ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική εργασία

ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΔΥΟ ΣΤΑΔΙΑ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ

υπό

ΜΙΧΑΛΗ ΓΚΟΣΛΙΟΠΟΥΛΟΥ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

ΒΟΛΟΣ 2010

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής

(Επιβλέπων) ______________________________

Δρ. Δημήτριος Παντελής

Επίκουρος Καθηγητής Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών

Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής

____

Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος

Καθηγητής Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών

Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής

____

Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης

Λέκτορας Μηχανολόγων Μηχανικών

Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Καταρχήν θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας Επίκουρο Καθηγητή κ. Δημήτριο Παντελή για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε να αναλάβω αυτή τη διπλωματική εργασία, την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της εργασίας μου καθώς και τη συμβολή του στην αντιμετώπιση τυχόν δυσκολιών και προβλημάτων που προέκυψαν. Επίσης είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου Καθηγητή κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο και Λέκτορα κ. Γεώργιο Κοζανίδη για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και τις πολύτιμες υποδείξεις τους.

Επίσης θα ήθελα να αναφερθώ σε όλους τους φίλους μου με τους οποίους πέρασα αξέχαστες εμπειρίες ολά αυτά τα χρόνια. Θα ήθελα να ευχαριστήσω προσωπικά τους Μπάτο Σωτήρη, Κλέπκο Αλέξανδρο, Σάββα Χρήστο, Γιάγκο Βασίλη, Σπυριδόπουλο Κώστα, Κρεωνά Αναστασία, Λιόκο Άκη, Στράβα Βασίλη και την Εύα Παράφορου.

Πάνω απ' όλα είμαι ευγνώμων στους γονείς μου Χρήστο και Κωνσταντινιά για την ολόψυχη αγάπη και υποστήριξη τους, ηθική και οικονομική όλα αυτά τα χρόνια.

Αφιερώνω αυτήν την εργασία στην οικογένεια μου.

Γκοσλιόπουλος Μιχάλης

ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΔΥΟ ΣΤΑΔΙΑ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ

ΜΙΧΑΛΗΣ ΓΚΟΣΛΙΟΠΟΥΛΟΣ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2010
Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Δημήτριος Παντελής, Επίκουρος Καθηγητής Στοχαστικών Προτύπων Επιχειρησιακής Έρευνας στη Βιομηχανική Διοίκηση

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία παρουσιάζεται ένα πρόβλημα χρονικού προγραμματισμού παρτίδων παραγωγής (*Stochastic Economic Lot Scheduling Problem* ή SELSP) δύο διαφορετικών προϊόντων που παράγει μία βιομηχανία διάταξης τύπου γραμμής παραγωγής. Ο κάθε τύπος προϊόντος παρέχεται σε δύο διαφορετικές μορφές (χύδην και σάκου) οι οποίες αποθηκεύονται σε δύο ξεχωριστούς χώρους αποθήκευσης τελικών προϊόντων πεπερασμένης χωρητικότητας. Η ζήτηση για κάθε τύπο προϊόντος και για κάθε μορφή του θεωρείται τυχαία ενώ όλοι οι χρόνοι μετάβασης της παραγωγικής διαδικασίας από ένα παραγόμενο προϊόν σε κάποιο άλλο θεωρούνται καθοριστικοί. Το συγκεκριμένο πρόβλημα μοντελοποιήθηκε ως μία Μαρκοβιανή διαδικασία αποφάσεων (*Markov Decision Process* ή MDP) διακριτού χρόνου, όπου σε κάθε περίοδο αποφασίζεται αν θα πρέπει να αλλάξει η ρύθμιση της παραγωγικής διαδικασίας (*setup*) ώστε να ξεκινήσει η αλλαγή προϊόντος από την μία μορφή στην άλλη. Η απόφαση αυτή προκύπτει λαμβάνοντας υπόψη την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος, που ορίζεται από την υφιστάμενη ρύθμιση της παραγωγικής διαδικασίας και τα επίπεδα αποθέματος όλων των βαθμίδων (προϊόντων) στις δύο αποθήκες. Επίσης σε κάθε περίοδο θα πρέπει να αποφασισθεί αν θα πρέπει να σακιαστεί κάποιο προϊόν που βρίσκεται αποθηκευμένο στον πρώτο αποθηκευτικό χώρο ώστε να αυξηθεί το απόθεμα του δεύτερου ή όχι. Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου προσδοκώμενου κόστους λειτουργίας της μονάδας στον άπειρο χρονικό ορίζοντα. Το σύστημα επιλύεται με έναν ευρετικό αλγόριθμο τα αποτελέσματα του οποίου συγκρίνονται με τα αποτελέσματα της βέλτιστης επίλυσης του προβλήματος. Συγκεκριμένα, εξετάζεται το ποσοστιαίο σφάλμα του μέσου προσδοκώμενου κόστους λειτουργίας που προκύπτει από τον ευρετικό αλγόριθμο σε

σύγκριση με τη βέλτιστη λύση του ακριβούς αλγορίθμου για διάφορα σενάρια, καθώς και ο υπολογιστικός χρόνος.

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Κίνητρο και υπόβαθρο

Μία από τις σχετικά σύγχρονες μεθόδους επίλυσης στοχαστικών συστημάτων είναι ο δυναμικός προγραμματισμός, μέσω του οποίου αποδίδεται η συνολικά βέλτιστη λύση ενός προβλήματος. Ωστόσο ο μεγάλος υπολογιστικός χρόνος που χρειάζεται καθώς αυξάνει η πολυπλοκότητα του πραγματικού συστήματος, αποτελεί ένα σημαντικό μειονέκτημά του. Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται ένας ευρετικός αλγόριθμος, σαφώς ταχύτερος από την βέλτιστη επίλυση με δυναμικό προγραμματισμό και παρατίθενται τα αποτελέσματα που βρέθηκαν καθώς και συγκρίσεις όσον αφορά τον χρόνο επίλυσης αλλά και το μέσο προσδοκώμενο κόστος για διάφορα σενάρια ζητήσεων.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Το SELSP έχει λάβει σημαντική και ξεχωριστή προσοχή στη βιβλιογραφία διότι έχει μεγάλη θεωρητική και πρακτική σημασία. Μία περιεκτική ανασκόπηση σχετικών εργασιών περιέχεται στην εργασία των Sox et al. (1999) και Winands et al. (2005). Από αυτές τις εργασίες προκύπτει ότι στη βιβλιογραφία υπάρχουν δύο προσεγγίσεις για την επίλυση του SELSP. Η πρώτη αφορά την ανάπτυξη ενός κυκλικού προγράμματος παραγωγής το οποίο προκύπτει από τη χρήση μίας καθοριστικής προσέγγισης του στοχαστικού προβλήματος κατά την οποία αναπτύσσεται ένας κανόνας ελέγχου που εφαρμόζεται στο συγκεκριμένο πρόγραμμα. Η βιβλιογραφία σε αυτή την προσέγγιση είναι σχετικά πλούσια και έχει αυξηθεί εξαιτίας της ανάπτυξης του καθοριστικού προβλήματος ELSP. Μερικές από τις πιο αντιπροσωπευτικές εργασίες που εφαρμόζουν κυκλικό πρόγραμμα παραγωγής είναι ο Gallego (1990, 1994), οι Bourland και Yano (1994), οι Fransoo et al. (1995), οι Federgruen και Katalan (1996), οι Leachman και Gascon (1998), οι Anupindi και Tayur (1998), οι Markowitz et al. (2000) και ο Markowitz και Wein (2001). Η ελκυστικότητα αυτής της προσέγγισης έγκειται στην ικανότητα να εξασφαλίζει μια πρακτική επίλυση σε προβλήματα με μεγάλο αριθμό προϊόντων. Για παράδειγμα, ο δυναμικός προγραμματισμός αποσυνθέτει ένα πρόβλημα σε 2 ευκολότερα υπο-προβλήματα όπως η διαδοχικότητα και η παρτιδοποίηση τα οποία επιλύονται διαδοχικά. Το μειονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι ότι δεν ανταποκρίνεται θετικά σε τυχαίες αλλαγές της ζήτησης.

Η άλλη προσέγγιση, η οποία χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική εργασία για την επίλυση του SELSP, βασίζεται στην ανάπτυξη ενός δυναμικού προγράμματος παραγωγής το οποίο καθορίζει ποιο προϊόν θα παραχθεί, λαμβάνοντας υπόψη την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος, για παράδειγμα το επίπεδο αποθέματος του προϊόντος για το οποίο βρίσκεται στημένη η παραγωγή, ή τη γενική κατάσταση του συστήματος. Ο Zipkin (1986) είναι ένα ενδεικτικό παράδειγμα ο οποίος προσεγγίζει τη δυναμική αλληλουχία χρησιμοποιώντας μία «local» πολιτική μεγέθους παρτίδας τύπου (s, Q). Η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιεί είτε ένα ευρετικό αλγόριθμο είτε την ανάλυση του βέλτιστου ελέγχου του προβλήματος. Η βιβλιογραφία που περιγράφει τις προσεγγίσεις της δυναμικής αλληλουχίας και ειδικότερα το «ρεύμα» των εργασιών που υιοθετεί την προοπτική του βέλτιστου ελέγχου είναι αρκετά περιορισμένο, εξαιτίας της δυσκολίας εύρεσης αναλυτικής λύσης ακόμη και σε προβλήματα μικρού μεγέθους, γεγονός το οποίο μετατρέπει σε υπολογιστική πρόκληση την αριθμητική επίλυση προβλημάτων ρεαλιστικού μεγέθους.

Από τους πρώτους ερευνητές που ασχολήθηκαν με το πρόβλημα SELSP είναι οι Vergin και Lee (1978) οι οποίοι εξέτασαν απλούς ευρετικούς αλγορίθμους δυναμικής αλληλουχίας για το πρόβλημα SELSP με κόστος μετάβασης αλλά χωρίς μεταβατικούς χρόνους. Το συμπέρασμά τους είναι ότι ο ευρετικός αλγόριθμος που υπερτερεί είναι εκείνος όπου σε κάθε περίοδο υποδεικνύει τη μετάβαση της παραγωγής στο προϊόν με τις λιγότερες απομένουσες μέρες σε στοκ ή τις περισσότερες μέρες με απόθεμα σε έλλειψη, μεταξύ φυσικά των προϊόντων που έχουν λιγότερες μέρες σε διαθέσιμο στοκ από τον κρίσιμο αριθμό ημερών. Διαφορετικά εάν το προϊόν το οποίο παράγεται δεν υπερβαίνει το μέγιστο επίπεδο αποθέματος (απόλυτο και σχετικό) τότε η παραγωγή συνεχίζεται την επόμενη περίοδο, ενώ σε διαφορετική περίπτωση η παραγωγή παραμένει ανενεργή την επόμενη περίοδο.

Ο Graves (1980) μορφοποίησε το SELSP ως πρόβλημα διακριτού χρόνου στοχαστικού ελέγχου με δυναμική αλληλουχία. Πρώτα επίλυσε το πρόβλημα ενός προϊόντος με κόστη διατήρησης και έλλειψης αποθέματος, καθώς και κόστος μετάβασης αλλά χωρίς μεταβατικούς χρόνους, όπου η απόφαση που πρέπει να ληφθεί σε κάθε περίοδο είναι αν η παραγωγική μονάδα θα παράγει ή θα μείνει ανενεργή. Στη συνέχεια χρησιμοποίησε τη λύση του προβλήματος του ενός προϊόντος ως βάση μιας ευρετικής προσέγγισης για την επίλυση του προβλήματος πολλαπλών προϊόντων. Σύμφωνα με αυτή την ευρετική προσέγγιση, οι συγκρούσεις (conflicts) για τον προγραμματισμό διαφορετικών προϊόντων επιλύονται συγκρίνοντας τα διαφορικά κόστη που προκύπτουν για κάθε μεμονωμένο και κάθε «σύνθετο» προϊόν, με βάση την ανάλυση του ενός προϊόντος. Το σύνθετο προϊόν είναι μία έννοια που εισάγει ο Graves για να βοηθήσει στην πρόληψη πιθανών συγκρούσεων στον προγραμματισμό του προβλήματος πολλαπλών προϊόντων. Η γενικότερη ιδέα είναι ότι το σύνθετο απόθεμα διαφόρων προϊόντων θα έπρεπε να υποδεικνύει την ανάγκη για άμεση παραγωγή στην περίπτωση όπου το απόθεμα του κάθε προϊόντος ξεχωριστά δεν υποδείκνυε μία τέτοια ανάγκη επειδή η ποσότητά του θα ήταν μόλις επαρκής.

