

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

**ΕΛΕΓΧΟΣ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟΣ ΣΕ ΜΟΝΤΕΛΟ  
ΣΕΡΒΟΜΗΧΑΝΙΣΜΟΥ ΕΝΟΣ ΒΑΘΜΟΥ  
ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ**

υπό

Νιμβριώτη Παναγιώτη

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των  
απαιτήσεων για την απόκτηση του  
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού  
2012



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 11175/1  
Ημερ. Εισ.: 04-03-2013  
Δωρεά: Συγγραφέα  
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ - ΜΜ  
2012  
NIM

© 2012 Νιμβριώτης Παναγιώτης

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής Δρ. Βλάχος Κωνσταντίνος  
(Επιβλέπων) Συμβασιούχος Διδάσκων (Π.Γ. 407/80), Τμήμα Μηχανολόγων  
Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Σταματέλλος Τάσος  
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Πανεπιστήμιο  
Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Σταπουντζής Ερρίκος  
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

## Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, κ. Κωνσταντίνο Βλάχο, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητές κ. Τάσο Σταματέλλο και κ. Ερρίκο Σταπουντζή για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Οφείλω ευχαριστίες στον μηχανοτεχνίτη του τμήματος κ. Αθανάσιο Βέργο, για την βοήθεια του στην εγκατάσταση της πειραματικής διάταξης. Πάνω απ' όλα είμαι ευγνώμων στους γονείς μου και στον αδερφό μου για την αγάπη και υποστήριξη τους όλα αυτά τα χρόνια. Αφιερώνω σε αυτούς αυτή την εργασία.

Νιμβριώτης Παναγιώτης

# ΕΛΕΓΧΟΣ ΒΑΣΙΣΜΕΝΟΣ ΣΕ ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΕΡΒΟΜΗΧΑΝΙΣΜΟΥ ΕΝΟΣ ΒΑΘΜΟΥ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ

Νιμβριώτης Παναγιώτης

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2012

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Βλάχος Κωνσταντίνος, Συμβασιούχος Διδάσκων  
(Π.Γ. 407/80)

## Περίληψη

Τα συστήματα ελέγχου σερβομηχανισμών χρησιμοποιούνται ευρέως σε βιομηχανικές εφαρμογές για το έλεγχο και την διόρθωση της συμπεριφοράς μηχανικών συστημάτων. Συχνά σε αυτά τα συστήματα εμφανίζονται μη γραμμικά φαινόμενα που δημιουργούν προβλήματα στην απόδοση των συστημάτων ελέγχου τους.

Σε αυτήν την διπλωματική εργασία μελετώνται τα διάφορα μη γραμμικά φαινόμενα που εμφανίζονται σε ένα τυπικό σύστημα σερβομηχανισμού και στην συνέχεια σχεδιάζεται με την βοήθεια λογισμικού ένας ελεγκτής κατάλληλος για τέτοιου είδους φαινόμενα. Ο ελεγκτής που σχεδιάστηκε βασίζεται στο μοντέλο του συστήματος για την ακύρωση των μη γραμμικών φαινομένων.

Από την εφαρμογή του ελεγκτή στο σύστημα του σερβομηχανισμού προκύπτουν κάποια σημαντικά συμπεράσματα σχετικά με την συμπεριφορά του. Επίσης γίνεται φανερό ότι η απόδοση του εξαρτάται από το σύστημα στο οποίο εφαρμόζεται καθώς και από την ακρίβεια του μοντέλου στο οποίο βασίζεται.

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1	Κίνητρο και υπόβαθρο . . . . .	1
1.2	Βιβλιογραφική ανασκόπηση . . . . .	1
1.3	Θεωρητικό Υπόβαθρο . . . . .	2
1.3.1	Σύστημα σερβομηχανισμού . . . . .	2
1.3.2	Έλεγχος βασισμένος σε μοντέλο . . . . .	3
1.3.3	Παράδειγμα ελέγχου βασισμένου σε μοντέλο . . . . .	4
1.4	Οργάνωση διπλωματικής εργασίας . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Ανάλυση Συστήματος</b>	<b>8</b>
2.1	Περιγραφή της εγκατάστασης . . . . .	8
2.1.1	Μοντελοποίηση του συστήματος . . . . .	9
2.1.2	Μοντελοποίηση τριβής . . . . .	10
2.2	Μοντελοποίηση στο χώρο κατάστασης . . . . .	11
2.3	Σχεδιασμός ελεγκτή βασισμένου σε μοντέλο . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Εισαγωγή του μοντέλου στο Matlab</b>	<b>16</b>
3.1	Υπολογισμός των παραμέτρων . . . . .	16
3.1.1	Υπολογισμός δυνάμεων τριβής . . . . .	17
3.1.2	Υπολογισμός κρεμάμενης μάζας . . . . .	24
3.1.3	Υπολογισμός ροπής αδράνειας . . . . .	24
3.1.4	Παράμετροι ηλεκτροκινητήρα . . . . .	26
3.2	Εισαγωγή του συστήματος ελέγχου στο Matlab . . . . .	27
3.3	Αποτελέσματα . . . . .	27
3.3.1	Σύστημα ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας . . . . .	28
3.3.2	Σύστημα έκκεντρης κρεμάμενης μάζας . . . . .	31
3.3.3	Σύστημα τροχαλίας-νήματος . . . . .	34
3.4	Συμπεράσματα και σύγκριση . . . . .	37

<b>4</b>	<b>Εφαρμογή του ελεγκτή στο πραγματικό σύστημα</b>	<b>39</b>
4.1	Εφαρμογή του ελεγκτή στο πραγματικό σύστημα . . . . .	39
4.2	Πειραματικά αποτελέσματα . . . . .	46
4.2.1	Σύστημα με ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα . . . . .	46
4.2.2	Σύστημα με έκκεντρη κρεμάμενη μάζα . . . . .	49
4.2.3	Σύστημα τροχαλίας νήματος . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντικές εργασίες</b>	<b>63</b>
5.1	Συμπεράσματα . . . . .	63
5.2	Προτάσεις για μελλοντικές εργασίες . . . . .	65
	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>66</b>
<b>A'</b>	<b>Παράρτημα</b>	<b>67</b>
A'.1	Κώδικες . . . . .	67
A'.1.1	Embedded MATLAB Function . . . . .	67
A'.2	Κώδικας εύρεσης των παραμέτρων του μοντέλου τριβής . . . . .	69
A'.3	Χαρακτηριστικά κινητήρα . . . . .	72
A'.4	Χαρακτηριστικά κάρτας NI PCI-6221 . . . . .	73



# Κατάλογος σχημάτων

1.1	Δομικό διάγραμμα που περιγράφει την δομή του ελεγκτή [4]. . . . .	4
1.2	Το σύστημα του παραδείγματος . . . . .	5
1.3	Δομικό διάγραμμα του ελεγκτή του παραδείγματος . . . . .	6
2.1	Δομικό διάγραμμα της εγκατάστασης. . . . .	8
2.2	Μοντέλο του Stribeck για την τριβή . . . . .	11
2.3	Δομικό διάγραμμα της εγκατάστασης μετά το κλείσιμο του βρόγχου .	14
3.1	Φωτογραφίες των συστημάτων που μελετήθηκαν. . . . .	17
3.2	Μοντέλο του Stribeck στο curve fitting tool για το σύστημα με την ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα . . . . .	20
3.3	Μοντέλο του Stribeck στο curve fitting tool για το σύστημα με την έγκεντρα μάζα . . . . .	21
3.4	Μοντέλο του Stribeck στο curve fitting tool για το σύστημα τροχαλίας-νήματος . . . . .	23
3.5	Απόκριση του συστήματος σε ανοιχτό βρόχο με τάση διέγερσης 3 Volt	25
3.6	State-space block του συστήματος χωρίς τους μη γραμμικούς όρους . .	27
3.7	Μοντέλο του συστήματος ελέγχου στο simulink . . . . .	28
3.8	Απόκριση μοντέλου του συστήματος της ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας, για επιθυμητή τιμή $\pi/2$ . . . . .	28
3.9	Επίδραση της απόκλισης της τριβής ( $\alpha'$ ), και της ροπής αδράνειας ( $\beta'$ ) από τις πραγματικές τους τιμές. Σύστημα ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας . . . . .	29
3.10	Απόκριση μοντέλου σε διαταραχή $10^{-3}N$ . Σύστημα ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας . . . . .	30
3.11	Σύγκριση μεταξύ γραμμικού και “model based” ελέγχου. Σύστημα ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας . . . . .	30

3.12	Απόκριση μοντέλου του συστήματος της έκκεντρης κρεμάμενης μάζας, για επιθυμητή τιμή $\pi/2$ . . . . .	31
3.13	Επίδραση της απόκλισης της τριβής ( $\alpha'$ ), της ροπής αδράνειας ( $\beta'$ ) και της έκκεντρης μάζας από τις πραγματικές τους τιμές. Σύστημα έκκεντρης κρεμάμενης μάζας . . . . .	32
3.14	Απόκριση μοντέλου σε διαταραχή $10^{-3}N$ . Σύστημα έκκεντρης κρεμάμενης μάζας . . . . .	33
3.15	Σύγκριση μεταξύ γραμμικού και “model based” ελέγχου. Σύστημα έκκεντρης κρεμάμενης μάζας . . . . .	33
3.16	Απόκριση μοντέλου του συστήματος τροχαλίας-νήματος, για επιθυμητή τιμή $\pi/2$ . . . . .	35
3.17	Επίδραση της απόκλισης της τριβής ( $\alpha'$ ), και της ροπής αδράνειας ( $\beta'$ ) από τις πραγματικές τους τιμές. Σύστημα τροχαλίας-νήματος . . . . .	35
3.18	Απόκριση μοντέλου σε διαταραχή $10^{-3}N$ . Σύστημα τροχαλίας-νήματος	36
3.19	Σύγκριση μεταξύ γραμμικού και “model based” ελέγχου. Σύστημα τροχαλίας-νήματος . . . . .	36
4.1	Το δομικό διάγραμμα του συστήματος με την ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα. . . . .	40
4.2	Το block παραγωγής που χρησιμοποιήθηκε. . . . .	41
4.3	Οι παράμετροι του φίλτρου. . . . .	42
4.4	Το δομικό διάγραμμα του συστήματος με την έκκεντρη κρεμάμενη μάζα.	44
4.5	Συντελεστής στατικής τριβής συναρτήσει της θέσης, για την θέση χρησιμοποιήθηκε ο λόγος $\frac{\theta}{\theta_d}$ . . . . .	45
4.6	Απόκριση του συστήματος της ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi \text{ rad}$ . . . . .	46
4.7	Απόκριση του συστήματος της ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ . . . . .	47
4.8	Απόκριση του συστήματος της ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi \text{ rad}$ . . . . .	47
4.9	Απόκριση του συστήματος της ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας για επιθυμητή τιμή $2\pi \text{ rad}$ . . . . .	48
4.10	Απόκριση του συστήματος της κρεμάμενης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ . . . . .	49
4.11	Απόκριση του συστήματος της κρεμάμενης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ . . . . .	50

4.12 Απόκριση του συστήματος της κρεμάμενης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ .	50
4.13 Απόκριση του συστήματος της κρεμάμενης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση και του συντελεστή τριβής $\text{cof}$ .	51
4.14 Απόκριση του συστήματος της κρεμάμενης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση και του συντελεστή τριβής $\text{cof}$ .	52
4.15 Απόκριση του συστήματος της κρεμάμενης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση και του συντελεστή τριβής $\text{cof}$ .	52
4.16 Απόκριση του συστήματος της κρεμάμενης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση του συντελεστή τριβής $\text{cof}$ και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή.	53
4.17 Απόκριση του συστήματος της κρεμάμενης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση του συντελεστή τριβής $\text{cof}$ και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή.	54
4.18 Απόκριση του συστήματος της κρεμάμενης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση του συντελεστή τριβής $\text{cof}$ και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή.	54
4.19 Απόκριση του συστήματος της κρεμάμενης μάζας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση του συντελεστή τριβής $\text{cof}$ και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή.	55
4.20 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ .	56
4.21 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $\pi/2 \text{ rad}$ .	57
4.22 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $\pi \text{ rad}$ .	57
4.23 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $\pi \text{ rad}$ .	58
4.24 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $\pi \text{ rad}$ .	58
4.25 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $\pi \text{ rad}$ .	59

4.26 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $2\pi$ <i>rad</i> . . . . .	59
4.27 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $2\pi$ <i>rad</i> . . . . .	60
4.28 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $2\pi$ <i>rad</i> . . . . .	60
4.29 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $\pi/2$ <i>rad</i> . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή. . . . .	61
4.30 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $\pi$ <i>rad</i> . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή. . . . .	61
4.31 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $2\pi$ <i>rad</i> . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή. . . . .	62
4.32 Απόκριση του συστήματος νήματος-τροχαλίας για επιθυμητή τιμή $\pi/2$ <i>rad</i> . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή. . . . .	62

## Κατάλογος πινάκων

3.1	Αποτελέσματα μετρήσεων, 0.1 με 20 $rad/sec$ , σύστημα με ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα . . . . .	19
3.2	Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο τριβής, σύστημα με ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα. . . . .	20
3.3	Αποτελέσματα μετρήσεων, 0.5 με 3.5 $rad/sec$ , σύστημα με έκκεντρη μάζα	21
3.4	Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο τριβής, σύστημα με έκκεντρη μάζα . . . . .	21
3.5	Αποτελέσματα μετρήσεων, 0.1 με 10 $rad/sec$ , σύστημα τροχαλίας-νήματος	22
3.7	Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο τριβής, σύστημα τροχαλίας-νήματος. . . . .	23
3.8	Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο, σύστημα με ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα. . . . .	29
3.9	Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο, σύστημα με την κρεμάμενη μάζα. . . . .	31
3.10	Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο, σύστημα τροχαλίας-νήματος	34

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Κίνητρο και υπόβαθρο

Ο σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μοντελοποίηση και ο έλεγχος ενός συστήματος σερβομηχανισμού που εμφανίζει έντονα μη γραμμικά φαινόμενα. Τα φαινόμενα αυτά εμφανίζονται στα περισσότερα μηχανικά συστήματα στην πράξη και η ύπαρξή τους προκαλεί προβλήματα στην απόδοση των συστημάτων ελέγχου τους. Επομένως είναι σημαντικό να μελετηθούν αυτά τα φαινόμενα και να βρεθεί ένας τρόπος αντιμετώπισης τους.

Με την εξέλιξη των υπολογιστικών συστημάτων είναι δυνατόν να σχεδιαστεί με την βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή ένας ελεγκτής που να μπορεί να ελέγξει ένα τέτοιο σύστημα. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται σε αυτή την εργασία είναι ο σχεδιασμός ενός ελεγκτή βασισμένου στο μοντέλο του συστήματος (model based control) για την ακύρωση των μη γραμμικών φαινομένων.

Το πιο κοινό μη γραμμικό φαινόμενο που εμφανίζεται στα μηχανικά συστήματα είναι οι δυνάμεις τριβής. Οι δυνάμεις τριβής είναι ένα φυσικό φαινόμενο δύσκολο να μοντελοποιηθεί με ακρίβεια και στην περίπτωση που είναι έντονες μπορούν να προκαλέσουν σημαντικά προβλήματα στην απόδοση των συστημάτων ελέγχου, όπως σφάλματα μόνιμης κατάστασης ή αστάθεια. Επομένως είναι απαραίτητη η όσο το δυνατόν καλλίτερη προσέγγιση τους για την μείωση αυτών των προβλημάτων.

### 1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Υπάρχουν πολλές μελέτες σχετικά με τα συστήματα ελέγχου σερβομηχανισμών, στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν κυρίως αυτές που αναφέρονται στον σχε-

διασμό μη γραμμικού ελεγκτή βασισμένου σε μοντέλο.

Στο [1] αναφέρονται κάποιες γενικές πληροφορίες για τα συστήματα σερβομηχανισμών. Τα [2] και [3] χρειάστηκαν για το θεωρητικό υπόβαθρο του αυτομάτου ελέγχου γενικότερα, ενώ το [4] και κυρίως τα κεφάλαια 9 και 10, αναφέρονται στο θεωρητικό σχεδιασμό ελεγκτή βασισμένου σε μοντέλο.

Τα [5] και [6] αναφέρονται κυρίως στα μοντέλα τριβών από τα οποία χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο του Stribeck για την μοντελοποίηση της τριβής.

Η διπλωματική [7] περιγράφει τον γραμμικό έλεγχο του συστήματος ενώ περιέχει και πληροφορίες σχετικά με την μεθοδολογία μετρήσεων των παραμέτρων του συστήματος. Από την [8] χρησιμοποιήθηκε ο ελεγκτής για τον έλεγχο ταχύτητας που χρειάστηκε στον υπολογισμό των δυνάμεων τριβής.

Επίσης, σχετικά με το λογισμικό MATLAB και Simulink χρησιμοποιήθηκαν πληροφορίες από το [9]. Πληροφορίες σχετικά με τα χαρακτηριστικά του συστήματος ελέγχου βρέθηκαν από τα [10] και [11].

## 1.3 Θεωρητικό Υπόβαθρο

### 1.3.1 Σύστημα σερβομηχανισμού

Ο σερβομηχανισμός αποτελεί ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου που έχει ως σκοπό να διορθώσει την απόκριση ενός μηχανικού συστήματος με βάση μία επιθυμητή συμπεριφορά [1]. Οι μεταβλητές που ελέγχει ένα τέτοιο σύστημα είναι η θέση ή κάποιες από τις παράγωγους της. Για την μέτρηση των μεγεθών χρησιμοποιείται ένας αισθητήρας που συνήθως μετράει θέση ή ταχύτητα. Στην συνέχεια γίνεται ανάδραση της μετρούμενης μεταβλητής ώστε να συγκριθεί με την επιθυμητή. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται ένα σφάλμα που δείχνει την απόκλιση της πραγματικής τιμής της μεταβλητής από την επιθυμητή. Το σφάλμα τροφοδοτείται στον ελεγκτή του συστήματος ελέγχου και η έξοδος του ελεγκτή στον ενισχυτή για να ενισχύσει το σήμα που θα οδηγήσει τον ηλεκτροκινητήρα.

Σε ένα τέτοιο σύστημα αυτομάτου ελέγχου σημαντικό ρόλο παίζει ο ελεγκτής. Ο πιο συνηθισμένος τύπος ελεγκτή είναι ο PID controller, ο οποίος αποτελείται από τρεις βασικούς όρους τον Αναλογικό (Proportional) τον Ολοκληρωτικό (Integral) και τον Διαφορικό (Derivative). Ακολουθεί η μαθηματική περιγραφή του:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (1.1)$$

Όπου:

$u(t)$  : Η έξοδος του ελεγκτή

$e(t)$  : σφάλμα που προκύπτει από την σύγκριση της μετρούμενης ποσότητας με την πραγματική

$k_p$  : Το κέρδος του αναλογικού όρου

$k_i$  : Το κέρδος του ολοκληρωτικού όρου

$k_d$  : Το κέρδος του διαφορικού όρου

Γενικά ο PID controller δίνει καλά αποτελέσματα για σχετικά απλά συστήματα αλλά στην περίπτωση που το ελεγχόμενο σύστημα είναι πιο πολύπλοκο ή περιλαμβάνει έντονα μη γραμμικά φαινόμενα το αποτέλεσμα δεν είναι ικανοποιητικό.

### 1.3.2 Έλεγχος βασισμένος σε μοντέλο

Στην περίπτωση που το ελεγχόμενο σύστημα περιλαμβάνει σημαντικά μη γραμμικά φαινόμενα ο τυπικός PID controller δεν επαρκεί. Για τέτοιες περιπτώσεις υπάρχουν μέθοδοι σχεδιασμού ελεγκτών που να μπορούν να ακυρώσουν τα μη γραμμικά φαινόμενα. Μία τέτοια μέθοδος είναι ο σχεδιασμός του ελεγκτή βασισμένου σε μοντέλο.

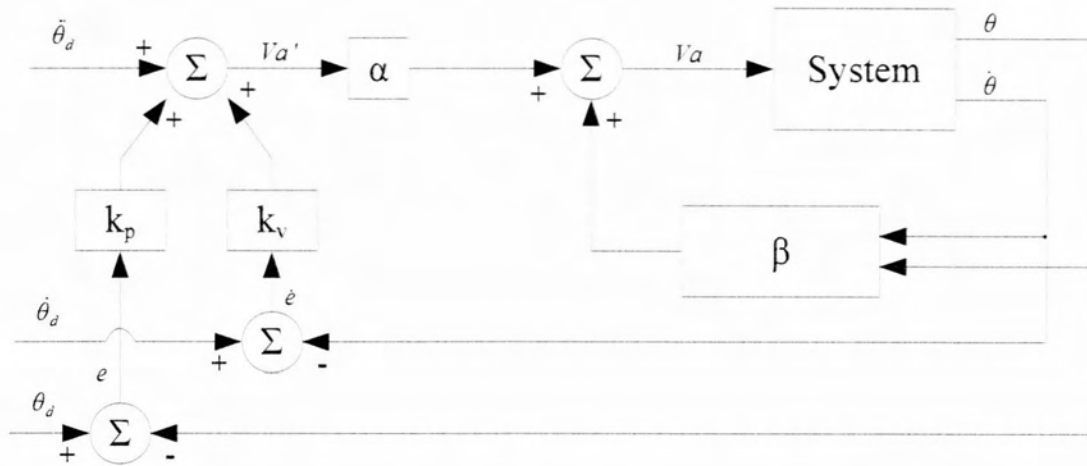
Σε ένα μη γραμμικό σύστημα οι πόλοι δεν παραμένουν σταθεροί καθώς αυτό αλλάζει κατάσταση αλλά μετακινούνται στο μιγαδικό επίπεδο. Η διαδικασία επιλογής των κερδών του ελεγκτή με βάση μία επιθυμητή απόκριση δεν είναι εφικτή, για να έχουμε για παράδειγμα κρίσιμη απόσβεση, θα πρέπει τα κέρδη να μεταβάλλονται ανάλογα με την κατάσταση του συστήματος [4].

Εναλλακτικά θα μπορούσε να γίνει ακύρωση των μη γραμμικών φαινομένων ώστε ο ελεγκτής να ελέγχει ένα σύστημα που να συμπεριφέρεται σαν γραμμικό. Αυτό θα μπορούσε να γίνει μόνο στην περίπτωση που είναι γνωστά τα μη γραμμικά φαινόμενα.

Για τον λόγο αυτό ο ελεγκτής που θα μελετηθεί στην παρούσα εργασία θα χωριστεί σε δύο τμήματα, το model-based portion και το servo portion, σχήμα (1.1). Στο πρώτο εμπεριέχονται οι παράμετροι του συστήματος, όπως για παράδειγμα η μάζα και οι δυνάμεις τριβής, ενώ το δεύτερο είναι ένας κλασικός σερβομηχανισμός ελέγχου θέσης.

Το τμήμα του σερβομηχανισμού είναι ανεξάρτητο από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος με αποτέλεσμα να αντιμετωπίζει κάθε σύστημα σαν ένα σύστημα





Σχήμα 1.1: Δομικό διάγραμμα που περιγράφει την δομή του ελεγκτή [4].

με μοναδιαία μάζα και μηδενικές εξωτερικές δυνάμεις όπως οι τριβές. Σε αυτήν την περίπτωση είναι εύκολο να επιλεχθούν τα κέρδη του ελεγκτή γιατί έχει γίνει γραμμικοποίηση του συστήματος. Για να συμβεί αυτό βέβαια απαιτείται η ακριβής γνώση των παραμέτρων του συστήματος.

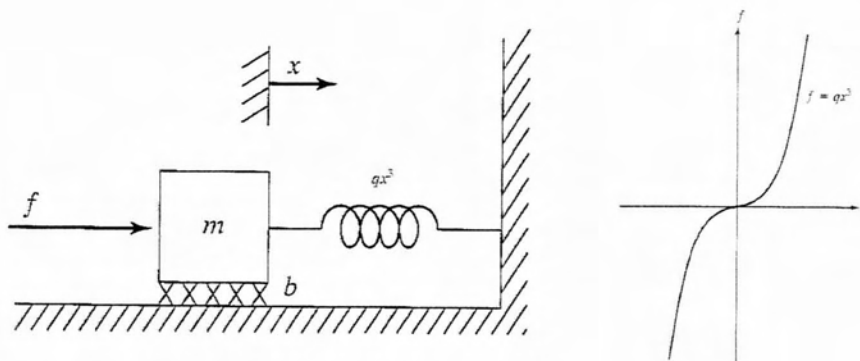
Η εφαρμογή της μεθόδου αυτής για το τυπικό σύστημα σερβομηχανισμού βρίσκεται στην ενότητα 2.3 ενώ ακολουθεί ένα παράδειγμα που δείχνει την εφαρμογή της σε ένα απλό σύστημα μίας μάζας.

