κομμάτι της πίεσης, έτσι και εδώ ακολουθεί εικόνα όπου φαίνεται σε ποιες ακριβώς περιοχές εφαρμόζουμε αυτές τις συνοριακές συνθήκες. Παρουσιάζουμε λοιπόν το επάνω (sideboxup) και κάτω (sideboxdown) τμήμα της γεωμετρίας όπου έχουμε ορίσει συνθήκη ολίσθησης για την ταχύτητα. Στο υπόλοιπο κομμάτι της γεωμετρίας εφαρμόζεται η συνοριακή συνθήκη της ισότητας του παραγώγου της ταχύτητας με 0.



Εικόνα 22: Επάνω και κάτω τμήμα γεωμετρίας. Εφαρμογή συνθήκη ολίσθησης για την ταχύτητα στα συγκεκριμένα σημεία.

Έχοντας φτάσει σε αυτό το σημείο, μένει να δηλώσουμε διάφορες συνθήκες για τη ροή όπως ότι έχουμε σταθερές συνθήκες και Νευτωνικό ρευστό. Επιπροσθέτως, δηλώνουμε και τις ανοχές (relaxation factors), που θα δείξουν τα υπολογιστικά προγράμματα που διαθέτει το OpenFOAM για να υπολογίζει την πίεση και την ταχύτητα. Στο επόμενο κομμάτι παραθέτουμε το σχετικό αρχείο όπου φαίνονται τι ακριβώς ανοχές ορίζουμε και ποιοί λύτες (solvers) χρησιμοποιούνται.

```

solvers
{
  P_
  {
    solver      GAMG;
    tolerance   1e-07;
    relTol      0;
    smootherGaussSeidel;
    cacheAgglomeration off;
    nCellsInCoarsestLevel 20;
  }
}

```

```

agglomeratorfaceAreaPair;
mergeLevels 1;
}
p
{
solver PCG;
preconditioner DIC;
tolerance 1e-07;
relTol 0;
}
U
{
solverPBiCG;
preconditioner DILU;
tolerance 1e-06;
relTol 0;
}
}
SIMPLE
{
nUCorrectors 2;
nNonOrthogonalCorrectors 0;
residualControl
{
p 1e-7;
U 1e-7;
}
}
relaxationFactors
{
fields
{
p 0.3;
}
}
equations
{
U 0.7;
}

```

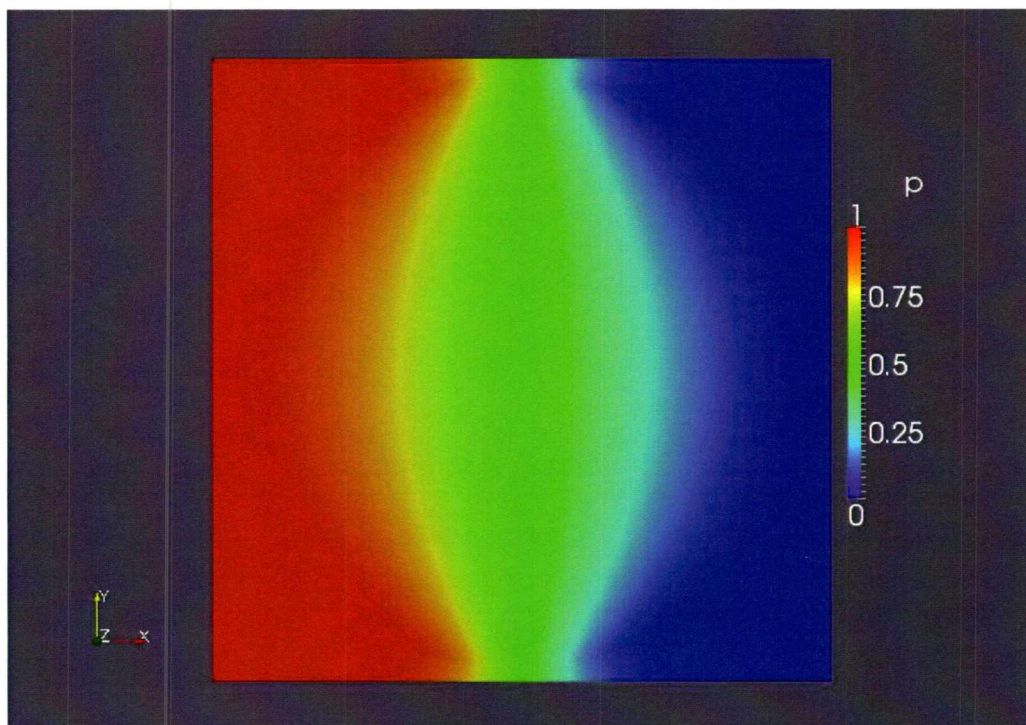


```

k      0.9;
epsilon  0.9;
}
}

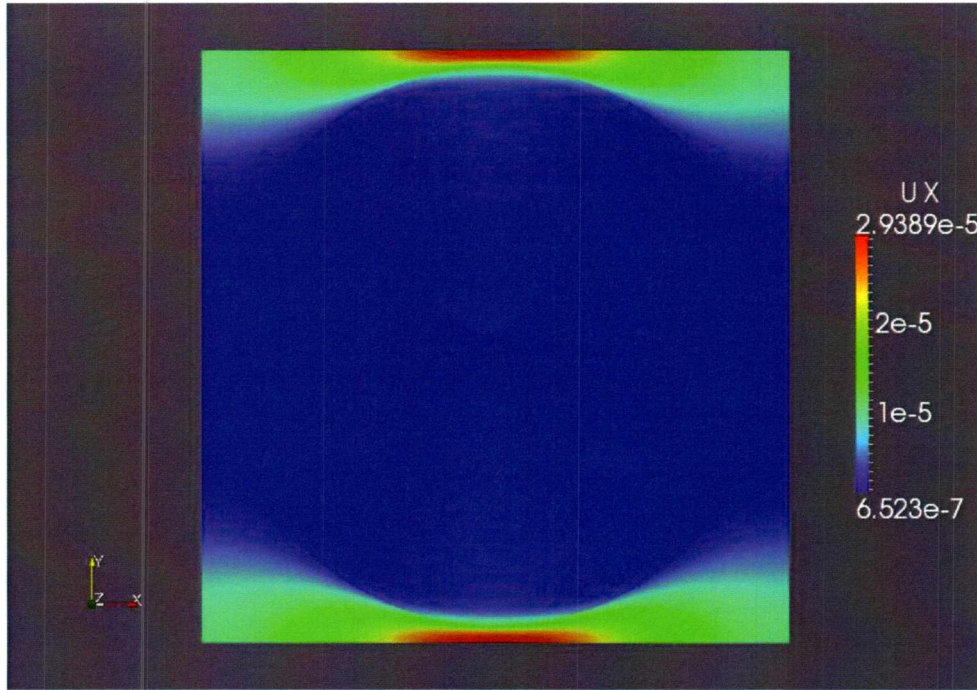
```

Τώρα πια, η προσομοίωσή μας είναι έτοιμη να λειτουργήσει και να πάρουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα για την σύγκριση των δύο μοντέλων. Αφού έχουμε εκτελέσει τους απαραίτητους υπολογισμούς, είμαστε σε θέση μέσω του σχεδιαστικού πακέτου που παρέχει το OpenFOAM®, (2004), το paraView, να παρατηρήσουμε γραφικά πως αναλύεται η ταχύτητα και η πίεση μέσα από εικόνες της γεωμετρίας. Η πτώση πίεσης κατά μήκος της γεωμετρίας φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



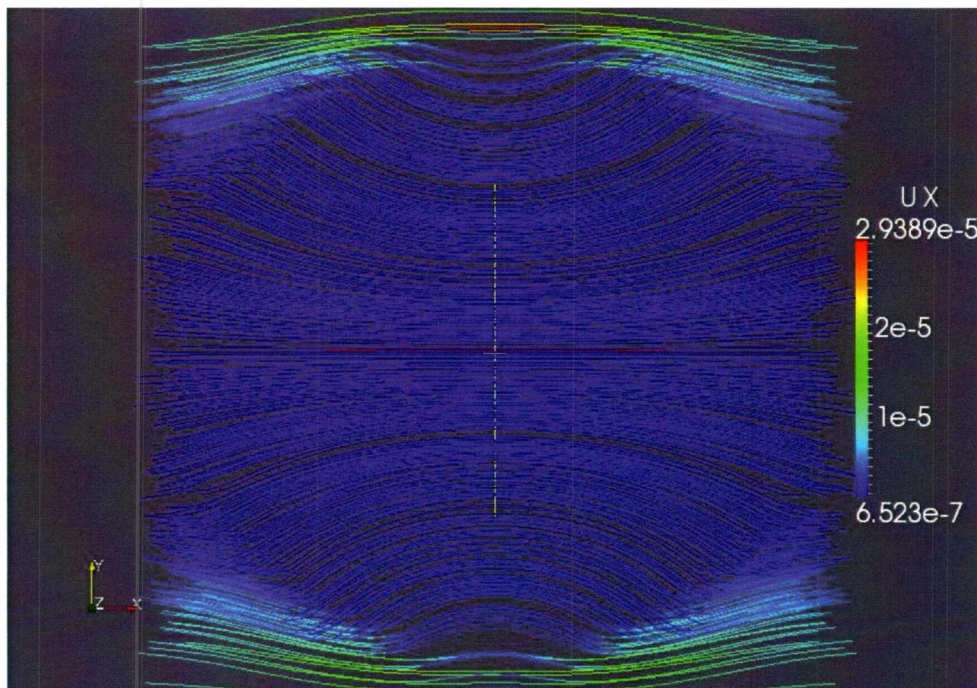
Εικόνα23: Πτώση πίεσης για κυκλική διατομή πορώδους υλικού. Ακτίνας $r=4.72035$ mm, διαπερατότητας $k=10^{-8}$ m², πορώδες $\phi=30\%$.

Στο κομμάτι της ταχύτητας το αποτέλεσμα είναι έτσι ακριβώς όπως περιγράφεται από την αναλυτική θεωρία αφού παρατηρούμε αύξηση των ταχυτήτων στον ενδιάμεσο χώρο (gap) και μικρότερες ταχύτητες μέσα στο πορώδες υλικό. Στην επόμενη εικόνα, μπορούμε να δούμε με ακρίβεια τα αποτελέσματα και να κατανοήσουμε την θεωρία που περιβάλλει το συγκεκριμένο φαινόμενο.



Εικόνα 24: Πεδίο ταχυτήτων κυκλικής διατομής πορώδους υλικού, πορώδες $\phi=30\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

Εντυπωσιακή είναι και η εικόνα ροής της ταχύτητας, που αναπαριστά τις ροϊκές γραμμές μέσα στη γεωμετρία μας, όπου φαίνεται η επίδραση του πορώδους υλικού.



Εικόνα 25: Αναπαράσταση ροϊκών γραμμών κυκλικής διατομής πορώδους υλικού, πορώδες $\phi=30\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

5.3 Αναφορά και ανάλυση της προσομοίωσης για ελλειπτικό σχήμα πορώδους υλικού.

Όπως ακριβώς έγινε και παραπάνω για πορώδες υλικό κυλινδρικής διατομής, έτσι και εδώ, όλα τα κομμάτια είναι ίδια, με μόνη διαφορά την αλλαγή της γεωμετρίας. Η μεγάλη διαφορά και ουσιαστική στο αρχείο του πλέγματος με ελλειπτική μορφή, είναι ότι αντί του κύκλου και των λεγόμενων arcs, εδώ θέλουμε να δημιουργήσουμε καμπύλες ιδιαίτερης μορφής. Για να το πετύχουμε αυτό, χρησιμοποιούμε την εντολή *polyline*, που για να ενώσει δύο σημεία μεταξύ τους ζητάει και πολλά άλλα ενδιάμεσα σημεία, ώστε να διαβάσει τη σωστή γεωμετρία που ζητάμε να δημιουργήσει. Αφού ορίσουμε λοιπόν τα σημεία (*vertices*) και δημιουργήσουμε τα εξάεδρα (*hex-blocks*), σειρά έχει η εντολή *polyline*. Πάμε να δούμε λοιπόν το σχετικό απόσπασμα του αρχείου του πλέγματος.

