

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

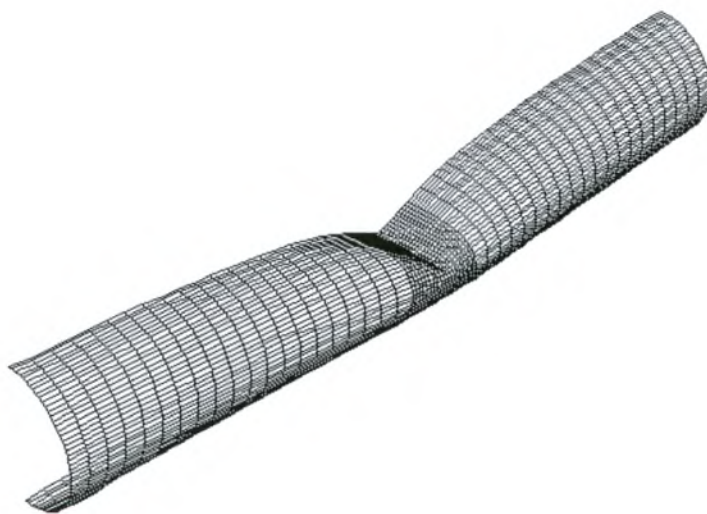
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΑΝΤΟΧΗ ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΩΝ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΩΝ ΚΕΛΥΦΩΝ ΥΠΟ
ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΙ ΠΙΕΣΗ. ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ
ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.**

ΚΥΡΟΣ Π. ΑΝΔΡΕΑΔΑΚΗΣ



Επιβλέπων : Σ. Α. Καραμάνος, Επίκουρος Καθηγητής

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των

απαιτήσεων για την απόκτηση του

Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού Βιομηχανίας

2004



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»

Αριθ. Εισ.: 3934/1
Ημερ. Εισ.: 30-09-2004
Δωρεά: Συγγραφέας
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜΒ
2004
ΑΝΔ

© 2004 Ανδρεαδάκης Κύρος

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής Δρ. Σπύρος Α. Καραμάνος
(Επιβλέπων) Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Νικόλαος Αράβας
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Δημήτριος Βαλουγεώργης
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Στους γονείς μου

Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα, θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, Επίκουρο Καθηγητή κ. Σπύρο Καραμάνο, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμον στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητή κ. Νικόλαο Αράβα και Επίκουρο Καθηγητή κ. Δημήτριο Βαλουγεώργη για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Πάνω απ' όλα θα ήθελα να ευχαριστήσω και τους τρεις για τις πολύτιμες και βασικές γνώσεις που μου παρείχαν στα πλαίσια των προπτυχιακών μαθημάτων.

Ευχαριστώ επίσης τους προπτυχιακούς, μεταπτυχιακούς και διδακτορικούς φοιτητές του εργαστηρίου της Μηχανικής και Αντοχής των Υλικών για την υποστήριξη και τη βοήθεια τους τον τελευταίο χρόνο.

Μέσα από την καρδιά μου θέλω να ευχαριστήσω τους συναδέλφους μου Αντώνιο Παναγώτα, Σπύρο Κολιοκότα και Φιλίω Παπάζογλου για τη βοήθεια τους καθόλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Ιδιαίτερα τους ευχαριστώ για τη πραγματική τους φιλία και για όλες τις ευχάριστες στιγμές που μου χάρησαν αυτά τα 5 χρόνια. Το δέσιμο, η κατανόηση, η αλληλουποστήριξη και το ομαδικό πνεύμα που αναπτύξαμε αποτελούν πολύτιμες εμπειρίες για τη συνέχεια της ζωής μου.

Πάνω απ' όλα, είμαι ευγνώμων στους γονείς μου, Παναγιώτη και Σουλτάνα Ανδρεαδάκη για την ολόψυχη αγάπη και υποστήριξή τους, ηθική και οικονομική, όλα αυτά τα χρόνια καθώς και την πίστη που μου έδειξαν στο ότι μπορώ να τα καταφέρω. Αφιερώνω αυτή την εργασία στην μητέρα μου και στον πατέρα μου καθώς και στον αδερφό μου Χρήστο.

Ανδρεαδάκης Κύρος

ΑΝΤΟΧΗ ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΩΝ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΩΝ ΚΕΛΥΦΩΝ ΥΠΟ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΙ ΠΙΕΣΗ. ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

ΚΥΡΟΣ ΑΝΔΡΕΑΔΑΚΗΣ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, 2004

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Σπύρος Α. Καραμάνος, Επίκουρος Καθηγητής

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία μελετά την αντοχή κυλινδρικών κελυφών υπό την επίδραση εγκάρσιας φόρτισης και πίεσης. Η διερεύνηση γίνεται αριθμητικά με χρήση μη γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων καθώς και αναλυτικά μέσω απλοποιημένων μοντέλων. Η έρευνα εμβαθύνει κυρίως στην επίδραση της πίεσης (εσωτερικής) στο φορτίο που μπορούν να παραλάβουν τα κελύφη σε ορισμένο βάθος διείσδυσης. Η ερευνά βασίστηκε αρχικά σε αποτελέσματα πειραμάτων που διεξήχθησαν από το TNO (Ολλανδικό Ίδρυμα Ερευνών). Στόχος των πειραμάτων ήταν ο προσδιορισμός της απόκρισης των σωλήνων υπό την επίδραση φόρτισης με διεισδυτές συγκεκριμένης μορφής. Οι σωλήνες αυτοί χρησιμοποιούνται συνήθως ως υπόγειοι αγωγοί φυσικού αερίου, και έπρεπε να εξεταστεί η αντοχή τους σε εγκάρσιες φορτίσεις που προκαλούνται για παράδειγμα από μηχανήματα εκσκαφής και να ελεγχθεί η επιρροή αντοχής από το πάχος, τη διάμετρο, τις ιδιότητες του υλικού και την εσωτερική πίεση του κελύφους. Κατά την προσομοίωση των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιούνται στοιχεία κελύφους, και λαμβάνεται υπόψη η μη γραμμικότητα της γεωμετρίας και του υλικού. Εξετάζονται κυλινδρικά κελύφη από χάλυβα ($D/t \leq 50$) με σχετικά μεγάλο πάχος, τα οποία υφίστανται ανελαστικές παραμορφώσεις. Αναλύονται τρισδιάστατες περιπτώσεις, όπου η εφαρμογή του φορτίου γίνεται μέσω διεισδυτών σύμφωνα με αυτούς που χρησιμοποιήθηκαν στα προαναφερθέντα πειράματα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται κυρίως υπό τη μορφή διαγραμμάτων δύναμης-μετατόπισης. Μελετώνται επίσης κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, όπως η επίδραση του μήκους, των συνοριακών

συνθηκών και διαφόρων τιμών πίεσης. Χρησιμοποιούνται επίσης δυο αναλυτικές μέθοδοι για την προσομοίωση του φαινομένου. Αρχικά υιοθετείται η απλοποιημένη αναλυτική λύση που πρότεινε το TNO η οποία βασίζεται σε μια στατική ισορροπία του ελαστοπλαστικού κελύφους θεωρούμενο ως δακτύλιο (διδιάστατη ανάλυση) και δίνει μια ποιοτική εικόνα της απόκρισης του κελύφους. Παρουσιάζεται επίσης μια αναλυτική μέθοδος για τριδιάστατη ανάλυση του κελύφους η οποία βασίζεται σε μια ελαστοπλαστική κινηματική θεώρηση και ερμηνεύει ποιοτικά τους πιο σημαντικούς παράγοντες της απόκρισης του κελύφους. Η μέθοδος αυτή είχε παρουσιαστεί από προηγούμενη ερευνητική εργασία και εδώ τροποποιήθηκε για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας. Τα αναλυτικά αποτελέσματα είναι σε συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα καθώς και τα αποτελέσματα πεπερασμένων στοιχείων.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή

1.1 Γενικά.....	1
1.2 Ανασκόπηση προηγούμενων εργασιών.....	1
1.3 Στόχος της εργασίας.....	4

Κεφάλαιο 2 : Περιγραφή των πειραμάτων διεξόδου

2.1 Εισαγωγή.....	6
2.2 Πειράματα για σωλήνες με διάμετρο $D=165.1$ mm και πάχος $t=4.82$ mm.....	8
2.3 Πειράματα για σωλήνες με διάμετρο $D=133$ mm και πάχος $t=2.72$ mm.....	12
2.4 Πειράματα για σωλήνες με διάμετρο $D=324-325$ mm και πάχος $t=7.3-7.5$ mm και $t=9.3-9.7$ mm.....	17

Κεφάλαιο 3 : Προσομοίωση και σύγκριση αριθμητικών αποτελεσμάτων με τα πειραματικά αποτελέσματα

3.1 Εισαγωγή.....	26
3.2 Αριθμητική επίλυση για τους σωλήνες της πρώτης σειράς πειραμάτων.....	26
3.3 Αριθμητική επίλυση για τους σωλήνες της δεύτερης σειράς πειραμάτων.....	40
3.4 Αριθμητική επίλυση για τους σωλήνες της τρίτης σειράς πειραμάτων.....	53
3.4.1 Σωλήνες διαμέτρου $D=324$ mm και εσωτερικής πίεσης $p=40$ bar.....	56
3.4.1 Σωλήνες διαμέτρου $D=325$ mm και εσωτερικής πίεσης $p=66.2$ bar.....	63

Κεφάλαιο 4 : Προσομοίωση κυλινδρικών χαλύβδινων κελυφών και παραμετρική μελέτη

4.1 Εισαγωγή.....	67
4.2 Αριθμητική επίλυση για την πρώτη μορφή σωλήνων που προσομοιώθηκαν.....	67
4.2.1 Επίδραση των συνοριακών συνθηκών στα άκρα του κελύφους.....	71
4.2.2 Επίδραση της εσωτερικής πίεσης στην απόκριση του κελύφους.....	73
4.2.3 Επίδραση του λόγου L/D στην απόκριση του κελύφους.....	78
4.3 Αριθμητική επίλυση για την δεύτερη μορφή σωλήνων που προσομοιώθηκαν.....	83

4.4 Επίδραση της μορφής του διεισδυτή στην απόκριση του κελύφους.....	101
4.4.1 Αποτελέσματα και συγκρίσεις για το κέλυφος με $D/t=50$	102
4.4.2 Αποτελέσματα και συγκρίσεις για το κέλυφος με $D/t=35$	107
4.5 Επίδραση της διάταξης του διεισδυτή στην απόκριση του κελύφους.....	120
4.6 Επίδραση της ανισοτροπίας του υλικού στην απόκριση του κελύφους.....	130

Κεφάλαιο 5 : Διδιάστατο αναλυτικό μοντέλο

5.1 Εισαγωγή.....	135
5.2 Περιγραφή του μοντέλου.....	136
5.2.1 Ελαστική περιοχή παραμόρφωσης.....	136
5.2.2 Πλαστική περιοχή παραμόρφωσης.....	141
5.2.2.1 Παραμόρφωση της διατομής.....	141
5.2.2.2 Μεμβρανική λειτουργία.....	143
5.2.2.3 Επίδραση της πίεσης στην πλαστική παραμόρφωση.....	144
5.2.2.4 Εγκάρσια διάταξη διεισδυτή.....	146
5.2.3 Συγκεντρωτική παρουσίαση του μοντέλου.....	147
5.3 Σύγκριση του αναλυτικού μοντέλου I με τα πειράματα.....	149
5.3.1 Σωλήνες διαμέτρου $D=165.1$ mm και πάχους $t=4.82$ mm (Tests-A1-A3).....	150
5.3.2 Σωλήνες διαμέτρου $D=133$ mm και πάχους $t=2.72$ mm (Tests-B1-B3).....	152
5.3.1 Σωλήνες διαμέτρου $D=324$ mm και πάχους $t=7.3-7.5$ mm (Tests-C1,C2,C5,C6).....	154
5.3.1 Σωλήνες διαμέτρου $D=325$ mm και πάχους $t=9.3-9.7$ mm (Tests-C3,C4,C7,C8).....	157

Κεφάλαιο 6 : Τριδιάστατο αναλυτικό μοντέλο

6.1 Εισαγωγή.....	160
6.2 Θεώρηση του προβλήματος.....	161
6.2.1 Υπολογισμός ενέργειας παραμόρφωσης των δακτυλίων.....	162
6.2.2 Υπολογισμός του έργου της πίεσης.....	165

6.2.3 Υπολογισμός της ενέργειας αξονικής παραμόρφωσης.....	169
6.2.3.1 Σωλήνες με άκαμπτες πλάκες προσαρμοσμένες στα άκρα τους (capped ends)....	169
6.2.3.1 Σωλήνες με πλήρη παγίωση των άκρων (fixed ends).....	177
6.3 Σύγκριση του αναλυτικού μοντέλου II με αριθμητικά αποτελέσματα.....	180
6.3.1 Σωλήνες με άκαμπτες πλάκες προσαρμοσμένες στα άκρα τους (capped ends).....	180
6.3.2 Σωλήνες με πλήρη παγίωση των άκρων (fixed ends).....	181
Συμπεράσματα.....	184
Βιβλιογραφία.....	186

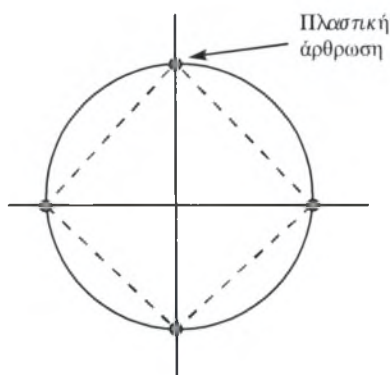
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Η ικανότητα των κυλινδρικών κελυφών να απορροφούν την ενέργεια από το εφαρμοζόμενο φορτίο και να τη μετατρέπουν σε πλαστική παραμόρφωση παρουσιάζει ενδιαφέρον για πολυάριθμες πρακτικές εφαρμογές. Σωλήνες και αγωγοί εκτίθενται πολύ συχνά σε ισχυρά εγκάρσια φορτία λόγω ατυχημάτων, τα οποία μπορεί να προκαλέσουν σημαντικές καταστροφές. Πιο συγκεκριμένα, τα κυλινδρικά κελύφη μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μέσα απορρόφησης ενέργειας, όπως αποσβεστής κρούσεων (“shock absorbers”) και πρέπει να είναι ικανά να σταματήσουν μια κινούμενη μάζα με ελεγχόμενο τρόπο (Reid 1983,1985). Επιπλέον, η απόκριση αγωγών μεταφοράς πετρελαίου και φυσικού αερίου σε συνθήκες εγκάρσιας φόρτισης, προερχόμενες από άγκυρα ή από συρόμενο αλιευτικό εξάρτημα (“τράτα”), παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, λόγω των καταστροφικών συνεπειών που μπορεί να επιφέρει στον αγωγό (Madke 1990, Hvan et al. 1990, Mellem et al. 1996). Οι υπόγειοι αγωγοί επίσης, υφίστανται συχνά μεγάλα εγκάρσια φορτία από εργαλεία εκσκαφής (Wildschut & Ter Avest 1984). Επιπρόσθετα, ισχυρά φορτία σε κυλινδρικά κελύφη υποθαλάσσιων αγωγών που είναι μέλη εξέδρας, μπορούν να θέσουν σε κίνδυνο την ακεραιότητα της εξέδρας (Taby & Moan 1985, Ellinas & Walker 1985). Τέλος ενδιαφέρον παρουσιάζει η αντοχή των risers υπό εγκάρσια φορτία σε εξέδρες πετρελαίου (Ruggieri & Ferrari, 2004).

1.2 Ανασκόπηση προηγούμενων εργασιών

Η δισδιάστατη απόκριση σωλήνων χάλυβα και αλουμινίου υπό την επίδραση εγκάρσιων φορτίων μελετήθηκε αρχικά πειραματικά και αναλυτικά χωρίς πίεση (Burton & Craig 1963, De Runtz & Hodge 1963, Redwood 1964). Κίνητρο αυτής της εργασίας ήταν η χρήση σωλήνων ως μέσα απορρόφησης ενέργειας. Το φορτίο ασκήθηκε με τη βοήθεια άκαμπτων πλακών και θεωρήθηκε σταθερό κατά την αξονική διεύθυνση του κελύφους. Η αναλυτική λύση βασίστηκε σε ένα θεωρητικό μοντέλο με τέσσερις πλαστικές αρθρώσεις κατά την εγκάρσια διατομή, θεωρώντας πλήρως πλαστική συμπεριφορά (Σχήμα 1-2).



Σχήμα 1-2. Μηχανισμός κατάρρευσης με τέσσερις πλαστικές αρθρώσεις.

Οι Reid & Reddy (1978,1979) συμπλήρωσαν αυτή την έρευνα λαμβάνοντας υπόψη την κράτυνση που υφίσταται το υλικό κατά την παραμόρφωση (“plastica” model), βελτιώνοντας την εργασία του Redwood (1963). Κατέληξαν τελικά στο συμπέρασμα ότι η απόκριση είναι ευαίσθητη στις ιδιότητες του υλικού και στον λόγο της διαμέτρου προς το πάχος (D/t). Σε μια επόμενη δημοσίευση οι Reid & Bell (1982), λαμβάνοντας και αυτοί υπόψη την κράτυνση (“plastica” model theory), ερεύνησαν την απόκριση του σωλήνα υπό την επίδραση δύο συγκεντρωμένων αντιδιαμετρικών αξονικών φορτίων. Βρήκαν ότι λόγω της θέσης που εξασκείται το φορτίο, η ελαστοπλαστική συμπεριφορά είναι πιο “ασταθής” από αυτήν που δημιουργείται λόγω συμπίεσης του σωλήνα ανάμεσα σε δύο πλάκες. Η επίδραση της κράτυνσης καθώς και ο λόγος της διαμέτρου προς το πάχος (D/t) μελετήθηκαν και σε αυτή την εργασία και έγιναν συγκρίσεις με τα αντίστοιχα πειράματα. Οι Watson et al. (1976) εξέθεσαν ενδιαφέροντα πειραματικά αποτελέσματα ως προς την ικανότητα σωλήνων αλουμινίου και χάλυβα να απορροφούν ενέργεια υπό την επίδραση εγκάρσιων φορτίων, δίνοντας έμφαση στις διάφορες μορφές αστοχίας. Οι σωλήνες φορτίστηκαν με ένα ζεύγος διεισδυτών μορφής λεπίδας, αντιδιαμετρικά τοποθετημένους. Οι Ghosh et al. (1981) επέκτειναν αυτή την εργασία μελετώντας την απόκριση κοντών σωλήνων και δακτυλίων υπό την επίδραση συγκεντρωμένων φορτίων.

Σε μία σχετικά πρόσφατη δημοσίευση, ο Leu (1999) εξέτασε την κατάρρευση σωλήνων αλουμινίου με εύρος διαμέτρου προς πάχους (D/t) μεταξύ 10 και 80, υπό συμπίεση μεταξύ δύο άκαμπτων πλακών, κάνοντας χρήση μίας άρρητης μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων η οποία θεωρεί γεωμετρικές μη γραμμικότητες, πλαστική συμπεριφορά του υλικού και τριβή κατά την επαφή διεισδυτή κελύφους.

Μελετήθηκαν διάφοροι παράγοντες, όπως η εργοσκληύρυνση, το πάχος του σωλήνα και ο συντελεστής τριβής. Ο Leu (1999) εξέτασε επίσης την πιθανότητα της αποκόλλησης από την επιφάνεια του κελύφους της άνω και της κάτω πλάκας και απέδειξε ότι εξαρτάται από τον λόγο του πάχους προς την διάμετρο (D/t).

Η φόρτιση σωλήνων εγκάρσια σε ένα μικρό τμήμα της επιφάνειάς τους συνιστά τρισδιάστατο πρόβλημα. Η προσομοίωση αυτής της διαδικασίας απαιτεί την αξιόπιστη θεώρηση της μεμβρανικής παραμόρφωσης, υπό την έννοια ότι οι γενέτειρες υφίστανται παραμορφώσεις κατά την αξονική διεύθυνση και προβάλλουν πρόσθετη αντίσταση κατά την διαδικασία της διείσδυσης. Στην πειραματική εργασία των Watson et al. (1976), επισημαίνεται η σημαντική επίδραση της μεμβρανικής παραμόρφωσης στην απόκριση του σωλήνα. Σε μία πιο πρόσφατη εργασία οι Wierzbicki & Suh (1988) μελέτησαν αναλυτικά την απόκριση σωλήνων υπό την επίδραση ενός μοναχικού συγκεντρωμένου φορτίου, θεωρώντας παράλληλα αξονική φόρτιση και καμπτική ροπή. Η προσομοίωση έγινε θεωρώντας ένα απλοποιητικό τρισδιάστατο κέλυφος αποτελούμενο από μία αλληλουχία δακτυλίων και κάθετα σε αυτά μία σειρά από γενέτειρες. Στην εργασία μελετήθηκε η επίδραση των συνοριακών συνθηκών στην αντίσταση του κελύφους κατά την διείσδυση, καθώς και αναλυτικές εξισώσεις για το δρόμο ισορροπίας. Οι Hoo-Fatt & Wierzbicki (1991) εξέτασαν επίσης την απόκριση κυλινδρικών κελυφών υπό την επίδραση της πίεσης και παρουσίασαν μία μέθοδο για την μετατροπή του δισδιάστατου προβλήματος σε μονοδιάστατο. Το υλικό θεωρήθηκε τέλεια πλαστικό και εξήχθησαν εξισώσεις σε κλειστή μορφή για τη σχέση δύναμης-μετατόπισης. Ο Zeinoddini (1999), παρακινούμενος από το πρόβλημα της αντίστασης σε πρόσκρουση στις εξέδρες πετρελαίου, διερεύνησε αριθμητικά την παραμόρφωση κελυφών, υπό την επίδραση στατικής και δυναμικής εγκάρσια φόρτισης. Κάνοντας χρήση τετρακομβικών στοιχείων κελύφους μελέτησε την επίδραση των συνοριακών συνθηκών, καθώς και την επίδραση της προέντασης. Σε μία νεότερη δημοσίευση, οι Zeinoddini et al. (2000) υιοθέτησαν μία τροποποιημένη έκδοση του αναλυτικού μοντέλου που παρουσιάστηκε από τους Wierzbicki & Suh (1988), για να αναλύσουν την απόκριση σωλήνων υπό εγκάρσια φόρτιση από ένα μοναχικό φορτίο και πρότειναν μία απλή έκφραση για το δρόμο ισορροπίας. Έγινε σύγκριση των αναλυτικών αποτελεσμάτων με αυτά των πεπερασμένων στοιχείων, τα οποία προσέγγιζαν την αξονική παραμόρφωση μέσω ελατηρίων στους κόμβους των στοιχείων κελύφους.

Με χρήση μίας μη γραμμικής θεώρησης πεπερασμένων στοιχείων ο Karamanos (1996), μελέτησε την επίδραση της πίεσης για τη δισδιάστατη περίπτωση φόρτισης του σωλήνα από δύο αντιδιαμετρικά συγκεντρωμένα φορτία, κατανεμημένα ομοιόμορφα σε όλο το μήκος του σωλήνα (διδιάστατο πρόβλημα). Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ακόμη και για σχετικώς μικρές τιμές της εξωτερικής πίεσης, η απόκριση επηρεάζεται σημαντικά, καθώς το μέγιστο φορτίο που μπορεί να παραλάβει ο σωλήνας μειώνεται, ενώ εξίσου σημαντικά μειώνεται και η ικανότητα απορρόφησης ενέργειας. Από την άλλη πλευρά η επίδραση της εσωτερικής πίεσης είναι ευεργετική στην αντοχή του κελύφους. Σε μια πρόσφατη εργασία από τους Karamanos & Eleftheriadis (2004) μελετάται η αστοχία κυλινδρικών κελυφών υπό την επίδραση εγκάρσιας φόρτισης με χρήση μη γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων. Εξετάστηκε κυρίως η επίδραση της εξωτερικής πίεσης στο μέγιστο φορτίο και στην ικανότητα απορρόφησης ενέργειας σωλήνων. Αναφέρθηκαν επίσης λίγα αποτελέσματα για εσωτερική πίεση. Επίσης στην ίδια εργασία παρουσιάστηκε ένα αναλυτικό απλοποιητικό μοντέλο για τη διδιάστατη και τη τριδιάστατη περίπτωση, το οποίο καταλήγει σε εκφράσεις κλειστής μορφής και ερμηνεύει ποιοτικά τους πιο σημαντικούς παράγοντες της απόκρισης του κελύφους. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι σχετικά χαμηλές τιμές της εξωτερικής πίεσης προκαλούν σημαντική πτώση του μέγιστου φορτίου και συνεπακόλουθα μείωση της ενέργειας απορρόφησης. Η ύπαρξη εσωτερικής πίεσης αυξάνει το μέγιστο φορτίο και την ενέργεια απορρόφησης.

1.3 Στόχος της εργασίας

Στην παρούσα εργασία, εστιάζουμε στο πρόβλημα της εγκάρσιας φόρτισης κυλινδρικών κελυφών με ελαστοπλαστική συμπεριφορά υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης. Το επίπεδο της πίεσης ενδέχεται να είναι κοντά στην οριακή πίεση πλήρους πλαστικότητας. Η ερευνά βασίστηκε αρχικά σε αποτελέσματα πειραμάτων που διεξήχθησαν από το TNO (Ολλανδικό Ίδρυμα Ερευνών). Στόχος των πειραμάτων ήταν ο προσδιορισμός της απόκρισης των σωλήνων υπό την επίδραση φόρτισης με διεισδυτές συγκεκριμένης μορφής. Γίνεται αριθμητική διερεύνηση με χρήση μη γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων. Κατά την προσομοίωση των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιούνται στοιχεία κελύφους, λαμβάνοντας υπόψη την μη γραμμικότητα της γεωμετρίας και του υλικού. Εξετάζονται κελύφη από

χάλυβα ($D/t \leq 50$) με σχετικά μεγάλο πάχος, τα οποία υφίστανται ανελαστικές παραμορφώσεις. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται υπό τη μορφή διαγραμμάτων δύναμης-μετατόπισης. Μελετώνται επίσης κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, όπως η επίδραση του μήκους των σωλήνων και διαφόρων τιμών πίεσης καθώς και η επίδραση των διαστάσεων του διεισδυτή. Χρησιμοποιούνται επίσης δυο αναλυτικές μέθοδοι για την προσομοίωση του φαινομένου. Αρχικά υιοθετείται η απλοποιημένη αναλυτική λύση που πρότεινε το ολλανδικό ινστιτούτο TNO η οποία βασίζεται σε μια στατική ισορροπία του ελαστοπλαστικού κελύφους και δίνει μια ποιοτική εικόνα της απόκρισης του κελύφους. Παρουσιάζεται επίσης μια αναλυτική μέθοδος για τη τρισδιάστατη περίπτωση η οποία βασίζεται σε μια κινηματική θεώρηση και ερμηνεύει ποιοτικά τους πιο σημαντικούς παράγοντες της απόκρισης του κελύφους. Η μέθοδος αυτή προτάθηκε από τους Wierzbicki & Suh (1987) για την περίπτωση μηδενικής πίεσης, ενώ στην παρούσα εργασία τροποποιήθηκε για την παρουσία πίεσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : Περιγραφή των πειραμάτων διείσδυσης

2.1 Εισαγωγή

Στόχος των πειραμάτων του Ολλανδικού Ιδρύματος Ερευνών (TNO) ήταν να υπολογιστεί η αντοχή των κυλινδρικών κελυφών από χάλυβα, που χρησιμοποιούνται ως υπόγειοι αγωγοί φυσικού αερίου, σε εγκάρσια φορτία υπό την παρουσία πίεσης (A.M. Gresnigt, 1984). Σημειώνεται πως ένας από τους πιο σημαντικούς λόγους καταστροφής των υπόγειων σωλήνων είναι οι εργασίες εκσκαφής. Περίπου το 75% των εγκάρσιων φορτίων που ασκούνται σε υπόγειους χαλύβδινους σωλήνες προέρχεται από μηχανήματα εκσκαφής ενώ το υπόλοιπο 25% είναι αποτέλεσμα λανθασμένων γεωτρήσεων σε περιοχές κοντά στους σωλήνες, συγκολλήσεων, διεργασιών διάβρωσης ή εργασιών εγκατάστασης.

Οι εξωτερικές ζημιές σε υπόγειους αγωγούς φυσικού αερίου μπορούν να προκληθούν από ένα οδοντωτό άκαμπτο σώμα σχήματος U (διεισδυτής μορφής "μαχαιριού"), ένα οδοντωτό άκαμπτο σώμα σχήματος V (διεισδυτής μορφής "πριονιού"), ή από ένα συνδυασμό και των δύο μαζί. Η τελευταία αποτελεί την πιο επικίνδυνη εγκάρσια φόρτιση σε υπόγειους σωλήνες και προκαλεί μόνιμες παραμορφώσεις. Από στατιστικές έρευνες που αφορούν τα ατυχήματα που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια συναφών εργασιών, φαίνεται ότι τέτοιοι κρίσιμοι συνδυασμοί και των δυο άκαμπτων σωμάτων που περιγράφηκαν παραπάνω συμβαίνουν κυρίως σε υπόγειους αγωγούς με διάμετρο έως και 325 mm. Οι σωλήνες τέτοιων διαστάσεων που χρησιμοποιούνται στο δίκτυο μεταφοράς φυσικού αερίου σχεδιάζονται κυρίως με εσωτερική πίεση περί τα 40 bar. Τα πειράματα σε σωλήνες, με διεισδυτές της μορφής που προαναφέρθηκε, οι οποίοι βρίσκονται σε εσωτερική πίεση είναι συνήθως πολύ ακριβά και για αυτό το λόγο είναι αρκετά περιορισμένα. Στο παρόν κεφαλαίο παρουσιάζονται αναλυτικά τα πειράματα που διεξήγαγε το TNO σε κυλινδρικά κελύφη με διεισδυτές σε εγκάρσια και διαμήκη διάταξη, σχήματος U. Οι κατηγορίες των σωλήνων που χρησιμοποιήθηκαν είναι :

- $D=165.1 \text{ mm}$ και $t=4.82 \text{ mm}$ (διαμήκης διάταξη διεισδυτή)
- $D=133 \text{ mm}$ και $t=2.72 \text{ mm}$ (εγκάρσια και διαμήκης διάταξη διεισδυτή)
- $D=324 \text{ mm}$ και $t=7.3 \text{ mm}$ (εγκάρσια και διαμήκης διάταξη διεισδυτή)
- $D=324 \text{ mm}$ και $t=7.5 \text{ mm}$ (εγκάρσια και διαμήκης διάταξη διεισδυτή)
- $D=325 \text{ mm}$ και $t=9.3 \text{ mm}$ (εγκάρσια και διαμήκης διάταξη διεισδυτή)

- $D=325$ mm και $t=9.7$ mm (εγκάρσια και διαμήκης διάταξη διεισδυτή)

Στους σωλήνες υπάρχει εσωτερική πίεση από 40 έως 66,2 bar η οποία αντιστοιχεί σε επίπεδο 23%-33% της πίεσης πλήρους πλαστικότητας P_y . Παρακάτω παρουσιάζεται ένας πίνακας με όλες τις παραμέτρους (διαστάσεις σωλήνων, διεισδυτών και τιμές της πίεσης) των πειραμάτων που διεξήχθησαν.

	D_o (mm)	t (mm)	L_o (mm)	σ_o (Mpa)	Διάταξη διεισδυτή	b (mm)	p (bar)
Test-A1	165.1	4.82	2000	290	Διαμήκης	40	0
Test-A2	165.1	4.82	2000	290	Διαμήκης	80	0
Test-A3	165.1	4.82	2000	290	Διαμήκης	40	40
Test-B1	133	2.72	900	265	Εγκάρσια	80	40
Test-B2	133	2.72	900	265	Εγκάρσια	80	66.2
Test-B3	133	2.72	900	265	Διαμήκης	80	40
Test-C1	324	7.3	2000	288	Εγκάρσια	80	40
Test-C2	324	7.5	2000	288	Εγκάρσια	80	40
Test-C3	325	9.3	2000	330	Εγκάρσια	80	66.2
Test-C4	325	9.7	2000	330	Εγκάρσια	80	66.2
Test-C5	324	7.3	2000	288	Διαμήκης	80	40
Test-C6	324	7.5	2000	288	Διαμήκης	80	40
Test-C7	325	9.3	2000	330	Διαμήκης	80	66.2
Test-C8	325	9.7	2000	330	Διαμήκης	80	66.2

όπου D_o είναι η εξωτερική διάμετρος του σωλήνα, t το πάχος, L_o το μήκος του σωλήνα, σ_o η τάση διαρροής, b το μήκος του διεισδυτή και p η εσωτερική πίεση.

2.2 Πειράματα για σωλήνες με διάμετρο 165.1 mm και πάχος 4.82 mm

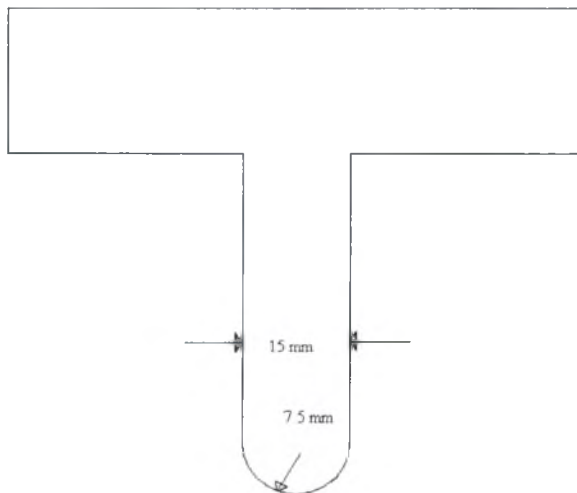
Η πρώτη σειρά από σωλήνες στους οποίους έγιναν πειραματικές δοκιμές είχαν τα εξής χαρακτηριστικά :

- Διάμετρος : $D_o=165.1$ mm
- Πάχος : $t=4.82$ mm
- Μήκος : $L_o=2000$ mm
- Λόγος διαμέτρου προς πάχος : $D_o/t=34.253$
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=290$ N/mm²

Στα πειράματα αυτά ένας από τους σωλήνες βρισκόταν υπό εσωτερική πίεση 40.2 bar ενώ οι άλλοι δυο εξετάστηκαν χωρίς εσωτερική πίεση. Κατά την διαδικασία της διείδυσης οι σωλήνες εναποτέθηκαν πάνω σε επίπεδη πλάκα .

Οι διεισδυτές (σχήμα 2.1) έχουν τα εξής χαρακτηριστικά :

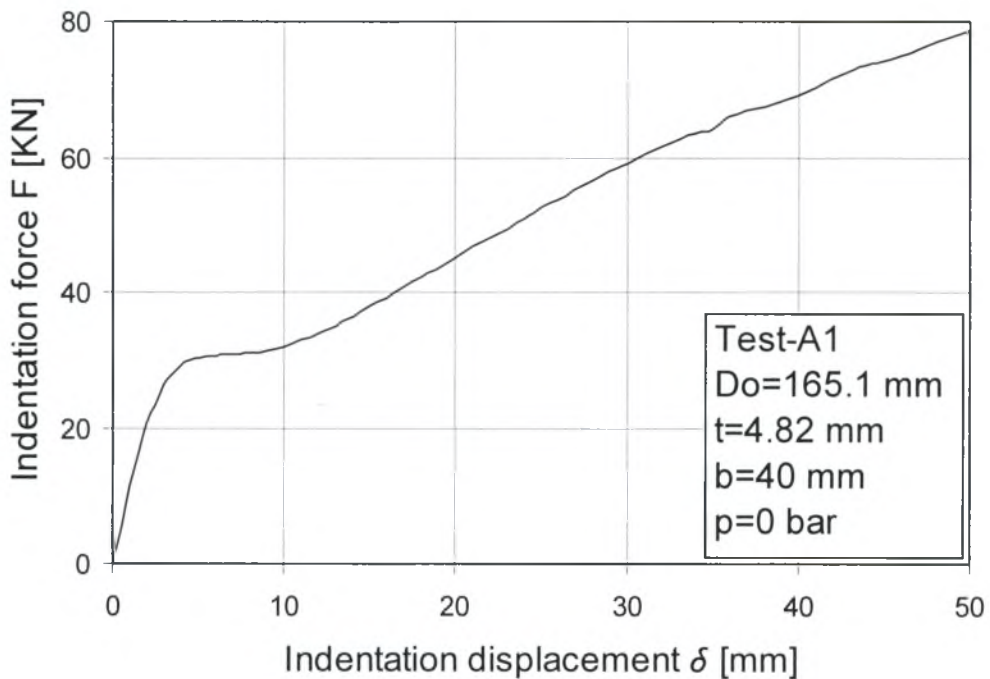
- Μήκος της άκρης του διεισδυτή : $b=40$ mm (Test-A1 και Test-A3)
- Μήκος της άκρης του διεισδυτή : $b=80$ mm (Test-A2)
- Πάχος του διεισδυτή : $d=15$ mm
- Ακτίνα καμπυλότητας στην περιοχή της επαφής του διεισδυτή με το κέλυφος: $r_0=7.5$ mm



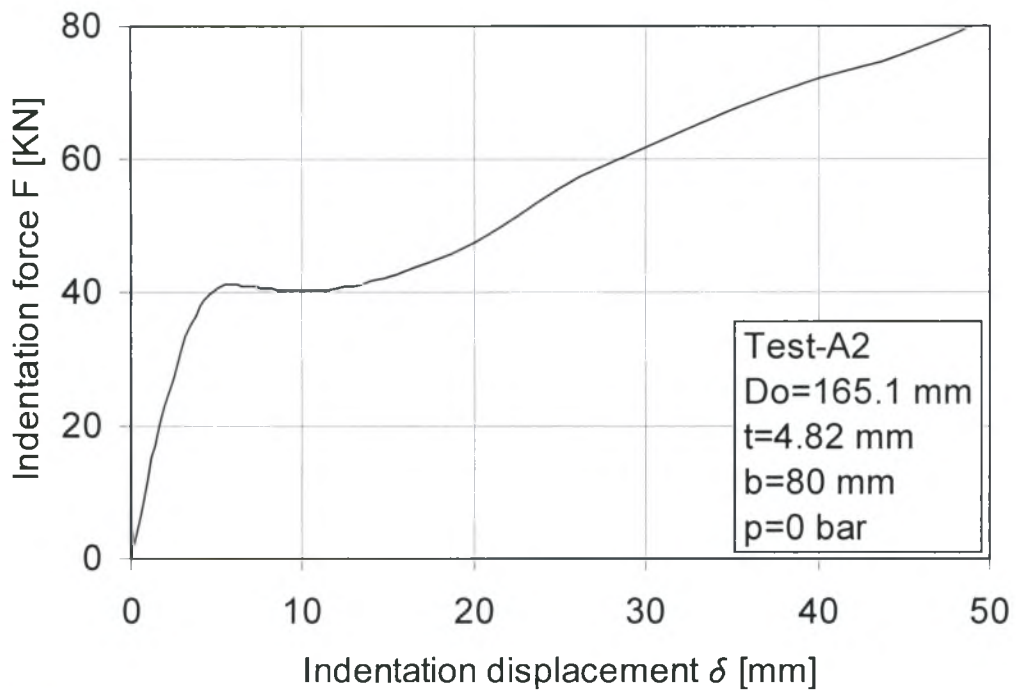
Σχήμα 2.1 Η μορφή των διεισδυτών (διατομή) για την πρώτη σειρά πειραμάτων

Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν με έλεγχο μετατόπισης (displacement control) με την άκρη του διεισδυτή παράλληλη στον επιμήκη άξονα του σωλήνα (επιμήκης φόρτιση) και τοποθετημένο ακριβώς στο κέντρο του σωλήνα. Τα μεγέθη τα οποία μετρήθηκαν κατά την διάρκεια των πειραμάτων ήταν η δύναμη διείσδυσης και η μείωση της διαμέτρου του κελύφους.

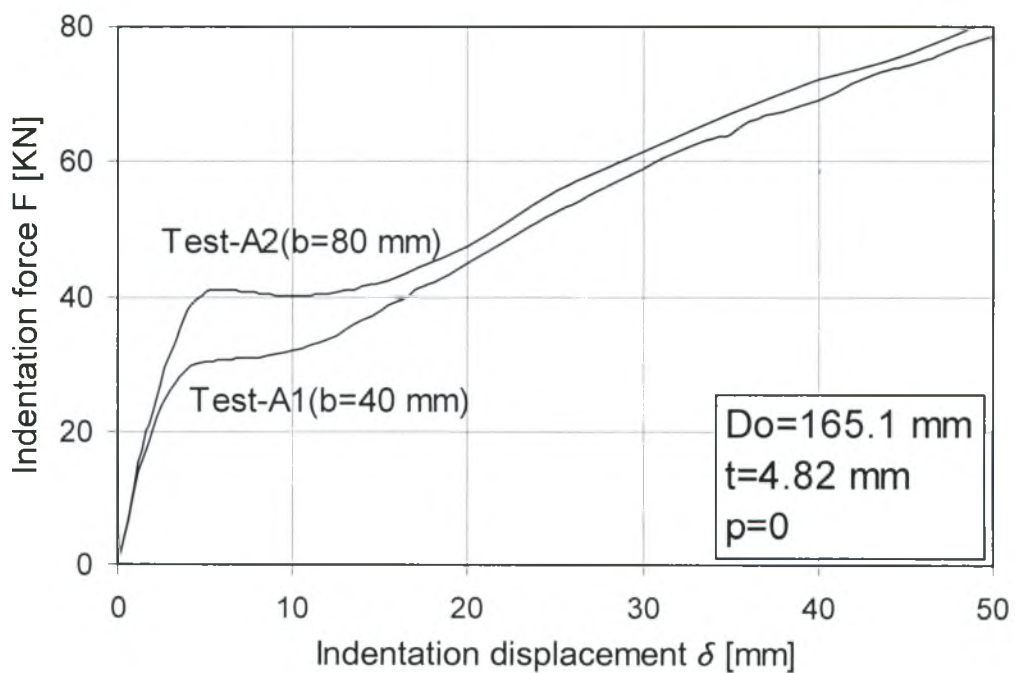
Στα σχήματα 2.2 και 2.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πειραμάτων για τους δυο σωλήνες χωρίς την επίδραση της πίεσης. Ενδιαφέρον παρουσιάζει και μια σύγκριση μεταξύ των δυο αποτελεσμάτων για να εξετάσουμε τη διαφορά που προκαλεί η αλλαγή του μήκους του διεισδυτή, ενώ οι άλλες παράμετροι παραμένουν αμετάβλητες .



Σχήμα 2.2 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-A1



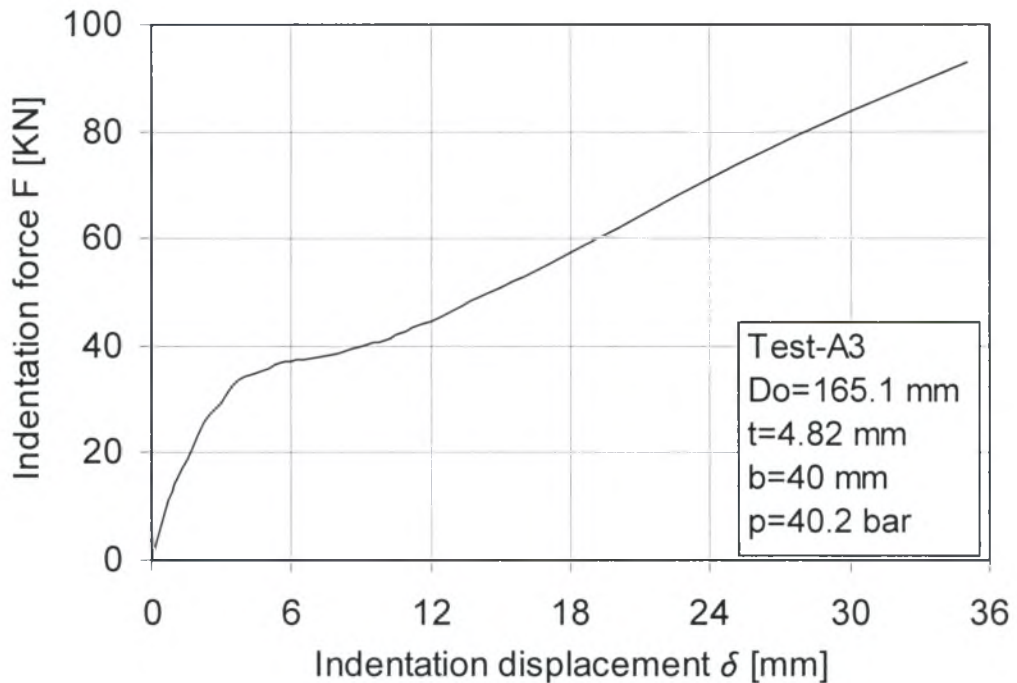
Σχήμα 2.3 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-A2



Σχήμα 2.4 Σύγκριση της απόκρισης των δοκιμίων των πειραμάτων A1-A2

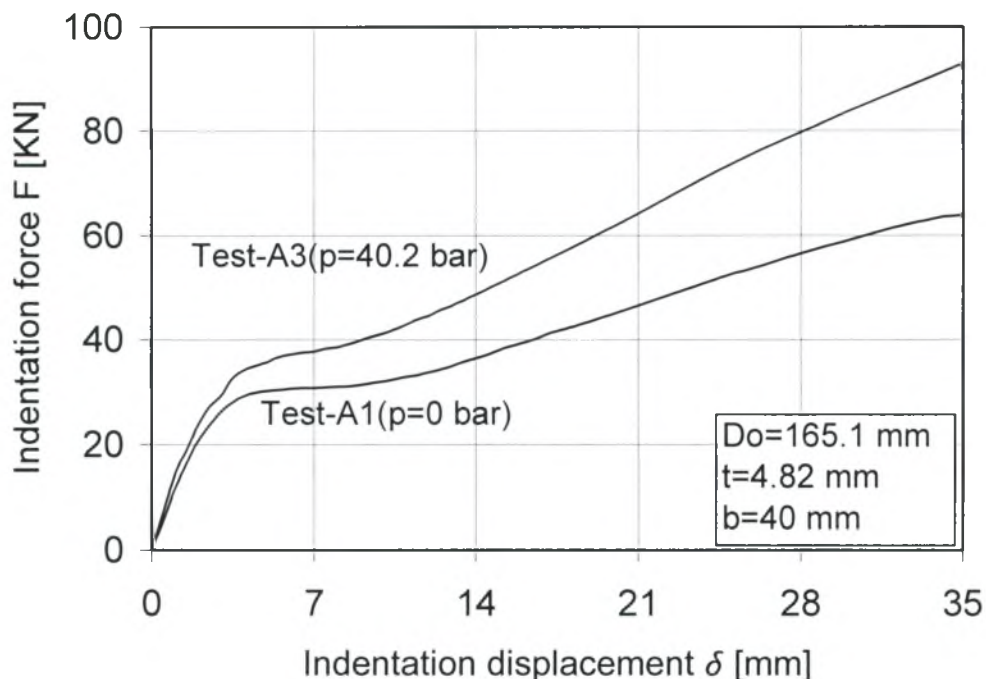
Παρατηρούμε ότι όσο μεγαλώνει το μήκος του διεισδυτή αυξάνεται και η δύναμη που απαιτείται για το ίδιο βάθος διείσδυσης. Δηλαδή ο διεισδυτής με $b=40\text{mm}$ λόγω του ότι είναι πιο μικρός είναι ευκολότερο να “διεισδύσει”, κάτι το οποίο αποτελεί μια φυσική εξήγηση των αποτελεσμάτων.

Το επόμενο πειραματικό αποτέλεσμα (σχήμα 2.5) αφορά την περίπτωση ύπαρξης εσωτερικής πίεσης 40.2 bar στο σωλήνα και για διεισδυτή με $b=40\text{ mm}$.



Σχήμα 2.5 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-A3

Με την ύπαρξη εσωτερικής πίεσης η δύναμη που απαιτείται για μία δεδομένη διείσδυση είναι σημαντικά μεγαλύτερη από ότι στην περίπτωση που ο σωλήνας δεν έχει καθόλου πίεση. Για καλύτερη παρουσίαση αυτού του συμπεράσματος παρατίθεται το συγκριτικό σχήμα 2.6.



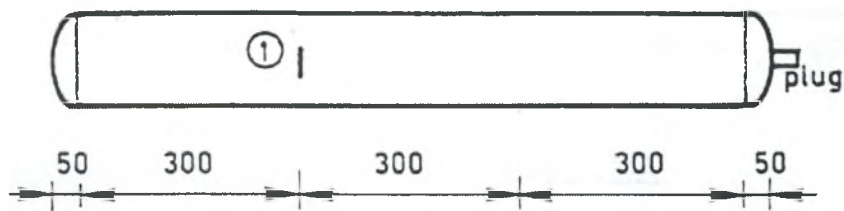
Σχήμα 2.6 Σύγκριση της απόκρισης των δοκιμών των πειραμάτων A1-A3

2.3 Πειράματα για σωλήνες με διάμετρο 133 mm και πάχος 2.72 mm

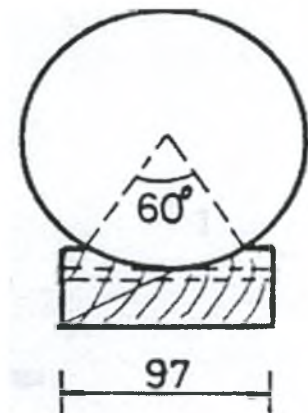
Τα χαρακτηριστικά των σωλήνων που αποτέλεσαν τη δεύτερη σειρά πειραμάτων είναι τα εξής :

- Διάμετρος : $D_o=133$ mm
- Πάχος : $t=2.72$ mm
- Μήκος : $L_o=900$ mm
- Λόγος διαμέτρου προς πάχος : $D_o/t=48.9$
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=265$ N/mm²

Διεξήχθησαν συνολικά τρία πειράματα εκ των οποίων στους δυο σωλήνες υπήρχε εσωτερική πίεση 40 bar και στον άλλο πίεση 66.2 bar. Υπήρξαν δυο περιοχές διείσδυσης, η μια για το σωλήνα με πίεση 40 bar και η άλλη για τους υπόλοιπους δυο σωλήνες. Οι δύο αυτές περιοχές βρίσκονται σε απόσταση 150 mm από το κέντρο του σωλήνα. Μια ξύλινη πλάκα τοποθετήθηκε στο κάτω μέρος των σωλήνων κατά την διάρκεια των πειραμάτων (Σχήμα 2.8). Στην ξύλινη πλάκα υπήρχε μια κυκλική υποδοχή (''πατούρα'') που συγκρατούσε το σωλήνα στις 60° του τόξου στην περιμετρική του κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.8.



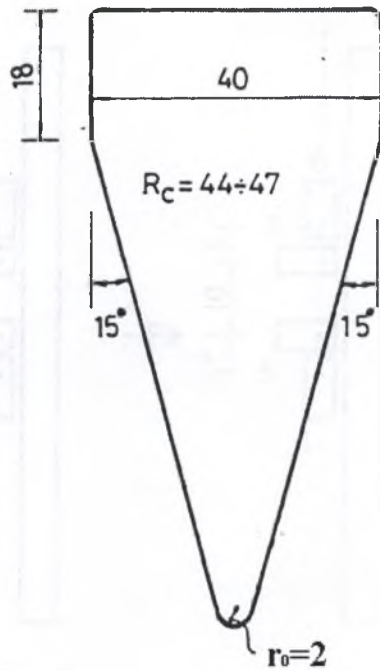
Σχήμα 2.7 Σημείο διείσδυσης για τους σωλήνες διαμέτρου 133 mm (Πειράματα-B1-B2-B3).



Σχήμα 2.8 Η πλάκα που υποστηρίζει τους σωλήνες στη δεύτερη σειρά πειραμάτων

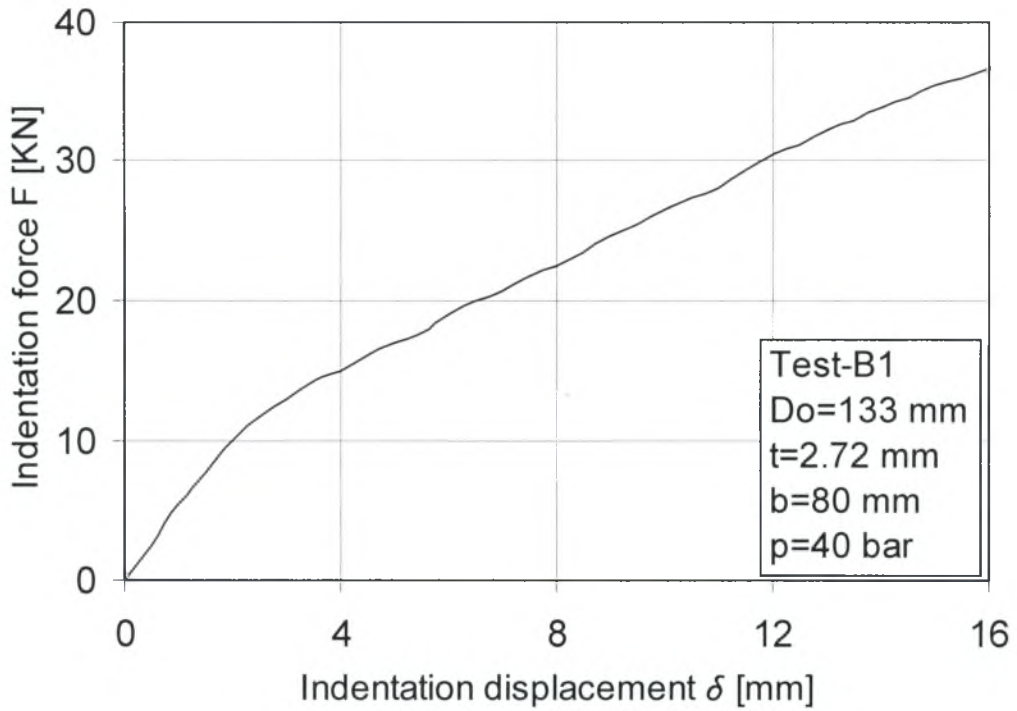
Τα χαρακτηριστικά του διεισδυτή (Σχήμα 2.9) που χρησιμοποιήθηκε για όλα τα πειράματα της δεύτερης ομάδας είναι τα εξής :

- Μήκος της άκρης του διεισδυτή : $b=80$ mm
- Γωνία που σχηματίζουν οι δυο διαγώνιες πλευρές του κυρίως σώματος του διεισδυτή : 30°
- Ακτίνα καμπυλότητας στην περιοχή της επαφής του διεισδυτή με το κέλυφος: $r_0=2$ mm
- Πλάτος της κεφαλής (πάνω μέρος) του διεισδυτή : $c=40$ mm
- Ύψος της κεφαλής του διεισδυτή : $e=18$ mm

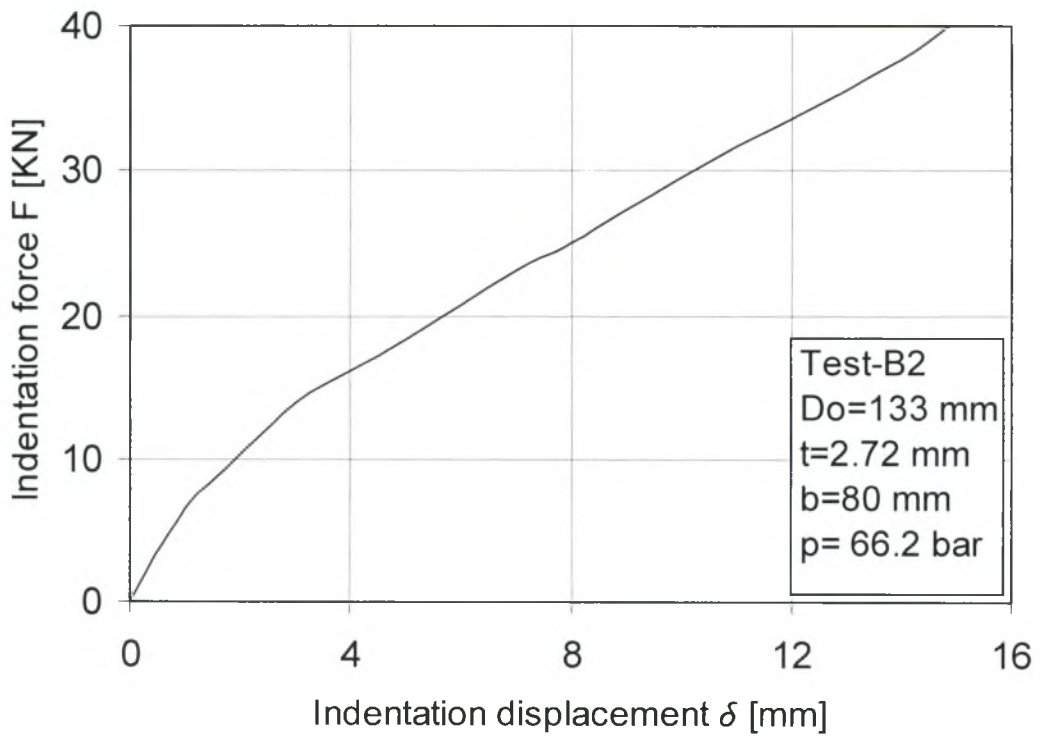


Σχήμα 2.9 Ο dieseldyti που χρησιμοποιείται στη δεύτερη σειρά πειραμάτων

Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν με έλεγχο της μετατόπισης του dieseldyti (displacement control). Δύο από τα πειράματα έγιναν με την άκρη του dieseldyti κάθετα στον επιμήκη άξονα του κελύφους (εγκάρσια διάταξη), το ένα με εσωτερική πίεση 40 bar και το άλλο με πίεση 66.2 bar. Το άλλο έγινε με την άκρη του dieseldyti παράλληλα στον επιμήκη άξονα (επιμήκης διάταξη) και εσωτερική πίεση 40 bar. Στα σχήματα 2.10-2.11 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πειραμάτων για τους σωλήνες που υπόκεινται σε εγκάρσια φόρτιση με μόνη μεταξύ τους διαφορά την τιμή της εσωτερικής πίεσης.

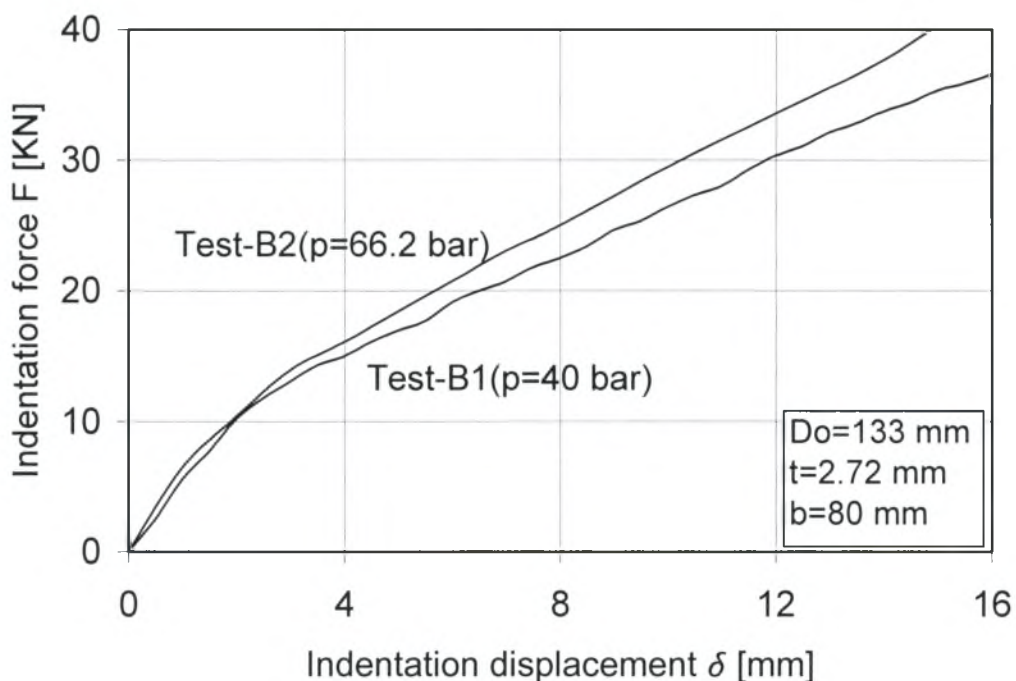


Σχήμα 2.10 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-B1



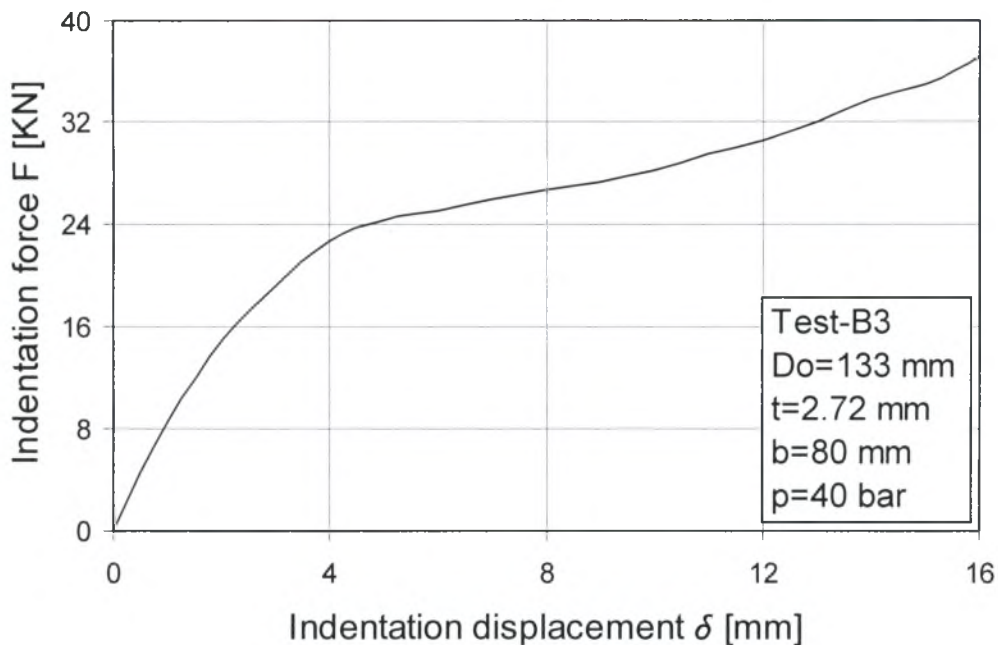
Σχήμα 2.11 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-B2

Όπως και στην προηγούμενη σειρά πειραμάτων, έτσι και εδώ παρατηρούμε την επίδραση της πίεσης στο φορτίο που χρειάζεται για ένα ορισμένο βάθος διείσδυσης. Με την αύξηση της πίεσης έχουμε και αύξηση της δύναμης μετατόπισης του διεισδυτή. Στο σχήμα 2.12 φαίνεται η διαφορά αυτή των σωλήνων με δύο διαφορετικές τιμές εσωτερικής πίεσης. Η διαφορά δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη, δείχνει όμως καθαρά την επίδραση της πίεσης.



Σχήμα 2.12 Σύγκριση της απόκρισης των δοκιμών των πειραμάτων B1-B2

Τέλος, στο σχήμα 2.13 βλέπουμε την απόκριση του σωλήνα ο οποίος υπόκειται σε φόρτιση διαμήκουσ διάταξης και εσωτερική πίεση 40 bar. Παρατηρείται μια διαφορετική καμπύλη δύναμης μετατόπισης από τα δυο προηγούμενα πειράματα εφόσον εδώ έχουμε το διεισδυτή παράλληλο στον επιμήκη άξονα του κελύφους.



Σχήμα 2.13 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-B3

Το γράφημα δείχνει μια όμοια συμπεριφορά με το σωλήνα διαμέτρου 165.1 mm στην πρώτη σειρά πειραμάτων (Σχήμα 2.5) στον οποίο υπάρχει επίσης εσωτερική πίεση και ο διεισδυτής είναι τοποθετημένος κατά τον ίδιο ακριβώς τρόπο.

2.4 Πειράματα για σωλήνες με διάμετρο 324-325 mm και πάχος 7.3-7.5 mm και 9.3-9.7 mm

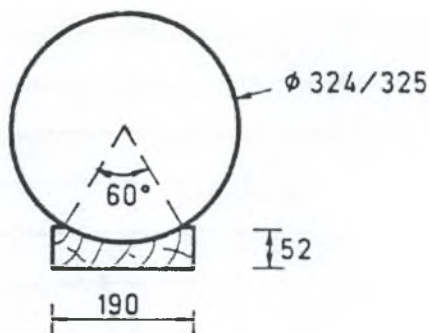
Τα χαρακτηριστικά των σωλήνων που αποτέλεσαν τη τρίτη σειρά πειραμάτων είναι τα εξής :

- Διάμετρος : $D_o=324$ mm
- Πάχος : $t=7.3$ και 7.5 mm
- Μήκος : $L_o=2000$ mm
- Λόγος διαμέτρου προς πάχος : $D_o/t=43.78$
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=288$ N/mm²

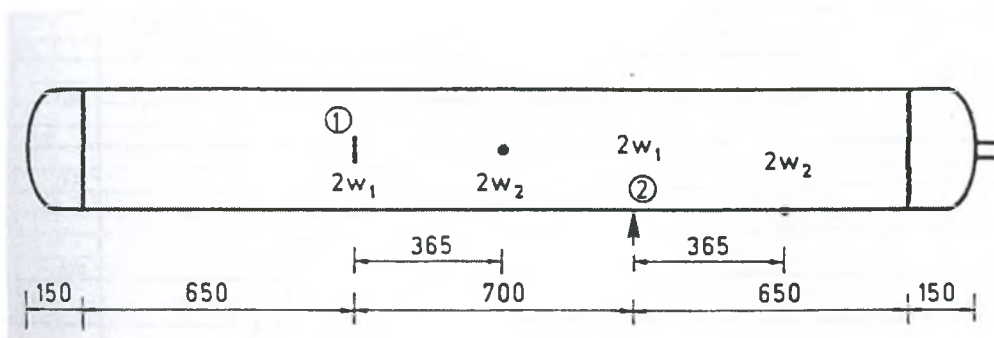
και

- Διάμετρος : $D_0=325$ mm
- Πάχος : $t=9.3$ και 9.7 mm
- Μήκος : $L_0=2000$ mm
- Λόγος διαμέτρου προς πάχος : $D/t=34.21$
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=330$ N/mm²

Εξετάστηκαν 4 μήκη σωλήνων για δυο διαφορετικές περιοχές διείσδυσης όποτε πραγματοποιήθηκαν συνολικά 8 πειράματα. Οι δυο αυτές περιοχές διείσδυσης βρίσκονται σε απόσταση 350 mm από το κέντρο του σωλήνα. Τα κελύφη με πάχος 7.3 και 7.5 mm υπόκεινται σε εσωτερική πίεση 40 bar ενώ σε αυτά με πάχος 9.3 και 9.7 mm υπάρχει πίεση 66.2 bar. Ως μέσο πίεσης χρησιμοποιήθηκε νερό. Όπως και στην προηγούμενη σειρά πειραμάτων, υπήρχε μια ξύλινη πλάκα πάνω στην οποία στηρίζονταν οι σωλήνες (Σχήμα 2.14). Στην ξύλινη πλάκα υπήρχε μια κυκλική υποδοχή (‘‘πατούρα’’) που συγκρατούσε το σωλήνα σε 60° τόξου στην περιμετρική του κατεύθυνση όπως φαίνεται στο σχήμα 2.14.



Σχήμα 2.14 Η ξύλινη πλάκα που υποστηρίζει τους σωλήνες



Σχήμα 2.15 Περιοχή διείσδυσης για τους σωλήνες 324-325 mm.

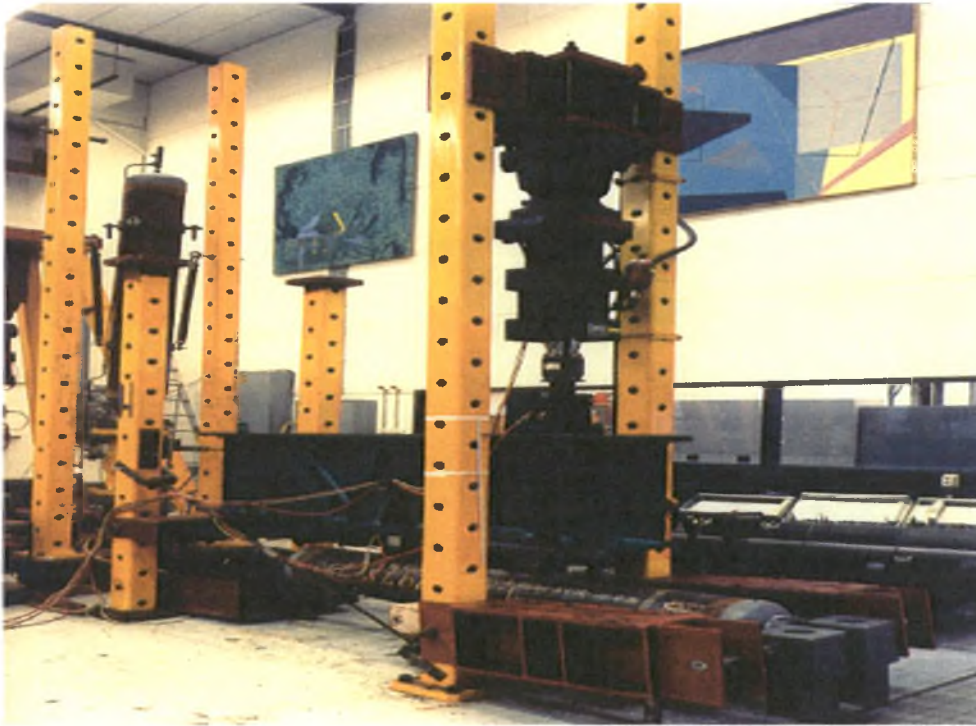
Τα χαρακτηριστικά του διεισδυτή (Σχήμα 2.16) που χρησιμοποιήθηκε για όλα τα πειράματα είναι τα εξής :

- Μήκος της άκρης του διεισδυτή : $b=80$ mm
- Γωνία που σχηματίζουν οι δυο διαγώνιες πλευρές του κυρίως σώματος του διεισδυτή : 30°
- Ακτίνα καμπυλότητας στην περιοχή της επαφής του διεισδυτή με το κέλυφος: $r_0=5$ mm
- Πλάτος της κεφαλής (πάνω μέρος) του διεισδυτή : $c=40$ mm
- Ύψος της κεφαλής του διεισδυτή : $e=18$ mm



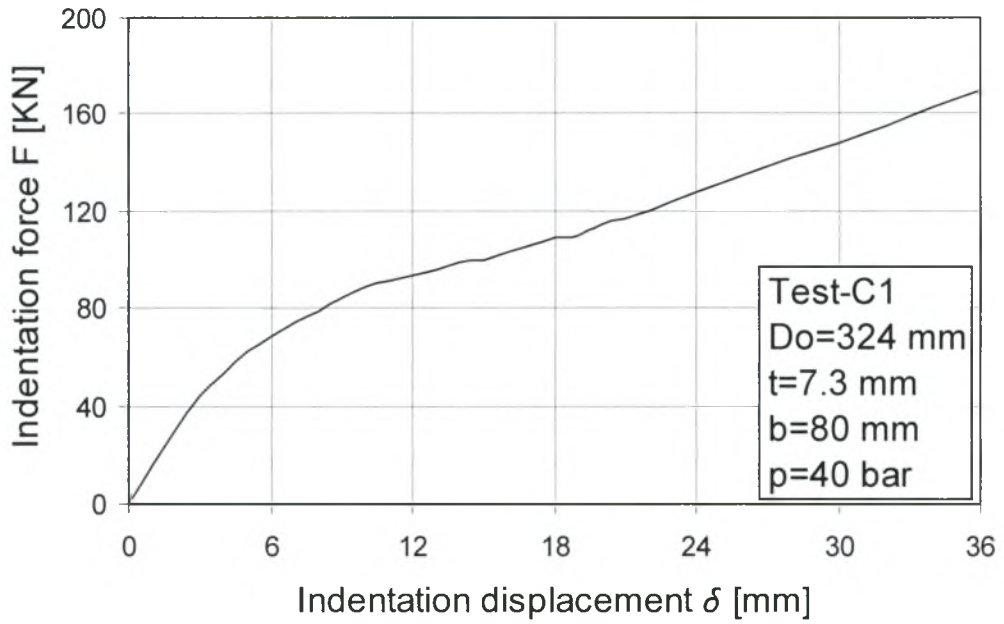
Σχήμα 2.16 Ο διεισδυτής που χρησιμοποιήθηκε για σωλήνες με διάμετρο 324-325 mm

Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν με έλεγχο μετατόπισης (displacement control). Τέσσερα από τα πειράματα έγιναν τον διεισδυτή κάθετα στον επιμήκη άξονα του κελύφους (εγκάρσια φόρτιση), και τα υπόλοιπα τέσσερα με την άκρη του διεισδυτή παράλληλα στον επιμήκη άξονα του κελύφους (επιμήκης τοποθέτηση).

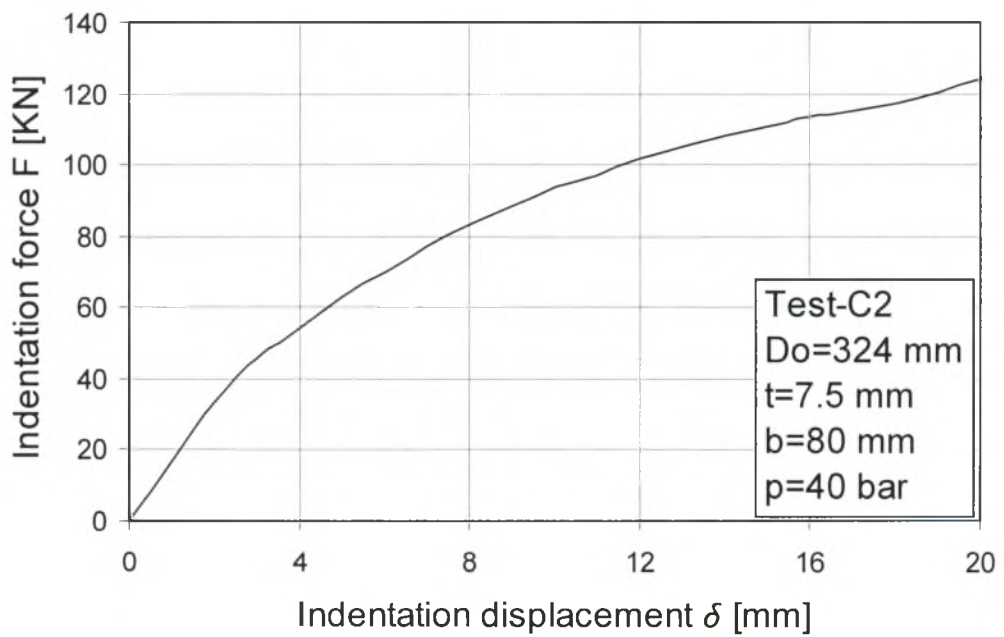


Σχήμα 2.17 Εξοπλισμός για την τρίτη σειρά πειραμάτων

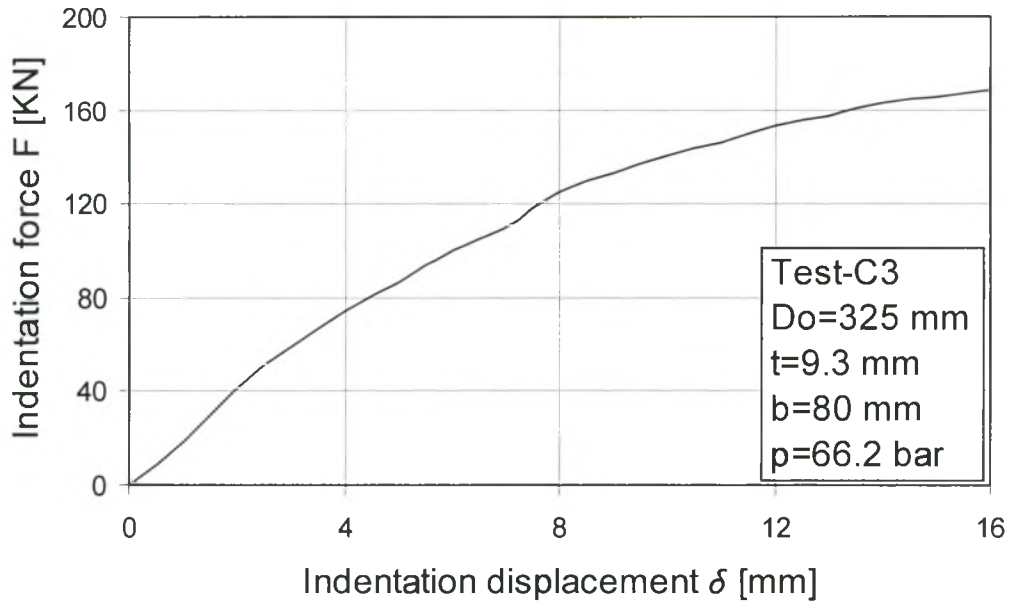
Στα διαγράμματα των σχημάτων 2.18-2.19 παραθέτουμε τα αποτελέσματα των πειραμάτων για τους σωλήνες με διάμετρο 324 mm, πάχος 7.3 mm (Σχήμα 2.18) και 7.5 mm (Σχήμα 2.19) με εσωτερική πίεση 40 bar, ενώ στα σχήματα 2.20-2.21 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τα κελύφη με διάμετρο 325 mm και πάχος 9.3 mm (Σχήμα 2.20) και 9.7 mm (Σχήμα 2.21) υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης 66.2 bar.



