



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ**

Μεταπτυχιακή Εργασία

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ  
(Contrast Agent) ΜΕ ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΠΕΡΙΒΛΗΜΑ**

υπό

**ΣΤΕΦΑΝΙΑΣ ΣΕΡΠΕΤΣΗ**

Διπλωματούχου Χημικού Μηχανικού Α.Π.Θ., 2010

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των  
απαιτήσεων για την απόκτηση του  
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης από το τμήμα  
Μηχανολόγων Μηχανικών

2012

© 2012 Στεφάνια Σερπετσή

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

## **Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

- Πρώτος Εξεταστής Δρ. Πελεκάσης Νικόλαος  
(Επιβλέπων) Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
- Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Ανδρίτσος Νικόλαος  
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
- Τρίτος Εξεταστής Δρ. Παπαθανασίου Αθανάσιος  
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

### **Ευχαριστίες**

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον επιβλέποντα της μεταπτυχιακής μου εργασίας, καθηγητή κ. Νίκο Πελεκάση, για την ανάθεση του θέματος, τη συνεχή καθοδήγησή του σε ολόκληρη τη διάρκεια της εργασίας, τη συμβολή του σε κάθε στάδιο της διεκπεραίωσής της, την υπομονή του, καθώς και την ψυχολογική υποστήριξη που μου παρείχε. Οι γνώσεις, η μεθοδικότητα και το ιδιαίτερο ενδιαφέρον του στο συγκεκριμένο θέμα ήταν καθοριστικής σημασίας για την ολοκλήρωση της εργασίας. Ιδιαίτερα θα ήθελα να τονίσω το πνεύμα συνεργασίας και ομαδικότητας που τον διακατέχει και που με ζήλο μεταδίδει στους φοιτητές του.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τα δύο μέλη της εξεταστικής μου επιτροπής, τον αν. καθηγητή κ. Νίκο Ανδρίτσο για τη στήριξη που μου παρείχε, το ενδιαφέρον του και τη βοήθειά του σε οποιοδήποτε ζήτημα προέκυπτε κατά τη διάρκεια της παραμονής μου στο τμήμα, καθώς και τον αν. καθηγητή κ. Αθανάσιο Παπαθανασίου, ο οποίος έδειξε ιδιαίτερη προθυμία να με εξυπηρετήσει παρόλο που δε με γνώριζε προσωπικά.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω το μεταδιδακτορικό φοιτητή Κωνσταντίνο Τσιγκλιφή και τον υποψήφιο διδάκτορα Κωνσταντίνο Ευθυμίου για την καθοριστικής σημασίας συμβολή τους στην εργασία, καθώς και τους υποψήφιους διδάκτορες Δημόπουλο Δημήτρη και Λύτρα Αλκμήνη για τις επισημάνσεις τους και την υποστήριξή τους. Ιδιαίτερα τους ευχαριστώ για τις συζητήσεις μας κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της μεταπτυχιακής εργασίας.

# ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΚΛΕΙΕΤΑΙ ΑΠΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΠΕΡΙΒΛΗΜΑ

ΣΕΡΠΕΤΣΗ ΣΤΕΦΑΝΙΑ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2012

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Πελεκάσης Νικόλαος, Καθηγητής Υπολογιστικής  
Ρευστομηχανικής

## Περίληψη

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία γίνεται προσπάθεια προσομοίωσης της στατικής συμπεριφοράς μικροφυσαλίδας με ελαστικό περίβλημα, όταν υπόκειται σε σημειακή φόρτιση. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι η καμπύλη σημειακής/στατικής δύναμης-παραμόρφωσης εμφανίζει δύο βασικές περιοχές, μία αρχική, γραμμική που ακολουθεί την ασυμπτωτική ανάλυση του Reissner και μία μη-γραμμική που ακολουθεί την ασυμπτωτική ανάλυση του Pogorelov. Οι ενέργειες κάμψης και εφελκυσμού μεταβάλλονται με το τετράγωνο της μετατόπισης ( $E \sim d^2$ ) στον πόλο όπου ασκείται η σημειακή δύναμη και στην περιοχή μετατοπίσεων που αντιστοιχεί στη γραμμική σχέση δύναμης μετατόπισης, ενώ μεταβάλλονται με την  $3/2$  δύναμη της μετατόπισης ( $E \sim d^{3/2}$ ) στην περιοχή που αντιστοιχεί στη μη γραμμική σχέση δύναμης παραμόρφωσης. Με αντικατάσταση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Reissner για τη γραμμική περιοχή και στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Pogorelov για τη μη-γραμμική περιοχή της καμπύλης του πειράματος που πραγματοποιήθηκε με στατικές μετρήσεις Μικροσκοπίας Ατομικής Δύναμης και συνδυασμό των δύο σχέσεων, εκτιμήθηκε το μέτρο επιφανειακής διαστολής και το μέτρο ακαμψίας.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 1

1.1 ΚΙΝΗΤΡΟ ΚΑΙ ΥΠΟΒΑΘΡΟ.....	1
1.2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ .....	5
1.3 ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	12

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΩΝ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΗΜΕΙΑΚΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΟΝ ΕΝΑΝ ΠΟΛΟ..... 12

2.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ.....	12
2.1.1 ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΜΙΚΡΟΚΑΨΟΥΛΩΝ .....	12
2.2 ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ .....	22
2.3 ΑΔΙΑΣΤΑΤΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΓΕΘΩΝ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ .....	24
2.4 Η ΛΑΓΚΡΑΤΖΙΑΝΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ .....	25
2.5 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΣΤΗ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑ .....	25
2.6 ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΡΟΠΕΣ ΚΑΜΨΗΣ .....	26
2.7 ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ .....	28
2.8 ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΡΟΠΕΣ ΚΑΜΨΗΣ .....	31
2.9 ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΑ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ .....	32
2.9.1. ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΑ ΤΟΥ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΟΥ .....	33
2.9.2 ΚΑΜΠΥΛΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΕΝΑΝΤΙ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ .....	35
2.9.3 ΤΡΟΠΟΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ.....	37
2.9.4 ΧΡΗΣΕΙΣ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΑΣ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ .....	38

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ.....39

3.1 Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	39
3.2 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ .....	40
3.3 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΒΑΣΗΣ .....	40
3.3.1 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΒΑΣΗΣ CUBIC SPLINES .....	41

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ .....43

4.1 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΣΚΛΗΡΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ (Gs=16.6Pa).....	43
4.1.1 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ .....	43
4.1.2 ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ ΣΤΗΝ ΚΑΜΠΥΛΗ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ.....	47
4.1.3 ΚΑΜΠΥΛΗ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ.....	48
4.1.4 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ..	49
4.1.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ .....	49
4.1.6 ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ.....	52
4.1.7 ΕΦΑΡΜΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ .....	53

4.1.8 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΜΨΗΣ –ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ .....	55
4.2 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΑΛΑΚΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ (Gs=1.66ΡΑ).....	62
4.2.1 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ .....	62
4.2.2 ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ ΣΤΗΝ ΚΑΜΠΥΛΗ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ.....	66
4.2.3 ΚΑΜΠΥΛΗ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ.....	66
4.2.4 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ..	67
4.2.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ .....	68
4.2.6 ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ.....	70
4.2.7 ΕΦΑΡΜΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ .....	71
4.2.8 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ-ΚΑΜΨΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ .....	74
4.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΓΙΑ ΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ .....	80
4.3.1 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΩΝ ΤΥΠΟΥ BISPHERE .....	80
4.3.2 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΩΝ ΤΥΠΟΥ BR-14.....	85
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ .....</b>	<b>91</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>	<b>93</b>

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι μικροφουσαλίδες τύπου Contrast Agent συνιστούν σωματίδια στο εσωτερικό των οποίων υπάρχει αέριο, συνήθως διαλυτό στο αίμα και περιβάλλονται από μεμβράνη η οποία παρουσιάζει ελαστικές ιδιότητες. Το γεγονός ότι η διάμετρός τους κυμαίνεται από 1 έως 10 μm σε συνδυασμό με τον μικρό αριθμό τους που διέρχεται μέσω των αγγείων κατά τη διάρκεια των κλινικών μετρήσεων, ελαχιστοποιεί το ενδεχόμενο καρδιακής εμβολής και τις καθιστά ασφαλείς για χρήση στο ανθρώπινο κυκλοφορικό σύστημα. Η χρήση μεμβράνης είναι απαραίτητη, ώστε να μη διαχέεται το αέριο πολύ γρήγορα στο αίμα και τα σωματίδια να μεταφέρονται με την κυκλοφορία χωρίς αλλοιώσεις στο επιθυμητό σημείο μελέτης-δράσης [1].

Στην παρούσα εργασία διεξάγονται αριθμητικές προσομοιώσεις που αφορούν σε δύο τύπους μικροφουσαλίδων, τις μικροφουσαλίδες BR-14 και τις μικροφουσαλίδες Bisphere. Οι μικροφουσαλίδες BR-14 αποτελούνται από αέριους υπερφθοράνθρακες, είναι σταθεροποιημένες με μία φωσφολιπιδική μονοστιβάδα, ενώ προκαλούν συνεχή ενίσχυση του ακουστικού σήματος κατά την εξέταση της αιμάτωσης των ιστών με χρήση υπερήχων. Το γεγονός αυτό αποδίδεται στην παροδική κατακράτησή τους στα τριχοειδή αιμοφόρα αγγεία, στον ηπατικό ιστό και στην μικροκυκλοφορία της σπλήνας [2], καθώς και στην επακόλουθη αλληλεπίδρασή τους με τις επιβαλλόμενες ακουστικές διαταραχές. Οι μικροφουσαλίδες Bisphere αποτελούνται από ένα κέλυφος δύο στρώσεων που περικλείει μία φουσαλίδα αερίου. Το εσωτερικό κέλυφος αποτελείται από βιοδιασπώμενα πολυμερή. Το εξωτερικό κέλυφος αλβουμίνης έχει σχεδιαστεί για να λειτουργεί ως βιολογική διεπιφάνεια και μπορεί να προσαρμοστεί ανεξάρτητα σε συγκεκριμένες διαγνωστικές ή θεραπευτικές εφαρμογές. Το εγκλεισμένο αέριο είναι άζωτο. Οι μικροφουσαλίδες Bisphere ανήκουν σε μία κατηγορία μικροφουσαλίδων οι οποίες χαρακτηρίζονται ως σκληρού κελύφους [3].

### 1.1 ΚΙΝΗΤΡΟ ΚΑΙ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

Η έρευνα στις μικροκάψουλες αποτελεί ένα διεπιστημονικό πεδίο που επωφελείται από συνεισφορές που προέρχονται από διάφορους κλάδους των φυσικών επιστημών και της μηχανικής. Ήδη στη δεκαετία του '30 οι βιολόγοι, οι βιοφυσικοί και οι βιοχημικοί ανέπτυξαν μεθόδους που επέτρεπαν τη μελέτη μεμονωμένων κυττάρων προωθώντας το πεδίο μελετών των μικροκαψουλών. Η έρευνα στις

βιολογικές μικροκάψουλες παραμένει ιδιαίτερης ζωτικής σημασίας και πηγή καινοτομίας και έχει συμπληρωθεί από έρευνα σε τεχνητά συστήματα μικροκαψουλών.

Η πρόοδος στις επιστήμες των υλικών επέτρεψε την παραγωγή μικροκαψουλών των οποίων η δομή και η σύσταση ελέγχονται σε νανοκλίμακα. Για την επίτευξη του συγκεκριμένου στόχου αξιοποιήθηκαν μηχανισμοί παρόμοιοι με εκείνους που εμφανίζονται σε φυσικά συστήματα όπως η υπέρ-μοριακή αυτό-συναρμολόγηση και τα περισσότερα τεχνητά συστήματα μικροκαψουλών είναι σε ένα βαθμό βιομιμητικά. Πιθανές εφαρμογές τέτοιων τεχνητών συστημάτων συσχετίζονται στις περισσότερες περιπτώσεις με την ενθυσία και απελευθέρωση ή προστασία παραγόντων όπως φαρμάκων, αρωμάτων, βαφών ή πρόσθετων γεύσης. Επομένως, οι μικροκάψουλες απαντώνται σε ποικίλα πεδία όπως η ιατρική, η κοσμετολογία, ο σχεδιασμός τροφίμων ή η επένδυση κλωστοϋφαντουργικών προϊόντων/χαρτιού.

Πιθανώς, η πιο δυναμική περιοχή ανάπτυξης των τεχνητών μικροκαψουλών σχετίζεται με εφαρμογές χορήγησης φαρμάκων. Γίνονται προσπάθειες ανάπτυξης “έξυπνων” συστημάτων καψουλών που περιέχουν φαρμακολογικούς παράγοντες που αναγνωρίζουν και προσκολλώνται σε μολυσμένες περιοχές στο ανθρώπινο σώμα και καταστούν δυνατή τη στοχευόμενη, εντοπισμένη απελευθέρωση των φαρμακευτικών παραγόντων στις συγκεκριμένες περιοχές μόνο, περιορίζοντας με αυτόν τον τρόπο τις παρενέργειες. Ο σχεδιασμός των μικροκαψουλών για συγκεκριμένους στόχους απαιτεί την κατανόηση και τον έλεγχο των φυσικοχημικών τους ιδιοτήτων [4].

Οι μικροφουσαλίδες έχουν ευρεία χρήση στη διαγνωστική ιατρική, κυρίως μέσω της μεθόδου των υπερήχων. Υπάρχουν εφαρμογές στην ιατρική, όπου το ροϊκό πεδίο που δημιουργείται από τις ταλαντώσεις μίας φουσαλίδας σε περιβάλλον υπερήχων χρησιμοποιείται για τη δημιουργία πόρων στην επιφάνεια γειτονικών κυττάρων. Το ροϊκό πεδίο αυξάνει την απορροφητικότητα των κυττάρων σε φάρμακα, πρωτεΐνες ή συγκεκριμένα γονίδια, με αποτέλεσμα την αποδοτικότερη θεραπεία **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε..**

Επίσης διεξάγεται έρευνα στην οποία τα contrast agents εμπεριέχουν φάρμακα τα οποία μεταφέρονται σε παθολογικές περιοχές του σώματος. Κατά τη μέθοδο αυτή, εξαιτίας των ιδιοτήτων της μεμβράνης, οι μικροφουσαλίδες προσκολλούνται στα άρρωστα κύτταρα. Έπειτα, με εφαρμογή μίας μεγάλης διαταραχής της πίεσης οι μικροφουσαλίδες σπάνε και το φάρμακο μεταφέρεται στα κύτταρα αυτά. Επιπλέον, η



αλληλεπίδραση των μικροφουσαλίδων με υπερήχους χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ροής στην καρδιά και αποτελεί εργαλείο για την πρόβλεψη καρδιακού επεισοδίου [1].

Οι μηχανικές ιδιότητες των μικροκαψουλών είναι σημαντικές σε όλες τις παραπάνω εφαρμογές διότι διέπουν την ευστάθεια και αν και έμμεσα επηρεάζουν την προσκόλληση των καψουλών καθορίζοντας την προσαρμογή τους κατά την επαφή με επιφάνειες. Επιπλέον, η πρόβλεψη της ακουστικής απόκρισης μίας μικροφουσαλίδας σε υπέρηχο απαιτεί μία ακριβή εκτίμηση των μηχανικών ιδιοτήτων του κελύφους της. Οι μηχανικές ιδιότητες τέτοιων μικροδομών είναι μείζονος σημασίας διότι οι μικροφουσαλίδες όχι μόνο προστατεύουν τα ενσωματωμένα φάρμακα/γονίδια καθώς διέρχονται μέσω ποικίλων βιολογικών φραγμών αλλά επίσης πρέπει να διασπώνται/εκφυλλίζονται κάτω από ειδικές συνθήκες προκειμένου να απελευθερώσουν το φορτίο τους τη σωστή χρονική στιγμή και στην κατάλληλη τοποθεσία [6],[7].

Γνώση των μηχανικών ιδιοτήτων του κελύφους συνεισφέρει στη διευκρίνιση της συμβολής του στην κίνηση των μικροφουσαλίδων παρουσία υπερήχων. Είναι γνωστό ότι οι μικροφουσαλίδες δεν διασπείρονται με ομοιόμορφο τρόπο, ενώ σε χαμηλές πιέσεις μόνο ένα μικρό ποσοστό τους διασπείρεται αποτελεσματικά. Επομένως, γνώση της ιδιότητας του κελύφους μπορεί επίσης να προσφέρει μία εξήγηση για αυτήν την ανομοιομορφία. Αξίζει να σημειωθεί ότι η οπτική μικροσκοπία είναι περιορισμένη σε παρόμοιες μετρήσεις, κυρίως εξαιτίας των περιορισμών χωρικής ανάλυσης. Στο παρελθόν, τα μοντέλα μικροφουσαλίδων είτε υπέθεταν μία σταθερή (καθορισμένη) συμπεριφορά για τις ιδιότητες του κελύφους ή χρησιμοποιούσαν μία βέλτιστη προσαρμογή σε πειραματικά δεδομένα [1].

Σήμερα, μία πιθανή λύση παρέχεται μέσω της μικροσκοπίας ατομικής δύναμης που αποτελεί έναν ευέλικτο, μηχανικό μικρό/νάνο αισθητήρα. Πέρα από τον καθορισμό των ιδιοτήτων του κελύφους τους, οι στοχευόμενες μικροφουσαλίδες απαιτούν μία τεχνική νανοδιερεύνησης η οποία θα παρέχει μία λεπτομερή ανάλυση της συμπεριφοράς των μηχανισμών στόχευσης εγγύς των κυττάρων-στόχων. Έχει αποδειχθεί ότι η μικροσκοπία ατομικής δύναμης παρέχει μετρήσεις προσκόλλησης στο επίπεδο των απλών δεσμών υδρογόνου [8],[9].

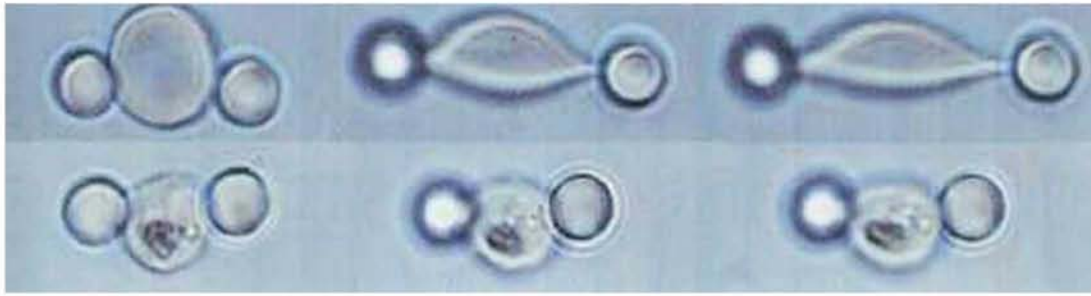
Στο παρελθόν έχουν χρησιμοποιηθεί επιτυχώς καμπύλες δύναμης-απόστασης της μικροσκοπίας ατομικής δύναμης για τη μέτρηση των συγκολλητικών ιδιοτήτων πολυμερικών αλυσίδων και ιξωδοελαστικών μορίων γαλακτωμάτων. Πρόσφατα

άρχισαν να χρησιμοποιούνται καμπύλες δύναμης-απόστασης σε συνδυασμό με προηγμένες μεθόδους οπτικής μικροσκοπίας για τη νανοσυμπίεση σε μικρομετρική κλίμακα δομών λεπτού κελύφους όπως τα κύτταρα και οι πολυηλεκτρολυτικές, πολυστρωματικές μικροκάψουλες. Από την κλίση των καμπυλών της μετρούμενης δύναμης-παραμόρφωσης εντός του καθεστώτος μικρής παραμόρφωσης, υπολογίζεται το μέτρο Young του ελαστικού τοιχώματος [4],[10],[11].

Οι μηχανικές ιδιότητες καθορίζουν την παραμόρφωση και ρήξη του περιβλήματος της κάψουλας υπό την επίδραση ενός εξωτερικού φορτίου, το οποίο είναι σημαντικό στιγμιαία στην ανάπτυξη των συστημάτων μεταφοράς για την έγχυση φαρμάκων στο εσωτερικό των αιμοφόρων αγγείων. Για τις τεχνητές μικροκάψουλες η ρήξη της μεμβράνης μπορεί να εξυπηρετήσει ως οδός για γρήγορη και αποτελεσματική απελευθέρωση και ίσως σε κάποιο βαθμό θεωρείται επιθυμητή υπό ορισμένες συνθήκες [2].

Επίσης συντελούν στην κατανόηση των βαθύτερων αρχών που διέπουν τη μηχανική συμπεριφορά των ζωντανών κυττάρων. Συγκεκριμένα, οι ελαστικές ιδιότητες του περιβλήματος της κάψουλας μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως δεδομένα εισόδου σε μοντέλα για τη μελέτη της διεύθυνσης συγκεκριμένων μικροβίων μέσα στο βιολογικό κύτταρο. Τα ερυθρά αιμοσφαίρια είναι φτιαγμένα από μεμβράνες με την ελάχιστη αντίσταση κάμψης όμως παρουσιάζουν υψηλή ανθεκτικότητα στον εφελκυσμό. Το γεγονός αυτό επιτρέπει τη συμπίεσή τους μέσω των τριχοειδών κυττάρων με μόνο 10% της διαμέτρου τους χωρίς καμία φθορά.

Οι συγκεκριμένες μηχανικές ιδιότητες είναι ζωτικής σημασίας για τη βιολογική τους λειτουργία. Για παράδειγμα τα συμπτώματα της ελονοσίας και της δρεπανοκυτταρικής αναιμίας προκαλούνται σε μεγάλο βαθμό από το γεγονός ότι η παραμορφωσιμότητα των κυττάρων του αίματος μεταβάλλεται από παράσιτα και μεταλλάξεις αντίστοιχα. Το παρακάτω σχήμα, αναπαραγωγή από την εργασία [4] απεικονίζει τις διάφορες παραμορφώσεις μεταξύ μολυσμένων από ελονοσία και υγιών ερυθρών αιμοσφαιρίων.



Σχήμα 1: Μεμονωμένα ερυθρά αιμοσφαίρια σε πείραμα εφελκυσμού. Δύο κολλοειδή σωματίδια προσκολλώνται στο ερυθρό αιμοσφαίριο και ακολούθως εφελκύνονται με οπτικές δυνάμεις. Η επάνω γραμμή δείχνει ένα υγιές ερυθρό αιμοσφαίριο υπό την επίδραση αυξανόμενης εφελκυστικής δύναμης, ενώ η κάτω γραμμή ένα ερυθρό αιμοσφαίριο το οποίο έχει μολυνθεί από ένα παράσιτο ελονοσίας. Όταν και τα δύο κύτταρα εκτίθενται στις ίδιες δυνάμεις η μειωμένη ικανότητα των μολυσμένων κυττάρων να τεντωθούν γίνεται προφανής.

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία γίνεται προσπάθεια μοντελοποίησης της μικροφουσαλίδας ύστερα από εφαρμογή σημειακής δύναμης στον έναν πόλο της κατά αντιστοιχία με τα πειράματα μικροσκοπίας ατομικής δύναμης σε μικροκάψουλες. Κύριος στόχος είναι η διερεύνηση του σχήματος της μικροφουσαλίδας, η μελέτη των ελαστικών ιδιοτήτων της μέσω διαγραμμάτων δύναμης-μετατόπισης καθώς και η συνεισφορά της ενέργειας κάμψης και της ενέργειας εφελκυσμού. Παράλληλα γίνεται μία προσπάθεια σύγκρισης με ήδη υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα και εξαγωγή συμπεράσματος για την τάξη μεγέθους των ελαστικών ιδιοτήτων των μικροφουσαλίδων.

## 1.2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Αρκετή έρευνα έχει επικεντρωθεί στη μελέτη των μικροφουσαλίδων τα τελευταία χρόνια λόγω των σημαντικών εφαρμογών τους σε αρκετούς τομείς. Το 1997 ο Shanahan [12] παρουσίασε τις θεωρητικές πτυχές μίας νέας τεχνικής την οποία αντιπαρέβαλε με την τεχνική JKR (Johnson, Kendall & Roberts). Η τεχνική JKR έχει χρησιμοποιηθεί με ιδιαίτερη επιτυχία για την αξιολόγηση διεπιφανειακών αλληλεπιδράσεων στερεού-στερεού τα τελευταία 25 χρόνια. Η ζώνη επαφής μεταξύ δύο σφαιρικών στερεών είναι συχνά μικρή και η ενέργεια προσκόλλησης μεταβάλλεται με τον κύβο της ακτίνας επαφής (σε χαμηλό φορτίο) ενισχύοντας έτσι ενδεχομένως τα σφάλματα κατά την εκτίμηση της προσκόλλησης.

Στην καινούρια τεχνική που εφάρμοσε ο Shanahan χρησιμοποιήθηκε μία κοίλη, ελαφρώς διογκωμένη με αέρα (ή αέριο) σφαιρική μεμβράνη, η οποία

αντικατέστησε μία πλήρη σφαίρα και τοποθετήθηκε σε επαφή με ένα επίπεδο, άκαμπτο στερεό. Προσεκτική επιλογή των πειραματικών συνθηκών αναμενόταν να οδηγήσει σε αυξημένη ακτίνα επαφής καθώς και σε μεταβολή της ενέργειας προσκόλλησης με το τετράγωνο της ακτίνας επαφής (σε χαμηλό φορτίο) με ταυτόχρονη μείωση των πιθανών σφαλμάτων. Η σχέση στην οποία κατέληξε είναι η εξής:

$$W_0 \approx \frac{a^2}{2\pi R^4} \left\{ \frac{3V_i \Delta P_i}{8} (1-16\lambda) \left[ 2 + \frac{3RP_i(1-\nu)}{Et} \right] - FR \left( \frac{1}{2} - 4\lambda \right) \right\} - \frac{F}{2\pi R} \quad (1)$$

η οποία ισχύει όταν το  $\Delta P_i$  είναι θετικό και το  $F$  επαρκώς μικρό. Στην παραπάνω σχέση,  $W_0$  είναι η ενέργεια προσκόλλησης,  $R$  η ακτίνα της σφαίρας,  $E$  το μέτρο Young,  $a$  η ακτίνα επαφής,  $F$  η εφαρμοζόμενη δύναμη,  $\nu$  ο λόγος του Poisson,  $V_i$  ο αρχικός ή σφαιρικός εσωτερικός όγκος,  $P_i$  η εσωτερική πίεση,  $\lambda$  σταθερά που εξαρτάται από τη θερμοκρασία και την πίεση και  $t$  το πάχος της μεμβράνης. Η εξάρτηση από το  $a^2$  αντί από το  $a^3$  είναι χρήσιμη διότι προκαλεί μείωση των δυνητικών σφαλμάτων.

Το 2003 μελετήθηκαν από τους Dubreil et al. [8] οι μηχανικές ιδιότητες πολυηλεκτρολυτικών, πολυστρωματικών κάψουλων με χρήση μίας μεθόδου που αποτελεί συνδυασμό της μικροσκοπίας ατομικής δύναμης και της μικροσκοπίας αντίθεσης ανακλαστικής παρεμβολής. Με μέτρηση της δύναμης έναντι της παραμόρφωσης για κάψουλες πολύ-(σουλφονικού στυρολίου)/πολύ-(αλλυλαμίνης) καταδείχθηκε η ύπαρξη διαφορετικών καθεστώτων παραμόρφωσης που εξαρτώνται από την εφαρμοζόμενη παραμόρφωση. Οι μελέτες επικεντρώθηκαν στο καθεστώς μικρής παραμόρφωσης. Μελετήθηκε η ελαστική απόκριση της παραμορφωμένης κάψουλας ως συνάρτηση του πάχους τοιχώματος και του μεγέθους της κάψουλας και δείχθηκαν οι θεωρητικά αναμενόμενες μεταβολές. Το μέτρο Young που υπολογίστηκε από τα πειράματα κυμαίνεται μεταξύ 1.3 και 1.9 GPa. Το μέτρο Young υπολογίζεται από τη σχέση  $S = AEh^2 / R$ , όπου  $S$  η σταθερά ελατηρίου του κελύφους (κλίση του γραμμικού τμήματος της καμπύλης δύναμης-παραμόρφωσης),  $h$  το πάχος της κάψουλας,  $E$  το μέτρο Young,  $R$  η ακτίνα της κάψουλας και  $A = 1 / (1 \pm \sigma) \sqrt{6(1 \mp \sigma)}$  με  $\sigma$  τον λόγο Poisson.

Σε περιοχές μικρής παραμόρφωσης επικεντρώθηκαν και οι Fery & Weinkamer [4] οι οποίοι παρουσίασαν τεχνικές που χρησιμοποιούνται για τον

μηχανικό χαρακτηρισμό μεμονωμένων καψουλών και συνόψισαν τις πειραματικές εξελίξεις σε αυτό το πεδίο, καθώς και το θεωρητικό υπόβαθρο της παραμόρφωσης των καψουλών. Επίσης, εισήγαγαν μελέτες της παραμόρφωσης πολυηλεκτρολυτικών, πολυστρωματικών καψουλών ως περιπτώσιολογικές μελέτες εφόσον υπήρχε η δυνατότητα προσαρμογής στη γεωμετρία και τη σύστασή τους. Εξαιτίας της πολυπλοκότητας των μερικών διαφορικών εξισώσεων, αναλυτικές λύσεις μπορούν να ληφθούν μόνο εάν γίνουν ισχυρές απλοποιήσεις.

Σημαντική εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση κατά την οποία θεωρούνται μόνο μικρές παραμορφώσεις, δηλαδή το αποτέλεσμα του Reissner [13] για ένα σφαιρικό κέλυφος που υπόκειται σε συγκεντρωτικό φορτίο. Βελτιωμένοι υπολογιστικοί αλγόριθμοι διευκολύνουν την αριθμητικό χειρισμό των προβλημάτων παραμόρφωσης κελυφών. Τα κύρια πλεονεκτήματα της πραγματοποίησης πειραμάτων μικρών παραμορφώσεων είναι ότι η παραμόρφωση της κάψουλας γίνεται ανεξάρτητη των ιδιοτήτων διαπερατότητας, καθώς και το γεγονός ότι είναι δυνατόν να διεξαχθούν μηχανοκαταστροφικά πειράματα σε υλικά με χαμηλό όριο ελαστικότητας.

Μία νέα προσέγγιση διερεύνησης των ελαστικών ιδιοτήτων πολυηλεκτρολυτικών, πολυστρωματικών μικροκαψουλών παρουσιάστηκε αργότερα από τους Lulevich et al. [11]. Η μέθοδος βασίστηκε σε μετρήσεις των καμπυλών παραμόρφωσης-φορτίου της κάψουλας με μικροσκοπία ατομικής δύναμης. Το πείραμα πρότεινε ότι σε χαμηλό εφαρμοζόμενο φορτίο οι παραμορφώσεις του περιβλήματος της κάψουλας είναι ελαστικές. Με βάση την ελαστική θεωρία των μεμβρανών συσχετίστηκαν η δύναμη, η παραμόρφωση, τα μέτρα ελαστικότητας και χαρακτηριστικά μεγέθη της κάψουλας. Όπως αναμενόταν, η πρόβλεψη από το μοντέλο απέδωσε το κατώτερο όριο για το μέτρο Young των πολυηλεκτρολυτικών πολυστρωμάτων το οποίο υπολογίστηκε ότι είναι της τάξεως του 1-100 MPa και εξαρτάται από το πρότυπο και το διαλυτικό που χρησιμοποιούνται για τη διάλυσή του. Οι τιμές αυτές αντιστοιχούν στο μέτρο ελαστικότητας ενός ελαστομερούς.

Το 2006 οι Sboros et al. [14] εισήγαγαν τη χρήση της μικροσκοπίας ατομικής δύναμης στη μελέτη της τοπογραφίας και των μηχανικών ιδιοτήτων μεμονωμένων μικροφυσαλίδων τύπου Bisphere. Χρησιμοποιήθηκε το μικροσκόπιο ατομικής δύναμης Bioscope για τις εξής μετρήσεις: α) μικροσκοπία ατομικής δύναμης με τη μέθοδο παλλόμενης ακίδας για απεικόνιση με προβόλους που ταλαντώνονται στα 5-8 kHz β) μικροσκοπία ατομικής δύναμης με τη μέθοδο επαφής ακίδας για μηχανικές μετρήσεις καθώς και με χρήση προβόλων χωρίς ακίδες, με σταθερές ελατηρίου που

κυμαίνονταν μεταξύ 0.03 και 15 N/m. Η ανάλυση της τοπογραφίας της μικροφουσαλίδας ήταν περίπου 20 nm. Βέλτιστες μετρήσεις της ακαμψίας των μικροφουσαλίδων που κυμαίνονταν μεταξύ 1 και 10 μm λήφθηκαν με χρήση προβόλων μεταξύ 0.3-0.6 N/m, καθώς οι πρόβολοι με μικρότερη σταθερά ελατηρίου ήταν πολύ μαλακοί για τις μετρήσεις, ενώ υψηλότερη σταθερά ελατηρίου θα κατέστρεφε τις μικροφουσαλίδες. Η ακαμψία (ενεργός σταθερά ελατηρίου) των μικροφουσαλίδων κυμάνθηκε μεταξύ 1 και 5 N/m. Η δύναμη που εφαρμόζεται στον πρόβоло του μικροσκοπίου ατομικής δύναμης σύμφωνα με το νόμο του Hooke είναι:

$$F = k_c d = k_c (z - \delta) \quad (2)$$

όπου d είναι η εκτροπή του προβόλου, z είναι η απόσταση που διανύει ο πιεζοηλεκτρικός σαρωτής και δ είναι η παραμόρφωση της μικροφουσαλίδας. Η συνδυαστική σταθερά ελατηρίου  $k_{tot}$  είναι τότε:

$$\frac{1}{k_{tot}} = \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_m} \quad (3)$$

Με μέτρηση του  $k_{tot}$  από τις καμπύλες f-d υπολογίσθηκε η ακαμψία της μικροφουσαλίδας  $k_m$ . Έτσι, προτάθηκε για πρώτη φορά η μικροσκοπία ατομικής δύναμης ως εργαλείο απεικόνισης της επιφάνειας των φουσαλίδων σε νανομετρική κλίμακα σε υγρό για την εκτέλεση αναπαραγόμενων μετρήσεων των μηχανικών ιδιοτήτων μεμονωμένων μικροφουσαλίδων.

Σε μεταγενέστερη έρευνά τους [9] χρησιμοποίησαν προβόλους χωρίς ακίδες για τη μικροσυμπίεση των μικροφουσαλίδων. Η τάξη της θλιπτικής ακαμψίας για τη μικροφουσαλίδα τύπου Bisphere βρέθηκε ότι κυμαίνεται μεταξύ 1 και 10 N/m, ενώ η σταθερά ελατηρίου του προβόλου ήταν 0.6 N/m. Παρατηρήθηκε μείωση της ακαμψίας με το μέγεθος της μικροφουσαλίδας με μη γραμμικό τρόπο και εκτιμήθηκε το μέτρο ελαστικότητας Young του κελύφους. Μελετήθηκαν επίσης οι ιδιότητες προσκόλλησης στοχευόμενων μικροφουσαλίδων με λιπιδική βάση που χρησιμοποιούν τη χημεία αβιδίνης-βιοτίνης για τη σύνδεση στοχευόμενων προσδετών. Για τον σκοπό αυτό οι μικροφουσαλίδες συνδέθηκαν σε προβόλους χωρίς ακίδες επεξεργασμένους με πολύ-L-λυσίνη με σταθερές ελατηρίου που κυμαίνονταν από 0.03 έως 0.1 N/m. Το συγκεκριμένο σύστημα διερεύνησε μεμονωμένα κύτταρα με απόσταση μεταφοράς 15 μm και ρυθμό σάρωσης 0.2 Hz. Το βάθος επαφής δεν ξεπερνούσε τα 0.4 μm. Οι στοχευόμενες μικροφουσαλίδες παρείχαν σημαντικά μεγαλύτερη προσκόλληση στα κύτταρα σε σύγκριση με τις μικροφουσαλίδες ελέγχου. Η μέση δύναμη προσκόλλησης

εξαρτιόταν από το βάθος επαφής. Ανάλυση των δεδομένων απέδειξε ενιαία κατανομή των φαινομένων προσκόλλησης με μέση τιμή στα 89 pN, εύρημα που είναι σε συμφωνία με την έρευνα για τέτοιου είδους αλληλεπιδράσεις. Το μηχανικό μοντέλο για τον προσδιορισμό του μέτρου ελαστικότητας ήταν το εξής:

$$F = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} E h^2 \varepsilon^{1/2} + 4\pi E R_0 h \varepsilon^3 \quad (4)$$

όπου F είναι η δύναμη που εφαρμόζεται στη μικροφουσαλίδα, E το μέτρο ελαστικότητας του κελύφους της μικροφουσαλίδας, h το πάχος του κελύφους, R<sub>0</sub> η ακτίνα της μικροφουσαλίδας σε κατάσταση ηρεμίας και ε η σχετική παραμόρφωση = d / 2R<sub>0</sub> όπου d είναι η παραμόρφωση της μικροφουσαλίδας.

Το 2006 οι van der Meer et al. [15] παρουσίασαν μία νέα μέθοδο οπτικού χαρακτηρισμού της συμπεριφοράς μεμονωμένων φουσαλίδων, εκτεθειμένων σε υπερήχους. Διεξήγαγαν 22 πειράματα από τα οποία προέκυψε ότι οι ιδιοσυχνότητες μειώνονταν με την ακτίνα της φουσαλίδας. Οι τιμές τους βρέθηκαν αρκετά υψηλές, γεγονός που επιβεβαιώνει την επίδραση του κελύφους. Για την ποσοτικοποίηση της συγκεκριμένης επίδρασης εφαρμόστηκε fitting των σημείων δεδομένων στην εξίσωση:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho \cdot R_0^3} \cdot \left[ 3 \cdot \gamma \cdot P_0 + \frac{2 \cdot (3 \cdot \gamma - 1) \cdot \sigma_w}{R_0} + \frac{4 \cdot x}{R_0} \right]} \quad (5)$$

όπου f<sub>0</sub>=ω<sub>0</sub>/2·π η ιδιοσυχνότητα του συστήματος, R<sub>0</sub> η ακτίνα ισορροπίας, P<sub>0</sub> η πίεση του περιβάλλοντος, σ<sub>w</sub> η επιφανειακή τάση, γ ο πολυτροπικός εκθέτης και x το μέτρο επιφανειακής διαστολής. Το καλύτερο fitting απέδωσε την τιμή x=0.54±0.10 N/m για την παράμετρο ελαστικότητας του κελύφους, όπου το σφάλμα προέρχεται από τη διασπορά των πειραματικών δεδομένων.