edges

(

//(0.0033377906 0.0006675581 0) // 45

polyLine 8 9

//

((0.0030341817 0.0007231994 0) // 50

(0.0027074808 0.0007733367 0) // 55

(0.0023601744 0.0008175884 0) // 60

(0.0019949056 0.0008556178 0) // 65

(0.0016144543 0.0008871354 0) // 70

(0.0012217161 0.0009119013 0) // 75

(0.00081968 0.0009297272 0) // 80

(0.0004114055 0.0009404773 0) // 85

(0.0 0.0009440697 0) // 90

(-0.0004114055 0.0009404773 0) // 95

(-0.00081968 0.0009297272 0) // 100

(-0.0012217161 0.0009119013 0) // 105

(-0.0016144543 0.0008871354 0) // 110

(-0.0019949056 0.0008556178 0) // 115

(-0.0023601744 0.0008175884 0) // 120

(-0.0027074808 0.0007733367 0) // 125

(-0.0030341817 0.0007231994 0)) // 130

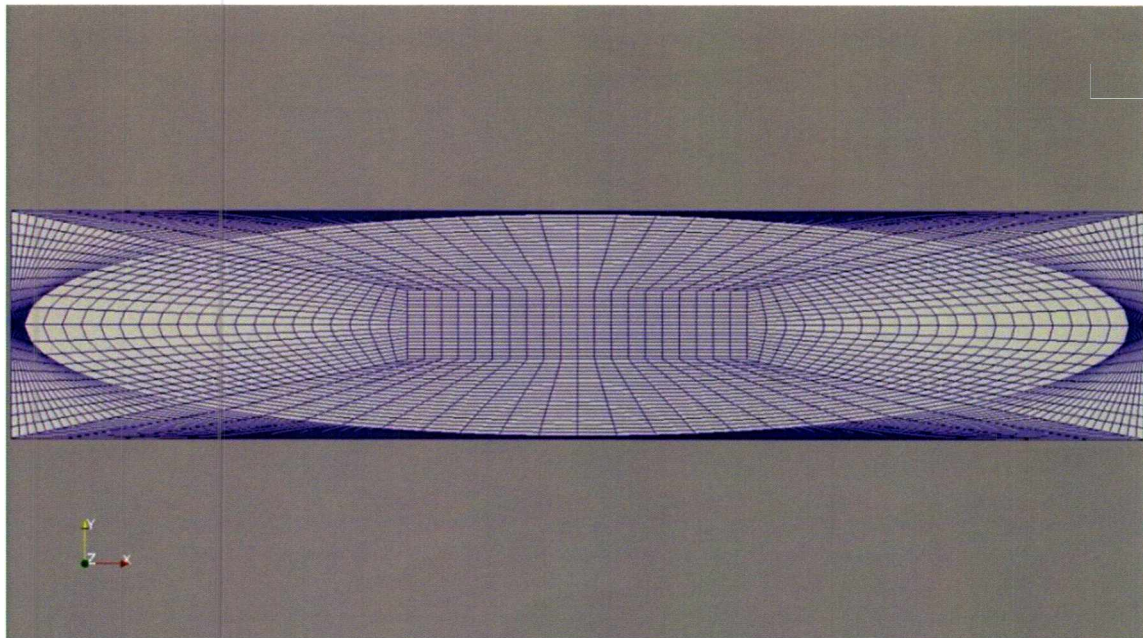
//(-0.0033377906 0.0006675581 0) // 135

polyLine 9 10

((-0.0036159969 0.0006068363 0) // 140

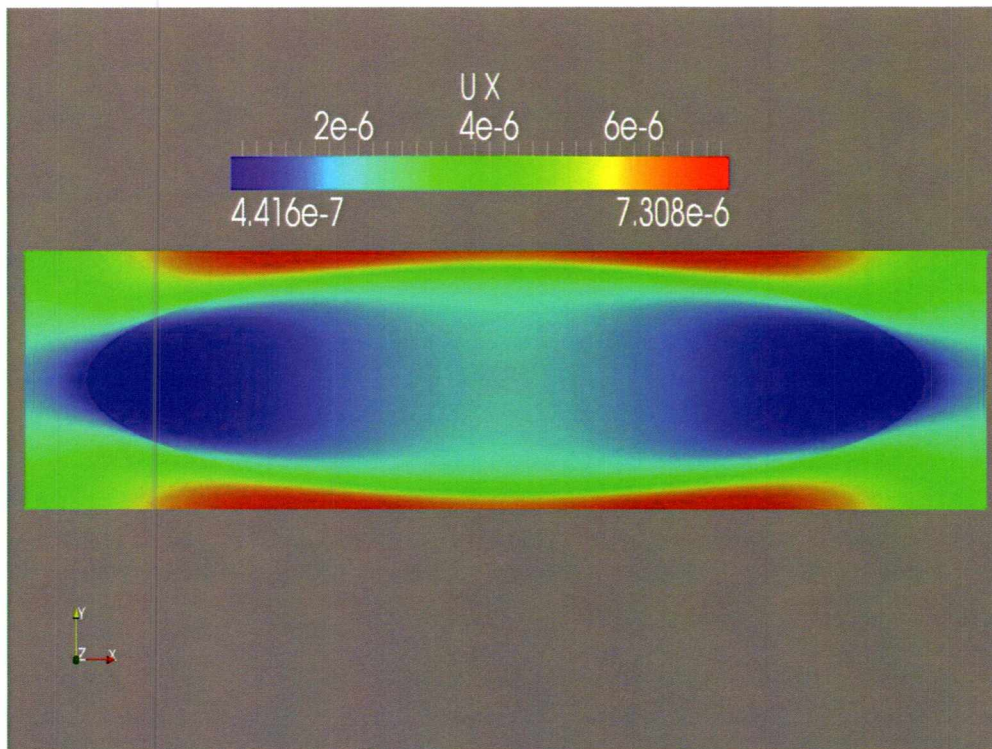
(-0.0038666833	0.0005414962	0)	//	145
(-0.0040879419	0.0004720349	0)	//	150
(-0.0042780888	0.0003989811	0)	//	155
(-0.0044356769	0.0003228909	0)	//	160
(-0.0045595067	0.0002443432	0)	//	165
(-0.004648636	0.000163936	0)	//	170
(-0.0047023864	8.2281099733682E-005	0)	//	175
(-0.0047203487	0	0)	//	180
(-0.0047023864	-8.22810997336818E-005	0)	//	185
(-0.004648636	-0.000163936	0)	//	190
(-0.0045595067	-0.0002443432	0)	//	195
(-0.0044356769	-0.0003228909	0)	//	200
(-0.0042780888	-0.0003989811	0)	//	205
(-0.0040879419	-0.0004720349	0)	//	210
(-0.0038666833	-0.0005414962	0)	//	215
(-0.0036159969	-0.0006068363	0))	//	220
/(-0.0033377906	-0.0006675581	0)	//	225

Όλα τα υπόλοιπα παραμένουν ίδια με την προηγούμενη προσομοίωση. Ακολουθεί εικόνα του πλέγματος:

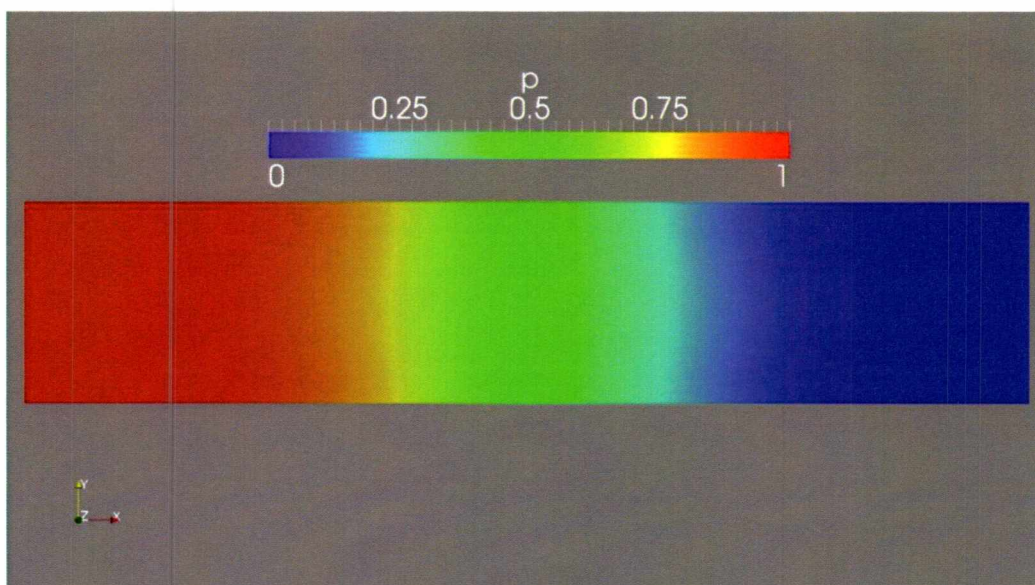


Εικόνα 26: Έλλειψη αναλογίας 5:1 (surface with edges), πορώδες $\phi=25\%$ και διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

Ενώ αφού έχουμε τρέξει την προσομοίωση θα πάρουμε και ικανοποιητικά αποτελέσματα όσον αφορά την ταχύτητα και την πίεση. Στη συνέχεια ακολουθούν εικόνες που παρουσιάζουν τις σχετικές πληροφορίες:



Εικόνα 27: Πεδίο ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού, πορώδες $\phi=40\%$, διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$.



Εικόνα 28: Πτώση πίεσης σε ελλειπτική διατομή πορώδους υλικού, πορώδες $\phi=40\%$, διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

Κεφάλαιο 6. Σύγκριση υπολογιστικών αποτελεσμάτων OpenFOAM® με τις ημι-αναλυτικές εξισώσεις των Phelan Jr, Geoff Wise, (1996).

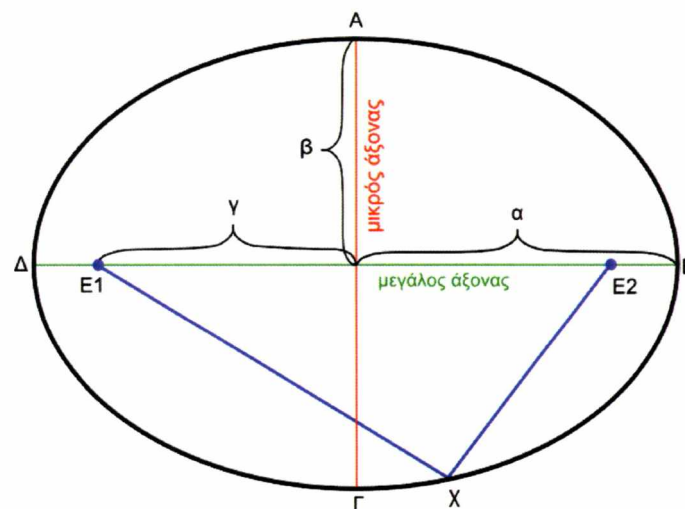
Τα προβλήματα που εξετάστηκαν με την βοήθεια του υπολογιστικού πακέτου OpenFoam για την επαλήθευση των ημι-αναλυτικών εξισώσεων είναι τα εξής:

- Κυκλικής διατομής πορώδες υλικό
- Ελλειπτικής διατομής αναλογίας 2 προς 1 πορώδες υλικό
- Ελλειπτικής διατομής αναλογίας 3 προς 1 πορώδες υλικό
- Ελλειπτικής διατομής αναλογίας 5 προς 1 πορώδες υλικό

Η έλλειψη, είναι μία κωνική τομή και προκύπτει από την τομή ενός κώνου με επίπεδο που τον τέμνει πλαγίως ως προς τον άξονά του. Μπορεί να θεωρηθεί ως γενίκευση του κύκλου, όπως προκύπτει στην ειδική περίπτωση που η τομή του κώνου με επίπεδο κάθετο στον άξονά του, είναι κύκλος με κέντρο επί του άξονα. Σε αυτή λοιπόν την περίπτωση, αν θέσουμε στην εξίσωση της έλλειψης (6.1) όπου $a=b=r$, όπου r είναι η ακτίνα, τότε το γεωμετρικό μας σχήμα αποτελεί έναν κύκλο ακτίνας r .

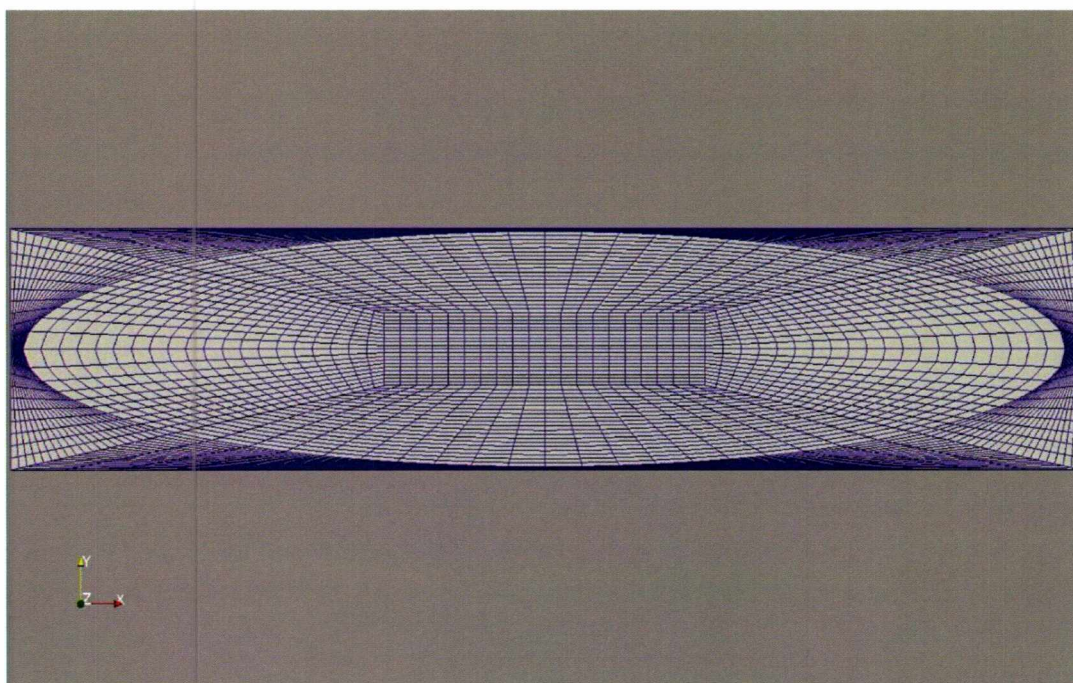
$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1 \quad (6.1)$$

Όταν αναφερόμαστε στην αναλογία της έλλειψης και πιο συγκεκριμένα στην εκάστοτε αναλογία του σχήματος μας, θα έχουμε στο μυαλό μας, πως ο πρώτος όρος, παραδείγματος χάρι το νούμερο δυο αναφέρετε στην πλευρά a στον οριζόντιο άξονα και ο δεύτερος όρος, το νούμερο ένα, αναφέρεται στην πλευρά b στον κάθετο άξονα.



Εικόνα 29: Χαρακτηριστικά στοιχεία έλλειψης.

Στην παρακάτω εικόνα, φαίνεται χαρακτηριστικά το γεωμετρικό σχήμα της πρώτης σειράς προβλημάτων που εξετάστηκε μαζί με τα κελιά που δημιουργήθηκαν από το υπολογιστικό πακέτο για την εφαρμογή των εξισώσεων του κώδικα porousSimpleFoam. Η πρώτη σειρά προβλημάτων, η οποία και θα αναλυθεί στο παρόν κεφάλαιο, αφορά ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό και αποτελείται από πέντε προβλήματα στα οποία ο μοναδικός παράγοντας που μεταβάλλεται είναι το πορώδες. Παρακάτω λοιπόν, θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που λάβαμε για προβλήματα αναλογίας 5:1 ελλειπτικής διατομής και πορώδες 25%, 30%, 35%, 40% καθώς και 50%.



Εικόνα 30: 'Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 5:1 (surface with edges), πορώδες $\phi=25\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

Στις παραπάνω περιπτώσεις θεωρήθηκαν τα εξής στοιχεία:

- Διαπερατότητα πορώδους υλικού $K=10^{-8}$
- Πτώση πίεσης $\Delta P=1 \text{ Kpa}$
- Ιξώδες ρευστού $\mu=1000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$
- Εύρος πορώδους από $\phi=0.5$ έως 0.25
- Αναλογία έλλειψης όπου $\lambda=5$
- Χαρακτηριστικό μήκος μοναδιαίου κελιού $Lx = N \cdot \sqrt{K}$ με $N=100$

Για την δημιουργία του εκάστοτε προβλήματος χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) που συνδέουν την διαπερατότητα με το χαρακτηριστικό μήκος του πλέγματος.

$$Lx = \sqrt{K} * N$$

(6.2)

$$Ly = \left(\frac{1}{\lambda}\right) * Lx$$

(6.3)

$$\beta = \sqrt{\frac{\varphi * Lx * Ly}{\lambda * \pi}}$$

(6.4)

$$\alpha = 2 * \beta$$

(6.5)

$$g = \beta$$

(6.6)

$$h = \left(\frac{Ly}{2}\right) - g$$

(6.7)

Κρατώντας λοιπόν σταθερή την διαπερατότητα, δημιουργήθηκαν πέντε διαφορετικές περιπτώσεις για κάθε ένα πρόβλημα. Στην συνέχεια, θα αναλυθούν εκτενώς οι εξισώσεις των P&W και πώς αυτές επαληθεύονται και συμβαδίζουν με τα δεδομένα που πήραμε τρέχοντας το κάθε πρόβλημα ξεχωριστά στο υπολογιστικό πακέτο OpenFOAM. Παραθέτονται πίνακες με τα αποτελέσματα για κάθε πρόβλημα ξεχωριστά, διαγράμματα ταχύτητας και πίεσης καθώς επίσης και εικόνες που προήλθαν από το σχεδιαστικό περιβάλλον του OpenFOAM.

