

Διπλωματική Εργασία

# Τεχνικές Υπερανάλυσης με Επεξεργασία Ακολουθίας Εικόνων

Ανδρονίκη Παζαρόγλου

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ, Τηλεπικοινωνιών και Δικτύων  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Υπεύθυνος καθηγητής: κος. Γεώργιος Μουστακίδης  
Επιτροπή αξιολόγησης: κος. Γεώργιος Μουστακίδης,  
κος. Γεώργιος Ευθυβουλίδης

1 Οκτωβρίου 2005

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ**  
**ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 3442/1  
Ημερ. Εισ.: 09-05-2006  
Δωρεά: Συγγραφέα  
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ- ΜΗΥΤΔ  
2005  
ΠΑΖ





# Περίληψη

Η πρόοδος σε αναλογικά κυκλώματα και οπτικά συστήματα επέτρεψε την λήψη εικόνων υψηλής ανάλυσης σε σχετικά προσιτό κόστος. Παρόλα αυτά, υπάρχουν ακόμα πολλές εφαρμογές που απαιτούν αναλύσεις εικόνων πολύ μεγαλύτερες από αυτές που επιτρέπουν τα σύγχρονα συστήματα, όπως η τομογραφία, ή εφαρμογές όπου η χρήση ακριβών και ποιοτικών οπτικών συστημάτων είναι απαγορευτική, είτε λόγω κόστους, είτε λόγω όγκου, όπως συστήματα παρακολούθησης. Επιπλέον, είναι πολλές φορές ανέφικτο η αντικατάσταση του οπτικού συστήματος με κάποιο πιο εξελιγμένο, που είναι συνηθισμένο φαινόμενο σε διαστημικές εφαρμογές.

Την ανάγκη για την λήψη εικόνων υψηλής ανάλυσης, ανεξάρτητα του οπτικού αισθητήρα, έρχεται να καλύψει η τεχνική της υπερανάλυσης. Η υπερανάλυση, μια σαφής μαθηματική διεργασία, είναι σε θέση να προσφέρει υψηλή ποιότητα εικόνας χρησιμοποιώντας εικόνες χαμηλότερης ανάλυσης.

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται οι θεμελιώδεις έννοιες γύρω από τις τεχνικές υπερανάλυσης, χρησιμοποιώντας ακολουθία εικόνων. Προσεγγίζονται μαθηματικά και διαισθητικά οι επικρατούσες μέθοδοι υπερανάλυσης, ή αλλιώς ανακατασκευής εικόνας, όπως οι μέγιστης πιθανοφάνειας και μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας, που ανήκουν στον χώρο των στοχαστικών μεθόδων, και οι POCS και IBP του χώρου των μεθόδων ανακατασκευής στο πεδίο του χώρου. Παράλληλα, παρατίθενται ακολουθίες εικόνων χαμηλής ανάλυσης και τα αποτελέσματα της χρήσης των μεθόδων σε αυτές.

Συγκεκριμένα, το κείμενο οργανώνεται στα

- Κεφάλαιο 1, που εξηγούνται οι βασικές αρχές της υπερανάλυσης και παρουσιάζονται συνοπτικά οι συνηθέστερες μέθοδοι υπερανάλυσης, καθώς και οι τομείς που βρίσκει η τελευταία εφαρμογή,
- Κεφάλαιο 2, που ορίζεται το μοντέλο παρατήρησης που περιγράφει τα χαρακτηριστικά της ακολουθίας των εικόνων όπως η κίνηση, ο θόρυβος κ.ά, αλλά και η σχέση που έχει η ακολουθία με την εικόνα υψηλής ανάλυσης που αναζητείται,
- Κεφάλαιο 3, όπου παρουσιάζονται οι στοχαστικές μέθοδοι μέγιστης πιθανοφάνειας και μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας και τα αποτελέσματα της προσομοίωσης της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας σε ακολουθία εικόνων,

- Κεφάλαιο 4, με την παρουσίαση των μεθόδων POCS και IBP και με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεών τους και τέλος,
- Κεφάλαιο 5, που συγκρίνονται οι μέθοδοι μεταξύ τους ως προς την υπολογιστική πολυπλοκότητά τους και την ποιότητα ανακατασκευής που προσφέρουν. Ακόμα παρουσιάζονται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα των μεθόδων για διαφορετικά επίπεδα θορύβου.

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1	Υπεράνάλυση - Γενικά . . . . .	1
1.1.1	Γενικός ορισμός προβλήματος . . . . .	2
1.1.2	Φύση προβλήματος . . . . .	2
1.2	Σύντομη παρουσίαση τεχνικών . . . . .	4
1.2.1	Ανακατασκευή στο πεδίο της συχνότητας . . . . .	4
1.2.2	Ανακατασκευή στο πεδίο του χώρου . . . . .	5
1.2.3	Στοχαστικές μέθοδοι . . . . .	6
1.3	Εφαρμογές ανακατασκευής με Υπεράνάλυση . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Μοντέλο παρατήρησης και παράμετροι</b>	<b>9</b>
2.1	Μοντέλο Παρατήρησης . . . . .	9
2.2	Προσδιορισμός Παραμέτρων και Υποθέσεις . . . . .	11
2.3	Εκτίμηση κίνησης . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Ανακατασκευή με μεθόδους ΜΠ και ΜΥΠ</b>	<b>17</b>
3.1	Ανακατασκευή με τη μέθοδο ΜΠ . . . . .	17
3.2	Ανακατασκευή με τη μέθοδο ΜΥΠ . . . . .	19
3.3	Προσομοιώσεις . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Μέθοδοι ανακατασκευής POCS και IBP</b>	<b>23</b>
4.1	Ανακατασκευή με τη μέθοδο POCS . . . . .	23
4.2	Προσομοιώσεις . . . . .	26

4.3	Ανακατασκευή με τη μέθοδο IBP . . . . .	31
4.4	Προσομοιώσεις . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Συμπεράσματα</b>	<b>35</b>
5.1	Υπολογιστικό Κόστος . . . . .	35
5.2	Σύγκριση Αποτελεσμάτων για ίδιο προστιθέμενο θόρυβο . . . . .	35
5.3	Σύγκριση Αποτελεσμάτων για διάφορα επίπεδα θορύβου . . . . .	37
<b>A'</b>	<b>Κώδικας MatLab</b>	<b>39</b>
A'.1	Προσομοίωση μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας . . . . .	39
A'.2	Προσομοίωση μεθόδου POCS . . . . .	42
A'.3	Προσομοίωση μεθόδου IBP . . . . .	45
A'.4	Συνάρτηση κατασκευής πίνακα υποδειγματοληψίας . . . . .	47
A'.5	Συνάρτηση κατασκευής πίνακα μετακίνησης . . . . .	48

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Η ανακατασκευή εικόνας ασχολείται με την ανάκτηση μιας εικόνας έχοντας ως δεδομένη μια αλλοιωμένη εκδοχή της. Το πρόβλημα αυτό αποτελεί σημαντικό ερευνητικό θέμα και βρίσκει εφαρμογή σε περιπτώσεις κατά τις οποίες το σύστημα λήψης εικόνας (imaging system) εισάγει διάφορες αλλοιώσεις στην εικόνα.

Οι δύο βασικές κατηγορίες στις οποίες ταξινομούνται οι τεχνικές ανακατασκευής εικόνας ορίζονται από το πλήθος των αρχικά διαθέσιμων εικόνων. Έτσι, χωρίζονται στις

- μίας εισόδου (single-input) και
- πολλαπλής εισόδου (multi-input).

Πρόσφατα, το ενδιαφέρον για την ψηφιακή επεξεργασία ακολουθίας εικόνων έχει αυξηθεί σημαντικά και η έρευνα έχει επικεντρωθεί στην εύρεση τεχνικών ανακατασκευής με πολλαπλή είσοδο.

Αυτές οι τεχνικές βασίζονται αρκετά στο θεωρητικό υπόβαθρο της κατηγορίας των τεχνικών ανακατασκευής από μια είσοδο, η οποία έχει μελετηθεί εκτενώς στο παρελθόν και υπάρχει πολλή σχετική βιβλιογραφία. Ένας τομέας που βρίσκει εφαρμογή αυτή η κατηγορία τεχνικών ανακατασκευής είναι η επεξεργασία video και πιο συγκεκριμένα, η αύξηση της ανάλυσης χρησιμοποιώντας πληροφορία που διατίθεται από μια ακολουθία εικόνων.

### 1.1 Υπερανάλυση - Γενικά

Η υπερανάλυση εικόνας (super-resolution) ανήκει στην κατηγορία των αλγόριθμων επεξεργασίας εικόνας. Η βασική ιδέα πίσω από την έννοια της υπερανάλυσης είναι ο 'συνδυασμός' ενός αριθμού αλλοιωμένων εικόνων χαμηλής ανάλυσης στις οποίες έχει προστεθεί θόρυβος, με στόχο την κατασκευή μιας εικόνας ή της ακολουθίας εικόνων υψηλότερης ανάλυσης. Σε αρκετές εφαρμογές η επιθυμητή ανάλυση της εικόνας είναι μεγαλύτερη



από αυτήν που λαμβάνεται από το υπάρχον σύστημα λήψης. Η συνηθέστερη λύση σε αυτήν την περίπτωση είναι η αντικατάσταση του αισθητήρα. Αν αυτή είναι δύσκολα εφικτή, είτε λόγω υψηλού κόστους, είτε επειδή δεν το επιτρέπουν τα φυσικά όρια του υλικού, οι αλγόριθμοι υπερανάλυσης αποτελούν μια εναλλακτική λύση.

Οι αρχικές εργασίες για την υπερανάλυση δείχνουν ότι το φαινόμενο αναδίπλωσης στη συχνότητα μπορεί να μειωθεί ή και να εξαφανιστεί εντελώς αν υπάρχει μια σχετική κίνηση μεταξύ των εικόνων χαμηλής ανάλυσης (Huang και Tsai, 1984). Παρ' όλα αυτά, σε αντίθεση με αυτήν την αρχική προσέγγιση, το πρόβλημα της ανακατασκευής με υπερανάλυση είναι υπολογιστικά πολύπλοκο και κακώς-ορισμένο (ill-posed) όπως θα δειχθεί στη συνέχεια.

### 1.1.1 Γενικός ορισμός προβλήματος

Όπως αναφέρθηκε, η ανακατασκευή με τεχνικές υπερανάλυσης επιχειρεί να εξάγει μια εικόνα ή ακολουθία εικόνων υψηλής ανάλυσης, ώστε να υπερβεί τις χαμηλές δυνατότητες του συστήματος λήψης.

Ο χωρο-χρονικός ορισμός του προβλήματος κατασκευής είναι ο εξής: έστω η συνάρτηση  $f(x_1, x_2, t)$ , με  $x_1, x_2, t \in \mathfrak{R}$  και η οποία εκφράζει την σκηνή που είναι επιθυμητό να απεικονισθεί. Δίνονται  $N$  εικόνες υποδειγματοληπτημένες με πρόσθετο θόρυβο τέτοιες ώστε  $h[l_1, l_2, n]$ ,  $l_1 \in \{1, \dots, L_{1n}\}$ ,  $l_2 \in \{1, \dots, L_{2n}\}$  και  $n \in \{1, \dots, N\}$ , οι οποίες έχουν αποκτηθεί από την  $f$  τις χρονικές στιγμές  $t_1 \leq t_2 \dots \leq t_N$ .

Ο σκοπός είναι να βρεθούν οι  $K$  εκτιμήσεις  $g[m_1, m_2, k]$  με  $k \in \{1, \dots, K\}$  της  $f(x_1, x_2, t'_k)$  για τις χρονικές στιγμές με  $t'_1 \leq t'_2 \dots \leq t'_K$  και  $m_1 \in 1, \dots, M_{1k}$ ,  $m_2 \in 1, \dots, M_{2k}$  για τα οποία θα ισχύουν:  $L_{1n} < M_{1k}$ ,  $L_{2n} < M_{2k} \forall n, k$  ή/και  $K > N$ .

Διαπιστώνεται από τα παραπάνω ότι, οι τεχνικές ανακατασκευής με υπερανάλυση έχουν σαν αποτέλεσμα εκτιμήσεις, οι οποίες διαθέτουν πρόσθετη χωρική ή/και χρονική πληροφορία από αυτήν που μπορεί να αποδώσει το σύστημα λήψης εικόνας.

### 1.1.2 Φύση προβλήματος

**Αντίστροφο (inverse) πρόβλημα** Δύο προβλήματα καλούνται **αντίστροφα** όταν η διατύπωση του ενός περιλαμβάνει όλη ή μέρος της λύσης του άλλου. Συνήθως, για ιστορικούς λόγους, το ένα από αυτά τα προβλήματα έχει μελετηθεί εκτενώς, ενώ το άλλο δεν έχει μελετηθεί και δεν είναι εντελώς κατανοητό. Σε αυτές τις περιπτώσεις το πρώτο καλείται **ευθύ (direct) πρόβλημα** ενώ το δεύτερο **αντίστροφο (inverse)**.

Η ανακατασκευή με υπερανάλυση είναι αντίστροφο πρόβλημα. Η διαδικασία κατά την οποία το διαθέσιμο σύστημα λήψης εικόνας παρέχει μια ακολουθία εικόνων χαμηλής ανάλυσης είναι το ευθύ πρόβλημα. Το πρόβλημα εκτίμησης της αρχικής σκηνής, δεδομένης της ακολουθίας εικόνων και χαρακτηριστικών της διαδικασίας, αποτελεί το αντίστροφο πρόβλη-

μα.

Όπως είναι γνωστό, ένα πρόβλημα είναι **καλώς-ορισμένο** (well-posed) όταν:

1. υπάρχει λύση για όλα τα πιθανά δεδομένα,
2. η λύση είναι μοναδική και
3. η σχέση εξάρτησης της από τα δεδομένα είναι μια συνεχής συνάρτηση.

Σύμφωνα με τα παραπάνω τρία κριτήρια αν

- $x$  είναι τα δεδομένα του προβλήματος, με  $x \in X$ , όπου  $X$  το σύνολο δεδομένων, και
- $y$  είναι η λύση που αντιστοιχεί στα δεδομένα, με  $y \in Y$  και  $Y$  τον χώρο των λύσεων,

τότε υπάρχει μια απεικόνιση

$$F : X \longrightarrow Y, y = F(x)$$

που αντιστοιχεί τα δεδομένα  $x$  στη λύση  $y$ .

