

---

## Μεταπτυχιακή Εργασία

---

# ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΡΟΗΣ ΥΓΡΟΥ ΥΜΕΝΑ ΣΕ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΤΟΙΧΩΜΑ

**ΛΕΟΝΤΙΔΗΣ ΒΛΑΣΙΟΣ**

*Διπλ. Χημικός Μηχανικός, Α.Π.Θ.*



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 5406/1  
Ημερ. Εισ.: 20-06-2007  
Δωρεά: Συγγραφέα  
Ταξιθετικός Κωδικός: Δ  
620.106  
ΛΕΟ

© 2007 Βλάσιος Λεοντίδης

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

# Πενταμελής Επιτροπή

Πρώτος Εξεταστής  
(Επιβλέπων)

**Δρ. Μποντόζογλου Βασίλειος**

*Καθηγητής*

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής  
(Συνεπιβλέπων)

**Δρ. Ανδρίτσος Νικόλαος**

*Επίκουρος Καθηγητής*

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής

**Δρ. Βαλουγεώργης Δημήτριος**

*Αναπληρωτής Καθηγητής*

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τέταρτος Εξεταστής

**Δρ. Βλαχογιάννης Μιχαήλ**

*Αναπληρωτής Καθηγητής*

Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών, Τμήμα Μηχανολογίας  
ΤΕΙ Λάρισας

Πέμπτος Εξεταστής

**Δρ. Παπαδημητρίου Κωνσταντίνος**

*Καθηγητής*

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στους Καθ. Β. Μποντιόζογλου (Επιβλέπων) και Επικ. Καθ. Α. Ανδρίτσο (Συνεπιβλέπων) για την ανάθεση της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας και για την καθοδήγηση που μου προσέφεραν.

Συγχρόνως θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αναπλ. Καθ. Μ. Βλαχογιάννη για την πολύτιμη βοήθεια, προσφορά και συνεργασία του.

Τέλος, θέλω να εκφράσω τη βαθιά μου ευγνωμοσύνη και ένα τεράστιο ευχαριστώ στην Χριστίνα. Η συμμετοχή της στην παρούσα εργασία ήταν καταλυτική.

# **ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΡΟΗΣ ΥΓΡΟΥ ΥΜΕΝΑ ΣΕ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΤΟΙΧΩΜΑ**

**ΒΛΑΣΙΟΣ ΛΕΟΝΤΙΔΗΣ**

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, 2007

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Βασίλειος Μποντόζογλου, Καθηγητής

## **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Η ροή υγρού υμένα κατά μήκος διαμορφωμένου τοιχώματος αποτελεί μία ενδιαφέρουσα διαφοροποίηση από το κλασσικό πρόβλημα ρευστομηχανικής της ροής υγρού υμένα λόγω βαρύτητας (ροή Nusselt). Έχει ποικίλες εφαρμογές, οι οποίες σχετίζονται με τον έλεγχο των ρυθμών μεταφοράς σε τοίχωμα και σε διεπιφάνεια, όπως είναι ο σχεδιασμός επιφανειών σε εναλλάκτες θερμότητας διφασικής ροής και διαφόρων σχημάτων πληρωτικού υλικού σε στήλες απορρόφησης και απόσταξης. Παρόλες τις πολυάριθμες εφαρμογές του συγκεκριμένου είδους ροής η μελέτη της τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά είναι περιορισμένη.

Είναι γνωστό ότι η ροή υγρού υμένα κατά μήκος ενός κεκλιμένου επίπεδου τοιχώματος είναι γραμμικά ασταθής πάνω από τον κρίσιμο αριθμό  $Re_c=(5/6)\cot\phi$ , όπου  $\phi$  η γωνία κλίσης, και ότι το ουδέτερο ευσταθές μήκος κύματος για την οριακή αστάθεια προσεγγίζει το άπειρο. Επομένως, είναι ενδιαφέρον να μελετηθεί εάν η εισαγωγή περιοδικής διαμόρφωσης στο τοίχωμα έχει σταθεροποιητική ή αποσταθεροποιητική επίδραση στον υμένα και συγκεκριμένα να διερευνηθεί πώς επηρεάζεται η ευστάθεια από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διαμόρφωσης.

Παρουσιάζονται πειραματικά αποτελέσματα ροής υγρού υμένα σε κεκλιμένο κανάλι με επίπεδο και περιοδικά διαμορφωμένο (ορθογωνικό και

ημιτονοειδές) τοίχωμα. Χρησιμοποιήθηκε η αγωγιμομετρική τεχνική για την αποτύπωση της χρονικής εξέλιξης του ύψους του υμένα υπό την επιβολή περιοδικής διαταραχής. Βρέθηκε ότι ορθογωνική διαμόρφωση σταθεροποιεί τη ροή, ενώ ημιτονοειδής διαμόρφωση τη σταθεροποιεί υπό συνθήκες. Η σταθεροποιητική επίδραση στην περίπτωση της ορθογωνικής διαμόρφωσης είναι πιο έντονη καθώς μεγαλώνει το ύψος της διαμόρφωσης, ενώ δεν εξαρτάται από το μήκος κύματος της διαμόρφωσης. Για την περίπτωση της ημιτονοειδούς διαμόρφωσης με σχετικά μεγάλο μήκος κύματος η ροή αποσταθεροποιείται, ενώ για πολύ μικρό μήκος κύματος η επίδραση είναι σταθεροποιητική.

---

# ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

---

|  |      |
|--|------|
| ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....  | IV   |
| ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ .....   | VI   |
| ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....  | VIII |
| ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ .....  | IX   |
| ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ.....  | X    |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 .....   | 1    |
| 1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....   | 1    |
| 1.1 Στόχος της εργασίας.....   | 1    |
| 1.2 Εφαρμογές ροής υγρού υμένα.....                                  | 1    |
| 1.3 Επιλογή εύρους μελετούμενων παραμέτρων .....                     | 2    |
| 1.4 Δομή της εργασίας.....   | 3    |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 .....   | 5    |
| 2.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ .....                                     | 5    |
| 2.1 Βασική ροή υγρού υμένα σε επίπεδο τοίχωμα .....                  | 5    |
| 2.2 Ρευστοδυναμική ευστάθεια .....                                   | 8    |
| 2.3 Γραμμική ευστάθεια μονοδιάστατων ροών .....                      | 10   |
| 2.3.1 Κατάστρωση εξισώσεων και προβλήματος γραμμικής ευστάθειας..... | 10   |
| 2.3.2 Ανάλυση με ιδιομορφές (normal-mode analysis) .....             | 12   |
| 2.3.3 Θεώρημα Squire .....   | 13   |
| 2.3.4 Η εξίσωση Orr-Sommerfeld .....                                 | 14   |
| 2.4 Ευστάθεια ροής υγρού υμένα σε επίπεδο κεκλιμένο κανάλι .....     | 14   |
| 2.4.1 Βασική ροή.....  | 14   |
| 2.4.2 Επιβολή γραμμικών διαταραχών .....                             | 16   |
| 2.4.3 Εξίσωση Orr-Sommerfeld .....                                   | 16   |
| 2.4.4 Συνοριακές συνθήκες.....                                       | 16   |
| 2.4.5 Σύνοψη εξισώσεων και συνοριακών συνθηκών.....                  | 18   |
| 2.4.6. Λύση μεγάλου μήκους κύματος .....                             | 19   |
| 2.4.7 Βιβλιογραφικές αναφορές .....                                  | 21   |
| 2.5 Ροή υγρού υμένα σε περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα .....          | 22   |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 .....</b>  | <b>26</b> |
| <b>3.ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ .....</b>                                   | <b>26</b> |
| 3.1 Πειραματική διάταξη.....   | 26        |
| 3.1.1 Κανάλι ροής.....   | 26        |
| 3.1.2 Σύστημα δημιουργίας εξωτερικά επιβαλλόμενης διαταραχής.....        | 29        |
| 3.1.3 Ευθυγράμμιση καναλιού ροής.....                                    | 30        |
| 3.2 Ιδιότητες ρευστών .....  | 31        |
| 3.3 Αγωγιμομετρική τεχνική .....   | 34        |
| 3.3.1 Βαθμονόμηση αγωγιμομετρικής τεχνικής .....                         | 35        |
| 3.4 Αναλυτική περιγραφή διαδικασίας διεξαγωγής πειραμάτων .....          | 36        |
| 3.5 Επεξεργασία δεδομένων .....  | 38        |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 .....</b>  | <b>42</b> |
| <b>4.ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....</b>   | <b>42</b> |
| 4.1 Ευστάθεια της ροής σε επίπεδο τοίχωμα .....                          | 43        |
| 4.1.1 Πειράματα σε επίπεδο τοίχωμα.....                                  | 43        |
| 4.1.2 Αριθμητική επίλυση εξίσωσης Orr-Sommerfeld .....                   | 44        |
| 4.2 Πειράματα σε περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα .....                    | 46        |
| 4.3 Ιδιότητες μοναχικών κυμάτων .....                                    | 50        |
| 4.3.1 Εξάρτηση του μέγιστου ύψους των κυμάτων από τον αριθμό $Re$ .....  | 51        |
| 4.3.2 Εξάρτηση της ταχύτητας των κυμάτων από τον αριθμό $Re$ .....       | 57        |
| 4.3.3 Εξάρτηση της φασικής ταχύτητας από το μέγιστο ύψος του υμένα ..... | 57        |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 .....</b>  | <b>59</b> |
| <b>5.ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ .....</b>                                    | <b>59</b> |
| 5.1 Συμπεράσματα.....  | 59        |
| 5.2 Προτάσεις για μελλοντικές εργασίες.....                              | 60        |
| <b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>   | <b>62</b> |
| <b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....</b>  | <b>64</b> |
| Πίνακας φυσικών ιδιοτήτων διαλύματος γλυκερίνης-νερού. ....              | 64        |
| Κώδικας αριθμητικής επίλυσης εξίσωσης Orr-Sommerfeld .....               | 65        |



---

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

---

|  |    |
|--|----|
| <b>Σχήμα 2.1.</b> Δυνάμεις πάνω σε ένα στοιχείο υγρού σε ροή υγρού υμένα. ....   | 6  |
| <b>Σχήμα 2.2.</b> Γραφική απεικόνιση εξέλιξης συναγωγικής και απόλυτης αστάθειας. ....   | 9  |
| <b>Σχήμα 2.3.</b> Ανάπτυξη περιοδικών διαταραχών στη ροή υγρού υμένα. ....   | 15 |
| <b>Σχήμα 2.4.</b> Καμπύλη αστάθειας ροής υγρού υμένα. ....   | 21 |
| <b>Σχήμα 2.5.</b> Ο ουδέτερος ευσταθής $Re$ ως συνάρτηση της γωνίας κλίσης. ....   | 22 |
| <b>Σχήμα 2.6.</b> (α) Κρίσιμος αριθμός Reynolds όπως προκύπτει από την εξ. (2.4-45) ως συνάρτηση της κλίσης του καναλιού για επίπεδο τοίχωμα (I) και για ημιτονοειδές τοίχωμα (II) με $\zeta=2\pi \times 0.05$ , (β) Κρίσιμος αριθμός Reynolds όπως προκύπτει από την εξ. (2.4-45) ως συνάρτηση της παραμέτρου $\zeta$ , για $\varphi=45^\circ$ . .... | 24 |
| <b>Σχήμα 2.7.</b> Πειραματικός και υπολογιστικός κρίσιμος αριθμός Reynolds ως συνάρτηση της γωνίας κλίσης. ....  | 25 |
| <b>Σχήμα 3.1.</b> Πειραματική διάταξη. ....  | 27 |
| <b>Σχήμα 3.2.</b> Σύστημα διαταραχής. ....   | 30 |
| <b>Σχήμα 3.3.</b> Μέτωπο κύματος. ....   | 31 |
| <b>Σχήμα 3.4.</b> Διάγραμμα συλλογής δεδομένων της αγωγιμομετρικής τεχνικής. ....  | 35 |
| <b>Σχήμα 3.5.</b> Πάχος υγρού υμένα κατά Nusselt για (α) επίπεδο, (β) ορθογωνικό και (γ) ημιτονοειδές τοίχωμα. ....  | 35 |
| <b>Σχήμα 3.6.</b> Χαρακτηριστικές καμπύλες πειραματικών δεδομένων (α) βαθμονόμησης και (β) σε πειραματικές συνθήκες. ....  | 39 |
| <b>Σχήμα 3.7.</b> Απεικόνιση χρονικής μεταβολής ύψους του υμένα για τα «ακατέργαστα» δεδομένα, με την εφαρμογή του 1 <sup>ου</sup> φίλτρου και του του 2 <sup>ου</sup> φίλτρου. ....   | 41 |
| <b>Σχήμα 4.1.</b> Ο ουδέτερος ευσταθής αριθμός Reynolds ως συνάρτηση της γωνίας κλίσης για επίπεδο τοίχωμα. ....   | 44 |
| <b>Σχήμα 4.2.</b> Μεταβολή του φανταστικού μέρους της φασικής ταχύτητας για $\varphi=5^\circ$ , $We=200$ . ....  | 45 |
| <b>Σχήμα 4.3.</b> Μεταβολή του φανταστικού μέρους της φασικής ταχύτητας για $\varphi=5^\circ$ , $Re=30$ . ....   | 46 |
| <b>Σχήμα 4.4.</b> Καμπύλη ουδέτερης ευστάθειας για $\varphi=5^\circ$ και $We=200$ . ....   | 46 |
| <b>Σχήμα 4.5.</b> Ο ουδέτερος ευσταθής αριθμός Reynolds ως συνάρτηση της γωνίας κλίσης για περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα. ....  | 48 |
| <b>Σχήμα 4.6.</b> Εξάρτηση (α) του ύψους και (β) του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds για νερό και γωνία $2.6^\circ$ . ....  | 52 |
| <b>Σχήμα 4.7.</b> Εξάρτηση (α) του ύψους και (β) του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds για νερό και 26% κ.β. γλυκερίνη σε γωνία $3.4^\circ$ . ....  | 53 |
| <b>Σχήμα 4.8.</b> Εξάρτηση (α) του ύψους και (β) του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds για 15% κ.β. και 26 % κ.β. γλυκερίνη σε γωνία $5.4^\circ$ . ....   | 54 |
| <b>Σχήμα 4.9.</b> Εξάρτηση (α) του ύψους και (β) του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds για 15% κ.β., 19% κ.β. και 30% κ.β. γλυκερίνη σε γωνία $7.4^\circ$ . ..  | 55 |

|   |    |
|---|----|
| <b>Σχήμα 4.10.</b> Εξάρτηση (α) του ύψους και (β) του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds για 16-19% κ.β. γλυκερίνη σε γωνία 9.1°. ..... | 56 |
| <b>Σχήμα 4.11.</b> Εξάρτηση του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds στη δεύτερη θέση μέτρησης για όλες τις γωνίες κλίσης. ....           | 56 |
| <b>Σχήμα 4.12.</b> Εξάρτηση της μέσης ταχύτητας των κυμάτων από τον αριθμό Reynolds για όλες τις γωνίες κλίσης. ....                                      | 57 |
| <b>Σχήμα 4.13.</b> Εξάρτηση της μέσης ταχύτητας των κυμάτων από το μέγιστο ύψος του υμένα για όλες τις γωνίες κλίσης. ....                                | 58 |

---

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

---

|   |    |
|---|----|
| <b>Πίνακας 4.1.</b> Χαρακτηριστικά διαμορφωμένων τοιχωμάτων.....          | 47 |
| <b>Πίνακας 4.2.</b> Επεξήγηση συμβόλων των σχήματων του κεφαλαίου 4. .... | 51 |

# ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

## ΛΑΤΙΝΙΚΟΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ

### *Σύμβολο* *Ερμηνεία*

|                   |   |
|-------------------|---|
| B                 | Πλάτος διαμόρφωσης τοιχώματος           |
| B <sub>0</sub>    | Αριθμός Bond                            |
| c                 | Φασική ταχύτητα διάδοσης της διαταραχής |
| C                 | Αγωγιμότητα                             |
| c <sub>i</sub>    | Φανταστικό μέρος της φασικής ταχύτητας  |
| c <sub>R</sub>    | Πραγματικό μέρος της φασικής ταχύτητας  |
| f                 | Συχνότητα διαταραχής                    |
| F <sub>0</sub>    | Αδιάστατο τοπικό πάχος υμένα            |
| Fr                | Αριθμός Froude                          |
| g                 | Επιτάχυνση της βαρύτητας                |
| h                 | Πάχος υγρού υμένα                       |
| h <sub>N</sub>    | Πάχος υγρού υμένα κατά Nusselt          |
| k                 | (Αδιάστατος) κυματαριθμός διαταραχής    |
| Ka                | Αριθμός Karitza                         |
| L                 | Μήκος κύματος                           |
| L <sub>0</sub>    | Χαρακτηριστικό μήκος                    |
| m                 | Μαζικός ρυθμός ροής                     |
| n                 | Κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα               |
| p                 | Πίεση                                   |
| P <sub>atm</sub>  | Ατμοσφαιρική πίεση                      |
| q, Q <sub>0</sub> | Ογκομετρική παροχή ανά μονάδα πλάτους   |
| Re                | Αριθμός Reynolds                        |
| S                 | Διατομή                                 |
| t                 | Χρόνος                                  |
| u                 | Ταχύτητα                                |
| u'                | Διαταραχή ταχύτητας                     |
| U <sub>0</sub>    | Χαρακτηριστική ταχύτητα                 |

|            |  |
|------------|--|
| $u_{\max}$ | Μέγιστη ταχύτητα                           |
| $u_0$      | Μέση ταχύτητα                              |
| $v$        | Διαταραχή κάθετης συνιστώσας της ταχύτητας |
| $V$        | Τάση                                       |
| $W$        | Πλάτος καναλιού                            |
| $We$       | Αριθμός Weber                              |

## ΕΛΛΗΝΙΚΟΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ

### **Σύμβολο** *Ερμηνεία*

|             |                                      |
|-------------|--------------------------------------|
| $\alpha$    | Κυματαριθμός στη x-κατεύθυνση        |
| $\beta$     | Κυματαριθμός στη y-κατεύθυνση        |
| $\gamma$    | Επιφανειακή τάση                     |
| $\zeta$     | Παράμετρος κυματισμού                |
| $\eta$      | Κάθετη στροβιλότητα                  |
| $\theta$    | Γωνία λόγω του προφίλ του τοιχώματος |
| $\kappa$    | Καμπυλότητα διεπιφάνειας             |
| $\mu$       | Δυναμικό ιξώδες                      |
| $\nu$       | Κινηματικό ιξώδες                    |
| $\rho$      | Πυκνότητα                            |
| $\sigma$    | Τανυστής τάσεων                      |
| $\tau_{xy}$ | Διατμητική τάση                      |
| $\varphi$   | Γωνία κλίσης κεκλιμένου επιπέδου     |
| $\Psi$      | Ροϊκή συνάρτηση                      |
| $\omega$    | Κυκλική συχνότητα                    |

---

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ

# 1

---

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

---

### 1.1 Στόχος της εργασίας

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Φυσικών και Χημικών Διεργασιών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Στόχος της είναι η πειραματική μελέτη της ευστάθειας της ροής υγρού υμένα σε κεκλιμένο περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα. Συγκεκριμένα, διερευνάται πώς επηρεάζεται ο κρίσιμος αριθμός Reynolds, δηλαδή ο αριθμός Reynolds στον οποίο η ροή μεταπίπτει από την ευσταθή στην ασταθή περιοχή, με την εισαγωγή περιοδικής διαμόρφωσης, ορθογωνικής ή ημιτονοειδούς, στο τοίχωμα σε συνάρτηση με τη γωνία κλίσης του τοιχώματος. Τα βασικά ερωτήματα που διερευνώνται είναι: (1) Επηρεάζεται ο κρίσιμος Re από την ακριβή μορφή της διαμόρφωσης; (2) Εξαρτάται η έκταση της ευσταθούς περιοχής από το ύψος διαμόρφωσης, και τι συμβαίνει για μεγαλύτερα ύψη, όπου αναμένεται εκτεταμένη περιοχή αποκόλλησης της ροής εντός της κοιλότητας; (3) Ποια η επίδραση του μήκους κύματος της διαμόρφωσης;

### 1.2 Εφαρμογές ροής υγρού υμένα

Με τον όρο ροή υγρού υμένα, εννοείται η ροή εκείνη στην οποία το πάχος του ρέοντος ρευστού είναι πολύ μικρό σε σχέση με τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά

μεγέθη (μήκος και πλάτος). Η ροή υγρού υμένα λόγω βαρύτητας (ροή Nusselt) κατά μήκος επίπεδου τοιχώματος αποτελεί μια βασική ροή της ρευστομηχανικής, και συναντάται σε πολυάριθμα βιομηχανικά συστήματα, όπως σε εφαρμογές επικάλυψης, εναλλάκτες θερμότητας, αντιδραστήρες, στήλες απορρόφησης κ.α. Λεπτοί υμένες χρησιμοποιούνται στις περισσότερες συσκευές μεταφοράς θερμότητας και μάζας και ίσως ο κυριότερος λόγος της χρήσης αυτού του είδους ροής είναι η ικανότητα των υγρών υμένων να μεταφέρουν θερμότητα και μάζα με χαμηλή υδραυλική αντίσταση.

Υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες είναι επιθυμητή η μεγιστοποίηση των φαινόμενων μεταφοράς, ενώ σε άλλες επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση τους. Στην πρώτη περίπτωση ανήκουν οι περιπτώσεις συσκευών μεταφοράς μάζας ή θερμότητας (εναλλάκτες θερμότητας, αντιδραστήρες κ.α.), στις οποίες απαιτούνται υψηλοί συντελεστές μεταφοράς, ενώ χαρακτηριστικό παράδειγμα της δεύτερης περίπτωσης είναι οι διεργασίες επίστρωσης λεπτών υμένων, όπου η παρουσία κυμάτων στην επιφάνεια επίστρωσης δεν είναι επιθυμητή.

Ωστόσο, στα περισσότερα συστήματα το ρευστό δεν ρέει πάνω σε τελείως επίπεδη επιφάνεια, κυρίως λόγω κατασκευαστικών ατελειών ή επικαθίσεων, και είναι αξιοσημείωτο ότι οι περισσότερες δημοσιευμένες εργασίες στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν επικεντρωθεί στη ροή σε επίπεδο κεκλιμένο τοίχωμα. Επιπλέον, οι υποψίες ότι η ύπαρξη διαμόρφωσης στο τοίχωμα ενδέχεται να εντατικοποιεί τους συντελεστές μεταφοράς εντείνει το ενδιαφέρον για τη συστηματική μελέτη της ροής υγρού υμένα σε περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα.

### 1.3 Επιλογή εύρους μελετούμενων παραμέτρων

Οι κύριες φυσικές και λειτουργικές παράμετροι που μεταβάλλονται στην παρούσα εργασία είναι το ιξώδες της υγρής φάσης, η παροχή του υμένα, η κλίση του τοιχώματος, η ύπαρξη εξωτερικά επιβαλλόμενης διαταραχής, το είδος της διαμόρφωσης του τοιχώματος, το ύψος και το μήκος κύματος της διαμόρφωσης.

Πιο συγκεκριμένα, ως υγρή φάση χρησιμοποιήθηκε νερό δικτύου και διάλυμα νερού-γλυκερίνης (10-40% κ.β. γλυκερίνη), ενώ οι παροχές που

μελετήθηκαν εξασφαλίζαν τιμές του αριθμού Reynolds μεταξύ  $5 < Re < 120$ . Αξίζει να σημειωθεί ότι η επιλογή του είδους διαλύματος και του εύρους του αριθμού Re υπαγορευόταν από την γωνία κλίσης.

Η επιλογή των κλίσεων του τοιχώματος που μελετήθηκαν ( $1^\circ$ - $12^\circ$ ) υπαγορεύεται κυρίως από πειραματικούς περιορισμούς και ήταν τέτοιες ώστε τα αποτελέσματα να μπορούν να συγκριθούν με προηγούμενα πειραματικά αποτελέσματα μελετών που διεξήχθησαν στο ίδιο κανάλι σε προηγούμενες διδακτορικές διατριβές. Ωστόσο, οι κλίσεις αυτές είναι μικρότερες από τις κλίσεις που επικρατούν στις βιομηχανικές εφαρμογές, αλλά και σε θεωρητικές μελέτες που έχουν γίνει για ροή υμένα σε περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα.

Η εισαγωγή στο σύστημα συγκεκριμένης συχνότητας διαταραχή δίνει τη δυνατότητα μετάβασης σε μια περιοχή ροής στην οποία θα εξελισσόταν η ροή υγρού υμένα σε ένα κανάλι μεγαλύτερου μήκους υπό την επίδραση μόνο του φυσικού θορύβου.

Τέλος, η διαμόρφωση του τοιχώματος επιλέχθηκε για να προσομοιώσει τη συμπεριφορά εκτεταμένων επιφανειών μεταφοράς θερμότητας και μάζας (πτερύγια, πληρωτικά υλικά). Αν και οι βιομηχανικές επιφάνειες είναι συχνά πολύπλοκες με δύο ή περισσότερες χαρακτηριστικές κλίμακες μήκους, η επιλογή τους βασίζεται σε εμπειρικές δοκιμές. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν τοιχώματα με ορθογωνική και ημιτονοειδής διαμόρφωση. Στην πρώτη περίπτωση μελετήθηκαν 5 τοιχώματα είτε με διαφορετικό ύψος διαμόρφωσης είτε με διαφορετικό μήκος κύματος, ενώ στην περίπτωση της ημιτονοειδούς διαμόρφωσης εξετάστηκαν 3 τοιχώματα με διαφορετικό ύψος και μήκος κύματος.

#### 1.4 Δομή της εργασίας

Στο επόμενο κεφάλαιο της εργασίας γίνεται μια σύντομη βιβλιογραφική ανασκόπηση σχετικά με τη ροή υγρού υμένα και την ευστάθεια της ροής, ξεκινώντας από τη βασική ροή σε επίπεδο τοίχωμα. Αναφέρονται οι εξισώσεις που περιγράφουν το φαινόμενο και η λύση που δόθηκε αρχικά από τον Nusselt. Στη συνέχεια αναλύεται η θεωρία γραμμικής ευστάθειας και η λύση που έχει προκύψει για ροή σε επίπεδο τοίχωμα. Στο τέλος το κεφαλαίου θα παρουσιαστούν μελέτες που έχουν διεξαχθεί σε περιοδικά διαμορφωμένο

τοιχώμα. Αξίζει να σημειωθεί ότι γίνεται αναφορά τόσο σε πειραματικές μελέτες, οι οποίες είναι περιορισμένες, όσο και σε υπολογιστικές.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η πειραματική μεθοδολογία που ακολουθήθηκε κατά τη διάρκεια των πειραμάτων. Αρχικά, περιγράφεται η πειραματική διάταξη που υπάρχει στο εργαστήριο. Ακολουθεί η παρουσίαση της μεθόδου συλλογής των πειραματικών δεδομένων και η διαδικασία επεξεργασίας τους.

Τέλος, θα παρουσιαστούν τα πειραματικά αποτελέσματα της ροής λεπτού υμένα πάνω από περιοδικά διαμορφωμένα τοιχώματα υπό την επίδραση εξωτερικά επιβαλλόμενης διαταραχής και κάποια αποτελέσματα αριθμητικής επίλυσης της εξίσωσης Orr-Sommerfield.