6.1 Επαλήθευση Νο1

Η πρώτη επαλήθευση των εξισώσεων των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) με την οποία θα ασχοληθούμε, έχει να κάνει με την πρόβλεψη της διαπερατότητας

και κατά πόσο η τιμή που προκύπτει από τα αποτελέσματα του συστήματος, συμπίπτει με την τιμή που λαμβάνεται από τις εξισώσεις των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996). Η εξίσωση που προβλέπει την διαπερατότητα του συστήματος μας, λαμβάνει υπόψη την παροχή του συστήματος, την πτώση πίεσης, το δυναμικό ιξώδες του ρευστού καθώς και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του εκάστοτε πλέγματος. Για το λόγο αυτό, με την βοήθεια του σχεδιαστικού περιβάλλοντος του OpenFOAM απεικονίζουμε την ταχύτητα στην έξοδο του συστήματος μας και την ολοκληρώνουμε για να μπορέσουμε να πάρουμε την παροχή του συστήματος μας (6.8). Παράλληλα, από την ημι-αναλυτική εξίσωση (6.9) για την παροχή βρίσκουμε την τιμή της διαπερατότητας που προβλέπει το μοντέλο των R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) και έτσι μας δίνεται η δυνατότητα να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα και να βγάλουμε τα ανάλογα συμπεράσματα. Με αυτόν τον τρόπο και αντικαθιστώντας τα υπόλοιπα δεδομένα στην εξίσωση:

$$Q = A * \int_{-Ly}^{Ly} Ux(y)dy$$

(6.8)

$$Q = \langle U \rangle + U$$

(6.9)

$$K_{eff} = (Q * L * \mu) / (\Delta P * A)$$

(6.10)

μπορούμε να βρούμε την σύγκλιση της συνολικής διαπερατότητας του συστήματος μεταξύ αποτελεσμάτων υπολογιστικού πακέτου και ημι-αναλυτικών εξισώσεων. Η εξίσωση περιλαμβάνει δύο όρους, αυτόν της ταχύτητας μέσα στο πορώδες μέσον και αυτόν στην ανοιχτή περιοχή και θα αναλυθεί εκτενέστερα παρακάτω.

Παρακάτω, παρατίθενται σε σχετικό πίνακα οι τιμές της διαπερατότητας για τα προβλήματα έλλειψης αναλογίας 5 προς 1 και πορώδους υλικού 25%, 30%, 35%, 40% και 50%. Η πρώτη στήλη αποτελείται από τα ονόματα του κάθε προβλήματος, οι δύο επόμενες από τις τιμές της διαπερατότητας που προβλέπουν οι εξισώσεις των R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) και του υπολογιστικού πακέτου αντίστοιχα, ενώ η τελευταία δείχνει την ακρίβεια που υπάρχει μεταξύ των λύσεων.

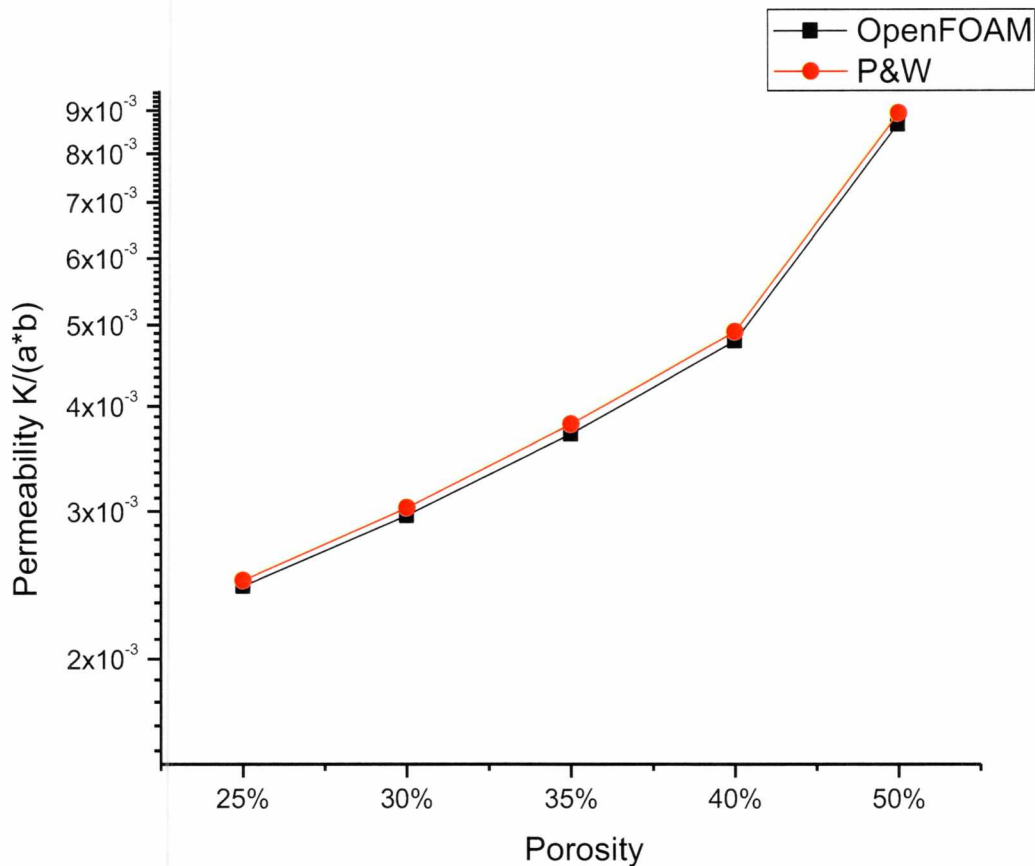
ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑΣ ΕΛΛΕΙΨΗΣ (5:1)	OPENFOAM	ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ P & W	ΑΠΟΚΛΙΣΗ
ΠΟΡΩΔΕΣ 25%	1.16513E-8	1.18366E-8	1.56%
30%	1.32121E-8	1.34778E-8	1.97%
35%	1.53318E-8	1.57272E-8	2.51%
40%	1.82201E-8	1.86951E-8	2.54%
50%	2.75255E-8	2.83259E-8	2.82%

Πίνακας 4: Πρόβλεψη διαπερατότητας ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού και διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

Όπως παρατηρούμε από τον πίνακα, η πρόβλεψη της διαπερατότητας με βάση το προφίλ των εξισώσεων ταχύτητας των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) και των δεδομένων ταχύτητας που μας δίνει το υπολογιστικό πακέτο παρουσιάζει μικρή απόκλιση. Τα παραπάνω αποτελέσματα, δείχνουν χαρακτηριστικά ότι μια μεγάλη γεωμετρική αναλογία ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού, δίνει μικρή απόκλιση των αποτελεσμάτων της υπολογιστικής διαδικασίας σε σχέση με τα αντίστοιχα που προήλθαν από τις ημι-αναλυτικές εξισώσεις που παρουσιάστηκαν από τους Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996). Επομένως, συμπεραίνουμε από τα παραπάνω, ότι οι εξισώσεις των δύο αυτών επιστημόνων ορθώς επαληθεύονται για τη συγκεκριμένη γεωμετρική αναλογία και μάλιστα εμφανίζοντας πολύ μικρά ποσοστά απόκλισης.

Παράλληλα, είμαστε σε θέση να παρατηρήσουμε ότι καθώς αυξάνουμε το πορώδες, δηλαδή αυξάνουμε την ελεύθερη περιοχή μεταξύ πορώδους και ορίων του συστήματός μας, η πρόβλεψη της διαπερατότητας του συστήματος, εκτός του ότι αυξάνεται σε σχέση με τη τιμή της διαπερατότητας που έχουμε δώσει εμείς για το πορώδες υλικό, εμφανίζει αύξηση της απόκλισης ανάμεσα στα δύο μοντέλα πρόβλεψης. Αυτό γίνεται, διότι παραβιάζεται η θεωρία της λίπανσης γνωστή ως “lubrication approximation”. Πιο συγκεκριμένα, όσο αυξάνεται η ελεύθερη περιοχή, τόσο μεγαλώνει το κενό μεταξύ εξωτερικής επιφάνειας πορώδους υλικού (gap) σε σχέση με τα όρια του συστήματος, έχοντας ως αποτέλεσμα την χαλάρωση της ισχύος των παραδοχών της παραπάνω θεωρίας.

Οι τιμές που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα, φαίνονται χαρακτηριστικά και στο παρακάτω διάγραμμα, όπου ο άξονας-x αναφέρεται στο πορώδες των υλικών και ο y-άξονας στην πρόβλεψη της διαπερατότητας OpenFOAM και R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996) ως προς το γινόμενο των διαστάσεων της έλλειψης και του αντίστοιχου πορώδους.



Εικόνα 31: Πρόβλεψη διαπερατότητας ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5 προς 1.

6.2 Επαλήθευση Νο2

Η δεύτερη επαλήθευση με την οποία θα ασχοληθούμε, έχει να κάνει με το προφίλ των ταχυτήτων που λαμβάνουμε από το υπολογιστικό πακέτο OpenFoam στο μέσον του συστήματος μας, σε σχέση με αυτό που λαμβάνουμε από τις εξισώσεις των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise, (1996). Οι ημι-αναλυτικές αυτές εξισώσεις χωρίζονται σε δύο μέρη, ένα αυτό το πορώδους υλικού όπως αναφέραμε και προηγουμένως και ένα αυτό του διακένου μεταξύ πορώδους ζώνης και εξωτερικού πλέγματος.

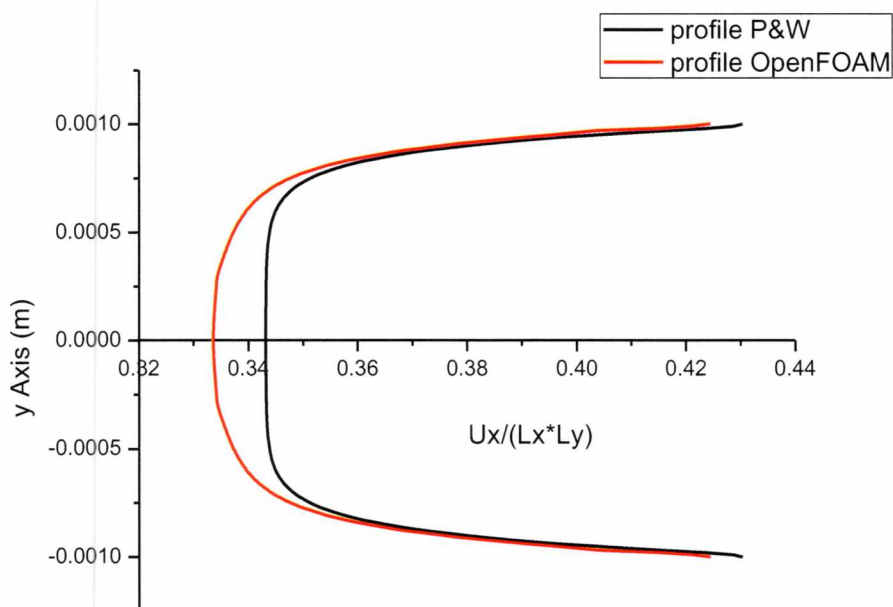
$$\langle U \rangle \geq -\left(\frac{1}{\mu}\right) * \left(\frac{dp}{dx}\right) * \left(K + \left(\frac{h}{a}\right) * (\cosh(a * y) / \sinh(a * g))\right) \quad (6.11)$$

$$U = -\left(\frac{1}{\mu}\right) * \left(\frac{dp}{dx}\right) * \left(-\left(\frac{y^2}{2}\right) + ((g + h) * y) - \left(g * \left(\left(\frac{g}{2}\right) + h\right)\right) + K + \left(\frac{h}{a}\right) * \coth(a * g)\right) \quad (6.12)$$

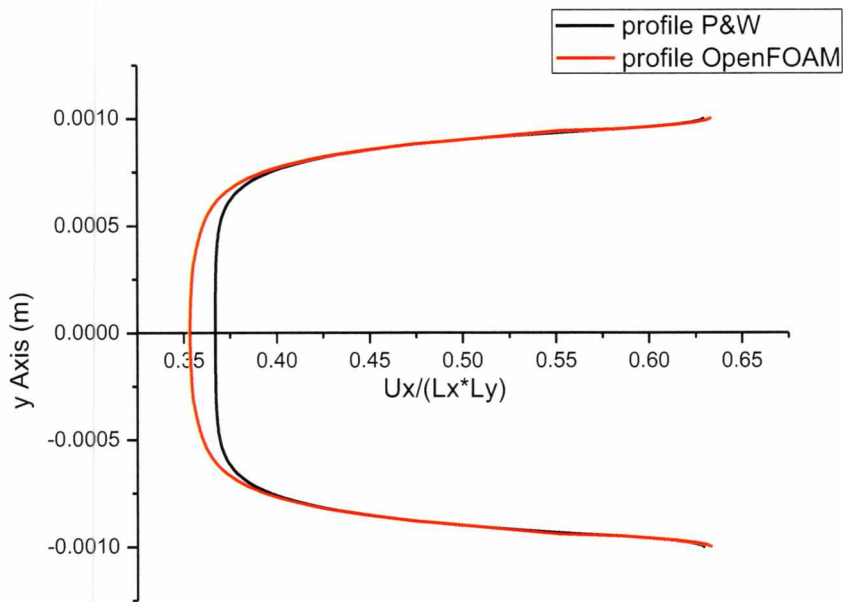
Για να φτάσουμε όμως στο σημείο της επαλήθευσης και αφού έχουμε τρέξει την κάθε περίπτωση πρώτα, θα πρέπει να βρούμε κάποιες τιμές για να τις εγκαταστήσουμε στις εξισώσεις. Απεικονίζουμε αρχικά την πτώση πίεσης στο διάκενο και με την βοήθεια της μεθόδου των κεντρικών διαφορών λαμβάνουμε την τιμή της πίεσης στο μέσον του συστήματος μας.

Όπως γνωρίζουμε και από τις παραμέτρους του προβλήματος μας, η πίεση κατά μήκος της y -διεύθυνσης δεν μεταβάλλεται σημαντικά οπότε δεν χρειάζεται να την εξετάσουμε για κάθε σημείο του y -άξονα μας. Έτσι λοιπόν, έχοντας γνωστά όλα τα δεδομένα του προβλήματος, συγκρίνουμε τα δύο προφίλ των ταχυτήτων για την κάθε περίπτωση ξεχωριστά.