Οι Qiu και Loulou (1995) μελετούν το πρόβλημα SELSP με ζητήσεις που ακολουθούν κατανομή Poisson, καθοριστικούς χρόνους επεξεργασίας και μετάβασης, κόστη μετάβασης και κόστη έλλειψης και διατήρησης αποθέματος. Οι συγγραφείς μοντελοποιούν το πρόβλημα ως μία *ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία αποφάσεων* (*Semi-Markov Decision Process*) που έχει ως στόχο τον καθορισμό του προϊόντος που θα παραχθεί -εφόσον παραχθεί κάποιο προϊόν- σε κάθε «στιγμή αναθεώρησης» του συστήματος, προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το *εκπιπτόμενο* (*discounted*) κόστος στον άπειρο χρονικό ορίζοντα. Ως στιγμές αναθεώρησης ορίζονται εκείνα τα χρονικά σημεία όπου είτε η παραγωγική μονάδα είναι ανενεργή και κάποιες ζητήσεις έχουν έρθει, είτε κάποιο προϊόν έχει μόλις παραχθεί και η παραγωγική μονάδα είναι ελεύθερη. Για να παράγουν σχεδόν βέλτιστες πολιτικές ελέγχου χρησιμοποιούν *διαδοχικές προσεγγίσεις* (*successive approximations*) επιλύοντας το πρόβλημα σε έναν περικεκομμένο (truncated) χώρο καταστάσεων αποθέματος και υπολογίζοντας τα όρια σφάλματος λόγω της περικοπής. Στην παρουσίαση των αριθμητικών αποτελεσμάτων τους για προβλήματα δύο προϊόντων αναφέρουν ότι τα συστήματα με περισσότερα προϊόντα περιορίζονται από την κατάρα της διαστατικότητας «curse of dimensionality».

Τέλος, οι Karmarkar και Yoo (1994) και οι Sox και Muckstadt (1997) αναπτύσσουν στοχαστικά μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού πεπερασμένου χρονικού ορίζοντα για το SELSP που θα μπορούσαν να χαρακτηρισθούν και ως SCLSP. Στη μοντελοποίησή τους θεωρούν καθοριστικούς χρόνους παραγωγής και αλλαγών, και χρησιμοποιούν την μέθοδο της χαλάρωσης Lagrange για την εύρεση βέλτιστων ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα μικρού μεγέθους.

Επίσης υπάρχει μια πληθώρα εργασιών δυναμικού προγραμματισμού που περιγράφουν συστήματα που υπόκεινται σε βλάβες και βασίζονται στη προσέγγιση ελέγχου ροής. Αρκετές εργασίες της δεδομένης βιβλιογραφίας υποθέτουν ότι η δυναμικότητα της παραγωγής αλλάζει συχνά εξαιτίας της αστοχίας και επισκευής των μηχανών, ενώ ο ρυθμός της ζήτησης παραμένει σταθερός.

Οι Kimemia και Gershwin (1983) βρίσκονται ανάμεσα στους πρώτους ερευνητές που δείχνουν ότι η βέλτιστη πολιτική ελέγχου για τα δεδομένα συστήματα είναι μία πολιτική ισοσταθμισμένου σημείου «hedging point policy» σύμφωνα με την οποία διατηρείται ένα θετικό πλεόνασμα αποθεμάτων των προϊόντων προκειμένου να καλυφθούν πιθανές ελλείψεις που δημιουργούνται κατά τη διάρκεια αστοχίας των μηχανών.

Όταν ένα σύστημα δεν είναι απόλυτα προσαρμοσμένο αλλά απαιτεί ρυθμίσεις, οι Sharifnia et al. (1991) προτείνουν μία πολιτική προγραμματισμού «setup» η οποία χρησιμοποιεί «διαδρόμους» στο χώρο που ένα προϊόν βρίσκεται σε πλεόνασμα ή έλλειμμα καθορίζοντας την περίοδο που πρέπει να γίνει αλλαγή στην παραγωγή προκειμένου η τροχιά του αποθέματος να οδηγηθεί στην επιθυμητή κατεύθυνση. Επίσης ερευνούν λεπτομερώς την περίπτωση όπου η επιθυμητή τροχιά οδηγεί στο ισοσταθμισμένο σημείο, και δείχνουν ότι σε αυτή την περίπτωση η τροχιά του αποθέματος που βρίσκεται σε πλεόνασμα ή έλλειμμα μπορεί να μην οδηγήσει σε ολοκληρωμένο κύκλο παραγωγής.

Σε μία άλλη σχετική εργασία οι Liberopoulos και Caramanis (1997) χρησιμοποιούν μία προσέγγιση MDP για την εύρεση του βέλτιστου ρυθμού παραγωγής και της μεταβατικής πολιτικής μιας παραγωγικής μονάδας που υπόκειται σε βλάβες και παρουσιάζει ασήμαντους ή τυχαίους χρόνους μετάβασης προκειμένου να ικανοποιήσει τη σταθερή τυχαία ζήτηση των δύο προϊόντων έχοντας κάνει υποθέσεις που αφορούν τα κόστη διατήρησης αποθέματος ή ελλείμματος. Τα αριθμητικά αποτελέσματα της έρευνάς τους αποκαλύπτουν ότι η βέλτιστη μεταβατική πολιτική είναι μία πολιτική τύπου «διαδρόμου» η οποία ορίζει ένα ισοσταθμισμένο περιορισμένο κύκλο.

Παράλληλα οι Elhafsi και Bai (1997) ακολουθούν μία όμοια προσέγγιση για ένα όμοιο σύστημα παραγωγής 2 προϊόντων και δείχνουν ότι η δομή της βέλτιστης πολιτικής μετάβασης είναι μία παρόμοια πολιτική τύπου «διαδρόμου». Στην δική τους περίπτωση, ο διάδρομος είναι είτε ορθογώνιος είτε παράλληλος και εξαρτάται από τις τιμές των παραμέτρων του προβλήματος.

Η μελέτη του προβλήματος SELSP στην παρούσα διατριβή ακολουθεί το ρεύμα των εργασιών της βιβλιογραφίας που θεωρούν το SELSP ως ένα σύνθετο πρόβλημα ελέγχου, διακριτού χρόνου, περιοδικής αναθεώρησης, με δυναμική διαδοχή της παραγωγής προϊόντων και σφαιρικό τρόπο επιλογής μεγέθους παρτίδας, και σχετίζεται περισσότερο με τις εργασίες του Graves (1980) και των Qiu και Loulou (1995). Η συγκεκριμένη προσέγγιση σχετίζεται επίσης και με τις εργασίες των Sharifnia et al. (1991), των Liberopoulos και Caramanis (1997), και των Elhafsi και Bai (1997) οι οποίοι χρησιμοποιούν μία ποιοτικώς όμοια προσέγγιση που διασφαλίζει μία πολιτική μετάβασης τύπου «διαδρόμου».

Οι Leachman και Gascon (1988) αναπτύσσουν μια δυναμική περιοδική πολιτική ελέγχου που καθορίζει ποια προϊόντα θα παραχθούν και σε ποιες ποσότητες με βάση τις δυναμικά υπολογισμένες λύσεις καθοριστικών ELSP που λαμβάνουν υπόψη μη στάσιμες κατανομές ζήτησης. Η λύση που προκύπτει από το καθοριστικό μοντέλο τροποποιείται εάν δύο ή περισσότερα προϊόντα είναι κοντά στο να εξαντληθούν τα αποθέματά τους ή βρίσκονται ήδη σε κατάσταση έλλειψης.

1.3 Δομή – περιεχόμενα

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελείται από 5 κεφάλαια. Το υπόλοιπο αυτής της εργασίας χωρίζεται σε 4 ενότητες που καταλαμβάνουν τα κεφάλαια 2-5. Συγκεκριμένα:

Στο 2^{o} κεφάλαιο περιγράφουμε, μορφοποιούμε και επιλύουμε το πρόβλημα.

Στο 3^{o} κεφάλαιο περιγράφουμε την προσομοίωση, τα είδη μοντέλων της προσομοίωσης καθώς τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της προσομοίωσης.

Στο 4^{o} κεφάλαιο παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που βρέθηκαν από τον ευρετικό αλγόριθμο μαζί με τα αντίστοιχα διαγράμματα μεταβολής του κόστους για κάθε σενάριο σε κάθε επανάληψη. Στο τέλος του κεφαλαίου παραθέτουμε ένα πίνακα σύγκρισης των αποτελεσμάτων του ευρετικού αλγόριθμου με τα αποτελέσματα της βέλτιστης λύσης και γίνεται ο σχολιασμός των συμπερασμάτων.

Στο 5^{o} κεφάλαιο περιγράφουμε τη σύνοψη της διπλωματικής εργασίας και τις προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

2.1 Περιγραφή

Ο χρονικός προγραμματισμός της παραγωγής πολλαπλών προϊόντων, με τυχαία ζήτηση, σε μία παραγωγική μονάδα με περιορισμένη παραγωγική δυναμικότητα, σημαντικά κόστη και χρόνους μετάβασης από προϊόν σε προϊόν, είναι ένα κλασικό πρόβλημα στην ερευνητική περιοχή του προγραμματισμού παραγωγής, που συχνά αναφέρεται ως *στοχαστικό πρόβλημα χρονικού προγραμματισμού παρτίδων παραγωγής* (*Stochastic Lot Scheduling Problem* ή SLSP). Οι Sox et al. (1999) διακρίνουν δύο εκδοχές του SLSP: το *στοχαστικό πρόβλημα του βέλτιστου χρονικού προγραμματισμού παρτίδων παραγωγής* (*Stochastic Economic Lot Scheduling Problem* ή SELSP) και το *στοχαστικό πρόβλημα της επιλογής μεγέθους παρτίδων παραγωγής σε συστήματα παραγωγής με περιορισμένη δυναμικότητα* (*Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem* ή SCLSP). Το SELSP υποθέτει άπειρο ορίζοντα προγραμματισμού και στάσιμες κατανομές ζήτησης, ενώ το SCLSP υποθέτει πεπερασμένο ορίζοντα προγραμματισμού και επιτρέπει μη στάσιμες κατανομές ζήτησης. Το SELSP είναι κατάλληλο για συστήματα παραγωγής συνεχούς ροής, που απαντώνται συνήθως σε *βιομηχανίες διεργασιών* (*process industries*), ενώ το SCLSP εφαρμόζεται καλύτερα σε βιομηχανίες παραγωγής διακριτών τεμαχίων, όπως είναι οι βιομηχανίες παραγωγής Η/Υ και ηλεκτρονικών, ηλεκτρικού εξοπλισμού και συσκευών, εξοπλισμού μεταφορών, μηχανών και μηχανισμών, μεταλλικών προϊόντων, ξύλου και επίπλου, κτλ. Από την άλλη μεριά, οι βιομηχανίες διεργασιών επεξεργάζονται ύλη που ρέει συνεχώς, όπως συμβαίνει με προϊόντα πετρελαίου και άνθρακα, μεταλλουργικά προϊόντα, μη-μεταλλικά ανόργανα προϊόντα (π.χ. κεραμικά, γυαλί, τσιμέντο), βασικές χημικές ύλες, τρόφιμα και ποτά, προϊόντα χαρτιού, κτλ. Γενικά, οι βιομηχανίες διεργασιών είναι έντασης κεφαλαίου και εστιάζουν στην παραγωγή προϊόντων σε μεγάλες ποσότητες και μικρή ποικιλία. Σε μια τυπική βιομηχανία διεργασιών η παραγωγή είναι συνεχής και τα διαφορετικά προϊόντα είναι στην πραγματικότητα διαφορετικές παραλλαγές της ίδιας οικογένειας προϊόντων που διαφέρουν ως προς ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά, όπως ποιότητα, μέγεθος, πάχος, κτλ.

Η καθοριστική εκδοχή του SELSP, το λεγόμενο ELSP, έχει τύχει αξιόλογης προσοχής στη βιβλιογραφία τις τελευταίες δεκαετίες (Elmaghraby (1978) και Salomon (1991)). Οι αναλυτικές και ευρετικές λύσεις του ELSP παράγουν κυκλικά προγράμματα παραγωγής, που σε πολλά εργοστάσια παραγωγής πολλαπλών βαθμίδων μιας οικογένειας προϊόντων παίρνουν τη μορφή άκαμπτων «τροχών» παραγωγής, όπου όλες οι βαθμίδες παράγονται διαδοχικά σε κάθε κύκλο, ξεκινώντας από τη χαμηλότερη βαθμίδα, πηγαίνοντας στη υψηλότερη και επιστρέφοντας πίσω στη χαμηλότερη. Ενδιαφέρουσες επίσης μπορούν να χαρακτηριστούν οι πολιτικές που η παραγωγή αλλάζει στο προϊόν του οποίου το επίπεδο αποθέματος μηδενίζεται πρώτο (clearing policies), και το οποίο μπορεί ίσως να οδηγήσει τις τροχιές του αποθέματος να ακολουθούν χαοτική συμπεριφορά, δηλαδή να εξαρτώνται από τις αρχικές συνθήκες ή να είναι μη-περιοδικές κτλ, όπως παρουσιάζεται από τους Chase et al. (1993). Δυστυχώς, τα κυκλικά προγράμματα παραγωγής δεν λειτουργούν καλά στο στοχαστικό πρόβλημα για δύο λόγους. Πρώτον, διότι αυτά εστιάζουν στο μέγεθος της παρτίδας και όχι στη δυναμική κατανομή της παραγωγικής δυναμικότητας, που είναι απαραίτητη σε προβλήματα όπου η ζήτηση μεταβάλλεται τυχαία, και δεύτερον, διότι στο στοχαστικό πρόβλημα τα αποθέματα των τελικών προϊόντων αποσκοπούν όχι μόνο στο να μειώσουν τον αριθμό των αλλαγών, όπως συμβαίνει στην περίπτωση του καθοριστικού προβλήματος, αλλά και στο να δημιουργήσουν ένα προστατευτικό φράγμα έναντι της ενδεχόμενης έλλειψης αποθέματος. Στο στοχαστικό πρόβλημα, η επιλογή του μεγέθους παρτίδας και η κατανομή της παραγωγικής δυναμικότητας πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ταυτόχρονα, ενώ η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος πρέπει να συμπεριλαμβάνεται στο πρόγραμμα παραγωγής όπως περιγράφεται από Graves (1980).

