



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Βέλτιστες πολιτικές προληπτικής συντήρησης

Διπλωματική Εργασία

Αλέξανδρος Λαζάρου

Επιβλέπων/πουσα: Δρ. Δημήτρης Παντελής

Μάιος 2023



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Βέλτιστες πολιτικές προληπτικής συντήρησης

Διπλωματική Εργασία

Αλέξανδρος Λαζάρου

Επιβλέπων/πouσα: Δρ. Δημήτρης Παντελής

Μάιος 2023

Εγκρίνεται από την Επιτροπή Εξέτασης:

Επιβλέπων/πouσα **Δρ. Δημήτρης Παντελής**

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Μέλος **Δρ. Γιώργος Λυμπερόπουλος**

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Μέλος **Δρ. Γιώργος Κοζανίδης**

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΗΛΩΣΗ ΠΕΡΙ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΗΣ ΔΕΟΝΤΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΩΝ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ

«Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, δηλώνω ρητά ότι η παρούσα διπλωματική εργασία, καθώς και τα ηλεκτρονικά αρχεία και πηγαίοι κώδικες που αναπτύχθηκαν ή τροποποιήθηκαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας, αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής μου εργασίας, δεν προσβάλλει κάθε μορφής δικαιώματα διανοητικής ιδιοκτησίας, προσωπικότητας και προσωπικών δεδομένων τρίτων, δεν περιέχει έργα/εισφορές τρίτων για τα οποία απαιτείται άδεια των δημιουργών/δικαιούχων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον και πληρούν τους κανόνες της επιστημονικής παράθεσης. Τα σημεία όπου έχω χρησιμοποιήσει ιδέες, κείμενο, αρχεία ή/και πηγές άλλων συγγραφέων, αναφέρονται ευδιάκριτα στο κείμενο με την κατάλληλη παραπομπή και η σχετική αναφορά περιλαμβάνεται στο τμήμα των βιβλιογραφικών αναφορών με πλήρη περιγραφή. Δηλώνω επίσης ότι τα αποτελέσματα της εργασίας δεν έχουν χρησιμοποιηθεί για την απόκτηση άλλου πτυχίου. Αναλαμβάνω πλήρως, ατομικά και προσωπικά, όλες τις νομικές και διοικητικές συνέπειες που δύναται να προκύψουν στην περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά, ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της δεν μου ανήκει διότι είναι προϊόν λογοκλοπής».

Ο/Η Δηλών/ούσα

Αλέξανδρος Λαζάρου

Διπλωματική Εργασία

Βέλτιστες πολιτικές προληπτικής συντήρησης

Αλέξανδρος Λαζάρου

Περίληψη

Η προληπτική συντήρηση στην βιομηχανία αποτελεί σημαντικό αντικείμενο έρευνας για τους μηχανολόγους μηχανικούς παγκοσμίως. Η παρούσα διπλωματική εργασία, έχει ως στόχο την ανάδειξη της προληπτικής αντικατάστασης και γενικότερα τη σημαντικότητα μιας σωστά σχεδιασμένης πολιτικής συντήρησης σε μονάδες παραγωγής. Αρχικά, γίνεται μια εισαγωγή στη θεωρία της προληπτικής συντήρησης και τα πλεονεκτήματά της, καθώς επίσης πραγματοποιείται βιβλιογραφική ανασκόπηση παρουσιάζοντας διάφορα μοντέλα προληπτικής συντήρησης. Στην συνέχεια, αναλύονται εκτενώς δύο από τα μοντέλα που έχουν επιλεγεί από την βιβλιογραφία, διαμορφώνοντας το μαθηματικό μοντέλο που τα περιγράφει. Με την βοήθεια υπολογιστικών προγραμμάτων, παρουσιάζονται αριθμητικά παραδείγματα για καθένα από τα δυο μοντέλα, ενώ τελικά εξάγονται βασικά συμπεράσματα που βοηθάνε στην ανάδειξη της σημαντικότητας της προληπτικής συντήρησης. Το πρώτο μοντέλο που αναπτύσσεται, πηγάζει από την έρευνα των **Li, Wang, and Peng** [9] και ακολουθεί πολιτική αντικατάστασης λόγω γήρανσης ή προληπτικής αντικατάστασης, κατά την παρουσίαση ευκαιριών στην παραγωγική διαδικασία. Το μοντέλο υπολογίζει δύο βέλτιστες χρονικές στιγμές αντικατάστασης και, εν τέλει, παρουσιάζει τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την επίλυση. Το δεύτερο μοντέλο, προκύπτει από την έρευνα των **He, Kai, Lisa M. Maillart, and Oleg A. Prokopyev** [6] και προσομοιώνει τον ανθρώπινο παράγοντα, σε ένα μοντέλο αντικατάστασης λόγω γήρανσης των τεμαχίων. Ο ανθρώπινος παράγοντας προκαλεί συχνά προβληματικές συμπεριφορές σε ένα σύστημα αντικατάστασης, με πιθανές εκπτώσεις ή πρόωρες αντικαταστάσεις, οι οποίες τελικά προστίθενται στο τελικό κόστος συντήρησης. Για την αποφυγή της μεγάλης αύξησης του κόστους, το μοντέλο υπολογίζει την βέλτιστη στιγμή αντικατάστασης λόγω γήρανσης του τεμαχίου, δίνοντας όσο το δυνατόν χαμηλότερη τιμή στο τελικό κόστος του συστήματος. Η διπλωματική εργασία, εν ολίγοις, παρέχει σημαντικές πληροφορίες για την προληπτική συντήρηση και τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την επίτευξη της αποδοτικής λειτουργίας των μηχανών και των συστημάτων παραγωγής.

Λέξεις-κλειδιά:

Προληπτικός έλεγχος, Βλάβες, Ευκαιρίες αντικατάστασης, ελαχιστοποίηση κόστους, περίοδος γήρανσης, προληπτική συντήρηση

Περιεχόμενα

Περίληψη	viii
Περιεχόμενα	xi
Λίστα σχεδίων	xv
Λίστα πινάκων	xvii
1 Θεωρία της προληπτικής συντήρησης	1
1.1 Σημασία της προληπτικής συντήρησης	1
1.2 Σκοπός της προληπτικής συντήρησης	3
1.3 Η εξέλιξη της συντήρησης στον χρόνο	3
1.4 Σχεδιασμός και οργάνωση	5
1.5 Μοντέλα προληπτικής συντήρησης στη βιβλιογραφία	6
1.6 Σκοπός της εργασίας	8
2 Το απλό μοντέλο προληπτικής συντήρησης	11
2.1 Εισαγωγή	11
2.2 Βλάβες	11
2.2.1 Τύποι βλαβών	11
2.2.2 Τρόποι βλαβών	12
2.3 Ορισμός του μοντέλου	12
2.4 Μαθηματικό μοντέλο	13
3 Το μοντέλο προληπτικής συντήρησης (t_1, t_2)	15
3.1 Εισαγωγή	15
3.2 Περιγραφή του μοντέλου	15

3.3	Ορισμός του μοντέλου	16
3.4	Παραδοχές του προβλήματος	17
3.5	Τρεις περιπτώσεις αντικατάστασης	18
3.5.1	Πρώτη περίπτωση αντικατάστασης	19
3.5.2	Δεύτερη περίπτωση αντικατάστασης	20
3.5.3	Τρίτη περίπτωση αντικατάστασης	20
3.6	Ρυθμός βλαβών	21
3.7	Ρυθμός εμφάνισης ευκαιριών	22
3.8	Οι πιθανότητες των τριών περιπτώσεων	23
3.8.1	Πρώτη περίπτωση	23
3.8.2	Δεύτερη περίπτωση	23
3.8.3	Τρίτη περίπτωση	24
3.9	Κόστος μοντέλου	24
3.10	Αριθμητικό παράδειγμα και ανάλυση ευαισθησίας	26
3.10.1	Κατανομή Weibull	26
3.10.2	Αριθμητικό παράδειγμα	27
3.10.3	Παράμετρος β	28
3.10.4	Παράμετρος θ	29
3.10.5	Ανάλυση ευαισθησίας	30
3.10.6	Σύγκριση με αρχικό μοντέλο	34
4	Μοντέλο προληπτικής συντήρησης με χρονική απόκλιση από τη προγραμματι-	
	σμένη αντικατάσταση	35
4.1	Εισαγωγή	35
4.2	Γενικές πληροφορίες του μοντέλου	36
4.3	Τυχαία συνεχής μεταβλητή Y	37
4.4	Μαθηματικό μοντέλο	39
4.5	Ανάλυση ευαισθησίας	40
4.5.1	Παράμετρος a	40
4.5.2	Παράμετρος b	42
4.6	Σύγκριση με το αρχικό μοντέλο	44

5	Συμπεράσματα	49
5.1	Συμπεράσματα και συζήτηση	49
	Βιβλιογραφία	51
	Παράρτημα-Κώδικες Matlab	53
.1	Εύρεση χαμηλότερης αντικειμενικής και διάγραμμα	53
.2	Εύρεση χαμηλότερης αντικειμενικής στο μοντέλο χωρίς προληπτική	55
.3	Ανάλυση ευαισθησίας β	56
.4	Ανάλυση ευαισθησίας θ	57
.5	Μοντέλο μη έγκυρης αντικατάστασης και διαγράμματα	58
.6	Μοντέλο μη έγκυρης αντικατάστασης- παράμετρος a	62

Λίστα σχεδίων

3.1	Χρονοδιάγραμμα μοντέλου	19
3.2	Πρώτη περίπτωση αντικατάστασης- πρώτος τρόπος	19
3.3	Πρώτη περίπτωση αντικατάστασης- δεύτερος τρόπος	20
3.4	Δεύτερη περίπτωση βλάβης	21
3.5	Τρίτη περίπτωση βλάβης	21
3.6	Καμπύλη χρόνου ζωής	22
3.7	Διάγραμμα τελικού κόστους και τιμών t_1	28
3.8	Διάγραμμα τελικού κόστους και τιμών t_2	29
3.9	Διάγραμμα τελικού κόστους και τιμών β	30
3.10	Διάγραμμα τελικού κόστους και τιμών θ	31
4.1	Χρονοδιάγραμμα μοντέλου μη έγκυρης αντικατάστασης	37
4.2	Διάγραμμα τελικού κόστους-παραμέτρου a	41
4.3	Διάγραμμα τελικού κόστους-παραμέτρου b	43
4.4	Διάγραμμα καμπυλών κόστους-Περίπτωση (i)	45
4.5	Διάγραμμα καμπυλών κόστους-Περίπτωση (ii)	46
4.6	Διάγραμμα καμπυλών κόστους-Περίπτωση (iii)	47
4.7	Διάγραμμα καμπυλών κόστους-Περίπτωση (iv)	47

Λίστα πινάκων

3.1	Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της παράμετρου κλίσης	32
3.2	Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της παράμετρου κλίσης	32
3.3	Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της σταθεράς λ	33
3.4	Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της σταθεράς c_1	33
3.5	Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της σταθεράς c_2	34
3.6	Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της σταθεράς c_2	34
3.7	Πίνακας σύγκρισης τελικών αποτελεσμάτων	34
4.1	Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της παράμετρου a	42
4.2	Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της παράμετρου b	42
4.3	Πίνακας αποτελεσμάτων με βάση τα διαγράμματα	45

Κεφάλαιο 1

Θεωρία της προληπτικής συντήρησης

Εισαγωγή

Η τυχαιότητα εμφανίζεται πολύ συχνά σε μοντέλα διαφόρων επιστημονικών κλάδων όπως είναι η γεωπονία, η βιολογία, η γενετική, η ιατρική, η μηχανική αλλά και οι κοινωνικές επιστήμες. Η τυχαιότητα συναντάται σε πολύ μεγάλο βαθμό επίσης, σε άλλους επιστημονικούς κλάδους που ασχολούνται με την θεωρία της πολυπλοκότητας, την θεωρία της πληροφορίας, την φυσική, της ρευστομηχανικής αλλά και στον κλάδο της τεχνητής νοημοσύνης. Για τον λόγο αυτό, στον τομέα της βιομηχανίας αναπτύχθηκαν οι θεωρίες της αξιοπιστίας και της αντικατάστασης. Η θεωρία της αξιοπιστίας αναπτύχθηκε αρχικά, για τον προσδιορισμό και τη διερεύνηση των ιδιοτήτων των αστοχιών που συμβαίνουν σε τυχαίους χρόνους, ενώ επίσης, η θεωρία της αντικατάστασης επιδιώκει να συλλέξει ακριβείς και πλήρεις πληροφορίες για τις αστοχίες με σκοπό να προστατεύσει το μοντέλο από αυτές. Η ραγδαία ανάπτυξη των μηχανών σε συνδυασμό με την εκτόπιση του ανθρώπινου δυναμικού, ανέδειξαν την αναγκαιότητα πρόβλεψης της τυχαιότητας των βλαβών στις μηχανές. Έτσι, αναπτύχθηκε ένας καινούργιος κλάδος στη βιομηχανία για την προληπτική συντήρηση των μηχανών. Σκοπός της προληπτικής συντήρησης μιας μηχανής ή ενός αντικειμένου είναι η εξυπηρέτηση των συμφερόντων λειτουργίας της επιχείρησης ή του οργανισμού.

1.1 Σημασία της προληπτικής συντήρησης

Ο ανταγωνισμός στα πλαίσια της παγκοσμιοποίησης της αγοράς αποτελεί βασικό στοιχείο κάθε επιχείρησης. Για να μπορέσει μια επιχείρηση να επιβιώσει χρειάζεται να είναι αν-

ταγωνιστική και να εξελίσσεται συνεχώς. Η εξέλιξη είναι μια διεργασία μέσω της οποίας η επιχείρηση βελτιώνεται και καινοτομεί συνεχώς παρέχοντάς της προβάδισμα έναντι των ανταγωνιστών της στην ελεύθερη αγορά. Σημαντικός παράγοντας για την επίτευξη της εξέλιξης αποτελεί η συντήρηση και γενικότερα η σωστή διαχείριση του μηχανολογικού εξοπλισμού που διαθέτει κάθε εταιρία. Ανάλογα με το είδος κάθε εταιρείας κυμαίνεται και το κόστος συντήρησης, το οποίο εν τέλει προστίθεται στην τιμή του τελικού προϊόντος. Έχοντας λοιπόν, ως κύριο μέλημα της κάθε επιχείρησης την όσο το δυνατόν πιο ανταγωνιστική τιμή του τελικού προϊόντος, είναι εύλογο να "κυνηγά" την ελαχιστοποίηση του κόστους συντήρησης. Το κόστος συντήρησης καταλαμβάνει ένα ποσοστό έως και 15% της τελικής τιμής του προϊόντος στις ελαφρές βιομηχανικές μονάδες, οι οποίες ασχολούνται κυρίως με τρόφιμα, ενώ αντίθετα στις βαριές βιομηχανικές μονάδες διεκδικεί ποσοστά που αγγίζουν και το 40%.

Οι μηχανές εδώ και αρκετά χρόνια αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι της βιομηχανικής παραγωγής και εξελίσσονται με ραγδαίους ρυθμούς. Η ολοένα αυξανόμενη μηχανοποίηση των μονάδων παραγωγής σε συνδυασμό με την αυτοματοποίηση τους, καθιστούν την επιχείρηση άμεσα εξαρτώμενη από την άριστη λειτουργία των μηχανών. Η συχνότητα λειτουργίας των μηχανών καθορίζει την αποδοτικότητα της επιχείρησης, δίνοντάς της την ευκαιρία να ανταποκριθεί στη ζήτηση της αγοράς. Η χαμένη παραγωγή μιας ημέρας λόγω μιας τυχαίας βλάβης σε κάποια μηχανή ισοδυναμεί με καθυστέρηση της παραγωγικής διαδικασίας και κόστος επιδιόρθωσης ή αντικατάστασης. Από την άλλη, η επαναλαμβανόμενη διακοπή της διαδικασίας παραγωγής από μηχανικές βλάβες, έχει πιο σημαντικές επιπτώσεις στην εικόνα της επιχείρησης. Μια επιχείρηση που αδυνατεί να καλύψει τις ανάγκες των πελατών της την καθιστά αμέσως λιγότερο ανταγωνιστική και πολύ συχνά αναξιόπιστη.

Η «επίβλεψη» και η «συντήρηση» είναι δύο έννοιες που θα πρέπει να απασχολούν όλες τις επιχειρήσεις που βασίζονται σε μηχανολογικό εξοπλισμό. Κάθε είδος μηχανής είναι αδύνατο να λειτουργεί άρτια καθ' όλη τη διάρκεια ζωής του. Η συντήρηση ως διαδικασία, επιφέρει κόστος το οποίο προστίθεται στην τελική τιμή του προϊόντος και θεωρείται ένα αναγκαίο "κακό" για κάθε επιχείρηση, αν και στην πραγματικότητα αποτελεί μια κερδοφόρα κίνηση για την πρόληψη και αποφυγή απρόβλεπτου και αναπόφευκτου μεταγενέστερου κόστους. Η σωστή και μεθοδική συντήρηση των μηχανών αλλά και γενικότερα της επιχείρησης, υποδηλώνει σωστή οργάνωση και μελετημένη δράση της επιχείρησης.

1.2 Σκοπός της προληπτικής συντήρησης

Σκοπός της προληπτικής συντήρησης μιας μηχανής ή ενός αντικειμένου είναι η εξυπηρέτηση των συμφερόντων λειτουργίας της επιχείρησης ή του οργανισμού. Συνοπτικά, σκοπός της προληπτικής συντήρησης είναι η άρτια λειτουργία της βιομηχανικής παραγωγής, εντοπίζοντας και αντιμετωπίζοντας έγκαιρα βλάβες στον μηχανικό εξοπλισμό.

Πιο συγκεκριμένα, βασικός στόχος των πολιτικών προληπτικής συντήρησης είναι η απρόσκοπτη λειτουργία και παραγωγή της επιχείρησης. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, όσον αφορά το μηχανικό κομμάτι, η επιχείρηση θα πρέπει να προβλέπει και να αντικαθιστά εγκαίρως τυχόν βλάβες ή και αστοχίες στις μηχανές και στα προϊόντα της. Επιπλέον στόχοι της συντήρησης, είναι η διατήρηση και η βελτίωση της ποιότητας των προϊόντων της επιχείρησης αλλά και η περαιτέρω βελτίωση και εξέλιξη των γραμμών παραγωγής, με αποτέλεσμα την πρόοδο της επιχείρησης και του προϊόντος. Ο σημαντικότερος, ίσως, στόχος της προληπτικής συντήρησης είναι η μείωση του κόστους της επιχείρησης, γεγονός που συνεπάγεται με την εξοικονόμηση πόρων και χρόνου. Μέσω της σωστής πολιτικής συντήρησης, η επιχείρηση επιτυγχάνει την αύξηση της κερδοφορίας της, αφού απαλλάσσεται από έξοδα αντικατάστασης προϊόντων ή καθυστερήσεις στην παραγωγή, παράμετροι δηλαδή, που οδηγούν στην μείωση της παραγωγικής απόδοσης. Αμελητέα δεν πρέπει να θεωρείται η ηθική-κοινωνική-περιβαλλοντική διάσταση της πολιτικής της προληπτικής συντήρησης. Η πρόληψη ατυχημάτων και καταστροφών επιτυγχάνεται μέσω της σωστής τήρησης της πολιτικής αυτής, αφού μπορεί να σώσει ανθρώπινες ζωές και να προλάβει περιβαλλοντικές καταστροφές.

Η προληπτική συντήρηση με την πάροδο των χρόνων απασχολεί ολοένα και περισσότερες επιχειρήσεις, ενώ σήμερα στις περισσότερες βιομηχανίες υπάρχει ειδικό τμήμα τεχνικών συντήρησης που αναλαμβάνει την επίβλεψη και την συντήρηση του εξοπλισμού. Το τμήμα απασχολεί κυρίως μηχανολόγους μηχανικούς διαφόρων ειδικοτήτων και τεχνικούς.

1.3 Η εξέλιξη της συντήρησης στον χρόνο

Μέχρι και τον Β' παγκόσμιο πόλεμο οι επιχειρήσεις βασίζονταν στο εργατικό δυναμικό τους, αφού η μηχανοποίηση των μονάδων παραγωγής εντοπιζόταν σε πολύ πρώιμο στάδιο. Ο εξοπλισμός τους ήταν αρκετά απλός και πολύ εύκολος στον σχεδιασμό. Για τον λόγο αυτό, η πολιτική της συντήρησης ήταν μια διαδικασία που δεν θεωρούνταν σημαντική. Οι μηχανές της εποχής θα δούλευαν μέχρι να υποστούν κάποια βλάβη και ύστερα, είτε θα γινόταν

επιδιόρθωση, είτε αντικατάσταση. Αν και η τυχαιότητα των βλάβων προκαλούσε και τότε εμπόδια στην παραγωγική διαδικασία, το κόστος αυτών δεν επιβάρυνε σημαντικά την επιχείρηση, με αποτέλεσμα η συντήρηση να μην αποτελεί ζήτημα καίριας σημασίας. Η μηδενική πρόληψη των αστοχιών, θεωρείται η πρώτη μορφή συντήρησης και ονομάστηκε **Λειτουργία ως την βλάβη ή Breakdown maintenance** σύμφωνα με τους **Poor, Ženíšek & Basl**, [10].

Μετά την λήξη του πολέμου, η αλματώδης εξέλιξη των μηχανών στις επιχειρήσεις σε συνδυασμό με τη μεγάλη αύξηση στη ζήτηση των προϊόντων οδήγησαν στην υψηλή μηχανοποίηση των μονάδων παραγωγής. Οι μονάδες παραγωγής εξέλιξαν πολύ γρήγορα τον εξοπλισμό και βασίστηκαν πολύ περισσότερο στην δύναμη των μηχανών, αυξάνοντας έτσι ραγδαία τις αστοχίες κατά την διαδικασία παραγωγής προϊόντων. Οι αστοχίες και οι καθυστερήσεις στην παραγωγή δημιούργησαν την ανάγκη εξειδίκευσης μιας μερίδας εργατών σε ζητήματα συντήρησης και επιδιόρθωσης βλαβών. Έτσι, λοιπόν, η συντήρηση έγινε δραστηριότητα και ξεκίνησε να απασχολεί τεχνικό προσωπικό εισάγοντας την δεύτερη μορφή συντήρησης, η οποία είχε ως κύρια διαφορά την προληπτική προσέγγιση. Η συντήρηση αυτή ονομάστηκε **Προληπτική συντήρηση (Preventive maintenance)**. Ο όρος «προληπτική συντήρηση» είναι «η συντήρηση που διενεργείται σε προκαθορισμένα χρονικά διαστήματα ή ανταποκρινόμενη σε συγκεκριμένα κριτήρια και στοχεύει στη μείωση της πιθανότητας βλάβης ή χειροτέρευσης της λειτουργίας ενός αντικειμένου» (British Standard, 1984 [3]). Τα προκαθορισμένα αυτά διαστήματα βασίζονται είτε στον χρόνο, είτε στην χρήση και καθορίζονται από στατιστικά μοντέλα.