Το 2009 οι Glynos et al. [10] διεξήγαγαν τεστ νανοσυμπίεσης με μικροσκοπία ατομικής δύναμης σε κοίλες μικροσφαίρες με λεπτά τοιχώματα. Κατά την διάρκεια της μέτρησης οι μικροφουσαλίδες ήταν από την μία πλευρά προσκολλημένες στην επιφάνεια δίσκου Petri σε περιβάλλον απιονισμένου νερού ενώ από την άλλη ήταν σε επαφή με τον πρόβολο του μικροσκοπίου.. Οι μικροσφαίρες που χρησιμοποιήθηκαν για αυτή τη μελέτη αποτελούνταν από ένα ~10nm στρώμα μαλακού πηκτώματος και από ένα εσωτερικό ~40nm άκαμπτο πολυμερές περίβλημα. Οι προκύπτουσες καμπύλες δύναμης-παραμόρφωσης αποκάλυψαν μία αρχική, μικρής εμβέλειας, μη γραμμική άπωση που σχετίζεται με το εξαιρετικά λεπτό, μαλακό, εξωτερικό στρώμα

και η οποία ακολουθείται από ένα γραμμικό καθεστώς που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας Young του σκληρού, λεπτού τοιχώματος. Το γραμμικό καθεστώς ήταν της τάξης του πάχους του κελύφους και το μέτρο ελαστικότητας που εξήχθη με τη χρήση της γραμμικής σχέσης Reissner ήταν συγκρίσιμο με το αντίστοιχο μέτρο ελαστικότητας όγκου του πολυμερούς. Η σχέση Reissner είναι η εξής:

$$E = \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}}{4} \frac{R}{h^2} s \quad (6)$$

όπου  $s$  είναι η κλίση του αρχικού γραμμικού τμήματος της καμπύλης δύναμης-παραμόρφωσης,  $E$  το μέτρο Young,  $\nu$  ο λόγος του Poisson,  $h$  το πάχος της μεμβράνης και  $R$  η ακτίνα της μικροσφαίρας. Σε μεγαλύτερες παραμορφώσεις παρατηρήθηκαν ζώνες σχεδόν γραμμικής συμπεριφοράς, παρόμοιων κλίσεων που διαχωρίζονταν από ποικίλες μη γραμμικότητες, βήματα και άλματα που σχετίζονται με καταστάσεις λυγισμού.

Πρόσφατα, οι Marmottant et al. [16] ενσωμάτωσαν σε ένα μοντέλο τα ευρήματα αριθμητικών προσομοιώσεων οι οποίες εμπεριείχαν το μέτρο κάμψης του κελύφους και υπολόγιζαν την κρίσιμη πίεση λυγισμού και το σχήμα μετά το λυγισμό. Το μοντέλο βασίστηκε στην ιδέα της ενεργού επιφανειακής τάσης. Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με πειραματικές μετρήσεις ύστερα από ρύθμιση δύο ουσιαστικών παραμέτρων, της τάσης λυγισμού και της τάσης θραύσης του κελύφους. Η τάση λυγισμού παρείχε μία απευθείας εκτίμηση για το κατώφλι της ακουστικής πίεσης στο οποίο συμβαίνει λυγισμός. Ένα ελαστικό, σφαιρικό κέλυφος το οποίο υποβάλλεται μικρή πίεση εσωτερικά, θα γίνει ασταθές και θα υποστεί λυγισμό μόλις η πίεση  $\Delta P_m$  αποκτήσει την κρίσιμη τιμή:

$$\Delta P_m^{buckling} \sim 3G \left( \frac{d}{R} \right)^2 \quad (7)$$

Η παραπάνω έκφραση λήφθηκε ύστερα από αντικατάσταση του μέτρου Young από την έκφραση  $2G(1+\nu)=3G$  για ασυμπίεστο υλικό. Αντιστοιχεί στην πίεση στην οποία είναι πιο επωφελές να δημιουργηθεί μία αναδίπλωση παρά να συμπιεστεί το κέλυφος.

Το 2011 οι Vella et al. [17] μελέτησαν το σχηματισμό εντοπισμένων δομών που προκύπτουν από τη σημειακή φόρτιση ενός εσωτερικά συμπιεσμένου ελαστικού



κελύφους. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι σε αντίθεση με τα κελύφη που δε βρίσκονται υπό πίεση, τα οποία λυγίζουν σε πολυγωνικές δομές, τα συμπιεσμένα κελύφη υπόκεινται σε αστάθεια με πτυχώσεις (ρυτιδώσεις). Μελέτησαν το σχηματισμό πτυχώσεων σε βάθος, παρουσιάζοντας νόμους κλιμάκωσης για την κρίσιμη εσοχή στην οποία συμβαίνει πτύχωση και τον αριθμό των πτυχώσεων που σχηματίζονται σε σχέση με την εσωτερική δημιουργία πίεσης και τις υλικές ιδιότητες του κελύφους. Μέσω αριθμητικών προσομοιώσεων έδειξαν ότι η εξέλιξη του μήκους των πτυχώσεων με την αύξηση των εσοχών είναι κατανοητή για κελύφη υπό υψηλή πίεση από τη θεωρία των μεμβρανών. Τα αποτελέσματά τους προτείνουν ότι η θέση και ο αριθμός των πτυχώσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε συνδυασμό για να δώσουν απλές μεθόδους εκτίμησης των μηχανικών ιδιοτήτων κελυφών υπό υψηλή πίεση.

Την ίδια χρονιά οι Knoche & Kierfeld [18] διερεύνησαν το λυγισμό μαλακών, ελαστικών καψουλών υπό αρνητική πίεση ή για μειωμένο όγκο κάψουλας. Με βάση τη μη γραμμική θεωρία κελυφών και την υπόθεση μίας υπερελαστικής μεμβράνης της κάψουλας εξήχθησαν εξισώσεις σχήματος για αξονοσυμμετρικές και αρχικά σφαιρικές κάψουλες και λύθηκαν αριθμητικά. Βρέθηκε μία συμπεριφορά με πολλές διακλαδώσεις που παρουσιάστηκε με τη μορφή διαγραμμάτων διακλάδωσης. Η ενεργειακά προτιμώμενη σταθερή διαμόρφωση συνάχθηκε από την αρχή ελάχιστης ενέργειας τόσο για καθορισμένο όγκο, όσο και για καθορισμένη πίεση. Βρήκαν ότι τα μετά-λυγισμικά σχήματα ήταν ενεργειακά ευνοϊκά ήδη σε μικρότερες αρνητικές πιέσεις και σε μεγαλύτερους κρίσιμους όγκους από τους προβλεπόμενους από την κλασική αστάθεια λυγισμού. Εμποδίζοντας την αυτό-τομή (self-intersection) για ισχυρά μειωμένο όγκο έλαβαν ολοκληρωμένη εικόνα της διαδικασίας λυγισμού και παρακολούθησαν το σχήμα από την αρχική, μη παραμορφωμένη κατάσταση μέσω της αστάθειας λυγισμού στην κατάσταση πλήρους κατάρρευσης. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι οι ακολουθίες των διακλαδώσεων και των ευσταθών σχημάτων των καψουλών διέφεραν από τον καθορισμένο όγκο και την καθορισμένη πίεση. Στην μετά-λυγισμική κατάσταση, βρήκαν μία σχέση μεταξύ των καμπυλοτήτων στο χείλος της εσοχής και του μέτρου κάμψης η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό του μέτρου ελαστικότητας από την πειραματική ανάλυση του σχήματος. Η σχέση αυτή έχει ως εξής:

$$k_{edge} \sim \frac{(1-\nu)^{1/4}}{R_0} E_B^{-1/4} \quad (8)$$

όπου  $R_0$  η αρχική διάμετρος της μεμβράνης,  $\nu \equiv V/V_0$  είναι ο ανηγμένος όγκος,  $E_B$  το αδιάστατο μέτρο κάμψης και  $1/k_{edge}$  η ελάχιστη ακτίνα καμπυλότητας

### 1.3 ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται εκτενής αναφορά στη θεωρία παραμόρφωσης μικροκαψουλών, καθώς και στους καταστατικούς νόμους από τους οποίους διέπονται τα διάφορα υλικά. Στη συνέχεια διατυπώνεται το πρόβλημα που μελετάται στην παρούσα εργασία, δηλαδή η στατική συμπεριφορά μικροφυσαλίδας που περικλείεται από ελαστικό περίβλημα και καταγράφονται οι εξισώσεις που χαρακτηρίζουν το πρόβλημα. Τέλος, παρουσιάζεται η μέθοδος της μικροσκοπίας ατομικής δύναμης η οποία χρησιμοποιείται σε μεγάλο αριθμό πειραμάτων με τα οποία συγκρίνεται το υπολογιστικό μοντέλο.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η αριθμητική ανάλυση του προβλήματος, αναλύεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων η οποία χρησιμοποιείται στον κώδικα καθώς και οι συναρτήσεις βάσης που προσεγγίζουν τη γεωμετρία του προβλήματος.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρατίθενται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης μέσω επιλεγμένων διαγραμμάτων και γίνεται σύγκριση με αντίστοιχα αποτελέσματα που έχουν ληφθεί μέσω πειραμάτων με τη μέθοδο της μικροσκοπίας ατομικής δύναμης.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη μελέτη, καθώς και προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΩΝ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΗΜΕΙΑΚΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΟΝ ΕΝΑΝ ΠΟΛΟ

### 2.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

#### 2.1.1 ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΜΙΚΡΟΚΑΨΟΥΛΩΝ

Κοίλες, με λεπτά τοιχώματα κάψουλες αποτελούν παραδείγματα καμπύλων δομών με μία πολύ μικρή επέκταση σε μία χωρική διάσταση. Η μηχανική

συμπεριφορά παρόμοιων καμπύλων επιφανειακών δομών μελετάται από τη θεωρία του κελύφους. Ο λόγος της διαδεδομένης χρήσης των κελυφών στη φύση και την τεχνολογία είναι ότι η καμπυλότητα της δομής επιτρέπει την μηχανικώς αποτελεσματική χρήση του υλικού με τη διεξαγωγή εγκάρσιας φόρτισης κυρίως με επίπεδη δράση. Η κύρια θεωρητική προσέγγιση είναι η θεώρηση του τοιχώματος ως συνεχούς υλικού. Ως συνέπεια αυτού, δεν εισάγεται απόλυτη κλίμακα μήκους στη θεωρητική περιγραφή.

Μία σημαντική απλοποίηση βασίζεται στο γεγονός ότι το πάχος της δομής είναι πολύ μικρότερο από τις άλλες δύο διαστάσεις. Το γεγονός αυτό επιτρέπει μία «διαστατική» μείωση του προβλήματος που περιγράφει το κέλυφος με τη διδιάστατη μέση επιφάνειά του. Μόλις λυθεί το διδιάστατο πρόβλημα, οι κλασικές παραδοχές Kirchhoff-Love επιτρέπουν την επέκταση στην τρίτη διάσταση: σημεία στην ίδια κάθετη στη μη-παραμορφωμένη μέση επιφάνεια παραμένουν στην ίδια κάθετη επίσης ύστερα από την παραμόρφωση, και οι μετατοπίσεις είναι οι ίδιες για όλα τα σημεία στην ίδια κάθετη; για παράδειγμα η διατμητική παραμόρφωση διαμέσου του τοιχώματος του κελύφους θεωρείται αμελητέα.

Η παραμόρφωση του κελύφους είναι είτε ένα επίπεδο τέντωμα και διάτμηση ή μία μη-επίπεδη κάμψη. Ανάλογα με το ποιοι από αυτούς τους τρόπους παραμόρφωσης είναι οι πιο σημαντικοί και επιτρεπτοί, έχουν αναπτυχθεί διαφορετικές θεωρίες με συγκεκριμένες εφαρμογές. Το χαρακτηριστικό των βιολογικών μεμβρανών είναι η μικρή τους αντίσταση στην κάμψη και τη διάτμηση με αποτέλεσμα να παραμορφώνονται είτε με καθαρή κάμψη είτε με επίπεδη διάτμηση. Το σχήμα μπορεί να προβλεφθεί με ελαχιστοποίηση της χαμιλτονιανής τύπου Helfrich που περιλαμβάνει τη μέση και Γκαουσιανή καμπυλότητα για την περιγραφή της τοπικής γεωμετρίας της μεμβράνης και την καμπτική δυσκαμψία  $k$  και την Γκαουσιανή καμπυλότητα ως υλικές παραμέτρους. Η χαμηλή τιμή του  $k$ , για παράδειγμα  $k \approx 10^{-19} J \approx 10 - 20 k_B T$  σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος προκαλεί αύξηση στις θερμικές ενεργοποιημένες διακυμάνσεις του σχήματος της μεμβράνης προκειμένου να αυξηθεί η εντροπία σχηματισμού τους.

Στη μηχανική, μία μεμβράνη ορίζεται με το να μην καθιστά δυνατή τη μεταφορά ορμής. Μία μεμβράνη είναι ως εκ τούτου το διδιάστατο ανάλογο μίας ευέλικτης χορδής με την εξαίρεση ότι μπορεί να αντισταθεί στη συμπίεση. Οι επίπεδες τάσεις της μεμβράνης μπορούν να προσδιοριστούν μόνο από τη συνθήκη της

μηχανικής ισορροπίας, δηλαδή είναι στατικώς καθορισμένες. Τα αποτελέσματα της θεωρίας των μεμβρανών επομένως εφαρμόζονται σε όλα τα κελύφη ανεξάρτητα από το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένα. Η γενική θεωρία των κελυφών της οποίας τα κύρια σημεία περιγράφονται παρακάτω και της οποίας τα αποτελέσματα για την περίπτωση σφαίρας θα συζητηθούν κατόπιν, περιλαμβάνει τις επιδράσεις και του τεντώματος και της κάμψης.

Το μηχανικό πρόβλημα της παραμόρφωσης κελύφους μπορεί να συνοψισθεί στην ακόλουθη σειρά ερωτημάτων:

- i. Οι κινηματικές εξισώσεις οι οποίες συσχετίζουν το διάνυσμα μετατόπισης κάθε σημείου της μέσης επιφάνειας με τον τανυστή τάσης (περιγράφοντας το εντός επιπέδου τέντωμα) και τον τανυστή κάμψης (περιγράφοντας την εκτός επιπέδου παραμόρφωση);
- ii. Οι εξισώσεις της μηχανικής ισορροπίας για τον τανυστή τάσης της ενεργού μεμβράνης και τον ενεργό τανυστή ορμής;
- iii. Οι καταστατικές εξισώσεις που χαρακτηρίζουν το υλικό σε κατάσταση σχετικής τάσης και παραμόρφωσης;
- iv. Οι συνοριακές συνθήκες για τη δύναμη ή τη μετατόπιση που καθορίζουν την πραγματική φόρτιση του κελύφους.

Προκειμένου να γίνει εκμετάλλευση του γεγονότος ότι το πρόβλημα είναι διδιάστατο, είναι ωφέλιμο να χρησιμοποιηθούν καμπυλόγραμμες συντεταγμένες αντί για καρτεσιανές συντεταγμένες για το σχηματισμό των κινηματικών εξισώσεων (i). Το μειονέκτημα της συγκεκριμένης επιλογής είναι ότι απαιτείται να εφαρμοστούν τα βασικά αποτελέσματα της διαφορικής γεωμετρίας. Οι ενεργοί τανυστές τάσης χρησιμοποιούνται στο σχηματισμό των (ii) προκειμένου να διασφαλιστεί η συμμετρία. Υποθέτοντας στην (iii) ένα υλικό που υπακούει στο νόμο του Hooke και ότι είναι ισοτροπικό, για παράδειγμα χαρακτηρίζεται από δύο υλικές σταθερές όπως το μέτρο ελαστικότητας του Young  $E$  και ο λόγος του Poisson  $\nu$ , για λεπτά κελύφη ο τανυστής παραμόρφωσης σχετίζεται μόνο με τον ενεργό τανυστή τάσης της μεμβράνης και ο τανυστής κάμψης μόνο με τον ενεργό τανυστή ορμής. Οι σταθερές αναλογικότητας είναι δύο χαρακτηριστικές ποσότητες, η εκτατική δυσκαμψία (1) και η καμπτική δυσκαμψία (2).

$$\chi = \frac{Eh}{1-\nu^2} \quad (9)$$

$$k_B = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (10)$$

Σημειώνεται ότι το πάχος του τοιχώματος  $h$ , το οποίο υποτίθεται ότι είναι μικρό, εισάγεται με διαφορετικούς εκθέτες στις μηχανικές παραμέτρους που χαρακτηρίζουν την ικανότητα του κελύφους να αντιστέκεται στο τέντωμα και στην κάμψη. Το  $\chi$  έχει διαστάσεις ενέργειας ανά επιφάνεια και η συνεισφορά στην ενέργεια υπολογίζεται με πολλαπλασιασμό του με την παραμόρφωση υψωμένη στο τετράγωνο και ακολούθως με ολοκλήρωση σε όλη την επιφάνεια. Υποθέτοντας την πολύ απλή περίπτωση της ομογενούς διαστολής μίας σφαίρας μετατοπίζοντας όλα τα σημεία κατά  $d$ , η αντίστοιχη παραμόρφωση θα είναι  $d/R$  και ως εκ τούτου η ενέργεια εφελκυσμού θα δίνεται από την εξίσωση

$$E_{stretch} = \frac{1}{2} h \int u_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} dA \propto \chi \left( \frac{d}{R} \right)^2 \text{ ανά μονάδα επιφάνειας} \quad (11)$$

όπου  $u$ ,  $\sigma$ , συμβολίζουν τις διδιάστατες παραμορφώσεις και τις τάσεις που αναπτύσσονται στο κέλυφος.

Η καμπτική δυσκαμψία  $k_B$  έχει ήδη τη διάσταση της ενέργειας. Η ενέργεια κάμψης υπολογίζεται με πολλαπλασιασμό του  $k$  με το τετράγωνο της μεταβολής της καμπυλότητας και στη συνέχεια με ολοκλήρωση σε όλη την επιφάνεια. Η μεταβολή στην καμπυλότητα είναι ανάλογη προς το  $d/R^2$ , ως εκ τούτου η ενέργεια της καθαρής κάμψης ανά επιφάνεια εκτιμάται από την εξίσωση

$$E_{bend} \propto k_B \left( \frac{d}{R^2} \right)^2 \quad (12)$$

Ο λόγος μεταξύ των δύο συνεισφορών ενέργειας (εξίσωση 13)

$$\frac{E_{stretch}}{E_{bend}} \propto \left( \frac{R}{h} \right)^2 \quad (13)$$

είναι κατά συνέπεια αρκετά μεγάλος για λεπτά κέλυφη. Όταν το κέλυφος επιτρέπει την παραμόρφωση χωρίς τέντωμα, αυτός ο τρόπος παραμόρφωσης θα πραγματοποιηθεί υπό ενεργειακά ευνοϊκές συνθήκες, κατάσταση που επίσης αναφέρεται ως αρχή του Love των εφαρμόσιμων επιφανειών. Ένα ευρέως γνωστό αποτέλεσμα ωστόσο, είναι ότι για σφαιρικές κάψουλες τρόποι παραμόρφωσης χωρίς τέντωμα δεν είναι πιθανοί.

Στην κλασική θεωρία των κελυφών, αναλυτικές λύσεις μπορούν να ληφθούν μόνο για απλή γεωμετρία κελύφους και απλές συνθήκες φόρτισης. Ένα σημαντικό αναλυτικό αποτέλεσμα είναι η παραμόρφωση ενός σφαιρικού κελύφους υπό την επιβολή σημειακών φορτίων στους πόλους του. Κοντά στον πόλο, η λύση αποδείχθηκε ότι είναι ισοδύναμη με το απλό αποτέλεσμα που βρέθηκε για ρηχές σφαίρες από τον Reissner [13]. Η κάθετη μετατόπιση του πόλου,  $d$ , κάτω από σημειακή φόρτιση με δύναμη  $P$  δίνεται από τη εξίσωση

$$d = \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}}{4} \frac{PR}{Eh^2} \quad (14)$$

Υποθέτοντας μία τιμή για το λόγο Poisson  $\nu=0.5$  λαμβάνεται ο αριθμητικός προπαράγοντας και η εξίσωση

$$d = 0.375 \frac{PR}{Eh^2} \quad (15)$$

Στην περίπτωση εφαρμογής σημειακού φορτίου περιορισμένου στον ένα από τους δύο πόλους, μακριά από τον πόλο η αναλυτική λύση αντιστοιχεί στη λύση της μεμβράνης δείχνοντας ότι η κάμψη οριοθετείται σε μία περιορισμένη περιοχή γύρω από το σημείο εφαρμογής της συγκεκριμένης δύναμης, δηλαδή γύρω από τον πόλο. Μία εκτίμηση του πόσο τοπική είναι αυτή η κάμψη ως συνάρτηση της γεωμετρίας της κάψουλας μπορεί να ληφθεί με μία απλή δήλωση για την ενέργεια: η γραμμική διάσταση της κυρτής περιοχής που συμβολίζεται με  $a$ , προσδιορίζεται από την απαίτηση ότι το άθροισμα των ενεργειών εφελκυσμού και κάμψης φθάνει σε ένα ελάχιστο (σημειώνεται ότι η συνεισφορά της κάμψης είναι ανάλογη προς

$$k_B \frac{d^2}{a^4} a^2 \text{ όπου ο τελευταίος παράγοντας προέρχεται από την ολοκλήρωση γύρω από τη λυγισμένη επιφάνεια). Για τον χωρικό περιορισμό της κάμψης λαμβάνει κανείς} \quad (16)$$

$$a \propto \sqrt{hR}$$

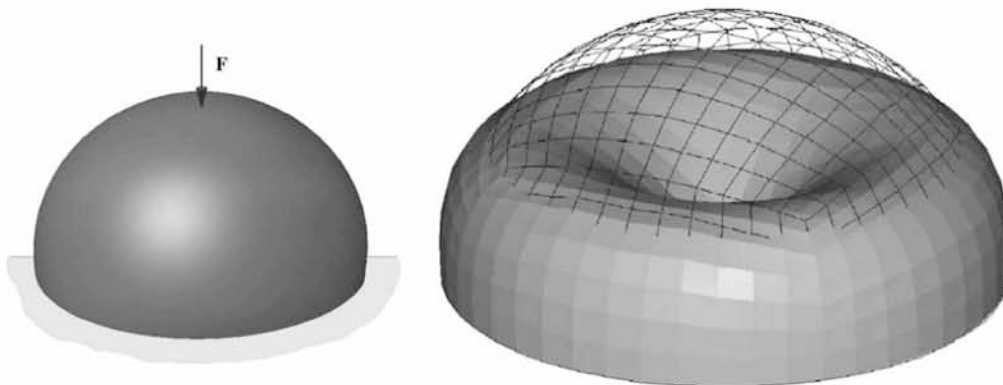
που σημαίνει ότι μία μείωση του πάχους του κελύφους έχει ως αποτέλεσμα την σε μεγαλύτερο βαθμό τοπική παραμόρφωση λόγω κάμψης.

Για να χρησιμοποιήσει κάποιος τα αναλυτικά αποτελέσματα της θεωρίας του κελύφους απαιτείται να είναι ενήμερος των βασικών υποθέσεων και των περιορισμών που προκύπτουν από αυτές. Το πιο σημαντικό είναι ότι η εγκυρότητα της εξίσωσης (16) περιορίζεται για μικρές παραμορφώσεις, μία υπόθεση που αναφέρεται ως

υπόθεση μικρής διαταραχής. Η συγκεκριμένη υπόθεση εμπλέκει την πολύ μεγάλη απλοποίηση ότι οι συνθήκες ισορροπίας δεν έχουν διατυπωθεί στην κατάσταση παραμόρφωσης, η οποία είναι άγνωστη και πρέπει να προσδιοριστεί αλλά στη γνωστή, μη-παραμορφωμένη κατάσταση, δηλαδή το αρχικό σφαιρικό σχήμα της κάψουλας. Για λεπτά κελύφη οι παραμορφώσεις μπορούν να θεωρηθούν μικρές όταν είναι περίπου αντίστοιχες με το πάχος του τοιχώματος του κελύφους.

Στο σχεδιασμό των πειραματικών διαδικασιών που χρησιμοποιούν αναλυτικά αποτελέσματα στην ερμηνεία τους, απαιτείται να δοθεί προσοχή στον περιορισμό της παραμόρφωσης της κάψουλας στην περιοχή των μικρών παραμορφώσεων και να μετρηθεί εντός αυτής της περιοχής με όσο μεγαλύτερη ακρίβεια γίνεται. Για μία διδιάστατη μείωση σε ένα επιφανειακό πρόβλημα, το κέλυφος πρέπει να υποτεθεί λεπτό. Η κλασική θεωρία λεπτών κελυφών είναι εφαρμόσιμη εφόσον ο λόγος μεταξύ του πάχους του τοιχώματος και της ακτίνας του κελύφους είναι μικρότερος από 1/10. Για την περιγραφή υλικών που δεν υπακούουν στο νόμο του Hooke αλλά μοιάζουν με λάστιχα κυρίως σε πολύ μεγάλες παραμορφώσεις, χρησιμοποιούνται μοντέλα νέο-Hookean ή πιο γενικά Mooney-Rivlin.

Η συμπεριφορά πολύ μεγάλης παραμόρφωσης των σφαιρικών κελυφών που βρίσκονται υπό καθεστώς σημειακής φόρτισης κυριαρχείται από το λυγισμό, δηλαδή το σχηματισμό μίας περιοχής αντίστροφης καμπυλότητας που αυξάνεται με την αύξηση της παραμόρφωσης. Ο συγκεκριμένος τύπος παραμόρφωσης ελαχιστοποιεί το τέντωμα του κελύφους (σχήμα 2)

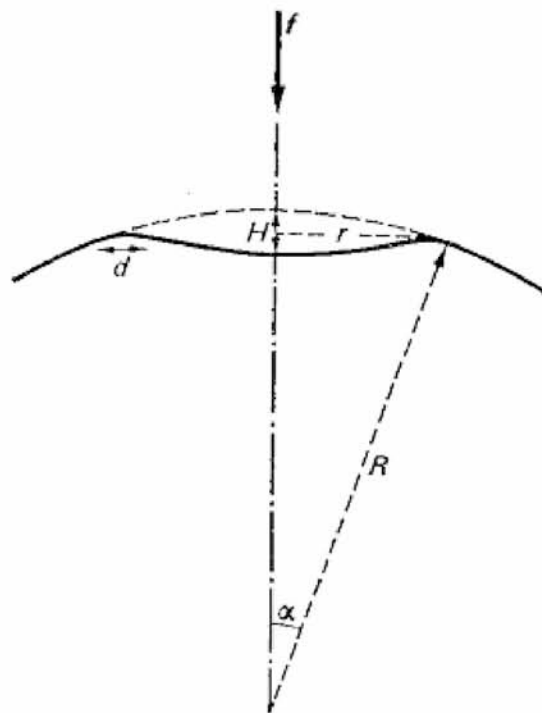


Σχήμα 2: Παραμόρφωση σφαιρικού κελύφους υπό την εφαρμογή σημειακού φορτίου (κατάσταση φόρτισης πριν από την παραμόρφωση όπως παρουσιάζεται στο αριστερό σχήμα). Το κέλυφος αντιδρά με αστάθεια λυγισμού για δυνάμεις μεγαλύτερες από μία κρίσιμη δύναμη.

Με την παραδοχή ότι η ενέργεια είναι εντοπισμένη στο χείλος της σχηματιζόμενης εσοχής, σχήμα 3, ο Rogorelon [19,20] εξήγαγε το ακόλουθο αποτέλεσμα για την παραμόρφωση υπό την εφαρμογή σημειακού φορτίου P

$$d = \frac{(1-\nu^2) P^2 R^2}{3.56 E^2 h^5} \quad (17)$$

Σε αντίθεση με τη λύση του Reissner για πολύ μικρές παραμορφώσεις, ύστερα από λυγισμό και σχηματισμό εσοχής η παραμόρφωση δεν μεταβάλλεται πλέον γραμμικά με τη δύναμη αλλά τετραγωνικά.



Σχήμα 3: Μεσημβρινό τμήμα του κελύφους

Οι ελαστικές τάσεις που αναπτύσσονται στο κέλυφος της φυσαλίδας και οφείλονται στις ροπές κάμψης, υπολογίζονται βάσει της θεωρίας ευστάθειας κελύφους και καθορίζονται από το βαθμωτό μέτρο κάμψης,  $k_{Bdim}$ , το οποίο αποτελεί μέτρο της αντίστασης του κελύφους στην κάμψη και εισάγεται ως επιπρόσθετη παράμετρος που οφείλεται στην ανισοτροπία της ελαστικότητας της μεμβράνης κατά μήκος της διεπιφάνειας και κάθετα προς αυτήν. Ένα κλειστό, σφαιρικό κέλυφος δεν είναι δυνατόν να λυγίσει χωρίς να τεντωθεί. Εάν η παραμόρφωση του κελύφους περιλαμβάνει εφελκυσμό, τότε οι εφελκυστικές τάσεις είναι εν γένει μεγάλες σε



σύγκριση με τις τάσεις κάμψης οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Κελύφη για τα οποία συμβαίνει αυτό ονομάζονται μεμβράνες.

Ωστόσο, εάν οι δυνάμεις που δρουν στο κέλυφος είναι επαρκώς μεγάλες, το σχήμα του κελύφους μπορεί να μεταβληθεί σημαντικά λόγω εξογκωμάτων που σχηματίζονται στο εσωτερικό του, σχήμα 3. Ο προσδιορισμός της παραμόρφωσης ως συνάρτηση των εφαρμοζόμενων φορτίων απαιτεί ειδική διερεύνηση σε αυτή τη μη συνηθισμένη περίπτωση. Έστω ένα κυρτό κέλυφος (με σταθερά άκρα έτσι ώστε να είναι γεωμετρικά άκαμπτο) υπόκειται στη δράση μίας μεγάλης δύναμης  $f$  κατά μήκος της κάθετης προς τα μέσα διεύθυνσης. Έστω επίσης ότι το κέλυφος αποτελεί τμήμα σφαίρας ακτίνας  $R$ . Η περιοχή του εξογκώματος θα είναι ένα σφαιρικό καπάκι που είναι σχεδόν μία κατοπτρική εικόνα του αρχικού του σχήματος (σχήμα 3). Το πρόβλημα είναι ο προσδιορισμός της διάστασης του εξογκώματος ως συνάρτηση της δύναμης [19],[20].

Το μεγαλύτερο μέρος της ελαστικής ενέργειας είναι συγκεντρωμένο σε μία στενή ζώνη κοντά στο άκρο του εξογκώματος όπου η κάμψη του κελύφους είναι σχετικά μεγάλη. Η συγκεκριμένη ζώνη ονομάζεται ζώνη κάμψης και το πλάτος της συμβολίζεται με  $d$ . Η ενέργεια αυτή εκτιμάται μέσω της υπόθεσης ότι η ακτίνα  $r$  της περιοχής διόγκωσης είναι πολύ μικρότερη από  $R$  έτσι ώστε η γωνία  $\alpha \ll 1$  (σχήμα 3). Τότε θα ισχύει  $r = R \sin \alpha \approx Ra$  και το βάθος του εξογκώματος  $H = 2R(1 - \cos \alpha) \approx Ra^2$ . Έστω  $J$  συμβολίζεται η μετατόπιση των σημείων στο κέλυφος στη ζώνη κάμψης. Οι ενέργειες κάμψης κατά μήκος του μεσημβρινού και εφελκυσμού κατά μήκος του κύκλου του γεωγραφικού πλάτους ανά μονάδα επιφάνειας είναι αντίστοιχα τάξης μεγέθους  $Eh^3J^2/d^4$  και  $EhJ^2/R^2$ . Η συνθήκη για να είναι το άθροισμά τους ελάχιστο δίνει πάλι  $d \sim \sqrt{hR}$ . Η απαιτούμενη σχέση μεταξύ του βάθους του εξογκώματος  $H$  και της εφαρμοζόμενης δύναμης  $f$  λαμβάνεται με εξίσωση του  $f$  με την παράγωγο της ενέργειας ως προς  $H$ . Έτσι, βρίσκεται ότι  $H \sim f^2 R^2 / E^2 h^5$ . Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η προηγούμενη σχέση δεν είναι γραμμική [19],[20].

Μία σημαντική επέκταση του μοντέλου του σφαιρικού κελύφους, κυρίως για βιολογικές εφαρμογές, είναι να θεωρηθεί ότι η κάψουλα δεν είναι κενή αλλά γεμάτη με ρευστό. Έστω ένα γεμάτο κέλυφος με μηδενική διαπερατότητα του υλικού του. Προφανώς, η περίπτωση ενός άδειου κελύφους είναι ισοδύναμη με την περίπτωση ενός γεμάτου κελύφους με υλικό τοιχώματος άπειρης διαπερατότητας όπου οι επιδράσεις της αδράνειας θεωρούνται αμελητέες, ενώ η πεπερασμένη διαπερατότητα

προκαλεί περίπλοκα αποτελέσματα εξαρτώμενα από το βαθμό παραμόρφωσης. Η μη-συμπιεστότητα του ρευστού στο εσωτερικό του κελύφους απαιτεί διατήρηση του όγκου ανά πάσα στιγμή κατά τη διάρκεια των παραμορφώσεων. Όσον αφορά στη δύναμη σημειακής φόρτισης, σημαντικές συνεισφορές στη δυναμική ενέργεια προκύπτουν από την κάμψη των άκρων γύρω από το χείλος της εσοχής, από το τέντωμα εξαιτίας της αύξησης της πίεσης του ρευστού στο εσωτερικό της κάψουλας και από το έργο του εφαρμοζόμενου φορτίου [4].

Στην παρακάτω εικόνα 4 παρουσιάζεται μία σύγκριση μεταξύ πειραμάτων που εκτελέστηκαν με μία μπάλα του ράκετμπολ ( $h/R=0,167$ , παχύ κέλυφος!) άδεια και γεμάτη με νερό και αναλυτικών υπολογισμών που βασίζονται στη θεωρία του αξονοσυμμετρικού λεπτού κελύφους. Για άδεια κελύφη, η παραμόρφωση του κελύφους προβλέπεται με ακρίβεια για παραμορφώσεις του 25% της ακτίνας πριν από τη διατμητική παραμόρφωση η οποία θεωρείται αμελητέα στη θεωρία λεπτού κελύφους, η οποία οδηγεί σε χαλάρωση του πραγματικού κελύφους.

Το γέμισμα του κελύφους δεν προκαλεί καμία διαφορά για παραμορφώσεις έως και το 20% της ακτίνας σε σύγκριση με ένα άδειο κέλυφος. Στη συγκεκριμένη περιοχή ως εκ τούτου επικρατεί κυρίως το καθεστώς της κάμψης. Η επίδραση του μετατοπισμένου ρευστού γίνεται σημαντική μόνο για ακόμη μεγαλύτερες παραμορφώσεις.

Για ένα κέλυφος με δοσμένο πάχος  $h$ , η ακαμψία του κελύφους αυξάνεται με μείωση της ακτίνας του κελύφους σε καθεστώς μικρής παραμόρφωσης. Σε μεγαλύτερες αποκλίσεις, οι τάσεις είναι στην πραγματικότητα μικρότερες, για μεγαλύτερες σφαίρες. Εφόσον όμως η παραμορφωμένη περιοχή είναι ανάλογη προς το  $R^2$ , ο συνδυασμός και των δύο επιδράσεων έχει ως αποτέλεσμα ένα μεγαλύτερο κέλυφος να είναι περισσότερο άκαμπτο από ένα μικρότερο. Υπό την επίδραση εξωτερικής πίεσης συμβαίνει λυγισμός του σφαιρικού κελύφους. Με την παραδοχή ότι το κενό κέλυφος χάνει σταθερότητα όταν το έργο που παράγεται από την εξωτερική πίεση γίνεται ίσο με την ενέργεια παραμόρφωσης, η κρίσιμη πίεση  $P_c$ , για την έναρξη του λυγισμού δίνεται από την εξίσωση

$$P_c = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{h^2}{R^2} \quad (18)$$

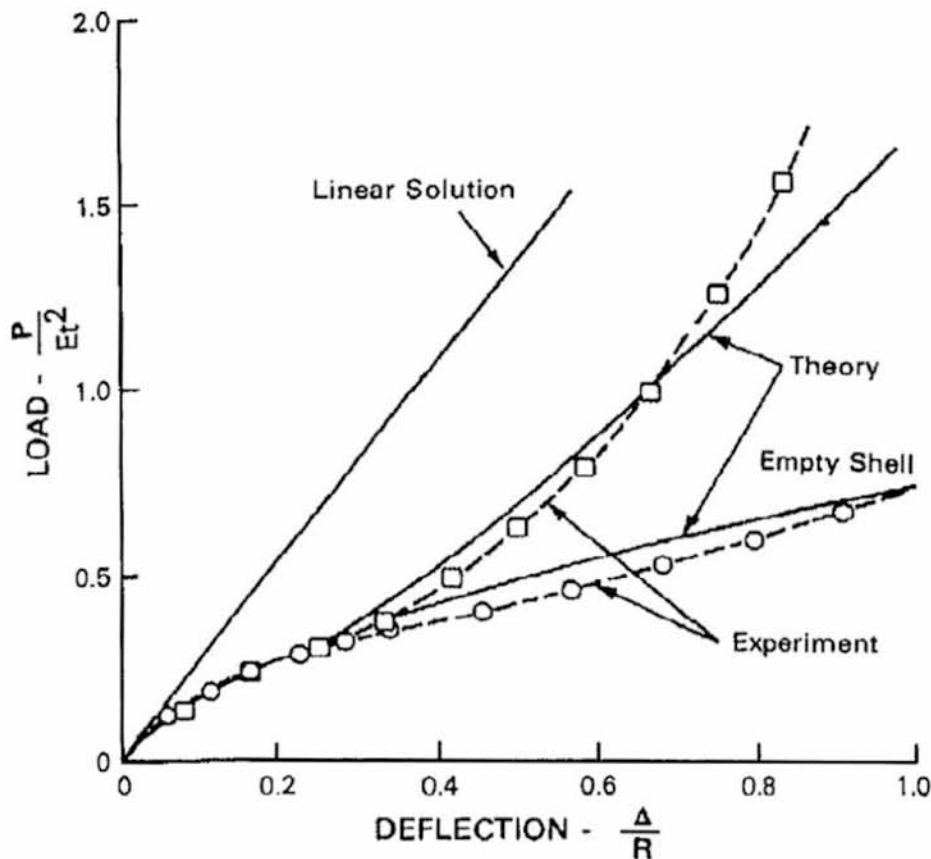
Με βάση την παραδοχή ότι η παραμόρφωση συγκεντρώνεται στο χείλος μιας εσοχής, μπορούν να ληφθούν προβλέψεις είτε εάν το κέλυφος εμφανίζει μία μεγάλη εσοχή,

είτε αρκετές μικρότερες. Πρόσθετες δυνάμεις είναι πιθανόν να δράσουν στην κάψουλα λόγω της αλληλεπίδρασης με το υπόστρωμα. Το πρόβλημα της προσκόλλησης και της παραμόρφωσης υπό προσκόλληση είναι τεχνολογικής σημασίας.

