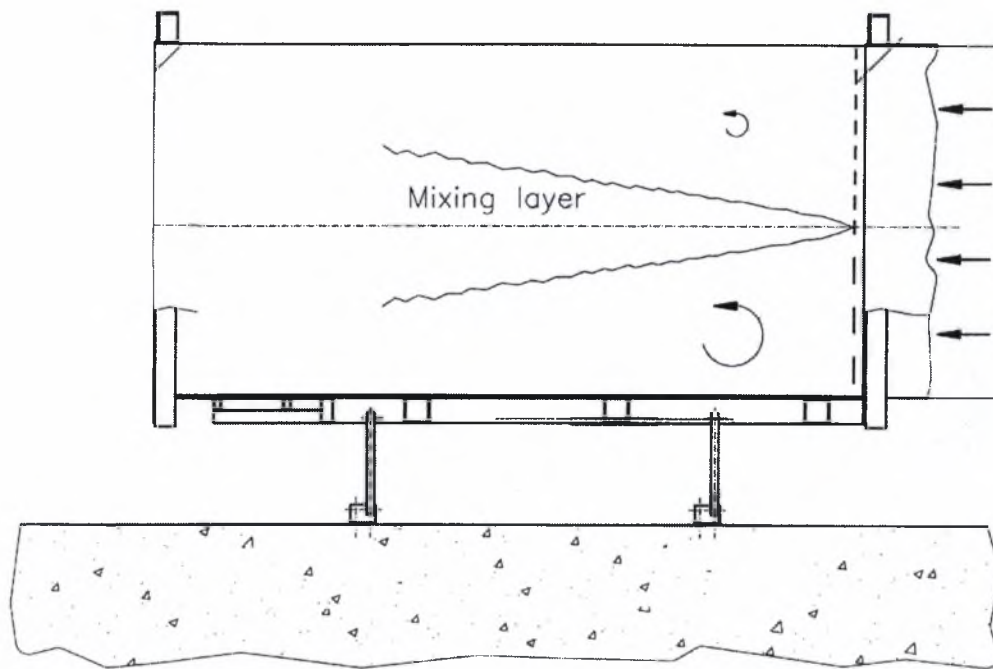


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

Σχολή Τεχνολογικών Επιστημών

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ



Στρώμα Ανάμιξης Τυρβωδών Ροών κατάντη πλεγμάτων με Μηδενική Κλίση της Μέσης Ταχύτητας

Διπλωματική Εργασία Νικολάου Δ. Κούβακα

Επιβλέπων : Δρ Ι. Λεκάκης



αρ. εισ.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000046502



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 2055/1

Ημερ. Εισ.: _____

Δωρεά: Συγγραφέα

Ταξιδετικός Κωδικός: ΠΤ - ΜΜΒ

1999

ΚΟΥ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί την ολοκλήρωση μιας προσπάθειας δύο ετών, πειραμάτων και μελέτης, για την κατανόηση της αλληλεπίδρασης δύο μεγεθών δινών υπό συνθήκες μηδενικής κλίσης της μέσης ταχύτητας. Τα προβλήματα που παρουσιάστηκαν στην πορεία εξέλιξης αυτής της διπλωματικής ήταν αρκετά που όμως ξεπεράστηκαν με την πολύτιμη βοήθεια όλων των μελών του Εργαστηρίου Ρευστομηχανικής & Στροβιλομηχανών καθώς και άλλων συνεργατών και φίλων. Με την ευκαιρία αυτή θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής Δρα Ι. Λεκάκη για τη διαρκή βοήθεια και τον χρόνο που διέθεσε και τον διευθυντή του Εργαστηρίου Ρευστομηχανικής & Στροβιλομηχανών, καθηγητή Ν. Βλάχο, για τη βοήθεια και τις συμβουλές σε κρίσιμα σημεία αυτής της εργασίας, και για την πολύτιμη συνεισφορά του στη διαμόρφωση του τελικού αποτελέσματος. Τέλος, ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλονται στον Δρα Φ. Κουμπουλή και στους φοιτητές του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας Θ. Μπούκα και Α. Παντελιό για τη συμβολή τους στην αντιμετώπιση των προβλημάτων ηλεκτρομαγνητικού θορύβου κατά τη διάρκεια των μετρήσεων χωρίς τη βοήθεια των οποίων θα ήταν αδύνατη η πραγματοποίησή τους.

Βόλος – 5^η Ιουλίου 1999

Νικόλαος Δ. Κούβακας

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Σελίδα

| | | |
|-------|--|-----|
| | <u>ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ</u> | 5 |
| 1. | <u>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</u> | 7 |
| 2. | <u>ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ</u> | 9 |
| 2.1 | Κανόνες Reynolds για Μέσες Χρονικές Τιμές | 9 |
| 2.2 | Θεμελιώδεις Εξισώσεις στην Τυρβώδη Ροή | 11 |
| 2.3 | Το Πρόβλημα του Κλεισίματος | 16 |
| 2.4 | Εξισώσεις Ροπών Δευτέρας Τάξεως | 17 |
| 3. | <u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ</u> | 19 |
| 4. | <u>ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ</u> | 25 |
| 4.1 | Πειραματική Διάταξη | 25 |
| 4.2 | Εισαγωγή στις Αεροσήραγγες | 30 |
| 4.2.1 | Τύποι Αεροσηράγγων | 30 |
| 4.2.2 | Σχεδιασμός Αεροσηράγγων | 32 |
| 4.3 | Εισαγωγή στην Ανεμομετρία Θερμού Σύρματος | 36 |
| 4.3.1 | Σχεδιασμός Αισθητήρων Θερμού Σύρματος / Επιφανείας | 37 |
| 4.3.2 | Μεταφορά Θερμότητας από Λεπτά Σύρματα | 41 |
| 4.3.3 | Απόκριση Συχνότητας | 45 |
| 4.3.4 | Ευαισθησία του Αισθητήρα στην Διεύθυνση της Ροής | 46 |
| 4.3.5 | Βαθμονόμηση Αισθητήρων Θερμών Σύρματων | 48 |
| 4.3.6 | Μετρήσεις Θερμού Σύρματος σε Υποχητικές Ροές | 52 |
| 4.3.7 | Επιδράσεις των Μεταβολών της Θερμοκρασίας του Ρευστού | 55 |
| 5. | <u>ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ</u> | 59 |
| 5.1 | Ταξινόμηση Σημάτων | 59 |
| 5.2 | Γενικές Θεωρήσεις στη Συλλογή και Επεξεργασία Σημάτων | 62 |
| 5.3 | Αλγόριθμοι Ψηφιακής Επεξεργασίας | 72 |
| 5.3.1 | Διαδικασίες προ-Επεξεργασίας | 72 |
| 5.3.2 | Μετασχηματισμός Fourier και γρήγορος Μετασχηματισμός Fourier | 74 |
| 5.3.3 | Συναρτήσεις Πυκνότητας Πιθανότητας | 83 |
| 5.3.4 | Συναρτήσεις Αυτοσυσχέτισης | 84 |
| 5.3.5 | Συναρτήσεις Πυκνότητας Φάσματος Ισχύος | 89 |
| 5.4 | Υπολογισμοί για δύο Εγγραφές | 96 |
| 5.4.1 | Συνενωμένες Συναρτήσεις Πυκνότητας Πιθανότητας | 97 |
| 5.4.2 | Συναρτήσεις Ετεροσυσχέτισης | 97 |
| 5.4.3 | Συνάρτηση Πυκνότητας Διαφάσματος | 99 |
| 6. | <u>ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ</u> | 103 |
| 6.1 | Χαρτογράφηση Αεροσήραγγας | 103 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 6.2 | Στατιστικά Χαρακτηριστικά του Στρώματος Ανάμιξης | 107 |
| 6.3 | Φασματικά Χαρακτηριστικά του Στρώματος Ανάμιξης | 130 |
| 6.4 | Συζήτηση | 147 |
| 6.4.1 | Χαρτογράφηση της Αεροσήραγγας | 147 |
| 6.4.2 | Στατιστικά Χαρακτηριστικά του Στρώματος Ανάμιξης | 148 |
| 6.4.3 | Φασματικά Χαρακτηριστικά του Στρώματος Ανάμιξης | 149 |
| 7. | <u>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ</u> | 150 |
| 7.1 | Συμπεράσματα | 150 |
| 7.2 | Προτάσεις | 151 |
| | <u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u> | 155 |
| | <u>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α</u> | 157 |
| | <u>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ</u> | 173 |
| | <u>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ</u> | 174 |
| | <u>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ</u> | 175 |

ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ

| | |
|-------------------|--|
| ρ | : Πυκνότητα ρευστού |
| \vec{u} | : Στιγμαίο διάνυσμα ταχύτητας |
| U, V, W | : Μέση τιμή της ταχύτητας στις κατευθύνσεις x , y και z |
| u, v, w | : Διακύμανση της ταχύτητας στις κατευθύνσεις x , y και z |
| μ | : Δυναμικό ιξώδες ρευστού |
| τ_{ij} | : Κλίσεις ιξωδών τάσεων |
| $\tau_{ij}^{(t)}$ | : Κλίσεις τυρβωδών τάσεων |
| R_{ij} | : ij τάση Reynolds |
| L, M | : Χαρακτηριστικά μεγέθη πλεγμάτων |
| S | : Λόγος της κλειστής προς τη συνολική επιφάνεια του πλέγματος (solidity) |
| x | : Απόσταση μεταξύ των γειτονικών οπών του ζεύγους πλεγμάτων |
| a | : Συντελεστής θερμικής αντίστασης |
| ρ_r | : Ειδική αντίσταση |
| Q_E | : Ηλεκτρική ισχύς σε σύστημα ανεμομετρίας θερμού σύρματος |
| E | : Τάση εξόδου σε σύστημα |
| R_w | : Αντίσταση σύρματος ανεμομέτρου εν λειτουργία |
| R_c | : Αντίσταση σύνδεσης του αισθητήρα |
| ϕ | : Μεταφορά θερμότητας δια συναγωγής από σύρμα αισθητήρα ανεμομέτρου θερμού σύρματος |
| K | : Απώλειες θερμότητας δια αγωγής στα στηρίγματα σύρματος ανεμομέτρου θερμού σύρματος |
| H | : Συνολική μεταφορά θερμότητας από σύρμα ανεμομέτρου θερμού σύρματος |
| Nu | : Αριθμός Nusselt |
| h | : Συντελεστής συναγωγής (ανάλογα με την εξίσωση) |
| d | : Διάμετρος σύρματος ανεμομέτρου |
| k_f | : Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας σε θερμοκρασία υμένα |
| T_a | : Θερμοκρασία ρευστού |
| $2l$ | : Ενεργό μήκος σύρματος ανεμομέτρου |

| | |
|---------------|---|
| Re | : Αριθμός Reynolds |
| Pr | : Αριθμός Prandtl |
| Ma | : Αριθμός Mach |
| Gr | : Αριθμός Grashof |
| Kn | : Αριθμός Knudsen |
| a_T | : Λόγος υπερθέρμανσης σύρματος ανεμομέτρου |
| γ | : Λόγος ειδικών θερμοτήτων ρευστού |
| β | : Γωνία μεταξύ άξονα σύρματος ανεμομέτρου και του διανύσματος της ταχύτητας |
| T_s | : Θερμοκρασία ακίδων στήριξης ανεμομέτρου |
| ε | : Λόγος απωλειών θερμότητας δια συναγωγής προς τις συνολικές απώλειες |
| f_{cut} | : Συχνότητα αποκοπής συστήματος ανεμομετρίας θερμού σύρματος |
| Q | : Ενεργός ταχύτητα ψύξης |
| k | : Συντελεστής yaw |
| h | : Συντελεστής pitch |

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η τύρβη αποτελείται από ένα πολύπλοκο φάσμα δινών που αλληλεπιδρούν. Παρότι η αλληλεπίδραση των δινών ακόμα δεν έχει κατανοηθεί σε μεγάλο βαθμό, έχει σημειωθεί επιτυχία στη μοντελοποίηση των χαρακτηριστικών απλών τυρβωδών ροών όπως δέσμες και στρώματα ανάμιξης, αναγνωρίζοντας ότι υπάρχουν δίνες ενός και μοναδικού μεγέθους οι οποίες φέρουν ενέργεια και ουσιαστικά επηρεάζουν τις ροές. Γιαυτό το λόγο, οι παραπάνω τυρβώδεις ροές μπορούν να υπολογιστούν αξιόπιστα. Παρόλα αυτά, πολλές τυρβώδεις ροές αποτελούνται από παραπάνω από ενός μεγέθους κυρίαρχες δίνες με αποτέλεσμα αυτές οι ροές να είναι δύσκολο να μοντελοποιηθούν ή να προβλεφθούν χωρίς λεπτομερή κατανόηση και μελέτη των διαφόρων φαινομένων που λαμβάνουν χώρα. Απλή υπέρθεση λύσεων διαφορετικών προβλημάτων δεν φέρνει επιτυχή αποτελέσματα εξαιτίας της μη γραμμικότητας των αλληλεπιδράσεων.

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως σκοπό την κατανόηση της αλληλεπίδρασης δύο μεγεθών κυρίαρχων δινών και τον υπολογισμό των βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών του στρώματος ανάμιξης.

Η εργασία αυτή χωρίζεται σε επτά κεφάλαια.

- Στο πρώτο εισαγωγικό κεφάλαιο, παρουσιάζεται το κίνητρο για τη μελέτη του συγκεκριμένου προβλήματος καθώς και η δομή των κεφαλαίων που ακολουθούν.
- Στο δεύτερο κεφάλαιο, γίνεται η κατάστρωση των εξισώσεων που διέπουν τη παρούσα τυρβώδη ροή. Ξεκινώντας από την εξίσωση της ορμής, παρουσιάζεται το γενικότερο πρόβλημα της μοντελοποίησης των ροών καταλήγοντας στο μοντέλο τάσεων του Reynolds και τις κυρίαρχες εξισώσεις.
- Στο τρίτο κεφάλαιο, γίνεται βιβλιογραφική ανασκόπηση και παρουσίαση των προσπαθειών που έχουν γίνει σε παγκόσμιο επίπεδο για τη μελέτη του συγκεκριμένου προβλήματος καθώς και άλλων μελετών πάνω στο αντικείμενο.

- Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε για τις μετρήσεις. Στη συνέχεια του κεφαλαίου, γίνεται παρουσίαση των αρχών λειτουργίας και κατασκευής των ανεμομέτρων θερμού σύρματος και των βασικών αρχών σχεδιασμού αεροσηράγγων ανοικτού κυκλώματος.
- Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι μέθοδοι συλλογής, επεξεργασίας και εξαγωγής συμπερασμάτων για τα σήματα εξόδου του ανεμομέτρου θερμού σύρματος.
- Στο έκτο κεφάλαιο γίνεται παρουσίαση των πειραματικών μετρήσεων και συζήτηση των αποτελεσμάτων.
- Τέλος, στο έβδομο κεφάλαιο, γίνονται προτάσεις για βελτίωση της υπάρχουσας πειραματικής διάταξης και δίνονται γενικές κατευθύνσεις για την περαιτέρω εξέλιξη του πειράματος.

2. ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ

Τόσο οι απλές ροές σε σωλήνα όσο και οι περισσότερο πολύπλοκες τρισδιάστατες ροές, γίνονται ασταθείς όταν ο αριθμός Reynolds υπερβεί μια συγκεκριμένη τιμή. Σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds οι ροές είναι στρωτές ενώ σε υψηλότερους γίνονται τυρβώδεις και χαρακτηρίζονται από μια χαοτική και ημι-περιοδική κατάσταση κίνησης. Οι διακυμάνσεις της ταχύτητας δημιουργούν επιπρόσθετες τάσεις στο ρευστό, τις λεγόμενες τάσεις Reynolds. Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί η μηχανιστική προσέγγιση στη μοντελοποίηση αυτών των τάσεων με ιδιαίτερη έμφαση στο "Μοντέλο τάσεων του Reynolds".

2.1 Επιμερισμός Reynolds για μέσες χρονικές τιμές

Λόγω της ιδιαίτερης σημασίας που έχουν οι μέσες χρονικές τιμές των διαφόρων μεταβλητών στην τυρβώδη ροή, ο Reynolds διατύπωσε κάποιους κανόνες για τον υπολογισμό τους που είναι γνωστοί ως επιμερισμός του Reynolds. Έστω ότι έχουμε δύο συνεχείς φυσικές μεταβλητές \tilde{u} και \tilde{v} κάθε μια από τις οποίες μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα της μέσης τιμής και της διακύμανσης :

$$\begin{aligned}\tilde{u} &= U + u \\ \tilde{v} &= V + v\end{aligned}\tag{2.1}$$

όπου με κεφαλαία συμβολίζονται οι μέσες χρονικές τιμές των μεταβλητών ενώ με μικρά οι διακυμάνσεις.

Οι κανόνες του Reynolds, εφαρμοζόμενοι σε ένα πρόβλημα τυρβώδους ροής, έχουν την ακόλουθη διατύπωση :

- Η μέση χρονική τιμή των μεταβλητών θεωρείται σταθερή ποσότητα, δηλαδή :

$$\begin{aligned}\bar{\tilde{u}} &= U \\ \bar{\tilde{v}} &= V\end{aligned}\tag{2.2}$$

- Η μέση χρονική τιμή της διακύμανσης των μεταβλητών είναι μηδέν, δηλαδή :

$$\begin{aligned}\bar{u} &= 0 \\ \bar{v} &= 0\end{aligned}\tag{2.3}$$

- Η μέση χρονική τιμή του τετραγώνου της διακύμανσης των μεταβλητών είναι διάφορη του μηδενός, δηλαδή :

$$\begin{aligned}\overline{u^2} &\neq 0 \\ \overline{v^2} &\neq 0\end{aligned}\tag{2.4}$$

Το ίδιο ισχύει, γενικά, και για τη μέση χρονική τιμή του γινομένου των διακυμάνσεων των δύο μεταβλητών u και v , δηλαδή :

$$\overline{u \cdot v} \neq 0\tag{2.5}$$

- Η μέση χρονική τιμή του αθροίσματος ή της διαφοράς των \tilde{u} και \tilde{v} είναι ίση με το άθροισμα ή τη διαφορά των μέσων χρονικών τιμών τους, δηλαδή :

$$\overline{\tilde{u} \pm \tilde{v}} = U \pm V\tag{2.6}$$

- Η μέση χρονική τιμή του γινομένου μιας σταθεράς a και μιας μεταβλητής είναι ίση με το γινόμενο της σταθεράς a και της μέσης χρονικής τιμής της μεταβλητής, δηλαδή :

$$\begin{aligned}\overline{a\tilde{u}} &= aU \\ \overline{a\tilde{v}} &= aV\end{aligned}\tag{2.7}$$

- Η μέση χρονική τιμή του γινομένου των μεταβλητών \tilde{u} και \tilde{v} είναι ίση με το άθροισμα του γινομένου των μέσων χρονικών τιμών U και V και της μέσης χρονικής τιμής του γινομένου των όρων διακύμανσης u και v , δηλαδή :

$$\overline{\tilde{u} \cdot \tilde{v}} = U \cdot V + \overline{u \cdot v}\tag{2.8}$$

- Η μέση χρονική τιμή της μερικής παραγώγου μιας μεταβλητής ως προς μια

χωρική συντεταγμένη (πχ, συντεταγμένη x), είναι ίση με τη μερική παράγωγο της μέσης χρονικής τιμής της μεταβλητής ως προς τη χωρική συντεταγμένη, δηλαδή :

$$\begin{aligned}\frac{\overline{\partial u}}{\partial x} &= \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\overline{\partial v}}{\partial x} &= \frac{\partial V}{\partial x}\end{aligned}\tag{2.9}$$

2.2 Θεμελιώδεις Εξισώσεις Τυρβώδους Ροής

Η Εξίσωση της Συνέχειας

Η διαφορική εξίσωση της συνέχειας :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{u} = 0\tag{2.10}$$

ισχύει για στιγμιαίες ιδιότητες της στρωτής και της τυρβώδους ροής. Για ασυμπίεστη ροή, η Εξίσωση 2.10 απλοποιείται σε :

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0\tag{2.11}$$

Αντικαθιστώντας την ταχύτητα \vec{u} με το άθροισμα της μέσης χρονικής τιμής \vec{U} και της διακύμανσης \vec{u}' , η Εξίσωση 2.11 λαμβάνει τη μορφή :

$$\nabla \cdot \vec{U} + \nabla \cdot \vec{u}' = 0\tag{2.12}$$

Σε καρτεσιανές συντεταγμένες, ορίζοντας σαν u , v και w τις συνιστώσες της ταχύτητας στις κατευθύνσεις x , y και z , αντίστοιχα, η Εξίσωση 2.12 γράφεται :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0\tag{2.13}$$

Λαμβάνοντας τη μέση χρονική τιμή της Εξίσωσης 2.13 και έχοντας υπόψη τον επιμερισμό του Reynolds, Εξισώσεις 2.2 έως 2.8, προκύπτει ότι :

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}} = 0 &\Leftrightarrow \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow \\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

ή σε ανυσματικό συμβολισμό :

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (2.15)$$

Επίσης, από το συνδυασμό των Εξισώσεων 2.13 και 2.14 προκύπτει ότι :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.16)$$

ή σε ανυσματικό συμβολισμό :

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.17)$$

Η Εξίσωση της Ορμής

Η διαφορική εξίσωση της ορμής :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{g} \quad (2.18)$$

ισχύει τόσο για στρωτή όσο και για τυρβώδη ροή, αλλά για τις στιγμιαίες ιδιότητες. Χρειάζεται κατά συνέπεια μετατροπή της Εξίσωσης 2.18 ώστε να εφαρμόζεται για μέσες τιμές. Η συνιστώσα στην x – κατεύθυνση της εξίσωσης της ορμής είναι :

$$\rho \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} \right) + \rho g_x \quad (2.19)$$

την οποία με χρήση της εξίσωσης της συνέχειας μπορούμε να γράψουμε ως εξής :

$$\rho \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}\tilde{v}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{u}\tilde{w}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} \right) + \rho g_x \quad (2.20)$$

Αντικαθιστώντας στην Εξίσωση 2.20 τα μεγέθη \tilde{u} , \tilde{v} , \tilde{w} και \tilde{p} με το άθροισμα της μέσης τιμής και της διακύμανσης για κάθε μέγεθος (Εξισώσεις 2.21 έως 2.24)

$$\tilde{u} = U + u \quad (2.21)$$

$$\tilde{v} = V + v \quad (2.22)$$

$$\tilde{w} = W + w \quad (2.23)$$

$$\tilde{p} = P + p \quad (2.24)$$

και λαμβάνοντας τις μέσες χρονικές τιμές κάθε όρου της εξίσωσης προκύπτει η εξίσωση της ορμής για μέσες χρονικές τιμές.

Υπενθυμίζεται ότι η πυκνότητα ρ , το ιξώδες μ και η συνιστώσα g_x της επιτάχυνσης της βαρύτητας θεωρούνται σταθερά μεγέθη. Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη τον επιμερισμό του Reynolds (Εξισώσεις 2.1 έως 2.8) για κάθε όρο προκύπτει ότι :

$$\overline{\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t}} = \overline{\frac{\partial}{\partial t} (U + u)} = \frac{\partial U}{\partial t} + \overline{\frac{\partial u}{\partial t}} = \frac{\partial U}{\partial t} \quad (2.25\alpha)$$

$$\overline{\frac{\partial \tilde{u}^2}{\partial x}} = \overline{\frac{\partial}{\partial x} (U + u)^2} = \frac{\partial U^2}{\partial x} + 2 \frac{\partial U \cdot u}{\partial x} + \overline{\frac{\partial u^2}{\partial x}} = \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial u^2}{\partial x} \quad (2.25\beta)$$

$$\overline{\frac{\partial \tilde{u} \cdot \tilde{v}}{\partial y}} = \overline{\frac{\partial}{\partial y} (U + u)(V + v)} = \frac{\partial U \cdot V}{\partial y} + \frac{\partial U \cdot v}{\partial y} + \frac{\partial u \cdot V}{\partial y} + \overline{\frac{\partial u \cdot v}{\partial y}} = \frac{\partial U \cdot V}{\partial y} + \frac{\partial u \cdot v}{\partial y} \quad (2.25\gamma)$$

$$\frac{\overline{\partial \tilde{u} \cdot \tilde{w}}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \overline{(U + u)(W + w)} = \frac{\partial U \cdot W}{\partial z} + \frac{\partial U \cdot w}{\partial z} + \frac{\partial u \cdot W}{\partial z} + \frac{\partial u \cdot w}{\partial z} = \frac{\partial U \cdot W}{\partial z} + \frac{\partial u \cdot w}{\partial z} \quad (2.25\delta)$$

$$\frac{\overline{\partial \tilde{p}}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \overline{(P + p)} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.25\epsilon)$$

$$\frac{\overline{\partial^2 \tilde{u}}}{\partial x^2} + \frac{\overline{\partial^2 \tilde{u}}}{\partial y^2} + \frac{\overline{\partial^2 \tilde{u}}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \quad (2.25\sigma\tau)$$

Αντικαθιστώντας τις Εξισώσεις 2.25α ως 2.25στ στην Εξίσωση 2.20 προκύπτει :

$$\rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) + \left[\frac{\partial}{\partial x} \overline{(-\rho u^2)} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(-\rho uv)} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{(-\rho uw)} \right] \quad (2.26)$$

Η Εξίσωση 2.26 αποτελεί τη x -συνιστώσα της εξίσωσης της ορμής για μέσες χρονικές τιμές. Παρατηρούμε ότι οι όροι της Εξίσωσης 2.26 που περιέχουν τις μέσες τιμές των στοιχείων ταχύτητας και πίεσης είναι ίδιοι με τους αντίστοιχους όρους της Εξίσωσης 2.19. Οι επιπρόσθετοι όροι οφείλονται στην τυρβώδη ροή και περιγράφουν την επίδραση των διακυμάνσεων στη μέση ροή. Οι όροι αυτοί παριστάνουν τις κλίσεις των τυρβωδών τάσεων $\bar{\tau}_{xx}^{(t)}$, $\bar{\tau}_{xy}^{(t)}$ και $\bar{\tau}_{xz}^{(t)}$ στις κατευθύνσεις x , y και z αντίστοιχα. Έτσι το άθροισμα αυτών των όρων μπορεί να γραφεί ως :

$$\frac{\partial}{\partial x} \overline{(-\rho u^2)} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(-\rho uv)} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{(-\rho uw)} = \frac{\partial \bar{\tau}_{xx}^{(t)}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{xy}^{(t)}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\tau}_{xz}^{(t)}}{\partial z} = \nabla \cdot \bar{\tau}_x^{(t)} \quad (2.27)$$

όπου $\bar{\tau}_x^{(t)}$ είναι το άνυσμα της τυρβώδους τάσης που ασκείται πάνω στην επιφάνεια την κάθετη στον άξονα x :

$$\bar{\tau}_x^{(t)} = \bar{i} \cdot \tau_{xx}^{(t)} + \bar{j} \cdot \tau_{xy}^{(t)} + \bar{k} \cdot \tau_{xz}^{(t)} \quad (2.28)$$

Με όμοιο τρόπο, οι όροι της μορφής $\mu \nabla^2 U$ του δεύτερου μέλους της Εξίσωσης 2.26, παριστάνουν τις κλίσεις των ιξωδών τάσεων τ_{xx} , τ_{xy} και τ_{xz} που υπολογίζονται από το νόμο ιξώδους του Newton για στρωτή ροή, θέτοντας αντί της στιγμιαίας, τη μέση χρονική ταχύτητα.

$$\begin{aligned} \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \\ \frac{\partial \bar{\tau}_{xx}^{(l)}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{xy}^{(l)}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\tau}_{xz}^{(l)}}{\partial z} &= \nabla \cdot \bar{\tau}_x^{(l)} \end{aligned} \quad (2.29)$$

όπου $\bar{\tau}_x$ είναι το άνυσμα της ιξώδους τάσης που ασκείται πάνω στην επιφάνεια την κάθετη στον άξονα x :

$$\bar{\tau}_x = \vec{i} \cdot \tau_{xx} + \vec{j} \cdot \tau_{xy} + \vec{k} \cdot \tau_{xz} \quad (2.30)$$

Αντικαθιστώντας τις Εξισώσεις 2.27 και 2.29 στην Εξίσωση 2.26 προκύπτει ότι :

$$\rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla U \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \nabla \cdot \bar{\tau}_x + \nabla \cdot \bar{\tau}_x^{(l)} \quad (2.31)$$

Αντίστοιχα, για τις y και z συνιστώσες της εξίσωσης της ορμής προκύπτει ότι :

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla V \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y + \nabla \cdot \bar{\tau}_y + \nabla \cdot \bar{\tau}_y^{(l)} \quad (2.32)$$

$$\rho \left(\frac{\partial W}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla W \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \nabla \cdot \bar{\tau}_z + \nabla \cdot \bar{\tau}_z^{(l)} \quad (2.33)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν για ροές στις οποίες η πυκνότητα του ρευστού παραμένει σταθερή. Στη βιβλιογραφία αναφέρεται ότι όταν η ενεργός ταχύτητα είναι της τάξης του 5% της μέσης ταχύτητας της ροής οι διακυμάνσεις της πυκνότητας είναι ασήμαντες για ταχύτητες έως 5 Mach. Παρόλα αυτά, με μεθοδολογία αντίστοιχη με αυτή που χρησιμοποιήθηκε προηγουμένως προκύπτουν εξισώσεις οι οποίες εφαρμόζονται σε συμπιεστές ροές.

2.3 Το πρόβλημα του κλεισίματος

Η στιγμιαία εξίσωση της συνέχειας, Εξίσωση 2.10, καθώς και η εξίσωση της ορμής, Εξίσωση 2.18, σχηματίζουν ένα κλειστό σύστημα τεσσάρων εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} και \bar{p} . Λαμβάνοντας τις μέσες τιμές των εξισώσεων δίνουμε έμφαση στις μέσες τιμές των διαφορών μεγεθών. Παρόλα αυτά, σαν αποτέλεσμα έχουμε έξι επιπρόσθετους αγνώστους, τις τάσεις Reynolds. Η πολυπλοκότητα της τύρβης συνήθως αποκλείει τον σχηματισμό απλών εξισώσεων για τους επιπρόσθετους αυτούς όρους. Ο κύριος σκοπός της μοντελοποίησης της τύρβης είναι η παραγωγή υπολογιστικών διαδικασιών που να δίνουν επαρκή ακρίβεια και γενικότητα για την πρόβλεψη αυτών των τάσεων.

Μοντέλα Τύρβης

Το μοντέλο τύρβης είναι μια υπολογιστική διαδικασία για την επίλυση των μέσων εξισώσεων της ροής έτσι ώστε να μπορεί να υπολογιστεί μια ευρεία σειρά προβλημάτων ροής. Για τους περισσότερους πρακτικούς σκοπούς δεν είναι αναγκαία η επίλυση των εξισώσεων με λεπτομέρεια ως προς τις τυρβώδεις διακυμάνσεις. Συνήθως επιδιώκεται ο υπολογισμός της επίδρασης της τύρβης στη μέση ροή. Για να είναι χρήσιμο ένα μοντέλο σε ένα κώδικα υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, πρέπει να έχει ευρεία εφαρμογή, να είναι ακριβής, απλός και οικονομικός σε υπολογισμούς. Τα συνήθη μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιούνται παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.1.

Πίνακας 2.1 Μοντέλα Τύρβης

| | |
|----|---|
| 1. | Zero equation model – Μοντέλο Μήκους ανάμιξης |
| 2. | Two-equation model – Μοντέλο $k - \epsilon$ |
| 3. | Μοντέλο τάσεων του Reynolds |
| 4. | Μοντέλο Αλγεβρικών τάσεων |

Τα παραπάνω μοντέλα χρησιμοποιούν τις εξισώσεις Reynolds, που παρουσιάστηκαν στην Παράγραφο 2.2, και σχηματίζουν τη βάση των υπολογισμών της τύρβης σε κώδικες υπολογιστικής ρευστοδυναμικής. Από αυτά τα μοντέλα, το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο είναι το μοντέλο $k - \epsilon$.

2.4 Εξισώσεις Ροπών Δευτέρας Τάξεως

Η εξίσωση της ορμής, σε σημειογραφία δεικτών, λαμβάνει την ακόλουθη μορφή :

$$\rho \frac{D\tilde{u}_i}{Dt} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho g_i \quad (2.38)$$

Με αντίστοιχους συμβολισμούς, η εξίσωση της ορμής για μέσες χρονικές τιμές έχει την ακόλουθη μορφή :

$$\rho \frac{DU_i}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} - \rho \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (2.39)$$

Αν αφαιρέσουμε τις Εξισώσεις 2.38 και 2.39 κατά μέλη, προκύπτει η εξίσωση των διακυμάνσεων (Εξίσωση 2.40) :

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\tilde{u}_i}{Dt} - \rho \frac{DU_i}{Dt} &= \rho g_i - \rho g_i - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \Leftrightarrow \\ \rho \frac{D(U_i + u_i)}{Dt} - \rho \frac{DU_i}{Dt} &= -\frac{\partial (P + p)}{\partial x_i} + \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 (U_i + u_i)}{\partial x_j \partial x_j} - \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \Leftrightarrow \\ \rho \left[\frac{\partial (U_i + u_i)}{\partial t} + (U_i + u_i) \frac{\partial (U_i + u_i)}{\partial x_i} - \frac{\partial U_i}{\partial t} - U_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right] &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \Leftrightarrow \\ \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \end{aligned}$$

Οπότε, η εξίσωση των διακυμάνσεων γράφεται ως :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i u_i - \overline{u_i u_i}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 u_i \quad (2.40)$$

Για να παράγουμε τις εξισώσεις μεταφοράς της τύρβης, ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία :

1. Πολλαπλασιάζουμε την i κατεύθυνση της Εξίσωσης 2.40 με u_j .
2. Πολλαπλασιάζουμε την j κατεύθυνση της Εξίσωσης 2.40 με u_i .

3. Προσθέτουμε τα αποτελέσματα των βημάτων 1 και 2 κατά μέλη.
4. Λαμβάνουμε τη μέση χρονική τιμή της εξίσωσης του βήματος 3.

Από την παραπάνω διαδικασία προκύπτει η Εξίσωση 2.41 :

$$\frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[-\overline{u_l u_j u_i} - \frac{p}{\rho} (\delta_{jl} u_i + \delta_{il} u_j) + \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right] - \left(\overline{u_i u_l} \frac{\partial U_j}{\partial x_l} + \overline{u_j u_l} \frac{\partial U_i}{\partial x_l} \right) - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_l} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_l} + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (2.41)$$

Η παραπάνω εξίσωση αποτελεί ένα ισοζύγιο για τις τάσεις Reynolds το οποίο εκφράζεται ως εξής :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ρυθμός Μεταβολής} \\ \text{του } R_{ij} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Μεταφορά} \\ \text{λόγω διάχυσης} \\ \text{του } R_{ij} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Ρυθμός Παραγωγής} \\ \text{του } R_{ij} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Ρυθμός Σκέδασης} \\ \text{του } R_{ij} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Μεταφορά} \\ \text{λόγω συσχέτισης} \\ \text{πίεσης παραμορφώσεων} \end{array} \right\}$$

όπου R_{ij} η αντίστοιχη τάση Reynolds.

Η Εξίσωση 2.41 περιλαμβάνει έξι μερικές διαφορικές εξισώσεις, μία για κάθε ανεξάρτητη τάση Reynolds, και αποτελεί τη βάση του μοντέλου τάσεων του Reynolds όπου γίνεται προσπάθεια για μοντελοποίηση του κάθε όρου που εμφανίζονται στο δεύτερο μέλος.

Στην περίπτωση του στρώματος ανάμιξης, δεν υπάρχει παραγωγή τύρβης οπότε η Εξίσωση 2.41 μετατρέπεται σε :

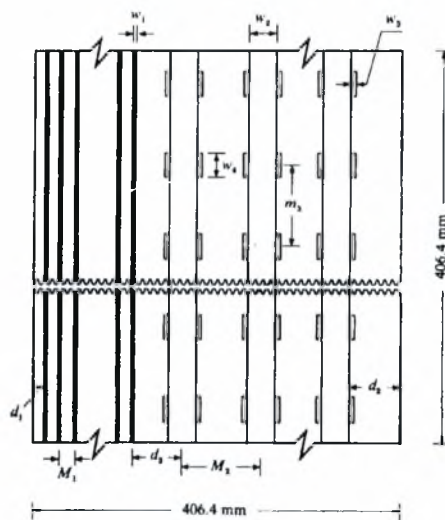
$$\frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[-\overline{u_l u_j u_i} - \frac{p}{\rho} (\delta_{jl} u_i + \delta_{il} u_j) + \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right] - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_l} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_l} + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (2.42)$$

3. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται παρουσίαση της βιβλιογραφίας που αναφέρεται στη μελέτη της μεταφοράς της ενέργειας της τύρβης από δίνες μεγαλύτερου σε δίνες μικρότερου μεγέθους. Παρουσιάζονται τόσο πειραματικές εργασίες όσο και εργασίες προσομοίωσης του φαινομένου αυτού, με σκοπό την ανάδειξη της χρησιμότητας μελέτης αυτής της ροής. Πιο συγκεκριμένα, θα γίνει συνοπτική παρουσίαση των παρακάτω εργασιών με ιδιαίτερη έμφαση στο πειραματικό μέρος προετοιμασίας της ροής :

- *Veeravalli, S. & Warhaft Z., The shearless turbulence mixing layer, Journal of Fluid Mechanics, vol. 20, pp. 191-229, 1989*

Η εργασία αυτή εκπονήθηκε με σκοπό την πειραματική μελέτη της αλληλεπίδρασης δύο διαφορετικών μεγεθών δινών με την απουσία μέσης διάτμησης. Η ροή, ένα τυρβώδες στρώμα ανάμιξης, υλοποιείται με χρήση δύο διαφορετικών μεγεθών πλεγμάτων, ένα σε κάθε πλευρά της ροής. Κρατώντας σταθερό το λόγο της ανοικτής προς τη συνολική επιφάνεια των πλεγμάτων που χρησιμοποιούνται, η μέση ταχύτητα διατηρείται ουσιαστικά σταθερή κατά μήκος ολόκληρης της ροής. Έτσι, αφού δεν υπάρχει μέση διάτμηση, δεν υπάρχει παραγωγή τύρβης οπότε η ανάμιξη προκαλείται αποκλειστικά από τις διακυμάνσεις των πεδίων ταχύτητας και πίεσης.



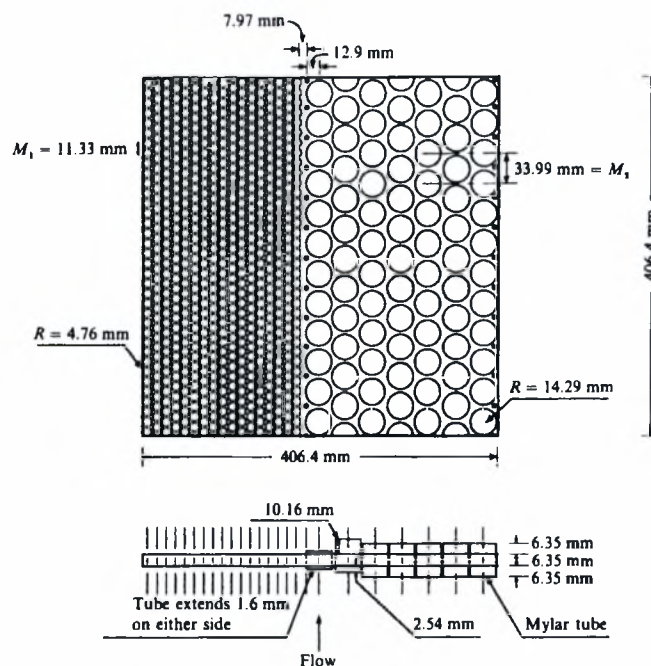
Σχήμα 3.1 Λεπτομέρειες κατασκευής πλεγμάτων παράλληλων ράβδων

Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν σε μια κατακόρυφα τοποθετημένη αεροσήραγγα με τμήμα δοκιμών μήκους 4.25m και διατομής 0.406 x 0.406m². Κατά τη διάρκεια αυτών των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκαν τρία πλέγματα. Τα δύο από αυτά αποτελούνταν από παράλληλες ράβδους με λόγους απόστασης $M_2 / M_1 = 3.3$ και $M_2 / M_1 = 8.9$ (Σχήμα 3.1 & Πίνακας 3.1) ενώ το τρίτο ήταν διάτρητο έλασμα με κυκλικές οπές στο οποίο ο λόγος απόστασης των κέντρων δύο διαδοχικών οπών ίδιου μεγέθους ήταν $M_2 / M_1 = 3$ (Σχήμα 3.2).

Πίνακας 3.1 Κατασκευαστικά χαρακτηριστικά πλεγμάτων

| Grid | M_2 | M_1 | m_3 | w_1 | w_2 | w_3 | w_4 | d_1 | d_2 | d_3 | n_1 | n_2 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3.3:1 | 9.53 | 31.5 | 29.7 | 3.18 | 9.53 | 1.02 | 9.78 | 5.11 | 14.61 | 20.3 | 19 | 7 |
| 8.9:1 | 4.77 | 42.5 | 34.9 | 1.59 | 11.11 | 1.59 | 9.53 | 6.80 | 20.30 | 26.9 | 29 | 6 |

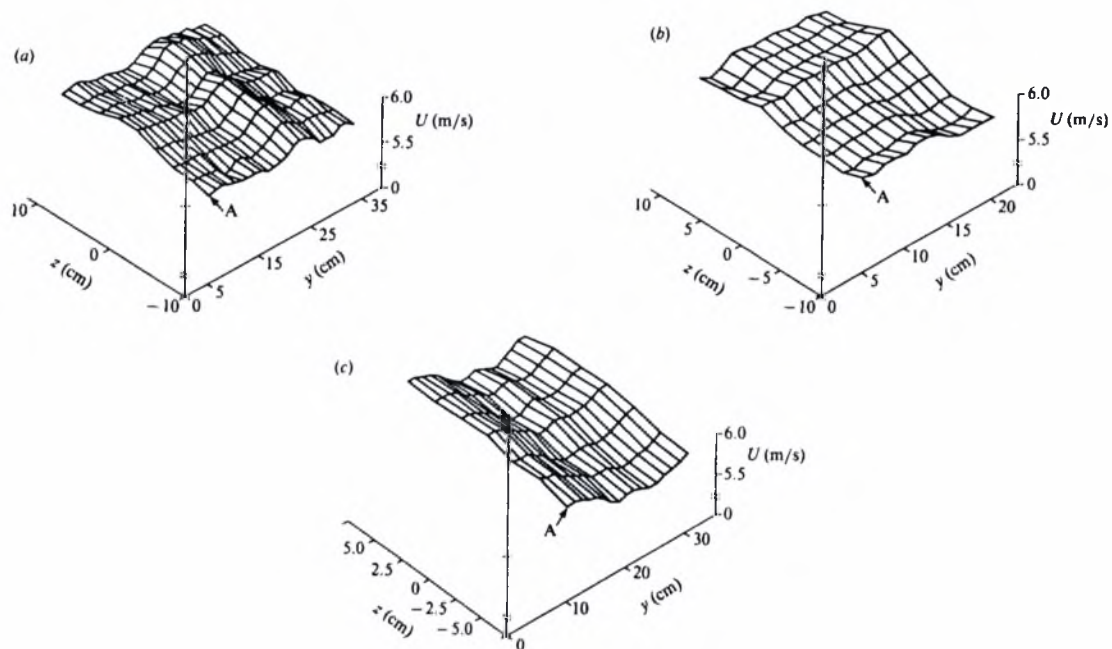
Τα μεγέθη του Πίνακα 3.1 ορίζονται στο Σχήμα 3.1. Οι μεταβλητές n_1 και n_2 ορίζουν το αριθμό το ράβδων που τοποθετούνται σε κάθε τμήμα του πλέγματος.



Σχήμα 3.2 Λεπτομέρειες κατασκευής διάτρητου ελάσματος

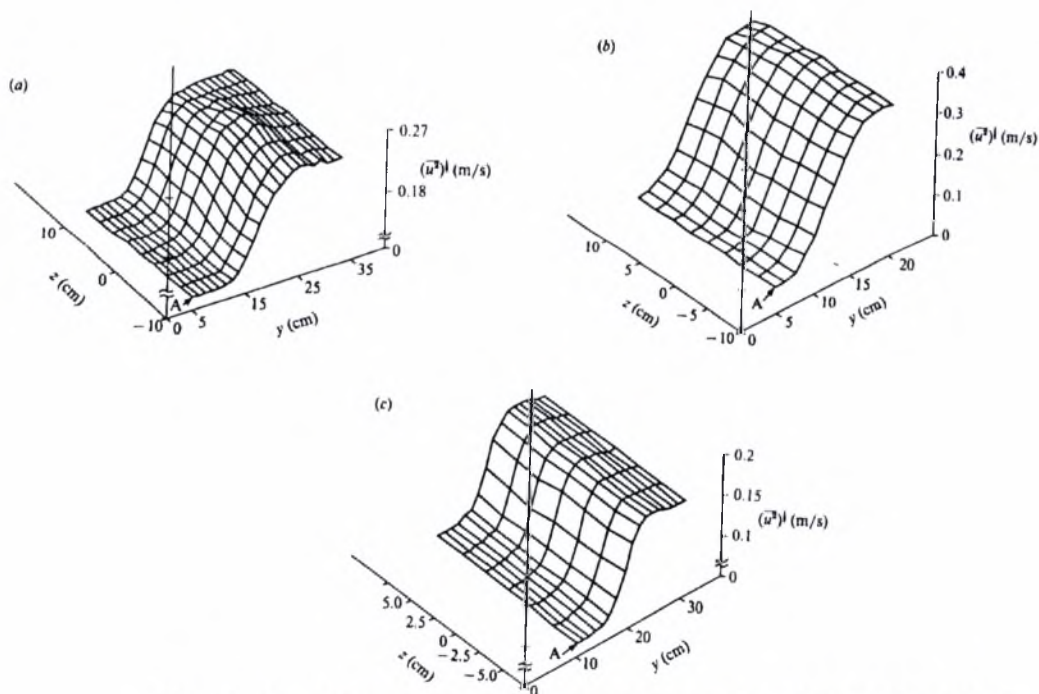
Οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν με συμβατικούς x-αισθητήρες ανεμομετρίας θερμού σύρματος.

Το διδιάστατο πεδίο ταχύτητας κατόντη των παραπάνω συνδυασμών πλεγμάτων, Σχήμα 4.3, αποδεικνύει τη διατήρηση της μέσης ταχύτητας στη διατομή της αεροσήραγγας ουσιαστικά σταθερής.



Σχήμα 3.3 Διδιάστατο πεδίο ταχύτητας α) 3.3:1, β) 8.9:1, γ) 3:1

Αντίστοιχα το πεδίο της rms ταχύτητας για τα παραπάνω πλέγματα παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.4 :

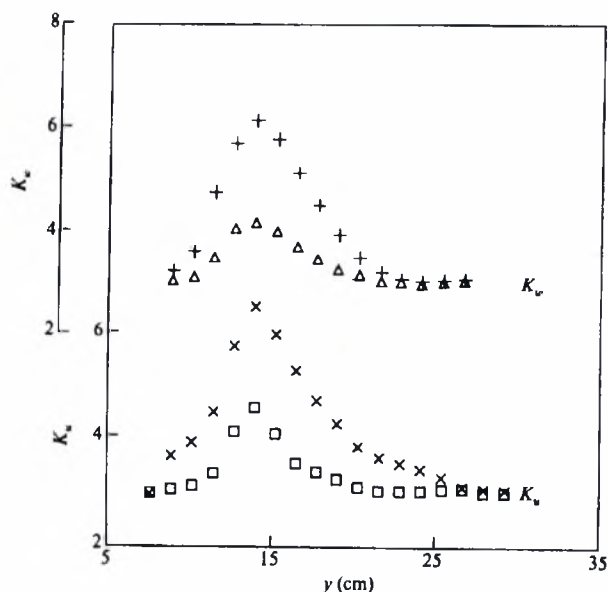


Σχήμα 3.4 : Διδιάστατο πεδίο rms ταχύτητας α) 3.3:1, β) 8.9:1, γ) 3:1

Από τις μετρήσεις που πραγματοποίησαν οι *Veeravalli & Warhaft* (1989) συμπεράναν ότι η τυρβώδης δέσμη ανάμιξης είναι εξαιρετικά πολύπλοκη ροή ακόμα και με την απουσία της μέσης διάτμησης. Η εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες είναι μεγάλη τόσο για στατιστικά μεγέθη που αφορούν συγκεκριμένα σημεία, όσο και για φασματικές ποσότητες των δεδομένων. Το διάτρητο έλασμα δίνει παρόμοια αποτελέσματα με τα πλέγματα ράβδων, ιδιαίτερα στην περίπτωση που $M_2/M_1 = 3.3$. Τέλος, εκτός από τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση των στατιστικών μεγεθών για τη ροή, φάνηκε ότι η διαμόρφωση της ροής επηρεάζεται τόσο από την τυρβώδη διάχυση, όσο και από την διείδυση του ενός στρώματος στο άλλο.

- *Pope S B & Haworth D C, The mixing layer between turbulent fields of Different Scales, Turbulent Shear Flows, 5th Symposium Proceedings*

Η εργασία αυτή πραγματοποιήθηκε με σκοπό τη μοντελοποίηση της αλληλεπίδρασης και ανάμιξης μεταξύ δύο ημίαιριων πεδίων ομογενών τυρβωδών ροών διαφορετικής κλίμακας. Παράλληλα με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μοντελοποίηση, γίνεται σύγκριση με της μετρήσεις των *Veeravalli & Warhaft* (1989) από όπου παρατηρείται ότι υπάρχει καλή συμφωνία για διάφορα στατιστικά μεγέθη, Σχήμα 3.5:



Σχήμα 3.5 Προφίλ κυρτότητας σε απόσταση 1.06m από το πλέγμα ράβδων 3.3:1

Στο Σχήμα 3.5 με τετράγωνα και τρίγωνα παρουσιάζονται οι μετρήσεις κυρτότητας ενώ με σταυρό και (x) τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το μοντέλο. Υπάρχει καλή ποιοτική συμφωνία μεταξύ των πειραματικών καμπυλών και των εκτιμήσεων. Η τοποθεσία των μεγίστων προβλέπεται αρκετά καλά. Παρόλα αυτά, οι μέγιστες τιμές διαφέρουν σημαντικά. Αυτό συμβαίνει γιατί η διαμόρφωση της ροής επηρεάζεται τόσο από την τυρβώδη διάχυση, όσο και από την διείσδυση του ενός στρώματος στο άλλο. Στην περίπτωση που εμφανιζόταν μόνο τυρβώδης διάχυση τότε η τιμή της κύρτωσης στις μετρήσεις δεν θα διέφερε από την τιμή που προκύπτει για Gaussian κατανομή τύρβης. Επειδή ακριβώς εμφανίζονται και οι δύο μηχανισμοί διαμόρφωσης της ροής οι μετρήσεις δίνουν ενδιάμεσα αποτελέσματα.

- *George W K, The decay of homogeneous isotropic turbulence, Physics of Fluids A 4, pp. 1492-1509, 1992*

Στην εργασία αυτή αναπτύσσεται μια νέα θεωρία για την εξασθένηση (decay) της ομογενούς ισοτροπικής τύρβης, στην οποία προτείνονται λύσεις για την εξίσωση φασματικής ενέργειας που ισχύουν για όλες τις κλίμακες κίνησης. Η προσέγγιση αυτή διαφέρει από τις κλασσικές προσεγγίσεις στο ότι η τύρβη δεν αποτελείται από ενός μεγέθους κυρίαρχες δίνες. Αποδεικνύεται ότι ο ρυθμός εξασθένησης της τύρβης μεταβάλλεται σύμφωνα με τον νόμο δυνάμεων και ότι εξαρτάται από τις αρχικές συνθήκες με αποτέλεσμα οι σταθερές του ρυθμού εξασθένησης να μην μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε όλες τις περιπτώσεις παρά μόνο στο όριο του άπειρου αριθμού Reynolds. Ένα άλλο αποτέλεσμα της θεωρίας είναι ότι η ασυμμετρία κατανομής (skewness) αυξάνει κατά την εξασθένηση μέχρι να προσεγγίσει μια οριακή τιμή.

- *Mohamed M S & LaRue J C, The decay power law in grid-generated turbulence, Journal of Fluid Mechanics, vol. 219, pp. 195-214, 1990*

Στην εργασία αυτή καθορίζεται η επίδραση των αρχικών συνθηκών στον εκθέτη εξασθένησης της τύρβης. Η μελέτη καλύπτει αριθμούς Reynolds από 6000 ως 68000, μεγέθη πλεγμάτων 2.54 και 5.08cm και λόγους ανοικτής προς συνολική επιφάνεια των πλεγμάτων 0.34 και 0.44. Αποδεικνύεται ότι η χρήση δεδομένων από τη μη ομογενή περιοχή της ροής έχουν σημαντική επίδραση στην τιμή των παραμέτρων του νόμου εξασθένησης. Αναπτύσσονται κριτήρια για την αναγνώριση της σχεδόν ομογενούς και ισοτροπικής περιοχής της ροής. Αυτά τα κριτήρια περιλαμβάνουν χαμηλές τιμές για την

ασυμμετρία (skewness) της ταχύτητας, σταθερότητα της ασυμμετρίας της παραγώγου της ταχύτητας κ.α. Τα αποτελέσματα, βασιζόμενα στα παραπάνω κριτήρια, δείχνουν ότι ο εκθέτης εξασθένησης είναι ανεξάρτητος από τις αρχικές συνθήκες, όπως Reynolds, μέγεθος του πλέγματος, μορφή των ράβδων που αποτελούν το πλέγμα, την τραχύτητα του πλέγματος κ.α. Αντίθετα, ο συντελεστής εξασθένησης εξαρτάται από τις αρχικές συνθήκες.

- *Komori S, Kanzaki T & Murakami Y, Concentration statistics in shear-free Grid generated turbulence with a second-order rapid reaction, Advances in Turbulence vol. 3, pp. 271-277, 1991.*

Στην εργασία αυτή ερευνάται η επίδραση της ανάμιξης της τύρβης σε μια γρήγορη δευτέρας τάξης αντίδραση μεταξύ οξικού οξέος και υδροξειδίου του αμμωνίου σε ένα τυρβώδες πεδίο ροής με μηδενικές μέσες διατμητικές τάσεις κατάντη πλέγματος. Πραγματοποιούνται ταυτόχρονες μετρήσεις των στιγμιαίων συγκεντρώσεων των δύο αντιδρώντων χρησιμοποιώντας συνδυασμένη τεχνική ανάκλασης φωτός με δέσμες laser και τεχνικές ηλεκτρικής αγωγιμότητας του ρευστού. Τα διάφορα στατιστικά μεγέθη των συγκεντρώσεων εκτιμούνται από τις ταυτόχρονες μετρήσεις. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η πρόοδος της αντίδρασης στην αρχική περιοχή ανάμιξης και τα προϊόντα εμποδίζουν την περαιτέρω πρόοδο της αντίδρασης στην περιοχή μακριά από τα πλέγματα. Επιπρόσθετα από τις μετρήσεις έγινε προσομοίωση των στατιστικών μεγεθών των συγκεντρώσεων όπου παρατηρήθηκε ποιοτική συμφωνία με τις μετρήσεις.

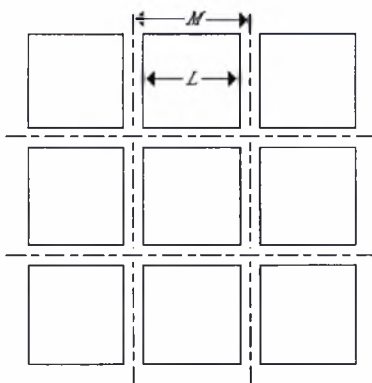
Από τη βιβλιογραφία που παρουσιάστηκε προκύπτει ότι η κοντινότερη εργασία με αυτής της διπλωματικής είναι αυτή των *Veeravalli & Warhaft* (1989). Σε αυτή την εργασία το τυρβώδες στρώμα ανάμιξης σχηματίζεται σε φθίνουσα ροή κυλίνδρων με αποτέλεσμα οι δίνες που παράγονται να είναι διδιάστατες. Επιπρόσθετα, στην περίπτωση χρησιμοποίησης των διάτρητων ελασμάτων δεν έχουν επιτευχθεί οι συνθήκες για μηδενική κλίση της μέσης ταχύτητας και δεν γίνεται παραμετρική μελέτη του προβλήματος για διάφορους συνδυασμούς. Η πρωτοτυπία αυτής της διπλωματικής συνίσταται στο γεγονός ότι το στρώμα ανάμιξης αποτελείται από τρισδιάστατες δίνες και στο ότι ο υπολογισμός των διαστάσεων των πλεγμάτων γίνεται από εξισώσεις χωρίς να χρειάζεται να γίνει ιδιαίτερος πειραματισμός.

4. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

Για τη μελέτη του προβλήματος όπως αυτό παρουσιάστηκε στις προηγούμενες παραγράφους, κατασκευάστηκε μια πειραματική διάταξη τα κύρια μέρη της οποίας είναι α) η αεροσήραγγα του Εργ. Ρευστομηχανικής & Στροβιλομηχανών, β) οι συνδυασμοί των πλεγμάτων, γ) το σύστημα ανεμομετρίας θερμού σύρματος και δ) το σύστημα συλλογής δεδομένων. Στη συνέχεια, θα γίνει ειδικότερη αναφορά σε κάθε ένα από αυτά τα στοιχεία και περιγραφή των αρχών λειτουργίας τους.

4.1 Πειραματική Διάταξη

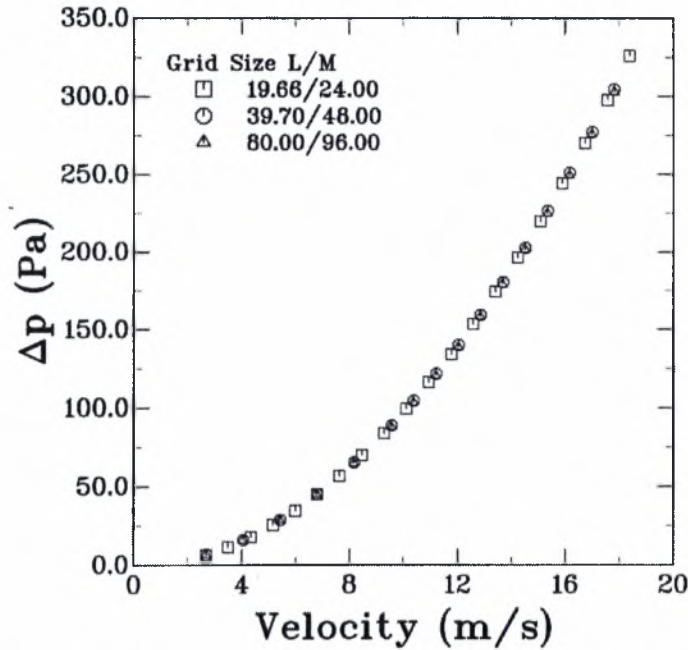
Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η εργασία αυτή έχει ως αντικείμενο τη μελέτη της μεταφοράς της ενέργειας της τύρβης μεταξύ διαφορετικών μεγεθών δινών κάτω από συνθήκες μηδενικής κλίσης της μέσης ταχύτητας. Το τυρβώδες στρώμα ανάμιξης σχηματίζεται σε φθίνουσα τυρβώδη ροή πλεγμάτων όπου υπάρχουν αρχικά ευδιάκριτα διαφορετικά μεγέθη δινών, ένα σε κάθε πλευρά του στρώματος ανάμιξης. Προϋπόθεση για τη δημιουργία του στρώματος ανάμιξης με μηδενική κλίση της μέσης ταχύτητας είναι τα πλέγματα που θα κατασκευαστούν να προκαλούν την ίδια πτώση πίεσης για όλο το εύρος των ταχυτήτων του πειράματος. Λαμβάνοντας αυτό το γεγονός υπόψη, κατασκευάστηκαν τρία διαφορετικά πλέγματα (Πίνακας 4.1 & Σχήμα 4.1) τα οποία καταλαμβάνουν όλη τη διατομή του τμήματος μετρήσεων της αεροσήραγγας και ικανοποιούν την παραπάνω συνθήκη. Οι μετρήσεις της πτώσης πίεσης, που πραγματοποιήθηκαν στο πανεπιστήμιο Erlangen-Nuerenberg από τον Δρα Ι Λεκάκη, δίδονται στο Σχήμα 4.2.



Πίνακας 4.1 Μεγέθη Πλεγμάτων

| a/a | L | M |
|-------|-------|-------|
| 1 | 80.00 | 96.00 |
| 2 | 39.70 | 48.00 |
| 3 | 19.66 | 24.00 |

Σχήμα 4.1 Κατασκευή πλεγμάτων



Σχήμα 4.2 Διάγραμμα πτώσης πίεσης σε σχέση με την ταχύτητα

Στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε δύο πλέγματα ταυτόχρονα το ένα δίπλα στο άλλο παρουσιάζεται πρόβλημα που εστιάζεται στο σημείο ένωσής τους. Ορίζουμε τη μεταβλητή S (solidity) σαν το λόγο $S = (M^2 - L^2) / M^2$ η τιμή του οποίου για κάθε πλέγμα δίνεται στον Πίνακα 4.2 :

Πίνακας 4.2 Μεταβλητή S για κάθε πλέγμα

| a/a | L | M | S |
|-------|-------|-------|---------|
| 1 | 80.00 | 96.00 | 0.30555 |
| 2 | 39.70 | 48.00 | 0.31593 |
| 3 | 19.66 | 24.00 | 0.32896 |

Παρατηρούμε ότι αυτή αλλάζει από πλέγμα σε πλέγμα. Έτσι για το σχεδιασμό στο σημείο της ένωσης επιλέγουμε σαν αρχική τιμή $\bar{S}_{ij} = (S_i + S_j) / 2$, όπου i, j ο συνδυασμός των χρησιμοποιούμενων πλεγμάτων. Η διαδικασία υπολογισμού έχει ως εξής :

- Παίρνουμε μια σειρά τετραγώνων εκατέρωθεν της γραμμής επαφής.
- Υπολογίζουμε το λόγο S για αυτό το τμήμα ονομάζοντας x την απόσταση μεταξύ των γειτονικών οπών του ζεύγους των πλεγμάτων.
- Λύνουμε ως προς x θέτοντας $S = \bar{S}_{ij}$.

d) Σχεδιάζουμε τα πλέγματα έτσι ώστε σε κάθε ένα από αυτά να έχουμε $x/2$ κλειστή επιφάνεια.

Επειδή η κύρια διάσταση κάθε μικρότερου πλέγματος είναι υποδιπλάσια του αμέσως μεγαλύτερου, αρκεί να γίνουν οι υπολογισμοί μόνο για μήκος ίσο με την κύρια διάσταση του μεγαλύτερου πλέγματος του συνδυασμού. Θέτοντας ως n τον αριθμό των οπών του μικρότερου πλέγματος j που συνορεύουν μια οπή του μεγαλύτερου πλέγματος i , η απόσταση x μεταξύ των οπών θα δίνεται από τη σχέση :

$$x = \frac{2L_i^2 + 2nL_j^2 + (\bar{S}_{ij} - 1)L_i M_i + (\bar{S}_{ij} - 1)M_i (L_j + M_i + M_j)}{2(1 - \bar{S}_{ij})M_i} \quad (4.1)$$

Εφαρμόζοντας την Εξίσωση 4.1 για τους τρεις δυνατούς συνδυασμούς πλεγμάτων προκύπτει ο Πίνακας 4.3 :

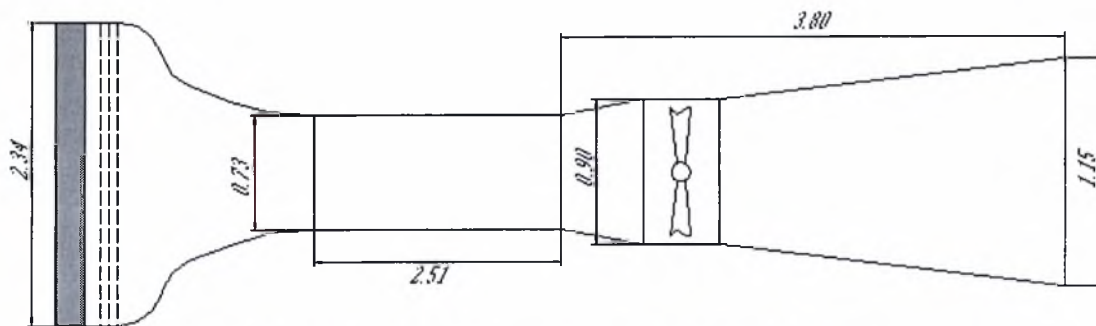
Πίνακας 4.3 Σχεδιασμός συνδυασμών πλεγμάτων

| a/a | L_i | M_i | L_j | M_j | n | S_i | S_j | \bar{S} | x | $x/2$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-----|----------|----------|-----------|--------|-------|
| 1 | 80.00 | 96.00 | 39.70 | 48.00 | 2 | 0.305556 | 0.315933 | 0.310744 | 12.511 | 6.255 |
| 2 | 80.00 | 96.00 | 19.66 | 24.00 | 4 | 0.305556 | 0.328966 | 0.317261 | 11.404 | 5.702 |
| 3 | 39.70 | 48.00 | 19.66 | 24.00 | 2 | 0.315933 | 0.328966 | 0.322450 | 6.550 | 3.275 |

Οι συνδυασμοί των πλεγμάτων του Πίνακα 4.3 τοποθετήθηκαν 15cm από την είσοδο του τμήματος δοκιμών της αεροσήραγγας του Εργαστηρίου Ρευστομηχανικής & Στροβιλομηχανών.