Η προληπτική συντήρηση μπορεί να διακριθεί σε τρεις διαφορετικές κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο λειτουργίας του μοντέλου (ΠΑΠΑΧΡΗΣΤΟΣ, [13]). Ξεκινώντας από την **Προκαθορισμένη συντήρηση (Predetermined Maintenance PM)**, η οποία είναι και η πιο απλή μορφή συντήρησης αφού το μοντέλο ακολουθεί πιστά τις οδηγίες χρήσης και τις εκτιμήσεις του κατασκευαστή. Επομένως, το σύστημα υπόκειται σε συντήρηση ή αντικατάσταση με βάση τα πειραματικά δεδομένα του κατασκευαστή, αγνοώντας εξωγενείς παράγοντες. Εν συνεχεία, η **Συντήρηση Βάσει Συνθηκών (Condition-Based Maintenance CBM)** στηρίζεται σε διάφορους μηχανισμούς ελέγχου, όπως οι αισθητήρες, με αποτέλεσμα το σύστημα να παρακολουθείται σε πραγματικό χρόνο και να γίνονται παρεμβάσεις κατά την εμφάνιση ανωμαλιών. Τέλος, η **Προβλεπτική Συντήρηση (Predictive Maintenance PDM)** αποτελεί την πιο σύγχρονη μορφή ελέγχου και συντήρησης, αφού μέσω αισθητήρων, τεχνητής νοημοσύνης και ανάλυση δεδομένων, το σύστημα είναι ικανό να δουλεύει σε ιδανικές συνθήκες για

την αποφυγή αστοχιών και παράλληλα να προβλέπει τη βλάβη. Στην πράξη, συχνά οι στρατηγικές συντήρησης συνδυάζονται με σκοπό την αποδοτικότερη λειτουργία του συστήματος ,ενώ επίσης είναι πολύ σημαντική η επιλογή του μοντέλου συντήρησης σε κάθε επιχείρηση συνδυάζοντας το μεγαλύτερο οικονομικό όφελος και τη λειτουργικότητα του στον εκάστοτε εξοπλισμό.

1.4 Σχεδιασμός και οργάνωση

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η επιλογή του μοντέλου συντήρησης αποτελεί σημαντική απόφαση για την πολιτική της επιχείρησης. Αφού γίνει αυτή η δύσκολη επιλογή, που αρκετά συχνά δεν είναι μονόπλευρη, η επιχείρηση θα χρειαστεί να κάνει ακόμη κάποιες περαιτέρω κινήσεις για να ολοκληρώσει το μοντέλο της. Η προληπτική συντήρηση είναι άμεσα συνδεδεμένη με την έννοια του σχεδιασμού , του προγραμματισμού και της οργάνωσης. Αρχικό στάδιο λοιπόν, αποτελεί ο σχεδιασμός και η καταγραφή των στόχων. Κάθε επιχείρηση θέτει τους δικούς της στόχους, με γνώμονα τις ιδιαιτερότητες του εξοπλισμού και των προϊόντων της. Επίσης, σημαντική είναι η ρύθμιση του χρόνου, κατά τον οποίο η παραγωγική διαδικασία θα διακόπτεται έτσι, ώστε να γίνει ο απαραίτητος έλεγχος ή η συντήρηση στις μηχανές. Οι έλεγχοι στις βιομηχανικές μονάδες καθορίζονται από τον νόμο και από την πολιτική της επιχείρησης. Κάποιοι έλεγχοι είναι υποχρεωτικοί, ενώ ορισμένοι τίθενται από την ίδια την επιχείρηση με σκοπό την άριστη λειτουργία της .

Για την σωστή και αποτελεσματική λειτουργία της προληπτικής συντήρησης, η επιμόρφωση του προσωπικού αποτελεί βασικό εφόδιο. Το προσωπικό, που αποτελείται από τεχνικούς και μηχανικούς, θα πρέπει να είναι σε θέση να αναγνωρίζει τις βλάβες ή τις ενδείξεις αυτών και να τις επιδιορθώνει. Θα πρέπει επίσης να ξέρει να χειρίζεται άριστα τον μηχανολογικό και τεχνολογικό εξοπλισμό της επιχείρησης, με βασική προϋπόθεση την ασφάλεια. Η επιμόρφωση του προσωπικού αποτελεί μια επένδυση για το μέλλον της επιχείρησης, αφού μακροπρόθεσμα θα αποφευχθούν αστοχίες και καθυστερήσεις συμβάλλοντας στην ομαλή και αποδοτική λειτουργία της. Αν και ο προληπτικός έλεγχος είναι μια αποτελεσματική και κερδοφόρα κίνηση, πολλές φορές η έλλειψη καλού σχεδιασμού και προγραμματισμού μπορούν να επιφέρουν τα αντίθετα αποτελέσματα. Οι έλεγχοι σε τέτοιες περιπτώσεις μπορεί να είναι πολλοί με ελάχιστες επισκευές ή και το αντίθετο, γεγονός που καθιστά τα μοντέλα συντήρησης επιβλαβή και κοστοβόρα.

1.5 Μοντέλα προληπτικής συντήρησης στη βιβλιογραφία

Έως σήμερα, οι συνεχείς εξελίξεις των τεχνολογικών συστημάτων έχουν οδηγήσει στην άμεση εξάρτηση των μονάδων παραγωγής από τον εξοπλισμό τους. Αποτέλεσμα της εξάρτησης αυτής είναι η ανάπτυξη σύγχρονων δραστηριοτήτων-πολιτικών συντήρησης. Κατά την διάρκεια των δύο τελευταίων δεκαετιών, έχουν διεξαχθεί πολλές και σημαντικές έρευνες στον τομέα αυτό με σκοπό τη μοντελοποίηση και την βελτιστοποίηση των πολιτικών συντήρησης. Τα συστήματα που έχουν αναπτυχθεί στις έρευνες αρχικά, χωρίζονται σε συστήματα μιας μονάδας ή πολλαπλών μονάδων. Επιπλέον, διακρίνονται ανάλογα με τον τρόπο αντικατάστασης ή επισκευής, με τον αριθμό των βλαβών που μπορούν να υποστούν αλλά και με τον τρόπο με τον οποίο επιτηρείται το σύστημα για τον εντοπισμό βλαβών.

Η παρούσα εργασία ασχολείται μόνο με συστήματα συντήρησης μιας μονάδας, δηλαδή, με συστήματα που δεν μπορούν να διαιρεθούν περαιτέρω σε υπομονάδες. Η κατηγοριοποίηση των μοντέλων γίνεται με βάση τον αριθμό των καταστάσεων στις οποίες μπορεί να βρεθεί το προϊόν που μελετάται. Οι καταστάσεις μπορεί να είναι είτε δύο (λειτουργεί ή έχει χαλάσει), είτε τρεις (λειτουργικό, ελαττωματικό ή χαλασμένο), είτε περισσότερες από τρεις. Τα μοντέλα που θα παρουσιαστούν στην συνέχεια, ακολουθούν δύο καταστάσεις στις οποίες το προϊόν ή θα λειτουργεί ή θα έχει υποστεί βλάβη και δεν θα δουλεύει.

Με την βοήθεια του άρθρου των **De Jonge** και **Scarf** [5], θα παρουσιαστούν διάφορα μοντέλα προληπτικής συντήρησης που έχουν αναπτυχθεί στο παρελθόν, μιας μονάδας και δύο ή περισσότερων καταστάσεων. Ξεκινώντας με μοντέλα που θεωρούν την αντικατάσταση του τεμαχίου, ως μια πράξη πλήρους επαναφοράς των αρχικών ιδιοτήτων του, παρουσιάζεται η έρευνα **Jiang** [7]. Στο συγκεκριμένο μοντέλο, η μοντελοποίηση γίνεται για γνωστά δεδομένα των παραμέτρων και εφαρμόζεται αντικατάσταση με βάση τον χρόνο γήρανσης, για πεπερασμένο χρόνο. Επίσης, παρουσιάζονται δύο αριθμητικά παραδείγματα με πραγματικά στοιχεία που έχουν αντληθεί από άλλες έρευνες. Μια άλλη έρευνα που βασίζεται σε προληπτική αντικατάσταση λόγω γήρανσης, είναι η έρευνα των **I.B. Sidibe**, **A. Khataba**, **C. Diallob**, **A. Kassambarac** [11]. Η βασική διαφορά του συγκεκριμένου μοντέλου από το προηγούμενο, εντοπίζεται στην στιγμή μηδέν του προϊόντος, δηλαδή, στην χρονική στιγμή που παράγεται. Η χρονική στιγμή παραγωγής του προϊόντος που μελετάται είναι άγνωστη, διότι προέρχονται από μεταπώληση. Για τον λόγο αυτό, η χρονική στιγμή παραγωγής του προϊόντος μοντελοποιείται σαν μια συνεχής τυχαία μεταβλητή και ακολουθεί μια συνεχής κατανομή.

Συνεχίζοντας την βιβλιογραφική ανασκόπηση, εντοπίζεται ένα διαφορετικό μοντέλο προληπτικής αντικατάστασης λόγω γήρανσης που εμφανίζει ευκαιρίες αντικατάστασης κατά την διαδικασία παραγωγής. Το άρθρο των **Dekker και Plasmeijer** [4], αναπτύσσει ένα μοντέλο με ευκαιρίες αντικατάστασης που ακολουθούν κατανομή Poisson και με δύο χρόνους αντικατάστασης. Ο πρώτος χρόνος σηματοδοτεί την δυνατότητα έναρξης αντικατάστασης τεμαχίων σε ευκαιρίες, ενώ ο δεύτερος χρόνος σηματοδοτεί την αντικατάσταση λόγω γήρανσης. Όπως και τα προηγούμενα μοντέλα, έτσι και αυτό, αποτυπώνει μαθηματικά το πρόβλημα και καταλήγει σε μια αντικειμενική συνάρτηση κόστους, την οποία ελαχιστοποιεί. Μια παραλλαγή αυτής της έρευνας, αποτελεί το άρθρο των **Aramon Bajestani and Banjevic** [1], όπου οι προληπτικές αντικαταστάσεις των τεμαχίων μπορούν να γίνουν μόνο σε συγκεκριμένες ώρες κατά την διάρκεια της ημέρας. Χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα από αρχεία συντήρησης ξύλινων στύλων, καταλήγουν σε αριθμητικά αποτελέσματα και αναδεικνύουν την σημασία της πρόληψης.

Ένας άλλος κλάδος των ερευνών, ασχολείται με συστήματα στα οποία οι βλάβες χρειάζονται επιθεώρηση για να εντοπιστούν. Στο άρθρο των **Berrade, Cavalcante, και Scarf** [2], παρουσιάζεται ένα μοντέλο τριών καταστάσεων (καλό, ελαττωματικό, με βλάβη) όπου για να εντοπιστεί η βλάβη στο προϊόν πραγματοποιούνται περιοδικές επιθεωρήσεις, οι οποίες όμως μπορούν να παρουσιάσουν λανθασμένη ένδειξη. Στην περίπτωση λανθασμένης ένδειξης, το προϊόν μπορεί να αντικατασταθεί εσφαλμένα ενώ λειτουργεί ή μπορεί να παραμείνει σε λειτουργία ενώ παραμένει ελαττωματικό. Για τον λόγο αυτό, αναπτύσσονται δύο μοντέλα τα οποία για λανθασμένες ενδείξεις, το ένα πραγματοποιεί περαιτέρω διερεύνηση, ενώ το άλλο κάνει αντικατάσταση. Η έρευνα του **Leung** [8], επίσης, αναπτύσσει τέσσερα διαφορετικά μοντέλα όπως: (1) το βασικό μοντέλο, (2) το βασικό μοντέλο με επιθεωρήσεις και τυχόν λανθασμένες ενδείξεις, (3) το βασικό μοντέλο με καθυστερήσεις στον εντοπισμό της βλάβης κατά την επιθεώρηση και (4) το απλό μοντέλο με τυχόν λανθασμένες ενδείξεις και καθυστερήσεις κατά τις επιθεωρήσεις. Στόχος και των τεσσάρων μοντέλων, αποτελεί η ελαχιστοποίηση των επιθεωρήσεων στο χρονοδιάγραμμα και του τελικού κόστους συντήρησης.

Ολοκληρώνοντας την βιβλιογραφική ανασκόπηση, παρουσιάζονται τα δύο βασικά μοντέλα πάνω στα οποία στηρίζεται η παρούσα εργασία. Το πρώτο μοντέλο προκύπτει από την έρευνα των **Li, Wang, and Peng** [9] και αποτελεί ένα μοντέλο προληπτικής αντικατάστασης με ευκαιρίες αντικατάστασης. Το μοντέλο διακρίνει δύο καταστάσεις, όπου το προϊόν μπορεί είτε να λειτουργεί είτε να έχει υποστεί βλάβη και να μην λειτουργεί, ενώ η βλάβη που μπορεί

να υποστεί είναι μιας μορφής. Η αντικατάσταση επίσης, επαναφέρει το προϊόν στις αρχικές του ιδιότητες. Το μοντέλο παρουσιάζει ευκαρίες αντικατάστασης που ακολουθούν την κατανομή Poisson ,ενώ οι βλάβες εντοπίζονται αμέσως όταν συμβούν χωρίς καθυστερήσεις. Το μοντέλο έχει την δυνατότητα να κάνει προληπτική αντικατάσταση του τεμαχίου πριν την χρονική στιγμή γήρανσης, αν παρουσιαστεί ευκαιρία αντικατάστασης και αν έχει ξεπεράσει μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή που ονομάζεται σημείο checkpoint. Επομένως, υπολογίζοντας τις βέλτιστες τιμές για τις δύο αυτές χρονικές στιγμές πραγματοποιείται η μείωση του τελικού κόστους συντήρησης.

Το δεύτερο μοντέλο αντικατάστασης που επιλέγεται είναι από την έρευνα των **He, Kai, Lisa M. Maillart, and Oleg A. Prokopyev** [6] και αποτελεί παραλλαγή των απλών μοντέλων. Όπως και στο προηγούμενο μοντέλο έτσι και σε αυτό, διακρίνονται δύο καταστάσεις για το προϊόν ,ενώ οι βλάβες εντοπίζονται αμέσως. Σκοπός της έρευνας είναι η μοντελοποίηση της συμπεριφοράς ενός αναξιόπιστου υπαλλήλου, ο οποίος αντικαθιστά το προϊόν είτε νωρίτερα είτε αργότερα από τον προβλεπόμενο χρόνο. Η αντικατάσταση γίνεται με βάση την στιγμή γήρανσης του προϊόντος ,ενώ η βασική διαφορά του μοντέλου εντοπίζεται στην ένταξη του ανθρώπινου παράγοντα στο τελικό κόστος συντήρησης. Η συμπεριφορά του υπαλλήλου μοντελοποιείται με την βοήθεια της ομοιόμορφης κατανομής, δίνοντας την δυνατότητα επιλογής του χρονικού διαστήματος απόκλισης. Τελικά, η έρευνα καταλήγει σε μια αντικειμενική συνάρτηση τελικού κόστους, η οποία ελαχιστοποιείται με την κατάλληλη επιλογή της χρονικής στιγμής γήρανσης του προϊόντος.

1.6 Σκοπός της εργασίας

Η βασική ιδέα της διπλωματικής εργασίας στοχεύει στην ανάπτυξη δύο μαθηματικών μοντέλων, που θα υπολογίζουν τους κατάλληλους χρόνους αντικατάστασης των τεμαχίων μιας παραγωγικής διαδικασίας, σχεδιάζοντας τα μοντέλα προληπτικής συντήρησης τους.

Το πρώτο μοντέλο, ελαχιστοποιεί το κόστος συντήρησης μιας επιχείρησης επιλέγοντας κατάλληλους χρόνους αντικατάστασης και επιδιόρθωσης των τεμαχίων, με τον καθορισμό των κατάλληλων παραδοχών. Οι βλάβες είναι χωρισμένες σε τρεις κατηγορίες με κριτήριο τον χρόνο που προέκυψε η βλάβη και κάθε μια έχει το ανάλογο κόστος. Για να μπορεί να εφαρμοστεί το μοντέλο, ο ενδιαφερόμενος πρέπει να διαθέτει τα στατιστικά στοιχεία της επιχείρησης, που είναι οι χρονικές στιγμές των βλαβών στα τεμάχια, ο αριθμός των καθυ-

στερήσεων στην παραγωγική διαδικασία, αλλά και τα μέση κόστη βλάβης, αντικατάστασης και επιδιόρθωσης.

Το δεύτερο μοντέλο, έχει πάλι ως στόχο να ελαχιστοποιήσει το τελικό κόστος του μοντέλου με κατάλληλες παραδοχές. Το μοντέλο αποτελεί παραλλαγή του απλούστερου μοντέλου προληπτικής συντήρησης, με δύο περιπτώσεις αντικατάστασης. Η πρώτη περίπτωση αντικατάστασης είναι η αντικατάσταση λόγω βλάβης, ενώ η δεύτερη είναι η αντικατάσταση λόγω γήρανσης του τεμαχίου. Στο παραλλαγμένο μοντέλο συνυπολογίζεται το ανθρώπινο λάθος κατά την πραγματοποίηση της αντικατάστασης στο τελικό κόστος. Πιο απλά, το μοντέλο αποτυπώνει μαθηματικά την πιθανή καθυστέρηση ή πρόωρη αντικατάσταση του τεμαχίου από τον υπεύθυνο υπάλληλο, γεγονός που επιφέρει επιπλέον κόστη στο τελικό μοντέλο.

Στο πρακτικό κομμάτι της εργασίας, για την ανάπτυξη των μοντέλων θα γίνει χρήση της βασικής θεωρίας των πιθανοτήτων, ορισμένων μαθηματικών εντολών που θα ελαχιστοποιούν τις αντικειμενικές συναρτήσεις, μέσω του υπολογιστικού προγράμματος Matlab και ορισμένων γνωστών κατανομών που θα περιγράφουν τον ρυθμό βλαβών. Το τελικό αποτέλεσμα της εργασίας, θα παρουσιάζει την εξάρτηση των μεταβλητών και της τελικής τιμής κόστους και θα αναδείξει τις βέλτιστες λύσεις για την ελαχιστοποίηση του κόστους.

Κεφάλαιο 2

Το απλό μοντέλο προληπτικής συντήρησης

2.1 Εισαγωγή

Το συγκεκριμένο κεφάλαιο, αναφέρεται κατά βάση στη γενικότερη θεωρία των βλαβών, στις κατηγορίες που τις χωρίζουν και στους τρόπους με τους οποίους μπορούν να επέλθουν. Επίσης, αναλύεται το αρχικό και απλούστερο μοντέλο προληπτικής συντήρησης, το οποίο βασίζεται στον χρόνο γήρανσης των τεμαχίων και αποτελείται από δύο κόστη, το κόστος αντικατάστασης λόγω βλάβης και το κόστος αντικατάστασης λόγω γήρανσης. Σκοπός του μοντέλου είναι η εύρεση της βέλτιστης τιμής T , η οποία ελαχιστοποιεί το τελικό κόστος συντήρησης του συστήματος. Το μοντέλο αποτελεί την αφετηρία των άλλων δύο μοντέλων προληπτικής συντήρησης που θα παρουσιαστούν στα επόμενα κεφάλαια και με βάση τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από την επίλυση του, θα γίνει η τελική σύγκριση με τα αποτελέσματα των άλλων δύο μοντέλων.

2.2 Βλάβες

2.2.1 Τύποι βλαβών

Ως *βλάβη* ορίζεται η μερική ή ολική εκτροπή ορισμένων χαρακτηριστικών των εξαρτημάτων από τα προκαθορισμένα όρια λειτουργίας(Αξιοπιστία & Ανεκτικότητα Βλαβών Συστημάτων,ΚΟΝΤΟΛΕΩΝ[12]). Οι βλάβες, οι οποίες εμφανίζονται τυχαία και προκαλούν

απώλεια της επιθυμητής συμπεριφοράς του εξαρτήματος, ονομάζονται καταστροφικές ή τυχαίες βλάβες. Η τυχαιότητα των βλαβών τις καθιστά πολύ επικίνδυνες, αφού είναι αδύνατον να προβλεφθούν.

Ως *μερικές βλάβες*, ονομάζονται οι βλάβες που εμφανίζονται σε κάποια από τα εξαρτήματα ενός μηχανικού συστήματος, αλλά δεν είναι ικανές να θέσουν το σύστημα εκτός λειτουργίας συνολικά, αφού λειτουργεί ικανοποιητικά εντός των αποδεκτών ορίων αν και έχει υποστεί βλάβες. Οι βλάβες αυτές οδηγούν συνήθως στην πρόωρη φθορά του συστήματος. Ένα άλλο είδος βλαβών είναι οι *βλάβες ολίσθησης* που διακρίνονται σε *προσωρινές* ή και *μόνιμες* βλάβες, οι οποίες αν δεν διορθωθούν είναι πολύ πιθανό στο μέλλον να εξελιχθούν σε καταστροφικές βλάβες. Οι *διαλείπουσες* ή *κρυφές βλάβες*, ως ένα άλλο είδος βλαβών που συναντώνται σε ηλεκτρονικά συστήματα και δεν είναι εύκολο να εντοπιστούν, αφού συμβαίνουν ξαφνικά και διαρκούν για πολύ μικρό διάστημα.

2.2.2 Τρόποι βλαβών

Τα συστήματα και τα εξάρτηματά τους μπορούν να υποστούν βλάβες με πολλούς ξεχωριστούς τρόπους. Κάθε σύστημα έχει τις δικές του ιδιαιτερότητες, τις δικές του βλάβες και τα δικά του επιθυμητά όρια λειτουργίας. Όσο πιο σύγχρονο και εξελιγμένο είναι το σύστημα, τόσο πιο πολύπλοκες είναι οι βλάβες που παρουσιάζονται και οι δυνατότητες αντιμετώπισης τους.

Στο κάτωθι μοντέλο που θα αναλυθεί, οι βλάβες που παρουσιάζονται στα τεμάχια, είναι μιας μορφής και πλήρως επισκευάσιμες. Έχοντας ως δεδομένο το γεγονός πως με την επιδιόρθωση των βλαβών, το τεμάχιο επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση (**σαν καινούριο**), οι έννοιες «επισκευή» και «αντικατάσταση» θεωρούνται ταυτόσημες. Στο εξής, για την αποφυγή συγχύσεων, θα χρησιμοποιείται ο όρος αντικατάσταση.

