

ΠΜΣ Εφαρμοσμένης Οικονομικής  
Τμήμα Οικονομικών Επιστημών  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

**ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ  
ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ: Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ  
ΤΩΝ ΧΑΜΕΝΩΝ ΠΩΛΗΣΕΩΝ**

**Χρήστος Ν. Τζιουρτζιούμης**

Επιβλέπων καθηγητής: **Επίκουρος Καθηγητής Ηλίας Κεβόρκ**

**Βόλος 2012**

## **Υπεύθυνη δήλωση**

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη διπλωματική εργασία. Επίσης, έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στην Εφαρμοσμένη Οικονομική του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Τζιουρτζιούμης Χρήστος

Βόλος, Ιανουάριος 2012

## **Ευχαριστίες**

Κατά την διάρκεια υλοποίησης της παρούσας εργασίας, πολλοί άνθρωποι με βοήθησαν και με υποστήριξαν με διάφορους τρόπους. Θα ήθελα να εκφράσω, ειδικά, τις ευχαριστίες μου στους ακόλουθους:

Στον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Κεβόρκ για την εμπιστοσύνη του και για την συνεχή καθοδήγηση του σε όλη την διάρκεια διεκπεραίωσης της εργασίας. Επίσης, είμαι ευγνώμων, επειδή πρόσφερε τις γνώσεις του και με βοήθησε να κατανοήσω καλύτερα αυτή την σύνθετη περιοχή της Μικροοικονομίας.

Στα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς επιτροπής – κ. Τζερεμέ και κ. Σταμπούλη για τις γνώσεις, συμβουλές και υποδείξεις τους.

Στον κ. Χάλκο για την συνεργασία και για την εμπιστοσύνη του καθ'όλη την διάρκεια των προπτυχιακών και μεταπτυχιακών σπουδών. Επίσης, είμαι ευγνώμων, επειδή πρόσφερε τις γνώσεις του και με βοήθησε να κατανοήσω την Οικονομική Επιστήμη και συγκεκριμένα, την Οικονομετρία.

## Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	6
ABSTRACT .....	7
Κεφάλαιο 1 .....	8
Εισαγωγή.....	8
Κεφάλαιο 2.....	16
Βιβλιογραφική επισκόπηση .....	16
2.1. Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης .....	16
2.1.1. Order-Point, Order-Quantity (s,Q) System.....	16
2.1.2. Order-Point, Order-Up-to-Level (s,S) System .....	17
2.2. Υποδείγματα περιοδικής επιθεώρησης.....	17
2.2.1. Periodic-Review, Order-Up-To-Level (R,S) System .....	17
2.2.2. (R,s,S) System .....	17
2.3. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με παραγγελίες σε εκκρεμότητα .....	18
2.3.1. Άριστη ποσότητα παραγγελίας και σημείο αναπαραγγελίας με κανονική ζήτηση και σταθερό χρόνο παράδοσης (Κεβόρκ, 2009).....	20
2.3.2. Άριστη ποσότητα παραγγελίας με κανονική ζήτηση και μη σταθερό χρόνο παράδοσης της παραγγελίας.....	22
2.4. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις.....	23
2.4.1. Άριστη ποσότητα παραγγελίας με κανονική ζήτηση και μη σταθερό χρόνο παράδοσης της παραγγελίας.....	25
2.4.2. Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν εκκρεμεί μόνο μια ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αναπαραγγελίας ( $Q > s$ ).....	26
2.4.3. Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν εκκρεμούν το πολύ δυο παραγγελίες σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ( $Q \leq s < 2Q$ ) ..	27
2.5. Σημείο αναπαραγγελίας και αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση στο υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος.....	27
2.6. Το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις.....	29
2.7. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό χαμένων πωλήσεων και παραγγελιών σε εκκρεμότητα.....	30
Κεφάλαιο 3.....	32
Εξειδικευμένη προσέγγιση των υποδειγμάτων συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος ....	32
3.1. Χρήσιμοι ορισμοί.....	32
3.2. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό χαμένων πωλήσεων και παραγγελιών σε εκκρεμότητα για την περίπτωση όπου ισχύει ταυτόχρονα $R - x_L > 0$ και $R - x_L \leq 0$ .....	33
3.2.1. Προσδιορισμός του αναμενόμενου μέσου μεγέθους του αποθέματος: Η περίπτωση των Montgomery, Bazaraa και Keswani .....	35

3.2.2. Προσδιορισμός του μέσου αναμενόμενου μεγέθους του αποθέματος: Η περίπτωση Hadley-Whitin .....	36
3.2.3. Νέα προσέγγιση στον προσδιορισμό του αναμενόμενου μέσου μεγέθους του αποθέματος .....	37
3.3. Αντικειμενική συνάρτηση του συνολικού κόστους .....	47
3.3.1. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Η περίπτωση Hadley-Whitin .....	49
3.3.2. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Η περίπτωση Montgomery, Bazaraa και Keswani .....	50
3.3.3. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Νέα Μέθοδος-Mixture .....	51
3.4. Συνθήκες .....	53
3.5. Προσδιορισμός ελάχιστου συνολικού κόστους, αναμενόμενου μέσου αποθέματος και άριστης ποσότητας παραγγελίας .....	56
3.5.1. Η περίπτωση: Hadley-Whitin .....	56
3.5.2. Η περίπτωση: Montgomery, Bazaraa και Keswani .....	56
3.5.3. Η περίπτωση: Νέα Μέθοδος .....	57
3.6. Η σχέση μεταξύ των παραμέτρων $A, h, \pi, \pi_0$ .....	58
Κεφάλαιο 4 .....	61
Εμπειρικά αποτελέσματα .....	61
4.1. Εισαγωγή .....	61
4.2. Άριστη ποσότητα παραγγελίας .....	61
4.3. Αναμενόμενο μέσο απόθεμα .....	74
4.4. Ελάχιστο συνολικό κόστος .....	86
Κεφάλαιο 5 .....	98
Ανακεφαλαίωση .....	98
5.1. Συμπεράσματα .....	98
5.2. Μελλοντική έρευνα .....	101
Βιβλιογραφία .....	103
Παράρτημα .....	109

ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ  
ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ: Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΧΑΜΕΝΩΝ ΠΩΛΗΣΕΩΝ

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων. Συγκεκριμένα, στην βιβλιογραφία οι Hadley-Whitin (1963) ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι πολύ χαμηλή, ενώ οι Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973) ασχολήθηκαν με την περίπτωση στην οποία η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι πολύ υψηλή. Στην εργασία αυτή προτείνεται μια νέα μέθοδος υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος στην οποία η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή, με αποτέλεσμα σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης σε κάποιους θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, ενώ σε κάποιους δεν θα υπάρχει έλλειψη. Επιπλέον, όταν υπάρχει έλλειψη, από την ανάλυση προκύπτει ότι, το ελάχιστο συνολικό κόστος επιτυγχάνεται με την περίπτωση των παραγγελιών σε εκκρεμότητα.

**Λέξεις κλειδιά:** Συστήματα συνεχούς επιθεώρησης, Άριστη ποσότητα παραγγελίας, Έλλειψη, Χαμένες πωλήσεις, Παραγγελίες σε εκκρεμότητα

**Κωδικοί JEL:** C44: Operations Research, D22: Firm Behavior: Empirical Analysis, D24: Production & cost, M11: Production Management, L6: Manufacturing

# THE CONTINUOUS REVIEW SYSTEM IN INVENTORY MANAGEMENT: LOST SALES CASE

## ABSTRACT

The continuous review system of backorders and lost sales will be investigated in this thesis. Especially, in the literature on the one hand Hadley-Whitin (1963) studied the case of the low value of the inventory shortage probability, but on the other hand Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973) studied the case of the high value of the inventory shortage probability. From our sight of view, a new approximation method for the expected average inventory is developed. The inventory shortage probability is neither too low nor too high. Hence, if there are many inventory cycles in some of them will exist shortage, while to the rest there are not. Furthermore, the analysis shown that the minimum total cost is achieved by the backorders case, when inventory shortage exists.

**Key words:** Continuous review systems, Economic order quantity, Shortage, Lost sales, Backorders

**JEL codes:** C44: Operations Research, D22: Firm Behavior: Empirical Analysis, D24: Production & cost, M11: Production Management, L6: Manufacturing

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Η αποθεματική πολιτική αποτελεί ένα σημαντικό κομμάτι των επιχειρήσεων. Ο προσδιορισμός του σημείου αναπαραγγελίας, της ιδανικής στάθμης του αποθέματος καθώς και της άριστης ποσότητας παραγγελίας ενδιαφέρουν άμεσα τις επιχειρήσεις προκειμένου να λαμβάνουν άριστες αποφάσεις. Για τον προσδιορισμό της άριστης ποσότητας παραγγελίας απαιτείται η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους. Το σημείο αναπαραγγελίας δείχνει πότε θα γίνει η παραγγελία και για τον προσδιορισμό του πρέπει να ορισθεί το απόθεμα ασφαλείας το οποίο παρέχει το επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης. Η ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας δεν είναι ανεξάρτητη αλλά παρουσιάζει μια τάση να αυτοσυσχετίζεται. Επομένως, παρατηρείται ότι υπάρχουν πολλές παράμετροι που επηρεάζουν μια αποθεματική πολιτική και γι' αυτό το λόγο η διαχείριση των αποθεμάτων προκειμένου να ληφθούν σωστές αποφάσεις απασχολούσε τους παλαιούς ερευνητές αλλά συνεχίζει να αποτελεί αντικείμενο μελέτης και για νέους ερευνητές.

Στην περίπτωση όπου η επιχείρηση δεν παραγγέλλει το τελικό προϊόν αλλά παραγγέλλει τμήματά του και τα επεξεργάζεται προκειμένου να δημιουργήσει το τελικό προϊόν τότε λόγω των περιορισμένων πόρων που διαθέτει θα πρέπει να χρησιμοποιεί με το καλύτερο δυνατό τρόπο τους διαθέσιμους πόρους. Κατά συνέπεια στο απόθεμα περιλαμβάνονται διαφορετικά αντικείμενα με αποτέλεσμα να είναι δύσκολο για την επιχείρηση να κάνει διαφορετικό προγραμματισμό για τα αποθέματα του κάθε αντικείμενου. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού, ο Ιταλός Vilfredo Pareto δημιούργησε την ταξινόμηση ABC όπου διαχωρίζει το απόθεμα σε τρεις κατηγορίες, βασιζόμενη στο γεγονός ότι ένας σχετικά μικρός αριθμός προϊόντων, εξαρτημάτων ή υλικών, αντιπροσωπεύουν το μεγαλύτερο μέρος της συνολικά δεσμευμένης σε αποθέματα αξίας. Συγκεκριμένα, η ομάδα A περιλαμβάνει ένα μικρό αριθμό των προϊόντων που αποτελούν το απόθεμα αλλά είναι μεγάλης αξίας, δηλαδή 15-20% των συνολικών προϊόντων του αποθέματος που αντιστοιχούν στο 70-75% της συνολικής αξίας του αποθέματος. Η ομάδα B περιλαμβάνει περισσότερα προϊόντα αλλά είναι μικρότερης αξίας. Δηλαδή, αντιστοιχούν στο 20-25% των συνολικών προϊόντων του αποθέματος και στο 20-25% της συνολικής αξίας του αποθέματος. Τέλος, η ομάδα C περιλαμβάνει τα υπόλοιπα μικρότερης αξίας προϊόντα που αντιστοιχούν στο 5-10% της συνολικής αξίας του αποθέματος και αποτελούν το μεγαλύτερο ποσοστό των προϊόντων που αποθεματοποιούνται.



Όμως, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι στην παρούσα εργασία θα εξεταστεί η διαχείριση αποθεμάτων για την περίπτωση όπου η επιχείρηση παραγγέλλει το τελικό προϊόν.

Σύμφωνα, με τον Mansfield (1996) η διαδικασία της λήψης αποφάσεων τόσο για τις επιχειρήσεις όσο για τους μη κερδοσκοπικούς οργανισμούς μπορεί να διαχωριστεί, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1, σε πέντε βασικά στάδια:

### **Στάδιο 1: Καθορισμός των Αντικειμενικών Στόχων**

Κάθε επιχείρηση όταν λαμβάνει μια απόφαση πρέπει να προσδιορίζει τους αντικειμενικούς στόχους. Ειδικότερα, εάν δεν γνωρίζει τι προσπαθεί να υλοποιήσει τότε δεν υπάρχει κανένας λογικός τρόπος για να πάρει την σωστή απόφαση.

### **Στάδιο 2: Οροθέτηση του Προβλήματος**

Ένα από τα πιο δύσκολα μέρη της λήψης αποφάσεων είναι η ακριβής οροθέτηση του προβλήματος. Συχνά, τα ανώτατα στελέχη των επιχειρήσεων αντιμετωπίζουν μια κατάσταση που κρίνεται ως μη ικανοποιητική.

### **Στάδιο 3: Προσδιορισμός Εφικτών Λύσεων**

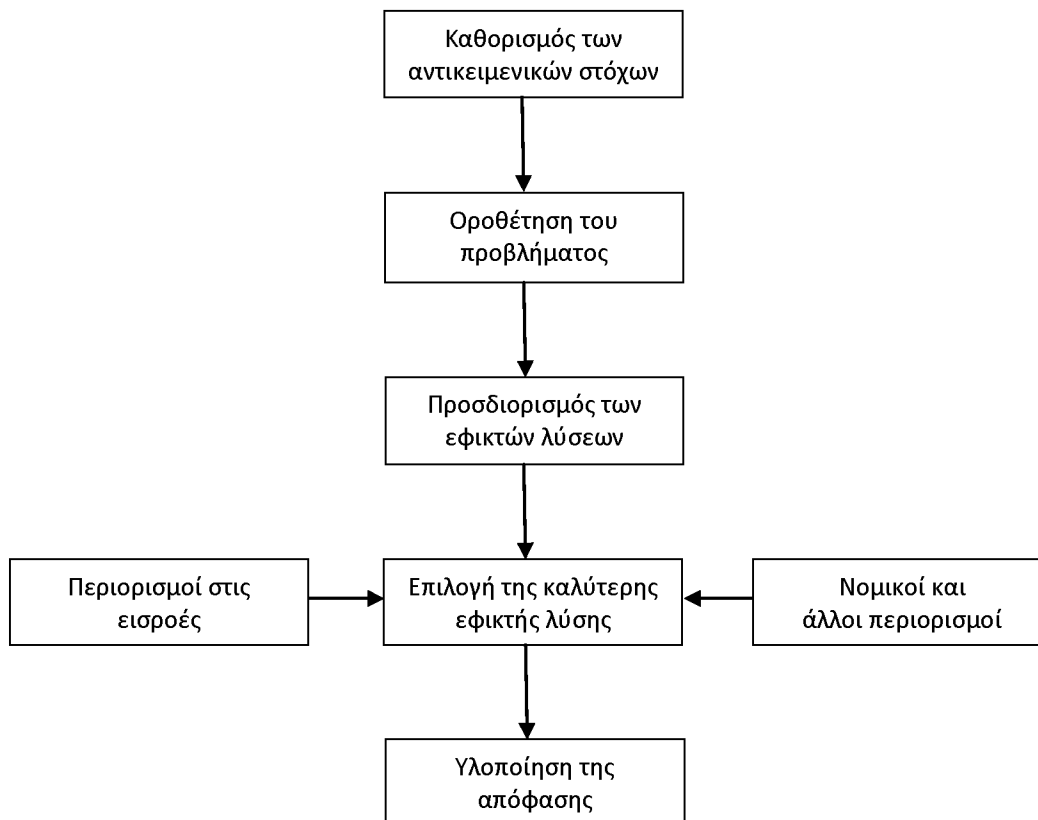
Από την στιγμή που έχει προσδιοριστεί το πρόβλημα, πρέπει η επιχείρηση να επινοήσει και να προσδιορίσει τις εφικτές λύσεις.

### **Στάδιο 4: Επιλογή της Καλύτερης Εφικτής Λύσης**

Όταν η επιχείρηση προσδιορίσει το σύνολο των εναλλακτικών εφικτών λύσεων, πρέπει να αξιολογήσει κάθε μια από αυτές και να προσδιορίσει ποια είναι η καλύτερη δεδομένων των αντικειμενικών στόχων της.

### **Στάδιο 5: Υλοποίηση της Απόφασης**

Από την στιγμή που έχει επιλεγεί μια συγκεκριμένη λύση, πρέπει να υλοποιηθεί, ώστε να είναι αποτελεσματική. Αυτή η φάση της διαδικασίας λήψης αποφάσεων έχει τεράστια σημασία γιατί και οι καλύτερες αποφάσεις δεν έχουν καμία αξία αν δεν υλοποιηθούν.



**Σχήμα 1** Βασική διαδικασία Λήψης Αποφάσεων

Το πρόβλημα το οποίο εξετάζεται στην παρούσα εργασία μπορεί να διαχωριστεί στα πέντε ανωτέρω στάδια ως εξής:

Στο Στάδιο 1 καθορίζεται ο αντικειμενικός στόχος που είναι η μεγιστοποίηση των κερδών. Ειδικότερα, επιδιώκεται να βρεθεί ποια είναι η κατάλληλη αποθεματική πολιτική που μεγιστοποιεί τα κέρδη. Συγκεκριμένα, οι αποθεματικές πολιτικές είναι: α) παραγγελίες σε εκκρεμότητα β) χαμένες πωλήσεις γ) συνδυασμός και των δυο.

Στο Στάδιο 2 γίνεται η οροθέτηση του προβλήματος. Είναι γνωστό ότι η μεγιστοποίηση των κερδών μπορεί να υλοποιηθεί είτε μεγιστοποιώντας τα συνολικά έσοδα είτε ελαχιστοποιώντας το συνολικό κόστος. Στη παρούσα εργασία θα εξεταστεί η περίπτωση ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους.

Στο Στάδιο 3 προσδιορίζονται οι εφικτές λύσεις. Συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο 3 δημιουργούνται για τις τρεις αποθεματικές πολιτικές οι αντίστοιχες συναρτήσεις συνολικού κόστους.

Στο Στάδιο 4 γίνεται η επιλογή της εφικτής λύσης. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται το ελάχιστο συνολικό κόστος και για τις τρεις αποθεματικές πολιτικές. Με βάση τα εμπειρικά

αποτελέσματα του Κεφαλαίου 4 γίνεται η επιλογή της εφικτής λύσης. Επομένως, η αποθεματική πολιτική που προτείνεται είναι παραγγελίες σε εκκρεμότητα.

Το Στάδιο 5 το οποίο περιλαμβάνει την υλοποίηση της απόφασης, δεν μπορούσε να πραγματοποιηθεί λόγω περιορισμένων δυνατοτήτων απόκτησης των πραγματικών στοιχείων της ζήτησης και των αποθεμάτων των επιχειρήσεων.

Στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί μια διαφορετική προσέγγιση του κλασικού υποδείγματος άριστης ποσότητας παραγγελίας (economic order quantity, EOQ) το οποίο δημιουργήθηκε από τον Ford Whitman Harris το 1913.

Το κλασικό υπόδειγμα άριστης ποσότητας παραγγελίας βασίζεται στις εξής υποθέσεις:

1. Η ετήσια ζήτηση είναι σταθερή
2. Ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός
3. Το σταθερό κόστος παραγγελίας είναι  $K$
4. Δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα
5. Το κόστος κράτησης του αποθέματος ανά μονάδα ανά χρόνο είναι  $h$

Με δεδομένες τις παραπάνω υποθέσεις το υπόδειγμα άριστης ποσότητας παραγγελίας ακολουθεί μια αποθεματική πολιτική που έχει ως σκοπό την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους, το οποίο αποτελείται από το κόστος παραγγελίας, το κόστος κράτησης του αποθέματος και το κόστος αγοράς (ενδεικτικά: πρώτων υλών, εργατικού δυναμικού, μεταφοράς του προϊόντος). Έτσι, η συνάρτηση συνολικού κόστους γράφεται:

$TC = \text{annual cost of placing orders} + \text{annual purchasing cost} + \text{annual holding cost} \Leftrightarrow$

$$TC = \frac{KD}{Q} + cD + \frac{hQ}{2}$$

Ελαχιστοποιώντας την συνάρτηση του συνολικού κόστους υπολογίζεται η άριστη ποσότητα

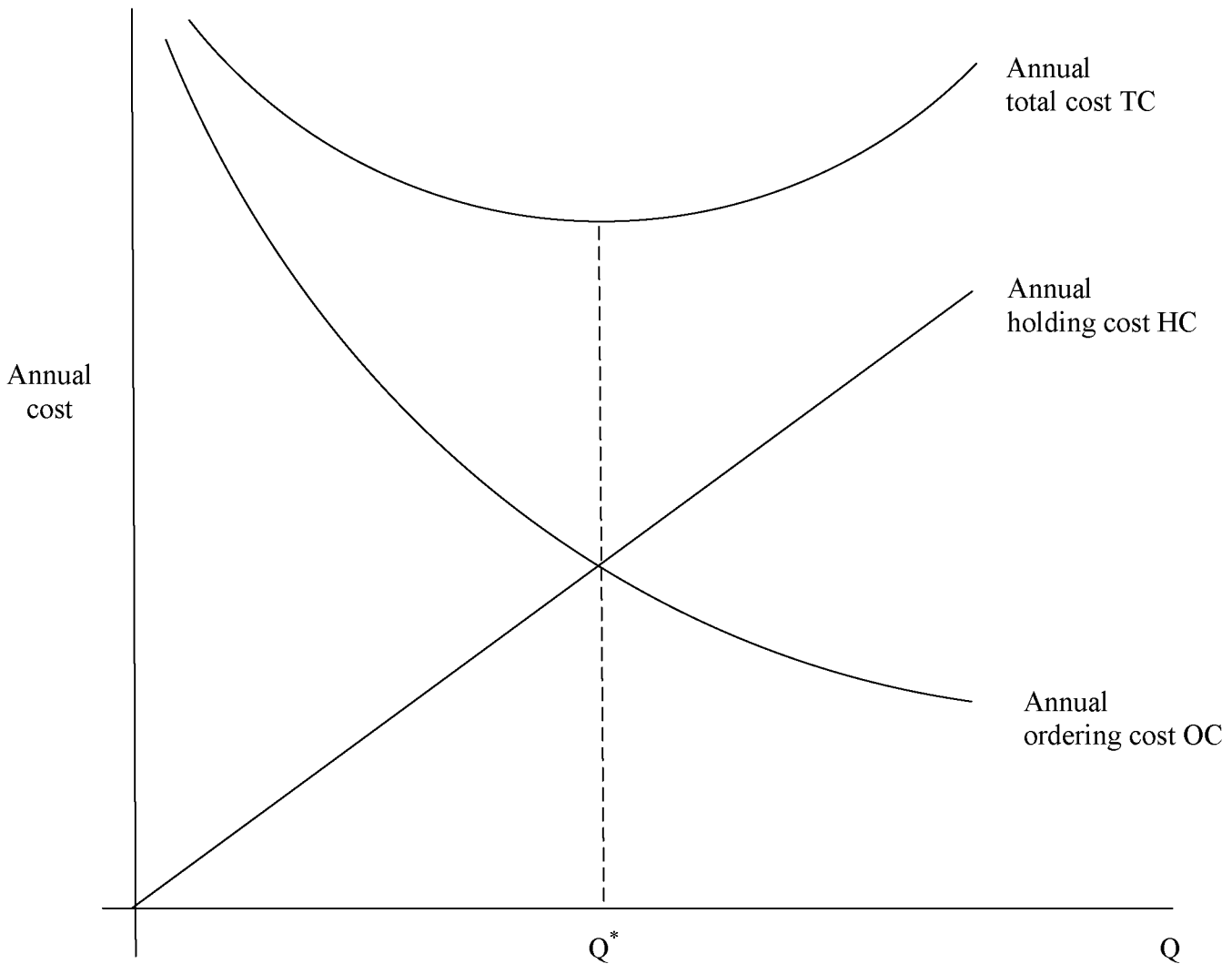
παραγγελίας,  $EOQ = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$ .

Όταν η επιχείρηση παραγγέλνει την άριστη ποσότητα τότε το κόστος κράτησης ισούται με το σταθερό κόστος παραγγελίας. Συγκεκριμένα,

$$\text{Holding cost} = \frac{hQ^*}{2} = \frac{h}{2} \left( \frac{2KD}{h} \right)^{1/2} = \left( \frac{KDh}{2} \right)^{1/2}$$

$$\text{Ordering cost} = \frac{KD}{Q^*} = \frac{KD}{\left( \frac{2KD}{h} \right)^{1/2}} = \left( \frac{KDh}{2} \right)^{1/2}$$

Επομένως, holding cost = ordering cost, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.



**Σχήμα 2** Η σχέση μεταξύ των κοστών στο σημείο  $Q^*$

Όπως, έχει ήδη αναφερθεί, στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί μια διαφορετική προσέγγιση του κλασικού υποδείγματος άριστης ποσότητας παραγγελίας. Συγκεκριμένα, θα παραβιαστούν οι υποθέσεις 1 και 4 και θα εξεταστεί η περίπτωση όπου ισχύουν οι εξής υποθέσεις:

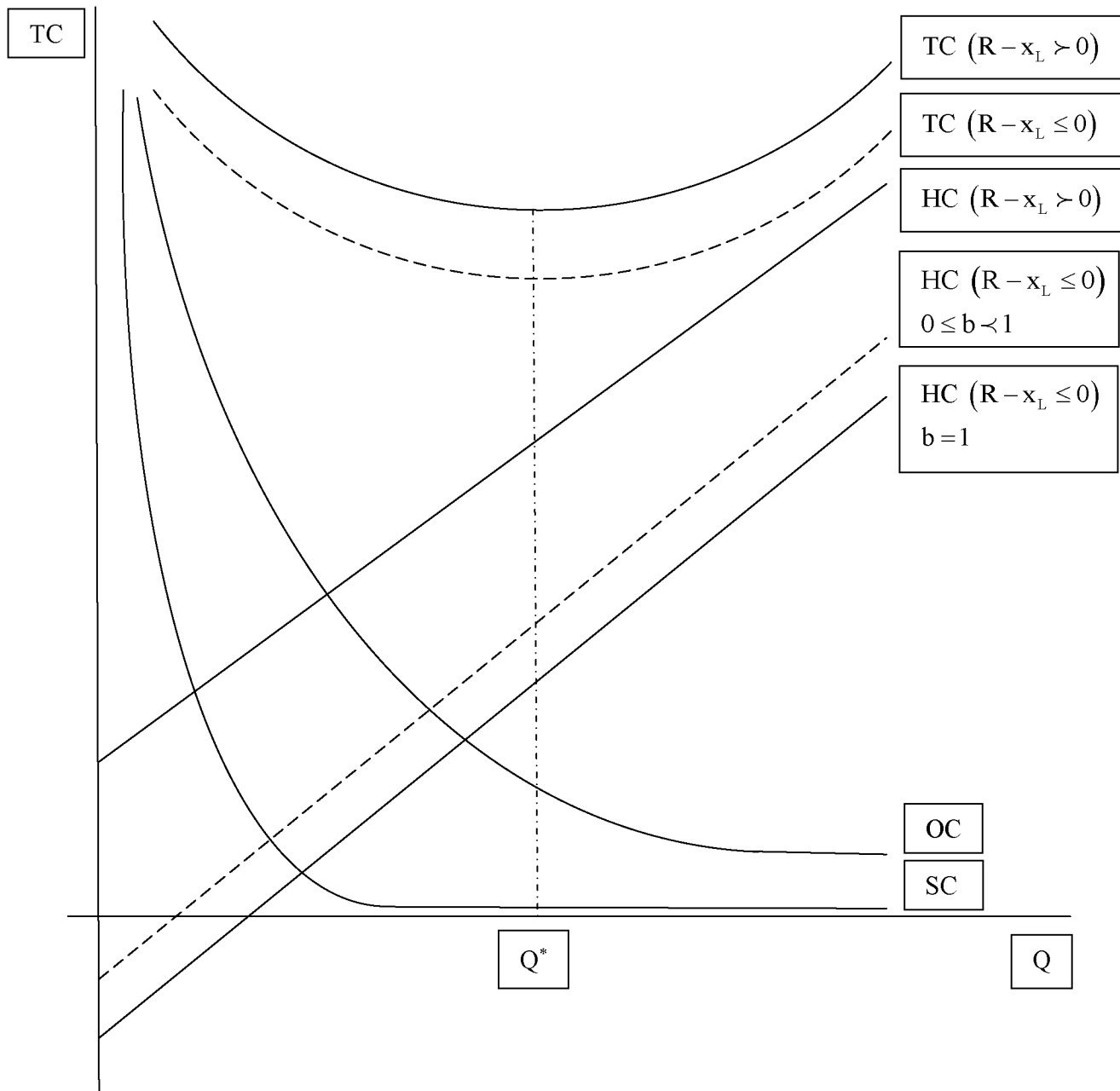
- A. Η ετήσια ζήτηση είναι τυχαία μεταβλητή
- B. Υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα
- C. Η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερή
- D. Ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός
- E. Το σταθερό κόστος παραγγελίας είναι  $A$
- F. Το κόστος κράτησης του αποθέματος ανά μονάδα ανά χρόνο είναι  $h$
- G. Το σταθερό κόστος ανά μονάδα έλλειψης του αποθέματος είναι  $\pi$
- H. Το κέρδος ανά μονάδα είναι  $\pi_0$

Αναλυτικότερα, η υπόθεση A (ετήσια ζήτηση είναι τυχαία μεταβλητή), συνεπάγεται ότι η ζήτηση από περίοδο σε περίοδο είναι τυχαία μεταβλητή, δηλαδή ακολουθεί την κανονική κατανομή, με αποτέλεσμα η χρονική περίοδος μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών να μην παραμένει η ίδια. Επιπλέον, από την υπόθεση C ( η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερή), εξασφαλίζεται η μη ύπαρξη αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας.

Έτσι, στην συνάρτηση συνολικού κόστους ενσωματώνεται, επιπλέον, το κόστος έλλειψης ( $\pi + \pi_o(1-b)$ ) αλλά δεν λαμβάνεται υπόψη το κόστος αγοράς. Από την στιγμή που υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα η επιχείρηση έχει την δυνατότητα να ακολουθήσει τρεις εναλλακτικές αποθεματικές πολιτικές: α) παραγγελίες σε εκκρεμότητα, β) χαμένες πωλήσεις και γ) συνδυασμός των δυο προηγούμενων πολιτικών. Η συνάρτηση συνολικού κόστους και η άριστη ποσότητα παραγγελίας του μοντέλου που εξετάζεται, προσδιορίζονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3. Στην συνέχεια παρουσιάζεται συνοπτικά η συνάρτηση του συνολικού κόστους και στο σχήμα 3 απεικονίζεται η γραφική παράσταση των κοστών.

TC = annual purchasing cost + annual holding cost + annual fixed shortage cost +  
+ annual lost profit  $\Leftrightarrow$

$$TC = \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_j + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} S_R (1-b)$$



**Σχήμα 3** Γραφική παράσταση των κοστών

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η δημιουργία ενός νέου μοντέλου αποθεματικής πολιτικής (Νέα Μέθοδος-Mixture) που να δίνει την δυνατότητα στην επιχείρηση να συνδυάζει τις περιπτώσεις: όπου α) δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το  $R - x_L > 0$  και β) πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το  $R - x_L \leq 0$ . Ειδικότερα, οι Hadley-Whitin (1963) ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα,  $R - x_L > 0$ , ενώ οι Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973)

ασχολήθηκαν με την περίπτωση στην οποία σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή  $R - x_L \leq 0$ . Επομένως, με την Νέα Μέθοδο που δημιουργείται στην εργασία αυτή, θεωρείται ότι η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή, με αποτέλεσμα σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης σε κάποιους θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα,  $R - x_L \leq 0$ , ενώ σε κάποιους δεν θα υπάρχει έλλειψη,  $R - x_L > 0$ . Επιπλέον, όταν υπάρχει έλλειψη, με την Νέα Μέθοδο που δημιουργείται στην εργασία, η επιχείρηση μπορεί να κάνει είτε μόνο παραγγελίες σε εκκρεμότητα είτε μόνο χαμένες πωλήσεις είτε συνδυασμό και των δυο. Επίσης, στην περίπτωση που δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση προτείνεται η κατάλληλη αποθεματική πολιτική.

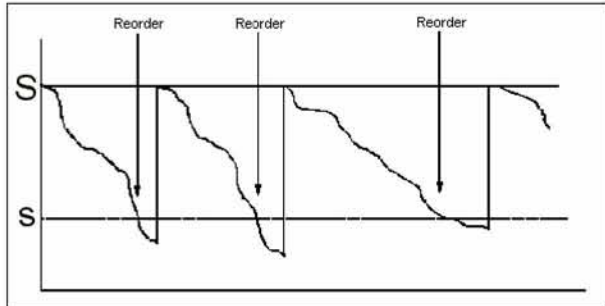
Η εργασία αποτελείται από 5 κεφάλαια. Συγκεκριμένα, το κεφάλαιο 2 περιλαμβάνει την βιβλιογραφική επισκόπηση, στο οποίο περιγράφονται τα διάφορα υποδείγματα αποθεματικής πολιτικής που υπάρχουν στην διεθνή βιβλιογραφία. Στο κεφάλαιο 3 περιγράφεται το μοντέλο αποθεματικής πολιτικής που δημιουργήθηκε καθώς και οι μαθηματικές αποδείξεις για τον προσδιορισμό της συνάρτησης του συνολικού κόστους και της άριστης ποσότητας παραγγελίας. Στο κεφάλαιο 4 περιγράφονται και παρουσιάζονται σε πίνακες τα εμπειρικά αποτελέσματα. Τέλος, στο κεφάλαιο 5 αναφέρονται τα συμπεράσματα της εργασίας και στο παράρτημα παρουσιάζεται ο κώδικας της Fortran που δημιουργήθηκε για την εξαγωγή των εμπειρικών αποτελεσμάτων.





### 2.1.2. Order-Point, Order-Up-to-Level (s,S) System

Στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων συνεχούς επιθεώρησης (s,S) κάθε φορά που η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας, s, δίνεται η παραγγελία Q μονάδων προϊόντος, ώστε η νέα στάθμη του αποθέματος να φτάσει στο επίπεδο  $S = s + Q$  όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (Silver et al. 1998).



Σχήμα 5 (s,S) System

## 2.2. Υποδείγματα περιοδικής επιθεώρησης

### 2.2.1. Periodic-Review, Order-Up-To-Level (R,S) System

Στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων περιοδικής επιθεώρησης (R,S) κάθε φορά που πραγματοποιείται ο περιοδικός έλεγχος του αποθέματος, R, παραγγέλλεται ποσότητα Q μονάδων προϊόντος, ώστε η στάθμη του αποθέματος να φτάσει στο σημείο S. Το βασικό μειονέκτημα που παρουσιάζει η μέθοδος περιοδικής επιθεώρησης είναι το υψηλότερο κόστος κράτησης σε σύγκριση με τις μεθόδους της συνεχούς επιθεώρησης (Silver et al. 1998).

