



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

---

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΓΥΨΟΥ  
ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΟΥ ΜΕ PHASE-CHANGE ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ ΠΑΡΑΦΙΝΗΣ  
ΒΑΘΜΩΤΗΣ ΜΙΚΡΟΔΟΜΗΣ**

---

Τζιόκας Θωμάς

Επιβλέπων:

Δρ. Αθανάσιος Παπαθανασίου

**Διπλωματική Εργασία**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του

Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού.

Βόλος, Φεβρουάριος 2023



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

---

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΓΥΨΟΥ  
ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΟΥ ΜΕ PHASE-CHANGE ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ ΠΑΡΑΦΙΝΗΣ  
ΒΑΘΜΩΤΗΣ ΜΙΚΡΟΔΟΜΗΣ**

---

Τζιόκας Θωμάς

Επιβλέπων:

Δρ. Αθανάσιος Παπαθανασίου

**Διπλωματική Εργασία**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του

Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού.

Βόλος, Φεβρουάριος 2023

© 2023 Τζιόκας Θωμάς

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

**Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

**Πρώτος Εξεταστής**

(Επιβλέπων)

**Δρ. Αθανάσιος Παπαθανασίου**

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

**Δεύτερος Εξεταστής**

**Δρ. Ανδρέας Τσιαντής**

Διδάσκων, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

**Τρίτος Εξεταστής**

**Δρ. Σταματέλλος Αναστάσιος**

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας



## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, Καθηγητή Δρ. Αθανάσιο Παπαθανασίου, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά την διάρκεια της υλοποίησης της εργασίας μου. Οφείλω να ευχαριστήσω τον Δρ. Ανδρέα Τσιαντή καθώς η βοήθεια του στις τεχνικές δυσκολίες που προέκυψαν ήταν καθοριστική.

Ευχαριστώ τους φίλους μου Χρήστο και Στέλιο για την ηθική υποστήριξή τους. Επίσης ευχαριστώ πολύ την Χαρά για την κατανόησή της, ιδιαίτερα κατά την διάρκεια των τελευταίων μηνών της προσπάθειάς μου.

Τέλος, είμαι ευγνώμων στην οικογένειά μου, Φώτη, Κατερίνα και Γιώργο Τζιόκα για την ολόψυχη αγάπη και υποστηριξή τους όλα αυτά τα χρόνια. Αφιερώνω αυτή την εργασία στους γονείς μου και στον αδερφό μου.



## Περίληψη

Στη σύγχρονη εποχή ένα θέμα που απασχολεί έντονα την επιστημονική κοινότητα είναι η εξοικονόμηση και αποθήκευση ενέργειας. Η ολοένα και μεγαλύτερη χρήση των ορυκτών καυσίμων έχει οδηγήσει στην εκπομπή τεράστιων ποσοτήτων επιβλαβών για το περιβάλλον αερίων, με κυριότερο το διοξείδιο του άνθρακα, τα οποία έχουν σοβαρές συνέπειες, όπως η κλιματική αλλαγή και η υπερθέρμανση του πλανήτη. Σε αυτό το πλαίσιο, τα υλικά αλλαγής φάσης (PCM), κερδίζουν όλο και περισσότερο έδαφος καθώς η ικανότητά τους να απορροφούν και να απελευθερώνουν θερμότητα, τα καθιστά πολύ ελκυστική επιλογή για τη θερμική επάρκεια των κτιρίων. Στη παρούσα διπλωματική εργασία θα μελετηθεί, μέσω προσομοιώσεων η θερμική απόκριση μόνωσης γύψου ενισχυμένου με σωματίδια παραφίνης τα οποία ακολουθούν την κανονική και την ημικανονική κατανομή. Έπειτα, θα αναλυθούν τα αριθμητικά αποτελέσματα με σκοπό τη δημιουργία ενός μοντέλου πρόβλεψης της θέση του μετώπου αλλαγής φάσης για τις περιπτώσεις διαβάθμισης των σωματιδίων παραφίνης. Τέλος, θα γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων της εκάστοτε κατανομής για την εξαγωγή βασικών συμπερασμάτων της θερμικής απόκρισης της μόνωσης.

Με την βοήθεια υπολογιστικών μεθόδων και διάφορων πακέτων λογισμικού όπως το OpenFoam, το Paraview και το GMSH γίνεται η μελέτη της μεταφοράς θερμότητας και αλλαγής φάσης σε χρονικά μεταβαλλόμενες συνθήκες, από όπου προκύπτουν συμπεράσματα για τη θερμική απόκριση του σύνθετου PCM. Για την διεξαγωγή των προσομοιώσεων δημιουργήθηκαν δισδιάστατες γεωμετρίες της μόνωσης, μέσω προγράμματος που πραγματοποιήθηκε από τον κ.Τσιαντή. Η γεωμετρία είναι περιοδική στη κατακόρυφη διεύθυνση με συνοριακές συνθήκες και τα μοντέλα επιλύονται χρησιμοποιώντας τον κώδικα ανοιχτού λογισμικού OpenFoam στο Cluster του Εργαστηρίου Ρευστομηχανικής και Στροβιλομηχανών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Π.Θ.

**Λέξεις-κλειδιά:** Phase Change Materials, θερμική άνεση κτιρίων, αποθήκευση θερμικής ενέργειας, λανθάνουσα θερμότητα, κανονική κατανομή, ημικανονική κατανομή, διασπορά, μικροδομή, σύνθετα υλικά.





## Summary

Climate change and the overheating of our planet are two major areas of interest for the scientific community if we consider the increase in fossil fuel use. Massive quantities of toxic gases are emitted to the environment as a direct consequence of this behavior, giving rise to the matters of preserving and saving energy. In this context, Phase Change Materials (PCM) are able to provide buildings with thermal insulation, since their ability to absorb and release thermal energy makes them suitable for this role.

This thesis will evolve around simulations on the thermal response of thermally insulated gypsum with paraffin particles, the latter designed to be following either a Normal or a half-Normal distribution. The results of these scenarios will be analyzed with the aim of generating a model that can predict the interface location for the distributions mentioned. A comparison between the behaviors observed under each distribution will be another point of focus.

The underlying study will describe phenomena related to thermal energy transfer and phase change in time-varying conditions, reaching conclusions in relation to the thermal response of a PCM composite. To conduct mentioned experiments, 2-dimensional thermal insulation geometries were generated by software that was created by Prof. Tsiantis. These geometries contain a periodic component in the vertical axis, while their boundary conditions and the related models are derived using the OpenFoam open-source software that runs on the CPU-based cluster of the Fluid Mechanics and Turbines Laboratory of the Mechanical Engineering Department, University of Thessaly.

**Keywords:** Phase Change Materials, thermal energy storage, Latent heat, thermal comfort, Normal distribution, half-Normal distribution, dispersion, micro-structure, composites.



# Περιεχόμενα

Περίληψη	6
Summary	8
Κατάλογος εικόνων	13
Κατάλογος πινάκων	15
<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>16</b>
1.1 Κατηγοριοποίηση των υλικών αλλαγής φάσης . . . . .	19
1.1.1 Κριτήριο επιλογής κατάλληλων υλικών αλλαγής φάσης . . . . .	21
1.2 Αντικείμενο της διπλωματικής . . . . .	23
<b>2 Υπολογιστική μελέτη μόνωσης γύψου ενισχυμένου με σωματίδια παραφίνης</b>	<b>24</b>
2.1 Δημιουργία γεωμετρίας . . . . .	24
2.1.1 Χρονομεταβαλλόμενη μεταφορά θερμότητας με τη χρήση του υπολογιστικού πακέτου Openfoam. . . . .	26
2.2 Σύγκριση υπολογιστικής (OpenFoam) και αναλυτικής λύσης. . . . .	29
2.2.1 Πρόβλημα Stefan . . . . .	29
2.2.2 Μονοδιάστατη μεταβατική μεταφορά θερμότητας . . . . .	33
<b>3 Βαθμωτές κατανομές μικροδομής</b>	<b>38</b>
3.1 Κανονική Κατανομή . . . . .	38
3.1.1 Αποτελέσματα προσομοιώσεων . . . . .	40
3.1.2 Μέτωπο αλλαγής φάσης κανονικής κατανομής-Γραμμή αναφοράς (Master curve) . . . . .	42
3.2 Ημικανονική κατανομή . . . . .	47
3.2.1 Αποτελέσματα προσομοιώσεων ημικανονικής κατανομής. . . . .	49
3.2.2 Μέτωπο αλλαγής φάσης ημικανονικής κατανομής-Γραμμή αναφοράς (Master curve) . . . . .	52
3.3 Σύγκριση των κατανομών . . . . .	55
<b>4 Συμπεράσματα</b>	<b>57</b>

<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>59</b>
<b>5 Παράρτημα</b>	<b>62</b>
5.1 Κώδικας Matlab για τον υπολογισμό αναλυτικής λύσης χρονομεταβαλλόμενης μεταφοράς θερμότητας σε επίπεδο τείχο. . . . .	62

## Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Εκμετάλλευση του κυκλικού φαινομένου αλλαγής φάσης. . . . .	16
1.2	Πλήθος δημοσιεύσεων αναφερόμενες στις συνθέτες μονώσεις με PCM από το 1996 έως το 2018. . . . .	18
1.3	Ενσωμάτωση <i>PCM</i> σε κελύφη κτιρίων [1]. . . . .	18
1.4	Αρχή λειτουργίας υλικών αλλαγής φάσης (PCM) [2]. . . . .	19
1.5	Κατηγοριοποίηση των υλικών αλλαγής φάσης. . . . .	20
1.6	Είδη <i>PCM</i> και ιδιότητες αλλαγής φάσης. . . . .	21
1.7	Μελέτες σύνθετων μονώσεων με PCM που βρίσκουν εφαρμογή ανά τον κόσμο. . . . .	22
2.1	Γεωμετρία με 379 σωματίδια παραφίνης ομοιόμορφα κατανεμημένα στο εσωτερικό του γύψου διαστάσεων $L \cdot H$ . Με ασφαλή περιοχή από τα άκρα του γύψου $S_d = 0.001[mm]$ και με ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σωματιδίων $D_{min}$ . . . . .	25
2.2	Απεικόνιση υπολογιστικού πλέγματος σωματιδίου παραφίνης, με μεγαλύτερη πυκνωση στην διεπιφάνεια γύψου-παραφίνης. . . . .	26
2.3	Σχηματική αναπαράσταση των αρχικών και συνοριακών συνθηκών του υπολογιστικού προβλήματος που επιλύεται στο OpenFoam. . . . .	28
2.4	Απεικόνιση τυπικής γεωμετρίας σωματιδίου παραφίνης καθώς και των αρχικών και συνοριακών συνθηκών για την επίλυση του προβλήματος Stefan. . . . .	30
2.5	Χρόνος αλλαγής φάσης που υπολογίζεται από τον OpenFoam ως προς ( $\alpha'$ ) την αναλυτική σχέση 2.24 και ( $\beta'$ ) την ημιεμπειρική έκφραση 2.25, για τιμές του αριθμού Stefan (St) από 0 έως 1. . . . .	33
2.6	Μονοδιάστατη μεταβατική μεταφορά θερμότητας διαμέσου επίπεδου τοίχου. . . . .	34
2.7	Η αριθμητική λύση είναι σε συμφωνία με την αναλυτική για το υλικό του γύψου. . . . .	37
3.1	Γεωμετρία κανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων $N = 379$ , διασπορά $\sigma = 0.10$ και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής. . . . .	38
3.2	Γεωμετρία κανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων $N = 379$ , διασπορά $\sigma = 0.15$ και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής. . . . .	39
3.3	Γεωμετρία κανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων $N = 379$ , διασπορά $\sigma = 0.20$ και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής. . . . .	39
3.4	Απεικόνιση της μέσης θερμοκρασίας του γύψου ως προς το χρόνο, με την διασπορά να λαμβάνει τις τιμές 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, καθώς και της ομοιόμορφης κατανομής. . . . .	41
3.5	3.5α' Απεικόνιση της μέσης θερμοκρασίας του δεξί άκρου του υλικού ως προς το χρόνο, 3.5β' μεγέθυνση του γραφήματος για τα τελευταία 100 <i>sec</i> της προσομοίωσης. . . . .	41

3.6	Θέση του μετώπου αλλαγής φάσης για $\phi = 15\%$ και αριθμό σωματιδίων $N = 379$ τη χρονική στιγμή $t = 250sec$ για τιμές της διασποράς (3.6α') $\sigma = 0.15$ , (3.6β') $\sigma = 0.20$ , (3.6γ') $\sigma = 0.25$ . . . . .	43
3.7	Θέση του μετώπου αλλαγής φάσης ως προς το χρόνο και παρεμβολή της εξίσωσης $x = A \cdot t^n$ , με την διασπορά να λαμβάνει τις τιμές 0.05, 0.10, 0.15, 0.20 καθώς και την ομοιόμορφη κατανομή. . . . .	44
3.8	Μεταβολή των συντελεστών $A$ (Σχήμα 3.8α') και $n$ (Σχήμα 3.8β') συναρτήσει της διασποράς $\sigma$ . . . . .	45
3.9	Γραμμή αναφοράς (Master curve) του μοντέλου πρόβλεψης (Σχέση 3.5) της θέσης του μετώπου αλλαγής φάσης για διάφορες τιμές της διασποράς $\sigma$ όταν τα σωματίδια διαβαθμίζονται σύμφωνα με την κανονική κατανομή. . . . .	46
3.10	Γεωμετρία ημικανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων $N = 379$ , διασπορά $\sigma=0.10$ και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής. . . . .	47
3.11	Γεωμετρία ημικανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων $N = 379$ , διασπορά $\sigma=0.15$ και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής. . . . .	48
3.12	Γεωμετρία ημικανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων $N = 379$ , διασπορά $\sigma=0.20$ και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής. . . . .	48
3.13	Απεικόνιση της μέσης θερμοκρασίας του γύψου ως προς το χρόνο, με την διασπορά να λαμβάνει τις τιμές 0.10, 0.15, 0.20, 0.25. . . . .	49
3.14	Απεικόνιση της μέσης θερμοκρασίας του δεξί άκρου του υλικού ως προς το χρόνο για την περίπτωση της ημικανονικής κατανομής. . . . .	50
3.15	Θέση του μετώπου αλλαγής φάσης για $\phi = 15\%$ και αριθμό σωματιδίων $N = 379$ τη χρονική στιγμή $t = 200sec$ για τιμές της διασποράς (3.15α') $\sigma = 0.10$ , (3.15β') $\sigma = 0.15$ , (3.15γ') $\sigma = 0.20$ . . . . .	51
3.16	Θέση του μετώπου αλλαγής φάσης ως προς το χρόνο και παρεμβολή της εξίσωσης $x = A \cdot t^n$ , με την διασπορά να λαμβάνει τις τιμές 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 . . . . .	52
3.17	Μεταβολή των συντελεστών $A$ (Σχήμα 3.17α') και $n$ (Σχήμα 3.17β') συναρτήσει της διασποράς $\sigma$ . . . . .	53
3.18	Γραμμή αναφοράς (Master curve) του μοντέλου πρόβλεψης (Σχέση 3.9 ) της θέσης του μετώπου αλλαγής φάσης για διάφορες τιμές της διασποράς $\sigma$ όταν τα σωματίδια διαβαθμίζονται σύμφωνα με την ημικανονική κατανομή . . . . .	54
3.19	Σύγκριση της κανονικής, της ημικανονικής και της ομοιόμορφης κατανομής ως προς τη μέση θερμοκρασία του δεξί άκρου. . . . .	55

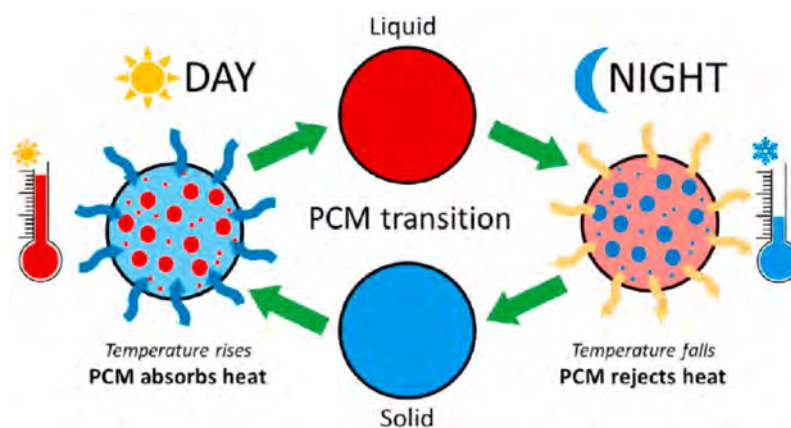
## Κατάλογος Πινάκων

1	Ιδιοτιμές $\lambda$ για $B_i = \infty$ . . . . .	37
2	Τιμές των συντελεστών $A$ και $n$ που λήφθηκαν μέσω παρεμβολής της εξίσωσης $x = A \cdot t^n$ για διάφορες τιμές της διασποράς $\sigma$ στα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, μαζί με τα σφάλματα υπολογισμού. . . . .	44
3	Τιμές των συντελεστών $A$ και $n$ που λήφθηκαν μέσω παρεμβολής της εξίσωσης $x = A \cdot t^n$ για διάφορες τιμές της διασποράς $\sigma$ στα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, μαζί με τα σφάλματα υπολογισμού. . . . .	53



# 1 Εισαγωγή

Η ολοένα και αυξανόμενη ενεργειακή ζήτηση σε παγκόσμιο επίπεδο, συνεπάγεται την εκτεταμένη χρήση ορυκτών καυσίμων για την εξασφάλιση των αναγκών τόσο της βιομηχανικής όσο και της κοινωνικής δραστηριότητας. Χαρακτηριστικά, παρά την αισθητή πτώση της ενεργειακής κατανάλωσης που σημειώθηκε, έστω και παροδικά, στη Γηραιά ήπειρο κατά το 2020 εξαιτίας της πανδημίας του Covid-19, σύμφωνα με εκτιμήσεις διαπιστώνεται για το έτος 2021 αύξηση της τάξης του 5% σε σχέση με το 2020 [3]. Κατά τη καύση των ορυκτών, ο άνθρακας που βρίσκεται στο καύσιμο αντιδρά με το οξυγόνο και εκλύεται διοξείδιο του άνθρακα (CO<sub>2</sub>). Η αύξηση της συγκέντρωσης CO<sub>2</sub> στην ατμόσφαιρα προκαλεί αύξηση της παγκόσμιας μέσης θερμοκρασίας, οδηγώντας στην κλιματική αλλαγή. Επιπρόσθετα, απελευθερώνονται ατμοσφαιρικοί ρύποι (διοξείδιο του θείου, διοξείδιο του αζώτου και σωματίδια), με επακόλουθες επιπτώσεις στην ποιότητα του αέρα. Σε αυτό το πλαίσιο καθίσταται επιτακτική η ανάγκη λήψης μέτρων για την αντιμετώπιση της προαναφερθείσας κατάστασης και των συνεπειών που αυτή επιφέρει. Η υιοθέτηση των Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας (ΑΠΕ) προβάλλεται ως μία ελκυστική εναλλακτική. Από την άλλη πλευρά η ελαχιστοποίηση των ενεργειακών απωλειών δύναται να έχει θετικό αντίκτυπο, με περιβαλλοντικούς και οικονομικούς όρους. Από αυτήν την άποψη, τα υλικά αλλαγής φάσης (PCM), κερδίζουν ολοένα και μεγαλύτερο έδαφος. Η εκμετάλλευση της λανθάνουσας θερμότητας (Σχήμα 1.1) με ταυτόχρονη μικρή μεταβολή της θερμοκρασίας, αποτέλεσαν το κίνητρο για την δημιουργία μίας σειράς εφαρμογών και μελετών με σκοπό την αύξηση της ενεργειακής απόδοσης των κτιρίων [4].



Σχήμα 1.1: Εκμετάλλευση του κυκλικού φαινομένου αλλαγής φάσης.