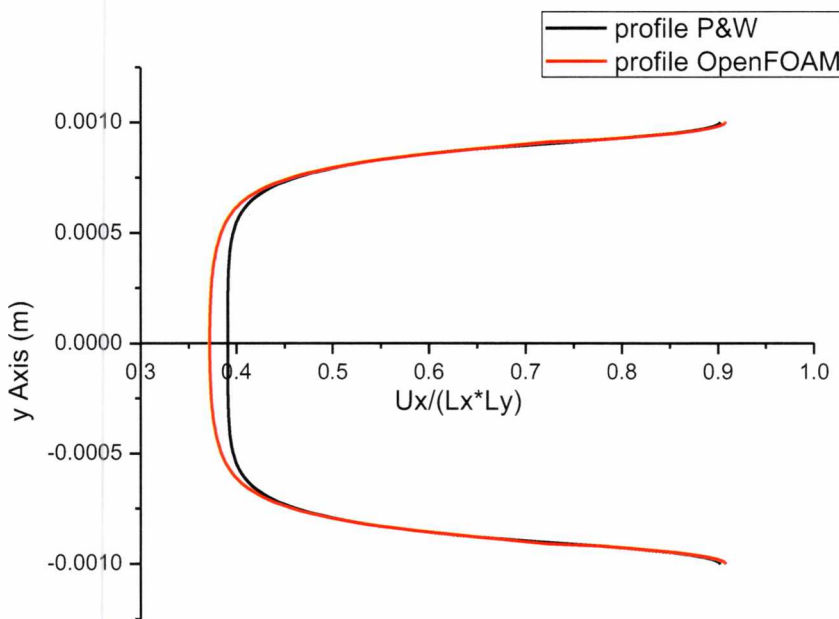
Παρακάτω εμφανίζονται τα διαγράμματα για πορώδη 25%, 30%, 35%, 40% και 50% της έλλειψης αναλογίας 5 προς 1.



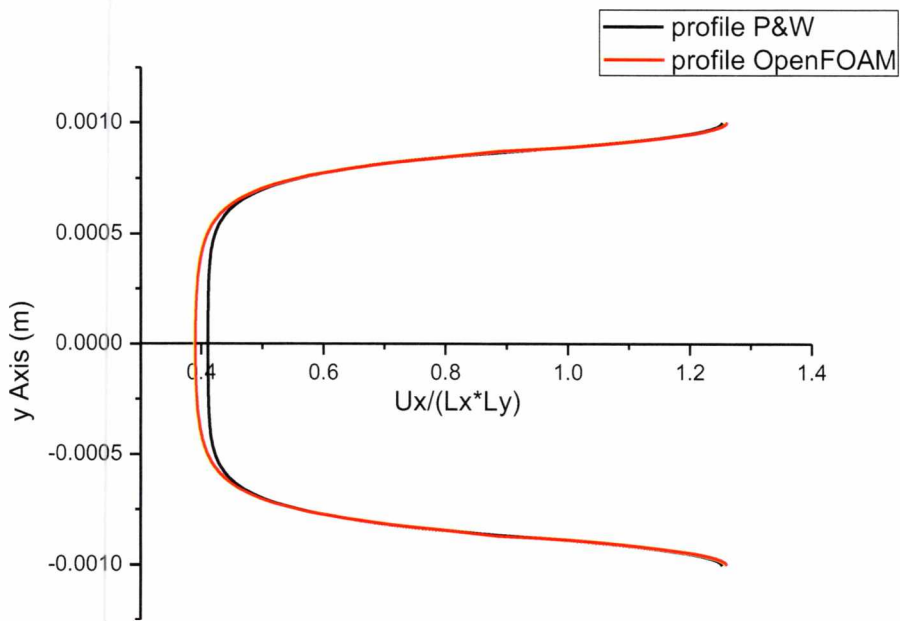
Εικόνα 32: Προφίλ ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5:1 και πορώδες 25%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.



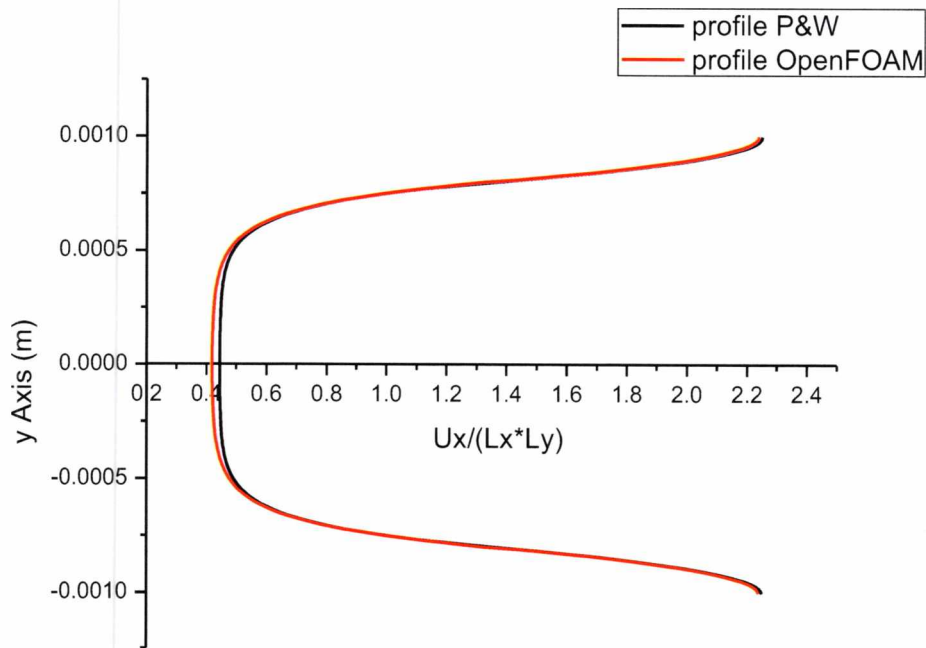
Εικόνα 33: Προφίλ ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5:1 και πορώδες 30%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.



Εικόνα 34: Προφίλ ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5:1 και πορώδες 35%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.



Εικόνα 35: Προφίλ ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5:1 και πορώδες 40%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

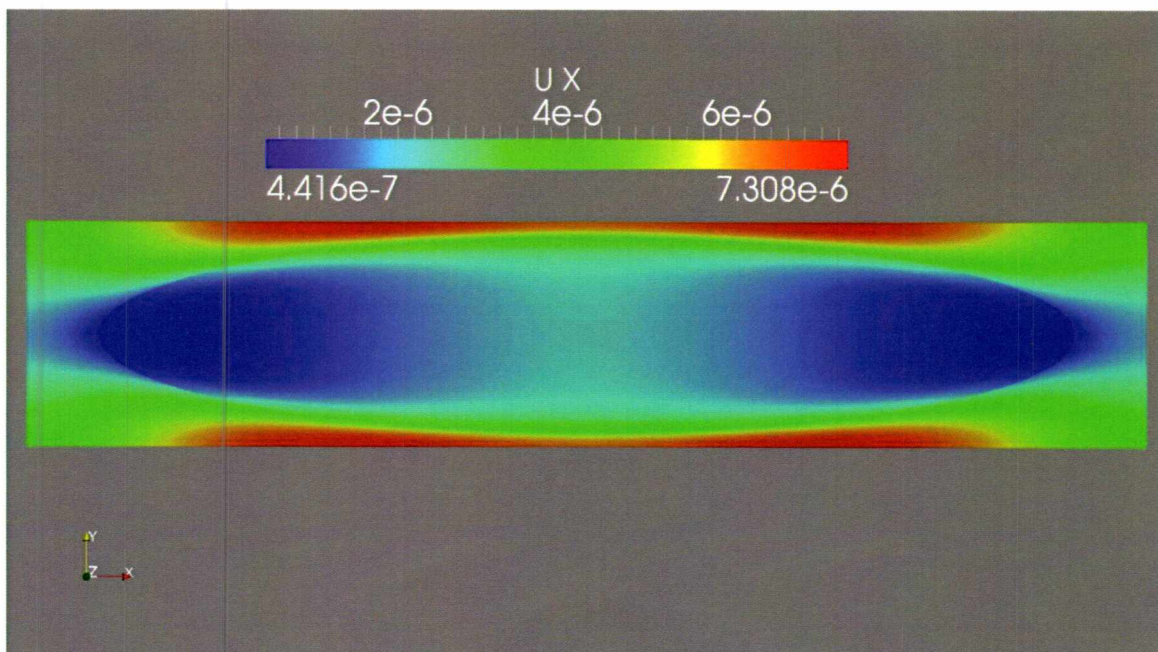


Εικόνα 36: Προφίλ ταχυτήτων ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 5:1 και πορώδες 50%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

Κάνοντας χρήση του σχεδιαστικού πακέτου *Origin 8* και χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της υπολογιστικής διαδικασίας που προηγήθηκε, δημιουργήθηκαν τα παραπάνω γραφήματα. Χαρακτηριστικά, φαίνεται ότι το προφίλ των ταχυτήτων που προκύπτει μέσω της υπολογιστικής διαδικασίας του OpenFOAM, παρουσιάζει μεγάλη ομοιότητα σε σχέση με αυτό που προκύπτει από τις εξισώσεις των R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996). Ειδικότερα, στο στενό κομμάτι (gap), τα δύο προφίλ συγκλίνουν και η μέγιστη τιμή της ταχύτητας κυμαίνεται στα ίδια επίπεδα.

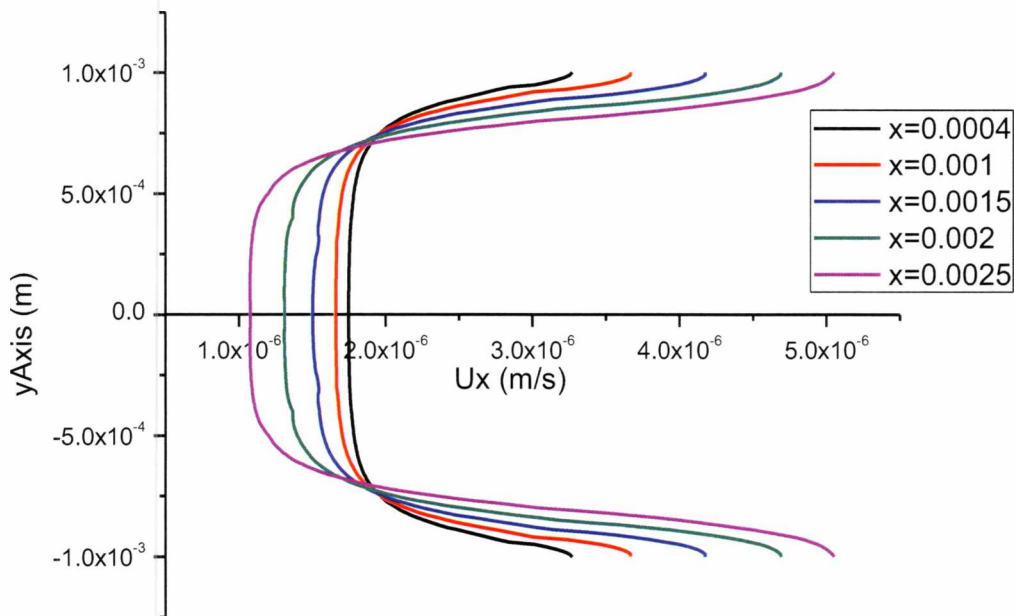
Υπάρχει παρόλα αυτά μία μικρή απόκλιση, η οποία παρουσιάζεται στο εσωτερικό του πορώδους υλικού και συγκεκριμένα στα όρια από -5 έως και 5 χιλιοστά. Ο λόγος ύπαρξης αυτής της απόκλισης είναι ότι το προφίλ των R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996) δεν επικεντρώνεται τόσο πολύ στο εσωτερικό του πορώδους υλικού και δεν λαμβάνει υπόψη του τι γίνεται συνολικά σε όλο το σύστημα, σε αντίθεση με το υπολογιστικό πακέτο OpenFOAM το οποίο λύνει το πρόβλημα τμηματικά και παρέχει μία καλύτερη προσέγγιση για το σημείο το οποίο εξετάζουμε.

Στη συνέχεια, με την βοήθεια του σχεδιαστικού προγράμματος του πακέτου OpenFOAM και κάνοντας χρήση των αποτελεσμάτων για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα πήραμε την παρακάτω εικόνα, η οποία δείχνει χαρακτηριστικά την μεταβολή της ταχύτητας στο στενό κομμάτι μεταξύ πορώδους ζώνης και εξωτερικού πλέγματος.



Εικόνα 37: Ταχύτητα κατά μήκος του x-άξονα σε ελλειπτική διατομή πορώδους υλικού αναλογίας 5 προς 1 και πορώδες $\phi=40\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

Ένα ακόμη χρήσιμο διάγραμμα που δείχνει χαρακτηριστικά την μεταβολή της ταχύτητας είναι το παρακάτω, όπου στον κατακόρυφο άξονα τοποθετείται η διατομή του πλέγματος μας ενώ στον οριζόντιο τοποθετείται η ταχύτητα U_x σε m/s για πέντε σημεία. Το συγκεκριμένο πρόβλημα, αναφέρεται σε ελλειπτική διατομή πορώδους υλικού αναλογίας 5 προς 1 με πορώδες 30% και παρατηρούμε ότι όσο φτάνουμε προς το κέντρο της γεωμετρίας μας, η μέγιστη ταχύτητα στο κέντρο του πορώδους υλικού αυξάνεται ενώ όσο απομακρυνόμαστε από αυτό, αυξάνεται η μέγιστη ταχύτητα έξω από το πορώδες τμήμα. Τα πέντε σημεία που απεικονίζονται αφορούν τυχαίες θέσεις κατά μήκος του οριζόντιου άξονα ξεκινώντας από την αρχή των αξόνων που είναι το κέντρο του πορώδους υλικού και κινούμενοι προς τον θετικό άξονα.



Εικόνα 38: Διάγραμμα μεταβολής ταχύτητας σε πέντε σημεία του πλέγματος έλλειψης 5 προς 1 και πορώδους 30%, $x=0.4\text{mm}$, 1mm , 1.5mm , 2mm και 2.5mm μακριά από το κέντρο των αξόνων.

6.3 Επαλήθευση Νο3

Σε αυτό το σημείο, καλό είναι να παραθέσουμε και τη σύγκλιση που εμφανίζεται στο κομμάτι της παροχής για την έλλειψη αναλογίας 5 προς 1 ανάμεσα στις εξισώσεις των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996) και σε αυτή που από ολοκλήρωση των δεδομένων λαμβάνουμε από το υπολογιστικό πακέτο OpenFOAM. Όπως δείξαμε και παραπάνω, η εξίσωση που αναφέρεται στο κομμάτι της παροχής σύμφωνα με την δημοσιευμένη εργασία των δυο επιστημόνων δίνεται από την σχέση (6.9) η οποία με την αντικατάσταση των (6.11) και (6.12) καταλήγει στην εξής εξίσωση:

$$Q = \left(\left(-\frac{1}{\mu} \right) * \left(\frac{dp}{dx} \right) * \left(K + \left(\frac{h}{a} \right) * \left(\frac{\cosh(a*y)}{\sinh(a*g)} \right) \right) \right) + \left(-\frac{1}{\mu} \right) * \left(\frac{dp}{dx} \right) * \left(-\left(\frac{y^2}{2} \right) + ((g + h) * y) - \left(g * \left(\left(\frac{g}{2} \right) + h \right) \right) \right) + K + \left(\frac{h}{a} \right) * \coth(a * g) \quad (6.13)$$

και η οποία όπως θα φανεί και στη συνέχεια της πτυχιακής εργασίας, συγκλίνει με την παροχή που απορρέει από τα δεδομένα του OpenFOAM, όσο αυξάνουμε την αναλογία των επιφανειών της έλλειψης α προς β . Στον παρακάτω πίνακα, εμφανίζονται τα αποτελέσματα της εξίσωσης των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996) σε σχέση με τα αποτελέσματα του υπολογιστικού πακέτου για έλλειψη αναλογίας 5 προς 1 και για πορώδες από 25% έως και 50%.