Επιπλέον, η σχέση εξάρτησης της λύσης από τα δεδομένα είναι μια συνεχής συνάρτηση αν

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta(\varepsilon) > 0 \quad \forall x, x' \in X$$

τέτοια ώστε

$$d_1(x, x') < \delta(\varepsilon) \Rightarrow d_2(F(x), F(x')) < \varepsilon$$

όπου  $d_1, d_2$  είναι δύο συναρτήσεις απόστασης για τα σύνολα  $X$  και  $Y$  αντίστοιχα [14].

Για το πρόβλημα ανακατασκευής με υπερανάλυση, θα εξεταστεί αν ισχύουν τα παραπάνω κριτήρια.

- Ο θόρυβος, που ίσως προστεθεί κατά τη διαδικασία λήψης (γεγονός που εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του συστήματος λήψης), μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα μια ακολουθία εικόνων στην οποία να μην υπάρχει συνεπής πληροφορία με τη σκηνή που έχει ληφθεί. Αυτό οδηγεί στο χαρακτηρισμό του συστήματος σαν **μη αναστρέψιμο** και άρα χωρίς υπαρκτή λύση.
- Η διαδικασία λήψης της σκηνής έχει ως αποτέλεσμα απώλεια πληροφορίας. Η πληροφορία αυτή θα μπορούσε να προσδώσει επιπλέον περιορισμούς στο χώρο των πιθανών λύσεων. Όμως, ανεπαρκής αριθμός περιορισμών δεν εγγυάται ότι η λύση που θα βρεθεί θα είναι και η μοναδική.

- Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του συστήματος, το αντίστροφο πρόβλημα μπορεί να είναι ευαίσθητο σε διαταράξεις των δεδομένων, που ίσως να οφείλονται σε παρουσία θορύβου. Για παράδειγμα, σε ένα σύστημα στο οποίο λείπουν οι υψηλές συχνότητες στα παρατηρούμενα δεδομένα, η παρουσία θορύβου εκεί, εισάγει κάποιες υψηλές συχνότητες που δημιουργούν μια αλλοιωμένη εκδοχή του σήματος<sup>1</sup>.

## 1.2 Σύντομη παρουσίαση τεχνικών

### 1.2.1 Ανακατασκευή στο πεδίο της συχνότητας

Η ανακατασκευή με τεχνικές υπερανάλυσης αποτελεί ερευνητικό θέμα τις τελευταίες τρεις δεκαετίες. Το θέμα παρουσιάστηκε αρχικά από τους Tsai και Huang, οι οποίοι εισήγαγαν το πρόβλημα της ανακατασκευής μιας εικόνας από υποδειγματοληπτημένες εκδόσεις αυτής, χωρίς την παρουσία θορύβου.

Η προσέγγιση της μεθόδου έγινε από το πεδίο της συχνότητας. Για την ανακατασκευή λαμβάνεται υπόψη το φαινόμενο αναδίπλωσης στη συχνότητα (aliasing) που παρουσιάζεται στις υποδειγματοληπτημένες εικόνες [10]. Στη συνέχεια, παρουσιάστηκαν κι άλλες τεχνικές, οι οποίες προτείνουν λύση σε πιο γενικευμένο ορισμό του προβλήματος για ανακατασκευή από εικόνες με θόρυβο και θάμπωμα (blurring) [11].

Την αντίστοιχη τεχνική ανακατασκευής των Tsai και Huang για το πεδίο του χώρου διατύπωσαν οι Ut και Gross, λαμβάνοντας υπόψη το **γενικευμένο θεώρημα πολυκαναλικής δειγματοληψίας** (generalized multichannel sampling theorem) του Papoulis για την παρεμβολή των τιμών στο πλαίσιο υψηλότερης ανάλυσης [12].

Επειδή οι αισθητήρες φωτός δεν είναι ιδανικά χαμηλοπερατά φίλτρα, η πληροφορία της εικόνας στις υψηλές συχνότητες εμφανίζει το φαινόμενο της αναδίπλωσης. Το θεώρημα του Papoulis ανακατασκευάζει το περιεχόμενο αυτών των συχνοτήτων παίρνοντας το κατάλληλο άθροισμα με βάρη της συχνοτικής πληροφορίας των εικόνων χαμηλής ανάλυσης.

Η ανακατασκευή στο πεδίο της συχνότητας έχει τα πλεονεκτήματα της θεωρητικής απλότητας και της παράλληλης υλοποίησης, η οποία μπορεί να μειώσει την πολυπλοκότητα του υλικού (hardware). Ένα από τα μειονεκτήματα που παρουσιάζονται είναι ότι, λόγω της φύσης των μεθόδων, απαιτείται συνολική μετατροπή κίνησης (global translational motion). Ακόμη, είναι δύσκολο να εφαρμοστεί η εκ των προτέρων γνώση, από το πεδίο του χώρου στο πεδίο της συχνότητας, ώστε να γίνει ομαλοποίηση (regularization). Άλλο μειονέκτημα είναι ότι το μοντέλο παρατήρησης πρέπει να περιορίζεται σε γραμμική, αμετάβλητη στην ολίσθηση PSF (Point Spread Function) ή συνάρτηση διάχυσης σημείου.

<sup>1</sup>βασική δυσκολία των αντίστροφων προβλημάτων είναι η επίλυσή τους χωρίς την ενίσχυση του θορύβου

## 1.2.2 Ανακατασκευή στο πεδίο του χώρου

Η **μη ομοιόμορφη παρεμβολή** (nonuniform interpolation) είναι η πιο διαισθητική μέθοδος ανακατασκευής του προβλήματος που έχει παρουσιαστεί και εργάζεται στο πεδίο του χώρου.

Σύμφωνα μ' αυτήν, αρχικά γίνεται εκτίμηση της κίνησης για κάθε υποδειγματοληπτική εικόνα εισόδου και λαμβάνεται τυχαία κάποια από αυτές σαν σημείο αναφοράς. Τα δείγματα αυτά τοποθετούνται στο χώρο και λαμβάνεται μια έκδοση της εικόνας υψηλής ανάλυσης, στην οποία τα διαστήματα δείγματοληψίας είναι ανομοιόμορφα. Στη συνέχεια ακολουθείται μια επαναληπτική ή άμεση διαδικασία, που θα δώσει σημεία ομοιόμορφα κατανεμημένα στο χώρο. Τέλος, εφαρμόζονται μέθοδοι που θα αφαιρέσουν θάμπωμα και θόρυβο.

Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι το χαμηλό υπολογιστικό κόστος, γεγονός που κάνει την χρήση της εφικτή σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου. Παρόλα αυτά, το μειονέκτημα που συναντάται είναι ότι το μοντέλο παρατήρησης επιτρέπει μόνο ομοιόμορφη αλλοίωση (θάμπωμα και θόρυβο) των εικόνων χαμηλής ανάλυσης. Ένα ακόμα μειονέκτημα είναι ότι η λύση που προκύπτει δεν είναι απαραίτητα και η βέλτιστη. Αυτό οφείλεται στο βήμα της αφαίρεσης θορύβου και θαμπώματος, όπου αγνοούνται τυχόν σφάλματα της διαδικασίας της παρεμβολής.

Μια διαφορετική προσέγγιση του προβλήματος, παρουσιάστηκε από τους Irani και Peleg [5] και έχει αρκετές ομοιότητες με την μέθοδο **επαναληπτικών προβολών προς τα πίσω** ή **IBP** (Iterative Back Projection) που χρησιμοποιείται στην τομογραφία και η οποία είναι γνωστή στην ανακατασκευή με υπερανάλυση με το ίδιο όνομα.

Η επαναληπτική μέθοδος που ακολουθείται είναι η εξής: αρχικά τίθεται στην εικόνα εξόδου μια τυχαία εκτίμηση, προβάλλεται το τρέχον αποτέλεσμα, υπολογίζεται η απόκλιση του από τα δεδομένα (εικόνες χαμηλής ανάλυσης) και η εκτίμηση τροποποιείται αναλόγως. Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα της μεθόδου, εκτός από την απλότητα της, είναι ότι δεν εισάγονται περιορισμοί όσον αφορά κάποια χαρακτηριστικά της κίνησης, όπως γίνεται με τις μεθόδους που προαναφέρθηκαν.

Επίσης, αρκετά δημοφιλής είναι η μέθοδος **προβολής σε κυρτά σύνολα** ή **POCS** (Projection Onto Convex Sets), η οποία παρουσιάστηκε αρχικά από τους Stark και Oskoui και γενικεύτηκε από τον Tekalp για εικόνες με θόρυβο.

Η μέθοδος είναι αρκετά ελκυστική γιατί υπάρχει η δυνατότητα εισαγωγής περιορισμών στη λύση με τη μορφή κυρτών συνόλων (convex sets). Αν το σύνολο της τομής αυτών των κυρτών συνόλων δεν είναι το κενό – άρα θα είναι κυρτό σύνολο, σύμφωνα με την ιδιότητα της τομής – τότε θα περιέχει όλες τις εφικτές λύσεις, δηλαδή τις ανακατασκευασμένες εικόνες που ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς.

Τα πιο σημαντικά πλεονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι ότι μπορεί αφενός να συμπεριλάβει εκ των προτέρων πληροφορία μέσω περιορισμών, αφετέρου η απλότητα που παρουσιάζει

στην υλοποίηση. Στα μειονεκτήματα της συγκαταλέγεται η μη μοναδικότητα της λύσης, καθώς η τομή των συνόλων μπορεί να μην αποτελείται από ένα στοιχείο. Επιπλέον μειονέκτημα αποτελεί το υπολογιστικό κόστος, το οποίο μπορεί να είναι σημαντικό λόγω του μεγάλου αριθμού των επαναλήψεων που ενίοτε απαιτούνται προκειμένου να συγκλίνει η μέθοδος.

### 1.2.3 Στοχαστικές μέθοδοι

Όπως προαναφέρθηκε, η ανακατασκευή με υπερανάλυση ανήκει στην κατηγορία των κακώς-ορισμένων προβλημάτων. Για την αντιστροφή αυτής της κατηγορίας προβλημάτων χρησιμοποιείται ομαλοποίηση.

Ο όρος **ομαλοποίηση** αναφέρεται σε μεθόδους (στοχαστικές και ντετερμινιστικές) που χρησιμοποιούν πρόσθετη - εκ των προτέρων πληροφορία έτσι ώστε να περιοριστεί το σύνολο των λύσεων. Οι στοχαστικές μέθοδοι χρησιμοποιούν αποτελέσματα της θεωρίας εκτίμησης και ειδικότερα τη μεθοδολογία εκτίμησης κατά Bayes, ώστε να λάβουν πιο ομαλά αποτελέσματα του αντίστροφου προβλήματος.

Στις στοχαστικές τεχνικές για ανακατασκευή με υπερανάλυση συγκαταλέγονται η **εκτίμηση της μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας** (MAP - Maximum A Posteriori probability) και η **εκτίμηση της μέγιστης πιθανοφάνειας** (ML - Maximum Likelihood). Η πρώτη παρουσιάστηκε από τους Schultz και Stevenson οι οποίοι χρησιμοποιούν στον εκτιμητή τον Huber-Markov Random Field prior. Η δεύτερη αποτελεί ειδική περίπτωση της πρώτης με ομοιόμορφο prior όρο [13].

## 1.3 Εφαρμογές ανακατασκευής με Υπερανάλυση

Η ανακατασκευή με υπερανάλυση έχει βρει εφαρμογή σε πολλούς τομείς και λόγω της μεγάλης αύξησης της ισχύος των υπολογιστικών συστημάτων, γίνεται ολοένα και πιο προσιτή σε εφαρμογές που απαιτείται όσο το δυνατόν καλύτερη ανακατασκευή. Ένας ακόμη σημαντικός λόγος είναι η διατήρηση του χαμηλού κόστους λόγω της χρήσης μηχανημάτων λήψης χαμηλής ανάλυσης.

Έτσι η ανακατασκευή με υπερανάλυση χρησιμοποιείται σε εφαρμογές με σύστημα λήψης εικόνων με σκοπό να αποκτηθεί μια εικόνα υψηλής ανάλυσης, που θα κάνει δυνατή την εστίαση σε κάποια περιοχή με ενδιαφέρον - **στατική** (static) ανακατασκευή. Ακόμα συναντάται και σε εφαρμογές που γίνεται λήψη video για τον λόγο που προαναφέρθηκε, αλλά και για την παράλληλη επεξεργασία του ώστε να αυξηθεί η ανάλυση του - **δυναμική** (dynamic) ανακατασκευή.

Εφαρμογή της μεθόδου υπάρχει σε τομείς όπως:

- εικόνα μέσω δορυφόρου,

- αξονική τομογραφία (CT), μαγνητική τομογραφία (MRI),
- παρατήρηση ουρανίων σωμάτων
- αποκατάσταση video
- μετατροπή video από μια μορφή σε κάποια άλλη υψηλότερης ανάλυσης
- παρακολούθηση για λόγους ασφαλείας
- αποκατάσταση ροής video MPEG



# Κεφάλαιο 2

## Μοντέλο παρατήρησης και παράμετροι

Το παρόν κεφάλαιο επικεντρώνεται στο μοντέλο του προβλήματος και ειδικότερα στο **μοντέλο παρατήρησης** (observation model), το οποίο συνδέει τις εικόνες χαμηλής ανάλυσης με την εικόνα υψηλής ανάλυσης και θα χρησιμοποιηθεί στις τεχνικές ανακατασκευής, που θα παρουσιαστούν στα επόμενα κεφάλαια.

### 2.1 Μοντέλο Παρατήρησης

Το παρακάτω μοντέλο αναφέρεται στις περιπτώσεις που δίνεται σαν είσοδος κάποιος αριθμός από εικόνες με σκοπό μια εικόνα υψηλής ανάλυσης – **στατική** (static) ανακατασκευή. Παρόλα αυτά επεκτείνεται εύκολα και στην περίπτωση της συνεχόμενης ροής εικόνων που απαιτείται και ροή εξόδου – **δυναμική** (dynamic) ανακατασκευή.