### 1.3.3 Παράδειγμα ελέγχου βασισμένου σε μοντέλο

Ας θεωρήσουμε το σύστημα του σχήματος 1.2, ένα σύστημα μίας μάζας  $m$  σε επαφή με μία επιφάνεια και ένα ελατήριο το οποίο συμπεριφέρεται μη γραμμικά. Η δύναμη που ασκεί στη μάζα δίνεται από την σχέση  $f = qx^3$ . Το σύστημα είναι μη γραμμικό, ενός βαθμού ελευθερίας, δεύτερης τάξης και η κίνηση του περιγράφεται από την διαφορική εξίσωση  $m\ddot{x} + b\dot{x} + qx^3 = 0$

Αν θέλουμε να εφαρμόσουμε αυτόματο έλεγχο στο σύστημα πρέπει να προσθέσουμε έναν “actuator” που μπορεί να ασκήσει μία δύναμη  $f$  στην μάζα του συστήματος και επίσης κάποιον αισθητήρα που να μετράει την θέση και την ταχύτητα της μάζας  $m$ . Σε αυτήν την περίπτωση το σύστημα περιγράφεται από την εξίσωση  $m\ddot{x} + b\dot{x} + qx^3 = f$ .

Έτσι, αν για παράδειγμα θέλουμε να ελέγξουμε την θέση της μάζας, κάνουμε ανάδραση της μεταβλητής  $x$  και την συγκρίνουμε με κάποια επιθυμητή τιμή  $x_d$ . Τότε, αν έχουμε έναν ελεγκτή με αναλογικό και διαφορικό όρο, έχουμε:



Σχήμα 1.2: Το σύστημα του παραδείγματος [4].

$$f = -k_p x - k_v \dot{x} \quad (1.2)$$

Το σύστημα ελέγχου αυτό είναι γραμμικό.

Για την εφαρμογή ελέγχου βασισμένου σε μοντέλο θα χρησιμοποιηθεί ο ελεγκτής του σχήματος 1.1 αλλά με έξοδο την  $f$  αντί για την  $Va$ .

Για την ακύρωση των φυσικών χαρακτηριστικών του συστήματος πρέπει να ισχύει η σχέση  $f = \alpha f' + \beta$ . Μέσω αυτής της σχέσης επιλέγονται τα  $\alpha$  και  $\beta$  με την  $f'$  να είναι η νέα έξοδος του συστήματος ελέγχου, δηλαδή:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + qx^3 = \alpha f' + \beta \quad (1.3)$$

Επομένως πρέπει:

$$\alpha = m \quad (1.4)$$

$$\beta = b\dot{x} + qx^3 \quad (1.5)$$

και τότε:

$$f' = \ddot{x} \quad (1.6)$$

επίσης

$$f' = \ddot{x}_d + k_p e + k_v \dot{e} \quad (1.7)$$

Από την (1.6) η (1.7) γίνεται:

$$\ddot{x} = \ddot{x}_d + k_p e + k_v \dot{e} \quad (1.8)$$

$$\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e = 0 \quad (1.9)$$

Η (1.9) είναι μία γραμμική συνήθης διαφορική εξίσωση και μπορούμε πλέον να εφαρμόσουμε μετασχηματισμό Laplace. Έτσι μπορούμε εύκολα να επιλέξουμε τα κέρδη ώστε να έχουμε κρίσιμη απόσβεση.

Το δομικό διάγραμμα ενός τέτοιου συστήματος ελέγχου φαίνεται στο σχήμα 1.3.

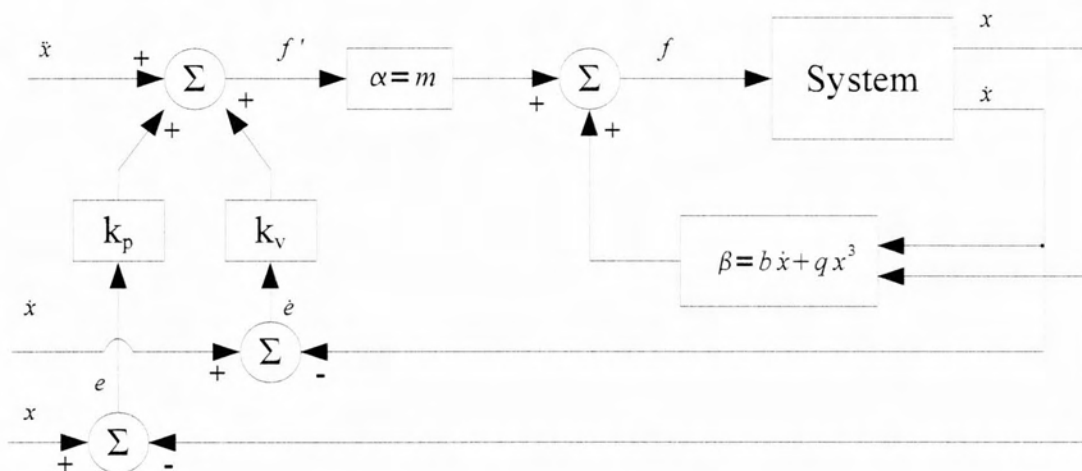
### 1.4 Οργάνωση διπλωματικής εργασίας

Το υπόλοιπο αυτής της διπλωματικής εργασίας χωρίζεται σε τρεις ενότητες που καταλαμβάνουν τα Κεφάλαια 2 - 4, αντίστοιχα. Συγκεκριμένα:

Στο κεφάλαιο 2 γίνεται η μαθηματική μοντελοποίηση του συστήματος στο χώρο κατάστασης και σχεδιάζεται ο ελεγκτής.

Στο κεφάλαιο 3 εισάγεται το μοντέλο του συστήματος στο λογισμικό Matlab/Simulink με σκοπό να βγουν κάποια συμπεράσματα σχετικά με την θεωρητική λειτουργία του ελεγκτή.

Στο κεφάλαιο 4 εφαρμόζεται ο ελεγκτής στο πραγματικό σύστημα ελέγχου, παρουσιάζονται οι αλλαγές που χρειάστηκε να γίνουν και τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του.



Σχήμα 1.3: Δομικό διάγραμμα του ελεγκτή του παραδείγματος

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τέλος, στο κεφάλαιο 5 βρίσκονται τα τελικά συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας μαζί με κάποιες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

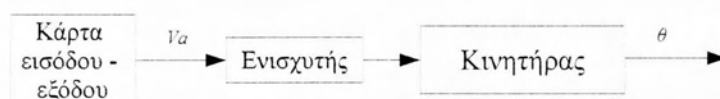
## Κεφάλαιο 2

# Ανάλυση Συστήματος

### 2.1 Περιγραφή της εγκατάστασης

Το σύστημα στο οποίο θα πραγματοποιηθεί ο έλεγχος αποτελείται από έναν κινητήρα συνεχούς ρεύματος και έναν ενισχυτή ο οποίος είναι απαραίτητος για την οδήγηση του. Στο πίσω μέρος του κινητήρα είναι τοποθετημένος ένας αισθητήρας θέσης (encoder). Επίσης για την λειτουργία της διάταξης απαιτούνται και κάποια ακόμα στοιχεία όπως το τροφοδοτικό που παρέχει την απαιτούμενη ισχύ στον ενισχυτή και μία κάρτα εισόδου / εξόδου η οποία είναι τοποθετημένη σε ηλεκτρονικό υπολογιστή και μέσω του connector block επικοινωνεί με τον αισθητήρα και τον ενισχυτή. Στο σχήμα (2.1) φαίνεται ένα δομικό διάγραμμα του συστήματος ενώ πιο αναλυτικές πληροφορίες για το κάθε στοιχείο υπάρχουν στο παράρτημα Α'.3.

Είσοδος στο σύστημα του κινητήρα θεωρείται η τάση που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες του από τον ενισχυτή, που παραλαμβάνει την απαιτούμενη πληροφορία από την έξοδο της κάρτας εισόδου / εξόδου.



Σχήμα 2.1: Δομικό διάγραμμα της εγκατάστασης.

### 2.1.1 Μοντελοποίηση του συστήματος

Η δυναμική συμπεριφορά του κινητήρα περιγράφεται από δύο διαφορικές εξισώσεις που προκύπτουν από την εφαρμογή των νόμων του Kirchhoff και του Νεύτωνα. Ο νόμος του Kirchhoff περιγράφει το ηλεκτρικό κομμάτι ενώ ο νόμος του Νεύτωνα το κινηματικό.

Η μαθηματική περιγραφή θα γίνει στο πεδίο του χρόνου λόγω των μη γραμμικών φαινομένων. Η μοντελοποίηση που ακολουθεί αφορά ένα τυπικό σύστημα σερβομηχανισμού στο οποίο έχει αναρτηθεί μία μάζα μέσω μίας ράβδου σε απόσταση  $l$  μέτρων από τον άξονα του κινητήρα.

Από τον νόμο του Kirchhoff για το ηλεκτρικό κύκλωμα του κινητήρα έχουμε:

$$Va - L \frac{di}{dt} - iR - k_b \dot{\theta}(t) = 0 \Rightarrow L \frac{di}{dt} + iR = Va - k_b \dot{\theta}(t) \quad (2.1)$$

Λύνοντας ως προς το ρεύμα  $i(t)$ , προκύπτει:

$$i(t) = e^{-\frac{Rt}{L}} C_1 + \frac{Va - k_b \dot{\theta}(t)}{R} \quad (2.2)$$

Όπου:

$\dot{\theta}$ : Η γωνιακή ταχύτητα του άξονα του κινητήρα

$i$ : Το ρεύμα στο κύκλωμα του ηλεκτροκινητήρα

$Va$ : Η τάση στα άκρα του κινητήρα

$R$ : Η αντίσταση των τυλιγμάτων

$L$ : Η αυτεπαγωγή των τυλιγμάτων του πηνίου

$k_b$ : Η σταθερά ταχύτητας (back-EMF constant)

$C_1$ : Σταθερά ολοκλήρωσης

Όπου κάνουμε την παραδοχή ότι  $L = 0$  καθώς η ηλεκτρική σταθερά είναι πολύ μικρότερη της μηχανικής.

Έτσι η (2.2) γίνεται:

$$i(t) = \frac{Va - k_b \dot{\theta}(t)}{R} \quad (2.3)$$

Από την εφαρμογή του νόμου του Νεύτωνα:

$$J\ddot{\theta}(t) + \tau_f + M_g = \tau \quad (2.4)$$

Όπου:

$M_g$  : Η ροπή που ασκεί η μάζα. με  $M_g = mgl \cdot \sin(\theta(t))$

$J$  : Η ροπή αδράνειας του συστήματος

$\tau_f$  : Οι δυνάμεις τριβής

$\tau$  : Η ροπή που αναπτύσσεται από τον κινητήρα

Έτσι η (2.4) γίνεται:

$$J\ddot{\theta}(t) + \tau_f + mgl \sin(\theta(t)) = \tau \quad (2.5)$$

και

$$\tau = k_t \cdot i(t) \quad (2.6)$$

Από τις (2.3), (2.5) και (2.6) παίρνουμε:

$$J\ddot{\theta}(t) = -\tau_f + k_t \cdot i(t) - mgl \sin(\theta(t))$$

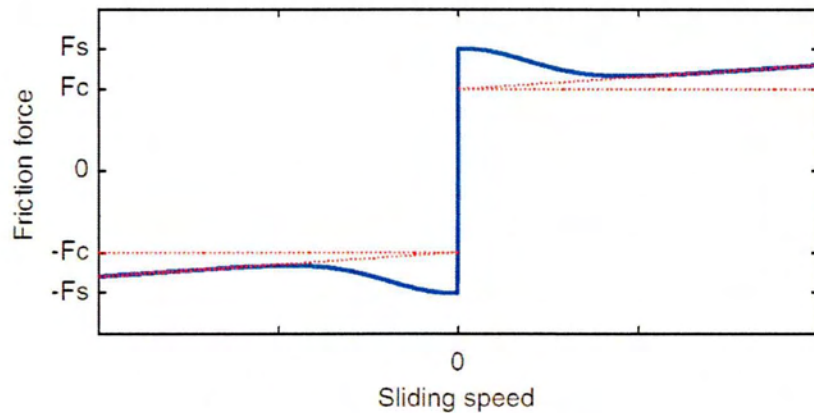
$$J\ddot{\theta}(t) = -\tau_f + k_t \left( \frac{Va - k_b \dot{\theta}(t)}{R} \right) - mgl \sin(\theta(t))$$

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{\tau_f}{J} + \frac{k_t k_b}{JR} \dot{\theta}(t) - \frac{mgl}{J} \sin(\theta(t)) + \frac{k_t}{JR} Va \quad (2.7)$$

### 2.1.2 Μοντελοποίηση τριβής

Για την μαθηματική περιγραφή των δυνάμεων τριβής έγινε χρήση του μοντέλου του Stribeck, σχήμα 2.2, [5], [6].

$$\tau_f = \left( \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-\left(\frac{|\dot{\theta}(t)|}{\omega_s}\right)^\alpha} \right) \text{sign}(\dot{\theta}) + b \cdot \dot{\theta} \quad (2.8)$$



Σχήμα 2.2: Μοντέλο του Stribeck για την τριβή [6].

με παραμέτρους τις  $\tau_c$ ,  $\tau_s$ ,  $\omega_s$ ,  $\alpha$ , και  $b$  οι οποίες προσδιορίστηκαν πειραματικά για το κάθε σύστημα. Η μεθοδολογία περιγράφεται αναλυτικότερα σε επόμενο κεφάλαιο.

Έτσι η εξίσωση (2.7) γίνεται:

$$\ddot{\theta}(t) = - \left( \frac{b}{J} + \frac{k_t k_b}{JR} \right) \dot{\theta}(t) - \frac{1}{J} \left( \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-\left( \frac{|\dot{\theta}(t)|}{\omega_s} \right)^\alpha} \right) \text{sign}(\dot{\theta}(t)) - \frac{mgl}{J} \sin(\theta(t)) + \frac{k_t}{JR} Va \quad (2.9)$$

## 2.2 Μοντελοποίηση στο χώρο κατάστασης

Για την ευκολότερη μοντελοποίηση του μη γραμμικού συστήματος οι εξισώσεις θα μεταφερθούν στο χώρο κατάστασης. Εκεί είναι πιο εύκολο να αναλυθεί το σύστημα με την χρήση κάποιου λογισμικού υπολογιστή όπως το Matlab.

Σαν μεταβλητές κατάστασης επιλέγονται η γωνία  $\theta(t)$  και η γωνιακή ταχύτητα  $\dot{\theta}(t)$ :

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta(t) \\ x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{\theta}(t) \end{aligned}$$



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Η μεταβλητή εισόδου είναι η  $Va$ :

$$u_1 = Va$$

Επομένως αντικαθιστώντας τις μεταβλητές κατάστασης και εισόδου στην εξίσωση (2.9) προκύπτουν οι εξισώσεις κατάστασης:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\left(\frac{b}{J} + \frac{k_t k_b}{JR}\right) x_2 - \frac{1}{J} \left(\tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-(|\dot{\theta}(t)|/\omega_s)^\alpha}\right) \text{sign}(x_2) - \frac{mgl}{J} \sin(x_1) + \frac{k_t}{JR} u_1 \end{aligned}$$

Η εξίσωση εξόδου είναι:

$$y = x_1$$

Στις εξισώσεις (2.10) και (2.11) δίνονται οι εξισώσεις κατάστασης σε μητρική μορφή, χωρίς τους μη γραμμικούς όρους.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (2.10)$$

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (2.11)$$

με

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\left(\frac{b}{J} + \frac{k_t k_b}{JR}\right) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\left(\frac{b}{J} + \frac{k_t k_b}{JR}\right) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Δηλαδή:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\left(\frac{b}{J} + \frac{k_t k_b}{JR}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_t}{JR} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

και

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

## 2.3 Σχεδιασμός ελεγκτή βασισμένου σε μοντέλο

Όπως είναι γνωστό, από την θεωρία του αυτομάτου ελέγχου, για να πραγματοποιηθεί έλεγχος σε ένα σύστημα πρέπει να γίνει ανάδραση μίας ή περισσότερων μεταβλητών, η οποίες μετρώνται από αισθητήρες, και στη συνέχεια σύγκριση τους με κάποια επιθυμητή τιμή. Στο συγκεκριμένο σύστημα ο αισθητήρας θέσης μετράει την μεταβολή της γωνίας και βγάζει σαν έξοδο μία παλμοσειρά η οποία εισέρχεται σαν είσοδος στην κάρτα εισόδου / εξόδου. Η εγκατάσταση μετά την ανάδραση παίρνει την μορφή του σχήματος 2.3.

Έτσι έχουμε ένα σύστημα που μπορεί να ελεγχθεί από έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή με την χρήση του κατάλληλου λογισμικού.

Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο του συστήματος είναι το Matlab, και κυρίως το Simulink, της "Mathworks". Για να γίνει εφικτός ο έλεγχος σε πραγματικό χρόνο έγινε χρήση του πακέτου "Real Time Windows Target".

Για τον σχεδιασμό του ελεγκτή εφαρμόζεται η μέθοδος που περιγράφεται στην ενότητα 1.3.2 και στο δομικό διάγραμμα του σχήματος 1.1 .

Για το συγκεκριμένο σύστημα προκύπτει από την (2.9) :

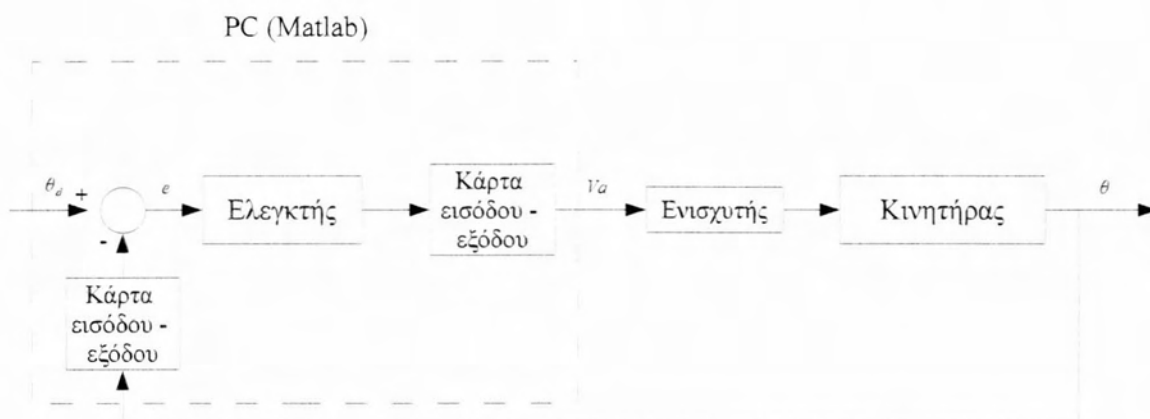
$$J\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) + \left( \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-(|\dot{\theta}(t)|/\omega_s)^\alpha} \right) \text{sign}(\dot{\theta}(t)) + mgl \sin(\theta(t)) = k_t \left( \frac{Va - k_b\dot{\theta}(t)}{R} \right)$$

$$J\ddot{\theta}(t) + \left( b + \frac{k_t k_b}{R} \right) \dot{\theta}(t) + \left( \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-(|\dot{\theta}(t)|/\omega_s)^\alpha} \right) \text{sign}(\dot{\theta}(t)) + mgl \sin(\theta(t)) = \frac{k_t}{R} Va$$

$$\begin{aligned} \frac{RJ}{k_t} \ddot{\theta}(t) + \frac{Rb + k_t k_t}{k_t} \dot{\theta}(t) + \frac{R}{k_t} \left( \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-(|\dot{\theta}(t)|/\omega_s)^\alpha} \right) \text{sign}(\dot{\theta}(t)) \\ + \frac{Rmgl}{k_t} \sin(\theta(t)) = Va \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$Va = \alpha Va' + \beta \quad (2.15)$$

Δηλαδή:



Σχήμα 2.3: Δομικό διάγραμμα της εγκατάστασης μετά το κλείσιμο του βρόγχου. Τα στοιχεία στο περιγράμμα ελέγχονται από Η/Υ.

$$\frac{RJ}{k_t} \ddot{\theta}(t) + \frac{Rb + k_b k_t}{k_t} \dot{\theta}(t) + \frac{R}{k_t} \left( \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-(|\dot{\theta}(t)|/\omega_s)^\alpha} \right) \text{sign}(\dot{\theta}(t)) + \frac{Rmgl}{k_t} \sin(\theta(t)) = \alpha V a' + \beta \quad (2.16)$$

Για να ισχύει η (2.16) πρέπει:

$$\alpha = \frac{RJ}{k_t} \quad (2.17)$$

$$\beta = \frac{Rb + k_b k_t}{k_t} \dot{\theta}(t) + \frac{R}{k_t} \left( \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-(|\dot{\theta}(t)|/\omega_s)^\alpha} \right) \text{sign}(\dot{\theta}(t)) + \frac{Rmgl}{k_t} \sin(\theta(t)) \quad (2.18)$$

$$V a' = \ddot{\theta}(t) + k_v \dot{\theta}(t) + k_p e(t) \quad (2.19)$$

Για το σφάλμα  $e = \theta_d - \theta(t)$ , ισχύει:

$$(\ddot{\theta}_d(t) + k_v \dot{e}(t) + k_p e(t))\alpha + \beta = \alpha \ddot{\theta}(t) + \beta$$

$$\ddot{e}(t) + \dot{e}(t)k_v + k_p e(t) = 0 \quad (2.20)$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Και επειδή  $\ddot{\theta}_d(t) = \dot{\theta}_d(t) = 0$  η (2.20) γίνεται:

$$\ddot{\theta}(t) + k_v \dot{\theta}(t) + k_p \theta(t) = k_p \theta_d \quad (2.21)$$

Με την εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου το σύστημα έχει γραμμικοποιηθεί, πράγμα που φαίνεται και από την εξίσωση (2.21). Τώρα μπορούμε να εφαρμόσουμε μετασχηματισμό Laplace για να υπολογίσουμε τα κέρδη του ελεγκτή.

Έτσι η (2.21) μετά από μετασχηματισμό Laplace γίνεται:

$$\frac{\Theta(s)}{\Theta_d(s)} = \frac{k_p}{s^2 + k_v s + k_p} \quad (2.22)$$

Η (2.22) είναι μία εξίσωση που αντιστοιχεί σε σύστημα δεύτερης τάξης, με  $\omega_n = \sqrt{k_p}$  και  $\zeta = \frac{k_v}{2\sqrt{k_p}}$ .