Σε αυτό το σημείο αξίζει να επισημανθεί ότι τα υλικά αλλαγής φάσης πέραν της μόνωσης κτιρίων χρησιμοποιούνται σε ένα ευρύτερο σύνολο εφαρμογών. Ενδεικτικά αναφέρονται, η συντήρηση

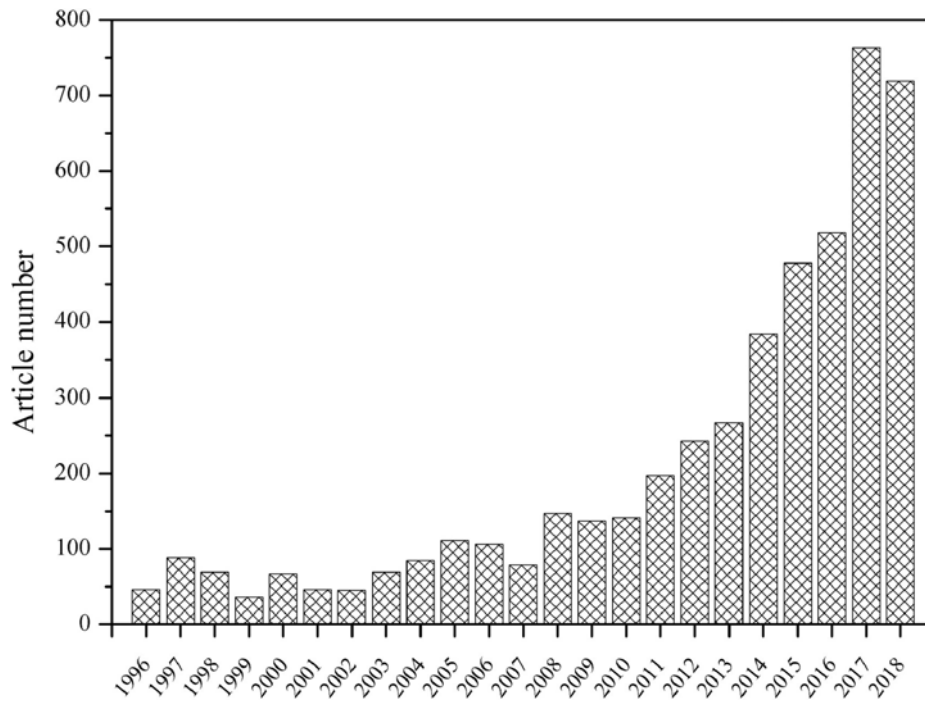
ευαίσθητων τροφίμων και φαρμάκων [5], η αύξηση απόδοσης φωτοβολταϊκών πάνελ [6], η ψύξη κινητήρων εσωτερικής καύσης και ηλεκτροκινητήρων αυτοκινήτων [7], καθώς και στην οπτική [8] και την διαστημική [9].

Το 1949 οι M. Telkes και E. Raymond αποτέλεσαν τους πρωτεργάτες στη μελέτη των *PCM*, χωρίς να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στα ευρήματα τους [10]. Ωστόσο αυτό άλλαξε δύο δεκαετίες αργότερα, όταν οι D.V. Hale, M.J. Hoover και ο M.J. O'Neill, προχώρησαν το 1971 σε μια πρωτοποριακή μελέτη για την εφαρμογή των *PCM* σε διαστημικά συστήματα [11]. Διεξήγαγαν μελέτες με στόχο τον προσδιορισμό του βαθμού στον οποίον καθίσταται ικανή η χρήση των *PCM* ως θερμικές συσκευές ελέγχου. Οι μεγάλες θερμοκρασιακές διαφορές που δημιουργούνται έξω από την ατμόσφαιρα της γης, παραδείγματος χάρη η διέλευση ενός διαστημοπλοίου από μία έκλειψη ηλίου από κάποιον πλανήτη, απαιτούν υψηλή απόδοση θερμικού ελέγχου σε πολλά διαστημικά συστήματα. Η αξιόπιστη λειτουργία των *PCM* διαδραματίζει καταλυτικό ρόλο ως προς την χρήση τους για τέτοιου είδους εφαρμογές. Ακόμη, χρησιμοποιήθηκαν ποικιλοτρόπος σε πολλά διαστημικά σκάφη, όπως και στο Apollo 15, 16 και 17 [12]. Αυτές οι δημοσιεύσεις και εφαρμογές ενίσχυσαν τη σημασία που έχουν τα συστήματα θερμικής αποθήκευσης (TES), προσελκύοντας κατά αυτόν τον τρόπο αρκετές ερευνητικές ομάδες με αντικείμενο την αξιολόγηση τέτοιων συστημάτων μέχρι και σήμερα.

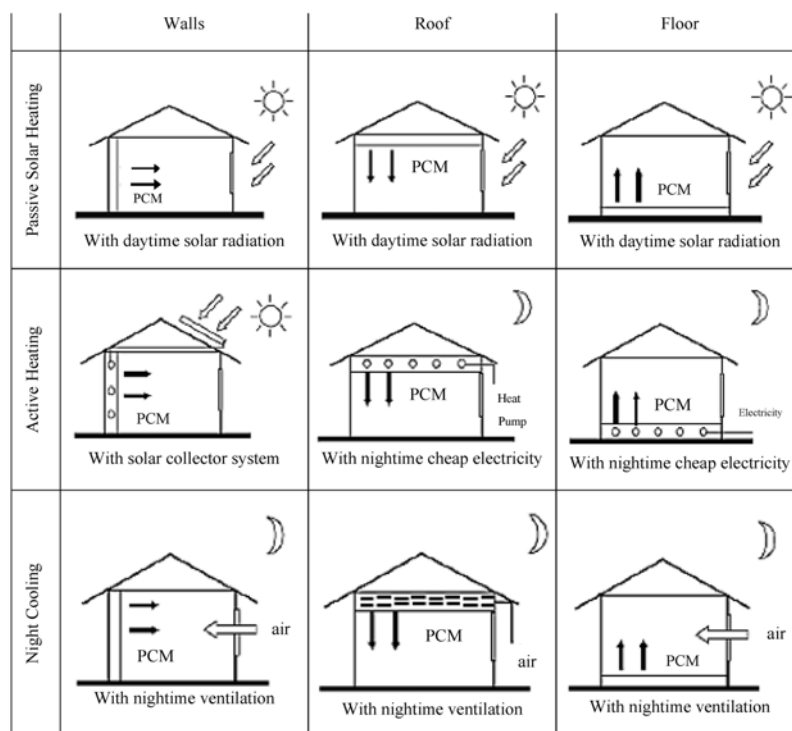
Αν και η μελέτη των υλικών αλλαγής φάσης ως αποθήκες ενέργειας, λόγω της υψηλής λανθάνουσας θερμότητας έχει ξεκινήσει από την δεκαετία του 1940, ωστόσο η χρήση αυτών των υλικών στη μόνωση κτιρίων έχει αποκτήσει ενδιαφέρον τις τελευταίες τρεις δεκαετίες. Στο Σχήμα 1.2 αποτυπώνεται η ραγδαία αύξηση των ερευνών που σχετίζονται με μονώσεις κτιρίων με τη χρήση υλικών αλλαγής φάσης από τα μέσα της δεκαετίας του '90 μέχρι και το 2018. [13].

Υπάρχουν πολλοί τρόποι εφαρμογής των *PCM* σε κτίρια με σκοπό την θερμική άνεση και την εξοικονόμηση ενέργειας. Μπορούν να ενσωματωθούν στο δάπεδο, στον τοίχο ή στην οροφή καθώς και μπορούν να αποτελέσουν μέλος σε πιο πολύπλοκα θερμικά συστήματα, όπως αντλίες θερμότητας και ηλιακούς συλλέκτες [14].

Αξιοσημείωτο είναι να αναφερθεί ότι το 2011 ένα demo house που περιέχει σωματίδια *PCM* στο εσωτερικό των τοίχων, κατασκευάστηκε στην περιοχή της Αμφιλοχίας, στο μεσοδυτικό τμήμα της Ελλάδας με σκοπό την διερεύνηση της θερμικής συμπεριφοράς του σπιτιού. Ειδικότερα, το demo house είναι μια δώροφη μονοκατοικία, όπου οι τοίχοι του αποτελούνται από πολλαπλά στρώματα μονωτικών υλικών και πάνελ γυψοσανίδας που περιέχουν υλικά αλλαγής φάσης (*PCM*).



Σχήμα 1.2: Πλήθος δημοσιεύσεων αναφερόμενες στις συνθέτες μονώσεις με PCM από το 1996 έως το 2018.



Σχήμα 1.3: Ενσωμάτωση PCM σε κελύφη κτιρίων [1].

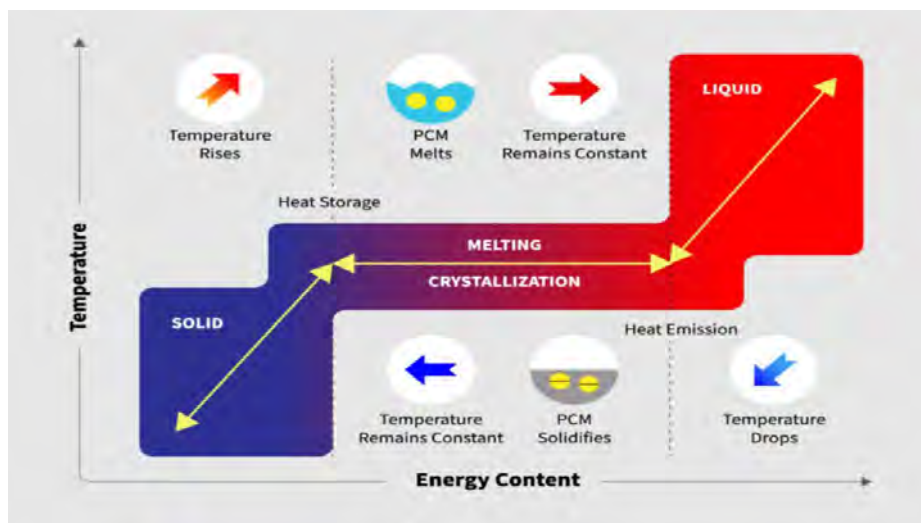
Τοποθετήθηκαν αισθητήρες θερμοκρασίας τόσο στους εξωτερικούς και διαχωριστικούς τοίχους όλων των δωματίων, όσο και σε όλους τους εσωτερικούς χώρους, προκειμένου να παρέχουν λεπτομερείς μετρήσεις θερμοκρασίας καθ' όλη την διάρκεια τους έτους 2011. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων αν και ποικίλλουν ανάλογα με τον προσανατολισμό, τον όροφο, τη θέση του τοίχου και

την έκθεση του στην ηλιακή ακτινοβολία, ήταν αξιοσημείωτα. Αποδεικνύεται απόδοση θερμικής άνεσης έως 40%, καθώς και χρονική καθυστέρηση της θερμοκρασίας από τον εξωτερικό τοίχο περίπου 100 λεπτών, λόγω της ενσωμάτωσης των *PCM* [15].

Παρά την εκτεταμένη μελέτη τους εδώ και δεκαετίες, η επίδραση της θερμικής τους απόκρισης ανάλογα με την μεταβολή της μικροδομής, όπως ο τρόπος κατανομής του υλικού ενίσχυσης τέτοιων υλικών δεν έχει ποσοτικοποιηθεί πλήρως.