2.3 Ορισμός του μοντέλου

Σχεδόν όλα τα συστήματα ή τα προϊόντα με την πάροδο του χρόνου φθείρονται και υποκινούνται σε βλάβες. Οι βλάβες, συχνά, μπορούν να αποβούν καταστροφικές για τις επιχειρήσεις, αφού προκαλούν οικονομικά και παραγωγικά κόστη. Ως εκ τούτου, η συντήρηση και η ανάπτυξη μοντέλων που προβλέπουν την πολιτική προληπτικής συντήρησης κρίνεται επιτακτική. Η ανάπτυξη ενός μοντέλου προληπτικής συντήρησης που ελαχιστοποιεί την πιθανότητα βλάβης και εν συνεχεία το τελικό κόστος με μια μόνο χρονική μεταβλητή, θα

ονομαστεί απλό μοντέλο προληπτικής συντήρησης και αποτελεί την αφετηρία για τα επόμενα δύο μοντέλα της εργασίας. Στη περίπτωση αυτή, το σύστημα μπορεί να υποστεί βλάβες μιας μορφής και πλήρως επισκεύασιμες κατά την περίοδο ζωής των τεμαχίων. Οι βλάβες θεωρητικά εμφανίζονται ακαριαία και ο χρόνος επισκευής - αντικατάστασης είναι μηδενικός, επομένως, δεν υπάρχει καμία χρονική καθυστέρηση κατά τον εντοπισμό των βλαβών και την αντικατάσταση των τεμαχίων. Οι περιπτώσεις αντικατάστασης για το σύστημα είναι δύο και περιγράφουν την αντικατάσταση λόγω βλάβης και την αντικατάσταση λόγω προληπτικής συντήρησης στον χρόνο γήρανσης που έχει οριστεί. Η αντικατάσταση λόγω γήρανσης πραγματοποιείται ακριβώς την στιγμή που έχει οριστεί ο χρόνος αντικατάστασης, χωρίς περιττές καθυστερήσεις ή πρόωρες αντικαταστάσεις. Για τον υπολογισμό του τελικού κόστους του συστήματος, θα οριστεί το κόστος προληπτικής συντήρησης του συστήματος ανά κύκλο και η χρονική διάρκεια ενός κύκλου παραγωγής.

2.4 Μαθηματικό μοντέλο

Για την μαθηματική αποτύπωση του απλού μοντέλου εισάγονται οι σταθερές c_1 και c_2 που αντιπροσωπεύουν το κόστος αντικατάστασης λόγω βλάβης και το κόστος αντικατάστασης λόγω γήρανσης αντίστοιχα. Προφανώς, για να επέλθει αντικατάσταση λόγω γήρανσης δεν έχει προηγηθεί βλάβη στο τεμάχιο και για να επέλθει αντικατάσταση λόγω βλάβης το τεμάχιο πρέπει να αστοχήσει πριν την χρονική στιγμή T , που σηματοδοτεί τον χρόνο αντικατάστασης λόγω γήρανσης. Επιπλέον, ως X , συνεχής τυχαία μεταβλητή, ορίζεται η στιγμή που πραγματοποιείται η βλάβη στο τεμάχιο. Η κατανομή που περιγράφει την εμφάνιση των βλαβών ανά τον χρόνο επιλέγεται ανάλογα με τα στατιστικά στοιχεία του εκάστοτε προβλήματος, ενώ για την περιγραφή του μοντέλου χρησιμοποιούνται η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής. Τέλος, ως P_1 και P_2 ορίζονται οι πιθανότητες που περιγράφουν την αντικατάσταση λόγω βλάβης και την αντικατάσταση λόγω γήρανσης, ενώ $E[C]$, $L[T]$ και $C[T]$ είναι αντίστοιχα το κόστος ανά κύκλο, η διάρκεια ενός κύκλου και το συνολικό κόστος ανά κύκλο.

Πιο αναλυτικά οι πιθανότητες P_1 και P_2 αποτυπώνονται ως εξής:

$$P_1 = P(X \leq T) \quad (2.1)$$

$$P_1 = F_X(T) \quad (2.2)$$

$$P_2 = P(X > T) \quad (2.3)$$

$$P_2 = 1 - F_X(T) \quad (2.4)$$

ενώ το κόστος ανά κύκλο, η διάρκεια ενός κύκλου και το συνολικό κόστος ανά κύκλο υπολογίζονται ως:

$$E[C] = c_1 P_1 + c_2 P_2 \quad (2.5)$$

$$L[T] = \int_0^T x f(x) dx + T(1 - F(T)) \quad (2.6)$$

$$C[T] = \frac{E[C]}{L[T]} \quad (2.7)$$

Οι συναρτήσεις F_X (CDF) και f_X (PDF) συμβολίζουν την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και την αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ορίζεται έτσι ώστε να είναι:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_x(t) dt \quad (2.8)$$

ενώ η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας, F_X είναι:

$$F_x(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f_x(t) dt \quad (2.9)$$

Η εξίσωση 2.1 υπολογίζει την πιθανότητα να επέλθει βλάβη στο σύστημα πριν την χρονική στιγμή T , που σηματοδοτεί την αντικατάσταση λόγω γήρανσης, ενώ, η εξίσωση 2.3 υπολογίζει την πιθανότητα το σύστημα να μην υποστεί βλάβη μέχρι την στιγμή T και να επέλθει προληπτική αντικατάσταση λόγω γήρανσης. Για τον υπολογισμό του κόστους ανά κύκλο, αθροίζονται οι παραπάνω πιθανότητες επί το αντίστοιχο κόστος αντικατάστασης, ενώ, για το τελικό κόστος της προληπτικής συντήρησης διαιρείται το κόστος ανά κύκλο με την διάρκεια ενός κύκλου παραγωγής. Έχοντας, λοιπόν, ορίσει το μοντέλο μαθηματικά, το μόνο που λείπει για τον υπολογισμό του τελικού κόστους και της βέλτιστης στιγμής γήρανσης, είναι ο καθορισμός των σταθερών, που προκύπτουν από τα στατιστικά δεδομένα του συστήματος παραγωγής και της κατανομής που περιγράφει την εμφάνιση των βλαβών στο σύστημα.

Κεφάλαιο 3

Το μοντέλο προληπτικής συντήρησης

(t_1, t_2)

3.1 Εισαγωγή

Αφού αναλύθηκε το αρχικό και κατ' επέκταση το απλούστερο μοντέλο προληπτικής συντήρησης μιας χρονικής σταθεράς, στο παρόν κεφάλαιο θα αναπτυχθεί μια παραλλαγή του αρχικού μοντέλου. Η σημαντική αλλαγή των δύο μοντέλων εντοπίζεται στην προσθήκη μιας δεύτερης χρονικής μεταβλητής t_1 , η οποία δίνει την δυνατότητα στο σύστημα να πραγματοποιεί αντικατάσταση του τεμαχίου χωρίς απαραίτητα να έχει φτάσει στο τελικό χρόνο γήρανσης ή να έχει υποστεί βλάβη. Η προσθήκη αυτής της μεταβλητής αποτελεί βελτιστοποίηση του αρχικού μοντέλου, κάνοντας το όμως πιο περίπλοκο αφού καλείται να υπολογίσει δύο χρονικές μεταβλητές. t_1 και t_2 .

3.2 Περιγραφή του μοντέλου

Η ανάπτυξη του μοντέλου που θα παρουσιαστεί βασίζεται στο άρθρο των Ping Li, Wenbin Wang, and Rui Peng [9] και συμπίπτει στον τρόπο προσέγγισης και μαθηματικής αποτύπωσης. Το εν λόγω μοντέλο θα απασχολήσουν επισκευάσιμες βλάβες, με την παραδοχή ότι αφού γίνει επισκευή της βλάβης το προϊόν επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση με τις ίδιες ιδιότητες και τον ίδιο προβλεπόμενο χρόνο ζωής. Η παραδοχή αυτή διευκολύνει την διαδικασία και ουσιαστικά εξισώνει την έννοια της αντικατάστασης με αυτή της επιδιόρθωσης. Επίσης, το μοντέλο εφαρμόζεται και σε καταστάσεις αναμονής που προκύπτουν τυχαία

σε παραγωγικές διαδικασίες και δίνουν την ευκαιρία αντικατάστασης ή αλλιώς επισκευής των ελαττωματικών προϊόντων. Οι αναμονές στις διαδικασίες παραγωγής αποκαλούνται ευκαιρίες.

Για τον υπολογισμό της ελάχιστης τιμής κόστους κατά την προληπτική συντήρηση, εισάγονται δύο χρονικές μεταβλητές που αποτελούν τους βασικούς αγνώστους του μοντέλου. Ο πρώτος χρόνος t_1 ονομάζεται χρόνος checkpoint και αποτελεί ένα χρονικό όριο για το προϊόν ή την μηχανή το οποίο αφού ξεπεραστεί καθιστά το προϊόν πιο επιρρεπές σε βλάβη. Για τον λόγο αυτό, αν το προϊόν έχει ξεπεράσει τον χρόνο t_1 , αντικαθίσταται αμέσως αν και μόνο αν παρουσιαστεί αναμονή στη διαδικασία ή αλλιώς ευκαρία. Η άλλη χρονική μεταβλητή t_2 σηματοδοτεί τη χρονική στιγμή γήρανσης του τεμαχίου και συνεπάγεται την άμεση αντικατάσταση του προϊόντος. Η εύρεση αυτών των δύο χρονικών μεταβλητών αποτελεί το κύριο αντικείμενο έρευνας του μοντέλου, αφού οδηγεί στην ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, που περιγράφει το κόστος προληπτικής συντήρησης για την επιχείρηση.

3.3 Ορισμός του μοντέλου

Έχοντας αναλύσει την έννοια της αντικατάστασης, σκοπός της ανάπτυξης του μοντέλου θα είναι η προληπτική συντήρηση συστημάτων παραγωγής και ουσιαστικά η έγκαιρη αντικατάσταση των τεμαχίων με σκοπό την ελαχιστοποίηση του κόστους βλάβης. Το συγκεκριμένο μοντέλο το επιτυγχάνει με τον προσδιορισμό δύο βέλτιστων χρονικών μεταβλητών. Η μεν θα δηλώνει το σημείο έναρξης της αντικατάστασης του τεμαχίου για προληπτικούς λόγους, χωρίς, ωστόσο, να έχει προηγηθεί βλάβη και η δε την ημερομηνία λήξης του τεμαχίου, όταν ουσιαστικά το τεμάχιο χρήζει άμεσης αντικατάστασης. Για τον προσδιορισμό αυτών των δύο μεταβλητών θα διαμορφωθεί μια αντικειμενική συνάρτηση, μέσω της οποίας, θα υπολογίζεται το κόστος της προληπτικής συντήρησης του συστήματος. Τα κόστη είναι τρία:

- Το πρώτο κόστος αφορά αποκλειστικά την αστοχία του τεμαχίου και την αντικατάστασή του. Προφανώς, αποτελεί την πιο κοστοβόρα περίπτωση αντικατάστασης. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, το προϊόν αστοχεί πριν το χρονικό σημείο του checkpoint t_1 ή αστοχεί μετά από αυτό το χρονικό σημείο και πάντως πριν την χρονική στιγμή γήρανσης, ενώ παράλληλα δεν έχει εμφανιστεί κάποια ευκαιρία αντικατάστασης κατά το διάστημα αυτό.
- Το δεύτερο κόστος είναι το κόστος αντικατάστασης του τεμαχίου κατά την διάρκεια

μιας καθυστέρησης η οποία προέκυψε κατά την παραγωγική διαδικασία. Το κόστος αυτό είναι το χαμηλότερο, αφού ουσιαστικά προλαβαίνει την βλάβη και αντικαθιστά, χωρίς να διακόπτει την διαδικασία παραγωγής. Σε αυτήν τη περίπτωση, το προϊόν πρέπει προφανώς να μην έχει υποστεί βλάβη μέχρι τη στιγμή της αντικατάστασης, αλλά και η ευκαιρία αντικατάστασης να εμφανιστεί, αφού το προϊόν έχει περάσει τη χρονική στιγμή t_1 που του την επιτρέπει.

- Το τρίτο και τελευταίο κόστος αντικατάστασης είναι το κόστος κατά το οποίο το προϊόν έχει φτάσει επιτυχώς στην χρονική στιγμή t_2 , που ουσιαστικά συμβολίζει την ημερομηνία λήξης του, χωρίς βλάβη και χωρίς να έχει υπάρξει προηγουμένως ευκαιρία αντικατάστασης, οπότε επέρχεται η αντικατάσταση για προληπτικούς λόγους. Το κόστος αυτό είναι ,επίσης, χαμηλό συγκριτικά με την πρώτη περίπτωση αντικατάστασης

Στη συνέχεια, αφού οριστεί η αντικειμενική συνάρτηση η οποία προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό τριών μεταβλητών (διαφορετικά κόστη) με την πιθανότητα να συμβεί το εκάστοτε γεγονός, οι μόνοι άγνωστοι που θα υπάρχουν για την επίλυση του μοντέλου θα είναι οι χρονικές στιγμές t_1 και t_2 . Οι αποδεκτές και βέλτιστες τιμές θα είναι εκείνες που με βάση τα δεδομένα του προβλήματος, θα παρουσιάζουν την χαμηλότερη συνάρτηση κόστους του συστήματος.

3.4 Παραδοχές του προβλήματος

Για την καλύτερη και ευκολότερη κατανόηση του μοντέλου, αλλά και για την απλούστευση της επίλυσης του προβλήματος λαμβάνονται υπόψιν οι εξής παραδοχές.

1. Ο χρονικός ορίζοντας- η παραγωγική διαδικασία θεωρείται άπειρη χρονικά.
2. Οι ευκαιρίες αντικατάστασης ή αλλιώς οι καθυστερήσεις που εμφανίζονται στην παραγωγή ακολουθούν την κατανομή Poisson.
3. Ο χρόνος αναμονής της παραγωγικής διαδικασίας είναι αμελητέος.
4. Ο χρόνος αντικατάστασης του τεμαχίου θεωρείται αμελητέος. Επίσης το τεμάχιο ,αφού αντικατασταθεί λειτουργεί αμέσως.
5. Υπάρχει μόνο μια μορφή βλάβης για το τεμάχιο.

6. Δεν υπάρχει χρόνος καθυστέρησης από την στιγμή που προκύπτει βλάβη. Θεωρητικά γίνεται αμέσως η ανίχνευση.
7. Από την στιγμή που αντικαθίσταται το τεμάχιο, είτε λόγω βλάβης, είτε λόγω προληπτικής αντικατάστασης, είτε λόγω γήρανσης, οι ιδιότητες και οι λειτουργίες του επιστρέφουν στην αρχική τους μορφή, δηλαδή σαν καινούργια.

Πιο συγκεκριμένα, η πρώτη παραδοχή εντοπίζεται συχνά σε μοντέλα προληπτικής συντήρησης για διευκόλυνση. Η δεύτερη παραδοχή αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίον εμφανίζονται οι ευκαρίες αντικατάστασης. Έχει παρατηρηθεί ότι οι παραγωγικές διαδικασίες στις βιομηχανίες συχνά περιγράφονται από την κατανομή Poisson. Η κατανομή Poisson περιγράφει την πιθανότητα ενός δεδομένου αριθμού γεγονότων τα οποία λαμβάνουν χώρα, σε ένα σταθερό διάστημα χρόνου. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η κατανομή θα χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει την πιθανότητα εμφάνισης καθυστερήσεων σε ένα χρονικό διάστημα. Η τρίτη και τέταρτη παραδοχή χρησιμοποιούνται, κυρίως, για την διευκόλυνση της επίλυσης του προβλήματος από μαθηματικής άποψης, ενώ επίσης η πέμπτη παραδοχή γίνεται κατά βάση σε πολλά μοντέλα προληπτικής συντήρησης παίρνοντας ένα μικρό ρίσκο απόκλισης από μοντέλα με πολλές βλάβες. Η έκτη παραδοχή, ουσιαστικά, εκμηδενίζει τον χρόνο ανάμεσα στη βλάβη και στην ανίχνευσή της που, όμως, βασίζεται σε πραγματικά μοντέλα βιομηχανίας που σταματάνε αυτόματα την παραγωγική διαδικασία με την παρουσίαση βλάβης. Τέλος, η τελευταία παραδοχή πρακτικά αποκλίνει από την πραγματικότητα στην περίπτωση της επιδιόρθωσης. Παρόλ' αυτά, επειδή το μοντέλο αυτό αναφέρεται σε αντικατάσταση και το τεμάχιο τότε αντιμετωπίζεται σαν καινούριο δεν θα αναλυθεί περαιτέρω αυτή η απόκλιση.

3.5 Τρεις περιπτώσεις αντικατάστασης

Στο σημείο αυτό και με τη βοήθεια των διαγραμμάτων, θα αναλυθούν εκτενώς οι τρεις περιπτώσεις αντικατάστασης των τεμαχίων ανάλογα με την χρονική στιγμή που εμφανίστηκε η βλάβη ή με την διάρκεια ζωής τους. Αρχικά, το χρονοδιάγραμμα που περιγράφει το μοντέλο μπορεί να χωριστεί σε δύο χρονικά διαστήματα με σημεία αναφοράς την χρονική στιγμή μηδέν κατά την οποία παράγεται το τεμάχιο, τη χρονική στιγμή t_1 που σηματοδοτεί την έναρξη της προληπτικής αντικατάστασης και τη χρονική στιγμή t_2 , που δηλώνει την χρονική γήρανση του τεμαχίου, όπως φαίνεται και στο σχήμα που ακολουθεί 3.1. Το παρακάτω σχήμα περιγράφει μια περίοδο ή ένα κύκλο ζωής του τεμαχίου και απεικονίζει όλες τις χρονικές

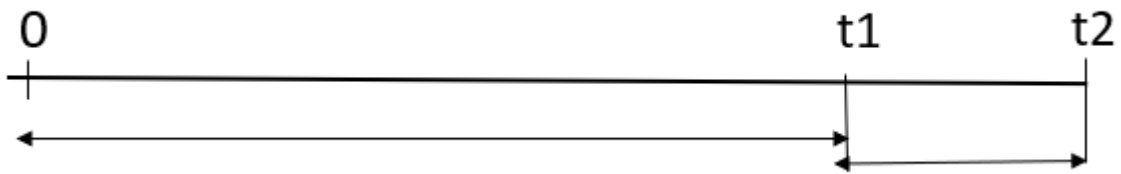


Figure 3.1: Χρονοδιάγραμμα μοντέλου

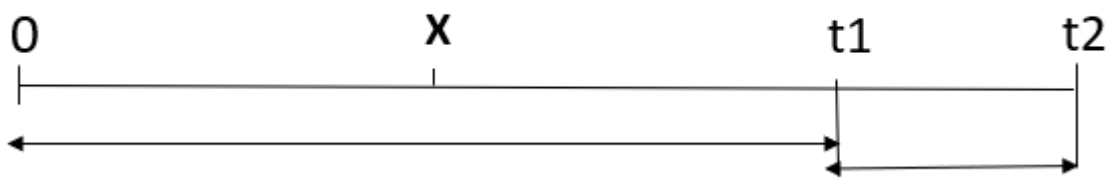


Figure 3.2: Πρώτη περίπτωση αντικατάστασης- πρώτος τρόπος

φάσεις κατά τις οποίες μπορούν να προκύψουν βλάβες. Ειδικότερα, το μοντέλο χωρίζεται χρονικά στο διάστημα $[0, t_1]$ και $[t_1, t_2]$.

3.5.1 Πρώτη περίπτωση αντικατάστασης

Η πρώτη περίπτωση αντικατάστασης του τεμαχίου συμβαίνει όταν το τεμάχιο υποστεί βλάβη. Από τη στιγμή που επέρχεται βλάβη, το τεμάχιο πρέπει να αντικατασταθεί, διαδικασία, που θα επιφέρει καθυστέρηση στην παραγωγική διαδικασία. Εξ αυτού του λόγου, η πρώτη περίπτωση αντικατάστασης κοστίζει περισσότερο από τις άλλες δύο και κρίνεται σκόπιμο να αποφεύγεται. Για να προκύψει αντικατάσταση της πρώτης περίπτωσης εντοπίζονται δύο τρόποι. Ο πρώτος είναι να υπάρξει βλάβη πριν το χρονικό σημείο t_1 , δηλαδή $[0, t_1]$, διάστημα κατά το οποίο δεν έχει ξεκινήσει ακόμα η αντικατάσταση προληπτικής συντήρησης, οπότε, όπως είναι λογικό, το τεμάχιο αντικαθίσταται μόνο εάν έχει υποστεί βλάβη. Ο δεύτερος τρόπος είναι να υπάρξει βλάβη κατά το χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$ χωρίς, όμως, να έχει προηγηθεί κάποια ευκαιρία αντικατάστασης από την χρονική στιγμή t_1 μέχρι την στιγμή της βλάβης, δηλαδή $[t_1, X]$.

Στα χρονοδιαγράμματα 3.2 και 3.3 με X συμβολίζεται η χρονική στιγμή που συμβαίνει η βλάβη. Αντίστοιχα με τον πρώτο τρόπο 3.2 εντοπίζεται βλάβη πριν το χρονικό σημείο t_1 ,

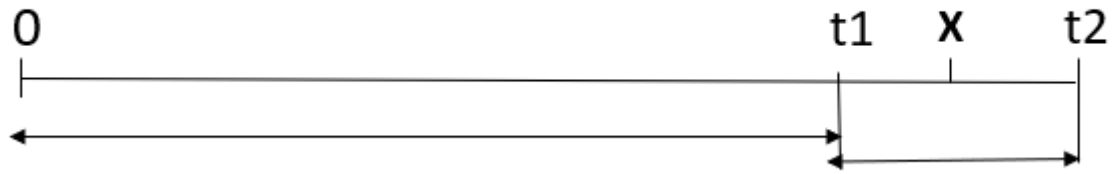


Figure 3.3: Πρώτη περίπτωση αντικατάστασης- δεύτερος τρόπος

ενώ με τον δεύτερο τρόπο αντικατάστασης παρατηρείται βλάβη μετά το t_1 (3.3).

3.5.2 Δεύτερη περίπτωση αντικατάστασης

Η δεύτερη περίπτωση αντικατάστασης είναι αποτέλεσμα της προληπτικής συντήρησης και ο λόγος ύπαρξης αυτού του μοντέλου. Μέσω της προληπτικής αντικατάστασης του τεμαχίου επιτυγχάνεται το μικρότερο δυνατό κόστος. Η προληπτική αντικατάσταση, δηλαδή η αντικατάσταση του τεμαχίου πριν αυτό πάθει βλάβη, εμφανίζεται μόνο κατά το χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$. Σε εκείνο το χρονικό διάστημα αν προκύψει ευκαιρία, ή αναλυτικότερα αν στην παραγωγική διαδικασία υπάρξει μια καθυστέρηση, το τεμάχιο που έχει ξεπεράσει το όριο t_1 στον χρόνο ζωής του αντικαθίσταται αμέσως. Αξιοσημείωτο είναι ότι σε αυτό το χρονικό διάστημα η ευκαιρία πρέπει να έχει προηγηθεί χρονικά από τη βλάβη ή να μην έχει υπάρξει καν βλάβη.

Στο χρονοδιάγραμμα 3.4 η ευκαιρία αντικατάστασης, συμβολίζεται με την βούλα και με X συμβολίζεται η βλάβη. Διακρίνεται, παράλληλα, ότι για να συμβεί η προληπτική αντικατάσταση του τεμαχίου, πρέπει να εμφανιστεί ευκαιρία πριν τη βλάβη, είτε αυτή γίνει εντός του κύκλου ζωής του τεμαχίου, είτε δεν γίνει ποτέ στο χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$.

