

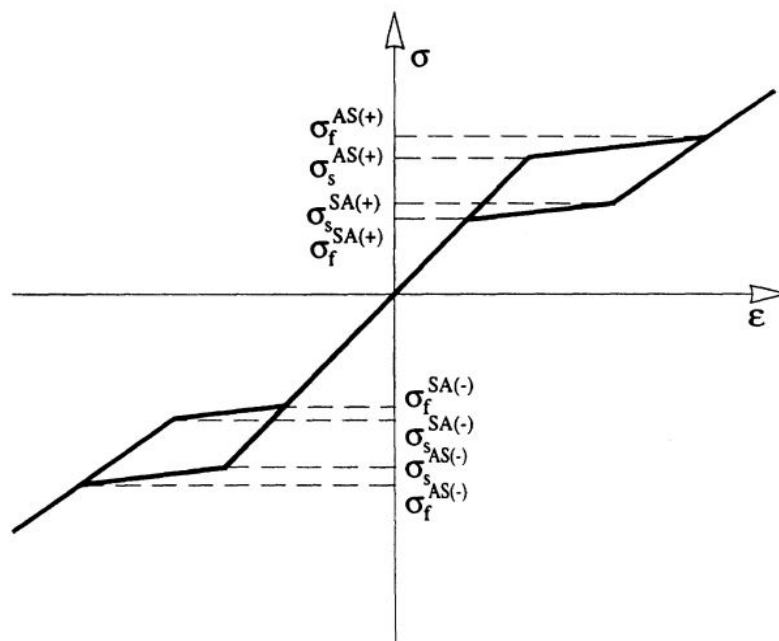


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

ΛΥΓΙΣΜΟΣ ΡΑΒΔΩΝ ΑΠΟ ΚΡΑΜΑΤΑ ΜΝΗΜΗΣ  
ΜΟΡΦΗΣ/ΣΧΗΜΑΤΟΣ (SMAs): ΠΡΟΪΣΤΟΡΙΑ,  
ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ ΚΑΙ ΠΡΟΣΦΑΤΕΣ ΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΡΙΑ ΓΕΛΑΣΤΟΠΟΥΛΟΥ  
ΙΩΑΝΝΗΣ ΜΠΕΡΜΠΕΡΟΓΛΟΥ



Υποβλήθηκε για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του  
Διπλώματος Πολιτικού Μηχανικού

ΒΟΛΟΣ 2022

© 2022 Μαρία Γελαστοπούλου

© 2022 Ιωάννης Μπερμπέρογλου

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων των συγγραφέων (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

## **Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) Δρ. Δημήτριος Σ. Σοφιανόπουλος  
Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο  
Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Παναγιώτης Γουργιώτης  
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Χρήστος Παπακωνσταντίνου  
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

## Ευχαριστίες

Καταρχάς, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον επιβλέποντα της εργασίας μας, Καθηγητή κύριο Δημήτρη Σοφιανόπουλο, για την καθοδήγησή του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησής της. Επιπλέον, ευχαριστούμε τον αναπληρωτή Καθηγητή κύριο Πάνο Γουργιώτη για την αμέριστη βοήθειά του και τη διάθεσή του να λύσει κάθε απορία μας σχετική με την κατανόηση του λογισμικού ABAQUS. Ευχαριστούμε τους φίλους μας για τη συνεχή παρουσία τους και πάνω από όλα, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τους γονείς μας για την αγάπη και τη συνεχή υποστήριξή τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μας.

Μαρία Γελαστοπούλου  
Ιωάννης Μπερμπέρογλου

# ΛΥΓΙΣΜΟΣ ΡΑΒΔΩΝ ΑΠΟ ΚΡΑΜΑΤΑ ΜΝΗΜΗΣ ΜΟΡΦΗΣ/ΣΧΗΜΑΤΟΣ (SMAs): ΠΡΟΪΣΤΟΡΙΑ, ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ ΚΑΙ ΠΡΟΣΦΑΤΕΣ ΤΑΣΕΙΣ

Μαρία Γελαστοπούλου

Ιωάννης Μπερμπέλογλου

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, 2022

Επιβλέπων Καθηγητής: Δημήτριος Σοφιανόπουλος, Καθηγητής

## Περίληψη

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία ασχολείται με τον λυγισμό ράβδων από κράματα μνήμης μορφής/σχήματος. Μετά από το δυνατόν πληρέστερη βιβλιογραφική ανασκόπηση επί του αντικειμένου αυτού, παρέχεται λεπτομερής αναφορά στους καταστατικούς νόμους που έχουν κατά καιρούς προταθεί για τα υλικά αυτά, με έμφαση στα σχετικά προσομοιώματα/μοντέλα αυτών που είναι ενσωματωμένα σε εμπορικά ή ελεύθερης πρόσβασης λογισμικά. Η όλη εργασία επικεντρώνεται στη συνέχεια με την γραμμική και μη γραμμική ανάλυση λυγισμού τεσσάρων συνδυασμών ράβδων SMA (από πλευράς γεωμετρίας και χαρακτηριστικών υλικού) μέσω του μοντέλου υπερελαστικότητας του Abacus. Υπολογίζονται τα φορτία γραμμικού και μη γραμμικού λυγισμού και λαμβάνονται οι σχετικοί δρόμοι ισορροπίας και οι παραμορφώσεις κάθε ράβδου. Τα αριθμητικά αποτελέσματα κατέδειξαν ιδιαίζουσα απόκριση ευστάθειας, που για να επαληθευθούν απαιτούνται πειράματα και βαθμονόμηση των εξαγομένων τους, με σκοπό τη χρήση τέτοιων ράβδων στο Δομοστατικό Σχεδιασμό.

**Λέξεις Κλειδιά:** *Κράματα Μνήμης Μορφής/Σχήματος, Ανάλυση Ευστάθειας, Μη Γραμμική Απόκριση, Λυγισμός, Πεπερασμένα Στοιχεία.*

# BUCKLING OF SHAPE MEMORY ALLOY BARS (SMAs): OVERVIEW, CONSTITUTIVE LAWS AND RECENT TRENDS

Maria Gelastopoulou

Ioannis Berberoglou

University of Thessaly, Department of Civil, Engineering, 2022

Supervisor: Dimitrios S. Sophianopoulos, Pofessor

## **Abstract**

The present Diploma Thesis deals with the buckling of bars made from Shape Memory Alloys. After a comprehensive overview on the subject, detailed information is given, regarding the existing constitutive laws of the material emphasizing on the relevant models incorporated in modern commercial as well as open access software. The whole work focuses on the linear as well as nonlinear stability of a set of four SMA bars (concerning geometrical properties and material characteristics) via Abacus FE software, utilizing the embedded superelasticity model therein. The linear and nonlinear critical loads were calculated, and the relevant equilibrium paths as well as the deformed shape of each bar before and at nonlinear buckling were given. The numerical results obtained showed a particular buckling response, which should be verified by experiments, in order to use such bars for structural design purposes.

**Key Words:** *Shape memory alloys, Stability Analysis, Nonlinear response, Buckling, Finite Elements.*

<b>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</b>	<b>σελίδα</b>
<b>Σκοπός, Αντικείμενο και Διάρθρωση της Εργασίας</b>	viii
<b>Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup> :</b> Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	1
Βιβλιογραφία	13
<b>Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup> :</b> Καταστατικοί Νόμοι και Μοντέλα SMA σε Λογισμικά	15
Βιβλιογραφία	23
<b>Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup> :</b> Προσομοίωση του λυγισμού ράβδων SMA	
στο λογισμικό Abaqus	26
Βιβλιογραφία	31
<b>Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup> :</b> Αριθμητικά Αποτελέσματα και Σχολιασμός	33
Βιβλιογραφία	46
<b>Κεφάλαιο 5<sup>ο</sup> :</b> Συμπεράσματα και Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα	47

## Σκοπός, Αντικείμενο και Διάρθρωση της Διπλωματικής

Ο σκοπός και το αντικείμενο της Εργασίας έχουν ήδη αναφερθεί στην περίληψη που προηγήθηκε, οπότε δεν θα επαναληφθεί εδώ για λόγους συντομίας.

Από πλευράς διάρθρωσης, η Εργασία απαρτίζεται από πέντε (5) Κεφάλαια, και κάθε ένα από αυτά (πλην του 5<sup>ου</sup>) συνοδεύεται και από την σχετική με αυτό βιβλιογραφία.

Το περιεχόμενο των Κεφαλαίων συνοψίζεται ως:

**Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup>** : Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

**Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup>** : Καταστατικοί Νόμοι και Μοντέλα SMA σε Λογισμικά

**Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup>** : Προσομοίωση του λυγισμού ράβδων SMA  
στο λογισμικό Abaqus

**Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup>** : Αριθμητικά Αποτελέσματα και Σχολιασμός

**Κεφάλαιο 5<sup>ο</sup>** : Συμπεράσματα και Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup> : Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Τα Κράματα Μνήμης Μορφής/Σχήματος (Shape Memory Alloys, SMAs) έχουν την ιδιότητα να σχηματίζουν δύο μορφές κρυσταλλικής δομής, οι οποίες προκαλούνται κατά την φόρτιση και την αποφόρτιση του υλικού. Κατά τη διάρκεια της φόρτισης λαμβάνει χώρα η μετάβαση από την ωστενιτική στην μαρτενσιτική δομή, με την ολοκλήρωση της οποίας το υλικό συμπεριφέρεται ελαστικά. Κατά την αποφόρτιση ακολουθείται ο αντίστροφος μετασχηματισμός, κατά τον οποίον η κρυσταλλική δομή επανέρχεται στην αρχική της μορφή, την ωστενιτική.

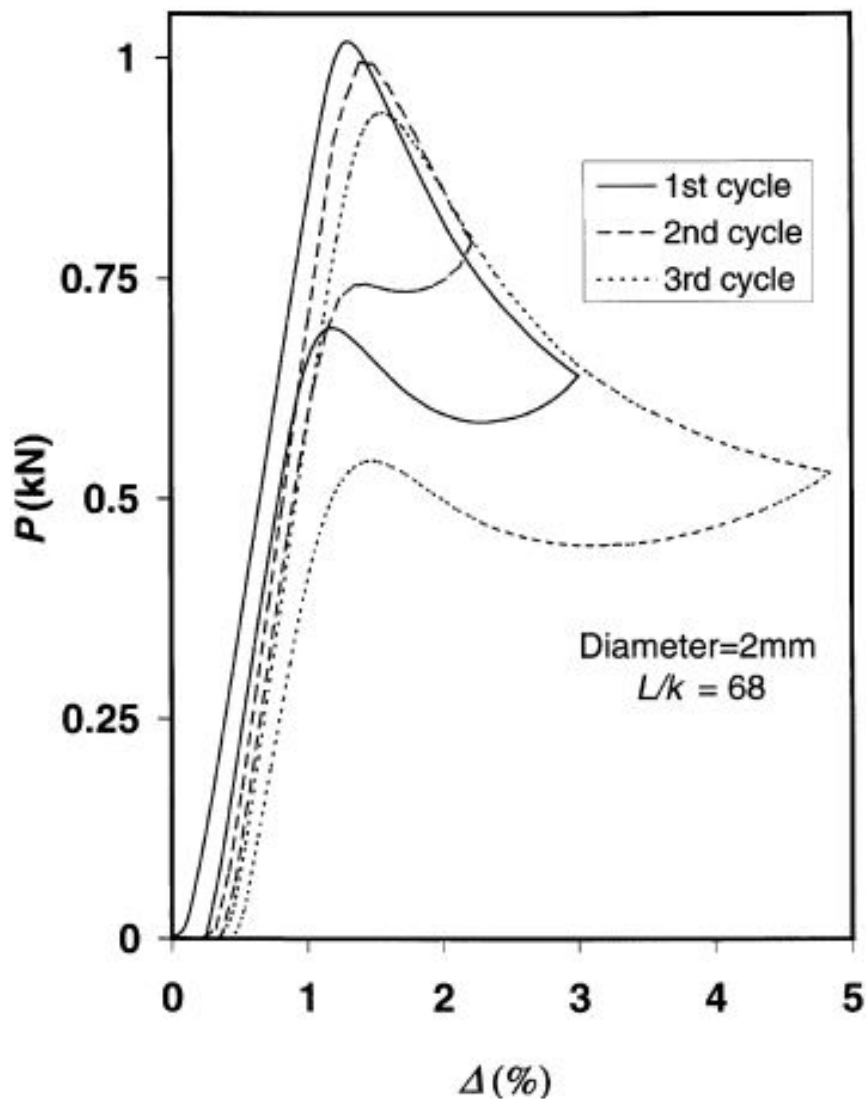
Επιπλέον, εμφανίζουν την ιδιότητα της υπερελαστικότητας, φαινόμενο το οποίο επιτρέπει στα SMAs να επιστρέφουν στην αρχική τους κατάσταση μετά την αποφόρτιση, ακόμα και μετά από παραμορφώσεις της τάξεως του 15%. Οι ιδιότητες αυτές κατατάσσουν τα SMAs στην κατηγορία των «έξυπνων» υλικών και τα καθιστούν ως μερικά από τα δημοφιλέστερα υλικά για εφαρμογές στην ρομποτική, την αεροναυτική, την βιοϊατρική και φυσικά την αντισεισμική τεχνολογία, ως αποσβεστήρες, αντηρίδες ή και ως ράβδοι προέντασης.

Παρόμοια με το χάλυβα, εμφανίζουν υψηλή αντοχή σε κόπωση και διάβρωση. Τα κράματα Νικελίου – Τιτανίου (Ni-Ti) είναι ο δημοφιλέστερος τύπος SMAs και αποτελούν και το πεδίο έρευνας της παρούσας εργασίας. Όντας μεταλλικά στοιχεία, είναι σημαντικό πεδίο διερεύνησης η συμπεριφορά τους σε λυγισμό.

Οι Rahman, Qiu και Tani (2001)<sup>[1]</sup> πραγματοποίησαν ένα πείραμα που αφορά ράβδους SMA, ράβδους SUS304 (δημοφιλής ποιότητα ανοξείδωτου χάλυβα) & αλουμινίου, οι οποίες καταπονούνται σε αξονική θλίψη πέρα από το σημείο αστάθειας και κατόπιν αποφορτίζονται με σκοπό την επιστροφή των ράβδων στην αρχική τους μορφή.

Εξαιτίας της ιδιαίτερης καμπύλης τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης και της ιδιότητας της υπερελαστικότητας, παρατηρήθηκε ότι το φορτίο λυγισμού μιας SMA ράβδου αυξανόταν σημαντικά καθώς μειωνόταν η λυγηρότητα ( $L/k$ ) και ξεπερνούσε αυτό της ράβδου από SUS304. Συγκεκριμένα, η ράβδος με λυγηρότητα 38 εμφάνισε δύο οριακά σημεία, με το δεύτερο να είναι υψηλότερο, διαφέροντας χαρακτηριστικά από τη συνήθη μορφή πτώσης φορτίου στην μετά-λυγισμό περιοχή. Για ακόμα μεγαλύτερη λυγηρότητα (68-128), η δύναμη επαναφοράς των SMA ράβδων αυξήθηκε δραματικά. Όπως είναι αναμενόμενο, όσο βραχύτερα τα στοιχεία, τόσο μεγαλύτερο το φορτίο λυγισμού. Ακόμη, παρατηρήθηκε ότι, όταν δεν είναι πολύ μικρές σε μήκος, οι ράβδοι από SMA μπορούν να επανακτήσουν την αρχική τους μορφή μετά την πλήρη αποφόρτιση. Μόνο για περιπτώσεις μεγάλης λυγηρότητας, οι ράβδοι αλουμινίου παρουσιάζουν ελαφρώς μεγαλύτερα φορτία λυγισμού

από αυτά των SMAs, εμφανίζοντας όμως μεγάλες παραμένουσες παραμορφώσεις. Τέλος, λόγω των πολύ μικρών παραμενουσών παραμορφώσεων οι ράβδοι με λυγηρότητα 68-128, συμπεραίνεται πως μπορούν να χρησιμοποιηθούν για επανειλημμένες φορτίσεις, όπως χαρακτηριστικά φαίνεται στο Σχήμα 1.1.



Σχήμα 1.1. Καμπύλες φορτίου - μείωσης μήκους μετά από τρεις κύκλους φόρτισης για ράβδο SMA με λυγηρότητα 68 (Rahman et al<sup>[1]</sup>).

Οι ίδιοι συγγραφείς<sup>[2]</sup>, προέβησαν σε αριθμητική προσομοίωση των ως άνω πειραμάτων, μέσω του λογισμικού ANSYS. Πιο συγκεκριμένα, με βάση τις πειραματικές καμπύλες τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων της προηγούμενης εργασίας, διαπιστώθηκε ότι ακόμα και για πολύ λυγηρές ράβδους SMA η τάση αυξάνει και ξεπερνά το όριο αναλογίας. Τούτο καταδεικνύει την ανάγκη υιοθέτησης μη γραμμικού καταστατικού νόμου για το υλικό.

Ένα ακόμα πείραμα αφορά έναν καμπύλο στύλο κράματος μνήμης μορφής. Στη σχετική δημοσίευση (Urushiyama et al, 2003)<sup>[3]</sup> ερευνάται η συμπεριφορά κατά την ευθυγράμμιση

(straightening) ενός αρχικά καμπύλου στύλου SMA κατά τον λυγισμό και συγκρίνονται τα αποτελέσματα με αυτά του λυγισμού ενός ευθύγραμμου στύλου. Παράλληλα, καθώς οι μηχανικές ιδιότητες των SMAs επηρεάζονται από τις συνθήκες της κάθε φάσης, οι ερευνητές μετρούσαν την θερμοκρασία ταυτόχρονα με το πείραμα και έτσι αντιλαμβάνονταν την κάθε διαφορετική φάση. Για το πείραμα χρησιμοποιήθηκε μία ράβδος Ti-Ni-Cu<sub>10</sub>. Παρατηρήθηκε ότι καθώς ο στύλος υποβαλλόταν σε φορτία κάμψης, η καμπυλότητά του μειωνόταν.

Αυτός είναι ένας τρόπος αυτοβελτίωσης του σχήματος του στύλου και ως αποτέλεσμα του δίνει την δυνατότητα να αντέξει περίπου το ίδιο φορτίο λυγισμού με αυτό ενός ευθύγραμμου στύλου. Ταυτόχρονα, μετρώντας την θερμοκρασία διαπιστώθηκε ότι η διαδικασία της αυτοβελτίωσης του σχήματος του στύλου συνέβη κάτω των 51.9°C = As, όπου As η θερμοκρασία κατά την οποία ξεκινά η αλλαγή από την μαρτενσιτική στην ωστενιτική φάση. Έπειτα, το πείραμα βαθμονομήθηκε με αναλυτικές μεθόδους και τελικά διαπιστώθηκε ότι η ικανότητα αλλαγής σχήματος πραγματοποιήθηκε λόγω του φαινομένου της twinning<sup>1</sup> παραμόρφωσης κατά την μαρτενσιτική φάση.

Οι Pereiro-Barceló και Bonet (2017)<sup>[4]</sup> ανέλυσαν την απόκριση σε θλίψη SMA ράβδων Ni-Ti. Τονίστηκε αρχικά ότι τα εν λόγω κράματα ναι μεν διαθέτουν ισχυρά πλεονεκτήματα (όπως το φαινόμενο της ανάκτησης σχήματος – υπερελαστικότητα αλλά και η μεγάλη ολκιμότητα και δυνατότητα απόσβεσης), πλην όμως το μέτρο ελαστικότητας τους μπορεί να είναι 3 ή 4 φορές μικρότερο αυτού του χάλυβα (210 GPa). Τούτο εξαρτώμενο από την χημική σύσταση και τη θερμική του κατεργασία, με αποτέλεσμα την αστάθεια σε λυγισμό. Βασικός στόχος της εργασίας ήταν η πρόταση ενός τροποποιημένου καταστατικού νόμου – μοντέλου για ράβδους Ni-Ti, που λαμβάνει υπόψη του την αστάθεια λόγω θλίψης.

Αρχικά, έλαβε χώραν μια σειρά από έξι (6) πειράματα θλίψης ράβδων τόσο από χάλυβα όσο και SMA Ni-Ti (διαμέτρου 12 mm και διαφόρων λυγηροτήτων).

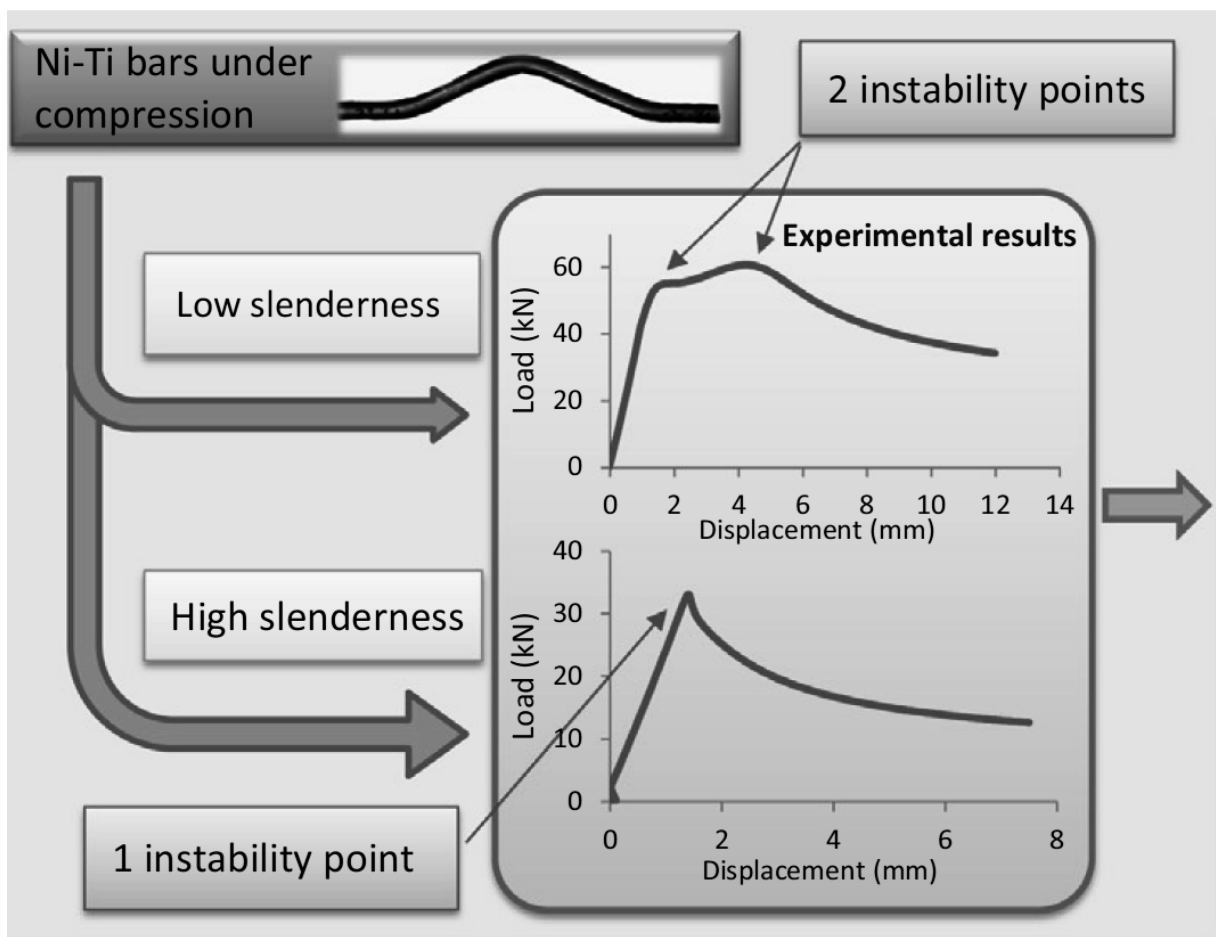
Το σπουδαιότερο εύρημα από τα πειράματα θλίψης των Ni-Ti SMA ράβδων ήταν ότι οι ράβδοι χαμηλής λυγηρότητας εμφάνισαν δύο σημεία αστάθειας, σε αντίθεση με αυτές μεγάλης λυγηρότητας, που εμφάνισαν μόνο ένα τέτοιο (οριακό) σημείο. Τούτο απεικονίζεται στα διαγράμματα φορτίου μετατόπισης του Σχήματος 1.2.