### 2.2.2. (R,s,S) System

Στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων περιοδικής επιθεώρησης (R,s,S), ελέγχεται περιοδικά, R (χρονικές μονάδες), το απόθεμα και κάθε φορά που η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας, s, παραγγέλλεται ποσότητα, Q, μονάδων προϊόντος ώστε η στάθμη του αποθέματος να φτάσει στο σημείο S. Σε περίπτωση, όμως, που το επίπεδο του αποθέματος είναι πάνω από το σημείο αναπαραγγελίας, s, τότε δεν δίνεται η παραγγελία μέχρι τον επόμενο έλεγχο. Το (R,s,S) σύστημα αποτελεί συνδυασμό των (s,S) και (R,S) συστημάτων. Συγκεκριμένα, η μέθοδος (s,S) αποτελεί την ειδική περίπτωση του (R,s,S) όταν το  $R=0$ , ενώ η μέθοδος (R,S) είναι η ειδική περίπτωση του (R,s,S) όταν  $s=S-1$ . Εναλλακτικά, θα μπορούσε να αναφερθεί ότι το σύστημα (R,s,S) αποτελεί την περιοδική έκδοση του συστήματος (s,S). Επιπλέον, το βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι

επιτυγχάνεται το μικρότερο κόστος παραγγελίας, κράτησης και έλλειψης σε σχέση με τις προηγούμενους μεθόδους. Όμως, το μειονέκτημά της είναι ότι απαιτείται ο υπολογισμός τριών παραμέτρων εν αντιθέσει με τις υπόλοιπες μεθόδους στις οποίες υπάρχουν μονό δυο (Silver et al. 1998).

### **2.3. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με παραγγελίες σε εκκρεμότητα**

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων συνεχούς επιθεώρησης (s,Q) η επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος λαμβάνει χώρα κάθε φορά που η εμφάνιση και ικανοποίηση της ζήτησης ορισμένου μεγέθους μειώνει το ήδη υπάρχον απόθεμα. Όταν η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας (s), τότε παραγγέλλεται η σταθερή ποσότητα Q μονάδων προϊόντος, η οποία παραλαμβάνεται μετά το πέρασμα L χρονικών μονάδων (Silver et al. 1998). Με την προϋπόθεση ότι η ζήτηση από περίοδο σε περίοδο είναι τυχαία μεταβλητή αυτό έχει ως αποτέλεσμα η χρονική περίοδος μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών να μην παραμένει η ίδια. Επιπλέον, θεωρώντας ότι ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας παραμένει σταθερός και η ζήτηση που δεν μπορεί να ικανοποιηθεί λόγω έλλειψης του αποθέματος παραμένει σε εκκρεμότητα, το πιο σημαντικό στοιχείο διαμόρφωσης της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους αποτελεί ο προσδιορισμός του μέσου μεγέθους του αποθέματος (Κεβόρκ, 2009).

Στην διεθνή βιβλιογραφία η πιο συνηθισμένη μέθοδος προσδιορισμού του μέσου αποθέματος είναι αυτή των Hadley-Whitin (1963), στην οποία η βασική προϋπόθεση για την χρησιμοποίηση της είναι ότι το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι υψηλό ώστε η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος στο τέλος του κύκλου αναπαραγγελίας να είναι μηδαμινή. Στην περίπτωση, όμως, που δεν ισχύει αυτή η προϋπόθεση, αναφέρονται στην διεθνή βιβλιογραφία οι τύποι των Love (1979), Yano (1985) και Wagner (1960), στους οποίους το επίπεδο εξυπηρέτησης δεν είναι και τόσο υψηλό με αποτέλεσμα η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος στο τέλος του κύκλου αναπαραγγελίας να είναι μικρή αλλά όχι μηδαμινή. Επιπλέον, στην διεθνή βιβλιογραφία από την έρευνα που πραγματοποίησαν οι Zheng (1992) και Platt et al. (1997) αναφέρεται ένας γενικός τύπος για τον ακριβή προσδιορισμό του μέσου αποθέματος, όμως, εξαιτίας της πολυπλοκότητας του είναι δύσκολο να χρησιμοποιηθεί στην συνάρτηση ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους.

Οι Lau, Lau και Robinson (2002) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος με τις προϋποθέσεις ότι η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας ακολουθεί την κανονική κατανομή και το σημείο αναπαραγγελίας είναι μεγαλύτερο ή ίσο με το μηδέν. Κατέληξαν σε μια πιο απλοποιημένη μορφή του πολύπλοκου τύπου του ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος. Επιπλέον, έδειξαν ότι η απλοποιημένη αυτή μορφή θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στην αντικειμενική συνάρτηση του συνολικού κόστους ώστε να δημιουργηθεί με τη βοήθεια της παραγωγίσις η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας.

Στην διεθνή βιβλιογραφία αναφέρονται αρκετές μέθοδοι για τον ακριβή προσδιορισμό του μέσου αποθέματος, όμως κρίνεται αναγκαίο να πραγματοποιηθούν έρευνες αξιολόγησης των διαφόρων μεθόδων υπολογισμού του μέσου αποθέματος σε σχέση με τη μέθοδο ακριβούς υπολογισμού του μέσου αποθέματος (Κεβόρκ, 2009). Οι Lau και Lau (2002) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με την αξιολόγηση των διαφόρων μεθόδων υπολογισμού του μέσου αποθέματος. Ειδικότερα, οι συγκεκριμένοι συγγραφείς χρησιμοποίησαν τους τύπους του μέσου αποθέματος που έχουν προταθεί από τους Hadley-Whitin (1963), Wagner (1975), Love (1979), Yano (1985) καθώς και μια νέα μέθοδο που πρότειναν οι ίδιοι όταν το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι μικρότερο του 0.6. Στην έρευνά τους χρησιμοποιώντας διάφορες τιμές στο Q και R, υπολόγισαν το μέσο απόθεμα των διαφόρων μεθόδων και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η μέθοδος Hadley-Whitin είναι καλύτερη έναντι των άλλων μεθόδων όταν το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι μεγάλο. Απεναντίας, όταν το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι χαμηλό, δηλαδή υπάρχουν αυξημένες πιθανότητες μηδενισμού του αποθέματος, τότε η μέθοδος που πρότειναν οι Lau και Lau είναι καλύτερη έναντι των άλλων.

Ο Κεβόρκ (2009) στο συνέδριο που πραγματοποιήθηκε στο Βόλο παρουσίασε ένα άρθρο το οποίο είχε ως αντικείμενο την αξιολόγηση εναλλακτικών εκτιμητριών της άριστης ποσότητας παραγγελίας σε συστήματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος. Συγκεκριμένα, ανέφερε ότι οι διαφορετικές μαθηματικές μορφές προσδιορισμού του μέσου αποθέματος που χρησιμοποιούνται για την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους μας οδηγούν σε τύπους προσδιορισμού της άριστης ποσότητας παραγγελίας οι οποίοι αποτελούν συναρτήσεις της μέσης ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας,  $\mu_L$ , και της διακύμανσης της ζήτησης  $\sigma_L^2$ . Επιπλέον, θεώρησε ότι οι τιμές  $\mu_L$  και  $\sigma_L^2$  είναι άγνωστες και πρότεινε ειδικούς εκτιμητές για την πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας αλλά και για τις ψευδο-άριστες ποσότητες παραγγελίας των Hadley-Whitin, Love και Yano. Με την χρήση κατάλληλων προσομοιώσεων Monte Carlo, κατέληξε στο

συμπέρασμα ότι ο λόγος της ψευδό-άριστης ποσότητας παραγγελίας της μεθόδου Hadley-Whitin με στοχαστική ζήτηση ως προς την τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας αποτελεί τον βασικό παράγοντα διαφοροποίησης των τιμών της πιθανότητας το διάστημα εμπιστοσύνης που προκύπτει από την εκάστοτε ασυμπτωτική κατανομή να περιέχει την πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας. Έτσι, όταν ο λόγος αυτός λαμβάνει χαμηλές τιμές τότε θα πρέπει να χρησιμοποιείται η μέθοδος ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος όπως έχει προταθεί από τους Lau, Lau και Robinson (2002). Συγκεκριμένα, όταν το δείγμα είναι μεγαλύτερο από τις 50 παρατηρήσεις ο τύπος των Lau, Lau και Robinson δίνει όχι μόνο διαστήματα εμπιστοσύνης ίδια με τα πραγματικά αλλά επιπρόσθετα παρουσιάζουν μεγάλη ακρίβεια και σταθερότητα στο πλάτος τους σε οποιοδήποτε επίπεδο εξυπηρέτησης άνω του 50%. Από την άλλη πλευρά όταν ο λόγος της ψευδό-άριστης ποσότητας παραγγελίας ως προς την τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας λαμβάνει υψηλές τιμές τότε οι τιμές των κριτηρίων αξιολόγησης των διαστημάτων εμπιστοσύνης δεν διαφοροποιούνται στις διάφορες μεθόδους υπολογισμού του μέσου αποθέματος και επομένως, συνίσταται η μέθοδος των Hadley-Whitin.

### **2.3.1. Άριστη ποσότητα παραγγελίας και σημείο αναπαραγγελίας με κανονική ζήτηση και σταθερό χρόνο παράδοσης (Κεβόρκ, 2009)**

Υποθέσεις:

$\bar{D}$  : η αναμενόμενη ζήτηση στην περίοδο αναφοράς

R : το σημείο αναπαραγγελίας

$P_1$  : το επίπεδο εξυπηρέτησης,  $P_1 = \Pr(Z < K)$

k : συντελεστής ασφαλείας

Q : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

B : στοκ ασφαλείας,  $B = k \cdot \sigma_L$

$\phi_k$  : συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο k

$\Phi_k$  : αθροιστική συνάρτηση κατανομής της τυπικής κανονικής υπολογιζόμενη στο k

L : χρόνος παράδοσης της παραγγελίας

A : σταθερό κόστος ανανέωσης του αποθέματος το οποίο είναι ανεξάρτητο από το μέγεθος της παραγγελίας

c : κόστος αγοράς ανά μονάδα προϊόντος

$h$  : κόστος διατήρησης του αποθέματος ανά μονάδα προϊόντος στη μονάδα του χρόνου

$D_L$  : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

$\mu_L$  : η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

$\sigma_L$  : η τυπική απόκλιση της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

Ισχύει ότι:

**Σημείο αναπαραγγελίας = Μέση ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας + Στοκ ασφαλείας**

Επομένως,

$$\Pr(D_L < R) \Leftrightarrow \Pr\left(\frac{D_L - \mu_L}{\sigma_L} < \frac{R - \mu_L}{\sigma_L}\right) \Leftrightarrow \Pr(Z < k) = 1 - a$$

$$k = z_a = \frac{R - \mu_L}{\sigma_L} \Leftrightarrow R - \mu_L = z_a \sigma_L \Leftrightarrow R = \mu_L + z_a \sigma_L$$

$$R = L \cdot \mu + z_a \sqrt{\gamma_o} \sqrt{L}$$

Ο σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους για να προσδιοριστεί μέσω μαθηματικών πράξεων η άριστη ποσότητα παραγγελίας.

Η συνάρτηση συνολικού κόστους είναι:

$$TC = \frac{A\bar{D}}{Q} + c\bar{D} + hI_j \quad (1)$$

Τύποι για τον υπολογισμό του μέσου αποθέματος

$$I_C = \frac{1}{2}Q + k\sigma_L + \frac{\sigma_L^2 \delta_k}{2Q} \quad (2)$$

(ακριβής προσδιορισμός του μέσου αποθέματος, Κεβόρκ (2009))

$$I_{HW} = \frac{1}{2}Q + k\sigma_L \text{ (Hadldey-Whitin)} \quad (3)$$

$$I_W = \frac{1}{2}Q + k\sigma_L + \frac{1}{2}\mu_L \frac{S_R}{Q} \text{ (Wagner)} \quad (4)$$

$$I_Y = \frac{1}{2}Q - S_R + \frac{1}{2} \frac{S_R^2}{Q} \text{ (Yano)} \quad (5)$$

$$I_L = \frac{1}{2}Q + k\sigma_L + \frac{1}{2}S_R \text{ (Love)} \quad (6)$$

Όπου

$$\delta_k = (1 + k^2)(1 - \Phi_k) - k\phi_k, \quad (7)$$

$$S_R = \sigma_L (\phi_k - k(1 - \Phi_k)). \quad (8)$$

Εάν στη σχέση (1) αντικατασταθούν οι σχέσεις (2)-(6) και θέτοντας την παράγωγο του συνολικού κόστους ως προς το  $Q$  ίση με το μηδέν, τότε δημιουργείται η πραγματική άριστη ποσότητα παραγγελίας

$$Q_C^* = \sqrt{\frac{2A\bar{D}}{h} + \sigma_L^2 \delta_k}, \quad (9)$$

καθώς και οι τύποι που δίνουν την ψευδο-άριστη ποσότητα παραγγελίας

$$Q_{HW}^* = Q_L^* = \sqrt{\frac{2A\bar{D}}{h}}, \quad (10)$$

$$Q_W^* = \sqrt{\frac{2A\bar{D}}{h} + \mu_L S_R}, \quad (11)$$

$$Q_{YN}^* = \sqrt{\frac{2A\bar{D}}{h} + S_R^2}. \quad (12)$$

### 2.3.2. Άριστη ποσότητα παραγγελίας με κανονική ζήτηση και μη σταθερό χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

Οι Ben-Daya και Rauf (1994) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με τον προσδιορισμό της άριστης ποσότητας παραγγελίας όταν ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας δεν παραμένει σταθερός. Αρχικά, για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος χρησιμοποίησαν τον τύπο των Hadley-Whitin (1963) και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας το κλασικό μοντέλο των Laiο και Shyu (1991) όρισαν την συνάρτηση συνολικού κόστους και βρήκαν την άριστη ποσότητα παραγγελίας.

Συγκεκριμένα, η συνάρτηση συνολικού κόστους δίνεται από τη σχέση:

$$TC = \frac{AD}{Q} + h \left( \frac{1}{2} Q + k\sigma_L \right) + \frac{D}{Q} R(L) \quad (13)$$

όπου

$R(L)$ : το συνολικό “crashing” κόστος

Υποθέτοντας ότι ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας αποτελείται από  $n$  στοιχεία και το  $i$ th στοιχείο έχει μέγιστη τιμή  $b_i$ , ελάχιστη  $a_i$  και το “crashing” κόστος είναι  $c_i$ , τότε:

$$R(L) = c_i (L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} c_j (b_j - a_j) \quad (14)$$

Θέτοντας την πρώτη παράγωγο του συνολικού κόστους ως προς το Q ίση με το μηδέν, η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} + \frac{2DR(L)}{h}} \quad (15)$$

Επιπλέον, οι συγγραφείς πρότειναν μια νέα μέθοδο στην οποία το συνολικό “crashing” κόστος,  $R(L)$ , είναι συνάρτηση του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας και δίνεται από τη σχέση:

$$R(L) = ae^{-\beta L} \quad (16)$$

Όπου

a : η ελάχιστη τιμή του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας

$\beta$  : η μέγιστη τιμή του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας

Επομένως, η νέα άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} + \frac{2Dae^{-\beta L}}{h}} \quad (17)$$

Επιλέγοντας, τις ίδιες παραμέτρους και για τις δυο μεθόδους κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η μέθοδος που πρότειναν για το συνολικό “crashing” κόστος δίνει χαμηλότερη τιμή σε σχέση με τον κλασικό τύπο.

## 2.4. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις

Όπως έχει αναφερθεί στο τμήμα 2.1.1. της παρούσας εργασίας, στο υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων συνεχούς επιθεώρησης (s,Q) η επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος λαμβάνει χώρα κάθε φορά που η εμφάνιση και ικανοποίηση της ζήτησης ορισμένου μεγέθους μειώνει το ήδη υπάρχον απόθεμα. Όταν η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας (s), τότε παραγγέλνεται η σταθερή ποσότητα Q μονάδων προϊόντος, η οποία παραλαμβάνεται μετά το πέρασμα L χρονικών μονάδων (Silver et al. 1998). Με την προϋπόθεση ότι η ζήτηση από περίοδο σε περίοδο είναι τυχαία μεταβλητή αυτό έχει ως αποτέλεσμα η χρονική περίοδος μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών να μην παραμένει η ίδια. Επιπλέον, θεωρώντας ότι ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας παραμένει σταθερός και η ζήτηση που δεν μπορεί να ικανοποιηθεί λόγω έλλειψης του αποθέματος χάνεται, το πιο σημαντικό στοιχείο

διαμόρφωσης της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους αποτελεί ο προσδιορισμός του μέσου μεγέθους του αποθέματος (Κεβόρκ, 2009).

Στην διεθνή βιβλιογραφία δεν υπάρχουν αρκετοί ερευνητές οι οποίοι έχουν ασχοληθεί με το μοντέλο των χαμένων πωλήσεων με αποτέλεσμα να μην υπάρχουν τύποι για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος. Οι Montgomery et al. (1973) στο άρθρο τους προσπάθησαν να μελετήσουν το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις. Συγκεκριμένα, ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα. Δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το  $R - D_L \leq 0$ . Για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος ακολούθησαν την εξής διαδικασία:

Έστω:

$D$  : ετήσια ζήτηση

$Q$  : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$\pi$  : κόστος έλλειψης ανά μονάδα προϊόντος

$\pi_o$  : κέρδη ανά μονάδα

$\frac{\pi D}{Q} S_R$  : κόστος έλλειψης σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$\frac{\pi_o D(1-b)}{Q} S_R$  : χαμένα κέρδη σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$h$  : κόστος διατήρησης του αποθέματος ανά μονάδα προϊόντος ανά μονάδα χρόνου

$S_R$  : αναμενόμενη έλλειψη του αποθέματος σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης (Silver et al. 1998)

$$S_R = \int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx, \quad (18)$$

όπου,  $x = D_L$

$D_L$  : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

$b$  : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα

$1-b$  : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση χάνεται

$$\text{Αναμενόμενο Απόθεμα αρχής: } E(Q + R - D_L + (1-b)S_R) \quad (19)$$

$$\text{Αναμενόμενο Απόθεμα τέλους: } E(R - D_L + (1-b)S_R) \quad (20)$$

Κάνοντας πράξεις κατέληξαν στον τύπο για τον υπολογισμό του μέσου αποθέματος



$$I = \frac{E(Q + R - D_L + (1-b)S_R) + E(R - D_L + (1-b)S_R)}{2} = \frac{1}{2}Q + k\sigma_L + (1-b)S_R \quad (21)$$

Ειδικότερα, ο σκοπός τους ήταν να δημιουργήσουν μια συνάρτηση συνολικού κόστους για το μοντέλο των χαμένων πωλήσεων. Έτσι, χρησιμοποιώντας την σχέση (21) κατέληξαν: (α) στην συνάρτηση συνολικού κόστους:

$$TC = \frac{AD}{Q} + h \left( \frac{1}{2}Q + k\sigma_L + (1-b)S_R \right) + \frac{\pi D}{Q} S_R + \frac{\pi_o D(1-b)}{Q} S_R \quad (22)$$

και (β) στην άριστη ποσότητα παραγγελίας:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} + \frac{2\pi DS_R}{h} + \frac{2\pi_o D(1-b)S_R}{h}} \quad (23)$$

Όμως, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι στο άρθρο τους δεν αξιολόγησαν την μέθοδο τους σε σχέση με τον τύπο ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος.

Επομένως, εξαιτίας των περιορισμένων τύπων που αναφέρονται στη διεθνή βιβλιογραφία για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος στο υπόδειγμα των χαμένων πωλήσεων, με σταθερό χρόνο παράδοσης της παραγγελίας και με την ζήτηση να ακολουθεί την κανονική κατανομή, κρίνεται αναγκαίο να εξεταστεί και να αξιολογηθεί η εφαρμογή των τύπων Hadley-Whitin (1963), Wagner (1975), Love (1979) και Yano (1985) σε σχέση με τον τύπο ακριβούς προσδιορισμού του μέσου αποθέματος.

#### **2.4.1. Άριστη ποσότητα παραγγελίας με κανονική ζήτηση και μη σταθερό χρόνο παράδοσης της παραγγελίας**

Οι Ouyang, Yeh και Wu (1996) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με τον προσδιορισμό της άριστης ποσότητας παραγγελίας στο υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας δεν παραμένει σταθερός. Ειδικότερα, επέκτειναν το μοντέλο των Ben-Daya και Rauf (1994) για την περίπτωση όπου υπάρχουν χαμένες πωλήσεις. Για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος ακολούθησαν την διαδικασία των Montgomery et al. (1973) και (α) όρισαν την συνάρτηση του συνολικού κόστους

$$TC = \frac{AD}{Q} + h \left( \frac{1}{2}Q + k\sigma_L + (1-b)S_R \right) + \frac{\pi D}{Q} S_R + \frac{\pi_o D(1-b)}{Q} S_R + \frac{D}{Q} R(L) \quad (24)$$

και (β) προσδιόρισαν την άριστη ποσότητα παραγγελίας

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} + \frac{2\pi DS_R}{h} + \frac{2\pi_o D(1-b)S_R}{h} + \frac{2DR(L)}{h}} \quad (25)$$

Επιπλέον, σύγκριναν τους τύπους άριστης ποσότητας παραγγελίας και συνολικού κόστους για τις περιπτώσεις όπου υπάρχουν μόνο παραγγελίες σε εκκρεμότητα ( $b=1$ ) και μόνο χαμένες πωλήσεις ( $b=0$ ), καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι όσο το  $b$  κινείται από το 1 προς το 0 τόσο το συνολικό κόστος και η άριστη ποσότητα παραγγελίας αυξάνονται.

#### **2.4.2.Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν εκκρεμεί μόνο μια ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αναπαραγγελίας ( $Q > s$ )**

Οι Hadley-Whitin (1963) ήταν από τους πρώτους που ασχολήθηκαν με το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με ύπαρξη έλλειψης. Ειδικότερα, στο βιβλίο τους ανέπτυξαν μια διαδικασία για την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους, όταν η ζήτηση ακολουθεί την κατανομή Poisson και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός, με την προϋπόθεση ότι σε κάθε κύκλο αναπαραγγελίας εκκρεμεί μόνο μια ποσότητα παραγγελίας ( $Q > s$ ). Οι Ravichandran (1984), Buchanan και Love (1985), Bechmann και Srinivasan (1987) και Johansen και Thorstenson (1993) στα άρθρα τους χρησιμοποίησαν το μοντέλο των Hadley-Whitin (1963) και το επέκτειναν για την περίπτωση όπου ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας μεταβάλλεται. Συγκεκριμένα, μελέτησαν τις κατανομές “phase type, exponential, erlang, erlang” αντίστοιχα.

Οι προηγούμενες μελέτες βασιζόταν στην υπόθεση ότι η ζήτηση ακολουθεί την κατανομή Poisson. Όμως, στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν εξεταστεί και άλλες κατανομές για τη ζήτηση. Οι Kalpakam και Arivarignan (1989a,b) μελέτησαν την περίπτωση όπου η ζήτηση και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας ακολουθούν την “Markovian” κατανομή. Οι Mohebbi και Posner (1998a) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους για την περίπτωση όπου η ζήτηση και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας ακολουθούν τις κατανομές “compound Poisson” και “erlang” αντίστοιχα. Ο Rosling (1998) στο άρθρο του ανέπτυξε ένα γενικό μοντέλο για την περίπτωση όπου ( $Q > s$ ). Στο μοντέλο του ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας μπορεί να ακολουθεί οποιαδήποτε κατανομή ενώ η ζήτηση μόνο την συνεχή και Poisson κατανομή.

### **2.4.3.Υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν εκκρεμούν το πολύ δυο παραγγελίες σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ( $Q \leq s < 2Q$ )**

Ο Hill (1992) στο άρθρο του ασχολήθηκε με την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης του συνολικού κόστους για την περίπτωση όπου η ζήτηση ακολουθεί την κατανομή Poisson και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός. Ενώ, ο ίδιος συγγραφέας στο άρθρο του το (1994) μελέτησε την περίπτωση όπου ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας ακολουθεί την κατανομή “erlang”. Επιπλέον, έρευνες έχουν πραγματοποιηθεί από τους Morse (1958), Kalpakam και Arivarignan (1991) και Mohebbi και Posner (2002), οι οποίοι μελέτησαν την περίπτωση όπου ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας ακολουθεί την κατανομή “exponential” ενώ η ζήτηση ακολουθεί τις κατανομές “Poisson, Markovian και compound Poisson” αντίστοιχα.

### **2.5.Σημείο αναπαραγγελίας και αυτοσυσχετιζόμενη ζήτηση στο υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος**

Οι Silver, Pyke and Peterson (1998) καθώς και άλλα βιβλία αποθεματικής διαχείρισης αναφέρουν ότι:

**Σημείο αναπαραγγελίας = Μέση ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας + Στοκ ασφαλείας**

Επομένως,

$$R = \mu_L + z_a \sigma_L \quad (26)$$

Ο παραπάνω τύπος για τον υπολογισμό του σημείου αναπαραγγελίας θεωρεί ότι η μέση ζήτηση αλλάζει πολύ λίγο μέσα στο χρόνο. Στην πραγματικότητα, η ζήτηση χαρακτηρίζεται από μια αυτοσυσχετιζόμενη διαδικασία. Συγκεκριμένα, οι ποσότητες που ζητούνται σε μια οποιαδήποτε χρονική στιγμή μπορούν να εκφραστούν ως συνάρτηση των ποσοτήτων που ζητήθηκαν τις προηγούμενες περιόδους. Αυτό συνεπάγεται ότι η μέση ζήτηση σε μια συγκεκριμένη στιγμή δεν είναι ίση με την μέση ζήτηση που αρχικά είχε οριστεί από την κατανομή της ζήτησης.

Στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν πραγματοποιηθεί αρκετές έρευνες για την περίπτωση αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ο Ray (1982) στο άρθρο του μελέτησε την περίπτωση όπου η ζήτηση ακολουθεί το μοντέλο ARIMA.

Ειδικότερα, διέκρινε δυο περιπτώσεις για τον χρόνο παράδοσης της παραγγελίας: (α) σταθερός και (β) να μεταβάλλεται. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι είτε ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας παραμένει σταθερός είτε μεταβάλλεται, η διακύμανση της ζήτησης και ως εκ τούτο το σημείο παραγγελίας αυξάνονται όταν υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση ενώ μειώνονται στην περίπτωση ύπαρξης αρνητικής αυτοσυσχέτισης. Οι Lau και Wang (1987) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με τον υπολογισμό του σημείου αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας παρουσιάζει αυτοσυσχέτιση και δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή. Συγκεκριμένα, μελέτησαν την περίπτωση όπου η ζήτηση ακολουθεί τα μοντέλα AR(1) και MA(1) και ανέπτυξαν μια διαδικασία για την εκτίμηση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας για τις τέσσερις πρώτες χρονικές στιγμές. Ο Ray (1981) στο άρθρο του υπολόγισε το σημείο αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας δεν παραμένει σταθερός. Ειδικότερα, μελέτησε το υπόδειγμα AR(1) και MA(1) για τρεις διαφορετικές κατανομές του χρόνου παράδοσης της παραγγελίας. Με την προϋπόθεση ότι η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή υπολόγισε τις τέσσερις πρώτες χρονικές στιγμές της συνολικής ζήτησης. Οι Fotopoulos, Wang και An (1989) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με την εκτίμηση της κατανομής της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας βασιζόμενοι στο σύστημα Pearson και στην κανονική διαδικασία όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται. Συγκεκριμένα, απέδειξαν ότι όταν η κατανομή της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας είναι συμμετρική τότε η κανονική διαδικασία εκτιμά σωστά το σημείο αναπαραγγελίας. Όμως, όταν η κατανομή παρουσιάζει ασυμμετρία τότε η κανονική διαδικασία υποεκτιμά το σημείο αναπαραγγελίας. Οι Erkip, Hausman και Nahmias (1990) στο άρθρο τους μελέτησαν την επίδραση της αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης στο απόθεμα ασφαλείας για την περίπτωση όπου η ζήτηση ακολουθεί το μοντέλο AR(1). Μέσα από την εργασία τους ανέφεραν το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης ανάμεσα στη ζήτηση για διαφορετικά προϊόντα και παρακινήθηκαν από την εμπειρία ενός προμηθευτή καταναλωτικών προϊόντων ο οποίος παρουσίασε συντελεστή αυτοσυσχέτισης 1<sup>ης</sup> τάξης στη ζήτηση ίσο με -0.7. Επομένως, παρατηρείται ότι στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν πραγματοποιηθεί αρκετές έρευνες για τον προσδιορισμό του σημείου αναπαραγγελίας όταν η ζήτηση αυτοσυσχετίζεται. Όμως, είναι σημαντικό να μελετηθεί η επίδραση της αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης στον υπολογισμό της άριστης ποσότητας παραγγελίας στο υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος όπου η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή.

## 2.6. Το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις

Οι Bellman et al. (1955) είναι από τους πρώτους συγγραφείς που ασχολήθηκαν με το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις. Συγκεκριμένα, μελέτησαν την περίπτωση όπου ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας παραμένει σταθερός και είναι ίσος με μια περίοδο επιθεώρησης του αποθέματος. Ο σκοπός τους ήταν η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης του συνολικού κόστους παραγγελίας και κόστους έλλειψης. Οι Karlin και Scarf (1958) στο άρθρο τους επέκτειναν το μοντέλο των Bellman et al. (1955) για να συμπεριλάβουν το κόστος κράτησης. Οι Morton (1969), Yaspan (1972), Zipkin (2008b) και Janakiraman et al. (2007) ασχολήθηκαν με την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης του συνολικού κόστους για την περίπτωση όπου ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός, η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι ίσος με  $n$  φορές την περίοδο επιθεώρησης του αποθέματος,  $L = nR$ . Οι Fergany και Sodany (2011) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις όταν η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή και ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας είναι σταθερός. Συγκεκριμένα, ο σκοπός τους ήταν η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης συνολικού κόστους και ο προσδιορισμός της άριστης ποσότητας παραγγελίας. Οι Montgomery et al. (1973) στο άρθρο τους προσπάθησαν να μελετήσουν παράλληλα με το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με χαμένες πωλήσεις και το υπόδειγμα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος  $(R,S)$  με χαμένες πωλήσεις. Συγκεκριμένα, ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα. Δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το  $R - D_L \leq 0$ . Για τον προσδιορισμό του μέσου αποθέματος ακολούθησαν την εξής διαδικασία:

Έστω:

$D$  : μέση ετήσια ζήτηση

$R$  : η στάθμη του αποθέματος μετά την άφιξη της παραγγελίας

$T$  : το διάστημα παρακολούθησης του αποθέματος

$h$  : κόστος διατήρησης του αποθέματος ανά μονάδα προϊόντος ανά μονάδα χρόνου

$\pi$  : κόστος έλλειψης ανά μονάδα προϊόντος

$\pi_0$  : κέρδη ανά μονάδα

$\frac{\pi\gamma(R)}{T}$  : κόστος έλλειψης σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$\frac{\pi_0 \gamma(R)(1-b)}{T}$  : χαμένα κέρδη σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$\gamma(R)$  : αναμενόμενη έλλειψη του αποθέματος σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$$\gamma(R) = \int_R^{\infty} (x - R)h(x) dx \quad (27)$$

όπου,  $x = D_L$

$D_L$  : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

$b$  : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα

$1-b$  : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση χάνεται

$$\text{Αναμενόμενο Απόθεμα αρχής: } E(R - D_L + (1-b)\gamma(R)) \quad (28)$$

$$\text{Αναμενόμενο Απόθεμα τέλους: } E(R - D_L + (1-b)\gamma(R) - DT) \quad (29)$$

Κάνοντας πράξεις κατέληξαν στον τύπο για τον υπολογισμό του μέσου αποθέματος

$$I = \frac{E(R - D_L + (1-b)\gamma(R)) + E(R - D_L + (1-b)\gamma(R) - DT)}{2} \Leftrightarrow \quad (30)$$

$$I = R - \mu_L + (1-b)\gamma(R) - \frac{DT}{2}$$

Ειδικότερα, ο σκοπός τους ήταν να δημιουργήσουν μια συνάρτηση συνολικού κόστους για το μοντέλο των χαμένων πωλήσεων. Έτσι, χρησιμοποιώντας την σχέση (30) κατέληξαν στην συνάρτηση συνολικού κόστους:

$$TC = \frac{L}{T} + h \left( R - \mu_L + (1-b)\gamma(R) - \frac{DT}{2} \right) + \frac{\pi\gamma(R)}{T} + \frac{\pi_0\gamma(R)(1-b)}{T} \quad (31)$$

## 2.7. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό χαμένων πωλήσεων και παραγγελιών σε εκκρεμότητα

Ο σκοπός ενός μοντέλου αποθεματικής πολιτικής είναι ο προσδιορισμός της άριστης ποσότητας παραγγελίας. Αλλά, στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν εξεταστεί κυρίως οι περιπτώσεις όπου η ζήτηση κατά τη διάρκεια μηδενισμού του αποθέματος είτε θα παραμένει σε εκκρεμότητα (backorder case), που σημαίνει ότι οι καταναλωτές περιμένουν μέχρι η ζήτηση τους να ικανοποιηθεί είτε θα χάνεται (lost sales case), που σημαίνει ότι οι καταναλωτές δεν ικανοποιούνται και η ζήτηση τους χάνεται. Όμως, σε αρκετά συστήματα

αποθεματικής πολιτικής κατά τη διάρκεια μηδενισμού του αποθέματος κάποιοι καταναλωτές είναι διατεθειμένοι να περιμένουν μέχρι να ικανοποιηθεί η ζήτηση τους ενώ κάποιοι άλλοι δεν περιμένουν και ικανοποιούν τη ζήτηση τους από άλλες πηγές. Αυτή η συμπεριφορά οδηγεί στην χρησιμοποίηση μιας παραμέτρου  $b$  ( $0 \leq b \leq 1$ ) για την περίπτωση όπου η ζήτηση κατά τη διάρκεια μηδενισμού του αποθέματος παραμένει σε εκκρεμότητα και θα ικανοποιηθεί με την άφιξη της ποσότητας παραγγελίας, ενώ το  $1 - b$  δηλώνει τη ζήτηση που χάνεται κατά τη διάρκεια μηδενισμού του αποθέματος (mixture of lost sales and backorders case). Στην διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετές έρευνες για το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος  $(Q,s)$  με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων. Οι Motgomery, Bazaraa και Keswani (1973), Rosenberg (1979) Park (1982) και Park και Kim (1985) ασχολήθηκαν με μοντέλα αποθεματικής πολιτικής που συνδυάζουν χαμένες πωλήσεις και παραγγελίες σε εκκρεμότητα και κατέληξαν ότι στις ακραίες περιπτώσεις όπου το  $b=0$  και  $b=1$ , το μέσο ετήσιο κόστος παρουσιάζει μείωση σε σύγκριση με τα μοντέλα που εξετάζουν μόνο τις αυτόνομες περιπτώσεις χαμένων πωλήσεων και παραγγελιών σε εκκρεμότητα. Επιπλέον, έρευνες έχουν πραγματοποιηθεί από τους Balkhi (2000), Balkhi, Goyal και Giri (2003), Wee (1999), Yan και Cheng (1998), Yang (2007) και Chu και Chung (2004).