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία μελετούμε μια παραλλαγή του SELSP στην οποία μια παραγωγική μονάδα πρέπει να παράγει και είτε να σακιάσει είτε όχι προϊόν. Η ζήτηση που δεν ικανοποιείται άμεσα από το απόθεμα χάνεται ενώ η διαθεσιμότητα των πρώτων υλών θεωρείται ότι είναι απρόσκοπτη. Η μονάδα παράγει ασταμάτητα και με σταθερό ρυθμό ενώ η επιλογή του συστήματος να σακιάσει με σταθερό ρυθμό 2 διαφορετικές βαθμίδες μιας οικογένειας προϊόντων είναι μεταβλητή αποφάσεως. Σε πολλές βιομηχανίες είναι σύνηθες να διαιρείται το ενδιάμεσο προϊόν που παράγεται κατά την διάρκεια μιας μετάβασης, έστω από τη βαθμίδα Α στην βαθμίδα Β, σε δύο μισά, και να χαρακτηρίζεται το πρώτο μισό ως Α και το δεύτερο μισό ως Β, ενώ στην πραγματικότητα η βαθμίδα του προϊόντος που παράγεται κατά τη διάρκεια της μετάβασης μεταβάλλεται σταδιακά από τη βαθμίδα Α στη Β. Στο συγκεκριμένο μοντέλο SELSP, για λόγους απλούστευσης, θεωρούμε ότι το προϊόν που παράγεται κατά τη διάρκεια μίας μετάβασης από τη βαθμίδα Α στη βαθμίδα Β χαρακτηρίζεται ως Α, ενώ αυτό που παράγεται κατά τη διάρκεια της αντίστροφης μετάβασης χαρακτηρίζεται ως Β. Σύμφωνα με αυτή την υπόθεση, οι παραγόμενες ποσότητες των βαθμίδων Α και Β είναι οι ίδιες με αυτές που θα παράγονταν αν διαιρούσαμε την ποσότητα του ενδιάμεσου προϊόντος σε δύο μισά. Γίνεται επίσης η υπόθεση ότι οι χρόνοι μετάβασης από βαθμίδα σε βαθμίδα είναι καθοριστικοί και ίδιοι. Τα κόστη τα οποία μελετώνται στο πρώτο στάδιο αποθήκευσης είναι το κόστος μετάβασης, το κόστος υπερχείλισης ανά μονάδα πλεονάζοντος προϊόντος, οποτεδήποτε δεν υπάρχει αρκετός χώρος στον αποθηκευτικό χώρο για να αποθηκευτεί το παραχθέν σε μορφή χύδην προϊόν, και το κόστος χαμένων πωλήσεων ανά μονάδα ελλειμματικού χύδην προϊόντος, οποτεδήποτε δεν υπάρχει αρκετό τελικό προϊόν στην αντίστοιχη αποθήκη για την ικανοποίηση της ζήτησης. Όσον αφορά το δεύτερο στάδιο αποθήκευσης τα κόστη που μελετώνται είναι το κόστος χαμένων πωλήσεων ανά μονάδα προϊόντος σε μορφή σάκου οποτεδήποτε δεν υπάρχει αρκετό τελικό προϊόν στην αντίστοιχη αποθήκη για την ικανοποίηση της ζήτησης και το κόστος διατήρησης αποθέματος του προϊόντος που πλεονάζει και διατηρείται στην αποθήκη μετά την ικανοποίηση της ζήτησης. Οι παραπάνω υποθέσεις είναι ρεαλιστικές και βασίζονται σε ένα πραγματικό πρόβλημα δυναμικού χρονικού προγραμματισμού ενός εργοστασίου ρητίνης PET και παρουσιάζονται στην εργασία των Liberopoulos et al. (2009).

Το συγκεκριμένο πρόβλημα μορφοποιήθηκε ως μια *Μαρκοβιανή διαδικασία αποφάσεων* (*Markov Decision Process*- MDP) διακριτού χρόνου, όπου σε κάθε χρονική περίοδο πρέπει να αποφασισθεί αν θα ξεκινήσει η αλλαγή προϊόντος στην άλλη βαθμίδα ή αν θα παραμείνει η *ρύθμιση* (*setup*) της μονάδας ως έχει. Η απόφαση αυτή λαμβάνεται με βάση την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος η οποία ορίζεται από την τρέχουσα ρύθμιση της μονάδας και τα επίπεδα αποθέματος όλων των βαθμίδων στην αποθήκη. Επίσης σε κάθε χρονική περίοδο θα πρέπει να αποφασισθεί αν θα σακιαστεί κάποιο προϊόν ή θα παραμείνει αμετάβλητο το τελικό απόθεμα κάθε προϊόντος που βρίσκεται στον πρώτο αποθηκευτικό χώρο τελικών προϊόντων. Στόχο αποτελεί η ελαχιστοποίηση του μέσου μακροπρόθεσμου αναμενόμενου κόστους λειτουργίας της μονάδας για άπειρο χρονικό ορίζοντα.

2.2 Μορφοποίηση προβλήματος και επίλυσή του με δυναμικό προγραμματισμό

Στην παρούσα ενότητα εξετάζεται ένα μοντέλο διακριτού χρόνου παραγωγής 2 προϊόντων σε δύο διαφορετικούς τύπους. Σε κάθε χρονική περίοδο ο ρυθμός παραγωγής είναι σταθερός και ίσος με P μονάδες προϊόντος στο οποίο είναι στημένη η παραγωγή κατά την έναρξη της περιόδου. Εάν η παραγωγή ενώ είναι στημένη να παράγει ένα προϊόν επιλέξει να κάνει μετάβαση στην αρχή μιας περιόδου και να παράγει κάποιο άλλο προϊόν, τότε η παραγωγή υφίσταται ένα κόστος μετάβασης CC (change cost). Η ποσότητα του χύδην προϊόντος που παράγεται αποθηκεύεται στον πρώτο αποθηκευτικό χώρο τελικών προϊόντων ο οποίος έχει πεπερασμένη χωρητικότητα ίση με X μονάδες. Στη συνέχεια η παραγωγή έχει τη δυνατότητα είτε να σακιάσει είτε όχι οποιοδήποτε από τα 2 διαφορετικά προϊόντα με σταθερό ρυθμό σακιάσματος Q και να το αποθηκεύσει με τη μορφή σάκου σε ένα δεύτερο στη σειρά αποθηκευτικό χώρο ο οποίος έχει πεπερασμένη χωρητικότητα ίση με Y μονάδες. Οποτεδήποτε το στοκ ασφαλείας των τελικών σε μορφή χύδην προϊόντων υπερβεί τη χωρητικότητα του πρώτου αποθηκευτικού χώρου, υφίσταται ένα κόστος υπερχείλισης CS (spill-over cost) ανά μονάδα μη αποθηκευμένου προϊόντος. Οι αποθηκευτικοί χώροι των τελικών προϊόντων μπορούν να περιέχουν οποιαδήποτε ποσότητα οποιουδήποτε προϊόντος την ίδια χρονική περίοδο αρκεί η συνολική ποσότητα προϊόντων να μην υπερβαίνει τη χωρητικότητά τους. Μετά την προσθήκη της παραγόμενης ποσότητας στον πρώτο αποθηκευτικό χώρο, θα πρέπει να ικανοποιηθεί ένα διάνυσμα τυχαίων ζητήσεων $\mathbf{D} \equiv (D_1, D_2)$, όπου D_n , n = 1, 2 είναι η ζήτηση για χύδην προϊόν n. Στη συνέχεια εάν η παραγωγή επιλέξει να σακιάσει, η ποσότητα του προϊόντος που θα σακιαστεί θα είναι είτε ίση με το ρυθμό σακιάσματος αν υπάρχει αρκετό προϊόν στην πρώτη αποθήκη, ή ίση με την απομένουσα χωρητικότητα του δεύτερου αποθηκευτικού χώρου. Στη συνέχεια από τον δεύτερο αποθηκευτικό χώρο θα πρέπει να ικανοποιηθεί ένα αντίστοιχο διάνυσμα $\mathbf{Db} \equiv (Db_1, Db_2)$, όπου Db_n, n = 1, 2 είναι η ζήτηση για σακευμένο προϊόν n. Οι ζητήσεις αυτές είναι διακριτές τυχαίες μεταβλητές με γνωστή από κοινού κατανομή πιθανότητας. Για κάθε προϊόν n σε όποια μορφή και αν ζητείται, το τμήμα της ζήτησης το οποίο δε μπορεί να ικανοποιηθεί από το στοκ ασφαλείας των τελικών προϊόντων (εάν υπάρξει) χάνεται οπότε επέρχεται κόστος χαμένων πωλήσεων LS ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης. Παρόλο που σε πολλά πραγματικά προβλήματα και κυρίως στις βιομηχανίες επεξεργασίας, η αλλαγή στο P επιφέρει αστάθειες στην παραγωγική διαδικασία, εντούτοις το P δε θεωρείται μεταβλητή ελέγχου κατά τη διαδικασία προγραμματισμού. Ωστόσο, μπορεί να αναπροσαρμοστεί για να ταιριάζει με τη μέση αναμενόμενη ζήτηση όλων των προϊόντων, σε περίπτωση που η ζήτηση παρουσιάζει εποχικότητα ή άλλες μακροχρόνιες μεταβολές. Στην συγκεκριμένη εργασία θεωρείται ότι το P είναι σταθερό και ίσο με τη συνολική αναμενόμενη ζήτηση όλων των προϊόντων σε όποια μορφή ζητούνται. Το Q είναι μεταβλητή αποφάσεως και θεωρείται επίσης σταθερό.

Το πρόβλημα του δυναμικού προγραμματισμού μορφοποιήθηκε ως μια Μαρκοβιανή διαδικασία αποφάσεων MDP διακριτού χρόνου όπου η κατάσταση του συστήματος στην αρχή της κάθε περιόδου ορίζεται ως ένα διάνυσμα $\mathbf{z} \equiv (s, x_1, x_2, y_1, y_2)$, όπου ως s ορίζεται το προϊόν στο οποίο είναι στημένο το σύστημα παραγωγής κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης περιόδου, ως x_n ορίζεται το επίπεδο αποθέματος για το προϊόν n σε μορφή χύδην στην αρχή της περιόδου, $n = 1, 2$ και ως y_n ορίζεται το επίπεδο αποθέματος για το προϊόν n σε μορφή σάκου στην αρχή της περιόδου, n = 1, 2. Σημειώνεται ότι $s \in \{1, 2\}$, ενώ το σύνολο των επιτρεπτών επιπέδων αποθέματος για το πρώτο στάδιο αποθήκευσης καθορίζεται από τους ακεραίους αριθμούς x_n, $n = 1, 2$ όπου $0 \leq \Sigma_n x_n \leq X$, απ' όπου προκύπτει ότι το μέγεθος του χώρου καταστάσεων (state space) ισούται με $(N \cdot X^N)/2$ όπου N =2, *ενώ* για το δεύτερο στάδιο αποθήκευσης καθορίζεται από τους ακεραίους y_n, $n = 1, 2$, όπου $0 < \Sigma_n y_n \leq Y$ απ' όπου προκύπτει ότι το μέγεθος του χώρου καταστάσεων ισούται με $(N \cdot Y^N)/2$ όπου N =2. Η μεταβλητή αποφάσεως u στην αρχή κάθε περιόδου ορίζει αν θα υπάρξει μετάβαση σε ένα γειτονικό προϊόν ή αν η παραγωγική διαδικασία θα μείνει αμετάβλητη. Εάν η απόφαση που λαμβάνεται είναι η έναρξη μιας αλλαγής, τότε η νέα ρύθμιση της παραγωγής θα εμφανιστεί στην αρχή της επόμενης περιόδου αφού ο χρόνος μιας αλλαγής είναι ίσος με μία περίοδο. Επίσης η μεταβλητή αποφάσεως l στην αρχή κάθε περιόδου ορίζει αν θα σακιαστεί ή όχι κάποιο προϊόν καθώς επίσης και ποιο είναι το προϊόν που θα σακιαστεί. Εάν η απόφαση που λαμβάνεται είναι να σακιαστεί κάποιο προϊόν τότε η αλλαγή στο απόθεμά του θα εμφανιστεί στην αρχή της επόμενης περιόδου αφού ο χρόνος σακιάσματος είναι ίσος με μία περίοδο.

