



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

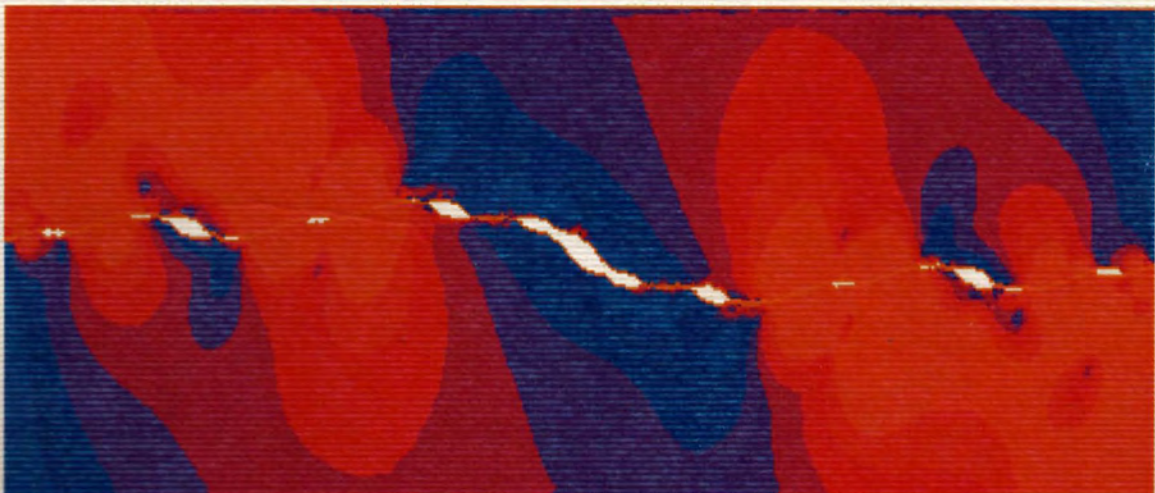
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Μελέτη της Επιρροής της Τραχύτητας στο Συντελεστή Τριβής με τη
Χρήση της Fractal Γεωμετρίας**



ΚΥΡΙΑΚΗ ΙΟΡΔΑΝΙΔΟΥ

**Επιβλέπουσα: Ολυμπία Παναγούλη, Επίκουρος Καθηγήτρια Τ.Π.Μ.
Παν/μίου Θεσσαλίας**

Βόλος, Ιούλιος 2011



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 9654/1
Ημερ. Εισ.: 05-09-2011
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ - ΠΜ
2011
ΙΟΡ



ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στην παρούσα εργασία μελετάται η επιρροή της τραχύτητας που εμφανίζουν οι διεπιφάνειες των ρωγμών, στο συντελεστή τριβής. Όπως είναι γνωστό η γεωμετρία των διεπιφανειών παίζει σημαντικό ρόλο στα προβλήματα επαφής. Σε πολλές περιπτώσεις η γεωμετρία αυτή είναι περίπλοκη και απαιτεί τη χρήση προχωρημένων μαθηματικών μοντέλων για την προσομοίωσή της. Η fractal γεωμετρία αντιπροσωπεύει ένα τέτοιο μαθηματικό μοντέλο για την προσομοίωση τραχιών διεπιφανειών, η τραχύτητα των οποίων παρουσιάζει την ίδια μορφή σε διαφορετικές κλίμακες (αναλύσεις). Στην παρούσα εργασία μελετάται τόσο η επιρροή της ανάλυσης, όσο και η επιρροή της fractal διάστασης τέτοιων διεπιφανειών στο μηχανισμό τριβής, ο οποίος προκύπτει ως αποτέλεσμα της σταδιακής πλαστικοποίησης των “αιχμών” που εμφανίζονται στις διεπιφάνειες. Επιπλέον, συνθήκες μονόπλευρης επαφής με τριβή λαμβάνονται υπόψη στη διεπιφάνεια.

Για την πραγματοποίηση των αναλύσεων στα πλαίσια της εργασίας επιλέχθηκε το πρόγραμμα λογισμικού MARC. Η επιλογή αυτού του προγράμματος μη γραμμικής ανάλυσης κρίθηκε αναγκαία για την αντιμετώπιση των μη-γραμμικοτήτων του προβλήματος.

Για τη μελέτη της επιρροής της τραχύτητας των διεπιφανειών των ρωγμών στο συντελεστή τριβής δημιουργήθηκε ένα δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Στη συνέχεια έγιναν παραμετρικές αναλύσεις όπου μελετήθηκε η επιρροή τόσο της fractal διάστασης των διεπιφανειών όσο και της ανάλυσης τους στο συντελεστή τριβής, που αναπτύσσεται στις διεπιφάνειες των ρωγμών. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι και οι δύο παράμετροι, που περιγράφουν με ακρίβεια την τραχύτητα των διεπιφανειών, επηρεάζουν το φαινόμενο συντελεστή τριβής και κατά συνέπεια ο συντελεστής τριβής δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μία μηχανική ιδιότητα ανεξάρτητη της ανάλυσης της διεπιφάνειας της ρωγμής.



ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Επιβλέπουσα καθηγήτρια της διπλωματικής εργασίας ήταν η κα. Παναγούλη Ολυμπία, επίκουρος καθηγήτρια του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, στην οποία οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την υποστήριξη, καθοδήγηση και την αίσθηση της συνεχούς επικοινωνίας που μου παρείχε κατά την εκπόνηση της εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Ευριπίδη Μυστακίδη, αναπληρωτή καθηγητή του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, για τη σημαντική βοήθεια που μου προσέφερε.

Ευχαριστίες οφείλω και στην υποψήφια διδάκτορα κα. Κυριακή Γεωργιάδη - Στεφανίδη για την πολύτιμη βοήθειά της κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας και στους κ. Κωνσταντίνο Τζάρο διδάκτορα και κα. Δάφνη Παντούσα υποψήφια διδάκτορα του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας για τη βοήθειά τους στο εργαστήριο.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένεια μου και στους φίλους μου που με στήριξαν κατά τη διάρκεια των σπουδών μου στο Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών.

Ιούλιος, 2011

Ιορδανίδου Κυριακή



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή.....	4
1ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΤΩΝ ΡΩΓΜΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ FRACTAL ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ.....	6
1.1 Fractal γεωμετρία.....	6
1.2 Fractal συναρτήσεις παρεμβολής.....	8
2ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΕ ΡΩΓΜΗ ΤΥΠΟΥ FRACTAL.....	15
2.1 Γενικά.....	15
2.2 Περιγραφή δισδιάστατου αναλυτικού μοντέλου.....	16
2.2.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά.....	19
2.2.2 Συνοριακές συνθήκες.....	19
2.2.3 Ιδιότητες υλικών.....	20
2.2.4 Διακριτοποίηση του προσομοιώματος με πεπερασμένα στοιχεία.....	21
2.2.5 Συνθήκες επαφής.....	31
2.2.6 Μη-γραμμικά φαινόμενα του προβλήματος.....	32
2.3 Μη-γραμμικότητα.....	33
3ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ FRACTAL ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΣΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ.....	34
3.1 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$	34
3.2 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$	40
3.3 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$	45
4ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ FRACTAL ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΣΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ.....	50
4.1 Εφαρμογή ομοιόμορφα κατανεμημένου κατακόρυφου φορτίου $P_v = 0.4f_y \times t$	50
4.2 Εφαρμογή ομοιόμορφα κατανεμημένου κατακόρυφου φορτίου $P_v = 0.7f_y \times t$	56
4.3 Εφαρμογή ομοιόμορφα κατανεμημένου κατακόρυφου φορτίου $P_v = 0.8f_y \times t$	62
5ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΟΥ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ.....	67
5.1 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$	67
5.2 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$	70
5.3 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$	72
6ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	74
ΒΙΒΛΙΟΦΡΑΦΙΑ:.....	75



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα fractals είναι πολύπλοκες γεωμετρικές μορφές που εμφανίζουν την ιδιότητα της αυτο-ομοιότητας και δεν μπορούν να περιγραφούν με τα σχήματα της κλασικής Ευκλείδειας γεωμετρίας. Η γεωμετρία των fractals περιγράφει με ακρίβεια τέτοιες μορφές με τη βοήθεια απλών αλγορίθμων και με τη χρήση μικρού αριθμού παραμέτρων. Έτσι η γεωμετρία των fractals, σε συνδυασμό με τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών, μπορεί να περιγράψει φυσικά σχήματα και δομές με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια. Για το λόγο αυτό, ένας μεγάλος αριθμός φυσικών προβλημάτων μπορεί να μελετηθεί στα πλαίσια της μηχανικής, που λαμβάνει υπόψη δομές τύπου fractal [1], [2], [3], [4].

Είναι γνωστό ότι η γεωμετρία της διεπιφάνειας μεταξύ δύο σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή παίζει σημαντικό ρόλο στα προβλήματα επαφής-τριβής. Γενικά, τόσο η επιφάνεια επαφής όσο και τα πεδία των τάσεων που αναπτύσσονται όταν δύο παραμορφώσιμα σώματα έρχονται σε επαφή, εξαρτάται από την τραχύτητα των διεπιφανειών. Έχει αποδειχθεί ότι η φύση της τραχύτητας αυτών των διεπιφανειών είναι πολύπλοκη και απαιτεί νέα προηγμένα μαθηματικά εργαλεία για την περιγραφή της.

Η γεωμετρία των fractals αναπτύχθηκε ραγδαία τα τελευταία 20 χρόνια επειδή παρέχει τη δυνατότητα περιγραφής ενός πολύπλοκου σχήματος σε διάφορες κλίμακες με τρόπο απλό. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα η fractal γεωμετρία να έχει βρει εφαρμογές σε διάφορους τομείς της επιστήμης όπως στη φυσική, τη μηχανική, τη βιολογία, τη γεωλογία και την επιστήμη των υλικών. Στην εφαρμοσμένη μηχανική, η μελέτη των fractals ξεκινά από το πείραμα, ακολουθεί η προσομοίωση και τέλος η θεωρία. Πειραματικές μελέτες [5], [6], [7] αναδεικνύουν το fractal χαρακτήρα των ρηγματωμένων επιφανειών. Πιο συγκεκριμένα, έχει αποδειχθεί σε πολλές περιπτώσεις ότι τα προφίλ αυτών των επιφανειών έχουν το χαρακτηριστικό της αυτο-ομοιότητας. Έτσι, αν μεγενθύνουμε ένα μικρό τμήμα μιας τέτοιας επιφάνειας θα δούμε πως είναι όμοιο με ένα μεγαλύτερο τμήμα κ.ο.κ.

Ο όρος fractal εισήχθη από τον πολωνικής καταγωγής μαθηματικό Benoit B. Mandelbrot, βασίζεται στη λατινική λέξη fractus (θρυμματισμένος ή σπασμένος), για να εκφράσει την ιδέα ενός σχήματος, του οποίου η διάσταση δεν περιγράφεται με ακέραιο αριθμό. Σύμφωνα με το Mandelbrot, ως fractal ορίζεται ένα σύνολο $F \subset \mathbb{R}^n$, όταν έχει μη ακέραια διάσταση Hausdorff ή όταν έχει ακέραια διάσταση Hausdorff αλλά η διάσταση αυτή είναι μεγαλύτερη από την τοπολογική του διάσταση [8]. Η “Hausdorff” διάσταση, που χρησιμοποιείται για το μαθηματικό ορισμό των fractals, δεν έχει εφαρμογή στη μελέτη των επιφανειών που εμφανίζονται στα προβλήματα της μηχανικής γιατί για τον υπολογισμό της προϋποθέτει μια επαναληπτική διαδικασία η οποία οδηγεί σε απείρως μικρές κλίμακες, που δεν μπορούν να επιτευχθούν μέσω πειραματικής διαδικασίας. Σε πραγματικά προβλήματα μηχανικής όπου συναντώνται fractal δομές, οι διαστάσεις τους εκτιμώνται μέσω της επιλογής ενός κατάλληλου εύρους κλίμακας. Για το λόγο αυτό, έχουν αναπτυχθεί πολλές τεχνικές που χρησιμοποιούν διαφορετικά εύρη κλίμακας (αναλύσεις) και διαφορετικούς υπολογιστικούς



αλγόριθμους, με συνέπεια τα παραγόμενα αποτελέσματα να διαφέρουν πολλές φορές σημαντικά. Επομένως, θα ήταν λάθος να θεωρήσουμε τη fractal διάσταση ενός φυσικού αντικειμένου ως χαρακτηριστική του ιδιότητα χωρίς να αναφερθούμε στην τεχνική που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της.

Σύμφωνα με τα ανωτέρω είναι δυνατό να εφαρμόσουμε τη μαθηματική θεωρία των fractals σε συγκεκριμένες “pre-fractal” γεωμετρίες, οι οποίες χαρακτηρίζονται από μια συγκεκριμένη τιμή ανάλυσης δ . Η προσέγγιση που εφαρμόστηκε εδώ για την προσομοίωση της τραχύτητας των διεπιφανειών στα πλαίσια της fractal γεωμετρίας [9] χρησιμοποιεί θεωρητικά μοντέλα με φυσικές ιδιότητες, που είναι μαθηματικά εύχρηστα. Πιο συγκεκριμένα, η προσομοίωση της τραχύτητας της διεπιφάνειας γίνεται με τη βοήθεια των fractal συναρτήσεων παρεμβολής οι οποίες εξασφαλίζουν τη μετάβαση από ένα δεδομένο διακριτό σύνολο σημείων σε μια συνεχή fractal καμπύλη. Οι διεπιφάνειες που παράγονται με αυτό το τρόπο, μέσα από μια επαναληπτική διαδικασία, χαρακτηρίζονται σε κάθε βήμα από μια διαφορετική ανάλυση (η ανάλυση γίνεται πιο ακριβής καθώς προχωράει η επαναληπτική διαδικασία). Έτσι η επαναληπτική διαδικασία δημιουργίας των διεπιφανειών μας δίνει τη δυνατότητα να μελετήσουμε “pre-fractal” γεωμετρίες με διαφορετική ανάλυση κάθε φορά. Το γεγονός αυτό καθιστά τη συγκεκριμένη προσέγγιση κατάλληλη για την προσομοίωση της γεωμετρίας των διεπιφανειών σε προβλήματα επαφής, όπου σε συνδυασμό με τη χρήση αξιόπιστων αριθμητικών μεθόδων οδηγεί σε μια ακριβή μελέτη του προβλήματος.

Στην παρούσα εργασία μελετάται η επιρροή της τραχύτητας που εμφανίζουν οι διεπιφάνειες των ρωγμών, στο συντελεστή τριβής. Όπως είναι γνωστό, η γεωμετρία των διεπιφανειών παίζει σημαντικό ρόλο στα προβλήματα επαφής. Σε πολλές περιπτώσεις η γεωμετρία αυτή είναι περίπλοκη και απαιτεί τη χρήση προχωρημένων μαθηματικών μοντέλων για την προσομοίωσή της. Η fractal γεωμετρία αντιπροσωπεύει ένα τέτοιο μαθηματικό μοντέλο για την προσομοίωση τραχιών διεπιφανειών, η τραχύτητα των οποίων παρουσιάζει την ίδια μορφή σε διαφορετικές κλίμακες (αναλύσεις). Στην παρούσα εργασία μελετάται τόσο η επιρροή της ανάλυσης, όσο και η επιρροή της fractal διάστασης τέτοιων διεπιφανειών στο μηχανισμό τριβής, ο οποίος προκύπτει ως αποτέλεσμα της σταδιακής πλαστικοποίησης των “αιχμών” που εμφανίζονται στις διεπιφάνειες. Το πρόβλημα μορφώνεται αριθμητικά με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, θεωρώντας έναν μη γραμμικό νόμο υλικού. Επιπλέον, στη διεπιφάνεια λαμβάνονται υπόψη συνθήκες μονόπλευρης επαφής με τριβή. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι και οι δύο παράμετροι, που περιγράφουν με ακρίβεια την τραχύτητα των διεπιφανειών, επηρεάζουν το φαινόμενο συντελεστή τριβής και κατά συνέπεια ο συντελεστής τριβής δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μία μηχανική ιδιότητα ανεξάρτητη της ανάλυσης της διεπιφάνειας της ρωγμής.



1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΤΩΝ ΡΩΓΜΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ FRACTAL ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

1.1 Fractal γεωμετρία

Ο Mandelbrot εισήγαγε το 1982 τη fractal γεωμετρία όταν διαπίστωσε ότι το μήκος της περιμέτρου ενός νησιού δε συγκλίνει, αλλά αυξάνει μονοτονικά με τη μείωση της μονάδας μέτρησης ' δ '. Πιο συγκεκριμένα, διαπίστωσε [10] ότι εάν χρησιμοποιηθεί ακρίβεια ενός μέτρου για τη μέτρηση της περιμέτρου, το μήκος που θα υπολογιστεί θα είναι μικρότερο από το πραγματικό γιατί δε θα έχουν ληφθεί υπόψη οι κοιλότητες που είναι μικρότερες του ενός μέτρου. Αν μετρηθεί με ακρίβεια ενός εκατοστού, θα είναι μικρότερο από το πραγματικό για τον ίδιο λόγο. Με βάση αυτήν την παρατήρηση και προκειμένου να μετρηθεί με ακρίβεια το μήκος της περιμέτρου ενός νησιού θα πρέπει να οδηγηθούμε στη χρήση μιας απειροστά μικρής μονάδας μέτρησης. Στην περίπτωση αυτή όμως το μήκος της περιμέτρου του νησιού τείνει στο άπειρο. Η επιφάνεια όμως του νησιού, η έκτασή του δηλαδή, είναι πεπερασμένη. Το παράδοξο αυτό, το οποίο η Ευκλείδεια Γεωμετρία αδυνατεί να εξηγήσει, το αντιμετώπισε η fractal γεωμετρία. Πιο συγκεκριμένα, ο Mandelbrot εξέφρασε το μήκος της περιμέτρου με μια σχέση της μορφής $L \sim \delta^{1-D}$, όπου με D συμβολίζεται η διάσταση της ακτογραμμής. Αυτό αποτέλεσε και την εισαγωγή στη fractal γεωμετρία, ένα εργαλείο το οποίο έχει πολλές εφαρμογές στην επιστήμη και τη μηχανική, [4], [8], [11]. Σε αυτή την ενότητα γίνεται μια σύντομη παρουσίαση του μαθηματικού υπόβαθρου με σκοπό την κατανόηση της σχέσης μεταξύ της τραχύτητας και της fractal γεωμετρίας.

Στη βάση της Ευκλείδειας γεωμετρίας, το μήκος μιας γραμμής δίνεται από τη σχέση

$$L = \sum_{i=1}^{N(\delta)} \delta^1 \quad (1.1.1)$$

όπου δ είναι το μήκος ενός στοιχειώδους τμήματος, το οποίο διαιρεί τη γραμμή και $N(\delta)$ το πλήθος αυτών των τμημάτων. Στην Ευκλείδεια γεωμετρία, το μήκος L είναι ανεξάρτητο του δ , για κάθε δ . Ακόμα και στην περίπτωση που το $\delta \rightarrow 0$, το μήκος παραμένει πεπερασμένο και μη μηδενικό. Πρέπει να αναφερθεί ότι ο εκθέτης 1 αντιστοιχεί στη διάσταση της γραμμής. Η γενική έκφραση της παραπάνω σχέσης είναι:

$$L = \sum_{i=1}^{N(\delta)} \delta^D, \quad (1.1.2)$$

όπου D είναι ένας πραγματικός αριθμός, ο οποίος παίρνει μη ακέραιες τιμές και αντιπροσωπεύει τη fractal διάσταση μιας καμπύλης, στην περίπτωση που το L είναι ανεξάρτητο του δ καθώς το $\delta \rightarrow 0$. Για έναν πιο αυστηρό μαθηματικό ορισμό ο αναγνώστης παραπέμπεται



στο Falconer [12] όπου δίνεται ο ορισμός της Hausdorff διάστασης. Εξαιτίας της ιδιότητάς της να παραμένει αναλλοίωτη στις αλλαγές της κλίμακας, σε αντίθεση με το μήκος το οποίο μεταβάλλεται με αυτήν, η fractal διάσταση D είναι ιδιαίτερα σημαντική στη μελέτη των fractal καμπυλών. Για το λόγο αυτό, έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι που βασίζονται σε πειραματικούς και αριθμητικούς υπολογισμούς με σκοπό την εκτίμηση της τιμής της fractal διάστασης D . Οι μέθοδοι που παρουσιάζονται εδώ είναι η μέθοδος Richardson και η μέθοδος box counting [8]. Στην πρώτη μέθοδο, η καμπύλη f της οποίας ζητείται η διάσταση, διαιρείται σε μέρη με συγκεκριμένο κάθε φορά μήκος δ έτσι ώστε η αρχή του κάθε τμήματος να αντιστοιχεί στο τέλος του προηγούμενου. Η καμπύλη είναι fractal εάν επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αυτή για διαφορετικές τιμές του δ ικανοποιείται η σχέση

$$N(\delta) \sim \delta^{-D} \quad (1.1.3)$$

σε ένα διάστημα $\delta^* < \delta < \Delta^*$, όπου $N(\delta)$ παριστά τον αριθμό των τμημάτων στα οποία έχει διαιρεθεί η καμπύλη. Ο εκθέτης D ονομάζεται “διάσταση Richardson” και συμβολίζεται D_R .

Εκτός από τη διάσταση Richardson που είναι απαραίτητη για τον ορισμό ενός συνόλου fractal, υπάρχει και μια άλλη διάσταση, η διάσταση box, η οποία ορίζεται ως εξής:

Αρχικά μια fractal καμπύλη καλύπτεται από ένα πλέγμα τετραγώνων πλευράς δ_n . Στη συνέχεια το κάθε τετράγωνο διαιρείται σε υποτεράγωνα πλευράς $\delta_{n+1} = \frac{\delta_n}{2}$ και υπολογίζεται ο αριθμός των υποτετραγώνων που περιέχουν τμήμα της fractal καμπύλης. Με αυτό τον τρόπο ικανοποιείται η σχέση (1.3) σε ένα διάστημα $\delta^* < \delta < \Delta^*$. Σε αυτήν την περίπτωση, ο εκθέτης D ονομάζεται “φυσική διάσταση box”, συμβολίζεται D_B και υπολογίζεται ως εξής:

$$N(f, \delta) \approx c \times \delta^{-D}, \quad c = \text{σταθ. με } c > 0 \quad (1.1.4)$$

$$D \approx \frac{L_n N(f, \delta) - L_n c}{L_n \left(\frac{1}{\delta} \right)} \quad (1.1.5)$$

Επειδή ο όρος $\frac{L_n c}{L_n \left(\frac{1}{\delta} \right)} \rightarrow 0$ όταν $\delta \rightarrow 0$ η σχέση γίνεται:

$$D \approx \frac{L_n N(f, \delta)}{L_n \left(\frac{1}{\delta} \right)} \quad (1.1.6)$$

Αποδεικνύεται εύκολα ότι η box διάσταση ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι 1, του κύκλου 2 κ.ο.κ.



1.2 Fractal συναρτήσεις παρεμβολής

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, η ιδιότητα της αυτο-ομοιότητας είναι πολύ σημαντική για τη μελέτη των επιφανειών με τραχύτητα, καθώς πειραματικές μελέτες έδειξαν ότι αν κοιτάξουμε ένα μικρό τμήμα μιας τέτοιας επιφάνειας θα δούμε πως είναι όμοιο με ένα μεγαλύτερο τμήμα. Αν στη συνέχεια μεγεθύνουμε το μικρό αυτό τμήμα, θα δούμε πως περιέχει και πάλι όμοια μέρη κ.ο.κ. Η fractal συναρτήσεις παρεμβολής έχουν χρησιμοποιηθεί σε μεγάλο αριθμό δημοσιεύσεων ως εργαλείο για την περιγραφή των επιφανειών με τραχύτητα [13] [14], [15], [16], [17], [18], [19].

Γενικά, όταν ερευνάται μια πειραματική καμπύλη που διέρχεται από συγκεκριμένο πεπερασμένο αριθμό σημείων $\{(x_i, y_i), i = 0, 1, 2, \dots, N\}$ τότε πρέπει να επιλεγεί και το κατάλληλο μαθηματικό μοντέλο έτσι ώστε από το διακριτό σύνολο δεδομένων να οδηγηθούμε σε ένα συνεχές μοντέλο. Μια τέτοια μετάβαση από ένα διακριτό σύνολο δεδομένων σε ένα συνεχές μοντέλο τυπικά υλοποιείται ακολουθώντας μια διαδικασία [20] στην οποία τα δεδομένα y_i λαμβάνονται σε σχέση με ένα αυθαίρετο σύνολο δεδομένων σε N ισαπέχοντα διακριτά σημεία x_i . Η προσαρμογή των πειραματικών δεδομένων γίνεται με τη χρήση συναρτήσεων παρεμβολής τύπου fractal $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοιες ώστε $f(x_i) = y_i, i = 0, 1, \dots, N$. Πιο συγκεκριμένα, εάν C^0 είναι ένα σύνολο συνεχών συναρτήσεων $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$, τότε η ακολουθία συναρτήσεων $f_{n+1}(x) = (Tf_n)(x)$, όπου ο τελεστής $T: C^0 \rightarrow C^0$, ορίζεται από τη σχέση

$$(Tf)(a_i x + e_i) = c_i x + d_i f(x) + g_i, \quad (1.2.1)$$

συγκλίνει σε μια καμπύλη f , καθώς το $n \rightarrow \infty$. Ο τελεστής $T: C^0 \rightarrow C^0$ έχει τη συσταλτική ιδιότητα. Αυτό σημαίνει ότι ο T έχει ένα μοναδικό σταθερό σημείο στο C^0 και κατά συνέπεια υπάρχει μια συνάρτηση $f \in C^0$ τέτοια ώστε

$$(Tf)(x) = f(x) \quad \forall x \in [x_0, x_N]. \quad (1.2.2)$$

Το γράφημα της fractal συνάρτησης παρεμβολής $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$ είναι ο μοναδικός ελκυστής ενός επαναληπτικού συστήματος συναρτήσεων $\{\mathbb{R}^2; w_i, i = 1, 2, \dots, N\}$ που προσδιορίζεται από το μετασχηματισμό



$$w_i \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} a_i & 0 \\ c_i & d_i \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} e_i \\ g_i \end{Bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1.2.3)$$

Οι μετασχηματισμοί w_i υπακούουν στους περιορισμούς

$$w_i \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \end{Bmatrix}, \quad w_i \begin{Bmatrix} x_N \\ y_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \end{Bmatrix}. \quad (1.2.4)$$

Από τους παραπάνω περιορισμούς προκύπτει ότι υπάρχει μια ελεύθερη παράμετρος σε κάθε μετασχηματισμό w_i η τιμή της οποίας ορίζεται αυθαίρετα. Σαν ελεύθερη παράμετρος σε κάθε μετασχηματισμό w_i επιλέγεται η d_i . Κάθε μετασχηματισμός w_i είναι ένας “διατμητικός μετασχηματισμός”. Αυτό σημαίνει ότι εάν το L αναπαριστά ένα γραμμικό τμήμα παράλληλο στο y άξονα, τότε και ο μετασχηματισμός $w_i(L)$ παριστά επίσης ένα γραμμικό τμήμα παράλληλο στον άξονα y . Ο λόγος του μήκους του $w_i(L)$ προς το μήκος του L είναι ίσος με $|d_i|$. Συνεπώς, επιλέγοντας το d_i να είναι η ελεύθερη παράμετρος, αυτόματα προσδιορίζεται η κατακόρυφη κλιμάκωση που παράγεται από το μετασχηματισμό. Η ελεύθερη παράμετρος d_i πρέπει να ικανοποιεί την ανισότητα $0 \leq d_i < 1$ έτσι ώστε ο τελεστής $T: C^0 \rightarrow C^0$ να έχει τη συσταλτική ιδιότητα και κατά συνέπεια να έχει έναν ελκυστή (σταθερό σημείο). Επιπλέον, από τις σχέσεις (1.2.3) και (1.2.4) υπολογίζονται οι υπόλοιπες παράμετροι, που δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$a_i = (x_i - x_{i-1}) / (x_N - x_0) \quad (1.2.5)$$

$$c_i = (y_i - y_{i-1}) / (x_N - x_0) - d_i (y_N - y_0) / (x_N - x_0) \quad (1.2.6)$$

$$e_i = (x_N x_{i-1} - x_0 x_i) / (x_N - x_0) \quad (1.2.7)$$

$$g_i = (x_N y_{i-1} - x_0 y_i) / (x_N - x_0) - d_i (x_N y_0 - x_0 y_N) / (x_N - x_0). \quad (1.2.8)$$

Τα γραφήματα των συναρτήσεων παρεμβολής τύπου fractal $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$ εμφανίζουν μεγαλύτερη τραχύτητα στις ανώτερες επαναλήψεις (Σχήμα 1.2.1). Αυτό είναι ισοδύναμο με το γεγονός ότι όσο μεγενθύνουμε το προφίλ, δηλαδή όσο μεγαλύτερη ανάλυση παίρνουμε, τόσο πιο έντονη φαίνεται η τραχύτητα.



2^η επανάληψη



3^η επανάληψη



4^η επανάληψη



5^η επανάληψη

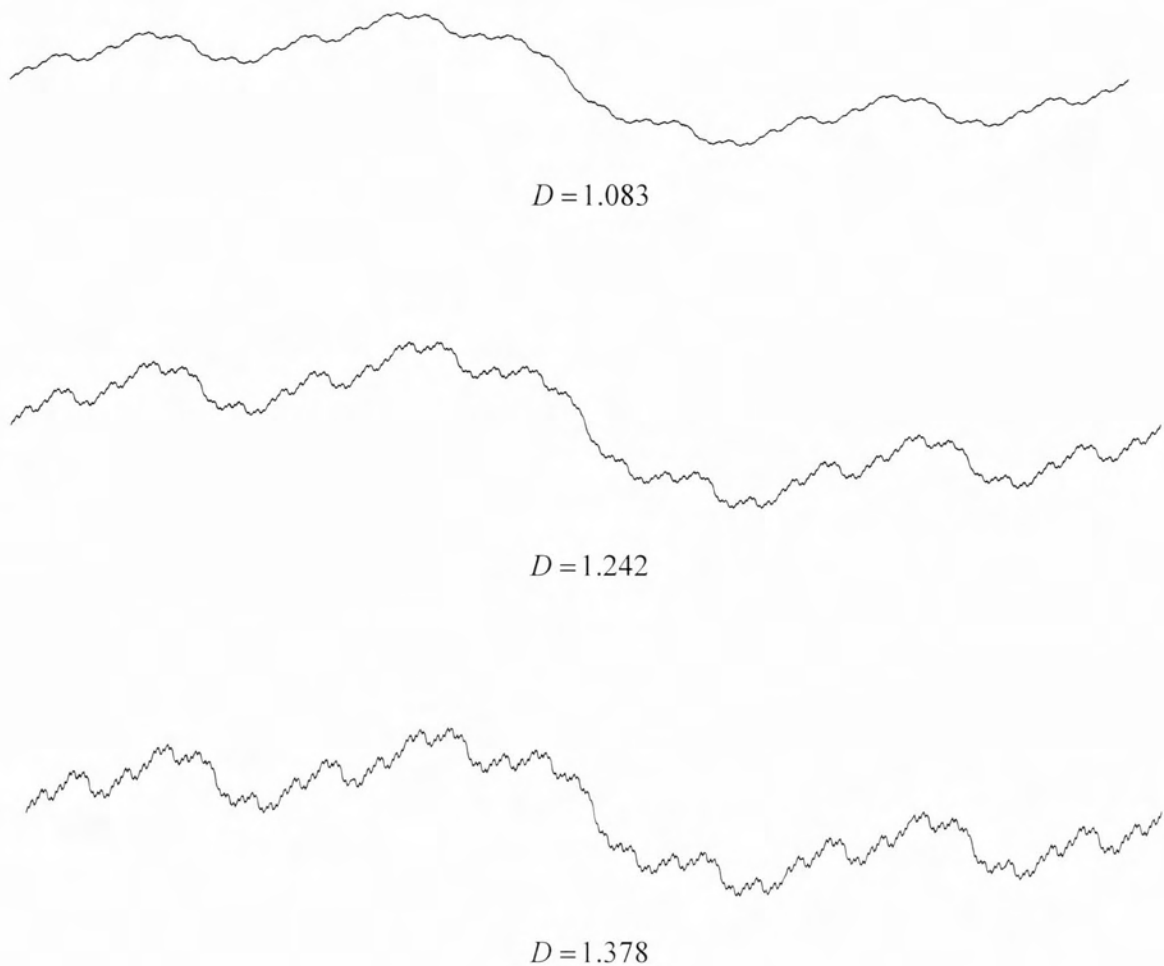


6^η επανάληψη

Σχήμα 1.2.1: Επαναλήψεις f_n , $n = 2 \div 6$ της fractal συνάρτησης παρεμβολής f



Επιπλέον, η τραχύτητα των προφίλ εξαρτάται σημαντικά από τις τιμές των ελεύθερων παραμέτρων $d_i, i=1, \dots, N$ των συναρτήσεων παρεμβολής. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή αυτών των παραμέτρων, τόσο εντονότερη τραχύτητα εμφανίζουν τα προφίλ. Αυτό συμβαίνει γιατί, όπως έχει ήδη αναφερθεί, κάθε ελεύθερη παράμετρος d_i προσδιορίζει την κατακόρυφη κλιμάκωση που παράγεται από το μετασχηματισμό w_i . Στο Σχήμα 1.2.2 παρουσιάζονται τρεις διαφορετικές fractal συναρτήσεις παρεμβολής που διέρχονται από τα ίδια σημεία $\{(x_i, y_i), i=0,1,2,3\}$ έχουν όμως διαφορετικές ελεύθερες παραμέτρους. Πιο συγκεκριμένα, για την πρώτη συνάρτηση παρεμβολής έχουν ληφθεί τιμές για τις ελεύθερες παραμέτρους $d_1 = d_2 = d_3 = 0.365$, για τη δεύτερη $d_1 = d_2 = d_3 = 0.390$ και για την τρίτη $d_1 = d_2 = d_3 = 0.405$.