Για να έχουμε κρίσιμη απόσβεση πρέπει  $\zeta = 1$ :

$$\frac{k_v}{2\sqrt{k_p}} = 1 \Rightarrow k_v = 2\sqrt{k_p} \quad (2.23)$$

$$\text{π.χ. } k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

## Κεφάλαιο 3

### Εισαγωγή του μοντέλου στο Matlab

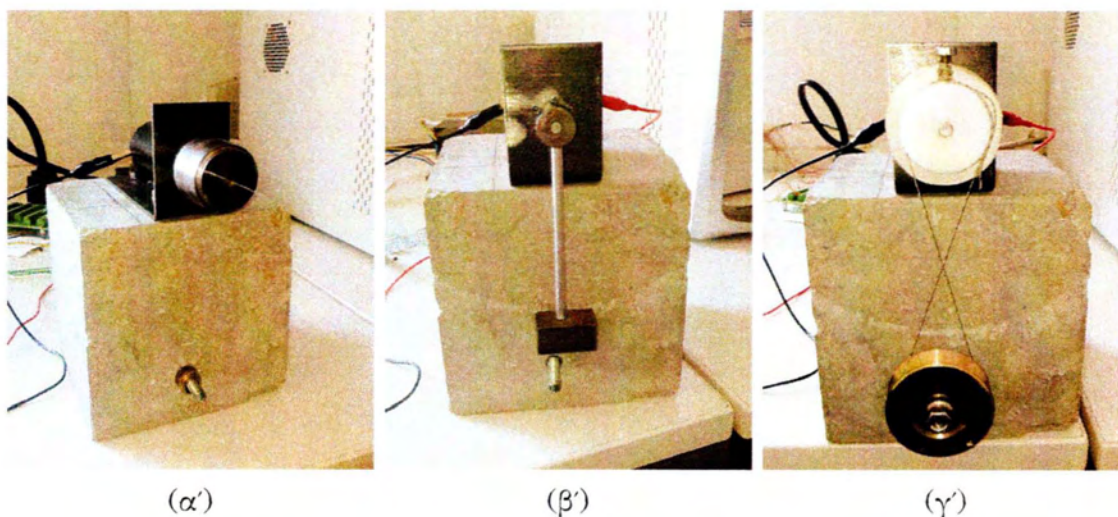
Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκαν τρία διαφορετικά συστήματα:

- Στο πρώτο τοποθετήθηκε μία συμμετρική μάζα στον άξονα του κινητήρα. (Εικόνα 3.1α') Το σύστημα αυτό έχει τα λιγότερα μη γραμμικά φαινόμενα ενώ έχουμε δει ότι η θεωρία του γραμμικού αυτομάτου ελέγχου δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα [7].
- Στο δεύτερο έχει τοποθετηθεί μία μάζα σε απόσταση 12 εκατοστών από τον άξονα του κινητήρα. (Εικόνα 3.1β') Το βασικό μη γραμμικό φαινόμενο σε αυτήν την περίπτωση είναι η ροπή που ασκεί η έκκεντρη μάζα λόγω του βάρους της.
- Στο τρίτο σύστημα στο φορτίο του κινητήρα έχει προστεθεί μία τροχαλία (Εικόνα 3.1γ'), η μετάδοση της ροπής γίνεται με την βοήθεια ενός νήματος. Σε αυτήν την περίπτωση έχουν αυξηθεί οι τριβές σε σημαντικό βαθμό ενώ εισάγονται επίσης και επιπλέον διαταραχές λόγω του νήματος.

#### 3.1 Υπολογισμός των παραμέτρων

Η μοντελοποίηση του συστήματος ελέγχου στο λογισμικό Matlab απαιτεί να γνωρίζουμε τα ακριβή χαρακτηριστικά του συστήματος που πρόκειται να μελετηθεί. Επομένως είναι αναγκαίο να πραγματοποιηθούν μετρήσεις ώστε να εκτιμηθούν όσο το δυνατόν καλλίτερα οι τιμές των άγνωστων παραμέτρων.

Για την συγκεκριμένη εργασία έγιναν μετρήσεις για τον υπολογισμό των δυναμικών τριβών, της ροπής αδράνειας και της κρεμάμενης μάζας για κάθε ένα από τα τρία συστήματα που μελετήθηκαν. Ειδικά για την τριβή χρησιμοποιήθηκε το “curve



Σχήμα 3.1: Φωτογραφίες των συστημάτων που μελετήθηκαν.

fitting tool” από την εργαλειοθήκη του Matlab για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων και την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου του Stribeck. Στο παράρτημα Α'.3 υπάρχει ο κώδικας για την εύρεση των παραμέτρων.

Αντίθετα, οι τιμές των χαρακτηριστικών του κινητήρα βρέθηκαν από την βιβλιογραφία [11] και απλώς επαληθεύτηκαν κατά την διάρκεια των πειραμάτων.

### 3.1.1 Υπολογισμός δυνάμεων τριβής

Για την μέτρηση των δυνάμεων τριβής το σύστημα χρειάστηκε να έρθει σε μόνιμη κατάσταση σταθερής ταχύτητας. Σε αυτήν την κατάσταση δεν υπάρχουν αδρανειακές δυνάμεις λόγω της σταθερής ταχύτητας, με αποτέλεσμα η ροπή που αναπτύσσεται από τον κινητήρα να ισούται με τις δυνάμεις τριβής.

Αυτό μπορούμε να το δούμε και από την εφαρμογή του νόμου του Νεύτωνα:

$$J\ddot{\theta}(t) = \tau - \tau_f \quad (3.1)$$

Επίσης:

$$\tau = i(t) \cdot k_t \quad (3.2)$$

και

$$i(t) = \frac{V_a}{R} - \frac{k_b \cdot \dot{\theta}(t)}{R} \quad (3.3)$$

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις έχουμε:

$$J\ddot{\theta}(t) = -\tau_f + \frac{k_t \cdot Va}{R} - \frac{k_t \cdot k_b \cdot \dot{\theta}(t)}{R} \quad (3.4)$$

Αν θεωρήσουμε ότι το σύστημα βρίσκεται σε μόνιμη κατάσταση όπου η ταχύτητα είναι σταθερή και η επιτάχυνση μηδενική:

$$\dot{\theta}(t) = \text{constant} \quad (3.5)$$

$$\ddot{\theta}(t) = 0 \quad (3.6)$$

Έτσι ο νόμος του Νεύτωνα για το σύστημα σε μόνιμη κατάσταση γίνεται:

$$0 = -\tau_f + \frac{k_t \cdot Va}{R} - \frac{k_t \cdot k_b \cdot \dot{\theta}}{R}$$
$$\tau_f = \frac{k_t \cdot Va - k_t \cdot k_b \cdot \dot{\theta}}{R} \quad (3.7)$$

Η (3.7) είναι μία σχέση από την οποία, γνωρίζοντας τα  $Va$  και  $\dot{\theta}$ , μπορούμε να υπολογίσουμε την τριβή.

Ακολουθούν τα αποτελέσματα από τις μετρήσεις για το πρώτο σύστημα με την ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα (3.3). Ενώ τα αποτελέσματα από το “curve fitting tool” με τις τιμές των παραμέτρων φαίνονται στο σχήμα 3.2 και στον πίνακα 3.2.

Όσον αφορά το σύστημα με την έκκεντρη μάζα, τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα (3.3) με το μοντέλο του Stribeck στο (3.3) και τις παραμέτρους στο (3.4). Στο συγκεκριμένο σύστημα ήταν δύσκολη η πραγματοποίηση των μετρήσεων, πράγμα που οφείλεται στην έκκεντρη μάζα. Η ύπαρξη της εμποδίζει την διατήρηση μίας σταθερής ταχύτητας, για τον λόγο αυτόν χρησιμοποιήθηκε το σύστημα ελέγχου ταχύτητας από την διπλωματική [8] με την προσθήκη ενός όρου για την ακύρωση της επίδρασης της μάζας.

Τα αποτελέσματα αυτών των μετρήσεων χρησιμοποιήθηκαν μόνο για την προσέγγιση των δυνάμεων τριβής. Σε αυτήν την περίπτωση ο σκοπός του ελέγχου είναι κυρίως η μείωση του σφάλματος μόνιμης κατάστασης, που οφείλεται στην έκκεντρη μάζα, και όχι η ακύρωση των τριβών.

Στον πίνακα (3.5, 3.6) βρίσκονται τα αποτελέσματα για το σύστημα νήματος-

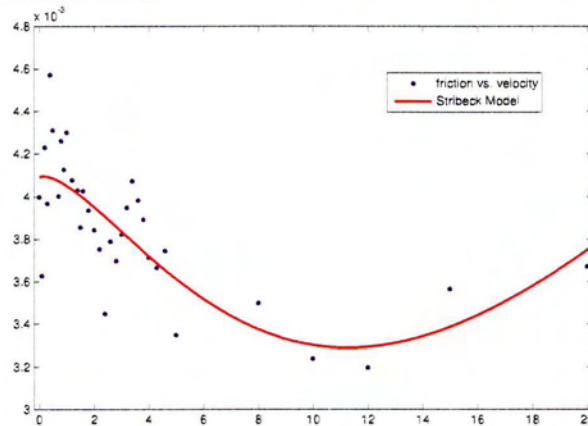
Σύστημα με ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα

	Ταχύτητα (rad/sec)	Va	$\tau_f$
1	0.1	0.090	0.003628
2	0.2	0.110	0.004231
3	0.3	0.110	0.003969
4	0.4	0.130	0.004572
5	0.5	0.130	0.004311
6	0.7	0.135	0.004004
7	0.8	0.147	0.004261
8	0.9	0.150	0.004129
9	1.0	0.160	0.004300
10	1.2	0.167	0.004079
11	1.4	0.178	0.004032
12	1.5	0.180	0.003857
13	1.6	0.190	0.004028
14	1.8	0.200	0.003937
15	2.0	0.210	0.003846
16	2.2	0.220	0.003755
17	2.4	0.225	0.003449
18	2.6	0.245	0.003790
19	2.8	0.255	0.003699
20	3.0	0.270	0.003824
21	3.2	0.285	0.003950
22	3.4	0.300	0.004075
23	3.6	0.310	0.003984
24	3.8	0.320	0.003894
25	4.0	0.328	0.003716
26	4.3	0.345	0.003667
27	4.6	0.365	0.003747
28	5.0	0.380	0.003349
29	8.0	0.565	0.003500
30	10.0	0.680	0.003241
31	12.0	0.800	0.003198
32	15.0	0.990	0.003565
33	20.0	1.295	0.003673

Πίνακας 3.1: Αποτελέσματα μετρήσεων και υπολογισμός τριβής για ταχύτητες από 0.1 rad/sec μέχρι 20 rad/sec. Οι μετρήσεις αυτές έγιναν στο σύστημα με την ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα.



Σύστημα με ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα



Σχήμα 3.2: Μοντέλο του Stribeck στο curve fitting tool για το σύστημα με την ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα

---


$$\tau_f = \left( \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-\left(\frac{|\dot{\theta}(t)|}{\omega_s}\right)^a} \right) \text{sign}(\dot{\theta}) + b \cdot \dot{\theta}$$


---

$$T_c = 91.69 \cdot 10^{-5}$$

$$T_s = 409.3 \cdot 10^{-5}$$

$$a = 1.292$$

$$b = 13.04 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 9.445$$


---

Πίνακας 3.2: Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο τριβής, σύστημα με ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα.

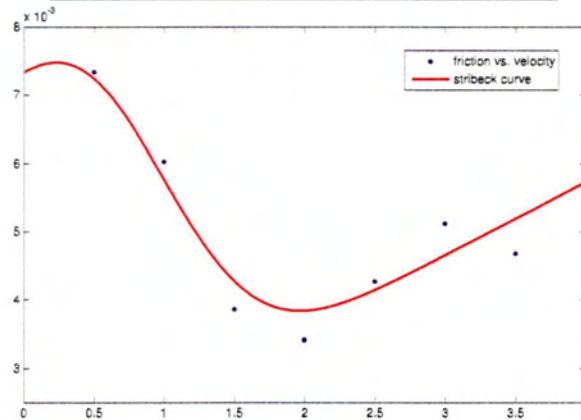
τροχαλίας, το μοντέλο του Stribeck με τις τιμές των παραμέτρων βρίσκονται στο σχήμα 3.4 και στον πίνακα 3.7. Είναι εμφανής η αύξηση των δυνάμεων τριβής σε σχέση με το πρώτο σύστημα πράγμα που οφείλεται στην ύπαρξη της τροχαλίας και του νήματος.

Σύστημα με έκκεντρη μάζα

	Ταχύτητα (rad/sec)	Va	$\tau_f$
1	0.5	0.20	0.007336
2	1.0	0.20	0.006028
3	1.5	0.18	0.003857
4	2.0	0.22	0.004278
5	2.5	0.25	0.004267
6	3.0	0.30	0.005121
7	3.5	0.32	0.004678

Πίνακας 3.3: Αποτελέσματα μετρήσεων και υπολογισμός τριβής για ταχύτητες από 0.5 rad/sec μέχρι 3.5 rad/sec. Οι μετρήσεις αυτές έγιναν στο σύστημα με την έκκεντρη μάζα.

Σύστημα με έκκεντρη μάζα



Σχήμα 3.3: Μοντέλο του Stribeck στο curve fitting tool για το σύστημα με την έκκεντρη μάζα

$$\tau_f = \left( \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-\left(\frac{|\dot{\theta}(t)|}{\omega_s}\right)^a} \right) \text{sign}(\dot{\theta}) + b \cdot \dot{\theta}$$

$$T_c = 14.16 \cdot 10^{-4}$$

$$T_s = 73.32 \cdot 10^{-4}$$

$$a = 2.395$$

$$b = 1.079 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_s = 1.246$$

Πίνακας 3.4: Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο τριβής, σύστημα με έκκεντρη μάζα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB

**Σύστημα τροχαλίας-νήματος**

	Ταχύτητα (rad/sec)	Va	$\tau_f$
1	0.1	0.35	0.0149
2	0.2	0.31	0.0129
3	0.3	0.40	0.0165
4	0.4	0.32	0.0128
5	0.5	0.32	0.0125
6	0.7	0.36	0.0137
7	0.8	0.35	0.0130
8	0.9	0.31	0.0110
9	1.0	0.30	0.0103
10	1.2	0.34	0.0116
11	1.4	0.36	0.0119
12	1.5	0.35	0.0112
13	1.7	0.35	0.0107
14	1.8	0.34	0.0100
15	1.9	0.36	0.0106
16	2.0	0.34	0.0095
17	2.2	0.38	0.0107
18	2.4	0.40	0.0110
19	2.6	0.41	0.0109
20	2.8	0.40	0.0100
21	3.0	0.41	0.0099
22	3.2	0.44	0.0106
23	3.4	0.45	0.0106
24	3.6	0.45	0.0100
25	3.8	0.46	0.0099
26	4.0	0.48	0.0103
27	4.2	0.51	0.0111
28	4.4	0.50	0.0101
29	4.6	0.51	0.0100
30	4.8	0.58	0.0125
31	5.0	0.55	0.0107
32	5.2	0.55	0.0102
33	5.4	0.58	0.0109
34	5.6	0.59	0.0109
35	5.8	0.60	0.0108
36	6.0	0.61	0.0107

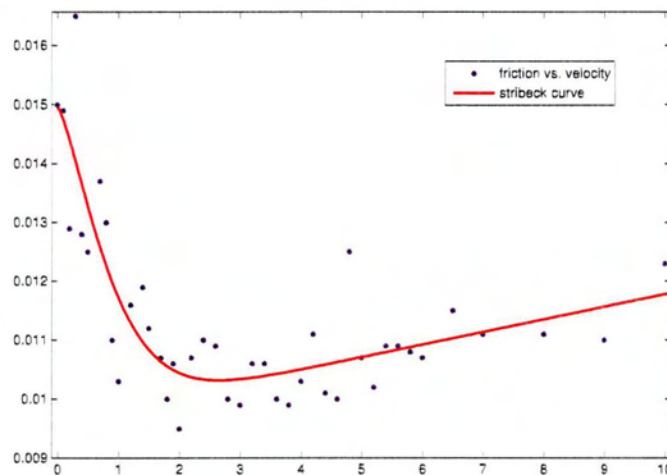
Πίνακας 3.5: Αποτελέσματα μετρήσεων και υπολογισμός τριβής για ταχύτητες από 0.1 rad/sec μέχρι 10 rad/sec. Οι μετρήσεις αυτές έγιναν στο σύστημα νήματος-τροχαλίας.

**Σύστημα τροχαλίας-νήματος**

	Ταχύτητα (rad/sec)	Va	$\tau_f$
37	6.5	0.66	0.0115
38	7.0	0.68	0.0111
39	8.0	0.74	0.0111
40	9.0	0.80	0.0110
41	10.0	0.89	0.0123

Πίνακας 3.6: Αποτελέσματα μετρήσεων και υπολογισμός τριβής για ταχύτητες από 0.1 rad/sec μέχρι 10 rad/sec. Οι μετρήσεις αυτές έγιναν στο σύστημα νήματος-τροχαλίας. Συνέχεια του προηγούμενου πίνακα.

**Σύστημα τροχαλίας-νήματος**



Σχήμα 3.4: Μοντέλο του Stribeck στο curve fitting tool για το σύστημα τροχαλίας-νήματος

$$\tau_f = \left( \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-\left(\frac{|\dot{\theta}|}{\omega_s}\right)^a} \right) \text{sign}(\dot{\theta}) + b \cdot \dot{\theta}$$

$$T_c = 96.38 \cdot 10^{-4}$$

$$T_s = 149.6 \cdot 10^{-4}$$

$$a = 1.346$$

$$b = 2.146 \cdot 10^{-4}$$

$$\omega_s = 0.971$$

Πίνακας 3.7: Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο τριβής, σύστημα τροχαλίας-νήματος.

### 3.1.2 Υπολογισμός κρεμάμενης μάζας

Ο υπολογισμός αυτός αφορά μόνο το σύστημα με την έκκεντρη κρεμάμενη μάζα. Με την χρήση ζυγαριάς βρέθηκε περίπου  $m = 0.09 \text{ kg}$ . Στην συνέχεια βρέθηκε κοντά στα  $0.086 \text{ kg}$  με την μέθοδο δοκιμής και σφάλματος πάνω στο πραγματικό σύστημα μετρώντας την επιπλέον ροπή που έπρεπε να ασκήσει ο ελεγκτής για να την φέρει στην επιθυμητή θέση.

### 3.1.3 Υπολογισμός ροπής αδράνειας

Η αδράνεια υπολογίστηκε με βάση την μέθοδο που περιγράφεται στο [7], δηλαδή μέσω της μηχανικής σταθεράς. Η απόκριση της ταχύτητας σε ανοιχτό βρόχο είναι ένα σύστημα 1<sup>ης</sup> τάξης, έτσι αν γνωρίζουμε την απόκριση αυτή μπορούμε να υπολογίσουμε την μηχανική σταθερά του συστήματος, δηλαδή τον χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει περίπου στο 63% της μόνιμης κατάστασης του.

Για την διαδικασία υπολογισμού θεωρείται μόνο το ιξώδες κομμάτι της τριβής, αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα καθώς στην συνέχεια βρέθηκε μια πιο ακριβής τιμή για την αδράνεια με σύγκριση του μοντέλου με το πραγματικό σύστημα και μέσω της διαδικασίας δοκιμής και σφάλματος.

Έχουμε δει ότι:

$$i(t) = \frac{Va}{R} - \frac{k_b \cdot \dot{\theta}(t)}{R} \quad (3.8)$$

Αντικαθιστώντας στο νόμο του Νεύτωνα ():

$$k_t \frac{Va - k_t \omega(t)}{R} - b\omega(t) = J\dot{\omega}(t) \quad (3.9)$$

και μετά από μετασχηματισμό Laplace:

$$\begin{aligned} k_t \frac{Va - k_t \omega(s)}{R} - b\omega(s) &= sJ\dot{\omega}(s) \\ \frac{k_t \cdot Va}{R} &= \left[ sJ + \left( b + \frac{k_t^2}{R} \right) \right] \cdot \omega(s) \\ \frac{\omega(s)}{Va} &= \frac{k_t}{sJR + (bR + k_t^2)} = \frac{\frac{k_t}{bR + k_t^2}}{\frac{JR}{bR + k_t^2} s + 1} \end{aligned} \quad (3.10)$$

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB

Η μηχανική σταθερά περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\tau_{μηχ} = \frac{JR}{bR + k_t^2} \quad (3.11)$$

Μετά από μετρήσεις, σχήμα (3.5), βρέθηκε για το σύστημα με την ομοιόμορφα κατανομημένη μάζα:

$$\tau_{μηχ} = 0.231 \text{ sec} \Rightarrow J = 55.56 \cdot 10^{-5} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)} \quad (3.12)$$

Στην πράξη μετά από δοκιμές βρέθηκε ότι μία τιμή κοντά στην  $J = 30 \cdot 10^{-5} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$  περιγράφει καλλίτερα το σύστημα.

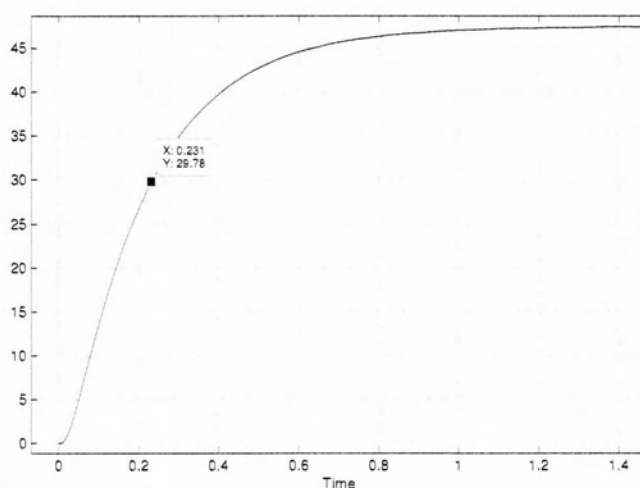
Το σύστημα με την έκκεντρη μάζα χωρίστηκε σε δύο μάζες στην κεντρική πάνω στον άξονα του κινητήρα και στην έκκεντρη που έχει υπολογιστεί  $m = 0.09 \text{ kg}$ . Για την πρώτη βρέθηκε:

$$\tau_{μηχ} = 0.2 \text{ sec} \Rightarrow J = 52.39 \cdot 10^{-5} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)} \quad (3.13)$$

Ενώ για την δεύτερη χρησιμοποιήθηκε η σχέση  $J = m \cdot l^2$ , όπου  $l$  η απόσταση του κέντρου της μάζας από τον άξονα. Έτσι:

$$J = 52.39 \cdot 10^{-5} + 0.09 \cdot 0.12^2 = 52.39 \cdot 10^{-5} + 129.6 \cdot 10^{-5}$$

$$J = 181.99 \cdot 10^{-5} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)} \quad (3.14)$$



Σχήμα 3.5: Απόκριση του συστήματος σε ανοιχτό βρόχο με τάση διέγερσης 3 Volt

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB

Στην πράξη μετά από δοκιμές βρέθηκε ότι μία τιμή κοντά στην  $J = 110 \cdot 10^{-5}$  ( $kg \cdot m^2$ ) περιγράφει καλλίτερα το σύστημα. Τέλος για το σύστημα με την τροχαλία και το νήμα:

$$\tau_{μηχ} = 0.35 \text{ sec} \Rightarrow J = 91.685 \cdot 10^{-5} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)} \quad (3.15)$$

Στην πράξη μετά από δοκιμές βρέθηκε ότι μία τιμή κοντά στην  $J = 25 \cdot 10^{-5}$  ( $kg \cdot m^2$ ) περιγράφει καλλίτερα το σύστημα.

Παρατηρούμε μία σημαντική απόκλιση της τιμής που βρέθηκε με την μέθοδο της μηχανικής σταθεράς από την τιμή που βρέθηκε αργότερα με την σύγκριση του μοντέλου. Αυτό είναι αναμενόμενο καθώς η μέθοδος της μηχανικής σταθεράς είναι μία προσεγγιστική μέθοδος με περιορισμένη ακρίβεια. Οι μετρήσεις μπορεί να έχουν λάθη ενώ χρησιμοποιήθηκε μόνο το ιξώδες μέρος της τριβής. Επίσης, το σύστημα περιλαμβάνει και κάποια μη γραμμικά φαινόμενα που αλλάζουν την συμπεριφορά του.

#### 3.1.4 Παράμετροι ηλεκτροκινητήρα

Οι παράμετροι του κινητήρα βρέθηκαν από την κατασκευάστρια εταιρία [11].

$$R = 1.4 \ \Omega \quad (3.16)$$

$$k_b = k_t = 0.0605 \frac{N \cdot m}{A} \quad (3.17)$$

## 3.2 Εισαγωγή του συστήματος ελέγχου στο Matlab

Στη συνέχεια ακολουθεί η εισαγωγή του συστήματος ελέγχου στο λογισμικό Matlab/Simulink. Το κεφάλαιο αυτό αφορά τη μοντελοποίηση ολόκληρης της εγκατάστασης και του συστήματος ελέγχου ώστε να βγουν κάποια συμπεράσματα για την λειτουργία του συγκεκριμένου ελεγκτή.

Αρχικά σχεδιάστηκε το σύστημα του κινητήρα στο Simulink με την χρήση του "State space block", σχήμα 3.6, και την εισαγωγή των μη γραμμικών όρων σαν διαταραχές. Στην συνέχεια προστέθηκαν και οι υπόλοιποι όροι όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2. Το μοντέλο φαίνεται στο σχήμα 3.7. Το block "a" περιέχει τον όρο  $\frac{Rf}{k_t}$  και ακυρώνει την επίδραση της αδράνειας, ενώ το block "b1" περιέχει τους όρους τριβής και το "b2" της ροπής που δημιουργείται από την κρεμάμενη μάζα.