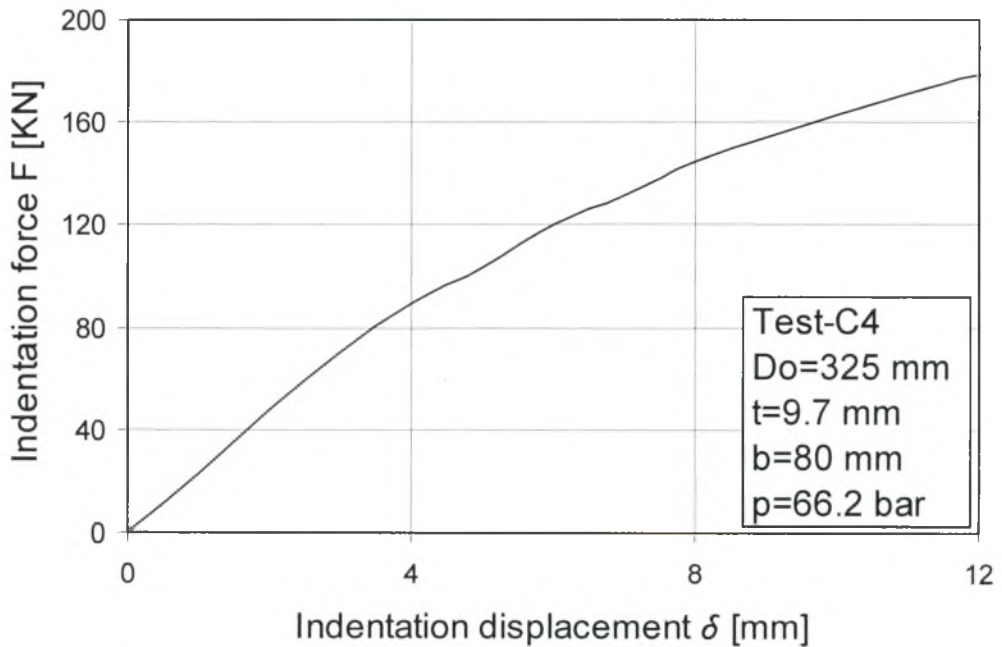
Σχήμα 2.18 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-C1



Σχήμα 2.19 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-C2



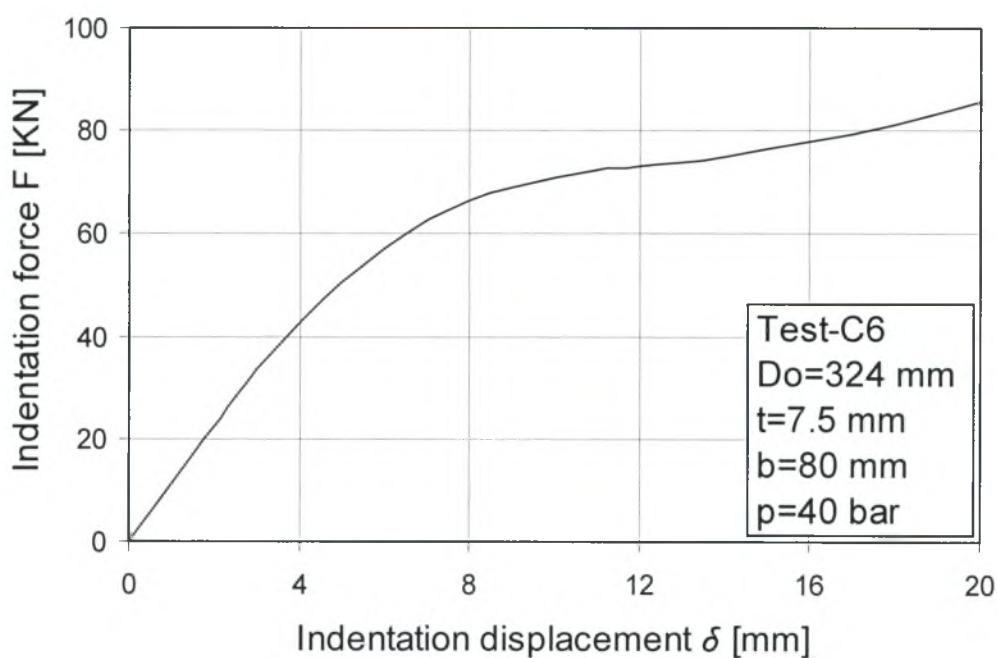
Σχήμα 2.20 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-C3



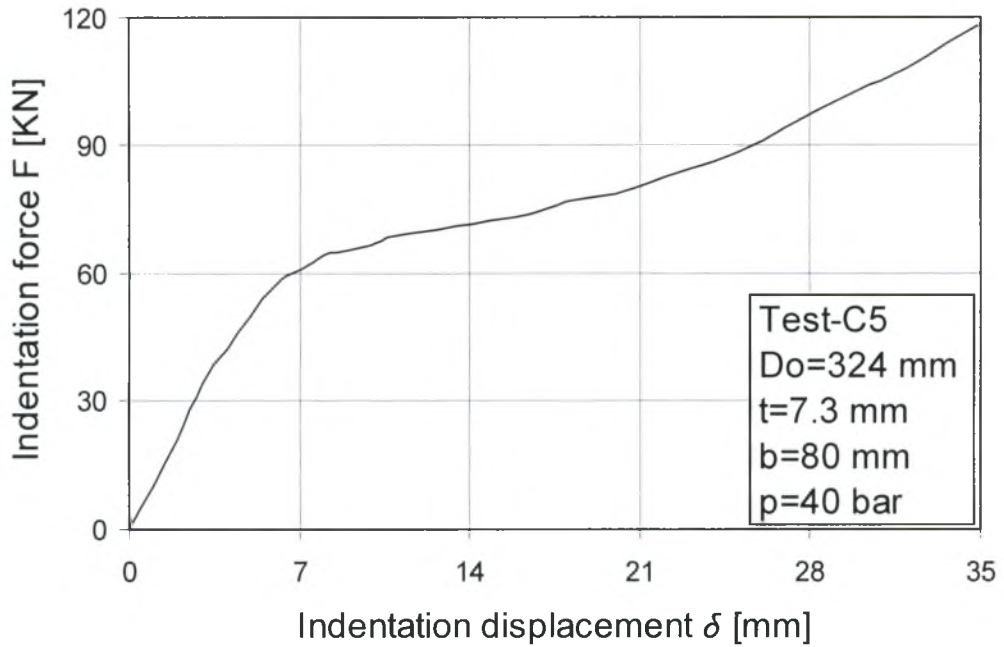
Σχήμα 2.21 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-C4

Οι διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων των πειραμάτων C1 και C2 είναι αρκετά μικρές και οφείλονται στη μικρή διαφορά του πάχους (t) και μόνο. Στο κέλυφος με το μικρότερο πάχος το φορτίο που απαιτείται για το ίδιο βάθος διείσδυσης είναι λίγο μικρότερο. Το ίδιο ισχύει και για τα αποτελέσματα των πειραμάτων C3 και C4.

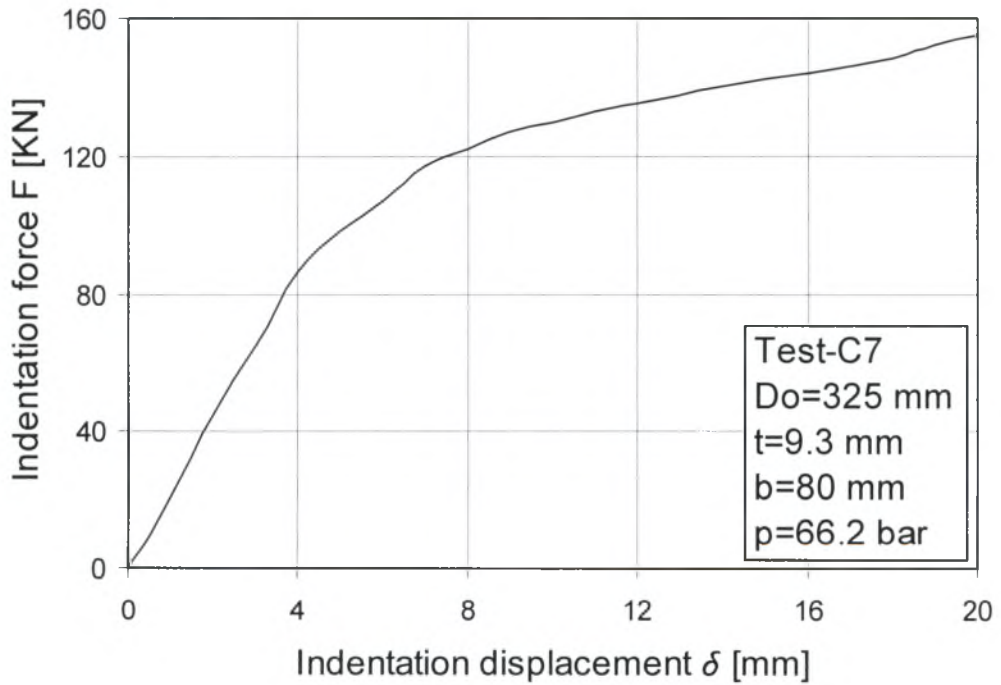
Στα επόμενα διαγράμματα (Σχήματα 2.22-2.25) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πειραμάτων που διεξήχθησαν στους ίδιους ακριβώς σωλήνες, χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες πιέσεις όπως αναφέρθηκαν παραπάνω, αλλάζοντας την μορφή της διείσδυσης, δηλαδή χρησιμοποιώντας φόρτιση επιμήκους διάταξης.



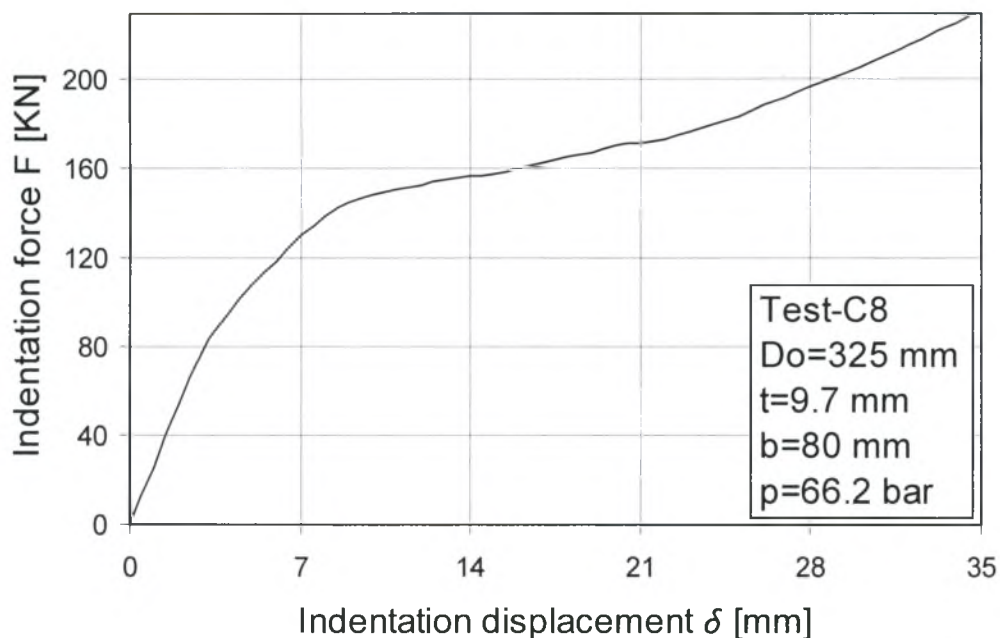
Σχήμα 2.22 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-C6



Σχήμα 2.23 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-C5



Σχήμα 2.24 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-C7



Σχήμα 2.25 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης (δ) στο πείραμα-C8

Παρατηρούμε στα τελευταία διαγράμματα (σχήματα 2.22-2.25) ότι η μορφή της καμπύλης δύναμης-μετατόπισης είναι όμοια με τη καμπύλη του σχήματος 2.5 και 2.12 όπου και εκεί ο διεισδυτής είναι τοποθετημένος παράλληλα στο διαμήκη άξονα του σωλήνα. Στο σχήμα 2.5 (πρώτη σειρά πειραμάτων) ο διεισδυτής είναι στο κέντρο του σωλήνα ενώ στα υπόλοιπα πειράματα σε κάποια απόσταση από το κέντρο. Συμπεραίνουμε ότι εφόσον έχουμε φόρτιση επιμήκουσ διάταξης και ίδια σχεδόν μορφή διεισδυτών η μορφή της καμπύλης δύναμης-μετατόπισης είναι όμοια. Η διαφορά στις πιέσεις είναι η αιτία της διαφοράς στο φορτίο που απαιτείται για τη διείσδυση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : Προσομοίωση και σύγκριση αριθμητικών αποτελεσμάτων με τα πειραματικά αποτελέσματα.

3.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο μελετάμε αριθμητικά την απόκριση των χαλύβδινων κυλινδρικών κελυφών υπό την επίδραση εγκάρσιας και επιμήκους φόρτισης με εσωτερική πίεση. Τα κυλινδρικά κελύφη που μελετάμε είναι αυτά που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο και γίνεται αριθμητική προσομοίωση με τη βοήθεια του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS. Οι διεισδυτές προσομοιώνονται με ακρίβεια σύμφωνα με τα στοιχεία που έχουν δοθεί στην περιγραφή των πειραμάτων. Οι σωλήνες προσομοιώθηκαν με τετρακομβικά στοιχεία κελύφους μειωμένης ολοκλήρωσης (S4R), ενώ θεωρήσαμε μη γραμμική γεωμετρία με ελαστοπλαστικό υλικό και μοντέλο ισοτροπικής κράτυνσης με κριτήριο διαρροής "Von Mises". Σε όλες τις περιπτώσεις κατασκευάστηκε πλέγμα πυκνότερο στην περιοχή εφαρμογής της δύναμης (ζώνη διείσδυσης), ενώ στο υπόλοιπο του κελύφους το πλέγμα ήταν πιο αραιό.

3.2 Αριθμητική επίλυση για τους σωλήνες της πρώτης σειράς πειραμάτων

Εξετάζουμε πρώτα τους σωλήνες της πρώτης σειράς πειραμάτων στους οποίους υπάρχουν τα μόνα αποτελέσματα για διαμήκη φόρτιση χωρίς την επίδραση εσωτερικής πίεσης σε δυο από τα τρία πειράματα. Το φαινόμενο είναι τριδιάστατο αλλά λόγω συμμετρίας εξετάζουμε το $\frac{1}{4}$ του σωλήνα. Τα χαρακτηριστικά του κελύφους είναι τα εξής.

- Διάμετρος του σωλήνα : $D_0=165.1$ mm
- Πάχος του σωλήνα : $t=4.82$ mm
- Μήκος του σωλήνα : $L_0=2000$ mm
- Λόγος διαμέτρου προς πάχος : $D_0/t=34.253$
- Μέση ακτίνα του κελύφους : $R=80.14$ mm
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=290$ N/mm²
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000$ N/mm²
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΥΛΙΚΟΥ

Ο σωλήνας που αναλύεται υφίσταται μεγάλες παραμορφώσεις και πρέπει η συμπεριφορά του υλικού να προσομοιωθεί κατάλληλα. Θεωρήσαμε ελαστοπλαστικό γραμμικά κρατυνόμενο υλικό και μοντέλο ισοτροπικής κράτυνσης με κριτήριο διαρροής "Von Mises". Στο ABAQUS χρησιμοποιήθηκαν τιμές της καμπύλης τάσης-παραμόρφωσης αφού πρώτα τροποποιήθηκαν σε τιμές πραγματικής τάσης και λογαριθμικής πλαστικής παραμόρφωσης σύμφωνα με τους τύπους :

$$\sigma_T = \sigma_0(1 + \varepsilon) \quad (3.1)$$

$$\varepsilon^p = \ln(1 + \varepsilon) - \frac{\sigma_T}{E} \quad (3.2)$$

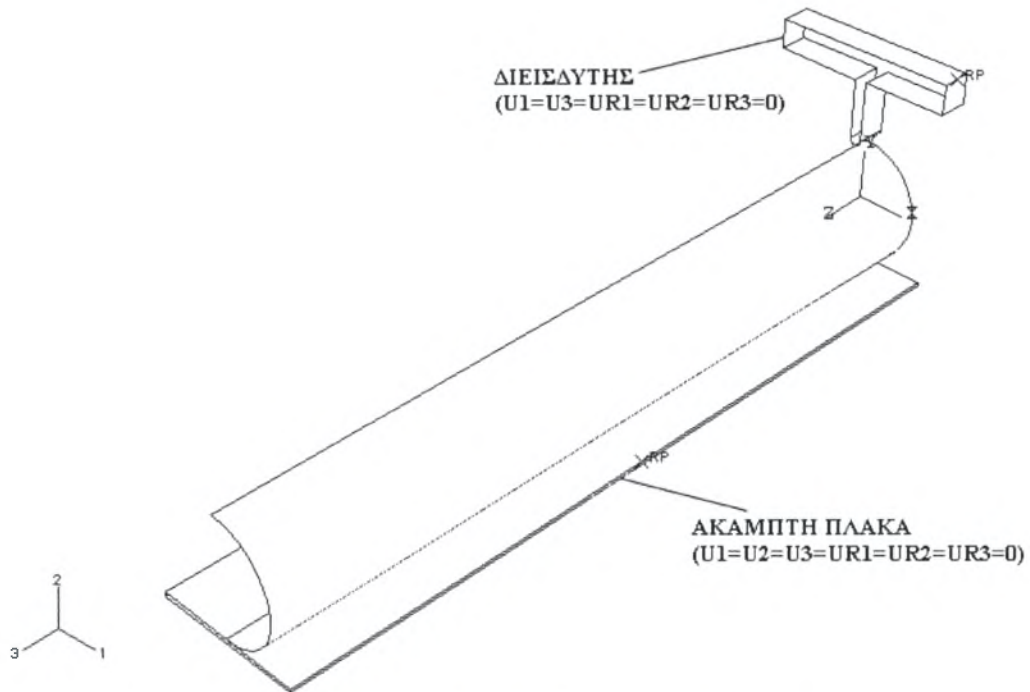
όπου σ είναι η τάση και οι δείκτες $[\sigma]_T$ και $[\sigma]_y$ δηλώνουν πραγματική τάση και τάση διαρροής αντίστοιχα, ενώ ε είναι η συνολική παραμόρφωση και ε^p η πλαστική λογαριθμική παραμόρφωση.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ

Ο σωλήνας υφίσταται μεγάλες παραμορφώσεις και δημιουργούνται γεωμετρικές μη-γραμμικότητες κατά την διάρκεια της διείδυσης. Η θεώρηση αυτή έγινε στο ABAQUS με την εντολή "nlgeom" η οποία βρίσκεται μέσα στην εντολή "step", που ορίζει τα βήματα με τα οποία θα προχωρήσει η μη-γραμμική ανάλυση. Για την εντολή "step" θα αναφερθούμε παρακάτω.

ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η αλληλεπίδραση επαφής ανάμεσα στο διείδυτή και την πλάκα με το κέλυφος, η οποία θεωρήθηκε χωρίς τριβή, και η προσομοίωση τους στο ABAQUS. Για την αλληλεπίδραση χρησιμοποιήθηκε η εντολή "interaction" αφού πρώτα σχεδιάσαμε τόσο το διείδυτή όσο και την πλάκα στο "ABAQUS CAE". Έπειτα και τα δυο αυτά σώματα θεωρήθηκαν άκαμπτα χρησιμοποιώντας την εντολή "rigid body" και την υποεντολή "analytical surface". Θεωρήσαμε ένα κόμβο αναφοράς και στα δυο σώματα έτσι ώστε να επιβάλουμε τις συνοριακές συνθήκες που εμείς θέλουμε. Σε αυτό το κόμβο του διείδυτή ορίζουμε τη μετατόπιση σύμφωνα πάντα με τα πειράματα. Στο σχήμα 3.1 φαίνεται η προσομοίωση που έγινε στο ABAQUS για το συγκεκριμένο σωλήνα, για διείδυτή μήκους (b) 40 mm.



Σχήμα 3.1 Το μοντέλο προσομοίωσης του πειράματος

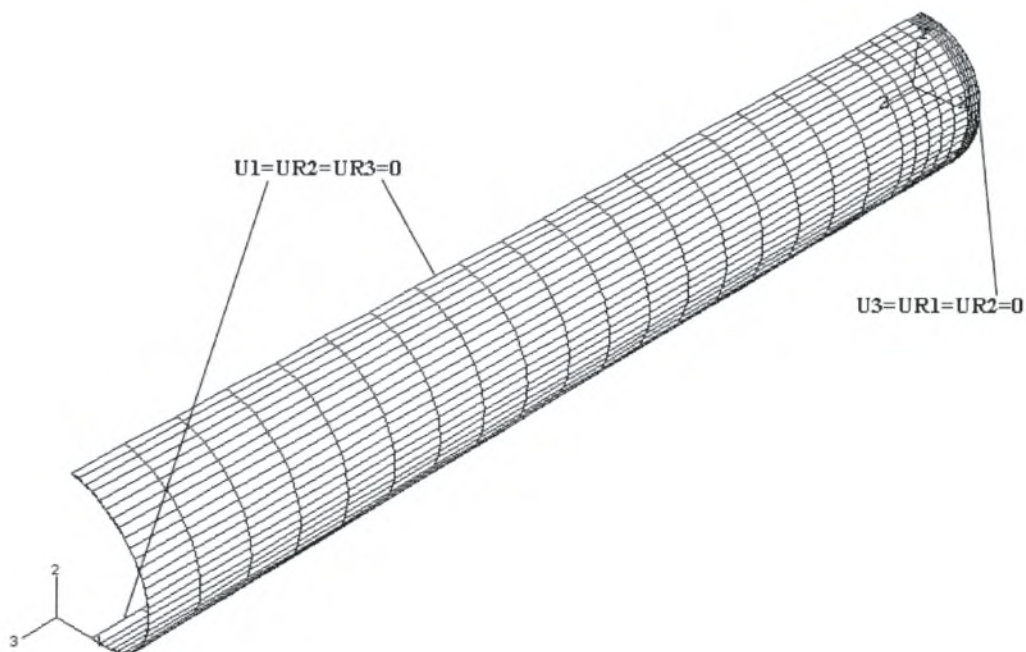
Στα δεδομένα του προγράμματος οφείλουμε να ορίζουμε ακριβώς την επιφάνεια αλληλεπίδρασης μεταξύ των άκαμπτων σωμάτων και του κελύφους. Αυτό γίνεται με την εντολή "contact pair" η οποία ορίζει ακριβώς την επιφάνεια επαφής του κελύφους (στοιχεία) με τα υπόλοιπα σώματα. Η κύρια χρήση της είναι να αποτρέψει το κέλυφος να διεισδύσει, είτε μέσα στο διεισδυτή είτε εντός της μεταλλικής πλάκας που το συγκρατεί.

ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Στα μοντέλα αυτής της σειράς σχεδιάζουμε το $\frac{1}{4}$ του κελύφους και έτσι έχουμε συμμετρία κατά τον άξονα 1 και τον 3. Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2 στην πάνω και κάτω γενέτειρα του σωλήνα απαγορεύουμε την μετατόπιση κατά τη διεύθυνση 1 και τις στροφές κατά τις διευθύνσεις 2 και 3. Στη δεξιά γενέτειρα της διατομής του κελύφους απαγορεύουμε την μετατόπιση κατά τη διεύθυνση 3 και τις στροφές κατά τις διευθύνσεις 2 και 1. Στο διεισδυτή επιτρέπουμε μόνο τη μετατόπιση στον άξονα 2 ενώ στην πλάκα έχουμε περιορίσει όλες τις μετατοπίσεις και στροφές (σχήμα 3.1).

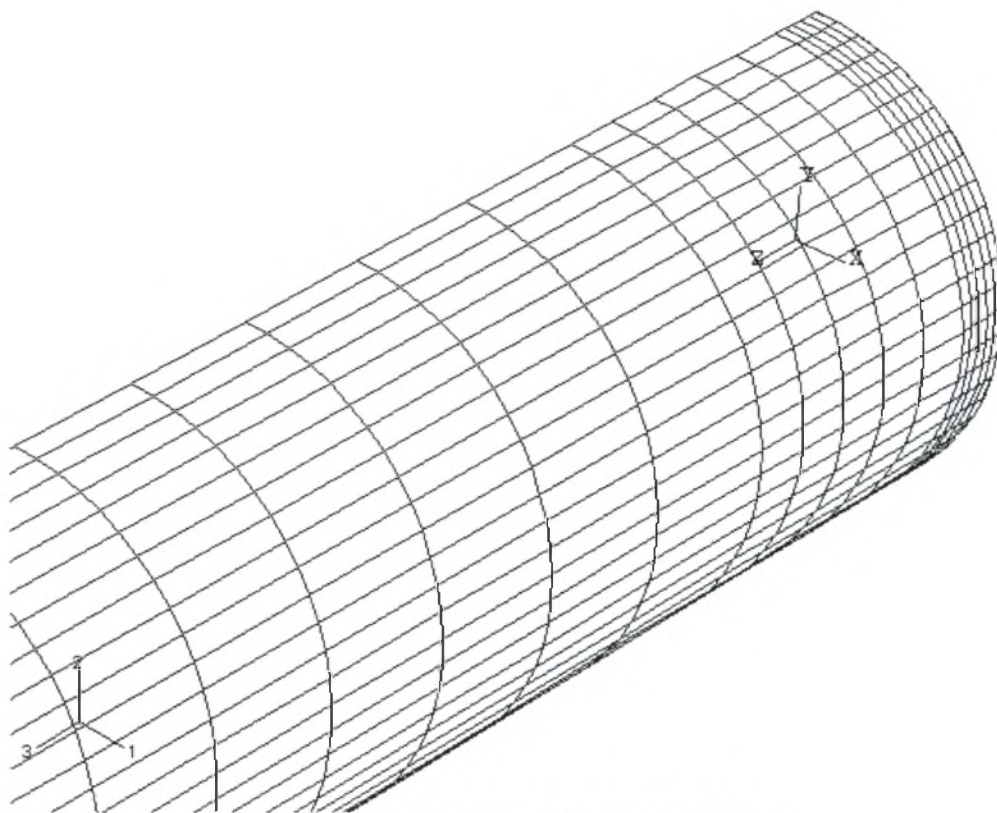
ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκε κυλινδρικό κέλυφος μήκους $L=6.24D$ και προσομοιώθηκε το $\frac{1}{4}$ του κελύφους λόγω των συμμετριών που υπάρχουν στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Το κέλυφος προσομοιώθηκε με τετρακομβικά στοιχεία (S4R). Στην παρακάτω εικόνα (Σχήμα 3.1) φαίνεται το πλέγμα που χρησιμοποιήσαμε για το σωλήνα καθώς και οι συνοριακές συνθήκες που επιβάλαμε.

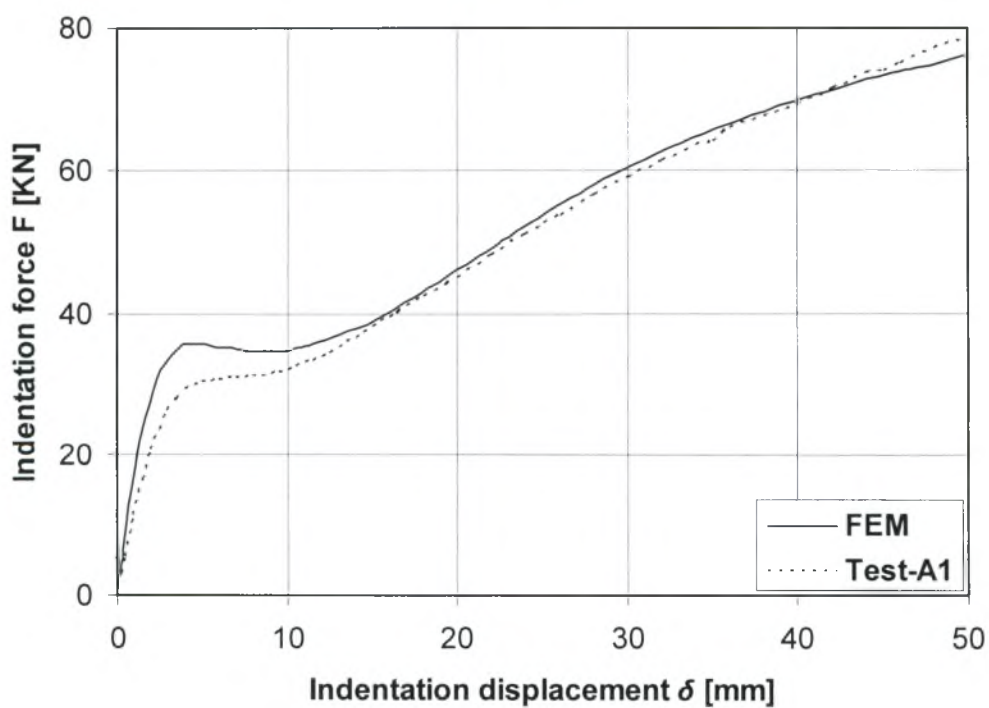


Σχήμα 3.2 Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για το σωλήνα $L=6.24D$

Για την αριθμητική επίλυση χρησιμοποιήθηκε έλεγχος μετατόπισης (displacement control) όπως ακριβώς έγιναν τα πειράματα, από το TNO, που περιγράφηκαν στο προηγούμενο στο κεφαλαίο. Στο σχήμα 3.3 φαίνεται με περισσότερη λεπτομέρεια η πύκνωση του πλέγματος που επιβάλαμε στην περιοχή της φόρτισης (ζώνη διείσδυσης). Στο μοντέλο αυτό χρησιμοποιήθηκαν 840 στοιχεία κελύφους και τα αποτελέσματα που πήραμε, για αυτό το σωλήνα με μήκος διείσδυτή 40 mm, φαίνονται στο παρακάτω σχήμα 3.4 σε σύγκριση με το πειράμα-Α1.

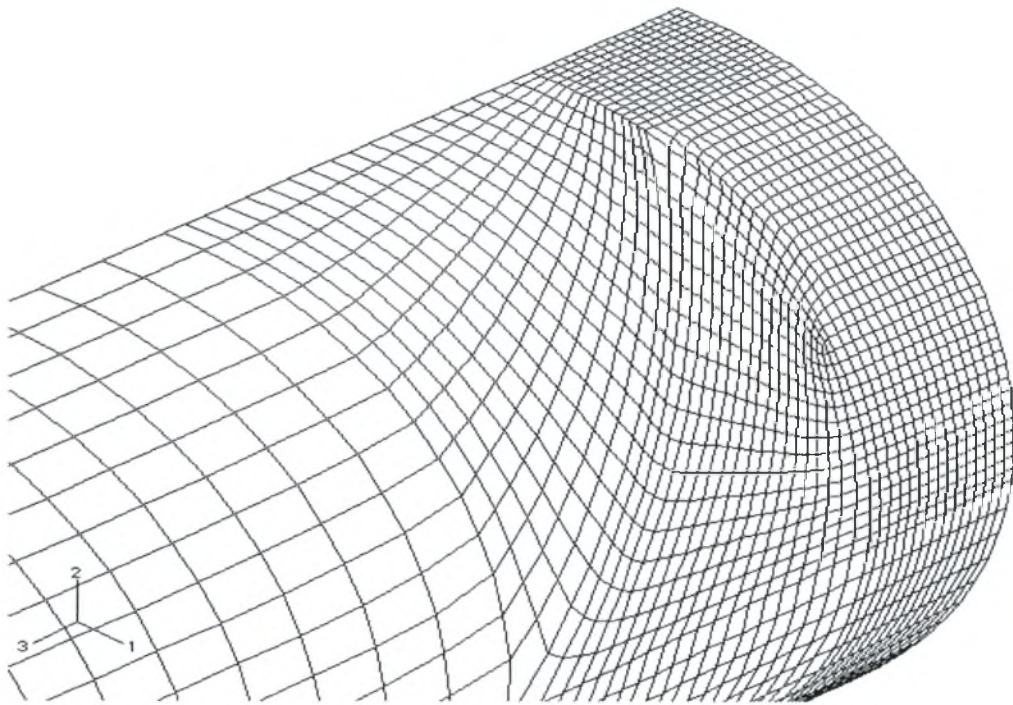


Σχήμα 3.3 Η περιοχή της πύκνωσης που επιβάλαμε

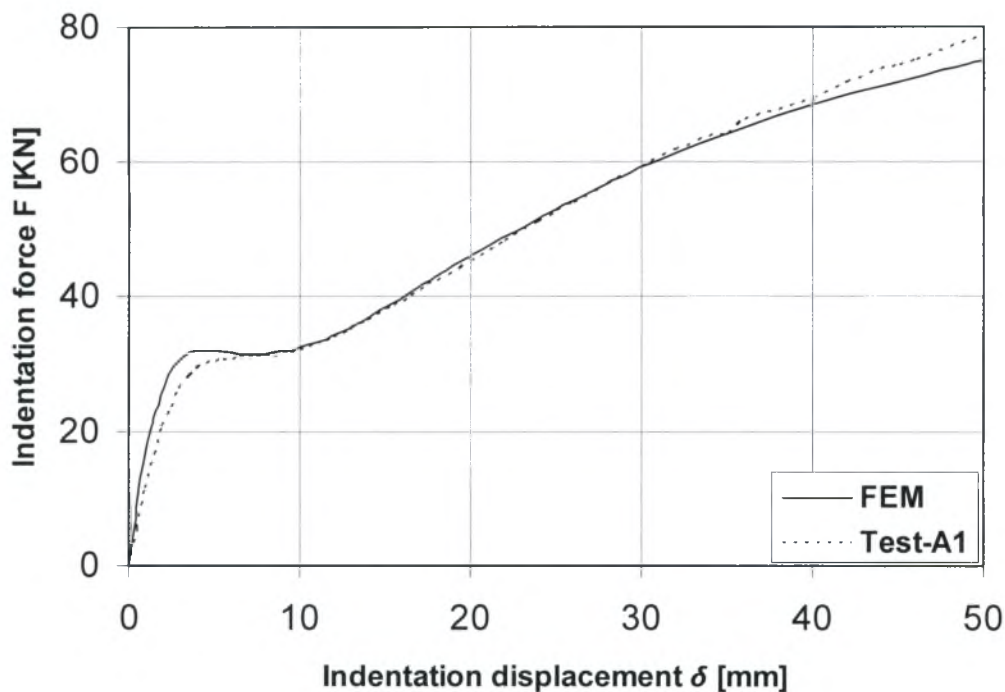


Σχήμα 3.4 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα διαφέρουν λίγο από τα πειράματα όσον αφορά τη δύναμη που απαιτείται για τη διείσδυση. Αυτό προφανώς οφείλεται στο πλέγμα, το οποίο απαιτείται να γίνει πυκνότερο, καθώς και στο γεγονός ότι η επιφάνεια επαφής του διεισδυτή και του κελύφους είναι πολύ μικρή λόγω του μικρού μεγέθους του πρώτου ($b=40$ mm) σε σχέση με το μέγεθος του σωλήνα. Στη συνέχεια δοκιμάζουμε ένα αρκετά πυκνότερο πλέγμα για να δούμε τι αλλαγές θα επιφέρει στα αποτελέσματα μας. Η πύκνωση του πλέγματος φαίνεται στην επόμενη εικόνα (Σχήμα 3.5). Τα αποτελέσματα που πήραμε είναι αρκετά ικανοποιητικά και τα βλέπουμε στο διάγραμμα του σχήματος 3.6.



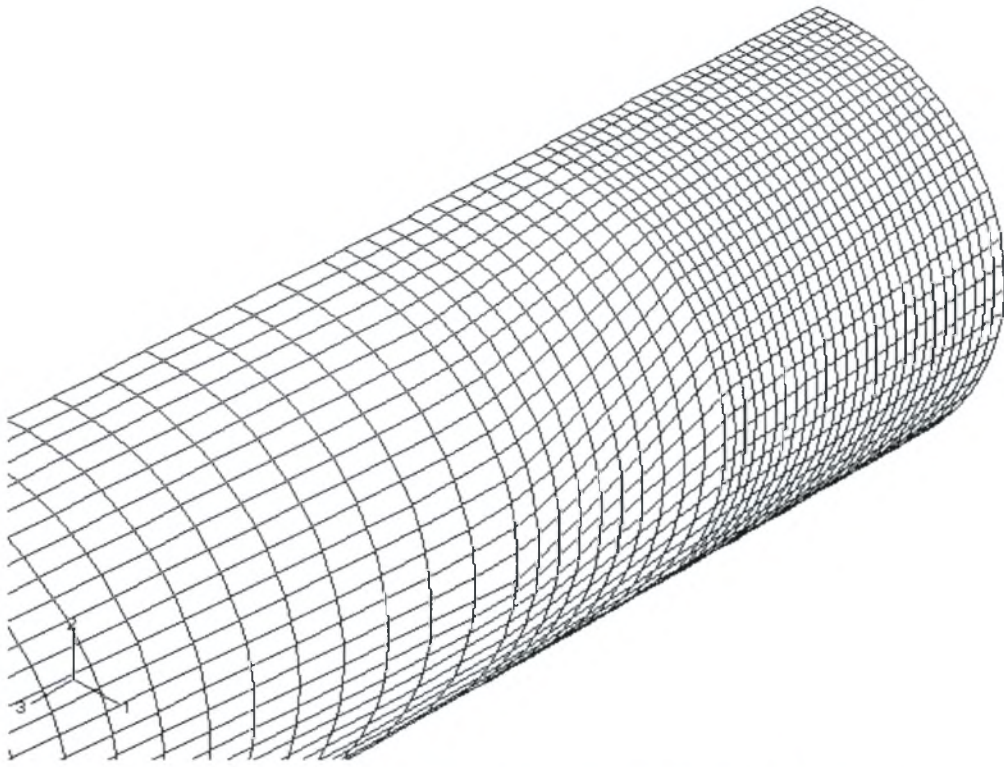
Σχήμα 3.5 Η πύκνωση πλέγματος της περιοχής της διείσδυσης



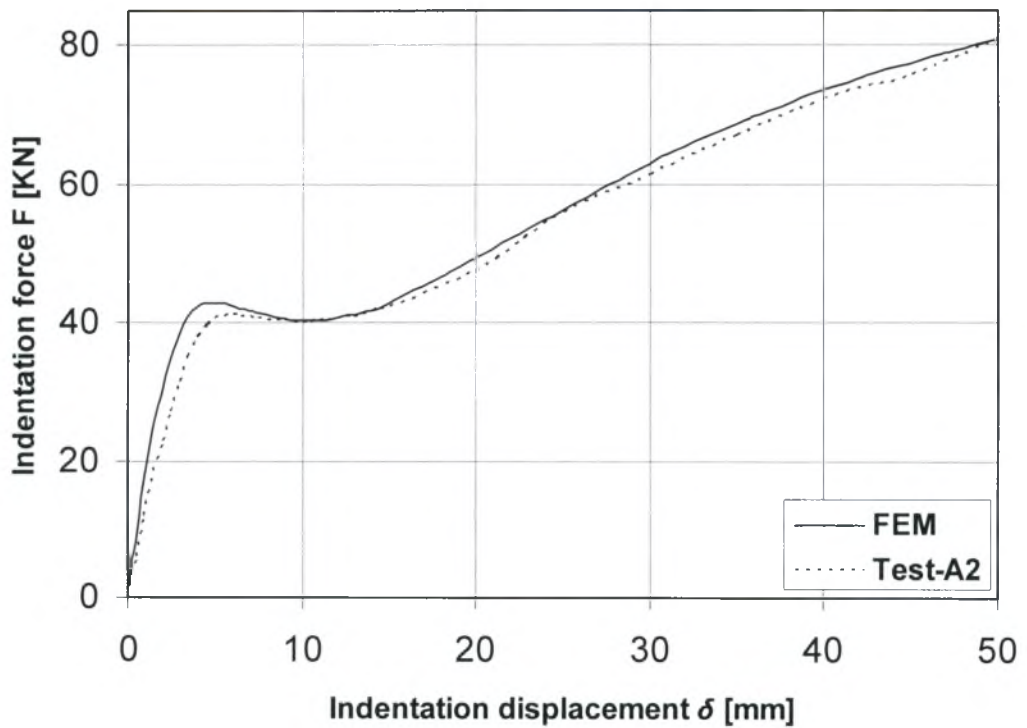
Σχήμα 3.6 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

Σε σχέση με το γράφημα του σχήματος 3.4 παρατηρούμε μια καλύτερη προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων. Ιδίως μετά τα 8 mm οι δυο καμπύλες σχεδόν ταυτίζονται και τα αποτελέσματα διαφέρουν λίγο ξανά μετά τα 40 mm.

Το επόμενο πείραμα που προσομοιώθηκε αφορά σωλήνα ίδιων διαστάσεων αλλά διαφορετικό διεισδυτή. Η μορφή του ήταν ίδια με διαφορετικό μήκος, δηλαδή μεγαλύτερη η επιφάνεια επαφής με το κέλυφος. Η προσομοίωση του σωλήνα είναι ακριβώς ίδια με την προηγούμενη και πάλι για την ανάλυση χρησιμοποιήσαμε τετρακομβικά στοιχεία μειωμένης ολοκλήρωσης (S4R). Όπως αναφέρθηκε, η επιφάνεια επαφής του διεισδυτή με το κέλυφος είναι μεγαλύτερη και έτσι δοκιμάσαμε ένα πλέγμα σχεδόν σαν αυτό του σχήματος 3.3 το οποίο φαίνεται στην επόμενη εικόνα. Οι συνοριακές συνθήκες του κελύφους είναι ίδιες με αυτές που χρησιμοποιήσαμε προηγουμένως. Στο μοντέλο χρησιμοποιήθηκαν 3000 στοιχεία κελύφους. Τα αποτελέσματα σε σχέση με τα πειράματα φαίνονται στο σχήμα 3.8.



Σχήμα 3.7 Η πύκνωση του πλέγματος στην περιοχή της διείσδυσης



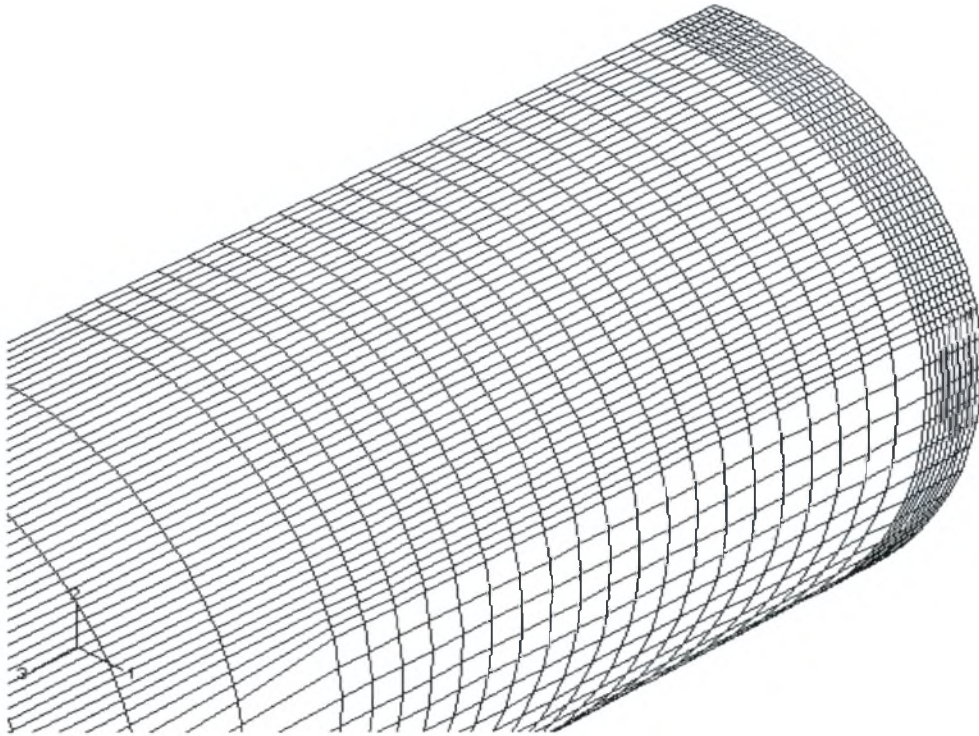
Σχήμα 3.8 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

Τα αποτελέσματα είναι ικανοποιητικά και παρατηρούμε ότι η λύση μας σχεδόν ταυτίζεται μετά τα πρώτα 8 mm διείδυσης με αυτή του αντιστοίχου πειράματος.

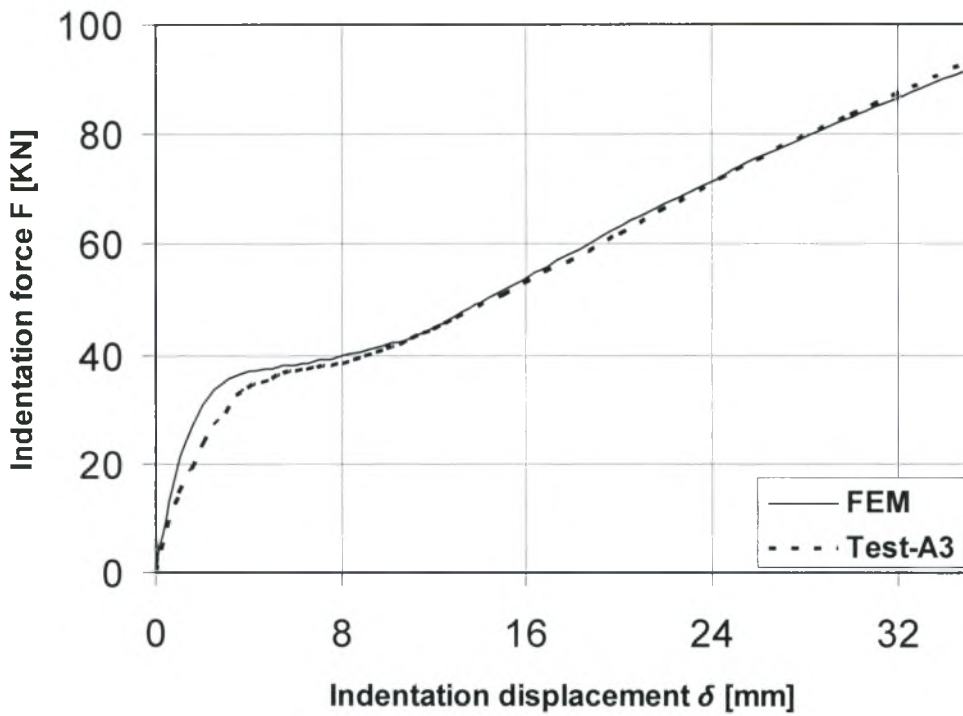
ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΠΙΕΣΗΣ

Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζουμε το μοντέλο του σωλήνα υπό εσωτερική πίεση 40.2 bar. Εδώ χρησιμοποιείται πάλι ο διείδυτής με μήκος (b) 40 mm και η προσομοίωση του κελύφους (διαστάσεις και συνοριακές συνθήκες) είναι ίδια με τις προηγούμενες περιπτώσεις. Η ανάλυση είναι πιο σύνθετη καθώς δημιουργούμε 2 βήματα ("step"). Στο πρώτο "step-1" δημιουργούμε εσωτερική πίεση στο σωλήνα και στο δεύτερο "step-2" κρατάμε την πίεση σταθερή και επιβάλλεται η μετατόπιση του διείδυτή. Εκτός από τις προηγούμενες συνοριακές συνθήκες, στο κέλυφος θεωρήσαμε (όπως και στα πειράματα) και απαραμόρφωτες πλάκες ("καπάκια"), προσαρμοσμένες με συγκόλληση σε κάθε άκρο, το οποίο ήταν ελεύθερο να κινηθεί μόνο κατά την διεύθυνση 3 και 2 και ελεύθερο να στρίψει κατά τη διεύθυνση 1 ($u_1=u_2=u_3=0$). Για να προσομοιώσουμε το καπάκι στο ABAQUS ορίσαμε έναν νέο κόμβο και περιορίσαμε όλους τους κόμβους στα άκρα του σωλήνα (στην περίπτωση μας στο ένα άκρο εφόσον αναλύουμε το ¼ του σωλήνα) να κινούνται σύμφωνα με αυτό το κόμβο. Σε αυτόν επιβάλαμε τις άνω συνοριακές συνθήκες. Αυτό πραγματοποιήθηκε με την εντολή "kinematic coupling". Επίσης επιβάλαμε μια δύναμη, στον κόμβο που χρησιμοποιούμε για να προσομοιώσουμε τα "καπάκια", η οποία ισούται με $F_{CE} = \pi R^2 p$ όπου R είναι η ακτίνα του κελύφους και p η τιμή της πίεσης (λόγω της μισής διατομής που προσομοιάστηκε, η μισή δύναμη επιβλήθηκε στο μοντέλο).

Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία κελύφους (S4R) και επιβάλαμε και σε αυτή τη περίπτωση κάποια πύκνωση στο σημείο εφαρμογής του φορτίου. Στην επόμενη εικόνα (Σχήμα 3.9) φαίνεται η πύκνωση στο πλέγμα στη ζώνη διείδυσης. Σε αυτό το μοντέλο χρησιμοποιήθηκαν 3000 στοιχεία κελύφους και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο διάγραμμα του σχήματος 3.10.



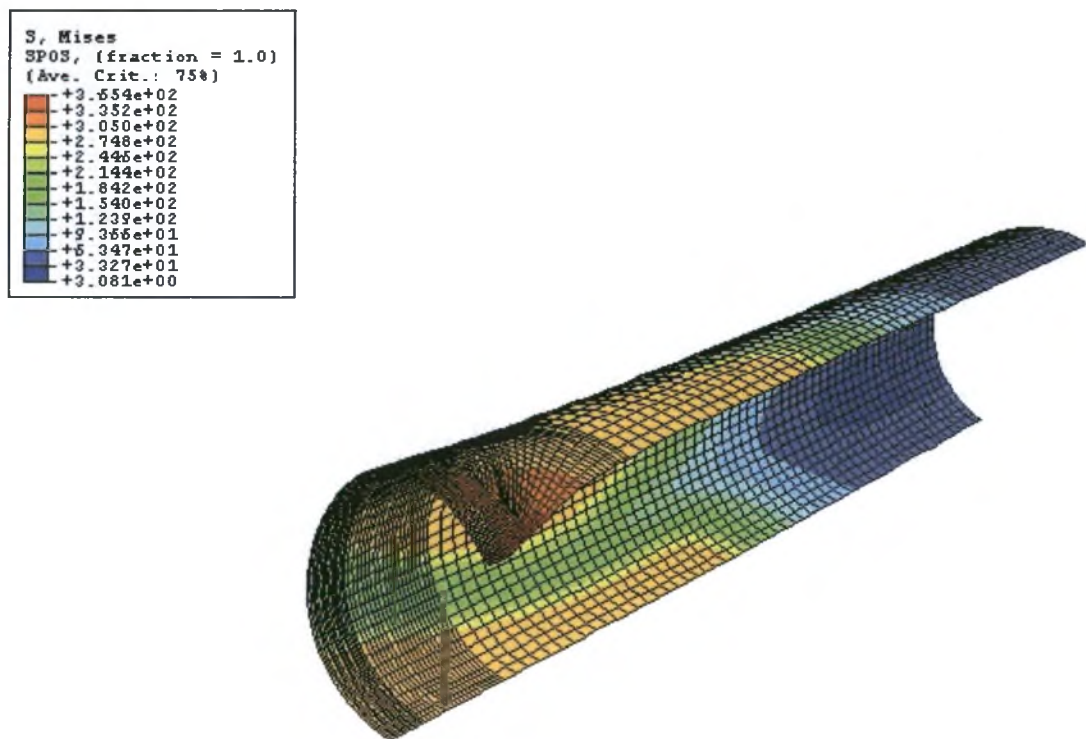
Σχήμα 3.9 Η πύκνωση που επιβάλαμε στην περιοχή της διείσδυσης



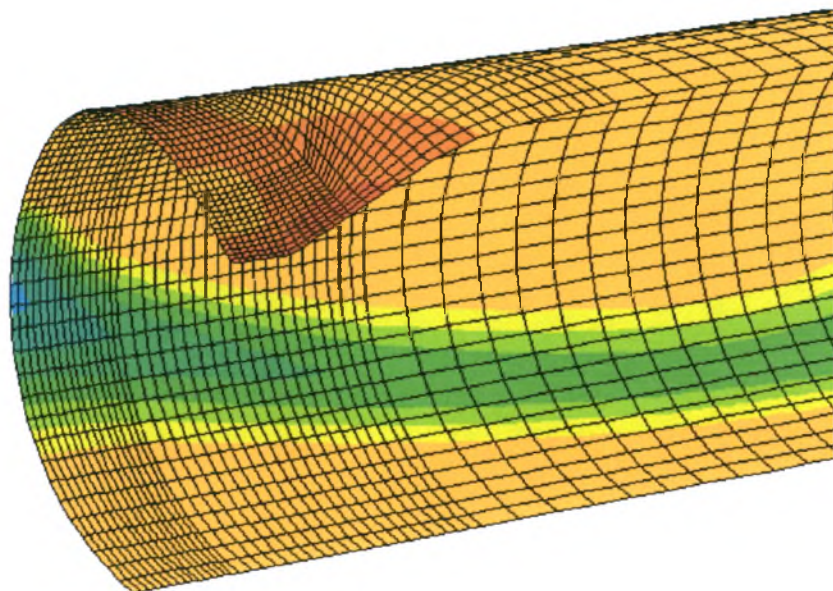
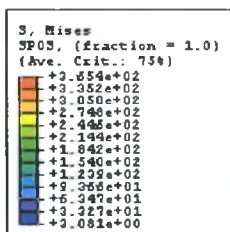
Σχήμα 3.10 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

Οι δυο καμπύλες όπως παρατηρούμε συμπίπτουν μετά τα πρώτα 8 mm της διείσδυσης. Επίσης πρέπει να αναφερθούμε στο γεγονός ότι οι πληροφορίες για το υλικό του συγκεκριμένου σωλήνα δεν ήταν επαρκείς καθώς το μόνο που γνωρίζαμε ήταν ότι το η τάση διαρροής κυμαινόταν από 265-290 N/mm². Χρησιμοποιήσαμε την τιμή 290 N/mm² η οποία αναφερόταν στα διαγράμματα των πειραματικών αποτελεσμάτων ως η πλέον αντιπροσωπευτική.

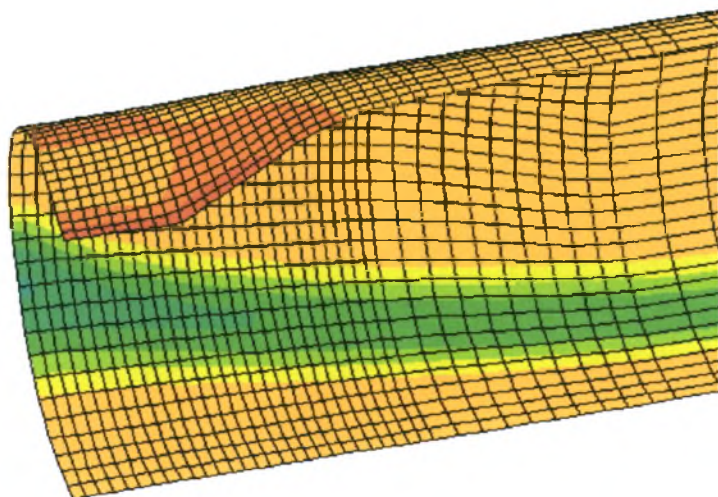
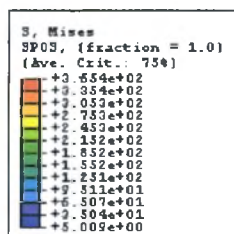
Στα σχήματα 3.11-3.14 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την κατανομή των τάσεων κατά Von Mises για τα μοντέλα που μελετάμε σε αυτό το κεφαλαίο, ενώ στα σχήματα 3.15-3.18 παρουσιάζεται η αντίστοιχη ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση (PEEQ). Το x είναι ο λόγος της μετατόπισης του διεισδυτή προς την ακτίνα του κελύφους.



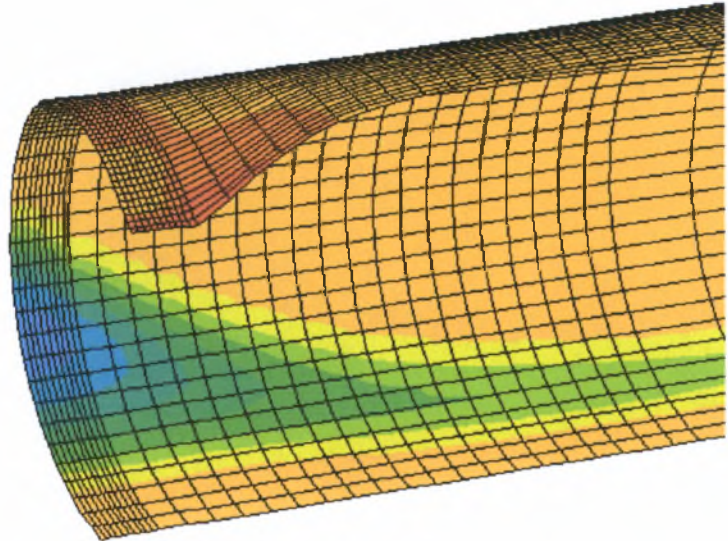
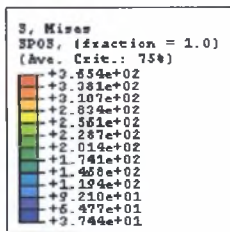
Σχήμα 3.11 Κατανομή των τάσεων κατά Von Mises για την προσομοίωση του πειραματος-A1 (x=0.624)



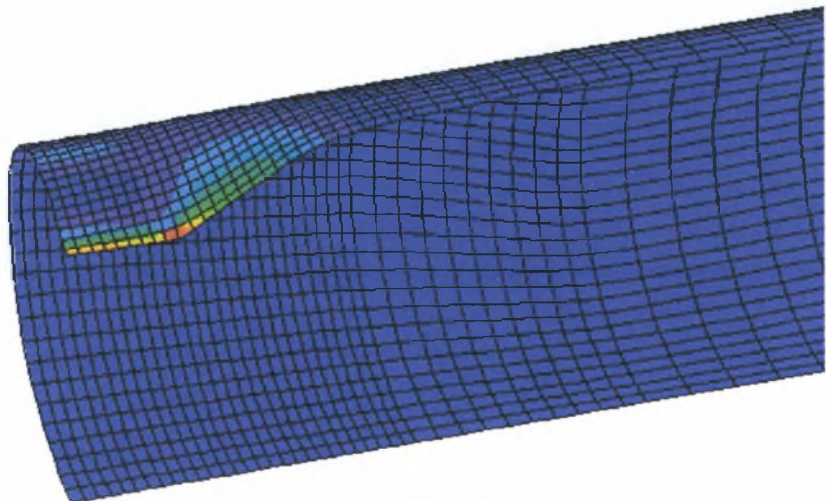
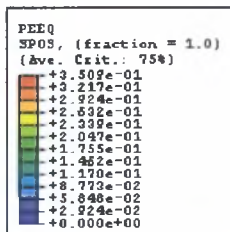
Σχήμα 3.12 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για την προσομοίωση του πειραματος-A1 (x=0.624)



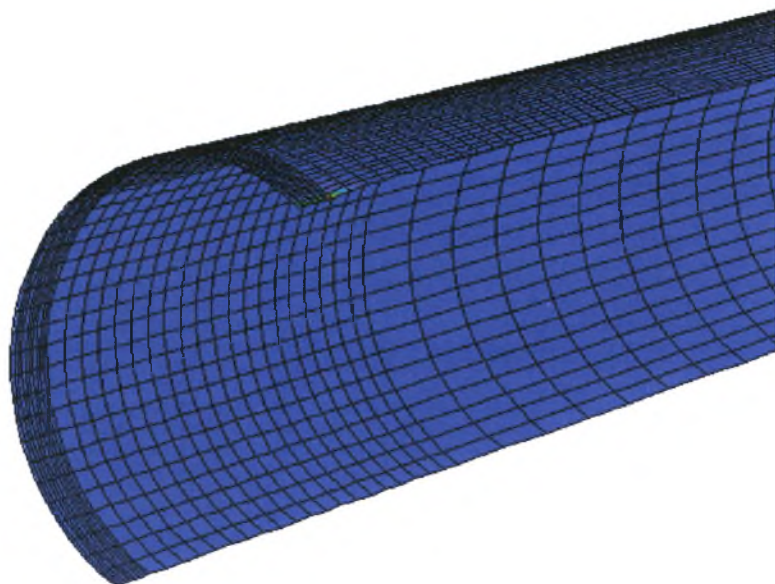
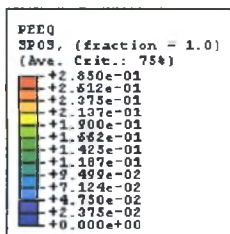
Σχήμα 3.13 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για την προσομοίωση του πειραματος-A2 (x=0.624)



Σχήμα 3.14 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για την προσομοίωση του πειραματος-A3 ($\chi=0.624$)



Σχήμα 3.15 Λεπτομέρεια της κατανομής της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για την προσομοίωση του πειραματος-A2 ($\chi=0.624$)



Σχήμα 3.16 Λεπτομέρεια της κατανομής της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για την προσομοίωση του πειραματος-A3 ($x=0.1009$)

3.3 Αριθμητική επίλυση για τους σωλήνες της δεύτερης σειράς πειραμάτων

Εξετάζουμε τους σωλήνες της δεύτερης σειράς πειραμάτων όπου για πρώτη φορά έχουμε εγκάρσια φόρτιση σε δυο πειράματα. Επιπλέον, ένα πείραμα αναφέρεται σε φόρτιση επιμήκους διάταξης. Σε όλες τις περιπτώσεις υπάρχει εσωτερική πίεση και ο διεισδυτής είναι τοποθετημένος σε κάποια απόσταση από το κέντρο του σωλήνα όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.7 και σχεδιάζεται σύμφωνα με τις πληροφορίες που έχουμε από το ινστιτούτο TNO. Σχεδιάζουμε το μισό κέλυφος διότι λόγω του σημείου τοποθέτησης του διεισδυτή δεν έχουμε συμμετρία κατά τη διεύθυνση 3. Τα χαρακτηριστικά του κελύφους που χρησιμοποιήσαμε για την ανάλυση είναι τα εξής :

- Διάμετρος του σωλήνα : $D_o=133$ mm
- Πάχος του σωλήνα : $t=2.72$ mm
- Μήκος του σωλήνα : $L_o=900$ mm
- Λόγος διαμέτρου προς πάχος : $D_o/t=48.9$
- Μέση ακτίνα σχεδιασμού του κελύφους : $R=65.14$ mm
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=265$ N/mm²
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000$ N/mm²
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$

Για τις ιδιότητες του υλικού και τη γεωμετρία κατά την παραμόρφωση ισχύουν όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 3.1.

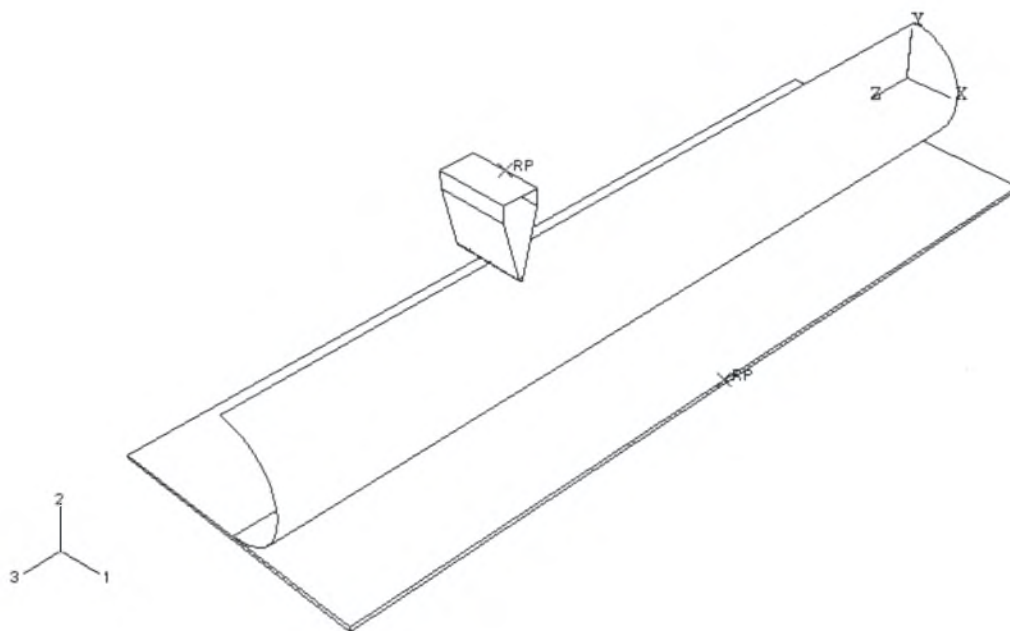
ΒΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Επειδή στο συγκεκριμένο σωλήνα έχουμε σε όλες τις περιπτώσεις εσωτερική πίεση η ανάλυση προχωράει σε δυο βήματα σε όλα τα μοντέλα που δημιουργούμε. Στο πρώτο βήμα "step-1" επιβάλλουμε την πίεση και στο δεύτερο κρατώντας την πίεση σταθερή συνεχίζουμε την ανάλυση με την μετατόπιση του διεισδυτή.

ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

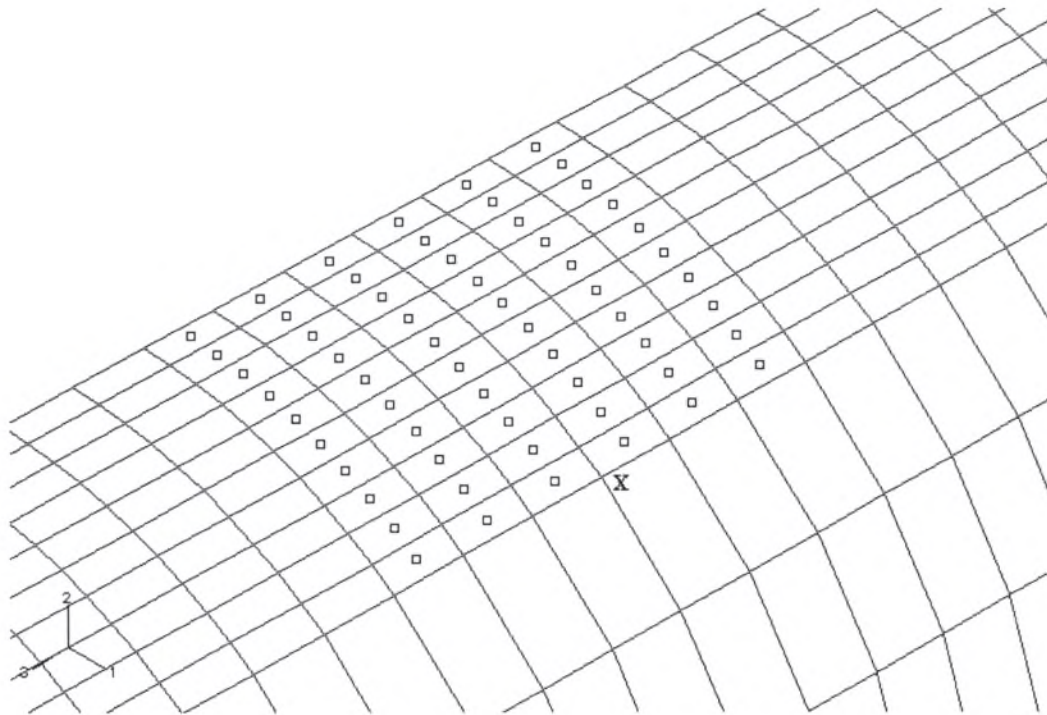
Η αλληλεπίδραση επαφής ανάμεσα στο διεισδυτή και την πλάκα με το κέλυφος θεωρήθηκε χωρίς τριβή και η προσομοίωση έγινε στο ABAQUS. Για την αλληλεπίδραση χρησιμοποιήθηκε η εντολή "interaction" αφού πρώτα σχεδιάσαμε

τόσο το διεισδυτή όσο και την πλάκα στο "ABAQUS CAE". Έπειτα και τα δυο αυτά σώματα θεωρήθηκαν άκαμπτα χρησιμοποιώντας την εντολή "rigid body" και την υποεντολή "analytical surface". Θεωρήσαμε ένα κόμβο αναφοράς και στα δυο σώματα έτσι ώστε να επιβάλουμε τις συνοριακές συνθήκες που εμείς θέλουμε. Σε αυτό το κόμβο του διεισδυτή επιβάλαμε και τη μετατόπιση σύμφωνα πάντα με τα πειράματα. Στο σχήμα 3.17 φαίνεται η προσομοίωση που έγινε στο ABAQUS για το συγκεκριμένο σωλήνα το διεισδυτή και την πλάκα.



Σχήμα 3.17 Το μοντέλο προσομοίωσης του πειράματος

Στο σχήμα 3.18 βλέπουμε μια εικόνα που εξηγεί τον τρόπο αλληλεπίδρασης του διεισδυτή και του κελύφους. Με τους ρόμβους φαίνεται η περιοχή επαφής σωλήνα-διεισδυτή που έχουμε ορίσει. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτήθηκε στην κατεύθυνση 1, δηλαδή στο μήκος του διεισδυτή. Εκεί λοιπόν με προσεκτική σχεδίαση του πλέγματος και με την εντολή "contact pair" προσδιορίζουμε την επιφάνεια επαφής. Για παράδειγμα ο κόμβος X έχει συντεταγμένη στον άξονα 1 $x=40$ mm στην περίπτωση που ο διεισδυτής έχει μήκος 80 mm (όπως δηλαδή σε αυτή τη δεύτερη σειρά πειραμάτων που εξετάζουμε).

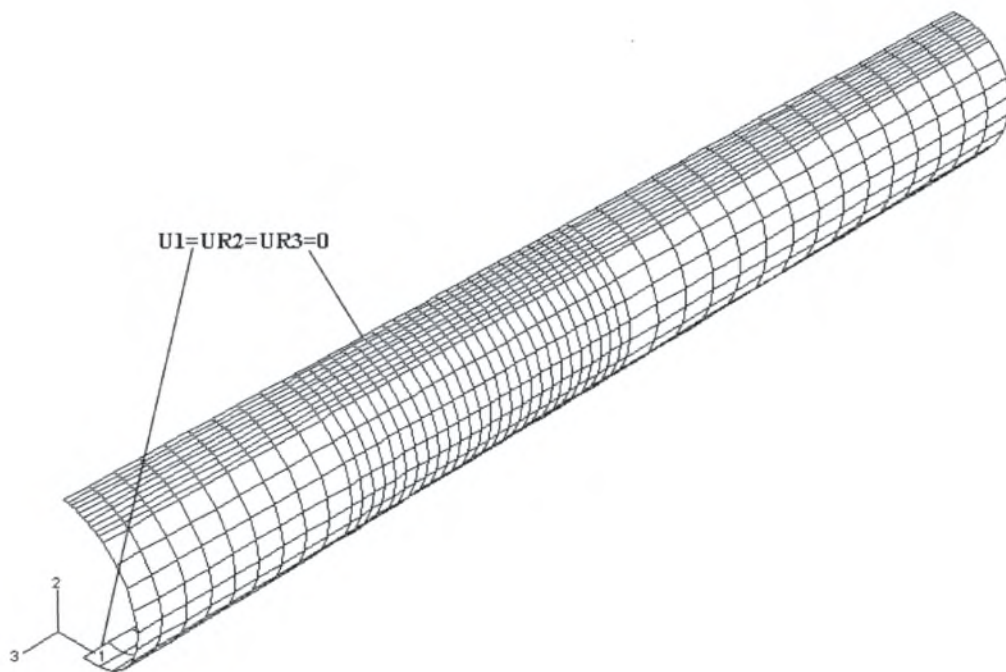


Σχήμα 3.18 Η επιφάνεια επαφής διεισδυτή-κελύφους

ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Στα μοντέλα αυτής της σειράς σχεδιάζουμε, όπως αναφέρθηκε, το μισό κέλυφος και έτσι έχουμε συμμετρία μόνο κατά τον άξονα 1. Στην πάνω και κάτω γενέτειρα του σωλήνα απαγορεύουμε την μετατόπιση κατά τη διεύθυνση 1 και τις στροφές κατά τις διευθύνσεις 2 και 3 όπως παρατηρούμε στο σχήμα 3.19. Επίσης ως συνοριακές συνθήκες στο κέλυφος θεωρήσαμε απαραμόρφωτες πλάκες (“καπάκια”), προσαρμοσμένες με “συγκόλληση” σε κάθε άκρο, ελεύθερο να κινηθεί μόνο κατά την διεύθυνση 3 και 2 και ελεύθερο να περιστραφεί κατά τη διεύθυνση 1 ($U_1=UR_2=UR_3=0$). Για να προσομοιώσουμε το “καπάκι” στο ABAQUS δημιουργήσαμε ένα κόμβο και περιορίσαμε όλους τους κόμβους στα άκρα του σωλήνα να κινούνται σύμφωνα με αυτό το κόμβο. Σε αυτόν επιβάλαμε τις ανωτέρω συνοριακές συνθήκες. Αυτό έγινε με την εντολή “kinematic coupling”. Επίσης επιβάλαμε μια δύναμη, στους κόμβους που χρησιμοποιούμε για να προσομοιώσουμε τα “καπάκια”, η οποία ισούται με $F_{CE} = \pi R^2 p$ όπου R είναι η ακτίνα του κελύφους και p η τιμή της πίεσης (λόγω της μισής διατομής που προσομοιάστηκε, η μίση δύναμη επιβλήθηκε στο μοντέλο). Τέλος στο διεισδυτή

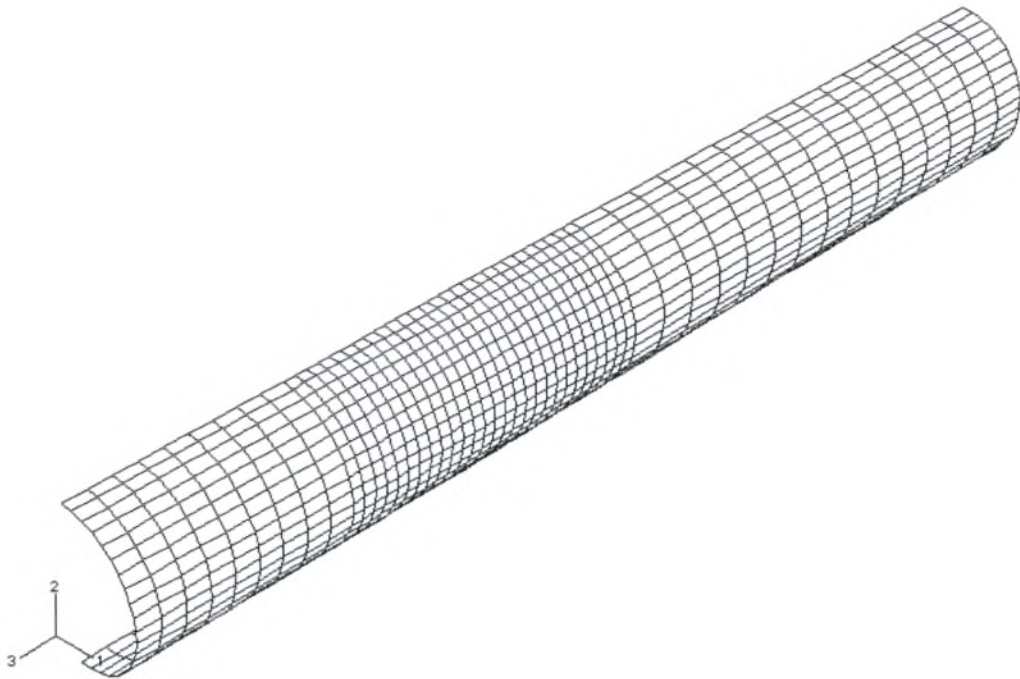
επιτρέπουμε μόνο την κίνηση κατά τη διεύθυνση 2 και στην πλάκα έχουμε περιορίσει όλες τις μετατοπίσεις και τις στροφές.



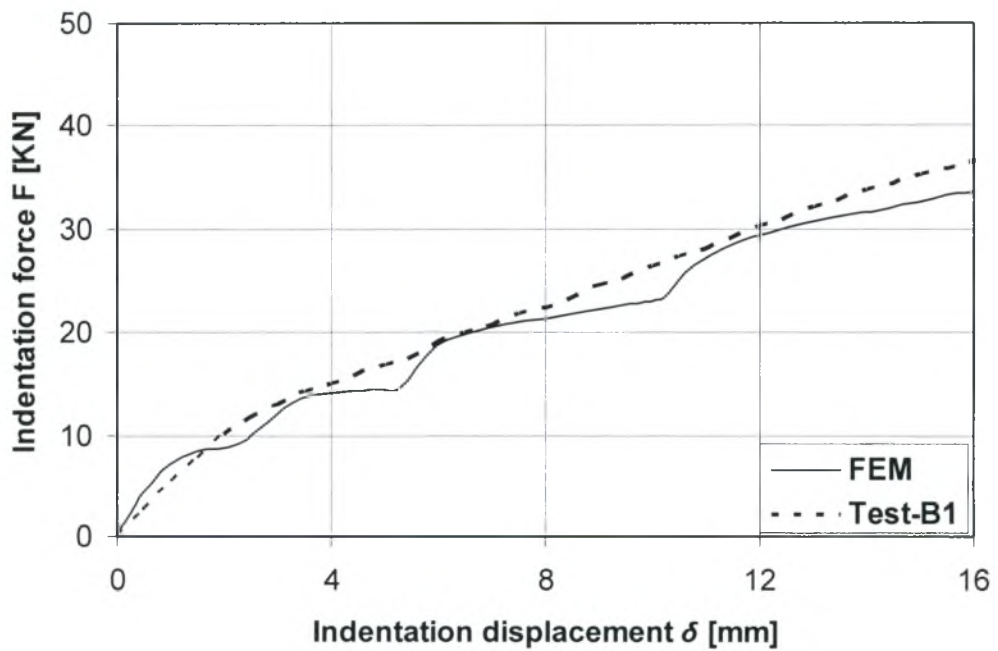
Σχήμα 3.19 Συνοριακές συνθήκες στις γενέτιρες του κελύφους

ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκε κυλινδρικό κέλυφος μήκους $L=6.76D$ δηλαδή προσομοιώθηκε το $\frac{1}{2}$ του κελύφους λόγω των συμμετριών που υπάρχουν στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Το κέλυφος προσομοιώθηκε με τετρακομβικά στοιχεία (S4R). Στην εικόνα του σχήματος 3.20 φαίνεται το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε για το σωλήνα. Για την αριθμητική επίλυση χρησιμοποιήθηκε έλεγχος μετατόπισης (displacement control). Τα αποτελέσματα, για την περίπτωση με εσωτερική πίεση 40 bar και εγκάρσια φόρτιση, χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο πλέγμα (1020 στοιχεία), φαίνονται στο διάγραμμα του σχήματος 3.21.