Σχήμα 1.2.2: Τρεις διαφορετικές fractal συναρτήσεις παρεμβολής.



Πρέπει να αναφερθεί ότι ένα σημαντικό πλεονέκτημα των συναρτήσεων παρεμβολής τύπου fractal είναι ότι η fractal διάστασή τους μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά. Για το λόγο αυτό θεωρούμε ότι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης παρεμβολής τύπου fractal $f: [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$ τέμνεται από τεράγωνα πλευράς δ , όπου $\delta^* < \delta < \Delta^*$. Εάν με $N(\delta)$ συμβολίζεται ο αριθμός των τετραγώνων αυτών, τότε πρέπει να ικανοποιείται η σχέση (1.1.3). Έστω ότι με $N_i(\delta)$ συμβολίζεται ο αριθμός των τετραγώνων πλευράς δ που τέμνουν την καμπύλη f στο διάστημα $[x_{i-1}, x_i]$, για $i=1, \dots, N$. Τότε, εξαιτίας της δομής των συναρτήσεων παρεμβολής τύπου fractal, παρατηρείται η ακόλουθη σχέση

$$N = N_1(\delta) + N_2(\delta) + \dots + N_N(\delta) = \sum_{i=1}^N N_i(\delta). \quad (1.2.9)$$

Έστω ότι το σύνολο των στηλών από τετράγωνα πλευράς δ που τέμνουν το γράφημα της f συμβολίζεται με $\{c_j(\delta): j=1, 2, \dots, \mathfrak{Z}(\delta)\}$ όπου $\mathfrak{Z}(\delta)$ είναι ο αριθμός των στηλών. Εάν υποθέσουμε ότι $|d_i| > a_i$ για $i=1, \dots, N$, ο ελάχιστος αριθμός τετραγώνων σε μια στήλη αυξάνεται χωρίς όριο καθώς το δ τείνει στο μηδέν. Για παράδειγμα, εάν ο μετασχηματισμός w_i εφαρμοστεί σε μια στήλη από τετράγωνα $c_i(\delta)$, τότε το πλάτος της στήλης θα είναι $a_i \delta$ και το ύψος θα είναι $|d_i|$ φορές το ύψος της στήλης πριν το μετασχηματισμό. Εάν με $N(c_j(\delta))$ συμβολίζεται ο αριθμός των τετραγώνων της στήλης $c_j(\delta)$, τότε η στήλη $w_i(c_j(\delta))$ αποτελείται περίπου από $|d_i| N(c_j(\delta)) / a_i$ τετράγωνα με μήκος πλευράς $a_i \delta$. Λαμβάνοντας υπόψη τη συνεισφορά της κάθε στήλης στο $N_i(a_i \delta)$ παίρνουμε

$$N(a_i \delta) \approx \sum_{j=1}^{\mathfrak{Z}(\delta)} \frac{|d_i| N(c_j(\delta))}{a_i} = \frac{d_i}{a_i} \sum_{j=1}^{\mathfrak{Z}(\delta)} N(c_j(\delta)) = \frac{|d_i|}{a_i} N(\delta). \quad (1.2.10)$$

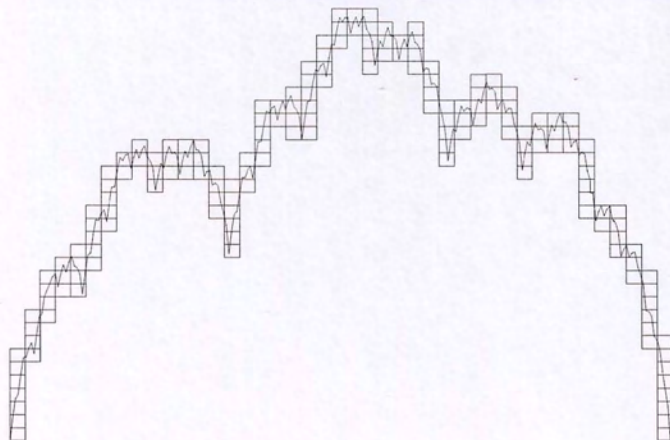
Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει ότι εάν το δ είναι πολύ μικρό σε σχέση με το $[x_0, x_N]$, τότε

$$N_i(\delta) = \frac{|d_i|}{a_i} N\left(\frac{\delta}{a_i}\right), \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (1.2.11)$$

Με αντικατάσταση της εξίσωσης (1.2.11) στην εξίσωση (1.2.9) προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση:



$$N(\delta) = \frac{|d_1|}{a_1} N\left(\frac{\delta}{a_1}\right) + \frac{|d_2|}{a_2} N\left(\frac{\delta}{a_2}\right) + \dots + \frac{|d_N|}{a_N} N\left(\frac{\delta}{a_N}\right). \quad (1.2.12)$$



Σχήμα 1.2.3: Υπολογισμός της fractal διάστασης των fractal συναρτήσεων παρεμβολής.

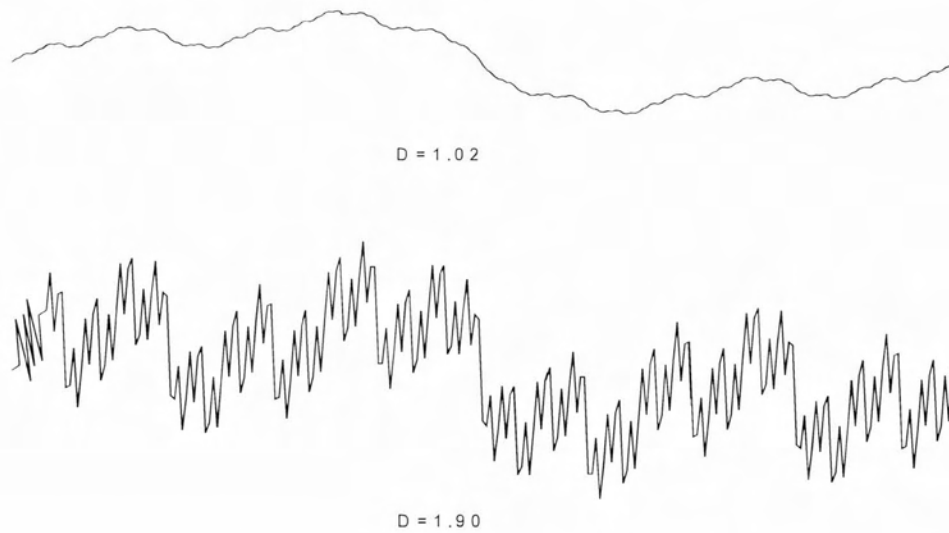
Λαμβάνοντας υπόψη τη βασική σχέση που πρέπει να ικανοποιείται προκειμένου να χαρακτηριστεί ένα σύνολο fractal, $N(\delta) \sim \delta^{-D}$ και επομένως $N(\delta/a_i) \sim \delta^{-D} a_i^D$, η σχέση (1.2.12) παίρνει τη μορφή:

$$\delta^{-D} \approx \sum_{i=1}^N |d_i| a_i^{D-1} \delta^{-D} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^N |d_i| a_i^{D-1} = 1. \quad (1.2.13)$$

Η σχέση (1.2.13) δίνει τη δυνατότητα αριθμητικού υπολογισμού της fractal διάστασης D μιας συνάρτησης παρεμβολής f τύπου fractal, στην περίπτωση που τα σημεία παρεμβολής δε βρίσκονται σε μια ευθεία γραμμή. Στην περίπτωση που τα σημεία παρεμβολής βρίσκονται σε μια ευθεία γραμμή, τότε η f που προκύπτει είναι ευθεία. Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι η διάσταση D ($1 < D < 2$) της συνάρτησης παρεμβολής μπορεί να μειωθεί, ώστε να παραμείνει κοντά στην τιμή 1 ή να αυξηθεί, ώστε να πλησιάσει την τιμή 2, οπότε τα σημεία του γραφήματος της συνάρτησης παρεμβολής τείνουν να αποτελέσουν ένα δισδιάστατο γεωμετρικό μάρφωμα. Η διαφοροποίηση στις τιμές του D επιτυγχάνεται με κατάλληλη εκλογή των ελευθέρων παραμέτρων d_i . Στο Σχήμα 1.2.4 φαίνονται τα γραφήματα δυο fractal συναρτήσεων παρεμβολής που κάνουν παρεμβολή στο ίδιο αρχικό σύνολο σημείων $\{(x_i, y_i), i=0,1,2,3\}$, έχουν όμως



διαφορετικές ελεύθερες παραμέτρους $d_i, i=1,2,3$ και κατά συνέπεια διαφορετική fractal διάσταση.



Σχήμα 1.2.4: Γραφήματα δυο fractal συναρτήσεων παρεμβολής με $D = 1.02$ και $D = 1.90$



2. ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΕ ΡΩΓΜΗ ΤΥΠΟΥ FRACTAL

2.1 Γενικά

Το κύριο μέρος της παρούσας εργασίας αφορά στη δισδιάστατη ανάλυση κατασκευής με ρωγμή γεωμετρίας fractal. Είναι γνωστό ότι η γεωμετρία και η δομή της διεπιφάνειας δυο σωμάτων που έρχονται σε επαφή έχει μεγάλη σημασία για τη μελέτη των φαινομένων της επαφής και της τριβής, καθώς και για την εκτίμηση της αντοχής. Πειραματικές μελέτες [5], [6], [14], [21] έδειξαν ότι η γεωμετρία των ρηγματωμένων διεπιφανειών μεταβάλλεται με τις αλλαγές της κλίμακας και για το λόγο αυτό απαιτούνται προηγμένα μαθηματικά μοντέλα για την περιγραφή της. Στην πράξη, η επαφή μεταξύ δυο επιφανειών αναπτύσσεται σε πολλές περιπτώσεις μόνο σε ένα τμήμα της διεπιφάνειας [22], [23]. Μια από τις παραμέτρους που επηρεάζει σημαντικά την επιφάνεια επαφής και κατ' επέκταση την τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ των διεπιφανειών, είναι η τραχύτητά τους. Για το λόγο αυτό η σωστή προσομοίωση της τραχύτητας παίζει σημαντικό ρόλο στη μελέτη αυτών των προβλημάτων.

Η προσέγγιση που υιοθετήθηκε εδώ για την προσομοίωση της γεωμετρίας των ρωγμών, χρησιμοποιεί τις fractal συναρτήσεις παρεμβολής, τα γραφήματα των οποίων παράγονται με τη βοήθεια κατάλληλων αλγορίθμων και προσομοιώνουν με ακρίβεια την τραχύτητα των διεπιφανειών. Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 1, η τραχύτητα των διεπιφανειών εξαρτάται σημαντικά από τις παραμέτρους των fractal συναρτήσεων παρεμβολής. Οι διεπιφάνειες που παράγονται σε κάθε επανάληψη χαρακτηρίζονται από μια συγκεκριμένη τιμή της ανάλυσης δ της fractal καμπύλης και δίνουν τη δυνατότητα μελέτης της τραχύτητας των διεπιφανειών με την παραγωγή επαναληπτικών προφίλ τραχύτητας. Το γεγονός αυτό κάνει τη συγκεκριμένη προσέγγιση κατάλληλη για προβλήματα επαφής, καθώς επιτρέπει τη μελέτη του προβλήματος με αξιόπιστους αριθμητικούς υπολογισμούς.

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να μελετήσει πώς η ανάλυση των fractal διεπιφανειών f και η fractal διάσταση D επηρεάζουν το συντελεστή τριβής. Για το λόγο αυτό, η γεωμετρία της ρωγμής προσομοιώνεται σύμφωνα με τις αρχές της fractal γεωμετρίας. Στη διεπιφάνεια μεταξύ των δυο ρηγματωμένων επιφανειών, λαμβάνονται μονόπλευρες συνθήκες επαφής-τριβής και η συμπεριφορά του υλικού θεωρείται μη γραμμική. Ως αποτέλεσμα της προσέγγισης που εφαρμόζεται, λαμβάνεται υπόψη η συνεισφορά της τριβής μεταξύ των ρηγματωμένων διεπιφανειών καθώς επίσης και η επιπρόσθετη ένταση που προέρχεται από το μηχανισμό εμπλοκής των αιχμών μεταξύ των διεπιφανειών. Για κάθε κατασκευή που αντιστοιχεί και σε διαφορετική ανάλυση της διεπιφάνειας λύνεται ένα κλασικό πρόβλημα μονόπλευρης επαφής-τριβής [24].



2.2 Περιγραφή του δισδιάστατου αναλυτικού μοντέλου

Στην παρούσα εργασία, εξετάζονται τρεις κατασκευές με διαφορετικές διεπιφάνειες που προσομοιώνονται με τα γραφήματα τριών συναρτήσεων παρεμβολής $f^{(m)} \in C^0$, $m = 1, 2, 3$ που κάνουν παρεμβολή στο ίδιο σύνολο δεδομένων $\{(0.0, 0.0), (0.04, 0.005), (0.08, -0.005), (0.12, 0.0)\}$. Οι τιμές των ελεύθερων παραμέτρων των διεπιφανειών $f^{(m)}$ δίνονται στον πίνακα 2.2.1. Οι ελεύθερες παράμετροι έχουν επιλεγεί έτσι ώστε οι fractal διαστάσεις των διεπιφανειών, που υπολογίζονται χρησιμοποιώντας την εξίσωση (1.2.13), να έχουν τις τιμές που δίνονται στην τελευταία στήλη του πίνακα. Οι υπόλοιπες παράμετροι των συναρτήσεων παρεμβολής υπολογίζονται με τη χρήση των εξισώσεων (1.2.5)-(1.2.8). Στη συνέχεια, λαμβάνονται οι διαφορετικές επαναλήψεις των fractal συναρτήσεων παρεμβολής $n = 1, 2, \dots$, χρησιμοποιώντας το επαναληπτικό σχήμα $f_{n+1}^{(m)}(x) = (Tf_n^{(m)})(x)$, όπου ο τελεστής T δίνεται από τη σχέση (1.2.1). Για κάθε fractal διεπιφάνεια $f^{(m)}$ επιλύονται έξι επαναλήψεις με σκοπό τη μελέτη της επιρροής της ανάλυσης της fractal διεπιφάνειας στο μηχανισμό της τριβής. Πρέπει να αναφερθεί ότι η (n) -οστή επανάληψη μιας συνάρτησης παρεμβολής τύπου fractal που παρεμβάλλει ένα σύνολο δεδομένων $\{(x_i, y_i), i = 0, 1, 2, \dots, N\}$ αποτελείται από N^n γραμμικά τμήματα.

Διεπιφάνεια	d_1	d_2	d_3	D
$f^{(1)}$	0.365	0.365	0.365	1.0826
$f^{(2)}$	0.390	0.390	0.390	1.1429
$f^{(3)}$	0.405	0.405	0.405	1.1773

Πίνακας 2.2.1: Ελεύθερες παράμετροι και fractal διάσταση των fractal συναρτήσεων παρεμβολής, τα γραφήματα των οποίων προσομοιώνουν τη γεωμετρία των υπο εξέταση διεπιφανειών.

Οι fractal διεπιφάνειες f_n , $n = 1, 2, \dots$ που παράγονται με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή, χαρακτηρίζονται από μια ακριβή τιμή της ανάλυσης δ_n της fractal διεπιφάνειας. Η ανάλυση δ_n σχετίζεται με τη (n) -οστή επανάληψη της συνάρτησης παρεμβολής τύπου fractal και παριστά το βασικό μήκος της διεπιφάνειας. Όπως φαίνεται στον πίνακα 2.2.2, όπου δίνονται τα χαρακτηριστικά όλων των επαναλήψεων των fractal διεπιφανειών $f^{(m)}$, $m = 1, 2, 3$, το βασικό μήκος της διεπιφάνειας αλλάζει ραγδαία καθώς προχωράμε σε ανώτερες επαναλήψεις. Στις κατασκευές που εξετάζονται εδώ χρησιμοποιήθηκαν μόνο έξι επαναλήψεις από κάθε fractal

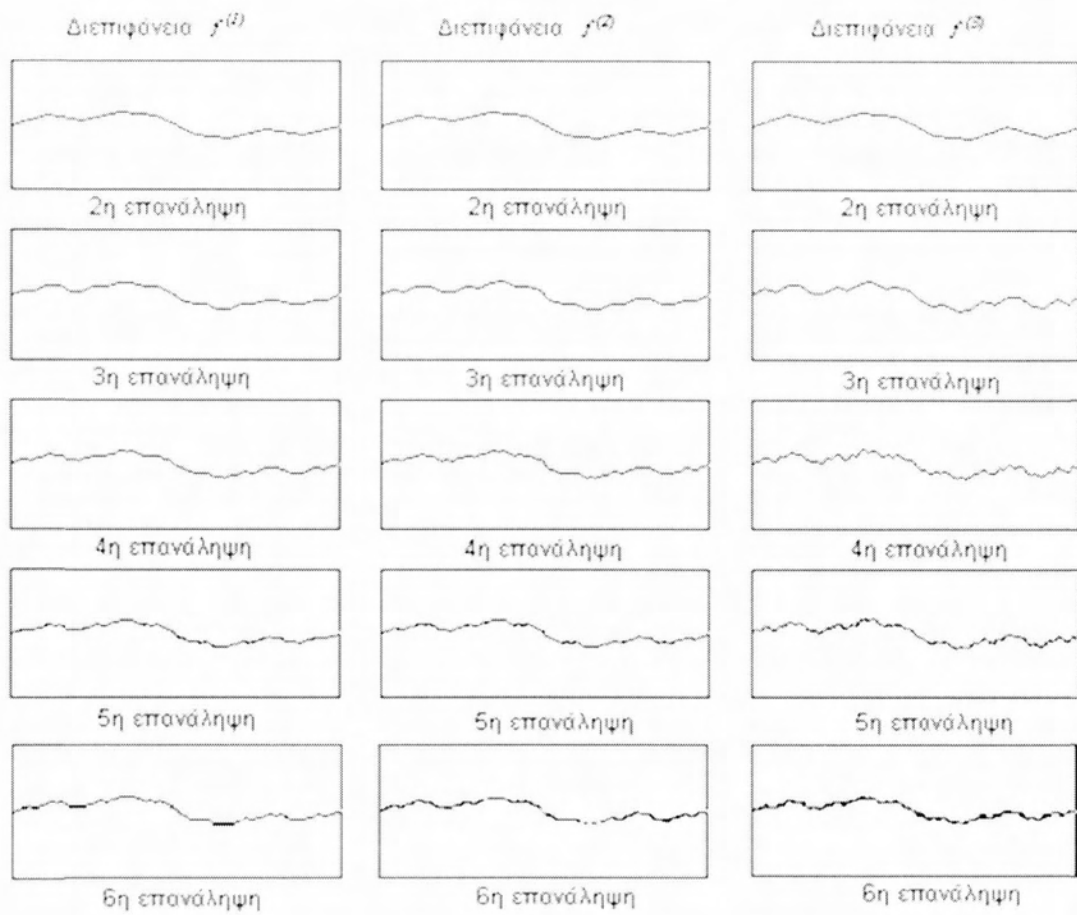


διεπιφάνεια για την αριθμητική προσομοίωση της γεωμετρίας της διεπιφάνειας, γιατί θεωρήθηκε ότι περαιτέρω βελτιώσεις της ανάλυσης δε θα άλλαζαν σημαντικά τα αποτελέσματα. Οι τελευταίες τρεις στήλες του πίνακα παρουσιάζουν το συνολικό μήκος των διεπιφανειών σε mm το οποίο επηρεάζεται σημαντικά από την ανάλυση και τη fractal διάσταση της διεπιφάνειας. Για τις ανάγκες της ανάλυσης που πραγματοποιήθηκε, θεωρήθηκε ότι οι απέναντι πλευρές της ρωγμής είναι πλήρως αντιστοιχιζόμενες επιφάνειες, οπότε αρκεί να δημιουργηθεί μόνο η μία πλευρά της ρωγμής ακολουθώντας τη διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω.

Επανάληψη (f_n)	Ανάλυση δ_n	Μήκος (mm)	Μήκος (mm)	Μήκος (mm)
	(mm)	$f^{(1)}: D=1.083$	$f^{(2)}: D=1.143$	$f^{(3)}: D=1.177$
2 ⁿ	13.333	123.98	124.27	124.46
3 ⁿ	4.444	126.47	127.42	128.08
4 ⁿ	1.481	129.18	131.46	133.10
5 ⁿ	0.494	132.37	136.63	139.80
6 ⁿ	0.160	135.98	143.17	149.00

Πίνακας 2.2.2: Χαρακτηριστικά των υπο εξέταση διεπιφανειών

Σκοπός της αριθμητικής ανάλυσης που παρουσιάζεται εδώ είναι η μελέτη του μηχανισμού τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ των διεπιφανειών και η επιρροή του από την ανάλυση και την fractal διάσταση της διεπιφάνειας. Στη διεπιφάνεια, όπως έχει ήδη αναφερθεί, επικρατούν μονόπλευρες συνθήκες επαφής-τριβής. Ο υπάρχων συντελεστής στατικής τριβής του υλικού λαμβάνεται ίσος με 0.1. Ωστόσο, όπως θα φανεί αργότερα, ο συντελεστής τριβής, που υπολογίζεται ως ο λόγος των οριζοντίων προς τις κατακόρυφες δυνάμεις, είναι μεγαλύτερος, εξαιτίας της αντίστασης που αναπτύσσεται από την αλληλοεμπλοκή των αιχμών των δύο επιφανειών που έρχονται σε επαφή και της σταδιακής πλαστικοποίησης που συμβαίνει στο υλικό καθώς η οριζόντια μετακίνηση αυξάνει. Στο σχήμα 2.2.1 απεικονίζονται οι διαφορετικές περιπτώσεις που εξετάστηκαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας.

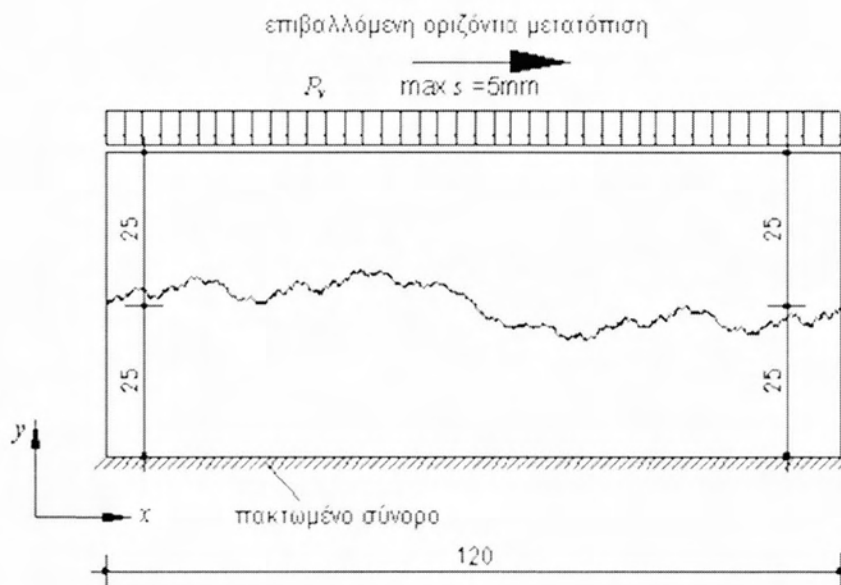


Σχήμα 2.2.1: Οι κατασκευές που μελετήθηκαν



2.2.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Για την προσομοίωση των κατασκευών με τις fractal διεπιφάνειες που παρουσιάστηκαν παραπάνω δημιουργήθηκε το δισδιάστατο αναλυτικό μοντέλο που φαίνεται στο Σχήμα 2.2.1.1. Η απόσταση των διεπιφανειών στη θέση της ρωγμής θεωρήθηκε 0,01mm ενώ το πάχος των δύο σωμάτων ελήφθη ίσο με $t = 10mm$.



Σχήμα 2.2.1.1: Γεωματρικά χαρακτηριστικά του δισδιάστατου μοντέλου (διαστάσεις σε mm).

2.2.2 Συνοριακές συνθήκες

Κατά την ανάλυση δεσμεύτηκαν οι μετακινήσεις των κόμβων της κάτω στάθμης της κατασκευής ως προς τους άξονες x και y . Επίσης, στους άνω κόμβους του άνω τμήματος της κατασκευής ασκήθηκε επιβεβλημένη ομοιόμορφη μετακίνηση κατά x ίση με 5mm. Η μετακίνηση αυτή επιβλήθηκε σταδιακά, μέσα από 1000 βήματα φόρτισης, με ταυτόχρονη δέσμευση της στροφής r_z , ώστε το πάνω τμήμα να κινηθεί μόνο στην οριζόντια διεύθυνση. Επιπλέον, στους ίδιους κόμβους ασκήθηκε κατακόρυφο φορτίο P_y . Για το P_y θεωρήθηκαν τρεις τιμές, τέτοιες ώστε να δημιουργούν τάσεις ίσες με $0.4f_y$, $0.7f_y$ και $0.8f_y$ όπου f_y είναι η τάση διαρροής του υλικού. Με βάση αυτές τις συνοριακές συνθήκες είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι η



κατασκευή που εξετάζεται είναι στην πραγματικότητα μέρος μιας μεγαλύτερης κατασκευής με τα ίδια χαρακτηριστικά.

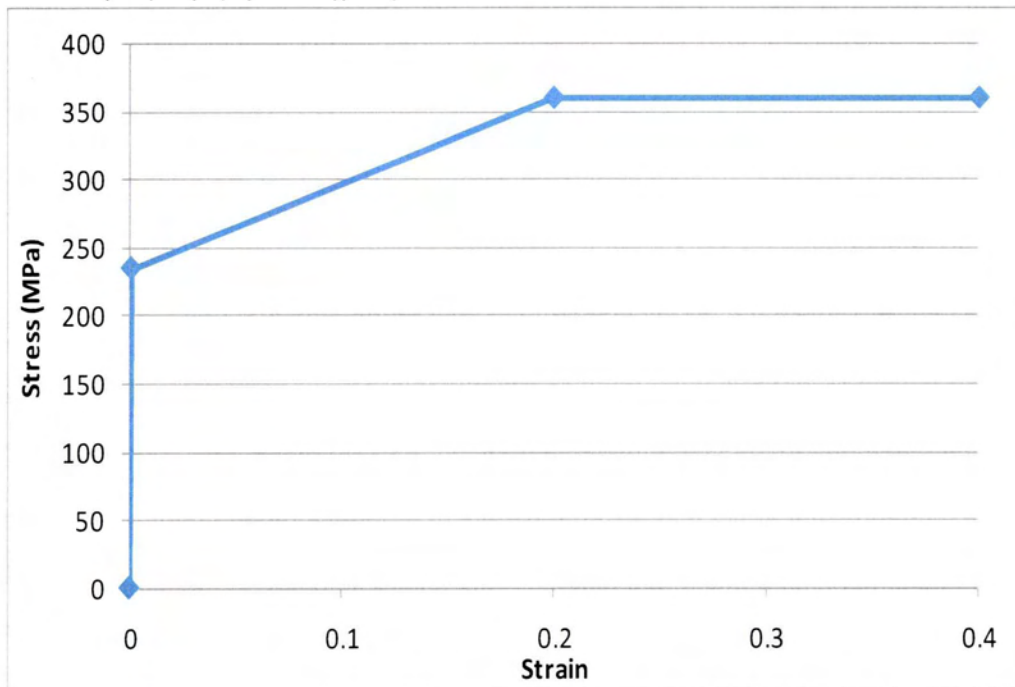
Συνοπτικά, οι παράμετροι που εξετάστηκαν είναι οι ακόλουθες:

- Η ανάλυση της διεπιφάνειας δ_n : εξετάστηκαν έξι (6) διαφορετικές περιπτώσεις για κάθε διεπιφάνεια.
- Η τιμή της fractal διάστασης D : αντίστοιχα μελετήθηκαν τρεις (3) περιπτώσεις διεπιφανειών με fractal διάσταση: $D = 1.0826$, $D = 1.1429$, $D = 1.1773$.
- Η τιμή του κατακόρυφου φορτίου που εφαρμόζεται στους κόμβους του άνω τμήματος, P_v : θεωρήθηκαν τρεις (3) περιπτώσεις που προκαλούν τάσεις $0.4f_y$, $0.7f_y$ και $0.8f_y$ αντίστοιχα.

Ο συνδυασμός των παραπάνω παραμέτρων έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία 54 διαφορετικών προβλημάτων (6x3x3).

2.2.3 Ιδιότητες υλικών

Τα δύο τμήματα της κατασκευής (άνω και κάτω τμήμα της ρωγμής) θεωρούνται μεταλλικά με μέτρο ελαστικότητας $E = 210GPa$, και λόγο Poisson $\nu = 0.3$. Η συμπεριφορά του υλικού είναι ελαστοπλαστική με αρχική τάση διαρροής $f_y = 235MPa$. Στο Σχήμα 2.2.3.1 παρουσιάζεται σχηματικά ο ελαστοπλαστικός νόμος με ανιόντα πλαστικό κλάδο κράτυνσης, που διέπει τη συμπεριφορά του χάλυβα S235.

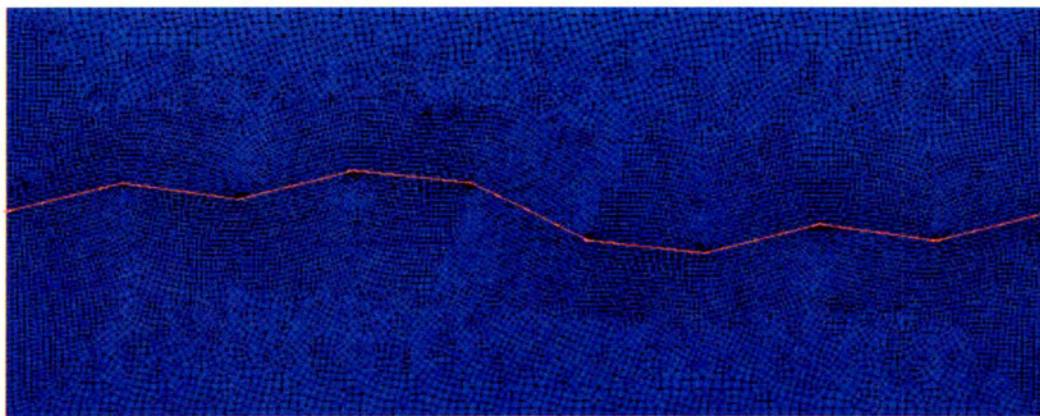


Σχήμα 2.2.3.1: Ελαστοπλαστικός νόμος χάλυβα.

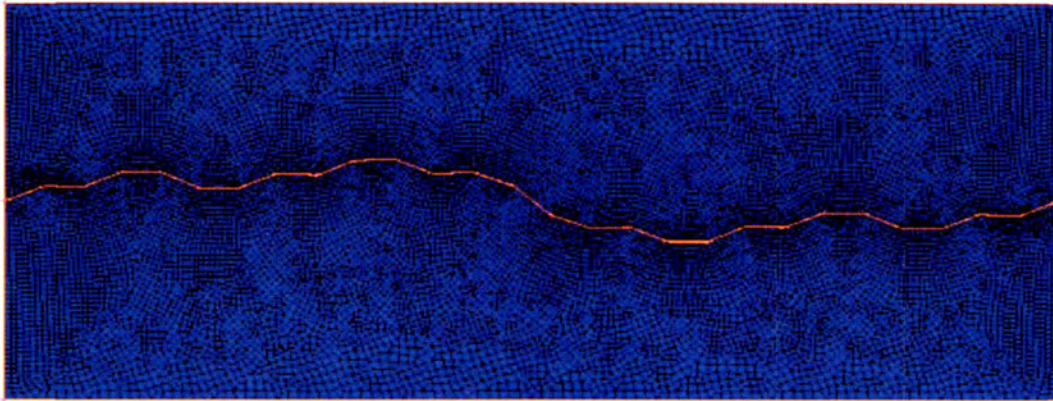


2.2.4 Διακριτοποίηση του προσομοιώματος με πεπερασμένα στοιχεία

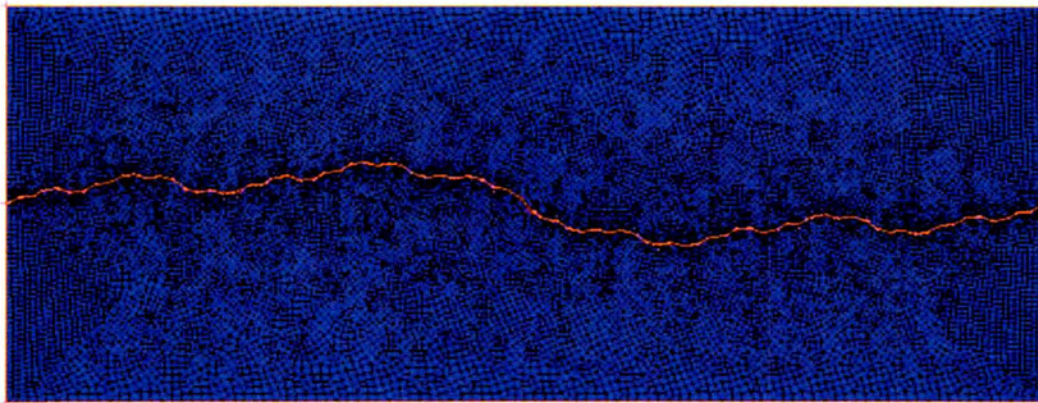
Ζητούμενο ήταν η επαρκώς πυκνή διακριτοποίηση των κατασκευών στη θέση της διεπιφάνειας με σκοπό την εξαγωγή ρεαλιστικότερων αποτελεσμάτων, ενώ οι αντίστοιχες απαιτήσεις για το υπόλοιπο τμήμα της κατασκευής δεν ήταν τόσο μεγάλες. Η απαίτηση αυτή βασίστηκε στο γεγονός ότι το προς μελέτη φαινόμενο χαρακτηρίζεται στο σύνολό του, κυρίως από τη συμπεριφορά των επιφανειών που έρχονται σε επαφή. Για να είναι τα αποτελέσματα ανεξάρτητα της διακριτοποίησης και συγκρίσιμα μεταξύ τους, η πυκνότητα της διακριτοποίησης είναι η ίδια για όλες τις κατασκευές. Για το λόγο αυτό το σύνορο της κατασκευής διαιρέθηκε σε ίσα τμήματα. Τα τμήματα που αποτελούν τις fractal διεπιφάνειες διαιρέθηκαν σε μικρότερα τμήματα με περίπου ίδιο μήκος, ίσο με $\delta_6 / 2$, όπου δ_6 είναι το βασικό μήκος της ανώτερης επανάληψης (ακριβέστερης ανάλυσης) που πραγματοποιήθηκε. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίστηκε ότι το βασικό μήκος της ανώτερης επανάληψης στην περιοχή της διεπιφάνειας θα προσομοιωθεί με τουλάχιστον δύο πεπερασμένα στοιχεία, παρέχοντας επαρκή ακρίβεια στους υπολογισμούς. Στα Σχήματα 2.2.4.1 έως 2.2.4.3 φαίνονται οι διακριτοποιήσεις των διάφορων επαναλήψεων για όλες τις κατασκευές. Επιπλέον, λεπτομερής παρουσίαση της διακριτοποίησης στην περιοχή της διεπιφάνειας, για όλες της επαναλήψεις της κάθε κατασκευής φαίνεται στα Σχήματα 2.2.4.4 έως 2.2.4.6. Οι πίνακες 2.2.4.1 και 2.2.4.2 συνοψίζουν τα χαρακτηριστικά για κάθε διακριτοποίηση, όλων των κατασκευών.