3.5.3 Τρίτη περίπτωση αντικατάστασης

Στην τρίτη και τελευταία περίπτωση αντικατάστασης, η αντικατάσταση πραγματοποιείται μόνο όταν το τεμάχιο δεν έχει υποστεί βλάβη καθόλη την διάρκεια της ζωής του και δεν εμφανίστηκε καμία ευκαιρία αντικατάστασης στο χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$, σύμφωνα με το σχήμα 3.5 στο οποίο παρατηρούνται δύο τυχαίες αναμονές στην παραγωγική διαδικασία, πριν την χρονική στιγμή t_1 και καμία βλάβη στην διάρκεια ζωής του τεμαχίου. Το κόστος της αντικατάστασης λόγω γήρανσης του τεμαχίου είναι σχετικά χαμηλό συγκριτικά με το κό-

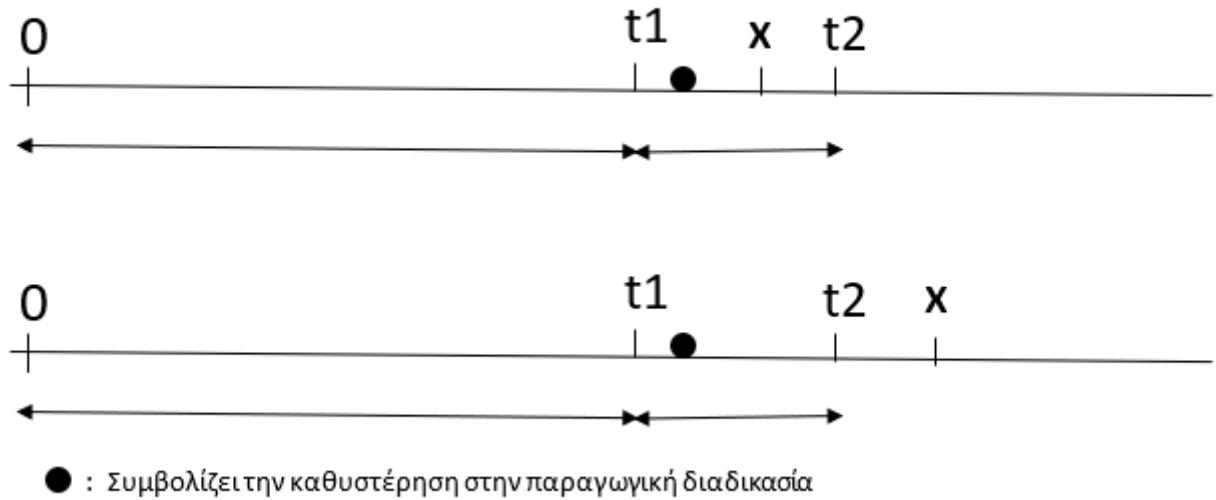


Figure 3.4: Δεύτερη περίπτωση βλάβης

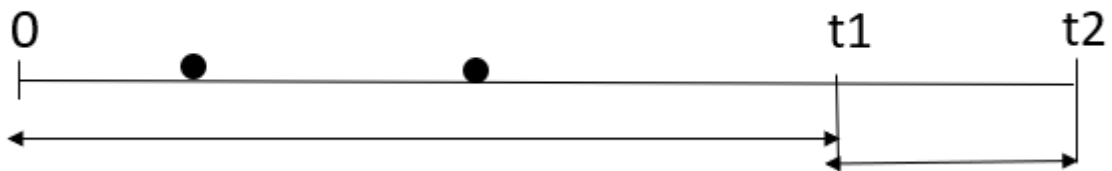


Figure 3.5: Τρίτη περίπτωση βλάβης

στος αντικατάστασης λόγω βλάβης. Συνάμα αποτελεί μια προγραμματισμένη αντικατάσταση για το σύστημα.

3.6 Ρυθμός βλαβών

Μια βασική παράμετρος μελέτης του μοντέλου προληπτικής συντήρησης είναι ο ρυθμός βλαβών του συστήματος (hazard function ή hazard rate) $z(t)$. Για ένα μεγάλο και ομοιγενή πληθυσμό τεμαχίων, όπως στο παρόν μοντέλο, η συνάρτηση του ρυθμού βλαβών έχει τη μορφή του σχήματος 3.6 και ονομάζεται καμπύλη χρόνου ζωής. Στο σχήμα αυτό διακρίνονται τρεις χαρακτηριστικές περιόδους ζωής για το τεμάχιο, η πρώιμη περίοδος, η ωφέλιμη περίοδος

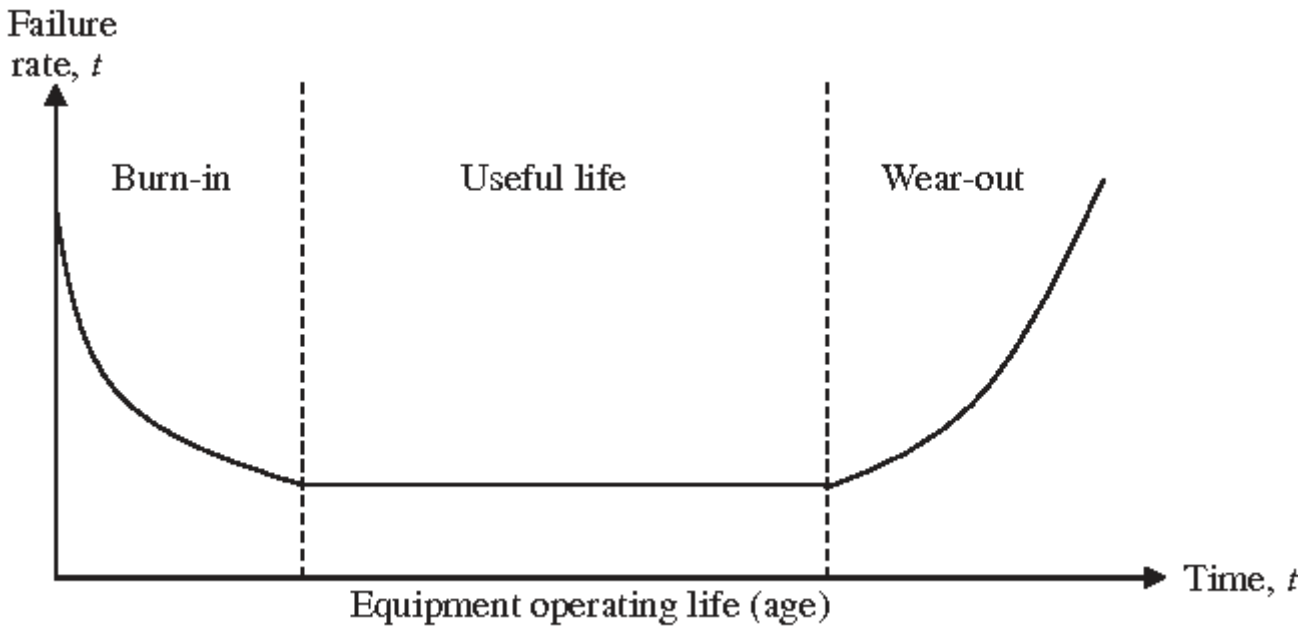


Figure 3.6: Καμπύλη χρόνου ζωής

και η περίοδος γήρανσης. Στην πρώιμη περίοδο, ο πληθυσμός των τεμαχίων παρουσιάζει ένα φθίνοντα, υψηλό ρυθμό βλαβών που οφείλεται σε κατασκευαστικά λάθη ή ατέλειες. Στη συνέχεια της καμπύλης, τα τεμάχια παρουσιάζουν ένα σταθερό ρυθμό βλαβών, ενώ στο τέλος του κύκλου παρουσιάζεται μια απότομη αύξηση του ρυθμού βλαβών, διότι αρχίζει η φθορά λόγω γήρανσης.

3.7 Ρυθμός εμφάνισης ευκαιριών

Στο μοντέλο που περιγράφεται, εκτός από τον ρυθμό βλαβών του συστήματος, υπάρχει και ο ρυθμός εμφάνισης ευκαιριών. Οι ευκαιρίες είναι οι πιθανές καθυστερήσεις που συμβαίνουν σε μια παραγωγική διαδικασία. Στο μοντέλο αυτό, για την περιγραφή των ευκαιριών που εμφανίζονται σε έναν κύκλο λειτουργίας χρησιμοποιείται η κατανομή Poisson.

Η κατανομή Poisson είναι μια πιθανοτική κατανομή που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της πιθανότητας εμφάνισης ενός συμβάντος σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα ή σε έναν συγκεκριμένο όγκο/χώρο, δεδομένου ενός σταθερού ρυθμού εμφάνισης αυτού του συμβάντος. Η κατανομή Poisson χαρακτηρίζεται από μια μόνο παράμετρο, το λ (lambda), που αντιπροσωπεύει το μέσο ρυθμό εμφάνισης των γεγονότων. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το λ αντιπροσωπεύει τον αριθμό των καθυστερήσεων που παρουσιάζει ένα σύστημα σε ένα

συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Για τον ορισμό των αριθμών των καθυστερήσεων χρησιμοποιείται το δείκτης $N(t)$ και δηλώνει τον αριθμό των ευκαιριών από την χρονική στιγμή 0 έως την χρονική στιγμή t .

3.8 Οι πιθανότητες των τριών περιπτώσεων

Αφού ,πλέον, έχουν οριστεί οι ρυθμοί βλαβών και ευκαιριών, θα υπολογιστούν οι πιθανότητες που περιγράφουν μαθηματικά τις τρεις περιπτώσεις του προβλήματος (t_1, t_2) :

3.8.1 Πρώτη περίπτωση

Στην εξίσωση (3.1), περιγράφεται η πιθανότητα να συμβεί βλάβη πριν την χρονική στιγμή t_1 ή ενδιάμεσα από τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 , έχοντας, όμως, μηδενικές ευκαιρίες αντικατάστασης σε εκείνο το σημείο.

$$P_1 = P(X \leq t_1) + P(t_1 < X \leq t_2, N(x) - N(t_1) = 0) \quad (3.1)$$

$$P_1 = F_x(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} P(N(X) - N(t_1) = 0 | X = x) f_X(x) dx \quad (3.2)$$

$$P_1 = F_X(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} e^{-\lambda(x-t_1)} f_x(x) dx \quad (3.3)$$

3.8.2 Δεύτερη περίπτωση

Στη δεύτερη περίπτωση, σύμφωνα με την εξίσωση (3.4), περιγράφεται η πιθανότητα να συμβεί βλάβη στο χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$, εφόσον έχει προηγηθεί ευκαιρία αντικατάστασης ή δεν έχει συμβεί βλάβη αλλά έχει γίνει προληπτική συντήρηση διότι εμφανίστηκε ευκαιρία στο διάστημα $[t_1, t_2]$.

$$P_2 = P(t_1 < X \leq t_2, N(X) - N(t_1) > 0) + P(X > t_2, N(t_2) - N(t_1) > 0) \quad (3.4)$$

$$P_2 = \int_{t_1}^{t_2} (1 - P(N(x) - N(t_1) = 0)) f_x(x) dx + \int_{t_1}^{\infty} (1 - P(N(t_2) - N(t_1) = 0)) f_x(x) dx \quad (3.5)$$

$$P_2 = 1 - F_x(t_1) - \int_{t_1}^{t_2} e^{-\lambda(x-t_1)} f_x(x) dx - e^{-\lambda(t_2-t_1)} (1 - F_x(t_2)) \quad (3.6)$$

3.8.3 Τρίτη περίπτωση

Στην τρίτη περίπτωση η εξίσωση (3.7), αποτυπώνει την πιθανότητα να μην συμβεί καμία βλάβη στον κύκλο ζωής του τεμαχίου αλλά και να μην εμφανιστεί καμία ευκαιρία αντικατάστασης στο χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$.

$$P_3 = P(X > t_2, N(t_2) - N(t_1) = 0) \quad (3.7)$$

$$P_3 = e^{-\lambda(t_2-t_1)}(1 - F_x(t_2)) \quad (3.8)$$

3.9 Κόστος μοντέλου

Το κόστος του μοντέλου της προληπτικής συντήρησης είναι το άθροισμα των επιμέρους εξόδων που επιφέρει η κάθε μια περίπτωση αντικατάστασης. Το κόστος c_1 ορίζεται ως το κόστος αντικατάστασης λόγω βλάβης του συστήματος και πολλαπλασιάζεται με την αντίστοιχη πιθανότητα. Το κόστος c_2 ορίζεται ως το κόστος αντικατάστασης λόγω προληπτικής συντήρησης επί την πιθανότητα της αντίστοιχης περίπτωσης, ενώ το κόστος c_3 είναι το κόστος αντικατάστασης στον χρόνο γήρανσης επί την πιθανότητα της τρίτης περίπτωσης αντικατάστασης. Συνολικά, αθροίζοντας αυτά τα τρία κόστη προκύπτει το συνολικό κόστος προληπτικής συντήρησης του μοντέλου $E[C]$, όπως φαίνεται στην εξίσωση (3.9).

$$E[C] = c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3 \quad (3.9)$$

Για τον ορισμό της αντικειμενικής συνάρτησης του μοντέλου $C[t_1, t_2]$, απαιτείται η διατύπωση του κύκλου ζωής. Για το συγκεκριμένο μοντέλο, ο κύκλος ζωής προκύπτει από τις εξής περιπτώσεις:

1. $L=X$, εάν $X \leq t_1$ ή $t_1 \leq X \leq t_2$ και δεν υπάρχει καμία ευκαιρία στο ενδιάμεσο
2. $L=Y$, εάν $t_1 \leq X \leq t_2$ και $t_1 \leq Y \leq X$ ή $X > t_2$ και $t_1 \leq Y \leq t_2$
3. $L=t_2$, εάν $X > t_2$ και δεν υπάρχει ευκαιρία στο διάστημα $[t_1, t_2]$

Ως Y ορίζεται η τυχαία μεταβλητή παρουσίασης καθυστέρησης στη παραγωγική διαδικασία που συμβαίνει μετά την χρονική στιγμή t_1 . Αποτυπώνοντας μαθηματικά τις τρεις περιπτώσεις, ο μαθηματικός τύπος του κύκλου ζωής ενός τεμαχίου προκύπτει ως εξής:

$$\begin{aligned}
L[t_1, t_2] &= \int_0^{t_1} x f_x(x) dx + \int_{t_1}^{t_2} x P(N(X) - N(t_1) = 0 | X = x) f_x(x) dx + \int_{t_1}^{t_2} \int_{t_1}^x y f_x(x) f_y(y) dy dx \\
&\quad + \int_{t_2}^{\infty} \int_{t_1}^{t_2} y f_x(x) f_y(y) dy dx + \int_{t_2}^{\infty} t_2 P(N(t_2) - N(t_1) = 0 | X = x) f_x(x) dx
\end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}
L[t_1, t_2] &= \int_0^{t_1} x f_x(x) dx + \int_{t_1}^{t_2} x e^{-\lambda(x-t_1)} f_x(x) dx + \int_{t_1}^{t_2} \int_{t_1}^x y f_x(x) \lambda e^{-\lambda(y-t_1)} dy dx \\
&\quad + \int_{t_2}^{\infty} \int_{t_1}^{t_2} y f_x(x) \lambda e^{-\lambda(y-t_1)} dy dx + t_2 e^{-\lambda(t_2-t_1)} \int_{t_2}^{\infty} f_x(x) dx
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Υπολογίζοντας στην συνέχεια κάθε ολοκλήρωμα ξεχωριστά προκύπτει :

$$\begin{aligned}
&\int_{t_1}^{t_2} \int_{t_1}^x y f_x(x) \lambda e^{-\lambda(y-t_1)} dy dx = \int_{t_1}^{t_2} f_x(x) \left(\int_{t_1}^x -y d e^{-\lambda(y-t_1)} \right) dx \\
&= - \int_{t_1}^{t_2} x e^{-\lambda(x-t_1)} f_x(x) dx + \left(t_1 + \frac{1}{\lambda} \right) \int_{t_1}^{t_2} f_x(x) dx - \frac{1}{\lambda} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\lambda(x-t_1)} f_x(x) dx
\end{aligned} \tag{3.12}$$

και

$$\begin{aligned}
&\int_{t_2}^{\infty} \int_{t_1}^{t_2} y f_x(x) \lambda e^{-\lambda(y-t_1)} dy dx = \int_{t_2}^{\infty} f_x(x) \left(-t_2 e^{-\lambda(t_2-t_1)} + t_1 - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda(t_2-t_1)} + \frac{1}{\lambda} \right) dx \\
&= -t_2 e^{-\lambda(t_2-t_1)} (1 - F_x(t_2)) + \left(t_1 + \frac{1}{\lambda} \right) \int_{t_2}^{\infty} f_x(x) dx - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda(t_2-t_1)} (1 - F_x(t_2))
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Συνδιάζοντας τις εξισώσεις (3.11), (3.12) και (3.13) προκύπτει ο τελικός κύκλος ζωής $L[t_1, t_2]$ της εξίσωσης (3.14).

$$L[t_1, t_2] = \int_0^{t_1} x f_x(x) dx - \frac{1}{\lambda} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\lambda(x-t_1)} f_x(x) dx + \left(t_1 + \frac{1}{\lambda} \right) (1 - F_x(t_1)) - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda(t_2-t_1)} (1 - F_x(t_2)) \tag{3.14}$$

Επομένως η εξίσωση που περιγράφει το συνολικό κόστος της προληπτικής συντήρησης για το σύστημα ανά κύκλο συμβολίζεται ως $C[t_1, t_2]$ και περιγράφεται από την εξίσωση (3.15).

$$C[t_1, t_2] = \frac{E[C]}{L[t_1, t_2]} \tag{3.15}$$

3.10 Αριθμητικό παράδειγμα και ανάλυση ευαισθησίας

Στην υποενότητα αυτή, θα παρουσιαστεί το μαθηματικό μοντέλο, που είχε αναπτυχθεί προηγουμένως, με αυθαίρετες αριθμητικές σταθερές, οι οποίες θα εισαχθούν, έτσι ώστε να βγουν κάποια σημαντικά συμπεράσματα για τη χρήση του μοντέλου στην πράξη και να γίνει η απαραίτητη ανάλυση ευαισθησίας των σταθερών που επηρεάζουν σε μεγαλύτερο βαθμό το τελικό κόστος και τους ζητούμενους χρόνους. Οι τιμές των σταθερών, που θα οριστούν, δεν αντλούνται από πραγματικά στοιχεία βιομηχανικών μονάδων παραγωγής. Παρ' όλα αυτά, το μοντέλο είναι δομημένο έτσι, ώστε να μπορεί να ανταπεξέλθει και σε πραγματικά στατιστικά στοιχεία και να εξάγει σαφή συμπεράσματα με μικρές αποκλίσεις.

3.10.1 Κατανομή Weibull

Για την περιγραφή των χρόνων βλαβών στο συγκεκριμένο μοντέλο, επιλέγεται η κατανομή Weibull. Η κατανομή Weibull είναι μια συνεχής στατιστική κατανομή, γενικότερη της εκθετικής που μπορεί να περιγράψει τους χρόνους βλαβών και στις τρεις περιόδους της ζωής ενός εξαρτήματος. Η επιλογή της συγκεκριμένης κατανομής γίνεται, διότι χρησιμοποιείται συχνά στη βιομηχανία για να μοντελοποιήσει τον χρόνο ζωής των προϊόντων ή την αξιοπιστία του συστήματος. Επίσης, χρησιμοποιείται σε μοντέλα μηχανικών και ηλεκτρονικών εφαρμογών που περιγράφουν την αντοχή των υλικών και τη διάρκεια ζωής των εξαρτημάτων.

Η κατανομή Weibull καθορίζεται από δυο παραμέτρους, τον παράγοντα κλίσης και τον παράγοντα κλίμακας. Ο παράγοντας κλίσης (β) επηρεάζει τη μορφή της κατανομής και περιγράφει τον βαθμό κινδύνου αποτυχίας του υλικού ή του συστήματος. Για τιμές του παράγοντα κλίσης μεγαλύτερες από 1, η κατανομή παρέχει ένα γραμμικά αυξανόμενο ρυθμό βλαβών. Για την τιμή 1 το σύστημα έχει ένα σταθερό ρυθμό βλαβών ανά τον χρόνο, ενώ για τιμές μικρότερες του 1 το σύστημα παρουσιάζει φθίνοντα ρυθμό βλαβών. Από την άλλη, η παράμετρος κλίμακας (θ), προσδιορίζει τον χρόνο, κατά τον οποίο είναι πιο πιθανό να συμβεί βλάβη στο προϊόν ή στο σύστημα και επηρεάζει τη θέση της καμπύλης στον άξονα του χρόνου.

Για το μοντέλο που αναπτύχθηκε, χρησιμοποιήθηκαν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull (PDF) και η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας (CDF) για την μεταβλητή X που συμβολίζει τη χρονική στιγμή της βλάβης. Σύμφωνα με την κατανομή

Weibull, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τον τύπο:

$$f(x) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} \quad (3.16)$$

και η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας από τον τύπο:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} \quad (3.17)$$

3.10.2 Αριθμητικό παράδειγμα

Για την καλύτερη δυνατή κατανόηση του μοντέλου προληπτικής συντήρησης με αντικατάσταση λόγω ευκαιριών, θα παρουσιαστεί ένα αριθμητικό παράδειγμα μέσω του οποίου θα δοθούν αυθαίρετες τιμές στις σταθερές για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Πιο συγκεκριμένα, υποθέτοντας την ύπαρξη ενός συστήματος βιομηχανικής παραγωγής με εξαρτήματα που υπόκεινται σε βλάβες κατά τη χρήση, παρουσιάζονται τα εξής αριθμητικά στοιχεία:

Για τα κόστη του μοντέλου οι τιμές θα οριστούν με βάση την ανισότητα $c_2 < c_3 < c_1$, με υψηλότερο το κόστος βλάβης και τιμές $c_1 = 30000$, $c_2 = 2800$, $c_3 = 3800$. Θεωρείται πως το κόστος γήρανσης είναι μεγαλύτερο από το κόστος προληπτικής αντικατάστασης λόγω της καθυστέρησης που ίσως να επιφέρει στην παραγωγική διαδικασία. Για την κατανομή Poisson, η οποία περιγράφει τον ρυθμό εμφάνισης ευκαιριών, δίνεται η τιμή του $\lambda = 0.2$, αριθμός που πρακτικά σημαίνει ότι για παράδειγμα σε 10 χρονικές μονάδες θα παρουσιαστούν 2 καθυστερήσεις στην παραγωγή. Επιπλέον, ορίζονται τιμές για τις δύο παραμέτρους της κατανομής Weibull. Για τον παράγοντα κλίσης, δίνεται η τιμή $\beta = 2$, διότι σε μηχανικά συστήματα παραγωγής οι περισσότερες βλάβες οφείλονται σε καταπόνηση των υλικών των εξαρτημάτων με την πάροδο του χρόνου. Επομένως, η σταθερά β παρέχει ένα γραμμικά αυξανόμενο ρυθμό βλαβών για το σύστημα. Η παράμετρος κλίσης θ παίρνει την τιμή $\theta = 30$ δηλώνοντας πως μέχρι την στιγμή εκείνη το 63.2% των εξαρτημάτων θα έχουν υποστεί βλάβη. Επίσης, ορίζεται μια τιμή μέγιστης διάρκειας ζωής για το εξάρτημα, η υπέρβαση της οποίας είναι στατιστικά σχεδόν αδύνατη.