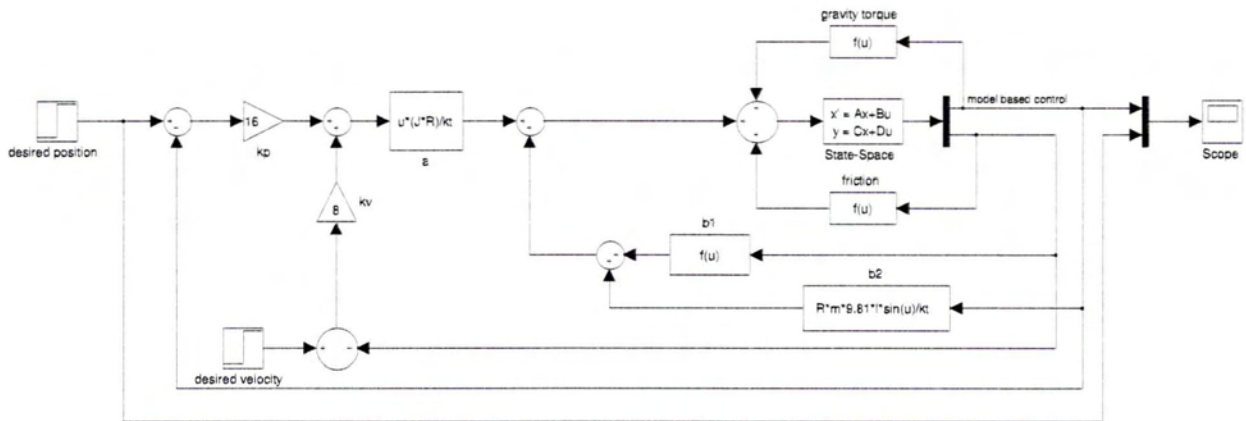


Σχήμα 3.6: State-space block του συστήματος χωρίς τους μη γραμμικούς όρους

## 3.3 Αποτελέσματα

Ακολουθούν τα αποτελέσματα για κάθε ένα από τα τρία συστήματα που εξετάστηκαν.



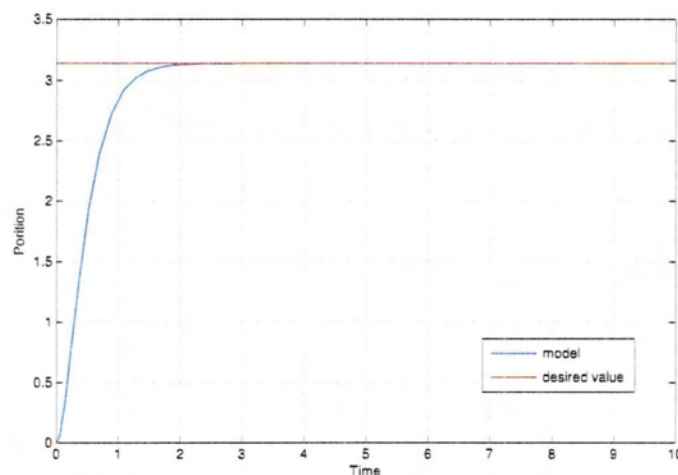


Σχήμα 3.7: Μοντέλο του συστήματος ελέγχου στο simulink

### 3.3.1 Σύστημα ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας

Στο σχήμα 3.8 φαίνεται η απόκριση του μοντέλου για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$ . Οι τιμές των παραμέτρων βρίσκονται στον πίνακα 3.8.

Επίσης έγιναν και κάποιες δοκιμές του μοντέλου για την περίπτωση που οι τιμές του ελεγκτή διαφέρουν από αυτές του πραγματικού συστήματος, όπως συμβαίνει και στην πραγματικότητα. Τα αποτελέσματα βρίσκονται στο σχήμα 3.9, όπου με τόνο συμβολίζονται οι παράμετροι του ελεγκτή. Εδώ φαίνεται ότι την σημαντικότερη επίδραση έχει ο όρος της τριβής ενώ η απόκλιση της ροπής αδράνειας δεν επηρεάζει



Σχήμα 3.8: Απόκριση μοντέλου του συστήματος της ομοιόμορφα κατανεμημένης μάζας, για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$ .

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB

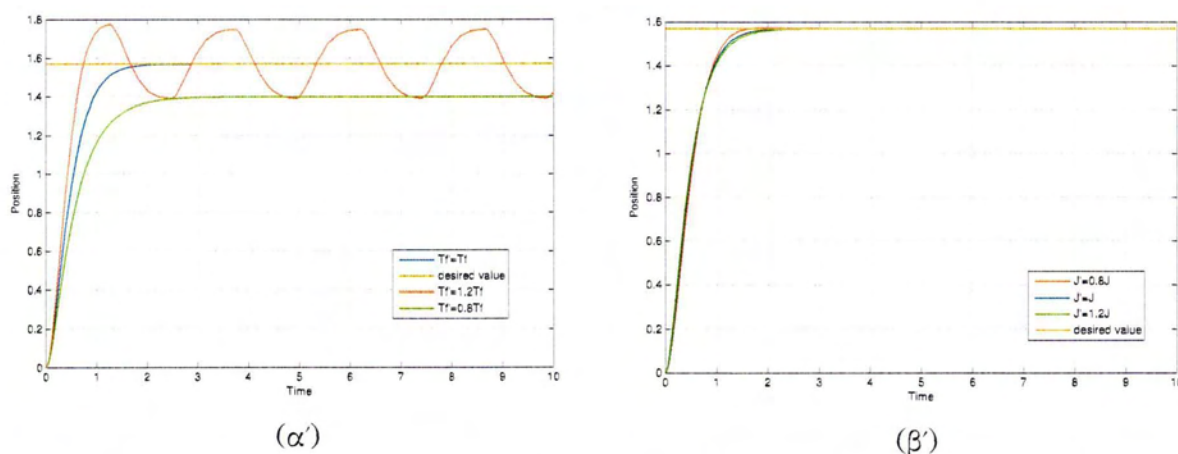
$$\begin{aligned}
 J &= 30 \cdot 10^{-5} \\
 m &= 0 \\
 R &= 1.4 \\
 kt &= 0.0605 \\
 l &= 0.12 \\
 T_c &= 96.38 \cdot 10^{-4} \\
 T_s &= 149.6 \cdot 10^{-4} \\
 a &= 1.346 \\
 b &= 2.146 \cdot 10^{-4} \\
 \omega_s &= 0.971
 \end{aligned}$$

Πίνακας 3.8: Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο, σύστημα με ομοιόμορφα κατανομημένη μάζα.

σημαντικά την απόκριση του συστήματος.

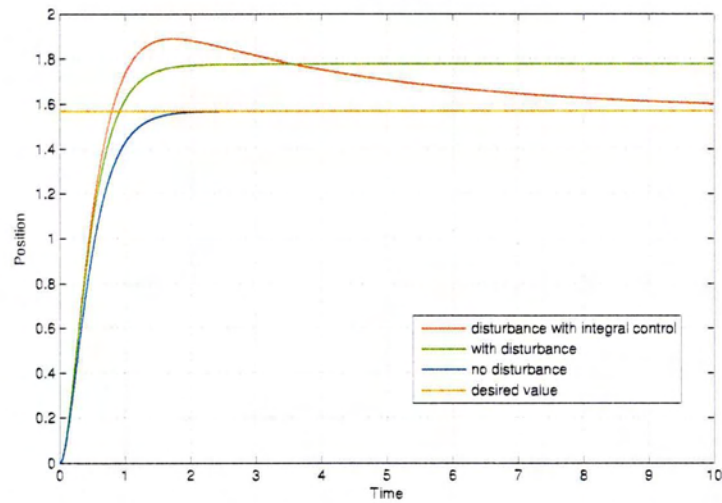
Στο σχήμα 3.10 υπάρχει η απόκριση του μοντέλου για την περίπτωση διαταραχής ίσης με  $10^{-3}N$ . Για την αντιμετώπιση του σφάλματος μόνιμης κατάστασης προστέθηκε και ολοκληρωτικός έλεγχος με τα αποτελέσματα στο ίδιο διάγραμμα. Από το σχήμα αυτό είναι φανερό η επίδραση των διαταραχών στην συμπεριφορά του ελεγκτή, η προσθήκη ολοκληρωτικού όρου μειώνει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης.

Τέλος, στο σχήμα 3.11 φαίνεται η διαφορά του ελέγχου βασισμένου σε μοντέλο από τον γραμμικό έλεγχο.

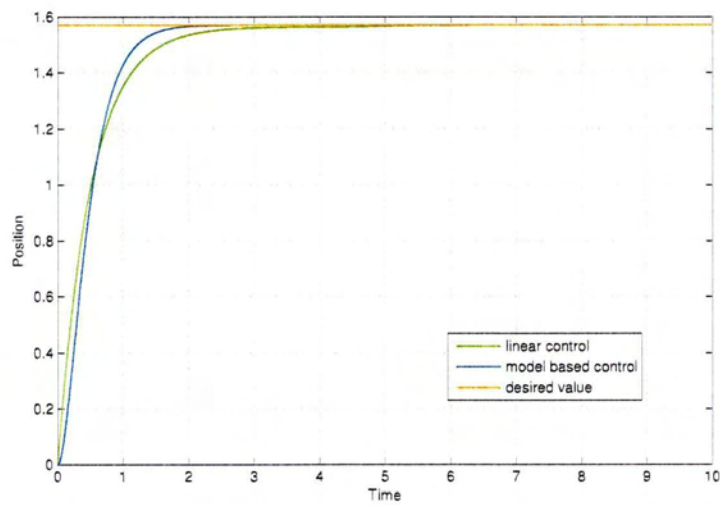


Σχήμα 3.9: Επίδραση της απόκλισης της τριβής (α'), και της ροπής αδράνειας (β') από τις πραγματικές τους τιμές.

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB



Σχήμα 3.10: Απόκριση μοντέλου σε διαταραχή  $10^{-3}N$ .



Σχήμα 3.11: Σύγκριση μεταξύ γραμμικού και “model based” ελέγχου.

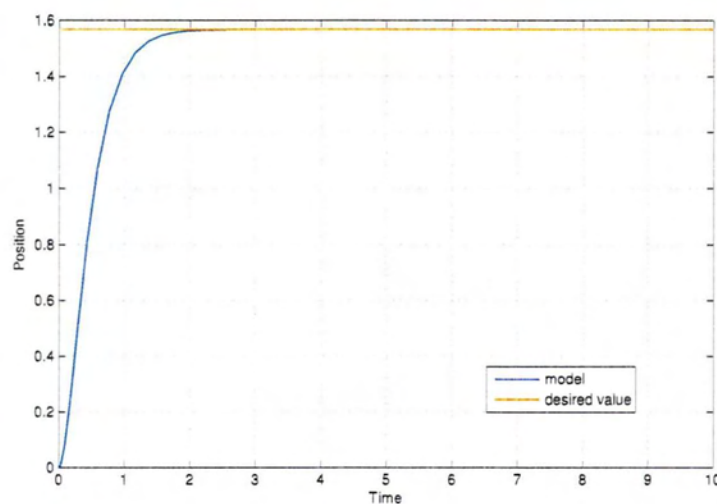
### 3.3.2 Σύστημα έκκεντρης κρεμάμενης μάζας

Στο σχήμα 3.12 φαίνεται η απόκριση του μοντέλου για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$ . Οι τιμές των παραμέτρων βρίσκονται στον πίνακα 3.9.

$$\begin{array}{l}
 \hline
 J = 110.43 \cdot 10^{-5} \\
 m = 0.086 \\
 R = 1.4 \\
 kt = 0.0605 \\
 l = 0.12 \\
 T_c = 14.16 \cdot 10^{-4} \\
 T_s = 73.32 \cdot 10^{-4} \\
 a = 2.395 \\
 b = 1.079 \cdot 10^{-3} \\
 \omega_s = 1.246 \\
 \hline
 \end{array}$$

Πίνακας 3.9: Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο, σύστημα με την κρεμάμενη μάζα.

Στο σχήμα 3.13 βρίσκονται τα αποτελέσματα για την περίπτωση που οι τιμές του ελεγκτή διαφέρουν από αυτές του πραγματικού συστήματος, με τόνο συμβολίζονται οι παράμετροι του ελεγκτή. Εδώ την σημαντικότερη επίδραση έχει ο όρος που ακυρώνει την ροπή λόγω της έκκεντρης μάζας, για μία απόκλιση 20 % το σφάλμα είναι πολύ μεγάλο. Επίσης σημαντική είναι και η εκτίμηση της τριβής καθώς για την περίπτωση που εκτιμηθεί μεγαλύτερη προκαλεί αστάθεια στο σύστημα.

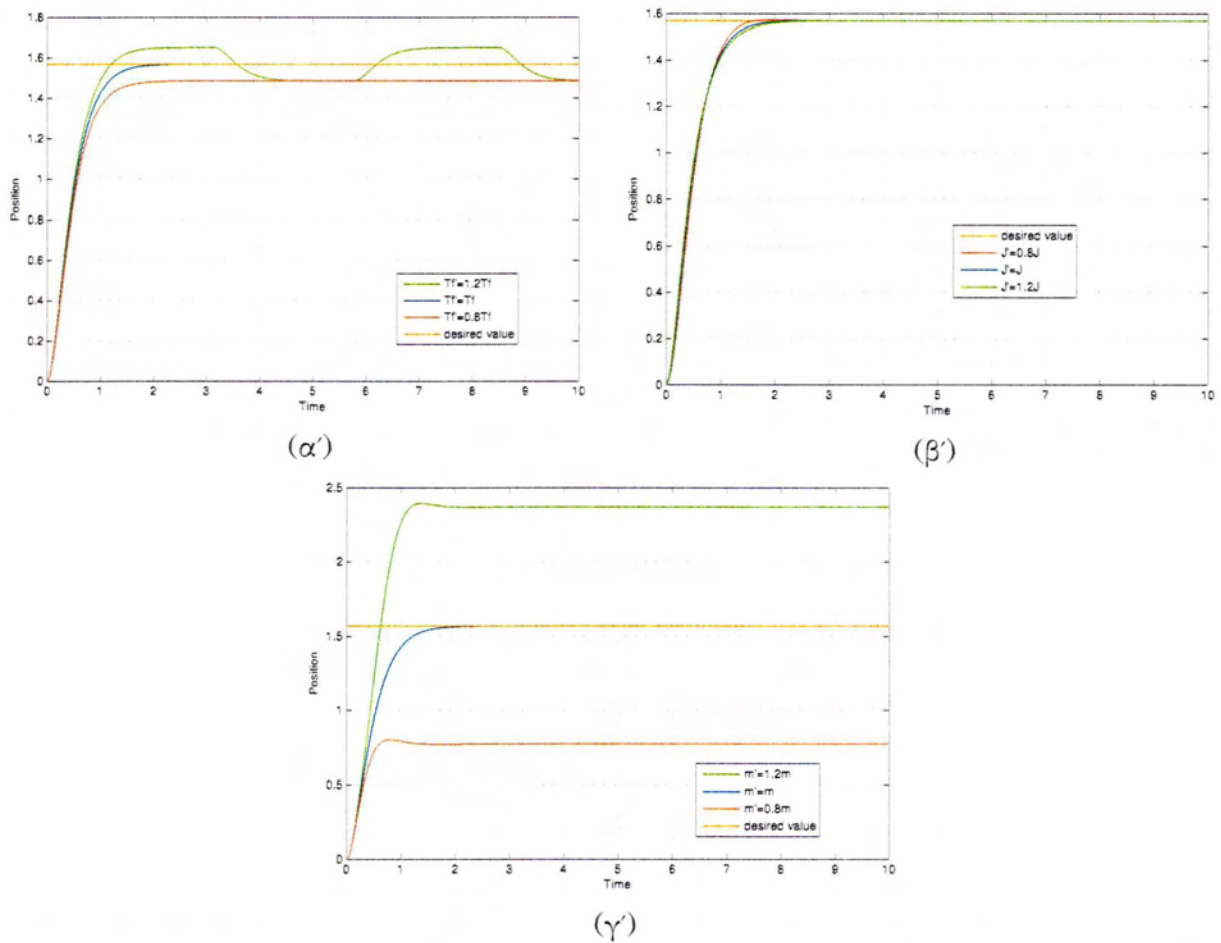


Σχήμα 3.12: Απόκριση μοντέλου του συστήματος της έκκεντρης κρεμάμενης μάζας, για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$ .

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB

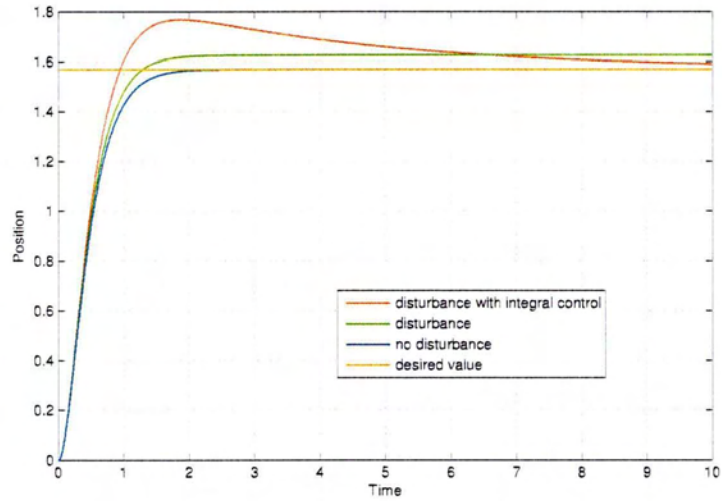
Στο σχήμα 3.14 υπάρχει η απόκριση του μοντέλου για την περίπτωση διαταραχής ίσης με  $10^{-3}N$ . Για την αντιμετώπιση του σφάλματος μόνιμης κατάστασης προστέθηκε και ολοκληρωτικός έλεγχος με τα αποτελέσματα στο ίδιο διάγραμμα. Σε αυτήν την περίπτωση ισχύουν τα ίδια με το προηγούμενο σύστημα.

Τέλος, στο σχήμα 3.15 φαίνεται η διαφορά του ελέγχου βασισμένου σε μοντέλο από τον γραμμικό έλεγχο. Είναι φανερό ότι ο συγκεκριμένος ελεγκτής βελτιώνει την συμπεριφορά του συστήματος.

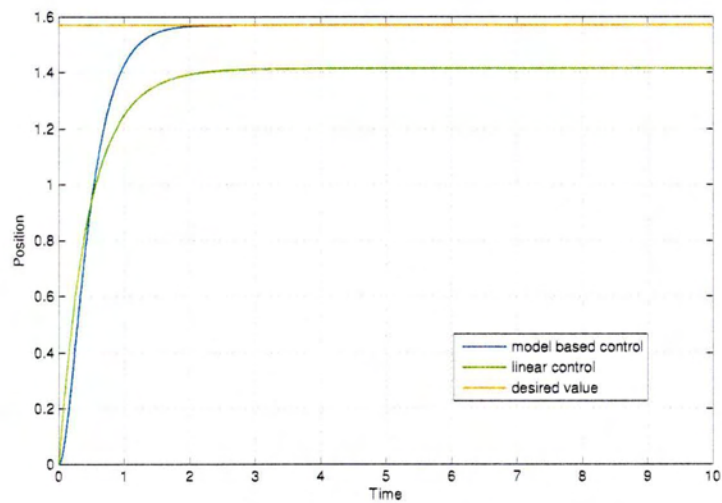


Σχήμα 3.13: Επίδραση της απόκλισης της τριβής (α'), της ροπής αδράνειας (β') και της έκκεντρης μάζας από τις πραγματικές τους τιμές.

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB



Σχήμα 3.14: Απόκριση μοντέλου σε διαταραχή  $10^{-3} N$ .



Σχήμα 3.15: Σύγκριση μεταξύ γραμμικού και “model based” ελέγχου.

### 3.3.3 Σύστημα τροχαλίας-νήματος

Στο σχήμα 3.16 φαίνεται η απόκριση του μοντέλου για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$ . Οι τιμές των παραμέτρων βρίσκονται στον πίνακα 3.10.

$$\begin{array}{c}
 \hline
 J = 30 \cdot 10^{-5} \\
 m = 0 \\
 R = 1.4 \\
 kt = 0.0605 \\
 l = 0.12 \\
 T_c = 96.38 \cdot 10^{-4} \\
 T_s = 149.6 \cdot 10^{-4} \\
 a = 1.346 \\
 b = 2.146 \cdot 10^{-4} \\
 \omega_s = 0.971 \\
 \hline
 \end{array}$$

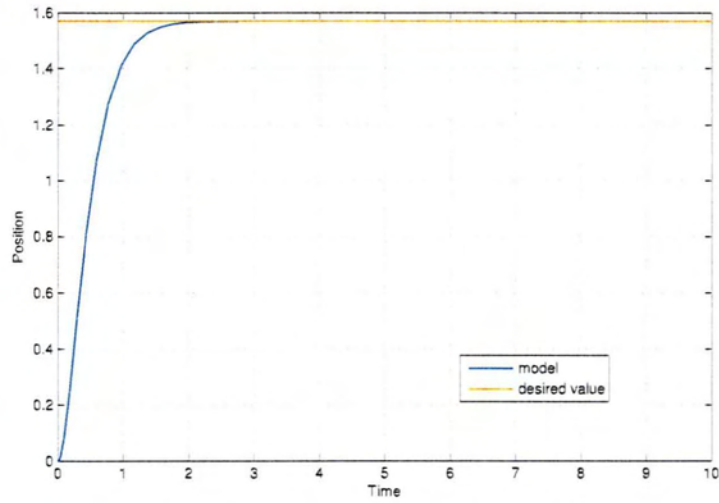
Πίνακας 3.10: Οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο, σύστημα τροχαλίας-νήματος

Επίσης, στο σχήμα 3.17 βρίσκονται τα αποτελέσματα για την περίπτωση που οι τιμές του ελεγκτή διαφέρουν από αυτές του πραγματικού συστήματος, με τόνο συμβολίζονται οι παράμετροι του ελεγκτή. Σε αυτό το σύστημα η λάθος εκτίμηση της τριβής έχει σημαντικές επιπτώσεις στην απόκριση του. Με μία απόκλιση 7 % ο ελεγκτής δεν μπορεί να φέρει το σύστημα στην επιθυμητή θέση με σημαντικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης στην περίπτωση που εκτιμηθούν χαμηλότερη και αστάθεια αν εκτιμηθεί υψηλότερη.

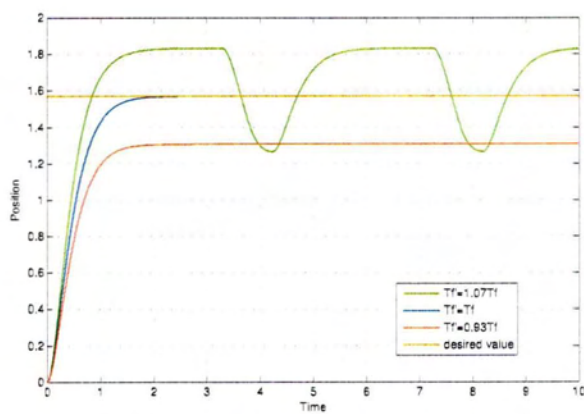
Στο σχήμα 3.18 υπάρχει η απόκριση του μοντέλου για την περίπτωση διαταραχής ίσης με  $10^{-3}N$ . Για την αντιμετώπιση του σφάλματος μόνιμης κατάστασης προστέθηκε και ολοκληρωτικός έλεγχος με τα αποτελέσματα στο ίδιο διάγραμμα.

Τέλος, στο σχήμα 3.19 φαίνεται η διαφορά του ελέγχου βασισμένου σε μοντέλο από τον γραμμικό έλεγχο.