## 1.1 Κατηγοριοποίηση των υλικών αλλαγής φάσης

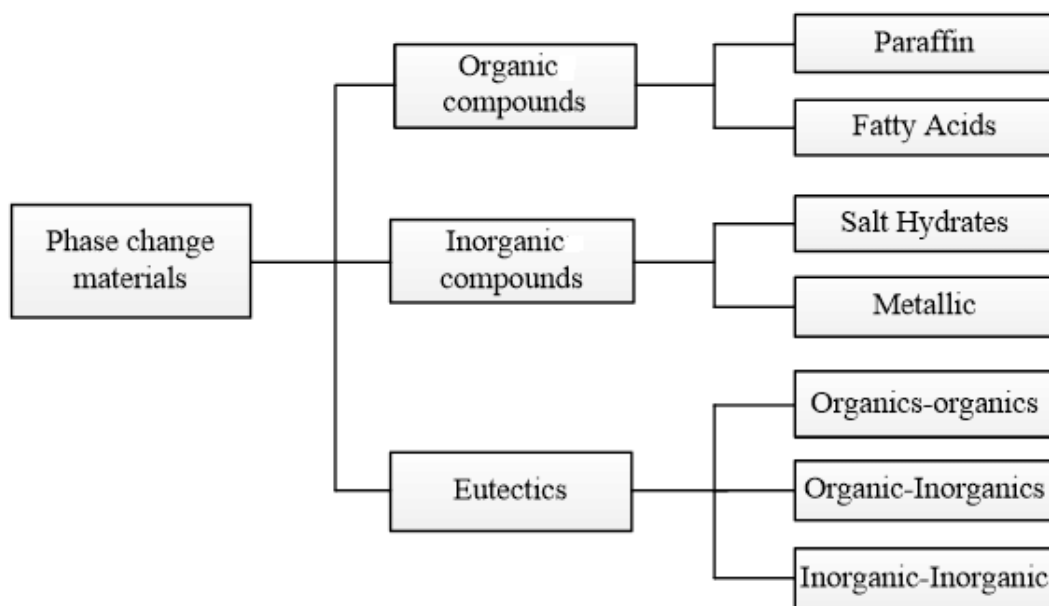
Τα συστήματα αποθήκευσης λανθάνουσας θερμότητας (Latent Heat Storage, LHS), βασίζονται στην ικανότητα τους να απορροφούν και να απελευθερώνουν θερμότητα λόγω των υλικών αλλαγής φάσης που περιέχουν (PCMs). Στο Σχήμα 1.4 φαίνεται η λειτουργία ενός υλικού αλλαγής φάσης. Συγκεκριμένα, κατά την τήξη του, το υλικό απορροφά θερμική ενέργεια, την οποία μετέπειτα την αποδίδει στο περιβάλλον κατά την στερεοποίησή του.



Σχήμα 1.4: Αρχή λειτουργίας υλικών αλλαγής φάσης (PCM) [2].

Υπάρχει μεγάλη ποικιλία τέτοιων υλικών που χρησιμοποιούνται για πολλές διαφορετικές εφαρμογές, λόγω των διαφορετικών φυσικών και χημικών ιδιοτήτων τους. Για αυτό τον λόγο τα PCMs διαχωρίζονται σε διάφορες κατηγορίες, ανάλογα με το υλικό από το οποίο κατασκευάζονται, τις ιδιότητές τους κ.α.[16] Αρχικά, διαχωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες σε PCM στερεού-υγρού και PCM υγρού-αερίου λόγω της εναλλαγής τους στη κατάσταση της ύλης (από στερεό σε υγρό, από υγρό σε αέριο και αντίστροφα) . Τα PCM στερεού-υγρού μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις

ομάδες στις οργανικές ενώσεις, στις ανόργανες ενώσεις και στην ευτηκτική οργανικών ή ανόργανων ενώσεων Σχήμα (1.5) .



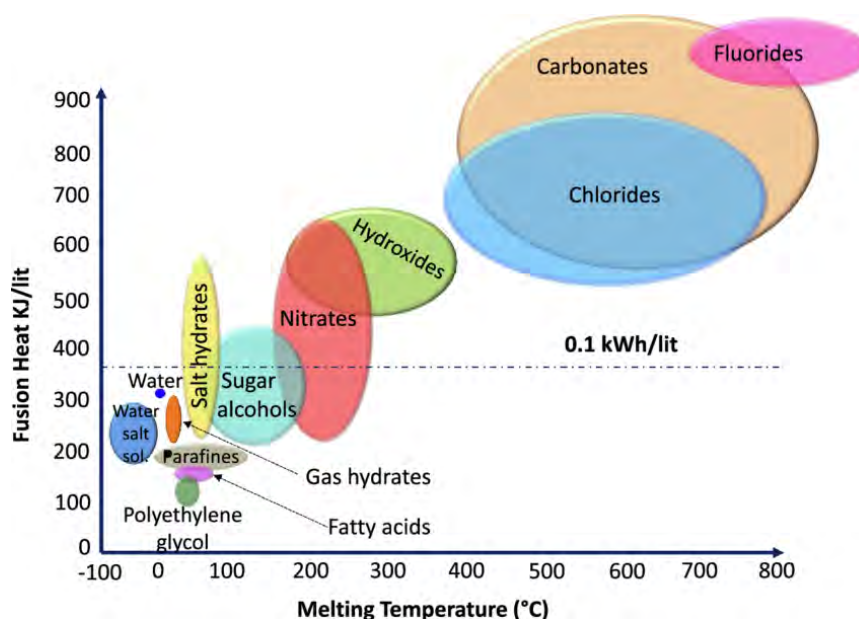
Σχήμα 1.5: Κατηγοριοποίηση των υλικών αλλαγής φάσης.

- **Οργανικά υλικά:** Τα οργανικά υλικά χωρίζονται σε δύο υποκατηγορίες στις παραφίνες και στις μη παραφίνες όπως είναι τα λιπαρά οξέα, οι εστέρες λιπαρών οξέων, οι αλκοόλες κ.λ.π. Τα *PCMs* παραφίνης αποτελούνται από αλυσίδες υδρογονάνθρακα ενώ οι μη παραφίνες περιέχουν και ηλεκτραρνητικά άτομα στις αλυσίδες τους
- **Ανόργανα υλικά:** Υπάρχουν δύο είδη ανόργανων υλικών, τα ένυδρα άλατα και τα μεταλλικά. Τα ένυδρα άλατα έχουν μελετηθεί περισσότερο για να χρησιμοποιηθούν ως υλικά αλλαγής φάσης, σε αντίθεση με τα μεταλλικά που δεν έχουν μελετηθεί ακόμη ικανοποιητικά ως υλικά αλλαγής φάσης.
- **Εύτηκτα υλικά:** Τα εύτηκτα υλικά προκύπτουν από τη μίξη δύο ή περισσότερων οργανικών ενώσεων, ανόργανων ενώσεων ή και μείγμα και των δύο. Έτσι δίνεται η ευκαιρία να παραχθεί το κατάλληλο υλικό αλλαγής φάσης με τις επιθυμητές θερμικές ιδιότητες, όπως τη θερμοκρασία αλλαγής φάσης και τη λανθάνουσα θερμότητα.

	Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
<b>Οργανικά υλικά</b>	<p>Δυνατότητα χρήσης σε υψηλές θερμοκρασίες.</p> <p>Θερμική σταθερότητα και χημικά αδρανές.</p> <p>Διαθέτουν ιδιότητες αποπυρήνωσης.</p> <p>Χαμηλό κόστος.</p> <p>Συμβατότητα με ποικίλα κατασκευαστικά υλικά</p> <p>Ανανεώσιμα</p> <p>Υψηλή λανθάνουσα θερμότητα</p> <p>Ομοιόμορφη διαδικασία τήξης</p>	<p>Χαμηλή θερμική αγωγιμότητα.</p> <p>Εύφλεκτα</p> <p>Χαμηλή πυκνότητα όπου συνεπάγεται χαμηλή θερμική αποθήκευση λόγω του όγκου.</p>
<b>Ανόργανα υλικά</b>	<p>Υψηλή θερμική αγωγιμότητα.</p> <p>Υψηλή ενεργειακή απόδοση (μεγάλο αποθηκευτικό χώρο θερμικής ενέργειας).</p> <p>Μη εύφλεκτα.</p> <p>Συμβατό με πλαστικά υλικά.</p>	<p>Χαμηλές ιδιότητες αποπυρήνωσης και προβλήματα απόψυξης.</p> <p>Περιορισμένη συμβατότητα με κατασκευαστικά υλικά.</p> <p>Υψηλότερο κόστος.</p> <p>Διάβρωση στα περισσότερα μεταλλικά υλικά.</p>

### 1.1.1 Κριτήριο επιλογής κατάλληλων υλικών αλλαγής φάσης

Η επιλογή των κατάλληλων υλικών ανάλογα με την εφαρμογή τους καθορίζεται από πολλούς παράγοντες. Για τα υλικά αλλαγής φάσης υπάρχει ένα ευρύ φάσμα οργανικών, ανόργανων και μεταλλικών στοιχείων και ένα μεγάλο εύρος θερμοκρασίας και ενθαλπίας αλλαγής φάσης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.6. Συγκεκριμένα, τα οργανικά PCM, δηλαδή οι παραφίνες και τα λιπα-