Έγινε αντιληπτό πως για περιπτώσεις χαμηλής λυγηρότητας, μετά το πρώτο σημείο αστάθειας, το φορτίο αντί να μειώνεται αυξάνεται και η ράβδος εισέρχεται στην περιοχή του μαρτενσιτικού μετασχηματισμού. Με τη λήξη της μαρτενσιτικής αντίδρασης και για μεγαλύτερες παραμορφώσεις, ξεκινά και η μείωση του φορτίου οδηγώντας πρακτικά σε διάγραμμα με δύο σημεία αστάθειας. Καθίσταται έτσι σημαντικό το μέτρο ελαστικότητας της μαρτενσιτικής δομής (Σχήμα 1.3). Για μεγάλη λυγηρότητα, το μέτρο ελαστικότητας τη

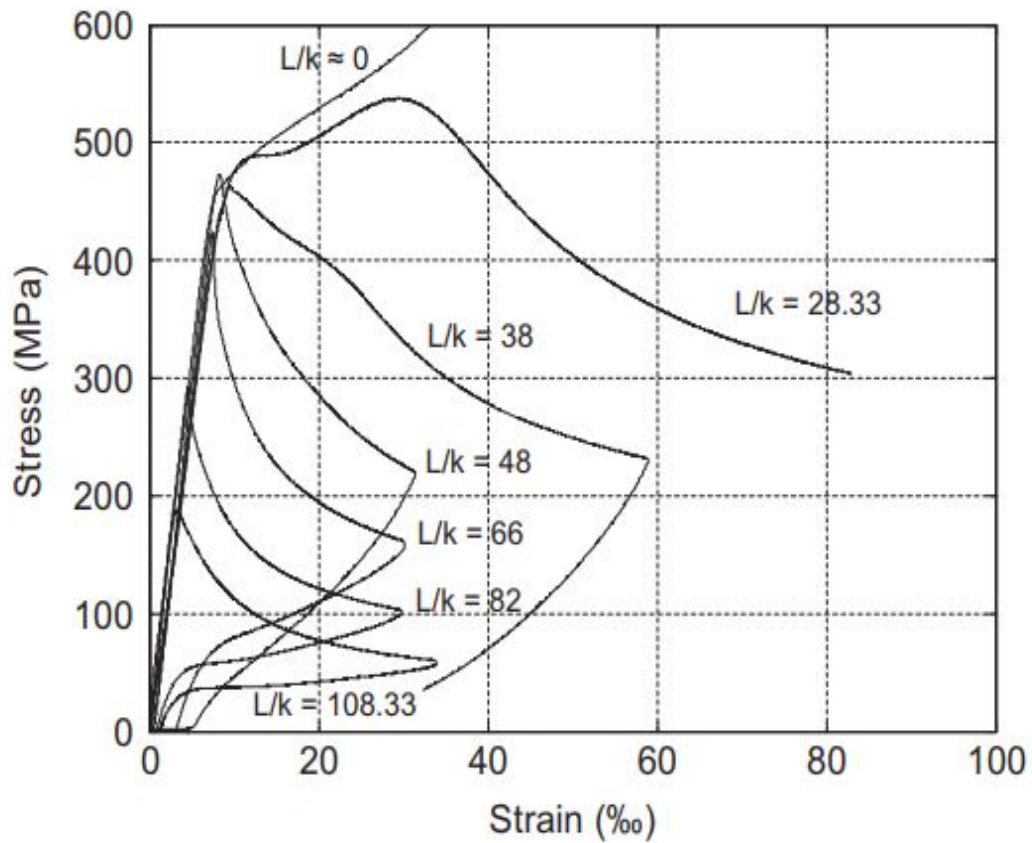
---

<sup>1</sup> διδυμικής

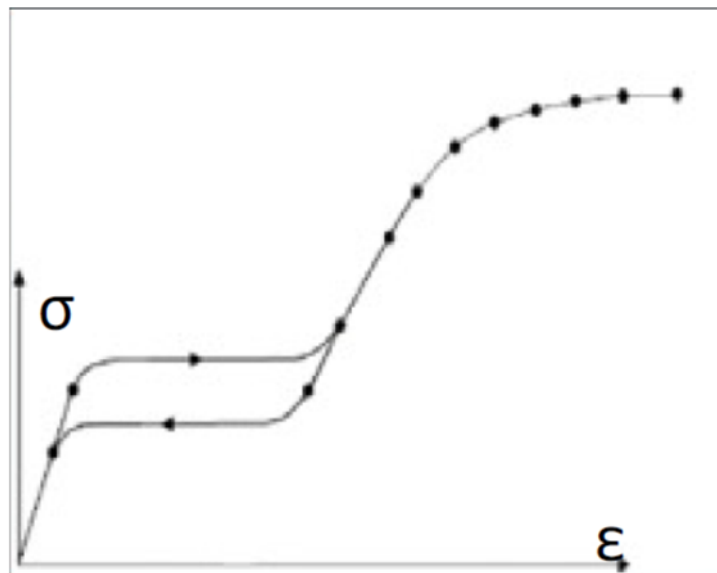
μαρτενσιτικής δομής δεν έχει τόση σημασία, καθώς το πρώτο σημείο αστάθειας εμφανίζεται για την τιμή του αρχικού μέτρου ελαστικότητας. Τέλος, προτάθηκε ένα αναλυτικό μοντέλο, το οποίο βασίζεται στην ισορροπία ενέργειας - ράβδου, για τον υπολογισμό της σχέσης Μέσης Τάσης – Ισοδύναμης Παραμόρφωσης καθώς και των σημείων αστάθειας, για ράβδους Ni-Ti και όχι μόνο. Τα αποτελέσματα της χρήσης του είχαν πολύ καλή συμφωνία τόσο με τα πειραματικά όσο και με αυτά της ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων (Abacus, ενσωματωμένο μοντέλο των Auricchio και Sacco<sup>[5]</sup>). Προτερήματα του μοντέλου αποτελούν η ανεξαρτησία από το βαθμό διακριτοποίησης και των θεωρούμενων γεωμετρικών ατελειών, και κατά συνέπεια η μείωση του υπολογιστικού χρόνου και των προβλημάτων σύγκλισης, ενώ ποιοτικά η μορφή του φαίνεται στο Σχήμα 1.4.



Σχήμα 1.2. Δρόμοι ισορροπίας θλιβόμενης ράβδου Ni-Ti, πειραματικά αποτελέσματα (Pereiro-Barceló, Bonet 2017)<sup>[4]</sup>

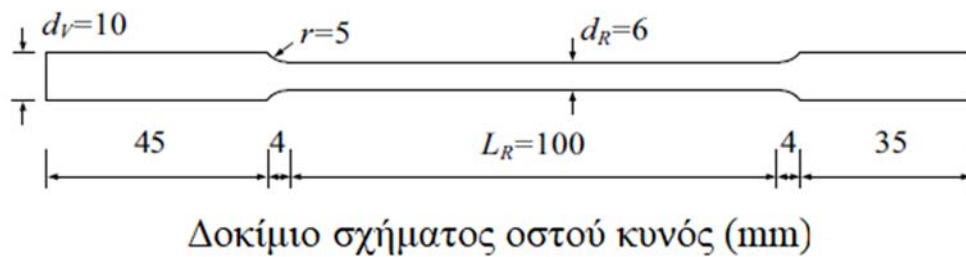


Σχήμα 1.3. Διάγραμμα Τάσεων – Ανηγμένων Παραμορφώσεων για διάφορες τιμές λυγηρότητας. Είναι εμφανή τα δύο σημεία αστάθειας και η μείωση του Μέτρου Ελαστικότητας στη μαρτενσιτική δομή. (Pereiro-Barcelo, Bonet, 2017)<sup>[4]</sup>

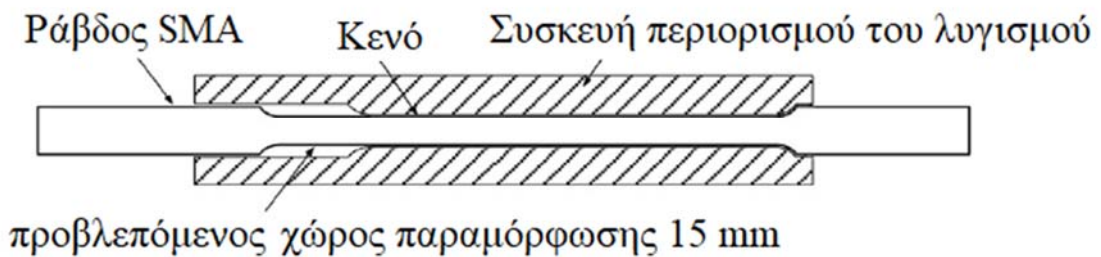


Σχήμα 1.4. Ποιοτική εικόνα του αναλυτικού μοντέλου των Pereiro-Barcelo, Bonet, 2017<sup>[4]</sup>

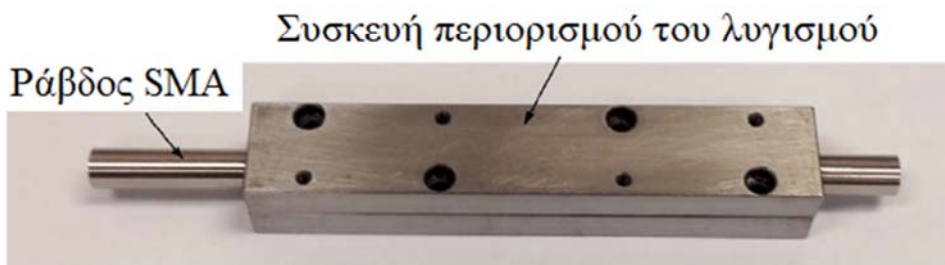
Δεδομένης της ιδιότητας των SMAs να ανακτούν την αρχική μορφή τους ακόμα και μετά από μεγάλη παραμόρφωση, εξετάστηκε η χρήση τους σε αντισεισμικές εφαρμογές, διεξάγοντας πειράματα ανακυκλιζόμενης φόρτισης εφελκυσμού – θλίψης, χρησιμοποιώντας συσκευές περιορισμού του λυγισμού (Buckling Restrained Devices, BRD). Χαρακτηριστικά μνημονεύεται η εργασία των Wang και Zhu, 2018<sup>[6]</sup>, στην οποία οι συγγραφείς ασχολήθηκαν με την απόκριση σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση εφελκυσμού – θλίψης ράβδων SMA εφοδιασμένων με μια τέτοιου είδους συσκευή, ως Σχήμα 1.5.



(α)



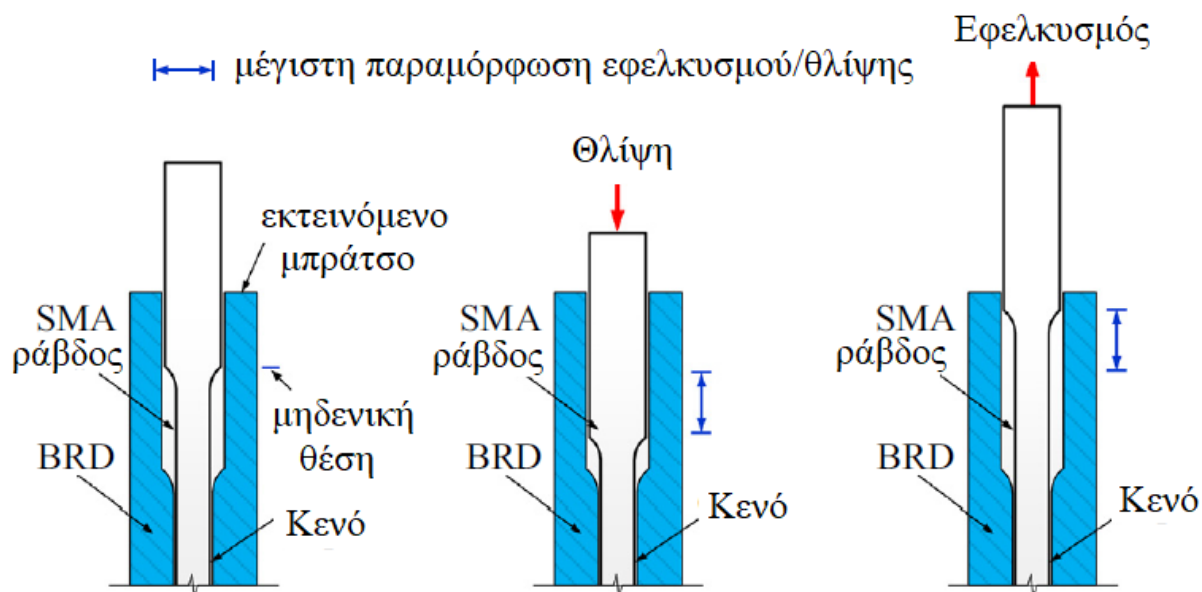
(β)



(γ)

Σχήμα 1.5. Δοκίμιο ράβδου SMA με BRD (Wang και Zhu, 2018<sup>[6]</sup>)

Η απόκριση παραμόρφωσης σε θλίψη και λυγισμό απεικονίζεται στο Σχήμα 1.6.



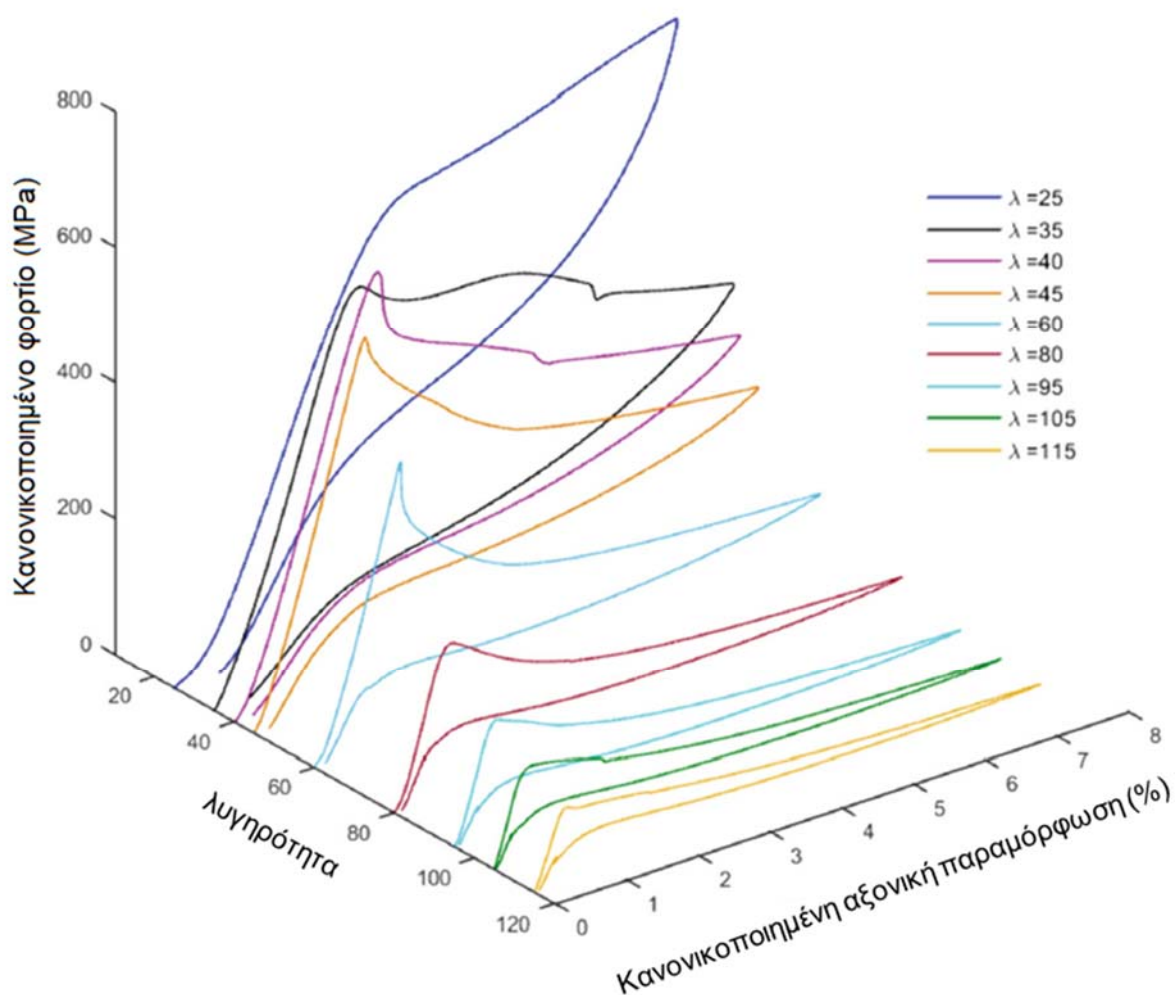
Σχήμα 1.6. Απόκριση ράβδου SMA με BRD σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση (Wang και Zhu, 2018<sup>[6]</sup>)

Παρόλα τα σπουδαία ευρήματα της τρέχουσας εργασίας, δεν θα υπάρξει εδώ περαιτέρω αναφορά στο περιεχόμενο της, καθώς – ουσιαστικά – δεν περιέχει στοιχεία πραγματικού ανεμπόδιστου λυγισμού ράβδων SMA.

Μια σχετική με το περιεχόμενο της Εργασίας πειραματική έρευνα, περιγράφεται στην πρόσφατη εργασία των Aswaf et al 2020<sup>[7]</sup>. Αφορά την πειραματική διερεύνηση της λυγισμικής και μεταλυγισμικής απόκρισης υπερελαστικών ράβδων Ni-Ti SMA διαμέτρου 12 mm. Αρχικά χαρακτηρίστηκαν οι αποκρίσεις σε εφελκυσμό και θλίψη των ράβδων υπό μονοτονική φόρτιση μέχρι την αστοχία. Τα πειράματα διενεργήθηκαν σε ένα σύνολο 15 δοκιμών με λυγηρότητες μεταξύ 25 και 115, για την μελέτη του κρίσιμου φορτίου λυγισμού και της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς των ράβδων SMA. Εφαρμόστηκε συσχέτιση ψηφιακής εικόνας (Digital Image Correlation, DIC) για την παρακολούθηση των επιφανειακών μετατοπίσεων πλήρους πεδίου. Επιπρόσθετα, εξερευνήθηκε η αλληλεπίδραση μεταξύ της μη γραμμικότητας υλικού λόγω μετασηματισμού φάσης και της γεωμετρικής μη γραμμικότητας. Δεδομένα που αποκτήθηκαν από το σύστημα μετρήσεων DIC αναλύθηκαν περαιτέρω, για τον προσδιορισμό της έναρξης του λυγισμού και την εξαγωγή πειραματικών κρίσιμων φορτίων λυγισμού. Επίσης, εξετάστηκε η επιρροή του ρυθμού φόρτισης στη λυγισμική συμπεριφορά των ράβδων, μέσω επιπρόσθετων πειραμάτων σε ράβδους με τρεις

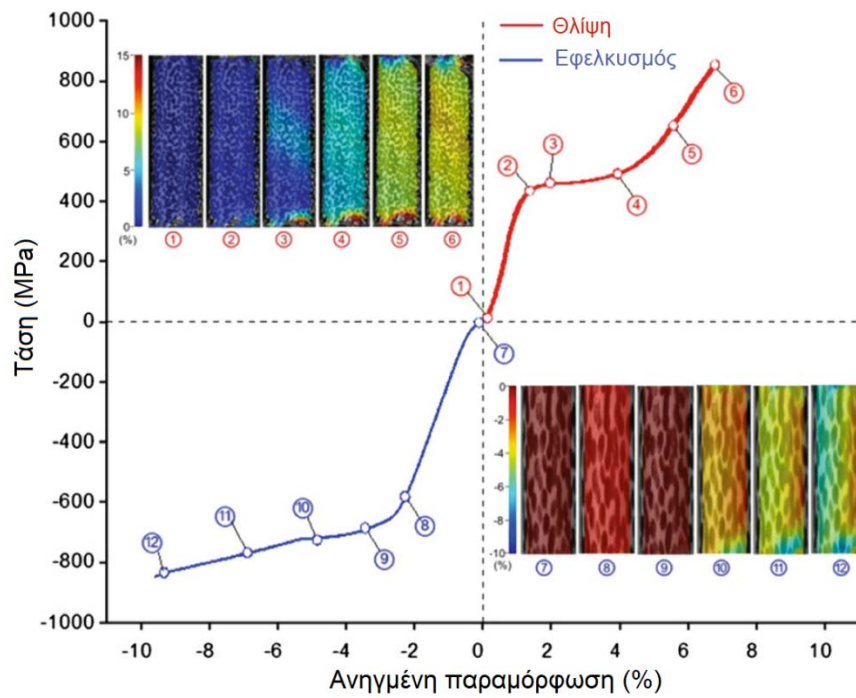
(3) επιλεγμένες λυγηρότητες με εφαρμογή υψηλότερων ρυθμών επιβολής φορτίου, ενώ μετρήθηκε και το πεδίο θερμοκρασιών της επιφάνειας των δοκιμίων με χρήση κάμερας υπέρυθρων. Υπολογίστηκαν τα αναλυτικά κρίσιμα φορτία λυγισμού και συγκρίθηκαν με τα πειραματικά, βρέθηκε δε ότι όλα τα δοκίμια παρουσίασαν μια μοναδική συμπεριφορά σε λυγισμό, χαρακτηριζόμενη από μια σχεδόν πλήρη ανάκτηση σχήματος κατά την αποφόρτιση.