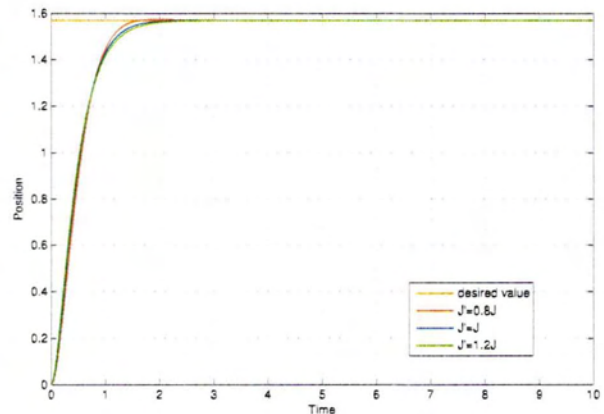
### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB



Σχήμα 3.16: Απόκριση μοντέλου του συστήματος τροχαλίας-νήματος, για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$ .



(α')

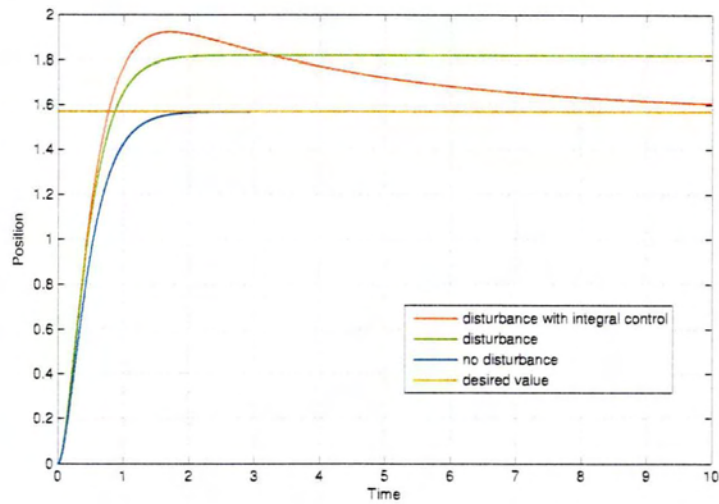


(β')

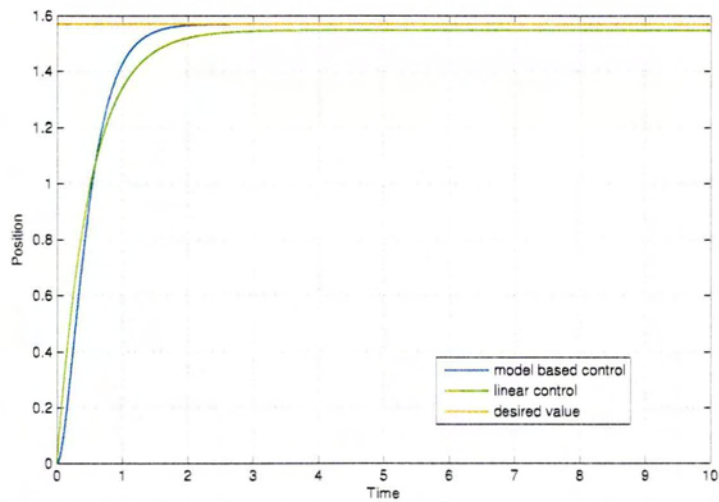
Σχήμα 3.17: Επίδραση της απόκλισης της τριβής (α'), και της ροπής αδράνειας (β') από τις πραγματικές τους τιμές.



### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB



Σχήμα 3.18: Απόκριση μοντέλου σε διαταραχή  $10^{-3}N$ .



Σχήμα 3.19: Σύγκριση μεταξύ γραμμικού και “model based” ελέγχου.

### 3.4 Συμπεράσματα και σύγκριση

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα από την προηγούμενη ενότητα προκύπτουν κάποια σημαντικά συμπεράσματα σχετικά με τον ελεγκτή.

Αρχικά είναι φανερό ότι λειτουργεί όπως ήταν αναμενόμενο από την θεωρία. Έχουμε την ίδια απόκριση και για τα τρία συστήματα πράγμα που σημαίνει ότι έχουν ακυρωθεί οι διάφοροι όροι του κάθε ενός. Αυτό βέβαια αφορά το μοντέλο στο Simulink το οποίο διαφέρει από το πραγματικό σύστημα καθώς είναι γνωστές οι τιμές των παραμέτρων του.

Τα σχήματα 3.9, 3.13 και 3.17 δείχνουν τι συμβαίνει σε περίπτωση που οι παράμετροι του ελεγκτή διαφέρουν από τις πραγματικές. Είναι φανερό ότι το σύστημα ελέγχου έχει την μεγαλύτερη ευαισθησία σε αποκλίσεις στις τιμές του συντελεστή τριβής και της έκκεντρης μάζας. Διαφορές στην εκτίμηση της ροπής αδράνειας δεν έχουν μεγάλη επίδραση στην απόκριση του.

Πιο συγκεκριμένα για το σύστημα με την ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα, παρατηρούμε ότι ο γραμμικός έλεγχος είναι επαρκής για τον έλεγχο θέσης του συστήματος. Ακόμα, σε περίπτωση που οι παράμετροι του συστήματος δεν είναι γνωστοί, είναι προτιμότερος.

Αντίθετα, για το δεύτερο σύστημα με την έκκεντρη μάζα, ο γραμμικός έλεγχος δεν αρκεί. Υπάρχει ένα σημαντικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης το οποίο οφείλεται στη ροπή που δημιουργείται λόγω του βάρους της μάζας. Ο ελεγκτής που μελετάται στην παρούσα εργασία ακυρώνει αυτό το σφάλμα αλλά και πάλι είναι απαραίτητη η ακριβής γνώση της μάζας. Για μια απόκλιση 20% από την πραγματική τιμή η απόκριση του συστήματος έχει ένα σφάλμα μεγαλύτερο από αυτό του γραμμικού ελέγχου. (Σχήμα 3.13γ')

Για την περίπτωση του συστήματος νήματος τροχαλίας οι δυνάμεις τριβής αποτελούν το κύριο μη γραμμικό φαινόμενο που θέλουμε να εξαλείψουμε. Ο γραμμικός έλεγχος έχει ένα μικρό σφάλμα μόνιμης κατάστασης πράγμα που οφείλεται στην στατική τριβή. Σε αυτό το σύστημα οι δυνάμεις τριβής είναι πολύ μεγαλύτερες σε σχέση με τα δύο προηγούμενα, με αποτέλεσμα η λάθος εκτίμηση τους να δίνει μεγάλη απόκλιση από την επιθυμητή θέση. (Σχήμα 3.17α')

Γενικά τα μοντέλα συμπεριφέρονται όπως ήταν αναμενόμενο από την θεωρία, βελτιώνουν την απόκριση των μη γραμμικών συστημάτων ενώ είναι ευαίσθητα σε αποκλίσεις στην εκτίμηση των παραμέτρων. Αυτό σημαίνει ότι για το πρώτο σύστημα είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί γραμμικός έλεγχος με κάποιον PID ελεγκτή. Στο δεύτερο, θα ήταν προτιμότερος ο ελεγκτής βασισμένος στο μοντέλο

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ MATLAB

με την προϋπόθεση ότι είναι γνωστές οι παράμετροι του συστήματος. Τέλος στο τρίτο σύστημα η επιλογή εξαρτάται από την επιθυμητή ακρίβεια αφού ο ελεγκτής βασισμένος στο μοντέλο βελτιώνει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης που οφείλεται στην στατική τριβή.

Αυτό που πρέπει να εξετασθεί τώρα είναι πως συμπεριφέρεται ο ελεγκτής όταν εφαρμοστεί στο πραγματικό σύστημα.

## Κεφάλαιο 4

# Εφαρμογή του ελεγκτή στο πραγματικό σύστημα

### 4.1 Εφαρμογή του ελεγκτή στο πραγματικό σύστημα

Κατά την εφαρμογή του ελεγκτή στο πραγματικό σύστημα χρειάστηκαν και επιπλέον blocks του simulink από ότι στο μοντέλο καθώς υπάρχουν κάποια σημεία που διαφέρουν.

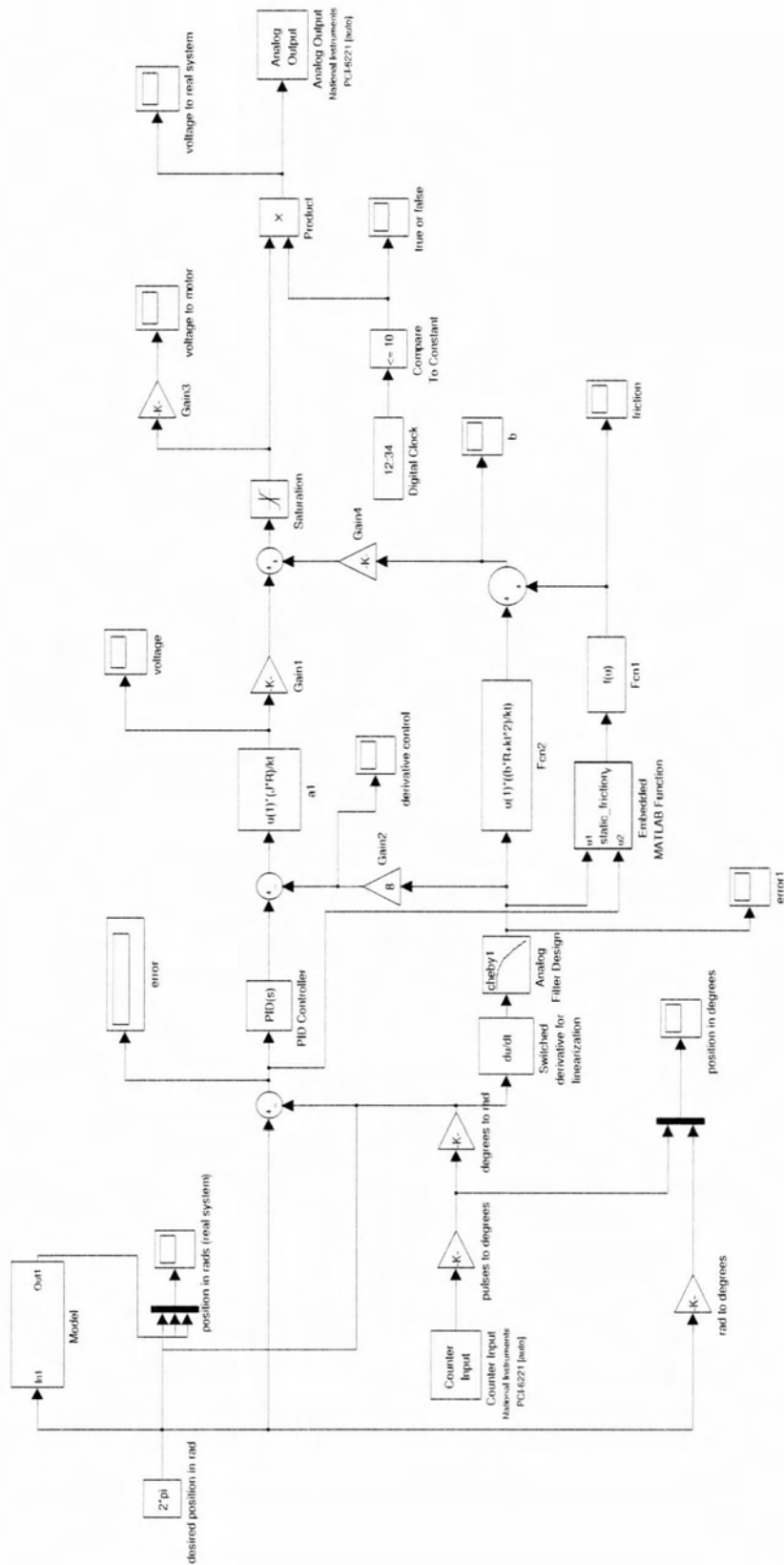
#### Σύστημα με ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα

Το δομικό διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα 4.1. Η παράμετρος που γίνεται ανάδραση στο συγκεκριμένο σύστημα ελέγχου είναι η θέση λόγω του encoder και όχι η ταχύτητα που επίσης χρειάζεται. Για τον υπολογισμό της ταχύτητας εισάγεται ένα block παραγωγίσης, σχήμα 4.2 , το οποίο έχει στην είσοδο του θέση και στην έξοδο του ταχύτητα.

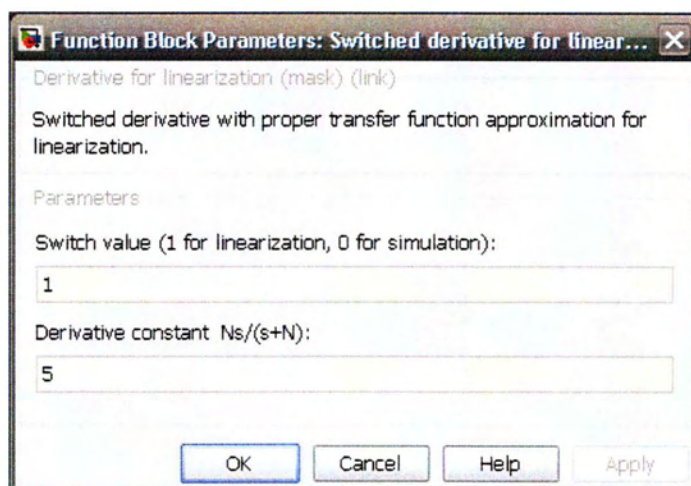
Η έξοδος του αισθητήρα θέσης περιέχει “θόρυβο” που οφείλεται ως ένα βαθμό στην πεπερασμένη ανάλυση του encoder. Όταν το σήμα αυτό παραγωγίζεται το αποτέλεσμα είναι υψηλά επίπεδα θορύβου στο σήμα εξόδου, αυτό συμβαίνει γιατί παραγωγίζεται και ο αρχικός θόρυβος μαζί με την θέση. Αν δεν μειωθεί ο θόρυβος προκαλεί προβλήματα στο σύστημα ελέγχου καθώς μεταφέρεται στο σφάλμα που αποτελεί την είσοδο του ελεγκτή του σερβομηχανισμού.

Έτσι προστέθηκε ένα block για να φιλτράρει το σήμα της ταχύτητας. Με την προσθήκη του το σήμα γίνεται πιο ομαλό και πλησιάζει περισσότερο σε αυτό που θα περιμέναμε θεωρητικά. Το φίλτρο που χρησιμοποιήθηκε περιγράφεται από την συνάρτηση μεταφοράς  $\frac{Ns}{s+N}$  και οι παράμετροι του φαίνονται στην εικόνα 4.3.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



Σχήμα 4.1: Το δομικό διάγραμμα του συστήματος με την ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα.



Σχήμα 4.2: Το block παραγωγίσης που χρησιμοποιήθηκε.

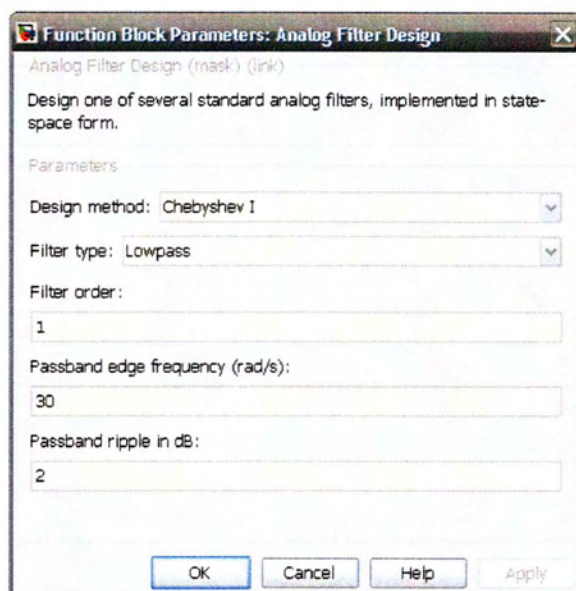
Το μοντέλο τριβής που χρησιμοποιήθηκε δεν περιγράφει καλά την κατάσταση όπου το σύστημα είναι ακίνητο και πάει να κινηθεί προς μία κατεύθυνση, όπως π.χ. στην αρχική του θέση για  $t = 0$ . Η ταχύτητα είναι  $\dot{\theta} = 0$  αλλά η στατική τριβή υπάρχει και εμποδίζει την κίνηση. Για τον λόγο αυτό προστέθηκε μετά το block του φίλτρου μία “Embedded MATLAB Function”, κώδικας 4.1, η οποία δημιουργεί μία “ζώνη” τιμών γύρω από το μηδέν.

Η embedded Matlab function αντικαθιστά την function  $sign(u)$  και το μόνο που αλλάζει είναι το πρόσημο της ταχύτητας. Δηλαδή έχει σαν είσοδο την ταχύτητα που προκύπτει από την διαφόριση της θέσης και την εφαρμογή του φίλτρου και σαν έξοδο έχει την ίδια ταχύτητα αλλά με διορθωμένο πρόσημο. Η  $sign(\dot{\theta})$  για είσοδο  $\dot{\theta} = 0$  δίνει 0, έτσι προστέθηκε η μικρή ποσότητα  $10^{-4}$  αλλιώς το  $abs(u1)$  μηδενίζει την έξοδο  $y$ .

Επίσης η ταχύτητα μετά το φίλτρο δεν παίρνει ποτέ την τιμή μηδέν ακόμα και όταν μηδενίζεται η ταχύτητα του πραγματικού συστήματος, τότε τείνει στο μηδέν αλλά ποτέ δεν συμπίπτει. Για τον λόγο αυτό δημιουργείται μία ζώνη τιμών γύρω από το μηδέν και όταν η ταχύτητα βρίσκεται μέσα σε αυτήν ο ελεγκτής βλέπει το σφάλμα για να υπολογίσει την φορά της δύναμης που θα ασκήσει για να ακυρώσει την τριβή.

Έτσι για παράδειγμα όταν το σύστημα φτάσει στην επιθυμητή θέση  $\theta_d$  και το σφάλμα μηδενιστεί θα σταματήσει και η ακύρωση της τριβής από τον ελεγκτή. Σε αντίθετη περίπτωση η δύναμη που ασκεί ο ελεγκτής θα έχει φορά προς την  $\theta_d$ . Αν δεν υπήρχε αυτή η ζώνη η ακύρωση τριβής θα συνέχιζε ακόμα και όταν  $\theta = \theta_d$  λόγω του ότι η ταχύτητα δεν είναι μηδέν.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



Σχήμα 4.3: Οι παράμετροι του φίλτρου.

Επίσης το φίλτρο εισάγει και μία καθυστέρηση στην ταχύτητα που παίρνουμε στην έξοδο του, για τον λόγο αυτό αυξήθηκε το εύρος της ζώνης ώστε η στιγμή που η ταχύτητα μετά το φίλτρο μπαίνει στην ζώνη να συμπίπτει με την στιγμή που η ταχύτητα του πραγματικού συστήματος μηδενίζεται.

Η προσθήκη της ζώνης δεν αλλάζει σημαντικά την συμπεριφορά του ελεγκτή σε σχέση με αυτήν του μοντέλου γιατί τις περισσότερες φορές η ταχύτητα δεν αλλάζει φορά. Αλλάζει συμπεριφορά μόνο στις περιπτώσεις που έχουμε αλλαγή της φοράς της ταχύτητας.

Επίσης έχει προστεθεί ένα saturation block που αντιστοιχεί στον κορεσμό της κάρτας εισόδου/εξόδου και βοηθάει στον υπολογισμό της τάσης εισόδου του ηλεκτροκινητήρα. Τα blocks Fcn1 και Fcn2 αποτελούν τον “β” όρο του ελεγκτή ενώ το “a” τον “α” όρο.

Ακόμη έχει προστεθεί παράλληλα και ένα block που περιλαμβάνει το μοντελοποιημένο σύστημα για την άμεση σύγκριση του πραγματικού συστήματος ελέγχου με το θεωρητικό.

### Σύστημα με έκκεντρη κρεμάμενη μάζα

Όσον αφορά το δεύτερο σύστημα, με την μάζα σε απόσταση 12cm από τον άξονα, σχήμα 4.4, βρέθηκε κατά την διάρκεια των πειραμάτων ότι η τριβές πέρα από την ταχύτητα εξαρτώνται και από την γωνία του κινητήρα. Έτσι προστέθηκε μία σειρά από blocks που εκφράζουν μία συνάρτηση ως προς την θέση. Η συνάρτηση αυτή

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

```
1 function y = static_friction(u1,u2)
2 %#eml
3 %u1=velocity
4 %u2=error
5
6 if (abs(u1) < 0.1)
7
8     y = sign(u2)*(abs(u1)+10^(-4));
9
10 else
11
12     y = u1;
13
14 end
```

Κώδικας 4.1: : Embedded MATLAB function

αποτελεί στην ουσία έναν συντελεστή που πολλαπλασιάζεται με τον όρο ακύρωσης των τριβών, δηλαδή με τον όρο  $\left(\tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-\left(\frac{|\dot{\theta}(t)|}{\omega_s}\right)^a}\right) \text{sign}(\dot{\theta})$ . Τα blocks που εκφράζουν την συνάρτηση είναι τα “Embedded MATLAB Function 2”, “Fcn4” και “Saturation2”.

Ο συντελεστής αυτός βρέθηκε πειραματικά έτσι ώστε να δίνει υψηλότερη τιμή σε ορισμένα σημεία και χαμηλότερη κοντά στην επιθυμητή τιμή, ενώ έχει ένα μέγιστο περίπου στο 85% της επιθυμητής τιμής .

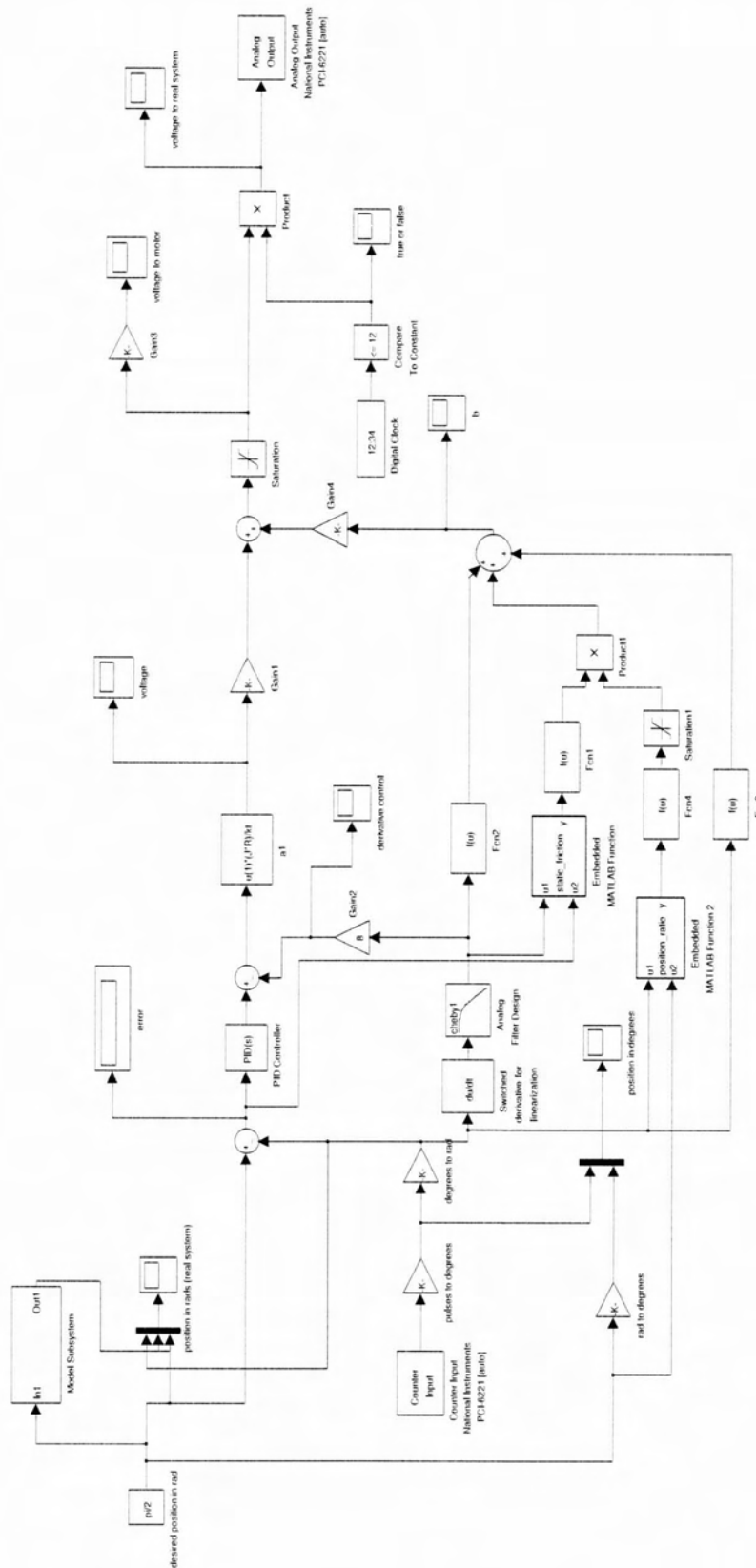
Η προσθήκη του συντελεστή αποτελεί μία πιο πρακτική διόρθωση της συμπεριφοράς του συστήματος και ο ελεγκτής που προέκυψε αναμένεται να δίνει διαφορετική απόκριση σε σχέση με αυτόν που μοντελοποιήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Με την προσθήκη αυτού του συντελεστή το σύστημα γίνεται πιο σταθερό και μειώνονται οι ταλαντώσεις γύρω από την επιθυμητή τιμή σε περίπτωση που οι δυνάμεις τριβών έχουν εκτιμηθεί μεγαλύτερες. Αυτό μας επιτρέπει να θέσουμε μεγαλύτερη τιμή στην παράμετρο που αντιστοιχεί στην στατική τριβή  $T_s$  βελτιώνοντας έτσι την απόκριση του συστήματος χωρίς να δημιουργούνται ταλαντώσεις γύρω από την επιθυμητή τιμή της θέσης.