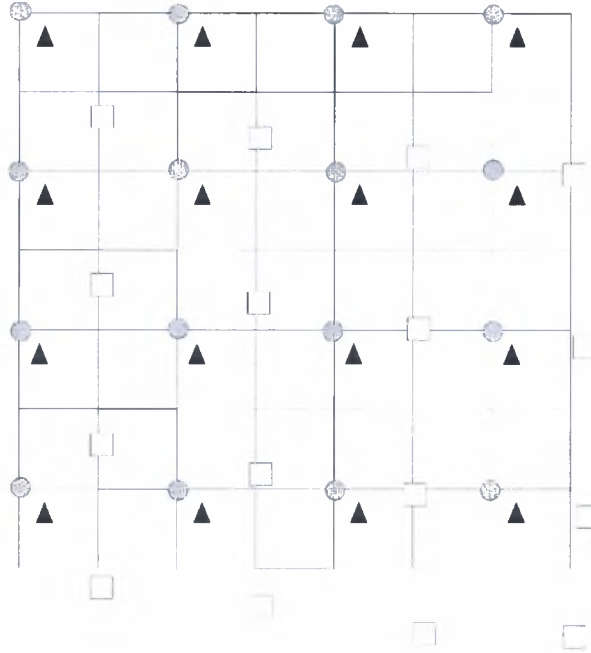
Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενη ενότητα, σύμφωνα με τον ορισμό της ανακατασκευής, δίνονται  $N$  εικόνες  $Y[k], k = 1, \dots, N$ , διαφορετικού μεγέθους  $[m_k \times m_k]$ , οι οποίες είναι διαφορετικές αναπαραστάσεις μιας εικόνας υψηλότερης ανάλυσης  $X$  μεγέθους  $[l \times l]$  με  $l > m_k$ .

Το επόμενο παράδειγμα θα βοηθήσει στον εύκολο προσδιορισμό των παραμέτρων, που θα χρησιμοποιηθούν κατά τη μοντελοποίηση του προβλήματος.

Στο Σχήμα(2.1) υπάρχει μια οπτική αναπαράσταση του προβλήματος. Παρατηρούνται σύμβολα τριών διαφορετικών τύπων, καθένα από αυτά δείχνει τα σημεία δειγματοληψίας για μια εικόνα  $4 \times 4$ , η οποία αναπαρίσταται σε πλέγμα υψηλότερης ανάλυσης  $8 \times 8$ .

Σαν εικόνα αναφοράς, για την αναπαράσταση στο πλέγμα  $8 \times 8$ , έχει επιλεγθεί τυχαία αυτή με σύμβολο τον κύκλο. Η εικόνα που τα σημεία της έχουν σύμβολο το τρίγωνο είναι μια μετακινήμενη εκδοχή του πλαισίου αναφοράς. Ακόμα, η εικόνα με σύμβολο το





Σχήμα 2.1: Χαμηλής ανάλυσης δεδομένα σε πλέγμα υψηλής ανάλυσης

τετράγωνο περιέχει συνδυασμό κινήσεων όπως μεγέθυνση (zoom), περιστροφή (rotation) και μετακίνηση (translation).

Σύμφωνα με τα παραπάνω, διαπιστώνεται ότι οι εικόνες χαμηλής ανάλυσης είναι αποτέλεσμα υποδειγματοληψίας (subsampling), κίνησης και γεωμετρικής παραμόρφωσης (warping), και θαμπώματος. Επιπλέον, θα υποθεθεί η ύπαρξη πρόσθετου γκαουσσιανού θορύβου. Τα προηγούμενα θα μπορούσαν να συνοψιστούν στην παρακάτω σχέση:

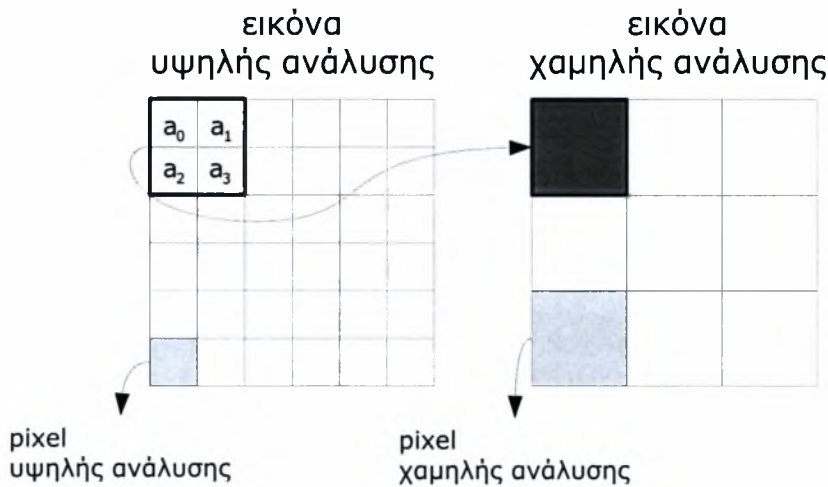
$$\underline{Y}_k = D_k C_k F_k \underline{X} + \underline{V}_k \quad (2.1)$$

- Ο πίνακας  $F_k$  εκφράζει την **κίνηση** (motion) και τους **γεωμετρικούς μετασχηματισμούς** που απαιτούνται για την αντιστοίχιση του πλέγματος της εικόνας χαμηλής ανάλυσης με αυτό της εικόνας υψηλής ανάλυσης και το μέγεθος του είναι  $[l^2 \times l^2]$ .
- Ο πίνακας  $C_k$  εκφράζει το **θάμπωμα**, το οποίο εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του συστήματος λήψης και μπορεί να μοντελοποιηθεί είτε σαν γραμμικό χωρικά αμετάβλητο, είτε σαν γραμμικό χωρικά μεταβαλλόμενο. Το μέγεθος του είναι  $[l^2 \times l^2]$ .
- Ο πίνακας  $D_k$  είναι ο **πίνακας υποδειγματοληψίας** και τα περιεχόμενα του εξαρτώνται από το μέγεθος της εικόνας  $X$  και της αντίστοιχης  $Y_k$  και το μέγεθος του είναι  $[m_k^2 \times l^2]$ .
- Το διάνυσμα  $\underline{V}_k$  αποτελεί τον **προστιθέμενο γκαουσσιανό θόρυβο**.

## 2.2 Προσδιορισμός Παραμέτρων και Υποθέσεις

Οι παραπάνω πίνακες θεωρούνται γνωστοί προκειμένου να εφαρμοστεί κάποια μέθοδος ανακατασκευής με υπερανάλυση. Σύμφωνα με το μοντέλο που δόθηκε στην προηγούμενη εικόνα, θα παρουσιαστεί πως προσδιορίζεται κάθε μια από τις παραμέτρους που αναφέρονται:

- Το διάνυσμα  $\underline{Y}_k$ ,  $k = 1, \dots, N$  εκφράζει το πλήθος των υποδειγματοληπτημένων εικόνων που δίνονται σαν είσοδος και επομένως θεωρείται γνωστό.
- Ο πίνακας  $D_k$  εξαρτάται από την ανάλυση της εικόνας  $X$  που είναι επιθυμητή και της εικόνας χαμηλής ανάλυσης  $Y_k$  συνεπώς κατασκευάζεται εύκολα.
- Όσον αφορά τη μήτρα  $C_k$  η κατασκευή της απαιτεί πληροφορία, η οποία σε κάποιες εφαρμογές είναι γνωστή και προέρχεται από μετρήσιμα μεγέθη όπως παραμόρφωση λόγω φακού (π.χ. διάθλαση) και η συνάρτηση διάχυσης σημείου ή PSF (Point Spread Function) του αισθητήρα - Σχήμα(2.2).



Σχήμα 2.2: PSF του αισθητήρα - η τιμή του μπλε pixel χαμηλής ανάλυσης δίνεται από τον μέσο όρο των pixels  $a_0, \dots, a_3$

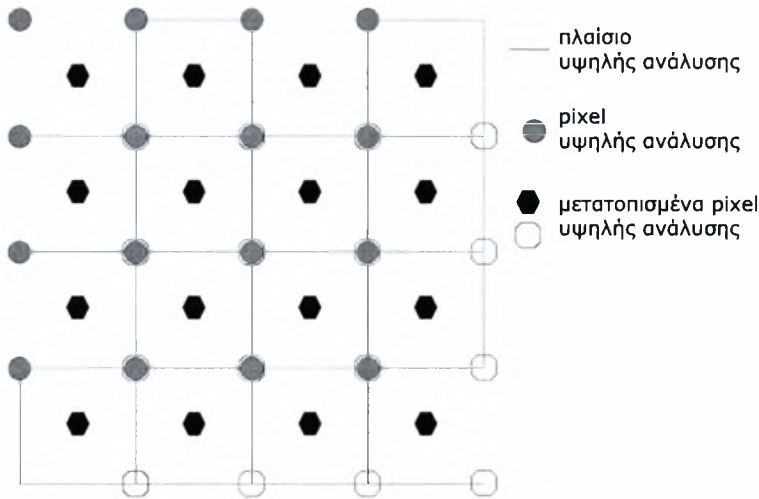
Σε διαφορετική περίπτωση, θεωρείται ότι η μέθοδος ανακατασκευής που θα ακολουθηθεί είναι ρωμαλαία (robust) σε τέτοιου είδους σφάλματα, γεγονός που πρέπει να αποδειχθεί ότι ισχύει, και στη συνέχεια να γίνει εκτίμηση των αντίστοιχων παραμέτρων.

Μια διαφορετική προσέγγιση, που ακολουθείται και στην απλή ανακατασκευή εικόνας, είναι το να εκτιμηθεί η μήτρα  $C_k$  παράλληλα με την διαδικασία ανακατασκευής της εικόνας.

- Αν δεν υπάρχουν πληροφορίες για την κίνηση (η πιο συνηθισμένη περίπτωση) χρειάζεται να γίνει η εκτίμηση της κίνησης (motion estimation) για το εκάστοτε πλαίσιο

(frame). Επιλέγεται μια εικόνα σαν σημείο αναφοράς και εφαρμόζεται η διαδικασία για τις υπόλοιπες εικόνες. Η διαδικασία που θα επιλεγεί πρέπει να δίνει διανύσματα κίνησης (motion vectors) με ακρίβεια υπο-εικονοστοιχείου (sub-pixel) για να υπάρξει καλό αποτέλεσμα.

Στην περίπτωση που δεν εφαρμόζεται κάποιος γεωμετρικός μετασχηματισμός μεταξύ των εικόνων, αλλά υπάρχει μόνο κίνηση, μπορεί να ανατεθεί στην μήτρα  $F_1$  ο μοναδιαίος πίνακας. Επειδή η θέση των σημείων της εικόνας χαμηλής ανάλυσης είναι πιθανόν να μην συμπίπτει με το πλέγμα της εικόνας υψηλής ανάλυσης πρέπει να γίνει και η αντίστοιχη προσέγγιση (interpolation) των σημείων αυτών.



Σχήμα 2.3: Προσαρμογή στο πλέγμα υψηλής ανάλυσης

Για παράδειγμα στο Σχήμα(2.3), τρεις εικόνες τοποθετημένες στο πλέγμα υψηλής ανάλυσης. Η εικόνα με τον κύκλο είναι η εικόνα αναφοράς αφού τα σημεία της βρίσκονται στο πλέγμα υψηλής ανάλυσης. Οι εικόνες με μπλε και κόκκινο πολύγωνο είναι απλά μετακινημένες εκδοχές της εικόνας αναφοράς. Για την εικόνα με μπλε πολύγωνο θα χρειαστεί να γίνει η προσέγγιση της στο πλέγμα υψηλής ανάλυσης, ενώ για την εικόνα με κόκκινο πολύγωνο δε θα χρειαστεί προσέγγιση γιατί η θέση της ικανοποιεί το πλέγμα υψηλής ανάλυσης.

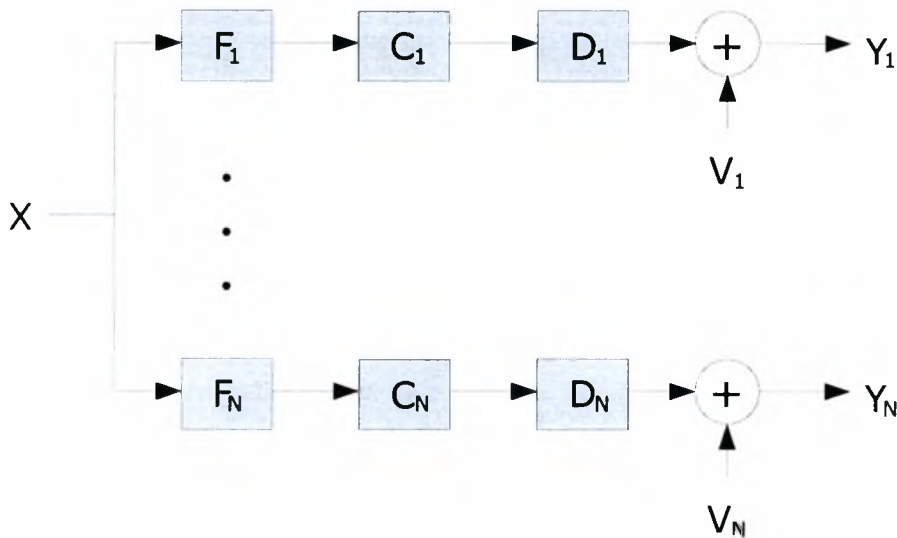
- Όταν δεν υπάρχει εκ των προτέρων γνώση για τον θόρυβο μπορεί να γίνει η υπόθεση ότι ο προστιθέμενος θόρυβος είναι γκαουσιανός με μέση τιμή μηδέν και μήτρα αυτοσυσχέτισης  $W_k^{-1}$  και τα διανύσματα είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους. Συνεπώς η μήτρα αυτοσυσχέτισης για το διάνυσμα  $\underline{V}$  είναι η:

$$E\{\underline{V}\underline{V}^T\} = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & W_N \end{bmatrix}^{-1} = W^{-1} \quad (2.2)$$

Μια σχέση που να περιλαμβάνει και τις  $N$  εξισώσεις συνεπώς είναι η εξής:

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_1 \\ \underline{Y}_2 \\ \vdots \\ \underline{Y}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 C_1 F_1 \\ D_2 C_2 F_2 \\ \vdots \\ D_N C_N F_N \end{bmatrix} \underline{X} + \underline{V} \quad (2.3)$$

Στο Σχήμα(2.4) παρουσιάζεται και γραφικά το μοντέλο του προβλήματος που εκφράζεται στην προηγούμενη σχέση.