Πιο συγκεκριμένα, στο τρισδιάστατο Σχήμα 1.7 απεικονίζονται συνολικά οι καμπύλες κανονικοποιημένου θλιπτικού φορτίου – κανονικοποιημένης αξονικής παραμόρφωσης για όλες τις τιμές της λυγηρότητας των ράβδων των πειραμάτων. Αντίστοιχα, στο Σχήμα 1.8 παρατίθεται το διάγραμμα τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων σε θλίψη και εφελκυσμό των ράβδων SMA, συνοδευόμενο από περιγράμματα πεδίο αξονικής παραμόρφωσης.



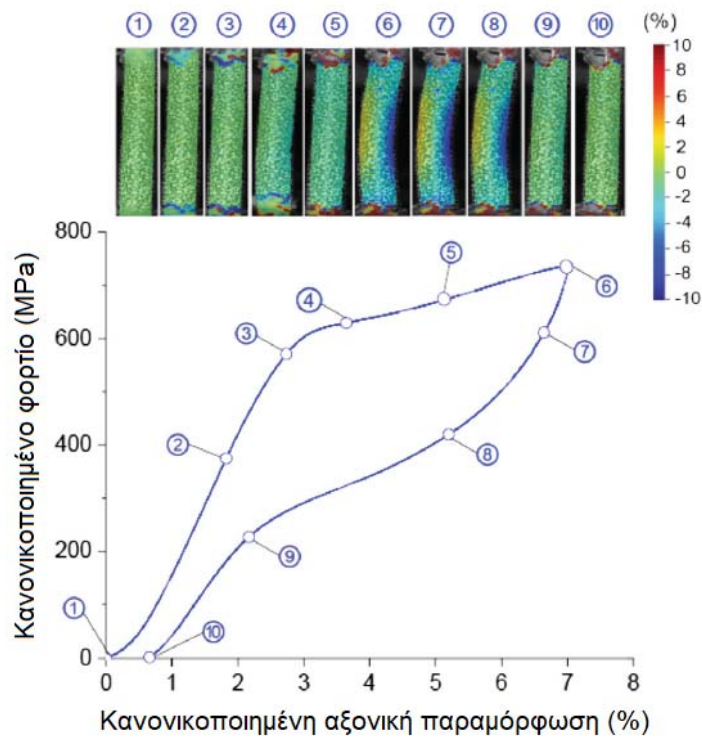
Σχήμα 1.7. Καμπύλες κανονικοποιημένων θλιπτικού φορτίου – αξονικής παραμόρφωσης για όλες τις λυγηρότητες (Aswaf et al 2020<sup>[7]</sup>)





Σχήμα 1.8. Εφελκυστική και θλιπτική απόκριση ράβδων SMA (Aswaf et al 2020<sup>[7]</sup>)

Για εποπτικούς λόγους παρουσιάζεται επίσης, στο Σχήμα 1.9, και το διάγραμμα κανονικοποιημένων τάσεων – αξονικών μετατοπίσεων (πεδίων) για ράβδο λυγηρότητας 25.



Σχήμα 1.9. Μηχανική συμπεριφορά και πεδία αξονικών παραμορφώσεων ( $\lambda=25$ )

Για όλες τις ράβδους επιβεβαιώθηκε η αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ λυγηρότητας - τάσης λυγισμού, αλλά και η υπερελαστική συμπεριφορά, καθώς για φορτίσεις αρκετά πέρα του λυγισμού και μετατοπίσεις ανώτερες του 7%, οι παραμένουσες παραμορφώσεις ήταν σχεδόν μηδαμινές. Οι εικόνες των στοιχείων είναι κατατοπιστικές για την μελέτη της συμπεριφοράς των ράβδων υπό καθαρή θλίψη, καθώς είναι ξεκάθαρο το πως οι εσωτερικές περιοχές παραμορφώνονται και θερμαίνονται περισσότερο και κατά συνέπεια ολοκληρώνουν ταχύτερα το μετασχηματισμό στην μαρτενσιτική δομή.

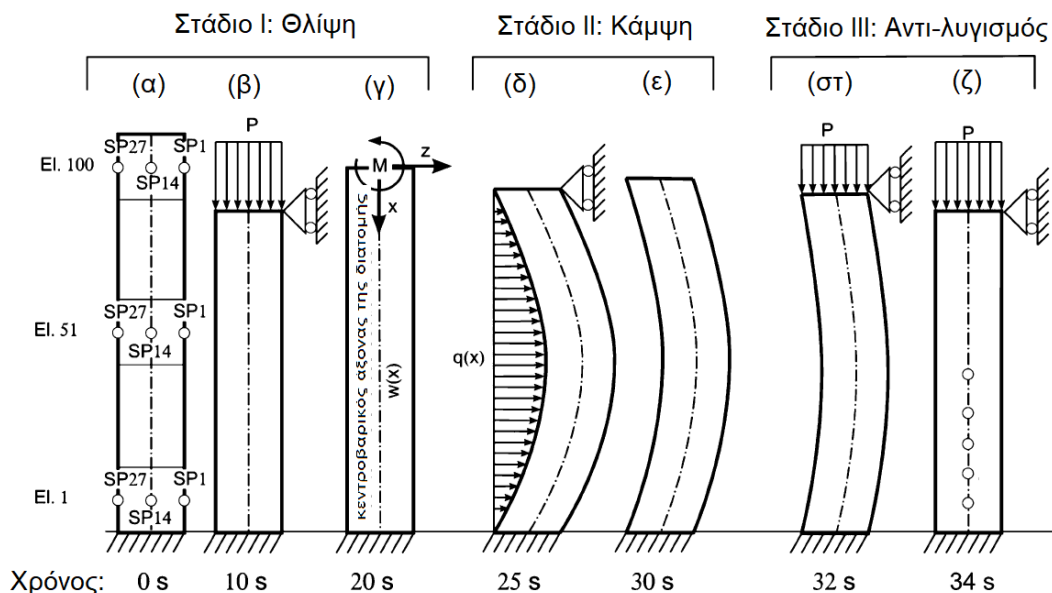
Επιπλέον, διαπιστώθηκε ότι για τιμές της λυγηρότητας έως  $\lambda=45$  οι ράβδοι εμφανίζουν ανελαστική συμπεριφορά λυγισμού, ενώ πέρα από αυτή την τιμή ο λυγισμός πραγματοποιείται ελαστικά.

Τέλος, σε πειράματα με αυξανόμενη συχνότητα επιβολής φορτίου, αποδείχθηκε ότι τα μεγαλύτερα φορτία λυγισμού παρατηρούνται για τα στοιχεία με τιμές λυγηρότητας από 35 έως 80. Επιπλέον, διαπιστώνεται η ευαισθησία στη συχνότητα επιβολής της φόρτισης λόγω της αλληλεπίδρασης της θερμοκρασίας που εξάγεται με τον μετασχηματισμό της δομής του υλικού.

Ιδιαίτερη μνεία πρέπει να δοθεί σε μελέτες που αφορούσαν το φαινόμενο “unbuckling” ράβδων SMA, που ελεύθερα μεταφράζεται σε «αντι-λυγισμικό». Οι πλέον χαρακτηριστικές οφείλονται η μεν σχετικά παλιότερη στους Richter et al (2011)<sup>[8]</sup> και η πιο πρόσφατη στους Watkins και Shaw (2018)<sup>[9]</sup>.

Η πρώτη από αυτές είχε σαν αντικείμενο την μέσω πεπερασμένων στοιχείων προσομοίωση του φαινομένου, βάσει αρχών της θερμομηχανικής και της κρυσταλλογραφικής δομής των SMAs. Όντως, τα κράματα μνήμης σχήματος αποτελούν μια ενδιαφέρουσα κατηγορία υλικών, που διαθέτουν περίπλοκη θερμομηχανική αλληλεπίδραση μεταξύ της ωστενιτικής και μαρτενσιτικής φάσης. Οι μετασχηματισμοί μεταξύ αυτών των φάσεων μπορεί να προκληθούν είτε από τάσεις είτε από θερμοκρασία, οπότε οι σχετικές καμπύλες τάσεων – ανηγμένων παραμορφώσεων εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από την θερμοκρασία, με αποτέλεσμα η μηχανική συμπεριφορά των SMAs να ταξινομείται ευρέως ως *ψευδοπλαστικότητα* (σε χαμηλή θερμοκρασία) και σε *ψευδοελαστικότητα* (σε υψηλές θερμοκρασίες). Κρυσταλλογραφικές παρατηρήσεις έχουν οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι τα SMAs εμφανίζουν *πολυεπίπεδη* κρυσταλλική δομή. Την εν λόγω δομή αναπαριστά με ικανοποιητική ακρίβεια το μοντέλο MAS (Müller-Achenbach-Seelecke, αναφορές 3-11 του σχετικού άρθρου). Σε αυτό, θεωρούνται ιδανικά μεσοσκοπικά στρώματα κρυστάλλου στις τρεις φάσεις, την ωστενιτική (A) και τις δύο μαρτενσιτικές (M+ και M-). Περαιτέρω περιγραφή του μοντέλου εκφεύγει των σκοπών της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας.

Ως χαρακτηριστικό της όλης έρευνας, παρατίθεται παρακάτω το Σχήμα 1.10, όπου απεικονίζονται τα τρία στάδια φόρτισης μιας ψευδοπλαστικής ράβδου SMA για να παραχθεί το φαινόμενο αντι-λυγισμού (πειραματική διαδικασία).



Σχήμα 1.10. Τα τρία στάδια φόρτισης μιας ψευδοπλαστικής ράβδου SMA για την αναπαραγωγή του φαινομένου του αντι-λυγισμού (Richter et al 2011<sup>[8]</sup>)

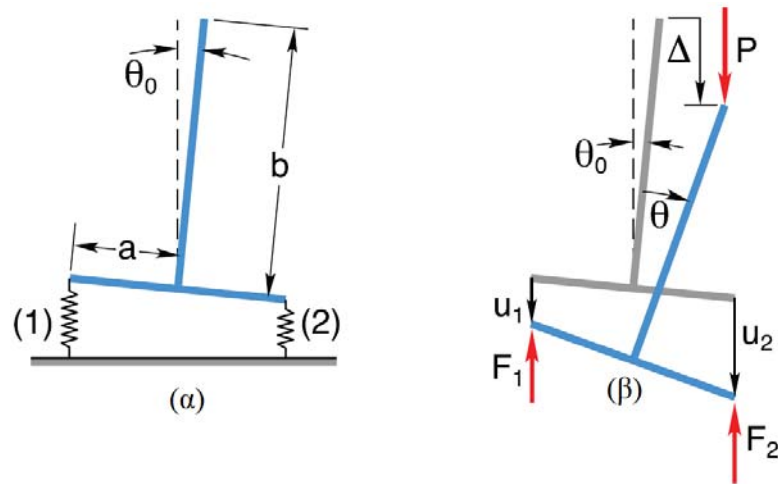
Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του μοντέλου MAS βρέθηκαν σε πολύ καλή συμφωνία με αυτά από το λογισμικό Abacus στην ψευδοπλαστική περιοχή απόκρισης.

Το περιεχόμενο της δεύτερης εκ των ως άνω εργασιών βρίσκεται πολύ περισσότερο εντός του αντικειμένου της παρούσας Διπλωματικής, από ότι αυτό της πρώτης. Σε πρόσφατα μονοτονικής φύσης πειράματα λυγισμού των συγγραφέων σε υπερελαστικούς στύλους SMA (αρχικά ευθύγραμμους, είτε πλήρους κυκλικής διατομής είτε κοίλης κυκλικής) διαπιστώθηκε ότι ορισμένα δοκίμια λύγισαν για κάποιο κρίσιμο θλιπτικό φορτίο και μετά, παραδόξως, επανήλθαν στην ευθυγραμμία (“unbuckled”) για μεγαλύτερο θλιπτικό φορτίο<sup>2</sup>. Τούτο βρίσκεται σε αντίθεση με την κλασσική μεταλυγισμική απόκριση συμβατικών υλικών (όπως π.χ. ο χάλυβας ή τα κράματα αλουμινίου) και μπορεί να αποτελέσει έναυσμα για νέες εφαρμογές. Με σκοπό την μεγαλύτερη κατανόηση του όλου φαινομένου (πως και πότε συμβαίνει), προτάθηκε η ανάλυση σε λυγισμό ενός προσομοιώματος δύο βαθμών ελευθερίας τροποποιημένου στύλου Shanley<sup>3</sup>, το οποίο δύναται να «συλλάβει» το φαινόμενο αυτό.

<sup>2</sup> Αυτό αποτελεί μια ασφαλή περιγραφή του φαινομένου του αντι-λυγισμού

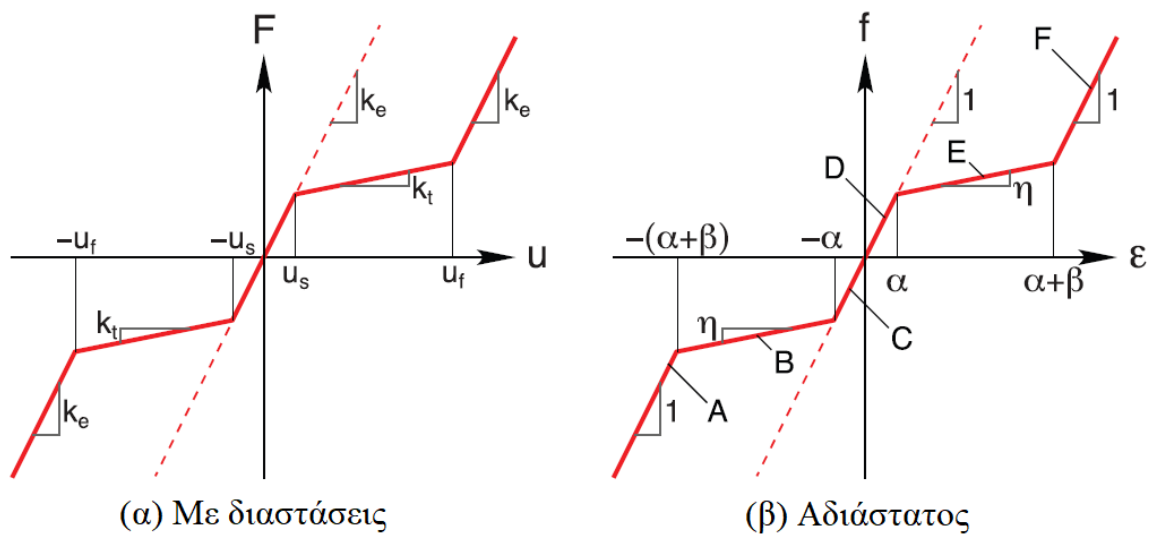
<sup>3</sup> Κλασσική ελαστοπλαστική δοκός

Το μοντέλο του στύλου αυτού απεικονίζεται στο Σχήμα 1.11, που έπεται.



Σχήμα 1.11. Μοντέλο στύλου Shanley: (α) Αφόρτιστη κατάσταση με αρχική ατέλεια  $\theta_0$ , (β) διάγραμμα ελευθέρου σώματος μετά τη φόρτιση (Watkins και Shaw 2018<sup>[9]</sup>)

Ο τριγωνικός καταστατικός νόμος των (μη γραμμικά ελαστικών) ελατηρίων για την προσομοίωση της υπερελαστικής απόκρισης της θεμελίωσης του στύλου φαίνεται στο Σχήμα 1.12. Για λόγους απλότητας, αγνοήθηκαν η υστέρηση φόρτισης-αποφόρτισης, η διαφορά μεταξύ των ελαστικών μέτρων στις δύο φάσεις (ωστενιτικής, μικρών παραμορφώσεων – μαρτενσιτικής, μεγάλων παραμορφώσεων) καθώς και οι στρογγυλεμένες γωνίες της πραγματικής συμπεριφοράς των SMA. Τούτο πιθανώς να επηρέαζε τα αποτελέσματα από ποσοτικής πλευράς, όχι όμως και την αναγνώριση του πραγματικού αιτίου του αντι-λυγισμού.



Σχήμα 1.12. Καταστατικός νόμος των ελατηρίων του μοντέλου (Watkins και Shaw, 2018<sup>[9]</sup>)

Κατά συνέπεια, υφίστανται εννέα (9) σχετικά ζεύγη των καταστατικών καθεστώτων (constitutive regimes) των ελατηρίων κατά την θλίψη του στύλου Shanley, που είναι:

### **Κατάσταση φόρτισης**

Αμιγής Θλίψη

Εφελκυσμός και Θλίψη (συνδυασμός)

### **Καταστατική Συμπεριφορά (Απόκριση)**

$D/D, D/E, D/F, E/E, E/F, F/F$

$A/F, B/F, C/F$

Λαμβάνοντας υπόψη την απλότητα του μοντέλου, οι προσομοιώσεις κατόρθωσαν με αξιοσημείωτη επιτυχία να προσεγγίσουν όλα τα σχετικά χαρακτηριστικά των πειραματικών ευρημάτων, όπως τις ιστορίες των θλιπτικών φορτίων, την αξονική επιβράχυνση, την πλευρική παραμόρφωση και τις ανηγμένες παραμορφώσεις των αντιθέτων διαμέτρων των διατομών των ράβδων. Επίσης αποκάλυψαν και την ύπαρξη και άλλων πιθανών ισορροπιών, που κανονικά θα ήταν απρόσιτες από πειράματα. Αυτές περιλάμβαναν είτε (1) μισούς βρόγχους συνδεδεμένους με δύο σημεία διακλάδωσης σε κομμάτια του κύριου δρόμου αντίστοιχων με μεγάλες παραμορφώσεις (για στύλους χωρίς ατέλεια) είτε (2) απομονωμένους πλήρεις βρόγχους για ορισμένους ατελείς στύλους.

Οι προσομοιώσεις αποκάλυψαν γιατί και πότε μπορεί να συμβεί αντι-λυγισμός, καταδεικνύοντας ότι απαιτείται μια ειδική αλληλουχία ευκαμψιάς/δυσκαμψιάς (softening/stiffening) στις απέναντι πλευρές του στύλου. Ο λυγισμός λαμβάνει χώρα όταν μια πλευρά του στύλου επιδεικνύει ευκαμψία και η απέναντι δυσκαμψία, ενώ αντι-λυγισμός όταν η πρώτη πλευρά καθίσταται δύσκαμπτη και η απέναντι εύκαμπτη. Αυτό μπορεί να συμβεί μόνο υπό έναν περιορισμένο συνδυασμό διαστάσεων του στύλου, μεγεθών ατέλειας και παραμέτρων του υλικού. Στην πραγματικότητα, αντι-λυγισμός μπορεί να συμβεί σε στύλους με μικρό έως μέτριο μήκος και για υλικά που έχουν την εύκαμπτη απόκριση τους για αρκούντως μικρές παραμορφώσεις.

Οι συγγραφείς στο τέλος των συμπερασμάτων τόνισαν ότι παραμένει ανοιχτή η ερώτηση του αν ο αντι-λυγισμός είναι απλά ένα ενδιαφέρον φαινόμενο ή αν στο μέλλον εφαρμογές θα μπορούσαν να εκμεταλλευτούν καινοτόμες συσκευές, που θα εμφανίζουν ελεγχόμενο και λειτουργικό αντι-λυγισμό.

### **Βιβλιογραφία**

[1] Rahman M., Qiu J., Tani J., (2001), Buckling and post-buckling characteristics of the superelastic SMA columns, *International Journal of Solids and Structures* **38**(50), pp. 9253-9265, [http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7683\(01\)00160-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7683(01)00160-3)

- [2] Rahman M., Qiu J., Tani J., (2005), Buckling and Postbuckling Characteristics of the Superelastic SMA Columns – Numerical Simulation, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **16**(9), pp. 691-702. <https://doi.org/10.1177/1045389X05054022>
- [3] Urushiyama Y., Lewinnek D., Qiu J. and Tani J., (2003), Buckling of Shape Memory Alloy Columns (Buckling of Curved Column and Twinning Deformation Effect), *JSME International Journal, Series A* **46**(1), pp. 60-67. <https://doi.org/10.1299/jsmea.46.60>
- [4] Pereiro-Barceló J., and Bonet J. L., (2019), Ni-Ti SMA bars behavior under compression, *Construction and Building Materials* **155**, pp. 348 – 362. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.08.083>
- [5] Auricchio, F., Sacco, E., (1997), A superelastic shape-memory-alloy beam model, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **8**(6), pp. 489-501. <https://doi.org/10.1177/1045389X9700800602>
- [6] Wang, B., Zhu, S., (2018), Cyclic tension–compression behavior of superelastic shape memory alloy bars with buckling-restrained devices **186**, pp. 103-113. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.07.047>
- [7] Asfaw A.M., Sherif M.M., Xing G., and Ozbulut O.E., (2020), Experimental Investigation on Buckling and Post-buckling Behavior of Superelastic Shape Memory Alloy Bars, *Journal of Materials Engineering and Performance* **29**, pp. 3127 – 3140. <https://doi.org/10.1007/s11665-020-04815-9>
- [8] Richter, F., Kastner, O., and Eggeler, G., (2011), Finite-Element Simulation of the Anti-Buckling-Effect of a Shape Memory Alloy Bar, *Journal of Materials Engineering and Performance* **20**, pp. 719-730. <https://doi.org/10.1007/s11665-010-9797-8>
- [9] Watkins R.T., and Shaw J.A., (2018), Unbuckling of superelastic shape memory alloy columns, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **29**(7), pp. 1360-1378. <https://doi.org/10.1177/1045389X17733331>

## **Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup>: Καταστατικοί Νόμοι και Μοντέλα SMA σε Λογισμικά**

Η εξέλιξη και η ανάπτυξη στον τομέα των SMA υλικών οδήγησαν και στην βελτιστοποίηση των μοντέλων που χρησιμοποιούνται για την ανάλυσή τους. Ο σχεδιασμός βασικών μοντέλων προσομοίωσης καθίσταται πολύπλοκος λόγω των απρόβλεπτων θερμομηχανικών ιδιοτήτων, καθώς και της υπερελαστικότητας των SMAs. Δύο αξιοσημείωτες προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται για να αποδειχθούν τα οφέλη των SMA υλικών είναι τα φαινομενολογικά και τα θερμοδυναμικά μοντέλα. Όσον αφορά τα φαινομενολογικά μοντέλα πολλοί ερευνητές έχουν προτείνει την προσέγγισή τους, μεταξύ των οποίων οι Tanaka και Nagaki (1982)<sup>[1]</sup>, Liang και Roger (1990)<sup>[2]</sup>, Huang και Brinson (1998)<sup>[3]</sup>, Auricchio και Sacco (1997)<sup>[4]</sup>. Το κοινό χαρακτηριστικό των παραπάνω ερευνών είναι ότι οι παράμετροι που χρησιμοποιούν προκύπτουν πειραματικά, ενώ η προσέγγιση των Auricchio και Taylor (1996)<sup>[5]</sup> και των Auricchio και Sacco (1997)<sup>[4]</sup> ορίζει αποτελεσματικότερα το μοντέλο των συγκεκριμένων υλικών.

