



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

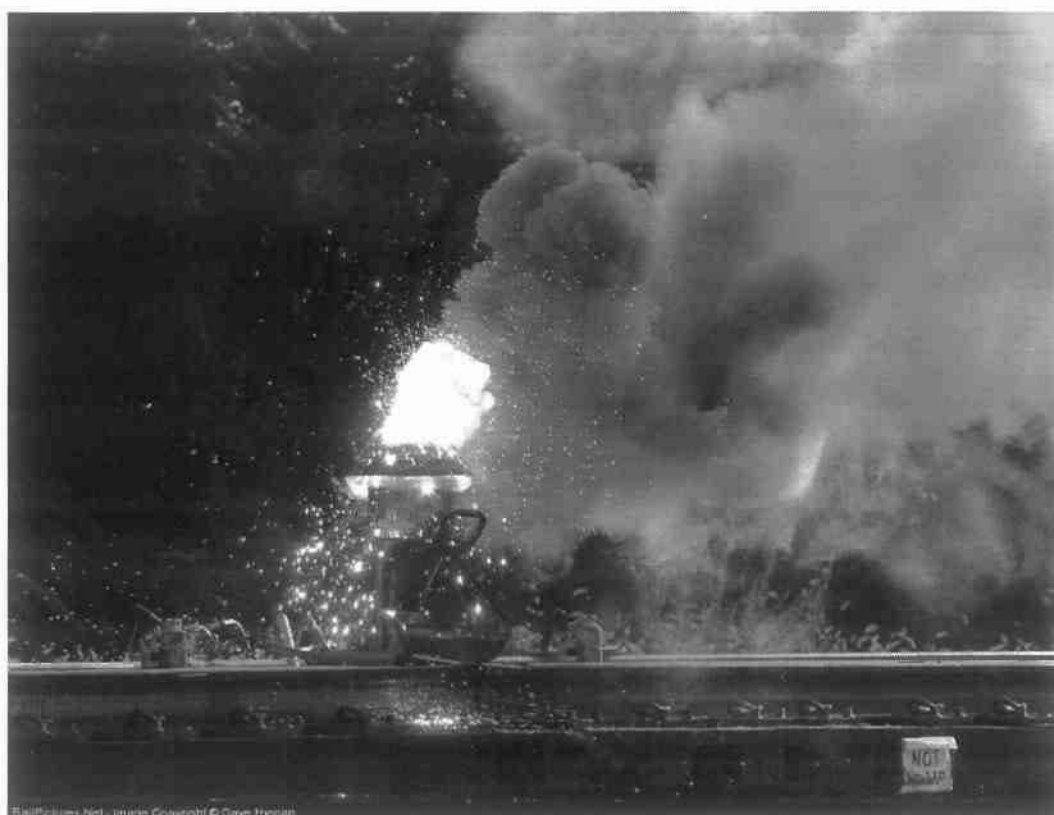
Διπλωματική Εργασία

**ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ ΣΕ
ΣΥΓΚΟΛΛΗΣΕΙΣ ΜΕ ΑΚΙΝΗΤΕΣ ΠΗΓΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ**

υπό

Μπαμπίλη Γεωργίου

Επιβλέπων καθηγητής: **Δρ. Γρηγόρης Χαϊδεμενόπουλος**



Βόλος, Σεπτέμβριος 2010



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 8949/1
Ημερ. Εισ.: 11-10-2010
Δωρεά: Συγγραφέα
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜ
2010
ΜΠΑ

*Φωτογραφία εξωφύλλου: Αλουμινοθερμική συγκόλληση σιδηροτροχιών

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

© 2010 Γεώργιος Μπαμπίλης

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή

| | |
|---------------------------------|--|
| Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) | Δρ. Γρηγόριος Ν. Χαϊδεμενόπουλος, Καθηγητής Φυσικής Μεταλλουργίας - Ανάπτυξης Κραμάτων & Σύγχρονων Κατεργασιών, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας |
| Δεύτερος Εξεταστής | Δρ. Νικόλαος Αράβας, Καθηγητής Υπολογιστικής Μηχανικής των Κατασκευών, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας |
| Τρίτος Εξεταστής | Δρ. Άννα Ζερβάκη, Μεταλλουργός Μηχανικός, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας |

ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΑΥΣΕΙΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ ΣΕ ΣΥΓΚΟΛΛΗΣΕΙΣ ΜΕ ΑΚΙΝΗΤΕΣ ΠΗΓΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

Μπαμπίλης Γεώργιος

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2010

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Γρηγόριος Χαϊδεμενόπουλος, Καθηγητής Φυσικής Μεταλλουργίας - Ανάπτυξης Κραμάτων & Σύγχρονων Κατεργασιών

Περίληψη

Ο προσδιορισμός της θερμοκρασιακής κατανομής σε μία συγκόλληση είναι προϋπόθεση για την κατανόηση των μηχανικών και των μεταλλουργικών επιδράσεων που διαμορφώνουν τη μηχανική συμπεριφορά της συγκόλλησης. Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε η εφαρμογή αναλυτικών λύσεων από τη βιβλιογραφία για τον προσδιορισμό των θερμοκρασιακών κατανομών σε συγκολλήσεις με ακίνητες πηγές θερμότητας. Εξετάστηκαν τέσσερις περιπτώσεις: (α) η έναυση τόξου στο βασικό μέταλλο (arc strikes), (β) οι σημειακές συγκολλήσεις (spot welding), (γ) οι αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις (thermit welding) και (δ) οι συγκολλήσεις τριβής (friction welding). Αναπτύχθηκαν αντίστοιχοι κώδικες Mathematica για τον υπολογισμό τόσο του θερμοκρασιακού πεδίου όσο και των επιδράσεων των συνθηκών συγκόλλησης. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατό να εκτιμηθεί προσεγγιστικά, η επίδραση των συνθηκών, γεγονός που βοηθά σημαντικά τον σχεδιασμό των συγκολλήσεων.

Ευχαριστίες

Πρώτα από όλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Γρηγόριο Ν. Χαϊδεμενόπουλο για την βοήθεια και καθοδήγηση του, παρόλη την απόσταση που είχαμε, για να έρθει σε πέρας η εργασία. Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, κ. Νικόλαο Αράβα και κα. Άννα Ζερβάκη για το χρόνο που αφιέρωσαν στην ανάγνωση και εξέταση της. Θέλω να ευχαριστήσω τον κ. Κωνσταντίνο Μαλλιάρο για την πολύτιμη βοήθεια του κατά τη διάρκεια της προηγούμενης προσπάθειας μου. Ευχαριστώ τους συναδέλφους μου, Ειρήνη Κουτάντου και Άρη Καμπάνη τόσο για τις υποδείξεις τους σε διάφορα θέματα που αφορούσαν τον προγραμματισμό σε Mathematica όσο και για τη βοήθεια τους στη διευθέτηση ζητημάτων της σχολής που λόγω απόστασης δε μπορούσα να επιληφθώ ο ίδιος. Πρέπει να ευχαριστήσω τους φίλους μου Γεώργιο Καραφυλλιά και Αναστάσιο Μ. Χιδερίδη για τη βοήθεια, στήριξη και συμπαράσταση τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μας. Ευχαριστώ τα αδέρφια μου, Κωνσταντίνα, Παναγιώτη, Άννα και Ευδοκία Μπαμπίλη για την κατανόηση και ανέχεια που μου έδειξαν ειδικά τον τελευταίο καιρό της προσπάθειας μου. Τέλος είμαι ευγνώμων στους γονείς μου π. Δημήτριο και Μαρία Μπαμπίλη για την αγάπη και ατελείωτη υποστήριξη τους όλα αυτά τα χρόνια σε όλους τους τομείς της ζωής μου. Η διπλωματική εργασία αφιερώνεται στην οικογένεια μου.

Γεώργιος Μπαμπίλης
Βόλος 2010

Περιεχόμενα

| | | |
|-------|--|----|
| 1. | ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 1 |
| 1.1 | Αντικείμενο της εργασίας | 1 |
| 1.2 | Εξίσωση μετάδοσης θερμότητας | 1 |
| 1.3 | Θερμικές ιδιότητες μετάλλων και κραμάτων | 2 |
| 2. | ΑΚΙΝΗΤΕΣ ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ | 4 |
| | Γενικά | 4 |
| 2.1 | Έναυση τόξου στο βασικό μέταλλο | 7 |
| 2.1.1 | Γενικά | 7 |
| 2.1.2 | Μοντέλο | 8 |
| 2.1.3 | Παράδειγμα (1.1) | 11 |
| 2.1.4 | Επιδράσεις παραμέτρων | 13 |
| 2.2 | Σημειακές Συγκολλήσεις | 19 |
| 2.2.1 | Γενικά | 19 |
| 2.2.2 | Μοντέλο | 24 |
| 2.2.3 | Παράδειγμα (1.2) | 27 |
| 2.2.4 | Επιδράσεις παραμέτρων | 28 |
| 2.3 | Αλουμινοθερμικές Συγκολλήσεις | 38 |
| 2.3.1 | Γενικά | 38 |
| 2.3.2 | Μοντέλο | 41 |
| 2.3.3 | Παράδειγμα (1.3) | 44 |
| 2.3.4 | Επιδράσεις παραμέτρων | 45 |
| 2.4 | Συγκολλήσεις τριβής | 49 |
| 2.4.1 | Γενικά | 49 |
| 2.4.2 | Μοντέλο | 52 |
| 2.4.3 | Παράδειγμα (1.4) | 57 |
| 2.4.4 | Επιδράσεις παραμέτρων | 57 |
| 3. | ΣΧΟΛΙΑ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ | 63 |
| 4. | ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ | 64 |
| 5. | ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ | 65 |
| 6. | ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ | 67 |

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο προσδιορισμός της θερμοκρασιακής κατανομής σε μία συγκόλληση αποτελεί προϋπόθεση για τη μελέτη της μεταλλουργίας των συγκολλήσεων. Κατά τη διάρκεια των συγκολλήσεων οι μετασχηματισμοί φάσεων πραγματοποιούνται σε διάστημα δευτερολέπτων και σε πολύ μικρό όγκο μετάλλου εκεί όπου οι θερμικές καταστάσεις είναι πολύ διαφορετικές από αυτές που προηγούνται της παραγωγής, χύτευσης και έλασης των μετάλλων και των κραμάτων.

Από πρακτική άποψη η αναλυτική προσέγγιση στη λύση των προβλημάτων ροής θερμότητας στις συγκολλήσεις πολλές φορές είναι προτιμότερη, καθώς αυτό κάνει εφικτή την άντληση σχετικά απλών εξισώσεων που παρέχουν τις απαραίτητες βάσεις για την κατανόηση του μοτίβου θερμοκρασίας - χρόνου. Ωστόσο, εξαιτίας της πολυπλοκότητας των φαινομένων ροής θερμότητας, είναι απαραίτητο να ελεγχθεί η εγκυρότητα τέτοιων προβλέψεων μέσω αξιόπιστων δεδομένων που έχουν παραχθεί από αριθμητικές υπολογισμούς και εργαστηριακές μετρήσεις. Παρόλο που τα αναλυτικά μοντέλα στερούνται, λόγω πολυάριθμων απλοποιημένων υποθέσεων, ποσοτικής ακρίβειας, παρέχουν όμως αρκετά ακριβή ποιοτική εικόνα του θερμικού - θερμοκρασιακού χάρτη των συγκολλήσεων.

1.1 Αντικείμενο της εργασίας

Στην παρούσα εργασία εξετάστηκαν οι αναλυτικές λύσεις σε συγκολλήσεις με ακίνητες θερμικές πηγές, αφού πρώτα αδιαστατοποιήθηκαν αρκετές ομάδες παραγόντων ώστε να απλοποιηθεί κατά πολύ ο μεγάλος αριθμός μεταβλητών. Προέκυψε με αυτό τον τρόπο μία αρκετά χρήσιμη πηγή πληροφοριών και διαγραμμάτων για την κατανόηση των φαινομένων που λαμβάνουν μέρος κατά τη διάρκεια αυτού του είδους συγκολλήσεων. Τα αναλυτικά μοντέλα επιλύθηκαν με το λογισμικό Mathematica. Με αυτή τη μορφή επιτυγχάνεται η μελέτη της κάθε μεθόδου συγκόλλησης σε βάθος και η κατάλληλη εξαγωγή συμπερασμάτων - αποτελεσμάτων για την επίδραση διάφορων συνθηκών στην εκάστοτε μέθοδο με αποτέλεσμα τον καλύτερο σχεδιασμό της. Εξετάστηκε λοιπόν η συμπεριφορά διάφορων παραμέτρων των μοντέλων ανάλογα με τη διαφοροποίηση των συνθηκών που επηρεάζουν το κάθε είδος συγκόλλησης και οπτικοποιήθηκαν τα αποτελέσματα σε μορφή διαγραμμάτων. Όλα τα μοντέλα βασίστηκαν στο βιβλίο Metallurgical Modelling of Welding του Øystein Grong [1]. Οι συγκολλήσεις με ακίνητες θερμικές πηγές που εξετάστηκαν είναι οι εξής:

- i. Έναυση τόξου στο βασικό μέταλλο (arc strikes)
- ii. Σημειακές συγκολλήσεις (spot welding)
- iii. Αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις (thermit welding)
- iv. Συγκολλήσεις τριβής (friction welding)

1.2 Εξίσωση μετάδοσης θερμότητας

Οι θερμικές απώλειες από τις ελεύθερες επιφάνειες από την ακτινοβολία και τη συναγωγή είναι συνήθως αμελητέες στις συγκολλήσεις οπότε η κατανομή θερμοκρασίας μπορεί γενικά να βρεθεί από τις θεμελιώδεις διαφορικές εξισώσεις αγωγής θερμότητας στα στερεά. Για μονοδιάστατη θερμική αγωγή η εξίσωση είναι:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1-1)$$

όπου T η θερμοκρασία, t ο χρόνος, x η κατεύθυνση ροής θερμότητας και a η θερμοδιαχυτότητα. Η θερμοδιαχυτότητα συσχετίζεται με την θερμική αγωγιμότητα λ και τη θερμοχωρητικότητα ρc μέσω της εξίσωσης:

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (1-2)$$

Για δισδιάστατη και τρισδιάστατη θερμική αγωγή προκύπτει:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (1-3)$$

και

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (1-4)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις πρέπει να ικανοποιούνται από τις λύσεις των προβλημάτων θερμικής αγωγής αλλά για δεδομένες αρχικές και συνοριακές συνθήκες θα υπάρχει μία και μοναδική λύση.

1.3 Θερμικές ιδιότητες μετάλλων και κραμάτων

Μία βασική προϋπόθεση για τη λήψη απλών αναλυτικών λύσεων από τις διαφορικές εξισώσεις θερμοροής είναι ότι οι θερμικές ιδιότητες του βασικού μετάλλου είναι ανεξάρτητες της θερμοκρασίας. Για τα περισσότερα μέταλλα και κράματα αυτό είναι μία μη ρεαλιστική υπόθεση αφού τα λ , a και ρc μπορεί να μεταβάλλονται σημαντικά με τη θερμοκρασία. Επιπλέον οι θερμικές ιδιότητες εξαρτώνται από τη χημική σύσταση και τη θερμική ιστορία του βασικού μετάλλου γεγονός που περιπλέκει αρκετά την κατάσταση. Παραβλέποντας τέτοιες επιδράσεις στα μοντέλα θερμοροής, επιβάλλονται διάφοροι περιορισμοί στην εφαρμογή των αναλυτικών λύσεων.

Παρόλα αυτά, η εμπειρία δείχνει ότι αυτά τα προβλήματα λύνονται με την επιλογή λογικών μέσων τιμών για τα λ , a και ρc σε συγκεκριμένο θερμοκρασιακό πεδίο. Ο Πίνακας 1.1 έχει συγκεντρωμένες όλες τις ιδιότητες μετάλλων και κραμάτων χρήσιμων στους υπολογισμούς και περαιτέρω στα προγράμματα που αναπτύσσονται στην παρούσα εργασία. Στον συγκεκριμένο πίνακα δεν περιέχεται διόρθωση για την απορροφόμενη θερμότητα από την τήξη των κύριων μετάλλων. Τέτοιες διορθώσεις μπορούν να επιτευχθούν μέσω της ρύθμισης του βαθμού απόδοσης της συγκόλλησης η μέχρι τη συσχέτιση των αποτελεσμάτων θεωρίας και πράξης (πειραματικά).

Πίνακας 1.1 Φυσικές ιδιότητες ορισμένων μετάλλων και κραμάτων [1]

| Material | λ (W mm ⁻¹ °C ⁻¹) | α (mm ² s ⁻¹) | ρc^{\dagger} (Jmm ⁻³ °C ⁻¹) | T_m (°C) | $H_m - H_o^{\dagger}$ (J mm ⁻³) | ΔH_m (J mm ⁻³) |
|----------------------|---|--|---|---------------|--|---------------------------------------|
| Carbon Steels | 0.040 | 8 | 0.005 | 1520 | 7.50 | 2.0 |
| Low Alloy Steels | 0.025 | 5 | 0.005 | 1520 | 7.50 | 2.0 |
| High Alloy Steels | 0.020 | 4 | 0.005 | 1500 | 7.40 | 2.0 |
| Titanium Alloys | 0.030 | 10 | 0.003 | 1650 | 4.89 | 1.4 |
| Aluminium (> 99% Al) | 0.230 | 85 | 0.0027 | 660 | 1.73 | 0.8 |
| Al-Mg-Si Alloys | 0.167 | 62 | 0.0027 | 652 | 1.71 | 0.8 |
| Al-Mg Alloys | 0.149 | 55 | 0.0027 | 650 | 1.70 | 0.8 |

† Δεν περιλαμβάνει τη λανθάνουσα θερμότητα τήξης (ΔH_m).

2. ΑΚΙΝΗΤΕΣ ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ

Γενικά

Η γενική ιδέα των μη κινούμενων θερμικών πηγών χρησιμοποιείται ευρέως στη θεωρία της θερμικής αγωγιμότητας. Οι λύσεις είναι βασισμένες στην υπόθεση ότι η θερμότητα απελευθερώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ με μία διαφορά αρχικής και στιγμιαίας θερμοκρασίας που τείνει στο άπειρο, είτε διαμέσου ενός επιπέδου (μονοδιάστατη αγωγή), είτε διαμέσου μίας γραμμής (δισδιάστατη αγωγή), είτε σε ένα σημείο (τριδιάστατη αγωγή).

Το υλικό εξωτερικά της θερμικής πηγής θεωρείται ότι επεκτείνεται στο $x=\pm\infty$ για μια επίπεδη πηγή σε μακριά ράβδο όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1α, στο $r=\infty$ για μια γραμμική πηγή σε πλατύ έλασμα (π.χ. λαμαρίνα) όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1β ή στο $R=\infty$ για μια σημειακή πηγή σε μια βαριά πλάκα (μεγάλου πάχους) όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1γ.

Αρχικές και συνοριακές συνθήκες συνοψίζονται ως εξής:

- $T-T_0 = \infty$ για $t=0$ και $x=0$ (εναλλακτικά $r=0$ και $R=0$)
- $T-T_0 = 0$ για $t=0$ και $x\neq 0$ (εναλλακτικά $r>0$ και $R>0$)
- $T-T_0 = 0$ για $0<t<\infty$ και $x=\pm\infty$ (εναλλακτικά $r=\infty$ και $R=\infty$)

Οι παρακάτω εξισώσεις ικανοποιούν τις (1-1), (1-3) και (1-4) και τις παραπάνω αρχικές και συνοριακές συνθήκες:

- i. Επίπεδη πηγή σε μακριά ράβδο (απείρου μήκους) - (Σχήμα 2.1α):

$$T - T_0 = \frac{Q}{A} \frac{1}{\rho c (4\pi a t)^{1/2}} e^{\left(\frac{-x^2}{4at}\right)} \quad (2-1)$$

όπου Q η καθαρή θερμική ισχύς εισόδου (ενέργεια) που απελευθερώνεται τη στιγμή $t=0$ και A = διατομή ράβδου.

- ii. Γραμμική πηγή σε πλατύ έλασμα (απείρου πλάτους) - (Σχήμα 2.1β):

$$T - T_0 = \frac{Q}{d} \frac{1}{\rho c (4\pi a t)^{1/2}} e^{\left(\frac{-r^2}{4at}\right)} \quad (2-2)$$

όπου d το πάχος του ελάσματος.

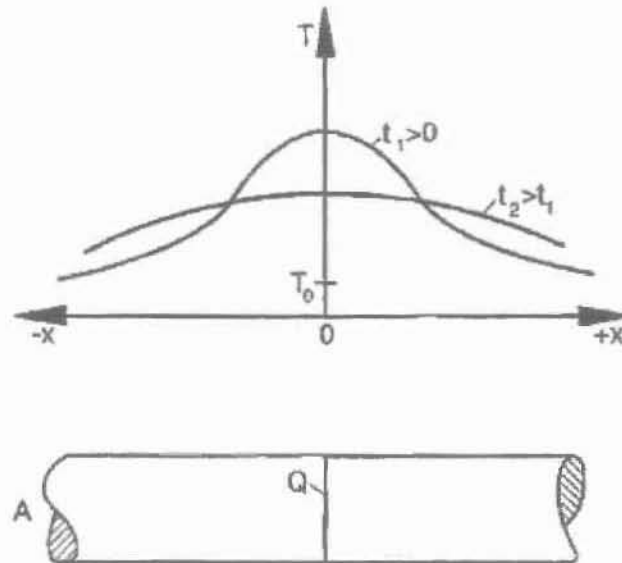
- iii. Σημειακή πηγή σε ημιάπειρη πλάκα (απείρου πάχους) - (Σχήμα 2.1γ):

$$T - T_0 = \frac{Q}{3} \frac{1}{\rho c (4\pi a t)^{3/2}} e^{\left(\frac{-R^2}{4at}\right)} \quad (2-3)$$

Οι εξισώσεις (2-1), (2-2) και (2-3) παρέχουν τις απαραίτητες βάσεις για μια περιεκτική θεωρητική μεταχείριση του φαινομένου της ροής θερμότητας στις συγκολλήσεις.

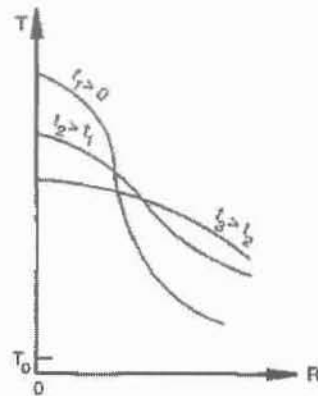
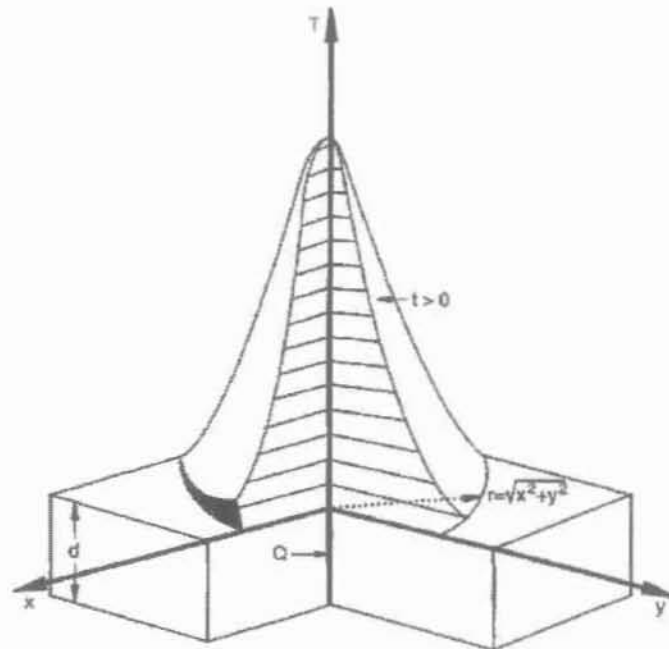
Οι λύσεις αυτές μπορούν να εφαρμοστούν κατευθείαν ή να χρησιμοποιηθούν σε ολοκληρωτική ή διαφορική μορφή. Παρακάτω θα αναλυθούν οι διάφορες περιπτώσεις των ακίνητων θερμικών πηγών και των μοντέλων τους.

α)

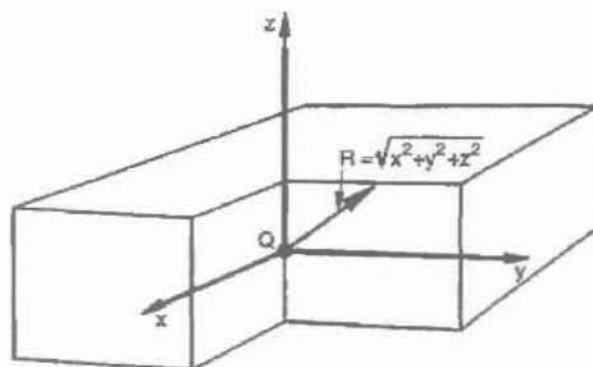


Σχήμα 2.1 Σχηματική αναπαράσταση μοντέλων ακίνητων θερμικών πηγών, (α) Επίπεδη πηγή σε μακριά ράβδο [1]

β)



γ)



Σχήμα 2.1 Σχηματική αναπαράσταση μοντέλων στιγμιαίων θερμικών πηγών (συνέχεια), (β) Γραμμική πηγή σε πλατύ έλασμα, (γ) Σημειακή πηγή σε βαριά πλάκα [1]

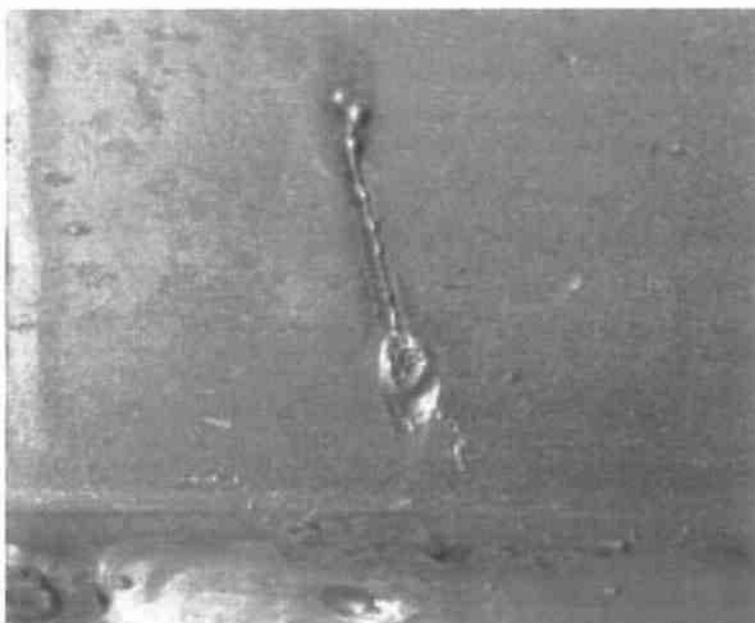
2.1 Έναυση τόξου στο βασικό μέταλλο

2.1.1 Γενικά

Η έναυση τόξου στο βασικό μέταλλο (arc strike) είναι μία βλάβη στο βασικό μέταλλο που οφείλεται στην τυχαία επαφή του ηλεκτρικού τόξου εκτός της περιοχής συγκόλλησης [7]. Είναι μια ασυνέχεια που αποτελείται από οποιοδήποτε τοπικά επανα-τηγμένο μέταλλο που προκαλεί αλλαγή στο προφίλ της επιφάνειας της περιοχής του βασικού μετάλλου κατά τη διάρκεια έναρξης τόξου συγκόλλησης. Η έναυση τόξου πάνω στο βασικό μέταλλο (Σχήμα 2.2) δημιουργείται όταν το ηλεκτρικό τόξο ξεκινάει πάνω στην επιφάνεια του βασικού μετάλλου μακριά από τον αρμό της συγκόλλησης, είτε ηθελημένα είτε τυχαία. Όταν αυτό συμβαίνει τότε υπάρχει μια περιοχή του βασικού μετάλλου η οποία τήκεται και ψύχεται απότομα εξαιτίας της μαζικής θερμοροής στο περιβάλλον βασικό μέταλλο. Το συγκεκριμένο φαινόμενο δεν είναι επιθυμητό και τις περισσότερες φορές μη αποδεκτό. Αυτό συμβαίνει διότι στις περισσότερες περιπτώσεις οδηγεί στο σχηματισμό ρωγμών κατά τη διάρκεια της ψύξης ή κάτω από συνθήκες κόπωσης [1]-[5].

Ρωγμές από έναυση τόξου στο Β.Μ. προκύπτουν όταν αυτό χτυπήσει σημείο το οποίο δε θα συγκολληθεί αργότερα. Το υλικό θερμαίνεται πάνω από τη θερμοκρασία ωστενιτοποίησης και μετά ψύχεται απότομα. Με αυτό τον τρόπο προκαλείται ο σχηματισμός μαρτενσίτη και μικρό-ρωγμών.

Συνήθως το ηλεκτρικό τόξο χτυπάει μέσα στο αυλάκι της συγκόλλησης οπότε τέτοιου είδους ρωγμές δεν προκύπτουν, όταν όμως χτυπήσει έξω τότε πρέπει να συγκολληθεί η περιοχή για να αποφευχθεί το πρόβλημα. Αν αυτό δεν αποτελεί επιλογή τότε η περιοχή μπορεί να θερμανθεί τοπικά π.χ. με πυρσό οξύ-ακετυλενίου και να αφεθεί σε αργή ψύξη [6].



Σχήμα 2.2 Χτύπημα ηλεκτρικού τόξου (arc strike)

Η σειρά λοιπόν τηγμένων μεταλλικών σημείων που σχηματίζονται κατά τη διάρκεια έναυσης τόξου πάνω στο Β.Μ είναι καλή περίπτωση εφαρμογής της εξίσωσης (2-3) και με αυτό τον τρόπο προκύπτει το παρακάτω μοντέλο.

2.1.2 Μοντέλο

Το μοντέλο μελετάει μια σημειακή πηγή σε ημιάπειρη πλάκα (απείρου). Η θερμότητα θεωρείται ότι ελευθερώνεται στιγμιαία σε χρόνο $t=0$ στην επιφάνεια της πλάκας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της θερμοκρασίας στο υλικό η οποία είναι διπλάσια από ότι υπολογίζεται στην εξίσωση (2-3):

$$T - T_0 = \frac{2Q}{\rho c (4\pi a t)^{3/2}} e^{\left(\frac{-R^2}{4at}\right)} \quad (2-4)$$

Για να αναλυθεί το θερμικό πρόγραμμα αδιαστατοποιήθηκαν οι παράγοντες της παραπάνω εξίσωσης:

- Αδιάστατη θερμοκρασία:

$$\theta = \frac{(T - T_0)}{(T_c - T_0)} \quad (2-5)$$

όπου T_c είναι η επιλεγμένη θερμοκρασία αναφοράς (π.χ. το σημείο τήξης) και T_0 είναι η αρχική θερμοκρασία.

- Αδιάστατη χρονική παράμετρος:

$$\tau_1 = \frac{t}{t_i} \quad (2-6)$$

όπου t_i είναι ο χρόνος έναυσης ηλεκτρικού τόξου.

- Αδιάστατη λειτουργική παράμετρος:

$$n_1 = \frac{2Q}{\rho c (T_c - T_0) (4\pi a t_i)^{3/2}} = \frac{q_0}{4(H_c - H_0) (\pi a)^{3/2} (t_i)^{1/2}} \quad (2-7)$$

όπου q_0 η καθαρή ενέργεια ηλεκτρικού τόξου ($=Q/t_i$) και $(H_c - H_0)$ το θερμικό περιεχόμενο ανά μονάδα όγκου στην θερμοκρασία αναφοράς (διαφορά ενθαλπίας).

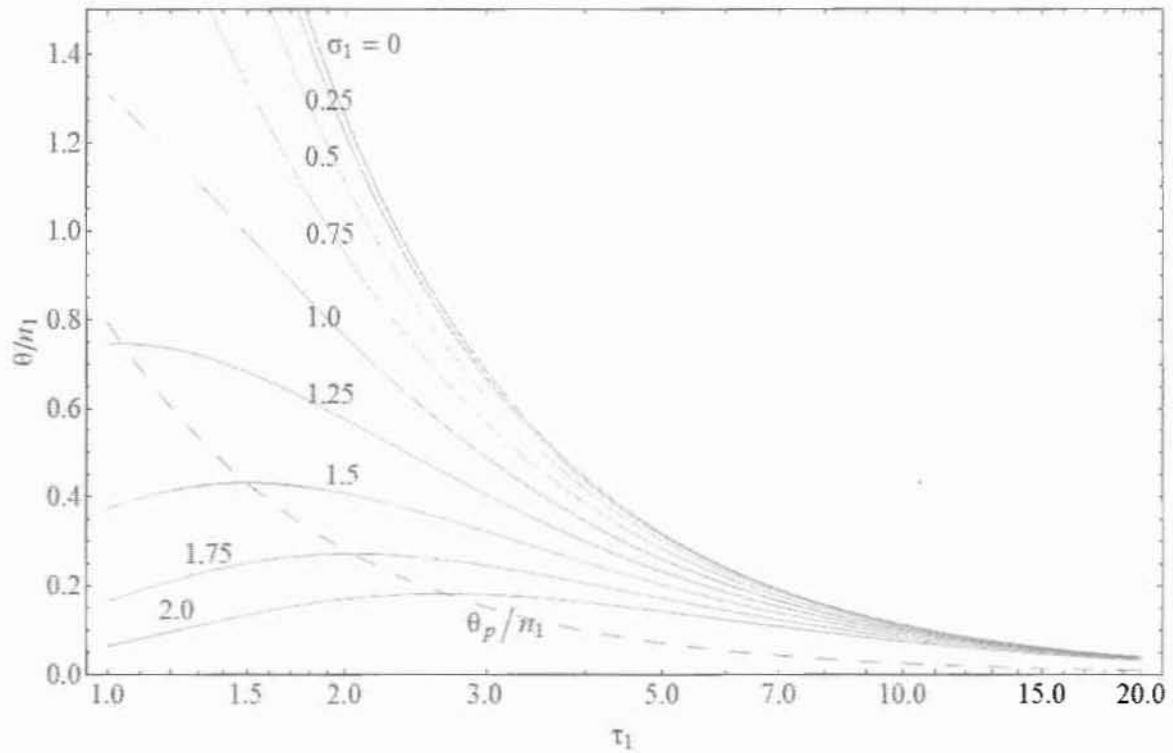
- Αδιάστατο ακτινικό διάνυσμα:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{R^2}{4at_i}} \quad (2-8)$$

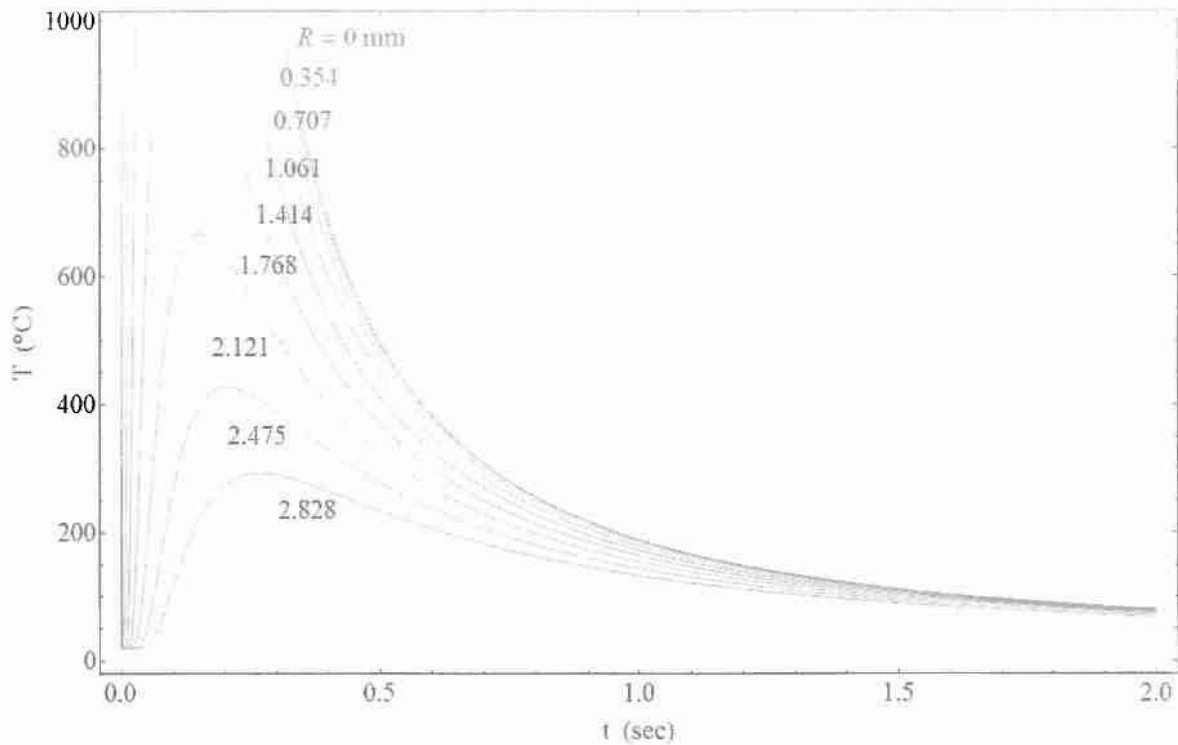
η παραπάνω σχέση δείχνει πως μεταβάλλεται η πραγματική απόσταση R σε σχέση με το χαρακτηριστικό διάστημα διάχυσης της θερμικής ενέργειας ($4at_i$) καθώς περνάει ο χρόνος.