Η αεροσήραγγα αυτή είναι ανοικτού κυκλώματος της οποίας το τμήμα δοκιμών έχει διαστάσεις 2.51x0.52x0.73m. Οι διαστάσεις του συλλέκτη καθώς και του διαχυτή φαίνονται στο Σχήμα 4.3. Ανάμεσα στο τμήμα μετρήσεων και το διαχυτή είναι τοποθετημένος ο κινητήρας της αεροσήραγγας, ισχύος 7.5kW, και η πτερωτή. Στην είσοδο του συλλέκτη έχουν τοποθετηθεί κυψελίδες, διαστάσεων 8x70mm και τρεις σειρές από πλέγματα με σκοπό την επίτευξη ομοιομορφίας στη ροή και την όσο το δυνατόν ελάττωση της τύρβης. Πάνω στο τμήμα μετρήσεων στηρίζεται το σύστημα μετακίνησης των

αισθητήρων το οποίο δίνει τη δυνατότητα κίνησης καθ' ύψος και κατά μήκος της αεροσήραγγας καθώς επίσης και κυκλικής κίνησης γύρω από τον άξονα z.



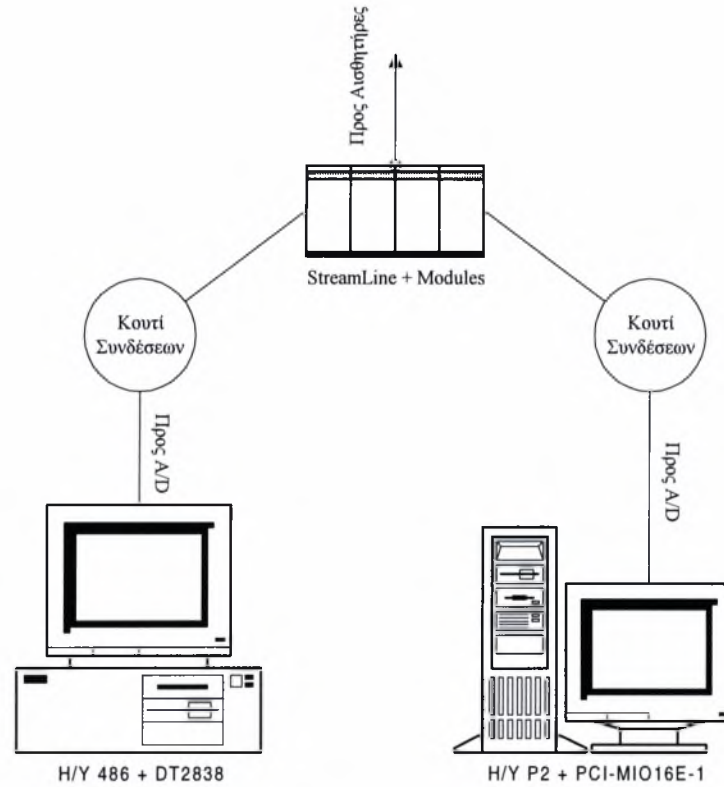
Σχήμα 4.3 Πλάγια όψη υποηχητικής αεροσήραγγας

Για τις μετρήσεις του πειράματος, χρησιμοποιείται σύστημα ανεμομετρίας θερμού σύρματος δύο καναλιών της εταιρείας DANTEC. Πιο συγκεκριμένα, το σύστημα δειγματοληψίας και επεξεργασίας σημάτων, Σχήμα 4.4, περιλαμβάνει :

- a) Δύο ηλεκτρονικούς υπολογιστές στους οποίους είναι εγκατεστημένες δύο A/D κάρτες National Instruments PCI-MIO16E-1 και Data Translation DT2838 αντίστοιχα
- b) Σύστημα ανεμομετρίας θερμού σύρματος, StreamLine 90N10 frame, το οποίο περιλαμβάνει δύο γέφυρες ανεμομετρίας σταθερής θερμοκρασίας 90C10 και μία μονάδα βαθμονόμησης 90H01 με ένα ακροφύσιο 90H02.

Στην παραπάνω διάταξη συνδέονται κατά περίπτωση οι αισθητήρες θερμού σύρματος που χρειάζονται καθώς και όργανα μετρήσεων και ελέγχου για την περιοδική επιβεβαίωση της καλής λειτουργίας του συστήματος.

Η ολοκλήρωση της πειραματικής διάταξης περιλαμβάνει το λογισμικό χειρισμού του ανεμομέτρου και το λογισμικό DAMS-Data Acquisition and Management System (*Lekakis et al, 1994*), για μετρήσεις ανεμομετρίας θερμού σύρματος. Στη συνέχεια θα γίνει παρουσίαση των αρχών λειτουργίας και κατασκευής των ανεμόμετρων θερμού σύρματος και των βασικών αρχών σχεδιασμού αεροσηράγγων.



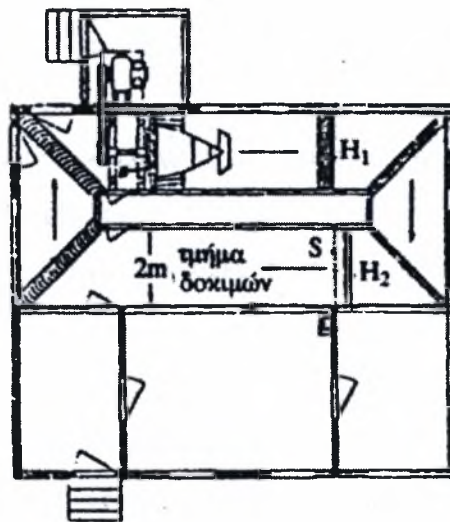
Σχήμα 4.4 Το Σύστημα Ανεμομετρίας Θερμού Σύρματος του Εργ. Ρ&Σ

4.2 Εισαγωγή στις Αεροσήραγγες

Για την καταρχήν επίλυση και διερεύνηση των διαφόρων προβλημάτων που εμφανίζονται στη σχεδίαση και βελτίωση διαφόρων συστημάτων ροής χρησιμοποιούνται διάφορες πειραματικές διατάξεις. Μια από τις περισσότερο συνήθεις διατάξεις είναι η χρήση ενός μοντέλου σε αεροσήραγγα. Κατά αυτόν τον τρόπο, αεροσήραγγες μπορούν να προσομοιαστούν με έναν αναλογικό υπολογιστή στον οποίο ο μηχανικός μπορεί να πάρει γρήγορα αποτελέσματα και να βελτιστοποιήσει τη μορφή του μοντέλου που μελετά. Στη συνέχεια, θα γίνει σύντομη παρουσίαση των χαρακτηριστικών των αεροσηράγγων καθώς και των βασικών αρχών σχεδιασμού τους.

4.2.1 Τύποι αεροσηράγγων

Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι αεροσηράγγων, ανοικτού και κλειστού κυκλώματος. Στον πρώτο τύπο αεροσηράγγας ο αέρας ακολουθεί μια ευθεία πορεία από την είσοδο, μέσω του συλλέκτη, στο τμήμα μετρήσεων και κατόπιν στο διαχυτή. Οι σήραγγες αυτές μπορεί να έχουν ή να μην έχουν τμήμα δοκιμών με στερεά όρια (τύπος Eiffel και τύπος NPL αντίστοιχα). Η μεγάλη πλειοψηφία των σηράγγων του δεύτερου τύπου έχει μία επιστροφή. Παρόλα αυτά έχουν σχεδιαστεί και αεροσήραγγες με διπλή επιστροφή.



Σχήμα 4.4 Η πρώτη αεροσήραγγα κλειστού κυκλώματος του Prandtl (1907-1909)

Τα πλεονεκτήματα των αεροσηράγγων ανοικτού κυκλώματος είναι τα ακόλουθα :

1. Έχουν χαμηλότερο κατασκευαστικό κόστος.
2. Αν πρόκειται να γίνουν εκτενή πειράματα οπτικοποίησης ροών με καπνό, δεν τίθεται θέμα καθαρισμού του αέρα εφόσον η είσοδος και η έξοδος βρίσκονται στην ατμόσφαιρα.

Αντίθετα τα μειονεκτήματα αυτού του τύπου των σηράγγων είναι τα ακόλουθα:

1. Αν βρίσκονται τοποθετημένες σε χώρο, ανάλογα με το μέγεθος της αεροσήραγγας σε σχέση με το μέγεθος του χώρου, μπορεί να χρειάζεται μεγάλος αριθμός πλεγμάτων στην είσοδο για να επιτευχθεί υψηλής ποιότητας ροή. Το ίδιο μπορεί να ισχύει και όταν η είσοδος και η έξοδος της αεροσήραγγας βρίσκονται στην ατμόσφαιρα και ο άνεμος ή ο κρύος καιρός μπορούν να επηρεάσουν τη λειτουργία της.
2. Για ένα δεδομένο μέγεθος και ταχύτητα αεροσήραγγας απαιτείται μεγαλύτερη ενέργεια για τη λειτουργία. Αυτός ο παράγοντας παίζει σημαντικό ρόλο όταν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για αναπτυξιακούς σκοπούς όπου υπάρχει μεγάλος βαθμός χρησιμοποίησης.
3. Επειδή οι αεροσήραγγες είναι θορυβώδεις, για μεγάλες αεροσήραγγες, ο θόρυβος μπορεί να προκαλεί περιβαλλοντολογικά προβλήματα και να περιορίζει τις ώρες λειτουργίας.

Εξαιτίας του μικρού αρχικού κόστους, το ανοικτό κύκλωμα συνήθως είναι ιδανικό για σχολές και πανεπιστήμια όπου η σήραγγα χρησιμοποιείται στην εκπαιδευτική διαδικασία και έρευνα με λίγες ώρες λειτουργίας.

Αντίστοιχα μια σήραγγα κλειστού κυκλώματος έχει τα ακόλουθα πλεονεκτήματα :

1. Με τη χρήση των γωνιών στροφής και πιθανώς των πλεγμάτων, η ποιότητα της ροής μπορεί να ελεγχθεί ευκολότερα.
2. Απαιτείται λιγότερη ενέργεια για δεδομένο μέγεθος τμήματος μετρήσεων και δεδομένη ταχύτητα.
3. Χαμηλότερος θόρυβος κατά τη λειτουργία.
4. Κατάλληλη για οπτικές μεθόδους μέτρησης LDV και PIV

Αντίθετα, τα μειονεκτήματα μιας αεροσήραγγας αυτού του τύπου είναι :

1. Υψηλότερο αρχικό κόστος εξαιτίας των αγωγών επιστροφής και των άλλων χρησιμοποιούμενων εξαρτημάτων.
2. Αν χρησιμοποιούνται εκτενώς για πειράματα με σταγονίδια, καπνό και σωματίδια πρέπει να υπάρχει ένας τρόπος καθαρισμού του αέρα του κυκλώματος.
3. Δεν είναι εύκολη η άμεση χρησιμοποίησή της καθώς υπάρχουν μεταβατικά φαινόμενα θέρμανσης του αέρα του κυκλώματος.

4.2.2 Σχεδιασμός αεροσηράγγων

Καμία αεροσήραγγα δεν είναι κατάλληλη για όλες τις πιθανές δοκιμές. Γενικά, οι αεροσήραγγες μπορούν να χωριστούν σε τέσσερις ευρείες κατηγορίες, ανάλογα με την ταχύτητα του τμήματος δοκιμών :

- Υποηχητικές, με μέγιστο αριθμό Mach 0.4
- Διηχητικές, με μέγιστο αριθμό Mach 1.3
- Υπερηχητικές, με μέγιστο αριθμό Mach 4.0 ως 5.0, και
- Υπερ- υπερηχητικές, για αριθμούς Mach μεγαλύτερους από 5.0

Το πρώτο βήμα στο σχεδιασμό μιας αεροσήραγγας είναι ο καθορισμός του μεγέθους και της μορφής του τμήματος μετρήσεων. Η διατομή της αεροσήραγγας βασικά καθορίζει το συνολικό μέγεθος της εγκατάστασης. Το μέγεθος του τμήματος μετρήσεων, η ταχύτητα και η μορφή θα καθορίσουν την απαιτούμενη ισχύ. Το μέγεθος της εγκατάστασης θα καθορίσει το κατασκευαστικό κόστος και η ισχύς και οι ώρες λειτουργίας το λειτουργικό κόστος.

Στη συνέχεια, θα γίνει σύντομη περιγραφή των κυριότερων τμημάτων μιας αεροσήραγγας (τμήμα δοκιμών, διαχυτής, τμήμα ανεμιστήρα, συλλέκτης).

□ *Το τμήμα δοκιμών*

Όπως αναφέρθηκε και πριν, οι απαιτήσεις για το τμήμα δοκιμών καθορίζουν τόσο το κόστος όσο και το μέγεθος της εγκατάστασης και τη μέγιστη ταχύτητα της αεροσήραγγας. Το βασικό κριτήριο για τη διατομή του τμήματος μετρήσεων της αεροσήραγγας είναι ο επιθυμούμενος αριθμός Reynolds.

Κατά καιρούς, έχουν χρησιμοποιηθεί διαφόρων τύπων διατομές όπως κυκλικές, ελλειπτικές, τετράγωνες, παραλληλόγραμμες, εξαγωνικές, οκταγωνικές κλπ. Το κόστος και η απαιτούμενη ισχύς καθορίζονται απευθείας από τη διατομή αυτού του τμήματος. Οι διαφορές στις απώλειες σε σχέση με τη μορφή του τμήματος δοκιμών είναι αμελητέες. Για αυτό το λόγο η μορφή του θα πρέπει να βασίζεται στους τρόπους χρήσης καθώς και σε αεροδυναμικούς περιορισμούς. Το μήκος του τμήματος των δοκιμών συνηθίζεται να είναι 1-3 φορές την κύρια διάσταση του τμήματος μετρήσεων. Οι απώλειες ισχύος μέσα στο τμήμα μετρήσεων μπορούν να είναι σημαντικές όσο μεγαλώνει η ταχύτητα. Για αυτό το λόγο προτιμάται να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο. Μια πρακτική λεπτομέρεια στο σχεδιασμό του τμήματος δοκιμών είναι η τοποθέτηση παραθύρων που διευκολύνει την παρατήρηση. Για λόγους ασφαλείας τα παράθυρα θα πρέπει να είναι από τέτοιο υλικό που να είναι ανθεκτικό στις καταπονήσεις. Επίσης, θα πρέπει να έχει μικρό δείκτη διάθλασης στην περίπτωση χρήσης lasers και φωτογραφικών διατάξεων.

□ *Ο διαχυτής*

Οι διαχυτές, τόσο σε αεροσήραγγες ανοικτού όσο και σε αεροσήραγγες κλειστού κυκλώματος συνήθως βρίσκονται κατάντη του τμήματος δοκιμών. Ειδικότερα σε αεροσήραγγες κλειστού κυκλώματος, βρίσκονται κατάντη του τμήματος δοκιμών, εκτείνονται μέχρι την τρίτη γωνία της αεροσήραγγας και χωρίζονται σε δύο μέρη από τον ανεμιστήρα. Σκοπός των διαχυτών είναι να μειώσουν την ταχύτητα ροής με αύξηση της διατομή και έτσι να ελαττώσουν τις απώλειες τριβής. Επειδή επιθυμούμε να ελαττώσουμε την ταχύτητα στη συντομότερη δυνατή απόσταση, ο διαχυτής είναι ένα κρίσιμο τμήμα της αεροσήραγγας. Λάθος στη σχεδιάσή του μπορεί να δημιουργήσει διακοπτόμενη ή συνεχή αποκόλληση της ροής με αποτέλεσμα διακυμάνσεις στην ταχύτητα του τμήματος δοκιμών καθώς και αυξημένες απώλειες.

Θεωρητικά, ο μόνος περιορισμός για το σχεδιασμό του διαχυτή είναι να μην υπάρχει αποκόλληση του τυρβώδους οριακού στρώματος υπό συνθήκες ομοιόμορφης ροής ανάντη του διαχυτή. Στην πράξη, η ροή στην έξοδό της από το τμήμα μετρήσεων δεν είναι ομοιόμορφη λόγω των συστημάτων στήριξης οργάνων ή μοντέλων. Στην πράξη χρησιμοποιούνται γωνίες κώνου 7° ή και μικρότερες. Παρόλα αυτά, αν χρησιμοποιείται πολύ μακρύς διαχυτής 5° , υπάρχει και πάλι ο κίνδυνος της αποκόλλησης.

□ *Το τμήμα του ανεμιστήρα*

Είναι γενικά παραδεκτό ότι ο ανεμιστήρας της αεροσήραγγας ανοικτού κυκλώματος πρέπει να βρίσκεται κατάντη του τμήματος μετρήσεων ενώ στην περίπτωση κλειστού κυκλώματος κατάντη της δεύτερης γωνίας. Αυτό συμβαίνει γιατί ο κινητήρας αναπτύσσει τη μέγιστη αποδοτικότητά του όταν βρίσκεται σε περιοχές σχετικά υψηλής ταχύτητας. Επίσης το κόστος του είναι ανάλογο με το τετράγωνο της διαμέτρου της φτερωτής οπότε γίνεται αντιληπτό ότι συμφέρει να είναι όσο το δυνατό μικρότερη.



Φωτογραφία 4.1 Πτερωτή αεροσήραγγας EP&S

Υπάρχουν τρεις βασικές διατάξεις ευθυγράμμισης της ροής εξαιτίας της περιστροφής της πτερωτής :

- a) Πτερωτή με κατάντη ακίνητα πτερύγια,
- b) Πτερωτή με ανάντη περιστρεφόμενα πτερύγια, και
- c) Δύο αντίστροφα περιστρεφόμενες πτερωτές όπου η δεύτερη εξουδετερώνει την επίδραση της πρώτης.

Η τρίτη διάταξη έχει τη δυνατότητα να διατηρεί την ευθυγράμμιση για όλες τις ταχύτητες ροής. Αφού το σύστημα των δύο πτερωτών έχει σχεδιαστεί για να αναπτύσσει μεγαλύτερη ώση από ότι τα άλλα, είναι σχεδόν απαραίτητο για εγκαταστάσεις υψηλής ισχύος. Το σύστημα οδήγησης γίνεται πιο περίπλοκο καθώς πρέπει να ασκείται η ίδια ροπή και στις δύο φτερωτές. Για αεροσήραγγες μετρίου μεγέθους, μία μόνο φτερωτή είναι συνήθως ικανοποιητική. Αν έχει γίνει σωστή σχεδίαση, μπορεί να κατασκευαστεί ακίνητο σύστημα ευθυγράμμισης της ροής ικανοποιητικό για όλο το εύρος των ταχυτήτων. Σε ότι αφορά τη δυνατότητα ελέγχου της ταχύτητας ροής υπάρχουν δύο επιλογές, είτε με μεταβολή των στροφών του κινητήρα είτε με μεταβολή της γωνίας pitch των πτερυγίων της φτερωτής. Η δεύτερη επιλογή προσφέρει γρηγορότερο έλεγχο από ότι η μεταβολή της ταχύτητας περιστροφής.

□ *Συλλέκτης*

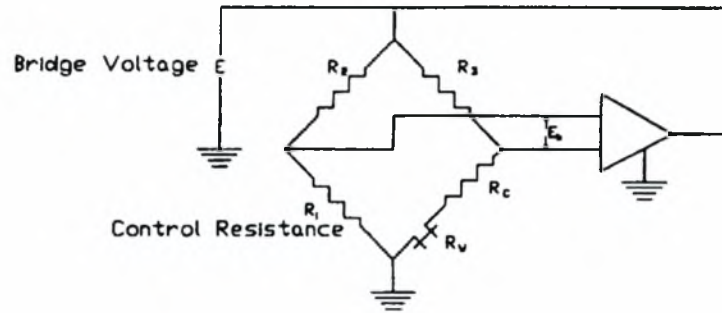
Υπάρχουν δύο προβλήματα στο σχεδιασμό του συλλέκτη. Το πρώτο είναι η παρουσία αντίστροφης κλίσης πίεσης στην είσοδο και την έξοδο της συστολής. Αν αυτή η κλίση γίνει αρκετά μεγάλη έτσι ώστε να υπάρξει αποκόλληση του οριακού στρώματος τότε η ποιότητα του πεδίου ροής στο τμήμα μετρήσεων θα είναι κατά πολύ χειρότερη. Το δεύτερο πρόβλημα που εμφανίζεται είναι στην περίπτωση που έχουμε τετραγωνικής διατομής κώνο συστολής καθώς οι γραμμές ροής τέμνονται με τα τοιχώματα του κώνου με αποτέλεσμα τη δημιουργία δευτερεύουσας ροής στις γωνίες που μπορεί να προκαλέσουν αποκόλληση. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να ελαττωθεί κάνοντας τη διατομή οκταγωνική δημιουργώντας μια γωνία 45° στην αρχή και συνεχίζοντάς την μέχρι το τμήμα μετρήσεων και τον διαχυτή.

Μέχρι την ανάπτυξη των υπολογιστών, δεν υπήρχε ικανοποιητική μέθοδος για το σχεδιασμό συστολών. Η συστολή σχεδiazόταν είτε οπτικά, είτε με προσεγγιστικές μεθόδους. Η εμπειρία έδειχνε ότι η ακτίνα καμπυλότητας θα πρέπει να ήταν μικρότερη στη έξοδο από ότι στην είσοδο. Είναι επιθυμητό να κρατάμε το μήκος της συστολής όσο το δυνατόν μικρότερο λαμβάνοντας υπόψη την τοποθέτηση πλεγμάτων και κυψελίδων. Για τον τελικό σχεδιασμό αυτού του τμήματος πολλές φορές κατασκευάζονται μοντέλα πριν την τελική κατασκευή του.

4.3 Εισαγωγή στην Ανεμομετρία Θερμού Σύρματος

Το ανεμόμετρο θερμού σύρματος ή θερμής επιφανείας είναι ένα αισθητήριο σύστημα ευαίσθητο στις αλλαγές μεταφοράς θερμότητας από ένα μικρό, ηλεκτρικά θερμαινόμενο αισθητήρα εκτεθειμένο στην κίνηση του ρευστού. Η λειτουργία του βασίζεται στη γραμμική μεταβολή της ηλεκτρικής αντίστασης του υλικού του αισθητήρα με την θερμοκρασία. Όταν η θερμοκρασία, η σύσταση και η πίεση του ρευστού είναι σταθερή, η μόνη μεταβλητή που επηρεάζει τη μεταφορά θερμότητας είναι η ταχύτητα του ρευστού. Τα ανεμόμετρα θερμού σύρματος και θερμής επιφανείας αποκτούν τη δημοτικότητά τους από το μικρό τους μέγεθος που έχει σαν αποτέλεσμα υψηλή χωρική ανάλυση και μικρή παρεμπόδιση της ροής, υψηλή απόκριση συχνότητας, υψηλή ευαισθησία σε χαμηλές ταχύτητες, χαμηλό κόστος και ένα σήμα εξόδου σε μορφή τάσης κατάλληλο για την περαιτέρω ανάλυσή του.

Υπάρχουν δύο τύποι λειτουργίας ενός ανεμομέτρου θερμού σύρματος ανάλογα με τον τρόπο που ελέγχεται το ρεύμα θέρμανσης του αισθητήρα. Στον τύπο σταθερού ρεύματος, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αισθητήρα διατηρείται σταθερή και οι μεταβολές στην αντίσταση του αισθητήρα μετρώνται παρακολουθώντας τις μεταβολές της τάσης στα άκρα του αισθητήρα. Στον τύπο σταθερής θερμοκρασίας, το σύρμα βρίσκεται σε ένα κύκλωμα ανατροφοδότησης που το διατηρεί σε σταθερή αντίσταση και κατά συνέπεια σταθερή θερμοκρασία. Οι μεταβολές στην μεταφορά θερμότητας από τον αισθητήρα προκαλούν αλλαγές στην ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει. Ένα απλό ανεμόμετρο σταθερής θερμοκρασίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.6. Το ανεμόμετρο σταθερής θερμοκρασίας χρησιμοποιείται σχεδόν αποκλειστικά για μετρήσεις ταχύτητας, επειδή επιδεικνύει σημαντικά υψηλότερη απόκριση συχνότητας από αυτόν του σταθερού ρεύματος. Το ανεμόμετρο σταθερού ρεύματος χρησιμοποιείται κυρίως για μετρήσεις θερμοκρασίας, όταν παρέχεται στο σύρμα ένα πολύ μικρό σταθερό ρεύμα.



Σχήμα 4.6 Ηλεκτρικό κύκλωμα για ανεμόμετρο σταθερής θερμοκρασίας

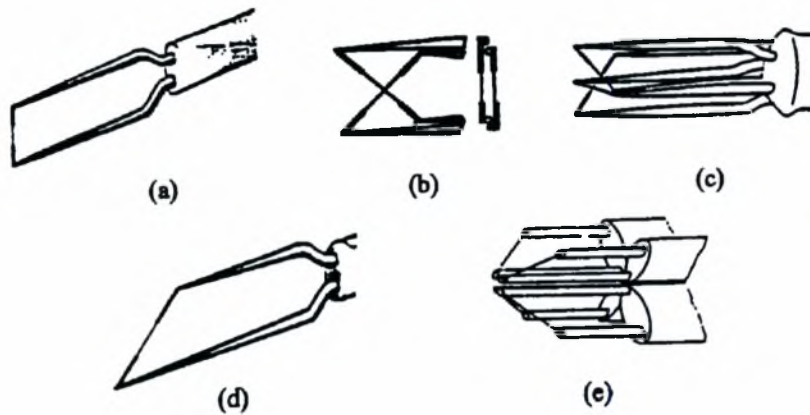
Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με το ανεμόμετρο σταθερής θερμοκρασίας για μετρήσεις σε υποηχητικές ροές.

4.3.1 Σχεδιασμός αισθητήρων θερμού σύρματος / επιφανείας

Θερμά σύρματα

Οι πιο συχνές διατάξεις για αισθητήρες θερμού σύρματος, Σχήμα 4.7, είναι :

- Ένα απλό μονό σύρμα (single wire), για μετρήσεις της ταχύτητας σε μονοδιάστατες ροές.
- Ένα Χ-σύρμα (cross wire) για τη μέτρηση της ταχύτητας στο μέσο επίπεδο των δυο συρμάτων.
- Ένα τριπλό σύρμα (triple wire), για τη μέτρηση των τριών στιγμιαίων συνιστωσών της ταχύτητας.
- Ένα κεκλιμένο σύρμα (slant wire), συχνά χρησιμοποιείται για μετρήσεις διαφόρων στατιστικών μεγεθών τύρβης τοποθετώντας το διαδοχικά σε συγκεκριμένους προσανατολισμούς ως προς τη ροή.
- Ένα τετραπλό σύρμα, για την ταυτόχρονη μέτρηση των τριών συνιστωσών της ταχύτητας, που επιτρέπει το διάνυσμα της ταχύτητας να σχηματίζει μεγαλύτερο εύρος γωνιών σε σχέση προς τον άξονα του αισθητήρα από ότι χρησιμοποιώντας αισθητήρες τριπλού σύρματος.



Σχήμα 4.7 Αισθητήρες θερμού σύρματος / θερμής επιφανείας

Το υλικό ενός αισθητήρα θερμού σύρματος πρέπει να ικανοποιεί τις ακόλουθες προδιαγραφές :

1. Υψηλό συντελεστή θερμικής αντίστασης,
2. Υψηλή αντοχή σε μηχανική τάση,
3. Χαμηλή θερμική αγωγιμότητα, και
4. Διαθεσιμότητα σε μικρές διαμέτρους.

Με βάση αυτές τις προδιαγραφές, τα συνηθέστερα υλικά συρμάτων είναι το βολφράμιο, η πλατίνα και κράμα πλατίνας ιριδίου (80%Pt,20%Ir). Συγκριτικά, οι ιδιότητές τους δίνονται στον Πίνακα 4.4.

Πίνακας 4.4 Ιδιότητες υλικών θερμών συρμάτων

| | Βολφράμιο | Πλατίνα | 80% Πλατίνα 20% Ιρίδιο |
|---|----------------------|---------------------|---------------------------|
| Συντελεστής Θερμικής Αντίστασης α, C^{-1} | 0.0045 | 0.0039 | 0.0008 |
| Ειδική αντίσταση ρ , $\Omega \cdot cm$ | 5.5×10^{-6} | 10×10^{-6} | 31×10^{-6} |
| Μέγιστη τάση εφελκυσμού M , Kg/mm^2 | 420 | 24.6 | 100 |
| Θερμική Αγωγιμότητα k , $cal/(cm \cdot ^\circ C)$ | 0.47 | 0.1664 | 0.042 |

Τα σύρματα βολφραμίου έχουν υψηλό συντελεστή θερμικής αντίστασης και υψηλή αντοχή. Παρόλα αυτά, δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε θερμοκρασίες πάνω από 350°C , εξαιτίας της χαμηλής αντίστασης τους σε οξείδωση. Η πλατίνα έχει καλή αντίσταση σε οξείδωση και είναι διαθέσιμη σε μικρές διαμέτρους ($0.5\mu\text{m}$), αλλά έχει μικρή αντοχή, ειδικά στις υψηλές θερμοκρασίες. Το κράμα πλατίνας ιριδίου είναι ένα ενδιάμεσο υλικό με καλή αντίσταση σε οξείδωση, αλλά χαμηλό συντελεστή θερμικής αντίστασης. Βρίσκει εφαρμογές όπου η θερμοκρασία του σύρματος είναι πολύ υψηλή για χρήση πλατίνας ή βολφραμίου. Τα σύρματα βολφραμίου χρησιμοποιούνται στις περισσότερες μελέτες ροής αέρα.

Η διάμετρος του αισθητήρα πρέπει να είναι αρκετά μικρή για τη βελτίωση του λόγου σήματος προς θόρυβο στις υψηλές συχνότητες, την αύξηση της απόκρισης και της χωρικής ανάλυσης, τη μείωση της διαταραχής της ροής και των απωλειών δια αγωγής στα άκρα του σύρματος. Επίσης πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο για την αύξηση της αντοχής του και αποφυγή της καταστροφής του εξ αιτίας σωματιδίων που υπάρχουν στο ρευστό. Μια βέλτιστη διάμετρος κυμαίνεται μεταξύ $2 - 5\mu\text{m}$.

Το μήκος του σύρματος θα πρέπει να είναι μικρό για τη μεγιστοποίηση της χωρικής ανάλυσης και την ελαχιστοποίηση του αεροδυναμικού φορτίου, και μεγάλο για την ελαχιστοποίηση των απωλειών θερμότητας στα άκρα και την ύπαρξη ομοιόμορφου θερμοκρασιακού πεδίου κατά μήκος του σύρματος. Η βέλτιστη επιλογή είναι για λόγο μήκους προς διάμετρο περίπου 200.

Ο αισθητήρας είναι είτε απευθείας κολλημένος στις ακίδες του αισθητηρίου συστήματος είτε μέσω ενός επιμεταλλωμένου τμήματος στα άκρα του. Το ενεργό μέρος ενός τυπικού επιμεταλλωμένου σύρματος κατέχει το κεντρικό ένα τρίτο του μήκους του αισθητήρα. Η επιμετάλλωση εξυπηρετεί τον διπλό σκοπό του ακριβούς καθορισμού του ενεργού μήκους του σύρματος και της μείωσης των απωλειών δια αγωγής προς τις ακίδες, ώστε η κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος του σύρματος είναι περισσότερο ομοιόμορφη στην περίπτωση αυτή. Ένα ακόμα πλεονέκτημα της χρήση επιμετάλλωσης είναι η μικρότερη διαταραχή του πεδίου ροής στο σημείο μέτρησης από τις ακίδες.

Οι αεροδυναμικές διαταραχές που δημιουργούνται από τη ράβδο στήριξης του αισθητήρα και τις ακίδες έχουν σαν αποτέλεσμα, η ταχύτητα γύρω από το σύρμα να είναι διαφορετική από την ταχύτητα του πεδίου μιας ονομαστικά ομοιόμορφης ροής. Από τη βιβλιογραφία συστήνεται ότι για το σχεδιασμό ενός καλού αισθητήρα, οι ακίδες θα πρέπει να έχουν μήκος μεγαλύτερο από 5 διαμέτρους του σώματος του αισθητηρίου συστήματος και η απόσταση των ακίδων να ξεπερνά τις 10 διαμέτρους ακίδων.

Η θερμική διαταραχή που οφείλεται στον ολκό ενός άλλου σύρματος σε ένα αισθητήριο σύστημα πολλαπλών συρμάτων δεν είναι επιθυμητή. Για την αποφυγή της πρόσπτωσης του θερμικού ολκού του ενός σύρματος στο άλλο σύρμα ενός X-αισθητηρίου συστήματος, η μεταξύ τους απόσταση πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το ενεργό μήκος ενός σύρματος.

Θερμές επιφάνειες

Οι κυλινδρικοί αισθητήρες επιφανειών μοιράζονται τα περισσότερα χαρακτηριστικά μετρήσεων με εκείνα των θερμών συρμάτων. Ενώ ένα θερμό σύρμα είναι φτιαγμένο από ένα ομογενές, ηλεκτρικά αγώγιμο υλικό, μια θερμή επιφάνεια είναι φτιαγμένη από ένα μονωτικό υπόστρωμα από pyrex ή quartz με το αγώγιμο υλικό τοποθετημένο στην επιφάνεια της. Η επιλογή του υλικού του υποστρώματος γίνεται με βάση την αντοχή και τη χαμηλή θερμική αγωγιμότητα του, ενώ της επιφανείας για τις ηλεκτρικές ιδιότητές της. Μετά την εναπόθεση της αγώγιμης επιφανείας, πάχους περίπου $0.1\mu m$, μια παχύτερη επιφάνεια αγώγιμου υλικού τοποθετείται στα άκρα του αισθητήρα για την παροχή του ηλεκτρικού ρεύματος μέσω των ακίδων στήριξης. Αυτή η διάταξη ορίζει την ενεργό περιοχή του αισθητήρα στο μέσο, συνήθως το ένα τρίτο, του αισθητήρα. Για μερικές εφαρμογές μια λεπτή επικάλυψη προστίθεται στη θερμή επιφάνεια για να την προστατέψει από σωματίδια που μεταφέρονται με τη ροή. Τυπικοί αισθητήρες επιφανείας έχουν διάμετρο $20 \div 50\mu m$ και λόγο μήκους προς διάμετρο 20.

4.3.2 Μεταφορά θερμότητας από λεπτά σύρματα

Απώλειες συναγωγής

Η θερμότητα που δημιουργείται στο σύρμα λόγω της ηλεκτρικής του αντίστασης χάνεται με αγωγή, συναγωγή και ακτινοβολία. Υπό φυσιολογικές συνθήκες λειτουργίας, οι απώλειες λόγω ακτινοβολίας είναι μικρότερες από 0.1% της ηλεκτρικής ισχύος και μπορούν να αγνοηθούν. Από το Σχήμα 4.7, για ένα ανεμόμετρο σταθερής θερμοκρασίας η ηλεκτρική ισχύς, Q_E , είναι :

$$H = Q_E = \frac{E^2 R_w}{(R_w + R_B)^2} = \phi + K \quad (4.2)$$

όπου E είναι η τάση εξόδου του ανεμομέτρου, R_w η αντίσταση εν λειτουργία του σύρματος, $R_B = R_3 + R_c$ με R_c τη αντίσταση σύνδεσης του αισθητήρα, ϕ η μεταφορά θερμότητας δια συναγωγής από το σύρμα στο ρευστό, K οι απώλειες θερμότητας δια αγωγής στα στηρίγματα, και H η συνολική μεταφορά θερμότητας.

Αν γίνει η υπόθεση ότι οι μόνες απώλειες θερμότητας οφείλονται στη συναγωγή, η τάση εξόδου του ανεμομέτρου μπορεί να συσχετιστεί με την ταχύτητα ροής. Έχουν αναπτυχθεί μια σειρά από σχέσεις που περιγράφουν τη μεταφορά θερμότητας για θερμαινόμενους κυλίνδρους απείρου μήκους, δηλαδή χωρίς απώλειες δια αγωγής στις ακίδες, οι οποίες συχνά μετατρέπονται για να προβλέπουν τη συμπεριφορά θερμών συρμάτων και επιφανειών απείρου μήκους. Οι νόμοι αυτοί συνήθως εκφράζονται σε αδιάστατη μορφή του αριθμού Nusselt

$$Nu = \frac{hd}{k_f} = \frac{\phi}{\pi 2lk_f (T_w - T_a)} \quad (4.3)$$

όπου, h ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας δια συναγωγής, d η διάμετρος του σύρματος, k_f η θερμική αγωγιμότητα του ρευστού σε θερμοκρασία υμένα $T_f = (T_w + T_a)/2$, T_a η θερμοκρασία του ρευστού και $2l$ το ενεργό μήκος του αισθητήρα.

Μια γενική έκφραση του αριθμού Nusselt συναρτήσει των παραμέτρων του ρευστού και του αισθητήρα προτείνεται από τον Corrsin (1963) :

$$Nu = f\left(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Ma}, \text{Gr}, \text{Kn}, \frac{2l}{d}, a_T, \gamma, \beta\right) \quad (4.4)$$

όπου $\text{Re}, \text{Pr}, \text{Ma}, \text{Gr}$ και Kn είναι οι αριθμοί Reynolds, Prandtl, Mach, Grashof, και Knudsen αντίστοιχα, $a_T = (T_w - T_a)/T_a$ ο λόγος υπερθέρμανσης, $\gamma = C_p/C_v$ ο λόγος των ειδικών θερμοτήτων του ρευστού, και β η γωνία μεταξύ του άξονα του σύρματος και του διανύσματος της ταχύτητας. Στις περισσότερες εφαρμογές οι επιδράσεις των παραπάνω παραμέτρων εξάρτησης είναι αμελητέες και επιτρέπουν σημαντική απλοποίηση. Η επίδραση της φυσικής συναγωγής είναι πολύ μικρή όταν $\text{Re} > \text{Gr}^{1/3}$. Αυτή η συνθήκη ικανοποιείται για ταχύτητες μεγαλύτερες των 5 cm/s για τυπικά θερμά σύρματα σε αέρα. Οι επιδράσεις της συμπίεσής τους μπορούν να αγνοηθούν όταν $\text{Ma} < 0.3$. Οι επιδράσεις λόγω της μη συνεχούς μοριακής συμπεριφοράς του ρευστού που συναντώνται σε συνθήκες χαμηλών πιέσεων δεν είναι σημαντικές όταν η διάμετρος του σύρματος είναι πολύ μεγαλύτερη από τη μέση ελεύθερη διαδρομή των μορίων του ρευστού, $\text{Kn} < 0.01$. Ο ρόλος του λόγου του σύρματος, $2l/d$, ελαχιστοποιείται όταν είναι αρκετά μεγάλος. Υποθέτοντας ότι β, γ και a_T είναι σταθερές για την παρούσα ανάλυση και ότι το ρευστό είναι αέρας με $\text{Pr} = 0.72$, η Εξίσωση 4.4 ανάγεται σε

$$Nu = f(\text{Re}) \quad (4.5)$$

Μια έκφραση αυτής της μορφής παρουσιάστηκε πρώτα από τον King (1914) :

$$Nu = A + B \text{Re}^n \quad (4.6)$$

όπου $n = 0.5$ και A και B είναι εμπειρικές σταθερές που καθορίζονται συνήθως κατά την βαθμονόμηση του αισθητήρα. Έχει αποδειχθεί ότι ο εκθέτης $n=0.45$ δίνει καλύτερα αποτελέσματα από τον $n=0.5$, στο εύρος των αριθμών Reynolds που χρησιμοποιούνται συνήθως στην ανεμομετρία θερμού σύρματος.

Μια περισσότερο ακριβής συσχέτιση για μετρήσεις σε αέρα είναι αυτή που προτάθηκε από τους Collis & Williams (1959). Αυτή έχει τη μορφή :

$$Nu = \left(A + B Re^n \right) \left(1 + \frac{a_T}{2} \right)^{0.17} \quad (4.7)$$

Πίνακας 4.5 Τιμές των σταθερών στην εξίσωση των Collis & Williams

| | 0.02 < Re < 44 | 44 < Re < 140 |
|---|----------------|---------------|
| n | 0.45 | 0.51 |
| A | 0.24 | 0.00 |
| B | 0.56 | 0.48 |

Και οι δύο Εξισώσεις 4.6 και 4.7 εφαρμόζονται μόνο για τον αέρα. Μια περισσότερο γενική εξίσωση που χρησιμοποιείται συχνά προτάθηκε από τον Kramer (1946), που βασίζεται σε μετρήσεις μεταφοράς θερμότητας σε αέρα, νερό και λάδι :

$$Nu = 0.42 Pr^{0.26} + 0.57 Pr^{0.53} Re^{0.50} \quad (4.8)$$

και για εύρος τιμών παραμέτρων $0.71 \leq Pr \leq 525$ και $2 \leq Nu \leq 20$, με τις ιδιότητες υπολογισμένες σε θερμοκρασία υμένα T_f .

Απώλειες θερμότητας δια αγωγής στις ακίδες στήριξης

Για σύρματα πεπερασμένου μήκους, η κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος του σύρματος δεν είναι ομοιόμορφη. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα απώλειες θερμότητας στα στηρίγματα που επηρεάζουν τόσο τη δυναμική απόκριση όσο και την κατάσταση μόνιμης ισορροπίας του σύρματος.

Ο King (1914) ήταν ο πρώτος που υπολόγισε την κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος του σύρματος σε μια στρωτή ροή όταν ο λόγος υπερθέρμανσης του σύρματος είναι μικρός. Σύμφωνα με τον Freymuth (1979), η κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος ενός αισθητήρα θερμού σύρματος είναι

(4.9)

$$\frac{T - T_s}{T_w - T_s} = \frac{1 - [\cosh(\sqrt{C_o} lz/l)] / [\cosh(\sqrt{C_o} l)]}{1 - \sqrt{C_o} l \tanh(\sqrt{C_o} l)}$$

όπου, T_s η θερμοκρασία των στηριγμάτων, και T_w η μέση τιμή της θερμοκρασίας του σύρματος. Η αδιάστατη παράμετρος $\sqrt{C_o} l$, που αντιπροσωπεύει τον αριθμό Biot του θερμού σύρματος, υπολογίζεται από τη σχέση

$$\sqrt{C_o} l = \frac{\frac{2l}{d} \left(\frac{k_f}{k_w} Nu \right)^{1/2}}{[1 + a(T_w - T_a) + a(T_w - T_s) / (\xi - 1)]^{1/2}} \quad (4.10)$$

όπου $\xi = \sqrt{C_o} l \coth(\sqrt{C_o} l)$, και a ο συντελεστής θερμικής αντίστασης.

Για τιμές $\sqrt{C_o} l \geq 2$, η Εξίσωση 4.9 συγκλίνει γρήγορα υπολογίζοντας μια αρχική τιμή του $\sqrt{C_o} l$ χρησιμοποιώντας μόνο τους δύο πρώτους όρους του παρονομαστή στην Εξίσωση 4.10 για μια εκτίμηση του ξ . Στην περίπτωση μικρών υπερθερμάνσεων $a(T_w - T_a) \ll 1$ και $a(T_w - T_s) \ll 1$, η Εξίσωση 4.10 μπορεί να γραφτεί :

$$\sqrt{C_o} l = \frac{2l}{d} \left(\frac{k_f}{k_w} Nu \right)^{1/2} \quad (4.11)$$

Η σημασία της συναγωγής σε σχέση με τη συνολική μεταφορά θερμότητας εκφράζεται από τον ακόλουθο λόγο :

$$\varepsilon = \frac{\phi}{\phi + K} \quad (4.12)$$

Σύμφωνα με τον Freymuth (1979) ισχύει ότι :

$$\varepsilon = 1 - \frac{(T_w - T_s) / (T_w - T_a)}{\xi [1 + a(T_w - T_a)] + (T_w - T_s) / (T_w - T_a) - 1 + a(T_a - T_s)} \quad (4.13)$$

ο οποίος, για μικρή υπερθέρμανση και $T_s \cong T_a$, ανάγεται σε

$$\varepsilon = 1 - \frac{1}{\xi} \quad (4.14)$$

Για τυπικό επιμεταλλωμένο σύρμα βολφραμίου και για τυπικές συνθήκες ροής σύμφωνα με τους Fingerson & Freymuth (1983), προκύπτει ότι $\sqrt{C_o}l = 2.93$ και $\varepsilon = 0.826$. Αυτό σημαίνει ότι το 17% της ηλεκτρικής ισχύος του σύρματος μεταφέρεται υπό μορφή θερμότητας δια αγωγής στις ακίδες.

4.3.3 Απόκριση συχνότητας

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.6, ένα ανεμόμετρο σταθερής θερμοκρασίας αποτελείται από ένα θερμό σύρμα ή μια θερμή επιφάνεια, μια γέφυρα Wheatstone και έναν ενισχυτή με ανατροφοδότηση. Για ακριβείς μετρήσεις των διακυμάνσεων ταχύτητας σε τυρβώδεις ροές απαιτείται υψηλή απόκριση συχνότητας για το σύστημα του ανεμομέτρου. Αυτό γίνεται δυνατό με :

1. Επιλογή του θερμού σύρματος ή της θερμής επιφανείας λαμβάνοντας υπόψη τις δυναμικές επιδράσεις των απωλειών θερμότητας δια αγωγής από το σύρμα στα στηρίγματα, την χωρική ανάλυση του αισθητήρα εξ αιτίας του μεγέθους του το οποίο θα περιγραφεί παρακάτω, και την απόκριση του θερμικού οριακού στρώματος του αισθητήρα στις αλλαγές της ροής, και
2. Βελτιστοποίηση της γέφυρας του ανεμομέτρου και του ενισχυτή ανατροφοδότησης.

Η βαθμονόμηση απόκρισης συχνότητας θα μπορούσε να γίνει δημιουργώντας μεταβαλλόμενη ροή με διακυμάνσεις ταχύτητας και θερμοκρασίας γνωστού πλάτους σε ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων. Επειδή αυτό δεν είναι πρακτικό για μετρήσεις ρουτίνας, η βαθμονόμηση πραγματοποιείται ηλεκτρικά. Η ερμηνεία της ηλεκτρικής βαθμονόμησης βασίζεται σε ένα μαθηματικό μοντέλο του ανεμομέτρου που αποτελείται από την εξίσωση της μη μόνιμης μεταφοράς θερμότητας από το σύρμα σαν συνάρτηση της μέσης θερμοκρασίας T_w , και τις εξισώσεις του ενισχυτή και της γέφυρας. Για να εκτιμηθεί η

απόκριση συχνότητας αυτές οι εξισώσεις γραμμικοποιούνται υποθέτοντας ότι οι τιμές των μεταβλητών απέχουν ελάχιστα από αυτές σε συνθήκες μόνιμης κατάστασης.

Το ηλεκτρικό σήμα που συνήθως χρησιμοποιείται για τη βαθμονόμηση συχνότητας του σύρματος αποτελείται από ένα μικρού πλάτους τετραγωνικό παλμό που θερμαίνει τον αισθητήρα και είναι γνωστό σαν «δοκιμή τετραγωνικού παλμού». Η δοκιμή αυτή βασίζεται στην υπόθεση ότι η θέρμανση και ψύξη του αισθητήρα με μεταβολή της ταχύτητας του ρευστού είναι θερμοδυναμικά όμοιες μεταβάλλοντας το ρεύμα θέρμανσης. Αλλά επειδή η ψύξη λόγω συναγωγής είναι ένα επιφανειακό φαινόμενο, ενώ η ηλεκτρική θέρμανση λαμβάνει χώρα στο σώμα του αισθητήρα, αυτά τα δύο φαινόμενα είναι μόνο προσεγγίσεις. Όταν εισάγεται το τετραγωνικό κύμα ρεύματος, το ρεύμα του αισθητήρα θα ανέβει ψηλά και θα πέσει στην αρχική τιμή καθώς ο ενισχυτής ανατροφοδότησης ελαττώνει το ρεύμα θέρμανσης για να ισορροπήσει τη γέφυρα. Μια ξαφνική μείωση της ταχύτητας του ρευστού έχει το ίδιο αποτέλεσμα. Μια εκτίμηση της συχνότητας αποκοπής του συστήματος του ανεμομέτρου είναι $f_{cut} = 1/(1.3t)$, όπου t είναι ο χρόνος από την αρχή του σήματος μέχρις ότου η τιμή του πέσει στο 3% τις μέγιστης τιμής.

4.3.4 Ευαισθησία του αισθητήρα στη διεύθυνση της ροής.

Η εξάρτηση της μεταφοράς θερμότητας του θερμού σύρματος από τη διεύθυνση της ροής μπορεί να εκφραστεί κατάλληλα μέσω της ενεργούς ταχύτητας ψύξης. Για ένα σύρμα απείρου μήκους η ενεργός ταχύτητα εξαρτάται από την ταχύτητα ροής με την ακόλουθη σχέση γνωστή ως «νόμο των συνημιτόνων», Σχήμα 4.5 :

$$Q = \left| \vec{V} \right| \cos(\beta) \quad (4.15)$$

Η συμπεριφορά των θερμών συρμάτων με την κατεύθυνση της ροής δεν εκφράζεται ικανοποιητικά με το νόμο των συνημιτόνων εξαιτίας του πεπερασμένου μήκους τους και των απωλειών θερμότητας στις ακίδες στήριξης. Για να λάβει υπόψη αυτές τις επιδράσεις ο Hinze (1959) πρότεινε την ακόλουθη έκφραση

$$Q = \left| \vec{V} \right| \left(\cos^2(\beta) + k^2 \sin^2(\beta) \right)^{1/2} \quad (4.16)$$

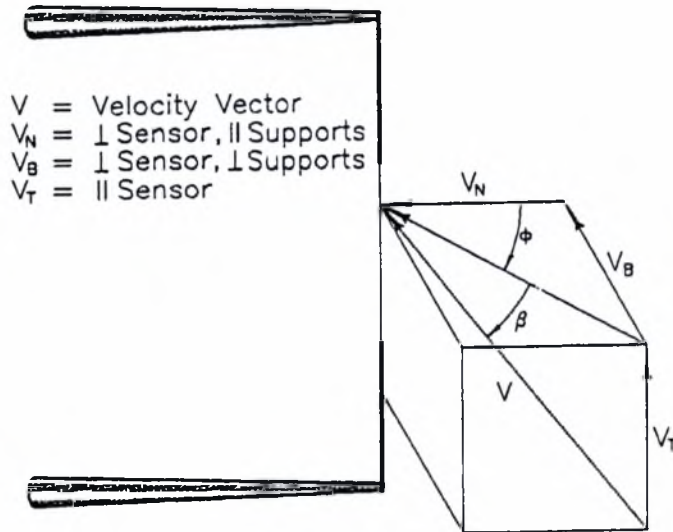
όπου, ο συντελεστής yaw k ορίζεται κατά τη βαθμονόμηση του αισθητήρα. Παρόλο που το k δεν είναι πραγματικά σταθερό για όλες τις ταχύτητες και τις γωνίες yaw, σταθερές τιμές k που λαμβάνονται με τη μέθοδο προσαρμογής ελαχίστων τετραγώνων είναι συχνά πολύ καλές προσεγγίσεις της γωνιακής απόκρισης των επιμεταλλωμένων αισθητήρων για γωνίες yaw μεταξύ 0° και 70° . Ο συντελεστής yaw είναι σταθερός για ταχύτητες ροής υψηλότερες των $15-20 \text{ m/sec}$. Για χαμηλές ταχύτητες ροής η επίδραση της ταχύτητας στον συντελεστή yaw είναι σημαντική. Οι Champagne et al. (1967) σε μια συστηματική μελέτη της μεταφοράς θερμότητας σε κεκλιμένα σύρματα βρήκαν ότι το k είναι συνάρτηση του $2l/d$, $k = 0.2$ για $2l/d = 200$ που μειώνεται αυξάνοντας το $2l/d$ και γίνεται ουσιαστικά μηδέν για $2l/d > 600$. Εναλλακτικές εξισώσεις της Εξίσωσης 4.16 έχουν προταθεί από του Fujita & Konasny (1968), και Friehe & Schwarz (1968) που μπορούν να αποδειχθούν πιο ακριβείς σε ορισμένες εφαρμογές. Παρ' όλα αυτά οι πειραματικές συγκρίσεις των διαφόρων εξισώσεων γωνιακών αποκρίσεων δείχνουν ότι η σχέση του Hinze δίνει καλύτερη προσέγγιση στα δεδομένα σε καθαρά yaw τεστ.

Για να ληφθούν υπόψη οι επιπλέον επιδράσεις του ρευστού καθώς περνά μέσα από το άνοιγμα που ορίζεται από τον αισθητήρα, τις ακίδες και το σώμα του αισθητήρα για διαφορετικές γωνίες pitch του αισθητήρα, ο Jorgensen (1971) πρότεινε την ακόλουθη έκφραση για την ενεργό ταχύτητα :

$$Q = \left(V_N^2 + k^2 V_T^2 + h^2 V_B^2 \right)^{1/2} \quad (4.17)$$

όπου, V_B είναι η συνιστώσα της ταχύτητας κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τις ακίδες στήριξης. Η έκφραση αυτή απεδείχθη αναλυτικά από τους Adrian et al. (1984). Φαίνεται ότι για απλούς αισθητήρες η εξίσωση του Jorgensen περιγράφει με ακρίβεια την απόκριση του αισθητήρα στην κατεύθυνση ροής για ταυτόχρονες αλλαγές γωνιών yaw και pitch, ειδικά για γωνίες yaw και pitch μικρότερες των 70° . Ο συντελεστής pitch h προσδιορίζεται πειραματικά. Το h δεν είναι σταθερό για όλες τις ταχύτητες και γωνίες. Η χρήση επιμεταλλωμένων αισθητήρων ελαχιστοποιεί την επίδραση pitch.

Οι Εξισώσεις 4.15, 4.16 και 4.17 σε τρισδιάστατες ροές δίνουν ως αποτέλεσμα περισσότερα του ενός διανύσματα ταχύτητας να αντιστοιχούν σε μια δεδομένη ενεργό ταχύτητα. Αυτή η συμπεριφορά δυσκολεύει πάρα πολύ τη χρήση και βαθμονόμηση του θερμικού ανεμομέτρου.



Σχήμα 4.8 Συνιστώσες ταχύτητας στον αισθητήρα

4.3.5 Βαθμονόμηση αισθητηρίων θερμών συρμάτων

Υψηλής ποιότητας μετρήσεις με αισθητήρες θερμού σύρματος απαιτούν ακριβείς διαδικασίες βαθμονόμησης. Η βαθμονόμηση καθορίζει τη σχέση μεταξύ της τάσης της γέφυρας του αισθητήρα με το μέγεθος και τη διεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητας. Η βαθμονόμηση γίνεται με τον αισθητήρα σταθερό ή παλλόμενο σε μια πολύ καλά ορισμένη ροή με χαμηλή ένταση τύρβης. Η μέθοδος βαθμονόμησης, στην οποία ο αισθητήρας παραμένει σταθερός σε ένα κινούμενο ρευστό ή κινείται με σταθερή ταχύτητα σε στάσιμο ρευστό είναι γνωστή σαν στατική βαθμονόμηση. Βαθμονόμηση σε αέρα πολύ συχνά πραγματοποιείται στην έξοδο ενός ακροφυσίου κυκλικής διατομής και στο κέντρο του τμήματος δοκιμών μιας αεροσήραγγας.

Βαθμονόμηση αισθητηρίων μονού σύρματος

Η βαθμονόμηση που βασίζεται στην ενεργό ταχύτητα ψύξης, συνίσταται στο να προσδιοριστεί η σχέση μεταξύ της τάσης εξόδου της γέφυρας του ανεμομέτρου και της

ενεργού ταχύτητας ψύξης και των συντελεστών yaw και pitch, αντίστοιχα. Συνήθως, η βαθμονόμηση αισθητήρων μονού σύρματος πραγματοποιείται σε δύο βήματα.

Στο πρώτο βήμα, βαθμονόμηση ταχύτητας, ο αισθητήρας τοποθετείται σε μηδέν γωνίες yaw και pitch ως προς το διάνυσμα της ταχύτητας. Σε αυτή τη διεύθυνση $Q = U_0$ και επομένως η βαθμονόμηση του αισθητήρα συνίσταται σε μια σειρά μετρήσεων της ταχύτητας ροής και της τάσης του ανεμομέτρου E . Για ικανοποιητική ακρίβεια λαμβάνονται 20-25 μετρήσεις των (E, U_0) στο επιλεγμένο εύρος ταχυτήτων. Τότε τα δεδομένα της βαθμονόμησης προσαρμόζονται με μια κατάλληλη αναλυτική συνάρτηση. Οι Bruun et al. (1988) εξετάζουν συστηματικά την ακρίβεια και υπολογιστική ευκολία προσαρμογής στα δεδομένα για μια σειρά από αναλυτικές συναρτήσεις σε διαφορετικά εύρη μεταβολής της ταχύτητας.

Συμπεράναν ότι η ακόλουθη σχέση :

$$E^2 = A + BQ^n \quad (4.18)$$

το τέταρτης τάξης πολυώνυμο με ανεξάρτητη μεταβλητή το E ,

$$Q = f(E) = A_0 + A_1E + A_2E^2 + A_3E^3 + A_4E^4 \quad (4.19)$$

και το τρίτης τάξης πολυώνυμο με ανεξάρτητη μεταβλητή το E^2 , δίνουν εξίσου καλά αποτελέσματα.

$$Q = f(E^2) = A_0 + A_1(E^2) + A_2(E^2)^2 + A_3(E^2)^3 \quad (4.20)$$

Το δεύτερο βήμα, γωνιακή βαθμονόμηση, περιλαμβάνει αλλαγές στην γωνία yaw β με τη γωνία pitch να παραμένει σταθερή $\phi = 0$ ή θέτοντας $\beta = 0$ ενώ αλλάζει το ϕ . Στο τεστ αυτό μετριέται η τάση εξόδου του ανεμομέτρου σαν συνάρτηση της γωνίας κλίσης του αισθητήρα που με τη χρήση της καμπύλης βαθμονόμησης της ταχύτητας υπολογίζεται η μεταβολή της ενεργού ταχύτητας ψύξης. Οι συντελεστές yaw και pitch εκτιμώνται από τις ακόλουθες σχέσεις αντίστοιχα.

$$k = \frac{1}{\sin(\beta)} \left[\left(\frac{Q(\beta)}{Q(\beta=0)} \right)^2 - \cos^2(\beta) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.21)$$

$$h = \frac{1}{\sin(\phi)} \left[\left(\frac{Q(\phi)}{Q(\phi=0)} \right)^2 - \cos^2(\phi) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.22)$$

Βαθμονόμηση αισθητήρων πολλαπλών συρμάτων

Εφαρμογή της μεθόδου βαθμονόμησης ταχύτητας του αισθητήρα μονού σύρματος στη βαθμονόμηση αισθητήρων πολλαπλών συρμάτων (πχ X-αισθητήρες) δεν είναι δυνατή επειδή ο ολκός στη συγκεκριμένη θέση του ενός αισθητήρα επηρεάζει τη βαθμονόμηση του άλλου αισθητήρα. Για το λόγο αυτό η βαθμονόμηση ταχύτητας τέτοιων αισθητήρων συνήθως γίνεται με τον άξονά του αισθητήρα παράλληλα στη διεύθυνση της ροής, $\beta_1 = 45^\circ$ και $\beta_2 = 45^\circ$ για X-αισθητήρα. Ο υπολογισμός της ενεργού ταχύτητας ψύξης βασίζεται στον νόμο των συνημιτόνων. Ο νόμος των συνημιτόνων όμως δεν είναι πάντα καλή προσέγγιση της απόκρισης του αισθητήρα στο εύρος των γωνιών χρήσης των αισθητήρων πολλαπλών συρμάτων.

Ο Lekakis (1988) πρότεινε μια διαδικασία βαθμονόμησης για αισθητήρες πολλαπλών συρμάτων, που είναι παρόμοια στη σύλληψη με αυτή για επικλινή σύρματα. Η μέθοδος αυτή επιτρέπει την μεταβολή των συντελεστών yaw και pitch με την ταχύτητα της ροής και τις γωνίες yaw και pitch. Η διαδικασία περιλαμβάνει βαθμονόμηση ταχύτητας και απόκρισης yaw. Η βαθμονόμηση ταχύτητας πραγματοποιείται με τον άξονα του αισθητήρα παράλληλα στη διεύθυνση της ροής όπου ο αισθητήρας είναι ως προς τη ροή σε μια μέση γωνία yaw $\bar{\beta}$. Υπό αυτές τις συνθήκες η ενεργός ταχύτητα ψύξης δίνεται από τη σχέση :

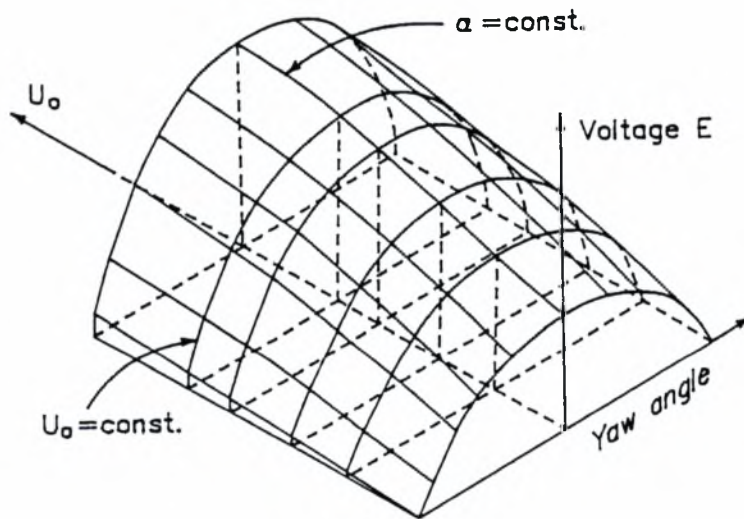
$$Q = U_o \sqrt{\cos^2(\bar{\beta}) + k_{\bar{\beta}}^2 \sin^2(\bar{\beta})} \quad (4.23)$$

όπου $Q = f(E)$, δεν μπορεί να υπολογιστεί πριν γίνει γνωστό το $k_{\bar{\beta}}$. Χρειάζονται επιπλέον πληροφορίες οι οποίες λαμβάνονται πραγματοποιώντας τη βαθμονόμηση yaw περιστρέφοντας τον αισθητήρα γύρω από έναν άξονα κάθετο στο επίπεδο του σύρματος και των ακίδων στήριξης, για διαφορετικές ταχύτητες ροής. Υποθέτοντας ότι ο

συντελεστής yaw $k_{\bar{\beta}}$ είναι σταθερός σε εύρος $\pm 5^\circ$ γύρω από τη μέση γωνία yaw $\bar{\beta}$, η βαθμονόμηση ταχύτητας και η βαθμονόμηση yaw σε εύρος $\pm 5^\circ$ μπορούν να συνδυαστούν με μια διαδικασία ελαχιστοποίησης για να βρεθεί η πραγματική ενεργός ταχύτητα ψύξης, $Q = f(E)$, και $k_{\bar{\beta}}$ σαν συνάρτηση της ταχύτητας ροής, Σχήμα 4.9. Έχοντας υπολογίσει την σχέση $Q = f(E)$ χρησιμοποιούνται τα δεδομένα της βαθμονόμησης yaw σε όλο το εύρος των γωνιών για να βρεθεί το $k(\beta)$ ή ένα μέσο k με την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων για κάθε ταχύτητα ροής, χρησιμοποιώντας την παρακάτω σχέση.

$$\frac{Q_{\beta}}{Q_{\bar{\beta}}} = \frac{(\cos^2(\beta) + k_{\beta}^2 \sin^2(\beta))^{1/2}}{(\cos^2(\bar{\beta}) + k_{\bar{\beta}}^2 \sin^2(\bar{\beta}))^{1/2}} = \frac{f(E_{\beta})}{f(E_{\bar{\beta}})} \quad (4.24)$$

Ο υπολογισμός του συντελεστή pitch γίνεται με συνδυασμένη yaw/pitch βαθμονόμηση περιστρέφοντας τον αισθητήρα γύρω από έναν άξονα στο επίπεδο του σύρματος και των ακίδων στήριξης και κάθετο στον άξονα του αισθητηρίου συστήματος. Η επιλογή της περιστροφής είναι βέλτιστη, επειδή ταιριάζει πολύ με τις πραγματικές συνθήκες μέτρησης και δίνει ένα μεγάλο εύρος γωνιών pitch, ϕ .