Η κατάσταση του συστήματος στην αρχή της περιόδου είναι $\mathbf{z}$, οι αποφάσεις που λαμβάνονται είναι u και l, ενώ οι ζητήσεις που πρέπει να ικανοποιηθούν είναι $\mathbf{D}$ και $\mathbf{Db}$. Εάν $g(\mathbf{z},u,l,\mathbf{D},\mathbf{Db})$ είναι το κόστος που επέρχεται κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης περιόδου και $\mathbf{z}' \equiv (s', x_1', x_2', y_1', y_2') = f(\mathbf{z},u,l,\mathbf{D},\mathbf{Db})$ είναι η κατάσταση του συστήματος στην αρχή της επόμενης περιόδου τότε είναι φανερό ότι ισχύει:

$s' = u$

$x_n' = (x_n'' - q(\mathbf{z}) \cdot I_{n=l})^+$, $n = 1, 2$

$y_n' = (y_n + [\min(q(\mathbf{z}), x_n'')] I_{n=l} - Db_n)^+$, $n = 1, 2$

$x_n'' = (x_n + p(\mathbf{z})\cdot I_{n=s} - D_n)^+$, $n = 1, 2$

όπου $p(\mathbf{z})$ είναι η παραγόμενη ποσότητα που προστίθεται στον αποθηκευτικό χώρο των τελικών προϊόντων όταν η παραγόμενη συνολική ποσότητα είναι ίση με P μονάδες και η ζήτηση δεν έχει ικανοποιηθεί, ενώ x_n'' είναι το απόθεμα του προϊόντος n που βρίσκεται στον 1$^{\text{ο}}$ αποθηκευτικό χώρο μετά την ικανοποίηση της ζήτησης προϊόντος σε μορφή χύδην και πριν την πιθανή απόφαση σακιάσματος. Η ποσότητα $p(\mathbf{z})$ ισούται με $p(\mathbf{z}) = \min(P, X - \Sigma_n x_n)$, όπου I_a είναι η δυαδική μεταβλητή η οποία παίρνει την τιμή 1 εάν a είναι αληθές και 0 αλλιώς, και $(x)^+ \equiv \max(0, x)$, επίσης $q(\mathbf{z})$ είναι η παραγόμενη ποσότητα που προστίθεται στον αποθηκευτικό χώρο των τελικών προϊόντων όταν η παραγόμενη συνολική ποσότητα είναι ίση με Q μονάδες και η ζήτηση δεν έχει ικανοποιηθεί. Η ποσότητα αυτή ισούται με $q(\mathbf{z}) = \min(Q, Y - \Sigma_n y_n)$, όπου I_b είναι η δυαδική μεταβλητή η οποία παίρνει την τιμή 1 εάν b είναι αληθές και 0 αλλιώς, και $(y)^+ = \max(0, y)$. Επιπρόσθετα ισχύει:

$g(\mathbf{z},u,\mathrm{l},\mathbf{D},\mathbf{Db}) = CC\, I_{u\neq s} + CS\cdot(P - p(\mathbf{z})) + \Sigma_n\, CL_n\cdot(D_n - x_n - p(\mathbf{z})\cdot I_{n=s})^+ + \Sigma_n\, CL_n\cdot(Db_n - y_n - (\min(q(\mathbf{z}), x_n'')\cdot I_{n=l})^+ + \Sigma_n\, HC_n \cdot y_n'$

Η αντικειμενική συνάρτηση έχει ως στόχο την εύρεση μιας πολιτικής που εξαρτάται από την κατάσταση του συστήματος, $u = \mu(\mathbf{z})$ και $l = \nu(\mathbf{z})$, η οποία να ελαχιστοποιεί το μακροπρόθεσμο μέσο αναμενόμενο κόστος ανά περίοδο. Για την εύρεση αυτής της πολιτικής απαιτείται η επίλυση των εξισώσεων δυναμικού προγραμματισμού Bellman, οι οποίες για το συγκεκριμένο πρόβλημα γράφονται ως

$J + V(\mathbf{z}) = \min_{u\in U,\, l\in L} T_{u,l}(V(\mathbf{z}))$, U=1, 2 και L=1, 2, 3 όπου J είναι το βέλτιστο (ελάχιστο) μέσο προσδοκώμενο κόστος ανά περίοδο, $V(\mathbf{z})$ είναι το διαφορικό κόστος ξεκινώντας από την κατάσταση $\mathbf{z}$, και $T_{u,l}(\cdot)$ είναι ένας τελεστής ο οποίος ορίζεται ως $T_{u,l}(V(\mathbf{z})) \equiv E_{D\,Db}\{g(\mathbf{z},u,l,\mathbf{D},\mathbf{Db}) + V(\mathbf{z}')\}$. Η μεταβλητή u παίρνει τις τιμές 1 και 2 (απόφαση μετάβασης στο προϊόν 1 ή 2), ενώ η μεταβλητή l παίρνει τιμές 1, 2 ή 3 (απόφαση για σάκιασμα των προϊόντων 1 ή 2 ή κανενός προϊόντος). Η ελαχιστοποίηση των εξισώσεων Bellman καθορίζει τη βέλτιστη πολιτική του συστήματος όταν αυτό βρίσκεται στην κατάσταση $\mathbf{z}$ που δίνεται από τους όρους $\mu^*(\mathbf{z})$ και $\nu^*(\mathbf{z})$.

Για την ακριβή επίλυση των εξισώσεων Bellman χρησιμοποιείται η μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων των βέλτιστων διαφορικών συναρτήσεων κόστους, η οποία είναι μία επαναληπτική μέθοδος. Ο όρος $V_k(\mathbf{z})$ δίνει τη συνάρτηση διαφορικού κόστους για την k επανάληψη. Αρχικά ορίζεται $V_0(\mathbf{z}) = 0$, $\forall$ $\mathbf{z}$ Οι τιμές της $(k + 1)$ επανάληψης δίνονται από την προηγούμενη επανάληψη μέσω της επαναληπτικής διαδικασίας υπολογισμού της συνάρτησης:

$$V_{k+1}(\mathbf{z}) = T(V_k(\mathbf{z})) - T(V_k(\ddot{\mathrm{z}})) \tag{3.1}$$

όπου $T(V_k(\mathbf{z})) = \min_{u\in U, l\in L} T_{u\,l}(V_k(\mathbf{z}))$ και $\ddot{\mathrm{z}}$ είναι μια αυθαίρετα επιλεγμένη αρχική κατάσταση. Σημειώνεται ότι σε κάθε επανάληψη το διαφορικό κόστος για την ειδική κατάσταση είναι ίσο με μηδέν. Υποθέτοντας ότι οι επαναλήψεις συγκλίνουν σε κάποιες τιμές $V(\mathbf{z})$, με βάση την επαναληπτική εξίσωση αυτές θα πρέπει να ικανοποιούν την σχέση $T(V(\ddot{\mathrm{z}})) + V(\mathbf{z}) = T(V(\mathbf{z}))$. Τέλος μια σύγκριση της τελευταίας εξίσωσης και της εξίσωσης Bellman αποκαλύπτει ότι $J = T(V(\ddot{\mathrm{z}}))$.

Προκειμένου να εφαρμοστεί η μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων, υπολογίζονται για κάθε μία επανάληψη k = 1, 2, … οι μέγιστες και ελάχιστες διαφορές των $V_k^U = \max_z\{V_k(\mathbf{z}) - V_{k-1}(\mathbf{z})\}$ και $V_k^L = \min_z\{V_k(\mathbf{z}) - V_{k-1}(\mathbf{z})\}$. Η διαδικασία τερματίζεται όταν $|V_k^U - V_k^L| < \varepsilon \cdot T(V_k(\mathrm{z}))$, όπου ε είναι ένας μικρός θετικός αριθμός.

Στην παρούσα εργασία εφαρμόζουμε τη μέθοδο διαδοχικών προσεγγίσεων με διαφορετικό κριτήριο σύγκλισης. Βρίσκουμε το U που ελαχιστοποιεί το $T_u(V_k(\mathbf{y}))$ στην k επανάληψη. Για το συγκεκριμένο U κάνουμε προσομοίωση και υπολογίζουμε το κόστος J_k. Η διαδικασία τερματίζεται όταν $|J_{k+1} - J_k| < 0.01 * J_{k+1}$. Επιπλέον για να μην τερματίσει πιο νωρίς επιβάλλουμε τον περιορισμό να γίνουν τουλάχιστον 10 επαναλήψεις.

3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

3.1 Περιγραφή

Η προσομοίωση είναι η μέθοδος μελέτης ενός συστήματος και εξοικείωσης με τα χαρακτηριστικά του, με τη βοήθεια ενός άλλου συστήματος το οποίο στις περισσότερες περιπτώσεις είναι ένα μοντέλο που εκτελείται σε ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή. Όπου το μοντέλο είναι το σύνολο των πληροφοριών ενός συστήματος που έχει συγκεντρωθεί με σκοπό τη μελέτη του συστήματος. Η προσομοίωση συνιστάται για τη μελέτη πολύπλοκων συστημάτων, δηλαδή συστήματα για τα οποία οι αναλυτικές λύσεις είναι ανέφικτες, για τη σύγκριση εναλλακτικών σχεδίων, για την επαλήθευση αναλυτικών λύσεων.

Η προσομοίωση ευρίσκει εφαρμογές :

- Στην ανάλυση και σχεδίαση συστημάτων παραγωγής
- Στον έλεγχο αποθεμάτων
- Στη μελέτη συστημάτων εξυπηρέτησης πελατών
- Στην αξιολόγηση αποφάσεων υπό αβεβαιότητα

3.2 Τα είδη μοντέλων προσομοίωσης

Έχοντας ένα μαθηματικό μοντέλο που πρέπει να μελετήσουμε με προσομοίωση (δηλαδή ένα Μοντέλο Προσομοίωσης), θα πρέπει να αναζητήσουμε κατάλληλα εργαλεία για το σκοπό αυτό. Στην προσπάθεια αυτή, είναι χρήσιμο να ταξινομήσουμε τα μοντέλα προσομοίωσης με βάση τρεις διαφορετικές έννοιες:

I. Στατικά ή Δυναμικά Μοντέλα Προσομοίωσης: Ένα στατικό μοντέλο προσομοίωσης, αναπαριστά ένα σύστημα σε μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή, ή αναπαριστά ένα σύστημα στο οποίο ο χρόνος δεν έχει σημασία. Αντίθετα, ένα δυναμικό μοντέλο προσομοίωσης αναπαριστά ένα σύστημα, όπως αυτό εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου.

II. Ντετερμινιστικά ή Στοχαστικά Μοντέλα Προσομοίωσης: Αν ένα μοντέλο προσομοίωσης δεν περιλαμβάνει πιθανοτικά (δηλαδή 'τυχαία') τμήματα, ονομάζεται ντετερμινιστικό. Για παράδειγμα, ένα πολύπλοκο σύστημα διαφορικών εξισώσεων που περιγράφει μία χημική αντίδραση, μπορεί να είναι ένα τέτοιο μοντέλο. Στα ντετερμινιστικά μοντέλα, η έξοδος είναι καθορισμένη, με δεδομένο το σύνολο των ποσοτήτων και σχέσεων εισόδου του μοντέλου. Όμως, πολλά συστήματα πρέπει να χρησιμοποιήσουν στοχαστικά μοντέλα προσομοίωσης, δηλαδή μοντέλα που θα έχουν τουλάχιστον ορισμένα τμήματα με τυχαία είσοδο. Τα περισσότερα υπολογιστικά συστήματα, που βασίζονται στα συστήματα αναμονής, χρησιμοποιούν στοχαστικά μοντέλα προσομοίωσης.

III. Συνεχή ή Διακριτά Μοντέλα Προσομοίωσης: Συνεχές είναι το σύστημα του οποίου οι μεταβλητές κατάστασης αλλάζουν συνεχώς στο χρόνο. Λίγα συστήματα στην πράξη είναι εξ ολοκλήρου διακριτά ή συνεχή, αλλά επειδή συνήθως μία από τις δύο ιδιότητες κυριαρχεί, μπορούμε τις περισσότερες φορές να χαρακτηρίσουμε το σύστημα ως διακριτό ή συνεχές. Διακριτό σύστημα είναι αυτό στο οποίο οι μεταβλητές κατάστασης μπορούν να αλλάξουν σε διακεκριμένες στιγμές του χρόνου.

3.3 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της προσομοίωσης

Πλεονεκτήματα της προσομοίωσης

- Τα περισσότερα σύνθετα συστήματα του πραγματικού κόσμου με τυχαίες παραμέτρους, δεν μπορούν να περιγραφούν ικανοποιητικά με κάποιο μαθηματικό μοντέλο που μπορεί να λυθεί αναλυτικά. Έτσι, η προσομοίωση είναι συχνά η μόνη διαθέσιμη μέθοδος μελέτης.

- Δίνει τη δυνατότητα επανάληψης του ιδίου φαινομένου.