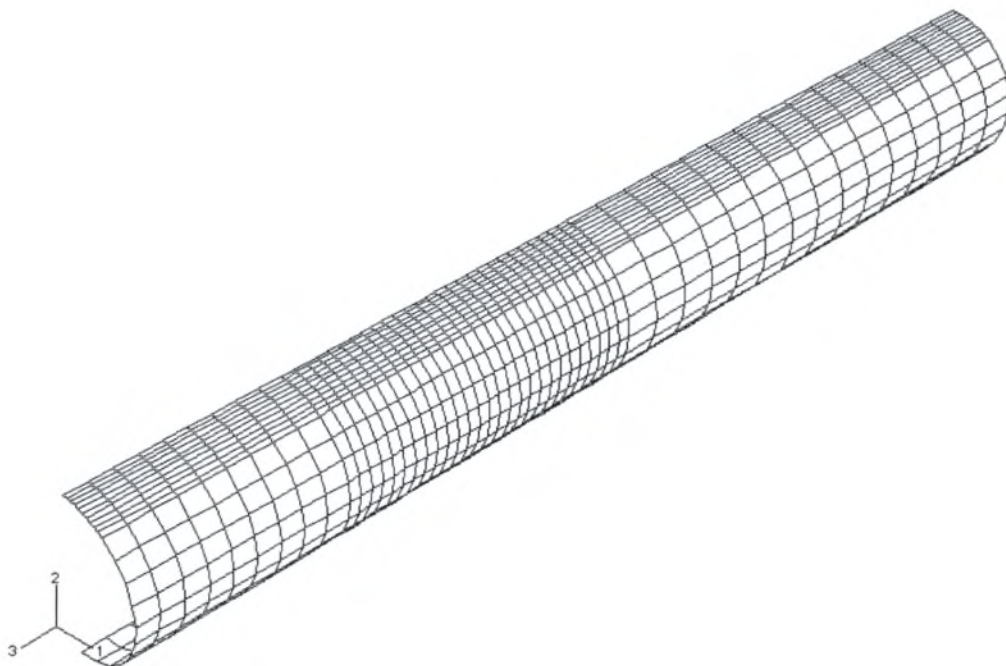


Σχήμα 3.20 Το πρώτο πλέγμα που χρησιμοποιήσαμε

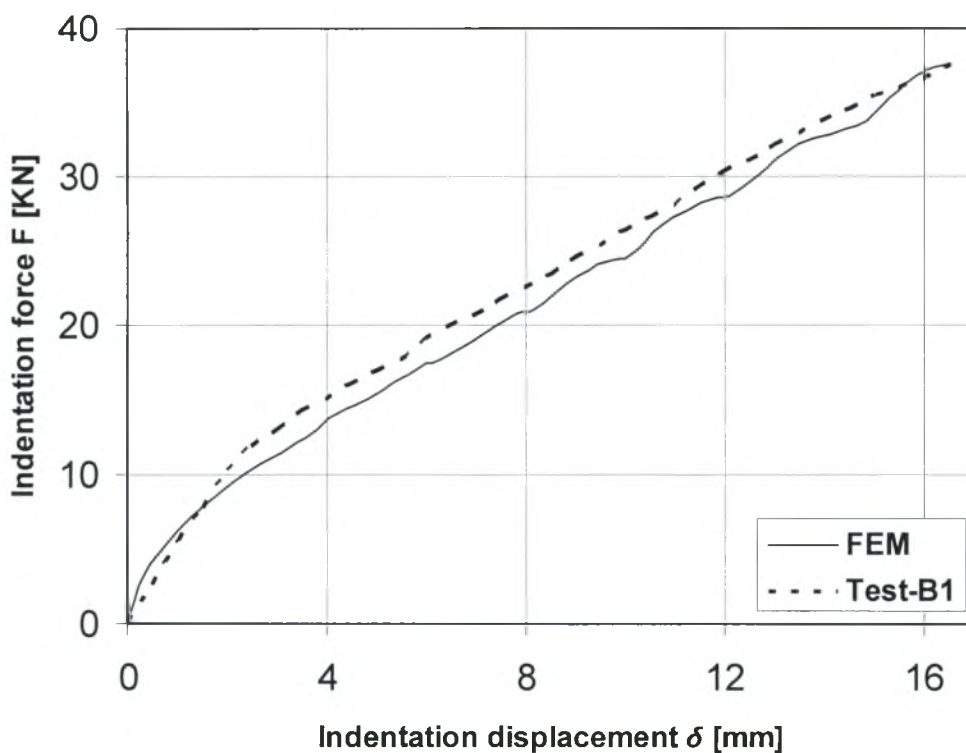


Σχήμα 3.21 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

Παρατηρούμε ότι η συμπεριφορά της καμπύλης που πήραμε ακολουθεί αυτή των πειραμάτων. Όμως η λύση μας δεν είναι σταθερή καθόλη τη διάρκεια της ανάλυσης καθώς παρατηρούμε κάποιες αυξομειώσεις στο φορτίο που απαιτείται για τη διείσδυση. Αυτό οφείλεται στον αλγόριθμο "contact". Επιπλέον μετά τα 12 mm η λύση μας απομακρύνεται αρκετά από αυτή που μας δίνουν τα πειράματα στο συγκεκριμένο σωλήνα. Έτσι αποφασίσαμε να πυκνώσουμε το πλέγμα κατά την περιμετρική διεύθυνση, στα σημεία που ο διεισδυτής έρχεται σε επαφή με το σωλήνα καθώς προχωράει η διείσδυση. Το νέο πλέγμα που χρησιμοποιήσαμε φαίνεται στην εικόνα του σχήματος 3.22. Αποτελεί πλέγμα 1020 στοιχείων και τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 3.23.

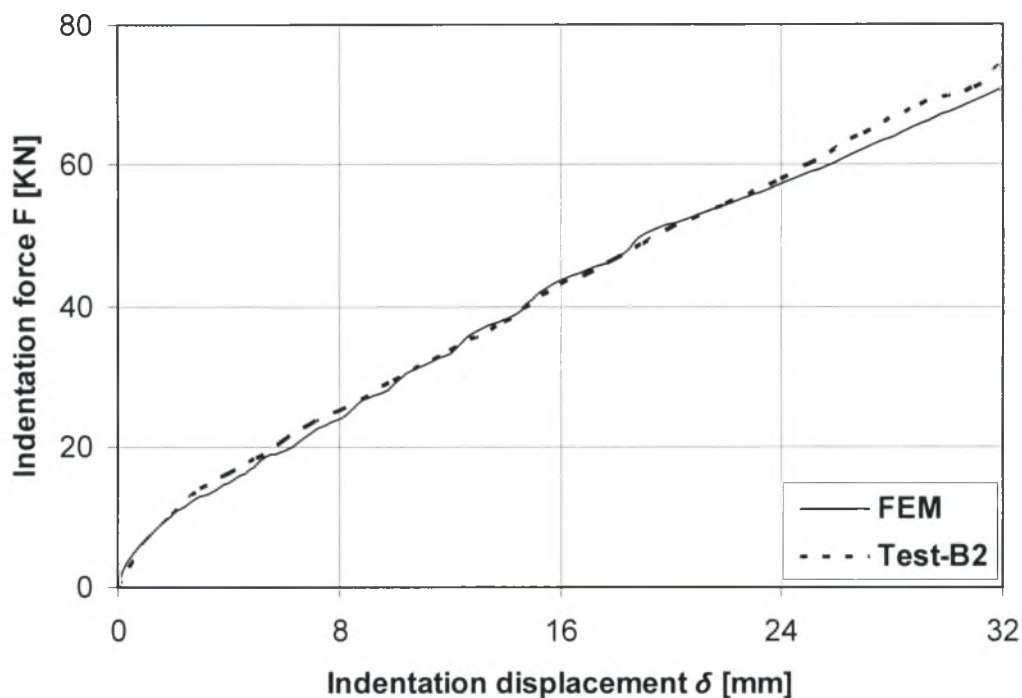


Σχήμα 3.22 Η πυκνωση του πλέγματος για την προσομοίωση του πειράματος-B1



Σχήμα 3.23 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ για το πείραμα-B1

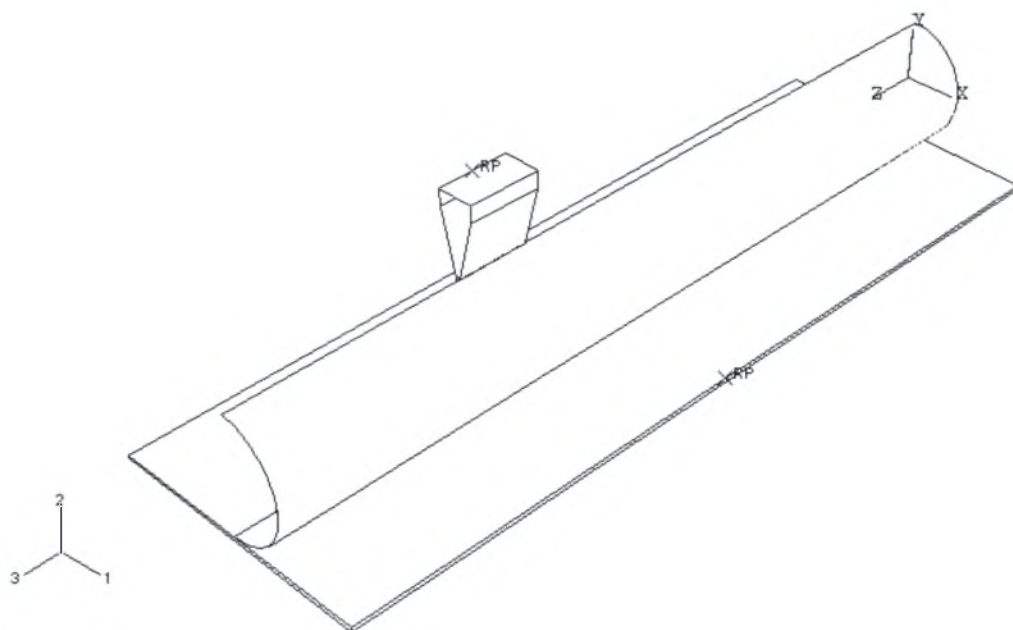
Η αριθμητική λύση μας είναι πολύ καλύτερη σε σχέση με τα πειραματικά αποτελέσματα και δεν παρατηρούμε τις αυξομειώσεις του φορτίου που υπήρχαν στο αντίστοιχο διάγραμμα με τη χρήση του προηγούμενου πλέγματος. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιούμε αυτό το πλέγμα και στην περίπτωση όπου έχουμε εσωτερική πίεση 66.2 bar. Το μόνο που αλλάζει είναι η πίεση, αφού το μοντέλο παραμένει ίδιο (διαστάσεις και συνοριακές συνθήκες). Αλλάζουμε επίσης και την αντίστοιχη τιμή στη δύναμη που επιβάλλουμε στους κόμβους που σχεδιάσαμε για να προσομοιώσουμε τα "καπάκια" στα άκρα του σωλήνα (capped-end force). Τα αποτελέσματα φαίνονται στο διάγραμμα του σχήματος 3.24.



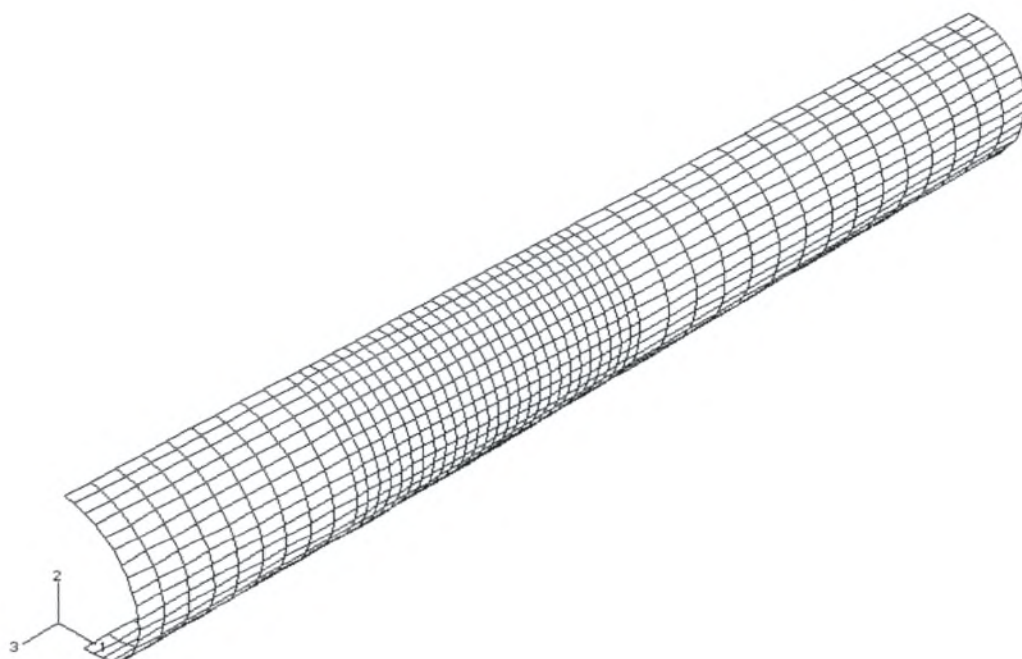
Σχήμα 3.24 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ στο πείραμα-B2

Τα αποτελέσματα είναι πολύ καλά σε σχέση με τη σύγκριση αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων και παρατηρούμε ότι οι δυο καμπύλες συμπίπτουν στο μεγαλύτερο κομμάτι του διαγράμματος. Η λύση μας είναι πολύ ακριβής, ίδιας σχεδόν ακρίβειας με αυτή που υπολογίσαμε για εσωτερική πίεση 40 bar.

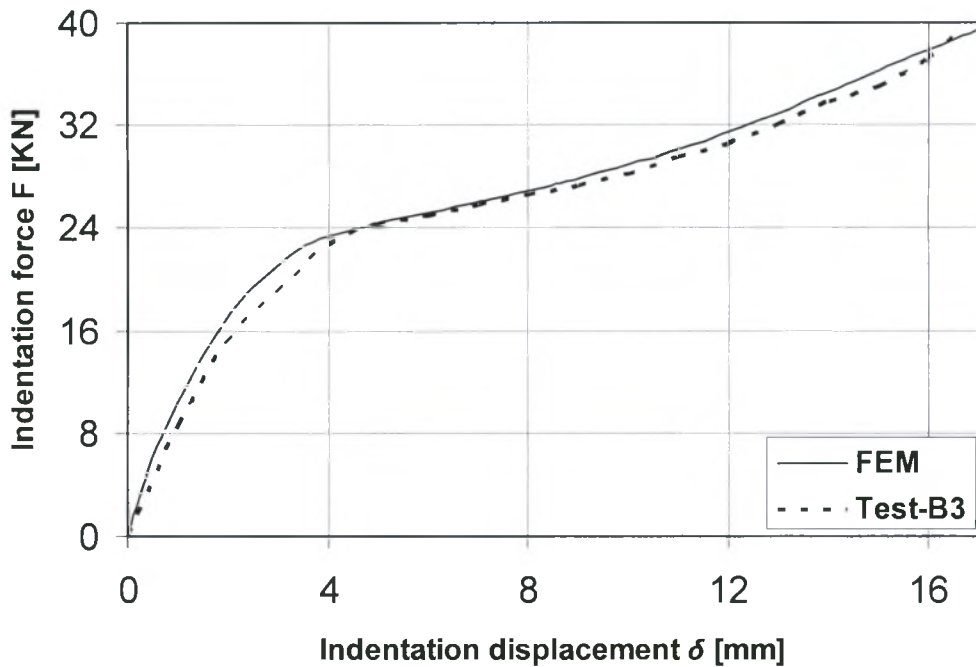
Το επόμενο μοντέλο που θεωρούμε χρησιμοποιεί πάλι το κέλυφος διαμέτρου 133 mm με φόρτιση επιμήκουσ διάταξης και εσωτερική πίεση 40 bar. Η ανάλυση όσον αφορά τις διαστάσεις σχεδιασμού και τις συνοριακές συνθήκες είναι ίδια. Το μοντέλο (rigid model) φαίνεται στην εικόνα του σχήματος 3.25. Για την ανάλυση χρησιμοποιήσαμε στοιχεία κελύφους (S4R) και έλεγχο μετατόπισης (displacement control). Φυσικά το πλέγμα που χρησιμοποιήσαμε είναι διαφορετικό από τις προηγούμενες περιπτώσεις αφού τώρα ο διείσδυτής είναι τοποθετημένος παράλληλα στον επιμήκη άξονα του σωλήνα. Μια εικόνα του πλέγματος φαίνεται στο σχήμα 3.26. Χρησιμοποιήθηκαν 1020 στοιχεία κελύφους και τα αποτελέσματα φαίνονται στο διάγραμμα του σχήματος 3.27.



Σχήμα 3.25 Το μοντέλο προσομοίωσης του πειράματος



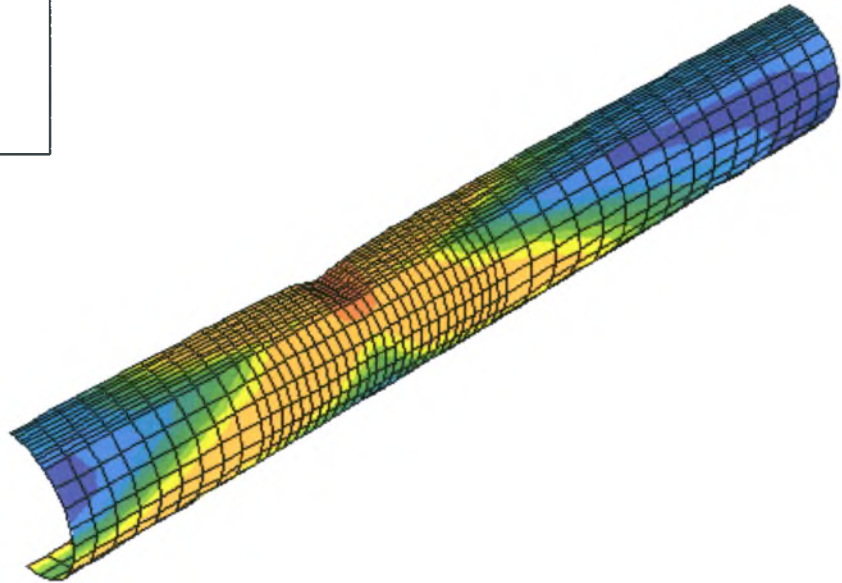
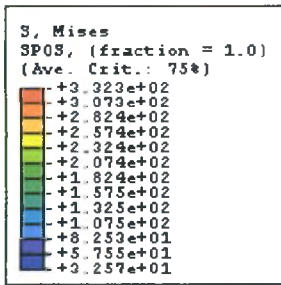
Σχήμα 3.26 Το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση του πειράματος-B3



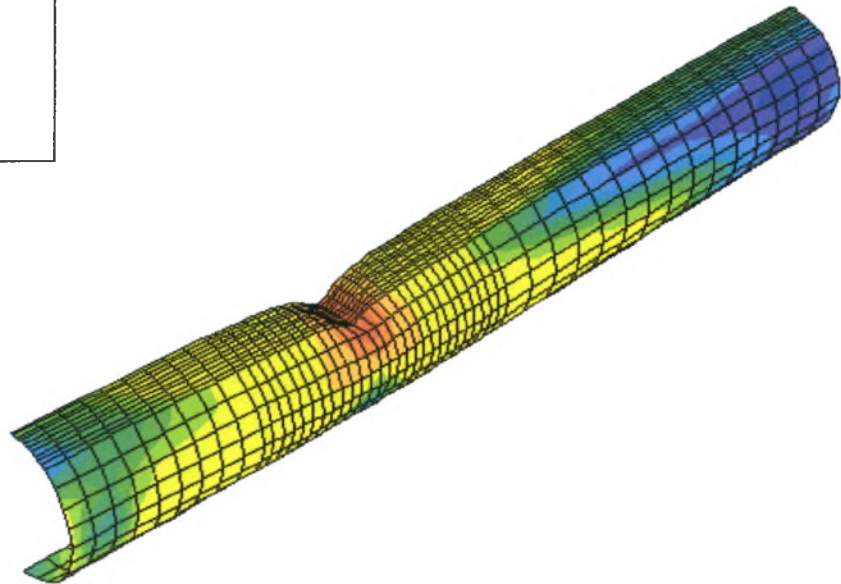
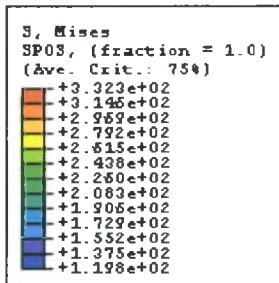
Σχήμα 3.27 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

Τα αποτελέσματα είναι ικανοποιητικά σε σχέση με τα πειράματα ενώ το πλέγμα είναι κατάτι αραιότερο από τις περιπτώσεις των μοντέλων του κεφαλαίου 3.1 όπου ο διεισδυτής ήταν τοποθετημένος με παρόμοιο τρόπο. Αυτό οφείλεται στο ότι ο σωλήνας είναι μικρότερος σε μήκος και ο διεισδυτής έχει μήκος 80 mm και έτσι μεγαλώνει η επιφάνεια επαφής του με το κέλυφος.

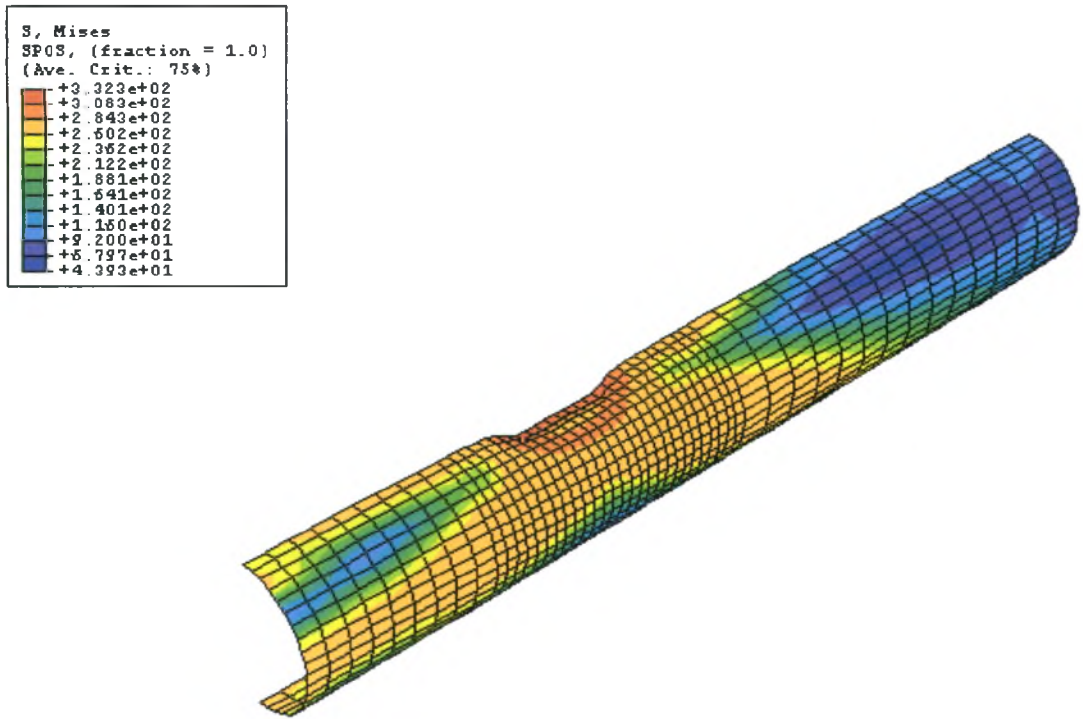
Στα σχήματα 3.28-3.30 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την κατανομή των τάσεων κατά Von Mises για τα μοντέλα που μελετάμε σε αυτό το κεφάλαιο, ενώ στα σχήματα 3.31-3.33 παρουσιάζεται η αντίστοιχη ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση (PEEQ). Το χ είναι ο λόγος της μετατόπισης του διεισδυτή προς την ακτίνα του κελύφους.



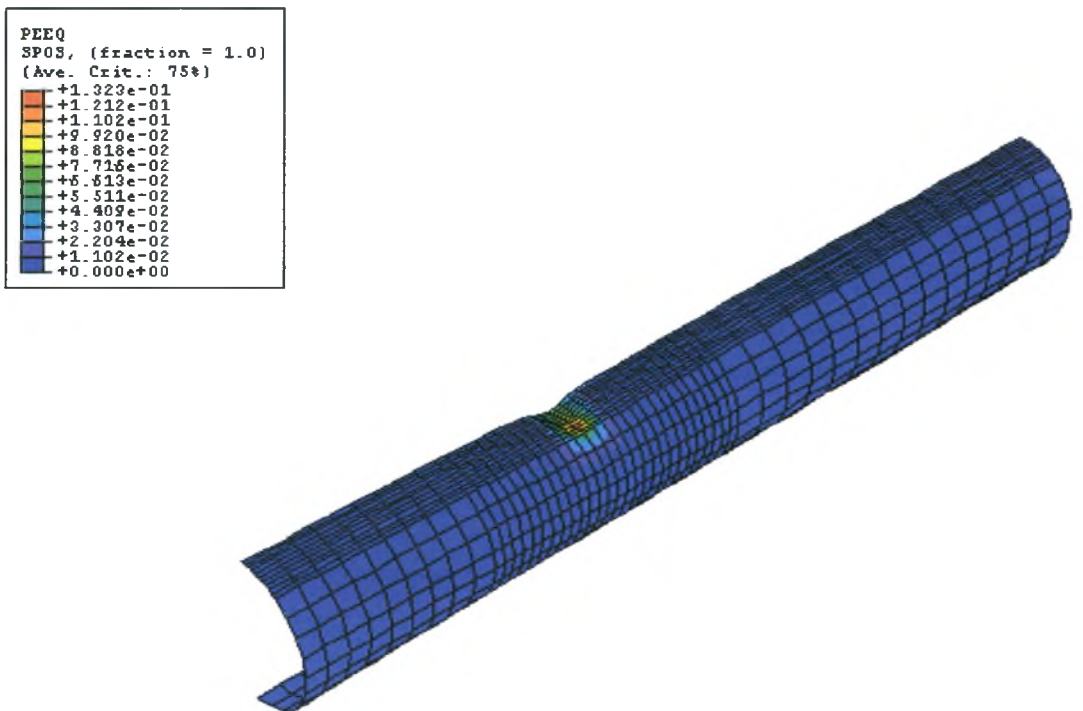
Σχήμα 3.28 Κατανομή των τάσεων κατά Von Mises για την προσομοίωση του πειραματος-B1
($x=0.245$)



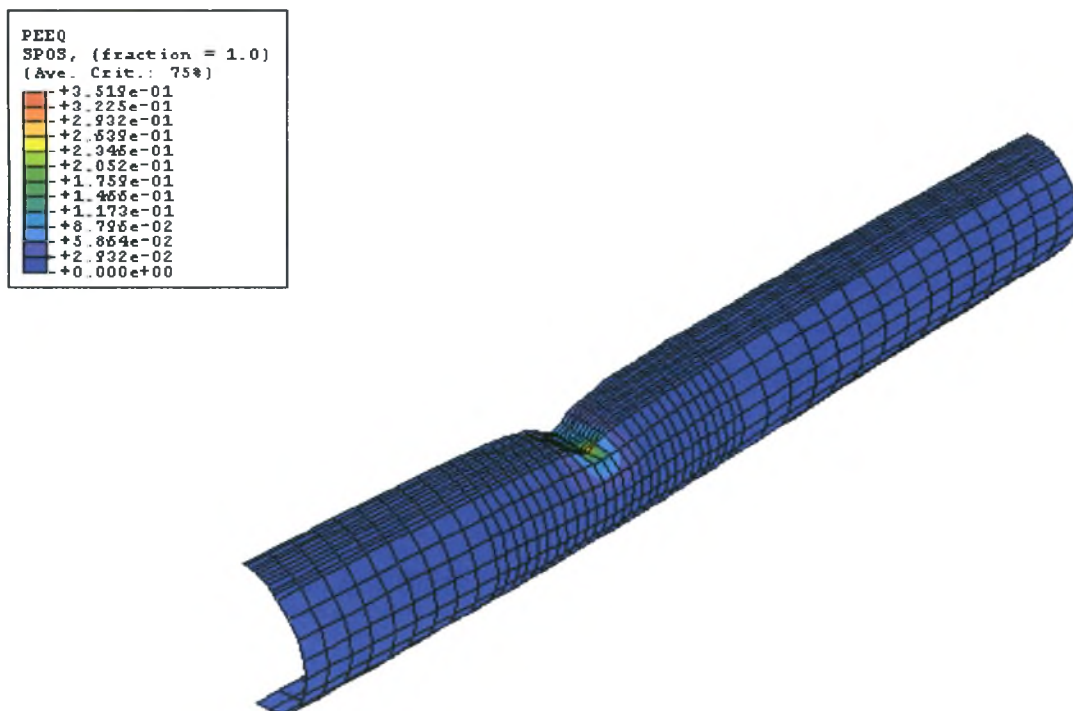
Σχήμα 3.29 Κατανομή των τάσεων κατά Von Mises για την προσομοίωση του πειραματος-B2
($x=0.552$)



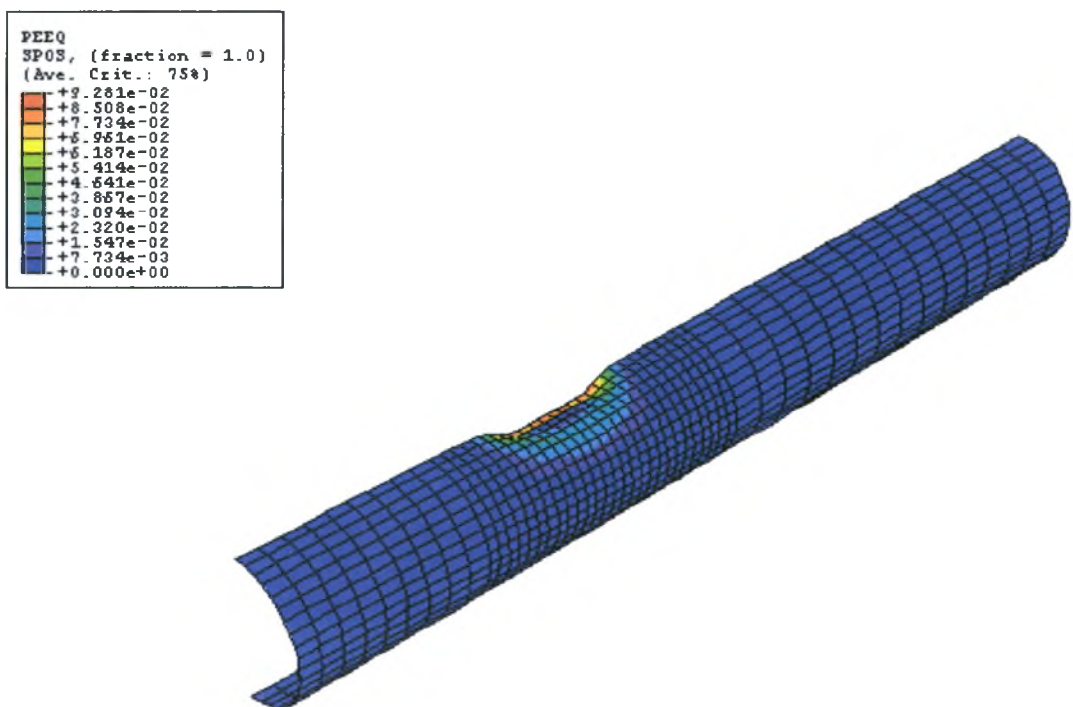
Σχήμα 3.30 Κατανομή των τάσεων κατά Von Mises για την προσομοίωση του πειραματος-B3 (x=0.245)



Σχήμα 3.31 Η κατανομή της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για την προσομοίωση του πειραματος-B1 (x=0.245)



Σχήμα 3.32 Η κατανομή της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για την προσομοίωση του πειραματος-B2 ($x=0.552$)



Σχήμα 3.33 Η κατανομή της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για την προσομοίωση του πειραματος-B3 ($x=0.245$)

3.4 Αριθμητική επίλυση για τους σωλήνες της τρίτης σειράς πειραμάτων

Εξετάζουμε τους σωλήνες της τρίτης σειράς πειραμάτων όπου έχουμε εγκάρσια φόρτιση σε τέσσερα πειράματα και επιμήκη φόρτιση στα υπόλοιπα τέσσερα. Σε όλες τις περιπτώσεις υπάρχει εσωτερική πίεση και ο διεισδυτής είναι τοποθετημένος σε κάποια απόσταση από το κέντρο του σωλήνα όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.14 και σχεδιάζεται σύμφωνα με τις πληροφορίες που έχουμε από την εταιρία TNO. Σχεδιάζουμε το ήμισυ του κελύφους γιατί εξαιτίας του σημείου τοποθέτησης του διεισδυτή δεν έχουμε συμμετρία κατά τη διεύθυνση 3. Τα χαρακτηριστικά των κελυφών που χρησιμοποιήσαμε για την ανάλυση είναι τα εξής :

- Διάμετρος του σωλήνα : $D_o=324$ mm
- Πάχος του σωλήνα : $t_1=7.3$ mm και $t_2=7.5$ mm
- Μήκος του σωλήνα : $L_o=2000$ mm
- Λόγος διαμέτρου προς πάχος : $D_o/t_1=44.38$ και $D_o/t_2=43.2$
- Μέση ακτίνα του κελύφους : $R=158.35$ mm και $R=158.25$ mm
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=288$ N/mm²
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000$ N/mm²
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$

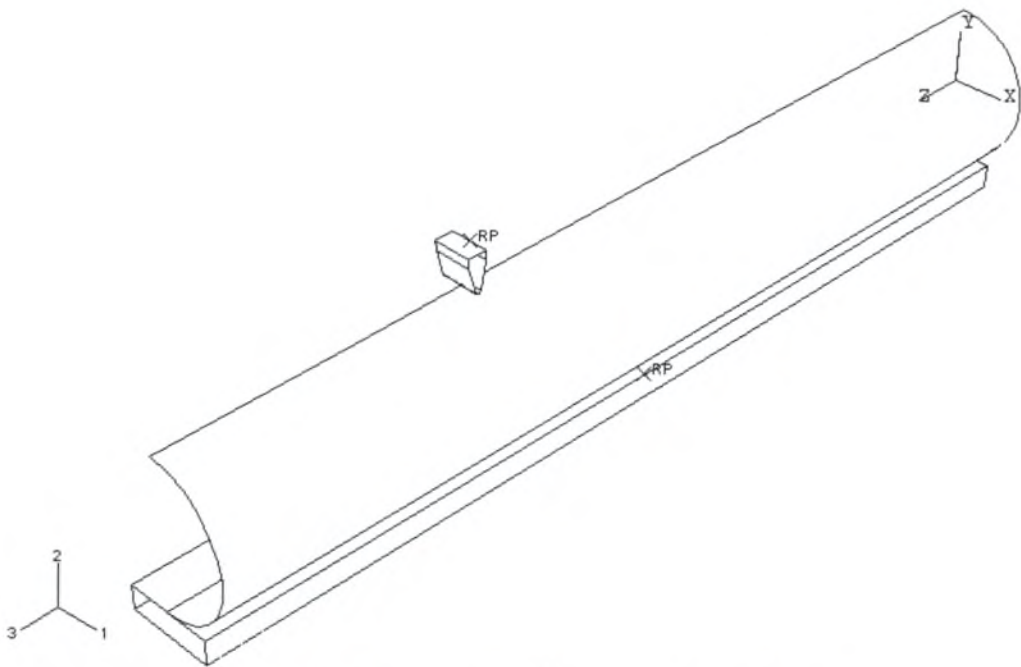
και

- Διάμετρος του σωλήνα : $D_o=325$ mm
- Πάχος του σωλήνα : $t_1=9.3$ mm και $t_2=9.7$ mm
- Μήκος του σωλήνα : $L_o=2000$ mm
- Λόγος διαμέτρου προς πάχος : $D_o/t_1=34.94$ και $D_o/t_2=33.5$
- Μέση ακτίνα του κελύφους : $R=157.85$ mm και $R=157.65$ mm
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=330$ N/mm²
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000$ N/mm²
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$

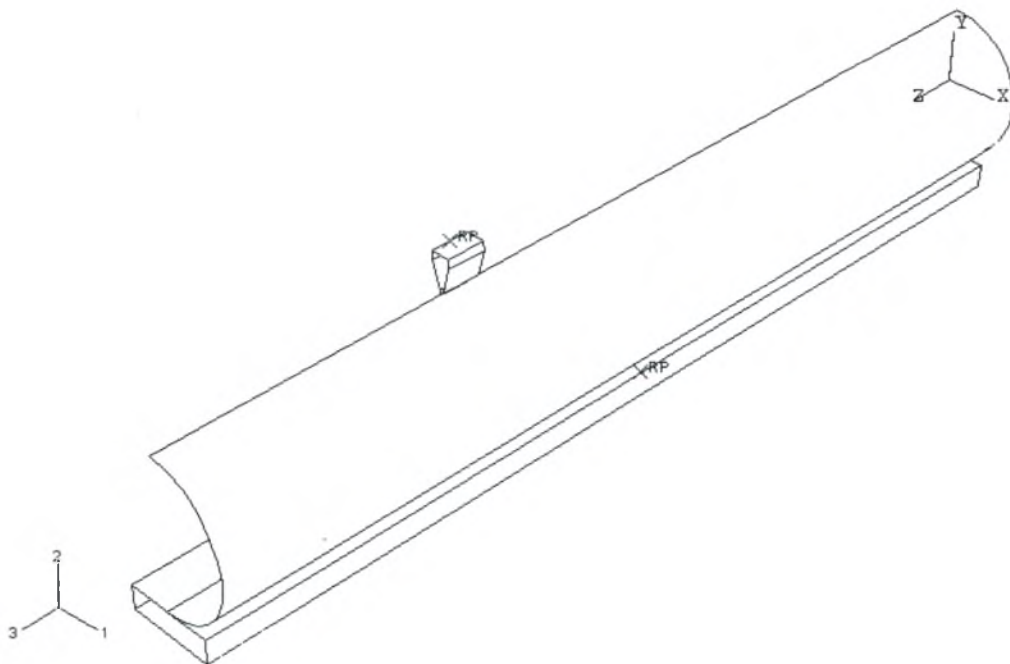
Για τις ιδιότητες του υλικού, τη γεωμετρία κατά την παραμόρφωση και τα βήματα της ανάλυσης ισχύουν όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 3.1.

ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΠΙΔΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Η αλληλεπίδραση επαφής ανάμεσα στο δεισδυτή και την πλάκα με τα κελύφη θεωρήθηκε χωρίς τριβή και η προσομοίωση έγινε στο ABAQUS. Για την αλληλεπίδραση χρησιμοποιήθηκε η εντολή "interaction" αφού πρώτα σχεδιάσαμε τόσο το δεισδυτή όσο και την πλάκα στο "ABAQUS CAE". Έπειτα και τα δυο αυτά σώματα θεωρήθηκαν άκαμπτα χρησιμοποιώντας την εντολή "rigid body" και την υποεντολή "analytical surface". Θεωρήσαμε ένα κόμβο αναφοράς και στα δυο σώματα έτσι ώστε να επιβάλουμε τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες. Σε αυτό το κόμβο του δεισδυτή επιβάλαμε τη μετατόπιση σύμφωνα πάντα με τα πειράματα. Στα σχήματα 3.34 και 3.35 φαίνεται η προσομοίωση που έγινε στο ABAQUS για όλα τα μοντέλα τόσο για την εγκάρσια αλλά και τη φόρτιση επιμήκους διάταξης.



Σχήμα 3.34 Το μοντέλο προσομοίωσης για εγκάρσια φόρτιση



Σχήμα 3.35 Το μοντέλο προσομοίωσης για φόρτιση επιμήκους διάταξης

Και σε αυτές τις περιπτώσεις των μοντέλων ισχύουν όσα αναφέρθηκαν παραπάνω για την επιφάνεια επαφής μεταξύ των δυο άκαμπτων σωμάτων και του κελύφους. Επειδή και εδώ ο διεισδυτής είναι πολύ μικρότερος σε μήκος σε σχέση με την ακτίνα, χρησιμοποιώντας την εντολή "contact pair" καταφέραμε να δηλώσουμε το ακριβές σημείο επαφής του με το κελύφους καθώς προχωράει η ανάλυση.

ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Σχεδιάζουμε, όπως αναφέρθηκε, το $\frac{1}{2}$ του κελύφους και έτσι έχουμε συμμετρία μόνο ως προς το επίπεδο 2-3. Στην πάνω και κάτω γενέτειρα του σωλήνα απαγορεύουμε την μετατόπιση κατά τη διεύθυνση 1 και τις στροφές κατά τις διευθύνσεις 2 και 3 όπως παρατηρούμε στην παρακάτω εικόνα. Ισχύει δηλαδή ότι και στα προηγούμενα μοντέλα όπως ακριβώς φαίνεται και στο σχήμα 3.12. Επίσης και εδώ θεωρήσαμε απαραμόρφωτες πλάκες ("καπάκια"), προσαρμοσμένες σε κάθε άκρο, ελεύθερο να κινηθεί μόνο κατά την διεύθυνση 3 και 2 και ελεύθερο να περιστραφεί κατά τη διεύθυνση 1 ($u_1=ur_2=ur_3=0$). Δημιουργήσαμε ένα κόμβο σε κάθε άκρο του κελύφους και επιβάλαμε σε όλους τους κόμβους στα άκρα του σωλήνα να κινούνται σύμφωνα με αυτό το κόμβο. Σε αυτόν επιβάλαμε τις άνω συνοριακές συνθήκες. Αυτό πραγματοποιήθηκε με την εντολή "kinematic coupling". Τέλος στο διεισδυτή

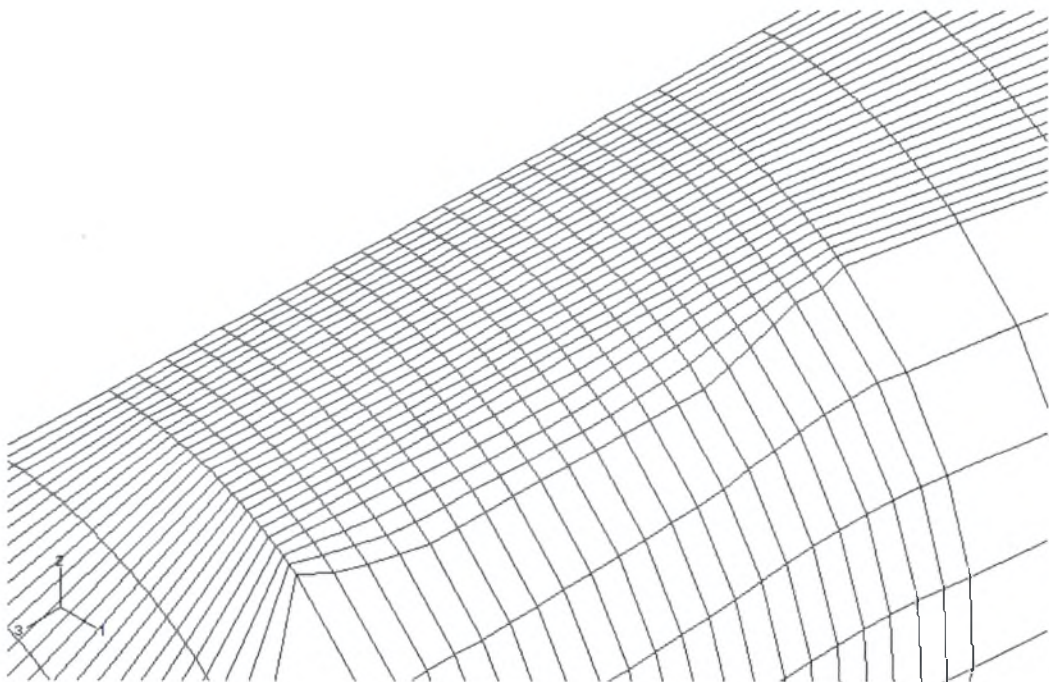
επιτρέπουμε μόνο την κίνηση κατά τη διεύθυνση 2 και στην πλάκα έχουμε περιορίσει όλες τις μετατοπίσεις και τις στροφές. Να αναφέρουμε ότι σε αυτόν τον κόμβο που δημιουργήσαμε επιβάλαμε και δύναμη capped end. Τη δύναμη τη δημιουργήσαμε στο βήμα "step-1" και τη διατηρήσαμε σταθερή κατά το βήμα "step-2".

ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΕΠΙΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκε κυλινδρικό κέλυφος μήκους $L \approx 6.17D$ και προσομοιώθηκε το ήμισυ του κελύφους λόγω των συμμετριών που υπάρχουν στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Το κέλυφος προσομοιώθηκε με τετρακομβικά στοιχεία (S4R). Για την αριθμητική επίλυση χρησιμοποιούμε έλεγχο μετατόπισης (displacement control).

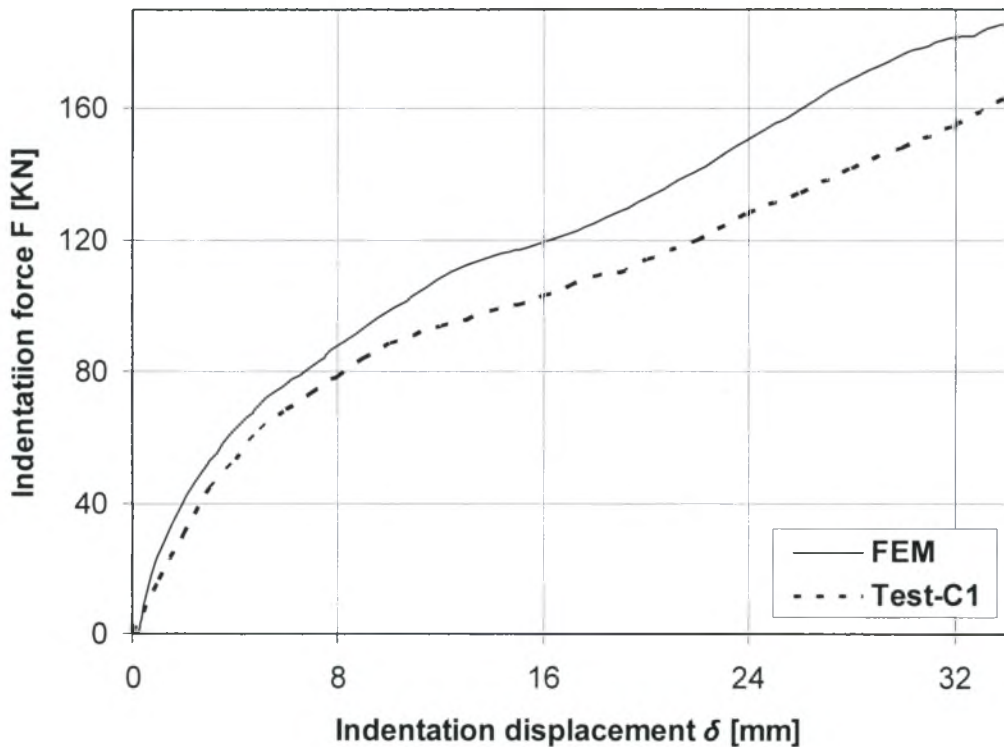
3.4.1 Σωλήνες διαμέτρου 324 mm και εσωτερικής πίεσης 40 bar

Πρώτα αναλύουμε τα κελύφη με διάμετρο 324 mm για την εγκάρσια αλλά και την επιμήκη φόρτιση. Στην επόμενη εικόνα (σχήμα 3.36) φαίνεται το πλέγμα που χρησιμοποιήσαμε για το κέλυφος με πάχος 7.3 mm.



Σχήμα 3.36 Λεπτομέρεια του πλέγματος που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση

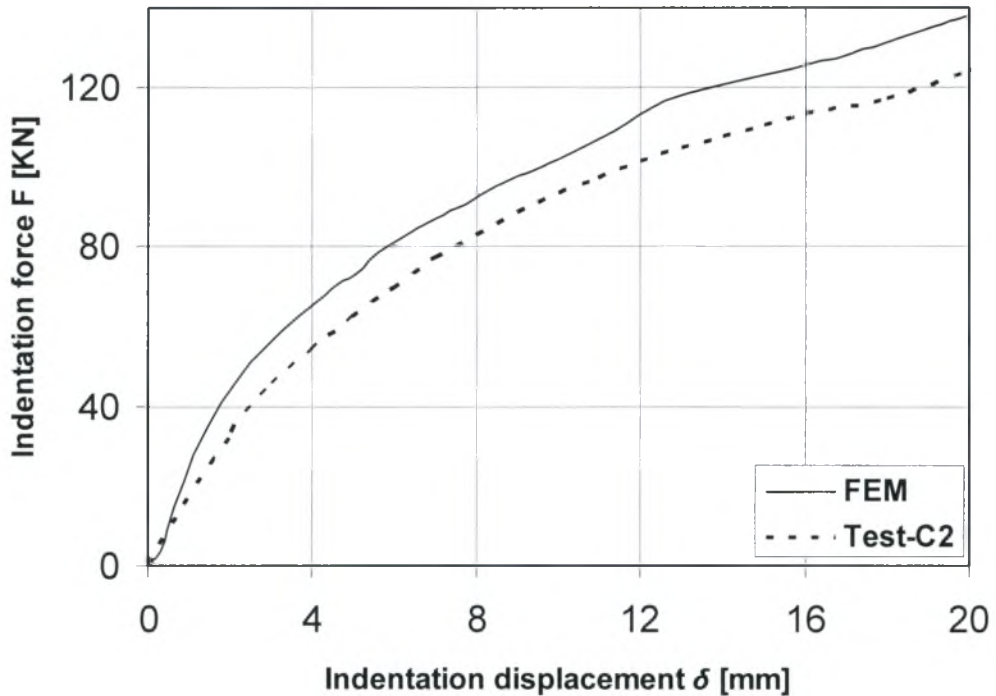
Το πλέγμα που χρησιμοποιούμε είναι αρκετά πυκνό στη περιοχή που επιβάλλουμε το φορτίο και πιο αραιό μακριά από αυτή, επειδή το κέλυφος είναι αρκετά μεγάλο σε σχέση με το διεισδυτή. Η ακτίνα του σωλήνα είναι σχεδόν 2.5 φορές μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή των μοντέλων με διάμετρο 133 mm. Έτσι δεν μπορούμε να έχουμε ένα δομημένο πλέγμα όπως στα μοντέλα του προηγούμενου κεφαλαίου. Εδώ χρησιμοποιούμε περίπου 1570 στοιχεία κελύφους και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο διάγραμμα του σχήματος 3.37.



Σχήμα 3.37 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

Τα αποτελέσματα είναι σχετικά ικανοποιητικά εφόσον η λύση μας δεν συμπίπτει ακριβώς με αυτή των πειραμάτων όπως γινόταν στις προηγούμενες περιπτώσεις. Μια εξήγηση αποτελεί το γεγονός ότι πλέον ο διεισδυτής είναι πολύ μικρός σε σχέση με την ακτίνα και η επιφάνεια επαφής είναι αρκετά μικρότερη από ότι στις προηγούμενες περιπτώσεις. Έτσι όπως μετατοπίζεται ο διεισδυτής προς τα κάτω εφάπτεται με ένα μικρό μέρος του κελύφους. Επειδή οι πληροφορίες για τα πειράματα είναι για μετατόπιση μέχρι 34 mm δεν μπορούμε να συγκρίνουμε τα αριθμητικά μας αποτελέσματα για μεγαλύτερες μετατοπίσεις.

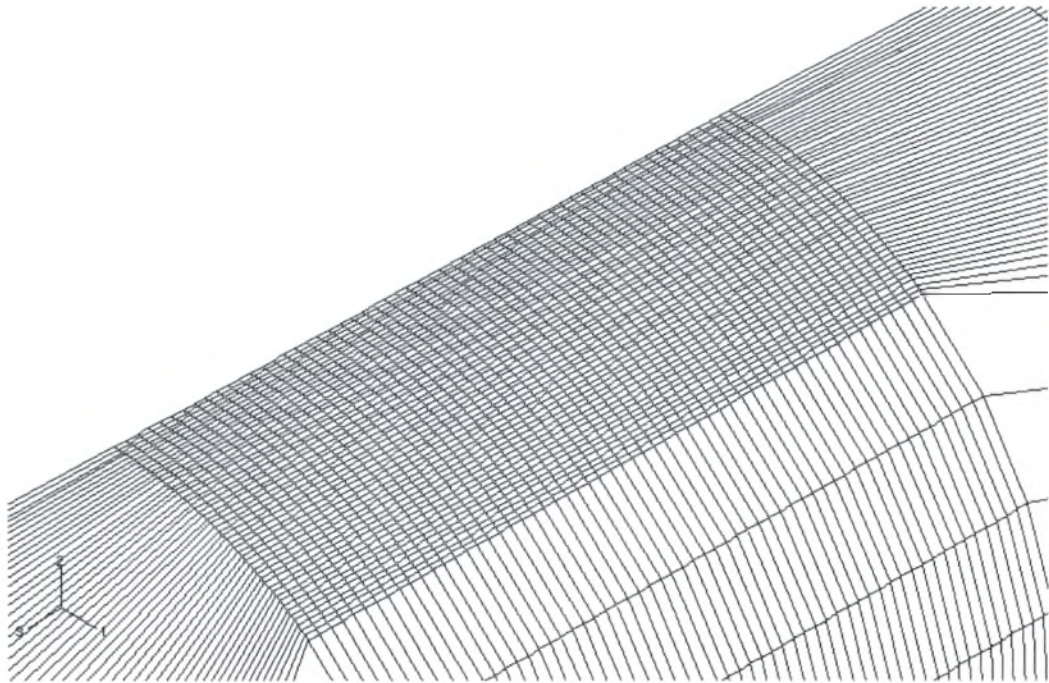
Στη συνέχεια παραθέτουμε τα αποτελέσματα για το κέλυφος με πάχος $t=7.5$ mm. Χρησιμοποιήσαμε ένα πλέγμα όπως το παραπάνω και τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 3.38.



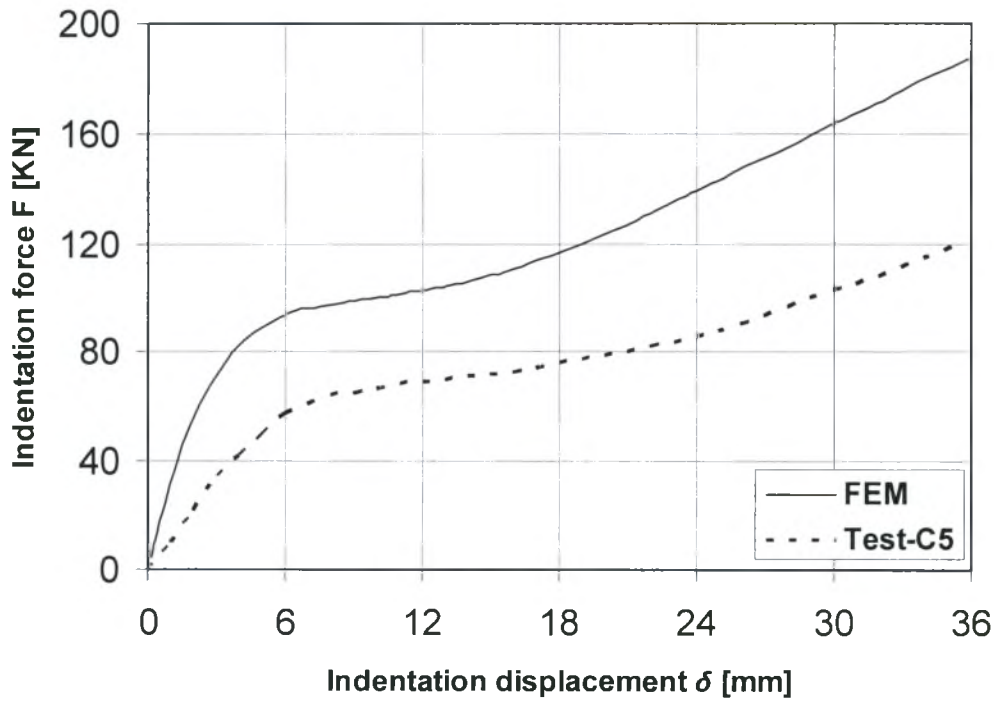
Σχήμα 3.38 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

Ισχύει ότι ακριβώς είπαμε και προηγουμένως, δηλαδή ότι η λύση μας είναι σχετικώς ικανοποιητική. Αν και δοκιμάσαμε πολλά πλέγματα και με διαφορετική πυκνωση το καθένα, η λύση του σχήματος 3.38 είναι η καλύτερη που επιτύχαμε. Η μόνη διαφορά που επήλθε χρησιμοποιώντας πυκνότερα πλέγματα ήταν να επιβαρύνεται η ανάλυση με περισσότερο υπολογιστικό χρόνο.

Παρακάτω αναλύουμε τα δυο προηγούμενα κελύφη με τη διαφορά ότι έχουμε επιμήκη διάταξη του διεισδυτή αντί για εγκάρσια. Πρώτα παρουσιάζουμε το πλέγμα, που χρησιμοποιήθηκε για το σωλήνα με πάχος $t=7.3$ mm (σχήμα 3.39), στο σημείο εφαρμογής του φορτίου όπου το έχουμε πυκνώσει αρκετά σε σχέση με το υπόλοιπο τμήμα του κελύφους. Τα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο πλέγμα παρουσιάζονται στο σχήμα 3.40.



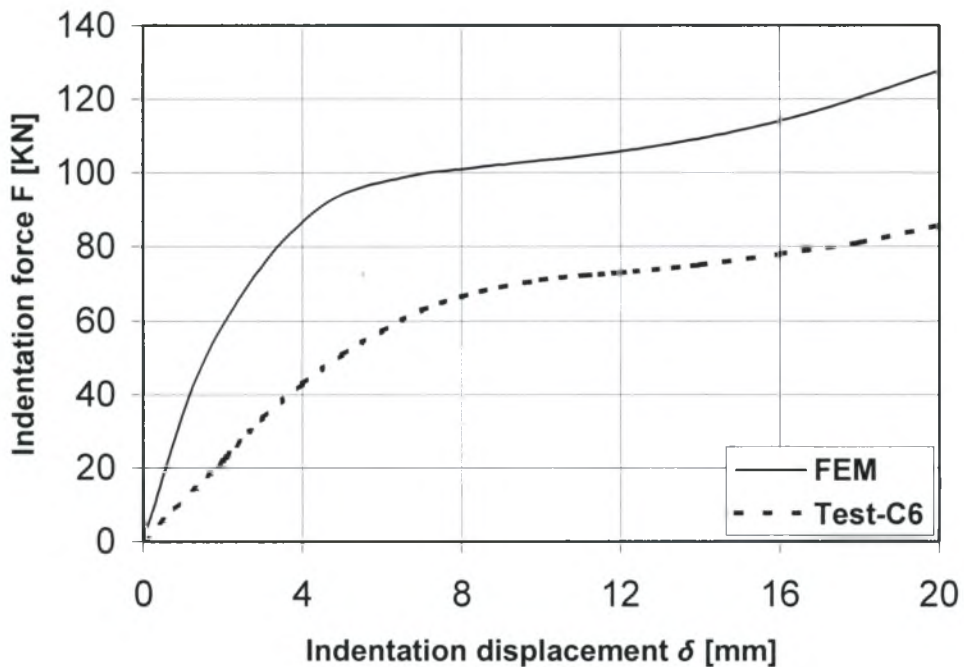
Σχήμα 3.39 Λεπτομέρεια του πολύ πυκνού πλέγματος που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση(Test-C5)



Σχήμα 3.40 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

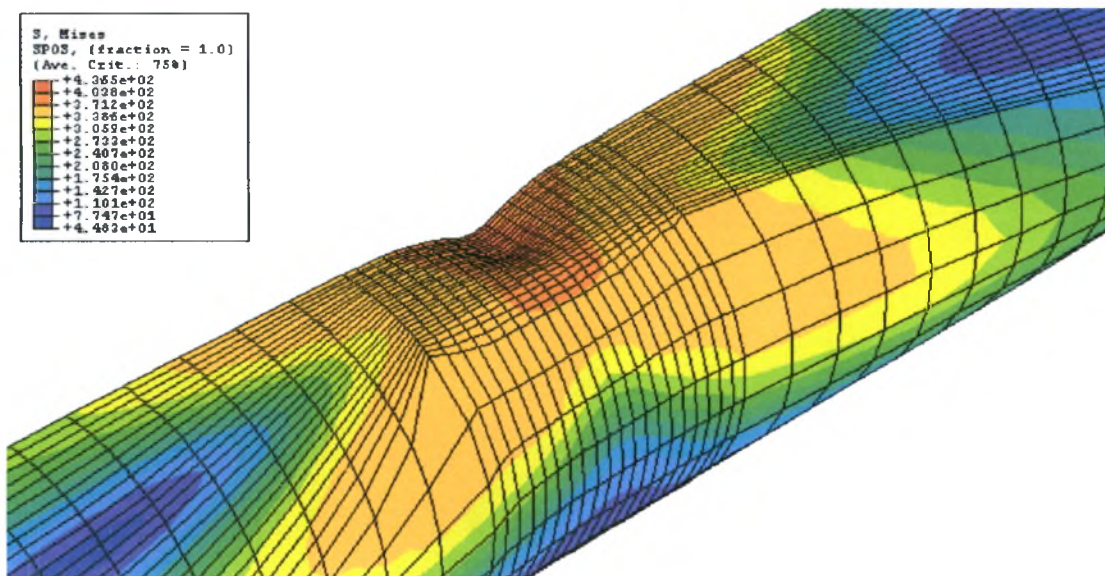
Παρατηρούμε μία σημαντική διαφορά μεταξύ της ανάλυσης και των πειραμάτων. Παρόλο που η μορφή των δυο καμπυλών είναι όμοια, το φορτίο που απαιτείται για τη διείσδυση στη δική μας ανάλυση είναι αρκετά μεγαλύτερο. Αυτός είναι και ο λόγος που παρουσιάσαμε στο σχήμα 3.26 το πυκνότερο πλέγμα.

Τα αποτελέσματα για το κέλυφος με πάχος 7.5 mm παρουσιάζονται στο σχήμα 3.41. Και σε αυτή την περίπτωση τα αποτελέσματα αποκλίνουν αρκετά από τα πειράματα παρόλα τα διαφορετικά πλέγματα που δημιουργήσαμε.

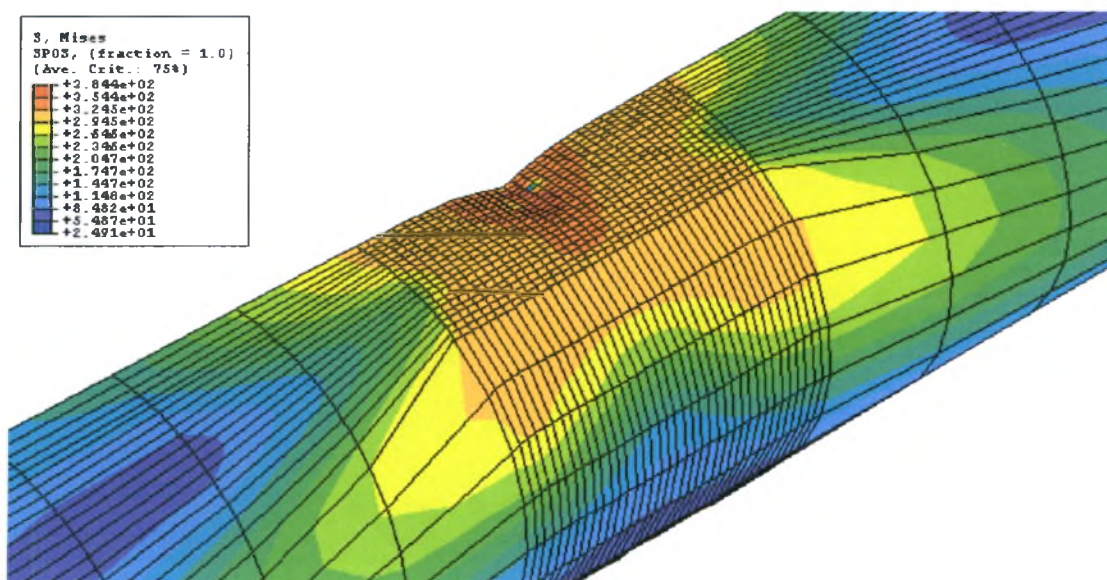


Σχήμα 3.41 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

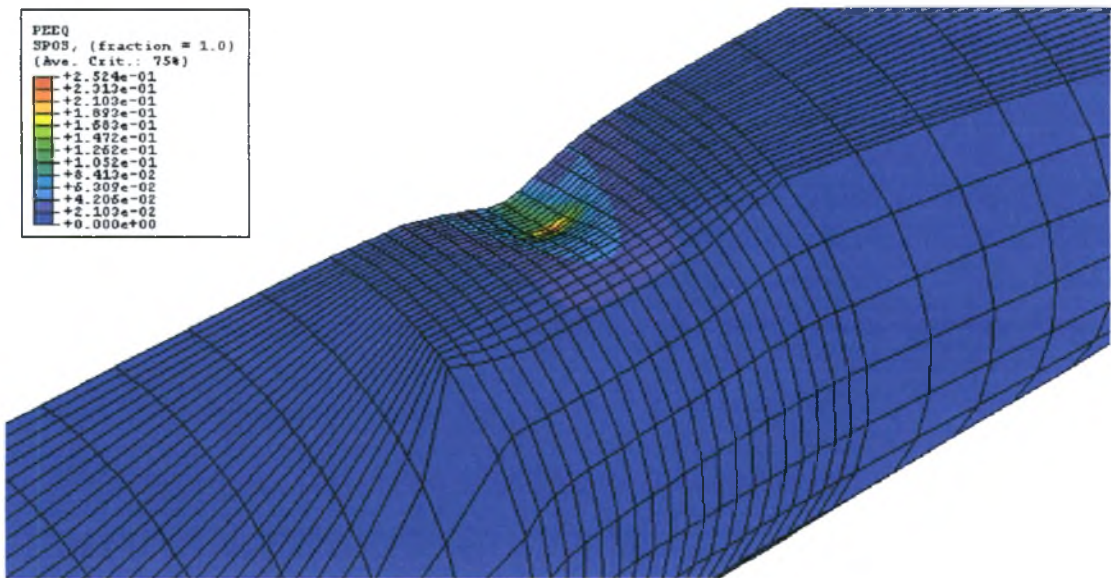
Στα σχήματα 3.42 και 3.43 παρουσιάζεται η κατανομή των τάσεων κατά Von Mises για την ανάλυση που έγινε στο παρόν κεφάλαιο, ενώ στα σχήματα 3.44 και 3.45 παρουσιάζεται η αντίστοιχη ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση (PEEQ). Το x είναι ο λόγος της μετατόπισης του διεισδυτή προς την ακτίνα του κελύφους.



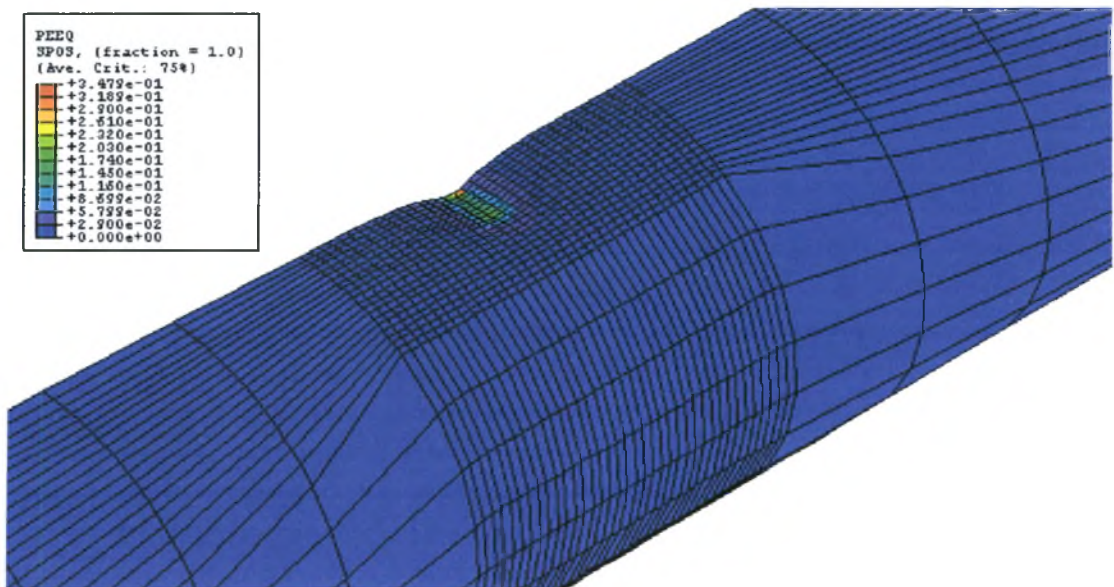
Σχήμα 3.42 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για την προσομοίωση του πειράματος-C1 ($x=0.227$)



Σχήμα 3.43 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για την προσομοίωση του πειράματος-C2 ($x=0.126$)



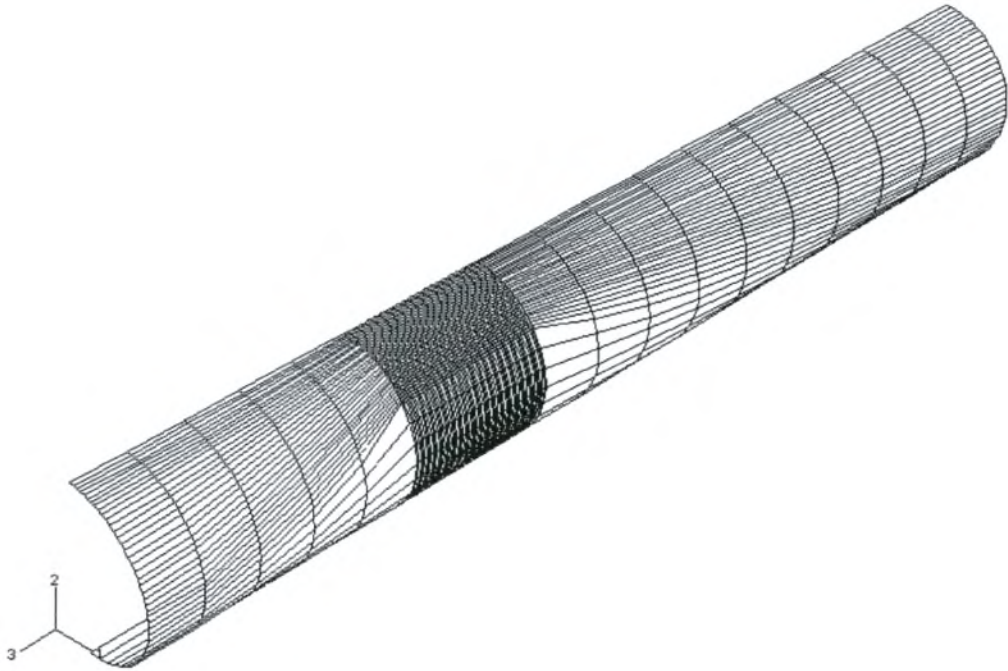
Σχήμα 3.44 Λεπτομέρεια της κατανομής της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για την προσομοίωση του πειράματος-C1 ($x=0.227$)



Σχήμα 3.45 Λεπτομέρεια της κατανομής της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για την προσομοίωση του πειράματος-C2 ($x=0.126$)

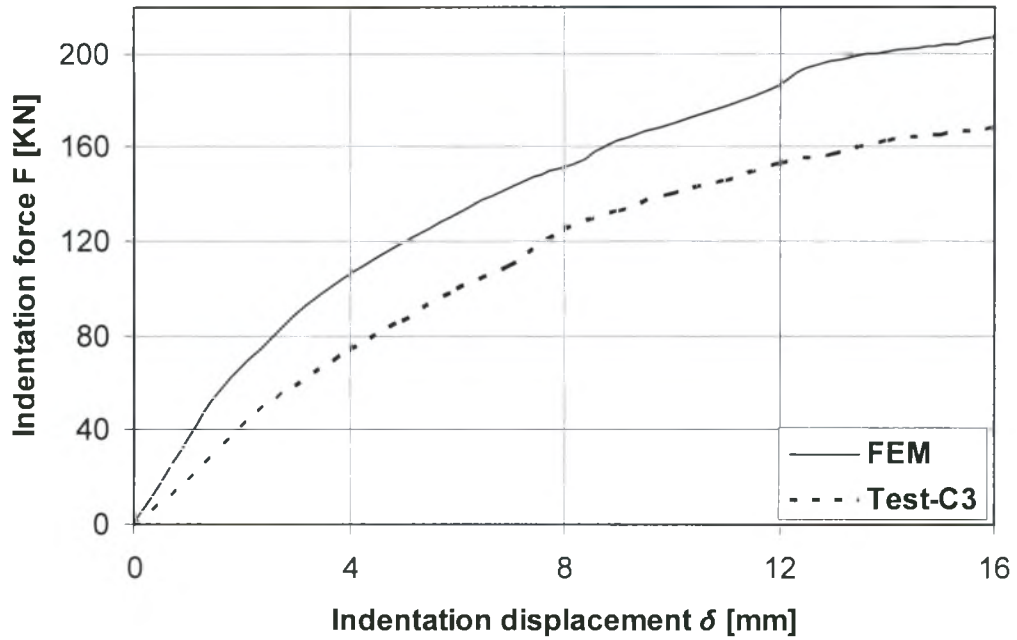
3.4.2 Σωλήνες διαμέτρου 325 mm και εσωτερικής πίεσης 66.2 bar

Αναλύουμε τα κελύφη με διάμετρο 325 mm για την εγκάρσια αλλά και την επιμήκη φόρτιση. Στην εικόνα (Σχήμα 3.46) παρουσιάζουμε το πλέγμα που χρησιμοποιήσαμε για το κέλυφος με πάχος 9.3 mm.

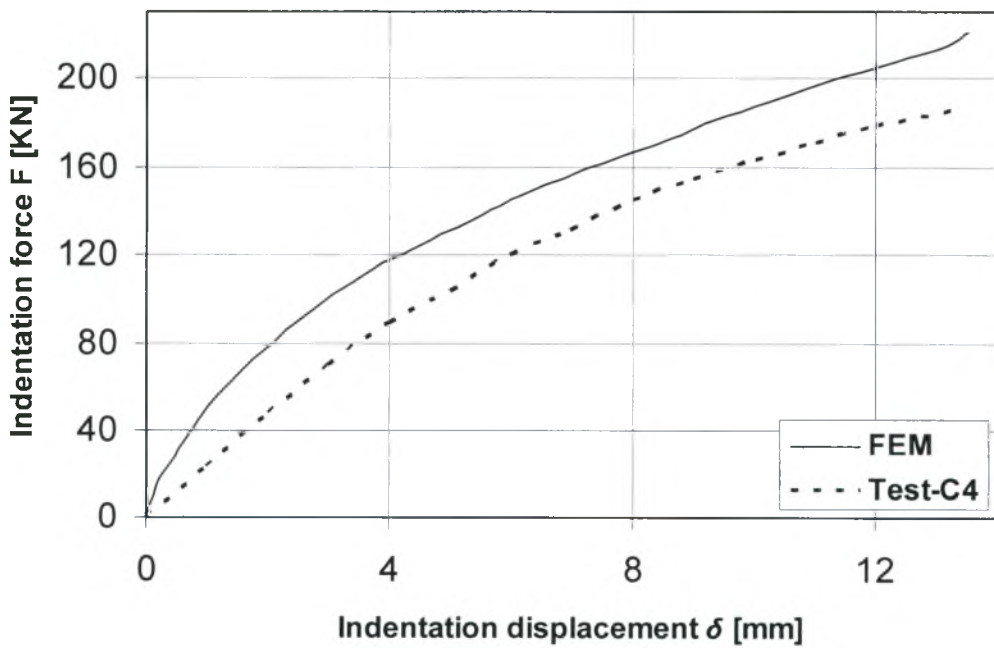


Σχήμα 3.46 Το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση (προσομοίωση πειράματος-C3-C4)

Χρησιμοποιήθηκαν περίπου 3200 στοιχεία (S4R) με ιδιαίτερη πυκνωση στη περιοχή της διείσδυσης. Ένας λόγος που “επιβαρύνουμε” την ανάλυση μας με πυκνό πλέγμα ήταν τα όχι τόσο ικανοποιητικά αποτελέσματα για τα κελύφη πάχους 7.3-7.5 mm. Παρόλα αυτά, όμως τα αποτελέσματα και σε αυτή την περίπτωση δεν ήταν ιδιαίτερος ικανοποιητικά όπως φαίνεται στο σχήμα 3.47. Η ανάλυση έδωσε παρόμοια αποτελέσματα για το σωλήνα πάχους 9.7 mm όπως παρατηρούμε στο διάγραμμα του σχήματος 3.48.

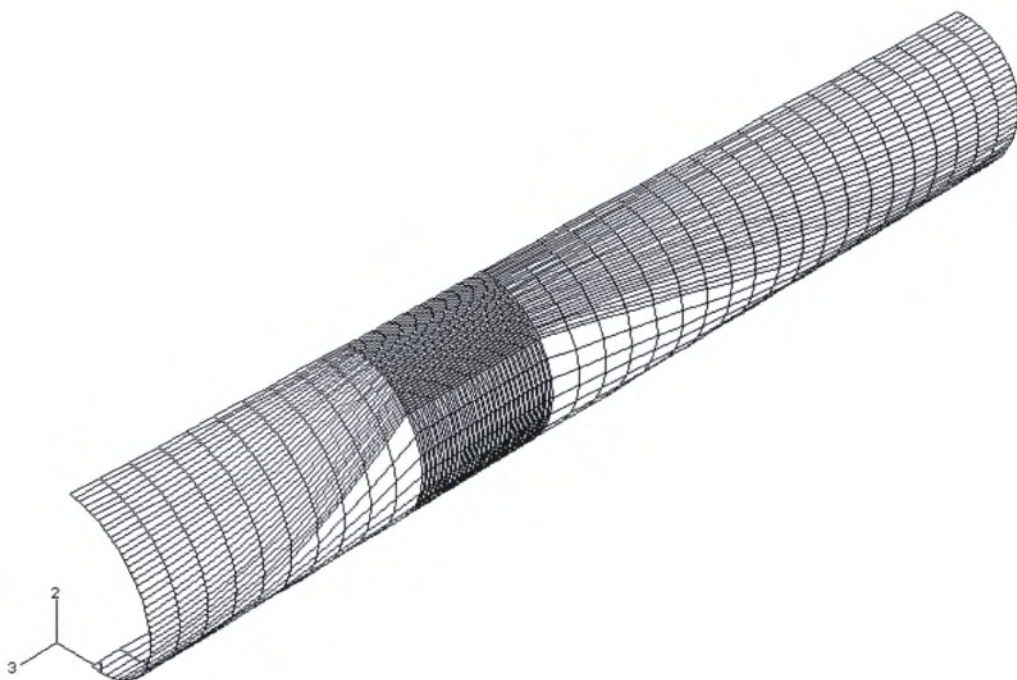


Σχήμα 3.47 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ



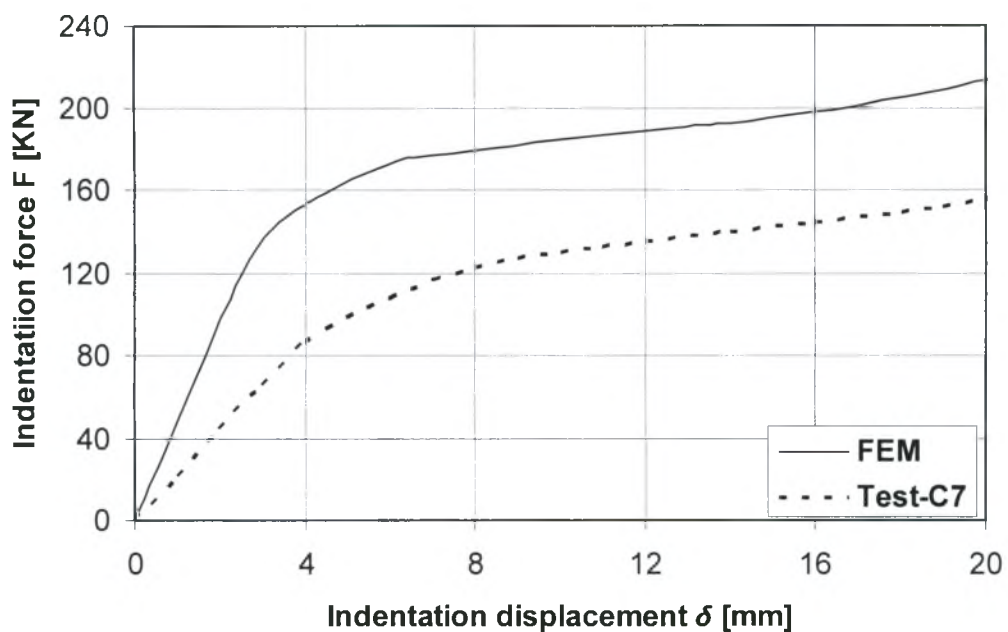
Σχήμα 3.48 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

Στη συνέχεια εξετάσαμε για τα δυο παραπάνω κελύφη και την περίπτωση της φόρτισης επιμήκους διάταξης. Στο σχήμα 3.49 παρουσιάζουμε το πλέγμα που χρησιμοποιήσαμε για το κέλυφος με πάχος 9.3 mm.