Με τα παραπάνω αριθμητικά δεδομένα, η βέλτιστη λύση για το μοντέλο είναι $t_1 = 6.7$, $t_2 = 14.2$ και τελικό κόστος $C = 624.539$ χρηματικές μονάδες. Τα ποσοστά των τριών περιπτώσεων υπολογίζονται ως $P_1 = 0.12213$, $P_2 = 0.699526$ και $P_3 = 0.178343$.

Τα διαγράμματα 3.7 και 3.8, περιγράφουν την εξάρτηση που έχει το τελικό κόστος του μοντέλου C από την εκάστοτε τιμή t_1 και t_2 . Στο πρώτο διάγραμμα, κρατώντας σταθερή

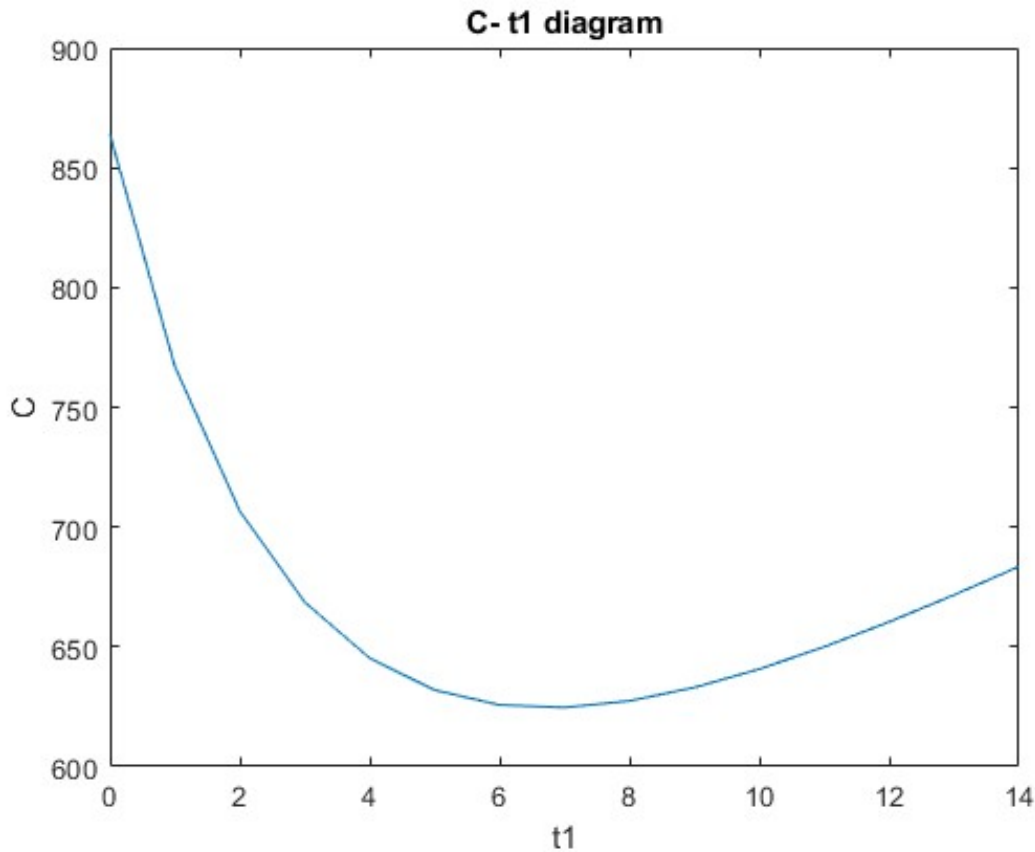
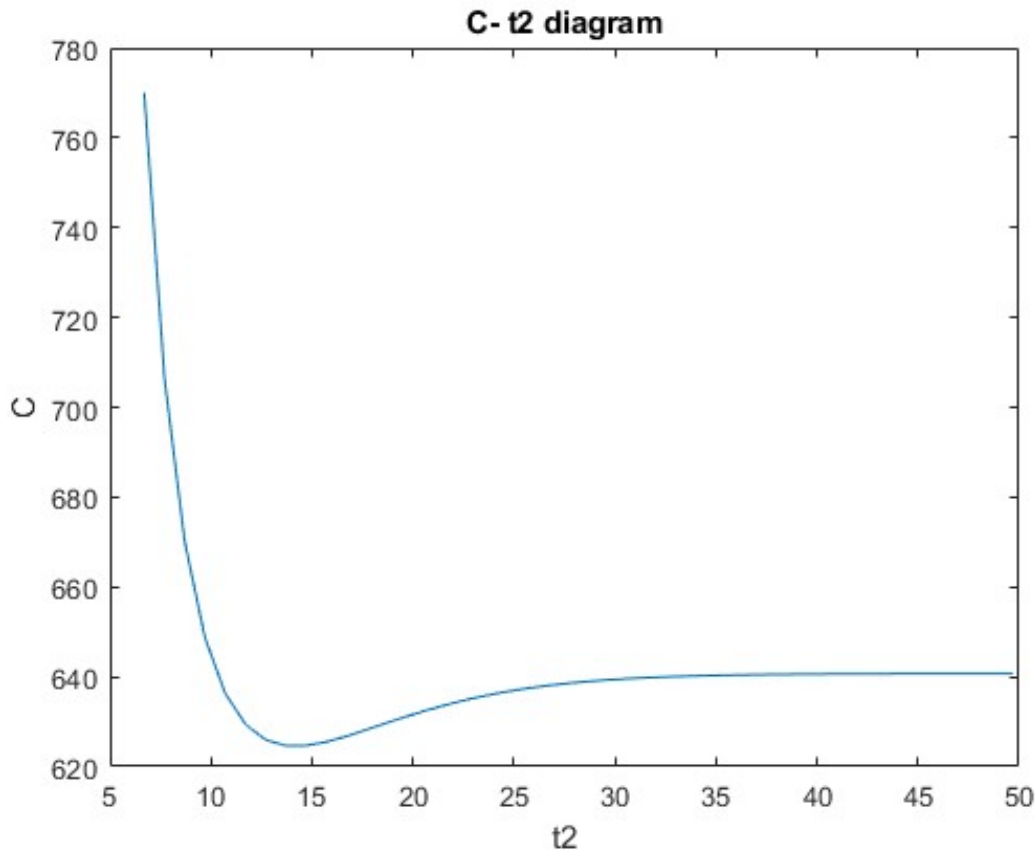


Figure 3.7: Διάγραμμα τελικού κόστους και τιμών t_1

την βέλτιστη τιμή t_2 που έχει υπολογίσει το μοντέλο, χαράζεται η καμπύλη των τιμών του τελικού κόστους εν συνάρτησει της χρονικής στιγμής t_1 η οποία παίρνει τιμές από το μηδέν έως το σταθερό t_2 . Αντίστοιχα, το διάγραμμα 3.8 περιγράφει την επιρροή που έχει το t_2 στο τελικό κόστος, με σταθερή τη βέλτιστη τιμή της t_1 . Η μεταβλητή t_2 παίρνει τιμές από t_1 έως την τιμή 50, η οποία θεωρείται η μέγιστη τιμή ζωής ενός εξαρτήματος.

3.10.3 Παράμετρος β

Η παράμετρος β επηρεάζει την τελική λύση του μοντέλου και τις πιθανότητες των τριών περιπτώσεων, ανάλογα με την τιμή που θα της δοθεί. Ειδικότερα, όπως φαίνεται και από το διάγραμμα 3.9, για τις βέλτιστες τιμές των χρονικών μεταβλητών που υπολογίστηκαν προηγουμένως, η σταθερά β , καθώς αυξάνεται, μειώνει το τελικό κόστος της αντικειμενικής συνάρτησης C . Η μείωση αυτή συμβαίνει, διότι καθώς αυξάνεται η τιμή του παράγοντα κλίσης β , επηρεάζονται οι πιθανότητες οι οποίες περιγράφουν τις περιπτώσεις αντικατάστασης του εξαρτήματος P_1, P_2 και P_3 . Καθώς, λοιπόν, αυξάνεται το β , οι πιθανότητες αντικατά-

Figure 3.8: Διάγραμμα τελικού κόστους και τιμών t_2

στασης λόγω βλάβης και γήρανσης μειώνονται, ενώ η πιθανότητα αντικατάστασης λόγω προληπτικής συντήρησης αυξάνεται, με αποτέλεσμα τη μείωση του κόστους ανά κύκλο και κατά συνέπεια του τελικού κόστους. Αναλυτικότερα, το μοντέλο έδειξε πως για ένα εύρος τιμών από 0 έως 5, η βέλτιστη τιμή του β είναι η τιμή 5 ($\beta = 5$), με αντίστοιχες πιθανότητες $P_1 = 0.009112$, $P_2 = 0.772997$ και $P_3 = 0.21789$ και τελικό κόστος $C = 309.126585$.

3.10.4 Παράμετρος θ

Αντίστοιχα, η παράμετρος κλίμακας θ προκαλεί ελαχιστοποίηση του τελικού κόστους, καθώς αυξάνεται η τιμή της σταθεράς. Η αύξηση αυτή μπορεί να ερμηνευτεί ως λογική, αφού αυξάνοντας την σταθερά θ , δίνεται παράταση στον χρόνο ζωής των εξαρτημάτων. Επομένως, αποφεύγονται βλάβες σε πρώιμα στάδια, οι οποίες επιφέρουν μεγάλα κόστη στην αντικειμενική συνάρτηση. Όπως φαίνεται και από το διάγραμμα 3.10, για τιμές από 0 έως 50, το θ πάλι παίρνει την μεγαλύτερη τιμή του διαστήματος τιμών ($\theta = 50$) και δίνει την ελάχιστη δυνατή τιμή για την αντικειμενική $C = 410.005512$.

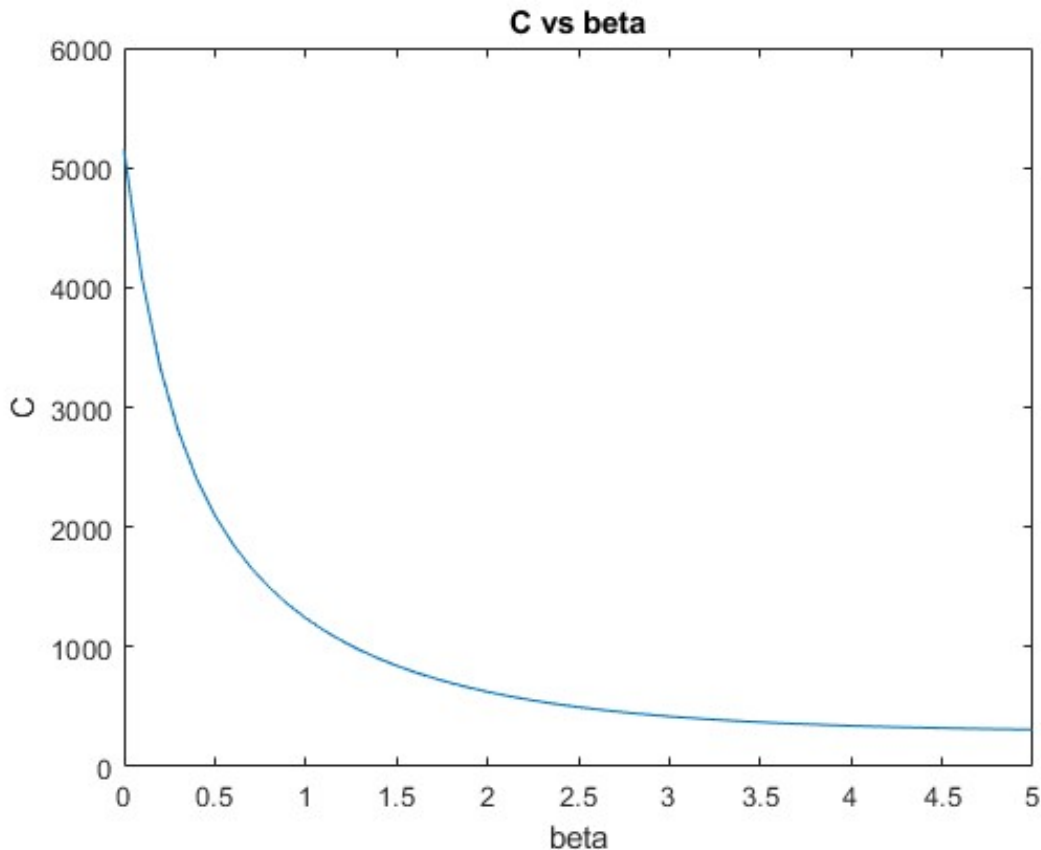


Figure 3.9: Διάγραμμα τελικού κόστους και τιμών β

3.10.5 Ανάλυση ευαισθησίας

Σε συνέχεια της ανάλυσης ευαισθησίας και με την δημιουργία πινάκων από αποτελέσματα του μοντέλου, θα γίνει μια σαφέστερη ανάλυση των παραμέτρων που επηρεάζουν το μοντέλο και κατ' επέκταση το κόστος της προληπτικής συντήρησης συνολικά.

Στους πίνακες 3.1 και 3.2, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των τριών πιθανοτήτων, των χρόνων έναρξης της προληπτικής συντήρησης και γήρανσης, αλλά και το τελικό κόστος του μοντέλου με σημαντικές αλλαγές στις σταθερές της κατανομής Weibull. Επισημαίνεται, επίσης, ότι το $\lambda = 0.2$ παραμένει σταθερό και στα τρία παραδείγματα. Από τα αποτελέσματα των παραδειγμάτων, φαίνεται πως καθώς αυξάνονται οι σταθερές, το κόστος μειώνεται αρκετά. Η πτώση της αντικειμενικής οφείλεται στις αλλαγές των πιθανοτήτων, καθώς αυξάνεται ραγδαία η πιθανότητα αντικατάστασης λόγω προληπτικής συντήρησης, ενώ, παράλληλα οι βέλτιστοι χρόνοι των μεταβλητών t_1 και t_2 μεγαλώνουν.

Αντίστοιχα, στον πίνακα 3.3 διατηρώντας σταθερούς τους παράγοντες κλίμακας και κλίσης ($\beta = 2, \theta = 30$) και μεταβάλλοντας κάθε φορά τη μέση τιμή της κατανομής Poisson

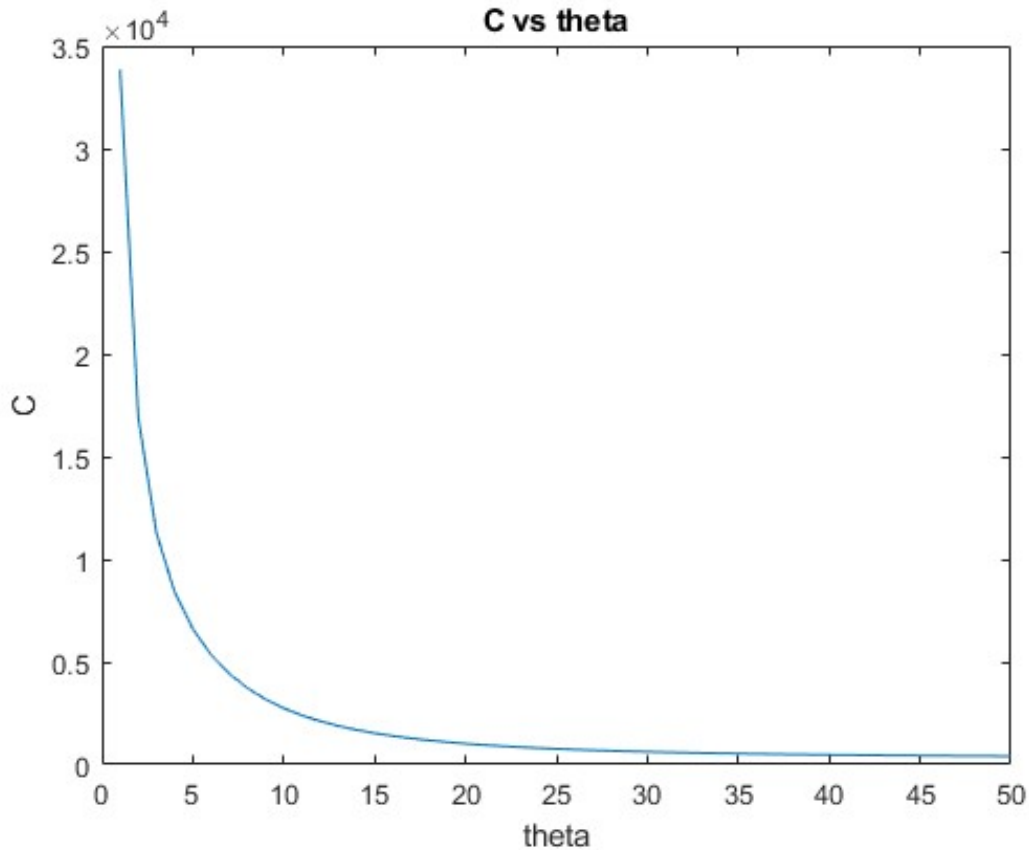


Figure 3.10: Διάγραμμα τελικού κόστους και τιμών θ

λ (αυξάνοντας δηλαδή την συχνότητα εμφάνισης ευκαιριών στο μοντέλο), παρατηρούνται διαφοροποιήσεις στις πιθανότητες P_1, P_2 και P_3 . Πιο συγκεκριμένα, η πιθανότητα αντικατάστασης λόγω προληπτικής συντήρησης αυξάνεται σημαντικά, ενώ μειώνεται κάθε φορά και περισσότερο το τελικό κόστος, λόγω του πολλαπλασιασμού των ευκαιριών. Παρ' όλα ταύτα, αν και η αύξηση της σταθεράς λ είναι στο 10% της προηγούμενης τιμής, φαίνεται να επηρεάζει ελάχιστα την τελική τιμή του κόστους.

Αν και οι παραπάνω σταθερές επηρεάζουν πολύ σημαντικά το τελικό κόστος του μοντέλου προληπτικής συντήρησης και τους ζητούμενους χρόνους, στην πράξη αποτελούν αριθμητικά δεδομένα από βιομηχανικές διαδικασίες παραγωγής και είναι δύσκολο να αλλάξουν με σκοπό την ελαχιστοποίηση του κόστους. Για παράδειγμα, η σταθερά λ θεωρητικά είναι ένας τυχαίος αριθμός που περιγράφει κατά μέσο όρο πόσες καθυστερήσεις πραγματοποιούνται, κατά την διάρκεια της παραγωγής για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Η σταθερά αυτή δεν αλλάζει με την παρέμβαση των υπευθύνων και ούτε είναι ωφέλιμο να σταματήσει η διαδικασία παραγωγής για να εμφανιστούν περισσότερες ευκαιρίες. Από την άλλη, τα κό-

β	θ	P_1	P_2	P_3	t_1	t_2	C
1.5	30	0.226293	0.708883	0.064824	7.6	18.8	837.37
2	30	0.12213	0.699526	0.178343	6.7	14.2	624.539
2.5	30	0.082649	0.699526	0.178343	7.2	14	496.01

Table 3.1: Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της παράμετρου κλίσης

β	θ	P_1	P_2	P_3	t_1	t_2	C
2	20	0.126292	0.545334	0.328375	4.2	8.8	955.98
2	30	0.12213	0.699526	0.178343	6.7	14.2	624.539
2	40	0.117470	0.793164	0.089365	9.4	20.2	461.1

Table 3.2: Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της παράμετρου κλίσης

στη των αντικαταστάσεων-επιδιορθώσεων μπορούν πιο εύκολα να αλλάξουν και να δώσουν χαμηλότερο κόστος στο μοντέλο. Ο πίνακας 3.4 αποτυπώνει σύμφωνα με το μοντέλο που αναπτύχθηκε τις αλλαγές στους χρόνους, στις πιθανότητες και στο τελικό κόστος, για τρία διαφορετικά κόστη αντικατάστασης λόγω βλάβης.

Αναλύοντας τα αποτελέσματα του πίνακα 3.4, όπως είναι λογικό παρατηρείται πτώση του συνολικού κόστους C, καθώς το μεγαλύτερο κόστος του μοντέλου c_1 μειώνεται. Η μεγάλη πτώση της τελικής τιμής C καθιστά τη σταθερά κόστους αντικατάστασης λόγω βλάβης ιδιαίτερα σημαντική. Οι υπόλοιπες σταθερές του μοντέλου για τον πίνακα 3.4 αντλούνται από το αρχικό παράδειγμα της υποενότητας 3.10.2. Στον επόμενο πίνακα αποτελεσμάτων, διατηρώντας τις σταθερές από το παραπάνω παράδειγμα και το κόστος $c_1 = 30000$, δίνονται τρεις διαφορετικές τιμές για το κόστος προληπτικής συντήρησης c_2 . Το κόστος αυτό, σύμφωνα με τον πίνακα 3.5, επηρεάζει ραγδαία τις τρεις πιθανότητες αυξάνοντας συνεχώς το ποσοστό της αντικατάστασης λόγω γήρανσης, καθώς ανεβαίνει η τιμή του κόστους c_2 . Παρατηρείται, επίσης, σημαντική μείωση του χρονικού διαστήματος $[t_1, t_2]$, γεγονός που συνεπάγεται την μείωση των περιπτώσεων αντικατάστασης με προληπτική συντήρηση και την τελική αύξηση του συνολικού κόστους του μοντέλου.

Ο πίνακας 3.6 αποτυπώνει την επιρροή του κόστους αντικατάστασης λόγω γήρανσης του εξαρτήματος. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, η σταθερά c_3 φαίνεται να επηρεάζει ελάχιστα

λ	P_1	P_2	P_3	t_1	t_2	C
0.2	0.123600	0.694454	0.181946	6.8	14.2	624.55
0.3	0.115121	0.823482	0.061397	7.2	15.60	610.93
0.4	0.109738	0.874790	0.015472	7.6	17.2	602.48

Table 3.3: Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της σταθεράς λ

c_1	P_1	P_2	P_3	t_1	t_2	C
20000	0.183383	0.731998	0.084619	8.9	19.2	490.74
30000	0.122130	0.699526	0.178343	6.7	14.2	624.54
40000	0.091660	0.648973	0.259367	5.6	11.6	736.76

Table 3.4: Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της σταθεράς c_1

το τελικό κόστος του μοντέλου, αν και αυξάνεται σημαντικά η τιμή της. Αντίθετα από την σταθερά c_2 , η c_3 καθώς αυξάνεται, διευρύνει το διάστημα $[t_1, t_2]$, ελαχιστοποιώντας συνεχώς την πιθανότητα P_3 . Η μείωση της πιθανότητας P_3 , συνεπάγεται με την μείωση της περίπτωσης αντικατάστασης λόγω γήρανσης του εξαρτήματος καθόσον αυξάνεται το κόστος της, αποτρέποντας την μεγάλη αύξηση του τελικού κόστους.