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω παραμέτρους στην (2-4) προκύπτει:

$$\frac{\theta}{n_1} = \frac{1}{(\tau_1)^2} e^{\left[\frac{-\sigma_1 \tau_1^2}{\tau_1} \right]} \quad (2-9)$$



Σχήμα 2.3α Υπολογισμένες θερμοκρασίες, σε αδιάστατη μορφή, για arc strikes σε λογαριθμική κλίμακα για χαμηλά κραματομένο χάλυβα (η διακεκομμένη γραμμή συμβολίζει τις μέγιστες θερμοκρασίες)



Σχήμα 2.3β Υπολογισμένες θερμοκρασίες σε πραγματική μορφή στα arc strikes για χαμηλά κραματωμένο χάλυβα

Η εξίσωση (2-9) λύνεται μέσω Mathematica για διάφορες τιμές σ_1 και τ_1 . Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται γραφικά στο Σχήμα 2.3α. Η εύρεση των μέγιστων τιμών γίνεται μέσω της πρώτης παραγώγου $\partial \ln(\theta/n_1)/\partial \tau_1=0$:

$$\frac{\partial \ln(\theta/n_1)}{\partial \tau_1} = \frac{-3}{2\tau_{1m}} + \frac{(\sigma_{1m})^2}{(\tau_{1m})^3} = 0$$

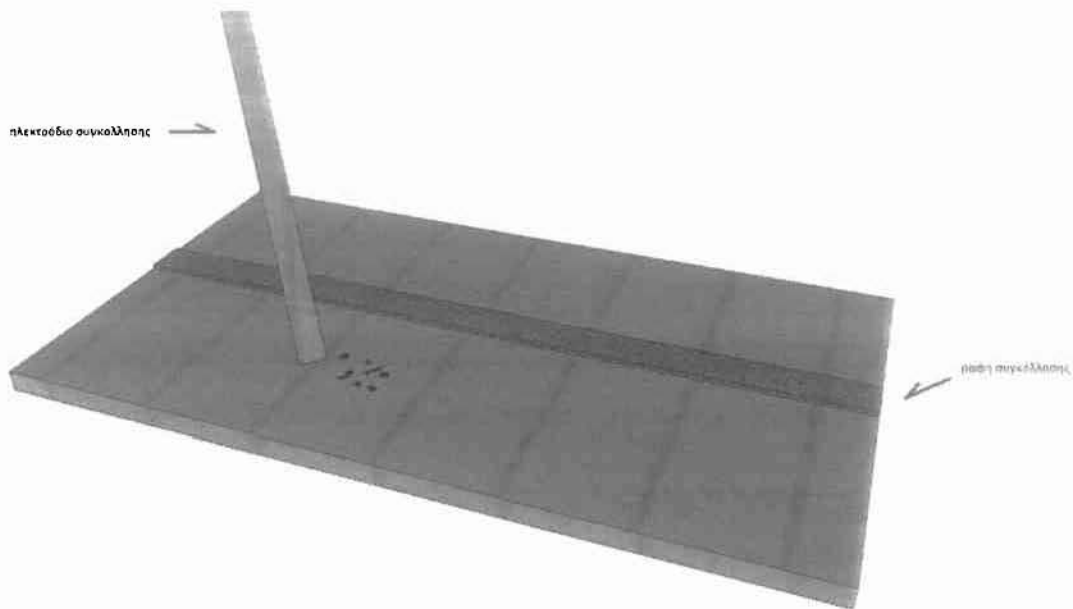
από το οποίο προκύπτει

$$(\sigma_{1m})^2 = \frac{3}{2}\tau_{1m}$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω στην εξίσωση (2-9) προκύπτει:

$$\frac{\theta_p}{n_1} = \frac{1}{(e\tau_{1m})^3} = \frac{1}{\left(\frac{2e}{3}\right)^3 (\sigma_{1m})^3} \quad (2-10)$$

όπου θ_p είναι η μέγιστη θερμοκρασία και e είναι ο φυσικός λογάριθμος.



Σχήμα 2.4 Μοντέλο αναπαράστασης έναυσης τόξου στο βασικό μέταλλο

2.1.3 Παράδειγμα (1.1)

Θεωρούμε μικρό κρατήρα ως αποτέλεσμα έναυσης τόξου στο βασικό μέταλλο κατά τη διάρκεια συγκόλλησης σε λεπτό έλασμα από χαμηλά κραματωμένο χάλυβα (low alloy steel). Θα υπολογίσουμε το χρόνο ψύξης από 800 °C στους 500 °C ($\Delta t_{8/5}$) και τη συνολική μετασηματισμένη ζώνη (Θέρμο-επηρεασμένη Ζώνη - ΘΕΖ). Οι λειτουργικές συνθήκες είναι:

$$I=80 \text{ A}, V= 35 \text{ V}, t_i=0.1 \text{ sec}, \eta=0.75, T_0=20 \text{ }^\circ\text{C}$$

όπου η είναι ο συντελεστής απόδοσης του ηλεκτρικού τόξου. Πληροφορίες σχετικές με τα μέταλλα των παραδειγμάτων δίνονται στον Πίνακα 1.1.

Λύση

Στην παρούσα περίπτωση είναι βολικό να χρησιμοποιηθεί η θερμοκρασία τήξης του μετάλλου ως θερμοκρασία αναφοράς (δηλαδή $\theta=\theta_m=1$ όταν $T_c=T_m$). Οπότε οι τιμές n_1 , θ_{500} και θ_{800} σύμφωνα με τις τιμές του Πίνακα 1.1 και τα δεδομένα είναι:

$$n_1 = \frac{q_0}{4(H_m - H_0)(\pi a)^2 (t_i)^{1/2}} = \frac{\eta \times I \times V}{4(H_m - H_0)(\pi a)^2 (t_i)^{1/2}} = \frac{0.75 \times 80 \times 35}{4 \times 7.5 \times (5\pi)^2 \times (0.1)^{1/2}} = 3.56$$

$$\theta_{500} = \frac{(500 - 20)}{(1520 - 20)} = 0.32$$

$$\theta_{800} = \frac{(800 - 20)}{(1520 - 20)} = 0.52$$

Χρόνος Ψύξης $\Delta t_{8/5}$

Αναδιαμορφώνοντας την εξίσωση (2-9) προκύπτει:

$$\Delta \tau_1 = \left[\left(\frac{n_1}{\theta_{500}} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{n_1}{\theta_{800}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] = \left[\left(\frac{3.56}{0.32} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{3.56}{0.52} \right)^{\frac{2}{3}} \right] = 1.38$$

και

$$\Delta \tau_1 = \frac{\Delta t_{8/5}}{t_i} \Rightarrow \Delta t_{8/5} - t_i \times \Delta \tau_1 = 0.1 \times 1.38 \text{ sec} = 0.14 \text{ sec}$$

Συνολικό πλάτος πλήρους μετασχηματισμένης ζώνης

Τα πλάτη των περιοχών μπορούν να υπολογιστούν από την εξίσωση (2-10) όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.5. Παίρνοντας τη θερμοκρασία A_{c_3} ίση με 890°C για το συγκεκριμένο μέταλλο έχει ως αποτέλεσμα:

$$\theta_{890} = \frac{(890 - 20)}{(1520 - 20)} = 0.58$$

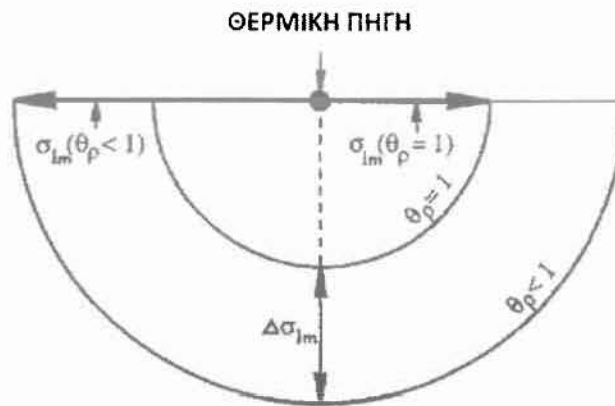
και

$$\Delta \sigma_{1m} = \frac{1}{\left(\frac{2e}{3} \right)^{\frac{1}{2}}} \left[\left(\frac{n_1}{\theta_{Ac_3}} \right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{n_1}{\theta_m} \right)^{\frac{1}{3}} \right] = \frac{1}{1.3462} \left[\left(\frac{n_1}{\theta_{890}} \right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{n_1}{1} \right)^{\frac{1}{3}} \right] = 0.74 \left[\left(\frac{3.56}{0.58} \right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{3.56}{1} \right)^{\frac{1}{3}} \right] = 0.23$$

οπότε

$$\Delta R_{1m} = \Delta \sigma_{1m} \sqrt{4at_i} = 0.23 \sqrt{4 \times 5 \times 0.1} \text{ mm} = 0.23 \sqrt{2} \text{ mm} = 0.32 \text{ mm}$$

Εναλλακτικά το παραπάνω αποτέλεσμα μπορεί να βρεθεί με λιγότερη ακρίβεια από τα διαγράμματα στο Σχήμα 2.3α και β. Επειδή ο ρυθμός ψύξης είναι αρκετά μεγάλος, σαν αποτέλεσμα του φαινομένου της έναρξης του τόξου στο βασικό μέταλλο πρέπει να αναμένεται η δημιουργία μαρτενσιτικής μικροδομής στα μετασχηματισμένα κομμάτια της Θερμικά Επηρεασμένης Ζώνης (ΘΕΖ), σε συμφωνία με τη γενική εμπειρία και γνώση [1].



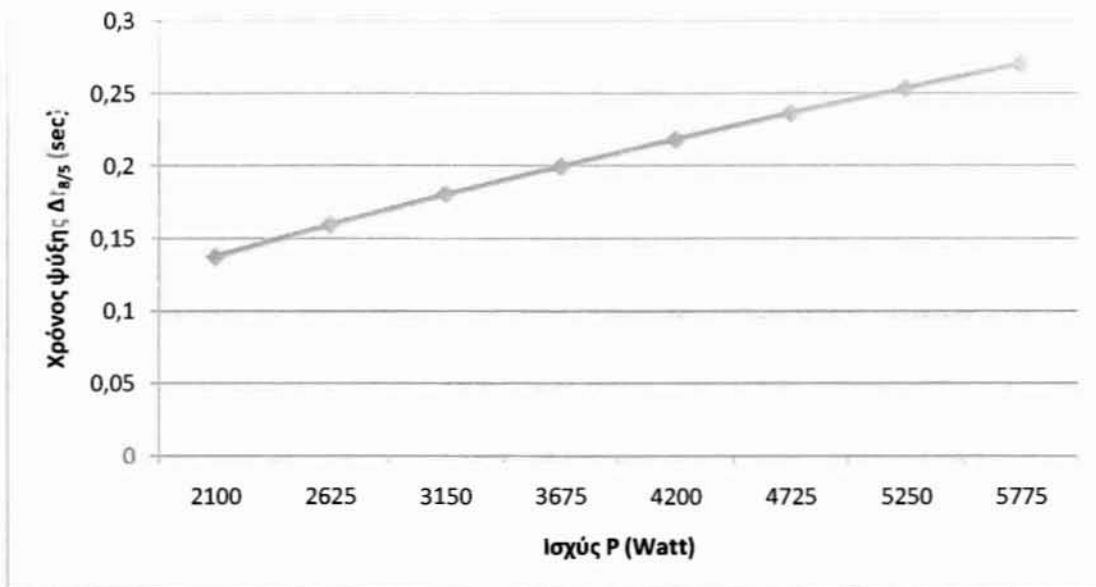
Σχήμα 2.5 Ορισμός πλάτους ισοθερμικών ζωνών του Παραδείγματος 1.1 [1]

2.1.4 Επιδράσεις παραμέτρων

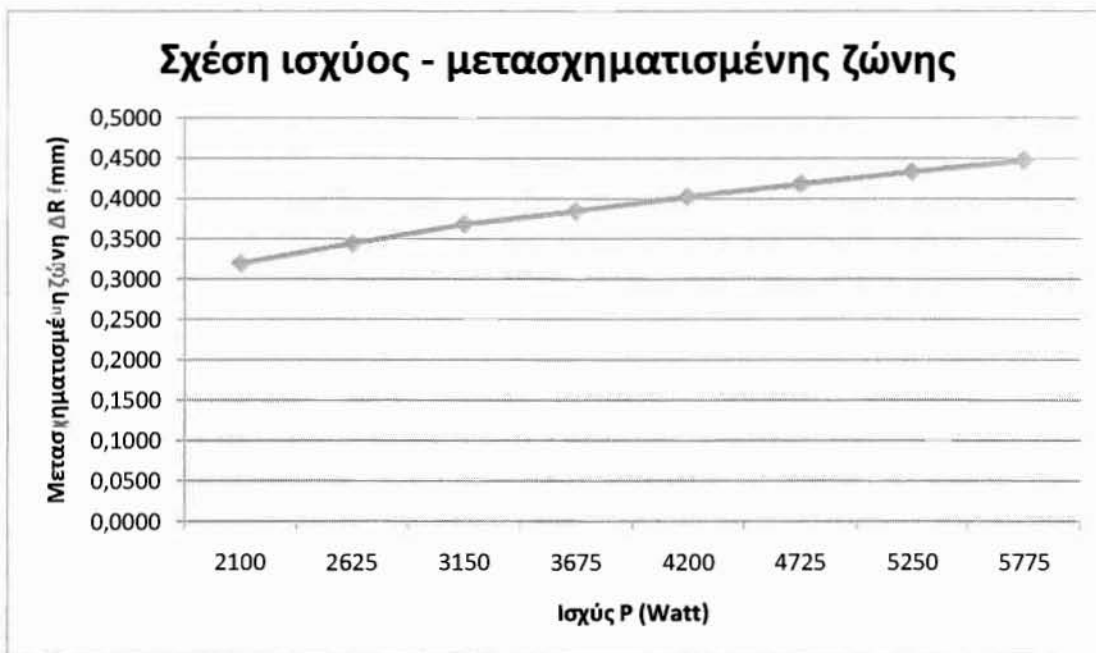
Με τα προγράμματα των μοντέλων που αναπτύχθηκαν ήταν εύκολο να εξεταστεί η συμπεριφορά διάφορων μεταβλητών με τη διαφοροποίηση των συνθηκών συγκόλλησης. Παρακάτω παρουσιάζονται σε μορφή διαγραμμάτων οι επιδράσεις στην έναυση τόξου στο βασικό μέταλλο με την αλλαγή διαφορετικών παραμέτρων:

- i. Αύξηση ισχύος (συγκεκριμένα λόγω της έντασης ρεύματος) με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $T_0=20^\circ\text{C}$, $V=35\text{V}$, $\eta=0.75$, $t_i=0.1 \text{ sec}$ σε συγκόλληση χαμηλά κραματωμένου χάλυβα. Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης και στη μετασηματισμένη ζώνη.

Σχέση ισχύος - χρόνου ψύξης $\Delta t_{8/5}$



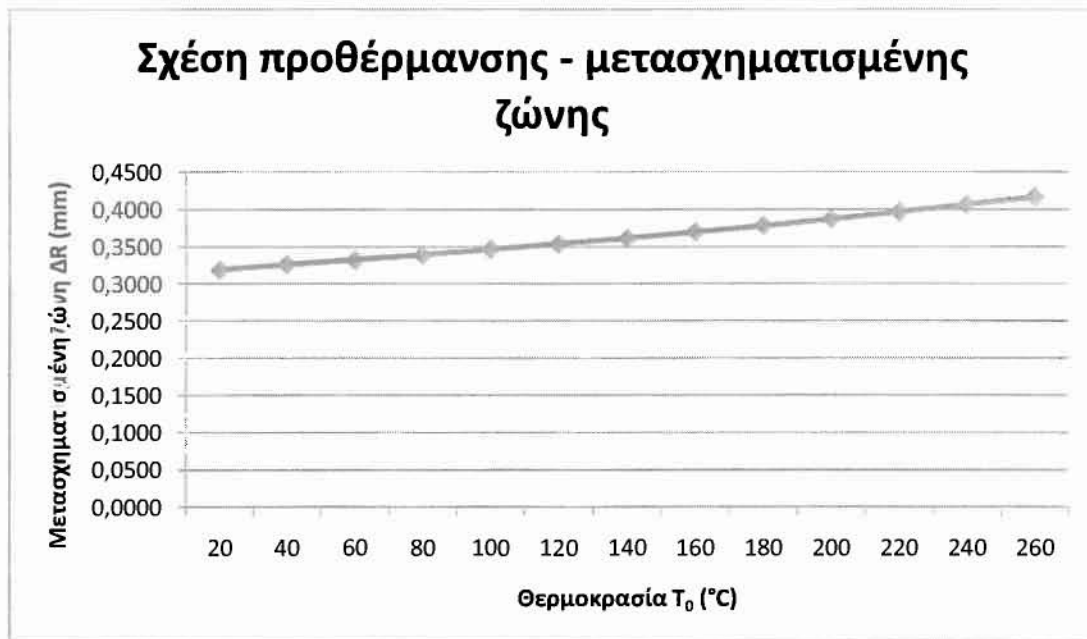
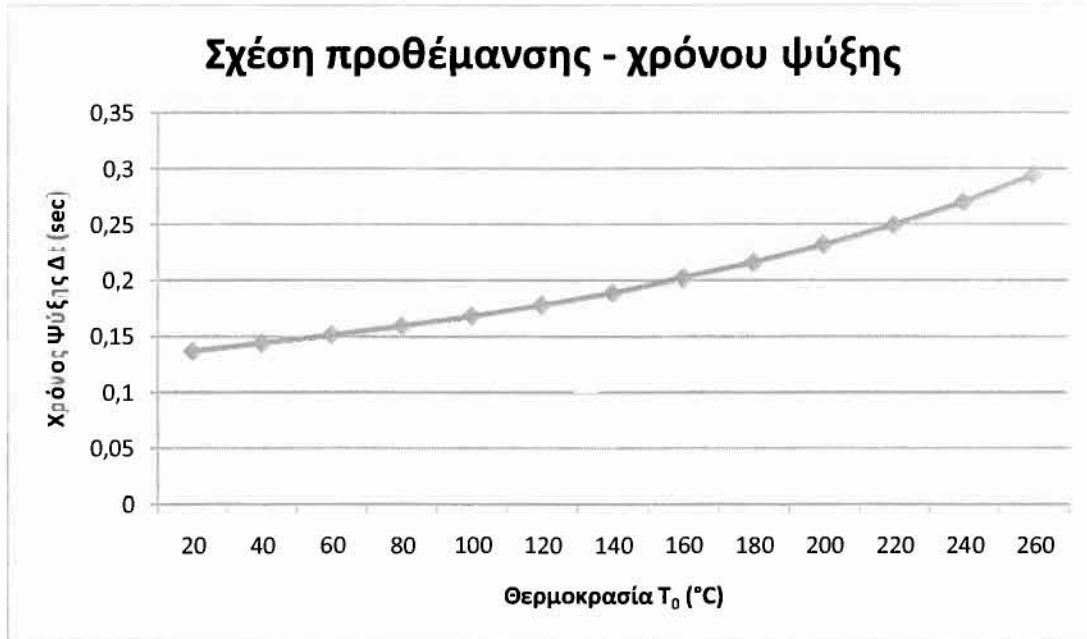
Σχέση ισχύος - μετασχηματισμένης ζώνης



Σχήμα 2.6 Διαγράμματα επιρροής ισχύος στο χρόνο ψύξης και τη μετασχηματισμένη ζώνη για arc strikes (low alloy steel)

Παρατηρείται αύξηση του χρόνου ψύξης (από τους 800 στους 500°C) καθώς αυξάνεται η ισχύς του τόξου. Το ίδιο μοτίβο φαίνεται να ακολουθείται και στη σχέση της ισχύος με τη μετασχηματισμένη ζώνη με μικρότερο ρυθμό όμως.

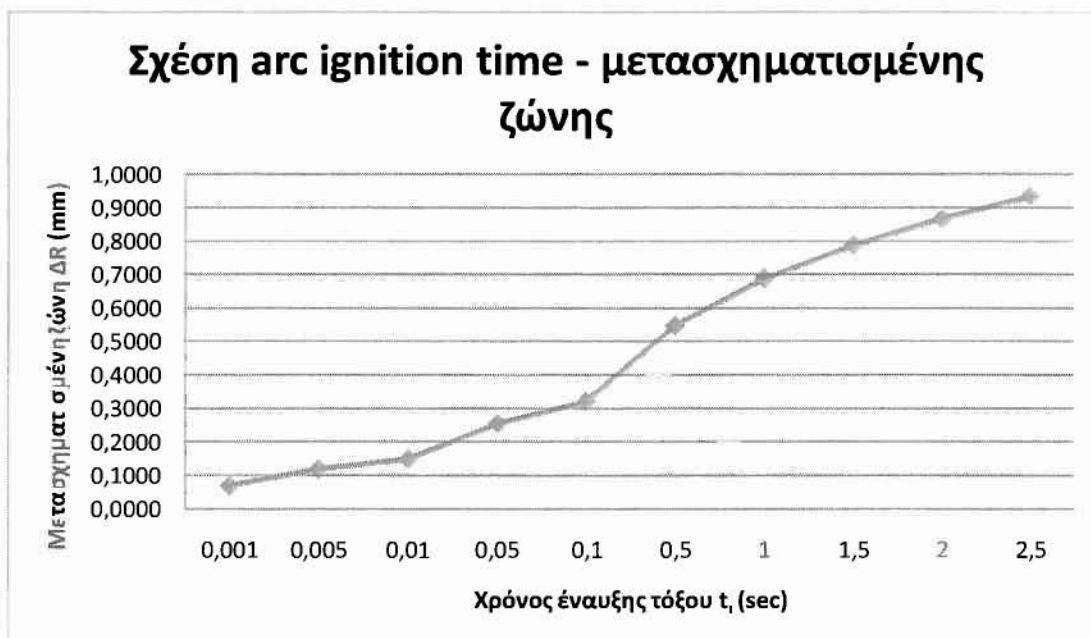
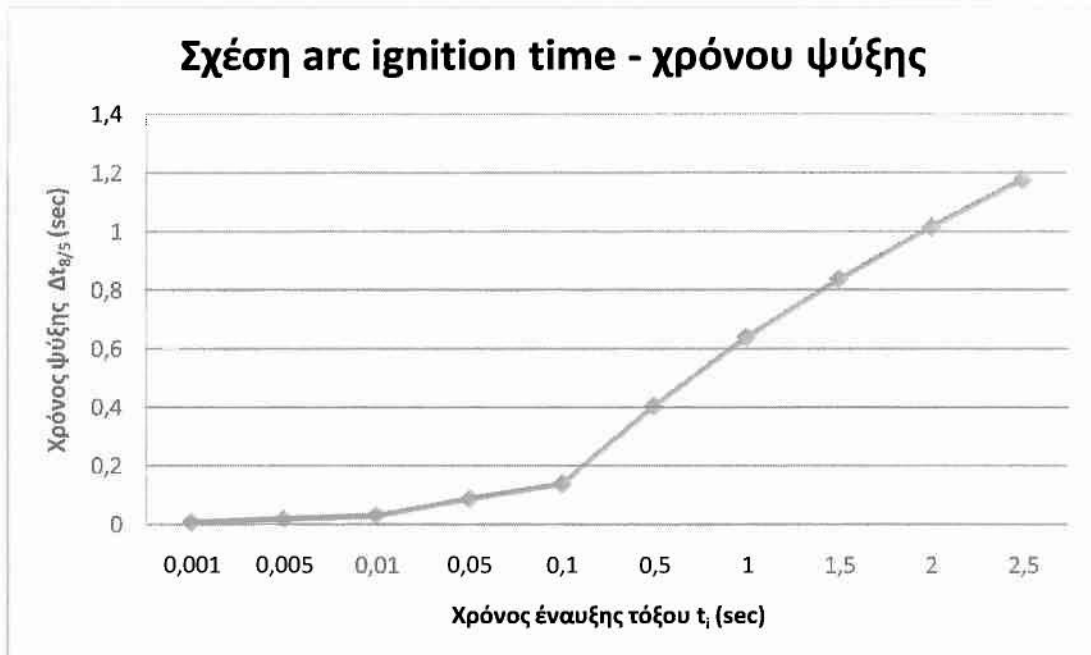
- ii. Αύξηση θερμοκρασίας ανά 20 βαθμούς (Προθέρμανση) με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $I=80A$, $V=35V$, $\eta=0.75$, $t_i=0.1$ sec σε συγκόλληση χαμηλά κραματωμένου χάλυβα. Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης και στη μετασχηματισμένη ζώνη.



Σχήμα 2.7 Διαγράμματα επιρροής προθέρμανσης στο χρόνο ψύξης και τη μετασχηματισμένη ζώνη για arc strikes (low alloy steel)

Παρατηρείται αύξηση του χρόνου ψύξης (από τους 80 στους 500°C) καθώς αυξάνεται η αρχική θερμοκρασία συγκόλλησης (προθέρμανση). Το ίδιο παρατηρείται και για τη μετασχηματισμένη ζώνη σε σχέση με την αύξηση της θερμοκρασίας T_0 πάλι με μικρότερο ρυθμό όμως.

- iii. Αυξομείωση χρόνου έναυσης τόξου (t_i) με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $T_0=20^\circ\text{C}$, $I=80\text{A}$, $V=35\text{V}$, $\eta=0.75$ σε συγκόλληση χαμηλά κραματωμένου χάλυβα. Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης και στη μετασχηματισμένη ζώνη.

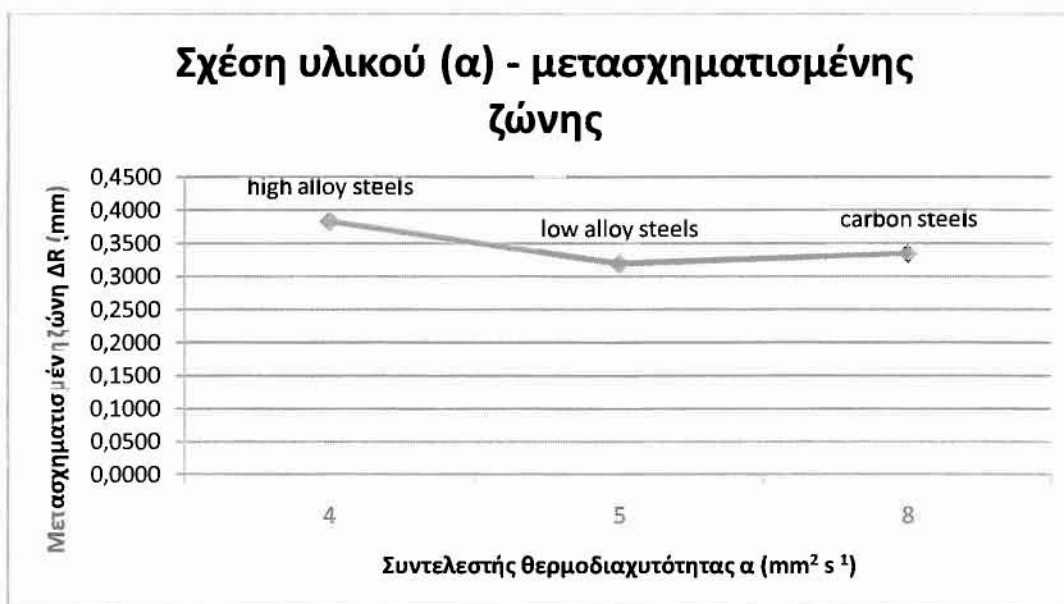
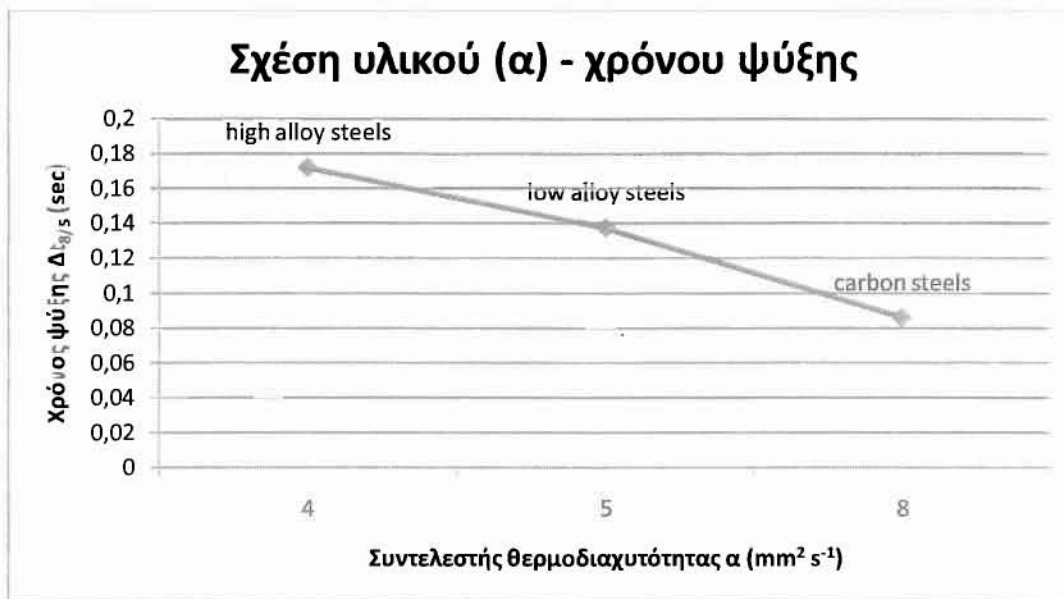


Σχήμα 2.8 Διαγράμματα επιρροής χρόνου έναυσης τόξου συγκόλλησης στο χρόνο ψύξης και τη μετασχηματισμένη ζώνη για arc strikes (low alloy steel)

Εδώ παρατηρείται αύξηση του χρόνου ψύξης (από τους 800 στους 500°C) καθώς αυξάνεται ο χρόνος έναυσης του τόξου αρχικά με χαμηλό ρυθμό μέχρι το 0.1 sec και ύστερα απότομα και με μεγάλη κλίση. Όσο για τη σχέση χρόνου έναυσης του τόξου και μετασχηματισμένης ζώνης φαίνονται έναλλαγές στο ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η

δεύτερη. Αρχικά με μικρή κλίση μέχρι το 0.01 sec, έπειτα με μεγαλύτερο ρυθμό μέχρι τα 0.5 sec και ύστερα ομαλοποιείται.

- iv. Αλλαγή υλικού – με βάση το συντελεστή θερμοδιαχυτότητας (α) και την θερμοκρασία A_{c3} με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $T_0=20^\circ\text{C}$, $I=80\text{A}$, $V=35\text{V}$, $\eta=0.75$, $t_i=0.1\text{ sec}$ σε συγκόλληση ανθρακοχάλυβα ($T_{Ac3}=870^\circ\text{C}$), υψηλά ($T_{Ac3}=800^\circ\text{C}$) και χαμηλά κραματωμένου χάλυβα ($T_{Ac3}=890^\circ\text{C}$). Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης και στη μετασχηματισμένη ζώνη.



Σχήμα 2.9 Διαγράμματα επιρροής υλικού (διαφορετική θερμοδιαχυτότητα και T_{Ac3}) στο χρόνο ψύξης και τη μετασχηματισμένη ζώνη για arc strikes (carbon, high and low alloy steel)

Στο πρώτο διάγραμμα παρατηρείται πτώση του χρόνου ψύξης καθώς αυξάνεται η θερμοδιαχυτότητα. Ενώ στο δεύτερο διάγραμμα φαίνεται πως κύριο ρόλο παίζει η θερμοκρασία A_{c3} στην αλλαγή του συνολικού πλάτους πλήρους μετασχηματισμένης ζώνης αφού καθώς αυτή αυξάνεται ($T_{Ac3-high\ alloy\ steel}=800^{\circ}C < T_{Ac3-carbon\ steel}=870^{\circ}C < T_{Ac3-low\ alloy\ steel}=890^{\circ}C$) το πλάτος μειώνεται ($\Delta R_{high\ alloy\ steel}=0,3833mm > \Delta R_{carbon\ steel}=0,3342mm > \Delta R_{low\ alloy\ steel}=0,3193mm$). Τα δεδομένα των A_{c3} θερμοκρασιών προκύπτουν από τα διμερή διαγράμματα φάσεων του χάλυβα [4].

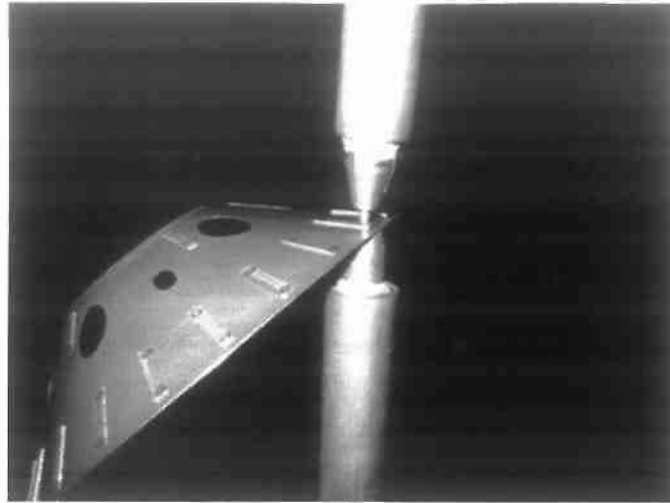
2.2 Σημειακές Συγκολλήσεις

2.2.1 Γενικά

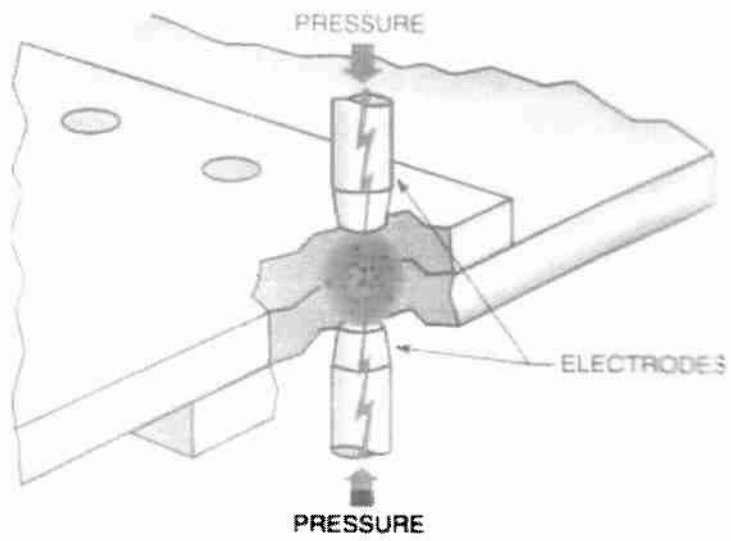
Οι σημειακές συγκολλήσεις (spot welding) είναι μία από τις παλαιότερες μεθόδους ηλεκτρικών συγκολλήσεων που χρησιμοποιείται στη βιομηχανία μέχρι σήμερα. Είναι μία διαδικασία κατά την οποία επικαλυπτόμενα ελάσματα μετάλλου ενώνονται σε ένα ή περισσότερα σημεία μέσω της θερμότητας που παράγεται από την αντίσταση στη ροή του ηλεκτρικού ρεύματος. Τα ελάσματα συγκρατούνται υπό μεγάλη πίεση ανάμεσα σε δύο ηλεκτρόδια, μεταξύ των οποίων περνάει ένα σύντομο, δυνατό ηλεκτρικό ρεύμα χαμηλής τάσης πραγματοποιώντας συγκόλληση μέσω τοπικής τήξης των μετάλλων [1].

Ο χρόνος στον οποίο διαπερνά την ένωση το ηλεκτρικό ρεύμα προσδιορίζεται από το πάχος και τον τύπο του υλικού, το μέγεθος της έντασης του ρεύματος, τις διατομές των ακροδεκτών των ηλεκτροδίων και τις επιφάνειες διεπαφής των ελασμάτων [14]. Η ποσότητα θερμότητας που μεταφέρεται στο σημείο προσδιορίζεται από την αντίσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων, του μεγέθους και της διάρκειας του ηλεκτρικού ρεύματος. Το ποσό της ενέργειας επιλέγεται να ταιριάζει στις ιδιότητες του υλικού του ελάσματος, του πάχους του και του τύπου των ηλεκτροδίων. Εφαρμόζοντας πολύ λίγη ενέργεια υπάρχει περίπτωση να μη γίνει πλήρης τήξη μετάλλου ή να πραγματοποιηθεί κακής ποιότητας συγκόλληση. Από την άλλη εφαρμόζοντας πάρα πολύ ενέργεια έχει ως αποτέλεσμα την τήξη μεγάλου μέρους μετάλλου, την εκτίναξη τετηγμένου υλικού και την δημιουργία τελικώς οπής αντί συγκόλλησης. [18]

Όταν η ροή του ρεύματος παύει η δύναμη πίεσης των ηλεκτροδίων διατηρείται σταθερή όσο το μέταλλο συγκόλλησης ψύχεται γρήγορα και στερεοποιείται. Τα ηλεκτρόδια αποσύρονται ύστερα από κάθε συγκόλληση, η οποία στην ουσία ολοκληρώνεται σε κλάσματα του δευτερολέπτου [1]-[11]. Αυτού του είδους η συγκόλληση είναι μοναδική γιατί το μέταλλο συγκόλλησης σχηματίζεται εσωτερικά σε σχέση με την επιφάνεια του βασικού μετάλλου. Από την άλλη, μία συγκόλληση MIG ή TIG ξεκινάει από το ένα τεμάχιο και διαπερνά στη συνέχεια το άλλο για να δημιουργήσει την ένωση. Αυτές οι συγκολλήσεις (MIG ή TIG) γίνονται μόνο από τη μία πλευρά ενώ οι σημειακές συγκολλήσεις συνήθως γίνονται με ηλεκτρόδια και από τις δύο πλευρές των τεμαχίων [14]. Τυπικά το πάχος των ελασμάτων προς συγκόλληση κυμαίνεται στο εύρος μεταξύ 0.5 με 3 mm και τα ηλεκτρόδια που συγκεντρώνουν το ρεύμα στο σημείο συγκόλλησης είναι κατασκευασμένα από κράμα χαλκού. Το ελκυστικό χαρακτηριστικό της συγκεκριμένης διαδικασίας είναι ότι πολύ μεγάλο μέγεθος ενέργειας μπορεί διανεμηθεί σε ένα σημείο σε τόσο μικρό χρονικό διάστημα (περίπου 10 milliseconds). Αυτό επιτρέπει στη συγκόλληση να πραγματοποιηθεί χωρίς την υπέρβαση θερμότητας στο υπόλοιπο έλασμα. Με αυτό τον τρόπο η μέθοδος μπορεί να ελεγχθεί πλήρως παράγοντας πολύ αξιόπιστες συγκολλήσεις [18].