Ο συντελεστής τριβής που αναφέρθηκε υπολογίστηκε με την χρήση του “curve fit tool” από την εργαλειοθήκη του MATLAB και περιγράφεται από την εξίσωση  $cof = -a \cdot (\theta_r^2) + 1 + \frac{-0.043 \cdot \theta_r + 0.043}{(\theta_r^2) + q_1 \cdot \theta_r + q_2}$  με τιμές για τις παραμέτρους:



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



Σχήμα 4.4: Το δομικό διάγραμμα του συστήματος με την έκκεντρη κρεμάμενη μάζα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

$$a = 0.735 \quad (4.1)$$

$$q_1 = -1.769 \quad (4.2)$$

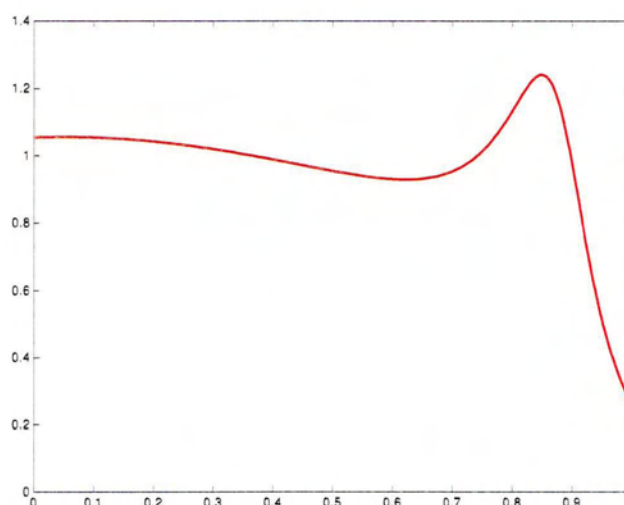
$$q_2 = 0.7891 \quad (4.3)$$

Η μεταβλητή  $\theta_r$  δίνει την γωνία του άξονα σε σχέση με την επιθυμητή γωνία στροφής και ισούται με τον λόγο  $\frac{\theta}{\theta_d}$  ώστε ο συντελεστής  $\text{cof}$  να δίνει το κατάλληλο αποτέλεσμα για οποιοδήποτε επιθυμητή τιμή  $\theta_d$ . Η γραφική παράσταση του συντελεστή υπάρχει στο σχήμα 4.5.

### Σύστημα τροχαλίας νήματος

Τέλος, ο ελεγκτής του συστήματος με την τροχαλία είναι όμοιος με αυτόν του πρώτου, απλώς χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικές τιμές για τις παραμέτρους του.

Η διαφορά του τελευταίου συστήματος είναι ότι εμφανίζονται μεγαλύτερες δυνάμεις τριβών ενώ ακολουθούν και μια πιο τυχαία συμπεριφορά λόγω της τροχαλίας. Επίσης η ύπαρξη του νήματος προκαλεί επιπλέον μη γραμμικά φαινόμενα που είναι δύσκολο να μοντελοποιηθούν και αντιμετωπίζονται σαν διαταραχές.



Σχήμα 4.5: Συντελεστής στατικής τριβής συναρτήσει της θέσης, για την θέση χρησιμοποιήθηκε ο λόγος  $\frac{\theta}{\theta_d}$ .

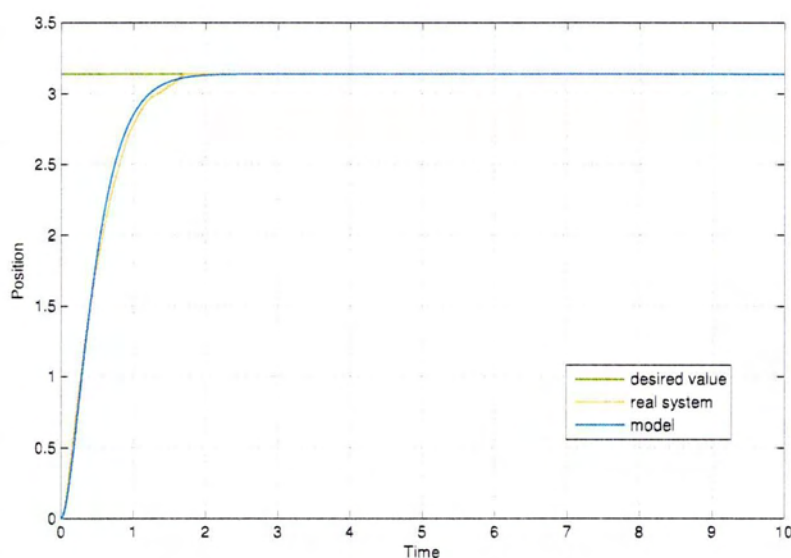
## 4.2 Πειραματικά αποτελέσματα

Ακολουθούν τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του ελεγκτή στο σύστημα ελέγχου. Σε όλες τις περιπτώσεις χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο τριβής του stribeck.

### 4.2.1 Σύστημα με ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο του συστήματος του πειράματος είναι το "linear\_stribeck.mdl", σχήμα 4.1. Οι παράμετροι του κάθε πειράματος βρίσκονται δίπλα από την γραφική παράσταση της απόκρισης του. Μαζί με την απόκριση του πραγματικού συστήματος υπάρχει και αυτή του μοντέλου για σύγκριση.

Ο ελεγκτής του πρώτου συστήματος, με την ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα, βρίσκεται πολύ κοντά σε αυτόν που προέκυψε από το μοντέλο. Οι αποκρίσεις τους σχεδόν συμπίπτουν, πράγμα που σημαίνει ότι οι παράμετροι του συστήματος έχουν εκτιμηθεί με ικανοποιητική ακρίβεια. Τα αποτελέσματα για αυτό το σύστημα βρίσκονται στα σχήματα 4.6 μέχρι 4.9.




---

desired value =  $\pi$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 27 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 91.69 \cdot 10^{-5}$$

$$T_s = 41 \cdot 10^{-4}$$

$$a = 1.292$$

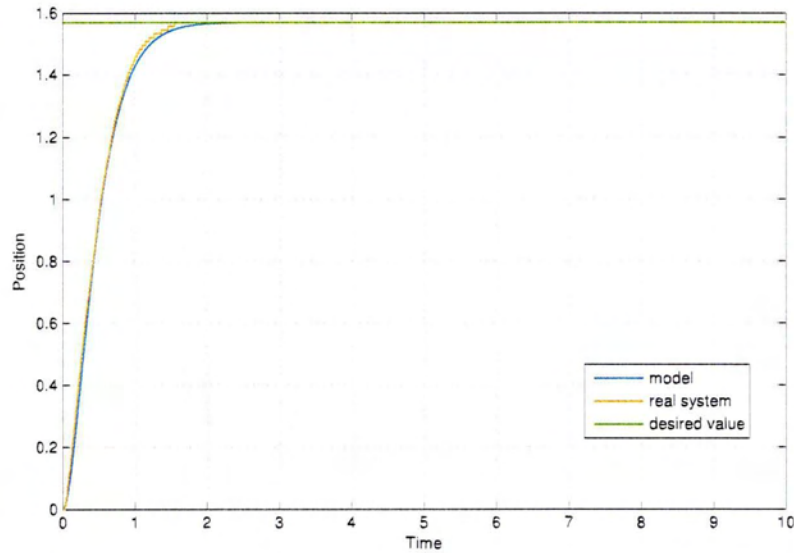
$$b = 13.04 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 9.455$$


---

Σχήμα 4.6: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi$  rad

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



---

desired value =  $\pi/2$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 27 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 4 \cdot 10^{-3}$$

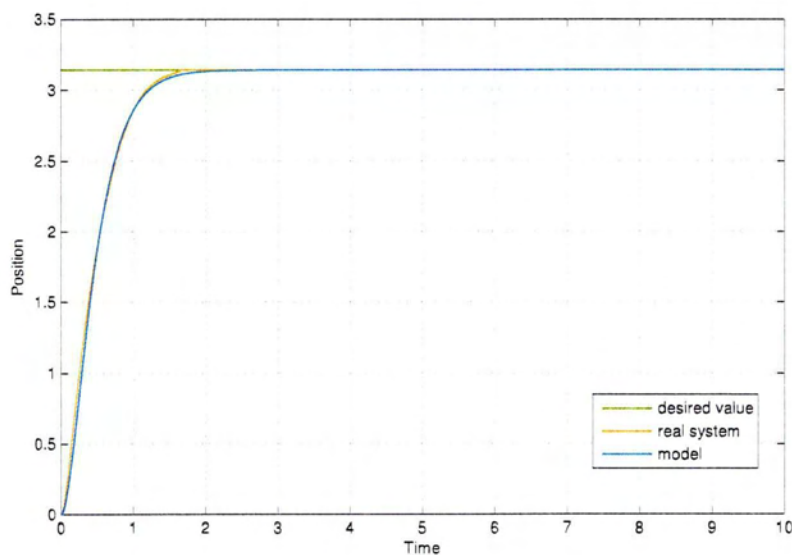
$$a = 1.292$$

$$b = 13.04 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 9.455$$


---

Σχήμα 4.7: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad



---

desired value =  $\pi$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 27 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 4 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 1.292$$

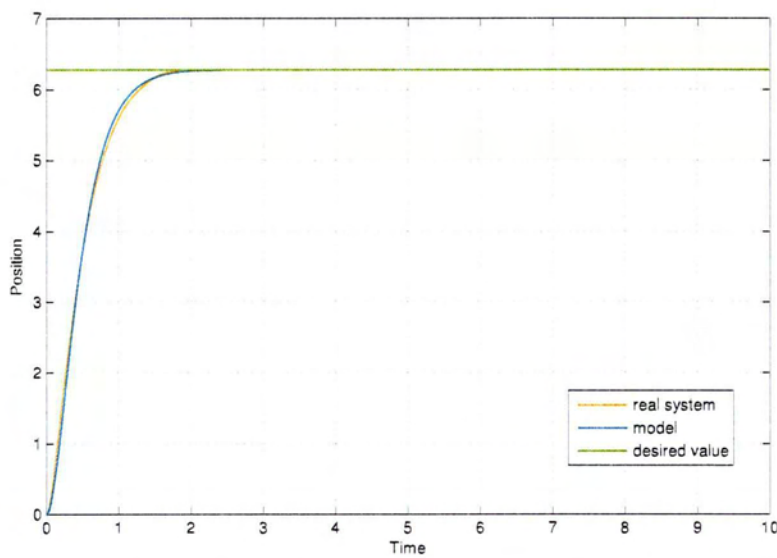
$$b = 13.04 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 9.455$$


---

Σχήμα 4.8: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi$  rad

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



---

$$\text{desired value} = 2\pi$$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 27 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 4.1 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 1.292$$

$$b = 13.04 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 9.455$$

---

Σχήμα 4.9: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $2\pi \text{ rad}$

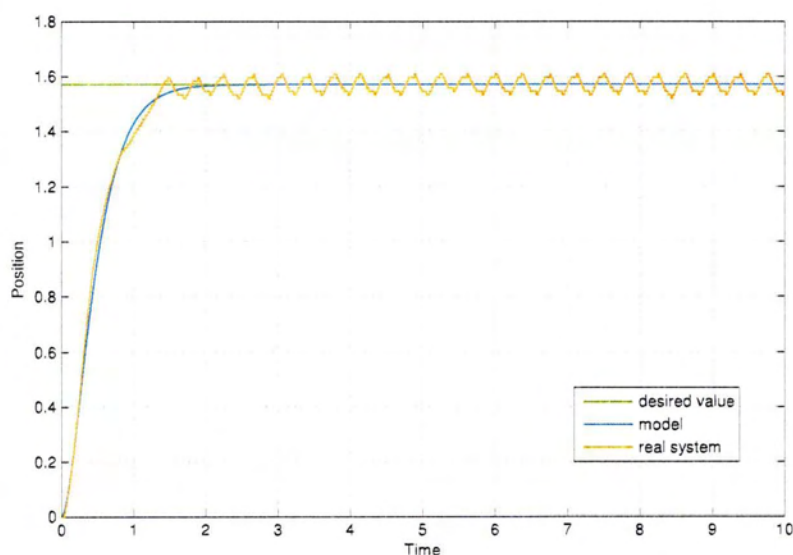
### 4.2.2 Σύστημα με έκκεντρο κρεμάμενη μάζα

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε είναι το “nonlinear\_stribeck.mdl”. Οι παράμετροι του κάθε πειράματος βρίσκονται δίπλα από την γραφική παράσταση της απόκρισης του. Μαζί με την απόκριση του πραγματικού συστήματος υπάρχει και αυτή του μοντέλου για σύγκριση.

Τα πειράματα των σχημάτων 4.10, 4.11 και 4.12 έγιναν χωρίς την χρήση του συντελεστή τριβής. Τα αποτελέσματα δεν είναι ικανοποιητικά καθώς το σύστημα παρουσιάζει σημαντική αστάθεια γύρω από την επιθυμητή θέση. Η αστάθεια αυτή οφείλεται στην λάθος εκτίμηση της στατικής τριβής, μία τέτοια συμπεριφορά είδαμε να εμφανίζει το μοντέλο στην περίπτωση που οι δυνάμεις τριβών εκτιμηθούν μεγαλύτερες.

Στην περίπτωση που χρησιμοποιηθεί χαμηλότερη τιμή στον όρο ακύρωσης της τριβής το σύστημα δεν φτάνει στην επιθυμητή τιμή. Αυτό είναι πιθανό να οφείλεται στο γεγονός ότι οι δυνάμεις τριβών εξαρτώνται και από την γωνία του κινητήρα.

Επίσης υπάρχει και ένα σφάλμα στον όρο ακύρωσης του βάρους λόγω απόκλισης της αρχικής γωνίας από την μηδενική. Όπως φάνηκε στο μοντέλο αποκλίσεις στο όρο αυτόν έχουν σημαντική επίδραση στην απόκριση του συστήματος και εισάγουν μία τυχαιότητα στην συμπεριφορά του.



---

desired value =  $\pi/2$

$k_p = 16$

$k_v = 8$

$u < 1$

$J = 110.43 \cdot 10^{-5}$

$R = 1.4$

$k_t = 0.0605$

$T_c = 2 \cdot 10^{-3}$

$T_s = 6 \cdot 10^{-3}$

$a = 2.395$

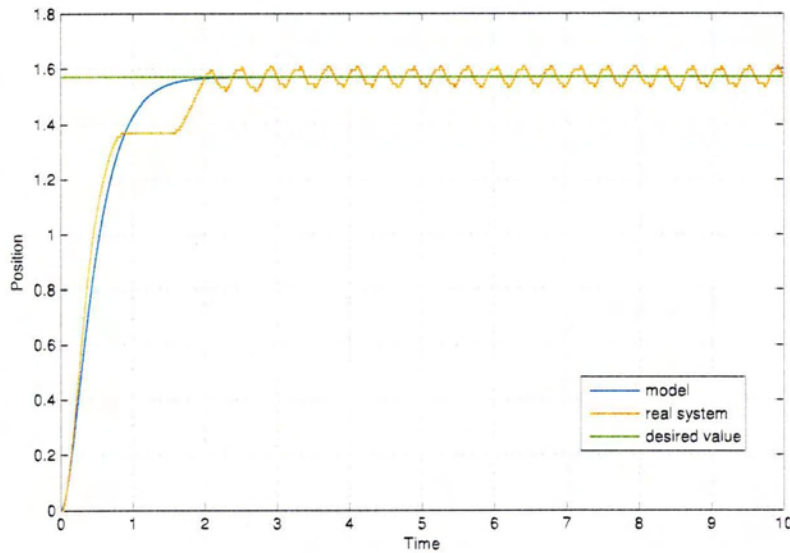
$b = 1.079 \cdot 10^{-3}$

$\omega_s = 1.246$

---

Σχήμα 4.10: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



---

desired value =  $\pi/2$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 110.43 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 7 \cdot 10^{-3}$$

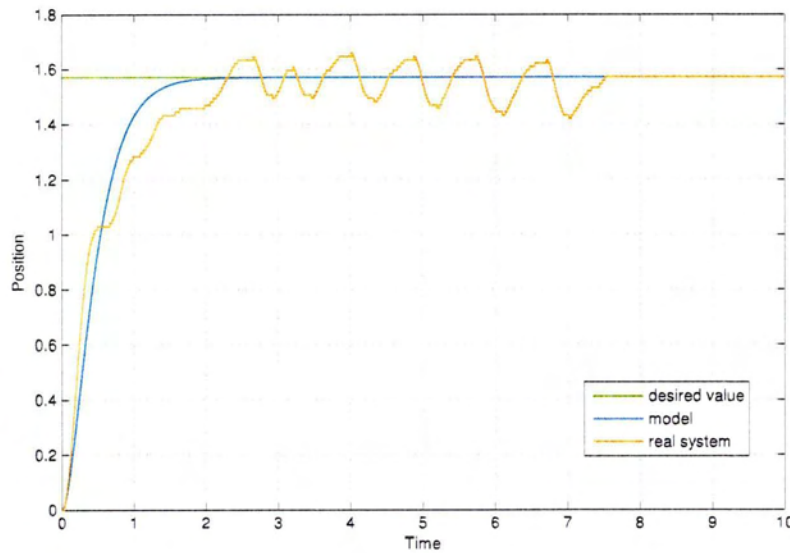
$$a = 2.395$$

$$b = 1.079 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_s = 1.246$$


---

Σχήμα 4.11: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad.



---

desired value =  $\pi/2$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 0.2$$

$$J = 165.43 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 2.02 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 9 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 2.395$$

$$b = 1.08 \cdot 10^{-3}$$

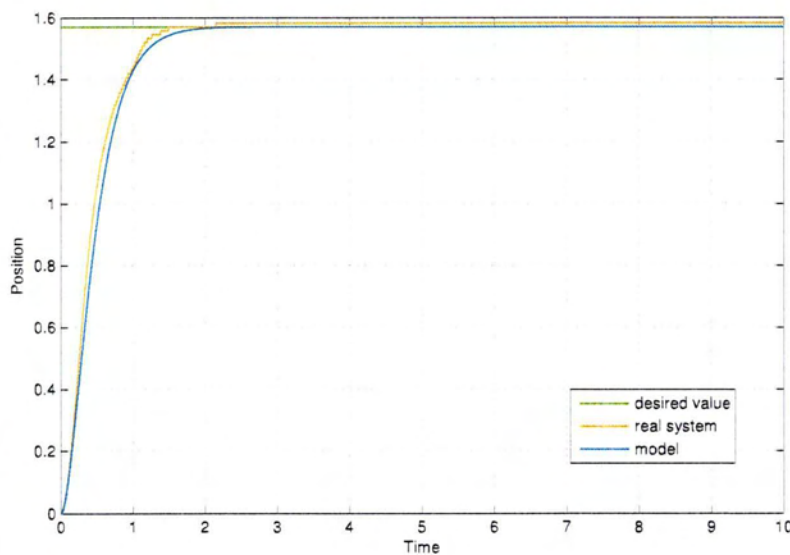
$$\omega_s = 1.246$$


---

Σχήμα 4.12: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad.

### Συντελεστής τριβής

Τα πειράματα που ακολουθούν, σχήματα 4.13 μέχρι 4.15, έγιναν με την χρήση του συντελεστή τριβής  $cof$ . Σε αυτήν την περίπτωση το σύστημα έγινε πιο σταθερό, χωρίς τις ταλαντώσεις που παρουσίαζε χωρίς τον συντελεστή. Η απόκριση δεν ταυτίζεται με αυτήν του μοντέλου, πράγμα αναμενόμενο, αφού η προσθήκη του συντελεστή μεταβάλλει την συμπεριφορά του ελεγκτή.



---


$$\text{desired value} = \pi/2$$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 110.43 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$m = 0.082$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 2.0 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 2.395$$

$$b = 1.08 \cdot 10^{-3}$$

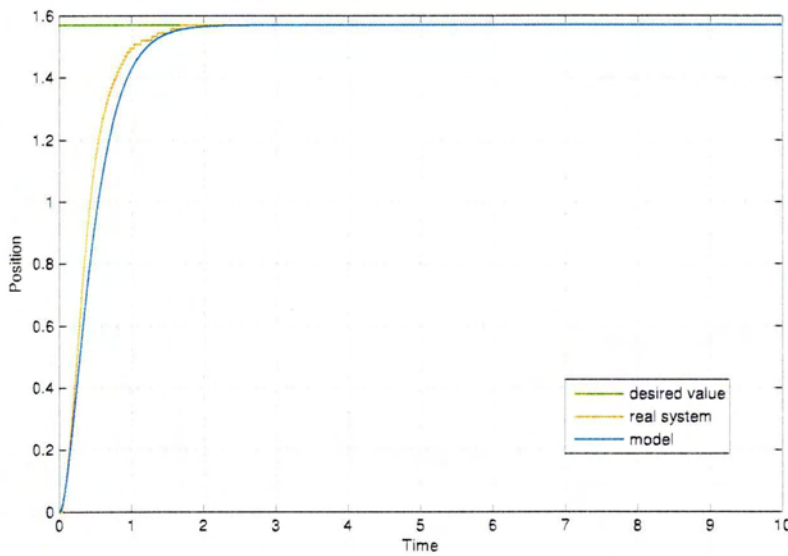
$$\omega_s = 1.246$$


---

Σχήμα 4.13: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2 \text{ rad}$ . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση και του συντελεστή τριβής  $cof$ .



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



---


$$\text{desired value} = \pi/2$$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 110.43 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$m = 0.082$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 2.0 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 6 \cdot 10^{-3}$$

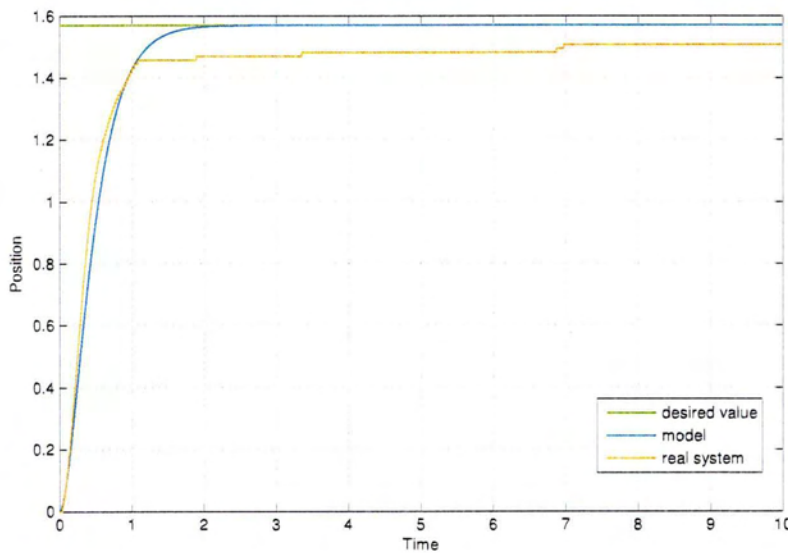
$$a = 2.395$$

$$b = 1.08 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_s = 1.246$$


---

Σχήμα 4.14: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad. Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση και του συντελεστή τριβής *cof*.