Για μία λεπτομερή ανάλυση μεγάλης παραμόρφωσης των καψουλών με γεωμετρία γενικής φόρτισης είναι απαραίτητο να υιοθετηθούν αριθμητικές μέθοδοι. Η απώλεια σταθερότητας κατά την έναρξη του λυγισμού, επίσης παραμένει ένα πρόβλημα-πρόκληση για τις αριθμητικές μεθόδους. Δύο κύριες αριθμητικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται, αφενός η μοντελοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία, ένα πρότυπο αριθμητικό εργαλείο για μηχανικούς και αφετέρου, ελαστικά δίκτυα τριγωνικών επιφανειών, ένα μοντέλο που κατά προτίμηση χρησιμοποιείται στο πεδίο της φυσικής.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι αποτελεσματική στην εύρεση προσεγγιστικών λύσεων για τις μερικές διαφορικές εξισώσεις της μηχανικής συνεχούς μέσου σε πολύπλοκες γεωμετρίες. Για να μειωθεί η υπολογιστική προσπάθεια, γίνονται συχνά παραδοχές συμμετρικότητας της λύσης, για παράδειγμα στην περίπτωση της αξονοσυμμετρικής φόρτισης η λύση πρέπει επίσης να εμφανίζει τη συμμετρία. Παρόλο που στους υπολογισμούς με πεπερασμένα στοιχεία η γεωμετρία διακριτοποιείται σε πεπερασμένα στοιχεία, τα αποτελέσματα θα πρέπει να είναι ανεξάρτητα από την επιλεγμένη διακριτοποίηση. Αυτό συνήθως δοκιμάζεται με χρήση πλεγμάτων διαφορετικών μεγεθών.

Για μικρές παραμορφώσεις, παρατηρείται μία γραμμική σχέση δύναμης-παραμόρφωσης. Η γραμμικότητα της σχέσης είναι αναμενόμενη για μία μεμβράνη με μη-μηδενική αντίσταση στην κάμψη. Σύμφωνα με τον Reissner, η παραμόρφωση  $d$  σχετίζεται με τη δύναμη  $P$ , την ακτίνα της κάψουλας  $R$ , το πάχος τοιχώματος  $h$ , το μέτρο ελαστικότητας Young  $E$  και το λόγο του Poisson  $\nu$  μέσω της εξίσωσης (14). Εφόσον η συγκεκριμένη σχέση ισχύει αυστηρά μόνο για δύναμη σημειακού φορτίου στην κορυφή ενός ρηχού σφαιρικού καπακιού αποτελεί επίσης μία καλή προσέγγιση για αυτήν την κατάσταση φόρτισης (ένα κέλυφος συμπιεσμένο από μία μεγάλη σφαίρα) όπως αποκαλύφθηκε από τη μοντελοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία. Επειδή στο σύστημα της μικροκάψουλας και η ακτίνα της κάψουλας και το πάχος του τοιχώματος της κάψουλας μπορεί να ποικίλουν, η εγκυρότητα της προσέγγισης του Reissner μπορεί να ελεγχθεί με έλεγχο της κλιμάκωσης της ακαμψίας της κάψουλας ( $k=P/d$ ) με αυτές τις παραμέτρους.



Σχήμα 4: Διάγραμμα φορτίου-παραμόρφωσης για μπάλα του ράκετμπολ με  $h/R=0,167$  (πείραμα) συγκρινόμενη με υπολογισμούς που βασίζονται στη θεωρία κελύφους. Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν με άδεια κελύφη (κυκλικά) και με κελύφη γεμάτα με νερό (τετραγωνικά).

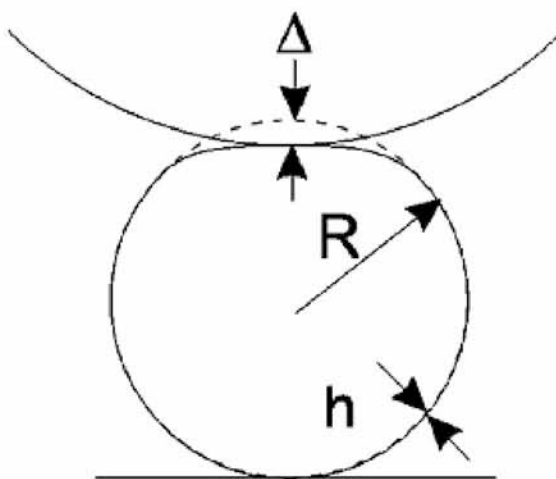
## 2.2 ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Θεωρούμε μία μικροφουσαλίδα εγκλεισμένη σε κάψουλα με μέση ακτίνα ισορροπίας  $R_0$ . Η μικροφουσαλίδα αποτελείται από ιδανικό αέριο που περικλείεται από μία ιξωδοελαστική μεμβράνη με απειροελάχιστο πάχος  $h$  σε σύγκριση με την ακτίνα, μέτρο διάτμησης  $G_s$  και δυναμικό ιξώδες  $\mu_s$ , ενώ δεν έχει παραμένουσες τάσεις. Το υλικό της μεμβράνης μπορεί να είναι είτε υλικό που παρουσιάζει χαλάρωση λόγω παραμόρφωσης είτε υλικό που παρουσιάζει σκλήρυνση λόγω παραμόρφωσης.

Στην πρώτη περίπτωση το υλικό της μεμβράνης είναι τέτοιο ώστε το ενεργό μέτρο ελαστικότητας μειώνεται καθώς η παραμόρφωση αυξάνει ενώ το αντίθετο ισχύει για το δεύτερο είδος υλικού της μεμβράνης. Γίνεται επίσης η υπόθεση ότι η μεμβράνη έχει αμελητέα πυκνότητα εξαιτίας του μικρού πάχους της και ως συνέπεια

αυτού οι επιδράσεις λόγω αδράνειας στο κέλυφος μπορούν να αγνοηθούν. Επομένως, το κέλυφος θεωρείται ότι βρίσκεται σε ισορροπία ανά πάσα στιγμή.

Το κέλυφος παραμορφώνεται λόγω της δράσης στατικής πίεσης  $P_{st}$  στον έναν πόλο (σημειακή φόρτιση) όπως παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα. Στη συνέχεια με ολοκλήρωση υπολογίζεται η κατανομή της πίεσης πολύ κοντά στον πόλο. Το ολοκλήρωμα της κατανομής της πίεσης γύρω από την επιφάνεια ισούται με την εφαρμοζόμενη δύναμη. Το κέντρο βάρους της φυσαλίδας λαμβάνεται στη θέση μηδέν για να μην υπάρχει μετατόπισή της ως στερεό σώμα. Λόγω αξονικής συμμετρίας επιλύεται μόνο μία τομή στην αζιμούθια κατεύθυνση με δεδομένη γωνία  $\varphi=0$ . Διεξήχθησαν αριθμητικές προσομοιώσεις με εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων σε πρόγραμμα FORTRAN με ιδιότητες υλικού  $R_0=1.58 \cdot 10^{-6}m$ ,  $G_s=16.6 \cdot 10^6 Pa$  και  $1.66 \cdot 10^6 Pa$  προκειμένου να ταυτοποιηθεί η εξάρτηση της απόκρισης από την ακαμψία του κελύφους;  $h=10^{-9}m$  και  $\nu=0.5$  ο λόγος Poisson. Η παραπάνω παραμετρική μελέτη χρησιμεύει και ως πρώτη προσπάθεια της μελέτης φυσαλίδων τύπου Bisphere και BR14 για τις οποίες υπάρχουν διαθέσιμες πειραματικές μετρήσεις και οι οποίες παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές στο μέτρο ελαστικότητας. Χρησιμοποιήθηκαν πεπερασμένα στοιχεία τύπου B-cubic splines με δύο κόμβους για τη διακριτοποίηση της επιφάνειας της σφαίρας.



Σχήμα 5: Παραμόρφωση σφαιρικής ελαστικής κάψουλας λόγω επιβολής σημειακής δύναμης στον έναν πόλο

Το διδιάστατο μέτρο ελαστικότητας Young της μεμβράνης  $E$ , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E = 3G_s \quad (19)$$

ενώ το βαθμωτό μέτρο κάμψης  $k_B$ , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$k_B = \frac{3G_s h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (20)$$

Η ελάχιστη (κρίσιμη) υπερπίεση πέρα από την οποία εμφανίζεται αστάθεια στατικού λυγισμού δίνεται μέσω της παραπάνω σχέσης (18) ή αλλιώς:

$$P'_{crit,Th} = \frac{2E_v}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left( \frac{h}{R_0} \right)^2 = \frac{2(3G_s)}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left( \frac{h}{R_0} \right)^2 \quad (21)$$

Η παραπάνω σχέση είναι ευρέως γνωστή από τη θεωρία κελύφους, βασίζεται σε στατικές θεωρήσεις που ισχύουν στην περίπτωση που το κέλυφος αποτελείται από τρισδιάστατο, ισοτροπικό υλικό που ακολουθεί το νόμο του Hooke, δηλαδή η βασική σφαιρική διαμόρφωση υφίσταται μικρές μετατοπίσεις [19].

### 2.3 ΑΔΙΑΣΤΑΤΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΓΕΘΩΝ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Η χαρακτηριστική πίεση ορίζεται ως  $P_{st} \cdot R_0^2$ . Για την ορθή μοντελοποίηση αλλά και για τον καλύτερο χειρισμό του συστήματος των εξισώσεων πραγματοποιείται αδιαστατοποίηση με κάποια χαρακτηριστικά μεγέθη. Η αδιαστατοποίηση πραγματοποιείται με χρήση της χαρακτηριστικής πίεσης  $P_{st}$  και της ακτίνας του κελύφους  $R_0^2$  και έχει ως εξής [21]:

$$E_{αδιάστ} = \frac{\chi}{P_{st} \cdot R_0^3} \quad (\text{αδιάστατο μέτρο επιφανειακής διαστολής}) \quad (22)$$

$$k_{B,αδιάστ} = \frac{k_B}{P_{st} \cdot R_0^5} \quad (\text{αδιάστατη αντίσταση σε λυγισμό}) \quad (23)$$

$$P_{crit,αδιάστ} = \frac{P'_{crit,Th}}{P_{st} \cdot R_0^2} \quad (\text{αδιάστατη κρίσιμη πίεση λυγισμού}) \quad (24)$$

$$P_{static,αδιάστ} = \frac{P_{static}}{P_{st} \cdot R_0^2} \quad (\text{αδιάστατη στατική πίεση}) \quad (25)$$

$$E_{bend,αδιάστ} = \frac{k_b}{P_{st} \cdot R_0^3} \quad (\text{αδιάστατη ενέργεια λόγω κάμψης}) \quad (26)$$

$$E_{stretch,αδιάστ} = \frac{E_{stretch}}{P_{st} \cdot R_0^3} \quad (\text{αδιάστατη ενέργεια λόγω τεντώματος}) \quad (27)$$

$$d_{αδιάστ} = \frac{d}{R_0} \quad (\text{αδιάστατη μετατόπιση}) \quad (28)$$

## 2.4 Η ΛΑΓΚΡΑΤΖΙΑΝΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ

Η λαγκρατζιανή συντεταγμένη  $\xi$  η οποία ταυτοποιεί τα μόρια στη διεπιφάνεια συσχετίζεται με το μήκος τόξου  $s$  της διεπιφάνειας μέσω της σχέσης

$$\frac{\partial s}{\partial \xi} = \left( r^2_{\xi} + r^2 \partial_{\xi}^2 \right)^{1/2}, 0 \leq \xi \leq 1 \quad (29)$$

όπου το  $\xi$  ως δείκτης υποδηλώνει μερική παραγωγήση. Το διάνυσμα θέσης ορίζεται ως  $\vec{r}_d = r \vec{e}_r$ , ενώ το κάθετο και εφαπτομενικό διάνυσμα στη διεπιφάνεια δίνονται από τις σχέσεις

$$\vec{n} = \frac{r \theta_s}{\sqrt{r_s^2 + r^2 \theta_s^2}} \vec{e}_r - \frac{r_s}{\sqrt{r_s^2 + r^2 \theta_s^2}} \vec{e}_\theta \quad (30)$$

$$\vec{e}_s = \frac{r_s}{\sqrt{r_s^2 + r^2 \theta_s^2}} \vec{e}_r + \frac{r \theta_s}{\sqrt{r_s^2 + r^2 \theta_s^2}} \vec{e}_\theta \quad (31)$$

αντίστοιχα.

## 2.5 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΣΤΗ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Η συνισταμένη δύναμη εξαιτίας των ελαστικών τάσεων στη μεμβράνη δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta \vec{F} = \Delta F_n \vec{n} + \Delta F_t \vec{e}_s = -\vec{\nabla}_s \cdot \underline{\underline{T}} \quad (32)$$

Στην εξίσωση (32)  $\vec{\nabla}_s = \sum_{i=1}^2 \vec{\alpha}^i \frac{\partial}{\partial u_i}$ ,  $i=1,2$  συμβολίζει τον τελεστή κλίσης επιφάνειας,

$$\vec{\alpha}_i = \frac{\partial \vec{r}_s}{\partial u_i}, i=1,2 \text{ και } \vec{\alpha}^i = \frac{(-1)^j (\vec{\alpha}_j \times \vec{n})}{|\vec{\alpha}_1 \cdot \vec{\alpha}_2 \times \vec{n}|}, i, j=1,2, i \neq j \text{ είναι τα συναλλοίωτα και}$$

ανταλλοίωτα διανύσματα βάσης αντίστοιχα, ενώ

$$\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{\tau}} + \vec{q} \vec{n} \quad (33)$$

συμβολίζει τον τανυστή τάσης ολόκληρης της διεπιφάνειας,  $\underline{\underline{\tau}}$  συμβολίζει τον ιξωδοελαστικό τανυστή τάσης στο επίπεδο και  $\vec{q} \vec{n}$  τον εγκάρσιο τανυστή διάτμησης που

δίνει τις διατμητικές τάσεις που οφείλονται στις αναπτυσσόμενες ροπές κάμψης. Το διάνυσμα διατμητικής τάσης  $\vec{q}$  συσχετίζεται με τον τανυστή των ροπών κάμψης  $\underline{m}$ ,

$$\vec{q} = \vec{\nabla}_s \cdot \underline{m} \cdot (\underline{I} - \vec{n}\vec{n}) \quad (34)$$

όπου  $\underline{I}$  είναι ο μοναδιαίος τανυστής τάσης ενώ για το αντί-συμμετρικό τμήμα του τανυστή τάσης στο επίπεδο ισχύει ότι

$$\underline{\tau} - \underline{\tau}^T = (\vec{\nabla}_s \vec{n}) \cdot \underline{m} - \underline{m}^T \cdot (\vec{\nabla}_s \vec{n}) \quad (35)$$

Οι εξισώσεις (34) και (35) αναπαριστούν το ισοζύγιο ροπής σε ένα διαφορικό στοιχείο της μεμβράνης. Λόγω της συμμετρίας ως προς τον άξονα, οι παράγωγοι ως προς  $\xi$  θα πρέπει να ικανοποιούν τις ακόλουθες συνθήκες:

$$\frac{\partial r}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = 0 \quad \text{για } \xi = 0, 1 \quad (36)$$

που αντιστοιχούν στους δύο πόλους του συστήματος συντεταγμένων.

## 2.6 ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΡΟΠΕΣ ΚΑΜΨΗΣ

Ο καρτεσιανός τανυστής καμπυλότητας ορίζεται ως  $\underline{B} \equiv \vec{\nabla}_s \vec{n}$ . Οι συνιστώσες του είναι  $b_{ij} = \vec{\alpha}_i \underline{B} \cdot \vec{\alpha}_j, i, j = 1, 2$  και αναπαρίστανται από τη βάση  $[\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \vec{n}]$ . Ο τανυστής  $\underline{B}$  είναι  $2 \times 2$  συμμετρικός πίνακας. Για τη διαγωνιοποίηση και την εύρεση των κύριων καμπυλοτήτων πρέπει να λυθεί το ακόλουθο πρόβλημα ιδιοτιμών,

$$\underline{B} \cdot \vec{t}_i = k_i \cdot \vec{t}_i, i = 1, 2$$

όπου  $k_i$  είναι οι κύριες καμπυλότητες και  $\vec{t}_i$  τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα που παριστάνονται από το σύστημα  $\vec{\alpha}_i$ . Στην περίπτωση που το σχήμα της διεπιφάνειας, οι ελαστικές τάσεις και οι ροπές κάμψης είναι αξονοσυμμετρικές, αυτό οδηγεί σε  $\vec{t}_1 = \vec{e}_s, \vec{t}_2 = \vec{e}_\phi$  όπου



$$k_1 = k_s = \frac{r_\xi^2 \theta_\xi}{\left((r\theta_\xi)^2 + r_\xi^2\right)^{3/2}} + \frac{rr_\xi \theta_{\xi\xi}}{\left((r\theta_\xi)^2 + r_\xi^2\right)^{3/2}} + \frac{\theta_\xi}{\left((r\theta_\xi)^2 + r_\xi^2\right)^{1/2}} \quad (37)$$

$$k_2 = k_\phi = \frac{\theta_\xi}{\left((r\theta_\xi)^2 + r_\xi^2\right)^{1/2}} - \frac{r_\xi \cot \theta}{r \left((r\theta_\xi)^2 + r_\xi^2\right)^{1/2}} \quad (38)$$

ενώ η μέση καμπυλότητα δίνεται από τη σχέση  $k_m = \frac{k_1 + k_2}{2}$ . Επομένως, οι κύριες

διευθύνσεις του  $\underline{\underline{\tau}}$  και του  $\underline{\underline{m}}$  συμπίπτουν με τα αξονοσυμμετρικά μοναδιαία διανύσματα,

$$\underline{\underline{\tau}} = \tau_{ss} \bar{e}_s \bar{e}_s + \tau_{\phi\phi} \bar{e}_\phi \bar{e}_\phi, \underline{\underline{m}} = m_s \bar{e}_s \bar{e}_s + m_\phi \bar{e}_\phi \bar{e}_\phi \quad (39)$$

ενώ η διανυσματική, εγκάρσια διατμητική τάση βρίσκεται στο μεσημβρινό επίπεδο και δίνεται από τη σχέση

$$\bar{q} = q \bar{e}_s \quad (40)$$

Με αντικατάσταση των εκφράσεων (33), (39) και (40) στις (32) και (34) προκύπτει:

$$\bar{\Delta F} = \Delta F_N \bar{n} + \Delta F_t \bar{e}_s = \left[ k_s \tau_{ss} + k_\phi \tau_{\phi\phi} - \frac{1}{6} \frac{\partial}{\partial s} (\sigma q) \right] \bar{n} - \left[ \frac{\partial \tau_{ss}}{\partial s} + \frac{1}{6} \frac{\partial \sigma}{\partial s} (\tau_{ss} - \tau_{\phi\phi}) + k_s q \right] \bar{e}_s \quad (41)$$

$$q = \frac{1}{6} \frac{\partial \sigma}{\partial s} \left[ \frac{\partial}{\partial s} (\sigma m_s - m_\phi) \right] \quad (42)$$

με  $\sigma = r \sin \theta$ . Οι εξισώσεις (41) και (42) είναι σε συμφωνία με τις κλασικές εξισώσεις θεωρίας μεμβρανών που προέρχονται από τις καμπυλόγραμμας συντεταγμένες της επιφάνειας. Από την εξίσωση (41) μπορεί να εξαχθεί ότι

$$\Delta F_N = k_s \tau_{ss} + k_\phi \tau_{\phi\phi} - \frac{1}{6} \frac{\partial}{\partial s} (\sigma q) \quad (43)$$

$$\Delta F_t = -\frac{\partial \tau_{ss}}{\partial s} - \frac{1}{6} \frac{\partial \sigma}{\partial s} (\tau_{ss} - \tau_{\phi\phi}) - k_s q \quad (44)$$

## 2.7 ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ

Ο νόμος του Hooke για την ελαστικότητα αποτελεί μία προσέγγιση που δηλώνει ότι η έκταση ενός ελατηρίου είναι ευθέως ανάλογη προς το φορτίο το οποίο εφαρμόζεται στο ελατήριο. Πολλά υλικά υπακούουν σε αυτόν το νόμο με την προϋπόθεση ότι το φορτίο δεν υπερβαίνει το όριο ελαστικότητας του υλικού. Τα συγκεκριμένα υλικά είναι γνωστά ως γραμμικό-ελαστικά ή Hookean υλικά. Με μαθηματικούς όρους ο νόμος του Hooke γράφεται

$$F = -kx \quad (45)$$

όπου  $x$  είναι η μετατόπιση του άκρου του ελατηρίου από τη θέση ισορροπίας,  $m$ ,  $F$  είναι η δύναμη επαναφοράς που ασκείται από το ελατήριο στο συγκεκριμένο άκρο σε  $\text{Kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$  (N) και  $k$  είναι η σταθερά του ελατηρίου σε  $\text{kg}/\text{s}^2$  (N/m).

Ωστόσο, υπάρχουν υλικά που παρουσιάζουν σκλήρυνση λόγω παραμόρφωσης των οποίων η σχέση τάσης-παραμόρφωσης παρουσιάζει μεγαλύτερη κλίση καθώς αυξάνονται οι παραμορφώσεις που αντιστοιχεί σε αυξημένο φαινομενικό μέτρο ελαστικότητας. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτού του τύπου υλικού αποτελούν οι λιπιδικές διπλοστιβάδες που σχηματίζουν οι μεμβράνες των ερυθρών αιμοσφαιρίων, καθώς και ορισμένα πολυμερή που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή των μικροφουσαλίδων (contrast agents). Αντίθετα, εάν η κλίση τάσης-παραμόρφωσης μειώνεται καθώς οι παραμορφώσεις αυξάνονται το υλικό παρουσιάζει χαλάρωση λόγω παραμόρφωσης. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα υλικού που εμφανίζει την παραπάνω συμπεριφορά είναι το καουτσούκ. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά εξηγείται από τον καταστατικό νόμο που περιγράφει το υλικό της μεμβράνης.

Ο νόμος Skalak ανήκει στην κατηγορία των καταστατικών νόμων που περιγράφουν υλικά που παρουσιάζουν σκλήρυνση λόγω παραμόρφωσης εκ φύσεως και χρησιμοποιείται ευρέως για την περιγραφή της μηχανικής συμπεριφοράς της μεμβράνης των ερυθρών αιμοσφαιρίων, ενώ ο νόμος Mooney-Rivlin χρησιμοποιείται συχνά για τον χαρακτηρισμό υλικών που παρουσιάζουν χαλάρωση λόγω παραμόρφωσης. Η σημασία των παραπάνω υλικών ιδιοτήτων έχει ήδη αναγνωριστεί στη μοντελοποίηση μικροφουσαλίδων για χρήση σε εφαρμογές της βιοϊατρικής με υπερήχους, ερυθρών αιμοσφαιρίων ή καψουλών γενικά, όπου με τον όρο κάψουλα εννοείται μία σταγόνα που περιβάλλεται από μία ελαστική μεμβράνη [22],[23],[24].

Σωματίδια αυτού του είδους παράγονται συνήθως στη φαρμακευτική βιομηχανία ή στη βιομηχανία καλλυντικών.

Τα περισσότερα υλικά δεν αποκρίνονται στις εξωτερικές δυνάμεις με γραμμικό τρόπο. Συνήθως εμφανίζουν μία μη γραμμική σχέση διατμητικής τάσης σε μεγάλες παραμορφώσεις. Δύο πολύ κοινές οικογένειες υλικών που χαρακτηρίζονται από μη γραμμική απόκριση είναι τα υλικά που παρουσιάζουν χαλάρωση λόγω παραμόρφωσης και εκείνα που παρουσιάζουν σκλήρυνση λόγω παραμόρφωσης. Στην πρώτη περίπτωση το υλικό της μεμβράνης είναι τέτοιο ώστε το ενεργό μέτρο ελαστικότητας μειώνεται καθώς η παραμόρφωση αυξάνει, ενώ το αντίθετο ισχύει για τον δεύτερο τύπο υλικού μεμβράνης [21],[22].

Ακολούθως παρουσιάζονται οι εξισώσεις που διέπουν τη μηχανική συμπεριφορά μίας ιξωδοελαστικής μεμβράνης στην ισορροπία η οποία θεωρείται ότι είναι απειροστά λεπτή σε σύγκριση με την ακτίνα όπως συμβαίνει στην περίπτωση των μικροφουσαλίδων (contrast agents) που χρησιμοποιούνται στη διαγνωστική απεικόνιση με υπερήχους για διαφορετικούς τύπους μη γραμμικής απόκρισης. Χρησιμοποιείται γενικό σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων για την αναπαράσταση της κλίσης μετατόπισης της επιφάνειας,  $\underline{\underline{A}}$

$$\underline{\underline{A}} = \left( \underline{\underline{I}} - \overline{\overline{nn}} \right) \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{X}} \cdot \left( \underline{\underline{I}} - \overline{\overline{NN}} \right) \quad (46)$$

όπου  $\vec{x}, \vec{X}$  συμβολίζουν το διάνυσμα θέσης ενός σημείου της μεμβράνης στην παραμορφωμένη και στην κατάσταση αναφοράς όπου δεν έχει επιβληθεί τάση και παρόμοια για τα κάθετα διανύσματα  $\vec{n}, \vec{N}$ . Ο τανυστής  $\underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}}$  έχει δύο μη μηδενικές ιδιοτιμές  $\lambda_1^2, \lambda_2^2$  που αντιστοιχούν στους τοπικούς κύριους άξονες παραμόρφωσης στο εφαπτόμενο στη μεμβράνη επίπεδο και παριστάνουν τους κύριους λόγους επέκτασης κατά μήκος των ίδιων αξόνων,  $\lambda_i = \frac{ds_i}{dS_i}$ , οι δείκτες δεν αθροίζονται, όπου  $ds_i$  και  $dS_i$  υποδηλώνουν μήκη γραμμικών στοιχείων σε κάθε μία από τις κύριες διευθύνσεις στην παραμορφωμένη και στην κατάσταση αναφοράς. Στην περίπτωση συμμετρίας ως προς τον άξονα

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{S_\xi(t)}{S_\xi(t=0)}, \lambda_2 = \lambda_\phi = \frac{\sigma(t)}{\sigma(t=0)} \quad (47)$$

Κατά την εισαγωγή του τανυστή παραμόρφωσης επιφάνειας Green-Lagrange  $\underline{\underline{e}}$  που ορίζεται ως  $\underline{\underline{e}} = \frac{1}{2} \left[ \underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}} - \left( \underline{\underline{I}} - \overline{\overline{N}} \overline{\overline{N}} \right) \right]$ , ο λόγος  $J_s$  μεταξύ της παραμορφωμένης και της μη παραμορφωμένης τοπικής επιφάνειας και οι αδιάστατες σταθερές τάσης μπορούν επίσης να οριστούν ως  $J_s = \lambda_1 \lambda_2 = \sqrt{\det \left( \underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}} + \overline{\overline{N}} \overline{\overline{N}} \right)}$  μαζί με τις σταθερές,

$$I_1 = 2tr(\underline{\underline{e}}) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 - 2, I_2 = J_s^2 - 1 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 - 1 \quad (48)$$

Οι σταθερές  $I_1, I_2$  συμβολίζουν την επιμήκυνση ενός τοπικού γραμμικού στοιχείου και την τοπική επιφανειακή διαστολή αντίστοιχα. Εάν οι παραπάνω ποσότητες είναι γνωστές, οι κύριες συνιστώσες του τανυστή ελαστικής τάσης σε μία παραμορφωμένη διδιάστατη μεμβράνη μπορεί να συσχετιστεί με τον τανυστή παραμόρφωσης μέσω της συνάρτησης ενέργειας παραμόρφωσης  $w(I_1, I_2)$ .

$$\underline{\underline{\tau}} = \frac{2}{J_s} \left[ \frac{\partial w}{\partial I_1} \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}}^T + \frac{\partial w}{\partial I_2} J_s^2 \left( \underline{\underline{I}} - \overline{\overline{N}} \overline{\overline{N}} \right) \right] \quad (49)$$

Η ενέργεια παραμόρφωσης  $w(I_1, I_2)$  εξαρτάται από τη φύση του υλικού της μεμβράνης και λαμβάνει διάφορες μορφές καθώς αλλάζει η μηχανική συμπεριφορά της μεμβράνης. Μία τυπική ενέργεια παραμόρφωσης που περιγράφει ένα πολύ λεπτό φύλλο ενός ισοτροπικού όγκου ασυμπίεστου υλικού που μοιάζει με λάστιχο που παρουσιάζει χαλάρωση λόγω παραμόρφωσης είναι αυτή που παρέχεται από τον διδιάστατο νόμο Mooney-Rivlin (MR),

$$w^{MR} = \frac{E}{6} \left[ (1-b) \left( I_2 + 2 + \frac{1}{I_2 + 1} \right) + b \left( \frac{I_1 + 2}{I_2 + 1} + I_2 + 1 \right) \right] \quad (50)$$

$$\tau_{ss}^{MR} = \frac{E}{3\lambda_s \lambda_\phi} \left( \lambda_s^2 - \frac{1}{(\lambda_s \lambda_\phi)^2} \right) \left[ 1 + b(\lambda_\phi^2 - 1) \right] \quad (51)$$

$$\tau_{\phi\phi}^{MR} = \frac{E}{3\lambda_s \lambda_\phi} \left( \lambda_\phi^2 - \frac{1}{(\lambda_s \lambda_\phi)^2} \right) \left[ 1 + b(\lambda_s^2 - 1) \right] \quad (52)$$

όπου  $E$  αδιάστατη παράμετρος η οποία ορίζεται ως  $E = \frac{EG_s \delta}{\rho \omega^2_f R_{Eq}^3}$ . Η περίπτωση με

$b=0$  αντιστοιχεί σε μία νέο-Hookean μεμβράνη, ενώ καθώς το  $b$  το οποίο κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1 τείνει στο 0 η μεμβράνη γίνεται πιο μαλακή. Θα πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι ο καταστατικός νόμος Mooney-Rivlin επιτρέπει την απεριόριστη επιφανειακή διαστολή που αντισταθμίζεται από την προοδευτική λέπτυνση της μεμβράνης.

Ένας από τους πιο ευρέως χρησιμοποιούμενους καταστατικούς νόμους που αφορούν στις μεμβράνες που παρουσιάζουν σκλήρυνση λόγω παραμόρφωσης είναι αυτός που αναπτύχθηκε από τους Skalak et al. προκειμένου να μοντελοποιηθεί η λιπιδική δομή διπλοστιβάδας που περιβάλλει τα ερυθρά αιμοσφαίρια,

$$w^{SK} = \frac{E}{6} (I_1^2 + 2I_1 - 2I_2 + CI_2^3) \quad (53)$$

$$\tau_{ss}^{SK} = \frac{E}{3\lambda_s \lambda_\phi} \left\{ \lambda_s^2 (\lambda_s^2 - 1) + C (\lambda_s \lambda_\phi)^2 \left[ (\lambda_s \lambda_\phi)^2 - 1 \right] \right\} \quad (54)$$

$$\tau_{\phi\phi}^{SK} = \frac{E}{3\lambda_s \lambda_\phi} \left\{ \lambda_\phi^2 (\lambda_\phi^2 - 1) + C (\lambda_s \lambda_\phi)^2 \left[ (\lambda_s \lambda_\phi)^2 - 1 \right] \right\} \quad (55)$$

Η παράμετρος  $C$  στις παραπάνω εξισώσεις είναι πάντοτε θετική και ελέγχει την έκταση της επιφάνειας ασυμπίεστότητας της μεμβράνης. Στην περίπτωση των ερυθρών αιμοσφαιρίων  $C \gg 1$  προκειμένου να ληφθεί υπόψη η σχεδόν ασυμπίεστη φύση της επιφάνειας της μεμβράνης. Ωστόσο, αυτός είναι ένας σχετικά γενικός νόμος που χρησιμοποιείται για μεμβράνες που εμφανίζουν σκλήρυνση λόγω παραμόρφωσης είτε στην περίπτωση που έχουν ασυμπίεστη επιφάνεια είτε στην περίπτωση που δεν έχουν.

## 2.8 ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΡΟΠΕΣ ΚΑΜΨΗΣ

Στην παρούσα μελέτη γίνεται η υπόθεση ότι οι ροπές κάμψης έχουν αμελητέα επίδραση στο συμμετρικό κομμάτι των ελαστικών τάσεων που δίνεται στην εξίσωση (49). Αυτό ισχύει για ισοτροπικές διεπιφάνειες και μικρές παραμορφώσεις κάμψης (μικρές μεταβολές του καρτεσιανού τανυστή καμπυλότητας  $\underline{B}$ ) διότι σε αυτήν την περίπτωση ο τανυστής ροπής κάμψης  $\underline{m}$  είναι συμμετρικός και από την εξίσωση (34)

προκύπτει ότι το μη-συμμετρικό κομμάτι του  $\underline{\tau}$  εκλείπει. Στην περίπτωση της αξονικής συμμετρίας οι Zarda et al. [25] εισήγαγαν τα καμπτικά μέτρα παραμόρφωσης

$$\tau_{\phi\phi}^{MR} = \frac{E}{3\lambda_s\lambda_\phi} \left( \lambda_\phi^2 - \frac{1}{(\lambda_s\lambda_\phi)^2} \right) \left[ 1 + b(\lambda_s^2 - 1) \right] + \frac{2}{\text{Re}_s} \frac{1}{\lambda_\phi} \frac{\partial \lambda_\phi}{\partial t} \quad (56)$$

$$K_s \equiv \lambda_s k_s - k_s^R, K_\phi \equiv \lambda_\phi k_\phi - k_\phi^R \quad (57)$$

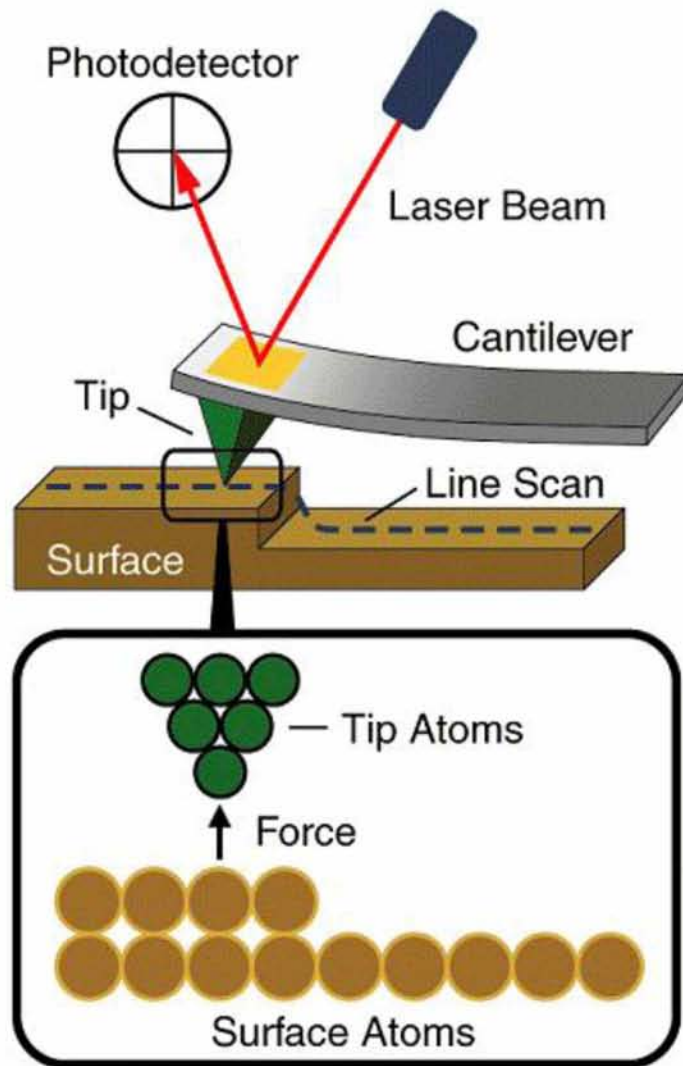
και επικαλέσθηκαν αναλογία με τη γραμμική θεωρία κάμψης λεπτών πλακών για να εξάγουν την ακόλουθη έκφραση για τις ροπές κάμψης η οποία σε αδιάστατη μορφή γράφεται

$$m_s = \frac{k_B}{\lambda_\phi} (K_s + \nu K_\phi), m_\phi = \frac{k_B}{\lambda_s} (K_\phi + \nu K_s) \quad (58)$$

όπου  $k_s^R, k_\phi^R$  είναι οι αδιάστατες καμπυλότητες αναφοράς στις κύριες διευθύνσεις όπου η μεμβράνη είναι ελεύθερη από ροπές κάμψης, και  $k_B$  είναι το αδιάστατο μέτρο κάμψης και  $\nu$  ο λόγος του Poisson. Για μία σφαίρα  $k_s^R = k_\phi^R = 1$  και για ασυμπίεστο υλικό  $\nu=0,5$ . Εάν η μεμβράνη αποτελείται από ένα λεπτό στρώμα ενός τρισδιάστατου ελαστικού στερεού πάχους  $h$ , τότε η σταθερά ακαμψίας  $k_{Bdim}$  δίνεται από την σχέση (20). Για μεμβράνες που αποτελούνται από εγγενώς διδιάστατα δίκτυα πολυμερών, το  $k_{Bdim}$  μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ανεξάρτητη φυσική σταθερά.

## 2.9 ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΑ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ

Το μικροσκόπιο ατομικής δύναμης (AFM) εφευρέθηκε το 1986 από τους Binnig et al. Με το μικροσκόπιο ατομικής δύναμης μετρώνται οι δυνάμεις που δρουν μεταξύ μίας λεπτής ακίδας και ενός δείγματος. Η ακίδα είναι προσαρμοσμένη στο ελεύθερο άκρο ενός προβόλου και φέρεται πολύ κοντά στην επιφάνεια. Ελκτικές ή απωστικές δυνάμεις που προκύπτουν από τις αλληλεπιδράσεις της ακίδας και της επιφάνειας προκαλούν θετική ή αρνητική κάμψη του προβόλου. Η κάμψη ανιχνεύεται μέσω μίας δέσμης Laser η οποία ανακλάται από την πίσω πλευρά του προβόλου. Στο σχήμα 6 παρουσιάζεται η αρχή λειτουργίας του μικροσκοπίου ατομικής δύναμης.