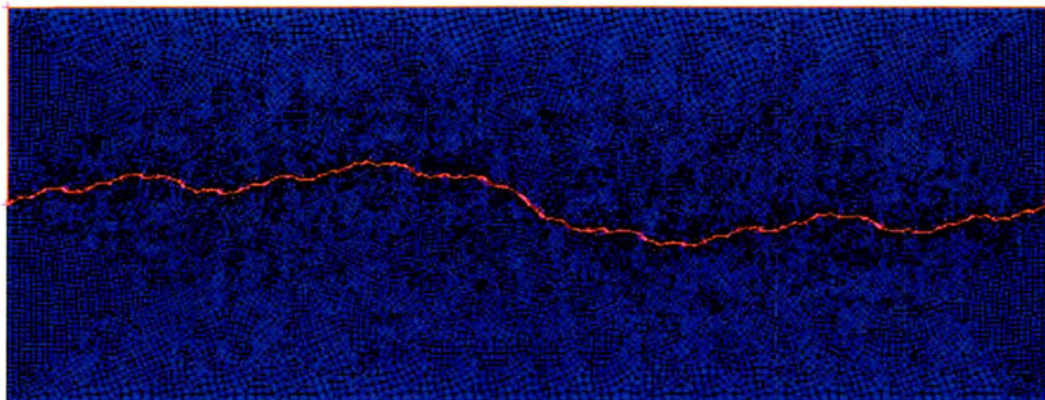
2^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$



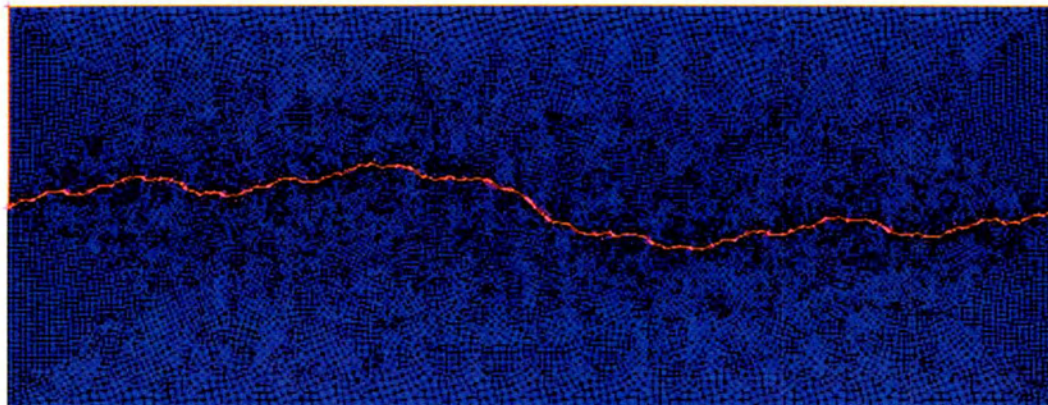
3^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$



4^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$

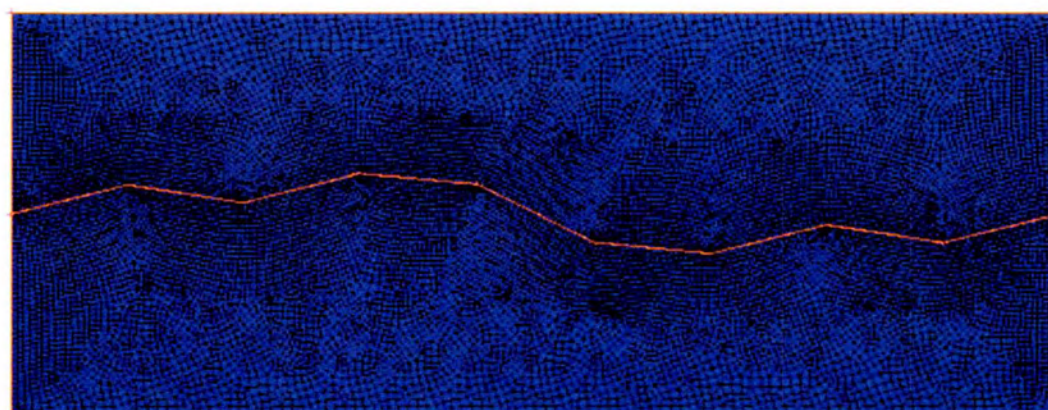


5^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$

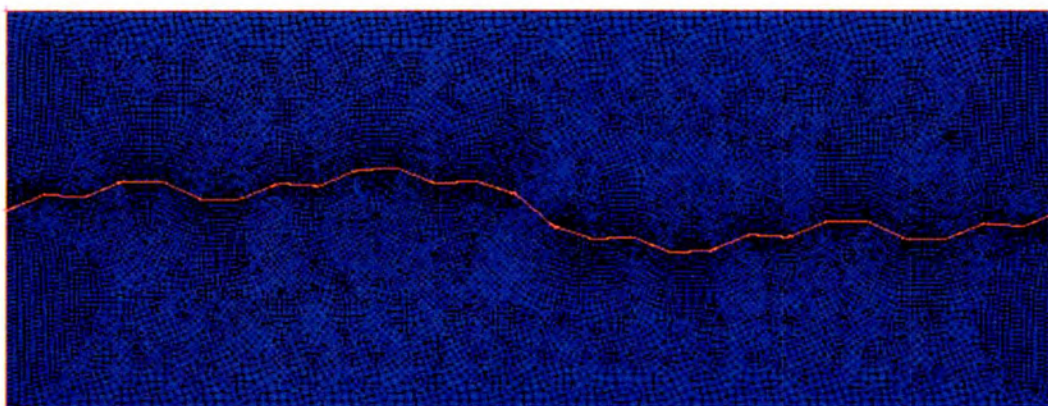


6^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$

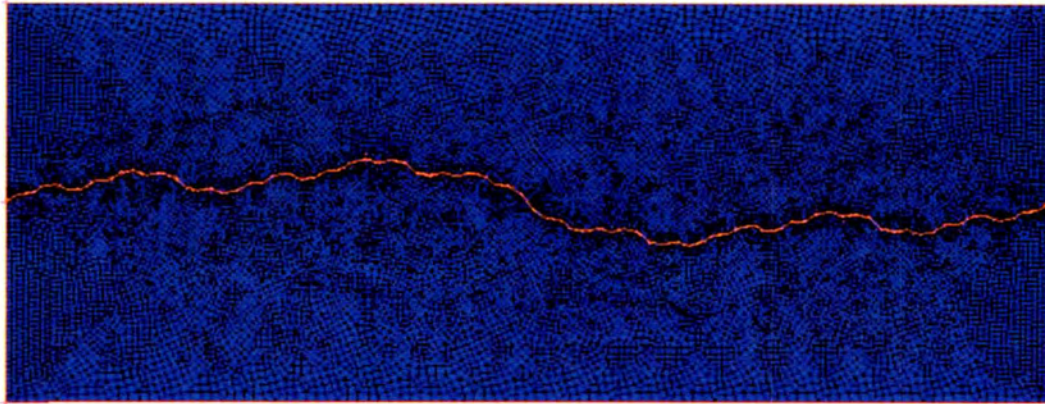
Σχήμα 2.2.4.1: Διακριτοποίηση όλων των επαναλήψεων της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$



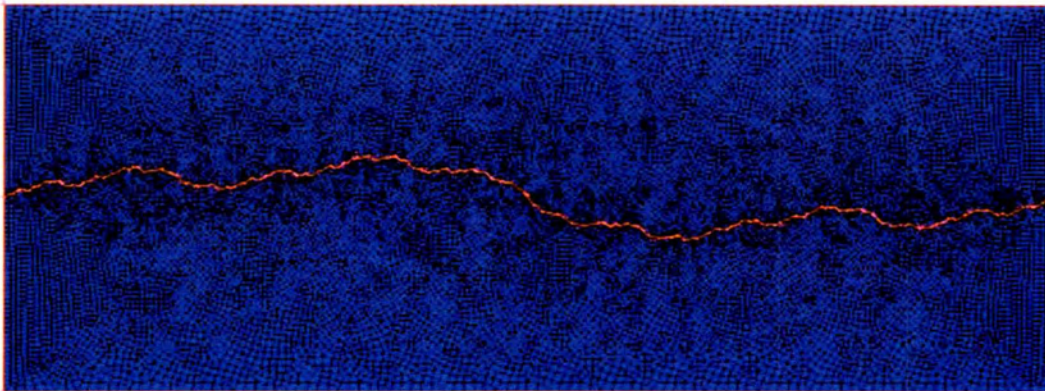
2^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$



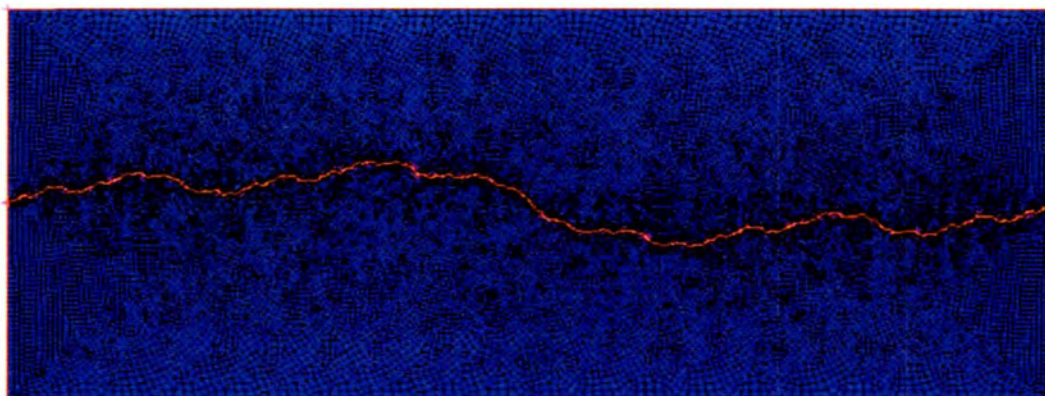
3^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$



4^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$

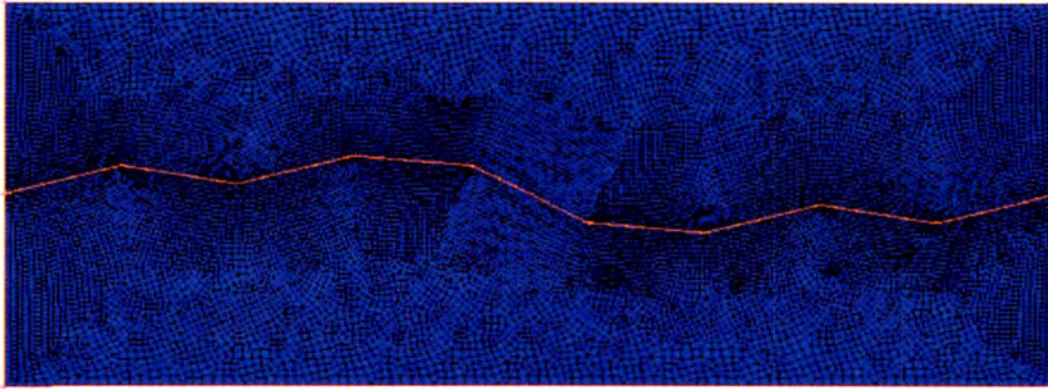


5^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$

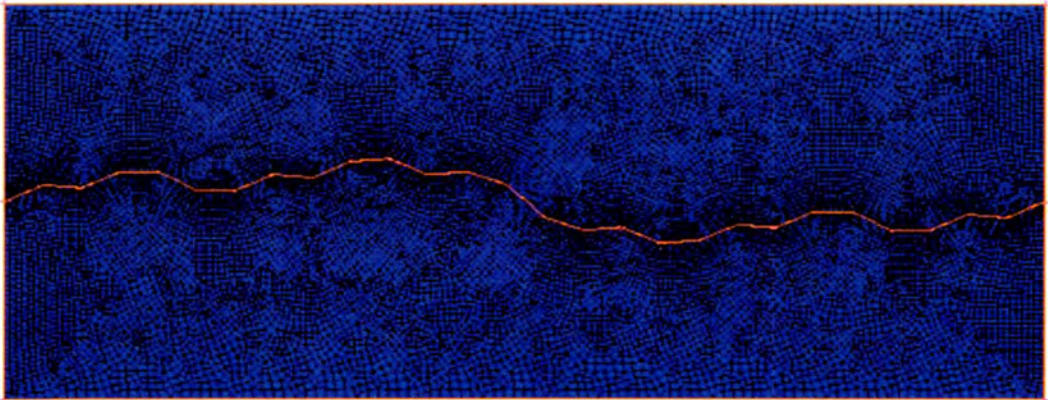


6^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$

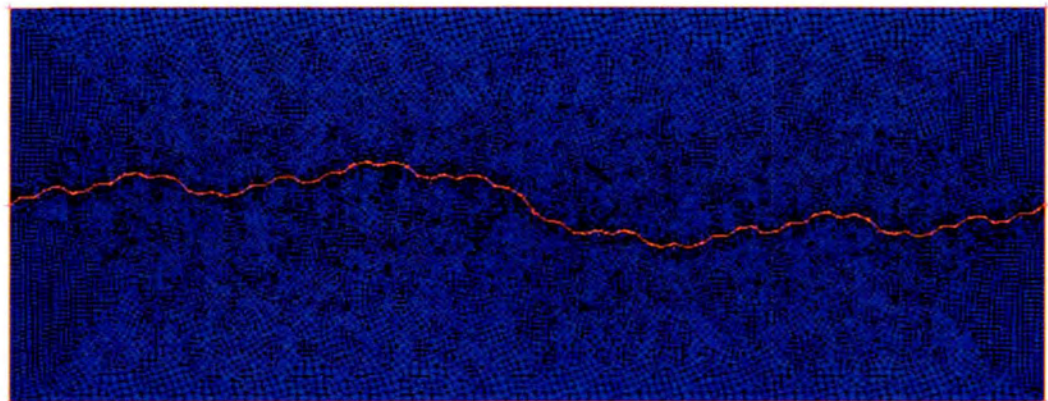
Σχήμα 2.2.4.2: Διακριτοποίηση όλων των επαναλήψεων της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$



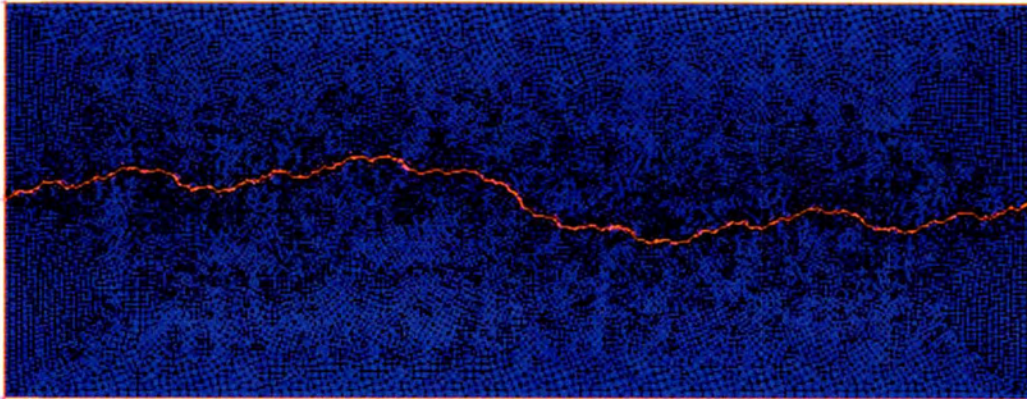
2^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(3)}$



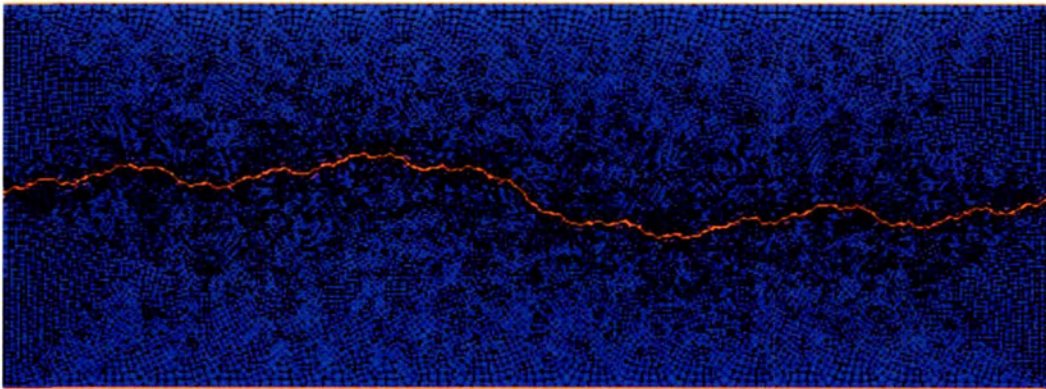
3^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(3)}$



4^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(3)}$

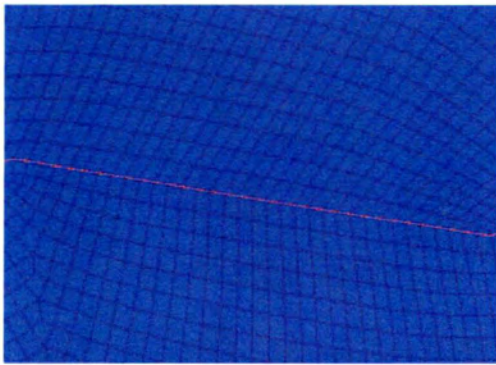


5^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(3)}$

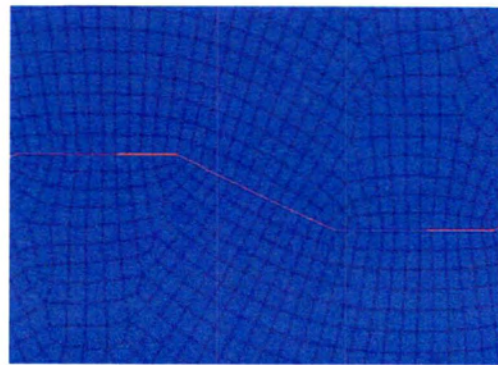


6^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(3)}$

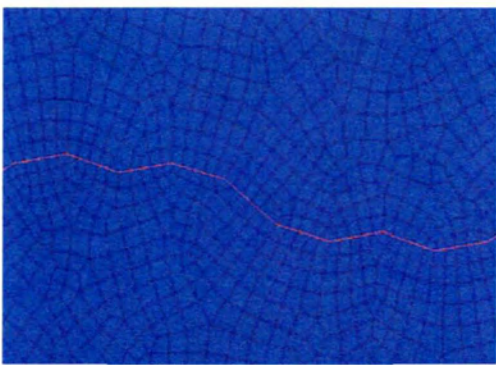
Σχημα 2.2.4.3: Διακριτοποίηση όλων των επαναλήψεων της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$



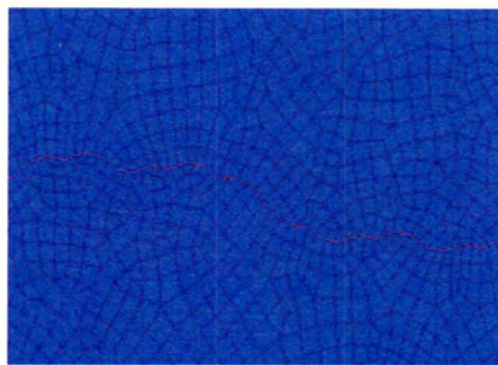
2^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$



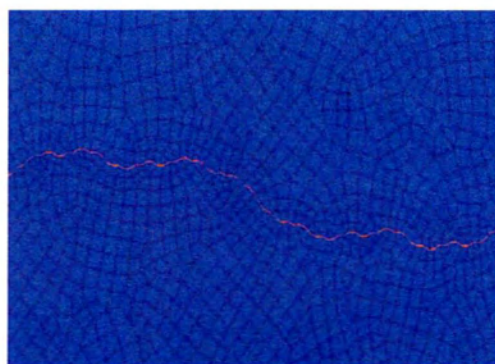
3^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$



4^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$

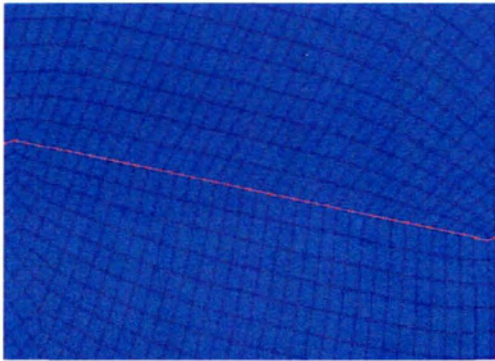


5^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$

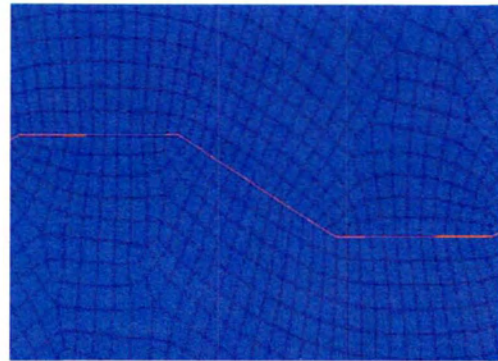


6^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(1)}$

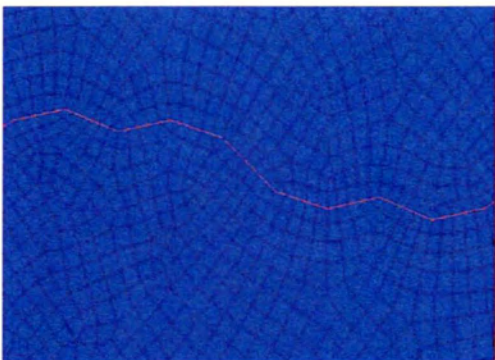
Σχήμα 2.2.4.4: Λεπτομέρεια του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων στη ρωγμή, όλων των επαναλήψεων της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$.



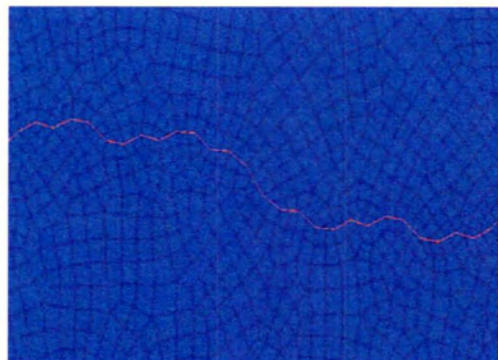
2^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$



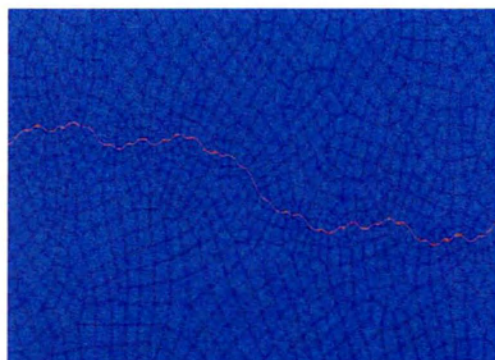
3^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$



4^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$

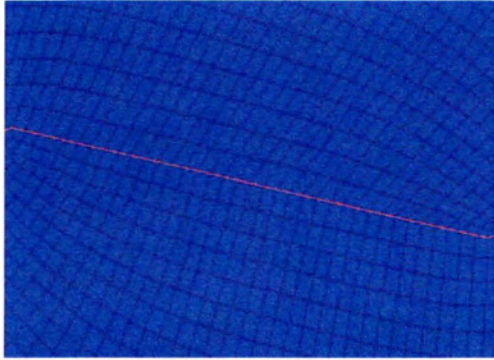


5^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$

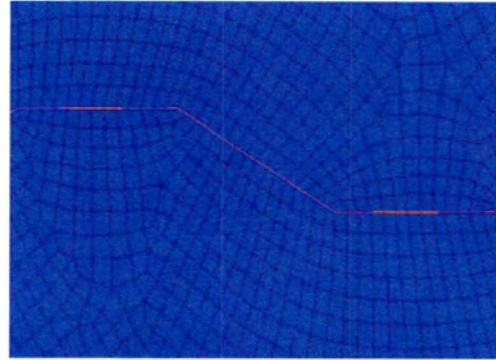


6^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(2)}$

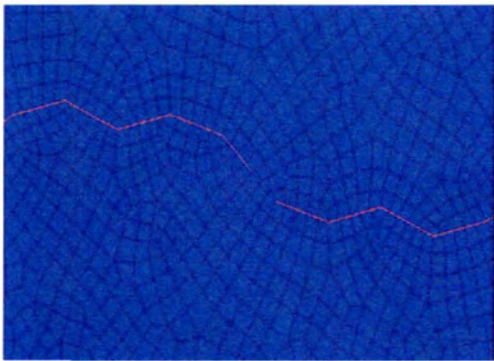
Σχήμα 2.2.4.5: Λεπτομέρεια του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων στη ρωγμή, όλων των επαναλήψεων της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$.



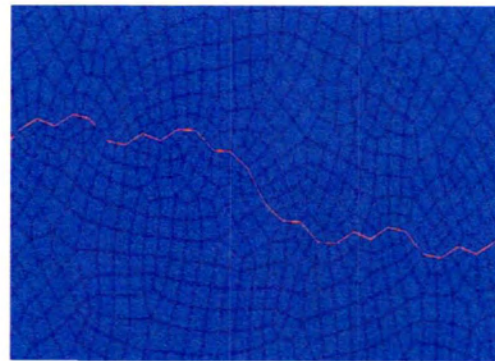
2^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(3)}$



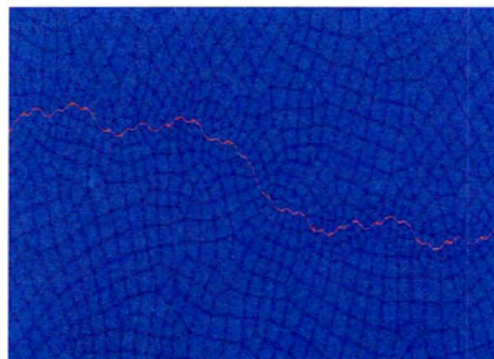
3^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(3)}$



4^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(3)}$



5^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(3)}$



6^η επανάληψη της διεπιφάνειας $f^{(3)}$

Σχήμα 2.2.4.6: Λεπτομέρεια του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων στη ρωγμή, όλων των επαναλήψεων της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$.



Αριθμός στοιχείων	2 ^η επανάληψη	3 ^η επανάληψη	4 ^η επανάληψη	5 ^η επανάληψη	6 ^η επανάληψη
Κατασκευή 1	15206	15478	16660	17912	21361
Κατασκευή 2	15711	15952	16980	18767	21811
Κατασκευή 3	15852	16188	17125	18968	22199

Πίνακας 2.2.4.1: Αριθμός των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση.

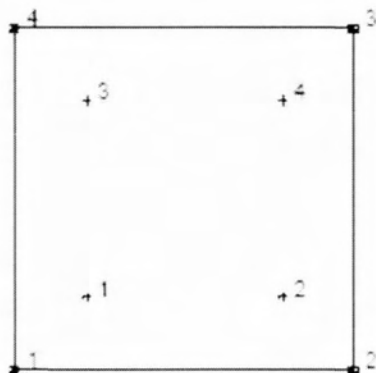
Κατασκευή 1	Επανάληψη	Ελάχιστο μέγεθος βασικού μήκους δ_n (mm)	Μέγιστο μέγεθος βασικού μήκους δ_n (mm)
	2η	13.47	15.05
	3η	4.4	5.75
	4η	1.5	2.25
	5η	0.51	0.62
	6η	0.2	0.3
Κατασκευή 2	Επανάληψη		
	2η	13.4	15.1
	3η	4.4	5.9
	4η	1.48	2.41
	5η	0.51	0.62
	6η	0.2	0.3
Κατασκευή 3	Επανάληψη		
	2η	13.4	13.8
	3η	4.4	6.0
	4η	1.5	1.8
	5η	0.5	0.7
	6η	0.2	0.5

Πίνακας 2.2.4.2: Χαρακτηριστικές διαστάσεις του βασικού μήκους των διεπιφανειών

$f^{(1)}$, $f^{(2)}$ και $f^{(3)}$ για τις αναλύσεις που μελετήθηκαν.



Για την προσομοίωση όλων των κατασκευών χρησιμοποιήθηκαν επίπεδα πεπερασμένα στοιχεία, επίπεδης έντασης. Πιο συγκεκριμένα, επιλέχθηκαν τα στοιχεία τύπου 3 της βιβλιοθήκης πεπερασμένων στοιχείων του Marc, τα οποία είναι τετραπλευρικά, ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης έντασης-παραμόρφωσης, τεσσάρων κόμβων. Τα στοιχεία αυτά χρησιμοποιούν διγραμμικές συναρτήσεις ολοκλήρωσης και η δυσκαμψία τους υπολογίζεται με παρεμβολή κατά Gauss τεσσάρων σημείων. Το στοιχείο τύπου 3 προτιμάται από άλλα για τις αναλύσεις που περιλαμβάνουν επαφή δύο σωμάτων. Έχει δύο βαθμούς ελευθερίας: 1) $\rightarrow u$ (μετατόπιση στη x διεύθυνση), 2) $\rightarrow v$ (μετατόπιση στη y διεύθυνση). Οι τέσσερις κόμβοι του στοιχείου αριθμούνται έτσι όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2.4.7.



Σχήμα 2.2.4.7: Το πεπερασμένο στοιχείο τύπου

2.2.5 Συνθήκες επαφής

Για τη σωστή προσομοίωση των πραγματικών συνθηκών που επικρατούν όταν δύο σώματα έρχονται σε επαφή, τίθεται ένας νόμος επαφής που συνδέει τα δύο σώματα. Σε κάθε βήμα της ανάλυσης εκτελείται έλεγχος για το αν τα δύο σώματα βρίσκονται σε επαφή. Πιο συγκεκριμένα, εάν κάποιος κόμβος του ενός σώματος έρθει σε επαφή με οποιοδήποτε σημείο του άλλου σώματος, αυτόματα περιορίζεται η δυνατότητα μετακίνησης του κόμβου αυτού στη διεύθυνση κάθετα στη διεπιφάνεια.

Στη συνέχεια, ορίζεται ο τύπος της τριβής που χαρακτηρίζει την επαφή των δύο σωμάτων καθώς επίσης και η τιμή του συντελεστή τριβής. Για τις αναλύσεις που έγιναν επιλέχθηκε ο διγραμμικός νόμος τριβής του Coulomb (Σχήμα 2.2.5.1) και ο συντελεστής τριβής τέθηκε ίσος με 0.1.