---

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ

# 2

---

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

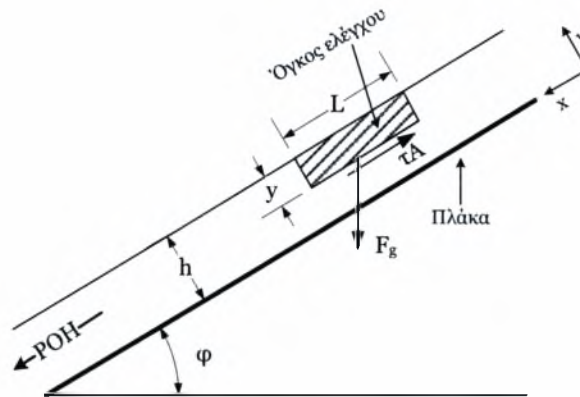
---

Στο παρόν κεφάλαιο αναφέρονται συνοπτικά η θεωρία και οι μέχρι σήμερα δημοσιευμένες εργασίες σχετικά με την ευστάθεια ροής λεπτού υγρού υμένα πάνω από επίπεδο και διαμορφωμένο κεκλιμένο κανάλι. Αρχικά αναφέρονται οι εξισώσεις που περιγράφουν τη ροή πάνω από επίπεδο τοίχωμα και οι λύσεις της θεωρίας γραμμικής ευστάθειας. Στο τέλος του κεφαλαίου θα παρουσιαστούν μελέτες για περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα.

### **2.1 Βασική ροή υγρού υμένα σε επίπεδο τοίχωμα**

Η πιο απλή μορφή του προβλήματος της ροής σε κεκλιμένο επίπεδο είναι αυτή της ροής Nusselt. Θεωρείται ένα στρώμα υγρού που ρέει υπό την επίδραση της βαρύτητας σε μια επικλινή επιφάνεια. Αν η ροή αυτή λαμβάνει χώρα σε μόνιμη κατάσταση με πλήρως ανεπτυγμένη κατανομή ταχύτητας, το πάχος του στρώματος παραμένει σταθερό. Επίσης, η οπισθέλκουσα στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού λόγω του υπερκείμενου αέρα είναι τόσο μικρή που μπορεί να αγνοηθεί. Έτσι, η διατμητική τάση στην ελεύθερη επιφάνεια λαμβάνεται ίση με μηδέν. Αν επιπλέον η ροή είναι στρωτή και η επιφάνεια του υγρού επίπεδη χωρίς κυματισμούς, η κίνηση του ρευστού μπορεί να αναλυθεί εύκολα μαθηματικά.

Έστω ένα στρώμα ενός νευτωνικού ρευστού που ρέει σε μόνιμη ροή με σταθερό ρυθμό και σταθερό πάχος πάνω σε μια επίπεδη πλάκα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1. Η πλάκα έχει κλίση και σχηματίζει γωνία  $\varphi$ . Το πλάτος του στρώματος σε διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του σχήματος είναι  $W$ , ενώ το πάχος σε διεύθυνση κάθετη στην πλάκα είναι  $h$ . Απομονώνεται ένας όγκος ελέγχου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1. η επάνω επιφάνεια του όγκου ελέγχου βρίσκεται σε επαφή με την ατμόσφαιρα, τα δύο άκρα είναι επίπεδα στην πλάκα σε απόσταση  $L$  μεταξύ τους και η κατώτερη επιφάνεια είναι το επίπεδο που είναι παράλληλο με το τοίχωμα σε απόσταση  $y$  από την επάνω επιφάνεια του στρώματος.



**Σχήμα 2.1.** Δυνάμεις πάνω σε ένα στοιχείο υγρού σε ροή υγρού υμένα.

Αφού το στρώμα βρίσκεται σε μόνιμη ροή χωρίς επιτάχυνση, τότε σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής το άθροισμα όλων των δυνάμεων στον όγκο ελέγχου θα είναι ίσο με μηδέν. Οι δυνάμεις που πιθανά να ενεργούν στον όγκο ελέγχου σε διεύθυνση παράλληλη με τη ροή είναι οι δυνάμεις πίεσης στα άκρα, οι διατμητικές δυνάμεις στην επάνω και στην κάτω όψη και η συνιστώσα της δύναμης της βαρύτητας στην διεύθυνση της ροής. Επειδή η πίεση στην εξωτερική επιφάνεια είναι η ατμοσφαιρική, οι πιέσεις στα άκρα του όγκου ελέγχου είναι ίσες και αντίθετες. Λόγω παραδοχής, η διατμητική τάση στην πάνω επιφάνεια του στοιχείου αγνοείται. Άρα οι δύο δυνάμεις που απομένουν είναι η διατμητική δύναμη στην κατώτερη επιφάνεια του όγκου ελέγχου και η συνιστώσα της βαρύτητας στην κατεύθυνση της ροής:

$$\rho \cdot g \cdot \sin \varphi - \frac{d\tau_{yx}}{dy} = 0 \quad (2.1-1)$$

όπου  $g$  : επιτάχυνση της βαρύτητας  
 $\tau_{yx}$  : διατμητική τάση στην κατώτερη επιφάνειας του όγκου ελέγχου  
 $\rho$  : πυκνότητα του ρευστού

Από την παραπάνω εξίσωση με ολοκλήρωση προκύπτει:

$$\frac{1}{\rho \cdot g \cdot \sin \varphi} \cdot \tau_{yx} = y + c_1 \quad (2.1-2)$$

όπου  $c_1$  η σταθερά ολοκλήρωσης. Επειδή η ροή είναι στρωτή ισχύει:

$$\tau_{yx} = -\mu \cdot \frac{du_x}{dy} \quad (2.1-3)$$

όπου  $\mu$  το δυναμικό ιξώδες του ρευστού. Από τις εξ. (2.1-2) και (2.1-3) προκύπτει:

$$\frac{du_x}{dy} = -\frac{\rho \cdot g \cdot \sin \varphi}{\mu} \cdot (y + c_1) \quad (2.1-4)$$

Ολοκληρώνοντας η εξ. (2.1-4) δίνει:

$$u_x(y) = -\frac{\rho \cdot g \cdot \sin \varphi}{\mu} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot y^2 + c_1 \cdot y \right) + c_2 \quad (2.1-5)$$

όπου  $c_2$  η σταθερά ολοκλήρωσης. Οι συνοριακές συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα είναι:

- Για  $y=0$  είναι  $u_x(y)=0$  και
- Για  $y=h$  είναι  $\tau_{yx}=0$ .

Με χρήση των συνθηκών αυτών προκύπτουν οι δύο σταθερές:

$$u_x(y) = \frac{\rho \cdot g \cdot \sin \varphi}{2 \cdot \mu} \cdot y \cdot (2 \cdot h - y) \quad (2.1-6)$$

Η παραπάνω εξίσωση δηλώνει ότι στη περίπτωση στρωτής ροής υγρού υμένα πάνω από επίπεδη κεκλιμένη πλάκα η κατανομή της ταχύτητας είναι παραβολική.

Εξετάζοντας ένα διαφορικό στοιχείο διατομής  $dS$ , όπου  $dS=W \cdot dy$ , ο διαφορικός μαζικός ρυθμός ροής  $dm$  μέσα από αυτό το στοιχείο είναι:

$$dm = \rho \cdot u_x \cdot W \cdot dy \quad (2.1-7)$$

Ο συνολικός μαζικός ρυθμός ροής του ρευστού είναι:

$$\dot{m} = \int_0^h \rho \cdot u_x \cdot W \cdot dy \Rightarrow \frac{\dot{m}}{W} = \frac{h^3 \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \sin \varphi}{3 \cdot \mu} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot \mu \cdot q}{\rho \cdot g \cdot \sin \varphi}} \quad (2.1-8)$$

όπου  $q$  είναι η ογκομετρική παροχή ανά μονάδα πλάτους. Η εξίσωση αυτή που δίνει το πάχος ενός λίπτοντος γραμμικού υμένα παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από το Nusselt [McCabe et al., 2002].

Το πρόβλημα της ροής υγρού υμένα μπορεί να περιγραφεί από τους αδιάστατους αριθμούς Reynolds και Weber ή Kapitza:

$$Re = \frac{u_o \cdot h_N}{\nu} = \frac{q}{\nu} \quad (2.1-9)$$

$$We = \frac{\gamma}{\rho \cdot u_o^2 \cdot h_N} \quad (2.1-10)$$

$$Ka = \frac{\gamma}{\rho \cdot \nu^{4/3} \cdot g^{1/3}} \quad (2.1-11)$$

όπου  $u_o$  : μέση ταχύτητα του ρευστού  
 $h_N$  : πάχος του επίπεδου υμένα κατά Nusselt (εξ. (2.1-8))  
 $\gamma$  : επιφανειακή τάση του ρευστού

Η μέση ταχύτητα του ρευστού βρίσκεται εύκολα ολοκληρώνοντας την ταχύτητα  $u_x$  για ένα εμβαδό διατομής και διαιρώντας με το εμβαδόν αυτό:

$$u_o = \frac{\rho \cdot g \cdot \sin \varphi \cdot h_N^2}{3 \cdot \mu} \Rightarrow h_N = \sqrt{\frac{3 \cdot \mu \cdot u_o}{\rho \cdot g \cdot \sin \varphi}} \quad (2.1-12)$$

Ενώ η μέγιστη ταχύτητα,  $u_{max}$ , στην ελεύθερη επιφάνεια είναι:

$$u_{max} = u_x (y = h) = \frac{\rho \cdot g \cdot \sin \varphi \cdot h^2}{2 \cdot \mu} \quad (2.1-13)$$

Η κατανομή της πίεσης,  $p$ , στην  $y$  κατεύθυνση είναι:

$$\frac{dp}{dy} = -\rho \cdot g \cdot \cos \varphi \Rightarrow p = -\rho \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot y + c_1 \quad (2.1-14)$$

Με συνοριακή συνθήκη:

➤ Για  $y=h$  είναι  $p=P_{atm}$

Επομένως, προκύπτει:

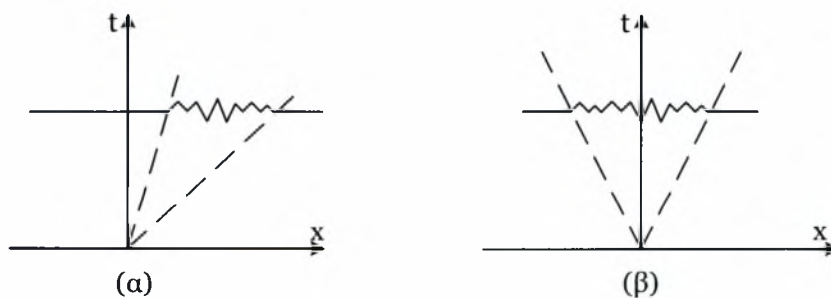
$$p = -\rho \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot (y - h) + P_{atm} \quad (2.1-15)$$

## 2.2 Ρευστοδυναμική ευστάθεια

Συνήθως οι βιομηχανικές και εργαστηριακές εφαρμογές υπόκεινται σε μικρού πλάτους διαταραχές εξαιτίας διαφόρων λόγων, όπως είναι η δόνηση των

συσκευών κατά τη λειτουργία τους. Επίσης, σε συγκεκριμένες περιπτώσεις διαταραχή εισάγεται σε ένα σύστημα ώστε να επιτευχθεί μια επιθυμητή κατάσταση, όπως η ενίσχυση της ανάμιξης ρευστών. Οπότε είναι πιθανόν φυσικές ή τεχνητές διαταραχές να ενισχύονται με το χρόνο ή το χώρο οδηγώντας σε μη μόνιμη κίνηση ή σε μια νέα κατάσταση [Ροζγικίδης, 1997].

Η συμπεριφορά μιας διαταραχής εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της και από τη δομή της αδιατάραχτης κατάστασης, η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση αντιστοιχεί στη *βασική ροή*. Επιπλέον, είναι γνωστό ότι οι διαταραχές παρουσιάζουν διαφορετική συμπεριφορά που εξαρτάται από τιμές αδιάστατων αριθμών που περιγράφουν τη βασική ροή, όπως για παράδειγμα ο αριθμός Reynolds. Σε συγκεκριμένες περιπτώσεις η διαταραχή αυξάνει και παρασύρεται κατάντη (ή και ανάντη) της ροής και η αρχική θέση επιβολής της τελικά ηρεμεί. Η εξέλιξη αυτή χαρακτηρίζεται ως *συναγωγικά ασταθής* (convective instability). Αντίθετα, στις περιπτώσεις όπου η διαταραχή απλώνεται σταδιακά στο μεγαλύτερο τμήμα του πεδίου ροής και ειδικότερα η θέση επιβολής της δεν ηρεμεί, τότε η εξέλιξη αυτή χαρακτηρίζεται ως *απόλυτα ασταθής* (absolute instability). Οι αστάθειες αυτές απεικονίζονται στο Σχήμα 2.2 [Drazin, 2002]. Παραδείγματα συναγωγικών ασταθειών είναι το οριακό στρώμα, η ροή υγρού υμένα και η δέσμη, ενώ απόλυτης αστάθειας η θερμαινόμενη δέσμη και η ροή λόγω περιστρεφόμενου δίσκου [Μποντόζογλου, 2006].



**Σχήμα 2.2.** Γραφική απεικόνιση εξέλιξης (α) συναγωγικής και (β) απόλυτης αστάθειας.

Ένας τρόπος εκτίμησης της ευστάθειας μιας ροής είναι να υποβληθεί η ροή σε μια μεγάλη κλίμακα διαταραχών διαφόρων μορφών και να παρατηρηθεί η διαδοχική εξέλιξη τους. Αν όλες οι διαταραχές σβήνουν η ροή χαρακτηρίζεται *ευσταθής* (stable), ενώ αν συγκεκριμένες διαταραχές ενισχύονται η ροή είναι *ασταθής* (unstable).

Η συμπεριφορά μιας διαταραχής μπορεί να μελετηθεί θεωρητικά επιλύοντας τις εξισώσεις κίνησης και συνέχειας με χρήση των κατάλληλων συνοριακών συνθηκών. Όμως, εξαιτίας του γεγονότος ότι οι πιθανές διαταραχές είναι αναρίθμητες είναι μάταιο να επιχειρηθεί να μελετηθούν όλες οι πιθανές διαταραχές και επομένως πρέπει να εφαρμοστεί μια εναλλακτική μέθοδος. Ένας τρόπος είναι να θεωρηθεί ότι το μέγεθος της διαταραχής είναι και παραμένει μικρό κατά τη διάρκεια συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος και στη συνέχεια να γραμμικοποιηθεί η εξίσωση κίνησης ως προς την ταχύτητα της βασικής κατάστασης και να λυθεί για ένα μεγάλο εύρος αρχικών συνθηκών χρησιμοποιώντας κατάλληλες μεθόδους. Αυτού του είδους η προσέγγιση αποτελεί την *ανάλυση γραμμικής ευστάθειας*. Ακόμα και μετά τη γραμμικοποίηση μια γενική λύση σε αναλυτική μορφή μπορεί να βρεθεί μόνο για περιορισμένες ροές με χρήση της *ανάλυσης ιδιομορφών* (normal mode analysis), η οποία εξετάζει τη συμπεριφορά διαταραχών που αυξάνουν ή σβήνουν εκθετικά με το χρόνο.

Αν η ανάλυση γραμμικής ευστάθειας δείξει ότι συγκεκριμένες διαταραχές αυξάνουν με το χρόνο, η ροή είναι σίγουρα ασταθής. Ωστόσο, το αντίστροφο ισχύει μόνο στην περίπτωση στην οποία το πλάτος της διαταραχής είναι και παραμένει μικρό συνέχεια, γιατί τα μη γραμμικά φαινόμενα που έχουν θεωρηθεί αμελητέα μπορεί να ευθύνονται για την ασταθή συμπεριφορά. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου μη γραμμικά φαινόμενα μπορεί να επβραδύνουν ή ακόμα και να εξαφανίζουν την πιθανότητα ανάπτυξης ασταθών διαταραχών και να οδηγούν σε μια νέα μόνιμη ή περιοδική κατάσταση [Drazin, 1997].

## 2.3 Γραμμική ευστάθεια μονοδιάστατων ροών

### 2.3.1 Κατάστρωση εξισώσεων και προβλήματος γραμμικής ευστάθειας

Έστω η βασική και μονοδιάστατη ροή  $\underline{U}(x) = (U(y), 0, 0)$  για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις συνέχειας και Navier-Stokes:

$$\nabla \cdot \underline{u} = 0 \quad (2.3-1)$$

$$\underline{u} \cdot \nabla \underline{u} = -\frac{1}{\rho} \cdot \nabla P + \nu \nabla^2 \underline{u} + \underline{g} \quad (2.3-2)$$

Επιβάλλοντας σε αυτήν πολύ μικρές διαταραχές της μορφής  $\underline{u}' = (u, v, w)$  τότε η πραγματική ροή, η οποία αποκλίνει ελάχιστα από τη μόνιμη, είναι:

$$\underline{u} = \underline{U} + \underline{u}' \quad (2.3-3)$$

Αδιαστατοποιώντας με χαρακτηριστικές κλίμακες ταχύτητας και μήκους  $U_0$ ,  $L_0$ , αντίστοιχα, αντικαθιστώντας τις εξ. (2.3-3) στις (2.3-1) και (2.3-2), γραμμικοποιώντας, δηλαδή απαλείφοντας τους πολύ μικρούς όρους, και αφαιρώντας τη μόνιμη λύση προκύπτει:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{dU}{dy} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u \quad (2.3-4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v \quad (2.3-5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \nabla^2 w \quad (2.3-6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.3-7)$$

$$\text{όπου } Re = \frac{L_0 \cdot U_0}{\nu}$$

Μια εξίσωση για την πίεση προκύπτει λαμβάνοντας την απόκλιση των εξ. (2.3-4)-(2.3-6), προσθέτοντας κατά μέλη και χρησιμοποιώντας την εξ. (2.3-7):

$$\nabla^2 p = -2 \frac{du}{dy} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.3-8)$$

Συνδυάζοντας τις εξ. (2.3-5) και (2.3-8) προκύπτει η γραμμική εξίσωση εξέλιξης της διαταραχής της κάθετης ταχύτητας,  $v$ :

$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 - \frac{d^2 U}{dy^2} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{Re} \nabla^4 \right] v = 0 \quad (2.3-9)$$

Η περιγραφή του τρισδιάστατου πεδίου συμπληρώνεται από την εξίσωση της κάθετης στροβιλότητας:

$$\eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.3-10)$$

Συνδυασμός των εξ. (2.3-4), (2.3-6) και (2.3-10) δίνει:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{Re} \nabla^2 \right] \eta = \frac{dU}{dy} \frac{\partial v}{\partial z} \quad (2.3-11)$$

Οι εξ. (2.3-9) και (2.3-11) συμπληρώνονται από τις συνοριακές συνθήκες:

- στα τοιχώματα είναι  $v = \frac{dv}{dy} = \eta = 0$

και τις αρχικές συνθήκες:

- $v(x, y, z, t = 0) = v_0(x, y, z)$
- $\eta(x, y, z, t = 0) = \eta_0(x, y, z)$

Οι εξ. (2.3-9) και (2.3-11) αποτελούν ένα ολοκληρωμένο σύστημα ομογενών γραμμικών εξισώσεων που περιγράφουν την εξέλιξη των μη μόνιμων συνιστωσών για την περίπτωση σχεδόν μόνιμων ροών. Η επίλυση τους επιτρέπει τη μελέτη της μετάπτωσης μιας ροής από μια συγκεκριμένη μόνιμη κατάσταση, όταν κατά τη διάρκεια μιας αρχικής χρονικής περιόδου το μέγεθος των μη μόνιμων συνιστωσών είναι ακόμα μικρό σε σχέση με το μέγεθος της βασικής ροής.

Ανάλογα με τη δομή της βασικής ροής και το είδος της διαταραχής, οι μη μόνιμες συνιστώσες μπορεί να αυξάνουν ή να σβήνουν τοπικά ή συνολικά. Αν το μέγεθος της διαταραχής αυξάνει, παραμένει σταθερό ή σβήνει με το χρόνο τότε η διαταραχή ονομάζεται, αντίστοιχα, *ευσταθής*, *οριακά ευσταθής* ή *ασταθής*. Αν όλες οι διαταραχές σβήνουν η βασική ροή είναι *γραμμικά ευσταθής*, αλλά αν συγκεκριμένες διαταραχές αυξάνουν είναι *γραμμικά ασταθής*.

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθούν οι περιορισμοί της θεωρίας γραμμικής ευστάθειας. Μια ροή που είναι ευσταθής σύμφωνα με τη θεωρία γραμμικής αστάθειας δεν είναι σίγουρο ότι μπορεί να επιτευχθεί και στην πράξη. Μη γραμμικά φαινόμενα και μικρές αποκλίσεις από την υποτιθέμενη ιδανική γεωμετρία της ροής, εξαιτίας για παράδειγμα τραχύτητας του τοιχώματος, μπορεί να ευθύνονται για ασταθείς συμπεριφορές της ροής [Μποντόζογλου, 2006].

### 2.3.2 Ανάλυση με ιδιομορφές (*normal-mode analysis*)

Η μελέτη της εξέλιξης κάθε πιθανής διακύμανσης σε μια βασική ροή είναι πρακτικά αδύνατη. Ένας τρόπος να επιτευχθεί η μελέτη της επίδρασης των διαταραχών είναι να εκφραστούν οι αρχικές διακυμάνσεις ως συνδυασμός γραμμικώς ανεξάρτητων βασικών συναρτήσεων και έπειτα να μελετηθεί η εξέλιξη κάθε συνάρτησης ξεχωριστά. Ένα κατάλληλο είδος συναρτήσεων που μπορεί να χρησιμοποιηθούν είναι οι *ιδιοσυναρτήσεις* ή *ιδιομορφές* (*normal-modes*) με



εκθετική εξάρτηση από το χρόνο. Στην περίπτωση των μονοδιάστατων ροών οι ιδιοσυναρτήσεις μπορούν να ληφθούν περιοδικές ως προς  $x$  και  $z$ . Δηλαδή:

$$v(x, y, z, t) = \bar{v}(y) \cdot e^{i\alpha x} \cdot e^{i\beta z} \cdot e^{-i\alpha c t} \quad (2.3-12)$$

όπου  $\alpha$  : κυματαριθμός στη  $x$ -διεύθυνση  
 $\beta$  : κυματαριθμός στη  $z$ -διεύθυνση  
 $c$  : φασική ταχύτητα διάδοσης της διαταραχής  
 Η φασική ταχύτητα ορίζεται ως:

$$c = \frac{\omega}{\alpha} \quad (2.3-13)$$

όπου  $\omega$  η κυκλική συχνότητα, ενώ ο κυματαριθμός της διαταραχής είναι  $\underline{k}=(\alpha, \beta)$ :

$$k = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (2.3-14)$$

Όταν ο κυματαριθμός της διαταραχής είναι πραγματικός αριθμός, ενώ η κυκλική συχνότητα μιγαδικός προκύπτουν χωρικά περιοδικές διαταραχές που εξελίσσονται στο χρόνο και αντιστοιχούν σε πρόβλημα *χρονικής ευστάθειας* (temporal stability). Αντίθετα, όταν ο κυματαριθμός είναι μιγαδικός και η κυκλική συχνότητα πραγματικός αριθμός, προκύπτουν διακυμάνσεις που εξελίσσονται στο χώρο με το πρόβλημα να είναι *χωρικής ευστάθειας* (spatial stability) [Pozrikidis, 1997].

Από την εξ. (2.3-12) και αν ληφθεί υπόψη μόνο η  $x$  κατεύθυνση και αναλυθεί η φασική ταχύτητα σε πραγματικό και φανταστικό μέρος προκύπτει:

$$\exp[i \cdot \alpha \cdot (x - (c_R + i \cdot c_I) \cdot t)] = \exp[i \cdot \alpha \cdot (x - c_R \cdot t)] \cdot \exp(\alpha \cdot c_I \cdot t) \quad (2.3-15)$$

Από την τελευταία εξίσωση εξάγεται το συμπέρασμα ότι αν η ροή θα είναι ευσταθής ή ασταθής εξαρτάται από το φανταστικό μέρος της φασικής ταχύτητας,  $c_I$ . Συγκεκριμένα, αν είναι μεγαλύτερο από μηδέν η διαταραχή αυξάνει εκθετικά οπότε η ροή είναι ασταθής, ενώ όταν είναι μικρότερη από μηδέν είναι ευσταθής. Στην οριακή περίπτωση που είναι  $c_I=0$  η ροή είναι ουδέτερα ασταθής.

### 2.3.3 Θεώρημα Squire

Το συγκεκριμένο θεώρημα συσχετίζει τη συμπεριφορά τρισδιάστατων χωρικά περιοδικών διακυμάνσεων που εξελίσσονται στο χρόνο με τη συμπεριφορά διδιάστατων διακυμάνσεων στο επίπεδο  $xy$ . [Pozrikidis, 1997]

Σύμφωνα με το συγκεκριμένο θεώρημα, για την περίπτωση μονοδιάστατων ροών, για κάθε οριακά ευσταθή τρισδιάστατη διαταραχή ( $\beta \neq 0$ ), υπάρχει διδιάστατη διαταραχή ( $\beta = 0$ ) που είναι οριακά ευσταθής σε χαμηλότερο αριθμό Reynolds. Δηλαδή, οι διαταραχές κατά τη διεύθυνση της ροής είναι οι πλέον ασταθείς. Επομένως, η μελέτη της γραμμικής ευστάθειας μπορεί να στηριχθεί στη θεώρηση μόνο διδιάστατων διαταραχών [Μποντόζογλου, 2006].

### 2.3.4 Η εξίσωση Orr-Sommerfeld

Σύμφωνα με το θεώρημα Squire είναι  $\beta = 0$  και  $\alpha = k$ , οπότε αντικαθιστώντας στις ιδιομορφές της εξ. (2.3-12) και στη συνέχεια στην εξ. (2.3-9) προκύπτει:

$$(U - c) \cdot \left( \frac{d^2}{dy^2} - k^2 \right) \cdot \tilde{v} - \frac{d^2 U}{dy^2} \cdot \tilde{v} = \frac{1}{i \cdot k \cdot \text{Re}} \cdot \left( \frac{d^2}{dy^2} - k^2 \right)^2 \cdot \tilde{v} \quad (2.3-16)$$

Η εξίσωση αυτή είναι η εξίσωση Orr-Sommerfeld (O-S), που περιγράφει την ευστάθεια οποιασδήποτε μονοδιάστατης βασικής ροής. Η εξίσωση είναι ομογενής και μαζί με τις ομογενείς συνοριακές συνθήκες συνιστά ένα πρόβλημα ιδιοτιμής [Μποντόζογλου, 2006].