Σχήμα 6: Αρχή λειτουργίας μικροσκοπίου ατομικής δύναμης

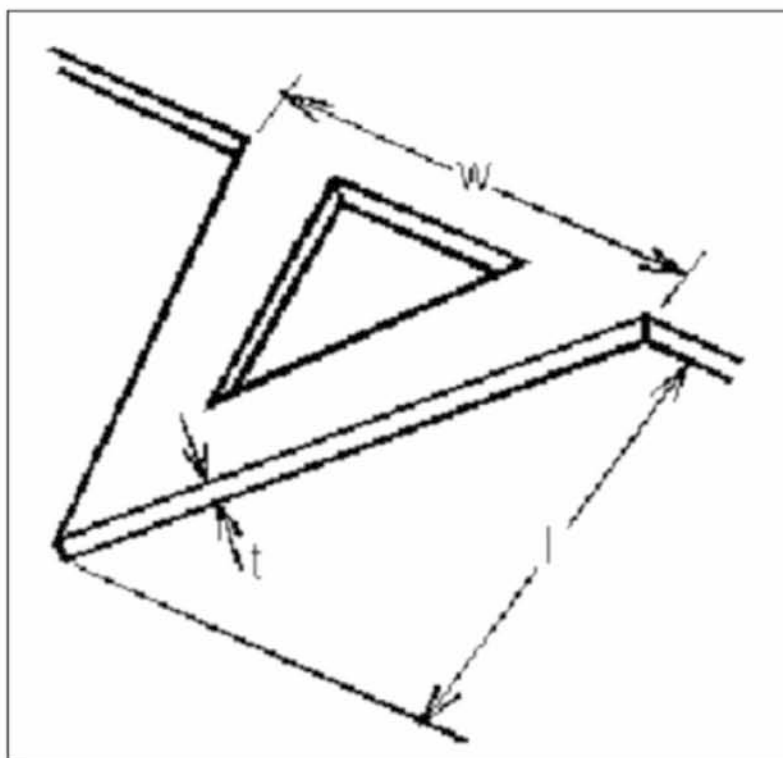
## 2.9.1. ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΑ ΤΟΥ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΟΥ

### 2.9.1.1 ΠΙΕΖΟΚΡΥΣΤΑΛΛΟΙ

Οι πιεζοκρύσταλλοι είναι κεραμικά υλικά που διαστέλλονται ή συστέλλονται παρουσία κλίσης τάσης και αντιστρόφως αναπτύσσουν ηλεκτρικό δυναμικό ως απόκριση στη μηχανική πίεση. Ως αποτέλεσμα, είναι πιθανή η κίνηση προς τις διευθύνσεις  $x$ ,  $y$  και  $z$ .

### 2.9.1.2 ΑΝΙΧΝΕΥΤΗΣ

Ο ανιχνευτής λειτουργεί ως μικροκατεργασία προβόλου με μία αιχμηρή ακίδα στο ένα άκρο η οποία φέρεται σε αλληλεπίδραση με την επιφάνεια του δείγματος. Κάθε ανιχνευτής έχει διαφορετικές προδιαγραφές και σχήμα. Οι πρόβολοι σχήματος V είναι οι πιο ευρέως χρησιμοποιούμενοι (αλλά επίσης υπάρχουν ορθογώνιοι) οι οποίοι παρέχουν χαμηλή μηχανική αντίσταση στην κατακόρυφη μετατόπιση και υψηλή αντίσταση στην πλευρική στρέψη. Το μήκος των προβόλων ( $l$ ) τυπικά κυμαίνεται μεταξύ 100 και 200  $\mu\text{m}$ , το πλάτος ( $w$ ) μεταξύ 10 και 40  $\mu\text{m}$  και το πάχος ( $t$ ) μεταξύ 0.3 και 2  $\mu\text{m}$  [26].



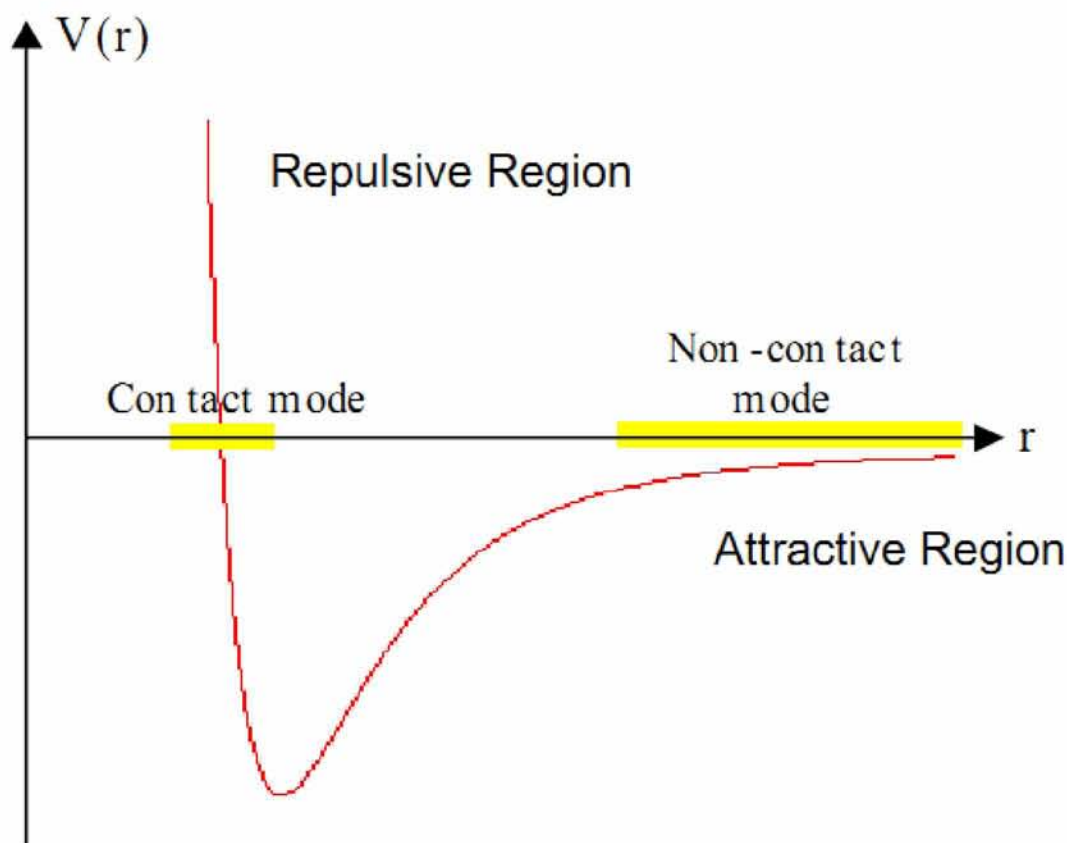
Σχήμα 7: Διαστάσεις του προβόλου

Οι ενσωματωμένοι πρόβολοι κατασκευάζονται συνήθως από πυρίτιο (Si) ή από νιτρίδιο του πυριτίου ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ). Χαρακτηρίζονται από τη σταθερά ισχύος και τη συχνότητα συντονισμού που επιλέγονται σύμφωνα με το δείγμα που πρόκειται να μελετηθεί. Επιπρόσθετα, είναι απαραίτητα η ύπαρξη ενός οπτικού συστήματος ανίχνευσης και μίας ηλεκτρονικής συσκευής για τη διαχείριση των διαδικασιών σάρωσης και την απόκτηση δεδομένων.



## 2.9.2 ΚΑΜΠΥΛΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΕΝΑΝΤΙ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

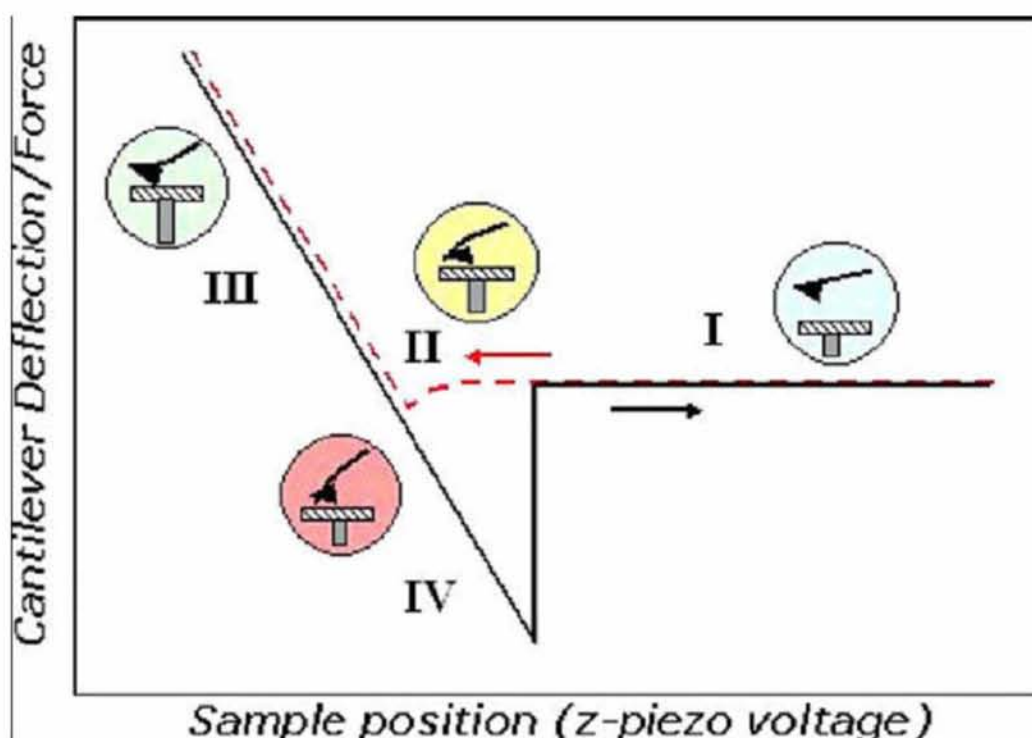
Ο αισθητήρας δύναμης στο μικροσκόπιο ατομικής δύναμης λειτουργεί μόνο στην περίπτωση που ο ανιχνευτής αλληλεπιδρά με το πεδίο δυνάμεων που σχετίζεται με μία επιφάνεια. Η εξάρτηση της δύναμης van der Waals από την απόσταση μεταξύ της ακίδας και του δείγματος παρουσιάζεται στο σχήμα 9.



Σχήμα 8: Διάγραμμα δυναμικής ενέργειας ανιχνευτή και δείγματος

Στο καθεστώς επαφής ο πρόβολος κρατείται σε απόσταση μικρότερη από λίγα Angstrom από την επιφάνεια του δείγματος και η ενδοατομική δύναμη μεταξύ του προβόλου και του δείγματος είναι απωστική. Στο καθεστώς μη επαφής, ο πρόβολος κρατείται σε απόσταση της τάξεως των δεκάτων έως εκατοστών του Angstrom από την επιφάνεια του δείγματος και η ενδοατομική δύναμη μεταξύ του προβόλου και του δείγματος είναι ελκτική (σε μεγάλο βαθμό απόρροια του μεγάλου εύρους των αλληλεπιδράσεων van der Waals).

Οι ελκτικές δυνάμεις κοντά στην επιφάνεια προκαλούνται από ένα στρώμα νόθευσης της τάξεως των νανομέτρων το οποίο είναι παρόν σε όλες τις επιφάνειες στον περιβάλλοντα αέρα. Η ποσότητα νόθευσης εξαρτάται από το περιβάλλον στο οποίο λειτουργεί το μικροσκόπιο. Οι απωστικές δυνάμεις μεγαλώνουν καθώς ο ανιχνευτής αρχίζει να έρχεται σε επαφή με την επιφάνεια. Οι δυνάμεις άπωσης στην μικροσκοπία ατομικής δύναμης τείνουν να προκαλούν κάμψη του προβόλου. Στο σχήμα 10 παρουσιάζεται μία πειραματική καμπύλη δύναμης-απόστασης. Αντιστοιχεί σε έναν κύκλο της ακίδας, προσέγγιση, επαφή και διαχωρισμό από το δείγμα.



Σχήμα 9: Πειραματική καμπύλη δύναμης-απόστασης

Στο δεξί τμήμα της καμπύλης, ο σαρωτής έχει ανασυρθεί πλήρως και ο πρόβολος δεν έχει εκτραπεί εφόσον η ακίδα δεν αγγίζει το δείγμα (περιοχή I). Καθώς ο σαρωτής εκτείνεται, ο πρόβολος εξακολουθεί να μην εκτρέπεται μέχρι να πλησιάσει αρκετά στην επιφάνεια του δείγματος έτσι ώστε η ακίδα να υποστεί την ελκτική δύναμη van der Waals. Στο σημείο II ο πρόβολος κάμπτεται ξαφνικά ελαφρώς προς την επιφάνεια. Καθώς ο σαρωτής εξακολουθεί να εκτείνεται, ο πρόβολος εκτρέπεται μακριά από την επιφάνεια, σχεδόν γραμμικά (περιοχή III,

κόκκινο χρώμα). Ύστερα από πλήρη έκταση, στο αριστερό άκρο του διαγράμματος (περιοχή III, μαύρο χρώμα), ο σαρωτής αρχίζει να αποσύρεται. Η εκτροπή του προβόλου χαράζει την ίδια καμπύλη όπως προηγουμένως. Στο σημείο IV ο σαρωτής αποσύρεται επαρκώς ώστε η ακίδα τινάζεται ελεύθερα.

Η ανάλυση των οργάνων μικροσκοπίας ατομικής δύναμης είναι: α) 0.1nm σε επίπεδο δείγμα (x,y) για σκληρές και επίπεδες επιφάνειες και 0.7-5nm για μαλακά υλικά (πολυμερή και βιολογικά δείγματα), β) 0.01nm για τον άξονα z

## 2.9.3 ΤΡΟΠΟΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

### 2.9.3.1 ΜΕ ΕΠΑΦΗ

Στον τρόπο λειτουργίας με επαφή, η ακίδα έρχεται σε απαλή, φυσική επαφή με την επιφάνεια του δείγματος. Η εκτροπή του προβόλου  $\Delta x$  είναι ανάλογη προς τη δύναμη που ασκείται στην ακίδα, μέσω του νόμου του Hooke,

$$F = -k\Delta x \quad (59)$$

όπου k είναι η σταθερά ελατηρίου του προβόλου. Σε αυτόν τον τρόπο λειτουργίας, η ακίδα είτε σαρώνει σε σταθερό, μικρό ύψος επάνω από την επιφάνεια ή υπό συνθήκες σταθερής δύναμης. Στην πρώτη περίπτωση το ύψος της ακίδας είναι καθορισμένο, ενώ στη δεύτερη περίπτωση είναι καθορισμένη η εκτροπή του προβόλου και καταγράφεται η κίνηση του σαρωτή στην z-διεύθυνση. Με τον συγκεκριμένο τρόπο λειτουργίας του μικροσκοπίου ατομικής δύναμης επιτυγχάνεται ατομική ανάλυση εικόνων.

### 2.9.3.2 ΧΩΡΙΣ ΕΠΑΦΗ

Σε αυτόν τον τρόπο λειτουργίας, ο ανιχνευτής λειτουργεί στην περιοχή ελκτικών δυνάμεων και η αλληλεπίδραση ακίδας δείγματος ελαχιστοποιείται. Η χρήση του συγκεκριμένου τρόπου επιτρέπει τη σάρωση χωρίς να επηρεάζεται το σχήμα του δείγματος από τις δυνάμεις ακίδας δείγματος. Στις περισσότερες περιπτώσεις, επιλέγονται πρόβολοι με υψηλή σταθερά ελατηρίου 20-100N/m προκειμένου να μην προσκολλάται στην επιφάνεια του δείγματος σε μικρό εύρος. Οι

ακίδες που χρησιμοποιούνται κυρίως σε αυτόν τον τρόπο λειτουργίας είναι κατασκευασμένες από πυρίτιο.

#### 2.9.3.3 ΜΕ ΠΕΡΙΟΔΙΚΗ ΕΠΑΦΗ

Στον συγκεκριμένο τρόπο λειτουργίας, ο πρόβολος ταλαντώνεται κοντά στη συχνότητα συντονισμού του. Μία ηλεκτρονική ανατροφοδότηση εξασφαλίζει ότι το εύρος ταλάντωσης παραμένει σταθερό, έτσι ώστε να διατηρείται μία σταθερή αλληλεπίδραση ακίδας-δείγματος κατά τη διάρκεια της σάρωσης. Δυνάμεις οι οποίες δρουν μεταξύ του δείγματος και της ακίδας, όχι μόνο προκαλούν μεταβολή του εύρους ταλάντωσης αλλά επίσης μεταβάλλουν τη συχνότητα συντονισμού και τη φάση του προβόλου. Οι μεταβολές φάσεων παρουσιάζονται στην τοπογραφία.

#### 2.9.4 ΧΡΗΣΕΙΣ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΑΣ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ

Η μικροσκοπία ατομικής δύναμης χρησιμοποιείται σήμερα σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών οι κυριότερες από τις οποίες είναι οι εξής:

- ✓ Νανοδιατάξεις
- ✓ Πολυμερή υλικά
- ✓ Εύρεση ελαττωμάτων σε υλικά (ως εργαλείο μετρολογίας)
- ✓ Μεταλλουργία
- ✓ Αναλύσεις σε οπτικό δίσκο DVD
- ✓ Ανάλυση μεμβρανών
- ✓ Βιοϊατρική

Το πλεονέκτημα της τεχνικής της μικροσκοπίας ατομικής δύναμης είναι η ακρίβειά της, η δυνατότητα μελέτης ενός ευρύτερου πεδίου συστημάτων, καθώς και πιο εμπειριστατωμένες πειραματικές πληροφορίες. Επιτρέπει την διάκριση μεταξύ διαφορετικών καθεστώτων σε προφίλ παραμόρφωσης-φορτίου και τη μελέτη της διαπερατότητας, ελαστικότητας και πλαστικότητας του περιβλήματος της κάψουλας. Επιπλέον, παρέχει μία πρωτοφανή χωρική ανάλυση και ανάλυση δυνάμεων της τάξης των Angstroms και των υπό-νανονιούτων αντίστοιχα. Είναι ως εκ τούτου ιδανικά κατάλληλη για τη μελέτη της μορφολογίας και των μηχανικών ιδιοτήτων υλικών σε νανομετρική κλίμακα.

Η μικροσκοπία ατομικής δύναμης έχει τη δυνατότητα να καταγράφει ταυτόχρονα δομικές, ιξωδοελαστικές, ιδιότητες προσκόλλησης και τριβής. Καθίσταται επίσης εφικτή η λεπτομερής ερμηνεία των δυνάμεων στη διεπιφάνεια αερίου-υγρού των φυσαλίδων [4],[10],[11],[14].

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

### 3.1 Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιείται ευρύτατα για την αριθμητική επίλυση διαφορικών εξισώσεων. Στη συγκεκριμένη μέθοδο χρησιμοποιούνται απλά σχήματα, τα στοιχεία για την κατασκευή περίπλοκων γεωμετριών. Ιδιαίτερο πλεονέκτημα της μεθόδου αποτελεί το γεγονός ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις όπου το πεδίο προσομοίωσης είναι αρκετά πολύπλοκο ή μεταβλητό, καθώς και για προσομοιώσεις όπου δεν απαιτείται η ίδια τάξη ακρίβειας σε όλο το πεδίο επίλυσης. Με τα επιλεγμένα στοιχεία γίνεται διακριτοποίηση του χώρου και στη συνέχεια για το καθένα από αυτά κατασκευάζεται μία εξίσωση που διακριτοποιεί τη μερική διαφορική εξίσωση που περιγράφει το φυσικό πρόβλημα. Οι συναρτήσεις βάσης εδώ κατασκευάζονται με ιεραρχικό τρόπο σε αντίθεση με τις κλασικές μεθόδους. Τελικά προκύπτουν εξισώσεις της μορφής

$$\left[ K^{(e)} \right] \left\{ u^{(e)} \right\} = \left\{ F^{(e)} \right\} \quad (60)$$

για κάθε στοιχείο  $u_i$ , όπου  $u$  είναι οι άγνωστες μεταβλητές του προβλήματος σε κάθε στοιχείο. Στη συνέχεια οι εξισώσεις συνδέονται μεταξύ τους για να προκύψει τελικά το σύστημα εξισώσεων που εκφράζει το συνολικό πρόβλημα. Στο σύστημα εξισώσεων επιβάλλονται οι συνοριακές συνθήκες και ακολουθεί επίλυση. Από τη λύση μπορεί να ακολουθήσει και περαιτέρω επεξεργασία για τον υπολογισμό μεταβλητών που σχετίζονται με τα αποτελέσματα. Τα βήματα που απαιτούνται για την εφαρμογή της μεθόδου είναι τα παρακάτω:

- Επιλογή κατάλληλων στοιχείων και συναρτήσεων βάσης  $\psi_i$
- Διακριτοποίηση του πεδίου επίλυσης
- Κατασκευή του πίνακα συνεκτικότητας ο οποίος προσδιορίζει για κάθε στοιχείο τους κόμβους του πλέγματος που συνεισφέρουν στην επίλυση στο συγκεκριμένο στοιχείο

- Υπολογισμός των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των κόμβων (π.χ. συντεταγμένες)
- Κατασκευή των διακριτοποιημένων διαφορικών εξισώσεων σε κάθε στοιχείο του πεδίου, προσεγγίζοντας την άγνωστη μεταβλητή  $u$  με μία σχέση της μορφής  $u = \sum_{i=1}^n u_i \psi_i$ . Τελικά προκύπτει για κάθε στοιχείο  $e$  ένα σύστημα  $[K^{(e)}] \{u^{(e)}\} = \{F^{(e)}\}$
- Σύνδεση των τοπικών διακριτοποιημένων εξισώσεων για τον ορισμό του συνολικού προβλήματος
- Επιβολή των οριακών συνθηκών του προβλήματος
- Επίλυση του συνολικού συστήματος εξισώσεων

### 3.2 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων Galerkin χρησιμοποιείται για τη διακριτοποίηση του ισοζυγίου κάθετων και εφαπτομενικών τάσεων στη διεπιφάνεια. Για το σκοπό αυτό, οι αντίστοιχες άγνωστες μεταβλητές εκφράζονται ως ένα πεπερασμένο άθροισμα άγνωστων συντελεστών πολλαπλασιασμένων επί ένα σύνολο προκαθορισμένων συναρτήσεων βάσης οι οποίες είναι μη μηδενικές μόνο σε ελάχιστα στοιχεία του χωρίου. Η διατύπωση της ασθενούς μορφής προκύπτει με πολλαπλασιασμό των εξισώσεων που περιγράφουν το πρόβλημα με κάθε συνάρτηση βάσης και ολοκλήρωση επί του χωρίου [27].

Επίσης διεξάγεται ολοκλήρωση κατά μέρη όποτε αυτό είναι δυνατό προκειμένου να εξαλειφθεί η δεύτερη παράγωγος που εμφανίζεται στον όρο της επιφανειακής καμπυλότητας. Χρησιμοποιούνται τέσσερα σημεία ολοκλήρωσης Gauss για τον υπολογισμό των ολοκληρωμάτων σε κάθε στοιχείο. Αυτό εξασφαλίζει ότι, στις περισσότερες περιπτώσεις, οποιοδήποτε αριθμητικό σφάλμα ελέγχεται από την παρεμβολή άγνωστων συναρτήσεων και όχι από την αριθμητική ολοκλήρωση.

### 3.3 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΒΑΣΗΣ

Για την επίλυση προβλημάτων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων καθοριστικό ρόλο στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων παίζει η επιλογή των

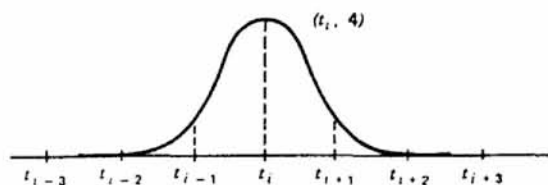
κατάλληλων συναρτήσεων βάσης. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν οι συναρτήσεις βάσης cubic splines οι οποίες περιγράφονται συνοπτικά στη συνέχεια.

### 3.3.1 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΒΑΣΗΣ CUBIC SPLINES

Οι συναρτήσεις βάσης B-cubic splines μίας διάστασης είναι πολώνυμα τρίτου βαθμού που χρησιμοποιούνται σε κάθε υποδιάστημα διαμερισμού του διαστήματος παρεμβολής. Η συνάρτηση spline επιλέγεται με τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι συνεχής και δύο φορές παραγωγίσιμη στο διάστημα παρεμβολής. Για την παρεμβολή μίας συνάρτησης η οποία είναι γνωστή σε  $N+1$  σημεία απαιτείται η εισαγωγή δύο βοηθητικών σημείων οπότε αν χρησιμοποιούνται  $N$  στοιχεία, θα υπάρχουν συνολικά  $N+3$  άγνωστοι συντελεστές,  $u_{c,j}$ , όσοι και οι κόμβοι του πλέγματος. Όλοι οι υπολογισμοί βασίζονται σε συντελεστές της μεταβλητής που αντιστοιχούν στους κόμβους του πλέγματος [28]. Η τιμή μίας μεταβλητής στη θέση  $t \in [t_i, t_{i+1}]$  θα δίνεται από τη σχέση:

$$u(t) = \sum_{j=1}^{N+3} u_{c,j} B_j(t) \quad (61)$$

όπου  $B_j$  οι συναρτήσεις βάσης cubic splines και  $u_c$  οι συντελεστές splines της μεταβλητής. Οι συναρτήσεις βάσης cubic splines απεικονίζονται στο σχήμα.



Σχήμα 10: Γραφική παράσταση των συναρτήσεων  $B_i(t)$

Από το σχήμα είναι φανερό ότι κάθε μία από τις τέσσερις συναρτήσεις είναι δύο φορές συνεχώς παραγωγίσιμη, ότι σε κάθε στοιχείο επιβιώνουν τέσσερις συναρτήσεις βάσης, ενώ σε κάθε κόμβο τρεις. Η ακριβής μορφή των B-cubic splines είναι:

$$B_i(t_j) = \frac{1}{h^3} \left\{ \begin{array}{l} (t-t_{i-2})^3, t \in [t_{i-2}, t_{i-1}] \\ h^3 + 3h^2(t-t_{i-1}) + 3h(t-t_{i-1})^2 - 3(t-t_{i-1})^3, t \in [t_{i-1}, t_i] \\ h^3 + 3h^2(t_{i+1}-t) + 3h(t_{i+1}-t)^2 - 3(t_{i+1}-t)^3, t \in [t_i, t_{i+1}] \\ (t_{i+2}-t)^3, t \in [t_{i+1}, t_{i+2}] \\ 0, t \notin [t_{i-2}, t_{i+2}] \end{array} \right\} \quad (62)$$

και ισχύει:

$$B_i(t_j) = \left\{ \begin{array}{l} 4, j = 1 \\ 1, j = i \pm 1 \\ 0, j = i \pm 2 \end{array} \right\} \quad (63)$$

Η χρήση των κυβικών πολωνύμων B-splines είναι ενδεδειγμένη για προβλήματα με παραμορφώσιμες επιφάνειες ειδικά όταν οι παραμορφώσεις έχουν τοπικό χαρακτήρα. Μάλιστα έχουν χρησιμοποιηθεί επιτυχώς στο παρελθόν στην μελέτη φουσαλίδων [29] και κάψουλων [23].

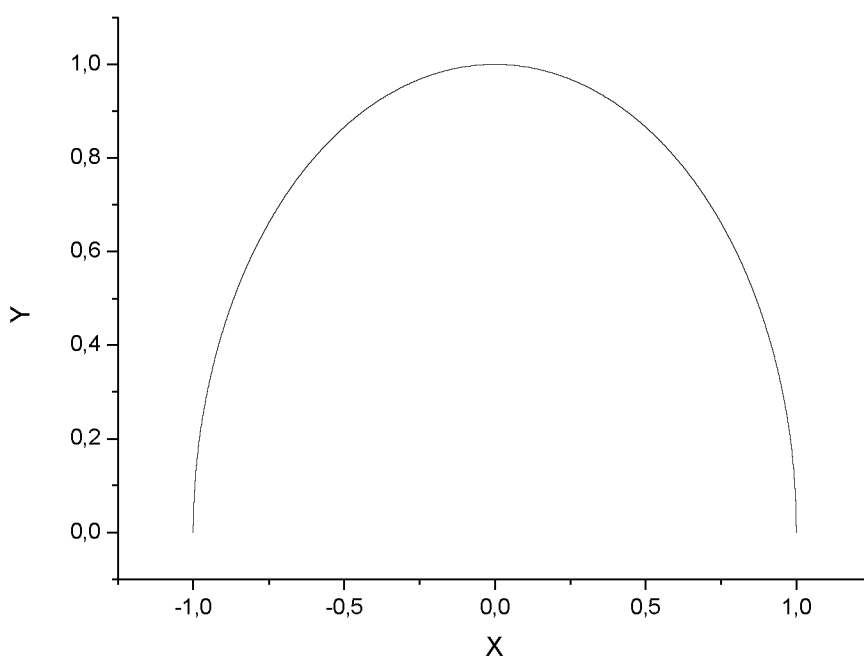


## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

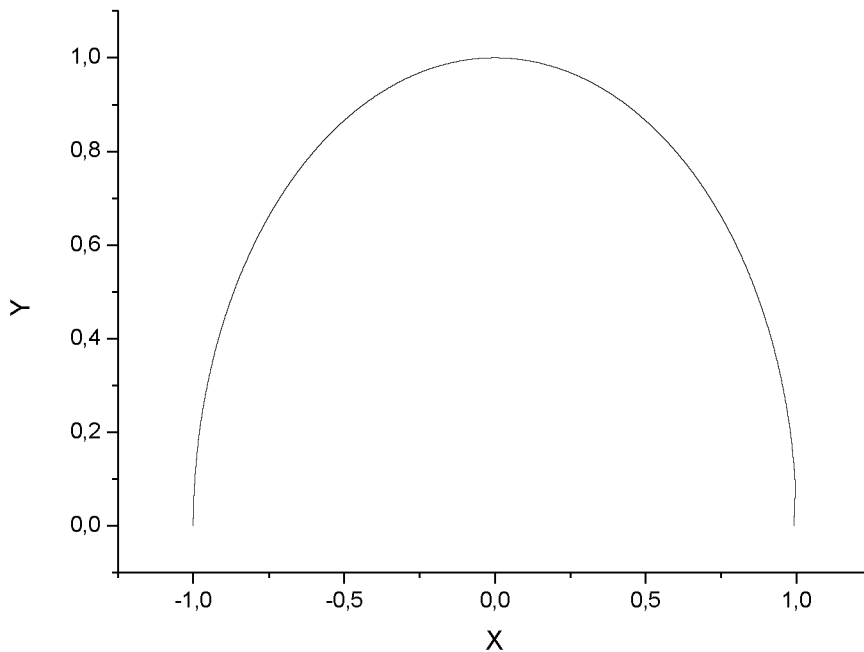
### 4.1 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΣΚΛΗΡΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ (Gs=16.6Pa)

#### 4.1.1 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ

Διεξήχθησαν προσομοιώσεις για διαφορετικές σημειακές-στατικές πιέσεις οι οποίες κυμαίνονταν μεταξύ 10 και 13500Pa μέσω των οποίων λήφθηκε το σχήμα της μικροφυσαλίδας, η μεταβολή της μετατόπισης του πόλου της μικροφυσαλίδας συναρτήσει της εφαρμοζόμενης δύναμης, καθώς και η ενέργεια κάμψης και η ενέργεια εφελκυσμού συναρτήσει της μετατόπισης του πόλου της μικροφυσαλίδας. Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων με τη μορφή διαγραμμάτων.

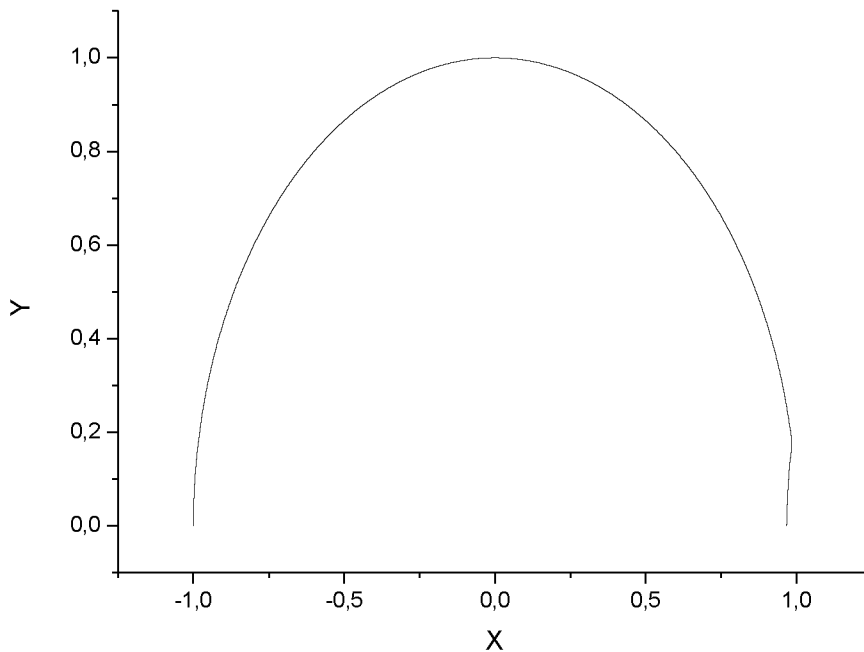


Σχήμα 11: Σχήμα μικροφυσαλίδας για πιέσεις 10-400Pa



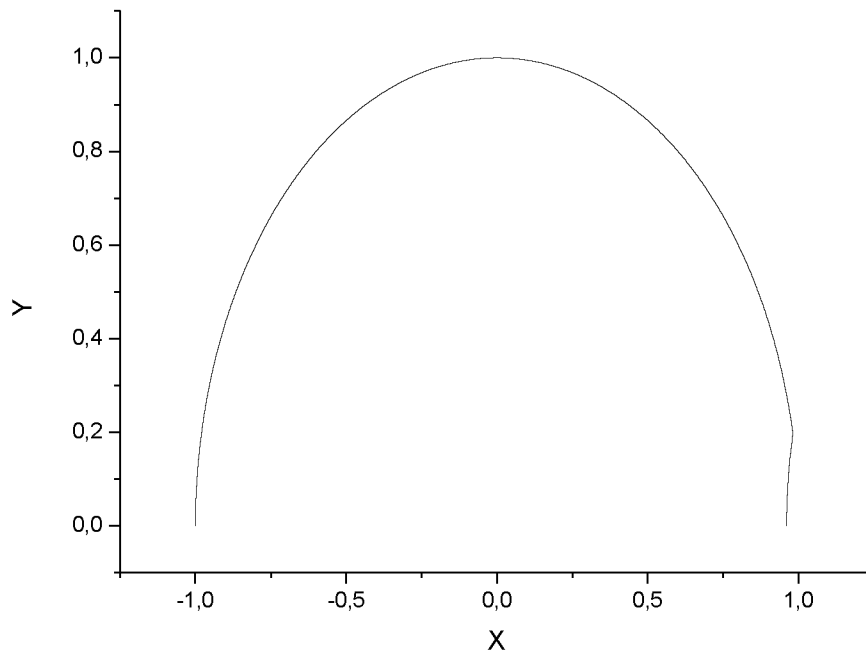
Σχήμα 12:Σχήμα μικροφουσαλίδας για πιέσεις 450-1500Pa

Στα παραπάνω διαγράμματα παρατηρείται ότι το σχήμα της μικροφουσαλίδας με μέτρο διάτμησης  $G_s=16.6 \cdot 10^6$  Pa για πιέσεις από 10Pa έως 1500Pa παραμένει σχεδόν σφαιρικό, γεγονός αναμενόμενο εφόσον η τιμή του μέτρου διάτμησης υποδηλώνει ότι πρόκειται για υλικό σχετικά δύσκαμπτο. Μόνο πολύ μικρές μεταβολές συμβαίνουν στην επιφάνεια επαφής ή στο σχήμα της κάψουλας σε αυτό το καθεστώς. Επομένως η παραμόρφωση της φουσαλίδας συμβαίνει κυρίως στη ζώνη επαφής και παραμένει τοπική κοντά στον βόρειο πόλο της φουσαλίδας,. Το μέτρο διάτμησης ενός υλικού εκφράζει την αντίσταση του συγκεκριμένου υλικού στην κάμψη όταν υπόκειται σε τάση. Εν προκειμένω η παράμετρος που επηρεάζει την παραμόρφωση είναι το μέτρο επιφανειακής διαστολής,  $\chi$ , που όμως σχετίζεται με το μέτρο διάτμησης,  $G_s=E/3$ , μέσω της σχέσης (9).