Σχήμα 4.9 Μεταβολή της τάσης θερμού σύρματος με την ταχύτητα και τη γωνία yaw

4.3.6 Μετρήσεις θερμού σύρματος σε υποηχητικές ροές

Βασική γνώση της ανεμομετρίας θερμού σύρματος δεν επαρκεί για να επιτρέψει σε κάποιον να τη χρησιμοποιήσει με ευχέρεια, πρωταρχικά λόγω της μη γραμμικότητας της εξίσωσης της απόκρισης υπό γωνία του αισθητήρα. Η επιλογή του αισθητήρα θερμού σύρματος και η διαδικασία ερμηνείας σήματος εξαρτάται από τις συνθήκες της ροής και από τις ποσότητες που μετρώνται.

Μέτρηση μίας συνιστώσας ταχύτητας με αισθητήρες μονού σύρματος

Ένας αισθητήρας μονού σύρματος, τοποθετημένος κάθετα στη ροή, επιτρέπει μετρήσεις της μέσης και της διακύμανσης της ταχύτητας, και στατιστικά μεγέθη τύρβης υψηλότερης τάξεως στη διεύθυνση της μέσης ροής. Από το Σχήμα 4.8, υποθέτοντας ότι ο αισθητήρας είναι τοποθετημένος με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε η μέση ροή είναι στη διεύθυνση του V_N , $\overline{V_T} = \overline{V_B} = 0$, η εξίσωση του Jorgensen γίνεται

$$Q = \sqrt{(V_N + u_N)^2 + k^2 u_T^2 + h^2 u_B^2} \quad (4.25)$$

Επειδή το k είναι μικρό και $h \cong 1$, μπορεί να απλοποιηθεί σε

$$Q = \sqrt{(V_N + u_N)^2 + u_B^2} \quad (4.26)$$

Αν αγνοήσουμε το u_B , τότε

$$\overline{Q} = \overline{V_N} \quad (4.27)$$

Το σφάλμα, αγνοώντας το u_B , στη μέτρηση της μέσης ταχύτητας είναι μικρότερο από 1% για ένταση τύρβης μέχρι 50%.

Μέτρηση δύο συνιστωσών ταχύτητας με αισθητήρες X-σύρματος

Ένας X-αισθητήρας επιτρέπει την ταυτόχρονη μέτρηση δύο συνιστωσών της ταχύτητας σε ένα επίπεδο στο μέσο της απόστασης των επιπέδων των δύο θερμών συρμάτων. Για να υπολογιστούν οι συνιστώσες της ταχύτητας ενός X-αισθητήρα, χρησιμοποιείται η προσέγγιση του Lekakis (1988), που στηρίζεται στην εξίσωση κατευθυντικής απόκρισης του Hinze (1959). Από το Σχήμα 4.10 και τις γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ των συρμάτων και του άξονα του αισθητήρα, οι ενεργές ταχύτητες ψύξης των συρμάτων 1 και 2 είναι :

$$Q_1^2 = |V|^2 \left[\cos^2(\psi_p - a_1) + k_1^2 \sin^2(\psi_p - a_1) \right] \quad (4.28)$$

$$Q_1^2 = |V|^2 \left[b_{11} \cos^2 \psi_p + 2b_{21} \cos \psi_p \sin \psi_p + b_{31} \sin^2 \psi_p \right] \quad (4.29)$$

$$Q_2^2 = |V|^2 \left[\cos^2(\psi_p - a_2) + k_2^2 \sin^2(\psi_p - a_2) \right] \quad (4.30)$$

$$Q_2^2 = |V|^2 \left[b_{12} \cos^2 \psi_p + 2b_{22} \cos \psi_p \sin \psi_p + b_{32} \sin^2 \psi_p \right] \quad (4.31)$$

Οι εξισώσεις αυτές λύνονται ως προς το μέγεθος της ταχύτητας στο (x_p, y_p) επίπεδο, $|V|$, και τη γωνία ψ_p την οποία σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας με τον άξονα του αισθητήρα. Οι παράμετροι b_{ji} με $i, j = 1, 2$ είναι

$$b_{1i} = \cos^2 a_i + k_i^2 \sin^2 a_i \quad (4.32)$$

$$b_{2i} = 0.5(1 - k_i^2) \sin 2a_i \quad (4.33)$$

$$b_{3i} = \sin^2 a_i + k_i^2 \cos^2 a_i \quad (4.34)$$

Εισάγοντας τον λόγο $A = Q_2^2 / Q_1^2$, το μέγεθος της ταχύτητας εξαλείφεται και το σύστημα οδηγεί στην ακόλουθη δευτεροβάθμια εξίσωση ως προς $\tan(\psi_p)$

$$T_3 \tan^2 \psi_p + 2T_2 \tan \psi_p + T_1 = 0 \quad (4.35)$$

όπου

$$T_j = b_{j2} - Ab_{j1} \quad j = 1, 2, 3 \quad (4.36)$$

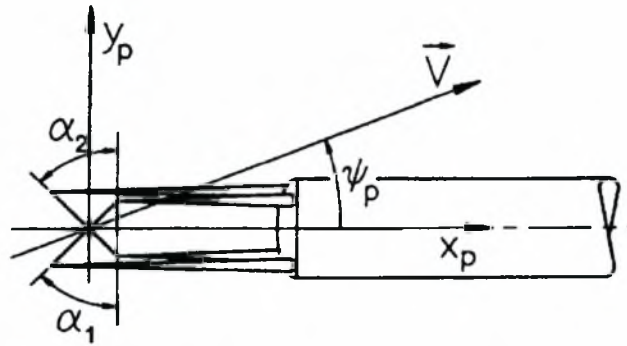
της οποίας κατόπιν η λύση χρησιμοποιείται είτε στην Εξίσωση 4.28 είτε στην Εξίσωση 4.29 για να παραχθεί το μέγεθος της ταχύτητας. Όταν $k_1 = k_2 = 0$, αυτή η λύση αντιστοιχεί στον συμβατικό νόμο των συνημιτόνων ψύξης.

Από την Εξίσωση 4.35 και επειδή $\tan \psi_p = \tan(\pi + \psi_p)$ υπάρχουν 4 ταχύτητες που αντιστοιχούν σε μια συγκεκριμένη τιμή του A , μόνο μια από τις οποίες είναι αντιπροσωπευτική του στιγμιαίου διανύσματος της ταχύτητας. Δύο από τα διανύσματα είναι στην εμπρόσθια διεύθυνση. Έτσι, είναι απαραίτητο να οριστούν οι χώροι όπου υπάρχει μια μοναδική αντιστοιχία μεταξύ των (Q_1, Q_2) και του διανύσματος της ταχύτητας. Από αυτούς τους χώρους, ο ένας για τον οποίο ενδιαφερόμαστε είναι αυτός όπου η στιγμιαία ταχύτητα είναι πιο πιθανό να βρίσκεται, γνωστός σαν χώρος αποδοχής. Αυτός μπορεί να βρεθεί :

1. μεταβάλλοντας την γωνία ψ_p στο εύρος $-90^\circ \leq \psi_p \leq 90^\circ$ και υπολογίζοντας την παράμετρο A . Η καμπύλη που λαμβάνεται δείχνει ένα μέγιστο και ένα ελάχιστο που ορίζει τα όρια των γωνιών του πεδίου αποδοχής.
2. Λύνοντας την εξίσωση $\frac{dA}{d\psi_p} = 0$

Για ένα X-αισθητήρα με τον άξονα παράλληλα στη μέση διεύθυνση της ροής και με $k_1 = k_2 = 0$ και $a_1 = -45^\circ$ και $a_2 = -45^\circ$ το πεδίο αποδοχής είναι $-45^\circ \leq \psi_p \leq 45^\circ$.

Σε ροές με υψηλή ένταση τύρβης, το στιγμιαίο διάνυσμα ταχύτητας μπορεί να διασχίζει τα όρια του πεδίου αποδοχής. Τότε, είναι αδύνατο να ξέρουμε με βεβαιότητα το πεδίο στο οποίο βρίσκεται το διάνυσμα της ταχύτητας με αποτέλεσμα να δημιουργείται σφάλμα στις μετρήσεις.



Σχήμα 4.10 Βαθμονόμηση ενός X-αισθητήρα και κατεύθυνση του σε σχέση με τη ροή

4.3.7 Επιδράσεις των μεταβολών της θερμοκρασίας του ρευστού

Για ένα ρευστό σταθερής σύστασης, ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας από τον αισθητήρα θερμού σύρματος είναι συνάρτηση της ταχύτητας του ρευστού και της διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ του αισθητήρα και του ρευστού. Για το λόγο αυτό, είναι αδύνατο να καθοριστεί χωρίς επιπλέον πληροφορίες αν η αλλαγή στην έξοδο του ανεμομέτρου σταθερής θερμοκρασίας προκλήθηκε από την αλλαγή στην ταχύτητα του ρευστού ή της θερμοκρασίας. Συχνά, η θερμοκρασία του ρευστού δεν παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια του πειράματος ή μπορεί να είναι διαφορετική από τη θερμοκρασία βαθμονόμησης. Υπό αυτές τις συνθήκες, σημαντικό σφάλμα εισάγεται στις μετρήσεις ταχύτητας του ρευστού. Για αυτό, είναι απαραίτητο να λαμβάνονται υπόψη οι επιδράσεις τέτοιων μεταβολών στη θερμοκρασία. Υπάρχουν δύο βασικές τεχνικές για διορθώσεις λόγω μεταβολών της θερμοκρασίας :

- α) Η θερμοκρασία λειτουργίας του αισθητήρα διατηρείται σταθερή και τα δεδομένα διορθώνονται χρησιμοποιώντας πίνακες βαθμονόμησης σε διαφορετικές θερμοκρασίες ή αναλυτικές εξισώσεις μεταφοράς θερμότητας μέσω ανεξαρτήτων μετρήσεων της θερμοκρασίας του ρευστού.
- β) Η θερμοκρασία λειτουργίας του ρευστού αλλάζει χειροκίνητα ή αυτόματα για να δίνει την ίδια τάση εξόδου στην ίδια ταχύτητα, ανεξάρτητα από τις μεταβολές της θερμοκρασίας.

Επιπρόσθετα με αυτές τις δύο βασικές τεχνικές, ταυτόχρονες μετρήσεις τόσο της ταχύτητας όσο και της θερμοκρασίας μπορούν να γίνουν χρησιμοποιώντας δύο ανεμόμετρα θερμού σύρματος σταθερής θερμοκρασίας με τους αισθητήρες τους να λειτουργούν σε διαφορετικές θερμοκρασίες

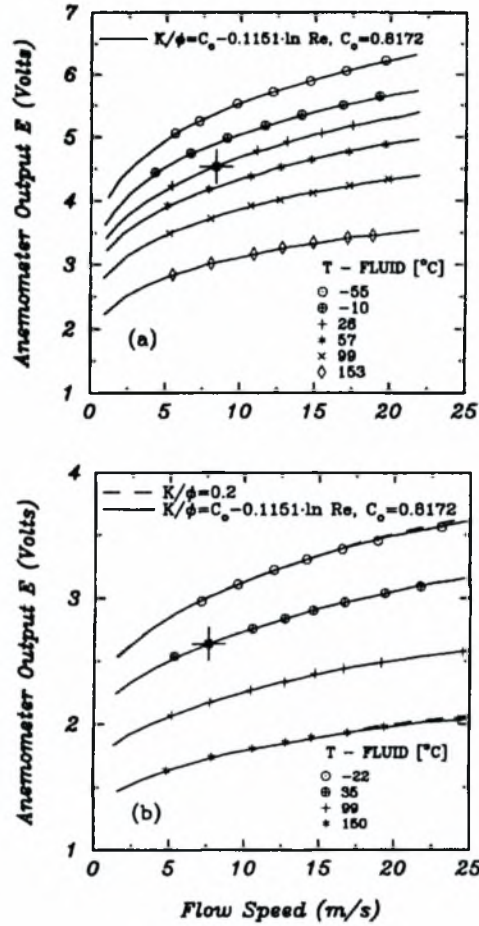
Τεχνικές ψηφιακής διόρθωσης

Αυτές οι διαδικασίες απαιτούν τη μέτρηση της θερμοκρασίας του ρευστού σε κοντινή περιοχή του αισθητήριου σύρματος ταχύτητας, χρησιμοποιώντας ένα θερμοζεύγος ή ένα ανεμόμετρο σταθερού ρεύματος. Ένας τρόπος να ληφθούν υπόψη οι μεταβολές της θερμοκρασίας είναι να βαθμονομηθεί κάθε αισθητήρας ή σύρμα ενός αισθητήρα πολλαπλών συρμάτων πάνω σε όλο το προσδοκώμενο εύρος ταχυτήτων και θερμοκρασιών κατά τη διάρκεια των μετρήσεων. Επιπρόσθετα, απαιτείται ακριβής διαδικασία παρεμβολής των σημείων βαθμονόμησης. Παρόλο που αυτή η μέθοδος έχει εφαρμοστεί επιτυχώς, απαιτεί εκτενείς βαθμονομήσεις που γίνονται απαγορευτικές για πολύπλοκες διατάξεις συρμάτων. Η απλούστερη και πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος προέρχεται από το νόμο του King και βασίζεται στην παρατήρηση ότι για τον αέρα η ομάδα ιδιοτήτων $k(\rho/\mu)^{1/2}$ εξαρτάται πολύ ασθενώς από τη θερμοκρασία του ρευστού για σχετικά μεγάλες αλλαγές θερμοκρασίας.

Για να διατηρηθεί η ίδια λειτουργική σχέση μεταξύ της τάσης εξόδου της γέφυρας E και της ταχύτητας Q κατά τη διάρκεια της βαθμονόμησης και των πραγματικών μετρήσεων ροής θα πρέπει να ισχύει η σχέση :

$$\left[\frac{E^2 R_w}{(R_w + R_B)^2 (T_w - T_a)} \right]_m = \left[\frac{E^2 R_w}{(R_w + R_B)^2 (T_w - T_a)} \right]_c \Rightarrow \frac{E_m^2}{E_c^2} = \frac{T_w - T_{am}}{T_w - T_{ac}} \quad (4.37)$$

όπου, T_w είναι η μέση τιμή της θερμοκρασία του σύρματος, T_a η θερμοκρασία του ρευστού και οι δείκτες m και c υποδηλώνουν την μέτρηση και τη βαθμονόμηση αντίστοιχα. Η μέθοδος αυτή έχει ακρίβεια $\pm 2\%$ για ταχύτητες μεγαλύτερες από $4m/sec$. Ο κύριος λόγος που η παραπάνω μέθοδος δεν είναι ικανοποιητική για χαμηλές ταχύτητες οφείλεται κυρίως στο ότι δεν λαμβάνονται υπόψη οι απώλειες μεταφοράς θερμότητας δια αγωγής στα στηρίγματα του αισθητήρα. Αυτές οι απώλειες σαν ποσοστό της συνολικής μεταφοράς θερμότητας από τον αισθητήρα, είναι σημαντικές σε χαμηλές ταχύτητες.



Σχήμα 4.11 Τάση γέφυρας ανεμομέτρου για διάφορες θερμοκρασίες

Διόρθωση της θερμοκρασίας λειτουργίας του αισθητήρα

Η αντίσταση λειτουργίας του σύρματος που απαιτείται για να διατηρηθεί η τάση εξόδου του ανεμομέτρου σταθερή για μια δεδομένη ταχύτητα, υπό συνθήκες τόσο μέτρησης όσο και βαθμονόμησης είναι

$$\frac{R_{wm}}{(R_{wm} + R_{Bm})^2 (R_{wm} - R_{am})} = \frac{R_{wc}}{(R_{wc} + R_{Bc})^2 (R_{wc} - R_{ac})} \quad (4.38)$$

η οποία οδηγεί σε μια κυβική εξίσωση με ανεξάρτητη μεταβλητή την R_{wm} . Αυτή η αντίσταση μπορεί ακόμα να εκτιμηθεί πειραματικά όπως παρακάτω. Με δεδομένη την ταχύτητα ροής, μετράμε την αντίσταση του αισθητήρα ώστε η τάση εξόδου του ανεμομέτρου να είναι ίδια σε δύο διαφορετικές θερμοκρασίες. Με δύο γνωστά σημεία, γραμμική παρεμβολή της αντίστασης του αισθητήρα για άλλες θερμοκρασίες δίνει καλά αποτελέσματα για μέτριες μεταβολές της θερμοκρασίας. Όταν η θερμοκρασία του ρευστού

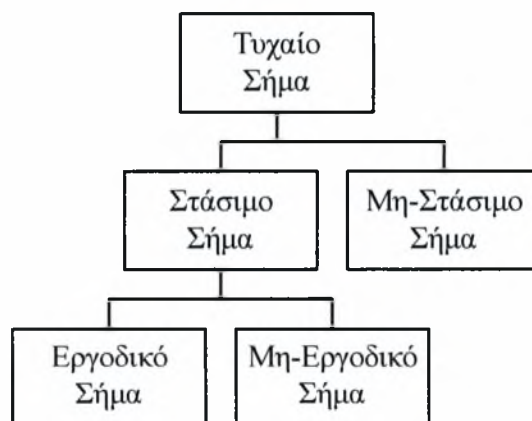
παραμένει σταθερή ή δεν αλλάζει σημαντικά κατά τη διάρκεια ενός πειράματος, η θερμοκρασία λειτουργίας μπορεί να αλλάξει χειροκίνητα. Όταν υπάρχει δυσκολία στη χειροκίνητη αλλαγή της αντίστασης λειτουργίας του αισθητήρα ή υπάρχουν μεγάλες μεταβολές στη θερμοκρασία, συνίσταται αυτόματη ηλεκτρονική διόρθωση της θερμοκρασίας.

5. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ

Το σήμα εξόδου από ένα σύστημα ανεμόμετρου θερμού σύρματος σε μια ροή σταθερής θερμοκρασίας είναι γενικά στη μορφή χρονομεταβλητών σημάτων τάσεων που εξαρτώνται από τις διάφορες συνιστώσες ταχύτητας. Τα σήματα που αντιστοιχούν σε μια τυρβώδη ροή παρουσιάζουν τυχαίες διακυμάνσεις που απαιτούν στατιστική επεξεργασία.

5.1 Ταξινόμηση σημάτων

Τα σήματα που περιγράφουν ένα φυσικό φαινόμενο μπορούν να ταξινομηθούν σε νομοτελειακά και τυχαία. Τα νομοτελειακά σήματα περιγράφονται από μια συγκεκριμένη μαθηματική εξίσωση. Αντίθετα, τα τυχαία σήματα δεν μπορούν να εκφραστούν από μια τέτοια σχέση. Τα τυχαία σήματα διακρίνονται σε στάσιμα και μη-στάσιμα (Σχήμα 5.1). Η παρατήρηση ενός τυχαίου σήματος για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα καλείται δειγματική εγγραφή, η δε συλλογή όλων των δειγματικών εγγραφών συνιστά μια τυχαία διεργασία.



Σχήμα 5.1 Κατηγοριοποίηση τυχαίων σημάτων

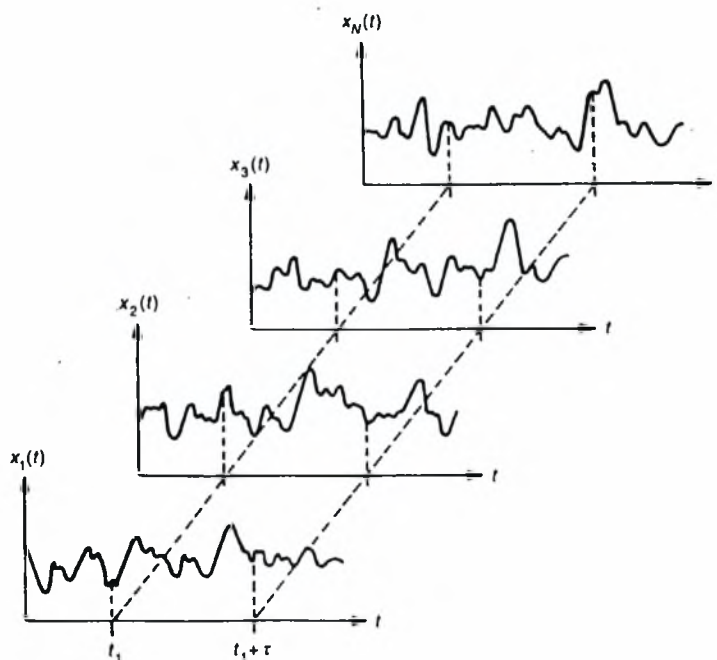
Στάσιμες στοχαστικές διεργασίες

Σύμφωνα με την παραπάνω ορολογία, μια πεπερασμένη συλλογή δειγματικών εγγραφών επαναλαμβανόμενων πειραμάτων καλείται ensemble, Σχήμα 5.2, που είναι μια προσεγγιστική περιγραφή της στοχαστικής διεργασίας. Η μέση τιμή της στοχαστικής διεργασίας στη χρονική στιγμή t_1 είναι ο μέσος όρος των αντιστοίχων τιμών των δειγματικών εγγραφών του ensemble. Με παρόμοιο τρόπο, η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, που παριστά τη συσχέτιση μεταξύ των τιμών της στοχαστικής διεργασίας σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές, είναι ο μέσος όρος του γινομένου των τιμών σε δύο χρονικές στιγμές, t_1 και $t_1 + \tau$. Για μια στοχαστική διεργασία, η μέση τιμή $\mu_x(t_1)$ και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, $R_x(t_1, t_1 + \tau)$ δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) \quad (5.1)$$

$$R_x(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) \cdot x_k(t_1 + \tau) \quad (5.2)$$

Στη γενική περίπτωση, όπου τα $\mu_x(t_1)$ και $R_x(t_1, t_1 + \tau)$ μεταβάλλονται με το t_1 , η στοχαστική διεργασία είναι μη-στάσιμη (non-stationary). Στην ειδική περίπτωση που τα $\mu_x(t_1)$ και $R_x(t_1, t_1 + \tau)$ δεν μεταβάλλονται με το t_1 ($\mu_x(t_1) = \mu_x$ και $R_x(t_1, t_1 + \tau) = R(\tau)$), η τυχαία διεργασία ονομάζεται ασθενώς στάσιμη. Όταν όλες οι στατιστικές ροπές είναι ανεξάρτητες του χρόνου, η τυχαία διεργασία καλείται ισχυρώς στάσιμη.



Σχήμα 5.2 : Ένα ensemble δειγματικών εγγραφών

Εργοδικές στοχαστικές διεργασίες

Είδαμε πώς οι ιδιότητες μιας στοχαστικής διεργασίας μπορούν να προσεγγιστούν χρησιμοποιώντας μέσους όρους του ensemble σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Στις περισσότερες περιπτώσεις όμως οι ιδιότητες μιας στάσιμης τυχαίας διαδικασίας περιγράφονται από τους χρονικούς μέσους όρους πάνω σε μια συγκεκριμένη δειγματική εγγραφή του ensemble. Έτσι για την k δειγματική εγγραφή η μέση τιμή $\mu_x(k)$ και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, $R_x(\tau, k)$ δίνονται από τις Εξισώσεις 5.3 και 5.4 :

$$\mu_x(k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) dt \quad (5.3)$$

$$R_x(\tau, k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) \cdot x_k(t + \tau) dt \quad (5.4)$$

Αν η τυχαία διεργασία είναι στάσιμη και τα $\mu_x(k)$ και $R_x(\tau, k)$ είναι τα ίδια για κάθε δειγματική εγγραφή του ensemble, η τυχαία διεργασία τότε καλείται εργοδική. Για εργοδικές τυχαίες διεργασίες, η χρονική μέση τιμή και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης,

καθώς και άλλες στατιστικές ροπές που υπολογίζονται με μέσο όρο στο χρόνο, είναι ίσες με τις αντίστοιχες μέσες τιμές που έχουν σαν βάση τα ensemble ($\mu_x(k) = \mu_x$ και $R_x(\tau, k) = R_x(\tau)$).

5.2 Γενικές Θεωρήσεις στη Συλλογή και Επεξεργασία Δεδομένων

Οι κατάλληλες τεχνικές για την συλλογή και επεξεργασία τυχαίων δεδομένων εξαρτώνται σημαντικά από το φυσικό φαινόμενο που μελετάται και τους στόχους του πειράματος. Γενικά όμως, οι κύριες λειτουργίες για την πειραματική μελέτη ενός φυσικού φαινομένου είναι οι ακόλουθες:

1. Συλλογή δεδομένων
2. Προετοιμασία δεδομένων
3. Έλεγχος δεδομένων
4. Ανάλυση δεδομένων

Κάθε μία από αυτές της κατηγορίες περιλαμβάνει μια σειρά από διαδοχικά βήματα που παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.3:



Σχήμα 5.3 Βήματα κλειδιά κατά τη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων

Συλλογή Δεδομένων

Το πρωταρχικό στοιχείο στη συλλογή δεδομένων είναι ο μετατροπέας (transducer). Γενικά, ένας μετατροπέας είναι μια συσκευή που μετατρέπει μια ποσότητα από μια μορφή σε μια άλλη. Ειδικότερα, από μηχανολογική σκοπιά, αυτό συνήθως σημαίνει τη μετατροπή μιας μέτρησης ενός φυσικού φαινομένου που μας ενδιαφέρει (στη συγκεκριμένη περίπτωση της ταχύτητας) σε ένα αναλογικό σήμα με μια εξίσωση αντιστοιχίας μεταξύ των ποσοτήτων εισόδου και εξόδου. Αυτή η διαδικασία μπορεί να περιλαμβάνει μέχρι και τρία βασικά βήματα :

- a) Μηχανική μετατροπή της φυσικής ποσότητας που μας ενδιαφέρει σε μια ενδιάμεση μηχανική ποσότητα.
- b) Ένα επιπλέον βήμα που μετατρέπει την ενδιάμεση μηχανική ποσότητα σε μια ενδιάμεση ηλεκτρική ποσότητα, και
- c) Μετατροπή σε μια τελική ηλεκτρική ποσότητα, συνήθως τάση.

Μερικοί μετατροπείς μπορούν να συνδυάζουν οποιαδήποτε από αυτά τα βήματα, ανάλογα με τη φυσική ποσότητα που μετράμε και τα ειδικά χαρακτηριστικά του μετατροπέα.

Ιδανικά, οι παραπάνω λειτουργίες θα έπρεπε να πραγματοποιηθούν χωρίς παραμορφώσεις ή μεταβολές της δειγματικής εγγραφής της συνιστώσας της ταχύτητας που μετράμε. Με άλλα λόγια, αν η είσοδος είναι $x(t)$ και η έξοδος είναι $y(t)$, ένας τέλειος transducer θα παρείχε μια αναλογική έξοδο, $y(t) = c \cdot x(t)$, όπου c είναι μια απλή σταθερά αντιστοιχίας. Στην πράξη, αυτή η ιδανική κατάσταση είναι δύσκολο να επιτευχθεί. Μεταβολές φάσης και ενίσχυσης καθώς και παραμορφώσεις που παράγουν μη γραμμικότητες συχνά εμφανίζονται στις λειτουργίες του μετατροπέα. Αυτό το γεγονός κάνει τον μετατροπέα μια πιθανή πηγή σφάλματος σε οποιοδήποτε πρόγραμμα συλλογής και επεξεργασίας δεδομένων.

Προετοιμασία Δεδομένων

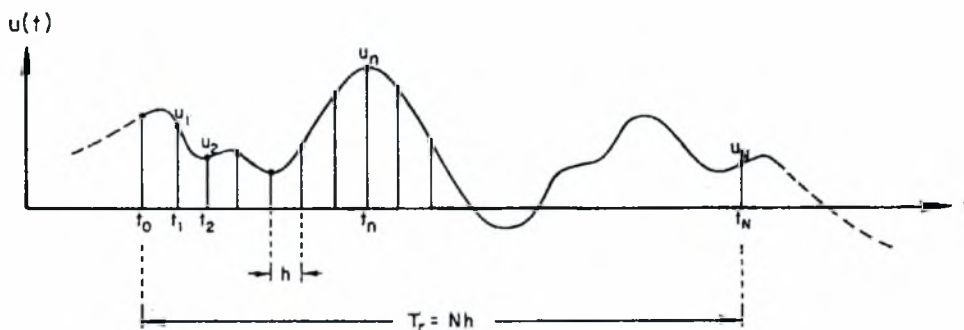
Η επόμενη φάση στη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων είναι η προετοιμασία των ανεπεξέργαστων δεδομένων για λεπτομερή ανάλυση. Σε αυτό το σημείο απαιτείται ένας αριθμός λειτουργιών που θα προσαρμόσουν τις χρονοσειρές δεδομένων για λεπτομερή ανάλυση.

a) Διόρθωση δεδομένων

Η πρώτη από αυτές τις λειτουργίες γενικά καλείται διόρθωση δεδομένων. Η διόρθωση δεδομένων αναφέρεται σε εκείνες τις διεργασίες προ-επεξεργασίας που είναι σχεδιασμένες για να ανιχνεύουν και να εξαλείφουν τα παραποιημένα δεδομένα που πιθανώς προέρχονται από προβλήματα στη συλλογή και καταγραφή του σήματος, όπως υπερβολικός θόρυβος, απώλεια σήματος λόγω βλάβης του μετατροπέα κλπ. Η διόρθωση αυτή μπορεί συχνά να πραγματοποιηθεί μέσω γραφικής (οπτικής) εξέτασης των δεδομένων. Γενικά, αναλυτές φάσματος πραγματικού χρόνου είναι πολύ δημοφιλείς για αυτή την εφαρμογή. Το βήμα αυτό είναι πολύ σημαντικό στην ψηφιακή επεξεργασία επειδή από τη στιγμή που τα δεδομένα έχουν μετατραπεί σε ψηφιακή μορφή συχνά είναι δύσκολο να ανιχνευθούν ακόμα και εμφανή σφάλματα στο αρχικό σήμα.

b) Ψηφιοποίηση

Η ψηφιοποίηση γενικά αποτελείται από δύο ξεχωριστές λειτουργίες : α) τη δειγματοληψία και β) την κβαντοποίηση. Η δειγματοληψία είναι η διεργασία που ορίζει τα στιγμιαία σημεία στα οποία τα δεδομένα θα ληφθούν ενώ κβαντοποίηση είναι η μετατροπή των τιμών των δεδομένων σε αριθμητική μορφή.



Σχήμα 5.4 : Δειγματοληψία μιας συνεχούς εγγραφής

Δειγματοληψία

Η δειγματοληψία για ψηφιακή ανάλυση συνήθως πραγματοποιείται σε ίσα χρονικά διαστήματα. Το πρόβλημα που παρουσιάζεται τότε είναι να καθοριστεί το κατάλληλο διάστημα δειγματοληψίας. Εάν τα σημεία της δειγματοληψίας βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους, θα αυξηθεί το κόστος και η απαιτούμενη εργασία για υπολογισμούς χωρίς να υπάρχει ανάγκη. Εάν τα σημεία βρίσκονται πολύ μακριά το ένα από το άλλο, θα δημιουργηθεί σύγχυση μεταξύ των στοιχείων υψηλών και χαμηλών συχνοτήτων των αρχικών δεδομένων. Το πρόβλημα αυτό καλείται αναδίπλωση. Τα παραπάνω προβλήματα αποτελούν μια σημαντική πηγή σφάλματος που δεν εμφανίζεται στην αναλογική επεξεργασία δεδομένων αλλά παρουσιάζονται πάντα στην ψηφιακή επεξεργασία και προπορεύονται της αναλογικής σε ψηφιακή μορφή μετατροπής.

Για την περίοδο δειγματοληψίας ενός σήματος, h , ισχύουν ορισμένοι περιορισμοί. Ο σημαντικότερος από αυτούς είναι το θεώρημα δειγματοληψίας Shannon. Σύμφωνα με το θεώρημα αυτό, η συχνότητα $f = \frac{1}{h}$ δειγματοληψίας πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της μεγαλύτερης συχνότητας ταλάντωσης του σήματος. Με αυστηρούς όρους, το θεώρημα αυτό διατυπώνεται ως εξής :

Θεωρήστε σήμα συνεχούς χρόνου, ο μετασχηματισμός *Fourier* του οποίου είναι μηδενικός για γωνιακές συχνότητες $\omega = 2\pi f$ (f : φυσική συχνότητα) εκτός του διαστήματος $[-\omega_c, \omega_c]$ ($\omega_c = 2\pi f_c$). Το σήμα μπορεί να ανακατασκευαστεί πλήρως από το αντίστοιχο δειγματοληπτημένο σήμα, αν η δειγματοληψία πραγματοποιηθεί με συχνότητα $f_s = \frac{1}{h}$ μεγαλύτερη του $2f_c$.

Από το παραπάνω θεώρημα προκύπτει ότι :

$$\left. \begin{array}{l} f_s = \frac{1}{h} \\ (f_s)_{\min} = 2f_c \end{array} \right\} \Leftrightarrow 2f_c = \frac{1}{h} \Leftrightarrow f_c = \frac{1}{2h} \quad (5.5)$$

Η συχνότητα αυτή καλείται συχνότητα Nyquist ή συχνότητα αναδίπλωσης.

Γενικά, για την επιλογή της κατάλληλης συχνότητας δειγματοληψίας υπάρχουν, δύο μέθοδοι. Για να αποφευχθούν τα προβλήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω, είναι καλή πρακτική η επιλογή του f_c να είναι μιάμιση ή και δύο φορές μεγαλύτερη από τη μέγιστη αναμενόμενη συχνότητα. Η δεύτερη μέθοδος είναι να φιλτραριστεί το σήμα πριν από τη δειγματοληψία, έτσι ώστε οι πληροφορίες που περιέχονται σε συχνότητες μεγαλύτερες από τη συχνότητα αποκοπής του φίλτρου να απαλείφονται. Εάν η μέγιστη συχνότητα του φίλτρου, f_c , είναι ίση με τη μέγιστη συχνότητα του φυσικού φαινομένου, τα αποτελέσματα είναι ακριβή για συχνότητες μικρότερες της f_c . Η δεύτερη μέθοδος προτιμάται επειδή ο υπολογιστικός χρόνος και το αντίστοιχο κόστος είναι σημαντικά μικρότερα. Πρέπει να αναφερθεί όμως ότι ανάλογα με το μέγεθος που πρέπει να μετρηθεί (μέση τιμή, φάσμα, συνάρτηση αυτοσυσχέτισης) οι απαιτήσεις σε συχνότητα δειγματοληψίας αλλάζουν.

Κβαντοποίηση

Από τη στιγμή που το μέγεθος κάθε δείγματος πρέπει να εκφραστεί από ένα δεδομένο αριθμό ψηφίων, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μόνο μια συγκεκριμένη ομάδα επιπέδων κβαντοποίησης για την προσέγγιση των συνεχών δεδομένων. Ανεξάρτητα από το πόσο μικρή είναι η κλίμακα κβαντοποίησης, η επιλογή της τιμής του σήματος είναι πάντοτε μεταξύ δύο διαδοχικών τιμών. Η πραγματική τιμή προσεγγίζεται με το επίπεδο κβαντοποίησης που βρίσκεται πλησιέστερα σε αυτή.

Πρακτικά, το σφάλμα που προκύπτει από την κβαντοποίηση είναι συνήθως χωρίς σημασία σε σχέση με τις άλλες πηγές σφάλματος στη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων. Παρόλα αυτά, θα πρέπει το εύρος των συνεχών δεδομένων να καταλαμβάνει όσο το δυνατόν μεγαλύτερο εύρος κβαντοποίησης. Σε αντίθετη περίπτωση η ανάλυση θα είναι φτωχή και το σφάλμα κβαντοποίησης θα μπορούσε να γίνει σημαντικό.

Έλεγχος Δεδομένων

Οι διαδικασίες ανάλυσης δεδομένων καθώς και η ερμηνεία των αποτελεσμάτων επηρεάζονται σημαντικά από ορισμένα χαρακτηριστικά των δεδομένων. Τα τρία πιο σημαντικά από αυτά είναι :

- η στασιμότητα,
- η περιοδικότητα, και
- η κανονικότητα

Η στασιμότητα (stationarity) των διεργασιών παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον διότι καθιστά την ανάλυση πολύ ευκολότερη συγκριτικά με αυτή των μη στάσιμων διεργασιών. Η ανίχνευση των περιοδικοτήτων στα δεδομένα αποφεύγει πιθανές λανθασμένες ερμηνείες των αποτελεσμάτων. Τέλος, η περίπτωση τα δεδομένα να έχουν κανονική κατανομή πυκνότητας πιθανότητας θα πρέπει να διερευνάται αφού η κανονικότητα οδηγεί σε αναλυτική θεώρηση των τυχαίων δεδομένων. Η διαδικασία του ελέγχου των δεδομένων πραγματοποιείται πάντα πριν από τη λεπτομερή ανάλυσή τους. Παρόλα αυτά, συνήθως στην πράξη πραγματοποιείται σαν ένα ολοκληρωτικό μέρος της ανάλυσης.

Στη συνέχεια θα αναφερθούν εν συντομία, οι διαδικασίες που ακολουθούνται για τους ελέγχους που αναφέρθηκαν παραπάνω.

a) Έλεγχος στασιμότητας

Ίσως ο πιο απλός τρόπος για τον έλεγχο της στασιμότητας των δεδομένων είναι να ληφθεί υπόψη η φυσική του φαινομένου από το οποίο προέρχονται τα δεδομένα. Αν οι κύριοι παράγοντες που δημιουργούν το φαινόμενο δεν μεταβάλλονται χρονικά, τότε μπορούμε γενικά να δεχτούμε τη στασιμότητα των δεδομένων χωρίς επιπλέον μελέτη. Στην πράξη, τα δεδομένα συλλέγονται σε συνθήκες που δεν επιτρέπουν εύκολα την αποδοχή της στασιμότητας των δεδομένων σαν αποτέλεσμα απλών σκέψεων.

Γενικά, πρέπει να γίνονται ορισμένες υποθέσεις. Πρώτα, πρέπει να υποτεθεί ότι οποιαδήποτε εγγραφή δειγμάτων θα αναπαριστά τα μη στάσιμα χαρακτηριστικά της τυχαίας διεργασίας που εξετάζεται. Στη συνέχεια, πρέπει να υποτεθεί ότι οποιαδήποτε εγγραφή δείγματος είναι πολύ μεγάλη σε σύγκριση με τη μικρότερη συχνότητα που

εμπεριέχεται στα δεδομένα. Με άλλα λόγια, η εγγραφή πρέπει να είναι αρκετά μεγάλη για να επιτρέπει οι μη στάσιμες κατευθύνσεις να είναι διαφορετικές από τις τυχαίες μεταβολές του δείγματος.

Με αυτές τις υποθέσεις, η στασιμότητα μιας τυχαίας διεργασίας μπορεί να ελεγχθεί μελετώντας μια μονή δειγματική εγγραφή όπως παρακάτω.

1. Χωρίζουμε την εγγραφή σε N ίσα χρονικά διαστήματα όπου τα δεδομένα σε κάθε διάστημα μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητα.
2. Υπολογίζουμε τις μέσες τετραγωνικές τιμές για κάθε διάστημα και τις τοποθετούμε με χρονολογική σειρά :

$$\overline{x_1^2}, \overline{x_2^2}, \overline{x_3^2}, \dots, \overline{x_n^2}$$

3. Ελέγχουμε τη σειρά των μέσων τετραγωνικών τιμών για την παρουσία στάσιμων κατευθύνσεων ή μεταβολών διαφορετικών από τις αναμενόμενες μεταβολές δειγματοληψίας.

Ο τελικός έλεγχος για μη στάσιμες κατευθύνσεις μπορεί να πραγματοποιηθεί με πολλούς τρόπους. Ας υποθέσουμε ότι η διαδοχή των μέσων τετραγωνικών τιμών αποτελεί ανεξάρτητα δείγματα μιας τυχαίας μεταβλητής με μέση τετραγωνική τιμή Ψ_x^2 . Αν η υπόθεση αυτή είναι σωστή, οι αυξομειώσεις στη διαδοχή των τιμών του δείγματος θα είναι τυχαίες και δεν θα υπάρχουν μη στάσιμες κατευθύνσεις. Επακόλουθα, ο αριθμός των διακυμάνσεων σε σχέση, για παράδειγμα, με τη μεσαία τιμή θα είναι όπως αναμένεται για τη διαδοχή ανεξαρτήτων τυχαίων παρατηρήσεων. Αν ο αριθμός των διακυμάνσεων σε σχέση με τη μεσαία τιμή είναι σημαντικά διαφορετικός από αυτόν που αναμένεται, η υπόθεση της στασιμότητας απορρίπτεται. Ο μέγιστος αριθμός των διακυμάνσεων που επιτρέπεται για να θεωρηθεί το δείγμα στάσιμο δίνεται κατά περίπτωση από στατιστικούς πίνακες.

b) Έλεγχος περιοδικότητας

Περιοδικά ή σχεδόν περιοδικά στοιχεία σε κατά τα άλλα τυχαία δεδομένα θα εμφανίζονται θεωρητικά σαν συναρτήσεις Dirac στο φάσμα ισχύος. Στην πράξη θα εμφανίζονται σαν κορυφές στο φάσμα ισχύος γεγονός που μπορεί να εκτιμηθεί λανθασμένα σαν μικρού

εύρους τυχαίες συνεισφορές. Αν τα περιοδικά στοιχεία στα δεδομένα είναι έντονα, η παρουσία τους συνήθως είναι εμφανής. Παρόλα αυτά, μικρότερης έντασης περιοδικά στοιχεία σε τυχαία δεδομένα μπορεί να μην είναι τόσο εμφανή. Ο πιο αποτελεσματικός τρόπος για την ανίχνευση περιοδικών στοιχείων είναι αυτά που σχετίζονται με τις διάφορες διεργασίες ανάλυσης που θα πραγματοποιηθούν υποθέτοντας ότι τα δεδομένα είναι τυχαία. Ειδικότερα, η παρουσία στοιχείων περιοδικότητας σε κατά τα άλλα τυχαία δεδομένα μπορούν να ανιχνευθούν εξετάζοντας την καμπύλη φάσματος ισχύος, του πλάτους της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας και της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης στασίμων δεδομένων.

c) Έλεγχος κανονικότητας

Ίσως ο πιο εμφανής τρόπος για τον έλεγχο της κανονικότητας στάσιμων τυχαίων δεδομένων είναι η μέτρηση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας και η σύγκρισή της με τη θεωρητική κανονική κατανομή. Αν το δείγμα των δεδομένων είναι αρκετά μεγάλο ώστε να επιτρέπει μετρήσεις με μικρό σφάλμα σε σχέση με τις αποκλίσεις από την κανονικότητα, η έλλειψη κανονικότητας θα είναι εμφανής. Αν η κατανομή δειγματοληψίας της εκτίμησης της πυκνότητας πιθανότητας είναι γνωστή, μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφοροι αλγόριθμοι ακόμα και όταν το τυχαίο σφάλμα είναι μεγάλο. Ένα από τα πιο δημοφιλή μη παραμετρικά τεστ για κανονικότητα είναι ο έλεγχος X^2 .

Ανάλυση Δεδομένων

Οι διαδικασίες για την ανάλυση τυχαίων δεδομένων μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη, γίνεται ανάλυση μιας μόνο ομάδας τυχαίων τιμών ενώ στη δεύτερη γίνεται ανάλυση μιας συλλογής ομάδων τυχαίων τιμών δεδομένων των ιδιοτήτων της κάθε ομάδας ξεχωριστά. Στη συνέχεια θα αναφερθούν εν συντομία οι κυριότερες διαδικασίες για αυτές τις δύο κατηγορίες.

Διαδικασίες για την επεξεργασία μίας ομάδας τυχαίων τιμών

- *Μέση τιμή και τυπική απόκλιση*

Το πρώτο βήμα που συνήθως πραγματοποιείται είναι η εύρεση της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης. Αυτό το βήμα πραγματοποιείται σχεδόν πάντα για πολλούς λόγους. Πρώτον, η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση είναι τα βασικά μέτρα που δείχνουν την τάση της μετρούμενης μεταβλητής καθώς και τη διασπορά της. Δεύτερον, ο υπολογισμός για ένα μικρό χρονικό διάστημα της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης δίνουν τη βάση για την εκτίμηση της στασιμότητας των δεδομένων. Τέλος, η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση μπορούν να εξαχθούν από άλλες περιγραφικές ιδιότητες (διαγράμματα πυκνότητας πιθανότητας κ.α.) που μπορούν να μετρηθούν αργότερα. Η σύγκριση της απευθείας μετρούμενης μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης με τις αντίστοιχες εκτιμήσεις που προέρχονται από άλλες αναλύσεις είναι μια πολύ καλή μέθοδος για τον έλεγχο της σωστής λειτουργίας του εξοπλισμού ή του λογισμικού που χρησιμοποιείται.

- *Ανάλυση αυτοσυσχέτισης*

Το επόμενο βήμα είναι η ανάλυση αυτοσυσχέτισης. Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης στάσιμων δεδομένων είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης φασματικής ισχύος. Για αυτό το λόγο ο καθορισμός της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης δεν δίνει άμεσα νέες πληροφορίες από αυτές του φάσματος ισχύος. Παρόλα αυτά, μπορεί να υπάρξουν εφαρμογές όπου το διάγραμμα της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης θα παρουσίαζε τις επιθυμητές πληροφορίες σε καλύτερη μορφή. Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μπορεί να είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για τον έλεγχο περιοδικότητας σε κατά τα άλλα τυχαία δεδομένα. Επιπρόσθετα, οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης μπορούν να υπολογιστούν σαν ενδιάμεσο βήμα στον υπολογισμό των εκτιμήσεων του φάσματος ισχύος. Αυτή η τεχνική είναι μάλλον ξεπερασμένη, αλλά χρησιμοποιείται ακόμα κάποιες φορές.

- *Φασματική ανάλυση τυχαίων σημάτων*

Ίσως το πιο σημαντικό περιγραφικό χαρακτηριστικό για μία μόνο ομάδα μετρήσεων στάσιμων τυχαίων δεδομένων είναι η φασματική ανάλυση τυχαίων σημάτων, η οποία ορίζει τις συχνότητες που συνθέτουν τα δεδομένα. Για ένα γραμμικό φυσικό σύστημα σταθερών παραμέτρων, το φάσμα ισχύος εξόδου είναι ίσο με το φάσμα ισχύος εισόδου πολλαπλασιασμένο με την τετραγωνική ρίζα του συντελεστή ενίσχυσης του συστήματος.

Για αυτό το λόγο, οι μετρήσεις του φάσματος ισχύος μπορούν να δώσουν πληροφορίες που αφορούν τα δυναμικά χαρακτηριστικά του συστήματος. Το συνολικό εμβαδόν κάτω από την καμπύλη του φάσματος ισχύος είναι ίσο με τη μέση τετραγωνική τιμή του δείγματος προς επεξεργασία. Είναι εμφανές ότι οι μετρήσεις των τιμών του φάσματος ισχύος είναι πολύτιμες για πολλούς σκοπούς ανάλυσης όπως για παράδειγμα η εύρεση του επιπέδου του θορύβου στο σήμα. Δευτερεύουσες εφαρμογές, είναι η ανίχνευση περιοδικότητας και ενδιάμεσο βήμα στον υπολογισμό της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης.

- *Ανάλυση πυκνότητας πιθανότητας*

Η τελευταία βασική ερμηνεία των δεδομένων στη διαδικασία επεξεργασίας μιας μόνο ομάδας τυχαίων τιμών είναι μέσω της ανάλυση πυκνότητας πιθανότητας. Η ανάλυση αυτή συχνά παραλείπεται από την ανάλυση των δεδομένων επειδή υπάρχει η τάση να υποτίθεται ότι όλα τα τυχαία φαινόμενα είναι κανονικά κατανομημένα. Σε ορισμένες περιπτώσεις όμως, τα τυχαία δεδομένα μπορεί να αποκλίνουν σημαντικά από την κανονική κατανομή. Αν ανιχνεύονται τέτοιες αποκλίσεις από τον έλεγχο κανονικότητας, τότε πρέπει να μετρηθεί η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για να γίνουν εμφανή τα στοχαστικά χαρακτηριστικά των δεδομένων.

Διαδικασίες για την επεξεργασία συλλογής ομάδων τυχαίων τιμών

Εκτός από την ανάλυση μίας ομάδας τυχαίων τιμών, στην επεξεργασία δεδομένων μπορούμε να υπολογίσουμε στατιστικά στοιχεία τα οποία βασίζονται σε συλλογές ομάδων τυχαίων τιμών. Οι κυριότερες διαδικασίες που συνήθως εφαρμόζονται παρουσιάζονται παρακάτω.

- *Ανάλυση κάθε ομάδας τυχαίων τιμών*

Το πρώτο βήμα σε αυτή τη διαδικασία είναι η ανάλυση κάθε μιας ομάδας τυχαίων τιμών ξεχωριστά, όπως αναφέρθηκε στις προηγούμενες παραγράφους.

- *Έλεγχος συσχέτισης*

Το επόμενο βήμα είναι να καθοριστεί αν οι ομάδες των τυχαίων τιμών συσχετίζονται μεταξύ τους. Σε πολλές περιπτώσεις, αυτό το βήμα είναι πολύ απλό και περιλαμβάνει απλά τη μέτρηση ενός φυσικού φαινομένου σε μεγάλα χρονικά διαστήματα οπότε υποθέτουμε ότι τα δείγματα τιμών είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και δεν πραγματοποιείται περαιτέρω

μελέτη. Αντίθετα, όταν τα δείγματα αντιπροσωπεύουν συνεχείς μετρήσεις ενός φυσικού φαινομένου τότε θα πρέπει να αναμένεται συσχέτιση αυτών.

- *Ανάλυση ετεροσυσχέτισης*

Όπως και στην περίπτωση της αυτοσυσχέτισης και της συνάρτησης φασματικής ισχύος, η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης και η συνάρτηση διαφάσματος είναι ζεύγη μετασχηματισμών Fourier. Έτσι και πάλι οι μετρήσεις ενός διαγράμματος ετεροσυσχέτισης και ενός διαφάσματος δεν δίνουν περισσότερες πληροφορίες. Ωστόσο μπορεί να υπάρχει η ανάγκη παρουσίασης των δεδομένων σε μια άλλη μορφή.

- *Ανάλυση συνάρτησης διαφάσματος*

Η πιο σημαντική ανάλυση συλλογών ομάδων τυχαίων τιμών είναι η ανάλυση συνάρτησης διαφάσματος. Η ανάλυση αυτή παρέχει πληροφορίες που αφορούν τις γραμμικές συσχετίσεις που μπορεί να υπάρχουν μεταξύ των συλλογών των δεδομένων.

5.3 Αλγόριθμοι Ψηφιακής Επεξεργασίας

Στις προηγούμενες παραγράφους αναφέρθηκαν οι κυριότερες ποσότητες που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση και επεξεργασία δεδομένων όπως αυτά προκύπτουν από ένα φυσικό φαινόμενο. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τον υπολογισμό των ποσοτήτων αυτών κατά την ψηφιακή επεξεργασία τους καθώς και τις κυριότερες παραμέτρους που σε κάθε περίπτωση πρέπει να λαμβάνονται υπόψη.

5.3.1 Διαδικασίες προ-επεξεργασίας

Για την ψηφιακή ανάλυση των δεδομένων συνήθως εφαρμόζονται διαδικασίες προ-επεξεργασίας. Παρακάτω θα αναφέρουμε αυτές που εφαρμόζονται συνήθως. Πρέπει όμως να πούμε ότι δεν επιβάλλεται να πραγματοποιούνται όλες πάντα αλλά κατά περίπτωση εκεί που χρειάζεται.

Βασικά Στατιστικά Μεγέθη

Υπολογισμός της μέσης τιμής

Η μέση τιμή ενός δείγματος δίνεται από τη σχέση

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_n \quad (5.6)$$

όπου, N είναι ο αριθμός των δεδομένων του δείγματος και u_n οι τιμές των δεδομένων. Η ποσότητα \bar{u} που υπολογίζουμε είναι μια αμερόληπτη εκτίμηση της πραγματικής μέσης τιμής.

Μετατροπή των δεδομένων με μηδενική μέση τιμή

Για την απλοποίηση των υπολογισμών καθώς και των σχέσεων που χρησιμοποιούνται στην επεξεργασία, είναι κοινή πρακτική να αφαιρείται η μέση τιμή από τα δεδομένα. Έτσι ορίζεται μια νέα χρονομεταβαλλόμενη σειρά $x(t)$ έτσι ώστε :

$$x(t) = u(t) - \bar{u} \quad (5.7)$$

Τότε η σειρά αυτή έχει διακριτές τιμές που δίνονται από τη σχέση :

$$x_n = u_n - \bar{u} \quad n = 1, 2, \dots, N$$

Υπολογισμός της Τυπικής Απόκλισης

Η τυπική απόκλιση του δείγματος δίνεται από τη σχέση :

$$s = \left[\sum_{n=1}^N \frac{(x_n)^2}{N-1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.8)$$

όπου N είναι ο αριθμός των τιμών και x_n είναι οι τιμές του μετασχηματισμένου δείγματος με μηδενική μέση τιμή, $\bar{x} = 0$. Οι ποσότητες s και s^2 αποτελούν αμερόληπτες εκτιμήσεις της τυπικής απόκλισης και μεταβλητότητας των δεδομένων.

Κανονικοποίηση σε μονάδες τυπικής απόκλισης

Ένας περαιτέρω μετασχηματισμός στα δεδομένα μπορεί να είναι η κανονικοποίηση σε μονάδες τυπικής απόκλισης. Έτσι πολλαπλασιάζοντας τις μέσες τιμές με $1/s$ προκύπτει ότι :

$$z_n = \frac{x_n}{s} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (5.9)$$

Το αποτέλεσμα αυτού του μετασχηματισμού είναι τελικά δεδομένα με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση δείγματος μονάδα.

5.3.2 Μετασχηματισμός Fourier και Γρήγορος Μετασχηματισμός Fourier (FFT)

Τυπική διαδικασία μετασχηματισμού Fourier

Ας υποθέσουμε ένα δείγμα $x(t)$ πεπερασμένου μήκους, T_p , με ένα άρτιο αριθμό τιμών N ίσα κατανεμημένων σε απόσταση μεταξύ τους h , όπου το h έχει κατάλληλα επιλεγεί ώστε να παράγει μια ικανοποιητικά μεγάλη συχνότητα αποκοπής $f_c = \frac{1}{2h}$. Ας υποθέσουμε ακόμα ότι το χρονικό σημείο έναρξης της δειγματοληψίας είναι μηδέν και ας ορίσουμε τις μετασχηματισμένες τιμές :

$$x_n = x(nh) \quad n = 1, 2, \dots, N$$

Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε την πεπερασμένη μορφή μιας σειράς Fourier που περνά από αυτές τις N τιμές. Για κάθε σημείο t μέσα στο διάστημα $(0, T_p)$, το αποτέλεσμα είναι

$$x(t) = A_0 + \sum_{q=1}^{\frac{N}{2}} A_q \cos\left(\frac{2\pi q t}{T_p}\right) + \sum_{q=1}^{\frac{N}{2}-1} B_q \sin\left(\frac{2\pi q t}{T_p}\right) \quad (5.10)$$

Στα συγκεκριμένα σημεία $t = nh$, $n = 1, 2, \dots, N$, όπου $T_p = Nh$ προκύπτει ότι :

$$x_n = x(nh) = A_0 + \sum_{q=1}^{\frac{N}{2}} A_q \cos\left(\frac{2\pi q n}{N}\right) + \sum_{q=1}^{\frac{N}{2}-1} B_q \sin\left(\frac{2\pi q n}{N}\right) \quad (5.11)$$

Οι συντελεστές A_q και B_q δίνονται από τις σχέσεις :

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n = \bar{x} = 0 \\
 A_q &= \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N x_n \cos\left(\frac{2\pi qn}{N}\right) \quad q = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \\
 A_{\frac{N}{2}} &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n \cos(n\pi) \\
 B_q &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n \sin\left(\frac{2\pi qn}{N}\right) \quad q = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Για τον υπολογισμό των συντελεστών A_q και B_q στον ηλεκτρονικό υπολογιστή ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα :

1. Υπολογισμός του $\theta = 2\pi qn / N$ για δεδομένες τιμές των q και n .
2. Υπολογισμός των $\cos(\theta)$ και $\sin(\theta)$.
3. Υπολογισμός και των δύο αθροισμάτων για $n = 1, 2, \dots, N$.
4. Αύξηση του q και επανάληψη των παραπάνω βημάτων.

Αυτή η διαδικασία απαιτεί περίπου N^2 πράξεις πρόσθεσης – πολλαπλασιασμού πραγματικών αριθμών. Όταν ο αριθμός των τιμών του δείγματος, N , μεγαλώνει το υπολογιστικό κόστος του αλγορίθμου αυτού είναι αρκετά υψηλό. Για τη μείωση του υπολογιστικού χρόνου έχουν προταθεί και αναπτυχθεί άλλες μέθοδοι, γνωστές σαν *Γρήγοροι Μετασχηματισμοί Fourier (FFT)*.

Γρήγορος Μετασχηματισμός Fourier

Ένας απείρου μήκους μετασχηματισμός Fourier μιας πραγματικής ή μιας μιγαδικής εγγραφής $x(t)$ ορίζεται σαν τη μιγαδική ποσότητα :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \tag{5.13}$$

Θεωρητικά, ο μετασχηματισμός $X(f)$ δεν θα υπάρχει για ένα $x(t)$ το οποίο είναι ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα μιας στατικής τυχαίας διεργασίας όταν χρησιμοποιούνται τα

άπειρα όρια. Παρόλα αυτά, περιορίζοντας τα όρια σε ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα στο $x(t)$, όπως στο εύρος $(0, T)$, τότε θα υπάρχει ο πεπερασμένου εύρους μετασχηματισμός Fourier και θα ορίζεται ως :

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (5.14)$$

Ας υποθέσουμε τώρα ότι το $x(t)$ δειγματολειτουργείται σε N σημεία τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση h , όπου το h έχει επιλεγεί για να παράγει μια ικανοποιητική συχνότητα αποκοπής. Έτσι ισχύει ότι :

$$x_n = x(nh) \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Έτσι για διακριτοποιημένες τιμές συχνότητας, η αντίστοιχη διακριτή μορφή της Εξίσωσης 5.14 είναι :

$$X(f, T) = h \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j2\pi f n h}$$

Οι συνήθεις διακριτές τιμές συχνότητας για τον υπολογισμό του $X(f, T)$ είναι :

$$f_k = kf = \frac{k}{T} = \frac{k}{Nh}$$

Σε αυτές τις συχνότητες, οι μετασχηματισμένες τιμές δίνουν τις συνιστώσες Fourier που ορίζονται από τη σχέση :

$$X_k = \frac{X(f_k, T)}{h} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j \frac{2\pi kn}{N}} \quad (5.15)$$

όπου το βήμα h έχει συμπεριληφθεί στο $X(f_k, T)$ για να έχει συντελεστή κλίμακας μονάδα πριν από την άθροιση. Πρέπει να σημειωθεί ότι αυτά τα αποτελέσματα είναι μοναδικά μόνο μέχρι $k = \frac{N}{2}$ αφού σε εκείνο το σημείο εμφανίζεται η συχνότητα αποκοπής Nyquist.

Η μέθοδος γρήγορου μετασχηματισμού Fourier είναι σχεδιασμένη για να υπολογίζονται οι ποσότητες, X_k , και επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υπολογίζονται οι συντελεστές A_q και B_q στην Εξίσωση 5.12.

Για να απλοποιήσουμε περαιτέρω τους συμβολισμούς έστω :

$$W(u) = e^{-j\frac{2\pi u}{N}} \quad (5.16\alpha)$$

Παρατηρούμε ότι $W(N) = 1$ και για κάθε u και w ισχύει :

$$W(u + w) = W(u) \cdot W(w) \quad (5.16\beta)$$

Ακόμα έστω ότι :

$$X(k) = X_k \text{ και } x(n) = x_n \quad (5.16\gamma)$$

Τότε η Εξίσωση 5.15 γίνεται :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot W(kn) \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (5.16\delta)$$

Οι παραπάνω υπολογισμοί απαιτούν περίπου N^2 μιγαδικές πράξεις πολλαπλασιασμού – πρόσθεσης για τον υπολογισμό όλων των όρων $X(k)$ που σχετίζονται.

Αρχή της διαδικασίας FFT

Ο μετασχηματισμός FFT βασίζεται στη διάσπαση του N στους μη μοναδιαίους συντελεστές του και στην πραγματοποίηση των μετασχηματισμών Fourier σε ένα μικρότερο αριθμό όρων σε κάθε ένα από τους συντελεστές σύνθεσης. Πιο συγκεκριμένα, αν το N είναι το γινόμενο p συντελεστών έτσι ώστε

$$N = \prod_{i=1}^p r_i = r_1 \cdot r_2 \cdot \dots \cdot r_p$$

όπου r είναι όλοι ακέραιοι μεγαλύτεροι από τη μονάδα, τότε ο όρος $X(k)$ της Εξίσωσης 5.16δ μπορεί να βρεθεί υπολογίζοντας με έναν επαναληπτικό τρόπο το άθροισμα p όρων,

$\left(\frac{N}{r_1}\right)$ μετασχηματισμούς Fourier που απαιτούν $4r_1^2$ πραγματικές πράξεις ο κάθε ένας

$\left(\frac{N}{r_2}\right)$ μετασχηματισμούς Fourier που απαιτούν $4r_2^2$ πραγματικές πράξεις ο κάθε ένας

.....