Σχήμα 2.4: Μοντέλο προβλήματος - συσχέτιση εικόνων χαμηλής ανάλυσης με εικόνα υψηλής ανάλυσης

## Προσδιορισμός μεγέθους εικόνας ανακατασκευής

Ο αριθμός των εικονοστοιχείων (pixels) της τελικής εικόνας δεν προκύπτει από κάποιο κανόνα. Παρόλα αυτά, η ποιότητα που θα ληφθεί εξαρτάται από το μέγεθος της εικόνας που θα τεθεί. Συνεπώς, η επιλογή του αριθμού των εικονοστοιχείων θα πρέπει να σχετίζεται με το μέγεθος των υποδειγματοληπτημένων εικόνων ώστε να λάβουμε ικανοποιητικό αποτέλεσμα.

Για παράδειγμα, στην περίπτωση που επιλεγθεί αρκετά μεγάλος αριθμός εικονοστοιχείων, το πρόβλημα γίνεται κακώς-ορισμένο. Ως εκ τούτου, απαιτούνται μέθοδοι χαλάρωσης (relaxation) με ομαλοποίηση.

Στην αντίθετη περίπτωση, δε θα γίνει χρήση της διαθέσιμης πληροφορίας από τις υποδειγματοληπτημένες εικόνες. Διαισθητικά, το μέγεθος της τελικής εικόνας θα μπορούσε

να προσδιορισθεί λαμβάνοντας υπόψη ότι πρέπει να είναι το πολύ ίσο με το σύνολο της διαθέσιμης πληροφορίας, δηλαδή:

$$\sum_1^N m_i^2 > l^2 \quad (2.4)$$

ή αν οι εικόνες έχουν το ίδιο μέγεθος  $m$ :

$$Nm^2 \geq l^2 \quad (2.5)$$

## 2.3 Εκτίμηση κίνησης

Η εκτίμηση της κίνησης αποτελεί ένα μεγάλο κεφάλαιο στην επεξεργασία εικόνας και αρκετά σημαντικό κομμάτι μιας σειράς από εφαρμογές, όπως η συμπίεση video, η υπολογιστική όραση (computer vision), η ανακατασκευή εικόνας κ.λ.π. Την ανακατασκευή εικόνας, με υπερανάλυση από πολλές εικόνες, την καθιστά δυνατή η παρουσία κίνησης.

Σε κάποιες εφαρμογές ανακατασκευής με υπερανάλυση, όπως η λήψη εικόνας από δορυφόρο, η σχετική κίνηση μεταξύ των πλαισίων εξαρτάται από παραμέτρους, όπως η τροχιά και η ταχύτητα του δορυφόρου. Σε αυτές τις εφαρμογές η κίνηση είναι γνωστή εκ των προτέρων, έστω και προσεγγιστικά. Όμως, υπάρχουν περιπτώσεις που δεν υπάρχει η αντίστοιχη πληροφορία και πρέπει να προσδιοριστεί η σχετική κίνηση μεταξύ των πλαισίων. Σε αυτές τις εφαρμογές η εκτίμηση κίνησης είναι απαραίτητη και προηγείται της μεθόδου ανακατασκευής.

Γίνεται εύκολα κατανοητό ότι, η τελική εικόνα θα είναι συνάρτηση των διανυσμάτων κίνησης που θα δώσει η εκτίμηση κίνησης. Το παραπάνω δικαιολογείται από τα εξής: η εκτίμηση κίνησης θέτει σημαντικούς περιορισμούς στη λύση, γεγονός που απαιτείται και από τη φύση του προβλήματος (κακώς-ορισμένο). Η λανθασμένη εκτίμηση κίνησης δημιουργεί έντονες παραμορφώσεις στο τελικό αποτέλεσμα. Ο βαθμός επαύξησης της ανάλυσης και η ποιότητα της τελικής εικόνας εξαρτώνται από την ακρίβεια της εκτίμησης κίνησης. Συνεπώς, η απόδοση και ακρίβεια της εκτίμησης κίνησης οριοθετεί και την απόδοση ολόκληρης της μεθόδου ανακατασκευής.

Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενη ενότητα, ικανοποιητικά αποτελέσματα ανακατασκευής εικόνας μπορούν να ληφθούν όταν τα διανύσματα κίνησης έχουν ακρίβεια υποεικονοστοιχείου. Θα πρέπει να επισημανθεί ότι δεν είναι τόσο σημαντική η πυκνότητα των δεδομένων, όσο η ακρίβεια της σχετικής θέσης τους.

Διαισθητικά παρατηρείται ότι, αν είναι επιθυμητή αύξηση της ανάλυσης κατά  $n$  φορές, η εκτίμηση κίνησης πρέπει να είναι ακριβής κατά  $\frac{1}{n}$  εικονοστοιχεία. Παρόλα αυτά μεγάλη ακρίβεια στην εκτίμηση έχει ως αποτέλεσμα μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Ο Bogman, στο [9], βρίσκει ότι υπάρχει άνω όριο στους εκτιμητές μετά το οποίο, όσο και να αυξηθεί η ακρίβεια τους, δεν επιφέρονται αλλαγές στο τελικό αποτέλεσμα.

Η εκτίμηση της κίνησης τοπικά (local motion estimation) δε δίνει αρκετά αξιόπιστα αποτελέσματα και ευθύνεται για τεχνουργήματα (artifacts) κατά την ανακατασκευή, γεγονός που οφείλεται στην επεξεργασία μόνο των κοντινών εικονοστοιχείων. Αντίθετα, στη μέθοδο εκτίμησης της κίνησης καθολικά (global motion estimation), ένας πολύ μεγάλος αριθμός εικονοστοιχείων λαμβάνεται υπόψη κατά την επεξεργασία.



## Κεφάλαιο 3

# Ανακατασκευή με μεθόδους ΜΠ και ΜΥΠ

Στο κεφάλαιο θα αναλυθούν οι μέθοδοι μέγιστης εκ των υστέρων πιθανότητας ή ΜΥΠ (MAP - Maximum A Posteriori probability) και εκτίμηση της μέγιστης πιθανοφάνειας ή ΜΠ (ML - Maximum Likelihood) και θα παρουσιάσουν τα αποτελέσματα προσομοιώσεων της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας που έγιναν στο Matlab. Το κοινό χαρακτηριστικό αυτών των μεθόδων είναι ότι ανήκουν στις στοχαστικές μεθόδους ανακατασκευής, αφού χρησιμοποιούν την μεθοδολογία της εκτίμησης κατά Bayes.

### 3.1 Ανακατασκευή με τη μέθοδο ΜΠ

Το μοντέλο του προβλήματος ανακατασκευής με υπερανάλυση, όπως έχει παρουσιαστεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, δίνεται από την παρακάτω σχέση με μορφή πινάκων - σύμφωνα με την υπόθεση ότι ο προστιθέμενος θόρυβος ακολουθεί κατανομή  $N(0, W)$ , όπου  $W$  είναι η μήτρα συνδιασποράς :

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_1 \\ \underline{Y}_2 \\ \vdots \\ \underline{Y}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 C_1 F_1 \\ D_2 C_2 F_2 \\ \vdots \\ D_N C_N F_N \end{bmatrix} \underline{X} + \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \vdots \\ \underline{V}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_N \end{bmatrix} \underline{X} + \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \vdots \\ \underline{V}_N \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

και με μορφή διανυσμάτων:

$$\underline{Y} = H\underline{X} + \underline{V} \quad (3.2)$$

Είναι γνωστό από τη θεωρία εκτίμησης ότι για την εκτίμηση της εικόνας  $X$ , ο εκτιμητής ΜΠ βρίσκει που μεγιστοποιείται η δεσμευμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των δειγμάτων  $Y$  δοσμένης της  $X$  είναι  $P\{\underline{Y}|\underline{X}\}$ .



Συνεπώς, ο εκτιμητής θα είναι ο εξής:

$$\hat{\underline{X}} = \arg \min_{\underline{X}} \|\underline{Y} - H\underline{X}\|_{W_k}^2$$

Έστω  $f(\underline{X}) = \|\underline{Y} - H\underline{X}\|_{W_k}^2$ . Τότε

$$\begin{aligned} f(\underline{X}) &= (\underline{Y} - H\underline{X})^T W_k (\underline{Y} - H\underline{X}) \\ &= (\underline{Y}^T - \underline{X}^T H^T) W_k (\underline{Y} - H\underline{X}) \\ &= \underline{Y}^T W_k \underline{Y} - \underline{Y}^T W_k H \underline{X} - \underline{X}^T H^T W_k \underline{Y} + \underline{X}^T H^T W_k H \underline{X} \\ &= \underline{Y}^T W_k \underline{Y} - 2 \underline{X}^T H^T W_k \underline{Y} + \underline{X}^T H^T W_k H \underline{X} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Παραγωγίζοντας την (3.3) και λαμβάνοντας υπόψη ότι ο  $H^T W_k H$  είναι συμμετρικός:

$$\nabla f(\underline{X}) = -2H^T W_k \underline{Y} + 2H^T W_k H \hat{\underline{X}} \quad (3.4)$$

και εξισώνοντας με το 0

$$H^T W_k H \hat{\underline{X}} = H^T W_k \underline{Y} \quad (3.5)$$

ή διαφορετικά

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N H_k^T W_k H_k \hat{\underline{X}} &= \sum_{k=1}^N H_k^T W_k \underline{Y}_k \\ \sum_{k=1}^N F_k^T C_k^T D_k^T W_k D_k C_k F_k \hat{\underline{X}} &= \sum_{k=1}^N F_k^T C_k^T D_k^T W_k \underline{Y}_k \end{aligned}$$

Για τον υπολογισμό του  $\hat{\underline{X}}$ , πρέπει να επιλυθεί το γραμμικό σύστημα της (3.5). Στην περίπτωση που ο  $H^T W_k H$  είναι αντιστρέψιμος, το σύστημα έχει μοναδική λύση. Παρόλα αυτά, εύκολα βγαίνει το συμπέρασμα ότι στις εικόνες όπου τα μεγέθη των πινάκων είναι αρκετά μεγάλα, η αντιστροφή του  $H^T W_k H$  είναι πρακτικά αδύνατη. Για την επίλυση του παραπάνω συστήματος εξισώσεων προτιμούνται επαναληπτικές μέθοδοι όπως η steepest descend ή CG (Conjugate Gradient). Για παράδειγμα, σύμφωνα με τη μέθοδο steepest descend στην επανάληψη  $i + 1$  η εικόνα υψηλής ανάλυσης θα δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \hat{\underline{X}}_{i+1} &= \hat{\underline{X}}_i + m \left[ \sum_{k=1}^N H_k^T W_k (\underline{Y}_k - \sum_{k=1}^N H_k \hat{\underline{X}}_i) \right] \Rightarrow \\ \hat{\underline{X}}_{i+1} &= \hat{\underline{X}}_i + m \left[ \sum_{k=1}^N F_k^T D_k^T W_k (\underline{Y}_k - D_k F_k \hat{\underline{X}}_i) \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

όπου το  $m$  εκφράζει την παράμετρο σύγκλισης και  $X_0$  είναι ένα τυχαίο διάνυσμα. Εφόσον ο  $H^T W_k H$  είναι αντιστρέψιμος, για μικρές τιμές του  $m$  επιτυγχάνουμε σύγκλιση στη μοναδική

λύση της (3.5). Οι περισσότερες επαναληπτικές μέθοδοι συγκλίνουν το πολύ σε τριάντα επαναλήψεις.

Σύμφωνα με τους Elad και Feuer, στην περίπτωση που ο  $H^T W_k H$  δεν είναι αντιστρέψιμος δεν εξυπηρετούνται δύο προϋποθέσεις: επάρκεια δεδομένων και ικανοποίηση κάποιων περιορισμών που αναφέρονται στη σχετική θέση των εικόνων μεταξύ τους.

## 3.2 Ανακατασκευή με τη μέθοδο ΜΥΠ

Στον **εκτιμητή ΜΥΠ**, η εκτίμηση της εικόνας  $\underline{X}$  γίνεται μεγιστοποιώντας την δεσμευμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της εικόνας, δεδομένων των δειγμάτων, δηλαδή την  $P\{\underline{X}|\underline{Y}\}$ .

Σύμφωνα με τον κανόνα του Bayes:

$$P\{\underline{X}|\underline{Y}\} = P\{\underline{Y}|\underline{X}\}P\{\underline{X}\} \quad (3.7)$$

δηλαδή η εκτίμηση με ΜΥΠ είναι παρόμοια με την ΜΠ υποθέτοντας ομοιόμορφη κατανομή του  $\underline{X}$ .