- Μπορούν να συγκριθούν μέσω της προσομοίωσης, εναλλακτικές προτεινόμενες σχεδιάσεις ή εναλλακτικές πολιτικές λειτουργίας του συστήματος, ώστε να προσδιοριστεί η βέλτιστη λύση που ικανοποιεί τις προδιαγραφές που έχουν οριστεί.

- Σε ένα μοντέλο προσομοίωσης μπορούμε να έχουμε καλύτερο έλεγχο στις συνθήκες των πειραμάτων, σε σχέση με πιθανό πειραματισμό με το πραγματικό σύστημα.

- Μπορεί να κοστίζει λιγότερο.

- Η προσομοίωση επιτρέπει τη μελέτη ενός συστήματος που έχει μακρόχρονη εξέλιξη (π.χ ένα οικονομικό σύστημα), σε πολύ μικρότερο χρόνο.

Μειονεκτήματα της προσομοίωσης

- Μπορεί να μην είναι η πιο κατάλληλη μέθοδος επίλυσης του προβλήματος
- Δεν εγγυάται ότι θα οδηγήσει στην καλύτερη δυνατή λύση
- Μπορεί να μην αντανακλά με ακρίβεια την υπό μελέτη κατάσταση
- Κάποιες φορές απαιτεί σημαντικό χρόνο και κόστος
- Βασίζεται καθοριστικά στην τυχαιότητα (στοχαστικές κατανομές, τυχαίοι αριθμοί)

4 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

4.1 Περιγραφή

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα των προβλημάτων με 2 τύπους προϊόντων που ζητούνται με δύο διαφορετικές μορφές ζήτησης. Επιλύεται το πρόβλημα για διάφορα σενάρια με διαφορετική κατανομή στη ζήτηση χρησιμοποιώντας τον ευρετικό αλγόριθμο που έχει περιγραφεί στα προηγούμενα κεφάλαια της εργασίας. Τέλος γίνεται σύγκριση ανάμεσα στα αποτελέσματα που πήραμε από τον ευρετικό αλγόριθμο και στα αποτελέσματα που έχουμε για την βέλτιστη επίλυση του προβλήματος.

Αρχικά, επιλύεται ένα παράδειγμα με $P = 3$ και $Q = 3$, για διάφορες κατανομές ζήτησης. Σε κάθε περίπτωση, υποτίθεται ότι τα διάφορα κόστη παίρνουν τις εξής τιμές: CC=1, CS=1, LS=1 και HC=1. Σημειώνεται ότι η περίπτωση 1 είναι η ονομαστική περίπτωση όπου η ζήτηση είναι ισοκατανεμημένη ανά προϊόν και ανά στάδιο αποθήκευσης.

Για κάθε παράδειγμα γίνεται η υπόθεση ότι η ζήτηση κάθε προϊόντος σε οποιαδήποτε μορφή είναι πανομοιότυπης κατανομής με μία από τις τυχαίες μεταβλητές D_j, όπου j = A, B, C, D, E των οποίων οι κατανομές δίνονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1. Πιθανότητα κατανομής ζήτησης $\Pr(D_j = i)$

	I				
j	0	1	2	3	$E[D_j]$
A	0,85	0,05	0,1	0	0,25
B	0,65	0,25	0,05	0,05	0,5
C	0,5	0,25	0,25	0	0,75
D	0,25	0,5	0,25	0	1
E	0,25	0,25	0,25	0,25	1,5

Έτσι αναπτύχθηκαν 15 διαφορετικές περιπτώσεις σε καθεμία εκ των οποίων το σετ των κατανομών πιθανότητας των ζητήσεων για τα 2 διαφορετικά προϊόντα σε μορφή χύδην και μορφή σάκου (α, β, γ και δ) είναι όμοιο και τέτοιο ώστε η συνολική αναμενόμενη ζήτηση να είναι ίση με το ρυθμό παραγωγής. Η διαφορά μεταξύ των περιπτώσεων είναι η σειρά με την οποία εμφανίζονται αυτές οι κατανομές στην αλυσίδα των επιτρεπτών μεταβάσεων. Για παράδειγμα, στη 1η περίπτωση του παραδείγματος των προϊόντων α, β, γ και δ, γίνεται η υπόθεση ότι οι ζητήσεις των προϊόντων είναι πανομοιότυπης κατανομής της τυχαίας μεταβλητής D_C, η οποία έχει προσδοκώμενη τιμή ίση με 0,75. Με άλλα λόγια, και τα τέσσερα προϊόντα έχουν την ίδια ζήτηση.

Στις υπόλοιπες περιπτώσεις οι ζητήσεις των τεσσάρων προϊόντων είναι ανισοκατανεμημένες.

Τέλος θα πρέπει να αναφέρουμε ότι για κάθε σενάριο που παραθέτουμε παρακάτω χρησιμοποιήθηκε ο ευρετικός αλγόριθμος ενώ σε κάθε επανάληψη με προσομοίωση υπολογίσαμε το μέσο προσδοκώμενο κόστος. Η διάρκεια της προσομοίωσης ήταν 100000 χρονικές μονάδες.

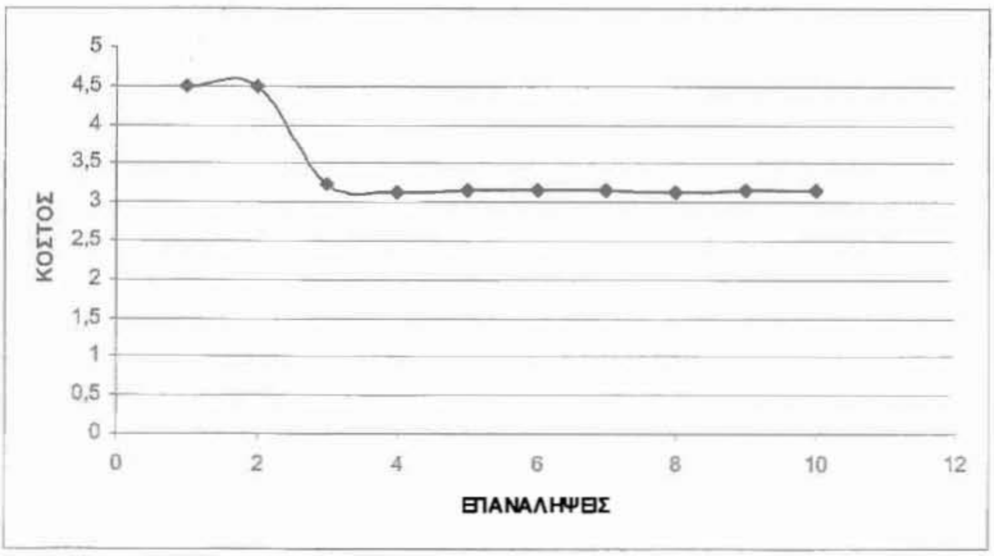
Στις επόμενες σελίδες παραθέτουμε τα αποτελέσματα που πήραμε από τον ευρετικό αλγόριθμο και στο τέλος γίνεται η σύγκριση με τα αποτελέσματα από την βέλτιστη επίλυση.

4.2 Αποτελέσματα ευρετικού αλγόριθμου

ΣΕΝΑΡΙΟ 1

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	4,5037
2	4,4978
3	3,2330
4	3,1434
5	3,1688
6	3,1547
7	3,1609
8	3,1436
9	3,1513
10	3,1456

Πίνακας 2. Αποτελέσματα 1ου σεναρίου

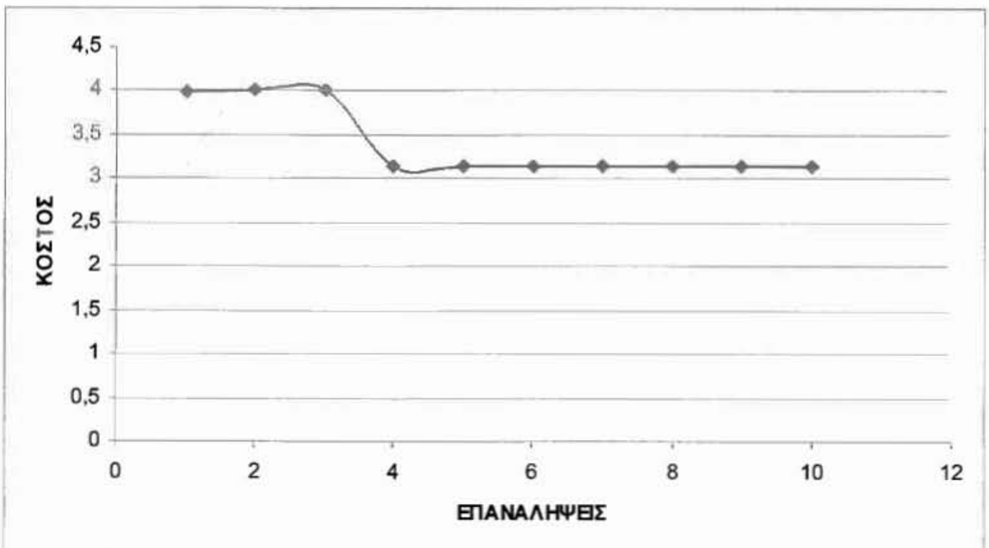


Διάγραμμα 1. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 1ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 2

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	3,9947
2	4,0096
3	4,0031
4	3,1486
5	3,1336
6	3,1361
7	3,1398
8	3,1387
9	3,1351
10	3,1375

Πίνακας 3. Αποτελέσματα 2ου σεναρίου

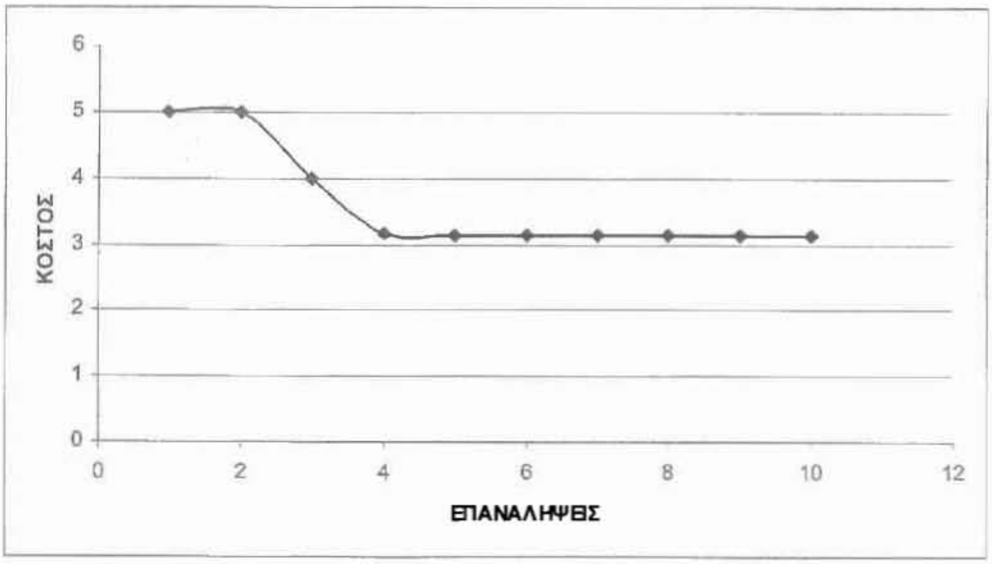


Διάγραμμα 2. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 2ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 3

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	4,9994
2	4,9957
3	3,9959
4	3,1519
5	3,137
6	3,1388
7	3,138
8	3,1445
9	3,1387
10	3,1414

Πίνακας 4. Αποτελέσματα 3ου σεναρίου

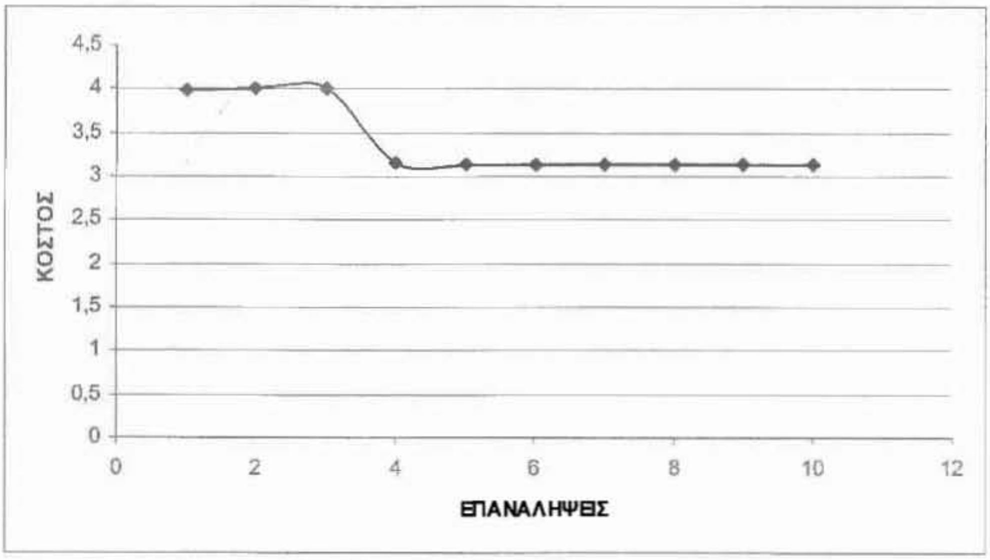


Διάγραμμα 3. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 3ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 4