Q παροχή συστήματος	Εξίσωση P&W	Παροχή από δεδομένα OpenFOAM	Σύγκριση αποτελεσμάτων επί %
ΠΟΡΩΔΕΣ 25%	3.55099E-12	3.49538E-12	1.57%
30%	4.04334E-12	3.96364E-12	1.97%
35%	4.71817E-12	4.59954E-12	2.51%
40%	5.60853E-12	5.46603E-12	2.54%
50%	8.49776E-12	8.25764E-12	2.83%

Πίνακας 5: Σύγκριση αποτελεσμάτων παροχής συστήματος, έλλειψης 5 προς 1.

Η ομοιότητα των δύο προφίλ ταχυτήτων που παρουσιάστηκαν στη προηγούμενη ενότητα φαίνεται αριθμητικά στον πίνακα 5. Η εξίσωση των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996) που αναφέρεται στον όρο της παροχής, εξαρτάται άμεσα από την μεταβολή της ταχύτητας μέσα στο πορώδες υλικό και έξω από αυτό. Με βάση αυτό καταλαβαίνουμε ότι η σύγκριση της παροχής των δύο μεθόδων είναι αυτομάτως και σύγκριση των ταχυτήτων.

Αποτέλεσμα αυτής της συσχέτισης, είναι ότι η πολύ μικρή απόκλιση που υπάρχει εδώ υπάρχει και στο προφίλ των ταχυτήτων.

6.4 Επαλήθευση Νο4

Τέλος θα ασχοληθούμε με τις εξισώσεις των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996) που αφορούν την πτώση πίεσης και πώς αυτές ανταποκρίνονται στην τιμή που δώσαμε εμείς στο πρόγραμμα για την πίεση κατά μήκος του x-άξονα. Σύμφωνα λοιπόν με την δημοσιευμένη εργασία των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996), ο όρος της πτώσης πίεσης καθορίζεται από το ολοκλήρωμα κατά μήκος της x-διεύθυνσης και εξαρτάται από το γινόμενο της παροχής επί το δυναμικό ιζώδες διαιρεμένο με έναν όρο f . Παρακάτω, παρουσιάζεται η εξίσωση εύρεσης αυτού του όρου, ο οποίος εξαρτάται από την διαπερατότητα του υλικού που εξετάζουμε καθώς και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της έλλειψης στην οποία αναφερόμαστε κάθε φορά.

$$f = \frac{h(x)^3}{3} + K[(etow * g(x)) + (1 + etow) * h(x) + a * h(x)^2 * coth(a * g(x))]$$

(6.14)

$$\Delta p = \int_{-Lx}^{Lx} \frac{\mu * Q}{f} dx$$

(6.15)

Αντικαθιστώντας λοιπόν τα δεδομένα μας στην (6.13) και αφού έχουμε βρει την έκφραση των τιμών $h(x)$ και $g(x)$, ολοκληρώνουμε την εξίσωση (6.14) για να βρούμε την τιμή της πτώσης πίεσης κατά μήκος της x-διεύθυνσης. Η έκφραση των τιμών $h(x)$ και $g(x)$ βρίσκεται ως εξής:

$$h(x) = \frac{Ly}{2} - y(x)$$

(6.16)

$$g(x) = y(x)$$

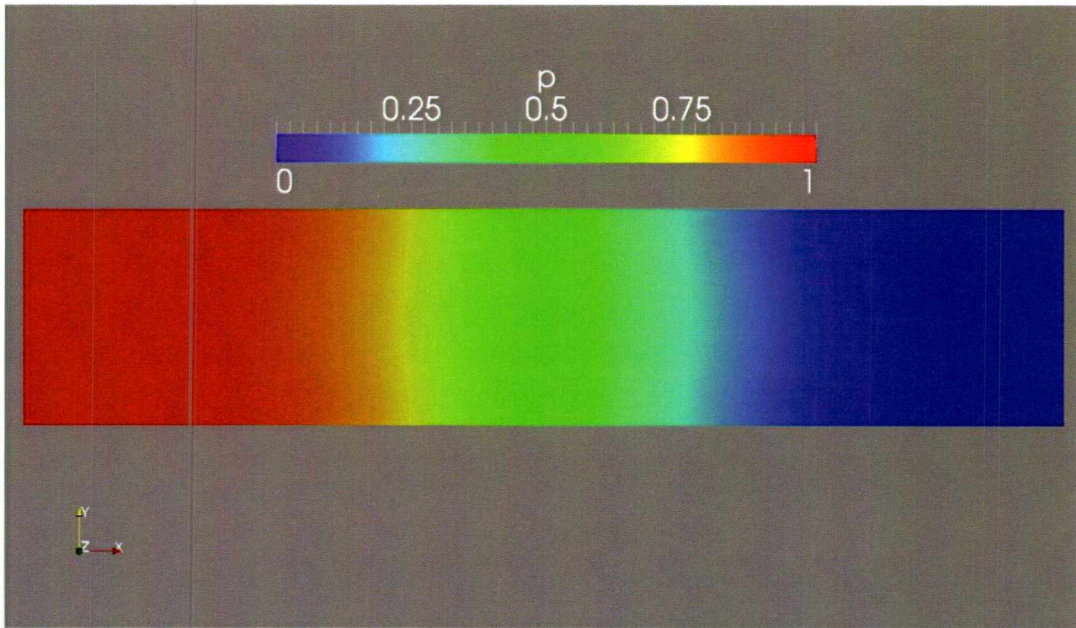
(6.17)

Παρακάτω, φαίνονται χαρακτηριστικά οι τιμές που απορρέουν από την εξίσωση (6.14) για έλλειψη 5 προς 1 και πορώδες 25%, 30%, 35%, 40%, 50% καθώς και γράφημα με την κατανομή της πίεσης που μας έδωσε το σχεδιαστικό πακέτο του OpenFOAM κατά μήκος της x-διεύθυνσης για πορώδες 25%.

ΠΟΡΩΔΕΣ ΕΛΛΕΙΨΗΣ 5:1	P&W ΣΧΕΣΗ (6.14)	OpenFOAM
----------------------	------------------	----------

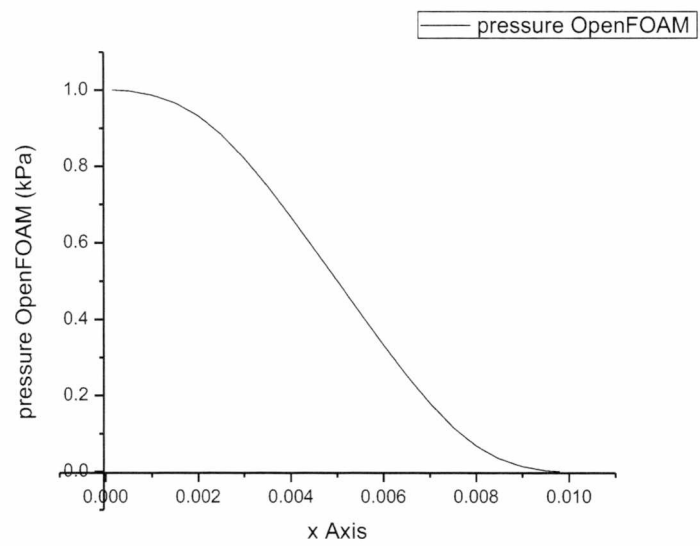
25%	1.01339	1
30%	1.00561	0.99994
35%	1.01987	0.99987
40%	1.00650	0.99794
50%	1.25956	0.96971

Πίνακας 6: Αποτελέσματα πτώση πίεσης κατά μήκος ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού.



Εικόνα 39: Πτώση πίεσης κατά μήκος της x-διεύθυνσης σε ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 5 προς 1 και πορώδους 40%

Στην παραπάνω εικόνα φαίνεται χαρακτηριστικά η πτώση πίεσης κατά μήκος του συστήματος και τα σημεία μεγάλης αλλαγής της πίεσης βρίσκονται κοντά στην περιοχή του μέγιστου διακένου, μεταξύ πορώδους υλικού και εξωτερικής επιφάνειας. Σε εκείνα τα σημεία όπου ξεκινά η στένωση να μεγαλώνει, η ροή του ρευστού εμποδίζεται και ωθείται διαμέσου του πορώδους υλικού, το οποίο όμως λόγω μικρής διαπερατότητας αυξάνει το φαινόμενο της πτώσης πίεσης.



Εικόνα 40: Πτώση πίεσης OpenFOAM έλλειψης 5 προς 1, πορώδους 25%

Κεφάλαιο 7. Παραμετροποιήσεις και αποτελέσματα προσομοιώσεων.

7.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με την παραμετροποίηση ορισμένων χαρακτηριστικών του συστήματός μας, όπως είναι η διαπερατότητα της πορώδους φάσεως και το πορώδες. Μέσα από την ενασχόληση μας με την μεταβολή, ενός κάθε φορά, από τα δύο αυτά χαρακτηριστικά, στοχεύουμε στην κάλυψη ενός ευρύτερου φάσματος συνθηκών ώστε να μπορέσουμε να αποκτήσουμε μια πιο σφαιρική άποψη για τα πορώδη υλικά και την συμπεριφορά τους.

Η πρώτη σειρά προβλημάτων που θα εξετάσουμε, έχουν σαν θέμα την αλλαγή του γεωμετρικού σχήματος και πως αυτό επηρεάζει την πρόβλεψη της διαπερατότητας, την κατανομή της ταχύτητας κατά μήκος της ροής και γενικά την συμπεριφορά των εξισώσεων των P&W σε μικρές σχετικά διαπερατότητες υλικών. Όπως παρατηρήσαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι εξισώσεις αυτές για σχήμα έλλειψης αναλογίας 5 προς 1 παρουσιάζουν ικανοποιητική συμπεριφορά σε σχέση με τα αποτελέσματα που λάβαμε από το OpenFOAM και γι' αυτό αποφασίσαμε να εξετάσουμε και άλλα σχήματα έλλειψης μικρότερης αναλογίας, όπως είναι η έλλειψη 2:1 και 3:1 και να προχωρήσουμε και σε ένα ακόμα βήμα αυτό του κύκλου.

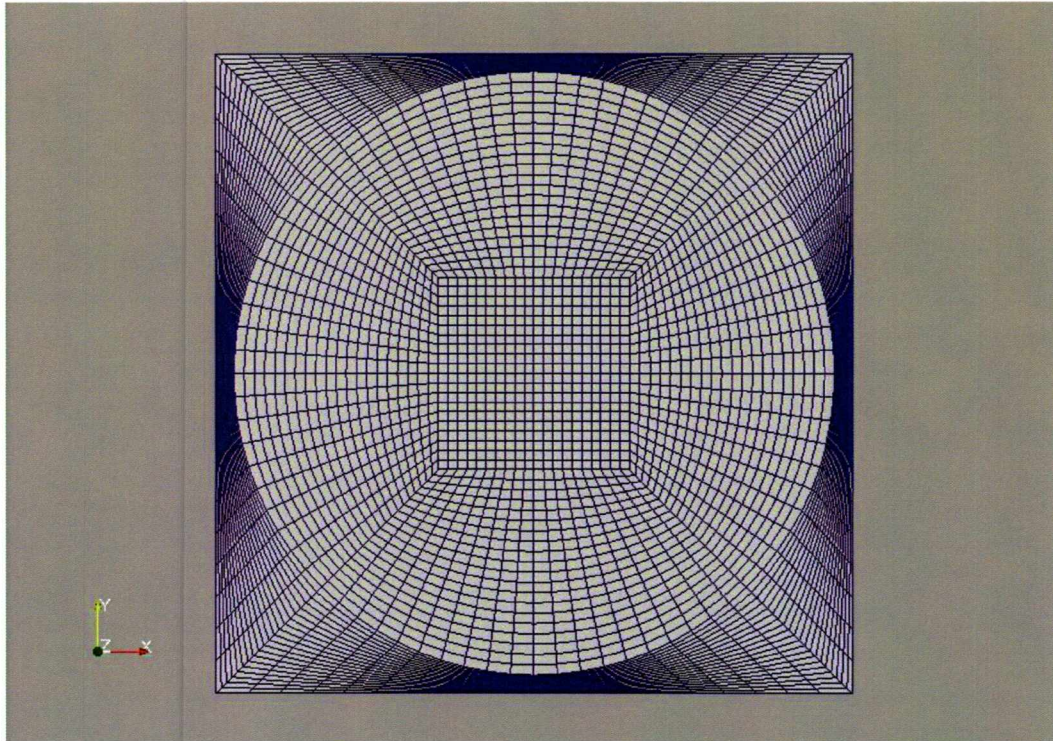
Η δεύτερη σειρά προβλημάτων με την οποία θα ασχοληθούμε και θα αναλύσουμε, αφορά την παραμετροποίηση της διαπερατότητας του υλικού που εξετάζουμε και τι αποτελέσματα αποφέρει στην πρόβλεψη της διαπερατότητας από τις εξισώσεις των P&W σε σχέση με το υπολογιστικό πακέτο OpenFOAM. Επίσης, με την μεταβολή της διαπερατότητας, θα παρατηρήσουμε την μεταβολή στην κατανομή των ταχυτήτων μέσα και έξω από το πορώδες υλικό και θα κατανοήσουμε την συσχέτιση που υπάρχει μεταξύ των δύο αυτών μεγεθών.

7.2 Παραμετροποίηση Νο1: Μεταβολή γεωμετρίας του υλικού.