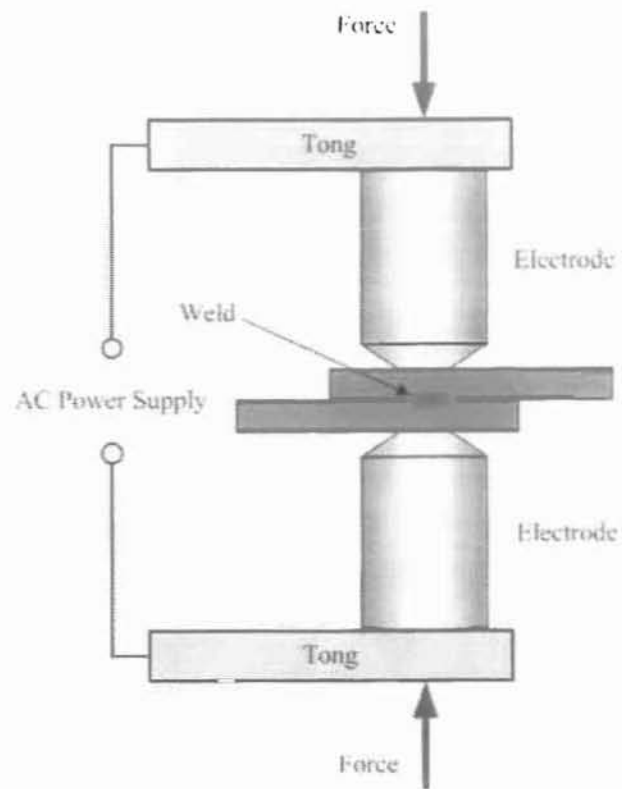


(α)

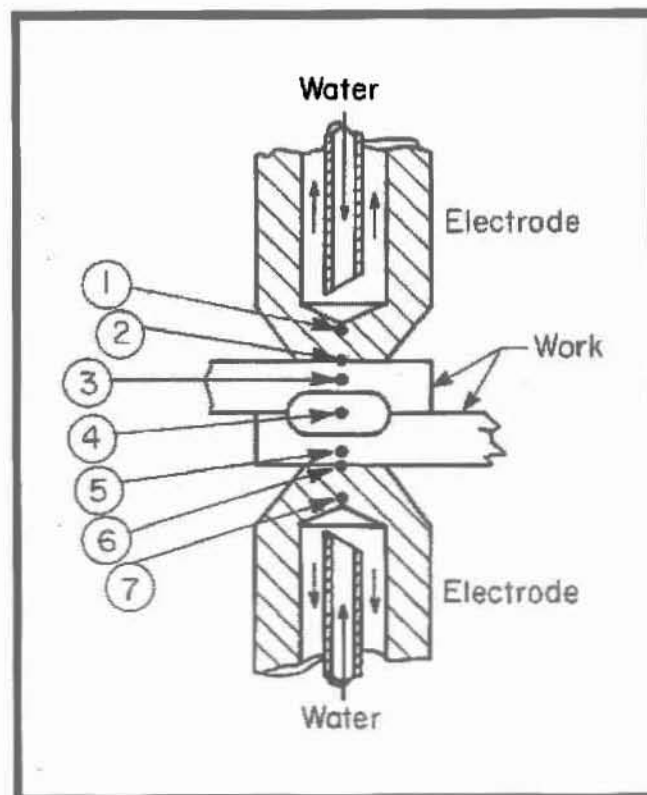


(β)

Σχήμα 2.10 Σημειακή συγκόλληση (α), (β) [13]

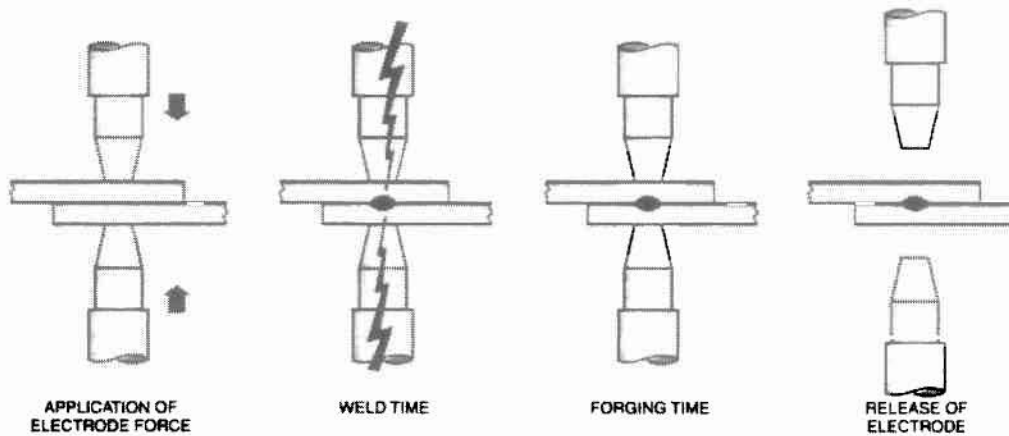


Σχήμα 2.11 Τυπικά μέρη μιας σημειακής συγκόλλησης [17]



Σχήμα 2.12 Αναλυτικά μέρη μιας σημειακής συγκόλλησης [15]

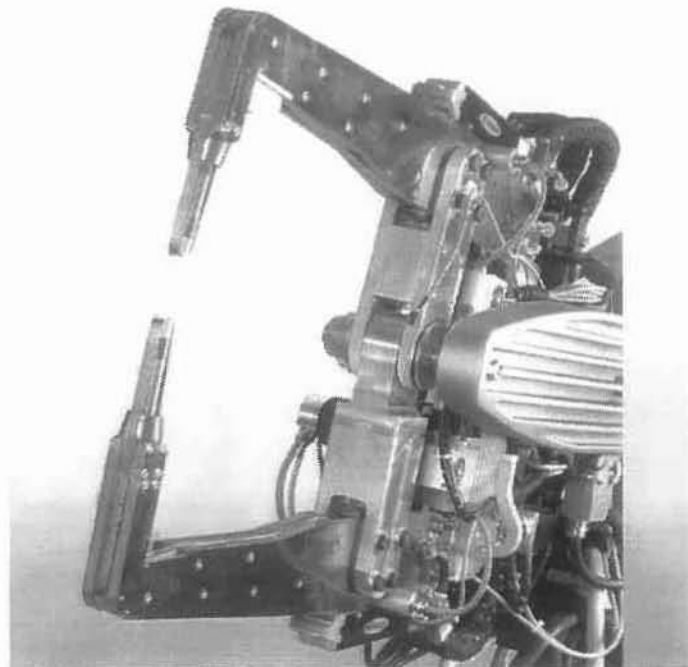
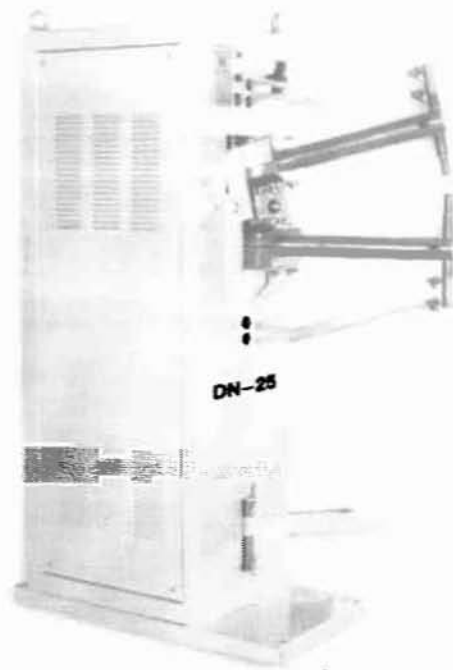
Στο Σχήμα 2.12 φαίνονται αναλυτικά τα διάφορα μέρη μιας διαδικασίας σημειακής συγκόλλησης. Με λίγα λόγια τα ηλεκτρόδια (1) και (7), πιέζουν μεταξύ τους τα τεμάχια (3) και (5). Εξαιτίας της αντίστασης επαφής θα παραχθεί θερμότητα στις επιφάνειες ηλεκτρόδιο/τεμάχιο (2) και (6) και στην διεπιφάνεια επαφής των δύο τεμαχίων (4). Η θερμότητα, στη μεταξύ των τεμαχίων επαφή, θα προκαλέσει τη δημιουργία ενός κόκκου/βώλου συγκόλλησης (4). Για την αποφυγή τήξης της διεπιφάνειας ηλεκτροδίων/τεμαχίων τίθεται κυκλοφορία νερού στην ψυκτική θάλαμη των ηλεκτροδίων [15].



Σχήμα 2.13 Βασικές περιόδοι σημειακής συγκόλλησης (από αριστερά προς τα δεξιά) – i) Πίεση τεμαχίων μεταξύ τους, ii) Πραγματικός χρόνος ροής ηλεκτρικού ρεύματος διαμέσου της όλης διάταξης, iii) Χρόνος άσκησης πίεσης χωρίς αφού έχει κοπεί η εφαρμογή ρεύματος συγκόλλησης, iv) Απελευθέρωση τεμαχίων από τα ηλεκτρόδια [13]

Οι σημειακές συγκολλήσεις είναι ευρέως διαδεδομένη τεχνική ένωσης και συναρμολόγησης μεταλλικών ελασμάτων σε αυτοκίνητο-βιομηχανικές και οικιακές εφαρμογές, οικοδομικά υλικά, περιβλήματα και σε περιορισμένο βαθμό σε εξαρτήματα αεροσκαφών. Πολλές συναρμολογήσεις δύο ή περισσότερων μεταλλικών ελασμάτων τα οποία δεν απαιτούν αεροστεγή ή υδατοστεγή σειρά ενώσεων μπορούν πιο οικονομικά να ενωθούν μέσω σημειακών συγκολλήσεων παρά άλλων μηχανικών μεθόδων. Κιβώτια, συνδετικοί βραχίονες, κλιπ, σχηματισμένα εξαρτήματα μεταλλικών ελασμάτων όπως θήκες, καλύμματα, βάσεις, ή δίσκοι είναι περιπτώσεις στις οποίες εφαρμόζονται σημειακές συγκολλήσεις [1].

Μεγάλα προτερήματα αυτού του είδους συγκολλήσεων είναι οι υψηλές λειτουργικές ταχύτητες για αυτοματοποιημένες και ρομποτικές εφαρμογές συμπεριλαμβάνοντας υψηλής παραγωγικότητας γραμμές συναρμολόγησης μαζί με άλλες κατασκευαστικές λειτουργίες. Με αυτόματο έλεγχο έντασης ρεύματος, χρόνου, δύναμη πίεσης ηλεκτροδίων, οι σημειακές συγκολλήσεις μπορούν να παράγονται με συνέπεια σε υψηλούς παραγωγικούς ρυθμούς και χαμηλό κόστος εργασίας ανά μονάδα προϊόντος χρησιμοποιώντας ημί-ειδικευμένους εργάτες [1].

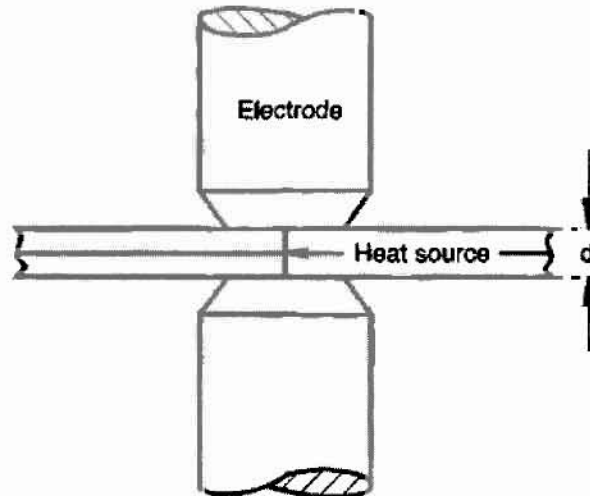


Σχήμα 2.14 Μηχανές σημειακής συγκόλλησης

Στην περίπτωση των σημειακών συγκολλήσεων η εξίσωση (2-2) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση του μοτίβου θερμοκρασίας-χρόνου σε μεταλλικά ελάσματα.

2.2.2 Μοντέλο

Το μοντέλο μελετάει μια γραμμική πηγή η οποία διαπερνά δύο μεταλλικά ελάσματα με παρόμοιες θερμικές ιδιότητες όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.15. Η θερμότητα θεωρείται ότι απελευθερώνεται στιγμιαία τη χρονική στιγμή $t=0$. Αν θεωρηθεί αμελητέα η μεταφορά θερμότητας στα ηλεκτρόδια, η θερμοκρασιακή διανομή δίνεται από την εξίσωση (2-2).



Σχήμα 2.15 Εξιδανικευμένο μοντέλο ροής θερμότητας σε σημειακές συγκολλήσεις ελασμάτων

Η εξίσωση μπορεί να γραφεί σε αδιάστατη μορφή μέσω της εισαγωγής των παρακάτω αδιάστατων παραμέτρων:

- Αδιάστατη θερμοκρασία:

$$\theta = \frac{(T - T_0)}{(T_c - T_0)} \quad (2-5)$$

όπου T_c είναι η επιλεγμένη θερμοκρασία αναφοράς.

- Αδιάστατη χρονική παράμετρος:

$$\tau_2 = \frac{t}{t_h} \quad (2-11)$$

όπου t_h είναι ο χρόνος θέρμανσης (δηλαδή η διάρκεια του παλμικού χτυπήματος).

- Αδιάστατη λειτουργική παράμετρος

$$n_2 = \frac{Q/d_l}{\rho c (T_c - T_0) (4\pi a t_h)} = \frac{q_0/d_l}{(H_c - H_0) (4\pi a)} \quad (2-12)$$

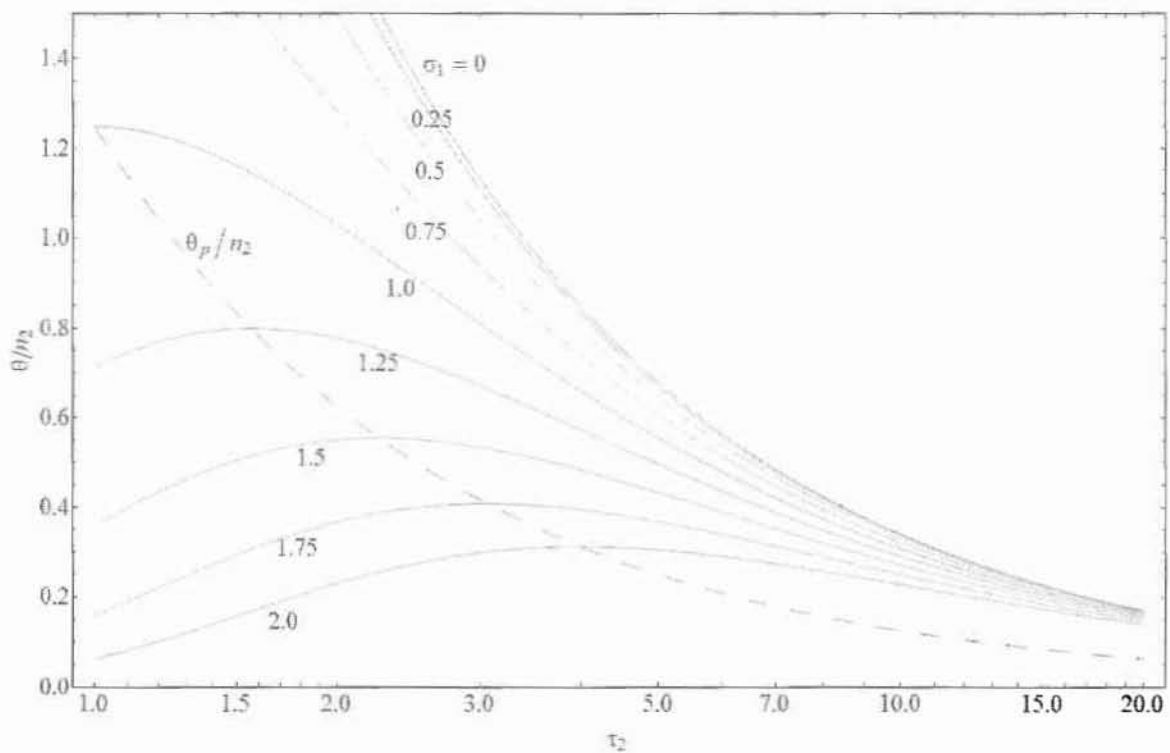
όπου q_0 η καθαρή ενέργεια ηλεκτρικού τόξου ($=Q/t_h$) και $(H_c - H_0)$ το θερμικό περιεχόμενο ανά μονάδα όγκου στην θερμοκρασία αναφοράς.

- Αδιάστατο ακτινικό διάνυσμα

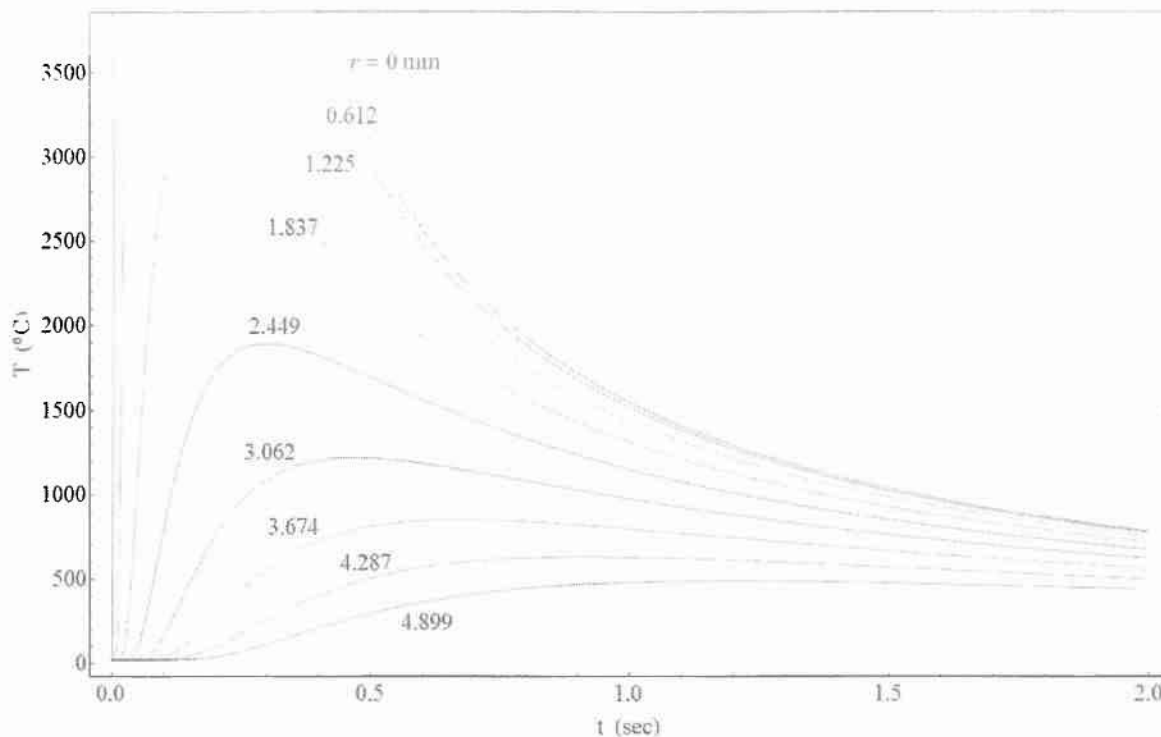
$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{r^2}{4at_2}} \quad (2-13)$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω παραμέτρους στην (2-2) προκύπτει:

$$\frac{\theta}{n_2} = \frac{1}{\tau_2} e^{\left[\frac{-(\sigma_2)^2}{\tau_2} \right]} \quad (2-14)$$



Σχήμα 2.16α Υπολογισμένες θερμοκρασίες, σε αδιάστατη μορφή, στις σημειακές συγκολλήσεις σε λογαριθμική κλίμακα για χαμηλά κραταωμένο χάλυβα (διακεκομμένη γραμμή συμβολίζει τις μέγιστες θερμοκρασίες)



Σχήμα 2.16β Υπολογισμένες θερμοκρασίες, σε πραγματική μορφή, στις σημειακές συγκολλήσεις για χαμηλά κραματομένο χάλυβα

Η εξίσωση (2-14) λύνεται μέσω Mathematica για διάφορες τιμές σ_2 και τ_2 . Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται γραφικά στο Σχήμα 2.16α. Η εύρεση των μέγιστων τιμών γίνεται μέσω της πρώτης παραγώγου $\partial \ln(\theta/n_2)/\partial \tau_2=0$:

$$\frac{\partial \ln(\theta/n_2)}{\partial \tau_2} = \frac{-1}{\tau_{2m}} + \frac{(\sigma_{2m})^2}{(\tau_{2m})^2} = 0$$

από το οποίο προκύπτει

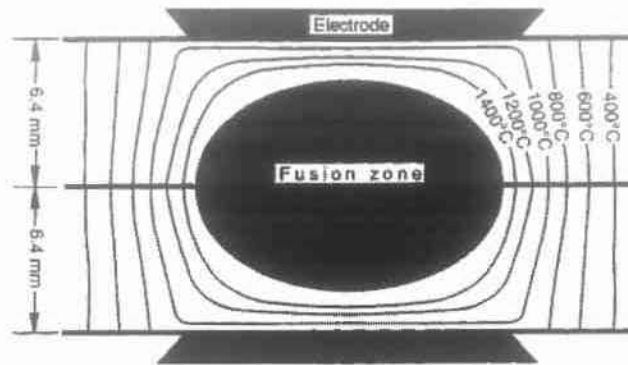
$$(\sigma_{2m})^2 = \tau_{2m}$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω στην εξίσωση (2-14) προκύπτει:

$$\frac{\theta_r}{n_2} = \frac{1}{e \tau_{2m}} = \frac{1}{e (\sigma_{2m})^2} \quad (2-15)$$

όπου θ_p είναι η μέγιστη θερμοκρασία και e είναι ο φυσικός λογάριθμος.

Στο Σχήμα 2.17 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα ενός χάρτη μέγιστων θερμοκρασιών σε μία σημειακή συγκόλληση σε ελάσματα σιδήρου πάχους 6.4 mm, όπως θα φαινόταν σε τομή στο κέντρο του σημείου τήξης.



Σχήμα 2.17 Περιγράμματα υπολογισμένων μέγιστων θερμοκρασιών στις σημειακές συγκολλήσεις σε ελάσματα σιδήρου (αριθμητικές λύσεις). Λειτουργικές συνθήκες: $I = 23\text{kA}$, 64 κύκλοι. Δεδομένα από Bently et al [1].

2.2.3 Παράδειγμα (1.2)

Θεωρούμε σημειακή συγκόλληση ελασμάτων χαμηλά κραματωμένου χάλυβα πάχους 2 mm υπό τις παρακάτω λειτουργικές συνθήκες:

$$I=8\text{kA}, V=1.6\text{ V}, t_h=0.3\text{ sec}, \eta=0.5, T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$$

Θα υπολογίσουμε το χρόνο ψύξης από τους 800 στους 500 °C ($\Delta t_{8/5}$) στο κέντρο της συγκόλλησης και το ρυθμό ψύξης (C.R.) στην έναρξη του μαρτενσιτικού μετασχηματισμού. Επίσης θα υπολογιστεί η μέγιστη θερμοκρασία. Η θερμοκρασία M_s του χάλυβα είναι 475 °C.

Λύση

Αν χρησιμοποιηθεί το σημείο τήξης του μετάλλου ως σημείο αναφοράς, οι παράμετροι n_2 και θ (στους 500 και στους 800 °C αντίστοιχα) είναι:

$$n_2 = \frac{q_c / d_c}{(H_c - H_0)(4\pi a)} - \frac{\eta \times I \times V}{d_i (H_c - H_0)(4\pi a)} = \frac{0.5 \times 8000 \times 1.6}{4 \times 7.5 \times (4 \times \pi \times 5)} = 3.40$$

όπου $d_i = (2+2)\text{ mm} = 4\text{ mm}$

$$\theta_{500} = \frac{(500 - 20)}{(1520 - 20)} = 0.32$$

$$\theta_{800} = \frac{(800 - 20)}{(1520 - 20)} = 0.52$$

Χρόνος Ψύξης

Η παράμετρος $\Delta t_{8/5}$ μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση (2-14). Για την κεντρική γραμμή συγκόλλησης ($\sigma_2=0$) είναι:

$$\Delta \tau_2 = n_2 \left[\frac{1}{\theta_{500}} - \frac{1}{\theta_{800}} \right] = 3.40 \left[\frac{1}{0.32} - \frac{1}{0.52} \right] = 4.09$$

και

$$\Delta\tau_2 = \frac{\Delta t_{8/5}}{t_h} \Rightarrow \Delta t_{8/5} = t_h \times \Delta\tau_2 = 0.3 \times 4.09 \text{ sec} = 1.23 \text{ sec}$$

Ρυθμός Ψύξης στους 475 °C

Ο ρυθμός ψύξης σε μία συγκεκριμένη θερμοκρασία αποκτάται διαφορίζοντας την εξίσωση (2-14) ως προς το χρόνο. Όταν $\sigma_2=0$ ο ρυθμός ψύξης στη θερμοκρασία 475 °C γίνεται:

$$e_{475} = \frac{(475 - 20)}{(1520 - 20)} = 0.30$$

και

$$\frac{-d\theta}{d\tau_2} = \frac{n_2}{(\tau_2)^2} - \frac{(\theta_{475})^2}{n_2} = \frac{(0.30)^2}{3.40} = 0.026$$

και

$$C.R. = \frac{(T_c - T_o)}{t_h} \left(\frac{-d\theta}{d\tau_2} \right) = \frac{(1520 - 20)}{0.3} \times 0.026 \text{ } ^\circ\text{C s}^{-1} = 130 \text{ } ^\circ\text{C s}^{-1}$$

Επιλέγεται ανάλογα με τη θερμοκρασία η κατάλληλη τιμή ακτινικού διανύσματος. Στην παραπάνω περίπτωση λόγω της σχετικά παράλληλης συμπεριφοράς των καμπυλών θερμοκρασίας κάτω από 800 °C ($\theta/n_2 = 0.15$) επιλέγεται $(\sigma_{2m})^2 \approx 2$.

$$\theta_p = \frac{n_2}{e(\sigma_{2m})^2} = \frac{3.40}{2e} = 0.6245$$

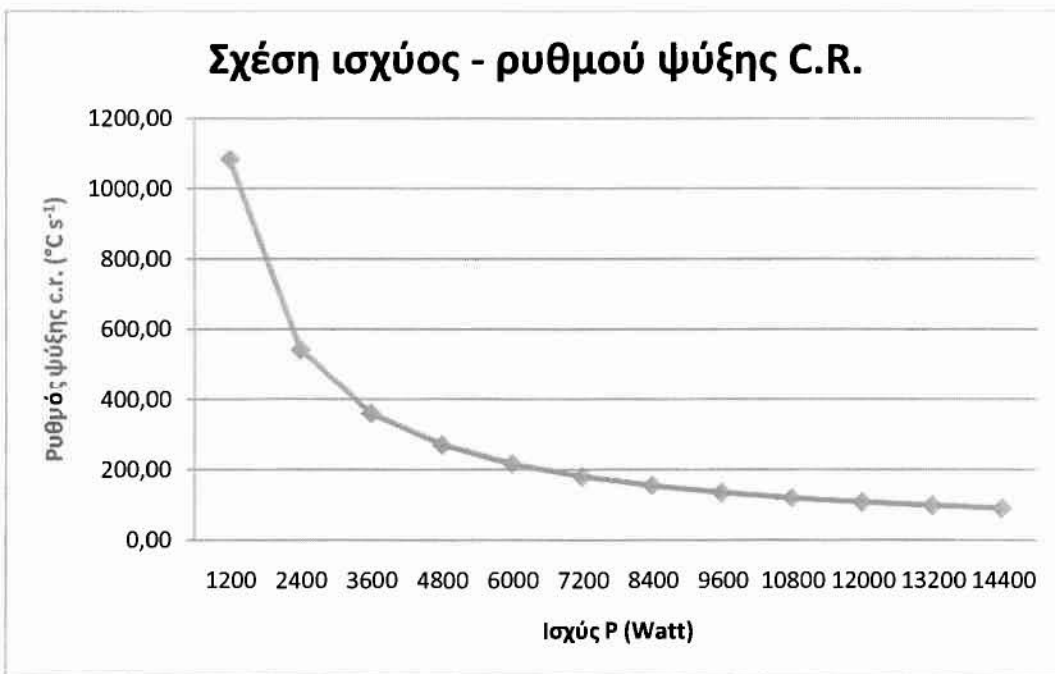
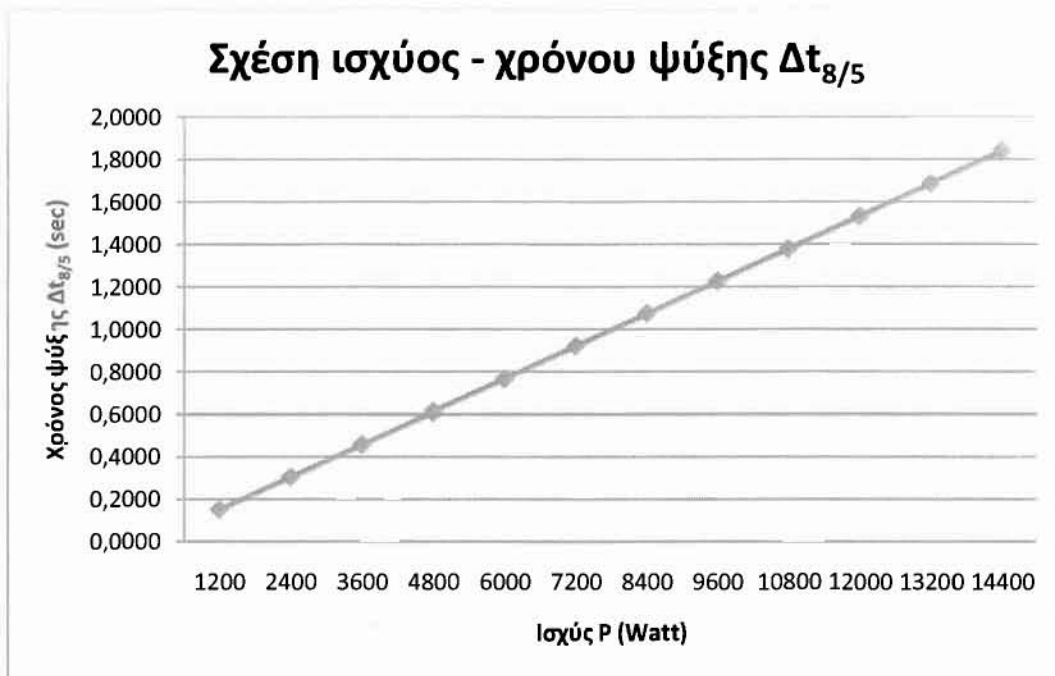
Το οποίο μεταφράζεται ως μέγιστη θερμοκρασία στο σημείο $\sigma_{2m}=1,414$ (ή $r=3.464$ mm):

$$T_p = T_o + \theta_p (T_c - T_o) = 20 + 0.63(1520 - 20) = 956.8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

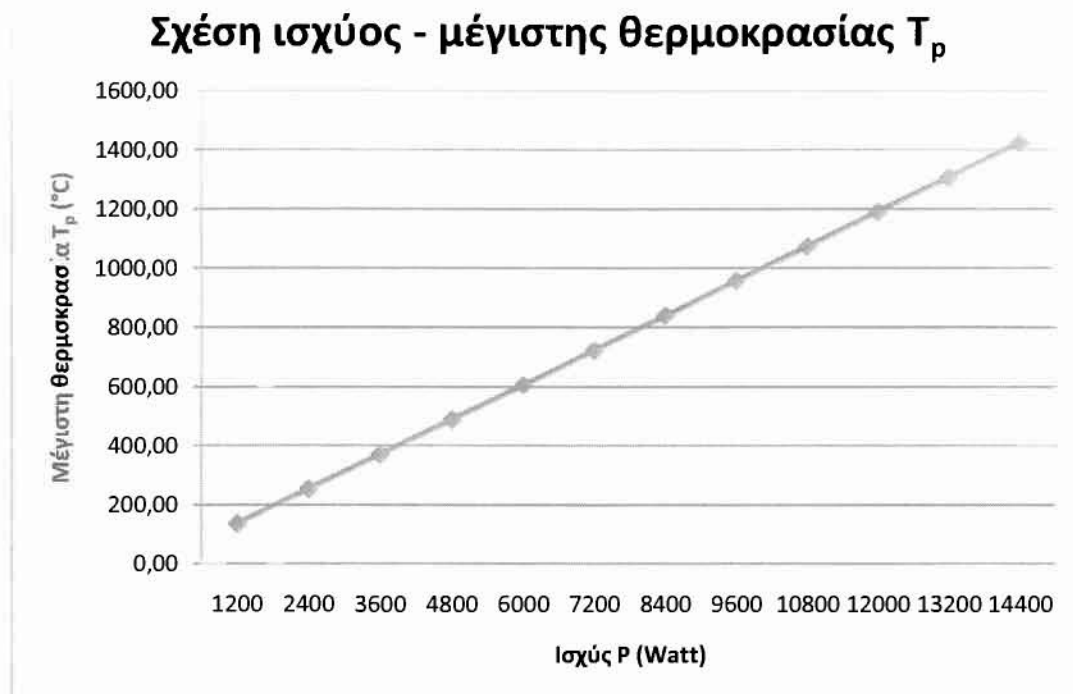
2.2.4 Επιδράσεις παραμέτρων

Παρακάτω παρουσιάζονται σε μορφή διαγραμμάτων οι επιδράσεις στις σημειακές συγκολλήσεις με την αλλαγή διαφορετικών παραμέτρων:

- i. Αύξηση ισχύος (συγκεκριμένα λόγω της έντασης ρεύματος) με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $T_o=20$ °C, $V=1.6$ V, $\eta=0.5$, $t_h=0.3$ sec, $d_i=4$ mm σε συγκόλληση χαμηλά κραματωμένου χάλυβα. Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης, στο ρυθμό ψύξης και στη μέγιστη θερμοκρασία.



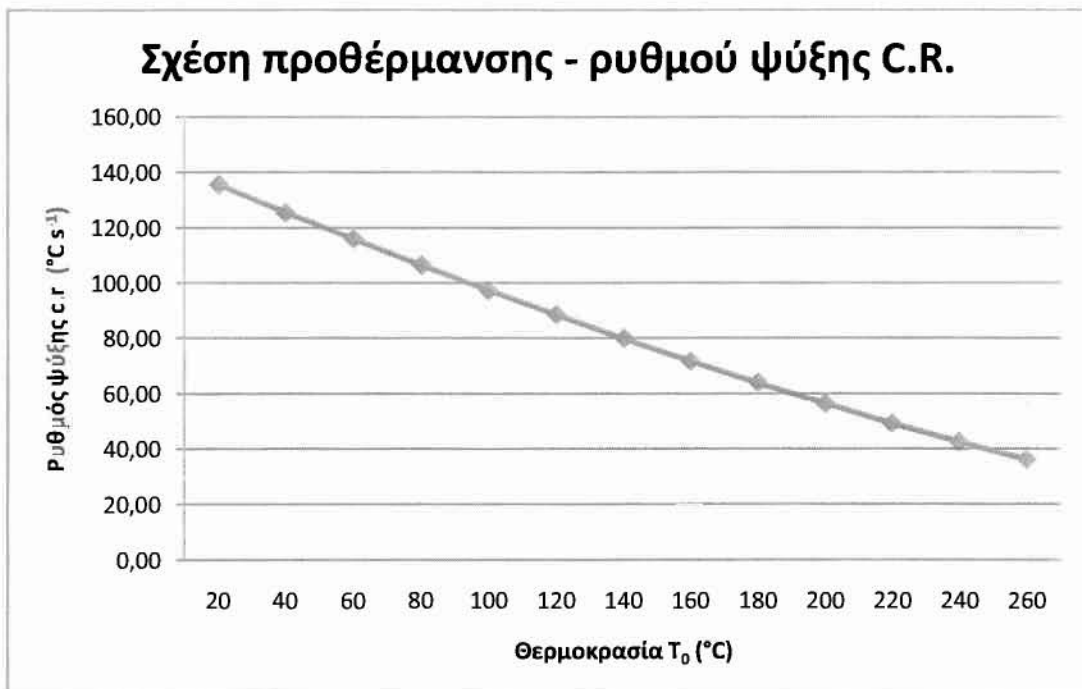
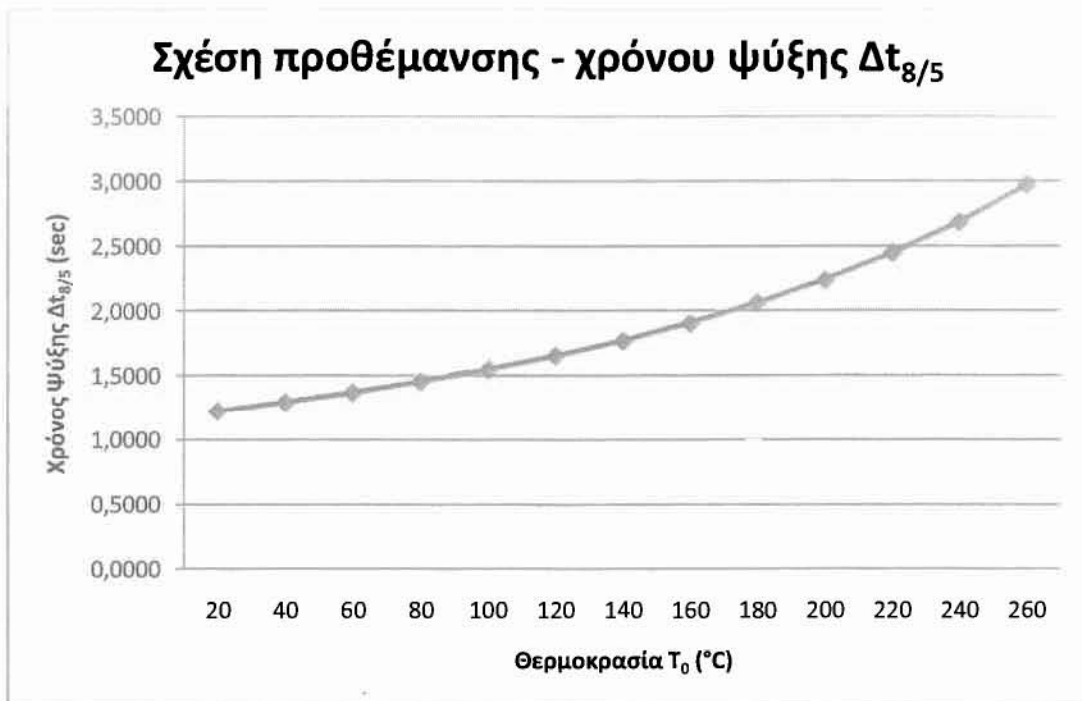
Σχήμα 2.18 Διαγράμματα επιρροής ισχύος στο χρόνο ψύξης και στο ρυθμό ψύξης για spot welding (low alloy steel)



Σχήμα 2.18 (συνέχεια) Διάγραμμα επιρροής ισχύος στη μέγιστη θερμοκρασία για spot welding (low alloy steel)

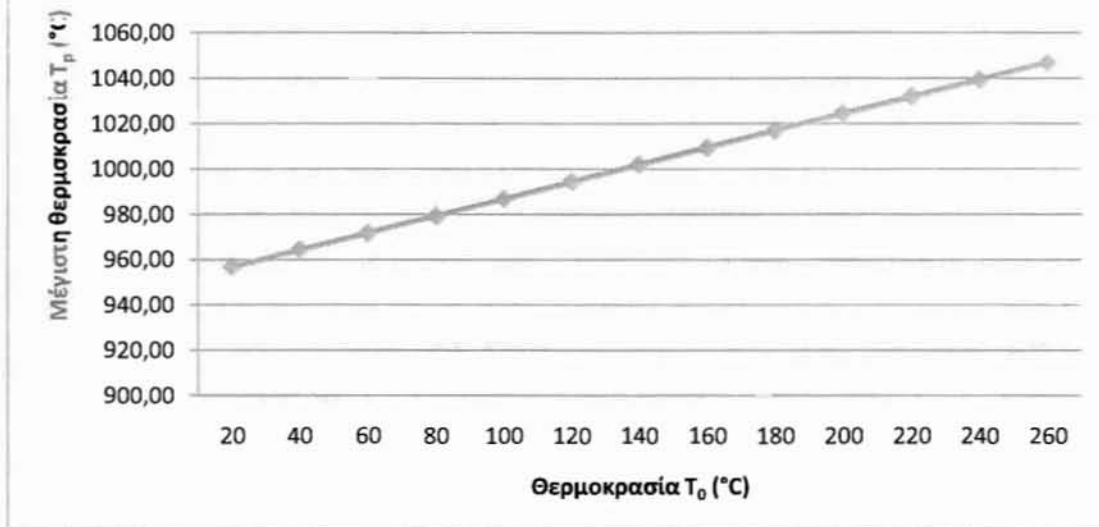
Με την αύξηση της ισχύος παρατηρείται σταδιακή αύξηση του χρόνου ψύξης, αρχικά απότομη πτώση του ρυθμού ψύξης με ομαλότερη μείωση ύστερα και σταθερή αύξηση της μέγιστης θερμοκρασίας.