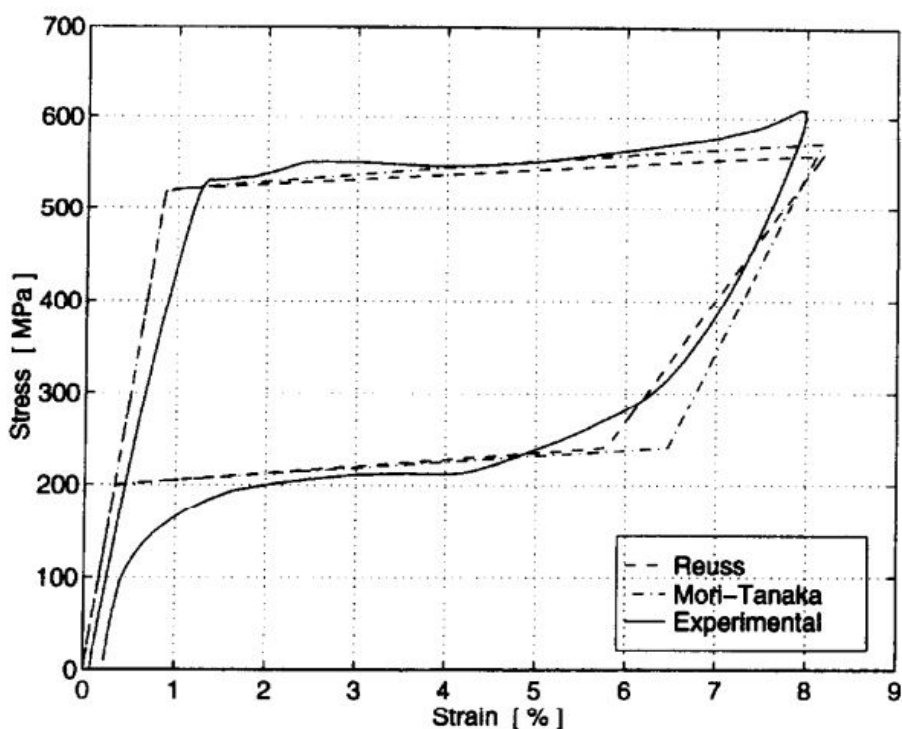
Τα μηχανικά χαρακτηριστικά των SMA περιγράφονται επαρκώς από τα λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες model-calibrating παραμέτρους για μονοδιάστατη ανάλυση:

Τελική Τάση ωστενιτικής προς μαρτενσιτική φάση( $fP1$ ), αρχική τάση ωστενιτικής προς μαρτενσιτική φάση ( $f_y$ ), τελική τάση μαρτενσιτικής προς ωστενιτική φάση ( $fT2$ ), αρχική τάση μαρτενσιτικής προς ωστενιτική φάση ( $fT1$ ), μέγιστη παραμένουσα παραμόρφωση ( $\epsilon_1$ ), μέτρο ελαστικότητας και συγκεκριμένο φορτίο.

Επιπροσθέτως, πολλοί ερευνητές ασχολήθηκαν με τα θερμοδυναμικά μοντέλα, όπως οι Patoor και Berveiller(1997)<sup>[6]</sup>, Goo και Lexcellent (1997)<sup>[7]</sup> και οι Huang και Brinson(1998)<sup>[3]</sup> που δημιούργησαν μικρομηχανικές προσεγγίσεις για να μελετήσουν κρυσταλλογραφικά φαινόμενα μεταξύ των υλικών. Τα μοντέλα αυτά όμως είναι πολύπλοκότερα και έχουν πιο σύνθετους υπολογισμούς από τα φαινομενολογικά, καθώς χρησιμοποιούν νόμους τριών διαστάσεων. Έτσι, τα φαινομενολογικά μοντέλα αποδεικνύονται καταλληλότερα.

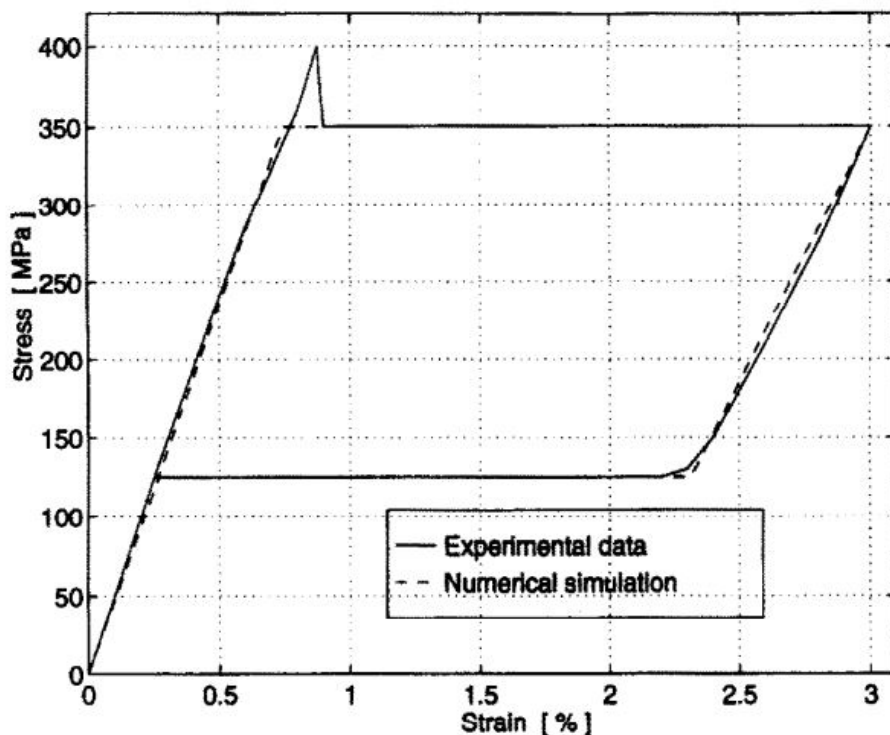
Στο παρόν κεφάλαιο θα διερευνηθούν οι καταστατικοί νόμοι βάσει των οποίων προσομοιώνεται η συμπεριφορά των SMAs στα διάφορα εμπορικά και μη λογισμικά. Συγκεκριμένα, μελετώνται τα ANSYS, ABAQUS, OpenSees και SeismoStruct.

Η ανάγκη προσομοίωσης των SMA σε υπολογιστικά λογισμικά, οδήγησε τους Auricchio και Sacco (1997)<sup>[4]</sup>, στην ανάπτυξη ενός μονοαξονικού μοντέλου ικανού να αναπαράγει την ιδιότητα της υπερελαστικότητας, αλλά και τις διαφορές των ελαστικών ιδιοτήτων μεταξύ της ωστενιτικής και της μαρτενσιτικής φάσης των υλικών. Για το σκοπό αυτό, ο αλγόριθμος βασίστηκε σε μία και μόνο παράμετρο, τον μαρτενσιτικό λόγο ή κλάσμα (martensite fraction), από τον οποίο εξαρτάται σε κάθε φάση το Μέτρο Ελαστικότητας του υλικού. Προκειμένου να εξεταστεί η υπολογιστική ακρίβεια του μοντέλου αυτού, πραγματοποιήθηκαν δύο αριθμητικές αναλύσεις, λαμβάνοντας ως δεδομένα τις ιδιότητες δύο διαφορετικών εμπορικών καλωδίων Νικελίου-Τιτανίου (Ni-Ti) από προηγούμενα πειράματα, αυτά των Auricchio (1995)<sup>[4]</sup> και των Airoidi et al. (1995)<sup>[9]</sup>. Τα συγκριτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 1 και 2 αντίστοιχα.



Σχήμα 1. Σύγκριση μεταξύ των αριθμητικών και των πειραματικών αποτελεσμάτων του Auricchio 1995 (Auricchio, Sacco, 1997<sup>[4]</sup>)





Σχήμα 2. Σύγκριση μεταξύ αριθμητικών και των πειραματικών αποτελεσμάτων των Airoidi et al.<sup>[9]</sup> (Auricchio, Sacco, 1997<sup>[4]</sup>)

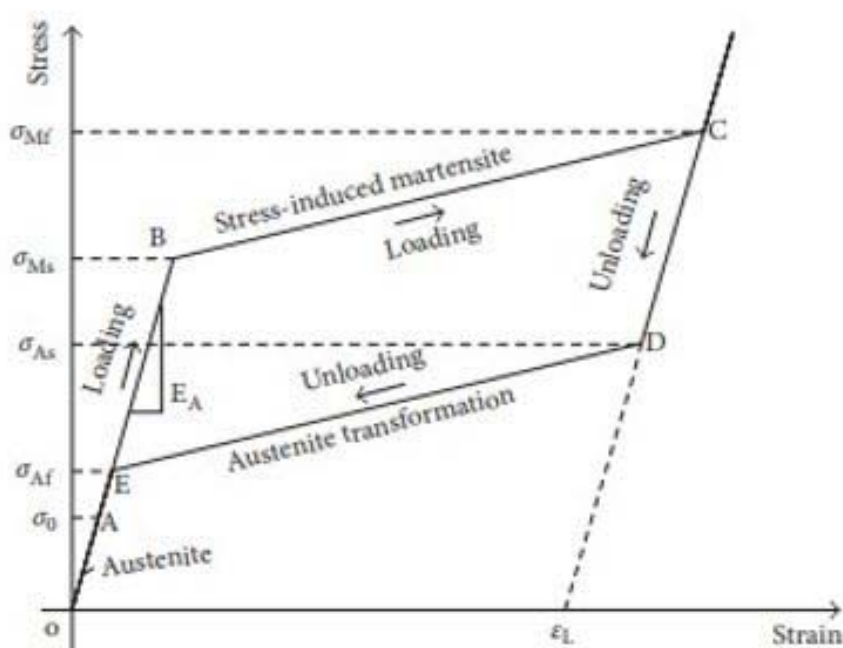
Το μοντέλο των Auricchio και Sacco<sup>[4]</sup> αποτελεί ένα από τα δημοφιλέστερα μοντέλα αριθμητικής ανάλυσης συμπεριφοράς στοιχείων από SMAs, και είναι ενσωματωμένο σε λογισμικά όπως το ABAQUS, το ANSYS και άλλα.

Οι Xu et al (2008)<sup>[10]</sup>, επιστράτευσαν το μοντέλο των Auricchio και Sacco(1997)<sup>[4]</sup> στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ANSYS, προκειμένου να επιβεβαιώσουν και αριθμητικά τα πειράματά τους σε ράβδους από SMA, προοριζόμενες να λειτουργήσουν ως συνδετικές δοκοί. Το πρόγραμμα ANSYS ζητά από το χρήστη 6 παραμέτρους συμπεριλαμβανομένου του μετασχηματισμού των τάσεων ( $\sigma_{Ms}$ ,  $\sigma_{Mf}$ ,  $\sigma_{As}$ , και  $\sigma_{Af}$ ), το μέτρο του Young (EA) και τη μέγιστη παραμόρφωση ( $\epsilon_L$ ), έτσι ώστε να οριστεί στο περιβάλλον του το μοντέλο του Auricchio και Sacco(1997)<sup>[4]</sup> που αφορά τα SMAs. Ένα τυπικό μοντέλο 6 παραμέτρων για υλικό από SMAs φαίνεται στο Σχήμα 3. Το μοντέλο αυτό ορίζεται πλήρως εφόσον τα 5 σημεία O και A-D είναι καθορισμένα. Το σημείο A ορίζεται ως το σημείο με την μέγιστη καμπυλότητα στην καμπύλη φόρτισης. Η αρχή O ορίζεται ως το σημείο εκκίνησης του κύκλου φόρτισης, ενώ το σημείο B χαρακτηρίζεται ως το

σημείο με την μέγιστη ανακτήσιμη τάση. Τα χαρακτηριστικά σημεία C και D ορίζονται ως ακολούθως:

Παρόμοια με τον ορισμό του σημείου A, το σημείο E ορίζεται ως το σημείο με την μέγιστη καμπυλότητα στην καμπύλη αποφόρτισης και παραμένει στο απλοποιημένο μοντέλο. Ως αποτέλεσμα, η γραμμή CD πρέπει να διέρχεται από το σημείο E. Ταυτόχρονα, θεωρείται ότι η γραμμή CD είναι παράλληλη με την OA και απαιτείται το περίγραμμα της κυκλικής φόρτισης της καμπύλης Τάσης-Ανηγμένης Παραμόρφωσης του απλοποιημένου μοντέλου να είναι ίση με το περίγραμμα του διαγράμματος που προκύπτει από τα πειραματικά δεδομένα. Έτσι, με τα παραπάνω δεδομένα ορίζονται και τα σημεία C, D.

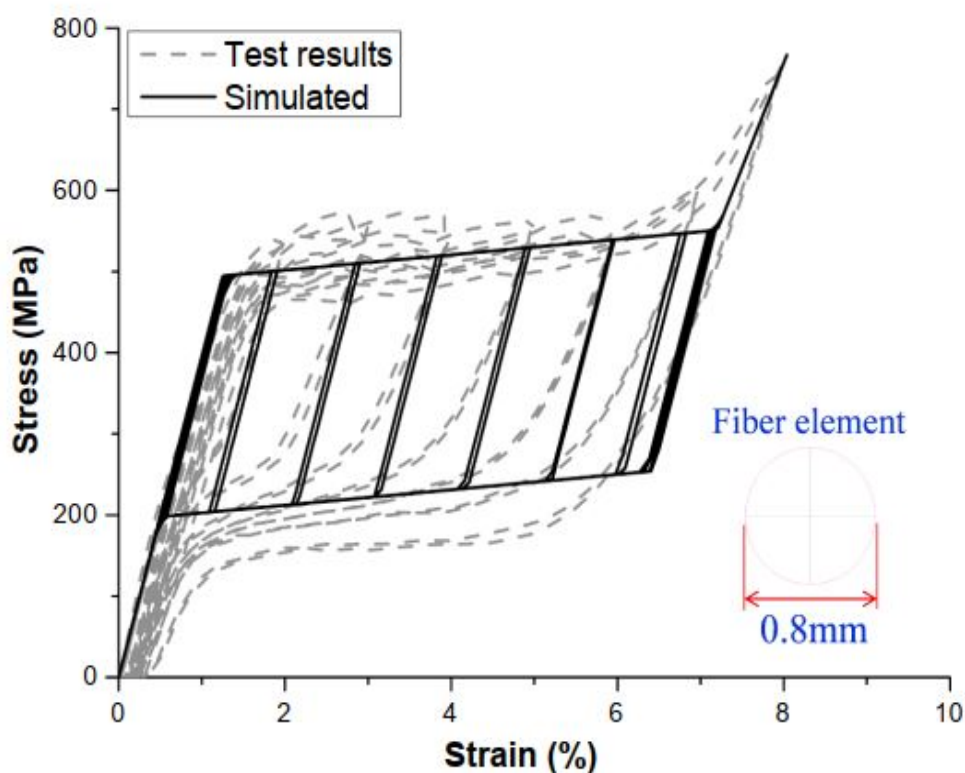
Αντίστοιχη είναι και η διαδικασία που πρέπει να ακολουθηθεί στο ABAQUS στην περίπτωση προσομοίωσης στοιχείων από SMAs.



Σχήμα 3. Απλοποιημένη καμπύλη Τάσης-Ανηγμένης Παραμόρφωσης SMA υλικών για τον προσδιορισμό των παραμέτρων στο ANSYS (Xu et al. 2008<sup>[10]</sup>)

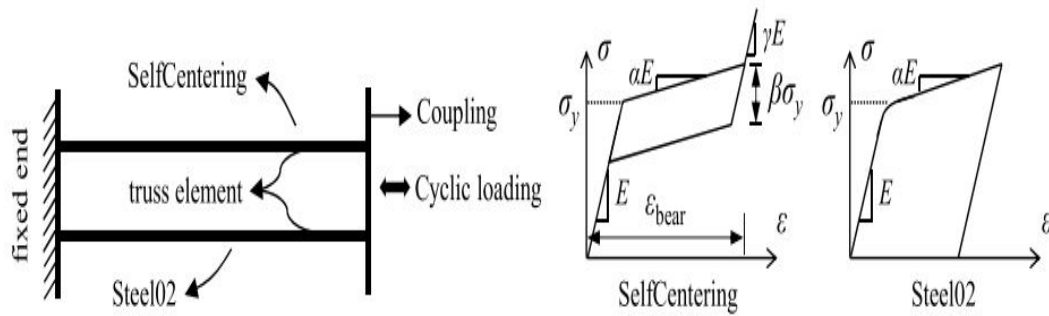
Οι Fang et al (2019)<sup>[11]</sup>, πραγματοποίησαν πειράματα που αφορούσαν στην μελέτη και αντισεισμική εφαρμογή καλωδίων από SMA. Επιπλέον, επιχείρησαν τη δημιουργία ενός μοντέλου ικανού να προσομοιώνει τη συμπεριφορά των καλωδίων αυτών. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποίησαν το εμπορικό λογισμικό OpenSees. Το χαρακτηριστικό μονοδιάστατο με σχήμα σημαίας (flag shaped) μοντέλο κύκλου

υστέρησης του λογισμικού για το Self-centering Material (αυτοκεντριζόμενο υλικό) αποδεικνύεται, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4, πως είναι ικανό να προσομοιώσει το μονόκλωνο καλώδιο, δίνοντας αποτελέσματα που συμφωνούν σχεδόν απόλυτα με τα πειραματικά.

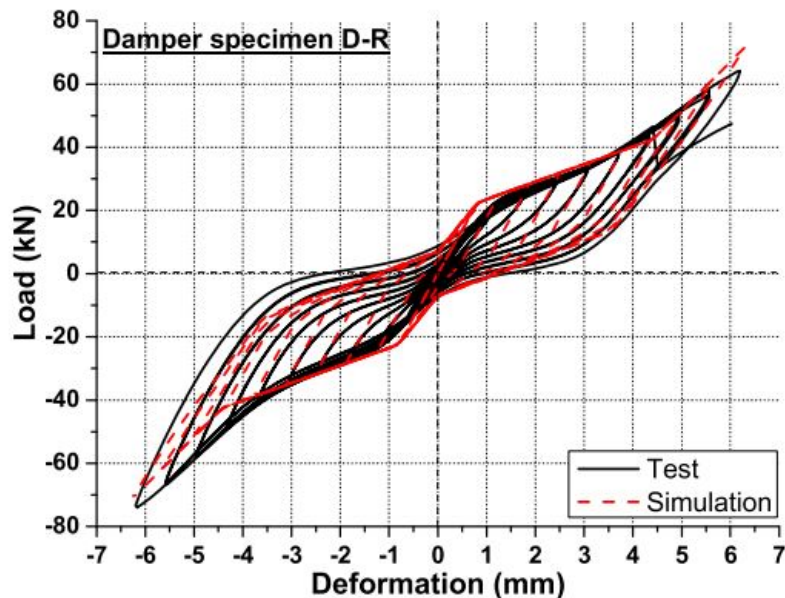


Σχήμα 4. Σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων για μονοκλωνικό καλώδιο με χρήση του λογισμικού OpenSees με τα αντίστοιχα πειραματικά (Fangetal, 2019<sup>[11]</sup>)

Σε μία διαφορετική προσέγγιση, προκειμένου να προσομοιώσουν έναν αποσβεστήρα από SMA, οι Canxing Qiu et al (2020) <sup>[12]</sup> χρησιμοποίησαν επαλληλία δύο υλικών του OpenSees, του Steel02 για την ιδιότητα της ομαλής καμπύλης κυκλικής φόρτισης και του SelfCentering, το οποίο εμφανίζει την αυτοκεντριζόμενη (self-centering) συμπεριφορά των SMA, την ικανότητα δηλαδή να επιστρέφουν στην αρχική τους μορφή (Σχήμα 5). Βάσει πειραματικών αποτελεσμάτων, βαθμονομούνται οι παράμετροι της προσομοίωσης η οποία δίνει αποτελέσματα σε μεγάλο βαθμό σύμφωνα με τα πειραματικά (Σχήμα 6).