---


$$\text{desired value} = \pi/2$$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 110.43 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$m = 0.082$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 2.0 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 7.5 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 2.395$$

$$b = 1.08 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_s = 1.246$$


---

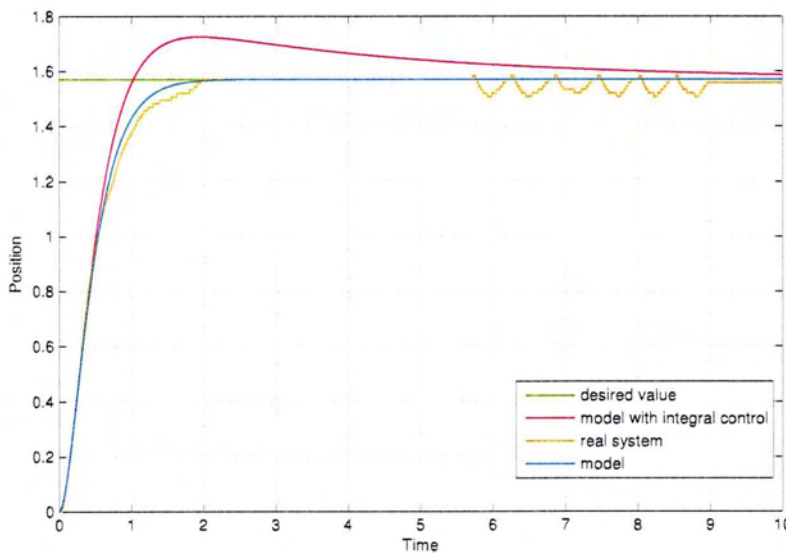
Σχήμα 4.15: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad. Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση και του συντελεστή τριβής *cof*.

### Προσθήκη ολοκληρωτικού όρου

Με την προσθήκη του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή γενικά βελτιώνεται η συμπεριφορά του συστήματος. Μηδενίζεται το σφάλμα μόνιμης κατάστασης πιο εύκολα και μειώνονται οι ταλαντώσεις γύρω από την επιθυμητή τιμή της θέσης στην περίπτωση που δεν χρησιμοποιηθεί ο συντελεστής τριβής, σχήμα 4.16.

Με την προσθήκη και του συντελεστή τριβής το σύστημα γίνεται πιο σταθερό και μηδενίζονται τελείως οι ταλαντώσεις γύρω από την επιθυμητή θέση, σχήματα 4.17 και 4.18. Η συμπεριφορά του ελεγκτή του πραγματικού συστήματος είναι λογικό να διαφέρει από αυτήν του μοντέλου καθώς έχουν προστεθεί και επιπλέον όροι στον ελεγκτή όπως η Embedded MATLAB Function και ο συντελεστής τριβής.

Στο σχήμα 4.19 έχει προστεθεί η Embedded Function και στο μοντέλο για καλύτερη σύγκριση.



---


$$\text{desired value} = \pi/2$$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$k_i = 4$$

$$u < 1$$

$$J = 110.43 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$m = 0.082$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 2.0 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 7.5 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 2.395$$

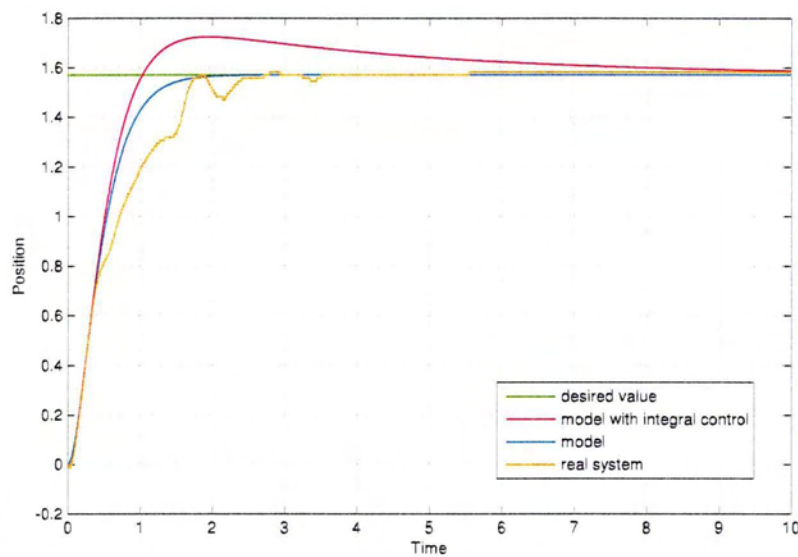
$$b = 1.08 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_s = 1.246$$


---

Σχήμα 4.16: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2 \text{ rad}$ . Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση του συντελεστή τριβής  $cof$  και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



---

desired value =  $\pi/2$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$k_i = 4$$

$$u < 1$$

$$J = 110.43 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$m = 0.086$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 2.0 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 7 \cdot 10^{-3}$$

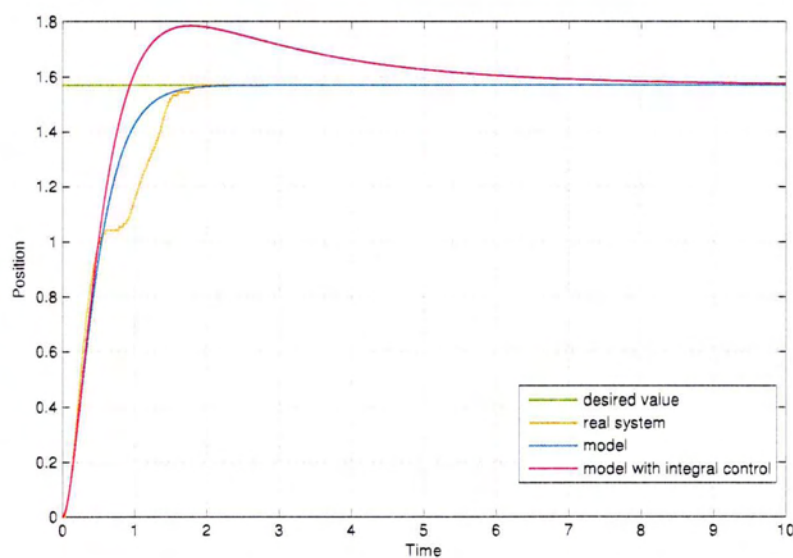
$$a = 2.395$$

$$b = 1.08 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_s = 1.246$$


---

Σχήμα 4.17: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad. Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση του συντελεστή τριβής *cof* και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή.



---

desired value =  $\pi/2$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$k_i = 5$$

$$u < 1$$

$$J = 110.43 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$m = 0.084$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 2.0 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 7 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 2.395$$

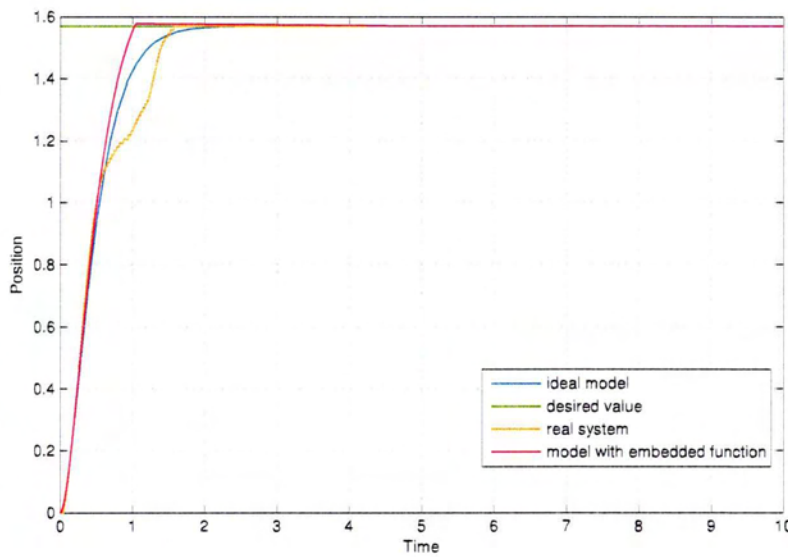
$$b = 1.08 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_s = 1.246$$


---

Σχήμα 4.18: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad. Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση του συντελεστή τριβής *cof* και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



---


$$\text{desired value} = \pi/2$$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$k_i = 4$$

$$u < 1$$

$$J = 110.43 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$m = 0.086$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 2.0 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 7.0 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 2.395$$

$$b = 1.08 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_s = 1.246$$

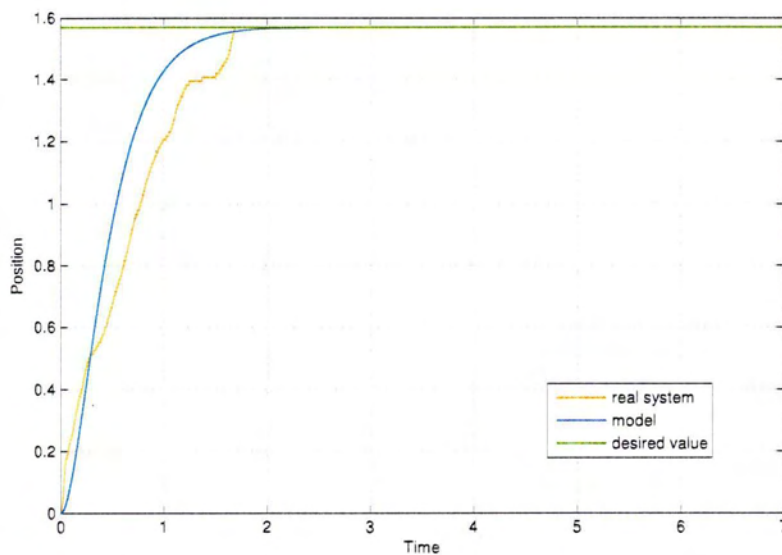

---

Σχήμα 4.19: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad. Σε αυτήν την περίπτωση έγινε χρήση του συντελεστή τριβής  $cof$  και του ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή.

### 4.2.3 Σύστημα τροχαλίας νήματος

Τα αποτελέσματα των πειραμάτων για το σύστημα τροχαλίας-νήματος, χωρίς την χρήση ολοκληρωτικού όρου βρίσκονται στα σχήματα 4.20 με 4.28. Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο του συστήματος είναι το "nonlinear\_stribeck.mdl". Οι παράμετροι του κάθε πειράματος βρίσκονται δίπλα από την γραφική παράσταση της απόκρισης του. Μαζί με την απόκριση του πραγματικού συστήματος υπάρχει και αυτή του μοντέλου για σύγκριση.

Εδώ είναι εμφανής η τυχαία συμπεριφορά της τριβής στις χαμηλές ταχύτητες αφού για ίδιες τιμές των παραμέτρων έχουμε διαφορετική μεταβατική συμπεριφορά, σχήματα 4.20 και 4.21. Η τελική θέση είναι η ίδια βέβαια και δεν περιλαμβάνει κάποιο σφάλμα μόνιμης κατάστασης, εκτός από την περίπτωση των σχημάτων 4.24 και 4.27, που πιθανώς οφείλεται σε κάποια διαταραχή λόγω του νήματος και αναμένεται να εξαλειφθεί με την χρήση του ολοκληρωτικού όρου του ελεγκτή.



---


$$\text{desired value} = \pi/2$$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 25 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 14.5 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 1.346$$

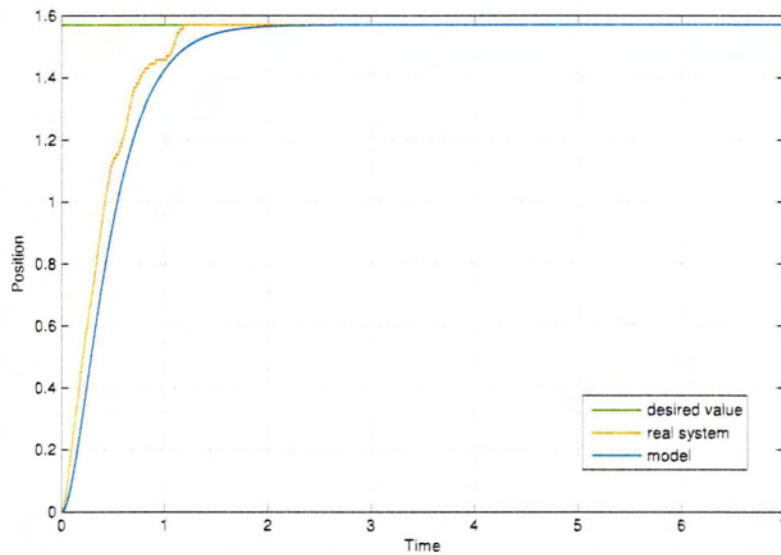
$$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 0.971$$


---

Σχήμα 4.20: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2 \text{ rad}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



---

desired value =  $\pi/2$

$k_p = 16$

$k_v = 8$

$u < 1$

$J = 25 \cdot 10^{-5}$

$R = 1.4$

$k_t = 0.0605$

$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$

$T_s = 14.5 \cdot 10^{-3}$

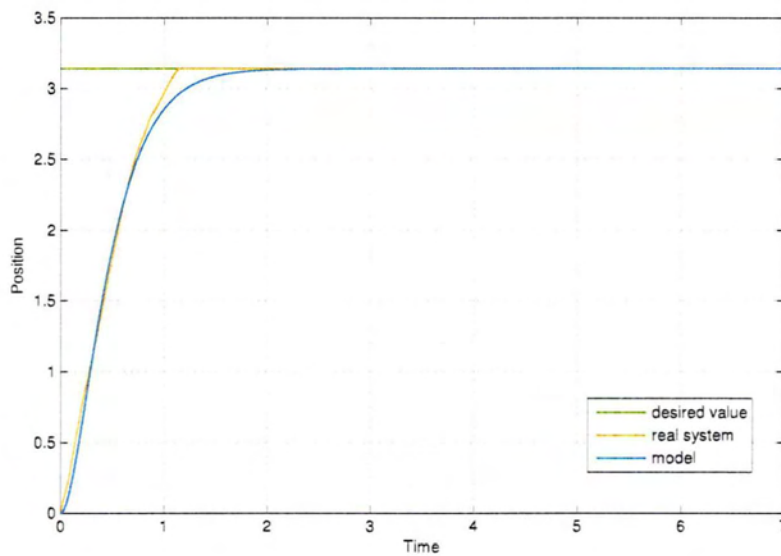
$a = 1.346$

$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$

$\omega_s = 0.971$

---

Σχήμα 4.21: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad



---

desired value =  $\pi$

$k_p = 16$

$k_v = 8$

$u < 1$

$J = 25 \cdot 10^{-5}$

$R = 1.4$

$k_t = 0.0605$

$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$

$T_s = 14.5 \cdot 10^{-3}$

$a = 1.346$

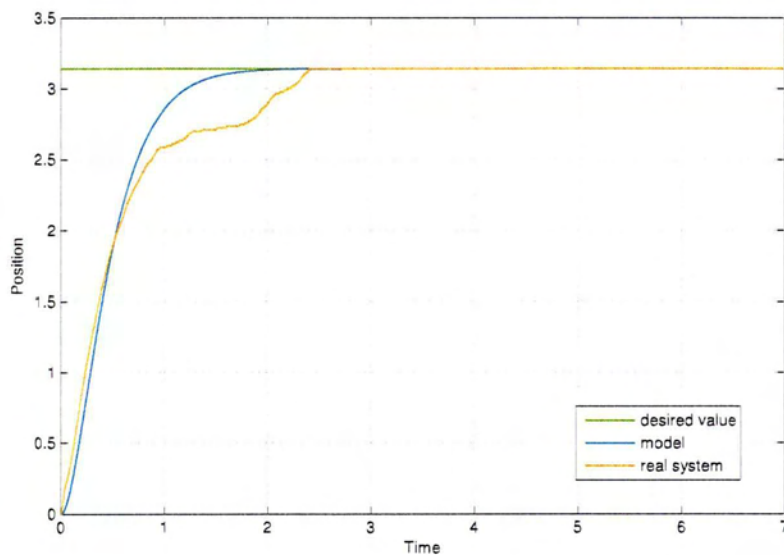
$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$

$\omega_s = 0.971$

---

Σχήμα 4.22: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi$  rad

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



---

desired value =  $\pi$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 25 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 14.5 \cdot 10^{-3}$$

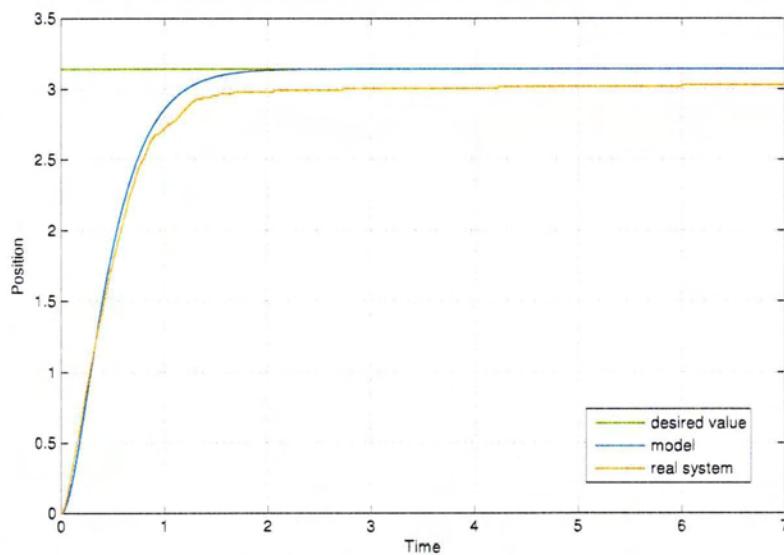
$$a = 1.346$$

$$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 0.971$$


---

Σχήμα 4.23: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi$  rad



---

desired value =  $\pi$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 25 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 14.5 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 1.346$$

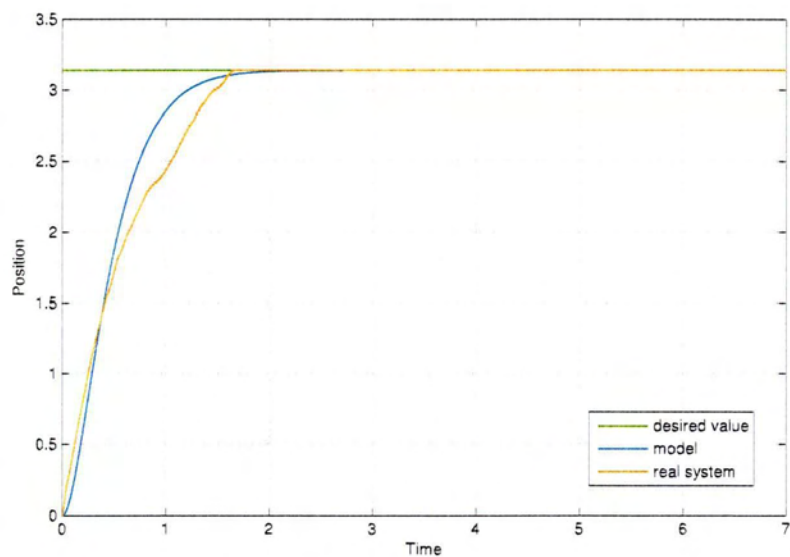
$$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 0.971$$


---

Σχήμα 4.24: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi$  rad

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ




---

desired value =  $\pi$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 25 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 14.5 \cdot 10^{-3}$$

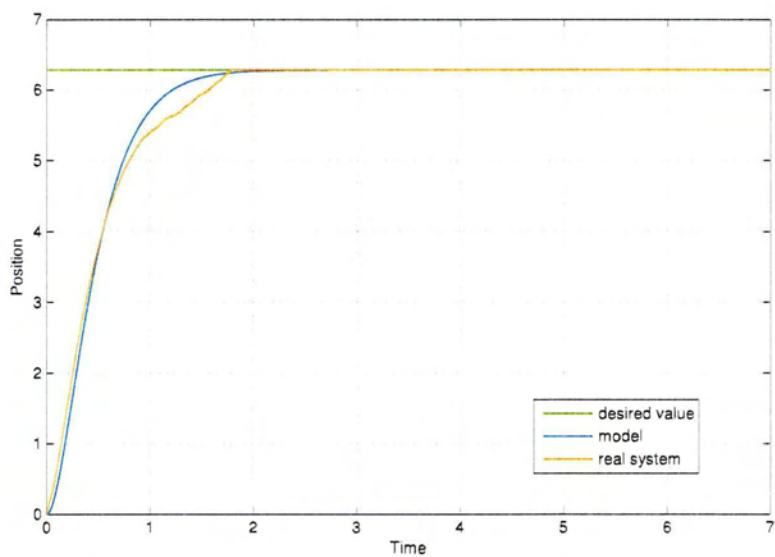
$$a = 1.346$$

$$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 0.971$$


---

Σχήμα 4.25: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi$  rad




---

desired value =  $2\pi$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$u < 1$$

$$J = 25 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 14.9 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 1.346$$

$$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$$

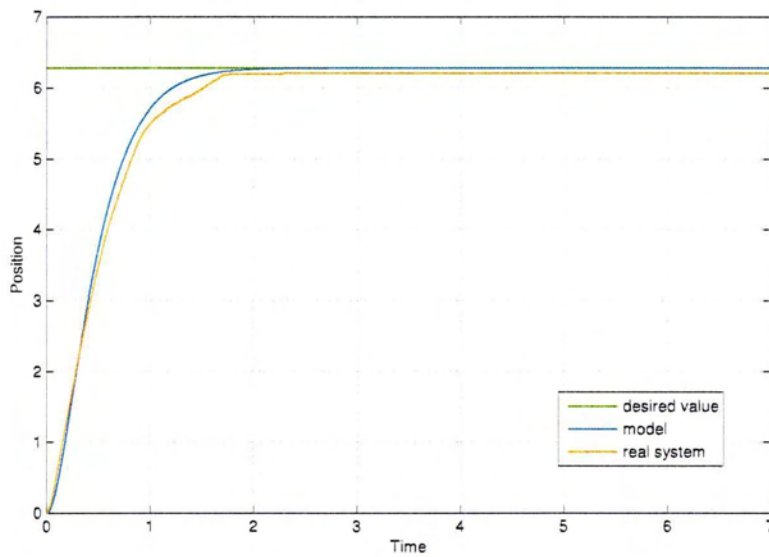
$$\omega_s = 0.971$$


---

Σχήμα 4.26: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $2\pi$  rad



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



---

desired value =  $2\pi$

$k_p = 16$

$k_v = 8$

$u < 1$

$J = 25 \cdot 10^{-5}$

$R = 1.4$

$k_t = 0.0605$

$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$

$T_s = 14.9 \cdot 10^{-3}$

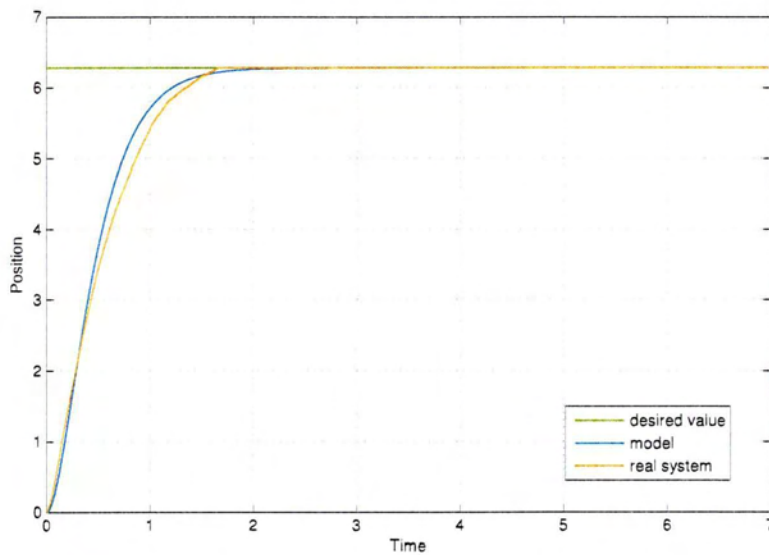
$a = 1.346$

$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$

$\omega_s = 0.971$

---

Σχήμα 4.27: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $2\pi \text{ rad}$



---

desired value =  $2\pi$

$k_p = 16$

$k_v = 8$

$u < 1$

$J = 25 \cdot 10^{-5}$

$R = 1.4$

$k_t = 0.0605$

$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$

$T_s = 14.9 \cdot 10^{-3}$

$a = 1.346$

$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$

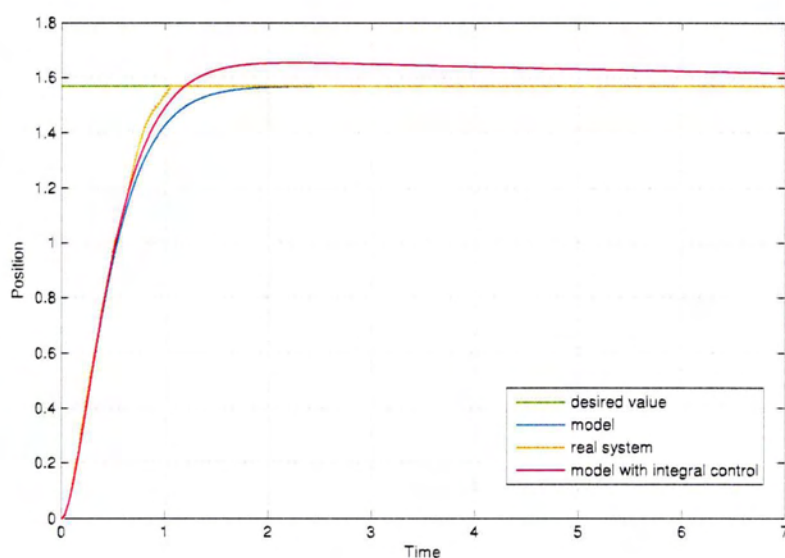
$\omega_s = 0.971$

---

Σχήμα 4.28: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $2\pi \text{ rad}$

### Προσθήκη ολοκληρωτικού όρου

Ακολουθούν τα αποτελέσματα από την χρήση ολοκληρωτικού ελέγχου, σχήματα 4.29 με 4.32. Στο 4.32 έχει προστεθεί η “Embedded MATLAB function” και στο μοντέλο. Εδώ έχει μηδενιστεί και το σφάλμα μόνιμης κατάστασης.