Όπως και με την μέθοδο ΜΠ έτσι κι εδώ:

$$\hat{\underline{X}} = \arg \min_{\underline{X}} [\|\underline{Y} - H\underline{X}\|_{W_k}^2 + \lambda Pr(\underline{X})] \quad (3.8)$$

Έστω  $f(\underline{X}) = \|\underline{Y} - H\underline{X}\|_{W_k}^2 + \lambda Pr(\underline{X})$  όπου  $Pr(\underline{X})$  είναι η εκ των προτέρων γνώση για τον  $\underline{X}$ , υποθέτοντας ότι ο  $\underline{X}$  ακολουθεί κατανομή  $N(0, G^{-1})$  και  $\lambda > 0$  η παράμετρος ομαλοποίησης.

$$\begin{aligned} f(\underline{X}) &= (\underline{Y} - H\underline{X})^T W_k (\underline{Y} - H\underline{X}) + \underline{X}^T G^{-1} \underline{X} \\ &= \underline{Y}^T W_k \underline{Y} - 2\underline{X}^T H^T W_k \underline{Y} + \underline{X}^T H^T W_k H \underline{X} + \underline{X}^T G^{-1} \underline{X} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Παραγωγίζοντας την (3.9) και λαμβάνοντας υπόψη ότι  $H^T W_k H$  είναι συμμετρικός, καταλήγει κανείς στην

$$\nabla f(\underline{X}) = -2H^T W_k \underline{Y} + 2H^T W_k H \hat{\underline{X}} + 2G^{-1} \underline{X} \quad (3.10)$$

και εξισώνοντας με το 0

$$(G^{-1} + H^T W_k H) \hat{\underline{X}} = H^T W_k \underline{Y} \quad (3.11)$$

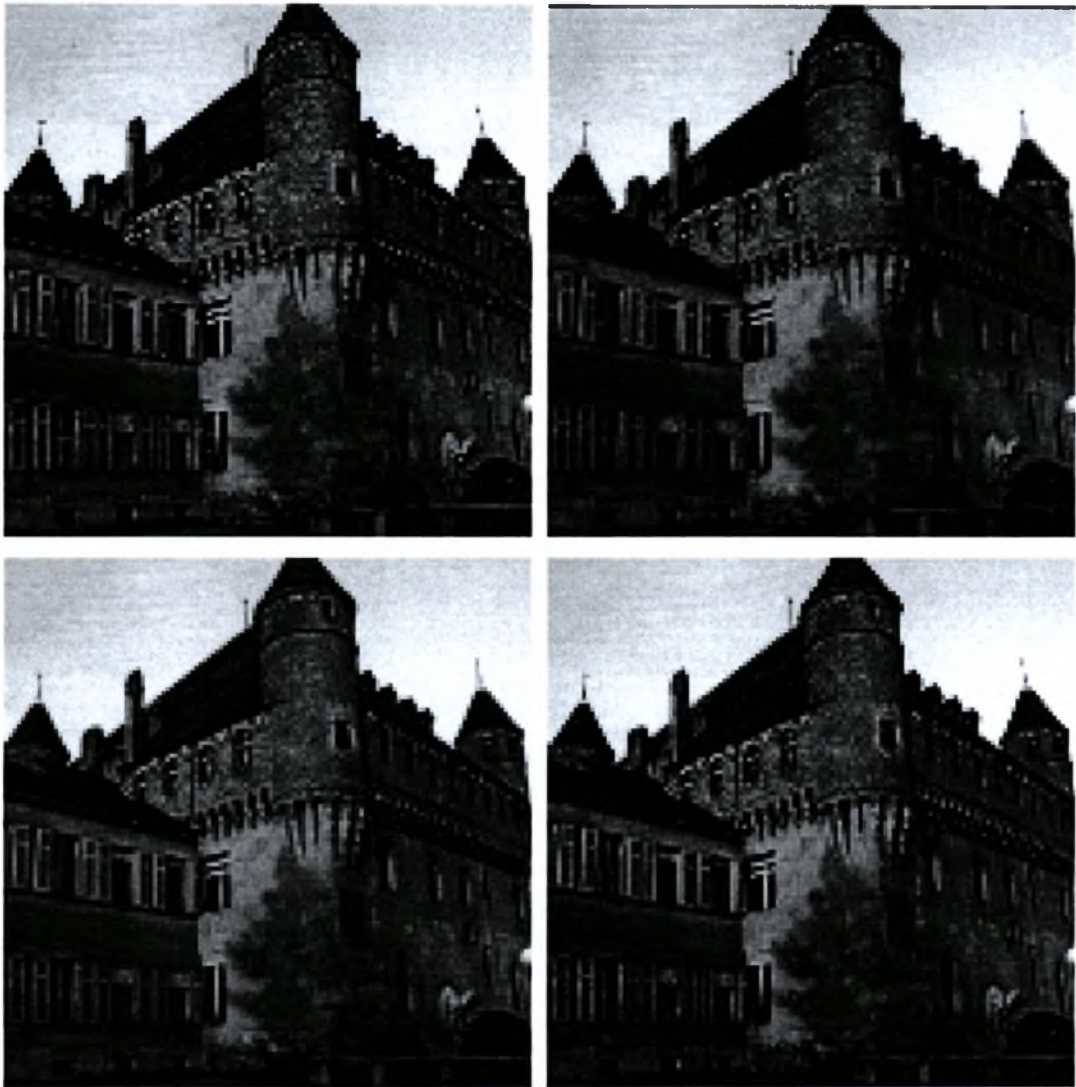
## 3.3 Προσομοιώσεις

Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που έγιναν χρησιμοποιώντας τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας.

## Παραδοχές

Για την παρούσα εργασία έχουν γίνει οι παρακάτω παραδοχές:

- Οι εικόνες χαμηλής ανάλυσης διαφέρουν μόνο κατά την μεταξύ τους σχετική θέση. Δεν γίνεται προσομοίωση για εικόνες που διαφέρουν στο συντελεστή μεγένθυσής τους ή στην μεταξύ τους περιστροφή.
- Αν και η συνηθέστερη τακτική είναι να λαμβάνονται συνεχόμενα πλαίσια από πολλαπλές λήψεις ή ροή βίντεο, προτιμήθηκε η δημιουργία των εικόνων χαμηλής ανάλυσης, μια και δεν είναι στόχος η εκτίμηση κίνησης (motion estimation).
- Τα διανύσματα κίνησης είναι εκ των προτέρων γνωστά και δίνονται στο πρόγραμμα κατά την δημιουργία των εικόνων χαμηλής ανάλυσης.
- Η δημιουργία των εικόνων χαμηλής ανάλυσης γίνεται αφού κατασκευαστούν οι πίνακες υποδειγματοληψίας  $D_k$  και  $F_k$  και μέσω της εικόνας υψηλής ανάλυσης, την οποία θα πρέπει και να ανακτηθεί.
- Ο πίνακας δειγματοληψίας είναι ίδιος για όλες τις εικόνες εφόσον λαμβάνονται εικόνες χαμηλής ανάλυσης με το ίδιο μέγεθος  $D_k = D, \forall k$ .
- Για τον πίνακα  $F_k$  χρησιμοποιείται κυβική παρεμβολή (cubic interpolation).
- Για απλούστευση του προβλήματος θεωρείται ότι δεν εισάγεται θάμπωμα κατά την λήψη.
- Ο προστιθέμενος θόρυβος ακολουθεί γκαουσιανή κατανομή μέσης τιμής 0 και διασποράς  $\sigma = 10^{-4}$  για εύρος τιμών των pixels στο διάστημα  $[0, 1]$  (AWGN θόρυβος) συνεπώς  $W_k = \sigma I$ .
- Οι εικόνες χαμηλής ανάλυσης είναι 4 εικόνες μεγέθους  $128 \times 128$  και η ανακτημένη εικόνα θα έχει τελικό μέγεθος  $256 \times 256$ .



Σχήμα 3.1: Εικόνες χαμηλής ανάλυσης  $128 \times 128$



Σχήμα 3.2: Ανακατασκευή με μέθοδο ΜΠ - Εικόνα υψηλής ανάλυσης

# Κεφάλαιο 4

## Μέθοδοι ανακατασκευής POCS και IBP

Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η εκ των προτέρων πληροφορία μπορεί να εισαχθεί κατά την ανακατασκευή της εικόνας με την μέθοδο ΜΤΠ (Μέγιστης εκ των Υστέρων Πιθανότητας). Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστεί πως μπορεί να περιοριστεί το σύνολο των λύσεων εισάγοντας εκ των προτέρων γνώση με τη μορφή συνόλων και πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας κυρτά σύνολα (convex sets), με τη μέθοδο **προβολής σε κυρτά σύνολα** ή POCS (Projection Onto Convex Sets). Επίσης, θα παρουσιαστεί η μέθοδος **IBP** (Iterative Back-Projection), που αποτελεί ειδική περίπτωση της POCS.

### 4.1 Ανακατασκευή με τη μέθοδο POCS

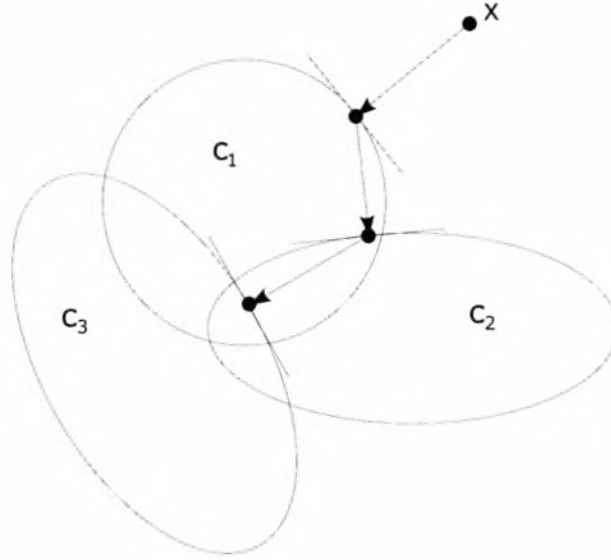
Στην ανακατασκευή με **POCS**, ο χώρος  $\mathcal{R}^{l \times l}$  αποτελείται από όλες τις εικόνες υπεράνάλυσης και οι περιορισμοί που τίθενται, προσδιορίζονται από κυρτά σύνολα του χώρου αυτού. Οι περιορισμοί μπορούν να σχετίζονται με συνέπεια των δεδομένων αλλά και εκ των προτέρων γνώση για το αποτέλεσμα. Συνεπώς, αν κάθε περιορισμός δίνει ένα κυρτό σύνολο, με στοιχεία τις λύσεις που το ικανοποιούν, η τομή των συνόλων – αν δεν είναι το κενό σύνολο – θα δίνει μια ή και περισσότερες λύσεις που να ικανοποιούν τους περιορισμούς που ετέθησαν.

Η διαδικασία για την εύρεση της τομής είναι επαναληπτική. Αρχικά επιλέγεται κάποιο τυχαίο διάνυσμα από το χώρο, το οποίο προβάλλεται σε κάποιο κυρτό σύνολο, το σημείο της προβολής αντίστοιχα προβάλλεται στο επόμενο κυρτό σύνολο κ.ο.κ., μέχρι να ληφθεί κάποιο σημείο που να εμπεριέχεται στο σύνολο της τομής των περιορισμών:

$$\underline{X}_{i+1} = P_k P_{k-1} \dots P_2 P_1 \underline{X}_i \quad (4.1)$$

με  $\underline{X}_{i+1}$  η  $i+1$  προσέγγιση της εικόνας  $\underline{X}$ ,  $P_j$  ο συντελεστής προβολής σημείου στο κυρτό

σύνολο  $C_j, j = 1, \dots, k$  και  $\underline{X}_0$  ένα τυχαίο σημείο εκκίνησης.



Σχήμα 4.1: Η μέθοδος POCS

Εδώ πρέπει να επισημάνθει ότι επιτυγχάνεται σύγκλιση όταν τα  $C_j, j = 1, \dots, k$  είναι κλειστά κυρτά σύνολα. Στο Σχήμα (4.1) δίνεται μια γραφική αναπαράσταση της μεθόδου.

Εφόσον η τομή μπορεί να αποτελείται από περισσότερο από ένα στοιχεία, η λύση που θα δώσει η παραπάνω μέθοδος θα βρίσκεται στην επιφάνεια του πολυτόπου που ορίζεται από την τομή των κυρτών συνόλων των περιορισμών. Οι περιορισμοί που μπορούν να εισαχθούν με τη μορφή κυρτών συνόλων μπορούν να σχετίζονται:

- Με το εύρος των τιμών του αποτελέσματος

$$C_A = \{X[n_1, n_2] : A_1 \leq X[n_1, n_2] \leq A_2\} \quad A_1 < A_2, 1 \leq n_1, n_2 \leq L \quad (4.2)$$

- Την τιμή κάποιας περιοχής  $\mathcal{S}$  της εικόνας

$$C_V = \{X[n_1, n_2] : X[n_1, n_2] = \alpha\} \quad n_1, n_2 \in \mathcal{S} \quad (4.3)$$

- Την συνέπεια των δεδομένων, όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, με πιθανή την μορφή:

$$C_k[m_1, m_2] = \{X[n_1, n_2] : |d[m_1, m_2]| \leq \delta_k[m_1, m_2]\} \quad (4.4)$$

όπου

$$d[m_1, m_2] = Y_k[m_1, m_2] - \sum_{n_1, n_2} H_k[m_1, m_2; n_1, n_2] X[n_1, n_2] \quad (4.5)$$

Στην (4.4) το  $\delta_k$  είναι το μέγιστο της απόκλισης που έχει τεθεί για τη συγκεκριμένη περιοχή της εικόνας και το οποίο προσδιορίζεται σύμφωνα με την στοχαστική διαδικασία του θορύβου.

Η αντίστοιχη προβολή κάποιου  $X[n_1, n_2]$  στο κυρτό σύνολο  $C_k$  είναι η εξής:

$$P_{C_k}\{X^{i+1}[n_1, n_2]\} = X^i[n_1, n_2] + \begin{cases} \frac{H[m_1, m_2; n_1, n_2](d[m_1, m_2] - \delta_k[m_1, m_2])}{\sum_{a,b} H_k^2[m_1, m_2; a, b]}, & d[m_1, m_2] > \delta_k[m_1, m_2] \\ 0, & |d[m_1, m_2]| \leq \delta_k[m_1, m_2] \\ \frac{H[m_1, m_2; n_1, n_2](d[m_1, m_2] + \delta_k[m_1, m_2])}{\sum_{a,b} H_k^2[m_1, m_2; a, b]}, & d[m_1, m_2] < -\delta_k[m_1, m_2] \end{cases} \quad (4.6)$$

Οι Patti, Sezan και Tekalp ανέπτυξαν μια τεχνική ανακατασκευής με υπερανάλυση που στηρίζεται στην μέθοδο POCS και η οποία λαμβάνει υπόψη χωρικά μεταβαλλόμενη PSF, δηλαδή την κίνηση της κάμερας και της σκηνής, το θόλωμα κίνησης που οφείλεται στους μη μηδενικούς χρόνους έκθεσης, τις φυσικές διαστάσεις των αισθητήρων χαμηλής ανάλυσης, το θόλωμα από το σύστημα φακών των αισθητήρων και το θόρυβο των αισθητήρων.

Μια επέκταση του παραπάνω, με στόχο πιο ρωμαλαία μέθοδο ανακατασκευής σε σχέση με την εκτίμηση κίνησης, παρουσίασαν οι Eren, Sezan και Tekalp στο [4]. Η μέθοδος αυτή εισάγει τις έννοιες **χάρτης εγκυρότητας** (validation map) και **χάρτης κατάτμησης** (segmentation map).