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	3,9951
2	4,0065
3	4,0037
4	3,1464
5	3,133
6	3,1377
7	3,1386
8	3,1382
9	3,1359
10	3,1378

Πίνακας 5. Αποτελέσματα 4^{ου} σεναρίου

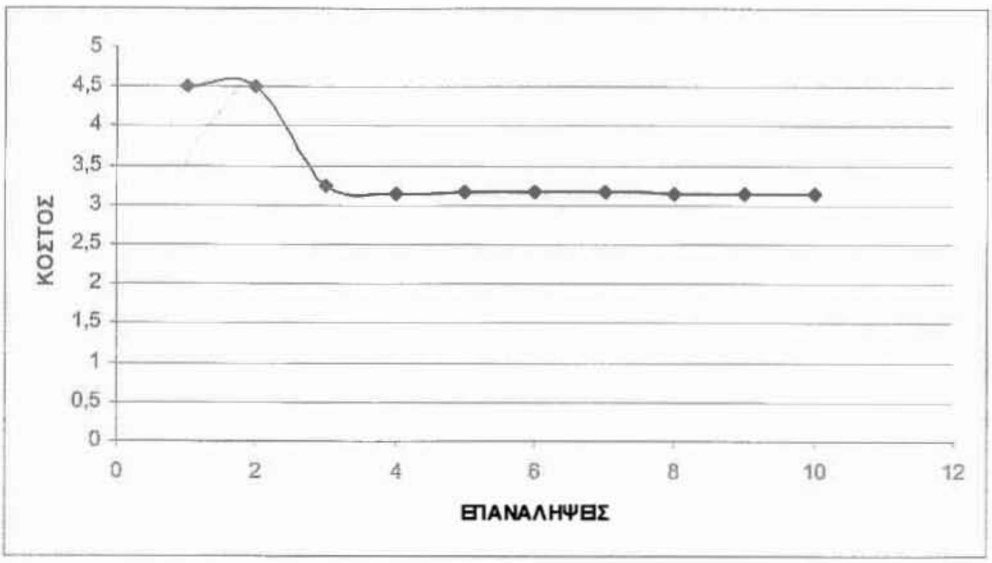


Διάγραμμα 4. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 4^{ου} σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 5

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	4,4993
2	4,4982
3	3,2331
4	3,1463
5	3,1608
6	3,1643
7	3,1624
8	3,1546
9	3,1478
10	3,1509

Πίνακας 6. Αποτελέσματα 5ου σεναρίου

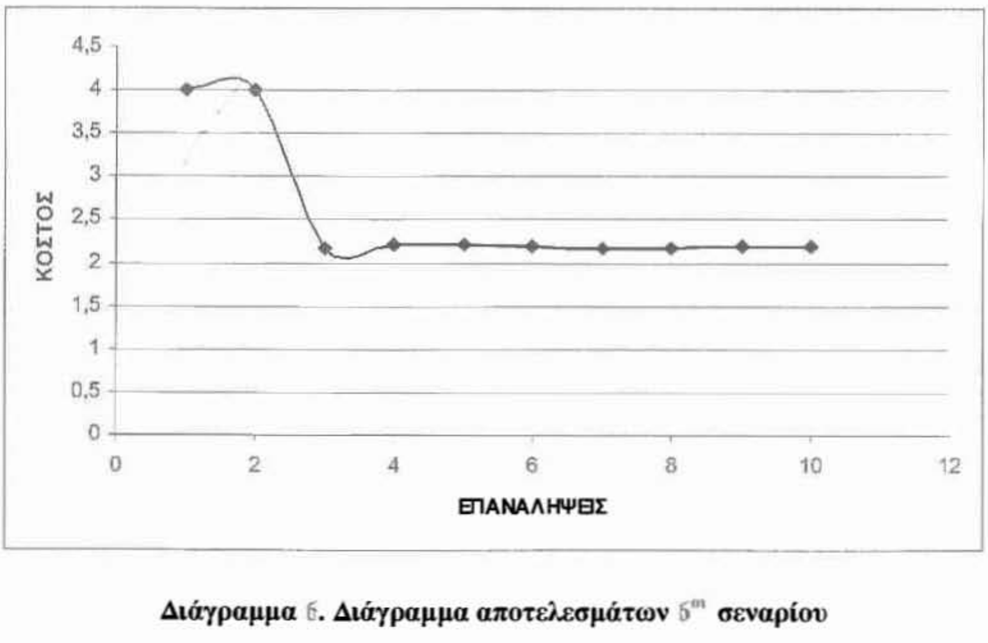


Διάγραμμα 5. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 5ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 6

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	3,9917
2	4,0067
3	2,1765
4	2,2263
5	2,2252
6	2,1869
7	2,1802
8	2,1814
9	2,1828
10	2,1922

Πίνακας 7. Αποτελέσματα 6ου σεναρίου

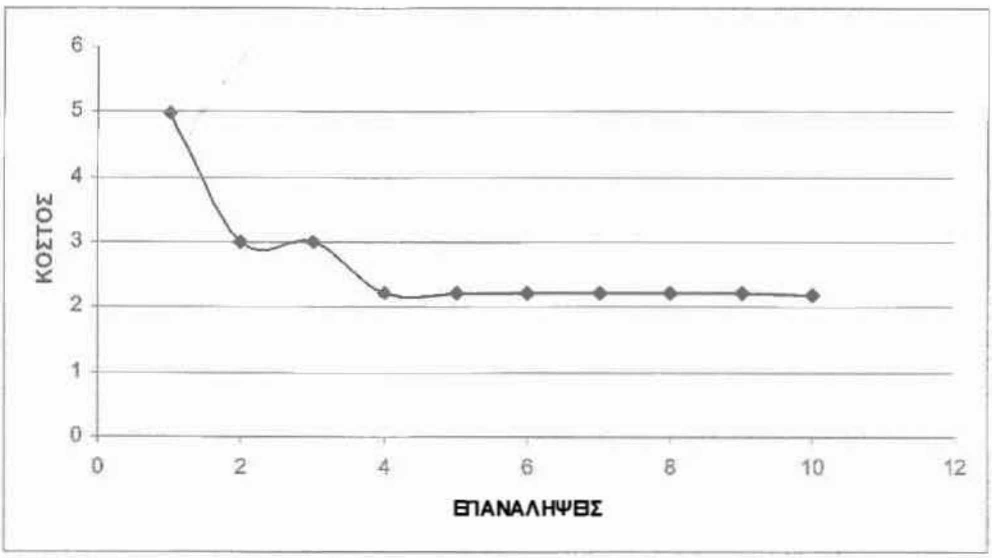


Διάγραμμα 6. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 6ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 7

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	4,9922
2	3,0032
3	3,0047
4	2,2308
5	2,2284
6	2,227
7	2,2135
8	2,2168
9	2,212
10	2,2021

Πίνακας 8. Αποτελέσματα 7ου σεναρίου

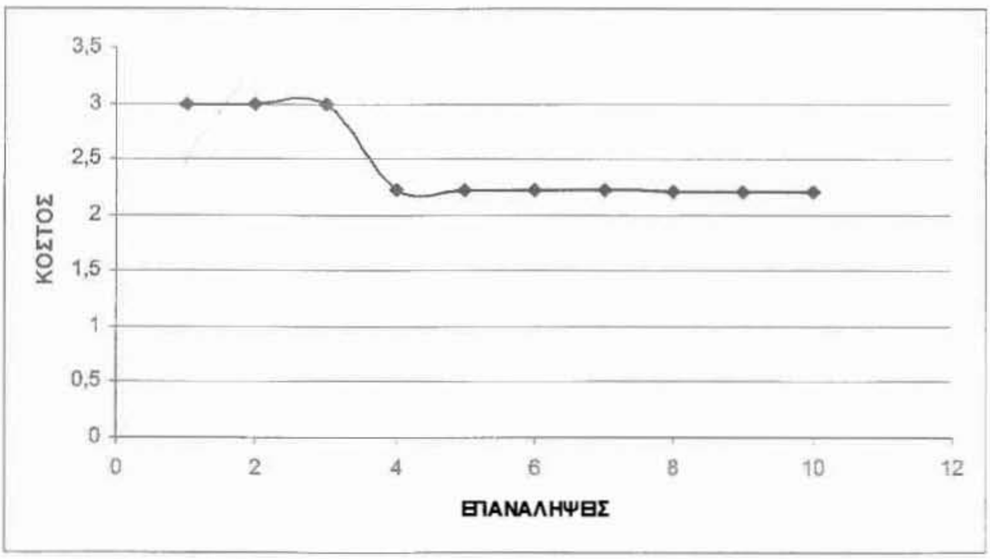


Διάγραμμα 7. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 7ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 8

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	2,9975
2	2,9985
3	2,9934
4	2,226
5	2,2173
6	2,2274
7	2,2215
8	2,206
9	2,2016
10	2,2051

Πίνακας 9. Αποτελέσματα $8^{ου}$ σεναρίου

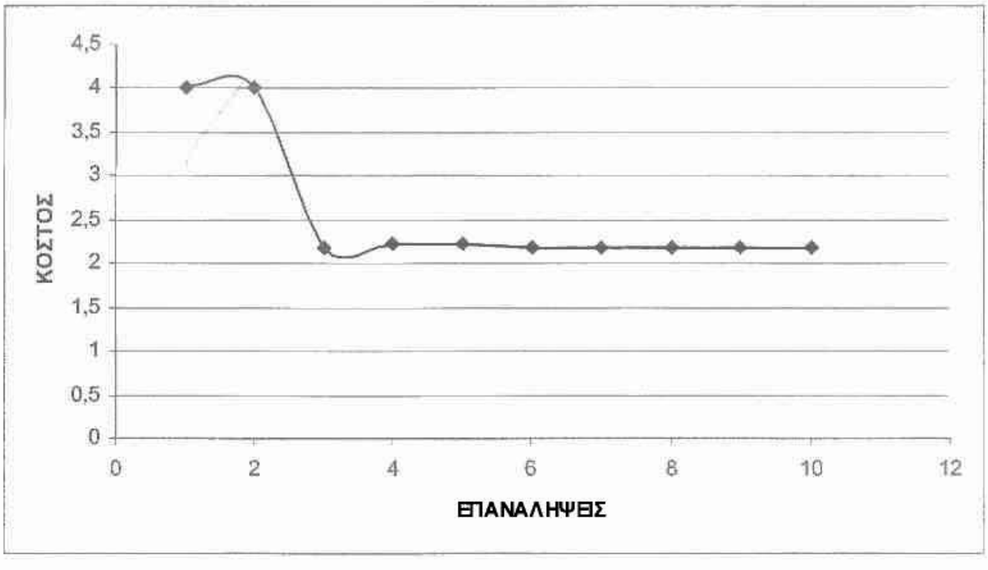


Διάγραμμα 8. Διάγραμμα αποτελεσμάτων $8^{ου}$ σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 9

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	4,0005
2	4,0029
3	2,1841
4	2,2235
5	2,2239
6	2,1818
7	2,1802
8	2,1828
9	2,1881
10	2,1927

Πίνακας 10. Αποτελέσματα 9ου σεναρίου

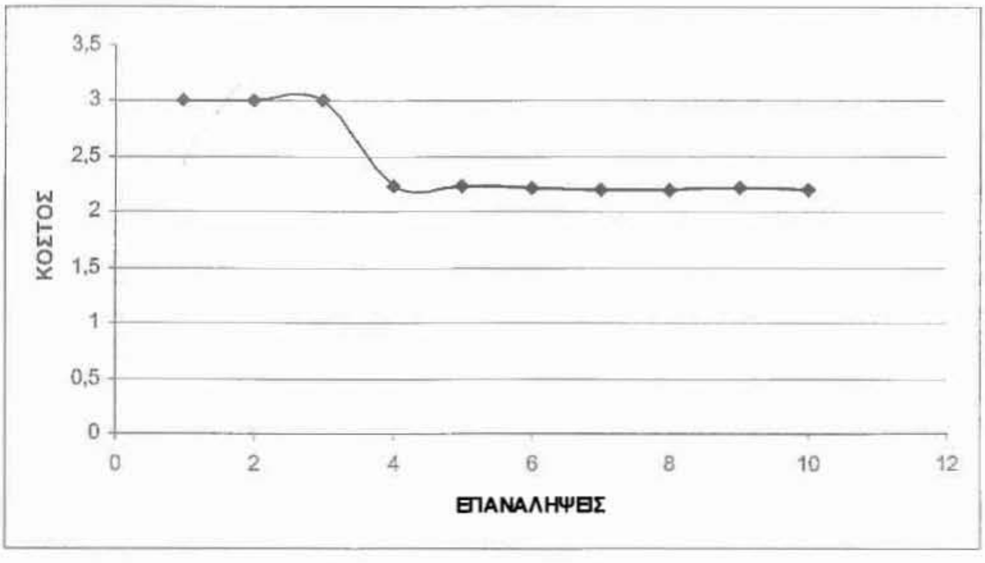


Διάγραμμα 9. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 9ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 10