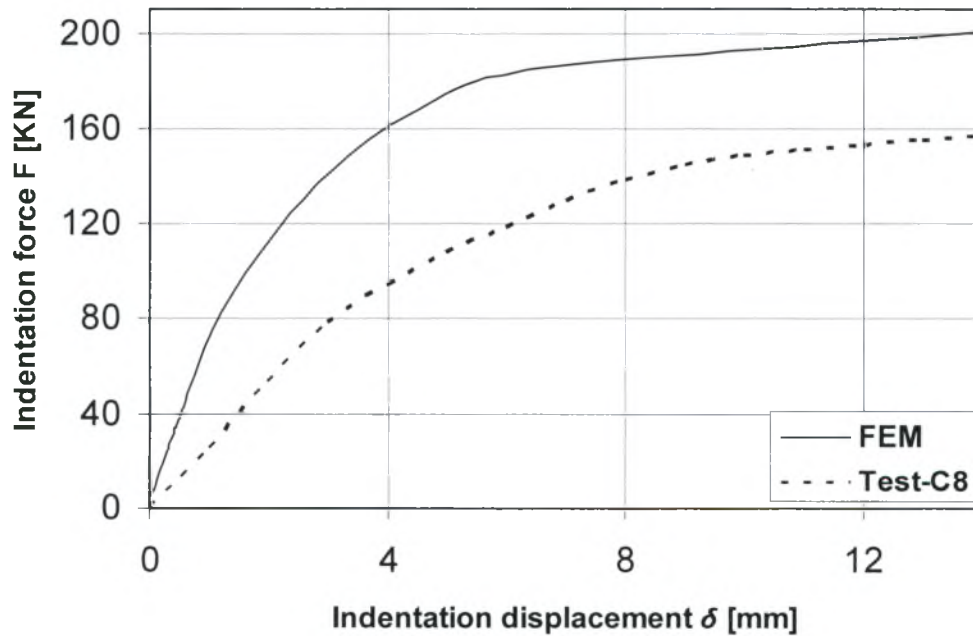


Σχήμα 3.49 Το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση

Και σε αυτή την περίπτωση πυκνώσαμε σημαντικά το πλέγμα στην περιοχή επιβολής του φορτίου και έχουμε αραιότερο πλέγμα στο υπόλοιπο του κελύφους. Στα δυο γραφήματα των σχημάτων 3.50 και 3.51 φαίνονται τα αποτελέσματα και για τους δυο σωλήνες ($t= 9.3$ και 9.7 mm).



Σχήμα 3.50 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ



Σχήμα 3.51 Διάγραμμα δύναμης διείσδυσης (F) σε σχέση με το βάθος διείσδυσης δ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : Προσομοίωση κυλινδρικών χαλύβδινων κελυφών και παραμετρική μελέτη

4.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο μελετάται η απόκριση των χαλύβδινων κυλινδρικών κελυφών υπό την επίδραση εγκάρσιας φόρτισης (από διεισδυτές) και εσωτερικής πίεσης. Γίνεται μια ανάλυση για τον τρόπο με τον οποίο τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των σωλήνων και οι τιμές της εσωτερικής πίεσης επηρεάζουν την απόκριση του κελύφους. Επίσης εξετάζονται διάφορες περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών, στα άκρα του σωλήνα, αλλά και η επίδραση διαφορετικών μορφών του διεισδυτή. Η αριθμητική επίλυση έγινε με τη βοήθεια του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS. Οι σωλήνες προσομοιώθηκαν με τετρακομβικά στοιχεία κελύφους μειωμένης ολοκλήρωσης (S4R), ενώ θεωρήθηκε ελαστοπλαστικό υλικό και μοντέλο ιστροπικής κράτυνσης με κριτήριο διαρροής "Von Mises". Σε όλες τις περιπτώσεις κατασκευάστηκε πλέγμα πυκνότερο στην περιοχή εφαρμογής του φορτίου, ενώ στο υπόλοιπο του κελύφους το πλέγμα ήταν αραιότερο.

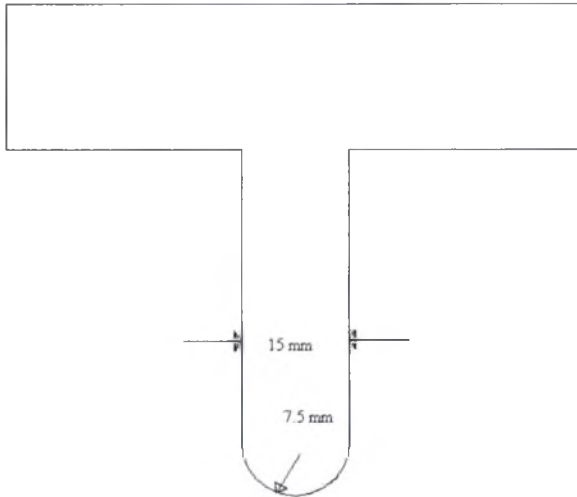
4.2 Αριθμητική επίλυση για την πρώτη μορφή σωλήνων που προσομοιώθηκαν

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των κελυφών θα παρουσιαστούν αδιαστατοποιημένα. Ο διεισδυτής είναι τοποθετημένος στο κέντρο του κελύφους και κάθετα στον επιμήκη άξονα του σωλήνα. Τα χαρακτηριστικά του κελύφους είναι τα εξής :

- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=50$
- Λόγος μήκους προς μέση διάμετρο : $L/D=10$
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000 \text{ N/mm}^2$
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=290 \text{ N/mm}^2$

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του διεισδυτή (Σχήμα 4.1) είναι τα εξής :

- Λόγος μήκους διεισδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=1.6$
- Πάχος του διεισδυτή : $d=15 \text{ mm}$
- Ακτίνα καμπυλότητας στην περιοχή της επαφής του διεισδυτή με το κέλυφος: $r_0=7.5 \text{ mm}$



Σχήμα 4.1 Η μορφή του διεισδυτή που χρησιμοποιήθηκε για τα μοντέλα του κεφαλαίου 4

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΥΛΙΚΟΥ

Ο σωλήνας που αναλύεται υφίσταται μεγάλες παραμορφώσεις και πρέπει η συμπεριφορά του υλικού να προσομοιωθεί κατάλληλα. Θεωρήθηκε ελαστοπλαστικό γραμμικά κρατυνόμενο υλικό και μοντέλο ισοτροπικής κράτυνσης με κριτήριο διαρροής "Von Mises". Στο ABAQUS χρησιμοποιήθηκαν τιμές της καμπύλης τάσης-παραμόρφωσης αφού πρώτα τροποποιήθηκαν σε τιμές πραγματικής τάσης και λογαριθμικής πλαστικής παραμόρφωσης σύμφωνα με τους τύπους :

$$\sigma_T = \sigma_0(1 + \varepsilon) \quad (4.1)$$

$$\varepsilon^p = \ln(1 + \varepsilon) - \frac{\sigma_T}{E} \quad (4.2)$$

όπου σ είναι η τάση και οι δείκτες $[\]_T$ και $[\]_0$ δηλώνουν πραγματική τάση και τάση διαρροής αντίστοιχα ενώ ε είναι η συνολική παραμόρφωση και ε^p η πλαστική λογαριθμική παραμόρφωση.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ

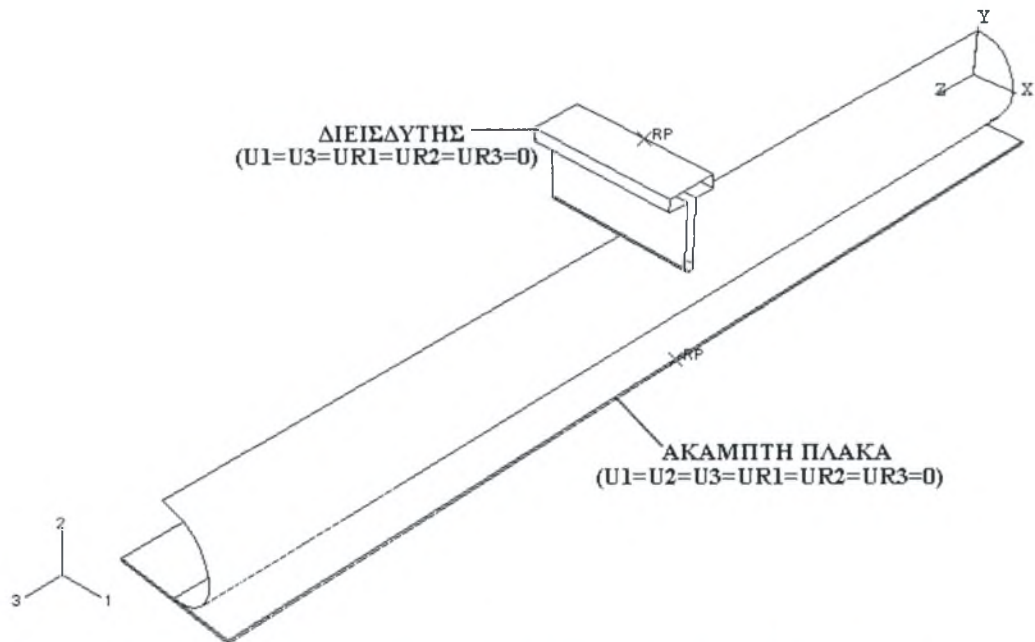
Ο σωλήνας υφίσταται μεγάλες παραμορφώσεις και δημιουργούνται γεωμετρικές μη-γραμμικότητες κατά την διάρκεια της διείδυσης. Η θεώρηση αυτή έγινε στο ABAQUS με την εντολή "nlgeom" η οποία βρίσκεται μέσα στην εντολή "step" που ορίζει τα βήματα με τα οποία θα προχωρήσει η μη-γραμμική ανάλυση.

ΒΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Στις περιπτώσεις κελύφους με εσωτερική πίεση η ανάλυση προχωράει σε δυο βήματα. Στο πρώτο βήμα "step-1" επιβάλουμε την πίεση και στο δεύτερο κρατώντας την πίεση σταθερή συνεχίζουμε την ανάλυση με την μετατόπιση του διεισδυτή.

ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η αλληλεπίδραση επαφής ανάμεσα στο διεισδυτή και την πλάκα με το κέλυφος, η οποία θεωρήθηκε χωρίς τριβή, και η προσομοίωση τους στο ABAQUS. Αφού σχεδιάστηκαν στο "ABAQUS CAE" τα δυο αυτά σώματα θεωρήθηκαν άκαμπτα χρησιμοποιώντας την εντολή "rigid body" και την υποεντολή "analytical surface". Θεωρήθηκε ένας κόμβος αναφοράς και στα δυο σώματα έτσι ώστε να επιβάλουμε τις συνοριακές συνθήκες που εμείς θέλουμε. Σε αυτό το κόμβο του διεισδυτή ορίζουμε τη μετατόπιση. Για την αλληλεπίδραση χρησιμοποιήθηκε η εντολή "interaction" όπου η κύρια χρήση της είναι να αποτρέψει το κέλυφος να διεισδύσει, είτε μέσα στο διεισδυτή είτε εντός της μεταλλικής πλάκας που το συγκρατεί. Στο σχήμα 4.2 φαίνεται η προσομοίωση που έγινε στο ABAQUS.



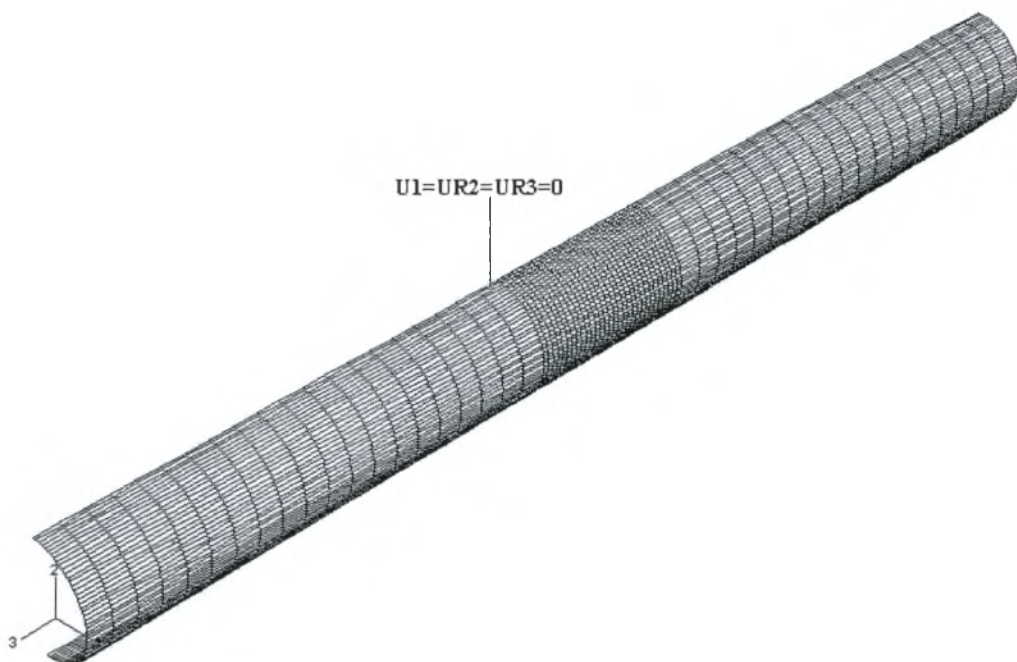
Σχήμα 4.2 Το μοντέλο προσομοίωσης που χρησιμοποιήθηκε για το κεφάλαιο 4

ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Στα μοντέλα σχεδιάζουμε το ήμισυ του κελύφους έχοντας συμμετρία ως προς το επίπεδο 2-3. Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3 στην άνω και κάτω γενέτειρα του σωλήνα απαγορεύουμε την μετατόπιση κατά τη διεύθυνση 1 και τις στροφές κατά τις διευθύνσεις 2 και 3. Στο διεισδυτή επιτρέπουμε μόνο τη μετατόπιση στον άξονα 2 ενώ στην πλάκα έχουμε περιορίσει όλες τις μετατοπίσεις και στροφές (σχήμα 4.2)

ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Για την ανάλυση προσομοιώθηκε το ήμισυ του κελύφους λόγω των συμμετριών που υπάρχουν στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Το κέλυφος προσομοιώθηκε με τετρακομβικά στοιχεία (S4R). Στην παρακάτω εικόνα (Σχήμα 4.3) φαίνεται το πλέγμα που χρησιμοποιήσαμε για το σωλήνα καθώς και οι συνοριακές συνθήκες που επιβάλαμε. Χρησιμοποιήθηκαν 3500 στοιχεία κελύφους και πύκνωση του πλέγματος στη ζώνη διείσδυσης. Για την αριθμητική επίλυση χρησιμοποιήθηκε έλεγχος μετατόπισης (displacement control).



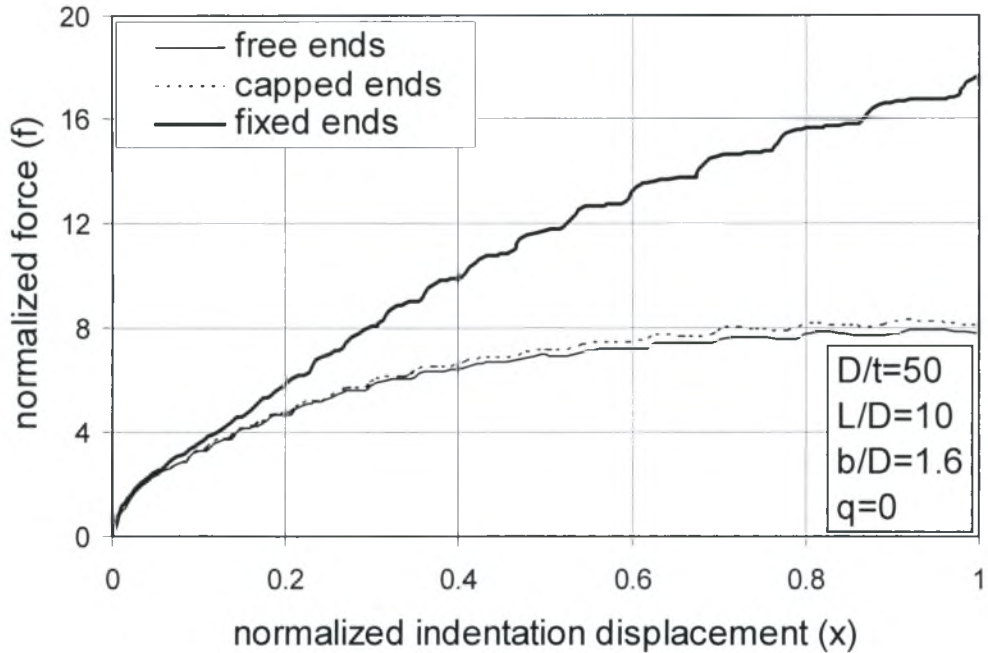
Σχήμα 4.3 Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκε για το κεφάλαιο 4

4.2.1 Επίδραση συνοριακών συνθηκών στα άκρα του κελύφους

Μελετήθηκαν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών στα άκρα του κελύφους ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα για το πόσο οι συνοριακές συνθήκες επηρεάζουν την απόκριση του κελύφους που εξετάζεται σε αυτό το κεφάλαιο. Οι τρεις περιπτώσεις που μελετήθηκαν είναι οι εξής :

- Ελεύθερα άκρα-(free ends) για περιπτώσεις μηδενικής πίεσης
- Άκαμπτη πλάκα (‘‘καπάκι’’), προσαρμοσμένη σε κάθε άκρο, ελεύθερη να κινηθεί κατά τις διευθύνσεις 2 και 3 και να περιστραφεί περί τη διεύθυνση 1 ($U_1=UR_2=UR_3=0$)-(capped ends)
- Πακτωμένα άκρα (παγίωση όλων των βαθμών ελευθερίας)-(fixed ends)

Στα συγκεκριμένα μοντέλα δεν υπήρχε εσωτερική πίεση και η ανάλυση προχώρησε σε ένα βήμα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο διάγραμμα του σχήματος 4.4, με την μορφή διαγράμματος αδιάστατης δύναμης-αδιάστατης μετατόπισης.



Σχήμα 4.4 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)
 Στο σχήμα 4.4 καθώς και σε όλα τα υπόλοιπα σχήματα του κεφαλαίου, το x είναι η αδιάστατη μετατόπιση και ισούται με :

$$x = \frac{\delta}{R} \quad (4.3)$$

όπου δ είναι η μετατόπιση του διεισδυτή και R η μέση ακτίνα του κελύφους ενώ το f είναι η αδιάστατη δύναμη και ισούται με :

$$f = \frac{F}{F_{pc}} \quad (4.4)$$

όπου F είναι η δύναμη διείσδυσης που απαιτείται για την αντίστοιχη μετατόπιση δ και :

$$F_{pc} = \frac{\sigma_0 t^2}{4} \sqrt{\frac{D}{t}} \quad (4.5)$$

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.4 στις δυο περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών με απαραμόρφωτη πλάκα και ελεύθερα άκρα οι καμπύλες σχεδόν ταυτίζονται στην αρχή (έως το 25% της τελικής μετατόπισης) και στη συνέχεια η διαφορά τους είναι πολύ μικρή. Το μήκος του κελύφους στην προκειμένη περίπτωση είναι $L=10D$. Δηλαδή χρησιμοποιώντας συνοριακές συνθήκες απαραμόρφωτης πλάκας δεν επηρεάζεται πολύ το αποτέλεσμα σε σχέση με τα ελεύθερα άκρα, λόγω του μεγάλου μήκους του σωλήνα.

4.2.2 Επίδραση της εσωτερικής πίεσης στην απόκριση του κελύφους

Στην παράγραφο αυτή εξετάζεται η επίδραση της εσωτερικής πίεσης στην απόκριση κελυφών που υπόκεινται σε εγκάρσια φόρτιση. Όπως προαναφέρθηκε η ανάλυση προχωράει σε δυο βήματα. Στο πρώτο "step-1" δημιουργούμε την πίεση και στο δεύτερο "step-2" διατηρούμε την πίεση σταθερή και επιβάλλουμε την μετατόπιση στο διεισδυτή. Ως συνοριακές συνθήκες θεωρήθηκαν απαραμόρφωτες πλάκες (καπάκια) στα άκρα του σωλήνα ελεύθερα να κινηθούν μόνο κατά την διεύθυνση 3 και 2 και ελεύθερα να στρίψουν κατά τη διεύθυνση 1 ($U_1=UR_2=UR_3=0$). Για να προσομοιώσουμε το "καπάκι" στο ABAQUS δημιουργήσαμε ένα κόμβο και περιορίσαμε όλους τους κόμβους στα άκρα του σωλήνα να κινούνται σύμφωνα με αυτό το κόμβο. Σε αυτόν επιβάλαμε τις άνω συνοριακές συνθήκες. Αυτό έγινε με την εντολή "kinematic coupling". Επίσης επιβάλαμε μια δύναμη, στους κόμβους που χρησιμοποιούμε για να προσομοιώσουμε τα "καπάκια", η οποία ισούται με $N_{CE} = \pi R^2 p$ όπου R είναι η ακτίνα του κελύφους και p η τιμή της πίεσης (λόγω της μισής διατομής που προσομοιάστηκε, η μισή δύναμη επιβλήθηκε στο μοντέλο).

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται αδιαστατοποιημένα ως προς το λόγο της απόλυτης πίεσης p με την πίεση κατάρρευσης p_y ($q = \frac{p}{p_y}$). Η p_y ισούται με

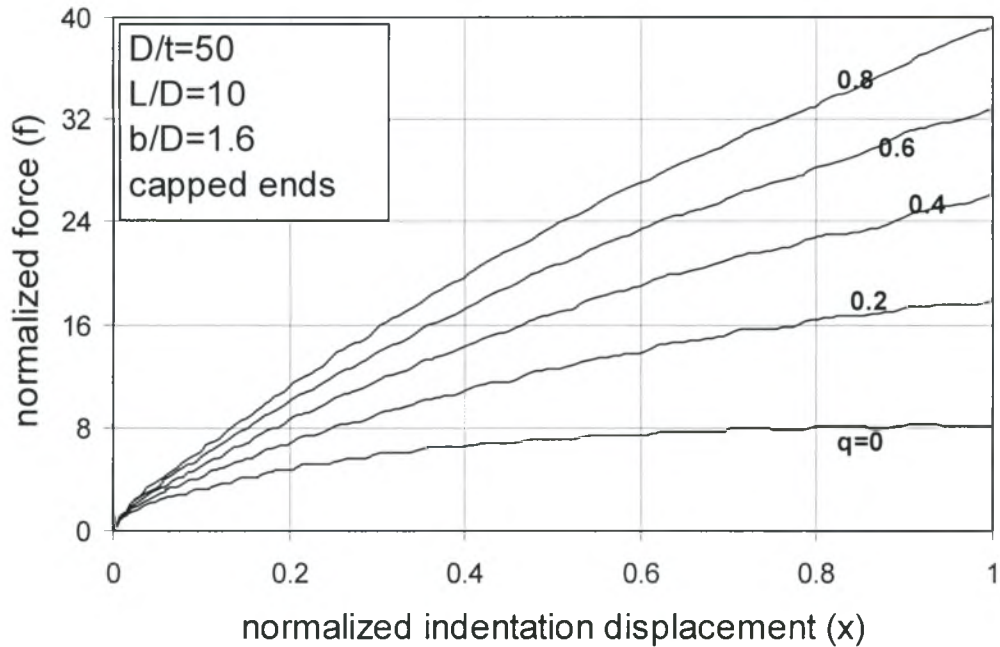
$$p_y = 2\sigma_y \frac{t}{D} \quad (4.6)$$

Ακολουθεί ένας πίνακας με τις αδιαστατοποιημένες τιμές των πιέσεων που χρησιμοποιήθηκαν για τις αναλύσεις :

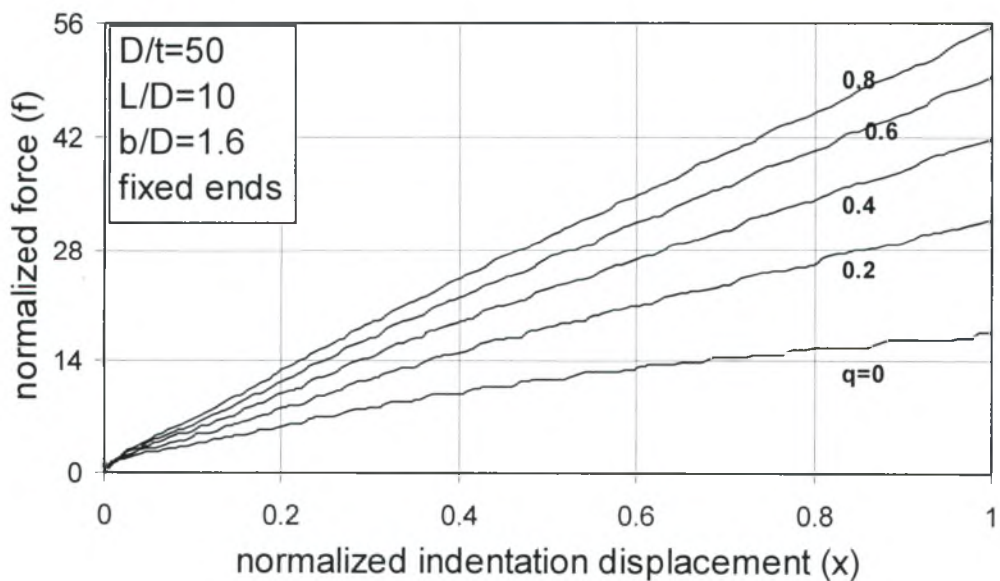
$q = p / p_y$	0	0.2	0.4	0.6	0.8
---------------	---	-----	-----	-----	-----

Πίνακας 4.1 Οι αδιαστατοποιημένες τιμές των πιέσεων που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή τη παράγραφο

Στο διάγραμμα του σχήματος 4.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα σε μορφή αδιάστατης δύναμης σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση, για τις διάφορες τιμές της πίεσης.



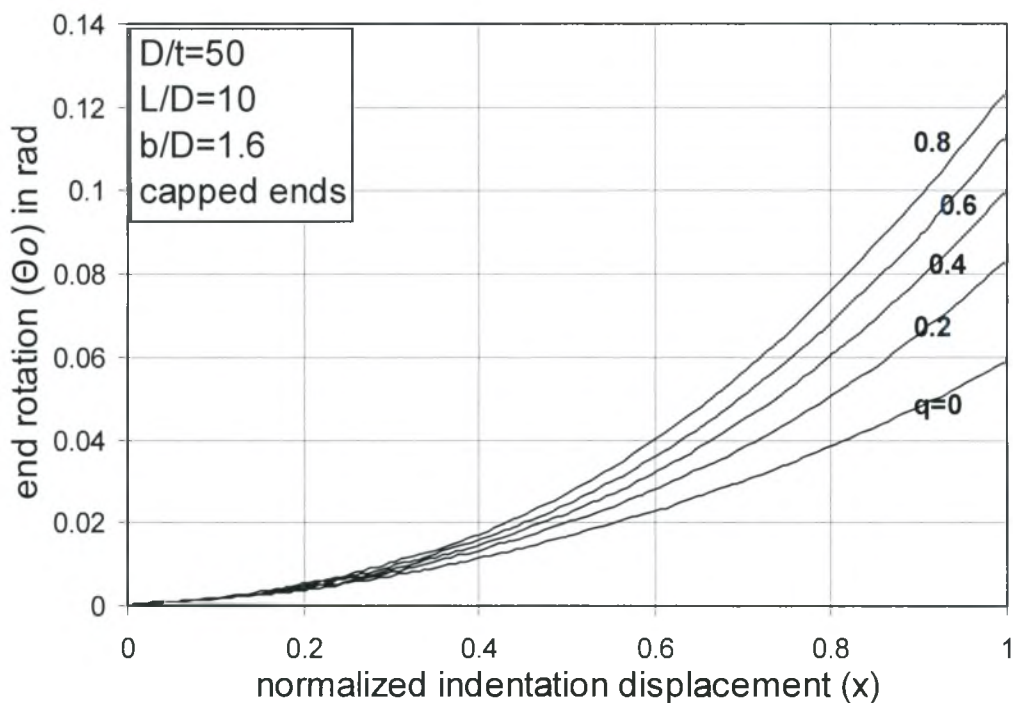
Σχήμα 4.5 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)
 Το f και το x ορίζονται σύμφωνα με τους τύπους (4.3)-(4.5). Από το σχήμα 4.5 συμπεραίνουμε ότι με την άνοδο της πίεσης αυξάνει ανάλογα και η δύναμη διείδυσης που απαιτείται για την αντίστοιχη μετατόπιση. Μια ακόμη παρατήρηση είναι ότι καθώς αυξάνει η πίεση η καμπύλη f - x γίνεται περισσότερο ομαλή. Στο σχήμα 4.6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τις αναλύσεις που έγιναν στον ίδιο σωλήνα, με τις ίδιες τιμές πίεσης με τη μόνη διαφορά στις συνοριακές συνθήκες. Σε αυτή την περίπτωση τα άκρα του σωλήνα ήταν πακτωμένα.



Σχήμα 4.6 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)

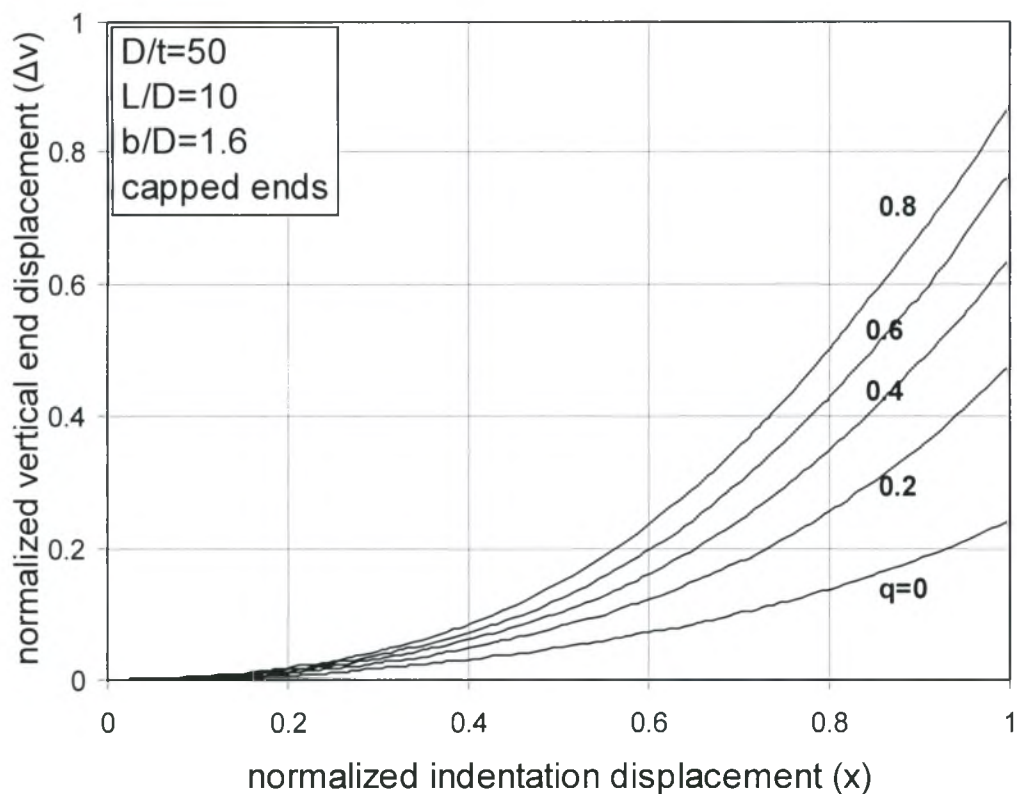
Ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα που αναφέρθηκαν για την περίπτωση που το κέλυφος προσομοιώθηκε με απαραμόρφωτες πλάκες στα άκρα του. Η διαφορά είναι ότι στην περίπτωση των πακτωμένων άκρων οι δυνάμεις διείσδυσης που απαιτούνται είναι σαφώς πολύ μεγαλύτερες από αυτές που φαίνονται στο σχήμα 4.5.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει και η συμπεριφορά του άκρου του κελύφους στην περίπτωση που ως συνοριακές συνθήκες θεωρήθηκαν απαραμόρφωτες πλάκες στα άκρα του σωλήνα. Στα διαγράμματα των σχημάτων 4.7 και 4.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τη στρόφι (σχήμα 4.7) και τη κάθετη μετατόπιση (σχήμα 4.8) στο άκρο του σωλήνα σε σχέση με την μετατόπιση του διεισδυτή. Τα αποτελέσματα αναφέρονται σε όλες τις τιμές πίεσης που χρησιμοποιήθηκαν και είναι αδιαστατοποιημένα.



Σχήμα 4.7 Διάγραμμα στρόφης (Θ_o) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)

Το Θ_o είναι η στρόφι στα άκρα του κελύφους και το x δίνεται από τη σχέση (4.3). Όπως παρατηρείται από το σχήμα 4.7 η στρόφι στα άκρα του κελύφους αυξάνεται όσο αυξάνεται η μετατόπιση του διεισδυτή. Ακόμη, με την αύξηση της πίεσης και κρατώντας όλες τις άλλες παραμέτρους σταθερές τα άκρα του σωλήνα περιστρέφονται περισσότερο.



Σχήμα 4.8 Διάγραμμα αδιάστατης μετατόπισης (Δ_v) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση(x)

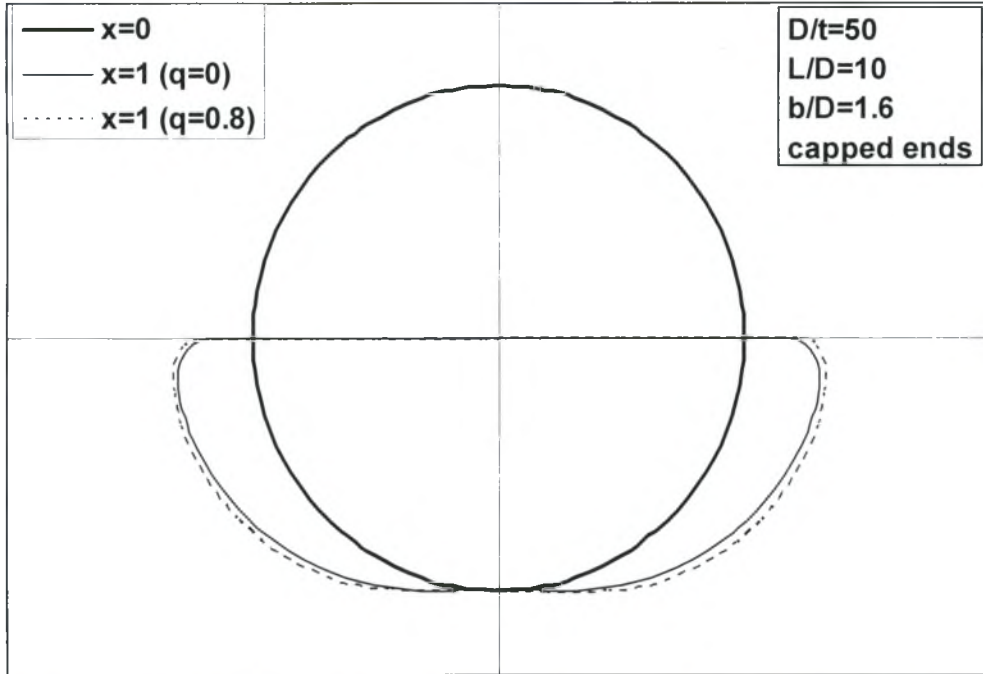
Το Δ_v αποτελεί την αδιάστατη κατακόρυφη μετατόπιση στα άκρα του σωλήνα και δίνεται από τον τύπο :

$$\Delta_v = \frac{\delta_v}{R} \quad (4.7)$$

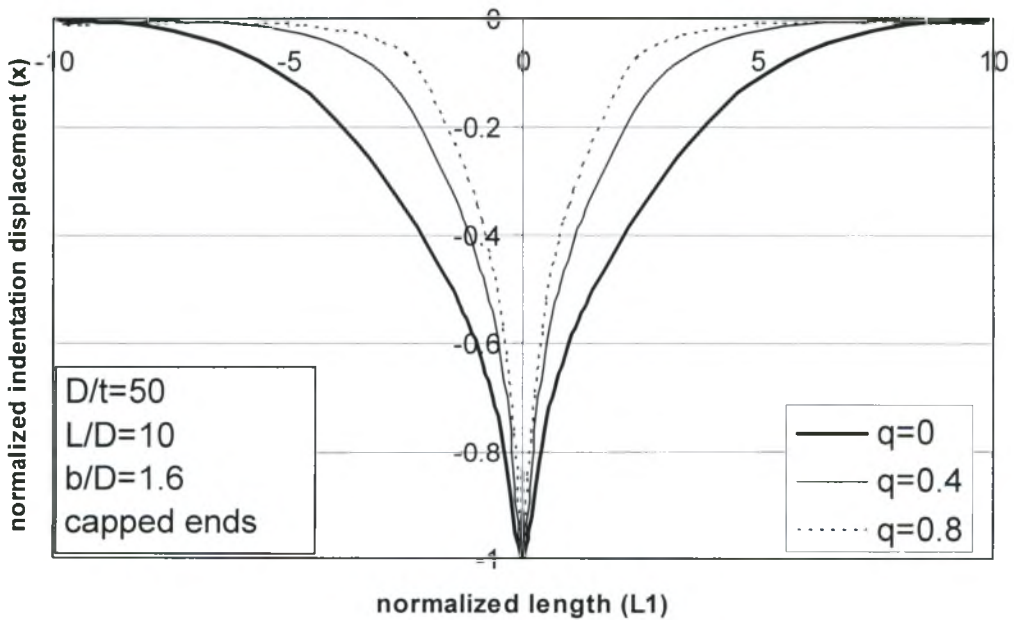
όπου δ_v είναι η κατακόρυφη μετατόπιση των ακρών του κελύφους.

Το Δ_v αυξάνεται όσο μεγαλώνει η διείσδυση και όσο μεγαλώνει η τιμή της εσωτερικής πίεσης. Παρατηρείται ότι μέχρι το 20% της συνολικής μετατόπισης οι τιμές του Δ_v είναι πολύ μικρές για όλες τις περιπτώσεις εσωτερικής πίεσης.

Στη συνέχεια εξετάζεται η παραμόρφωση της κεντρικής διατομής και της πάνω γενέτειρας του κελύφους. Θα μελετηθεί η επίδραση της πίεσης και στις δυο μεταβλητές και θα εξαχθούν συμπεράσματα για την τελική μορφή του σωλήνα. Η κεντρική διατομή είναι αυτή στην οποία είναι τοποθετημένος ο διεισδυτής (εγκάρσια διάταξη). Στα σχήματα 4.9 και 4.10 φαίνονται τα αποτελέσματα των δυο παραπάνω μεταβλητών για δύο και τρεις τιμές της πίεσης αντίστοιχα ($q = 0, q = 0.4, q = 0.8$).



Σχήμα 4.9 Παραμόρφωση της κεντρικής διατομής του κελύφους για δυο διαφορετικές τιμές πίεσης



Σχήμα 4.10 Παραμόρφωση πάνω γενέτειρας του κελύφους για τρεις διαφορετικές τιμές πίεσης

Το L_1 είναι το αδιάστατο μήκος του κελύφους και δίνεται από τη σχέση :

$$L_1 = \frac{L}{R} \quad (4.8)$$

όπου L είναι το μήκος του σωλήνα και R η μέση ακτίνα του κελύφους.

Όπως παρατηρείται στο σχήμα 4.9 η παραμορφωμένη κατάσταση της κεντρικής διατομής δεν διαφέρει σημαντικά για τις δυο καταστάσεις πίεσης. Στο σχήμα τοποθετήθηκε η πιο ακραία περίπτωση πίεσης που εξετάστηκε και η περίπτωση της μηδενικής πίεσης. Αυτό οφείλεται στο μέγεθος του διεισδυτή, $b=1.6D$, και στον τρόπο που είναι τοποθετημένος (εγκάρσια διάταξη). Σε αντίθεση με την κεντρική διατομή, η άνω γενέτειρα στην παραμορφωμένη κατάσταση παρουσιάζει σημαντικές διαφορές για κάθε περίπτωση εσωτερικής πίεσης. Στο σχήμα 4.10 παρουσιάζεται η καθαρή ζώνη παραμόρφωσης της γενέτειρας. Όσο αυξάνεται η πίεση η καθαρή ζώνη παραμόρφωσης μειώνεται.

4.2.3 Επίδραση του λόγου L/D στην απόκριση του κελύφους

Εξετάστηκε η επίδραση που έχει ο λόγος L/D , δηλαδή το μήκος του σωλήνα, στην απόκριση του κελύφους. Τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του κελύφους στην ανάλυση που πραγματοποιήθηκε παρέμειναν ίδια με αυτά που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 4.1. Δηλαδή ο σωλήνας σε αυτή τη περίπτωση έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

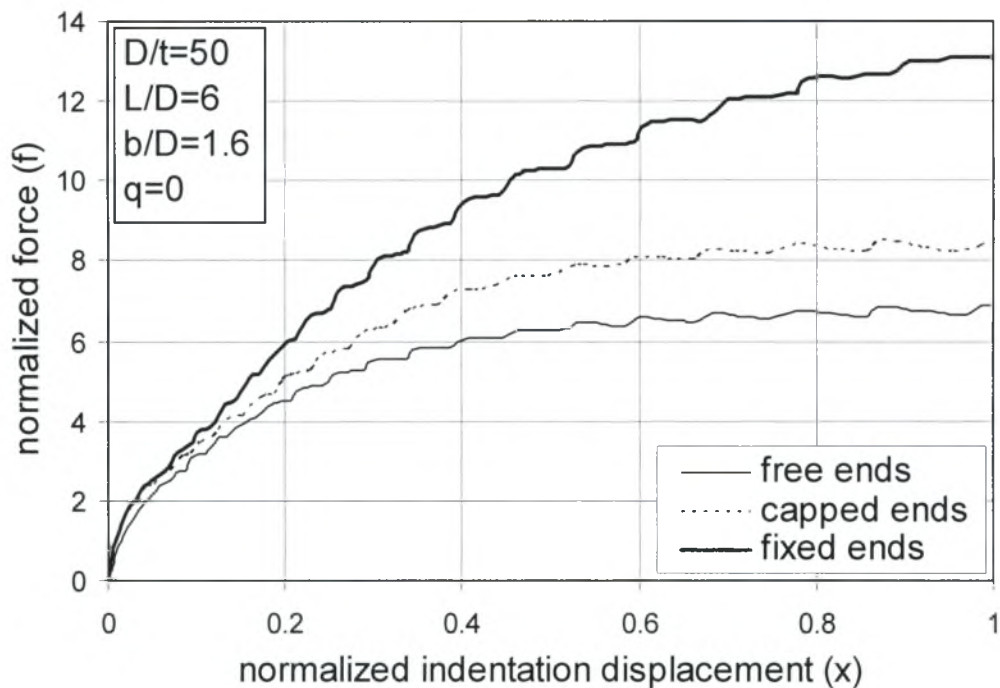
- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=50$
- Λόγος μήκους προς μέση διάμετρο : $L/D=6$
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000 \text{ N/mm}^2$
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=290 \text{ N/mm}^2$

Για τις ιδιότητες του υλικού, τη γεωμετρία κατά την παραμόρφωση, τα βήματα της ανάλυσης και το μοντέλο αλληλεπίδρασης του διεισδυτή και της πλάκας με το κέλυφος ισχύουν όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 4.1. Επίσης οι συνοριακές συνθήκες στο σωλήνα παραμένουν ίδιες οπότε μελετάται το ήμισυ του κελύφους. Για το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιήθηκαν τετρακομβικά στοιχεία (S4R) και το πλέγμα ήταν πυκνότερο στην περιοχή της διείσδυσης. Η πυκνωση είναι παρόμοια όπως προηγουμένως και η μόνη διαφορά είναι η χρήση

3000 αντί για 3500 στοιχείων κελύφους. Για την αριθμητική επίλυση χρησιμοποιήθηκε έλεγχος μετατόπισης (displacement control).

Πρώτα εξετάζεται η επίδραση των συνοριακών συνθηκών στα άκρα του σωλήνα στην απόκριση του κελύφους με $L/D=6$. Οι περιπτώσεις των συνοριακών συνθηκών που εξετάστηκαν είναι η εξής :

- Ελεύθερα άκρα-(free ends) για περιπτώσεις μηδενικής πίεσης
- Άκαμπτη πλάκα (‘‘καπάκι’’), προσαρμοσμένη σε κάθε άκρο, ελεύθερη να κινηθεί κατά τις διευθύνσεις 2 και 3 και να στρίψει κατά τη διεύθυνση 1 ($U_1=UR_2=UR_3=0$)-(capped ends)
- Πακτωμένα άκρα-(fixed ends)

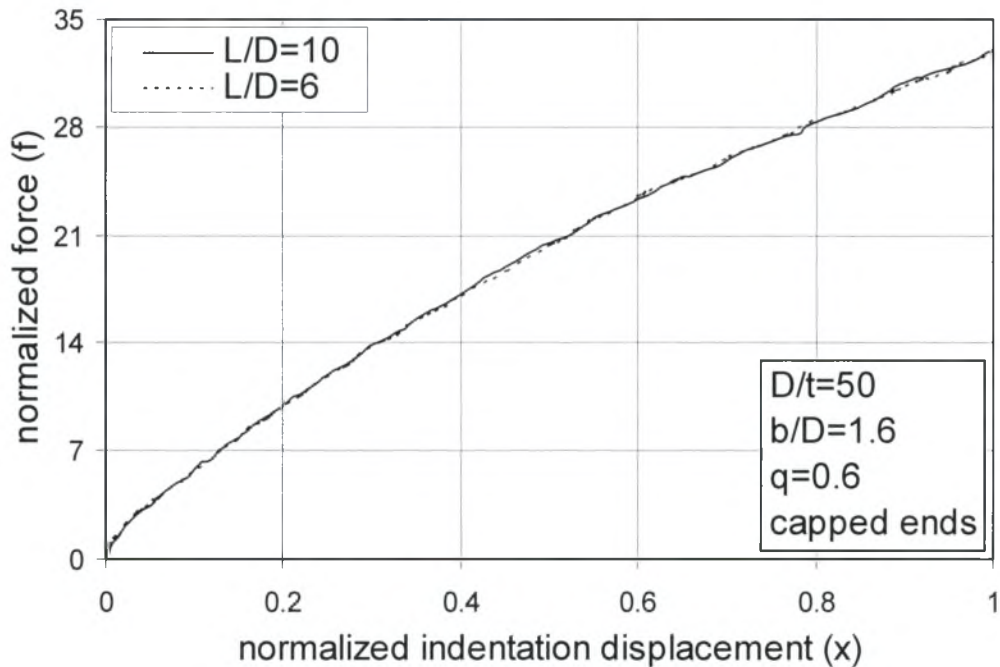


Σχήμα 4.11 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)

Το f και το x δίνονται από τους τύπους (4.3)-(4.5) και αποτελούν την αδιάστατη δύναμη μετατόπισης και την αδιάστατη μετατόπιση αντίστοιχα. Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.11 τα αποτελέσματα για τις δυο περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών είναι διαφορετικά. Οι δυο καμπύλες έχουν σημαντικές διαφορές. Αυτό δε συνέβαινε στην περίπτωση του κελύφους με $L/D=10$ που όπως φαίνεται και από το σχήμα 4.4 για τις δυο όμοιες περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών η διαφορά των δυο καμπυλών είναι πολύ μικρή. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι για κελύφη με μικρό λόγο L/D η επιρροή, των

συνοριακών συνθηκών στα άκρα του σωλήνα, στην δύναμη διείσδυσης που απαιτείται είναι αρκετά σημαντική.

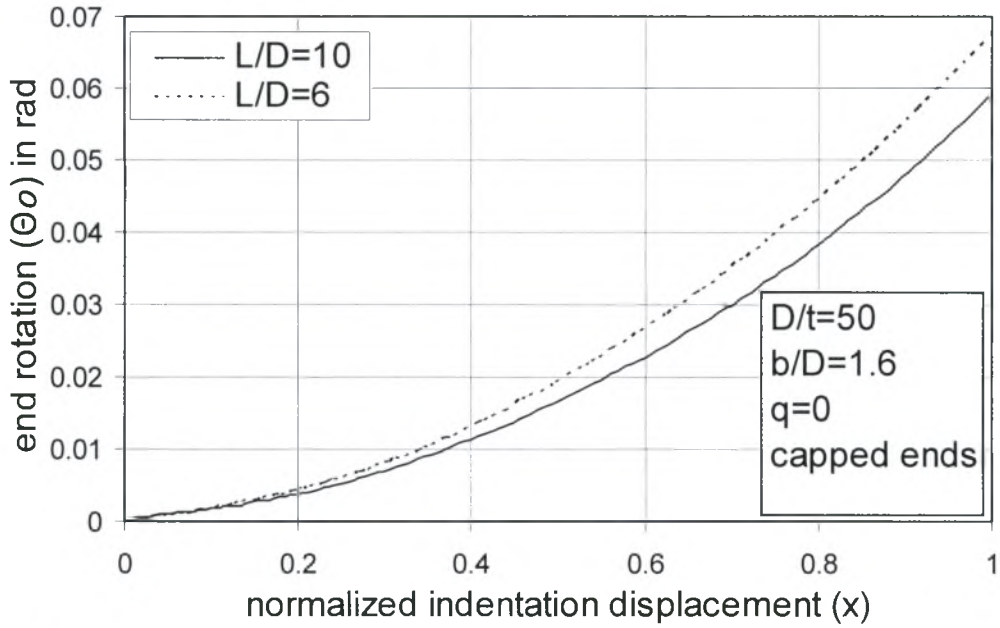
Παρακάτω εξετάζεται η επίδραση της πίεσης στη δύναμη διείσδυσης. Η ανάλυση διεξήχθη για εσωτερική πίεση $p = 0.6 p_y$ και συγκρίνουμε τα αποτελέσματα με το σωλήνα $L/D=10$ για την αντίστοιχη πίεση. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο διάγραμμα του σχήματος 4.12.



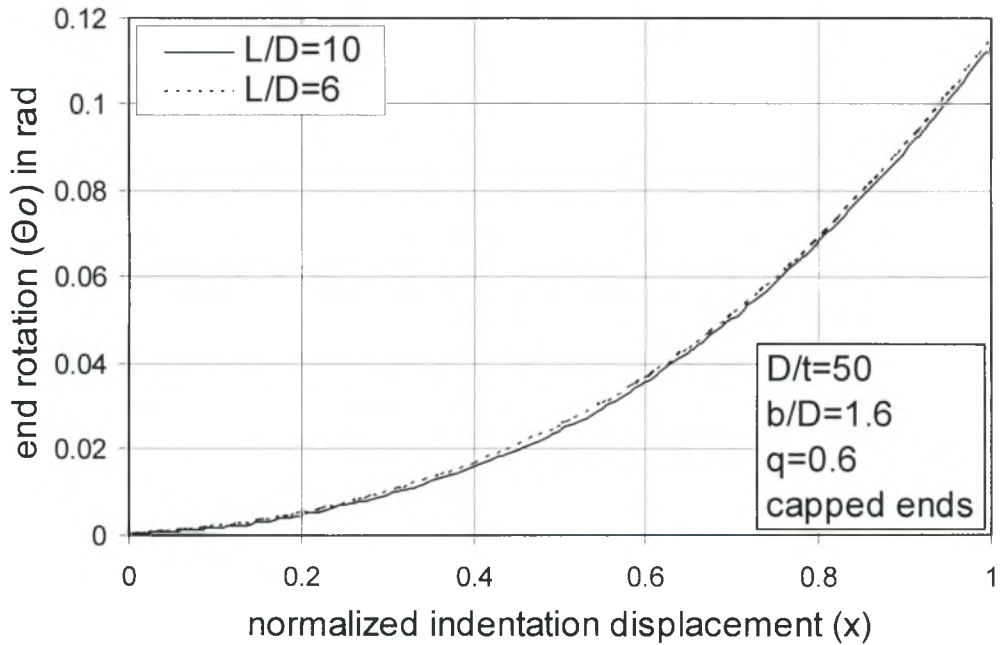
Σχήμα 4.12 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)

Στο σχήμα 4.12 παρατηρείται ότι για την περίπτωση παρουσίας εσωτερικής πίεσης η επίδραση του λόγου L/D στην δύναμη διείσδυσης που απαιτείται είναι πολύ μικρή. Οι δυο καμπύλες σχεδόν ταυτίζονται σε όλο το διάγραμμα.

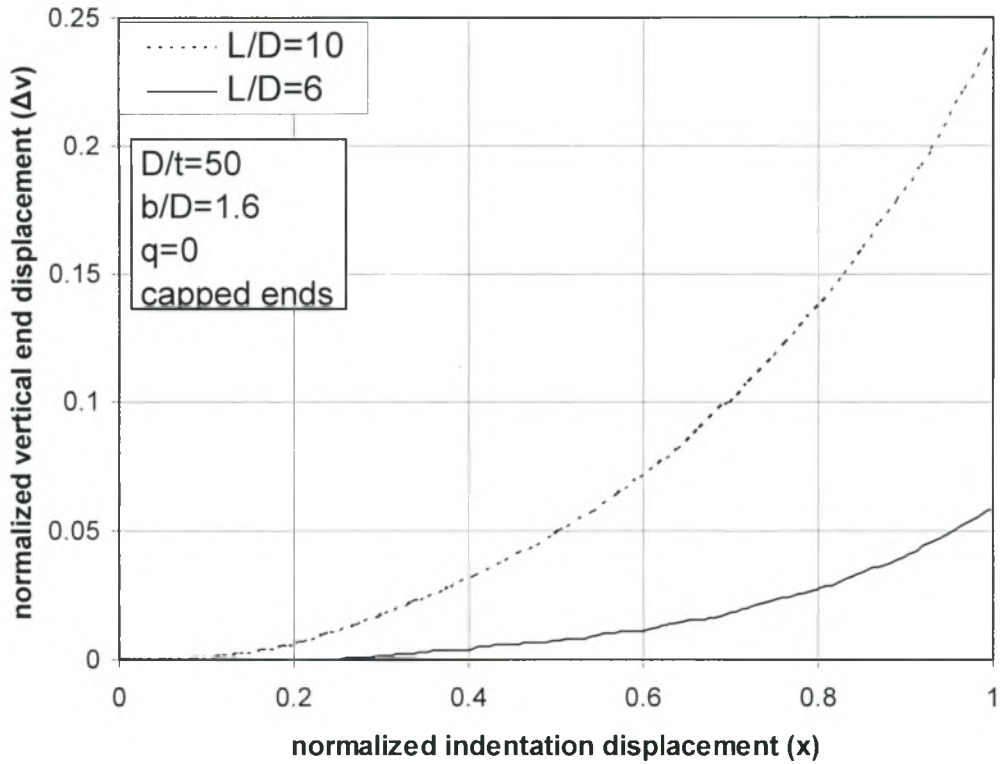
Στη συνέχεια εξετάζεται η συμπεριφορά του άκρου του σωλήνα και συγκρίνονται οι δυο περιπτώσεις κελυφών με $L/D=6$ και $L/D=10$. Μελετάται η στροφή και η κάθετη μετατόπιση του άκρου του σωλήνα για πίεση $p = 0.6 p_y$ και για μηδενική πίεση.



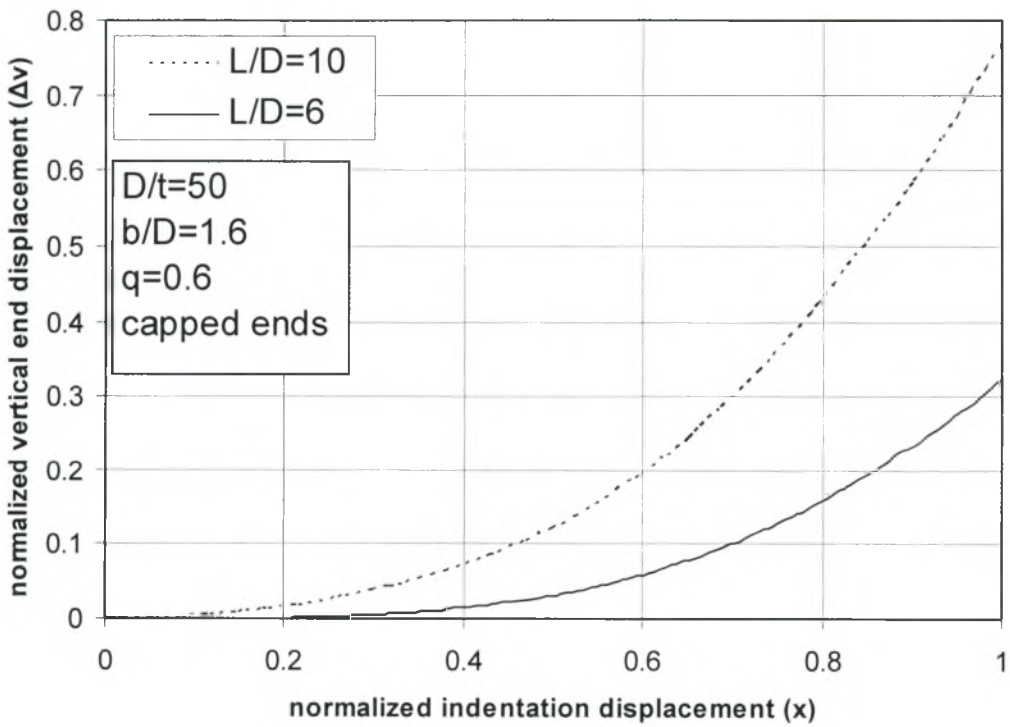
Σχήμα 4.13 Διάγραμμα στροφής (Θ_o) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)



Σχήμα 4.14 Διάγραμμα στροφής (Θ_o) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)



Σχήμα 4.15 Διάγραμμα αδιάστατης μετατόπισης (Δv) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση(x)



Σχήμα 4.16 Διάγραμμα αδιάστατης μετατόπισης (Δv) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση(x)

Το Θ_0 είναι η στροφή και το Δv η αδιάστατη κατακόρυφη μετατόπιση στα άκρα του κελύφους. Το Δv δίνεται από τον τύπο 4.7. Όπως φαίνεται από τα σχήματα 4.13-4.16 η στροφή στα άκρα του σωλήνα είναι μεγαλύτερη για την περίπτωση όπου $L/D=6$. Στην περίπτωση παρουσίας εσωτερικής πίεσης οι διαφορές είναι πολύ μικρές. Αντιθέτως η κάθετη μετατόπιση είναι πολύ μεγαλύτερη για το κέλυφος με $L/D=10$ και στις δυο διαφορετικές καταστάσεις πίεσης.

4.3 Αριθμητική επίλυση για τη δεύτερη μορφή σωλήνων που προσομοιώθηκαν

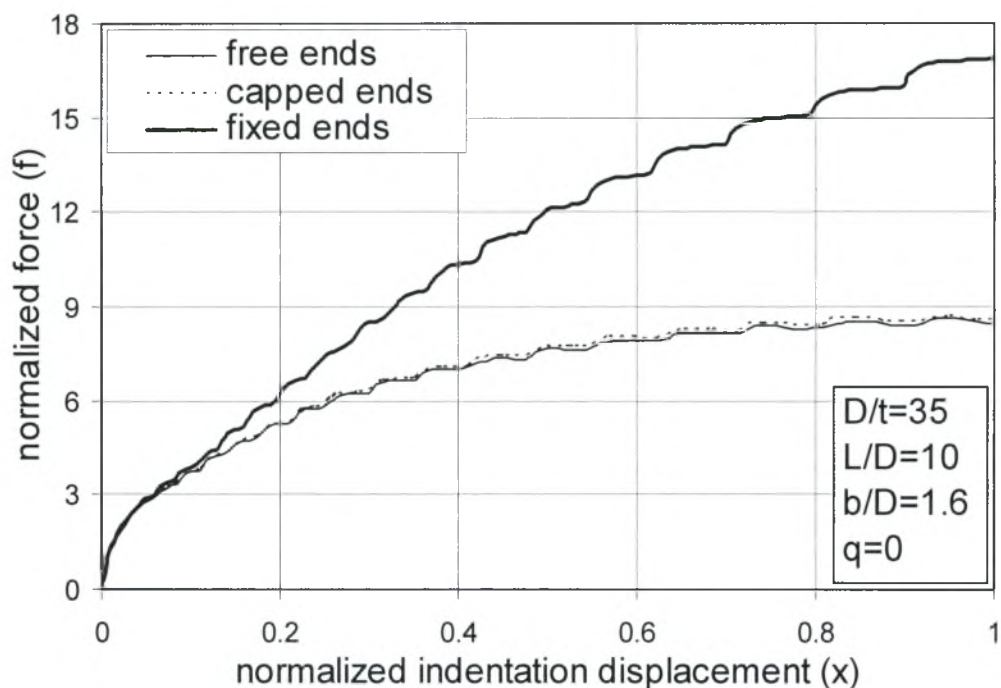
Εξετάζεται η επίδραση του λόγου D/t , δηλαδή του πάχους του σωλήνα, στην απόκριση του κελύφους. Τα χαρακτηριστικά του σωλήνα που χρησιμοποιήθηκε σε αυτό το κεφάλαιο είναι τα εξής :

- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=35$
- Λόγος μήκους προς μέση διάμετρο : $L/D=10$
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000 \text{ N/mm}^2$
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=290 \text{ N/mm}^2$

Για τις ιδιότητες του υλικού, τη γεωμετρία κατά την παραμόρφωση, τα βήματα της ανάλυσης και το μοντέλο αλληλεπίδρασης του διεισδυτή και της πλάκας με το κέλυφος ισχύουν όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 4.1. Επίσης οι συνοριακές συνθήκες στο σωλήνα παραμένουν ίδιες οπότε μελετάται το ήμισυ του κελύφους. Για το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιήθηκαν τετρακομβικά στοιχεία (S4R) και το πλέγμα ήταν πυκνότερο στην περιοχή της διείσδυσης. Η πυκνότητα του πλέγματος είναι παρόμοια με αυτό που φαίνεται στο σχήμα 4.3 και χρησιμοποιήθηκαν 3500 στοιχεία κελύφους. Για την αριθμητική επίλυση χρησιμοποιήθηκε έλεγχος μετατόπισης (displacement control). Τα χαρακτηριστικά του διεισδυτή παραμένουν όμοια με αυτού που φαίνεται στο σχήμα 4.1.

Εξετάζεται η επίδραση των συνοριακών συνθηκών στα άκρα του σωλήνα στη δύναμη διείσδυσης που απαιτείται. Οι περιπτώσεις των συνοριακών συνθηκών που εξετάστηκαν είναι η εξής :

- Ελεύθερα άκρα-(free ends) για περιπτώσεις μηδενικής πίεσης
- Άκαμπτη πλάκα (καπάκι), προσαρμοσμένη σε κάθε άκρο, ελεύθερη να κινηθεί κατά τις διευθύνσεις 2 και 3 και να στρίψει κατά τη διεύθυνση 1 ($U_1=UR_2=UR_3=0$)-(capped ends)
- Πακτωμένα άκρα-(fixed ends)

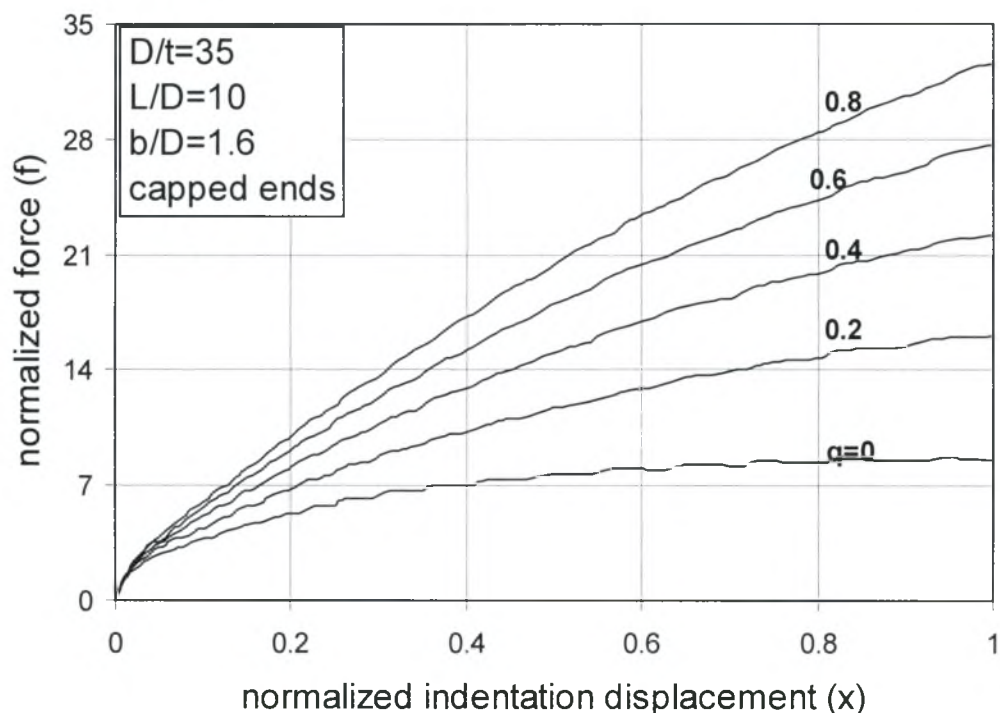


Σχήμα 4.17 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)

Από το σχήμα 4.17 συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχουν ιδιαίτερες διαφορές στα αποτελέσματα για τις περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών ελεύθερα άκρα και απαραμόρφωτης πλάκας. Στην περίπτωση των πακτωμένων άκρων η δύναμη διείσδυσης που απαιτείται είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από ότι στις προαναφερθείσες περιπτώσεις. Παρατηρείται όμοια συμπεριφορά με το κέλυφος $D/t=50$ όπως φαίνεται και από το σχήμα 4.4. Όμως στις δυο πρώτες περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών η δύναμη διείσδυσης που απαιτείται για την ίδια μετατόπιση του διεισδυτή είναι μεγαλύτερη ενώ στην περίπτωση με πακτωμένα άκρα οι δυνάμεις φαίνονται σχεδόν όμοιες. Στην πραγματικότητα όμως η διαφορά στις δυνάμεις είναι πολύ μεγάλη

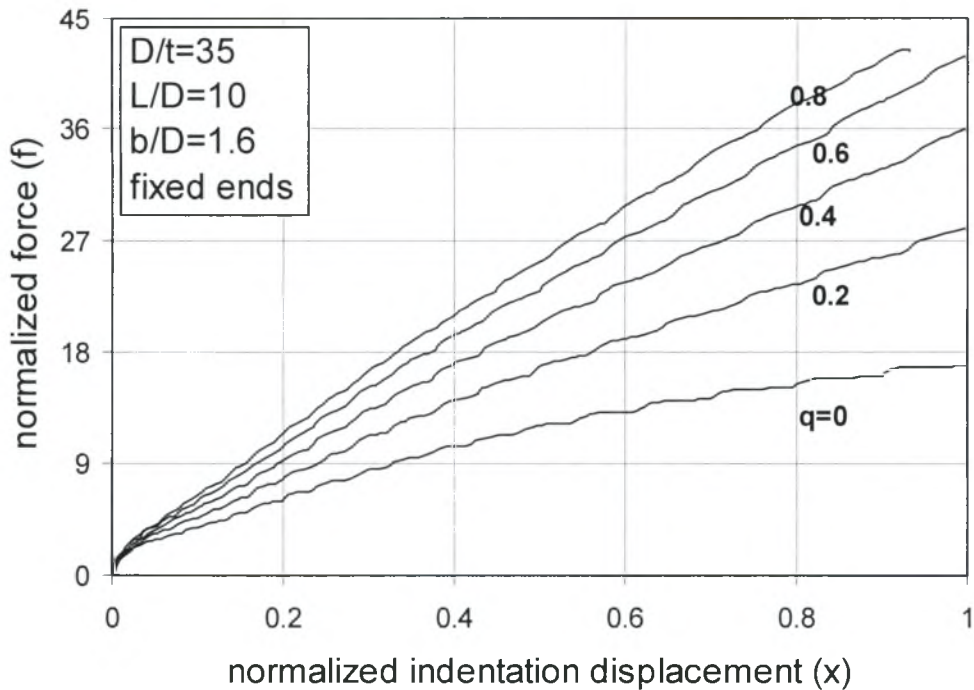
επειδή εδώ τα αποτελέσματα είναι αδιαστατοποιημένα. Το κέλυφος με $D/t=35$ σαφώς χρειάζεται μεγαλύτερη δύναμη για την ίδια μετατόπιση.

Στο κέλυφος που εξετάζεται σε αυτό το κεφάλαιο πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις για την περίπτωση παρουσίας εσωτερικής πίεσης. Στο σχήμα 4.18 παρατηρείται η επίδραση της πίεσης στην δύναμη διείσδυσης.



Σχήμα 4.18 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) για διάφορες περιπτώσεις πιέσεων

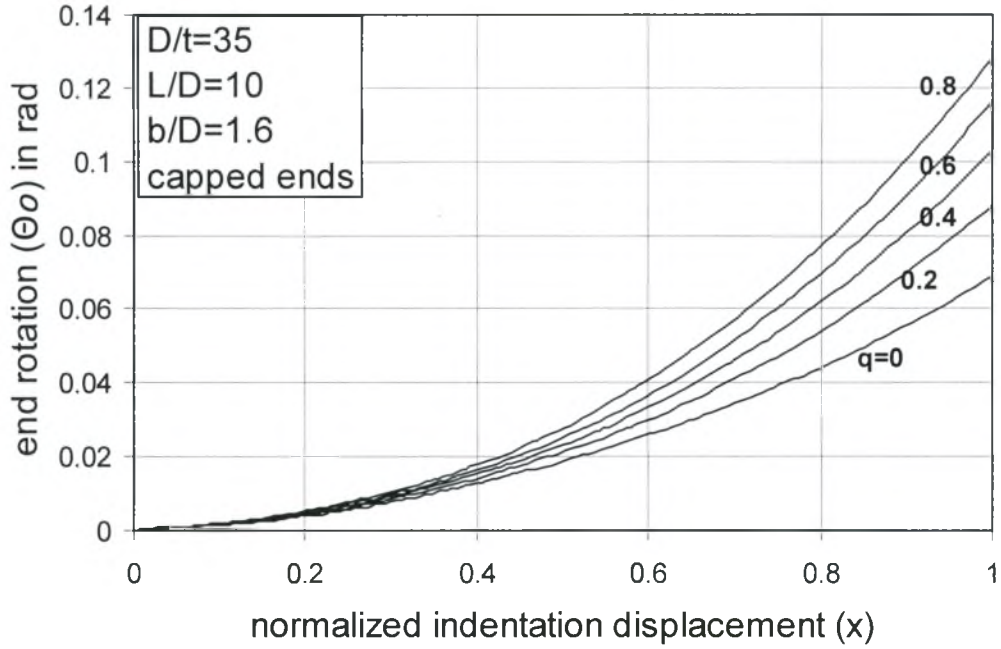
Το f και το x είναι η αδιάστατη δύναμη και η αδιάστατη μετατόπιση αντίστοιχα. Από το σχήμα 4.18 παρατηρούμε ότι η αύξηση της πίεσης επιφέρει και ανάλογη αύξηση στη δύναμη που απαιτείται για τη διείσδυση. Στο σχήμα 4.19 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τις αντίστοιχες πιέσεις, στην περίπτωση που το κέλυφος έχει πακτωμένα άκρα.



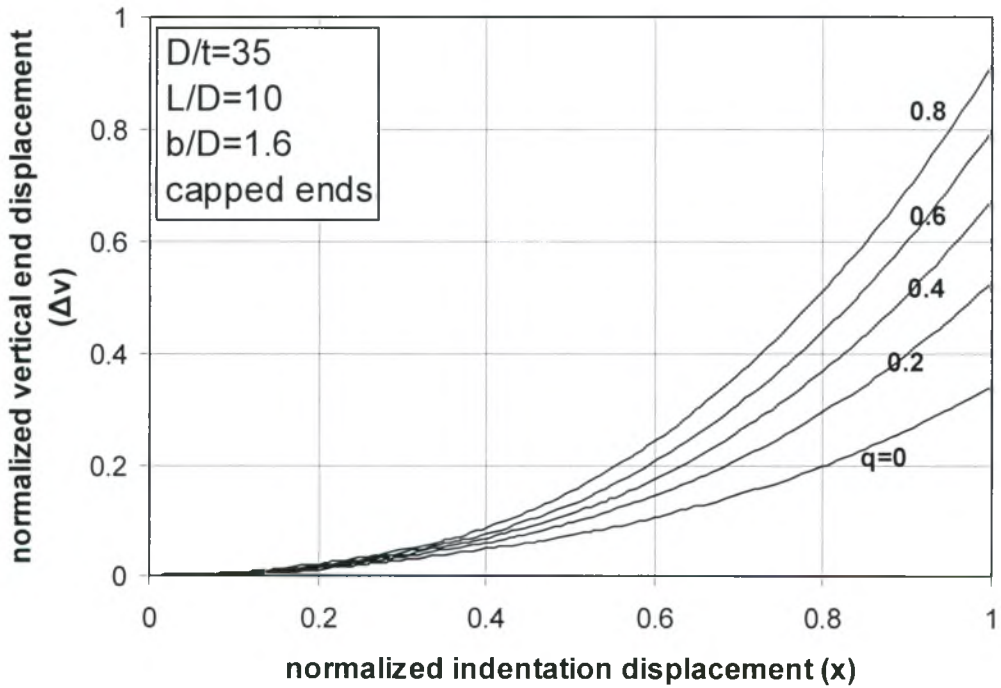
Σχήμα 4.19 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) για διάφορες περιπτώσεις πιέσεων με πακτωμένα άκρα

Για την περίπτωση που το κέλυφος έχει πακτωμένα άκρα, ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα με την περίπτωση στα άκρα να υπάρχουν απαραμόρφωτες πλάκες. Η διαφορά με προηγουμένως είναι ότι όταν τα άκρα του σωλήνα είναι πακτωμένα απαιτούνται μεγαλύτερες δυνάμεις για την ίδια μετατόπιση του διευσδυτή σε κάθε περίπτωση εσωτερικής πίεσης λόγω μεμβρανικής λειτουργίας στις γενέτειρες.

Στην περίπτωση του κελύφους με απαραμόρφωτη πλάκα στα άκρα εξετάζουμε την συμπεριφορά των άκρων, δηλαδή τη στροφή και την κάθετη μετατόπιση. Στα σχήματα 4.20 και 4.21 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για όλες τις περιπτώσεις πίεσης που αναλύθηκαν. Το Δ_v είναι η αδιάστατη κάθετη μετατόπιση και δίνεται από τον τύπο 4.7. Συμπεραίνουμε ότι η στροφή και η κάθετη μετατόπιση των άκρων του κελύφους αυξάνεται ανάλογα με την αύξηση της πίεσης. Παρατηρείται όμοια συμπεριφορά με το σωλήνα $D/t=50$.



Σχήμα 4.20 Διάγραμμα στροφής (Θ_o) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)

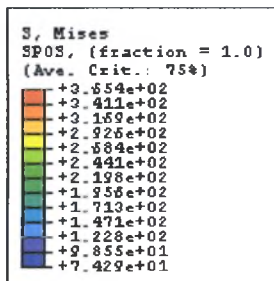


Σχήμα 4.21 Διάγραμμα αδιάστατης μετατόπισης (Δv) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση(x)

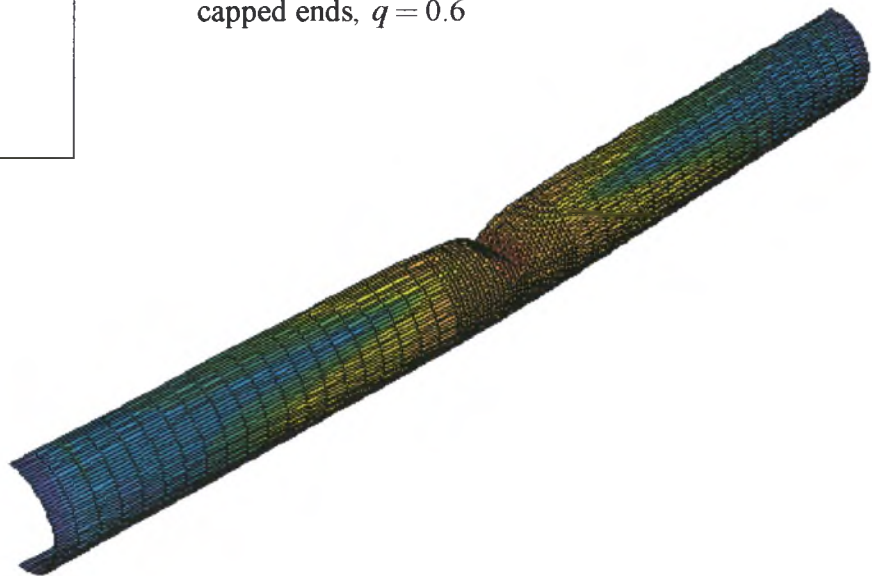
Παρακάτω παρουσιάζεται η κατανομή των τάσεων κατά Von Mises, η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση PEEQ και η παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους. Τα χαρακτηριστικά των μοντέλων που παρουσιάζονται είναι τα εξής :

- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=50$ ή $D/t=35$
- Λόγος μήκους προς μέση διάμετρο : $L/D=10$
- Λόγος μήκους διεισδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=1.6$

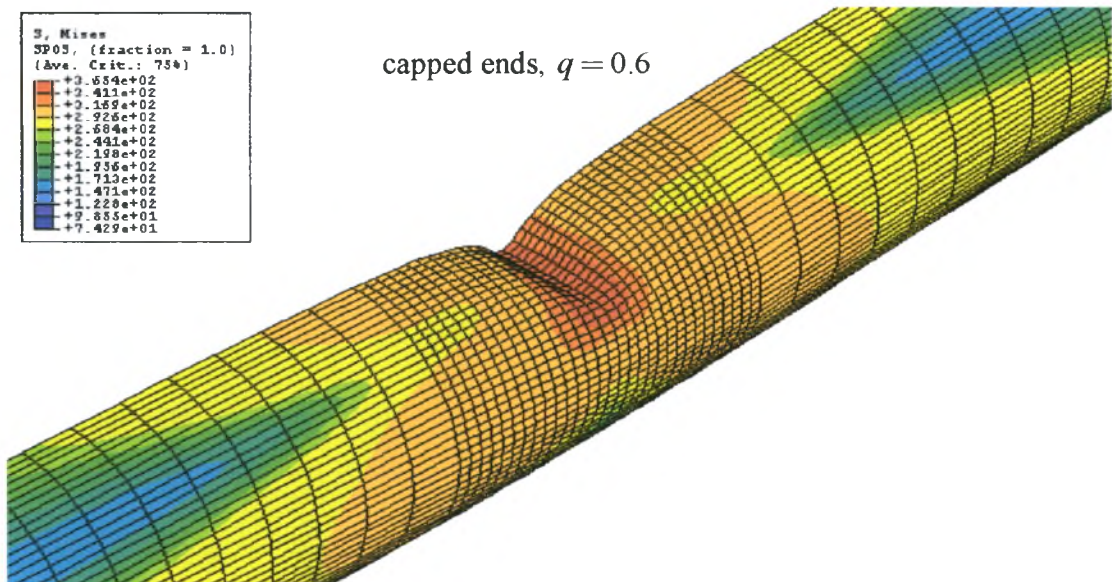
Πάνω σε κάθε σχήμα αναγράφονται οι συνοριακές συνθήκες στα άκρα του κελύφους και η τιμή της εσωτερικής του πίεσης. Σε όλες τις εικόνες αναγράφεται η αντίστοιχη μετατόπιση του διεισδυτή x .