$\left(\frac{N}{r_p}\right)$ μετασχηματισμούς Fourier που απαιτούν $4r_p^2$ πραγματικές πράξεις ο κάθε ένας

Τότε ο συνολικός αριθμός πράξεων γίνεται :

$$4(Nr_1 + Nr_2 + Nr_3 + \dots + Nr_p) = 4N \sum_{i=1}^p r_i$$

Ο λόγος ταχύτητας των διαδικασιών FFT σε σχέση με την τυπική μέθοδο μετασχηματισμού Fourier είναι :

$$\text{Λόγος Ταχύτητας} = \frac{N^2}{4N \sum_{i=1}^p r_i} = \frac{N}{4 \sum_{i=1}^p r_i}$$

Παραγωγή της γενικής διαδικασίας

Για να επιτύχουμε το αποτέλεσμα της μείωσης του συνολικού αριθμού πράξεων, εκφράζουμε τους δείκτες k και n στην Εξίσωση 5.16 με τον παρακάτω τρόπο.

$$k = \sum_{\nu=0}^{p-1} k_\nu \prod_{i=0}^{\nu} r_i \quad \text{όπου } k_\nu = 0, 1, 2, \dots, r_{\nu+1} - 1$$

$$r_0 = 1$$

(5.17)

$$n = \sum_{v=0}^{p-1} n_v \prod_{i=0}^v r_{m+1-i} \quad \text{όπου } n_v = 0,1,2,\dots,r_{p-v} - 1$$

$$r_{p+1} = 1$$

Οι δείκτες k και n αντικαθίστανται από νέους δείκτες k_v και n_v όπως ορίζονται παραπάνω. Η Εξίσωση 5.17 έχει την ακόλουθη ερμηνεία :

$$k = k_0 + k_1 r_1 + k_2 r_1 r_2 + \dots + k_{p-1} (r_1 r_2 \dots r_{p-1}) \tag{5.18}$$

$$n = n_0 + n_1 r_p + n_2 r_p r_{p-1} + \dots + n_{p-1} (r_p r_{p-1} \dots r_2)$$

όπου

$$\begin{aligned} k_0 = 0,1,2,\dots, r_1 - 1 & \quad n_0 = 0,1,2,\dots, r_p - 1 \\ k_1 = 0,1,2,\dots, r_2 - 1 & \quad n_1 = 0,1,2,\dots, r_{p-1} - 1 \\ & \quad \dots\dots\dots \\ k_{p-1} = 0,1,2,\dots, r_p - 1 & \quad n_{p-1} = 0,1,2,\dots, r_1 - 1 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Θέτοντας τις τιμές k_v και n_v μπορούμε να επιβεβαιώσουμε ότι τα k και n θα λαμβάνουν τιμές από μηδέν ως $N - 1$ όπου N είναι το γινόμενο όλων των r . Η Εξίσωση 5.17 μπορεί να γραφτεί ως :

$$X(k) = X(k_0, k_1, \dots, k_{p-1}) = \sum_{n_0=0}^{r_p-1} \sum_{n_1=0}^{r_{p-1}-1} \dots \sum_{n_{p-2}=0}^{r_2-1} \sum_{n_{p-1}=0}^{r_1-1} x(n_0, n_1, \dots, n_{p-2}, n_{p-1}) \cdot W(kn) \tag{5.20}$$

όπου

$$W(kn) = W(k[n_0 + n_1 r_p + \dots + n_{p-v} (r_p r_{p-1} \dots r_{v+1}) + \dots + n_{p-1} (r_p r_{p-1} \dots r_2)]) \tag{5.21}$$

με το k να δίνεται από τη Εξίσωση 5.18.

Ένας εναλλακτικός τρόπος να γραφτεί το k είναι :

$$k = (k_0 + k_1 r_1 + \dots + k_{v-1} r_1 r_2 \dots r_{v-1}) + (r_1 r_2 \dots r_v)(k_v + k_{v+1} r_{v+1} + \dots + k_{p-1} r_{v+1} r_{v+2} \dots r_{p-1}) \quad (5.22)$$

Έτσι η αντίστοιχη μορφή της Εξίσωσης 5.21 γίνεται :

$$kn_{p-v}(r_p r_{p-1} \dots r_{v+1}) = (k_0 + k_1 r_1 + \dots + k_{v-1} r_1 r_2 \dots r_{v-1})n_{p-v}(r_p r_{p-1} \dots r_{v+1}) + Nn_{p-v}(k_v + k_{v+1} r_{v+1} + \dots + k_{p-1} r_{v+1} r_{v+2} \dots r_{p-1}) \quad (5.23)$$

Τότε, αφού το W για κάθε ακέραια δύναμη του N είναι ίσο με μονάδα, προκύπτει για $v = 1, 2, \dots, p$ ότι :

$$W(kn_{p-v} r_p r_{p-1} \dots r_{v+1}) = W[(k_0 + k_1 r_1 + \dots + k_{v-1} r_1 r_2 \dots r_{v-1})n_{p-v} r_p r_{p-1} \dots r_{v+1}] \quad (5.24)$$

Αν εφαρμόσουμε στην παραπάνω εξίσωση για $v = 1$ παρατηρούμε ότι :

$$W(kn_{p-1} r_p r_{p-1} \dots r_2) = W(k_0 n_{p-1} r_p r_{p-1} \dots r_2) = W\left(\frac{k_0 n_{p-1} N}{r_1}\right) = \exp\left[-j \frac{2\pi k_0 n_{p-1}}{r_1}\right] \quad (5.25)$$

Αυτό είναι το εκθετικό που απαιτείται σε ένα μετασχηματισμό Fourier του $x(n_{p-1})$ όπως εκφράζεται από μια σειρά από r_1 όρους αντί για N . Ακόμα πρέπει να σημειωθεί ότι οι δείκτες k_0 και n_{p-1} μεταβάλλονται σε ένα εύρος τιμών $0, 1, 2, \dots, r_1 - 1$, οπότε και για αυτό απαιτούνται ένα σύνολο r_1^2 πράξεων πολλαπλασιασμού – πρόσθεσης για τον υπολογισμό καθενός από τα σχετιζόμενα $X(k_0)$ που μπορεί να χρειάζονται Για $v = 2, 3, \dots, p$ και αναπτύσσοντας, η Εξίσωση 5.25, γίνεται γινόμενο δύο όρων :

$$W[(k_0 + k_1 r_1 + \dots + k_{v-2} r_1 r_2 \dots r_{v-2})n_{p-v} r_p r_{p-1} \dots r_{v+1}] \times W(k_{v-1} r_1 r_2 \dots r_{v-1} n_{p-v} r_p r_{p-1} \dots r_{v+1}) \quad (5.26)$$

Ο δεύτερος συντελεστής είναι η ποσότητα

$$W\left(\frac{k_{v-1}n_{p-v}N}{r_v}\right) = \exp\left[-j\frac{2\pi k_{v-1}n_{p-v}}{r_v}\right] \quad (5.27)$$

που είναι το εκθετικό που απαιτείται σε ένα μετασχηματισμό Fourier του $x(n_{p-v})$ όπως εκφράζεται σε σειρές r_v όρων . Επιπρόσθετα, οι δείκτες k_{v-1} και n_{p-v} μεταβάλλονται σε ένα εύρος τιμών $0,1,2,\dots,r_v - 1$. Έτσι απαιτείται ένας συνολικός αριθμός πράξεων r_v^2 πρόσθεσης – πολλαπλασιασμού για τον υπολογισμό καθενός από τα σχετιζόμενα $X(k_{v-1})$ που μπορεί να χρειάζονται.

Ο Αλγόριθμος FFT

Από την ανάπτυξη των παραπάνω εξισώσεων, η Εξίσωση 5.21 γίνεται :

$$W(kn) = \prod_{v=1}^p T(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}) \cdot W\left(\frac{k_{v-1}n_{p-v}N}{r_v}\right) \quad (5.28)$$

όπου

$$T(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}) = 1 \text{ για } v = 1, \text{ και}$$

$$T(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}) = W\left[(k_0 + k_1r_1 + \dots + k_{v-2}r_1r_2 \dots r_{v-2})(n_{p-v}r_p r_{p-1} \dots r_{v+1})\right] \quad (5.29)$$

για $v = 2,3,\dots,p$

Το αποτέλεσμα της Εξίσωσης 5.27 θα πρέπει να αντικατασταθεί στην Εξίσωση 5.21. Από αυτή την εξίσωση, με ανακατάταξη των όρων προκύπτει ότι :

$$\begin{aligned} X(k_0, k_1, \dots, k_{p-1}) &= \sum_{n_0=0}^{r_p-1} T(k_0, k_1, \dots, k_{p-2}) W\left(\frac{k_{p-1}n_0N}{r_p}\right) \quad (5.30) \\ &\times \sum_{n_1=0}^{r_{p-1}-1} T(k_0, k_1, \dots, k_{p-3}) W\left(\frac{k_{p-2}n_1N}{r_{p-1}}\right) \\ &\times \dots \dots \dots \\ &\times \sum_{n_{p-2}=0}^{r_2-1} T(k_0) W\left(\frac{k_0n_{p-2}N}{r_2}\right) \\ &\times \sum_{n_{p-1}=0}^{r_1-1} x(n_0, n_1, \dots, n_{p-2}, n_{p-1}) W\left(\frac{k_0n_{p-1}N}{r_1}\right) \end{aligned}$$

Έτσι, ο επιθυμητός μετασχηματισμός Fourier μπορεί να υπολογιστεί σε p διαδοχικά βήματα όπως φαίνεται από την Εξίσωση 5.30.

Για να γίνει πιο κατανοητή η παραπάνω διαδικασία, ας ορίσουμε :

$$A_1(k_0, n_0, n_1, \dots, n_{p-2}) = \sum_{n_{p-1}=0}^{r_1-1} x(n_0, n_1, \dots, n_{p-2}, n_{p-1}) W\left(\frac{k_0 n_{p-1} N}{r_1}\right) \quad (5.31)$$

Τότε κρατώντας σταθερά τα n_0, n_1, \dots, n_{p-2} για κάθε μια από τις πιθανές τους τιμές, η Εξίσωση 5.31 δίνει ένα συνολικό αριθμό (N/r_1) μετασχηματισμούς Fourier του $x(n_{p-1})$ που απαιτεί r_1^2 πράξεις ο καθένας. Στο επόμενο άθροισμα όρων, από το τέλος της Εξίσωσης 5.30, έστω ότι ισχύει :

$$A_2(k_0, k_1, n_0, n_1, \dots, n_{p-3}) = \sum_{n_{p-2}=0}^{r_2-1} A_1(k_0, n_0, n_1, \dots, n_{p-2}) \Gamma(k_0) W\left(\frac{k_1 n_{p-2} N}{r_2}\right) \quad (5.32)$$

Εδώ, κρατώντας σταθερά τα $k_0, n_0, n_1, \dots, n_{p-3}$ για κάθε μια από τις δυνατές τιμές τους, η Εξίσωση 5.32 δίνει ένα συνολικό αριθμό (N/r_2) μετασχηματισμών Fourier του $x(n_{p-2})$ που απαιτούν r_2^2 πράξεις ο κάθε ένας. Συνεχίζοντας έτσι στο βήμα (v) όπου $= 2, 3, \dots, p - 1$, έστω ότι ισχύει :

$$A_v(k_0, k_1, \dots, k_{v-1}, n_0, n_1, \dots, n_{p-v-1}) = \sum_{n_{p-v}=0}^{r_v-1} A_{v-1}(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}, n_0, n_1, \dots, n_{p-v}) \Gamma(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}) \times W\left(\frac{k_v n_{p-v} N}{r_v}\right) \quad (5.33)$$

Εδώ, κρατώντας σταθερά τα $k_0, k_1, \dots, k_{v-2}, n_0, n_1, \dots, n_{p-v-1}$ για κάθε μια από τις πιθανές τιμές τους, προκύπτει ένας συνολικός αριθμός (N/r_v) μετασχηματισμών Fourier του $x(n_{p-v})$ που απαιτούν r_v^2 πράξεις ο κάθε ένας. Στο τελευταίο βήμα προκύπτει ότι :

$$X(k_0, k_1, \dots, k_{p-1}) = A_p(k_0, k_1, \dots, k_{p-1}) = \sum_{n_0=0}^{r_p-1} A_{p-1}(k_0, k_1, \dots, k_{p-2}, n_0) \Gamma(k_0, k_1, \dots, k_{p-2}) W\left(\frac{k_{p-1} n_0 N}{r_p}\right)$$

Κρατώντας σταθερά τα k_0, k_1, \dots, k_{p-2} για κάθε μια από τις πιθανές τιμές τους, προκύπτει ένας συνολικός αριθμός (N/r_p) μετασχηματισμών Fourier του $x(n_0)$ που απαιτούν r_p^2 πράξεις ο καθένας.

5.3.3 Συναρτήσεις Πυκνότητας Πιθανότητας

Ας υποθέσουμε N τιμές δεδομένων $\{x_n\}$, $n = 1, 2, \dots, N$, από μια μετασχηματισμένη εγγραφή η οποία είναι στατική και έχει μηδενική μέση τιμή \bar{x} . Γνωρίζουμε ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του $x(t)$ μπορεί να εκτιμηθεί από τη σχέση :

$$\hat{p}(x) = \frac{N_x}{N \cdot W} \quad (5.34)$$

όπου W είναι ένα μικρό διάστημα κεντραρισμένο στο x και N_x είναι ο αριθμός των δεδομένων των οποίων οι τιμές πέφτουν μέσα στο εύρος $x \pm W/2$. Έτσι μια εκτίμηση του $\hat{p}(x)$ παρέχεται ψηφιακά διαιρώντας όλο το εύρος του x σε ένα κατάλληλο αριθμό κλάσεων ίσου μεγέθους και τοποθετώντας τον αριθμό των τιμών των δεδομένων σε κάθε διάστημα και τελικά διαιρώντας το αποτέλεσμα με το εύρος W και το μέγεθος δείγματος N . Πρέπει να σημειωθεί ότι η εκτίμηση του $\hat{p}(x)$ δεν είναι μοναδική αφού εμφανώς εξαρτάται από τον αριθμό των κλάσεων και του πλάτους που επιλέγεται για την ανάλυση.

Πιο συγκεκριμένα, έστω K ο αριθμός των κλάσεων που καλύπτουν όλο το εύρος των τιμών των δεδομένων από το a στο b . Τότε το πλάτος κάθε κλάσης θα δίνεται από τη σχέση :

$$W = \frac{b-a}{K} \quad (5.35)$$

και το τελευταίο σημείο του (i) διαστήματος θα ορίζεται από τη σχέση :

$$d_i = a + i \cdot W \quad i = 0, 1, 2, \dots, K \quad (5.36)$$

Ας σημειωθεί ότι $d_0 = a$ και $d_K = b$. Τώρα ορίζουμε μια διαδοχή $K + 2$ αριθμών $\{N_i\}$ με $i = 0, 1, 2, \dots, K + 1$, με τις συνθήκες ότι :

$$\begin{aligned} N_0 &= [\text{αριθμός } x \text{ έτσι ώστε } x \leq d_0] \\ N_1 &= [\text{αριθμός } x \text{ έτσι ώστε } d_0 < x \leq d_1] \\ &\dots\dots\dots \\ N_i &= [\text{αριθμός } x \text{ έτσι ώστε } d_{i-1} < x \leq d_i] \\ &\dots\dots\dots \\ N_K &= [\text{αριθμός } x \text{ έτσι ώστε } d_{K-1} < x \leq d_K] \\ N_{K+1} &= [\text{αριθμός } x \text{ έτσι ώστε } x > d_K] \end{aligned} \quad (5.37)$$

Αυτή η διαδικασία θα ταξινομήσει τις N τιμές του x έτσι ώστε η διαδοχή αριθμών $\{N_i\}$ να ικανοποιεί τη σχέση

$$N = \sum_{i=0}^{K+1} N_i \quad (5.38)$$

Μια μέθοδος που χρησιμοποιείται ευρέως χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση στον υπολογιστή είναι να εξετάζεται κάθε τιμή x_n όπως παρακάτω :

1. Αν $x_n \leq a$ τότε προσθέτουμε +1 στο N_0
2. Αν $a < x_n \leq b$, υπολογίζουμε το $l = \frac{x_n - a}{W}$. Τότε επιλέγουμε το i σαν το μεγαλύτερο ακέραιο ο οποίος είναι μικρότερος ή ίσος με το l , και να προσθέσουμε +1 στο N_i .
3. Αν $x_n > b$, τότε προσθέτουμε +1 στο N_{K+1} .

5.3.4 Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν δύο μέθοδοι για τον ψηφιακό υπολογισμό των εκτιμήσεων των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης. Η πρώτη μέθοδος είναι η τυπική προσέγγιση της εκτίμησης της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης υπολογίζοντας απευθείας το μέσο όρο των γινομένων των δειγματολιπτημένων τιμών. Η δεύτερη μέθοδος είναι μια

προσεγγιστική μέθοδος όπου πρώτα υπολογίζεται το φάσμα ισχύος μέσω διαδικασιών μετασχηματισμών Fourier και τότε υπολογίζοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier του φάσματος ισχύος.

Εκτιμήσεις αυτοσυσχέτισης μέσω ευθέων υπολογισμών

Για N τιμές δεδομένων $\{x_n\}$, $n = 1, 2, \dots, N$, μιας μετασχηματισμένης εγγραφής $x(t)$ η οποία είναι στατική με $\bar{x} = 0$, η εκτιμώμενη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης στη μετατόπιση rh ορίζεται από τη σχέση :

$$\hat{R}_r = \hat{R}_x(rh) = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} x_n x_{n+r}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, m \quad (5.39)$$

όπου r είναι ο αριθμός συγκέντρωσης, m είναι ο μέγιστος αριθμός συγκέντρωσης, και \hat{R}_r είναι η εκτίμηση της πραγματικής τιμής R_r , σε συγκέντρωση r , που αντιστοιχεί σε μετατόπιση rh . Ας σημειωθεί ότι ο μέγιστος αριθμός συγκέντρωσης m σχετίζεται με το μέγιστο χρόνο μετατόπισης της εκτίμησης με τη σχέση

$$\tau_{\max} = \tau_m = mh \quad (5.40)$$

Επιπλέον, ας σημειωθεί ότι αν μια εκτίμηση της συνάρτησης πυκνότητας φάσματος ισχύος υπολογίζεται λαμβάνοντας τον μετασχηματισμό Fourier μιας εκτίμησης αυτοσυσχέτισης, τότε η ανάλυση του εύρους ζώνης B_e για την επακόλουθη εκτίμηση της πυκνότητας φάσματος σχετίζεται με τον μέγιστο αριθμό συγκέντρωσης m με τη σχέση :

$$B_e = \frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{mh} \quad (5.41)$$

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης δείγματος μπορεί ακόμα να οριστεί σε συγκέντρωση r με τη σχέση :

$$\hat{R}_r = \hat{R}_x(rh) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-r} x_n x_{n+r}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, m \quad (5.42)$$

όπου το N παραμένει σταθερό.

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μπορεί να πάρει τόσο αρνητικές όσο και θετικές τιμές. Μια κανονικοποιημένη τιμή παρέχεται διαιρώντας το \hat{R}_r με \hat{R}_0 όπου :

$$\hat{R}_0 = \hat{R}_x(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n)^2 = \overline{x^2} \quad (5.43)$$

Παρατηρούμε ότι η ποσότητα \hat{R}_0 είναι μια εκτίμηση της πραγματικής μέσης τετραγωνικής τιμής των δεδομένων. Η ποσότητα \hat{R}_0 σχετίζεται με τη μεταβλητότητα s^2 με τη σχέση :

$$\hat{R}_0 = \left(\frac{N-1}{N} \right) s^2 \quad (5.44)$$

Συνεπώς, για μεγάλους αριθμούς N η διαφορά μεταξύ των \hat{R}_0 και s^2 είναι αμελητέα. Όταν το \hat{R}_r κανονικοποιείται, οι τιμές που λαμβάνουμε θεωρητικά θα βρίσκονται μεταξύ των τιμών $(+1)$ και (-1) δηλαδή :

$$-1 \leq \frac{\hat{R}_r}{\hat{R}_0} \leq 1 \quad (5.45)$$

Εκτιμήσεις αυτοσυσχέτισης μέσω υπολογισμών FFT

Μια προσεγγιστική μέθοδος για τον υπολογισμό των εκτιμήσεων της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης είναι να υπολογιστούν πρώτα μέσω γρήγορων μετασχηματισμών Fourier οι συναρτήσεις πυκνότητας φάσματος ισχύος και τότε να υπολογιστεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier αυτών των αποτελεσμάτων. Η διπλή χρήση των μετασχηματισμών FFT για να υπολογιστούν τόσο οι συναρτήσεις πυκνότητας φάσματος ισχύος και οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης μπορεί να κάνει αυτή τη διαδικασία πιο αποτελεσματική από την ευθεία μέθοδο, ανάλογα με τον μέγιστο αριθμό συγκέντρωσης που απαιτούνται. Για να είμαστε πιο ακριβείς, ο ευθύς υπολογισμός της αυτοσυσχέτισης απαιτεί περίπου Nm υπολογισμούς πρόσθεσης πολλαπλασιασμού για m συγκέντρωση

μιας συνάρτησης αυτοσυσχέτισης. Αν $N = 2^p$ η προσεγγιστική μέθοδος με FFT απαιτεί περίπου $8Np$ πράξεις πρόσθεσης πολλαπλασιασμού. Έτσι ο λόγος ταχυτήτων γίνεται :

$$\text{Λόγος Ταχύτητας} = \frac{Nm}{8Np} = \frac{m}{8p}$$

Για παράδειγμα, αν $N = 2^{13}$, και $m = 0.1 \cdot N = 819$, τότε $8p = 104$ οπότε παρατηρούμε ότι η χρήση FFT υπολογισμών είναι 8 φορές πιο γρήγορη.

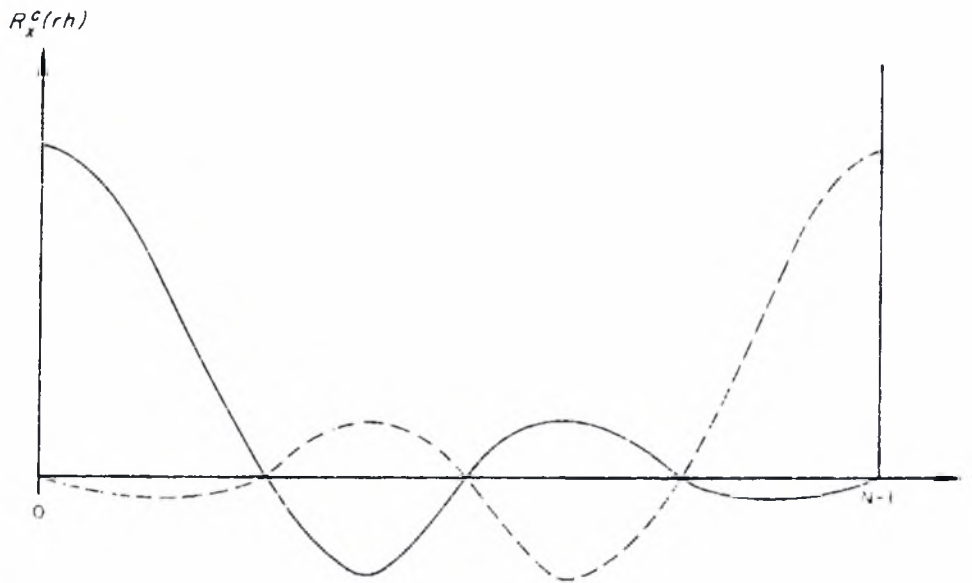
Ο υπολογισμός του φάσματος μέσω FFT υπολογισμών, από τον οποίο οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης βρίσκονται υπολογίζοντας τον αντίστροφο FFT του φάσματος, θα παρουσιαστούν παρακάτω. Παρόλα αυτά, πρέπει να υπάρχει προσοχή όταν χρησιμοποιείται αυτή η μέθοδος. Φαίνεται ότι τελικά δεν λαμβάνουμε την συνήθη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης αλλά μια κυκλική συνάρτηση συσχέτισης που ορίζεται από την εξίσωση :

$$R_x^c(rh) = \frac{(N-r)}{N} [R_x(rh) + R_x([N-1-r]h)] \quad (5.46)$$

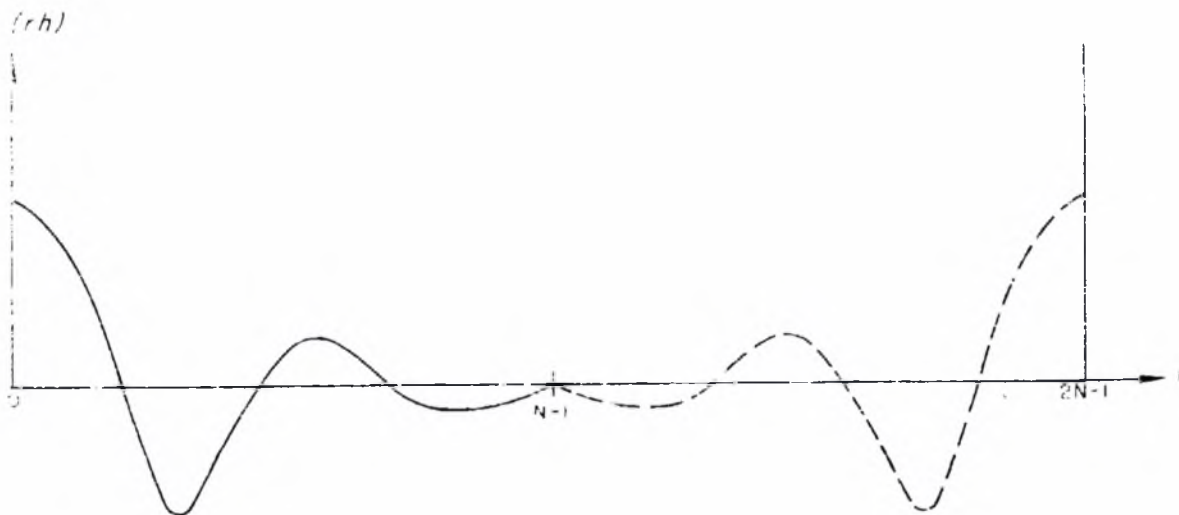
όπου το $R_x(rh)$ ορίζεται από την Εξίσωση 5.39 και :

$$R_x([N-1-r]h) = R_x(rh) \quad r = 1, 2, \dots, m \quad (5.47)$$

Τα δύο μέρη της Εξίσωσης 5.46 φαίνονται στο Σχήμα 5.5. Στην πράξη, για συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης που αποσβένονται γρήγορα, η επίδραση αυτού του γεγονότος είναι πολύ μικρή όταν $m < 0.2 \cdot N$. Σε κάθε περίπτωση, το πρόβλημα μπορεί να αποφευχθεί προσθέτοντας μηδενικά στα αρχικά δεδομένα. Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης των μηδενικών στα αρχικά δεδομένα είναι ο διαχωρισμός των δύο όρων της κυκλικής συνάρτησης αυτοσυσχέτισης. Πιο συγκεκριμένα, αν προστεθούν N μηδενικά στις αρχικές N τιμές δεδομένων τότε τα δύο τμήματα διαχωρίζονται εντελώς όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.6.



Σχήμα 5.5 Κυκλική Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης



Σχήμα 5.6 Διαχωρισμός της κυκλικής συνάρτησης αυτοσυσχέτισης

Γενικά πρέπει να γίνονται τα ακόλουθα βήματα για τον υπολογισμό των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης μέσω διαδικασιών FFT. Υποθέτουμε ότι το μέγεθος του δείγματος εγγραφής είναι $N = 2^p$.

1. Αυξάνουμε τις N τιμές δεδομένων x_n , όπου $n = 0, 1, \dots, N-1$, με N μηδενικά για να πάρουμε μια νέα διαδοχή x_n , $2N$ όρων

2. Υπολογίζουμε τον γρήγορο μετασχηματισμό Fourier των $2N$ όρων με αποτέλεσμα το X_k για $k = 0, 1, \dots, 2N - 1$
3. Υπολογίζουμε τις ανεπεξέργαστες εκτιμήσεις φάσματος \tilde{G}_k για $k = 0, 1, \dots, 2N - 1$, χρησιμοποιώντας των Εξίσωση 5.65
4. Υπολογίζουμε τον αντίστροφο FFT του \tilde{G}_k και πολλαπλασιάζουμε με τον συντελεστή κλίμακας $\frac{N}{N-r}$ για να πάρουμε το \hat{R}_r , για $r = 0, 1, \dots, 2N - 1$. Αποβάλλουμε το τελευταίο μισό του \hat{R}_r , για να πάρουμε τα δεδομένα για $r = 0, 1, \dots, N - 1$

5.3.5 Συναρτήσεις πυκνότητας φάσματος ισχύος

Για στατικά τυχαία δεδομένα, οι δύο πιο συχνά χρησιμοποιούμενες ψηφιακές μέθοδοι για τον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας φάσματος ισχύος είναι (1) η τυπική μέθοδος ή «Blackman-Tukey» μέθοδος που βασίζεται στον υπολογισμό μέσω μετασχηματισμού Fourier της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης και (2) ο «ευθύς μετασχηματισμός Fourier» ή μέθοδος «Cooley-Tukey» που βασίζεται στον υπολογισμό του της συνάρτησης πυκνότητας φάσματος ισχύος μέσω πεπερασμένου εύρους FFT μετασχηματισμών στα αρχικά δεδομένα. Παρόλο που η διαδικασία μέσω ευθέως μετασχηματισμού Fourier είναι πιο επιθυμητή από την άποψη της υπολογιστικής αποτελεσματικότητας, η παλιότερη τυπική μέθοδος χρησιμοποιείται ακόμα.

Εκτιμήσεις φάσματος ισχύος μέσω εκτιμήσεων συσχέτισης

Για δειγματοληπτιμένα δεδομένα από μια μετασχηματισμένη εγγραφή $x(t)$ η οποία είναι στατική με $\bar{x} = 0$, μια ανεπεξέργαστη εκτίμηση $\tilde{G}_x(f)$ της πραγματικής συνάρτησης πυκνότητας φάσματος ισχύος $G_x(f)$ ορίζεται για ένα διακριτό f στο εύρος $0 \leq f \leq f_c$ από τη σχέση :

$$\tilde{G}_x(f) = 2h \left[\hat{R}_0 + 2 \sum_{r=1}^{m-1} \hat{R}_r \cos\left(\frac{\pi r f}{f_c}\right) + \hat{R}_m \cos\left(\frac{\pi m f}{f_c}\right) \right] \quad (5.48)$$

όπου h είναι το χρονικό διάστημα μεταξύ των δειγμάτων, \hat{R}_x είναι η εκτίμηση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης σε συγκέντρωση r , m είναι ο μέγιστος αριθμός συγκέντρωσης, $f_c = 1/2h$ είναι η συχνότητα αποκοπής, και $\tilde{G}_x(f)$ είναι η ανεπεξέργαστη εκτίμηση της πραγματικής τιμής $G_x(f)$ σε συχνότητα f . Παρατηρούμε ότι το $\tilde{G}_x(f)$ λαμβάνεται αφού πρώτα υπολογίσουμε την εκτίμηση \hat{R}_x της αυτοσυσχέτισης..

Η Εξίσωση 5.48 είναι η διακριτοποιημένη της θεωρητικής εξίσωσης :

$$G_x(f) = 4 \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau \quad (5.49)$$

όπου η μέγιστη τιμή για το τ δίνεται από τη σχέση $\tau_m = mh$. Έτσι προκύπτει ότι :

$$G_x(f) = 2 \int_{-\tau_m}^{\tau_m} R_x(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau = 2 \int_{-\infty}^{\infty} u_{\tau_m}(\tau) R_x(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau \quad (5.50)$$

όπου η $u_{\tau_m}(\tau)$ είναι μια απλή συνάρτηση που ορίζεται ως :

$$u_{\tau_m}(\tau) = \begin{cases} 0 & \tau < -\tau_m \\ 1 & -\tau_m \leq \tau \leq \tau_m \\ 0 & \tau_m > \tau_m \end{cases} \quad (5.51)$$

Ο μετασχηματισμός Fourier αυτής της συνάρτησης δίνει

$$U_{\tau_m}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{\tau_m}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau = 2\tau_m \left(\frac{\sin 2\pi f \tau_m}{2\pi f \tau_m} \right) \quad (5.52)$$

Η ανεπεξέργαστη εκτίμηση $\tilde{G}_x(f)$ είναι η ένωση της πραγματικής τιμής $G_x(f)$ με τη συνάρτηση $U_{\tau_m}(f)$. Η επίδραση αυτής της ένωσης όταν υπολογίζουμε την εκτίμηση $\tilde{G}_x(f_0)$ σε μια συχνότητα f_0 είναι η μετακίνηση της κύριας κορυφής της συνάρτησης

$u_{\tau_m}(\tau)$ στο f_0 και ο πολλαπλασιασμός με την πραγματική τιμή $G_x(f)$ και τελικά η ολοκλήρωση σε όλες τις συχνότητες. Δηλαδή υπό μορφή εξίσωσης :

$$\tilde{G}_x(f) = \int_0^{\infty} G_x(\alpha) \mathcal{U}_{\tau_m}(f - \alpha) d\alpha \quad (5.53)$$

Παρατηρούμε ότι η βαρύτητα της συνάρτησης $u_{\tau_m}(\tau)$ έχει σαν αποτέλεσμα διαρροή απλώνοντας τον κύριο λοβό της πραγματικής συνάρτησης πυκνότητας φάσματος ισχύος και προσθέτοντας έναν άπειρο αριθμό μικρότερων λοβών. Για να ελαχιστοποιηθεί το πρόβλημα, είναι απαραίτητο να μετατραπεί η βαρύτητα της συνάρτησης $u_{\tau_m}(\tau)$ στο πεδίο του χρόνου έτσι ώστε να γίνει πιο ευρύς ο κύριος λοβός και να μειωθούν οι αρνητικές επιδράσεις των πλευρικών λοβών. Αυτό μπορεί να γίνει με τεχνικές εξομάλυνσης των ανεπεξέργαστων δεδομένων δεδομένων.

Προτείνεται ότι οι τιμές της συνάρτησης $\tilde{G}_x(f)$ να υπολογίζονται μόνο σε $m+1$ διακριτά σημεία όπου :

$$f = \frac{kf_c}{m} \quad k = 0, 1, 2, \dots, m \quad (5.54)$$

Αυτό θα παρέχει $m/2$ ανεξάρτητες εκτιμήσεις φάσματος αφού οι εκτιμήσεις φάσματος που βρίσκονται σε απόσταση μικρότερη από $2f_c/m$ θα είναι συσχετισμένες. Σε αυτές τις διακριτές συχνότητες προκύπτει ότι :

$$\tilde{G}_x = \tilde{G}_x\left(\frac{kf_c}{m}\right) = 2h \left[\hat{R}_0 + 2 \sum_{r=1}^{m-1} \hat{R}_r \cos\left(\frac{\pi rk}{m}\right) + (-1)^k \hat{R}_m \right] \quad (5.55)$$

Για την πραγματοποίηση των παραπάνω υπολογισμών είναι απαραίτητο να ληφθούν υπόψη κάποιες παράμετροι (διάστημα δειγματοληψίας, μέγεθος δείγματος κλπ) για τον ακριβέστερο υπολογισμό των τιμών. Έτσι πρέπει να ισχύει :

- Διάστημα δειγματοληψίας.* Διαλέγουμε το διάστημα δειγματοληψίας έτσι ώστε να ισχύει $h = \frac{1}{2f_c} \leq \frac{1}{2f_d}$, όπου f_c είναι η συχνότητα αναδίπλωσης Nyquist και f_d είναι η μέγιστη αναμενόμενη συχνότητα στα δεδομένα. Θεωρώντας δεδομένη τη μέγιστη αναμενόμενη συχνότητα, το διάστημα δειγματοληψίας h θα πρέπει να επιλέγεται έτσι ώστε να παράγει μια συχνότητα αναδίπλωσης μεγαλύτερη από f_d . Για ακριβή υπολογισμό των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης μόνο, προτείνεται η επιλογή $f_c = 2f_d$ που αντιστοιχεί σε $h = \frac{1}{4f_d}$. Αν οι εκτιμήσεις του φάσματος ισχύος είναι ο τελικός σκοπός τότε είναι αρκετό να επιλέξουμε $h = \frac{2}{5f_d}$.
- Αριθμός συγκέντρωσης τιμών συσχέτισης.* Επιλέγουμε τον μέγιστο αριθμό συγκέντρωσης τιμών m έτσι ώστε $m = \frac{1}{B_e h}$ όπου B_e είναι το ισοδύναμο εύρος ανάλυσης για τους υπολογισμούς του φάσματος ισχύος.
- Ελάχιστο μέγεθος δείγματος N και μήκος εγγραφής T_r .* Επιλέγουμε το μέγεθος δείγματος έτσι ώστε $N = \frac{m}{\epsilon_r^2}$ όπου ϵ_r είναι το κανονικοποιημένο σφάλμα που απαιτείται για τους φασματικούς υπολογισμούς. Το αντίστοιχο ελάχιστο μήκος εγγραφής είναι $T_r = Nh$.

Εκτιμήσεις φάσματος ισχύος μέσω FFT υπολογισμών

Κατ' αρχήν, με τη μέθοδο αυτή μπορούμε να επεξεργαστούμε κάθε μέγεθος δείγματος N αλλά στην πράξη τα προγράμματα συνήθως χρησιμοποιούν ψηφιακές εγγραφές μήκους $N = 2^p$. Επακόλουθα, στις σειρές δεδομένων πρέπει είτε να αφαιρέσουμε δεδομένα είτε να προσθέσουμε μηδενικά για να πάρουμε τον απαιτούμενο αριθμό σημείων.

Στις εξισώσεις που ακολουθούν, είναι βολικό να ορίζουμε το $x(t)$ σε ένα χρονικό διάστημα $\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$ αντί $(0, T)$. Τότε ο πεπερασμένου εύρους μετασχηματισμός Fourier μπορεί να θεωρηθεί σαν μετασχηματισμός μιας απείρου μήκους εγγραφής $y(t)$ ορισμένη

στο διάστημα $(-\infty, \infty)$, πολλαπλασιασμένη με μια συνάρτηση κυλιόμενου κιτίου πεπερασμένου μήκους ορισμένη στο διάστημα $\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$. Δηλαδή :

$$X(f, T) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) u_{\frac{T}{2}}(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (5.56)$$

όπου $y(t)$ είναι το ίδιο με το $x(t)$ στο εύρος $\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$ και

$$u_{\frac{T}{2}}(t) = \begin{cases} 0 & t < -\frac{T}{2} \\ 1 & -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} \\ 0 & t > \frac{T}{2} \end{cases} \quad (5.57)$$

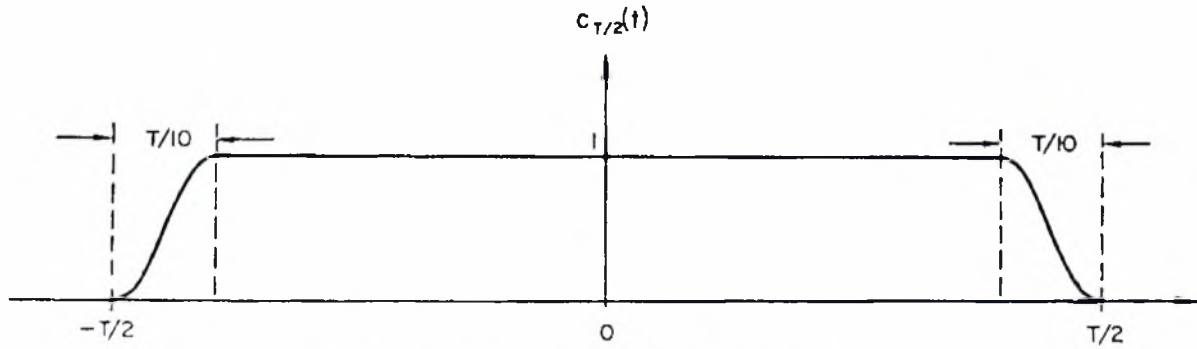
Αυτή η συνάρτηση είναι μήκους T και ο μετασχηματισμός Fourier της δίνεται από τη σχέση :

$$U_{\frac{T}{2}}(f) = T \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right) \quad (5.58)$$

Η χρήση της παραπάνω συνάρτησης συνάρτηση κυλιόμενου κιτίου θα προκαλέσει προβλήματα διαρροής. Για αυτό το λόγο προτείνεται η χρήση ενός επικαλυπτόμενου συνημιτόνου στο 1/10 του τέλους κάθε πλευράς δεδομένων αντί του $u_{\frac{T}{2}}(t)$. Μια τέτοια

συνάρτηση παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.7, όπου η μετατροπή της συνάρτησης κυλιόμενου κιτίου συμβολίζεται $c_{\frac{T}{2}}(t)$. Η επίδραση αυτής της μετατροπής είναι η μείωση της

μεταβλητότητας των δεδομένων σε σχέση με τα αρχικά δεδομένα. Ειδικότερα αυτή η μετατροπή στη μεταβλητότητα είναι $\frac{1}{0.875}$.



Σχήμα 5.7 Επικαλύπτων Συνημίτονο

Σημαντική επίδραση στους υπολογισμούς, έχει και η πρόσθεση μηδενικών στις τιμές του δείγματος. Στην εκτίμηση του $X(f, T)$ σε διακριτές τιμές συχνότητας, το σύνηθες διάστημα δίνεται από τη σχέση :

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{1}{Nh} \quad (5.59)$$

Όταν προστίθενται μηδενικά στη διαδοχή των δεδομένων δεν υφίσταται καμία αλλαγή στη μορφή του φίλτρου $U_{\frac{T}{2}}(f)$. Παρόλα αυτά, εξαιτίας της φύσης των σχέσεων των FFT μετασχηματισμών, το διάστημα των εκτιμήσεων βασίζεται στην επαυξημένη εγγραφή και γίνεται :

$$\Delta f' = \frac{1}{(N + N_z)h} \quad (5.60)$$

όπου N_z είναι ο αριθμός των μηδενικών που προστέθηκαν στα δεδομένα. Έτσι η κύρια επίδραση λαμβάνοντας για παράδειγμα $N_z = N$ είναι να υποδιπλασιαστεί το διάστημα διακριτοποίησης και να διπλασιαστεί ο αριθμός των εκτιμήσεων για ένα δεδομένο μήκος εγγραφής.

Εκτιμήσεις φάσματος ισχύος

Ο υπολογισμός της ανεπεξέργαστης εκτίμησης της συνάρτησης πυκνότητας φάσματος ισχύος μιας μονής εγγραφής σε οποιαδήποτε συχνότητας f δίνεται από τη σχέση :

$$\tilde{G}_x(f) = \frac{2}{T} |X(f, T)|^2 \quad (5.61)$$

Στη δική μας περίπτωση $T = Nh$ και

$$X(f, T) = h \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j2\pi f n h} \quad (5.62)$$

Στις τιμές διακριτής συχνότητας του μετασχηματισμού FFT που ορίζονται από τη σχέση

$$f_k = \frac{k}{T} = \frac{k}{Nh} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (5.63)$$

οι συνιστώσες του μετασχηματισμού Fourier είναι

$$X_k = \frac{X(f_k, T)}{h} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j \frac{2\pi k n}{N}} \quad (5.64)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις, η εκτίμηση του φάσματος ισχύος γίνεται :

$$\tilde{G}_k = \tilde{G}_x(f_k) = \frac{2h}{N} |X(f_k, T)|^2 = \frac{2}{Nh} |X_k|^2 \quad (5.65)$$

Σε τελική ανάλυση τα βήματα που πρέπει να ακολουθηθούν για τον υπολογισμό της εκτίμησης του φάσματος ισχύος μιας διαδοχής τιμών x_n , μεγέθους δείγματος N είναι τα ακόλουθα :

1. Μειώνουμε τον αριθμό των δεδομένων ή προσθέτουμε μηδενικά έτσι ώστε $N = 2^p$.
2. Επικαλύπτουμε τη σειρά των δεδομένων χρησιμοποιώντας το επικαλυπτόμενο συνημίτονο ή κάποια άλλη κατάλληλη μορφή εξίσωσης.
3. Υπολογίζουμε το X_k της Εξίσωσης 5.64 για $k = 0, 1, \dots, N-1$ χρησιμοποιώντας διαδικασίες γρήγορων μετασχηματισμών Fourier.

4. Υπολογίζουμε το \tilde{G}_k της Εξίσωσης 5.65 για $k = 0, 1, \dots, N-1$.
5. Πολλαπλασιάζουμε τις εκτιμήσεις με τον συντελεστή κλίμακας που οφείλεται σε επικάλυψη.

5.4 Υπολογισμοί για δύο εγγραφές

Στις εξισώσεις που θα χρησιμοποιήσουμε παρακάτω, υποθέτουμε ότι οι δύο εγγραφές ιστορικού στο χρόνο $u(t)$ και $v(t)$ προέρχονται από στατικές διεργασίες και υπάρχουν μόνο για $t_0 \leq t \leq t_0 + T_r$, όπου το t_0 είναι τυχαίο και μπορεί να είναι μηδέν. Ακόμα υποθέτουμε ότι το διάστημα δειγματοληψίας είναι $\Delta t = h$ που ανταποκρίνεται σε μια συχνότητα αποκοπής $f_c = 1/2h$. Οι αντίστοιχες τιμές δείγματος των $u(t)$ και $v(t)$ είναι :

$$\begin{aligned} u_n &= u(t_0 + nh) & n &= 1, 2, 3, \dots, N \\ u_n &= u(t_0 + nh) & T_r &= Nh \end{aligned} \quad (5.66)$$

Οι πρώτες ποσότητες που πρέπει να υπολογιστούν είναι οι μέσες τιμές των δειγμάτων

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_n \quad \bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v_n \quad (5.67)$$

Τότε υπολογίζουμε τις μετασχηματισμένες τιμές των δειγμάτων

$$x_n = u_n - \bar{u} \quad y_n = v_n - \bar{v} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (5.68)$$

που αντιστοιχούν στις νέες εγγραφές στο χρόνο $x(t) = u(t) - \bar{u}$ και $y(t) = v(t) - \bar{v}$ όπου $\bar{x} = \bar{y} = 0$.

5.4.1 Συνενωμένες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας

Προκύπτει ότι η συνενωμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δύο στάσιμων εγγραφών $x(t)$ και $y(t)$ είναι :

$$\hat{p}(x, y) = \frac{N_{xy}}{N \cdot W_x \cdot W_y} \quad (5.69)$$

όπου W_x και W_y είναι στενά διαστήματα κεντραρισμένα στα x και y αντίστοιχα, και N_{xy} είναι ο αριθμός των ζευγαριών των τιμών που ταυτόχρονα πέφτουν μέσα στα διαστήματα. Έτσι μια εκτίμηση $\hat{p}(x, y)$ λαμβάνεται διαιρώντας το πλήρες εύρος των x και y σε κατάλληλο αριθμό ίσου εύρους κλάσεων που σχηματίζουν τετραγωνικά κελιά δύο διαστάσεων, τοποθετούμε τον αριθμό των δεδομένων σε κάθε κελί και διαιρούμε με το γινόμενο της περιοχής των κελιών $W_x \cdot W_y$ και το μέγεθος του δείγματος,

5.4.2 Συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης

Όπως για τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης, υπάρχουν δύο βασικές προσεγγίσεις στην εκτίμηση των συναρτήσεων ετεροσυσχέτισης, η ευθεία προσέγγιση και η προσέγγιση μέσω υπολογισμών FFT.

Ευθεία προσέγγιση

Ανεπηρέαστες εκτιμήσεις των συναρτήσεων ετεροσυσχέτισης για αριθμούς συγκέντρωσης $r = 0, 1, 2, \dots, m$ ορίζονται από τις σχέσεις :

$$\hat{R}_{xy} = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} x_n y_{n+r} \quad (5.70)$$

$$\hat{R}_{yx} = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} y_n x_{n+r} \quad (5.71)$$

Παρατηρούμε ότι οι δύο συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης \hat{R}_{xy} και \hat{R}_{yx} διαφέρουν από την εναλλαγή των x_n και y_n τιμών. Αντί να διαιρούμε με $N-r$, αν $N \gg m$, μπορεί να είναι πιο βολικό να διαιρούμε με N .

Η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης του δείγματος \hat{R}_{xy} μπορεί να κανονικοποιηθεί για να έχει τιμές από -1 ως $+1$ μέσω μιας διαίρεσης με $\sqrt{\hat{R}_x(0)} \cdot \sqrt{\hat{R}_y(0)}$. Αυτό ορίζει ένα συντελεστή ετεροσυσχέτισης δείγματος

$$\hat{\rho}_{xy}(rh) = \frac{\hat{R}_{xy}(rh)}{\sqrt{\hat{R}_x(0)} \cdot \sqrt{\hat{R}_y(0)}} \quad r = 0, 1, 2, \dots, m \quad (5.72)$$

η οποία θεωρητικά θα πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση $-1 \leq \hat{\rho}_{xy}(rh) \leq 1$. Μια παρόμοια εξίσωση υπάρχει και για $\hat{\rho}_{yx}(rh)$.

Όταν θέλουμε να καθορίσουμε με τυπικές μεθόδους την εκτίμηση της συνάρτησης πυκνότητας διαφάσματος $\hat{G}_{xy}(f)$ μεταξύ των $x(t)$ και $y(t)$, υπολογίζουμε για $r = 0, 1, 2, \dots, m$ τις δύο ποσότητες

$$\hat{A}_r = \hat{A}_{xy}(rh) = \frac{1}{2} [\hat{R}_{xy}(rh) + \hat{R}_{yx}(rh)] \quad (5.73)$$

$$\hat{B}_r = \hat{B}_{xy}(rh) = \frac{1}{2} [\hat{R}_{xy}(rh) - \hat{R}_{yx}(rh)] \quad (5.74)$$

Αυτές οι ποσότητες χρησιμοποιούνται μόνο όταν η συνάρτηση πυκνότητας διαφάσματος υπολογίζεται μέσω της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης.

Προσέγγιση μέσω μετασχηματισμού FFT

Υποθέτουμε ότι το μέγεθος των δειγμάτων $x(t)$ και $y(t)$ είναι $N = 2^p$. Η προσέγγιση μέσω μετασχηματισμών FFT λαμβάνεται από την συνάρτηση πυκνότητας διαφάσματος και απαιτεί δύο ξεχωριστούς μετασχηματισμούς FFT έναν για το $x(t)$ και έναν για το $y(t)$. Αυτοί οι δύο μετασχηματισμοί FFT μπορούν να πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα. Τα βήματα για τον υπολογισμό αυτό είναι τα ακόλουθα :

1. Αποθηκεύουμε το x_n στο πραγματικό μέρος και το y_n στο φανταστικό μέρος του $z_n = x_n + j \cdot y_n$ με $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$.
2. Αυξάνουμε τόσο το πραγματικά όσο και το φανταστικά μέρη με N μηδενικά για να έχουμε μια νέα διαδοχή z_n $2N$ όρων.
3. Υπολογίζουμε τον γρήγορο μετασχηματισμό Fourier $2N$ σημείων λαμβάνοντας Z_k για $k = 0, 1, \dots, 2N - 1$.
4. Υπολογίζουμε τα X_k και Y_k για $k = 0, 1, \dots, 2N - 1$.
5. Υπολογίζουμε την ανεπεξέργαστη εκτίμηση $\tilde{G}_{xy}(f_k)$ για $k = 0, 1, \dots, 2N - 1$.
6. Υπολογίζουμε τον αντίστροφο FFT του $\tilde{G}_{xy}(k)$ και πολλαπλασιάζουμε με τον συντελεστή κλίμακας $\frac{N}{N-r}$ για να λάβουμε το $\tilde{R}_{xy}(rh)$ για $r = -N, -N + 1, \dots, 0, 1, \dots, N - 1$.

5.4.3 Συνάρτηση πυκνότητας διαφάσματος

Οι υπολογισμοί των συναρτήσεων πυκνότητας διαφάσματος είναι μια προέκταση των διαδικασιών πυκνότητας φάσματος ισχύος. Η συνάρτηση πυκνότητας διαφάσματος είναι μια μιγαδική ποσότητα που ορίζεται από :

$$G_{xy}(f) = C_{xy}(f) - jQ_{xy}(f) \quad (5.75)$$

όπου το $C_{xy}(f)$ καλείται ελεύθερη συνάρτηση πυκνότητας φάσματος και το $Q_{xy}(f)$ καλείται τετραγωνική συνάρτηση πυκνότητας φάσματος. Μια ισοδύναμη αναπαράσταση του $G_{xy}(f)$ είναι :

$$G_{xy}(f) = |G_{xy}(f)| e^{-j\theta_{xy}(f)} \quad (5.76)$$

όπου $|G_{xy}(f)|$ είναι η απόλυτη τιμή του $G_{xy}(f)$, και $\theta_{xy}(f)$ είναι η γωνία φάσης που περιέχεται στο $G_{xy}(f)$. Οι δύο σχέσεις που παράγονται είναι :

$$(5.77)$$

$$|G_{xy}(f)| = \sqrt{[C_{xy}^2(f) + Q_{xy}^2(f)]}$$

$$\theta_{xy}(f) = \tan^{-1} \left[\frac{Q_{xy}(f)}{C_{xy}(f)} \right] \quad (5.78)$$

Υπολογισμός μέσω συναρτήσεων ετεροσυσχέτισης

Ανεπεξέργαστες εκτιμήσεις για την ελεύθερη συνάρτηση πυκνότητας φάσματος και τετραγωνική συνάρτηση πυκνότητας φάσματος για διακριτές τιμές f με $0 \leq f \leq f_c$ μπορούν να υπολογιστούν από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$\tilde{C}_{xy}(f) = 2h \left[\hat{A}_0 + 2 \sum_{r=1}^{m-1} \hat{A}_r \cos \left(\frac{\pi r f}{f_c} \right) + \hat{A}_m \cos \left(\frac{\pi m f}{f_c} \right) \right] \quad (5.79)$$

$$\tilde{Q}_{xy}(f) = 2h \left[2 \sum_{r=1}^{m-1} \hat{B}_r \sin \left(\frac{\pi r f}{f_c} \right) + \hat{B}_m \sin \left(\frac{\pi m f}{f_c} \right) \right] \quad (5.80)$$

όπου τα \hat{A}_r και \hat{B}_r δίνονται από τις Εξισώσεις 5.73 και 5.73 αντίστοιχα. Όπως και πριν, αυτές οι συναρτήσεις θα πρέπει να υπολογίζονται μόνο για $m+1$ ειδικές διακριτές συχνότητες αριθμών k όπου :

$$f = \frac{k f_c}{m} \quad k = 0, 1, 2, \dots, m \quad (5.81)$$

Σε αυτά τα διακριτά σημεία συχνότητας ισχύει ότι

$$\tilde{C}_k = \tilde{C}_{xy} \left(\frac{k f_c}{m} \right) = 2h \left[\hat{A}_0 + 2 \sum_{r=1}^{m-1} \hat{A}_r \cos \left(\frac{\pi r k}{m} \right) + (-1)^k \hat{A}_m \right] \quad (5.82)$$

$$\tilde{Q}_k = \tilde{Q}_{xy} \left(\frac{k f_c}{m} \right) = 4h \sum_{r=1}^{m-1} \hat{B}_r \sin \left(\frac{\pi r k}{m} \right) \quad (5.83)$$

Τώρα μπορούν να χρησιμοποιηθούν εξομαλυσμένες εκτιμήσεις για τα \tilde{C}_k και \tilde{Q}_k χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Hanning. Έτσι προκύπτει ότι :

$$\begin{aligned}
 \hat{C}_0 &= 0.5\tilde{C}_0 + 0.5\tilde{C}_1 \\
 \hat{Q}_0 &= 0.5\tilde{Q}_0 + 0.5\tilde{Q}_1 \\
 \hat{C}_k &= 0.25\tilde{C}_{k-1} + 0.5\tilde{C}_k + 0.25\tilde{C}_{k+1} \quad k = 1, 2, \dots, m-1 \\
 \hat{Q}_k &= 0.25\tilde{Q}_{k-1} + 0.5\tilde{Q}_k + 0.25\tilde{Q}_{k+1} \\
 \hat{C}_m &= 0.5\tilde{C}_{m-1} + 0.5\tilde{C}_m \\
 \hat{Q}_m &= 0.5\tilde{Q}_{m-1} + 0.5\tilde{Q}_m
 \end{aligned} \tag{5.84}$$

Στις $m+1$ διακριτές συχνότητες $f = kf_c/m$, $k = 0, 1, 2, \dots, m$ η εξομαλυσμένη συνάρτηση πυκνότητας διαφάσματος εκτίμηση γίνεται

$$\hat{G}_{xy}\left(\frac{kf_c}{m}\right) = \hat{C}_k - j\hat{Q}_k = \left| \hat{G}_{xy}\left(\frac{kf_c}{m}\right) \right| e^{-j\theta_{xy}\left(\frac{kf_c}{m}\right)} \tag{5.85}$$

όπου :

$$\left| \hat{G}_{xy}\left(\frac{kf_c}{m}\right) \right| = \sqrt{[\hat{C}_k^2 + \hat{Q}_k^2]} \tag{5.86}$$

$$\hat{\theta}_{xy}(f) = \tan^{-1} \left[\frac{\hat{Q}_k}{\hat{C}_k} \right] \tag{5.87}$$

Υπολογισμός μέσω μετασχηματισμού FFT

Στην περίπτωση αυτή υποθέτουμε ότι το μέγεθος του δείγματος για κάθε ένα από τα x_n και y_n είναι N . Τα βήματα λοιπόν που πρέπει να ακολουθήσουμε είναι τα παρακάτω :

1. Αφαιρούμε δεδομένα από τις δύο σειρές ή προσθέτουμε μηδενικά έτσι ώστε κάθε σειρά να έχει $N = 2^p$ τιμές δεδομένων.
2. Επικαλύπτουμε για τις δύο σειρές χρησιμοποιώντας το επικαλυπτόμενο συνημίτονο ή κάποια άλλη κατάλληλη μορφή εξίσωσης.
3. Αποθηκεύουμε το επικαλυμένο x_n στο πραγματικό μέρος και το επικαλυμένο y_n στο φανταστικό μέρος του $z_n = x_n + jy_n$, $n = 0, 1, \dots, N-1$.

- Υπολογίζουμε τον N σημείων γρήγορο μετασχηματισμό Fourier, που έχει σαν αποτέλεσμα το Z_k για $k = 0, 1, \dots, N - 1$.
- Υπολογίζουμε τα X_k και Y_k για $k = 0, 1, \dots, N - 1$ μέσω μετασχηματισμών FFT όπου

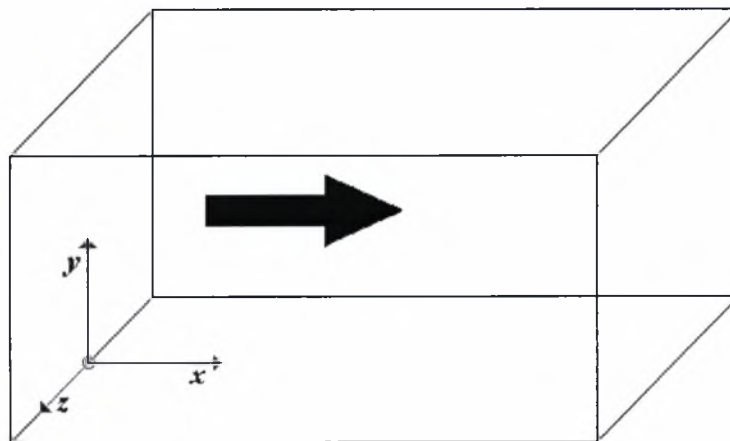
$$\left\{ \begin{array}{l} X_k = \frac{Z_k + Z_{N-k}^*}{2} \\ Y_k = \frac{Z_k - Z_{N-k}^*}{2j} \end{array} \right\} k = 0, 1, \dots, N - 1$$

- Υπολογίζουμε την ανεπεξέργαστη εκτίμηση συνάρτησης πυκνότητας διαφάσματος $\tilde{G}_{xy}(f_k)$ για $k = 0, 1, \dots, N - 1$ από τη σχέση $\tilde{G}_{xy}(f_k) = \frac{2h}{N} |X_k^* \cdot Y_k|$ όπου X_k^* είναι ο συζυγής του X_k .
- Πολλαπλασιάζουμε τις εκτιμήσεις με τον συντελεστή κλίμακας που οφείλεται σε επικάλυψη.
- Ομαλοποιούμε τις καμπύλες και παίρνουμε το τελικό αποτέλεσμα.

6. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ

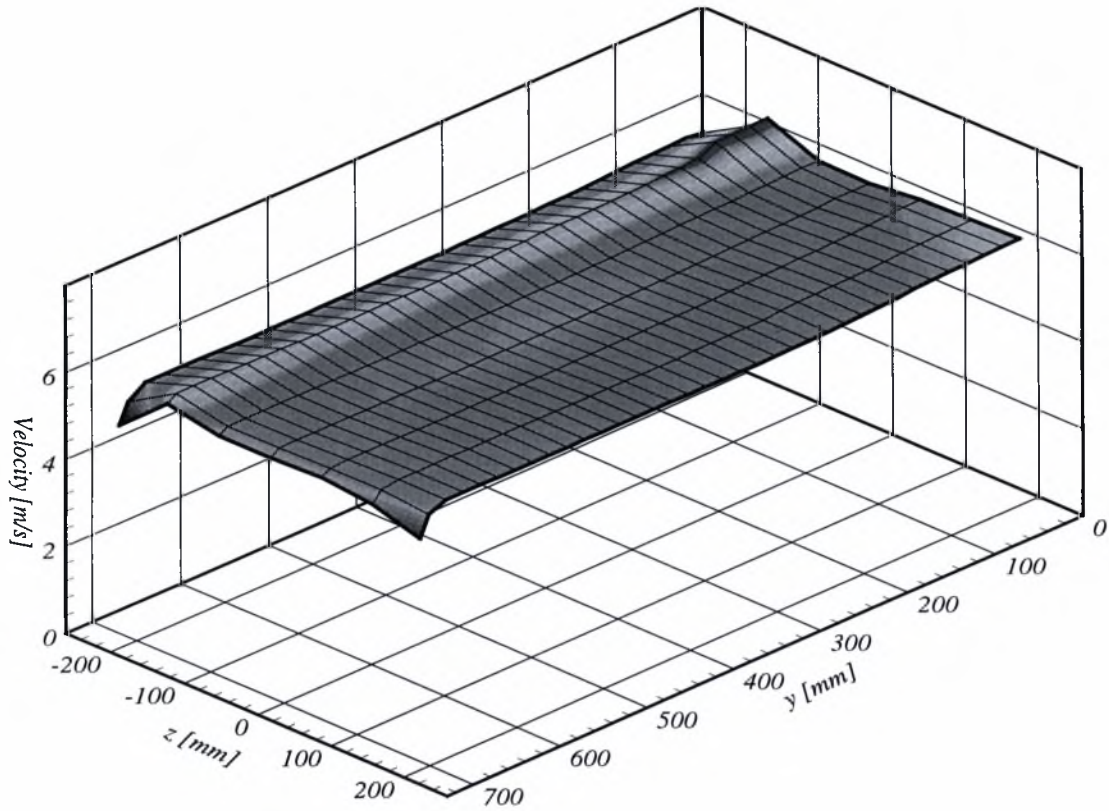
6.1 Χαρτογράφηση της αεροσήραγγας

Το πρώτο βήμα των μετρήσεων συνίσταται στην χαρτογράφηση της αεροσήραγγας του Εργ. Ρευστομηχανικής & Στροβιλομηχανών. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις ανεμομετρίας θερμού σύρματος χρησιμοποιώντας τον αισθητήρα TSI 1210-10 για μετρήσεις μέσης και rms τιμές της ταχύτητας στο κάθετο επίπεδο στη μέση διεύθυνση της ροής σε απόσταση $x = 200mm$, Σχήμα 6.1. Σε κάθε σημείο του πλέγματος δειγματοληψίας, λαμβάνονταν 8,192 δείγματα με ρυθμό δειγματοληψίας 300Hz που εγγυάται ότι οι διαδοχικές μετρήσεις είναι στατιστικώς ανεξάρτητες.