Συμβολίζοντας με  $f$  την εξαρτημένη μεταβλητή  $\tilde{v}$ , με τόνο ( $'$ ) την παράγωγο ως προς  $y$  και αδιαστατοποιώντας, η εξίσωση O-S αναπτύσσεται ως εξής [Pozrikidis, 1997]:

$$f'''' - 2 \cdot \alpha^2 \cdot f'' + \alpha^4 \cdot f = i \cdot \alpha \cdot \text{Re} \cdot \left[ (\hat{U} - \hat{c}) \cdot (f'' - \alpha^2 \cdot f) - \hat{U}'' \cdot f \right] \quad (2.3-17)$$

όπου οι αδιάστατοι παράμετροι ορίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} f &= \frac{\tilde{v}}{U_o \cdot L_o} & \hat{U} &= \frac{U}{U_o} & \hat{c} &= \frac{c}{U_o} \\ \hat{x} &= \frac{x}{L_o} & \alpha &= k \cdot L_o & \text{Re} &= \frac{U_o \cdot L_o}{\nu} \end{aligned} \quad (2.3-18)$$

## 2.4 Ευστάθεια ροής υγρού υμένα σε επίπεδο κεκλιμένο κανάλι

### 2.4.1 Βασική ροή

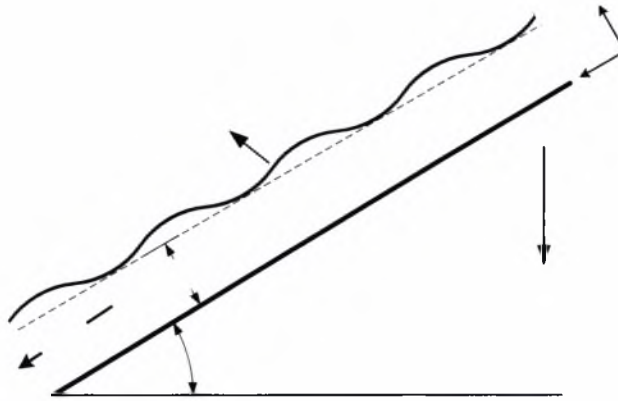
Η βασική ροή (Σχήμα 2.3) του προβλήματος περιγράφεται από τις εξισώσεις κατανομής ταχύτητας (2.1-6) και πίεσης (2.1-15):

$$U_x(y) = \frac{\rho \cdot g \cdot \sin \varphi}{2 \cdot \mu} \cdot y \cdot (2 \cdot h_N - y) = \frac{g \cdot \sin \varphi \cdot h_N^2}{\nu} \cdot \left[ \frac{y}{h_N} - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{y}{h_N} \right)^2 \right] \quad (2.4-1)$$

$$P = \rho \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot (h_N - y) \quad (2.4-2)$$

Μπορεί να οριστεί η ροϊκή συνάρτηση ως εξής:

$$\Psi(y) = \frac{\partial u_x(y)}{\partial y} = \frac{g \cdot \sin \varphi \cdot h_N^3}{\nu} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{y}{h_N} \right)^2 - \frac{1}{6} \cdot \left( \frac{y}{h_N} \right)^3 \right] \quad (2.4-3)$$



Σχήμα 2.3. Ανάπτυξη περιοδικών διαταραχών στη ροή υγρού υμένα.

Οι παραπάνω εξισώσεις αδιαστατοποιούνται χρησιμοποιώντας ως χαρακτηριστική ταχύτητα τη μέση ταχύτητα της ελεύθερης επιφάνειας, εξ.(2.1-12), ως χαρακτηριστικό μήκος το ύψος του αδιατάραχτου υμένα,  $h_N$ , χαρακτηριστικό χρόνο το πηλίκο  $h_N/u_0$  και πίεση τον όρο  $\rho \cdot u_0^2$ . Επομένως, είναι:

$$\hat{u}_x(\hat{y}) = 3 \cdot \left( \hat{y} - \frac{1}{2} \cdot \hat{y}^2 \right) \quad (2.4-4) \quad n$$

$$\hat{P}(\hat{y}) = \frac{g \cdot h_N}{u_0^2} \cdot \cos \varphi \cdot (1 - \hat{y}) = \frac{g \cdot \sin \varphi \cdot h_N}{u_0^2} \cdot \cot \varphi \cdot (1 - \hat{y}) = \frac{1}{Fr^2} \cdot \cot \varphi \cdot (1 - \hat{y}) \quad (2.4-5)$$

$$\hat{\Psi}(\hat{y}) = 3 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \hat{y}^2 - \frac{1}{6} \cdot \hat{y}^3 \right) = \frac{3}{2} \cdot \hat{y}^2 - \frac{1}{2} \cdot \hat{y}^3 \quad (2.4-6)$$

όπου το σύμβολο  $\hat{\phantom{x}}$  δηλώνει αδιάστατη μεταβλητή, ενώ  $Fr$  είναι ο αριθμός Froude που ορίζεται ως:

$$Fr^2 = \frac{u_0^2}{g \cdot \sin \varphi \cdot h_N} = \frac{u_0}{g \cdot \sin \varphi \cdot h_N} \cdot \frac{g \cdot \sin \varphi \cdot h_N^2}{3 \cdot \nu} = \frac{u_0 \cdot h_N}{3 \cdot \nu} = \frac{Re}{3} \quad (2.4-7) \quad \varphi$$

### 2.4.2 Επιβολή γραμμικών διαταραχών

Επιβάλλεται μια διδιάστατη γραμμική διαταραχή της μορφής:

$$\hat{\psi}^t = \hat{\Psi} + \hat{\psi} \quad (2.4-8)$$

$$\hat{\psi} = f(y) \cdot \exp\left[i \cdot \alpha \cdot (\hat{x} - \hat{c} \cdot \hat{t})\right] \quad (2.4-9)$$

Θεωρώντας ότι η ελεύθερη επιφάνεια θα παραμορφωθεί με τέτοιο τρόπο που να συμφωνεί με τη χωρική δομή της διακύμανσης, το αδιάστατο πάχος του υμένα,  $\hat{h}$  μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\hat{h}(\hat{x}, \hat{t}) = 1 + \hat{\eta}(\hat{x}, \hat{t}) = 1 + A \cdot \exp\left[i \cdot \alpha (\hat{x} - \hat{c} \cdot \hat{t})\right] \quad (2.4-10)$$

όπου A είναι μια αδιάστατη σταθερά.

### 2.4.3 Εξίσωση Orr-Sommerfeld

Στην εξίσωση Navier-Stokes με σταυρωτή παραγωγή (cross-differentiation) απαλείφεται η πίεση και προκύπτει η εξίσωση O-S για τη συνάρτηση  $f(y)$ . Αντικαθιστώντας το αδιάστατο προφίλ της ταχύτητας της εξ. (2.4-4) στην αδιάστατη εξίσωση O-S (2.3-17) προκύπτει:

$$f'''' - 2 \cdot \alpha^2 \cdot f'' + \alpha^4 \cdot f = i \cdot \alpha \cdot \text{Re} \cdot \left[ (2 \cdot \hat{y} - \hat{y}^2 - \hat{c}) \cdot (f'' - \alpha^2 \cdot f) + 2 \cdot f \right] \quad (2.4-11)$$

### 2.4.4 Συνοριακές συνθήκες

Για να ολοκληρωθεί το πρόβλημα γραμμικής ευστάθειας απαιτούνται τέσσερις συνοριακές συνθήκες για την  $f$ . Οι δύο συνοριακές συνθήκες προκύπτουν από την απαίτηση ότι και οι δύο συνιστώσες της ταχύτητας είναι μηδέν πάνω στο τοίχωμα:

$$u^t = v^t = 0 \Rightarrow u = v = 0 \Rightarrow f(0) = f'(0) = 0 \quad (2.4-12)$$

Δύο επιπλέον συνθήκες θα προκύψουν για την ελεύθερη επιφάνεια από την εφαρμογή της κινηματικής και της δυναμικής συνθήκης στην ελεύθερη επιφάνεια.

Η κινηματική συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια είναι:

$$\frac{DF}{Dt} = 0 \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial t} + u_x \frac{\partial F}{\partial x} + u_y \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_x \frac{\partial \eta}{\partial x} = u_y \quad (2.4-13)$$

Αντικαθιστώντας την εξ. (2.4-10), τις συνιστώσες της ταχύτητας στην ελεύθερη επιφάνεια και διατηρώντας μόνο όρους τάξης  $\epsilon$  προκύπτει:

$$A \cdot (-j\alpha \cdot \hat{c}) + \frac{3}{2} \cdot j\alpha = -j\alpha \cdot f(1) \Rightarrow A = \frac{f(1)}{\hat{c} - \frac{3}{2}} \quad (2.4-14)$$

Η δυναμική συνθήκη καθορίζει ότι οι δυνάμεις που ασκούνται στην ελεύθερη επιφάνεια ισορροπούν μεταξύ τους. Αν  $\underline{\sigma}$  είναι ο τανυστής τάσεων του ρευστού τότε ισχύει ισορροπία εφαπτομενικών δυνάμεων:

$$(\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}}) \cdot \underline{\underline{t}} = 0 \quad (2.4-15)$$

και εξισορρόπηση της δύναμης λόγω επιφανειακής τάσης,  $\gamma$ , από τις κάθετες δυνάμεις:

$$(\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}}) \cdot \underline{\underline{n}} = \gamma \cdot \kappa \quad (2.4-16)$$

όπου  $\underline{\underline{n}}$  το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα και  $\kappa$  η καμπυλότητα της διεπιφάνειας. Με αντικατάσταση στις παραπάνω δύο εξισώσεις του τανυστή τάσεων από τους ρυθμούς παραμόρφωσης και αδιαστατοποίηση προκύπτει, αντίστοιχα:

$$\frac{\partial^2 \hat{\psi}^t}{\partial \hat{x}^2} - \frac{\partial^2 \hat{\psi}^t}{\partial \hat{y}^2} + 4 \cdot \frac{\partial^2 \hat{\psi}^t}{\partial \hat{x} \partial \hat{y}} \cdot \frac{\partial \hat{h} / \partial \hat{x}}{1 + (\partial \hat{h} / \partial \hat{x})^2} = 0 \quad (2.4-17)$$

$$\hat{p}^t + We \cdot \frac{\partial^2 \hat{h} / \partial \hat{x}^2}{\left[1 + (\partial \hat{h} / \partial \hat{x})^2\right]^{3/2}} + \frac{2}{Re} \cdot \frac{\partial^2 \hat{\psi}^t}{\partial \hat{x} \partial \hat{y}} \cdot \frac{1 + (\partial \hat{h} / \partial \hat{x})^2}{1 - (\partial \hat{h} / \partial \hat{x})^2} = 0 \quad (2.4-18)$$

όπου οι αριθμοί Reynolds και Weber ορίζονται ως εξής:

$$Re = \frac{u_o \cdot h_o}{\nu} \quad We = \frac{\gamma}{\rho \cdot u_o^2 \cdot h_o} \quad (2.4-19)$$

Αντικαθιστώντας στην εξ. (2.4-17), αναπτύσσοντας κατά Taylor γύρω από το μέσο ύψος  $\hat{h} = 1$  και διατηρώντας μόνο όρους τάξης  $\epsilon$  παίρνει τη μορφή:

$$(i \cdot \alpha)^2 \cdot f(1) - \left[ 3 - 3 \cdot (1 + \hat{\eta}) + f''(1) + \cancel{\hat{\eta} \cdot f'''(1)} + \dots \right] + 4 \cdot (i \cdot \alpha) \cdot \cancel{f'(1)} \cdot \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \hat{x}} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f''(1) + \left( \alpha^2 - \frac{3}{\hat{c} - \frac{3}{2}} \right) \cdot f(1) = 0 \quad (2.4-20)$$

Από τις εξ. (2.4-5) και (2.4-18) με ανάπτυγμα Taylor προκύπτει:

$$\hat{p}'\Big|_{\hat{y}=\hat{h}} + \left( \hat{p}'\Big|_{\hat{y}=1} + \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{y}}\Big|_{\hat{y}=1} \cdot \hat{\eta} + \dots \right) + We \cdot \hat{\eta}_{xx} + \frac{2}{Re} \cdot \hat{\Psi}_{xy}\Big|_{\hat{y}=1} = 0$$

$$\frac{3}{Re} \cdot \cot \varphi \cdot [1 - (1 + \hat{\eta})] + \hat{p}'\Big|_{\hat{y}=1} + We \cdot \hat{\eta}_{xx} = \frac{2}{Re} \cdot \hat{\Psi}_{xy}\Big|_{\hat{y}=1} \quad (2.4-21)$$

όπου οι δείκτες x και y συμβολίζουν παραγωγή ως προς x και y, αντίστοιχα. Επειδή η διαταραχή της πίεσης,  $\hat{p}'\Big|_{\hat{y}=1}$ , δεν είναι άμεσα γνωστή, παραγωγίζεται η εξ. (2.4-21) ως προς x:

$$\frac{3}{Re} \cdot \cot \varphi \cdot \hat{\eta}_x + \hat{p}''_x\Big|_{\hat{y}=1} + We \cdot \hat{\eta}_{xxx} = \frac{2}{Re} \cdot \hat{\Psi}_{xxy}\Big|_{\hat{y}=1} \quad (2.4-22)$$

και ο όρος  $\partial \hat{p}' / \partial \hat{x}\Big|_{\hat{y}=1}$  προκύπτει από την x-συνιστώσα της εξίσωσης N-S:

$$\frac{\partial \hat{u}^t}{\partial \hat{t}} + U \cdot \frac{\partial \hat{u}^t}{\partial \hat{x}} + u^t \cdot \frac{\partial U}{\partial \hat{x}} + v^t \cdot \frac{\partial U}{\partial \hat{y}} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} + \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{\partial^2 \hat{u}^t}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}^t}{\partial \hat{y}^2} \right)$$

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} = \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{\partial^2 \hat{u}^t}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}^t}{\partial \hat{y}^2} \right) - U \cdot \frac{\partial \hat{u}^t}{\partial \hat{x}} - v^t \cdot \frac{\partial U}{\partial \hat{y}} - \frac{\partial \hat{u}^t}{\partial \hat{t}}$$

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} = \frac{1}{Re} \cdot (\psi_{xxy} + \psi_{yyy}) - U \cdot \psi_{xy} - \psi_y \cdot \frac{\partial U}{\partial \hat{y}} - \frac{\partial \hat{u}^t}{\partial \hat{t}}$$

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} = \frac{1}{Re} \cdot \left[ (i \cdot \alpha)^2 \cdot f'(1) + f'''(1) \right] - \frac{3}{2} \cdot (i \cdot \alpha) \cdot f'(1) + (i \cdot \alpha \cdot \hat{c}) \cdot f'(1) \quad (2.4-23)$$

Από τις εξ. (2.4-22) και (2.4-23) προκύπτει:

$$f'''(1) + \alpha \cdot \left[ i \cdot Re \cdot \left( \hat{c} - \frac{3}{2} \right) - 3 \cdot \alpha \right] \cdot f'(1) - i \cdot \frac{\alpha}{\hat{c} - \frac{3}{2}} \cdot (3 \cdot \cot \varphi + \alpha^2 \cdot We \cdot Re) \cdot f(1) = 0 \quad (2.4-24)$$

#### 2.4.5 Σύνοψη εξισώσεων και συνοριακών συνθηκών

Η διαφορική εξίσωση (2.4-11) και οι συνοριακές συνθήκες που περιγράφονται από τις εξισώσεις (2.4-12), (2.4-20) και (2.4-24) ορίζουν το πρόβλημα ιδιοτιμών.

### 2.4.6. Λύση μεγάλου μήκους κύματος

Για την περίπτωση όπου το μήκος κύματος είναι μεγάλο σε σχέση με πάχος του υμένα, ή εναλλακτικά ο κυματαριθμός είναι μικρός, το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων μπορεί να επιλυθεί [Yih, 1963].

Έστω ότι ο κυματαριθμός είναι πολύ μικρότερος της μονάδας:

$$\alpha = \frac{2 \cdot \pi \cdot h_0}{L} \ll 1 \quad (2.4-25)$$

Οι άγνωστοι  $f(y)$  και  $c$  μπορούν να αναπτυχθούν ως προς  $\alpha$ :

$$f(\hat{y}) = f_0(\hat{y}) + \alpha \cdot f_1(\hat{y}) + \alpha^2 \cdot f_2(\hat{y}) + \dots \quad (2.4-26)$$

$$\hat{c} = \hat{c}_0 + \alpha \cdot \hat{c}_1 + \alpha^2 \cdot \hat{c}_2 + \dots \quad (2.4-27)$$

Αντικαθιστώντας στις εξισώσεις που αποτελούν το πρόβλημα και θεωρώντας ότι το πρόβλημα είναι πρώτης τάξης  $\mathcal{O}(\alpha^0)$  τότε η διαφορική εξίσωση και οι συνοριακές συνθήκες παίρνουν την παρακάτω μορφή:

$$f_0''' = 0 \quad (2.4-28)$$

$$f_0(0) = f_0'(0) = 0 \quad (2.4-29)$$

$$f_0''(1) - \frac{3}{\hat{c}_0 - \frac{3}{2}} \cdot f_0(1) = 0 \quad (2.4-30)$$

$$f_0''(1) = 0 \quad (2.4-31)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει:

$$f_0(\hat{y}) = B \cdot \hat{y}^2 \quad (2.4-32)$$

$$\hat{c}_0 = 3 \quad (2.4-33)$$

όπου  $B$  είναι μια αυθαίρετη σταθερά, ανάλογη της έντασης της διαταραχής.

Το πρόβλημα τάξης  $\alpha$ ,  $\mathcal{O}(\alpha^1)$ , αντίστοιχα περιγράφεται από τις επόμενες εξισώσεις:

$$f_1''' = i \cdot \text{Re} \cdot \left[ \left( 3 \cdot \hat{y} - \frac{3}{2} \cdot \hat{y}^2 - \hat{c}_0 \right) \cdot f_1'' + 3 \cdot f_1 \right] = 6 \cdot i \cdot B \cdot \text{Re} \cdot (\hat{y} - 1) \quad (2.4-34)$$

$$f_1(0) = f_1'(0) = 0 \quad (2.4-35)$$

$$\alpha \cdot f_1''(1) - \frac{3}{\hat{c}_0 + \alpha \cdot \hat{c}_1 + \dots - \frac{3}{2}} \cdot [f_0(1) + \alpha \cdot f_1(1) + \dots] = 0 \quad (2.4-36)$$

$$f_1'''(1) = i \cdot B \cdot (2 \cdot \cot \varphi - 3 \cdot \text{Re}) \quad (2.4-37)$$

Στην εξ. (2.4-36) είναι:

$$\frac{3}{\hat{c}_0 + \alpha \cdot \hat{c}_1 + \dots - \frac{3}{2}} = \frac{3}{3 + \alpha \cdot \hat{c}_1 - \frac{3}{2}} = \frac{2}{1 + \frac{2}{3} \cdot \alpha \cdot \hat{c}_1} = 2 \cdot \left( 1 - \frac{2}{3} \cdot \alpha \cdot \hat{c}_1 \right)$$

οπότε η συνοριακή συνθήκη γίνεται:

$$f_1''(1) - 2 \cdot f_1(1) + \frac{4}{3} \cdot \hat{c}_1 \cdot f_0(1) = 0 \Rightarrow f_1''(1) - 2 \cdot f_1(1) = -\frac{4}{3} \cdot \hat{c}_1 \cdot B \quad (2.4-38)$$

Το πρόβλημα τάξης  $\vartheta(\alpha^1)$  έχει λύση της μορφής:

$$f_1(y) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot y + \alpha_2 \cdot y^2 + \alpha_3 \cdot y^3 + \alpha_4 \cdot y^4 + \alpha_5 \cdot y^5 \quad (2.4-39)$$

Με αντικατάσταση στη διαφορική εξίσωση (2.4-34) προκύπτει:

$$\alpha_4 = -\frac{i \cdot B}{4} \cdot \text{Re} \quad \alpha_5 = \frac{i \cdot B}{20} \cdot \text{Re}$$

και από τη συνοριακή συνθήκη της εξ. (2.4-35):

$$\alpha_0 = \alpha_1 = 0$$

Έστω, ότι  $\alpha_2 = D$  και  $\alpha_3 = E$ :

$$f_1(1) = D + E - \frac{i \cdot B \cdot \text{Re}}{5}$$

$$f_1''(1) = 2 \cdot D + 6 \cdot E - 2 \cdot i \cdot B \cdot \text{Re}$$

$$f_1'''(1) = 6 \cdot E - 3 \cdot i \cdot B \cdot \text{Re}$$

και οι συνοριακές συνθήκες (2.4-38) και (2.4-37) απαιτούν:

$$\left( \frac{4}{3} \cdot \hat{c}_1 - \frac{8}{5} \cdot i \cdot \text{Re} \right) \cdot B + 4 \cdot E = 0 \quad (2.4-40)$$

$$2 \cdot i \cdot \cot \varphi \cdot B - 6 \cdot E = 0 \quad (2.4-41)$$

Από τις εξισώσεις αυτές προκύπτει:

$$\hat{c}_1 = i \cdot \left( \frac{6}{5} \cdot \text{Re} - \cot \varphi \right) \quad (2.4-42)$$

Συνοψίζοντας τις λύσεις των δύο προβλημάτων που αναλύθηκαν παραπάνω:

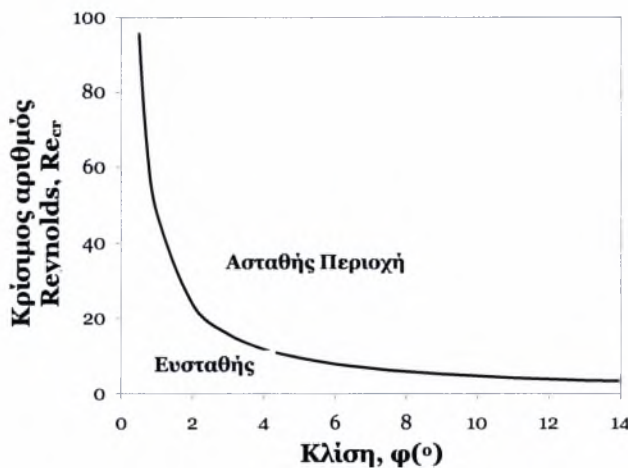


$$\hat{c} = 3 + i \cdot \alpha \cdot \left( \frac{6}{5} \cdot \text{Re} - \cot \varphi \right) + \dots \quad (2.4-43)$$

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, για να είναι η ροή ασταθής πρέπει να ισχύει:

$$c_i > 0 \Rightarrow \frac{6}{5} \cdot \text{Re} - \cot \varphi > 0 \Rightarrow \text{Re} = \text{Re}_{cr} > \frac{5}{6} \cdot \cot \varphi \quad (2.4-44)$$

Στη διεθνή βιβλιογραφία ο παράγοντας 5/6 ποικίλει ανάλογα με την ταχύτητα που θα επιλεγεί για να γίνει η αδιαστατοποίηση και τη θέση των αξόνων. Στο Σχήμα 2.4 απεικονίζεται γραφικά η εξάρτηση του κρίσιμου αριθμού Reynolds, δηλαδή του αριθμού εκείνου στον οποίο η ροή μεταπίπτει από ευσταθή σε ασταθή, ως προς τη γωνία κλίσης του επίπεδου τοιχώματος.



**Σχήμα 2.4.** Καμπύλη αστάθειας ροής υγρού υμένα.

Όταν ο αριθμός Re αυξηθεί πέρα από τον κρίσιμο για τη συγκεκριμένη κλίση, τότε η διαταραχή άπειρου μήκους παραμένει ουδέτερα ασταθής ενώ άλλη μικρότερου μήκους ( $\alpha_{cr}$ ) γίνεται η πλέον ασταθής. Έτσι, η ασταθής περιοχή καθορίζεται από δύο ουδέτερα ευσταθεί καμπύλες σε ένα διάγραμμα του κυματαριθμού,  $\alpha$ , ως προς τον αριθμό Reynolds. Η πρώτη είναι η γραμμή  $\alpha=0$  και η άλλη η καμπύλη  $\alpha_{cr}$ .

#### 2.4.7 Βιβλιογραφικές αναφορές

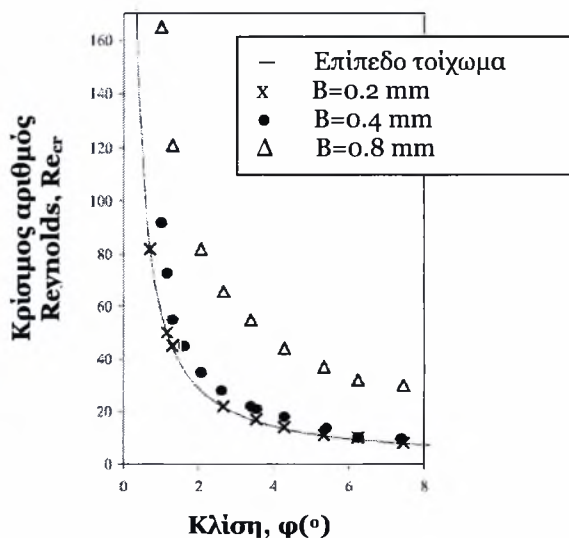
Οι πειραματικές εργασίες σχετικά με τη μελέτη της ευστάθειας της ροής υγρού υμένα σε κεκλιμένο επίπεδο κανάλι είναι ελάχιστες. Συγκεκριμένα, οι Liu et al. (1993) και οι Vlachogiannis and Bontozoglou (2002) επιβεβαίωσαν

πειραματικά την εξίσωση (2.4-44) για μικρές γωνίες κλίσης (έως  $10^\circ$ ), ενώ ως ρευστό χρησιμοποιήθηκε νερό ή διάλυμα νερού-γλυκερίνης.

Οι Liu et al. (1993) λόγω της πρακτικής δυσκολίας να εκτιμήσουν ποσοτικά την αστάθεια, η οποία λαμβάνει χώρα σε κυματαριθμό ίσο με το μηδέν, βρήκαν την καμπύλη ουδέτερης αστάθειας  $f_{cr}(Re)$  και με μια διαδικασία προεκβολής υπολόγισαν τον κρίσιμο αριθμό Reynolds για μηδέν συχνότητα (άπειρο μήκος κύματος). Για το σκοπό αυτό χρησιμοποίησαν κεκλιμένο επίπεδο κανάλι μήκους 200 cm και πλάτους 50 cm.

## 2.5 Ροή υγρού υμένα σε περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα

Ακόμα πιο περιορισμένες είναι οι εργασίες σχετικά με την πειραματική μελέτη της ευστάθειας πάνω από περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα. Οι Vlachogiannis and Bontozoglou (2002) και οι Argyriadi et al. (2006) παρατήρησαν ότι για την περίπτωση ορθογωνικής διαμόρφωσης με μήκος κύματος  $L=12$  mm και τρία διαφορετικά ύψη διαμόρφωσης ( $B=0.2, 0.4, 0.8$  mm) η ροή σταθεροποιείται σε σχέση με την αντίστοιχη ροή σε επίπεδο τοίχωμα και συγκεκριμένα η σταθεροποιητική δράση είναι μεγαλύτερη για τοιχώματα με μεγαλύτερο ύψος διαμόρφωσης (Σχήμα 2.5).



Σχήμα 2.5. Ο ουδέτερος ευσταθής  $Re$  ως συνάρτηση της γωνίας κλίσης [Argyriadi et al., 2006].