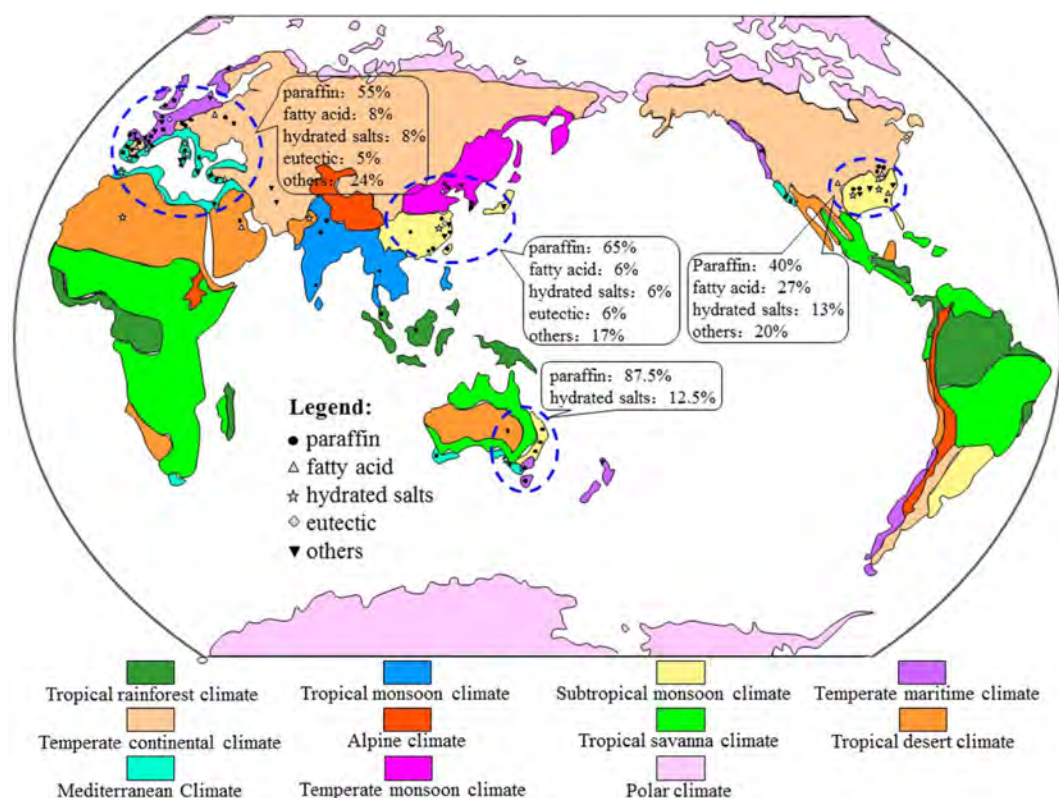


Σχήμα 1.6: Είδη *PCM* και ιδιότητες αλλαγής φάσης.



ρά οξέα έχουν χαμηλή θερμοκρασία τήξης και χαμηλή λανθάνουσα θερμότητα, σε αντίθεση με τα άλατα όπως τα χλωρίδια, τα ανθρακικά και τα φθοριούχα.

Αξιοσημείωτο είναι να υπογραμμιστεί ότι το υλικό της μήτρας διαφέρει και καθορίζεται ανάλογα με την εφαρμογή που θα χρησιμοποιηθεί. Όταν το σύνθετο σύστημα προορίζεται για εφαρμογές θερμοπροστασίας τότε, πρέπει το υλικό που θα φιλοξενήσει το πληρωτικό αλλαγής φάσης, να διαθέτει χαμηλή θερμική αγωγιμότητα, ενώ στην αντίθετη περίπτωση επιλέγεται υλικό με υψηλή θερμική αγωγιμότητα όταν απαιτείται ταχεία μεταφορά θερμότητας, όπως όταν τοποθετείται στο εσωτερικό της δεξαμενής ηλιακών θερμοσιφώνων για την παροχή ζεστού νερού χρήσης.



Σχήμα 1.7: Μελέτες σύνθετων μονώσεων με PCM που βρίσκουν εφαρμογή ανά τον κόσμο.

Από το Σχήμα 1.7 γίνεται αντιληπτό ότι σε παγκόσμια κλίμακα οι μελέτες που διεξήχθησαν αφορούν ως επί το πλείστον θερμομονώσεις με πληρωτικό υλικό παραφίνης. Παρατηρείται ότι σχεδόν οι μισές χώρες που μελετούν την εφαρμογή PCM σε κτίρια βρίσκονται σε περιοχές μεσογειακού κλίματος. Έχει επιτευχθεί μέγιστη μείωση της θερμορροής πάνω από 20 % και ο μέγιστος χρόνος καθυστέρησης της θερμικής απόκρισης μπορεί να φτάσει έως και τις 6 ώρες βάση μελετών στη βιβλιογραφία [17].

Τα οργανικά PCM χρησιμοποιούνται ευρέως λόγω των ευνοϊκών ιδιοτήτων τους όπως είναι η χημική σταθερότητα, η μη διαβρωτική ικανότητα, η υψηλή λανθάνουσα θερμότητα τήξης, η μικρή

μεταβολή του όγκου τους κατά τη διάρκεια της αλλαγής φάσης τους και η χαμηλή τιμή τους. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας θα δοθεί έμφαση σε οργανικό υλικό στερεού-υγρού και συγκεκριμένα παραφίνης με θερμοκρασία τήξης  $26.5^{\circ} C$  και με λανθάνουσα θερμότητα  $\Delta H_f = 240 KJ/Kg$  [16].

## 1.2 Αντικείμενο της διπλωματικής

Η μόνωση που θα μελετηθεί, αποτελεί ένα σύνθετο υλικό που απαρτίζεται από τον γύψο ως υλικό της μήτρας και τα σωματίδια παραφίνης ως το συστατικό ενίσχυσης. Κατά την δεκαετία του 1980 μελετήθηκαν για πρώτη φορά σύνθετα υλικά βαθμωτής κατανομής (Functionally Grated Composite Materials, FGCMs), αποδεικνύοντας ότι η διαβάθμιση του υλικού ενίσχυσης δίνει την δυνατότητα μεταβολής των ιδιοτήτων, με αποτέλεσμα να μπορούν να εξαλειφθούν αρκετά μειονεκτήματα των κλασσικών σύνθετων υλικών και να επιτευχθούν βελτιωμένες ιδιότητες [18], [19]. Αυτό το γεγονός ώθησε στην δημιουργία σύνθετων υλικών γύψου-παραφίνης, με την μικροδομή τους να ακολουθεί συγκεκριμένη βαθμωτή κατανομή.

Αναλυτικότερα, στη παρούσα εργασία θα ερευνηθεί η θερμική απόκριση μόνωσης από γυψοσανίδα ενισχυμένη με Phase-Change σωματίδια παραφίνης. Η ενσωμάτωση μεγάλου πλήθους σωματιδίων παραφίνης εντός του υλικού του γύψου, καθιστά δύσκολη την αναλυτική επίλυση των διαφορικών εξισώσεων που προκύπτουν, για το λόγο αυτό στα πλαίσια αυτής της εργασίας θα πραγματοποιηθεί η αριθμητική επίλυση του προβλήματος μέσω του υπολογιστικού πακέτου Openfoam. Θα κατασκευαστούν δισδιάστατες γεωμετρικές μόνωσης, με τις πραγματικές ιδιότητες των δύο υλικών και με την ικανότητα επιβολής βαθμωτής κατανομής. Η μελέτη θα εστιάσει στην περίπτωση της κανονικής και της ημικανονικής κατανομής των σωματιδίων παραφίνης. Η ανάλυση της θερμικής απόκρισης της μόνωσης θα πραγματοποιηθεί τόσο από την σκοπιά της μεταβολής της θερμοκρασίας, όσο και από την μελέτη της εξέλιξης του μετώπου αλλαγής φάσης. Έπειτα, και με βάση τα αριθμητικά αποτελέσματα, θα παρουσιαστεί μοντέλο, ικανό να προβλέψει τη θέση του μετώπου αλλαγής φάσης και για τις δύο περιπτώσεις διαβάθμισης των σωματιδίων. Τέλος, θα συγκριθούν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για την εκάστοτε κατανομή, με σκοπό την αξιολόγηση τους και τον σχολιασμό τους.



## 2 Υπολογιστική μελέτη μόνωσης γύψου ενισχυμένου με σωματίδια παραφίνης

### 2.1 Δημιουργία γεωμετρίας

Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν σε δισδιάστατη πλάκα, με διαστάσεις ( $L$ ), για το μήκος της και ( $H$ ) για το ύψος της. Τα σωματίδια παραφίνης χαρακτηρίζονται από την διάμετρό τους ( $D$ ), το ποσοστό πλήρωσης ( $\phi$ ) της παραφίνης στη πλάκα που συνεπάγεται σε συγκεκριμένο αριθμό σωματιδίων ( $N$ ). Το ποσοστό πλήρωσης δίνεται από την σχέση (2.1):

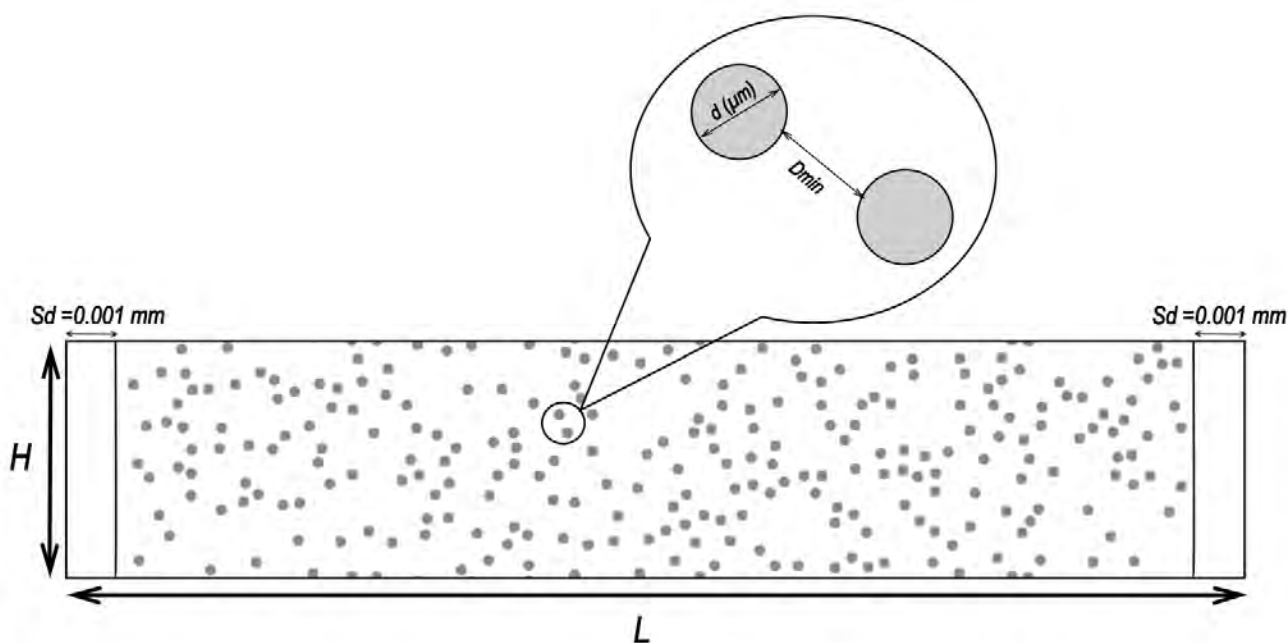
$$\phi = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot N}{A} \quad (2.1)$$

με,

- $A$ : το εμβαδόν του γύψου ( $A=L \cdot H$ ).
- $R$ : η ακτίνα του σωματιδίου.
- $N$ : ο αριθμός των σωματιδίων.