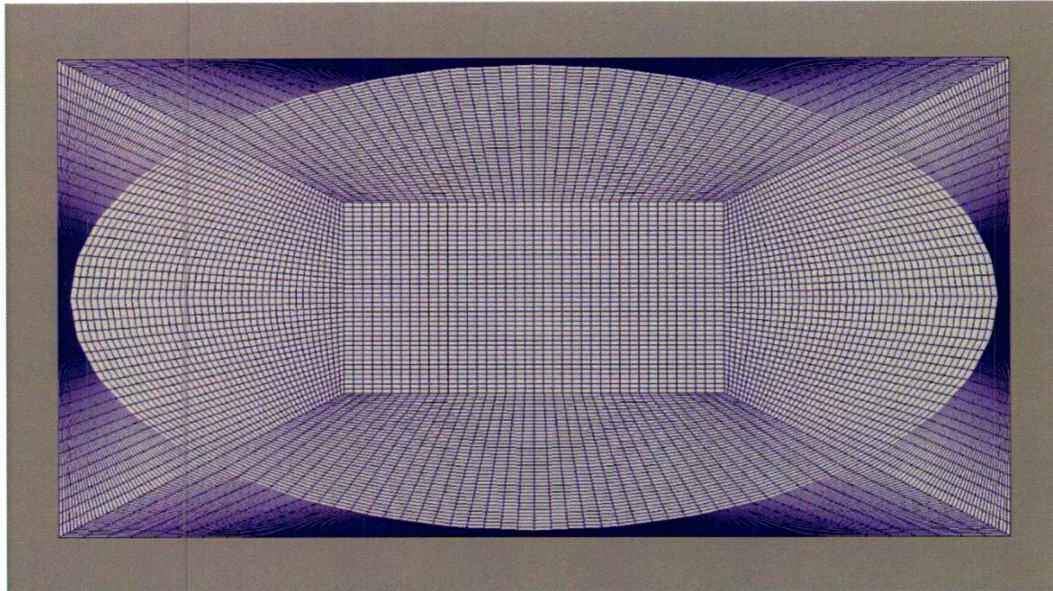
Με βάση λοιπόν τις σχέσεις των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996) που συνδέουν την διαπερατότητα με το χαρακτηριστικό μήκος του προβλήματος που εξετάζουμε κάθε φορά και αλλάζοντας μόνο τον όρο λ που αναφέρεται στην αναλογία του πορώδους υλικού, που βρίσκεται στο εσωτερικό, δημιουργήσαμε τρεις σειρές προβλημάτων:

- Κυκλικής διατομής πορώδες υλικό
- Ελλειπτικής διατομής αναλογίας 2 προς 1 πορώδες υλικό
- Ελλειπτικής διατομής αναλογίας 3 προς 1 πορώδες υλικό

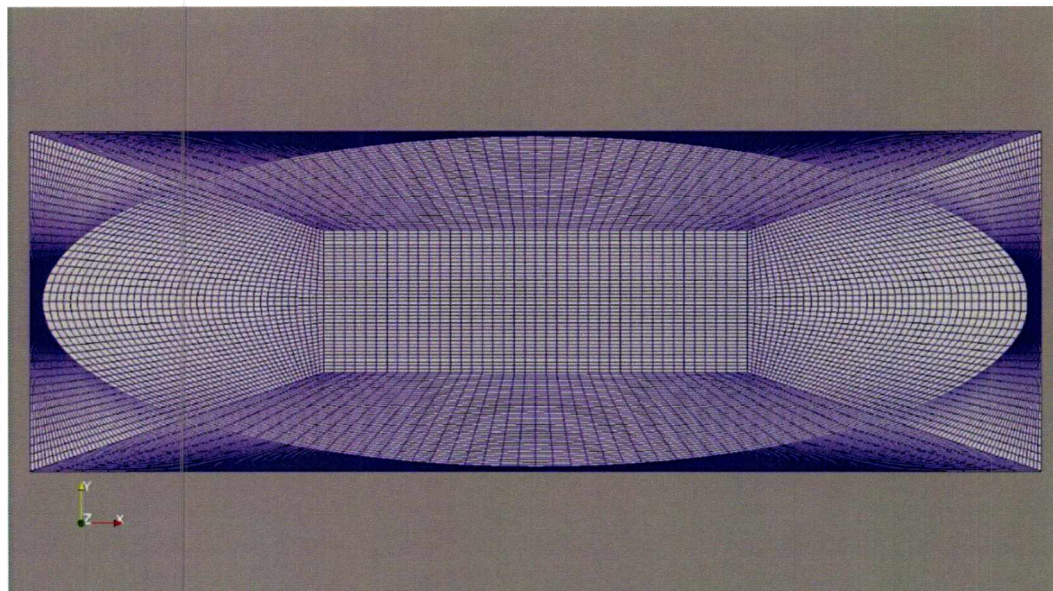
Στις παρακάτω φωτογραφίες, φαίνεται η γεωμετρία τους και τα υπολογιστικά κελιά, που δημιούργησε το υπολογιστικό πακέτο για την εφαρμογή των εξισώσεων του κώδικα porousSimpleFoam.



Εικόνα 41: Κύκλος ακτίνας $r=5\text{mm}$ (surface with edges) και υπολογιστικό πλέγμα πορώδους $\phi=25\%$.



Εικόνα 42: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 2:1 και υπολογιστικό πλέγμα πορώδους $\phi=25\%$



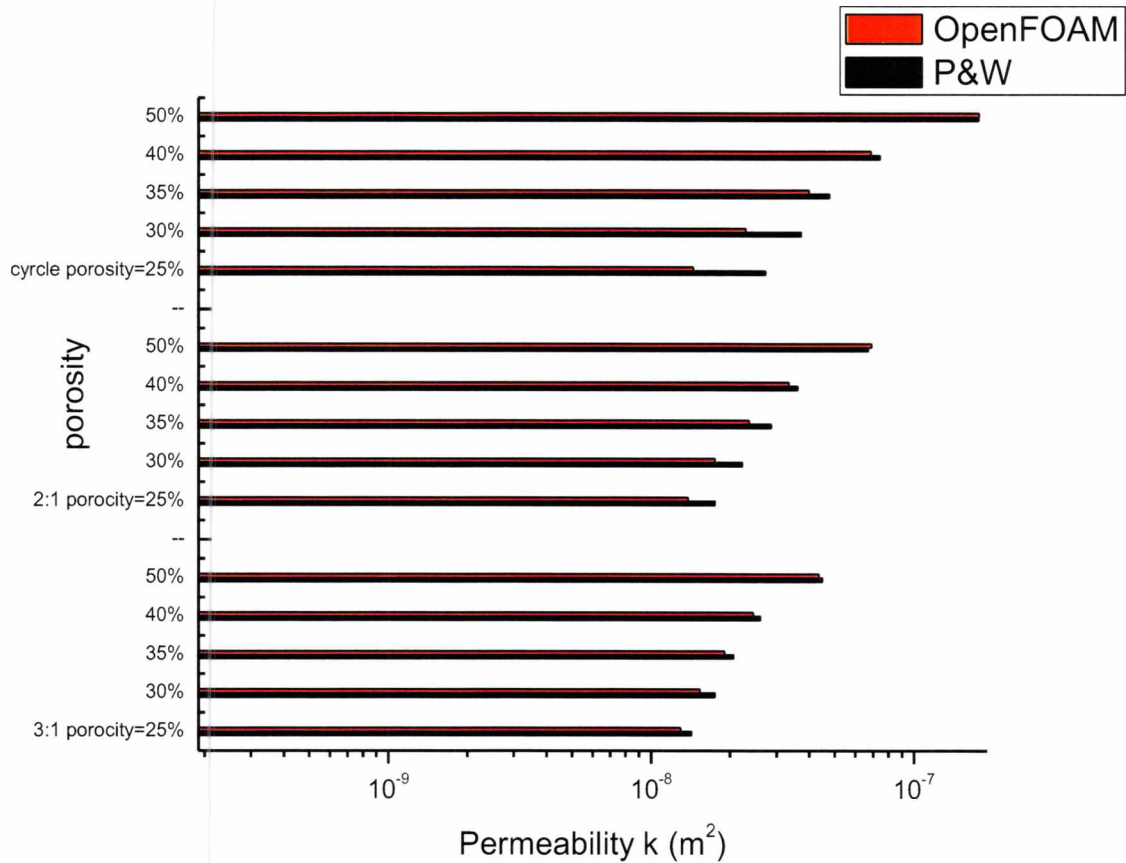
Εικόνα 43: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3:1 και υπολογιστικό πλέγμα πορώδους $\phi=25\%$

Στις παραπάνω περιπτώσεις θεωρήθηκαν τα εξής στοιχεία:

- Διαπερατότητα πορώδους υλικού $K=1e-8$
- Πτώση πίεσης $\Delta P=1Kpa$
- Ιξώδες ρευστού $\mu=1000 Pa*s$

- Εύρος πορώδους από $\phi=0.5$ έως 0.25
- Αναλογία έλλειψης όπου $\lambda=2$ ή 3 , για κύκλο είναι ίσο με $\lambda=1$
- Χαρακτηριστικό μήκος μοναδιαίου κελιού $L_x=N*K^{0.5}$ με $N=100$

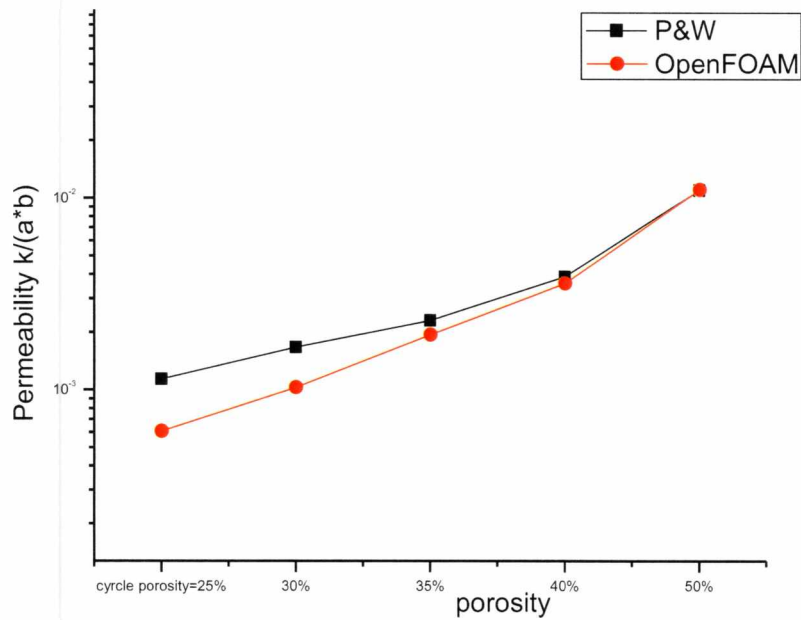
Στον διάγραμμα και στον πίνακα που ακολουθούν αντίστοιχα, παραθέτονται οι τιμές για την πρόβλεψη της διαπερατότητας για κάθε πρόβλημα ξεχωριστά όπως αυτές προήλθαν από τις εξισώσεις 6.8 και 6.9 αντίστοιχα.



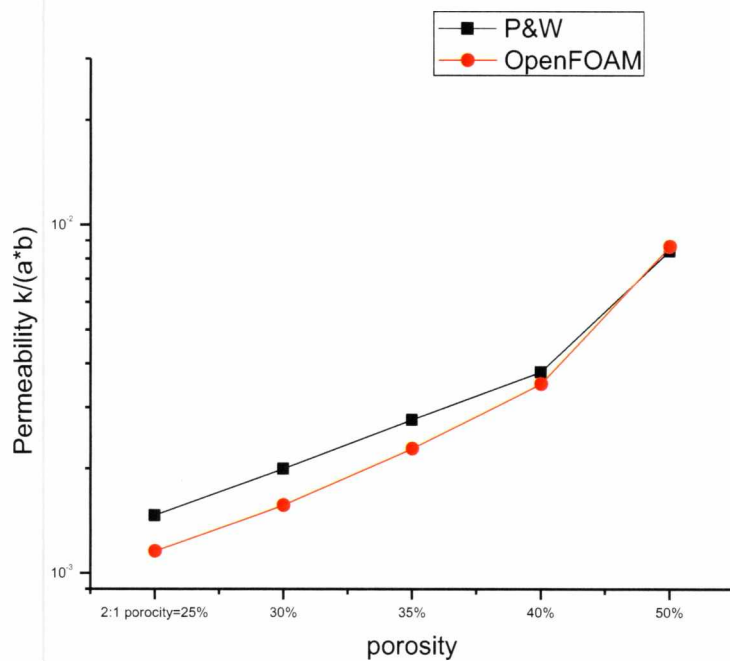
Εικόνα 44: Πρόβλεψη διαπερατότητας για προβλήματα κυκλικής διατομής και ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού αναλογίας 2: 1 και 3 : 1 αντίστοιχα.

ΕΛΛΕΙΨΗ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ 2:1	ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑ ΑΠΟ ΕΞΙΣΩΣΗ P&W	ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑ ΑΠΟ ΔΕΔΟΜΕΝΑ OPENFOAM	ΑΠΟΚΛΙΣΗ
ΠΟΡΩΔΕΣ 25%	1.74837E-8	1.379E-8	21.1%
30%	2.22064E-8	1.74385E-8	21.5%
35%	2.85893E-8	2.3612E-8	17.4%
40%	3.612E-8	3.33934E-8	7.5%
50%	6.69683E-8	6.89E-8	2.88%
ΕΛΛΕΙΨΗ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ 3:1			
ΠΟΡΩΔΕΣ 25%	1.42508E-8	1.29206E-8	9.3%
30%	1.74726E-8	1.53261E-8	12%
35%	2.0604E-8	1.89903E-8	7.8%
40%	2.60709E-8	2.44295E-8	6.3%
50%	4.47825E-8	4.34193E-8	3.04%
ΚΥΚΛΟΣ			
ΠΟΡΩΔΕΣ 25%	2.7213E-8	1.4434E-8	47%
30%	3.71627E-8	2.28854E-8	38.4%
35%	4.76179E-8	3.98746E-8	16.3%
40%	7.40816E-8	6.84518E-8	7.6%
50%	1.75167E-7	1.75567E-7	2.28%

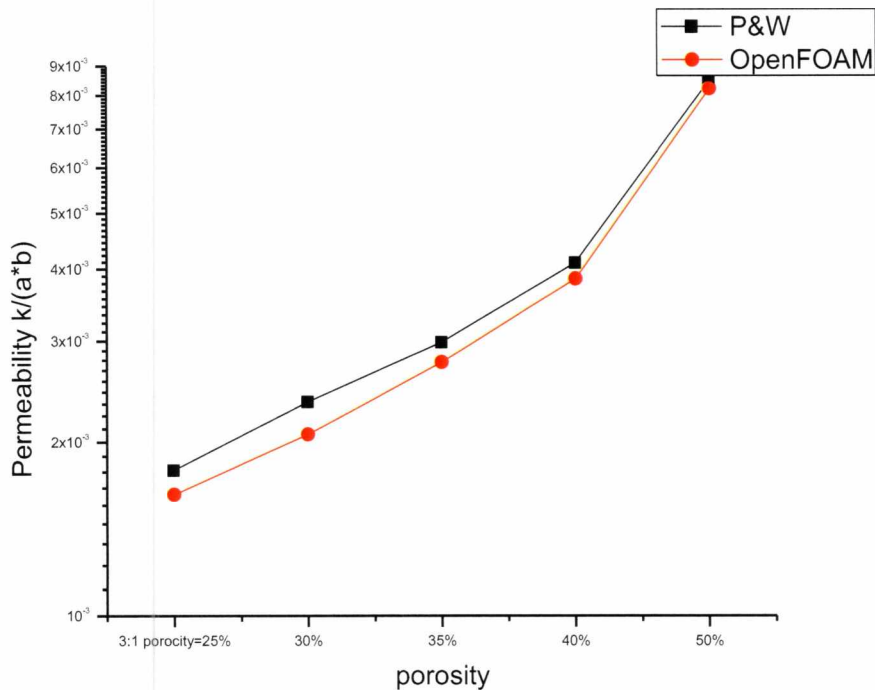
Πίνακας 7: Πρόβλεψη διαπερατότητας για προσομοιώσεις κυκλικής διατομής, ελλειπτικής διατομής αναλογίας 2:1 και 3:1 πορώδους υλικού, διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$.



Εικόνα 45: Διάγραμμα πρόβλεψης διαπερατότητας για προβλήματα κυκλικής διατομής πορώδους υλικού διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$.