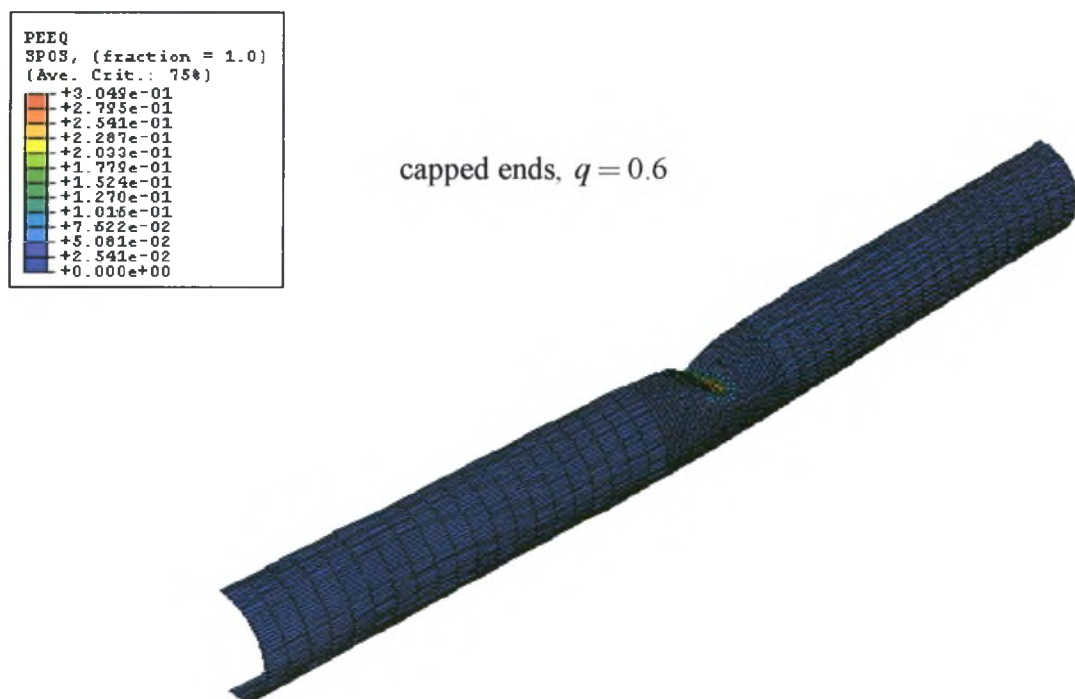
capped ends, $q = 0.6$



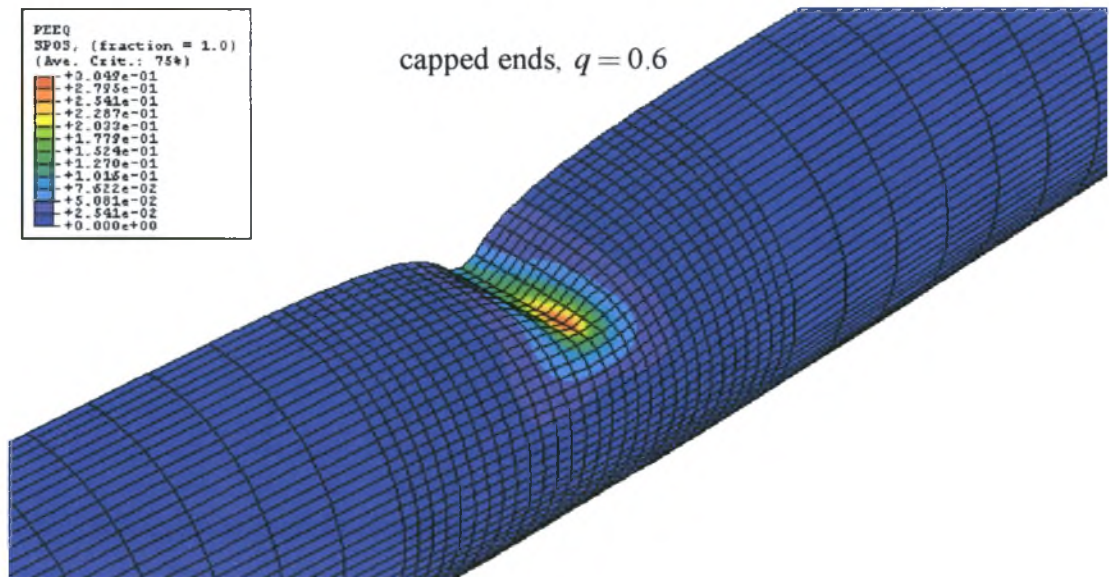
Σχήμα 4.22 Κατανομή των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση ($x=0.5482$)



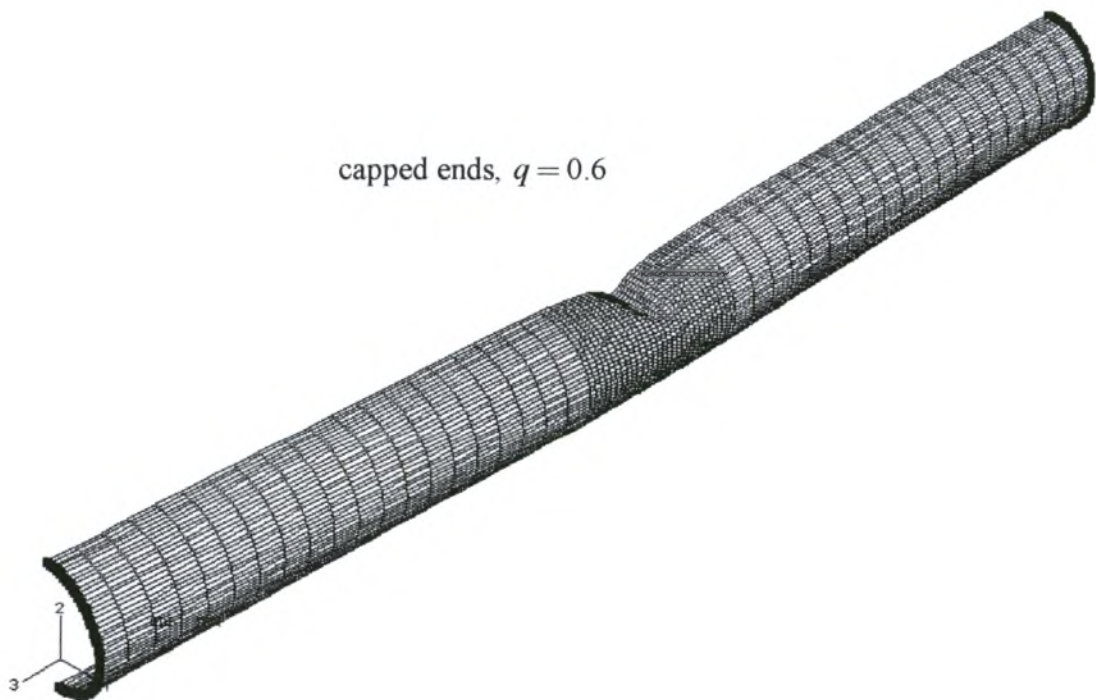
Σχίμα 4.23 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση ($x=0.5482$)



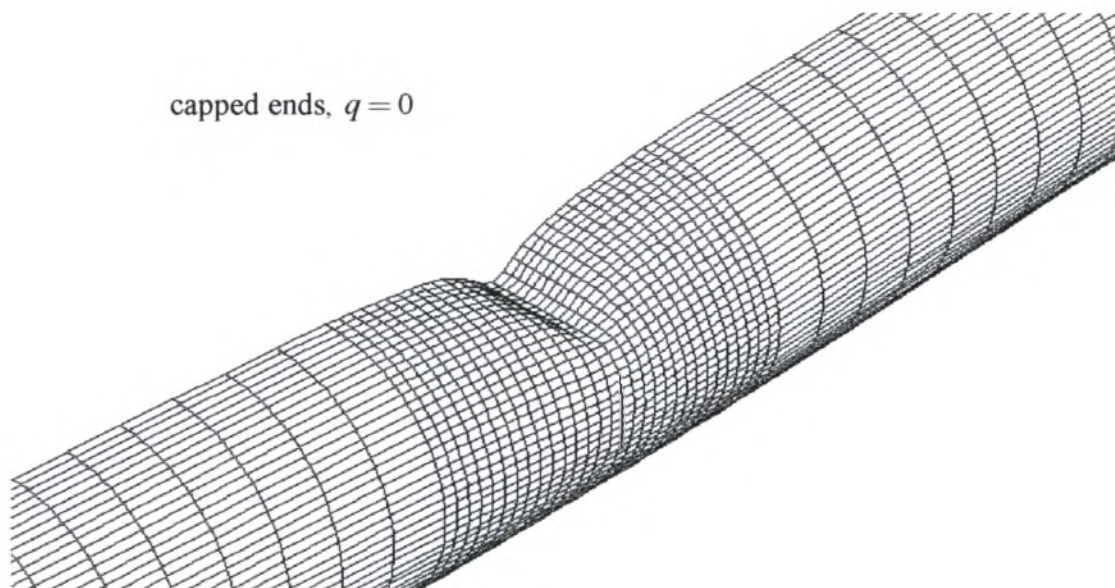
Σχίμα 4.24 Η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση για το κέλυφος με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση ($x=0.5482$)



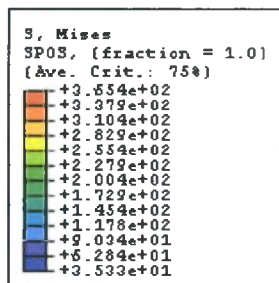
Σχήμα 4.25 Λεπτομέρεια της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για το κέλυφος με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση ($x=0.5482$)



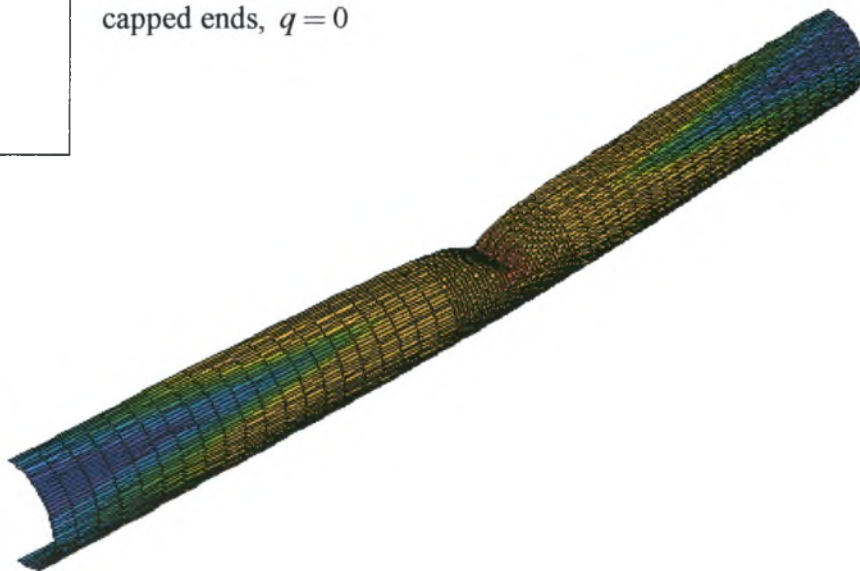
Σχήμα 4.26 Παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση ($x=0.5482$)



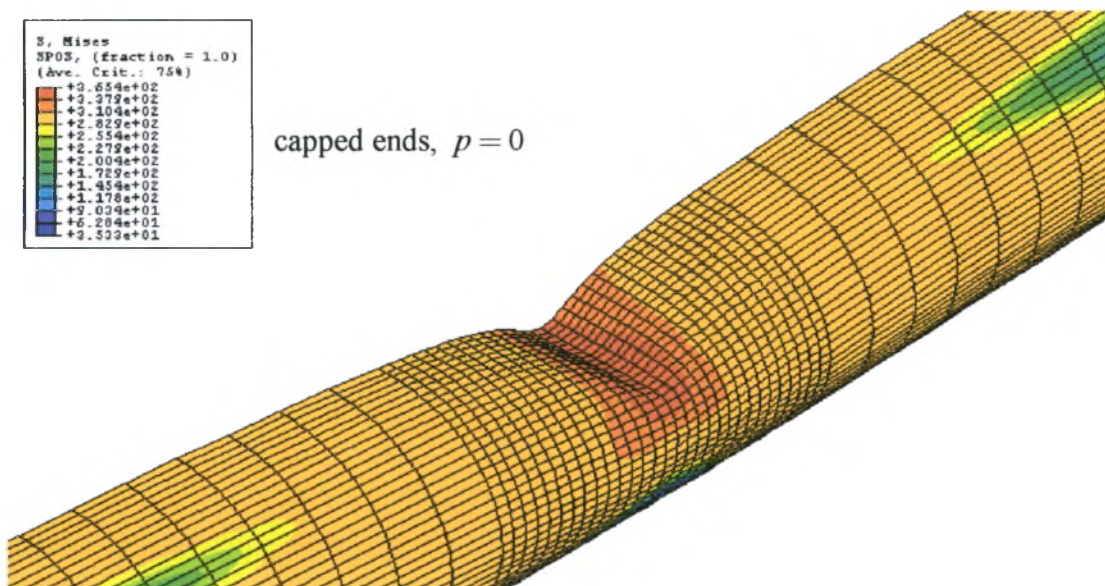
Σχήμα 4.27 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση ($x=0.5482$)



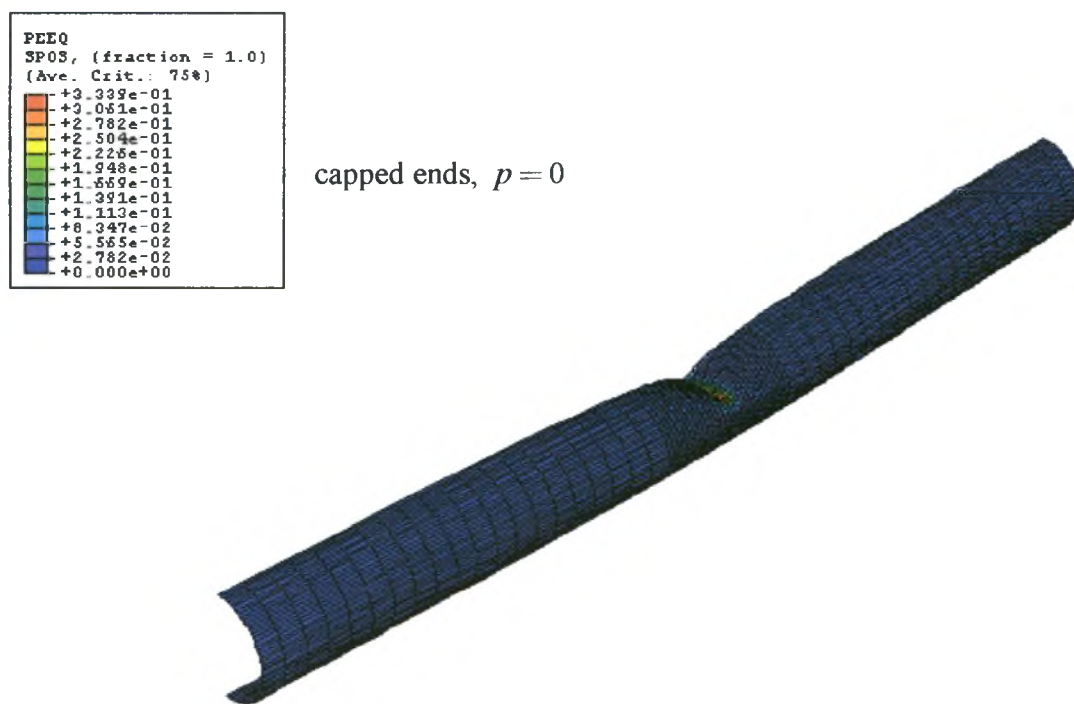
capped ends, $q = 0$



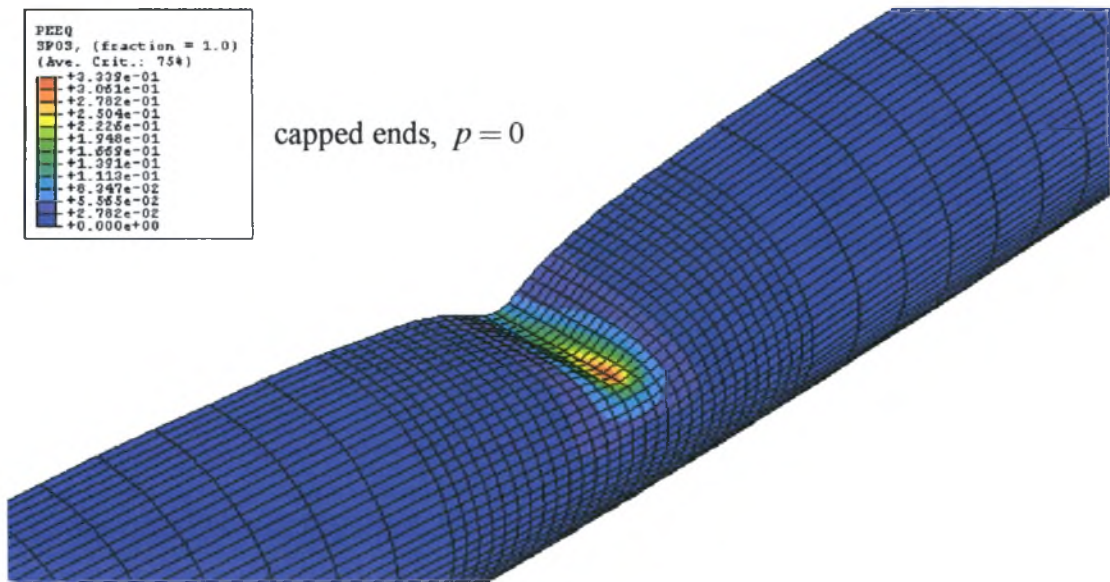
Σχήμα 4.28 Κατανομή των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=0.7497$)



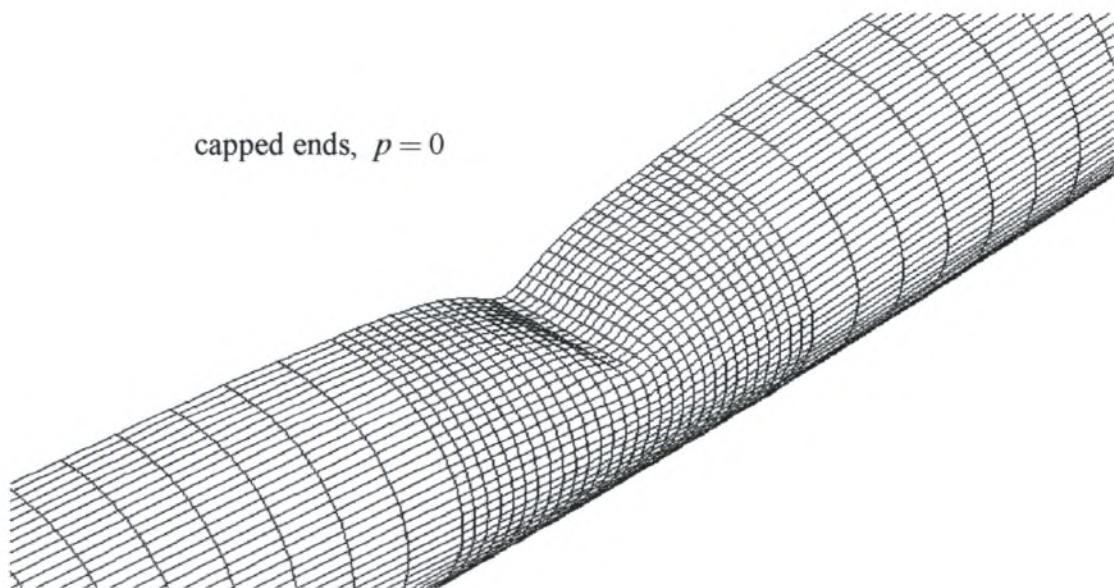
Σχήμα 4.29 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=0.7497$)



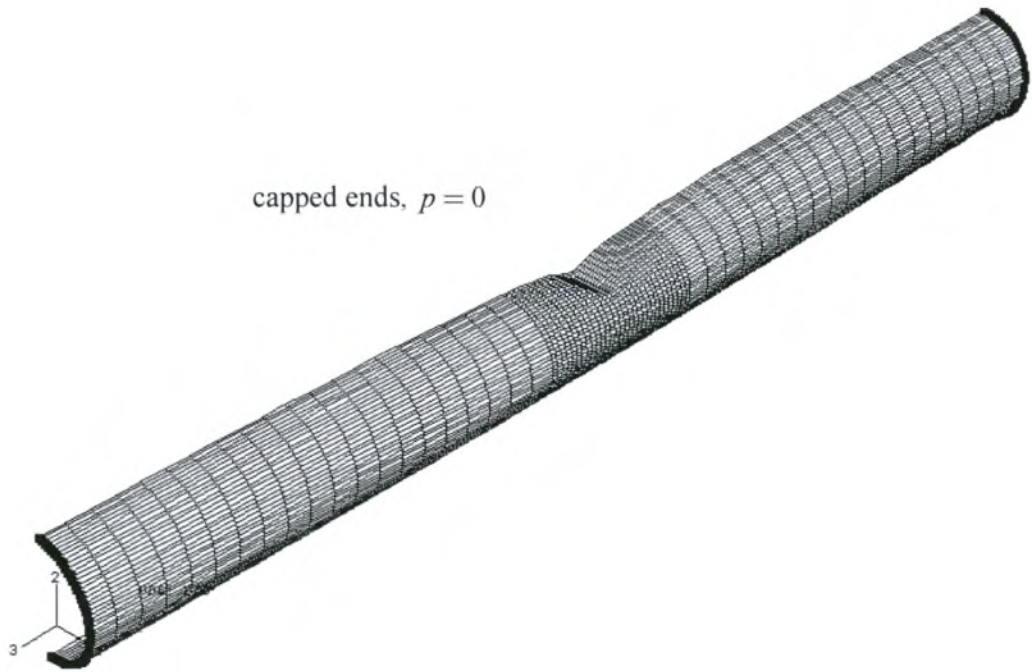
Σχήμα 4.30 Η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=0.7497$)



Σχήμα 4.31 Λεπτομέρεια της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=0.7497$)



Σχήμα 4.32 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=0.7497$)



Σχήμα 4.33 Παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=0.5423$)

capped ends, $p = 0$



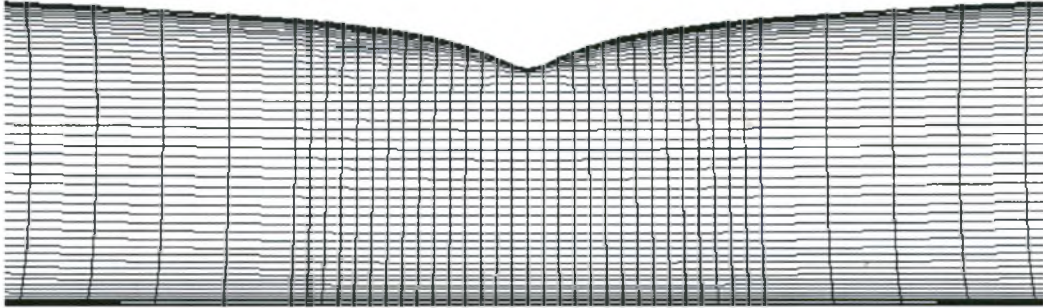
Σχήμα 4.34 Παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση, στη διεύθυνση 2-3 ($\chi=0.5423$)

capped ends, $p = 0.6 p_y$



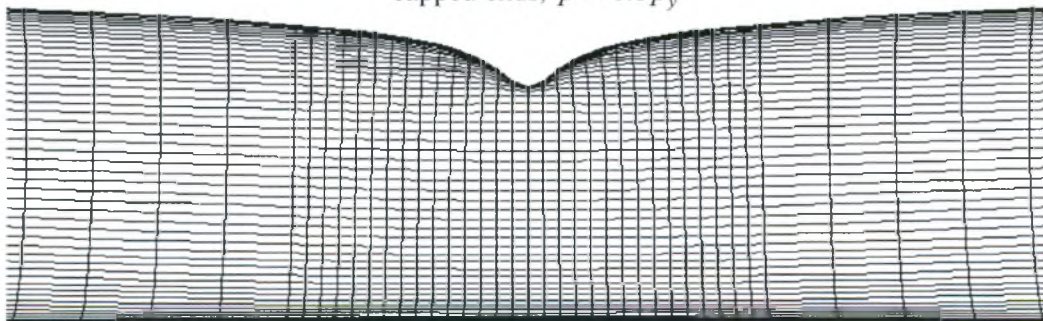
Σχήμα 4.35 Παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση, στη διεύθυνση 2-3 ($\chi=0.5482$)

capped ends, $p = 0$

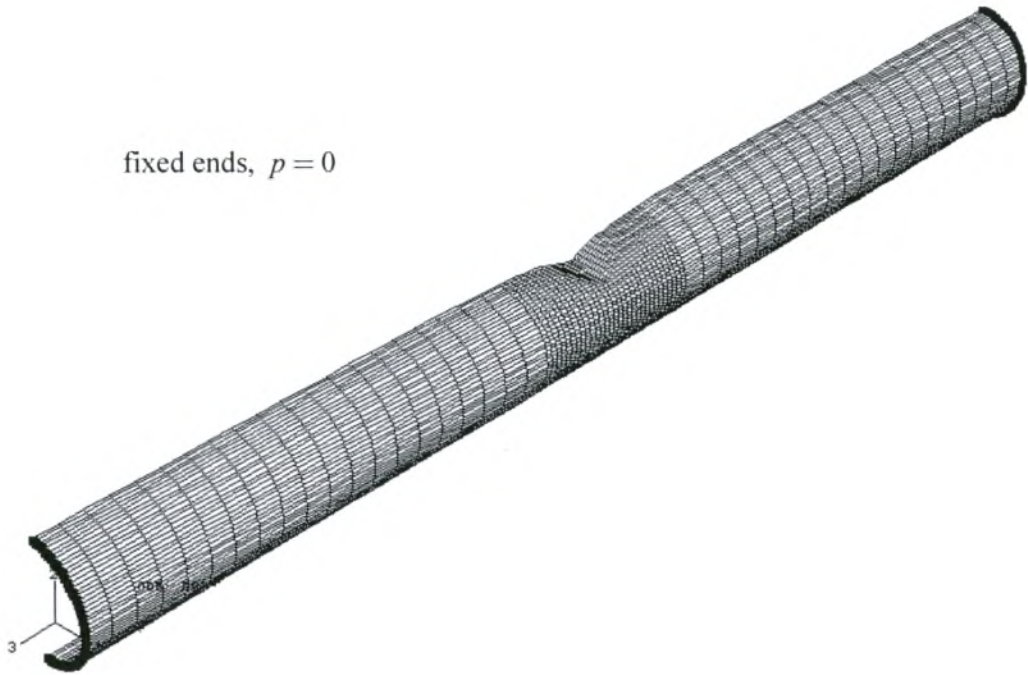


Σχήμα 4.36 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση, στη διεύθυνση 2-3 ($x=0.5423$)

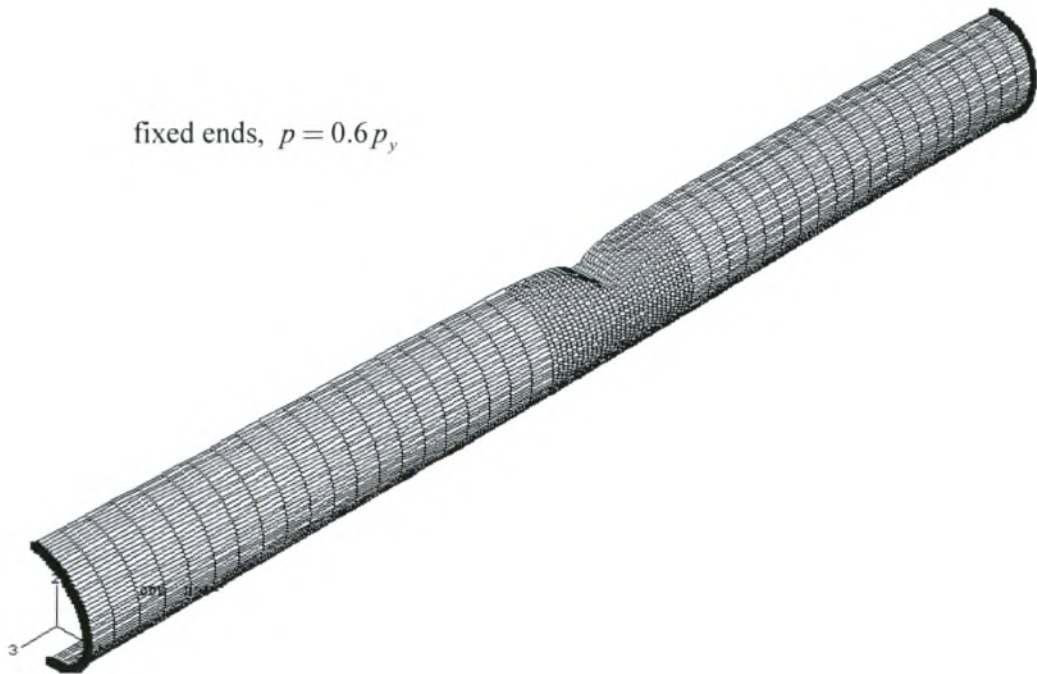
capped ends, $p = 0.6 p_y$



Σχήμα 4.37 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση, στη διεύθυνση 2-3 ($x=0.5482$)



Σχήμα 4.38 Παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=35$ χωρίς εσωτερική πίεση, με πακτωμένα άκρα ($\chi=0.4195$)



Σχήμα 4.39 Παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=35$ παρουσία εσωτερικής πίεσης, με πακτωμένα άκρα ($\chi=0.4205$)

fixed ends, $p = 0$



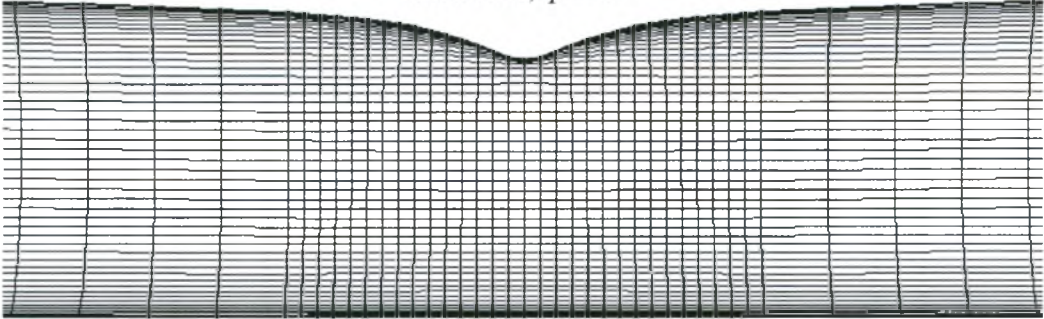
Σχήμα 4.40 Παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=35$ χωρίς εσωτερική πίεση, με πακτωμένα άκρα, στη διεύθυνση 2-3 ($\chi=0.4195$)

fixed ends, $p = 0.6 p_y$



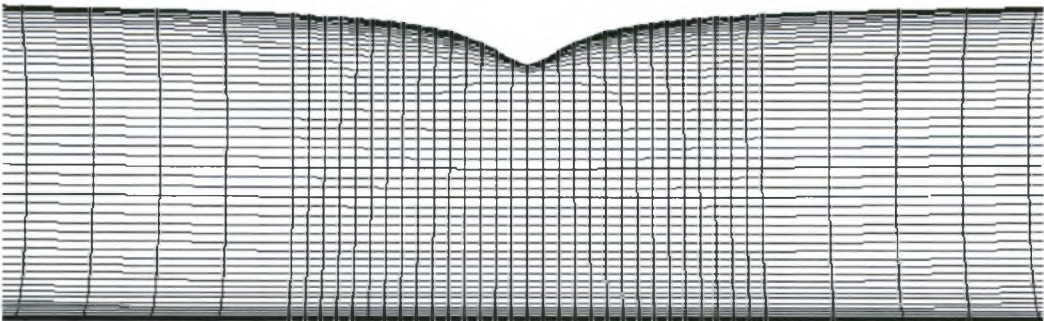
Σχήμα 4.41 Παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=35$ παρουσία εσωτερικής πίεσης, με πακτωμένα άκρα, στη διεύθυνση 2-3 ($\chi=0.4205$)

fixed ends, $p = 0$



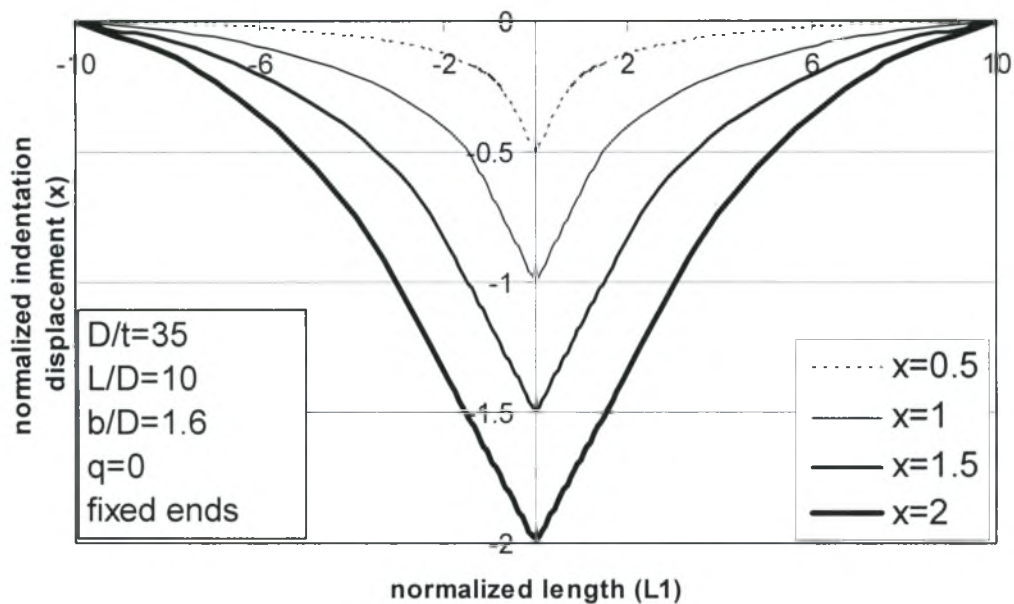
Σχήμα 4.42 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=35$ χωρίς εσωτερική πίεση, με πακτωμένα άκρα, στη διεύθυνση 2-3 ($x=0.4195$)

fixed ends, $p = 0.6 p_y$

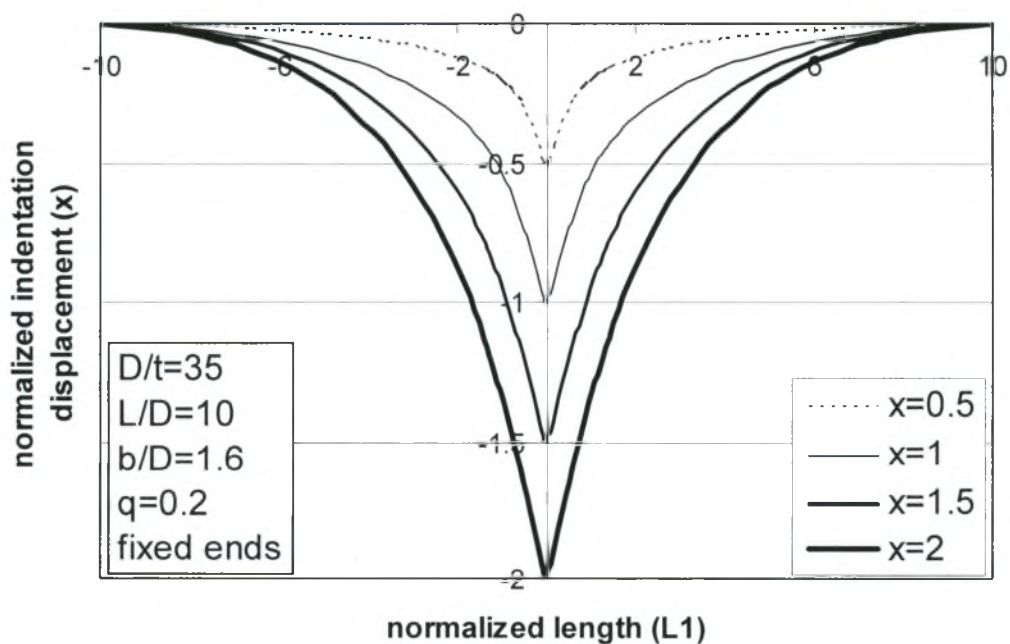


Σχήμα 4.43 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=35$ παρουσία εσωτερικής πίεσης, με πακτωμένα άκρα, στη διεύθυνση 2-3 ($x=0.4205$)

Στα σχήματα 4.44-4.45 απεικονίζεται η παραμόρφωση της πάνω γενέτειρας του κελύφους για διάφορα στάδια της μετατόπισης. Σε αυτή την περίπτωση η μετατόπιση του διεισδυτή προχωράει έως $x=2$. Το $L1$ δίνεται από τον τύπο (4.8).



Σχήμα 4.44 Η παραμορφωμένη κατάσταση της πάνω γενέτειρας του κελύφους με $D/t=35$, χωρίς εσωτερική πίεση, για διάφορα στάδια της μετατόπισης του διεισδυτή



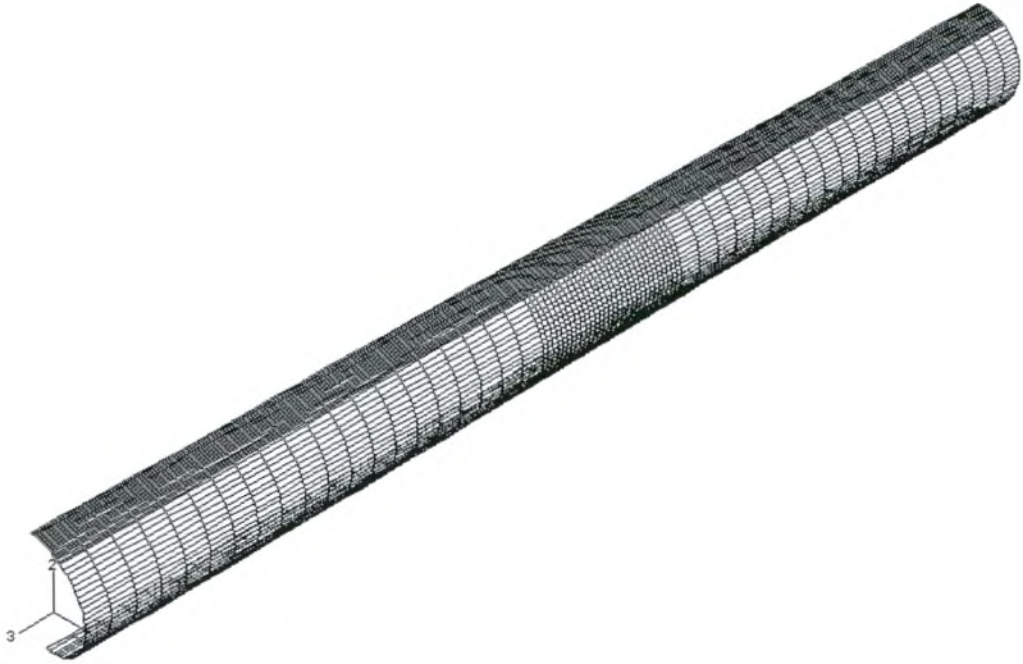
Σχήμα 4.45 Η παραμορφωμένη κατάσταση της πάνω γενέτειρας του κελύφους με $D/t=35$, με εσωτερική πίεση, για διάφορα στάδια της μετατόπισης του διεισδυτή

4.4 Επίδραση της μορφής του διεισδυτή στην απόκριση του κελύφους

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η επίδραση της μορφής του διεισδυτή στην απόκριση του κελύφους. Αυτό που αλλάζει πλέον στις αναλύσεις είναι το μήκος του διεισδυτή, δηλαδή ο λόγος b/D . Τα χαρακτηριστικά των διεισδυτών που εξετάζονται είναι τα εξής :

- Λόγος μήκους διεισδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=0.25$
- Λόγος μήκους διεισδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=0.6$
- Πάχος του διεισδυτή : $d=15$ mm
- Ακτίνα καμπυλότητας στην περιοχή της επαφής του διεισδυτή με το κέλυφος: $r_0=7.5$ mm

Για τις δυο διαφορετικές περιπτώσεις διεισδυτή εξετάζονται δυο κελύφη, το ένα με λόγο $D/t=50$ και το άλλο με λόγο $D/t=35$. Για τις ιδιότητες του υλικού, τη γεωμετρία κατά την παραμόρφωση, τα βήματα της ανάλυσης και το μοντέλο αλληλεπίδρασης του διεισδυτή και της πλάκας με το κέλυφος ισχύουν όσα αναφέρθηκαν για τα δυο κελύφη στα προηγούμενα κεφάλαια. Επίσης οι συνοριακές συνθήκες στο σωλήνα παραμένουν ίδιες οπότε μελετάται το ήμισυ του κελύφους. Για το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιήθηκαν τετρακομβικά στοιχεία (S4R) και το πλέγμα ήταν πυκνότερο στην περιοχή της διείσδυσης. Χρησιμοποιήθηκαν 3500 στοιχεία κελύφους. Για την αριθμητική επίλυση χρησιμοποιήθηκε έλεγχος μετατόπισης (displacement control). Στο σχήμα 4.46 απεικονίζεται το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε για τις αναλύσεις με μικρότερους διεισδυτές. Επιβάλλουμε πύκνωση του πλέγματος κατά την διεύθυνση 3 αλλά και κατά την περιμετρική διεύθυνση, εφόσον το μήκος του διεισδυτή είναι μικρότερο σε σχέση με αυτό που χρησιμοποιήθηκε στις προηγούμενες αναλύσεις.



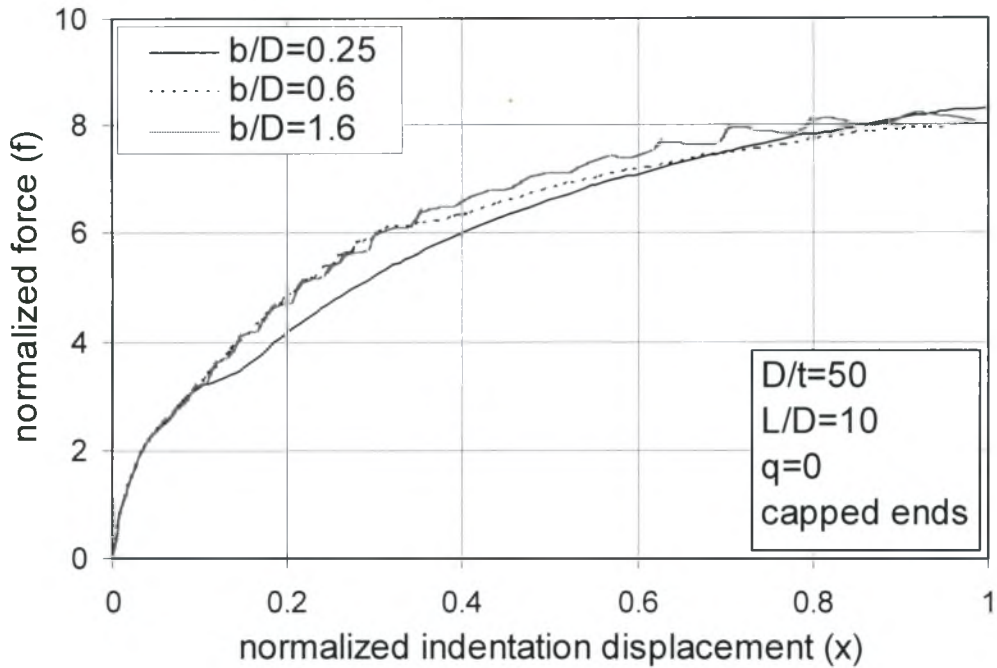
Σχήμα 4.46 Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκε για τις αναλύσεις με μικρότερους διεισδυτές

4.4.1 Αποτελέσματα και συγκρίσεις για το κέλυφος με $D/t=50$

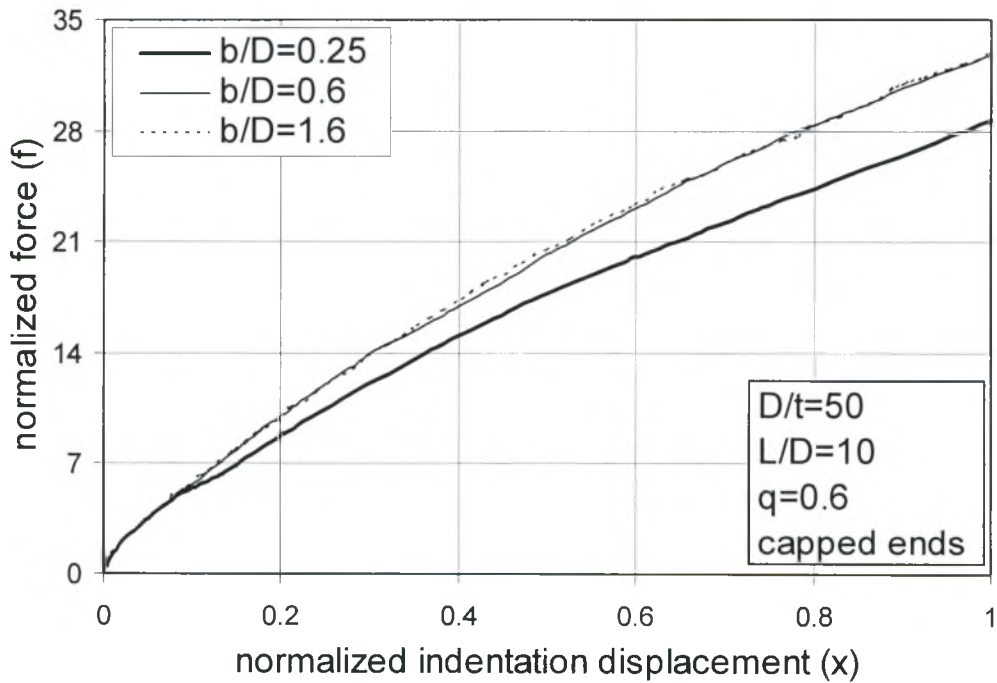
Τα χαρακτηριστικά του κελύφους είναι τα εξής :

- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=50$
- Λόγος μήκους προς μέση διάμετρο : $L/D=10$
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000 \text{ N/mm}^2$
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=290 \text{ N/mm}^2$

Μελετάται η επίδραση του λόγου b/D στη δύναμη διείσδυσης που απαιτείται για συγκεκριμένη μετατόπιση του διεισδυτή. Οι αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν πρώτα χωρίς την παρουσία πίεσης και έπειτα για πίεση $p = 0.6p_y$. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα σχήματα 4.47 και 4.48 όπου γίνεται σύγκριση για τρεις τιμές του λόγου b/D .



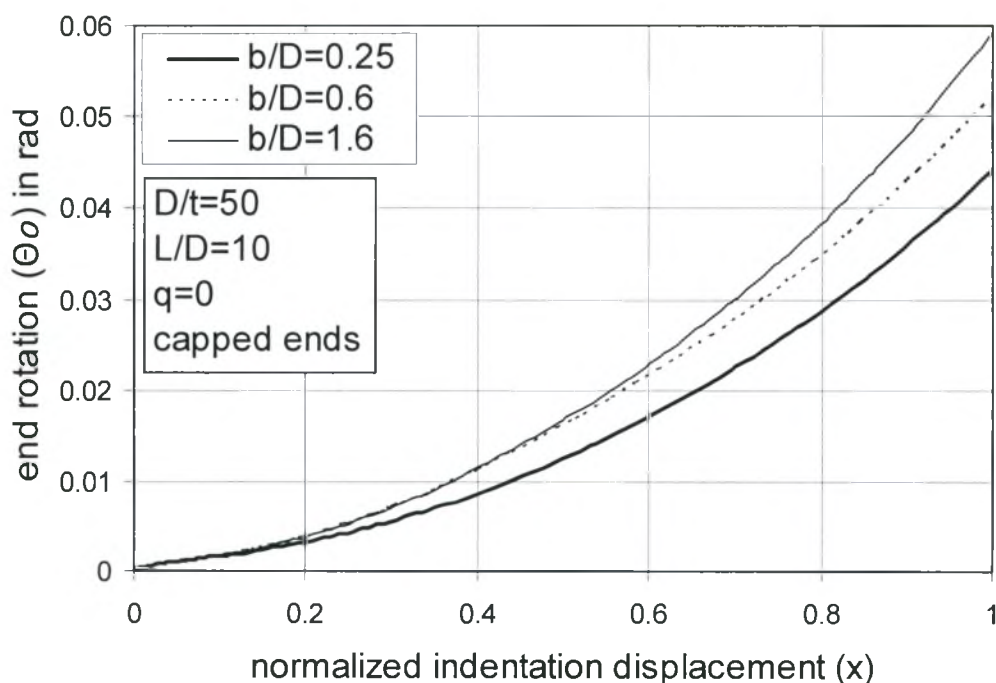
Σχήμα 4.47 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) χωρίς την παρουσία εσωτερικής πίεσης



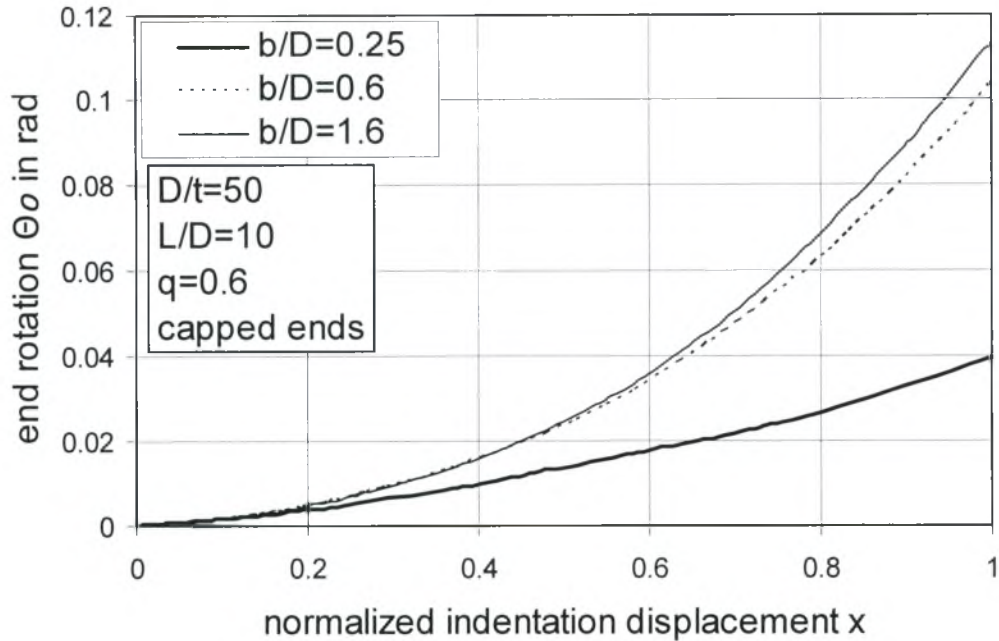
Σχήμα 4.48 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης

Από το σχήμα 4.47 παρατηρείται ότι για διεισδυτή με λόγο $b/D=0.25$ η δύναμη διείσδυσης είναι μικρότερη μέχρι το 60% της μετατόπισης από ότι για το διεισδυτή με λόγο $b/D=0.6$, ενώ σε σχέση με το διεισδυτή $b/D=1.6$ το αντίστοιχο ποσοστό φτάνει στο 80%. Τα αποτελέσματα για λόγο $b/D=0.6$ και $b/D=1.6$ είναι σχεδόν ίδια στο μεγαλύτερο μέρος του διαγράμματος. Αντιθέτως στην περίπτωση παρουσίας εσωτερικής πίεσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.48, οι καμπύλες $f-x$ για διεισδυτές με λόγους $b/D=0.6$ και $b/D=1.6$ συμπίπτουν. Όμως για $b/D=0.25$ τα αποτελέσματα διαφέρουν αρκετά σε σχέση με τις άλλες δυο περιπτώσεις. Σημειώνουμε πως αυτό δεν συνέβαινε υπό μηδενική πίεση. Συμπεραίνουμε ότι η παρουσία πίεσης έχει σημαντικό ρόλο στην απόκριση του κελύφους για διεισδυτές μικρότερου μήκους. Ενώ με απουσία πίεσης οι διαφορές στα αποτελέσματα για τις τρεις μορφές διεισδυτών ήταν μικρές, στην περίπτωση που έχουμε εσωτερική πίεση οι διαφορές είναι πολύ μεγάλες.

Στη συνέχεια εξετάζεται η συμπεριφορά των άκρων του σωλήνα για να εξαχθούν συμπεράσματα για τον τρόπο με τον οποίο επηρεάζονται η στροφή και η κάθετη μετατόπιση των άκρων από το λόγο b/D .



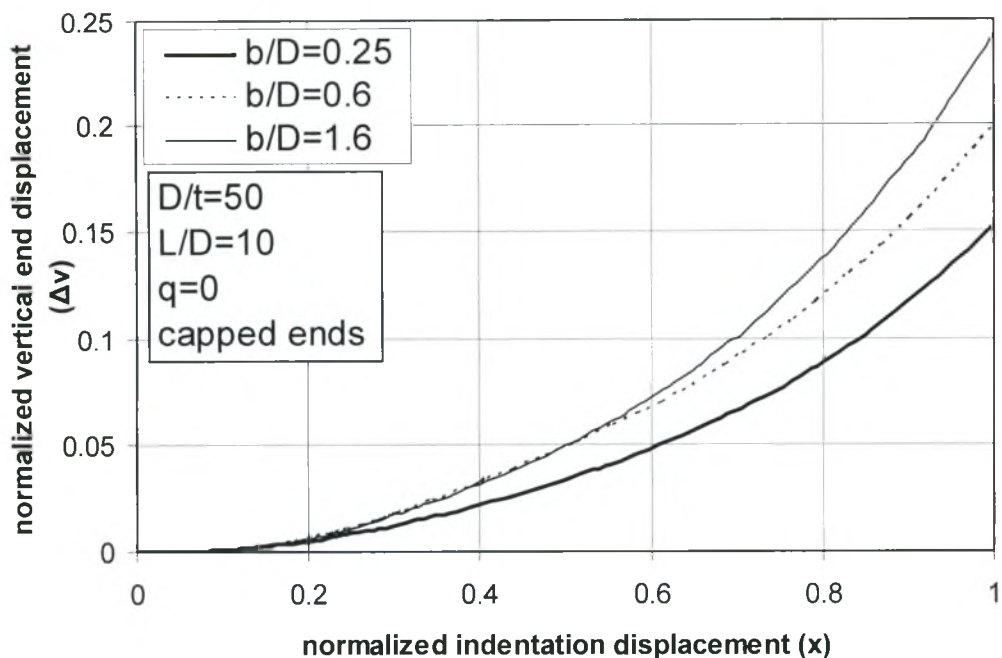
Σχήμα 4.49 Διάγραμμα στροφής (Θ_0) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) χωρίς εσωτερική πίεση



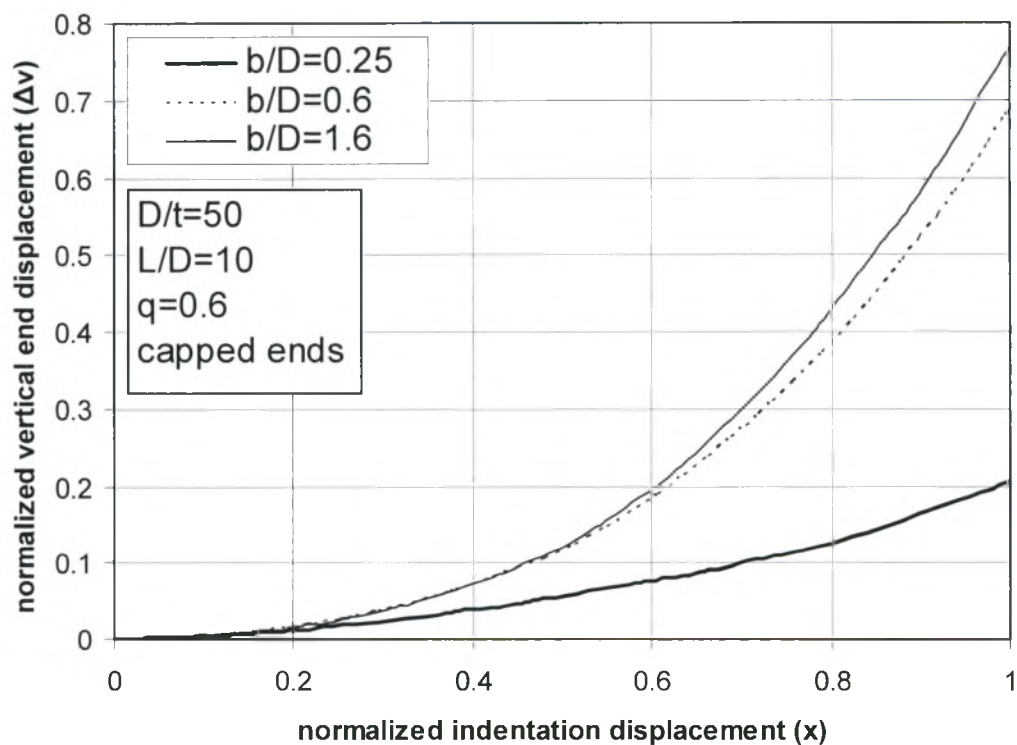
Σχήμα 4.50 Διάγραμμα στροφής (Θ_o) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) με παρουσία εσωτερικής πίεσης

Όπως φαίνεται στα σχήματα 4.49 και 4.50 σε αντίθεση με τη δύναμη διείσδυσης, η στροφή στα άκρα του κελύφους αυξάνεται όσο αυξάνεται και ο λόγος b/D , όταν δεν υπάρχει εσωτερική πίεση. Στην περίπτωση όμως εσωτερικής πίεσης, παρόλο που ισχύει το ίδιο συμπέρασμα, η διαφορά στα αποτελέσματα μεταξύ του διεισδυτή με λόγο $b/D=0.25$ και των άλλων δυο διεισδυτών είναι πολύ μεγάλη. Αυτό δεν παρατηρήθηκε όταν η πίεση ήταν μηδενική.

Ενδιαφέρονσα είναι μια σύγκριση για την κατακόρυφη μετατόπιση των άκρων του κελύφους μεταξύ των τριών περιπτώσεων διεισδυτών που προαναφέρθηκαν. Από τα σχήματα 4.51 και 4.52 που ακολουθούν φαίνεται ότι ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα όπως αυτά στην περίπτωση της στροφής των άκρων του σωλήνα. Ένα γενικό συμπέρασμα των ανωτέρω είναι ότι η παρουσία εσωτερικής πίεσης είναι πολύ σημαντική για την συμπεριφορά των άκρων όταν αλλάζει το μέγεθος του διεισδυτή, δηλαδή ο λόγος b/D .



Σχήμα 4.51 Διάγραμμα κάθετης μετατόπισης (Δv) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) χωρίς εσωτερική πίεση



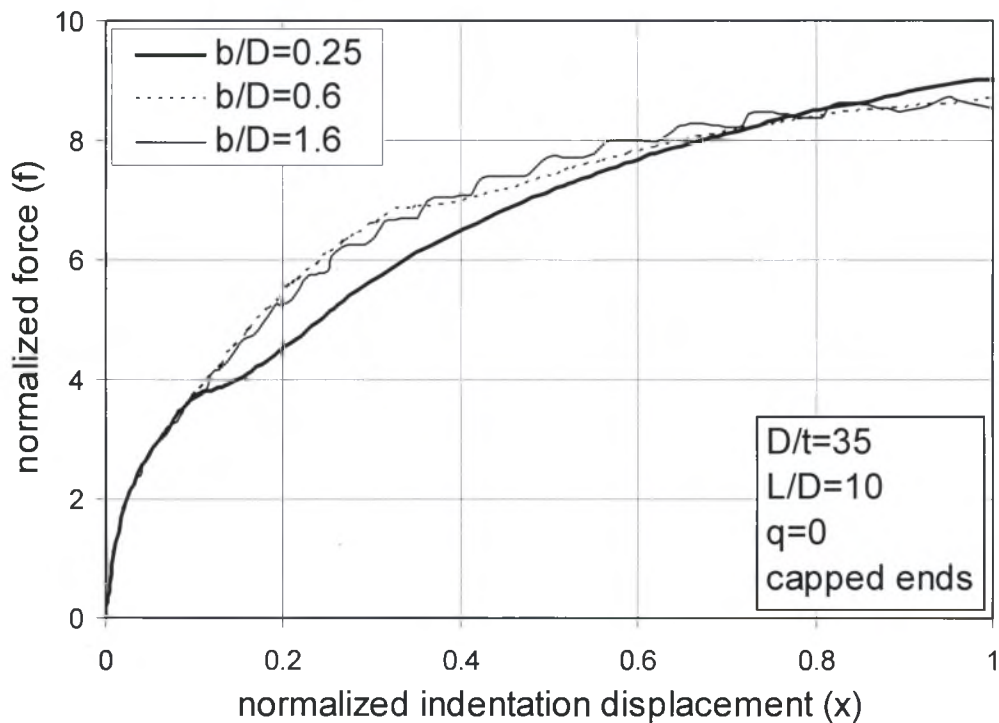
Σχήμα 4.52 Διάγραμμα κάθετης μετατόπισης (Δv) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) με παρουσία εσωτερικής πίεσης

4.4.2 Αποτελέσματα και συγκρίσεις για το κέλυφος με $D/t=35$

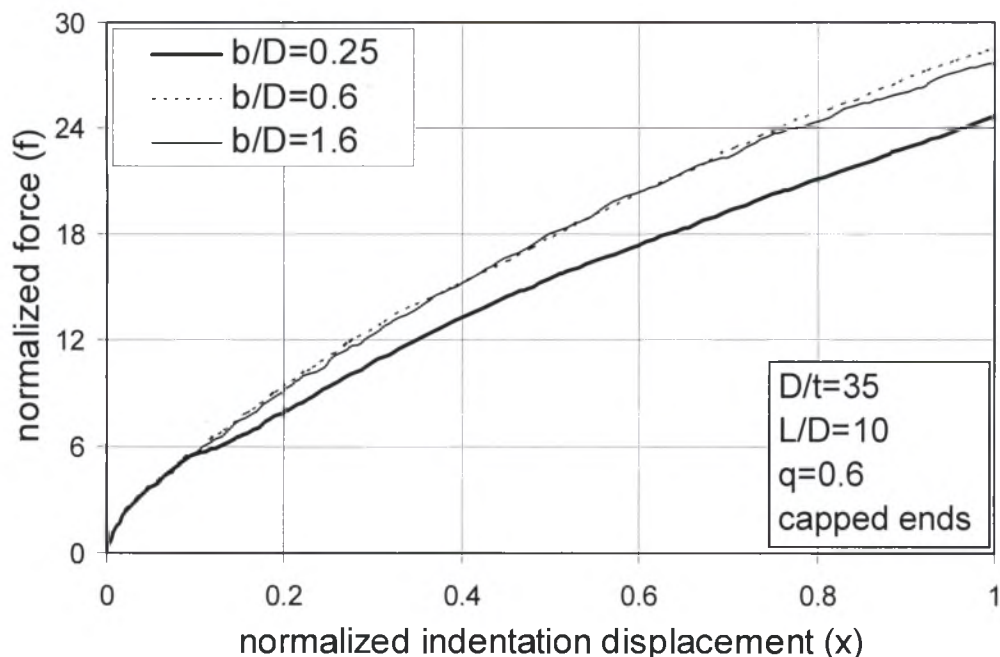
Τα χαρακτηριστικά του κελύφους είναι τα εξής :

- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=35$
- Λόγος μήκους προς μέση διάμετρο : $L/D=10$
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000 \text{ N/mm}^2$
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=290 \text{ N/mm}^2$

Ακολουθούν στα σχήματα 4.53 και 4.54 τα αποτελέσματα για τη δύναμη διείσδυσης. Οι αναλύσεις και σε αυτή την περίπτωση πραγματοποιήθηκαν για μηδενική πίεση και πίεση $p = 0.6 p_y$.



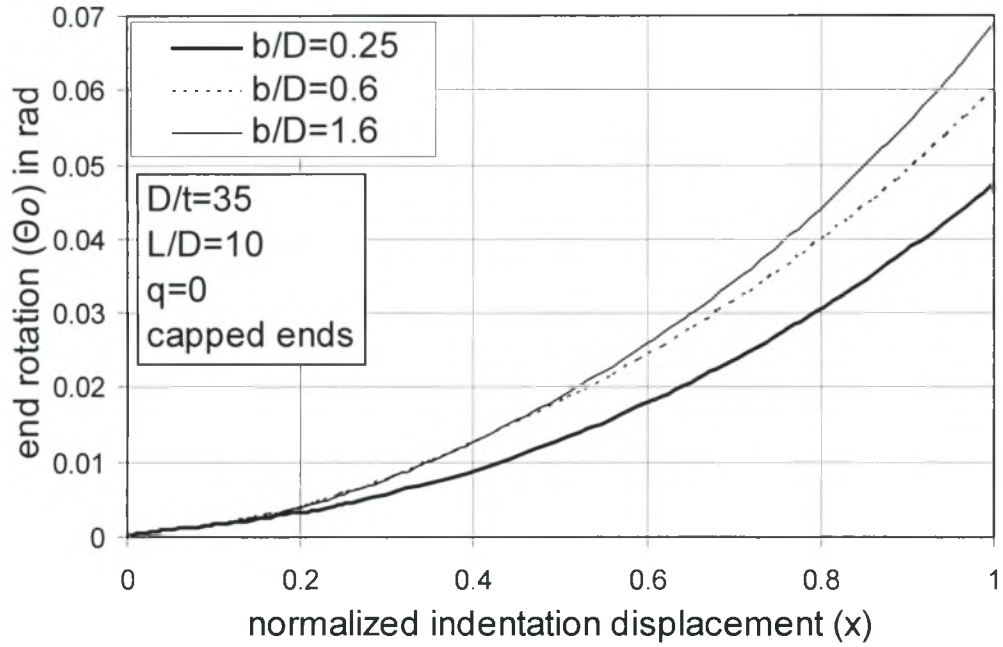
Σχήμα 4.53 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) χωρίς την παρουσία εσωτερικής πίεσης



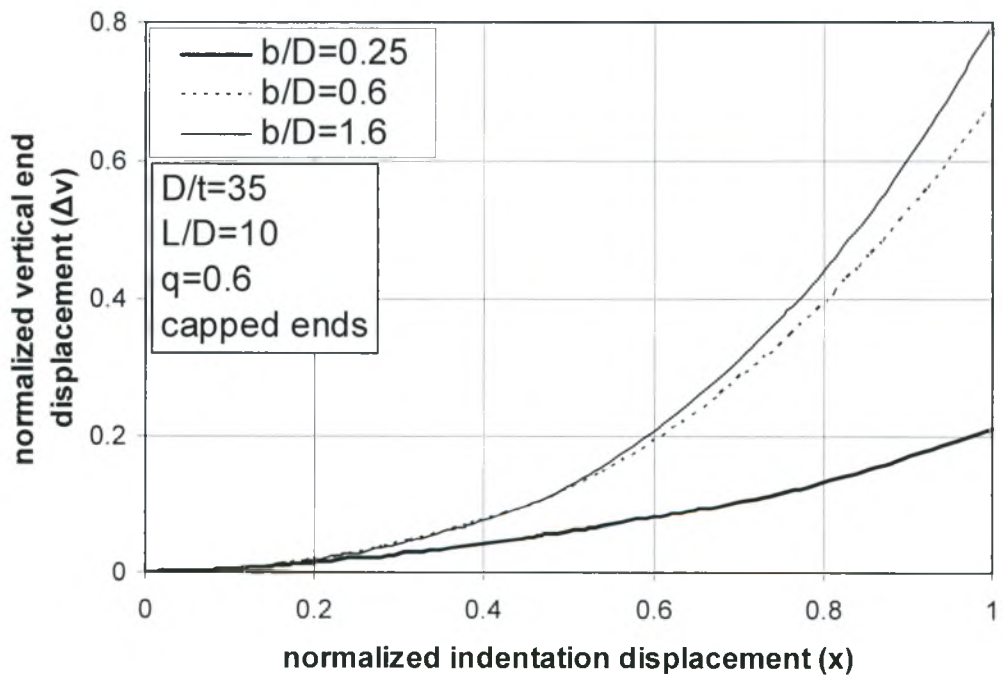
Σχήμα 4.54 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης

Όπως παρατηρείται από τα σχήματα 4.53 και 4.54 ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα με την περίπτωση κελύφους με λόγο $D/t=35$. Δηλαδή ενώ στην κατάσταση μηδενικής πίεσης οι διαφορές στα αποτελέσματα μεταξύ των τριών διεισδυτών είναι μικρές, υπό παρουσία πίεσης τα αποτελέσματα για το διεισδυτή με λόγο $b/D=0.25$ είναι πολύ μικρότερα σε σχέση με αυτά για τους άλλους δυο διεισδυτές.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τη στροφή των ακρών του κελύφους σε μηδενική πίεση και την κάθετη μετατόπιση σε πίεση $p = 0.6p_y$. Παρατηρώντας τα σχήματα 4.55 και 4.56 συμπεραίνουμε ότι η συμπεριφορά των άκρων του σωλήνα είναι όμοια με αυτή του κελύφους με $D/t=50$. Η εσωτερική πίεση είναι πολύ σημαντικός παράγοντας για την απόκριση του κελύφους και σε αυτή την περίπτωση του σωλήνα που εξετάστηκε ($D/t=35$).

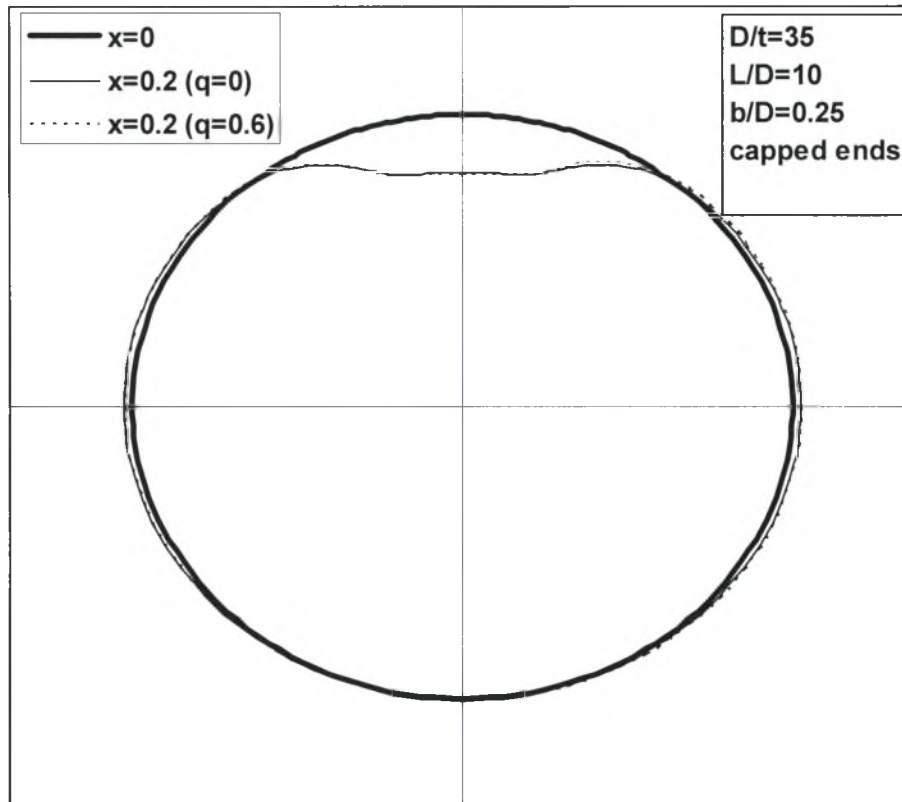


Σχήμα 4.55 Διάγραμμα στροφής (Θ_o) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) χωρίς εσωτερική πίεση



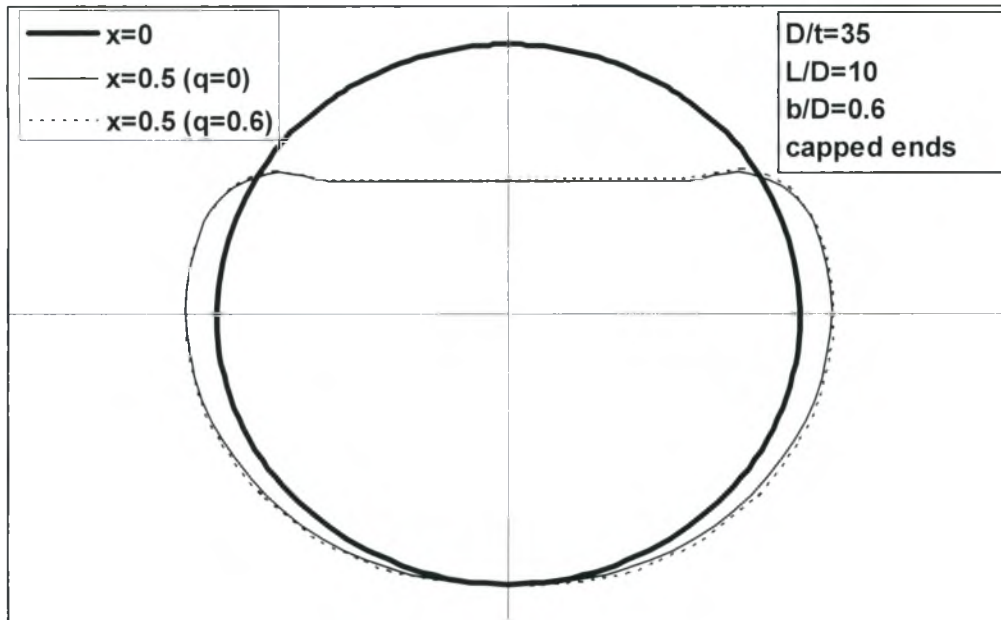
Σχήμα 4.56 Διάγραμμα κάθετης μετατόπισης (Δv) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) με παρουσία εσωτερικής πίεσης

Μια ενδιαφέρουσα σύγκριση που μπορεί να πραγματοποιηθεί είναι η κατάσταση της παραμορφωμένης κεντρικής διατομής για μηδενική πίεση και πίεση ίση με $p = 0.6p_y$. Σημειώνουμε πως η κεντρική διατομή του κελύφους είναι αυτή στην οποία είναι τοποθετημένος ο διεισδυτής. Στα σχήματα 4.57 και 4.58 απεικονίζονται η αρχική και η παραμορφωμένη κατάσταση της διατομής για τους διεισδυτές μορφής $b/D=0.25$ και $b/D=0.6$.



Σχήμα 4.57 Αρχική και τελική κατάσταση κεντρικής διατομής του κελύφους για διεισδυτή με $b/D=0.25$ και για δύο περιπτώσεις πίεσης

Παρατηρούμε ότι σε όπως και στο σχήμα 4.9 η παρουσία εσωτερικής πίεσης δεν επιφέρει σημαντική μεταβολή στην κατάσταση της παραμορφωμένης διατομής όταν ο διεισδυτής έχει λόγο $b/D=0.25$, για μικρές όμως μετατοπίσεις του διεισδυτή. Το ίδιο όμως συμβαίνει και στην περίπτωση του διεισδυτή με λόγο $b/D=0.6$ όπως φαίνεται και από το σχήμα 4.58 που ακολουθεί. Όπως και στην περίπτωση των μοντέλων με διεισδυτή $b/D=1.6$, η παρουσία της πίεσης δεν επηρεάζει σημαντικά την τελική κατάσταση της κεντρικής διατομής του κελύφους.