## Κεφάλαιο 3

### Εξειδικευμένη προσέγγιση των υποδειγμάτων συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος

Στο κεφάλαιο 3 περιγράφονται αναλυτικά τα υποδείγματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων των μεθόδων Hadley-Whitin (1963) και Montgomery et al. (1973). Με βάση τις συγκεκριμένες μεθόδους προτείνεται μια νέα μέθοδος (Νέα Μέθοδος-Mixture) υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος με την ζήτηση να ακολουθεί την κανονική κατανομή και τον χρόνο παράδοσης της παραγγελίας να είναι σταθερό.

#### 3.1.Χρήσιμοι ορισμοί

*Κύκλος αποθεματοποίησης (inventory cycle)*: το χρονικό διάστημα μεταξύ δυο διαδοχικών παραγγελιών  $Q$  μονάδων προϊόντος (Silver et al. 1998).

*Σημείο αναπαραγγελίας (reorder point)*: η στάθμη του αποθέματος κάτω από την οποία δίνεται η παραγγελία  $Q$  μονάδων προϊόντος (Silver et al. 1998).

*Χρόνος παράδοσης της παραγγελίας (lead time)*: το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που δίνεται η παραγγελία μέχρι την στιγμή που παραλαμβάνεται (Silver et al. 1998).

*Επίπεδο εξυπηρέτησης ( $1-\alpha$ )*: η πιθανότητα η συνολική ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας να είναι μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας (Silver et al. 1998).

*Χαμένες πωλήσεις (lost sales)*: είναι το ενδεχόμενο η επιχείρηση να μην μπορεί να ικανοποιήσει τους πελάτες της και αυτοί να αναζητούν άλλες πηγές. Δηλαδή, η επιχείρηση δεν μπορεί να ικανοποιήσει την ζήτηση που είναι μεγαλύτερη του σημείου αναπαραγγελίας (Silver et al. 1998).

*Παραγγελία σε εκκρεμότητα (backorder)*: είναι η περίπτωση όπου η επιχείρηση δεν μπορεί να ικανοποιήσει τους πελάτες της άμεσα και αυτοί περιμένουν να ικανοποιηθούν από την ίδια επιχείρηση όταν θα έρθει η επόμενη παραγγελία (Silver et al. 1998).

*Στοκ ασφαλείας*: η επιπλέον ποσότητα από την μέση ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας που κρατείται ως απόθεμα ώστε να εξασφαλίζεται το επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης (Silver et al. 1998).

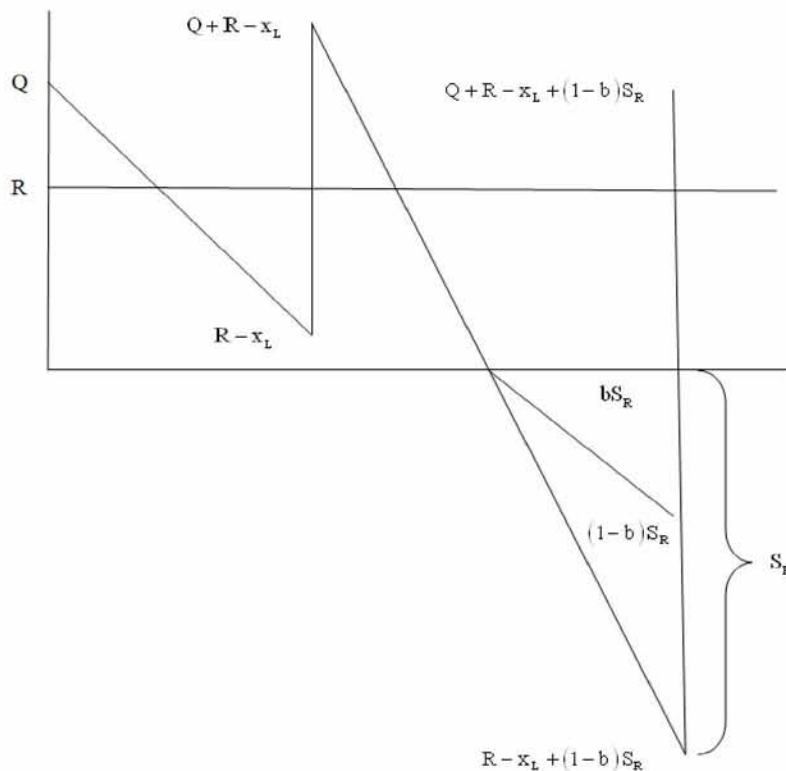


### **3.2. Το υπόδειγμα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό χαμένων πωλήσεων και παραγγελιών σε εκκρεμότητα για την περίπτωση όπου ισχύει ταυτόχρονα $R - x_L > 0$ και $R - x_L \leq 0$**

Στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί το υπόδειγμα διαχείρισης αποθεμάτων συνεχούς επιθεώρησης  $(r, Q)$  στο οποίο η επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό της στάθμης του αποθέματος λαμβάνει χώρα κάθε φορά που η εμφάνιση και ικανοποίηση της ζήτησης ορισμένου μεγέθους μειώνει το ήδη υπάρχον απόθεμα. Όταν η στάθμη του αποθέματος γίνει μικρότερη ή ίση του σημείου αναπαραγγελίας  $(r)$ , τότε παραγγέλλεται η σταθερή ποσότητα  $Q$  μονάδων προϊόντος, η οποία παραλαμβάνεται μετά το πέρασμα  $L$  χρονικών μονάδων (Silver et al. 1998). Συγκεκριμένα, θα εξεταστεί ο συνδυασμός των περιπτώσεων: όπου α) δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το  $R - x_L > 0$  και β) υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το  $R - x_L \leq 0$ . Δηλαδή, σε ένα σύνολο κύκλων παραγγελίας σε κάποιους δεν θα υπάρχει έλλειψη,  $R - x_L > 0$  και σε κάποιους θα υπάρχει έλλειψη,  $R - x_L \leq 0$ . Με την προϋπόθεση ότι η ζήτηση από περίοδο σε περίοδο είναι τυχαία μεταβλητή αυτό έχει ως αποτέλεσμα η χρονική περίοδος μεταξύ διαδοχικών παραγγελιών να μην παραμένει η ίδια. Επιπλέον, θεωρώντας ότι ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας παραμένει σταθερός και η ζήτηση που δεν μπορεί να ικανοποιηθεί λόγω έλλειψης του αποθέματος είτε παραμένει σε εκκρεμότητα (b) είτε χάνεται  $(1-b)$ , το πιο σημαντικό στοιχείο διαμόρφωσης της αντικειμενικής συνάρτησης του συνολικού κόστους αποτελεί ο προσδιορισμός του μέσου μεγέθους του αποθέματος.

Στα τμήματα 3.2.1, 3.2.2 και 3.2.3 της παρούσας εργασίας περιγράφονται αναλυτικά οι μέθοδοι υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος των μεθόδων Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973), Hadley-Whitin (1963) και Mixture αντίστοιχα.

Στο διάγραμμα 1 φαίνεται το μοντέλο αποθεματικής πολιτικής που θα εξεταστεί στην παρούσα εργασία. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι όταν δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα  $R - x_L > 0$ , το απόθεμα αρχής είναι  $Q + R - x_L$  και το απόθεμα τέλους είναι  $R - x_L$ , ενώ όταν υπάρχει έλλειψη  $R - x_L \leq 0$ , το απόθεμα αρχής είναι  $Q + R - x_L + (1-b)S_R$  και το απόθεμα τέλους είναι  $R - x_L + (1-b)S_R$ . Ειδικότερα, παρατηρείται ότι όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα μπορούν να πραγματοποιηθούν οι πολιτικές των παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων.



**Διάγραμμα 1** (Q,r) system with mixture of lost sales and backorders for  $R - x_L > 0$  and  $R - x_L \leq 0$  at the same time

### 3.2.1. Προσδιορισμός του αναμενόμενου μέσου μεγέθους του αποθέματος: Η περίπτωση των Montgomery, Bazaraa και Keswani

Οι Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα. Συγκεκριμένα, θεωρούν ότι η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι πολύ υψηλή. Δηλαδή, σχεδόν σε όλους τους κύκλους αποθεματοποίησης ισχύει ότι το  $R - x_L \leq 0$ . Ειδικότερα, σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης (πχ 100), στους περισσότερους (99) θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα ( $R - x_L \leq 0$ ) ενώ στους υπόλοιπους (1) δεν θα υπάρχει έλλειψη ( $R - x_L > 0$ ). Επομένως, η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι 99%, ( $\Pr(R - x_L \leq 0) = 0.99$ ), ενώ η πιθανότητα ύπαρξης του αποθέματος είναι 1%, ( $\Pr(R - x_L > 0) = 0.01$ ). Η διαδικασία που ακολούθησαν για τον προσδιορισμό της στάθμης του μέσου αποθέματος είναι:

Q : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$x_L$  : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

R : το σημείο αναπαραγγελίας

$S_R$  : αναμενόμενη έλλειψη του αποθέματος σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης (σχέση 18)

$$S_R = \int_R^{\infty} (x_L - R) f(x_L) dx_L$$

b : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα

1-b : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση χάνεται

$\mu_L$  : η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

Όταν σχεδόν πάντα  $R - x_L \leq 0$  :

$$\text{Απόθεμα αρχής: } Q + R - x_L + (1-b)S_R \quad (32)$$

$$\text{Απόθεμα τέλους: } R - x_L + (1-b)S_R \quad (33)$$

Επομένως, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι:

$$\begin{aligned} \text{AII( average inventory level) =} \\ = E\left(\frac{Q + R - x_L + (1-b)S_R + R - x_L + (1-b)S_R}{2}\right) = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)S_R \end{aligned} \quad (34)$$

### 3.2.2. Προσδιορισμός του μέσου αναμενόμενου μεγέθους του αποθέματος: Η περίπτωση Hadley-Whitin

Οι Hadley-Whitin (1963) στο άρθρο τους ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα. Συγκεκριμένα, θεωρούν ότι η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι πολύ χαμηλή. Δηλαδή, σχεδόν σε όλους τους κύκλους αποθεματοποίησης ισχύει ότι  $R - x_L > 0$ . Ειδικότερα, σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης (πχ 100), στους περισσότερους (99) δεν θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα ( $R - x_L > 0$ ) ενώ στους υπόλοιπους (1) θα υπάρχει έλλειψη ( $R - x_L \leq 0$ ). Επομένως, η πιθανότητα ύπαρξης του αποθέματος είναι 99%,  $\Pr(R - x_L > 0) = 0.99$ , ενώ η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος είναι 1%,  $\Pr(R - x_L \leq 0) = 0.01$ . Επιπλέον, όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα τότε η μέθοδος των Hadley-Whitin μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο για την περίπτωση όπου υπάρχουν παραγγελίες σε εκκρεμότητα. Η διαδικασία που ακολούθησαν για τον προσδιορισμό της στάθμης του μέσου αποθέματος είναι:

$Q$  : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$x_L$  : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

$R$  : το σημείο αναπαραγγελίας

$\mu_L$  : η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

Όταν σχεδόν πάντα  $R - x_L > 0$  :

$$\text{Απόθεμα αρχής: } Q + R - x_L \quad (35)$$

$$\text{Απόθεμα τέλους: } R - x_L \quad (36)$$

Επομένως, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι:

$$\begin{aligned} \text{AII( average inventory level)} &= \\ &= E\left(\frac{Q + R - x_L + R - x_L}{2}\right) = E\left(\frac{Q}{2}\right) + E\left(\frac{2R}{2}\right) - E(x_L) = \frac{Q}{2} + R - \mu_L \end{aligned} \quad (37)$$

### 3.2.3. Νέα προσέγγιση στον προσδιορισμό του αναμενόμενου μέσου μεγέθους του αποθέματος

Οι Hadley-Whitin (1963) ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα,  $R - x_L > 0$ , ενώ οι Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973) ασχολήθηκαν με την περίπτωση στην οποία σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή  $R - x_L \leq 0$ . Επομένως, είναι σημαντικό να βρεθεί ένας τύπος ο οποίος να προσδιορίζει το μέσο μέγεθος του αποθέματος συνδυάζοντας τις δυο προηγούμενες μεθόδους που αναφέρονται στα τμήματα 3.2.1 και 3.2.2 της παρούσας εργασίας. Συγκεκριμένα, στην Νέα Μέθοδο που δημιουργείται στην εργασία αυτή, θεωρείται ότι η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή. Δηλαδή, σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης σε κάποιους θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα,  $R - x_L \leq 0$ , ενώ σε κάποιους δεν θα υπάρχει έλλειψη,  $R - x_L > 0$ . Επιπλέον, όταν υπάρχει έλλειψη η επιχείρηση μπορεί να κάνει είτε μόνο παραγγελίες σε εκκρεμότητα είτε μόνο χαμένες πωλήσεις είτε συνδυασμό και των δυο. Αυτές είναι οι διαφορές της Νέας Μεθόδου από τις μεθόδους των Hadley-Whitin και Montgomery, Bazaraa και Keswani. Η διαδικασία για τον υπολογισμό του τύπου του μέσου μεγέθους του αποθέματος είναι:

$Q$ : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης

$x_L$ : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

$R$ : το σημείο αναπαραγγελίας

$S_R$ : αναμενόμενη έλλειψη του αποθέματος σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης (σχέση 18)

$$S_R = \int_R^{\infty} (x_L - R) f(x_L) dx_L$$

$b$ : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα

$1-b$ : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση χάνεται

$\mu_L$ : η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

$\phi_\kappa$ : συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο  $\kappa$

$\Phi_\kappa$ : αθροιστική συνάρτηση κατανομής της τυπικής κανονικής υπολογιζόμενη στο  $\kappa$

$\varphi_z$ : συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο  $z$

$f(x)$ : συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη στο  $x$

Προηγουμένως αποδείχτηκε ότι όταν σχεδόν πάντα δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα,  $R - x_L > 0$ , (μέθοδος Hadley-Whitin) το αναμενόμενο μέσο απόθεμα δίνεται από τον τύπο,

$I_{HW} = \frac{Q}{2} + R - \mu_L$ , ενώ όταν σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα,  $R - x_L \leq 0$ ,

(μέθοδος Montgomery, Bazaraa και Keswani), το αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι,

$I_{MBK} = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)S_R$ . Επομένως, για την περίπτωση όπου σε κάθε κύκλο

αποθεματοποίησης μπορεί να υπάρχει ή να μην υπάρχει έλλειψη τότε η διαδικασία για τον υπολογισμό του αναμενόμενου μέσου αποθέματος είναι:

AOI( average on hand inventory level) =

$$\begin{aligned} AOI &= E\left(\frac{Q}{2} + R - x_L / x_L < R\right) \Pr(x_L < R) + \\ &+ E\left(\frac{Q}{2} + R - x_L + (1-b)S_R / x_L \geq R\right) \Pr(x_L \geq R) = \\ &= \left(\frac{Q}{2} + R\right) \Pr(x_L < R) - E(x_L / x_L < R) \Pr(x_L < R) + \\ &+ \left(\frac{Q}{2} + R + (1-b)S_R\right) \Pr(x_L \geq R) - E(x_L / x_L \geq R) \Pr(x_L \geq R) = \\ &= \frac{Q}{2} + R - E(x_L / x_L < R) \Pr(x_L < R) + \\ &+ (1-b)S_R \Pr(x_L \geq R) - E(x_L / x_L \geq R) \Pr(x_L \geq R) \end{aligned} \quad (38)$$

Για την περαιτέρω επεξεργασία της σχέσης (38) θα πρέπει να εξαχθούν αναλυτικοί τύποι για τα  $E(x_L / x_L \geq R)$  και  $E(x_L / x_L < R)$ . Αυτό γίνεται στις παρακάτω προτάσεις 1 και 2.

### Πρόταση 1

$$E(x_L / x_L < R) = \mu_L - \sigma_L \frac{\varphi_\kappa}{\Phi_\kappa} \quad (39)$$

### Απόδειξη

Από Maddala (1983) ισχύει ότι:

$$x_L \sim N(\mu_L, \sigma_L^2)$$

$$z = \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} \sim N(0, 1)$$

$$\int_{-\infty}^{\kappa} \varphi_z dz = \Phi_{\kappa}$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} \varphi_z dz = (1 - \Phi_{\kappa})$$

$$\text{όπου, } \kappa = \frac{R - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$E(x_L / x_L < R) = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} \int_{-\infty}^R x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} m_1 \quad (40)$$

Η διαδικασία για τον υπολογισμό της σχέσης (39) με τη χρήση της σχέσης (40) είναι:

$$E(x_L / x_L < R) = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} \int_{-\infty}^R x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} m_1$$

$$m_N = \int_{-\infty}^R x_L^N f(x_L) dx_L = \int_{-\infty}^R x_L^N \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} \right)^2} dx_L \quad (41)$$

θέτω

$$z = \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$\frac{dz}{dx_L} = \frac{1}{\sigma_L} \Rightarrow dx_L = \sigma_L dz$$

Επομένως, η σχέση (41) γίνεται:

$$m_N = \int_{-\infty}^{\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}} (\mu_L + z\sigma_L)^N \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} \sigma_L dz \Leftrightarrow$$

$$m_N = \int_{-\infty}^{\kappa} (\mu_L + z\sigma_L)^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz \quad (42)$$

Για  $N=0$  η σχέση (42) γράφεται:

$$m_0 = \int_{-\infty}^{\kappa} (\mu_L + z\sigma_L)^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \int_{-\infty}^{\kappa} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz$$

θέτω

$$u = -\frac{1}{2}z^2$$

$$du = \frac{-2z}{2} dz \Rightarrow du = -z dz \Rightarrow dz = -\frac{du}{z}$$

Άρα,

$$m_0 = \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}k^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u \left(-\frac{du}{z}\right) \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \int_{-\frac{1}{2}k^2}^{-\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u du \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^u \right]_{-\frac{1}{2}k^2}^{-\infty} \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^{-\infty} - e^{-\frac{1}{2}k^2} \right] = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ \frac{1}{e^{\infty}} - e^{-\frac{1}{2}k^2} \right] = -\frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}k^2} \Leftrightarrow$$

$$m_0 = -\frac{1}{z} \phi_k$$

Για  $N=1$  η σχέση (42) γράφεται:

$$m_1 = \int_{-\infty}^k (\mu_L + z\sigma_L) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \int_{-\infty}^k (\mu_L + z\sigma_L) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L \int_{-\infty}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz + \sigma_L \int_{-\infty}^k z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L \int_{-\infty}^k \phi_z dz + \sigma_L \int_{-\infty}^k z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\infty}^k z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

θέτω

$$u = -\frac{1}{2}z^2$$

$$du = \frac{-2z}{2} dz \Rightarrow du = -z dz \Rightarrow dz = -\frac{du}{z}$$



Άρα,

$$\int_{-\infty}^{\kappa} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u \left( -\frac{du}{z} \right) = \int_{-\frac{1}{2}\kappa^2}^{-\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u du \Leftrightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{\kappa} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^u \right]_{-\frac{1}{2}\kappa^2}^{-\infty} \Leftrightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{\kappa} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^{-\infty} - e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ \frac{1}{e^{\infty}} - e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \right] = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \Leftrightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{\kappa} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = -\varphi_{\kappa}$$

Επομένως,

$$m_1 = \mu_L \int_{-\infty}^{\kappa} \varphi_z dz + \sigma_L \int_{-\infty}^{\kappa} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L \Phi_{\kappa} - \sigma_L \varphi_{\kappa}$$

(43)

Αντικαθιστώντας την σχέση (43) στην σχέση (40) αποδεικνύεται η Πρόταση 1:

$$E(x_L / x_L < R) = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} \int_{-\infty}^R x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} m_1 \Leftrightarrow$$

$$E(x_L / x_L < R) = \frac{1}{\Phi_{\kappa}} (\mu_L \Phi_{\kappa} - \sigma_L \varphi_{\kappa}) \Leftrightarrow$$

$$E(x_L / x_L < R) = \mu_L - \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{\Phi_{\kappa}}$$

**Πρόταση 2**

$$E(x_L / x_L \geq R) = \mu_L + \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{1 - \Phi_{\kappa}}$$

(44)

**Απόδειξη**

Από Maddala (1983) ισχύει ότι:

$$x_L \sim N(\mu_L, \sigma_L^2)$$

$$z = \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} \sim N(0, 1)$$

$$\int_{-\infty}^{\kappa} \varphi_z dz = \Phi_{\kappa}$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} \phi_z dz = (1 - \Phi_{\kappa})$$

$$\text{όπου, } \kappa = \frac{R - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$E(x_L / x_L \geq R) = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} \int_{\kappa}^{\infty} x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} m_1 \quad (45)$$

Η διαδικασία για τον υπολογισμό της σχέσης (44) με τη χρήση της σχέσης (45) είναι:

$$E(x_L / x_L \geq R) = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} \int_{\kappa}^{\infty} x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} m_1$$

$$m_N = \int_{\kappa}^{\infty} x_L^N f(x_L) dx_L = \int_{\kappa}^{\infty} x_L^N \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} \right)^2} dx_L \quad (46)$$

θέτω

$$z = \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$\frac{dz}{dx_L} = \frac{1}{\sigma_L} \Rightarrow dx_L = \sigma_L dz$$

Επομένως, η σχέση (46) γίνεται:

$$m_N = \int_{\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}}^{\infty} (\mu_L + z\sigma_L)^N \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} \sigma_L dz \Leftrightarrow$$

$$m_N = \int_{\kappa}^{\infty} (\mu_L + z\sigma_L)^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz \quad (47)$$

Για  $N=0$  η σχέση (47) γράφεται:

$$m_0 = \int_{\kappa}^{\infty} (\mu_L + z\sigma_L)^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \int_{\kappa}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz$$

θέτω

$$u = -\frac{1}{2} z^2$$

$$du = -z dz \Rightarrow du = -z dz \Rightarrow dz = -\frac{du}{z}$$

Άρα,

$$m_0 = \int_{-\frac{1}{2}\kappa^2}^{-\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u \left( -\frac{du}{z} \right) \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u du \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^u \right]_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - e^{-\infty} \right] = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - \frac{1}{e^\infty} \right] = \frac{1}{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \Leftrightarrow$$

$$m_0 = \frac{1}{z} \varphi_\kappa$$

Για  $N=1$  η σχέση (47) γράφεται:

$$m_1 = \int_{\kappa}^{\infty} (\mu_L + z\sigma_L) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \int_{\kappa}^{\infty} (\mu_L + z\sigma_L) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L \int_{\kappa}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz + \sigma_L \int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L \int_{\kappa}^{\infty} \varphi_z dz + \sigma_L \int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται το ολοκλήρωμα

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

θέτω

$$u = -\frac{1}{2}z^2$$

$$du = \frac{-2z}{2} dz \Rightarrow du = -z dz \Rightarrow dz = -\frac{du}{z}$$

Άρα,

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \int_{-\frac{1}{2}\kappa^2}^{-\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u \left( -\frac{du}{z} \right) = \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u du \Leftrightarrow$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^u \right]_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \Leftrightarrow$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - e^{-\infty} \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - \frac{1}{e^{\infty}} \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \Leftrightarrow$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \varphi_{\kappa}$$

Επομένως,

$$m_1 = \mu_L \int_{\kappa}^{\infty} \varphi_z dz + \sigma_L \int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \Leftrightarrow$$

$$m_1 = \mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa}$$

(48)

Αντικαθιστώντας την σχέση (48) στην σχέση (45) αποδεικνύεται η Πρόταση 2:

$$E(x_L / x_L \geq R) = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} \int_{x_L \geq R} x_L f(x_L) dx_L = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} m_1 \Leftrightarrow$$

$$E(x_L / x_L \geq R) = \frac{1}{1 - \Phi_{\kappa}} [\mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa}] \Leftrightarrow$$

$$E(x_L / x_L \geq R) = \mu_L + \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{1 - \Phi_{\kappa}}$$

Επιπλέον, από την στατιστική (Χάλκος, 2006, 2007) ισχύει ότι:

$$\int_R^{\infty} f(x_L) dx_L = \Pr(x_L \geq R) = 1 - \Pr(x_L < R) = 1 - \Phi_{\kappa} \quad (49)$$

$$\int_{-\infty}^R f(x_L) dx_L = \Pr(x_L < R) = \Phi_{\kappa} \quad (50)$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (39), (44), (49) και (50) στην σχέση (38) το αναμενόμενο μέσο απόθεμα γίνεται:

$$AOI = \frac{Q}{2} + R - \left( \mu_L - \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{\Phi_{\kappa}} \right) \Phi_{\kappa} + (1-b)S_R (1 - \Phi_{\kappa}) - \left( \mu_L + \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{1 - \Phi_{\kappa}} \right) (1 - \Phi_{\kappa}) \Rightarrow$$

$$AOI = \frac{Q}{2} + R - \mu_L \Phi_{\kappa} + \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{\Phi_{\kappa}} \Phi_{\kappa} + (1-b)S_R (1 - \Phi_{\kappa}) - \mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) - \sigma_L \frac{\varphi_{\kappa}}{1 - \Phi_{\kappa}} (1 - \Phi_{\kappa}) \Rightarrow$$

$$AOI = \frac{Q}{2} + R - \mu_L \Phi_{\kappa} + \sigma_L \varphi_{\kappa} + (1-b)S_R (1 - \Phi_{\kappa}) - \mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) - \sigma_L \varphi_{\kappa} \Rightarrow$$

$$AOI = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)S_R (1 - \Phi_{\kappa}) \quad (51)$$

Για την περαιτέρω επεξεργασία της σχέσης (51) θα πρέπει να εξαχθεί αναλυτικός τύπος για το  $S_R$ . Αυτό γίνεται στην πρόταση 3.

### Πρόταση 3

$$S_R = \sigma_L \Psi_\kappa$$

$$\text{όπου, } \Psi_\kappa = \Phi_\kappa - \kappa(1 - \Phi_\kappa)$$

### Απόδειξη

Είναι γνωστό ότι η αναμενόμενη έλλειψη (Silver et al., 1998) δίνεται από την σχέση:

$$S_R = \int_R^\infty (x_L - R) f(x_L) dx_L$$

$$S_R = \int_R^\infty x_L f(x_L) dx_L - R \int_R^\infty f(x_L) dx_L = \int_R^\infty x_L f(x_L) dx_L - R \Pr(x_L \geq R) \quad (52)$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (49) και (50) η διαδικασία για τον υπολογισμό της σχέσης (52) είναι:

$$x_L \sim N(\mu_L, \sigma_L^2)$$

$$\int_R^\infty x_L f(x_L) dx_L = \int_R^\infty x_L \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} \right)^2} dx_L$$

θέτω

$$z = \frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$dz = \frac{1}{\sigma_L} dx_L \Rightarrow dx_L = \sigma_L dz$$

Άρα,

$$\int_R^\infty x_L f(x_L) dx_L = \int_{\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}}^\infty (\mu_L + z\sigma_L) \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} \sigma_L dz = \int_{\kappa}^\infty (\mu_L + z\sigma_L) \varphi_z dz \Rightarrow$$

$$\int_R^\infty x_L f(x_L) dx_L = \int_{\kappa}^\infty (\mu_L + z\sigma_L) \varphi_z dz = \int_{\kappa}^\infty \mu_L \varphi_z dz + \sigma_L \int_{\kappa}^\infty z \varphi_z dz = \mu_L \int_{\kappa}^\infty \varphi_z dz + \sigma_L \int_{\kappa}^\infty z \varphi_z dz \quad (53)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται το ολοκλήρωμα:

$$\int_{\kappa}^\infty z \varphi_z dz = \int_{\kappa}^\infty z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} dz$$

θέτω

$$u = -\frac{1}{2}z^2 \Rightarrow du = \frac{-2z}{2} dz \Rightarrow du = -z dz \Rightarrow dz = -\frac{du}{z}$$

οπότε,

$$\begin{aligned} \int_{\kappa}^{\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz &= \int_{-\frac{1}{2}\kappa^2}^{-\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u \left(-\frac{du}{z}\right) = \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^u du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^u \right]_{-\infty}^{-\frac{1}{2}\kappa^2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - e^{-\infty} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} - \frac{1}{e^{\infty}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\kappa^2} = \varphi_{\kappa} \end{aligned}$$

$$\int_{\kappa}^{\infty} z \varphi_z dz = \varphi_{\kappa} \quad (54)$$

Αντικαθιστώντας την σχέση (54) στην σχέση (53) ισχύει ότι:

$$\int_{\mathbb{R}} x_L f(x_L) dx_L = \mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa}$$

Επομένως, η σχέση (52) γίνεται:

$$\begin{aligned} S_R &= \int_{\mathbb{R}} x_L f(x_L) dx_L - R \int_{\mathbb{R}} f(x_L) dx_L = \int_{\mathbb{R}} x_L f(x_L) dx_L - R \Pr(x_L \geq R) = \\ &= \mu_L (1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa} - R (1 - \Phi_{\kappa}) = (\mu_L - R)(1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa} \end{aligned}$$

Αλλά είναι γνωστό ότι το σημείο αναπαραγωγείας είναι (Silver et al., 1998) :

$$R = \mu_L + z_a \sigma_L$$

Άρα, η αναμενόμενη έλλειψη γίνεται:

$$S_R = S_{\kappa} = (\mu_L - \mu_L - \kappa \sigma_L)(1 - \Phi_{\kappa}) + \sigma_L \varphi_{\kappa} = \sigma_L (\varphi_{\kappa} - \kappa (1 - \Phi_{\kappa})) = \sigma_L \Psi_{\kappa} \quad (55)$$

$$\text{όπου, } \Psi_{\kappa} = \varphi_{\kappa} - \kappa (1 - \Phi_{\kappa}) \quad (56)$$

Επομένως, αντικαθιστώντας τις σχέσεις (49) και (55) στην σχέση (51) εξάγεται ο νέος τύπος για τον προσδιορισμό του αναμενόμενου μέσου αποθέματος, ο οποίος είναι:

$$\begin{aligned} AOI &= \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1 - b) S_R (1 - \Phi_{\kappa}) \Leftrightarrow \\ I_{\text{MIX}} &= \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1 - b) (\sigma_L \Psi_{\kappa}) (1 - \Phi_{\kappa}) \end{aligned} \quad (57)$$

### 3.3. Αντικειμενική συνάρτηση του συνολικού κόστους

Η συνάρτηση του συνολικού κόστους αποτελείται από το κόστος παραγγελίας ή το κόστος ανανέωσης του αποθέματος (ordering cost or replenishment cost), το κόστος κράτησης του αποθέματος (holding cost) και το κόστος έλλειψης του αποθέματος (shortage cost). Το κόστος ανανέωσης του αποθέματος είναι το κόστος που έχει μια επιχείρηση όταν παραγγέλνει μια ποσότητα προϊόντων από τον προμηθευτή της. Από την χρονική στιγμή που θα έρθει η παραγγελία η επιχείρηση οφείλει να αποθηκεύσει τα προϊόντα της. Έτσι, στο συνολικό κόστος ενσωματώνεται και το κόστος αποθήκευσης του αποθέματος. Ειδικότερα, το κόστος αποθήκευσης του αποθέματος περιλαμβάνει το κόστος ευκαιρίας του επενδυμένου κεφαλαίου, τα λειτουργικά έξοδα της αποθήκης, τα κόστη χειρισμού και μέτρησης, τα κόστη φθοράς, κλοπής, καταστροφής, τεχνολογικής απαξίωσης και ασφάλισης. Τέλος, το κόστος έλλειψης του αποθέματος είναι το κόστος που αντιμετωπίζει η επιχείρηση όταν δεν ικανοποιείται η ζήτηση του πελάτη και περιλαμβάνει το σταθερό κόστος έλλειψης του αποθέματος και τα χαμένα κέρδη. Συγκεκριμένα, όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα και ο πελάτης περιμένει για να ικανοποιηθεί η ζήτηση του από την ίδια επιχείρηση (παραγγελίες σε εκκρεμότητα) τότε υπάρχει το κόστος έλλειψης αλλά δεν υπάρχουν χαμένα κέρδη. Ενώ, όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα και ο πελάτης ικανοποιεί τη ζήτηση του από άλλες πηγές (χαμένες πωλήσεις) τότε υπάρχει το κόστος έλλειψης αλλά υπάρχουν χαμένα κέρδη.