Οι Wierschem and Aksel (2003) και οι Wierschem et al. (2002) χρησιμοποιώντας την ανάλυση της γραμμικής ευστάθειας για την περίπτωση

ροής Νευτωνικού υγρού υμένα σε κεκλιμένο ημιτονοειδές τοίχωμα βρήκαν πώς μεταβάλλεται η ευστάθεια της μόνιμης ροής σε σχέση με την αντίστοιχη ροή σε επίπεδο κανάλι. Πιο συγκεκριμένα, μελέτησαν υπολογιστικά την περίπτωση όπου το μήκος κύματος της διαμόρφωσης ήταν μεγαλύτερο από το πάχος του υμένα και κατέληξαν ότι ο κρίσιμος αριθμός Reynolds δίνεται από την εξίσωση:

$$\text{Re}_{cr} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{F_o^3} \cdot \left[ \cot(\varphi - \Theta) \cdot F_o^3 + \frac{1}{Bo} \cdot \left( k^2 \cdot F_o^8 + 17 \cdot \left( \frac{\partial F_o}{\partial X} \right)^2 \cdot F_o^4 \right) \right] \quad (2.4-45)$$

όπου  $\Theta$  : τοπική κλίση του τοιχώματος  
 $Bo$  : αριθμός Bond  
 $F_o$  : αδιάστατο τοπικό πάχος υμένα  
 $X$  : αδιάστατη συνιστώσα της  $x$  κατεύθυνσης

Για το  $F_o$  ισχύει:

$$F_o = \left( \frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi - \Theta)} \right)^{1/3} \quad (2.4-46)$$

ενώ οι αριθμοί Reynolds και Bond ορίστηκαν ως:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot u_{max} \cdot H}{\mu} \quad \text{και} \quad \text{Bo} = \left( \frac{L}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot \frac{\rho \cdot g \cdot \sin \varphi}{\sigma}$$

όπου  $u_{max}$  : μέγιστη ταχύτητα στην ελεύθερη επιφάνεια  
 $H$  : πάχος υμένα πάνω από επίπεδη πλάκα για ίδια παροχή  
 $L$  : μήκος κύματος της διαμόρφωσης του τοιχώματος  
 $\sigma$  : επιφανειακή τάση

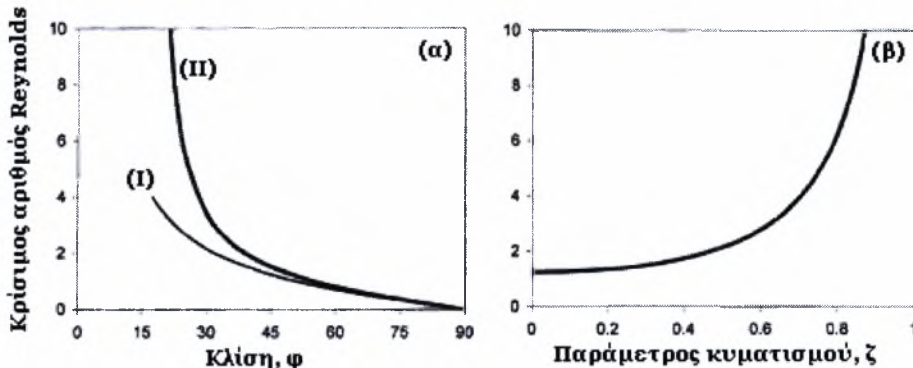
Ο χαρακτηρισμός του ημιτονοειδούς τοιχώματος έγινε χρησιμοποιώντας την παράμετρο κυματισμού (waviness) που ορίζεται με τη βοήθεια του μήκους κύματος,  $L$ , και του πλάτους,  $B$ , ως εξής:

$$\zeta = \frac{2 \cdot \pi \cdot B}{L} \quad (2.4-47)$$

Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι για την περίπτωση επίπεδης πλάκας ( $\Theta=0$ ) οι εξ. (2.4-45) και (2.4-46) συμπιπτουν με την εξίσωση (2.4-44). Για την περίπτωση ημιτονοειδούς τοιχώματος με μεγάλο μήκος κύματος προκύπτει ότι ο κρίσιμος αριθμός Reynolds είναι μεγαλύτερος (Σχήμα 2.6α) από τον αντίστοιχο για επίπεδη πλάκα όταν η γωνία κλίσης του καναλιού κυμαίνεται μεταξύ  $15^\circ$ - $90^\circ$ . Στο Σχήμα 2.6β απεικονίζεται η μεταβολή του κρίσιμου αριθμού Reynolds σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του τοιχώματος για συγκεκριμένη γωνία κλίσης

του καναλιού. Φαίνεται ότι η απόκλιση του κρίσιμου αριθμού από την τιμή του στο επίπεδο τοίχωμα ( $\zeta=0$ ) αυξάνει όσο αυξάνει η παράμετρος κυματισμού, δηλαδή όσο μεγαλύτερο είναι το πλάτος ή όσο μικρότερο το μήκος κύματος της διαμόρφωσης.

Οι Wierschem et al. (2005) χρησιμοποιώντας μια διαφορετική τεχνική (ανάλυση Floquet) κατέληξαν σχεδόν στην ίδια εξίσωση με προηγουμένως για τον κρίσιμο αριθμό Reynolds. Επιπλέον, πραγματοποίησαν πειράματα σε κανάλι πλάτους περίπου 0.25 mm και το οποίο αποτελούταν από ένα επίπεδο μέρος και ένα διαμορφωμένο. Το διαμορφωμένο τοίχωμα αποτελούταν από τρία όμοια ημιτονοειδή κύματα με μήκος κύματος 300 mm και πλάτος 15 mm. Ως υγρή φάση χρησιμοποιήθηκαν ρευστά μεγάλου ιξώδους (μεγαλύτερο από 46 cS), ενώ οι γωνίες που εξετάστηκαν ήταν μεγαλύτερες από 15°.



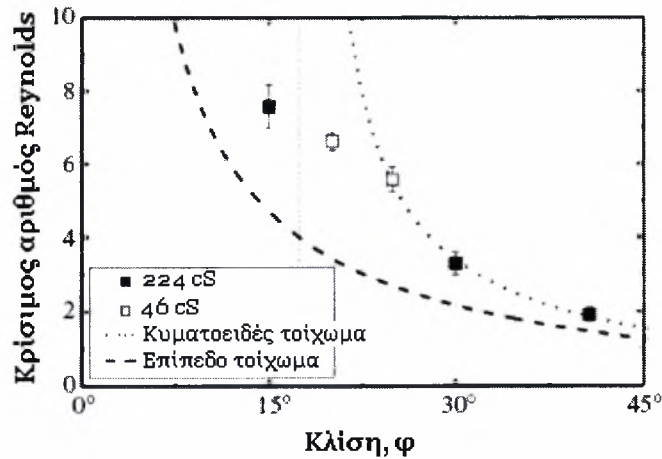
**Σχήμα 2.6.** (α) Κρίσιμος αριθμός Reynolds όπως προκύπτει από την εξ. (2.4-45) ως συνάρτηση της κλίσης του καναλιού για επίπεδο τοίχωμα (I) και για ημιτονοειδές τοίχωμα (II) με  $\zeta=2\pi \times 0.05$ , (β) Κρίσιμος αριθμός Reynolds όπως προκύπτει από την εξ. (2.4-45) ως συνάρτηση της παραμέτρου  $\zeta$ , για  $\varphi=45^\circ$ . [Wierschem and Aksel, 2003].

Στο Σχήμα 2.7 απεικονίζονται τα πειραματικά αποτελέσματα και η πρόβλεψη της θεωρίας για τον κρίσιμο αριθμό Reynolds ως συνάρτηση της γωνίας κλίσης του καναλιού. Για γωνίες μεγαλύτερες από 25° η θεωρία προβλέπει αρκετά ικανοποιητικά τα πειραματικά δεδομένα.

Ο λόγος που οι δύο προαναφερθείσες θεωρίες δεν μπορούν να προβλέψουν τον κρίσιμο αριθμό για μικρές γωνίες είναι ότι η τοπική γωνία κλίσης ( $\varphi-\Theta$ ) τείνει στο μηδέν. Στο Σχήμα 2.7 απεικονίζεται με μια κάθετη γραμμή και το όριο πάνω από το οποίο δεν υπάρχει η ιδιορρυθμία αυτή.

Τόσο τα πειράματα που έχουν διεξαχθεί μέχρι σήμερα σε ορθογωνικό και σε ημιτονοειδές τοίχωμα όσο και οι υπολογιστικές προβλέψεις φανερώνουν μια

τάση αύξησης του κρίσιμου αριθμού Reynolds σε σχέση με τον αντίστοιχο αριθμό για ροή πάνω από επίπεδη πλάκα. Ωστόσο ποσοτική σύγκριση των αποτελεσμάτων που αναφέρθηκαν παραπάνω δεν μπορεί να γίνει εξαιτίας των διαφορετικών διαμορφώσεων και πειραματικών συνθηκών.



**Σχήμα 2.7.** Πειραματικός και υπολογιστικός κρίσιμος αριθμός Reynolds ως συνάρτηση της γωνίας κλίσης [Wierschem et al., 2005].

---

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ

# 3

---

---

## ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

---

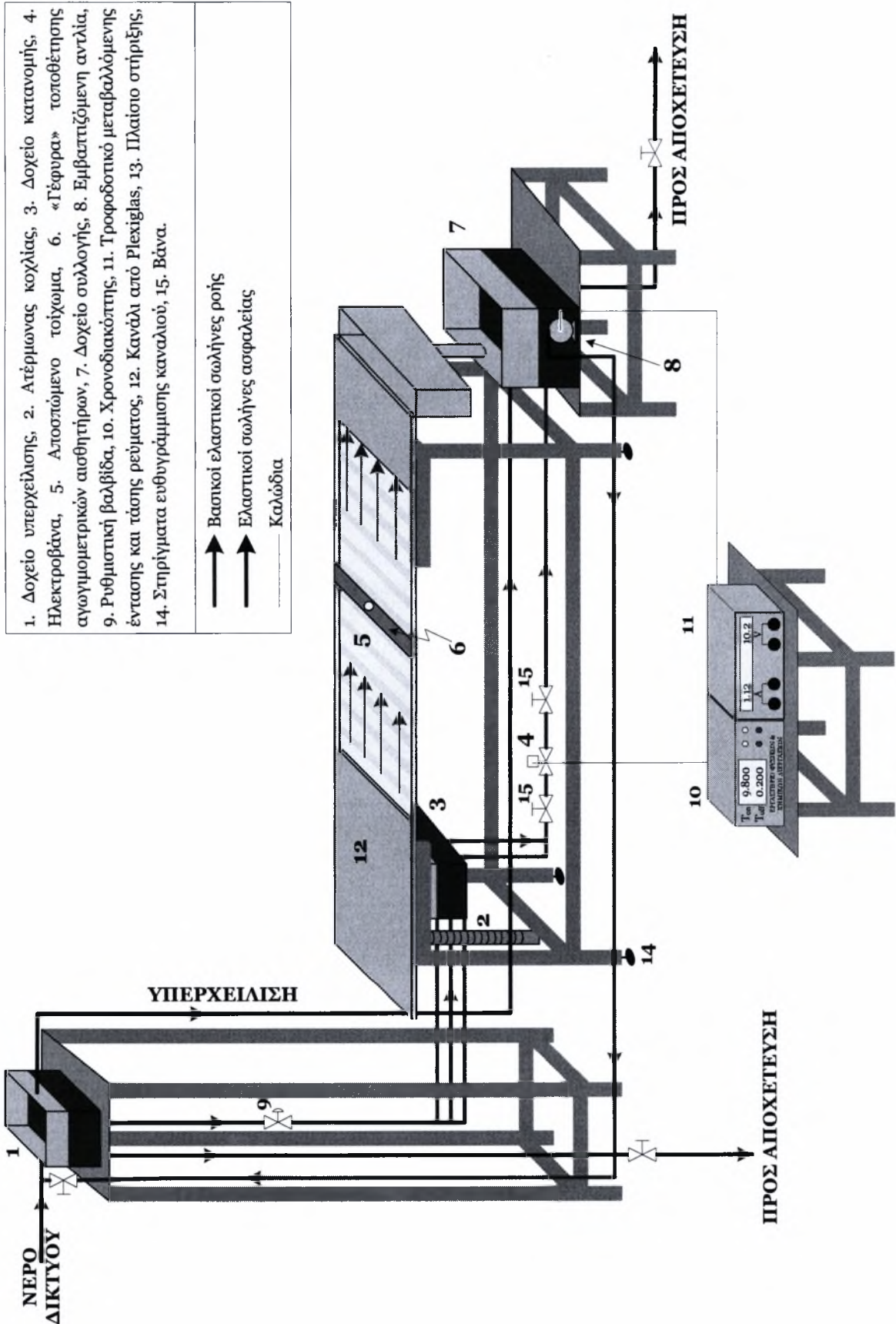
Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται η πειραματική μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για τη μελέτη της ροής λεπτού υμένα υγρού πάνω από κεκλιμένο τοίχωμα. Αρχικά, περιγράφεται η διάταξη στην οποία πραγματοποιήθηκαν τα πειράματα καθώς και το σύστημα εισαγωγής των διαταραχών. Στη συνέχεια αναφέρονται τα είδη των διαλυμάτων που χρησιμοποιήθηκαν και ο τρόπος με τον οποίο προσδιορίστηκαν οι φυσικές τους ιδιότητες. Ακολουθεί η παρουσίαση της μεθόδου συλλογής των πειραματικών δεδομένων με την αγωγιμομετρική τεχνική και η διαδικασία επεξεργασίας τους τόσο για την περίπτωση της ροής πάνω από επίπεδο τοίχωμα όσο και για την περίπτωση της ροής πάνω από περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα.

### **3.1 Πειραματική διάταξη**

#### *3.1.1 Κανάλι ροής*

Η πειραματική διάταξη [Βλαχογιάννης, 2001] απεικονίζεται στο Σχήμα

**3.1. Στόχος της συσκευής είναι να τροφοδοτεί με ρευστό μια επιφάνεια, η οποία**



Σχήμα 3.1. Πειραματική διάταξη.

έχει τη δυνατότητα να παίρνει κλίση. Με τον τρόπο αυτό είναι εφικτή η μελέτη της ροής. Το βασικό μέρος της συσκευής είναι ένα κανάλι (12)<sup>1</sup>, πλάτους 25 cm και μήκους 80 cm, πάνω στο οποίο ρέει το υγρό. Το κομμάτι αυτό της συσκευής, όπως και τα περισσότερα μέρη της διάταξης, είναι κατασκευασμένα από Plexiglas ώστε να είναι ορατή η ροή από όλες τις πλευρές και να επιτρέπεται ο οπτικός έλεγχος. Μέρος της βάσης του καναλιού (5) είναι αποσπώμενο, αποτελούμενο από πλάκα πλάτους 25 cm και μήκους 50 cm. Πάνω σε αυτή την πλάκα γίνονται οι μετρήσεις. Κατά την μελέτη της επίδρασης της γεωμετρίας του τοιχώματος, η πλάκα αυτή αντικαθίσταται από άλλες με την επιθυμητή μορφολογία επιφάνειας (π.χ. περιοδικό τοίχωμα).

Η κλίση του καναλιού ρυθμίζεται με την βοήθεια ενός ατέρμονα κοχλία (2). Η γωνία που σχηματίζει το κανάλι με το οριζόντιο επίπεδο μπορεί να μεταβληθεί από 0° έως 67°. Στα πειράματα της παρούσας εργασίας, η κλίση κυμάνθηκε από 1°-12°.

Η λειτουργία της συσκευής περιγράφεται συνοπτικά ως εξής: Αρχικά κατάλληλο ρευστό τοποθετείται στο δοχείο συλλογής (7). Το ρευστό αυτό, με τη βοήθεια μιας εμβολιζόμενης αντλίας (8), οδηγείται στο δοχείο υπερχειλίσσης (1). Από εκεί εξαιτίας της υψομετρικής διαφοράς και λόγω του βάρους του, το ρευστό ρέει μέσω ενός συστήματος ελαστικών σωλήνων προς το δοχείο κατανομής (3), με το οποίο επιτυγχάνεται ομοιόμορφη κατανομή του ρευστού στο τμήμα μετρήσεων του καναλιού (5). Στη συνέχεια, το ρευστό επιστρέφει στο δοχείο συλλογής για να ακολουθήσει την ίδια διαδρομή. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο λόγος που χρησιμοποιήθηκε το συγκεκριμένο είδος αντλίας είναι ότι η χρήση οποιασδήποτε εξωτερικής αντλίας θα είχε ως αποτέλεσμα τη πιθανή δημιουργία κραδασμών, γεγονός που πιθανόν να επηρέαζε τις μετρήσεις.

Η παροχή του ρευστού ελέγχεται από μια ρυθμιστική βαλβίδα (9), η οποία παρεμβάλλεται ανάμεσα στο δοχείο υπερχειλίσσης και το δοχείο κατανομής. Πιο συγκεκριμένα, ρυθμίζεται τη βαλβίδα σε μια ορισμένη θέση και η παροχή προσδιορίζεται μετρώντας το βάρος του ρευστού που εξέρχεται από το κανάλι. Με τη μέθοδο της δοκιμής και σφάλματος επιτυγχάνεται η επιθυμητή παροχή. Επειδή η όλη κίνηση οφείλεται στην υψομετρική διαφορά του υγρού, σταθερή στάθμη στο δοχείο υπερχειλίσσης εξασφαλίζει και σταθερή παροχή.

---

<sup>1</sup> Η αρίθμηση αναφέρεται στο Σχήμα 3.1



Πάνω από το τοίχωμα μετρήσεων έχουν τοποθετηθεί εγκάρσια της ροής τρεις «γέφυρες»(6) στην αρχή, στη μέση και στο τέλος του αποσπώμενου μέρους του καναλιού. Σε κάθε μία από τις γέφυρες έχει προσαρμοστεί κατάλληλο αισθητήριο για τη μέτρηση της αγωγιμότητας. Το σύστημα αυτό θα περιγραφεί αναλυτικά στη συνέχεια.

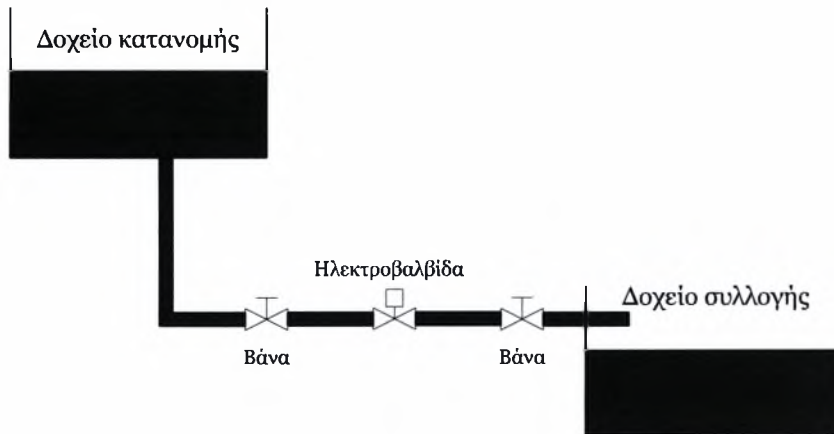
### *3.1.2 Σύστημα δημιουργίας εξωτερικά επιβαλλόμενης διαταραχής*

Το διαθέσιμο μήκος του καναλιού περιορίζει τη μελέτη της εξέλιξης των φυσικά δημιουργούμενων διαταραχών. Η επιβολή εξωτερικής διαταραχής συγκεκριμένης συχνότητας δίνει τη δυνατότητα μετάβασης σε μια περιοχή ροής στην οποία θα εξελισσόταν η ροή υγρού υμένα σε ένα κανάλι μεγαλύτερου μήκους υπό την επίδραση μόνο του φυσικού θορύβου. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε ένα σύστημα by-pass με ηλεκτροβαλβίδα (4).

Η διαταραχή δημιουργείται με τη βοήθεια μιας χρονιζόμενης ηλεκτροβαλβίδας (ON/OFF). Για το σκοπό αυτό ενώθηκε το δοχείο συλλογής, μέσω ενός ελαστικού σωλήνα, με το δοχείο κατανομής (Σχήμα 3.2). Μέσω της παράκαμψης αυτής ένα μέρος από το υγρό που βρίσκεται στο δοχείο κατανομής οδηγείται στο δοχείο συλλογής χωρίς να περάσει από την κεκλιμένη πλάκα του καναλιού. Στην παράκαμψη αυτή παρεμβάλλεται η ηλεκτροβαλβίδα. Ένας χρονοδιακόπτης ρυθμίζει το άνοιγμα και το κλείσιμο της ηλεκτροβαλβίδας. Όταν η ηλεκτροβαλβίδα είναι ανοιχτή μια ποσότητα υγρού περνάει άμεσα προς το δοχείο συλλογής. Όταν όμως είναι κλειστή, η ποσότητα αυτή του υγρού οδηγείται μέσω της κεκλιμένης πλάκας στο δοχείο συλλογής. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η εξωτερικά επιβαλλόμενη αυξομείωση του πάχους του υμένα με το χρόνο (κύμα στην αρχή του καναλιού). Δηλαδή, το περιοδικό φράξιμο της παράκαμψης αυτής προκαλεί διαταραχή στην είσοδο του καναλιού με μορφή υδραυλικού άλματος. Το υδραυλικό αυτό άλμα διαχωρίζεται κατάντη της ροής εξαιτίας των μη-γραμμικών αλληλεπιδράσεων και δημιουργεί μια σειρά μοναχικών κυμάτων.

Το μέγεθος της παραγόμενης διαταραχής μπορεί να ρυθμιστεί από τον λόγο των χρονικών διαστημάτων που η δίοδος μένει ανοιχτή και κλειστή και από την ποσότητα του ρευστού που επιτρέπεται να περνάει διαμέσου του by-pass. Η ποσότητα αυτή ρυθμίζεται από τις βάνες (15) που βρίσκονται

εκατέρωθεν της ηλεκτροβαλβίδας. Επίσης, ρυθμίζοντας τον συνολικό χρόνο του φαινομένου, μπορούμε να ρυθμίσουμε την συχνότητα της διαταραχής. Το σύστημα διαταραχής που περιγράφηκε μπορεί να παράγει συχνότητες διαταραχής από 0.1 Hz έως και 5 Hz.



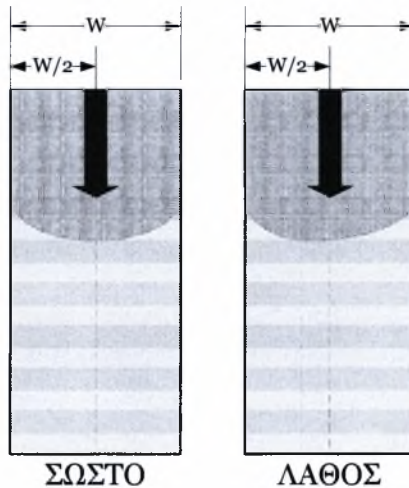
Σχήμα 3.2. Σύστημα διαταραχής.

### 3.1.3 Ευθυγράμμιση καναλιού ροής

Ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες στη ροή υγρού υμένα σε κεκλιμένο κανάλι είναι η ευθυγράμμιση του καναλιού. Για το σκοπό αυτό έχουν τοποθετηθεί στο πλαίσιο που στηρίζεται το κανάλι κατάλληλα περιστρεφόμενα στηρίγματα (14), τα οποία δίνουν τη δυνατότητα μετακίνησης ολόκληρου του συστήματος προς τα πάνω ή προς τα κάτω.

Προκειμένου να ρυθμιστεί και να ελεγχθεί η ευθυγράμμιση του καναλιού ακολουθείται η εξής διαδικασία: Ρυθμίζεται η παροχή του ρευστού ώστε ο υμένας στο κανάλι να είναι σταθερός χωρίς την ύπαρξη εξωτερικής διαταραχής. Η περίοδος του χρονοδιακόπτη και το μέγεθος της παραγόμενης διαταραχής καθορίζονται σε μέτριο μέγεθος. Χαρακτηριστικές τιμές είναι περίπου 3.8 s ανοικτή και 0.2 s κλειστή η ηλεκτροβαλβίδα, ενώ ρυθμίζεται και η βάνα που βρίσκεται με την ηλεκτροβαλβίδα. Αξίζει να σημειωθεί ότι η εκτίμηση του μεγέθους της διαταραχής στο σημείο αυτό είναι ποιοτική. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται πάνω στο τοίχωμα ένα μέτωπο της υγρής φάσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.3. Σωστή ευθυγράμμιση συνεπάγεται ότι η κορυφή του μετώπου θα βρίσκεται στο κέντρο του τοιχώματος. Σε αντίθετη περίπτωση ρυθμίζονται ανάλογα τα στηρίγματα. Δηλαδή στην περίπτωση, όπως αυτή του σχήματος 3.3,

όπου το μέτωπο είναι μετατοπισμένο προς τα αριστερά, δηλώνει ότι περισσότερη μάζα ρευστού βρίσκεται στην πλευρά αυτή οπότε το σημείο αυτό είναι πιο ψηλά από το αντίστοιχο σημείο της δεξιάς πλευράς και πρέπει είτε να ανυψωθεί το σημείο αυτό ή να μειωθεί το ύψος από τη δεξιά πλευρά. Η διαδικασία αυτή ακολουθείται μέχρι η κορυφή του κύματος να βρίσκεται στο κέντρο του τοιχώματος σε όλο το μήκος της πλάκας.



Σχήμα 3.3. Μέτωπο κύματος.

Προκειμένου να είναι πιο εύκολα αντιληπτό το μέτωπο του κύματος το ρευστό χρωματιζόταν. Πιο συγκεκριμένα, προστίθονταν μικρή ποσότητα κατάλληλης χρωστικής ουσίας (ουρανίνη–sodium salt of fluorescein), η οποία έχει την ιδιότητα να φθορίζει κάτω από την επίδραση υπεριώδους φωτός εκπέμποντας ορατό πράσινο-κίτρινο φως σε κεντρικό μήκος κύματος 525-580 nm. Η ουσία αυτή έχει βρεθεί ότι αναμιγνύεται και δεν επηρεάζει τις φυσικές ιδιότητες των ρευστών που χρησιμοποιούνται στην εργασία.

Λόγω της ευαισθησίας του συγκεκριμένου συστήματος στήριξης του καναλιού και της έντονης επίδρασης κακής ευθυγράμμισης στις πειραματικές μετρήσεις η ευθυγράμμιση του ελεγχόταν στην αρχή κάθε μέρας, μετά την αλλαγή κλίσης του καναλιού και μετά από αλλαγή τοιχώματος.

### 3.2 Ιδιότητες ρευστών

Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν με νερό και διαλύματα υψηλότερου ιξώδους. Ως διαλύματα υψηλότερου ιξώδους χρησιμοποιήθηκαν διαλύματα

νερού-γλυκερίνης. Στα πειράματα με νερό τα φαινόμενα εξελίσσονται αρκετά γρήγορα. Έτσι, για την περίπτωση όπου επιθυμητή είναι η μελέτη των φαινομένων σε χαμηλές γωνίες κλίσης ιδανικό ρευστό για τα πειράματα είναι το νερό. Αντίθετα, σε μεγαλύτερες γωνίες κλίσης, η χρήση νερού έχει ως αποτέλεσμα αφενός την πολύ γρήγορη εξέλιξη των φαινομένων πολύ κοντά στην αρχή του καναλιού και αφετέρου την εμφάνιση τρισδιάστατων ασταθειών, οι οποίες επηρεάζουν τη ροή. Αύξηση του ιξώδους του ρευστού έχει ως αποτέλεσμα την επιβράδυνση της ανάπτυξης των δομών και της εξαφάνισης των τρισδιάστατων ασταθειών ακόμα και σε σχετικά μεγάλες γωνίες και αριθμούς Re. Βέβαια η προσθήκη μεγάλου ποσοστού γλυκερίνης θα είχε ως αποτέλεσμα την πολύ αργή εξέλιξη των φαινομένων και σ' αυτή την περίπτωση το μήκος του καναλιού δεν θα ήταν αρκετό για να αναπτυχθούν πλήρως. Οπότε, η επιλογή του ρευστού πρέπει να είναι προσεκτική ώστε να μην εξαχθούν εσφαλμένα συμπεράσματα για την εξέλιξη της ροής.