- ii. Αύξηση θερμοκρασίας ανά 20 βαθμούς (Προθέρμανση) με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $I=8$ kA, $V=1.6$ V, $\eta=0.5$, $t_h=0.3$ sec, $d_t=4$ mm σε συγκόλληση χαμηλά κραματωμένου χάλυβα. Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης, στο ρυθμό ψύξης και στη μέγιστη θερμοκρασία.



Σχήμα 2.19 Διαγράμματα επιρροής της προθέρμανσης στο χρόνο ψύξης και στο ρυθμό ψύξης για spot welding (low alloy steel)

Σχέση προθέρμανσης - μέγιστης θερμοκρασίας T_p



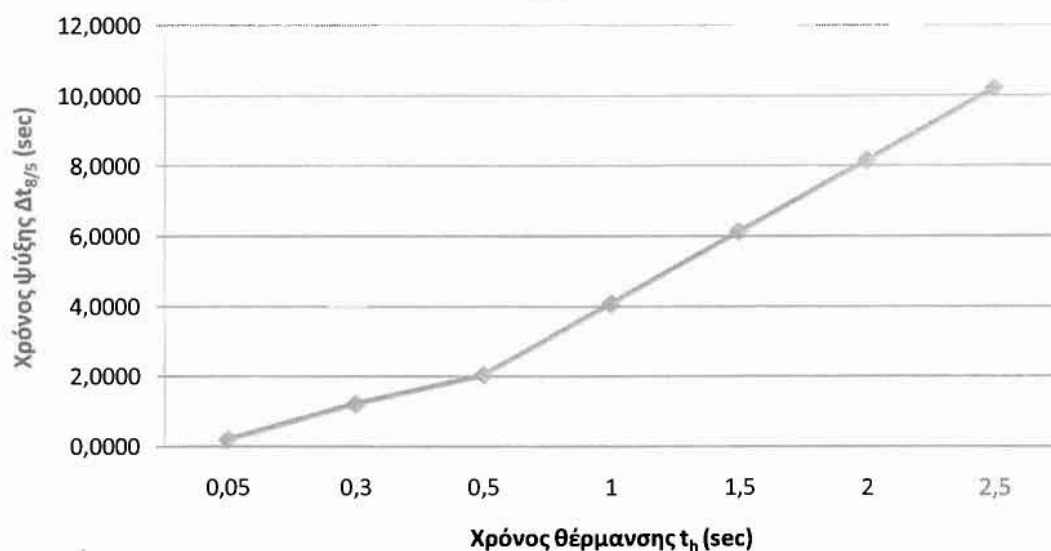
Σχήμα 2.19 (συνέχεια) Διάγραμμα επιρροής της προθέρμανσης στη μέγιστη θερμοκρασία για spot welding (low alloy steel)

Στο πρώτο διάγραμμα φαίνεται πως ο χρόνος ψύξης αυξάνεται με την αύξηση της αρχικής θερμοκρασίας. Οπότε, λογικά μειώνεται και ο ρυθμός ψύξης καθώς αυξάνεται η προθέρμανση όπως φαίνεται και στο δεύτερο διάγραμμα. Στο τρίτο τέλος φαίνεται η σταδιακή αύξηση της μέγιστης θερμοκρασίας με την αύξηση της αρχικής θερμοκρασίας, όπως ακριβώς θα περίμενε κάποιος.

- iii. Αυξομείωση χρόνου θέρμανσης τόξου συγκόλλησης (t_h) με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $T_0=20$ °C, $I=8$ kA, $V=1.6$ V, $\eta=0.5$, $d_r=4$ mm σε συγκόλληση χαμηλά κραματωμένου χάλυβα. Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης και στο ρυθμό ψύξης.

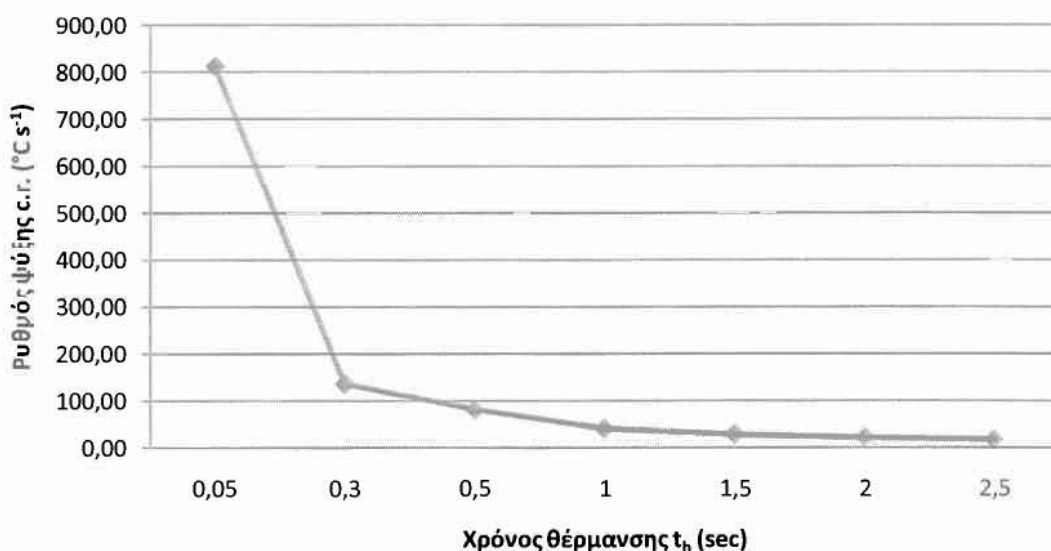
Σχέση χρόνου θέρμανσης- χρόνου ψύξης

$$\Delta t_{8/5}$$



Σχέση χρόνου θέρμανσης- ρυθμού ψύξης

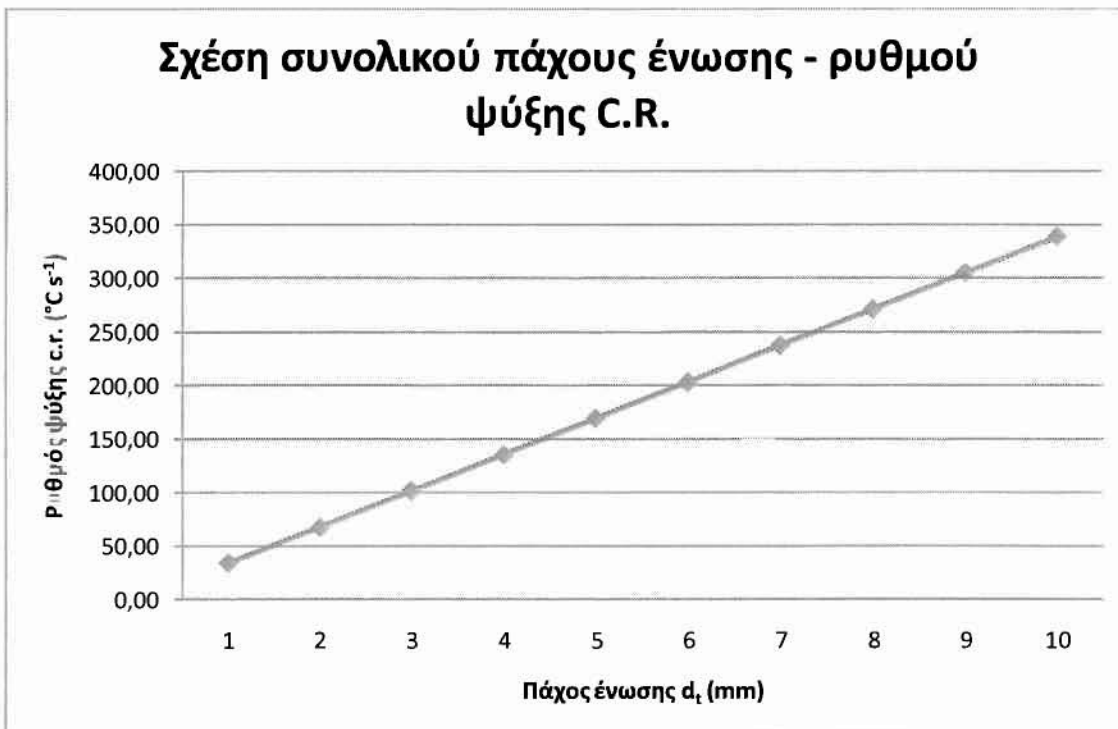
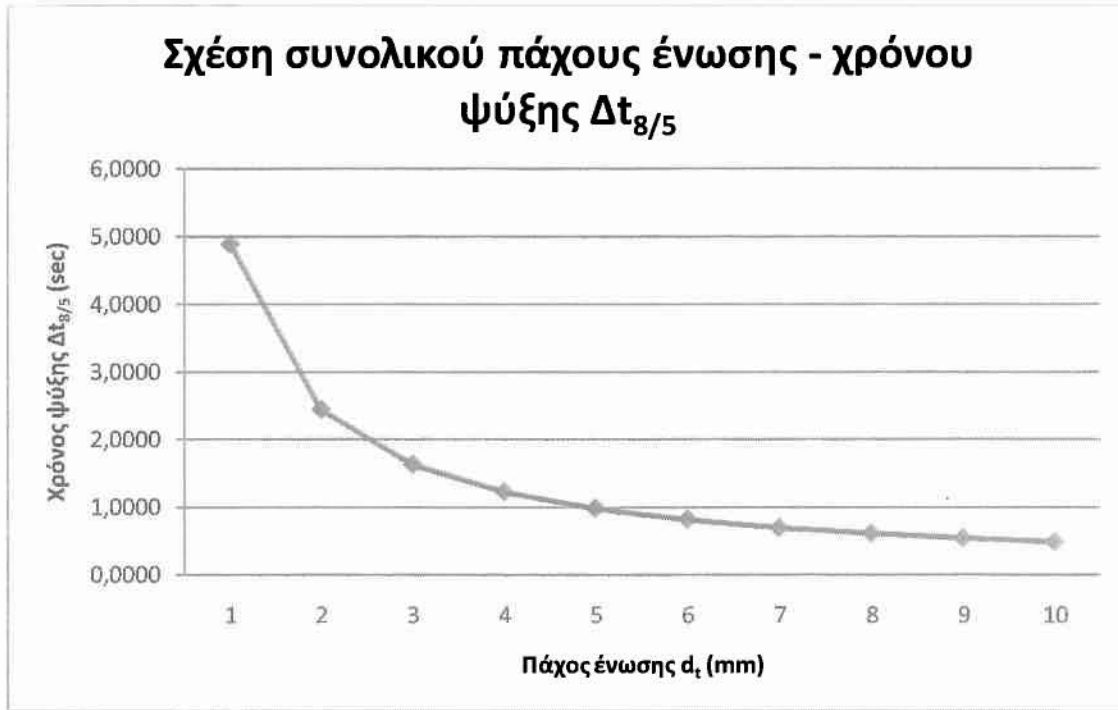
$$C.R.$$



Σχήμα 2.20 Διαγράμματα επιρροής χρόνου έναυσης τόξου στο χρόνο ψύξης και στο ρυθμό ψύξης για spot welding (low alloy steel)

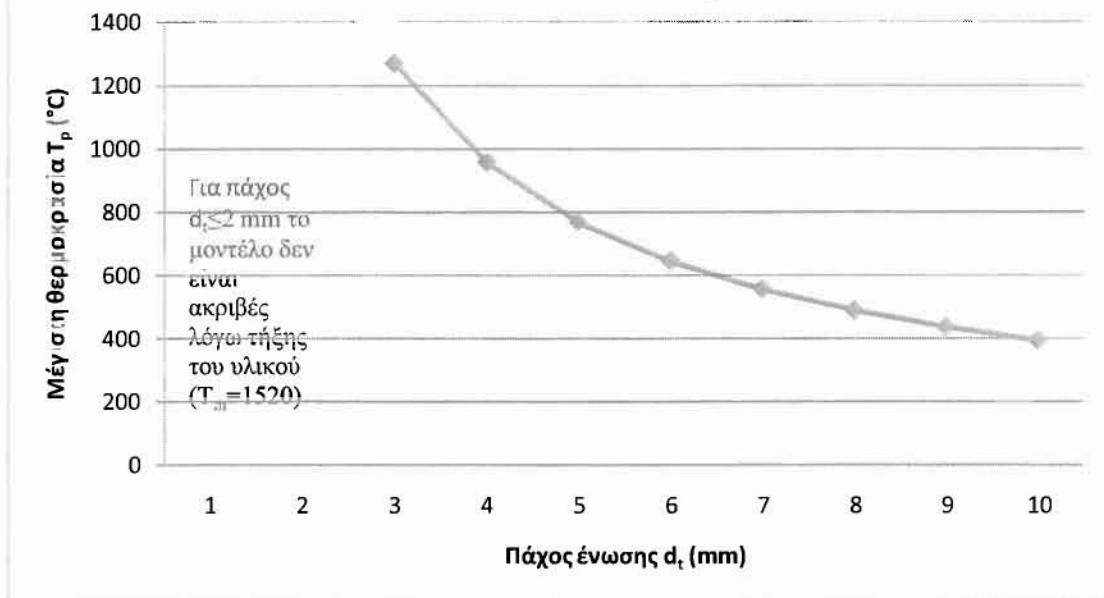
Το πρώτο διάγραμμα δείχνει την απότομη αύξηση του χρόνου ψύξης με την αύξηση του χρόνου θέρμανσης του τόξου. Ενώ το δεύτερο δείχνει την αρχικά απότομη κατάβαση του ρυθμού ψύξης από τα 0.05 στο 0.3 sec και την ομαλοποίηση της καμπύλης στη συνέχεια.

- iv. Αλλαγή συνολικού πάχους ένωσης (μέταλλο «α»+μέταλλο «β»= d_t) με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$, $I=8\text{ kA}$, $V=1.6\text{ V}$, $\eta=0.5$, $t_h=0.3\text{ sec}$ σε συγκόλληση χαμηλά κραματωμένου χάλυβα. Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης, στο ρυθμό ψύξης και στη μέγιστη θερμοκρασία.



Σχήμα 2.21 Διαγράμματα επιρροής συνολικού πάχους ένωσης στο χρόνο ψύξης και στο ρυθμό ψύξης για spot welding (low alloy steel)

Σχέση συνολικού πάχους ένωσης - μέγιστης θερμοκρασίας T_p

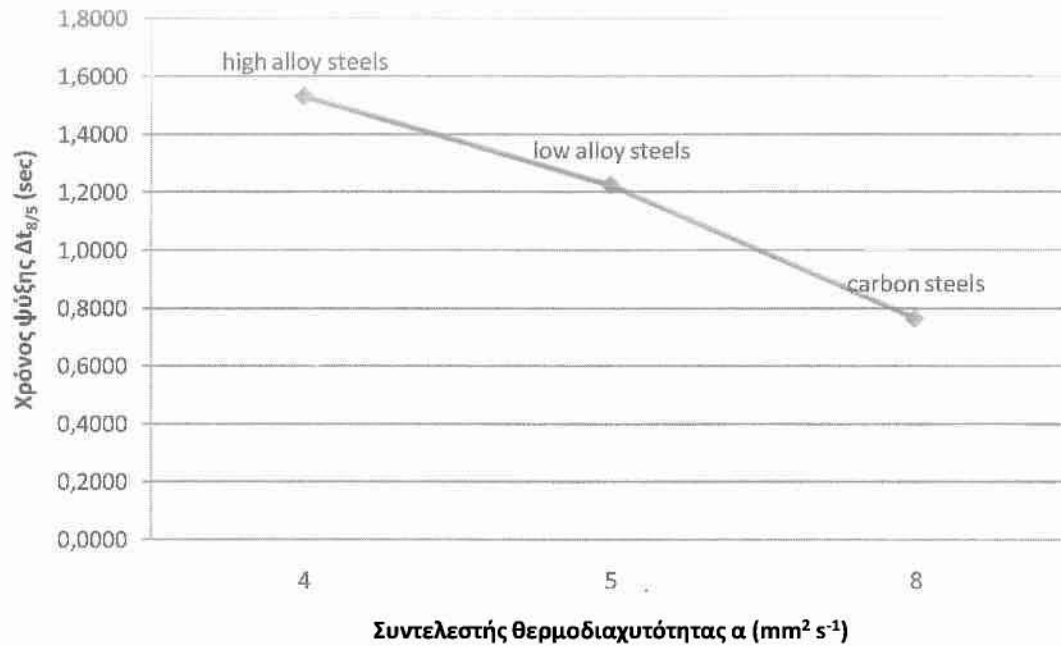


Σχήμα 2.21 (συνέχεια) Διάγραμμα επιρροής συνολικού πάχους ένωσης στη μέγιστη θερμοκρασία για spot welding (low alloy steel)

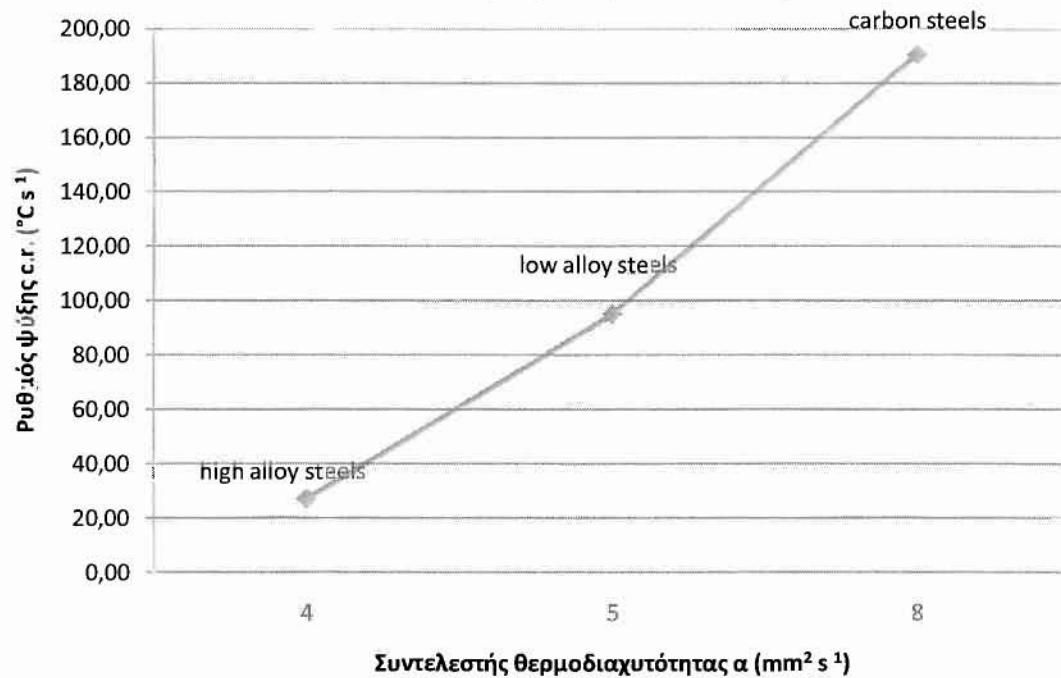
Στο πρώτο διάγραμμα φαίνεται αρχικά απότομος ρυθμός μείωσης του χρόνου ψύξης καθώς μεγαλώνει το συνολικό πάχος της ένωσης, ο οποίος γίνεται πιο ομαλός στη συνέχεια. Φαίνεται στο δεύτερο διάγραμμα μία σταθερή αύξηση του ρυθμού ψύξης καθώς μεγαλώνει το πάχος της ένωσης, το οποίο είναι λογικό αφού μεγαλώνει το μέγεθος του υλικού οπότε και οι τρόποι «διαφυγής» της θερμότητας, η διαχυση της δηλαδή στη γύρω περιοχή. Το τελευταίο διάγραμμα δείχνει την πτώση της μέγιστης θερμοκρασίας με τη σταδιακή αύξηση της ένωσης για συνολικό πάχος πάνω από 3 mm, καθώς για χαμηλότερο υπερβαίνεται η θερμοκρασία τήξης.

- v. Αλλαγή υλικού – με βάση το συντελεστή θερμοδιαχυτότητας (α) και την θερμοκρασία M_s με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$, $I=8\text{ kA}$, $V=1.6\text{ V}$, $\eta=0.5$, $t_h=0.3\text{ sec}$, $d_t=4\text{ mm}$ σε συγκόλληση ανθρακοχάλυβα ($T_{Ms}=446.4\text{ }^\circ\text{C}$), υψηλά ($T_{Ms}=246.7\text{ }^\circ\text{C}$) και χαμηλά κραματωμένου χάλυβα ($T_{Ms}=400.8\text{ }^\circ\text{C}$). Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης, στο ρυθμό ψύξης και στη μέγιστη θερμοκρασία.

Σχέση υλικού (α) - χρόνου ψύξης $\Delta t_{8/5}$

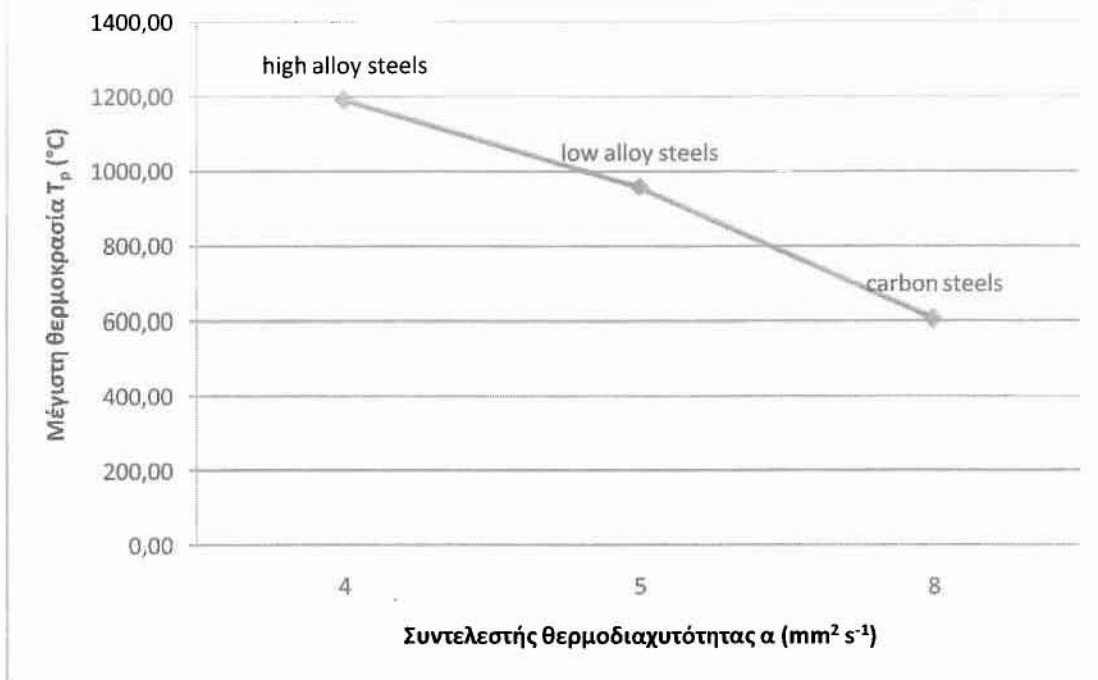


Σχέση υλικού (α) - ρυθμού ψύξης C.R.



Σχήμα 2.22 Διαγράμματα επιρροής της αλλαγής υλικού στο χρόνο ψύξης και στο ρυθμό ψύξης για spot welding (low alloy steel)

Σχέση υλικού (α) - μέγιστης θερμοκρασίας T_p



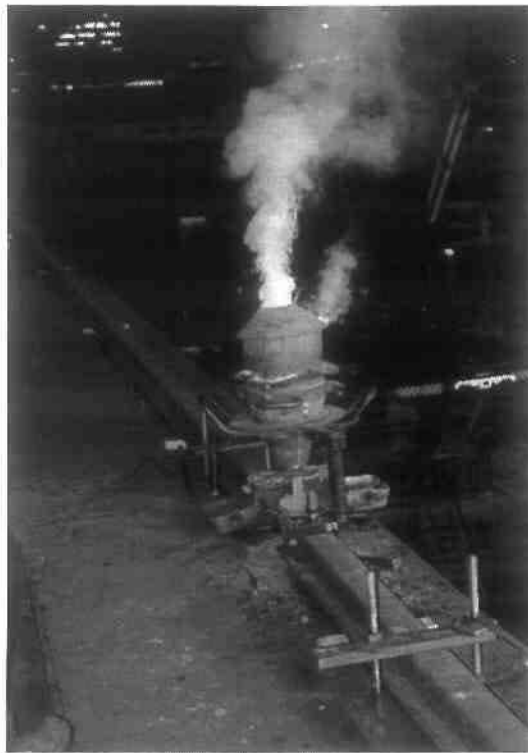
Σχήμα 2.22 (συνέχεια) Διάγραμμα επιρροής της αλλαγής υλικού στη μέγιστη θερμοκρασία για spot welding (low alloy steel)

Στο πρώτο διάγραμμα παρατηρείται μείωση του χρόνου ψύξης με την αλλαγή του υλικού, δηλαδή την αύξηση της θερμοδιαχυτότητας. Στο δεύτερο διάγραμμα κύριο ρόλο παίζει η θερμοκρασία M_s η οποία καθώς αυξάνεται ($T_{M_s\text{-high alloy steel}}=246.7^{\circ}\text{C} < T_{M_s\text{-low alloy steel}}=400.8^{\circ}\text{C} < T_{M_s\text{-carbon steel}}=446.4^{\circ}\text{C}$) την ίδια απότομη αύξηση έχει και ο ρυθμός ψύξης ($CR_{\text{high alloy steel}}=26,909 \text{ }^{\circ}\text{C s}^{-1} < CR_{\text{low alloy steel}}=94,908 \text{ }^{\circ}\text{C s}^{-1} < CR_{\text{carbon steel}}=190,398 \text{ }^{\circ}\text{C s}^{-1}$). Στο τελευταίο διάγραμμα φαίνεται η μείωση της μέγιστης θερμοκρασίας με την αύξηση της θερμοδιαχυτότητας. Τα δεδομένα των M_s θερμοκρασιών προκύπτουν από την εμπειρική σχέση του Andrews [4].

2.3 Αλουμινοθερμικές Συγκολλήσεις

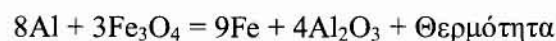
2.3.1 Γενικά

Οι αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις (thermit ή thermitite welding) είναι μία μέθοδος εξώθερμης συγκόλλησης η οποία χρησιμοποιεί θερμίτη για την τήξη μετάλλου, το οποίο χυτεύεται στη συνέχεια μεταξύ δυο τεμαχίων πραγματοποιώντας ένωση [19]. Είναι μία διαδικασία η οποία στην ουσία ενώνει μέταλλα θερμαίνοντας τα με υπέρθερμο υγρό μέταλλο παραγόμενο από μία χημική αντίδραση μεταξύ ενός μεταλλικού οξειδίου και αλουμινίου ή κάποιου άλλου αναγωγικού μέσου, με ή χωρίς την εφαρμογή πίεσης. Το υλικό πλήρωσης εξασφαλίζεται από το υγρό μέταλλο [1]-[20]. Στο Σχήμα 2.24 φαίνεται αναλυτικά όλη η διαδικασία.



Σχήμα 2.23 Αλουμινοθερμική συγκόλληση

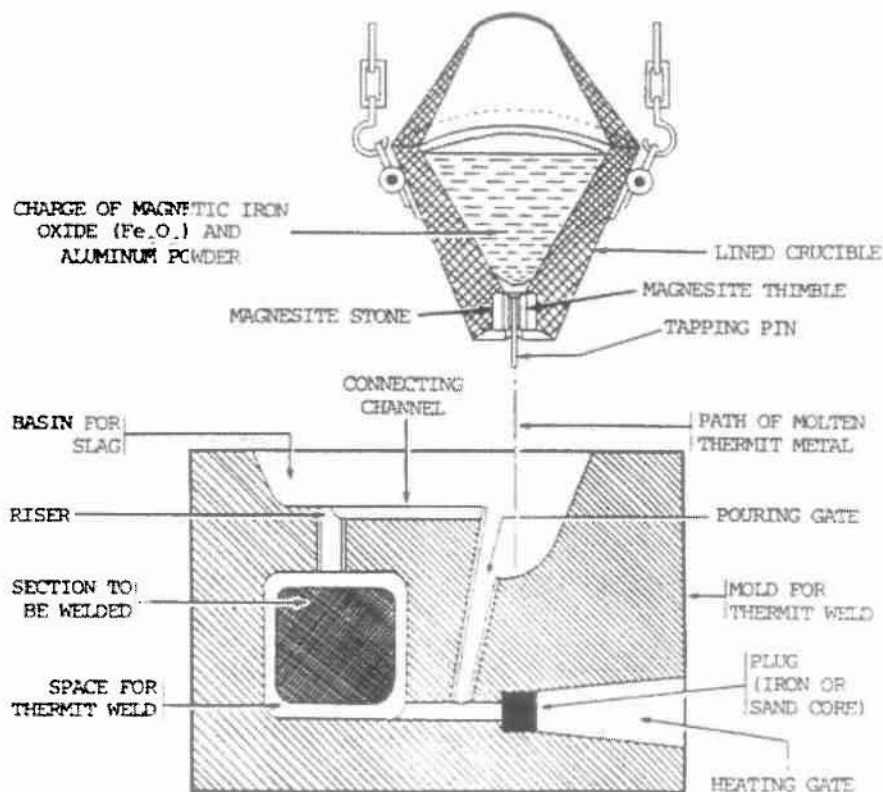
Ο θερμίτης είναι μία μηχανική πυροτεχνική σύνθεση μεταλλικής σκόνης αλουμινίου και επεξεργασμένων οξειδίων σιδήρου, η οποία παράγει μία αλουμινοθερμική αντίδραση η οποία δημιουργεί μικρές δόσεις εξαιρετικά υψηλών θερμοκρασιών επικεντρωμένες σε πολύ μικρή περιοχή για πολύ σύντομο χρονικό διάστημα [20]-[21]. Η θερμότητα για τη συγκόλληση αποκτάται από την εξώθερμη αντίδραση μεταξύ του οξειδίου του σιδήρου και του αλουμινίου. Η αντίδραση είναι [20]:



Συνήθως η αντιδρούσα σύνθεση αποτελείται από 5 μέρη κόκκινης (σκουριά) σκόνης οξειδίου του σιδήρου και 3 μέρη σκόνης αλουμινίου κατά βάρος, που αναφλέγονται σε

υψηλές θερμοκρασίες. Μια ισχυρή εξώθερμη αντίδραση (παραγωγή θερμότητας) προκύπτει παράγοντας μέσω αναγωγής και οξειδωσης μία λευκή μάζα τηγμένου σιδήρου και σκωρία πυρίμαχου οξειδίου του αλουμινίου. Ο τηγμένος σίδηρος είναι στην ουσία το συγκολλητικό υλικό. Το οξείδιο του αλουμινίου είναι λιγότερο πυκνό από τον υγρό σίδηρο και επιπλέει στη λίμνη συγκόλλησης, οπότε το στήσιμο της συγκόλλησης πρέπει να γίνει αφού ληφθεί υπόψη ότι το πραγματικό συγκολλητικό υλικό είναι κάτω και καλυμμένο από επιπλέον σκωρία [19].

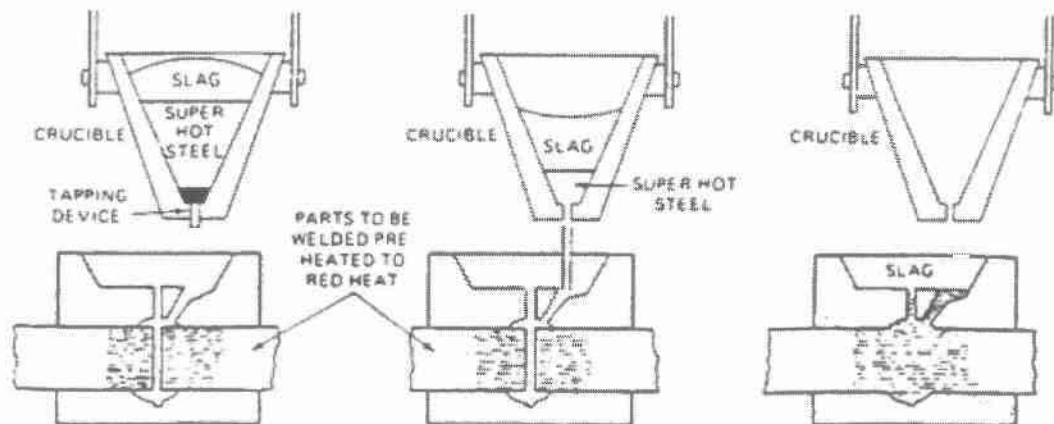
Η εξώθερμη αντίδραση είναι σχετικά αργή και απαιτεί 20 με 30 sec, ανεξάρτητα από τον αριθμό των χημικών που λαμβάνουν μέρος. Ο υπέρθερμος χάλυβας εισέρχεται σε ένα χωνευτήρι με επένδυση μαγνησίτη, το οποίο βρίσκεται ακριβώς πάνω από την ραφή συγκόλλησης. Τα τεμάχια που θα συγκολληθούν ευθυγραμμίζονται με ένα κενό μεταξύ τους. Το τηγμένο μέταλλο ρέει μέσα σε ένα καλούπι που είναι φτιαγμένο γύρω από τα μέρη που θα συγκολληθούν. Επειδή η θερμοκρασία είναι τουλάχιστον δύο φορές μεγαλύτερη από τη θερμοκρασία τήξης του βασικού μετάλλου, η τήξη συμβαίνει στα σύνορα της ραφής και των κραμάτων με το τηγμένο μέταλλο από το χωνευτήρι. Φυσιολογικές απώλειες θερμότητας έχουν ως αποτέλεσμα η συνολική μάζα του τηγμένου σιδήρου να στερεοποιηθεί, να πραγματοποιηθεί συνένωση και η συγκόλληση να ολοκληρωθεί. Αν τα προς συγκόλληση μέρη είναι μεγάλα, τότε ίσως είναι απαραίτητη η προθέρμανση εντός της κοιλότητας της μήτρας ώστε τα τεμάχια να φτάσουν στη θερμοκρασία συγκόλλησης. Αν τα μέρη είναι μικρά, η προθέρμανση δεν απαιτείται. Μόλις ξεκινήσει η αντίδραση, συνεχίζεται μέχρι την ολοκλήρωση της.



Σχήμα 2.24 Καλούπι και χωνευτήρι αλουμινοθερμικών συγκολλήσεων

Η αλουμινοθερμική συγκόλληση χρησιμοποιεί τη βαρύτητα, η οποία προκαλεί τη ροή του τηγμένου μετάλλου και την πλήρωση της κοιλότητας μεταξύ των τεμαχίων που συγκολλούνται. Ένα κέρινο καλούπι φτιάχνεται γύρω από τη ραφή στο μέγεθος και τη μορφή της προσδοκώμενης ένωσης. Ένα εκμαγείο από πυρίμαχη άμμο κατασκευάζεται γύρω από το κέρινο καλούπι για να συγκρατήσει το τηγμένο μέταλλο αφού χυθεί. Το καλούπι από άμμο θερμαίνεται τότε για να λιώσει το κερί. Το εκμαγείο πρέπει να αερίζεται καταλλήλως για να επιτρέψει τη διαφυγή των αερίων και τη σωστή διανομή του θερμίτη στην ένωση. Όταν το μέταλλο πλήρωσης ψυχθεί και στερεοποιηθεί, όλο το ανεπιθύμητο εξέχον μέταλλο μπορεί να αφαιρεθεί με οξυγονοκοπή, κάποια μηχανουργική κατεργασία ή λείανση. Η επιφάνεια της ολοκληρωμένης συγκόλλησης είναι συνήθως αρκετά ομαλή ώστε να μην απαιτεί επιπλέον μεταλλικό φινιρίσμα [20].

Οι αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις χρησιμοποιούνται ευρέως στις σιδηροτροχιές σιδηρόδρομων. Το υπέρθερμο τηγμένο μέταλλο προκαλεί την τήξη των ακρών των σιδηροτροχιών στο κενό συγκόλλησης και αποτελώντας ταυτόχρονα το συγκολλητικό υλικό προκαλεί την ένωση [22]. Η ποιότητα συγκόλλησης του χημικά καθαρού θερμίτη είναι χαμηλή εξαιτίας της μικρής θερμικής διείσδυσης στα μέταλλα που ενώνονται και στην πολύ χαμηλή περιεκτικότητα σε άνθρακα του καθαρού τηγμένου σιδήρου. Έτσι λοιπόν για να αποκτηθούν υψηλής ποιότητας σιδηροδρομικές συγκολλήσεις, οι άκρες των σιδηροτροχιών πρέπει να προθερμανθούν με πυρσό για να επιφέρουν καλή τήξη των τμημάτων που λαμβάνουν μέρος στη συγκόλληση. Επειδή αυτού του είδους αντίδραση αποδίδει σχετικά καθαρό σίδηρο, όχι του πιο δυνατού χάλυβα, προστίθενται κάποια μικρά σφαιρίδια ή ράβδοι υψηλής περιεκτικότητας σε άνθρακα χαμηλά κραματωμένου χάλυβα στο μείγμα του θερμίτη. Αυτά τα κραματικά στοιχεία τήκονται από τη θερμότητα της αντίδρασης ισχυροποιώντας την ένωση [19]. Στο Σχήμα 2.25 φαίνονται τα βήματα πραγματοποίησης αλουμινοθερμικών συγκολλήσεων.