Έστω:

$Q$ : ποσότητα παραγγελίας σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης (order quantity)

$x_L$ : η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας (lead time demand)

$R$ : το σημείο αναπαραγγελίας (reorder point)

$S_R$ : αναμενόμενη έλλειψη του αποθέματος σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης,

$$S_R = \int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx$$

$b$ : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα

$1 - b$ : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση χάνεται

$\mu_L$ : η μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

$A$ : σταθερό κόστος ανανέωσης του αποθέματος ή παραγγελίας (fixed order cost)

$D$ : ετήσια ζήτηση (annual demand)

$h$  : κόστος κράτησης του αποθέματος ανά μονάδα ανά χρόνο (holding cost/unit/year)

$\pi$  : σταθερό κόστος έλλειψης του αποθέματος ανά μονάδα (fixed shortage cost/unit)

$\pi_o$  : κέρδος ανά μονάδα (profit/unit)

$\pi + \pi_o(1-b)$  : κόστος έλλειψης του αποθέματος ανά μονάδα (shortage cost/unit)

$\Phi_\kappa$  : συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη

στο  $\kappa$

$\Phi_\kappa$  : αθροιστική συνάρτηση κατανομής της τυπικής κανονικής κατανομής υπολογιζόμενη

στο  $\kappa$

$\sigma_L$  : η τυπική απόκλιση της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας

$\bar{D}$  : η αναμενόμενη ζήτηση στην περίοδο αναφοράς

$\kappa$  : συντελεστής ασφαλείας

Επιπλέον, ισχύει ότι (Κεβορκ, 2009) το σημείο αναπαραγγελίας είναι:

$$R = \mu_L + z_a \sigma_L = \mu_L + \kappa \sigma_L$$

Η συνάρτηση συνολικού κόστους που ελαχιστοποιείται είναι (Lau and Lau, 2002):

$$TC = \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_j + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) S_R \quad (58)$$

όπου,

$$\frac{A * \bar{D}}{Q} : \text{σταθερό κόστος παραγγελίας}$$

$h * I_j$  : κόστος κράτησης

$$\frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R : \text{σταθερό κόστος έλλειψης}$$

$$\frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) S_R : \text{χαμένα κέρδη}$$

Όμως, χρησιμοποιώντας την σχέση (55) για την αναμενόμενη έλλειψη, η συνάρτηση συνολικού κόστους γράφεται:

$$TC = \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_j + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} \sigma_L \Psi_\kappa + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) \sigma_L \Psi_\kappa \quad (59)$$

όπου,

$$I_{HW} = \frac{1}{2} Q + R - \mu_L = \frac{1}{2} Q + \kappa \sigma_L \quad (\text{Hadley-Whitin}) \quad (60)$$



$$I_{MBK} = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)S_R = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)\sigma_L \psi_\kappa \quad (\text{Montgomery, Bazaraa και Keswani}) \quad (61)$$

$$I_{MIX} = \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1-\Phi_\kappa) \quad (\text{Νέα Μέθοδος-Mixture}) \quad (62)$$

$$\text{όπου, } \psi_\kappa = \phi_\kappa - \kappa(1-\Phi_\kappa)$$

### 3.3.1. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Η περίπτωση Hadley-Whitin

Οι Hadley-Whitin στην μέθοδο τους αναφέρουν ότι όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα τότε η επιχείρηση έχει την δυνατότητα να πραγματοποιήσει μόνο παραγγελίες σε εκκρεμότητα. Αυτό συνεπάγεται ότι υπάρχει το σταθερό κόστος έλλειψης του αποθέματος αλλά δεν υπάρχουν χαμένα κέρδη. Επομένως, η συνάρτηση συνολικού κόστους είναι:

$$TC_{HW} = \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_{HW} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R \quad (63)$$

$$TC_{HW} = \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * \left( \frac{1}{2} Q + R - \mu_L \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R \Leftrightarrow$$

$$TC_{HW} = A * \bar{D} * Q^{-1} + h * \left( \frac{1}{2} Q + R - \mu_L \right) + \pi * \bar{D} * Q^{-1} * (\sigma_L \psi_\kappa) \quad (64)$$

Παίρνοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης του συνολικού κόστους (64) ως προς το Q, δημιουργείται η άριστη ποσότητα παραγγελίας.

$$\frac{dTC_{HW}}{dQ} = 0 \Leftrightarrow$$

$$-A * \bar{D} * Q^{-2} + h * \frac{1}{2} - \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa) * Q^{-2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{Q^2} (A * \bar{D} + \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)) = -h * \frac{1}{2} \Leftrightarrow Q^2 = \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} \Leftrightarrow$$

$$Q_{HW}^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \quad (65)$$

Επιπλέον, το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι:

$$\min TC_{HW} = \frac{A * \bar{D}}{Q_{HW}^*} + h * I_{HW} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{HW}^*} S_R \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{HW} = \frac{A * \bar{D}}{Q_{HW}^*} + h * \left( \frac{1}{2} Q_{HW}^* + R - \mu_L \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{HW}^*} S_R \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned}
\min TC_{HW}^* &= \frac{A * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} + \\
&+ h * \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} + R - \mu_L \right) + \\
&+ \frac{\pi * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} (\sigma_L \psi_\kappa)
\end{aligned} \tag{66}$$

### 3.3.2. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Η περίπτωση Montgomery, Bazaraa και Keswani

Οι Montgomery, Bazaraa και Keswani στην μέθοδο τους αναφέρουν ότι όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα τότε η επιχείρηση έχει την δυνατότητα να πραγματοποιήσει είτε παραγγελίες σε εκκρεμότητα είτε χαμένες πωλήσεις είτε συνδυασμό και των δυο. Επομένως, η συνάρτηση συνολικού κόστους είναι:

$$\begin{aligned}
TC_{MBK} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_{MBK} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) S_R \\
TC_{MBK} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_{MBK} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)
\end{aligned} \tag{67}$$

$$\begin{aligned}
TC_{MBK} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * \left( \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow \\
TC_{MBK} &= A * \bar{D} * Q^{-1} + h * \left( \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) + \pi * \bar{D} * Q^{-1} * (\sigma_L \psi_\kappa) + \\
&+ \pi_o * \bar{D} * Q^{-1} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)
\end{aligned} \tag{68}$$

Παίρνοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης του συνολικού κόστους (68) ως προς το Q, δημιουργείται η άριστη ποσότητα παραγγελίας.

$$\begin{aligned}
\frac{dTC_{MBK}}{dQ} &= 0 \Leftrightarrow \\
-A * \bar{D} * Q^{-2} + h * \frac{1}{2} - \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa) * Q^{-2} - \pi_o * \bar{D} * Q^{-2} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) &= 0 \Leftrightarrow \\
-\frac{1}{Q^2} (A * \bar{D} + \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa) + \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)) &= -h * \frac{1}{2} \Leftrightarrow \\
Q^2 &= \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} \Leftrightarrow \\
Q_{MBK}^* &= \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}
\end{aligned} \tag{69}$$

Επιπλέον, το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι:

$$\begin{aligned}
\min TC_{MBK} &= \frac{A * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} + h * I_{MBK} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow \\
\min TC_{MBK} &= \frac{A * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} + h * \left( \frac{Q_{MBK}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) + \\
&+ \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow \\
\min TC_{MBK}^* &= \frac{A * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} + \\
&+ h * \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) + \\
&+ \frac{\pi * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} (\sigma_L \psi_\kappa) + \\
&+ \frac{\pi_o * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}}} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)
\end{aligned} \tag{70}$$

### 3.3.3. Προσδιορισμός ποσότητας παραγγελίας: Νέα Μέθοδος-Mixture

Η Νέα Μέθοδος που δημιουργήθηκε υποθέτει ότι η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ χαμηλή ούτε πολύ υψηλή (συνδυασμός των μεθόδων Hadldey-Whitin και Montgomery, Bazaraa και Keswani). Στην περίπτωση όπου υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα η επιχείρηση έχει την δυνατότητα να πραγματοποιήσει είτε παραγγελίες σε εκκρεμότητα είτε χαμένες πωλήσεις είτε συνδυασμό και των δυο. Επομένως, η συνάρτηση του συνολικού κόστους και η ποσότητα παραγγελίας είναι:

$$\begin{aligned}
TC_{MIX} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_{MIX} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} S_R + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) S_R \\
TC_{MIX} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * I_{MIX} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \\
TC_{MIX} &= \frac{A * \bar{D}}{Q} + h * \left( \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) (1 - \Phi_\kappa) \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q} (\sigma_L \psi_\kappa) + \\
&+ \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow
\end{aligned} \tag{71}$$

$$TC_{MIX} = A * \bar{D} * Q^{-1} + h * \left( \frac{Q}{2} + R - \mu_L + (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa)(1 - \Phi_\kappa) \right) + \pi * \bar{D} * Q^{-1} * (\sigma_L \Psi_\kappa) + \pi_o * \bar{D} * Q^{-1} (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa) \quad (72)$$

Παίρνοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης του συνολικού κόστους (72) ως προς το Q, δημιουργείται η άριστη ποσότητα παραγγελίας.

$$\begin{aligned} \frac{dTC_{MIX}}{dQ} = 0 &\Leftrightarrow \\ -A * \bar{D} * Q^{-2} + h * \frac{1}{2} - \pi * \bar{D} * (\sigma_L \Psi_\kappa) * Q^{-2} - \pi_o * \bar{D} * Q^{-2} * (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa) &= 0 \Leftrightarrow \\ -\frac{1}{Q^2} (A * \bar{D} + \pi * \bar{D} * (\sigma_L \Psi_\kappa) + \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa)) &= -h * \frac{1}{2} \Leftrightarrow \\ Q^2 = \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \Psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa)}{h} &\Leftrightarrow \\ Q_{MIX}^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \Psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa)}{h}} &\quad (73) \end{aligned}$$

Επιπλέον, το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι:

$$\begin{aligned} \min TC_{MIX} &= \frac{A * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} + h * I_{MIX} + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (\sigma_L \Psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa) \Leftrightarrow \\ \min TC_{MIX} &= \frac{A * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} + h * \left( \frac{Q_{MIX}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa)(1 - \Phi_\kappa) \right) + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (\sigma_L \Psi_\kappa) + \\ &+ \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa) \Leftrightarrow \\ \min TC_{MIX}^* &= \frac{A * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \Psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa)}{h}}} + \\ &+ h * \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \Psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa)}{h}} + R - \mu_L + (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa)(1 - \Phi_\kappa) \right) + \\ &+ \frac{\pi * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \Psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa)}{h}}} (\sigma_L \Psi_\kappa) + \\ &+ \frac{\pi_o * \bar{D}}{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \Psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa)}{h}}} (1-b)(\sigma_L \Psi_\kappa) \quad (74) \end{aligned}$$

Γενικά, από την παραπάνω ανάλυση, στα τμήματα 3.3.1 , 3.3.2 και 3.3.3 , προκύπτει ότι η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίδια για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των

Montgomery, Bazaraa και Keswani. Επιπλέον, η μέθοδος Hadley-Whitin δεν εξαρτάται από το  $b$ , ενώ η άριστη ποσότητα παραγγελίας, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα και το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους όταν υπάρχουν μόνο παραγγελίες σε εκκρεμότητα,  $b=1$ . Δηλαδή, ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} Q_{HW}^* &= Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^* \\ I_{HW}^* &= I_{MBK}^* = I_{MIX}^* \\ \min TC_{HW}^* &= \min TC_{MBK}^* = \min TC_{MIX}^* \end{aligned} \right\} \text{για } b=1$$

### 3.4. Συνθήκες

Η επιλογή των παραμέτρων για την εκτίμηση της άριστης ποσότητας παραγγελίας, του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και του ελάχιστου συνολικού κόστους βασίστηκε στην ικανοποίηση δυο συνθηκών:

1)  $R > 0$

Για να έχουμε σημείο αναπαραγγελίας μεγαλύτερο του μηδέν πρέπει ο συντελεστής μεταβλητότητας να είναι μικρότερος ή ίσος του 0.2,  $CV \leq 0.2$  (Kevork, 2010).

2) Η ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας δεν πρέπει να υπερβαίνει την άριστη ποσότητα παραγγελίας (Kevork, 2010).

Σύμφωνα, με τα άρθρα των Halkos και Kevork (2011) και Kevork (2010) όταν η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή δεν πρέπει ο συντελεστής μεταβλητότητας να υπερβαίνει το 0.2. Ο λόγος είναι διότι για μεγάλες τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας δημιουργούνται αρνητικές τιμές στη ζήτηση. Επομένως, για να αποφευχθεί η επίδραση των αρνητικών τιμών πρέπει να γίνει η υπόθεση ότι η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή με περικοπή στο μηδέν (truncation at zero).

Στην 2<sup>η</sup> συνθήκη ισχύει ότι:

$$x_L \sim N(\mu_L, \sigma_L^2)$$

$$\Pr(x_L > Q_j^*) = \Pr\left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} > \frac{Q_j^* - \mu_L}{\sigma_L}\right) = \Pr\left(z > \frac{Q_j^*}{\sigma_L} - \frac{1}{\sigma_L / \mu_L}\right) = \Pr\left(z > q_i - \frac{1}{cv}\right)$$

$$\Pr(z > z_o)$$

θέτω,

$$q_i = \frac{Q_j^*}{\sigma_L} \tag{75}$$

$$q_i - \frac{1}{cv} \geq z_o \Leftrightarrow q_i \geq z_o + \frac{1}{cv}$$

Γενικά, ισχύει:  $q_i = \frac{Q_j^*}{\sigma_L}$ , ψευδό-άριστη ποσότητα παραγγελίας, (Κεβόρκ, 2009) (76)

$$i = 1, 2, 3$$

$$j = \text{HW, MBK, MIX}$$

Με σταθερή την μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας,  $\mu_L = 300$  και δίνοντας διαφορετικές τιμές στην τυπική απόκλιση της ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας ( $\sigma_L = 3, 15, 30, 45, 60$ ), έτσι ώστε  $CV \leq 0.2$  δημιουργείται ο πίνακας 1, στον οποίο παρατηρούνται οι τιμές της πιθανότητας, να υπερβαίνει η ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας την άριστη ποσότητα παραγγελίας.

**Πίνακας 3.1** Οι τιμές της πιθανότητας,  $\Pr(x_L > Q_j^*)$

CV	$z_o = 1$	$z_o = 2$	$z_o = 3$	$z_o = 4$	$z_o = 5$
0.01	q=101	q=102	q=103	q=104	q=105
0.05	q=21	q=22	q=23	q=24	q=25
0.1	q=11	q=12	q=13	q=14	q=15
0.15	q=7.6	q=8.6	q=9.6	q=10.6	q=11.6
0.2	q=6	q=7	q=8	q=9	q=10
<b><math>\Pr(z &gt; z_o)</math></b>	<b>0.158655</b>	<b>0.02275</b>	<b>0.00135</b>	<b>0.0000316</b>	<b>0.000000287</b>

Από τον πίνακα 1 προκύπτει ότι, η ελάχιστη τιμή της πιθανότητας,  $\Pr(x_L > Q_j^*)$ , εξασφαλίζεται για  $z_o = 5$ . Για κάθε τιμή του  $z_o$  μεγαλύτερη του 5 η πιθανότητα γίνεται μηδέν. Επομένως, στην ανάλυση θα χρησιμοποιηθούν οι τιμές,  $\sigma_L = 3, 15, 30, 45, 60$  και οι ελάχιστες τιμές του q που αντιστοιχούν για  $z_o = 5$ , (q=105, 25, 15, 11.6, 10), προκειμένου να ικανοποιούνται οι συνθήκες 1 και 2 αντίστοιχα.

Στη συνέχεια υπολογίζεται το  $z_o$ , χρησιμοποιώντας στις παραμέτρους (A, h, π,  $\pi_o$ ) τις τιμές που αναφέρονται στο άρθρο των Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973), δηλαδή  $A = 50, h=0.2, \pi=0.5, \pi_o = 2$  και  $\mu_L = 300, b=0, \beta=6$ . Συγκεκριμένα, διακρίνονται δυο περιπτώσεις:

$$1) \Pr(x_L > Q_{\text{HW}}^*) = \Pr\left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} > \frac{Q_{\text{HW}}^* - \mu_L}{\sigma_L}\right) = \Pr(Z > z_o)$$

$$z_{o1} = \frac{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$2) \Pr(x_L > (Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*)) = \Pr\left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L} > \frac{(Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*) - \mu_L}{\sigma_L}\right) = \Pr(Z > z_o)$$

$$z_{o2} = \frac{\sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} - \mu_L}{\sigma_L}$$

Στον πίνακα 2 παρουσιάζονται οι τιμές των  $z_o$  για διαφορετικές τιμές του  $\kappa$  και  $\sigma_L$ .

**Πίνακας 3.2**  $z_o$

$\Phi_\kappa$	$\sigma_L = 3$		$\sigma_L = 30$		$\sigma_L = 60$	
	$z_{o1}$	$z_{o2}$	$z_{o1}$	$z_{o2}$	$z_{o1}$	$z_{o2}$
0.975	216,27257	216,3084	21,667551	21,70333	10,856131	10,89183
0.9	216,45225	216,6317	21,846553	22,02445	11,034384	11,21057
0.7	217,1295	217,849	22,513255	23,20845	11,50373	12,36089
0.5	218,11449	219,6158	23,46166	24,863	12,602311	13,91334
0.3	219,60025	222,2728	24,080863	27,22872	13,900157	16,0473
0.2	220,7176	224,2647	25,860531	28,91992	14,823946	17,5251
0.1	222,46966	227,3775	27,398776	31,44398	16,197505	19,6739

Από τον πίνακα 2 προκύπτει ότι  $z_{o1} < z_{o2}$ . Επιπλέον, όταν μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης τότε αυξάνονται οι τιμές των  $z_{o1}$  και  $z_{o2}$  αλλά όταν αυξάνεται το  $\sigma_L$  τότε μειώνονται οι τιμές. Σε κάθε περίπτωση οι τιμές των  $z_{o1}$  και  $z_{o2}$  είναι μεγαλύτερες από το 5 και αυτό συνεπάγεται ότι η πιθανότητα η ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας να είναι μεγαλύτερη από την άριστη ποσότητα παραγγελίας ισούται με το μηδέν.

### 3.5. Προσδιορισμός ελάχιστου συνολικού κόστους, αναμενόμενου μέσου αποθέματος και άριστης ποσότητας παραγγελίας

#### 3.5.1. Η περίπτωση: Hadley-Whitin

Με την χρήση της σχέσης (76),  $q_1 = \frac{Q_{HW}^*}{\sigma_L}$ , οι σχέσεις (65),(60) και (66) για τις συναρτήσεις

της άριστης ποσότητας παραγγελίας, αναμενόμενου μέσου αποθέματος και ελάχιστου συνολικού κόστους της μεθόδου των HW αντίστοιχα, γίνονται:

$$Q_{HW}^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \Leftrightarrow$$

$$Q_{HW}^* = \sigma_L * q_1 \quad (77)$$

$$I_{HW}^* = \frac{1}{2} Q_{HW}^* + \kappa \sigma_L = \frac{1}{2} \sigma_L * q_1 + \kappa \sigma_L \quad (78)$$

$$\min TC_{HW}^* = \frac{A * \bar{D}}{Q_{HW}^*} + h * I_{HW}^* + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{HW}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{HW}^* = \frac{h}{2 * Q_{HW}^*} \left( \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D}}{h} (\sigma_L \psi_\kappa) \right) + \frac{h}{2} * Q_{HW}^* + h * \kappa \sigma_L \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{HW}^* = \frac{h}{2 * Q_{HW}^*} (Q_{HW}^*)^2 + \frac{h}{2} * Q_{HW}^* + h * \kappa \sigma_L \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{HW}^* = h * Q_{HW}^* + h * \kappa \sigma_L \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{HW}^* = h * \sigma_L * q_1 + h * \kappa \sigma_L \quad (79)$$

#### 3.5.2. Η περίπτωση: Montgomery, Bazaraa και Keswani

Με την χρήση της σχέσης (76),  $q_2 = \frac{Q_{MBK}^*}{\sigma_L}$ , οι σχέσεις (69),(61) και (70) για τις συναρτήσεις

της άριστης ποσότητας παραγγελίας, αναμενόμενου μέσου αποθέματος και ελάχιστου συνολικού κόστους της μεθόδου των Montgomery, Bazaraa και Keswani αντίστοιχα, γίνονται:

$$Q_{MBK}^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1 - b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \Leftrightarrow$$

$$Q_{MBK}^* = \sigma_L * q_2 \quad (80)$$



$$I_{MBK}^* = \frac{Q_{MBK}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b)S_R = \frac{\sigma_L * q_2}{2} + \kappa\sigma_L + (1-b)\sigma_L\psi_\kappa \quad (81)$$

$$\min TC_{MBK}^* = \frac{A * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} + h * I_{MBK}^* + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MBK}^*} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{MBK}^* = \frac{h}{2 * Q_{MBK}^*} \left( \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D}}{h} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{2 * \pi_o * \bar{D}}{h} (\sigma_L \psi_\kappa) (1-b) \right) +$$

$$+ h * \left( \frac{Q_{MBK}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{MBK}^* = \frac{h}{2 * Q_{MBK}^*} (Q_{MBK}^*)^2 + h * \left( \frac{Q_{MBK}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \right) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{MBK}^* = h * Q_{MBK}^* + h * \kappa\sigma_L + h * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{MBK}^* = h * \sigma_L * q_2 + h * \kappa\sigma_L + h * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \quad (82)$$

### 3.5.3. Η περίπτωση: Νέα Μέθοδος

Με την χρήση της σχέσης (76),  $q_3 = \frac{Q_{MIX}^*}{\sigma_L}$ , οι σχέσεις (73),(62) και (74) για τις συναρτήσεις

της άριστης ποσότητας παραγγελίας, αναμενόμενου μέσου αποθέματος και ελάχιστου συνολικού κόστους της Νέας Μεθόδου αντίστοιχα, γίνονται:

$$Q_{MIX}^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \Leftrightarrow$$

$$Q_{MIX}^* = \sigma_L * q_3 \quad (83)$$

$$I_{MIX}^* = \frac{Q_{MIX}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) (1 - \Phi_\kappa) \Leftrightarrow$$

$$I_{MIX}^* = \frac{1}{2} \sigma_L * q_3 + \kappa\sigma_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) (1 - \Phi_\kappa) \quad (84)$$

$$\min TC_{MIX}^* = \frac{A * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} + h * I_{MIX}^* + \frac{\pi * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{\pi_o * \bar{D}}{Q_{MIX}^*} (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) \Leftrightarrow$$

$$\min TC_{MIX}^* = \frac{h}{2 * Q_{MIX}^*} \left( \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D}}{h} (\sigma_L \psi_\kappa) + \frac{2 * \pi_o * \bar{D}}{h} (\sigma_L \psi_\kappa) (1-b) \right) +$$

$$+ h * \left( \frac{Q_{MIX}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b) (\sigma_L \psi_\kappa) (1 - \Phi_\kappa) \right) \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} \min TC_{MIX}^* &= \frac{h}{2 * Q_{MIX}^*} (Q_{MIX}^*)^2 + h * \left( \frac{Q_{MIX}^*}{2} + R - \mu_L + (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1-\Phi_\kappa) \right) \Leftrightarrow \\ \min TC_{MIX}^* &= h * Q_{MIX}^* + h * \kappa \sigma_L + h * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1-\Phi_\kappa) \Leftrightarrow \\ \min TC_{MIX}^* &= h * \sigma_L * q_3 + h * \kappa \sigma_L + h * (1-b)(\sigma_L \psi_\kappa)(1-\Phi_\kappa) \end{aligned} \quad (85)$$

Όμως, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει ότι η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίδια και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery, Bazaraa και Keswani. Επομένως,  $Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ .

### 3.6. Η σχέση μεταξύ των παραμέτρων $A, h, \pi, \pi$

Στα τμήματα 3.3.1., 3.3.2. και 3.3.3. της παρούσας εργασίας ορίστηκε η συνάρτηση άριστης ποσότητας παραγγελίας για κάθε μέθοδο και δίνεται από τις σχέσεις (65), (69) και (73) αντίστοιχα. Στη συνέχεια, στις προτάσεις 4 και 5 γίνεται η περαιτέρω επεξεργασία των συναρτήσεων άριστης ποσότητας παραγγελίας και δημιουργούνται οι σχέσεις που συνδέουν τις παραμέτρους μεταξύ τους.

#### Πρόταση 4

$$A = \frac{q^2 \sigma_L cv}{2\beta} h - \sigma_L \psi_\kappa \pi \quad (86)$$

$$\pi = \frac{q^2 cv}{2\beta \psi_\kappa} h - \frac{A}{\sigma_L \psi_\kappa} \quad (87)$$

#### Απόδειξη

$$\begin{aligned} Q_{HW}^* = Q^* &= \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \Leftrightarrow \\ (Q^*)^2 &= \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} \Leftrightarrow \\ \left( \frac{Q^*}{\sigma_L} \right)^2 &= \frac{2 * A}{h} \frac{\bar{D}}{\sigma_L^2} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h \sigma_L^2} \Leftrightarrow \\ q^2 &= \frac{2 * A}{h} \frac{\beta * \mu_L}{\sigma_L^2} + \frac{2 * \pi}{h} \beta * \mu_L \frac{(\sigma_L \psi_\kappa)}{\sigma_L^2} \Leftrightarrow \\ q^2 &= 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} + 2 \frac{\pi}{h} \beta * \psi_\kappa \frac{1}{cv} \end{aligned} \quad (89)$$

Λύνοντας την σχέση (89) ως προς το  $A$  αποδεικνύεται η σχέση (86):

$$2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} = q^2 - 2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} \Leftrightarrow$$

$$\frac{A}{h} = \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} - 2 \frac{\pi}{h} \frac{\beta^* \psi_\kappa * \sigma_L * cv}{2 * \beta * cv} \Leftrightarrow$$

$$\frac{A}{h} = \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} - \frac{\pi}{h} \psi_\kappa * \sigma_L \Leftrightarrow$$

$$A = \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} * h - \sigma_L * \psi_\kappa * \pi$$

Λύνοντας την σχέση (89) ως προς το  $\pi$  αποδεικνύεται η σχέση (87):

$$2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} = q^2 - 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\pi}{h} = \frac{q^2 * cv}{2 * \beta^* \psi_\kappa} - \frac{A}{h} \frac{1}{\psi_\kappa * \sigma_L} \Leftrightarrow$$

$$\pi = \frac{q^2 * cv}{2 * \beta^* \psi_\kappa} h - \frac{A}{\sigma_L * \psi_\kappa}$$

### Πρόταση 5

$$A = \frac{q^2 \sigma_L cv}{2\beta} h - \sigma_L \psi_\kappa \pi - \sigma_L \psi_\kappa \pi_o (1-b) \quad (90)$$

$$\pi = \frac{q^2 cv}{2\beta \psi_\kappa} h - \frac{A}{\sigma_L \psi_\kappa} - \pi_o (1-b) \quad (91)$$

$$\pi_o = \frac{q^2 cv}{2\beta \psi_\kappa (1-b)} h - \frac{A}{\sigma_L \psi_\kappa (1-b)} - \frac{\pi}{(1-b)} \quad (92)$$

### Απόδειξη

$$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^* = Q^* = \sqrt{\frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h}} \Leftrightarrow$$

$$(Q^*)^2 = \frac{2 * A * \bar{D}}{h} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h} \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{Q^*}{\sigma_L}\right)^2 = \frac{2 * A * \bar{D}}{h * \sigma_L^2} + \frac{2 * \pi * \bar{D} * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h * \sigma_L^2} + \frac{2 * \pi_o * \bar{D} * (1-b) * (\sigma_L \psi_\kappa)}{h * \sigma_L^2} \Leftrightarrow$$

$$q^2 = \frac{2 * A * \beta * \mu_L}{h * \sigma_L^2} + \frac{2 * \pi}{h} \beta * \mu_L \frac{(\sigma_L \psi_\kappa)}{\sigma_L^2} + \frac{2 * \pi_o}{h} \beta * \mu_L \frac{(\sigma_L \psi_\kappa)(1-b)}{\sigma_L^2} \Leftrightarrow$$

$$q^2 = 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} + 2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} + 2 \frac{\pi_o}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} (1-b) \quad (93)$$

Λύνοντας την σχέση (93) ως προς το A αποδεικνύεται η σχέση (90):

$$\begin{aligned} 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} &= q^2 - 2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} - 2 \frac{\pi_o}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} (1-b) \Leftrightarrow \\ \frac{A}{h} &= \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} - 2 \frac{\pi * \beta^* \psi_\kappa * \sigma_L * cv}{h * 2 * \beta * cv} - 2 \frac{\pi_o * \beta^* \psi_\kappa * (1-b) * \sigma_L * cv}{h * 2 * \beta * cv} \Leftrightarrow \\ \frac{A}{h} &= \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} - \frac{\pi}{h} \psi_\kappa * \sigma_L - \frac{\pi_o}{h} \psi_\kappa * \sigma_L (1-b) \Leftrightarrow \\ A &= \frac{q^2 * \sigma_L * cv}{2 * \beta} * h - \sigma_L * \psi_\kappa * \pi - \sigma_L * \psi_\kappa * \pi_o * (1-b) \end{aligned}$$

Λύνοντας την σχέση (93) ως προς το π αποδεικνύεται η σχέση (91):

$$\begin{aligned} 2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} &= q^2 - 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} - 2 \frac{\pi_o}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} (1-b) \Leftrightarrow \\ \frac{\pi}{h} &= \frac{q^2 * cv}{2 * \beta * \psi_\kappa} - \frac{A}{h} \frac{1}{\psi_\kappa * \sigma_L} - \frac{\pi_o}{h} (1-b) \Leftrightarrow \\ \pi &= \frac{q^2 * cv}{2 * \beta * \psi_\kappa} h - \frac{A}{\sigma_L * \psi_\kappa} - \pi_o * (1-b) \end{aligned}$$

Λύνοντας την σχέση (93) ως προς το π<sub>ο</sub> αποδεικνύεται η σχέση (92):

$$\begin{aligned} 2 \frac{\pi_o}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} (1-b) &= q^2 - 2 \frac{A}{h} \frac{\beta}{\sigma_L} \frac{1}{cv} - 2 \frac{\pi}{h} \beta^* \psi_\kappa \frac{1}{cv} \Leftrightarrow \\ \frac{\pi_o}{h} &= \frac{q^2 * cv}{2 * \beta * \psi_\kappa * (1-b)} - \frac{2 * A * \beta * cv}{h * cv * \sigma_L * 2 * \beta * \psi_\kappa * (1-b)} - \frac{2 * \pi * \beta * \psi_\kappa * cv}{h * cv * 2 * \beta * \psi_\kappa * (1-b)} \Leftrightarrow \\ \pi_o &= \frac{q^2 * cv}{2 * \beta * \psi_\kappa * (1-b)} h - \frac{A}{\sigma_L * \psi_\kappa * (1-b)} - \frac{\pi}{(1-b)} \end{aligned}$$

## Κεφάλαιο 4

### Εμπειρικά αποτελέσματα

#### 4.1. Εισαγωγή

Οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των συναρτήσεων,  $Q_j^*, I_j^*, TC_j^*$ , όπου  $j = HW, MIX, MBK$ , βασίζονται στα παραδείγματα των Montgomery et al. (1973). Συγκεκριμένα, το σταθερό κόστος ανανέωσης του αποθέματος είναι  $A = 50$ , το κόστος κράτησης του αποθέματος είναι  $h = 0.2$ , η περίοδος αναφοράς της ζήτησης είναι  $\beta = 6, 12, 52$ , και η μέση ζήτηση στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας είναι  $\mu_L = 300$ . Επιπλέον, το σταθερό κόστος έλλειψης του αποθέματος είναι  $\pi = 0.5$ , το κέρδος ανά μονάδα ζήτησης είναι  $\pi_o = 2$  και η αναμενόμενη ζήτηση δίνεται από την σχέση  $\bar{D} = \beta * \mu_L$ . Η τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας παίρνει τις τιμές,  $\sigma_L = 3, 15, 30, 60$ , ενώ ο λόγος  $q$  παίρνει τις τιμές,  $q = 105, 25, 15, 10$ , όπως έχουν οριστεί στο τμήμα 3.4 της παρούσας εργασίας. Τα εμπειρικά αποτελέσματα πραγματοποιήθηκαν με υπολογιστικά προγράμματα.

Επίσης, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι:

$b = 0$ : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο χάνεται κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση

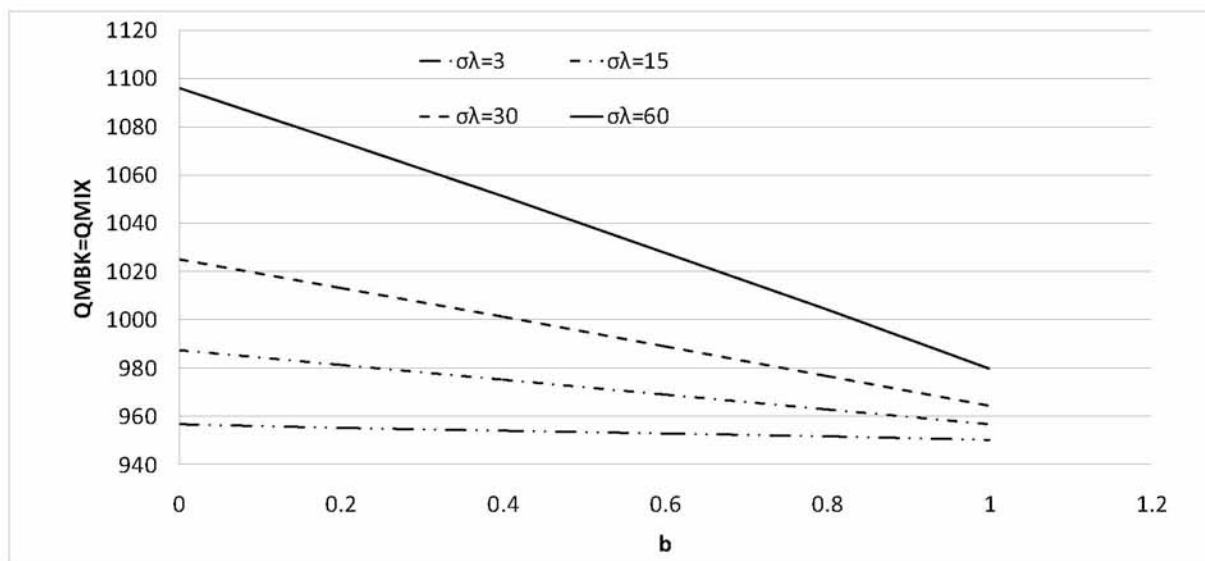
$0 < b < 1$ : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί, ενώ το υπόλοιπο ποσοστό της ζήτησης χάνεται

$b = 1$ : το ποσοστό της ζήτησης το οποίο παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί

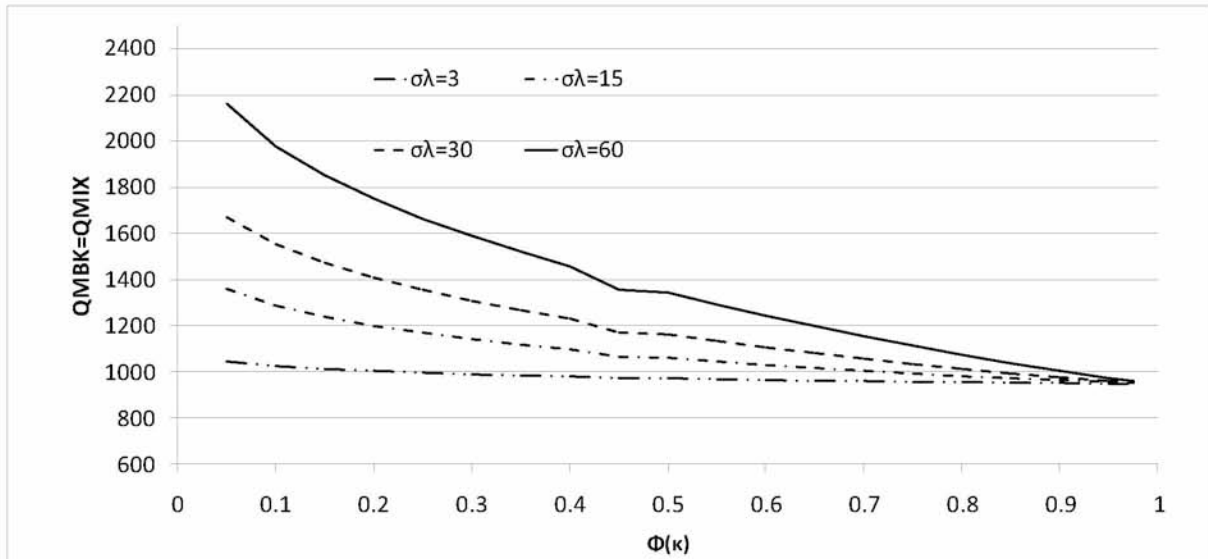
#### 4.2. Άριστη ποσότητα παραγγελίας

Με βάση τις τιμές των παραμέτρων  $A, h, \beta, \pi, \pi_o, \mu_L, \sigma_L$  και με διαφορετικές τιμές στο επίπεδο εξυπηρέτησης ( $0.05 \leq \Phi_\kappa \leq 0.975$ ) και στο  $\kappa$  ( $-1.64 \leq \kappa \leq 1.96$ ), στους παρακάτω πίνακες δίνονται οι τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας των μεθόδων Hadley-Whitin, Montgomery et al. και Mixture. Για τον υπολογισμό των τιμών των συναρτήσεων,  $Q_{HW}^*, Q_{MBK}^*, Q_{MIX}^*$ , χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις (65), (69) και (73) αντίστοιχα.