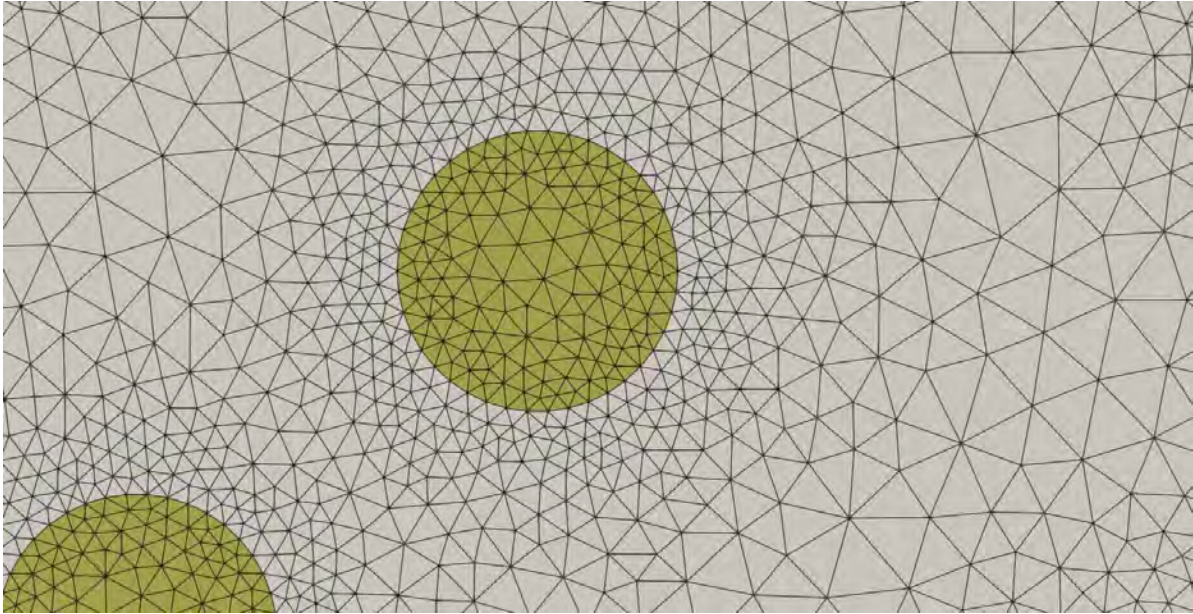
Στη πλάκα τοποθετούνται σωματίδια παραφίνης κυκλικής διατομής σε στερεή κατάσταση με την χρήση του αλγορίθμου τυχαίας διαδοχικής πρόσθεσης RSA (Random Sequential Addition). Η παραφίνη τοποθετείται περιοδικά κατά τον κάθετο άξονα  $y$ , ενώ στον οριζόντιο  $x$  δίνεται και η δυνατότητα επιβολής μιας βαθμωτής κατανομής. Αναλυτικότερα, τα σωματίδια παραφίνης κατανέμονται διαδοχικά μέσω του αλγορίθμου μέχρις ότου φτάσουν τον επιθυμητό αριθμό  $N$  για δεδομένο ποσοστό πλήρωσης  $\phi$ . Υφίσταται το ενδεχόμενο όμως, ο αλγόριθμος να τερματίσει χωρίς να έχουν προστεθεί όλες οι κυψέλες παραφίνης, λόγω των χωρικών περιορισμών της γεωμετρίας. Οι περιπτώσεις που θα εμφανιστεί το φαινόμενο αυτό έχουν πολύ μικρή πιθανότητα, ενώ ακόμη και αν παρουσιαστεί μπορεί να εξαλειφθεί μέσω κατάλληλης επιλογής των παραμέτρων της γεωμετρίας. Μία από αυτές τις παραμέτρους είναι και η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σωματιδίων  $D_{min}$ . Στις γεωμετρίες που δημιουργήθηκαν ορίστηκε η ελάχιστη απόσταση μεγαλύτερη από το διπλάσιο της ακτίνας του σωματιδίου, έτσι ώστε να αποφεύγεται η περίπτωση οι παραφίνες να επικαλύψουν η μία την άλλη. Στη παρούσα εργασία αυτή η απόσταση κυμαίνεται ως  $2.4R \leq D_{min} \leq 3R$ .

Επιπλέον, πρέπει να ληφθεί υπόψιν το ενδεχόμενο αποκόλλησης ή διαρροής των σωματιδίων *PCM* σε περίπτωση που βρίσκονται κοντά στο εξωτερικό του σύνθετου υλικού. Για το λόγο αυτό ορίζεται μία ασφαλής περιοχή τόσο στο δεξί όσο και στο αριστερό άκρο του γύψου όπως φαίνεται και στο σχήμα, στην οποία δεν μπορεί να τοποθετηθεί κανένα σωματίδιο. Η απόσταση αυτής της περιοχής είναι  $S_d = 0.001[mm]$ , διασφαλίζοντας έτσι ότι τα σωματίδια δεν θα τέμνονται από το τοίχωμα.



Σχήμα 2.1: Γεωμετρία με 379 σωματίδια παραφίνης ομοιόμορφα κατανεμημένα στο εσωτερικό του γύψου διαστάσεων  $L \cdot H$ . Με ασφαλή περιοχή από τα άκρα του γύψου  $S_d = 0.001[mm]$  και με ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σωματιδίων  $D_{min}$ .

Ο παραπάνω αλγόριθμος δημιουργήθηκε από τον Α.Τσιαντή (Cluster2) και παράγει γεωμετρίες τόσο με την δυνατότητα επιβολής μια βαθμωτής κατανομής, όσο και με την χρήση του αλγορίθμου της διαδοχικής πρόσθεσης για την τυχαία κατανομή των σωματιδίων παραφίνης εντός του γύψου. Για την κατασκευή του πλέγματος έγινε η χρήση του προγράμματος GMSH. Κατά την δημιουργία υπολογιστικού πλέγματος για τα σωματίδια παραφίνης, επιλέχθηκε να είναι πυκνότερο κοντά στα τοιχώματα. Η εξήγηση βρίσκεται στο ότι η κλίση της θερμοκρασίας μηδενίζεται στο κέντρο ενός σωματιδίου και λαμβάνει θετικές τιμές όταν  $R > 0$  (συνθήκη συμμετρίας).



Σχήμα 2.2: Απεικόνιση υπολογιστικού πλέγματος σωματιδίου παραφίνης, με μεγαλύτερη πύκνωση στην διεπιφάνεια γύψου-παραφίνης.

### 2.1.1 Χρονομεταβαλλόμενη μεταφορά θερμότητας με τη χρήση του υπολογιστικού πακέτου Openfoam.

Οι δημιουργηθέντες γεωμετρίες εισάγονται στο υπολογιστικό πακέτο OpenFOAM και επιλύονται μέσω του chtMultiRegionToFoam [20], ο οποίος είναι ένας solver με δυνατότητα σύζευξης των εξισώσεων που διέπουν την μεταφορά θερμότητας και ορμής ανάμεσα σε διαφορετικές φάσεις και υλικά [21].

Για την παραφίνη ο solver επιλύει τις εξής εξισώσεις [22]:

$$h = c_p \cdot \Delta T \quad (2.2)$$

Εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (2.3)$$

Εξίσωση ορμής:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla(\rho u u) + \nabla \cdot ((\mu \nabla u) + \nabla \cdot (\mu [(\nabla u) - \frac{2}{3} tr(\nabla u)^T])) = \rho f - \nabla p \quad (2.4)$$

Εξίσωση Ενέργειας:

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla(\rho u h) - \nabla(a \cdot h) = \frac{Dp}{Dt} \quad (2.5)$$

με,

- $c_p = 2.7[J/KgK]$ : η ειδική θερμοχωρητικότητα της παραφίνης.
- $\rho = 800[Kg/m^3]$ : η πυκνότητα των σωματιδίων παραφίνης.
- $a = \frac{k}{\rho \cdot c_p}[m^2/sec]$ : ο συντελεστής θερμικής διαχυτότητας.

Για τον γύψο ο solver επιλύει την εξής εξίσωση:

$$\rho \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(k \cdot T) = 0 \quad (2.6)$$

με,

- $c_p = 1[J/KgK]$ : η ειδική θερμοχωρητικότητα της παραφίνης.
- $\rho = 1140[Kg/m^3]$ : η πυκνότητα των σωματιδίων παραφίνης.
- $k = 0.25[W/(m \cdot K)]$ : ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας.

Για την υγρή φάση της παραφίνης ισχύει:

$$U(x, y, t) = 0 \quad (2.7)$$

Αρχική συνθήκη για τον γύψο:

$$T(x, y, 0) = T_m = 300K \quad (2.8)$$

Αρχικές συνθήκες για την παραφίνη:

$$a_{liq}(x, y, 0) = 0 \quad (2.9)$$

$$T(x, y, 0) = T_m = 300K \quad (2.10)$$

Συνοριακές συνθήκες για τον γύψο:

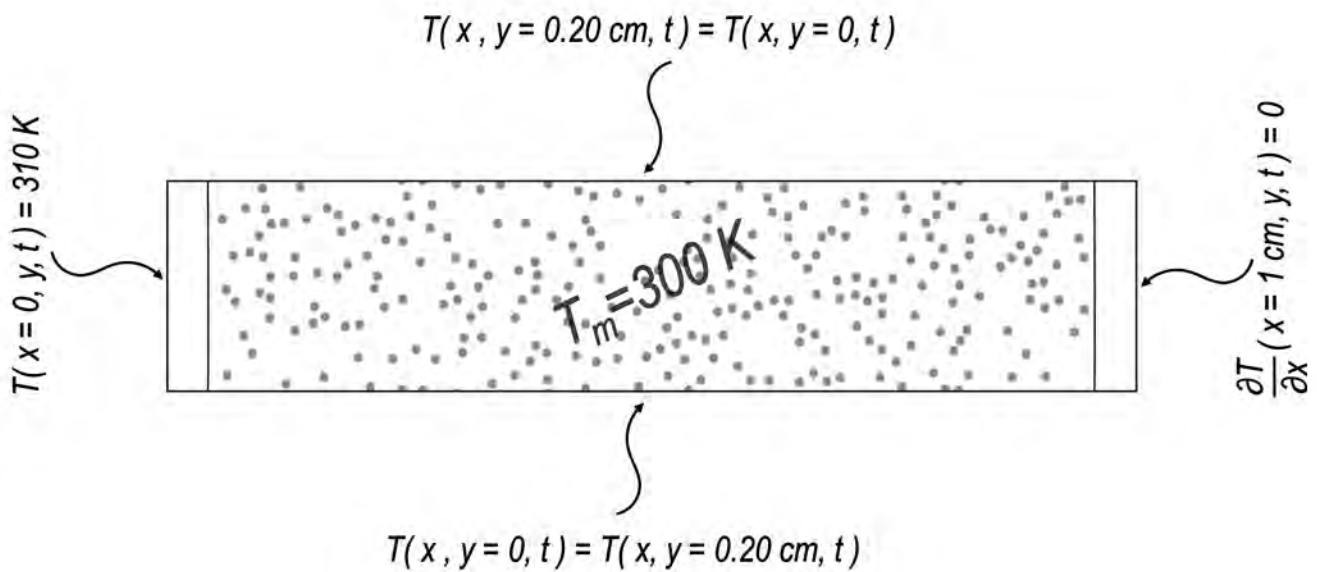
$$T(0, y, t) = 310K \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0.01, y, t) = 0K/m \quad (2.12)$$