Το μοντέλο τριβής του Coulomb μπορεί να χαρακτηριστεί από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\text{Εάν } -\mu S_N < S_T < \mu S_N \text{ τότε } u_T = 0$$

$$\text{Εάν } S_T = \mu S_N \text{ τότε } u_T > 0$$

$$\text{Εάν } S_T = -\mu S_N \text{ τότε } u_T < 0$$

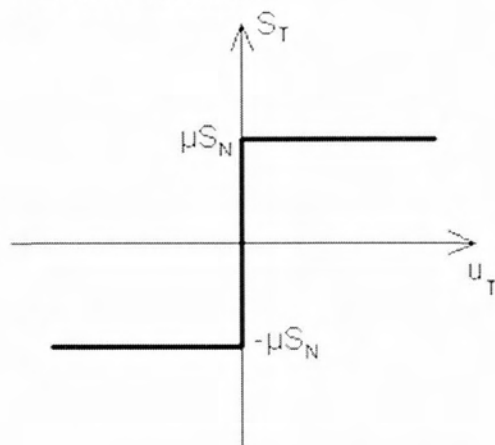
όπου,

S_T η δύναμη τριβής

S_N η κάθετη δύναμη

u_T η σχετική επαπτομενική μετακίνηση

μ ο συντελεστής τριβής



Σχήμα 2.2.5.1: Διγραμμικός νόμος τριβής του Coulomb

2.2.6 Μη-γραμμικά φαινόμενα του προβλήματος

Η ανάλυση του συγκεκριμένου προβλήματος παρουσιάζει πολλές αριθμητικές δυσκολίες λόγω των παρακάτω μη-γραμμικών φαινομένων που επικρατούν και αλληλεπιδρούν κατά την επαφή των δύο σωμάτων.

- Η μόνοπλευρη επαφή μεταξύ δύο διεπιφανειών
- Η ύπαρξη τριβής στις περιοχές επαφής των δυο σωμάτων
- Η πλαστικοποίηση του υλικού, ειδικά στις περιοχές των διεπιφανειών όπου εμφανίζονται αιχμές



2.3. Μη-γραμμικότητα

Όλες οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας βασίστηκαν στη μέθοδο της μη-γραμμικής ανάλυσης του λογισμικού Marc. Ο όρος μη-γραμμικότητα υποδηλώνει την κατάσταση εκείνη στην οποία οι σχέσεις μεταξύ της εξωτερικής φόρτισης και των μετακινήσεων δεν είναι γραμμικές. Τα αίτια στα οποία οφείλεται η μη γραμμική συμπεριφορά ενός φορέα μπορούν να κατηγοριοποιηθούν στα εξής:

- **Καταστατικές εξισώσεις:** Η μη γραμμική σχέση μεταξύ τάσεων-παραμορφώσεων είναι μια συνήθης αιτία μη γραμμικής συμπεριφοράς. Για τα περισσότερα υλικά, μετά από ένα μικρό διάστημα γραμμικά ελαστικής συμπεριφοράς επέρχεται πλαστικοποίηση ή/και θραύση.
- **Συνοριακές συνθήκες:** Μη γραμμική συμπεριφορά έχουμε επίσης όταν μεταβάλλονται οι συνοριακές συνθήκες κατά τη διάρκεια της φόρτισης του φορέα. Το ίδιο ισχύει και όταν συμβαίνει απώλεια της επαφής που μπορεί να έχει ο φορέας με κάποιο άλλο στοιχείο.
- **Εξισώσεις ισορροπίας και εξισώσεις συμβιβαστου:** Όταν οι μετακινήσεις του φορέα είναι μεγάλες τότε οδηγούμαστε σε μη γραμμικές εξισώσεις ισορροπίας και άρα σε μη γραμμικότητα του προβλήματος. Μη γραμμική συμπεριφορά έχουμε και όταν η σχέση μεταξύ των μετακινήσεων και των παραμορφώσεων είναι μη γραμμική. Σε αυτές τις περιπτώσεις μιλάμε για γεωμετρική μη γραμμικότητα.

Στο πρόβλημα που μελετήθηκε, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, η μη γραμμικότητα έγκειται στη μη γραμμική συμπεριφορά των υλικών, αφού θεωρήθηκε ελαστοπλαστική συμπεριφορά στο χάλυβα. Επίσης, η ύπαρξη της σχετικής μετακίνησης μεταξύ των δύο σωμάτων που έρχονται σε επαφή, επηρεάζει τη συμπεριφορά τους. Άρα, η μη γραμμικότητα στο πρόβλημα που μελετήθηκε αφορά στις Καταστατικές εξισώσεις και στις Συνοριακές Συνθήκες.



3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ FRACTAL ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΣΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ

3.1 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$

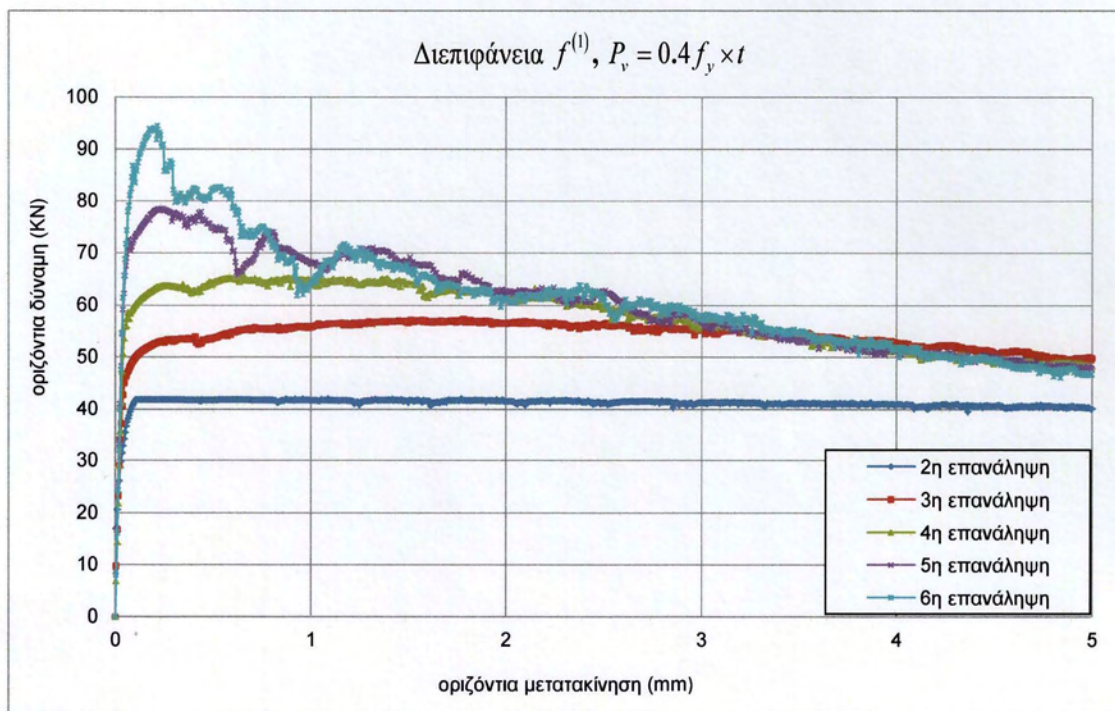
Όπως έχει ήδη αναφερθεί ως τύπος ανάλυσης επιλέχθηκε η δισδιάστατη ανάλυση. Το πρώτο μοντέλο που μελετήθηκε είναι η κατασκευή με διεπιφάνεια $f^{(1)}$ και fractal διάσταση $D = 1.083$. Η ρωγή προσομοιώθηκε με μια fractal συνάρτηση παρεμβολής που διέρχεται από τα σημεία $\{(0.0,0.0), (0.04,0.005), (0.08,-0.005), (0.12,0.0)\}$ και οι τιμές των ελεύθερων παραμέτρων της είναι $d_i = 0.365$ για $i=1,2,3$. Στους κόμβους του άνω τμήματος της κατασκευής ασκήθηκε επιβεβλημένη μετακίνηση κατά x ίση με 5mm σταδιακά, μέσα από 1000 βήματα φόρτισης, με ταυτόχρονη δέσμευση των μετακινήσεων κατά τους άξονες y και z . Επιπλέον, η κατασκευή μελετήθηκε για τρεις περιπτώσεις φόρτισης με τα κατακόρυφα κατανομημένα φορτία να ασκούνται στους άνω κόμβους του άνω τμήματος της κατασκευής και με τιμές $P_y = 0.4f_y \times t = 940kN/m$, $P_z = 0.7f_y \times t = 1645kN/m$, $P_x = 0.8f_y \times t = 1880kN/m$.

Από τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν προέκυψαν οι καμπύλες δύναμης-μετακίνησης, που φαίνονται παρακάτω, για τις διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης. Η μετακίνηση αντιστοιχεί στην εξωτερικά επιβεβλημένη οριζόντια μετακίνηση ενώ η δύναμη αντιστοιχεί στη συνισταμένη των οριζοντίων δυνάμεων (αντιδράσεων) των δεσμευμένων κόμβων του κάτω τμήματος της κατασκευής. Οι αντιδράσεις αυτές προέρχονται από τις δυνάμεις τριβής που αναπτύσσονται στη διεπιφάνεια της ρωγμής και από την αντίσταση εξαιτίας του φαινομένου της αλληλοεμπλοκής μεταξύ των αιχμών που εμφανίζονται στις διεπιφάνειες.

Το Σχήμα 3.1.1 απεικονίζει τη μεταβολή της οριζόντιας δύναμης σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση για διαφορετικές τιμές ανάλυσης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$ και για την πρώτη περίπτωση φόρτισης. Είναι φανερό πως καθώς προχωράμε σε ανώτερες επαναλήψεις (μεγαλύτερη ανάλυση), παρατηρείται αύξηση της οριζόντιας δύναμης. Πιο συγκεκριμένα, στις ανώτερες επαναλήψεις παρατηρείται μια σημαντική αύξηση της οριζόντιας δύναμης για μικρές τιμές της οριζόντιας μετακίνησης, ενώ με την αύξηση της οριζόντιας μετακίνησης, έχουμε μείωση της οριζόντιας δύναμης που τείνει, για τιμές της οριζόντιας μετακίνησης μεγαλύτερες των 3mm, στις τιμές που λαμβάνονται για την τρίτη επανάληψη. Αυτό συμβαίνει γιατί καθώς επιβάλλουμε μεγαλύτερη οριζόντια μετακίνηση στην κατασκευή, οι πλαστικοποιήσεις που συμβαίνουν μεταξύ των αιχμών των διεπιφανειών της ρωγμής είναι εντονότερες. Ως αποτέλεσμα μειώνεται η αντίσταση στην επιβολή της οριζόντιας μετακίνησης. Τέλος, η συμπεριφορά της δεύτερης επανάληψης διαφέρει σε σχέση με τις άλλες επαναλήψεις. Για πολύ μικρές τιμές της οριζόντιας μετακίνησης έχουμε μικρή αύξηση του φορτίου ενώ με την αύξηση της μετακίνησης το φορτίο παραμένει σχεδόν σταθερό. Πρέπει να τονιστεί ότι η δεύτερη επανάληψη δε θεωρείται αντιπροσωπευτική για το πρόβλημα που μελετάται, καθώς σε αυτήν



την περίπτωση η ακρίβεια της ανάλυσης είναι πολύ μειωμένη, και παρατίθεται κυρίως για λόγους σύγκρισης και πληρότητας.

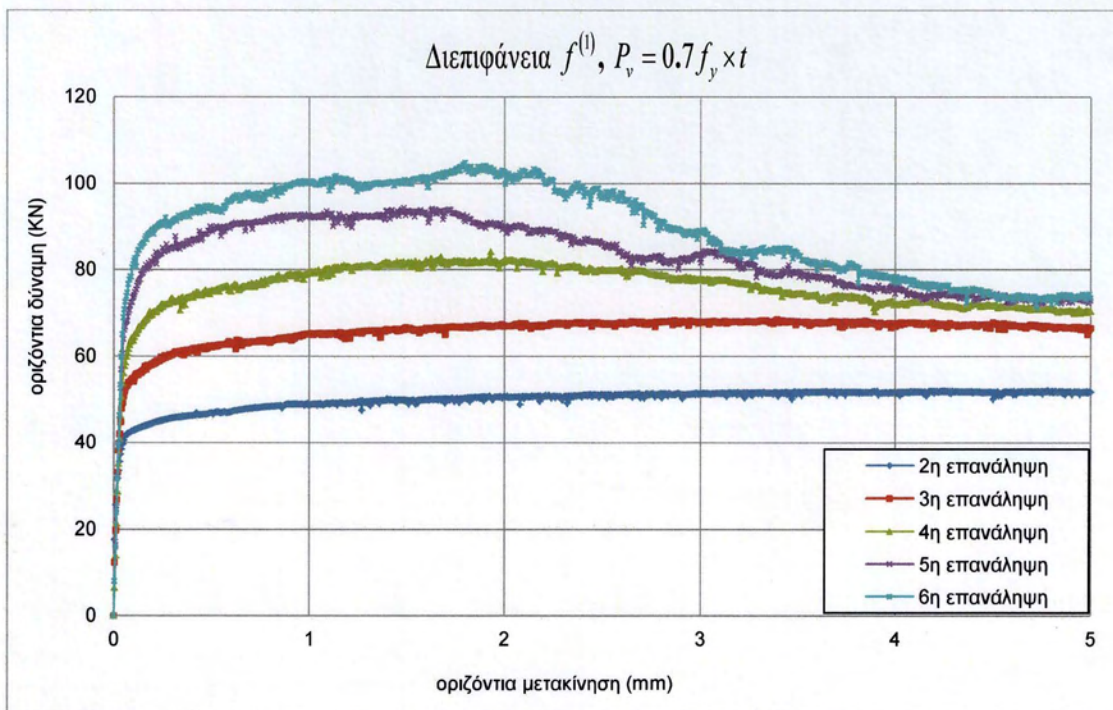


Σχήμα 3.1.1: Καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$, για διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας και ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4 f_y \times t$.

Το Σχήμα 3.1.2 απεικονίζει τη συμπεριφορά της οριζόντιας δύναμης σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση για διαφορετικές τιμές ανάλυσης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$ και για τη δεύτερη περίπτωση φόρτισης. Και σε αυτήν την περίπτωση παρατηρείται αύξηση της οριζόντιας δύναμης καθώς προχωράμε σε μεγαλύτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας. Στις ανώτερες επαναλήψεις παρατηρείται μια ομαλή αύξηση της οριζόντιας δύναμης. Η μέγιστη τιμή της δύναμης εμφανίζεται σε μεγαλύτερες τιμές της οριζόντιας μετακίνησης καθώς αυξάνεται η ανάλυση της διεπιφάνειας. Για οριζόντια μετακίνηση μεγαλύτερη των 2mm παρατηρείται μια ομαλή μείωση των τιμών της οριζόντιας δύναμης. Για τιμές της οριζόντιας μετακίνησης μεγαλύτερες των 4mm, οι τιμές της οριζόντιας δύναμης τείνουν στις τιμές που λαμβάνονται από την τρίτη επανάληψη. Σε σχέση με το προηγούμενο διάγραμμα (Σχήμα 3.1.1) οι μέγιστες τιμές της οριζόντιας δύναμης εμφανίζονται για μεγαλύτερες τιμές της οριζόντιας μετακίνησης και είναι μεγαλύτερες συγκρινόμενες με τις τιμές που αντιστοιχούν σε κατασκευές με την ίδια ανάλυση της διεπιφάνειας αλλά με μικρότερο κατακόρυφο φορτίο. Αυτό συμβαίνει γιατί καθώς



επιβάλλουμε μεγαλύτερη κατακόρυφη δύναμη ένα μεγαλύτερο τμήμα των διεπιφανειών βρίσκεται σε επαφή από τα πρώτα βήματα της ανάλυσης. Με την αύξηση της οριζόντιας μετακίνησης οι σταδιακές πλαστικοποιήσεις που συμβαίνουν μεταξύ των αιχμών εκτείνονται σ'ένα μεγαλύτερο μήκος της ρωγμής με αποτέλεσμα τα διαγράμματα οριζόντιας δύναμης-οριζόντιας μετακίνησης να παρουσιάζουν τη μορφή του Σχήματος 3.1.2. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μείωση της αντοχής σε ολίσθηση για τις ανώτερες επαναλήψεις, στις οποίες η εμφάνιση των αιχμών επηρεάζει εντονότερα τη συμπεριφορά της κατασκευής, εμφανίζεται για μεγαλύτερες τιμές της οριζόντιας μετακίνησης γεγονός που συνδέεται άμεσα με τα προαναφερθέντα.

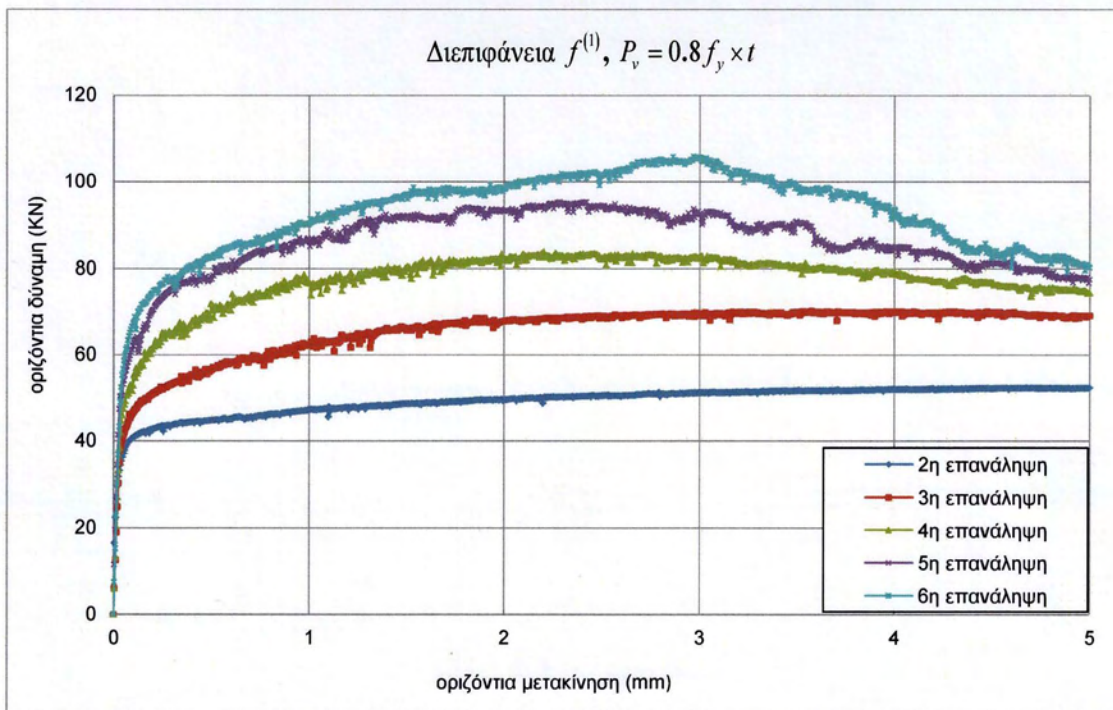


Σχήμα 3.1.2: Καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$, για διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας και ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.7f_y \times t$.

Το Σχήμα 3.1.3 παρουσιάζει τις μεταβολές της οριζόντιας δύναμης με την αύξηση της οριζόντιας μετακίνησης για διαφορετικές τιμές ανάλυσης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$ και για κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.8f_y \times t = 1880kN / m$. Όπως και στις άλλες δύο περιπτώσεις, καθώς προχωράμε σε ανώτερες αναλύσεις, παρατηρείται αύξηση των τιμών της οριζόντιας δύναμης για την ίδια οριζόντια μετατόπιση. Στις ανώτερες επαναλήψεις (4^η, 5^η και 6^η επανάληψη) παρατηρείται ομαλή αύξηση της οριζόντιας δύναμης για τιμές της οριζόντιας μετακίνησης μέχρι τα 3mm. Αντίθετα, για τιμές της οριζόντιας μετακίνησης μεγαλύτερες των



3mm παρατηρείται μείωση των τιμών της οριζόντιας δύναμης, που τείνουν για μετακινήσεις μεγαλύτερες των 5mm, στις τιμές που λαμβάνονται από την τρίτη επανάληψη. Σε σύγκριση με τα προηγούμενα διαγράμματα διαπιστώνεται και εδώ μια συμπεριφορά ανάλογη με αυτήν της προηγούμενης περίπτωσης. Πιο συγκεκριμένα, οι μέγιστες τιμές της οριζόντιας δύναμης που αναπτύσσεται μέσω των μηχανισμών της τριβής και της αλληλοεμπλοκής και εμφανίζεται ως αντίδραση στους κάτω κόμβους της κατασκευής, δε διαφέρουν, σε όλες τις περιπτώσεις ανάλυσης της διεπιφάνειας, από τις αντίστοιχες τιμές της προηγούμενης φόρτισης. Όμως, παρατηρώντας προσεκτικά τα διαγράμματα διαπιστώνουμε ότι οι μέγιστες αυτές τιμές της οριζόντιας δύναμης εμφανίζονται σε μεγαλύτερες τιμές της οριζόντιας μετατόπισης για την περίπτωση που το κατακόρυφο φορτίο είναι ίσο με $P_v = 0.8f_y \times t$. Αυτό συμβαίνει γιατί οι μηχανισμοί της τριβής και της αλληλοεμπλοκής των αιχμών αναπτύσσονται σε μεγαλύτερο τμήμα της διεπιφάνειας με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου, αφού η αύξηση του κατακόρυφου φορτίου οδηγεί σε μεγαλύτερη επιφάνεια επαφής [23]. Συνεπώς, η σταδιακή πλαστικοποίηση της επιφάνειας επαφής σε αυτήν την περίπτωση απαιτεί την επιβολή μεγαλύτερης οριζόντιας μετατόπισης.



Σχήμα 3.1.3: Καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$, για διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας και ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.8f_y \times t$.

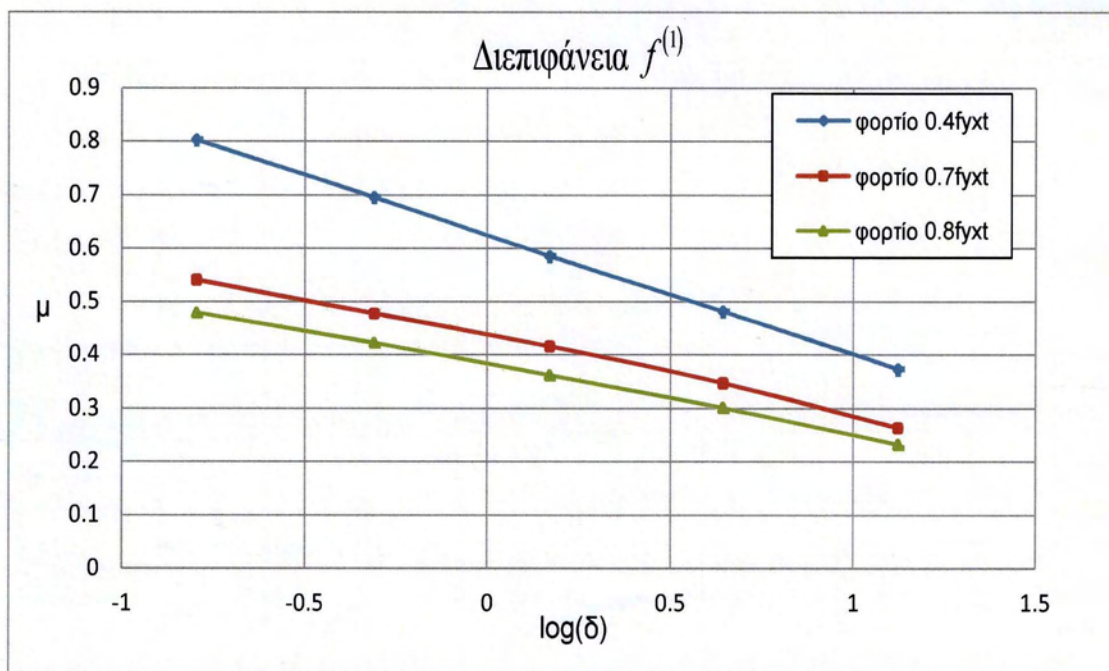


Στη συνέχεια εισάγεται η έννοια του “φαινομένου συντελεστή τριβής”. Πιο συγκεκριμένα, για ένα συγκεκριμένο σταθερό κατακόρυφο φορτίο, ο φαινόμενος συντελεστής τριβής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mu = \frac{\max \sum F_x}{\sum F_y} \quad (3.1.1)$$

όπου με $\max \sum F_x$ συμβολίζεται η μέγιστη τιμή του αθροίσματος των οριζόντιων δυνάμεων που λαμβάνονται ως αντιδράσεις στο κάτω τμήμα της κατασκευής, ενώ με $\sum F_y$ λαμβάνεται το άθροισμα των κατακόρυφων δυνάμεων που εφαρμόζονται στους άνω κόμβους του άνω τμήματος της κατασκευής. Θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι για τον υπολογισμό του φαινομένου συντελεστή τριβής λαμβάνεται το μέγιστο άθροισμα των οριζόντιων δυνάμεων, επειδή οι οριζόντιες δυνάμεις δεν είναι σταθερές αλλά μεταβάλλονται με την οριζόντια μετακίνηση που επιβάλλεται στην κατασκευή. Η μεταβολή αυτή είναι πιο έντονη στις περιπτώσεις των ανώτερων επαναλήψεων, για τις μικρότερες τιμές του κατακόρυφου φορτίου.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί εξετάζεται η επιρροή της ανάλυσης στο φαινόμενο συντελεστή τριβής για τις διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης που μελετώνται.



Σχήμα 3.1.4: Επίδραση της ανάλυσης της διεπιφάνειας $f^{(1)}$ στο φαινόμενο συντελεστή τριβής για διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης

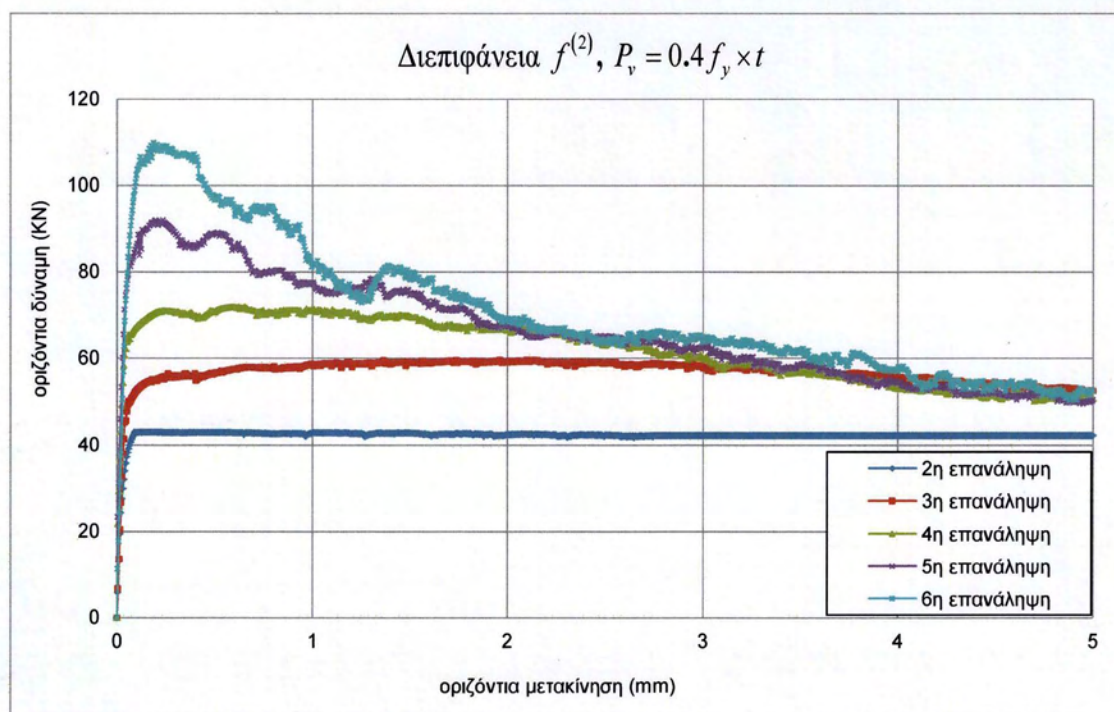


Πιο συγκεκριμένα, στο Σχήμα 3.1.4 δίνεται η μεταβολή του φαινόμενου συντελεστή τριβής μ σε σχέση με την ανάλυση δ_n της διεπιφάνειας σε λογαριθμική κλίμακα. Παρατηρείται ότι οι τιμές του συντελεστή τριβής αυξάνονται καθώς λαμβάνεται υπόψη μεγαλύτερη ανάλυση της διεπιφάνειας, για όλες τις περιπτώσεις της κατακόρυφης φόρτισης. Αυτό οφείλεται στο ότι καθώς προχωράμε σε ανώτερες αναλύσεις εμφανίζονται ολοένα και περισσότερες ‘αιχμές’ στη διεπιφάνεια, οδηγώντας έτσι σε πιο έντονους μηχανισμούς αλληλοεμπλοκής. Επιπλέον, στο Σχήμα 3.1.4 φαίνεται ότι η εφαρμογή μεγαλύτερων κατακόρυφων φορτίων οδηγεί σε μικρότερες τιμές του συντελεστή τριβής. Αυτό συμβαίνει διότι, όπως έχει ήδη αναφερθεί, η αύξηση του κατακόρυφου φορτίου έχει σαν αποτέλεσμα την πλαστικοποίηση μεγαλύτερων τμημάτων της διεπιφάνειας, γεγονός που διευκολύνει την ανάπτυξη της οριζόντιας μετακίνησης.



3.2 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$

Στην παράγραφο αυτή μελετάται η κατασκευή με διεπιφάνεια $f^{(2)}$ που είναι πιο τραχιά και έχει fractal διάσταση $D=1.143$. Η ρωγμή προσομοιώθηκε με μια fractal συνάρτηση παρεμβολής που κάνει παρεμβολή στα ίδια σημεία $\{(0.0,0.0), (0.04,0.005), (0.08,-0.005), (0.12,0.0)\}$. Οι τιμές των ελεύθερων παραμέτρων της συνάρτησης παρεμβολής είναι $d_i = 0.390$ για $i=1,2,3$. Στους κόμβους του άνω τμήματος της κατασκευής ασκήθηκε και σε αυτήν την περίπτωση επιβεβλημένη μετακίνηση κατά x ίση με 5mm . Η μετακίνηση αυτή ασκήθηκε σταδιακά, μέσα από 1000 βήματα φόρτισης, με ταυτόχρονη δέσμευση των μετακινήσεων κατά τους άξονες y και z . Επιπλέον, η κατασκευή μελετήθηκε για τις τρεις περιπτώσεις κατακόρυφου φορτίου που αναφέρθηκαν στην Παράγραφο 3.1.

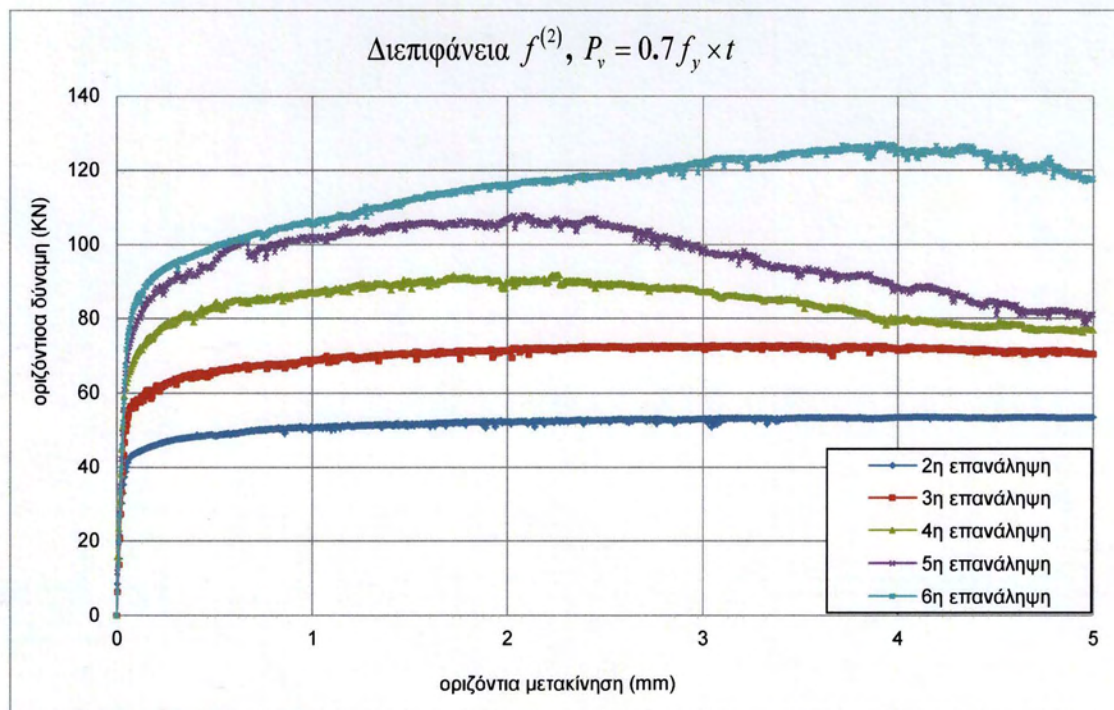


Σχήμα 3.2.1: Καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$, για διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας και ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4 f_y \times t$.