Για την δημιουργία του χάρτη πιστότητας ορίζεται ένα χωρικά μεταβαλλόμενο κατώφλι  $\vartheta$ , το οποίο παίρνει χαμηλές τιμές σε ομοιόμορφες περιοχές, και μια συνάρτηση αξιοπιστίας της κίνησης. Ο χάρτης προκύπτει από την κατωφλίωση της συνάρτησης αξιοπιστίας στο  $\vartheta$ . Έτσι σύμφωνα με το χάρτη πιστότητας απενεργοποιούνται μη εγκύρα διανύσματα κίνησης. Ο χάρτης κατάτμησης επιτρέπει την ανακατασκευή με υπερανάλυση βασισμένη σε αντικείμενα.

Η μέθοδος POCS είναι αρκετά ελκυστική όσον αφορά μεθόδους ανάκτησης και ανακατασκευής εικόνας. Μερικά από τα χαρακτηριστικά της που την καθιστούν ελκυστική είναι:

- η απλότητα υλοποίησης και ευκολία κατανόησης,
- η δυνατότητα χρήσης πολύπλοκων μοντέλων παρατήρησης (observation model) και κίνησης αφού η μέθοδος εργάζεται στο πεδίο του χώρου και
- η δυνατότητα εισαγωγής εκ των προτέρων πληροφορίας με τη μορφή κυρτών συνόλων,



μέσω των οποίων να τίθενται περιορισμοί και επιθυμητά χαρακτηριστικά, σε σχέση με την τελική λύση.

Παρόλα τα θετικά της μεθόδου POCS, υπάρχουν και κάποια μειονεκτήματα τα οποία πρέπει να ληφθούν υπόψη όπως:

- μη μοναδικότητα της λύσης, καθώς η τομή των κυρτών συνόλων μπορεί να μην αποτελείται από ένα μόνο στοιχείο, πρόβλημα το οποίο δεν τίθεται για τις μεθόδους ΜΤΠ και ΜΠ,
- πολύ αργή σύγκλιση, για αυτό συχνά αρκεί το αποτέλεσμα να οπτικά είναι αποδεκτό και όχι να υπάρξει σύγκλιση, και
- υπολογιστικό κόστος, που οφείλεται στο μεγάλο αριθμό επαναλήψεων που απαιτούνται για τη σύγκλιση.

## 4.2 Προσομοιώσεις

### Παραδοχές

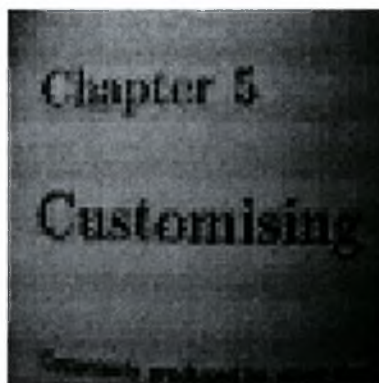
Για την μέθοδο POCS ισχύουν παρόμοιες παραδοχές με τη μέθοδο ΜΠ όσον αφορά τα διανύσματα κίνησης, την κατασκευή των εικόνων και τον προστιθέμενο θόρυβο. Υποτίθεται επιπλέον ότι οι περιορισμοί-κυρτά σύνολα που έχουν επιλεγεί σχετίζονται με την συνέπεια δεδομένων, όπως παρουσιάζεται στην (4.4).

Λόγω της αργής σύγκλισης της μεθόδου, η προσομοίωση έγινε για εικόνες μικρότερου μεγέθους σε σχέση με τη προσομοίωση της ΜΠ. Ακόμα σαν αρχική εικόνα δίνεται μια εικόνα χαμηλής ανάλυσης διπλασιασμένη σε μέγεθος χρησιμοποιώντας **παρεμβολή κοντινότερων γειτονικών τιμών** (nearest neighbour interpolation).

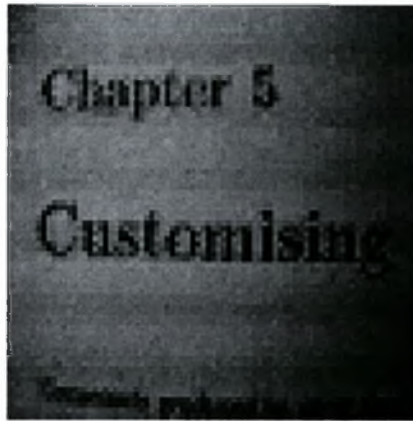
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για ανακατασκευή εικόνας μεγέθους  $80 \times 80$  από τέσσερις εικόνες μεγέθους  $40 \times 40$  για 10, 15 και 20 επαναλήψεις.



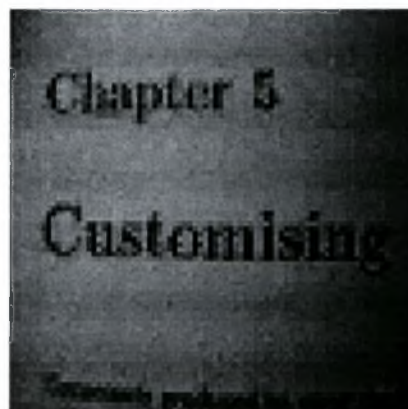
Σχήμα 4.2: Εικόνες χαμηλής ανάλυσης 40 × 40



Σχήμα 4.3: Ανακατασκευή με μέθοδο POCS - Εικόνα υψηλής ανάλυσης 10 επαναλήψεις



Σχήμα 4.4: Ανακατασκευή με μέθοδο POCS - Εικόνα υψηλής ανάλυσης 15 επαναλήψεις



Σχήμα 4.5: Ανακατασκευή με μέθοδο POCS - Εικόνα υψηλής ανάλυσης 20 επαναλήψεις

Ακολουθεί το αποτέλεσμα της προσομοίωσης για ανακατασκευή με τη μέθοδο POCS για τέσσερις εικόνες χαμηλής ανάλυσης  $64 \times 64$  για 5 (PSNR:29.9283dB) και 10 επαναλήψεις (PSNR:31.4071dB)



Σχήμα 4.6: Ανακατασκευή με μέθοδο POCS - Εικόνες χαμηλής ανάλυσης  $64 \times 64$



Σχήμα 4.7: Εικόνα  $128 \times 128$  στην οποία έχει εφαρμοστεί παρεμβολή κοντινότερης γειτονικής τιμής (nearest neighbour interpolation) για να διπλασιαστεί η ανάλυσή της



Σχήμα 4.8: Ανακατασκευή με μέθοδο POCS - Εικόνες υψηλής ανάλυσης  $128 \times 128$ , 5 και 10 επαναλήψεις

### 4.3 Ανακατασκευή με τη μέθοδο IBP

Η βασική προσέγγιση στην οποία στηρίζεται η μέθοδος ανακατασκευής **IBP** είναι δοκιμή-διόρθωση. Το όνομα της οφείλεται σε μια παρόμοια μορφή της που εφαρμόζεται στην τομογραφία.

Όπως και στις προηγούμενες μεθόδους που έχουν περιγραφεί, δοθέντων κάποιων εικόνων χαμηλής ανάλυσης και χρησιμοποιώντας τη γνώση για το σύστημα λήψης εικόνων, πρέπει να προσδιορισθεί μια εικόνα υψηλής ανάλυσης. Στη συγκεκριμένη όμως περίπτωση, έστω ότι υπάρχει κάποια γνώση-εκτίμηση για την τελική εικόνα. Συνεπώς, είναι εφικτή η δοκιμή αυτής της εκτίμησης ώστε να ελεγχθεί κατά πόσο προσεγγίζει την αυθεντική σκηνή. Τα αποτελέσματα αυτής της δοκιμής συγκρίνονται με τα αρχικά δεδομένα-εικόνες. Σύμφωνα με την απόκλιση που θα ληφθεί μπορεί να γίνει και η ανάλογη προσαρμογή της τρέχουσας εκτίμησης. Αυτή η διαδικασία προσαρμογής της εκτίμησης σύμφωνα με το λάθος που παρουσιάζει ονομάζεται **προβολή προς πίσω** (back-projection).

Σύμφωνα με τους Itani και Peleg, η επαναληπτική διαδικασία εκτίμησης της τελικής εικόνας εκφράζεται ως εξής:

$$\hat{X}^{i+1}[n_1, n_2] = \hat{X}^i[n_1, n_2] + \sum_{m_1, m_2 \in \Upsilon_k^{m_1, n_1}} h^{BP}[n_1, n_2; m_1, m_2] * (Y_k[m_1, m_2] - \hat{Y}_k^i[m_1, m_2]) \quad (4.7)$$

όπου

- $\hat{X}^{i+1}$  η προσέγγιση της  $X$  μετά από  $i + 1$  επαναλήψεις,
- $Y_k$  η δοθείσα εικόνα χαμηλής ανάλυσης  $k$ ,
- $\hat{Y}_k$  η εικόνα χαμηλής ανάλυσης  $k$  που προέκυψε από τη δοκιμή της  $X_i$  προσέγγισης,
- $\Upsilon_k^{m_1, n_1}$  το σύνολο  $\{m_1, m_2 \in Y_k, n_1, n_2 \in X : m_1, m_2 \text{ επηρεάζονται από τα } n_1, n_2\}$
- $h^{bp}$  η **μήτρα προβολής προς πίσω** (back-projection matrix), που προσαρμόζει τη διόρθωση του  $\hat{X}$  σύμφωνα με την επιρροή που έχει ένα δεδομένο εικονοστοιχείο υψηλής ανάλυσης στο εικονοστοιχείο χαμηλής ανάλυσης για το οποίο υπολογίστηκε το λάθος.

Σύμφωνα με την (4.7), η μεταβολή της τιμής του εικονοστοιχείου  $\hat{X}^{i+1}[n_1, n_2]$  καθορίζεται από όλα τα χαμηλής ανάλυσης εικονοστοιχεία που εξαρτώνται από αυτό το εικονοστοιχείο<sup>1</sup>.

Πρέπει να δοθεί προσοχή στο ότι ανάλογα με την επιρροή που έχει κάποιο εικονοστοιχείο υψηλής ανάλυσης  $[n_1, n_2]$  στα εικονοστοιχεία χαμηλής ανάλυσης, το αντίστοιχο σφάλμα  $(Y_k[m_1, m_2] - \hat{Y}_k^i[m_1, m_2])$  λαμβάνεται υπόψη για τη διόρθωση του  $\hat{X}^i[n_1, n_2]$ .

<sup>1</sup> καθορίζεται από το σύστημα λήψης εικόνας

Η επιλογή της μήτρας  $h^{bp}$ , όπως αναφέρουν και οι συγγραφείς της μεθόδου, μπορεί να γίνει αυθαίρετα και η μαθηματική ανάλυση της (4.7) δείχνει ότι περισσότερες από μια εκδοχές της μήτρας οδηγούν σε σύγκλιση.

Παρόλα αυτά, η επιλογή προσδιορίζει τα χαρακτηριστικά της λύσης όταν υπάρχουν περισσότερες από μια πιθανές λύσεις. Συνεπώς, η μήτρα  $h^{bp}$  θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σαν ένας επιπλέον περιορισμός της λύσης έτσι ώστε να της προσδώσει επιθυμητά χαρακτηριστικά όπως ομαλότητα (smoothness).

Σε μορφή διανυσμάτων η σχέση (4.7) μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\hat{X}^{i+1} = \hat{X}^i + \sum_{k=1}^N h^{BP} * (\underline{Y}_k - \hat{Y}_k^i) \quad (4.8)$$

Οι συγγραφείς του [6] προτείνουν σαν επιλογή του  $h^{BP}$  το γινόμενο των πινάκων  $h^{BP} = F_k^{-1} \widetilde{C}_k \widetilde{D}_k$ , όπου μια σημασία των  $\widetilde{C}_k \widetilde{D}_k$  παρέχεται στο ίδιο.

Αν  $h^{BP1} = F_k^T C_k^T D_k^T$ , η (4.8) δεν διαφέρει από τη σχέση (3.6) που ήταν αποτέλεσμα της ανακατασκευής με ΜΠ για εύρεση της λύσης με επαναληπτική μέθοδο.

Η διαφορά με την επιλογή στο [6] είναι ο πίνακας  $F_k^{-1}$ , αντί του  $F_k^T$ . Δηλαδή

$$h^{BP} = (F_k^T F_k)^{-1} h^{BP1} \quad (4.9)$$

Εκτός από την απλότητα στην κατανόηση της IBP βασικά χαρακτηριστικά αυτής της μεθόδου που πρέπει να ληφθούν υπόψη είναι τα εξής:

- Το τελικό αποτέλεσμα εξαρτάται από την ακρίβεια του μοντέλου παρατήρησης.
- Την δυσκολία στην επιλογή της μήτρας  $h^{bp}$ .
- Υπάρχει πιθανότητα μη ύπαρξης λύσης<sup>2</sup>.
- Σύμφωνα και με τους συγγραφείς της μεθόδου, ο αλγόριθμος συγκλίνει σε μια από τις πολλές πιθανές λύσεις που υπάρχουν – αν υπάρχουν. Αυτό οφείλεται στο ότι μπορεί να υπάρχουν πολλές πιθανές λύσεις που να ικανοποιούν τα ίδια δεδομένα.

Μια περίπτωση που να συμβαίνει το προηγούμενο είναι η εξής: η συνάρτηση για το θάμπωμα είναι ένα ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο, το οποίο αποκόπτει τις υψηλές συχνότητες από τα παρατηρούμενα δεδομένα, άρα και τις υπάρχουσες ακμές. Η υψηλό-συχνη πληροφορία που έχει αποκοπεί φυσικά δεν είναι δυνατόν να ανακατασκευαστεί.

- Η αρχική επιλογή της εικόνας  $X$ , αν και δεν έχει κάποια επίδραση στην απόδοση του αλγορίθμου (σταθερότητα, ταχύτητα), μπορεί να καθορίσει σε ποια λύση θα υπάρξει

<sup>2</sup>π.χ. η ύπαρξη θορύβου μπορεί να οδηγήσει σε μη συνεπές σύστημα εξισώσεων

σύγκλιση. Οι συγγραφείς προτείνουν σαν αρχική επιλογή της εικόνας τον μέσο όρο των εικόνων χαμηλής ανάλυσης εφόσον έχουν τοποθετηθεί σε κοινό πλέγμα. Δηλαδή κάθε εικονοστοιχείο της εικόνας  $X$  θα είναι ο μέσος όρος όλων των διαθέσιμων χαμηλής ανάλυσης εικονοστοιχείων.