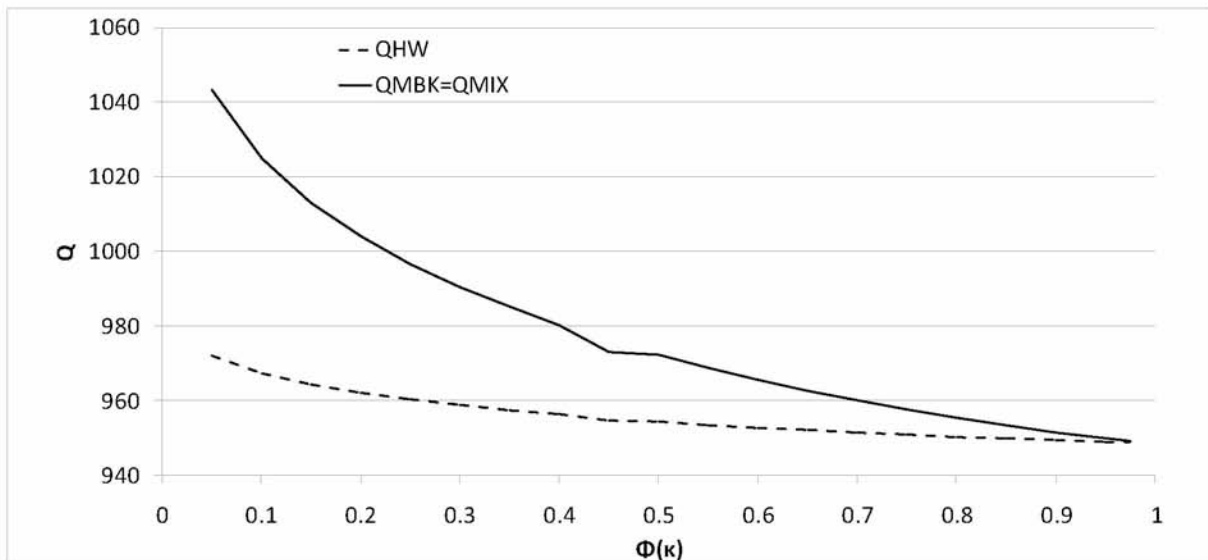
Από το διάγραμμα 4.1 προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, η αύξηση του  $\sigma_L$  συνεπάγεται αύξηση του  $Q_{MBK,MIX}^*$ . Επιπλέον, παρατηρείται ότι η άριστη ποσότητα παραγγελίας έχει την μικρότερη τιμή για  $\sigma_L = 3$  (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για  $\sigma_L = 60$  (ανώτατο όριο), ενώ οι τιμές για  $\sigma_L = 15$  και  $\sigma_L = 30$  είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι τιμές της άριστης ποσότητας παραγγελίας για  $\sigma_L = 3$  και  $\sigma_L = 60$ . Επίσης, από το διάγραμμα 4.2 προκύπτει ότι υπάρχει αρνητική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και του επιπέδου εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μείωση του  $\kappa$  συνεπάγεται αύξηση του  $Q_{MBK,MIX}^*$ . Ακόμα, από το διάγραμμα 4.3 παρατηρείται ότι η άριστη ποσότητα παραγγελίας των μεθόδων Mixture και Montgomery et al. είναι μεγαλύτερη από την άριστη ποσότητα παραγγελίας της μεθόδου Hadley-Whitin. Δηλαδή,  $Q_{MBK,MIX}^* > Q_{HW}^*$ .



**Διάγραμμα 4.1**  $Q_{MBK,MIX}^*$  για  $\Phi(\kappa) = 0.8$  και  $\beta=6$



**Διάγραμμα 4.2**  $Q_{MBK, MIX}^*$  για  $b=0.2$  και  $\beta=6$

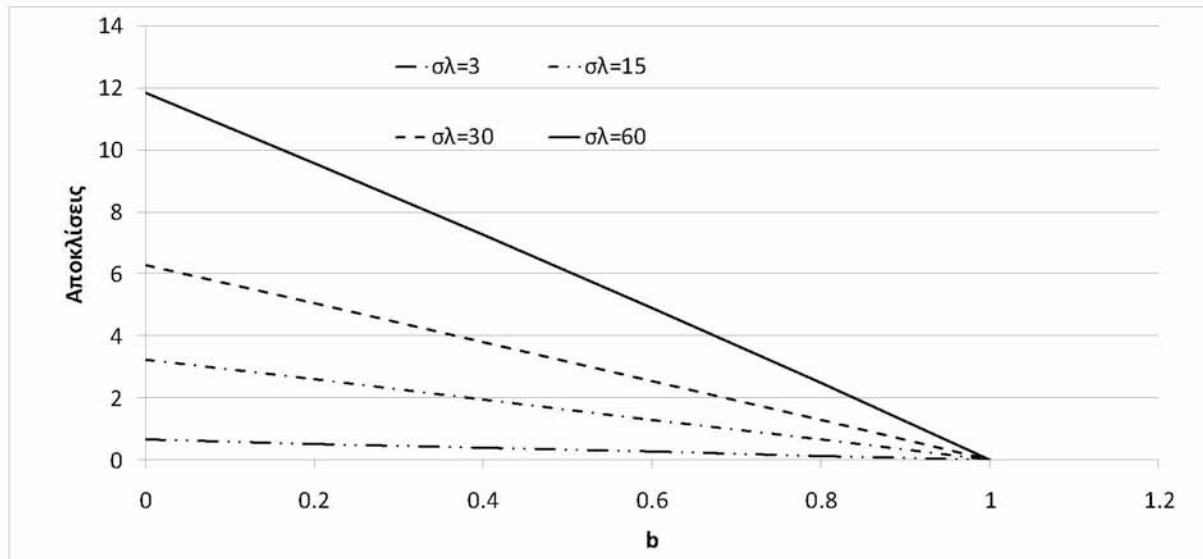


**Διάγραμμα 4.3**  $Q_{HW}^*$  και  $Q_{MBK, MIX}^*$  για  $\sigma_L=3$ ,  $b=0.2$  και  $\beta=6$

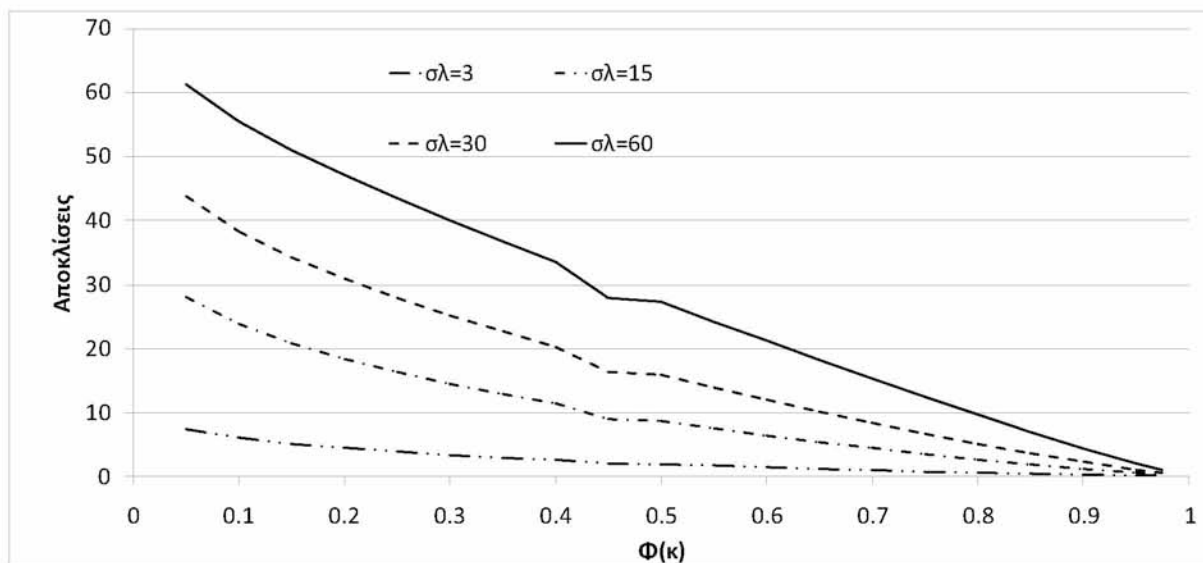
Από το διάγραμμα 4.4 προκύπτει ότι οι ποσοστιαίες διαφορές αυξάνονται καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις έχουν την μικρότερη τιμή για  $\sigma_L = 3$  (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για  $\sigma_L = 60$  (ανώτατο όριο), ενώ για  $\sigma_L = 15$  και  $\sigma_L = 30$  οι ποσοστιαίες διαφορές είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι ποσοστιαίες διαφορές  $\left( \frac{Q_{MBK, MIX}^* - Q_{HW}^*}{Q_{HW}^*} \times 100 \right)$  για  $\sigma_L = 3$  και  $\sigma_L = 60$ . Επιπλέον, προκύπτει

ότι, καθώς το  $b$  αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, η άριστη ποσότητα παραγγελίας

είναι ίδια και στις τρεις μεθόδους ( $Q_{HW}^* = Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ ) όταν  $b=1$ . Επίσης, από το διάγραμμα 4.5 παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις αυξάνονται όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης.



**Διάγραμμα 4.4** Αποκλίσεις,  $\frac{Q_{MBK,MIX}^* - Q_{HW}^*}{Q_{HW}^*} \times 100$  για  $\Phi(\kappa) = 0.8$  και  $\beta=6$



**Διάγραμμα 4.5** Αποκλίσεις,  $\frac{Q_{MBK,MIX}^* - Q_{HW}^*}{Q_{HW}^*} \times 100$  για  $b=0.2$  και  $\beta=6$

Από τους πίνακες 4.1-4.8 προκύπτει ότι υπάρχει αρνητική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και του επιπέδου εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μείωση του  $\kappa$  συνεπάγεται αύξηση των  $Q_{HW}^*$  και  $Q_{MBK,MIX}^*$ . Αλλά η αύξηση των  $Q_{MBK,MIX}^*$  είναι μεγαλύτερη από την αύξηση του  $Q_{HW}^*$ . Αυτό οφείλεται στο γεγονός, διότι στην Νέα



Μέθοδο και στην μέθοδο των Montgomery et al., λαμβάνεται υπόψη η περίπτωση των χαμένων πωλήσεων όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή ο όρος των χαμένων κερδών. Ειδικότερα, σε αυτές τις δυο μεθόδους η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος είναι μεγαλύτερη σε σχέση με την μέθοδο Hadley-Whitin, με αποτέλεσμα να είναι μεγαλύτερη η τιμή της άριστης ποσότητας παραγγελίας. Επίσης, παρατηρείται ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, η αύξηση του  $\sigma_L$  συνεπάγεται αύξηση των  $Q_{HW}^*$  και  $Q_{MBK,MIX}^*$ . Επιπλέον, όταν αυξάνεται η περίοδος αναφοράς της ζήτησης,  $\beta$ , τότε αυξάνεται και η άριστη ποσότητα παραγγελίας. Από τις αποκλίσεις (βλ. Πίνακες 4.2,4.4,4.6,4.8) παρατηρείται ότι καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης αυξάνονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις μεταξύ των μεθόδων. Ακόμα, παρατηρείται ότι με σταθερή τιμή στο  $\sigma_L$ , όταν αυξάνεται η περίοδος αναφοράς της ζήτησης,  $\beta$ , τότε οι αποκλίσεις διαφέρουν ελάχιστα. Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το  $b$  αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίδια και στις τρεις μεθόδους ( $Q_{HW}^* = Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ ) όταν  $b=1$ , δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή της άριστης ποσότητας παραγγελίας είναι 948,8177 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές:  $\sigma_L = 3$ ,  $\beta = 6$ ,  $b = 1$  και  $\kappa = 1.96$ . Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι  $Q_{HW}^* = 3949,13834$  και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι  $Q_{MBK,MIX}^* = 6839,47868$ , με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές:  $\sigma_L = 60$ ,  $\beta = 52$ ,  $b = 0$  και  $\kappa = -1.64$ .

**Πίνακας 4.1** Άριστη ποσότητα παραγγελίας,  $Q_{HW}^*$ ,  $Q_{MBK}^*$ ,  $Q_{MIX}^*$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 3$							
$\beta = 6$							
b		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\Phi(\kappa)$	$Q_{HW}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$
0.975	948,8177	949,35515	949,2477	949,1402	949,0327	948,9252	948,8177
0.95	948,9806	950,16869	949,9312	949,6936	949,456	949,2183	948,9806
0.9	949,3568	952,04586	951,5086	950,9711	950,4333	949,8952	949,3568
0.85	949,7883	954,19529	953,3155	952,4349	951,5535	950,6713	949,7883
0.8	950,2706	956,59347	955,3323	954,0694	952,8048	951,5385	950,2706
0.75	950,8034	959,2371	957,5563	955,8726	954,1858	952,4961	950,8034
0.7	951,3885	962,13319	959,9939	957,8498	955,7009	953,5471	951,3885
0.65	952,0291	965,29656	962,6577	960,0116	957,3582	954,6974	952,0291
0.6	952,7303	968,74944	965,5669	962,3738	959,1701	955,9556	952,7303
0.55	953,4988	972,52235	968,7475	964,9579	961,1534	957,3337	953,4988
0.5	954,3435	976,65613	972,2346	967,7928	963,3305	958,8475	954,3435
0.45	954,5367	977,59994	973,031	968,4406	963,8282	959,1937	954,5367
0.4	956,3135	986,24406	980,3311	974,3822	968,3967	962,3741	956,3135
0.35	957,4775	991,87485	985,0915	978,2611	971,3826	964,4551	957,4775
0.3	958,8007	998,2456	990,4823	982,6577	974,7703	966,8185	958,8007
0.25	960,3324	1005,58	996,6951	987,73	978,6827	969,551	960,3324
0.2	962,1528	1014,244	1004,042	993,735	983,3203	972,7941	962,1528
0.15	964,4073	1024,894	1013,085	1001,138	989,0459	976,8043	964,4073
0.1	967,409	1038,942	1025,035	1010,936	996,6386	982,1325	967,409
0.05	972,0983	1060,602	1043,502	1026,117	1008,432	990,4319	972,0983

**Πίνακας 4.2** Αποκλίσεις,  $\frac{Q_{\text{MBK,MIX}}^* - Q_{\text{HW}}^*}{Q_{\text{HW}}^*} \times 100$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 3$						
$\beta = 6$						
b	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις
0.975	0,056644179	0,045317451	0,033990723	0,022661888	0,011330944	0
0.95	0,125200668	0,100172758	0,075138525	0,050099024	0,025052146	0
0.9	0,283254948	0,226667159	0,170048823	0,113397834	0,056715244	0
0.85	0,464002371	0,371373303	0,278658954	0,185858269	0,092972302	0
0.8	0,665375736	0,532653541	0,399754554	0,266679828	0,13342831	0
0.75	0,887004592	0,710228829	0,533141751	0,355742305	0,17802944	0
0.7	1,129371463	0,904508535	0,679143182	0,453272253	0,226892594	0
0.65	1,393593898	1,116412256	0,838468033	0,559754925	0,280267682	0
0.6	1,681389738	1,347343482	1,012193031	0,675925789	0,338532311	0
0.55	1,995133124	1,599240641	1,201800174	0,802791798	0,402198731	0
0.5	2,338013636	1,874703494	1,409276713	0,941703954	0,471955877	0
0.45	2,416171112	1,93751796	1,456608216	0,973406261	0,487881713	0
0.4	3,129788604	2,511475657	1,889410802	1,263523978	0,633745125	0
0.35	3,592499115	2,884035455	2,170658886	1,452267055	0,728751344	0
0.3	4,113982015	3,304293445	2,488207299	1,665571305	0,836224845	0
0.25	4,711696553	3,786471108	2,852922503	1,910822693	0,959932177	0
0.2	5,413979056	4,353655768	3,282448553	2,200013391	1,105990672	0
0.15	6,271876066	5,047462883	3,808607668	2,554788859	1,285449636	0
0.1	7,394302796	5,956731909	4,499386552	3,02142737	1,521954019	0
0.05	9,104355823	7,345276556	5,556886468	3,737669251	1,885975896	0

**Πίνακας 4.3** Άριστη ποσότητα παραγγελίας,  $Q_{HW}^*$ ,  $Q_{MBK}^*$ ,  $Q_{MIX}^*$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 3$							
$\beta = 52$							
b		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\Phi(\kappa)$	$Q_{HW}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$
0.975	2793,24368	2794,82588	2794,50951	2794,19311	2793,87667	2793,56019	2793,24368
0.95	2793,72311	2797,22087	2796,52167	2795,8223	2795,12274	2794,42302	2793,72311
0.9	2794,83062	2802,74711	2801,1656	2799,5832	2797,9999	2796,41571	2794,83062
0.85	2796,1009	2809,07487	2806,48488	2803,89249	2801,2977	2798,7005	2796,1009
0.8	2797,52088	2816,13493	2812,42198	2808,70412	2804,98133	2801,25359	2797,52088
0.75	2799,08949	2823,91753	2818,96941	2814,0126	2809,04704	2804,07268	2799,08949
0.7	2800,81185	2832,4434	2826,14542	2819,83336	2813,50715	2807,16668	2800,81185
0.65	2802,6979	2841,75614	2833,98756	2826,19762	2818,38615	2810,55297	2802,6979
0.6	2804,76216	2851,92114	2842,55194	2833,15175	2823,72026	2814,25717	2804,76216
0.55	2807,02442	2863,02827	2851,91548	2840,75922	2829,55898	2818,31422	2807,02442
0.5	2809,51106	2875,19779	2862,18105	2849,10484	2835,96833	2822,77069	2809,51106
0.45	2810,07997	2877,97629	2864,52578	2851,0118	2837,43346	2823,78984	2810,07997
0.4	2815,31063	2903,42389	2886,01646	2868,5034	2850,88276	2833,15252	2815,31063
0.35	2818,73739	2920,0005	2900,03075	2879,92256	2859,67296	2839,27895	2818,73739
0.3	2822,63295	2938,75556	2915,90102	2892,86592	2869,64593	2846,23651	2822,63295
0.25	2827,14212	2960,34849	2934,19104	2907,7983	2881,16379	2854,28076	2827,14212
0.2	2832,5011	2985,8521	2955,81845	2925,47648	2894,8165	2863,8283	2832,5011
0.15	2839,13818	3017,20543	2982,44262	2947,26982	2911,67216	2875,63388	2839,13818
0.1	2847,97494	3058,56286	3017,62119	2976,11635	2934,02444	2891,31983	2847,97494
0.05	2861,77997	3122,32659	3071,98561	3020,80582	2968,74385	2915,75244	2861,77997

**Πίνακας 4.4** Αποκλίσεις,  $\frac{Q_{\text{MBK,MIX}}^* - Q_{\text{HW}}^*}{Q_{\text{HW}}^*} \times 100$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 3$						
$\beta = 52$						
b	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις
0.975	0,056643823	0,045317564	0,033990232	0,022661467	0,011331271	0
0.95	0,125200668	0,100173134	0,075139515	0,050099095	0,025052948	0
0.9	0,283254733	0,226667761	0,170048946	0,113397927	0,056715065	0
0.85	0,464002211	0,37137358	0,278659114	0,185858815	0,092972324	0
0.8	0,665376624	0,532653754	0,399755372	0,266680762	0,13342921	0
0.75	0,887004152	0,710228096	0,533141582	0,355742467	0,178028963	0
0.7	1,129370757	0,904508098	0,679142728	0,453272147	0,226892428	0
0.65	1,393594365	1,116412154	0,838467821	0,559755299	0,280268166	0
0.6	1,681389626	1,347343477	1,012192421	0,675925405	0,338531735	0
0.55	1,995132269	1,599240095	1,201799306	0,802791733	0,40219814	0
0.5	2,338012864	1,874703067	1,409276531	0,941703714	0,471955074	0
0.45	2,416170384	1,93751817	1,456607301	0,973406106	0,487881845	0
0.4	3,129788204	2,511475261	1,889410335	1,26352416	0,633744987	0
0.35	3,592249891	2,884034898	2,170658757	1,452266186	0,7287504	0
0.3	4,113981947	3,304293249	2,488207686	1,665571856	0,836224916	0
0.25	4,711696984	3,786471124	2,852922725	1,91082258	0,959931933	0
0.2	5,41397848	4,353655856	3,282448152	2,200013267	1,105990744	0
0.15	6,271876841	5,047462678	3,808607864	2,554788651	1,285449939	0
0.1	7,394303828	5,956732541	4,499386852	3,021427569	1,521954754	0
0.05	9,104355427	7,345376094	5,556885982	3,737669601	1,885975532	0

**Πίνακας 4.5** Άριστη ποσότητα παραγγελίας,  $Q_{HW}^*$ ,  $Q_{MBK}^*$ ,  $Q_{MIX}^*$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 60$							
$\beta = 6$							
b		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\Phi(\kappa)$	$Q_{HW}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$
0.975	951,36788	962,0313	959,90809	957,78018	955,64752	953,5101	951,36788
0.95	954,61101	977,96264	973,33713	968,68954	964,01954	959,32681	954,61101
0.9	962,06304	1013,81777	1003,68035	993,43948	983,09194	972,63432	962,06304
0.85	970,54348	1053,45776	1037,40519	1021,10029	1004,53078	987,68333	970,54348
0.8	979,94098	1096,09385	1073,86882	1051,17399	1027,97825	1004,24689	979,94098
0.75	990,22382	1141,3659	1112,78099	1083,44218	1053,28646	1022,24155	990,22382
0.7	1001,39957	1189,11966	1154,02109	1117,821	1080,40866	1041,65349	1001,39957
0.65	1013,50376	1239,33426	1197,57985	1154,31607	1109,36634	1062,51672	1013,50376
0.6	1026,59728	1292,09518	1243,53864	1193,00744	1140,23908	1084,90717	1026,59728
0.55	1040,76843	1347,58845	1292,06636	1234,04876	1173,16545	1108,94456	1040,76843
0.5	1056,13864	1406,10958	1343,42885	1277,67681	1208,35216	1134,80037	1056,13864
0.45	1059,63569	1419,16632	1354,91245	1287,45581	1216,2636	1140,63661	1059,63569
0.4	1091,19632	1534,12747	1456,35831	1374,19504	1286,79619	1193,0117	1091,19632
0.35	1111,42383	1605,09023	1519,24465	14128,24856	1331,04605	1226,162	1111,42383
0.3	1134,00943	1682,2268	1587,79881	1487,38803	1379,6888	1262,83779	1134,00943
0.25	1159,64118	1767,43837	1663,73803	1553,12913	1434,01392	1304,06357	1159,64118
0.2	1189,43675	1863,81301	1749,8546	1627,93835	1496,12011	1351,50567	1189,43675
0.15	1225,40957	1976,90241	1851,17267	1716,25678	1569,788	1408,166	1225,40957
0.1	1271,85029	2118,49376	1978,36632	1827,52585	1663,05988	1480,43428	1271,85029
0.05	1341,45559	2323,25539	2162,84837	1989,55035	1799,64108	1587,16904	1341,45559

**Πίνακας 4.6** Αποκλίσεις,  $\frac{Q_{\text{MBK,MIX}}^* - Q_{\text{HW}}^*}{Q_{\text{HW}}^*} \times 100$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 60$						
$\beta = 6$						
b	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις
0.975	1,120851379	0,897676932	0,67400846	0,449840707	0,225172622	0
0.95	2,446193241	1,96164928	1,474792335	0,985587836	0,494002264	0
0.9	5,37955704	4,325840228	3,261370482	2,185813104	1,098813649	0
0.85	8,543077328	6,889099909	5,209123655	3,501883295	1,766005373	0
0.8	11,85304752	9,585050724	7,269112268	4,902057469	2,480344275	0
0.75	15,263426	12,37671398	9,413867665	6,368523835	3,233383136	0
0.7	18,74577298	15,2408214	11,62587178	7,889866579	4,019766056	0
0.65	22,2821571	18,162349	13,89361496	9,458532251	4,835991926	0
0.6	25,86193293	21,13208015	16,20987735	11,06975464	5,679918614	0
0.55	29,48014286	24,14542205	18,57092552	12,7210834	6,550557073	0
0.5	33,13683703	27,20194103	20,97623945	14,41226693	7,448049623	0
0.45	33,93090913	27,86708201	21,50100004	14,78238131	7,64523933	0
0.4	40,59133466	33,46437147	25,93472089	17,92526848	9,33061981	0
0.35	44,41747483	36,69354651	28,50620271	19,76043828	10,32352977	0
0.3	48,34328141	40,01636741	31,16187491	21,66466729	11,3604311	0
0.25	52,41252212	43,47007149	33,93187106	23,66014115	12,45405842	0
0.2	56,69710979	47,116238	36,86632349	25,78391495	13,62568628	0
0.15	61,32585043	51,06562861	40,05576764	28,10312882	14,91390589	0
0.1	66,56785603	55,55025112	43,69032774	30,75909115	16,40004265	0
0.05	73,18913927	61,2314553	48,312080028	34,15584485	18,31692766	0

**Πίνακας 4.7** Άριστη ποσότητα παραγγελίας,  $Q_{HW}^*$ ,  $Q_{MBK}^*$ ,  $Q_{MIX}^*$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 60$							
$\beta = 52$							
b		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\Phi(\kappa)$	$Q_{HW}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$	$Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$
0.975	2800,75119	2832,14347	2825,89291	2819,6285	2813,35014	2807,05773	2800,75119
0.95	2810,29871	2879,04405	2865,42693	2851,74478	2837,99668	2824,18165	2810,29871
0.9	2832,23689	2984,59871	2954,75494	2924,60664	2894,1443	2863,35791	2832,23689
0.85	2857,20263	3101,29568	3054,0382	3006,03787	2957,25854	2907,661	2857,20263
0.8	2884,86815	3226,81291	3161,3842	3094,57244	3026,28602	2956,42278	2884,86815
0.75	2915,13999	3360,09024	3275,93854	3189,56742	3100,79138	3009,39765	2915,13999
0.7	2948,04052	3500,6735	3397,3461	3290,77592	3180,63699	3066,54484	2948,04052
0.65	2983,67428	3648,50128	3525,57963	3398,21451	3265,88608	3127,96452	2983,67428
0.6	3022,22056	3803,8252	3660,87863	3512,11881	3356,77295	3193,88022	3022,22056
0.55	3063,93928	3967,19297	3803,74038	3632,94118	3453,70558	3264,6444	3063,93928
0.5	3109,18796	4139,47453	3954,94746	3761,37867	3557,29243	3340,76183	3109,18796
0.45	3119,45356	4177,91253	3988,75426	3790,16728	3580,5831	3357,94326	3119,45356
0.4	3212,39498	4516,34897	4287,40279	4045,52065	3788,22543	3512,13136	3212,39498
0.35	3271,94315	4725,25771	4472,53515	4204,64992	3918,49347	3609,72319	3271,94315
0.3	3338,43337	4952,34159	4674,35314	4378,75179	4061,69386	3717,6938	3338,43337
0.25	3413,8912	5203,19767	4897,91214	4572,28835	4221,62266	3839,05919	3413,8912
0.2	3501,60698	5486,91694	5151,43245	4792,52073	4404,45836	3978,72497	3501,60698
0.15	3607,5081	5819,84312	5449,70477	5052,52315	4621,33075	4145,52847	3607,5081
0.1	3744,22587	6236,67677	5824,15274	5380,09043	4895,91571	4358,28051	3744,22587
0.05	3949,13834	6839,47868	6367,25321	5857,07763	5297,99989	4672,49914	3949,13834



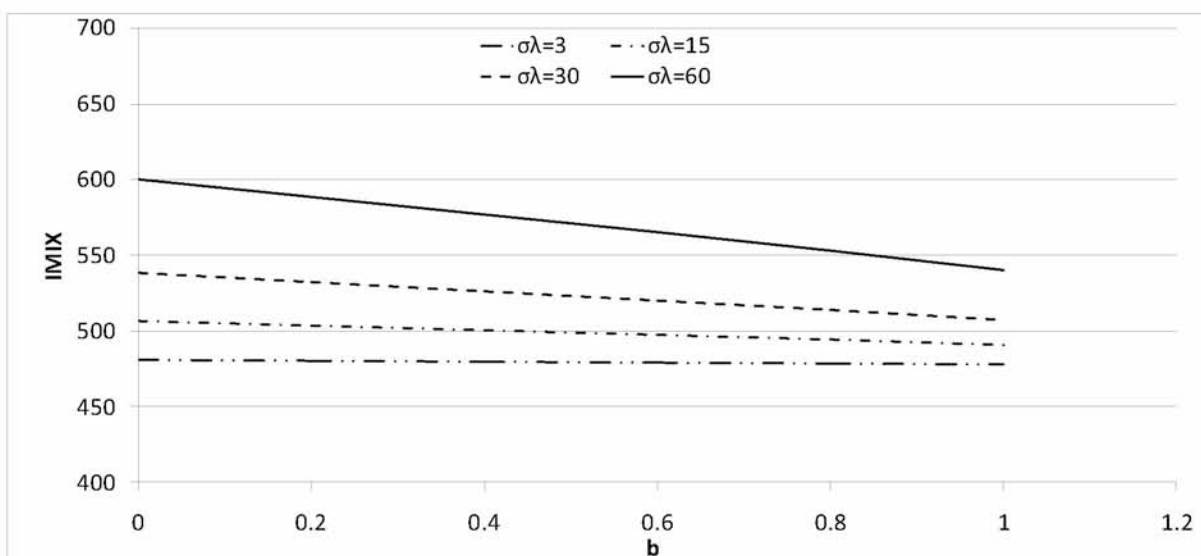
**Πίνακας 4.8** Αποκλίσεις,  $\frac{Q_{\text{MBK,MIX}}^* - Q_{\text{HW}}^*}{Q_{\text{HW}}^*} \times 100$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 60$						
$\beta = 52$						
b	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις	Αποκλίσεις
0.975	1,120852153	0,897677741	0,674008818	0,449841815	0,225173161	0
0.95	2,446193344	1,961649835	1,474792336	0,985588112	0,494002291	0
0.9	5,379557781	4,325840484	3,2613770909	2,185813278	1,09881416	0
0.85	8,543078025	6,889100827	5,209124423	3,501883589	1,766006004	0
0.8	11,85304639	9,58504984	7,269111762	4,902056616	2,480343166	0
0.75	15,26342651	12,37671437	9,413867977	6,368524004	3,233383656	0
0.7	18,74577287	15,24082105	11,62587141	7,889866792	4,019765644	0
0.65	22,28215742	18,16234948	13,89361543	9,458532451	4,835991682	0
0.6	25,86193246	21,13208012	16,20987748	11,06975429	5,679918345	0
0.55	29,48014329	24,14542031	18,57092612	12,72108434	6,550558012	0
0.5	33,13683776	27,86708259	20,9762394	14,41226699	7,448049876	0
0.45	33,93090968	27,20194182	21,50100032	14,78238195	7,645239636	0
0.4	40,59133444	33,46437212	25,93472083	17,92526926	9,330620359	0
0.35	44,4174759	36,96354707	28,50620342	19,76043869	10,32353022	0
0.3	48,34328085	40,01636762	31,16187459	21,66014066	11,36043132	0
0.25	52,41252182	43,47007134	33,93187076	23,66014066	12,454058	0
0.2	56,69710997	47,11623776	36,8663233	25,78391536	13,62568651	0
0.15	61,32585038	51,0656281	40,0557673	28,10312886	14,91390608	0
0.1	66,56785639	55,55025103	43,6903279	30,75909093	16,40004266	0
0.05	73,18913877	61,23145511	48,31279955	34,15584449	18,31692733	0

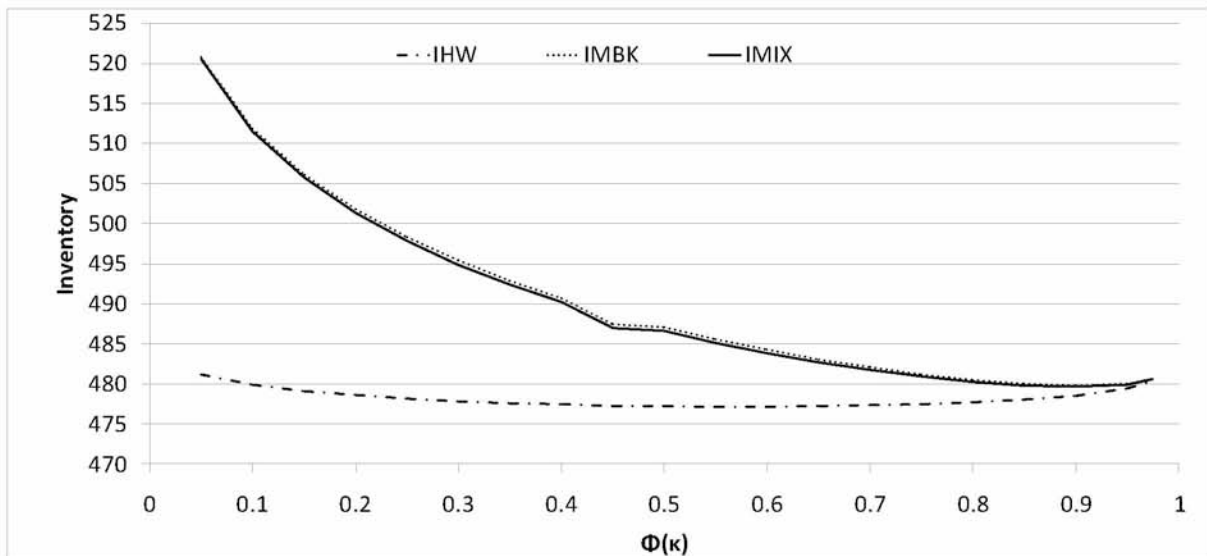
### 4.3. Αναμενόμενο μέσο απόθεμα

Με βάση τις τιμές των παραμέτρων  $A, h, \beta, \pi, \pi_o, \mu_L, \sigma_L$  και με διαφορετικές τιμές στο επίπεδο εξυπηρέτησης ( $0.05 \leq \Phi_\kappa \leq 0.975$ ) και στο  $\kappa$  ( $-1.64 \leq \kappa \leq 1.96$ ), στους παρακάτω πίνακες δίνονται οι τιμές του αναμενόμενου μέσου αποθέματος των μεθόδων Hadley-Whitin, Montgomery et al. και Mixture. Για τον υπολογισμό των τιμών των συναρτήσεων,  $I_{HW}^*, I_{MBK}^*, I_{MIX}^*$ , χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις (60), (61) και (62) αντίστοιχα.