Τέλος για την διεπιφάνεια μεταξύ του γύψου και της παραφίνης ισχύει:

$$T_{gyp} = T_{par} \quad (2.13)$$

$$-k\nabla T_{gyp} = -k\nabla T_{par} \quad (2.14)$$



Σχήμα 2.3: Σχηματική αναπαράσταση των αρχικών και συνοριακών συνθηκών του υπολογιστικού προβλήματος που επιλύεται στο OpenFoam.

Οι παραπάνω εξισώσεις επιλύονται αριθμητικά μέσω του OpenFoam έως ότου επέλθει η σύγκλισή τους. Σημαντική παράμετρος για την επίτευξη της χρονικής ακρίβειας και ευστάθειας του προβλήματος, είναι ο αριθμός Courant, ο οποίος απαιτείται να είναι μικρότερος του 1, όπως φαίνεται και στη σχέση (2.15).

$$Co = \frac{dt \cdot |U|}{dx} \quad (2.15)$$

όπου,  $dt$  είναι το χρονικό βήμα,  $dx$  είναι το χωρικό βήμα και  $U$  η ταχύτητα του πλέγματος.

## 2.2 Σύγκριση υπολογιστικής (OpenFoam) και αναλυτικής λύσης.

### 2.2.1 Πρόβλημα Stefan

Σε αυτό το Κεφάλαιο, αρχικά θα αναλυθεί το φαινόμενο αλλαγής φάσης από την στερεή στην υγρή κατάσταση ενός σωματιδίου παραφίνης, με την επίλυση του προβλήματος Stefan και με την περίπτωση της στερεοποίησης της παραφίνης να ακολουθεί την ίδια λογική. Στη συνέχεια θα γίνει η σύγκριση των αποτελεσμάτων που εξάγονται μέσω του OpenFoam σε σχέση με τις αναλυτικές εκφράσεις που υπάρχουν στη βιβλιογραφία.

Η πρώτη δημοσιευμένη λύση για το πρόβλημα αλλαγής φάσης υλικών από τη στερεή στην υγρή κατάσταση αποδίδεται στους Lamé και Clapeyron (1834) [23]. Αργότερα το 1889, ο Josef Stefan δημοσίευσε την ανάλυση των προβλημάτων αυτών, με ταυτόχρονη σύγκριση πειραματικών δεδομένων. Σύμφωνα με τον Stefan, η μοντελοποίηση, γίνεται με μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες είναι δύσκολο να επιλυθούν. Ωστόσο, υπό τις προϋποθέσεις ημίπειρης γεωμετρίας, ομοιόμορφης αρχικής και οριακής θερμοκρασίας και σταθερών θερμοφυσικών ιδιοτήτων, όπως το σύστημα που θα μελετηθεί, το πρόβλημα Stefan αποτελεί ένα σημαντικό εργαλείο ικανό να περιγράψει το φαινόμενο αυτό [24].

Με τις παραπάνω προϋποθέσεις, θεωρήθηκε σωματίδιο παραφίνης κυλινδρικής διατομής άπειρου μήκους και ακτίνας  $R$ , όπου αρχικά επιβάλλεται θερμοκρασία τήξης  $T_m = 300K$ . Αν την χρονική στιγμή  $t = 0sec$ , εφαρμοστεί περιφερειακά του κυλίνδρου θερμοκρασία  $T_\infty \geq T_m$ , το υλικό ξεκινάει να λιώνει δημιουργώντας περιοχές τόσο υγρής όσο και στερεής παραφίνης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα(2.4). Για να ποσοτικοποιηθούν αυτές οι περιοχές ορίζεται το κλάσμα υγρής φάσης.

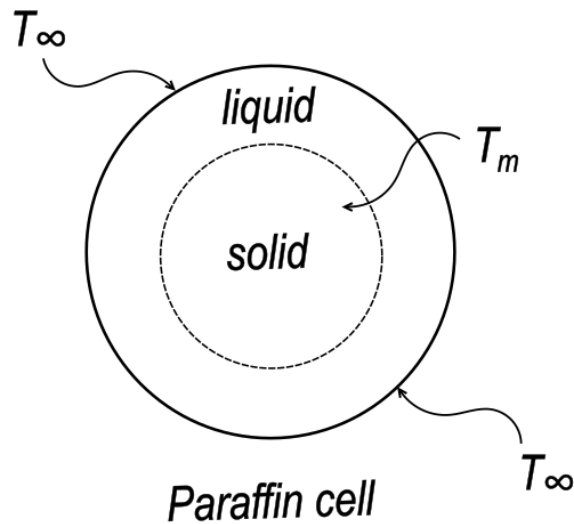
$$\alpha_{liq} = \frac{m_{liq}}{m_{tot}} \quad (2.16)$$

Όπου,

$$\alpha_{liq} = \begin{cases} 0 & 100\% \text{ στερεή κατάσταση} \\ 1 & 100\% \text{ υγρή κατάσταση} \end{cases} \quad (2.17)$$

- $m_{liq}$ : η μάζα της υγρής παραφίνης ( $kg$ )
- $m_{tot}$ : η μάζα της στερεής παραφίνης ( $kg$ )

Λόγω της επιβολής μεγαλύτερης θερμοκρασίας περιφερειακά του σωματιδίου η θερμοκρασία αυ-



Σχήμα 2.4: Απεικόνιση τυπικής γεωμετρίας σωματιδίου παραφίνης καθώς και των αρχικών και συνοριακών συνθηκών για την επίλυση του προβλήματος Stefan.

ξάνεται εντός του σωματιδίου και επιλύεται μέσω της εξίσωσης της αγωγής. Οι εξισώσεις που απαρτίζουν το πρόβλημα είναι οι εξής:

Αρχικές συνθήκες:

$$T(r, 0) = T_m = 300K \quad (2.18)$$

$$\alpha_{liq}(r, 0) = 0 \quad (2.19)$$

Οριακή συνθήκη:

$$T_\infty = T(R_{out}, t) \geq T_m \quad (2.20)$$

Για τον υπολογισμό της θέσης του μετώπου αλλαγής φάσης, θεωρήθηκε ότι είναι μία διεπιφάνεια μηδενικού όγκου, στην οποία δεν μπορεί να αποθηκευτεί ενέργεια, η θερμότητα μεταφέρεται προς την στερεή κατάσταση της παραφίνης και υπολογίζεται με τον νόμο του Fourier.

$$\dot{q} = -kT_r(R(t), t) \quad (2.21)$$

Επειδή το μέτωπο εξελίσσεται ως προς το κέντρο του σωματιδίου, ισχύει  $R(0) = R_{out}$  και  $R(t_\infty) =$

0.

Η συνολική θερμότητα που αποθηκεύεται στο σωματίδιο είναι το άθροισμα της αισθητής και της λανθάνουσας θερμότητας:

$$\begin{aligned}Q_{tot} &= Q_s + Q_L \rightarrow \\Q_{tot} &= mc_p\Delta T + mL \rightarrow \\Q_{tot} &= mL \left( \frac{c_p\Delta T}{L} + 1 \right)\end{aligned}\tag{2.22}$$

Ορίζοντας τον αριθμό Stefan ως το πηλίκο της αισθητής προς την λανθάνουσα θερμότητα η σχέση (2.22) γίνεται:

$$Q = mL (St + 1)\tag{2.23}$$

Η επίλυση των εξισώσεων του προβλήματος Stefan προϋποθέτει:

- Το υλικό να είναι ομογενές και οι ιδιότητές του να είναι σταθερές κατά τη διαδικασία αλλαγής φάσης.
- Τη ψευδοστατική προσέγγιση της θερμοκρασίας της υγρής φάσης, δηλαδή ότι το φαινόμενο εξελίσσεται αργά έτσι ώστε κάθε χρονική στιγμή το ρευστό να βρίσκεται σε ισορροπία.
- η λανθάνουσα θερμότητα είναι πολύ μεγαλύτερη από την αισθητή θερμότητα, ώστε το μέτωπο αλλαγής φάσης να εξελίσσεται με αργούς ρυθμούς.