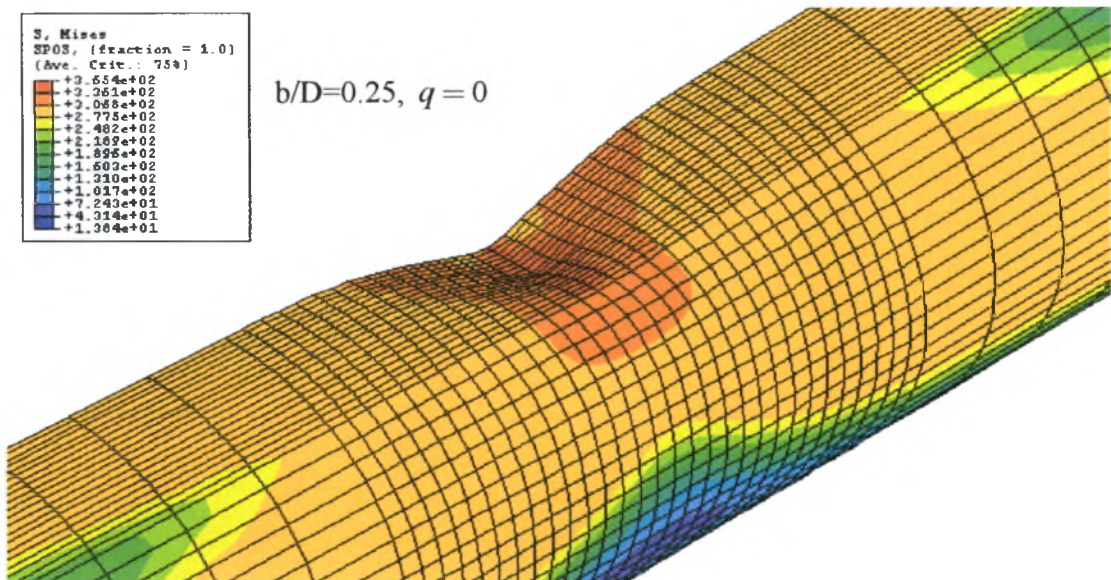


Σχήμα 4.58 Αρχική και τελική κατάσταση κεντρικής διατομής του κελύφους για διεσδυτή με $b/D_m=0.6$ και για δύο περιπτώσεις πίεσης

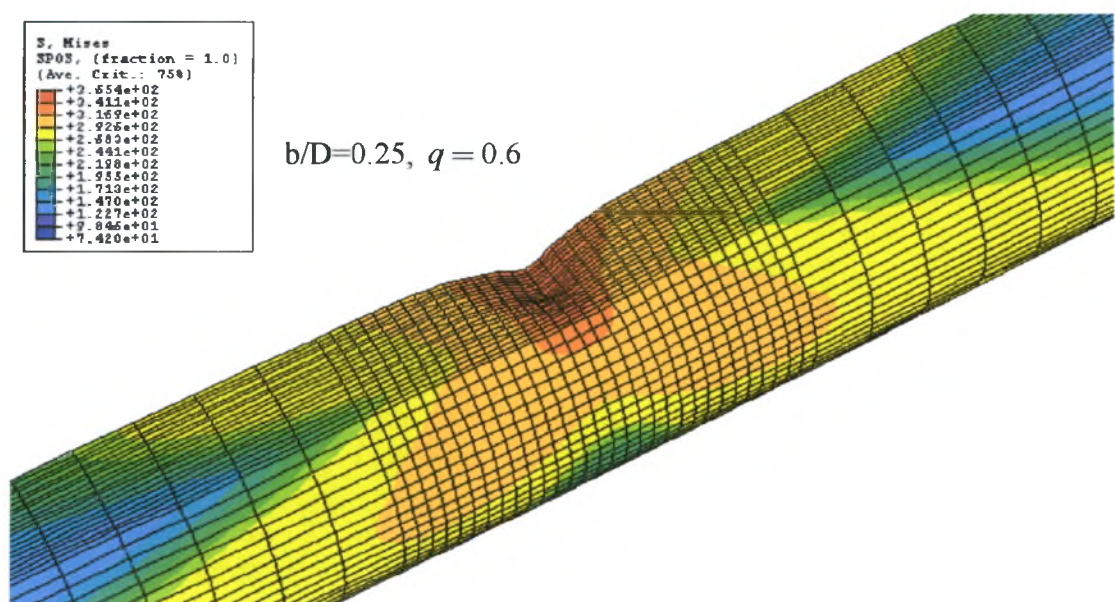
Παρακάτω παρουσιάζονται σχήματα στα οποία απεικονίζονται η κατανομή των τάσεων κατά Von Mises, η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση PEEQ και η παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους. Τα χαρακτηριστικά των μοντέλων που παρουσιάζονται είναι τα εξής :

- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=50$ (capped ends)
- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=35$ (capped ends)
- Λόγος μήκους προς μέση διάμετρο : $L/D=10$
- Λόγος μήκους διεσδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=0.6$
- Λόγος μήκους διεσδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=0.25$

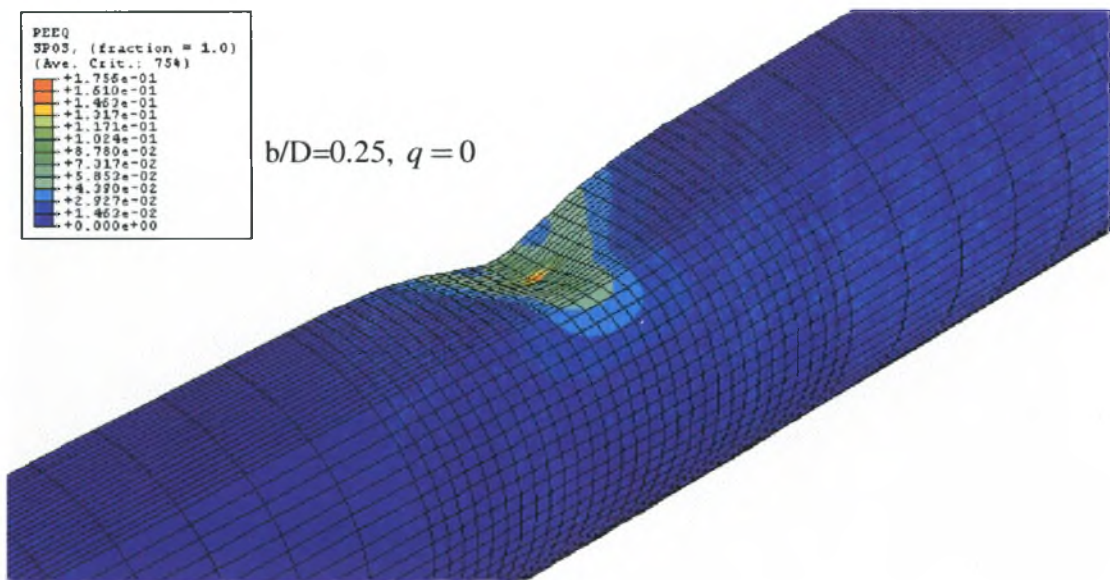
Πάνω σε κάθε σχήμα αναγράφονται ο λόγος μήκους διεσδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους και η τιμή της εσωτερικής του πίεσης. Σε όλες τις εικόνες αναγράφεται η μετατόπιση του διεσδυτή x .



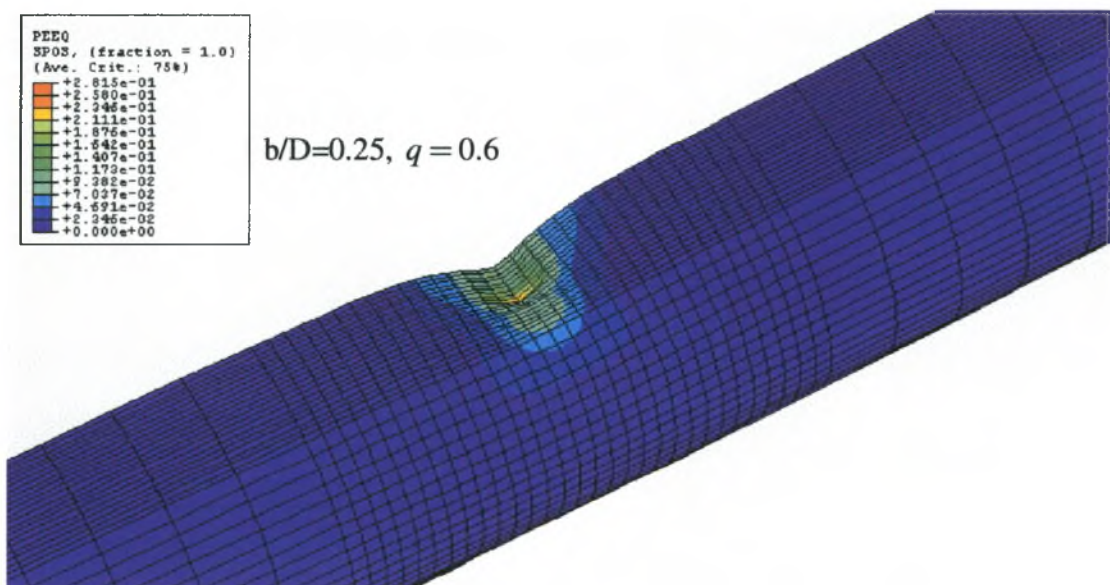
Σχήμα 4.59 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=0.40$)



Σχήμα 4.60 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης ($x=0.40$)

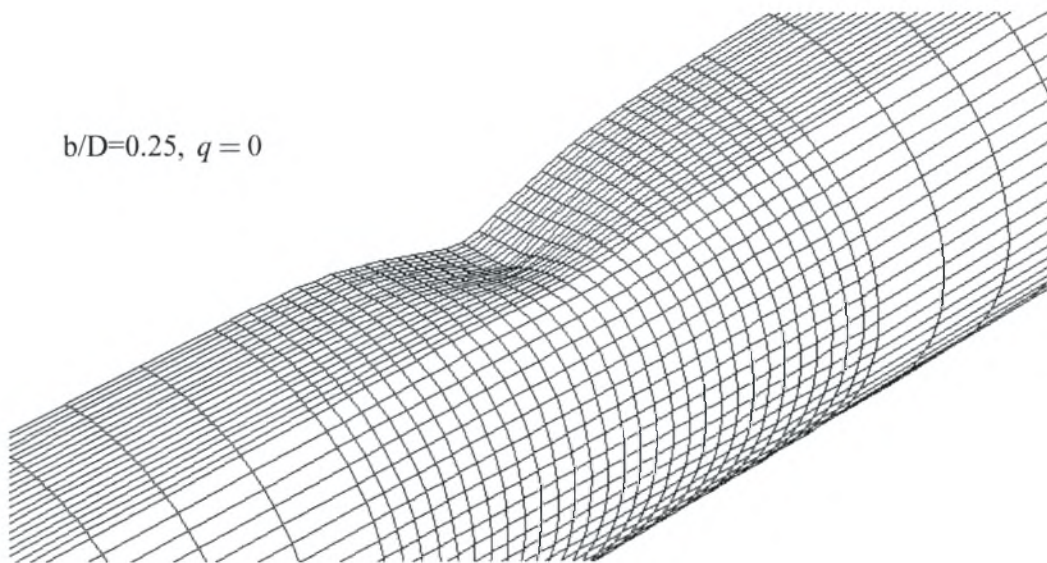


Σχήμα 4.61 Λεπτομέρεια της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=0.40$)



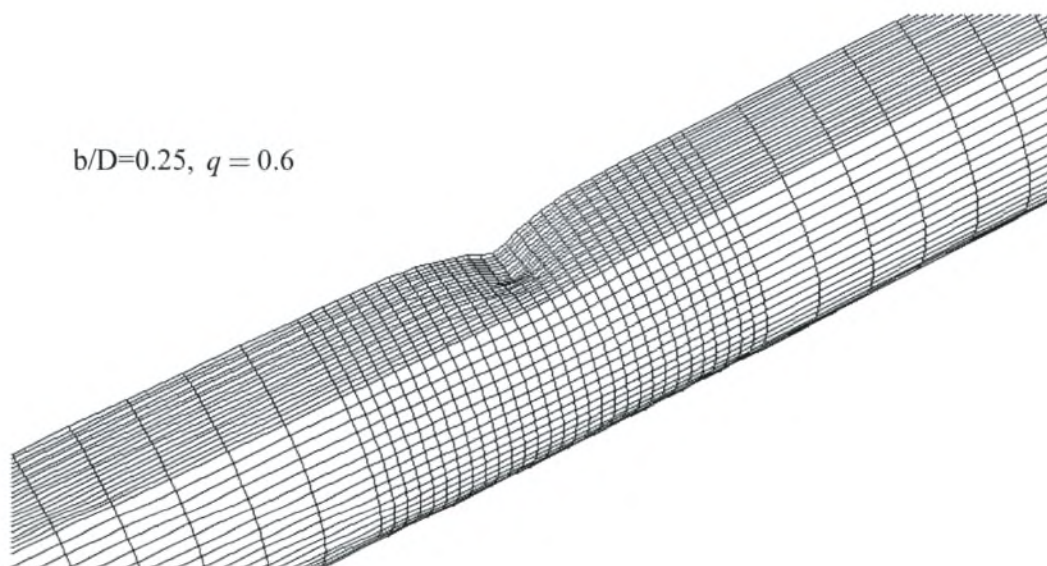
Σχήμα 4.62 Λεπτομέρεια της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για το κέλυφος με $D/t=50$ υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης ($x=0.40$)

$b/D=0.25, q=0$



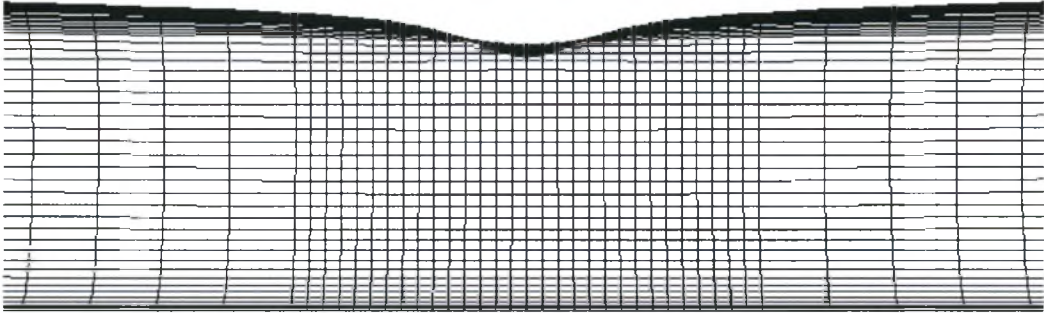
Σχήμα 4.63 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($\chi=0.40$)

$b/D=0.25, q=0.6$



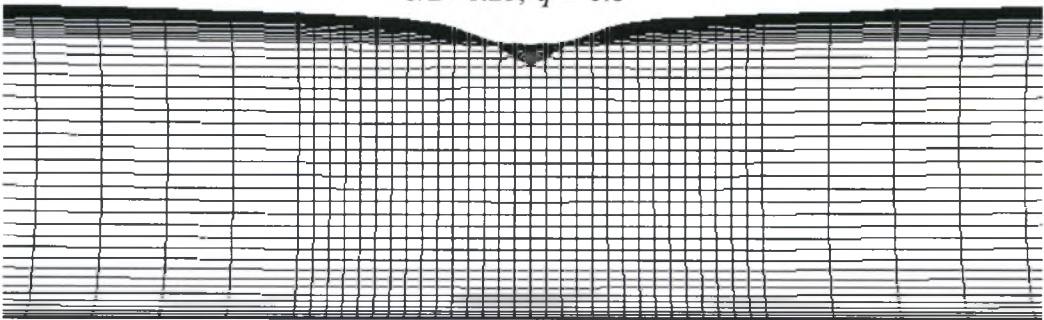
Σχήμα 4.64 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=50$ υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης ($\chi=0.40$)

$$b/D=0.25, q=0$$

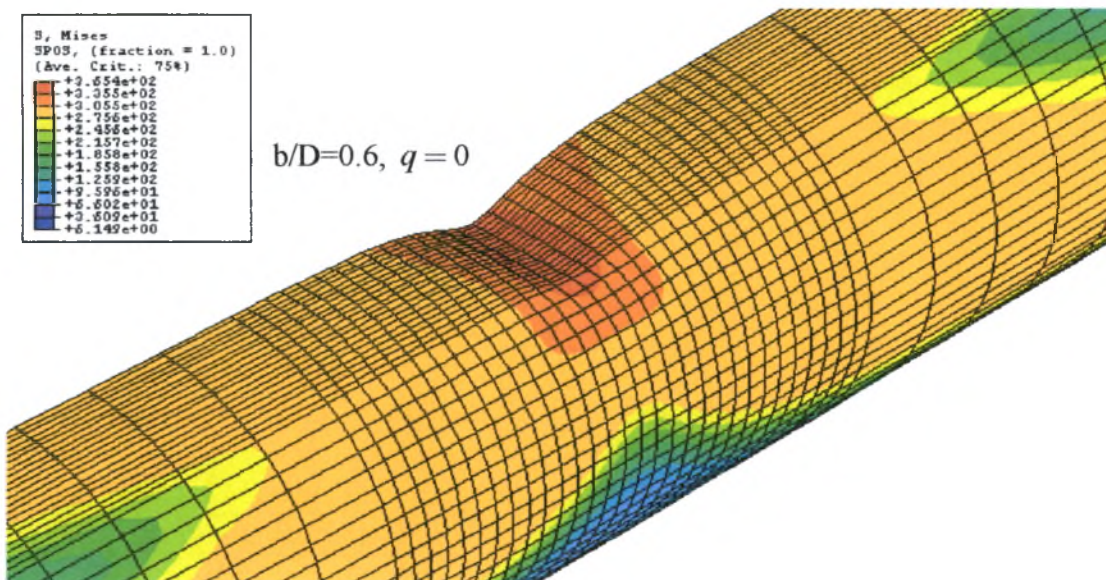


Σχήμα 4.65 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=50$, χωρίς εσωτερική πίεση, στη διεύθυνση 2-3 ($x=0.40$)

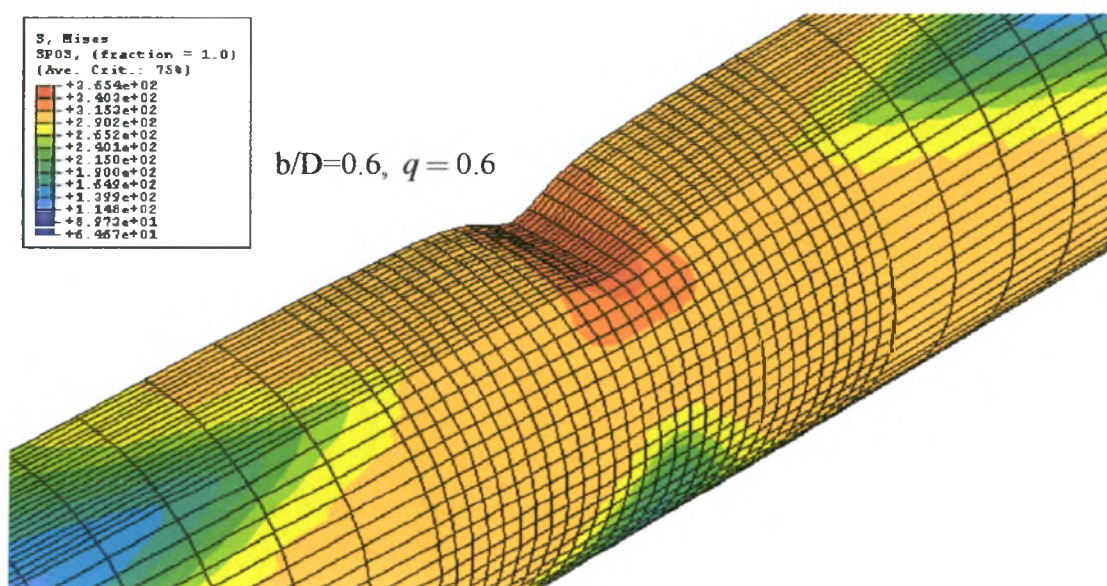
$$b/D=0.25, q=0.6$$



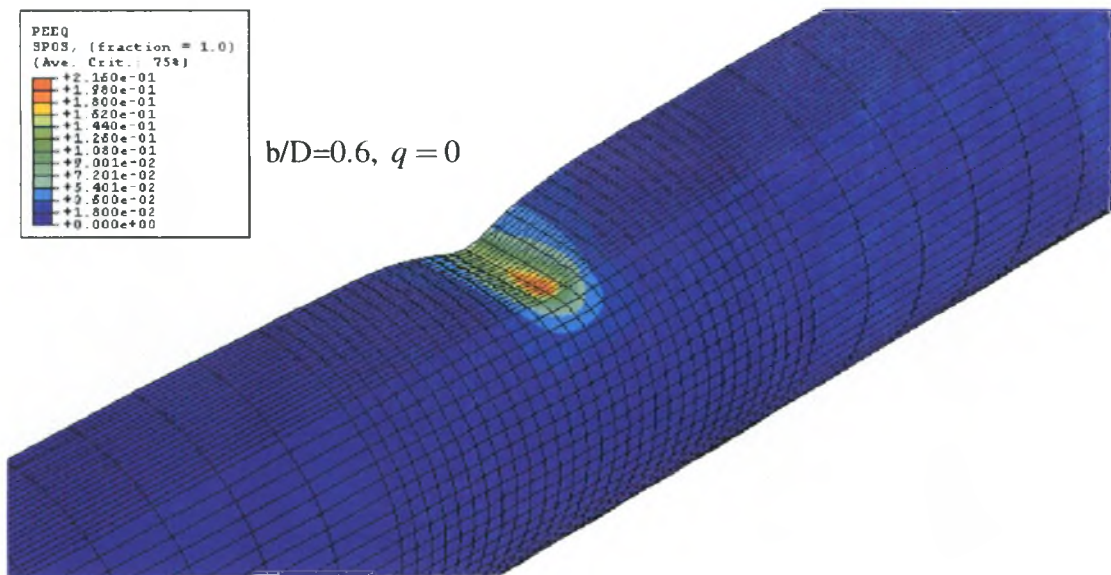
Σχήμα 4.66 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=50$, υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης, στη διεύθυνση 2-3 ($x=0.40$)



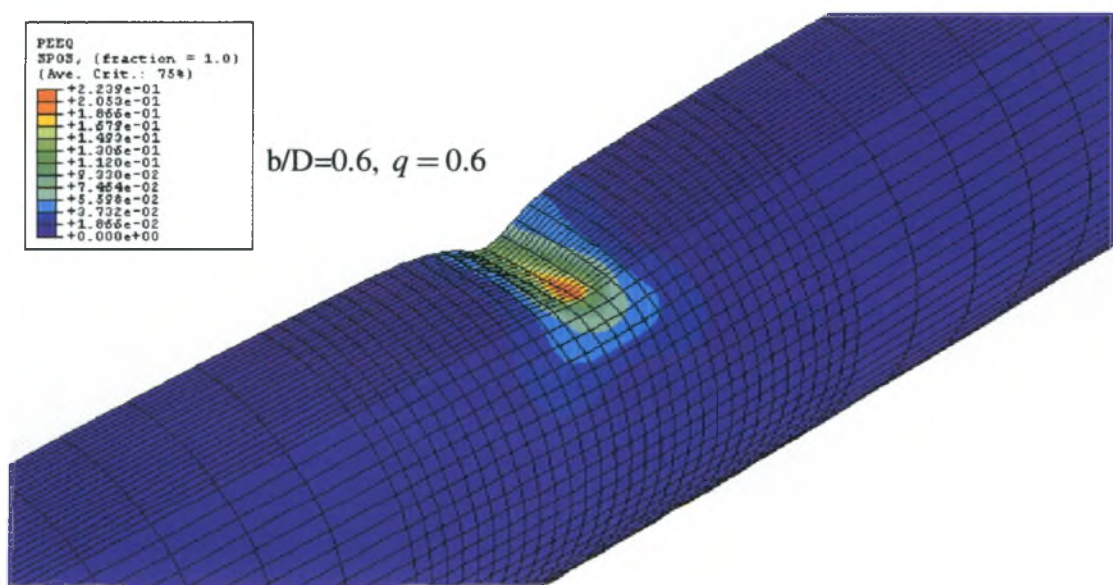
Σχήμα 4.67 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=35$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=0.31$)



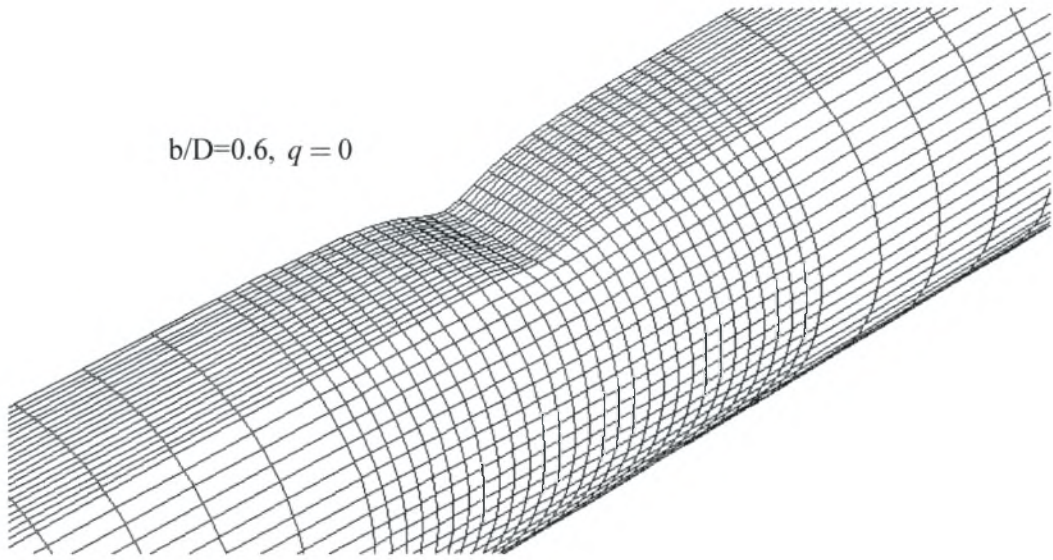
Σχήμα 4.68 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=35$ υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης ($x=0.31$)



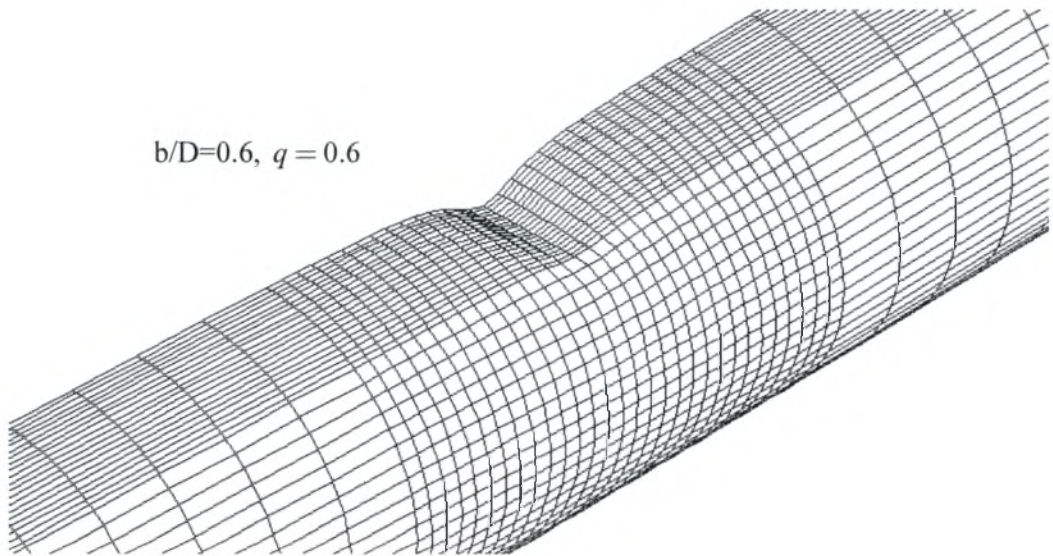
Σχήμα 4.69 Λεπτομέρεια της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για το κέλυφος με $D/t=35$ χωρίς εσωτερική πίεση ($\chi=0.31$)



Σχήμα 4.70 Λεπτομέρεια της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για το κέλυφος με $D/t=35$ υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης ($\chi=0.31$)

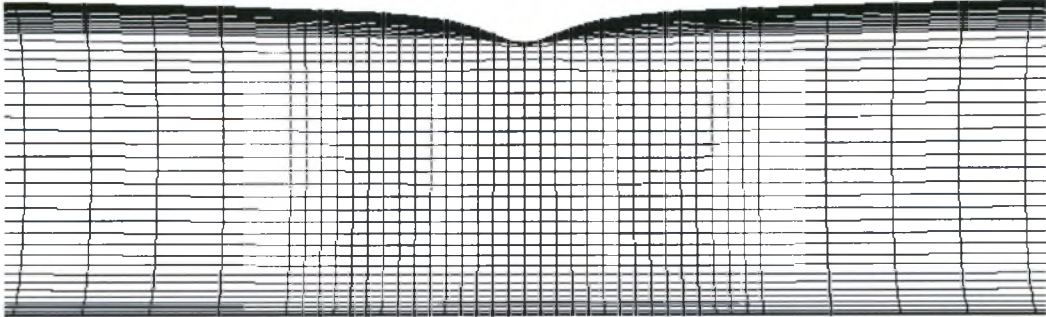


Σχήμα 4.71 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=35$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=0.31$)



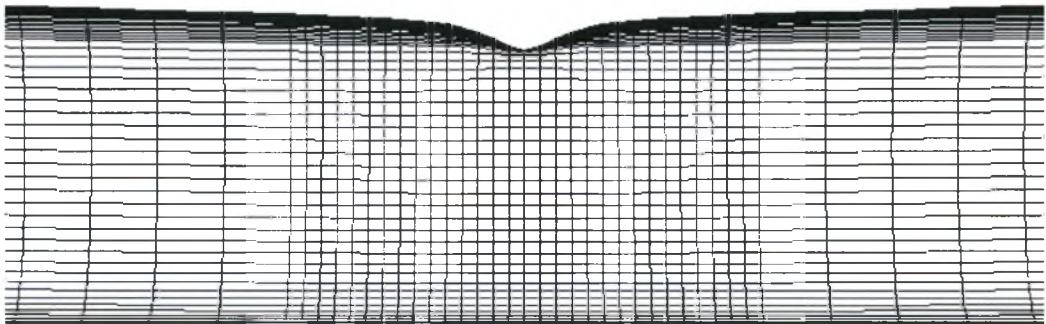
Σχήμα 4.72 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=35$ υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης ($x=0.31$)

$$b/D=0.6, q = 0$$



Σχήμα 4.73 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=35$, χωρίς εσωτερική πίεση, στη διεύθυνση 2-3 ($x=0.31$)

$$b/D=0.6, q = 0.6$$



Σχήμα 4.74 Λεπτομέρεια της παραμορφωμένης κατάστασης του κελύφους με $D/t=35$, υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης, στη διεύθυνση 2-3 ($x=0.31$)

4.5 Επίδραση της διάταξης του διεισδυτή στην απόκριση του κελύφους

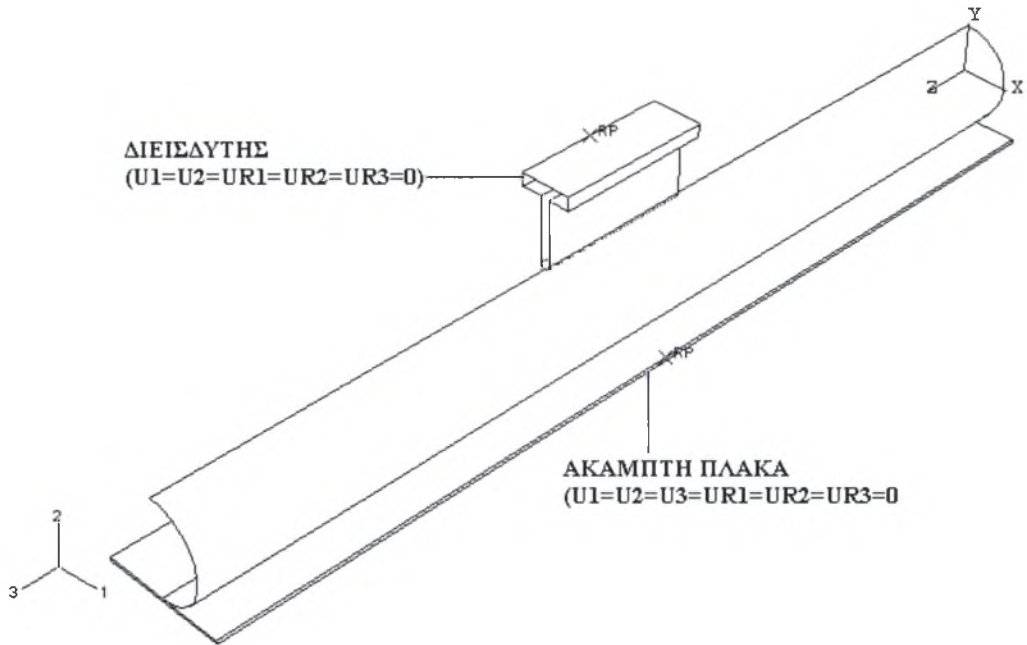
Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζεται η επίδραση της διάταξης του διεισδυτή στην απόκριση του κελύφους. Ο διεισδυτής τοποθετείται παράλληλα στον επιμήκη άξονα του κελύφους (επιμήκης διάταξη) ώστε να γίνει σύγκριση με την διάταξη όπου ο διεισδυτής είναι ήταν εγκάρσιος. Μελετώνται δυο είδη διεισδυτών με τα εξής χαρακτηριστικά :

- Λόγος μήκους διεισδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=0.6$
- Λόγος μήκους διεισδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=1.6$
- Πάχος του διεισδυτή : $d=15 \text{ mm}$
- Ακτίνα καμπυλότητας στην περιοχή της επαφής του διεισδυτή με το κέλυφος: $r_0=7.5 \text{ mm}$

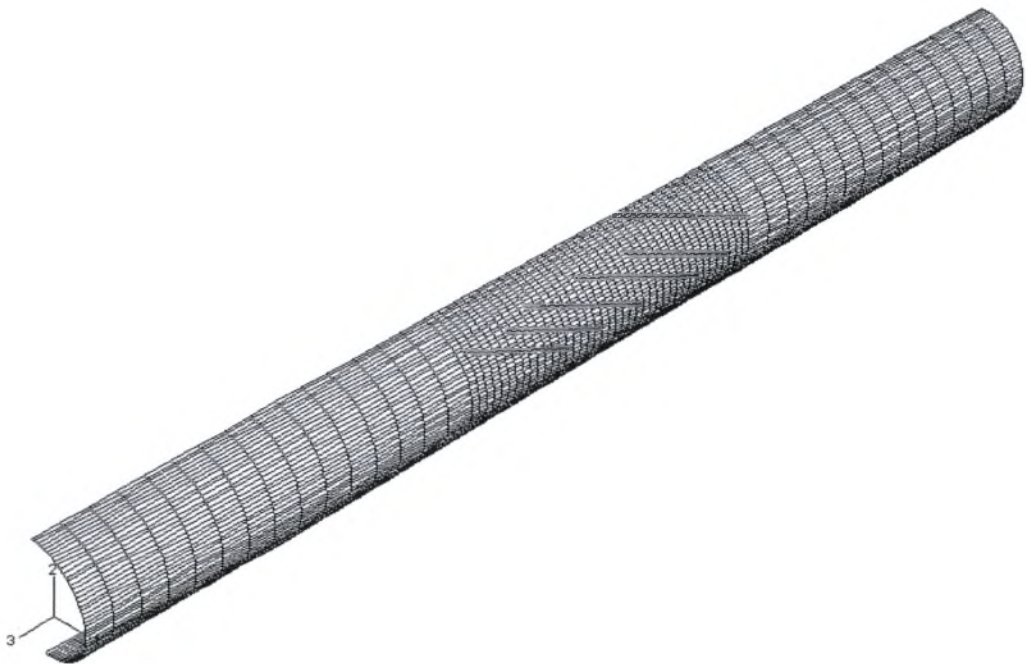
Τα χαρακτηριστικά του κελύφους που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση είναι τα εξής:

- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=50$
- Λόγος μήκους προς μέση διάμετρο : $L/D=10$
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000 \text{ N/mm}^2$
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$
- Τάση διαρροής : $\sigma_0=290 \text{ N/mm}^2$

Για τις ιδιότητες του υλικού, τη γεωμετρία κατά την παραμόρφωση, τα βήματα της ανάλυσης και το μοντέλο αλληλεπίδρασης του διεισδυτή και της πλάκας με το κέλυφος ισχύουν όσα αναφέρθηκαν για το αντίστοιχο κέλυφος στα προηγούμενα κεφάλαια. Επίσης οι συνοριακές συνθήκες στο σωλήνα παραμένουν ίδιες οπότε μελετάται το ήμισυ του κελύφους. Για το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιήθηκαν τετρακομβικά στοιχεία (S4R) και το πλέγμα ήταν πυκνότερο στην περιοχή της διείσδυσης. Χρησιμοποιήθηκαν 3500 στοιχεία κελύφους. Για την αριθμητική επίλυση χρησιμοποιήθηκε έλεγχος μετατόπισης (displacement control). Στα σχήματα 4.75 και 4.76 φαίνονται το μοντέλο προσομοίωσης (solid model) και το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν.



Σχήμα 4.75 Το μοντέλο προσομοίωσης (solid model) που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση της διείσδυσης με διείσδυτή παράλληλο με το σωλήνα

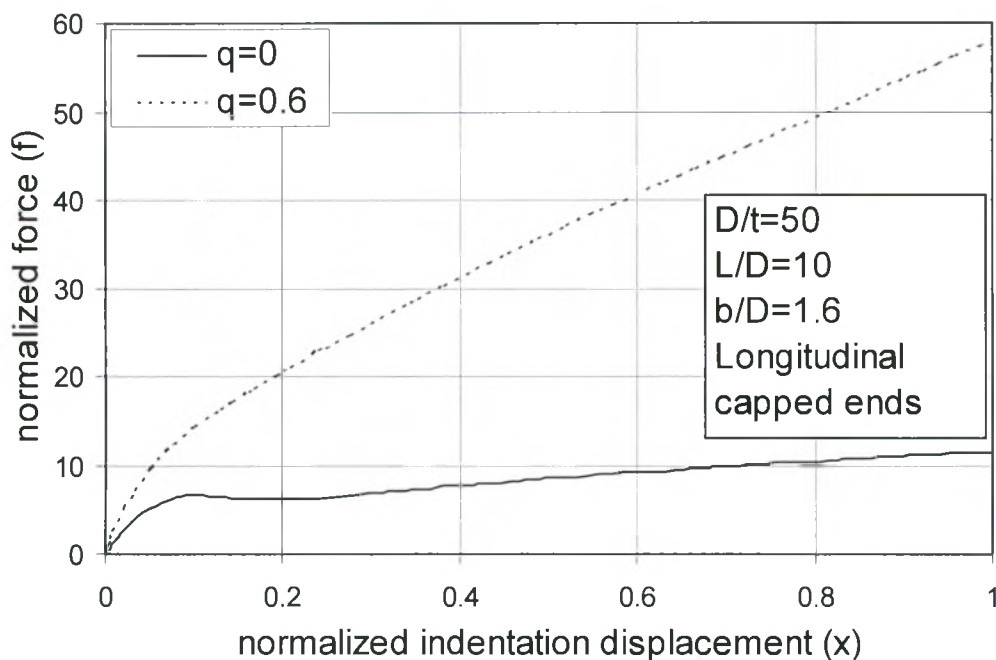


Σχήμα 4.76 Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκε για επιμήκη διάταξη του διείσδυτή

Πρώτα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τη δύναμη διείσδυσης σε σχέση με τη μετατόπιση. Μελετήθηκαν δυο περιπτώσεις πίεσης :

- $p = 0$
- $p = 0.6 p_y$

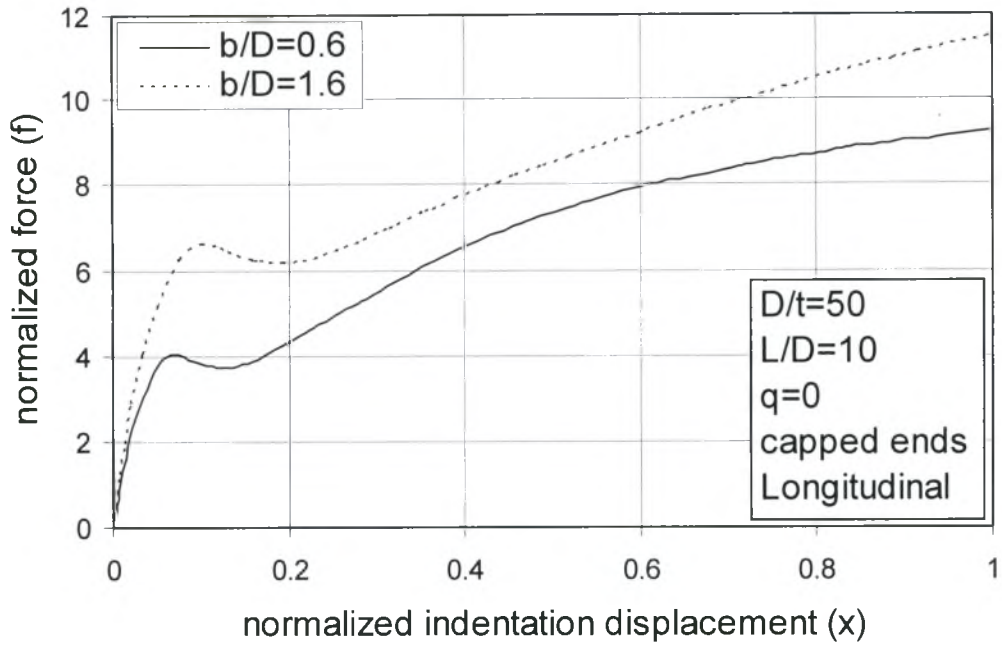
όπου p_y είναι η πίεση κατάρρευσης και δίνεται από τον τύπο (4.6). Τα αποτελέσματα αφορούν το μοντέλο με διεισδυτή $b/D=1.6$ και παρουσιάζονται στο διάγραμμα του σχήματος 4.77 και για τις δυο καταστάσεις πίεσης.



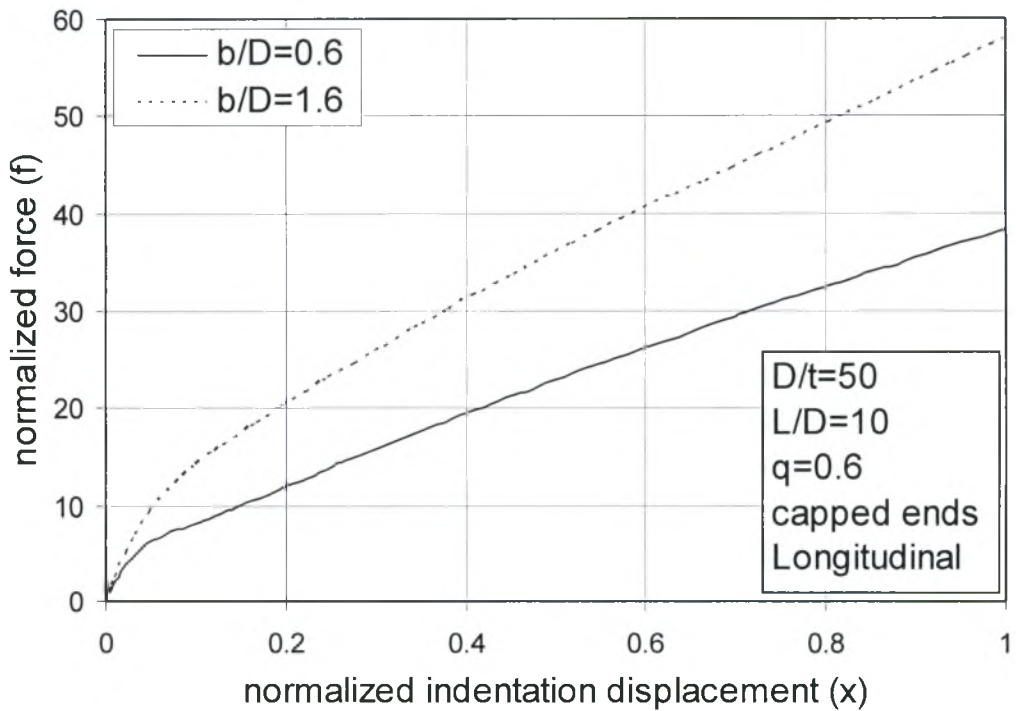
Σχήμα 4.77 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) για διεισδυτή με λόγο $b/D_m=1.6$

Από το σχήμα 4.77 παρατηρούμε ότι στην περίπτωση που ο διεισδυτής είναι τοποθετημένος παράλληλα στον επιμήκη άξονα του κελύφους οι διαφορές στα αποτελέσματα, μεταξύ των δυο περιπτώσεων πίεσης, είναι πολύ μεγαλύτερες από την περίπτωση εγκάρσιας διάταξης του διεισδυτή (σχήμα 4.5). Δηλαδή απαιτούνται μεγαλύτερες δυνάμεις διείσδυσης όταν έχουμε επιμήκη διάταξη του διεισδυτή, ιδιαίτερα αν υπάρχει εσωτερική πίεση.

Στη συνέχεια εξετάζεται η περίπτωση διεισδυτή με λόγο $b/D=0.6$ για να πραγματοποιηθεί μια σύγκριση με τον διεισδυτή $b/D=1.6$ για τη δύναμη διείσδυσης που απαιτείται για ίδια μετατόπιση. Στα σχήματα 4.78 και 4.79 που ακολουθούν παρουσιάζονται τα συγκριτικά αποτελέσματα για μηδενική πίεση και πίεση $p = 0.6 p_y$.



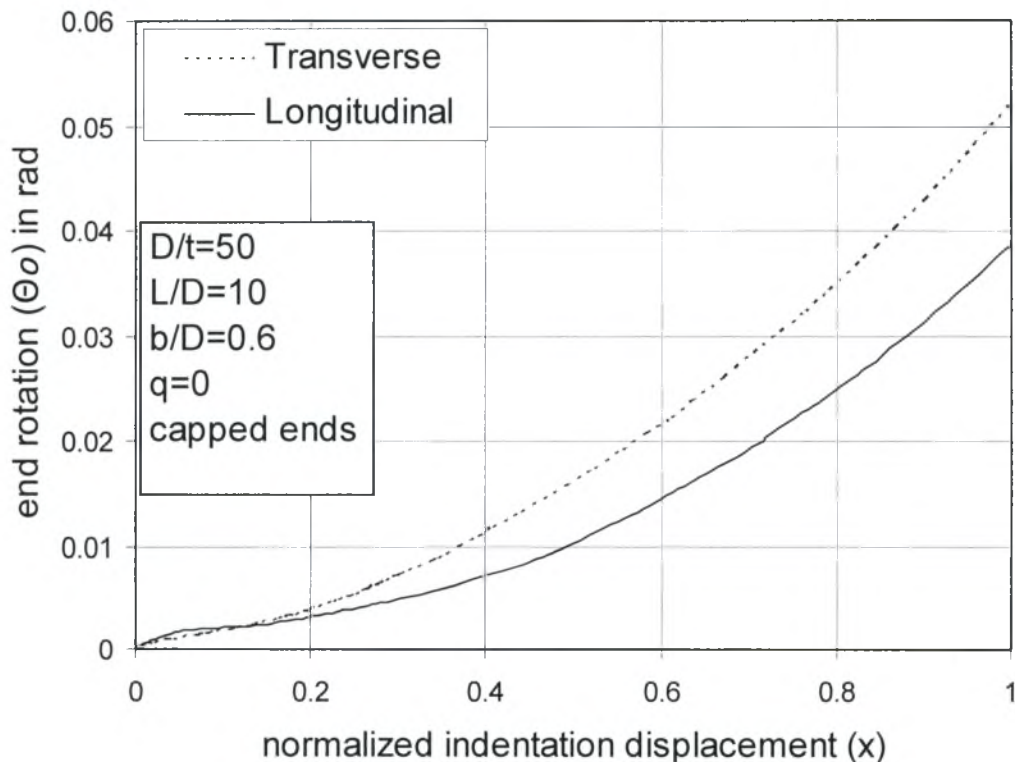
Σχήμα 4.78 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) για διεισδυτές με λόγο $b/D_m=1.6$ και $b/D_m=0.6$



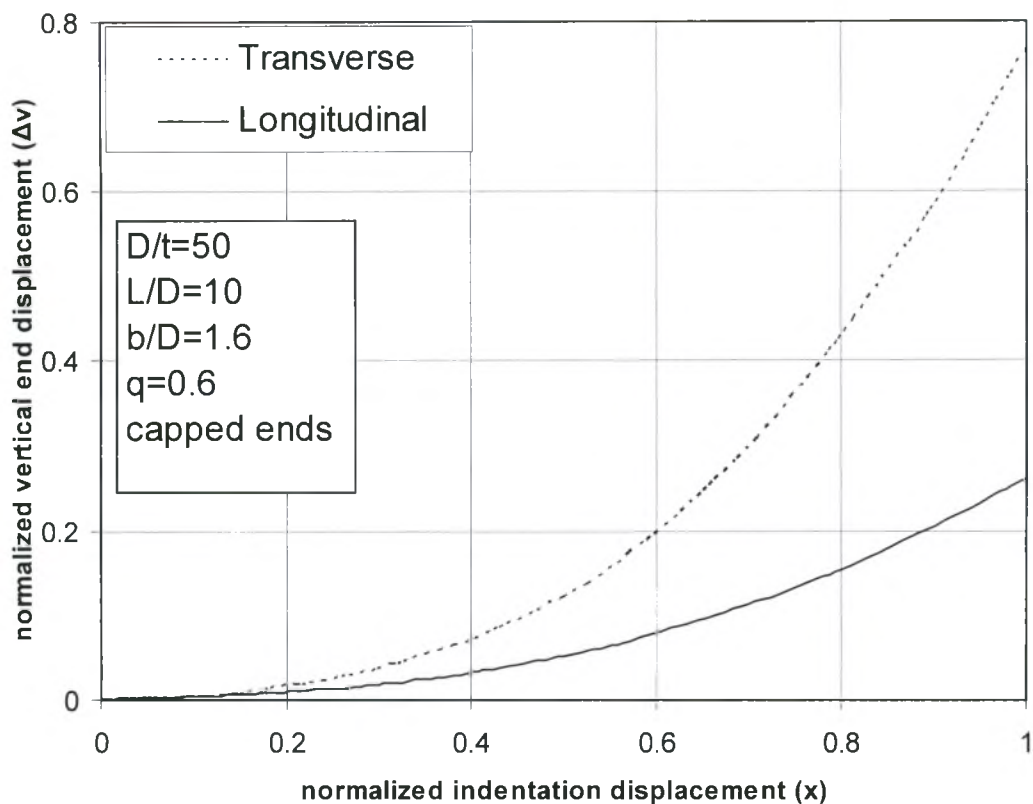
Σχήμα 4.79 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) για διεισδυτές με λόγο $b/D_m=1.6$ και $b/D_m=0.6$ και με παρουσία πίεσης

Από τα σχήματα 4.78 και 4.79 παρατηρούμε ότι για το διεισδυτή με το μικρότερο λόγο b/D απαιτούνται μικρότερες δυνάμεις διείσδυσης και στις δυο περιπτώσεις πίεσης. Αυτό αντιτίθεται με τα συμπεράσματα που εξήχθησαν από τα σχήματα 4.22 και 4.23 όπου για διεισδυτές με ίδιο λόγο b/D , χρησιμοποιώντας το ίδιο κέλυφος, απαιτούνται ίδιες σχεδόν δυνάμεις διείσδυσης για μηδενική πίεση αλλά και για πίεση $p = 0.6 p_v$. Στη συγκεκριμένη όμως περίπτωση οι διεισδυτές ήταν τοποθετημένοι εγκάρσια στον επιμήκη άξονα του κελύφους. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ο τρόπος διάταξης του διεισδυτή είναι πολύ σημαντικός και επιφέρει μεγάλες αλλαγές στην απόκριση του κελύφους.

Στα σχήματα 4.80 και 4.81 παρουσιάζονται συγκριτικά αποτελέσματα μεταξύ των μοντέλων που χρησιμοποιούν διεισδυτή με ίδιο λόγο b/D αλλά με διαφορετική διάταξη. Στο σχήμα 4.80 συγκρίνεται η στροφή στα άκρα του σωλήνα ($p = 0$) για διεισδυτή με λόγο $b/D=0.6$ και στο σχήμα 4.81 η κάθετη μετατόπιση ($p = 0.6 p_v$) για διεισδυτή με λόγο $b/D=1.6$.



Σχήμα 4.80 Διάγραμμα στροφής (Θ_o) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) χωρίς εσωτερική πίεση



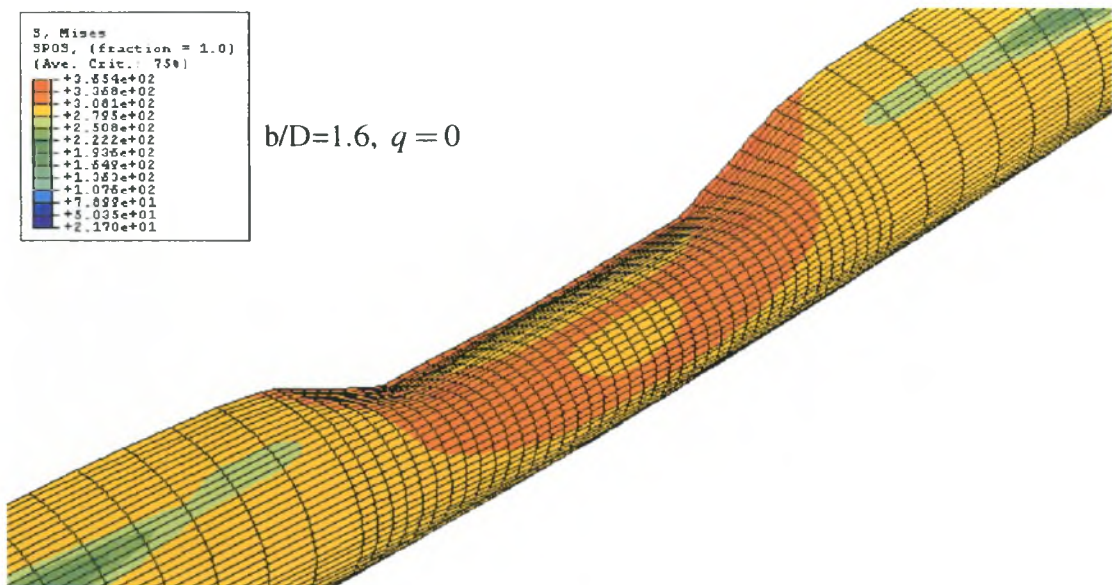
Σχήμα 4.81 Διάγραμμα κάθετης μετατόπισης (Δv) των άκρων του κελύφους σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x) με παρουσία εσωτερικής πίεσης

Από τα σχήματα 4.80 και 4.81 παρατηρείται ότι η στροφή και η κάθετη μετατόπιση των άκρων του κελύφους είναι κατά πολύ μικρότερη στην περίπτωση που ο διεισδυτής είναι τοποθετημένος παράλληλα στον επιμήκη άξονα του κελύφους. Συμπεραίνουμε ότι ο τρόπος διάταξης του διεισδυτή επηρεάζει σημαντικά την συμπεριφορά στα άκρα του σωλήνα.

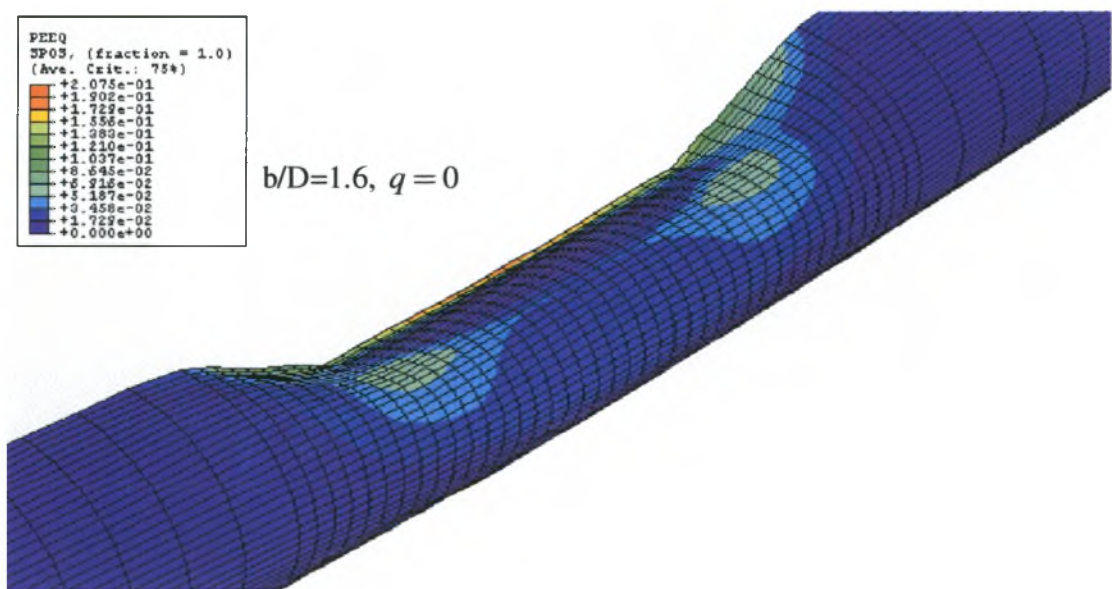
Παρακάτω παρουσιάζονται σχήματα στα οποία απεικονίζονται η κατανομή των τάσεων Von Mises, η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση PEEQ καθώς και η παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους. Τα χαρακτηριστικά των μοντέλων που παρουσιάζονται είναι τα εξής :

- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=50$ (capped ends)
- Λόγος μήκους προς μέση διάμετρο : $L/D=10$
- Λόγος μήκους διεισδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=0.6$
- Λόγος μήκους διεισδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=1.6$

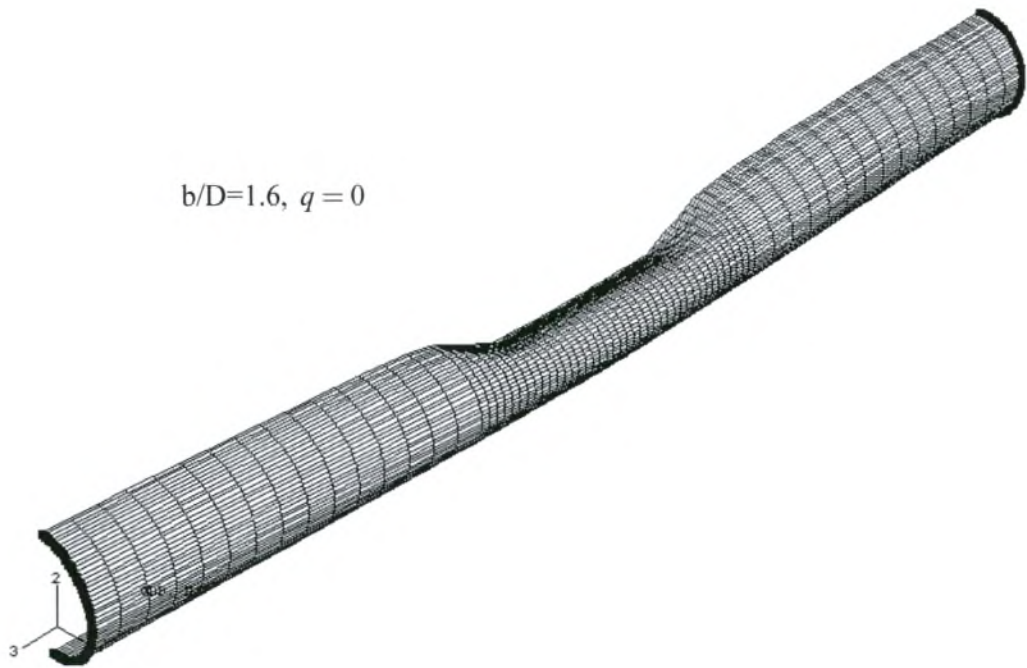
Πάνω σε κάθε σχήμα αναγράφονται ο λόγος μήκους διεισδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους και η τιμή της εσωτερικής του πίεσης. Σε όλες τις εικόνες αναγράφεται η μετατόπιση του διεισδυτή x .



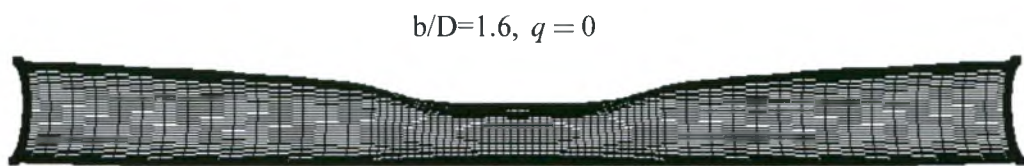
Σχήμα 4.82 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=1$)



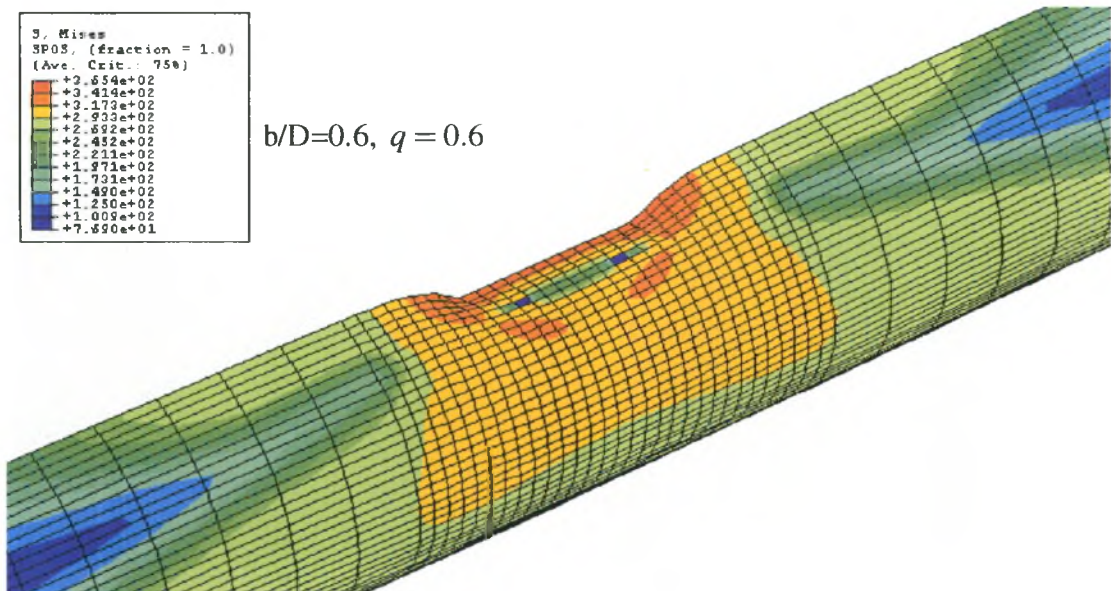
Σχήμα 4.83 Λεπτομέρεια της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=1$)



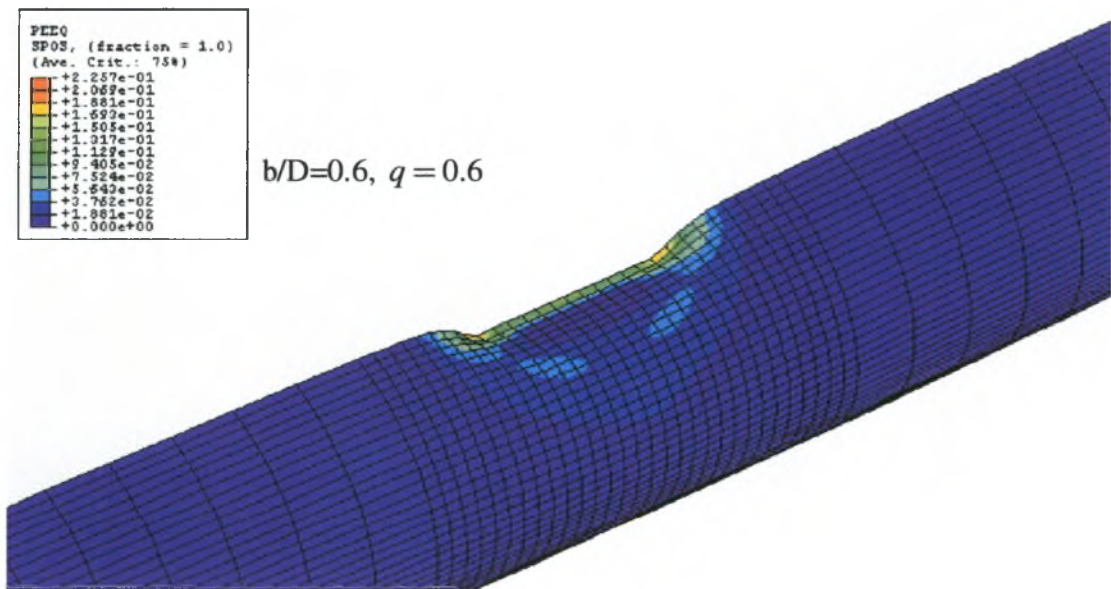
Σχήμα 4.84 Η παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση ($x=1$)



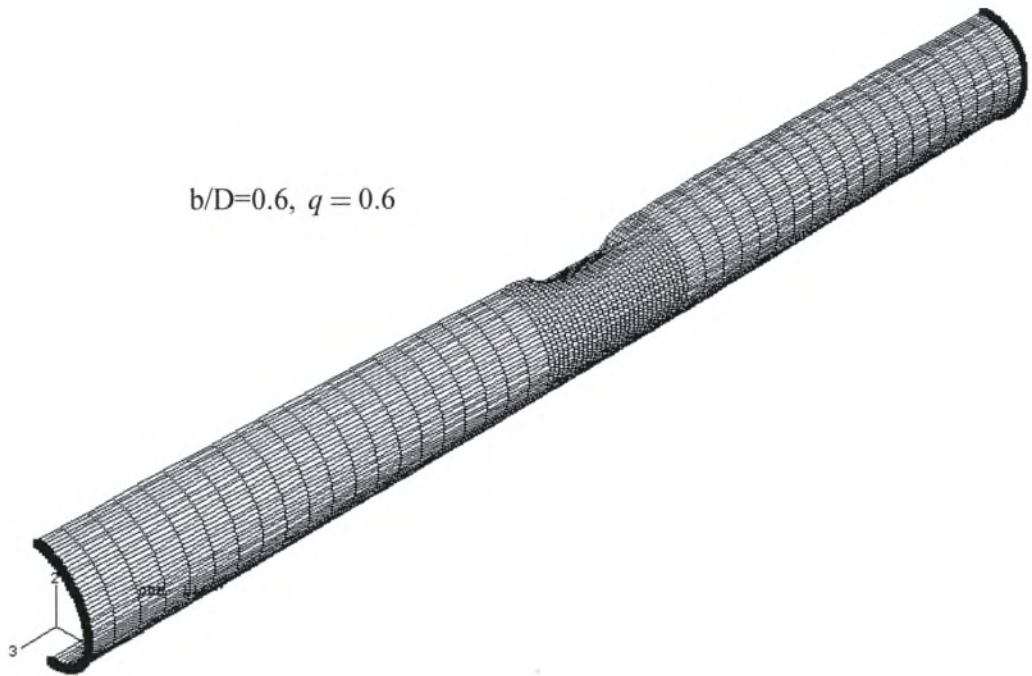
Σχήμα 4.85 Η παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση, στη διεύθυνση 2-3 ($x=1$)



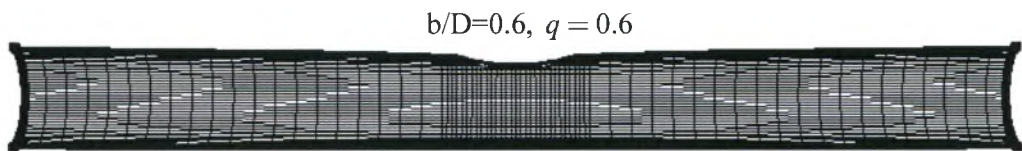
Σχήμα 4.86 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση ($x=0.40$)



Σχήμα 4.87 Λεπτομέρεια της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης για το κέλυφος με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση ($x=0.40$)



Σχήμα 4.88 Η παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση ($x=0.40$)



Σχήμα 4.89 Η παραμορφωμένη κατάσταση του κελύφους με $D/t=50$ με εσωτερική πίεση, στη διεύθυνση 2-3 ($x=0.40$)

4.6 Επίδραση της ανισοτροπίας του υλικού στην απόκριση του κελύφους

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζεται η ανισοτροπία του υλικού του σωλήνα και η επίδραση της στην απόκριση του κελύφους. Στα προηγούμενα κεφάλαια γινόταν αναφορά στην τάση διαρροής κατά την περιμετρική κατεύθυνση του κελύφους, η οποία χρησιμοποιείτο για τις τιμές της πραγματικής τάσης και λογαριθμικής πλαστικής παραμόρφωσης σύμφωνα με τους τύπους (4.1) και (4.2). Σε όλες τις προηγούμενες αναλύσεις το υλικό θεωρείται ισότροπο. Σε αυτή την περίπτωση η ανάλυση γίνεται μέσω του ανισοτροπικού κριτηρίου διαρροής κατά Hill. Στην περίπτωση της ανισοτροπίας χρησιμοποιείται η τάση διαρροής κατά την διαμήκη διεύθυνση του σωλήνα και επιβάλλεται στο μοντέλο ως ένας λόγος S .

$$S = \frac{\sigma_{0,L}}{\sigma_{0,C}} \quad (4.9)$$

όπου το $\sigma_{0,C}$ είναι η τάση διαρροής κατά την περιμετρική διεύθυνση ενώ το $\sigma_{0,L}$ είναι η τάση διαρροής κατά την διαμήκη διεύθυνση του κελύφους.

Η θεώρηση της ανισοτροπίας στο ABAQUS γίνεται με τη χρήση της εντολής "Potential" στο πρόγραμμα, κάτω από τις τιμές της πραγματικής τάσης και λογαριθμικής πλαστικής παραμόρφωσης για τις οποίες χρησιμοποιείται πάλι η τιμή της $\sigma_{0,C}$. Εάν δεν υπάρχει ανισοτροπία στην εντολή "Potential" εμφανίζονται έξι αριθμοί με τιμές μονάδος. Στην περίπτωση της ανισοτροπίας ο δεύτερος αριθμός αντικαθίσταται με την τιμή του λόγου S , ενώ οι υπόλοιποι είναι ίσοι με τη μονάδα.

Τα χαρακτηριστικά του κελύφους και του διεισδυτή που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση είναι τα εξής :

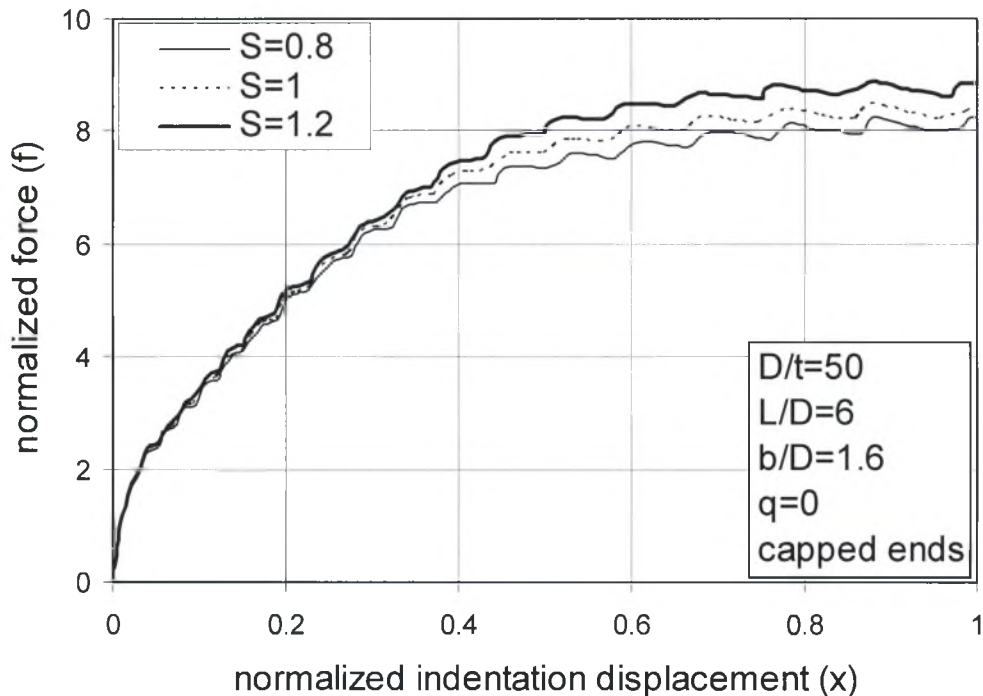
- Λόγος μέσης διαμέτρου προς πάχος : $D/t=50$
- Λόγος μήκους προς μέση διάμετρο : $L/D=6$
- Μέτρο ελαστικότητας : $E=210000 \text{ N/mm}^2$
- Λόγος Poisson : $\nu=0.3$
- Τάση διαρροής : $\sigma_{0,C} = \sigma_0 = 290 \text{ N/mm}^2$
- Λόγος μήκους διεισδυτή προς μέση διάμετρο κελύφους : $b/D=1.6$

Στην ανάλυση που πραγματοποιείται θεωρούμε ότι δεν υπάρχει πίεση στο εσωτερικό του κελύφους ($q = 0$).

Μελετήθηκαν δυο διαφορετικές περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών στα άκρα του κελύφους ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα για το πόσο οι συνοριακές συνθήκες επηρεάζουν την απόκριση του κελύφους στην περίπτωση της ανισοτροπίας. Οι περιπτώσεις που μελετήθηκαν είναι οι εξής :

- Άκαμπτη πλάκα (‘‘καπάκι’’), προσαρμοσμένη σε κάθε άκρο, ελεύθερη να κινηθεί κατά τις διευθύνσεις 2 και 3 και να περιστραφεί περί τη διεύθυνση 1 ($U_1=UR_2=UR_3=0$)-(capped ends)
- Πακτωμένα άκρα-(fixed ends)

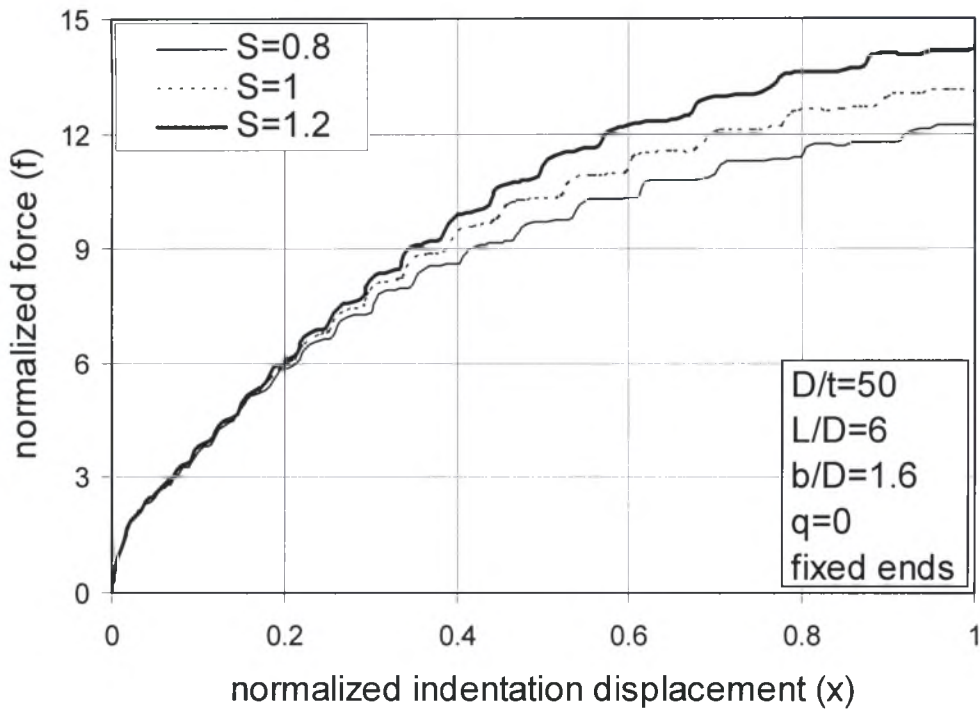
Στο διάγραμμα του σχήματος 4.90 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την πρώτη περίπτωση συνοριακών συνθηκών (capped ends) και για τρεις διαφορετικές τιμές του λόγου S .



Σχημα 4.90 Διαγραμμα αδιάστατης δυναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)

Από το σχήμα 4.90 συμπεραίνουμε ότι στην περίπτωση που η τιμή της $\sigma_{0,L}$ είναι μικρότερη από την αντίστοιχη της $\sigma_{0,C}$ οι δυνάμεις διεϊσδυσης που απαιτούνται για την ίδια μετατόπιση είναι και αυτές μικρότερες. Παρόλα αυτά οι διαφορές των τριών καμπύλων f-x δεν είναι πολύ μεγάλες. Στα πρώτα στάδια της διεϊσδυσης οι δυνάμεις που απαιτούνται είναι σχεδόν ίδιες και οι εμφανείς διαφορές μεταξύ τους εμφανίζονται μετά το 30% της συνολικής μετατόπισης.

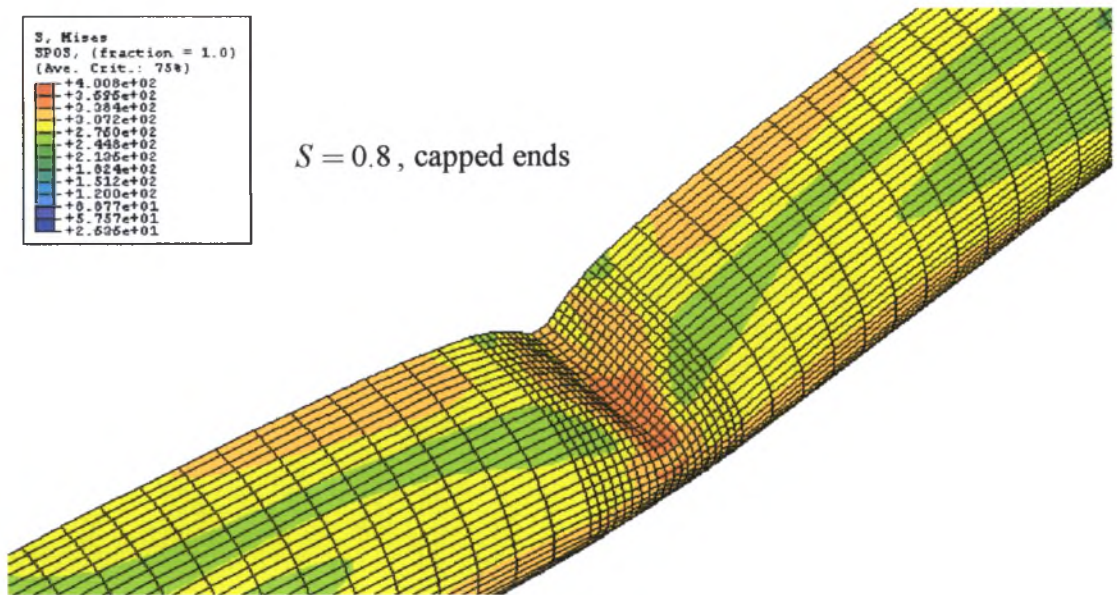
Στο διάγραμμα του σχήματος 4.91 που ακολουθεί εξετάζεται η δεύτερη περίπτωση συνοριακών συνθηκών (fixed ends) για τις ίδιες τιμές του λόγου S .