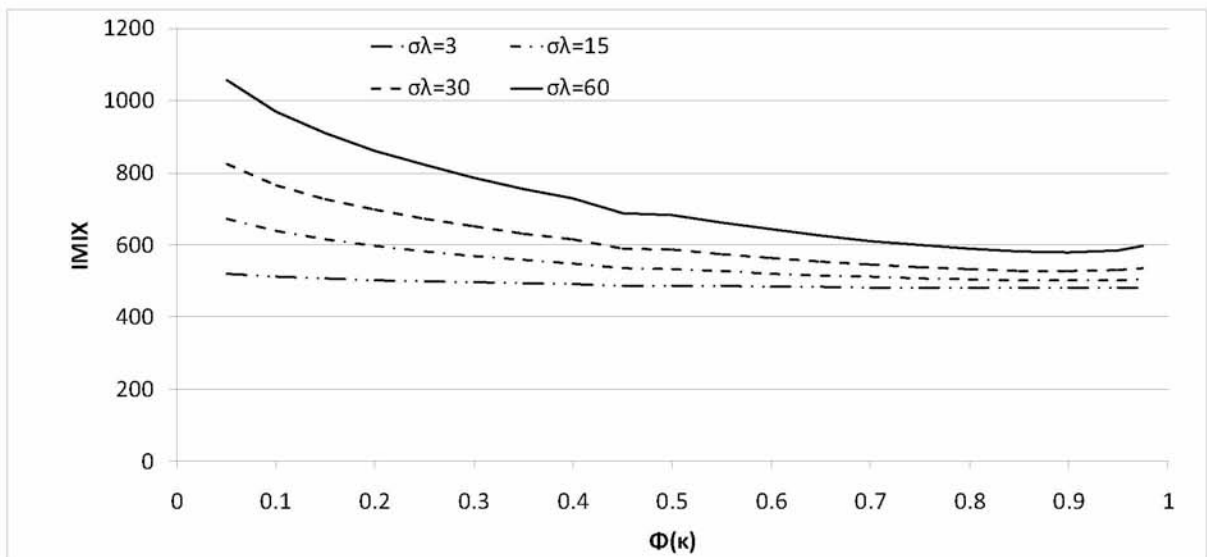
Από το διάγραμμα 4.6 προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, η αύξηση του  $\sigma_L$  συνεπάγεται αύξηση του  $I_{MIX}^*$ . Επιπλέον, παρατηρείται ότι το αναμενόμενο μέσο απόθεμα έχει την μικρότερη τιμή για  $\sigma_L = 3$  (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για  $\sigma_L = 60$  (ανώτατο όριο), ενώ οι τιμές για  $\sigma_L = 15$  και  $\sigma_L = 30$  είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι τιμές του αναμενόμενου μέσου αποθέματος ( $I_{HW}^*, I_{MBK}^*, I_{MIX}^*$ ) για  $\sigma_L = 3$  και  $\sigma_L = 60$ . Επίσης, από το διάγραμμα 4.8 προκύπτει ότι υπάρχει αρνητική σχέση μεταξύ του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και του επιπέδου εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μείωση του  $\kappa$  συνεπάγεται αύξηση του  $I_{MIX}^*$ . Ακόμα, από το διάγραμμα 4.7 παρατηρείται ότι η μέθοδος Hadley-Whitin έχει το μικρότερο αναμενόμενο μέσο απόθεμα ενώ η μέθοδος Montgomery et al. έχει το μεγαλύτερο. Δηλαδή,  $I_{HW}^* < I_{MIX}^* < I_{MBK}^*$ .



Διάγραμμα 4.6  $I_{MIX}^*$  για  $\Phi(\kappa) = 0.8$  και  $\beta=6$



**Διάγραμμα 4.7**  $I_{HW}^*, I_{MBK}^*, I_{MIX}^*$  για  $\sigma_L=3, b=0.2$  και  $\beta=6$

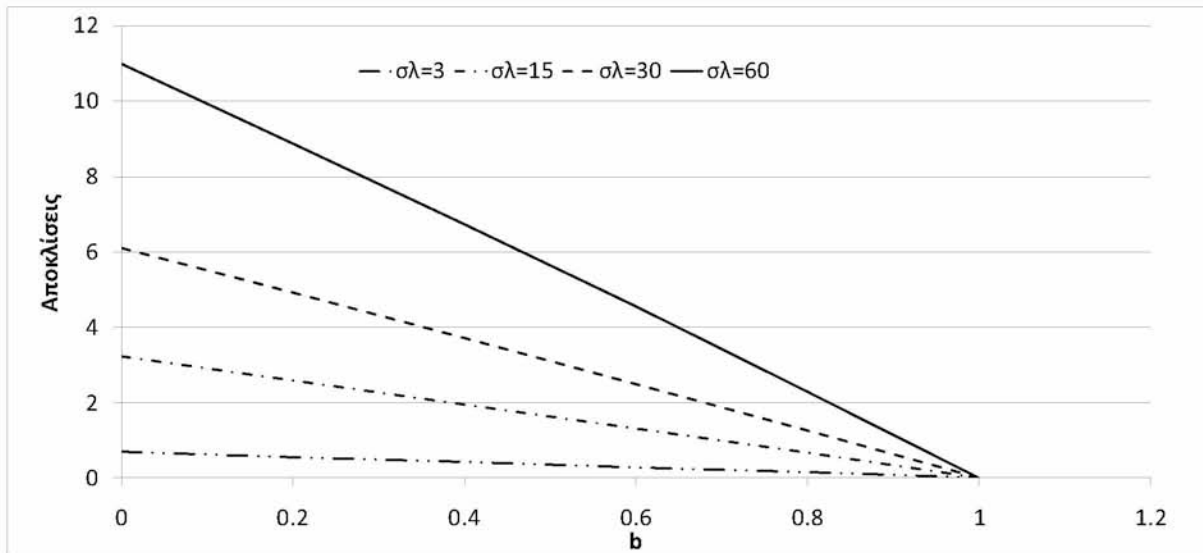


**Διάγραμμα 4.8**  $I_{MIX}^*$  για  $b=0.2$  και  $\beta=6$

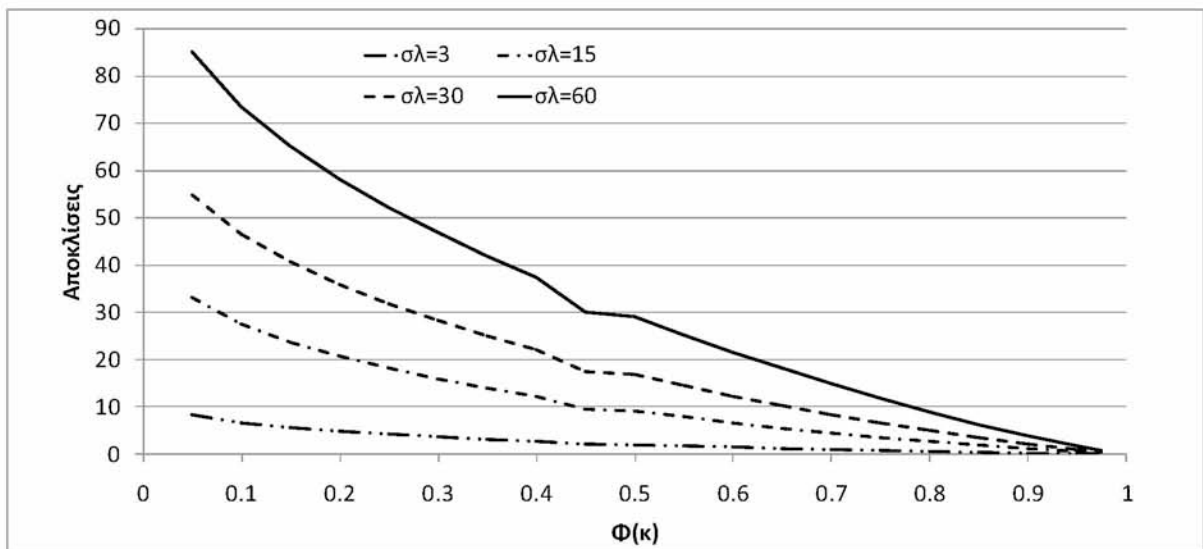
Από το διάγραμμα 4.9 προκύπτει ότι οι ποσοστιαίες διαφορές αυξάνονται καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις έχουν την μικρότερη τιμή για  $\sigma_L = 3$  (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για  $\sigma_L = 60$  (ανώτατο όριο), ενώ για  $\sigma_L = 15$  και  $\sigma_L = 30$  οι ποσοστιαίες διαφορές είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι ποσοστιαίες διαφορές  $\left( \frac{I_{MBK}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100 \right)$  και  $\left( \frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100 \right)$  για  $\sigma_L = 3$  και  $\sigma_L = 60$ .

Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το  $b$  αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το

αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ( $I_{HW}^* = I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$ ) όταν  $b=1$ . Επίσης, από το διάγραμμα 4.10 παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις αυξάνονται όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης.



**Διάγραμμα 4.9** Αποκλίσεις,  $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$  για  $\Phi(\kappa) = 0.8$  και  $\beta=6$



**Διάγραμμα 4.10** Αποκλίσεις,  $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$  για  $b=0.2$  και  $\beta=6$

Από τους πίνακες 4.9-4.16 προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, η αύξηση του  $\sigma_L$  συνεπάγεται αύξηση των  $I_{HW}^*$ ,  $I_{MBK}^*$  και  $I_{MIX}^*$ . Αλλά η αύξηση των  $I_{MBK}^*$  και  $I_{MIX}^*$  είναι μεγαλύτερη από την αύξηση του  $I_{HW}^*$ . Αυτό οφείλεται στο γεγονός, διότι στην Νέα Μέθοδο και στην μέθοδο των Montgomery et al., η

πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή στην μια μέθοδο ενώ στην άλλη είναι πολύ υψηλή. Σε αντίθεση με την μέθοδο Hadley-Whitin όπου είναι μηδαμινή. Επιπλέον, παρατηρείται ότι το αναμενόμενο μέσο απόθεμα και των τριών μεθόδων μειώνεται καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης μέχρι ένα σημείο και στη συνέχεια αυξάνεται. Συγκεκριμένα, όταν οι παράμετροι έχουν τις τιμές  $\sigma_L = 3$ ,  $b = 0$  και  $\beta = 6$ , το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου που έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Montgomery et al) και της Νέας Μεθόδου (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) μειώνεται μέχρι το 90% επίπεδο εξυπηρέτησης. Ενώ, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου που έχει την χαμηλότερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Hadley-Whitin) μειώνεται μέχρι το 60% επίπεδο εξυπηρέτησης. Από τις αποκλίσεις (βλ. Πίνακες 4.10,4.12,4.14,4.16) παρατηρείται ότι καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης αυξάνονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις μεταξύ των μεθόδων. Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το  $b$  αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ( $I_{HW}^* = I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$ ) όταν  $b=1$ , δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή του αναμενόμενου μέσου αποθέματος είναι 477,125 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές:  $\sigma_L = 3$ ,  $\beta = 6$ ,  $b = 1$  και  $\kappa = 0.253$ . Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι  $I_{HW}^* = 1875,878$  και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι  $I_{MBK}^* = 3420,993$  και  $I_{MIX}^* = 3415,996$  αντίστοιχα με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές:  $\sigma_L = 60$ ,  $\beta = 52$ ,  $b = 0$  και  $\kappa = -1.64$ . Γενικά, παρατηρείται ότι το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου Hadley-Whitin (χαμηλή πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος) μειώνεται περισσότερο καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης σε σύγκριση με την Νέα Μέθοδο (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) και την μέθοδο των Montgomery et al. (υψηλή πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος). Συγκεκριμένα, όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης τόσο αυξάνεται η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος. Επομένως, όσο μικρότερη είναι η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος σε μια μέθοδο τόσο για περισσότερα επίπεδα εξυπηρέτησης θα μειώνεται το αναμενόμενο μέσο απόθεμα.

**Πίνακας 4.9** Αναμενόμενο μέσο απόθεμα,  $I_{HW}^*$ ,  $I_{MBK}^*$ ,  $I_{MIX}^*$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 3$												
$\beta = 6$												
b		0		0.2		0.4		0.6		0.8		1
$\Phi(\kappa)$	$I_{HW}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$
0.975	480,289	480,586	480,558	480,526	480,504	480,467	480,450	480,408	480,397	480,348	480,343	480,289
0.95	479,425	480,082	480,022	479,950	479,903	479,819	479,783	479,688	479,664	479,556	479,544	479,425
0.9	478,523	480,010	479,882	479,713	479,610	479,415	479,339	479,118	479,067	478,821	478,795	478,523
0.85	478,003	480,440	480,242	479,954	479,795	479,467	479,348	478,979	478,900	478,492	478,452	478,003
0.8	477,660	481,157	480,889	480,459	480,245	479,760	479,600	479,061	478,954	478,361	478,308	477,660
0.75	477,425	482,089	481,754	481,160	480,891	480,228	480,027	479,295	478,161	478,361	478,294	477,425
0.7	477,267	483,211	482,811	482,027	481,707	480,841	480,601	479,652	479,492	478,461	478,381	477,267
0.65	477,171	484,511	484,052	483,050	482,683	481,586	481,310	480,118	479,934	478,646	478,554	477,171
0.6	477,125	485,990	485,477	484,227	483,817	482,460	482,152	480,687	480,482	478,909	478,806	477,125
0.55	477,126	487,656	487,096	485,565	485,117	483,467	483,131	481,361	481,137	479,247	479,135	477,126
0.5	477,172	489,525	488,926	487,075	486,596	484,614	484,255	482,144	481,905	479,663	479,543	477,172
0.45	477,193	489,963	489,406	487,431	486,985	484,888	484,554	482,334	482,111	479,769	479,658	477,193
0.4	477,397	493,977	493,331	490,698	490,181	487,400	487,012	484,084	483,826	480,750	480,621	477,397
0.35	477,583	496,644	495,992	492,880	492,358	489,092	488,701	485,280	485,020	481,444	481,314	477,583
0.3	477,827	499,694	499,051	495,383	494,869	491,042	490,656	486,670	486,412	482,265	482,136	477,827
0.25	478,143	503,238	502,620	498,301	497,807	493,324	492,953	488,306	488,059	483,246	483,123	478,143
0.2	478,552	507,457	506,885	501,784	501,326	496,058	495,715	490,279	490,050	484,444	484,330	478,552
0.15	479,094	512,680	512,179	506,107	505,706	499,465	499,164	492,751	492,550	485,961	485,861	479,094
0.1	479,860	519,613	519,214	511,862	511,543	504,016	503,776	496,069	495,910	488,019	487,939	479,860
0.05	481,115	530,363	530,114	520,814	520,614	511,122	510,972	501,280	501,180	491,281	491,231	481,115

**Πίνακας 4.10** Αποκλίσεις,  $\frac{I_{MBK}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$ ,  $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 3$												
$\beta = 6$												
b	0		0.2		0.4		0.6		0.8		1	
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις	
0.975	0,062	0,056	0,049	0,045	0,037	0,034	0,025	0,022	0,012	0,011	0	0
0.95	0,137	0,125	0,110	0,100	0,082	0,075	0,055	0,050	0,027	0,025	0	0
0.9	0,311	0,284	0,249	0,227	0,186	0,170	0,124	0,114	0,062	0,057	0	0
0.85	0,510	0,468	0,480	0,375	0,306	0,281	0,204	0,188	0,102	0,094	0	0
0.8	0,732	0,676	0,596	0,541	0,440	0,406	0,293	0,271	0,147	0,136	0	0
0.75	0,977	0,907	0,782	0,726	0,587	0,545	0,392	0,364	0,196	0,182	0	0
0.7	1,245	1,162	0,997	0,930	0,749	0,698	0,500	0,466	0,250	0,233	0	0
0.65	1,538	1,442	1,232	1,155	0,925	0,868	0,618	0,579	0,309	0,290	0	0
0.6	1,858	1,750	1,489	1,403	1,118	1,054	0,747	0,704	0,374	0,352	0	0
0.55	2,207	2,090	1,769	1,675	1,329	1,258	0,887	0,841	0,445	0,421	0	0
0.5	2,589	2,463	2,075	1,975	1,560	1,485	1,042	0,992	0,522	0,497	0	0
0.45	2,676	2,559	2,145	2,052	1,612	1,542	1,077	1,031	0,540	0,516	0	0
0.4	3,437	3,338	2,786	2,678	2,095	2,014	1,401	1,347	0,702	0,675	0	0
0.35	3,991	3,855	3,203	3,094	2,410	2,328	1,612	1,557	0,809	0,781	0	0
0.3	4,576	4,442	3,674	3,566	2,766	2,685	1,851	1,797	0,929	0,902	0	0
0.25	4,248	5,119	4,216	4,113	3,175	3,098	2,126	2,074	1,067	1,042	0	0
0.2	5,040	5,921	4,855	4,759	3,658	3,587	2,451	2,403	1,231	1,207	0	0
0.15	7,010	6,906	5,638	5,555	4,252	4,189	2,850	2,809	1,433	1,412	0	0
0.1	8,284	8,201	6,669	6,603	5,034	4,984	3,378	3,345	1,700	1,684	0	0
0.05	10,236	10,184	8,252	8,210	6,237	6,206	4,191	4,171	2,113	2,103	0	0

**Πίνακας 4.11** Αναμενόμενο μέσο απόθεμα,  $I_{HW}^*$ ,  $I_{MBK}^*$ ,  $I_{MIX}^*$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 3$												
$\beta = 52$												
b	0			0.2		0.4		0.6		0.8		1
$\Phi(\kappa)$	$I_{HW}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$
0.975	1402,502	1403,321	1403,294	1403,157	1403,135	1402,993	1420,977	1402,830	1402,819	1402,666	1402,660	1402,502
0.95	1401,796	1403,608	1403,548	1403,246	1403,198	1402,883	1402,848	1402,521	1402,497	1402,159	1402,147	1401,796
0.9	1401,260	1405,360	1405,232	1404,541	1404,439	1403,721	1403,645	1402,901	1402,850	1402,081	1402,055	1401,260
0.85	1401,160	1407,880	1407,682	1406,538	1406,380	1405,195	1405,077	1403,851	1403,772	1402,506	1402,467	1401,160
0.8	1401,285	1410,927	1410,659	1409,004	1408,789	1407,078	1406,917	1405,149	1405,042	1402,506	1403,165	1401,285
0.75	1401,568	1414,430	1414,094	1411,866	1411,598	1409,298	1409,097	1406,726	1406,592	1403,219	1404,082	1401,568
0.7	1401,979	1418,366	1417,966	1415,103	1414,783	1411,833	1411,593	1408,555	1408,395	1404,149	1405,191	1401,979
0.65	1402,505	1422,741	1422,281	1418,715	1418,348	1414,679	1414,403	1410,632	1410,448	1405,271	1406,482	1402,505
0.6	1403,141	1427,576	1427,063	1422,720	1422,310	1417,849	1417,541	1412,962	1412,757	1408,060	1407,957	1403,141
0.55	1403,889	1432,909	1432,349	1427,149	1426,701	1421,367	1421,031	1415,564	1415,340	1409,738	1409,626	1403,889
0.5	1404,756	1438,796	1438,197	1432,048	1431,569	1425,271	1424,911	1418,463	1418,224	1411,625	1411,505	1404,756
0.45	1404,965	1440,151	1439,594	1433,178	1432,732	1426,173	1425,839	1419,137	1418,914	1412,067	1411,956	1404,965
0.4	1406,895	1452,567	1451,921	1443,540	1443,023	1434,461	1434,073	1425,327	1425,069	1416,139	1416,010	1406,895
0.35	1408,213	1460,707	1460,055	1450,349	1449,828	1439,923	1439,532	1429,426	1429,165	1418,856	1418,726	1408,213
0.3	1409,743	1469,949	1469,306	1458,093	1457,578	1446,146	1445,760	1434,107	1433,850	1421,974	1421,845	1409,743
0.25	1411,548	1480,622	1480,004	1467,049	1466,555	1453,358	1452,988	1439,547	1439,300	1425,611	1425,488	1411,548
0.2	1413,726	1493,261	1492,689	1477,672	1477,215	1461,929	1461,586	1446,027	1445,799	1429,961	1429,847	1413,726
0.15	1416,460	1508,836	1508,334	1490,786	1490,385	1472,531	1472,230	1454,064	1453,863	1435,376	1435,276	1416,460
0.1	1420,143	1529,423	1529,025	1508,155	1507,836	1486,606	1486,366	1464,762	1464,603	1442,613	1442,533	1420,143
0.05	1425,955	1561,226	1560,976	1535,056	1534,856	1508,467	1508,317	1481,436	1481,336	1453,941	1453,891	1425,955



**Πίνακας 4.12** Αποκλίσεις,  $\frac{I_{MBK}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$ ,  $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 3$												
$\beta = 52$												
b	0		0.2		0.4		0.6		0.8		1	
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις	
0.975	0,058	0,056	0,047	0,045	0,035	0,034	0,023	0,023	0,012	0,011	0	0
0.95	0,129	0,125	0,103	0,100	0,078	0,075	0,052	0,050	0,026	0,025	0	0
0.9	0,293	0,283	0,234	0,227	0,176	0,170	0,117	0,113	0,059	0,057	0	0
0.85	0,480	0,465	0,384	0,373	0,288	0,280	0,192	0,186	0,096	0,093	0	0
0.8	0,688	0,669	0,551	0,536	0,413	0,402	0,276	0,268	0,138	0,134	0	0
0.75	0,198	0,894	0,735	0,716	0,552	0,537	0,368	0,358	0,184	0,179	0	0
0.7	1,169	1,140	0,936	0,913	0,703	0,686	0,469	0,458	0,235	0,229	0	0
0.65	1,443	1,410	1,156	1,130	0,868	0,848	0,579	0,566	0,290	0,284	0	0
0.6	1,741	1,705	1,395	1,366	1,048	1,026	0,700	0,685	0,351	0,343	0	0
0.55	2,067	2,027	1,657	1,625	1,245	1,221	0,832	0,816	0,417	0,409	0	0
0.5	2,423	2,381	1,943	1,909	1,460	1,435	0,976	0,959	0,489	0,480	0	0
0.45	2,504	2,465	2,008	1,976	1,510	1,486	1,009	0,993	0,506	0,498	0	0
0.4	3,246	3,200	2,605	2,568	1,959	1,932	1,310	1,292	0,657	0,648	0	0
0.35	3,728	3,681	2,992	2,955	2,252	2,224	1,506	1,488	0,756	0,747	0	0
0.3	4,271	4,225	3,430	3,393	2,582	2,555	1,728	1,710	0,868	0,858	0	0
0.25	4,894	4,850	3,932	3,897	2,962	2,936	1,984	1,966	0,996	0,988	0	0
0.2	5,626	5,585	4,523	4,491	3,410	3,385	2,285	2,269	1,148	1,140	0	0
0.15	6,522	6,486	5,247	5,219	3,959	3,937	2,655	2,641	1,335	1,328	0	0
0.1	7,695	7,667	6,197	6,175	4,680	4,663	3,142	3,131	1,582	1,577	0	0
0.05	9,486	9,469	7,651	7,637	5,786	5,776	3,891	3,884	1,963	1,959	0	0

**Πίνακας 4.13** Αναμενόμενο μέσο απόθεμα,  $I_{HW}^*$ ,  $I_{MBK}^*$ ,  $I_{MIX}^*$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 60$												
$\beta = 6$												
b	0			0.2		0.4		0.6		0.8		1
$\Phi(\kappa)$	$I_{HW}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$
0.975	593,282	599,180	598,628	598,005	597,563	596,828	596,496	595,648	595,427	594,466	594,356	593,282
0.95	575,997	588,936	587,735	586,363	585,410	583,788	583,074	581,202	580,726	578,605	578,367	575,997
0.9	557,925	586,643	584,086	581,006	578,961	575,317	573,783	569,575	568,553	563,778	563,267	557,925
0.85	547,458	593,577	589,614	584,618	581,448	575,533	573,156	566,316	564,731	556,960	556,168	547,458
0.8	540,468	605,242	599,884	592,790	588,503	580,103	576,888	567,166	565,022	553,960	552,889	540,468
0.75	535,581	620,102	613,390	604,019	598,650	587,560	583,533	570,692	568,088	553,380	552,038	535,581
0.7	532,164	637,446	629,451	617,612	611,216	597,228	592,431	576,237	573,039	554,575	552,976	532,164
0.65	529,871	656,919	647,733	633,215	625,866	608,757	603,245	583,455	579,781	557,204	555,367	529,871
0.6	528,499	678,349	668,089	650,650	642,442	621,965	615,809	592,160	588,056	561,074	559,022	528,499
0.55	527,924	701,689	690,494	669,857	660,901	636,777	630,060	602,265	597,786	566,083	563,844	527,924
0.5	528,069	726,991	715,023	690,864	681,289	653,200	646,019	613,751	608,963	572,187	569,794	528,069
0.45	528,309	732,835	721,695	695,757	686,845	657,078	650,393	616,530	612,074	573,765	571,537	528,309
0.4	530,397	784,164	771,244	738,819	728,483	691,277	683,525	641,118	635,950	587,765	585,181	530,397
0.35	532,593	816,677	803,639	766,304	755,874	713,356	705,533	657,304	652,089	597,412	594,804	532,593
0.3	535,541	852,536	839,670	796,744	786,452	737,962	730,242	675,535	670,389	608,532	605,959	535,541
0.25	539,351	892,668	880,314	830,935	821,051	765,746	758,334	696,305	691,363	621,446	618,975	539,351
0.2	544,221	938,605	927,166	870,186	861,035	797,789	790,926	720,441	715,865	636,695	634,407	544,221
0.15	550,519	993,113	983,086	916,878	908,857	836,051	830,035	749,447	745,436	655,267	653,261	550,519
0.1	559,032	1062,087	1054,114	976,077	969,698	884,710	879,926	786,530	783,341	679,271	677,676	559,032
0.05	572,037	1162,881	1157,884	1062,689	1058,691	956,051	953,952	841,107	839,108	714,882	713,883	572,037

**Πίνακας 4.14** Αποκλίσεις,  $\frac{I_{MBK}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$ ,  $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 60$												
$\beta = 6$												
b	0		0.2		0.4		0.6		0.8		1	
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις	
0.975	0,994	0,901	0,796	0,722	0,598	0,542	0,399	0,362	0,200	0,181	0	0
0.95	2,245	2,038	1,800	1,634	1,353	1,229	0,904	0,821	0,453	0,412	0	0
0.9	5,147	4,689	4,137	3,770	3,117	2,842	2,088	1,905	1,049	0,958	0	0
0.85	8,424	7,700	6,788	6,209	5,128	4,694	3,445	3,155	1,736	1,591	0	0
0.8	11,985	10,993	9,681	8,888	7,334	6,739	4,940	4,543	2,496	2,298	0	0
0.75	15,781	14,528	12,778	11,776	9,705	8,953	6,556	6,054	3,323	3,073	0	0
0.7	19,784	18,281	16,057	14,855	12,226	11,325	8,282	7,681	4,211	3,911	0	0
0.65	23,977	22,243	19,504	18,117	14,888	13,848	10,113	9,419	5,158	4,812	0	0
0.6	28,354	26,412	23,113	21,560	17,685	16,520	12,046	11,269	6,164	5,775	0	0
0.55	32,915	30,794	26,885	25,189	20,619	19,347	14,082	13,233	7,228	6,804	0	0
0.5	37,670	35,403	30,828	29,015	23,696	22,336	16,225	15,319	8,355	7,901	0	0
0.45	38,713	36,605	31,695	30,008	24,374	23,109	16,699	15,855	8,604	8,182	0	0
0.4	47,845	45,409	39,295	37,347	30,332	28,870	20,875	19,901	10,816	10,329	0	0
0.35	53,340	50,982	43,882	41,923	33,940	32,471	23,416	22,437	12,171	11,681	0	0
0.3	59,192	56,789	48,774	46,852	37,798	36,356	26,141	25,180	13,629	13,149	0	0
0.25	65,508	63,217	54,062	52,229	41,975	40,601	29,100	28,184	15,221	14,763	0	0
0.2	72,468	70,366	59,896	58,214	46,593	45,332	32,380	31,539	16,992	16,572	0	0
0.15	80,396	78,574	66,548	65,091	51,866	50,773	36,135	35,406	19,027	18,663	0	0
0.1	89,987	88,561	74,601	73,460	58,257	57,402	40,695	40,125	21,508	21,223	0	0
0.05	103,288	102,414	85,773	85,074	67,131	66,607	47,037	46,688	24,971	24,797	0	0

**Πίνακας 4.15** Αναμενόμενο μέσο απόθεμα,  $I_{HW}^*$ ,  $I_{MBK}^*$ ,  $I_{MIX}^*$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 60$												
$\beta = 52$												
b	0			0.2		0.4		0.6		0.8		1
$\Phi(\kappa)$	$I_{HW}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^*$	$I_{MIX}^*$	$I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$
0.975	1517,973	1534,236	1533,684	1530,998	1530,556	1527,752	1527,421	1524,500	1524,279	1521,240	1521,130	1517,973
0.95	1503,841	1539,467	1538,276	1532,408	1531,455	1525,316	1524,601	1518,191	1517,715	1511,033	1510,795	1503,841
0.9	1493,012	1572,033	1569,477	1556,543	1554,498	1540,901	1539,367	1525,101	1524,079	1509,140	1508,629	1493,012
0.85	1490,787	1617,495	1613,533	1592,934	1589,764	1568,002	1565,624	1542,680	1541,095	1516,949	1516,156	1490,787
0.8	1492,931	1670,602	1665,243	1636,548	1632,261	1601,802	1598,587	1566,320	1564,176	1530,048	1528,977	1492,931
0.75	1498,039	1729,464	1722,752	1685,598	1680,229	1640,623	1636,595	1594,445	1591,760	1546,958	1545,616	1498,039
0.7	1505,484	1793,223	1785,227	1739,275	1732,878	1683,705	1678,908	1626,351	1623,153	1567,021	1565,422	1505,484
0.65	1514,956	1861,502	1852,316	1797,215	1789,866	1730,706	1725,194	1661,715	1658,041	1589,928	1588,091	1514,956
0.6	1526,311	1934,214	1923,954	1859,320	1851,112	1781,520	1775,364	1700,427	1696,323	1615,561	1613,509	1526,311
0.55	1539,509	2011,492	2000,296	1925,694	1916,738	1836,224	1829,506	1742,535	1738,056	1643,933	1641,694	1539,509
0.5	1554,594	2093,674	2081,706	1996,623	1987,048	1895,051	1887,870	1788,221	1783,434	1675,168	1672,775	1554,594
0.45	1558,223	2112,208	2101,068	2012,678	2003,766	1908,433	1901,749	1798,690	1794,234	1682,419	1680,191	1558,223
0.4	1590,997	2275,275	2262,354	2154,341	2144,005	2026,940	2019,188	1891,832	1886,664	1747,325	1744,741	1590,997
0.35	1612,852	2376,761	2363,723	2242,950	2232,519	2101,557	2093,734	1951,028	1945,813	1789,193	1786,585	1612,852
0.3	1637,753	2487,593	2474,727	2340,022	2329,729	2183,644	2175,924	2016,537	2011,391	1835,960	1833,387	1637,753
0.25	1666,476	2610,548	2598,193	2448,022	2438,138	2275,326	2267,913	2090,109	2085,168	1888,944	1886,473	1666,476
0.2	1700,306	2750,157	2738,718	2570,975	2561,824	2380,080	2373,217	2174,610	2170,034	1950,304	1948,017	1700,306
0.15	1741,568	2914,583	2904,556	2716,144	2708,123	2504,184	2498,168	2275,218	2271,208	2023,948	2021,942	1741,568
0.1	1795,220	3121,179	3113,206	2898,970	2892,592	2660,992	2656,208	2402,958	2399,769	2118,194	2116,599	1795,220
0.05	1875,878	3420,993	3415,996	3164,891	3160,893	2889,814	2886,816	2590,287	2588,288	2257,547	2256,973	1875,878