---

desired value =  $\pi/2$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$k_i = 2$$

$$u < 1$$

$$J = 25 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 14.9 \cdot 10^{-3}$$

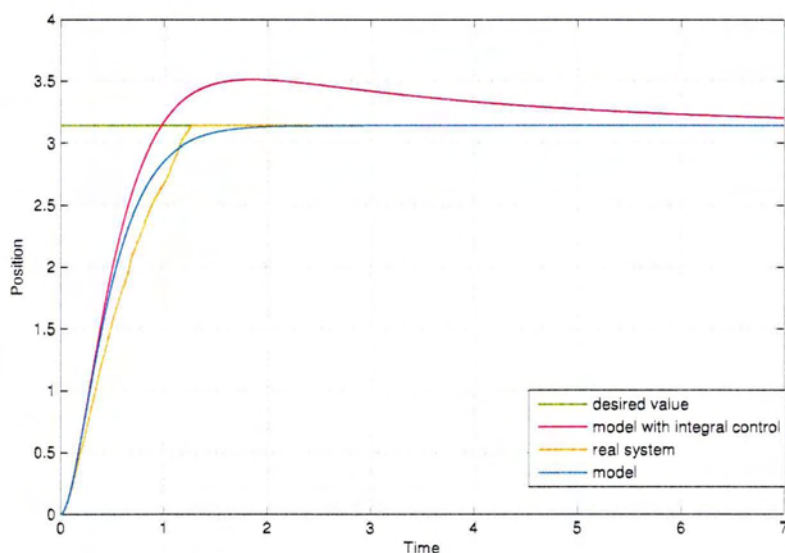
$$a = 1.346$$

$$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 0.971$$


---

Σχήμα 4.29: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi/2$  rad



---

desired value =  $\pi$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$k_i = 5$$

$$u < 1$$

$$J = 25 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 14.9 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 1.346$$

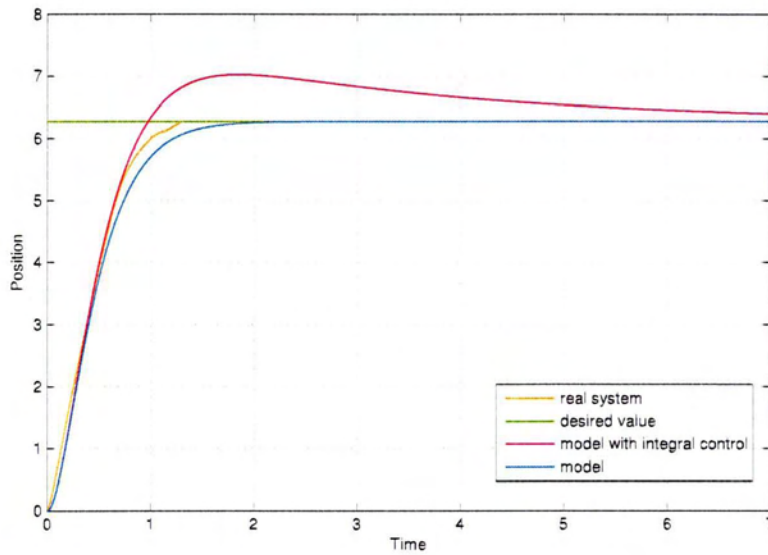
$$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 0.971$$


---

Σχήμα 4.30: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $\pi$  rad

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ




---

desired value =  $2\pi$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$k_i = 4$$

$$u < 2$$

$$J = 25 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 14.9 \cdot 10^{-3}$$

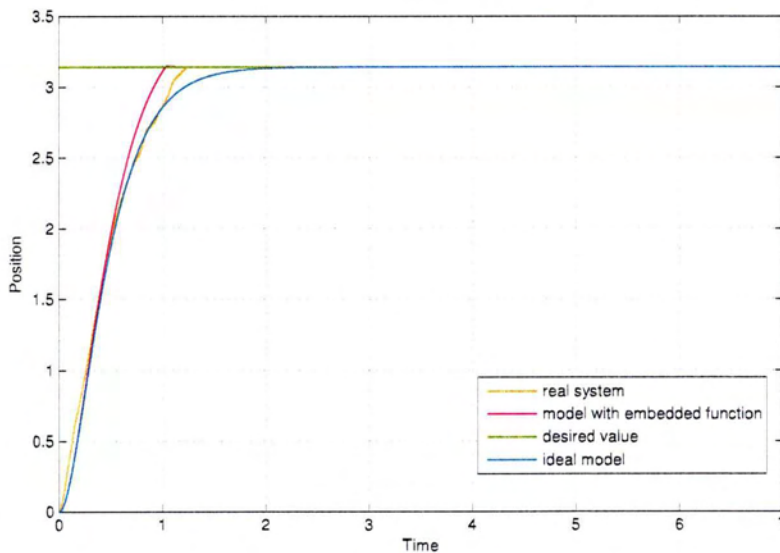
$$a = 1.346$$

$$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 0.971$$


---

Σχήμα 4.31: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $2\pi$  rad




---

desired value =  $2\pi$

$$k_p = 16$$

$$k_v = 8$$

$$k_i = 4$$

$$u < 2$$

$$J = 25 \cdot 10^{-5}$$

$$R = 1.4$$

$$k_t = 0.0605$$

$$T_c = 10 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = 14.5 \cdot 10^{-3}$$

$$a = 1.346$$

$$b = 21.46 \cdot 10^{-5}$$

$$\omega_s = 0.971$$


---

Σχήμα 4.32: Απόκριση του συστήματος για επιθυμητή τιμή  $2\pi$  rad

## Κεφάλαιο 5

# Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντικές εργασίες

### 5.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε το σύστημα αυτομάτου ελέγχου ενός μη γραμμικού συστήματος. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε είναι αυτή του σχεδιασμού του ελεγκτή με βάση το μοντέλο του συστήματος.

Αρχικά ήταν απαραίτητη η όσο το δυνατόν ακριβέστερη μοντελοποίηση του συστήματος, στην συνέχεια ακολούθησε ο θεωρητικός σχεδιασμός του ελεγκτή και μετά εφαρμόστηκε πρώτα σε ένα μοντέλο στο λογισμικό Matlab και στην συνέχεια στην πράξη.

Από την εφαρμογή του ελεγκτή στο πραγματικό σύστημα προέκυψαν κάποια σημαντικά συμπεράσματα σχετικά με την λειτουργία του. Γενικά η απόκριση του είναι ικανοποιητική, ακυρώνονται τα διάφορα μη γραμμικά φαινόμενα και οι διαφορετικές πειραματικές εγκαταστάσεις έρχονται στην επιθυμητή θέση με αρκετά καλή ακρίβεια.

Πιο συγκεκριμένα, για το πρώτο σύστημα με την ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα, η απόκριση του ελεγκτή είναι ιδανική, μηδενίζεται το σφάλμα στην τελική θέση και η απόκριση ακολουθεί αυτή του μοντέλου. Αυτό βέβαια οφείλεται στο γεγονός ότι δεν υπάρχουν σημαντικά μη γραμμικά φαινόμενα σε αυτό το σύστημα.

Όσον αφορά το δεύτερο σύστημα με την κρεμάμενη μάζα, χρειάστηκε να προστεθεί μία επιπλέον εξάρτηση της τριβής από την γωνία του κινητήρα για να σταθεροποιηθεί η συμπεριφορά του. Υπάρχει ένα μικρό σφάλμα μόνιμης κατάστασης, που μπορεί να οφείλεται σε λάθος στην εκτίμηση κάποιας παραμέτρου, αλλά μπορεί να

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ

διορθωθεί με την χρήση ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή.

Τέλος, στο σύστημα με την τροχαλία και το νήμα, ο ελεγκτής έχει πολύ καλή συμπεριφορά και με την χρήση ολοκληρωτικού όρου μηδενίστηκε και το σφάλμα μόνιμης κατάστασης.

Σημαντική βελτίωση έχουμε στο δεύτερο σύστημα σε σχέση με τον γραμμικό έλεγχο και τον τυπικό PID ελεγκτή. Ο όρος της ροπής που προκαλείται από την έκκεντρη μάζα περιλαμβάνει το ημίτονο της γωνίας του κινητήρα και προκαλεί προβλήματα στον γραμμικό έλεγχο. Με την εφαρμογή του ελεγκτή βασισμένου στο μοντέλο ο όρος αυτός ακυρώνεται και το σύστημα συμπεριφέρεται σαν γραμμικό. Επίσης στα υπόλοιπα συστήματα μειώνεται το σφάλμα μόνιμης κατάστασης που οφείλεται στην στατική τριβή.

Βέβαια για την σωστή εφαρμογή του συγκεκριμένου ελεγκτή προαπαιτείται η όσο το δυνατόν πιο ακριβής γνώση των παραμέτρων του συστήματος που πρόκειται να ελεγχθεί. Όπως φαίνεται και από τα αποτελέσματα, αποκλίσεις από τις πραγματικές τιμές μπορεί να έχουν σημαντική επίδραση στην απόκριση του συστήματος. Ακόμη, ο ελεγκτής δεν αντιδράει καλά σε περίπτωση που εμφανίζονται φαινόμενα που δεν έχουν προβλεφθεί όπως διάφορες εξωτερικές διαταραχές.

Επομένως η χρήση του ελεγκτή βασισμένου σε μοντέλο κρίνεται απαραίτητη για το σύστημα με την έκκεντρη μάζα, ενώ για τα άλλα δύο συστήματα εξαρτάται από την επιθυμητή ακρίβεια. Γενικά, αν απαιτείται υψηλή ακρίβεια και είναι γνωστές οι παράμετροι του συστήματος τότε είναι καλή η επιλογή αυτού του ελεγκτή σε σχέση με τον τυπικό PID. Σε αντίθετη περίπτωση, αν δηλαδή δεν είναι γνωστές οι παράμετροι του συστήματος ή εμφανίζονται εξωτερικές διαταραχές τότε είναι προτιμότερος ο PID.

## 5.2 Προτάσεις για μελλοντικές εργασίες

Λόγω του μεγάλου εύρους του αυτομάτου ελέγχου υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους θα μπορούσε να βελτιωθεί το σύστημα που εξετάστηκε, ενδεικτικά:

- Μελέτη και εφαρμογή και άλλων αλγορίθμων μη γραμμικού ελέγχου
- Εφαρμογή της μεθόδου σε σύστημα 2 βαθμών ελευθερίας
- Βελτίωση των αποτελεσμάτων με την χρήση αισθητήρα ταχύτητας
- Χρήση κάποιου δυναμικού μοντέλου για την περιγραφή των δυνάμεων τριβής, όπως για παράδειγμα του Dahl.
- Πραγματοποίηση ελέγχου ροπής

## Βιβλιογραφία

- [1] “servomechanism”. Encyclopædia Britannica. Encyclopædia Britannica Online. Encyclopædia Britannica Inc., 2012. Web. 19 Oct. 2012 <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/536030/servomechanism>
- [2] Κρικιέλης Ν., “ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟ ΕΛΕΓΧΟ”, 3η έκδοση, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 2000
- [3] Katsuhiko Ogata, “MODERN CONTROL ENGINEERING”, Prentice Hall International, Series in System and Control Engineering, third edition, USA 1997
- [4] John J. Craig, “Introduction to Robotics: Mechanics and Control”, Pearson Education, third edition, 2005
- [5] H. Olsson, K.J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert and P. Lischinsky, “Friction Models and Friction Compensation”, 1997
- [6] Sören Andersson, Anders Söderberg and Stefan Björklund, “Friction models for sliding dry, boundary and mixed lubricated contacts”, 2005
- [7] Φίλιππος Παγωνόπουλος, “Κατασκευή, μοντελοποίηση και έλεγχος σερβομηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας.”, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2010
- [8] Αργύρης Κωνσταντίνος, “Σχεδιασμός και Ανάπτυξη αλγορίθμων ελέγχου και λογισμικού για εργαστηριακές ασκήσεις Αυτομάτου Ελέγχου”. Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2011
- [9] [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)
- [10] [www.ni.com](http://www.ni.com)
- [11] [www.maxonmotor.com](http://www.maxonmotor.com)

# Παράρτημα Α΄

## Α΄.1 Κώδικες

### Α΄.1.1 Embedded MATLAB Function

Ο κώδικας που ακολουθεί είναι από την πρώτη “Embedded MATLAB Function” η οποία δημιουργεί μία “ζώνη” τιμών γύρο από το μηδέν και στην περίπτωση που η ταχύτητα βρίσκεται μέσα σε αυτήν βγάζει σαν έξοδο το πρόσημο του σφάλματος. Η function αυτή περιγράφεται αναλυτικότερα στο κεφάλαιο 4.1.

---

```
1 %#eml
2 %u1=velocity
3 %u2=error
4
5 if (abs(u1) < 0.1)
6
7     y = sign(u2)*(abs(u1)+10(-4));
8
9 else
10
11     y = u1;
12
13 end
```

---

Ακολουθεί η δεύτερη “Embedded MATLAB Function” η οποία έχει είσοδο την θέση και έξοδο την σχετική θέση  $\frac{\theta}{\theta_a}$ . δηλαδή την θέση σε σχέση με την επιθυμητή θέση. Η έξοδος αυτής της function είναι η μεταβλητή της συνάρτησης του συντελεστή



τριβής *cof.*

---

```
1 function y = position_ratio(u1,u2)
2 %u1 = position
3 %u2 = desired position
4
5 if (u1/u2)< 1
6
7     y = u1/u2;
8
9 else
10
11     y = 2-u1/u2;
12
13 end
```

---

## A.2 Κώδικας εύρεσης των παραμέτρων του μοντέλου τριβής

Ο κώδικας που ακολουθεί μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές του μοντέλου τριβής, εξίσωση (2.8). Όπου “velocity” είναι οι τιμές της ταχύτητας και “friction” η τιμές της τριβής.

---

```
1 function createFit(velocity,friction)
2 %CREATEFIT Create plot of data sets and fits
3 % CREATEFIT(VELOCITY,FRICION)
4 % Creates a plot, similar to the plot in the main Curve Fitting Tool,
5 % using the data that you provide as input. You can
6 % use this function with the same data you used with CFTOOL
7 % or with different data. You may want to edit the function to
8 % customize the code and this help message.
9 %
10 % Number of data sets: 1
11 % Number of fits: 1
12
13 % Data from data set "friction vs. velocity":
14 % X = velocity:
15 % Y = friction:
16 % Unweighted
17
18 % Auto-generated by MATLAB on 26-Oct-2012 23:18:23
19
20 % Set up figure to receive data sets and fits
21 f_ = clf;
22 figure(f_);
23 set(f_,'Units','Pixels','Position',[574 256 680 481]);
24 % Line handles and text for the legend.
25 legh_ = [];
26 legt_ = {};
27 % Limits of the x-axis.
28 xlim_ = [Inf -Inf];
29 % Axes for the plot.
30 ax_ = axes;
```

```

31 set(ax_,'Units','normalized','OuterPosition',[0 0 1 1]);
32 set(ax_,'Box','on');
33 axes(ax_);
34 hold on;
35
36 % --- Plot data that was originally in data set "friction vs. velocity"
37 velocity = velocity(:);
38 friction = friction(:);
39 h_ = line(velocity,friction,'Parent',ax_,'Color',[0.333333 0 0.666667],...
40         'LineStyle','none', 'LineWidth',1,...
41         'Marker','.', 'MarkerSize',12);
42 xlim_(1) = min(xlim_(1),min(velocity));
43 xlim_(2) = max(xlim_(2),max(velocity));
44 legh_(end+1) = h_;
45 legt_{end+1} = 'friction vs. velocity';
46
47 % Nudge axis limits beyond data limits
48 if all(isfinite(xlim_))
49     xlim_ = xlim_ + [-1 1] * 0.01 * diff(xlim_);
50     set(ax_,'XLim',xlim_)
51 else
52     set(ax_,'XLim',[-0.200000000000000001, 20.199999999999999]);
53 end
54
55 % --- Create fit "fit 1"
56 fo_ = fitoptions('method','NonlinearLeastSquares','Lower',[0 0 0 0 0]);
57 ok_ = isfinite(velocity) & isfinite(friction);
58 if ~all( ok_ )
59     warning( 'GenerateMFile:IgnoringNansAndInfs',...
60             'Ignoring NaNs and Infs in data.' );
61 end
62 st_ = [0.002 0.00300000000000000001 0 0.62067635471245908 0.683000000000000005 ];
63 set(fo_,'Startpoint',st_);
64 ft_ = fittype('(Tc+(Ts-Tc)*exp(-(x/us)^a))+kv*x',...
65             'dependent',{'y'},'independent',{'x'},...
66             'coefficients',{'Tc', 'Ts', 'a', 'kv', 'us'});
67
68 % Fit this model using new data

```

```

69 cf_ = fit(velocity(ok_),friction(ok_),ft_,fo_);
70 % Alternatively uncomment the following lines to use coefficients from the
71 % original fit. You can use this choice to plot the original fit against new
72 % data.
73 %   cv_ = { 0.00091686195067950998, 0.0040929968603492959, 1.2919790177900701,
74 %           0.00013035543597056829, 9.444911740235451};
75 %   cf_ = cfit(ft_,cv_{:});
76
77 % Plot this fit
78 h_ = plot(cf_,'fit',0.95);
79 set(h_(1),'Color',[1 0 0],...
80     'LineStyle','-','LineWidth',2,...
81     'Marker','none','MarkerSize',6);
82 % Turn off legend created by plot method.
83 legend off;
84 % Store line handle and fit name for legend.
85 legh_(end+1) = h_(1);
86 legt_{end+1} = 'fit 1';
87
88 % --- Finished fitting and plotting data. Clean up.
89 hold off;
90 % Display legend
91 leginfo_ = {'Orientation','vertical'};
92 h_ = legend(ax_,legh_,legt_,leginfo_{:});
93 set(h_,'Units','normalized');
94 t_ = get(h_,'Position');
95 t_(1:2) = [0.553431,0.771544];
96 set(h_,'Interpreter','none','Position',t_);
97 % Remove labels from x- and y-axes.
98 xlabel(ax_,'');
99 ylabel(ax_,'');

```

---

### A.3 Χαρακτηριστικά κινητήρα

Assigned power rating	W	150
Nominal voltage	V	48
No load speed	min <sup>-1</sup>	7580
Stall torque	mNm	2500
Max. continuous torque	mNm	184
Speed / torque gradient	min <sup>-1</sup> / mNm <sup>-1</sup>	3.04
No load current	mA	68.6
Starting current	A	41.4
Terminal resistance	Ohm	1.16
Max. permissible speed	min <sup>-1</sup>	12000
Nominal current (max. continuous current)	A	3.12
Max. efficiency	%	91.8
Torque constant	mNm / A <sup>-1</sup>	60.3
Speed constant	min <sup>-1</sup> / V <sup>-1</sup>	158
Mechanical time constant	ns	4.39
Rotor inertia	gcm <sup>2</sup>	139
Terminal inductance	mH	0.329
Thermal resistance housing-ambient	KW <sup>-1</sup>	4.65
Thermal resistance winding-housing	KW <sup>-1</sup>	1.93
Thermal time constant winding	s	41.9
Motor length	mm	71
Weight	g	480

## A'.4 Χαρακτηριστικά κάρτας NI PCI-6221

### General

Product Name	PCI-6221
Product Family	Multifunction Data Acquisition
Form Factor	PCI
Operating System/Target	Windows , Real-Time , Linux , Mac OS
LabVIEW RT Support	Yes
DAQ Product Family	M Series
Measurement Type	Digital , Frequency , Quadrature encoder , Voltage
RoHS Compliant	Yes

### Analog Input

Channels	16 , 8
Single-Ended Channels	16
Differential Channels	8
Resolution	16 bits
Sample Rate	250 kS/s
Max Voltage	10 V
Maximum Voltage Range	-10 V , 10 V
Maximum Voltage Range Accuracy	3100 $\mu$ V
Maximum Voltage Range Sensitivity	97.6 $\mu$ V
Minimum Voltage Range	-200 mV , 200 mV
Minimum Voltage Range Accuracy	112 $\mu$ V
Minimum Voltage Range Sensitivity	5.2 $\mu$ V
Number of Ranges	4
Simultaneous Sampling	No

<b>On-Board Memory</b>	4095 samples
<b>Analog Output</b>	
<b>Channels</b>	2
<b>Resolution</b>	16 bits
<b>Max Voltage</b>	10 V
<b>Maximum Voltage Range</b>	-10 V , 10 V
<b>Maximum Voltage Range Accuracy</b>	3230 $\mu$ V
<b>Minimum Voltage Range</b>	-10 V , 10 V
<b>Minimum Voltage Range Accuracy</b>	3230 $\mu$ V
<b>Update Rate</b>	833 kS/s
<b>Current Drive Single</b>	5 mA
<b>Digital I/O</b>	
<b>Bidirectional Channels</b>	24
<b>Input-Only Channels</b>	0
<b>Output-Only Channels</b>	0
<b>Number of Channels</b>	24 , 0 , 0
<b>Timing</b>	Hardware , Software
<b>Max Clock Rate</b>	1 MHz
<b>Logic Levels</b>	TTL
<b>Input Current Flow</b>	Sinking , Sourcing
<b>Output Current Flow</b>	Sinking , Sourcing
<b>Programmable Input Filters</b>	Yes
<b>Supports Programmable Power-Up States?</b>	Yes
<b>Current Drive Single</b>	24 mA
<b>Current Drive All</b>	448 mA

Watchdog Timer	No
Supports Handshaking I/O?	No
Supports Pattern I/O?	Yes
Maximum Input Range	0 V , 5 V
Maximum Output Range	0 V , 5 V
<b>Counter/Timers</b>	
Counters	2
Number of DMA Channels	2
Buffered Operations	Yes
Debouncing/Glitch Removal	Yes
GPS Synchronization	No
Maximum Range	0 V , 5 V
Max Source Frequency	80 MHz
Minimum Input Pulse Width	12.5 ns
Pulse Generation	Yes
Resolution	32 bits
Timebase Stability	50 ppm
Logic Levels	TTL
<b>Physical Specifications</b>	
Length	15.5 cm
Width	9.7 cm
I/O Connector	68-pin VHDCI female





ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000115227