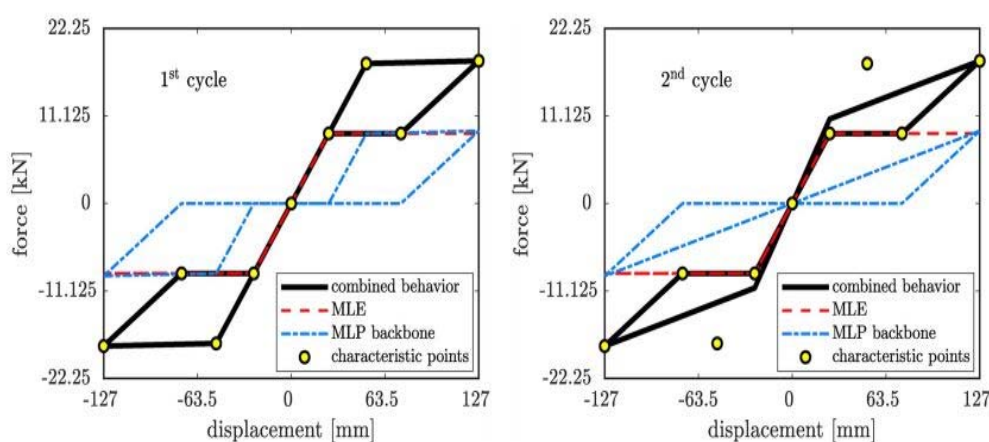
Σχήμα 5. Επαλληλία των Steel02 και SelfCentering υλικών στο OpenSees για την προσομοίωση αποσβεστήρα από SMA (Qiu et al. 2020<sup>[12]</sup>)



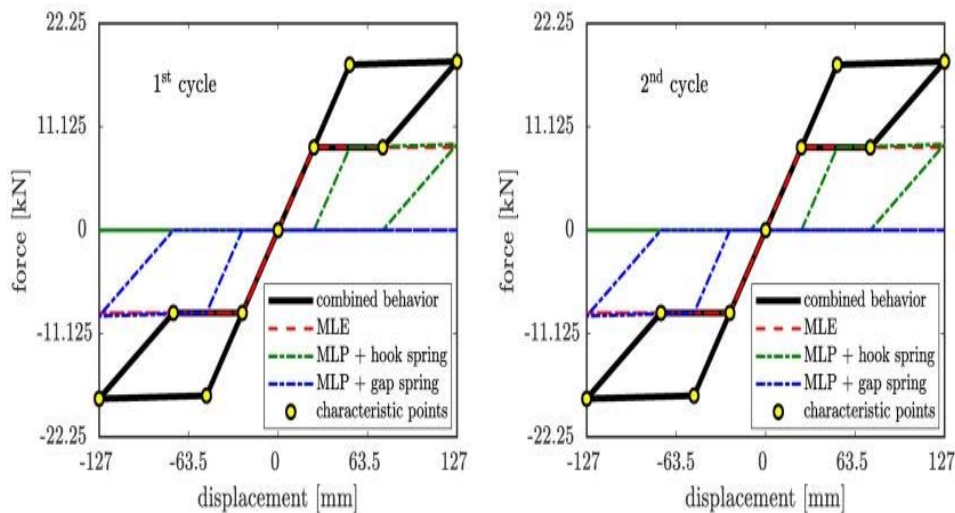
Σχήμα 6. Σύγκριση μεταξύ πειραματικών και αναλυτικών αποτελεσμάτων (Qiu et al. 2020<sup>[12]</sup>)

Σε αρκετά εμπορικά λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων, η συμπεριφορά των SMAs δεν ακολουθεί κάποιο συγκεκριμένο καταστατικό νόμο, αλλά προκύπτει μέσω επαλληλίας απλούστερων στοιχείων, σε σειρά ή παράλληλα. Αυτή είναι και η διαδικασία που ακολουθεί το SAP2000. Το πρόβλημα με την μέθοδο του SAP2000 έγκειται στο γεγονός πως ενώ προσομοιώνεται σωστά ο πρώτος κύκλος φόρτισης - αποφόρτισης, συμφωνεί δηλαδή με την τυπική καμπύλη ενός SMA, ο δεύτερος κύκλος λαμβάνει ως εναρκτήρια παραμόρφωση τη μεγαλύτερη θετική του πρώτου κύκλου. Δε λαμβάνεται άρα υπόψιν η υπερελαστικότητα του υλικού και κατά

συνέπεια η δυνατότητά του να επανέρχεται σε μεγάλο βαθμό στην αρχική του μορφή, ακόμα και από την πλαστική περιοχή. Οι DiDomenico και Gandelli (2021)<sup>[13]</sup> προτείνουν ένα μοντέλο για την ακριβέστερη Μη Γραμμική Ανάλυση με Χρονοϊστορία (Non Linear Time History Analysis) των SMAs στο SAP2000. Συγκεκριμένα, αντί να ακολουθούν την παράλληλη σύνδεση πολυγραμμικού-ελαστικού και πολυγραμμικού-πλαστικού που προτείνεται από την Computers and Structures Inc. (εταιρία που αναπτύσσει το λογισμικό SAP2000), διχοτομούν την πολυγραμμική-πλαστική συμπεριφορά σε θετική για την φόρτιση και αρνητική για την αποφόρτιση. Κατ' αυτόν τον τρόπο προσομοιώνεται ακριβέστερα η συμπεριφορά των SMAs, ειδικότερα στο άθροισμα των πλαστικών παραμορφώσεων. Επιπλέον, το μοντέλο των DiDomenico και Gandelli (2021)<sup>[13]</sup> επιτρέπει την μορφοποίηση της καμπύλης τάσης – παραμόρφωσης του υλικού, κάτι που το καθιστά ικανό να προσαρμόζει την καμπύλη στις απαιτήσεις και τα χαρακτηριστικά διαφορετικών υλικών. Παρακάτω (Σχήματα 7,8) παρουσιάζονται σχηματικά οι διαφορές μεταξύ των δύο Μοντέλων.



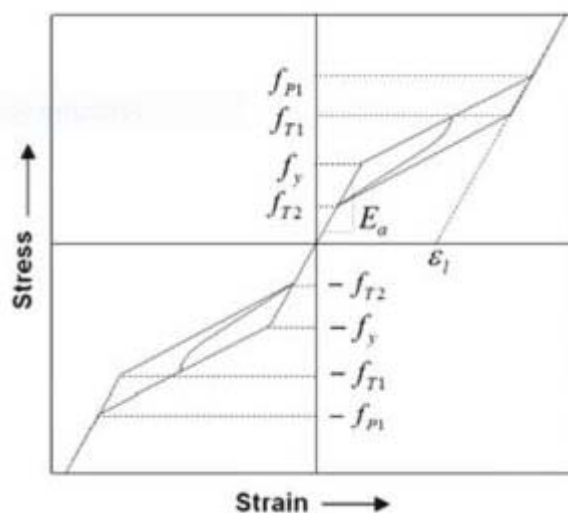
Σχήμα 7. Διάγραμμα Δύναμης – Μετακίνησης για τον πρώτο και τον δεύτερο κύκλο φόρτισης – αποφόρτισης του μοντέλου που προτείνεται από το SAP2000 (DiDomenico, Gandelli, 2021<sup>[13]</sup>)



Σχήμα 8. Διάγραμμα Δύναμης – Μετακίνησης για τον πρώτο και δεύτερο κύκλο φόρτισης – αποφόρτισης του προτεινόμενου μοντέλου (DiDomenico, Gandelli, 2021<sup>[13]</sup>)

Το μοντέλο των Auricchio και Sacco<sup>[4]</sup> είναι αυτό που επιστρατεύεται για την προσομοίωση των SMAs και στο πρόγραμμα μη γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων, SeismoStruct. Το γεγονός ότι το λογισμικό λαμβάνει υπόψιν την ανελαστικότητα του υλικού και τη μη γεωμετρική γραμμικότητα, οδηγεί σε ακριβή πρόβλεψη της συμπεριφοράς υπό φόρτιση μεγάλων μετατοπίσεων και του φορτίου κατάρρευσης, είτε για στατική, είτε για δυναμική φόρτιση. Οι Nahar et al. (2018)<sup>[14]</sup> διεξήγαγαν μία μη γραμμική στατική ανάλυση Pushover σε διαφορετικούς τύπους SMAs, που χρησιμοποιούνται ως ενίσχυση σε κόμβους δοκού-υποστυλώματος, υπό αντίστροφη κυκλική φόρτιση. Έτσι, αποδείχτηκε ότι η ενίσχυση με SMAs επιτυγχάνει την επιθυμητή διασπορά ενέργειας στην κατασκευή. Το συγκεκριμένο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιεί έναν μηχανισμό μοντελοποίησης ιών. Με τον τρόπο αυτό απεικονίζεται η κατανομή της μη γραμμικότητας του υλικού. Για την προσομοίωση κόμβου δοκού-υποστυλώματος χρησιμοποιούνται τρισδιάστατα στοιχεία πλαισίου, με δοκούς και υποστυλώματα υπό ανελαστική μετατόπιση. Τέλος, με την ολοκλήρωση κάθε μη γραμμικής αντίδρασης τάσης-μετατόπισης για κάθε μεμονωμένη ίνα, προκύπτει η συνθήκη τάσης – μετατόπισης για κάθε στοιχείο. Τα αποτελέσματα κρίθηκαν αξιόπιστα κατόπιν

σύγκρισής τους με αντίστοιχα προηγούμενα πειραματικά (Muntasir Billah, Shahria Alam 2012<sup>[14]</sup>, Alam et al. (2008) <sup>[15]</sup>).



Σχήμα 9. Μονοδιάστατο υπερελαστικό μοντέλο SMA υλικών (Auricchio et. al. 2010<sup>[5]</sup>).

### **Βιβλιογραφία**

[1] Tanaka K., Nagaki S. (1982) A thermomechanical description of materials with internalvariables in the process of phase transitions, *Ingenieur-Archiv* **51**, pp. 287–299 <https://doi.org/10.1007/BF00536655>

[2] Liang C., Rogers C. A. (1990) One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **1**(2), pp. 207–234

<https://doi.org/10.1177/1045389X9000100205>

[3] Huang M., Brinson L.C. (1998) A Multivariant model for single crystal shape memory alloy behavior, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **46**(8) pp. 1379–1409 [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(97\)00080-X](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(97)00080-X)

[4] Auricchio F., Sacco E. (1997) A One-Dimensional Model for Superelastic Shape-Memory Alloys With Different Elastic Properties Between Austenite and Martensite, *International Journal of Non-Linear Mechanics* **32**(6), pp. 1101–1114.

[https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(96\)00130-8](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(96)00130-8)

[5] Auricchio F., Taylor R.L. (1996) Shape memory alloy superelastic behavior: 3D finite-element simulations, *Proceedings Volume 2779, 3rd International Conference on Intelligent Materials and 3rd European Conference on Smart Structures and Materials* (1996), <https://doi.org/10.1117/12.237166>

[6] Patoor E., Berveiller M. (1997) Micromechanical Modelling of the Thermomechanical Behavior of Shape Memory Alloys, In: Berveiller, M., Fischer, F.D. (eds) *Mechanics of Solids with Phase Changes. International Centre for Mechanical Sciences*, vol. **368**. Springer, Vienna. [https://doi.org/10.1007/978-3-7091-2660-8\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-7091-2660-8_5)

[7] Goo B.C., LExcellent C. (1997) Micromechanics-based modeling of two-way memory effect of a single crystalline shape-memory alloy, *Acta Materialia* **45**(2), pp. 727-737 [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(96\)00172-3](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(96)00172-3)

[8] Likhachev A., Koval Yu. N. (1992) On the differential equation describing the hysteretic behavior of shape memory alloys. *Scripta Metallurgica et Materialia* **27**, pp. 223-227.

[https://doi.org/10.1016/0956-716X\(92\)90117-W](https://doi.org/10.1016/0956-716X(92)90117-W)

[9] Airoidi G., Riva G. Vanelli M. (1995) Superelasticity and Shape Memory Effect in NiTi Orthodontic Wires, *In Proceedings of the International Conference on Martensitic Transformations (ICOMAT)*.

<https://doi.org/10.1051/jp4/1995581205>

[10] Xian Xu, Guangming C., Junhua Z. (2018) Tests on Pretrained Superelastic NiTi Shape Memory Alloy Rods: Towards Application in Self-Centering Link Beams, *Hindawi Advances in Civil Engineering* 2018.

<https://doi.org/10.1155/2018/2037376>

[11] Fang C., Yue Z., Junbai C., Yamc M.C.H., Wie W. (2019) Superelastic NiTi SMA cables: Thermal-mechanical behavior, hysteretic modelling and seismic application, *Engineering Structures* **183**, pp. 533–549.

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.01.049>

[12] Canxing Qiu, Fang C., Dong L., Xiuli D., Yam M.C.H. (2020) Behavior and application of self-centering dampers equipped with buckling-restrained SMA bars, *Smart Materials and Structures* **29**(3).

<https://doi.org/10.1088/1361-665x/ab6883>



[13] De Domenico D., Gandelli E. (2019) Advanced Modeling of SMA Flag-Shaped Hysteresis for Nonlinear Time-History Analysis in SAP2000, *Journal of Structural Engineering* **147**(11).

[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0003176](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0003176)

[14] Nahar M., Muntasir Billah A.H.M., Kamal H.R., Islam K. (2019) Numerical seismic performance evaluation of concrete beam-column joint reinforced with different super elastic shape memory alloy rebars, *Engineering Structures* **199**, pp. 161-172

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.05.054>

[15] Thomas G.E., Indira P.V., Sajith A.S. (2021) Numerical Studies on Seismic Behaviour of RC Structures Incorporated with Shape Memory Alloy - A Review, *International Conference on Structural Engineering and Construction Management SECON 2021*, pp. 955-962.

[https://doi.org/10.1007/978-3-030-80312-4\\_81.955](https://doi.org/10.1007/978-3-030-80312-4_81.955).

[16] Muntasir Billah A.H.M., Shahria Alam M. (2012) Seismic performance of concrete columns reinforced with hybrid shape memory alloy (SMA) and fiber reinforced polymer (FRP) bars, *Construction and Building Materials* **28**(1), pp. 730-742 <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.10.020>

[17] Alam M.S., Youssef M. A., Nehd M. (2008) Analytical prediction of the seismic behaviour of superelastic shape memory alloy reinforced concrete elements, *Engineering Structures* **30**(12), pp. 3399–3411

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.05.025>

## Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup>: Προσομοίωση του λυγισμού ράβδων SMA

### στο λογισμικό Abacus

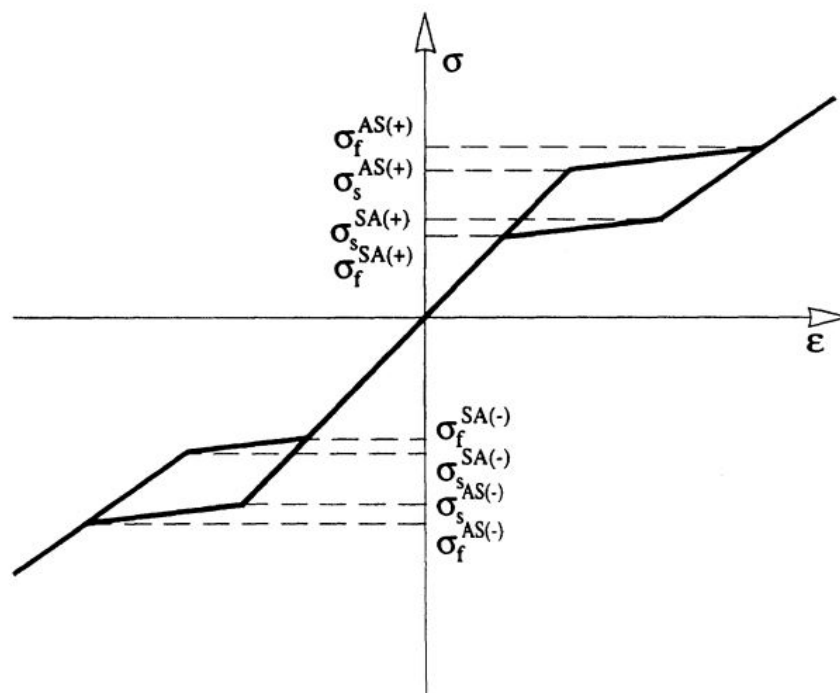
Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, πραγματοποιήθηκε η προσομοίωση τεσσάρων δοκιμίων κυκλικής διατομής από δύο τυπικά SMA υλικά, με σκοπό τη μελέτη της συμπεριφοράς τους σε λυγισμό. Συγκεκριμένα, προσομοιώθηκαν δύο ράβδοι διαμέτρου  $D = 3.5$  εκατοστών, μήκους  $L = 2.5$  και  $L = 3.5$  μέτρων, για κάθε ένα από τα δύο υλικά. Το μοντέλο μορφώθηκε στο λογισμικό ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS, βασιζόμενο στις ιδιότητες του υλικού που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα των Pereiro-Barcelo, Bonet (2017)<sup>[1]</sup> και στις default τιμές, όπως αυτές ορίζονται στο εγχειρίδιο του λογισμικού SeismoStruct<sup>[2]</sup>.

Όπως αναφέρεται και στο προηγούμενο Κεφάλαιο, η προσομοίωση των SMAs στο ABAQUS γίνεται βάσει των μοντέλων που αναπτύχθηκαν από τους Auricchio και Taylor (1996)<sup>[3]</sup> και Auricchio και Sacco (1997)<sup>[4]</sup>. Σύμφωνα με τις οδηγίες στην ιστοσελίδα της εταιρείας Dassault Systems, η οποία αναπτύσσει και εμπορεύεται το ABAQUS, προκειμένου να καθοριστεί σωστά η συμπεριφορά του υλικού στο λογισμικό, πρέπει να του ανατεθούν οι ιδιότητες της Ελαστικότητας (Elasticity) και της Υπερελαστικότητας (Super Elasticity). Για την ιδιότητα της Ελαστικότητας του υλικού, το πρόγραμμα ζητά να οριστούν το Μέτρο Ελαστικότητας  $E_A$  και ο λόγος Poisson  $\nu$  κατά την Ωστενιτική φάση απόκρισης του υλικού. Όσον αφορά την ιδιότητα της Υπερελαστικότητας, απαιτείται ο ορισμός οκτώ παραμέτρων, που αφορούν τις ιδιότητες της Μαρτενσιτικής φάσης απόκρισης, έτσι ώστε να οριστεί η καμπύλη Τάσης – Ανηγμένης Παραμόρφωσης, όπως αυτή δίδεται στο μοντέλο των Auricchio και Sacco (1997)<sup>[4]</sup>. Συγκεκριμένα, αυτές οι παράμετροι είναι οι εξής:

- Το Μέτρο Ελαστικότητας  $E_M$ .
- Ο λόγος Poisson  $\nu$ .
- Η τιμή της ανηγμένης παραμόρφωσης κατά τον μετασχηματισμό από την Ωστενιτική στη Μαρτενσιτική δομή, κατά την εφελκυστική φόρτιση  $\epsilon_L$ .
- Η τιμή της τάσης στην οποία εκκινεί ο μετασχηματισμός από την Ωστενιτική στη Μαρτενσιτική δομή, κατά την εφελκυστική φόρτιση,  $\sigma_s^{AS(+)}$ .

- Η τιμή της τάσης κατά την κατά την ολοκλήρωση του μετασχηματισμού από την Ωστενιτική στη Μαρτενσιτική δομή, κατά την εφελκυστική φόρτιση  $\sigma_f^{AS(+)}$ .
- Η τιμή της τάσης στην οποία εκκινεί ο μετασχηματισμός από την Μαρτενσιτική στην Ωστενιτική δομή, κατά την αποφόρτιση  $\sigma_s^{SA(+)}$ .
- Η τιμή της τάσης κατά την ολοκλήρωση του μετασχηματισμού από την Μαρτενσιτική στην Ωστενιτική δομή, κατά την αποφόρτιση  $\sigma_f^{SA(+)}$ .
- Η τιμή της τάσης στην οποία εκκινεί ο μετασχηματισμός από την Ωστενιτική στη Μαρτενσιτική δομή, κατά την θλιπτική φόρτιση  $\sigma_s^{AS(-)}$ .

Το μοντέλο και οι απαραίτητες για τον ορισμό του τάσεις, φαίνονται αναλυτικά στο Σχήμα 3.1 και στους Πίνακες 3.1 και 3.2.



Σχήμα 3.1. Το μοντέλο των Auricchio και Sacco (1997)<sup>[4]</sup>.

Πίνακας 3.1. Τιμές δεδομένων για τον ορισμό της Υπερελαστικότητας  
(Pereiro-Barcelo, Bonet 2017)<sup>[1]</sup>.

Μέτρο Ελαστικότητας $E_A$	Μέτρο Ελαστικότητας $E_M$	Λόγος Poisson $\nu$	$\epsilon_L$	$\sigma_s^{AS(+)}$	$\sigma_f^{AS(+)}$	$\sigma_s^{SA(+)}$	$\sigma_f^{SA(+)}$	$\sigma_s^{AS(-)}$
64647 MPa	28125 MPa	0.33	0.09	450 MPa	700 MPa	200 MPa	30 MPa	450 MPa

Πίνακας 3.2. Τιμές (Default) δεδομένων για τον ορισμό της  
Υπερελαστικότητας (SeismoStruct 2022)<sup>[2]</sup>.

Material Properties	Typical values	Default values
Modulus of elasticity - E	1.00E+07 - 8.00E+07 (kPa)	1.00E+07 (kPa)
Austenite-to-martensite starting stress - $\sigma_s^{AS}$	200000 - 600000 (kPa)	200000 (kPa)
Austenite-to-martensite finishing stress - $\sigma_f^{AS}$	300000 - 700000 (kPa)	300000 (kPa)
Martensite-to-austenite starting stress - $\sigma_s^{SA}$	600000 - 200000 (kPa)	200000 (kPa)
Martensite-to-austenite finishing stress - $\sigma_f^{SA}$	500000 - 100000 (kPa)	100000 (kPa)
Superelastic plateau strain length - $\epsilon_L$	4 - 8 (%)	5 (%)

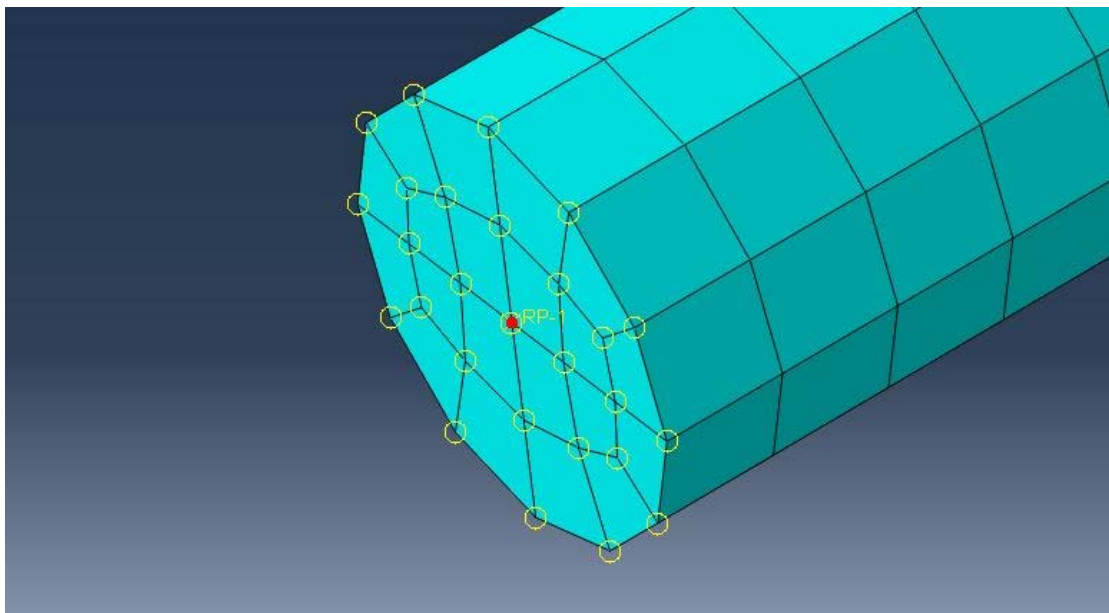
Όσον αφορά τα δεδομένα του SeismoStruct<sup>[2]</sup>, ο λόγος Poisson θεωρείται ίσος με  $\nu = 0.3$  ενώ το Μέτρο Ελαστικότητας  $E$  θεωρείται ίδιο για την ωστενιτική και την μαρτενσιτική δομή.