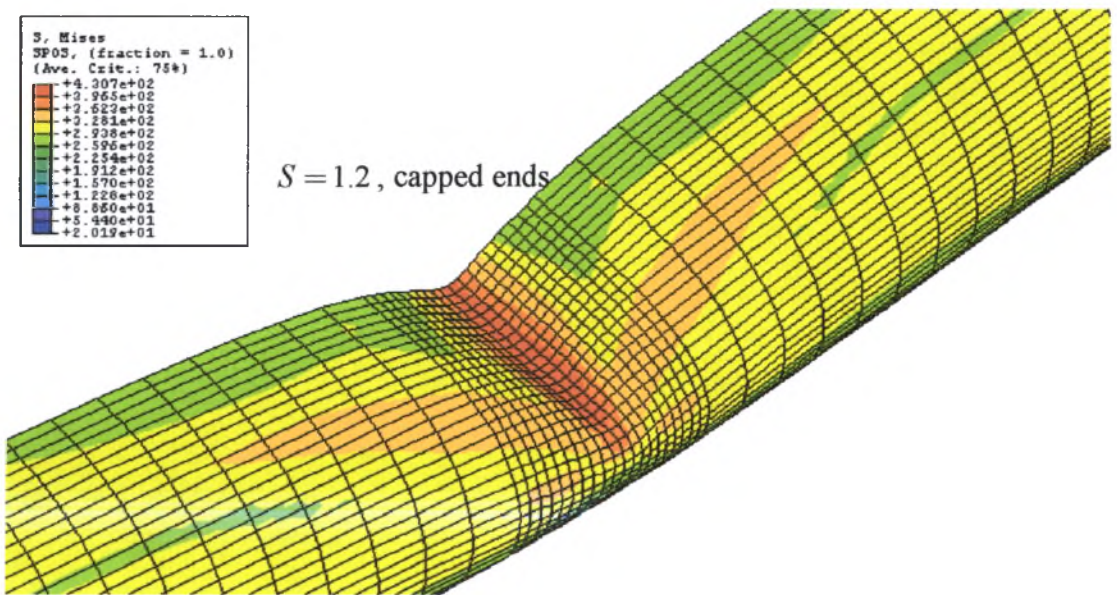
Σχήμα 4.91 Διάγραμμα αδιάστατης δύναμης (f) σε σχέση με την αδιάστατη μετατόπιση (x)

Ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα που αναφέρθηκαν και για την πρώτη περίπτωση συνοριακών συνθηκών, δηλαδή οι δυνάμεις διείσδυσης που απαιτούνται είναι μικρότερες στην περίπτωση που ο λόγος S έχει την μικρότερη τιμή. Σε αυτή την περίπτωση (fixed ends) οι διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων για διαφορετικές τιμές του λόγου S είναι μεγαλύτερες. Δηλαδή οι συνοριακές συνθήκες επηρεάζουν το αποτέλεσμα στην περίπτωση που έχουμε ανισοτροπία. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση πακτωμένων άκρων λόγω μεμβρανικής λειτουργίας στις γενέτειρες η τάση διαρροής κατά την διαμήκη διεύθυνση γίνεται πολύ σημαντική και επηρεάζει πολύ την απόκριση του κελύφους.

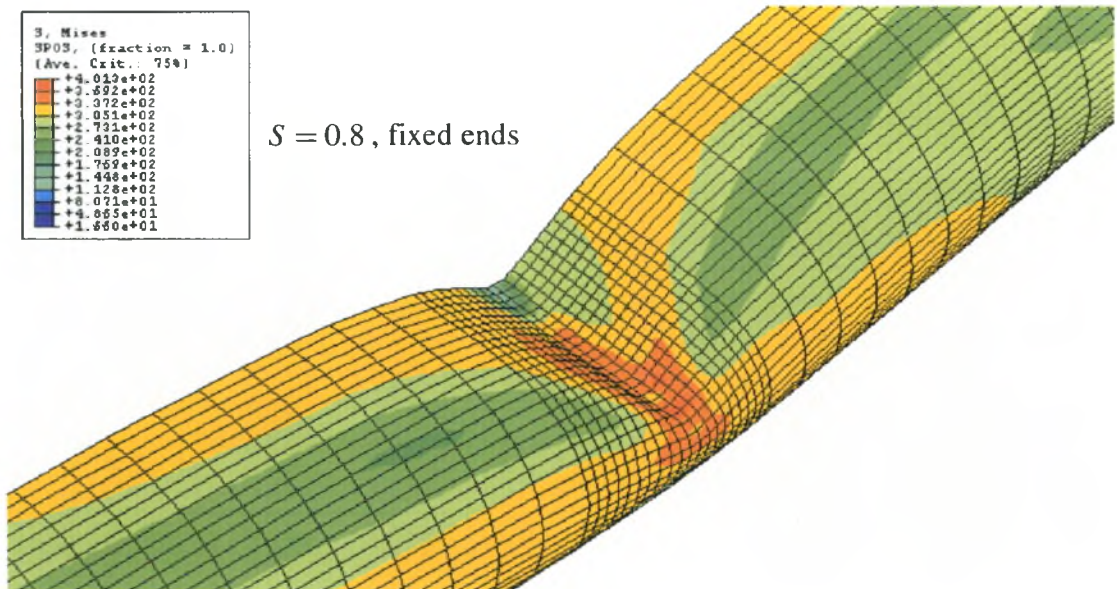
Στις επόμενες εικόνες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τις τάσεις Von Mises. Πάνω σε κάθε σχήμα αναγράφεται ο λόγος S και η μορφή των συνοριακών συνθηκών. Σε όλες τις εικόνες η μετατόπιση του διεισδυτή είναι $x=1$.



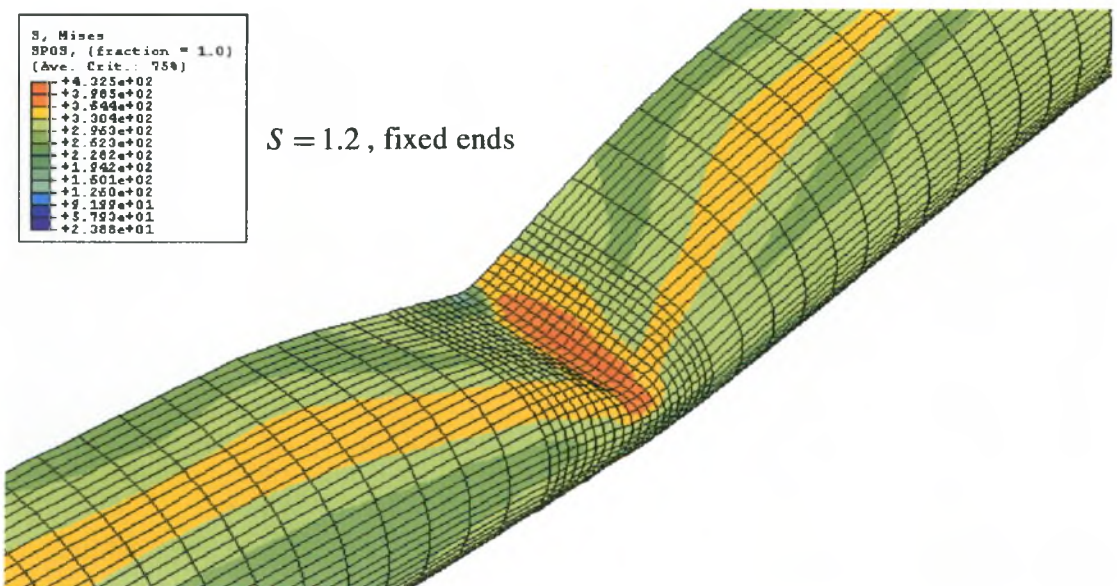
Σχήμα 4.92 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση



Σχήμα 4.93 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση



Σχήμα 4.94 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση



Σχήμα 4.96 Λεπτομέρεια της κατανομής των τάσεων κατά Von Mises για το κέλυφος με $D/t=50$ χωρίς εσωτερική πίεση

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : Διδιάστατο αναλυτικό μοντέλο

5.1 Εισαγωγή

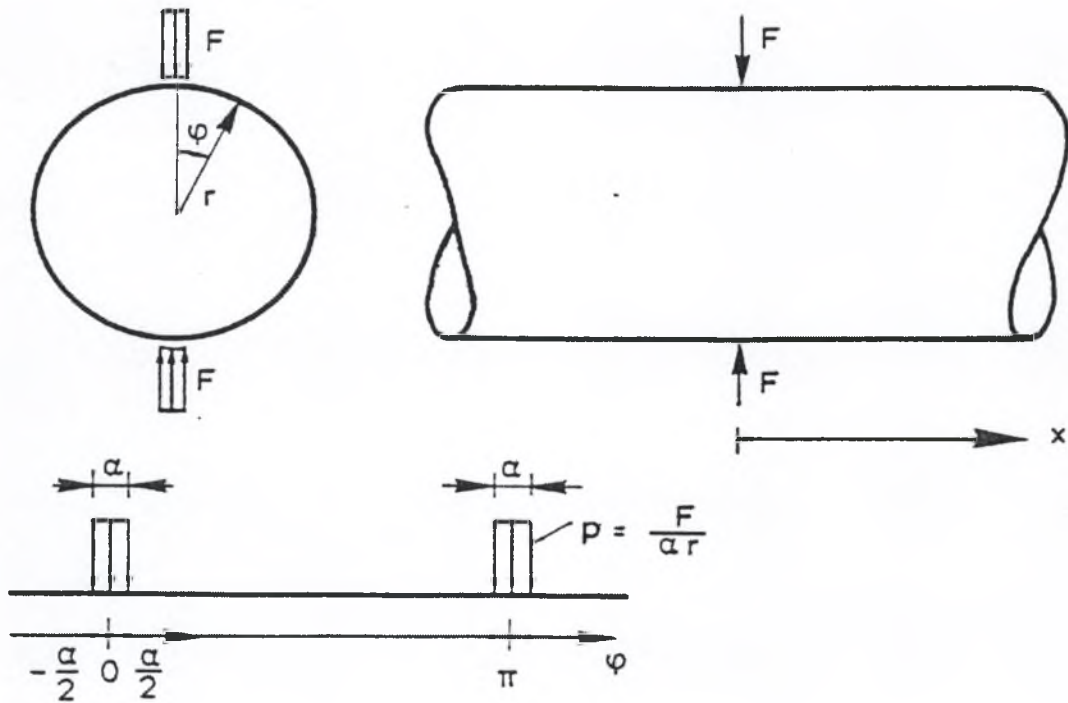
Στο παρόν κεφαλαίο παρουσιάζεται ένα απλοποιητικό αναλυτικό μοντέλο, το οποίο θα αναφέρεται εφεξής ως μοντέλο I, που προτάθηκε από το ινστιτούτο TNO (Gresnigt rapport NO. B-84-425, 1985). Το μοντέλο υπολογίζει τη σχέση μεταξύ του επιβαλλόμενου φορτίου σε ένα σωλήνα και το βάθος της διείσδυσης που προκαλείται από αυτό το φορτίο θεωρώντας το σωλήνα ως δακτύλιο. Το μοντέλο θεωρεί μια αντιδιαμετρική φόρτιση στο κέλυφος. Αυτός ο τρόπος φόρτισης διαφέρει από εκείνον που επιβάλλεται στους σωλήνες κατά τη διάρκεια των πειραμάτων αλλά χρησιμοποιείται χάριν απλότητας. Όπως αναφέρθηκε στο κεφαλαίο 2 τα κελύφη υπόκεινται σε φόρτιση ενός σημείου και υπολογίζουμε την αντίστοιχη αντίδραση στο διεισδυτή. Ως αποτέλεσμα των παραμορφώσεων από την επίδραση σημειακής φόρτισης, οι δυνάμεις αντίδρασης συγκεντρώνονται στο σημείο στήριξης. Αυτή η κατάσταση προσεγγίζεται στο παρόν μοντέλο με το κέλυφος ως διδιάστατο δακτύλιο να υπόκειται σε δυο αντιδιαμετρικά φορτία.

Το αναλυτικό μοντέλο για την προσομοίωση της τριδιάστατης λειτουργίας χρησιμοποιεί την ιδέα ενός "συνεργαζόμενου" μήκους πάνω στο κέλυφος. Με το μοντέλο αυτό γίνεται ένας διαχωρισμός φορτίου και βάθους διείσδυσης μεταξύ της ελαστικής και της πλαστικής περιοχής. Στους υπολογισμούς που περιγράφουν τη συμπεριφορά φορτίου-διαμόρφωσης στην ελαστική περιοχή, η αντίστοιχη γραμμική θεωρία των κελυφών θεωρήθηκε σαν βάση. Επίσης λήφθηκε υπόψη η επιρροή της εσωτερικής πίεσης με έναν απλό συντελεστή ευκαμψίας. Όσον αφορά τους υπολογισμούς στη πλαστική περιοχή διακρίνεται η συνεισφορά στη φόρτιση από την παραμόρφωση της διατομής, την μεμβρανική δράση της επιφάνειας (τοιχώματος) του σωλήνα, την επιρροή της εσωτερικής πίεσης και την επιρροή της θέσης και των διαστάσεων του διεισδυτή. Με την κατάλληλη επιλογή συντελεστών μπορεί να επιτευχθεί μια ικανοποιητική προσέγγιση μεταξύ των αναλυτικών υπολογισμών και των πειραμάτων.

5.2 Περιγραφή του μοντέλου I

5.2.1 Ελαστική περιοχή παραμόρφωσης

Παρουσιάζονται στο σχήμα 5.1 οι αρχικές θεωρήσεις για την ανάλυση του αναλυτικού μοντέλου στην ελαστική περιοχή :



Σχήμα 5.1 Σημεία εφαρμογής της δύναμης

Το κατανεμημένο φορτίο p λόγω της δύναμης F που ασκείται σε δυο αντιδιαμετρικές περιοχές του κελύφους υπολογίζεται ως εξής :

$$p = \frac{F}{ar}$$

Το εύρος της γωνίας ϕ όπου υπάρχει φορτίο είναι :

$$-\frac{a}{2} < \phi < +\frac{a}{2} \text{ και } \pi - \frac{a}{2} < \phi < \pi + \frac{a}{2}$$

Επομένως το φορτίο $f(\phi)$ στο κέλυφος είναι

$$f(\phi) = p$$

για γωνία

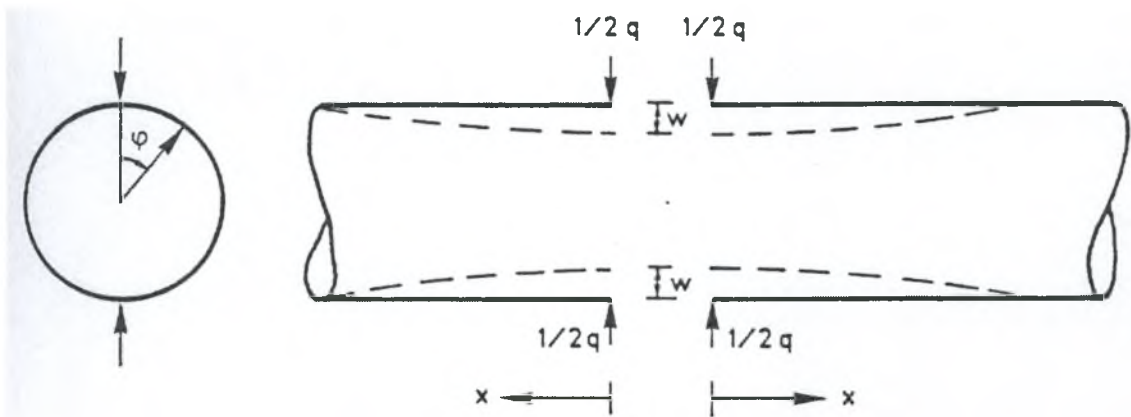
$$-\frac{a}{2} < \phi < +\frac{a}{2} \text{ και } \pi - \frac{a}{2} < \phi < \pi + \frac{a}{2}$$

και

$f(\phi) = 0$, οπουδήποτε αλλού.

Κάνοντας μια τυπική ανάλυση Fourier, γράφουμε το φορτίο $f(\phi)$ ως εξής :

$$f(\phi) = \frac{2F}{\pi r} \left(\frac{1}{2} + \cos 2\phi + \cos 4\phi + \dots + \cos n\phi + \dots \right) \quad (5.1)$$



Σχήμα 5.2 Σχήμα εφαρμογής του φορτίου και απεικόνιση της κάθετης μετατόπισης $w(\phi)$

Γράφοντας επίσης τη λύση $w(\phi)$ ως μια σειρά Fourier, χρησιμοποιώντας την γραμμική θεωρία κελυφών, καταλήγουμε στο αποτέλεσμα (Gresnigt, 1985) :

$$w(\phi) = \frac{1.117 Fr^3}{EI r \sqrt{\frac{r}{t}}} \frac{t}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos n\phi}{A_n} \quad (5.2)$$

όπου A_n είναι συντελεστές που εξαρτώνται από το a και τα μηχανικά χαρακτηριστικά του κελύφους, με a να είναι η περιοχή εφαρμογής του φορτίου p (σχήμα 5.1).

$$EI = \frac{Et^3}{12} \quad (5.3)$$

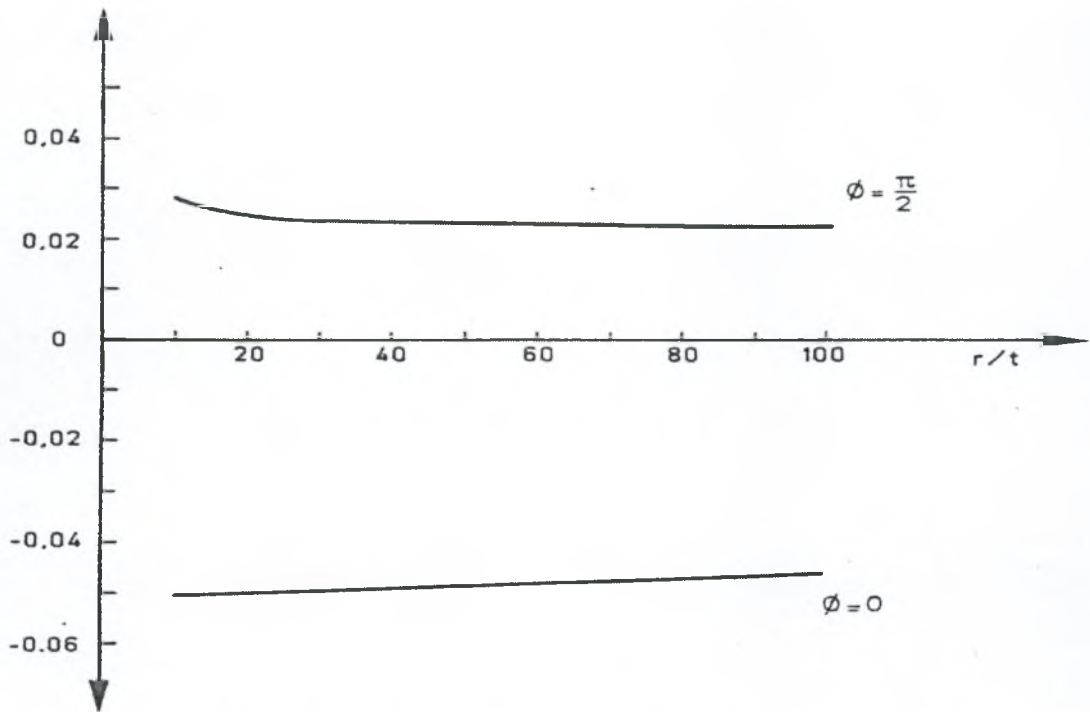
είναι καμπτική ακαμψία του κελύφους.

Θέτοντας ως H το παρακάτω άθροισμα :

$$H = \frac{t}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos n\phi}{A_n} \quad (5.4)$$

η σχέση για το $w(\phi)$ γράφεται :

$$w(\phi) = \frac{1.117Fr^3}{EI r \sqrt{\frac{r}{t}}} H \quad (5.5)$$



Σχήμα 5.3 Διάγραμμα του H σε σχέση με το λόγο $\frac{r}{t}$ για δυο τιμές της γωνίας ϕ

Εύκολα προκύπτει από το σχήμα 5.3 ότι για $\phi = 0$ έχουμε $H = -0.050$

ενώ για $\phi = \frac{\pi}{2}$ έχουμε $H = +0.024$

Επομένως για $\phi = 0$ η εξίσωση (5.5) γίνεται

$$w_0 = \frac{-0.056Fr^3}{EI r \sqrt{\frac{r}{t}}} \quad (5.6)$$

και για $\phi = \frac{\pi}{2}$ ισχύει

$$w_{\frac{\pi}{2}} = \frac{0.027Fr^3}{EIr\sqrt{\frac{r}{t}}}$$

Σημειώνουμε πως η λύση των Timoshenko & Gere (1961) για δακτυλίους με δυο αντιδιαμετρικά φορτία, δίνει ότι η μετατόπιση λόγω του φορτίου γράφεται ως εξής :

$$2w = \frac{-0.149Fr^3}{EI} \quad (5.7)$$

όπου

$$EI = \frac{Et^3}{12}$$

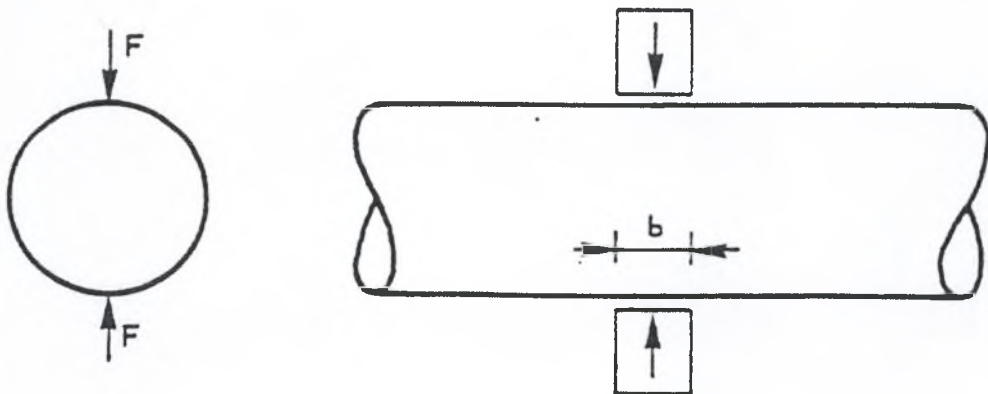
Η σχέση (5.6) μπορεί να γραφτεί ως :

$$2w = \frac{0.149Fr^3}{EI \cdot 1.33r\sqrt{\frac{r}{t}}}$$

και συμπίπτει με τη λύση των Timoshenko & Gere (1961) διαιρεμένη με έναν συντελεστή B , όπου :

$$B = 1.33r\sqrt{\frac{r}{t}}$$

Αυτό το B καλείται "συνεργαζόμενο μήκος" και προσομοιάζει την τριδιάστατη συμπεριφορά της διεύθυνσης.



Σχήμα 5.4 Απεικόνιση του μήκους του διευσδυτή

Για την περίπτωση διεισδυτή με διάσταση b κατά την διαμήκη διεύθυνση θεωρούμε (διορθωτικά) ότι το B ισούται με :

$$B = 1.33r \sqrt{\frac{r}{t}} + b \quad (5.8)$$

όπου το b είναι το μήκος του διεισδυτή όπως φαίνεται στο σχήμα 5.4.

Έτσι η "ελαστική" έκφραση για το $2w$ γίνεται :

$$2w = \frac{-0.149Fr^3}{BEI} \quad (5.9)$$

με EI να είναι

$$EI = \frac{Et^3}{12}$$

Για την επιρροή της πίεσης στην έκφραση (5.9) εισάγεται ένας συντελεστής $\sqrt{f_{rr}}$ που εξαρτάται από την πίεση και ισούται με :

$$\sqrt{f_{rr}} = \sqrt{\frac{P_{cr}}{P_{cr} + P_i}}$$

όπου

$$P_{cr} = \frac{3EI}{r^3}$$

και P_i η εσωτερική πίεση του σωλήνα.

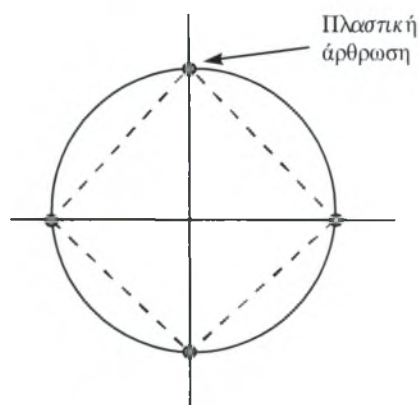
Τελικά η σχέση (5.9) η οποία δίνει την ελαστική συμπεριφορά του σωλήνα υπό πίεση είναι :

$$2w = \frac{-0.149Fr^3}{BEI} \sqrt{f_{rr}} \quad (5.10)$$

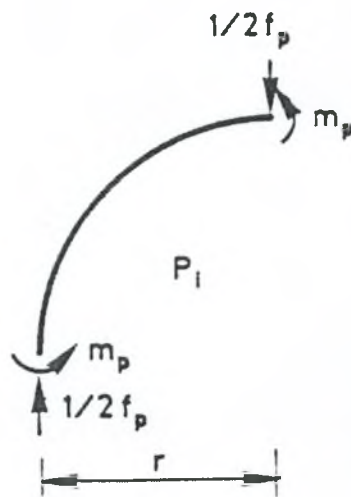
5.2.2 Πλαστική περιοχή παραμόρφωσης

5.2.2.1 Παραμόρφωση διατομής

Η αναλυτική λύση για την πλαστική περιοχή βασίστηκε σε ένα θεωρητικό μοντέλο δακτυλίου με τέσσερις πλαστικές αρθρώσεις στην διατομή, θεωρώντας πλήρως πλαστική συμπεριφορά (σχήμα 5.5). Στο σχήμα 5.6 φαίνεται η ισορροπία δυνάμεων και ροπών στο μοντέλο.



Σχήμα 5.5 Μηχανισμός με τέσσερις πλαστικές αρθρώσεις



Σχήμα 5.6 Σχήμα ισορροπίας δυνάμεων και ροπών

Από το σχήμα 5.6 και κάνοντας μια ισορροπία των ροπών ισχύει :

$$\frac{1}{2} f_p = 2m_p \quad (5.11)$$

όπου για την περίπτωση της διατομής δακτυλίου με πλήρη πλαστικότητα υπό την παρουσία αξονικής δύναμης, όπου στην περίπτωση αυτή είναι η δύναμη που ασκείται από την πίεση, το m_p ισούται με :

$$m_p = \frac{1}{4} t^2 \sigma_0 \left[1 - \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_0} \right)^2 \right] \quad (5.12)$$

Αλλά λόγω κατάστασης επίπεδης παραμόρφωσης (plain strain) και θεωρώντας λόγο Poisson $\nu=0.50$ η τάση διαρροής γίνεται $1.15\sigma_0$ και η σχέση 5.12 γράφεται ως εξής :

$$m_p = \frac{1}{4} t^2 \sigma_0 1.15 \left[1 - \left(\frac{\sigma_r}{1.15\sigma_0} \right)^2 \right] \Rightarrow$$

$$m_p = \frac{1}{4} t^2 \sigma_0 1.15 \left(1 - 0.75 \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_0} \right)^2 \right)$$

Με αυτό τον τρόπο η σχέση 5.11 μετασχηματίζεται ως εξής :

$$f_p = 1.15 \frac{t^2 \sigma_0}{r} \left(1 - 0.75 \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_0} \right)^2 \right)$$

ενώ

$$\sigma_r = \frac{P_i r}{t}$$

είναι η περιμετρική τάση λόγω πίεσης.

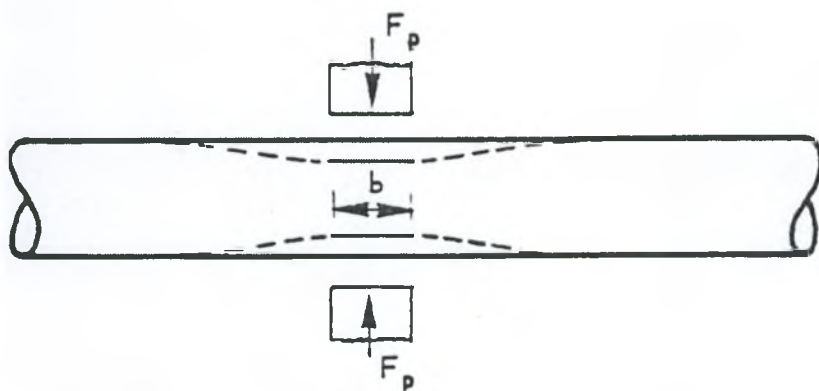
Όπως και στην ελαστική ανάλυση έτσι και στους υπολογισμούς για την πλαστική ανάλυση στην έκφραση του φορτίου εισάγεται ένας συντελεστής B_p για το συνεργαζόμενο μήκος του σωλήνα :

$$F_p = 1.15 \frac{t^2 \sigma_0}{r} \left(1 - 0.75 \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_0} \right)^2 \right) B_p \quad (5.13)$$

όπου εδώ λαμβάνεται (εμπειρικά) ως εξής :

$$B_p = 0.80 r \sqrt{\frac{r}{t}} + b \quad (5.14)$$

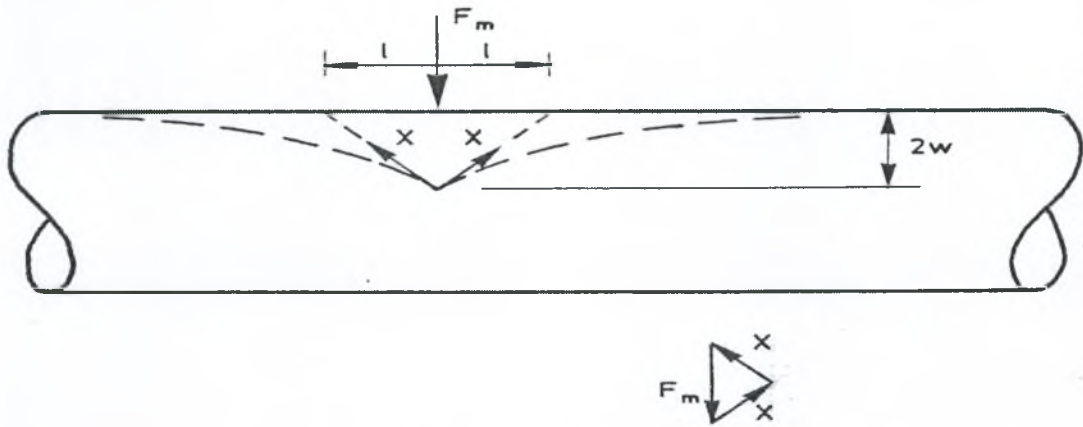
με b να είναι το μήκος του διεισδυτή όπως φαίνεται στο σχήμα 5.7 που ακολουθεί.



Σχήμα 5.7 Η ζώνη παραμόρφωσης και το μήκος του διεισδυτή

5.2.2.2 Μεμβρανική λειτουργία

Στην επόμενη εικόνα (σχήμα 5.8) παρουσιάζεται μια απλοποιητική θεώρηση για να υπολογιστεί η επίδραση της μεμβρανικής δράσης στην δύναμη διείδυσης F_m .



Σχήμα 5.8 Μεμβρανική λειτουργία του κελύφους

Για την F_m η οποία εξισορροπεί τις μεμβρανικές δυνάμεις X ισχύει λόγω ισορροπίας στην κατακόρυφη διεύθυνση :

$$F_m = 2X \cos \theta \Rightarrow$$

$$F_m = 2X \frac{2w}{\sqrt{(2w)^2 + l^2}}$$

Το μήκος l λαμβάνεται εμπειρικά από τον τύπο :

$$l = \frac{r}{8} \sqrt{\frac{r}{t}}$$

ενώ το X εκφράζει την μεμβρανική δύναμη η οποία εμπειρικά δίνεται από τη σχέση :

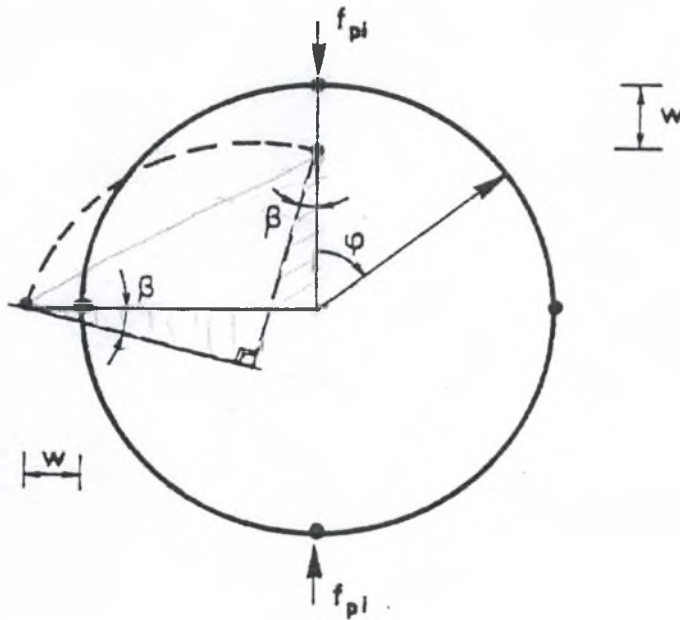
$$X = 0.8l\sigma_0 t$$

Τελικά το F_m παίρνει τη μορφή :

$$F_m = 1.6l\sigma_0 t \frac{2w}{\sqrt{(2w)^2 + \frac{r^3}{64t}}} \quad (5.15)$$

5.2.2.3 Επίδραση της πίεσης στην πλαστική παραμόρφωση

Η επίδραση της εσωτερικής πίεσης είναι πολύ σημαντική για τον υπολογισμό του φορτίου που απαιτείται για διείδυση. Η επιρροή αυτή εκφράζεται μέσω μιας επιπλέον δύναμης F_{pi} η οποία υπολογίζεται με βάση το έργο της πίεσης λόγω μεταβολής του εμβαδού του σωλήνα.



Σχήμα 5.9 Μεταβολή του εμβαδού της διατομής κατά την παραμόρφωση

Από το σχήμα 5.9 υπολογίζεται η μεταβολή του εμβαδού (ΔA) με βάση την τιμή της μεταβολής για το $\frac{1}{4}$ του διαστίχτου κελύφους (δακτυλίου) εφόσον υπάρχει συμμετρία κατά την παραμόρφωση. Προκύπτει :

$$\Delta A = 4[+0.5(r - w) \tan \beta - 0.5r^2 \tan \beta]$$

και επειδή

$$\Delta A = 4[-rw \tan \beta + 0.5w^2 \tan \beta]$$

και με τη βοήθεια κάποιων απλοποιήσεων ($0.5w^2 \ll rw$ και $r \tan \beta \approx w$) τελικά ισχύει:

$$\Delta A = -4w^2$$

Διαφορίζοντας έχουμε :

$$\delta \Delta A = -8w \delta w$$

$$(5.16)$$

Σύμφωνα με την αρχή των δυνατών έργων, η επιρροή της πίεσης γράφεται :

$$P_i \delta \Delta A + 2 f_{pi} \delta w = 0$$

και τελικά

$$f_{pi} = \frac{-P_i \delta \Delta A}{2 \delta w} \quad (5.17)$$

όπου f_{pi} η δύναμη ανά μονάδα μήκους που απαιτείται για ισορροπία πίεσης.

Και αντικαθιστώντας στη σχέση (5.17) την (5.16)

$$f_{pi} = 4wP_i$$

Για λόγους που σχετίζονται κυρίως με πειραματικές παρατηρήσεις, θεωρείται τελικά :

$$f_{pi} = 3wP_i$$

Όπως και προηγουμένως, έτσι και σε αυτή την περίπτωση εισάγεται (εμπειρικά) ένας συντελεστής συνεργαζόμενου μήκους B_{pi} , στη σχέση η οποία γίνεται :

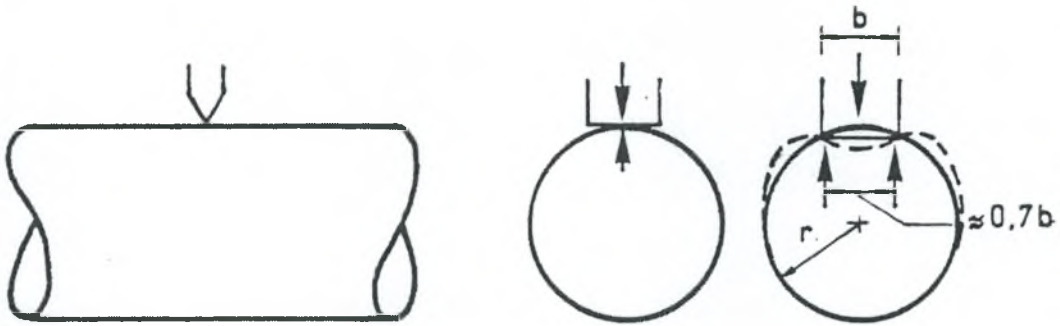
$$F_{pi} = 3wP_i B_{pi} \quad (5.18)$$

όπου

$$B_{pi} = 0.4r \sqrt{\frac{r}{i}} f_{rr} + b \quad (5.19)$$

και b είναι το μήκος του διεισδυτή.

5.2.2.4 Εγκάρσια διάταξη διεισδυτή



Σχήμα 5.10 Σχήμα εγκάρσιας διάταξης του διεισδυτή

Ένας ακόμη διορθωτικός συντελεστής προέρχεται από το γεγονός ότι ο διεισδυτής ενδέχεται να είναι εγκάρσια τοποθετημένος. Από το σχήμα 5.10 έχω :

$$S = \frac{2r}{2r - 0.7b} = \frac{r}{r - 0.35b} \quad (5.20)$$

Προφανώς το S είναι ίσο με μονάδα όταν ο διεισδυτής είναι τοποθετημένος παράλληλα στον επιμήκη άξονα του κελύφους ενώ στην περίπτωση εγκάρσιας φόρτισης παίρνει τιμές σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο.

5.2.3 Συγκεντρωτική παρουσίαση του διδιάστατου μοντέλου I

Παρακάτω παρουσιάζονται όλα τα αποτελέσματα, από την ανάλυση του μοντέλου, συγκεντρωμένα.

- Ελαστική ανάλυση (υπό πίεση)

$$2w = \frac{-0.149Fr^3}{BEI} \sqrt{f_{rr}}$$

$$B = 1.33r \sqrt{\frac{r}{t}} + b$$

$$f_{rr} = \frac{P_{cr}}{P_{cr} + P_i}$$

$$P_{cr} = \frac{3EI}{r^3}$$

$$EI = \frac{Et^3}{12}$$

- Πλαστική ανάλυση ($F = F_p + F_m + F_{pi}$)

➤ Παραμόρφωση διατομής

$$F_p = 1.15 \frac{l^2 \sigma_0}{r} (1 - 0.75 \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_0}\right)^2) B_p S$$

$$B_p = 0.80r \sqrt{\frac{r}{t}} + b$$

$$S = \frac{r}{r - 0.35b} \quad (\mu\epsilon \ b_{\max} = 2r)$$

$$\sigma_r = \frac{P_i r}{t}$$

➤ Μεμβρανική λειτουργία

$$F_m = 1.6l\sigma_0 t \frac{2w}{\sqrt{(2w)^2 + \frac{r^3}{64t}}} S$$

$$X = 0.8l\sigma_0 t$$

$$l = \frac{r}{8} \sqrt{\frac{r}{t}}$$

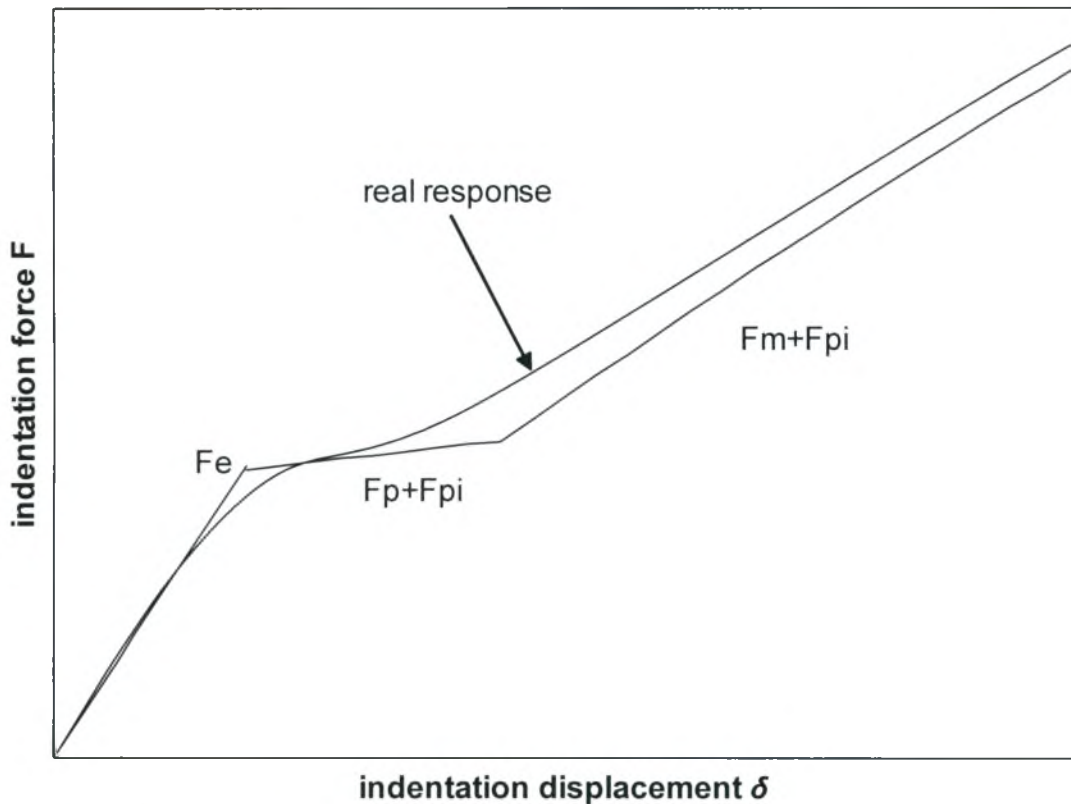
➤ Επίδραση της πίεσης

$$F_{pi} = 3wP_t B_{pi}$$

$$B_{pi} = 0.4r \sqrt{\frac{r}{t}} f_{rr} + b$$

5.3 Σύγκριση του αναλυτικού μοντέλου I με τα πειράματα

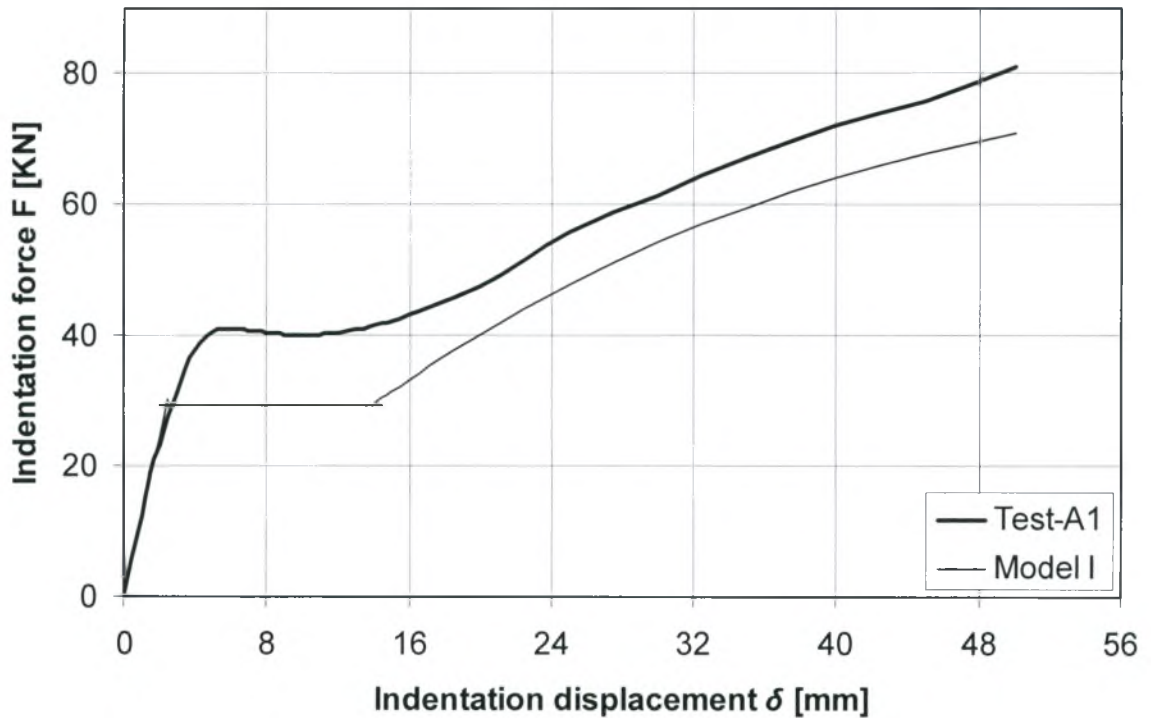
Η προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων με το απλοποιημένο αναλυτικό μοντέλο που παρουσιάστηκε σε αυτό το κεφάλαιο απεικονίζεται σχηματικά στο σχήμα 5.10. Στο διάγραμμα του σχήματος 5.10 φαίνεται σχηματικά η πραγματική συμπεριφορά της απόκρισης κελύφους υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης και μια εποπτική εικόνα της προσέγγισης από το αναλυτικό μοντέλο.



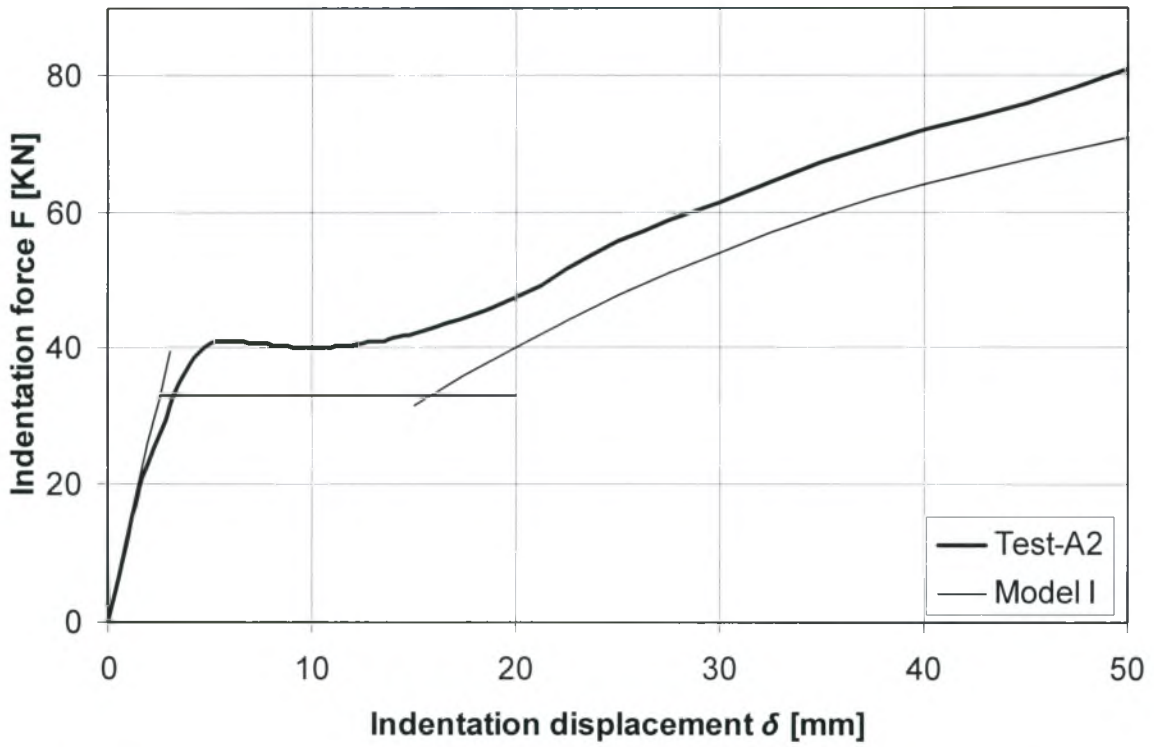
Σχήμα 5.11 Ποιοτική σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων με το αναλυτικό μοντέλο

5.3.1 Σωλήνες διαμέτρου $D=165.1$ mm και πάχους $t=4.82$ mm (Test-A1-A3)

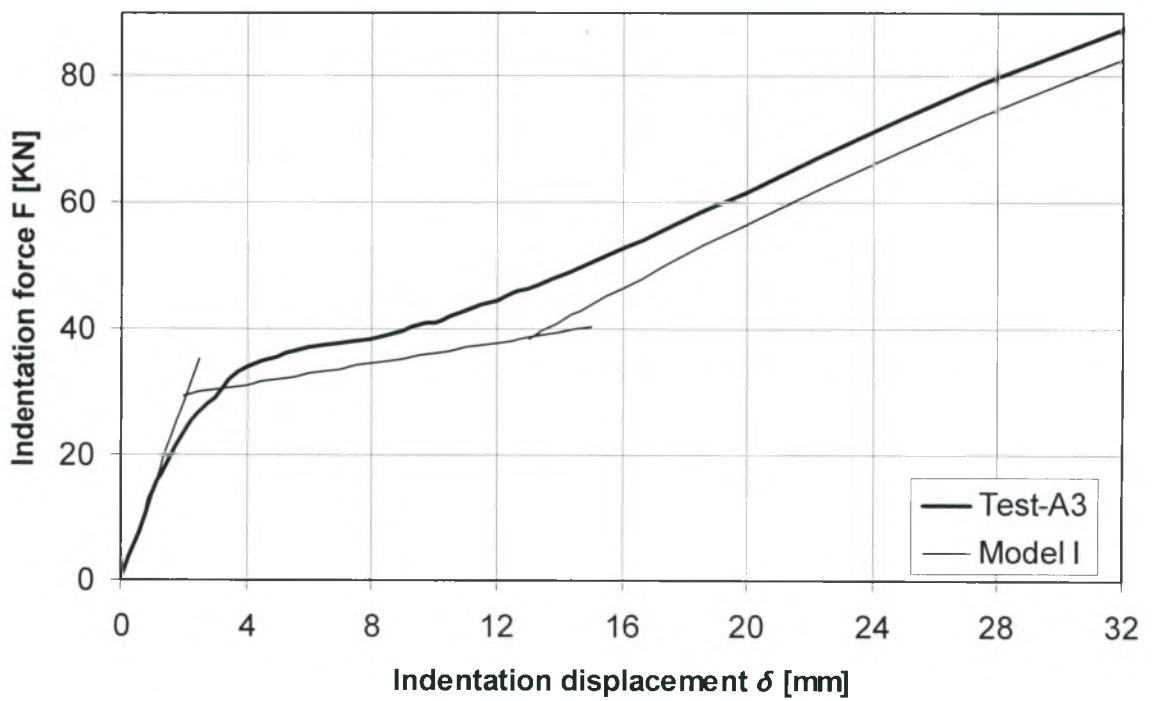
Ο διεισδυτής σε όλα τα σχήματα είναι τοποθετημένος παράλληλα στον επιμήκη άξονα του σωλήνα. Στην τρίτη περίπτωση έχουμε παρουσία πίεσης με τιμή 40.2 bar. Οι δύο πρώτοι σωλήνες είναι χωρίς πίεση.



Σχήμα 5.12 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-A1) με την αναλυτική μέθοδο I



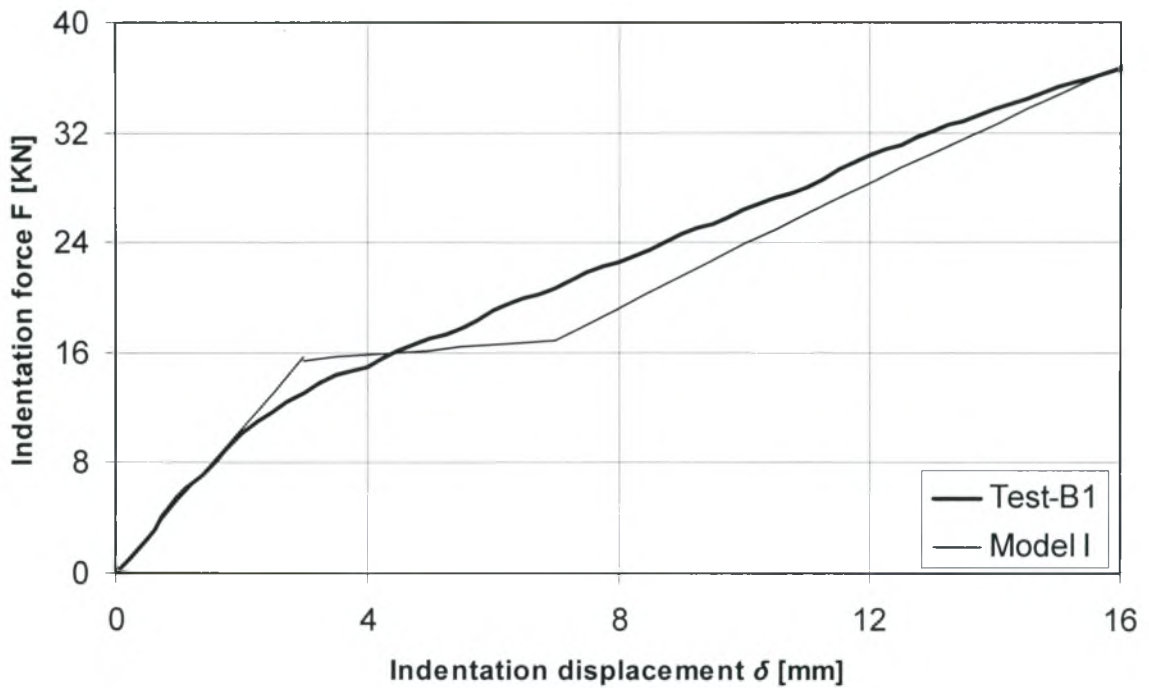
Σχήμα 5.13 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-A2) με την αναλυτική μέθοδο I



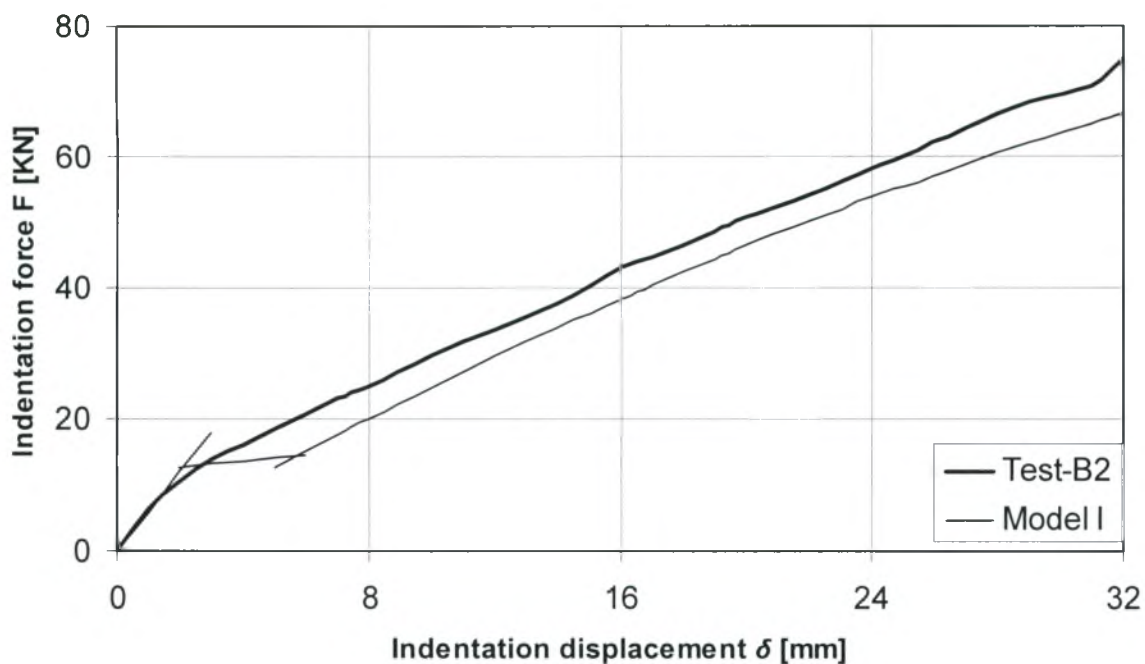
Σχήμα 5.14 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-A3) με την αναλυτική μέθοδο I

5.3.2 Σωλήνες διαμέτρου $D=133$ mm και πάχους $t=2.72$ mm (Tests-B1-B3)

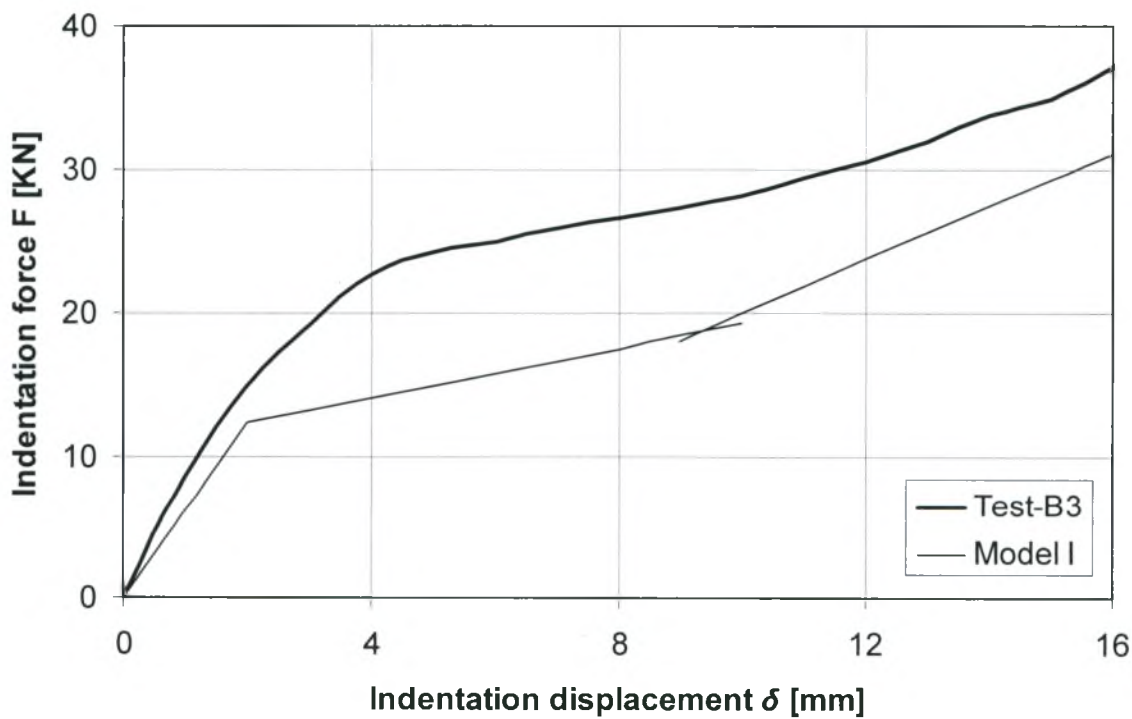
Ο διεισδυτής στα δυο πρώτα σχήματα είναι τοποθετημένος κάθετα στην διεύθυνση του σωλήνα (εγκάρσια φόρτιση) ενώ στο τρίτο σχήμα είναι τοποθετημένος παράλληλα στον επιμήκη άξονα του σωλήνα (επιμήκης φόρτιση). Στην πρώτη και τρίτη περίπτωση έχουμε εσωτερική πίεση 40 bar ενώ στη δεύτερη περίπτωση η πίεση έχει τιμή 66.2 bar.



Σχήμα 5.15 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-B1) με την αναλυτική μέθοδο I



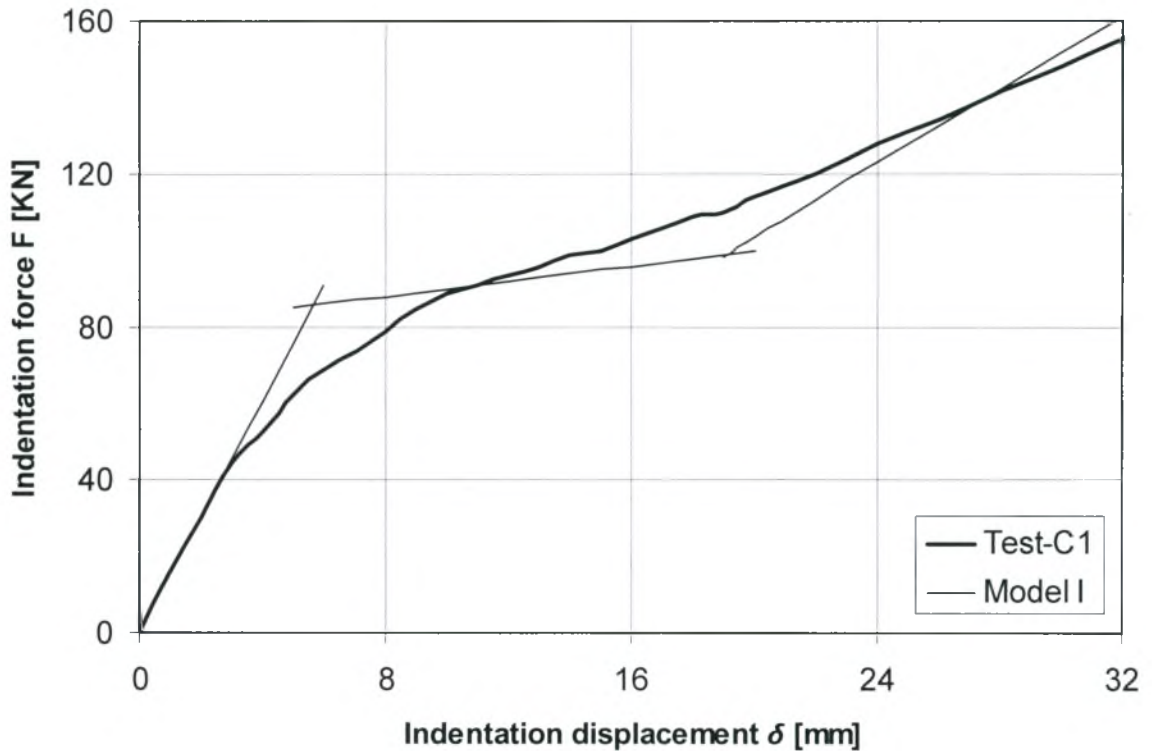
Σχήμα 5.16 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-B2) με την αναλυτική μέθοδο I



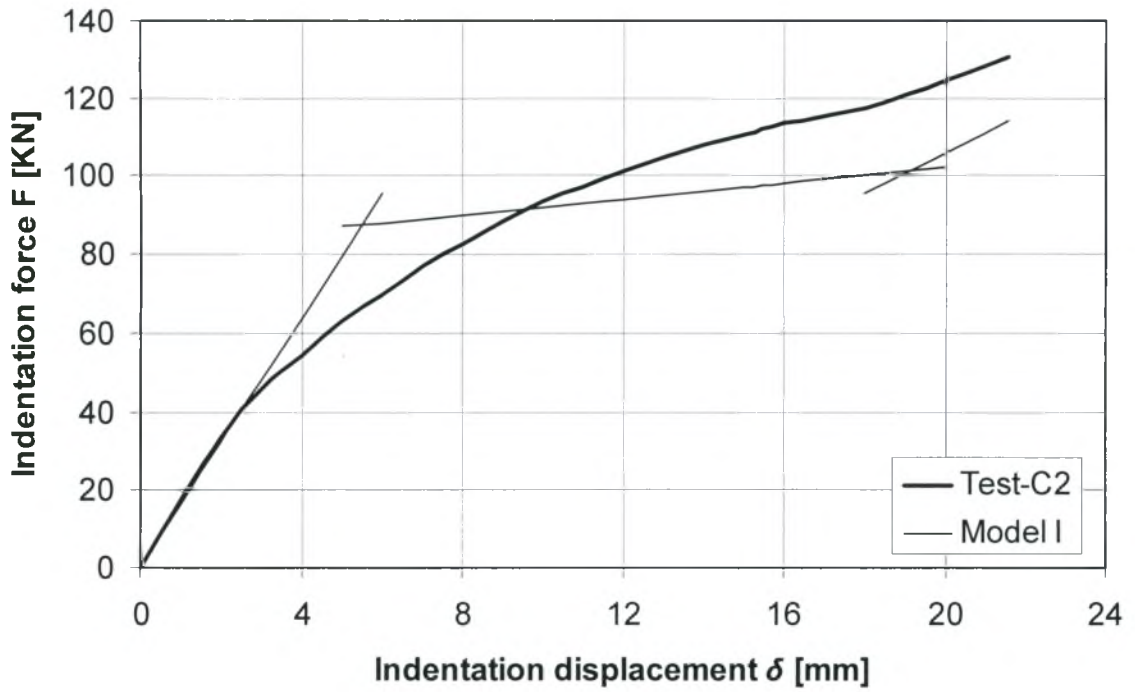
Σχήμα 5.17 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-B3) με την αναλυτική μέθοδο I

5.3.3 Σωλήνες διαμέτρου $D=324$ mm και πάχους $t=7.3-7.5$ mm (Tests-C1,C2,C5,C6)

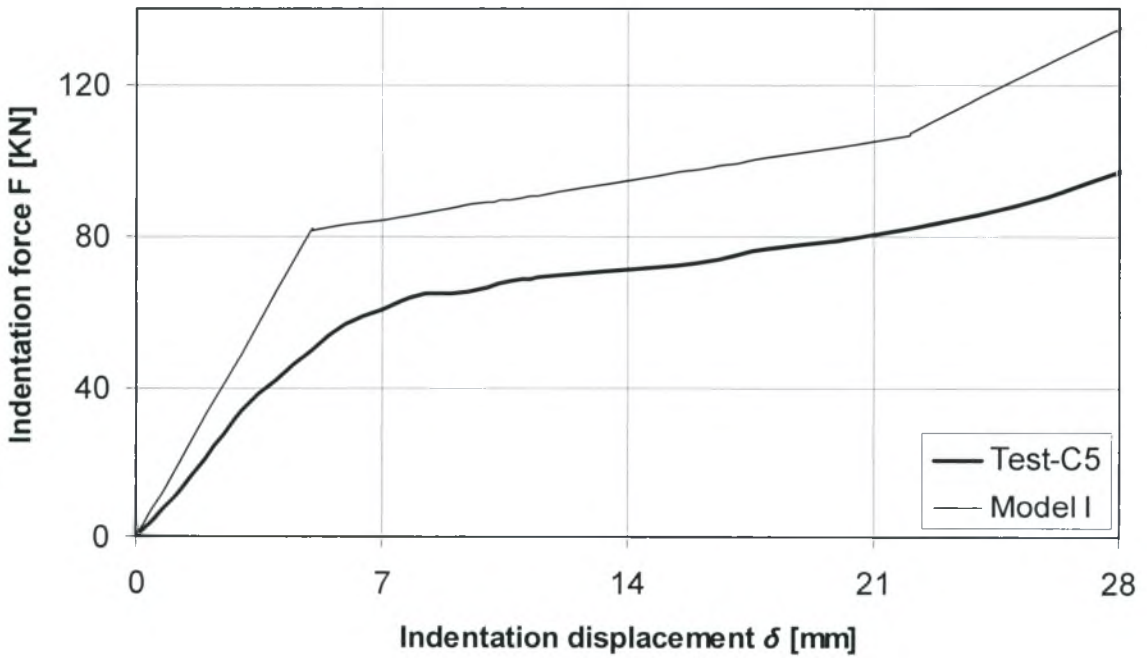
Ο διεισδυτής στα δυο πρώτα σχήματα είναι τοποθετημένος κάθετα (εγκάρσια φόρτιση) ενώ στα υπόλοιπα είναι τοποθετημένος παράλληλα στον επιμήκη άξονα του σωλήνα (επιμήκης φόρτιση). Σε όλες τις περιπτώσεις έχουμε εσωτερική πίεση 40 bar.



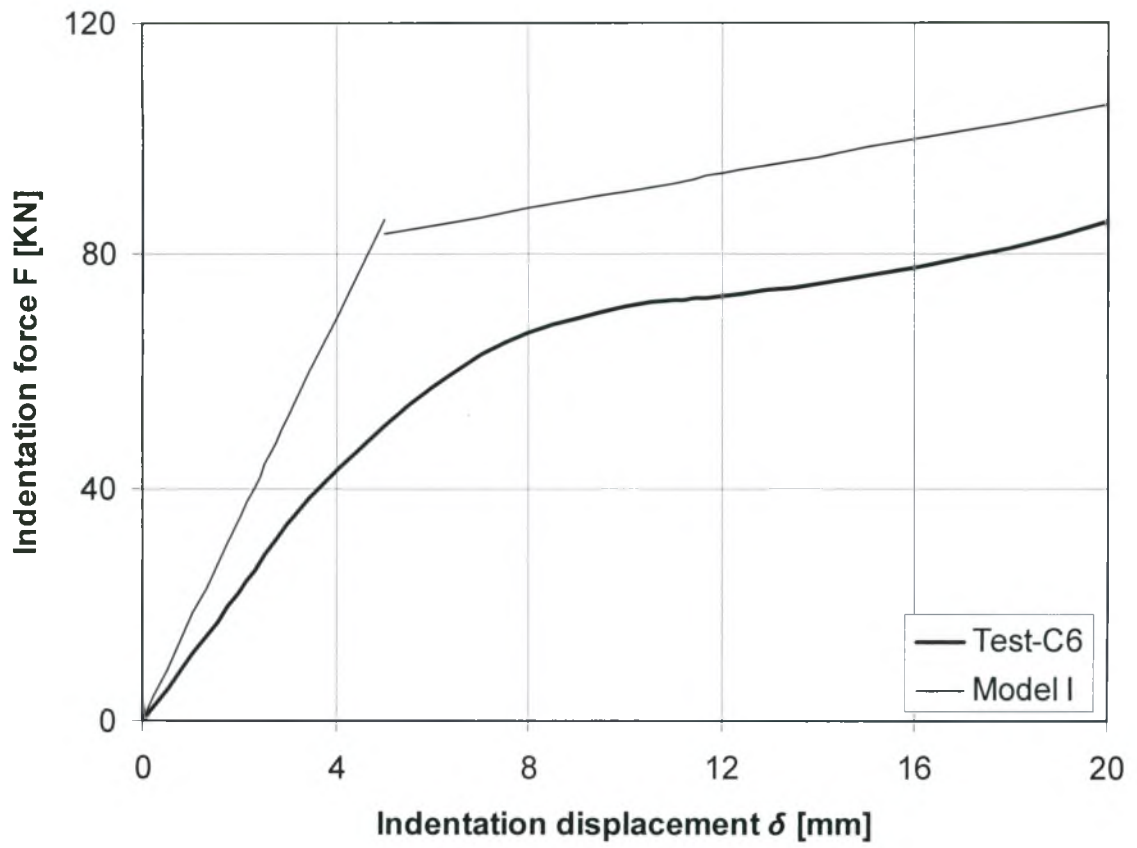
Σχήμα 5.18 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-C1) με την αναλυτική μέθοδο I



Σχήμα 5.19 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-C2) με την αναλυτική μέθοδο I



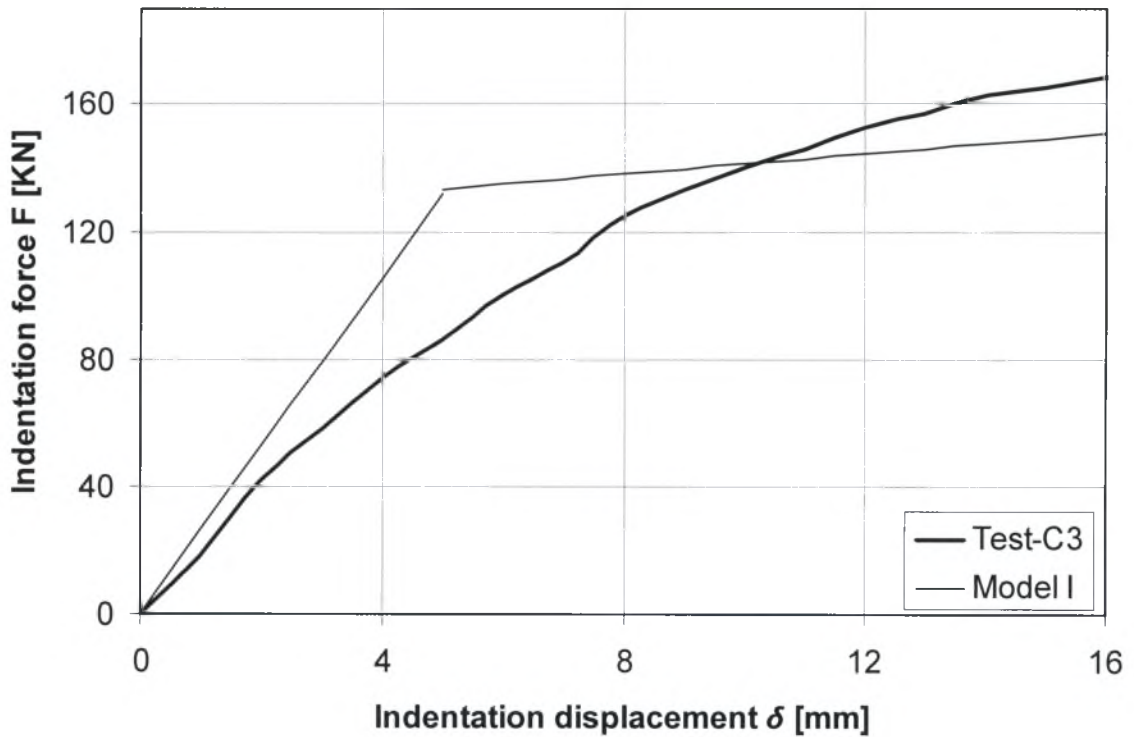
Σχήμα 5.20 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-C5) με την αναλυτική μέθοδο I



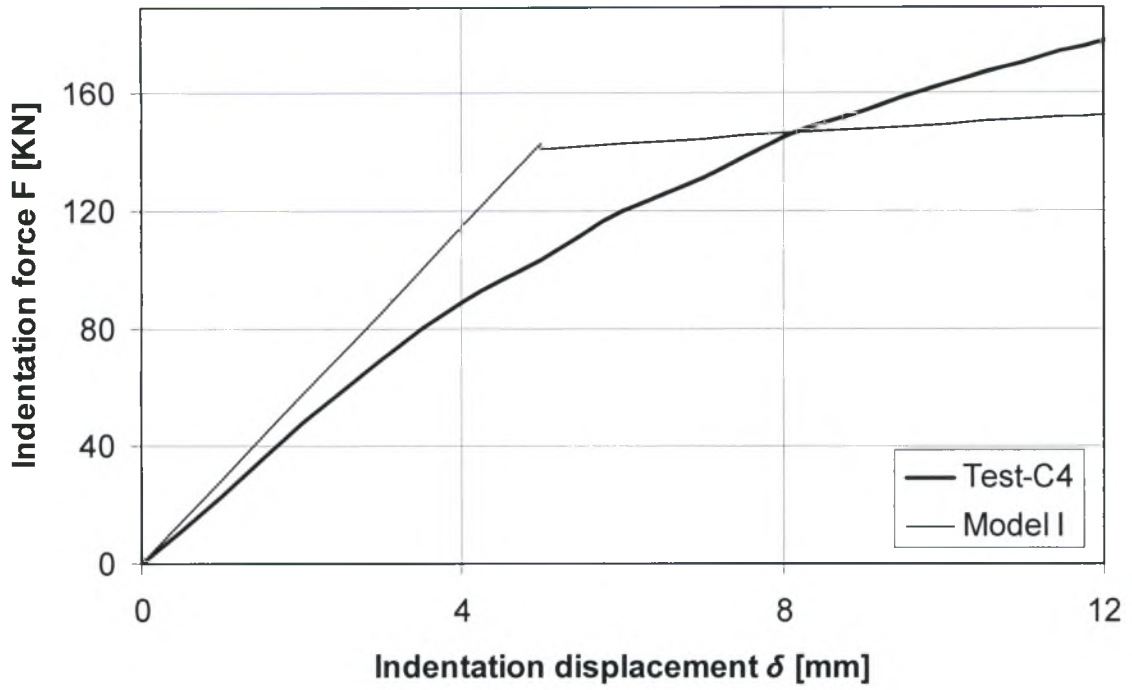
Σχήμα 5.21 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-C6) με την αναλυτική μέθοδο I

5.3.4 Σωλήνες διαμέτρου $D=325$ mm και πάχους $t=9.3-9.7$ mm (Tests-C3,C4,C7,C8)

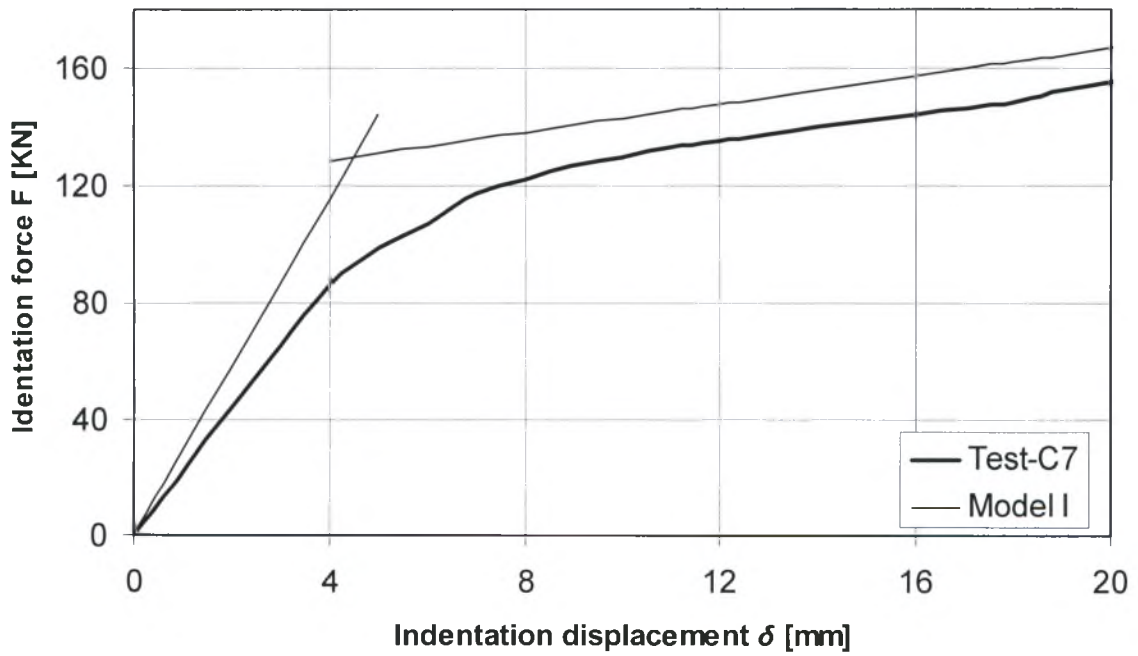
Ο διεισδυτής στα δυο πρώτα σχήματα είναι τοποθετημένος κάθετα (εγκάρσια φόρτιση) ενώ στα υπόλοιπα είναι τοποθετημένος παράλληλα στον επιμήκη άξονα του σωλήνα (επιμήκης φόρτιση). Σε όλες τις περιπτώσεις έχουμε εσωτερική πίεση 66.2 bar.