Στο Σχήμα 3.2.1 παρουσιάζονται οι οριζόντιες δυνάμεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή σαν συνάρτηση των οριζόντιων μετακινήσεων, για διαφορετικές τιμές της ανάλυσης της διεπιφάνειας $f^{(2)}$ και για κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4 f_y \times t = 940\text{kN/m}$. Είναι φανερό και σ'αυτήν την περίπτωση ότι καθώς προχωράμε σε ανώτερες επαναλήψεις, παρατηρείται αύξηση



της οριζόντιας δύναμης. Πιο συγκεκριμένα, στις ανώτερες επαναλήψεις παρατηρείται μια σημαντική αύξηση της οριζόντιας δύναμης για μικρές τιμές της οριζόντιας μετακίνησης, ενώ με την αύξηση της οριζόντιας μετακίνησης, έχουμε μείωση της οριζόντιας δύναμης. Η δύναμη αυτή τείνει, για τιμές της οριζόντιας μετακίνησης μεγαλύτερες των 4mm, στις τιμές της δύναμης που λαμβάνονται για την τρίτη επανάληψη. Αυτό συμβαίνει για τους ίδιους λόγους με την αντίστοιχη περίπτωση της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$, όπου για μεγαλύτερες τιμές της οριζόντιας μετακίνησης οδηγούμαστε σε έντονες πλαστικοποιήσεις μεταξύ των αιχμών των διεπιφανειών της ρωγμής, με αποτέλεσμα τη μείωση της αντίστασης στην επιβολή της οριζόντιας μετακίνησης. Τέλος, σε σύγκριση με την κατασκευή με διεπιφάνεια $f^{(1)}$ και για την ίδια περίπτωση φόρτισης, παρατηρείται αύξηση της μέγιστης τιμής της οριζόντιας δύναμης, γεγονός που οφείλεται στην εντονότερη τραχύτητα και άρα στην ισχυρότερη ενεργοποίηση του μηχανισμού εμπλοκής στην κατασκευή με διεπιφάνεια $f^{(2)}$.



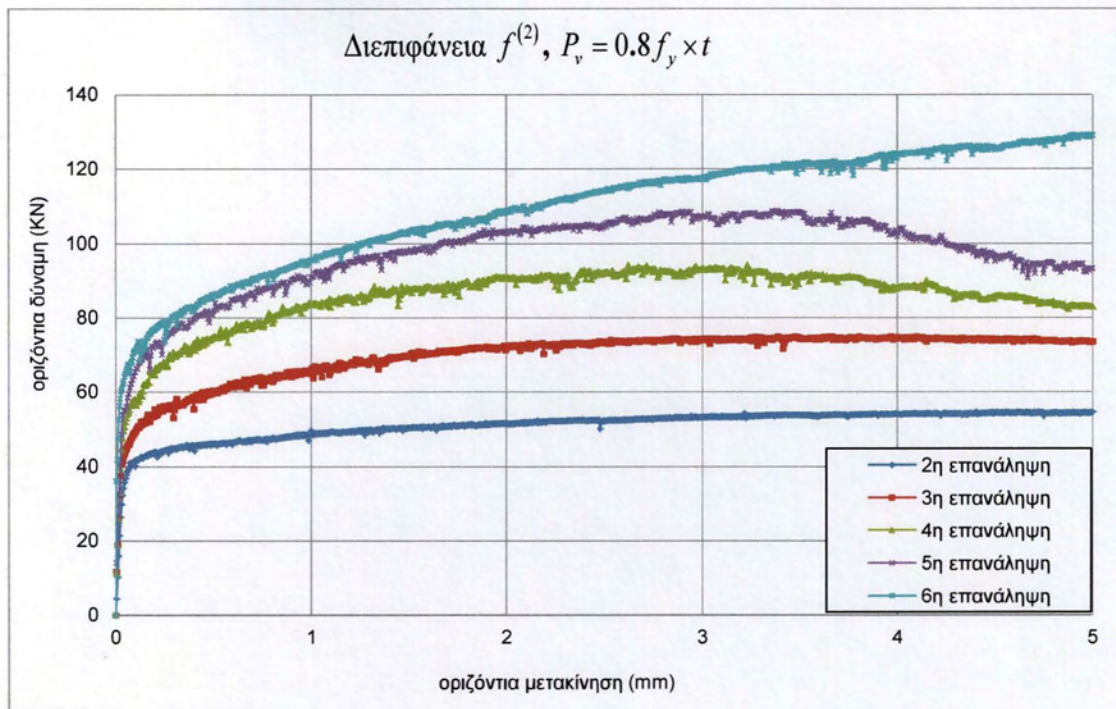
Σχήμα 3.2.2: Καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$, για διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας και ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.7 f_y \times t$.

Το Σχήμα 3.2.2 απεικονίζει τη μεταβολή της οριζόντιας δύναμης σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση για διαφορετικές τιμές ανάλυσης της διεπιφάνειας $f^{(2)}$, για τη δεύτερη



περίπτωση φόρτισης ($P_v = 0.7f_y \times t$). Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, καθώς προχωράμε σε μεγαλύτερη ανάλυση της διεπιφάνειας, παρατηρείται αύξηση της οριζόντιας δύναμης. Στις ανώτερες επαναλήψεις παρατηρείται μια ομαλή αύξηση της οριζόντιας δύναμης. Η μέγιστη τιμή της δύναμης εμφανίζεται σε μεγαλύτερες τιμές της οριζόντιας μετακίνησης καθώς αυξάνεται η ανάλυση της διεπιφάνειας. Πιο συγκεκριμένα, η μέγιστη τιμή της οριζόντιας δύναμης εμφανίζεται για μετακίνηση ίση με 2mm στην τέταρτη επανάληψη, 2.5mm στην πέμπτη επανάληψη και 4mm στην έκτη επανάληψη. Μετά από τις τιμές αυτές παρατηρείται μια ομαλή μείωση των τιμών της οριζόντιας δύναμης. Γενικά, για τιμές της οριζόντιας μετακίνησης μεγαλύτερες των 5mm, οι δυνάμεις τείνουν στις τιμές που λαμβάνονται από την τρίτη επανάληψη. Ωστόσο, κάτι αντίστοιχο δε συμβαίνει και με την έκτη επανάληψη, όπου για μεγάλες τιμές της μετακίνησης παρατηρείται κράτυνση στο διάγραμμα δύναμης-μετακίνησης. Η οριζόντια δύναμη συνεχίζει να αυξάνεται έως ότου η οριζόντια μετακίνηση γίνει ίση με 4mm, ενώ από την τιμή αυτή και μέχρι την τιμή των 5mm παρατηρείται μια μικρή μείωση. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι συγκρινόμενα τα αποτελέσματα αυτά με εκείνα του Σχήματος 3.1.2, παρατηρούμε ότι για την ίδια περίπτωση φόρτισης η προσομοίωση της ρωγμής με τη fractal συνάρτηση παρεμβολής $f^{(2)}$, που έχει μεγαλύτερη fractal διάσταση (και κατά συνέπεια είναι πιο τραχιά), οδηγεί σε μεγαλύτερες οριζόντιες δυνάμεις που εμφανίζονται για μεγαλύτερες τιμές της οριζόντιας μετακίνησης.

Το Σχήμα 3.2.3 απεικονίζει τη μεταβολή της οριζόντιας δύναμης σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση, για διαφορετικές τιμές ανάλυσης, της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$ και για κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο $P_v = 0.8f_y \times t = 1880kN/m$. Και σε αυτήν την περίπτωση καθώς προχωράμε σε ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας, παρατηρείται αύξηση της οριζόντιας δύναμης. Στις ανώτερες επαναλήψεις παρατηρείται ομαλή αύξηση της οριζόντιας δύναμης για τιμές της οριζόντιας μετακίνησης μέχρι τα 3.5mm ενώ, για τιμές της οριζόντιας μετακίνησης μεγαλύτερες των 3.5mm παρατηρείται μείωση των τιμών της οριζόντιας δύναμης. Για μετακινήσεις μεγαλύτερες των 5mm, οι δυνάμεις τείνουν στις τιμές που λαμβάνονται από την τρίτη επανάληψη. Ανάλογη συμπεριφορά όμως δεν παρουσιάζει το διάγραμμα δύναμης-μετακίνησης της έκτης επανάληψης, στο οποίο εμφανίζεται μια συνεχής αύξηση της οριζόντιας δύναμης μέχρι την τιμή των 5mm που εξετάζεται εδώ. Αντίστοιχη συμπεριφορά παρουσιάζει η κατασκευή και στην προηγούμενη περίπτωση φόρτισης, όπου εμφανίζεται αύξηση της οριζόντιας δύναμης μέχρις ότου η οριζόντια μετακίνηση γίνει ίση με 4mm. Τέλος, η αύξηση του κατακόρυφου φορτίου οδηγεί σε ανάλογα αποτελέσματα με εκείνα της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$, δηλαδή σε αύξηση των μέγιστων τιμών της οριζόντιας δύναμης που μάλιστα εμφανίζονται για μεγαλύτερες τιμές οριζόντιας μετακίνησης.



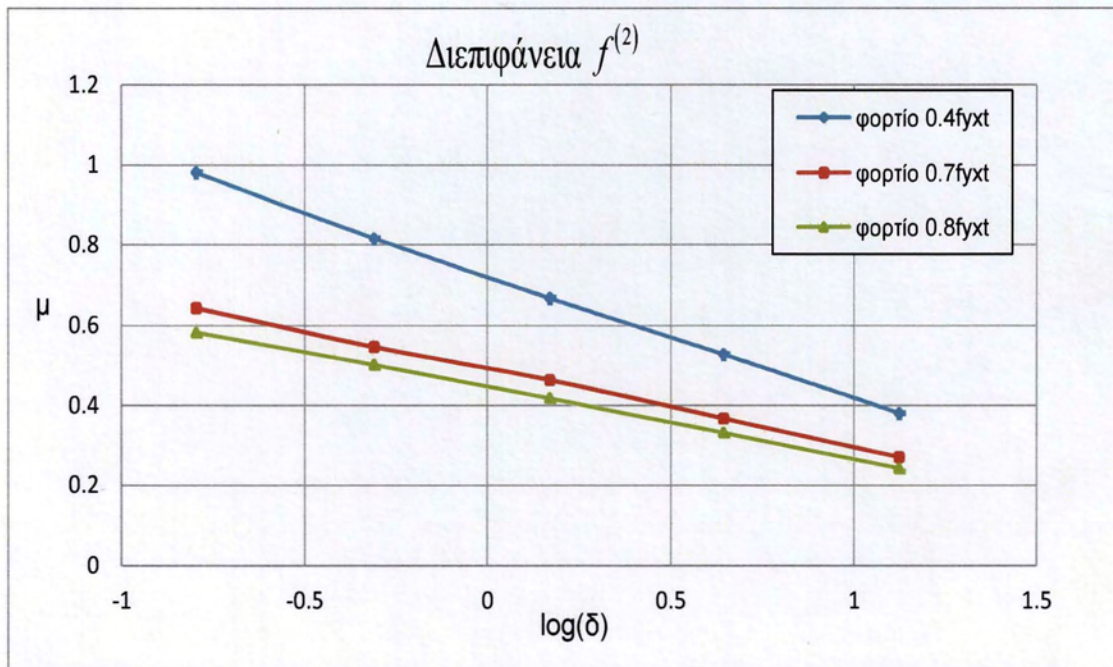
Σχήμα 3.2.3: Καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$, για διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας και ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.8f_y \times t$.

Στο Σχήμα που ακολουθεί μελετάται η επιρροή της ανάλυσης δ_n της διεπιφάνειας $f^{(2)}$ στο φαινόμενο συντελεστή τριβής, για τις τρεις διαφορετικές τιμές του κατακόρυφου φορτίου που έχουν θεωρηθεί σε αυτήν την εργασία. Η τιμή του φαινομένου συντελεστή τριβής λαμβάνεται όπως και στην περίπτωση της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$, από την σχέση 3.1.1.

Το διάγραμμα και σ'αυτήν την περίπτωση παρουσιάζει ανάλογη συμπεριφορά με το αντίστοιχο διάγραμμα της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρείται και εδώ αύξηση του φαινομένου συντελεστή τριβής στις ανώτερες επαναλήψεις, για όλες τις περιπτώσεις φόρτισης. Όπως και στην περίπτωση της κατασκευής με τη διεπιφάνεια $f^{(1)}$, εφαρμογή μεγαλύτερων κατακόρυφων φορτίων οδηγεί σε μικρότερες τιμές του φαινομένου συντελεστή τριβής, γεγονός που οφείλεται στην εντονότερη πλαστικοποίηση των αιχμών της ρωγμής και άρα στη μείωση της αντίστασης στην οριζόντια μετακίνηση. Επιπλέον, σε σύγκριση με το αντίστοιχο διάγραμμα της κατασκευής με τη διεπιφάνεια $f^{(1)}$ (Σχήμα 3.1.4), παρατηρείται ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τραχύτητα της διεπιφάνειας τόσο μεγαλύτερες είναι και οι τιμές του φαινομένου συντελεστή τριβής για την ίδια ανάλυση της διεπιφάνειας, εξαιτίας του μηχανισμού



αλληλοεμπλοκής των αιχμών στη διεπιφάνεια της ρωγμής. Ο μηχανισμός αυτός γίνεται πιο έντονος με την αύξηση της τραχύτητας της διεπιφάνειας.



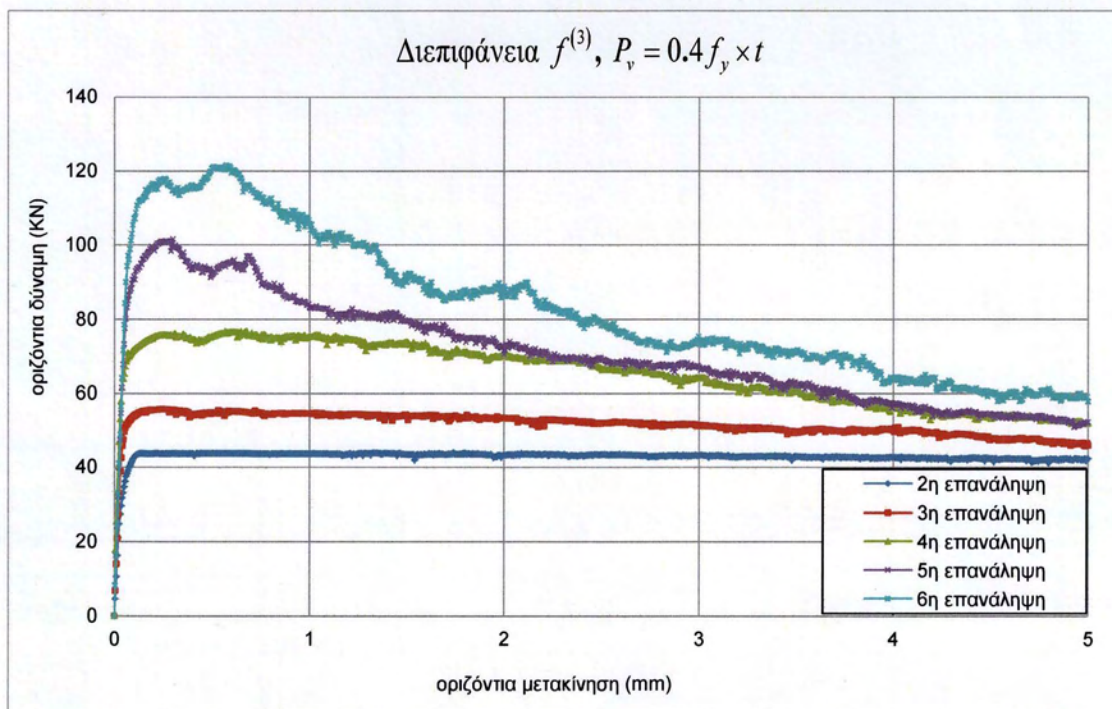
Σχήμα 3.2.4: Επίδραση της ανάλυσης της διεπιφάνειας $f^{(2)}$ στο φαινόμενο συντελεστή τριβής για διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης.



3.3 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$

Το μοντέλο που μελετήθηκε εδώ είναι η κατασκευή με διεπιφάνεια $f^{(3)}$ που είναι πιο τραχιά από αυτή των προηγούμενων δυο περιπτώσεων και έχει fractal διάσταση $D = 1.177$. Η γεωμετρία της ρωγμής ορίστηκε από τη fractal συνάρτηση παρεμβολής που διέρχεται από τα ίδια σημεία $\{(0,0,0), (0.04,0.005), (0.08,-0.005), (0.12,0.0)\}$ και οι τιμές των ελεύθερων παραμέτρων είναι $d_i = 0.405$ για $i = 1, 2, 3$. Στους κόμβους του άνω τμήματος της κατασκευής ασκήθηκε και σε αυτήν την περίπτωση επιβεβλημένη μετακίνηση κατά x ίση με 5mm. Η μετακίνηση αυτή ασκήθηκε σταδιακά, μέσα από 1000 βήματα φόρτισης, με ταυτόχρονη δέσμευση των μετακινήσεων κατά τους άξονες y και z . Επιπλέον, η κατασκευή μελετήθηκε για τις τρεις περιπτώσεις κατακόρυφου φορτίου που μελετήθηκαν και οι άλλες δύο κατασκευές.

Από τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν προέκυψαν οι καμπύλες οριζόντιας δύναμης-οριζόντιας μετακίνησης, που φαίνονται στα σχήματα που ακολουθούν για τις τρεις διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης.

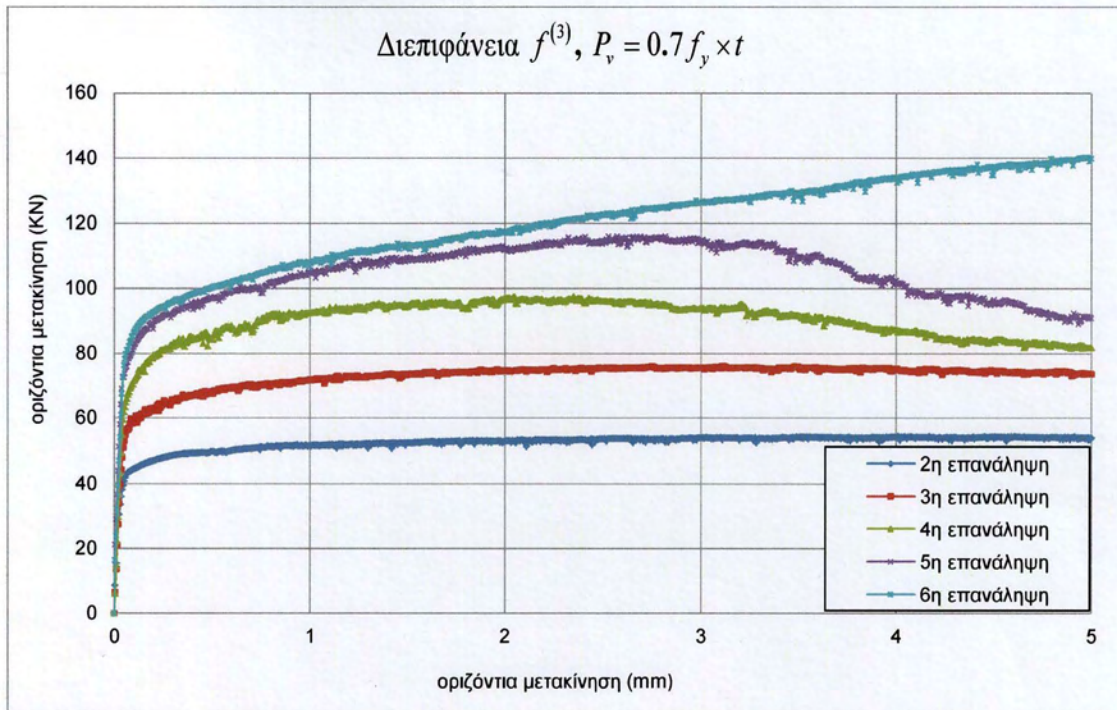


Σχήμα 3.3.1: Καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$, για διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας και ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4 f_y \times t$.



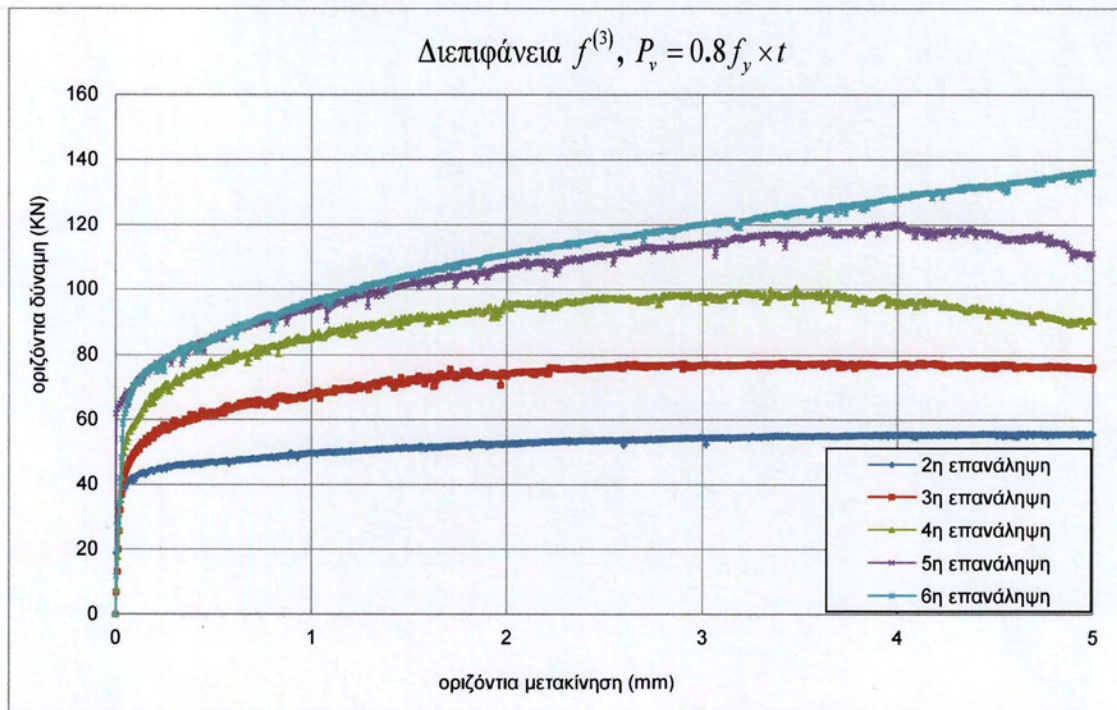
Στο Σχήμα 3.3.1 δίνεται η καμπύλη οριζόντιας δύναμης-οριζόντιας μετακίνησης για διαφορετικές τιμές ανάλυσης της διεπιφάνειας $f^{(3)}$ και για κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο $P_v = 0.4f_y \times t = 940kN/m$. Και σ' αυτήν την περίπτωση παρατηρείται αύξηση των τιμών της οριζόντιας δύναμης όταν λαμβάνεται υπόψη μεγαλύτερη ανάλυση της διεπιφάνειας. Πιο συγκεκριμένα, στις ανώτερες επαναλήψεις ($4^{\text{η}}$, $5^{\text{η}}$ και $6^{\text{η}}$ επανάληψη) παρατηρείται μια σημαντική αύξηση της οριζόντιας δύναμης για μικρές τιμές της οριζόντιας μετακίνησης, ενώ με την αύξηση της οριζόντιας μετακίνησης, παρατηρείται μείωση των τιμών της οριζόντιας δύναμης. Και εδώ, όπως ακριβώς και στις αντίστοιχες περιπτώσεις των διεπιφανειών $f^{(1)}$ και $f^{(2)}$ (Σχήματα 3.1.1 και 3.2.1), οι τιμές της οριζόντιας δύναμης συγκλίνουν στις τιμές που λαμβάνονται από την τρίτη επανάληψη. Επιπλέον, οι διαφορές στις οριζόντιες δυνάμεις των ανώτερων επαναλήψεων είναι σημαντικές σε όλο το εύρος των οριζόντιων μετακινήσεων. Το γεγονός αυτό δείχνει το πόσο ενισχύεται ο ρόλος της ανάλυσης της διεπιφάνειας σε περιπτώσεις ρωγμών με τραχιές διεπιφάνειες. Τέλος, σε σύγκριση με τις κατασκευές με διεπιφάνειες $f^{(1)}$ και $f^{(2)}$ και για την ίδια περίπτωση φόρτισης, παρατηρείται αύξηση της μέγιστης τιμής της οριζόντιας δύναμης, γεγονός που οφείλεται στην εντονότερη τραχύτητα και κατά συνέπεια στην ισχυρότερη ενεργοποίηση του μηχανισμού αλληλοεμπλοκής μεταξύ των αιχμών στην κατασκευή με διεπιφάνεια $f^{(3)}$.

Το Σχήμα 3.3.2 απεικονίζει την καμπύλη οριζόντιας δύναμης-οριζόντιας μετακίνησης για διαφορετικές τιμές ανάλυσης της διεπιφάνειας $f^{(3)}$ και για κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο $P_v = 0.7f_y \times t = 1645kN/m$. Και σ' αυτήν την περίπτωση η αύξηση της ανάλυσης της διεπιφάνειας οδηγεί σε αύξηση της οριζόντιας δύναμης για την ίδια εξωτερικά επιβεβλημένη οριζόντια μετατόπιση. Επίσης, με την αύξηση της ανάλυσης της διεπιφάνειας οι μέγιστες τιμές των οριζόντιων δυνάμεων εμφανίζονται με την επιβολή μεγαλύτερων οριζόντιων μετακινήσεων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στις ανώτερες επαναλήψεις (μεγαλύτερη ανάλυση της διεπιφάνειας) εμφανίζονται νέες αιχμές διαφορετικής κλίμακας, που συνεισφέρουν στη συνολική αντίσταση της διεπιφάνειας στην οριζόντια μετακίνηση. Αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι στην περίπτωση της πιο ακριβούς ανάλυσης της διεπιφάνειας ($6^{\text{η}}$ επανάληψη), όπου η συμμετοχή αιχμών από διαφορετικές κλίμακες έχει ληφθεί υπόψη, η οριζόντια δύναμη αυξάνεται συνεχώς με την οριζόντια μετακίνηση (μέχρι την τιμή των 5mm που μελετάται εδώ).



Σχήμα 3.3.2: Καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$, για διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας και ομοιόμορφα καταναμημένο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.7 f_y \times t$.

Στο Σχήμα 3.3.3 παρουσιάζονται οι μεταβολές της οριζόντιας δύναμης με την αύξηση της οριζόντιας μετακίνησης για διαφορετικές τιμές ανάλυσης της διεπιφάνειας $f^{(3)}$ και για κατακόρυφο καταναμημένο φορτίο $P_v = 0.8 f_y \times t = 1880 \text{ kN/m}$. Η συμπεριφορά της κατασκευής σ' αυτήν την περίπτωση είναι ανάλογη με αυτήν της προηγούμενης περίπτωσης ($P_v = 0.7 f_y \times t$). Και εδώ οι μέγιστες τιμές των οριζόντιων δυνάμεων αναπτύσσονται για μεγαλύτερες οριζόντιες μετακινήσεις καθώς αυξάνεται η ανάλυση της διεπιφάνειας της κατασκευής, για τους λόγους που αναφέρθηκαν παραπάνω. Πρέπει να σημειωθεί ότι και σ' αυτήν την περίπτωση όπως και στην προηγούμενη όπου $P_v = 0.7 f_y \times t$, το διάγραμμα οριζόντιας δύναμης-οριζόντιας μετακίνησης της κατασκευής, στην οποία η γεωμετρία της ρωγμής ορίζεται από την έκτη επανάληψη της $f^{(3)}$, παρουσιάζει κράτυνση μέχρι τη μέγιστη τιμή της οριζόντιας μετακίνησης (5mm). Η κράτυνση στο διάγραμμα δύναμης-μετακίνησης εμφανίζεται στις περιπτώσεις που λαμβάνεται υπόψη μεγαλύτερη ανάλυση της fractal διεπιφάνειας, διεπιφανειών που χαρακτηρίζονται από “μεγάλη” fractal διάσταση και για μεγάλα κατακόρυφα φορτία.



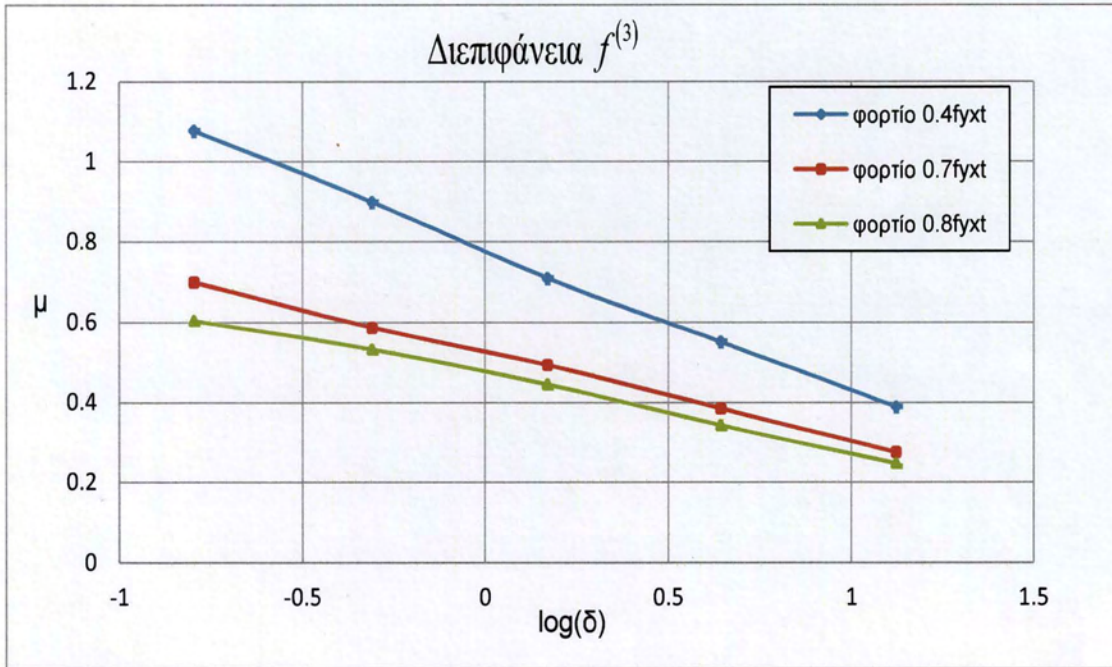
Σχήμα 3.3.3: Καμπύλη δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$, για διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας και ομοιόμορφα κατανομημένο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.8 f_y \times t$.

Στο Σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η επιρροή της ανάλυσης δ_n της fractal διεπιφάνειας στο φαινόμενο συντελεστή τριβής, για τις διαφορετικές τιμές φόρτισης που εξετάζονται, στην περίπτωση της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$. Ο υπολογισμός του φαινομένου συντελεστή τριβής γίνεται με τη βοήθεια της σχέσης 3.1.1.

Όπως και στις δυο άλλες περιπτώσεις (κατασκευές με διεπιφάνειες $f^{(1)}$ και $f^{(2)}$), έτσι και εδώ, παρατηρείται αύξηση του φαινομένου συντελεστή τριβής με την ανάλυση, για όλες τις περιπτώσεις φόρτισης. Επίσης, η εφαρμογή μεγαλύτερων κατακόρυφων φορτίων οδηγεί και εδώ σε μικρότερες τιμές του φαινομένου συντελεστή τριβής, γεγονός που οφείλεται στην πλαστικοποίηση των αιχμών της ρωγμής και κατά συνέπεια στη μείωση της αντίστασης σε οριζόντια μετακίνηση. Τέλος, σε σύγκριση με τα αντίστοιχα διαγράμματα των διεπιφανειών $f^{(1)}$ και $f^{(2)}$, διαπιστώνεται ότι η μεγαλύτερη τραχύτητα της διεπιφάνειας οδηγεί σε μεγαλύτερες



τιμές του φαινομένου συντελεστή τριβής εξαιτίας του μηχανισμού αλληλοεμπλοκής των αιχμών στη διεπιφάνεια της ρωγμής.



Σχήμα 3.3.4: Επίδραση της ανάλυσης της διεπιφάνειας $f^{(3)}$ στο φαινόμενο συντελεστή τριβής για διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης.