Στο σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι έχει βρεθεί πειραματικά [Vlachogiannis and Bontozoglou, 2002] ότι η τιμή του κρίσιμου αριθμού Re συμφωνεί για την περίπτωση που στις ίδιες συνθήκες χρησιμοποιηθούν είτε διαλύματα γλυκερίνης-νερού (μέχρι 30% κ.β.) είτε νερό. Η ταύτιση αυτή οδήγησε στο συμπέρασμα ότι το όριο ευστάθειας χαρακτηρίζεται από τον αριθμό Reynolds και όχι από τον αριθμό Kapitza, ο οποίος δίνει πληροφορίες για το είδος του ρευστού.

Βρέθηκε ότι η πειραματική τεχνική που θα χρησιμοποιηθεί λειτουργεί για την περίπτωση που η αγωγιμότητα του ρευστού είναι μεταξύ 300-1000  $\mu\text{S}$ . Σε αρκετές περιπτώσεις εξαιτίας της μεγάλης αγωγιμότητας του νερού δικτύου (~2000  $\mu\text{S}$ ) χρησιμοποιήθηκε απεσταγμένο νερό. Επίσης, εξαιτίας του γεγονότος ότι η γλυκερίνη δεν είναι ιδιαίτερα αγωγίμη υπήρχαν περιπτώσεις όπου ήταν απαραίτητη η αύξηση της αγωγιμότητας των διαλυμάτων νερού-γλυκερίνη. Αυτό επιτυγχανόταν με την προσθήκη μικρής ποσότητας αλατιού στο διάλυμα.

Επομένως, χρησιμοποιήθηκαν νερό και διαλύματα νερού-γλυκερίνης με διάφορες συγκεντρώσεις (10-40% κ.β. γλυκερίνη). Ο προσδιορισμός του ιξώδους των διαλυμάτων νερού-γλυκερίνης γινόταν με τη χρήση ενός ιξωδομέτρου τριχοειδούς σωλήνα. Το κινηματικό ιξώδες,  $\nu$  (cSt), προσδιοριζόταν μετρώντας το χρόνο,  $t$  (s), που απαιτούνταν για να διανύσει τον τριχοειδή σωλήνα

συγκεκριμένη ποσότητα διαλύματος και χρησιμοποιώντας την εξίσωση του κατασκευαστή (Analís):

$$v = 0.03111 \cdot t \quad (3.1-1)$$

Η μέτρηση γινόταν πάντα τρεις φορές στην αρχή και το τέλος του πειράματος και λαμβανόταν ο μέσος όρος των χρόνων. Στη συνέχεια βάσει του ιξώδους και από κατάλληλους πίνακες της βιβλιογραφίας [Weast, 1975] (Παράρτημα) προσδιοριζόταν και η πυκνότητα και η συγκέντρωση του διαλύματος.

Για την περίπτωση των πειραμάτων με διάλυμα γλυκερίνης, σημαντικό είναι το γεγονός ότι, επειδή η τάση ατμών του νερού είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή της γλυκερίνης σε θερμοκρασία περιβάλλοντος, το νερό εξατμίζεται γρηγορότερα με αποτέλεσμα να αλλάζει η περιεκτικότητα σε γλυκερίνη. Αναγκαίος λοιπόν ήταν ο συχνός έλεγχος του ποσοστού της γλυκερίνης και η διόρθωσή του ώστε να παραμένει στα ίδια επίπεδα και να είναι σταθερές οι φυσικές ιδιότητες. Μετά από κάθε προσθήκη νερού ή γλυκερίνης είναι αναγκαία η διέλευση ενός χρονικού διαστήματος ώστε να αναμιχθούν τα δύο συστατικά και να ομογενοποιηθεί το διάλυμα.

Η μέτρηση της αγωγιμότητας γινόταν χρησιμοποιώντας ένα αγωγιμόμετρο (Consort C834). Για το σκοπό αυτό λαμβανόταν δείγμα από το κανάλι αρκετές φορές κατά τη διάρκεια του πειράματος.

Ένα πρόβλημα που παρουσιάζεται από τη χρήση της γλυκερίνης είναι ο εγκλωβισμός αέρα μέσα στο διάλυμα και η δημιουργία φυσαλίδων οι οποίες επηρεάζουν τη ροή. Αυτό το φαινόμενο παρατηρείται τόσο κατά την ανάμειξη των δυο συστατικών όσο και κατά τη διάρκεια του πειράματος, στα σημεία της συσκευής που υπάρχει έντονη τυρβώδη ροή. Στην πρώτη περίπτωση οι φυσαλίδες εξαφανίζονται με την πάροδο ενός χρονικού διαστήματος (20 με 30 λεπτά) έπειτα από την καλή ανάμειξη των συστατικών και τη σταθεροποίηση της ροής. Η δεύτερη περίπτωση αντιμετωπίζεται ομαλοποιώντας τη ροή σε όλα τα σημεία της συσκευής, π.χ. κατά την άντληση του ρευστού από το δοχείο συλλογής στο δοχείο υπερχειλίσσης, να μην πέφτει το ρευστό από ύψος στην ελεύθερη επιφάνεια.

Το πρόβλημα της μη καλής διαβροχής της επιφάνειας του καναλιού από το υγρό, το οποίο είναι δυνατό να παρουσιαστεί σε μεγάλες κλίσεις και μικρούς αριθμούς Re, αντιμετωπίζεται με την επάλειψη του καναλιού με το κολλώδες υλικό Sodium Silicate, το οποίο βρέθηκε ότι επηρεάζει ελάχιστα την

αγωγιμότητα των ρευστών (προκαλεί μικρή αύξηση). Τέλος για τον καθαρισμό της συσκευής χρησιμοποιείται υπεροξειδίο του υδρογόνου (Peridrol). Οι δύο τελευταίες ουσίες δεν επηρεάζουν τα μέρη της διάταξης.

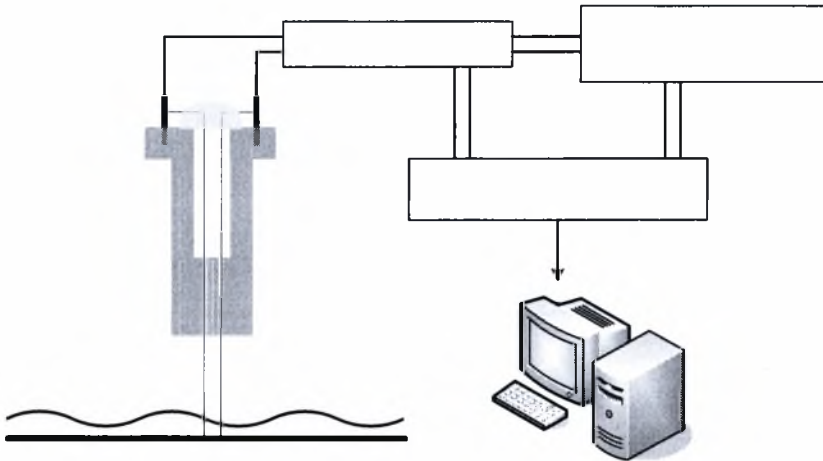
### 3.3 Αγωγιμομετρική τεχνική

Η αγωγιμομετρική τεχνική [Andritsos, 1986] χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση του πάχους της υγρής σπιβάδας και των διακυμάνσεων της. Η τεχνική στηρίζεται στο γεγονός ότι η αγωγιμότητα μεταξύ δύο παράλληλων μεταλλικών συρμάτων εξαρτάται από το ύψος του υγρού που βρίσκεται ανάμεσα τους. Στο Σχήμα 3.4 απεικονίζεται το μετρητικό που κατασκευάστηκε στο εργαστήριο και χρησιμοποιήθηκε για την εφαρμογή της τεχνικής. Το μετρητικό τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση υψηλής συχνότητας (25 kHz) ώστε να αποφευχθεί η ηλεκτρόλυση του νερού. Η μεταβολή της αγωγιμότητας μεταξύ των λεπτών μεταλλικών συρμάτων, λόγω της μεταβολής του πάχους της υγρής σπιβάδας, προκαλεί μεταβολές στο πλάτος του εναλλασσόμενου ρεύματος που τροφοδοτεί το κύκλωμα. Οι μεταβολές αυτές τροφοδοτούνται σε ειδικό ηλεκτρονικό αναλυτή και στη συνέχεια με τη βοήθεια κατάλληλης κάρτας συλλογής δεδομένων (Advantech PCI-1710HG, 16-bit) και προγράμματος που δημιουργήθηκε στο Εργαστήριο σε LabView αποθηκεύεται το εξερχόμενο από το μετρητικό σήμα (τάση DC ως προς χρόνο). Το αισθητήριο είναι κατασκευασμένο από Ertalon, ένα υλικό που επεξεργάζεται εύκολα και παρουσιάζει ικανοποιητική θερμική αντοχή, ενώ το σύρμα ήταν από χρωμονικέλιο διαμέτρου 0.4-0.5 mm. Για την τοποθέτηση των μετρητικών κατασκευάστηκαν κατάλληλες γέφυρες, οι οποίες τοποθετήθηκαν πάνω από το τοίχωμα σε 3 διαφορετικές θέσεις (στην αρχή, στη μέση και στο τέλος). Τέλος, υπάρχει η δυνατότητα της κατακόρυφης μετακίνησης του μετρητικού ώστε να τοποθετείται πολύ κοντά στο τοίχωμα.

Για την ταυτόχρονη λήψη και από τις τρεις θέσεις χρησιμοποιήθηκαν δύο αναλυτές (κάθε αναλυτής έχει δύο κανάλια εισόδου). Από ξεχωριστά πειράματα που έγιναν χρησιμοποιώντας ένα, δύο και τρία μετρητικά βρέθηκε ότι η ταυτόχρονη λειτουργία τους δεν επηρεάζει τις ενδείξεις που λαμβάνονται.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, βρέθηκε από πειράματα ότι η μέθοδος αυτή λειτουργεί ικανοποιητικά για τις περιπτώσεις όπου η αγωγιμότητα του ρευστού κυμαινόταν μεταξύ 300-1000  $\mu\text{S}$ . Από την αγωγιμότητα αυτή και

πάνω υπήρχαν προβλήματα που είχαν να κάνουν με τον αναλυτή και είχαν ως αποτέλεσμα παραμόρφωση του σήματος.



Σχήμα 3.4. Διάγραμμα συλλογής δεδομένων της αγωγιμομετρικής τεχνικής.

Αναλυτή

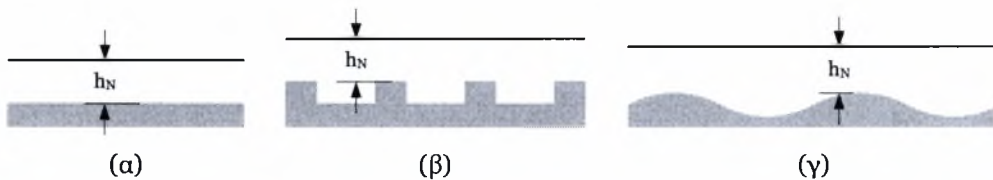
### 3.3.1 Βαθμονόμηση αγωγιμομετρικής τεχνικής

#### Αισθητήριο

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, το σήμα που αποθηκεύεται στον ηλεκτρονικό υπολογιστή είναι η μεταβολή της τάσης ως προς το χρόνο. Προκειμένου να μετατραπεί η τάση σε πάχος υμένα είναι απαραίτητο να γίνουν κάποια πειράματα σε τέτοιες συνθήκες όπου το πάχος του υμένα είναι γνωστό. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε η θεωρητική πρόβλεψη κατά Nusselt, η οποία προβλέπει το πάχος του υμένα για την περίπτωση που ο υμένας είναι ευσταθής. Έχει βρεθεί πειραματικά [Βλαχογιάννης, 2001] ότι για την περίπτωση ευσταθούς ροής πάνω από ορθογωνικό ή ημιτονοειδές τοίχωμα, όπως αυτά που θα μελετηθούν στη συγκεκριμένη εργασία, το πάχος που υπολογίζεται από τη λύση Nusselt αντιστοιχεί στο πάχος του υμένα από ένα ύψωμα του τοιχώματος έως την ελεύθερη επιφάνεια (Σχήμα 3.5).

Ρευστό

Τοί



Σχήμα 3.5. Πάχος υγρού υμένα κατά Nusselt για (α) επίπεδο, (β) ορθογωνικό και (γ) ημιτονοειδές τοίχωμα.

Η διαδικασία της βαθμονόμησης ήταν η εξής: Βάσει της γωνίας κλίσης του τοιχώματος υπολογιζόταν ο κρίσιμος αριθμός Reynolds για επίπεδο τοίχωμα από την εξ. (2.4-44). Για διάφορες (3-5) παροχές του ρευστού ( $Q_o$ , kg/s) καταγραφόταν το σήμα (Volt) για περίπου 20 s με ρυθμό δειγματοληψίας 100 Hz σε κάθε μετρητικό. Η επιλογή των παροχών καθοριζόταν από τον κρίσιμο αριθμό Reynolds και το είδος του τοιχώματος. Γενικά, γινόταν προσπάθεια οι παροχές που θα γινόταν η βαθμονόμηση να ήταν όσο το δυνατόν πιο κοντά στον κρίσιμο αριθμό Reynolds για το τοίχωμα που εξεταζόταν κάθε φορά. Από την παροχή υπολογιζόταν ο αριθμός Reynolds και το πάχος υμένα κατά Nusselt από τις εξισώσεις:

$$Re = \frac{Q_o}{W \cdot \rho \cdot v} \quad (3.1-2)$$

$$h_N = 10^6 \cdot \left( \frac{3 \cdot Re \cdot v^2}{g \cdot \sin \varphi} \right)^{1/3} \quad (3.1-3)$$

όπου  $W$  το πλάτος του καναλιού και  $h_N$  το πάχος του υμένα σε μm. Από τις τιμές τάσεις και το πάχος υμένα με μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων προκύπτουν οι γραμμικές σχέσεις που δίνουν την εξάρτηση του πάχους από την τάση και είναι της μορφής:

$$h_i = A \cdot V_i + B \quad (3.1-4)$$

όπου  $A$  και  $B$  σταθερές και ο δείκτης  $i$  αντιστοιχεί στα μετρητικά. Με τη βοήθεια της εξίσωσης αυτής οποιαδήποτε τάση μπορεί να μεταφραστεί σε πάχος υμένα.

Η διαδικασία βαθμονόμησης γινόταν στην αρχή κάθε πειράματος (για κάθε γωνία) και ορισμένες φορές στο τέλος του πειράματος. Με τον τρόπο αυτό ενδεχόμενα προβλήματα που μπορούσαν να προκύψουν από μεταβολή της αγωγιμότητας και από αλλαγή της ηλεκτρολογικής συνδεσμολογίας λαμβανόντουσαν υπόψη και δεν επηρέαζαν τις μετρήσεις.

### 3.4 Αναλυτική περιγραφή διαδικασίας διεξαγωγής πειραμάτων

Αρχικά, ανάλογα με την κλίση και ορισμένες φορές με την πλάκα, επιλέγεται το κατάλληλο ρευστό για τα πειράματα και εισάγεται στο δοχείο συλλογής. Συγκεκριμένα, για κλίσεις από 1.3°-3.4° το ρευστό είναι νερό



δικτύου ή απεσταγμένο νερό αγωγιμότητας 300-800  $\mu\text{S}$ , ενώ για κλίσεις έως  $12^\circ$  χρησιμοποιούνται διάφορα διαλύματα γλυκερίνης. Τις περισσότερες φορές τα πειράματα γλυκερίνης ξεκινάνε από τις  $5.4^\circ$  με ένα διάλυμα 10% κ.β. γλυκερίνη και ανάλογα με τα αποτελέσματα προστίθεται ποσότητα γλυκερίνης ώστε να είναι πιο σταθερός ο υμένας σε μεγαλύτερες γωνίες. Επίσης, στο ρευστό προστίθεται και μικρή ποσότητα χρωστικής ουσίας για την οπτικοποίηση της ροής.

Στη συνέχεια τίθεται σε λειτουργία η εμβαπτιζόμενη αντλία και αφήνεται το σύστημα να λειτουργήσει επί 30 min. Η αντλία ρυθμίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε η στάθμη στο δοχείο υπερχειλίσσης να είναι σταθερή. Κατά τη διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος τίθεται σε λειτουργία και η ηλεκτροβαλβίδα για 5 min για τα εισέλθει ρευστό σε όλους τους σωλήνες και να μην υπάρχει καθόλου αέρας.

Ακολουθεί το σημαντικότερο βήμα όλης της πειραματικής διαδικασίας, η ευθυγράμμιση του καναλιού. Σημαντική βοήθεια στην ευθυγράμμιση του καναλιού διαδραματίζει η χρωστική ουσία που έχει προστεθεί στο ρευστό. Ο τρόπος ευθυγράμμισης έχει περιγραφεί προηγουμένως.

Μετά την σταθεροποίηση της ροής και την ευθυγράμμιση ακολουθούν τα πειράματα βαθμονόμησης. Στα πειράματα αυτά αρχικά η παροχή ρυθμίζεται σε σχετικά μικρές τιμές και αυξάνεται σταδιακά μέχρι να φανεί κάποια διαταραχή λόγω φυσικού θορύβου στο λαμβανόμενο σήμα. Κύριος στόχος κατά τη διάρκεια βαθμονόμησης ήταν να ληφθούν σήματα όσο το δυνατόν πιο κοντά στον κρίσιμο αριθμό Reynolds. Μια πρωταρχική εκτίμηση του κρίσιμου  $Re$  γινόταν από τη διαθέσιμη βιβλιογραφία που αναφέρθηκε προηγουμένως.

Τέλος, μετά τη διεξαγωγή των πειραμάτων βαθμονόμησης τίθεται σε λειτουργία η ηλεκτροβαλβίδα με συχνότητα 0.1 Hz (περίοδο 10 s), συγκεκριμένα 9.8 s ανοικτή και 0.2 s κλειστή. Ενώ το ύψος της διαταραχής ρυθμίζεται κυρίως από τη βάνα που βρίσκεται μετά την ηλεκτροβαλβίδα. Η επιλογή της συχνότητας διαταραχής στηρίζεται στο γεγονός ότι πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη, θεωρητικά ίση με μηδέν [Liu et al., 1993]. Η τιμή στη πράξη θεωρείται αρκετά μικρή. Επίσης, μια σειρά πειραμάτων με διαφορετικές συχνότητες έδειξαν ότι από μια τιμή της και μετά ( $T=6-10$  s) τα αποτελέσματα είναι παρόμοια. Ανάμεσα στο εύρος αυτό επιλέχθηκε η τιμή των 10 s ώστε υπάρχει αρκετός χρόνος ανάμεσα σε δύο εισερχόμενες διαταραχές. Το ύψος και



η μορφή της διαταραχής καθορίζεται κυρίως από πειραματικούς περιορισμούς και τη γωνία κλίσης. Το ύψος της πρέπει οπωσδήποτε να είναι αρκετά μεγαλύτερο από την ακρίβεια της πειραματικής τεχνικής, η οποία είναι περίπου 10-15  $\mu\text{m}$ . Επίσης, όπως ορίζει και η θεωρία γραμμικής ευστάθειας, πρέπει να είναι μικρό σχετικά με το πάχος του υμένα, περίπου 5-10% του υμένα. Για την περίπτωση των μικρών κλίσεων, όπου το πάχος του υμένα μπορεί να φτάσει και το 1000  $\mu\text{m}$  αυτό είναι εφικτό να πραγματοποιηθεί. Όμως, όσο αυξάνει η γωνία τόσο μειώνει και το πάχος με αποτέλεσμα στις μεγάλες κλίσεις να μην επιτυγχάνεται να διατηρηθεί ο περιορισμός. Γενικά, το ύψος της διαταραχής κυμαίνεται μεταξύ 50-100  $\mu\text{m}$ . Ένας άλλος περιορισμός που ορίζει η θεωρία είναι ότι η διαταραχή πρέπει να είναι ημιτονοειδής, κάτι που δεν μπόρεσε να επιτευχθεί στην πράξη με το υπάρχον σύστημα διαταραχής.

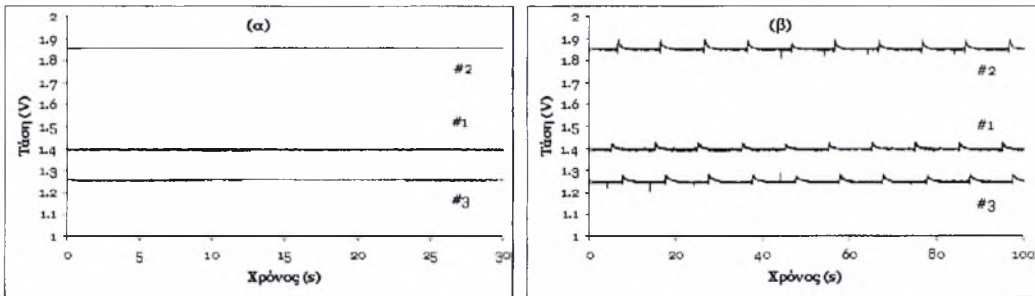
Ο χρόνος δειγματοληψίας κυμαίνεται μεταξύ 20-30 s για τις μετρήσεις βαθμονόμησης και για τα πειράματα είναι ίσος με 100 s, ενώ ο ρυθμός δειγματοληψίας είναι 100 Hz σε κάθε μετρητικό. Δηλαδή, για την περίπτωση των πειραμάτων όπου η περίοδος της διαταραχής είναι 10 s «συλλαμβάνονται» 10 περίοδοι. Η επιλογή του χρόνου έγινε ώστε να αποθηκεύονται αρκετοί περίοδοι και έτσι να ελέγχεται η επαναληπτικότητα των φαινομένων και να απορρίπτονται προβληματικές μετρήσεις. Οι συνηθέστεροι λόγοι για τους οποίους πειραματικά δεδομένα μπορεί να αποκλειστούν είναι η έντονη επίδραση του εξωτερικού θορύβου, η ύπαρξη κάποιας ακαθαρσίας ή φυσαλίδας στο πεδίο ροής και ο εσφαλμένος τρόπος λειτουργίας της ηλεκτροβαλβίδας.

### 3.5 Επεξεργασία δεδομένων

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, τα δεδομένα που αποθηκεύονται είναι χρονοσειρές τάσης. Στο Σχήμα 3.6 απεικονίζονται γραφικά οι μεταβολές της τάσης στα τρία μετρητικά για δυο διαφορετικές μετρήσεις. Η πρώτη αντιστοιχεί σε βαθμονόμηση και η δεύτερη σε συνθήκες πειράματος.

Προκειμένου τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από τα πειραματικά δεδομένα να είναι ορθά, πρέπει να επεξεργαστούν κατάλληλα. Πρώτο βήμα είναι να εφαρμοστούν κατάλληλα ψηφιακά φίλτρα ώστε να ελαχιστοποιηθεί η επίδραση κάποιων ανεπιθύμητων παραγόντων, όπως αυτών που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Με τη βοήθεια υπολογιστικών φίλτρων συσχετίζεται η τιμή κάθε

τάσης με τις αμέσως προηγούμενες και επόμενες τιμές. Τα φίλτρα αυτά μπορούν να εφαρμοστούν είτε κατευθείαν στα πειραματικά δεδομένα με την μορφή της τάσης είτε σε αυτά που θα προκύψουν μετά την εφαρμογή των εξισώσεων βαθμονόμησης ύψους-τάσης. Επιλέγεται να γίνει φιλτράρισμα των δεδομένων με τη μορφή υμένα.



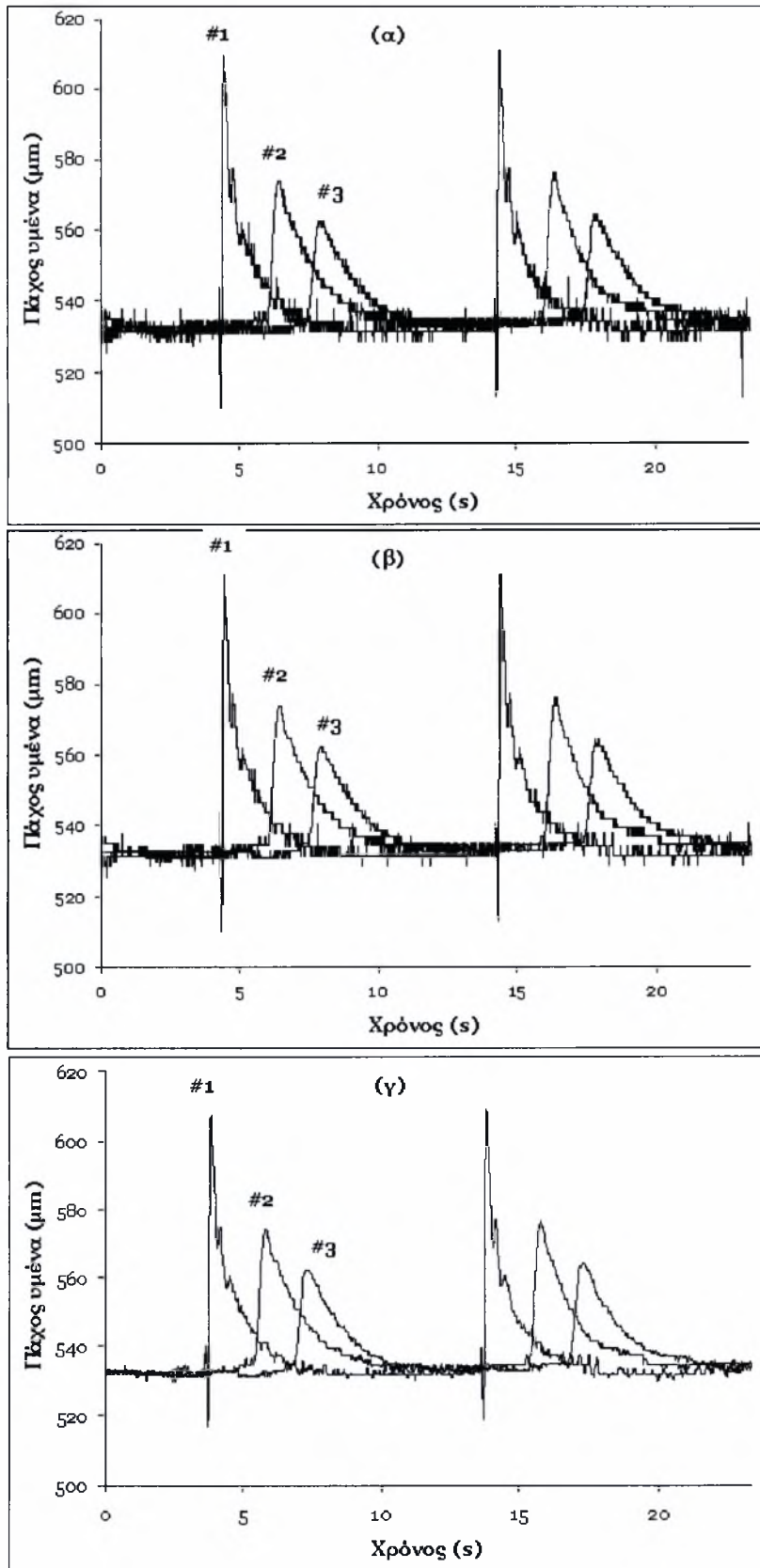
**Σχήμα 3.6.** Χαρακτηριστικές καμπύλες πειραματικών δεδομένων (α) βαθμονόμησης και (β) σε πειραματικές συνθήκες.