Τα συμπεράσματα, λοιπόν, που προκύπτουν από την ανάλυση ευαισθησίας των σταθερών του συστήματος είναι τα εξής: α) η κατανομή Weibull που επιλέχθηκε απαρτίζεται από δύο σταθερές που επηρεάζουν σημαντικά τα αποτελέσματα του τελικού μοντέλου, αν και διαμορφώνονται από τα στατιστικά δεδομένα του κάθε συστήματος. β) Πολύ σημαντικό ρόλο στην έκβαση των αποτελεσμάτων κατέχουν τα κόστη αντικατάστασης, λόγω βλάβης και προληπτικής αντικατάστασης, δύο σταθερές που εν μέρη μπορούν να τροποποιηθούν για την οικονομικότερη και αποδοτικότερη λειτουργία της προληπτικής συντήρησης. γ) Το κόστος της αντικατάστασης λόγω γήρανσης δεν επηρεάζει σημαντικά το τελικό κόστος, καθώς αυξάνεται. δ) Παρατηρείται πως το συνολικό κόστος, όπως είναι αναμενόμενο, μειώνεται στις περιπτώσεις που η πιθανότητα αντικατάστασης λόγω προληπτικής συντήρησης είναι πολύ υψηλή και παράλληλα, η αντικατάσταση λόγω βλάβης του εξαρτήματος είναι, όσο το δυνατόν, πιο κοντά στο μηδέν.

c_2	P_1	P_2	P_3	t_1	t_2	C
1500	0.087719	0.856698	0.055583	3.8	16.7	511.93
2500	0.114687	0.750435	0.134879	6	14.8	602.62
3500	0.134815	0.454876	0.410309	8.8	12.4	664.52

Table 3.5: Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της σταθεράς c_2

c_3	P_1	P_2	P_3	t_1	t_2	C
3500	0.117919	0.626675	0.255406	7	12.9	618.1
4500	0.130225	0.786758	0.083017	6.4	17.2	633.25
5500	0.139737	0.831779	0.028484	6.4	21.6	638.22

Table 3.6: Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της σταθεράς c_2

3.10.6 Σύγκριση με αρχικό μοντέλο

Για την σύγκριση των δύο μοντέλων και την επιβεβαίωση πως το μοντέλο (t_1, t_2) δίνει χαμηλότερες τιμές τελικού κόστους από το αρχικό μοντέλο που ορίστηκε στην ενότητα 2, υπολογίζεται ο χρόνος T και το τελικό κόστος του αρχικού μοντέλου. Για την σύγκριση των αποτελεσμάτων, ορίζονται οι ίδιες τιμές κόστους $c_1 = 30000, c_2 = 3800$, η ίδια κατανομή, στην προκειμένη η κατανομή Weibull με σταθερές $\beta=2, \theta=30$ και προκύπτουν οι εξής τιμές: $T=11.60$ και $C: 673.35$ όπως φαίνεται και στον πίνακα 3.7.

Τύπος μοντέλου	Χρονικές μεταβλητές	Κόστος
Απλό μοντέλο προληπτικής συντήρησης	$T=11.60$	673.35
Προληπτική συντήρηση με ενδιάμεσο χρόνο αντικατάστασης	$(t_1, t_2) = (6.7, 14.2)$	624.539

Table 3.7: Πίνακας σύγκρισης τελικών αποτελεσμάτων

Εξετάζοντας τις χρονικές μεταβλητές των δύο μοντέλων, παρατηρείται πως η χρονική στιγμή γήρανσης του απλού μοντέλου προηγείται χρονικά της στιγμής t_2 , αυξάνοντας έτσι τον χρόνο ζωής του τεμαχίου και έπεται της χρονικής στιγμής t_1 δίνοντας στο σύστημα την δυνατότητα αντικατάστασης νωρίτερα. Οι δύο αυτές αλλαγές στους χρόνους αντικατάστασης των δυο μοντέλων, επιφέρουν διαφορετικά τελικά κόστη και αποδεικνύουν πως τελικά η προληπτική συντήρηση με ενδιάμεσο χρόνο αντικατάστασης αποτελεί μέθοδο συμφέρουσα για την επιχείρηση, αφού μειώνει κατά 7,8% το τελικό κόστος συντήρησης.

Κεφάλαιο 4

Μοντέλο προληπτικής συντήρησης με χρονική απόκλιση από τη προγραμματισμένη αντικατάσταση

4.1 Εισαγωγή

Κατά την σχεδιασμό των πολιτικών συντήρησης από τους υπευθύνους, οι αποφάσεις λαμβάνονται με την παραδοχή πως οι χρόνοι συντήρησης και αντικατάστασης πραγματοποιούνται την καθορισμένη στιγμή, χωρίς να υπάρχουν χρονικές παρεκκλίσεις. Στην πράξη όμως, παρουσιάζονται προβλήματα και αστοχίες κατά την διαδικασία εκτέλεσης της εκάστοτε ενέργειας, με αποτέλεσμα την αδυναμία τήρησης της ακρίβειας του σχεδίου. Ένας πολύ συχνός λόγος απόκλισης από τα ιδανικά αποτελέσματα είναι ο ανθρώπινος παράγοντας. Ο ανθρώπινος παράγοντας, γενικότερα στην μοντελοποίηση συστημάτων, αποτελεί έναν απρόβλεπτο παράγοντα που καθορίζει και παραποιεί τα τελικά αποτελέσματα. Ο άνθρωπος σε οποιαδήποτε βιομηχανική διαδικασία και αν συμμετέχει, όπως είναι φυσικό, υποκύπτει σε σφάλματα επηρεάζοντας έτσι την ομαλή λειτουργία του συστήματος. Για παράδειγμα, σε ένα πλαίσιο εφοδιαστικής αλυσίδας όπου οι κατασκευαστές έχουν ορίσει συγκεκριμένες ημερομηνίες ανεφοδιασμού και έχουν προγραμματίσει την παραγωγή να δουλεύει σε αυτά τα χρονικά πλαίσια, πιθανώς να υπάρξει σημαντική καθυστέρηση στην παράδοση των εφοδίων, με αποτέλεσμα την καθυστέρηση της παραγωγικής διαδικασίας. Για τον λόγο αυτό, η προσπάθεια πρόβλεψης και υπολογισμού του ανθρώπινου σφάλματος αποτελεί ζήτημα καίριας σημασίας στην βιομηχανία και επιφέρει σημαντικά οφέλη κατά τον προγραμματισμό.

4.2 Γενικές πληροφορίες του μοντέλου

Στον κλάδο της προληπτικής συντήρησης, ο ανθρώπινος παράγοντας μπορεί να προκαλέσει σοβαρά και κοστοβόρα προβλήματα. Ειδικότερα, κατά τον σχεδιασμό της προληπτικής συντήρησης, όπως αναλύθηκε και στις προηγούμενες ενότητες, ορίζονται ακριβείς χρόνοι αντικατάστασης των τεμαχίων. Αν αυτοί οι θεωρητικοί χρόνοι παρεκκλίνουν από τους πραγματικούς χρόνους αντικατάστασης, επηρεάζουν την αποτελεσματικότητα του μοντέλου. Για να συμβεί αυτό, διακρίνονται δυο διαφορετικές περιπτώσεις σφάλματος λόγω του ανθρώπινου παράγοντα, σύμφωνα με το μοντέλο των Kai He, Lisa M. Maillart and Oleg A. Prokopyev [6], που θα παρουσιαστεί στην ενότητα αυτή.

Η πρώτη περίπτωση σφάλματος, περιγράφει την διαδικασία αντικατάστασης του τεμαχίου νωρίτερα από τον προβλεπόμενο χρόνο. Σε αυτήν την περίπτωση, η πρόωρη αντικατάσταση του τεμαχίου επιφέρει αρνητικά αποτελέσματα στην παραγωγική διαδικασία, αφού μειώνει την ωφέλιμη διάρκεια ζωής του. Αντίθετα, κατά την δεύτερη περίπτωση σφάλματος, ο υπάλληλος αντικαθιστά το τεμάχιο καθυστερημένα. Η καθυστέρηση της αντικατάστασης αυξάνει τον κίνδυνο βλάβης, αυξάνοντας έτσι και το τελικό κόστος αντικατάστασης σε περίπτωση βλάβης του τεμαχίου. Για να μπορέσει να μοντελοποιηθεί η συμπεριφορά του υπαλλήλου και να γίνει η μαθηματική αποτύπωση, είναι αναγκαία η συλλογή πληροφοριών κατά την διαδικασία αντικατάστασης και η επιλογή της κατανομής που χαρακτηρίζει όσο το δυνατόν καλύτερα τη συμπεριφορά αυτή.

Όπως και στο προηγούμενο μοντέλο, ως X ορίζεται η χρονική στιγμή που πραγματοποιείται η βλάβη του τεμαχίου, οι $F_X(x)$ και $f_X(x)$ συμβολίζουν την αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (cdf) και την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf), ενώ οι βλάβες θεωρούνται ενός είδους και εντοπίζονται αμέσως. Γίνονται, επιπλέον, οι παραδοχές πως δεν υπάρχουν βλάβες την χρονική στιγμή μηδέν και πως ο ρυθμός βλαβών είναι συνεχώς αυξανόμενος με τον χρόνο. Για την περιγραφή της απόκλισης του πραγματικού χρόνου αντικατάστασης με τον θεωρητικό χρόνο αντικατάστασης, χρησιμοποιείται μια τυχαία συνεχής μεταβλητή Y με τις γνωστές συναρτήσεις $F_Y(y)$ (αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας) και $f_Y(y)$ (συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας).

Σκοπός του μοντέλου είναι η ελαχιστοποίηση του μακροχρόνιου τελικού κόστους μέσω της προληπτικής συντήρησης, σε ένα σύστημα με χρονική απόκλιση από τη προγραμματισμένη αντικατάσταση, που αποτελεί παραλλαγή του αρχικού μοντέλου. Το τεμάχιο είναι δυνατόν, είτε να υποστεί βλάβη, είτε να αντικατασταθεί λόγω γήρανσης, επομένως το τελικό



Figure 4.1: Χρονοδιάγραμμα μοντέλου μη έγκυρης αντικατάστασης

κόστος ανά κύκλο αθροίζει αυτά τα δύο κόστη αντικατάστασης. Όπως και στο κεφάλαιο 2, το μοντέλο χαρακτηρίζεται από μόνο μια χρονική μεταβλητή T , η οποία σηματοδοτεί την αντικατάσταση λόγω γήρανσης. Υπολογίζοντας την βέλτιστη χρονική στιγμή αντικατάστασης, επιτυγχάνεται η ελαχιστοποίηση του τελικού κόστους.

4.3 Τυχαία συνεχής μεταβλητή Y

Η τυχαία συνεχής μεταβλητή Y υποδηλώνει την απόκλιση που έχει χρονικά, η στιγμή αντικατάστασης του τεμαχίου στην πράξη με την στιγμή που θα έπρεπε να είχε αντικατασταθεί βάση πλάνου. Η Y μπορεί να πάρει, είτε αρνητικές, είτε θετικές τιμές, ανάλογα με την στιγμή που γίνεται η αντικατάσταση:

- Για τιμές του $Y < 0$, η αντικατάσταση θεωρείται πρόωρη
- Για τιμές $Y > 0$, η αντικατάσταση θεωρείται καθυστερημένη

Έχοντας ορίσει τις τιμές του Y με βάση την στιγμή της αντικατάστασης ως θετικές ή αρνητικές, ο πραγματικός χρόνος αντικατάστασης του τεμαχίου, για σύστημα με χρονική απόκλιση από την προγραμματισμένη αντικατάσταση, προκύπτει ως: $T + Y$. Όταν η αντικατάσταση γίνεται πρόωρα, η Y λαμβάνει αρνητική τιμή, η οποία αφαιρείται από την προγραμματισμένη στιγμή αντικατάστασης λόγω γήρανσης. Αντίθετα, όταν η αντικατάσταση συμβαίνει καθυστερημένα, η Y λαμβάνει θετική τιμή, η οποία προσθίζεται στην τιμή T υπολογίζοντας την πραγματική χρονική στιγμή αντικατάστασης. Για καλύτερη εμπέδωση δίνεται το σχήμα 4.1.

Για τον ορισμό της μεταβλητής Y , εισάγονται δύο αναγκαίες παραδοχές. Η πρώτη παραδοχή, ορίζει το χρονικό σφάλμα σε ένα λογικό διάστημα, δίνοντας δηλαδή μέγιστη και

ελάχιστη τιμή στην μεταβλητή Y . Το χρονικό διάστημα ορίζεται από δυο σταθερές a και b έτσι ώστε:

$$Y \in [a, b]$$

Η δεύτερη παραδοχή, δηλώνει πως η μεταβλητή Y είναι ανεξάρτητη των μεταβλητών X και T . Η παραδοχή αυτή ουσιαστικά αποτρέπει την σύνδεση του χρονικού σφάλματος του υπαλλήλου με την χρονική στιγμή της βλάβης και την χρονική στιγμή της αντικατάστασης, θεωρώντας πως οποιαδήποτε στιγμή και αν έχει οριστεί η διαδικασία αντικατάστασης το ανθρώπινο λάθος δεν επηρεάζεται.

Η κατανομή που επιλέγεται για την περιγραφή του ανθρώπινου λάθους στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι η συνεχής ομοιόμορφη κατανομή. Στη συνεχής ομοιόμορφη κατανομή ή ορθογώνια κατανομή, όλα τα διαστήματα ίσου μήκους είναι ισοπίθανα. Χάρη αυτής της ιδιότητας το ανθρώπινο λάθος, δηλαδή η στιγμή της πρόωρης ή εκ πρόθεσμης αντικατάστασης του τεμαχίου, είναι ισοπίθανη για κάθε χρονικό διάστημα ίσου χρόνου. Για παράδειγμα, η λανθασμένη αντικατάσταση του τεμαχίου μία μέρα πριν την προγραμματισμένη αντικατάσταση λόγω γήρανσης με την εκπρόθεσμη αντικατάσταση δύο ημερών αργότερα από την προγραμματισμένη αντικατάσταση, έχουν την ίδια πιθανότητα να συμβούν, στην περίπτωση που ο χρονικός ορίζοντας χωρίζεται σε μέρες. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της συνεχούς ομοιόμορφης κατανομής για $a \leq y \leq b$ είναι:

$$f_y(y) = \frac{1}{b - a} \quad (4.1)$$

Η κατανομή καθορίζεται από δύο παραμέτρους a και b , που είναι η ελάχιστη και η μέγιστη τιμή της, οι οποίες συμπίπτουν με την πρώτη παραδοχή οριοθετώντας την Y . Στην εν λόγω εργασία, οι παράμετροι a και b θα επιλέγονται από τον χρήστη και πρακτικά θα καθορίζουν το εύρος του χρονικού διαστήματος μέσα στο οποίο μπορεί να κινηθεί το ανθρώπινο σφάλμα. Αν για παράδειγμα, δοθούν οι τιμές $a=-2$ και $b=5$, δηλώνεται πως η μεταβλητή Y μπορεί να πάρει τις τιμές του διαστήματος $[-2,5]$, δηλαδή η εσφαλμένη αντικατάσταση μπορεί να γίνει από δύο χρονικές μονάδες πριν την προκαθορισμένη αντικατάσταση λόγω γήρανσης T , έως και 5 χρονικές μονάδες μετά. Αντίστοιχα, η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής για $a \leq y \leq b$ είναι:

$$F_y(y) = \frac{y - a}{b - a} \quad (4.2)$$

4.4 Μαθηματικό μοντέλο

Για την μαθηματική αποτύπωση αυτής της παραλλαγής του αρχικού μοντέλου, ορίζονται οι σταθερές c_1 και c_2 όπως και στο αρχικό μοντέλο της ενότητας 2. Σύμφωνα λοιπόν, με το αρχικό μοντέλο, αλλάζοντας την χρονική στιγμή T σε $T+y$ προκύπτουν οι πιθανότητες:

$$P_1 = F_X(T + y) \quad (4.3)$$

$$P_2 = 1 - F_X(T + y) \quad (4.4)$$

με κόστος κύκλου:

$$E[C] = \int_a^b (c_1 F_X(T + y) + c_2 (1 - F_X(T + y))) dF_Y(y) \quad (4.5)$$

διάρκεια κύκλου:

$$L[T] = \int_a^b (\int_0^{T+y} x f(x) dx + \int_{T+y}^{\infty} f_x(x) dx) dF_Y(y) \quad (4.6)$$

και μακροχρόνιο τελικό κόστος:

$$C[T] = \frac{E[C]}{L[T]} \quad (4.7)$$

ή

$$C[T] = \frac{\int_a^b (c_1 F_X(T + y) + c_2 (1 - F_X(T + y))) dF_Y(y)}{\int_a^b \int_0^{T+y} 1 - F_X(x) dx dF_Y(y)} \quad (4.8)$$

Για την εξαγωγή ορθών αποτελεσμάτων και την αποφυγή αρνητικών τιμών σε κόστη, είναι αναγκαία η θέσπιση ενός περιορισμού. Ο περιορισμός ορίζει πως το T , δηλαδή η χρονική μεταβλητή που δηλώνει την στιγμή γήρανσης δεν μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές και για τον λόγο αυτό ορίζεται ως:

$$T > \max[-a, 0]$$

Με τον περιορισμό αυτό, η T δεν μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές γεγονός που είναι αδύνατο για ένα σύστημα που ξεκινάει τον χρονικό της ορίζοντα την στιγμή μηδέν όπου παράγεται το τεμάχιο.

Για την επίλυση του μοντέλου και την παρουσίαση ενός αριθμητικού παραδείγματος, όπως και στο απλό μοντέλο χρησιμοποιείται η κατανομή Weibull για την περιγραφή των

βλαβών στο σύστημα. Για τις παραμέτρους της κατανομής Weibull επιλέγονται οι ίδιες τιμές: $\beta = 2$ και $\theta = 30$ ενώ για την ομοιόμορφη κατανομή που περιγράφει το ανθρώπινο σφάλμα επιλέγονται οι παράμετροι: $a = 0$ και $b = 4$. Τέλος, για τα κόστη αντικατάστασης λόγω βλάβης και αντικατάστασης λόγω γήρανσης, επιλέγονται οι τιμές: $c_1 = 30000$ και $c_3 = 3800$.

Έχοντας, τελικά, την μαθηματική αποτύπωση του μοντέλου και χρησιμοποιώντας το υπολογιστικό πρόγραμμα Matlab για την εύρεση της βέλτιστης τιμής αντικατάστασης λόγω γήρανσης ελαχιστοποιώντας το κόστος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της χρονικής σιγμής αντικατάστασης λόγω γήρανσης και του τελικού κόστους του συστήματος $T' = 9.650$ και $C'[T] = 676.3662$. Θεωρώντας τώρα μια νέα σταθερά k , που υπολογίζει την ποσοστιαία μεταβολή του κόστους μη έγκυρης αντικατάστασης σε σχέση με το τελικό κόστος του απλού μοντέλου, προκύπτει:

$$k = \frac{C'[T]}{C[T]} \quad (4.9)$$

όπου C' ορίζεται το κόστος του μοντέλου παραλλαγής και C το κόστος του απλού μοντέλου. Συνδυάζοντας τα αποτελέσματα της ενότητας αυτής και της ενότητας 3.10.6, προκύπτει πως $k = 1,00448$, δηλαδή, υπήρξε αύξηση στο τελικό κόστος του συστήματος λόγω της μη έγκυρης αντικατάστασης της τάξεως του 0,448%.

4.5 Ανάλυση ευαισθησίας

Στην συνέχεια του κεφαλαίου, θα πραγματοποιηθεί ανάλυση ευαισθησίας για τις δύο παραμέτρους της ομοιόμορφης κατανομής, έτσι ώστε να γίνει μαθηματική αποτύπωση της επιρροής των σταθερών αυτών στα τελικά αποτελέσματα του μοντέλου με χρονική απόκλιση από τη προγραμματισμένη αντικατάσταση.

4.5.1 Παράμετρος a

Έχει ήδη αναφερθεί, πως η παράμετρος a είναι η ελάχιστη τιμή του διαστήματος $[a,b]$ της ομοιόμορφης κατανομής, στο οποίο κινείται η χρονική μεταβλητή y . Πρακτικά, η παράμετρος a οριοθετεί το ανθρώπινο λάθος κατά την πρόωρη αντικατάσταση του τεμαχίου. Χρησιμοποιώντας το αριθμητικό παράδειγμα της προηγούμενης υποενότητας και αλλάζοντας κάθε φορά την παράμετρο a , προκύπτει το διάγραμμα τελικού κόστους-παραμέτρου a

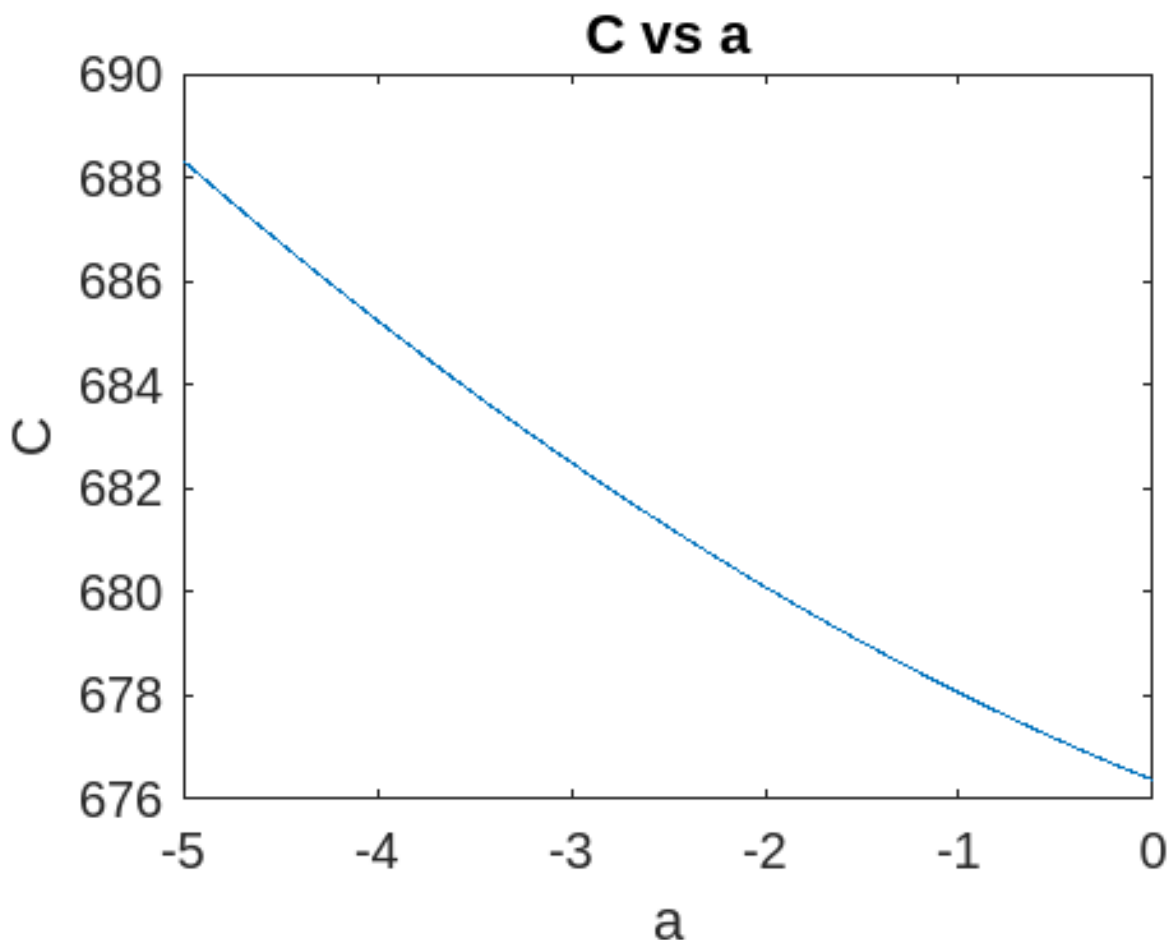


Figure 4.2: Διάγραμμα τελικού κόστους-παραμέτρου a

Στο διάγραμμα 4.2 φαίνεται καθαρά η εξάρτηση του τελικού κόστους C από την παράμετρο a . Το βασικό συμπέρασμα που προκύπτει από το διάγραμμα είναι πως καθώς μικραίνει η σταθερά a κατά απόλυτη τιμή, που σημαίνει ελαχιστοποίηση του χρονικού διαστήματος μέσα στο οποίο μπορεί να υπάρξει λανθασμένη αντικατάσταση λόγω του ανθρώπινου σφάλματος, μειώνεται και το τελικό κόστος του μοντέλου. Η επισήμανση αυτή ουσιαστικά επιβεβαιώνει την βασική θεωρία αυτής της παραλλαγής του μοντέλου, αποδεικνύοντας πως όσο πιο αξιόπιστος είναι ο αρμόδιος υπάλληλος για την αντικατάσταση τόσο θα χαμηλώνει το τελικό κόστος της προληπτικής συντήρησης. Για περισσότερη σαφήνεια και ανάλυση των αποτελεσμάτων παρουσιάζεται ο πίνακας 4.1.