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	3,0053
2	3,0001
3	3,0045
4	2,2336
5	2,2256
6	2,223
7	2,207
8	2,2051
9	2,2089
10	2,205

Πίνακας 11. Αποτελέσματα 10ου σεναρίου

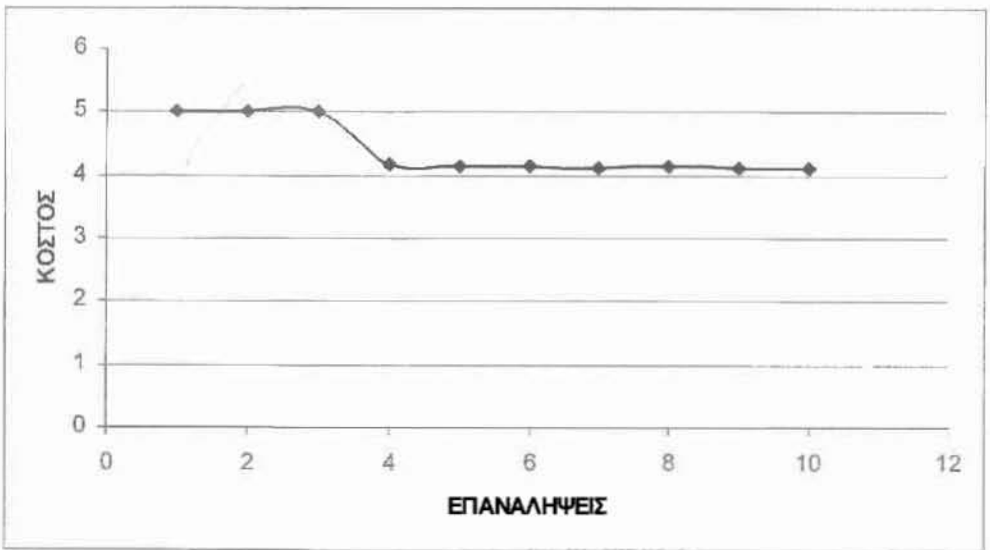


Διάγραμμα 10. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 10ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 11

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	4,9959
2	5,0046
3	4,9963
4	4,171
5	4,1345
6	4,1308
7	4,1155
8	4,1305
9	4,1231
10	4,1123

Πίνακας 12. Αποτελέσματα 11ου σεναρίου

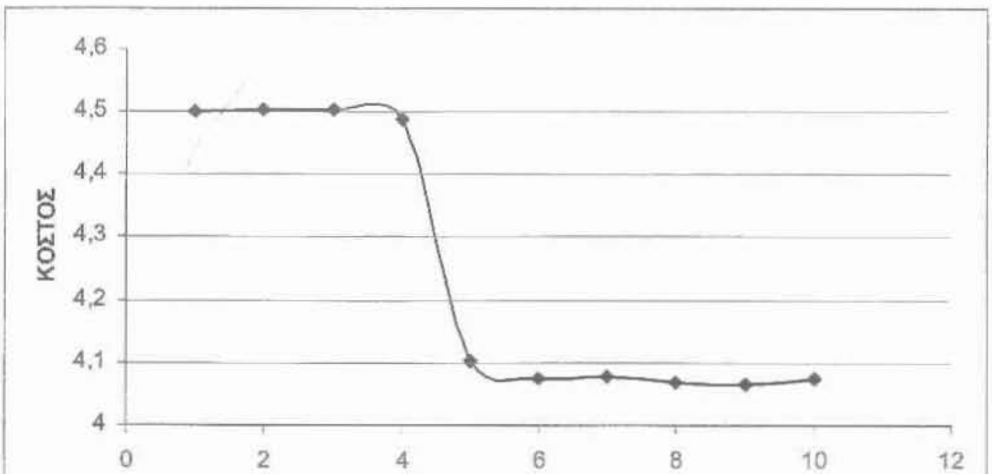


Διάγραμμα 11. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 11ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 12

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	4,5012
2	4,5022
3	4,5044
4	4,4876
5	4,1019
6	4,0759
7	4,0763
8	4,0699
9	4,0665
10	4,0756

Πίνακας 13. Αποτελέσματα 12ου σεναρίου

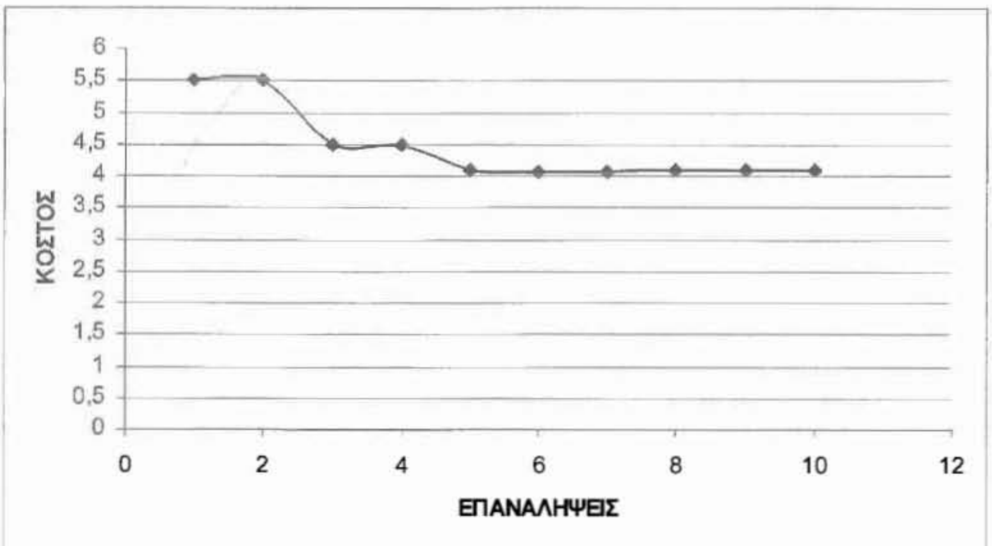


Διάγραμμα 12. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 12ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 13

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	5,4996
2	5,4961
3	4,505
4	4,5031
5	4,0958
6	4,0674
7	4,076
8	4,0787
9	4,0787
10	4,077

Πίνακας 14. Αποτελέσματα 13ου σεναρίου

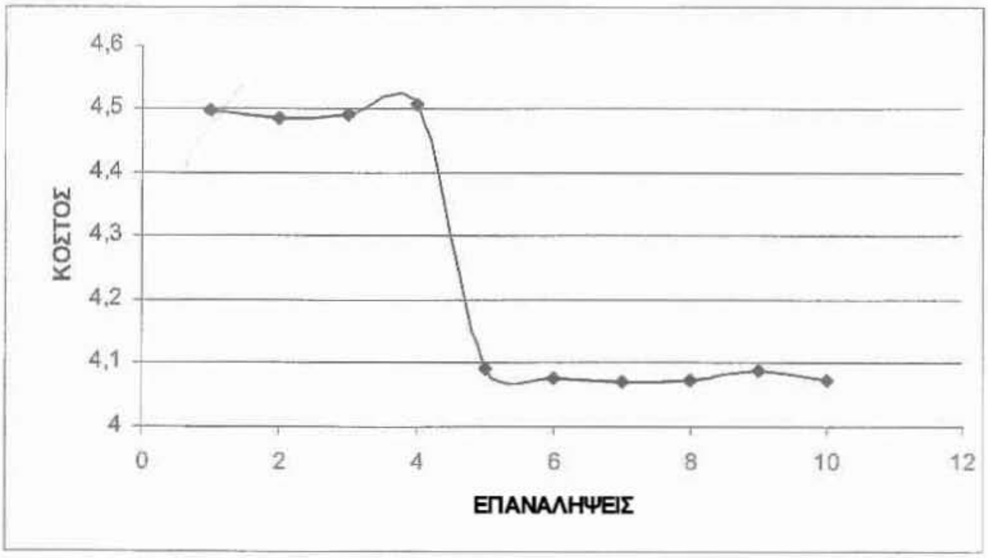


Διάγραμμα 13. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 13ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 14

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	4,4994
2	4,4875
3	4,4938
4	4,5085
5	4,0923
6	4,0774
7	4,0697
8	4,0725
9	4,0893
10	4,0752

Πίνακας 15. Αποτελέσματα 13ου σεναρίου

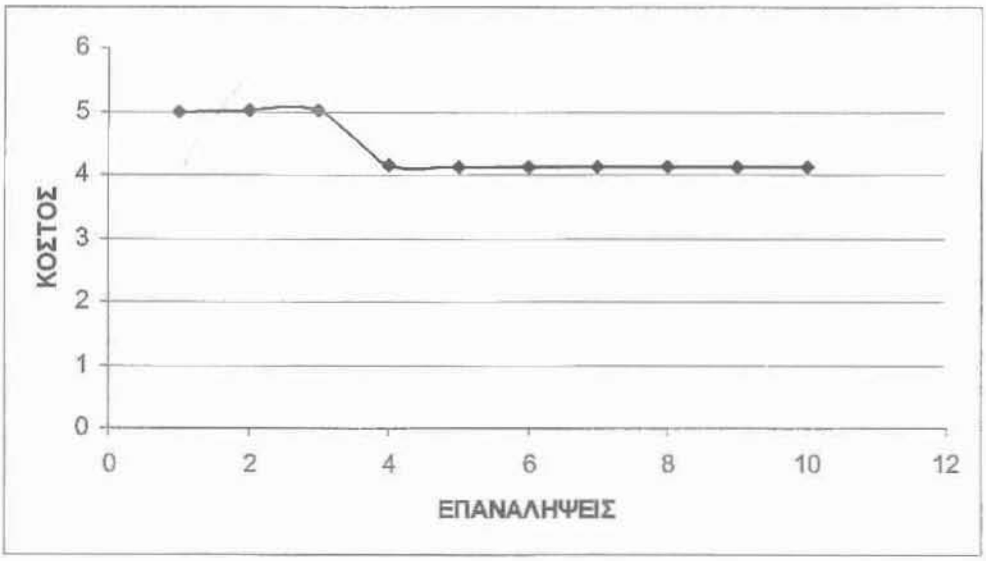


Διάγραμμα 14. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 14ου σεναρίου

ΣΕΝΑΡΙΟ 15

Επανάληψη	Μέσο προσδοκώμενο κόστος από τον ευρετικό αλγόριθμο
1	4,9998
2	5,0031
3	5,0019
4	4,1644
5	4,1171
6	4,1225
7	4,1244
8	4,1133
9	4,1177
10	4,1169

Πίνακας 16. Αποτελέσματα 14ου σεναρίου



Διάγραμμα 15. Διάγραμμα αποτελεσμάτων 15ου σεναρίου

4.3 Σύγκριση ευρετικού αλγόριθμου με τα αποτελέσματα της βέλτιστης λύσης

Περίπτωση	Σενάριο ζήτησης	Ακριβής αλγόριθμος		Ευρετικός αλγόριθμος		Ποσοστιαίο σφάλμα, %
		Επαναλήψεις	Κόστος	Επαναλήψεις	Κόστος	
1	C,C,C,C	28	3,004	10	3,1456	4,501
2	B,D,C,C	49	2,978	10	3,1375	5,083
3	D,B,B,D	49	2,535	10	3,1414	19,303
4	B,D,B,D	48	2,418	10	3,1378	22,939
5	C,C,B,D	48	2,513	10	3,1509	20,245
6	D,D,B,B	48	2,181	10	2,1922	0,51
7	E,B,B,B	48	2,199	10	2,2021	0,14
8	B,E,A,B	107	2,140	10	2,2051	2,95
9	D,D,A,C	108	2,082	10	2,1927	5,04
10	B,E,C,A	107	2,141	10	2,205	2,9
11	B,B,B,E	47	2,715	10	4,1123	33,978
12	A,C,D,D	37	2,925	10	4,0756	28,231
13	C,A,B,E	47	2,731	10	4,077	33,014
14	A,C,B,E	48	2,619	10	4,0752	35,733
15	B,B,D,D	25	2,965	10	4,1169	27,979

Πίνακας 17. Πίνακας σύγκρισης ακριβούς και ευρετικού αλγορίθμου και ποσοστιαίο σφάλμα.