Συνεπώς, πρώτα πρέπει να βρεθούν οι καμπύλες βαθμονόμησης για κάθε μετρητικό. Στα δεδομένα βαθμονόμησης δεν εφαρμόζεται κάποιο φίλτρο, γιατί η τιμή της τάσης διατηρείται σταθερή σε ικανοποιητικό βαθμό. Για κάθε μέτρηση βρίσκεται το ύψος του υμένα από τη λύση Nusselt, εξ. (3.1-3), και ο μέσος όρος όλων των τιμών τάσης που έχουν αποθηκευτεί για κάθε μετρητικό. Οι δύο αυτές τιμές συσχετίζονται για κάθε μετρητικό και σε κάθε μέτρηση βαθμονόμησης. Από τα ζεύγη τιμών που προκύπτουν και με τη χρήση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων υπολογίζονται οι γραμμικές εξισώσεις ύψους-τάσης.

Στη συνέχεια οι εξισώσεις αυτές εφαρμόζονται σε όλα τα πειραματικά σημεία, οπότε προκύπτει η μεταβολή του ύψους του υμένα συναρτήσει του χρόνου. Ένα παράδειγμα τέτοιας μεταβολής παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.7α. Στα σημεία αυτά στη συνέχεια θα εφαρμοστούν δύο φίλτρα. Το πρώτο φίλτρο συγκρίνει μια τιμή με την αμέσως προηγούμενη και την αμέσως επόμενη. Αν η εξεταζόμενη τιμή δεν διαφέρει από τις δύο άλλες τιμές ή αν διαφέρει μέσα σε ένα όριο που κυμαίνεται μεταξύ 1-5  $\mu\text{m}$  τότε διατηρείται η αρχική τιμή. Σε αντίθετη περίπτωση αντικαθίσταται από την προηγούμενη. Εφαρμογή του φίλτρου αυτού στα σημεία του Σχήματος 3.7α δίνει τα σημεία του Σχήματος 3.7β. Με την εφαρμογή του συγκεκριμένου φίλτρου, όπως φαίνεται και από το σχήμα, επιτυγχάνεται η μείωση και ορισμένες φορές η εξάλειψη κορυφών

(ricks) που οφείλονται σε αστάθμητους παράγοντες. Το δεύτερο φίλτρο που χρησιμοποιείται είναι ο κινούμενος μέσος όρος πέντε τιμών. Συγκεκριμένα, κάθε τιμή αντικαθίσταται από το μέσο όρο των πέντε γειτονικών τιμών. Με τον τρόπο αυτό, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.8γ, μειώνεται η επίδραση του φυσικού θορύβου.

Όπως γίνεται φανερό, ο αριθμός των πειραματικών σημείων είναι πολύ μεγάλος (περίπου 13,000,000) οπότε κρίνεται αναγκαίο η αυτοματοποίηση της διαδικασίας επεξεργασίας τους.



**Σχήμα 3.7.** Απεικόνιση χρονικής μεταβολής του ύψους του υμένα για **(α)** τα «ακατέργαστα δεδομένα», **(β)** με την εφαρμογή του 1<sup>ου</sup> φίλτρου και του **(γ)** του 2<sup>ου</sup> φίλτρου.

---

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ

# 4

---

## ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

---

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα της ροής λεπτού υγρού υμένα πάνω σε περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα. Στόχος των πειραμάτων είναι η συστηματική μελέτη της επίδρασης της διαμόρφωσης (είδος και γεωμετρικά χαρακτηριστικά) και της κλίσης του τοιχώματος στον κρίσιμο αριθμό Reynolds. Επίσης, γίνεται μια προσπάθεια καταγραφής των χαρακτηριστικών των κυμάτων που δημιουργούνται κατάντη της ροής από την εισαγωγή διαταραχής σταθερής συχνότητας στην είσοδο του καναλιού.

Αρχικά μελετάται πειραματικά η ροή πάνω από επίπεδο τοίχωμα με στόχο την επιβεβαίωση της εξίσωσης που δίνει τη μεταβολή του κρίσιμου αριθμού Reynolds συναρτήσει της γωνίας κλίσης. Το γεγονός αυτό καθιστά αυτόματα ορθή τη λειτουργία της πειραματικής τεχνικής και των κριτηρίων που χρησιμοποιούνται για την εύρεση της μετάβασης από την ευσταθή στην ασταθή περιοχή. Στη συνέχεια, μελετώνται υπολογιστικά τα λεπτομερή χαρακτηριστικά της γραμμικής ευστάθειας πάνω από επίπεδο τοίχωμα, με την αριθμητική επίλυση της εξίσωσης Orr-Sommerfeld. Η υπολογιστική προσέγγιση είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική αλλά δεν μπορεί εύκολα να επεκταθεί σε μη-επίπεδο τοίχωμα.

Έπειτα μελετάται πειραματικά η ροή πάνω από περιοδικά τοιχώματα με ποικιλία διαμορφώσεων. Εξετάζεται αν η ύπαρξη περιοδικής διαμόρφωσης στο τοίχωμα έχει σταθεροποιητική ή αποσταθεροποιητική επίδραση στον υμένα και ειδικότερα διερευνάται πώς επηρεάζεται η ευστάθεια από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διαμόρφωσης. Τέλος, δίνονται ορισμένα προκαταρκτικά αποτελέσματα των χαρακτηριστικών της ασταθούς ροής (ύψος και ταχύτητα κυμάτων) ως συνάρτηση του είδους και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της διαμόρφωσης του τοιχώματος.

#### **4.1 Ευστάθεια της ροής σε επίπεδο τοίχωμα**

##### *4.1.1 Πειράματα σε επίπεδο τοίχωμα*

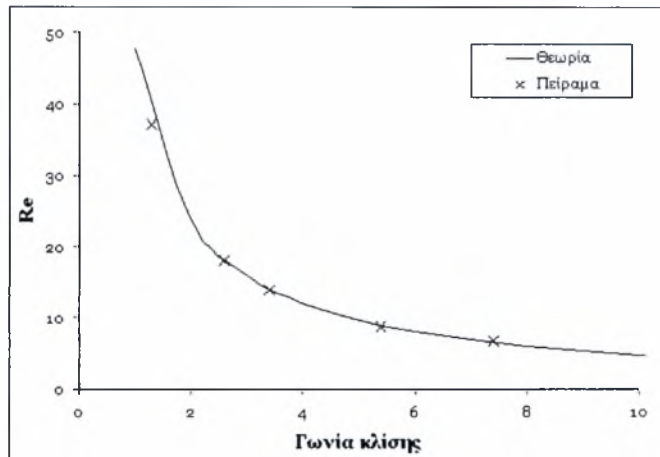
Είναι σημαντικό πριν τη μελέτη της ροής πάνω από περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα να εξεταστεί κατά πόσο η πειραματική μέθοδος λειτουργεί σωστά. Για το λόγο αυτό αρχικά χρησιμοποιείται επίπεδο τοίχωμα με στόχο την επιβεβαίωση της εξ. (2.4-44). που έχει προκύψει θεωρητικά από την επίλυση της εξίσωσης Orr-Sommerfeld.

Προκειμένου να μελετηθεί η ευστάθεια της ροής εισάγεται στην είσοδο του καναλιού διαταραχή συχνότητας 0.1 Hz και μελετάται η εξέλιξη του παραγόμενου κύματος κατά μήκος του καναλιού. Για την εύρεση του αριθμού Reynolds όπου η ροή μεταπίπτει από την ευσταθή στην ασταθή περιοχή χρησιμοποιήθηκαν τα εξής δύο κριτήρια:

- ▀ Αύξηση του ύψους του κύματος από τη μία θέση μέτρησης στην άλλη.
- ▀ Εμφάνιση και στις τρεις θέσεις μέτρησης μικρών τριχοειδών κυμάτων (capillary ripples) μπροστά από την απότομη πλευρά των μεγάλων κυμάτων (solitary wave).

Το ύψος του κύματος ορίστηκε ως η διαφορά μεταξύ του μέγιστου πάχους του υμένα και του ύψους του υποστρώματος.

Στο Σχήμα 4.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την περίπτωση της επίπεδης πλάκας. Φαίνεται ότι τόσο η πειραματική τεχνική όσο και ο τρόπος αξιολόγησης του ορίου μετάπτωσης είναι σωστά.



**Σχήμα 4.1.** Ο ουδέτερος ευσταθής αριθμός Reynolds ως συνάρτηση της γωνίας κλίσης για επίπεδο τοίχωμα.

#### 4.1.2 Αριθμητική επίλυση εξίσωσης Orr-Sommerfeld

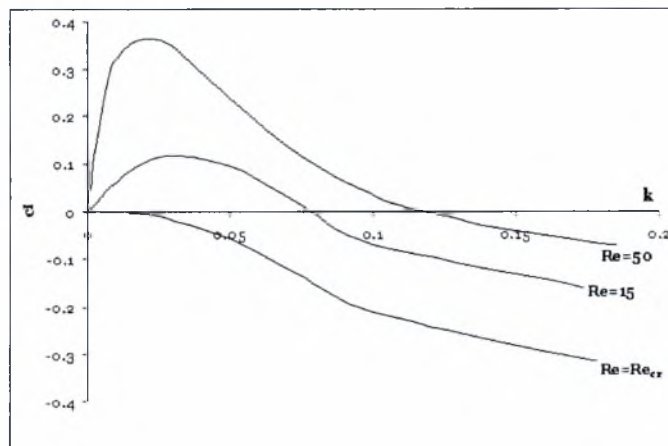
Η αριθμητική επίλυση της εξίσωσης Orr-Sommerfeld για την περίπτωση της ροής υγρού υμένα πάνω από επίπεδο τοίχωμα γίνεται με ανάλυση με ιδιομορφές σε κώδικα FORTRAN (Παράρτημα). Ο κώδικας αναπτύχθηκε στην αρχική του μορφή (ροή Poiseuille σε κανάλι) στο πλαίσιο του μεταπτυχιακού μαθήματος Θεωρία Θερμοϋδραυλικής Ευστάθειας, και εμπλουτίστηκε με τις συνοριακές συνθήκες για ελεύθερη επιφάνεια από τον κ. Μποντόζογλου. Στο πλαίσιο της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας ο κώδικας εφαρμόστηκε με σκοπό να προκύψουν τα λεπτομερή χαρακτηριστικά των λύσεων που προβλέπει η ανάλυση γραμμικής ευστάθειας. Ο κώδικας χρησιμοποιεί τη μέθοδο πεπερασμένων διαφορών για την επίλυση της εξίσωσης (2.3-17) με τις συνοριακές συνθήκες ((2.4-12) έως (2.4-16)) ως προς την βασική ροή (2.4-4). Οι ιδιοτιμές του συστήματος γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων που προκύπτουν από τη διακριτοποίηση βρίσκονται με χρήση της υπορουτίνας DGVLCG της IMSL.

Εκτελώντας τον κώδικα και δίνοντας ως δεδομένα τη γωνία κλίσης, τον αριθμό Reynolds, τον αριθμό Weber και τον αδιάστατο κυματαριθμό ( $k$ ) προκύπτουν οι ιδιοτιμές (πραγματικό,  $c_R$ , και φανταστικό μέρος,  $c_I$ ) της φασικής ταχύτητας. Από τα αποτελέσματα που προκύπτουν η πρώτη τιμή αντιστοιχεί στην λιγότερο ευσταθή ιδιομορφή. Δηλαδή, όταν η τιμή του φανταστικού μέρους της πρώτης τιμής είναι θετική και οι υπόλοιπες αρνητικές τότε η ροή είναι ασταθής, ενώ όταν όλες είναι αρνητικές τότε είναι ευσταθής.



Εφαρμόζοντας τον κώδικα για ένα συγκεκριμένο ζεύγος τιμών γωνίας κλίσης και αριθμού Weber, προκύπτουν καμπύλες του φανταστικού μέρους συναρτήσεως του κυματαριθμού για διάφορους αριθμούς  $Re$  (Σχήμα 4.2). Για σταθερό αριθμό  $Re$ , ο μηδενικός κυματαριθμός, που αντιστοιχεί σε διαταραχή άπειρου μήκους κύματος, είναι οριακά ασταθής. Μέγιστη ενίσχυση λαμβάνεται σε ενδιάμεσο κυματαριθμό, ενώ πάνω από μία οριακή τιμή οι διαταραχές είναι ευσταθείς. Από το σχήμα φαίνεται ότι, καθώς μειώνεται ο αριθμός Reynolds, η ευσταθής περιοχή περιορίζεται και κοντά στον κρίσιμο η περιοχή αυτή εξαφανίζεται.

Για την περίπτωση του Σχήματος 4.2 ο κρίσιμος αριθμός Reynolds είναι περίπου 9.5. Η τιμή αυτή, που επαληθεύει την εξ. (2.4-44), προκύπτει από τη χρήση του συγκεκριμένου κώδικα ξεκινώντας από έναν σχετικά υψηλό αριθμό Reynolds και μειώνοντας τον μέχρι όλες οι λύσεις που λαμβάνονται να είναι ευσταθείς (αρνητικό φανταστικό μέρος).

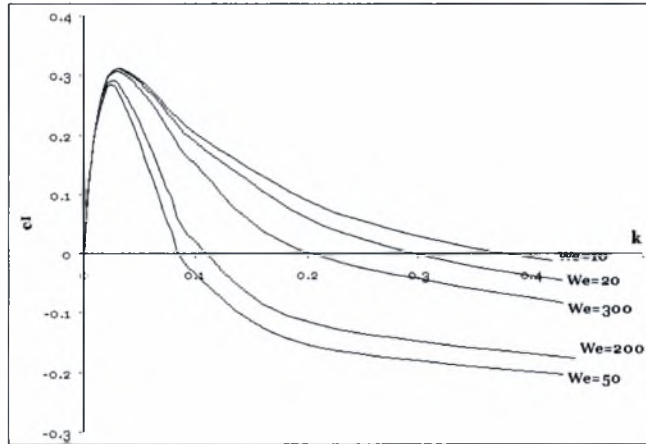


**Σχήμα 4.2.** Μεταβολή του φανταστικού μέρους της φασικής ταχύτητας για  $\varphi=5^\circ$ ,  $We=200$ .

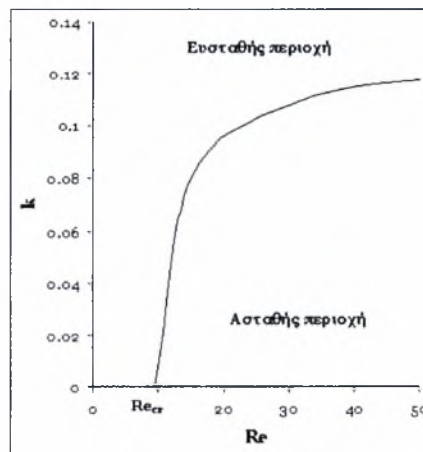
Διατηρώντας σταθερό τον αριθμό Reynolds και μεταβάλλοντας τον Weber προκύπτουν οι καμπύλες του Σχήματος 4.3. Όπως φαίνεται από το Σχήμα 4.3, μείωση του αριθμού Weber έχει ως αποτέλεσμα περιορισμό της περιοχής ευστάθειας μέχρι όμως ένα ελάχιστο. Περαιτέρω μείωση προκαλεί αύξηση της ευσταθούς περιοχής.

Εφαρμόζοντας τον κώδικα για διάφορους αριθμούς Reynolds και μεταβάλλοντας τον κυματαριθμό μπορεί να προκύψει η καμπύλη οριακής ευστάθειας. Για να προκύψει η καμπύλη αυτή ο κώδικας εφαρμόστηκε για διάφορους κυματαριθμούς με σκοπό να βρεθεί ο κυματαριθμός εκείνος στον οποίο αλλάζει πρόσημο η τιμή του φανταστικού μέρους της ιδιοτιμής ( $c_i$ ). Τα

αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.4 για την περίπτωση όπου η γωνία κλίσης είναι  $5^\circ$  και  $We=200$ . Όπως έχει ήδη αναφερθεί και φαίνεται και στο σχήμα, ο κρίσιμος αριθμός Reynolds αντιστοιχεί σε κυματαριθμό μηδέν, ενώ αυξάνοντας περαιτέρω τον αριθμό Re η ασταθής περιοχή διευρύνεται.



Σχήμα 4.3. Μεταβολή του φανταστικού μέρους της φασικής ταχύτητας για  $\varphi=5^\circ$ ,  $Re=30$ .



Σχήμα 4.4 Καμπύλη ουδέτερης ευστάθειας για  $\varphi=5^\circ$  και  $We=200$ .

Η διαδικασία του Σχήματος 4.4 μπορεί να επαναληφθεί για διάφορες γωνίες κλίσης οπότε να προκύψουν οι αντίστοιχοι κρίσιμοι αριθμοί Reynolds και επομένως να επιβεβαιωθεί και η εξ. (2.4-44).

## 4.2 Πειράματα σε περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα

Προκειμένου να μελετηθεί η σταθεροποιητική ή αποσταθεροποιητική δράση της περιοδικής διαμόρφωσης στο τοίχωμα εξετάστηκαν δύο διαφορετικές κατηγορίες διαμορφώσεων (ορθογωνική και ημιτονοειδής) με

τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά που παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1. Το τοίχωμα με μήκος κύματος 2 mm και ύψος διαμόρφωσης 1 mm που αναφέρεται ως ημιτονοειδές, προσεγγίζει στην πραγματικότητα περισσότερο την τριγωνική μορφή.

**Πίνακας 4.1.** Χαρακτηριστικά διαμορφωμένων τοιχωμάτων

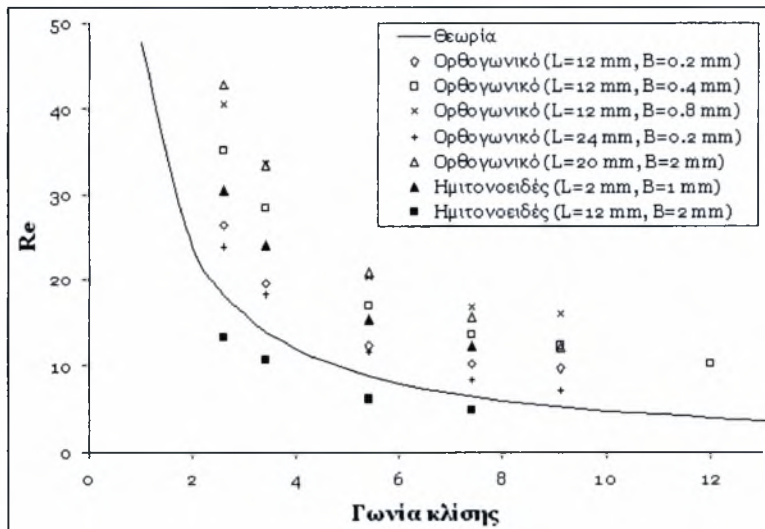
| Τοίχωμα               | Ορθογωνικό |     |     |     |    | Ημιτονοειδές |    |
|-----------------------|------------|-----|-----|-----|----|--------------|----|
| Μήκος κύματος, L (mm) | 12         | 12  | 12  | 24  | 20 | 2            | 12 |
| Ύψος, B (mm)          | 0.2        | 0.4 | 0.8 | 0.2 | 2  | 1            | 2  |

Η πειραματική διαδικασία είναι ίδια με του επίπεδου τοιχώματος, δηλαδή εισαγωγή στην είσοδο του καναλιού διαταραχής συχνότητας 0.1 Hz και μελέτη της χωρικής εξέλιξης του ύψους του κύματος και της ανάπτυξης πρόδρομων τριχοειδών κυμάτων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 4.5, όπου απεικονίζεται ο κρίσιμος αριθμός Reynolds ως συνάρτηση της γωνίας κλίσης για τα 6 διαφορετικά διαμορφωμένα τοιχώματα που μελετήθηκαν.

Από το Σχήμα 4.5 φαίνεται ότι τα ορθογωνικά διαμορφωμένα τοιχώματα σταθεροποιούν τη ροή. Συγκεκριμένα, το τοίχωμα με  $L=12$  mm και  $B=0.2$  mm προκαλεί αύξηση του κρίσιμου αριθμού Reynolds 40-80%, το τοίχωμα με  $L=12$  mm και  $B=0.4$  mm αύξηση 90-150%, το τοίχωμα με  $L=12$  mm και  $B=0.8$  mm αύξηση 120-200%, το τοίχωμα με  $L=24$  mm και  $B=0.2$  mm αύξηση 30-40%, ενώ το τοίχωμα με  $L=20$  mm και  $B=2$  mm αύξηση 130-150%. Για τις περιπτώσεις όπου χρησιμοποιείται ημιτονοειδές τοίχωμα προκύπτει ότι για  $L=2$  mm και  $B=1$  mm η ροή γινόταν λιγότερο ευσταθής σε σχέση με αυτήν του επίπεδου τοιχώματος, ενώ για  $L=12$  mm και  $B=2$  mm ο κρίσιμος αριθμός Reynolds αυξάνεται κατά 25-30%.

Από τα αποτελέσματα συμπεραίνεται ότι, για την περίπτωση της ορθογωνικής διαμόρφωσης, αύξηση του ύψους της διαμόρφωσης έχει έντονα σταθεροποιητική επίδραση μέχρι ένα όριο, σε αντίθεση με αύξηση του μήκους κύματος που δεν επηρεάζει τη ροή. Αύξηση του ύψους διαμόρφωσης πάνω από ένα όριο δεν συνεπάγεται επιπλέον αύξηση της περιοχής ευστάθειας. Οι παρατηρήσεις για τα ορθογωνικά τοιχώματα έρχονται σε ποιοτική συμφωνία με θεωρητικές προβλέψεις [Wierschem and Aksel, 2003], αλλά ωστόσο ποσοτική

σύγκριση δεν μπορεί να γίνει αφού τα χαρακτηριστικά των διαμορφώσεων διαφέρουν κατά πολύ. Συγκεκριμένα, τα περισσότερα θεωρητικά αποτελέσματα [Wierschem et al., 2005] αναφέρονται σε ημιτονοειδώς διαμορφωμένα τοιχώματα σε μεγάλες κλίσεις.



**Σχήμα 4.5.** Ο ουδέτερος ευσταθής αριθμός Reynolds ως συνάρτηση της γωνίας κλίσης για περιοδικά διαμορφωμένο τοίχωμα.

Τα παραπάνω πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν ότι η διαμόρφωση του τοιχώματος έχει συστηματικά σταθεροποιητική επίδραση, δηλαδή, σε σταθερή γωνία κλίση, αυξάνει την τιμή του Re για μετάπτωση σε ροή με οδεύουσες διαταραχές. Είναι επίσης εμφανές ότι η γεωμετρία της διαμόρφωσης έχει αξιόλογη επίδραση στον βαθμό σταθεροποίησης της βασικής ροής. Προς το παρόν δεν μπορεί να προσφερθεί μία ολοκληρωμένη ερμηνεία του φαινομένου, και για τον λόγο αυτό παρατίθενται στη συνέχεια ορισμένες διερευνητικές σκέψεις για ροϊκά χαρακτηριστικά που πιθανόν να συνεισφέρουν στην παρατηρούμενη συμπεριφορά.

Είναι σίγουρο ότι η παρουσία οποιασδήποτε διαμόρφωσης στο τοίχωμα επηρεάζει έντονα το πεδίο ροής. Οι διαφορές στη σταθεροποιητική δράση μεταξύ ορθογωνικής, σχεδόν ημιτονοειδούς (τριγωνικής) και ημιτονοειδούς διαμόρφωσης πιθανόν να οφείλονται στο γεγονός ότι στην πρώτη περίπτωση υπάρχει έντονη αλλαγή της διεύθυνσης της ροής εφαπτομενικά στο τοίχωμα (90°). Στην περίπτωση του σχεδόν ημιτονοειδούς τοιχώματος συμβαίνει λιγότερα έντονα, ενώ στο ημιτονοειδές η αλλαγή λαμβάνει χώρα σταδιακά. Όπως

συνάγεται από τα πειραματικά αποτελέσματα, έντονη αλλαγή της κατεύθυνσης σταθεροποιεί τη ροή.

Είναι αναμενόμενο ότι στις περιοχές εισόδου και εξόδου του ρευστού από τις διαμορφώσεις, δηλαδή στα σημεία όπου υπάρχει απότομη αλλαγή της κατεύθυνσης της ροής, να δημιουργούνται περιοχές αποκόλλησης και ανακυκλοφορίας. Για την περίπτωση των τοιχωμάτων με ορθογωνική διαμόρφωση η αλλαγή αυτή είναι πιο έντονη σε σχέση με το τοίχωμα με την τριγωνική διαμόρφωση και πολύ πιο έντονη από το ημιτονοειδές τοίχωμα. Από την εμπειρία από παρόμοιες ροές, μπορεί να εκτιμηθεί ότι το μήκος των περιοχών ανακυκλοφορίας είναι ίδιας τάξης μεγέθους με το ύψος της ορθογωνικής διαμόρφωσης. Μια πιθανή εξήγηση της σταθεροποίησης της ροής λόγω παρουσίας διαμόρφωσης στο τοίχωμα να είναι ότι η ύπαρξη αυτών των ζωνών αλλά και μη γραμμικών φαινομένων λειτουργούν ως αποσβεστήρας των ασταθειών.

Έχει βρεθεί [Vlachogiannis and Bontozoglou, 2002] ότι για αριθμούς Reynolds τάξης μεγέθους 10-100, η ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού (χωρίς την ύπαρξη εξωτερικής διαταραχής) αποκτά μια περιοδική παραμόρφωση, η οποία έχει μήκος κύματος ίδιο με αυτό του τοιχώματος. Η παραμόρφωση αυτή χαρακτηρίζεται από το ύψος της και από διαφορά φάσης της σε σχέση με το τοίχωμα, μεγέθη τα οποία εξαρτώνται από τον αριθμό Reynolds και από τη γωνία κλίσης. Η διαφορά φάσης μεταξύ ελεύθερης επιφάνειας και διαμόρφωσης τοιχώματος συνεπάγεται ότι σε κάποια σημεία λαμβάνει χώρα στένωση του πάχους του υμένα σε σχέση με το αντίστοιχο πάχος της βασικής ροής πάνω από επίπεδο τοίχωμα. Δηλαδή, παρατηρείται ένας μειωμένος τοπικός αριθμός Reynolds γεγονός που μπορεί πιθανόν να ερμηνεύσει την αύξηση του κρίσιμου αριθμού Reynolds.

Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των τοιχωμάτων με απότομες αλλαγές είναι η ανάπτυξη κατάντη της ροής (πίσω από το ιδιόμορφο σημείο) μίας περιοχής μειωμένης πίεσης. Πράγματι, αναλύοντας τη ροή κοντά στο τοίχωμα προκύπτει ότι λίγο πριν την έναρξη μιας διαμόρφωσης η εφαπτομενική και η κάθετη ταχύτητα στο τοίχωμα είναι μηδέν, αμέσως μετά τη διαμόρφωση οι ταχύτητες αυτές γίνονται μεγαλύτερες από το μηδέν. Επομένως, λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις Navier-Stokes για τις  $x$ - και  $y$ -κατευθύνσεις προκύπτει ότι στην περιοχή μέσα στη διαμόρφωση η πίεση είναι χαμηλότερη. Η συμπεριφορά της περιοχής χαμηλής πίεσης μπορεί να είναι συμπληρωματική της ζώνης

ανακυκλοφορίας στην απόσβεση των διαταραχών της ελεύθερης επιφάνειας. Σημειώνεται ότι οι δύο περιοχές, αν και προκαλούνται από το ίδιο αίτιο (το ιδιόμορφο σημείο του τοιχώματος) δεν ταυτίζονται χωρικά.