Στον πίνακα 4.1 παρουσιάζονται οι παράμετροι της κατανομής Weibull και της ομοιόμορφης κατανομής, σύμφωνα με το παράδειγμα που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο με σταθερά κόστη $c_1 = 30000, c_2 = 3800$, οι βέλτιστοι χρόνοι αντικατάστασης λόγω γήρανσης, τα τελικά κόστη του συστήματος και η σταθερά k για διαφορετικές τιμές της παραμέ-

β	θ	a	b	T'	C'	k
2	30	-5	4	12.5	688.3240	1.0222
2	30	-2.5	4	11.04	681.2553	1.0117
2	30	0	4	9.65	676.3662	1.0045

Table 4.1: Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της παράμετρου a

τρου a. Σε κάθε επανάληψη του μοντέλου, μειώνεται κατα 2.5 χρονικές μονάδες το συνολικό διάστημα τιμών της μεταβλητής y με αποτέλεσμα την συνεχή πτώση του τελικού κόστους. Ειδικότερα, φαίνεται πως για αυτή την μεταβολή της παραμέτρου a, παρατηρείται μια πολύ μικρή πτώση του τελικού κόστους της τάξεως των 12 χρηματικών μονάδων για μεταβολή 5 χρονικών μονάδων.

4.5.2 Παράμετρος b

Αντιστοίχως, για την παράμετρο b η οποία αποτελεί την μέγιστη τιμή του διαστήματος [a,b] της ομοιόμορφης κατανομής, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση του τελικού κόστους του συστήματος εν συνάρτησει των αλλαγών στην παράμετρο b. Σύμφωνα ,λοιπόν, με το διάγραμμα 4.3, η καμπύλη του κόστους ακολουθεί μια αντίστροφη πορεία με την καμπύλη του διαγράμματος 4.1, καθώς αυξάνεται η σταθερά b. Φαίνεται δηλαδή, πως κρατώντας σταθερό το ένα άκρο a και αυξάνοντας το b, διευρύνεται το διάστημα τιμών στο οποίο μπορεί να παρουσιαστεί εσφαλμένη αντικατάσταση, αυξάνοντας έτσι το τελικό κόστος.

β	θ	a	b	T'	C'	k
2	30	-4	0	13.65	676.3662	1.0045
2	30	-4	2.5	12.54	681.2553	1.0117
2	30	-4	5	11.5	688.3240	1.0222

Table 4.2: Πίνακας αποτελεσμάτων για διάφορες τιμές της παράμετρου b

Αν και στους δύο πίνακες έχουν χρησιμοποιηθεί διαφορετικές τιμές για τις παραμέτρους a και b, παρατηρείται πως οι δύο σταθερές έχουν ακριβώς την ίδια επιρροή στο τελικό κόστος του μοντέλου, αν και μόνο αν το διάστημα τιμών [a,b] παραμένει ίσο κατά απόλυτη τιμή. Για παράδειγμα, το τελικό κόστος για την περίπτωση των τιμών a=-4 και b=0 είναι ίδιο για την περίπτωση των τιμών a=0 και b=0, διότι και στις δύο περιπτώσεις το y μπορεί να κινηθεί στο

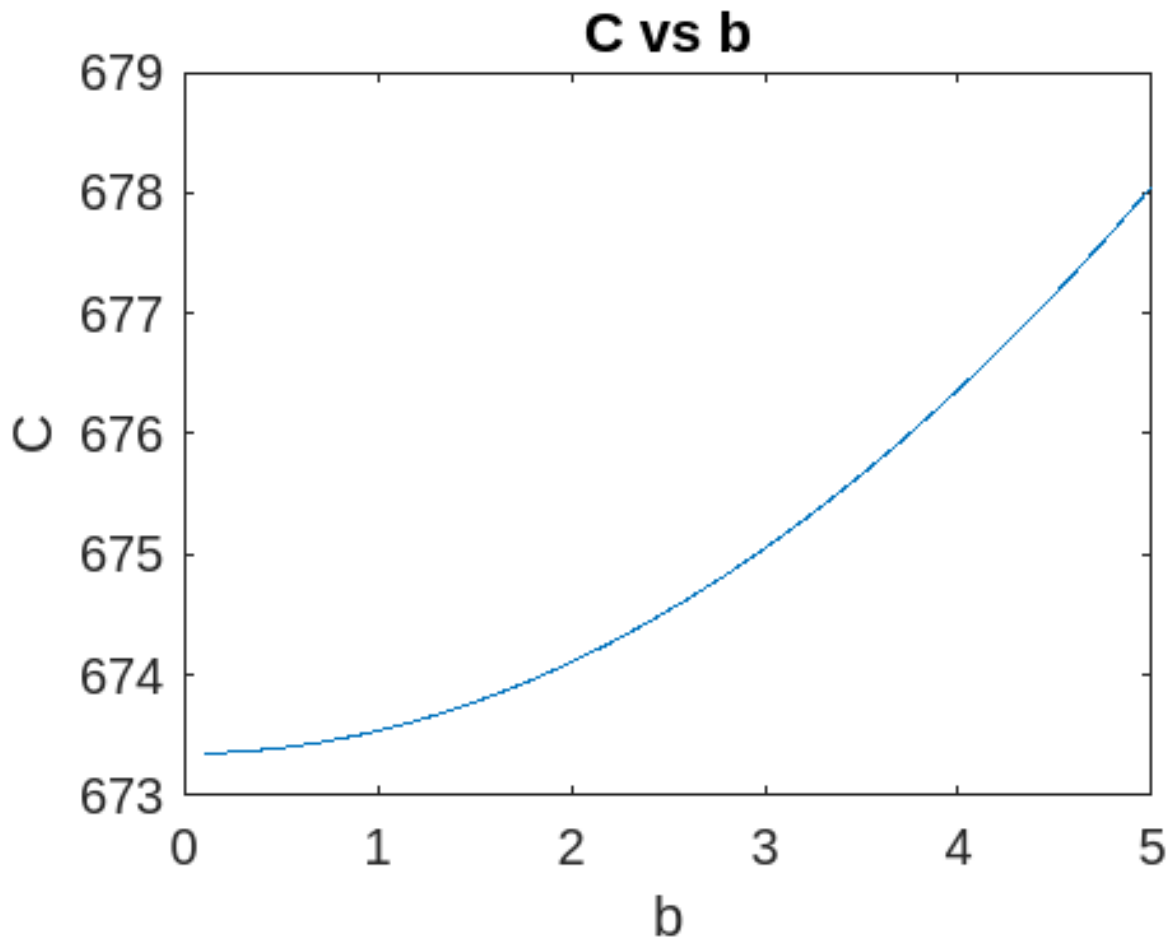


Figure 4.3: Διάγραμμα τελικού κόστους-παραμέτρου b

διάστημα $[0,4]$ κατά απόλυτη τιμή.

Η σημαντική διαφορά που παρατηρείται στους δύο πίνακες είναι οι τελικές τιμές της χρονικής σταθεράς T' . Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των αριθμητικών παραδειγμάτων, όσο διευρύνεται το διάστημα τιμών $[a,b]$ προς τα αρνητικά, όσο δηλαδή η αντικατάσταση είναι πιο πιθανό να συμβεί πρόωρα, η τιμή της χρονικής σταθεράς T' συνεχώς αυξάνεται. Αντίστροφα, αυξάνοντας την παράμετρο b και διευρύνοντας το διάστημα προς τον θετικό άξονα, η εκπρόθεσμη αντικατάσταση είναι πιο πιθανή, με αποτέλεσμα η χρονική στιγμή αντικατάστασης λόγω γήρανσης να παίρνει μικρότερες τιμές συγκριτικά με το αρχικό μοντέλο. Η παρατήρηση αυτή πηγάζει από την φύση του μοντέλου και ουσιαστικά αποτελεί μια μορφή πρόληψης για το ίδιο το σύστημα. Στην περίπτωση που σε ένα σύστημα έχει παρατηρηθεί ότι η εσφαλμένη αντικατάσταση γίνεται πρόωρα, το μοντέλο υπολογίζει μια βέλτιστη τιμή αντικατάστασης λόγω γήρανσης εκπρόθεσμα συγκριτικά με το αρχικό μοντέλο (χωρίς ανθρώπινο παράγοντα). Με τον τρόπο αυτό, θεωρητικά τα λάθη αν συνεχίσουν να γίνονται με

τον ίδιο ρυθμό και πρόωρα θα γίνονται την επιθυμητή ώρα επηρεάζοντας έτσι λιγότερο το τελικό κόστος του συστήματος. Αντίθετα, στην περίπτωση ενός συστήματος όπου η αντικατάσταση λόγω γήρανσης πραγματοποιείται καθυστερημένα λόγω του ανθρώπινου λάθους, το μοντέλο υπολογίζει ως βέλτιστη τιμή της T' , μια τιμή πρόωρη συγκριτικά με το αρχικό μοντέλο, η οποία όμως θα προλαμβάνει τις καθυστερήσεις στην αντικατάσταση και θα συμβάλει στην έγκυρη αντικατάσταση.

4.6 Σύγκριση με το αρχικό μοντέλο

Το μοντέλο που αναλύθηκε στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, αποτελεί μια παραλλαγή του αρχικού μοντέλου προληπτικής συντήρησης με έναν χρόνο αντικατάστασης λόγω γήρανσης. Η παραλλαγή αυτή έχει ως στόχο να μοντελοποιήσει το ανθρώπινο λάθος και να υπολογίσει το επιπλέον κόστος που επιφέρει στο σύστημα η μη έγκυρη αντικατάσταση λόγω γήρανσης. Όπως είναι λογικό, το τελικό κόστος του μοντέλου θα είναι αυξημένο συγκριτικά με το τελικό κόστος του απλού μοντέλου και η αύξηση αυτή αποτυπώνεται στην σταθερά k που υπολογίζεται. Για να γίνει όμως πιο κατανοητή η σύγκριση αυτή, εισάγονται ορισμένα διαγράμματα που αναπαριστούν την κίνηση της καμπύλης τελικού κόστους, σύμφωνα με την χρονική στιγμή γήρανσης και των δύο μοντέλων. Σε κάθε ένα από τα διαγράμματα ορίζονται διαφορετικές τιμές των παραμέτρων a και b και εμφανίζονται οι βέλτιστοι χρόνοι αντικατάστασης λόγω γήρανσης και τα τελικά κόστη για τα μοντέλα.

Για παράδειγμα, στις περιπτώσεις 4.4, 4.5 και 4.7 οι καμπύλες των δύο μοντέλων ακολουθούν μια παρόμοια πορεία και οι τιμές τους είναι πολύ κοντά. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι πως το διάστημα $[a, b]$ είναι σχετικά μικρό και δεν δίνει την δυνατότητα στον υπάλληλο να αποκλίνει σημαντικά από την επιθυμητή στιγμή της αντικατάστασης.

Αντίθετα, στο διάγραμμα 4.6, δίνοντας μια μεγάλη τιμή στην παράμετρο b , ίση με 20, η καμπύλη κόστους του παραλλαγμένου μοντέλου αποκλίνει σημαντικά από την καμπύλη κόστους του απλού μοντέλου. Παρατηρείται επίσης, πως η βέλτιστη χρονική στιγμή που υπολογίζεται για την αντικατάσταση του μοντέλου έχει μετακινηθεί πολύ πιο κοντά στην αρχή των αξόνων και παίρνει την τιμή $T'=3,7$. Ο λόγος που συμβαίνει αυτή η μετακίνηση είναι η πρόληψη των καθυστερημένων αντικαταστάσεων, δίνοντας εντολή στον υπάλληλο να αντικαθιστά νωρίτερα από τον επιθυμητό χρόνο, συνυπολογίζοντας τους πιθανούς χρόνους καθυστέρησης που μπορεί να επιφέρει το ανθρώπινο λάθος.

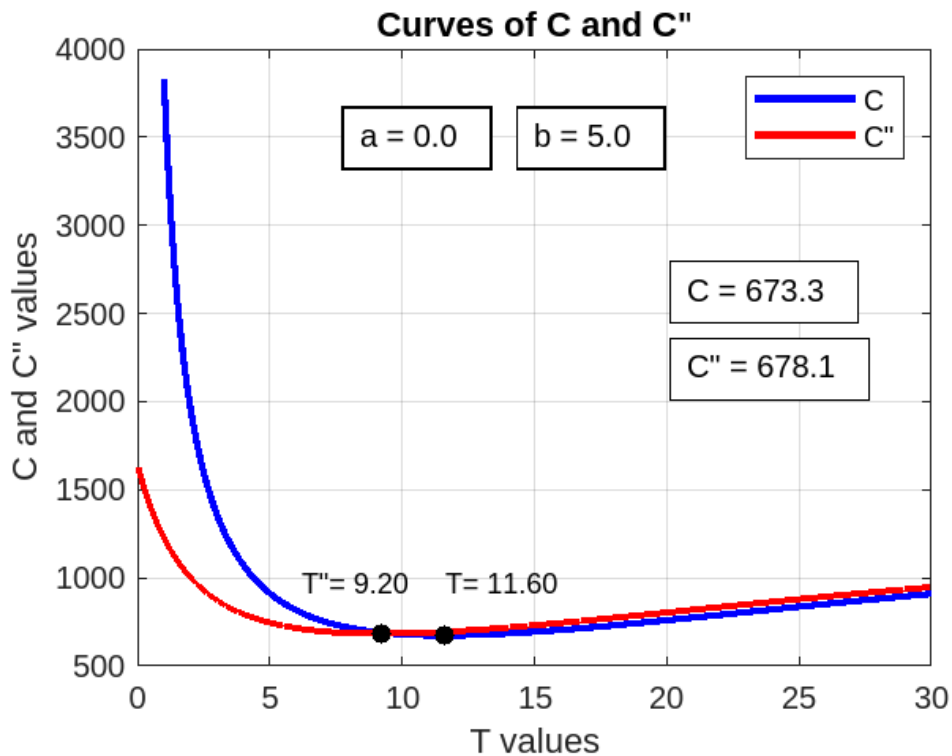


Figure 4.4: Διάγραμμα καμπυλών κόστους-Περίπτωση (i)

Να επισημανθεί πως οι υπόλοιπες τιμές των σταθερών για τα διαγράμματα είναι ίδιες με το αριθμητικό παράδειγμα της ενότητας 4.4. Επιπλέον για τις παραπάνω τέσσερις περιπτώσεις διαμορφώνεται ο πίνακας τιμών σύμφωνα με τα αποτελέσματα των παραδειγμάτων 4.3.

περίπτωση	T	T'	C	C'	k
(i)	11.6	9.2	673.348	678.0518	1.007
(ii)	11.6	14.2	673.348	678.0518	1.007
(iii)	11.6	3.7	673.348	740.4836	1.0997
(iv)	11.6	13.33	673.348	682.4992	1.0136

Table 4.3: Πίνακας αποτελεσμάτων με βάση τα διαγράμματα

Αν και το μοντέλο προληπτικής συντήρησης μη έγκυρης αντικατάστασης συνυπολογίζει το ανθρώπινο λάθος και αυξάνει το τελικό κόστος, φαίνεται πως με την σωστή χρήση του μοντέλου που αναπτύχθηκε και με την προσπάθεια πρόβλεψης του ανθρώπινου λάθους, αποφεύγονται οι μεγάλες αυξήσεις στο τελικό κόστος. Το μοντέλο πρακτικά προνοεί και ερμηνεύει το ανθρώπινο σφάλμα για μη έγκυρες ή πρόωρες αντικαταστάσεις και έτσι υπολογί-

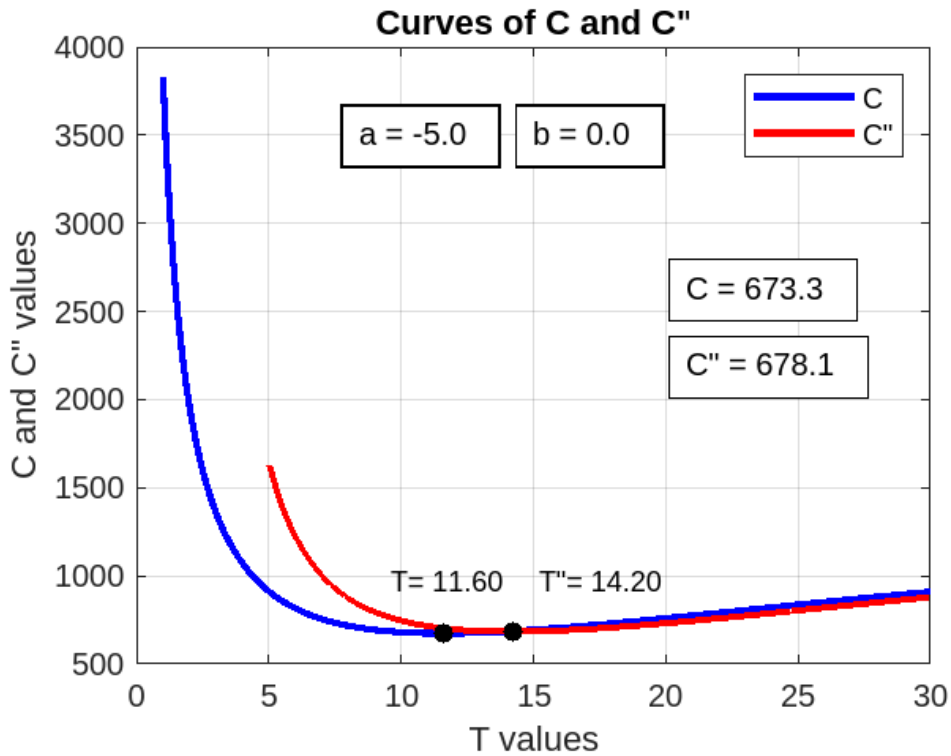


Figure 4.5: Διάγραμμα καμπυλών κόστους-Περίπτωση (ii)

ζει τους βέλτιστους χρόνους αντικατάστασης για την ελαχιστοποίηση του τελικού κόστους. Σύμφωνα με τον πίνακα 4.3, η πιο ακραία περίπτωση αύξησης του τελικού κόστους εντοπίζεται στην περίπτωση (iii) όπου ο υπάλληλος μπορεί να καθυστερήσει έως και 20 χρονικές μονάδες την αντικατάσταση του τεμαχίου, σε έναν χρονικό ορίζοντα 30 χρονικών μονάδων. Αν και το χρονικό αυτό διάστημα είναι θεωρητικά πολύ μεγάλο και ίσως υπερβολικό, το μοντέλο προλαμβάνει την αναξιόπιστη συμπεριφορά του υπαλλήλου και μειώνει κατά πολύ τον επιθυμητό χρόνο αντικατάστασης λόγω γήρανσης. Με την κίνηση αυτή, ενώ η καθυστέρηση μπορεί να είναι αρκετά μεγάλη, το σύστημα φορτώνεται με ένα επιπλέον κόστος περίπου στο 10% του αρχικού κόστους, ποσοστό να μεν μεγάλο, αλλά όχι και καταστροφικό. Ακόμη και σε αυτή λοιπόν την παραλλαγή του μοντέλου, γίνεται αντιληπτή η αξία της προληπτικής συντήρησης και η ανάγκη οργάνωσης και προγραμματισμού μιας βιομηχανικής παραγωγής.