4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΗΣ FRACTAL ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΣΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ

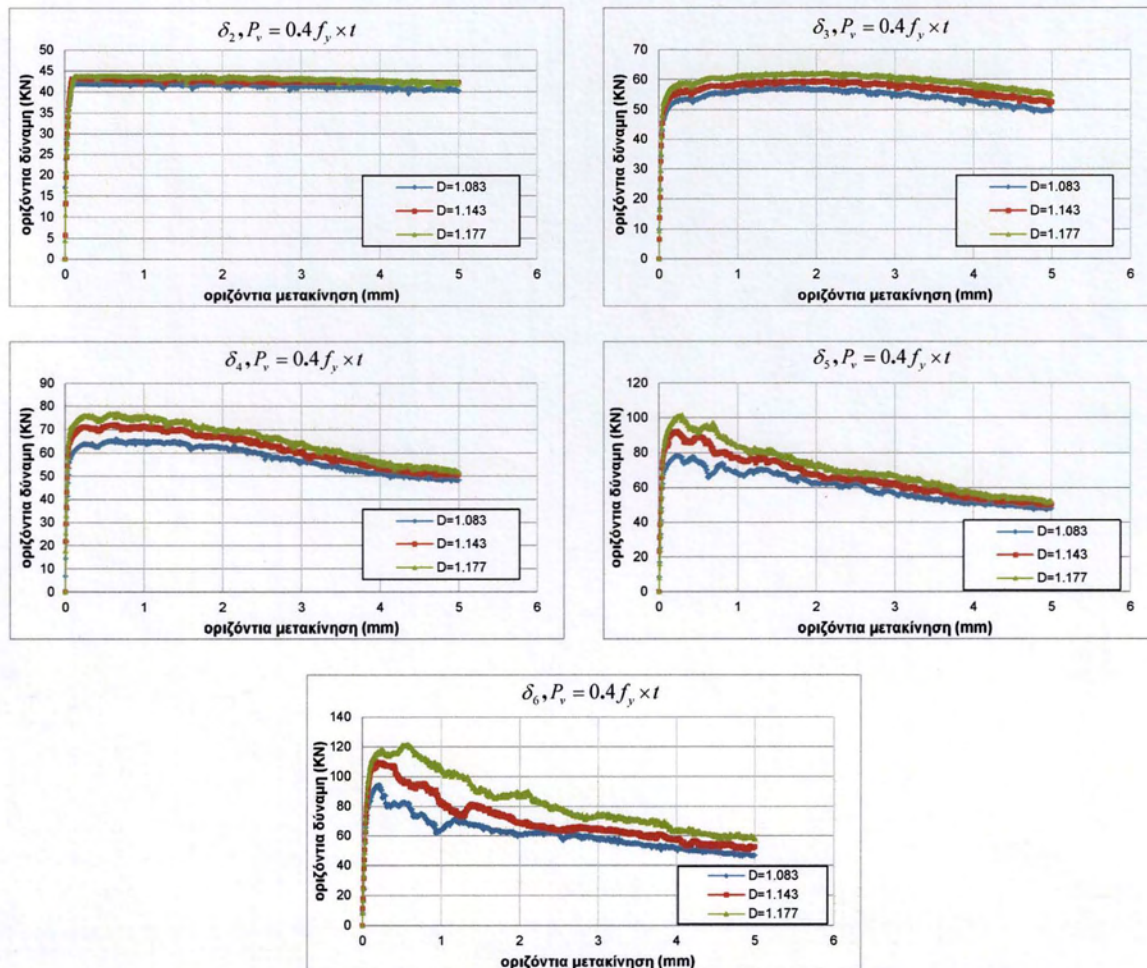
Στο κεφάλαιο αυτό μελετάται η επιρροή της fractal διάστασης στο φαινόμενο συντελεστή τριβής, για διαφορετικές τιμές του κατακόρυφου φορτίου. Επιλέχθηκε και εδώ ο ίδιος τύπος ανάλυσης και ορίστηκε η ίδια απαιτούμενη ακρίβεια σε κάθε βήμα της ανάλυσης. Οι τρεις περιπτώσεις διεπιφανειών που μελετήθηκαν είναι οι εξής: i) διεπιφάνεια $f^{(1)}$, με fractal διάσταση $D=1.083$, ii) διεπιφάνεια $f^{(2)}$, με fractal διάσταση $D=1.143$ και iii) διεπιφάνεια $f^{(3)}$, με fractal διάσταση $D=1.177$. Οι συνοριακές συνθήκες που επιβλήθηκαν στις κατασκευές είναι ίδιες με αυτές που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 3. Συνολικά πραγματοποιήθηκαν $3(\text{διεπιφάνειες}) \times 5(\text{επαναλήψεις}) \times 3(\text{κατακόρυφα φορτία})=45$ διαφορετικές επιλύσεις. Από τις επιλύσεις αυτές προέκυψαν οι καμπύλες δύναμης- μετακίνησης, που φαίνονται παρακάτω, για τις διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης.

4.1 Εφαρμογή ομοιόμορφα κατανεμημένου κατακόρυφου φορτίου $P_v = 0.4f_y \times t$

Το Σχήμα 4.1.1 απεικονίζει τις μεταβολές της οριζόντιας δύναμης σε σχέση με την οριζόντια μετακίνηση για τις τρεις διαφορετικές διεπιφάνειες $f^{(1)}$, $f^{(2)}$ και $f^{(3)}$ και για διαφορετική ανάλυση κάθε φορά. Είναι φανερό ότι οι διαφορές στις τιμές των οριζόντιων δυνάμεων, μεταξύ των κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες είναι μικρές στις περιπτώσεις που λαμβάνονται υπόψη χαμηλές αναλύσεις των διεπιφανειών (δ_2 , δ_3) ενώ όσο προχωράμε σε ανώτερες αναλύσεις οι διαφορές αυτές αυξάνουν. Επιπλέον, για την ίδια ανάλυση των διεπιφανειών, παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει η fractal διάσταση της διεπιφάνειας τόσο μεγαλύτερη αντίσταση σε οριζόντια μετακίνηση παρουσιάζει η κατασκευή. Αυτό συμβαίνει γιατί, καθώς αυξάνει η fractal διάσταση της διεπιφάνειας, ολοένα και πιο έντονες αιχμές εμφανίζονται στη διεπιφάνεια, με αποτέλεσμα η αντίσταση της κατασκευής σε οριζόντιες δυνάμεις να είναι μεγαλύτερη. Το γεγονός αυτό οδηγεί στην εμφάνιση μεγαλύτερων δυνάμεων τριβής. Ακόμα, καθώς προχωράμε σε ανώτερες αναλύσεις, παρατηρείται σημαντική αύξηση των οριζόντιων δυνάμεων για μικρές τιμές της οριζόντιας μετακίνησης. Αντίθετα, για μεγάλες τιμές της οριζόντιας μετακίνησης, παρατηρείται μείωση των τιμών της οριζόντιας δύναμης. Αυτό οφείλεται στη σταδιακή πλαστικοποίηση των αιχμών στη διεπιφάνεια της ρωγμής, γεγονός που οδηγεί στη διευκόλυνση της οριζόντιας μετακίνησης. Απο τα παραπάνω προκύπτει ότι η fractal διάσταση της διεπιφάνειας παίζει σημαντικό ρόλο στο μηχανισμό τριβής και κατά συνέπεια στη συμπεριφορά της κατασκευής. Πιο συγκεκριμένα, ο ρόλος της fractal διάστασης γίνεται πιο



ξεκάθαρος στις ανώτερες επαναλήψεις, όπου οι διαφορές μεταξύ των διεπιφανειών για την ίδια ανάλυση αλλά και της κάθε διεπιφάνειας, για διαφορετική ανάλυση, γίνονται εντονότερες.

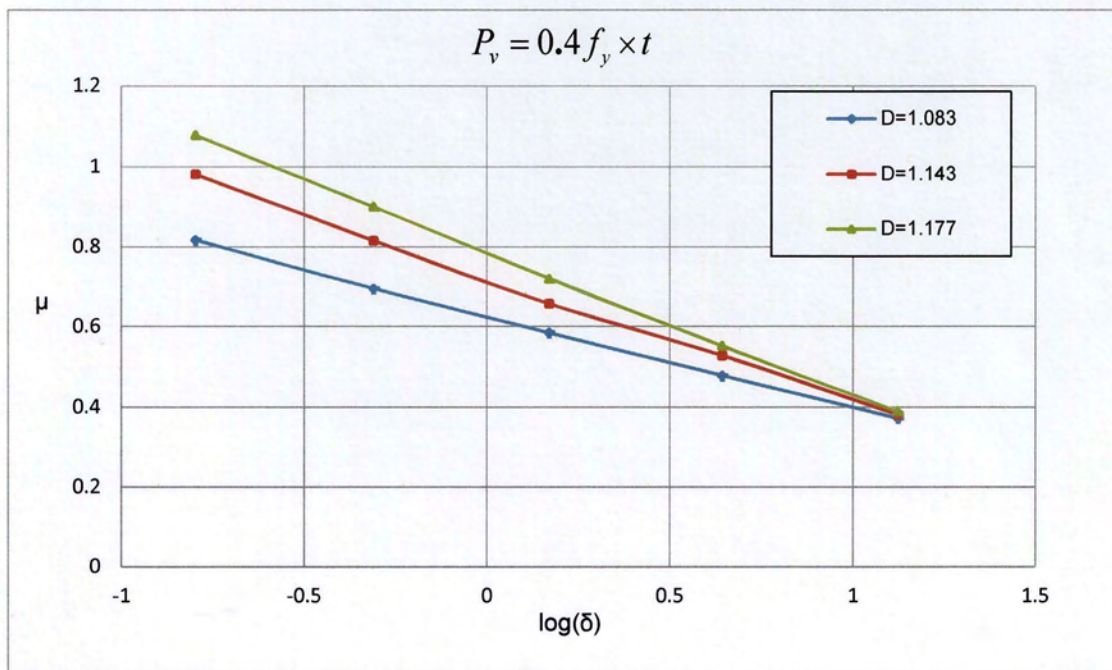


Σχήμα 4.1.1 Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4 f_y \times t$.

Στο διάγραμμα του Σχήματος 4.1.2 παρουσιάζονται τα φαινόμενα κλίμακας που εμφανίζονται στο φαινόμενο συντελεστή τριβής που αναπτύσσεται στις τρεις διαφορετικές fractal διεπιφάνειες. Και σ' αυτήν την περίπτωση ο φαινόμενος συντελεστής τριβής υπολογίζεται από τη σχέση 3.1.1. Απο το σχήμα γίνεται φανερό ότι καθώς αυξάνεται η fractal διάσταση της διεπιφάνειας (και κατά συνέπεια αυξάνεται το ύψος των αιχμών στην επιφάνεια της ρωγμής), ο φαινόμενος συντελεστής τριβής παίρνει μεγαλύτερες τιμές. Έτσι, για την ίδια ανάλυση, η πιο τραχιά διεπιφάνεια $f^{(3)}$ εμφανίζει το μεγαλύτερο συντελεστή τριβής σε σχέση με τις δυο άλλες

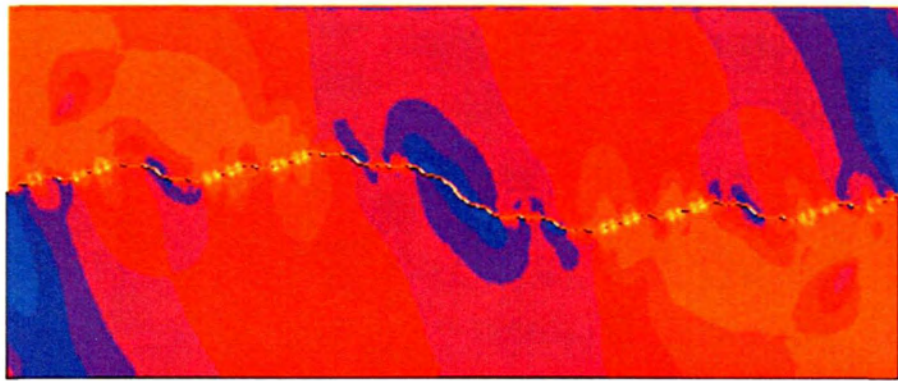


διεπιφάνειες $f^{(1)}, f^{(2)}$. Επίσης, όπως έχει ήδη αναφερθεί, παρατηρείται αύξηση του φαινομένου συντελεστή τριβής με την ανάλυση. Όσο προχωράμε σε ανώτερες αναλύσεις των διεπιφανειών (μικρότερα δ_i) ολοένα και περισσότερες αιχμές διαφορετικής κλίμακας λαμβάνονται υπόψη, με αποτέλεσμα την αύξηση των τιμών του φαινομένου συντελεστή τριβής. Οι παρατηρήσεις αυτές αναδεικνύουν τη μεγάλη σημασία της σωστής προσομοίωσης της γεωμετρίας της ρωγμής στη συμπεριφορά της κατασκευής.

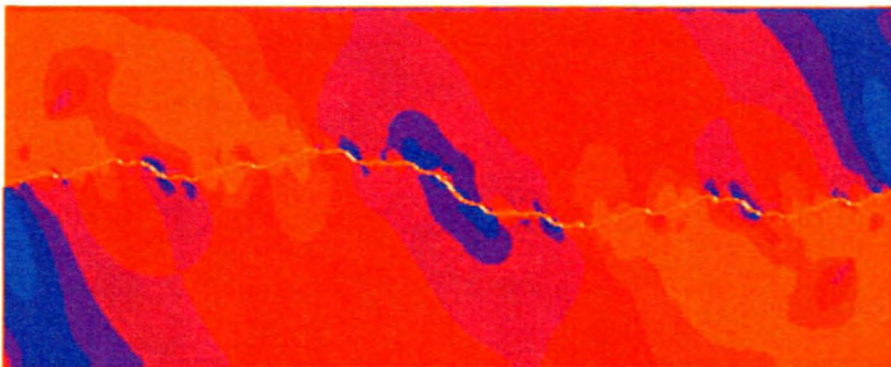


Σχήμα 4.1.2: Φαινόμενα κλίμακας στο φαινόμενο συντελεστή τριβής, για διαφορετικές διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4 f_y \times t$.

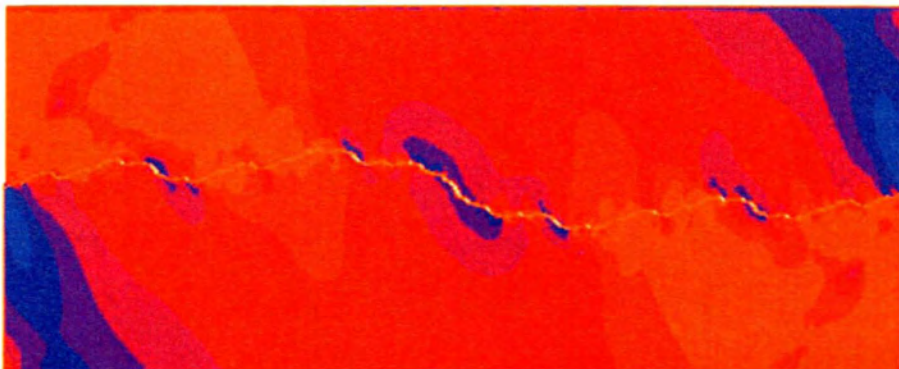
Στα Σχήματα 4.1.3-4.1.5 παρουσιάζονται οι τάσεις Von-Mises σε κατασκευές με διαφορετικές διεπιφάνειες, για διαφορετικές τιμές της οριζόντιας επιβεβλημένης μετακίνησης ($s=0.5\text{mm}$, $s=1.5\text{mm}$ και $s=3.0\text{mm}$) και για σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4 f_y \times t$. Και στις τρεις κατασκευές είναι φανερό ότι με την αύξηση της τιμής της επιβεβλημένης οριζόντιας μετακίνησης, επηρεάζεται η επιφάνεια επαφής των δύο τμημάτων της κατασκευής. Πιο συγκεκριμένα, ολοένα και μεγαλύτερα τμήματα των κατιόντων κλάδων των διεπιφανειών παύουν να βρίσκονται σε επαφή με την αύξηση της οριζόντιας μετακίνησης. Αξίζει να σημειωθεί εδώ, ότι στις πιο τραχιές διεπιφάνειες που οι αιχμές τους είναι πιο έντονες, η πλαστικοποίηση του υλικού, με την αύξηση της οριζόντιας μετακίνησης, εξελίσσεται πιο ομαλά στο εσωτερικό της κατασκευής. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο μηχανισμό αλληλοεμπλοκής, που είναι πιο έντονος σε αυτές τις διεπιφάνειες.



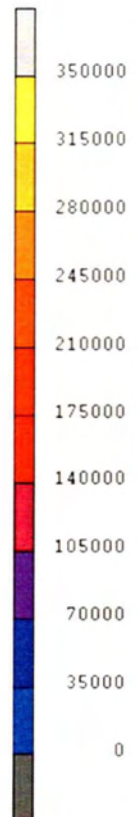
5^η επανάληψη, $s=0.5\text{mm}$, $P_v = 0.4f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(1)}$



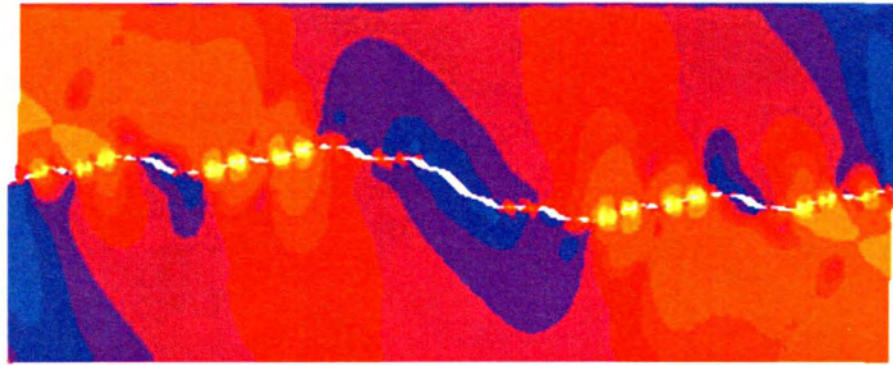
5^η επανάληψη, $s=0.5\text{mm}$, $P_v = 0.4f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(2)}$



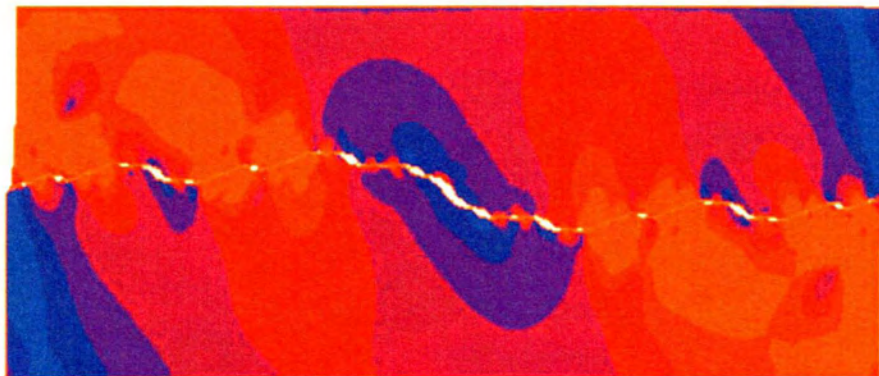
5^η επανάληψη, $s=0.5\text{mm}$, $P_v = 0.4f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(3)}$



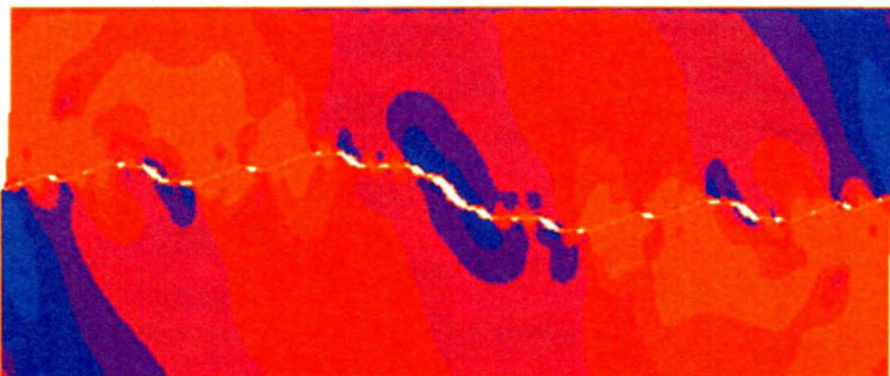
Σχήμα 4.1.3: Τάσεις Von-Mises κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες, για ομοιόμορφη επιβεβλημένη μετακίνηση $s=0.5\text{mm}$ και ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4f_y \times t$.



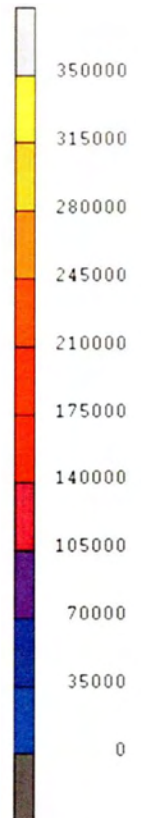
5^η επανάληψη, $s=1.5\text{mm}$, $P_v = 0.4f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(1)}$



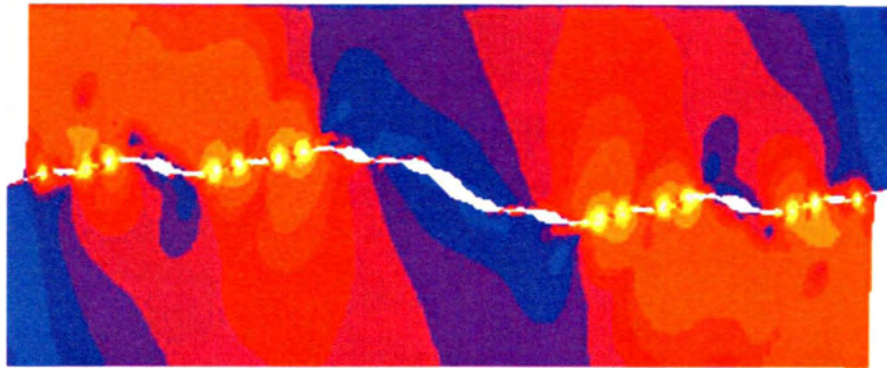
5^η επανάληψη, $s=1.5\text{mm}$, $P_v = 0.4f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(2)}$



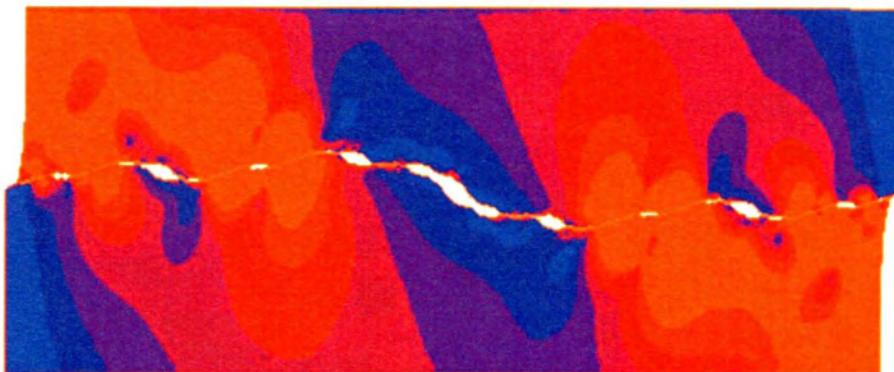
5^η επανάληψη, $s=1.5\text{mm}$, $P_v = 0.4f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(3)}$



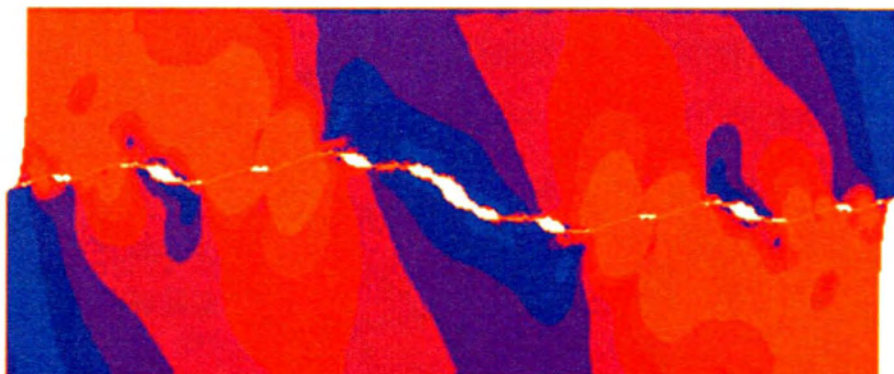
Σχήμα 4.1.4: Τάσεις Von-Mises κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες, για ομοιόμορφη επιβεβλημένη μετακίνηση $s=1.5\text{mm}$ και ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4f_y \times t$.



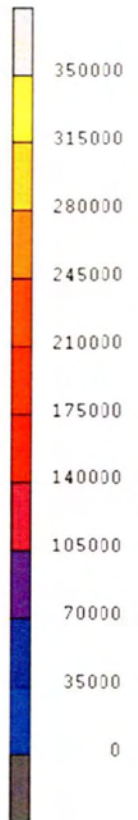
5^η επανάληψη, $s=3.00\text{mm}$, $P_v = 0.4 f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(1)}$



5^η επανάληψη, $s=3.00\text{mm}$, $P_v = 0.4 f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(2)}$



5^η επανάληψη, $s=3.00\text{mm}$, $P_v = 0.4 f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(3)}$

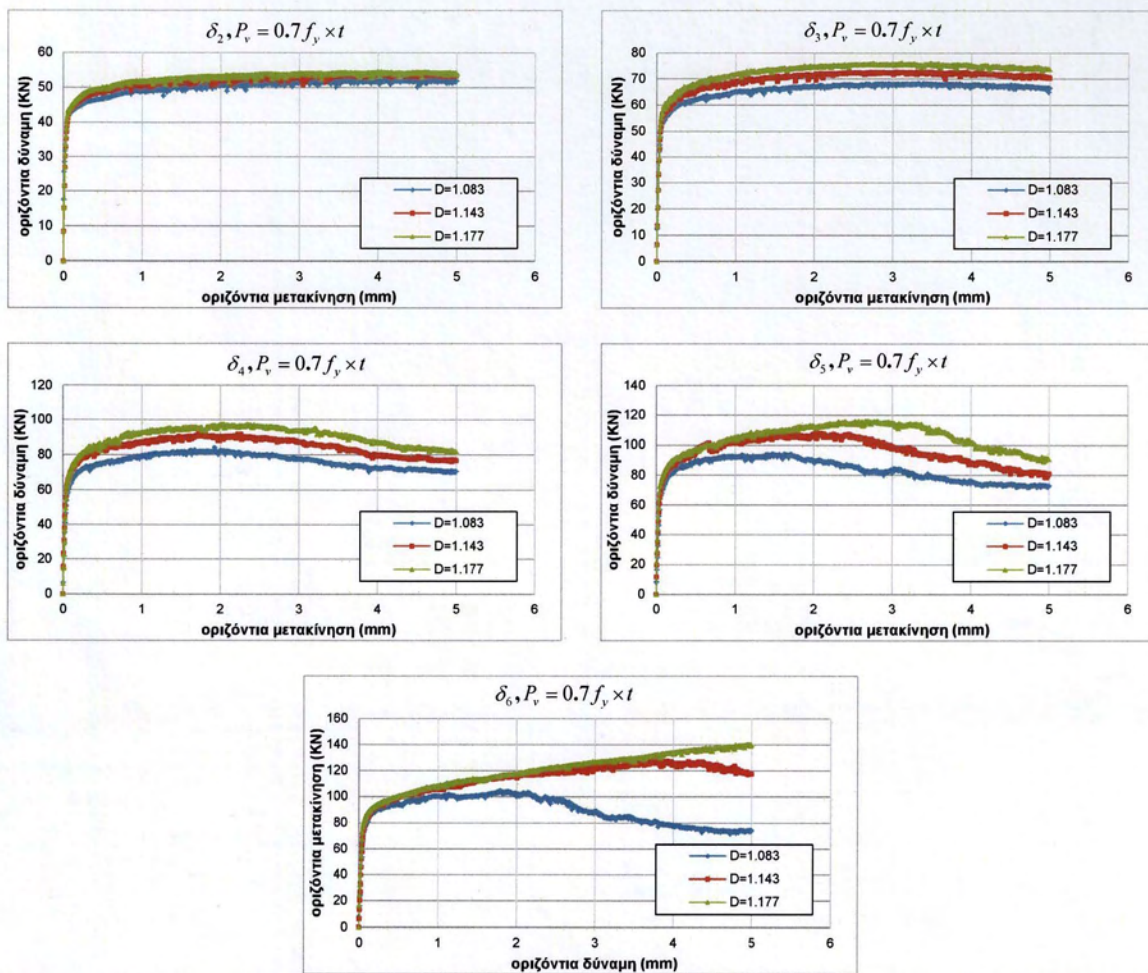


Σχήμα 4.1.5: Τάσεις Von-Mises κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες, για ομοιόμορφη επιβεβλημένη μετακίνηση $s=3.00\text{mm}$ και ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4 f_y \times t$.



4.2 Εφαρμογή ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου $P_v = 0.7f_y \times t$

Στο Σχήμα 4.2.1 απεικονίζονται οι καμπύλες οριζόντιας δύναμης-οριζόντιας μετακίνησης για τις τρεις διαφορετικές διεπιφάνειες και για διαφορετικές αναλύσεις δ_i των διεπιφανειών. Το ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο που επιβάλεται στην κατασκευή είναι $P_v = 0.7f_y \times t$. Και σ' αυτήν την περίπτωση οι διαφορές στις τιμές των οριζόντιων δυνάμεων μεταξύ των κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες είναι μικρές όταν η ανάλυση των διεπιφανειών είναι μικρή (δ_2, δ_3). Καθώς όμως λαμβάνονται υπόψη ανώτερες αναλύσεις, οι διαφορές αυτές αυξάνουν.

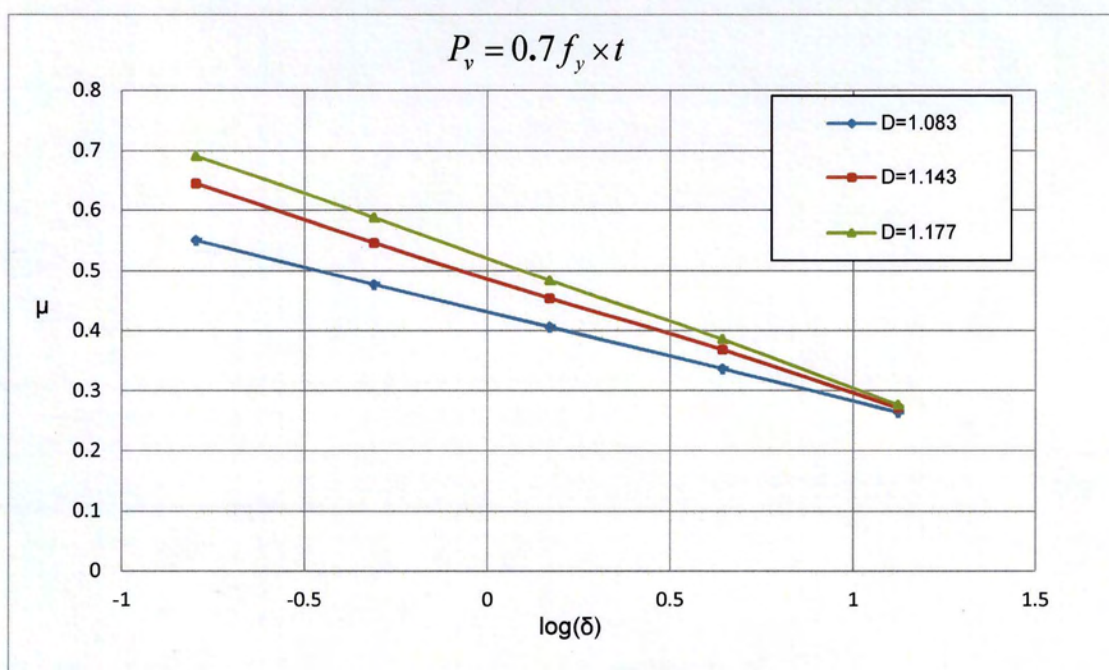


Σχήμα 4.2.1: Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.7f_y \times t$.

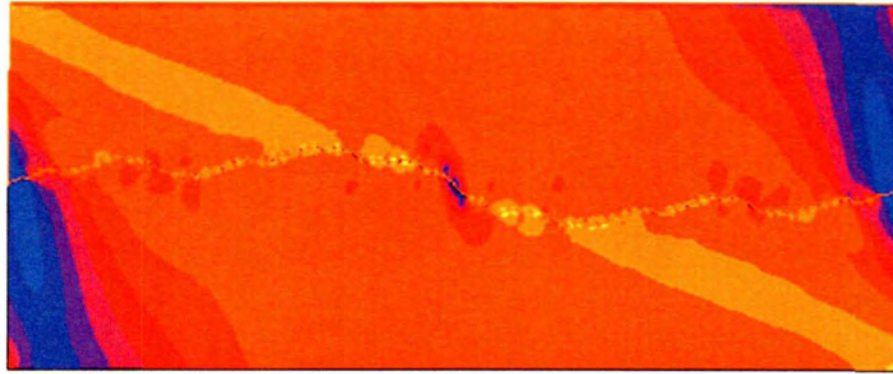


Αυτό που πρέπει να τονιστεί εδώ είναι ότι καθώς αυξάνει η ανάλυση αλλάζει και η συμπεριφορά της κατασκευής, με αποτέλεσμα στην πιο τραχιά διεπιφάνεια $f^{(3)}$ οι οριζόντιες δυνάμεις να αυξάνουν συνεχώς με την αύξηση των οριζόντιων μετακινήσεων. Αυτό συμβαίνει γιατί οι αιχμές στη διεπιφάνεια $f^{(3)}$ είναι πιο έντονες, με αποτέλεσμα η αντίσταση στην επιβεβλημένη οριζόντια μετακίνηση να είναι μεγαλύτερη, γεγονός που οδηγεί στην ανάπτυξη μεγαλύτερων οριζόντιων δυνάμεων.

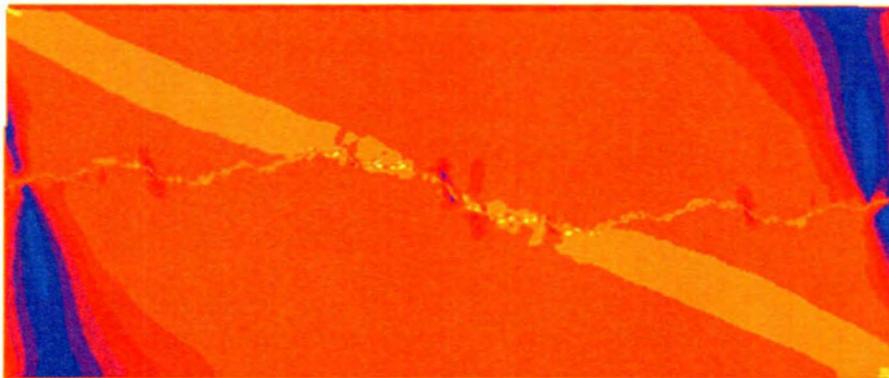
Στο Σχήμα 4.2.2 παρουσιάζονται τα φαινόμενα κλίμακας που εμφανίζονται στο φαινόμενο συντελεστή τριβής που αναπτύσσεται στις τρεις διαφορετικές διεπιφάνειες, για την περίπτωση του κατκόρυφου φορτίου που εξετάζεται εδώ. Και σ' αυτήν την περίπτωση είναι φανερό ότι μεγαλύτερη fractal διάσταση οδηγεί σε μεγαλύτερες τιμές του φαινομένου συντελεστή τριβής. Έτσι, για την ίδια ανάλυση και το ίδιο κατακόρυφο φορτίο, η πιο τραχιά διεπιφάνεια $f^{(3)}$ εμφανίζει το μεγαλύτερο συντελεστή τριβής σε σχέση με τις δυο άλλες διεπιφάνειες $f^{(1)}, f^{(2)}$.