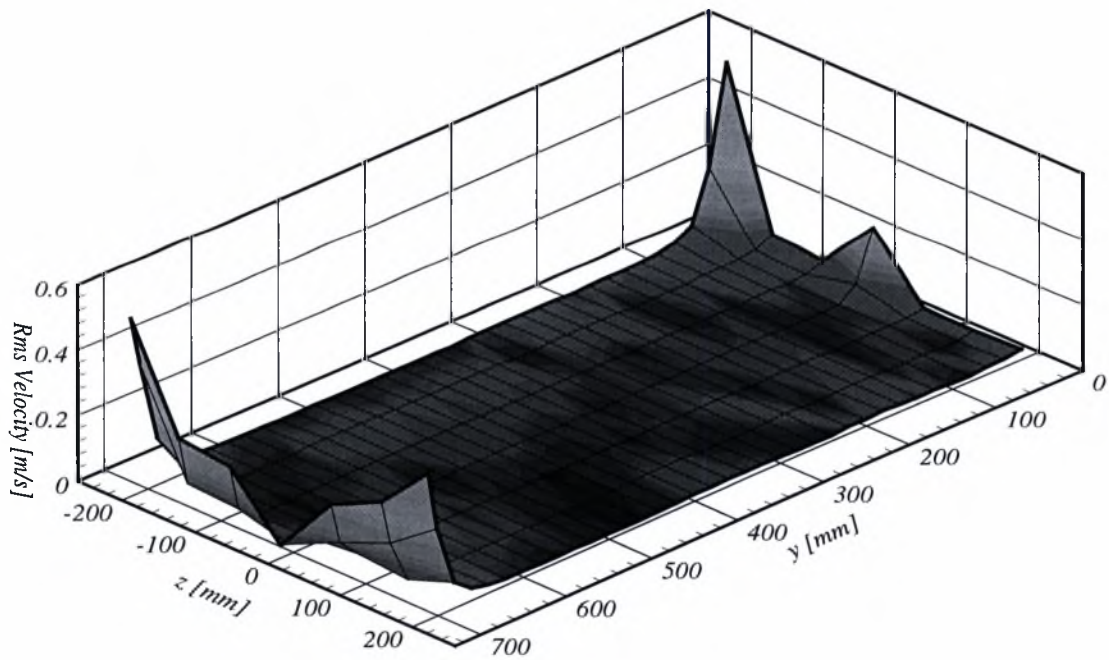


Σχήμα 6.1 Σύστημα αξόνων στο τμήμα μετρήσεων της αεροσήραγγας

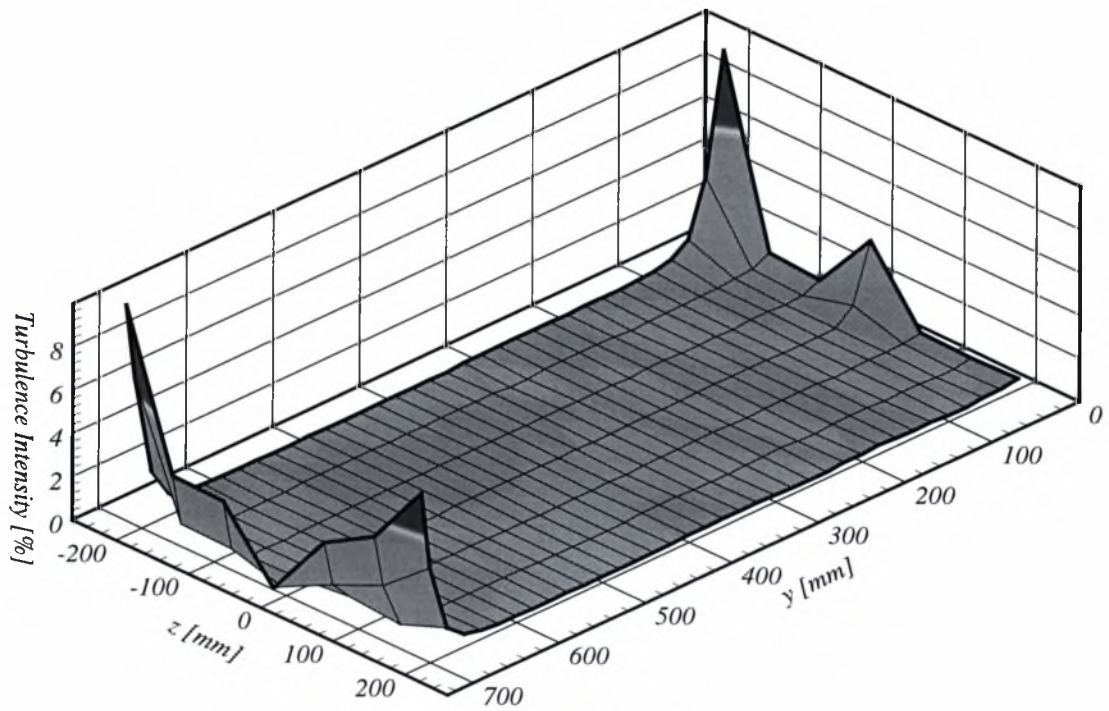
Τα αποτελέσματα αυτών των μετρήσεων παρουσιάζονται υπό μορφή πινάκων στο Παράρτημα Α (Πίνακες 6.1 - 6.3) και στα Διαγράμματα 6.1 έως 6.6.



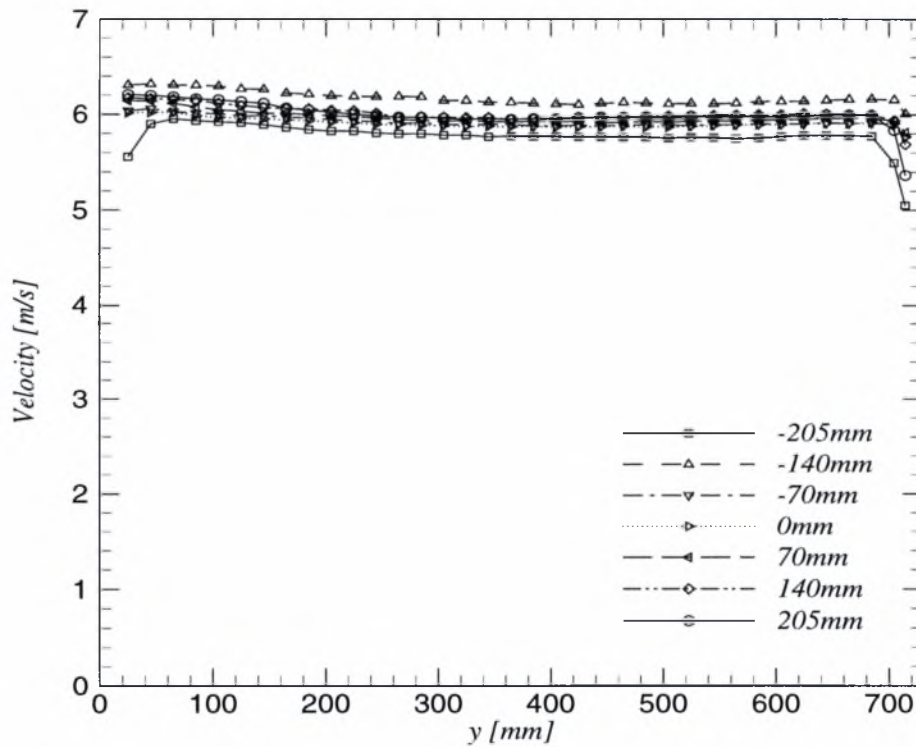
Διάγραμμα 6.1 Κατανομή ταχύτητας στη θέση $x = 200\text{mm}$



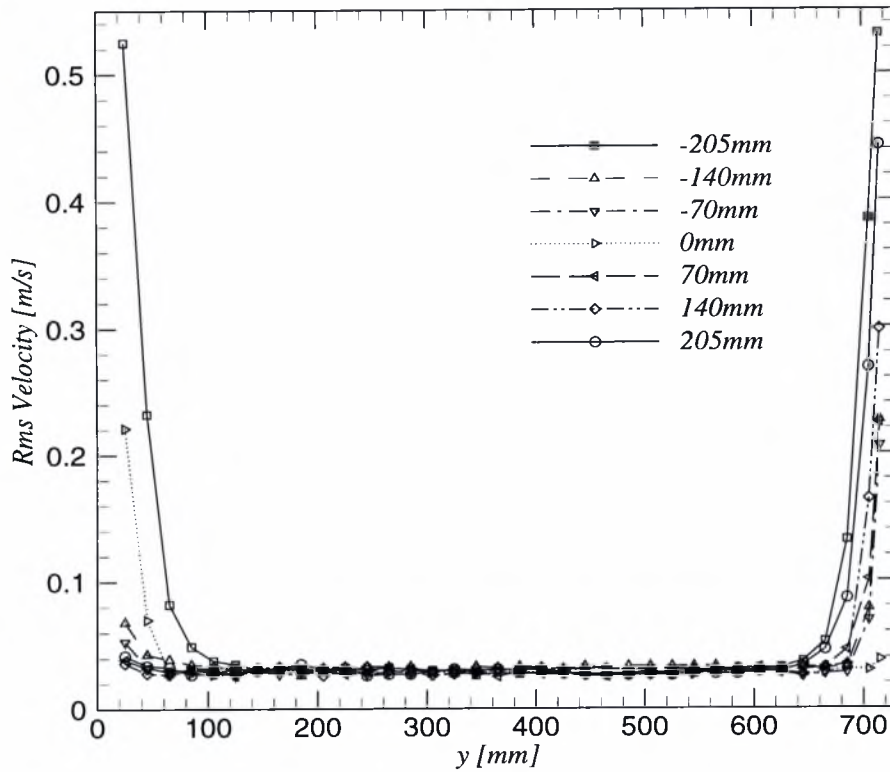
Διάγραμμα 6.2 Κατανομή rms ταχύτητας στη θέση $x = 200\text{mm}$



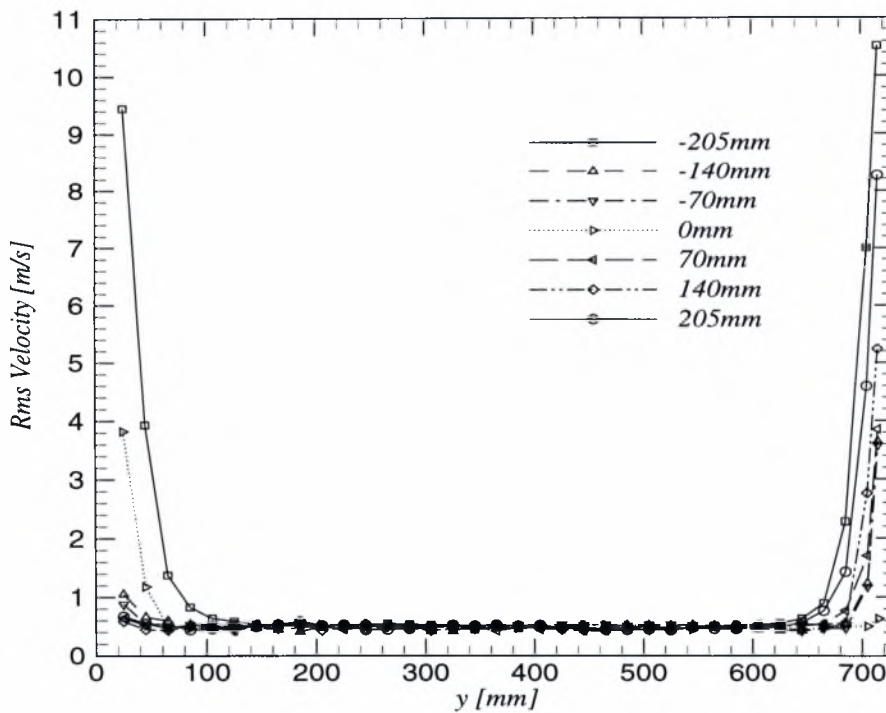
Διάγραμμα 6.3 Κατανομή εντάσεως τύρβης στη θέση $x = 200\text{mm}$



Διάγραμμα 6.4 Κατανομή ταχύτητας στη θέση $x = 200\text{mm}$

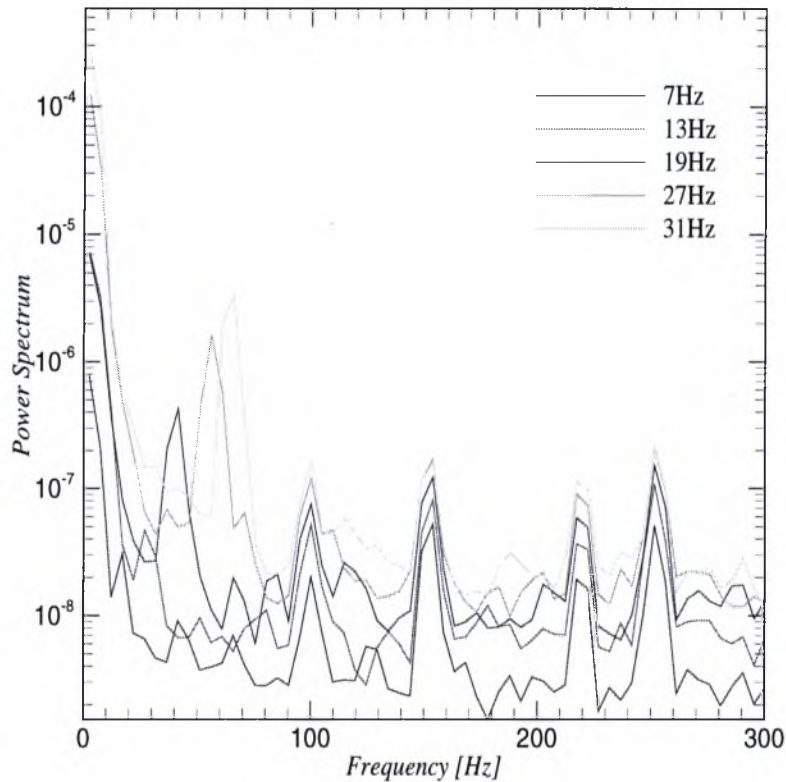


Διάγραμμα 6.5 Κατανομή rms ταχύτητας στη θέση $x = 200mm$



Διάγραμμα 6.6 Κατανομή εντάσεως τύρβης στη θέση $x = 200mm$

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις του φάσματος ισχύος της ταχύτητας για διάφορες στροφές του κινητήρα της αεροσήραγγας για να εκτιμηθεί το επίπεδο του θορύβου στο σήμα. Τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 6.7.



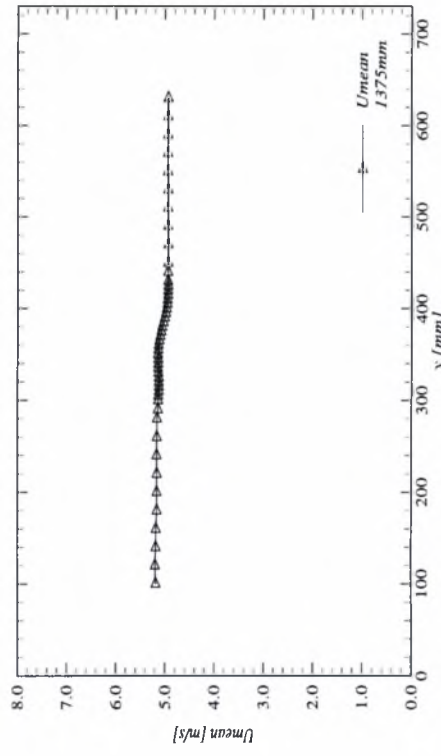
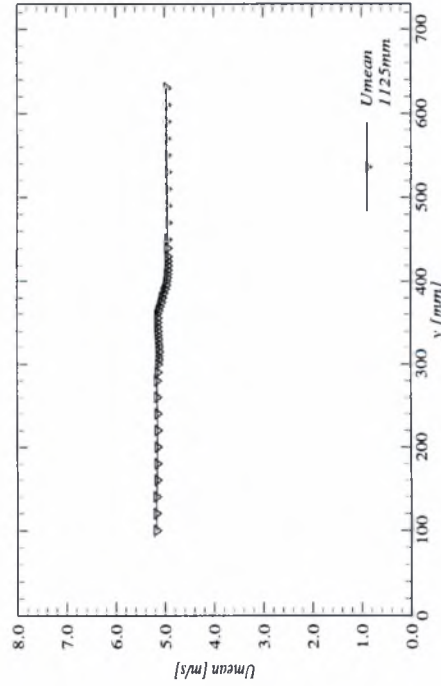
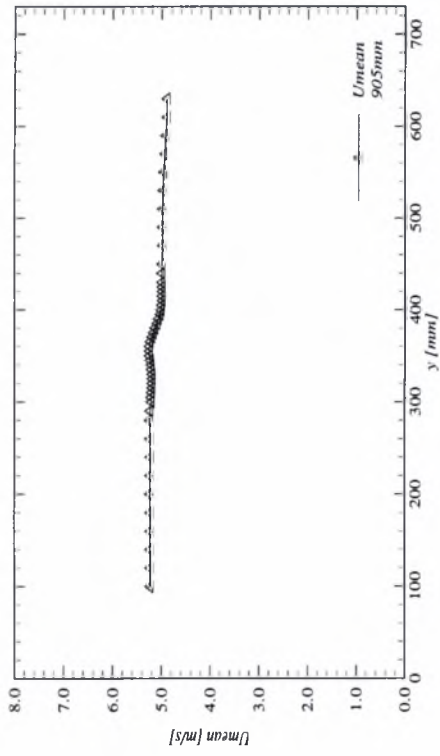
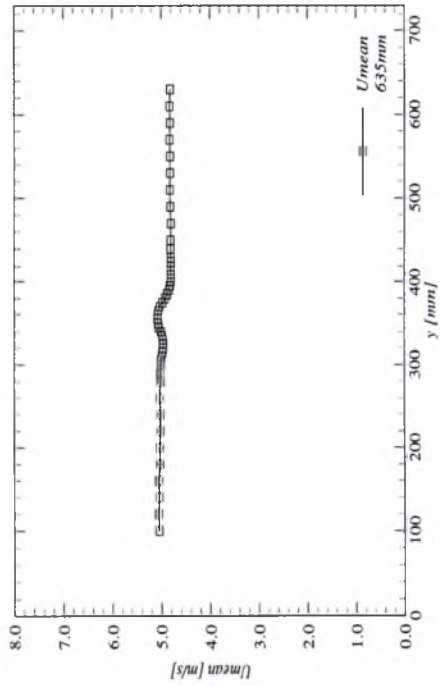
Διάγραμμα 6.7 Φάσμα ισχύος της ταχύτητας για διάφορες στροφές του κινητήρα

6.2 Στατιστικά Χαρακτηριστικά του Στρώματος Ανάμιξης

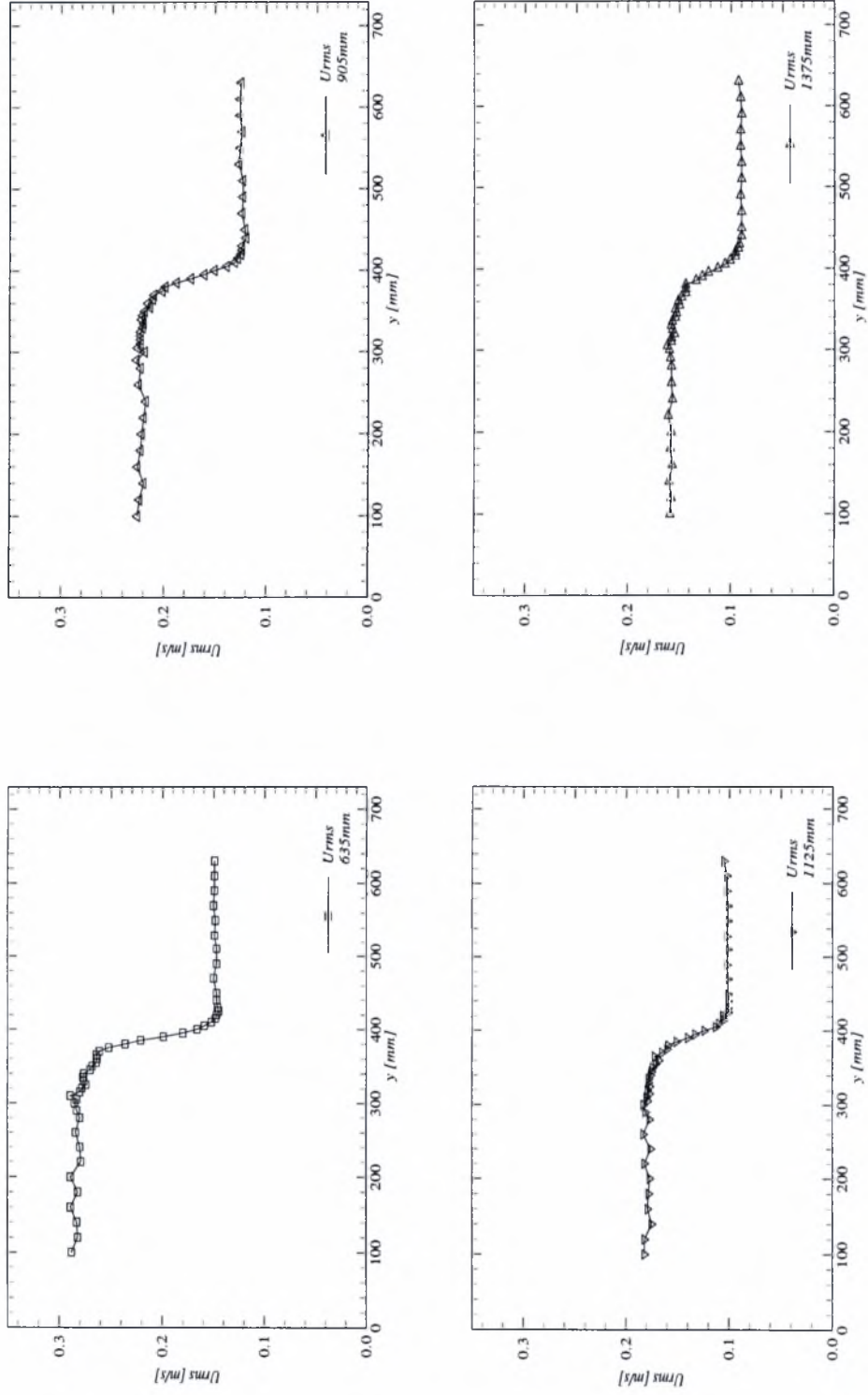
Το δεύτερο βήμα συνίσταται στη μέτρηση των βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών του στρώματος ανάμιξης. Πιο συγκεκριμένα, κατά μήκος του κατακόρυφου επιπέδου συμμετρίας της αεροσήραγγας επιλέγονται τέσσερις αποστάσεις από τα πλέγματα (635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm) για τη μέτρηση των ακόλουθων στατιστικών μεγεθών κατά μήκος του άξονα y :

- *Κατανομή της μέσης τιμής των τριών συνιστωσών της ταχύτητας*
- *Κατανομή της rms ταχύτητας των τριών συνιστωσών της ταχύτητας*
- *Κυρτότητα (flatness) για τις τρεις συνιστώσες της διακύμανσης της ταχύτητας*
- *Ασυμμετρία κατανομής (skewness) για τις τρεις συνιστώσες της διακύμανσης της ταχύτητας*
- *Στιγμαία τιμή της κυρτότητας για τις συνιστώσες της ταχύτητας και για επιλεγμένα σημεία μέσα και έξω από το στρώμα ανάμιξης σε απόσταση 1125mm από τα πλέγματα*
- *Στιγμαία τιμή της ασυμμετρίας κατανομής για τις συνιστώσες της ταχύτητας και για επιλεγμένα σημεία μέσα και έξω από το στρώμα ανάμιξης σε απόσταση 1125mm από τα πλέγματα*

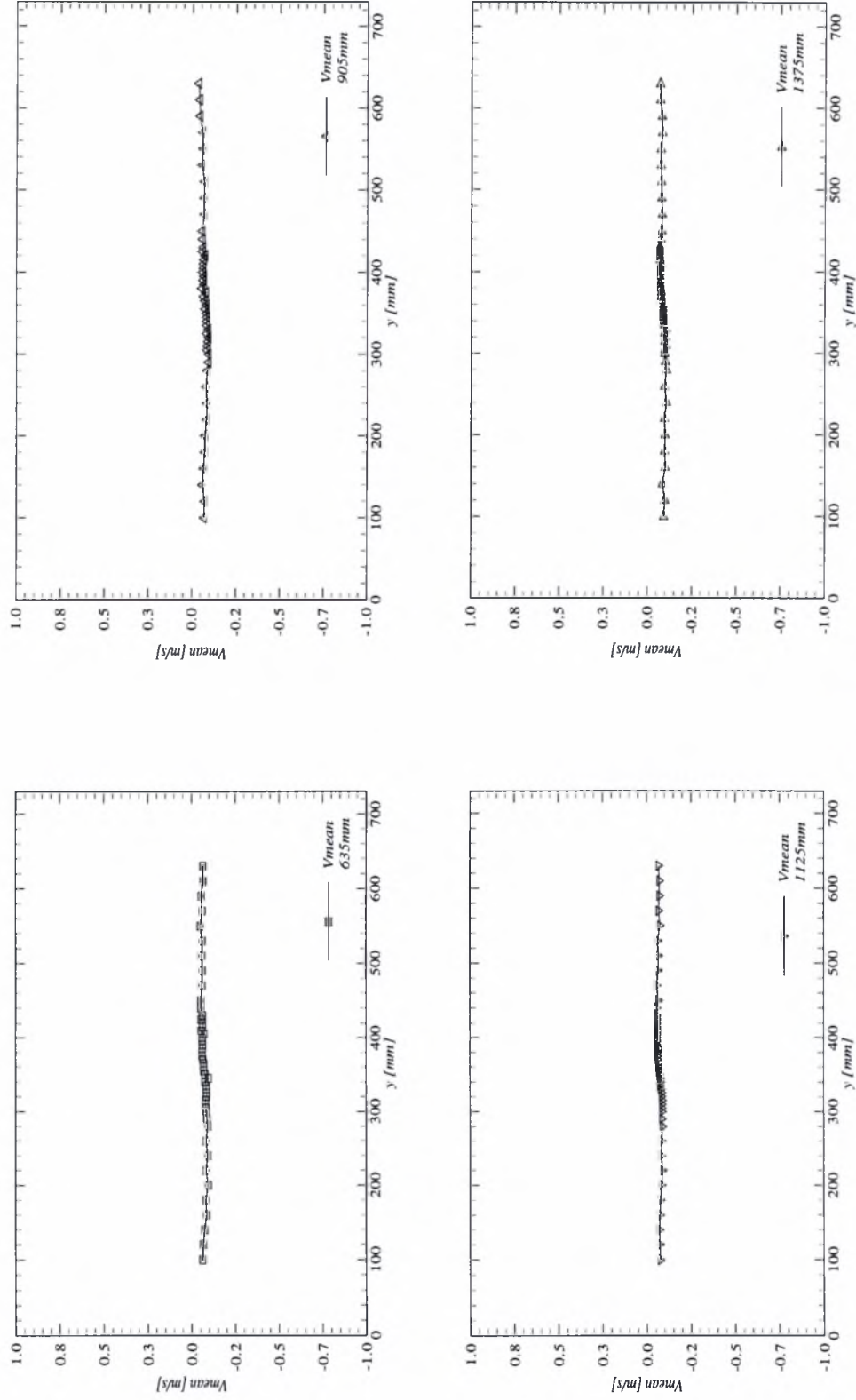
Τα αποτελέσματα των παραπάνω μετρήσεων παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.4 έως 6.15 του Παραρτήματος Α και στα Διαγράμματα 6.7 έως 6.28. Για τις μετρήσεις αυτές χρησιμοποιήθηκε αισθητήρας δύο συρμάτων TSI 1241-20 που επιτρέπει την ταυτόχρονη μέτρηση δύο συνιστωσών της ταχύτητας λαμβάνοντας κάθε φορά 8192 δείγματα με ρυθμό 300Hz. Για τη μελέτη του στρώματος ανάμιξης χρησιμοποιήθηκε σε αυτή τη φάση το ζεύγος πλεγμάτων 19.66/24 και 39.7/48.



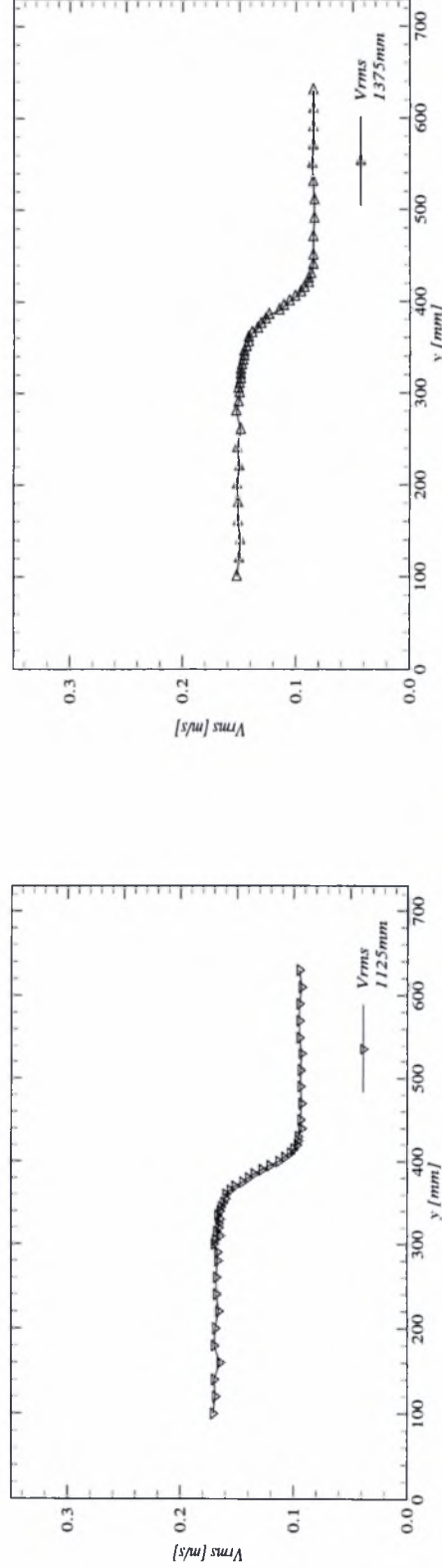
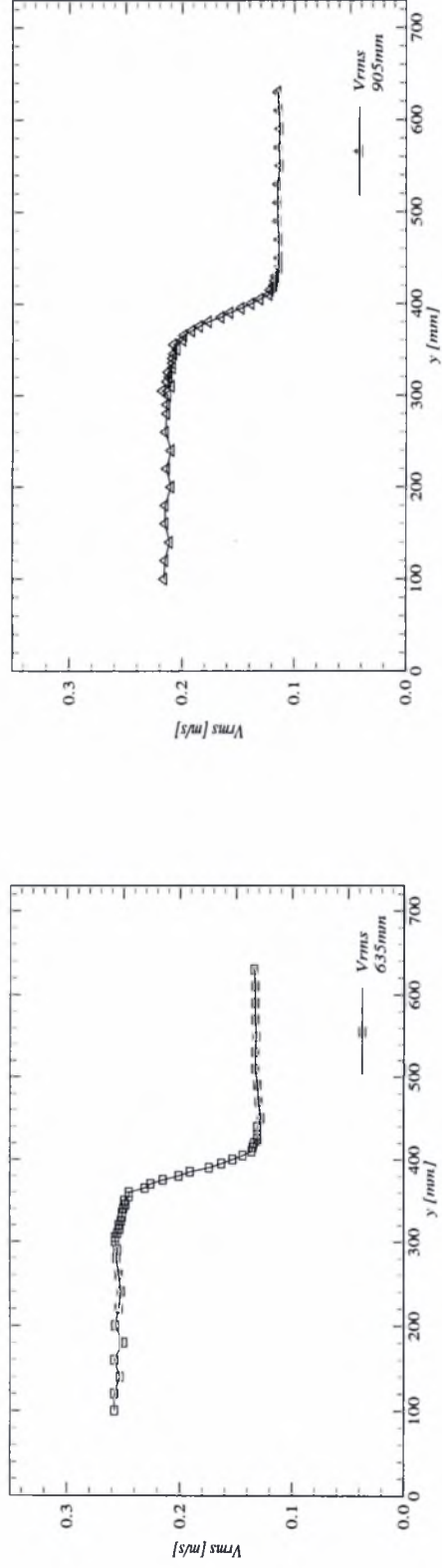
Διάγραμμα 6.8 Μέση τιμή της u - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα



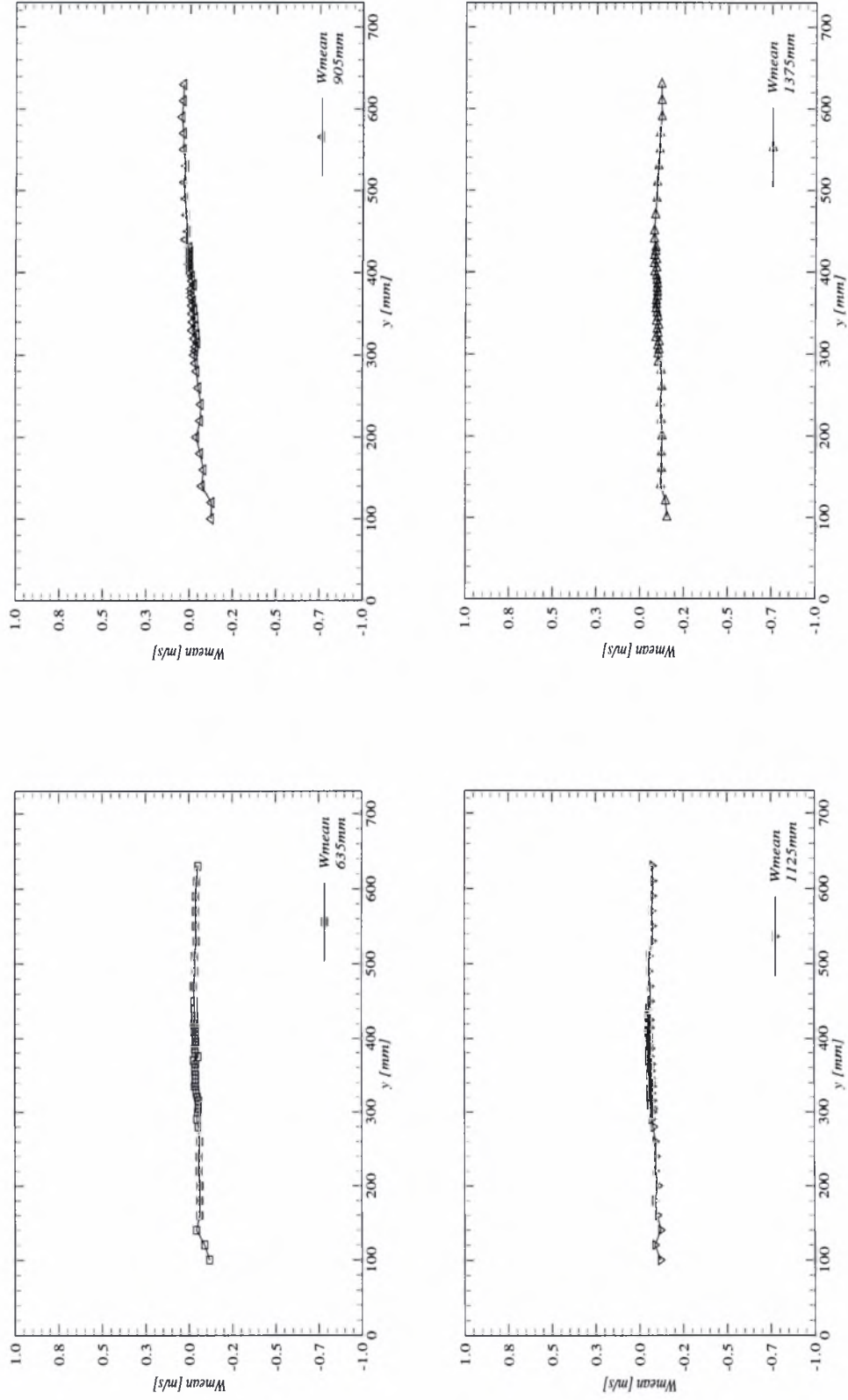
Διάγραμμα 6.9 : Rms τιμή της u - ταχύτητας σε αποστάσεις 63.5mm, 90.5mm και 137.5mm από τα πλέγματα



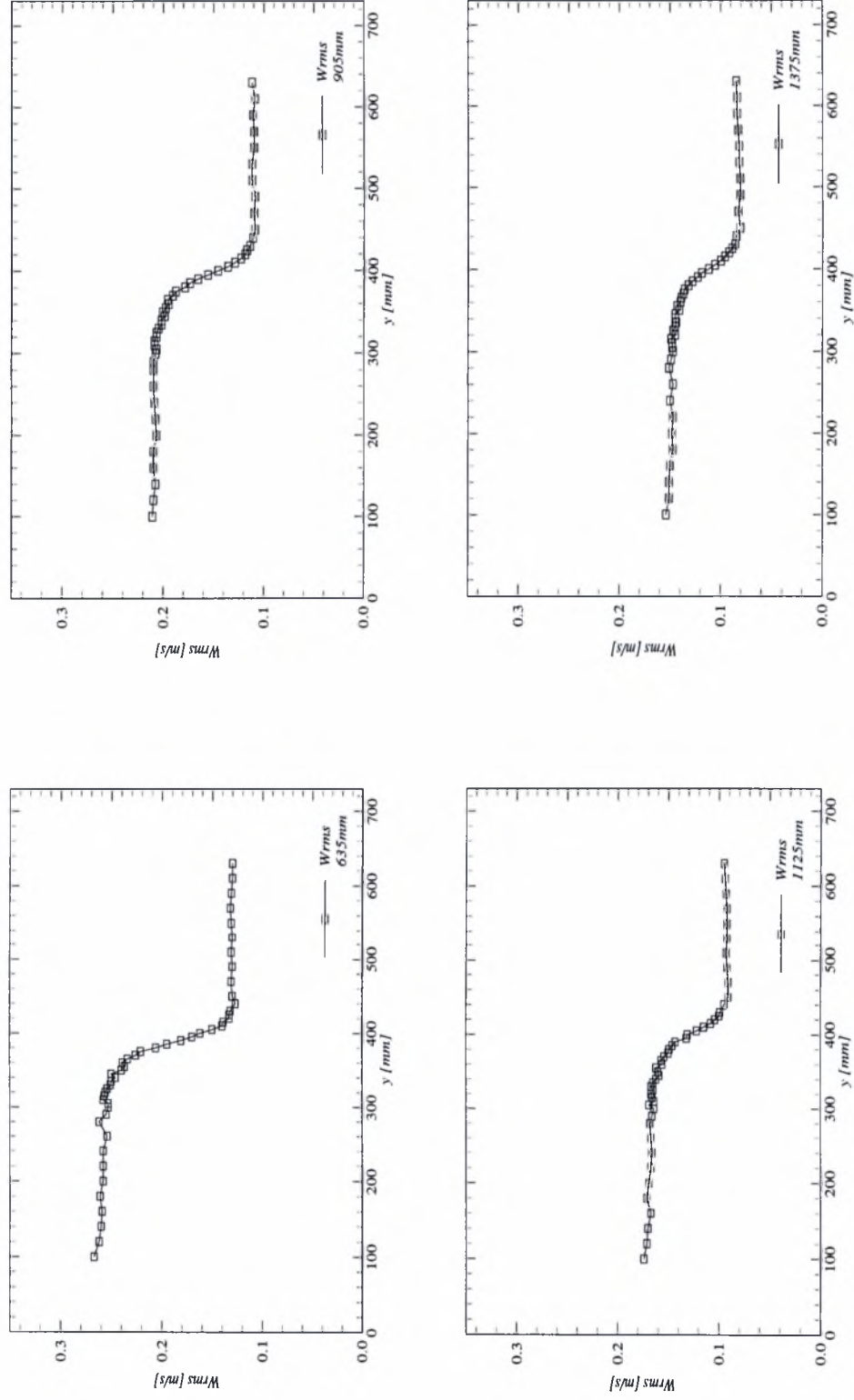
Διάγραμμα 6.10 Μέση τιμή της v - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα



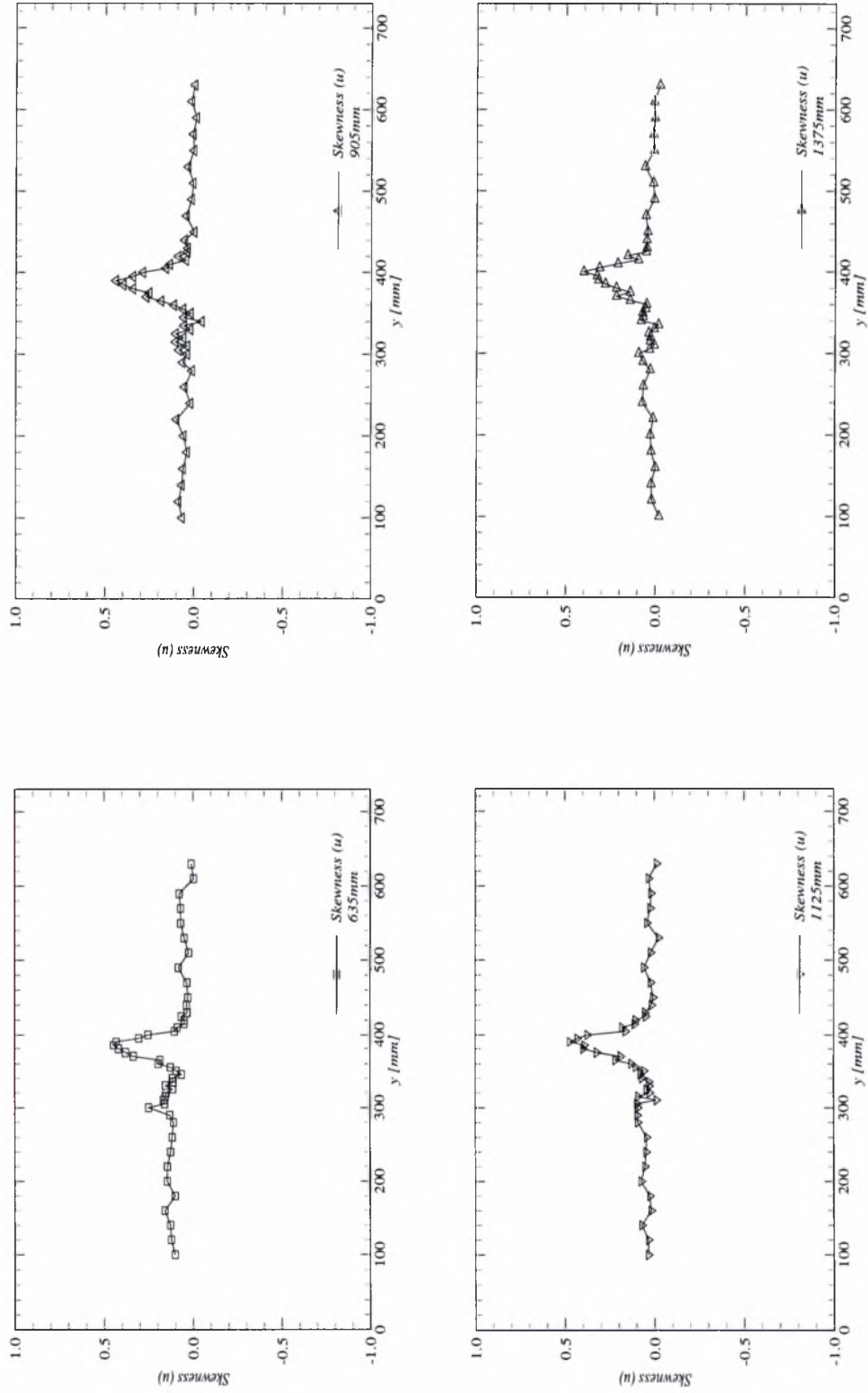
Διάγραμμα 6.11 Rms τιμή της v - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα



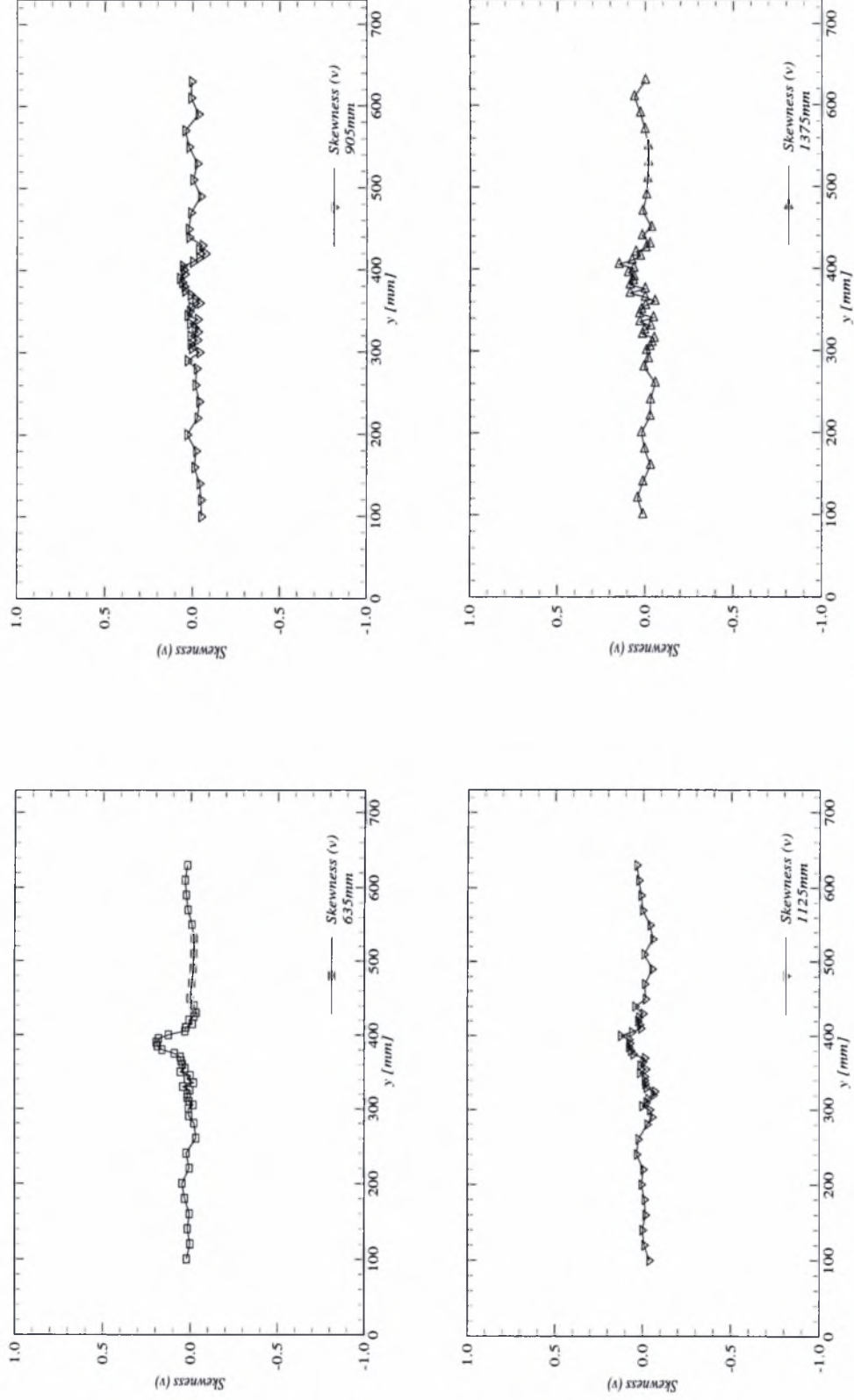
Διάγραμμα 6.12 Μέση τιμή της w - ταχύτητας σε αποστάσεις 63.5mm, 90.5mm, 112.5mm και 137.5mm από τα πλέγματα



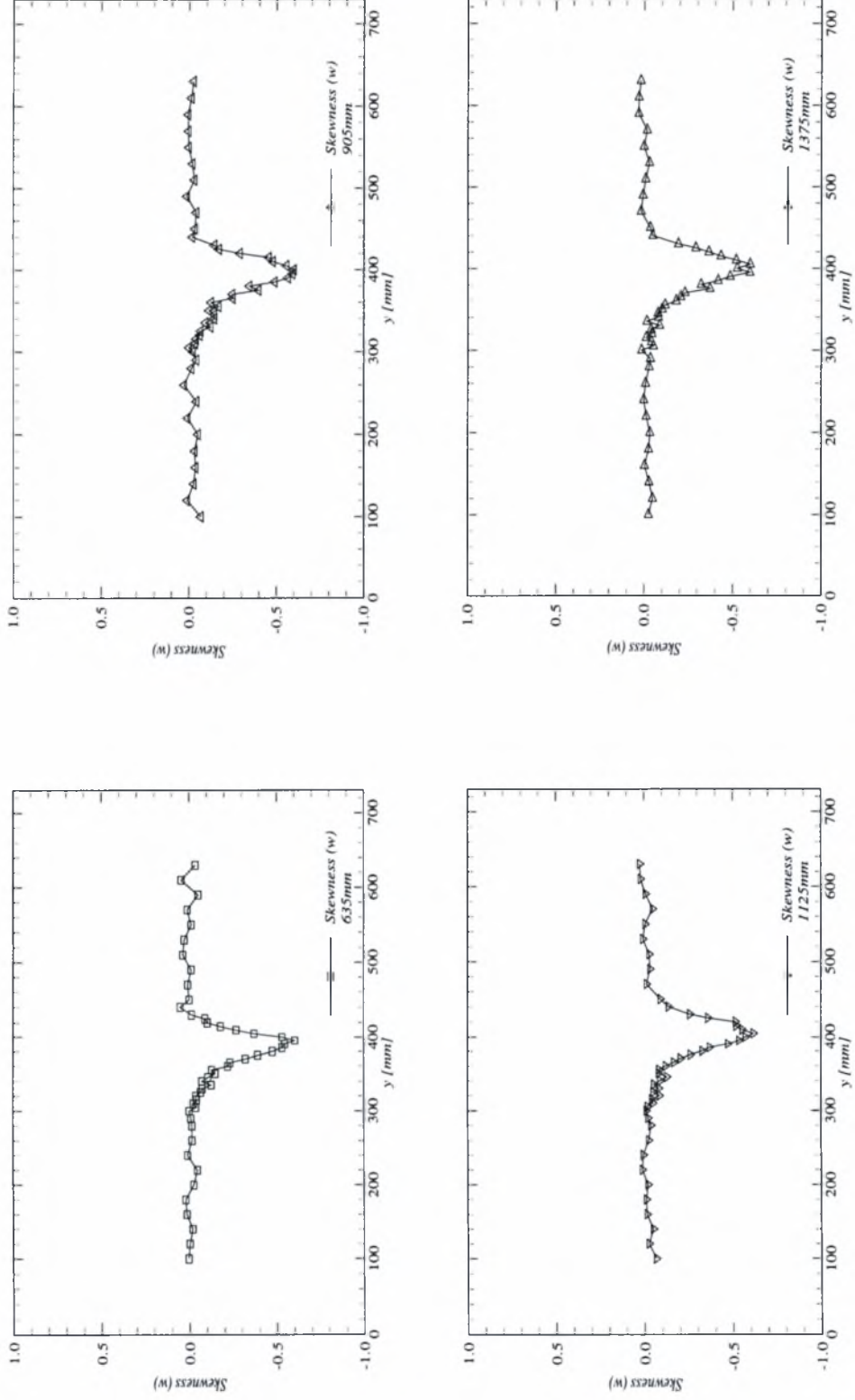
Διάγραμμα 6.13 Rms τιμή της w - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα



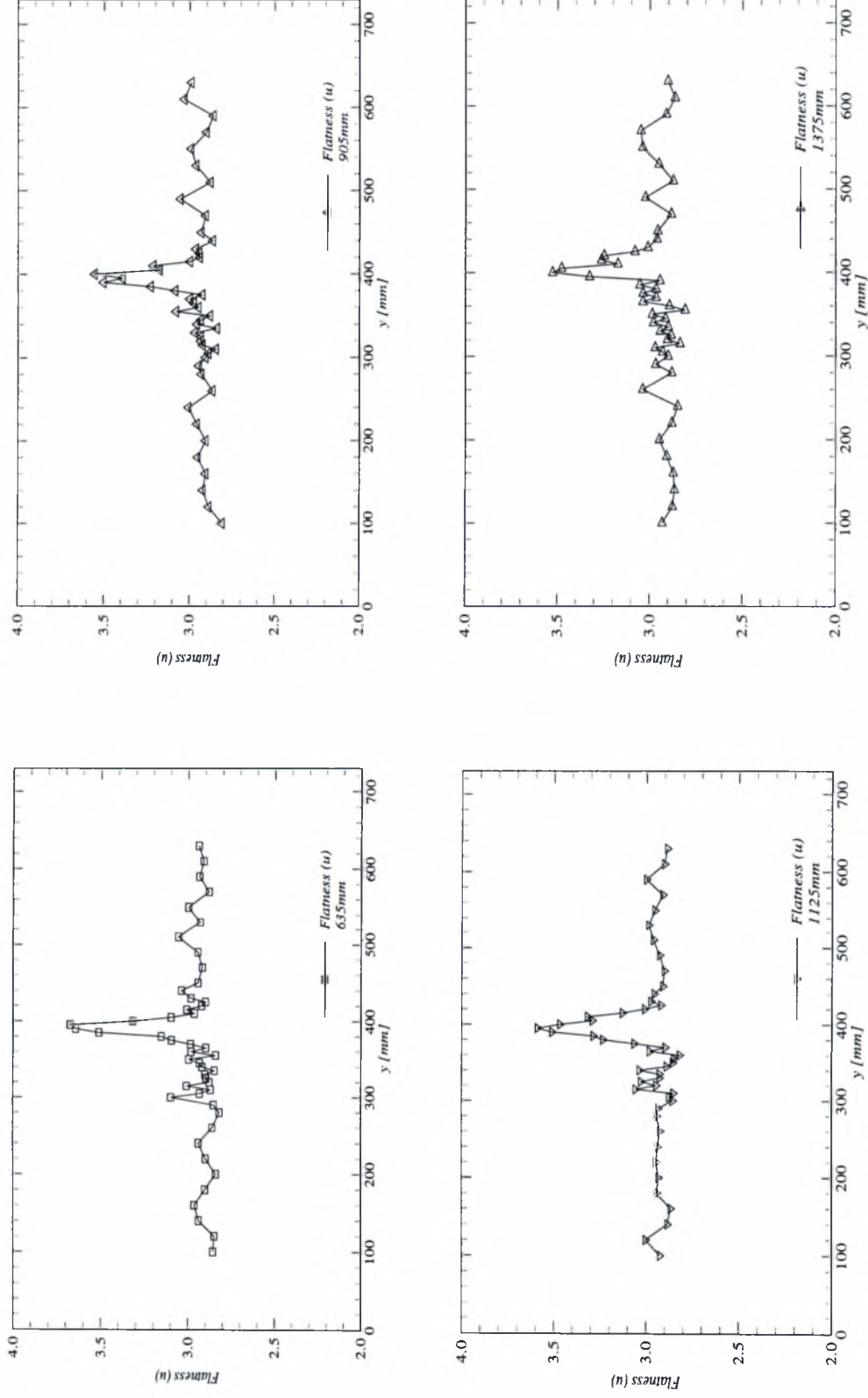
Διάγραμμα 6.14 Ασυμμετρία κατανομής της u - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα



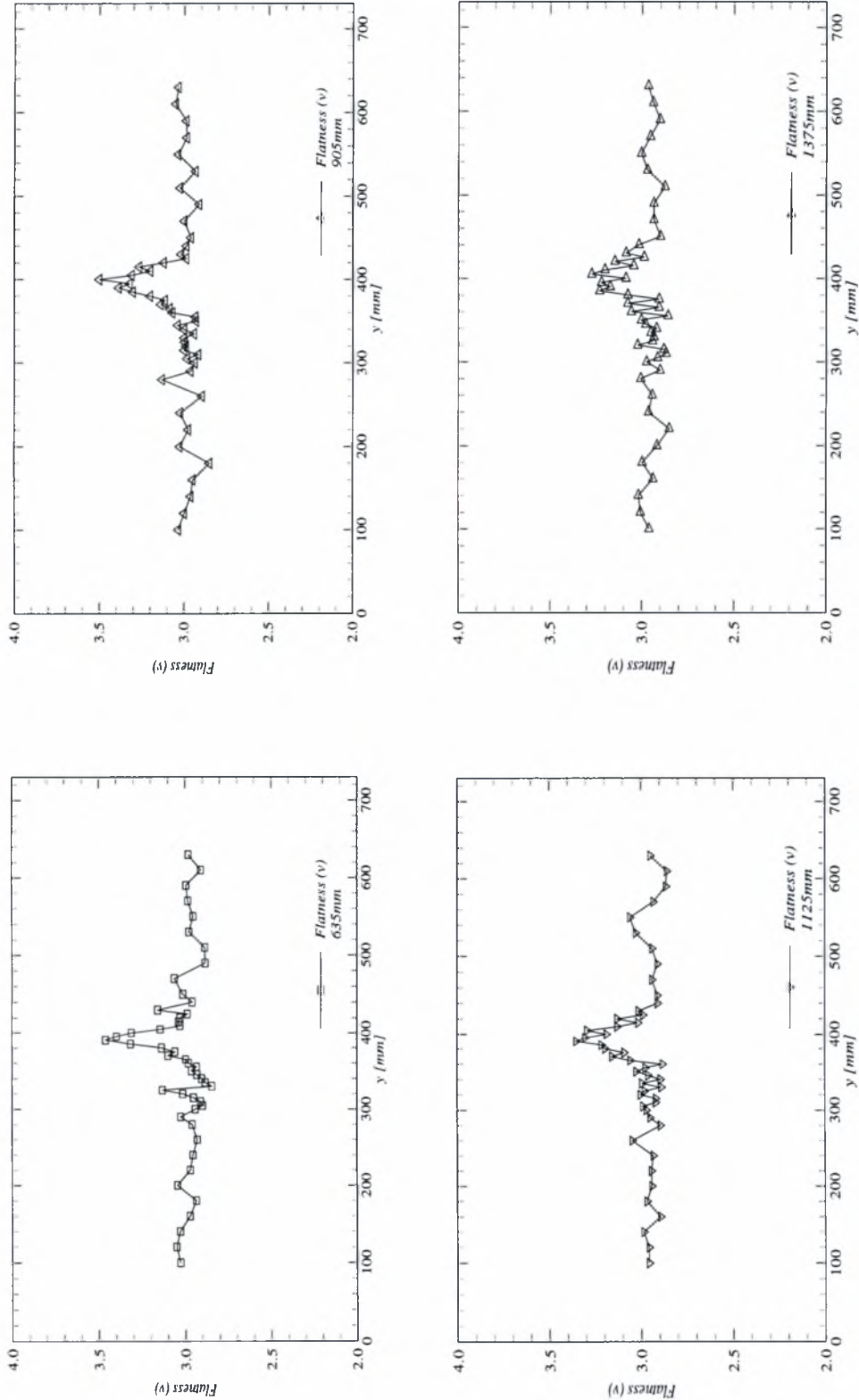
Διάγραμμα 6.15 Ασυμμετρίας κατανομής της γ - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα



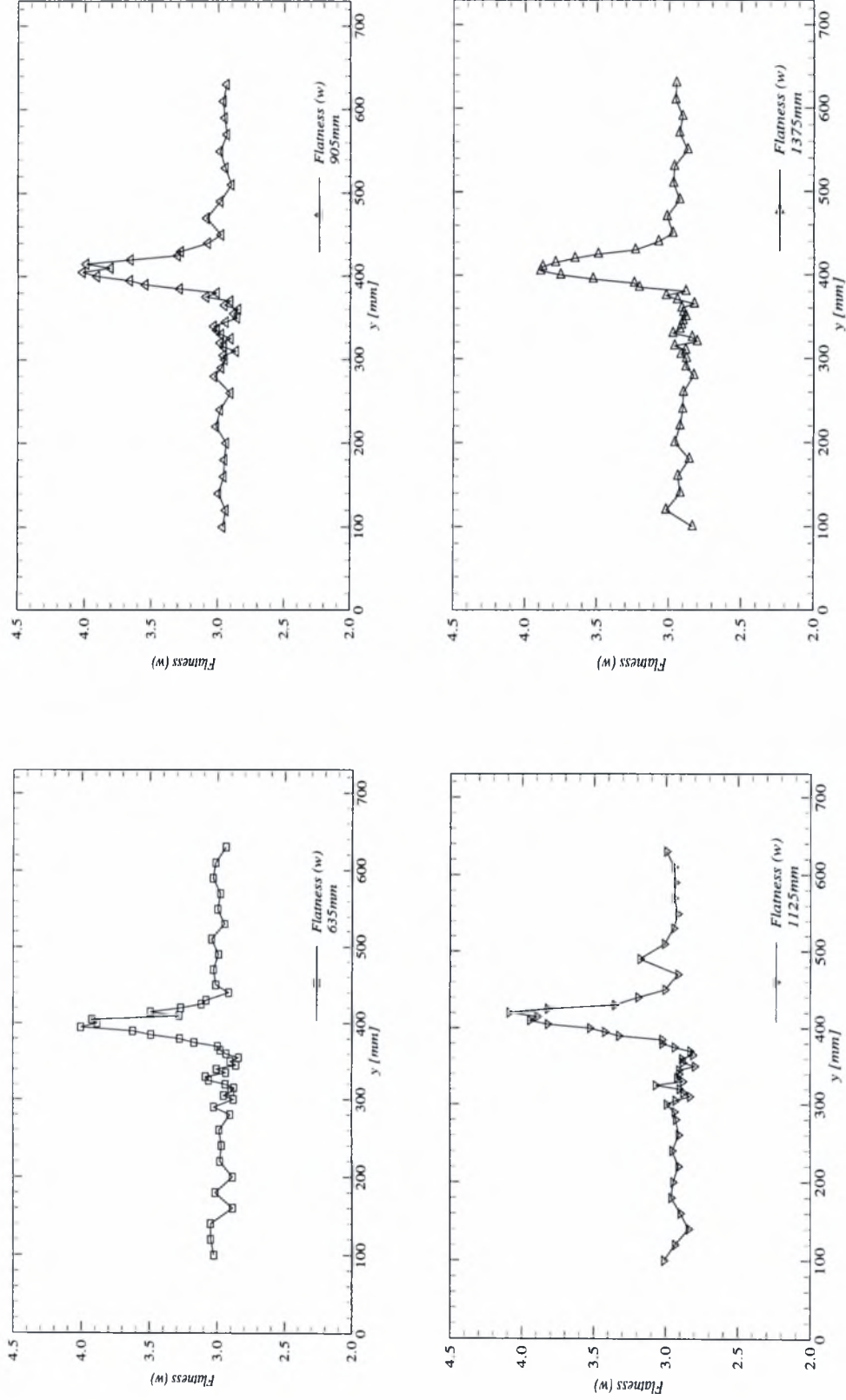
Διάγραμμα 6.16 Ασυμμετρίας κατανομής της w - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα



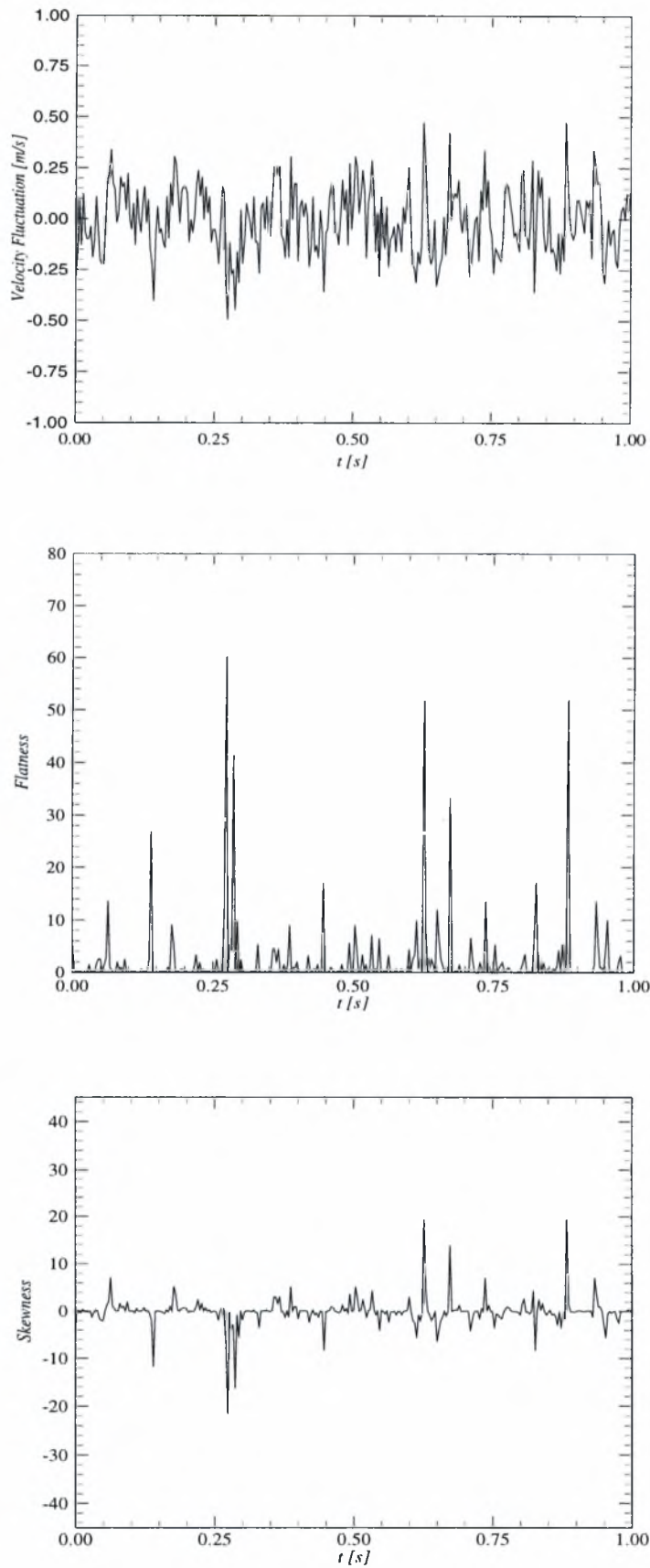
Διάγραμμα 6.17 Κυρτότητα της u - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα



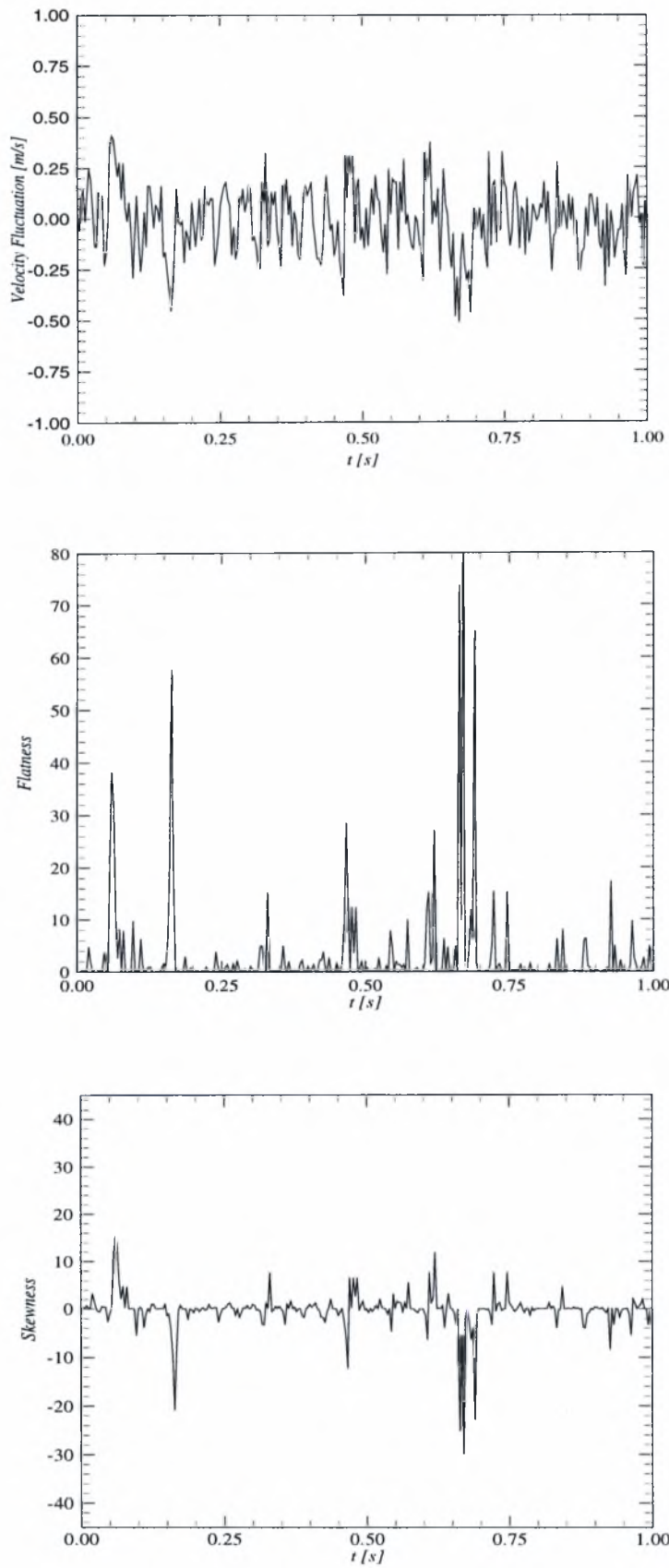
Διάγραμμα 6.18 Κυρτότητα της γ - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα



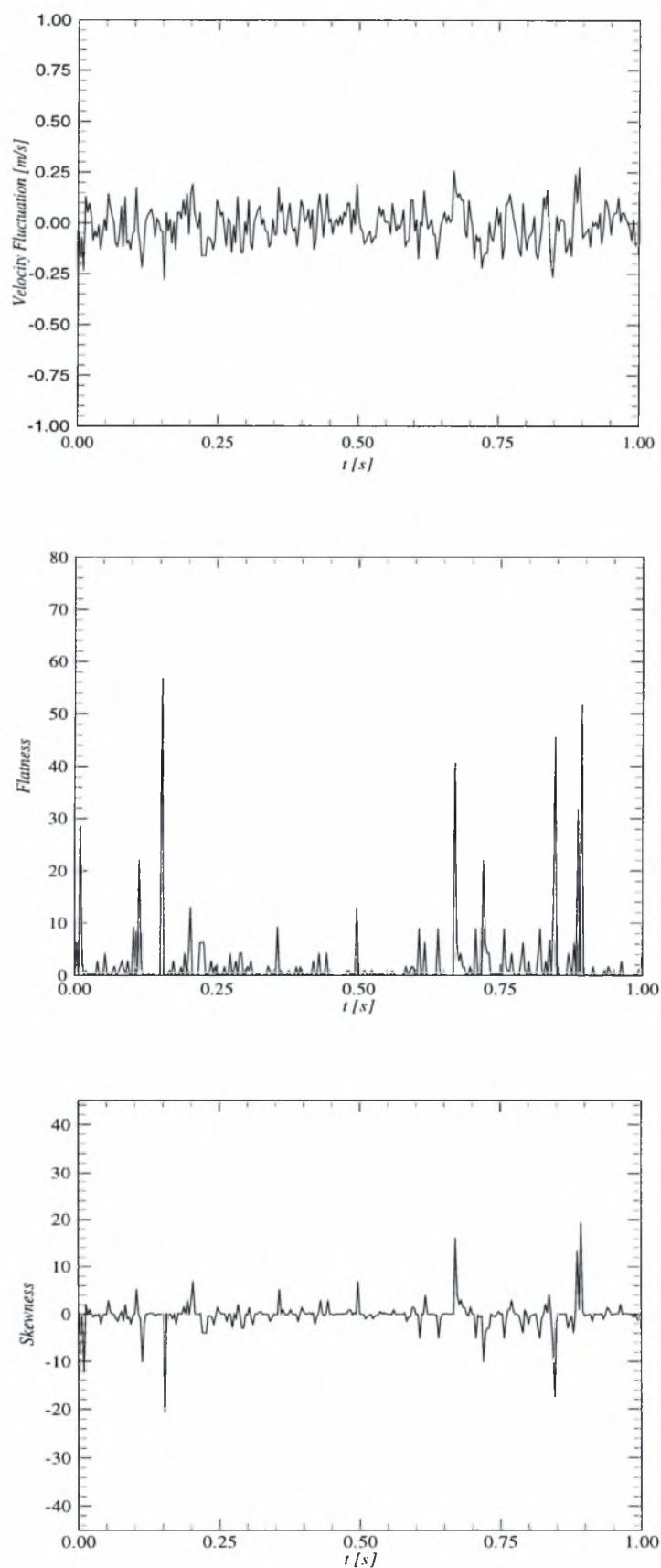
Διάγραμμα 6.19 Κυρτότητα της w - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα



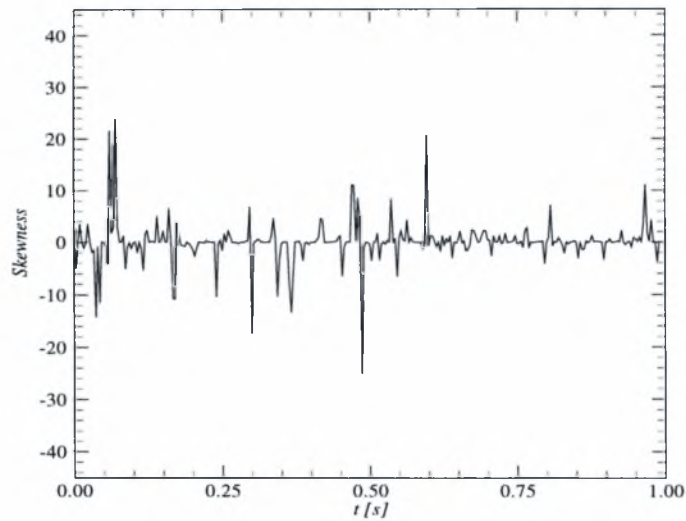
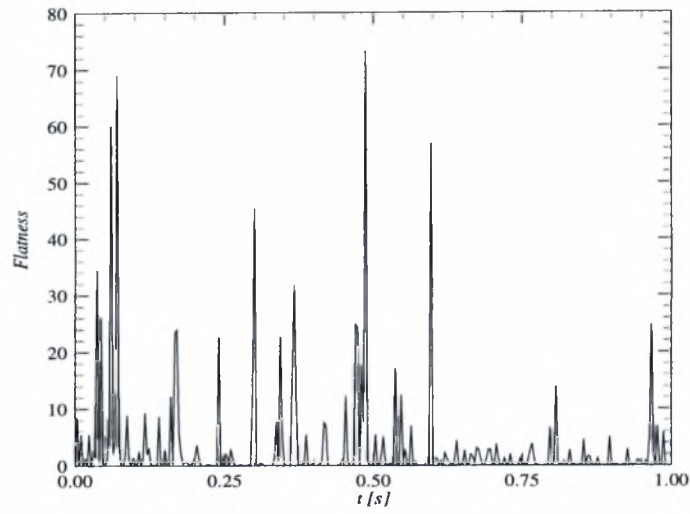
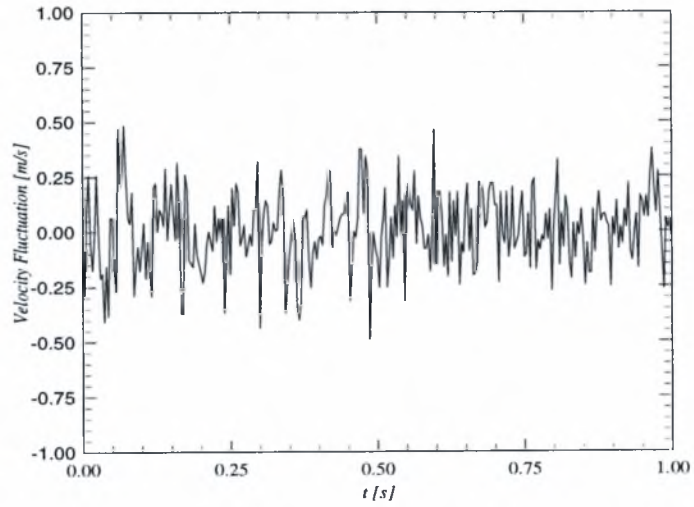
Διάγραμμα 6.20 Διακόμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της u - ταχύτητας ($x=1125\text{mm}$, $y=-177\text{mm}$)



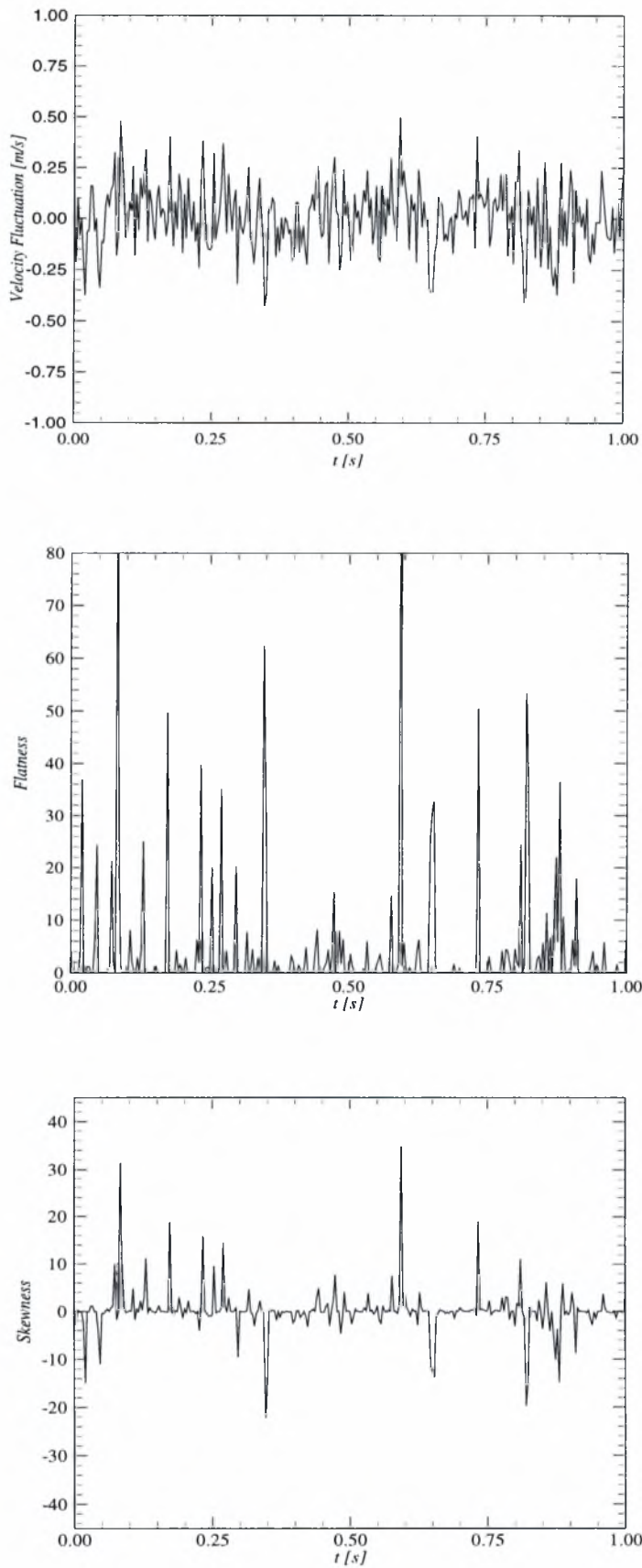
Διάγραμμα 6.21 Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της u - ταχύτητας ($x=1125\text{mm}$ $y=-7\text{mm}$)



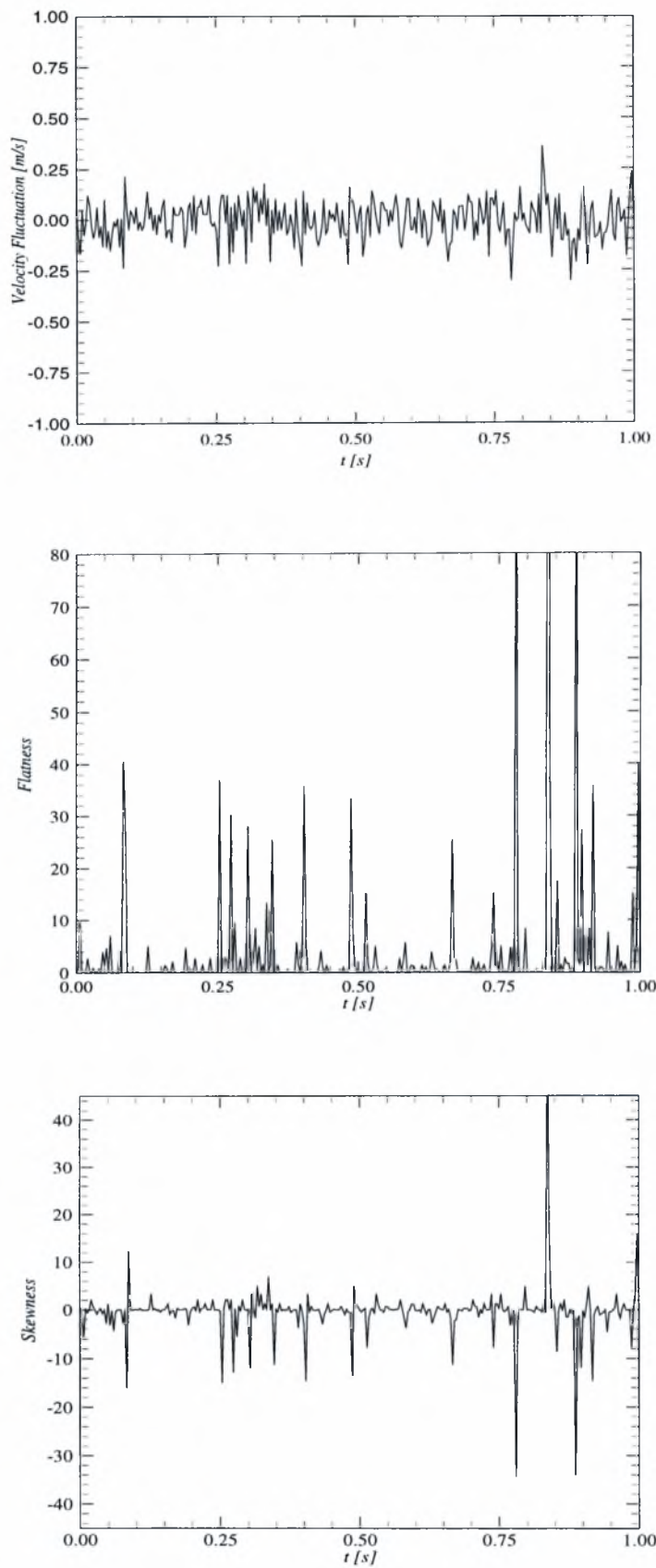
Διάγραμμα 6.22 Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της u - ταχύτητας και ($x=1125\text{mm}$ $y= -153\text{mm}$)



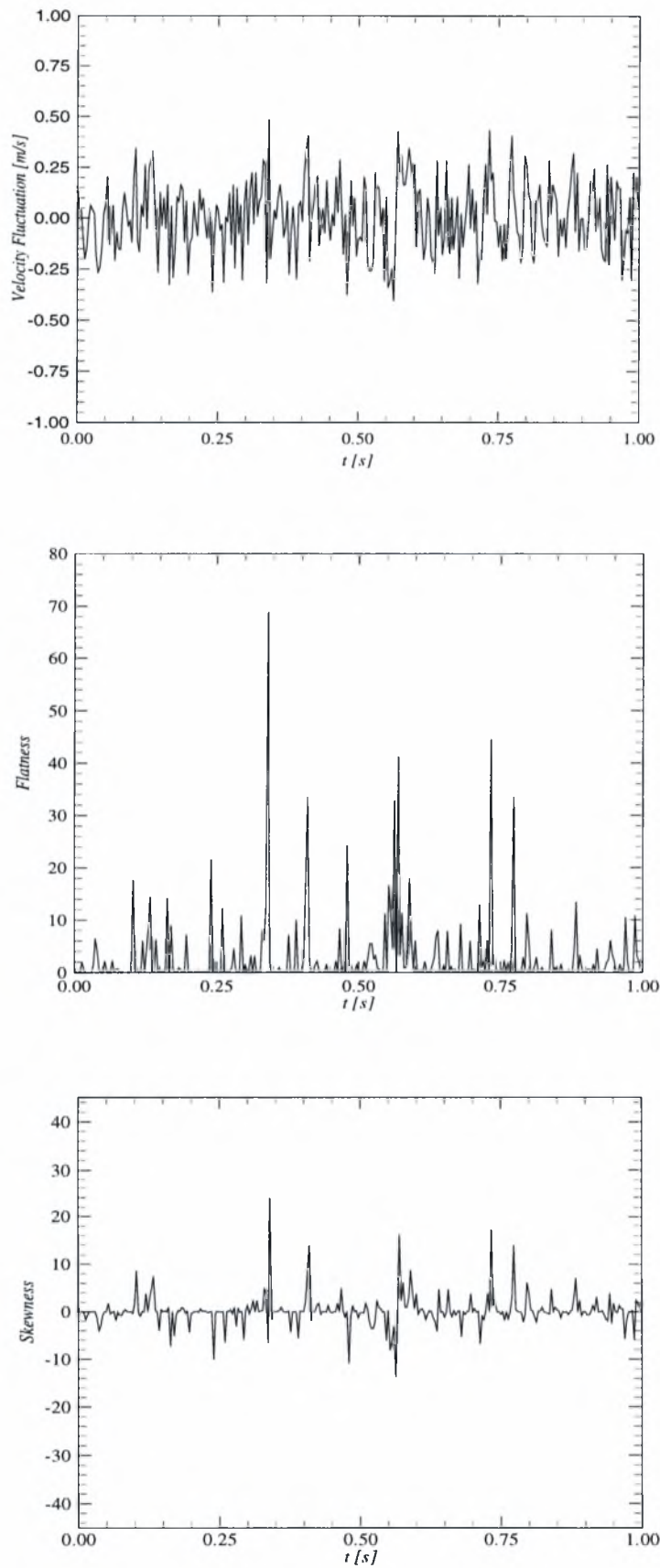
Διάγραμμα 6.23 Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της v - ταχύτητας ($x=1125\text{mm}$, $y=-177\text{mm}$)



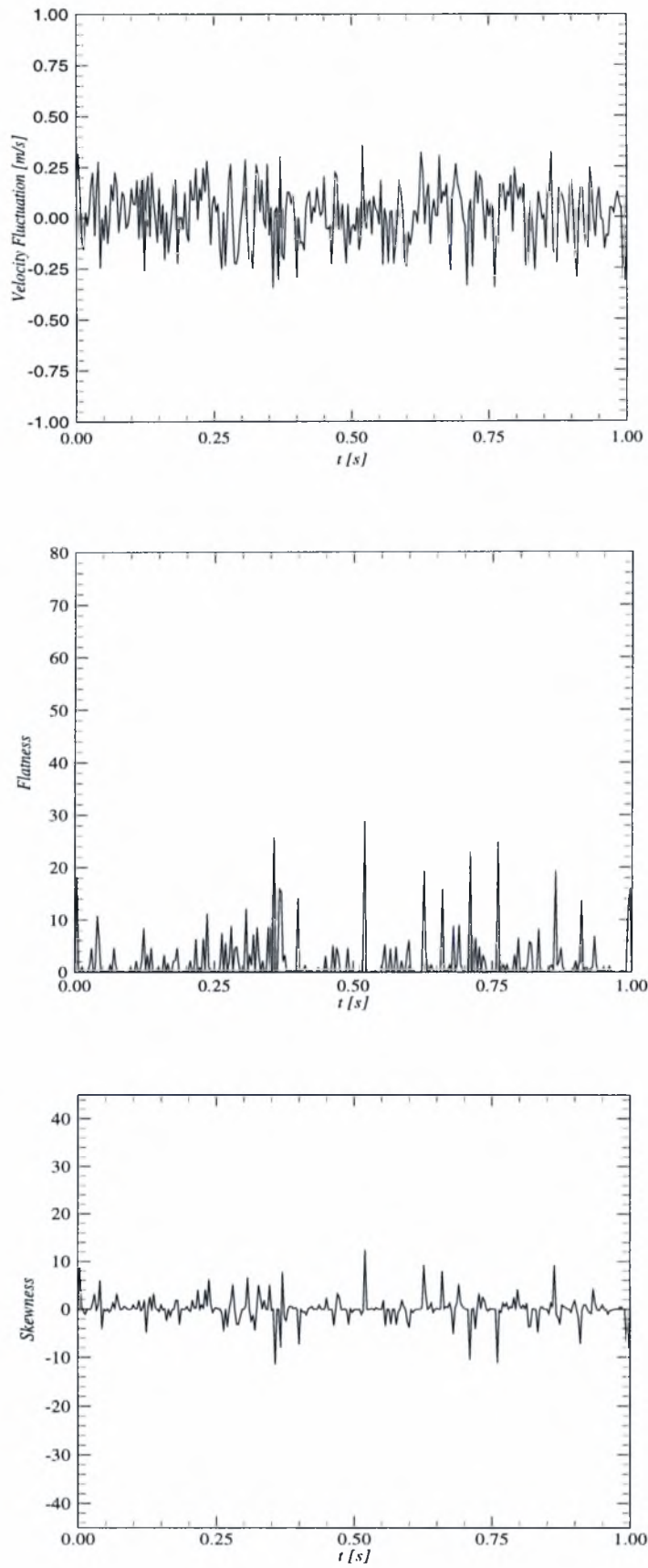
Διάγραμμα 6.24 Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της v - ταχύτητας ($x=1125\text{mm}$, $y=-7\text{mm}$)



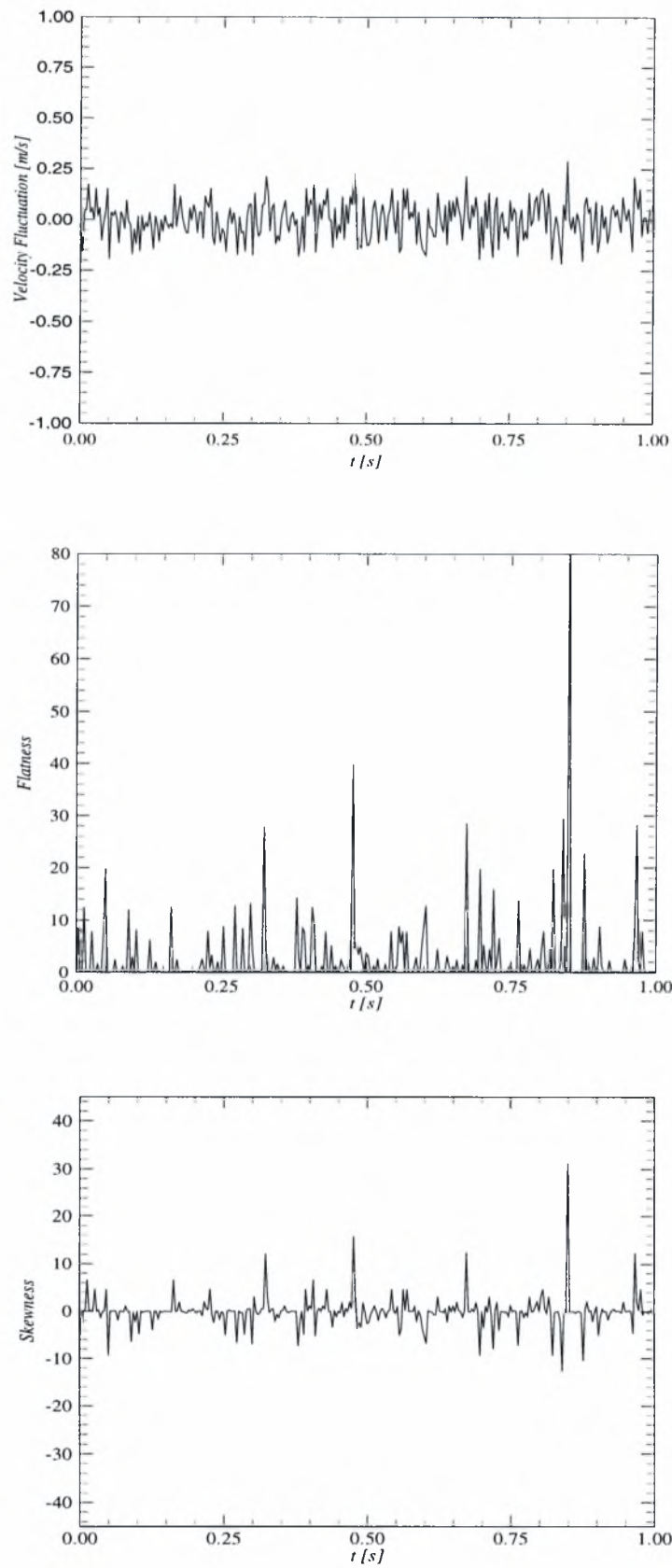
Διάγραμμα 6.25 Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της v – ταχύτητας ($x=1125\text{mm}$, $y=153\text{mm}$)



Διάγραμμα 6.26 Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της w – ταχύτητας ($x=1125, y=-177\text{mm}$)



Διάγραμμα 6.27 Διακύμανση ταχύτητας, κηρύττητα και ασυμμετρία της w - ταχύτητας ($x=1125\text{mm}$, $y=-7\text{mm}$)

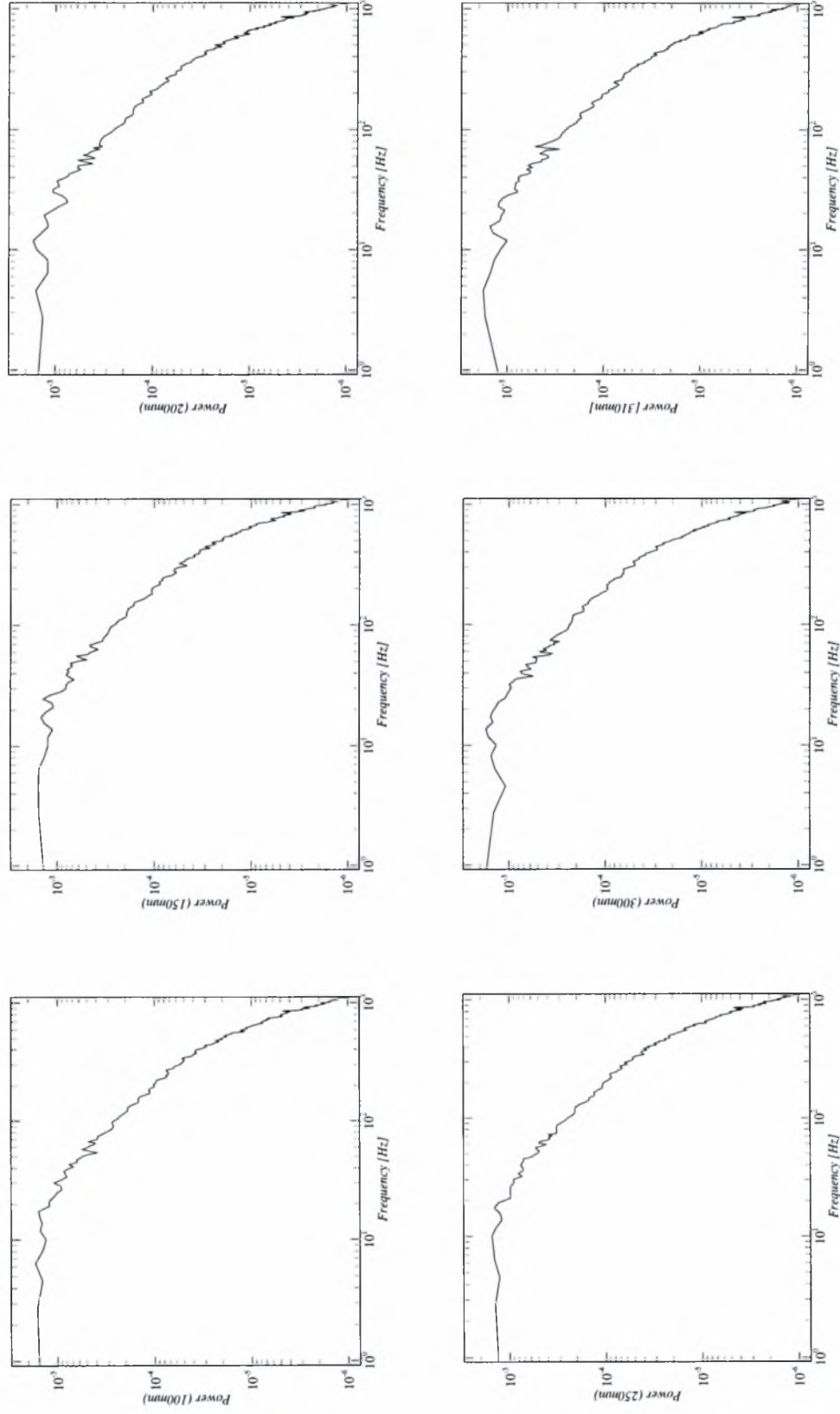


Διάγραμμα 6.28 Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της w - ταχύτητας ($x=1125\text{mm}$, $y=153\text{mm}$)

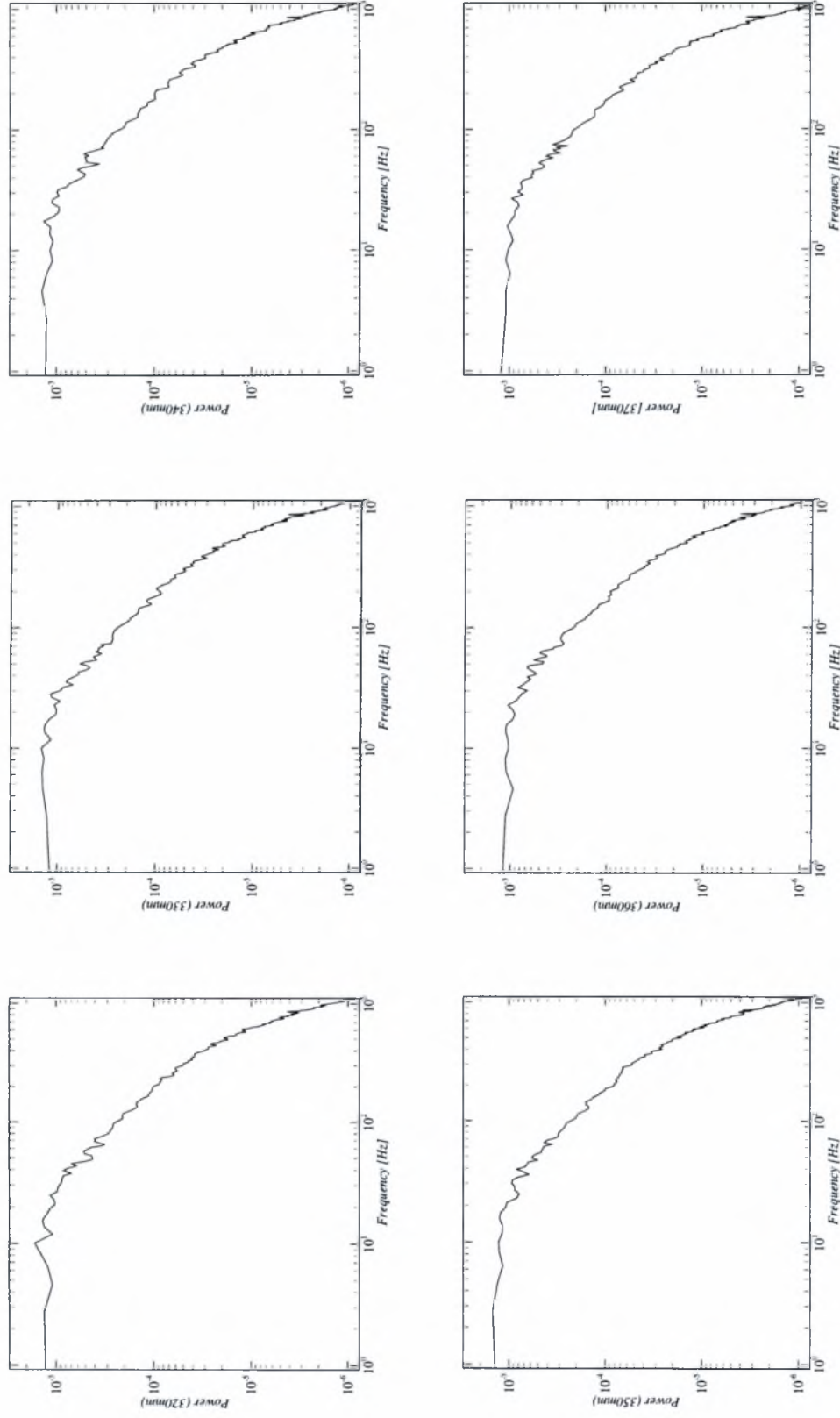
6.3 Φασματικά Χαρακτηριστικά του Στρώματος Ανάμιξης

Το τελικό βήμα στις μετρήσεις είναι ο καθορισμός του φάσματος της ροής σε σχέση με την απόσταση από τα πλέγματα και με τη θέση του σημείου μέτρησης ως προς το στρώμα ανάμιξης. Για το σκοπό μετρήθηκε το φάσμα ισχύος της ταχύτητας στη διεύθυνση x χρησιμοποιώντας αισθητήρα μονού σύρματος TSI 1210-10, λαμβάνοντας κάθε φορά 286720 παρατηρήσεις με ρυθμό 7.5kHz. Επίσης χρησιμοποιήθηκε χαμηλοπερατό φίλτρο στα 3.0kHz με σκοπό την απομόνωση του θορύβου.

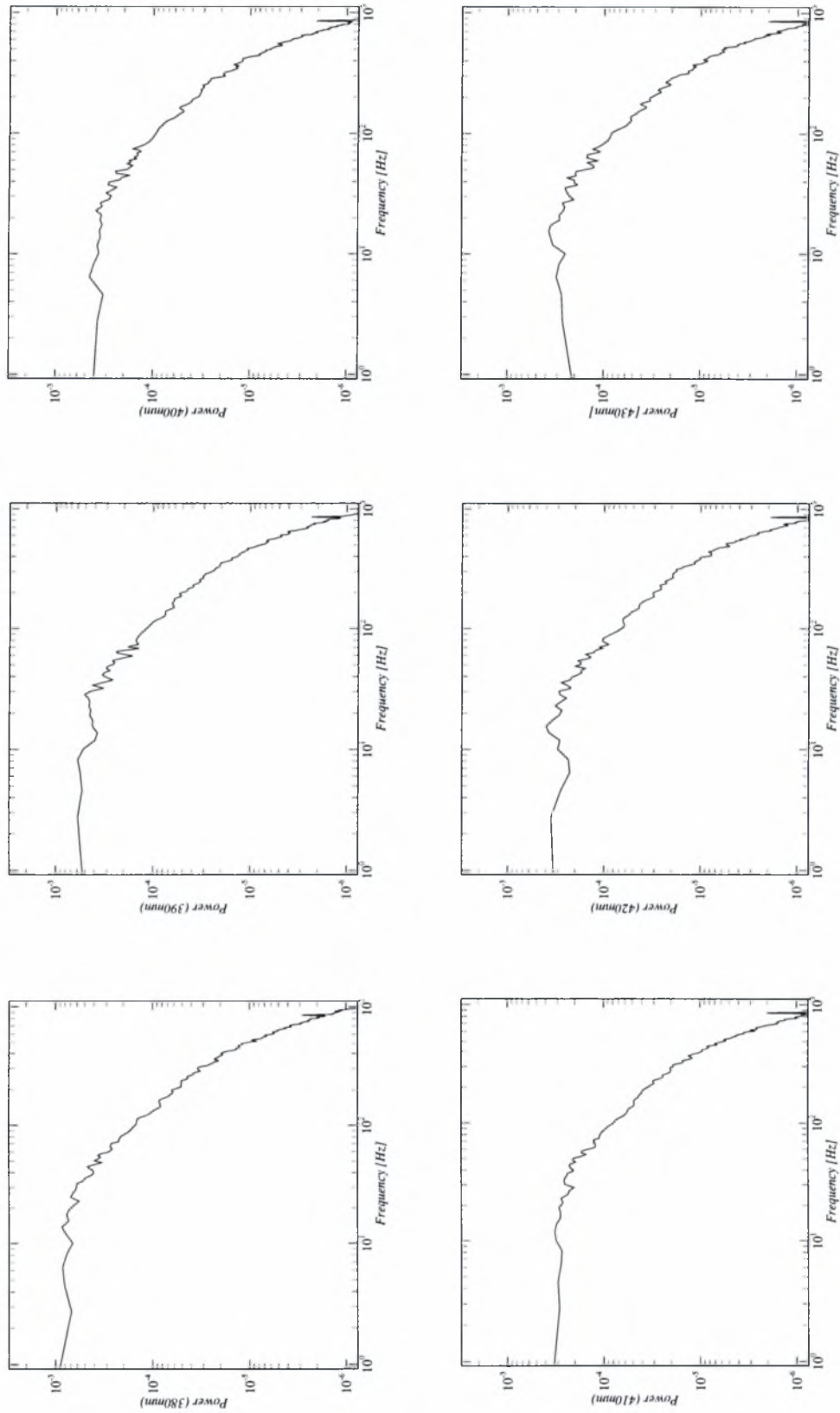
Τα αποτελέσματα αυτών των μετρήσεων παρουσιάζονται στα διαγράμματα 6.29 έως 6.44.



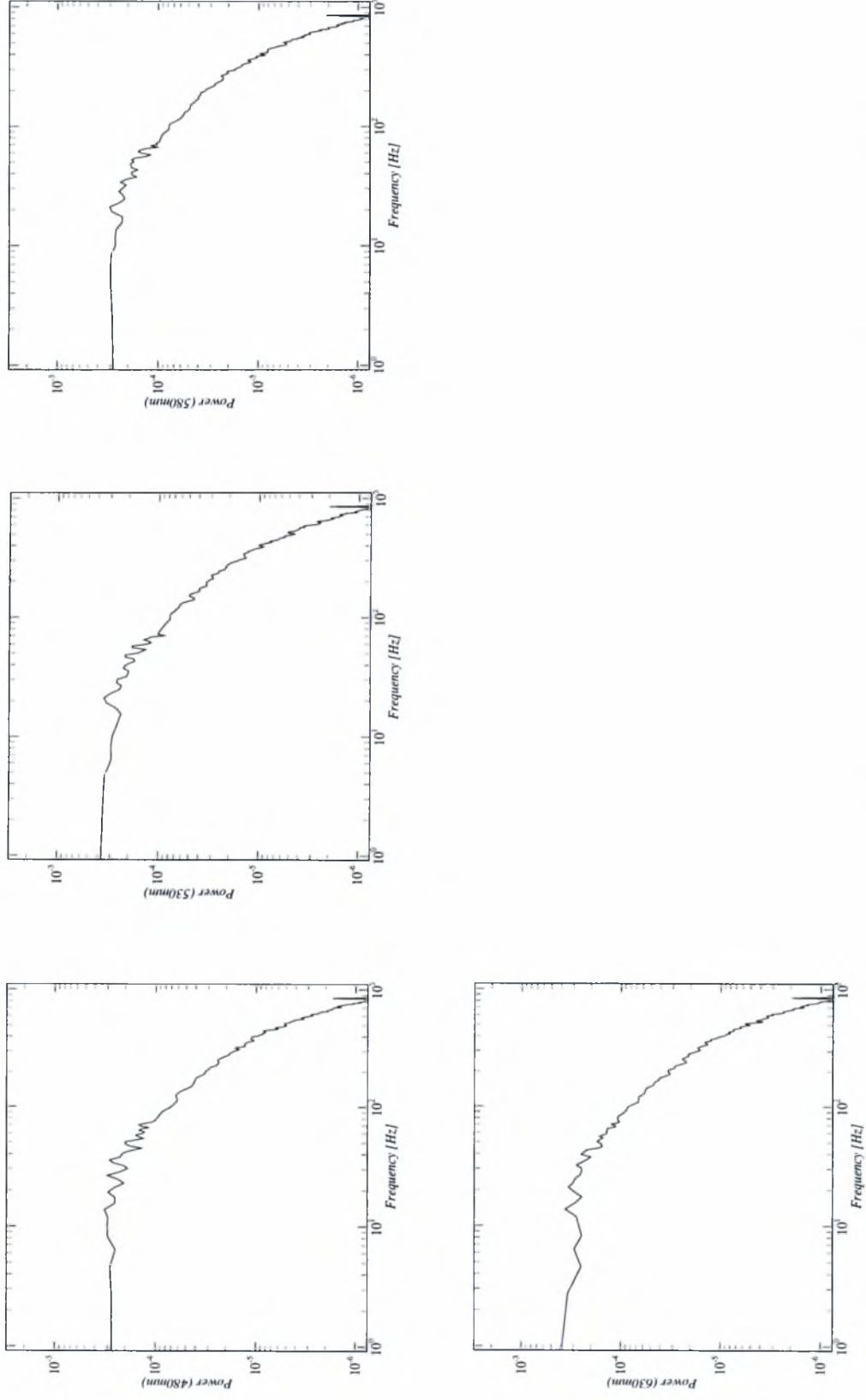
Διάγραμμα 6.29 Φάσμα ισχύος της μ – ταχύτητας 635mm κατόντη των πλεγμάτων (-277mm, -227mm, -177mm και -127mm, -77mm, -67mm)



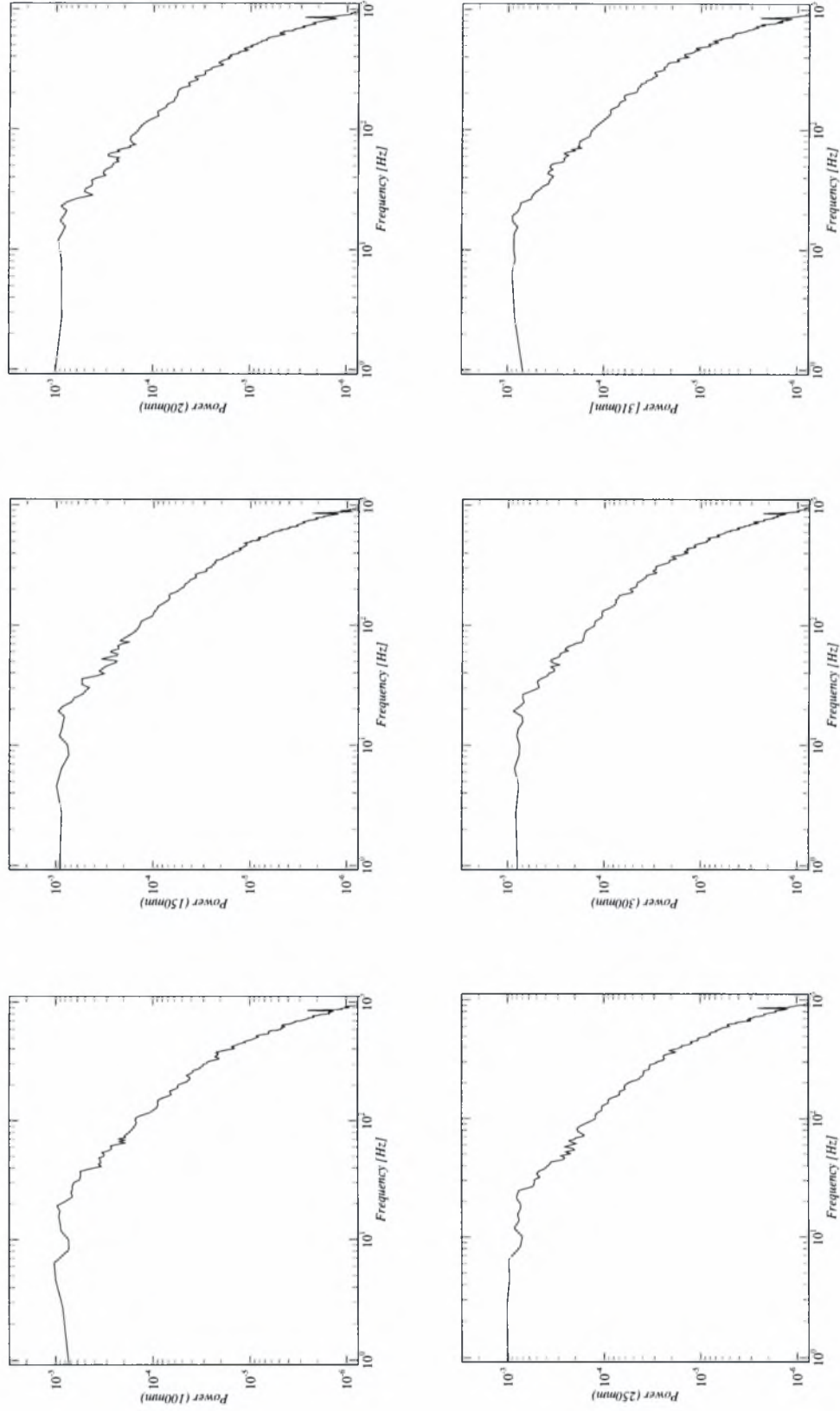
Διάγραμμα 6.30 Φάσμα ισχύος της μ – ταχύτητας 635mm κατόντη των πλεγμάτων (-57mm, -47mm, -37mm και -27mm, -17mm, -7mm)



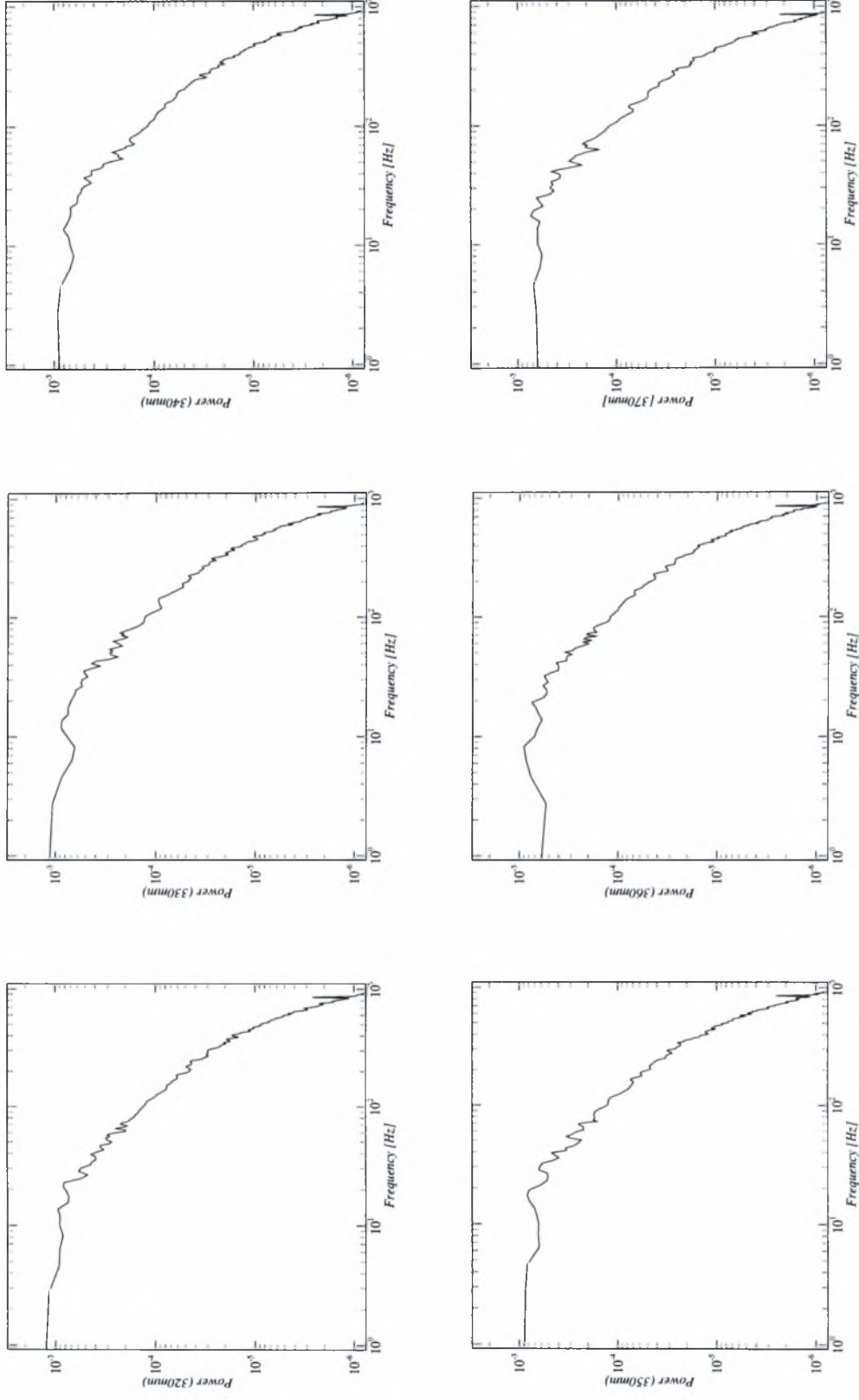
Διάγραμμα 6.31 Φάσμα ισχύος της μ – ταχύτητας 635mm κατόντη των πλεγμάτων (3mm, 13mm, 23mm και 33mm, 43mm και 53mm)



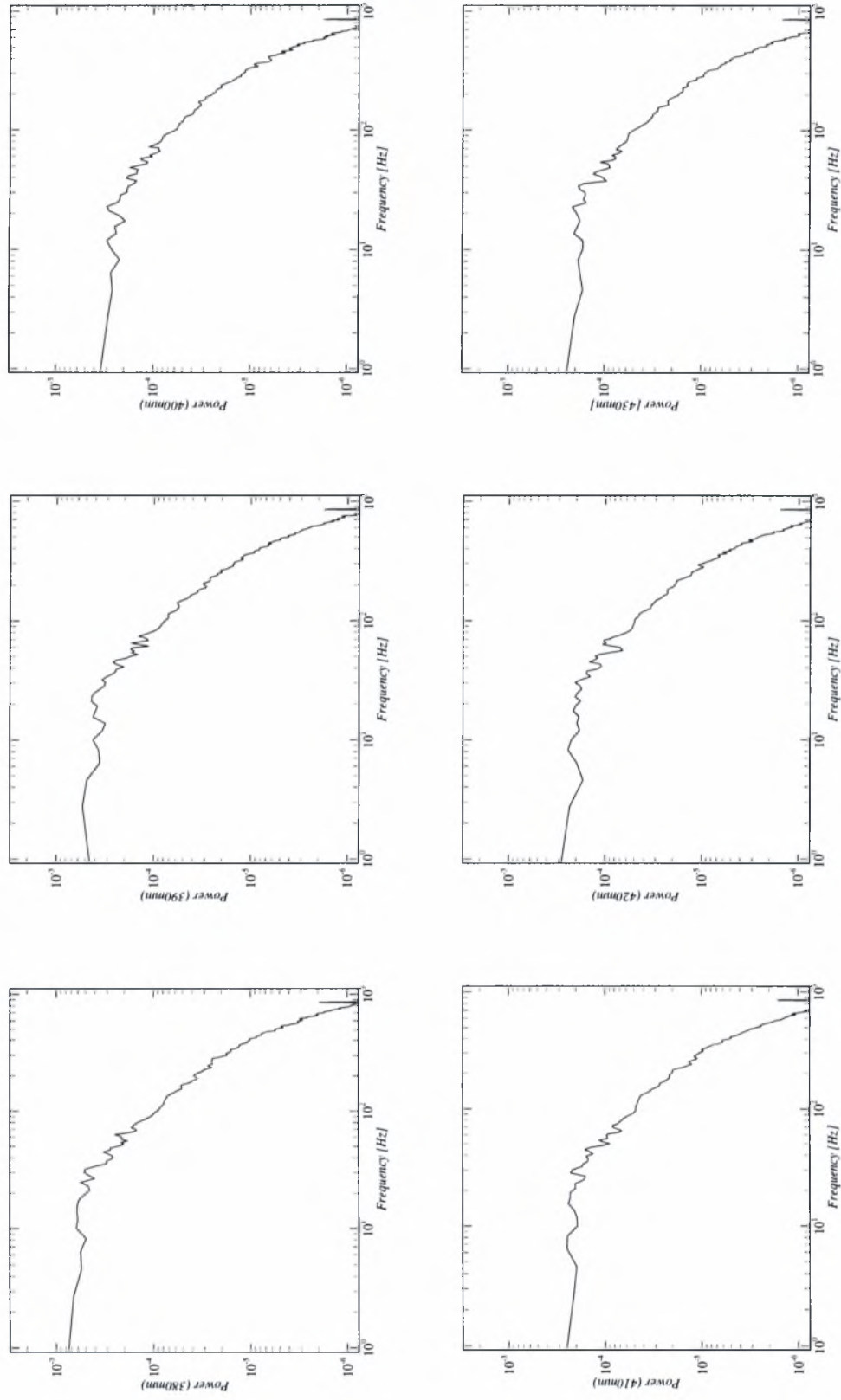
Διάγραμμα 6.32 Φάσμα ισχύος της μ – ταχύτητας 635mm κατόντη των πλεγμάτων (103mm, 153mm, 203mm και 253mm)



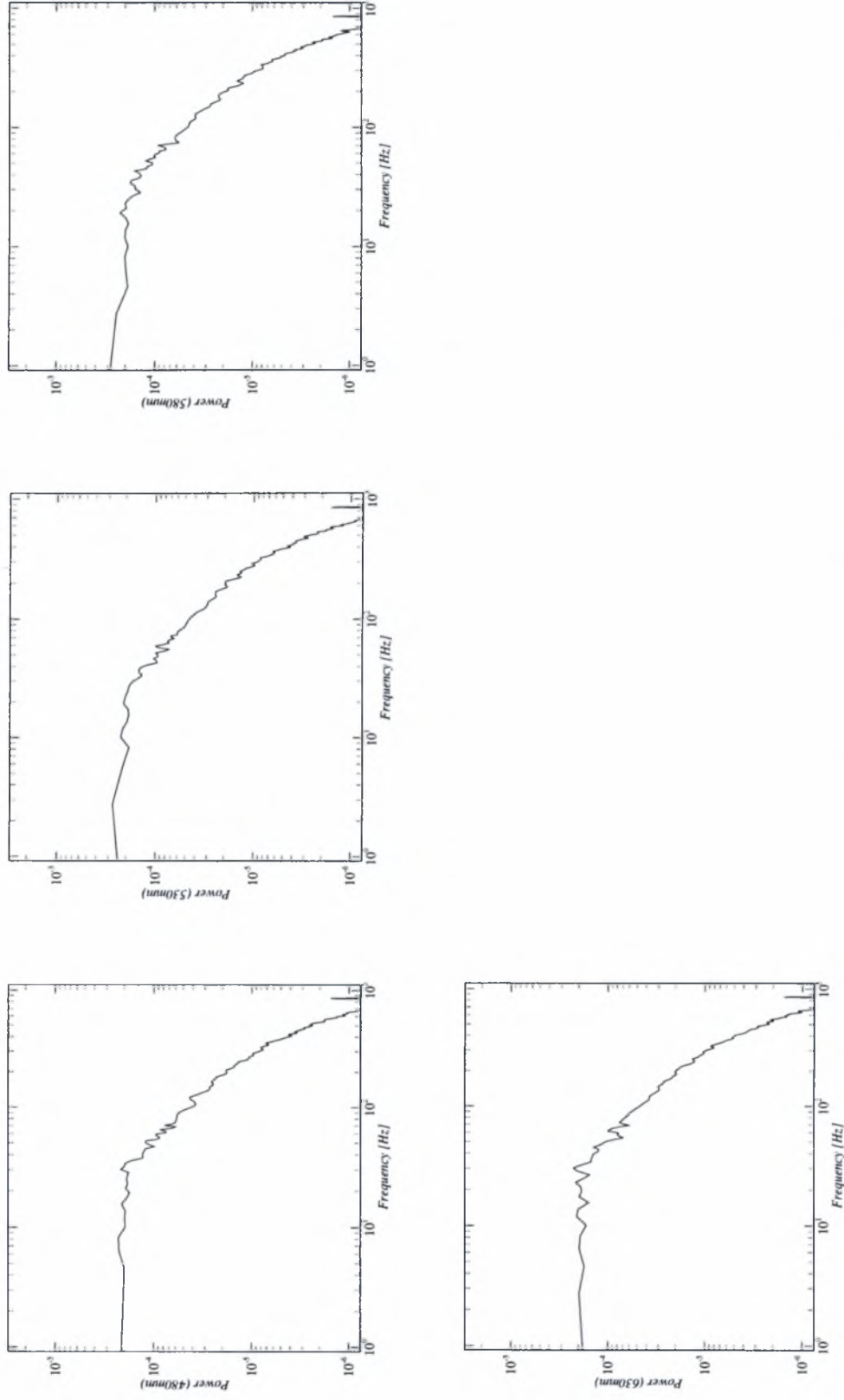
Διάγραμμα 6.33 Φάσμα ισχύος της μ -ταχύτητας 905mm κατόντι των πλεγμάτων (-277mm, -177mm, -127mm, και -77mm, -67mm)



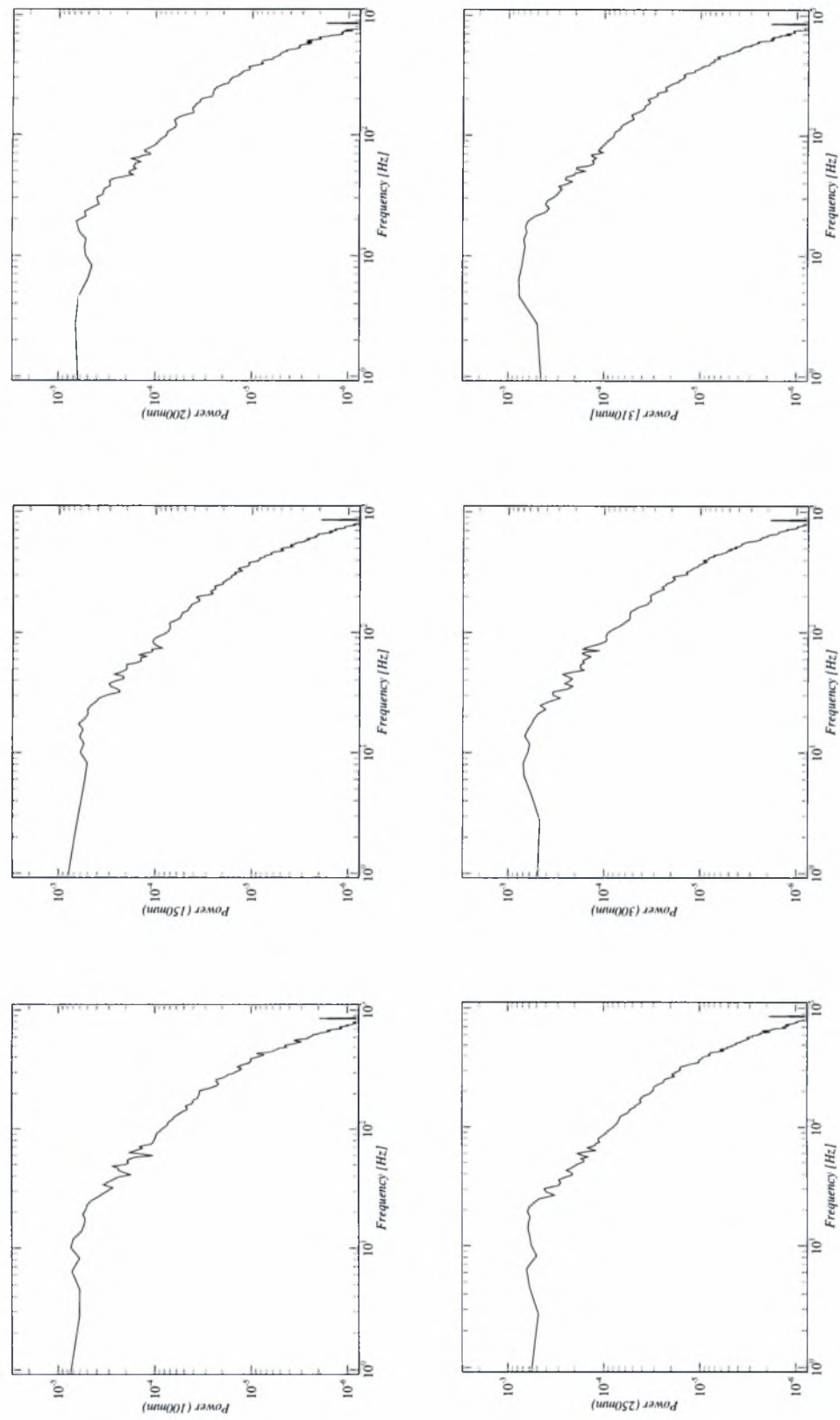
Διάγραμμα 6.34 Φάσμα ισχύος της μ -ταχύτητας 905mm κατόπιν των πλεγμάτων (-57mm, -47mm, -37mm και -27mm, -17mm και -7mm)