Από τον πίνακα σύγκρισης του ακριβούς αλγόριθμου με τον ευρετικό παρατηρούμε τα εξής:

1. Ο ευρετικός αλγόριθμος σταματάει σε όλα τα σενάρια στις ελάχιστες επαναλήψεις που έχουμε θέσει, δηλαδή η σύγκλιση του κριτηρίου τερματισμού μπορεί να γίνεται και νωρίτερα. Ωστόσο με αυτόν τον αριθμό επαναλήψεων εξασφαλίζουμε καλύτερο αποτέλεσμα.
2. Οι επαναλήψεις που αφορούν τον ακριβή αλγόριθμο είναι σε όλα τα σενάρια περισσότερες. Οι λιγότερες επαναλήψεις είναι 25 και αφορούν την περίπτωση 15 ενώ οι περισσότερες είναι 108 και αφορούν την περίπτωση 9. Συνεπώς ο ευρετικός αλγόριθμος είναι σαφέστατα αρκετά πιο γρήγορος από τον ακριβή.
3. Το ποσοστιαίο σφάλμα ανάμεσα στους δύο αλγόριθμους ξεκινάει από 0,14% στην περίπτωση 7 και φτάνει ως 35,773% στην περίπτωση 14. Παρατηρώντας το ποσοστιαίο σφάλμα σε όλες τις περιπτώσεις συμπεραίνουμε ότι σε κάποιες περιπτώσεις οι δύο λύσεις είναι αρκετά κοντά ενώ σε κάποιες άλλες υπάρχει μία σχετική απόκλιση. Ωστόσο από ότι φαίνεται οι λύσεις που προκύπτουν από τον ευρετικό αλγόριθμου δεν μας οδηγούν από την μία σε λάθος συμπεράσματα ενώ από την άλλη μας δίνει την δυνατότητα να ολοκληρώσουμε την διαδικασία πολύ γρηγορότερα

5 ΣΥΝΟΨΗ, ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

5.1 Σύνοψη, αποτελέσματα και προτάσεις

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύξαμε έναν ευρετικό αλγόριθμο μέσω του οποίου επιλύσαμε το πρόβλημά μας. Έχοντας στην διάθεση μας τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος με δυναμικό προγραμματισμό καταλήξαμε σε ορισμένα συμπεράσματα και έγιναν κάποιες συγκρίσεις. Το γενικό συμπέρασμα της εργασίας είναι ότι ο ευρετικός αλγόριθμος έχει σαφώς γρηγορότερη επίλυση από τον δυναμικό προγραμματισμό σε όλα τα σενάρια που χρησιμοποιήθηκαν. Ωστόσο υπάρχουν περιπτώσεις όπου η απόκλιση των δύο λύσεων θα μπορούσε να χαρακτηριστεί μεγάλη, αφού σε ορισμένα σενάρια αγγίζει το 35% ενώ σε άλλα σενάρια η απόκλιση είναι σχεδόν μηδενική.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Anupindi, R., Tayur, S., (1998). Managing stochastic multiproduct systems: model, measures, and analysis. Operations Research 46 (3) S98-S111.

Bourland, K.E., Yano, C.A., (1994). The strategic use of capacity slack in the economic lot scheduling problem with random demand. Management Science 40 (12) 1690-1704.

Chase, C., Serrano, J., Ramadge, P.J., (1993). Periodicity and chaos from switched flow systems: Contrasting examples of discretely controlled continuous systems. IEEE Transactions on Automatic Control 38 (1) 70-83.

Elhafsi, M., Bai, S.X., (1997). Optimal and near-optimal control of a two-part-type stochastic manufacturing system with dynamic setups. Production and Operations Management 6 (4) 419-438.

Elmaghraby, S.E. (1978). The economic lot scheduling problem (ELSP): Review and extensions. *Management Science* 24 (6) 587-598.

Federgruen, A., Katalan, Z., (1996). The stochastic economic lot scheduling problem: cyclical base stock policies with idle times. Management Science 42 (6) 783-796.

Fransoo, J.C., Sridharan, V., Bertrand, J.W.M., (1995). A hierarchical approach for capacity coordination in multiple products single-machine production systems with stationary stochastic demands. European Journal of Operational Research 86 (1) 57-72.

Gallego, G., (1990). Scheduling the production of several items with random demands in a single facility. Management Science 36 (12) 1579-1592.

Gallego, G., (1994). When is a base stock policy optimal in recovering disrupted cyclic schedules? Naval Research Logistics 41 (1) 317-333.

Graves, S.C. (1980). The multi-product production cycling problem. *AIIE Transactions* 12 (3) 233-240.

Karmarkar, U.S., Yoo., J., (1994). The stochastic dynamic product cycling problem. *European Journal of Operational Research* 73 360-373.

Kimemia, J.G., Gershwin, S.B. (1983). An algorithm for the computer control of production in flexible manufacturing systems. IIE Transactions 15 (4), 353-362.

Leachman, R.C., Gascon, A., (1988). A heuristic scheduling policy for multi-item, single-machine production systems with time-varying, stochastic demands. *Management Science* 34 (3) 377-390.

Liberopoulos, G., Kozanidis, G. Hatzikonstantinou, O., (2009). Production scheduling of a multi-grade PET resin plant. Computers and Chemical Engineering (in press: doi:10.1016/j.compchemeng.2009.05.017).

Liberopoulos, G., Caramanis, M., (1997). Numerical investigation of optimal policies for production flow control and set-up scheduling: lessons from two-part-type failure prone FMSs. International Journal of Production Research 35 (8), 2109-2133.

Markowitz, D.M., Reiman, M.I., Wein, L.M., (2000). The stochastic economic lot scheduling problem: heavy traffic analysis of dynamic cyclic policies. Operations Research 48 (1) 136-154.

Markowitz, D.M., Wein, L.M., (2001). Heavy traffic analysis of dynamic cyclic policies: a unified treatment of the single machine scheduling problem. Operations Research 49 (2) 246-270.

Qiu, J., Loulou., R., (1995). Multiproduct production/inventory control under random demands. *IEEE Transactions on Automatic Control* 40 (2) 350-356.

Salomon, M., (1991). Deterministic lotsizing models for production planning. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer-Verlag, Berlin.

Sharifnia, A., Caramanis, M., Gershwin, S.B. (1991). Dynamic setup scheduling and flow control in manufacturing systems. Discrete Event Dynamic Systems 1 (2) 149-175.

Sox, C.R., Jackson, P.L., Bowman, A., Muckstadt, J.A., (1999). A review of the stochastic lot scheduling problem. *International Journal of Production Economics* 62 (3) 181-200.

Sox, C.R., Muckstadt, J.A., (1997). Optimization-based planning for the stochastic lot-sizing problem. *IIE Transactions* 29 (5) 349-357.

Vergin, R.C., Lee, T.N., (1978). Scheduling rules for the multiple product single-machine system with stochastic demand. *INFOR* 16 (1) 64-73.

Winands, E.M.M., Adan, I.J.B.F., van Houtum, G.J., (2005). The stochastic economic lot scheduling problem: A survey. Working Paper. Beta Research School for Operations Management and Logistics, Technical University of Eindhoven.

Zipkin, P.H., (1986). Models for design and control of stochastic multi-item batch production systems. Operations Research 34 (1) 91-104.

Χατζηκωνσταντίνου Ολυμπία (2009). Βέλτιστη επιλογή μεγέθους παρτίδας και χρονικός προγραμματισμός συστήματος παραγωγής πολλαπλών προϊόντων με 2 σειριακά στάδια αποθήκευσης και τυχαία ζήτηση. Μεταπτυχιακή εργασία.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΕΥΡΕΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

```
load('C:\Documents and Settings\Master
user\Desktop\work\STORAGE\SENARIO15\DATA_STOR_15.mat')

BIG=100000;
n11=1;
X11=1;
X21=1;
Y11=1;
Y21=1;
X=10;
Y=10;
CC=1;
CS=1;
LS=1;
HC=1;
QMAX=0;

for y1=0:Y
    for y2=0:(Y-y1)
        for x1=0:X
            for x2=0:(X-x1)
                for n=1:2
                    V(n,x1+1,x2+1,y1+1,y2+1)=0;
                end
            end
        end
    end
end


%MAIN LOOP
cont=1;
count=0;
tic
cost=0;

while cont==1|count<10
    count=count+1
    costp=cost;


    for x1=0:X
        for x2=0:X-x1
            xx=[x1 x2];
            PROD1=min(PMAX,X-x1-x2);
            CX=CS*(PMAX-PROD1);

            for y1=0:Y
                for y2=0:(Y-y1)
                    yy=[y1 y2];
                    PROD2=min(QMAX,Y-y1-y2);
                    for n=1:2
                        C=BIG;
                        for m=1:2
```

```
                                C1=CX+CC*(m~=n);
                                for l=0:3
                                    C2=C1;
                                    for d1=1:DIM(1)
                                        for d2=1:DIM(2)
                                            dd(1)=DD(1,d1);
                                            dd(2)=DD(2,d2);

                                            for j=1:2
                                                p1=PROD1*(j==n);
                                                p2=PROD2*(j==l);
                                                xc(j)=xx(j)+p1-dd(j);
                                                xb(j)=max(0,xc(j));
                                                xa(j)=max(xb(j)-p2,0);
                                                C2=C2+LS*max(0,-
xc(j))*PP(1,d1)*PP(2,d2);
                                            end
                                            for d3=1:DIM(3)
                                                for d4=1:DIM(4)
                                                    db(1)=DD(3,d3);
                                                    db(2)=DD(4,d4);
                                                    for j=1:2
                                                        p2=PROD2*(j==l);

yb(j)=yy(j)+min(p2,xb(j))-db(j);
                                                        ya(j)=max(0,yb(j));
                                                        %C2=C2+(LS*max(0,-
yb(j)))*PP(1,d1)*PP(2,d2)*PP(3,d3)*PP(4,d4);
                                                        C2=C2+(LS*max(0,-
yb(j))+HC*ya(j))*PP(1,d1)*PP(2,d2)*PP(3,d3)*PP(4,d4);
                                                    end

C2=C2+V(m,xa(1)+1,xa(2)+1,ya(1)+1,ya(2)+1)*PP(1,d1)*PP(2,d2)*PP(3,d3)*P
P(4,d4);
                                                end
                                            end
                                        end
                                    end
                                    if C2<C
                                        C=C2;
                                        W(n,x1+1,x2+1,y1+1,y2+1)=C;
                                        U1(n,x1+1,x2+1,y1+1,y2+1)=m;
                                        U2(n,x1+1,x2+1,y1+1,y2+1)=l;
                                    end
                                end
                            end
                        end
                    end
                end
            end
        end

[cost,tsim,C1,C2,CC3,CC4]=SIM_STOR(X,PMAX,Y,QMAX,U1,U2,DD,PP,DIM,CC,CS,
LS,HC,N,100000);
    cost
    if abs(cost-costp)>0.01*cost
        cont=1;
```

```
    else
        cont=0;
    end
    VMIN=BIG;
    VMAX=-BIG;
    for n=1:2
        for x1=1:X+1
            for x2=1:X+2-x1
                for y1=1:Y+1
                    for y2=1:Y+2-y1
                        temp=V(n,x1,x2,y1,y2);
                        V(n,x1,x2,y1,y2)=W(n,x1,x2,y1,y2)-
W(n11,X11,X21,Y11,Y21);
                       % VDIFF1=V(n,x1,x2,y1,y2)-temp;
                       % if VDIFF1<VMIN
                       %    VMIN=VDIFF1;
                       % end
                       % if VDIFF1>VMAX
                       %     VMAX=VDIFF1;
                       % end
                    end
                end
            end
        end
    end

    %if abs(VMAX-VMIN)>e*W(n11,X11,X21,Y11,Y21)
    %    cont=1;
    %else
    %    cont=0;
    %end
    %aa=abs(VMAX-VMIN)
    %bb=W(n11,X11,X21,Y11,Y21)
    %cc=e*W(n11,X11,X21,Y11,Y21)


end
tt=toc
```

ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ (SIM_STOR):

- Αναλυτικός αλγόριθμος προσομοίωσης

```
function
[CTOT,tsim,C1,C2,CC3,CC4]=SIM_STOR(X,PMAX,Y,QMAX,U1,U2,DD,PP,DIM,CC
,CS,LS,HC,N,T);
CP = [zeros(N,1) cumsum(PP,2)];
C1 = 0;         % change cost
C2 = 0;         % spilover cost
CC3(1:2) = 0;  % lost sales cost in silo
CC4(1:2) = 0;  % holding cost + lost sales cost in warehouse
CTOT = 0;
% Initial state
n = 2;
x = [2 2];
y = [2 2];
tic
for t=1:T
    m = U1(n,x(1)+1,x(2)+1,y(1)+1,y(2)+1);
    l = U2(n,x(1)+1,x(2)+1,y(1)+1,y(2)+1);
    PROD1 = min(PMAX, X - sum(x));
   PROD2 = min(QMAX, Y - sum(y));
   p1 = PROD1*([1 2]==n);
   p2 = PROD2*([1 2]==l);
   C1 = C1 + CC*(m~=n);
   C2 = C2 + CS*(PMAX - PROD1);
   % Generate random indices to the demand vector
   TT=sum(bsxfun(@gt,rand(N,1),CP),2);
   for i=1:N
      D(i)=DD(i,TT(i));
   end
   xc = x + p1 - D(1:2);
   xb = max(0, xc);
   x = max(xb - p2,0);
   CC3 = CC3 - LS*bsxfun(@times,xc<0,xc);
     yb = y + min(p2,xb)-D(3:4);
   y = max(0, yb);
   CC4 = CC4 - LS*bsxfun(@times,yb < 0,yb) + HC*y;
    n = m;
end
CTOT = (C1 + C2 + sum(CC3) + sum(CC4))/t;
tsim=toc;
```