Εκτός από τα πειράματα, των οποίων τα αποτελέσματα περιγράφηκαν προηγουμένως, διεξήχθησαν κάποια δοκιμαστικά πειράματα εισάγοντας στο σύστημα ημιτονοειδής διαταραχή και όχι υδραυλικό άλμα. Δηλαδή διαταραχή ίδιας μορφής με αυτήν που καθορίζει η ανάλυση γραμμικής ευστάθειας αλλά σχετικά μεγάλου ύψους και τυχαίας περιόδου. Από τα πειράματα αυτά διαπιστώθηκε ότι το όριο μετάπτωσης από την ευστάθεια στην αστάθεια ήταν πιο ευκρινές. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι, όπως ορίζει και η ανάλυση γραμμικής ευστάθειας, η αύξηση της ημιτονοειδούς διαταραχής γίνεται εκθετικά.

Αξίζει να σημειωθεί ότι για την περίπτωση των τοιχωμάτων με ημιτονοειδή διαμόρφωση δεν ήταν εφικτό να γίνουν πειράματα σε κλίσεις μεγαλύτερες από  $7.4^\circ$  γιατί δεν μπορούσε να δημιουργηθεί υμένας σε όλο το κανάλι. Το ίδιο παρατηρήθηκε και για τοίχωμα με ημιτονοειδή διαμόρφωση με μήκος κύματος 50 mm και ύψος διαμόρφωσης 10 mm. Προκειμένου να διεξαχθούν πειράματα σε τέτοιες συνθήκες είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθεί ρευστό με μεγαλύτερο ιξώδες. Όμως ο τρόπος με τον οποίο είναι κατασκευασμένη η πειραματική διάταξη δεν το επιτρέπει, αφού για λειτουργήσκει με ανακυκλοφορία απαιτείται ειδική αντλία, η οποία να είναι τοποθετημένη εξωτερικά από το δοχείο συλλογής.

Πειράματα διεξήχθησαν και σε γωνία κλίσης  $1.3^\circ$  παρόλο που τα αποτελέσματα δεν παρουσιάζονται στην παρουσία εργασίας. Ο λόγος είναι ότι το μήκος του καναλιού δεν επιτρέπει την πλήρη ανάπτυξη της ροής με διαταραχές σε χαμηλές κλίσεις. Επομένως, δεν μπορούν να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα.

#### **4.3 Ιδιότητες μοναχικών κυμάτων**

Για τη συχνότητα διαταραχής όπου έγιναν τα πειράματα (0.1 Hz) στο κανάλι εμφανίζονται τα λεγόμενα μοναχικά κύματα (solitary waves), τα οποία χαρακτηρίζονται από μια υπερυψωμένη και απότομη μπροστινή πλευρά της οποία προηγούνται μικρά τριχοειδή κύματα (capillary ripples). Ωστόσο ολοκληρωμένα και

γενικευμένα συμπεράσματα για τα χαρακτηριστικά των δημιουργούμενων κυμάτων δεν μπορούν να εξαχθούν εξαιτίας του περιορισμένου εύρους αριθμών Reynolds, όπου πραγματοποιήθηκαν τα πειράματα, και των διαφορετικών πειραματικών συνθηκών. Οι αριθμοί Reynolds που μελετήθηκαν κυμαίνονταν κοντά στα όρια της μετάβασης από την περιοχή ευστάθειας στην αστάθεια, όπου η ανάπτυξη των κυμάτων δεν είχε ολοκληρωθεί. Σύγκριση μεταξύ διαφορετικών πειραμάτων δεν μπορεί να γίνει αφού το ύψος της επιβαλλόμενης διαταραχής δεν διατηρούνταν σταθερό σε όλες τις γωνίες, οπότε και το ύψος του κύματος διέφερε αρκετά. Παρόλες τις παραπάνω επιφυλάξεις, παρουσιάζονται ορισμένα προκαταρκτικά αποτελέσματα, κυρίως ως ερέθισμα για μελλοντικές δραστηριότητες.

Τα χαρακτηριστικά των κυμάτων που μπορούσαν να μετρηθούν από τα πειραματικά δεδομένα είναι το μέγιστο ύψος (τοπικό πάχος υμένα) σε τρεις θέσεις του τοιχώματος και η ταχύτητα των κυμάτων μεταξύ πρώτης-δεύτερης θέσης, δεύτερης-τρίτης και η μέση ταχύτητα κατά μήκος του καναλιού.

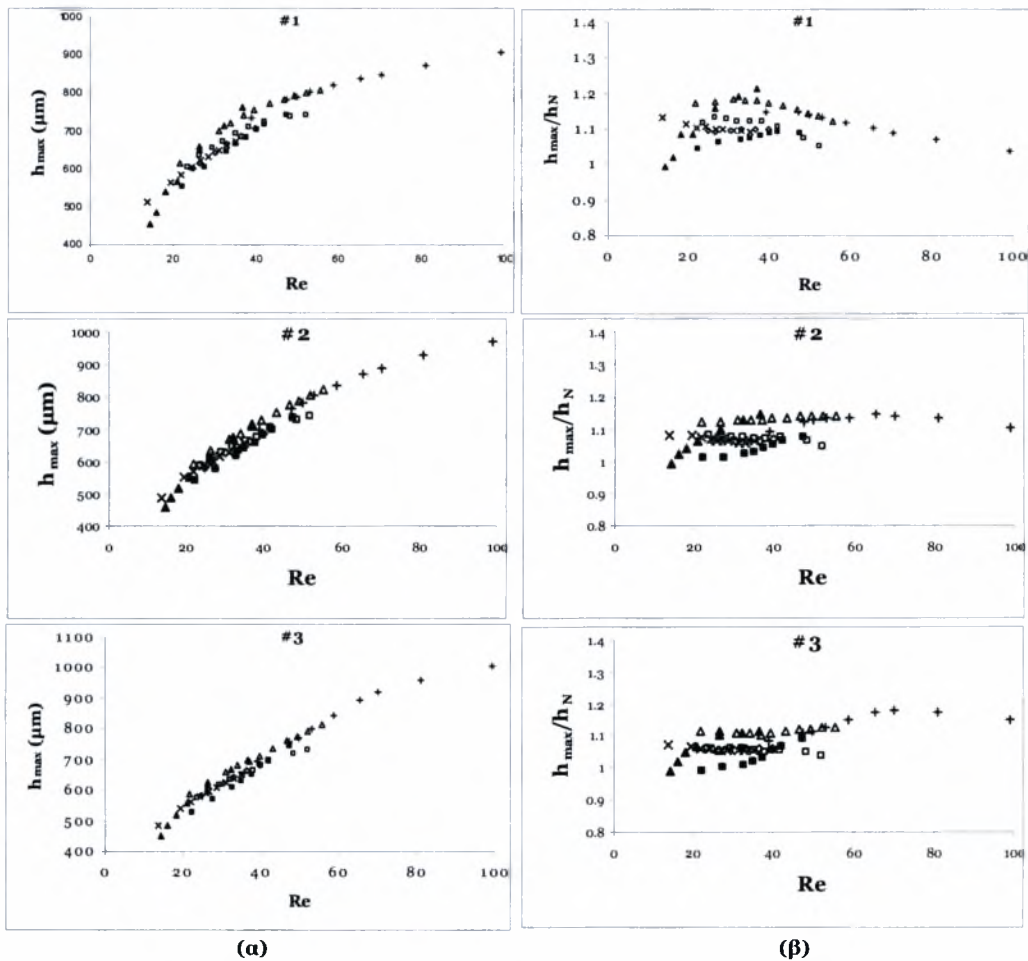
#### 4.3.1 Εξάρτηση του μέγιστου ύψους των κυμάτων από τον αριθμό $Re$

Στα Σχήματα 4.6-4.10 παρουσιάζεται το μέγιστο ύψος των κυμάτων συναρτήσει του αριθμού Reynolds για πέντε διαφορετικές γωνίες. Στα σχήματα απεικονίζονται το μέγιστο ύψος όπως μετρήθηκε στα τρία μετρητικά και η εξάρτηση του αδιάστατου (με το πάχος του υμένα κατά Nusselt) ύψους του υμένα συναρτήσει του  $Re$ . Στον Πίνακα 4.2 περιλαμβάνεται η επεξήγηση των συμβόλων που χρησιμοποιούνται στα σχήματα.

**Πίνακας 4.2.** Επεξήγηση συμβόλων των σχημάτων του κεφαλαίου 4.

| Σύμβολο | Τοίχωμα                         |
|---------|---------------------------------|
| ◇       | Ορθογωνικό (L=12 mm & B=0.2 mm) |
| □       | Ορθογωνικό (L=12 mm & B=0.4 mm) |
| △       | Ορθογωνικό (L=12 mm & B=0.8 mm) |
| ×       | Ορθογωνικό (L=24 mm & B=0.2 mm) |
| +       | Ορθογωνικό (L=20 mm & B=2 mm)   |
| ■       | Ημιτονοειδές (L=2 mm & B=1 mm)  |
| ▲       | Ημιτονοειδές (L=12 mm & B=2 mm) |

Όπως ήταν αναμενόμενο το μέγιστο ύψος αυξάνει με αύξηση του αριθμού Reynolds. Ωστόσο ασφαλή συμπεράσματα σχετικά με την επίδραση του ύψους ή του πλάτους της διαμόρφωσης δεν μπορούν να εξαχθούν για τους λόγους που αναφέρθηκαν. Επίσης, είναι φανερό ότι με αύξηση του ιξώδους του διαλύματος αυξάνει και το πάχος του υμένα.

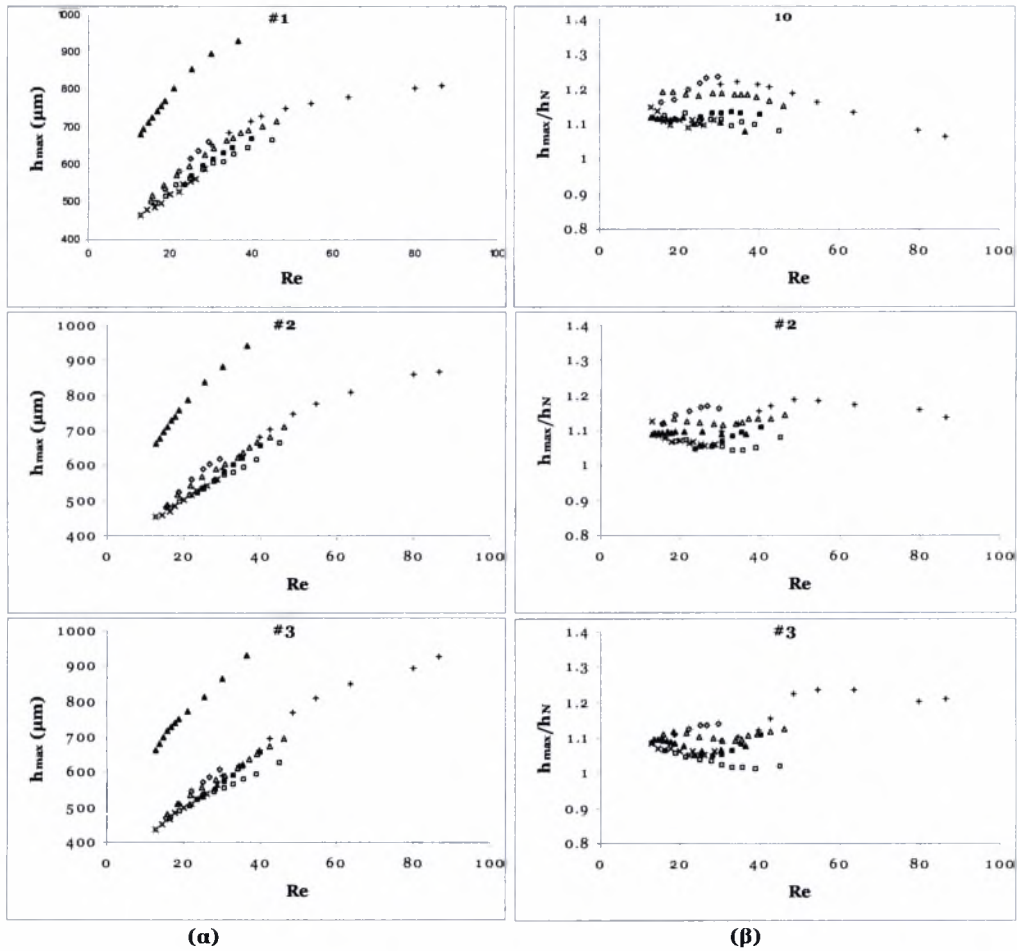


**Σχήμα 4.6.** Εξάρτηση (α) του ύψους και (β) του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds για νερό και γωνία 2.6°.

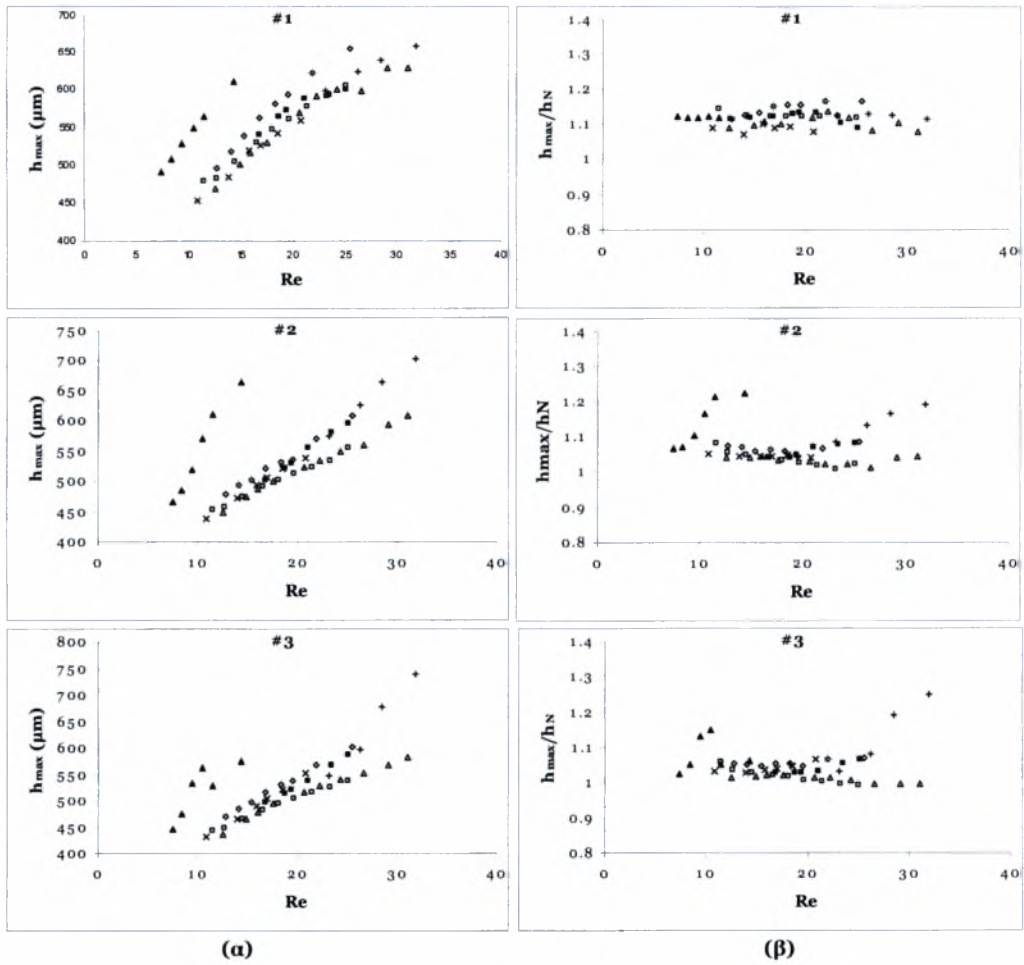
Από τα σχήματα όπου απεικονίζεται η εξάρτηση του αδιάστατου ύψους φαίνεται ότι το πάχος κατά Nusselt αδιαστατοποιεί ικανοποιητικά τα πειραματικά αποτελέσματα. Συνοπτικά στο Σχήμα 4.11 παρουσιάζεται η εξάρτηση του αδιάστατου ύψους στη δεύτερη θέση μέτρησης για όλες τις γωνίες που μελετήθηκαν. Από το σχήμα αυτό προκύπτει ότι τα σημεία συμπίπτουν ανεξάρτητα της γωνίας κλίσης και του ρευστού που χρησιμοποιείται. Τα αποτελέσματα είναι όμοια και για τις άλλες δύο θέσεις



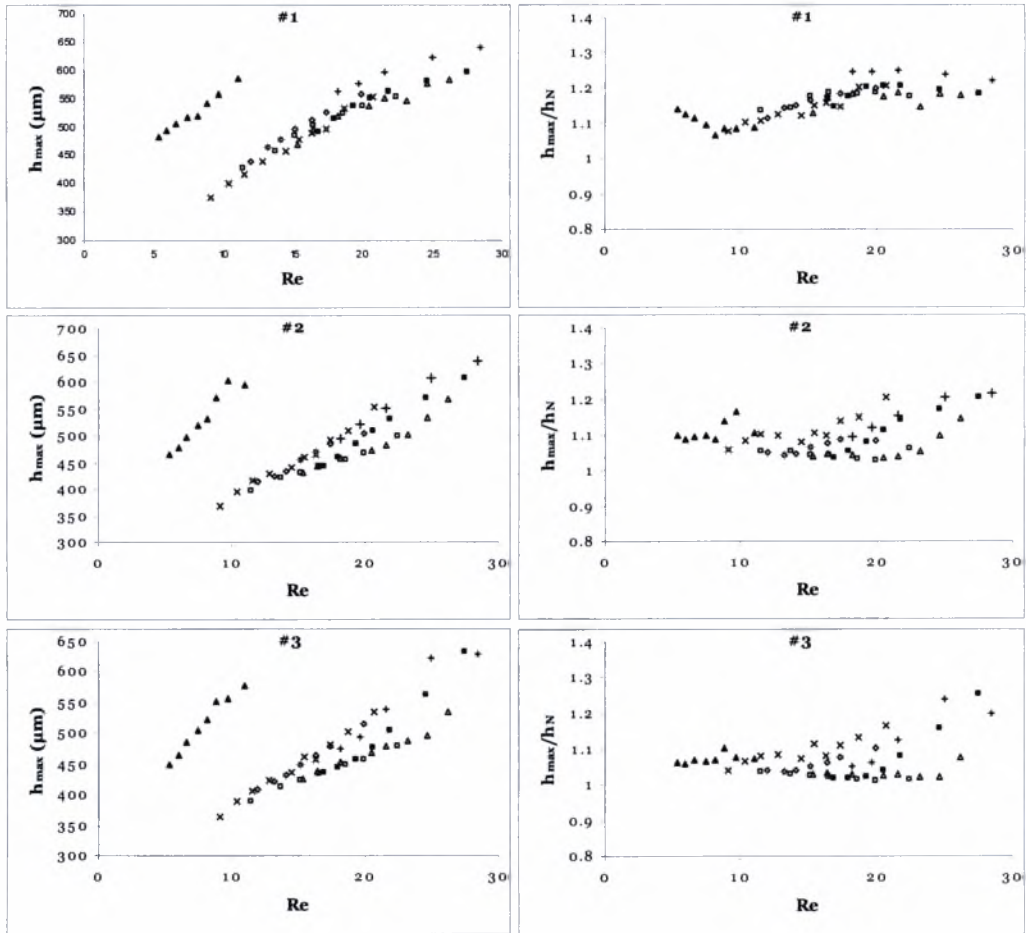
μέτρησης. Το ύψος των κυμάτων είναι περίπου 10-20% μεγαλύτερο από το πάχος υμένα κατά Nusselt που υπολογίζεται στις ίδιες συνθήκες. Τα σημεία που αποκλίνουν σημαντικά αντιστοιχούν σε υψηλή συγκέντρωση γλυκερίνης.



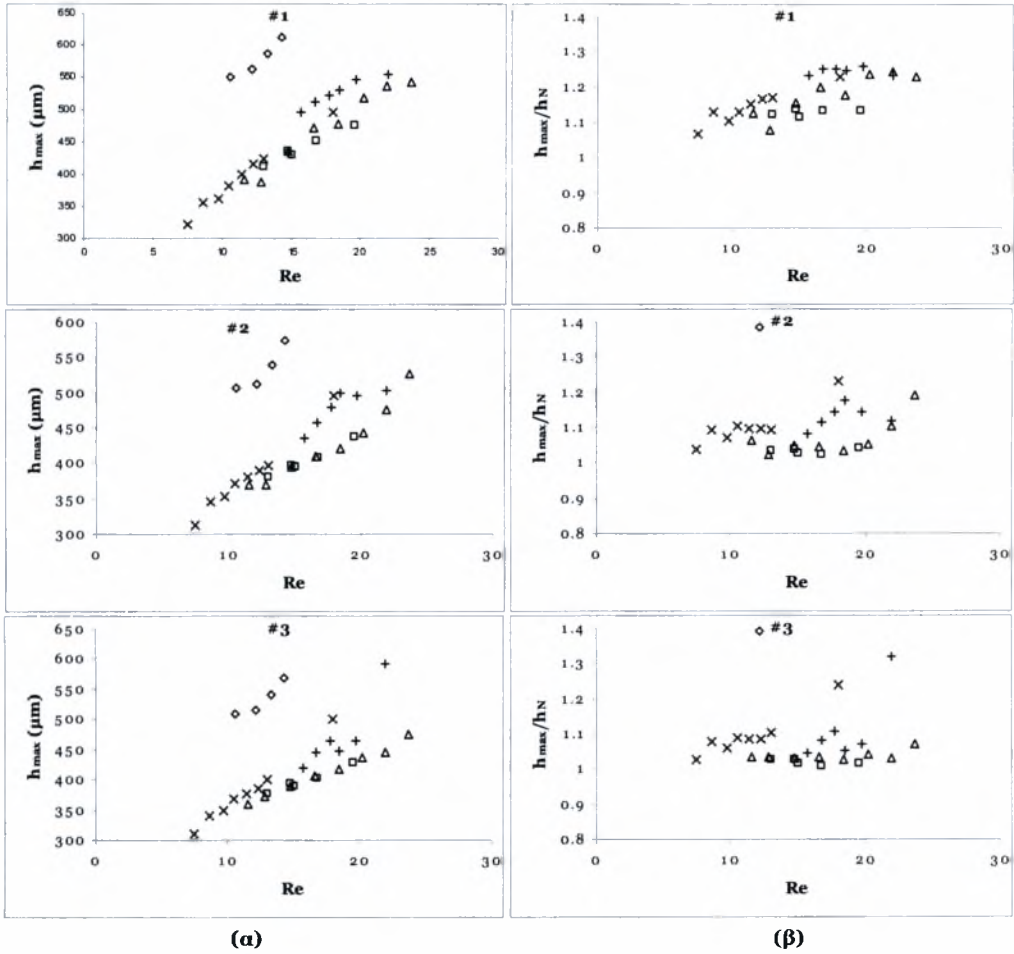
**Σχήμα 4.7.** Εξάρτηση (α) του ύψους και (β) του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds για νερό και 26% κ.β. γλυκερίνη (▲) σε γωνία 3.4°.



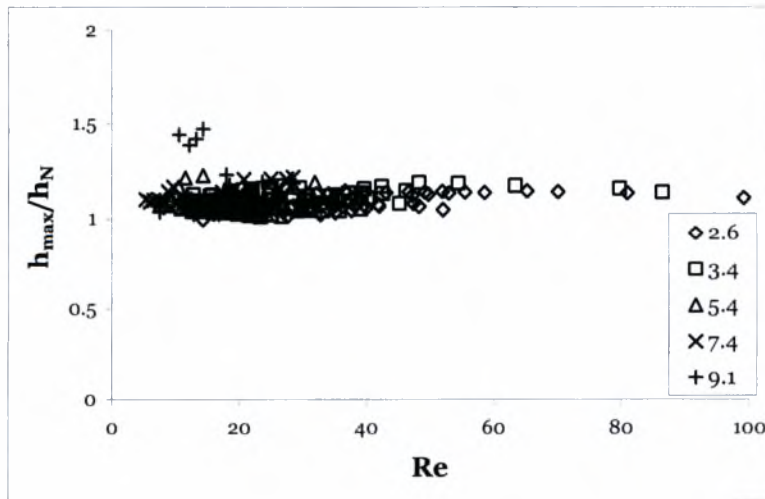
**Σχήμα 4.8.** Εξάρτηση (α) του ύψους και (β) του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds για 15% κ.β. και 26 % κ.β. (▲) γλυκερίνη σε γωνία 5.4°.



(α) (β)  
**Σχήμα 4.9.** Εξάρτηση (α) του ύψους και (β) του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds για 15% κ.β., 19% κ.β. (+) και 30% κ.β. (▲) γλυκερίνη σε γωνία 7.4°.



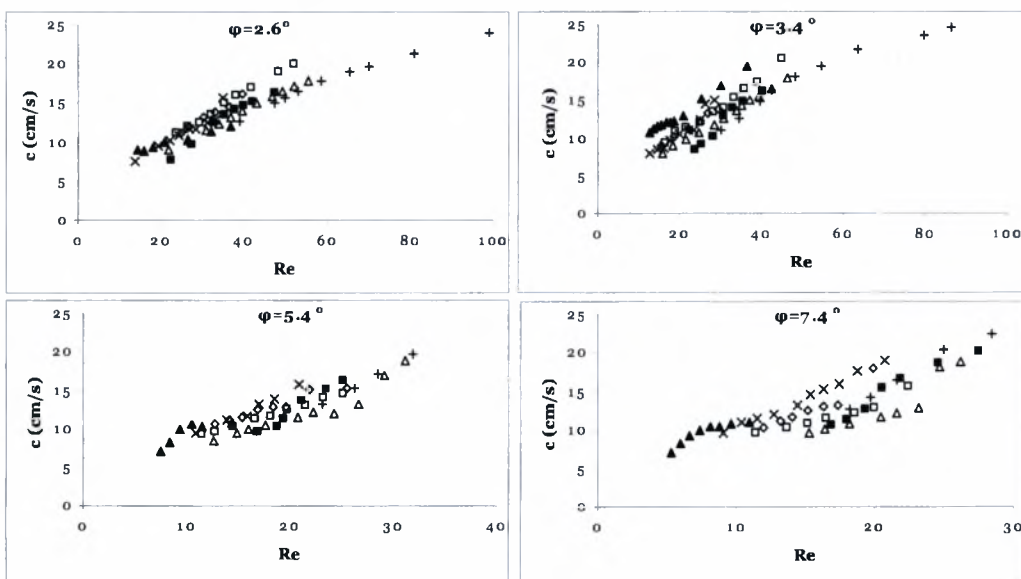
Σχήμα 4.10. Εξάρτηση (α) του ύψους και (β) του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds για 16-19% κ.β. γλυκερίνη σε γωνία 9.1°.



Σχήμα 4.11. Εξάρτηση του αδιάστατου ύψους του κύματος από τον αριθμό Reynolds στη δεύτερη θέση μέτρησης για όλες τις γωνίες κλίσης.

#### 4.3.2 Εξάρτηση της ταχύτητας των κυμάτων από τον αριθμό $Re$

Στο Σχήμα 4.12 απεικονίζεται η μέση ταχύτητα των κυμάτων συναρτήσει του αριθμού Reynolds για όλες τις γωνίες κλίσης που μελετήθηκαν. Ο υπολογισμός της μέσης ταχύτητας έγινε βρίσκοντας από τα πειραματικά δεδομένα το χρονικό διάστημα που απαιτήθηκε ώστε μια κορυφή ενός κύματος να διανύσει την απόσταση από την πρώτη μέχρι την τρίτη θέση μέτρησης. Από όλα τα διαγράμματα φαίνεται ότι η ταχύτητα αυξάνει με αύξηση του αριθμού Reynolds. Η επεξήγηση των συμβόλων του σχήματος αναφέρονται στον Πίνακα 4.1, ενώ το είδος του χρησιμοποιούμενου ρευστού αναφέρονται στις λεζάντες των Σχημάτων 4.6-4.10.