Σχήμα 2.25 Βήματα πραγματοποίησης αλουμινοθερμικών συγκολλήσεων



Σχήμα 2.26 Αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις σε σιδηροτροχιές

2.3.2 Μοντέλο

Στις αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις η χρονική περίοδος μεταξύ της έναυσης του μίγματος σκόνης και της ολοκλήρωσης της αναγωγικής διαδικασίας θα είναι σύντομη εξαιτίας του υψηλού ρυθμού αντιδράσεων που εμπλέκονται. Θεωρείται ότι κενό πλάτους $2L_1$ πληρώνεται στιγμιαία τη χρονική στιγμή $t=0$ με υγρό μέταλλο μίας αρχικής θερμοκρασίας T_i . Η θερμοκρασία του μετάλλου έξω από την περιοχή τήξης είναι T_0 . Αν οι θερμικές απώλειες προς το περιβάλλον θεωρηθούν αμελητέες, το πρόβλημα μπορεί να εξεταστεί ως μονοδιάστατη αγωγή όπου η πηγή θερμότητας (επεκτείνεται από $-L_1$ έως $+L_1$) αντιπροσωπεύεται από μία σειρά στοιχειωδών πηγών, κάθε μία από τις οποίες έχει θερμικό περιεχόμενο:

$$dQ = A dx' \rho c (T_i - T_0) \quad (2-16)$$

Στη χρονική στιγμή t η πηγή παράγει μία μικρή αύξηση στη θερμοκρασία στη θέση x , όπως δίνεται στην εξίσωση (2-1):

$$dT = \left(\frac{dQ / A}{\rho c (4\pi at)^{1/2}} \right) e^{\left[\frac{-(x-x')^2}{4at} \right]} \Rightarrow$$

Αντικαθιστώντας την (2-16) μέσα: (2-17)

$$\Rightarrow dT = \frac{(T_i - T_0) dx'}{(4\pi at)^{1/2}} e^{\left[\frac{-(x-x')^2}{4at} \right]}$$

Η τελική θερμοκρασία διανομής παρέχεται αντικαθιστώντας $u = (x-x')/(4at)^{1/2}$ (ή $dx' = -du(4at)^{1/2}$) στην εξίσωση (2-17) και ολοκληρώνοντας μεταξύ των ορίων $x' = -L_1$ και $x' = +L_1$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα (μετά από κάποια τροποποίηση) :

$$T - T_0 = \frac{(T_i - T_0)}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x+L_1}{\sqrt{4at}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x-L_1}{\sqrt{4at}} \right) \right] \quad (2-18)$$

όπου $erf(u)$ είναι η συνάρτηση λάθους (error function). Εξαιτίας της πολύπλοκης φύσης της εξίσωσης (2-18), οι διάφορες λύσεις παρουσιάζονται σε αδιάστατη μορφή μέσω της εισαγωγής των παρακάτω παραμέτρων:

- Αδιάστατη θερμοκρασία:

$$\theta' = \frac{(T - T_0)}{(T_i - T_0)} \quad (2-19)$$

όπου T_i αρχική θερμοκρασία υγρού μετάλλου.

- Αδιάστατη χρονική παράμετρος:

$$\tau_3 = \frac{\sqrt{4at}}{L_1} \quad (2-20)$$

- Αδιάστατη x -συντεταγμένη:

$$\Omega = \frac{x}{L_1} \quad (2-21)$$

Αντικαθιστώντας αυτές τις παραμέτρους στην εξίσωση (2-18) προκύπτει:

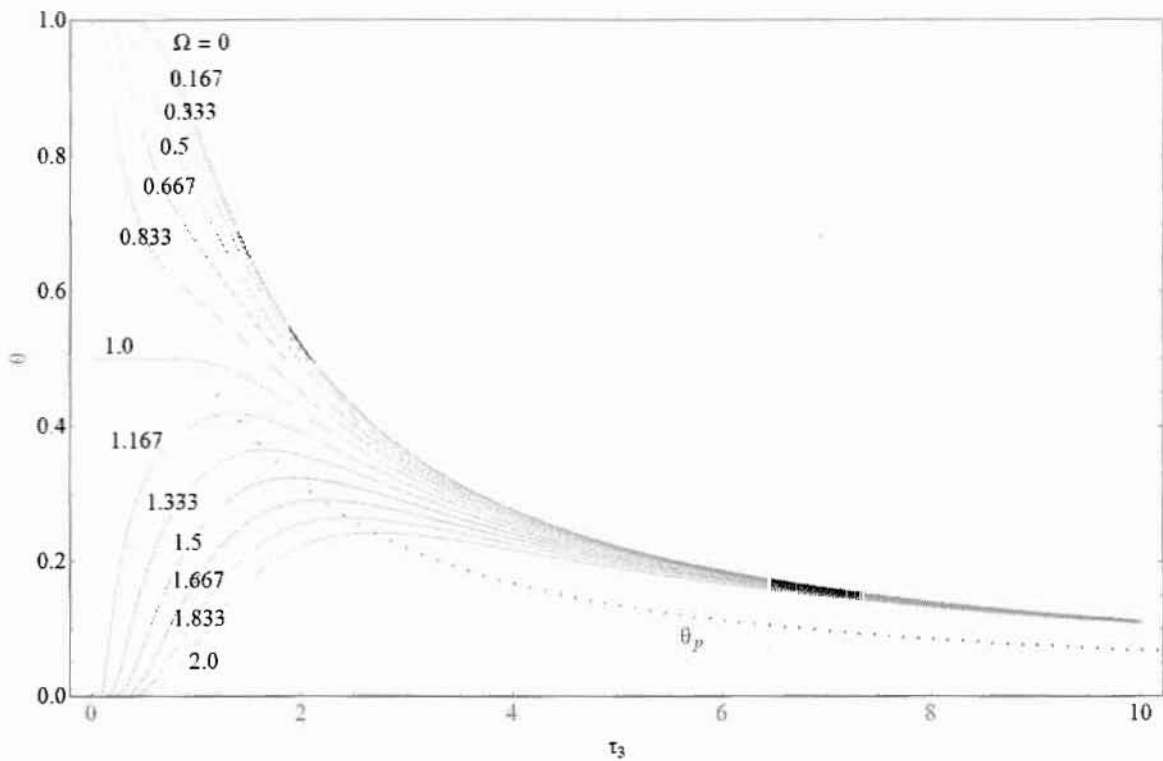
$$\theta' = \frac{1}{2} \left[erf\left(\frac{\Omega+1}{\tau_3}\right) - erf\left(\frac{\Omega-1}{\tau_3}\right) \right] \quad (2-22)$$

Η εξίσωση (2-22) λύθηκε αριθμητικά για διαφορετικές τιμές των Ω και τ_3 . Τα αποτελέσματα φαίνονται στο Σχήμα 2.27α. Όπως θα αναμενόταν, η ίδια η περιοχή τήξης ($\Omega \leq 1$) ψύχεται με ένα μονότονο τρόπο, ενόσω η θερμοκρασία σε περιοχές έξω από τα όρια τήξης ($\Omega > 1$) θα περάσουν από μία μέγιστη τιμή πριν ψυχθούν τελείως. Τα τοπικά μέγιστα της ΘΕΖ που φαίνονται στο Σχήμα 2.27α ορίζονται από την παράγωγο $\partial\theta'/\partial\tau_3=0$. Με περαιτέρω ανάλυση:

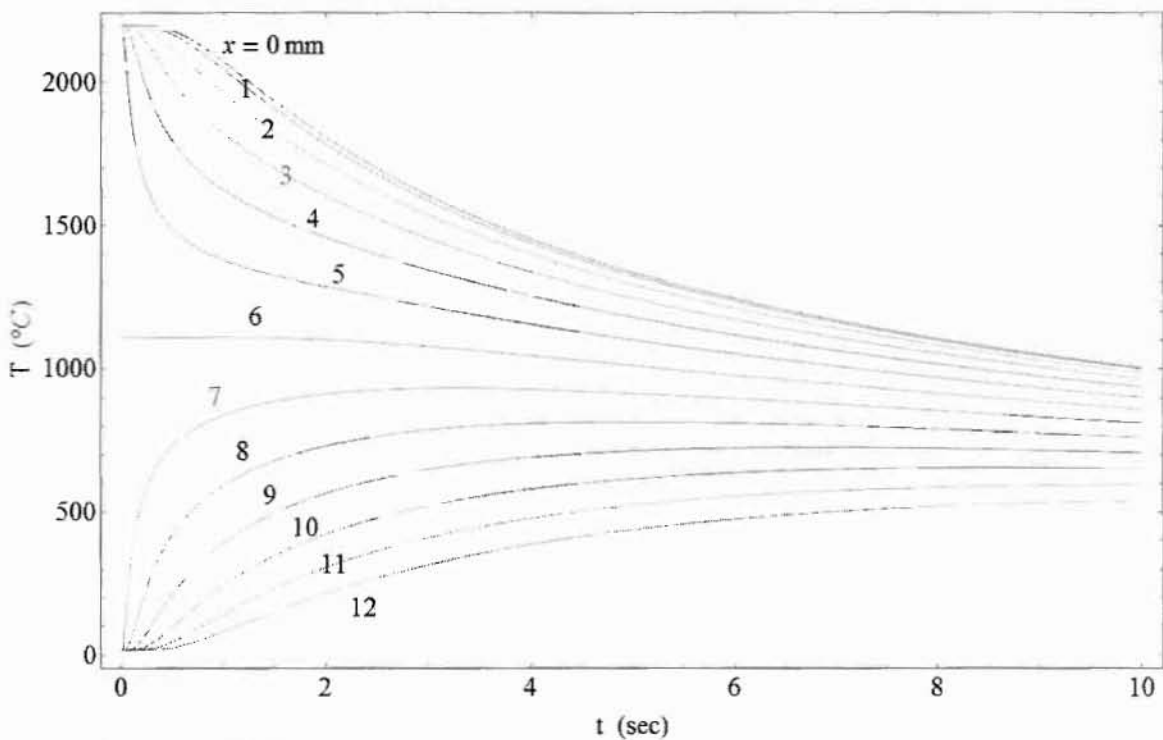
$$\begin{aligned} \frac{\partial\theta'}{\partial\tau_3} &= \frac{\partial u}{\partial\tau_3} \times \frac{\partial\theta'}{\partial u} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{\partial\theta'}{\partial\tau_3} - \frac{-(\Omega_m+1)}{\sqrt{\pi}(\tau_{3m})^2} e^{-\left[\frac{(\Omega_m+1)^2}{(\tau_{3m})^2}\right]} + \frac{(\Omega_m-1)}{\sqrt{\pi}(\tau_{3m})^2} e^{-\left[\frac{(\Omega_m-1)^2}{(\tau_{3m})^2}\right]} &= 0 \end{aligned}$$

από το οποίο συνεπάγεται

$$(\Omega_m-1) e^{-\left[\frac{(\Omega_m-1)^2}{(\tau_{3m})^2}\right]} - (\Omega_m+1) e^{-\left[\frac{(\Omega_m+1)^2}{(\tau_{3m})^2}\right]} = 0 \quad (2-23)$$

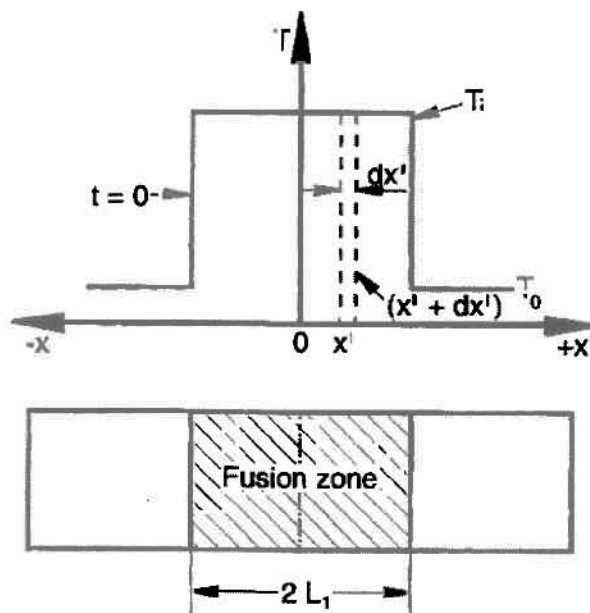


Σχήμα 2.27α Υπολογισμένες θερμοκρασίες, σε αδιάστατη μορφή, στις αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις σιδηροτροχιών (διακεκομμένη γραμμή συμβολίζει τις μέγιστες θερμοκρασίες)



Σχήμα 2.27β Υπολογισμένες θερμοκρασίες, σε πραγματική μορφή, στις αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις σιδηροτροχιών

Οι μέγιστες θερμοκρασίες προκύπτουν από τη λύση του συστήματος της (2-22) και (2-23) για διάφορες τιμές του Ω_m και τ_{3m} όπως φαίνεται στο αντίστοιχο κώδικα του προγράμματος, σε Mathematica, του μοντέλου των αλουμινοθερμικών συγκολλήσεων που παρατίθεται στο παράρτημα.



Σχήμα 2.28 Μοντέλο ιδανικοποιημένης θερμικής ροής σε αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις σιδηροτροχιών

2.3.3 Παράδειγμα (1.3)

Θεωρούμε συγκόλληση σιδηροτροχιών (αναγωγή Fe_2O_3 με μίγμα σκόνης Al) υπό τις παρακάτω λειτουργικές συνθήκες:

$$T_i = 2200 \text{ }^\circ\text{C}, D = 2L_1 = 12 \text{ mm}, T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

Θα υπολογίσουμε το χρόνο ψύξης από τους 800 στους 500 $^\circ\text{C}$ ($\Delta t_{8/5}$) στο κέντρο της συγκόλλησης και το συνολικό πλάτος της πλήρους μετασηματισμένης ζώνης δίπλα στα όρια τήξης. Η θερμοκρασία A_{c3} του μετάλλου θεωρείται ίση με 890 $^\circ\text{C}$.

Λύση

Για θέσεις κατά μήκος της κεντρικής γραμμής συγκόλλησης ($\Omega = 0$ ή $x=0$) η εξίσωση (2-22) μειώνεται σε:

$$\theta' = \text{erf}\left(\frac{1}{\tau_3}\right)$$

Χρόνος Ψύξης $\Delta t_{8/5}$

Από την παραπάνω σχέση μπορεί να υπολογιστεί ο χρόνος ψύξης από $T_i = 2200^\circ\text{C}$ στους 500 και στους 800:

$$\theta'_{500} = \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\tau_{3/500}}\right) = \frac{(500-20)}{(2200-20)} = 0.220 \Rightarrow \tau_{3/500} = 5.05$$

και

$$\theta'_{800} = \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\tau_{3/800}}\right) = \frac{(800-20)}{(2200-20)} = 0.358 \Rightarrow \tau_{3/800} = 3.04$$

Από την εξίσωση (2-20) βρίσκεται ότι:

$$\Delta t_{8/5} = \frac{L_1}{4a} \left[(\tau_{3/500})^2 - (\tau_{3/800})^2 \right] = \frac{(6)^2}{4 \times 5} \left[(5.05)^2 - (3.04)^2 \right] \text{sec} = 29 \text{sec}$$

Η υπολογισμένη τιμή για τη $\Delta t_{8/5}$ ισχύει και για θέσεις εκτός της κεντρικής γραμμής συγκόλλησης, καθώς οι καμπύλες ψύξης σε τόσο χαμηλές θερμοκρασίες είναι σχετικά παράλληλες μέσα στην ζώνη τήξης.

Συνολικό πλάτος πλήρους μετασηματισμένης ζώνης

Τα όρια τήξης ορίζονται όταν $x = L_1$ και αφού $\Omega = x / L_1$ κατά συνέπεια:

$$\Omega_m = 1$$

για

$$\theta'_{800} = \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\tau_{3m/890}}\right) = \frac{(890-20)}{(2200-20)} = 0.40 \Rightarrow \tau_{3m/890} = 1.50$$

Εισάγοντας την παραπάνω τιμή στην εξίσωση (2-23) (υπολογισμός μέσω Mathematica) έχει ως αποτέλεσμα την αντίστοιχη συντεταγμένη της ισοθερμικής:

$$\Omega_{m2} \approx 1.2223$$

Οπότε το συνολικό πλάτος της πλήρους μετασηματισμένης ΘΕΖ είναι:

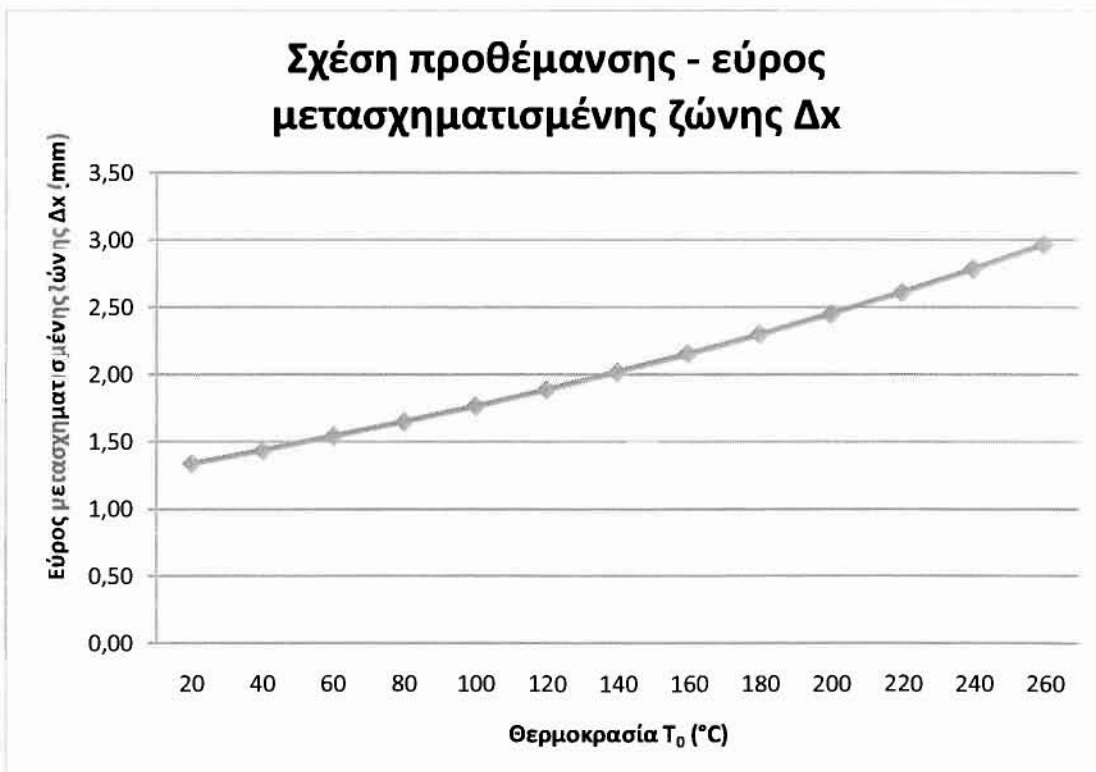
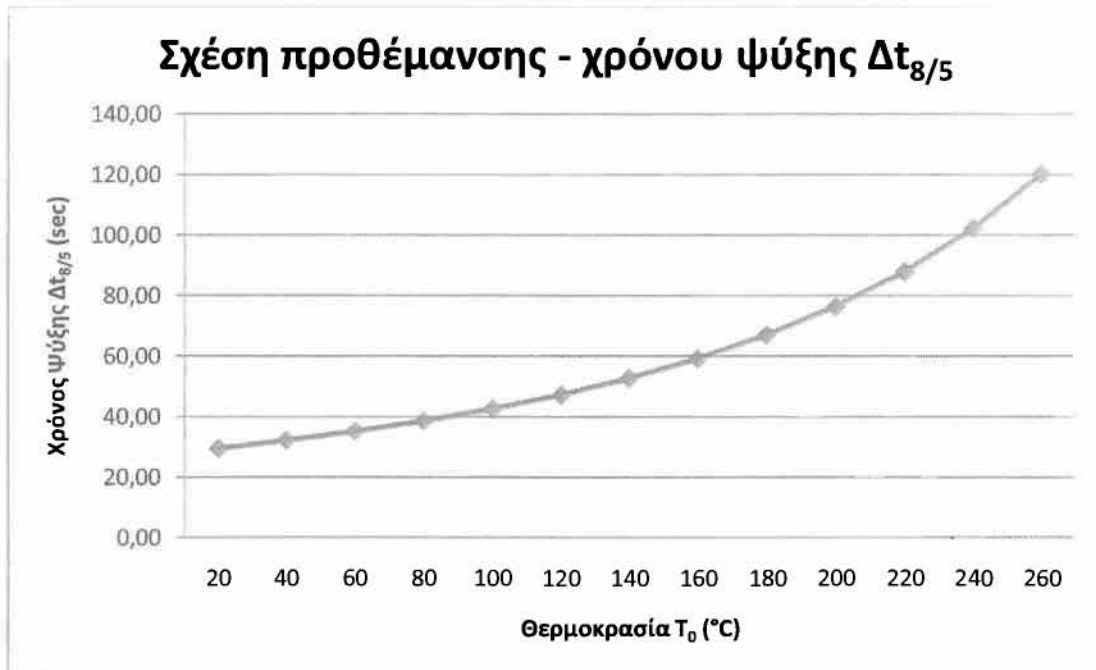
$$\Delta x = L_1 (\Omega_{m2} - \Omega_m) = 6(1.2223 - 1) \text{mm} = 1.3338 \text{mm}$$

Κάποια σφάλματα μπορεί να προκύψουν εξαιτίας της υπόθεσης της στιγμιαίας απελευθέρωσης θερμότητας μετά την έναυση του μίγματος σκόνης και της θεώρησης αμελητέων θερμικών απωλειών στο γύρω περιβάλλον.

2.3.4 Επιδράσεις παραμέτρων

Παρακάτω παρουσιάζονται σε μορφή διαγραμμάτων οι επιδράσεις στις αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις με την αλλαγή διαφορετικών παραμέτρων:

- i. Αύξηση θερμοκρασίας ανά 20 βαθμούς (Προθέρμανση) με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $T_1 = 2200\text{ }^\circ\text{C}$, $D = 2L_1 = 12\text{ mm}$ σε συγκόλληση σιδηροτροχιών. Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης και στο εύρος της μετασχηματισμένης ζώνης.



Σχήμα 2.29 Διαγράμματα επιρροής προθέρμανσης στο χρόνο ψύξης και στο εύρος της μετασχηματισμένης ζώνης για thermit welding (σιδηροτροχιές)

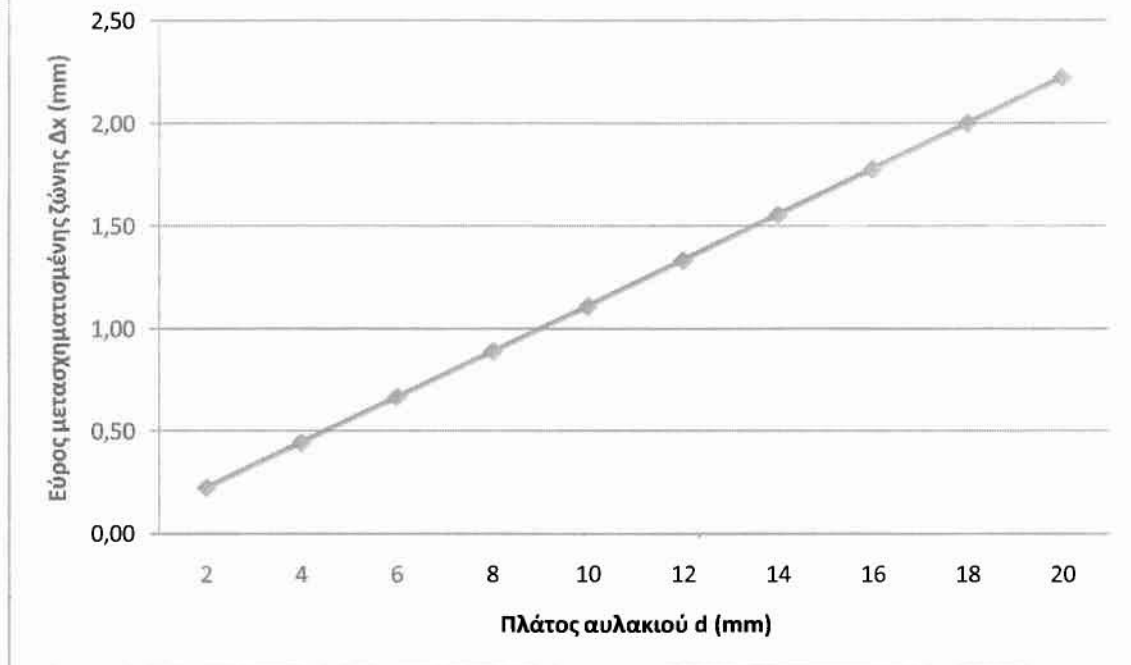
Αυτό που φαίνεται στο πρώτο διάγραμμα είναι μία σταδιακή αύξηση του χρόνου ψύξης με την αύξηση της θερμοκρασίας προθέρμανσης. Ενώ στο δεύτερο διάγραμμα η αύξηση του εύρους της μετασχηματισμένης ζώνης είναι πιο σταθερή με την αύξηση της αρχικής θερμοκρασίας.

- ii. Αλλαγή συνολικού πλάτους κενού ένωσης ($D=2 \times L$) με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $T_i = 2200 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ σε συγκόλληση σιδηροτροχιών. Εξετάζεται η επιρροή στο χρόνο ψύξης και στο εύρος της μετασχηματισμένης ζώνης.



Σχήμα 2.30 Διάγραμμα επιρροής συνολικού πλάτους κενού μεταξύ των προς συγκόλληση τμημάτων στο χρόνο ψύξης για thermit welding (σιδηροτροχιές)

Σχέση συνολικού πλάτους κενού - εύρος μετασχηματισμένης ζώνης Δx



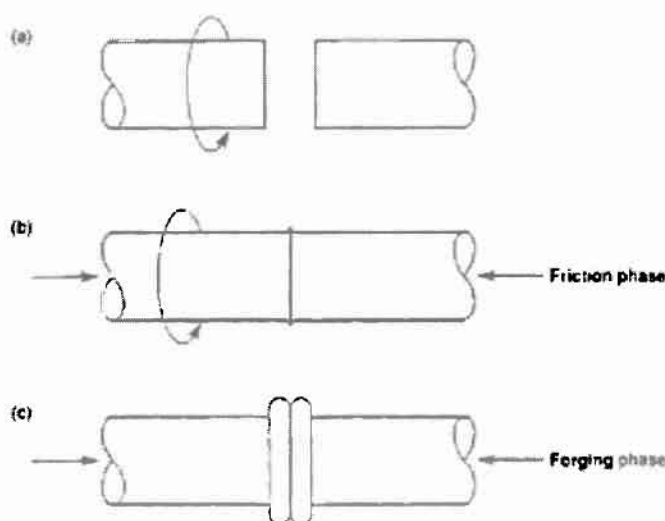
Σχήμα 2.30 (συνέχεια) Διάγραμμα επιρροής συνολικού πλάτους κενού μεταξύ των προς συγκόλληση τμημάτων, στο εύρος της μετασχηματισμένης ζώνης για thermit welding (σιδηροτροχιές)

Παρατηρείται μία σχετική αύξηση της κλίσης της καμπύλης του χρόνου ψύξης με την αλλαγή του μεγέθους του κενού στο πρώτο διάγραμμα. Ενώ στο δεύτερο το εύρος της μετασχηματισμένης ζώνης αυξάνεται με σταθερή κλίση καθώς μεγαλώνει η απόσταση μεταξύ των τμημάτων προς συγκόλληση.

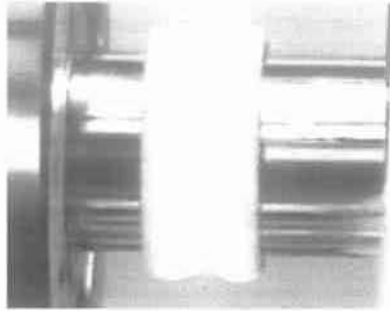
2.4 Συγκολλήσεις τριβής

2.4.1 Γενικά

Η συγκόλληση τριβής είναι μία στερεάς - κατάστασης μέθοδος συγκόλλησης κατά την οποία η θερμότητα για την ένωση παράγεται από τη σχετική κίνηση μεταξύ των δύο επιφανειών που πρόκειται να ενωθούν. Αυτή η μέθοδος στηρίζεται στην απευθείας μετατροπή μηχανικής ενέργειας σε θερμότητα για να πραγματοποιηθεί η ένωση, χωρίς την περαιτέρω εφαρμογή ενέργειας από οποιαδήποτε άλλου είδους πηγή. Κάτω από κανονικές συνθήκες δεν πραγματοποιείται τήξη στην διεπαφή. Στο Σχήμα 2.31 φαίνεται μία τυπική συγκόλληση τριβής, στην οποία ένα μη περιστρεφόμενο τεμάχιο συγκρατείται αντίθετα και σε επαφή με ένα περιστρεφόμενο κάτω από συνεχή ή σταδιακά αυξανόμενη πίεση μέχρι η διεπαφή τους να φτάσει τη θερμοκρασία συγκόλλησης. Η ταχύτητα περιστροφής, η αξονική πίεση και ο χρόνος συγκόλλησης είναι οι βασικές μεταβλητές οι οποίες ελέγχονται έτσι ώστε να παρέχεται ο σωστός συνδυασμός θερμότητας και πίεσης ώστε να πραγματοποιηθεί η σύνδεση. Αυτές οι παράμετροι προσαρμόζονται έτσι ώστε η επιφάνεια επαφής των δύο μετάλλων να θερμανθεί μέχρι τη θερμοκρασιακή ζώνη πλαστικής παραμόρφωσης όπου μπορεί να πραγματοποιηθεί η συγκόλληση. Μόλις θερμανθεί η διεπαφή των μετάλλων, ασκείται σταθερή αξονική πίεση για να έρθουν οι επιφάνειες συγκόλλησης σε στενή επαφή και να προκαλέσουν μία μεγάλης αντοχής ένωση. Κατά τη διάρκεια του τελευταίου σταδίου της διαδικασίας συγκόλλησης, πραγματοποιείται ατομική διάχυση όσο οι επιφάνειες των τεμαχίων βρίσκονται σε επαφή, επιτρέποντας τη δημιουργία ενός μεταλλουργικού δεσμού μεταξύ των δύο υλικών [2].



Σχήμα 2.31 Σχηματική αναπαράσταση συγκόλλησης τριβής (a) το ένα τεμάχιο περιστρέφεται ενόσω το άλλο μένει ακίνητο, (b) τα δύο τεμάχια έρχονται σε επαφή και αξονική πίεση ασκείται για την ενωτική διαδικασία, (c) παύει η περιστροφή του τεμαχίου και η διαδικασία ενοποίησης τελειώνει [2].



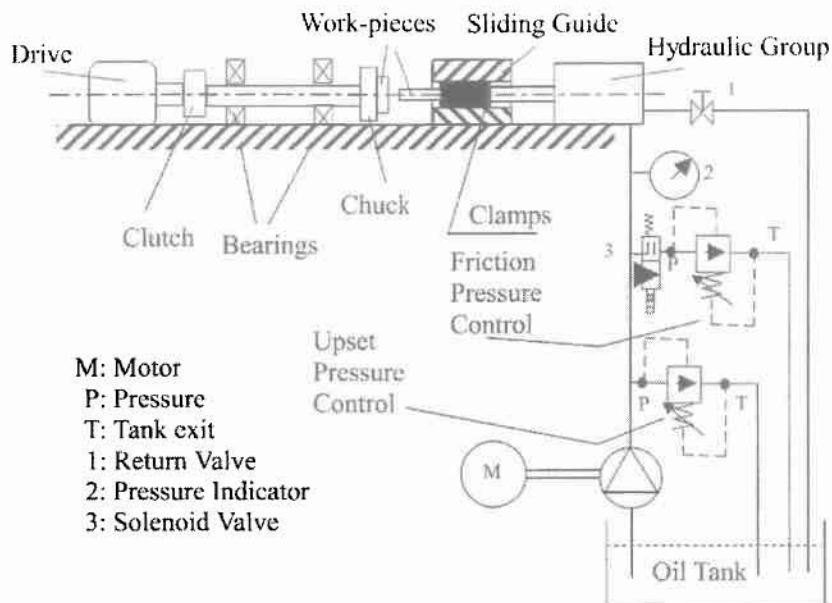
Σχήμα 2.32 Συγκόλληση τριβής [26]

Η συγκολλήσεις τριβής εμπλέκουν παραγωγή ενέργειας μέσω της τριβής, διάχυση θερμότητας, πλαστική παραμόρφωση και χημική ενδοδιάχυση. Η αλληλεξάρτηση αυτών των παραγόντων κατά τη διάρκεια συγκολλήσεων τριβής προκαλεί επιπλοκές στην ανάπτυξη μοντέλων πρόβλεψης της μεθόδου. Παρόλα αυτά, από ποιοτικής άποψης η μέθοδος είναι αρκετά κατανοητή μέσω εμπειρικών ερευνών και μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα βαθμό με μικρές απώλειες ακρίβειας. Πέντε παράγοντες επηρεάζουν την ποιότητα αυτού του είδους συγκολλήσεων:

- σχετική ταχύτητα των επιφανειών
- εφαρμοζόμενη πίεση
- θερμοκρασία επιφανειών
- φυσικές ιδιότητες υλικών
- επιφανειακή κατάσταση και ύπαρξη επιφανειακών φιλμ

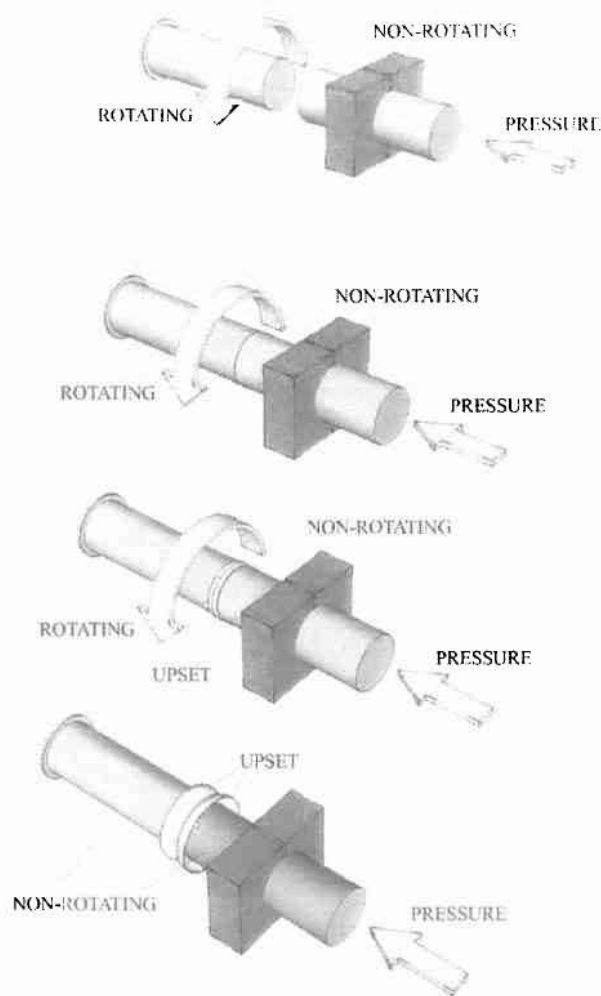
Οι πρώτοι τρεις παράγοντες σχετίζονται καθαρά με τις συγκολλήσεις τριβής και είναι και εκείνοι που μπορούν να ελεγχθούν, ενώ οι τελευταίες δύο με τις ιδιότητες των μετάλλων που ενώνονται στη συγκόλληση. Η θερμοκρασία επιφάνειας συγκόλλησης είναι ζωτικής σημασίας για να επιτευχθεί καλή ένωση και εξαρτάται από τις συνθήκες διεργασίας και τα υλικά που θα πάρουν μέρος. Παρόλο που η επιφανειακή θερμοκρασία δεν μετράται απευθείας ούτε ελέγχεται άμεσα, τα φαινόμενα ανεπαρκούς ή υπερβολικής θερμοκρασίας είναι γενικά εμφανή σε οπτικό έλεγχο της ολοκληρωμένης συγκόλλησης. Οι ιδιότητες των και η κατάσταση των επιφανειών των υλικών που θα πάρουν μέρος στη διαδικασία ένωσης επηρεάζουν τις δυνάμεις τριβής και των χαρακτηριστικών κατεργασίας τους.

Δύο είναι τα βασικά είδη συγκολλήσεων τριβής: ευθείας οδήγησης και αδρανειακής οδήγησης. Η πρώτη μέθοδος, γνωστή αλλιώς και ως συμβατική συγκόλληση τριβής, χρησιμοποιεί ένα μοτέρ που γυρίζει σε σταθερή ταχύτητα για να προσδώσει ενέργεια στη συγκόλληση. Η δεύτερη μέθοδος, αλλιώς γνωστή και ως συγκόλληση τριβής σφονδύλου (flywheel), χρησιμοποιεί την ενέργεια αποθηκευμένη σε έναν σφόνδυλο (flywheel) για την ολοκλήρωση της ένωσης. Η μέθοδος που θα επιλεγεί θα δώσει και διαφορετικά μεταλλουργικά αποτελέσματα στην διεπιφάνεια της ένωσης. Σε κάθε περίπτωση μπορεί και οι δύο τρόποι μπορούν να χρησιμοποιηθούν με διαφορετική εφαρμογή σχετικής κίνησης ώστε να παράγουν την κατάλληλη τριβή για δημιουργηθεί η ένωση. Εκτός από το κλασσικό τρόπο όπου το ένα κυλινδρικό τεμάχιο κρατείται σταθερό ενώ το άλλο περιστρέφεται, χρησιμοποιούνται και διαφορετικές παραλλαγές. Κάποιες από αυτές είναι με τα δύο τεμάχια να περιστρέφονται ταυτόχρονα με αντίθετες φορές ή τα μέρη να μένουν ακίνητα και απλά να πιέζονται πάνω σε ένα τρίτο περιστρεφόμενο κομμάτι τοποθετημένο μεταξύ τους [2]. Το μοντέλο που εξετάζεται εδώ χρησιμοποιεί την πρώτη και κλασσική μέθοδο κινούμενου-ακίνητου.