Εικόνα 46: Διάγραμμα πρόβλεψης διαπερατότητας για προβλήματα ελλειπτικής διατομής πορώδους υλικού, αναλογίας 2 προς 1 και διαπερατότητας $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

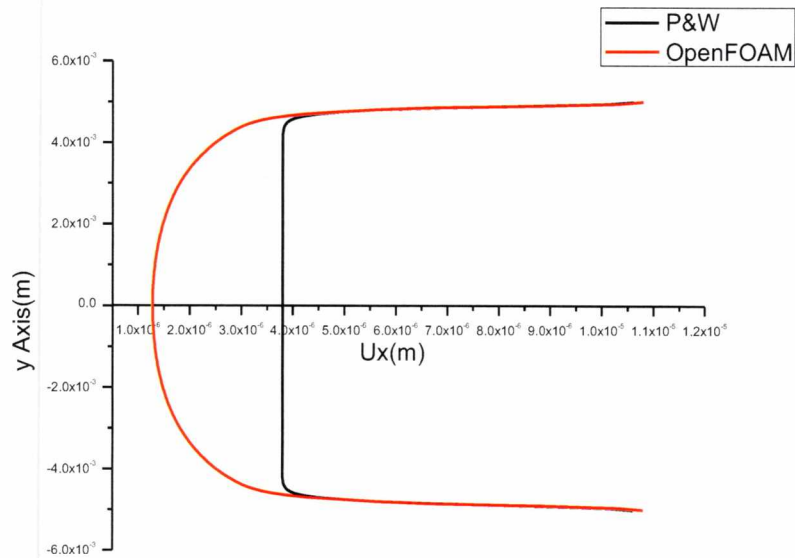


Εικόνα 47: Διάγραμμα πρόβλεψης διαπερατότητας για προβλήματα ελλειπτικής διατομής

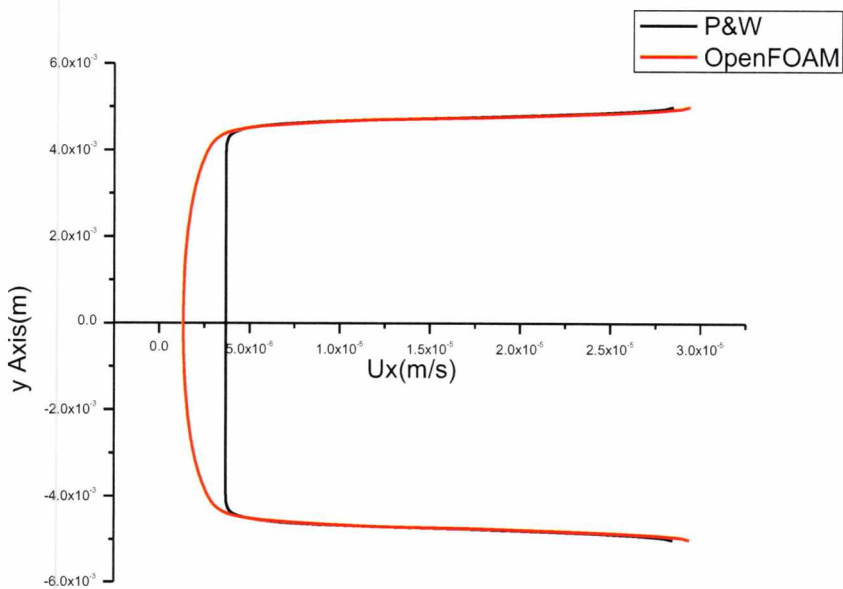
Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον παραπάνω συγκεντρωτικό πίνακα και τα διαγράμματα, είμαστε σε θέση να εξάγουμε τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Μειώνοντας την γεωμετρική αναλογία του πορώδους υλικού, παρατηρούμε ότι η απόκλιση στη πρόβλεψη της διαπερατότητας των δύο μοντέλων μεγαλώνει σημαντικά.
- Στα τρία προβλήματα που προσομοιώσαμε, αυξάνοντας το πορώδες του συστήματός μας, παρατηρούμε μία φθίνουσα πορεία της απόκλισης σε σχέση με τα αποτελέσματα που παρουσιάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο για την έλλειψη 5 προς 1, όπου εκεί η απόκλιση της πρόβλεψης της διαπερατότητας είχε αύξουσα πορεία όσο μεγαλώνουμε το πορώδες.
- Η πρόβλεψη της διαπερατότητας του συστήματος των δύο μοντέλων για προβλήματα με μεγάλο πορώδες, αποκλίνει σε μεγάλο βαθμό από την διαπερατότητα που δώσαμε εμείς στο υπολογιστικό πακέτο.

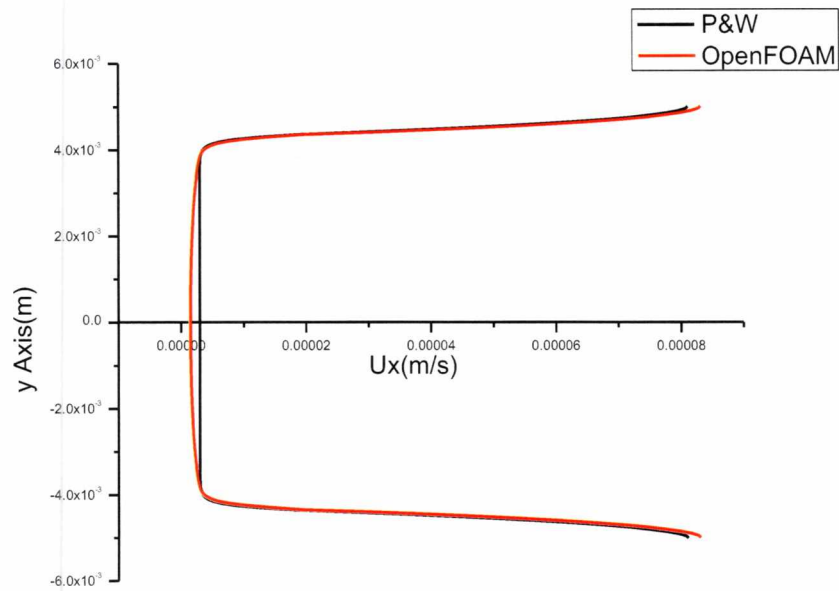
Στη συνέχεια παρατίθενται οι κατανομές ταχυτήτων κατά μήκος του x-άξονα στο μέσον των γεωμετρικών μας σχημάτων για πορώδες υλικό κυκλικής διατομής, ακτίνας 5mm και πορώδους 25%, 30% και 40%.



Εικόνα 48: Κυκλικής διατομής πορώδες υλικό, πορώδους $\phi=25\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

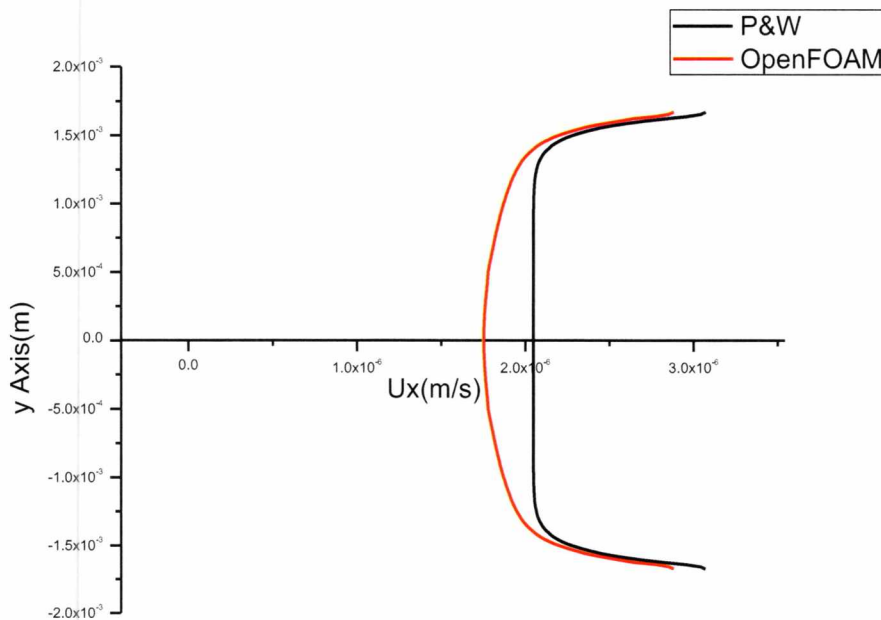


Εικόνα 49: Κυκλικής διατομής πορώδες υλικό, πορώδους $\phi=30\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

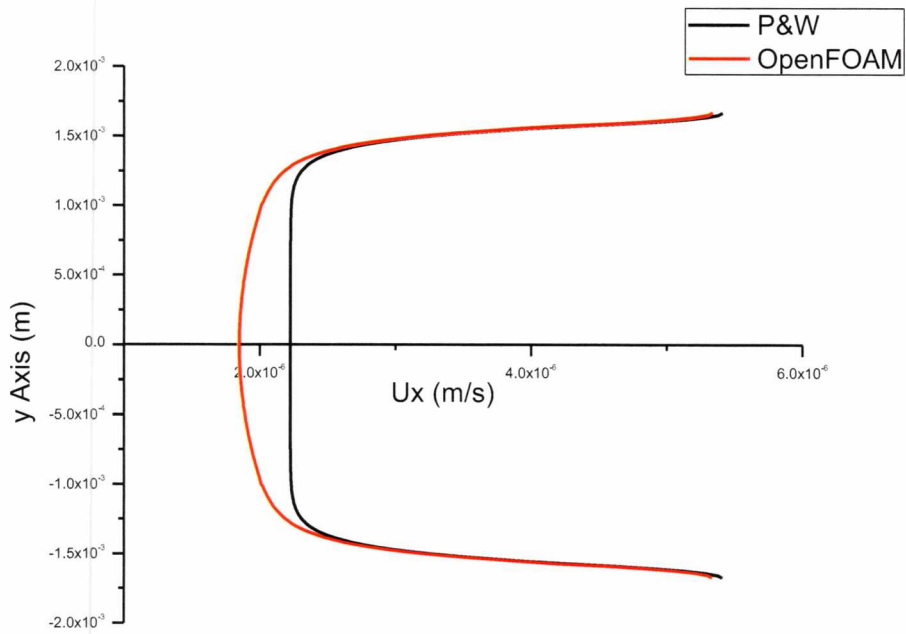


Εικόνα 50: Κυκλικής διατομής πορώδες υλικό, πορώδους $\phi=40\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

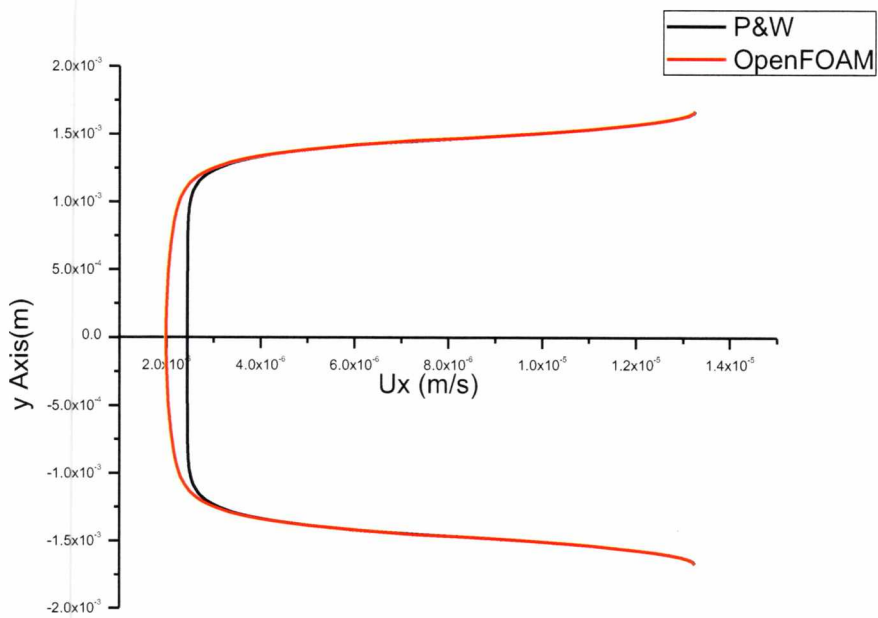
Παρομοίως για έλλειψη αναλογίας 3 προς 1, παρακάτω παρατίθενται οι κατανομές ταχυτήτων κατά μήκος του y-άξονα για πορώδες 25%, 30% και 40%.



Εικόνα 51: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1 πορώδους $\phi=25\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.



Εικόνα 52: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1 πορώδους $\phi=30\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.



Εικόνα 53: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1 πορώδους $\phi=40\%$, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.

Από τα παραπάνω γραφήματα, φαίνεται ότι για μικρά πορώδη, τα προφίλ ταχυτήτων για τα δύο μοντέλα που εξετάσαμε και συγκρίναμε, αυτό των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996) και των δεδομένων του OpenFOAM, παρουσιάζουν μεγάλη διαφορά στο εσωτερικό του πορώδους. Το συγκεκριμένο φαινόμενο το συναντήσαμε σε πολύ μικρό βαθμό βέβαια στο προηγούμενο κεφάλαιο και συνηγορεί στο συμπέρασμα που βγάλαμε για την διαφορά στη ακρίβεια που υπάρχει μεταξύ OpenFOAM και εξισώσεων Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996) για το εσωτερικό του πορώδους υλικού.

7.3 Παραμετροποίηση Νο2: Μεταβολή διαπερατότητας πορώδους υλικού ελλειπτικής διατομής αναλογίας 3 προς 1.

Η δεύτερη σειρά προβλημάτων που επιλέξαμε να μελετήσουμε, έχει να κάνει με την παραμετροποίηση της διαπερατότητας ενός συγκεκριμένου προβλήματος με συγκεκριμένη γεωμετρική αναλογία και πορώδες υλικό. Σε αυτό το σημείο επιλέξαμε να ασχοληθούμε με την:

- έλλειψη αναλογίας 3 προς 1 με πορώδες $\phi=25\%$
- έλλειψη αναλογίας 2 προς 1 με πορώδες $\phi=25\%$
- κύκλο με πορώδες $\phi=25\%$

με σκοπό να εξακριβώσουμε την συμπεριφορά των εξισώσεων πρόβλεψης της διαπερατότητας των P&W σε σχέση με αυτές του υπολογιστικού πακέτου OpenFOAM.