Σχήμα 13: Σχήμα μικροφουσαλίδας για πιέσεις 2000-8000Pa

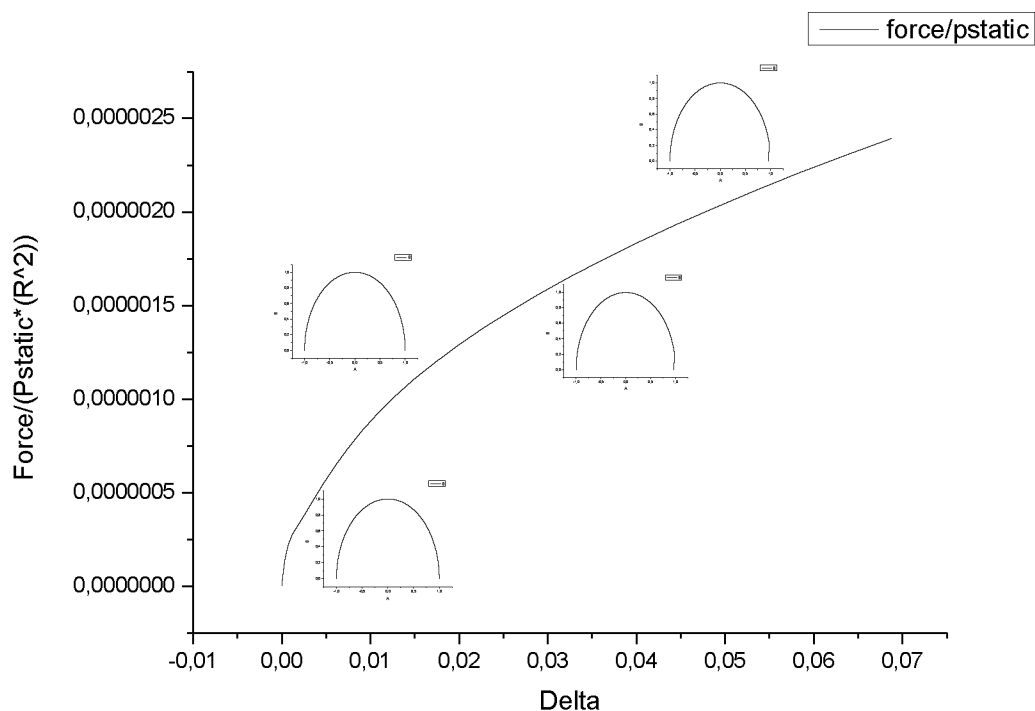
Στο παραπάνω διάγραμμα παρουσιάζεται το σχήμα της μικροφουσαλίδας για πιέσεις από 2000-8000Pa. Παρατηρείται ότι για πίεση 2000Pa το σχήμα της μικροφουσαλίδας αρχίζει να αποκλίνει αισθητά από το σφαιρικό σχήμα και καθώς η πίεση αυξάνει η μεταβολή γίνεται εντονότερη. Στο επάνω μέρος του υλικού της μεμβράνης, στην περιοχή κοντά στον πόλο, δημιουργείται μία κοιλότητα εξαιτίας της δύναμης που δρα στον πόλο. Καθώς αυξάνει η πίεση, αυξάνει το μέγεθος της κοιλότητας. Επίσης παρατηρείται αύξηση στην επιφάνεια επαφής. Η παραπάνω μεταβολή γίνεται πιο έντονη για ακόμη μεγαλύτερες πιέσεις όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 14: Σχήμα μικροφουσαλίδας για πιέσεις 8500-13500Pa

Καθώς η πίεση αυξάνει περαιτέρω, σε κάθε βήμα της επιβαλλόμενης μεταβολής πίεσης, γίνεται εντονότερα εμφανής η αύξηση του μεγέθους της σχηματιζόμενης κοιλότητας, η οποία αρχίζει να καταλαμβάνει μεγαλύτερο τμήμα της περιοχής γύρω από τον πόλο, συγκριτικά με προηγούμενως. Το σχήμα της μικροφουσαλίδας παρουσιάζει μεγάλη απόκλιση από το σφαιρικό σχήμα. Η κάψουλα κάμπτεται μέσα στην επιφάνεια επαφής.

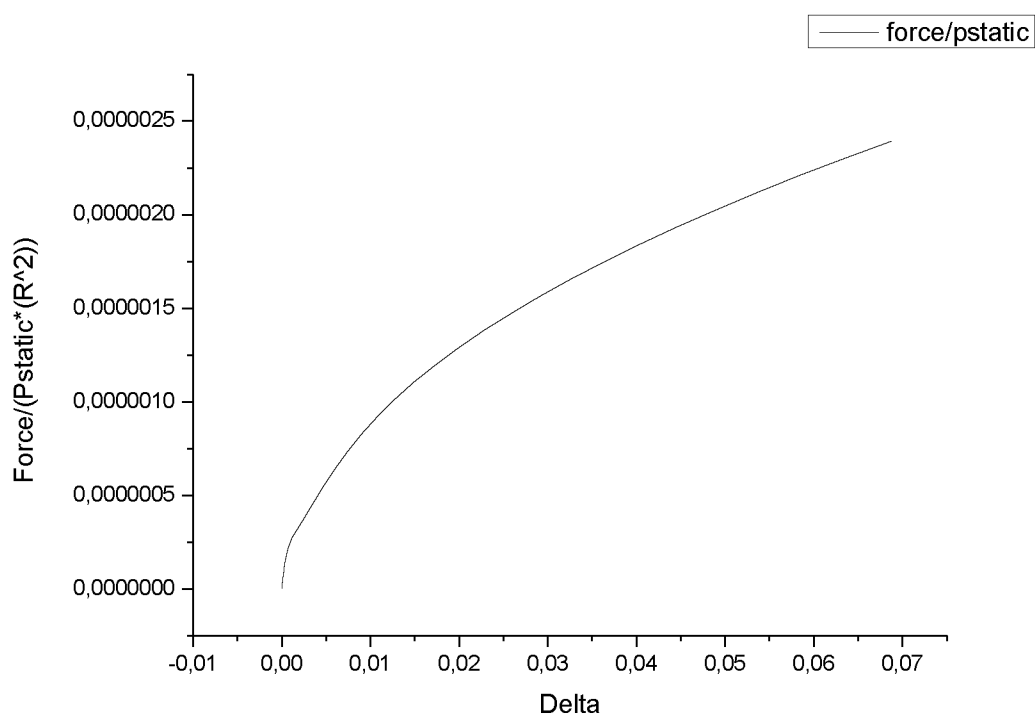
#### 4.1.2 ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ ΣΤΗΝ ΚΑΜΠΥΛΗ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ



Σχήμα 15:Παρεμβολή σχημάτων μικροφυσαλίδας στην καμπύλη σημειακής δύναμης- κάθετης μετατόπισης του πόλου της μικροφυσαλίδας

Στο παραπάνω διάγραμμα παρουσιάζεται η μεταβολή της κάθετης μετατόπισης του πόλου της μικροφυσαλίδας έναντι της επιβαλλόμενης σημειακής δύναμης. Στην καμπύλη παρεμβάλλονται εικόνες που δείχνουν το σχήμα της μικροφυσαλίδας που αντιστοιχεί σε κάθε καθεστώς μετατόπισης (παραμόρφωσης).

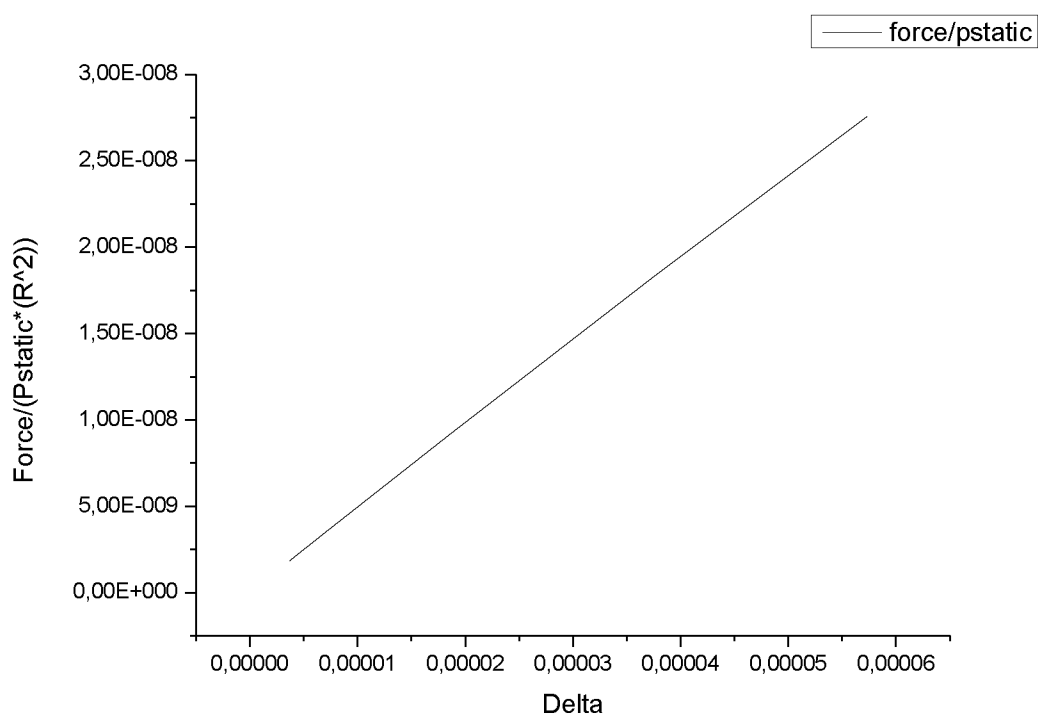
#### 4.1.3 ΚΑΜΠΥΛΗ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ



Σχήμα 16: Διάγραμμα σημειακής δύναμης-κάθετης μετατόπισης του πόλου της μικροφουσαλίδας

Η καμπύλη εμφανίζει δύο βασικές περιοχές, μία γραμμική για παραμορφώσεις έως  $6 \cdot 10^{-5} \text{m}$  και μία μη-γραμμική για παραμορφώσεις έως  $6 \cdot 10^{-2} \text{m}$ . Το γραμμικό τμήμα δεν είναι ιδιαίτερα εκτεταμένο και η καμπύλη δεν παρουσιάζει ασυνέχειες. Εξετάζοντας συνολικά την καμπύλη παρατηρείται ότι, καθώς αυξάνει η σημειακή δύναμη, η παραμόρφωση της μικροφουσαλίδας αυξάνει αρχικά με γραμμικό τρόπο και στη συνέχεια με μη γραμμικό.

#### 4.1.4 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ



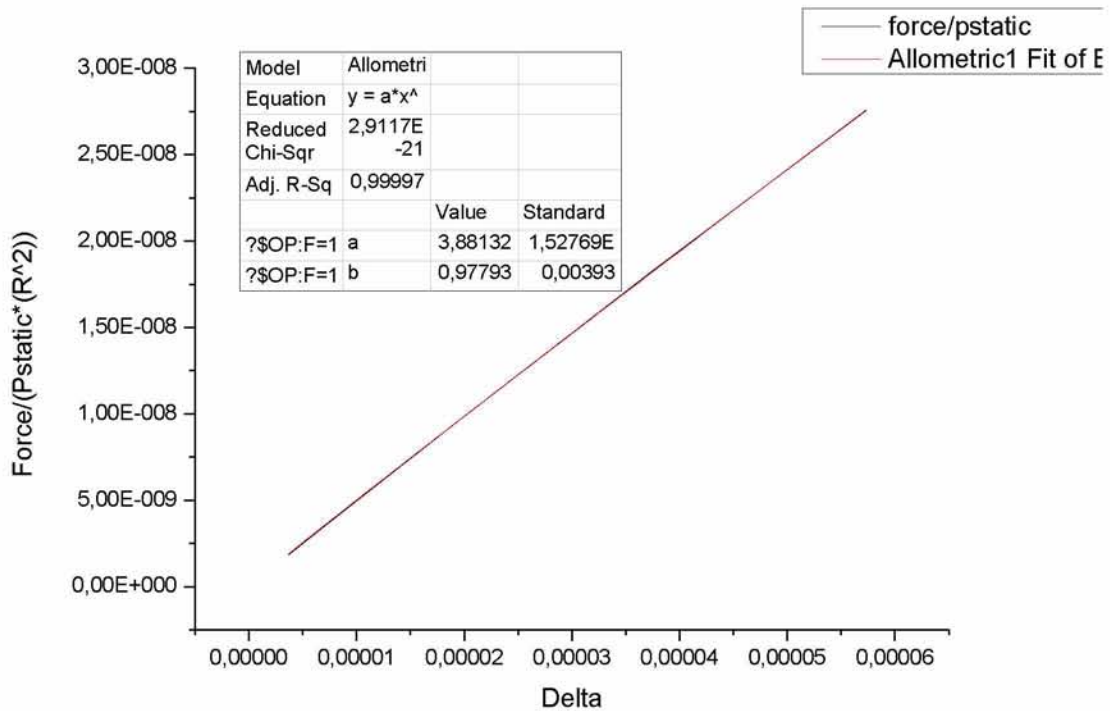
Σχήμα 17:Γραμμική περιοχή

Παρατηρείται αρχικά γραμμική συσχέτιση της σημειακής δύναμης με την παραμόρφωση της μικροφυσαλίδας για παραμορφώσεις από  $3.7 \cdot 10^{-6} \text{m}$  έως  $6 \cdot 10^{-5} \text{m}$ . Το αρχικό, γραμμικό τμήμα έχει συσχετισθεί από ορισμένους ερευνητές με την αναλυτική λύση του Reissner η οποία ισχύει για την μικρή παραμόρφωση μικροσφαιρών ισοτροπικού, λεπτού ελαστικού κελύφους υπό συγκεκριμένες συνθήκες: (i) ο λόγος του πάχους τοιχώματος προς την ακτίνα θα πρέπει να είναι μικρότερος του 1/20, (ii) το φορτίο θα πρέπει να είναι σημειακό και (iii) να ασκείται στους πόλους της μικροσφαίρας [13]. Στη συγκεκριμένη μελέτη πληρούνται και οι τρεις προϋποθέσεις.

#### 4.1.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

Με χρήση του προγράμματος Origin το οποίο αποτελεί ένα ολοκληρωμένο πακέτο γραφικής αναπαράστασης και ανάλυσης δεδομένων και συγκεκριμένα με την επιλογή fitting υπολογίζεται η αλγεβρική σχέση μεταξύ της επιβαλλόμενης δύναμης και της προκαλούμενης παραμόρφωσης. Από την εφαρμογή του fitting προκύπτει ότι

πρόκειται για γραμμική σχέση δηλαδή για συμπεριφορά υλικού που ακολουθεί το νόμο του Hooke. Η κλίση της συγκεκριμένης ευθείας αντιστοιχεί στο μέτρο ελαστικότητας του υλικού της μεμβράνης της μικροκάψουλας.



Σχήμα 18:Γραμμική περιοχή με fitting

Η εξίσωση της ευθείας που προέκυψε από το fitting για τη γραμμική περιοχή είναι:

$$P = a \cdot d^b = 3.88132 \cdot 10^{-4} \cdot d^{0.97793} \quad (64)$$

σε αδιάστατη μορφή. Σε μορφή με διαστάσεις η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{P_{\text{διαστ}}}{P_{st} R_0^2} = 3.88132 \cdot 10^{-4} \cdot \left( \frac{d_{\text{διαστ}}}{R_0} \right)^{0.97793} \quad (65)$$

Στην παραπάνω σχέση γίνεται η παραδοχή ότι ο εκθέτης ισούται κατά προσέγγιση με τη μονάδα οπότε μετατρέπεται στη μορφή:

$$\frac{P_{\text{διαστ}}}{P_{st} R_0} = 3.88132 \cdot 10^{-4} \cdot d_{\text{διαστ}} \rightarrow P_{\text{διαστ}} = 3.88132 \cdot 10^{-4} \cdot P_{st} \cdot R_0 \cdot d_{\text{διαστ}} \quad (66)$$



Οι τιμές που χρησιμοποιήθηκαν για τους υπολογισμούς είναι  $P_{st}=1.01 \cdot 10^5 \text{Pa}$  και  $R_0=1.58 \cdot 10^{-6} \text{m}$ .

Επομένως, με αντικατάσταση των τιμών η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$P_{\text{διαστ}} = 3.88132 \cdot 10^{-4} \cdot 1.01 \cdot 10^5 \cdot 1.58 \cdot 10^{-6} \cdot d_{\text{διαστ}} \quad (67)$$

Στη συνέχεια γίνεται αντικατάσταση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Reissner για ρηχές σφαίρες και για την οποία γίνεται αναφορά παραπάνω [13]. Η εξίσωση για τη γραμμική σχέση δύναμης-μετατόπισης είναι η εξής:

$$d = \frac{\sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}}{4} \cdot \frac{P \cdot R}{E \cdot h^2} \rightarrow P = \frac{E \cdot h^2 \cdot 4}{R \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot d \rightarrow P = \frac{2 \cdot E \cdot h^2 \cdot 4}{3 \cdot R} \cdot d$$

$$\xrightarrow{E=3G_s} P = \frac{8 \cdot G_s \cdot h^2}{R} \cdot d \quad (68)$$

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς είναι:

$$\nu=0.5, h=10^{-9} \text{m}, R=1.58 \cdot 10^{-6} \text{m}, E=3G_s=3 \cdot 16.6 \cdot 10^6=49.8 \cdot 10^6 \text{Pa}$$

Εξισώνοντας τους συντελεστές του  $d$  από τις σχέσεις (67) και (68) μπορεί κανείς να εκτιμήσει το μέτρο διάτμησης  $G_s$  εάν είναι γνωστά τα υπόλοιπα μεγέθη:

$$3.88132 \cdot 10^{-4} \cdot 1.01 \cdot 10^5 \cdot 1.58 \cdot 10^{-12} = 8 \cdot G_s \cdot 10^{-18}$$

$$\rightarrow 3.88132 \cdot 1.01 \cdot 1.58^2 \cdot 10^{-11} = 8 \cdot G_s \cdot 10^{-18}$$

$$\rightarrow 3.88132 \cdot 1.01 \cdot 1.58^2 \cdot 10^7 = 8 \cdot G_s$$

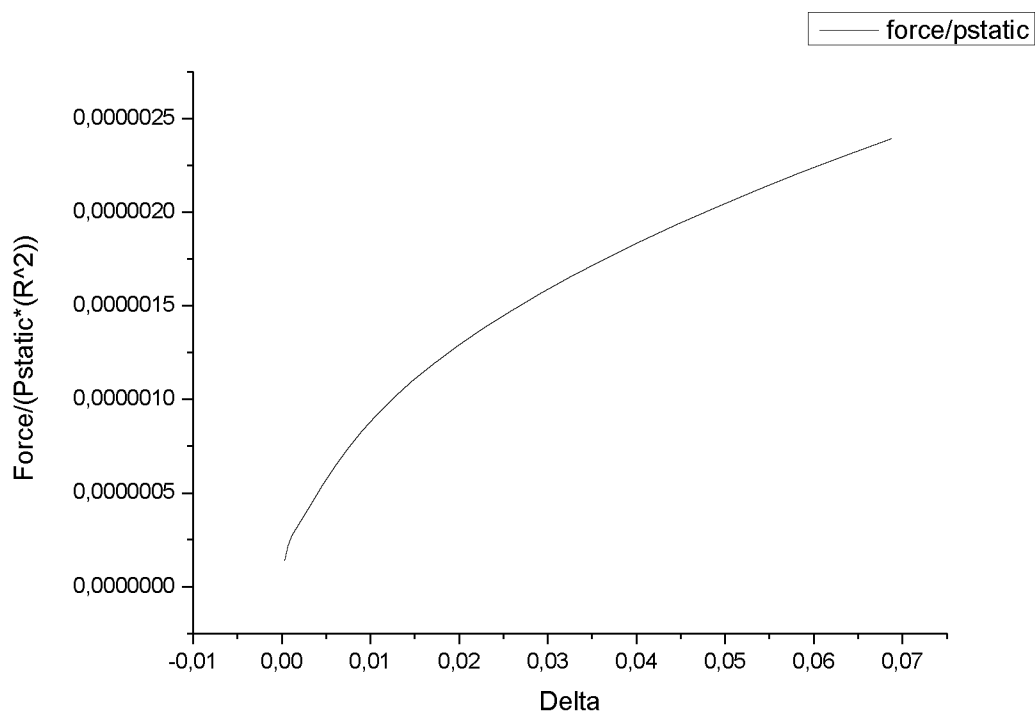
$$\rightarrow \boxed{12.2 \cdot 10^6 \text{Pa} = G_s}$$

Από το αποτέλεσμα που προέκυψε από τη σύγκριση είναι προφανές ότι το μοντέλο προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό τη θεωρία, ενώ η σχετική απόκλιση από την τιμή που χρησιμοποιήθηκε στην προσομοίωση,  $G_s=16.6 \times 10^6 \text{Pa}$ , οφείλεται στο γεγονός ότι πρόκειται για ασυμπτωτική λύση η οποία ισχύει για πολύ μικρές παραμορφώσεις που τείνουν στο μηδέν, μία υπόθεση που αναφέρεται ως υπόθεση μικρών διαταραχών. Η συγκεκριμένη υπόθεση εμπλέκει την πολύ σημαντική απλοποίηση ότι οι συνθήκες ισορροπίας δεν είναι διατυπωμένες στην

παραμορφωμένη κατάσταση η οποία είναι άγνωστη και πρέπει να προσδιοριστεί, αλλά στη γνωστή, μη-παραμορφωμένη κατάσταση που αντιστοιχεί στο αρχικό, σφαιρικό σχήμα της κάψουλας. Για λεπτά κελύφη, οι παραμορφώσεις μπορούν να θεωρηθούν μικρές όταν είναι περίπου της ίδιας τάξης μεγέθους με το πάχος του τοιχώματος του κελύφους.

#### 4.1.6 ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

Εάν η δύναμη που ασκείται στο κέλυφος είναι αρκετά μεγάλη, το σχήμα του μεταβάλλεται αισθητά και υπάρχει η πιθανότητα δημιουργίας κοιλότητας γύρω από την περιοχή που εφαρμόζεται η δύναμη. Σε αυτήν την περίπτωση, η καμπύλη δύναμης-παραμόρφωσης γίνεται μη-γραμμική. Ωστόσο, η ακριβής συναρτησιακή συσχέτιση μπορεί να γίνει πιο περίπλοκη για υψηλές δυνάμεις εξαιτίας πιθανών αλληλεπικαλυπτόμενων φαινομένων όπως ο εφελκυσμός του κελύφους, αντιστρεπτές και μη-αντιστρεπτές αστάθειες που συνδέονται με μεταπτώσεις διαφόρων τύπων λυγισμού [30].

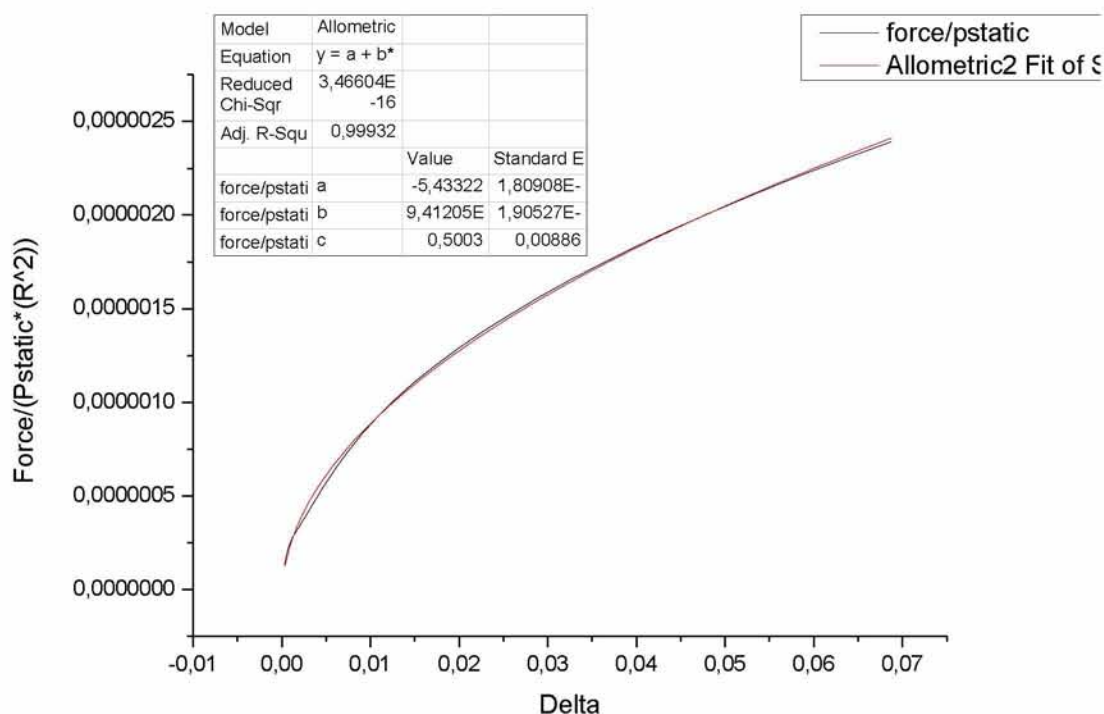


Σχήμα 19: Μη-γραμμική περιοχή

Για παραμορφώσεις από  $6 \cdot 10^{-6} \text{m}$  έως  $6 \cdot 10^{-2} \text{m}$  παρατηρείται μη-γραμμική μεταβολή της κάθετης μετατόπισης του πόλου της μικροφουσαλίδας με την εφαρμοζόμενη σημειακή δύναμη.

#### 4.1.7 ΕΦΑΡΜΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

Όπως προκύπτει από το fitting η παραμόρφωση είναι ανάλογη με το τετράγωνο της δύναμης που ασκείται στον πόλο, σε συμφωνία και με την ασυμπτωτική ανάλυση του Rogorelon [20].



Σχήμα 20: Μη-γραμμική περιοχή με fitting

Η εξίσωση της καμπύλης που προέκυψε από το fitting για τη μη-γραμμική περιοχή είναι:

$$P = a + b \cdot d^c = -5.43322 \cdot 10^{-8} + 9.41205 \cdot 10^{-6} \cdot d^{0.5003} \quad (69)$$

σε αδιάστατη μορφή. Σε αδιάστατη μορφή η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{P_{\text{διαστ}}}{P_{st} R_0^2} = -5.43322 \cdot 10^{-8} + 9.41205 \cdot 10^{-6} \cdot \left( \frac{d_{\text{διαστ}}}{R_0} \right)^{0.5003} \quad (70)$$

η οποία παίρνει τη μορφή:

$$P_{\delta\alpha\sigma\tau} \approx 9.41205 \cdot 10^{-6} \cdot P_{st} \cdot R_0^{1.5} \cdot d_{\delta\alpha\sigma\tau}^{0.5} \quad (71)$$

Στη συνέχεια γίνεται αντικατάσταση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Rogorelon για παραμόρφωση υπό σημειακή φόρτιση και για την οποία γίνεται αναφορά παραπάνω. Η εξίσωση για τη μη-γραμμική συσχέτιση δύναμης-μετατόπισης είναι η εξής:

$$d = \frac{(1-\nu^2)^2}{3.56} \cdot \frac{P^2 R^2}{E^2 h^5} \xrightarrow{E=3G_s} P^2 = \frac{3.56 \cdot (3 \cdot G_s)^2 \cdot h^5}{(1-\nu^2)^2 \cdot R^2} \cdot d \quad (72)$$

$$\rightarrow P = \frac{\sqrt{3.56} \cdot 3 \cdot G_s \cdot h^{5/2}}{(1-\nu^2) \cdot R} \cdot d^{0.5} \quad (73)$$

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς είναι:

$$\nu=0.5, h=10^{-9}, R=1.58 \cdot 10^{-6}, E=3G_s=3 \cdot 16.6 \cdot 10^6=49.8 \cdot 10^6$$

Εξισώνοντας τους συντελεστές του  $d^2$  από τις σχέσεις (71) και (73) προκύπτει:

$$9.41205 \cdot 10^{-6} \cdot P_{st} \cdot R_0^{1.5} = \frac{\sqrt{3.56} \cdot 3 \cdot G_s \cdot h^{5/2}}{(1-\nu^2) \cdot R} \quad (74)$$

$$\rightarrow 9.41205 \cdot 10^{-6} \cdot 1.01 \cdot 10^5 = \frac{\sqrt{3.56} \cdot 3 \cdot G_s \cdot 10^{-45/2}}{\left(\frac{3}{4}\right) \cdot 1.58^2 \cdot 10^{-15}} \quad (75)$$

$$\rightarrow 9.41205 \cdot 1.01 = \frac{4 \cdot \sqrt{3.56} \cdot G_s}{1.58^{5/2} \cdot 10^6 10^{1/2}} \quad (76)$$

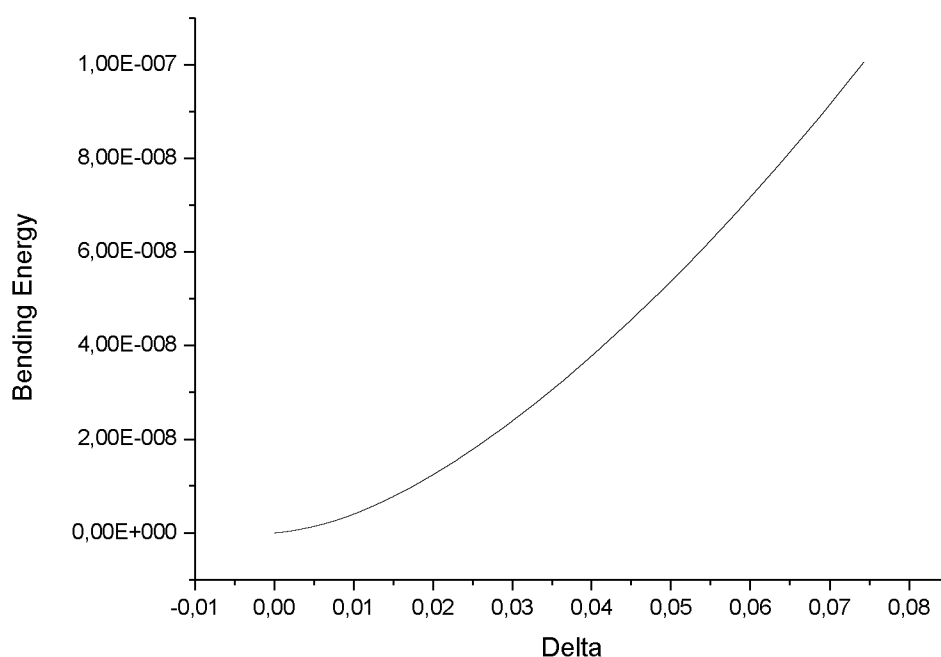
$$\rightarrow \boxed{12.5 \cdot 10^6 Pa \approx G_s} \quad (77)$$

Από το αποτέλεσμα που προέκυψε από τη σύγκριση είναι προφανές ότι το μοντέλο προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό τη θεωρία, σύμφωνα με την οποία, ύστερα από

το λυγισμό και το σχηματισμό πτύχωσης, η παραμόρφωση δεν μεταβάλλεται πλέον γραμμικά με τη δύναμη αλλά τετραγωνικά. Ο Rogorelon εξήγαγε τη συγκεκριμένη εξίσωση με την παραδοχή ότι η ενέργεια παραμόρφωσης εντοπίζεται στο χείλος της σχηματισμένης κοιλότητας [19],[20]. Η σχετική απόκλιση οφείλεται στο γεγονός ότι πρόκειται για ασυμπτωτική λύση η οποία ισχύει για μικρές παραμορφώσεις. Η πλήρης ερμηνεία της μηχανικής συμπεριφοράς δομών λεπτού κελύφους σε όλα τα καθεστώτα δυνάμεων, υπό συμπίεση περιλαμβάνει απαραίτητα και τα μη-γραμμικά τμήματα, καθώς και τις σχετικές αστάθειες και μεταβολές του σχήματος.

#### 4.1.8 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΜΨΗΣ –ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζεται η μεταβολή της ενέργειας κάμψης και της ενέργειας εφελκυσμού με την παραμόρφωση.



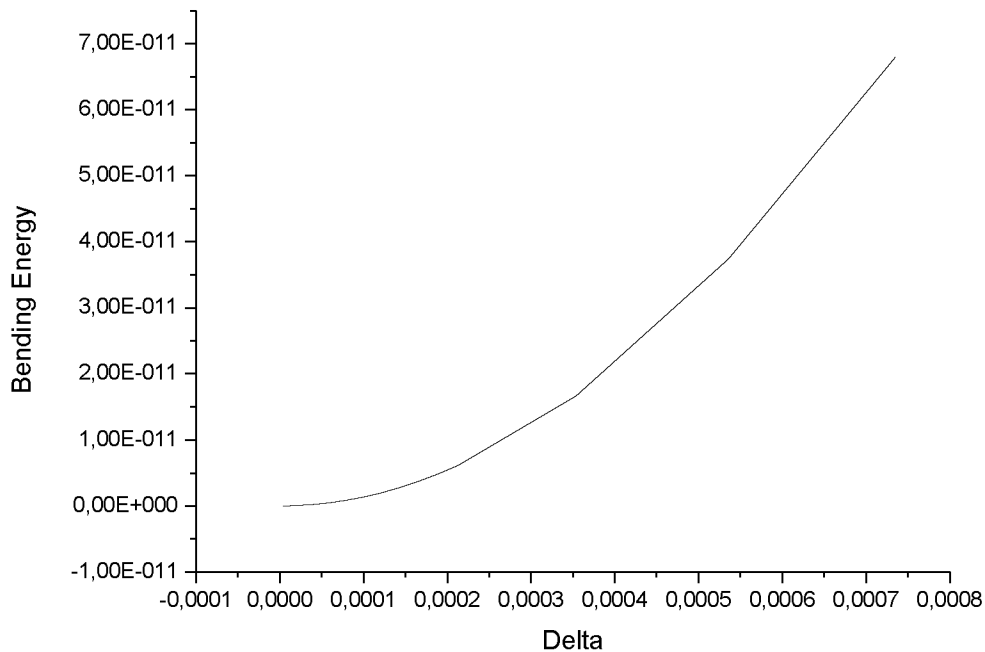
Σχήμα 21:Μεταβολή της ενέργειας κάμψης με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρείται ότι η ενέργεια κάμψης μεταβάλλεται μη-γραμμικά με την παραμόρφωση. Η εξίσωση που συσχετίζει τη μεταβολή της ενέργειας κάμψης με την παραμόρφωση βρέθηκε μέσω της εφαρμογής fitting του προγράμματος Origin ότι είναι:

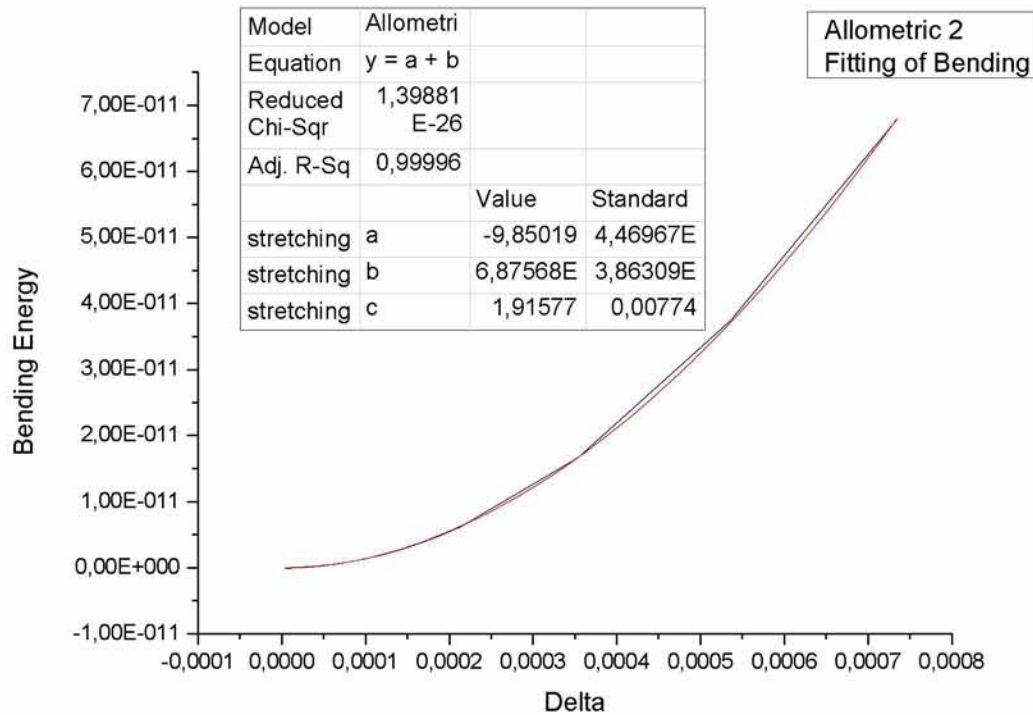
$$E_{bend} = a + b \cdot d^c \rightarrow E_{bend} = -3.72087 \cdot 10^{-11} + 6.24291 \cdot 10^{-6} \cdot d^{1.58748} \quad (78)$$

Η τελευταία σχέση αφορά κυρίως την περιοχή που αντιστοιχεί στην μη γραμμική σχέση δύναμης παραμόρφωσης. Η σχέση αυτή είναι σε συμφωνία με την πρόβλεψη του Rogorelon για την ενέργεια του κελύφους στην μη γραμμική περιοχή παραμόρφωσης.

Εφαρμόζεται στη συνέχεια fitting στη περιοχή παραμορφώσεων η οποία εκτείνεται έως  $7.5 \cdot 10^{-5} \text{m}$ , και αντιστοιχεί στην γραμμική περιοχή δύναμης παραμόρφωσης, για τον υπολογισμό της ακριβούς συσχέτισης της ενέργειας κάμψης με την παραμόρφωση.



Σχήμα 22: Μεταβολή της ενέργειας κάμψης με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας για πολύ μικρές παραμορφώσεις



Σχήμα 23: Μεταβολή της ενέργειας κάμψης με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας για πολύ μικρές παραμορφώσεις με fitting

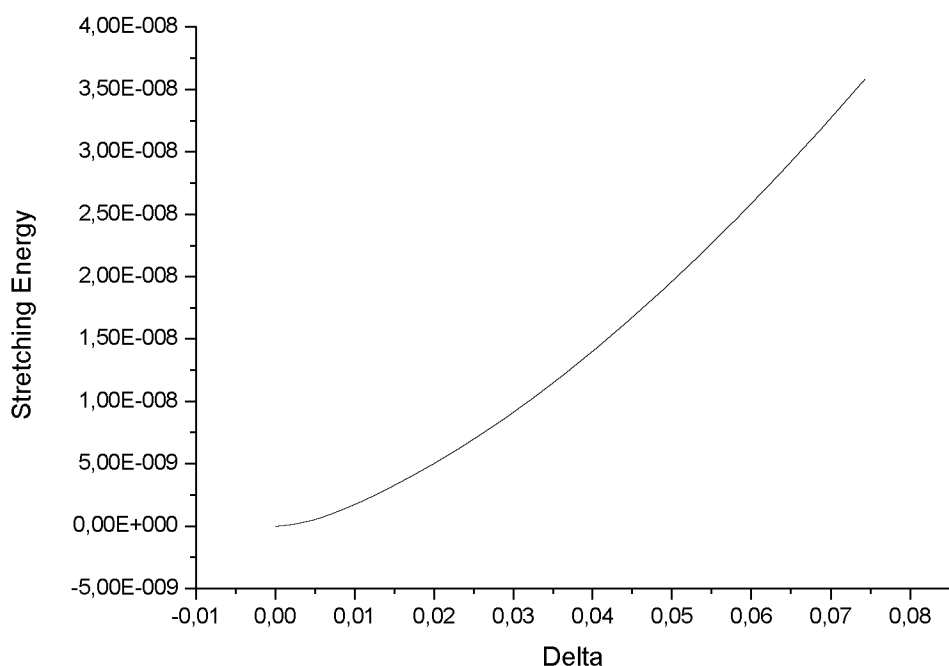
Η εξίσωση της καμπύλης που προέκυψε από το fitting για την περιοχή πολύ μικρών παραμορφώσεων είναι:

$$E_{bend} = a + b \cdot d^c = -9.85019 \cdot 10^{-14} + 6.87568 \cdot 10^{-5} \cdot d^{1.91577} \quad (79)$$

σε αδιάστατη μορφή. Σε μορφή με διαστάσεις η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{E_{bend}}{P_{st} \cdot R_0^3} = -9.85019 \cdot 10^{-14} + 6.87568 \cdot 10^{-5} \cdot \left( \frac{d}{R_0} \right)^{1.91577} \quad (80)$$

Παρακάτω δίδεται η μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού σαν συνάρτηση της μετατόπισης.