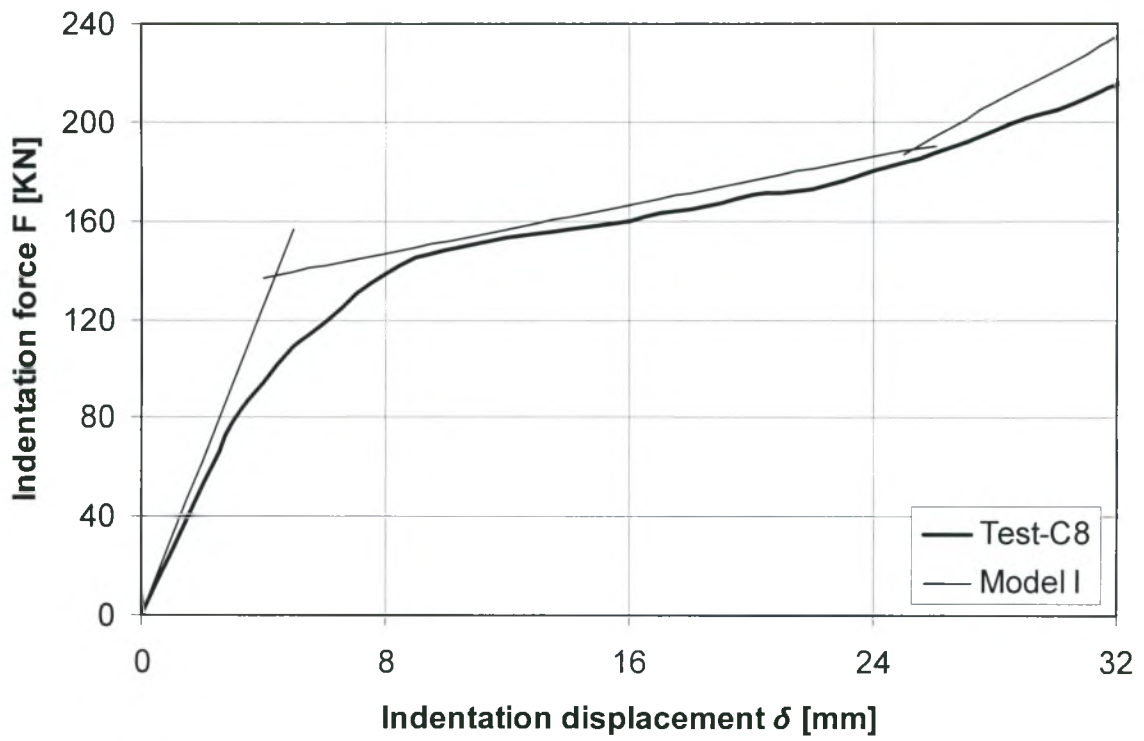
Σχήμα 5.22 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-C3) με την αναλυτική μέθοδο I



Σχήμα 5.23 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-C4) με την αναλυτική μέθοδο I



Σχήμα 5.24 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-C7) με την αναλυτική μέθοδο I



Σχήμα 5.25 Προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων (Test-C8) με την αναλυτική μέθοδο I

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 : Τριδιάστατο αναλυτικό μοντέλο

6.1 Εισαγωγή

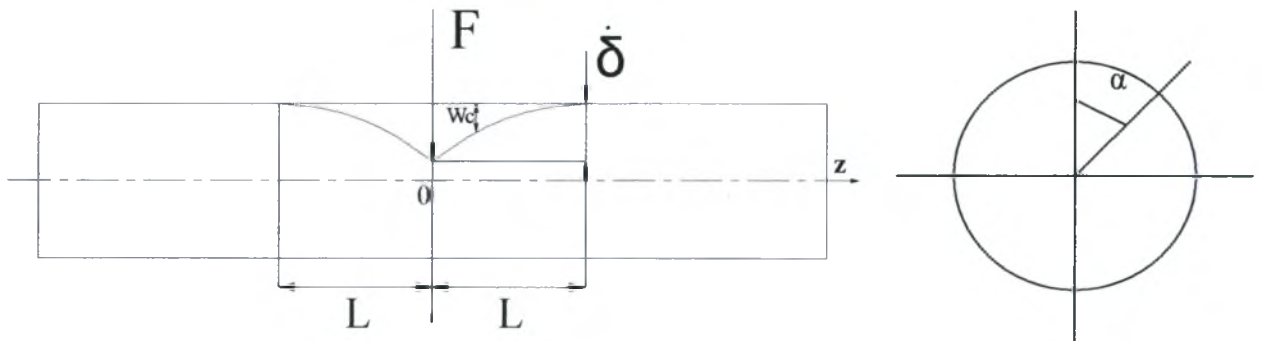
Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται μια ακόμη αναλυτική μέθοδος προσομοίωσης της διείδυσης για τριδιάστατα κυλινδρικά κελύφη, η οποία βασίζεται σε μια κινηματική θεώρηση και ερμηνεύει ποιοτικά τους πιο σημαντικούς παράγοντες της απόκρισης του κελύφους υπό την επίδραση εγκάρσιας φόρτισης. Μελετάται η επίδραση της πίεσης και της αντίστοιχης δύναμης-capped end που ασκείται στα άκρα του σωλήνα (N_{CE}), στην απόκριση του κελύφους. Επίσης στην ανάλυση λαμβάνεται υπόψη η αξονική παραμόρφωση λόγω της επιμήκυνσης των γενετειρών (μεμβρανική λειτουργία), οι οποίες επηρεάζουν στη διαδικασία της διείδυσης, καθώς και η ενέργεια παραμόρφωσης των δακτυλίων. Εξετάζεται ακόμη η επίδραση δύο διαφορετικών συννοριακών συνθηκών. Το υλικό σε όλη την ανάλυση θεωρείται στερεό τελείως πλαστικό (χωρίς κράτυνση), και χωρίς ελαστική απόκριση. Το αναλυτικό μοντέλο μηδενική πίεση προτάθηκε αρχικά από τους Wierzbicki & Suh (1988). Στην παρούσα εργασία το υπόψη μοντέλο τροποποιήθηκε σύμφωνα με τις ανάγκες του προβλήματος μας για την παρουσία πίεσης. Τέλος παρουσιάζονται συγκριτικά αποτελέσματα μεταξύ αναλυτικής και αριθμητικής επίλυσης.

Κάτωθι παραθέτουμε ένα πίνακα με τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται στο παρόν κεφάλαιο και την επεξήγηση τους.

D	μέση διάμετρος κυλινδρικού κελύφους
R	μέση ακτίνα κυλινδρικού κελύφους
t	πάχος κελύφους
M_0	ροπή πλήρους πλαστικότητας = $\sigma_0 t^2/4$
N_0	μεμβρανική δύναμη πλήρους πλαστικότητας = $\sigma_0 t$
σ_0	τάση διαρροής του υλικού
δ	βάθος διείδυσης
$\dot{\delta}$	ρυθμός βάθους διείδυσης
L	μήκος της παραμορφωμένης ζώνης στον επιμήκη άξονα του κελύφους
P	εσωτερική πίεση
N_{CE}	αξονική δύναμη
F	δύναμη διείδυσης
$\dot{\epsilon}$	ρυθμός πλαστικής παραμόρφωσης

6.2 Θεώρηση του προβλήματος

Η αναλυτική μέθοδος θα αναφέρεται εφεξής ως αναλυτικό μοντέλο II. Στην παρούσα ανάλυση το υλικό θεωρείται στερεό τέλεια πλαστικό (χωρίς κράτυνση, χωρίς ελαστική απόκριση). Με βάση τα πραγματικά πειράματα σε κυλινδρικά κελύφη παρατηρείται ότι η παραμόρφωση περιορίζεται σε κάποια περιοχή γύρω από τη θέση όπου έχουμε τοποθετημένο το διεισδυτή. Έτσι υποθέτουμε ότι το εύρος της ζώνης που παραμορφώνεται είναι πεπερασμένο και ορίζεται από μια τιμή $2L$ όπως φαίνεται στο σχήμα 6.1. Αυτή η υπόθεση είναι απόλυτα συμβατή με την ιδέα του στερεού απόλυτα πλαστικού υλικού. Στο κέλυφος υποθέτουμε ότι επιτρέπεται η στροφή στα άκρα του, ενώ βρίσκεται πάνω σε μια λεία οριζόντια επιφάνεια.



Σχήμα 6.1 Ζώνη παραμόρφωσης, ζώνη διείσδυσης και γωνία α

Η εξίσωση που περιγράφει την ισορροπία του μοντέλου και η οποία θα μας δώσει την τελική έκφραση για τη δύναμη διείσδυσης σε σχέση με το βάθος της διείσδυσης βασίζεται στην ισορροπία ρυθμών εσωτερικής και εξωτερικής ενέργειας :

$$F\dot{\delta} - \dot{W}_{press} + 2N_{ce}\dot{u}_0 = \dot{E}_{crush} + \dot{E}_{gen} \quad (6.1)$$

όπου \dot{W}_{press} είναι το έργο της πίεσης, \dot{E}_{crush} η ενέργεια παραμόρφωσης των δακτυλίων και \dot{E}_{gen} η ενέργεια της αξονικής παραμόρφωσης.

Δεχόμαστε ότι η ταχύτητα μετατόπισης του κελύφους $w(a, z)$ μεταβάλλεται γραμμικά κατά μήκος του κυλίνδρου :

$$\dot{w} = \dot{w}_0 \left(1 - \frac{z}{L}\right)$$

όπου a είναι η γωνία θέσης του κάθε σημείου στην περιφέρεια της διατομής, $0 \leq a \leq \pi$ με $a = 0$ για το ανώτερο σημείο της κυκλικής διατομής.

Θέτουμε :

$$w_c(z) = w(a=0, z)$$

και

$$w_0 = w(a, z=0)$$

Για την περίπτωση που $a = 0$, και δ είναι η μετατόπιση της δύναμης διείδυσης :

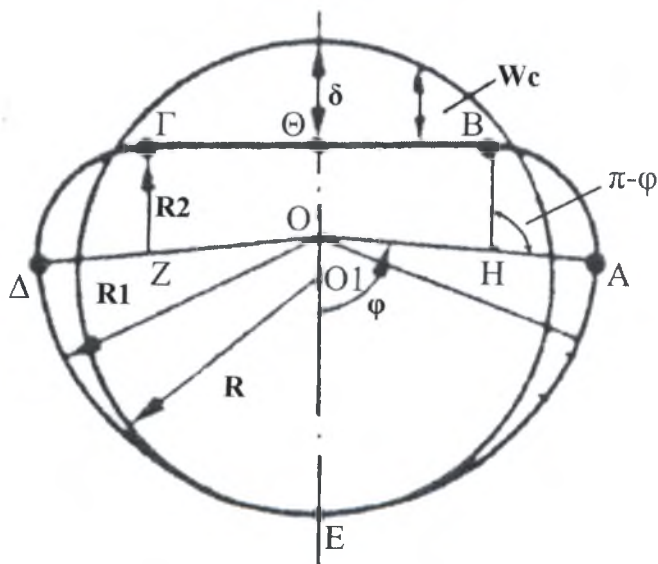
$$\delta = w(a=0, z=0)$$

και επομένως :

$$\dot{w}_c = \delta \left(1 - \frac{z}{L}\right)$$

6.2.1 Υπολογισμός ενέργειας παραμόρφωσης των δακτυλίων

Στο σχήμα 6.2 φαίνεται η μορφή της διατομής πριν και μετά τη διείδυση, με βάση το υπόψη μοντέλο.



Σχήμα 6.2 Παραμόρφωση της διατομής (μεταβολή του εμβαδού)

Ισχύουν οι εξής βασικές γεωμετρικές σχέσεις :

$$OA = OE = OD = R_1 \tag{6.2}$$

$$\Delta Z = Z\Gamma = BH = HA = R_2 \tag{6.3}$$

$$\Theta B = S_3 = R_1 - R_2 \quad (6.4)$$

$$BA = S_2 = R_2 = (\pi - \phi) \quad (6.5)$$

$$EA = S_1 = R_1 \phi \quad (6.6)$$

Θεωρώντας ότι ο παραμορφωμένος δακτύλιος διατηρεί το μήκος του στην παραμορφωμένη κατάσταση :

$$S_1 + S_2 + S_3 = \pi R \quad (6.7)$$

$$R_1 \phi + R_2 (\pi - \phi) + (R_1 + R_2) \sin \phi = \pi R \quad (6.8)$$

Αδιαστατοποιώντας έχω :

$$r_1 = \frac{R_1}{R} \quad (6.9)$$

$$r_2 = \frac{R_2}{R} \quad (6.10)$$

Η σχέση (6.8) γίνεται :

$$r_1 \phi + r_2 (\pi - \phi) + (r_1 - r_2) \sin \phi = \pi \quad (6.11)$$

Επίσης από την γεωμετρία του σχήματος 6.2 :

$$\frac{w_c}{R} = \bar{w}_c = 2 - [r_1 (1 - \cos \phi) + r_2 (1 + \cos \phi)] \quad (6.12)$$

Το r_2 θεωρείται πως δίνεται από τον τύπο (6.13) (βλ. Wierzbicki & Suh, 1987) :

$$r_2 = \frac{2\phi}{\pi} \quad (6.13)$$

Από τις σχέσεις (6.11) και (6.13) υπολογίζω το r_1 :

$$r_1 \phi + \frac{2\phi}{\pi} (\pi - \phi) + r_1 \sin \phi - \frac{2\phi}{\pi} \sin \phi = \pi \Rightarrow$$

$$r_1 (\phi + \sin \phi) = \pi + \frac{2\phi}{\pi} (\sin \phi - \pi + \phi) \Rightarrow$$

$$r_1 (\phi + \sin \phi) = \pi + \frac{2\phi}{\pi} (\sin \phi + \phi) - 2\phi \Rightarrow$$

$$r_1 (\phi + \sin \phi) = \pi - 2\phi + \frac{2\phi}{\pi} (\sin \phi + \phi) \Rightarrow$$

$$r_1 = \frac{\pi - 2\phi}{\phi + \sin \phi} + \frac{2\phi}{\pi} \quad (6.14)$$

Στη συνέχεια από τις σχέσεις (6.12), (6.13) και (6.14) υπολογίζω το w_c , δηλαδή το βάθος της διείσδυσης σε σχέση με τις τιμές του r_1 , r_2 και της γωνίας ϕ .

$$w_c = 2R - R\left[\left(\frac{\pi - 2\phi}{\phi + \sin\phi} + \frac{2\phi}{\pi}\right)(1 - \cos\phi) + \frac{2\phi}{\pi}(1 + \cos\phi)\right] \quad (6.15)$$

$$\bar{w}_c = 2 - \left[\left(\frac{\pi - 2\phi}{\phi + \sin\phi} + \frac{2\phi}{\pi}\right)(1 - \cos\phi) + \frac{2\phi}{\pi}(1 + \cos\phi)\right] \quad (6.16)$$

Επομένως η ενέργεια παραμόρφωσης των δακτυλίων, υπολογίζεται ως εξής :

$$\dot{E}_{crush} = 2 \int_0^L P_c \dot{w}_c dz \quad (6.17)$$

με P_c την απαιτούμενη εγκάρσια δύναμη σύνθλιψης της διατομής. Προφανώς, η δύναμη P_c εξαρτάται από το w_c και ο "ακριβής" υπολογισμός της απαιτεί την πλήρη κινηματική θεώρηση του ανωτέρω μοντέλου σε κάθε θέση ισορροπίας. Εντούτοις για απλοποίηση της μεθοδολογίας η δύναμη P_c θεωρείται σταθερή και ίση με :

$$P_c = \frac{8M_0}{R} \quad (6.18)$$

όπου R είναι η ακτίνα του κελύφους και z η απόσταση από το διείσδυτή, δηλαδή από το κέντρο του κελύφους.

Το \dot{w}_c θεωρείται ίσο με

$$\dot{w}_c = \dot{\delta}\left(1 - \frac{z}{L}\right) \quad (6.19)$$

και από τις εξισώσεις (6.17) και (6.18) έχουμε:

$$\dot{E}_{crush} = 2P_c \int_0^L \dot{\delta}\left(1 - \frac{z}{L}\right) dz \Rightarrow$$

$$\dot{E}_{crush} = P_c \dot{\delta} L$$

και τελικά σύμφωνα με τη σχέση (6.18) έχουμε :

$$\dot{E}_{crush} = \frac{8M_0 \dot{\delta} L}{R} \quad (6.20)$$

Μία σημαντική σχέση η οποία ισχύει προσεγγιστικά (Wiezbicki & Suh, 1988) για το υπόψιν μοντέλο και που θα μας χρησιμεύσει σε επόμενη παράγραφο είναι η ακόλουθη :

$$w_0 \dot{w}_0 = \dot{\delta} \delta \left(1 - \frac{a}{\pi}\right)^2$$

η οποία συνδέει την μετατόπιση w_0 του οιοδήποτε σημείου της κεντρικής διατομής με την μετατόπιση του διεισδυτή.

6.2.2 Υπολογισμός του έργου της πίεσης

Στη συνέχεια υπολογίζουμε το έργο της πίεσης. Θεωρούμε την παραμορφωμένη κατάσταση της κεντρικής διατομής του κελύφους, από την οποία υπολογίζεται αρχικά η μεταβολή του εμβαδού της διατομής.

Ο βασικός σκοπός μας στον υπολογισμό του έργου της πίεσης είναι να υπολογιστεί η μεταβολή του εμβαδού της διατομής. Υπολογίζονται ξεχωριστά τα εμβαδά των επιμέρους εμβαδών στα οποία έχουμε χωρίσει τη διατομή όπως φαίνεται στο σχήμα 6.2 ώστε το συνολικό εμβαδόν να γίνει :

$$A = 2(A_1 + A_2 + A_3) \quad (6.21)$$

όπου :

$$A_1 = \text{OAE} = \frac{\phi}{\pi} \frac{\pi R_1^2}{2} = \frac{\phi}{2} R_1^2 = \frac{\phi R^2}{2} r_1^2 \quad (6.22)$$

$$A_2 = \text{HBA} = \frac{\pi - \phi}{\pi} \frac{\pi R_2^2}{2} = \left(\frac{\pi - \phi}{2}\right) R^2 r_2^2 \quad (6.23)$$

$$A_3 = \frac{\text{O}\Theta + \text{BH}}{2} \Theta\text{B} = \left(\frac{2R - R_1 - w_c + R_2}{2}\right) S_3$$

και από τη σχέση (6.4) :

$$A_3 = \left(\frac{2R - R_1 - w_c + R_2}{2}\right) (R_1 - R_2) \sin \phi \quad (6.24)$$

οπότε

$$2A_3 = (2R - R_1 - w_c + R_2)(R_1 - R_2) \sin \phi \Rightarrow$$

$$2A_3 = [R(r_2 - r_1 + 2) - w_c](r_1 - r_2)R \sin \phi \Rightarrow$$

$$2A_3 = R^2(r_2 - r_1 + 2)(r_1 - r_2) \sin \phi - w_c R(r_1 - r_2) \sin \phi \quad (6.25)$$

Έτσι λοιπόν η σχέση (6.21) με τη χρήση των (6.22)-(6.25) γίνεται :

$$A = \phi R^2 r_1^2 + (\pi - \phi) R^2 r_2^2 + R^2(r_2 - r_1 + 2)(r_1 - r_2) \sin \phi - w_c R(r_1 - r_2) \sin \phi \quad (6.26)$$

Η σχέση (6.26) μας δίνει το εμβαδόν της διατομής στην παραμορφωμένη κατάσταση ενώ το εμβαδόν της διατομής στην αρχική της κατάσταση δίνεται από τον απλό τύπο

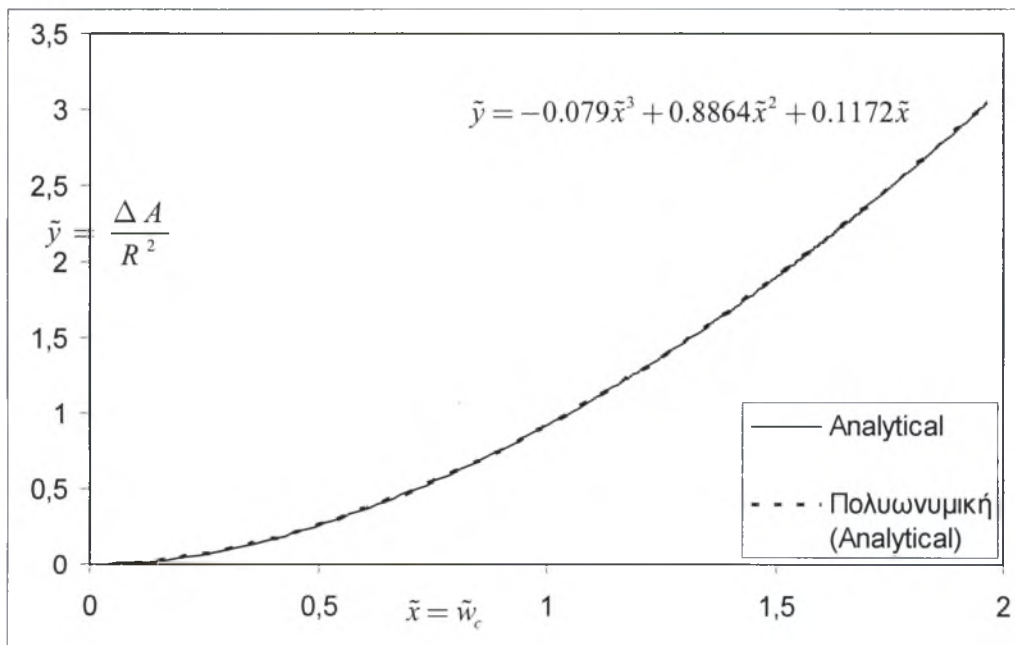
$\bar{A} = \pi R^2$. Η μεταβολή του εμβαδού υπολογίζεται ως εξής :

$$\Delta A = \bar{A} - A$$

και σε αδιάστατη μορφή :

$$\frac{\Delta A}{R^2} = \pi + \phi r_1^2 + (\pi - \phi)r_2^2 + (r_2 - r_1 + 2)(r_1 - r_2) \sin \phi - \bar{w}_c (r_1 - r_2) \sin \phi \quad (6.27)$$

Όλες οι μεταβλητές που έχουν οριστεί, δηλαδή τα r_1 , r_2 , \bar{w}_c και ΔA , εξαρτώνται από την γωνία ϕ . Ο σκοπός μας στην συγκεκριμένη ανάλυση είναι να υπολογιστεί η συνάρτηση $\Delta A(w_c)$, όπου το w_c εξαρτάται από την μεταβλητή z , και στην συνέχεια ο ρυθμός μεταβολής του με παραγωγή. Για την απλοποίηση του μοντέλου αντί της αναλυτικής παραγωγής της σχέσης (6.27) μέσω παραγωγής των τύπων (6.17), (6.18), (6.20), υπολογίζονται όλες οι προαναφερθείσες μεταβλητές για διάφορες τιμές της γωνίας ϕ ($0 < \phi \leq \frac{\pi}{2}$), και δημιουργείται το διάγραμμα του $\frac{\Delta A}{R^2}$ σε σχέση με το \bar{w}_c . Στη συνέχεια θεωρώντας μια πολυωνμική παρεμβολή τρίτου βαθμού, όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 6.3, υπολογίζεται η συνάρτηση $\frac{\Delta A}{R^2}(\bar{w}_c)$ ως εξής:



Σχήμα 6.3 Πολυωνυμική παρεμβολή τρίτου βαθμού

$$\frac{\Delta A}{R^2} = -0.079\bar{w}_c^3 + 0.8864\bar{w}_c^2 + 0.1172\bar{w}_c \quad (6.28)$$

και λόγω του ότι $\bar{w}_c = \frac{w_c}{R}$ η σχέση (6.28) γίνεται :

$$\Delta A = -0.079 \frac{w_c^3}{R} + 0.8864 w_c^2 + 0.1172 w_c \quad (6.29)$$

Παραγωγίζοντας την ανωτέρω σχέση :

$$\begin{aligned} (\Delta A) \dot{} &= -0.237 \frac{w_c^2 \dot{w}_c}{R} + 1.7728 w_c \dot{w}_c + 0.1172 R \dot{w}_c \Rightarrow \\ (\Delta A) \dot{} &= \left(-0.237 \frac{w_c^2}{R} + 1.7728 w_c + 0.1172 R \right) \dot{w}_c \end{aligned} \quad (6.30)$$

Δεδομένου ότι :

$$\dot{w}_c = \delta \left(1 - \frac{z}{L} \right) \quad (6.31)$$

και (βλέπε παρατήρηση 6.1)

$$w_c = \delta \left(1 - \frac{z}{L} \right)^2 \quad (6.32)$$

η σχέση (6.30), χρησιμοποιώντας τις (6.31) και (6.32), γίνεται :

$$(\Delta A) \dot{} = \left(-0.237 \frac{\left(\delta \left(1 - \frac{z}{L} \right)^2 \right)^2}{R} + 1.7728 \delta \left(1 - \frac{z}{L} \right)^2 + 0.1172 R \right) \delta \left(1 - \frac{z}{L} \right) \quad (6.33)$$

Ο τύπος υπολογισμού του έργου της πίεσης δίνεται από τη σχέση :

$$\dot{W}_{press} = 2 \int_0^L \dot{W}_{c,p} dz \quad (6.34)$$

όπου

$$\dot{W}_{c,p} = p(\Delta A) \dot{} \quad (6.35)$$

Ο συντελεστής 2 στην εξίσωση (6.34) υποδηλώνει ότι η ζώνη διείσδυσης εκτείνεται και από τις δύο πλευρές του διεισδυτή, δηλαδή το κέντρο του κελύφους.

Παρατήρηση 6.1 :

Στην περίπτωση που το L ισούται με :

$$L = a\sqrt{\delta}$$

το w δίνεται από τον τύπο :

$$w(z, \delta) = \int_{r(z)}^t \delta \left(1 - \frac{z}{L(t)} \right) dt$$

όπου το $T(z)$ είναι η χρονική στιγμή όπου ένα σημείο "μπαίνει" στη ζώνη διεύθυνσης (εύρος παραμόρφωσης της άνω γενέτειρας του κελύφους).

Εκείνη τη στιγμή ισχύει ότι $z = L$, επομένως :

$$x = a\sqrt{\delta}$$

οπότε το δ εκείνη τη στιγμή δίνεται από τον τύπο :

$$\delta = \frac{z^2}{a^2}$$

Υπολογίζουμε επομένως το w με αλλαγή μεταβλητής :

$$w(z, \delta) = \int_{\frac{z^2}{a^2}}^{\delta} \left(1 - \frac{z}{L}\right) d\delta \Rightarrow$$

$$w(z, \delta) = \int_{\frac{z^2}{a^2}}^{\delta} \left(1 - \frac{z}{a\sqrt{\delta}}\right) d\delta$$

και υπολογίζοντας το ανωτέρω ολοκλήρωμα έχουμε μετά από απλές πράξεις :

$$w_c = \delta \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2$$

Από τις σχέσεις (6.33)-(6.35) υπολογίζεται το έργο της πίεσης.

$$\dot{W}_{press} = 2p \int_0^L \left[(-0.237 \frac{\left(\delta \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2\right)^2}{R} + 1.7728\delta \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 + 0.1172R)\delta \left(1 - \frac{z}{L}\right) \right] dz \Rightarrow$$

$$\dot{W}_{press} = 2p(0.4432\delta\delta L - \frac{0.0395\delta^2\delta L}{R} + 0.0586\delta LR)$$

και τελικά έχουμε :

$$\dot{W}_{press} = \left(0.8864 \frac{\delta}{R} - \frac{0.079\delta^2}{R^2} + 0.1172\right) pLR\delta \quad (6.36)$$

ή

$$\dot{W}_{press} = G \left(\frac{\delta}{R} \right) pLR\delta$$

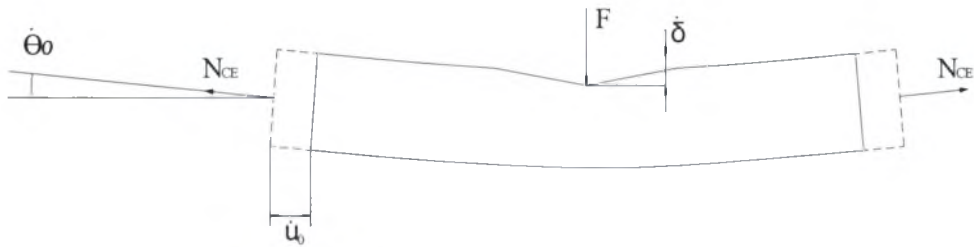
με

$$G \left(\frac{\delta}{R} \right) = 0.8864 \frac{\delta}{R} - \frac{0.079\delta^2}{R^2} + 0.1172$$

6.2.3 Υπολογισμός ενέργειας αξονικής (μεμβρανικής) παραμόρφωσης

6.2.3.1 Σωλήνες με άκαμπτες πλάκες προσαρμοσμένες στα άκρα τους (capped ends)

Σε αυτή τη παράγραφο υπολογίζεται η ενέργεια αξονικής παραμόρφωσης (μεμβρανική λειτουργία) σε κέλυφος με συνοριακές συνθήκες, απαραμόρφωτη πλάκα στα άκρα ($U_1=U_2=U_3=0$). Πρώτα γίνονται κάποιες προσεγγιστικές θεωρήσεις για το μοντέλο που αναλύεται.



Σχήμα 6.4 Επίδραση της αξονικής δύναμης N_{CE} στο κέλυφος

Ισχύει ότι :

$$\dot{w} = \dot{w}_0 \left(1 - \frac{z}{L}\right) \quad (6.37)$$

και

$$w = w_0 \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 \quad (6.38)$$

για οποιοδήποτε σημείο στην διατομή που αντιστοιχεί σε γωνία a , με $0 \leq a \leq \pi$ όπως φαίνεται στο σχήμα 6.5. Αν $a = 0$ έχουμε τις σχέσεις :

$$w_c = \delta \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 \quad (6.39)$$

$$\dot{w}_c = \dot{\delta} \left(1 - \frac{z}{L}\right) \quad (6.40)$$

Υπολογίζω το ρυθμό της πλαστικής παραμόρφωσης $\dot{\epsilon}_1$, λόγω της μετατόπισης w από το κινηματικό γνωστό τύπο :

$$\epsilon_1 = \frac{du}{dz} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 \quad (6.41)$$

και παραγωγίζοντας τη σχέση (6.41) :

$$\dot{\epsilon}_1 = \frac{d\dot{u}}{dz} + \left(\frac{dw}{dz} \right) \left(\frac{d\dot{w}}{dz} \right) \quad (6.42)$$

Ολοκληρώνουμε την παραπάνω σχέση (6.42) με όρια από το μηδέν έως το L .

$$\begin{aligned} \int_0^L \dot{\epsilon}_1 dz &= \int_0^L \left(\frac{d\dot{u}}{dz} \right) dz + \int_0^L \left(\frac{dw}{dz} \right) \left(\frac{d\dot{w}}{dz} \right) dz \Rightarrow \\ \int_0^L \dot{\epsilon}_1 dz &= \int_0^L d\dot{u} + \int_0^L w_0 \left(\frac{-2}{L} \right) \left(1 - \frac{z}{L} \right) \dot{w}_0 \left(\frac{-1}{L} \right) dz \Rightarrow \\ \int_0^L \dot{\epsilon}_1 dz &= \dot{u}_0 + \frac{w_0 \dot{w}_0}{L} = \dot{u}_0 + \frac{\delta \dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a}{\pi} \right)^2 \end{aligned}$$

Επομένως, η συνολική παραμόρφωση συμπεριλαμβανομένης και της επιρροής της στροφής $\dot{\theta}_0$ γίνεται :

$$\dot{\epsilon}_2 = \dot{u}_0 + R \cos a\theta_0 + \frac{\delta \dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a}{\pi} \right)^2 \quad (6.43)$$

όπου το \dot{u}_0 είναι ο ρυθμός αξονικής μετατόπισης και $\dot{\theta}_0$ είναι ο ρυθμός περιστροφής στα άκρα του κελύφους. Τα \dot{u}_0 , $\dot{\theta}_0$ υπολογίζονται στη συνέχεια.

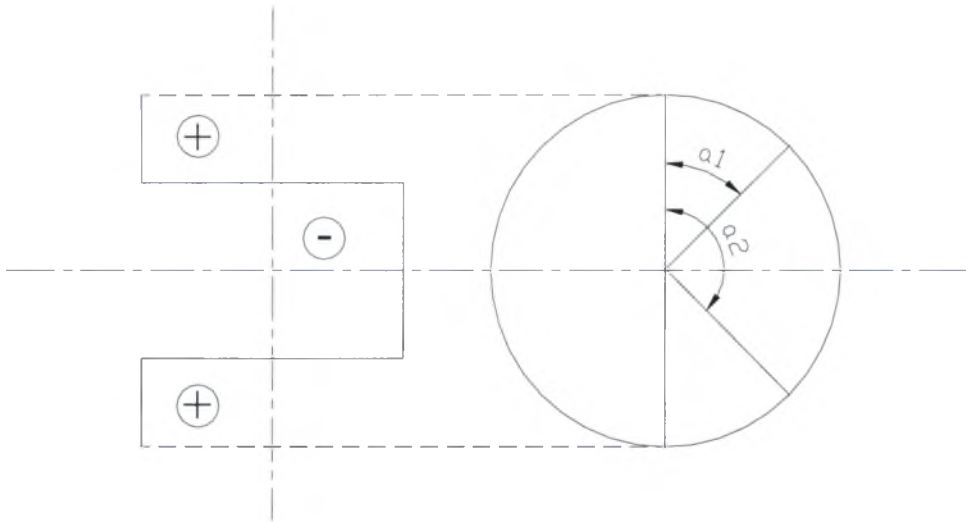
Το \dot{E}_{gen} , δηλαδή η ενέργεια της αξονικής παραμόρφωσης των γενετειρών του κελύφους, δίνεται από τον εξής τύπο :

$$\dot{E}_{gen} = 2 \int_0^{2\pi R} \sigma_0 t \dot{\epsilon}_2 ds = 2\sigma_0 t R \int_0^{2\pi} \dot{\epsilon}_2 da = 4\sigma_0 t R \int_0^\pi \dot{\epsilon}_2 da$$

και τελικά :

$$\dot{E}_{gen} = 4\sigma_0 R t \int_0^\pi |\dot{\epsilon}_2| da \quad (6.44)$$

Στο σχήμα 6.5 φαίνεται η κατανομή των τάσεων στην ακραία διατομή. Η κατανομή αυτή υπαγορεύεται από το γεγονός ότι η συνισταμένη τους πρέπει να δίνει την N_{CE} , ενώ η συνιστάμενη ροπή πρέπει να είναι μηδέν.



Σχήμα 6.5 Απεικόνιση των γωνιών α_1 και α_2 στη διατομή του κελύφους

Σημειώνουμε πως το υλικό είναι πλήρως πλαστικό, επομένως σε δύο θέσεις με γωνίες έστω α_1 και α_2 (Σχήμα 6.5) η $\dot{\epsilon}_z$ πρέπει να μηδενίζεται. Λόγω της σχέσης (6.43) έχουμε :

$$\dot{u}_0 + R \cos \alpha_1 \dot{\theta}_0 + \frac{\delta \dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a_1}{\pi}\right)^2 = 0 \quad (6.45)$$

$$\dot{u}_0 + R \cos \alpha_2 \dot{\theta}_0 + \frac{\delta \dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a_2}{\pi}\right)^2 = 0 \quad (6.46)$$

με τον προφανή περιορισμό

$$a_1 + a_2 = \pi \quad (6.47)$$

ο οποίος συνεπάγεται πως :

$$\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 = 0 \quad (6.48)$$

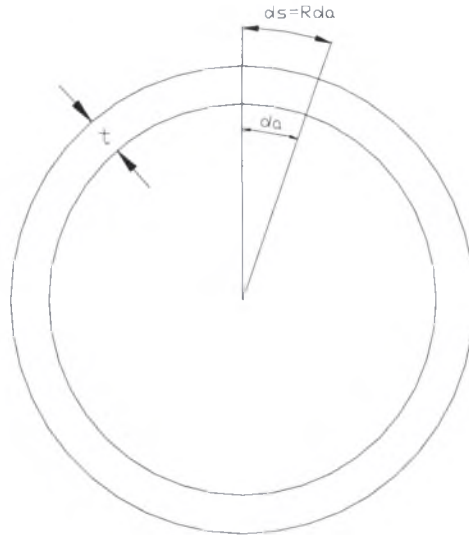
Η συνολική δύναμη στην ακραία διατομή είναι :

$$N_{CE} = \int \sigma_x dA = \int_0^{2\pi R} \sigma_x t ds = \int_0^{2\pi} \sigma_x t R da = 2tR \int_0^{\pi} \sigma_x da \Rightarrow$$

$$N_{CE} = 2tR \left(\int_0^{\alpha_1} \sigma_0 da + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (-\sigma_0) da + \int_{\alpha_2}^{\pi} \sigma_0 da \right) \Rightarrow$$

$$N_{CE} = 2Rt\sigma_0 ((a_1 - 0) - (a_2 - a_1) + (\pi - a_2)) = 2Rt\sigma_0 (2a_1 - 2a_2 + \pi) \Rightarrow$$

$$N_{CE} = 2\pi Rt\sigma_0 \left(\frac{2a_1}{\pi} - \frac{2a_2}{\pi} + 1 \right) \quad (6.49)$$



Σχήμα 6.6 Σχηματική αναπαράσταση του πάχους του κελύφους για τον υπολογισμό του N_p

Από το σχήμα 6.6 υπολογίζω το N_p :

$$N_p = \sigma_0 A \Rightarrow N_p = 2\pi R t \sigma_0 \quad (6.50)$$

Από τις σχέσεις (6.49) και (6.50) ισχύει :

$$\frac{2}{\pi}(a_1 - a_2) + 1 = \frac{N_{CE}}{N_p} = n \quad (6.51)$$

Όμως λόγω της σχέσης (6.47) έχω :

$$a_1 - a_2 = a_1 - (\pi - a_1) = 2a_1 - \pi \quad (6.52)$$

και η σχέση (6.51) μέσω της (6.52) τροποποιείται ως εξής :

$$\begin{aligned} \frac{2}{\pi}(2a_1 - \pi) + 1 &= n \Rightarrow \\ \frac{a_1}{\pi} &= \frac{n+1}{4} \end{aligned} \quad (6.53)$$

Επίσης υπολογίζεται και η γωνία a_2 από τη σχέση (6.47)

$$\frac{a_2}{\pi} = \frac{3-n}{4} \quad (6.54)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές για τις δύο γωνίες a_1 και a_2 στις σχέσεις (6.45) και (6.46) προκύπτει ένα 2x2 σύστημα από το οποίο υπολογίζεται το \dot{u}_0 και το $\dot{\theta}_0$ συναρτήσει του $\dot{\delta}$. Πρώτα προσθέτουμε κατά μέλη τις σχέσεις (6.45) και (6.46), ώστε

$$\frac{\delta \dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a_1}{\pi}\right)^2 + \frac{\delta \dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a_2}{\pi}\right)^2 + 2\dot{u}_0 + \dot{\theta}_0 R (\cos a_1 + \cos a_2) = 0$$

όμως λόγω της σχέσης (6.48) :

$$\dot{u}_0 = -\frac{\delta\dot{\delta}}{2L} \left[\left(1 - \frac{a_1}{\pi}\right)^2 + \left(1 - \frac{a_2}{\pi}\right)^2 \right] \quad (6.55)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (6.55) στην (6.45) υπολογίζεται το $\dot{\theta}_0$:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_0 R \cos a_1 &= -\frac{\delta\dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a_1}{\pi}\right)^2 - \dot{u}_0 \Rightarrow \\ \dot{\theta}_0 R \cos a_1 &= -\frac{\delta\dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a_1}{\pi}\right)^2 + \frac{\delta\dot{\delta}}{2L} \left[\left(1 - \frac{a_1}{\pi}\right)^2 + \left(1 - \frac{a_2}{\pi}\right)^2 \right] \Rightarrow \\ \dot{\theta}_0 R \cos a_1 &= \frac{\delta\dot{\delta}}{2L} \left(1 - \frac{a_2}{\pi}\right)^2 - \frac{\delta\dot{\delta}}{2L} \left(1 - \frac{a_1}{\pi}\right)^2 \Rightarrow \\ \dot{\theta}_0 &= \frac{\delta\dot{\delta}}{2LR \cos a_1} \left[\left(1 - \frac{a_2}{\pi}\right)^2 - \left(1 - \frac{a_1}{\pi}\right)^2 \right] \end{aligned} \quad (6.56)$$

Ομοίως από τις σχέσεις (6.53) και (6.54) υπολογίζεται το \dot{u}_0 :

$$\dot{u}_0 = -\frac{\delta\dot{\delta}}{2L} \left[\left(1 - \frac{n+1}{4}\right)^2 + \left(1 - \frac{3-n}{4}\right)^2 \right]$$

και κάνοντας τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις καταλήγουμε στην ακόλουθη έκφραση για το \dot{u}_0 :

$$\dot{u}_0 = -\frac{\delta\dot{\delta}}{L} \left(\frac{n^2 - 2n + 5}{16} \right) \quad (6.57)$$

Ομοίως για το $\dot{\theta}_0$ καταλήγουμε στην έκφραση :

$$\dot{\theta}_0 = \frac{\delta\dot{\delta}}{LR \cos \frac{(n+1)\pi}{4}} \left(\frac{n-3}{4} \right) \quad (6.58)$$

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως η ενέργεια της αξονικής παραμόρφωσης υπολογίζεται από τον τύπο :

$$\begin{aligned} \dot{E}_{gen} &= 4\sigma_0 R t \int_0^\pi |\dot{\epsilon}_z| da \Rightarrow \\ \dot{E}_{gen} &= 4\sigma_0 R t \left(\int_0^{a_1} \dot{\epsilon}_z da - \int_{a_1}^{a_2} \dot{\epsilon}_z da + \int_{a_2}^\pi \dot{\epsilon}_z da \right) \end{aligned} \quad (6.59)$$

γνωρίζοντας ότι :

$$\dot{\epsilon}_z = \dot{u}_0 + R \cos a \dot{\theta}_0 + \frac{\delta\dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a}{\pi}\right)^2 \quad (6.60)$$

Σύμφωνα όμως με τις σχέσεις (6.57) και (6.58) το $\dot{\epsilon}_z$ γίνεται :

$$\dot{\epsilon}_z = -\frac{\delta\dot{\delta}}{L}\left(\frac{n^2-2n+5}{16}\right) + R\frac{\delta\dot{\delta}}{LR\cos\frac{(n+1)\pi}{4}}\left(\frac{n-3}{4}\right)\cos a + \frac{\delta\dot{\delta}}{L}\left(1-\frac{a}{\pi}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\dot{\epsilon}_z = \left[\left(1-\frac{a}{\pi}\right)^2 - \frac{n^2-2n+5}{16} + \frac{n-3}{4\cos\frac{(n+1)\pi}{4}}\cos a\right]\frac{\delta\dot{\delta}}{L} \quad (6.61)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (6.61) στην (6.59) και υπολογίζοντας το ολοκλήρωμα και τις απλοποιήσεις στο υπολογιστικό πρόγραμμα Mathematica, καταλήγουμε στην τελική έκφραση για την ενέργεια της αξονικής παραμόρφωσης :

$$\dot{E}_{gen} = \left(\frac{\pi}{12}[3+(3-2n)n^2]\sigma_0 Rt\frac{\delta}{L}\right)\dot{\delta} \quad (6.62)$$

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΚΦΡΑΣΗΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΤΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ

Ο υπολογισμός της τελικής σχέσης της απόκρισης του κελύφους θα γίνει από την εξίσωση (6.1) που εξισώνει τους ρυθμούς μεταβολής εσωτερικού και εξωτερικού έργου :

$$F\dot{\delta} - \dot{W}_{press} + 2N_{CE}\dot{u}_0 = \dot{E}_{crush} + \dot{E}_{gen} \quad (6.63)$$

Από την προηγούμενη ανάλυση γνωρίζουμε ότι :

$$\dot{E}_{crush} = \frac{8M_0\dot{\delta}L}{R} \quad (6.64)$$

$$\dot{W}_{press} = \left(0.8864\frac{\delta}{R} - \frac{0.079\delta^2}{R^2} + 0.1172\right)pLR\dot{\delta} \quad (6.65)$$

$$\dot{E}_{gen} = \left(\frac{\pi}{12}[3+(3-2n)n^2]\sigma_0 Rt\frac{\delta}{L}\right)\dot{\delta} \quad (6.66)$$

$$\dot{u}_0 = -\frac{\delta\dot{\delta}}{L}\left(\frac{n^2-2n+5}{16}\right) \quad (6.67)$$

Χρησιμοποιώ για ευκολία την συνάρτηση $G\left(\frac{\delta}{R}\right)$:

$$G\left(\frac{\delta}{R}\right) = 0.8864\frac{\delta}{R} - \frac{0.079\delta^2}{R^2} + 0.1172 \quad (6.68)$$

Από τις σχέσεις (6.63)-(6.68) έχουμε :

$$F\dot{\delta} - G\left(\frac{\delta}{R}\right)pL\dot{\delta} - 2N_{CE}\frac{\delta\dot{\delta}}{L}\left(\frac{n^2-2n+5}{16}\right) = \frac{8M_0\dot{\delta}L}{R} + \left(\frac{\pi}{12}[3+(3-2n)n^2]\sigma_0 Rt\frac{\delta}{L}\right)\dot{\delta}$$

Απαλείφοντας το δ από την παραπάνω σχέση υπολογίζω το F .

$$F = G\left(\frac{\delta}{R}\right)pL + 2N_{CE}\frac{\delta}{L}\left(\frac{n^2 - 2n + 5}{16}\right) + \frac{8M_0L}{R} + \frac{\pi}{12}[3 + (3 - 2n)n^2]\sigma_0Rt\frac{\delta}{L} \quad (6.69)$$

Για να υπολογιστεί το μήκος διείδυσης L , ελαχιστοποιώ το F ως προς L , θέτοντας την παράγωγο ίση με το μηδέν, δηλαδή $\frac{\partial F}{\partial L} = 0$.

$$\frac{\partial F}{\partial L} = 0 \Rightarrow$$

$$G\left(\frac{\delta}{R}\right)p + N_{CE}\left(-\frac{\delta}{L^2}\right)\left(\frac{n^2 - 2n + 5}{8}\right) + \frac{8M_0}{R} + \frac{\pi}{12}[3 + (3 - 2n)n^2]\sigma_0Rt\left(-\frac{\delta}{L^2}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$N_{CE}\frac{\delta}{L^2}\left(\frac{n^2 - 2n + 5}{8}\right) + \frac{\pi}{12}[3 + (3 - 2n)n^2]\sigma_0Rt\frac{\delta}{L^2} = G\left(\frac{\delta}{R}\right)p + \frac{8M_0}{R} \Rightarrow$$

$$L^2\left(G\left(\frac{\delta}{R}\right)p + \frac{8M_0}{R}\right) = N_{CE}\delta\left(\frac{n^2 - 2n + 5}{8}\right) + \frac{\pi}{12}[3 + (3 - 2n)n^2]\sigma_0Rt\delta \Rightarrow$$

και τελικά υπολογίζουμε την ακόλουθη έκφραση για το L :

$$L = \sqrt{\frac{N_{CE}\delta\left(\frac{n^2 - 2n + 5}{8}\right) + \frac{\pi}{12}[3 + (3 - 2n)n^2]\sigma_0Rt\delta}{(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{8M_0}{R}}} \quad (6.70)$$

Αδιαστατοποιούμε τη σχέση (6.70) διαιρώντας πρώτα αριθμητή και παρονομαστή του κλάσματος με το γινόμενο σ_0t και έπειτα διαιρώντας και τα δύο μέλη με το R . Η έκφραση παίρνει την εξής μορφή :

$$L_1 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{6}}\sqrt{\frac{x(q^3 - 6q^2 + 60q + 24)}{-0.079qx^2 + 0.8864qx + 0.1172q + \frac{2t}{R}}} \quad (6.71)$$

όπου :

$$L_1 = \frac{L}{R}$$

Τέλος αντικαθιστώντας το L στην εξίσωση (6.69) έχουμε την αντίστοιχη έκφραση για το F :

$$\begin{aligned}
 F = G \left(\frac{\delta}{R} \right) p \sqrt{\frac{N_{CE} \delta \left(\frac{n^2 - 2n + 5}{8} \right) + \frac{\pi}{12} [3 + (3 - 2n)n^2] \sigma_0 R t \delta}{(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{8M_0}{R}}} + \\
 + 2N_{CE} \frac{\delta}{\sqrt{\frac{N_{CE} \delta \left(\frac{n^2 - 2n + 5}{8} \right) + \frac{\pi}{12} [3 + (3 - 2n)n^2] \sigma_0 R t \delta}{(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{8M_0}{R}}}} \left(\frac{n^2 - 2n + 5}{16} \right) + \\
 + \frac{8M_0}{R} \sqrt{\frac{N_{CE} \delta \left(\frac{n^2 - 2n + 5}{8} \right) + \frac{\pi}{12} [3 + (3 - 2n)n^2] \sigma_0 R t \delta}{(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{8M_0}{R}}} + \\
 + \frac{\pi}{12} [3 + (3 - 2n)n^2] \sigma_0 R t \frac{\delta}{\sqrt{\frac{N_{CE} \delta \left(\frac{n^2 - 2n + 5}{8} \right) + \frac{\pi}{12} [3 + (3 - 2n)n^2] \sigma_0 R t \delta}{(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{8M_0}{R}}}}
 \end{aligned}$$

Απλοποιούμε την παραπάνω σχέση και η έκφραση για το F , χρησιμοποιώντας τους

τύπους $M_0 = \frac{\sigma_0 t^2}{4}$ και $n = \frac{N_{CE}}{N_p} = \frac{N_{CE}}{2\pi R t \sigma_0}$, παίρνει την παρακάτω μορφή :

$$F = \frac{1}{2\sigma_0 \pi R t} \sqrt{\frac{\delta}{6R} (-0.079\delta^2 p + 0.8864\delta p R + 0.1172p R^2 + 2\sigma_0 t^2) (24\sigma_0^3 \pi^3 R^3 t^3 + 60\sigma_0^2 \pi^2 R^2 t^2 N_{CE} - 6\sigma_0 \pi R t N_{CE}^2 + N_{CE}^3)} \quad (6.72)$$

Αδιαστατοποιούμε τη (σχέση 6.72) διαιρώντας και τα δυο μέλη με το φορτίο

αναφοράς $F_{pc} = \sigma_0 \frac{t^2}{4} \sqrt{\frac{2R}{t}}$ και καταλήγουμε στην ακόλουθη έκφραση :

$$f = \sqrt{\frac{\pi R}{3t}} \sqrt{x(-0.079qx^2 + 0.8864qx + 0.1172q + \frac{2t}{R})(24 + 60q - 6q^2 + q^3)} \quad (6.73)$$

όπου :

$$f = \frac{F}{F_{pc}}$$

Για τις σχέσεις (6.71) και (6.73) ισχύει :

$$x = \frac{\delta}{R}$$

$$q = \frac{P}{p_y}$$

όπου δ είναι η μετατόπιση του διεισδυτή, R η ακτίνα του κελύφους και p_y είναι η πίεση πλήρους πλαστικότητας και ισούται με :

$$p_y = \sigma_0 \frac{t}{R}$$

6.2.3.2 Σωλήνες με πλήρη παγίωση των άκρων (fixed ends)

Θα μελετηθεί η περίπτωση του κελύφους με πακτωμένα άκρα, δηλαδή ο σωλήνας να είναι περιορισμένος στα άκρα σε μετατοπίσεις και στροφές. Σε αυτή τη περίπτωση ισχύει $\dot{\theta}_0 = 0$ και $\dot{u}_0 = 0$. Η εξίσωση των ρυθμών της ενέργειας που περιγράφει ένα τέτοιο κέλυφος που υπόκειται σε εγκάρσια φόρτιση και εσωτερική πίεση είναι η εξής:

$$F\dot{\delta} - \dot{W}_{press} = \frac{8M_0L}{R}\dot{\delta} + 4N_0R \int_0^\pi \left| \frac{\delta\dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a}{\pi}\right)^2 \right| da \quad (6.74)$$

Η σχέση (6.74) γίνεται :

$$F\dot{\delta} - \dot{W}_{press} = \frac{8M_0L}{R}\dot{\delta} + 4N_0R \int_0^\pi \frac{\delta\dot{\delta}}{L} \left(1 - \frac{a}{\pi}\right)^2 da$$

και υπολογίζοντας το ολοκλήρωμα έχω :

$$F\dot{\delta} - \dot{W}_{press} = \frac{8M_0L}{R}\dot{\delta} + 4N_0R\pi \frac{\delta\dot{\delta}}{3L} \quad (6.75)$$

Όπως αναφέρθηκε στις προηγούμενες παραγράφους από τη σχέση (6.65) έχουμε :

$$\dot{W}_{press} = \left(0.8864 \frac{\delta}{R} - \frac{0.079\delta^2}{R^2} + 0.1172\right) pLR\dot{\delta}$$

Σύμφωνα λοιπόν με τη σχέση (6.65) η εξίσωση των ρυθμών ενέργειας παίρνει τη μορφή :

$$F\dot{\delta} = \left(0.8864 \frac{\delta}{R} - \frac{0.079\delta^2}{R^2} + 0.1172\right) pLR\dot{\delta} + \frac{8M_0L}{R}\dot{\delta} + 4N_0R\pi \frac{\delta\dot{\delta}}{3L} \Rightarrow$$

$$F = \left(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R\right) pL + \frac{8M_0L}{R} + 4N_0R\pi \frac{\delta}{3L} \quad (6.76)$$

Για να υπολογιστεί το L παραγωγίζουμε τη σχέση (6.76) ως προς L και θέτουμε την παράγωγο ίση με το μηδέν :

$$\frac{\partial F}{\partial L} = 0 \Rightarrow$$

$$(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{8M_0}{R} + 4N_0R\pi \frac{\delta}{3} \left(-\frac{1}{L^2}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$4N_0R\pi \frac{\delta}{3} \frac{1}{L^2} = (0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{8M_0}{R} \Rightarrow$$

$$L = \sqrt{\frac{4N_0R\pi \frac{\delta}{3}}{(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{8M_0}{R}}} \quad (6.77)$$

Λόγω των παρακάτω σχέσεων :

$$M_0 = \frac{\sigma_0 t^2}{4} \quad (6.78)$$

$$N_0 = \sigma_0 t \quad (6.79)$$

αδιαστατοποιούμε τη σχέση (6.77) διαιρώντας πρώτα αριθμητή και παρονομαστή του κλάσματος με το γινόμενο $\sigma_0 t$ και έπειτα διαιρώντας και τα δύο μέλη με το R . Η έκφραση παίρνει την εξής μορφή :

$$L_1 = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sqrt{\frac{x}{-0.079qx^2 + 0.8864qx + 0.1172q + \frac{2t}{R}}} \quad (6.80)$$

όπου :

$$L_1 = \frac{L}{R}$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις (6.77),(6.78) και (6.79) η έκφραση που δίνει τη δύναμη F γράφεται ως εξής :

$$F = (0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p \sqrt{\frac{4\sigma_0 t R \pi \frac{\delta}{3}}{(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{2\sigma_0 t^2}{R}}} +$$

$$+ \frac{2\sigma_0 t^2}{R} \sqrt{\frac{4\sigma_0 t R \pi \frac{\delta}{3}}{(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{2\sigma_0 t^2}{R}}} +$$

$$+ 4\sigma_0 t R \pi \frac{\delta}{3} \sqrt{\frac{4\sigma_0 t R \pi \frac{\delta}{3}}{(0.8864\delta - \frac{0.079\delta^2}{R} + 0.1172R)p + \frac{2\sigma_0 t^2}{R}}}$$

Επειδή όμως η παραπάνω έκφραση είναι μεγάλη κάνουμε κάποιες απλοποιήσεις με το υπολογιστικό πρόγραμμα Mathematica και η έκφραση γράφεται σε μια πιο απλή μορφή :

$$F = \frac{4\sqrt{\frac{\pi}{3}} R t \sigma_0 \delta}{\sqrt{-0.079 p \delta^2 + 0.8864 p R \delta + 0.1172 p R^2 + 2 t^2 \sigma_0}}$$

ή πιο απλοποιημένα ως :

$$F = 4\sqrt{\left(\frac{\pi}{3}\right)(t\sigma_0\delta)(-0.079p\delta^2 + 0.8864pR\delta + 0.1172pR^2 + 2t^2\sigma_0)} \quad (6.81)$$

Αδιαστατοποιούμε τη σχέση (6.81) διαιρώντας και τα δυο μέλη με το

$$F_{pc} = \sigma_0 \frac{t^2}{4} \sqrt{\frac{2R}{t}} \text{ και καταλήγουμε στην έκφραση :}$$

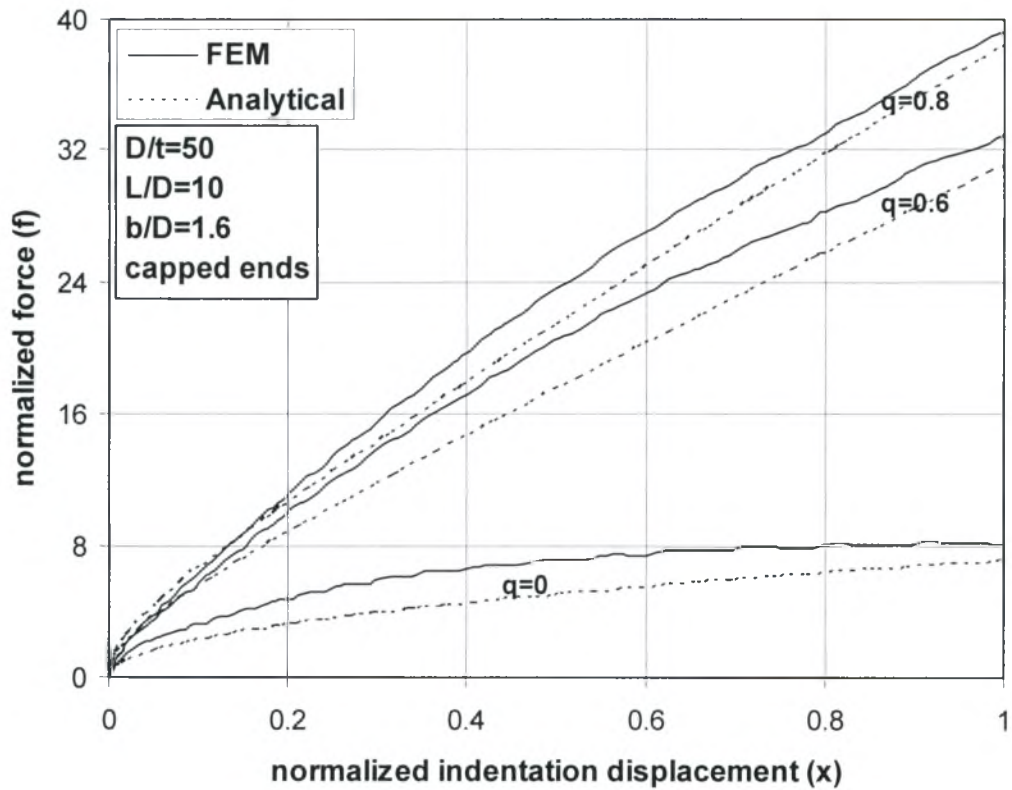
$$f = 8\sqrt{\frac{2\pi R}{3t}} \sqrt{x(-0.079qx^2 + 0.8864qx + 0.1172q + \frac{2t}{R})} \quad (6.82)$$

Παρατηρούμε ότι για $q = 0$ ο ανωτέρω τύπος συμπίπτει με τον τύπο που προτάθηκε από τους Wierzbicki & Suh (1988).

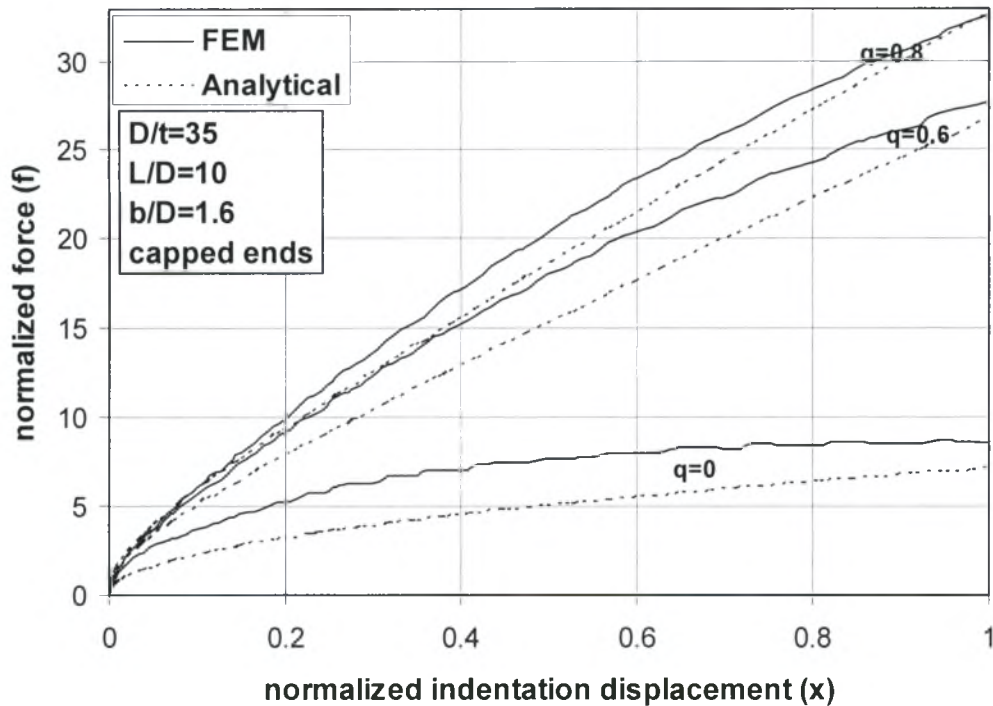
6.3 Σύγκριση του αναλυτικού μοντέλου II με αριθμητικά αποτελέσματα

6.3.1 Σωλήνες με άκαμπτες πλάκες προσαρμοσμένες στα άκρα τους (capped ends)

Συγκρίνουμε τα αποτελέσματα από το αναλυτικό μοντέλο, το οποίο δίνεται από τη σχέση (6.74), με τα αριθμητικά αποτελέσματα του κεφαλαίου 4. Στα σχήματα 6.7 και 6.8 παρουσιάζονται τα συγκριτικά αποτελέσματα για δυο είδη κελυφών. Τα χαρακτηριστικά των κελυφών αναγράφονται πάνω στα διαγράμματα των σχημάτων.



Σχήμα 6.7 Προσέγγιση των αριθμητικών αποτελεσμάτων με το αναλυτικό μοντέλο II

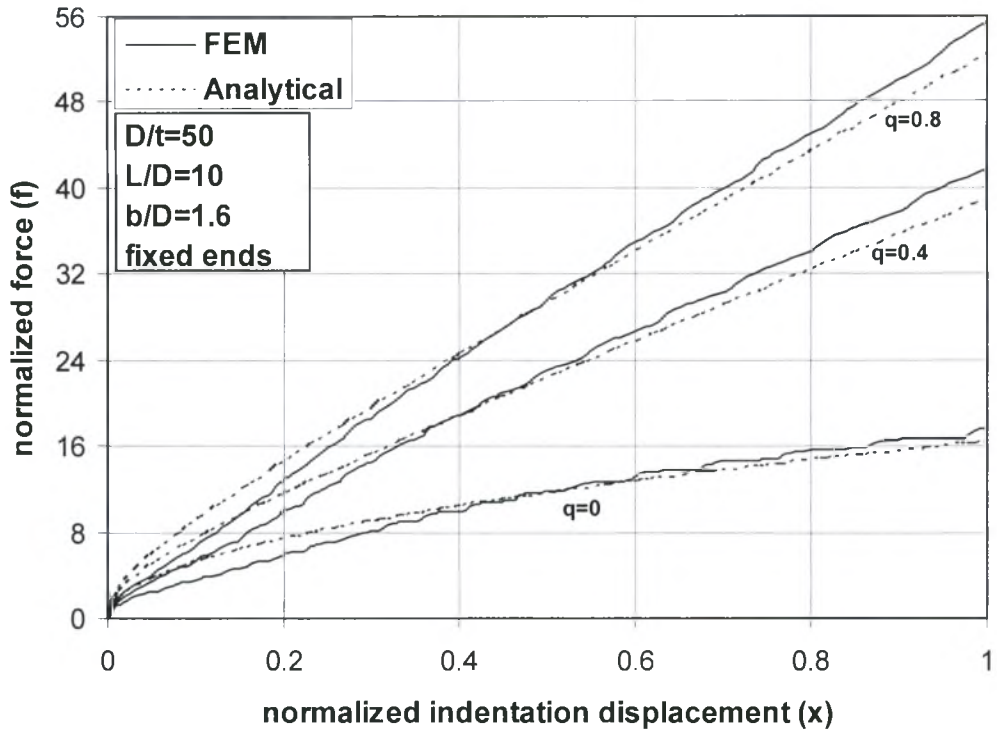


Σχήμα 6.8 Προσέγγιση των αριθμητικών αποτελεσμάτων με το αναλυτικό μοντέλο II

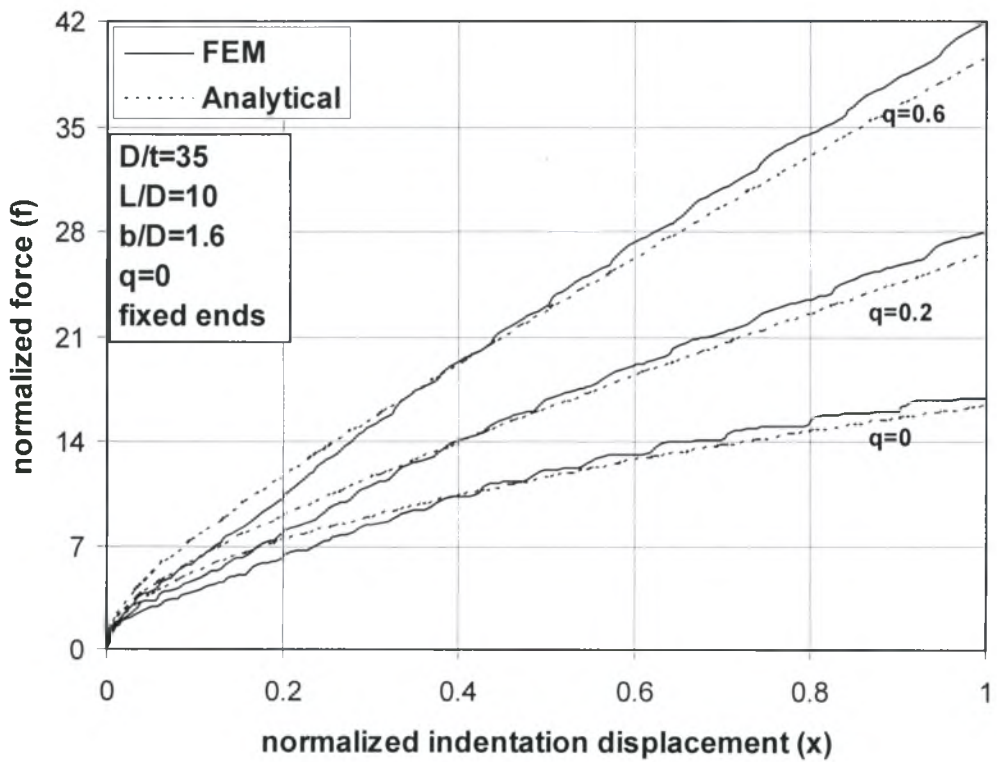
Από τα σχήματα 6.7 και 6.8 παρατηρούμε ότι για την περίπτωση μηδενικής πίεσης υπάρχουν κάποιες διαφορές μεταξύ του αναλυτικού μοντέλου και των αριθμητικών αποτελεσμάτων. Με την αύξηση της πίεσης οι διαφορές αυτές μικραίνουν και για τις δύο περιπτώσεις κελυφών. Ιδίως στην περίπτωση πίεσης με $q = 0.8$ η προσέγγιση των αριθμητικών αποτελεσμάτων από το αναλυτικό μοντέλο είναι πολύ καλή.

6.3.2 Σωλήνες με πλήρη παγίωση των άκρων (fixed ends)

Συγκρίνουμε τα αποτελέσματα από το αναλυτικό μοντέλο, το οποίο δίνεται από τη σχέση (6.84), με τα αριθμητικά αποτελέσματα του κεφαλαίου 4. Στα σχήματα 6.9 και 6.10 παρουσιάζονται τα συγκριτικά αποτελέσματα για δυο είδη κελυφών. Τα χαρακτηριστικά των κελυφών και σε αυτή την περίπτωση αναγράφονται πάνω στα διαγράμματα των σχημάτων.



Σχήμα 6.9 Προσέγγιση των αριθμητικών αποτελεσμάτων με το αναλυτικό μοντέλο II



Σχήμα 6.10 Προσέγγιση των αριθμητικών αποτελεσμάτων με το αναλυτικό μοντέλο II

Από τα σχήματα 6.9 και 6.10 συμπεραίνουμε ότι τόσο για την περίπτωση μηδενικής πίεσης αλλά και τις περιπτώσεις ύπαρξης πίεσης το αναλυτικό μοντέλο για την περίπτωση των πακτωμένων άκρων προσεγγίζει πολύ καλά τα αριθμητικά αποτελέσματα. Αυτό συμβαίνει και για τις δύο περιπτώσεις κελυφών ($D/t=50$ και $D/t=35$).

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία, εξετάζουμε το πρόβλημα της εγκάρσιας φόρτισης κυλινδρικών κελυφών με ελαστοπλαστική συμπεριφορά υπό την παρουσία εσωτερικής πίεσης. Το επίπεδο της πίεσης ενδέχεται να είναι κοντά στην οριακή πίεση πλήρους πλαστικότητας. Γίνεται αριθμητική διερεύνηση με χρήση μη-γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων. Κατά την προσομοίωση των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιούνται στοιχεία κελύφους, λαμβάνοντας υπόψη την μη γραμμικότητα της γεωμετρίας και του υλικού. Εξετάζονται κελύφη από χάλυβα ($D/t \leq 50$) με σχετικά μεγάλο πάχος, τα οποία υφίστανται ανελαστικές παραμορφώσεις.

Μελετώνται επίσης κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, όπως η επίδραση του μήκους των σωλήνων και διαφόρων τιμών πίεσης καθώς και η επίδραση των συνοριακών συνθηκών στα άκρα του κελύφους. Η ύπαρξη εσωτερικής πίεσης αυξάνει το φορτίο που απαιτείται για τη διείσδυση. Όσο αυξάνεται η τιμή της πίεσης, αυξάνεται και το αντίστοιχο φορτίο. Στην περίπτωση πακτωμένων άκρων οι μεμβρανικές δυνάμεις που αναπτύσσονται στις γενέτειρες του κελύφους είναι πολύ μεγαλύτερες από ότι στην περίπτωση άλλων συνοριακών συνθηκών. Στα κελύφη μικρού μήκους η επίδραση των συνοριακών συνθηκών είναι πολύ σημαντική. Αντιθέτως στις περιπτώσεις κελυφών με μεγάλο μήκος παρατηρείται ότι οι συνοριακές συνθήκες επηρεάζουν λιγότερο την απόκριση του κελύφους.

Εξετάζεται η επίδραση των χαρακτηριστικών του διεισδυτή στην απόκριση του κελύφους. Παρατηρείται ότι για διεισδυτές μικρού μήκους οι δυνάμεις που απαιτούνται για διείσδυση είναι σημαντικά μικρότερες, από αυτές που απαιτούνται στις περιπτώσεις διεισδυτών μεγάλου μήκους. Στην περίπτωση παρουσίας εσωτερικής πίεσης η διαφορά στις δυνάμεις μεγαλώνει. Η διάταξη του διεισδυτή πάνω στο κέλυφος είναι επίσης πολύ σημαντική. Όταν ο διεισδυτής είναι τοποθετημένος στον επιμήκη άξονα του σωλήνα η διείσδυση γίνεται δυσκολότερη καθώς χρειάζονται μεγαλύτερες δυνάμεις διείσδυσης.

Για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου χρησιμοποιούνται δυο αναλυτικές μέθοδοι για την προσομοίωση του φαινομένου. Αρχικά υιοθετείται η απλοποιημένη αναλυτική λύση που πρότεινε το ολλανδικό ινστιτούτο TNO η οποία βασίζεται σε μια στατική ισορροπία του ελαστοπλαστικού κελύφους και δίνει μια ποιοτική εικόνα της απόκρισης του κελύφους. Παρουσιάζεται επίσης μια αναλυτική

μέθοδος για τη τρισδιάστατη περίπτωση η οποία βασίζεται σε μια κινηματική θεώρηση και ερμηνεύει ποιοτικά τους πιο σημαντικούς παράγοντες της απόκρισης του κελύφους. Η μέθοδος συγκρίνεται με αριθμητικά αποτελέσματα και προσεγγίζει πολύ καλά τα αποτελέσματα αυτά. Η σύγκριση είναι ιδιαίτερα καλή στην περίπτωση που ως συνοριακές συνθήκες χρησιμοποιούνται πακτωμένα άκρα.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Burton, R. H. and Craig, J. M., 1963, "An investigation into the energy absorbing properties of metal tubes loaded in the transverse direction", *B.Sc. (Eng.) Report*, University of Bristol, Bristol, U.K.
- [2] DeRuntz, J. A. and Hodge, P. G., 1963, "Crushing of a tube between rigid plates", *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 30, pp. 391 - 395.
- [3] Eleftheriadis, Ch., 2002, "Nonlinear Finite Element Analysis of Tubular Members Under Lateral Loads and Pressure", *M.Sc. Diploma Thesis, Dept. Mechanical & Industrial Engineering*, University of Thessaly, Volos, Greece [in Greek].
- [4] Ellinas, C. and Walker, C. A., 1985, "Damage on Offshore Tubular Bracing Members", *Int. Assoc. Bridges and Structural Engineering*, Vol. 42, pp. 253-261.
- [5] Ghosh, S. K., Johnson, W., Reid, S. R. and Yu, T. X., 1981, "On Thin Rings and Short Tubes Subjected to Centrally Opposed Concentrated Loads", *Int. J. of Mechanical Sciences*, Vol. 23, pp. 183 - 194.
- [6] Gresnigt, 1984, "Deelrapport in een Onderzoek naar de Invloed van de Wanddikte op de Weerstand van Gastransport-Buizen Tegen Beschadiging door Graafwerktuigen", *Instituut TNO voor Bouwmaterialen en Bouwconstructies*, Rapport NO. B-84-425.
- [7] Hoo Fatt, M. S. and Wierzbicki, T., 1991, "Denting Analysis of Ring Stiffened Cylindrical Shells", *Proceedings of the 1st European Offshore Mechanics Symposium*, Trondheim, Norway, pp. 153 - 163.
- [8] Karamanos, S. A., 1996, "Stability of Pressurized Long Inelastic Cylinders Under Radial Transverse Loads", *Computational Mechanics*, Vol. 18, No. 6, pp. 444-453.

- [9] Karamanos & Eleftheriadis, February 2004, "Collapse of pressurized elastoplastic tubular members under lateral loads"
- [10] Leu D.-K., 1999, Finite-Element Simulation of the Lateral Compression of Aluminum Tube Between Rigid Plates", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, pp. 621-638.
- [11] Mandke, J. S., 1990, "Evaluation of Offshore Pipeline Failure Data for Gulf of Mexico", *Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference*, OMAE, Houston, TX, pp. 57-61.
- [12] Mellem, T., Spiten, J., Verley, R. and Moshagen, H., 1996, "Trawl Board Impacts on Pipelines", *Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference*, OMAE, Vol. V, pp. 165-178.
- [13] Reddy, T. Y. and Reid, S. R., 1979, "On obtaining material properties from the ring compression test", *Nuclear Engineering & Design*, Vol. 52, pp. 257 - 263.
- [14] Redwood, R. G., 1964, Discussion of the paper by J. A. DeRuntz and P. G. Hodge, 1963, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 31, pp. 357 - 358.
- [15] Reid, S. R., 1983, "Laterally Compressed Metal Tubes as Impact Energy Absorbers", *Structural Crashworthiness*, Edited by N. Jones and T. Wierzbicki, Butterworths.
- [16] Reid, S. R., 1985, "Metal Tubes as Impact Energy Absorbers", *Metal Forming and Impact Mechanics*, Edited by S. R. Reid, Pergamon Press, New York.
- [17] Reid, S. R. and Bell, W. W., 1982, "Influence of Strain Hardening on the Deformation of Thin Rings Subjected to Opposed Concentrated Loads.", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 18, No. 8, pp. 643 - 658.

- [18] Reid, S. R. and Reddy, T. Y., 1978, "Effects of strain hardening on the lateral compression of tubes between rigid plates", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 14, pp. 213 - 225.
- [19] Ruggieri & Ferrari, May 2004, "Structural behavior of dented tubular members under lateral loads" Vol. 126
- [20] Taby, J. and Moan, T., 1985, "Collapse and Residual Strength of Damaged Tubular Members", *Proceedings 4th Int. Conf. Behavior of Offshore Structures*, BOSS 85, Delft, The Netherlands.
- [21] Timoshenko, S. and Gere, J. M., 1961, *Theory of Elastic Stability*, 2nd Edition, McGraw-Hill, New York.
- [22] Watson, A. R., Reid, S. R., Johnson, W. and Thomas, S. G., 1976, "Large deformations of thin-walled circular tubes under transverse loading - II", *Int. J. of Mechanical Sciences*, Vol. 18, pp. 387 - 397.
- [23] Wierzbicki, T. and Suh, M. S., 1988, "Indentation of Tubes under Combined Loading", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 30, No. 3/4, pp. 229-248.
- [24] Wildschut, H. and ter Avest, F. J., 1984, "The Influence of the Pipe Wall Thickness on the Resistance to External Damage of Steel Gas Transmission Pipe Lines", *Report 84M/33/0145058-E/WID/VLT*, Metaalinstituut TNO, Apeldoorn, The Netherlands.
- [25] Zeinoddini, M., Harding, J. E., Parke, G. A. R., 1999, "Dynamic Behavior of Axially Pre-Loaded Tubular Steel members of Offshore Structures Subjected to Impact Damage", *Ocean Engineering*, Vol. 26, pp. 963-978.

[26] Zeinoddini, M., Harding, J. E., Parke, G. A. R., 2000, "Contribution of Ring Resistance in the Behavior of Steel Tubes Subjected to a Lateral Impact", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 42, pp. 2303-2320.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



004000074011