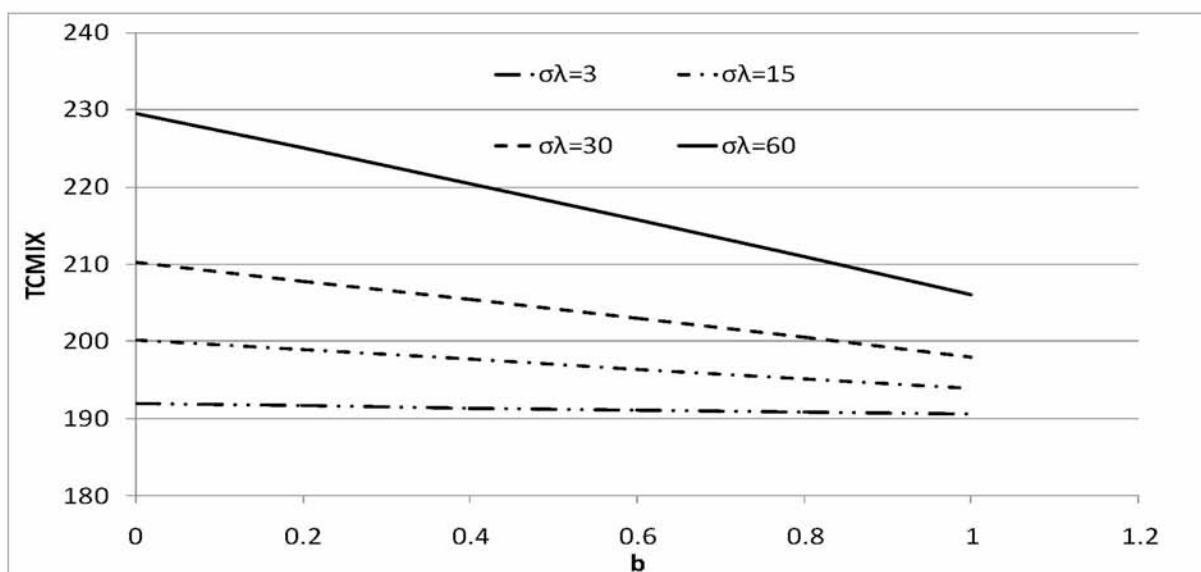
**Πίνακας 4.16** Αποκλίσεις,  $\frac{I_{MBK}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$ ,  $\frac{I_{MIX}^* - I_{HW}^*}{I_{HW}^*} \times 100$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 60$												
$\beta = 52$												
b	0		0.2		0.4		0.6		0.8		1	
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις	
0.975	1,071	1,035	0,858	0,829	0,644	0,622	0,430	0,415	0,215	0,208	0	0
0.95	2,369	2,290	1,900	1,836	1,428	1,381	0,954	0,923	0,478	0,462	0	0
0.9	5,293	5,122	4,255	4,118	3,208	3,105	2,149	2,081	1,080	1,046	0	0
0.85	8,499	8,234	6,852	6,639	5,179	5,020	3,481	3,375	1,755	1,702	0	0
0.8	11,901	11,542	9,620	9,333	7,292	7,077	4,916	4,772	2,486	2,414	0	0
0.75	15,448	15,000	12,520	12,162	9,518	9,249	6,435	6,256	3,266	3,176	0	0
0.7	19,113	18,582	15,529	15,104	11,838	11,519	8,028	7,816	4,087	3,981	0	0
0.65	22,875	22,269	18,631	18,146	14,241	13,877	9,687	9,445	4,949	4,827	0	0
0.6	26,725	26,053	21,818	21,280	16,721	16,317	11,408	11,139	5,847	5,713	0	0
0.55	30,658	29,931	25,085	24,503	19,273	18,837	13,188	12,897	6,783	6,637	0	0
0.5	34,677	33,907	28,434	27,818	21,900	21,438	15,028	14,720	7,756	7,602	0	0
0.45	35,552	34,837	29,165	28,593	22,475	22,046	15,432	15,146	7,970	7,827	0	0
0.4	43,009	42,197	35,408	34,759	27,401	26,913	18,909	18,584	9,826	9,663	0	0
0.35	47,364	46,555	39,067	38,421	30,301	29,816	20,968	20,644	10,933	10,772	0	0
0.3	51,891	51,105	42,880	42,252	33,332	32,860	23,128	22,814	12,102	11,945	0	0
0.25	56,651	55,909	46,898	46,305	36,535	36,090	25,421	25,124	13,350	13,201	0	0
0.2	61,745	61,072	51,207	50,668	39,980	39,576	27,895	27,626	14,703	14,569	0	0
0.15	67,354	66,778	55,960	55,499	43,789	43,444	30,642	30,412	16,214	16,099	0	0
0.1	73,861	73,416	61,483	61,127	48,227	47,960	33,853	33,675	17,991	17,902	0	0
0.05	82,368	82,101	68,715	68,502	54,051	53,891	38,084	37,977	20,346	20,293	0	0

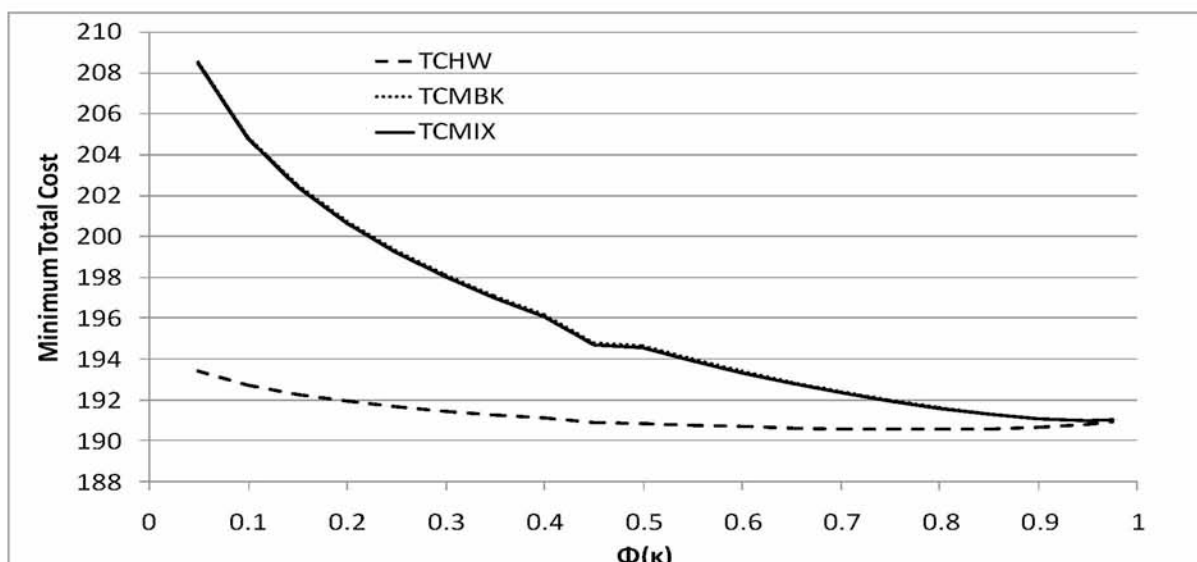
#### 4.4. Ελάχιστο συνολικό κόστος

Με βάση τις τιμές των παραμέτρων  $A, h, \beta, \pi, \pi_o, \mu_L, \sigma_L$  και με διαφορετικές τιμές στο επίπεδο εξυπηρέτησης ( $0.05 \leq \Phi_\kappa \leq 0.975$ ) και στο  $\kappa$  ( $-1.64 \leq \kappa \leq 1.96$ ), στους παρακάτω πίνακες δίνονται οι τιμές του ελάχιστου συνολικού κόστους των μεθόδων Hadley-Whitin, Montgomery et al. και Mixture. Για τον υπολογισμό των τιμών των συναρτήσεων,  $TC_{HW}^*, TC_{MBK}^*, TC_{MIX}^*$ , χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις (66), (70) και (74) αντίστοιχα.

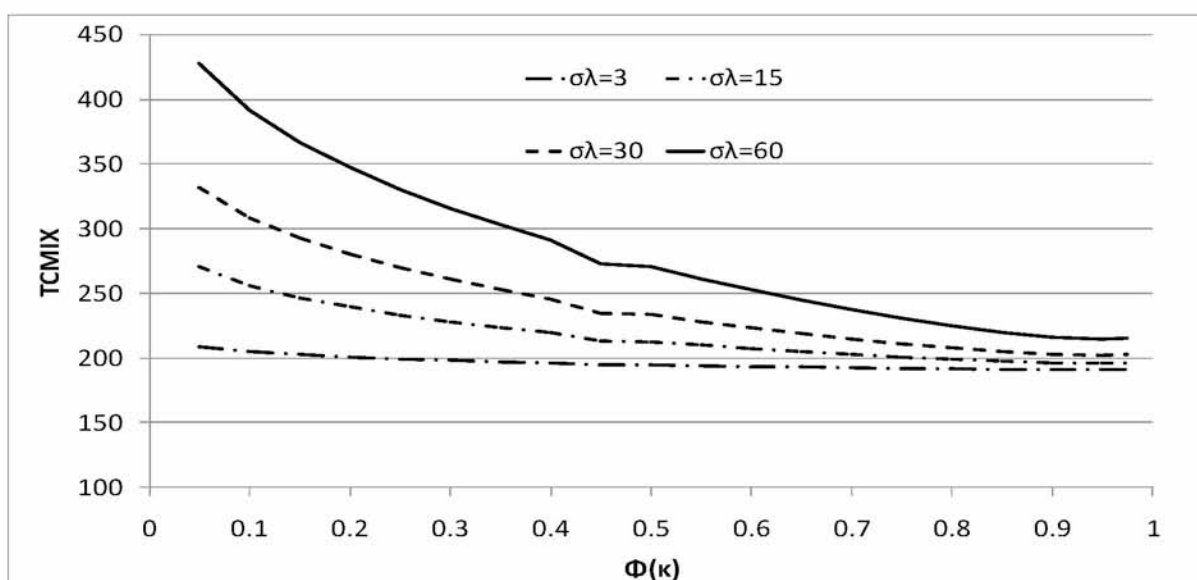
Από το διάγραμμα 4.11 προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του ελάχιστου συνολικού κόστους και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, η αύξηση του  $\sigma_L$  συνεπάγεται αύξηση του  $TC_{MIX}^*$ . Επιπλέον, παρατηρείται ότι το ελάχιστο συνολικό κόστος έχει την μικρότερη τιμή για  $\sigma_L = 3$  (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για  $\sigma_L = 60$  (ανώτατο όριο), ενώ οι τιμές του  $TC_{MIX}^*$  για  $\sigma_L = 15$  και  $\sigma_L = 30$  είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι τιμές του ελάχιστου συνολικού κόστους ( $TC_{HW}^*, TC_{MBK}^*, TC_{MIX}^*$ ) για  $\sigma_L = 3$  και  $\sigma_L = 60$ . Επίσης, από το διάγραμμα 4.13 προκύπτει ότι υπάρχει αρνητική σχέση μεταξύ του ελάχιστου συνολικού κόστους και του επιπέδου εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μείωση του  $\kappa$  συνεπάγεται αύξηση του  $TC_{MIX}^*$ . Ακόμα, από το διάγραμμα 4.12 παρατηρείται ότι η μέθοδος Hadley-Whitin έχει το μικρότερο ελάχιστο συνολικό κόστος ενώ η μέθοδος Montgomery et al. έχει το μεγαλύτερο. Δηλαδή,  $TC_{HW}^* < TC_{MIX}^* < TC_{MBK}^*$ .



Διάγραμμα 4.11  $TC_{MIX}^*$  για  $\Phi(\kappa) = 0.8$  και  $\beta=6$



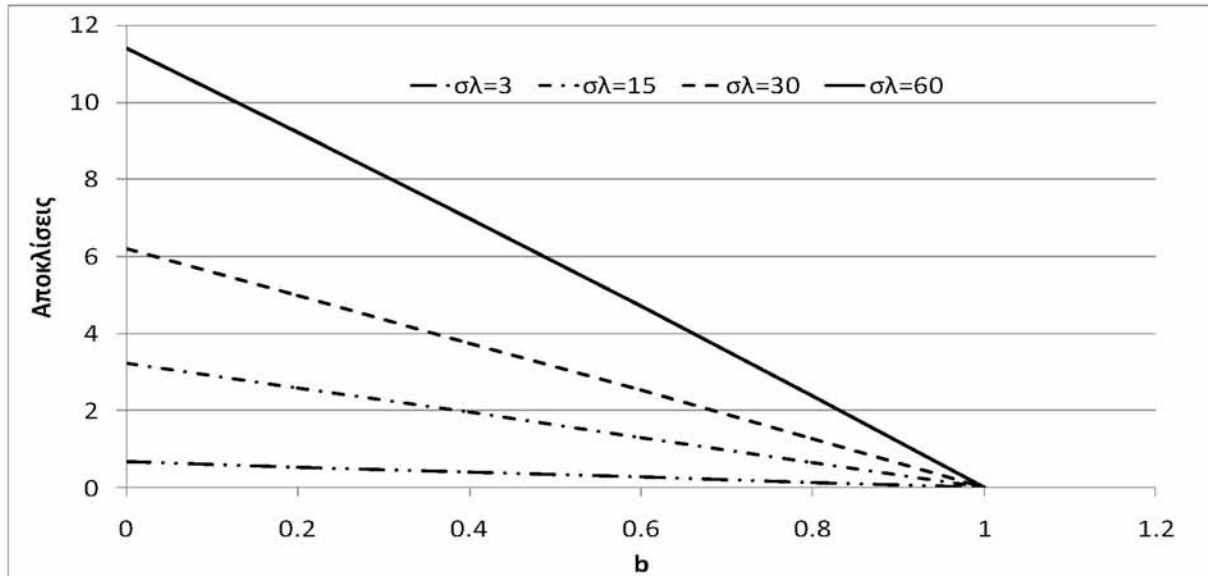
**Διάγραμμα 4.12**  $TC_{HW}^*, TC_{MBK}^*, TC_{MIX}^*$  για  $\sigma_L=3, b=0.2$  και  $\beta=6$



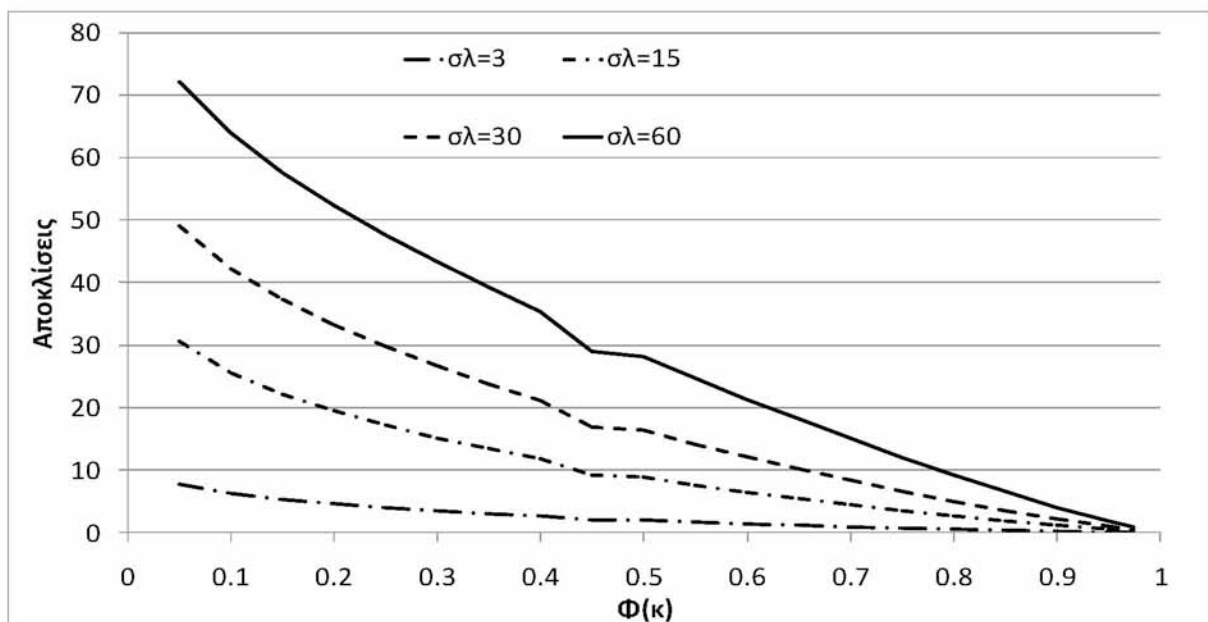
**Διάγραμμα 4.13**  $TC_{MIX}^*$  για  $b=0.2$  και  $\beta=6$

Από το διάγραμμα 4.14 προκύπτει ότι οι ποσοστιαίες διαφορές αυξάνονται καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις έχουν την μικρότερη τιμή για  $\sigma_L = 3$  (κατώτατο όριο) και την μέγιστη για  $\sigma_L = 60$  (ανώτατο όριο), ενώ για  $\sigma_L = 15$  και  $\sigma_L = 30$  οι ποσοστιαίες διαφορές είναι μεταξύ των δυο ορίων. Γι' αυτό τον λόγο, στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι ποσοστιαίες διαφορές  $\left( \frac{TC_{MBK}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100 \right)$  και  $\left( \frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100 \right)$  για  $\sigma_L = 3$  και  $\sigma_L = 60$ . Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το  $b$  αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το

ελάχιστο συνολικό κόστος είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ( $TC_{HW}^* = TC_{MBK}^* = TC_{MIX}^*$ ) όταν  $b=1$ . Επίσης, από το διάγραμμα 4.15 παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις αυξάνονται όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης.



**Διάγραμμα 4.14** Αποκλίσεις,  $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$  για  $\Phi(\kappa) = 0.8$  και  $\beta=6$



**Διάγραμμα 4.15** Αποκλίσεις,  $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$  για  $b=0.2$  και  $\beta=6$

Από τους πίνακες 4.17-4.24 προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του συνολικού κόστους και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, η αύξηση του  $\sigma_L$  συνεπάγεται αύξηση των  $TC_{HW}^*$ ,  $TC_{MBK}^*$  και  $TC_{MIX}^*$ . Αλλά η



αύξηση των  $TC_{MBK}^*$  και  $TC_{MIX}^*$  είναι μεγαλύτερη από την αύξηση του  $TC_{HW}^*$ . Αυτό οφείλεται στο γεγονός, διότι στην Νέα Μέθοδο και στην μέθοδο των Montgomery et al., η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή στην μια μέθοδο ενώ στην άλλη είναι πολύ υψηλή. Σε αντίθεση με την μέθοδο Hadley-Whitin όπου είναι μηδαμινή. Επιπλέον, παρατηρείται ότι το ελάχιστο συνολικό κόστος και των τριών μεθόδων μειώνεται καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης μέχρι ένα σημείο και στη συνέχεια αυξάνεται. Συγκεκριμένα, όταν οι παράμετροι έχουν τις τιμές  $\sigma_L = 3$ ,  $b = 0$  και  $\beta = 6$ , το ελάχιστο συνολικό κόστος της μεθόδου που έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Montgomery et al) και της Νέας Μεθόδου (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) μειώνεται μέχρι το 95% επίπεδο εξυπηρέτησης. Ενώ, το ελάχιστο συνολικό κόστος της μεθόδου που έχει την χαμηλότερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Hadley-Whitin) μειώνεται μέχρι το 80% επίπεδο εξυπηρέτησης. Από τις αποκλίσεις (βλ. Πίνακες 4.18,4.20,4.22,4.24) παρατηρείται ότι καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης αυξάνονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις μεταξύ των μεθόδων. Ακόμα, παρατηρείται ότι με σταθερή τιμή στο  $\sigma_L$ , όταν αυξάνεται η περίοδος αναφοράς της ζήτησης,  $\beta$ , τότε οι αποκλίσεις μειώνονται ελάχιστα. Επιπλέον, προκύπτει ότι, καθώς το  $b$  αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ( $TC_{HW}^* = TC_{MBK}^* = TC_{MIX}^*$ ) όταν  $b=1$ , δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή του ελάχιστου συνολικού κόστους είναι 190,559 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές:  $\sigma_L = 3$ ,  $\beta = 6$ ,  $b = 1$  και  $\kappa = 0.841$ . Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι  $TC_{HW}^* = 770,089$  και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι  $TC_{MBK}^* = 1368,146$  και  $TC_{MIX}^* = 1367,147$  αντίστοιχα με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές:  $\sigma_L = 60$ ,  $\beta = 52$ ,  $b = 0$  και  $\kappa = -1.64$ . Γενικά, για οποιοδήποτε συνδυασμό των παραμέτρων το ελάχιστο συνολικό κόστος επιτυγχάνεται με την μέθοδο Hadley-Whitin. Ειδικότερα, ισχύει ότι:  $TC_{HW}^* < TC_{MIX}^* < TC_{MBK}^*$  για  $b \neq 1$ .

**Πίνακας 4.17** Ελάχιστο συνολικό κόστος,  $TC_{HW}^*$ ,  $TC_{MBK}^*$ ,  $TC_{MIX}^*$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 3$												
$\beta = 6$												
b	0			0.2		0.4		0.6		0.8		1
$\Phi(\kappa)$	$TC_{HW}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK,MIX}^*$
0.975	190,940	191,053	191,047	191,030	191,026	191,007	191,004	190,985	190,983	190,962	190,961	190,940
0.95	190,783	191,033	191,021	190,983	191,974	190,933	190,926	190,883	190,878	190,833	190,831	190,783
0.9	190,640	191,207	191,181	191,093	191,073	190,980	190,965	190,867	190,857	190,754	190,749	190,640
0.85	190,580	191,508	191,468	191,322	191,291	191,137	191,113	190,951	190,935	190,765	190,758	190,580
0.8	190,559	191,891	191,837	191,625	191,582	191,359	191,327	191,093	191,071	190,826	190,815	190,559
0.75	190,565	192,342	192,274	191,988	191,934	191,633	191,593	191,278	191,251	190,922	190,908	190,565
0.7	190,592	192,856	192,776	192,405	192,341	191,953	191,905	191,501	191,469	191,047	191,031	190,592
0.65	190,637	193,432	193,340	192,876	192,802	192,318	192,263	191,759	191,723	191,199	191,181	190,637
0.6	190,698	194,073	193,970	193,402	193,320	192,729	192,668	192,054	192,013	191,377	191,357	190,698
0.55	190,775	194,783	194,671	193,988	193,898	193,189	193,122	192,388	192,343	191,583	191,560	190,775
0.5	190,869	195,571	195,451	194,638	194,543	193,702	193,630	192,762	192,714	191,817	191,793	190,869
0.45	190,892	195,753	195,641	194,789	194,700	193,822	193,755	192,850	192,805	191,873	191,851	190,892
0.4	191,111	197,420	197,291	196,173	196,069	194,918	194,841	193,657	193,605	192,387	192,362	191,111
0.35	191,264	198,516	198,386	197,085	196,981	195,645	195,566	194,194	194,142	192,734	192,708	191,264
0.3	191,446	199,763	199,635	198,125	198,022	196,474	196,397	194,811	194,760	193,135	193,109	191,446
0.25	191,662	201,206	201,082	199,330	199,231	197,438	197,364	195,530	195,480	193,604	193,580	191,662
0.2	191,926	202,916	202,801	200,761	200,669	198,585	198,517	196,388	196,342	194,168	194,145	191,926
0.15	192,260	205,025	204,925	202,530	202,450	200,007	199,947	197,455	197,415	194,873	194,853	192,260
0.1	192,713	207,817	207,737	204,876	204,812	201,897	201,849	198,878	198,846	195,817	195,801	192,713
0.05	193,433	212,133	212,083	208,513	208,473	204,836	204,806	201,099	201,079	197,299	197,289	193,433

**Πίνακας 4.18** Αποκλίσεις,  $\frac{TC_{MBK}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$ ,  $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 3$												
$\beta = 6$												
b	0		0.2		0.4		0.6		0.8		1	
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις	
0.975	0,059	0,056	0,047	0,045	0,036	0,034	0,024	0,023	0,012	0,011	0	0
0.95	0,131	0,125	0,105	0,100	0,079	0,075	0,052	0,050	0,026	0,025	0	0
0.9	0,297	0,284	0,238	0,227	0,1780	0,170	0,119	0,114	0,059	0,057	0	0
0.85	0,487	0,466	0,390	0,373	0,292	0,280	0,195	0,187	0,098	0,093	0	0
0.8	0,699	0,671	0,559	0,537	0,420	0,403	0,280	0,269	0,140	0,134	0	0
0.75	0,932	0,897	0,746	0,718	0,560	0,539	0,374	0,360	0,187	0,180	0	0
0.7	1,187	1,145	0,951	0,917	0,714	0,689	0,476	0,460	0,239	0,230	0	0
0.65	1,466	1,418	1,174	1,136	0,882	0,853	0,589	0,569	0,295	0,285	0	0
0.6	1,770	1,716	1,418	1,375	1,065	1,033	0,711	0,690	0,356	0,345	0	0
0.55	2,101	2,042	1,684	1,637	1,265	1,230	0,845	0,822	0,423	0,412	0	0
0.5	2,463	2,401	1,975	1,925	1,485	1,447	0,992	0,967	0,497	0,484	0	0
0.45	2,546	2,488	2,041	1,995	1,535	1,500	1,025	1,002	0,514	0,502	0	0
0.4	3,301	3,234	2,649	2,595	1,992	1,952	1,332	1,305	0,668	0,655	0	0
0.35	3,792	3,723	3,043	2,989	2,290	2,249	1,532	1,505	0,769	0,755	0	0
0.3	4,345	4,278	3,489	3,435	2,627	2,586	1,758	1,731	0,882	0,869	0	0
0.25	4,979	4,915	4,001	3,949	3,014	2,975	2,018	1,992	1,014	1,001	0	0
0.2	5,726	5,667	4,604	4,556	3,470	3,434	2,325	2,301	1,168	1,157	0	0
0.15	6,640	6,588	5,342	5,300	4,030	3,998	2,702	2,681	1,359	1,349	0	0
0.1	7,838	7,796	6,311	6,278	4,766	4,741	3,199	3,182	1,611	1,602	0	0
0.05	9,667	9,642	7,796	7,775	5,895	5,880	3,963	3,953	1,999	1,994	0	0

**Πίνακας 4.19** Ελάχιστο συνολικό κόστος,  $TC_{HW}^*$ ,  $TC_{MBK}^*$ ,  $TC_{MIX}^*$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 3$												
$\beta = 52$												
b	0			0.2		0.4		0.6		0.8		1
$\Phi(\kappa)$	$TC_{HW}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK,MIX}^*$
0.975	559,825	560,147	560,141	560,082	560,078	560,018	560,015	559,954	559,951	559,889	559,888	559,825
0.95	559,732	560,444	560,432	560,301	560,292	560,159	560,152	560,016	560,012	559,874	559,872	559,732
0.9	559,735	561,347	561,321	561,025	561,004	560,703	560,687	560,380	560,370	560,058	560,053	559,735
0.85	559,842	562,483	562,444	561,956	561,924	561,428	561,405	560,900	560,884	560,371	560,363	559,842
0.8	560,009	563,799	563,745	563,043	563,000	562,286	562,254	561,528	561,507	560,769	560,758	560,009
0.75	560,223	565,278	565,211	564,270	564,216	563,261	563,221	562,250	562,223	561,237	561,224	560,223
0.7	560,477	566,918	566,838	565,635	565,571	564,350	564,302	563,062	563,030	561,771	561,755	560,477
0.65	569,771	568,724	568,632	567,142	567,068	565,556	565,500	563,965	563,928	562,370	562,352	569,771
0.6	561,104	570,707	570,605	568,799	568,717	566,885	566,823	564,964	564,923	563,038	563,017	561,104
0.55	561,480	572,885	572,773	570,621	570,532	568,349	568,282	566,069	566,024	563,779	563,757	561,480
0.5	561,902	575,279	575,159	572,628	572,532	569,965	569,893	567,289	567,242	564,602	564,578	561,902
0.45	562,001	575,828	575,716	573,088	572,999	570,336	570,269	567,571	567,526	564,792	564,770	562,001
0.4	562,910	580,856	580,727	577,310	577,206	573,742	573,665	570,154	570,102	566,543	566,517	562,910
0.35	563,516	584,141	584,011	580,073	579,969	575,977	575,899	571,852	571,800	567,699	567,673	563,516
0.3	564,212	587,865	587,737	583,209	583,106	578,516	578,439	573,786	573,735	569,018	568,993	564,212
0.25	565,024	592,159	592,036	586,829	586,730	581,451	581,377	576,026	575,976	570,550	570,526	565,024
0.2	565,995	597,237	597,123	591,116	591,025	584,934	584,865	578,687	578,641	572,375	572,352	565,995
0.15	567,206	603,488	603,387	596,401	596,321	589,233	589,173	581,980	581,940	574,639	574,619	567,206
0.1	568,826	611,741	611,661	603,393	603,329	594,933	594,885	586,355	586,323	577,655	577,639	568,826
0.05	571,369	624,478	624,428	614,210	614,170	603,774	603,744	593,162	593,142	582,363	582,353	571,369

**Πίνακας 4.20** Αποκλίσεις,  $\frac{TC_{MBK}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$ ,  $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 3$												
$\beta = 52$												
b	0		0.2		0.4		0.6		0.8		1	
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις	
0.975	0,058	0,057	0,046	0,045	0,035	0,034	0,023	0,023	0,012	0,011	0	0
0.95	0,127	0,125	0,102	0,100	0,076	0,075	0,051	0,050	0,025	0,025	0	0
0.9	0,288	0,283	0,230	0,227	0,173	0,170	0,115	0,113	0,058	0,057	0	0
0.85	0,472	0,465	0,378	0,372	0,283	0,279	0,189	0,186	0,095	0,093	0	0
0.8	0,677	0,667	0,542	0,534	0,407	0,401	0,271	0,267	0,136	0,134	0	0
0.75	0,902	0,890	0,722	0,713	0,542	0,535	0,362	0,357	0,181	0,179	0	0
0.7	1,149	1,135	0,920	0,909	0,691	0,682	0,461	0,455	0,231	0,228	0	0
0.65	1,418	1,402	1,136	1,123	0,853	0,843	0,570	0,563	0,285	0,282	0	0
0.6	1,711	1,693	1,371	1,357	1,030	1,019	0,688	0,681	0,345	0,341	0	0
0.55	2,031	2,011	1,628	1,612	1,223	1,211	0,817	0,809	0,409	0,405	0	0
0.5	2,381	2,359	1,909	1,892	1,435	1,422	0,959	0,950	0,480	0,476	0	0
0.45	2,460	2,440	1,973	1,957	1,483	1,471	0,991	0,983	0,497	0,493	0	0
0.4	3,188	3,165	2,558	2,540	1,924	1,911	1,287	1,278	0,645	0,641	0	0
0.35	3,660	3,637	2,938	2,920	2,211	2,197	1,479	1,470	0,742	0,738	0	0
0.3	4,192	4,169	3,367	3,349	2,535	2,522	1,697	1,688	0,852	0,847	0	0
0.25	4,803	4,781	3,859	3,842	2,907	2,894	1,947	1,938	0,978	0,974	0	0
0.2	5,520	5,500	4,438	4,422	3,346	3,334	2,242	2,234	1,127	1,123	0	0
0.15	6,397	6,379	5,147	5,133	3,883	3,873	2,605	2,598	1,310	1,307	0	0
0.1	7,544	7,530	6,077	6,066	4,590	4,581	3,082	3,076	1,552	1,549	0	0
0.05	9,295	9,286	7,498	7,491	5,671	5,666	3,814	3,811	1,924	1,922	0	0

**Πίνακας 4.21** Ελάχιστο συνολικό κόστος,  $TC_{HW}^*$ ,  $TC_{MBK}^*$ ,  $TC_{MIX}^*$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 60$												
$\beta = 6$												
b	0			0.2		0.4		0.6		0.8		1
$\Phi(\kappa)$	$TC_{HW}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK,MIX}^*$
0.975	213,793	216,039	215,929	215,592	215,503	215,144	215,077	214,694	214,650	214,244	214,222	213,793
0.95	210,660	215,581	215,343	214,606	214,416	213,627	213,484	212,642	212,547	211,654	211,606	210,660
0.9	207,791	218,710	218,199	216,569	216,160	214,407	214,101	212,224	212,020	210,019	209,917	207,791
0.85	206,546	224,061	223,269	220,664	220,030	217,217	216,741	213,716	213,399	210,160	210,002	206,546
0.8	206,088	230,658	229,586	225,945	225,088	221,138	220,495	216,231	215,802	211,217	211,002	206,088
0.75	206,139	238,157	236,815	232,082	231,008	225,856	225,051	219,467	218,930	212,900	212,632	206,139
0.7	206,573	246,401	244,802	238,925	237,645	231,228	230,268	223,288	222,649	215,080	214,761	206,573
0.65	207,325	255,317	253,480	246,401	244,931	237,183	236,081	227,628	226,893	217,692	217,325	207,325
0.6	208,360	264,879	262,827	254,484	252,842	243,694	242,462	232,769	231,635	220,706	220,295	208,360
0.55	209,662	275,097	272,858	263,178	261,387	250,760	249,417	237,769	236,874	224,111	223,663	209,662
0.5	211,228	286,009	283,616	272,516	270,601	258,408	256,972	243,585	242,628	227,918	227,439	211,228
0.45	211,624	288,484	286,256	274,643	272,860	260,161	258,824	244,932	244,041	228,817	228,371	211,624
0.4	215,199	310,246	307,661	293,400	291,332	275,675	274,125	256,903	255,870	236,854	236,337	215,199
0.35	217,661	323,844	321,237	305,185	303,099	285,496	283,931	264,565	263,522	242,099	241,577	217,661
0.3	220,509	338,730	336,157	318,129	316,070	296,331	294,787	273,076	272,047	247,990	247,476	220,509
0.25	223,834	355,278	352,807	332,561	330,584	308,462	306,980	282,662	281,674	254,696	254,201	223,834
0.2	227,788	374,102	371,814	349,023	347,193	322,352	320,979	293,700	292,785	262,490	262,032	227,788
0.15	232,645	396,313	394,307	368,493	366,889	338,836	337,633	306,868	306,066	271,870	271,469	232,645
0.1	238,991	424,267	422,672	393,052	391,776	359,695	358,738	323,612	322,974	283,898	283,579	238,991
0.05	248,553	464,902	463,902	428,823	428,023	390,165	389,566	348,186	347,786	301,693	301,493	248,553

**Πίνακας 4.22** Αποκλίσεις,  $\frac{TC_{MBK}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$ ,  $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$  για  $\beta=6$

$\sigma_L = 60$												
$\beta = 6$												
b	0		0.2		0.4		0.6		0.8		1	
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις	
0.975	1,051	0,999	0,841	0,800	0,632	0,601	0,422	0,401	0,211	0,201	0	0
0.95	2,336	2,223	1,873	1,783	1,408	1,340	0,941	0,896	0,472	0,449	0	0
0.9	5,255	5,009	4,224	4,028	3,184	3,036	2,133	2,035	1,072	1,023	0	0
0.85	8,480	8,096	6,835	6,528	5,166	4,936	3,472	3,318	1,750	1,673	0	0
0.8	11,922	11,402	9,635	9,219	7,303	6,991	4,922	4,714	2,489	2,385	0	0
0.75	15,532	14,881	12,585	12,064	9,565	9,174	5,466	6,205	3,280	3,150	0	0
0.7	19,281	18,506	15,661	15,042	11,935	11,471	8,092	7,782	4,118	3,964	0	0
0.65	23,149	22,262	18,848	18,139	14,402	13,870	9,793	9,438	5,001	4,824	0	0
0.6	27,126	26,141	22,137	21,349	16,958	16,367	11,565	11,171	5,925	5,728	0	0
0.55	31,210	30,142	25,525	24,671	19,602	18,992	13,406	12,979	6,892	6,678	0	0
0.5	35,403	34,270	29,015	28,109	22,336	21,656	15,319	14,866	7,901	7,675	0	0
0.45	36,319	35,266	29,778	28,936	22,935	22,304	15,739	15,318	8,124	7,913	0	0
0.4	44,167	42,966	36,339	35,378	28,102	27,382	19,379	18,899	10,063	9,823	0	0
0.35	48,784	47,586	40,211	39,253	31,166	30,447	21,549	21,070	11,227	10,988	0	0
0.3	53,613	52,446	44,270	43,337	34,385	33,685	23,839	23,372	12,463	12,229	0	0
0.25	58,723	57,620	48,574	47,691	37,808	37,146	26,282	25,840	13,788	13,567	0	0
0.2	64,233	63,228	53,223	52,419	41,514	40,911	28,936	28,534	15,234	15,033	0	0
0.15	70,351	69,489	58,393	57,703	45,645	45,128	31,904	31,559	16,861	16,688	0	0
0.1	77,524	76,857	64,463	63,929	50,505	50,105	35,407	35,140	18,790	18,656	0	0
0.05	87,043	86,641	72,528	72,206	56,975	56,733	40,085	39,924	21,380	21,300	0	0