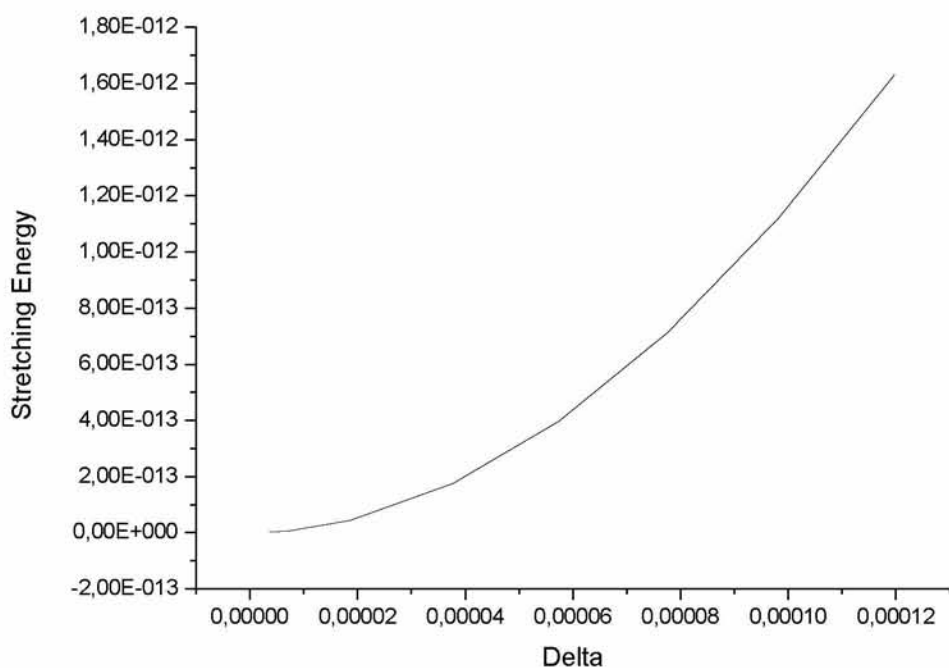
Σχήμα 24:Μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρείται ότι η ενέργεια εφελκυσμού για σχετικά μεγάλες παραμορφώσεις μεταβάλλεται μη-γραμμικά με την παραμόρφωση. Η εξίσωση που συσχετίζει τη μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού με την παραμόρφωση βρέθηκε μέσω της εφαρμογής fitting του προγράμματος Origin ότι είναι:

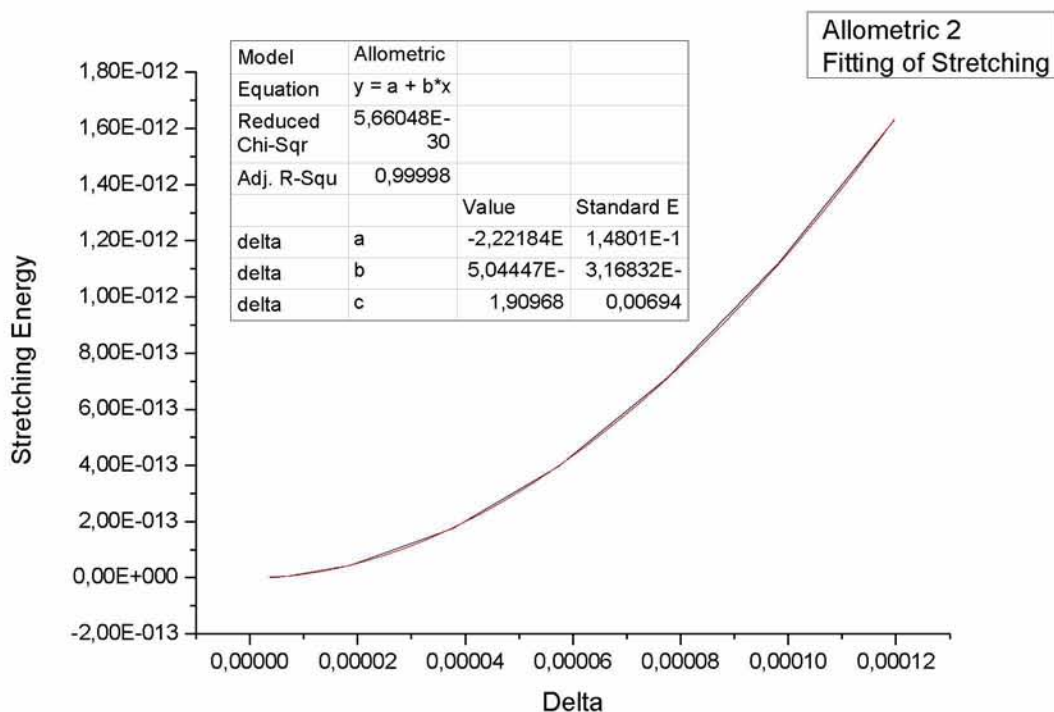
$$E_{stretch} = a + b \cdot d^c \rightarrow E_{stretch} = -2.04794 \cdot 10^{-12} + 1.79936 \cdot 10^{-6} \cdot d^{1.50748} \quad (81)$$

Εφαρμόζεται στη συνέχεια fitting στην περιοχή πολύ μικρών παραμορφώσεων η οποία εκτείνεται έως  $1.2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ , για τον υπολογισμό της ακριβούς συσχέτισης της ενέργειας εφελκυσμού με την παραμόρφωση.





Σχήμα 25: Μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας για πολύ μικρές παραμορφώσεις



Σχήμα 26: Μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας για πολύ μικρές παραμορφώσεις με fitting

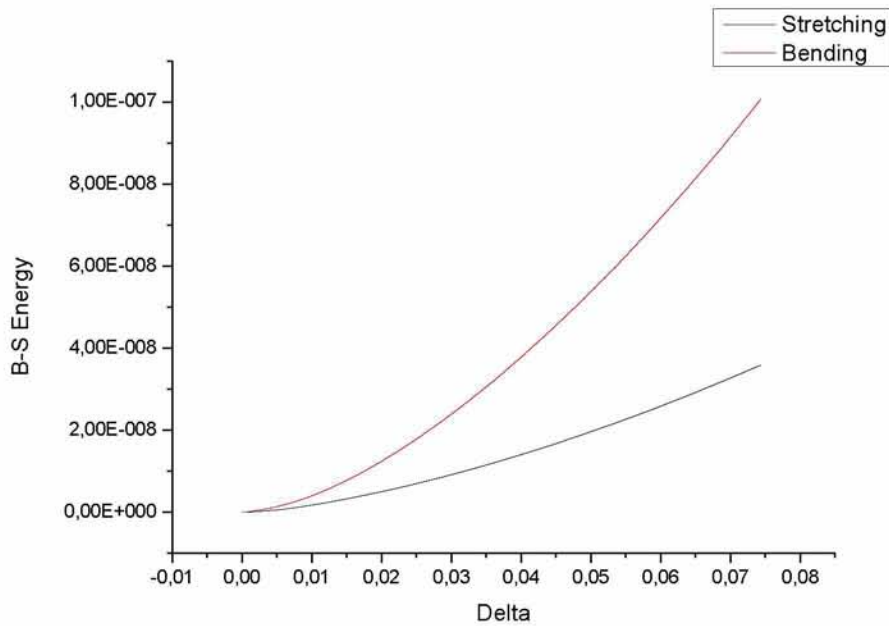
Η εξίσωση της καμπύλης που προέκυψε από το fitting για τη μη-γραμμική περιοχή είναι:

$$E_{stretch} = a + b \cdot d^c = -2.22184 \cdot 10^{-15} + 5.04447 \cdot 10^{-5} \cdot d^{1.90968} \quad (82)$$

σε αδιάστατη μορφή. Σε μορφή με διαστάσεις η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{E_{stretch}}{P_{st} \cdot R_0^3} = -2.22184 \cdot 10^{-15} + 5.04447 \cdot 10^{-5} \cdot \left( \frac{d}{R_0} \right)^{1.90968} \quad (83)$$

Στο παρακάτω σχήμα συγκρίνεται η μεταβολή της ενέργειας κάμψης με τη μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού ως προς την παραμόρφωση. Η καμπύλη που παριστάνει τη μεταβολή της ενέργειας κάμψης παρουσιάζει μεγαλύτερη κλίση σε σχέση με την καμπύλη που παριστάνει τη μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού, επομένως ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας κάμψης είναι μεγαλύτερος σε σχέση με την ενέργεια εφελκυσμού. Και στις δύο περιπτώσεις, παρατηρείται αύξηση των ενεργειών, καθώς αυξάνεται η παραμόρφωση, όμως στην περίπτωση της ενέργειας κάμψης είναι πιο σημαντική. Στην περιοχή πολύ μικρών παραμορφώσεων, κοντά στην περιοχή του μηδενός, οι δύο καμπύλες έχουν παρόμοια κλίση, επομένως η συνεισφορά των δύο ενεργειών είναι περίπου η ίδια. Η κάμψη του κελύφους συμβαίνει σε μικρές περιοχές κοντά στον πόλο όπου εφαρμόζεται η σημειακή δύναμη.



Σχήμα 27: Σύγκριση μεταβολής ενέργειας κάμψης και ενέργειας εφελκυσμού με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι τόσο η ενέργεια κάμψης, όσο και η ενέργεια εφελκυσμού πρέπει να ληφθούν υπόψη στον προσδιορισμό της παραμόρφωσης κοντά στο σημείο εφαρμογής των δυνάμεων. Η δε ισορροπία είναι τέτοια ώστε να ελαχιστοποιείται η συνολική ενέργεια. Μάλιστα βρέθηκε ότι και τα δύο είδη ενέργειας μεταβάλλονται με το τετράγωνο της μετατόπισης ( $E \sim d^2$ ) στον πόλο όπου ασκείται η σημειακή δύναμη και στην περιοχή μετατοπίσεων που αντιστοιχεί στην γραμμική σχέση δύναμης μετατόπισης, ενώ μεταβάλλονται με την  $3/2$  δύναμη της μετατόπισης ( $E \sim d^{3/2}$ ) στην περιοχή που αντιστοιχεί στην μη γραμμική σχέση δύναμης παραμόρφωσης. Η ίδια ασυμπτωτική συμπεριφορά προβλέπεται και από την ανάλυση του Pogorelon αναφορικά με τις δύο αυτές περιοχές. Η πρώτη ταυτοποιείται από το γεγονός ότι η περιοχή όπου παρατηρείται κάμψη εκτείνεται ομοιόμορφα γύρω από τον πόλο με μετατόπιση όλων των σημείων της κατά  $d$ . Η απαίτηση για ελαχιστοποίηση της συνολικής ενέργειας δίνει την σχέση

$$E_{total} = E_{stretch} + E_{bend} \sim \frac{3G_s \cdot h^2}{R} \cdot d^2 \quad (84)$$

Η δεύτερη περιοχή ταυτοποιείται από το γεγονός ότι η κάμψη συμβαίνει σε μία λεπτή λωρίδα στις άκρες του κρατήρα που δημιουργείται. Η απαίτηση για ελαχιστοποίηση της ενέργειας δίνει την σχέση

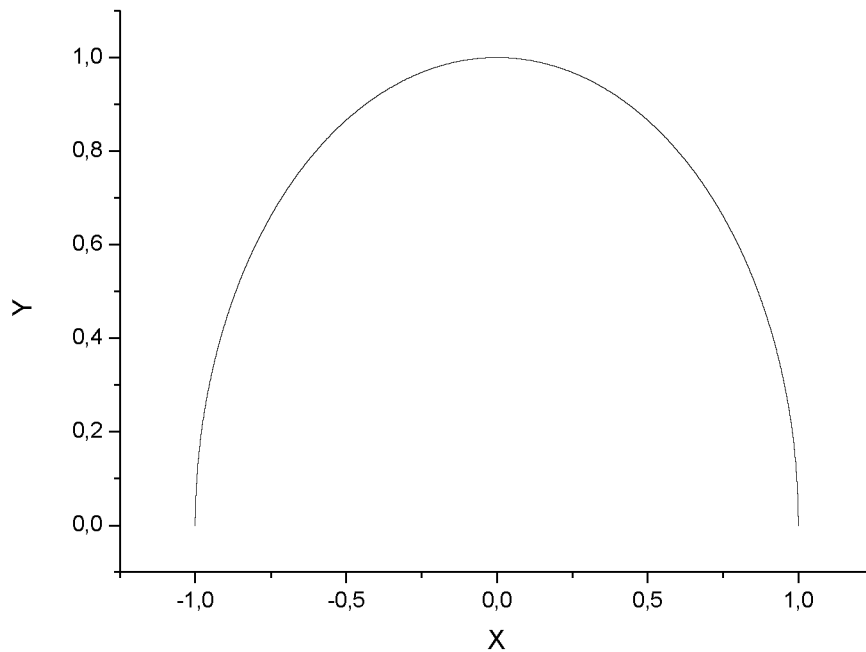
$$E_{total} = E_{stretch} + E_{bend} \sim 3G_s \left( \frac{h}{R} \right)^{5/2} r^3 = \frac{3G_s d^{3/2} h^{5/2}}{R} \quad (91)$$

όπου  $r$  η ακτίνα του κρατήρα που δημιουργείται και η οποία σχετίζεται με την μετατόπιση στον πόλο  $d$  ως εξής,  $r \sim (dR)^{3/2}$ .

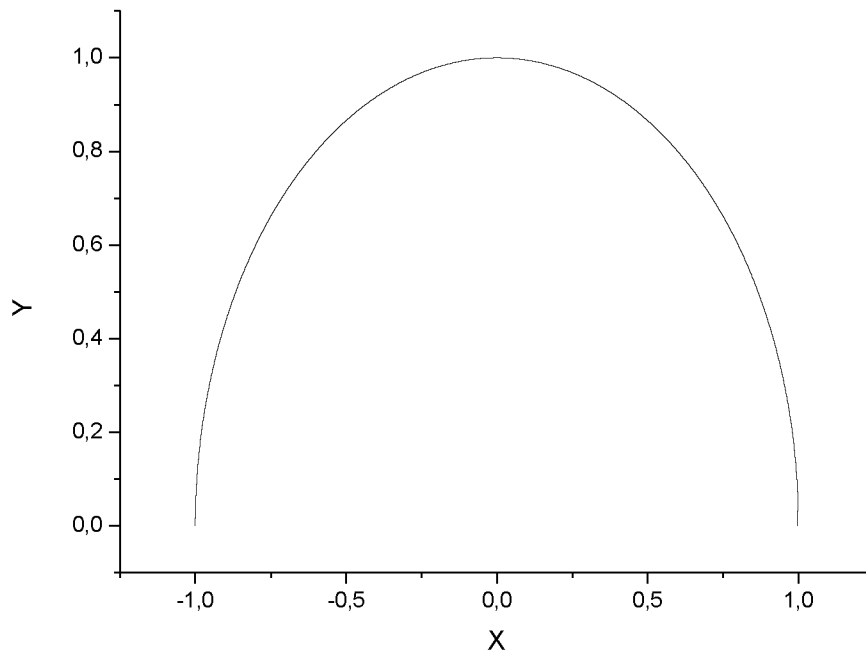
## 4.2 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΑΛΑΚΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ ( $G_s=1.66\text{Pa}$ )

### 4.2.1 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ

Διεξήχθησαν προσομοιώσεις για διαφορετικές στατικές πιέσεις οι οποίες κυμαίνονταν μεταξύ 10 και 1300Pa μέσω των οποίων λήφθηκε το σχήμα της μικροφυσαλίδας, η μεταβολή της σημειακής δύναμης συναρτήσει της μετατόπισης του πόλου της μικροφυσαλίδας, καθώς και η ενέργεια κάμψης και η ενέργεια εφελκυσμού συναρτήσει της μετατόπισης του πόλου της μικροφυσαλίδας. Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων με τη μορφή διαγραμμάτων.

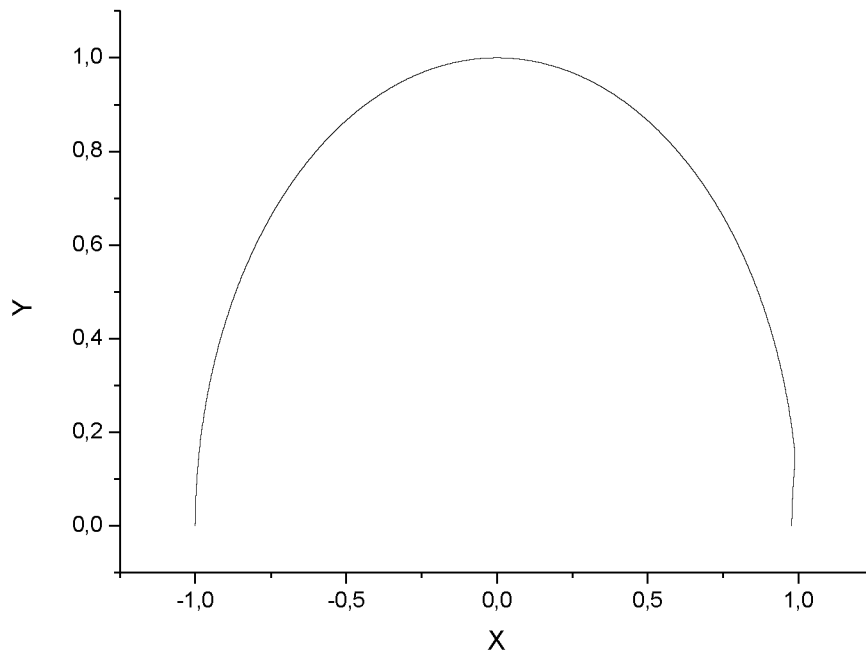


Σχήμα 28: Σχήμα μικροφυσαλίδας για πιέσεις 10-100Pa



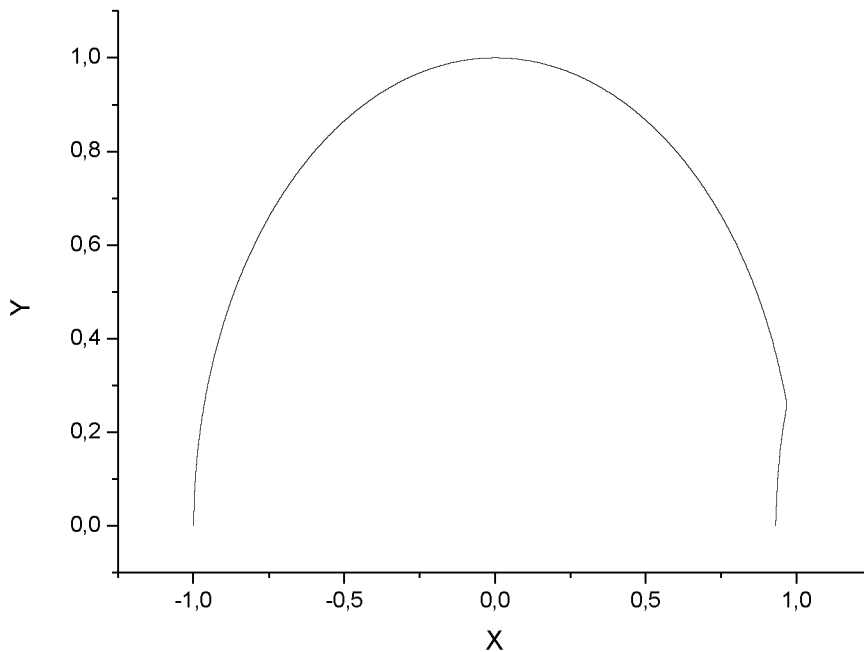
Σχήμα 29:Σχήμα μικροφουσαλίδας για πιέσεις 150-400Pa

Στα παραπάνω διαγράμματα παρατηρείται ότι το σχήμα της μικροφουσαλίδας τύπου BR-14 με μέτρο διάτμησης  $G_s=1.66 \cdot 10^6$  Pa για πιέσεις από 10Pa έως 400Pa παραμένει σχεδόν σφαιρικό. Το μέτρο διάτμησης ενός υλικού εκφράζει την αντίσταση του συγκεκριμένου υλικού στην κάμψη όταν υπόκειται σε τάση.



Σχήμα 30: Σχήμα μικροφουσαλίδας για πιέσεις 450-750Pa

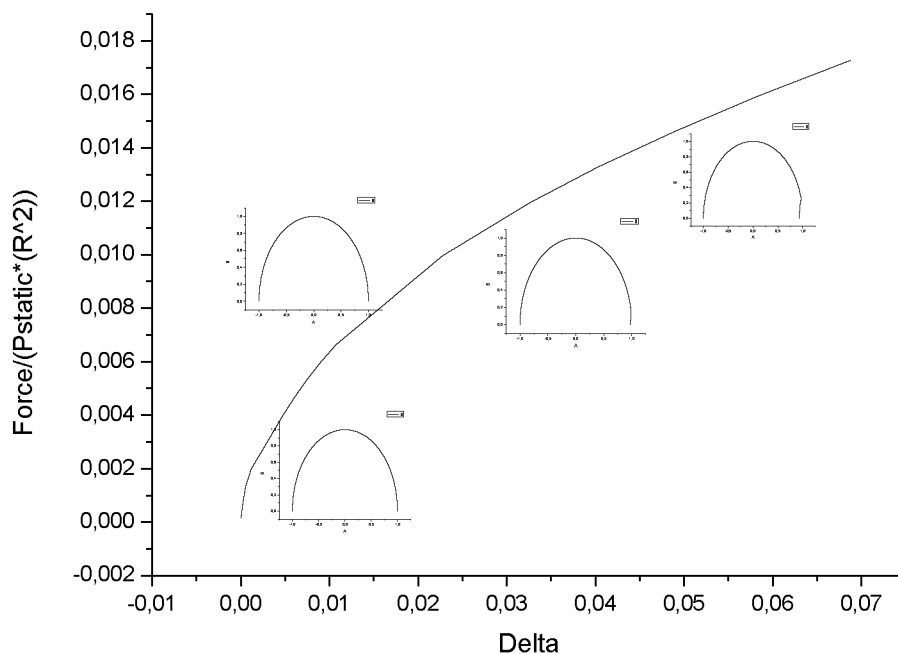
Στο παραπάνω διάγραμμα παρουσιάζεται το σχήμα της μικροφουσαλίδας για πιέσεις από 450-750Pa. Παρατηρείται ότι για πίεση 450Pa το σχήμα της μικροφουσαλίδας αρχίζει να αποκλίνει αισθητά από το σφαιρικό σχήμα και καθώς η πίεση αυξάνει η μεταβολή γίνεται εντονότερη. Στο επάνω μέρος του υλικού της μεμβράνης, στην περιοχή κοντά στον πόλο, δημιουργείται μία κοιλότητα εξαιτίας της δύναμης που δρα στον πόλο. Καθώς αυξάνει η πίεση, αυξάνει το μέγεθος της κοιλότητας. Η παραπάνω μεταβολή γίνεται πιο έντονη για ακόμη μεγαλύτερες πιέσεις όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Σχήμα 31:Σχήμα μικροφουσαλίδας για πιέσεις 800-1300Pa

Καθώς η πίεση αυξάνει περαιτέρω, σε κάθε βήμα της επιβαλλόμενης μεταβολής πίεσης, γίνεται εντονότερα εμφανής η αύξηση του μεγέθους της σχηματιζόμενης κοιλότητας, η οποία αρχίζει να καταλαμβάνει μεγαλύτερο τμήμα της περιοχής γύρω από τον πόλο, συγκριτικά με προηγούμενως. Το σχήμα της μικροφουσαλίδας παρουσιάζει μεγάλη απόκλιση από το σφαιρικό σχήμα. Όπως παρατηρείται, οι μικροφουσαλίδες τέτοιου τύπου υφίστανται παρόμοιες μεταβολές σχήματος σε σχέση με τις μικροφουσαλίδες μεγαλύτερου μέτρου ελαστικότητας στην περίπτωση που εφαρμοστεί στον πόλο σημειακή δύναμη, όμως οι μεταβολές αυτές στην περίπτωση των πρώτων συμβαίνουν για πολύ μικρότερες πιέσεις, γεγονός αναμενόμενο εφόσον το μέτρο διάτμησής τους είναι μία τάξη μεγέθους μικρότερο.

#### 4.2.2 ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΑΣ ΣΤΗΝ ΚΑΜΠΥΛΗ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

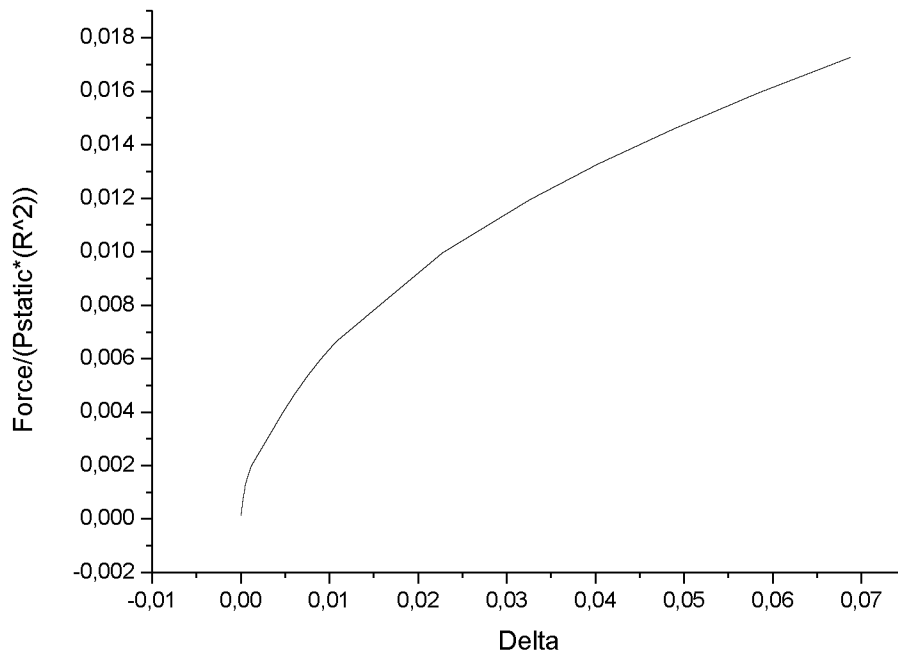


Σχήμα 32:Παρεμβολή σχημάτων μικροφυσαλίδας στην καμπύλη σημειακής δύναμης- κάθετης μετατόπισης του πόλου της μικροφυσαλίδας

Στο παραπάνω διάγραμμα παρουσιάζεται η μεταβολή της κάθετης μετατόπισης του πόλου της μικροφυσαλίδας έναντι της επιβαλλόμενης σημειακής δύναμης. Στην καμπύλη παρεμβάλλονται εικόνες που δείχνουν το σχήμα της μικροφυσαλίδας που αντιστοιχεί σε κάθε καθεστώς μετατόπισης (παραμόρφωσης). Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σε καθεστώς μικρής παραμόρφωσης, το σχήμα της μικροφυσαλίδας παραμένει σχεδόν σφαιρικό, ενώ όσο αυξάνει η παραμόρφωση, υπάρχει απόκλιση από την αρχική σφαιρικότητα.

#### 4.2.3 ΚΑΜΠΥΛΗ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

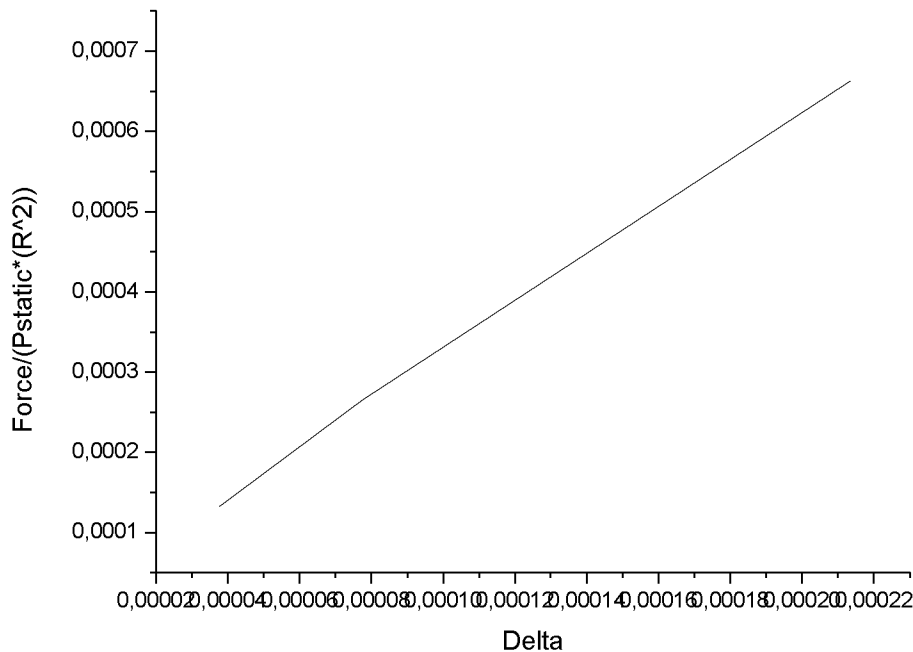




Σχήμα 33: Διάγραμμα σημειακής δύναμης-κάθετης μετατόπισης του πόλου της μικροφυσαλίδας

Η καμπύλη εμφανίζει δύο βασικές περιοχές, μία γραμμική για παραμορφώσεις έως  $2,2 \cdot 10^{-5} \text{m}$  και μία μη-γραμμική για παραμορφώσεις έως  $7 \cdot 10^{-2} \text{m}$ . Εξετάζοντας συνολικά την καμπύλη παρατηρείται ότι καθώς αυξάνει η σημειακή δύναμη, αυξάνει αρχικά με γραμμικό τρόπο και στη συνέχεια με μη γραμμικό η παραμόρφωση της μικροφυσαλίδας. Αξίζει να σημειωθεί ότι για τις ίδιες παραμορφώσεις, οι δυνάμεις στην περίπτωση των μικροφυσαλίδων μαλακού κελύφους είναι πολύ μικρότερες για την ίδια στατική πίεση.

#### 4.2.4 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

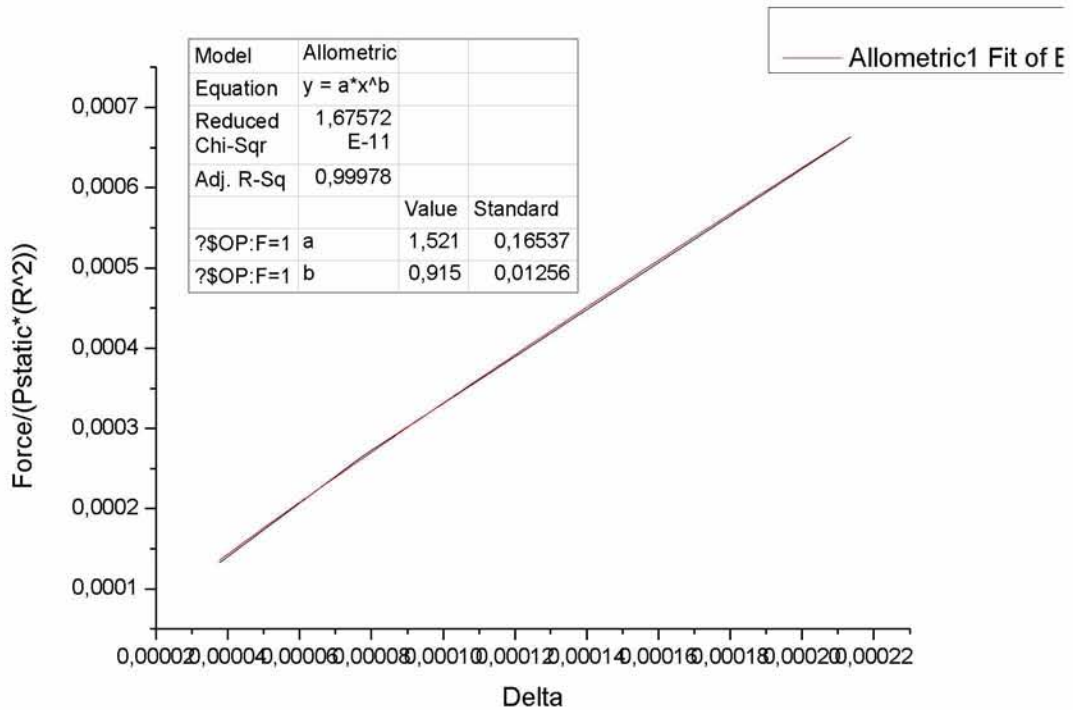


Σχήμα 34:Γραμμική περιοχή

Παρατηρείται αρχικά γραμμική συσχέτιση της σημειακής δύναμης με την παραμόρφωση της μικροφουσαλίδας για παραμορφώσεις από  $3.5 \cdot 10^{-6} \text{ nm}$  έως  $2.2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ . Παρατηρείται ότι για τις μικροφουσαλίδες μαλακού κελύφους η γραμμική περιοχή είναι μεγαλύτερη σε σχέση. Με χρήση του προγράμματος Origin το οποίο αποτελεί ένα ολοκληρωμένο πακέτο γραφικής αναπαράστασης και ανάλυσης δεδομένων και συγκεκριμένα με την επιλογή fitting υπολογίζεται η αλγεβρική σχέση μεταξύ της επιβαλλόμενης δύναμης και της προκαλούμενης παραμόρφωσης.

#### 4.2.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

Από την εφαρμογή του fitting προκύπτει ότι πρόκειται για γραμμική σχέση δηλαδή για συμπεριφορά υλικού που ακολουθεί το νόμο του Hooke. Η κλίση της συγκεκριμένης ευθείας αντιστοιχεί στο μέτρο ελαστικότητας του υλικού της μεμβράνης της μικροκάψουλας.



Σχήμα 35:Γραμμική περιοχή με fitting

Η εξίσωση της ευθείας που προέκυψε από το fitting για τη γραμμική περιοχή 1 είναι:

$$P = a \cdot d^b \rightarrow P = 1.521 \cdot d^{0.915} \quad (85)$$

σε αδιάστατη μορφή. Σε μορφή με διαστάσεις η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{P_{\text{διαστ}}}{P_{st} R_0^2} = 1.521 \cdot \left( \frac{d_{\text{διαστ}}}{R_0} \right)^{0.915} \quad (86)$$

Η παραπάνω σχέση παίρνει τη μορφή:

$$P_{\text{διαστ}} = 1.521 \cdot P_{st} \cdot R_0 \cdot d_{\text{διαστ}} \quad (87)$$

Οι τιμές που χρησιμοποιήθηκαν για τους υπολογισμούς είναι  $P_{st}=1.4\text{Pa}$  και  $R_0=1.58 \cdot 10^{-6}\text{m}$

Επομένως η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$P_{\text{διαστ}} = 1.521 \cdot 1.4 \cdot 1.58 \cdot 10^{-6} \cdot d_{\text{διαστ}} \quad (88)$$

Στη συνέχεια γίνεται αντικατάσταση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Reissner για ρηχές σφαίρες και για την οποία γίνεται αναφορά παραπάνω. Η εξίσωση για τη γραμμική σχέση δύναμης-μετατόπισης είναι η εξής:

$$d = \frac{\sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}}{4} \cdot \frac{P \cdot R}{E \cdot h^2} \rightarrow P = \frac{E \cdot h^2 \cdot 4}{R \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot d \rightarrow P = \frac{2 \cdot E \cdot h^2 \cdot 4}{3 \cdot R} \cdot d \quad (89)$$

$$\xrightarrow{E=3G_s} P = \frac{8 \cdot G_s \cdot h^2}{R} \cdot d \quad (90)$$

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς είναι:

$$\nu=0.5, h=10^{-9}\text{m}, R=1.58 \cdot 10^{-6}\text{m}, E=3G_s \delta=3 \cdot 1.66 \cdot 10^6=4.98 \cdot 10^6\text{Pa}$$

Εξισώνοντας τους συντελεστές του d από τις σχέσεις (88) και (90) προκύπτει:

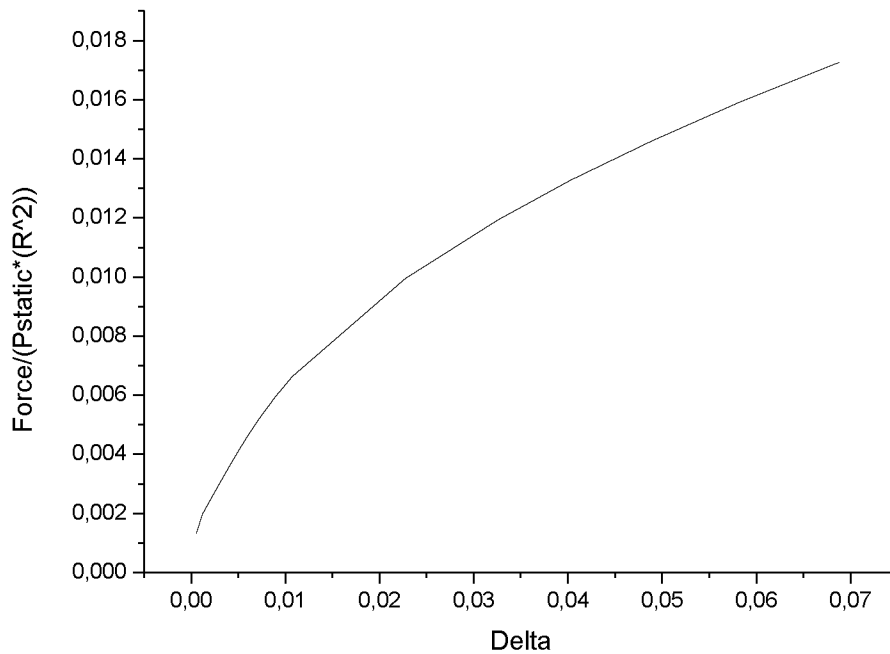
$$1.521 \cdot 1.4 \cdot 1.58^2 \cdot 10^{-12} = 8 \cdot G_s \cdot 10^{-18} \quad (91)$$

$$\rightarrow 1.521 \cdot 1.4 \cdot 1.58^2 \cdot 10^6 = 8 \cdot G_s \quad (92)$$

$$\rightarrow \boxed{0.7 \cdot 10^6 \text{ Pa} \approx G_s} \quad (93)$$

Από το αποτέλεσμα που προέκυψε από τη σύγκριση είναι προφανές ότι το μοντέλο προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό τη θεωρία, ενώ η σχετική απόκλιση οφείλεται στο γεγονός ότι πρόκειται για ασυμπτωτική λύση η οποία ισχύει για πολύ μικρές παραμορφώσεις που τείνουν στο μηδέν. Η περιοχή που εξετάζεται εδώ αφορά σε μικρές μεν παραμορφώσεις αλλά όχι τόσο κοντά στην περιοχή του μηδενός. Επίσης η εφαρμογή του fitting εμπεριέχει κάποιο σχετικό σφάλμα.