Ξεκινώντας με το στήσιμο των προσομοιώσεων, αρχικά ορίζονται οι διαστάσεις των δοκιμίων κυκλικής διατομής. Στη συνέχεια, εισάγονται οι ιδιότητες για το κάθε υλικό όπως ορίστηκαν παραπάνω (Εικόνα 1.).

	Martensite's Young's Modulus	Martensite's Poisson's Ratio	Transformation Strain	Start of Transformation (Loading)	End of Transformation (Loading)	Start of Transformation (Unloading)	End of Transformation (Unloading)	Start of Transformation in Compression (Loading)
1	28125	0.33	0.09	450	700	200	30	450

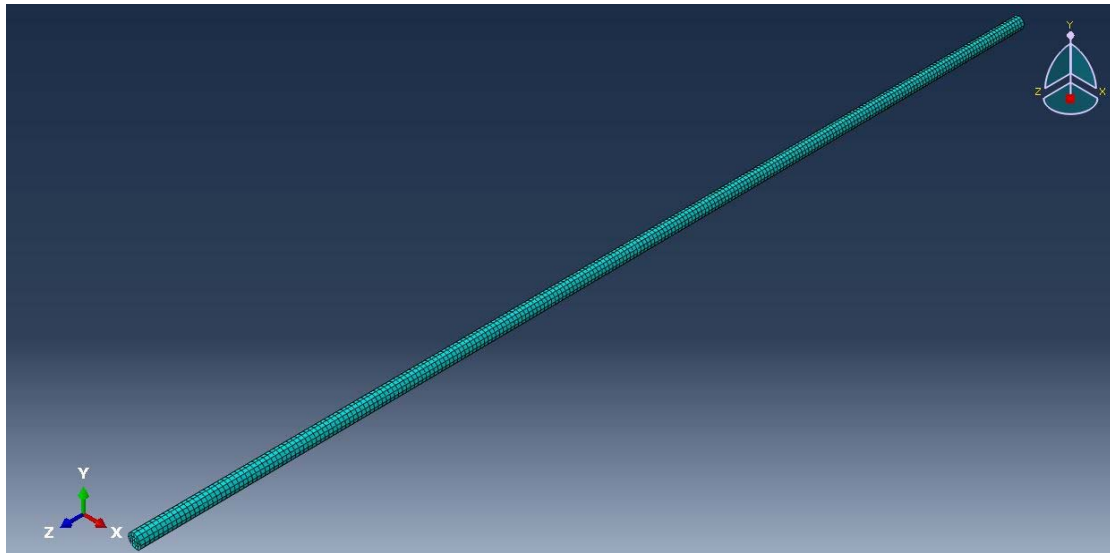
Εικόνα 3.1. Εισαγωγή παραμέτρων για την υπερελαστικότητα στο ABAQUS

Σε ότι αφορά την δομή των προσομοιώσεων, οι δοκοί θεωρήθηκαν πακτωμένες στο ένα άκρο τους και ασκήθηκε μονοαξονικό θλιπτικό φορτίο με διεύθυνση κατά το διαμήκη άξονά τους στο άλλο άκρο τους. Οι συνοριακές συνθήκες και η εφαρμογή της φόρτισης εισήχθησαν στο λογισμικό με τρόπο τέτοιο, ώστε να προσομοιάζουν με πλάκες μεταξύ των οποίων θλίβονται τα άκρα των δοκιμίων. Για να επιτευχθεί αυτό, τα σημεία σε κάθε άκρο των δοκιμίων συνδέθηκαν μέσω της Rigid Body (στερεό σώμα, Εικόνα 3.2) εντολής του προγράμματος. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται ότι όλοι οι κόμβοι στο άκρο λειτουργούν σαν ένα ενιαίο στερεό σώμα. Στο σταθερό άκρο ορίστηκαν συνοριακές συνθήκες που απαγορεύουν κάθε κίνηση και στροφή, ενώ στο ελεύθερο άκρο όπου ασκείται το φορτίο ορίστηκαν συνοριακές συνθήκες κύλισης.

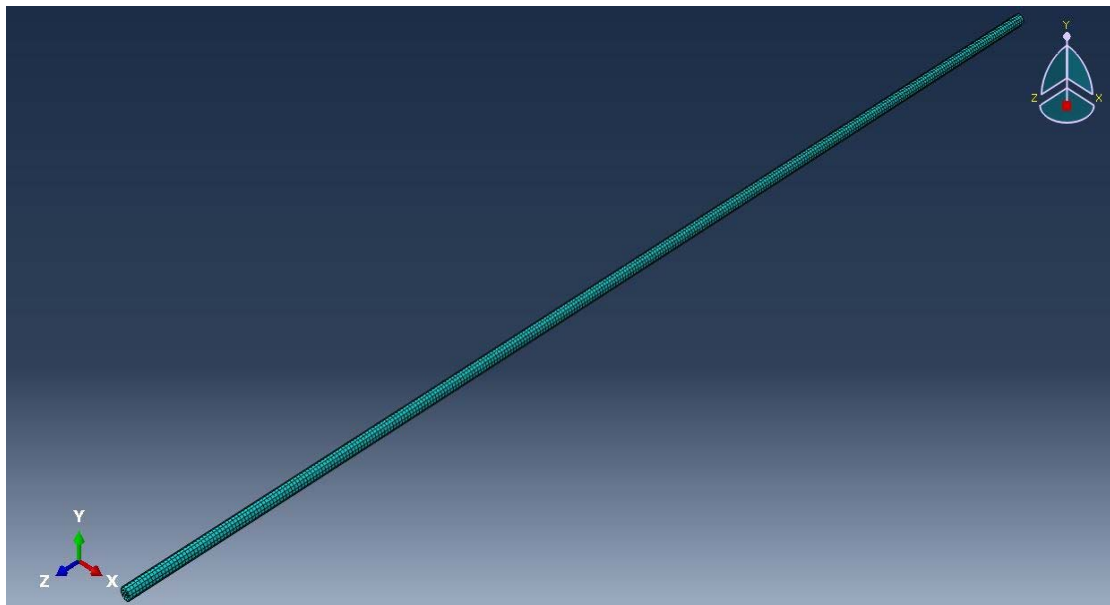


*Εικόνα 2. Σύνδεση κόμβων στο άκρο του δοκιμίου με την εντολή Rigid Body.*

Προκειμένου να ληφθούν όσο το δυνατό πιο αξιόπιστα αποτελέσματα, χωρίς ωστόσο να επιβαρυνθεί ιδιαίτερα ο όγκος και ο χρόνος της ανάλυσης, επιλέχθηκε να διακριτοποιηθούν τα δοκίμια ανά 10 χιλιοστά, όπως φαίνεται στις Εικόνες 3.3 και 3.4.



*Εικόνα 3.3. Διακριτοποίηση στο δοκίμιο των 2.5 μέτρων*



*Εικόνα 3.4. Διακριτοποίηση στο δοκίμιο των 3.5 μέτρων*

Με στόχο να εξεταστεί η συμπεριφορά των δοκιμίων σε λυγισμό, πραγματοποιήθηκε γραμμική και μη γραμμική ανάλυση.. Μέσω της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού υπολογίστηκε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού για κάθε περίπτωση και βρέθηκε η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού. Λαμβάνοντας υπόψιν την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, το λογισμικό μπορεί να προσομοιώσει τις παραμορφώσεις που προκύπτουν στην μεταλυγισμική περιοχή φόρτισης. Κατά συνέπεια, στη συνέχεια, εφαρμόστηκε το κρίσιμο φορτίο αυξημένο κατά τέσσερις φορές, για τη διενέργεια της μη γραμμικής ανάλυσης και τη μελέτη της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς. Ταυτόχρονα, ζητήθηκε

από το πρόγραμμα να είναι ενεργοποιημένη η Μη Γραμμική Γεωμετρία προκειμένου να εφαρμόζεται μη γραμμικά το φορτίο κατά τη διάρκεια της ανάλυσης. Είναι σημαντικό να τονιστεί, ότι απαιτείται σωστός ορισμός των πεπερασμένων επαυξητικών βημάτων (increments) της ανάλυσης που ζητούνται από το χρήστη, καθώς καθορίζουν σημαντικά την ακρίβεια της καμπύλης Φορτίου – Μετακίνησης που θα προκύψει. Ο αριθμός των βημάτων, καθορίζει το μέγεθος της αύξησης του φορτίου σε κάθε μέρος της ανάλυσης. Προσδιορίζοντας στο λογισμικό τα μέγιστα και ελάχιστα όρια για κάθε βήμα αύξησης του φορτίου, προσδιορίζεται αντίστοιχα το μήκος του τόξου της μεθόδου arc length.

Ένας κόμβος στο μέσο του ανοίγματος του κάθε δοκιμίου, επιλέχθηκε με σκοπό να υπολογιστεί η κάθετη στη φόρτιση μετακίνησή του ( $W_{(L/2)}$ ) κατά τη διάρκεια της Μη Γραμμικής Ανάλυσης. Στόχος της ανάλυσης ήταν να οδηγηθεί στην μεγαλύτερη δυνατή πτώση φορτίου, ώστε να μελετηθεί η απόκριση των δοκιμίων ακόμα και για την περιοχή στην οποία δεν παραλαμβάνουν μεγάλες τάσεις.

Στο Κεφάλαιο 4 που ακολουθεί, παρουσιάζονται και σχολιάζονται εκτενώς τα αποτελέσματα της ανάλυσης.

### **Βιβλιογραφία**

[1] Pereiro-Barcelo J, Bonet J. L. (2017) Ni-Ti SMA bars behaviour under compression, *Construction and Building Materials* **155**, pp. 348 – 362  
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.08.083>

[2] Seismosoft [2022] "SeismoStruct 2022 – A computer program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structures," available from <https://seismosoft.com/>. pp 341

[3] Auricchio F. and Taylor R. L. (1996) Shape-memory alloys: modelling and numerical simulations of the finite-strain superelastic behavior, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **143**(1-2), pp. 175 – 194  
[https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(96\)01147-4](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(96)01147-4)

[4] Auricchio F. and Sacco E. (1997) A one-dimensional model for superelastic shape-memory alloys with different elastic properties between austenite and martensite, *International Journal of Non-Linear Mechanics* **32**(6), pp. 1101-1114  
[https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(96\)00130-8](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(96)00130-8)

[5] Auricchio F. (2001) A robust integration-algorithm for a finite-strain shape-memory-alloy superelastic model, *International Journal of Plasticity* **17**(7), pp. 971-990 [https://doi.org/10.1016/S0749-6419\(00\)00050-4](https://doi.org/10.1016/S0749-6419(00)00050-4)



## Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup>: Αριθμητικά Αποτελέσματα και Σχολιασμός

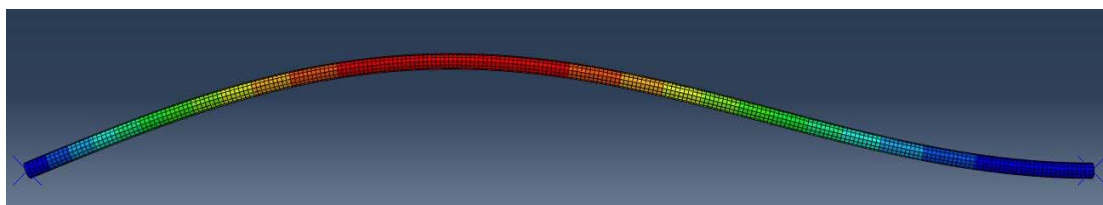
Στο παρόν Κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της Ανάλυσης που πραγματοποιήθηκε, όπως περιγράφεται αναλυτικά σύμφωνα με το Κεφάλαιο 3. Παρακάτω, φαίνονται οι παραμορφωμένες καταστάσεις για κάθε δοκίμιο. Συγκεκριμένα, οι εικόνες αντιπροσωπεύουν την παραμορφωμένη κατάσταση μετά την Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού, για κάθε 20% του φορτίου λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση, για το μέγιστο φορτίο που ασκείται στη Μη Γραμμική Ανάλυση και η τελική μορφή των δοκιμίων μετά το πέρας της Μη Γραμμικής Ανάλυσης. Στο τέλος κάθε παραδείγματος, παρατίθενται και τα διαγράμματα Φορτίου – Μετακίνησης και Ανηγμένου Φορτίου ( $P / P_{\text{buckling}}$ ) – Ανηγμένης Παραμόρφωσης ( $W_{(L/2)} / L$ ) για κάθε περίπτωση. Σε κάθε διάγραμμα, σημειώνονται επιπλέον και οι ιδιοτιμές του φορτίου λυγισμού, όπως αυτές υπολογίστηκαν στη Γραμμική Ανάλυση, το μέγιστο φορτίο για κάθε Μη Γραμμική Ανάλυση και τέλος, το φορτίο στο τέλος της καθεμίας Μη Γραμμικής Ανάλυσης.

Ξεκινώντας, παρουσιάζονται τα δοκίμια των 2.5 μέτρων, αρχικά με το υλικό των Pereiro-Barcelo, Bonet (2017)<sup>[1]</sup>, το δοκίμιο (1), και κατόπιν το δοκίμιο (2), με το υλικό από το εγχειρίδιο του SeismoStruct (2022)<sup>[2]</sup>. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα δοκίμια 3.5 μέτρων για τα ίδια υλικά, αριθμημένα (3) και (4) αντίστοιχα.

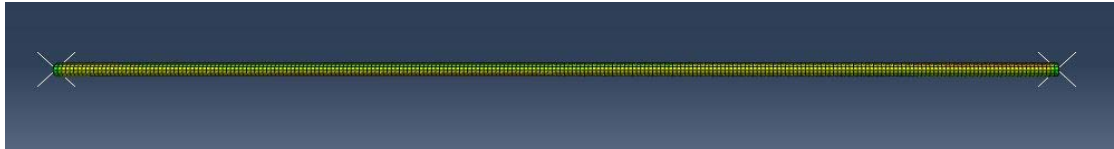
### (1): Δοκίμιο 2.5m από το υλικό των Pereiro-Barcelo, Bonet<sup>[1]</sup> (2017)



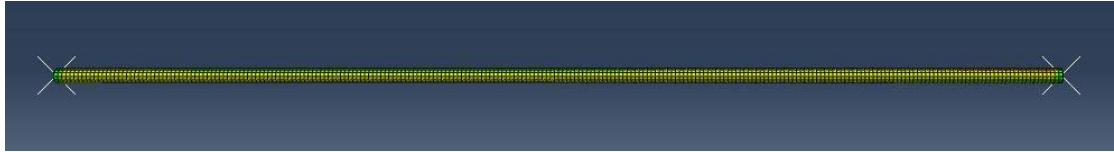
Εικόνα 4.1. Δοκίμιο (1) χωρίς τη φόρτιση



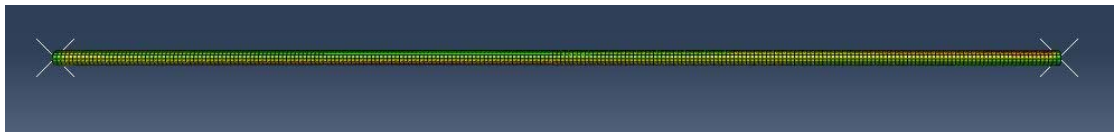
Εικόνα 4.2. Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού για το δοκίμιο (1)



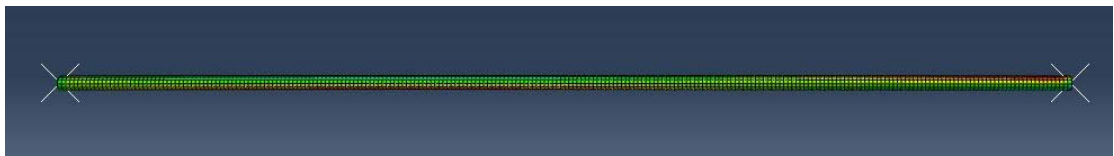
*Εικόνα 4.3. 20% Φορτίου Αυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (1)*



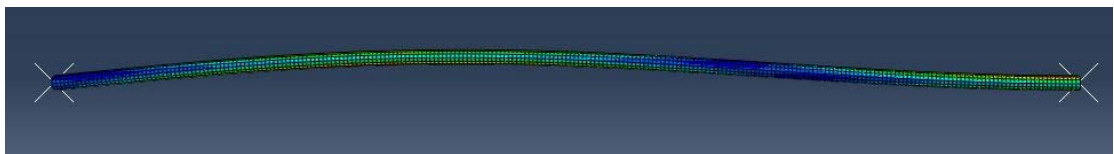
*Εικόνα 4.4. 40% Φορτίου Αυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (1)*



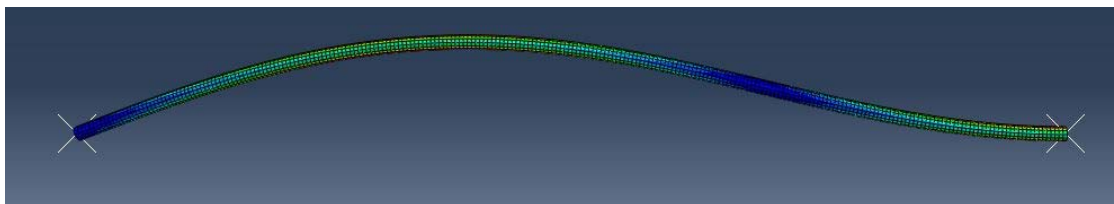
*Εικόνα 4.5. 60% Φορτίου Αυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (1)*



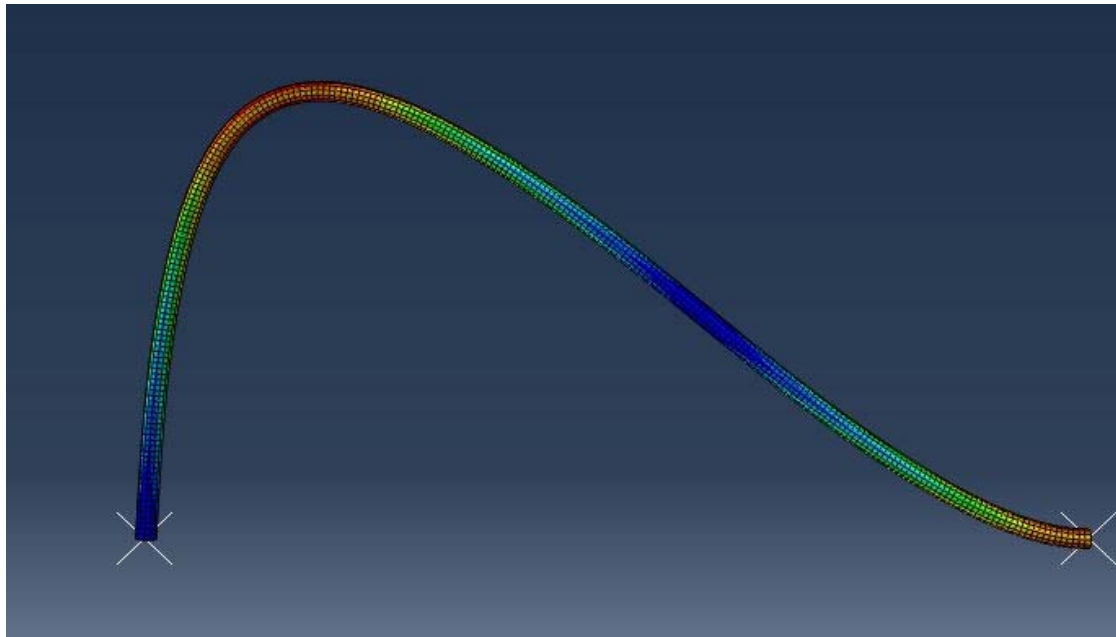
*Εικόνα 4.6. 80% Φορτίου Αυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (1)*



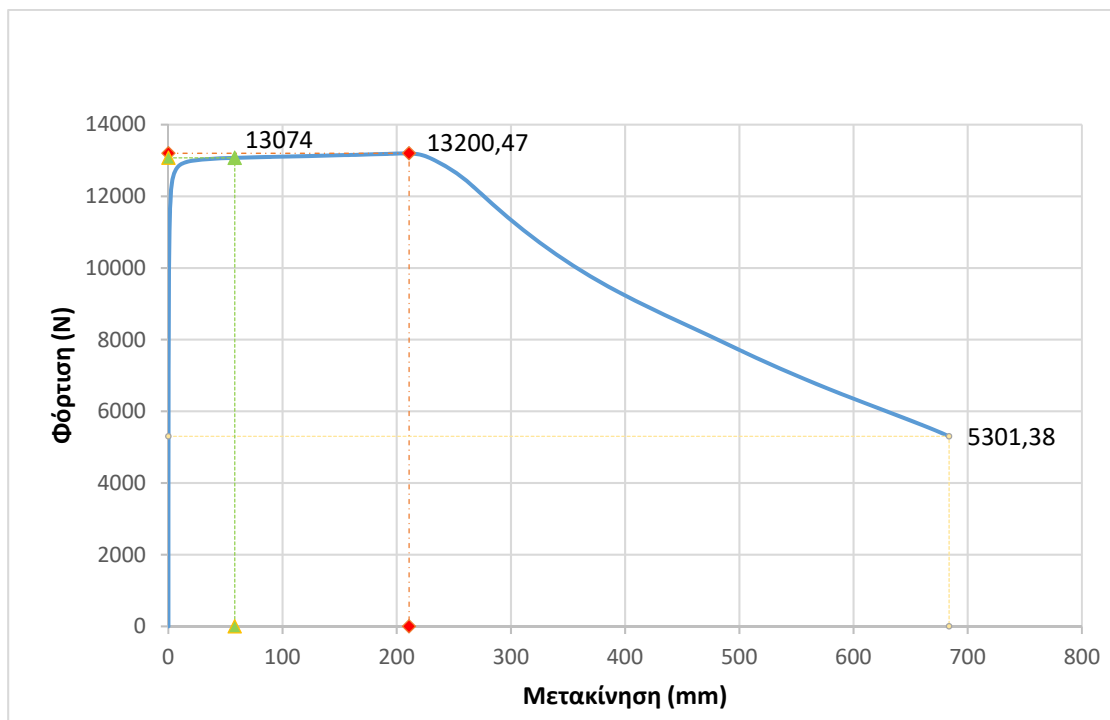
*Εικόνα 4.7. Φορτίο Αυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (1)*