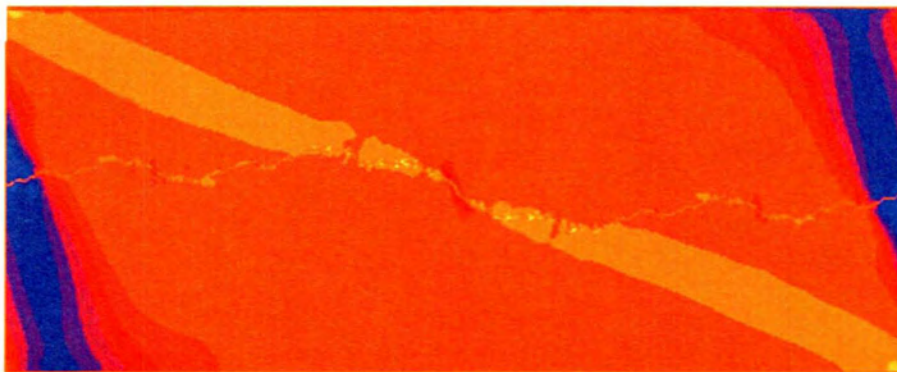
Σχήμα 4.2.2: Φαινόμενα κλίμακας στο φαινόμενο συντελεστή τριβής, για διαφορετικές διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.7 f_y \times t$.



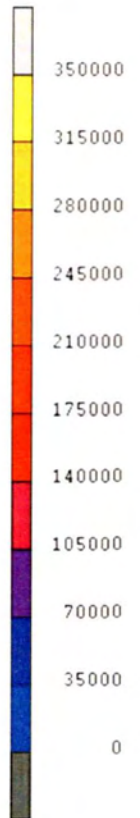
5^η επανάληψη, $s=0.5\text{mm}$, $P_v = 0.7f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(1)}$



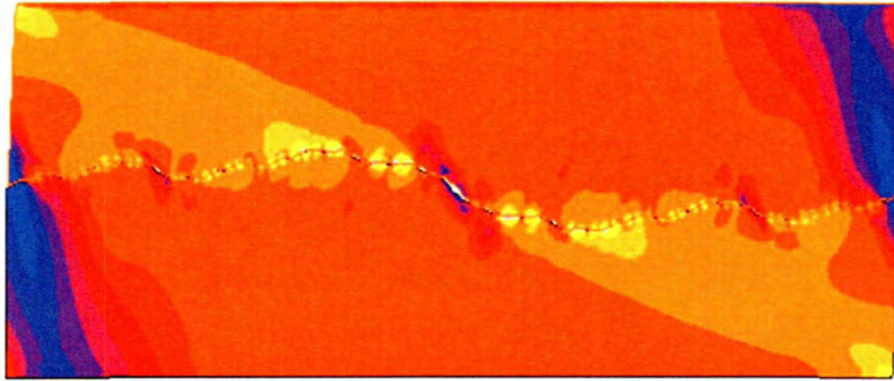
5^η επανάληψη, $s=0.5\text{mm}$, $P_v = 0.7f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(2)}$



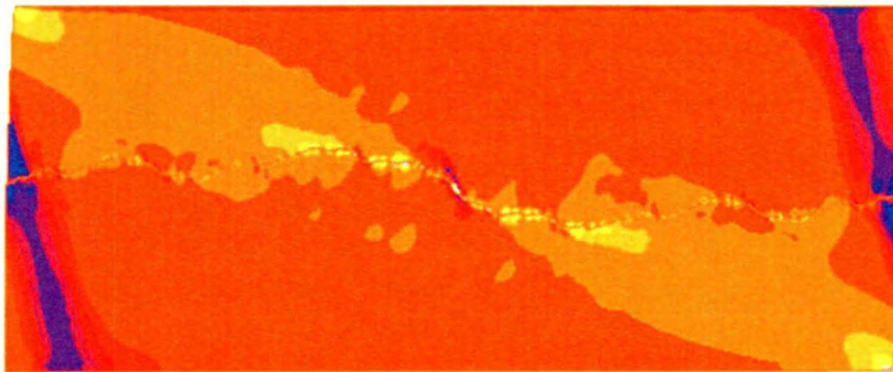
5^η επανάληψη, $s=0.5\text{mm}$, $P_v = 0.7f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(3)}$



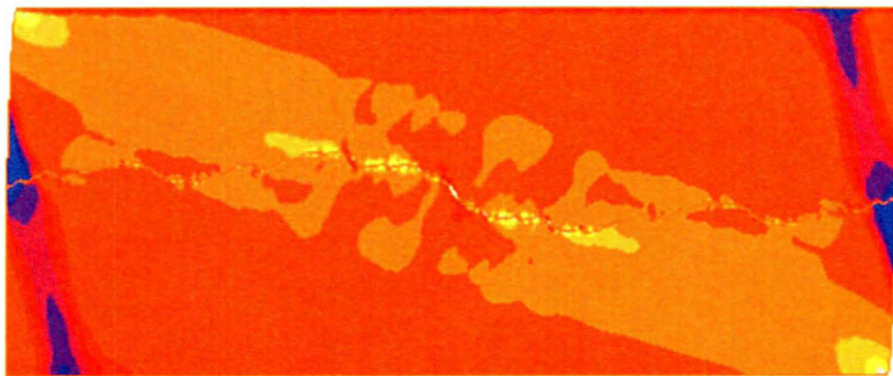
Σχήμα 4.2.3: Τάσεις Von-Mises κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες, για ομοιόμορφη επιβεβλημένη μετακίνηση $s=0.5\text{mm}$ και ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.7f_y \times t$.



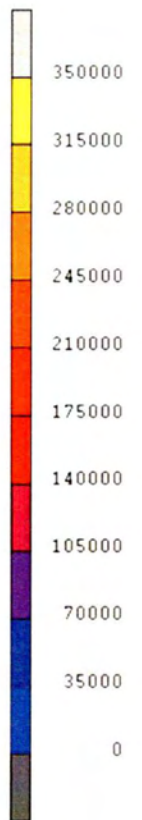
5^η επανάληψη, $s=1.5\text{mm}$, $P_v = 0.7f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(1)}$



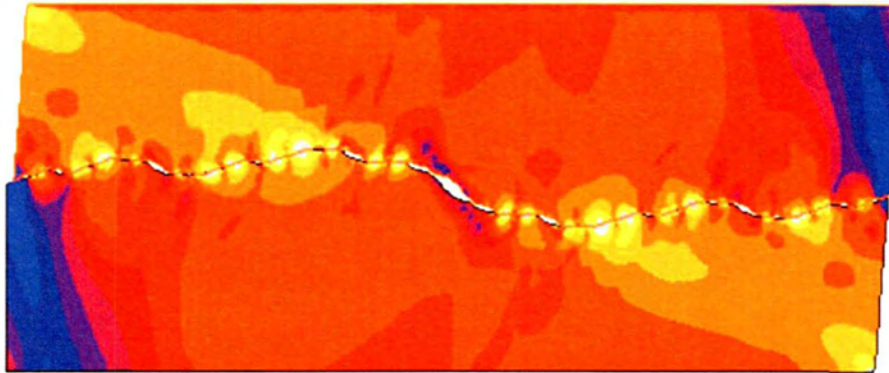
5^η επανάληψη, $s=1.5\text{mm}$, $P_v = 0.7f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(2)}$



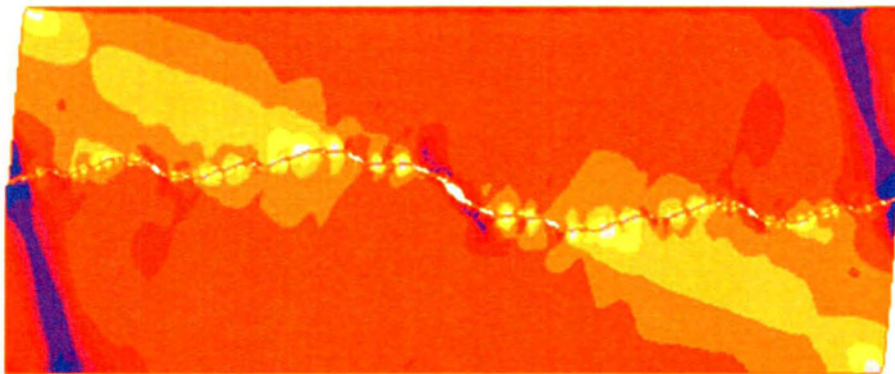
5^η επανάληψη, $s=1.5\text{mm}$, $P_v = 0.7f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(3)}$



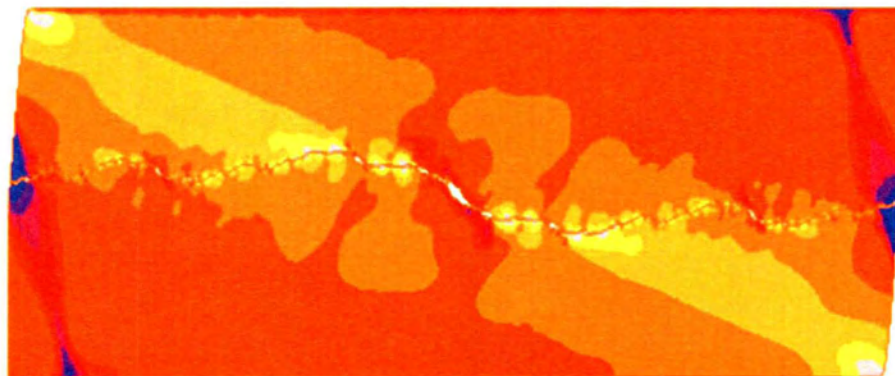
Σχήμα 4.2.4: Τάσεις Von-Mises κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες, για ομοιόμορφη επιβεβλημένη μετακίνηση $s=1.5\text{mm}$ και ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.7f_y \times t$.



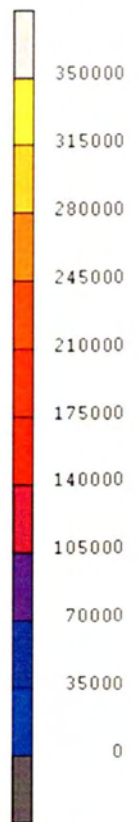
5^η επανάληψη, $s=3.00\text{mm}$, $P_v = 0.7f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(1)}$



5^η επανάληψη, $s=3.00\text{mm}$, $P_v = 0.7f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(2)}$



5^η επανάληψη, $s=3.00\text{mm}$, $P_v = 0.7f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(3)}$



Σχήμα 4.2.5: Τάσεις Von-Mises κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες, για ομοιόμορφη επιβεβλημένη μετακίνηση $s=3.00\text{mm}$ και ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.7f_y \times t$.

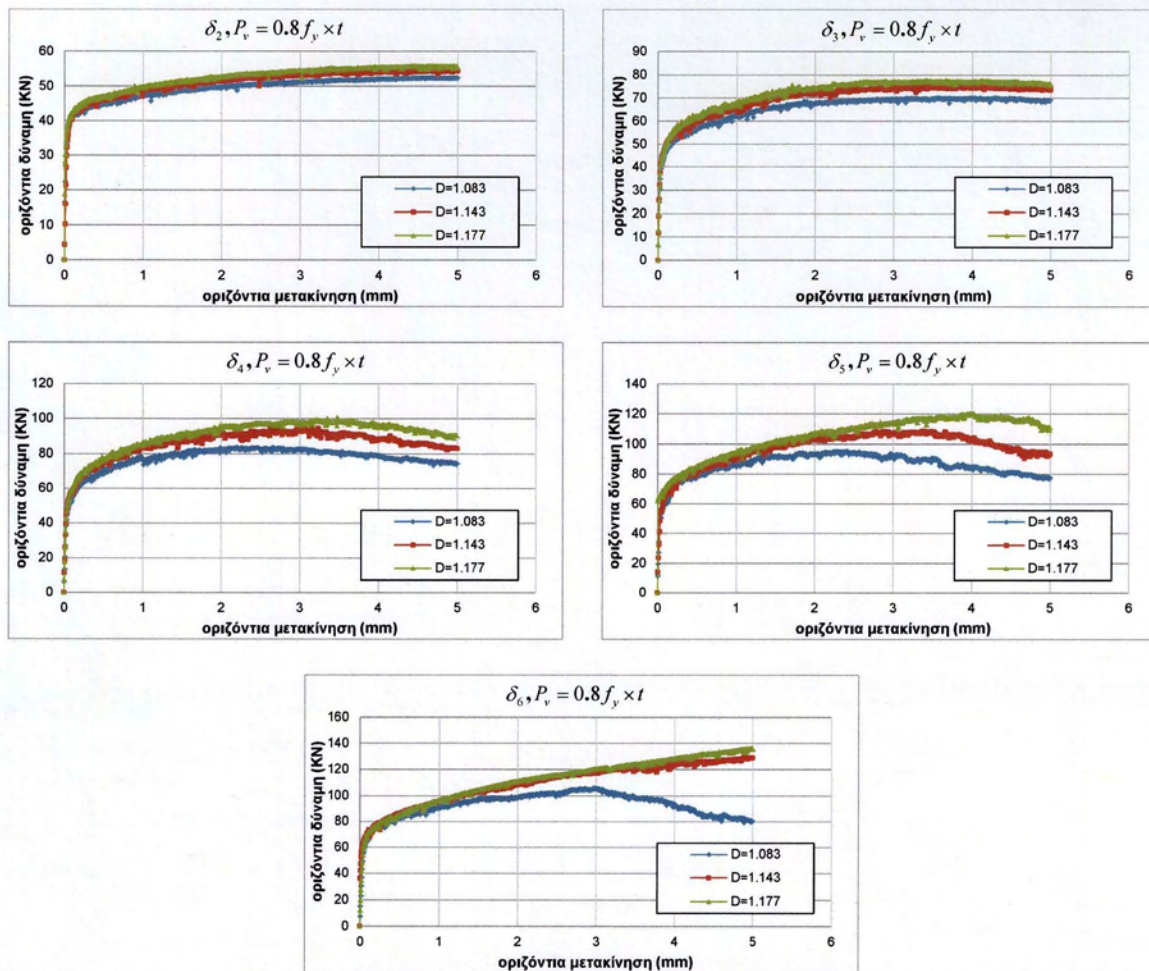


Στα Σχήματα 4.2.3-4.2.5 παρουσιάζονται οι τάσεις Von-Mises της πέμπτης επανάληψης των κατασκευών με διεπιφάνειες $f^{(1)}$, $f^{(2)}$ και $f^{(3)}$, για διαφορετικές τιμές της οριζόντιας επιβεβλημένης μετακίνησης ($s=0.5\text{mm}$, $s=1.5\text{mm}$ και $s=3.0\text{mm}$) και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.7f_y \times t$. Και σ' αυτήν την περίπτωση, είναι φανερό ότι η αύξηση της τιμής της οριζόντιας μετακίνησης επηρεάζει την επιφάνεια επαφής των διεπιφανειών και στις τρεις κατασκευές. Η επιρροή αυτή όμως είναι μικρότερη σε σχέση με την αντίστοιχη περίπτωση που το κατακόρυφο φορτίο είναι $P_v = 0.4f_y \times t$. Αυτό εξηγείται από το γεγονός, ότι το μεγάλο κατακόρυφο φορτίο εξασφαλίζει αρχικά την επαφή σε όλο σχεδόν το μήκος των διεπιφανειών. Έτσι η επιβολή της οριζόντιας μετακίνησης επηρεάζει λίγο, όπως φαίνεται στα παραπάνω σχήματα, την επιφάνεια επαφής. Και εδώ, για τους λόγους που αναφέρθηκαν στην Παράγραφο 4.1, η πλαστικοποίηση του υλικού προς το εσωτερικό της κατασκευής, εξελίσσεται πιο ομαλά στις κατασκευές με τις πιο τραχιές διεπιφάνειες.



4.3 Εφαρμογή ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου $P_v = 0.8f_y \times t$

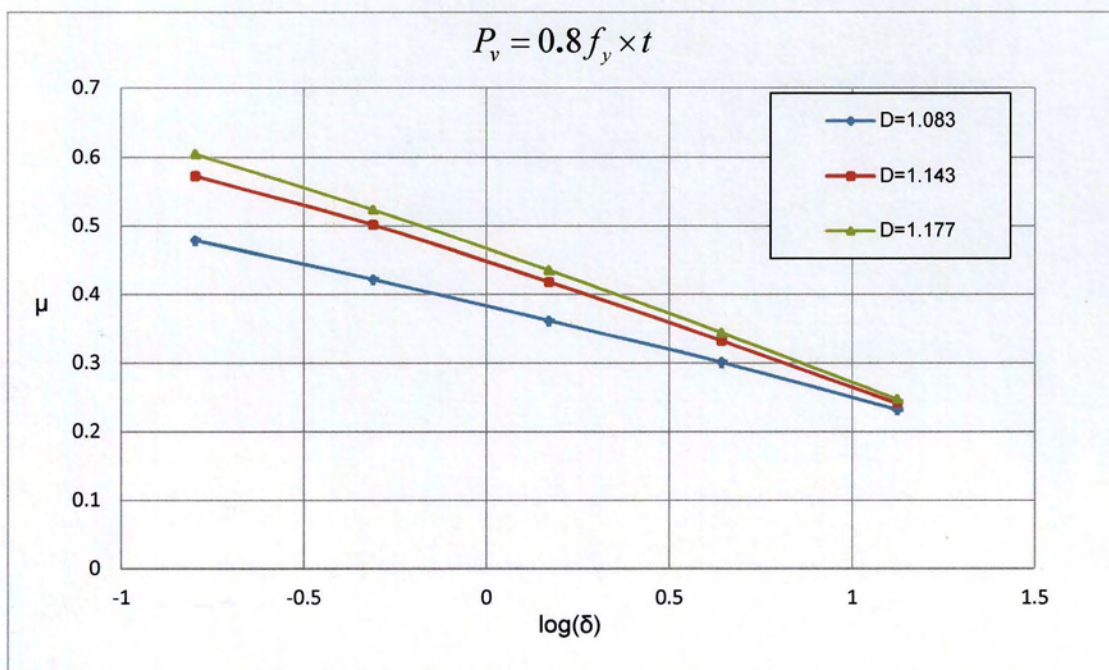
Το Σχήμα 4.3.1 απεικονίζει τις μεταβολές των οριζόντιων δυνάμεων σε σχέση με τις οριζόντιες μετακινήσεις για τις τρεις διαφορετικές διεπιφάνειες και για διαφορετικές αναλύσεις δ_i των διεπιφανειών. Το ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο που επιβάλεται στη κατασκευή είναι $P_v = 0.8f_y \times t$. Και γι' αυτήν την περίπτωση των διεπιφανειών, τα συμπεράσματα είναι ανάλογα με αυτά των προηγούμενων περιπτώσεων φόρτισης. Αξίζει να σημειωθεί όμως, ότι καθώς αυξάνει η τιμή του κατακόρυφου φορτίου και η ανάλυση των διεπιφανειών (περίπτωση έκτης επανάληψης), παρατηρούμε ότι οι κατασκευές που έχουν διεπιφάνειες με μεγαλύτερη fractal διάσταση $f^{(2)}, f^{(3)}$ παρουσιάζουν ανάλογη συμπεριφορά.



Σχήμα 4.3.1: Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.8f_y \times t$.

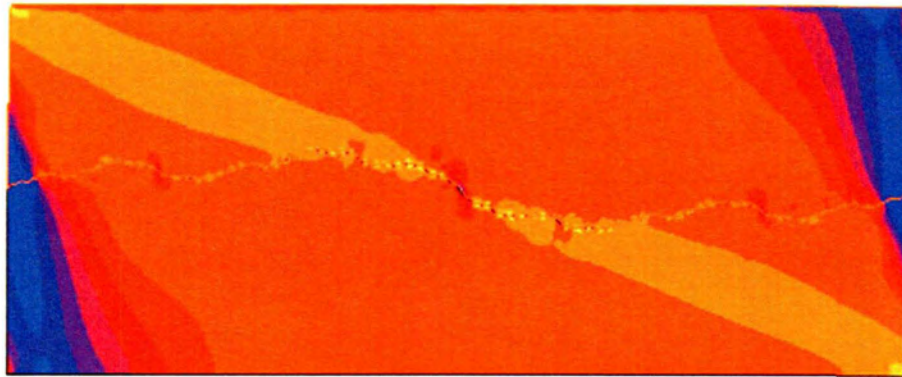


Κατ'αντιστοιχία με τα παραπάνω στο Σχήμα 4.3.2 παρουσιάζονται τα φαινόμενα κλίμακας που χαρακτηρίζουν το φαινόμενο συντελεστή τριβής που αναπτύσσεται στις τρεις διαφορετικές διεπιφάνειες, για την περίπτωση του κατακόρυφου φορτίου που εξετάζεται εδώ. Τα αποτελέσματα και σ'αυτήν την περίπτωση φόρτισης είναι ανάλογα με αυτά των προηγούμενων περιπτώσεων. Έτσι, για την ίδια ανάλυση και το ίδιο κατακόρυφο φορτίο, η πιο τραχιά διεπιφάνεια εμφανίζει το μεγαλύτερο συντελεστή τριβής.

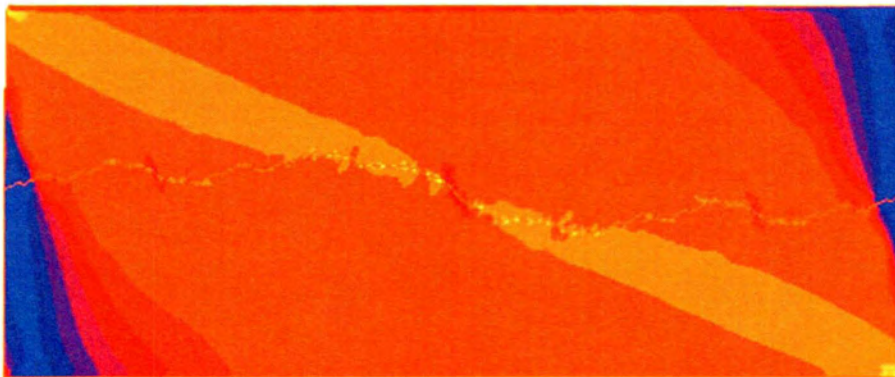


Σχήμα 4.3.2: Φαινόμενα κλίμακας στο φαινόμενο συντελεστή τριβής, για διαφορετικές διεπιφάνειες και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.8 f_y \times t$.

Στα Σχήματα 4.3.3-4.3.5 παρουσιάζονται οι τάσεις Von-Mises της πέμπτης επανάληψης των κατασκευών με διεπιφάνειες $f^{(1)}$, $f^{(2)}$ και $f^{(3)}$, για διαφορετικές τιμές της οριζόντιας επιβεβλημένης μετακίνησης ($s=0.5\text{mm}$, $s=1.5\text{mm}$ και $s=3.0\text{mm}$) και σταθερό κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.8 f_y \times t$. Και σ' αυτήν την περίπτωση, η επιρροή της οριζόντιας μετακίνησης στην επιφάνεια επαφής είναι μικρή, λόγω του μεγάλου κατακόρυφου φορτίου που επιβάλλεται αρχικά στις κατασκευές. Αξίζει να σημειωθεί σε αυτό το σημείο, ότι τα πεδία των τάσεων των τριών κατασκευών είναι τα ίδια στην περίπτωση που η οριζόντια μετακίνηση είναι μικρή ($s=0.5\text{mm}$), διαφοροποιούνται όμως με την αύξηση της τιμής της οριζόντιας μετακίνησης. Έτσι, και εδώ η πλαστικοποίηση του υλικού προς το εσωτερικό της κατασκευής, εξελίσσεται πιο ομαλά στις κατασκευές με τις πιο τραχιές διεπιφάνειες.



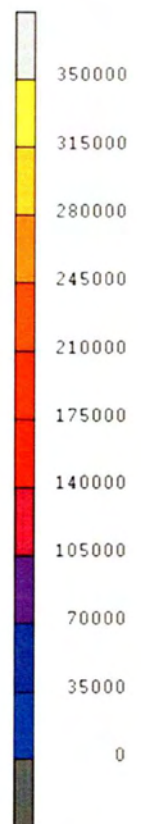
5^η επανάληψη, $s=0.5\text{mm}$, $P_v = 0.8f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(1)}$



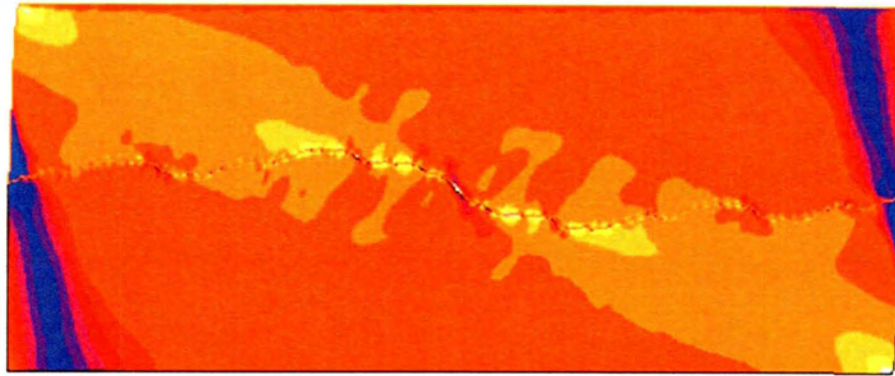
5^η επανάληψη, $s=0.5\text{mm}$, $P_v = 0.8f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(2)}$



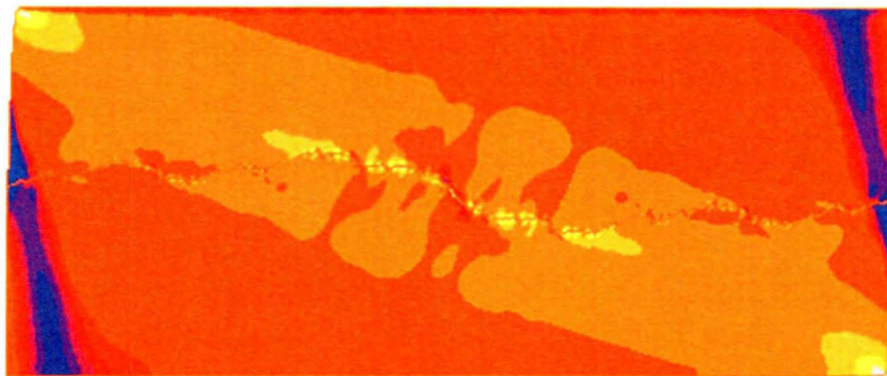
5^η επανάληψη, $s=0.5\text{mm}$, $P_v = 0.8f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(3)}$



Σχήμα 4.3.3: Τάσεις Von-Mises κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες, για ομοιόμορφη επιβεβλημένη μετακίνηση $s=0.5\text{mm}$ και ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.8f_y \times t$.



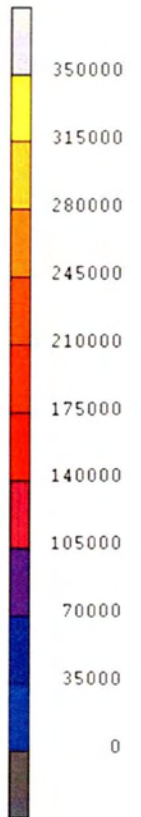
5^η επανάληψη, $s=1.5\text{mm}$, $P_v = 0.8f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(1)}$



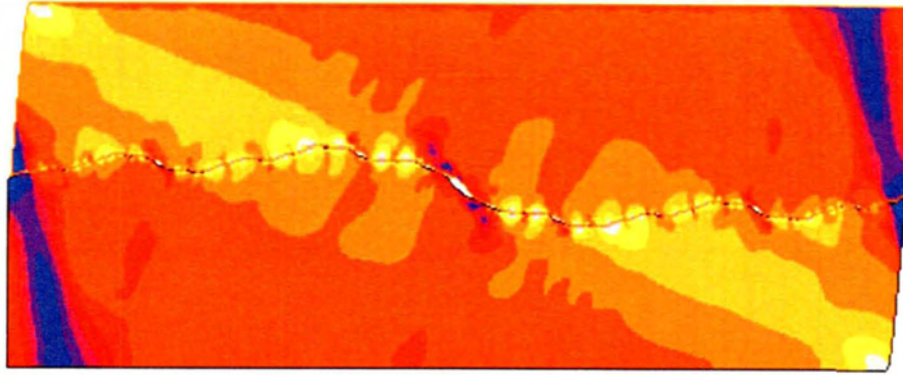
5^η επανάληψη, $s=1.5\text{mm}$, $P_v = 0.8f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(2)}$



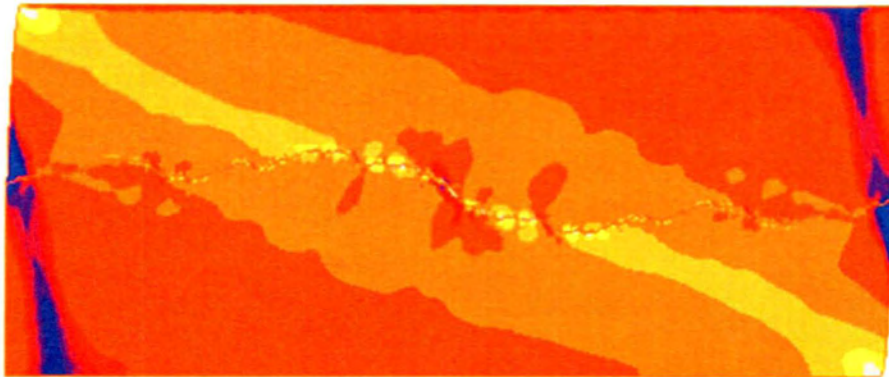
5^η επανάληψη, $s=1.5\text{mm}$, $P_v = 0.8f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(3)}$



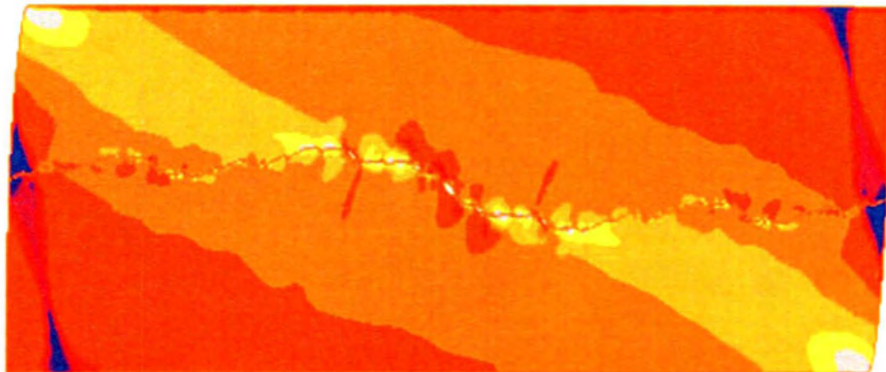
Σχήμα 4.3.4: Τάσεις Von-Mises κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες, για ομοιόμορφη επιβεβλημένη μετακίνηση $s=1.5\text{mm}$ και ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.8f_y \times t$.



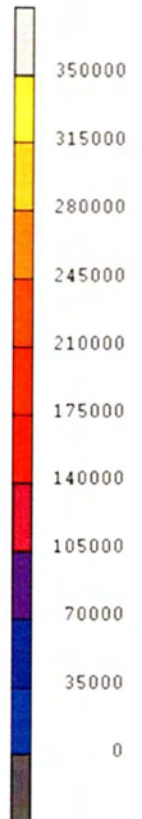
5^η επανάληψη, $s=3.00\text{mm}$, $P_v = 0.8f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(1)}$



5^η επανάληψη, $s=3.00\text{mm}$, $P_v = 0.8f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(2)}$



5^η επανάληψη, $s=3.00\text{mm}$, $P_v = 0.8f_y \times t$, Διεπιφάνεια $f^{(3)}$



Σχήμα 4.3.5: Τάσεις Von-Mises κατασκευών με διαφορετικές διεπιφάνειες, για ομοιόμορφη επιβεβλημένη μετακίνηση $s=3.00\text{mm}$ και ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.8f_y \times t$.