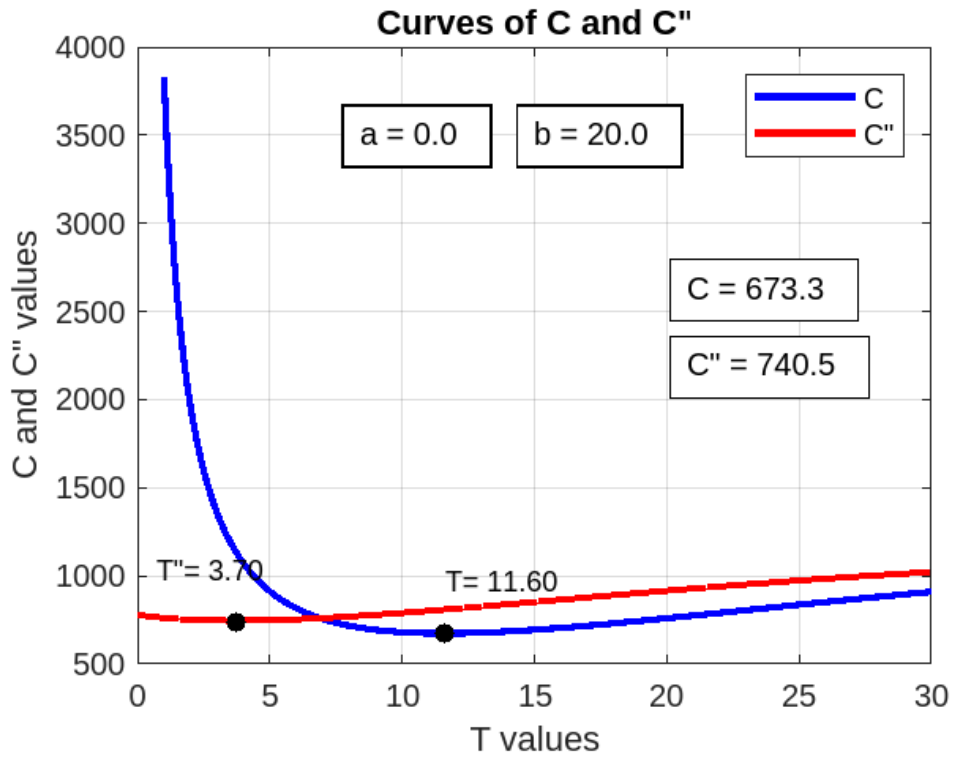


Figure 4.6: Διάγραμμα καμπυλών κόστους-Περίπτωση (iii)

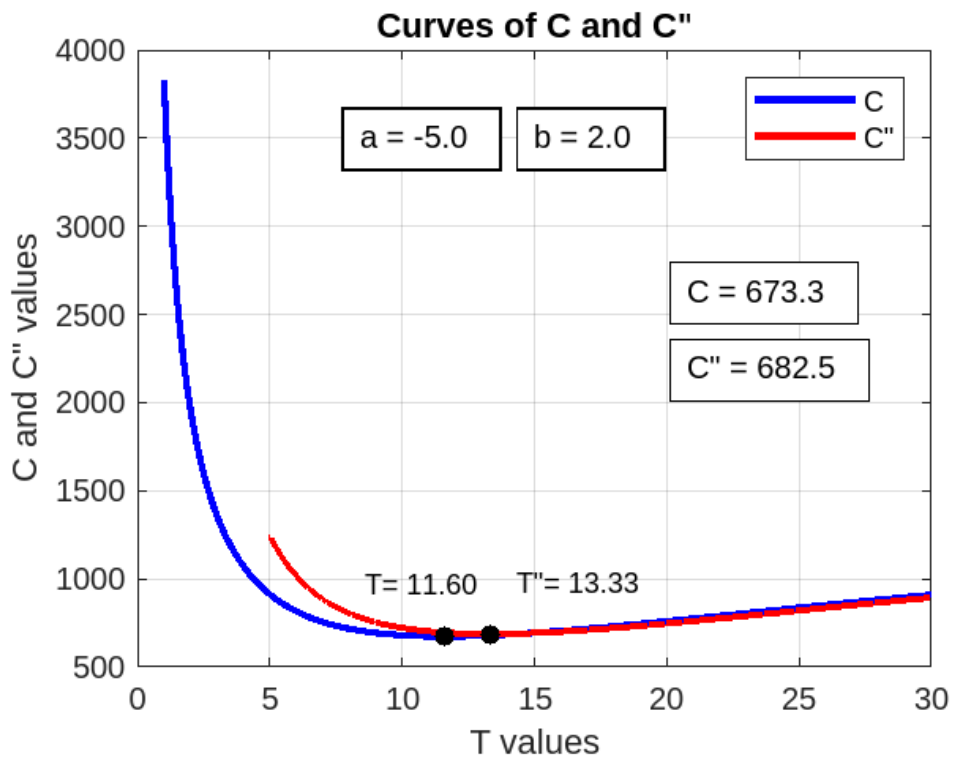


Figure 4.7: Διάγραμμα καμπυλών κόστους-Περίπτωση (iv)

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα

5.1 Συμπεράσματα και συζήτηση

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της εργασίας, ο βασικός στόχος αυτής της διπλωματικής εργασίας ήταν ο ορισμός της προληπτικής συντήρησης και η σπουδαιότητα της. Ο ορισμός της προληπτικής συντήρησης πραγματοποιήθηκε μέσω της θεωρητικής ανάλυσης, ενώ αντίστοιχα, η σπουδαιότητα της παρουσιάστηκε μέσω της ανάπτυξης μοντέλων μαθηματικής αποτύπωσης του κόστους, για την προληπτική συντήρηση μιας βιομηχανικής παραγωγής.

Η πτυχιακή χωρίζεται σε πέντε ενότητες. Η πρώτη ενότητα αποτελεί την εισαγωγή στο θέμα και προιδεάζει τον αναγνώστη. Ταυτόχρονα, τον εισάγει στις έννοιες της προληπτικής συντήρησης με σκοπό την απόκτηση εφοδίων για την καλύτερη κατανόηση του μοντέλου. Στην πρώτη ενότητα, λοιπόν, γίνεται αναφορά στους σκοπούς και στα οφέλη της προληπτικής συντήρησης, ενώ επίσης παρουσιάζονται μοντέλα προληπτικής συντήρησης από την βιβλιογραφία. Τέλος, δίνεται έμφαση στον σκοπό της διπλωματικής και ορίζει τους στόχους της.

Στην συνέχεια, η εργασία αναλύει το μοντέλο που πρόκειται να αναπτυχθεί από θεωρητικής πλευράς. Δίνεται ο ορισμός των βλαβών και των διαφορετικών τους περιπτώσεων, ενώ, αναπτύσσεται το απλούστερο μοντέλο προληπτικής συντήρησης με έναν χρόνο αντικατάστασης λόγω γήρανσης. Πάνω στο μοντέλο αυτό, βασίζονται και τα επόμενα κεφάλαια της πτυχιακής εργασίας.

Αφού έχει οριστεί θεωρητικά το απλό μοντέλο, στην συνέχεια περιγράφεται και αναλύεται το μοντέλο προληπτικής αντικατάστασης (t_1, t_2) . Στην τρίτη ενότητα, λοιπόν, ορίζεται μαθηματικά το μοντέλο, προκύπτουν οι εξισώσεις του κόστους, του κύκλου ζωής και των

πιθανοτήτων για κάθε περίπτωση αντικατάστασης. Έχοντας την μαθηματική διατύπωση του μοντέλου, το μόνο που μένει είναι η επιλογή των σταθερών για την τελική εξαγωγή των αποτελεσμάτων. Η εξαγωγή αποτελεσμάτων παρουσιάζεται σε συνδυασμό με την ανάλυση ευαισθησίας των σταθερών.

Στο κεφάλαιο πέντε, παρουσιάζεται το μοντέλο προληπτικής συντήρησης με χρονική απόκλιση από τη προγραμματισμένη αντικατάσταση, όπου αποτυπώνεται μαθηματικά η επιρροή του ανθρώπινου παράγοντα στο τελικό κόστος συντήρησης του συστήματος. Το μοντέλο βοηθάει στην πρόληψη και την αντιμετώπιση των μη έγκυρων αντικαταστάσεων, δίνοντας βέλτιστες τιμές στην μεταβλητή αντικατάστασης λόγω γήρανσης, προσπαθώντας να ελαχιστοποιήσει την απόκλιση κόστους με το αρχικό μοντέλο. Στην συνέχεια, πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας για τις δύο σημαντικότερες παραμέτρους του μοντέλου και η τελική σύγκριση κόστους με το αρχικό μοντέλο.

Συνοπτικά, η εργασία μέσω του ορισμού της προληπτικής συντήρησης και την ανάπτυξη των μαθηματικών μοντέλων που περιγράφουν μια βιομηχανική παραγωγή, αποδεικνύει πως η προληπτική συντήρηση τελικά μειώνει σημαντικά το τελικό κόστος ενός συστήματος. Το αποτέλεσμα αυτό, αποδεικνύει πως η συντήρηση αποτελεί πλέον βασικό επιχειρηματικό στοιχείο για την βελτίωση της ανταγωνιστικότητας και την βελτιστοποίηση της λειτουργίας των βιομηχανιών. Η χρήση των τεχνολογικών εξελίξεων στην πληροφορική και στα συστήματα αυτοματισμού επιτρέπουν την αξιοποίηση και την εφαρμογή ολοένα και πιο σύγχρονων μεθόδων και πρακτικών συντήρησης που ελαχιστοποιούν το χρόνο καθυστερήσεων λόγω βλαβών και αυξάνουν την διαθεσιμότητα του εξοπλισμού κάθε επιχείρησης.

Βιβλιογραφία

- [1] Bajestani, Maliheh Aramon, and Dragan Banjevic. "Calendar-based age replacement policy with dependent renewal cycles." *IIE Transactions* 48.11 (2016): 1016-1026.
- [2] Berrade, María Dolores, et al. "Imperfect inspection and replacement of a system with a defective state: A cost and reliability analysis." *Reliability Engineering & System Safety* 120 (2013): 80-87.
- [3] British Standard, 1984. *British Standard Glossary of Maintenance Management Terms in Terotechnology*. British Standard Institution, London.
- [4] Dekker, Rommert, and Raymond Philippe Plasmeijer. "Multi-parameter maintenance optimisation via the marginal cost approach." *Journal of the Operational Research Society* 52 (2001): 188-197.
- [5] De Jonge, Bram, and Philip A. Scarf. "A review on maintenance optimization." *European journal of operational research* 285.3 (2020): 805-824.
- [6] He, Kai, Lisa M. Maillart, and Oleg A. Prokopyev. "Optimal planning of unpunctual preventive maintenance." *IIE Transactions* 49.2 (2017): 127-143.
- [7] Jiang, R. "An accurate approximate solution of optimal sequential age replacement policy for a finite-time horizon." *Reliability Engineering & System Safety* 94.8 (2009): 1245-1250.
- [8] Leung, Francis Kit-nam. "Inspection schedules when the lifetime distribution of a single-unit system is completely unknown." *European Journal of Operational Research* 132.1 (2001): 106-115.
- [9] Li, Ping, Wenbin Wang, and Rui Peng. "Age-based replacement policy with consideration of production wait time." *IEEE Transactions on Reliability* 65.1 (2015): 235-247.

- [10] Poór, Peter, David Ženíšek, and Josef Basl. "Historical overview of maintenance management strategies: Development from breakdown maintenance to predictive maintenance in accordance with four industrial revolutions." Proceedings of the international conference on industrial engineering and operations management, Pilsen, Czech Republic. 2019.
- [11] Sidibe, I. B., et al. "Preventive maintenance optimization for a stochastically degrading system with a random initial age." Reliability Engineering & System Safety 159 (2017): 255-263.
- [12] ΚΟΝΤΟΛΕΩΝ Ι., Αξιοπιστία & Ανεκτικότητα Βλαβών Συστημάτων, Εκδόσεις ΑΪΒΑΖΗΣ, 2008, ISBN: 978-960-549-018-8
- [13] ΠΑΠΑΧΡΗΣΤΟΣ, ΧΡΗΣΤΟΣ. "Προληπτική Συντήρηση και Έλεγχος Ποιότητας υποστηριζόμενα από Τεχνολογίες Διαδικτύου των Πραγμάτων στα πλαίσια της Βιομηχανίας 4.0." (2022).

Παράρτημα

Παράρτημα-Κώδικες Matlab

.1 Εύρεση χαμηλότερης αντικειμενικής και διάγραμμα

```
theta= 30;
beta = 2;
f = @(x) (beta / theta)*((x / theta).^ (beta -1)).* exp(-(x / theta).^ beta);
F = @(x) 1 - exp(-(x / theta).^ beta); % CDF
lambda=0.2;
c1= 30000;
c2 = 4000;
c3 = 3800;
min_C = inf; % initialize minimum C to infinity
min_t1 = 0;
min_t2 = 0;

for t1 = 0:0.1:50 % iterate from 0 to 29 for t1
    for t2 = t1+1:0.1:50 % iterate from t1+1 to 30 for t2
        P1 = F(t1) + integral(@(x) exp(-lambda*(x-t1)).* f(x), t1 , t2);
        P2 = 1 - F(t1) - integral(@(x) exp(-lambda*(x-t1)).* f(x), t1 , t2);
        P3 = exp(-lambda*(t2-t1))*(1 - F(t2));
        E = c1*P1 + c2*P2 + c3*P3;
        L = integral(@(x) x .* f(x), 0, t1) - (1 / lambda) * integral(@(x) exp(-lambda*x), 0, t1);
        C = E/L;
```

```

        if C < min_C
            min_C = C;
            min_t1 = t1;
            min_t2 = t2;

        end

    end

end

P1 = F(min_t1) + integral(@(x) exp(-lambda*(x-min_t1)).* f(x), min_t1, min_t2);
P2 = 1 - F(min_t1) - integral(@(x) exp(-lambda*(x-min_t1)).* f(x), min_t1, min_t2);
P3 = exp(-lambda*(min_t2-min_t1))*(1 - F(min_t2));
fprintf('P1 = %f\n', P1);
fprintf('P2 = %f\n', P2);
fprintf('P3 = %f\n', P3);
fprintf('Minimum value of C= %.2f\n', min_C);
fprintf('Value of t1 that minimizes C = %.2f\n', min_t1);
fprintf('Value of t2 that minimizes C = %.2f\n', min_t2);
t2 = min_t2;
t1_array = 0:min_t2;
C_array = zeros(size(t1_array));
for i = 1:length(t1_array)
    t1 = t1_array(i);
    P1 = F(t1) + integral(@(x) exp(-lambda*(x-t1)).* f(x), t1, t2);
    P2 = 1 - F(t1) - integral(@(x) exp(-lambda*(x-t1)).* f(x), t1, t2);
    P3 = exp(-lambda*(t2-t1))*(1 - F(t2));
    E = c1*P1 + c2*P2 + c3*P3;
    L = integral(@(x) x .* f(x), 0, t1) - (1 / lambda) * integral(@(x)
    C = E/L;
    if C < 0
        C = 1e9;
    end
    C_array(i) = C;
end

```



```

end
plot(t1_array , C_array);
xlabel('t1 ');
ylabel('C');
title('Effect of changing t1 on C');

```

.2 Εύρεση χαμηλότερης αντικειμενικής στο μοντέλο χωρίς προληπτική

```

theta= 30;
beta = 2;
f = @(x) (beta/theta)*((x/theta).^(beta-1)).*exp(-(x/theta).^beta);
F = @(x) 1 - exp(-(x/theta).^beta); % CDF
c1= 30000;
c3 = 3800;
min_C = inf; % initialize minimum C to infinity
min_t2 = 0;
for t2 = 1:0.1:50 % iterate from t1+1 to 30 for t2
    P1 = F(t2);
    P3 = (1 - F(t2));
    E = c1*P1 + c3*P3;
    L = integral(@(x) x .* f(x), 0, t2) + t2*(1 - F(t2));
    C = E/L;
    if C < min_C
        min_C = C;
        min_t2 = t2;
    end
end
P1 = F(min_t2);
P3 = (1 - F(min_t2));
fprintf('P1 = %f\n', P1);

```

```
fprintf('P3 = %f\n', P3);
fprintf('Minimum value of C= %.2f\n', min_C);
fprintf('Value of t2 that minimizes C = %.2f\n', min_t2);
```

.3 Ανάλυση ευασθησίας β

```
theta=30;
c1 = 30000;
c2 = 2800;
c3 = 3800;
t1 = 6.7;
t2 = 14.2;
lambda=0.2;
beta_vals =0:0.1:5; % Range of lambda values to consider
C_vals = zeros(size(beta_vals)); % Array to store computed C values
for i = 1:length(beta_vals)
    beta = beta_vals(i);
    f = @(x) (beta/theta)*((x/theta).^(beta-1)).*exp(-(x/theta).^beta);
    F = @(x) 1 - exp(-(x/theta).^beta); % CDF
    P1 = F(t1) + integral(@(x) exp(-lambda*(x-t1)).*f(x), t1, t2);
    P2 = 1 - F(t1) - integral(@(x) exp(-lambda*(x-t1)).*f(x), t1, t2);
    P3 = exp(-lambda*(t2-t1))*(1 - F(t2));
    E = c1*P1 + c2*P2 + c3*P3;
    L = integral(@(x) x .* f(x), 0, t1) - (1 / lambda) * integral(@(x)
    C = E/L;
    C_vals(i) = C;
end
% Plot C vs lambda
plot(beta_vals, C_vals)
xlabel('beta')
ylabel('C')
title('C vs beta')
```

```

% Find the value of lambda that minimizes C
[ min_C, min_index ] = min( C_vals );
min_beta = beta_vals( min_index );
fprintf( 'P1 = %f\n', P1 );
fprintf( 'P2 = %f\n', P2 );
fprintf( 'P3 = %f\n', P3 );
fprintf( 'The smallest value of C is: %f\n', min_C );
fprintf( 'The value of beta that minimizes C is: %f\n', min_beta );

```

.4 Ανάλυση ευαισθησίας θ

```

beta=2;
c1 = 30000;
c2 = 2800;
c3 = 3800;
t1 = 6.7;
t2 = 14.2;
lambda=0.2;
theta_vals = 1:50; % Range of lambda values to consider
C_vals = zeros( size( theta_vals ) );
for i = 1:length( theta_vals )
beta = 2;
theta = theta_vals( i );
f = @(x) ( beta / theta ) * (( x / theta ). ^ ( beta - 1 ) ) . * exp( -( x / theta ) . ^ beta );
F = @(x) 1 - exp( -( x / theta ) . ^ beta ); % CDF
P1 = F( t1 ) + integral( @(x) exp( -lambda * ( x - t1 ) ) . * f( x ), t1 , t2 );
P2 = 1 - F( t1 ) - integral( @(x) exp( -lambda * ( x - t1 ) ) . * f( x ), t1 , t2 ) -
P3 = exp( -lambda * ( t2 - t1 ) ) * ( 1 - F( t2 ) );
E = c1 * P1 + c2 * P2 + c3 * P3;
L = integral( @(x) x . * f( x ), 0, t1 ) - ( 1 / lambda ) * integral( @(x)
C = E / L;
C_vals( i ) = C;

```

```

end
% Plot C vs lambda
plot(theta_vals , C_vals)
xlabel('theta ')
ylabel('C')
title('C vs theta ')
% Find the value of lambda that minimizes C
[min_C, min_index] = min(C_vals);
min_theta = theta_vals(min_index);
fprintf('P1 = %f\n', P1);
fprintf('P2 = %f\n', P2);
fprintf('P3 = %f\n', P3);
fprintf('The smallest value of C is: %f\n', min_C);
fprintf('The value of theta that minimizes C is: %f\n', min_theta);

```

.5 Μοντέλο μη έγκυρης αντικατάστασης και διαγράμματα

```

theta = 30;
beta = 2;
f = @(x) (beta/theta)*((x/theta).^(beta-1)).*exp(-(x/theta).^beta); % P
F = @(x) 1 - exp(-(x/theta).^beta); % CDF

c1 = 30000;
c3 = 3800;

a = -5;
b = 2;
Fy = @(y) (y - a) / (b - a);
fy = @(y) 1 / (b - a);

```

```
min_C1 = inf;
min_t1 = 0;
min_t2 = 0;
min_C2 = inf;

for t1 = 1:0.1:50
    P1 = F(t1);
    P3 = 1 - F(t1);
    E1 = c1*P1 + c3*P3;
    L1 = integral(@(x) 1-F(x),0,t1);
    C1 = E1 / L1;
    if C1 < min_C1
        min_C1 = C1;
        min_t1 = t1;
    end
end

for t2 = max(0, abs(a)):0.01:50
    integrand = @(y) (c1 * F(t2+y) + c3 * (1 - F(t2+y))) * fy(y);
    E2 = integral(integrand, a, b);

    Lin = @(y) quadv(@(x)(1 - F(x)) * fy(y), 0, t2+y);

    L2=quadv(Lin, a, b);

    C2 = E2 / L2;

    if C2 < min_C2
        min_C2 = C2;
```

```
        min_t2 = t2 ;

    end

end

k=min_C2/min_C1;

P1 = F(min_t1);
P3 = 1 - F(min_t1);
E1 = c1*P1 + c3*P3;
L1 = integral(@(x) 1-F(x),0,min_t1);
C1 = E1 / L1;

fprintf('C1: %.4f\n',min_C1);
fprintf('T1: %.4f\n',min_t1);
fprintf('C2 : %.4f\n', min_C2);
fprintf('T2: %.4f\n', min_t2);
fprintf('k: %.4f\n', k);

C1_values = [];
C2_values = [];

t1_values = 1:0.1:50;
t2_values = max(0, abs(a)):0.01:50;

for t1 = t1_values
    P1 = F(t1);
    P3 = 1 - F(t1);
    E1 = c1*P1 + c3*P3;
    L1 = integral(@(x) 1-F(x), 0, t1);
    C1 = E1 / L1;
```

```

    C1_values = [C1_values , C1];
end

for t2 = t2_values
    integrand = @(y) (c1 * F(t2+y) + c3 * (1 - F(t2+y))) * fy(y);
    E2 = integral(integrand , a , b);

    Lin = @(y) quadv(@(x) (1 - F(x)) * fy(y) , 0 , t2+y);
    L2 = quadv(Lin , a , b);

    C2 = E2 / L2;
    C2_values = [C2_values , C2];
end

figure ;
plot(t1_values , C1_values , 'b-', 'LineWidth' , 2);
hold on;
plot(t2_values , C2_values , 'r-', 'LineWidth' , 2);

scatter(min_t1 , min_C1 , 'k' , 'filled ');
scatter(min_t2 , min_C2 , 'k' , 'filled ');

annotation('textbox' , [0.33 0.75 0.1 0.1] , 'String' , sprintf('a = %.1f' ,
annotation('textbox' , [0.5 0.75 0.1 0.1] , 'String' , sprintf('b = %.1f' ,

annotation('textbox' , [0.65 0.55 0.1 0.1] , 'String' , sprintf('C = %.01f'
annotation('textbox' , [0.65 0.45 0.1 0.1] , 'String' , sprintf('C" = %.1f'

text(min_t1-3 , min_C1+200 , sprintf('T= %.2f' , min_t1) , 'Color' , 'k' , 'F
text(min_t2+1 , min_C2+200 , sprintf('T"= %.2f' , min_t2) , 'Color' , 'k' , '
hold off;

```

```

xlabel('T values ');
ylabel('C and C'' values ');
title('Curves of C and C'' ');
legend('C', 'C'' ');
grid on;

```

.6 Μοντέλο μη έγκυρης αντικατάστασης- παράμετρος a

```

theta = 30;
beta = 2;

f = @(x) (beta/theta)*((x/theta).^(beta-1)).*exp(-(x/theta).^beta);
F = @(x) 1 - exp(-(x/theta).^beta); % CDF
b_vals =5:-0.1:0.0001;
a=0;
C_vals = zeros(size(b_vals));
c1 = 30000;
c3 = 3800;

Fy = @(y) (y - a) / (b - a);
fy = @(y) 1 / (b - a);

min_t2 = 0;
min_C = inf;

for i = 1:length(b_vals)
    b = b_vals(i);
    for t2 = max(0, abs(a)):0.1:50

```



```
integrand = @(y) (c1 * F(t2+y) + c3 * (1 - F(t2+y))) * fy(y);
E2 = integral(integrand , a , b);

Lin =@(y) quadv(@(x)(1 - F(x)) * fy(y), 0, t2+y);

L2=quadv(Lin , a ,b);

C = E2 / L2;

if C < min_C
    min_C = C;
    min_t2 = t2;
end
C_vals(i) = min_C;
end
end
plot(b_vals , C_vals)
xlabel('b')
ylabel('C')
title('C me t vs b')

fprintf('T2: %.4f\n', min_t2);
fprintf('C2 : %.4f\n', min_C);
```