**Πίνακας 4.23** Ελάχιστο συνολικό κόστος,  $TC_{HW}^*$ ,  $TC_{MBK}^*$ ,  $TC_{MIX}^*$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 60$												
$\beta = 52$												
b	0			0.2		0.4		0.6		0.8		1
$\Phi(\kappa)$	$TC_{HW}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK}^*$	$TC_{MIX}^*$	$TC_{MBK,MIX}^*$
0.975	583,670	590,062	589,951	588,789	588,700	587,513	587,447	586,235	586,191	584,954	584,932	583,670
0.95	581,798	595,798	595,560	593,024	592,834	590,238	590,095	587,438	587,343	584,625	584,577	581,798
0.9	581,826	612,866	612,355	606,784	606,375	600,641	600,334	594,435	594,230	588,164	588,062	581,826
0.85	583,878	633,629	632,836	623,991	623,357	614,204	613,729	604,262	603,945	594,156	593,997	583,878
0.8	587,073	656,802	655,730	643,448	642,591	629,818	629,175	615,893	615,464	601,652	601,438	587,073
0.75	591,122	681,902	680,559	664,713	663,640	647,081	646,276	628,968	628,431	610,331	610,063	591,122
0.7	595,901	708,712	707,113	687,590	686,310	665,819	664,859	643,334	642,694	620,059	619,739	595,901
0.65	601,359	737,151	735,313	712,001	710,531	685,963	684,860	658,932	658,197	630,782	630,415	601,359
0.6	607,484	767,225	765,173	737,952	736,310	707,516	706,285	675,763	674,942	642,500	642,090	607,484
0.55	614,296	799,018	796,779	765,513	763,722	730,539	729,195	693,878	692,982	655,251	654,803	614,296
0.5	621,838	832,682	830,289	794,819	792,904	755,148	753,712	713,373	712,416	669,110	668,631	621,838
0.45	623,590	840,233	838,005	801,411	799,629	760,703	759,367	717,796	716,905	672,278	671,832	623,590
0.4	639,439	906,690	904,106	859,609	857,541	809,940	808,390	757,189	756,155	700,678	700,161	639,439
0.35	649,865	947,878	945,270	895,843	893,757	840,776	839,212	782,055	781,012	718,811	718,289	649,865
0.3	661,394	992,753	990,180	935,440	933,381	874,604	873,060	809,477	808,448	738,961	738,447	661,394
0.25	674,684	1042,429	1039,958	979,396	977,419	912,294	910,811	840,184	839,196	761,695	761,201	674,684
0.2	690,222	1098,723	1096,435	1029,338	1027,508	955,268	953,895	875,368	874,453	787,933	787,476	690,222
0.15	709,064	1164,901	1162,896	1088,199	1086,595	1006,089	1004,886	917,177	916,375	819,342	818,941	709,064
0.1	733,467	1247,903	1246,309	1162,209	1160,934	1070,208	1069,251	970,183	969,545	859,467	859,148	733,467
0.05	770,089	1368,146	1367,147	1269,704	1268,904	1163,671	1163,071	1047,857	1047,458	918,759	918,560	770,089



**Πίνακας 4.24** Αποκλίσεις,  $\frac{TC_{MBK}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$ ,  $\frac{TC_{MIX}^* - TC_{HW}^*}{TC_{HW}^*} \times 100$  για  $\beta=52$

$\sigma_L = 60$												
$\beta = 52$												
b	0		0.2		0.4		0.6		0.8		1	
$\Phi(\kappa)$	Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις		Αποκλίσεις	
0.975	1,095	1,076	0,877	0,862	0,659	0,647	0,439	0,432	0,220	0,216	0	0
0.95	2,406	2,365	1,930	1,897	1,451	1,426	0,969	0,953	0,486	0,478	0	0
0.9	5,335	5,247	4,290	4,219	3,234	3,181	2,167	2,132	1,089	1,072	0	0
0.85	8,521	8,385	6,870	6,762	5,194	5,113	3,491	3,437	1,760	1,733	0	0
0.8	11,877	11,695	9,603	9,457	7,281	7,171	4,909	4,836	2,483	2,447	0	0
0.75	15,357	15,130	12,449	12,268	9,467	9,330	6,402	6,312	3,250	3,204	0	0
0.7	18,931	18,663	15,387	15,172	11,733	11,572	7,960	7,853	4,054	4,000	0	0
0.65	22,581	22,275	18,399	18,154	14,069	13,885	9,574	9,452	4,893	4,832	0	0
0.6	26,295	25,958	21,477	21,206	16,467	16,264	11,240	11,104	5,764	5,697	0	0
0.55	30,071	29,706	24,616	24,325	18,923	18,704	12,955	12,809	6,667	6,594	0	0
0.5	33,907	33,522	27,818	27,510	21,438	21,207	14,720	14,566	7,602	7,525	0	0
0.45	34,741	34,384	28,516	28,230	21,988	21,773	15,107	14,964	7,808	7,736	0	0
0.4	41,795	41,390	34,432	34,108	26,664	26,422	18,415	18,253	9,577	9,496	0	0
0.35	45,880	45,479	37,872	37,551	29,397	29,156	20,360	20,199	10,626	10,546	0	0
0.3	50,100	49,711	41,435	41,123	32,236	32,003	22,390	22,234	11,728	11,650	0	0
0.25	54,506	54,140	45,164	44,871	35,218	34,998	24,530	24,383	12,896	12,823	0	0
0.2	59,184	58,853	49,131	48,866	38,400	38,201	26,824	26,692	14,157	14,090	0	0
0.15	64,287	64,004	53,470	53,243	41,4890	41,270	29,350	29,237	15,553	15,596	0	0
0.1	70,138	69,920	58,454	58,280	45,911	45,780	32,274	32,187	17,179	17,135	0	0
0.05	77,661	77,531	64,877	64,774	51,109	51,031	36,070	36,018	19,306	19,280	0	0

## Κεφάλαιο 5

### Ανακεφαλαίωση

#### 5.1. Συμπεράσματα

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη του υποδείγματος συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων. Συγκεκριμένα, στην διεθνή βιβλιογραφία οι Hadley-Whitin (1963) ασχολήθηκαν με την περίπτωση όπου σχεδόν πάντα δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα,  $R - x_L > 0$ , ενώ οι Montgomery, Bazaraa και Keswani (1973) ασχολήθηκαν με την περίπτωση στην οποία σχεδόν πάντα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή  $R - x_L \leq 0$ . Επομένως, στην εργασία αυτή προτείνεται μια νέα μέθοδος υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος (Νέα Μέθοδος-Mixture) στην οποία συνδυάζονται οι περιπτώσεις: α) δεν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το  $R - x_L > 0$  και β) υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα, δηλαδή, σε κάθε κύκλο αποθεματοποίησης ισχύει ότι το  $R - x_L \leq 0$ . Ειδικότερα, στην Νέα Μέθοδο η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή, με αποτέλεσμα σε ένα σύνολο κύκλων αποθεματοποίησης σε κάποιους θα υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα,  $R - x_L \leq 0$ , ενώ σε κάποιους δεν θα υπάρχει έλλειψη,  $R - x_L > 0$ . Επιπλέον, όταν υπάρχει έλλειψη η Νέα Μέθοδος εξετάζει όχι μόνο την περίπτωση των χαμένων πωλήσεων αλλά και την περίπτωση των παραγγελιών σε εκκρεμότητα εν αντιθέσει με την μέθοδο των Hadley-Whitin που μελετά μόνο τις παραγγελίες σε εκκρεμότητα.

Από την διεξαγωγή των εμπειρικών αποτελεσμάτων (Κεφάλαιο 4) προκύπτει ότι υπάρχει αρνητική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και του επιπέδου εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι η μείωση του  $\kappa$  συνεπάγεται αύξηση των  $Q_{HW}^*$  και  $Q_{MBK,MIX}^*$ . Επίσης, παρατηρείται ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ της άριστης ποσότητας παραγγελίας και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Επιπλέον, όταν αυξάνεται η περίοδος αναφοράς της ζήτησης,  $\beta$ , τότε αυξάνεται και η άριστη ποσότητα παραγγελίας. Ακόμα, καθώς το  $b$  αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίδια και στις τρεις μεθόδους ( $Q_{HW}^* = Q_{MBK}^* = Q_{MIX}^*$ ) όταν  $b=1$ , δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου

δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή της άριστης ποσότητας παραγγελίας είναι 948,8177 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές:  $\sigma_L = 3$ ,  $\beta = 6$ ,  $b = 1$  και  $\kappa = 1.96$ . Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι  $Q_{HW}^* = 3949,13834$  και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι  $Q_{MBK,MIX}^* = 6839,47868$ , με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές:  $\sigma_L = 60$ ,  $\beta = 52$ ,  $b = 0$  και  $\kappa = -1.64$ . Γενικά, όταν  $b \neq 1$  τότε για οποιοδήποτε συνδυασμό των παραμέτρων ισχύει ότι:  $Q_{HW}^* \prec Q_{MBK,MIX}^*$ .

Επιπλέον, από τους πίνακες των εμπειρικών αποτελεσμάτων προκύπτει ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, η αύξηση του  $\sigma_L$  συνεπάγεται αύξηση των  $I_{HW}^*$ ,  $I_{MBK}^*$  και  $I_{MIX}^*$ . Αλλά η αύξηση των  $I_{MBK}^*$  και  $I_{MIX}^*$  είναι μεγαλύτερη από την αύξηση του  $I_{HW}^*$ . Επιπλέον, παρατηρείται ότι το αναμενόμενο μέσο απόθεμα και των τριών μεθόδων μειώνεται καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης μέχρι ένα σημείο και στη συνέχεια αυξάνεται. Συγκεκριμένα, όταν οι παράμετροι έχουν τις τιμές  $\sigma_L = 3$ ,  $b = 0$  και  $\beta = 6$ , το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου που έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Montgomery et al) και της Νέας Μεθόδου (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) μειώνεται μέχρι το 90% επίπεδο εξυπηρέτησης. Ενώ, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου που έχει την χαμηλότερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Hadley-Whitin) μειώνεται μέχρι το 60% επίπεδο εξυπηρέτησης. Ακόμα, καθώς το  $b$  αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το αναμενόμενο μέσο απόθεμα είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ( $I_{HW}^* = I_{MBK}^* = I_{MIX}^*$ ) όταν  $b = 1$ , δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή του αναμενόμενου μέσου αποθέματος είναι 477,125 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές:  $\sigma_L = 3$ ,  $\beta = 6$ ,  $b = 1$  και  $\kappa = 0.253$ . Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι  $I_{HW}^* = 1875,878$  και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι  $I_{MBK}^* = 3420,993$  και  $I_{MIX}^* = 3415,996$  αντίστοιχα με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές:  $\sigma_L = 60$ ,  $\beta = 52$ ,  $b = 0$  και  $\kappa = -1.64$ . Γενικά, παρατηρείται ότι το αναμενόμενο μέσο απόθεμα της μεθόδου Hadley-Whitin (χαμηλή πιθανότητα μηδενισμού

του αποθέματος) μειώνεται περισσότερο καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης σε σύγκριση με την Νέα Μέθοδο (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) και την μέθοδο των Montgomery et al. (υψηλή πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος). Συγκεκριμένα, όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης τόσο αυξάνεται η πιθανότητα έλλειψης του αποθέματος. Επομένως, όσο μικρότερη είναι η πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος σε μια μέθοδο τόσο για περισσότερα επίπεδα εξυπηρέτησης θα μειώνεται το αναμενόμενο μέσο απόθεμα.

Ακόμα, από τα εμπειρικά αποτελέσματα παρατηρείται ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ του συνολικού κόστους και της τυπικής απόκλισης της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, η αύξηση του  $\sigma_L$  συνεπάγεται αύξηση των  $TC_{HW}^*$ ,  $TC_{MBK}^*$  και  $TC_{MIX}^*$ . Αλλά η αύξηση των  $TC_{MBK}^*$  και  $TC_{MIX}^*$  είναι μεγαλύτερη από την αύξηση του  $TC_{HW}^*$ . Επιπλέον, παρατηρείται ότι το ελάχιστο συνολικό κόστος και των τριών μεθόδων μειώνεται καθώς μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης μέχρι ένα σημείο και στη συνέχεια αυξάνεται. Συγκεκριμένα, όταν οι παράμετροι έχουν τις τιμές  $\sigma_L = 3$ ,  $b = 0$  και  $\beta = 6$ , το ελάχιστο συνολικό κόστος της μεθόδου που έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Montgomery et al) και της Νέας Μεθόδου (πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος δεν είναι ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή) μειώνεται μέχρι το 95% επίπεδο εξυπηρέτησης. Ενώ, το ελάχιστο συνολικό κόστος της μεθόδου που έχει την χαμηλότερη πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος (Hadley-Whitin) μειώνεται μέχρι το 80% επίπεδο εξυπηρέτησης. Επίσης, καθώς το  $b$  αυξάνεται (πλησιάζοντας την μονάδα, 1) οι ποσοστιαίες διαφορές μειώνονται και οι μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Ειδικότερα, το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι ίδιο και στις τρεις μεθόδους ( $TC_{HW}^* = TC_{MBK}^* = TC_{MIX}^*$ ) όταν  $b=1$ , δηλαδή, όταν το ποσοστό της ζήτησης παραμένει σε εκκρεμότητα κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί. Επίσης, η ελάχιστη τιμή του ελάχιστου συνολικού κόστους είναι 190,559 και για τις τρεις μεθόδους και επιτυγχάνεται όταν οι παράμετροι έχουν τις εξής τιμές:  $\sigma_L = 3$ ,  $\beta = 6$ ,  $b = 1$  και  $\kappa = 0.841$ . Ενώ, η μέγιστη τιμή για την μέθοδο Hadley-Whitin είναι  $TC_{HW}^* = 770,089$  και για την Νέα Μέθοδο και την μέθοδο των Montgomery et al. είναι  $TC_{MBK}^* = 1368,146$  και  $TC_{MIX}^* = 1367,147$  αντίστοιχα με τις παραμέτρους να παίρνουν τις τιμές:  $\sigma_L = 60$ ,  $\beta = 52$ ,  $b = 0$  και  $\kappa = -1.64$ . Γενικά, όταν  $b \neq 1$  τότε για οποιοδήποτε συνδυασμό των παραμέτρων ισχύει ότι:  $TC_{HW}^* < TC_{MIX}^* < TC_{MBK}^*$ .

Πριν από την διεξαγωγή των εμπειρικών αποτελεσμάτων αναμενόταν ότι για υψηλά επίπεδα εξυπηρέτησης η μέθοδος Hadley-Whitin θα έχει το χαμηλότερο συνολικό κόστος λόγω της χαμηλής τιμής που θέτει στην πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος. Στη συνέχεια, όσο μειώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης αναμενόταν η Νέα Μέθοδος να έχει το ελάχιστο συνολικό κόστος έναντι των άλλων μεθόδων επειδή θέτει την πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος ούτε πολύ υψηλή ούτε πολύ χαμηλή. Και τέλος, για χαμηλές τιμές του επιπέδου εξυπηρέτησης αναμενόταν η μέθοδος των Montgomery, Bazaraa και Keswani να έχει το χαμηλότερο συνολικό κόστος διότι θέτει την πιθανότητα μηδενισμού του αποθέματος υψηλή. Τελικά, από τα εμπειρικά αποτελέσματα αποδείχτηκε ότι για οποιοδήποτε επίπεδο εξυπηρέτησης η μέθοδος Hadley-Whitin έχει το χαμηλότερο συνολικό κόστος, ακολουθεί η Νέα Μέθοδος και το υψηλότερο έχει η μέθοδος των Montgomery, Bazaraa και Keswani.

Το συνολικό συμπέρασμα της παρούσας εργασίας είναι ότι ευνοείται η προσωπική πώληση (πχ καταστήματα με ενδύματα) έναντι της απρόσωπης (πχ σουπερ-μάρκετ). Συγκεκριμένα, από τα εμπειρικά αποτελέσματα αποδείχτηκε ότι όταν υπάρχει έλλειψη στο απόθεμα και η επιχείρηση πραγματοποιεί παραγγελίες σε εκκρεμότητα (προσωπική πώληση) τότε επιτυγχάνεται το ελάχιστο συνολικό κόστος. Επιπλέον, οι επιχειρήσεις που βασίζονται στην απρόσωπη πώληση θα πρέπει να αναπτύξουν αποτελεσματικές επικοινωνιακές πολιτικές με τους καταναλωτές τους για να μην τους χάνουν όταν δεν υπάρχει το προϊόν που επιθυμούν λόγω έλλειψης του αποθέματος. Με αυτό τον τρόπο, το κόστος έλλειψης (χαμένα κέρδη) μπορεί να διατηρηθεί σε χαμηλά επίπεδα και να οδηγήσει στην μείωση του ελάχιστου συνολικού κόστους.

## **5.2. Μελλοντική έρευνα**

Για μελλοντική έρευνα προτείνεται η χρησιμοποίηση των μεθόδων υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος των Wagner (1975), Love (1979) και Yano (1985). Συγκεκριμένα, θα μπορούσαν να συγκριθούν τα εμπειρικά αποτελέσματα της παρούσας εργασίας με τα αποτελέσματα των μεθόδων Wagner, Love και Yano, καθώς και με τις τιμές της μεθόδου ακριβούς προσδιορισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος.

Επιπλέον, μελλοντικά θα μπορούσε να μελετηθεί η ύπαρξη αυτοσυσχετιζόμενης ζήτησης μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας. Ειδικότερα, θα μπορούσαν να δημιουργηθούν νέοι τύποι υπολογισμού του αναμενόμενου μέσου αποθέματος και να μελετηθεί η επίδραση του βαθμού της αυτοσυσχέτισης στην άριστη ποσότητα παραγγελίας, στο αναμενόμενο μέσο απόθεμα και στο ελάχιστο συνολικό κόστος.

Ακόμα, για μελλοντική έρευνα προτείνεται η μελέτη του υποδείγματος συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων για τις περιπτώσεις όπου: α) ο χρόνος παράδοσης της παραγγελίας δεν είναι σταθερός και β) η ζήτηση δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Επίσης, πιθανή μελλοντική προέκταση θα μπορούσε να αποτελέσει η μελέτη του υποδείγματος περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος με συνδυασμό παραγγελιών σε εκκρεμότητα και χαμένων πωλήσεων. Συγκεκριμένα, θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί η σύγκριση του ελάχιστου συνολικού κόστους του υποδείγματος περιοδικής επιθεώρησης με το αντίστοιχο του υποδείγματος συνεχούς επιθεώρησης.

## Βιβλιογραφία

- An B.G., Fotopoulos S. and Wang M.C. (1989). Estimating the lead-time demand distribution for an autocorrelated demand by the Pearson system and a normal approximation, *Naval Research Logistics Quarterly*, **36**, 463–477.
- Balkhi Z.T. (2000). On the Optimal Production Stopping and Restarting Times for an EOQ Model with Deterioration Items, *Journal of the Operational Research Society*, **51**, 999–1003.
- Balkhi Z.T., Goyal S.K. and Giri B.C. (2001). Some Notes on the Optimal Production Stopping and Restarting Times for an EOQ Model with Deterioration Items, *Journal of the Operational Research Society*, **52**, 1300–1301.
- Beckmann M.J. and Srinivasan S.K. (1987). An (s, S) inventory system with Poisson demands and exponential lead time, *OR Spectrum*, **9**, 213–217.
- Bellman R., Glicksberg I. and Gross O. (1955). On the optimal inventory equation, *Management Science*, **2**, 83–104.
- Ben-Daya M. and Raouf A. (1994). Inventory Models Involving Lead Time as a Decision Variable, *Journal of the Operational Research Society*, **45** (5), 579-582.
- Buchanan D.J. and Love R.F. (1985). A (Q,R) inventory model with lost sales and Erlang-distributed lead times, *Naval Research Logistics Quarterly*, **32**, 605–611.
- Chu P. and Chung K.J. (2004). The Sensitivity of the inventory Model with Partial Backorders, *European Journal of Operational Research*, **152**, 289–295.
- Erkip N., Hausman W.H. and Nahmias S. (1990). Optimal centralized ordering policies in multi-echelon inventory systems with correlated demands, *Management Science*, **36**, 381-392.

Fergany H.A. and El-Sodany N.H. (2011). Probabilistic Periodic Review ( $Q_m, N$ ) Backorders and Lost Sales Inventory Models under Constraint and Varying Holding Cost and Normally Distributed Protection Interval Demand, *Journal of Modern Mathematics and Statistics*, **5** (3), 71-79.

Hadley G. and Whitin T. (1963). Analysis of Inventory Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Halkos G. and Kevork I. (2011). Non-negative demand in newsvendor models: The case of singly truncated normal samples, MPRA Paper 31842, University Library of Munich, Germany.

Hill R.M. (1992). Numerical analysis of a continuous-review lost-sales inventory model where two orders may be outstanding, *European Journal of Operational Research*, **62**, 11–26.

Janakiraman G., Seshadri S. and Shanthikumar J.G. (2007). A comparison of the optimal costs of two canonical inventory systems, *Operations Research*, **55**, 866–875.

Johansen S.G. and Thorstenson A. (1993). Optimal and approximate ( $Q, r$ ) inventory policies with lost sales and gamma-distributed lead time, *International Journal of Production Economics*, **30–31**, 179–194.

Kalpakam S. and Arivarignan G. (1989a). A lost sales inventory system in a random Environment, *Stochastic Analysis and Applications*, **7**, 367–385.

Kalpakam S. and Arivarignan G. (1989b). ( $s, S$ ) inventory systems with lost sales and Markov renewal demands, *Mathematical and Computer Modeling*, **12**, 1511– 1520.

Kalpakam S. and Arivarignan G. (1991). A lost sales inventory system with multiple reorder levels. In: Subramanian R., Beckmann M.J. and Gopalan M.N. (Eds.), *Stochastic Processes and Their Applications*, Springer, Berlin.



Karlin S. and Scarf H. (1958). Inventory models of the Arrow–Harris–Marschak type with time lag. In: Arrow K., Karlin, S. and Scarf H. (Eds.), *Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production*, Stanford University, Stanford, Ca (Chapter 10).

Kevork I. (2010). Estimating the optimal order quantity and the maximum expected profit for single-period inventory decisions, *Omega*, **38**, 218-227.

Kim D.H. and Park K.S. (1985). (Q,r) Inventory Model with a Mixture of Lost Sales and Time-Weighted Backorders, *Journal of the Operational Research Society*, **36** (3), 321-238.

Lau H.S. and Wang M.C. (1987). Estimating the lead-time demand distribution when the daily demand is non-normal and autocorrelated, *European Journal of Operational Research*, **29**, 60–69.

Lau A.H.L and Lau H.S. (2002). A Comparison of Different Methods for Estimating the Average Inventory Level in a (Q,R) System with Backorders, *International Journal of Production Economics*, **79**, 303-316.

Lau A.H.L, Lau H.S. and Robinson L.W. (2002). Convenient Expressions for computing the Exact Annual Cost of a Continuous-Review (Q,R) System with Backordering, *Journal of the Operational Research Society*, **53**, 655-663.

Liao C.J. and Shyu C.H. (1991). An analytical determination of lead time with normal demand, *International Journal of Operations and Production Management*, **11**, 72-78.

Love S.F. (1979). *Inventory Control*, McGraw-Hill, New York.

Maddala G.S. (1983). *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press, New York.

Mansfield E. (1996). *Managerial Economics: Theory, Applications, and Cases*, W.W. Norton & Company, New York.

- Mohebbi E. and Posner M.J.M. (1998a). A continuous-review inventory system with lost sales and variable lead time, *Naval Research Logistics*, **45**, 259–278.
- Mohebbi E. and Posner M.J.M. (2002). Multiple replenishment orders in a continuous review inventory system with lost sales, *Operations Research Letters*, **30**, 117–129.
- Morse P.M. (1958). *Queues, Inventories and Maintenance*, Wiley, New York.
- Morton T.E. (1969). Bounds on the solution of the lagged optimal inventory equation with no demand backlogging and proportional costs, *SIAM Review*, **11**, 572–596.
- Montgomery D.C., Bazaraa M.S. and Keswani A.K. (1973). Inventory Models with a Mixture of Backorders and Lost Sales, *Naval Research Logistics Quarterly*, **20**, 255-263.
- Park K.S. (1982). Inventory Model with Partial Backorders, *International Journal of Systems Sciences*, **13**, 1313–1317.
- Platt D.E., Robinson L.W. and Freund R.B. (1997). Tractable (Q,R) Heuristic Models for constrained service levels, *Management Science*, **43**, 951-965.
- Quyang L-Y, Yen N-C and Wu K-S (1996). Mixture Inventory Model with Backorders and Lost-Sales for Variable Lead Time, *Journal of the Operational Research Society*, **47** (6), 829-832.
- Ravichandran N. (1984). Note on (s, S) inventory policy, *IIE Transactions*, **16**, 387– 390.
- Ray W.D. (1981). Computation of reorder levels when the demands are correlated and the lead time random, *Journal of the Operational Research Society*, **32**, 27-34.
- Ray W.D. (1982). ARIMA Forecasting Models in Inventory Control, *Journal of the Operational Research Society*, **33**, 567-574.
- Rosenberg D. (1979). A New Analysis of a Lot Size Model with Partial Backlogging, *Naval Research Logistics Quarterly*, **26**, 346–353.

- Rosling K. (1998). The  $(r,Q)$  Inventory Model with Lost Sales, Technical Report, Department of Industrial Engineering, Lund University.
- Silver E.A., Pyke F.E. and Peterson R. (1998). Inventory Management and Production Planning and Scheduling, 3<sup>rd</sup> Edition, Wiley, New York.
- Wagner H.M. (1975). Principles of Operations Research, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Wee H.M. (1999). Deteriorating inventory Model with Quantity Discount, Pricing and Partial Backordering, *International Journal of Production Economics*, **59**, 511–518.
- Yan H. and Cheng T.C.E. (1998). Optimal Production Stopping and Restarting Times for an EOQ Model with Deterioration Items, *Journal of the Operational Research Society*, **49**, 1288–1295.
- Yang G.K. (2007). Note on Sensitivity Analysis of inventory Model with Partial Backorders, *European Journal of Operational Research*, **177**, 865–871.
- Yano C.A. (1985). New Algorithm for  $(Q,R)$  Systems with Complete Backordering using a Fill-rate Criterion, *Naval Research Logistics Quarterly*, **32**, 657-688.
- Yaspan A. (1972). Fixed-stockout-probability order quantities with lost sales and time lag, *Operations Research*, **20**, 903–904.
- Zheng Y.S. (1992). On Properties of Stochastic Inventory Systems, *Management Science*, **38**, 87-103.
- Zipkin P.H. (2008b). On the structure of lost-sales inventory models, *Operations Research*, **56**, 937–944.
- Κεβόρκ Η.Σ. (2009). Αξιολόγηση εναλλακτικών εκτιμητριών της άριστης ποσότητας παραγγελίας σε συστήματα συνεχούς επιθεώρησης του αποθέματος, Πανελλήνιο Επιστημονικό Συνέδριο στην Εφαρμοσμένη Οικονομική, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Βόλος, 30-41.

Χάλκος Γ. (2006). Στατιστική, 2<sup>η</sup> Έκδοση, Τυπωθήτω, Αθήνα.

Χάλκος Γ. (2007). Οικονομετρία, 1<sup>η</sup> Έκδοση, Γκιούρδας Β., Αθήνα.

## Παράρτημα

Τα εμπειρικά αποτελέσματα του κεφαλαίου 4 υπολογίστηκαν με την χρήση του Excel και της γλώσσας προγραμματισμού, Fortran.

### **Κώδικας Fortran**

Για τον υπολογισμό των εμπειρικών αποτελεσμάτων του Κεφαλαίου 4 της παρούσας εργασίας, χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού, Fortran. Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο κώδικας που δημιουργήθηκε για τον υπολογισμό των εμπειρικών αποτελεσμάτων.

Στον κώδικα 1 υπολογίζονται για όλες τις μεθόδους το ελάχιστο συνολικό κόστος και η άριστη ποσότητα παραγγελίας για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων. Ανάλογοι κώδικες δημιουργήθηκαν για όλες τις μεθόδους για τον υπολογισμό του αναμενόμενου μέσου αποθέματος, κόστους κράτησης, χαμένων κερδών και σταθερού κόστους έλλειψης.

```

program min
implicit none
real(8) a,d,h,p,psik,po,qhw,qmbk,qmix,tchw,tcmbk,tcmix,ml,cv
real(8) b1(6),b2(3),s1(4),k(20),phikbig(20),phik(20)
integer i,j,y,z

a=50
h=0.2
p=0.5
po=2
ml=300

b1(1)=0
b1(2)=0.2
b1(3)=0.4
b1(4)=0.6
b1(5)=0.8
b1(6)=1

b2(1)=6
b2(2)=12
b2(3)=52

s1(1)=3
s1(2)=15
s1(3)=30
s1(4)=60

k(1)=1.959963985
k(2)=1.644853627
k(3)=1.281551566
k(4)=1.036433389
k(5)=0.841621234
k(6)=0.67448975
k(7)=0.524400513
k(8)=0.385320466
k(9)=0.253347103
k(10)=0.125661347
k(11)=2.36555E-15
k(12)=-0.025068908
k(13)=-0.253347103
k(14)=-0.385320466
k(15)=-0.524400513
k(16)=-0.67448975
k(17)=-0.841621234
k(18)=-1.036433389
k(19)=-1.281551566
k(20)=-1.644853627

phikbig(1)=0.975
phikbig(2)=0.95
phikbig(3)=0.9
phikbig(4)=0.85
phikbig(5)=0.8
phikbig(6)=0.75
phikbig(7)=0.7
phikbig(8)=0.65
phikbig(9)=0.6
phikbig(10)=0.55
phikbig(11)=0.5
phikbig(12)=0.45

```

```

phikbig(13)=0.40
phikbig(14)=0.35
phikbig(15)=0.3
phikbig(16)=0.25
phikbig(17)=0.2
phikbig(18)=0.15
phikbig(19)=0.1
phikbig(20)=0.05

```

```

phik(1)=0.05844507
phik(2)=0.10313564
phik(3)=0.175498332
phik(4)=0.233158775
phik(5)=0.27996192
phik(6)=0.317776573
phik(7)=0.347692614
phik(8)=0.370399004
phik(9)=0.386342533
phik(10)=0.395804878
phik(11)=0.39894228
phik(12)=0.398816942
phik(13)=0.386342533
phik(14)=0.370399004
phik(15)=0.347692614
phik(16)=0.317776573
phik(17)=0.27996192
phik(18)=0.233158775
phik(19)=0.175498332
phik(20)=0.10313564

```

```
open (1, file='mintc.txt')
```

```

10 format (10F10.5)
do z=1,4
cv=s1(z)/ml
print*,s1,cv
do i=1,3
print*,b2(i)
d=b2(i)*ml
print*,d
do j=1,6
print*,b1(j)
do y=1,20
print*, k(y),phikbig(y),phik(y)
psik=phik(y)-k(y)*(1-phikbig(y))
qhw=sqrt((2*a*d/h)+(2*p*d*s1(z)*psik/h))
qmbk=sqrt((2*a*d/h)+(2*p*d*s1(z)*psik/h)+(2*po*d*s1(z)*psik*(1-b1(j))/h))
qmix=sqrt((2*a*d/h)+(2*p*d*s1(z)*psik/h)+(2*po*d*s1(z)*psik*(1-b1(j))/h))
tchw=(a*d/qhw)+h*(0.5*qhw+k(y)*s1(z)+(p*d*s1(z)*psik/qhw)
tcmbk=(a*d/qmbk)+h*(0.5*qmbk+k(y)*s1(z)+(1-
b1(j))*s1(z)*psik)+(p*d*s1(z)*psik/qmbk)+(po*d*s1(z)*psik*(1-b1(j))/qmbk)
tcmix=(a*d/qmix)+h*(0.5*qmix+k(y)*s1(z)+(1-b1(j))*s1(z)*psik*(1-
phikbig(y)))+(p*d*s1(z)*psik/qmix)+(po*d*s1(z)*psik*(1-b1(j))/qmix)
print*, qhw,qmbk,qmix,tchw,tcmbk,tcmix
WRITE (1,10) s1(z),b2(i),b1(j),phikbig(y),qhw,qmbk,qmix,tchw,tcmbk,tcmix
end do
end do
end do
end do
end program min

```

## Κώδικας 1

όπου:

$\alpha$  = κόστος παραγγελίας,  $A$

$d$  = ετήσια ζήτηση,  $\bar{D}$

$h$  = κόστος κράτησης

$p$  = σταθερό κόστος ανά μονάδα έλλειψης,  $\pi$

$\rho_{sik} = \psi_{\kappa}$

$\rho_o$  = κέρδος ανά μονάδα,  $\pi_o$

$q_{hw} = Q_{HW}^*$

$q_{mbk} = Q_{MBK}^*$

$q_{mix} = Q_{MIX}^*$

$t_{chw} = TC_{HW}^*$

$t_{mbk} = TC_{MBK}^*$

$t_{mix} = TC_{MIX}^*$

$m_l$  = μέση ζήτηση μέσα στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας,  $\mu_L$

$cv$  = συντελεστής μεταβλητότητας

$sl$  = η τυπική απόκλιση της ζήτησης στο χρόνο παράδοσης της παραγγελίας,  $\sigma_L$

$b_1$  = το ποσοστό της ζήτησης το οποίο κατά την διάρκεια όπου δεν υπάρχει απόθεμα για να ικανοποιηθεί η ζήτηση παραμένει σε εκκρεμότητα,  $b$

$b_2$  = περίοδος αναφοράς της ζήτησης,  $\beta$

$\rho_{hik} = \varphi_{\kappa}$

$\rho_{hikbig} = \Phi_{\kappa}$