5^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΟΥ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ

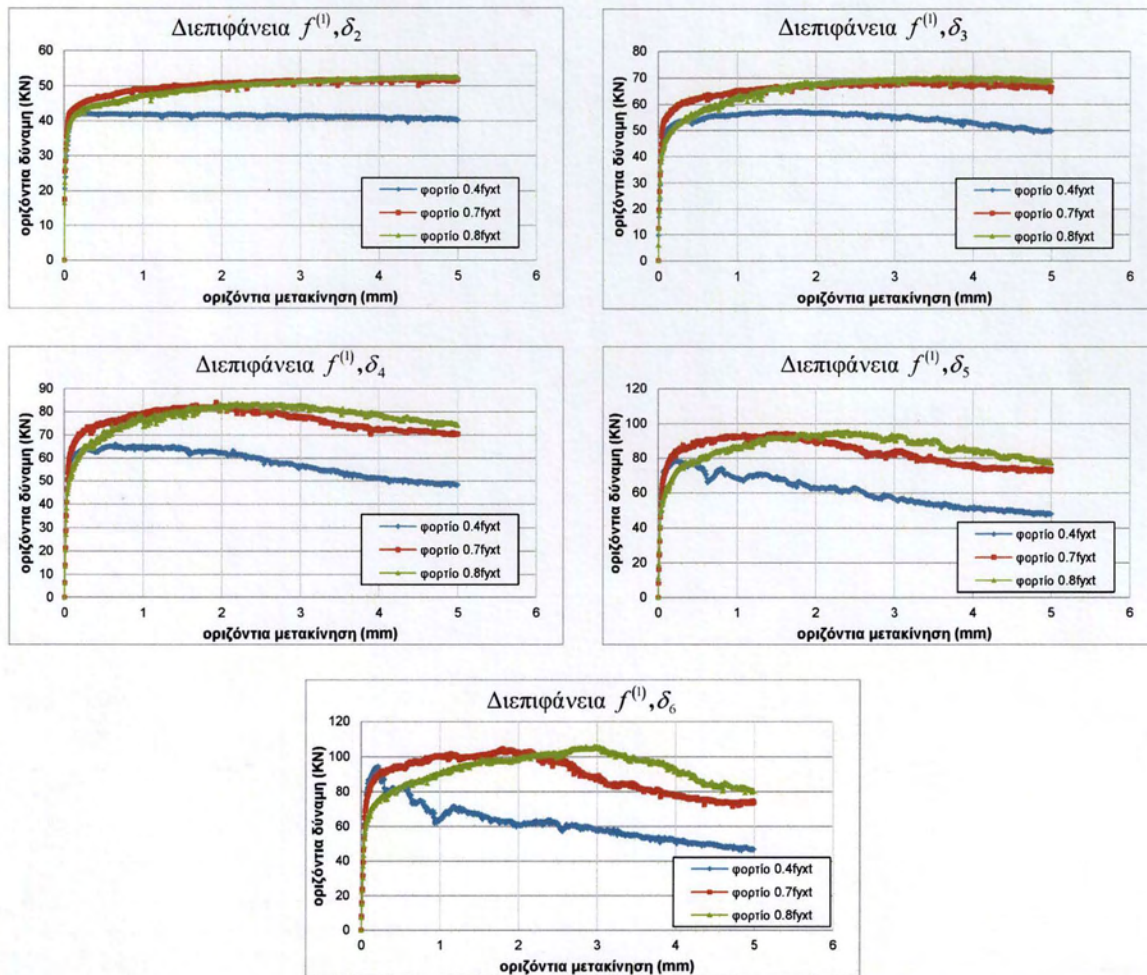
Στο κεφάλαιο αυτό διερευνήθηκε η επιρροή του κατακόρυφου φορτίου στο συντελεστή τριβής, για κάθε κατασκευή και για όλες τις αναλύσεις των διεπιφανειών. Εξετάστηκαν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις ομοιόμορφα κατανεμημένων κατακόρυφων φορτίων με τιμές $P_V = 0.4f_y \times t = 940kN/m$, $P_V = 0.7f_y \times t = 1645kN/m$, $P_V = 0.8f_y \times t = 1880kN/m$. Κατά την ανάλυση δεσμεύτηκαν οι μετακινήσεις των κόμβων της κάτω στάθμης των κατασκευών ως προς τους άξονες x και y . Επίσης, στους άνω κόμβους του άνω τμήματος των κατασκευών ασκήθηκε σταδιακά επιβεβλημένη ομοιόμορφη μετακίνηση κατά x ίση με 5mm, μέσα από 1000 βήματα φόρτισης. Ταυτόχρονα, δεσμεύθηκε και η στροφή r_z του άνω τμήματος έτσι ώστε να μπορεί να κινηθεί μόνο στην οριζόντια διεύθυνση. Από τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν προέκυψαν οι καμπύλες οριζόντιας δύναμης-οριζόντιας μετακίνησης, που παρουσιάζονται παρακάτω.

5.1 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$

Στο Σχήμα 5.1.1 παρουσιάζονται τα διαγράμματα οριζοντίων δυνάμεων-οριζοντίων μετακινήσεων για διαφορετικές τιμές του κατακόρυφου φορτίου που επιβάλλεται στην κατασκευή με διεπιφάνεια $f^{(1)}$ και για τις πέντε διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας ($\delta_2 - \delta_6$). Όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι φανερό ότι η συμπεριφορά της κατασκευής όταν το ομοιόμορφο κατακόρυφο φορτίο που εφαρμόζεται σε αυτήν είναι ίσο με $0.4f_y \times t$, διαφέρει σημαντικά από τις περιπτώσεις στις οποίες το κατακόρυφο φορτίο παίρνει μεγαλύτερες τιμές ($0.7f_y \times t$, $0.8f_y \times t$). Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση αυτή και στις μικρότερες αναλύσεις (δ_2 , δ_3) η αντίσταση σε ολίσθηση της διεπιφάνειας είναι μικρή. Στις ανώτερες επαναλήψεις παρατηρείται μεγάλη αντίσταση σε ολίσθηση, εξαιτίας των αιχμών που εμφανίζονται στη διεπιφάνεια. Η αντίσταση αυτή μειώνεται με την αύξηση των οριζοντίων μετακινήσεων λόγω της σταδιακής πλαστικοποίησης των αιχμών. Όταν το κατακόρυφο φορτίο παίρνει μεγαλύτερες τιμές ($0.7f_y \times t$, $0.8f_y \times t$) η κατασκευή παρουσιάζει αντίσταση σε ολίσθηση σε ένα μεγάλο εύρος τιμών των οριζοντίων μετακινήσεων και για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας. Αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι όσο αυξάνει το κατακόρυφο φορτίο, το εύρος τιμών των οριζοντίων μετακινήσεων μεγαλώνει. Έτσι, για την περίπτωση της έκτης επανάληψης και για τιμή κατακόρυφου φορτίου ίση με $0.7f_y \times t$ η αντίσταση της κατασκευής αυξάνει μέχρι η οριζόντια



μετακίνηση να πάρει την τιμή 2mm ενώ η αντίστοιχη τιμή της μετακίνησης είναι 3mm στην περίπτωση που το κατακόρυφο φορτίο έχει την τιμή $0.8f_y \times t$.

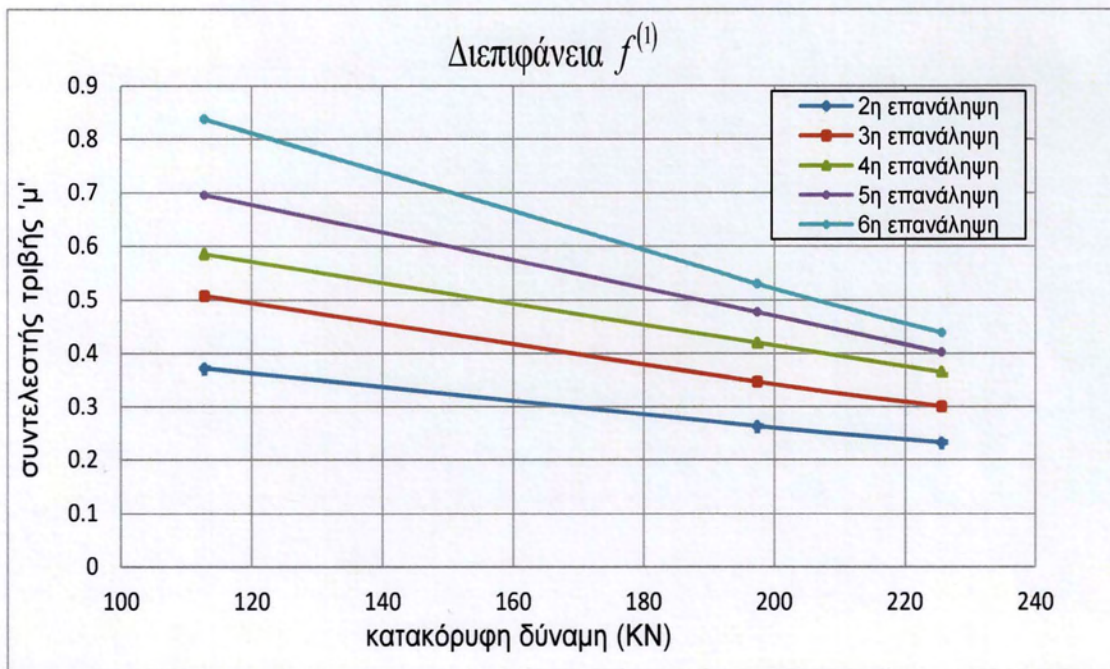


Σχήμα 5.1.1: Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$ για διαφορετικές τιμές του κατακόρυφου φορτίου.

Στο Σχήμα 5.1.2 παρουσιάζεται η μεταβολή του φαινομένου συντελεστή τριβής με το κατακόρυφο φορτίο για την περίπτωση της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$, για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας που μελετώνται στην παρούσα εργασία. Παρατηρείται ότι ο συντελεστής τριβής μειώνεται γραμμικά με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου σε όλες τις περιπτώσεις ανάλυσης της διεπιφάνειας. Ο ρυθμός αυτός μείωσης του φαινομένου συντελεστή τριβής όμως αυξάνει ολοένα και περισσότερο καθώς πηγαίνουμε σε ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στις ανώτερες αναλύσεις, όπου λαμβάνεται υπόψη



μεγαλύτερος αριθμός αιχμών αλλά και περισσότερες διαφορετικές κλίμακες, οι πλαστικοποιήσεις είναι πιο έντονες με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου, γεγονός που εξηγεί την προαναφερθείσα συμπεριφορά του φαινομένου συντελεστή τριβής.

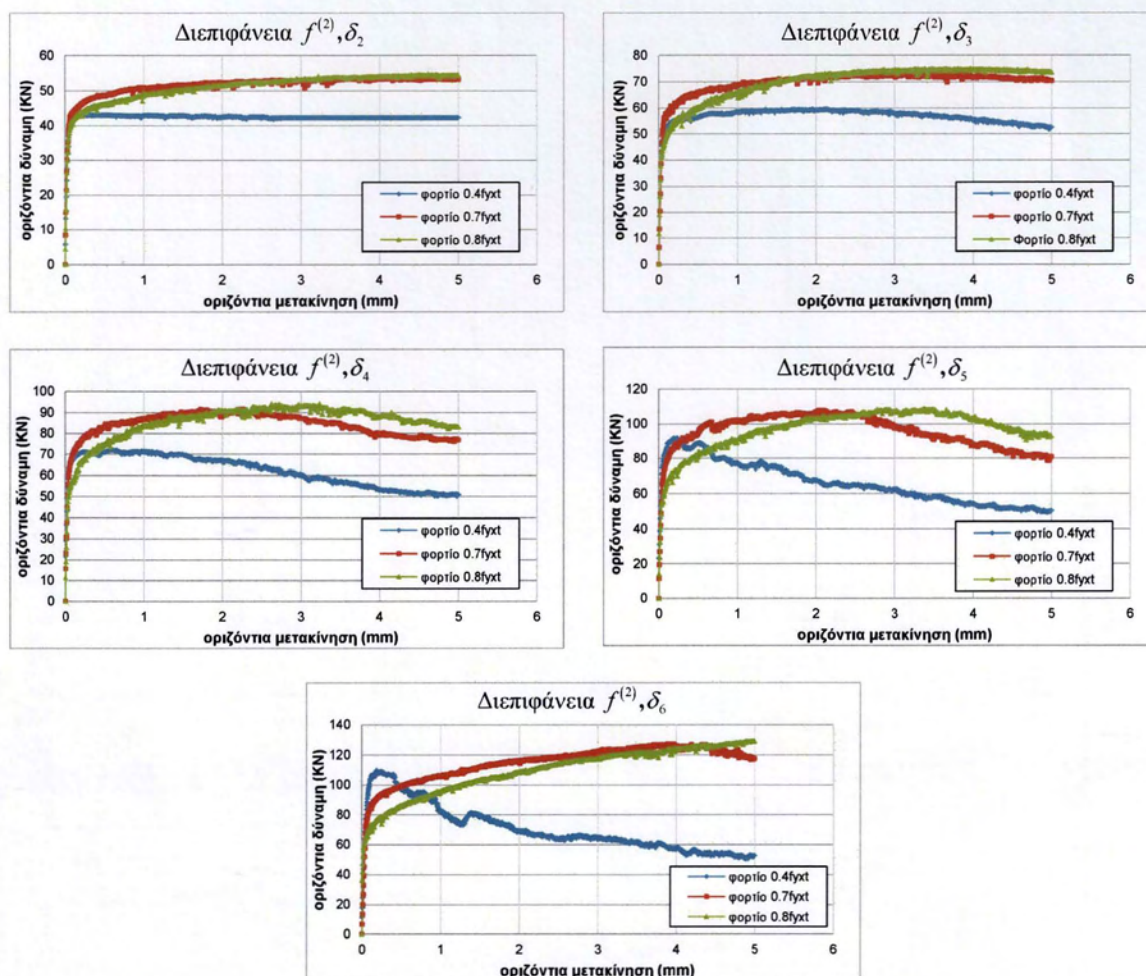


Σχήμα 5.1.2: Επίδραση της τιμής του κατακόρυφου φορτίου στο φαινόμενο συντελεστή τριβής για διαφορετικές αναλύσεις, της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$.



5.2 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$

Στο Σχήμα 5.2.1 παρουσιάζονται οι καμπύλες οριζοντίων δυνάμεων-οριζοντίων μετακινήσεων της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$ για τις τρεις διαφορετικές περιπτώσεις του κατακόρυφου φορτίου και για τις πέντε διαφορετικές αναλύσεις της διεπιφάνειας ($\delta_2 - \delta_6$). Και εδώ η συμπεριφορά της κατασκευής στην οποία επιβάλεται κατακόρυφο φορτίο ίσο με $0.4f_y \times t$ είναι αντίστοιχη της συμπεριφοράς της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$ για το ίδιο κατακόρυφο φορτίο.

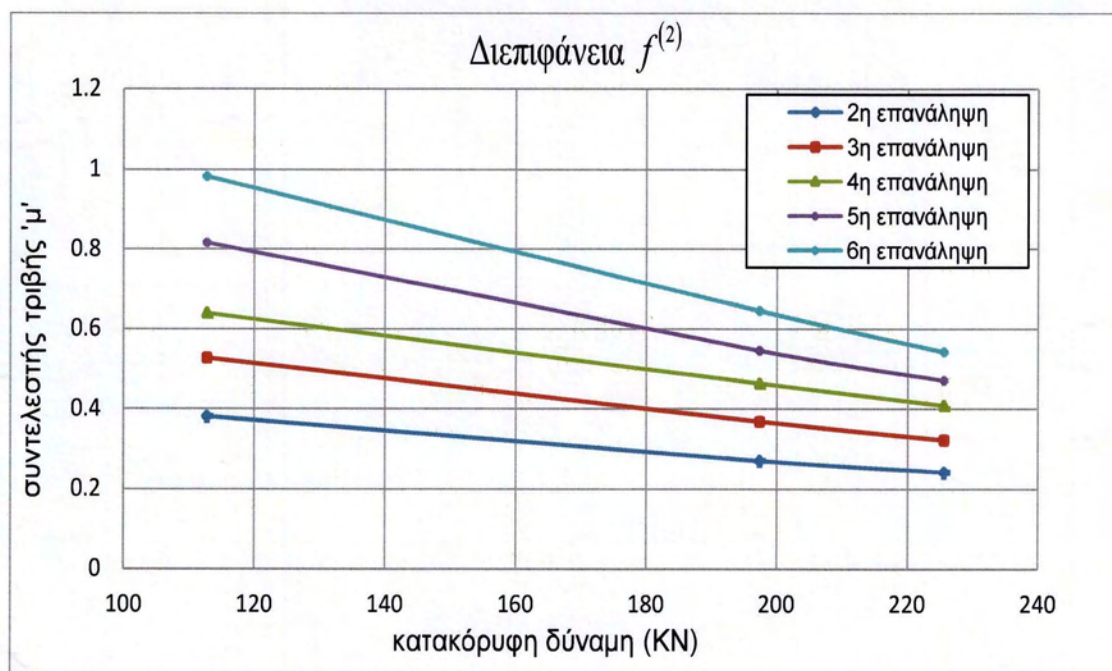


Σχήμα 5.2.1: Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$, για διαφορετικές τιμές του κατακόρυφου φορτίου.



Όταν το κατακόρυφο φορτίο παίρνει μεγαλύτερες τιμές ($0.7f_y \times t$, $0.8f_y \times t$) και αυτή η κατασκευή παρουσιάζει αντίσταση σε ολίσθηση σε ένα μεγάλο εύρος τιμών των οριζόντιων μετακινήσεων. Το εύρος αυτό μεγαλώνει με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου αλλά και με την ανάλυση. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση της ανώτερης επανάληψης της διεπιφάνειας και για την περίπτωση όπου $P_v = 0.8f_y \times t$ παρουσιάζεται αύξηση των οριζόντιων δυνάμεων σε όλο το εύρος των μετακινήσεων που εξετάζεται εδώ.

Στο Σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η μεταβολή του φαινομένου συντελεστή τριβής με το κατακόρυφο φορτίο, για τις διαφορετικές αναλύσεις της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$. Και σε αυτήν την περίπτωση παρατηρείται γραμμική μείωση του φαινομένου συντελεστή τριβής με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου, σε όλες τις περιπτώσεις ανάλυσης της διεπιφάνειας. Ο ρυθμός μείωσης του φαινομένου συντελεστή τριβής αυξάνει και εδώ ολοένα και περισσότερο, καθώς λαμβάνονται υπόψη ανώτερες αναλύσεις της διεπιφάνειας. Το γεγονός αυτό οφείλεται, όπως αναφέρθηκε και στην περίπτωση της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(1)}$, στο μεγαλύτερο αριθμό των αιχμών αλλά και στις περισσότερες διαφορετικές κλίμακες που εμφανίζονται στη διεπιφάνεια με την αύξηση της ανάλυσης, με αποτέλεσμα οι πλαστικοποιήσεις στη διεπιφάνεια να είναι πιο έντονες με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου, και κατά συνέπεια ο ρυθμός μείωσης του φαινομένου συντελεστή τριβής να εμφανίζεται μεγαλύτερος καθώς αυξάνει η ανάλυση της διεπιφάνειας.

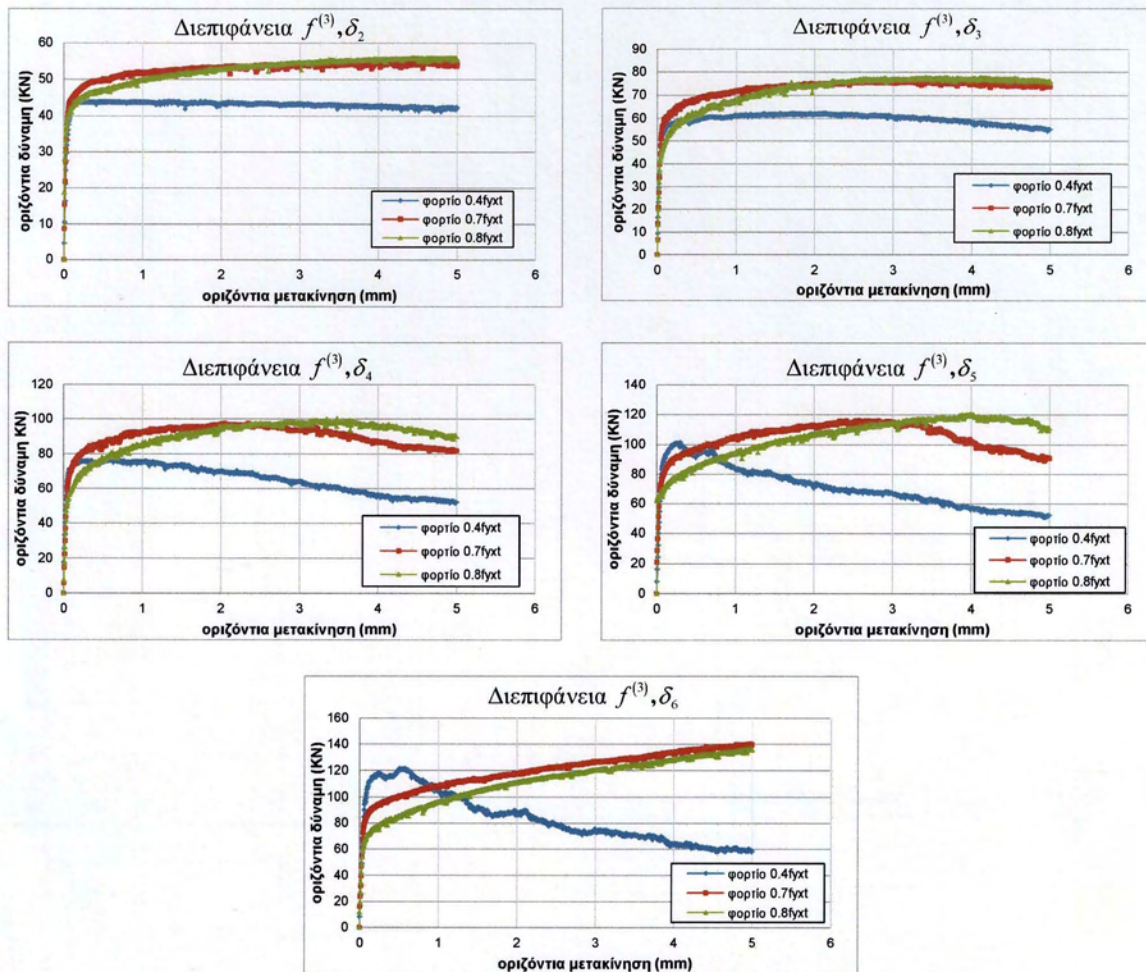


Σχήμα 5.2.2: Επίδραση της τιμής του κατακόρυφου φορτίου στο φαινόμενο συντελεστή τριβής για διαφορετικές αναλύσεις, της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(2)}$.



5.3 Μελέτη της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$

Στο Σχήμα 5.3.1 παρουσιάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα οριζόντιας δύναμης-οριζόντιας μετακίνησης για την κατασκευή με διεπιφάνεια $f^{(3)}$. Όσον αφορά στη συμπεριφορά της κατασκευής όταν εφαρμόζεται σ' αυτήν κατακόρυφο φορτίο $P_v = 0.4f_y \times t$, παρατηρείται μια διαφοροποίηση σε σχέση με τη συμπεριφορά των δύο άλλων κατασκευών με διεπιφάνειες $f^{(1)}$ και $f^{(2)}$ αντίστοιχα.



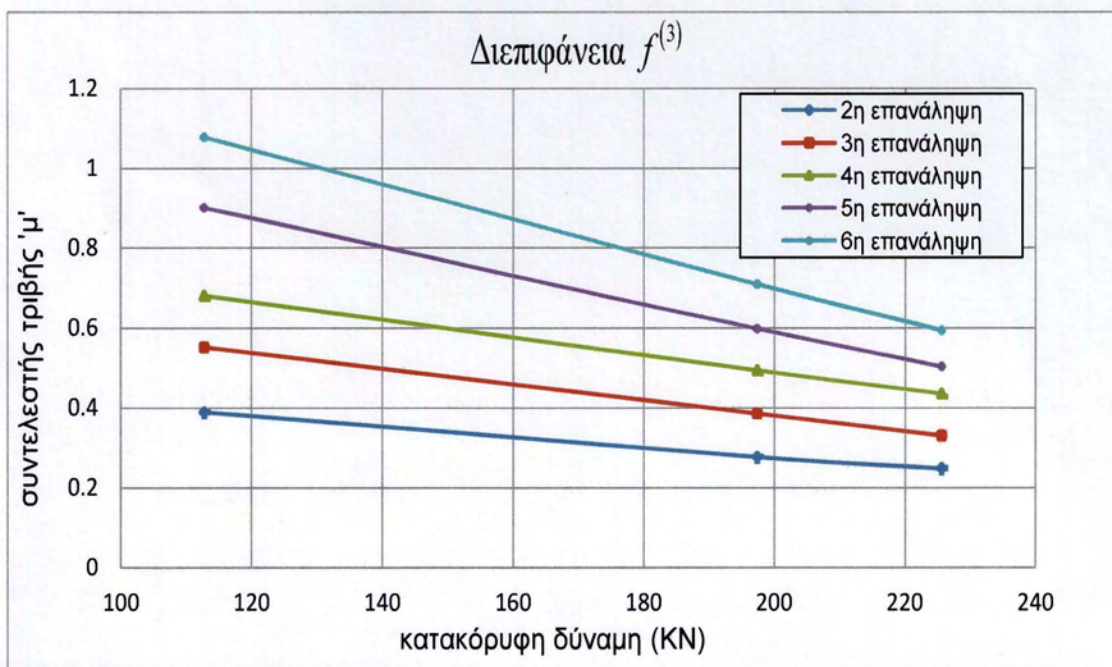
Σχήμα 5.3.1: Καμπύλες δύναμης-μετακίνησης της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$, για διαφορετικές τιμές του κατακόρυφου φορτίου.

Πιο συγκεκριμένα, στις ανώτερες επαναλήψεις παρατηρείται ένα μεγαλύτερο εύρος τιμών των οριζόντιων μετακινήσεων στο οποίο η κατασκευή παρουσιάζει αυξημένη αντίσταση σε ολίσθηση, σε σύγκριση με τις κατασκευές με διεπιφάνειες $f^{(1)}$ και $f^{(2)}$. Στις περιπτώσεις που το



κατακόρυφο φορτίο παίρνει μεγαλύτερες τιμές η κατασκευή παρουσιάζει αυξημένη αντίσταση σε ολίσθηση σε ολόένα και μεγαλύτερο εύρος τιμών των οριζόντιων μετακινήσεων καθώς αυξάνεται η fractal διάσταση και η ανάλυση της διεπιφάνειας.

Στο Σχήμα 5.3.2 παρουσιάζεται η μεταβολή του φαινομένου συντελεστή τριβής με το κατακόρυφο φορτίο για όλες τις αναλύσεις της διεπιφάνειας $f^{(3)}$. Και σε αυτήν την περίπτωση ισχύουν όλα όσα αναφέρθηκαν στις προηγούμενες δύο περιπτώσεις. Αξίζει να σημειωθεί όμως εδώ ότι, για την ίδια ανάλυση, ο ρυθμός μείωσης του φαινομένου συντελεστή τριβής αυξάνει με την αύξηση της fractal διάστασης της διεπιφάνειας.



Σχήμα 5.3.2: Επίδραση της τιμής του κατακόρυφου φορτίου στο φαινόμενο συντελεστή τριβής για διαφορετικές αναλύσεις, της κατασκευής με διεπιφάνεια $f^{(3)}$.



6^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Κύριος στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν να διερευνηθεί η επιρροή της τραχύτητας που εμφανίζουν οι διεπιφάνειες των ρωγμών, στο φαινόμενο συντελεστή τριβής. Χρησιμοποιήθηκε η fractal γεωμετρία για την προσομοίωση της τραχύτητας των διεπιφανειών και μελετήθηκε η επιρροή της ανάλυσης και της fractal διαστασης των διεπιφανειών στο φαινόμενο συντελεστή τριβής, ο οποίος προκύπτει ως αποτέλεσμα της αλληλοεμπλοκής και της σταδιακής πλαστικοποίησης των “αιχμών” που εμφανίζονται στις διεπιφάνειες.

- ✓ Αρχικά, δημιουργήθηκαν δισδιάστατα μοντέλα που αντιστοιχούν σε τρεις διαφορετικές διεπιφάνειες. Οι παραμετρικές μελέτες για διάφορες αναλύσεις κάθε μιας από τις διεπιφάνειες έδειξαν πως ο συντελεστής τριβής αυξάνει με την αύξηση της ανάλυσης της διεπιφάνειας. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο διότι με την αύξηση της ανάλυσης μεγαλώνει και η τραχύτητα της διεπιφάνειας, αφού λαμβάνονται υπόψη αιχμές από διαφορετικές κλίμακες.
- ✓ Παρατηρήθηκε, επίσης, ότι η μεγαλύτερη ανάλυση των διεπιφανειών οδηγεί σε αύξηση της μέγιστης τιμής της οριζόντιας δύναμης που αναπτύσσεται στην κατασκευή. Η μέγιστη αυτή τιμή της οριζόντιας δύναμης εμφανίζεται για μεγαλύτερες τιμές της επιβεβλημένης οριζόντιας μετακίνησης καθώς προχωράμε σε ανώτερες αναλύσεις των διεπιφανειών.
- ✓ Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκαν παραμετρικές μελέτες που σκοπό είχαν τη διερεύνηση του ρόλου της fractal διάστασης στο φαινόμενο συντελεστή τριβής. Στις μελέτες αυτές, διαπιστώθηκε ότι ο μηχανισμός αλληλοεμπλοκής γίνεται πιο έντονος στις διεπιφάνειες με μεγαλύτερη fractal διάσταση, με αποτέλεσμα ο φαινόμενος συντελεστής τριβής να αυξάνει με την αύξηση της fractal διάστασης της διεπιφάνειας.
- ✓ Η μελέτη και των δύο παραμέτρων (ανάλυση, fractal διάσταση) έδειξε πως σε πολύ τραχιές διεπιφάνειες (διεπιφάνειες με μεγάλη fractal διάσταση) πρέπει να λαμβάνονται υπόψη ανώτερες αναλύσεις προκειμένου να περιγραφεί με ακρίβεια η συμπεριφορά της κατασκευής.
- ✓ Τέλος, μελετήθηκε η επιρροή της τιμής του κατακόρυφου φορτίου στο φαινόμενο συντελεστή τριβής. Παρατηρήθηκε μείωση του συντελεστή με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου, γεγονός που οφείλεται στην έντονη πλαστικοποίηση των αιχμών



της διεπιφάνειας με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου και κατά συνέπεια στη μείωση της αντίστασης της διεπιφάνειας σε ολίσθηση. Η επιρροή αυτή είναι πιο έντονη στις ανώτερες αναλύσεις και σε διεπιφάνειες με μεγάλη fractal διάσταση.



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Takayasu, H. (1990), *Fractals in the Physical Sciences*, Manchester Univ. Press, Manchester.
- [2] Fleischmann, M. (eds) (1990), *Fractals in Natural Sciences*, Princeton University Press, Princeton.
- [3] Crilly, A.J., Earnshaw, R.A., Jones, H. (eds) (1991), *Fractals and Chaos*, Springer Verlag, N. York, Berlin.
- [4] Peitgen, H.O. and Saupe, D. (eds) (1988), *The Science of Fractal Images*, Springer Verlag, N.York
- [5] Mandelbrot, B., Passoja, D. and Paullay, A. (1984), Fractal character of fractured surfaces of metals , *Nature*, Vol. 308, pp. 721-3.
- [6] Saouma, V.C.B and Gamaleldin, N. (1990), Fractal characterization of fracture surfaces in concrete, *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 35, pp. 47-53.
- [7] Xie, H. (1991), Fractal nature on damage evolution of rock materials, 2nd International Symposium of Mining Technology and Science, CUMT Press.
- [8] Mandelbrot, B. (1982), *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman and Co., New York.
- [9] Barnsley, M. (1988), *Fractals Everywhere*, Academic Press, Boston-N. York
- [10] Mandelbrot, B. (1967), How long is the coast of Britain? statistical self-similarity and fractional dimension, *Science*, Vol. 155, pp. 636-8.
- [11] Feder, J. (1988), *Fractals*, Plenum Press, New York.
- [12] Falconer, K. (1990), *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, John Wiley, Chichester.
- [13] Majumdar, A. and Buhushan, B. (1990), Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces , *Trans ASME J. Tribology*, Vol. 112, pp. 205-216.
- [14] Majumdar, A. and Tien, C.L. (1990), Fractal characterization and simulation of rough surfaces, *Wear*, Vol. 136, pp. 313-327.



- [15] Panagiotopoulos, P.D. and Panagouli, O.K. (1997), “Fractal geometry in contact mechanics and numerical applications”, in Carpintieri, A. and Mainardi, F. (Ed.), CISM-Book on Scaling, Fractals and Fractional Calculus in Continuum Mechanics, Springer Verlag, pp. 109- 171.
- [16] Borodich, F.M. and Onishchenko, D.A., (1999), “Similarity and fractality in the modelling of roughness by a multilevel profile with hierarchical structure,” *Solids and Structures*, 36(17), pp. 2585-612.
- [17] Mistakidis, E.S. and Panagouli, O.K. (2002), “Strength evaluation of retrofit shear wall elements with interfaces of fractal geometry”, *Engineering Structures*, Vol. 24, pp. 649-659.
- [18] Mistakidis, E.S. and Panagouli, O.K. (2003), “Friction evolution as a result of roughness in fractal interfaces”, *Engineering Computations*, Vol. 20 No. 1, pp. 40-57.
- [19] Chen, Ching-Ju., Lee, Tzong-Yeang., Huang, Y. M., and Lai, Fu-Jou (2009), “Extraction of characteristic points and its fractal reconstruction for terrain profile data”, *Chaos, Solitons& Fractals*, Vol. 39, pp. 1732-1743.
- [20] Goerke, D. and Willner, K. (2008), “Normal contact of fractal surfaces – Experimental and numerical investigation”, *Wear*, Vol. 264, pp. 589-598.
- [21] Borodich, F.M., and Mosolov, A. B. (1992), “Fractal roughness in contact problems”, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 56, pp. 681-690.
- [22] Borri-Brunetto, M., Carpinteri, A., and Chiaia, B. (1999), “Scaling phenomena due to fractal contact in concrete and rock fractures”, *Int. J. Fracture*, Vol. 95, pp. 221-238.
- [23] O.K. Panagouli, E.S. Mistakidis (2010), Dependence of contact area on the resolution of fractal interfaces in elastic and inelastic problems, *Engineering Computations*.
- [24] E. Mistakidis and G. Stavroulakis, (1997), *Nonconvex optimization in Mechanics. Algorithms, heuristic and engineering applications by the FEM*, Kluwer, Boston,



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000106692