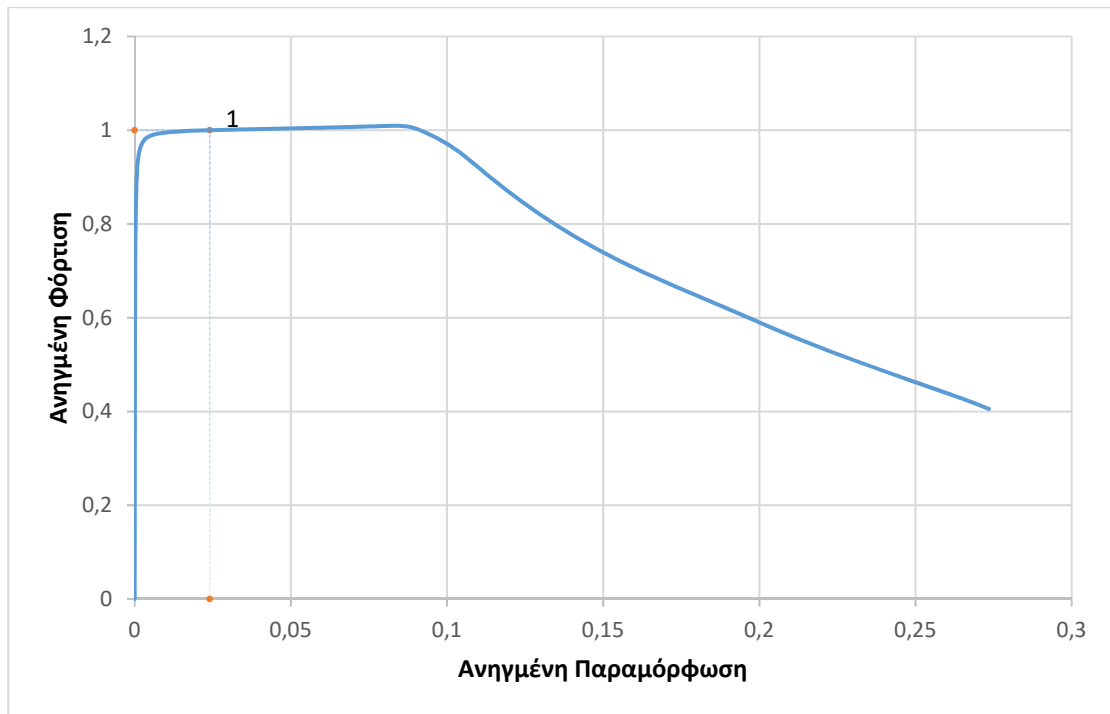
*Εικόνα 4.8. Παραμόρφωση για μέγιστο φορτίο στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (1)*



Εικόνα 4.9. Μέγιστη Παραμόρφωση στο τέλος της Μη Γραμμικής Ανάλυσης για το δοκίμιο (1)



Σχήμα 4.1. Δρόμος ισορροπίας για το δοκίμιο (1)

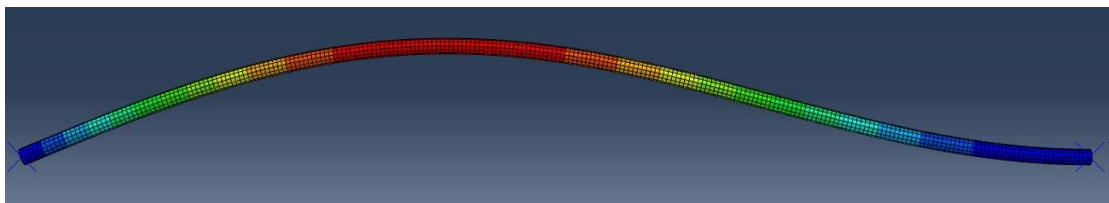


Σχήμα 4.2. Διάγραμμα Ανηγμένης Φόρτισης – Ανηγμένης Παραμόρφωσης για το δοκίμιο (1)

**(2): Δοκίμιο 2.5m από το εγχειρίδιο του SeismoStruct (2022)<sup>[2]</sup>**



Εικόνα 4.10. Δοκίμιο (2) χωρίς τη φόρτιση



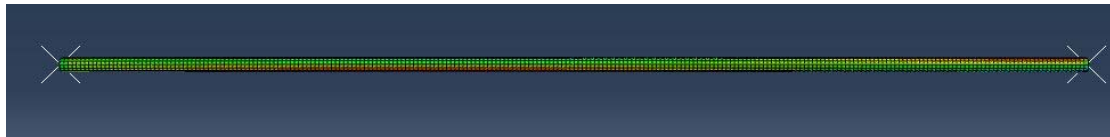
Εικόνα 4.11. Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού για το δοκίμιο (2)



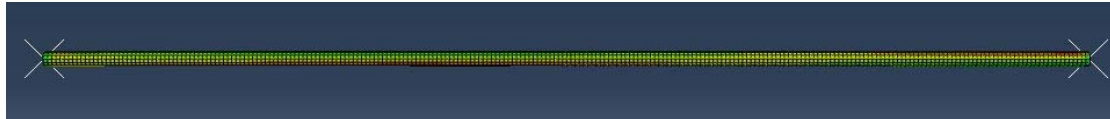
Εικόνα 4.12. 20% Φορτίου Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (2)



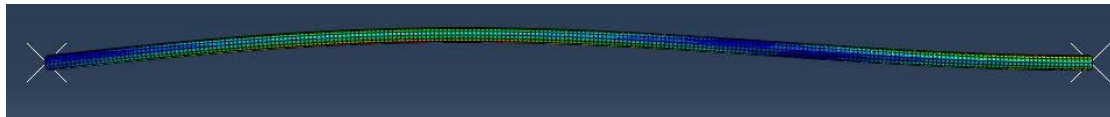
Εικόνα 4.13. 40% Φορτίου Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (2)



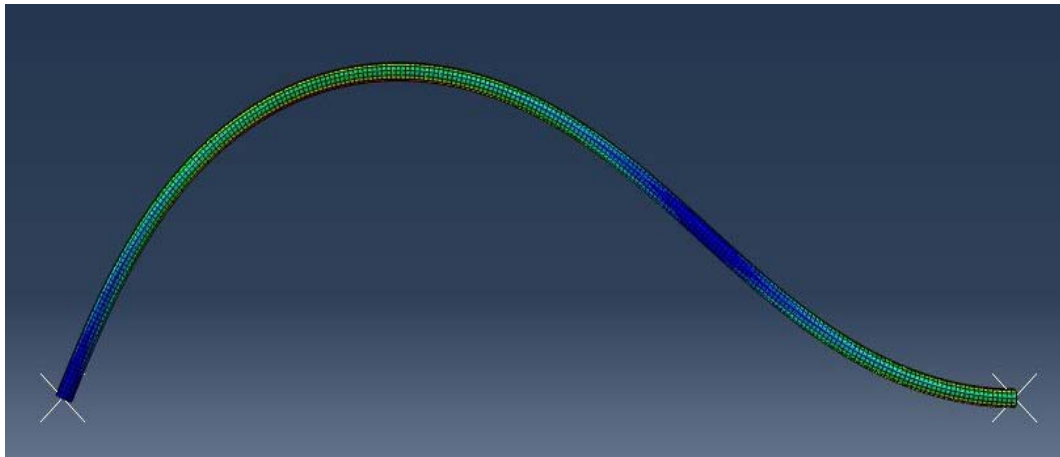
*Εικόνα 4.14. 60% Φορτίου Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (2)*



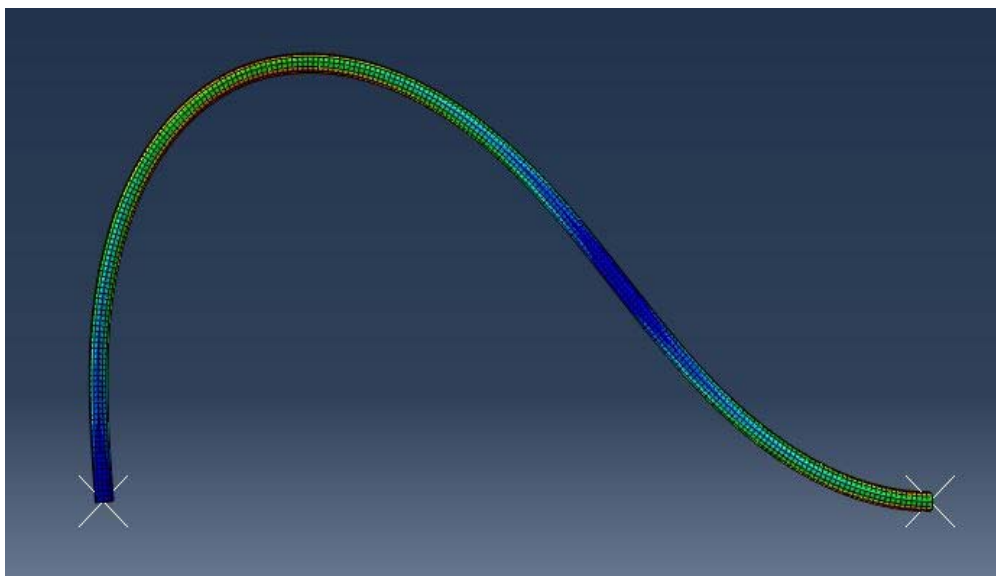
*Εικόνα 4.15. 80% Φορτίου Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (2)*



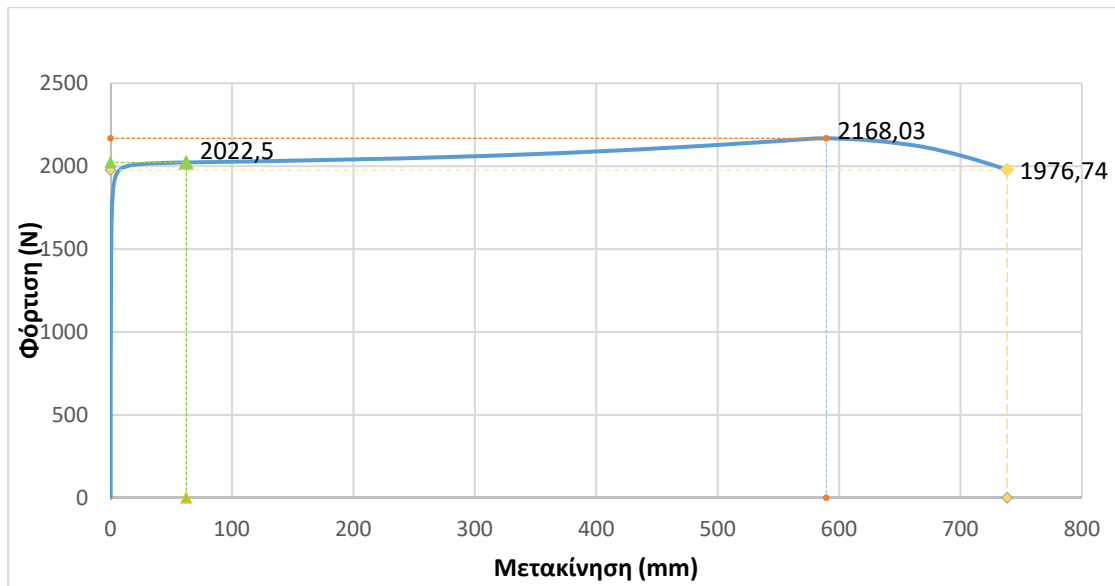
*Εικόνα 4.16. Φορτίο Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (2)*



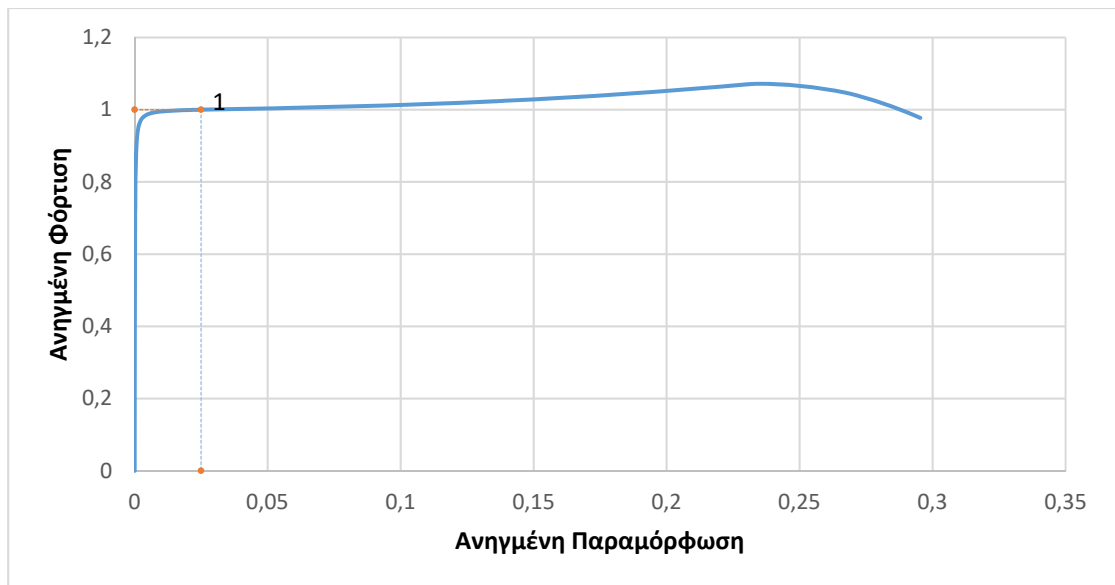
*Εικόνα 4.17. Παραμόρφωση για Μέγιστο Φορτίο στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (2)*



*Εικόνα 4.18. Μέγιστη Παραμόρφωση στο τέλος της Μη Γραμμικής Ανάλυσης για το δοκίμιο (2)*



Σχήμα 4.3. Δρόμος ισορροπίας για το δοκίμιο (2)

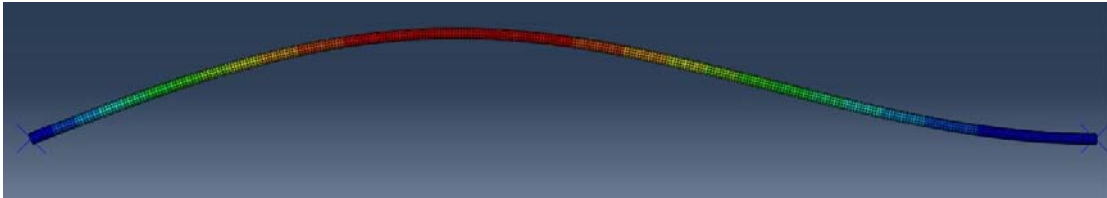


Σχήμα 4.4. Διάγραμμα Ανηγμένης Φόρτισης – Ανηγμένης Παραμόρφωσης για το δοκίμιο (2)

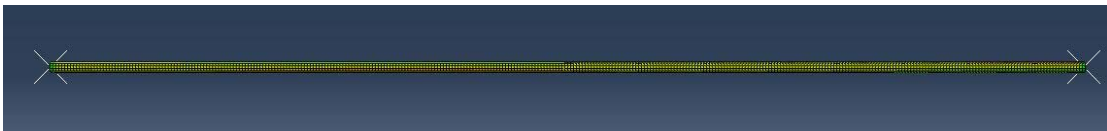
**(3): Δοκίμιο 3.5m από το υλικό των Pereiro-Barcelo, Bonet(2017)<sup>[1]</sup>**



*Εικόνα 4.19. Δοκίμιο (3) χωρίς τη φόρτιση*



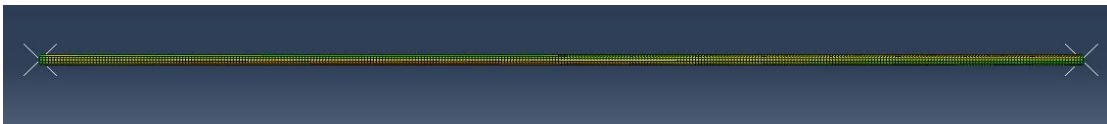
*Εικόνα 4.20. Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού για το δοκίμιο (3)*



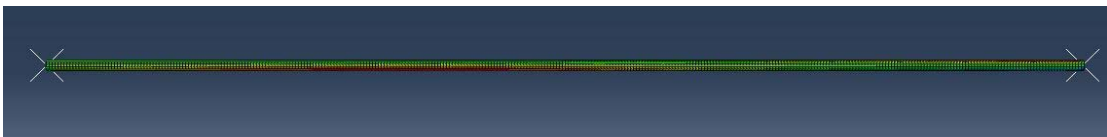
*Εικόνα 4.21. 20% Φορτίου Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (3)*



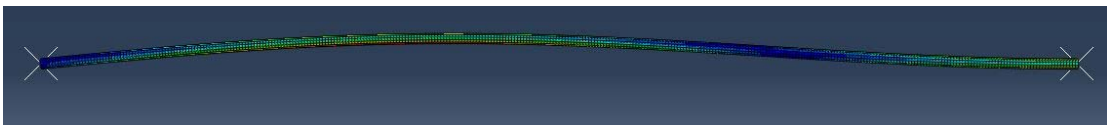
*Εικόνα 4.22. 40% Φορτίου Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (3)*



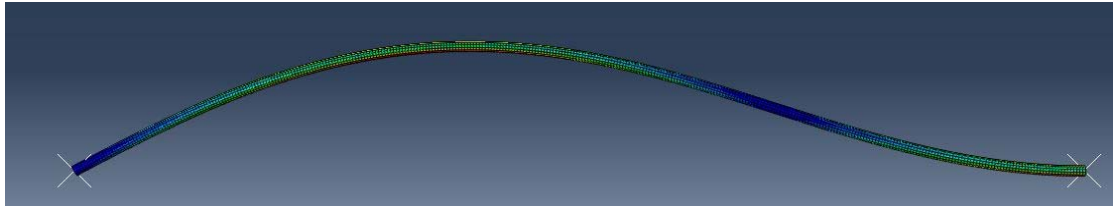
*Εικόνα 23. 60% Φορτίου Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (3)*



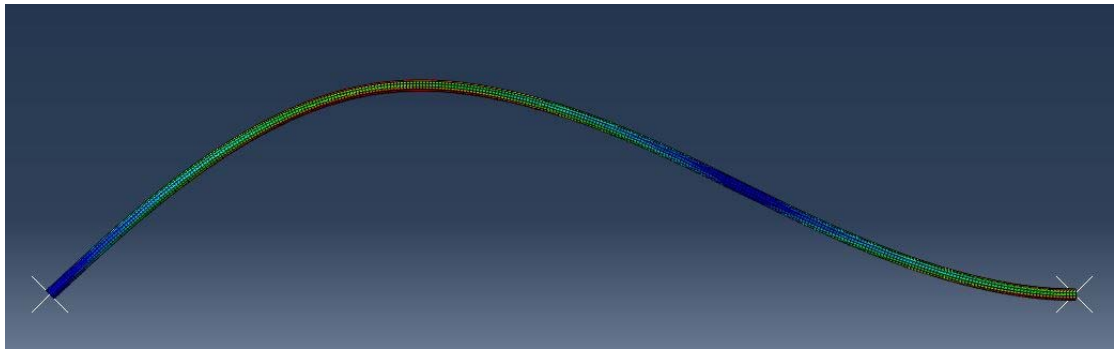
*Εικόνα 4.24. 80% Φορτίου Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (3)*



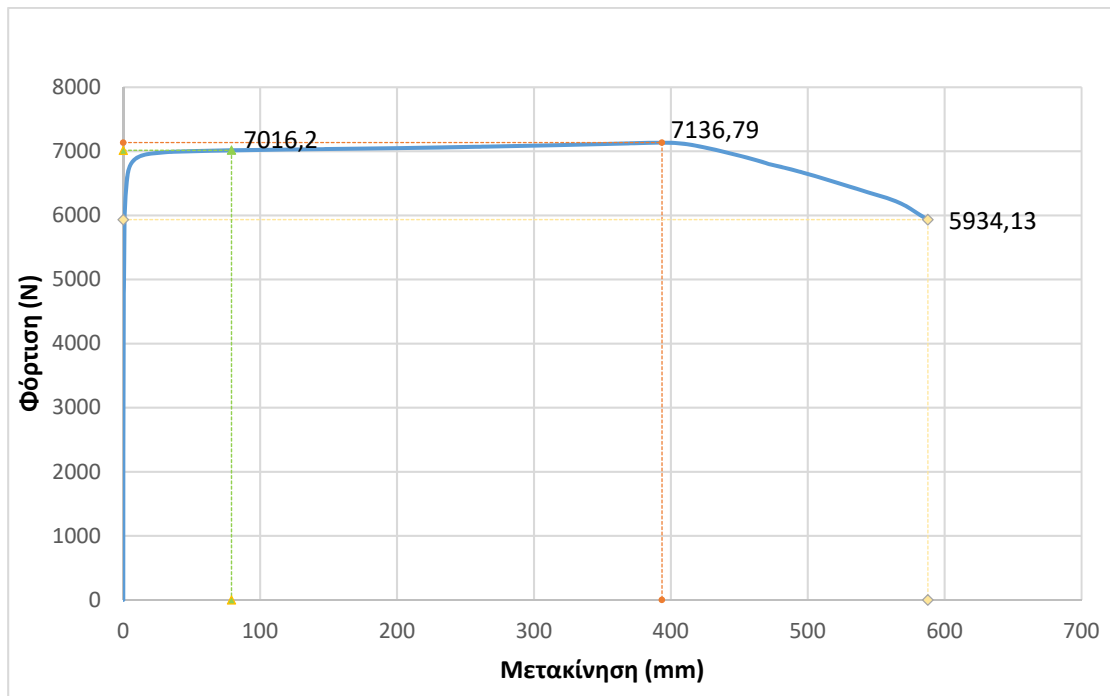
*Εικόνα 4.25. Φορτίο Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (3)*



Εικόνα 4.26. Παραμόρφωση για Μέγιστο Φορτίο στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (3)

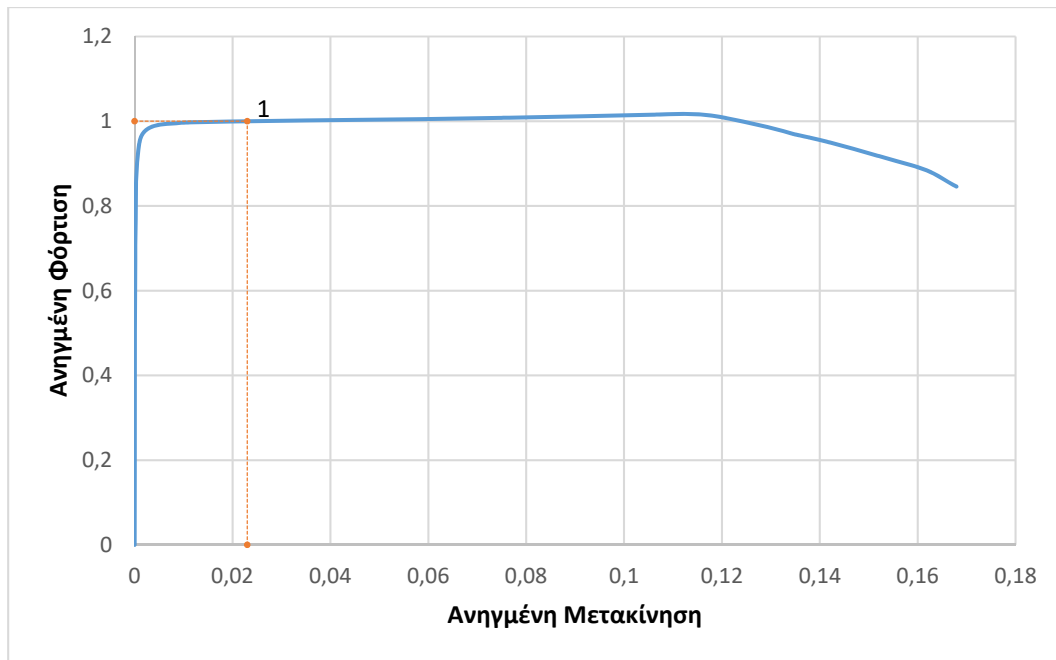


Εικόνα 4.27. Μέγιστη Παραμόρφωση στο τέλος της Μη Γραμμικής Ανάλυσης για το δοκίμιο (3)