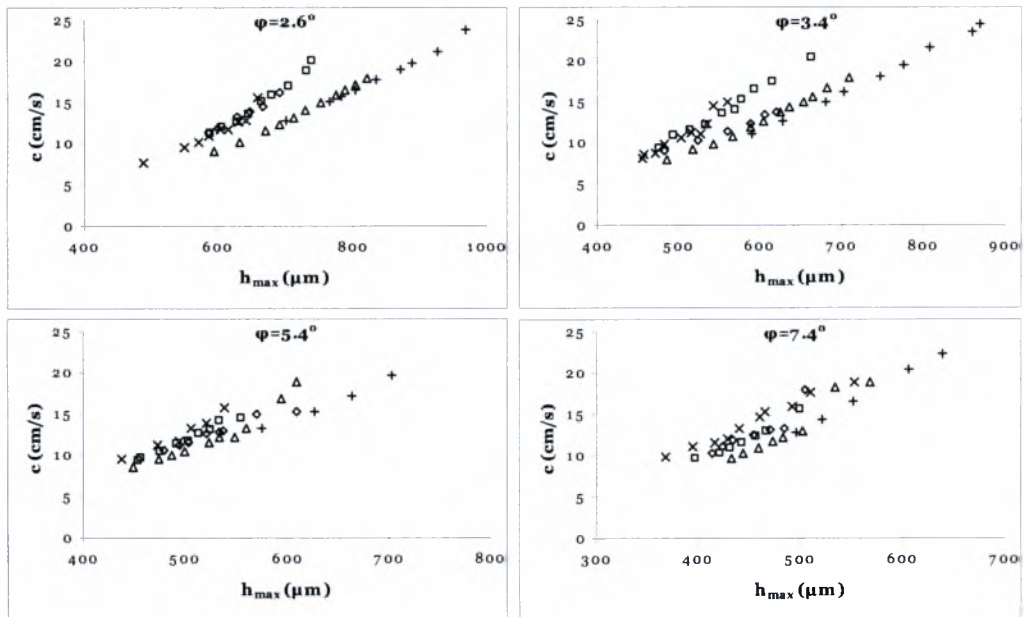


**Σχήμα 4.12.** Εξάρτηση της μέσης ταχύτητας των κυμάτων από τον αριθμό Reynolds για όλες τις γωνίες κλίσης.

#### 4.3.3 Εξάρτηση της φασικής ταχύτητας από το μέγιστο ύψος του υμένα

Η εξάρτηση της φασικής ταχύτητας από το μέγιστο ύψος του υμένα στη δεύτερη θέση μέτρησης απεικονίζεται στο Σχήμα 4.13 (παρόμοια είναι τα αποτελέσματα και για τις άλλες δύο θέσεις μέτρησης). Τα σύμβολα του σχήματος αντιστοιχούν σε αυτά του Πίνακα 4.2 και οι πειραματικές συνθήκες είναι ίδιες με αυτές που αναφέρονται στις λεζάντες των Σχημάτων 4.6-4.10. Από το σχήμα φαίνεται να υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ φασικής ταχύτητας και του ύψους των κυμάτων, γεγονός που έρχεται σε συμφωνία με

προηγούμενες πειραματικές μελέτες [Liu and Gollub (1994), Tihon et al. (2006)].



**Σχήμα 4.13.** Εξάρτηση της μέσης ταχύτητας των κυμάτων από το μέγιστο ύψος του υμένα για όλες τις γωνίες κλίσης.

---

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ

# 5

---

---

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

---

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται συνοπτικά τα βασικότερα συμπεράσματα που προέκυψαν στο πλαίσιο της μεταπτυχιακής εργασίας. Αντικείμενο της μελέτης ήταν η ροή υγρού υμένα σε κεκλιμένο κανάλι, ενώ κύριος στόχος ήταν η συστηματική μελέτη της επίδρασης περιοδικής διαμόρφωσης στην ευστάθεια της ροής. Συγκεκριμένα, διερευνήθηκε πώς επηρεάζει τη ροή η παρουσία ορθογωνικής και ημιτονοειδούς διαμόρφωσης στο τοίχωμα.

### 5.1 Συμπεράσματα

Η πειραματική μέθοδος (αγωγιμομετρική τεχνική) που εφαρμόστηκε για την εύρεση του ορίου ευστάθειας έδωσε με ικανοποιητική ακρίβεια το ύψος του υγρού υμένα (~10μm). Επίσης, η πειραματική διαδικασία ελέγχθηκε ως αξιόπιστη, αφού για την περίπτωση της ροής υγρού υμένα σε επίπεδο τοίχωμα τα πειραματικά αποτελέσματα συμπίπτουν ικανοποιητικά με τη θεωρητική πρόβλεψη.

Βρέθηκε ότι για την περίπτωση όπου στο τοίχωμα υπάρχει ορθογωνική διαμόρφωση η ροή σταθεροποιείται. Όσο μεγαλύτερο είναι το ύψος διαμόρφωσης τόσο πιο ευσταθής είναι η ροή. Αντίθετα το μήκος κύματος της διαμόρφωσης δεν επηρεάζει το όριο μετάπτωσης.

Εισάγοντας ημιτονοειδής διαμόρφωση στο τοίχωμα βρέθηκε ότι όταν το μήκος κύματος είναι πολύ μικρό η ροή σταθεροποιείται, ενώ όταν αυξηθεί αρκετά η ροή αποσταθεροποιείται.

Είναι βέβαιο ότι η ύπαρξη διαμόρφωσης στο τοίχωμα επηρεάζει το πεδίο ροής. Η διαφορετική συμπεριφορά μεταξύ ορθογωνικού, σχεδόν ημιτονοειδούς και ημιτονοειδούς τοιχώματος αποδίδεται στο γεγονός ότι η κατεύθυνση της ροής εφαπτομενικά με το τοίχωμα μεταβάλλεται πολύ έντονα για τα ορθογωνικά τοιχώματα, λιγότερα έντονα για το τριγωνικό, ενώ στο ημιτονοειδές γίνεται σταδιακά. Προφανώς έντονη αλλαγή της κατεύθυνσης ροής σταθεροποιεί τη ροή.

Πιθανές εξηγήσεις της σταθεροποίησης της ροής λόγω παρουσίας απότομης διαμόρφωσης στο τοίχωμα προσφέρονται από τα εξής φαινόμενα: (1) στην περιοχή κατάντη του ιδιόμορφου σημείου αναπτύσσονται ζώνες ανακυκλοφορίας και υποπίεσης, που πιθανά λειτουργούν ως αποσβεστήρες των ασταθειών. (2) Η διαφορά φάσης μεταξύ ελεύθερης επιφάνειας και διαμόρφωσης του τοιχώματος συνεπάγεται ότι σε κάποια σημεία λαμβάνει χώρα σημαντική στένωση του υμένα σε σχέση με το αντίστοιχο πάχος της βασικής ροής πάνω από επίπεδο τοίχωμα.

## 5.2 Προτάσεις για μελλοντικές εργασίες

Όπως έχει αναφερθεί, ένα βασικό μειονέκτημα της πειραματικής μεθοδολογίας που εφαρμόστηκε είναι ότι η διαταραχή που επιβάλλεται εξωτερικά στο σύστημα δεν είναι με τη μορφή που καθορίζει η ανάλυση γραμμικής ευστάθειας. Για το σκοπό αυτό πρόκειται να κατασκευαστεί ένα σύστημα αποτελούμενο από σερβομοτέρ, το οποίο θα προσαρμοστεί σε μια βάνα. Το σύστημα αυτό θα τροφοδοτείται με κατάλληλο σήμα είτε από γεννήτρια συχνοτήτων είτε από ηλεκτρονικό υπολογιστή με τη βοήθεια της εξωτερική κάρτας που χρησιμοποιείται για τη συλλογή των πειραματικών δεδομένων. Το σήμα θα μπορεί να έχει οποιαδήποτε μορφή (ημιτονοειδές, τριγωνικό και ορθογωνικό ή συνδυασμό αυτών), ενώ θα μπορεί να μεταβληθεί η συχνότητα του και το ποσοστό που θα ανοίγει και κλείνει η βάνα.

Προκειμένου να χρησιμοποιηθούν ρευστά μεγαλύτερου ιξώδους ώστε να είναι εφικτή η μελέτη σε μεγαλύτερες γωνίες αλλά και να χρησιμοποιηθεί η πλάκα με την έντονη ημιτονοειδής διαμόρφωση πρέπει να τοποθετηθεί κατάλληλη αντλία στην διάταξη. Η αντλία αυτή πρέπει να συνδέει το δοχείο



συλλογής με το δοχείο κατανομής, παρακάμπτοντας το δοχείο υπερχειλίσης ώστε να μην υπάρχει ανάγκη για αντλία μεγάλου μανομετρικού ύψους. Η ανάγκη για πειραματικά αποτελέσματα σε σχετικά μεγάλες γωνίες κλίσης (μεγαλύτερες από  $15^\circ$ ) είναι επιτακτική ώστε να μπορεί να γίνει σύγκριση με τα αποτελέσματα που υπάρχουν στη βιβλιογραφία και έχουν προκύψει από τη θεωρητική λύση της ροής πάνω από περιοδικά διαμορφωμένα τοιχώματα.

Σημαντικό είναι να μελετηθεί η συμπεριφορά του ρευστού στις περιοχές αποκόλλησης και ανακυκλοφορίας. Για το σκοπό αυτό πρέπει να χρησιμοποιηθούν ρευστά με μεγάλο ιξώδες και κατάλληλοι ιχνηθέτες. Τα ρευστά μεγάλου ιξώδους κρίνονται αναγκαία, γιατί με τον τρόπο αυτό θα επιτευχθούν μεγάλη πάχη υμένων και θα είναι εύκολη η οπτική παρατήρηση της συμπεριφοράς των ιχνηθετών.

Ενδιαφέρον θα ήταν να μελετηθεί η συμπεριφορά τοιχωμάτων, τα οποία θα περιλαμβάνουν συνδυασμό διαμορφώσεων. Παράδειγμα ορθογωνικές διαμορφώσεις με διαφορετικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά (μήκος κύματος και ύψος).

Στο Εργαστήριο Φυσικών & Χημικών Διεργασιών έχει ολοκληρωθεί η κατασκευή ενός μεγαλύτερου καναλιού, συνολικού μήκους 3 m. Πολλά από τα παραπάνω εξαιτίας των περιορισμών που υπάρχουν στο μικρό κανάλι πρέπει να μελετηθούν στο μεγάλο κανάλι, όπου το μήκος που διατίθεται για ανάπτυξη της ροής είναι ικανοποιητικό.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Andritsos N.

*"Effect of Pipe Diameter and Liquid Viscosity on Horizontal Stratified Flow"*

Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, 1986.

Argyriadi K., Vlachogiannis M. and Bontozoglou V.

*"Experimental Study of Inclined Film Flow along Periodic corrugations: The Effect of wall Steepness"*

Phys. Fluids, 18, p. 012102, 2006.

Drazin P. G.

*"Introduction to Hydrodynamic Stability"*

Cambridge University Press, 2002.

Lin S. P.

*"Instability of a Liquid Film Flowing Down an Inclined Plane"*

Phys. Fluids, 10, p. 308, 1967.

Liu J. and Gollub J. P.

*"Solitary Wave Dynamics of Film Flows"*

Phys. Fluids, 6, p. 1702, 1994.

Liu J., Paul J. D. and Gollub J. P.

*"Measurements of the Primary Instabilities of Film Flows"*

J. Fluid Mech., 250, p. 69, 1993.

McCabe W. L., Smith J. C. and Harriott P.

*"Βασικές Διεργασίες Χημικής Μηχανικής"*

Εκδόσεις Τζιόλα, 2002.

Pozrikidis C.

*"Introduction to Theoretical and Computational Fluid Dynamics"*

Oxford University Press, 1997.

Tihon, J., Serifi, K., Argyriadi, K. and Bontozoglou, V.

*"Solitary Waves in Inclined Films: Their Characteristics and the Effects on Wall Shear Stress"*

Exp. Fluids, 41, p. 79, 2006.

- Vlachogiannis M. and Bontozoglou V.  
*"Experiments on laminar film flow along a periodic wall"*  
J. Fluid Mech., 457, p. 133, 2002.
- Weast, R. C.  
*"Handbook of Chemistry and Physics"*  
CRC Press, 1975.
- Wierschen A. and Aksel N.  
*"Instability of a Liquid Film Flowing Down an Inclined Wavy Plane"*  
Physica D, 186, p. 221, 2003.
- Wierschen A., Lepski C. and Aksel N.  
*"Effect of Long undulated Bottoms on Thin Gravity-Driven Films"*  
Acta Mechanica, 179, p. 41, 2005.
- Wierschen A., Scholle M. and Aksel N.  
*"Comparison of Different Theoretical Approaches to Experiments on Film Flow Down an Inclined Wavy Channel"*  
Exp. Fluids, 33, p. 429, 2002.
- Yih C. S.  
*"Stability of Liquid Flow Down an Inclined Plane"*  
Phys. Fluids, 6, p. 321, 1963.
- Αργυριάδη Αικ.  
*"Ροή Υγρού Υμένα: Επίδραση Χαρακτηριστικών Διαταραχής και Μορφολογίας Τοιχώματος"*  
Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2005.
- Βλαχογιάννης Μ.  
*"Πειραματική Μελέτη της Ροής Υγρού Υμένα Πάνω σε Επίπεδο και σε Κυματοειδές Τοίχωμα"*  
Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2001.
- Μποντόζογλου Β.  
*"Θεωρία Ευστάθειας Θερμοϋδραυλικών Συστημάτων"*  
Πρόχειρες Σημειώσεις, 2006.

# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

## Πίνακας φυσικών ιδιοτήτων διαλύματος γλυκερίνης-νερού.

### 20 GLYCEROL, CH<sub>2</sub>OHCHOHCH<sub>2</sub>OH

| $\lambda$ %<br>by wt. | $\rho$<br>$D_4^{20}$ | $D_{20}^{20}$ | $C_v$<br>g/l | $M$<br>g-mol/l | $C_w$<br>g/l | $(C_w - C_w)$<br>g/l | $(n - n_0)$<br>$\times 10^6$ | $n$    | $\Delta$<br>°C | $O$<br>Os/kg | $S$<br>g-mol/l | $\eta/\eta_w$ | $\eta/\rho$<br>cS | $\phi$<br>rhe |
|-----------------------|----------------------|---------------|--------------|----------------|--------------|----------------------|------------------------------|--------|----------------|--------------|----------------|---------------|-------------------|---------------|
| 5.00                  | 1.0097               | 1.0115        | 50.5         | 0.548          | 959.2        | 39.0                 | 58                           | 1.3388 | 1.078          | 0.580        | 0.315          | 1.125         | 1.116             | 88.71         |
| 6.00                  | 1.0120               | 1.0138        | 60.7         | 0.659          | 951.3        | 46.9                 | 70                           | 1.3400 | 1.316          | 0.708        | 0.385          | 1.155         | 1.143             | 86.44         |
| 7.00                  | 1.0144               | 1.0162        | 71.0         | 0.771          | 943.4        | 54.9                 | 82                           | 1.3412 | 1.561          | 0.839        | 0.457          | 1.186         | 1.171             | 84.17         |
| 8.00                  | 1.0167               | 1.0185        | 81.3         | 0.883          | 935.4        | 62.9                 | 94                           | 1.3424 | 1.811          | 0.974        | 0.530          | 1.218         | 1.201             | 81.90         |
| 9.00                  | 1.0191               | 1.0209        | 91.7         | 0.996          | 927.4        | 70.9                 | 106                          | 1.3436 | 2.064          | 1.110        | 0.603          | 1.253         | 1.232             | 79.67         |
| 10.00                 | 1.0215               | 1.0233        | 102.1        | 1.109          | 919.3        | 78.9                 | 118                          | 1.3448 | 2.323          | 1.249        | 0.678          | 1.288         | 1.263             | 77.48         |
| 12.00                 | 1.0262               | 1.0281        | 123.1        | 1.337          | 903.1        | 95.1                 | 142                          | 1.3472 | 2.880          | 1.548        | 0.837          | 1.362         | 1.330             | 73.28         |
| 14.00                 | 1.0311               | 1.0329        | 144.4        | 1.568          | 886.7        | 111.5                | 167                          | 1.3496 | 3.469          | 1.865        | 1.004          | 1.442         | 1.401             | 69.22         |
| 16.00                 | 1.0360               | 1.0378        | 165.8        | 1.800          | 870.2        | 128.0                | 191                          | 1.3521 | 4.094          | 2.201        | 1.177          | 1.530         | 1.480             | 65.22         |
| 18.00                 | 1.0409               | 1.0428        | 187.4        | 2.035          | 853.6        | 144.7                | 217                          | 1.3547 | 4.756          | 2.557        | 1.359          | 1.627         | 1.566             | 61.34         |
| 20.00                 | 1.0459               | 1.0478        | 209.2        | 2.272          | 836.8        | 161.5                | 242                          | 1.3572 | 5.46           | 2.93         | 1.546          | 1.734         | 1.661             | 57.56         |
| 24.00                 | 1.0561               | 1.0580        | 253.5        | 2.752          | 802.6        | 195.6                | 294                          | 1.3624 | 7.01           | 3.77         | 1.944          | 1.984         | 1.882             | 50.31         |
| 28.00                 | 1.0664               | 1.0683        | 298.6        | 3.243          | 767.8        | 230.4                | 347                          | 1.3676 | 8.77           | 4.71         | 2.370          | 2.274         | 2.136             | 43.89         |
| 32.00                 | 1.0770               | 1.0789        | 344.6        | 3.742          | 732.3        | 265.9                | 400                          | 1.3730 | 10.74          | 5.78         | 2.814          | 2.632         | 2.449             | 37.91         |
| 36.00                 | 1.0876               | 1.0896        | 391.5        | 4.252          | 696.1        | 302.2                | 455                          | 1.3785 | 12.96          | 6.97         | 3.276          | 3.082         | 2.839             | 32.38         |
| 40.00                 | 1.0984               | 1.1003        | 439.4        | 4.771          | 659.0        | 339.2                | 511                          | 1.3841 | 15.50          | 8.33         | 3.757          | 3.646         | 3.326             | 27.37         |
| 44.00                 | 1.1092               | 1.1112        | 488.1        | 5.300          | 621.2        | 377.1                | 567                          | 1.3897 |                |              |                | 4.434         | 4.005             | 22.51         |
| 48.00                 | 1.1200               | 1.1220        | 537.6        | 5.838          | 582.4        | 415.8                | 624                          | 1.3954 |                |              |                | 5.402         | 4.833             | 18.47         |
| 52.00                 | 1.1308               | 1.1328        | 588.0        | 6.385          | 542.8        | 455.4                | 681                          | 1.4011 |                |              |                | 6.653         | 5.895             | 15.00         |
| 56.00                 | 1.1419               | 1.1439        | 639.4        | 6.944          | 502.4        | 495.8                | 739                          | 1.4069 |                |              |                | 8.332         | 7.311             | 11.98         |
| 60.00                 | 1.1530               | 1.1551        | 691.8        | 7.513          | 461.2        | 537.0                | 799                          | 1.4129 |                |              |                | 10.66         | 9.264             | 9.36          |
| 64.00                 | 1.1643               | 1.1663        | 745.1        | 8.091          | 419.1        | 579.1                | 859                          | 1.4189 |                |              |                | 13.63         | 11.73             | 7.32          |
| 68.00                 | 1.1755               | 1.1775        | 799.3        | 8.680          | 376.1        | 622.1                | 919                          | 1.4249 |                |              |                | 18.42         | 15.70             | 5.42          |
| 72.00                 | 1.1866               | 1.1887        | 854.3        | 9.277          | 332.2        | 666.0                | 980                          | 1.4310 |                |              |                | 27.57         | 23.28             | 3.62          |
| 76.00                 | 1.1976               | 1.1997        | 910.2        | 9.883          | 287.4        | 710.8                | 1040                         | 1.4370 |                |              |                | 40.49         | 33.88             | 2.46          |
| 80.00                 | 1.2085               | 1.2106        | 966.8        | 10.498         | 241.7        | 756.5                | 1101                         | 1.4431 |                |              |                | 59.78         | 49.57             | 1.67          |
| 84.00                 | 1.2192               | 1.2214        | 1024.2       | 11.121         | 195.1        | 803.2                | 1162                         | 1.4492 |                |              |                | 84.17         | 69.18             | 1.19          |
| 88.00                 | 1.2299               | 1.2320        | 1082.3       | 11.752         | 147.6        | 850.7                | 1223                         | 1.4553 |                |              |                | 147.2         | 119.9             | 0.68          |
| 92.00                 | 1.2404               | 1.2426        | 1141.1       | 12.392         | 99.2         | 899.0                | 1284                         | 1.4613 |                |              |                | 383.7         | 310.0             | 0.26          |
| 96.00                 | 1.2508               | 1.2530        | 1200.7       | 13.039         | 50.0         | 948.2                | 1344                         | 1.4674 |                |              |                | 778.9         | 624.0             | 0.13          |
| 100.00                | 1.2611               | 1.2633        | 1261.1       | 13.694         | 0.0          | 998.2                | 1405                         | 1.4735 |                |              |                | 1759.6        | 1398.1            | 0.06          |

## Κώδικας αριθμητικής επίλυσης εξίσωσης Orr-Sommerfeld

```
program film_flow
c
c-----
c Normal mode analysis of viscous inclined film flow.
c
c The Orr-Sommerfeld equation is nondimensionalized with the film thickness
c and the mean velocity, and is discretized by centered finite differences
c
c The resulting matrix eigenvalue problem for the complex phase velocity
c (temporal stability) is solved by imsl routine dgvlgc.
c
c SYMBOLS:
c-----
c U          :velocity, function of y
c Upp        :second derivative of U
c Re,We      :Reynolds and Weber numbers
c xk         :dimensionless wavenumber
c h          :dimensional film thickness (m)
c xl         :dimensional wavelength (m)
c wk         :complex phase velocity
c nk         :# of points from y=0 to y=1
c dy         :discretization length
c a, b       :matrices of the eigenvalue problem  $a*x=c*b*x$ 
c x          :the vector of eigenfunction values at discretization points
c-----
      use imsl
      implicit real*8(a-h,o-z)
      complex*16 a,b,xi,yi,wk,wk1,cim,co1,co2,co3
c---
      parameter (nk=250)
      dimension b(nk+4,nk+4),a(nk+4,nk+4),xi(nk+4),yi(nk+4),wk(nk+4)
c---
c Constants and Data (in SI units)
c---
      pi=4.do*datan(1.do)
      cim=(0.do,1.do)                                ! imaginary unit "i"
      data g,r,v,s/9.81,1000.,0.001,0.073/           ! g:gravity, r:density
                                                    ! v:viscosity, s:surface tension
c---
c Input
c---
      print*, 'input theta, Re, We and xk (dimensionless)'
      read*, theta,Re,We,xk
      theta=theta*pi/180.do
c---
      open(12,file='eigen_data')
c---
c Computed parameters
```

```

c---
h=(3.do*Re*(v**2.do)/((r**2.do)*g*dsin(theta)))**(1.do/3.do)
xl=2*pi*h/xk
print*, 'We=',We, ' h=',h
dy=1.do/(nk-1.do)
dy2=dy**2
dy3=dy**3
dy4=dy**4
xk2=xk**2
xk4=xk**4
Upp=-3.do
Us=1.5do
co2=cim*xk*Upp

c---
c Zeroing all variables
c---
do j=1,nk+4
do k=1,nk+4
a(j,k)=0.do
b(j,k)=0.do
enddo
enddo

c---
c Implementation of ODE
c - Boundaries at points 1 and nk.
c - Fictitious points nk+1, nk+2 after nk and nk+3, nk+4 before point 1
c---
do j=1,nk
y=(j-1.do)*dy
U=3.do*(y-0.5do*y**2)
co1=cim*xk*U

c---
if(j.eq.1) then
a(j,nk+4)=1.do/dy4
a(j,nk+3)=-4.do/dy4-2.do*xk2/dy2-Re*co1/dy2
else if(j.eq.2) then
a(j,nk+3)=1.do/dy4
a(j,j-1)=-4.do/dy4-2.do*xk2/dy2-Re*co1/dy2
else if(j.gt.2) then
a(j,j-2)=1.do/dy4
a(j,j-1)=-4.do/dy4-2.do*xk2/dy2-Re*co1/dy2
end if

c---
a(j,j)=6.do/dy4+4.do*xk2/dy2+xk4+
+ 2.do*Re*co1/dy2+Re*co1*xk2+Re*co2
a(j,j+1)=-4.do/dy4-2.do*xk2/dy2-Re*co1/dy2
a(j,j+2)=1.do/dy4

c---
if(j.eq.1) then
b(j,nk+3)=-cim*xk*Re/dy2
else if(j.gt.1) then

```

```

        b(j,j-1)=-cim*xk*Re/dy2
        end if
c---
        b(j,j)=cim*xk*Re*xk2+2.do*cim*xk*Re/dy2
        b(j,j+1)=-cim*xk*Re/dy2
    enddo
c---
c Implementation of BCs
c---
        a(nk+1,1)=1.do
        a(nk+2,2)=0.5do/dy
        a(nk+2,nk+3)=-0.5do/dy
c---
        a(nk+3,nk-1)=Us/dy2
        a(nk+3,nk)=-2.do*Us/dy2+xk2*Us-Upp
        a(nk+3,nk+1)=Us/dy2
c---
        b(nk+3,nk-1)=1.do/dy2
        b(nk+3,nk)=xk2-2.do/dy2
        b(nk+3,nk+1)=1.do/dy2
c---
        co3=cim*xk*(3.do/dtan(theta)+We*Re*xk2)/Upp
        a(nk+4,nk-2)=-1.do/2.do/dy3
        a(nk+4,nk-)=1.do/dy3+(3.do*xk2+cim*xk*Us*Re)/2.do/dy+co3/dy2
        a(nk+4,nk)=-2.do*co3/dy2+co3*xk2
        a(nk+4,nk+1)=-1.do/dy3-
        (3.do*xk2+cim*xk*Us*Re)/2.do/dy+co3/dy2
        a(nk+4,nk+2)=1.do/2.do/dy3
c---
        b(nk+4,nk-1)=cim*xk*Re/2.do/dy
        b(nk+4,nk+1)=-b(nk+4,nk-1)
c---
c Eigenvalue solver
c---
        call DGVLCG(nk+4,a,nk+4,b,nk+4,xi,yi)
        do i=1,nk+4
            if (yi(i).ne.o.Do) then
                wk(i)=xi(i)/yi(i)
            else
                wk(i)=1.D+50
            end if
        enddo
c---
c Ordering of eigenvalues in decreasing order of imaginary part
c---
        do k=1,nk+4
            do i=k,nk+4
                if(dimag(wk(k)).lt.dimag(wk(i))) then
                    wk1=wk(k)
                    wk(k)=wk(i)
                    wk(i)=wk1
                end if
            enddo
        enddo

```

```
        end if
        end do
    end do
c---
do i=1,nk+4
write(12,*) dreal(wk(i)),dimag(wk(i))
    enddo
close(12)
stop
end
```





ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000085853