Σχήμα 2.33 Σχηματική αναπαράσταση συνολικής διάταξης συγκόλλησης τριβής [25]

Μέσα στα κύρια θετικά των συγκολλήσεων τριβής είναι το γεγονός ότι δεν πραγματοποιείται τήξη κατά τη διάρκεια του φαινομένου. Αυτό δίνει το πλεονέκτημα να αποφεύγεται η ανάπτυξη κόκκων σε μηχανικά υλικά όπως υψηλής αντοχής θερμικά επεξεργασμένα χάλυβες. Άλλο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι ο ίδιος ο τρόπος που πραγματοποιείται τείνει να «καθαρίζει» την επιφάνεια μεταξύ των μετάλλων που συγκολλούνται ελαχιστοποιώντας την προηγούμενη προετοιμασία τους. Κατά τη διάρκεια της διεργασίας, ανάλογα με τη μέθοδο που χρησιμοποιείται, μικρά κομμάτια πλαστικοποιημένου μετάλλου εξαναγκάζονται να εξέλθουν υπό τη μορφή κυματιστών ελασμάτων γνωστών με την ονομασία «flash». Αυτά, θεωρείται, ότι απομακρύνουν τις ακαθαρσίες από την ένωση. Άλλο σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι επιτρέπει την ένωση ανόμοιων υλικών μεταξύ τους. Κάτι τέτοιο είναι ιδιαίτερα χρήσιμο π.χ. στο πεδίο της αεροναυπηγικής μίας και συνηθίζεται να ενώνονται ελαφρύ τύπου αλουμίνιο με υψηλής αντοχής μέταλλα. Σε διαφορετική περίπτωση αυτό θα ήταν αδύνατο αφού οι θερμοκρασίες τήξης μεταξύ τέτοιων μετάλλων είναι τεράστια και θα ήταν αδύνατη η ένωση τους με συμβατικές μεθόδους. Η συγκόλληση τριβής δημιουργεί υψηλής αντοχής δεσμούς χωρίς την επιβολή επιπρόσθετου βάρους [23].

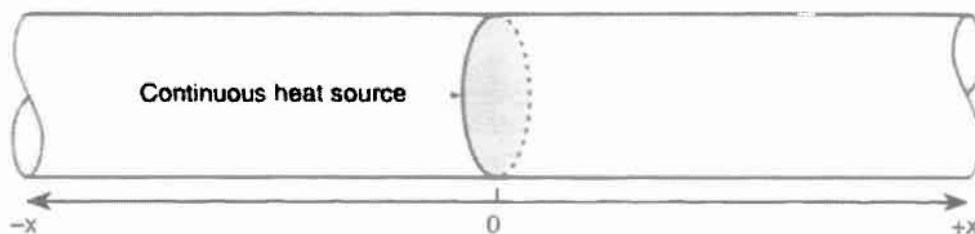


Σχήμα 2.34 Αναλυτικά βήματα συγκόλλησης τριβής [24]

2.4.2 Μοντέλο

Το μοντέλο θεωρεί μία συνεχή επίπεδη θερμική πηγή σε μακριά ράβδο όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.35. Η θερμότητα ελευθερώνεται με σταθερό ρυθμό q_0' στο επίπεδο $x=0$ ξεκινώντας τη χρονική στιγμή $t = 0$. Αν υποδιαιεθεί ο χρόνος t κατά τη διάρκεια λειτουργίας της πηγής σε σειρά από απειροελάχιστα στοιχεία dt' , τότε κάθε στοιχείο θα έχει θερμικό περιεχόμενο ίσο με:

$$dQ = q_0' dt' \quad (2-24)$$



Σχήμα 2.35 Μοντέλο επίπεδης πηγής σε μακριά ράβδο για συγκολλήσεις τριβής [1]

Σε χρόνο t αυτή η θερμότητα θα προκαλέσει μικρή ανύψωση της θερμοκρασίας στο υλικό όπως δείχνει η εξίσωση:

$$dT = \frac{q'_0 dt' / A}{\rho c \sqrt{4\pi a(t-t')}} e^{-\left[\frac{x^2}{4a(t-t')}\right]} \quad (2-25)$$

Ύστερα από ορισμό ορίων, ολοκλήρωση και πράξεις προκύπτει:

$$T - T_0 = \frac{q'_0 \sqrt{t}}{A \rho c \sqrt{\pi a}} \left[e^{-\left(\frac{x^2}{4at}\right)} - \left(\frac{\sqrt{\pi x}}{\sqrt{4at}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right) \right] \quad (2-26)$$

όπου $\operatorname{erfc}(u)$ είναι η συμπληρωματική συνάρτηση λάθους.

Αν η θερμοκρασία της επιφάνειας επαφής στο τέλος της περιόδου θέρμανσης είναι T_h η παραπάνω εξίσωση ξαναγράφεται ως:

$$T - T_0 = (T_h - T_0) \sqrt{t/t_h} \left[e^{-\left(\frac{x^2}{4at}\right)} - \left(\frac{\sqrt{\pi x}}{\sqrt{4at}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right) \right] \quad (2-27)$$

όπου t_h δηλώνει τη χρονική διάρκεια της περιόδου θέρμανσης ($t \leq t_h$).

Μετρημένες θερμοκρασίες επιφανειών επαφής για διαφορετικούς συνδυασμούς μετάλλων-κραμάτων φαίνονται στον Πίνακα 2.1.

Πίνακας 2.1 Μετρημένες θερμοκρασίες επιφανειών επαφής κατά τη διάρκεια συγκολλησεων τριβής για διάφορους συνδυασμούς μετάλλων-κραμάτων. Δεδομένα από Tensi et al [1].

| Metal/Alloy Combination | Measuring Method | Temperature Level [°C] | Partial Melting |
|-------------------------|------------------------------|------------------------|-----------------|
| Steel | Thermocouples | 1080–1340 | No |
| Steel–Nickel | Direct readings ¹ | 1260–1400 | No/Yes |
| Steel–Titanium | Direct readings ¹ | 1080 | No |
| Copper–Al | Direct readings ¹ | 548 | Yes |
| Copper–Nickel | Direct readings ¹ | 1083 | Yes |
| Al–Cu–2Mg | Thermocouples | 506 | Yes |
| Al–4.3Cu | Thermocouples | 562 | Yes |
| Al–12Si | Thermocouples | 575 | Yes |
| Al–5Mg | Thermocouples | 582 | Yes |

¹Βασισμένο σε άμεσες μετρήσεις της πτώση τάσης μεταξύ των δύο τεμαχίων.

Η εξίσωση (2-27) μπορεί να παρουσιαστεί σε αδιάστατη μορφή εισάγοντας τις παρακάτω παραμέτρους:

- Αδιάστατη θερμοκρασία:

$$\theta'' = \frac{(T_i - T_0)}{(T_h - T_0)} \quad (2-28)$$

όπου T_h θερμοκρασία στο τέλος της περιόδου θέρμανσης της ένωσης.

- Αδιάστατη χρονική παράμετρος:

$$\tau_4 = \frac{t}{t'_h} \quad (2-29)$$

- Αδιάστατη x -συντεταγμένη:

$$\Omega' = \frac{x}{\sqrt{4\alpha t'_h}} \quad (2-30)$$

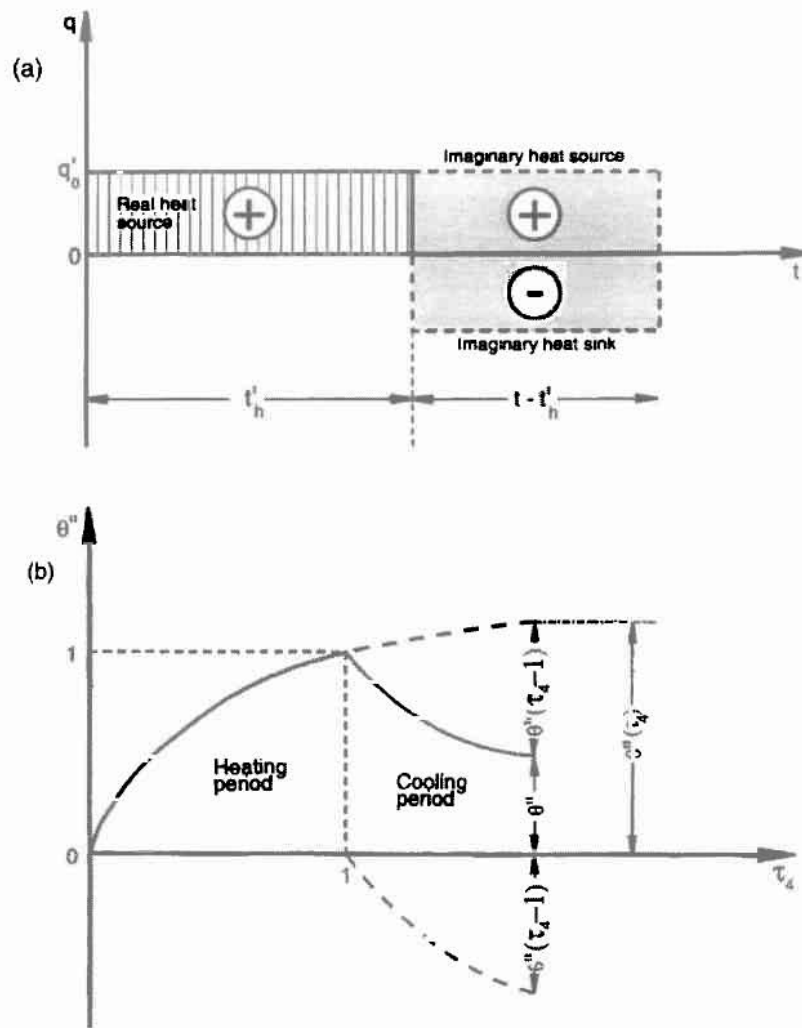
Αντικαθιστώντας αυτές τις παραμέτρους στην εξίσωση (2-27) προκύπτει:

$$\theta'' = \sqrt{\tau_4} \left[e^{\left(\frac{(\Omega')^2}{\tau_4} \right)} - \left(\frac{\sqrt{\pi} \Omega'}{\sqrt{\tau_4}} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{\Omega'}{\sqrt{\tau_4}} \right) \right] \quad (2-31)$$

Η εξίσωση (2-31) περιγράφει τη θερμοκρασία σε διαφορετικές θέσεις από την επιφάνεια επαφής της συγκόλλησης κατά τη διάρκεια της περιόδου θέρμανσης. Παρόλα αυτά, με την παύση της περιστροφής, η συγκόλληση θα υποβληθεί σε ελεύθερη ψύξη, αφού δεν υπάρχει παραγωγή θερμότητας στη διεπιφάνεια. Για αυτό το λόγο γίνεται εισαγωγή μίας νέας φανταστικής πηγής θερμότητας ενέργειας $+q_0'$ τη χρονική στιγμή $t = t'_h$ η οποία δρα ταυτόχρονα με μία φανταστική πηγή θερμικής απορρόφησης αρνητικής ενέργειας $-q_0'$. Αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 2.36. Από τις αρχές της υπέρθεσης προκύπτει ότι η θερμοκρασία κατά την περίοδο ψύξης είναι:

$$\theta'' = \theta''(\tau_4) - \theta''(\tau_4 - 1), \tau_4 > 1 \quad (2-32)$$

όπου $\theta''(\tau_4)$ και $\theta''(\tau_4 - 1)$ είναι οι θερμοκρασίες που υπολογίστηκαν για την πηγή θερμότητας και την απορρόφηση θερμότητας αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την εξίσωση (2-31).



Σχήμα 2.36 Μέθοδος υπολογισμού παροδικών θερμοκρασιών κατά τη διάρκεια συγκολλήσεων τριβής, (α) Σχηματική αναπαράσταση μοντέλου φανταστικής θερμικής πηγής/βύθισης, (β) Αρχές υπέρθεσης [1]

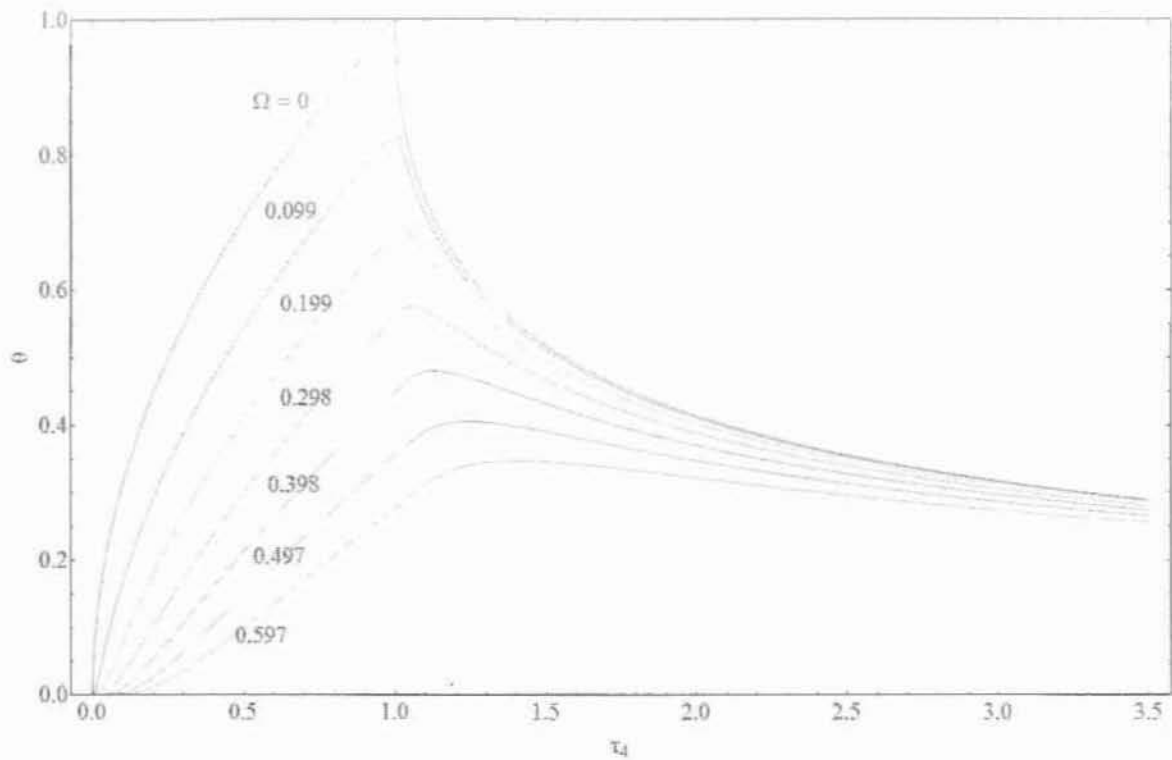
Οι εξισώσεις (2-31) και (2-32) έχουν λυθεί αριθμητικά για διαφορετικές τιμές Ω' και τ_4 και τα αποτελέσματα φαίνονται στο Σχήμα 2.37α. Έχοντας υπόψη την επιφάνεια επαφής ($\Omega' = 0$), η θερμοκρασία αυξάνεται μονοτονικά με το χρόνο κατά τη διάρκεια της περιόδου θέρμανσης, σε αντιστοιχία με τη σχέση:

$$\theta'' = \sqrt{\tau_4} \cdot \tau_4 \leq 1 \quad (2-33)$$

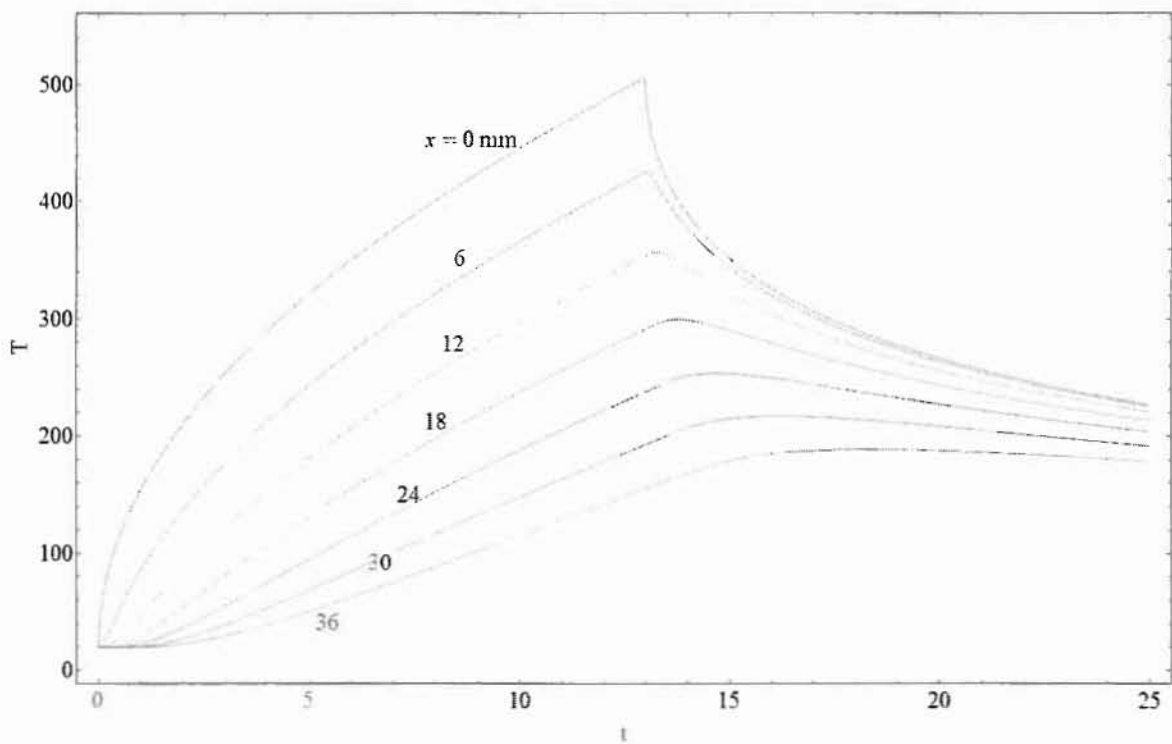
Ομοίως, για την περίοδο ψύξης ισχύει:

$$\theta'' = \sqrt{\tau_4} - \sqrt{\tau_4 - 1}, \tau_4 > 1 \quad (2-34)$$

Έξω από την περιοχή διεπαφής ($\Omega' > 0$), η θερμοκρασιακή άνοδος θα είναι μικρότερη και ο ρυθμός ψύξης χαμηλότερος από αυτό που υπολογίζεται από τις σχέσεις (2-33) και (2-34).



Σχήμα 2.37α Υπολογισμένες θερμοκρασίες, σε αδιάστατη μορφή, στις συγκολλήσεις τριβής ράβδων αλουμινίου διατομής $\varnothing 26\text{mm}$ (Al-Cu-2Mg) (περίοδος θέρμανσης και ψύξης)



Σχήμα 2.37β Υπολογισμένες θερμοκρασίες, σε πραγματική μορφή, στις συγκολλήσεις τριβής ράβδων αλουμινίου διατομής $\varnothing 26\text{mm}$ (Al-Cu-2Mg) (περίοδος θέρμανσης και ψύξης)

2.4.3 Παράδειγμα (1.4)

Θεωρούμε συγκόλληση τριβής ράβδου αλουμινίου διατομής $\varnothing 26\text{mm}$ (Al-Cu-2Mg) κάτω από τις παρακάτω συνθήκες:

$$T_h=506\text{ }^\circ\text{C}, t'_h=13\text{ sec}, T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$$

Θα υπολογίσουμε την κατανομή μέγιστων θερμοκρασιών κατά μήκος της ένωσης (για $t_4=1\text{ sec}$). Να υποτεθεί στους υπολογισμούς ότι η θερμοδιαχυτότητα για το κράμα Al-Cu-2Mg ίση με $a = 70\text{mm}^2\text{ sec}^{-1}$.

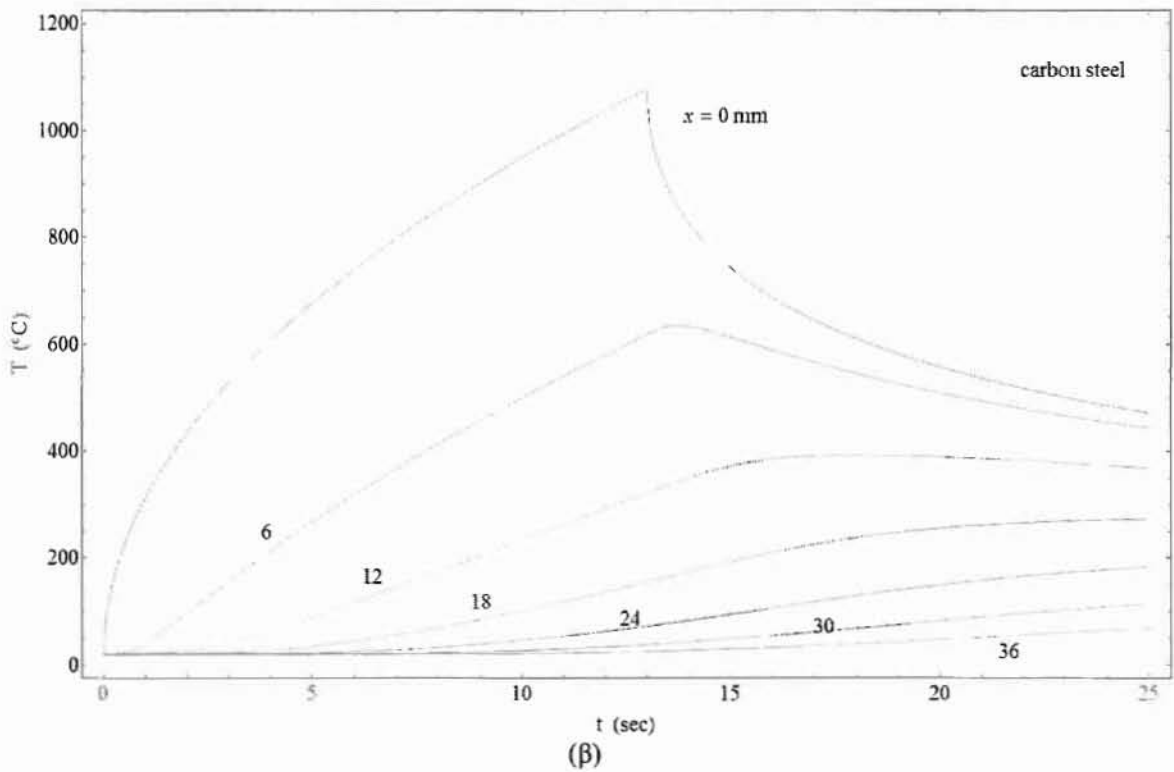
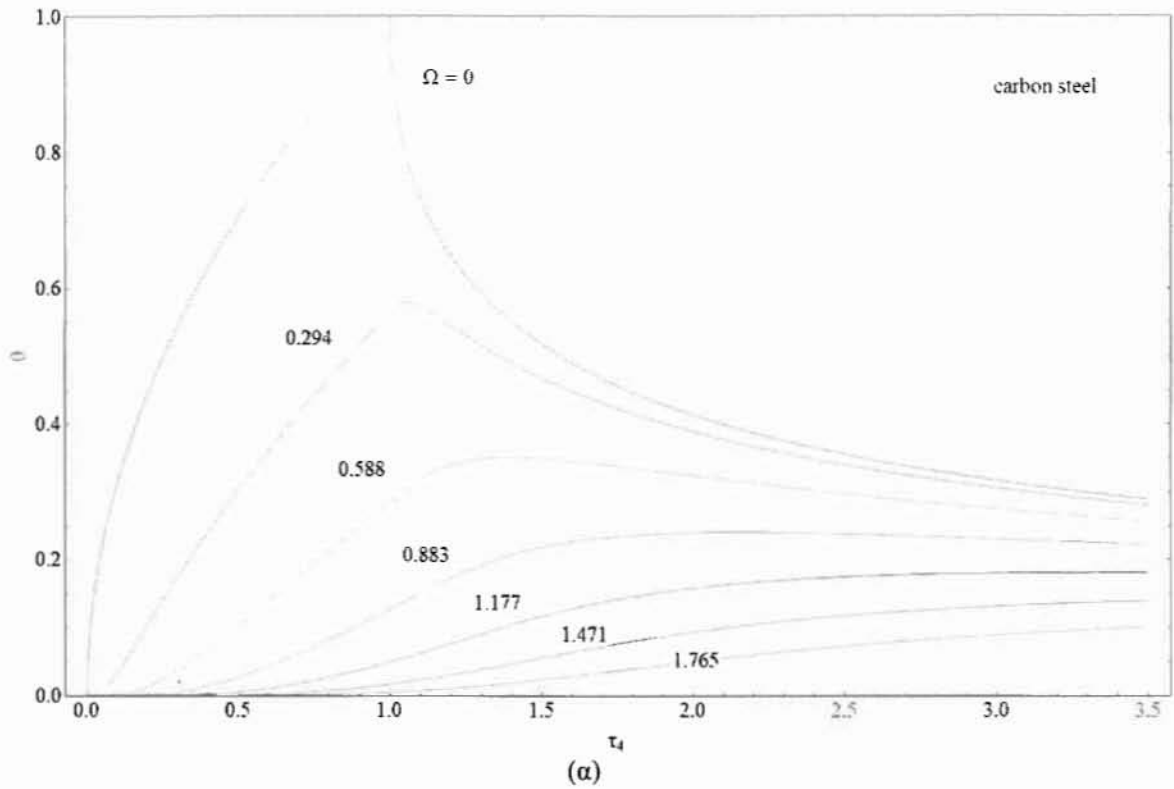
Λύση

Μέσω του προγράμματος που αναπτύχθηκε, στη Mathematica, για το μοντέλο συγκολλήσεων τριβής παράγονται τα παρακάτω αποτελέσματα (T_p σε $^\circ\text{C}$):

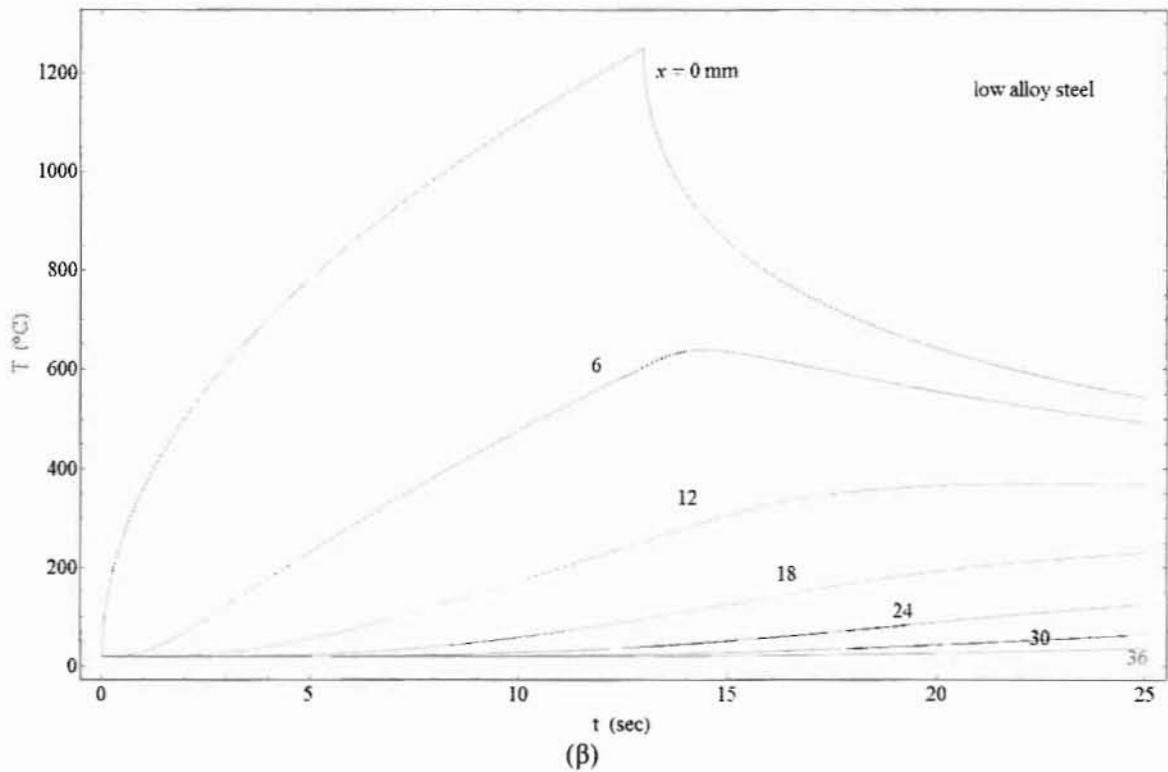
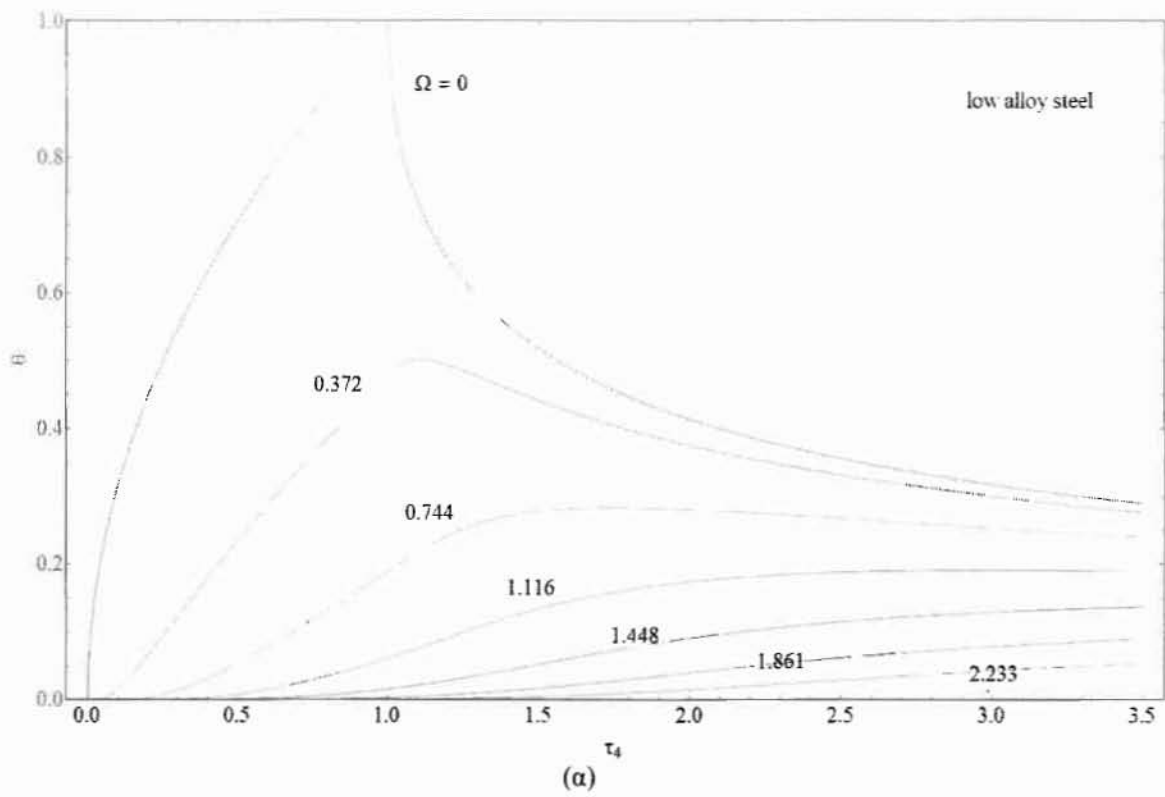
| | | | |
|----------|---------------------|---------------------|----------------|
| $x = 0$ | $\Omega_m' = 0$ | $\theta_p' = 1$ | $T_p = 506$ |
| $x = 6$ | $\Omega_m' = 0.099$ | $\theta_p' = 0.834$ | $T_p = 425.13$ |
| $x = 12$ | $\Omega_m' = 0.198$ | $\theta_p' = 0.687$ | $T_p = 353.77$ |
| $x = 18$ | $\Omega_m' = 0.298$ | $\theta_p' = 0.559$ | $T_p = 291.63$ |
| $x = 24$ | $\Omega_m' = 0.397$ | $\theta_p' = 0.449$ | $T_p = 238.27$ |
| $x = 30$ | $\Omega_m' = 0.497$ | $\theta_p' = 0.356$ | $T_p = 193.11$ |
| $x = 36$ | $\Omega_m' = 0.596$ | $\theta_p' = 0.279$ | $T_p = 155.45$ |

2.4.4 Επιδράσεις παραμέτρων

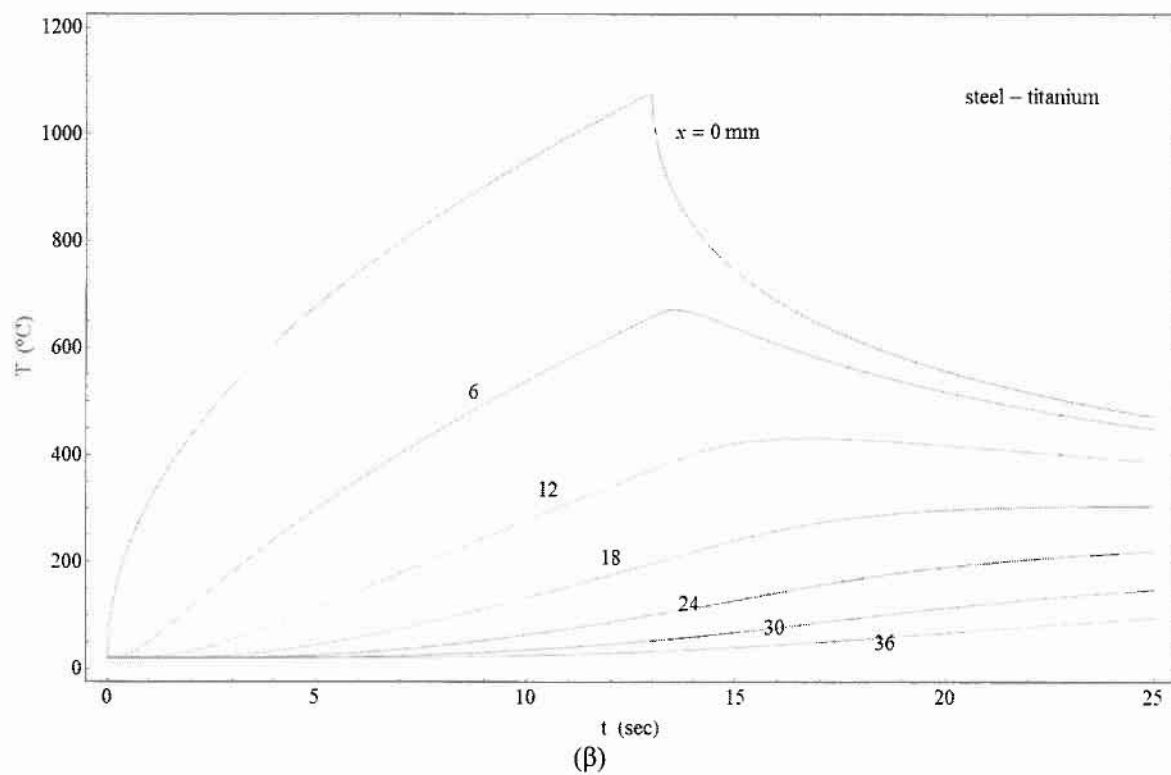
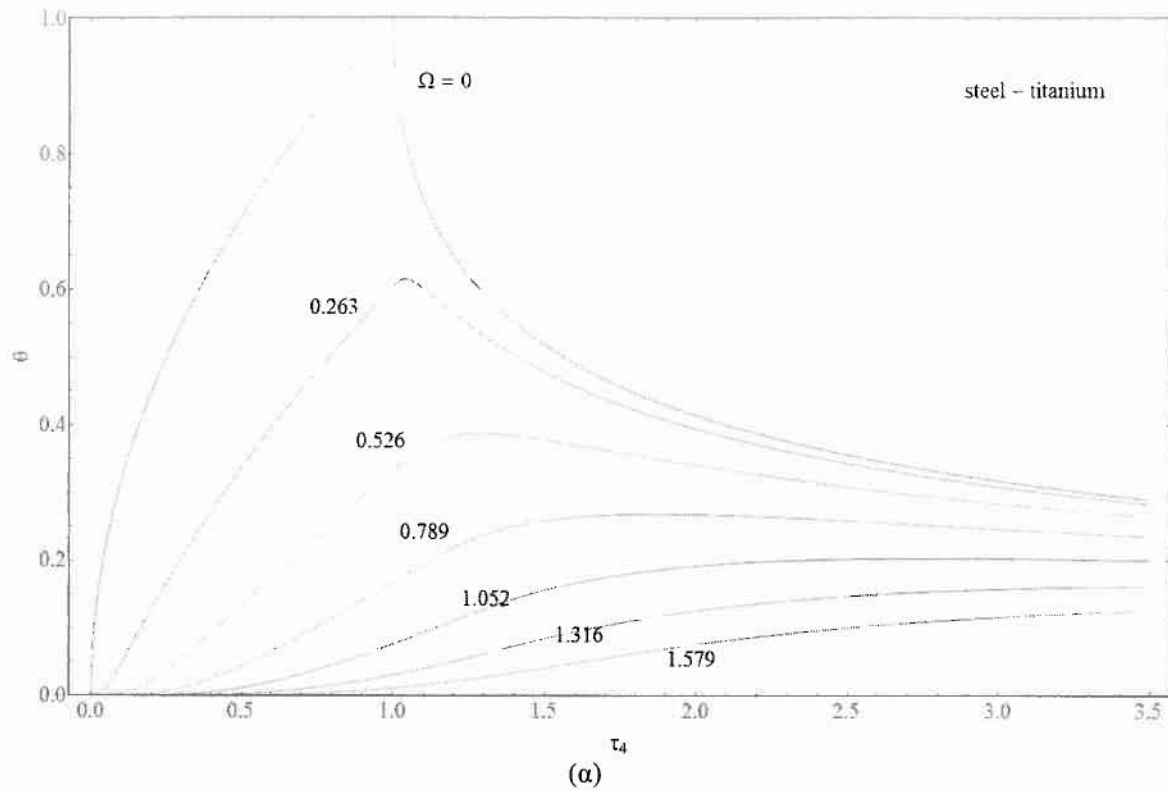
Επιλέγοντας διαφορετικό υλικό αλλάζουν και οι παράμετροι της συγκόλλησης τριβής. Παρακάτω παρουσιάζονται διαγράμματα με μοτίβα θερμοκρασιακών κατανομών (αδιάστατων και πραγματικών τιμών), με σταθερές λειτουργικές συνθήκες $D=26\text{mm}$, $t'_h=13\text{ sec}$, $T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$, για διάφορους συνδυασμούς μετάλλων και κραμάτων όπως υπολογίστηκαν μέσω του προγράμματος που αναπτύχθηκε σε Mathematica και δίνεται στο παράρτημα. Δεδομένα χρησιμοποιήθηκαν από τον Πίνακα 2.1 και την πηγή [27]:



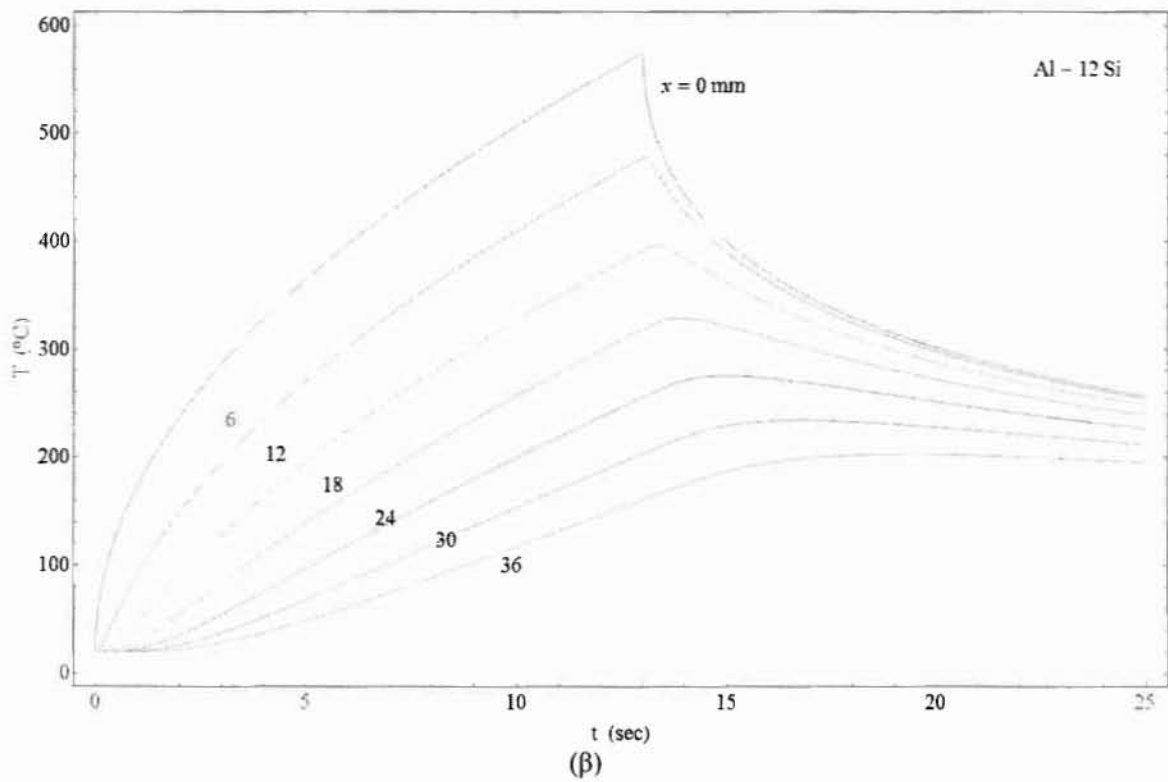
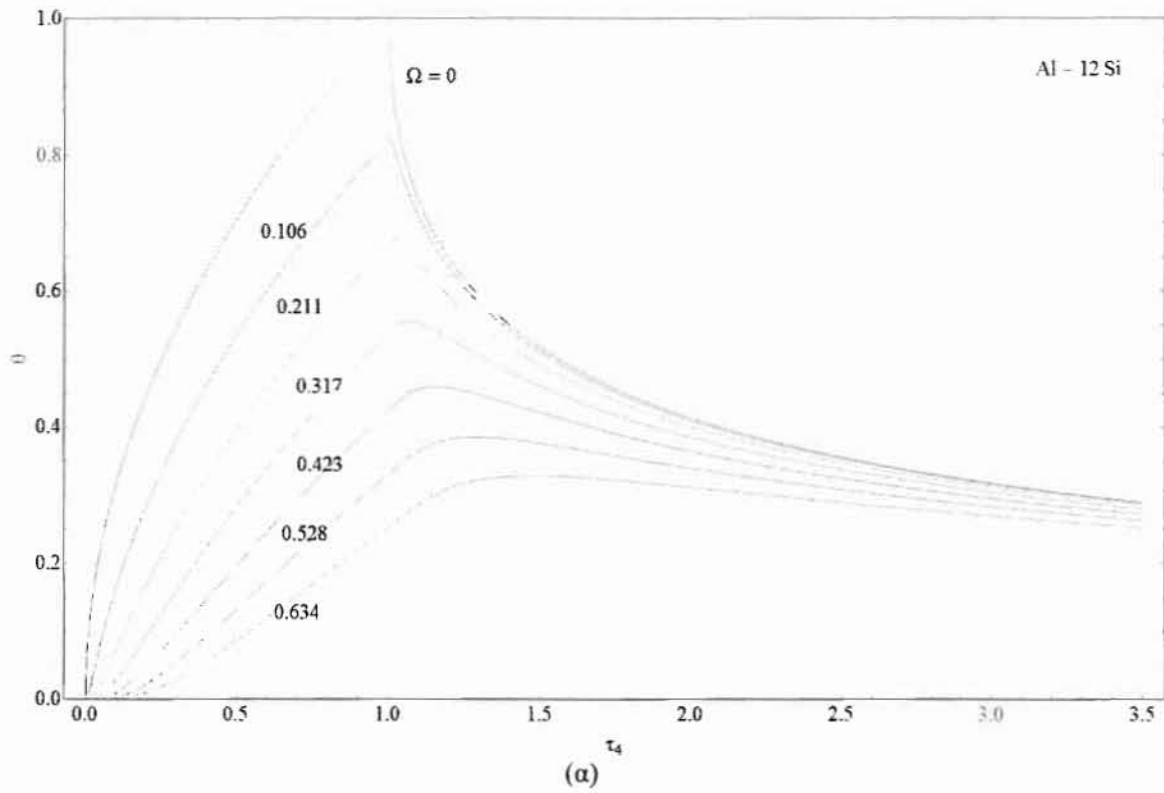
Σχήμα 2.38 Κατανομές θερμοκρασιών σε συνάρτηση με το χρόνο στις συγκολλήσεις τριβής (α) αδιάστατες (β) πραγματικές για ανθρακοχάλυβες ($T_h=1080\text{ }^\circ\text{C}$, $\alpha=8\text{ mm}^2\text{ s}^{-1}$)



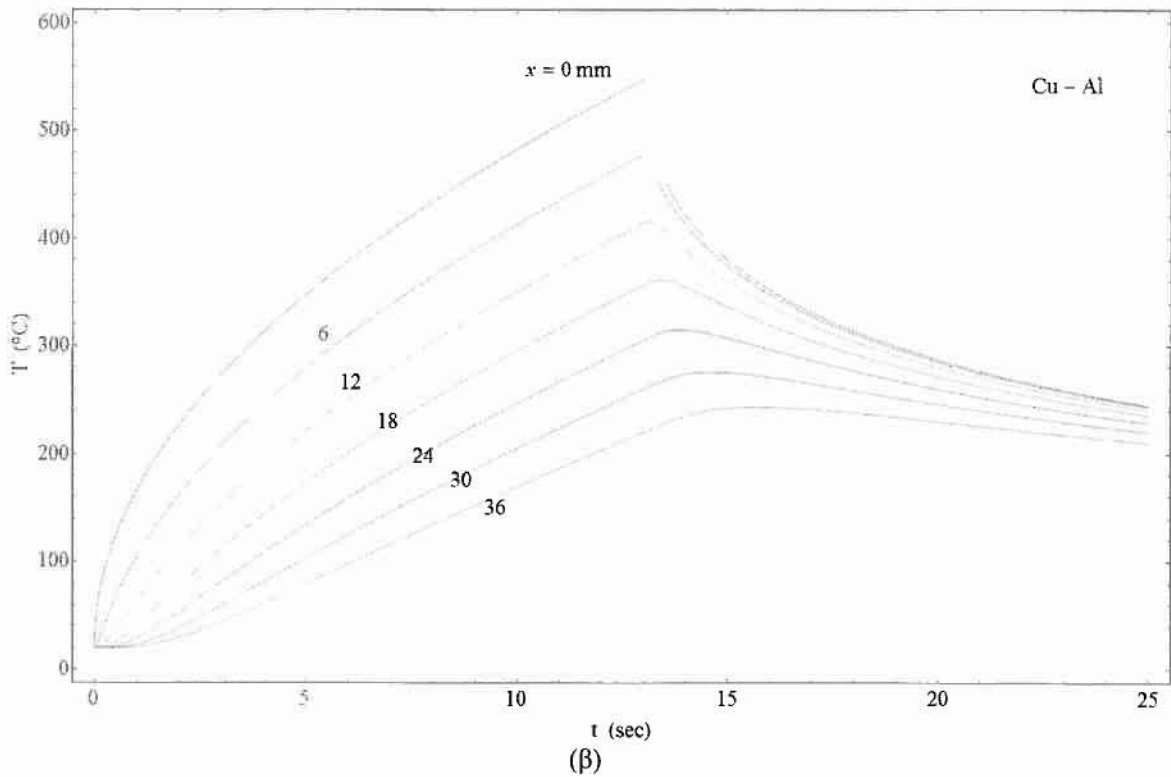
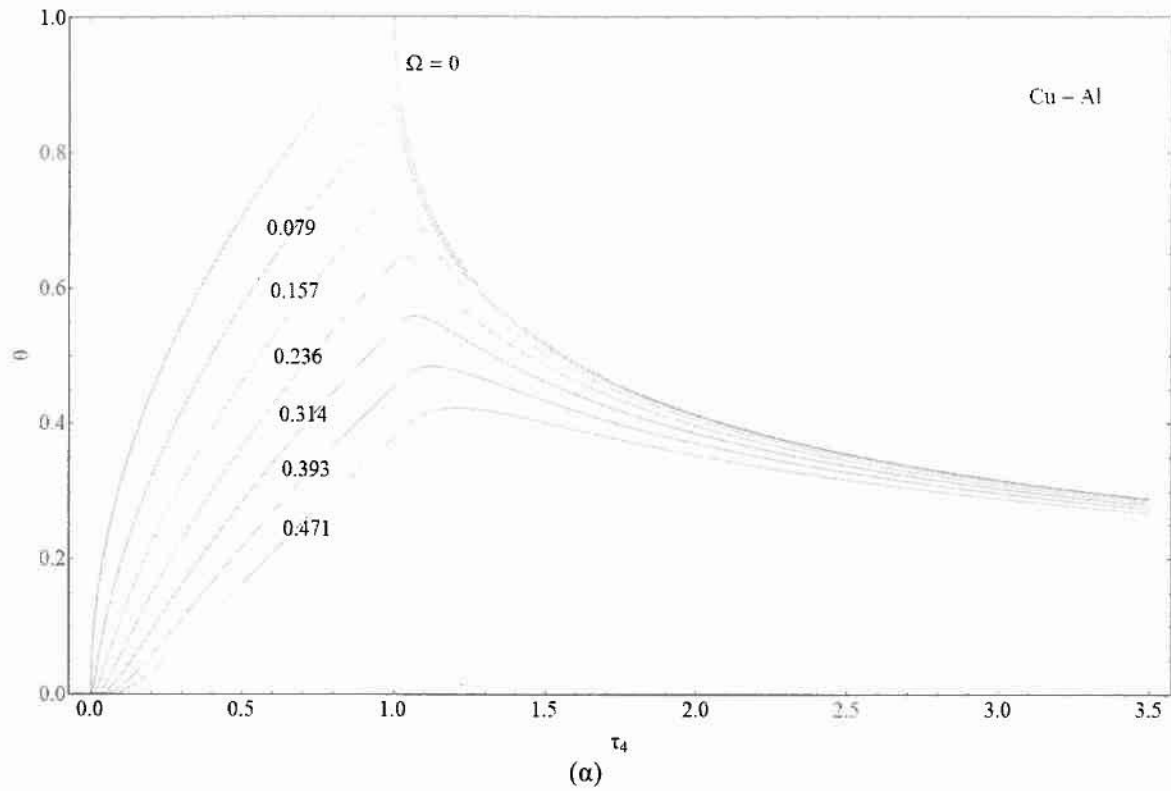
Σχήμα 2.39 Κατανομές θερμοκρασιών σε συνάρτηση με το χρόνο στις συγκολλήσεις τριβής (α) αδιάστατες (β) πραγματικές για χαμηλά κραματομένους χάλυβες ($T_h=1250$ °C, $\alpha=5$ mm⁻¹ s⁻¹)



Σχήμα 2.40 Κατανομές θερμοκρασιών σε συνάρτηση με το χρόνο στις συγκολλήσεις τριβής (α) αδιάστατες (β) πραγματικές για χάλυβα-τιτάνιο ($T_h=1080$ °C, $\alpha=10$ mm² s⁻¹)



Σχήμα 2.41 Κατανομές θερμοκρασιών σε συνάρτηση με το χρόνο σε συνάρτηση με το χρόνο στις συγκολλήσεις τριβής (α) αδιάστατες (β) πραγματικές για κράμα Al-12Si ($T_h=575$ °C, $\alpha=62$ mm² s⁻¹)



Σχήμα 2.42 Κατανομές θερμοκρασιών σε συνάρτηση με το χρόνο στις συγκολλήσεις τριβής (α) αδιάστατες (β) πραγματικές για χαλκό-αλουμίνιο ($T_h=548\text{ }^\circ\text{C}$, $\alpha=112.34\text{ mm}^2\text{ s}^{-1}$)

3. ΣΧΟΛΙΑ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Γενικές παρατηρήσεις για τις δύο πρώτες μεθόδους (arc strikes και spot welding) είναι ότι η αύξηση της ισχύος αυξάνει το χρόνο ψύξης του υλικού. Κάτι το οποίο είναι πολύ λογικό αν θεωρηθεί ότι όσο μεγαλύτερη ενέργεια προσδίδεται σε ένα υλικό τόσο μεγαλύτερος ο χρόνος που χρειάζεται για να διανεμηθεί στο χώρο.

Την ίδια ανοδική συμπεριφορά φαίνεται να έχει ο χρόνος ψύξης και με την αύξηση της αρχικής θερμοκρασίας (προθέρμανση) του υλικού πριν την συγκόλληση του για τις περιπτώσεις της έναυσης τόξου στο βασικό μέταλλο, των σημειακών και αλουμινοθερμικών συγκολλήσεων.

Παρατηρείται επίσης κοινή αύξηση της μετασχηματισμένης ζώνης στις περιπτώσεις arc strikes και thermit welding με την αύξηση της προθέρμανσης.

Συνοψίζοντας τελικώς για την κάθε μέθοδο:

α) στην *έναυση τόξου στο B.M.* ο χρόνος ψύξης του υλικού και το συνολικό πλάτος της μετασχηματισμένης ζώνης αυξάνεται με την αύξηση της ισχύος, της προθέρμανσης και του χρόνου έναυσης τόξου. Η αλλαγή υλικού διαφοροποιεί και τη θερμοδιαχυτότητα και τη θερμοκρασία A_{c3} . Οπότε καθώς αυξάνεται η θερμοδιαχυτότητα παρατηρείται πτώση του χρόνου ψύξης ενώ καθώς η θερμοκρασία A_{c3} αυξάνεται το συνολικό πλάτος πλήρους μετασχηματισμένης ζώνης μειώνεται:

$$(T_{Ac3-high\ alloy\ steel}=800^{\circ}C < T_{Ac3-carbon\ steel}=870^{\circ}C < T_{Ac3-low\ alloy\ steel}=890^{\circ}C)$$

$$(\Delta R_{high\ alloy\ steel}=0,3833mm > \Delta R_{carbon\ steel}=0,3342mm > \Delta R_{low\ alloy\ steel}=0,3193mm)$$

β) στις *σημειακές συγκολλήσεις* ο χρόνος ψύξης αυξάνεται με την αύξηση της ισχύος, της προθέρμανσης, του χρόνου θέρμανσης και του συνολικού πλάτους ένωσης ενώ υπάρχει μείωση με την αύξηση της θερμοδιαχυτότητας. Αντίθετα ο ρυθμός ψύξης μειώνεται με την άνοδο της ισχύος, της θερμοκρασίας προθέρμανσης, του χρόνου θέρμανσης ενώ αυξάνεται με τη μεγιστοποίηση του συνολικού πάχους της ένωσης που εξηγείται λογικά αφού μεγαλώνει το υλικό προς το οποίο μπορεί να διαφύγει η θερμότητα γρηγορότερα. Η μέγιστη θερμοκρασία μεγαλώνει σε όλες τις περιπτώσεις εκτός εκείνων όπου υπάρχει αύξηση του πάχους της ένωσης και αύξηση της θερμοδιαχυτότητας. Στο διάγραμμα του ρυθμού ψύξης κύριο ρόλο παίζει η θερμοκρασία M_s η οποία καθώς αυξάνεται την ίδια απότομη αύξηση έχει και ο C.R:

$$(T_{Ms-high\ alloy\ steel}=246.7^{\circ}C < T_{Ms-low\ alloy\ steel}=400.8^{\circ}C < T_{Ms-carbon\ steel}=446.4^{\circ}C)$$

$$(CR_{high\ alloy\ steel}=26,909\ ^{\circ}C\ s^{-1} < CR_{low\ alloy\ steel}=94,908\ ^{\circ}C\ s^{-1} < CR_{carbon\ steel}=190,398\ ^{\circ}C\ s^{-1})$$

γ) στις *αλουμινοθερμικές συγκολλήσεις* και ο χρόνος ψύξης και το εύρος της μετασχηματισμένης ζώνης αυξάνονται με την αύξηση της αρχικής θερμοκρασίας του υλικού και του κενού μεταξύ των προς συγκόλληση τμημάτων, στη δευτερη περίπτωση με σταθερό ρυθμό.

δ) στις *συγκολλήσεις τριβής* μεγάλη επιρροή στα αποτελέσματα φαίνεται να έχει το ζεύγος των υλικών που παίρνουν μέρος στην ένωση. Παρατηρείται πως μεγάλη θερμοδιαχυτότητα (α) και σχετικά μικρή τελική θερμοκρασία της περιόδου θέρμανσης δίνει πιο πυκνή χωρική κατανομή θερμοκρασιών (π.χ. κράμα Al-12Si με $T_h=575\ ^{\circ}C$ και $\alpha=62\ mm^2\ s^{-1}$ - Σχήμα 2.41). Ενώ αντίθετα μικρή θερμοδιαχυτότητα και σχετικά μεγαλύτερη θερμοκρασία δίνει πιο αραιό διάγραμμα μεταβολών θερμοκρασίας στο χώρο (π.χ. χαμηλά κραματωμένοι χάλυβες $T_h=1250\ ^{\circ}C$ με $\alpha=5\ mm^2\ s^{-1}$ - Σχήμα 2.39)

4. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Πιθανές ιδέες για μελλοντική έρευνα πάνω στο αντικείμενο θα μπορούσαν να είναι η συνέχιση της ίδιας εργασίας, πάνω σε κινούμενες θερμικές πηγές αυτή τη φορά. Η ανάπτυξη δηλαδή κώδικα για τις λύσεις κινούμενου τόξου βασισμένη πάλι στα αναλυτικά μοντέλα συγκολλήσεων του Øystein Grong από το βιβλίο του Metallurgical Modelling of Welding. Ίσως και η περαιτέρω ανάπτυξη του θέματος και σε αριθμητικές λύσεις μέσω πεπερασμένων στοιχείων για σύγκριση δεδομένων με τα ήδη υπάρχοντα.

Άλλη ιδέα θα μπορούσε να είναι η διεξαγωγή μελέτης με πειραματικές μετρήσεις σε συγκολλήσεις ακίνητων πηγών θερμότητας με τελική σύγκριση αποτελεσμάτων με τα μοντέλα και εξακρίβωση του βαθμού ακρίβειας τους. Αυτό φυσικά μπορεί να διερευνηθεί με τον ίδιο τρόπο και για κινούμενες θερμικές πηγές.

5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] ØYSTEIN GRONG, Metallurgical Modelling of Welding (SECOND EDITION), Norwegian University of Science and Technology, Department of Metallurgy, N-7034 Trondheim, Norway, 1997
- [2] ASM Metals Handbook Volume 06, Welding Brazing and Soldering, ASM International, United States of America, 1993
- [3] Γρηγόρης Ν. Χαϊδεμενόπουλος – Σημειώσεις μαθήματος «Εισαγωγή στις ΣΥΓΚΟΛΛΗΣΕΙΣ», Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Θεσσαλίας, Βόλος, 2008
- [4] Γρηγόρης Ν. Χαϊδεμενόπουλος – «Φυσική Μεταλλουργία – Θεμελιώδεις Αρχές», Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Θεσσαλίας, Βόλος, 2000
- [5] http://wwwb.dot.ga.gov/dot/construction/materials-research/Documents/ppt/vis_inspect/tsld042.htm
- [6] http://en.wikipedia.org/wiki/Welding_defect
- [7] http://www.hera.org.nz/Category?Action=View&Category_id=513
- [8] http://www.qualitytimes.co.in/weld_defects_arc_strikes.htm
- [9] <http://www.aisc.org/DynamicTaxonomyFAOs.aspx?id=1884>
- [10] <http://www.thefabricator.com/article/arcwelding/arc-welding-discontinuities>
- [11] <http://www.yourdictionary.com/spot-welding>
- [12] http://en.wikipedia.org/wiki/Spot_welding
- [13] <http://books.google.com/books?id=zeRiW7en7HAC&pg=RA1-PA694#v=onepage&q&f=false> ----> Welding: principles and applications By Larry F. Jeffus
- [14] <http://files.aws.org/technical/facts/FACT-21.pdf> ----> resistance spot welding - american welding society 1999
- [15] <http://ansys.net/ansys/papers/ARTICLE1.pdf> ----> transient thermal analysis of welding electrode - aws 1999
- [16] <http://www.sanstampings.com/technology.html>
- [17] http://www.substech.com/dokuwiki/doku.php?id=resistance_welding_rw
- [18] http://en.wikipedia.org/wiki/Spot_welding
- [19] http://en.wikipedia.org/wiki/Thermite_welding
- [20] <http://www.weldprocedures.com/thermite.html>

- [21] <http://en.wikipedia.org/wiki/Thermite>
- [22] <http://www.irfca.org/docs/thermit-welding.html>
- [23] http://en.wikipedia.org/wiki/Friction_welding
- [24] <http://www.fpe.co.uk/products/nc-friction-welder-range>
- [25] <http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?articleid=1454012&show=html>
- [26] <http://www.mtiwelding.com/equipment/1/Inertia-Friction-Welding>
- [27] http://en.wikipedia.org/wiki/Thermal_diffusivity

6. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Παρακάτω παρατίθενται οι κώδικες των λύσεων των αναλυτικών μοντέλων ακίνητων θερμικών πηγών αναπτυγμένες στο λογισμικό Mathematica. Τα προγράμματα δίνονται στα αγγλικά για τις τέσσερις περιπτώσεις:

- Local Fusion in Arc Strikes (Εναυση Τόξου στο Βασικό Μέταλλο)
- Spot Welding (Σημειακές Συγκολλήσεις)
- Thermit Welding (Αλουμινοθερμικές Συγκολλήσεις)
- Friction Welding (Συγκολλήσεις Τριβής)

Σε κάθε πρόγραμμα έχει χρησιμοποιηθεί ενδεικτικά ένα υλικό (π.χ. στο πρώτο low alloy steel) το οποίο μπορεί να εναλλαχθεί με κάποιο άλλο ανάλογα με τις ανάγκες των υπολογισμών, αφού εισαχθούν πρώτα στον κώδικα οι ιδιότητες του και οι συνθήκες λειτουργίας της συγκόλλησης.

Η γενική δομή του κώδικα έχει ως εξής: i) την εισαγωγή κάθε προγράμματος όπου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα τα οποία επιστρέφει το κάθε πρόγραμμα, ii) τα δεδομένα εισόδου και συνθήκες λειτουργίας της συγκόλλησης και iii) τέλος τα αποτελέσματα των λύσεων με κατακλείδα συνήθως τα διαγράμματα κατανομών (αδιάστατων και πραγματικών θερμοκρασιών – χρόνων).

Local Fusion In Arc Strikes

[low alloy steel]

i. Intro:

This program produces results for the model of arc strikes. By inserting parameters (red input) it returns:

- a (thermal diffusivity)
- q (net arc power)
- Q (net heat input)
- θ (dimensionless temperatures)
- n (dimensionless parameter)
- Δt (cooling time)
- ΔR (total width of fully transformed region)
- diagrams of temperature-time pattern (logarithmic, with or without considering n parameter)

ii. Input Data:

Reference Temperature ($^{\circ}\text{C}$)

$T_c=1520$

1520

Environmental Temperature ($^{\circ}\text{C}$)

$T_0=20$

20

A_c Temperature ($^{\circ}\text{C}$)

$T_s=890$

890

Enthalpy increment H_c-H_0

$H_1=7.5$

7.5

Amperage (A)

$I=80$

80

Voltage (V)

$V=35$

35

Thermal Conductivity ($\text{W mm}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

$\lambda=0.025$

0.025

Volume Heat Capacity factor "pc" ($\text{J mm}^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

$\rho c=0.005$

0.005

Initial cooling temperature

$T_x=800$

800

Final cooling temperature

$T_y=500$

500

Arc ignition time

$t_i=0.1$

0.1

Efficiency Factor

$\eta=0.75$

0.75

iii. Returning Data

a) thermal diffusivity ($\text{mm}^2 \text{s}^{-1}$)

$$a = \lambda / \rho c$$

5.

b)i) net arc power

$$q = \eta * I * V$$

2100.

b)ii) net heat input

$$Q = q * t_i$$

210.

c) dimensionless temperature

$$\theta_x = N \left[\frac{(T_x - T_0)}{(T_c - T_0)} \right]$$

0.52

$$\theta_y = N \left[\frac{(T_y - T_0)}{(T_c - T_0)} \right]$$

0.32

$$\theta_s = N \left[\frac{(T_s - T_0)}{(T_c - T_0)} \right]$$

0.58

d)i) dimensionless operating parameter (by enthalpy)

$$n_1 = \frac{q}{4 * (H_1) * (\pi * a)^2 * t_i^2}$$

3.55564

d)ii) dimensionless operating parameter (by temperature)

$$n_1 = \frac{2 * Q}{\rho c * (T_c - T_0) * (4 * \pi * a * t_i)^2}$$

3.55564

e) cooling time $\Delta\tau$ - using either enthalpy or temperature by substituting n_1 by n_1 into the equations

$$\Delta\tau_1 = \left(\frac{n_1}{\theta_y} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{n_1}{\theta_x} \right)^{\frac{2}{3}}$$

1.37687

- cooling time $\Delta t_{x/y}$ (sec):

$$\Delta t_{x/y} = t_i * \Delta \tau_i$$

0.137687

Ac_3 temperature ($^{\circ}C$):

θ_s

0.58

$$e_m = 1$$

1

f) total width of fully transformed region - using either enthalpy or temperature by substituting n_1 with n_l into the equations

$$\Delta \sigma_{1m} = \frac{1}{(2 * e/3)^{\frac{1}{2}}} \left(\left(\frac{n_1}{\theta_s} \right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{n_1}{\theta_m} \right)^{\frac{1}{3}} \right)$$

0.225746

$$\Delta R_{1m} = \Delta \sigma_{1m} * \sqrt{4 * a * t_i}$$

0.319254

g) building temperature-time pattern diagram - it can either be done with enthalpy data by substituting n_l with n_1 into the following equation

$$\theta\theta[\tau, \sigma] := \frac{1}{(\tau)^3} * e^{\left(\frac{-(\sigma)^2}{\tau}\right)} * n_1;$$

$$g = \theta\theta[\tau, \sigma];$$

$$s = \text{Table}[g, \{\sigma, 0, 2, 0.25\}];$$

calculated temperatures

$$\text{SetOptions}[\text{Plot}, \text{BaseStyle} \rightarrow \{\text{FontSize} \rightarrow 25\}];$$

$$\text{SetOptions}[\text{LogLinearPlot}, \text{BaseStyle} \rightarrow \{\text{FontSize} \rightarrow 25\}];$$

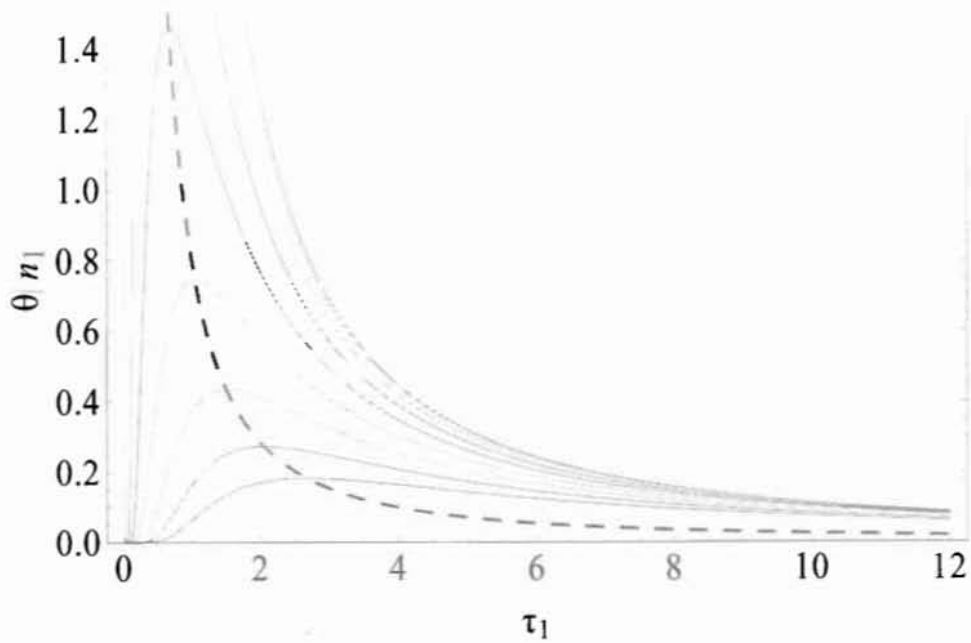
$$h1 = \text{Plot}[\text{Evaluate}[s, \{\tau, 0, 12\}], \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1.5\}, \text{Frame} \rightarrow \text{True}, \text{FrameLabel} \rightarrow \{\tau_1, \theta/n_1\}];$$

calculated peak temperature θ_p

$$h2 = \text{Plot}\left[\frac{1}{(\tau * e)^2} * n_1, \{\tau, 0, 12\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1.5\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \{\text{Dashing}[\{0.02\}]\}\right];$$

calculated temperature-time pattern diagram with peak temperatures θ_p

$$\text{Show}[h1, h2]$$

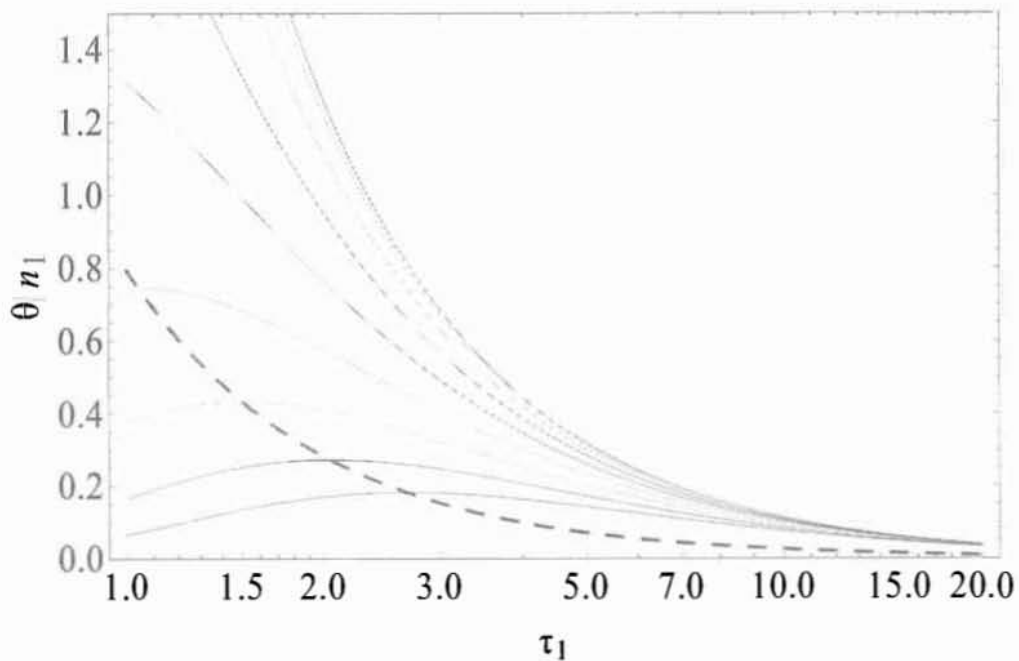


h) calculated temperature-time pattern Logarithmic diagram with peak temperatures θ_p

```
h3 = LogLinearPlot[Evaluate[s, {tau, 1, 20}], PlotRange -> {0, 1.5}, Frame -> True, FrameLabel -> {"tau_1", "theta/n_1"}];
```

```
h4 = LogLinearPlot[ $\frac{1}{(\tau * e)^2} * n1$ , {tau, 1, 20}, PlotRange -> {0, 1.5}, PlotStyle -> {Dashing[{0.02}]}];
```

```
Show[h3, h4]
```



i) building temperature-time pattern diagram (without considering n_i parameter):

$$\theta n[\tau_1, \sigma_1] = \frac{1}{(\tau_1)^2} * e^{\left(\frac{-(\sigma_1)^2}{\tau_1}\right)};$$

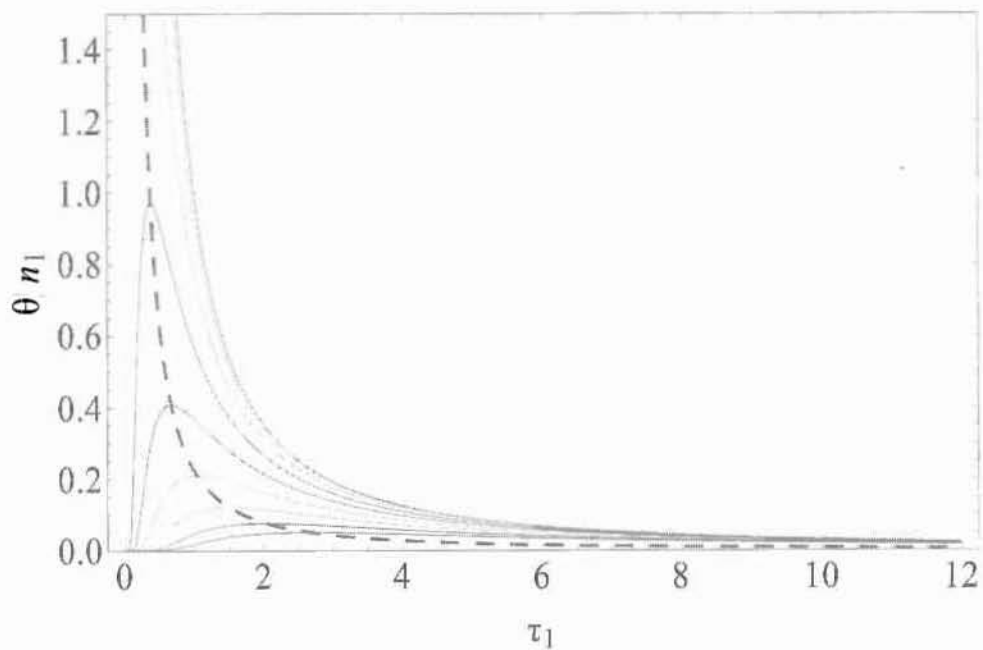
g1 = $\theta n[\tau_1, \sigma_1]$;

s1 = Table[g1, { σ_1 , 0, 2, 0.25}];

h5 = Plot[Evaluate[s1, { τ_1 , 0, 12}], PlotRange → {0, 1.5}, Frame → True, FrameLabel → {" τ_1 ", " θ/n_1 "}];

h6 = Plot $\left[\frac{1}{(\tau_1 * e)^2}, \{\tau_1, 0, 12\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1.5\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \{\text{Dashing}[\{0.02\}]\}\right]$;

Show[h5, h6]



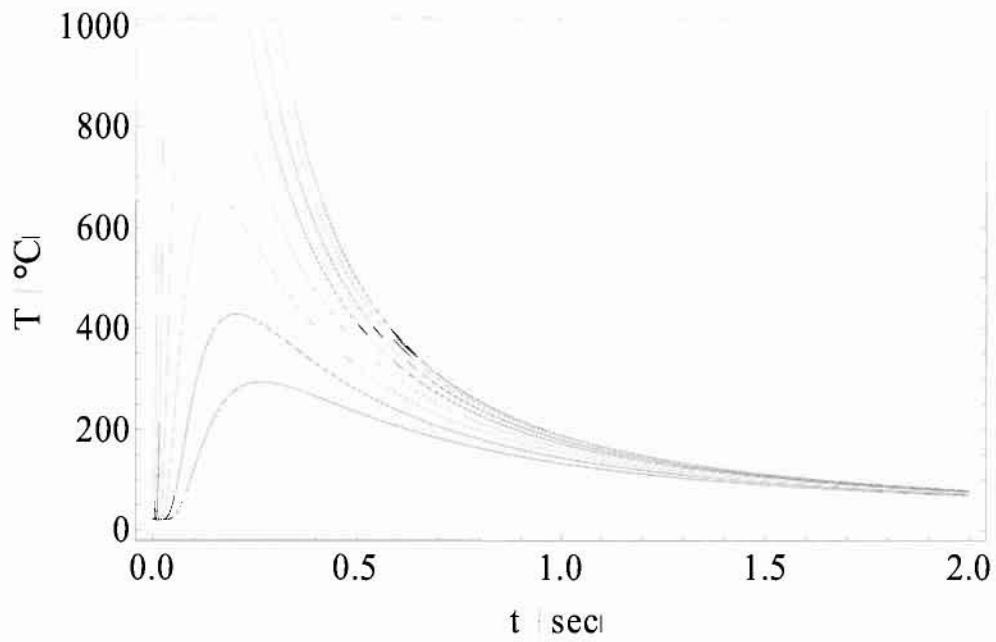
j) real temperatures diagram T (°C) - t (sec):

$$\tau = \frac{t}{t_i}$$

10. t

$$T_d = T_0 + s * (T_c - T_0);$$

hd = Plot[Evaluate[Td, {t, 0, 2}], Frame → True, FrameLabel → {"t (sec)", "T (°C)"}]



k) real distance values (R) that appear in the diagram :

$$RR[\sigma_] := \sqrt{\sigma^2 * 4 * a * t_i}$$

$$ss = RR[\sigma]$$

$$1.41421\sqrt{\sigma^2}$$

$$R = \text{Table}[ss, \{\sigma, 0, 2, 0.25\}]$$

$$\{0., 0.353553, 0.707107, 1.06066, 1.41421, 1.76777, 2.12132, 2.47487, 2.82843\}$$