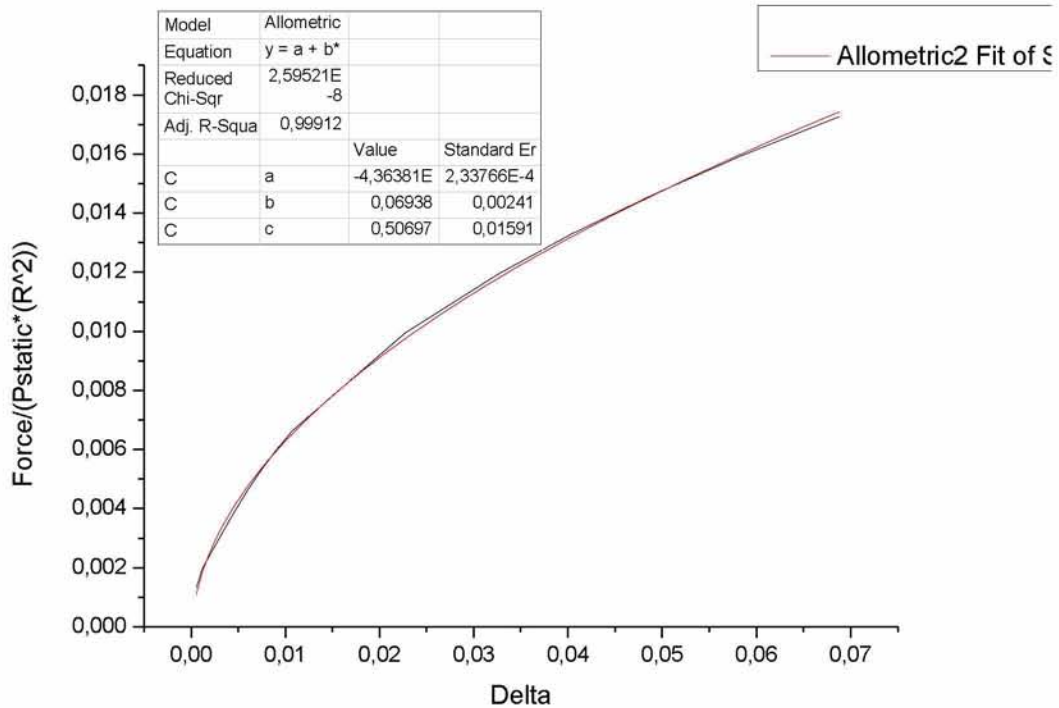
#### 4.2.6 ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ



Σχήμα 36:Μη-γραμμική περιοχή

Για παραμορφώσεις από  $2,2 \cdot 10^{-4} \text{m}$  έως  $7 \cdot 10^{-2} \text{m}$  παρατηρείται μη-γραμμική μεταβολή της κάθετης μετατόπισης του πόλου της μικροφουσαλίδας με την εφαρμοζόμενη σημειακή δύναμη. Σε αυτήν την περίπτωση η κύρια παραμόρφωση συμβαίνει στον δακτυλιοειδή χώρο όπου η καμπυλότητα αντιστρέφεται. Η μη-γραμμική περιοχή είναι μικρότερη σε σύγκριση με τις μικροφουσαλίδες τύπου bisphere. Όπως προκύπτει από το fitting η παραμόρφωση είναι ανάλογη με το τετράγωνο της δύναμης που ασκείται στον πόλο.

#### 4.2.7 ΕΦΑΡΜΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ



Σχήμα 37: Μη-γραμμική περιοχή με fitting

Η εξίσωση της καμπύλης που προέκυψε από το fitting για τη μη-γραμμική περιοχή είναι:

$$P = a + b \cdot d^c = -4,36381 \cdot 10^{-4} + 0,06938 \cdot d^{0,50697} \quad (94)$$

σε αδιάστατη μορφή. Σε μορφή με διαστάσεις η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{P_{\delta\alpha\sigma\tau}}{P_{st} R_0^2} = -4,36381 \cdot 10^{-4} + 0,06938 \cdot \left( \frac{d_{\delta\alpha\sigma\tau}}{R_0} \right)^{0,50697} \quad (95)$$

Η παραπάνω σχέση παίρνει τη μορφή:

$$P_{\delta\alpha\sigma\tau} = 0,06938 \cdot P_{st} \cdot R_0^{1,5} \cdot d_{\delta\alpha\sigma\tau}^{0,5} \quad (96)$$

Στη συνέχεια γίνεται αντικατάσταση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Rogorelon για παραμόρφωση υπό σημειακή φόρτιση και για την οποία γίνεται αναφορά παραπάνω.

Η εξίσωση για τη μη-γραμμική συσχέτιση δύναμης-μετατόπισης είναι η εξής:

$$d = \frac{(1-\nu^2)^2}{3.56} \cdot \frac{P^2 R^2}{E^2 h^5} \xrightarrow{E=3G_s} P^2 = \frac{3.56 \cdot (3 \cdot G_s)^2 \cdot h^5}{(1-\nu^2)^2 \cdot R^2} \cdot d \quad (97)$$

$$\rightarrow P = \frac{\sqrt{3.56} \cdot 3 \cdot G_s \cdot h^{5/2}}{(1-\nu^2) \cdot R} \cdot d^{0.5} \quad (98)$$

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς είναι:

$$\nu=0.5, h=10^{-9}, R=1.58 \cdot 10^{-6}, E=3G_s=3 \cdot 1.66 \cdot 10^6=4.98 \cdot 10^6$$

Εξισώνοντας τους συντελεστές του  $d$  από τις σχέσεις (96) και (98) προκύπτει:

$$0.06938 \cdot P_{st} \cdot R_0^{1.5} = \frac{\sqrt{3.56} \cdot 3 \cdot G_s \cdot h^{5/2}}{(1-\nu^2) \cdot R} \quad (99)$$

$$\rightarrow 0.06938 \cdot 1.4 = \frac{\sqrt{3.56} \cdot 3 \cdot G_s \cdot 10^{-45/2}}{\left(\frac{3}{4}\right) \cdot 1.58^{5/2} \cdot 10^{-15}} \quad (100)$$

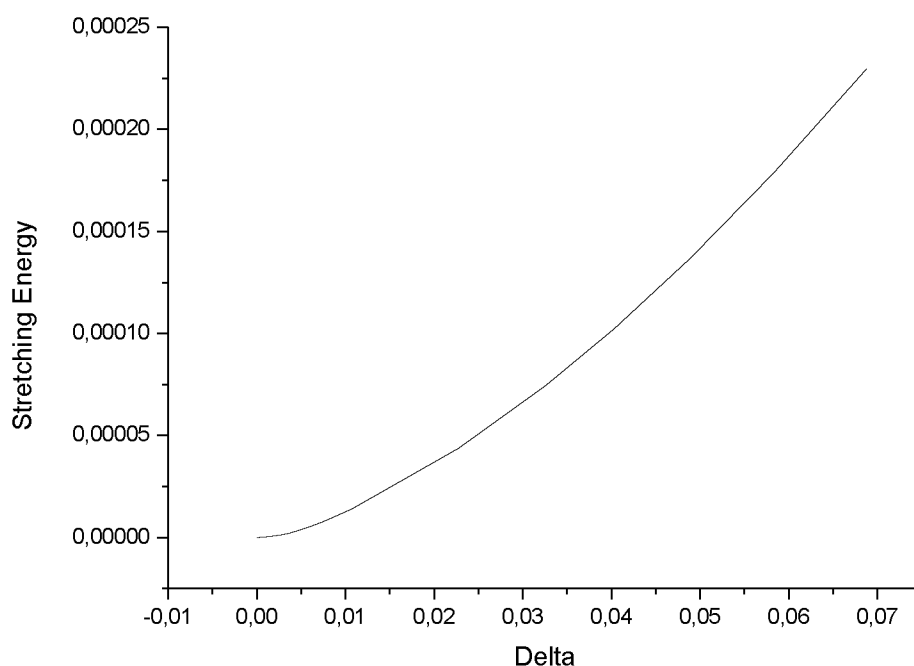
$$\rightarrow 0.06938 \cdot 1.4 \cdot 10^6 = \frac{4 \cdot \sqrt{3.56} \cdot G_s}{1.58^{5/2} 10^{3/2}} \quad (101)$$

$$\rightarrow \boxed{1.01 \cdot 10^6 Pa \approx G_s} \quad (102)$$

Από το αποτέλεσμα που προέκυψε από τη σύγκριση είναι προφανές ότι το μοντέλο προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό τη θεωρία, ενώ η σχετική απόκλιση οφείλεται στο γεγονός ότι πρόκειται για ασυμπτωτική λύση η οποία ισχύει για μικρές παραμορφώσεις.

Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζεται η μεταβολή της ενέργειας κάμψης και της ενέργειας εφελκυσμού με την παραμόρφωση.

#### 4.2.8 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ-ΚΑΜΨΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ



Σχήμα 38:Μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας

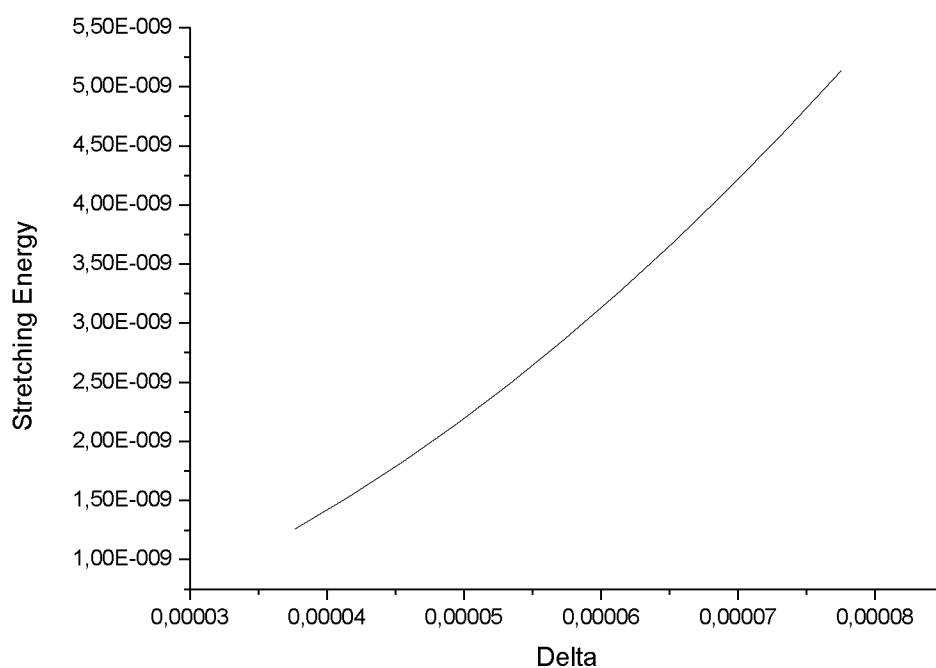
Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρείται ότι η ενέργεια εφελκυσμού για πολύ μικρές παραμορφώσεις μεταβάλλεται μη-γραμμικά με την παραμόρφωση,. Η εξίσωση που συσχετίζει τη μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού με την παραμόρφωση βρέθηκε μέσω της εφαρμογής fitting του προγράμματος Origin ότι είναι:

$$E_{stretch} = a + b \cdot d^c \rightarrow E_{stretch} = -8.35522 \cdot 10^{-8} + 0.01308 \cdot d^{1.51033} \quad (103)$$

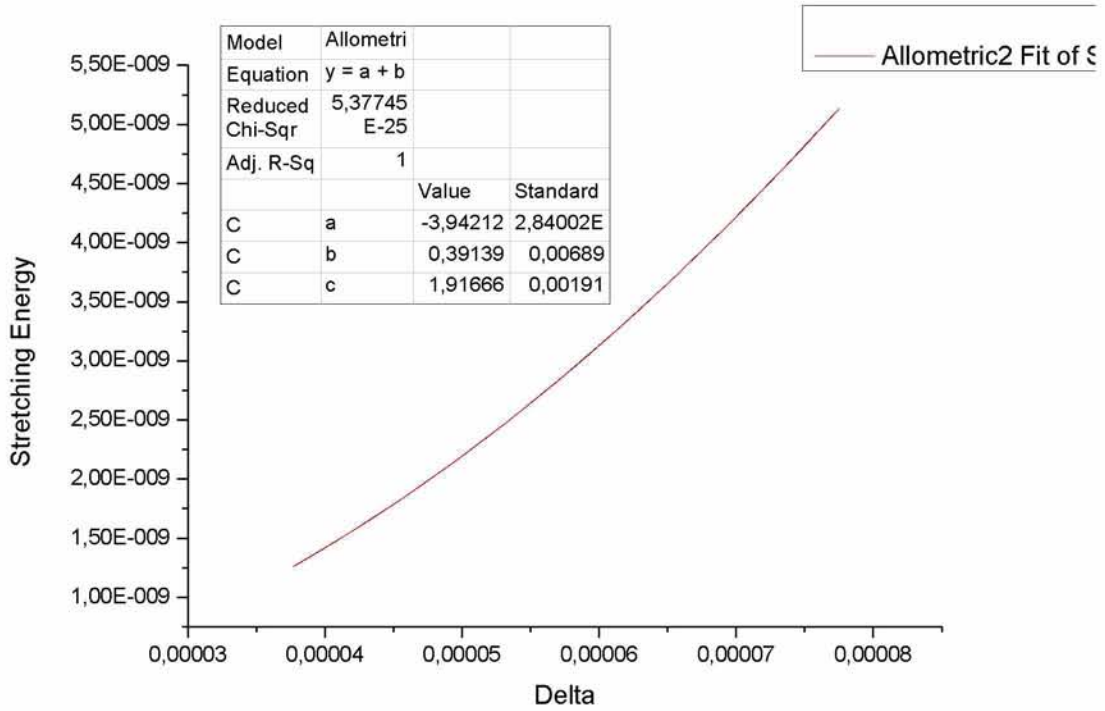
Η τελευταία σχέση αφορά κυρίως την περιοχή που αντιστοιχεί στην μη γραμμική σχέση δύναμης παραμόρφωσης. Η σχέση αυτή είναι σε συμφωνία με την πρόβλεψη του Rogorelon για την ενέργεια του κελύφους στην μη γραμμική περιοχή παραμόρφωσης. Παρόμοια σχέση προέκυψε και για τις φουσαλίδες σκληρού κελύφους.



Εφαρμόζεται στη συνέχεια fitting στην περιοχή παραμορφώσεων η οποία εκτείνεται έως  $8 \cdot 10^{-5}$  m για τον υπολογισμό της ακριβούς συσχέτισης της ενέργειας εφελκυσμού με την παραμόρφωση.



Σχήμα 39: Μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφυσαλίδας για μικρές παραμορφώσεις



Σχήμα 40: Μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας για μικρές παραμορφώσεις με fitting

Η εξίσωση της καμπύλης που προέκυψε από το fitting για την παραπάνω περιοχή είναι:

$$E_{stretch} = a + b \cdot d^c \rightarrow E_{stretch} = -3.94212 \cdot 10^{-11} + 0.39139 \cdot d^{1.91666} \quad (104)$$

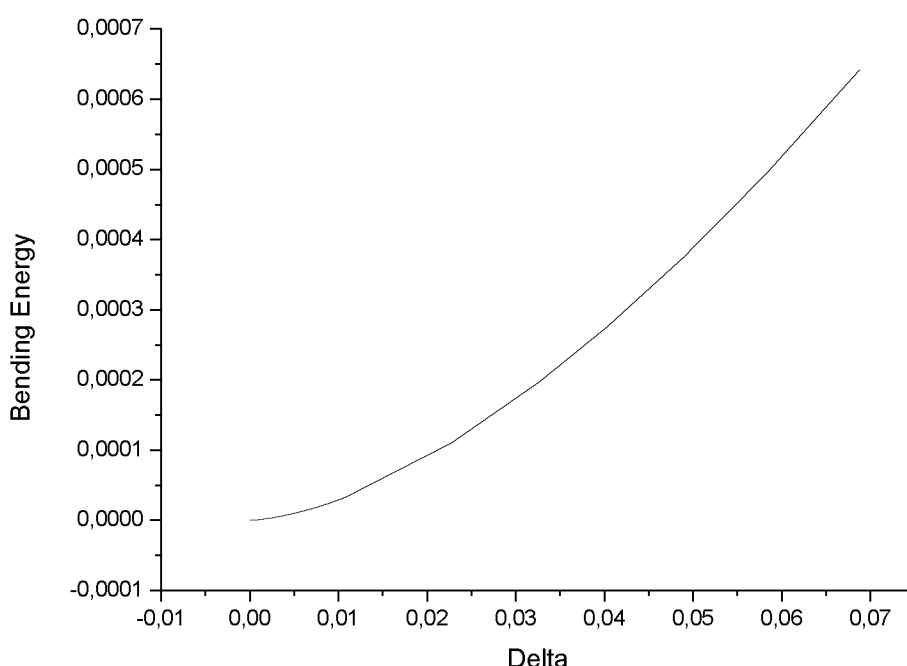
σε αδιάστατη μορφή. Σε μορφή με διαστάσεις η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{E_{stretch}}{P_{st} \cdot R_0^3} = -3.94212 \cdot 10^{-11} + 0.39139 \cdot \left( \frac{d}{R_0} \right)^{1.91666} \quad (105)$$

Στη συνέχεια γίνεται αντικατάσταση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς στη σχέση που παρατίθεται από τους Landau & Lifshitz για την περίπτωση της ομογενούς διαστολής μίας σφαίρας με μετατόπιση όλων των σημείων της κατά  $d$ . Η εξίσωση για τη συσχέτιση ενέργειας εφελκυσμού-παραμόρφωσης είναι η εξής:

$$E_{stretch} \sim \frac{E \cdot h^2}{R} \cdot d^2 \quad (106)$$

Παρατηρείται από το παραπάνω αποτέλεσμα ότι το μοντέλο προσεγγίζει την αναλογική σχέση που προτείνεται από τους Landau & Lifshitz. Επομένως για μικρές παραμορφώσεις η ενέργεια εφελκυσμού είναι ανάλογη του τετραγώνου της παραμόρφωσης. Η απόκλιση που παρουσιάζεται οφείλεται στο γεγονός ότι πρόκειται για συσχέτιση αναλογίας και όχι για ακριβή ισότητα.



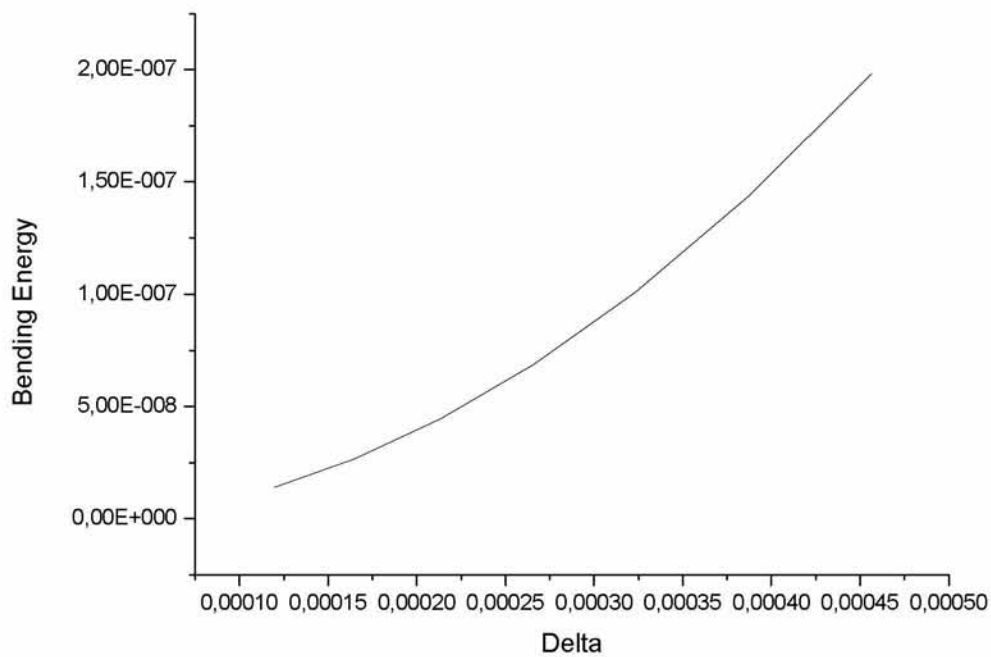
Σχήμα 41: Μεταβολή της ενέργειας κάμψης με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας

Στο παρακάτω διάγραμμα παρατηρείται ότι η ενέργεια κάμψης για σχετικά μεγάλες παραμορφώσεις μεταβάλλεται μη-γραμμικά με την παραμόρφωση. Η εξίσωση που συσχετίζει τη μεταβολή της ενέργειας κάμψης με την παραμόρφωση βρέθηκε μέσω της εφαρμογής fitting του προγράμματος Origin ότι είναι:

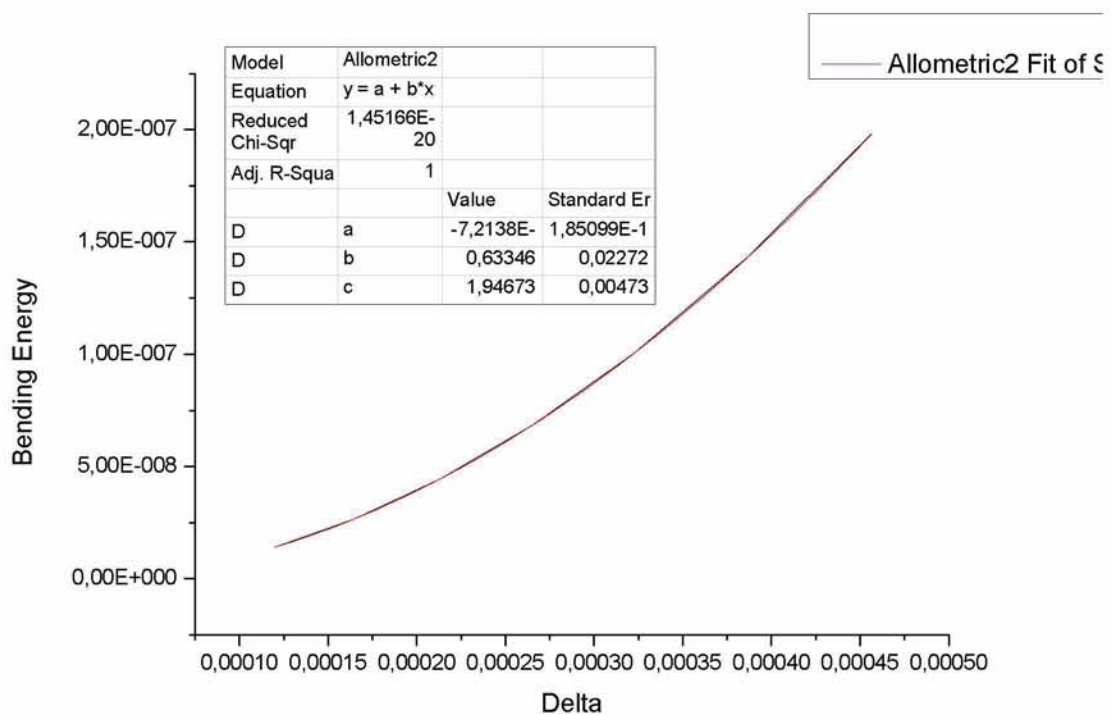
$$E_{bend} = a + b \cdot d^c \rightarrow E_{bend} = -1.48775 \cdot 10^{-8} + 0.04515 \cdot d^{1.58842} \quad (107)$$

Εδώ ανακτάται η σχέση που προβλέπει εξάρτηση της ενέργειας με την 3/2 δύναμη της μετατόπισης, για σχετικά μεγάλες παραμορφώσεις.

Εφαρμόζεται στη συνέχεια fitting στη περιοχή σχετικών παραμορφώσεων για τον υπολογισμό της ακριβούς συσχέτισης της ενέργειας κάμψης με την παραμόρφωση.



Σχήμα 42: Μεταβολή της ενέργειας κάμψης με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας για μικρές παραμορφώσεις



Σχήμα 43:Μεταβολή της ενέργειας κάμψης με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφυσαλίδας για μικρές παραμορφώσεις με fitting

Η εξίσωση της καμπύλης που προέκυψε από το fitting για τη περιοχή σχετικά μικρών παραμορφώσεων είναι:

$$E_{stretch} = a + b \cdot d^c \rightarrow E_{stretch} = -7.2138 \cdot 10^{-10} + 0.63346 \cdot d^{1.94673} \quad (108)$$

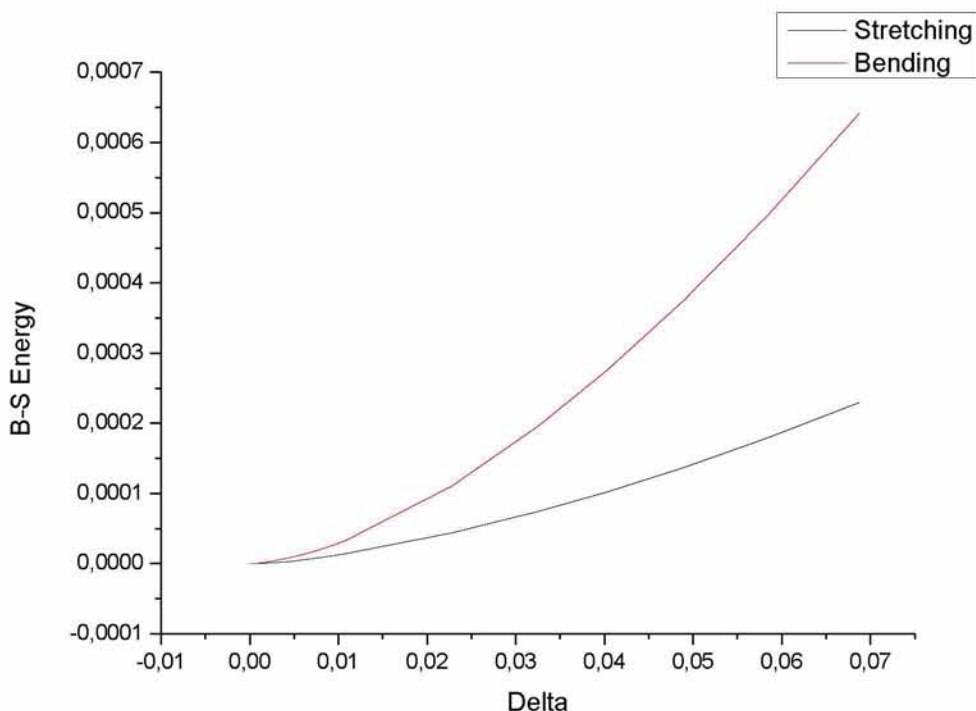
σε αδιάστατη μορφή. Σε μορφή με διαστάσεις η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{E_{stretch}}{P_{st} \cdot R_0^3} = -7.2138 \cdot 10^{-10} + 0.63346 \cdot \left( \frac{d}{R_0} \right)^{1.94673} \quad (109)$$

Παρατηρείται από το παραπάνω αποτέλεσμα ότι το μοντέλο προσεγγίζει την αναλογική σχέση που προτείνεται από τους Landau & Lifshitz. Επομένως για μικρές παραμορφώσεις η ενέργεια εφελκυσμού είναι ανάλογη του τετραγώνου της παραμόρφωσης. Η απόκλιση που παρουσιάζεται οφείλεται στο γεγονός ότι πρόκειται για συσχέτιση αναλογίας και όχι για ακριβή ισότητα.

Στο παρακάτω σχήμα συγκρίνεται η μεταβολή της ενέργειας κάμψης με τη μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού ως προς την παραμόρφωση. Όπως παρατηρείται, η καμπύλη που παριστάνει τη μεταβολή της ενέργειας κάμψης παρουσιάζει μεγαλύτερη κλίση σε σχέση με την καμπύλη που παριστάνει τη μεταβολή της ενέργειας εφελκυσμού, επομένως ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας κάμψης είναι μεγαλύτερος σε σχέση με την ενέργεια εφελκυσμού. Και στις δύο περιπτώσεις, παρατηρείται αύξηση των ενεργειών, καθώς αυξάνεται η παραμόρφωση, όμως στην περίπτωση της ενέργειας κάμψης είναι πολύ πιο σημαντική.

Στην περιοχή πολύ μικρών παραμορφώσεων, κοντά στην περιοχή του μηδενός, οι δύο καμπύλες έχουν παρόμοια κλίση, επομένως η συνεισφορά των δύο ενεργειών είναι περίπου η ίδια. Η κάμψη του κελύφους συμβαίνει σε μικρές περιοχές κοντά στον πόλο όπου εφαρμόζεται η σημειακή δύναμη. Στην περίπτωση των μικροφυσαλίδων μαλακού κελύφους οι μεταβολές στις ενέργειες κάμψης και εφελκυσμού είναι παρόμοιες με εκείνες των φυσαλίδων σχετικά σκληρού κελύφους όμως συμβαίνουν για πολύ μικρότερα σημειακά φορτία.



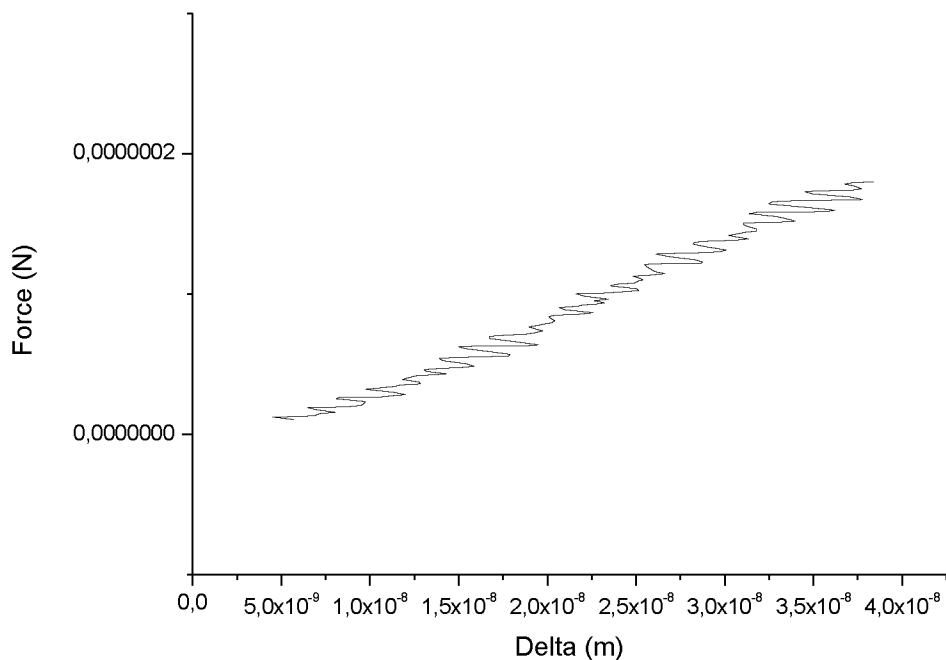
Σχήμα 44: Σύγκριση μεταβολής ενέργειας κάμψης και ενέργειας εφελκυσμού με την κάθετη μετατόπιση του πόλου της μικροφυσαλίδας

### 4.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΓΙΑ ΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ

#### 4.3.1 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΩΝ ΤΥΠΟΥ BISPHERE

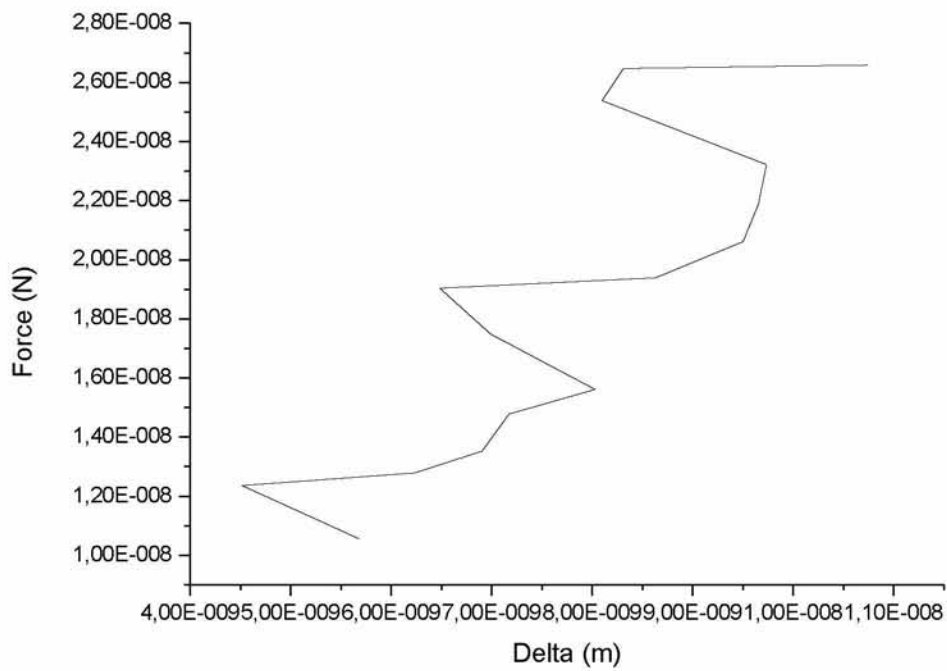
##### 4.3.1.1 ΕΦΑΡΦΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ

Στο πείραμα που εξετάζεται στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκαν μικροσφαίρες bisphere με ακτίνα περίπου 2.5μm. Οι συγκεκριμένες μικροσφαίρες αποτελούνταν από πολυλακτίδιο και περιβάλλονταν από ένα σταυροειδές εξωτερικό στρώμα αλβουμίνης για λόγους βιοσυμβατότητας. Διέθεταν ενσωματωμένο αέριο άζωτο σε ατμοσφαιρική πίεση (το οποίο δεν αναμενόταν να διατελέσει σημαντικό ρόλο στη νανοσυμπίεση εξαιτίας του άκαμπτου κελύφους που τις περιέβαλλε). Οι σταθερές ελαστικότητας όγκου του υλικού που αποτελούσε το στοιχειώδες κέλυφος ήταν της τάξεως των περίπου 1.4-2.8GPa. Σύμφωνα με τον κατασκευαστή, το πάχος του εξωτερικού στρώματος ήταν σταθερό και της τάξεως των περίπου 10nm και το πάχος του δομικού πολυμερούς κελύφους μεταβαλλόταν γραμμικά με την ακτίνα και ήταν της τάξεως των περίπου 37nm για μία μικροσφαίρα ακτίνας περίπου 2.5μm.

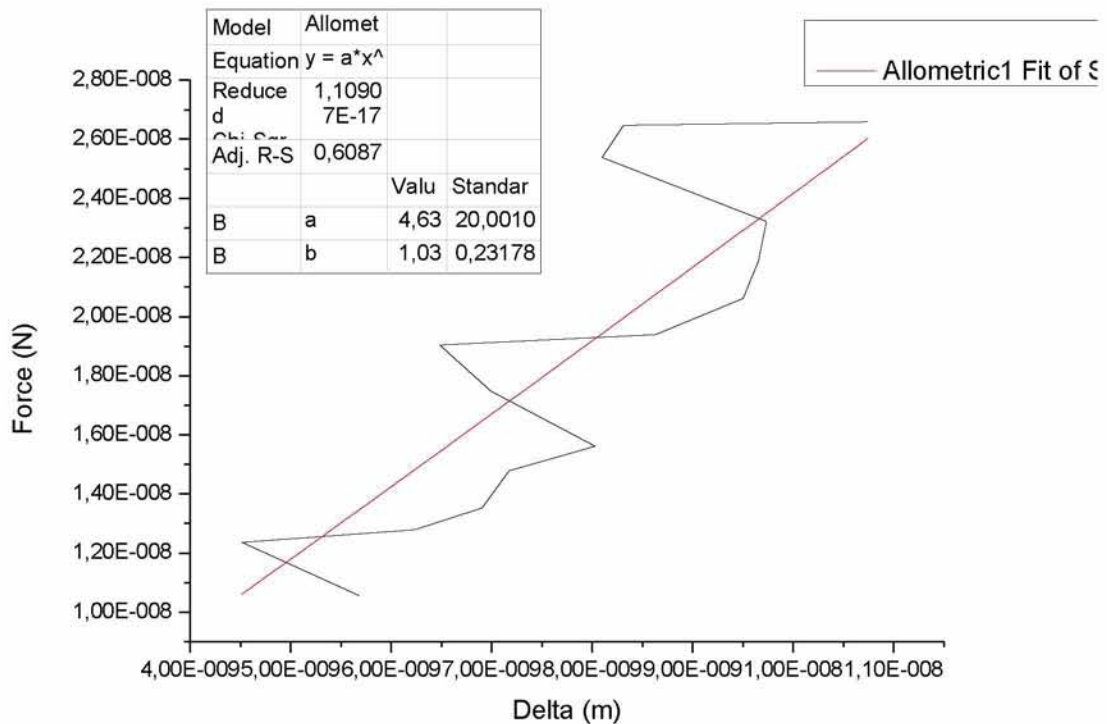


Σχήμα 45: Διάγραμμα σημειακής δύναμης-κάθετης μετατόπισης του πόλου της μικροφουσαλίδας

Στο παραπάνω διάγραμμα παρουσιάζεται η μεταβολή της κάθετης μετατόπισης του πόλου της μικροφουσαλίδας με την εφαρμοζόμενη σημειακή δύναμη. Όπως παρατηρείται, πρόκειται για σχεδόν γραμμική μεταβολή. Αύξηση της σημειακής δύναμης επιφέρει αύξηση της προκαλούμενης παραμόρφωσης. Η καμπύλη χωρίζεται σε δύο περιοχές: μία περιοχή αρκετά μικρών παραμορφώσεων και μία περιοχή μεγαλύτερων παραμορφώσεων. Εφαρμόζεται και για τις δύο περιοχές η επιλογή fitting του προγράμματος Origin για τον υπολογισμό της ακριβούς συσχέτισης της σημειακής δύναμης με την παραμόρφωση.