## 4.4 Προσομοιώσεις

### Παραδοχές

Για την μέθοδο IBP ισχύουν παρόμοιες παραδοχές με τη μέθοδο ΜΠ όσον αφορά τα διανύσματα κίνησης, την κατασκευή των εικόνων και τον θόρυβο. Επιπλέον στη θέση του  $h^{bp}$  έχουμε τον μοναδιαίο πίνακα, καθώς η εύρεση του  $F_k^{-1}$  είναι πολύπλοκη διαδικασία για αραιούς πίνακες αυτού του μεγέθους.

Λόγω της αργής σύγκλισης της μεθόδου, η προσομοίωση έγινε για εικόνες μικρότερου μεγέθους σε σχέση με την προσομοίωση της ΜΠ. Ακόμα σαν αρχική εικόνα δίνουμε μια εικόνα χαμηλής ανάλυσης διπλασιασμένη σε μέγεθος χρησιμοποιώντας **παρεμβολή κοντινότερης γειτονικής τιμής** (nearest neighbour interpolation).

Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για ανακατασκευή εικόνας μεγέθους  $128 \times 128$  εικονοστοιχείων από 4 εικόνες μεγέθους  $64 \times 64$  εικονοστοιχείων για 5 και 10 επαναλήψεις. Ακολουθεί το αποτέλεσμα της προσομοίωσης για ανακατασκευή με τη μέθοδο IBP για τις εικόνες χαμηλής ανάλυσης του Σχήματος (4.6):





Σχήμα 4.9: Ανακατασκευή με μέθοδο IBP - Εικόνες υψηλής ανάλυσης 5 (PSNR:30.7182dB), 10 (PSNR:31.8166dB) επαναλήψεις

# Κεφάλαιο 5

## Συμπεράσματα

### 5.1 Υπολογιστικό Κόστος

Όπως παρουσιάστηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, η σχέση που συνδέει τις εικόνες χαμηλής ανάλυσης με την εικόνα που πρέπει να αποκτηθεί είναι η εξής:

$$\begin{aligned}\underline{Y}_k &= D_k C_k F_k \underline{X} \Rightarrow \\ \underline{Y}k &= H_k \underline{X}\end{aligned}\tag{5.1}$$

Η μήτρα  $H_k$  είναι μεγέθους  $m_k^2 \times l^2$ , αν το μέγεθος της  $Y_k$  είναι  $m_k \times m_k$  και το μέγεθος της  $X$  είναι  $l \times l$ .

Συνήθως ο πίνακας αυτός έχει κακή κατάσταση (ill-conditioned) και είναι αραιός. Στην παραπάνω σχέση αν υποθεθεί ότι πρέπει να ανακατασκευαστεί μια εικόνα  $l = 128$  από  $k = 4$  εικόνες μεγέθους  $m_k = 64$ , ο πίνακας  $H_k$  θα είναι μεγέθους  $4096 \times 16384$ . Αξίζει να αναφερθεί ότι η πυκνότητα των στοιχείων του είναι  $1.2207 \cdot 10^{-4}$ . Συνεπώς, αφού υπάρχουν τέσσερις εικόνες χαμηλής ανάλυσης, ο πίνακας  $H$  θα έχει μέγεθος  $16384 \times 16384$ .

Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι οι τεχνικές υπερανάλυσης, και πιο συγκεκριμένα αυτές που εφαρμόζονται το πεδίο του χώρου, παρουσιάζουν μεγάλη πολυπλοκότητα, υπολογιστικό κόστος και εξαρτώνται από την απόδοση εισόδου-εξόδου (I/O-bound).

### 5.2 Σύγκριση Αποτελεσμάτων για ίδιο προστιθέμενο θόρυβο

Για την σύγκριση των μεθόδων που έγινε η προσομοίωση μετρήθηκε το PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio) μεταξύ της αρχικής εικόνας και της εκτίμησης που δόθηκε από κάθε

μέθοδο, με τύπο:

$$PSNR = 20 \log_{10} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{I^2} \sum_{i=1}^{I^2} (X[i] - \hat{X}[i])^2}} \right\} \quad (5.2)$$

Στον Πίνακα (5.1) και στον Πίνακα (5.2) που ακολουθούν, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που έδωσε κάθε μέθοδος.

Iterations	PSNR(dB)
5	29.1067
10	30.7503
15	31.3077
20	31.5737
25	31.7199

Πίνακας 5.1: Αποτελέσματα για τη μέθοδο POCS

Iterations	PSNR(dB)
5	29.9673
10	31.4663
15	31.6103

Πίνακας 5.2: Αποτελέσματα για τη μέθοδο IBP

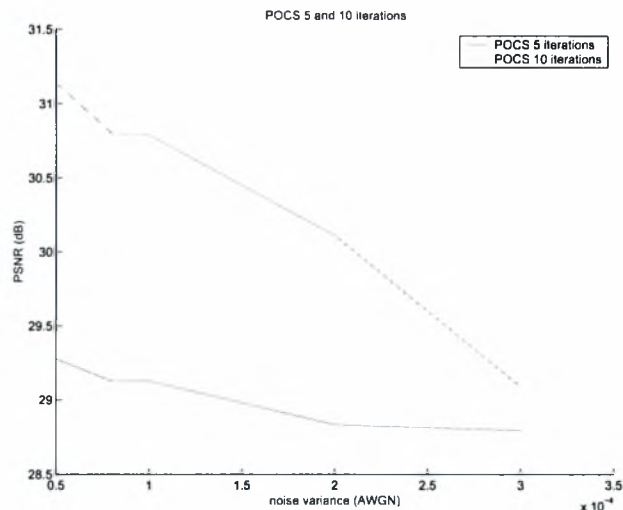
Για την μέθοδο Μέγιστης Πιθανοφάνειας και για ανοχή σφάλματος

$$\frac{\|x_n - x_{n-1}\|}{\|x_n\|} \leq 10^{-8} \quad (5.3)$$

η μέθοδος CG(Conjugate Gradient) συγκλίνει σε 18 επαναλήψεις και δίνει PSNR: 30.6245dB.

Από τις προσομοιώσεις των μεθόδων διαπιστώνεται ότι

- οι μέθοδοι POCS και IBP υπερέχουν της μεθόδου ΜΠ. Για την μέθοδο POCS αυτό οφείλεται στην εισαγωγή της εκ των προτέρων πληροφορίας μέσω του περιορισμού που έχουμε εισάγει, ενώ για την μέθοδο IBP στο ότι η σχετική κίνηση των εικόνων είναι γνωστή,
- η σύγκλιση είναι αρκετά γρήγορη για τη μέθοδο ΜΠ και αντιθέτως πολύ αργή για τις μεθόδους POCS και IBP. Αυτό οφείλεται στο ότι στην πρώτη περίπτωση η εύρεση της λύσης μπορεί να επιτευχθεί με επαναληπτικές μεθόδους όπως CG(Conjugate Gradient), SD(Steepest Descent), Jacobi κ.λ.π, ενώ οι POCS και IBP βασίζονται μεθόδους προβόλης.



Σχήμα 5.1: Γραφική παράσταση του PSNR(dB) για τη μέθοδο POCS(5, 10 επαναλήψεις) συναρτήσει της διασποράς του προστιθέμενου θορύβου

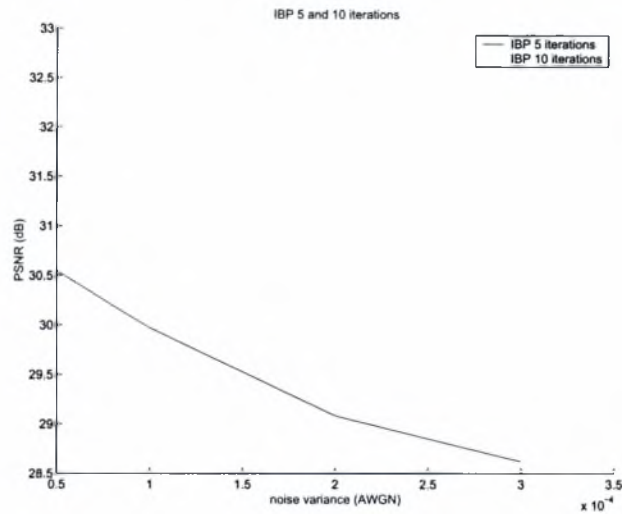
### 5.3 Σύγκριση Αποτελεσμάτων για διάφορα επίπεδα θορύβου

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για διαφορετικές τιμές της διασποράς του λευκού θορύβου για τις μεθόδους IBP, POCS και ΜΠ.

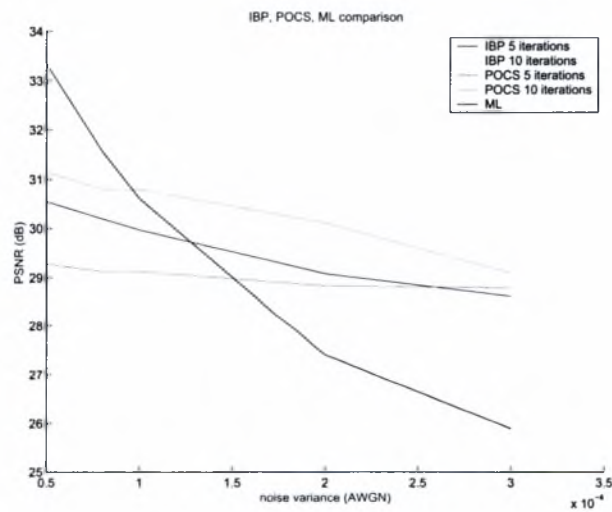
Από τη γραφική παράσταση του Σχήματος (5.1) για τη μέθοδο POCS, παρατηρείται ότι για μεγάλο αριθμό επαναλήψεων η ποιότητα του αποτελέσματος εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη διασπορά του προστιθέμενου θορύβου, ενώ για μικρότερο αριθμό επαναλήψεων ότι αυτό δεν ισχύει στον ίδιο βαθμό.

Στη γραφική παράσταση του Σχήματος (5.2) για τη μέθοδο IBP, παρατηρείται ότι κι εδώ για μεγάλο αριθμό επαναλήψεων η ποιότητα του αποτελέσματος εξαρτάται τη διασπορά του προστιθέμενου θορύβου. Το ίδιο θα μπορούσε να ειπωθεί ότι ισχύει και για μικρό αριθμό επαναλήψεων.

Τέλος, στην συνοπτική γραφική παράσταση του (5.3), αυτό που είναι αξιοσημείωτο είναι η σημαντική εξάρτηση της λαμβανόμενης ποιότητας από τη διασπορά του θορύβου. Ουσιαστικά η ανοχή της μεθόδου στον προστιθέμενο θόρυβο είναι ελάχιστη.



Σχήμα 5.2: Γραφική παράσταση του PSNR(dB) για τη μέθοδο IBP(5, 10 επαναλήψεις) συναρτήσει της διασποράς του προστιθέμενου θορύβου



Σχήμα 5.3: Συνοπτική γραφική παράσταση του PSNR(dB και των τριών μεθόδων συναρτήσει της διασποράς του προστιθέμενου θορύβου

# Παράρτημα Α΄

## Κώδικας MatLab

### Α΄.1 Προσομοίωση μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας

```
1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2 % ML Reconstruction Method
3 % -----
4 % AUTHOR: Andria Pazarloglou
5 % DATE: May 18, 2005
6 % PURPOSE: Reconstruction of SR image using Maximum Likelihood method
7 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
8
9 clear;
10 clc;
11 close all;
12
13 % additional noise characteristics
14 nsvar = 0.0001;
15 nsmean = 0;
16
17 % read the high resolution reference image
18 im = im2double(imread('castle256.tif'));
19
20 % high resolution image size
21 hr_sz = size(im,1);
22
23 % size ratio between high and low resolution images
24 sampling_rate = 2;
25
26 % low resolution image size
27 lr_sz = hr_sz/sampling_rate;
```

```

28
29 % motion vectors for the lr images
30 x = [0 0.5 0.5 0 ];
31 y = [0 0 0.5 0.5];
32
33 % construct warp matrix for the reference image
34 f1 = speye(hr_sz^2);
35
36 % construct subsampling/decimation matrix. unique for all the images
37 s = subsampling_matrix(hr_sz,2);
38
39 % y1=W1*X, where W1 = f1*s
40 % compute W1 matrix
41 pr1 = s;
42 % create lr image #1
43 y1 = pr1*im(:);
44
45 % construct warp matrix for the image #2
46 f2 = warp_matrix(im,x(2),y(2));
47 % compute W2 matrix
48 pr2 = s*f2;
49 % create lr image #2
50 y2 = pr2*im(:);
51
52 % construct warp matrix for the image #3
53 f3 = warp_matrix(im,x(3),y(3));
54 % compute W3 matrix
55 pr3 = s*f3;
56 % create lr image #3
57 y3= pr3*im(:);
58
59 % construct warp matrix for the image #4
60 f4 = warp_matrix(im,x(4),y(4));
61 % compute W4 matrix
62 pr4 = s*f4;
63 % create lr image #4
64 y4 = pr4*im(:);
65
66 % add awgn
67 y1 = imnoise(y1,'gaussian',0,nsvar);
68 y2 = imnoise(y2,'gaussian',0,nsvar);
69 y3 = imnoise(y3,'gaussian',0,nsvar);
70 y4 = imnoise(y4,'gaussian',0,nsvar);
71
72 % compute covariance matrix ?
73 w = nsvar*speye(lr_sz^2);
74
75 % R = f1'*s'*w*s*f1 + f2'*s'*w*s*f2 + f3'*s'*w*s*f3 + f4'*s'*w*s*f4
76 % P = f1'*s'*w*y1 + f2'*s'*w*y2 + f3'*s'*w*y3 + f4'*s'*w*y4