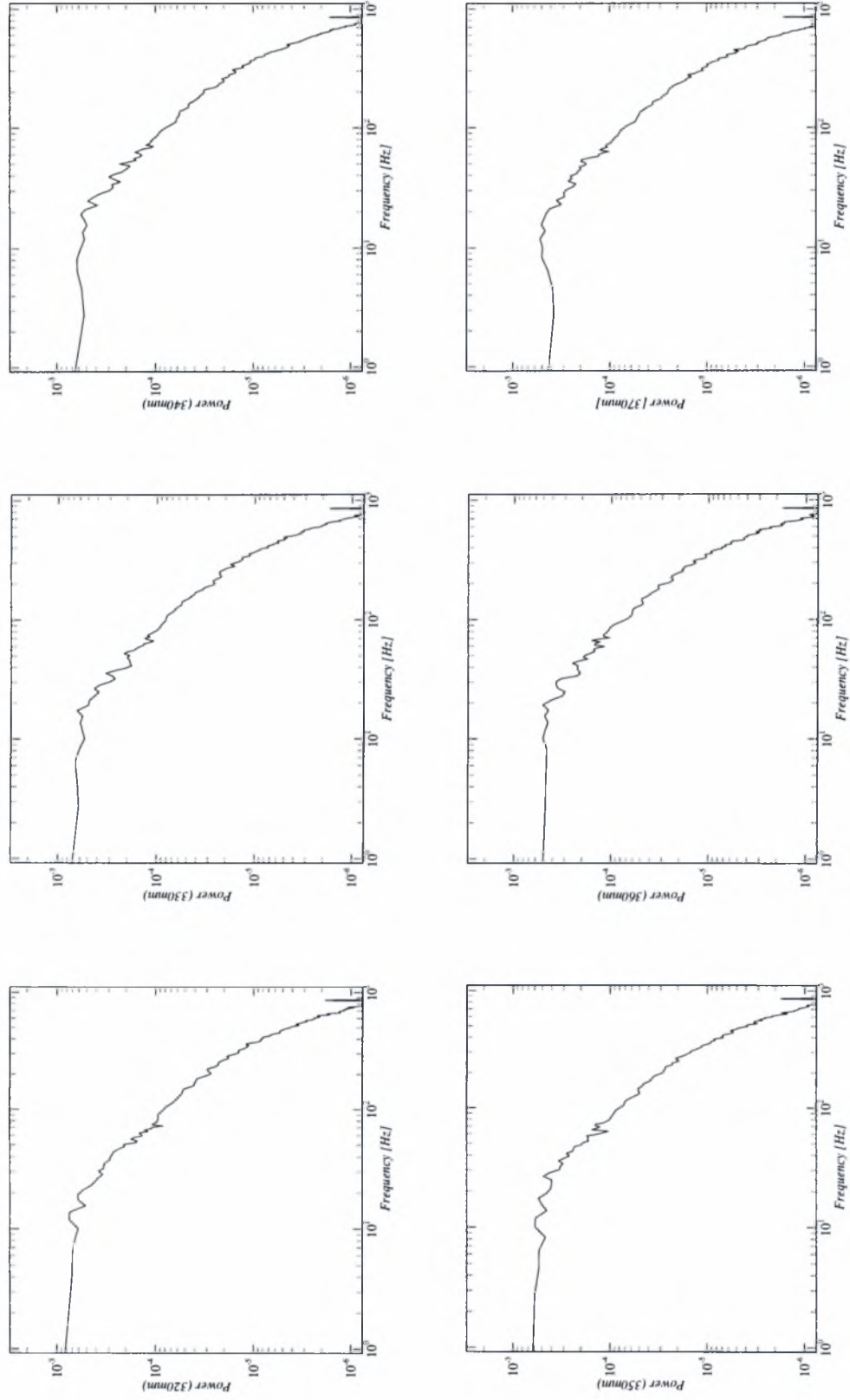
Διάγραμμα 6.35 Φάσμα ισχύος της υ-ταχύτητας 905mm κατόντη των πλεγμάτων (3mm, 13mm, 23mm, και 33mm, 43mm, 53mm)



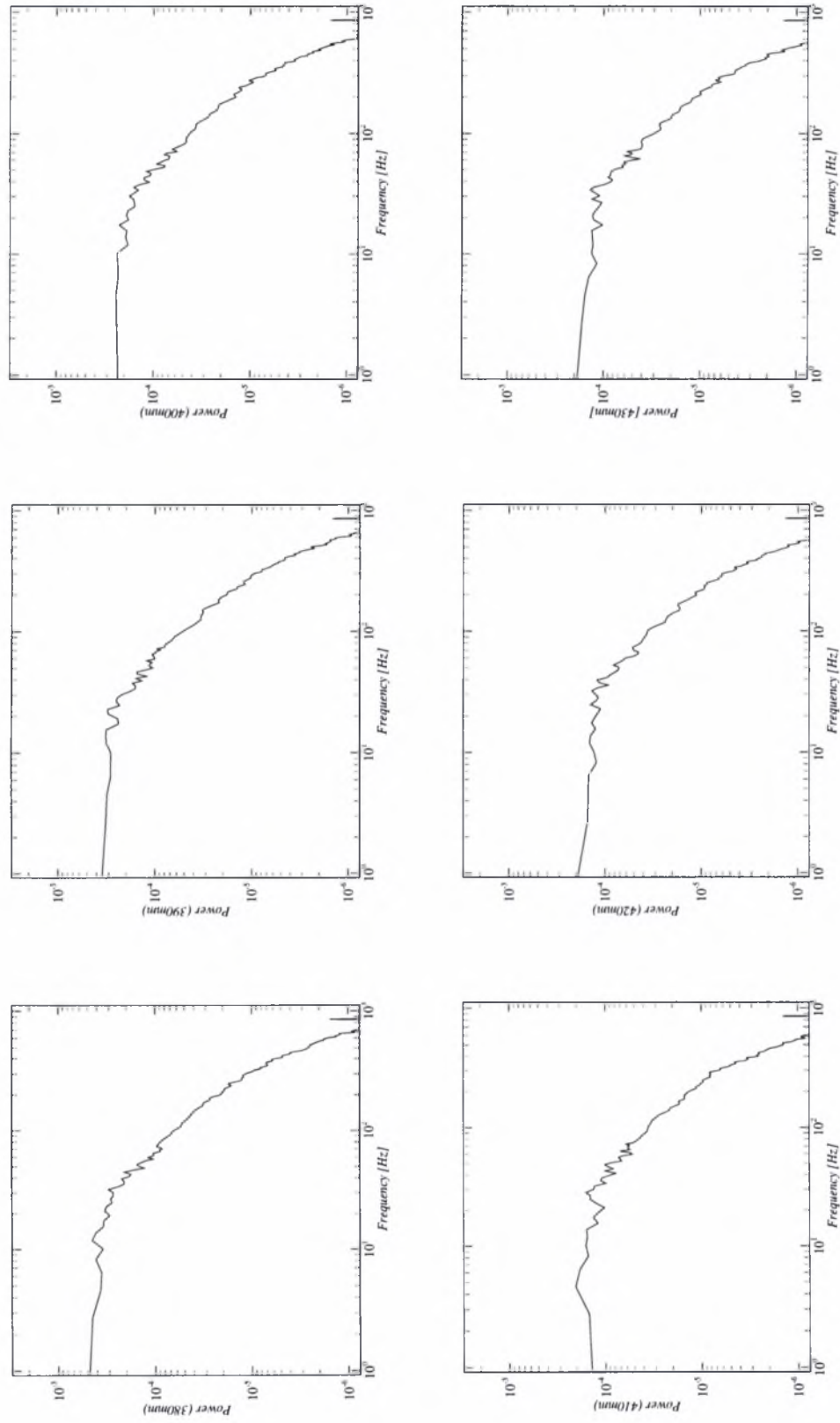
Διάγραμμα 6.36 Φάσμα ισχύος της υ-ταχύτητας 905mm κατόντη των πλεγμάτων (103mm, 153mm, 203mm και 253mm)



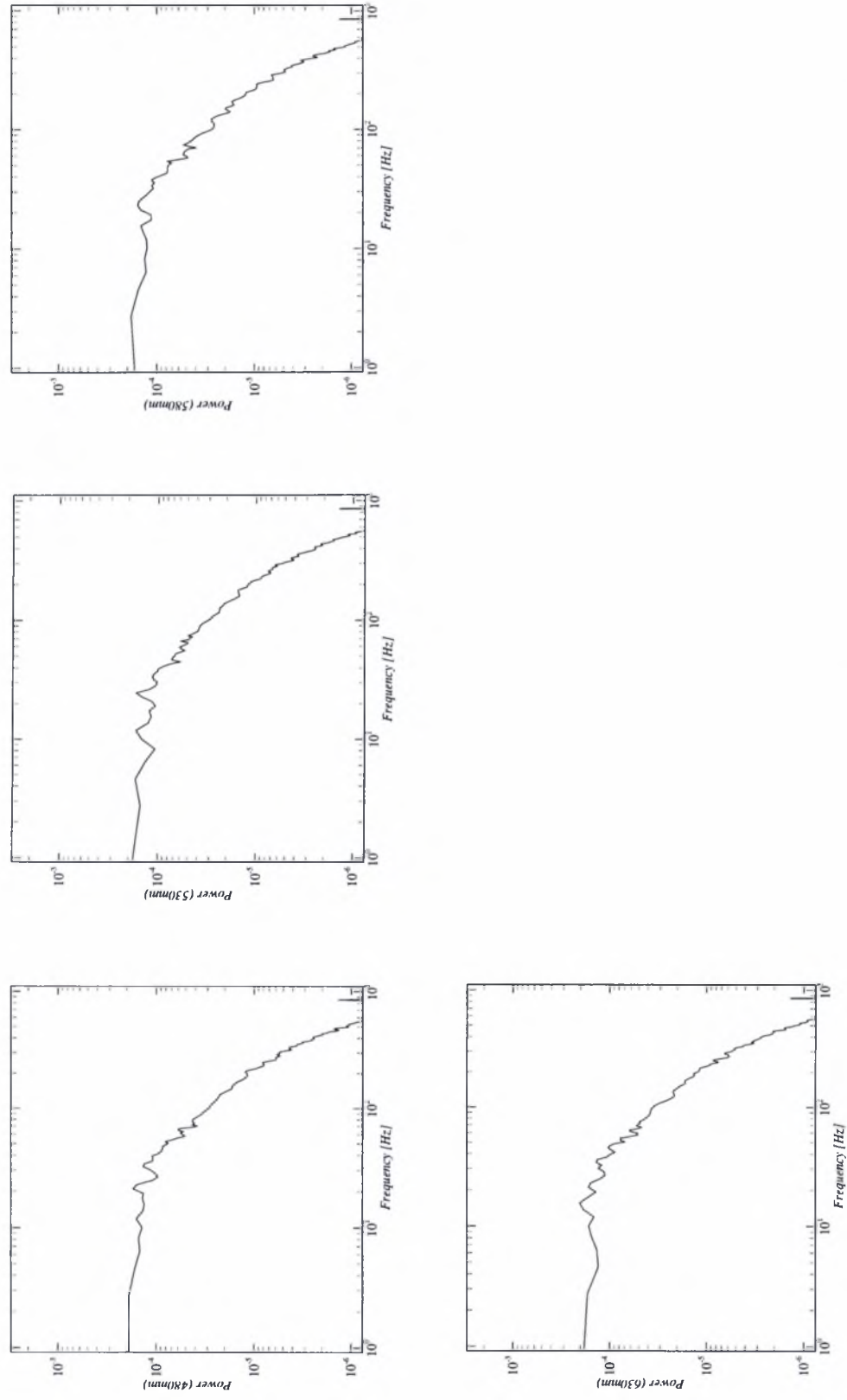
Διάγραμμα 6.37 Φάσμα ισχύος της μ -ταχύτητας 905mm κατάντη των πλεγμάτων (-277mm, -177mm, -127mm, και -67mm)



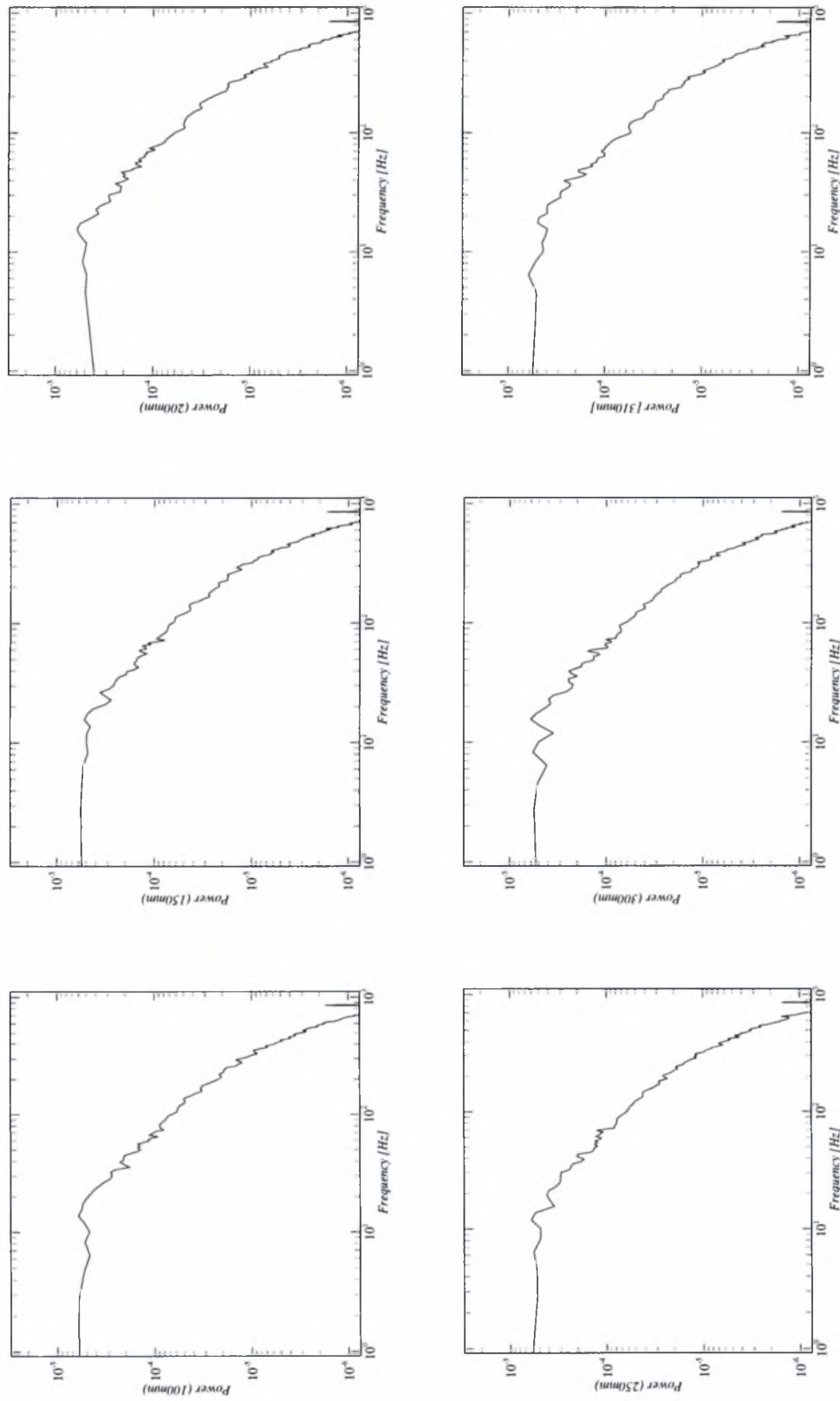
Διάγραμμα 6.38 Φάσμα ισχύος της μ -ταχύτητας 1125mm κατόπιν των πλεγμάτων (-57mm, -47mm, -37mm και -27mm, -17mm, -7mm)



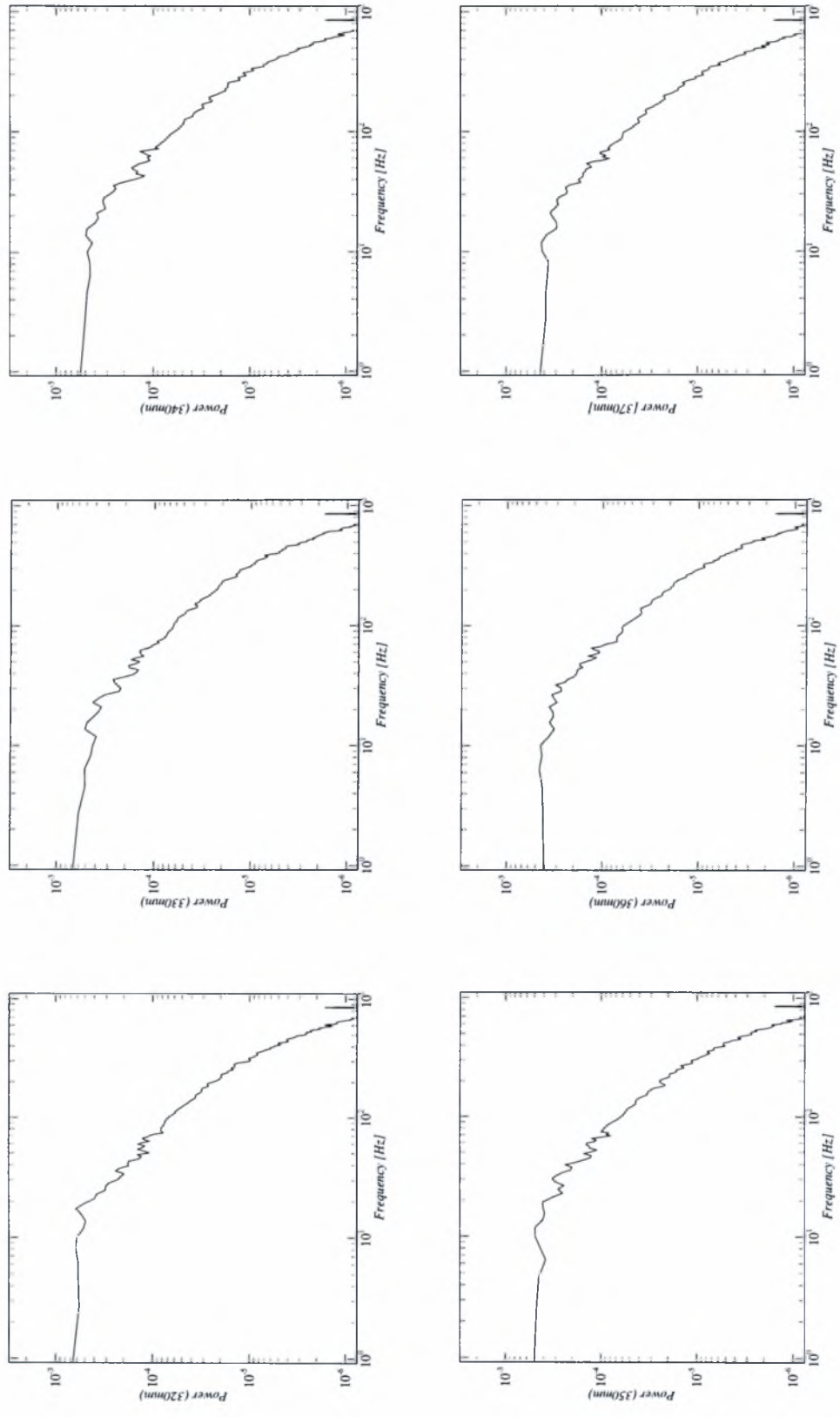
Διάγραμμα 6.39 Φάσμα ισχύος της υ-ταχύτητας 1125mm κατάντη των πτερυγμάτων (3mm, 13mm, 23mm και 33mm, 43mm, 53mm)



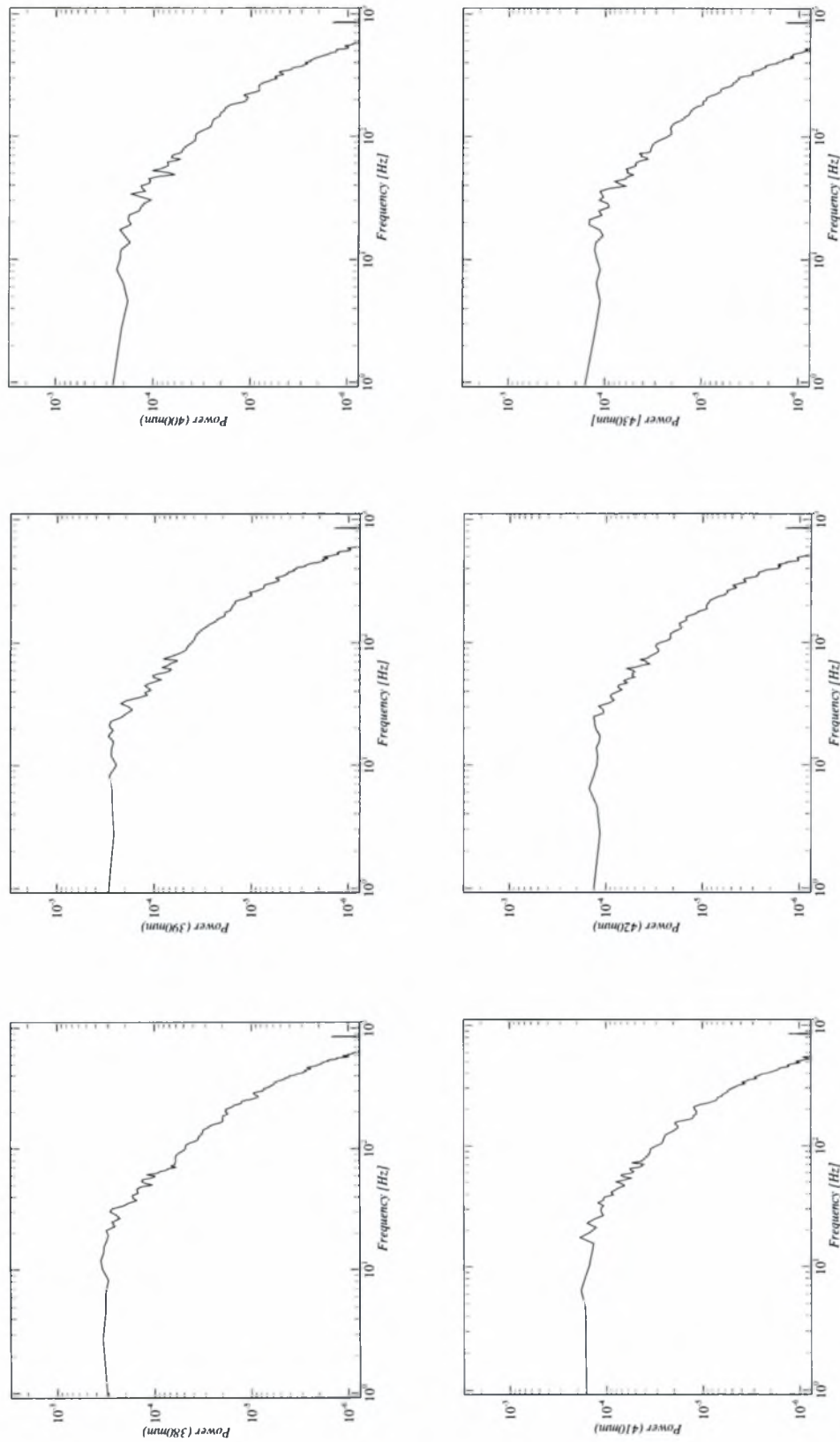
Διάγραμμα 6.40 Φάσμα ισχύος της μ -ταχύτητας 1125mm κατόπτη των πλεγμάτων (103mm, 153mm, 203mm και 253mm)



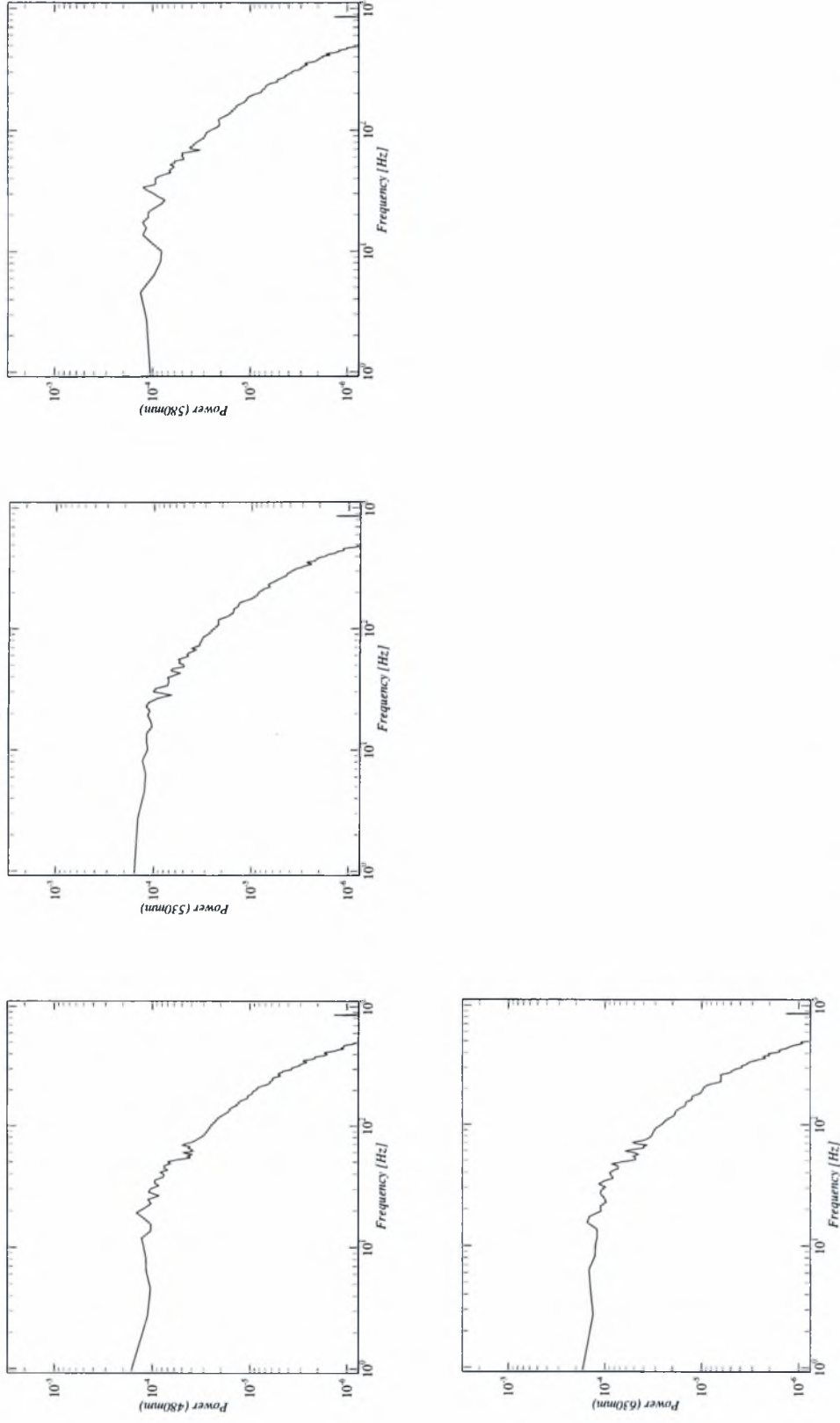
Διάγραμμα 6.41 Φάσμα ισχύος της μ - ταχύτητας 1375mm κατόντη των πλεγμάτων (-227mm, -177mm και -127mm, -77mm, -67mm)



Διάγραμμα 6.42 Φάσμα ισχύος της μ - ταχύτητας 1375mm κατάντη των πλεγμάτων (-57mm, -47mm, -37mm και -27mm, -17mm, -7mm)



Διάγραμμα 6.43 Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 1375mm κατόντη των πλεγμάτων (3mm, 13mm, 23mm και 33mm, 43mm, 53mm)



Διάγραμμα 6.44 Φάσμα ισχύος της μ - ταχύτητας 1375mm κατόπτη των πλεγμάτων (103mm, 153mm, 203mm και 253mm)

6.4 Συζήτηση

6.4.1 Χαρτογράφηση της αεροσήραγγας

Για τη χαρτογράφηση του τμήματος δοκιμών της αεροσήραγγας του Εργ. Ρ&Σ έγιναν μετρήσεις μέσω χρονικών και rms τιμών της U-ταχύτητας με σύστημα ανεμομετρίας θερμού σύρματος. Από τις μετρήσεις αυτές, που παρουσιάζονται στα Διαγράμματα 6.1 έως 6.6, προέκυψε ότι στη θέση $z = -140\text{mm}$ υπάρχει τοπική ανομοιομορφία στην ταχύτητα περίπου 7%. Επίσης, από τα Διαγράμματα 6.1 & 6.4, παρατηρείται ασυμμετρία σε όλες τις κατανομές της ταχύτητας της τάξεως του 2.4%. Ωστόσο, τα παραπάνω προβλήματα δεν επηρεάζουν την εξέλιξη του παρόντος πειράματος επειδή τα πλέγματα στην είσοδο του τμήματος δοκιμών της αεροσήραγγας εξομαλύνουν οποιαδήποτε μεγάλης κλίμακας ανομοιομορφία στη ροή. Στο κεντρικό μέρος της διατομής της αεροσήραγγας, έξω από τα οριακά στρώματα που σχηματίζονται από τα τοιχώματα του τμήματος δοκιμών, η ένταση της τύρβης είναι 0.5%, Διαγράμματα 6.3 & 6.6.

Κατά τη διάρκεια των πρώτων πειραμάτων στην αεροσήραγγα του ΕΡ&Σ με σύστημα ανεμομετρίας θερμού σύρματος, Μπόχτης (1998), παρατηρήθηκαν υψηλά επίπεδα θορύβου που καθιστούσαν τις μετρήσεις αυτές αναξιόπιστες. Για τη μείωση του θορύβου, ο οποίος προερχόταν από παρεμβολές ηλεκτρομαγνητικής φύσης από τις καλωδιώσεις του κινητήρα, επιλέχθηκαν και τοποθετήθηκαν δύο ηλεκτρονικά φίλτρα στην είσοδο και την έξοδο του αντιστροφέα που μείωσαν το θόρυβο σε πολύ σημαντικό βαθμό. Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις φάσματος ισχύος οπότε και παρατηρήθηκαν κορυφές (peaks) σε συχνότητες διπλάσιες κάθε φορά από τις στροφές του κινητήρα καθώς και σε άλλες μεγαλύτερες συχνότητες στις ίδιες τιμές ανεξάρτητα από την ταχύτητα περιστροφής του ρότορα του κινητήρα, Διάγραμμα 6.7.

Οι πρώτες ομάδες κορυφών οφείλονται στην ταλάντωση της ράβδου στήριξης του ανεμομέτρου με ιδιοσυντονισμό από το ρότορα του κινητήρα, ενώ οι δεύτερες σε παρεμβολές από το ηλεκτρομαγνητικό περιβάλλον του εργαστηρίου (θόρυβος από τις γραμμές μεταφοράς ηλεκτρικού ρεύματος). Οι ηλεκτρομαγνητικές αυτές παρεμβολές παρέμεναν ακόμα και με την αεροσήραγγα εκτός λειτουργίας. Η βελτίωση της διάταξης στήριξης του αισθητήρα είχε ως αποτέλεσμα την αποκοπή του θορύβου πρώτου τύπου. Η

στάθμη του θορύβου λόγω ηλεκτρομαγνητικών παρεμβολών είναι αρκετές τάξεις μεγέθους κάτω από τη μέση τιμή του σήματος και έτσι θεωρείται αμελητέος.

6.4.2 Στατιστικά χαρακτηριστικά του στρώματος ανάμιξης

Για τον υπολογισμό των στατιστικών χαρακτηριστικών του στρώματος ανάμιξης πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις ανεμομετρίας θερμού σύρματος από την επεξεργασία των οποίων προέκυψαν τα διάφορα μεγέθη. Από τις μετρήσεις αυτές προέκυψε ότι οι κατανομές της μέσης τιμής της ταχύτητας στην κατεύθυνση ροής στο κατακόρυφο επίπεδο συμμετρίας της αεροσήραγγας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm, Διάγραμμα 6.8, εμφανίζουν μικρή απόκλιση στην τιμή της μέσης ταχύτητα στο ύψος ένωσης των δύο διαφορετικών πλεγμάτων (377mm). Επίσης παρατηρείται μικρή διαφορά στη μέση τιμή της ταχύτητας στην περιοχή του ενός πλέγματος συγκριτικά με το άλλο. Αν και αυτή η διαφορά είναι μικρή, στο επόμενο κεφάλαιο θα γίνουν προτάσεις για τη βελτίωση σε ότι αφορά αυτό το θέμα.

Στον αρχικό σχεδιασμό του πειράματος, είχε κατασκευαστεί και ένα πλέγμα διαστάσεων 80/96mm. Στις προκαταρκτικές μετρήσεις παρατηρήθηκε ότι έπρεπε να απομακρυνθούμε σε μεγάλη απόσταση από τα πλέγματα μέχρι η ροή να γίνει ομοιόμορφη. Αυτό κατέστησε απαγορευτική τη χρήση του πλέγματος αυτού αφού το μήκος του τμήματος δοκιμών της αεροσήραγγας δεν είναι αρκετά μεγάλο για να είναι δυνατή η μελέτη της εξέλιξης του στρώματος ανάμιξης κατάντη της περιοχής που το πεδίο της μέσης ταχύτητας γίνεται ομοιόμορφο.

Σε ό,τι αφορά τις μέσες τιμές της ταχύτητας στις κατευθύνσεις y και z (Διαγράμματα 6.10 & 6.12) παρατηρούμε ότι αυτές είναι σχεδόν μηδενικές. Οι μικρές αποκλίσεις που εμφανίζονται μπορεί να οφείλονται είτε στον προσανατολισμό του αισθητήρα σε σχέση με τους άξονες συντεταγμένων της αεροσήραγγας είτε στο μικρό σφάλμα που εισάγεται στη μέτρηση λόγω της ακρίβειας των συντελεστών yaw των συρμάτων του αισθητήρα.

Από τα Διαγράμματα 6.9, 6.11 & 6.13 όπου παρουσιάζεται η rms τιμή των τριών συνιστωσών της ταχύτητας, παρατηρούμε ότι αυτές ακολουθούν φθίνουσα μεταβολή με την απόσταση από το πλέγμα, για σταθερό ύψος (y). Η συμπεριφορά αυτή της rms ταχύτητας είναι χαρακτηριστική μιας ισοτροπικής ροής και ακολουθεί την εξίσωση της μορφής :

$$u_{rms}^2 = a_1(t - t_0)^{-n} \quad (6.1)$$

όπου u_{rms} είναι η rms τιμή της συνιστώσας της ταχύτητας της ροής, a_1 είναι ένας συντελεστής που εξαρτάται από τις αρχικές συνθήκες, t είναι ο χρόνος, t_0 η εικονική χρονική στιγμή έναρξης της ροής και n ο εκθέτης εξασθένισης. Ενδεικτικά, για ύψος $y=100mm$ από τα τοιχώματα και για τις τέσσερις αποστάσεις που έχουμε πραγματοποιήσει μετρήσεις, εφαρμόζοντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, προκύπτει ότι $a_1 = 3.429 \cdot 10^{-3}$ και $n=1.55$.

Τέλος, στα Διαγράμματα 6.14 έως 6.19, παρουσιάζονται οι τιμές της ασυμμετρίας κατανομής και της κυρτότητας των διακυμάνσεων των ταχυτήτων. Από αυτά τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι έξω από το στρώμα ανάμιξης αυτές προσεγγίζουν τις θεωρητικές τιμές για ισοτροπική τύρβη (0 και 3, αντίστοιχα). Αντίθετα, μέσα στο στρώμα ανάμιξης, η τύρβη παύει να είναι ισοτροπική.

Ύστερα από επεξεργασία, των στιγμιαίων των ταχυτήτων προκύπτουν οι στιγμιαίες τιμές των παραπάνω στατιστικών μεγεθών. Στα Διαγράμματα 6.20 έως 6.28, παρουσιάζονται οι τιμές της διακύμανσης της ταχύτητας, της στιγμιαίας κυρτότητας και ασυμμετρίας κατανομής, για θέσεις μέσα και έξω από το στρώμα ανάμιξης για τις τρεις συνιστώσες της ταχύτητας.

6.4.3 Φασματικά χαρακτηριστικά του στρώματος ανάμιξης

Έλεγχος για την αξιοπιστία της εκτίμησης των φασμάτων ισχύος της ταχύτητας που πραγματοποιήθηκαν σε αυτό το κεφάλαιο μπορεί να γίνει με την αριθμητική ολοκλήρωση της καμπύλης του φάσματος. Το αποτέλεσμα αυτής της ολοκλήρωσης πρέπει θεωρητικά να δίνει τη μεταβλητότητα (variance) της μέτρησης. Στην περίπτωση μας, παρατηρείται ακρίβεια στην τιμή της μεταβλητότητας που προκύπτει από ολοκλήρωση της καμπύλης του φάσματος ισχύος με αυτήν από τον άμεσο τρόπο στο τρίτο δεκαδικό ψηφίο. Από αυτά τα αποτελέσματα, όπως και από τα στατιστικά χαρακτηριστικά του στρώματος παρατηρούμε ότι η rms ταχύτητα φθίνει για σταθερό ύψος (y) καθώς απομακρυνόμαστε από τα πλέγματα.

7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

7.1 Συμπεράσματα

Από τα αποτελέσματα των μετρήσεων που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 6, προκύπτουν τα ακόλουθα γενικά συμπεράσματα :

1. Το τυρβώδες στρώμα ανάμιξης είναι πολύ πολύπλοκη ροή ακόμα και με την απουσία μέσων διατμητικών τάσεων.
2. Σε αυτό το πείραμα μελετήθηκε η εξάρτηση των στατιστικών και φασματικών χαρακτηριστικών από τη θέση ως προς το στρώμα ανάμιξης και την απόσταση από τα πλέγματα.
3. Από τη μελέτη αυτή παρατηρήθηκε ότι η ασυμμετρία κατανομής και η κυρτότητα των διακυμάνσεων των ταχυτήτων έξω από το στρώμα ανάμιξης προσεγγίζουν τις θεωρητικές τιμές για ισοτροπική τύρβη, 0 και 3 αντίστοιχα σε αντίθεση με το στρώμα ανάμιξης όπου η τύρβη παύει να είναι ισοτροπική.
4. Επίσης η rms ταχύτητα και στις τρεις κατευθύνσεις ακολουθεί φθίνουσα μεταβολή για σταθερό ύψος (y) με την απόσταση από το πλέγμα, συμπεριφορά αναμενόμενη για ισοτροπική τύρβη.
5. Η πολυπλοκότητα της ροής έδειξε την ανάγκη παραμετρικής μελέτης του προβλήματος τόσο για διαφορετικές ταχύτητες όσο και για περισσότερους συνδυασμούς πλεγμάτων.
6. Τέλος, προτείνεται η πραγματοποίηση μετρήσεων για τον υπολογισμό των ισοζυγίων ενέργειας για κάθε όρο της εξίσωσης ροπών δευτέρας τάξεως.

7.2 Προτάσεις

Κατασκευή Νέων Πλεγμάτων

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 6, παρατηρείται διαφορά στη μέση τιμή της ταχύτητας μεταξύ των περιοχών κατάντη των δύο πλεγμάτων. Η μέση ταχύτητα στο πλέγμα διαστάσεων 39.7/48 είναι 5.02m/s και στο πλέγμα 19.66/24 είναι 4.8m/s, διαφορά περίπου 4% . Αρκεί λοιπόν να μεταβάλλουμε τη διατομή ενός από τα δύο πλέγματα ώστε να μειωθεί ή να αυξηθεί η ταχύτητα.

Για το σκοπό αυτό, επιλέγεται το πλέγμα διαστάσεων 39.7/48 επειδή το μεγαλύτερο μέγεθος των οπών καθώς και των περιγραμμάτων τους δίνουν περιθώρια για μεγαλύτερες μεταβολές.

Από τη βιβλιογραφία προκύπτει ότι η πτώση πίεσης διαμέσου ενός πλέγματος δίνεται από τη σχέση :

$$\Delta P = c_p \cdot \frac{1}{2} \rho U^2 \quad (7.1)$$

όπου $c_p = f(Re) \cdot \frac{1 - (1 - S)^2}{(1 - S)^2}$ ο συντελεστής πτώσης πίεσης.

Ο συντελεστής $f(Re)$ είναι συνάρτηση του αριθμού Reynolds που όμως γίνεται σταθερά για $Re > 100$, στην περίπτωση πλεγμάτων από κυλινδρικές ράβδους. Από την Εξίσωση 7.1 προκύπτει ότι για δεδομένη πτώση πίεσης, για να έχουν δύο πλέγματα την ίδια ταχύτητα πρέπει ο συντελεστής πτώσης πίεσης να είναι ίδιος. Κατά συνέπεια, αφού για τα πλέγματα έχουμε $Re \cong 5513$ ικανοποιείται το κριτήριο $Re > 100$, οπότε αρκεί η μεταβλητή S να είναι ίδια και για τα δύο πλέγματα.

Έστω $(c_p)_1$ ο συντελεστής πτώσης πίεσης για το πλέγμα διαστάσεων 39.7/48 και $(c_p)_2$ ο συντελεστής πτώσης πίεσης για το διορθωμένο πλέγμα. Για τα δύο πλέγματα θα ισχύει :

$$\left. \begin{aligned} (c_p)_1 &= f(Re) \cdot \frac{1-(1-S_1)^2}{(1-S_1)^2} \\ (c_p)_2 &= f(Re) \cdot \frac{1-(1-S_2)^2}{(1-S_2)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{(c_p)_1}{(c_p)_2} = \frac{1-(1-S_1)^2}{1-(1-S_2)^2} \quad (7.2)$$

Ακόμη, από τη Σχέση 7.1 προκύπτει ότι :

$$\left. \begin{aligned} (c_p)_1 &= \frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho u_1^2} \\ (c_p)_2 &= \frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho u_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{(c_p)_1}{(c_p)_2} = \frac{u_2^2}{u_1^2} \quad (7.3)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις Σχέσεις 7.2 & 7.3 προκύπτει ότι

$$\frac{u_2^2}{u_1^2} = \frac{1-(1-S_1)^2}{1-(1-S_2)^2} \quad (7.4)$$

Θέτοντας στη Σχέση 7.4 $u_1 = 5.02 \frac{m}{s}$, $u_2 = 4.8 \frac{m}{s}$ και $S_1 = 0.315$ προκύπτει ότι $S_2 = 0.327$ οπότε $L = 39.362 mm$. Παρατηρούμε ότι η μεταβλητή S_2 βρίσκεται σε πολύ καλή συμφωνία με τη μεταβλητή S για το πλέγμα διαστάσεων $19.66/24$ όπως άλλωστε αναμενόταν.

Επιπλέον με τη βελτίωση των χρησιμοποιούμενων πλεγμάτων θα πρέπει να γίνει παραμετρική μελέτη του προβλήματος τόσο για διαφορετικές ταχύτητες ροής, όσο και για διαφορετικούς συνδυασμούς πλεγμάτων. Το επόμενο βήμα λοιπόν είναι ο σχεδιασμός ενός πλέγματος διάστασης $M=12$ ώστε να μελετηθεί το πρόβλημα για συνολικά τρεις συνδυασμούς πλεγμάτων.

Από τον Πίνακα 4.2 προκύπτει ότι καθώς αυξάνει η διάσταση M των πλεγμάτων, για να διατηρηθεί η ίδια πτώση πίεσης ανεξαρτήτως του αριθμού Reynolds, πρέπει να ελαττωθεί η μεταβλητή S . Από τα δεδομένα του Πίνακα 4.2 προσεγγίζουμε τη μεταβολή με μια εξίσωση της μορφής $S(M) = a + b \cdot M$ και με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων υπολογίζουμε τους συντελεστές $a = 0.334$ και $b = -3.096 \cdot 10^{-4}$. Θέτοντας στην εξίσωση $M=12$ προκύπτει ότι $S(12) = 0.330$ οπότε $L = 9.820mm$.

Πρέπει να σημειωθεί ότι ο υπολογισμός των διαστάσεων τόσο για τη μετατροπή του πλέγματος διαστάσεων $39.7/48$ όσο και για την κατασκευή του πλέγματος $9.82/12$ αποτελούν μόνο μια αρχική τιμή γύρω από την οποία με δοκιμές θα υπολογιστούν οι ακριβείς διαστάσεις που δίνουν όμοιο προφίλ ταχύτητας. Η διαφορά ταχύτητας οφείλεται στη διαφορά ποιότητας κοπής των ελασμάτων που χρησιμοποιήθηκαν στις πρώτες δοκιμές σε σχέση με αυτά που τοποθετήθηκαν στην αεροσήραγγα. Η διαφορά αυτή εισάγει ένα σφάλμα που επιβάλλει τον πειραματισμό γύρω από κάποιες τιμές.

Ισοζύγια Ενέργειας

Εκτός από τις μετρήσεις που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 6, στην εξέλιξη του πειράματος μπορούν να πραγματοποιηθούν μετρήσεις για ισοζύγια ενέργειας. Οι μετρήσεις αυτές προϋποθέτουν τον υπολογισμό των εγκαρσίων παραγώγων της ταχύτητας και ξεχωριστό υπολογισμό της σκέδασης, Εξίσωση 2.42. Οι κλίσεις των όρων $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$ και $\overline{w^2}$ καθώς και οι λοιποί όροι αυτής της μορφής, μπορούν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας γραμμική παρεμβολή μεταξύ των δεδομένων. Σε ότι αφορά τον όρο της σκέδασης, αυτός μπορεί προσεγγιστικά να μετρηθεί παραγωγίζοντας την ταχύτητα στη διεύθυνση x . Η σκέδαση στην περίπτωση αυτή θα δίνεται από την Εξίσωση 7.5 :

$$\varepsilon = 15 \frac{\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2}}{U^2} \quad (7.5)$$

Ο υπολογισμός της σκέδασης με αυτή τη διαδικασία απαιτεί εξαιρετική προσοχή καθώς η ύπαρξη θορύβου στο σήμα θα προκαλέσει αλλοιώσεις στην τιμή της σκέδασης. Θα πρέπει

λοιπόν είτε το σήμα να είναι εντελώς απαλλαγμένο από θόρυβο είτε να χρησιμοποιηθούν αλγόριθμοι εξαγωγής του θορύβου στη διαδικασία παραγωγής του σήματος.

Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού της σκέδασης προκύπτει από την εξίσωση φάσματος ισχύος στην υποπεριοχή αδρανείας (*inertial subrange*), Εξίσωση 7.6 :

$$E(k) = C\varepsilon^{\frac{2}{3}}k^{-\frac{5}{3}} \quad (7.6)$$

όπου k ο κυματικός αριθμός που δίνεται από τη σχέση $k = \frac{2\pi f}{U}$. Η σταθερά C για εργαστηριακές συνθήκες είναι 0.50 ± 0.05 . Έχοντας ήδη πραγματοποιήσει τις μετρήσεις φάσματος ισχύος, μπορούμε, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, να προσαρμόσουμε μια εξίσωση της μορφής της Εξίσωσης 7.6 στα σημεία που έχουμε υπολογίσει. Έτσι γνωρίζοντας τα $E(k)$, C & k μπορούμε να υπολογίσουμε τη σκέδαση, ε , της κινητικής ενέργειας της τύρβης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Adrian R J, Johnson R E, Jones B G, Merati P and Tung A T-C, *Aerodynamic disturbances of hot-wire probes and directional sensitivity*, J. Phys. E: Sci. Instrum. 17, 62-71, 1984
- Azad R S and Kassad S Z, *New method of obtaining Dissipation*, Experiments in Fluids 7, pp. 81-87, 1989
- Bendat J S and Piersol A G, *Random Data : Analysis and Measurement Procedures*, Wiley-Interscience
- Bradshaw P., *Two more Wind-Tunnels driven by Aerofoil-type centrifugal blowers*, I.C. Aero Report 72-10 April 1972
- Bruun H H, *Hot Wire Anemometry - Principles and Signal Analysis*, Oxford Science Publications
- Bruun H H, Khan M A, Al-Kayiem H H and Fardad A A, *Velocity calibration relationships for hot-wire anemometry*, J. Phys. E: Sci. Instrum. 21, 225-32, 1988
- Champagne F H, Sleicher C A and Wehrmann O H, *Turbulence measurements with inclined hot-wires, Part 1. Heat transfer experiments with inclined hot wire*, J. Fluid Mech. 28 153-75, 1967
- Collis D C and Williams M J, *Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers*, J. Fluid. Mech. 6, 357-83, 1959
- Corrsin S, *Turbulence: experimental methods*, Handbuch der Physik, 8.2, Springer-Verlag, pp 524-590, 1963
- Croth J and Johansson A V, *Turbulence Reduction by Screens*, J. Fluid Mech. (1988), vol. 197, pp. 139-155
- Dryden H L and Schubauer G B, *The use of Dumping Screens for the Reduction of Wind Tunnel turbulence*, Aerodynamics Session, Fifteenth Annual Meeting, I.A.S., New York, January 28-30, 1947
- Fingerson L M and Freymuth P, *Thermal anemometers, Fluid Mechanics Measurements*, ed R J Goldstein, pp. 99-154, 1983
- Freymuth P, *Engineering Estimates of heat conduction loss in constant temperature thermal sensors*, TSI Quarterly V, 3-8, 1979
- Friehe C A and Schwarz W H, *Deviations from the cosine law for yawed cylindrical anemometer sensors*, J. Appl. Mech. 35, 655-62, 1968
- Fujita H and Kovasznay L S G, *Measurement of Reynolds stress by single rotated hot wire anemometer*, Rev. Sci. Instrum. 39, 1351-5, 1968
- George W K, *The Decay of Homogeneous Isotropic Turbulence*, Phys. Fluids A 4(7), July 1992

- Hinze J O, *Turbulence*, McGraw-Hill, 1959
- King L V, *On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid: Determination of the convection constants of small platinum wires with applications to hot-wire anemometry*, Phil. Trans. R. Soc. A. 214, pp. 373-432, 1914
- Komori S, Kanzaki T and Murakami Y, *Concentration statistics in shear-free Grid generated turbulence with a second-order rapid reaction*, Advances in Turbulence 3, 1991, pp. 271-277
- Lekakis I, *Coherent Structures in fully developed turbulent pipe flow*, PhD Thesis, University of Illinois, Urbana, 1988
- Lekakis I, Diorinos M, Unger T and Land S, *Data Acquisition and Management System (DAMS) for Hot-Wire Measurements – A Users Guide*, 1994
- Lekakis I, *Hot Wire Anemometry for Velocity Measurements in Subsonic Flows*, Handbook of Sensors, Springer-Verlag, 1995
- Lekakis I, *Review Article: Calibration and Signal Interpretation for Single and Multiple Hot Wire / Hot Film probes*, Meas. Sci. Technol. 7 (1996), pp. 1313 – 1333
- Libby P A, *Introduction to Turbulence*, Taylor & Francis Inc
- Mehta R D, *The Aerodynamic Design of Blower Tunnels with wide – angle Diffusers*, Prog. Aerospace Sci. 1977, Vol. 18, pp. 59-120, Pergamon Press
- Mohamed M S and LaRue J C, *The Decay Power Law in Grid generated turbulence*, J. Fluid Mech. (1990), vol. 219, pp. 195-214
- Nagano Y and Hishida M, *Production and Dissipation of Turbulent Velocity and Temperature Fluctuations in Fully developed Pipe Flow*, 5th Symposium on Turbulent Shear Flows, Cornell, 1985
- Pope A., *Low Speed Wind Tunnel Testing*, John Wiley & Sons, 1984
- Pope S B and Haworth D C, *The mixing layer between turbulent fields of Different Scales*, Turbulent Shear Flows 5, Symposium Proceedings
- Verravalli S and Warhaft Z, *The shearless turbulence mixing layer*, J. Fluid Mech. (1989), vol 20, pp. 191-229
- White F M, *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill Inc
- Μπόχτης Θ, *Πιστοποίηση της Αεροσήραγγας του Εργαστηρίου Ρευστομηχανικής & Στροβιλομηχανών*, Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 1998
- Παπαϊωάννου Α Θ, *Μηχανική των Ρευστών (τόμοι I & II)*, Σ. Αθανασόπουλος-Σ. Παπαδάμης & Σία Ε.Ε.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Πίνακας 6.1 Κατανομή ταχύτητας σε απόσταση $x = 200\text{mm}$

| y | z | U_{mean} | z | U_{mean} | z | U_{mean} | z | U_{mean} | z | U_{mean} | z | U_{mean} | z | U_{mean} |
|-----|------|------------|------|------------|-----|------------|---|------------|----|------------|-----|------------|-----|------------|
| 25 | -205 | 5.556 | -140 | 6.309 | -70 | 6.038 | 0 | 6.015 | 70 | 6.143 | 140 | 6.173 | 205 | 6.206 |
| 45 | -205 | 5.898 | -140 | 6.319 | -70 | 6.057 | 0 | 6.020 | 70 | 6.141 | 140 | 6.163 | 205 | 6.196 |
| 65 | -205 | 5.951 | -140 | 6.308 | -70 | 6.030 | 0 | 6.020 | 70 | 6.114 | 140 | 6.155 | 205 | 6.182 |
| 85 | -205 | 5.932 | -140 | 6.306 | -70 | 6.011 | 0 | 5.984 | 70 | 6.077 | 140 | 6.140 | 205 | 6.160 |
| 105 | -205 | 5.919 | -140 | 6.394 | -70 | 6.006 | 0 | 5.967 | 70 | 6.047 | 140 | 6.116 | 205 | 6.150 |
| 125 | -205 | 5.911 | -140 | 6.266 | -70 | 5.980 | 0 | 5.959 | 70 | 6.031 | 140 | 6.090 | 205 | 6.132 |
| 145 | -205 | 5.890 | -140 | 6.261 | -70 | 5.987 | 0 | 5.953 | 70 | 6.010 | 140 | 6.071 | 205 | 6.114 |
| 165 | -205 | 5.861 | -140 | 6.221 | -70 | 5.969 | 0 | 5.939 | 70 | 6.011 | 140 | 6.059 | 205 | 6.064 |
| 185 | -205 | 5.838 | -140 | 6.210 | -70 | 5.962 | 0 | 5.932 | 70 | 5.997 | 140 | 6.057 | 205 | 6.043 |
| 205 | -205 | 5.823 | -140 | 6.193 | -70 | 5.940 | 0 | 5.917 | 70 | 5.984 | 140 | 6.042 | 205 | 6.021 |
| 225 | -205 | 5.824 | -140 | 6.187 | -70 | 5.934 | 0 | 5.910 | 70 | 5.976 | 140 | 6.037 | 205 | 6.002 |
| 245 | -205 | 5.803 | -140 | 6.184 | -70 | 5.919 | 0 | 5.894 | 70 | 5.960 | 140 | 6.012 | 205 | 5.982 |
| 265 | -205 | 5.794 | -140 | 6.185 | -70 | 5.904 | 0 | 5.891 | 70 | 5.945 | 140 | 5.965 | 205 | 5.970 |
| 285 | -205 | 5.796 | -140 | 6.182 | -70 | 5.908 | 0 | 5.882 | 70 | 5.935 | 140 | 5.973 | 205 | 5.968 |
| 305 | -205 | 5.782 | -140 | 6.144 | -70 | 5.896 | 0 | 5.879 | 70 | 5.929 | 140 | 5.969 | 205 | 5.959 |
| 325 | -205 | 5.782 | -140 | 6.144 | -70 | 5.888 | 0 | 5.873 | 70 | 5.932 | 140 | 5.966 | 205 | 5.946 |
| 345 | -205 | 5.765 | -140 | 6.127 | -70 | 5.894 | 0 | 5.873 | 70 | 5.926 | 140 | 5.966 | 205 | 5.955 |
| 365 | -205 | 5.772 | -140 | 6.125 | -70 | 5.894 | 0 | 5.869 | 70 | 5.918 | 140 | 5.948 | 205 | 5.947 |
| 385 | -205 | 5.769 | -140 | 6.117 | -70 | 5.878 | 0 | 5.875 | 70 | 5.927 | 140 | 5.955 | 205 | 5.956 |
| 405 | -205 | 5.769 | -140 | 6.110 | -70 | 5.880 | 0 | 5.866 | 70 | 5.922 | 140 | 5.955 | 205 | 5.953 |
| 425 | -205 | 5.765 | -140 | 6.102 | -70 | 5.885 | 0 | 5.867 | 70 | 5.925 | 140 | 5.970 | 205 | 5.966 |
| 445 | -205 | 5.765 | -140 | 6.115 | -70 | 5.882 | 0 | 5.871 | 70 | 5.914 | 140 | 5.972 | 205 | 5.972 |
| 465 | -205 | 5.763 | -140 | 6.127 | -70 | 5.885 | 0 | 5.876 | 70 | 5.915 | 140 | 5.969 | 205 | 5.970 |
| 485 | -205 | 5.763 | -140 | 6.120 | -70 | 5.893 | 0 | 5.867 | 70 | 5.926 | 140 | 5.975 | 205 | 5.975 |
| 505 | -205 | 5.752 | -140 | 6.111 | -70 | 5.889 | 0 | 5.867 | 70 | 5.918 | 140 | 5.983 | 205 | 5.970 |
| 525 | -205 | 5.762 | -140 | 6.117 | -70 | 5.884 | 0 | 5.877 | 70 | 5.929 | 140 | 5.985 | 205 | 5.982 |
| 545 | -205 | 5.759 | -140 | 6.112 | -70 | 5.892 | 0 | 5.884 | 70 | 5.932 | 140 | 5.992 | 205 | 5.974 |
| 565 | -205 | 5.749 | -140 | 6.119 | -70 | 5.894 | 0 | 5.892 | 70 | 5.931 | 140 | 5.994 | 205 | 5.982 |
| 585 | -205 | 5.755 | -140 | 6.136 | -70 | 5.900 | 0 | 5.892 | 70 | 5.937 | 140 | 6.000 | 205 | 5.978 |
| 605 | -205 | 5.770 | -140 | 6.138 | -70 | 5.902 | 0 | 5.895 | 70 | 5.943 | 140 | 5.999 | 205 | 5.983 |
| 625 | -205 | 5.781 | -140 | 6.140 | -70 | 5.901 | 0 | 5.908 | 70 | 5.950 | 140 | 6.013 | 205 | 5.985 |
| 645 | -205 | 5.783 | -140 | 6.150 | -70 | 5.913 | 0 | 5.908 | 70 | 5.959 | 140 | 6.006 | 205 | 5.998 |
| 665 | -205 | 5.780 | -140 | 6.160 | -70 | 5.909 | 0 | 5.906 | 70 | 5.961 | 140 | 6.000 | 205 | 5.997 |
| 685 | -205 | 5.776 | -140 | 6.162 | -70 | 5.911 | 0 | 5.916 | 70 | 5.962 | 140 | 6.001 | 205 | 5.994 |
| 705 | -205 | 5.496 | -140 | 6.154 | -70 | 5.899 | 0 | 5.907 | 70 | 5.935 | 140 | 5.938 | 205 | 5.836 |
| 715 | -205 | 5.050 | -140 | 6.009 | -70 | 5.772 | 0 | 5.768 | 70 | 5.813 | 140 | 5.689 | 205 | 5.367 |

Πίνακας 6.2 Κατανομή rms ταχύτητας σε απόσταση $x = 200\text{mm}$

| y | z | U_{rms} | z | U_{rms} | z | U_{rms} | z | U_{rms} | z | U_{rms} | z | U_{rms} | z | U_{rms} |
|-----|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|
| 25 | -205 | 0.525 | -140 | 0.068 | -70 | 0.053 | 0 | 0.221 | 70 | 0.039 | 140 | 0.036 | 205 | 0.042 |
| 45 | -205 | 0.232 | -140 | 0.043 | -70 | 0.033 | 0 | 0.070 | 70 | 0.032 | 140 | 0.028 | 205 | 0.034 |
| 65 | -205 | 0.082 | -140 | 0.039 | -70 | 0.029 | 0 | 0.029 | 70 | 0.030 | 140 | 0.027 | 205 | 0.033 |
| 85 | -205 | 0.049 | -140 | 0.035 | -70 | 0.032 | 0 | 0.028 | 70 | 0.031 | 140 | 0.031 | 205 | 0.027 |
| 105 | -205 | 0.038 | -140 | 0.034 | -70 | 0.032 | 0 | 0.027 | 70 | 0.029 | 140 | 0.030 | 205 | 0.028 |
| 125 | -205 | 0.035 | -140 | 0.031 | -70 | 0.026 | 0 | 0.027 | 70 | 0.026 | 140 | 0.028 | 205 | 0.032 |
| 145 | -205 | 0.031 | -140 | 0.031 | -70 | 0.030 | 0 | 0.030 | 70 | 0.032 | 140 | 0.032 | 205 | 0.030 |
| 165 | -205 | 0.032 | -140 | 0.029 | -70 | 0.027 | 0 | 0.031 | 70 | 0.031 | 140 | 0.033 | 205 | 0.032 |
| 185 | -205 | 0.032 | -140 | 0.026 | -70 | 0.028 | 0 | 0.030 | 70 | 0.031 | 140 | 0.031 | 205 | 0.035 |
| 205 | -205 | 0.029 | -140 | 0.032 | -70 | 0.031 | 0 | 0.031 | 70 | 0.030 | 140 | 0.026 | 205 | 0.031 |
| 225 | -205 | 0.031 | -140 | 0.033 | -70 | 0.031 | 0 | 0.030 | 70 | 0.027 | 140 | 0.029 | 205 | 0.032 |
| 245 | -205 | 0.031 | -140 | 0.033 | -70 | 0.027 | 0 | 0.029 | 70 | 0.029 | 140 | 0.033 | 205 | 0.026 |
| 265 | -205 | 0.032 | -140 | 0.033 | -70 | 0.029 | 0 | 0.028 | 70 | 0.032 | 140 | 0.030 | 205 | 0.027 |
| 285 | -205 | 0.031 | -140 | 0.033 | -70 | 0.030 | 0 | 0.030 | 70 | 0.031 | 140 | 0.028 | 205 | 0.027 |
| 305 | -205 | 0.030 | -140 | 0.027 | -70 | 0.029 | 0 | 0.029 | 70 | 0.029 | 140 | 0.026 | 205 | 0.029 |
| 325 | -205 | 0.030 | -140 | 0.027 | -70 | 0.031 | 0 | 0.028 | 70 | 0.030 | 140 | 0.027 | 205 | 0.031 |
| 345 | -205 | 0.026 | -140 | 0.033 | -70 | 0.030 | 0 | 0.027 | 70 | 0.029 | 140 | 0.028 | 205 | 0.030 |
| 365 | -205 | 0.028 | -140 | 0.032 | -70 | 0.030 | 0 | 0.030 | 70 | 0.025 | 140 | 0.031 | 205 | 0.031 |
| 385 | -205 | 0.027 | -140 | 0.033 | -70 | 0.031 | 0 | 0.028 | 70 | 0.029 | 140 | 0.030 | 205 | 0.030 |
| 405 | -205 | 0.028 | -140 | 0.032 | -70 | 0.031 | 0 | 0.029 | 70 | 0.027 | 140 | 0.031 | 205 | 0.031 |
| 425 | -205 | 0.028 | -140 | 0.031 | -70 | 0.031 | 0 | 0.029 | 70 | 0.027 | 140 | 0.027 | 205 | 0.028 |
| 445 | -205 | 0.027 | -140 | 0.033 | -70 | 0.031 | 0 | 0.031 | 70 | 0.026 | 140 | 0.026 | 205 | 0.027 |
| 465 | -205 | 0.027 | -140 | 0.031 | -70 | 0.031 | 0 | 0.031 | 70 | 0.025 | 140 | 0.026 | 205 | 0.026 |
| 485 | -205 | 0.027 | -140 | 0.033 | -70 | 0.030 | 0 | 0.030 | 70 | 0.028 | 140 | 0.026 | 205 | 0.026 |
| 505 | -205 | 0.029 | -140 | 0.033 | -70 | 0.031 | 0 | 0.030 | 70 | 0.027 | 140 | 0.026 | 205 | 0.027 |
| 525 | -205 | 0.027 | -140 | 0.033 | -70 | 0.031 | 0 | 0.026 | 70 | 0.029 | 140 | 0.027 | 205 | 0.026 |
| 545 | -205 | 0.027 | -140 | 0.033 | -70 | 0.030 | 0 | 0.026 | 70 | 0.030 | 140 | 0.030 | 205 | 0.029 |
| 565 | -205 | 0.029 | -140 | 0.033 | -70 | 0.030 | 0 | 0.030 | 70 | 0.029 | 140 | 0.030 | 205 | 0.027 |
| 585 | -205 | 0.029 | -140 | 0.028 | -70 | 0.029 | 0 | 0.031 | 70 | 0.031 | 140 | 0.031 | 205 | 0.027 |
| 605 | -205 | 0.030 | -140 | 0.028 | -70 | 0.029 | 0 | 0.031 | 70 | 0.032 | 140 | 0.031 | 205 | 0.029 |
| 625 | -205 | 0.032 | -140 | 0.028 | -70 | 0.028 | 0 | 0.029 | 70 | 0.031 | 140 | 0.031 | 205 | 0.029 |
| 645 | -205 | 0.037 | -140 | 0.027 | -70 | 0.025 | 0 | 0.026 | 70 | 0.030 | 140 | 0.032 | 205 | 0.034 |
| 665 | -205 | 0.052 | -140 | 0.031 | -70 | 0.027 | 0 | 0.028 | 70 | 0.032 | 140 | 0.032 | 205 | 0.046 |
| 685 | -205 | 0.132 | -140 | 0.033 | -70 | 0.028 | 0 | 0.031 | 70 | 0.046 | 140 | 0.034 | 205 | 0.086 |
| 705 | -205 | 0.385 | -140 | 0.078 | -70 | 0.069 | 0 | 0.030 | 70 | 0.101 | 140 | 0.164 | 205 | 0.268 |
| 715 | -205 | 0.531 | -140 | 0.226 | -70 | 0.206 | 0 | 0.038 | 70 | 0.224 | 140 | 0.298 | 205 | 0.443 |