Σχήμα 46:Γραμμική περιοχή για μικρές παραμορφώσεις



Σχήμα 47:Γραμμική περιοχή για μικρές παραμορφώσεις με fitting



Η εξίσωση της ευθείας που προέκυψε από το fitting για τη γραμμική περιοχή η οποία εκτείνεται έως  $1.5 \cdot 10^{-8}$  m είναι:

$$P = a \cdot d^b = 4.63 \cdot d^{1.03} \quad (110)$$

Στη συνέχεια γίνεται αντικατάσταση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Reissner για ρηχές σφαίρες και για την οποία γίνεται αναφορά παραπάνω. Η εξίσωση για τη γραμμική σχέση δύναμης-μετατόπισης είναι η εξής:

$$d = \frac{\sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}}{4} \cdot \frac{P \cdot R}{E \cdot h^2} \rightarrow P = \frac{E \cdot h^2 \cdot 4}{R \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot d \rightarrow P = \frac{2 \cdot E \cdot h^2 \cdot 4}{3 \cdot R} \cdot d \quad (111)$$

$$\xrightarrow{E=3 \cdot G_s} P = \frac{8 \cdot G_s \cdot h^2}{R} \cdot d \quad (112)$$

Από τα πειραματικά δεδομένα που παρέχονται στην εργασία των Glynos et al. [10] προκύπτουν τα παρακάτω δεδομένα:  $\nu=0.42$ ,  $h=39 \cdot 10^{-9}$  m,  $R=2.6 \cdot 10^{-6}$  m. Αντικαθιστώντας στην παραπάνω ασυμπτωτική σχέση (132) προκύπτει ότι:

$$4.63 \approx \frac{8 \cdot E \cdot 10^{-18} \cdot 39^2}{3 \cdot 2.6 \cdot 10^{-6}} \rightarrow E = 2.910^9 \text{ Pa} \quad (133)$$

τιμή που συμφωνεί με ανάλογη πρόβλεψη από την παραπάνω εργασία.

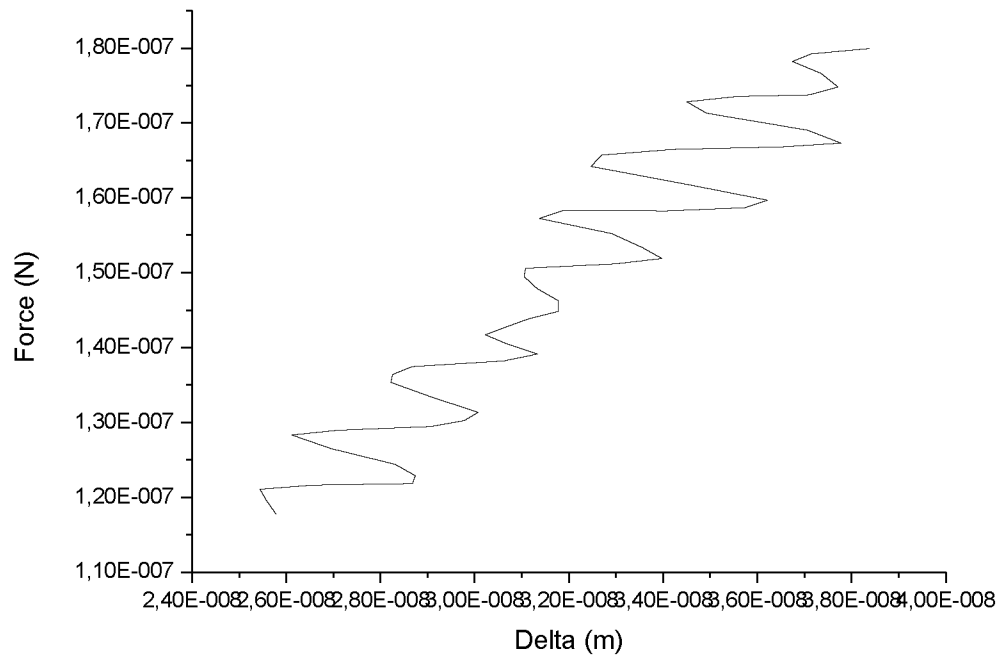
Από το αποτέλεσμα που προέκυψε από τη σύγκριση είναι προφανές ότι το πείραμα προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό τη θεωρία, ενώ η σχετική απόκλιση οφείλεται στο γεγονός ότι πρόκειται για ασυμπτωτική λύση η οποία ισχύει για μικρές παραμορφώσεις.

Παρακάτω επικεντρώνουμε στην περιοχή που αντιστοιχεί σε σχετικά μεγάλες παραμορφώσεις όπως φαίνεται και από τα παρατιθέμενα σχήματα. Η εξίσωση της ευθείας που προέκυψε από το fitting για τη γραμμική περιοχή που αντιστοιχεί σε μεγαλύτερες παραμορφώσεις είναι:

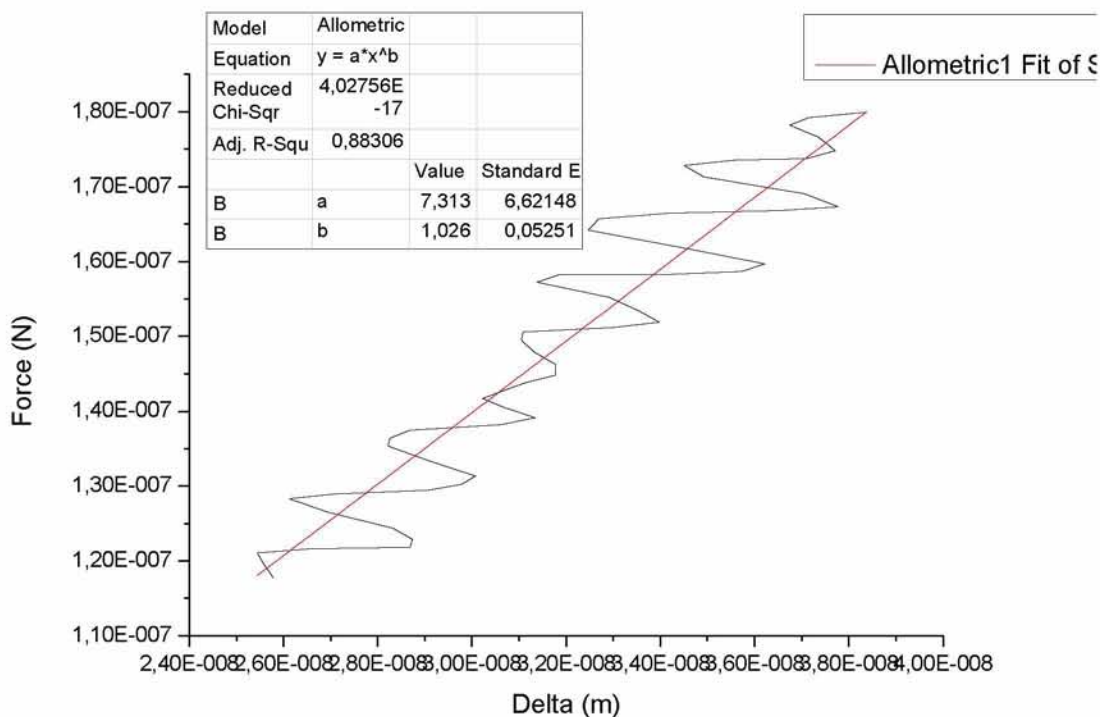
$$P = a \cdot d^b = 7.313 \cdot d^{1.026} \quad (113)$$

Αντιπαραβολή με την παραπάνω σχέση (113) δείχνει ότι είτε μεγαλώνει η τιμή του μέτρου ελαστικότητας είτε εισέρχεται το κέλυφος στην μη γραμμική περιοχή όπου η εξάρτηση της δύναμης από την παραμόρφωση είναι μη γραμμική. Κατά πάσα πιθανότητα συμβαίνει το δεύτερο αλλά δεν έχουμε αρκετά σημεία για να το

πιστοποιήσουμε. Κάτι τέτοιο ήταν δυνατό με τα δεδομένα για την φυσαλίδα τύπου BR14. Τα αποτελέσματα παρόμοιας ανάλυσης για την εν λόγω φυσαλίδα αναλύονται στην επόμενη ενότητα.



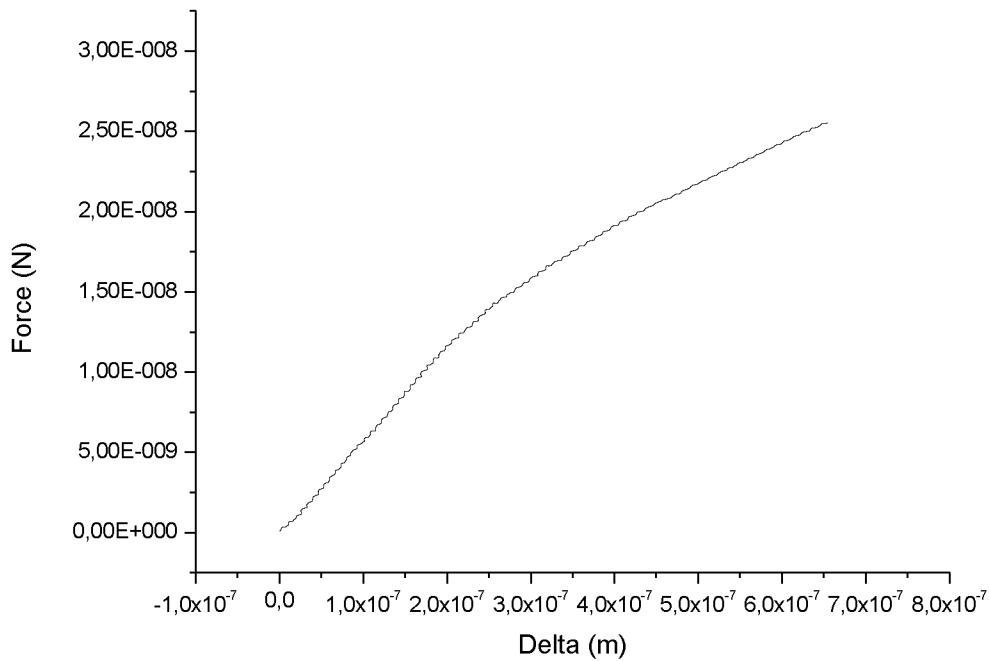
Σχήμα 48:Γραμμική περιοχή για μεγαλύτερες παραμορφώσεις



Σχήμα 49:Γραμμική περιοχή για μεγαλύτερες παραμορφώσεις με fitting

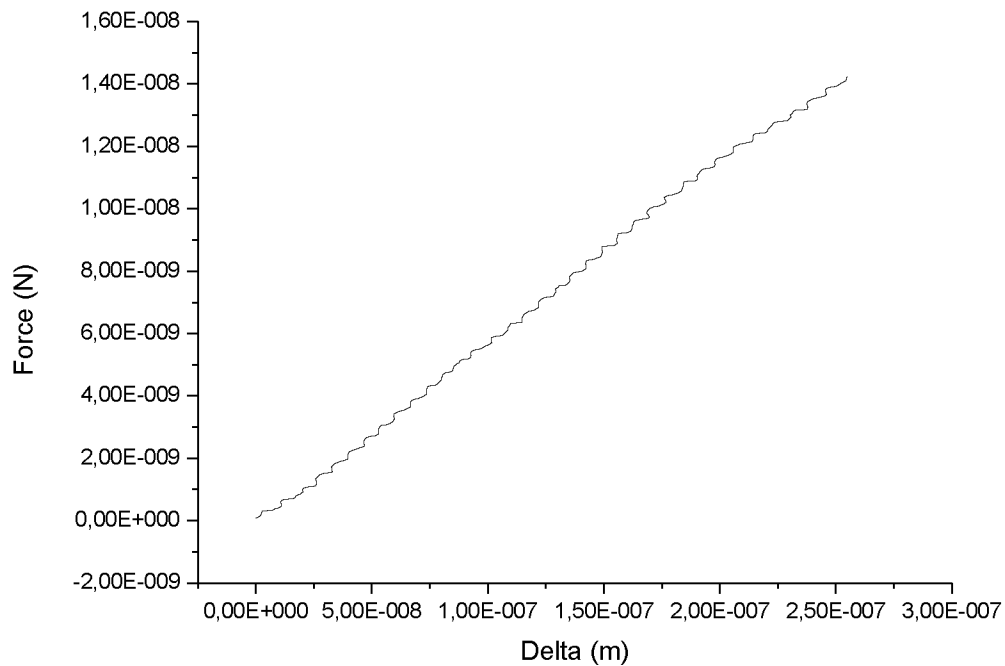
#### 4.3.2 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΙΚΡΟΦΥΣΑΛΙΔΩΝ ΤΥΠΟΥ BR-14

Στο πείραμα που εξετάζεται στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκαν μικροσφαίρες τύπου BR-14 με ακτίνα 2.6μm. Οι συγκεκριμένες μικροσφαίρες αποτελούνταν από υπερφθοράνθρακες οι οποίοι περιείχαν μικροφυσαλίδες σταθεροποιημένες με μία φωσφολιπιδική μονοστιβάδα. Η δομή ενός λιπιδικού κελύφους είναι αρκετά περίπλοκη. Το κέλυφος αποτελείται από επίπεδες μικροδομές (κόκκους) διαχωρισμένες με ατέλειες (όρια κόκκων), οι οποίες επηρεάζουν τις μηχανικές ιδιότητες [1].

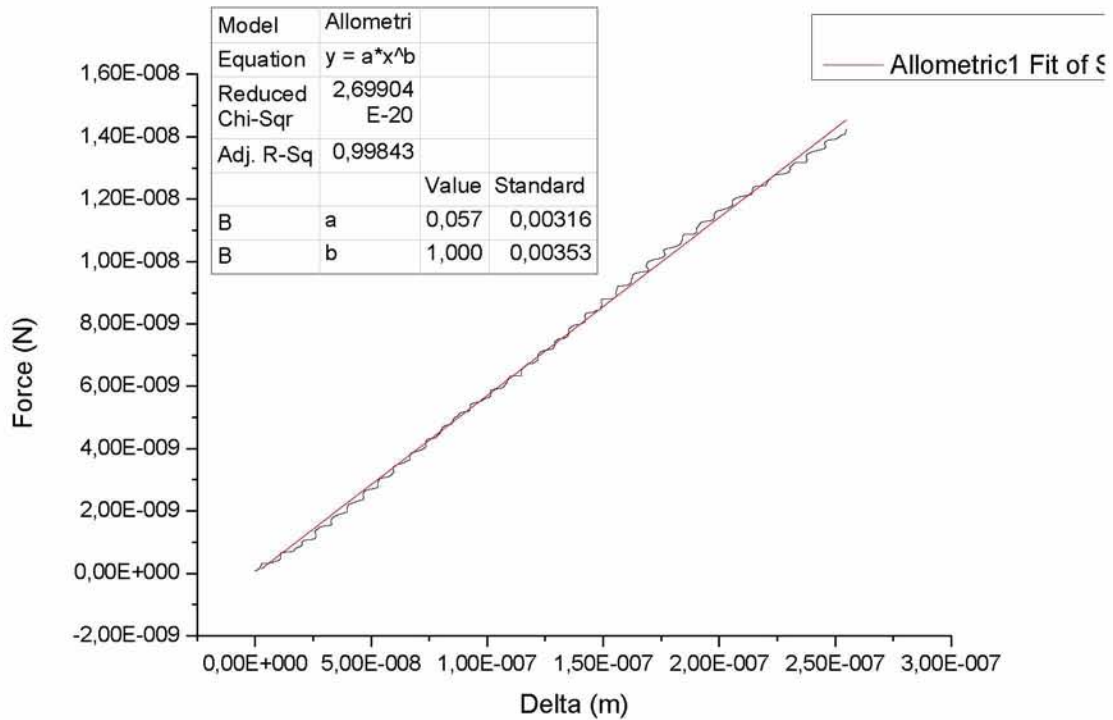


Σχήμα 50: Διάγραμμα δύναμης-μετατόπισης

#### 4.3.2.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ



Σχήμα 51: Γραμμική περιοχή



Σχήμα 52:Γραμμική περιοχή με fitting

Η εξίσωση της ευθείας που προέκυψε από το fitting για τη γραμμική περιοχή είναι:

$$P = a \cdot d^b = 0.057 \cdot d^{1.000} \quad (114)$$

Στη συνέχεια γίνεται αντικατάσταση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Reissner για ρηχές σφαίρες και για την οποία γίνεται αναφορά παραπάνω. Η εξίσωση για τη γραμμική σχέση δύναμης-μετατόπισης είναι η εξής:

$$d = \frac{\sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}}{4} \cdot \frac{P \cdot R}{E \cdot h^2} \rightarrow P = \frac{E \cdot h^2 \cdot 4}{R \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot d \rightarrow P = \frac{2 \cdot E \cdot h^2 \cdot 4}{3 \cdot R} \cdot d \quad (115)$$

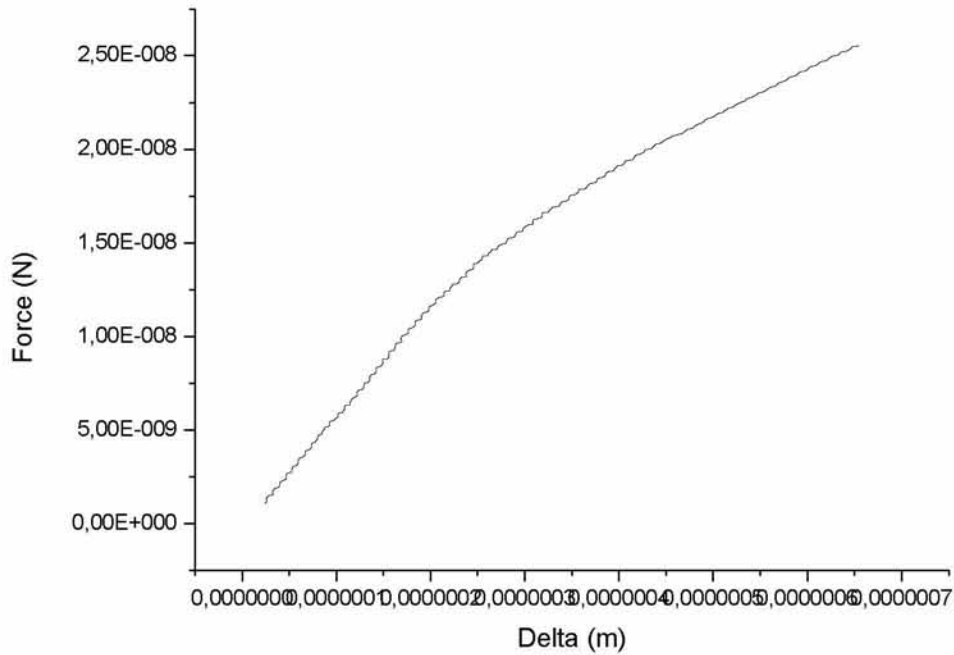
$$\xrightarrow{E=3G_s} P = \frac{8 \cdot G_s \cdot h^2}{R} \cdot d \quad (116)$$

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για τα πειράματα είναι:  $R_0=2.6 \cdot 10^{-6} \text{m}$ ,  $\nu=0.5$

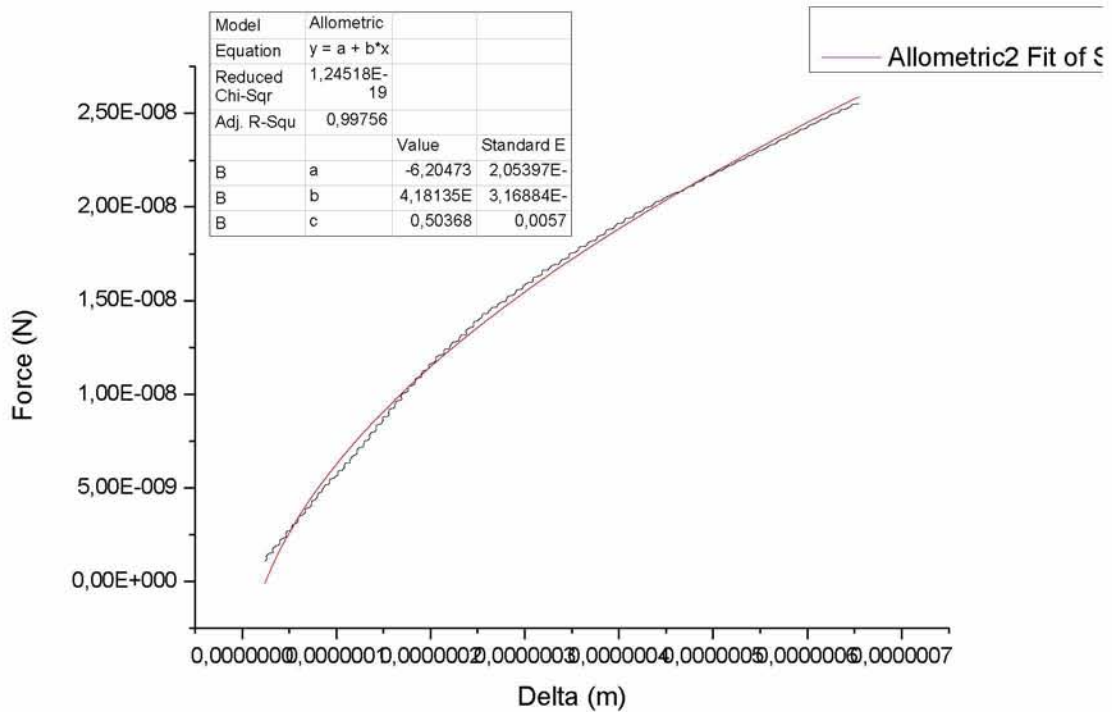
Εξισώνοντας τους συντελεστές του d από τις σχέσεις (114) και (116) προκύπτει:

$$0.057 = \frac{8 \cdot G_s \cdot h^2}{2.6 \cdot 10^{-6}} \rightarrow 0.018525 \cdot 10^{-6} = G_s \cdot h^2 \quad (117)$$

#### 4.3.2.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ FITTING ΣΤΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ-ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ



Σχήμα 53: Μη-γραμμική περιοχή



Σχήμα 54: Μη-γραμμική περιοχή με fitting

Η εξίσωση της καμπύλης που προέκυψε από το fitting για τη μη-γραμμική περιοχή είναι:

$$P = a + b \cdot d^c = -6.20473 \cdot 10^{-9} + 4.18135 \cdot 10^{-5} \cdot d^{0.50368} \quad (118)$$

Στη συνέχεια γίνεται αντικατάσταση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Rogorelon για παραμόρφωση υπό σημειακή φόρτιση και για την οποία γίνεται αναφορά παραπάνω.

Η εξίσωση για τη μη-γραμμική συσχέτιση δύναμης-μετατόπισης είναι η εξής:

$$d = \frac{(1-\nu^2)^2}{3.56} \cdot \frac{P^2 R^2}{E^2 h^5} \xrightarrow{E=3 \cdot G_s} P^2 = \frac{3.56 \cdot (3 \cdot G_s)^2 \cdot h^5}{(1-\nu^2)^2 \cdot R^2} \cdot d \quad (119)$$

$$\rightarrow P = \frac{\sqrt{3.56} \cdot 3 \cdot G_s \cdot h^{5/2}}{(1-\nu^2) \cdot R} \cdot d^{0.5} \quad (120)$$

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για τα πειράματα είναι:  $R_0 = 2.6 \cdot 10^{-6}$ ,  $\nu = 0.5$

Εξισώνοντας τους συντελεστές του d από τις σχέσεις (146) και (148) προκύπτει:

$$4.18135 \cdot 10^{-5} = \frac{\sqrt{3.56} \cdot 3 \cdot G_s \cdot h^{5/2}}{(1-0.5^2) \cdot 2.6 \cdot 10^{-6}} \quad (121)$$

$$\rightarrow 4.18135 \cdot 10^{-5} = \frac{\sqrt{3.56} \cdot 3 \cdot G_s \cdot h^{5/2}}{1.95 \cdot 10^{-6}} \quad (122)$$

$$\rightarrow 1.440472194 \cdot 10^{-11} = G_s \cdot h^{5/2} \quad (123)$$

Στη συνέχεια λύνεται το σύστημα των εξισώσεων (117) και (123):

Από την εξίσωση (123) προκύπτει:

$$1.440472194 \cdot 10^{-11} = G_s \cdot h^{1/2} \cdot h^2 \quad (124)$$

$$\xrightarrow{(145)} 1.440472194 \cdot 10^{-11} = 0.018525 \cdot 10^{-6} \cdot h^{1/2} \quad (125)$$

$$\rightarrow 1.440472194 \cdot 10^{-5} = 0.018525 \cdot h^{1/2} \quad (126)$$

$$\rightarrow \boxed{h = 0.604635058 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \quad (127)$$

Η παραπάνω τιμή κρίνεται υπερβολικά μεγάλη σε σχέση με την ακτίνα της φυσαλίδας  $2.6 \times 10^{-6} \text{ m}$  για να ισχύει η θεωρία κελυφών.

Από την εξίσωση (145) προκύπτει:

$$0.018525 \cdot 10^{-6} = G_s \cdot (6.04635058 \cdot 10^{-7})^2 \quad (128)$$

$$\rightarrow \boxed{G_s = 0.05067241 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}} \quad (129)$$

Ισχύει ακόμη:

$$k_B = \frac{3 \cdot G_s \cdot h^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{G_s \cdot h^3}{4 \cdot (1-\nu^2)} \quad (130)$$

Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει:

$$h = \left[ 4 \cdot (1-\nu^2) \right]^{1/3} \cdot \left( \frac{k_B}{G_s} \right)^{1/3} \quad (131)$$

ενώ ισχύει επίσης για το επιφανειακό μέτρο ελαστικότητας ότι  $\chi = 3 \cdot G_s \cdot h$

Επομένως λύνοντας το σύστημα εξισώσεων (117) και (123) για  $k_B$  και  $\chi$  αντί για  $G_s$  και  $h$  παίρνουμε:

$$\boxed{k_B = 0.373362148 \cdot 10^{-14} \text{ N}\cdot\text{m}}$$

$$\boxed{\chi = 9.191494822 \cdot 10^{-2} \approx 0.1 \text{ N/m}}$$

Με την παραπάνω διαδικασία υπολογίσθηκε το μέτρο κάμψης και το μέτρο επιφανειακής διαστολής. Οι παραπάνω τιμές συγκρίνονται με αντίστοιχες που έχουν υπολογισθεί μέσω πειραμάτων φασματοσκοπίας και από τη σύγκριση προκύπτει ότι το μοντέλο συμφωνεί με το πείραμα, εφόσον η τάξη μεγέθους είναι η ίδια. Συγκεκριμένα, οι van der Meer et al. [15] υπολόγισαν την τιμή του μέτρου επιφανειακής διαστολής και την βρήκαν ίση προς  $0.54 \pm 0.10 \text{ N/m}$  ενώ έχουν αναφερθεί στην βιβλιογραφία και τιμές που πλησιάζουν περισσότερο στην τιμή που προβλέπεται από την παραπάνω διαδικασία. Παράλληλα η τιμή της σταθεράς



ακαμψίας,  $k_B$ , έχει εκτιμηθεί με βάση ακουστικές μετρήσεις σε παρόμοια τάξη μεγέθους με την παραπάνω τιμή [31],[32].

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία μελετήθηκε η στατική συμπεριφορά μικροφουσαλίδας η οποία περικλείεται από ελαστικό περίβλημα και υπόκειται σε σημειακή φόρτιση. Εξάχθηκαν διαγράμματα που παρουσιάζουν τη μεταβολή του σχήματος της μικροφουσαλίδας καθώς αυξάνεται η εφαρμοζόμενη δύναμη, διαγράμματα όπου παρουσιάζεται η συσχέτιση της εφαρμοζόμενης δύναμης με την κατακόρυφη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας, καθώς και διαγράμματα στα οποία φαίνεται η μεταβολή των ενεργειών κάμψης και εφελκυσμού με την κατακόρυφη μετατόπιση του πόλου της μικροφουσαλίδας. Οι υπολογισμοί έγιναν για δύο κατηγορίες κελυφών, μαλακά και σκληρά. Στη συνέχεια έγινε fitting στις καμπύλες δύναμης-παραμόρφωσης και στις καμπύλες ενέργειας-παραμόρφωσης και πραγματοποιήθηκε σύγκριση με αντίστοιχες σχέσεις από τη θεωρία. Τέλος, εξάχθηκαν ανάλογα διαγράμματα με βάση πειραματικά δεδομένα και πραγματοποιήθηκαν αντίστοιχοι υπολογισμοί. Τα κυριότερα συμπεράσματα που προέκυψαν είναι τα εξής:

- Η καμπύλη δύναμης-παραμόρφωσης εμφανίζει δύο βασικές περιοχές, μία γραμμική για μικρές παραμορφώσεις και μία μη-γραμμική για μεγαλύτερες παραμορφώσεις. Το αρχικό, γραμμικό τμήμα ακολουθεί την ασυμπτωτική προσέγγιση του Reissner, ενώ το μη-γραμμικό τμήμα ακολουθεί την ασυμπτωτική ανάλυση του Pogorelov.
- Οι ενέργειες κάμψης και εφελκυσμού μεταβάλλονται μη-γραμμικά με την παραμόρφωση. Τα δύο είδη ενέργειας μεταβάλλονται με το τετράγωνο της μετατόπισης ( $E \sim d^2$ ) στον πόλο όπου ασκείται η σημειακή δύναμη και στην περιοχή μετατοπίσεων που αντιστοιχεί στη γραμμική σχέση δύναμης μετατόπισης, ενώ μεταβάλλονται με την  $3/2$  δύναμη της μετατόπισης ( $E \sim d^{3/2}$ ) στην περιοχή που αντιστοιχεί στην μη γραμμική σχέση δύναμης

παραμόρφωσης. Η ίδια ασυμπτωτική συμπεριφορά προέρχεται και από την ανάλυση του Rogorelon αναφορικά με τις δύο αυτές περιοχές.

- Στη συνέχεια με αντικατάσταση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα για τους υπολογισμούς στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Reissner για τη γραμμική περιοχή και στη σχέση που ανακαλύφθηκε από τον Rogorelon για τη μη-γραμμική περιοχή της καμπύλης του πειράματος που πραγματοποιήθηκε με στατικές μετρήσεις Μικροσκοπίας Ατομικής Δύναμης και συνδυασμό των δύο σχέσεων, δίνεται η δυνατότητα εκτίμησης του μέτρου επιφανειακής διαστολής και του μέτρου ακαμψίας
- Το πάχος του κελύφους ίσως δεν αποτελεί χρήσιμη παράμετρο για τόσο λεπτά και μαλακά κελύφη και πρέπει να αντικατασταθεί από το μέτρο ακαμψίας σαν ανεξάρτητη παράμετρο.

Μελλοντικά, η παραπάνω διαδικασία πρέπει να συνδυαστεί με ακουστικές μετρήσεις για πιο αξιόπιστη εκτίμηση των ιξωδοελαστικών παραμέτρων του κελύφους.

Επίσης, μπορεί να επεκταθεί για την ταυτοποίηση ασταθειών πτυχώσεων για μεγαλύτερες τιμές του σημειακού φορτίου (folding instabilities) σαν αυτή που έχει αναφερθεί στη βιβλιογραφία και σχετίζεται με τη μετάβαση από δομή μόνο-στοιβάδας σε δομή δι- ή πολύ –στοιβάδας στα κελύφη από λιπίδια [30].

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Ferrara, K. Pollard, R. & Borden, M. “Ultrasound Microbubble Contrast Agents: Fundamentals and Application to Gene and Drug Delivery”, *Annu. Rev. Biomed.* **9**, 415-447 (2007).
- [2] Overvelde M. “Ultrasound Contrast Agents-Dynamics of Coated Microbubbles”, Thesis submitted to the University of Twente, 2009.
- [3] D. H. Thomas, M. B. Butler, A. Dermitzakis, T. Anderson, W. N. McDicken, and V. Sboros, “The acoustic scatter from single bisphere microbubbles,” *Ultrasound in Med&Biol.* **36**, 1884 (2010)
- [4] A. Fery, and R. Weinkamer, “Mechanical Properties of Micro- and Nanocapsules: Single-Capsule Measurements,” *Polymer*, **48**, 7221 (2007)
- [5] S. Theoharis, F. Fostira, A. George, and M. Blomley, “Optison Enhances gene delivery by the uptake of plasmid DNA by cells,” *The Tenth European Symposium on Ultrasound Contrast Imaging* (2005)
- [6] V. Rouffiac, JS. Duret, P. Opolon, P. Peronneau, and A. Roche, “ A new high intensity focused ultrasound (HIFU) system for tumor treatment and real-time control by Doppler sonography. Ex vivo and in vivo investigations,” *The Tenth European Symposium on Ultrasound Contrast Imaging* (2005)
- [7] E. C. Unger, E. Hersh, M. Vannan, T. O. Matsunaga, and T. McCreery, “Local drug and gene delivery through microbubbles,” *Prog. Cardio. Dis.* **44**, 45 (2001)
- [8] F. Dubreil, N. Elsner, and A. Fery, “Elastic Properties of Polyelectrolyte Capsules Studied by Atomic-Force Microscopy and RICM,” *The European Physical Journal E*, **12**, 215 (2003)
- [9] V. Sboros, E. Glynos, S. D. Pye, C. M. Moran, M. Butler, J. A. Ross, W. N. Mc Dicken, and V. Koutsos, “Nanomechanical probing of microbubbles using the atomic force microscope,” *Ultrasonics*, **46**, 349 (2007)
- [10] E.Glynos, V.Sboros, and V. Koutsos, “Polymeric thin shells: Measurement of elastic properties at the nanometer scale using atomic force microscopy,” *Mater. Scien. & Engin. B.* **165**, 231 (2009).
- [11] V. V. Lulevich, D. Andrienko, and O. I. Vinogradova, “Elasticity of polyelectrolyte multilayer microcapsules,” *Journ. of Chem. Phys.* **120**, 3822 (2004)

- [12] M. E. R. Shanahan, "A Novel Test for the Appraisal of Solid/Solid Interfacial Interactions," *The Journal of Adhesion*, **63**, 15 (1997).
- [13] E. Reissner, *Journal of Mathematics and Physics*, **25**, 279 (1946).
- [14] V. Sboros, E. Glynos, S. D. Pye, C. M. Moran, M. Butler, J. Ross, R. Short, W. N. Mc Dicken, and V. Koutsos, "Nanointerrogation of Ultrasonic Contrast Agent Microbubbles Using Atomic Force Microscopy," *Ultrasound in Med. & Biol.* **32**, 579 (2006)
- [15] M. Sander van der Meer, B. Dollet, M. M. Voormolen, C. T. Chin, A. Bouakaz, N. de Jong, M. Versluis, and D. Lohse, "Microbubble spectroscopy of ultrasound contrast agents," *J. Acoust. Soc. Am.* **121**, 648 (2007)
- [16] P. Marmottant, A. Bouakaz, N. de Jong, and C. Quilliet, "Buckling resistance of solid shell bubbles under ultrasound," *The Journal of the Acoust. Society of America*, **129**, 1231 (2011)
- [17] D. Vella, A. Ajdari, A. Vaziri, and A. Boudaoud, "Wrinkling of Pressurized Elastic Shells," *Amer. Phys. Society*, **107**, 1 (2011)
- [18] S. Knoche, and J. Kierfeld, "Buckling of spherical capsules," Department of Physics, Technische Universitat Dortmund, Germany (2011)
- [19] L. D. Landau, and E. M. Lifshitz, "Theory of Elasticity," *Course of Theoretical Physics*, **7** (1970).
- [20] A. V. Pogorelov, "Bendings of surfaces and stability of shells," Providence, R. I. : American Mathematical Society, **viii**, 77 (1988)
- [21] K. Tsiglifis, "Numerical simulation of bubble dynamics in response to acoustic disturbances," Thesis, University of Thessaly, Department of Mechanical Engineering, (2007).
- [22] Tsiglifis K & Pelekasis N 2008 'Radial oscillations of insonated contrast agents – Effect of the membrane constitutive' *Journal of the Acoustical Society of America*, **123**(6), p. 4059.
- [23] E Lac, D. Barthes-Biesel, N. Pelekasis & J. Tsamopoulos, " Spherical capsules in three-dimensional unbounded Stokes flows: effect of the membrane constitutive law and the onset of buckling" *J. Fluid Mech.*, **516**, 303-334 (2004).
- [24] C. Pozrikidis, "Effect of membrane bending stiffness on the deformation of capsules in simple shear flow," *J. Fluid Mech.* **440**, 269 (2001).
- [25] Zarda, P.D. Chien, S. and Skalak, R. 1977 Elastic deformations of red blood-cells. *J. Biomechanics* **10**, 211-221.

- [26] A. Vilalta-Clemente, and K. Gloystein, ‘‘Principles of atomic force microscopy,’’ Physics of advanced materials winter school (2008)
- [27] J. N. Reddy, ‘‘An introduction to the Finite Element Method ’’ McGraw-Hill 1993.
- [28] C. de Boor, ‘‘A practical guide to splines,’’ Springer-Verlag, New York (1978).
- [29] K. Tsiglifis & N. Pelekasis, ‘‘Non-Linear Oscillations and Collapse of Elongated Bubbles Subject to Weak Viscous Effects: Effect of Internal Overpressure’’ *Phys. Fluids*, [19] 072106 (2007).
- [30] K. Y. C. Lee. Collapse mechanisms of langmuir monolayers. *Ann. Rev. Phys. Chem.*, 59(1):771–791, 2008.
- [31] B. Dollet, S. M. van der Meer, V. Garbin, N. De Jong, D. Lohse & M. Versluis: Nonspherical oscillations of ultrasound contrast agent microbubbles. *Ultrasound in Med. & Biol.* 34(9), 1465-1473, 2008.
- [32] K. Tsiglifis & N. Pelekasis: Parametric Stability and Dynamic Buckling of an Encapsulated Micro-Bubble subject to Acoustic Disturbances. *Phys Fluids*, [23] 012102, 2011.