Spot Welding

(low alloy steel)

i. Intro:

This program produces results for the model of spot welding. By inserting parameters (red input) it returns:

- a (thermal diffusivity)
- q (net arc power)
- Q (net heat input)
- θ (dimensionless temperatures)
- n (dimensionless parameter)
- Δt (cooling time)
- CR (cooling rate)
- T_p (peak temperature)
- diagrams of temperature-time pattern (logarithmic, with or without considering n parameter)

ii. Input Data:

Reference Temperature ($^{\circ}\text{C}$)

$T_c=1520$

1520

Environmental Temperature ($^{\circ}\text{C}$)

$T_0=20$

20

Ms Temperature ($^{\circ}\text{C}$)

$T_s=475$

475

Enthalpy increment H_c-H_0

$H_1=7.5$

7.5

Thickness of joint [total sum of plates] (mm)

$d_t=4$

4

Amperage (A)

$I=8000$

8000

Voltage (V)

$V=1.6$

1.6

Thermal Conductivity ($\text{W mm}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

$\lambda=0.025$

0.025

Volume Heat Capacity factor " ρc " ($\text{J mm}^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

$\rho c=0.005$

0.005

Initial cooling temperature

$T_x=800$

800

Final cooling temperature

$T_y=500$

500

Arc ignition time (sec)

$t_h=0.3$

0.3

Efficiency Factor

$$\eta=0.5$$

$$0.5$$

iii. Returning Data

a) thermal diffusivity ($\text{mm}^2 \text{s}^{-1}$)

$$a = \lambda / \rho c$$

5.

b)i) net arc power

$$q = \eta * I * V$$

6400.

b)ii) net heat input

$$Q = q * t_h$$

1920.

c) dimensionless temperature

$$\theta_x = N \left[\frac{(T_x - T_0)}{(T_c - T_0)} \right]$$

0.52

$$\theta_y = N \left[\frac{(T_y - T_0)}{(T_c - T_0)} \right]$$

0.32

$$\theta_s = N \left[\frac{(T_s - T_0)}{(T_c - T_0)} \right]$$

0.303333

d)i) dimensionless operating parameter (by enthalpy)

$$n_1 = \frac{q}{H_1 * 4 * \pi * a}$$

3.39531

d)ii) dimensionless operating parameter (by temperature)

$$n_2 = \frac{Q}{\rho c * (T_c - T_0) * 4 * \pi * a * t_h}$$

3.39531

e) cooling time $\Delta\tau_2$ for centre line of welding ($\sigma_2=0$) - using either enthalpy or temperature by substituting n_1 by n_2 into the equations

$$\Delta\tau_2 = \left(\frac{n_2}{\theta_y} - \frac{n_2}{\theta_x} \right)$$

4.0809

--cooling time $\Delta t_{x/y}$ (sec):

$$\Delta t_{x/y} = t_h * \Delta\tau_2$$

1.22427

f) cooling rate for centre line of welding ($\sigma_2=0$) at Ms temperature (T_s):

$$\theta = \frac{1}{\tau_2} * e^{\left(\frac{-(\sigma_2)^2}{\tau_2} \right)} * n_2;$$

position on the welding (our case is the centre line):

$$\sigma_2 = 0;$$

by differentiation of equation θ with respect to time τ_2 :

$$\theta_1 = D[\theta, \tau_2]$$

$$-(3.39531/\tau_2^2)$$

and when $\sigma_2=0$:

$$\tau_2 = \frac{n_2}{\theta_s}$$

11.1933

g) cooling rate for the specific temperature T_s ($C s^{-1}$):

$$cr = \frac{(T_c - T_0)}{t_h} * (-\theta_1)$$

135.498

h) peak temperature T_p ($^{\circ}C$):

set the dimensionless position σ_2m to find peak temperature:

$$\sigma_2m = 2$$

2

$$\theta_p = \frac{n_2}{e * \sigma_2m}$$

0.624532

$$T_p = T_0 + \theta_p * (T_c - T_0)$$

956.797

$$\theta\theta[\tau, \sigma] := \frac{1}{\tau} * e^{\left(\frac{-(\sigma)^{\tau}}{\tau}\right)} * n2$$

$$g = \theta\theta[\tau, \sigma];$$

$$s = \text{Table}[g, \{\sigma, 0, 2, 0.25\}];$$

$$\text{SetOptions}[\text{Plot}, \text{BaseStyle} \rightarrow \{\text{FontSize} \rightarrow 25\}];$$

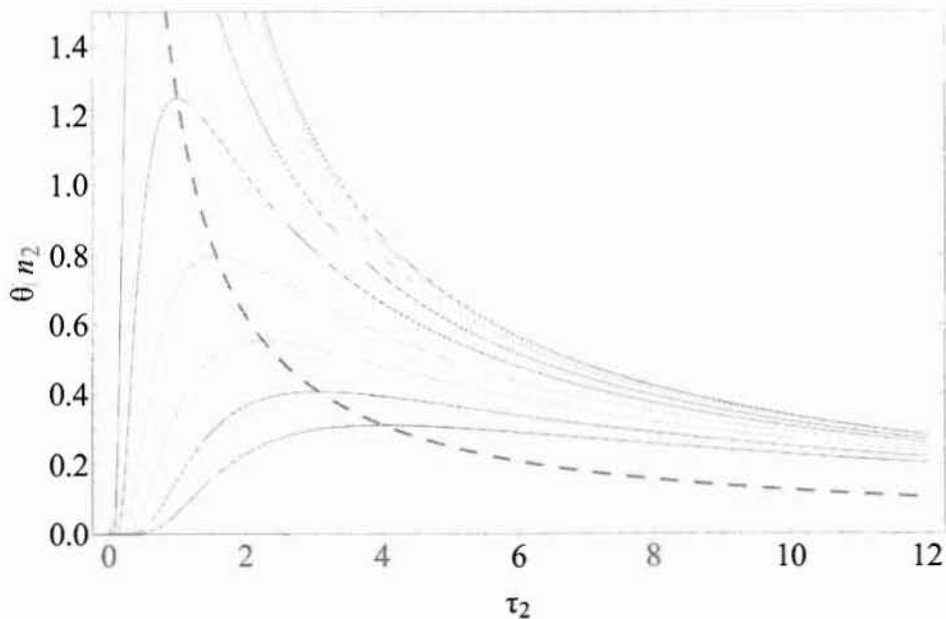
$$\text{SetOptions}[\text{LogLinearPlot}, \text{BaseStyle} \rightarrow \{\text{FontSize} \rightarrow 25\}];$$

$$h1 = \text{Plot}[\text{Evaluate}[s, \{\tau, 0, 12\}], \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1.5\}, \text{Frame} \rightarrow \text{True}, \text{FrameLabel} \rightarrow \{\tau_2, \theta/n_2\}];$$

$$h2 = \text{Plot}\left[\frac{1}{\tau * e} * n2, \{\tau, 0, 12\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1.5\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \{\text{Dashing}[\{0.02\}]\}\right];$$

calculated temperature-time pattern diagram with peak θ_i temperatures

$$\text{Show}[h1, h2]$$

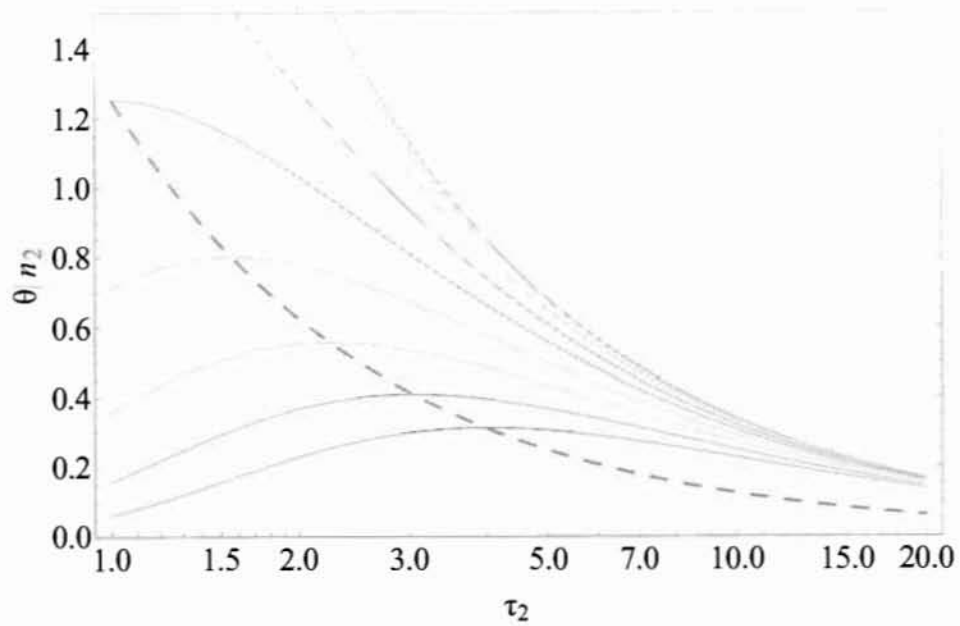


j) calculated temperature-time pattern Logarithmic diagram with peak temperatures θ_i .

$$h3 = \text{LogLinearPlot}[\text{Evaluate}[s, \{\tau, 1, 20\}], \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1.5\}, \text{Frame} \rightarrow \text{True}, \text{FrameLabel} \rightarrow \{\tau_2, \theta/n_2\}];$$

$$h4 = \text{LogLinearPlot}\left[\frac{1}{\tau * e} * n2, \{\tau, 1, 20\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1.5\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \{\text{Dashing}[\{0.02\}]\}\right];$$

$$\text{Show}[h3, h4]$$



k) building temperature-time pattern diagram (without considering n_2 parameter):

$$\theta n[\tau_1, \sigma_1] := \frac{1}{\tau_1} * e^{\left(\frac{-(\sigma_1)^2}{\tau_1}\right)};$$

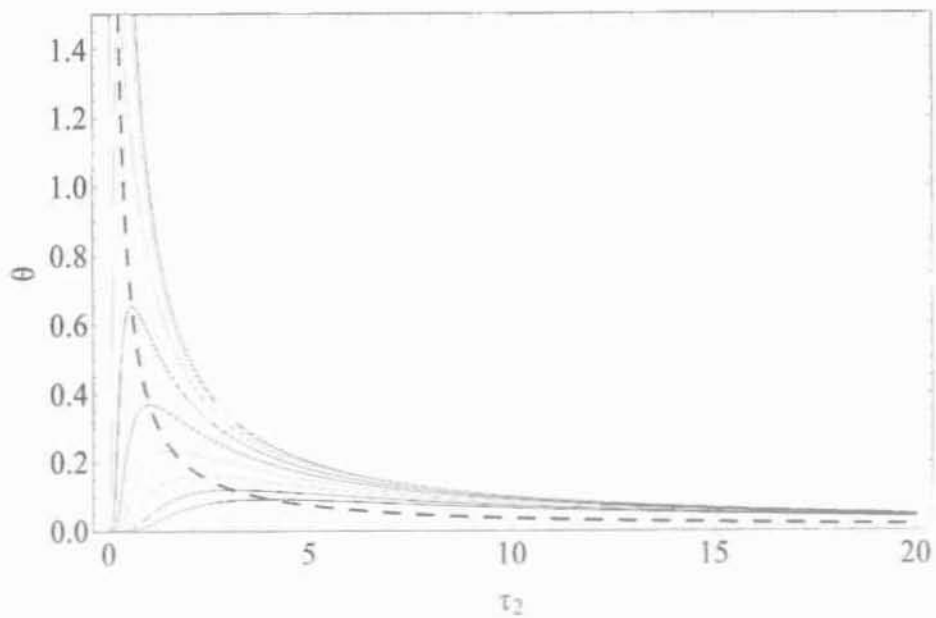
$$g1 = \theta n[\tau_1, \sigma_1];$$

$$s1 = \text{Table}[g1, \{\sigma_1, 0, 2, 0.25\}];$$

$$h5 = \text{Plot}[\text{Evaluate}[s1, \{\tau_1, 0, 20\}], \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1.5\}, \text{Frame} \rightarrow \text{True}, \text{FrameLabel} \rightarrow \{\tau_2, "0"\}];$$

$$h6 = \text{Plot}\left[\frac{1}{e * \tau_1}, \{\tau_1, 0, 20\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1.5\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \{\text{Dashing}[\{0.02\}]\}\right];$$

Show[h5, h6]



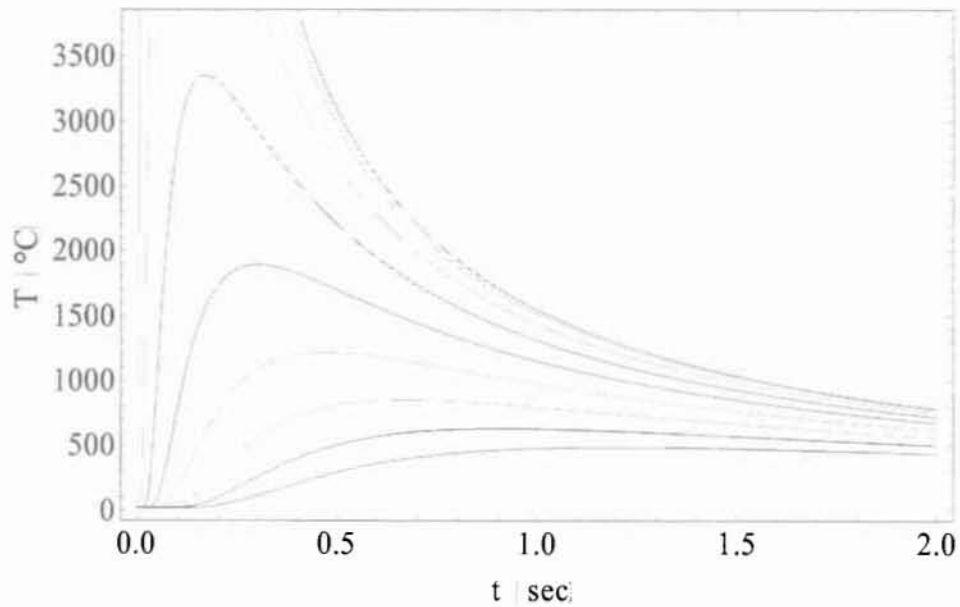
h) real temperatures diagram (Fig. 3.3) - t (sec):

$$\tau = \frac{t}{t_h}$$

$$3.33333 t$$

$$Td2 = T_0 + s * (T_c - T_0);$$

hd = Plot[Evaluate[Td2, {t, 0, 2}], Frame -> True, FrameLabel -> {"t (sec)", "T (°C)"}]



m) real distance values (r) that appear in the diagram :

$$rr[\sigma_] := \sqrt{\sigma^2 * 4 * a * t_h}$$

$$ss = rr[\sigma]$$

$$2.44949\sqrt{\sigma^2}$$

$$r = \text{Table}[ss, \{\sigma, 0, 2, 0.25\}]$$

{0., 0.612372, 1.22474, 1.83712, 2.44949, 3.06186, 3.67423, 4.28661, 4.89898}

Thermit Welding

[low alloy steel]

i. Intro:

This program produces results for the model of thermit welding. By inserting parameters (red input) it returns:

- a (thermal diffusivity)
- θ (dimensionless temperatures)
- Δt (cooling time)
- Δx (total width of fully transformed region)
- diagrams of temperature-time pattern (plain and logarithmic)

ii. Input Data:

Reference Temperature ($^{\circ}\text{C}$)

$T_1=2200$
2200

Environmental Temperature ($^{\circ}\text{C}$)

$T_0=20$
20

A_{c3} - Temperature of steel ($^{\circ}\text{C}$)

$T_{ac3}=890$
890

Total width of groove D [$D = 2 * L_1$] (mm)

$L_1=6$
6

Thermal Conductivity ($\text{W mm}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

$\lambda=0.025$
0.025

Volume Heat Capacity factor " ρc " ($\text{J mm}^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

$\rho c=0.005$
0.005

Initial cooling temperature

$T_x=800$
800

Final cooling temperature

$T_y=500$
500

Efficiency Factor

$\eta=0.5$
0.5

iii. Returning Data

a) thermal diffusivity ($\text{mm}^2 \text{ s}^{-1}$)

$$a = \lambda / \rho c$$

5.

b) dimensionless temperature

$$\theta_x = N \left[\frac{(T_x - T_0)}{(T_1 - T_0)} \right]$$

0.357798

$$\theta_y = N \left[\frac{(T_y - T_0)}{(T_i - T_0)} \right]$$

0.220183

$$\theta_{ac3} = N \left[\frac{(T_{ac3} - T_0)}{(T_i - T_0)} \right]$$

0.399083

c) dimensionless time

$$\tau_3 = \frac{\sqrt{4 * a * t}}{L_1}$$

0.745356 $\sqrt{\tau}$

d) dimensionless time of initial cooling temperature

$$\tau_{3x} = \frac{1}{\text{InverseErf}[\theta_x]}$$

3.04379

e) dimensionless time of final cooling temperature

$$\tau_{3y} = \frac{1}{\text{InverseErf}[\theta_y]}$$

5.05875

f) cooling time $\Delta t_{8/5}$ (sec)

$$\Delta t_{8/5} = \frac{L_1^2}{4 * a} (\tau_{3y}^2 - \tau_{3x}^2)$$

29.3872

the fusion boundary is defined when $x=L_1$ and therefore $\Omega_m = x/L_1=1$

$$\Omega_m = 1$$

1

g) according to the A_c -temperature locus (θ_{ac3}) we obtain the coordinates of the isotherm:

$$f = \frac{1}{2} * \left(\text{Erf} \left[\frac{\Omega_{m2} + 1}{\tau_m} \right] - \text{Erf} \left[\frac{\Omega_{m2} - 1}{\tau_m} \right] \right) - \theta_{ac3};$$

$$g = (\Omega_{m2} - 1) * \text{Exp} \left[-\frac{(\Omega_{m2} - 1)^2}{(\tau_m)^2} \right] - (\Omega_{m2} + 1) * \text{Exp} \left[-\frac{(\Omega_{m2} + 1)^2}{(\tau_m)^2} \right];$$

$$s = \text{FindRoot}[\{f == 0, g == 0\}, \{\tau_m, 1\}, \{\Omega_{m2}, 1\}]$$

$$\{\tau_m \rightarrow 1.45727, \Omega_{m2} \rightarrow 1.2223\}$$

h) total width of fully transformed region Δx (mm)

$$\Delta x = L_1 * (\Omega_{m2} - \Omega_m);$$

$$\Delta x = \Delta x / .s$$

1.33378

i) building temperature-time diagram

$$\Omega[x_] := \frac{x}{L_1};$$

$$g1 = \Omega[x];$$

$$h = N[Table[g1, {x, 0, 2L_1, 1}]]$$

{0., 0.166667, 0.333333, 0.5, 0.666667, 0.833333, 1., 1.16667, 1.33333, 1.5, 1.66667, 1.83333, 2.}

$$\theta = \frac{1}{2} * \left(\text{Erf}\left[\frac{h+1}{\tau_3}\right] - \text{Erf}\left[\frac{h-1}{\tau_3}\right] \right);$$

SetOptions[Plot, BaseStyle -> {FontSize -> 25}];

SetOptions[LogLinearPlot, BaseStyle -> {FontSize -> 25}];

j1 = Plot[Evaluate[\theta, {t, 0, 10}], PlotRange -> {0, 1}, Frame -> True, FrameLabel -> {"\tau_3", "\theta"}];

building peak temperatures diagram:

$$a = Table[\Omega_m, \{\Omega_m, 1, 20, 0.1\}];$$

\tau_{3m} when \Omega_m is given:

$$\tau_{3m} = \sqrt{\frac{(a-1)^2 - (a+1)^2}{\text{Log}\left[\frac{(a-1)}{(a+1)}\right]}};$$

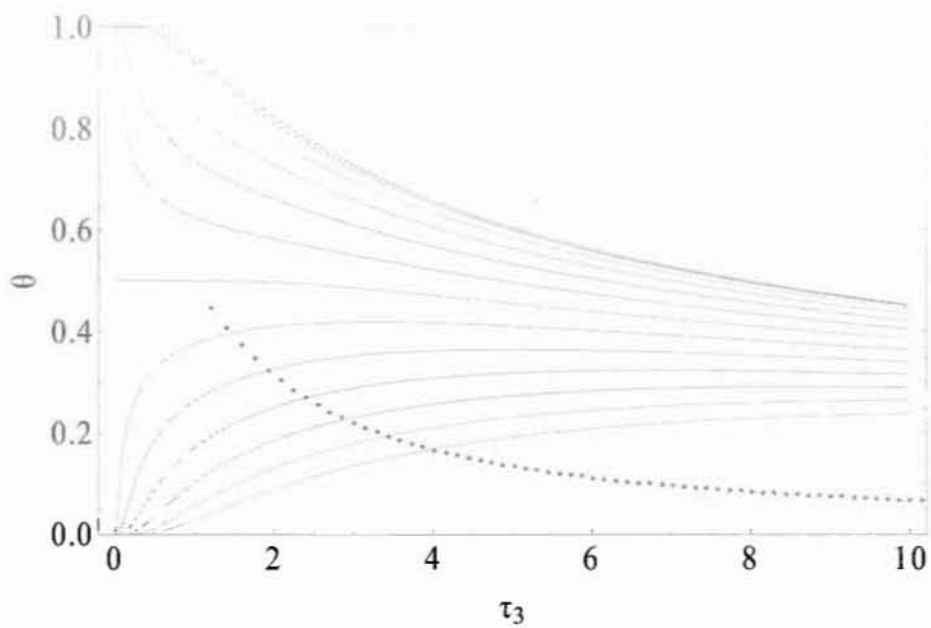
$$\theta 2 = \frac{1}{2} * \left(\text{Erf}\left[\frac{a+1}{\tau_{3m}}\right] - \text{Erf}\left[\frac{a-1}{\tau_{3m}}\right] \right);$$

$$b = \text{Transpose}[\{\tau_{3m}, \theta 2\}];$$

$$c1 = \text{ListPlot}[b];$$

Calculated temperature-time pattern diagram with peak temperature \theta_p

Show[j1, c1]



j) calculated temperature-time pattern diagram with peak temperature θ_p (without considering τ_3 dimensionless time parameter):

$$\Omega_2[x_] := \frac{x}{L_1};$$

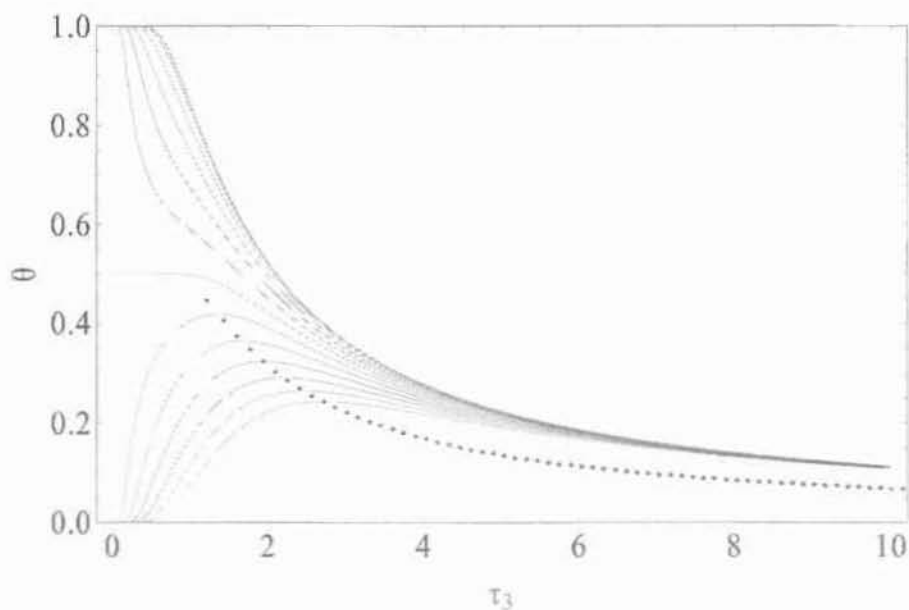
$$g_2 = \Omega[x];$$

$$h_1 = \text{Table}[g_2, \{x, 0, 2L_1, 1\}];$$

$$v_1 = \frac{1}{2} * (\text{Erf}[\frac{h_1 + 1}{\tau_3}] - \text{Erf}[\frac{h_1 - 1}{\tau_3}]);$$

$$p_1 = \text{Plot}[\text{Evaluate}[v_1, \{\tau_3, 0, 10\}], \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 1\}, \text{Frame} \rightarrow \text{True}, \text{FrameLabel} \rightarrow \{\tau_3, "theta"\}];$$

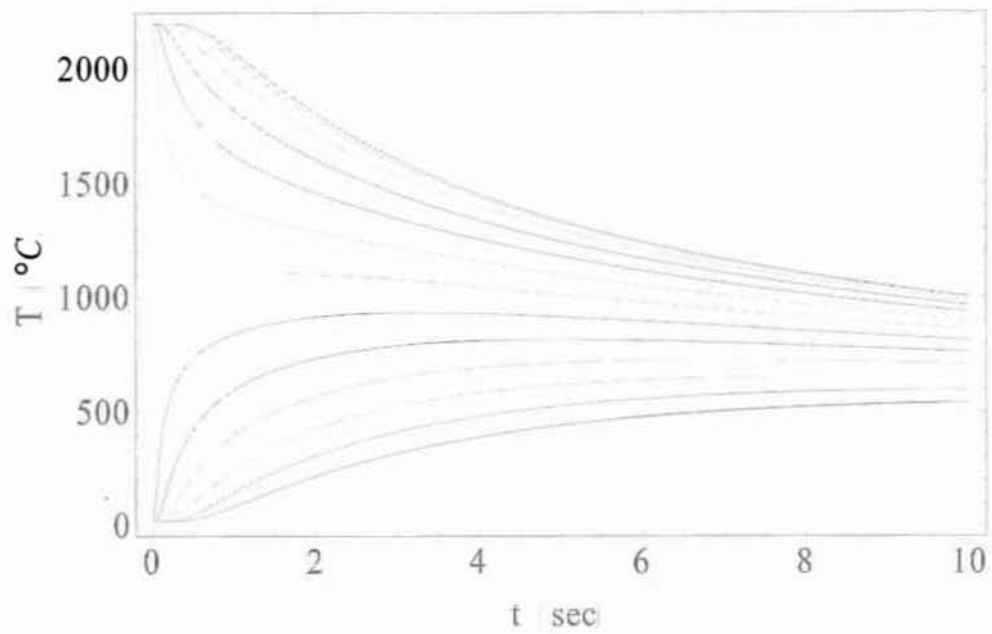
$$\text{Show}[p_1, c_1]$$



k) real temperatures diagram $T \text{ (}^\circ\text{C)} - t \text{ (sec)}$.

$$Td3 = T_0 + \theta * (T_i - T_0);$$

hd=Plot[Evaluate[Td3,{t,0,10}],Frame->True,FrameLabel->{"t (sec)","T (}C"}]



Friction Welding

[Al-Cu-2Mg alloy]

i. Intro:

This program produces results for the model of friction welding. By inserting parameters (red input) it returns:

-a (thermal diffusivity)

- θ (dimensionless temperatures)

- T_p (peak temperature)

-diagrams of temperature-time pattern (cooling+heating period)

ii. Input Data:

Reference Temperature ($^{\circ}\text{C}$)

Tk=506

506

Environmental Temperature ($^{\circ}\text{C}$)

$T_0=20$

20

Thermal Conductivity ($\text{W mm}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

λ

Volume Heat Capacity factor " ρc " ($\text{J mm}^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

ρc

Rods Diameter (mm)

$D_1=26$

26

Contact time (sec)

$t_h=13$

13

iii. Returning Data

a) thermal diffusivity ($\text{mm}^2 \text{ s}^{-1}$) (it can be given or found by λ and ρc)

$$a = \lambda / \rho c$$

$$\frac{\lambda}{\rho c}$$

$$a = 70$$

$$70$$

b) dimensionless temperature

$$\theta_{\infty} = N \left[\frac{(T - T_0)}{(T_k - T_0)} \right]$$

$$0.00205761 (-20.+T)$$

c) dimensionless time

$$\tau_4 = \frac{t}{t_h}$$

$\frac{t}{13}$

d) to acquire peak temperatures

time:

$$\tau_{4m} = 1$$

1

distance from welding (mm):

$$x1 = \text{Table}[v, \{v, 0, 36, 6\}];$$

–dimensionless distance Ω_m :

$$w1 = N\left[\frac{x1}{\sqrt{4 * a * th}}\right]$$

{0., 0.099449, 0.198898, 0.298347, 0.397796, 0.497245, 0.596694}

–peak dimensionless temperatures θ_p :

$$\theta1 = \sqrt{\tau_{4m}} * \left(\text{Exp}\left[-\frac{w1^2}{\tau_{4m}}\right] - \left(\frac{\sqrt{\pi} * w1}{\sqrt{\tau_{4m}}}\right) * \text{Erfc}\left[\frac{w1}{\sqrt{\tau_{4m}}}\right] \right)$$

{1., 0.833605, 0.686764, 0.558907, 0.449122, 0.356202, 0.278717}

–peak temperatures T_p (°C):

$$Tp = \theta1 * (Tk - T_0) + T_0$$

{506., 425.132, 353.767, 291.629, 238.273, 193.114, 155.456}

e) dimensionless x-coordinate

$$\Omega[x_] := \frac{x}{\sqrt{4 * a * th}}$$

$$g = \Omega[x]$$

$$\frac{x}{2\sqrt{910}}$$

$$h = N[\text{Table}[g, \{x, 0, 36, 6\}]]$$

{0., 0.099449, 0.198898, 0.298347, 0.397796, 0.497245, 0.596694}

f) parameter equation

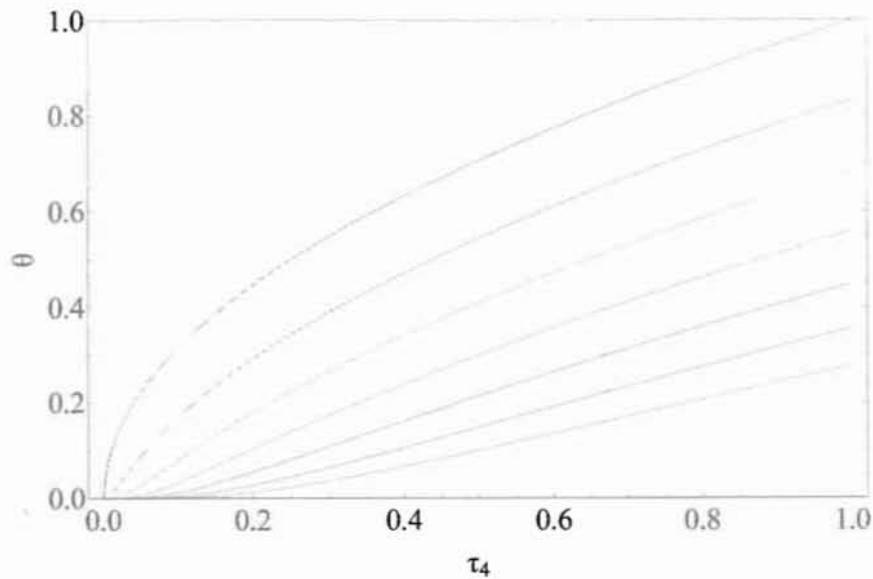
$$\theta = \sqrt{\tau_4} * \left(\text{Exp}\left[-\frac{h^2}{\tau_4}\right] - \left(\frac{\sqrt{\pi} * h}{\sqrt{\tau_4}}\right) * \text{Erfc}\left[\frac{h}{\sqrt{\tau_4}}\right] \right);$$

g) building temperature-time pattern diagram (heating period)

SetOptions[Plot, BaseStyle → {FontSize → 25}];

```
SetOptions[LogLinearPlot, BaseStyle -> {FontSize -> 25}];
```

```
j1 = Plot[Evaluate[θ, {τ₄, 0, 1}], PlotRange -> {0, 1}, Frame -> True, FrameLabel -> {"τ₄", "θ"}]
```



h) building temperature-time pattern diagram (cooling period)

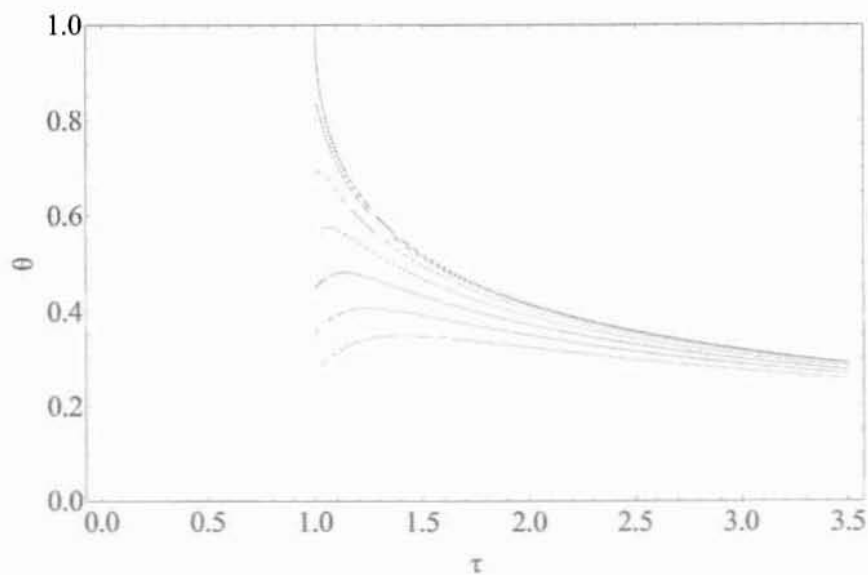
$$\theta_2 = \sqrt{\tau_4 - 1} * \left(\text{Exp} \left[-\frac{h^2}{\tau_4 - 1} \right] - \left(\frac{\sqrt{\pi} * h}{\sqrt{\tau_4 - 1}} \right) * \text{Erfc} \left[\frac{h}{\sqrt{\tau_4 - 1}} \right] \right);$$

```
j3 = Plot[Evaluate[θ₂, {τ₄, 0, 3.5}], AxesLabel -> {"τ", "θ"}];
```

$$\theta_\alpha = \theta - \theta_2;$$

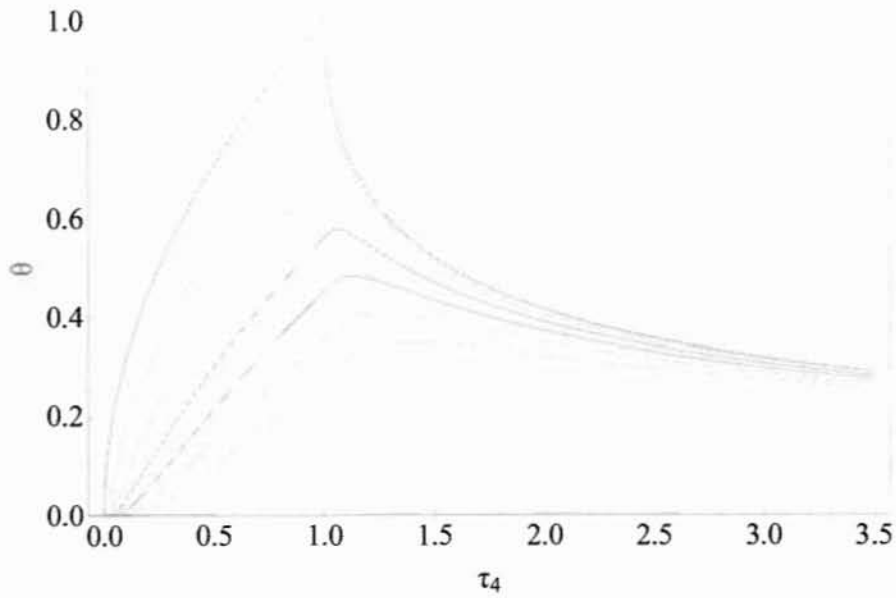
calculated temperature-time pattern diagram (cooling period)

```
j4 = Plot[Evaluate[θₐ, {τ₄, 0, 3.5}], PlotRange -> {0, 1}, Frame -> True, FrameLabel -> {"τ", "θ"}]
```



i) calculated full temperature-time pattern diagram (heating and cooling period)

Show[j1,j4,PlotRange -> {0,1}]



j) real temperatures diagram T (°C) - t (sec):

$$\tau_4 = \frac{tg}{th}$$

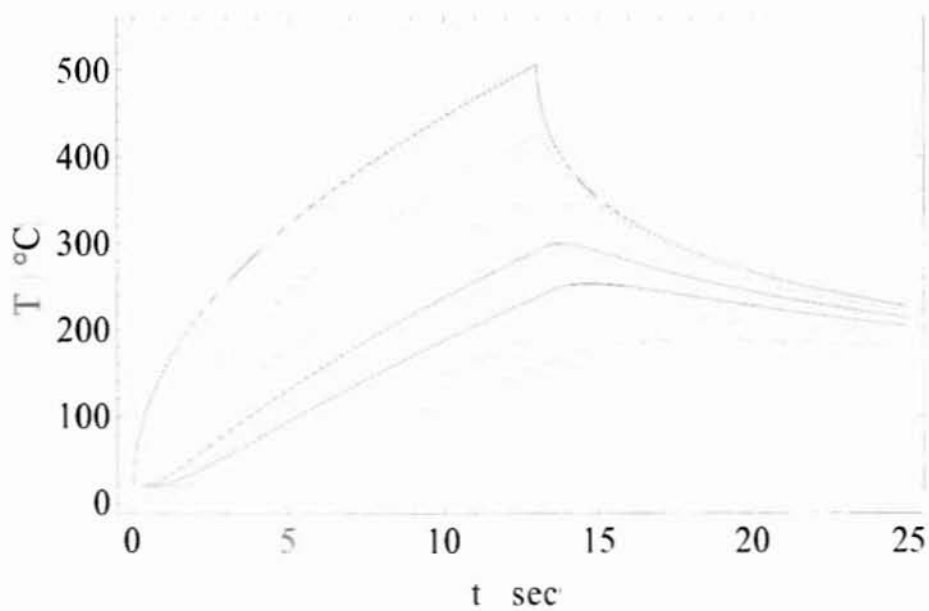
$$\frac{tg}{13}$$

$$Td41 = T_0 + \theta * (Tk - T_0);$$

hd1=Plot[Evaluate[Td41,{tg,0,13}],Frame->True,FrameLabel->{"t (sec)","T (°C)"}];

$$Td42 = T_0 + \theta\alpha * (Tk - T_0);$$

hd2=Plot[Evaluate[Td42,{tg,0,25}],Frame->True,FrameLabel->{"t (sec)","T (°C)"}];
Show[hd1,hd2,PlotRange -> {0,550}]





ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000104073