Πίνακας 6.3 Κατανομή εντάσεως τύρβης σε απόσταση $x = 200\text{mm}$

| y | z | U_{turb} | z | U_{turb} | z | U_{turb} | z | U_{turb} | z | U_{turb} | z | U_{turb} | z | U_{turb} |
|-----|------|------------|------|------------|-----|------------|-----|------------|-----|------------|-----|------------|-----|------------|
| 25 | -205 | 9.45% | -140 | 1.04% | -70 | 0.88% | 0 | 3.67% | 70 | 0.63% | 140 | 0.58% | 205 | 0.68% |
| 45 | -205 | 3.93% | -140 | 0.66% | -70 | 0.54% | 0 | 1.16% | 70 | 0.52% | 140 | 0.45% | 205 | 0.55% |
| 65 | -205 | 1.38% | -140 | 0.60% | -70 | 0.48% | 0 | 0.48% | 70 | 0.49% | 140 | 0.44% | 205 | 0.53% |
| 85 | -205 | 0.83% | -140 | 0.54% | -70 | 0.53% | 0 | 0.47% | 70 | 0.51% | 140 | 0.50% | 205 | 0.44% |
| 105 | -205 | 0.64% | -140 | 0.52% | -70 | 0.53% | 0 | 0.45% | 70 | 0.48% | 140 | 0.49% | 205 | 0.46% |
| 125 | -205 | 0.59% | -140 | 0.48% | -70 | 0.43% | 0 | 0.45% | 70 | 0.43% | 140 | 0.46% | 205 | 0.52% |
| 145 | -205 | 0.53% | -140 | 0.48% | -70 | 0.50% | 0 | 0.50% | 70 | 0.53% | 140 | 0.53% | 205 | 0.49% |
| 165 | -205 | 0.55% | -140 | 0.45% | -70 | 0.45% | 0 | 0.52% | 70 | 0.52% | 140 | 0.54% | 205 | 0.53% |
| 185 | -205 | 0.55% | -140 | 0.41% | -70 | 0.47% | 0 | 0.51% | 70 | 0.52% | 140 | 0.51% | 205 | 0.58% |
| 205 | -205 | 0.50% | -140 | 0.50% | -70 | 0.52% | 0 | 0.52% | 70 | 0.50% | 140 | 0.43% | 205 | 0.51% |
| 225 | -205 | 0.53% | -140 | 0.52% | -70 | 0.52% | 0 | 0.51% | 70 | 0.45% | 140 | 0.48% | 205 | 0.53% |
| 245 | -205 | 0.53% | -140 | 0.52% | -70 | 0.46% | 0 | 0.49% | 70 | 0.49% | 140 | 0.55% | 205 | 0.43% |
| 265 | -205 | 0.55% | -140 | 0.52% | -70 | 0.49% | 0 | 0.48% | 70 | 0.54% | 140 | 0.50% | 205 | 0.45% |
| 285 | -205 | 0.53% | -140 | 0.52% | -70 | 0.51% | 0 | 0.51% | 70 | 0.52% | 140 | 0.47% | 205 | 0.45% |
| 305 | -205 | 0.52% | -140 | 0.43% | -70 | 0.49% | 0 | 0.49% | 70 | 0.49% | 140 | 0.44% | 205 | 0.49% |
| 325 | -205 | 0.52% | -140 | 0.43% | -70 | 0.53% | 0 | 0.48% | 70 | 0.51% | 140 | 0.45% | 205 | 0.52% |
| 345 | -205 | 0.45% | -140 | 0.52% | -70 | 0.51% | 0 | 0.46% | 70 | 0.49% | 140 | 0.47% | 205 | 0.50% |
| 365 | -205 | 0.49% | -140 | 0.51% | -70 | 0.51% | 0 | 0.51% | 70 | 0.42% | 140 | 0.52% | 205 | 0.52% |
| 385 | -205 | 0.47% | -140 | 0.52% | -70 | 0.53% | 0 | 0.48% | 70 | 0.49% | 140 | 0.50% | 205 | 0.50% |
| 405 | -205 | 0.49% | -140 | 0.51% | -70 | 0.53% | 0 | 0.49% | 70 | 0.46% | 140 | 0.52% | 205 | 0.52% |
| 425 | -205 | 0.49% | -140 | 0.49% | -70 | 0.53% | 0 | 0.49% | 70 | 0.46% | 140 | 0.45% | 205 | 0.47% |
| 445 | -205 | 0.47% | -140 | 0.52% | -70 | 0.53% | 0 | 0.53% | 70 | 0.44% | 140 | 0.44% | 205 | 0.45% |
| 465 | -205 | 0.47% | -140 | 0.49% | -70 | 0.53% | 0 | 0.53% | 70 | 0.42% | 140 | 0.44% | 205 | 0.44% |
| 485 | -205 | 0.47% | -140 | 0.52% | -70 | 0.51% | 0 | 0.51% | 70 | 0.47% | 140 | 0.44% | 205 | 0.44% |
| 505 | -205 | 0.50% | -140 | 0.52% | -70 | 0.53% | 0 | 0.51% | 70 | 0.46% | 140 | 0.43% | 205 | 0.45% |
| 525 | -205 | 0.47% | -140 | 0.52% | -70 | 0.53% | 0 | 0.44% | 70 | 0.49% | 140 | 0.45% | 205 | 0.43% |
| 545 | -205 | 0.47% | -140 | 0.52% | -70 | 0.51% | 0 | 0.44% | 70 | 0.51% | 140 | 0.50% | 205 | 0.49% |
| 565 | -205 | 0.50% | -140 | 0.52% | -70 | 0.51% | 0 | 0.51% | 70 | 0.49% | 140 | 0.50% | 205 | 0.45% |
| 585 | -205 | 0.50% | -140 | 0.44% | -70 | 0.49% | 0 | 0.53% | 70 | 0.52% | 140 | 0.52% | 205 | 0.45% |
| 605 | -205 | 0.52% | -140 | 0.44% | -70 | 0.49% | 0 | 0.53% | 70 | 0.54% | 140 | 0.52% | 205 | 0.48% |
| 625 | -205 | 0.55% | -140 | 0.44% | -70 | 0.47% | 0 | 0.49% | 70 | 0.52% | 140 | 0.52% | 205 | 0.48% |
| 645 | -205 | 0.64% | -140 | 0.43% | -70 | 0.42% | 0 | 0.44% | 70 | 0.50% | 140 | 0.53% | 205 | 0.57% |
| 665 | -205 | 0.90% | -140 | 0.49% | -70 | 0.46% | 0 | 0.47% | 70 | 0.54% | 140 | 0.53% | 205 | 0.77% |
| 685 | -205 | 2.29% | -140 | 0.52% | -70 | 0.47% | 0 | 0.52% | 70 | 0.77% | 140 | 0.57% | 205 | 1.43% |
| 705 | -205 | 7.01% | -140 | 1.23% | -70 | 1.17% | 0 | 0.51% | 70 | 1.70% | 140 | 2.76% | 205 | 4.59% |
| 715 | -205 | 10.51% | -140 | 3.64% | -70 | 3.57% | 0 | 0.66% | 70 | 3.85% | 140 | 5.24% | 205 | 8.25% |

Πίνακας 6.4 Μέση τιμή της u - ταχύτητας

| y | $U_{mean} (635mm)$ | $U_{mean} (905mm)$ | $U_{mean} (1125mm)$ | $U_{mean} (1375mm)$ |
|-----|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| 100 | 5.047 | 5.225 | 5.173 | 5.182 |
| 120 | 5.059 | 5.224 | 5.173 | 5.194 |
| 140 | 5.045 | 5.225 | 5.171 | 5.181 |
| 160 | 5.054 | 5.222 | 5.154 | 5.177 |
| 180 | 5.027 | 5.224 | 5.155 | 5.159 |
| 200 | 5.030 | 5.234 | 5.150 | 5.162 |
| 220 | 5.018 | 5.228 | 5.145 | 5.160 |
| 240 | 5.017 | 5.223 | 5.147 | 5.164 |
| 260 | 5.032 | 5.231 | 5.156 | 5.161 |
| 280 | 5.016 | 5.238 | 5.156 | 5.158 |
| 290 | 5.020 | 5.229 | 5.141 | 5.140 |
| 300 | 5.010 | 5.207 | 5.131 | 5.135 |
| 305 | 5.007 | 5.209 | 5.123 | 5.132 |
| 310 | 4.992 | 5.199 | 5.124 | 5.122 |
| 315 | 4.975 | 5.190 | 5.115 | 5.120 |
| 320 | 4.962 | 5.189 | 5.118 | 5.124 |
| 325 | 4.955 | 5.186 | 5.128 | 5.122 |
| 330 | 4.968 | 5.193 | 5.130 | 5.131 |
| 335 | 4.979 | 5.204 | 5.137 | 5.136 |
| 340 | 5.003 | 5.209 | 5.139 | 5.133 |
| 345 | 5.046 | 5.225 | 5.149 | 5.133 |
| 350 | 5.061 | 5.246 | 5.148 | 5.140 |
| 355 | 5.076 | 5.247 | 5.147 | 5.132 |
| 360 | 5.071 | 5.249 | 5.146 | 5.128 |
| 365 | 5.058 | 5.232 | 5.122 | 5.112 |
| 370 | 5.032 | 5.199 | 5.097 | 5.092 |
| 375 | 4.974 | 5.167 | 5.069 | 5.072 |
| 380 | 4.919 | 5.135 | 5.049 | 5.055 |
| 385 | 4.876 | 5.092 | 5.021 | 5.027 |
| 390 | 4.835 | 5.067 | 4.991 | 5.003 |
| 395 | 4.819 | 5.027 | 4.964 | 4.980 |
| 400 | 4.797 | 5.010 | 4.959 | 4.964 |
| 405 | 4.800 | 5.000 | 4.944 | 4.948 |
| 410 | 4.798 | 4.986 | 4.944 | 4.945 |
| 415 | 4.801 | 4.991 | 4.936 | 4.936 |
| 420 | 4.802 | 4.988 | 4.932 | 4.935 |
| 425 | 4.798 | 4.988 | 4.936 | 4.931 |
| 430 | 4.800 | 4.996 | 4.935 | 4.935 |
| 440 | 4.803 | 4.995 | 4.939 | 4.936 |
| 450 | 4.803 | 4.993 | 4.941 | 4.932 |
| 470 | 4.799 | 4.983 | 4.938 | 4.930 |
| 490 | 4.813 | 4.984 | 4.945 | 4.936 |
| 510 | 4.821 | 4.980 | 4.950 | 4.938 |
| 530 | 4.818 | 4.973 | 4.952 | 4.932 |
| 550 | 4.817 | 4.958 | 4.956 | 4.938 |
| 570 | 4.827 | 4.935 | 4.962 | 4.940 |
| 590 | 4.818 | 4.917 | 4.957 | 4.935 |
| 610 | 4.827 | 4.893 | 4.958 | 4.934 |
| 630 | 4.816 | 4.893 | 4.960 | 4.934 |

Πίνακας 6.5 *Rms* τιμή της *u* - ταχύτητας

| <i>y</i> | U_{rms} (635mm) | U_{rms} (905mm) | U_{rms} (1125mm) | U_{rms} (1375mm) |
|----------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 100 | 0.288 | 0.226 | 0.182 | 0.159 |
| 120 | 0.282 | 0.224 | 0.182 | 0.158 |
| 140 | 0.283 | 0.220 | 0.175 | 0.160 |
| 160 | 0.289 | 0.226 | 0.179 | 0.157 |
| 180 | 0.282 | 0.223 | 0.178 | 0.159 |
| 200 | 0.289 | 0.222 | 0.177 | 0.158 |
| 220 | 0.279 | 0.220 | 0.182 | 0.161 |
| 240 | 0.280 | 0.218 | 0.176 | 0.157 |
| 260 | 0.284 | 0.225 | 0.183 | 0.158 |
| 280 | 0.280 | 0.223 | 0.177 | 0.158 |
| 290 | 0.283 | 0.227 | 0.181 | 0.159 |
| 300 | 0.285 | 0.219 | 0.183 | 0.160 |
| 305 | 0.283 | 0.226 | 0.179 | 0.162 |
| 310 | 0.289 | 0.223 | 0.180 | 0.158 |
| 315 | 0.280 | 0.223 | 0.177 | 0.158 |
| 320 | 0.278 | 0.223 | 0.179 | 0.155 |
| 325 | 0.274 | 0.223 | 0.177 | 0.157 |
| 330 | 0.276 | 0.221 | 0.178 | 0.158 |
| 335 | 0.277 | 0.220 | 0.178 | 0.157 |
| 340 | 0.276 | 0.222 | 0.176 | 0.154 |
| 345 | 0.270 | 0.221 | 0.175 | 0.153 |
| 350 | 0.268 | 0.219 | 0.174 | 0.154 |
| 355 | 0.264 | 0.214 | 0.171 | 0.150 |
| 360 | 0.263 | 0.216 | 0.168 | 0.151 |
| 365 | 0.264 | 0.211 | 0.172 | 0.148 |
| 370 | 0.261 | 0.210 | 0.165 | 0.144 |
| 375 | 0.252 | 0.202 | 0.160 | 0.144 |
| 380 | 0.236 | 0.199 | 0.159 | 0.144 |
| 385 | 0.221 | 0.188 | 0.151 | 0.134 |
| 390 | 0.199 | 0.174 | 0.140 | 0.128 |
| 395 | 0.180 | 0.161 | 0.133 | 0.122 |
| 400 | 0.166 | 0.151 | 0.124 | 0.113 |
| 405 | 0.159 | 0.139 | 0.113 | 0.106 |
| 410 | 0.152 | 0.131 | 0.110 | 0.101 |
| 415 | 0.148 | 0.128 | 0.105 | 0.096 |
| 420 | 0.147 | 0.125 | 0.106 | 0.096 |
| 425 | 0.145 | 0.124 | 0.101 | 0.093 |
| 430 | 0.146 | 0.124 | 0.101 | 0.092 |
| 440 | 0.147 | 0.120 | 0.101 | 0.090 |
| 450 | 0.147 | 0.121 | 0.101 | 0.090 |
| 470 | 0.150 | 0.124 | 0.101 | 0.090 |
| 490 | 0.147 | 0.123 | 0.102 | 0.091 |
| 510 | 0.147 | 0.123 | 0.101 | 0.090 |
| 530 | 0.149 | 0.127 | 0.102 | 0.090 |
| 550 | 0.148 | 0.126 | 0.101 | 0.091 |
| 570 | 0.150 | 0.124 | 0.101 | 0.091 |
| 590 | 0.149 | 0.126 | 0.102 | 0.090 |
| 610 | 0.149 | 0.126 | 0.102 | 0.091 |
| 630 | 0.149 | 0.125 | 0.105 | 0.093 |

Πίνακας 6.6 Μέση τιμή της v - ταχύτητας

| y | $V_{mean} (635mm)$ | $V_{mean} (905mm)$ | $V_{mean} (1125mm)$ | $V_{mean} (1375mm)$ |
|-----|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| 100 | -0.063 | -0.068 | -0.077 | -0.092 |
| 120 | -0.068 | -0.071 | -0.074 | -0.098 |
| 140 | -0.075 | -0.058 | -0.071 | -0.084 |
| 160 | -0.087 | -0.065 | -0.075 | -0.101 |
| 180 | -0.082 | -0.072 | -0.078 | -0.096 |
| 200 | -0.096 | -0.073 | -0.084 | -0.099 |
| 220 | -0.083 | -0.082 | -0.090 | -0.095 |
| 240 | -0.094 | -0.084 | -0.082 | -0.107 |
| 260 | -0.083 | -0.079 | -0.084 | -0.096 |
| 280 | -0.094 | -0.085 | -0.089 | -0.107 |
| 290 | -0.089 | -0.093 | -0.086 | -0.101 |
| 300 | -0.085 | -0.094 | -0.087 | -0.097 |
| 305 | -0.084 | -0.085 | -0.086 | -0.098 |
| 310 | -0.080 | -0.086 | -0.086 | -0.104 |
| 315 | -0.080 | -0.090 | -0.087 | -0.097 |
| 320 | -0.085 | -0.093 | -0.084 | -0.102 |
| 325 | -0.087 | -0.083 | -0.084 | -0.096 |
| 330 | -0.084 | -0.091 | -0.080 | -0.103 |
| 335 | -0.085 | -0.083 | -0.075 | -0.095 |
| 340 | -0.077 | -0.083 | -0.079 | -0.090 |
| 345 | -0.097 | -0.084 | -0.076 | -0.088 |
| 350 | -0.077 | -0.081 | -0.072 | -0.087 |
| 355 | -0.071 | -0.073 | -0.069 | -0.088 |
| 360 | -0.069 | -0.080 | -0.065 | -0.091 |
| 365 | -0.071 | -0.071 | -0.065 | -0.080 |
| 370 | -0.066 | -0.063 | -0.064 | -0.075 |
| 375 | -0.060 | -0.077 | -0.061 | -0.077 |
| 380 | -0.061 | -0.054 | -0.060 | -0.072 |
| 385 | -0.063 | -0.066 | -0.069 | -0.070 |
| 390 | -0.064 | -0.061 | -0.056 | -0.077 |
| 395 | -0.060 | -0.065 | -0.060 | -0.068 |
| 400 | -0.063 | -0.059 | -0.059 | -0.073 |
| 405 | -0.073 | -0.063 | -0.061 | -0.072 |
| 410 | -0.056 | -0.063 | -0.065 | -0.078 |
| 415 | -0.064 | -0.065 | -0.058 | -0.070 |
| 420 | -0.065 | -0.072 | -0.061 | -0.066 |
| 425 | -0.056 | -0.057 | -0.059 | -0.067 |
| 430 | -0.064 | -0.061 | -0.059 | -0.068 |
| 440 | -0.055 | -0.057 | -0.058 | -0.073 |
| 450 | -0.055 | -0.056 | -0.067 | -0.078 |
| 470 | -0.061 | -0.066 | -0.058 | -0.080 |
| 490 | -0.062 | -0.066 | -0.066 | -0.077 |
| 510 | -0.061 | -0.067 | -0.068 | -0.076 |
| 530 | -0.062 | -0.054 | -0.064 | -0.073 |
| 550 | -0.051 | -0.058 | -0.076 | -0.073 |
| 570 | -0.062 | -0.056 | -0.069 | -0.080 |
| 590 | -0.057 | -0.042 | -0.073 | -0.078 |
| 610 | -0.067 | -0.039 | -0.073 | -0.069 |
| 630 | -0.066 | -0.034 | -0.068 | -0.068 |

Πίνακας 6.7 Μέση τιμή της v - ταχύτητας

| y | $V_{rms} (635mm)$ | $V_{rms} (905mm)$ | $V_{rms} (1125mm)$ | $V_{rms} (1375mm)$ |
|-----|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 100 | 0.258 | 0.216 | 0.171 | 0.152 |
| 120 | 0.258 | 0.215 | 0.169 | 0.150 |
| 140 | 0.253 | 0.211 | 0.170 | 0.149 |
| 160 | 0.258 | 0.215 | 0.165 | 0.151 |
| 180 | 0.250 | 0.215 | 0.170 | 0.151 |
| 200 | 0.257 | 0.210 | 0.169 | 0.152 |
| 220 | 0.254 | 0.214 | 0.166 | 0.150 |
| 240 | 0.252 | 0.210 | 0.168 | 0.152 |
| 260 | 0.254 | 0.215 | 0.168 | 0.149 |
| 280 | 0.256 | 0.214 | 0.167 | 0.153 |
| 290 | 0.255 | 0.214 | 0.167 | 0.151 |
| 300 | 0.257 | 0.213 | 0.170 | 0.150 |
| 305 | 0.257 | 0.218 | 0.169 | 0.151 |
| 310 | 0.255 | 0.210 | 0.165 | 0.150 |
| 315 | 0.253 | 0.214 | 0.168 | 0.149 |
| 320 | 0.254 | 0.212 | 0.166 | 0.149 |
| 325 | 0.252 | 0.213 | 0.166 | 0.149 |
| 330 | 0.251 | 0.209 | 0.165 | 0.148 |
| 335 | 0.251 | 0.209 | 0.167 | 0.147 |
| 340 | 0.250 | 0.209 | 0.165 | 0.146 |
| 345 | 0.248 | 0.208 | 0.164 | 0.146 |
| 350 | 0.249 | 0.205 | 0.162 | 0.144 |
| 355 | 0.245 | 0.208 | 0.160 | 0.142 |
| 360 | 0.245 | 0.200 | 0.160 | 0.142 |
| 365 | 0.231 | 0.199 | 0.156 | 0.139 |
| 370 | 0.226 | 0.192 | 0.152 | 0.134 |
| 375 | 0.215 | 0.185 | 0.145 | 0.131 |
| 380 | 0.201 | 0.177 | 0.140 | 0.127 |
| 385 | 0.191 | 0.166 | 0.135 | 0.124 |
| 390 | 0.174 | 0.158 | 0.128 | 0.115 |
| 395 | 0.163 | 0.148 | 0.121 | 0.111 |
| 400 | 0.153 | 0.139 | 0.113 | 0.106 |
| 405 | 0.144 | 0.131 | 0.108 | 0.101 |
| 410 | 0.136 | 0.123 | 0.103 | 0.096 |
| 415 | 0.135 | 0.122 | 0.100 | 0.093 |
| 420 | 0.134 | 0.119 | 0.097 | 0.089 |
| 425 | 0.131 | 0.118 | 0.096 | 0.089 |
| 430 | 0.131 | 0.117 | 0.096 | 0.087 |
| 440 | 0.131 | 0.114 | 0.093 | 0.085 |
| 450 | 0.128 | 0.114 | 0.094 | 0.085 |
| 470 | 0.130 | 0.114 | 0.093 | 0.085 |
| 490 | 0.131 | 0.115 | 0.094 | 0.084 |
| 510 | 0.133 | 0.115 | 0.094 | 0.084 |
| 530 | 0.133 | 0.115 | 0.093 | 0.085 |
| 550 | 0.132 | 0.113 | 0.095 | 0.086 |
| 570 | 0.133 | 0.114 | 0.095 | 0.085 |
| 590 | 0.133 | 0.113 | 0.095 | 0.085 |
| 610 | 0.133 | 0.114 | 0.093 | 0.085 |
| 630 | 0.134 | 0.115 | 0.095 | 0.085 |

Πίνακας 6.8 Μέση τιμή της w - ταχύτητας

| y | $W_{mean} (635mm)$ | $W_{mean} (905mm)$ | $W_{mean} (1125mm)$ | $W_{mean} (1375mm)$ |
|-----|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| 100 | -0.118 | -0.126 | -0.119 | -0.155 |
| 120 | -0.090 | -0.128 | -0.088 | -0.147 |
| 140 | -0.042 | -0.071 | -0.121 | -0.119 |
| 160 | -0.062 | -0.082 | -0.103 | -0.124 |
| 180 | -0.062 | -0.062 | -0.087 | -0.123 |
| 200 | -0.063 | -0.039 | -0.108 | -0.127 |
| 220 | -0.058 | -0.062 | -0.091 | -0.122 |
| 240 | -0.058 | -0.066 | -0.096 | -0.116 |
| 260 | -0.062 | -0.051 | -0.091 | -0.125 |
| 280 | -0.054 | -0.040 | -0.081 | -0.121 |
| 290 | -0.046 | -0.032 | -0.070 | -0.104 |
| 300 | -0.051 | -0.025 | -0.078 | -0.103 |
| 305 | -0.057 | -0.033 | -0.081 | -0.108 |
| 310 | -0.054 | -0.034 | -0.061 | -0.101 |
| 315 | -0.057 | -0.044 | -0.076 | -0.109 |
| 320 | -0.049 | -0.027 | -0.058 | -0.090 |
| 325 | -0.042 | -0.041 | -0.071 | -0.102 |
| 330 | -0.041 | -0.014 | -0.056 | -0.097 |
| 335 | -0.032 | -0.035 | -0.076 | -0.106 |
| 340 | -0.040 | -0.017 | -0.069 | -0.093 |
| 345 | -0.036 | -0.033 | -0.068 | -0.101 |
| 350 | -0.040 | -0.014 | -0.054 | -0.097 |
| 355 | -0.035 | -0.026 | -0.069 | -0.091 |
| 360 | -0.034 | -0.012 | -0.060 | -0.093 |
| 365 | -0.039 | -0.019 | -0.071 | -0.092 |
| 370 | -0.028 | -0.009 | -0.049 | -0.097 |
| 375 | -0.054 | -0.010 | -0.062 | -0.098 |
| 380 | -0.038 | -0.008 | -0.050 | -0.096 |
| 385 | -0.035 | -0.023 | -0.067 | -0.098 |
| 390 | -0.037 | -0.012 | -0.056 | -0.095 |
| 395 | -0.044 | -0.012 | -0.059 | -0.092 |
| 400 | -0.037 | 0.000 | -0.056 | -0.082 |
| 405 | -0.040 | -0.002 | -0.063 | -0.093 |
| 410 | -0.027 | 0.008 | -0.047 | -0.079 |
| 415 | -0.039 | 0.000 | -0.064 | -0.092 |
| 420 | -0.030 | 0.005 | -0.053 | -0.081 |
| 425 | -0.035 | -0.001 | -0.064 | -0.087 |
| 430 | -0.036 | 0.005 | -0.050 | -0.088 |
| 440 | -0.033 | 0.029 | -0.053 | -0.079 |
| 450 | -0.032 | 0.015 | -0.066 | -0.079 |
| 470 | -0.028 | 0.022 | -0.063 | -0.085 |
| 490 | -0.037 | 0.030 | -0.057 | -0.092 |
| 510 | -0.034 | 0.037 | -0.058 | -0.095 |
| 530 | -0.044 | 0.026 | -0.077 | -0.102 |
| 550 | -0.040 | 0.040 | -0.077 | -0.109 |
| 570 | -0.040 | 0.039 | -0.073 | -0.111 |
| 590 | -0.039 | 0.048 | -0.077 | -0.121 |
| 610 | -0.045 | 0.040 | -0.078 | -0.120 |
| 630 | -0.053 | 0.037 | -0.075 | -0.119 |

Πίνακας 6.9 Rms τιμή της ω - ταχύτητας

| y | $W_{rms} (635mm)$ | $W_{rms} (905mm)$ | $W_{rms} (1125mm)$ | $W_{rms} (1375mm)$ |
|-----|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 100 | 0.267 | 0.211 | 0.174 | 0.154 |
| 120 | 0.262 | 0.210 | 0.171 | 0.151 |
| 140 | 0.260 | 0.208 | 0.170 | 0.151 |
| 160 | 0.259 | 0.210 | 0.167 | 0.150 |
| 180 | 0.261 | 0.210 | 0.171 | 0.147 |
| 200 | 0.258 | 0.207 | 0.169 | 0.148 |
| 220 | 0.258 | 0.208 | 0.167 | 0.147 |
| 240 | 0.258 | 0.209 | 0.166 | 0.150 |
| 260 | 0.254 | 0.210 | 0.167 | 0.147 |
| 280 | 0.262 | 0.210 | 0.168 | 0.151 |
| 290 | 0.255 | 0.210 | 0.166 | 0.149 |
| 300 | 0.253 | 0.208 | 0.164 | 0.147 |
| 305 | 0.253 | 0.207 | 0.169 | 0.148 |
| 310 | 0.258 | 0.209 | 0.164 | 0.148 |
| 315 | 0.257 | 0.209 | 0.166 | 0.149 |
| 320 | 0.256 | 0.207 | 0.167 | 0.145 |
| 325 | 0.254 | 0.207 | 0.165 | 0.147 |
| 330 | 0.251 | 0.205 | 0.167 | 0.145 |
| 335 | 0.250 | 0.202 | 0.165 | 0.144 |
| 340 | 0.246 | 0.202 | 0.162 | 0.145 |
| 345 | 0.250 | 0.199 | 0.159 | 0.145 |
| 350 | 0.240 | 0.201 | 0.160 | 0.141 |
| 355 | 0.237 | 0.198 | 0.162 | 0.143 |
| 360 | 0.239 | 0.195 | 0.156 | 0.140 |
| 365 | 0.234 | 0.196 | 0.157 | 0.139 |
| 370 | 0.226 | 0.191 | 0.154 | 0.137 |
| 375 | 0.221 | 0.188 | 0.150 | 0.136 |
| 380 | 0.206 | 0.179 | 0.149 | 0.132 |
| 385 | 0.195 | 0.174 | 0.146 | 0.128 |
| 390 | 0.181 | 0.166 | 0.143 | 0.123 |
| 395 | 0.170 | 0.156 | 0.132 | 0.119 |
| 400 | 0.162 | 0.146 | 0.131 | 0.112 |
| 405 | 0.150 | 0.136 | 0.122 | 0.106 |
| 410 | 0.140 | 0.129 | 0.115 | 0.100 |
| 415 | 0.139 | 0.123 | 0.108 | 0.096 |
| 420 | 0.133 | 0.119 | 0.104 | 0.092 |
| 425 | 0.133 | 0.117 | 0.100 | 0.089 |
| 430 | 0.132 | 0.114 | 0.099 | 0.086 |
| 440 | 0.127 | 0.111 | 0.095 | 0.085 |
| 450 | 0.130 | 0.109 | 0.091 | 0.081 |
| 470 | 0.131 | 0.110 | 0.091 | 0.083 |
| 490 | 0.130 | 0.109 | 0.092 | 0.081 |
| 510 | 0.131 | 0.112 | 0.093 | 0.081 |
| 530 | 0.130 | 0.112 | 0.092 | 0.082 |
| 550 | 0.131 | 0.110 | 0.092 | 0.082 |
| 570 | 0.132 | 0.110 | 0.092 | 0.083 |
| 590 | 0.131 | 0.111 | 0.093 | 0.084 |
| 610 | 0.130 | 0.109 | 0.094 | 0.084 |
| 630 | 0.130 | 0.112 | 0.095 | 0.085 |

Πίνακας 6.10 Ασυμμετρία κατανομής της u - ταχύτητας

| y | S_u (635mm) | S_u (905mm) | S_u (1125mm) | S_u (1375mm) |
|-----|---------------|---------------|----------------|----------------|
| 100 | 0.102 | 0.066 | 0.034 | -0.022 |
| 120 | 0.123 | 0.085 | 0.033 | 0.019 |
| 140 | 0.128 | 0.067 | 0.070 | 0.022 |
| 160 | 0.159 | 0.060 | 0.018 | -0.001 |
| 180 | 0.101 | 0.038 | 0.025 | 0.022 |
| 200 | 0.146 | 0.058 | 0.074 | 0.027 |
| 220 | 0.145 | 0.098 | 0.053 | 0.012 |
| 240 | 0.127 | 0.020 | 0.046 | 0.072 |
| 260 | 0.118 | 0.053 | 0.043 | 0.067 |
| 280 | 0.110 | 0.011 | 0.092 | 0.029 |
| 290 | 0.131 | 0.065 | 0.095 | 0.070 |
| 300 | 0.250 | 0.040 | 0.092 | 0.093 |
| 305 | 0.160 | 0.086 | 0.097 | 0.033 |
| 310 | 0.167 | 0.040 | -0.012 | 0.007 |
| 315 | 0.157 | 0.105 | 0.091 | 0.030 |
| 320 | 0.151 | 0.061 | 0.026 | 0.028 |
| 325 | 0.114 | 0.104 | 0.044 | 0.038 |
| 330 | 0.155 | 0.022 | 0.029 | 0.007 |
| 335 | 0.111 | 0.058 | 0.031 | -0.017 |
| 340 | 0.116 | -0.042 | 0.069 | 0.081 |
| 345 | 0.065 | 0.059 | 0.078 | 0.069 |
| 350 | 0.095 | 0.020 | 0.058 | 0.072 |
| 355 | 0.127 | 0.062 | 0.104 | 0.055 |
| 360 | 0.196 | 0.115 | 0.129 | 0.050 |
| 365 | 0.185 | 0.186 | 0.218 | 0.142 |
| 370 | 0.335 | 0.269 | 0.189 | 0.219 |
| 375 | 0.379 | 0.253 | 0.322 | 0.142 |
| 380 | 0.419 | 0.343 | 0.398 | 0.219 |
| 385 | 0.446 | 0.398 | 0.391 | 0.281 |
| 390 | 0.432 | 0.440 | 0.472 | 0.319 |
| 395 | 0.305 | 0.343 | 0.430 | 0.327 |
| 400 | 0.253 | 0.288 | 0.374 | 0.401 |
| 405 | 0.105 | 0.160 | 0.161 | 0.313 |
| 410 | 0.089 | 0.137 | 0.180 | 0.211 |
| 415 | 0.050 | 0.047 | 0.110 | 0.096 |
| 420 | 0.049 | 0.089 | 0.105 | 0.155 |
| 425 | 0.066 | 0.040 | 0.048 | 0.052 |
| 430 | 0.033 | 0.037 | 0.052 | 0.049 |
| 440 | 0.037 | 0.054 | 0.015 | 0.049 |
| 450 | 0.029 | 0.001 | 0.007 | 0.044 |
| 470 | 0.035 | 0.045 | 0.020 | 0.054 |
| 490 | 0.083 | 0.016 | 0.058 | 0.007 |
| 510 | 0.025 | 0.006 | 0.020 | 0.013 |
| 530 | 0.050 | 0.036 | -0.023 | 0.059 |
| 550 | 0.070 | 0.003 | 0.041 | 0.009 |
| 570 | 0.071 | 0.007 | 0.023 | 0.013 |
| 590 | 0.079 | -0.011 | 0.018 | 0.005 |
| 610 | -0.002 | 0.016 | 0.032 | 0.009 |
| 630 | 0.011 | -0.001 | -0.013 | -0.023 |

Πίνακας 6.11 Ασυμμετρία κατανομής της v - ταχύτητας

| y | S_v (635mm) | S_v (905mm) | S_v (1125mm) | S_v (1375mm) |
|-----|---------------|---------------|----------------|----------------|
| 100 | 0.022 | -0.050 | -0.038 | 0.013 |
| 120 | 0.002 | -0.048 | -0.009 | 0.044 |
| 140 | 0.017 | -0.039 | 0.002 | 0.013 |
| 160 | 0.005 | -0.009 | -0.016 | -0.030 |
| 180 | 0.033 | -0.018 | -0.010 | 0.004 |
| 200 | 0.048 | 0.032 | 0.007 | 0.022 |
| 220 | 0.006 | -0.026 | -0.003 | -0.027 |
| 240 | 0.024 | -0.037 | 0.034 | -0.029 |
| 260 | -0.032 | -0.015 | 0.025 | -0.056 |
| 280 | -0.021 | -0.022 | -0.026 | 0.008 |
| 290 | 0.009 | 0.030 | -0.054 | -0.017 |
| 300 | 0.011 | -0.038 | -0.040 | -0.006 |
| 305 | -0.016 | 0.005 | 0.003 | -0.026 |
| 310 | 0.007 | 0.014 | -0.021 | -0.038 |
| 315 | 0.018 | -0.025 | -0.031 | -0.050 |
| 320 | 0.017 | 0.014 | -0.060 | 0.017 |
| 325 | 0.003 | -0.029 | -0.069 | 0.005 |
| 330 | 0.043 | -0.010 | -0.022 | -0.030 |
| 335 | -0.019 | 0.017 | -0.014 | 0.032 |
| 340 | 0.017 | -0.028 | -0.011 | -0.045 |
| 345 | 0.000 | 0.031 | -0.011 | 0.034 |
| 350 | 0.057 | 0.019 | 0.017 | 0.022 |
| 355 | 0.030 | 0.009 | -0.018 | -0.001 |
| 360 | 0.045 | -0.039 | 0.013 | -0.054 |
| 365 | 0.053 | -0.013 | -0.002 | 0.002 |
| 370 | 0.057 | 0.013 | -0.012 | 0.088 |
| 375 | 0.092 | 0.044 | 0.053 | 0.002 |
| 380 | 0.162 | 0.050 | 0.067 | 0.088 |
| 385 | 0.189 | 0.062 | 0.079 | 0.069 |
| 390 | 0.195 | 0.075 | 0.073 | 0.066 |
| 395 | 0.182 | 0.048 | 0.078 | 0.098 |
| 400 | 0.126 | 0.053 | 0.125 | 0.067 |
| 405 | 0.031 | 0.059 | 0.062 | 0.151 |
| 410 | 0.026 | 0.000 | 0.010 | 0.077 |
| 415 | -0.012 | -0.035 | 0.017 | 0.029 |
| 420 | 0.008 | -0.072 | 0.028 | 0.054 |
| 425 | -0.021 | -0.034 | 0.022 | -0.003 |
| 430 | -0.033 | -0.054 | -0.002 | -0.025 |
| 440 | -0.021 | 0.022 | 0.044 | 0.019 |
| 450 | 0.002 | 0.025 | -0.016 | -0.034 |
| 470 | -0.008 | 0.012 | -0.011 | 0.016 |
| 490 | -0.016 | -0.044 | -0.053 | -0.006 |
| 510 | -0.019 | -0.001 | -0.007 | -0.012 |
| 530 | -0.020 | -0.025 | -0.057 | -0.017 |
| 550 | -0.008 | 0.022 | -0.041 | -0.016 |
| 570 | 0.015 | 0.044 | 0.002 | 0.003 |
| 590 | 0.025 | -0.032 | 0.011 | 0.029 |
| 610 | 0.032 | 0.010 | 0.024 | 0.063 |
| 630 | 0.019 | 0.007 | 0.036 | 0.000 |

Πίνακας 6.12 Ασυμμετρία κατανομής της w - ταχύτητας

| y | S_w (635mm) | S_w (905mm) | S_w (1125mm) | S_w (1375mm) |
|-----|---------------|---------------|----------------|----------------|
| 100 | 0.004 | -0.068 | -0.066 | -0.025 |
| 120 | -0.003 | 0.010 | -0.026 | -0.048 |
| 140 | -0.019 | -0.027 | -0.050 | -0.028 |
| 160 | 0.014 | -0.037 | -0.015 | -0.003 |
| 180 | 0.021 | -0.032 | -0.011 | -0.026 |
| 200 | -0.025 | -0.051 | -0.021 | -0.033 |
| 220 | -0.046 | 0.008 | 0.011 | -0.012 |
| 240 | 0.010 | -0.042 | 0.005 | 0.002 |
| 260 | -0.016 | 0.028 | -0.025 | -0.008 |
| 280 | -0.016 | -0.013 | -0.039 | -0.028 |
| 290 | -0.009 | -0.041 | -0.022 | -0.035 |
| 300 | 0.001 | -0.021 | -0.012 | 0.015 |
| 305 | -0.037 | 0.002 | -0.019 | -0.052 |
| 310 | -0.024 | -0.034 | -0.049 | -0.041 |
| 315 | -0.042 | -0.039 | -0.043 | -0.011 |
| 320 | -0.038 | -0.061 | -0.087 | -0.043 |
| 325 | -0.065 | -0.066 | -0.052 | -0.039 |
| 330 | -0.075 | -0.122 | -0.083 | -0.087 |
| 335 | -0.126 | -0.093 | -0.055 | -0.015 |
| 340 | -0.073 | -0.142 | -0.090 | -0.080 |
| 345 | -0.107 | -0.144 | -0.129 | -0.078 |
| 350 | -0.149 | -0.113 | -0.082 | -0.101 |
| 355 | -0.129 | -0.168 | -0.084 | -0.118 |
| 360 | -0.221 | -0.125 | -0.122 | -0.180 |
| 365 | -0.234 | -0.248 | -0.169 | -0.206 |
| 370 | -0.322 | -0.247 | -0.206 | -0.230 |
| 375 | -0.393 | -0.396 | -0.262 | -0.371 |
| 380 | -0.477 | -0.344 | -0.329 | -0.321 |
| 385 | -0.532 | -0.488 | -0.371 | -0.417 |
| 390 | -0.547 | -0.565 | -0.474 | -0.485 |
| 395 | -0.605 | -0.591 | -0.537 | -0.596 |
| 400 | -0.532 | -0.598 | -0.573 | -0.525 |
| 405 | -0.372 | -0.556 | -0.618 | -0.598 |
| 410 | -0.269 | -0.478 | -0.555 | -0.519 |
| 415 | -0.180 | -0.455 | -0.520 | -0.433 |
| 420 | -0.105 | -0.290 | -0.517 | -0.365 |
| 425 | -0.091 | -0.170 | -0.361 | -0.291 |
| 430 | -0.015 | -0.144 | -0.260 | -0.193 |
| 440 | 0.051 | -0.018 | -0.139 | -0.048 |
| 450 | -0.001 | -0.032 | -0.093 | -0.034 |
| 470 | 0.007 | -0.040 | -0.015 | 0.018 |
| 490 | -0.013 | 0.014 | -0.035 | 0.007 |
| 510 | 0.035 | -0.029 | -0.030 | -0.008 |
| 530 | 0.027 | -0.018 | 0.006 | -0.029 |
| 550 | -0.013 | 0.003 | -0.007 | 0.002 |
| 570 | 0.010 | 0.005 | -0.049 | -0.016 |
| 590 | -0.052 | 0.007 | -0.009 | 0.032 |
| 610 | 0.045 | -0.012 | 0.019 | 0.031 |
| 630 | -0.036 | -0.024 | 0.023 | 0.020 |

Πίνακας 6.13 Κυρτότητα της u - ταχύτητας

| y | F_u (635mm) | F_u (905mm) | F_u (1125mm) | F_u (1375mm) |
|-----|---------------|---------------|----------------|----------------|
| 100 | 2.857 | 2.808 | 2.926 | 2.931 |
| 120 | 2.849 | 2.887 | 3.003 | 2.876 |
| 140 | 2.939 | 2.922 | 2.885 | 2.866 |
| 160 | 2.964 | 2.906 | 2.868 | 2.872 |
| 180 | 2.903 | 2.952 | 2.942 | 2.908 |
| 200 | 2.841 | 2.905 | 2.933 | 2.948 |
| 220 | 2.899 | 2.957 | 2.946 | 2.880 |
| 240 | 2.940 | 3.006 | 2.938 | 2.849 |
| 260 | 2.861 | 2.865 | 2.925 | 3.038 |
| 280 | 2.820 | 2.931 | 2.944 | 2.881 |
| 290 | 2.853 | 2.946 | 2.935 | 2.968 |
| 300 | 3.099 | 2.906 | 2.858 | 2.901 |
| 305 | 2.934 | 2.889 | 2.876 | 2.931 |
| 310 | 2.870 | 2.846 | 2.854 | 2.971 |
| 315 | 3.008 | 2.924 | 3.058 | 2.837 |
| 320 | 2.878 | 2.935 | 2.946 | 2.905 |
| 325 | 2.896 | 2.934 | 3.029 | 2.885 |
| 330 | 2.902 | 2.969 | 2.929 | 2.944 |
| 335 | 2.848 | 2.840 | 2.928 | 2.901 |
| 340 | 2.919 | 2.957 | 3.037 | 2.981 |
| 345 | 2.934 | 2.934 | 2.891 | 2.916 |
| 350 | 2.996 | 2.880 | 2.857 | 2.987 |
| 355 | 2.841 | 3.080 | 2.851 | 2.810 |
| 360 | 2.982 | 2.948 | 2.820 | 2.895 |
| 365 | 2.898 | 2.976 | 2.982 | 3.038 |
| 370 | 2.986 | 2.999 | 2.898 | 2.967 |
| 375 | 3.096 | 2.926 | 3.065 | 3.038 |
| 380 | 3.154 | 3.085 | 3.235 | 2.967 |
| 385 | 3.511 | 3.228 | 3.287 | 3.055 |
| 390 | 3.644 | 3.504 | 3.511 | 2.946 |
| 395 | 3.675 | 3.392 | 3.590 | 3.327 |
| 400 | 3.318 | 3.555 | 3.468 | 3.527 |
| 405 | 3.098 | 3.176 | 3.292 | 3.478 |
| 410 | 2.964 | 3.213 | 3.317 | 3.173 |
| 415 | 3.008 | 2.998 | 3.129 | 3.262 |
| 420 | 2.922 | 2.941 | 3.009 | 3.247 |
| 425 | 2.900 | 2.943 | 2.921 | 3.081 |
| 430 | 2.984 | 2.964 | 2.975 | 3.011 |
| 440 | 3.038 | 2.864 | 2.958 | 2.962 |
| 450 | 2.943 | 2.932 | 2.911 | 2.958 |
| 470 | 2.919 | 2.907 | 2.903 | 2.885 |
| 490 | 2.944 | 3.055 | 2.928 | 3.025 |
| 510 | 3.056 | 2.879 | 2.962 | 2.875 |
| 530 | 2.931 | 2.963 | 2.987 | 2.953 |
| 550 | 2.998 | 2.993 | 2.955 | 3.041 |
| 570 | 2.880 | 2.903 | 2.911 | 3.050 |
| 590 | 2.935 | 2.862 | 3.000 | 2.912 |
| 610 | 2.910 | 3.033 | 2.903 | 2.865 |
| 630 | 2.938 | 2.991 | 2.888 | 2.903 |

Πίνακας 6.14 Κυρτότητα της ν - ταχύτητας

| y | F_ν (635mm) | F_ν (905mm) | F_ν (1125mm) | F_ν (1375mm) |
|-----|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| 100 | 3.028 | 3.033 | 2.957 | 2.960 |
| 120 | 3.050 | 2.999 | 2.957 | 3.007 |
| 140 | 3.029 | 2.960 | 2.986 | 3.017 |
| 160 | 2.972 | 2.948 | 2.894 | 2.939 |
| 180 | 2.935 | 2.849 | 2.968 | 2.997 |
| 200 | 3.044 | 3.025 | 2.941 | 2.917 |
| 220 | 2.970 | 2.975 | 2.943 | 2.851 |
| 240 | 2.954 | 3.023 | 2.933 | 2.963 |
| 260 | 2.929 | 2.894 | 3.047 | 2.943 |
| 280 | 2.958 | 3.130 | 2.894 | 3.006 |
| 290 | 3.025 | 2.962 | 2.950 | 2.901 |
| 300 | 2.941 | 2.937 | 2.970 | 2.974 |
| 305 | 2.898 | 2.982 | 2.989 | 2.914 |
| 310 | 2.909 | 2.916 | 2.920 | 2.868 |
| 315 | 2.951 | 3.000 | 2.919 | 2.881 |
| 320 | 3.012 | 2.988 | 3.002 | 3.023 |
| 325 | 3.131 | 2.996 | 2.980 | 2.942 |
| 330 | 2.844 | 2.999 | 2.889 | 2.934 |
| 335 | 2.883 | 2.941 | 2.994 | 2.951 |
| 340 | 2.903 | 2.999 | 2.894 | 2.920 |
| 345 | 2.931 | 3.038 | 2.961 | 2.979 |
| 350 | 2.962 | 2.929 | 3.025 | 3.003 |
| 355 | 2.933 | 2.933 | 2.976 | 2.858 |
| 360 | 2.980 | 3.069 | 2.882 | 3.058 |
| 365 | 2.996 | 3.085 | 3.058 | 2.907 |
| 370 | 3.098 | 3.138 | 3.157 | 3.077 |
| 375 | 3.058 | 3.114 | 3.091 | 2.907 |
| 380 | 3.136 | 3.201 | 3.195 | 3.077 |
| 385 | 3.315 | 3.303 | 3.215 | 3.230 |
| 390 | 3.460 | 3.386 | 3.352 | 3.173 |
| 395 | 3.396 | 3.321 | 3.304 | 3.220 |
| 400 | 3.310 | 3.501 | 3.187 | 3.087 |
| 405 | 3.143 | 3.309 | 3.293 | 3.273 |
| 410 | 3.029 | 3.200 | 3.129 | 3.201 |
| 415 | 3.038 | 3.265 | 3.015 | 3.045 |
| 420 | 3.029 | 3.121 | 3.129 | 3.147 |
| 425 | 2.986 | 2.988 | 2.988 | 2.988 |
| 430 | 3.158 | 3.018 | 3.013 | 3.086 |
| 440 | 2.958 | 2.987 | 2.909 | 3.016 |
| 450 | 3.012 | 2.960 | 2.910 | 2.899 |
| 470 | 3.062 | 2.999 | 2.939 | 2.935 |
| 490 | 2.883 | 2.911 | 2.910 | 2.935 |
| 510 | 2.885 | 3.024 | 2.939 | 2.875 |
| 530 | 2.977 | 2.932 | 3.028 | 2.970 |
| 550 | 2.953 | 3.035 | 3.059 | 3.003 |
| 570 | 2.983 | 2.985 | 2.932 | 2.954 |
| 590 | 2.994 | 2.988 | 2.864 | 2.902 |
| 610 | 2.908 | 3.051 | 2.859 | 2.939 |
| 630 | 2.981 | 3.035 | 2.949 | 2.966 |

Πίνακας 6.15 Κορτότητα της w - ταχύτητας

| y | F_w (635mm) | F_w (905mm) | F_w (1125mm) | F_w (1375mm) |
|-----|---------------|---------------|----------------|----------------|
| 100 | 3.025 | 2.962 | 3.011 | 2.835 |
| 120 | 3.048 | 2.939 | 2.935 | 3.018 |
| 140 | 3.050 | 2.994 | 2.840 | 2.920 |
| 160 | 2.886 | 2.954 | 2.897 | 2.936 |
| 180 | 3.016 | 2.950 | 2.961 | 2.858 |
| 200 | 2.887 | 2.937 | 2.948 | 2.958 |
| 220 | 2.980 | 3.015 | 2.910 | 2.923 |
| 240 | 2.969 | 2.984 | 2.953 | 2.905 |
| 260 | 2.986 | 2.907 | 2.908 | 2.901 |
| 280 | 2.905 | 3.029 | 2.928 | 2.829 |
| 290 | 3.026 | 2.976 | 2.938 | 2.884 |
| 300 | 2.880 | 2.950 | 2.992 | 2.880 |
| 305 | 2.952 | 2.962 | 2.931 | 2.918 |
| 310 | 2.897 | 2.866 | 2.831 | 2.885 |
| 315 | 2.876 | 2.957 | 2.877 | 2.962 |
| 320 | 2.940 | 2.985 | 2.903 | 2.806 |
| 325 | 3.063 | 2.906 | 3.068 | 2.841 |
| 330 | 3.087 | 2.978 | 2.879 | 2.974 |
| 335 | 2.937 | 3.010 | 2.920 | 2.926 |
| 340 | 3.006 | 3.034 | 2.906 | 2.914 |
| 345 | 2.861 | 2.944 | 2.907 | 2.904 |
| 350 | 2.904 | 2.857 | 2.798 | 2.883 |
| 355 | 2.842 | 2.882 | 2.881 | 2.900 |
| 360 | 2.934 | 2.849 | 2.887 | 2.913 |
| 365 | 2.978 | 2.952 | 2.810 | 2.826 |
| 370 | 2.997 | 2.909 | 2.830 | 2.944 |
| 375 | 3.172 | 3.092 | 2.938 | 3.021 |
| 380 | 3.278 | 3.011 | 3.023 | 2.885 |
| 385 | 3.490 | 3.291 | 3.024 | 3.208 |
| 390 | 3.624 | 3.549 | 3.324 | 3.243 |
| 395 | 4.005 | 3.665 | 3.422 | 3.529 |
| 400 | 3.886 | 3.911 | 3.526 | 3.754 |
| 405 | 3.924 | 4.019 | 3.820 | 3.894 |
| 410 | 3.283 | 3.810 | 3.944 | 3.879 |
| 415 | 3.494 | 3.992 | 3.893 | 3.790 |
| 420 | 3.271 | 3.659 | 4.088 | 3.655 |
| 425 | 3.119 | 3.306 | 3.820 | 3.493 |
| 430 | 3.084 | 3.283 | 3.353 | 3.235 |
| 440 | 2.916 | 3.079 | 3.191 | 3.074 |
| 450 | 3.012 | 2.979 | 3.004 | 2.975 |
| 470 | 3.030 | 3.088 | 2.915 | 3.015 |
| 490 | 2.992 | 2.985 | 3.178 | 2.927 |
| 510 | 3.044 | 2.900 | 3.010 | 2.970 |
| 530 | 2.947 | 2.946 | 2.946 | 2.964 |
| 550 | 2.999 | 2.986 | 2.917 | 2.871 |
| 570 | 2.978 | 2.935 | 2.942 | 2.928 |
| 590 | 3.033 | 2.952 | 2.934 | 2.907 |
| 610 | 3.014 | 2.962 | 2.943 | 2.954 |
| 630 | 2.938 | 2.938 | 2.996 | 2.950 |

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

| Πίνακας | Περιγραφή | Σελίδα |
|---------|---|--------|
| 2.1 | Μοντέλα τύρβης | 16 |
| 3.1 | Κατασκευαστικά χαρακτηριστικά πλεγμάτων | 20 |
| 4.1 | Μεγέθη Πλεγμάτων | 25 |
| 4.2 | Μεταβλητή S για κάθε πλέγμα | 26 |
| 4.3 | Σχεδιασμός συνδυασμών πλεγμάτων | 27 |
| 4.4 | Ιδιότητες υλικών θερμών συρμάτων | 38 |
| 4.5 | Τιμές συντελεστών για την εξίσωση των Collis & Williams | 43 |
| 6.1 | Κατανομή ταχύτητας σε απόσταση $x = 200mm$ | 157 |
| 6.2 | Κατανομή rms ταχύτητας σε απόσταση $x = 200mm$ | 158 |
| 6.3 | Κατανομή έντασης τύρβης σε απόσταση $x = 200mm$ | 159 |
| 6.4 | Μέσης τιμής της u – ταχύτητας | 160 |
| 6.5 | Rms τιμή της u – ταχύτητας | 161 |
| 6.6 | Μέση τιμή της v - ταχύτητας | 162 |
| 6.7 | Rms τιμή της v - ταχύτητας | 163 |
| 6.8 | Μέση τιμή της w - ταχύτητας | 164 |
| 6.9 | Rms τιμή της w - ταχύτητας | 165 |
| 6.10 | Ασυμμετρία κατανομής της u - ταχύτητας | 166 |
| 6.11 | Ασυμμετρία κατανομής της v - ταχύτητας | 167 |
| 6.12 | Ασυμμετρία κατανομής της w – ταχύτητας | 168 |
| 6.13 | Κυρτότητα της u – ταχύτητας | 169 |
| 6.14 | Κυρτότητα της v – ταχύτητας | 170 |
| 6.15 | Κυρτότητα της w – ταχύτητας | 171 |

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

| Σχήμα | Περιγραφή | Σελίδα |
|-------|--|--------|
| 3.1 | Λεπτομέρειες κατασκευής πλεγμάτων παράλληλων ράβδων | 19 |
| 3.2 | Λεπτομέρειες κατασκευής διάτρητου ελάσματος | 20 |
| 3.3 | Διδιάστατο πεδίο ταχύτητας α) 3.3:1, b)8.9:1, c)3:1 | 21 |
| 3.4 | Διδιάστατο πεδίο ενεργού ταχύτητας α) 3.3:1, b)8.9:1, c)3:1 | 21 |
| 3.5 | Προφίλ κύρτωσης σε απόσταση 1.06m από το πλέγμα ράβδων 3.3:1 | 22 |
| 4.1 | Κατασκευή πλεγμάτων | 25 |
| 4.2 | Διάγραμμα πτώσης πίεσης σε σχέση με την ταχύτητα | 26 |
| 4.3 | Πλάγια όψη υποηχητικής αεροσήραγγας | 28 |
| 4.4 | Σύστημα ανεμομετρίας θερμού σύρματος | 29 |
| 4.5 | Η πρώτη αεροσήραγγα κλειστού κυκλώματος του Prandtl (1907-1909) | 30 |
| 4.6 | Ηλεκτρικό κύκλωμα για ανεμόμετρο σταθερής θερμοκρασίας | 37 |
| 4.7 | Αισθητήρες θερμού σύρματος / θερμής επιφανείας διαφορετικών διατάξεων | 38 |
| 4.8 | Συνιστώσες ταχύτητας σε ένα σύστημα συντεταγμένων τοποθετημένο στον αισθητήρα | 48 |
| 4.9 | Τυπική μεταβολή της τάσης εξόδου θερμού σύρματος σαν συνάρτηση της ταχύτητας ροής και της γωνίας γων | 51 |
| 4.10 | Βαθμονόμηση ενός X - αισθητήρα και κατεύθυνσή του σε σχέση με τη ροή | 55 |
| 4.11 | Τάση γέφυρας ανεμομέτρου σε σχέση με την ταχύτητα του ρευστού για διάφορες θερμοκρασίες | 57 |
| 5.1 | Κατηγοριοποίηση τυχαίων σημάτων | 59 |
| 5.2 | Ένα ensemble δειγματικών εγγραφών που προσεγγίζει μια τυχαία διεργασία | 61 |
| 5.3 | Βήματα κλειδιά κατά τη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων | 62 |
| 5.4 | Δειγματοληψία μιας συνεχούς εγγραφής | 64 |
| 5.5 | Κυκλική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης | 88 |
| 5.6 | Διαχωρισμός κυκλικής συνάρτησης αυτοσυσχέτισης | 88 |
| 5.7 | Επικαλύπτων συνημίτονο | 94 |
| 6.1 | Σύστημα αξόνων στο τμήμα μετρήσεων της αεροσήραγγας | 103 |

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

| <i>Διάγραμμα</i> | <i>Περιγραφή</i> | <i>Σελίδα</i> |
|------------------|--|---------------|
| 6.1 | <i>Κατανομή ταχύτητας στη θέση $x = 200mm$</i> | 104 |
| 6.2 | <i>Κατανομή τοπικής απόκλισης της ταχύτητας στη θέση $x = 200mm$</i> | 104 |
| 6.3 | <i>Κατανομή εντάσεως τύρβης στη θέση $x = 200mm$</i> | 105 |
| 6.4 | <i>Κατανομή ταχύτητας στη θέση $x = 200mm$</i> | 105 |
| 6.5 | <i>Κατανομή τοπικής απόκλισης της ταχύτητας στη θέση $x = 200mm$</i> | 106 |
| 6.6 | <i>Κατανομή εντάσεως τύρβης στη θέση $x = 200mm$</i> | 106 |
| 6.7 | <i>Φάσμα ισχύος της ταχύτητας για διάφορες στροφές του κινητήρα</i> | 107 |
| 6.8 | <i>Μέση τιμή της u – ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα</i> | 109 |
| 6.9 | <i>Rms τιμή της u – ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα</i> | 110 |
| 6.10 | <i>Μέση τιμή της v – ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα</i> | 111 |
| 6.11 | <i>Rms τιμή της v – ταχύτητας 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα</i> | 112 |
| 6.12 | <i>Μέση τιμή της w – ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα</i> | 113 |
| 6.13 | <i>Rms τιμή της w – ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα</i> | 114 |
| 6.14 | <i>Ασυμμετρία κατανομής της u - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα</i> | 115 |
| 6.15 | <i>Ασυμμετρία κατανομής της v – ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα</i> | 116 |
| 6.16 | <i>Ασυμμετρία κατανομής της w – ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα</i> | 117 |
| 6.17 | <i>Κυρτότητα της u - ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα</i> | 118 |

| | | |
|------|--|-----|
| 6.18 | Κυρτότητα της v – ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα | 119 |
| 6.19 | Κυρτότητα της w – ταχύτητας σε αποστάσεις 635mm, 905mm, 1125mm και 1375mm από τα πλέγματα | 120 |
| 6.20 | Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της u – ταχύτητας ($x=1125mm$, $y=-177mm$) | 121 |
| 6.21 | Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της u – ταχύτητας ($x=1125mm$, $y=-7mm$) | 122 |
| 6.22 | Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της u – ταχύτητας ($x=1125mm$, $y=153mm$) | 123 |
| 6.23 | Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της v – ταχύτητας ($x=1125mm$, $y=-177mm$) | 124 |
| 6.24 | Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της v – ταχύτητας ($x=1125mm$, $y=-7mm$) | 125 |
| 6.25 | Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της v – ταχύτητας ($x=1125mm$, $y=153mm$) | 126 |
| 6.26 | Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της w – ταχύτητας ($x=1125mm$, $y=-177mm$) | 127 |
| 6.27 | Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της w – ταχύτητας ($x=1125mm$, $y=-7mm$) | 128 |
| 6.28 | Διακύμανση ταχύτητας, κυρτότητα και ασυμμετρία της w – ταχύτητας ($x=1125mm$, $y=153mm$) | 129 |
| 6.29 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 635mm κατάντη των πλεγμάτων (-277mm, -227mm, -177mm και -127mm, -77mm, -67mm) | 131 |
| 6.30 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 635mm κατάντη των πλεγμάτων (-57mm, -47mm, -37mm και -27mm, -17mm, -7mm) | 132 |
| 6.31 | Φάσμα ισχύος της u – ταχύτητας 635mm κατάντη των πλεγμάτων (3mm, 13mm, 23mm και 33mm, 43mm, 53mm) | 133 |
| 6.32 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 635mm κατάντη των πλεγμάτων (103mm, 153mm, 203mm και 253mm) | 134 |
| 6.33 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 905mm κατάντη των πλεγμάτων (-277mm, -227mm, -177mm και -127mm, -77mm, -67mm) | 135 |
| 6.34 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 905mm κατάντη των πλεγμάτων (-57mm, -47mm, -37mm και -27mm, -17mm, -7mm) | 136 |
| 6.35 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 905mm κατάντη των πλεγμάτων (3mm, 13mm, 23mm και 33mm, 43mm, 53mm) | 137 |
| 6.36 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 905mm κατάντη των πλεγμάτων (103mm, 153mm, 203mm και 253mm) | 138 |

| | | |
|------|---|-----|
| 6.37 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 1125mm κατάντη των πλεγμάτων (-277mm, -227mm, -177mm και -127mm, -77mm, -67mm) | 139 |
| 6.38 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 1125mm κατάντη των πλεγμάτων (-57mm, -47mm, -37mm και -27mm, -17mm, -7mm) | 140 |
| 6.39 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 1125mm κατάντη των πλεγμάτων (3mm, 13mm, 23mm και 33mm, 43mm, 53mm) | 141 |
| 6.40 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 1125mm κατάντη των πλεγμάτων (103mm, 153mm, 203mm και 253mm) | 142 |
| 6.41 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 1375mm κατάντη των πλεγμάτων (-277mm, -227mm, -177mm και -127mm, -77mm, -67mm) | 143 |
| 6.42 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 1375mm κατάντη των πλεγμάτων (-57mm, -47mm, -37mm και -27mm, -17mm, -7mm) | 144 |
| 6.43 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 1375mm κατάντη των πλεγμάτων (3mm, 13mm, 23mm και 33mm, 43mm, 53mm) | 145 |
| 6.44 | Φάσμα ισχύος της u - ταχύτητας 1375mm κατάντη των πλεγμάτων (103mm, 153mm, 203mm και 253mm) | 146 |

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ**

Τηλ.: ~~74.760-61~~

74.937-5