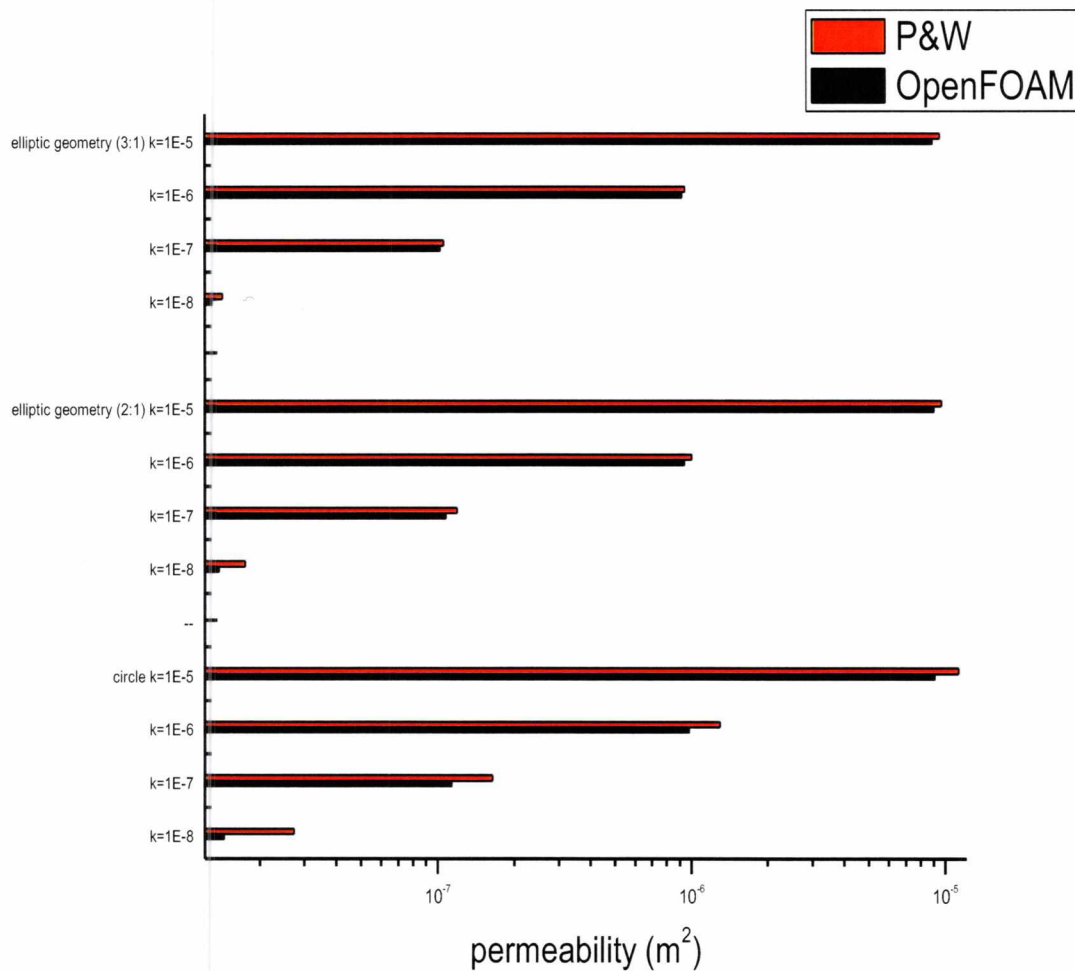
Ο παρακάτω πίνακας καθώς και τα γραφήματα που ακολουθούν δείχνουν για εύρος διαπερατότητας από $K=10^{-8} \text{ m}^2$ έως 10^{-5} m^2 , πώς μεταβάλλεται η πρόβλεψη της διαπερατότητας ολόκληρου του συστήματος από τις εξισώσεις των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996) και από τα δεδομένα του OpenFOAM.

ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑ ΠΟΡΩΔΟΥΣ ΥΛΙΚΟΥ ΔΟΣΜΕΝΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ	ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑΣ P&W	ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ OPENFOAM	ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ
ΚΥΚΛΟΣ			
$K=1^E-8$	2.7213E-8	1.4434E-8	46.9%
$K=1^E-7$	1.6458E-7	1.1378E-7	30.8%
$K=1^E-6$	1.29643E-6	9.76657E-7	24%
$K=1^E-5$	1.12494E-5	9.06829E-6	19%
ΕΛΛΕΙΨΗ (2:1)			
$K=1^E-8$	1.74837E-8	1.379E-8	21%
$K=1^E-7$	1.19034E-7	1.07882E-7	9.3%
$K=1^E-6$	1.0001E-6	9.36356E-7	6.3%
$K=1^E-5$	9.63041E-6	8.98355E-6	6.7%
ΕΛΛΕΙΨΗ (3:1)			
$K=1^E-8$	1.42508E-8	1.29206E-8	9.3%
$K=1^E-7$	1.05775E-7	1.02331E-7	3.2%
$K=1^E-6$	9.40456E-7	9.15827E-7	2.6%
$K=1^E-5$	9.48119E-6	8.8541E-6	6.6%

Πίνακας 8: Πρόβλεψη διαπερατότητας συστήματος όταν μεταβάλλουμε την διαπερατότητα του πορώδους υλικού.

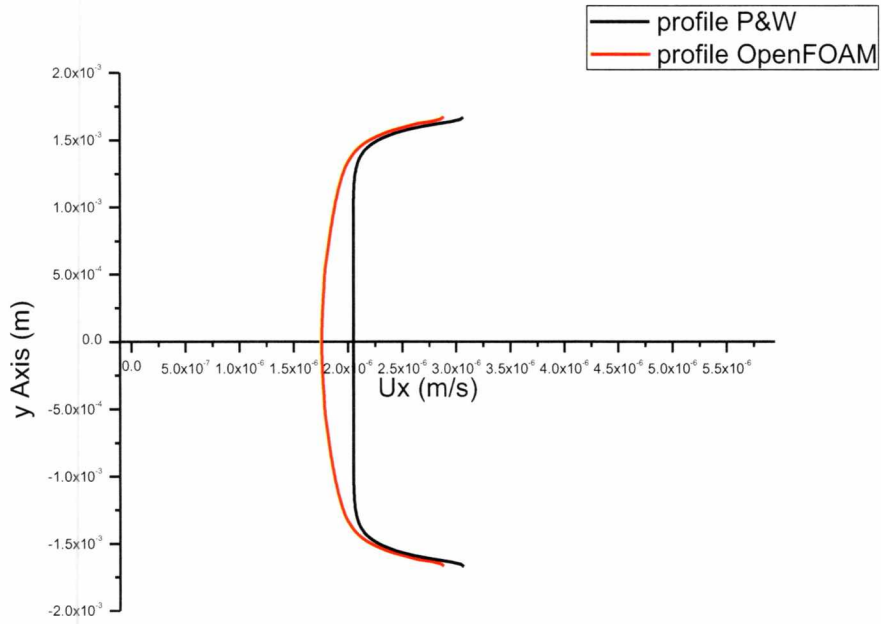
Μετά και τις τελευταίες προσομοιώσεις, εξετάστηκε η μεταβολή της διαπερατότητας του πορώδους υλικού και πως αυτή επηρεάζει την πρόβλεψη της διαπερατότητας του συστήματος από τα δύο μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε. Είναι ιδιαίτερα εμφανή η βελτίωση της απόκλισης των τιμών που δίνουν οι εξισώσεις των Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise (1996) σε σχέση με αυτές που απορρέουν από τα δεδομένα που λαμβάνουμε από το OpenFOAM. Όσο αυξάνεται η διαπερατότητα, τα δύο μοντέλα συγκλίνουν αρκετά και στην περίπτωση των δύο ελλείψεων αγγίζουν την διαφορά του 6%. Η εξέλιξη αυτή, είναι εν μέρη αναμενόμενη, καθώς όσο αυξάνουμε την διαπερατότητα η ροή του ρευστού διαμέσου του πορώδους υλικού διευκολύνεται. Αποτέλεσμα αυτού, είναι τα προφίλ των ταχυτήτων να

εξομαλύνονται, οι παροχές από τα δύο συστήματα να συγκλίνουν και άρα η απόκλιση στην πρόβλεψη της διαπερατότητας να εμφανίζει πτωτική τάση.

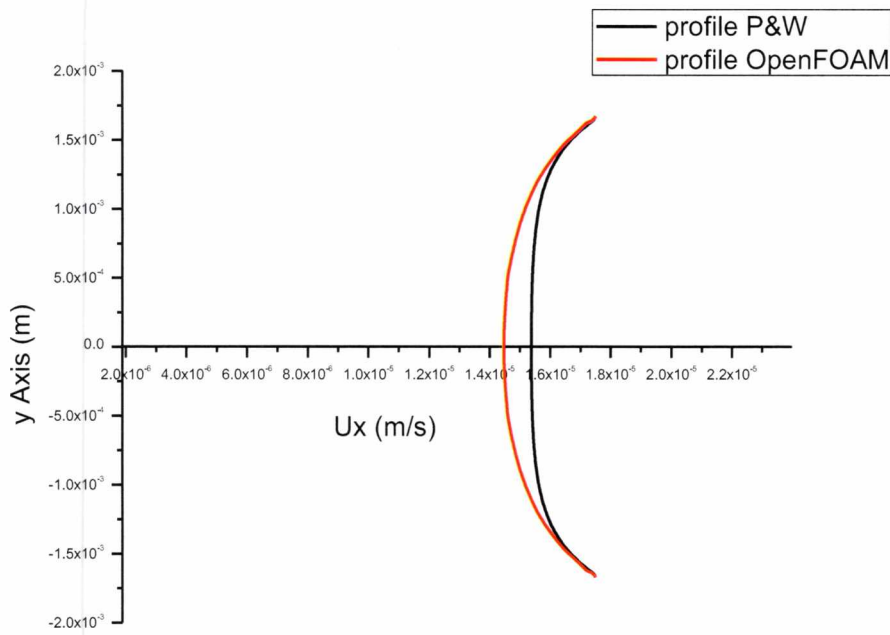


Εικόνα 54: Παραμετροποίηση διαπερατότητας πορώδους κυκλικής διατομής καθώς και ελλειπτικής διατομής αναλογιών 2 προς 1 και 3 προς 1.

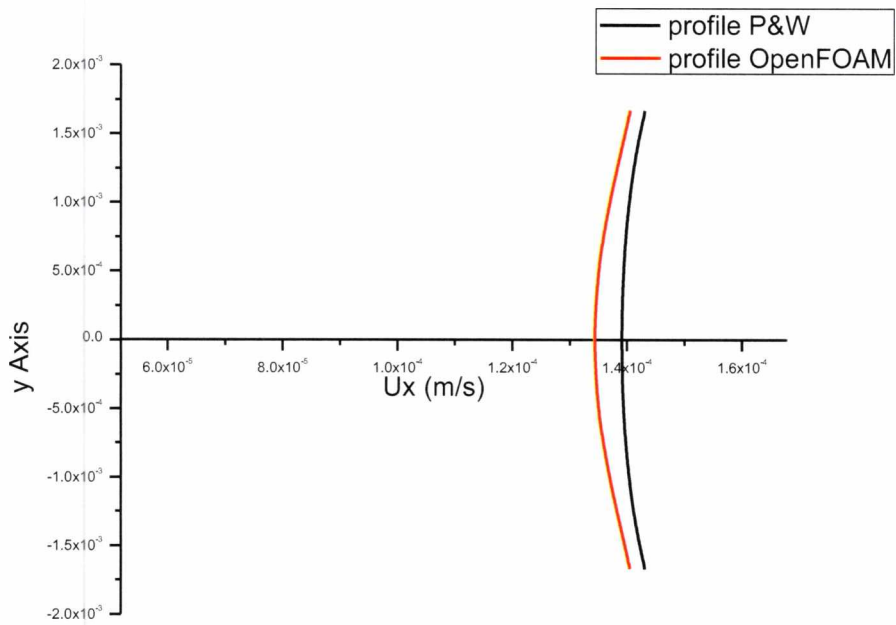
Επίσης, για την ελλειπτική διατομή πορώδους υλικού αναλογίας 3 προς 1, παραθέτουμε και την κατανομή των ταχυτήτων για τις διάφορες περιπτώσεις διαπερατότητας με τις οποίες ασχοληθήκαμε.



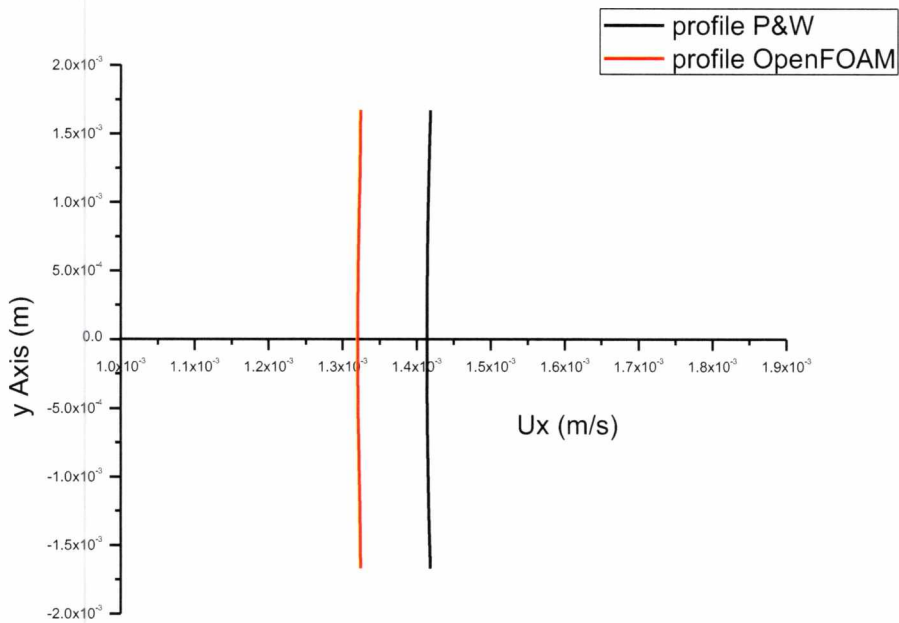
Εικόνα 55: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1, πορώδες 25%, διαπερατότητα $K=10^{-8} \text{ m}^2$.



Εικόνα 56: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1, πορώδες 25%, διαπερατότητα $K=10^{-7} \text{ m}^2$.



Εικόνα 57: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1, πορώδες 25%, διαπερατότητα $K=10^{-6} \text{ m}^2$.



Εικόνα 58: Ελλειπτικής διατομής πορώδες υλικό αναλογίας 3 προς 1, πορώδες 25%, διαπερατότητα $K=10^{-5} \text{ m}^2$.

Κεφάλαιο 8. Βιβλιογραφία.

Patankar, S.V., Spalding D.B. (1972). *A Calculation Procedure for Heat, Mass, and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows*.

Darcy's law. (1856). Ανάκτηση από wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Darcy's_law

OpenFOAM®. (2004). Ανάκτηση από OpenFOAM: <http://www.openfoam.com/>

Dullien. (1992). Macroscopic pore structure parameters. Στο F. DULLIEN, *Fluid Transport and Pore Structure*. San Diego: Academic Press INC.

Foundation, U. G. (n.d.). *User Guide*. Ανάκτηση από <http://www.openfoam.org/docs/user/>

Frederick R. Phelan Jr, Geoff Wise. (1996). Analysis of transverse flow in aligned fibrous porous media. *Elsevier Science Limited*.

Hafsteinsson, H. E. (2009). *Porous Media in OpenFOAM*. Chalmers.

Haidong Liu, P. R. (2007). On Darcy-Brinkman Equation. *On Darcy-Brinkman Equation: Viscous Flow Between Two Parallel Plates Packed with Regular Square Arrays of Cylinders*.

Klinkenberg, L. J. (1941). The Permeability Of Porous Media To Liquids And Gases. American Petroleum Institute.

porous Applications. (n.d.). Ανάκτηση από <http://www.appliedporous.com/apps.htm>

R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot. (2002). *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, Inc.

Weller, H. (2004). *OpenFOAM Programmer's Guide*. Ανάκτηση από www.opencfd.co.uk



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000118213