```

```

77 % RX = P
78 tmp = s'*w;
79 pr5 = f1'*tmp;
80 pr6 = f2'*tmp;
81 pr7 = f3'*tmp;
82 pr8 = f4'*tmp;
83 P = pr5*y1(:) + pr6*y2(:) + pr7*y3(:) + pr8*y4(:);
84 R = pr5*pr1 + pr6*pr2 + pr7*pr3 + pr8*pr4;
85
86 % Compute high resolution image
87
88 % define method tolerance
89 tol = 1e-8;
90 maxit = 40;
91
92 % BiConjugate Gradients Method
93 sx = bicg(R,P,tol, maxit);
94 error = im(:) - sx;
95 decibels = 20*log10(1/(sqrt(mean(mean(error.^2)))))
96 imshow(reshape(sx,hr_sz,hr_sz))
97 figure;
98
99 % Conjugate Gradients Squared Method
100 sx = cgs(R,P,tol, maxit);
101 error = im(:) - sx;
102 decibels = 20*log10(1/(sqrt(mean(mean(error.^2)))))
103 imshow(reshape(sx,hr_sz,hr_sz))
104 figure;
105
106 % LSQR implementation of Conjugate Gradients on the Normal Equations
107 disp('LSQR_implementation_of_CG_on_the_Normal_Equations');
108 sx = lsqr(R,P,tol, maxit);
109 error = im(:) - sx;
110 decibels = 20*log10(1/(sqrt(mean(mean(error.^2)))))
111 imshow(reshape(sx,hr_sz,hr_sz))
112 figure;
113
114 % Minimum Residual Method
115 disp('Minimum_Residual_Method');
116
117 sx = minres(R,P,tol, maxit);
118 error = im(:) - sx;
119 decibels = 20*log10(1/(sqrt(mean(mean(error.^2)))))
120 imshow(reshape(sx,hr_sz,hr_sz))
121 figure;
122
123 % Preconditioned Conjugate Gradients Method
124 disp('Preconditioned_Conjugate_Gradients_Method');
125

```



```

126 sx = pcg(R,P,tol, maxit);
127 error = im(:) - sx;
128 decibels = 20*log10(1/(sqrt(mean(mean(error.^2))))))
129 imshow(reshape(sx,hr_sz,hr_sz))
130 figure;
131
132 % Quasi-Minimal Residual Method
133 disp('Quasi-Minimal_Residual_Method');
134
135 sx = qmr(R,P,tol, maxit);
136 error = im(:) - sx;
137 decibels = 20*log10(1/(sqrt(mean(mean(error.^2))))))
138 imshow(reshape(sx,hr_sz,hr_sz))
139 figure;
140
141 % Symmetric LQ method
142 disp('Symmetric_LQ_method');
143 sx = symmlq(R,P,tol, maxit);
144 error = im(:) - sx;
145 decibels = 20*log10(1/(sqrt(mean(mean(error.^2))))))
146 imshow(reshape(sx,hr_sz,hr_sz))

```

## A'.2 Προσομοίωση μεθόδου POCS

```

1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2 % POCS Reconstruction Method
3 % -----
4 % AUTHOR: Andria Pazarloglou
5 % DATE: May 20, 2005
6 % PURPOSE: Reconstruction of SR image using POCS method
7 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
8
9 clear;
10 clc;
11 close all;
12
13 % iterations number
14 itn = 10;
15
16 % additional noise characteristics
17 nsvar = 0.0001;
18 nsmean = 0;
19
20 % read the high resolution reference image
21 im = im2double(imread('castle60.jpg'));

```

```
22
23 % high resolution image size
24 hr_sz = size(im,1);
25
26 % size ratio between high and low resolution images
27 sampling_rate = 2;
28
29 % low resolution image size
30 lr_sz = hr_sz/sampling_rate;
31
32 % motion vectors for the lr images
33 x = [0 0.5 0.5 0 ];
34 y = [0 0 0.5 0.5];
35
36 % construct warp matrix for the reference image
37 f1 = speye(hr_sz^2);
38
39 % construct subsampling/decimation matrix. unique for all the images
40 s = subsampling_matrix(hr_sz,2);
41
42 % y1=W1*X, where W1 = f1*s
43 % compute W1 matrix
44 pr1 = s;
45 % create lr image #1
46 y1 = pr1*im(:);
47
48 % construct warp matrix for the image #2
49 f2 = warp_matrix(im,x(2),y(2));
50 % compute W2 matrix
51 pr2 = s*f2;
52 % create lr image #2
53 y2 = pr2*im(:);
54
55 % construct warp matrix for the image #3
56 f3 = warp_matrix(im,x(3),y(3));
57 % compute W3 matrix
58 pr3 = s*f3;
59 % create lr image #3
60 y3= pr3*im(:);
61
62 % construct warp matrix for the image #4
63 f4 = warp_matrix(im,x(4),y(4));
64 % compute W4 matrix
65 pr4 = s*f4;
66 % create lr image #4
67 y4 = pr4*im(:);
68
69 % add awgn
70 y1 = imnoise(y1, 'gaussian',0,nsvar);
```

```

71 y2 = imnoise(y2,'gaussian',0,nsvar);
72 y3 = imnoise(y3,'gaussian',0,nsvar);
73 y4 = imnoise(y4,'gaussian',0,nsvar);
74
75 %initial value
76 X = imresize(reshape(y1,lr.sz,lr.sz),2);
77
78 lr(:,1) = y1;
79 lr(:,2) = y2;
80 lr(:,3) = y3;
81 lr(:,4) = y4;
82
83 for it = 1:itn
84     fprintf('Iteration_%i\n', it);
85     for imn = 1:4
86         temp = reshape(lr(:,imn),lr.sz,lr.sz);
87         if(imn == 1) W = pr1;
88         elseif(imn == 2) W = pr2;
89         elseif(imn == 3) W = pr3;
90         elseif(imn == 4) W = pr4;
91         end
92
93         Y = lr(:,imn);
94
95         fprintf('Image_%i\n', imn);
96
97         for k = 1:hr.sz^2
98             for i = 1:lr.sz^2
99                 if(W(i,k)==0)
100                     continue;
101                 end
102                 es = W(i,:)*X(:);
103
104                 r = Y(i) - es;    % find error
105
106                 % project into the given data accuracy constraints
107                 if r>=0.01
108                     X(k) = X(k) + ...
109                     (sum(W(i,k))* (r-0.01))/sum(W(i,:).^2);
110                 elseif r<=-0.01
111                     X(k) = X(k) + ...
112                     (sum(W(i,k))* (r+0.01))/sum(W(i,:).^2);
113                 end
114             end
115         end
116
117         X(X>1) = 1;
118         X(X<0) = 0;
119     end

```

```

120 end
121
122 figure;
123 imshow(reshape(X,hr_sz,hr_sz));
124 % Compute PSNR
125 error = im - reshape(X,hr_sz,hr_sz);
126 decibels = 20*log10(1/(sqrt(mean(mean(error.^2))))))

```

## A.3 Προσομοίωση μεθόδου IBP

```

1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2 % IBP Reconstruction Method
3 % -----
4 % AUTHOR: Andria Pazarloglou
5 % DATE: July 1, 2005
6 % PURPOSE: Reconstruction of SR image using IBP method
7 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
8
9 clear;
10 clc;
11 close all;
12
13 % additional noise characteristics
14 nsvar = 0.0001;
15 nsmean = 0;
16
17 % read the high resolution reference image
18 im = im2double(imread('castle60.jpg'));
19
20 % high resolution image size
21 hr_sz = size(im,1);
22
23 % size ratio between high and low resolution images
24 sampling_rate = 2;
25
26 % low resolution image size
27 lr_sz = hr_sz/sampling_rate;
28
29 % motion vectors for the lr images
30 x = [0 0.5 0.5 0 ];
31 y = [0 0 0.5 0.5];
32
33 % construct warp matrix for the reference image
34 f1 = speye(size(im,1)^2);
35

```

```

36 % construct subsampling/decimation matrix. unique for all the images
37 s = subsampling_matrix(size(im,1),2);
38
39 % y1=W1*X, where W1 = f1*s
40 % compute W1 matrix
41 pr1 = s;
42 % create lr image #1
43 y1 = pr1*im(:);
44
45 % construct warp matrix for the image #2
46 f2 = warp_matrix(im,x(2),y(2));
47 % compute W2 matrix
48 pr2 = s*f2;
49 % create lr image #2
50 y2 = pr2*im(:);
51
52 % construct warp matrix for the image #3
53 f3 = warp_matrix(im,x(3),y(3));
54 % compute W3 matrix
55 pr3 = s*f3;
56 % create lr image #3
57 y3= pr3*im(:);
58
59 % construct warp matrix for the image #4
60 f4 = warp_matrix(im,x(4),y(4));
61 % compute W4 matrix
62 pr4 = s*f4;
63 % create lr image #4
64 y4 = pr4*im(:);
65
66 % add awgn
67 y1 = imnoise(y1,'gaussian',0,nsvar);
68 y2 = imnoise(y2,'gaussian',0,nsvar);
69 y3 = imnoise(y3,'gaussian',0,nsvar);
70 y4 = imnoise(y4,'gaussian',0,nsvar);
71
72 % initial value
73 X = imresize(reshape(y1,lr.sz,lr.sz),2);
74 % iterations number
75 itn = 5;
76 lr(:,1) = y1(:);
77 lr(:,2) = y2(:);
78 lr(:,3) = y3(:);
79 lr(:,4) = y4(:);
80
81 % ibp method
82 for it = 1:10
83     fprintf('Iteration_%i\n', it);
84     for imn = 1:4

```

```

85     temp = reshape(lr(:,imn),lr.sz,lr.sz);
86     if(imn == 1) W = pr1;
87     elseif(imn == 2) W = pr2;
88     elseif(imn == 3) W = pr3;
89     elseif(imn == 4) W = pr4; end
90     Y = lr(:,imn);
91
92     fprintf('Image_%i\n', imn);
93
94     for k = 1:hr.sz^2
95         for i = 1:lr.sz^2
96             if(W(i,k)==0)
97                 continue;
98             end
99             es = W(i,:)*X(:); %simulate
100            r = Y(i) - es; %find error
101            X(k) = X(k) + r; %correct
102        end
103    end
104    X(X>1) = 1;
105    X(X<0) = 0;
106 end
107 end
108
109 % compute PSNR
110 error = im(:) - X;
111 decibels = 20*log10(1/(sqrt(mean(mean(error.^2)))))
112
113 figure;
114 imshow(reshape(X,hr.sz,hr.sz));

```

## A.4 Συνάρτηση κατασκευής πινάκα υποδειγματοληψίας

```

1 function x = subsampling_matrix(sz,r)
2 % construction of subsampling matrix
3 % sz: high resolution image size
4 % r: resolution ratio between hr and lr image
5
6 x = sparse((sz/r)^2,sz^2);
7 if mod(sz,2)==0
8     szsq = sz^2;
9     j = 1;
10    k = (r-1)*sz;
11

```

```

12     for i = 1:(sz/r)^2
13         x(i,j) = 1;
14         j = j + r;
15
16         if j<szsq & mod(j,sz)==1
17             col = floor(j/sz) + 1;
18             if mod(col-1,r)≠0
19                 j = j + k;
20             end
21         end
22     end
23 end

```

## Α'.5 Συνάρτηση κατασκευής πίνακα μετακίνησης

```

1 function x = warp_matrix(hr, shx, shy)
2 % construction of wrap matrix
3 % hr: high resolution image
4 % shx, shy: shifts in x and y axis in reference to the hr grid
5 dim = size(hr,1);
6 dimsq = dim^2;
7 x= sparse(dimsq,dimsq);
8
9 if shx≠0 & shy≠0 % if there is a shift in both axes
10
11     prod1= (1-shy)*(1-shx);
12     prod2= (1-shx)*shy
13     prod3= shx*(1-shy);
14     prod4= shy*shx
15
16     for i=1:dimsq-dim
17         if mod(i, dim) ≠ 0
18             x(i,i) = prod1;
19             x(i,i+1) = prod2;
20             x(i,i+dim) = prod3;
21             x(i,i+dim+1) = prod4;
22         end
23     end
24
25 elseif shy==0 % if there is a shift only in x axis
26     for i=1:dimsq-dim
27         if mod(i,dim) ≠ 0
28             x(i,i) = (1-shx);
29             x(i,i+dim-1) = shx;
30         end

```

```
31     end
32 elseif shx==0 % if there is a shift only in y axis
33     for i=1:dimsq-dim
34         if mod(i,dim) ≠ 0
35             x(i,i) = 1-shy;
36             x(i,i+1) = shy;
37         end
38     end
39 end
```





# Βιβλιογραφία

- [1] M.Elad, A. Feuer, "Restoration of single super-resolution image from several blurred, noisy and down-sampled measured images", IEEE Trans Image Process 6:1646-1658, 1997.
- [2] M.Elad, Y. Hel-Or, "A Fast Super-Resolution Reconstruction Algorithm for Pure Translation Motion and Common Space-Invariant Blur", HP Laboratories, Israel, 1998.
- [3] A. Tekalp, "Digital Video Processing", Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1995.
- [4] P. Eren, M. Sezan, A. Tekalp, "Robust, object-based high-resolution image reconstruction from low-resolution video", IEEE Transactions on Image Processing 6(10): 1446-1451, 1997.
- [5] M.Irani, S.Peleg, "Improving Resolution by image registration", CVGIP:Graph.Models Image Process 53:231-239, 1991.
- [6] M.Irani, S.Peleg, "Motion Analysis for image enhancement: resolution,occlusion and transparency", J.VCIR, vol.4, pp. 324-335, 1993.
- [7] S.Farsiu, D.Robinson, M.Elad, P.Milanfar, "Advances and Challenges in Super-Resolution", Willey Periodicals, Inc, 2004.
- [8] S.C.Park, M.K.Park, M.G.Kang, "Super-resolution image reconstruction: A technical overview", IEEE Signal Processing Magazine, 2003.
- [9] S.Borman, "Topics in multiframe super-resolution restoration", University of Notre Dame, 2004.
- [10] T.S.Huang, R.Y. Tsay, "Multiple frame image restoration and registration", Advances in Computer Vision and Image Processing, vol.1, T.S. Huang, Ed. Greenwich, CT:JAI, pp. 317-339, 1984.
- [11] S.P.Kim, N.K. Bose, H.M. Valenzuela, "Recursive reconstruction of high resolution image from noisy undersampled multiframe", IEEE Trans Acoust., Speech, Signal Processing (ICASSP), vol.38, pp. 1013-1027, 1990.

- [12] H.Ur, D.Gross, "*Improved resolution from sub-pixel shifted pictures*", CVGIP:Graph.Models Image Process Vol 54, pp. 181-186, 1992.
- [13] R.R. Schultz, R.L. Stevenson, "*Improved definition video frame enhancement*", IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing (ICASSP), vol. IV, pp. 2169-2172, 1995.
- [14] Γ.Δ. Αχρίβης, Β.Α. Δουγαλής, '*Εισαγωγή στην Αριθμητική Ανάλυση*', Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2000.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000074801