Σχήμα 4.5. Δρόμος ισορροπίας για το δοκίμιο (3)



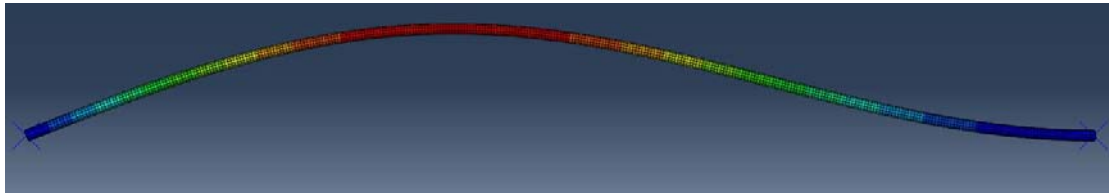


Σχήμα 4.6. Διάγραμμα Ανηγμένης Φόρτισης – Ανηγμένης Παραμόρφωσης για το δοκίμιο (3)

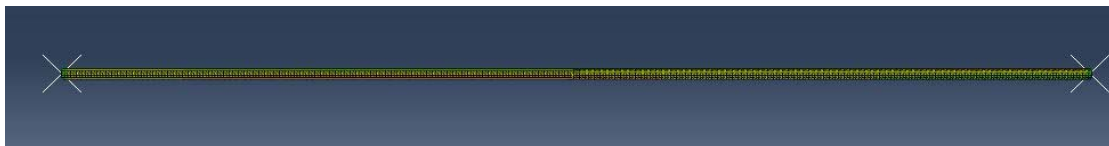
**(4): Δοκίμιο 3.5m από το εγχειρίδιο του SeismoStruct<sup>[2]</sup>**



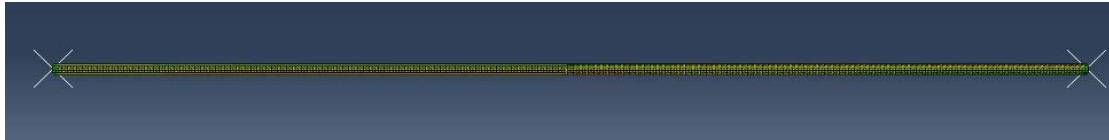
Εικόνα 4.28. Δοκίμιο (4) χωρίς τη φόρτιση



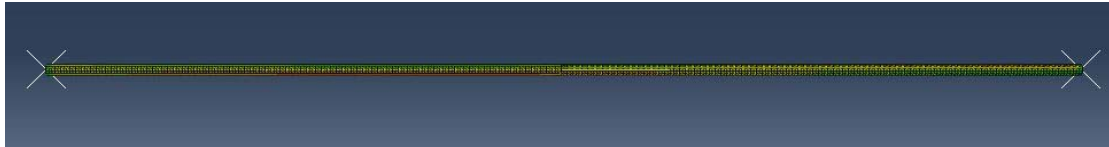
Εικόνα 4.29. Γραμμική Ανάλυση Λυγισμού για το δοκίμιο (4)



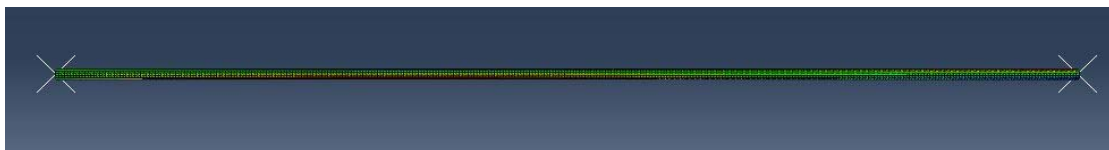
Εικόνα 4.30. 20% Φορτίου Λυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (4)



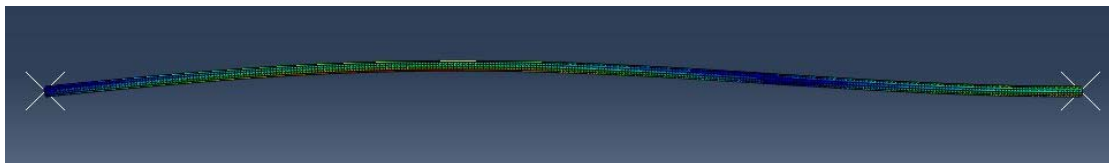
*Εικόνα 4.31. 40% Φορτίου Αυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (4)*



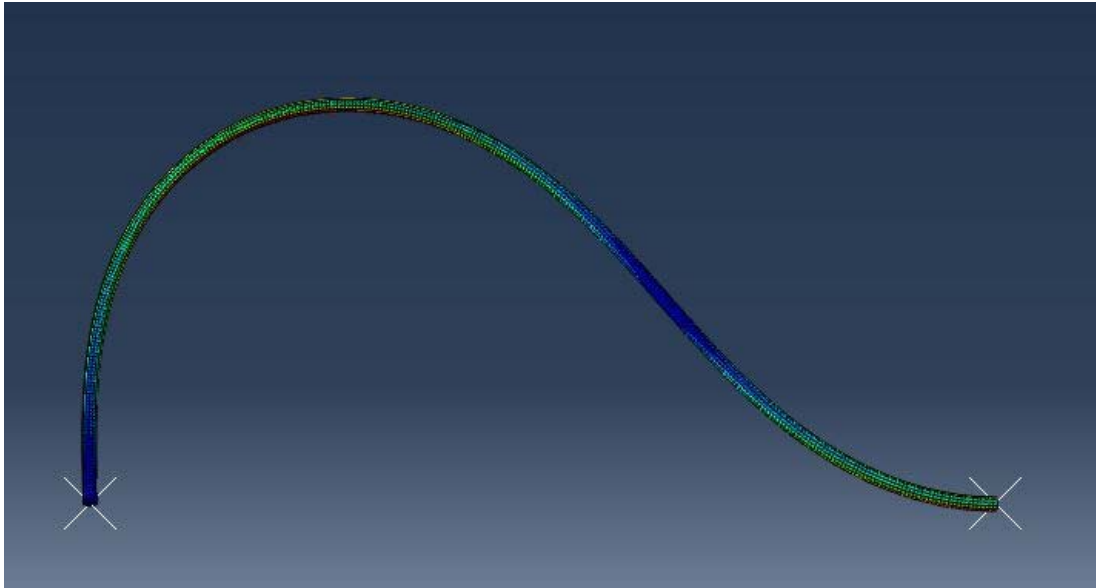
*Εικόνα 4.32. 60% Φορτίου Αυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (4)*



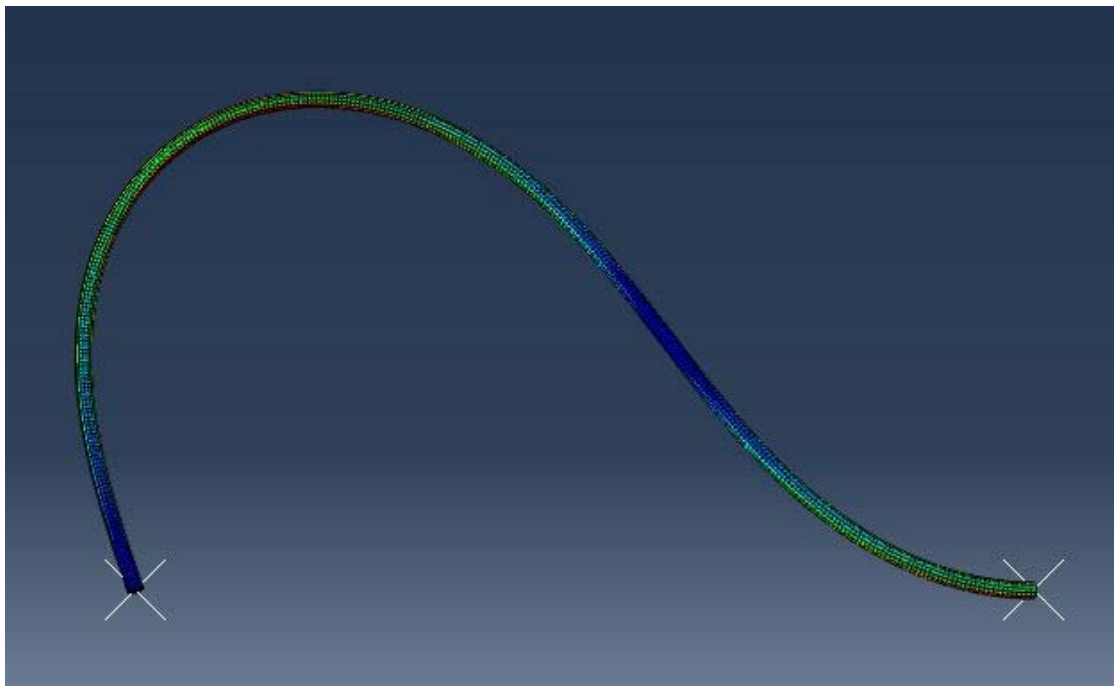
*Εικόνα 4.33. 80% Φορτίου Αυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (4)*



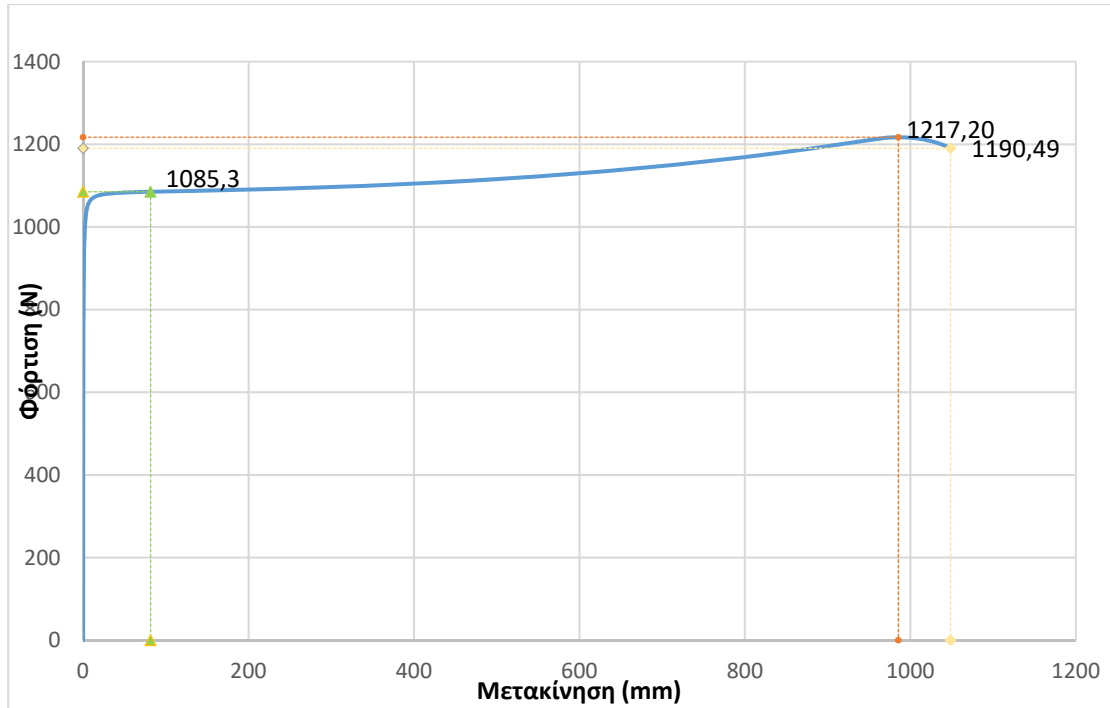
*Εικόνα 4.34. Φορτίο Αυγισμού στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (4)*



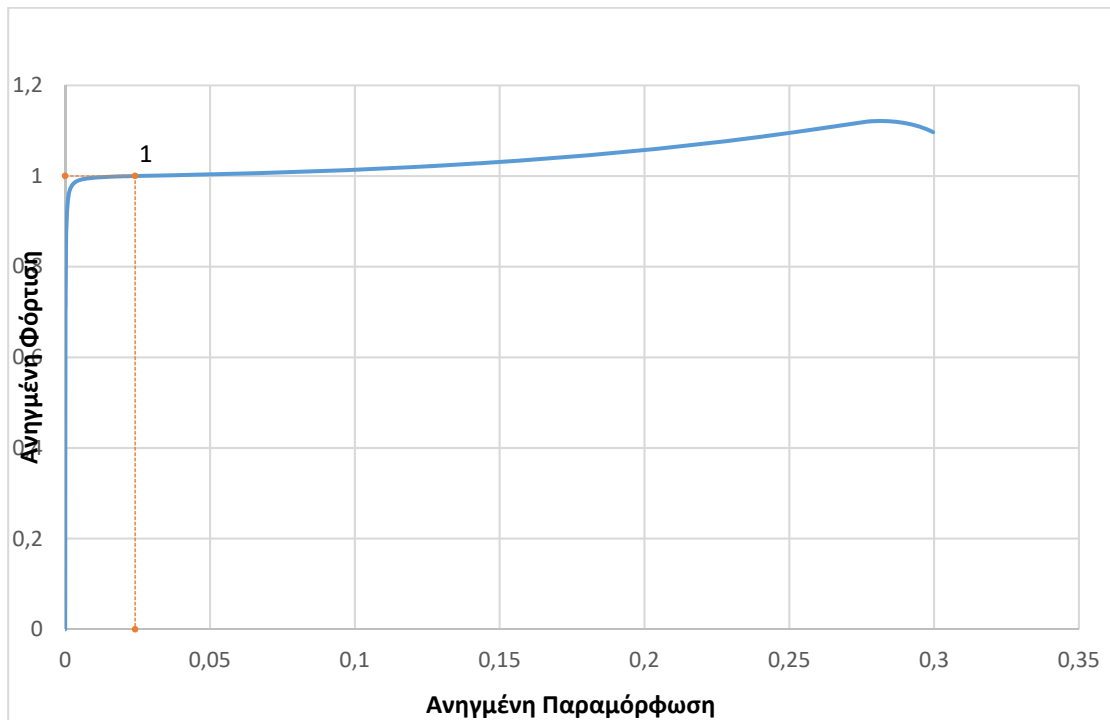
*Εικόνα 4.35. Παραμόρφωση για μέγιστο φορτίο στη Μη Γραμμική Ανάλυση για το δοκίμιο (4)*



*Εικόνα 4.36. Μέγιστη Παραμόρφωση στο τέλος της Μη Γραμμικής Ανάλυσης για το δοκίμιο (4)*



Σχήμα 4.7. Δρόμος ισορροπίας για το δοκίμιο (4)



Σχήμα 4.8. Διάγραμμα Ανηγμένης Φόρτισης – Ανηγμένης Παραμόρφωσης για το δοκίμιο (4)

Όπως ήταν αναμενόμενο, παρατηρείται πως σε κάθε περίπτωση, για τα ίδια υλικά, τα δοκίμια των 3.5 μέτρων εμφάνισαν αρκετά μικρότερα φορτία λυγισμού συγκριτικά με

τα αντίστοιχα των 2.5 μέτρων. Δεδομένου ότι τα δοκίμια έχουν ίδια διάμετρο, οι πιο μακριές ράβδοι εμφάνισαν αυξημένη λυγηρότητα.

Όσον αφορά τις διαφορές των υλικών μεταξύ τους, παρατηρήθηκε ότι τα δοκίμια από το υλικό του εγχειριδίου της SeismoStruct<sup>[2]</sup> παρέλαβαν φορτίο αρκετά μεγαλύτερο από αυτό του λυγισμού, σε σχέση με τα αντίστοιχα από τα δοκίμια του υλικού των Pereiro-Barcelo,Bonet<sup>[1]</sup>.

Είναι χαρακτηριστικό ότι το δοκίμιο (1), ήταν αυτό στο οποίο παρατηρήθηκε αρκετά νωρίτερα σε σχέση με τα υπόλοιπα η πτώση φορτίου, με τη μέγιστη τιμή να φτάνει στο 1.01 του φορτίου λυγισμού, για ανηγμένη παραμόρφωση 0.08. Το δοκίμιο (3) εμφάνισε παρόμοια συμπεριφορά, με τη μέγιστη τιμή του φορτίου να πλησιάζει το 1.02 του φορτίου λυγισμού, για ελαφρώς αυξημένες παραμορφώσεις της τάξης του 0.115.

Αντιθέτως, τα δοκίμια (2) και (4) υπέστησαν αρκετά μεγαλύτερες φορτίσεις, με τιμές φορτίου που πλησίασαν το 1.08 και 1.12 του φορτίου λυγισμού αντίστοιχα, με την ανηγμένη παραμόρφωση να αγγίζει το 0.25 και 0.28 αντίστοιχα στα δύο παραδείγματα.

Αν τώρα εξεταστούν οι τιμές του φορτίου και της ανηγμένης παραμόρφωσης στο πέρας της μη γραμμικής ανάλυσης, είναι εμφανές πως για το δοκίμιο (1) η πτώση του φορτίου είναι αισθητά εντονότερη σε σύγκριση με τα υπόλοιπα τρία δοκίμια, με την τελική τιμή να υπολογίζεται σχεδόν στο 0.41 του φορτίου λυγισμού. Για την τιμή αυτή, η ανηγμένη παραμόρφωση έχει φτάσει στο 0.27 με την αντίστοιχη για το φορτίο λυγισμού να βρίσκεται στο 0.024.

Για τα υπόλοιπα τρία δοκίμια, οι δρόμοι ισορροπίας ολοκληρώνονται για πολύ μεγαλύτερες τιμές φορτίου, με αυτή του δοκιμίου (3) – το οποίο είναι από το ίδιο υλικό με το δοκίμιο (1) - να είναι η μικρότερη, στο 0.85 του φορτίου λυγισμού, με την ανηγμένη παραμόρφωση να λαμβάνει την τιμή 0.17. Για το δοκίμιο (2) η ανάλυση ολοκληρώνεται με το φορτίο να προσεγγίζει το 0.98 του φορτίου λυγισμού για ανηγμένη παραμόρφωση 0.29.

Τέλος, το δοκίμιο (4) είναι το μόνο το οποίο με την ολοκλήρωση της μη γραμμικής ανάλυσης, έχει φορτίο μεγαλύτερο από αυτό του λυγισμού, και συγκεκριμένα αυξημένο κατά 10% σε σχέση με αυτό του λυγισμού. Η τελική ανηγμένη παραμόρφωση για το συγκεκριμένο δοκίμιο έχει την τιμή 0.3 η οποία είναι και η μεγαλύτερη μεταξύ των περιπτώσεων που εξετάζονται εδώ.

### **Βιβλιογραφία**

[1] Pereiro-Barcelo J, Bonet J. L. (2017) Ni-Ti SMA bars behaviour under compression, *Construction and Building Materials* **155**, pp. 348 – 362  
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.08.083>

[2] Seismosoft [2022] "SeismoStruct 2022 – A computer program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structures," available from <https://seismosoft.com/>. pp 341

## **Κεφάλαιο 5<sup>ο</sup>: Συμπεράσματα και Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα**

Από το περιεχόμενο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

(α) Τα κράματα μνήμης σχήματος/μορφής (SMAs) αποτελούν ένα μοντέρνο, προηγμένο και «έξυπνο» υλικό, με πολλά πλεονεκτήματα και σπουδαίες ιδιότητες. Για τους λόγους αυτούς χρησιμοποιούνται σε μεγάλη γκάμα Επιστημών, και για τον τομέα ενδιαφέροντος μας ιδιαίτερα στην Αντισεισμική Μηχανική και την Γεφυροποιία.

(β) Έχουν κατά καιρούς προταθεί αρκετά αξιόπιστα μοντέλα καταστατικών νόμων του υλικού αυτού, μερικά από τα οποία έχουν ενσωματωθεί σε ευρύτατα αποδεκτά λογισμικά, τόσο ελεύθερης πρόσβασης όσο και εμπορικά.

(γ) Στις εφαρμογές των SMAs πάντως στον Δομοστατικό Σχεδιασμό, οι ράβδοι από το υλικό αυτό είτε είναι μικρού μήκους (οπότε μικρής λυγηρότητας) είτε είναι προστατευμένες με ειδικές συσκευές, οι οποίες αποτρέπουν το φαινόμενο του λυγισμού.

(δ) Στη διεθνή βιβλιογραφία μόνο μικρός αριθμός δημοσιεύσεων έχει ως αντικείμενο την απόκριση σε ευστάθεια «γυμνών» (μη προστατευμένων) ράβδων SMA, οπότε το όλο θέμα παραμένει ανοικτό.

(ε) Με σκοπό μια αρχική συνεισφορά στην απόκριση έναντι λυγισμού τέτοιων ράβδων, έλαβε χώραν ανάλυση με χρήση του μοντέλο υπερελαστικότητας του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων Abacus, για τέσσερις συνδυασμούς ράβδων και ιδιοτήτων των υλικών. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατέδειξαν διαφορές στο κρίσιμο φορτίο και την αντίστοιχη σε αυτό ανηγμένη παραμόρφωση, μεταξύ γραμμικής και μη γραμμικής ανάλυσης, και ιδιαίτερα ιδιάζουσα τελική παραμορφωμένη κατάσταση των ράβδων μετά το μη γραμμικό κρίσιμο (οριακό) σημείο.

Προτείνεται όπως συνεχιστούν αναλύσεις σε πολλές άλλες περιπτώσεις συνοδευόμενες από αντίστοιχα πειράματα, με κατάλληλη βαθμονόμηση και αναγωγή, έτσι ώστε να αποκτηθεί μια καλλίτερη επιστημονική τεκμηρίωση επί του λυγισμού ράβδων SMAs.