Ο χρόνος που απαιτείται μέχρις ότου να υγροποιηθεί ολόκληρο το σωματίδιο, σύμφωνα με τον Stefan [25] υπολογίζεται ως:

$$t_{melt}^{qs} = \frac{\rho L R_{out}^2}{4k\Delta T}\tag{2.24}$$

Επιπλέον, ένας άλλος τρόπος που έχει προταθεί είναι μια ημιεμπειρική σχέση, η οποία δίνεται από τον συνδυασμό αναλυτικών και υπολογιστικών μοντέλων:

$$t_{melt}^{se} = \frac{R_{out}^2}{4\alpha St}, 0 \leq St \leq 4\tag{2.25}$$

Τέλος, η θέση του μετώπου αλλαγής φάσης ως προς το χρόνο για ομογενή υλικά με βάση τη βι-



βλιογραφία [25], όπως και στη περίπτωση του σωματιδίου παραφίνης υπολογίζεται ως εξής:

$$X(t) = A \cdot \sqrt{t} \quad (2.26)$$

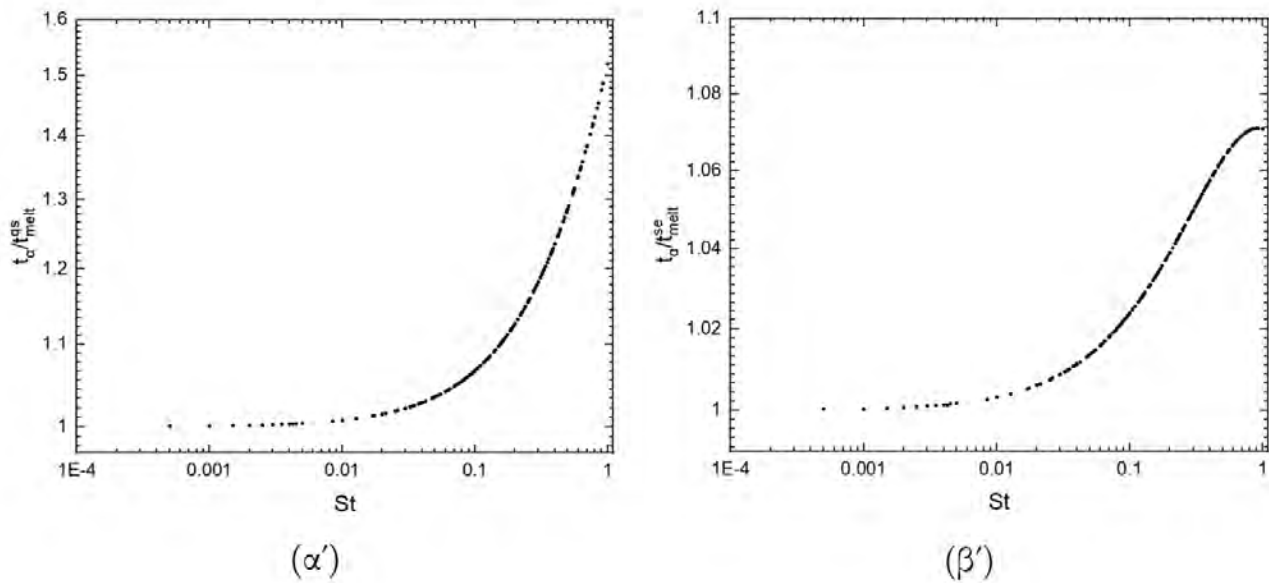
Παρατηρείται ότι η θέση του μετώπου αλλαγής φάσης για ομογενή υλικά είναι ανάλογη του  $\sqrt{t}$  και πολλαπλασιασμένη με μία σταθερά  $A$ . Στο Κεφάλαιο 3 θα γίνει εκτενέστερη ανάλυση της θέσης του μετώπου και θα υπολογιστεί η σταθερά  $A$  τόσο όταν τα σωματίδια θα ακολουθούν την κανονική και ημικανονική κατανομή, όσο και την ομοιόμορφη.

Οι παραπάνω εξισώσεις αποτελούν ένα θεμελιώδες σύνολο, ικανό να περιγράψει το φαινόμενο αλλαγής φάσης, από την στερεή στην υγρή κατάσταση σωματιδίων παραφίνης.

Σε αυτό το σημείο θα γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων που εξάγονται μέσω του OpenFoam σε σχέση με τις αναλυτικές εκφράσεις που υπάρχουν στη βιβλιογραφία. Αρχικά θα δοθεί έμφαση στο χρόνο που απαιτείται έτσι ώστε ένα σωματίδιο παραφίνης να υγροποιηθεί πλήρως. Κατά την διπλωματική εργασία του Θ.Αποστόλου εξήχθησαν αποτελέσματα του χρόνου αυτού τόσο μέσω του πακέτου Openfoam όσο και από τις σχέσεις (2.24),(2.25) της βιβλιογραφίας [26]. Δεδομένου του ότι προαναφερόμενη και η παρούσα εργασία δημιουργήθηκαν με την χρήση των ίδιων προγραμμάτων (Openfoam, GMSH, Cluster2) και τη χρησιμοποίηση των ίδιων υλικών και παραμέτρων, τα παρακάτω αποτελέσματα αποτέλεσαν ικανή απόδειξη για την επικύρωση του solver, για το αν τα αποτελέσματα του χρόνου είναι ακριβή σχετικά με το λιώσιμο της παραφίνης. Στο Σχήμα(2.5 α') φαίνεται το αδιάστατο πηλίκο του υπολογισμένου χρόνου μέσω του Openfoam  $t_\alpha$  ως προς το θεωρητικό χρόνο  $t_{melt}^{qs}$ , ενώ στο Σχήμα(2.5 β') ο χρόνος  $t_\alpha$  ως προς το χρόνο  $t_{melt}^{se}$  που υπολογίστηκε από την ημιεμπειρική σχέση (2.25).

Εξετάζοντας τα Σχήματα (2.5), παρατηρείται ότι όσο ο αριθμός  $St \rightarrow 0$ , οι χρόνοι των προσομοιώσεων τείνουν τους θεωρητικούς και το πηλίκο τους ισούται με ένα.

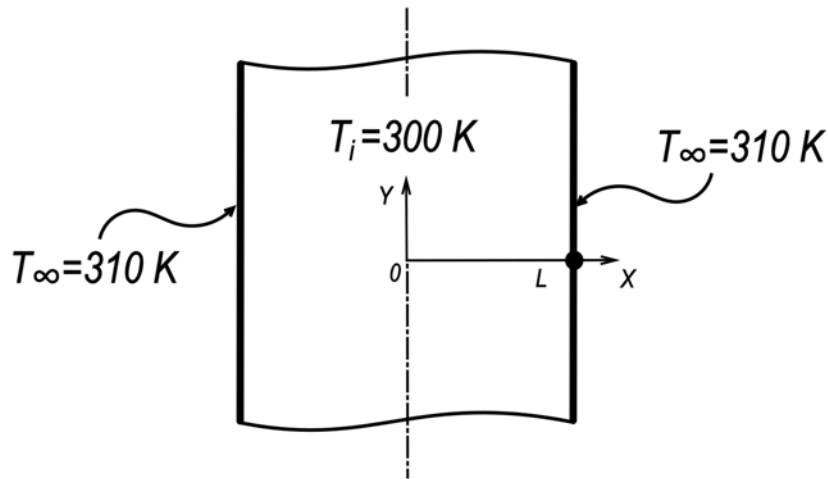
Καθώς στη παρούσα εργασία ο αριθμός Stefan περιγράφεται με πολύ χαμηλότερες τιμές του 1, ο solver κρίθηκε κατάλληλος για τη προσέγγιση του προβλήματος, παρέχοντας ικανοποιητική ακρίβεια στους υπολογιζόμενους χρόνους τήξης των σωματιδίων παραφίνης.



Σχήμα 2.5: Χρόνος αλλαγής φάσης που υπολογίζεται από τον OpenFoam ως προς (α') την αναλυτική σχέση 2.24 και (β') την ημιεμπειρική έκφραση 2.25, για τιμές του αριθμού Stefan (St) από 0 έως 1.

## 2.2.2 Μονοδιάστατη μεταβατική μεταφορά θερμότητας

Για την ολοκλήρωση της επικύρωσης του solver κρίθηκε αναγκαίο να παρατεθεί η σύγκριση των αποτελεσμάτων του Openfoam και των αναλυτικών εξισώσεων της βιβλιογραφίας της θερμική απόκρισης για το υλικό του γύψου [27]. Για να συμβεί αυτό, θα μελετηθεί η περίπτωση μονοδιάστατης μεταφοράς θερμότητας σε επίπεδο τοίχο πάχους  $2L = 0.02 \text{ cm}$ , όπου αρχικά επιβάλλεται θερμοκρασία  $T_i = 300 \text{ K}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  εφαρμόζεται τόσο στο δεξί όσο και στο αριστερό άκρο του τοίχου σταθερή θερμοκρασία  $T_\infty = 310 \text{ K}$ , όπως φαίνεται και στο Σχήμα(2.6). Καθώς το πρόβλημα είναι συμμετρικό, η θερμοκρασία στο δεξί και αριστερό μέρος του τοίχου θα είναι η ίδια για κάθε χρονική στιγμή. Επιλύοντας το παραπάνω πρόβλημα με το  $x$  να κυμαίνεται στο εύρος  $0 \leq x \leq 2L$ , είναι ακριβώς το ίδιο πρόβλημα με αυτό της παρούσας εργασίας, όπως αναφέρεται και στο Κεφάλαιο 2.1, δεδομένης της μη ενσωμάτωσης σωματιδίων παραφίνης. Υπό το καθεστώς της ισχύος των παραδοχών περί των σταθερών θερμοφυσικών ιδιοτήτων, της απουσίας μηχανισμού παραγωγής θερμότητας, της θερμικής συμμετρίας γύρω από το μέσο του επίπεδου τοίχου, της ομοιόμορφης αρχικής θερμοκρασίας και του σταθερού συντελεστή συναγωγής, το πρόβλημα της μονοδιάστατης μεταβατικής αγωγής θερμότητας στο ήμισυ του επίπεδου τοίχου μπορεί να εκφραστεί ως:



Σχήμα 2.6: Μονοδιάστατη μεταβατική μεταφορά θερμότητας διαμέσου επίπεδου τοίχου.

Διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.27)$$

Οριακές συνθήκες:

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (2.28)$$

$$T(0.02, t) = 310K \quad (2.29)$$

Αρχική συνθήκη:

$$T(x, 0) = T_i = 300K \quad (2.30)$$

Στο σημείο αυτό θα αδιαστατοποιηθεί το πρόβλημα ορίζοντας μία αδιάστατη χωρική μεταβλητή  $X = x/L$  και μια αδιάστατη θερμοκρασία  $\theta(x, t) = [T(x, t) - T_\infty] / [T_i - T_\infty]$ . Επομένως, η διατύπωση της μονοδιάστατης μεταβατικής αγωγής θερμότητας για επίπεδο τοίχο περιγράφεται ως εξής:

Αδιάστατη διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (2.31)$$

Αδιάστατες οριακές συνθήκες:

$$\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial X} = 0 \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial X} = -Bi \cdot \theta(1, \tau) \quad (2.33)$$

Αδιάστατη αρχική συνθήκη:

$$\theta(X, 0) = 1 \quad (2.34)$$

- $X = x/L$ : Αδιάστατη απόσταση από το κέντρο.
- $Bi = \frac{hL}{k}$ : Αδιάστατος συντελεστής μεταφοράς θερμότητας (αριθμός Biot).
- $\tau = \frac{\alpha \cdot t}{L^2} = Fo$ : Αδιάστατος χρόνος (αριθμός Fourier)

Να επισημανθεί πως η παραπάνω διαδικασία αδιαστατοποίησης ελαττώνει το πλήθος των ανεξάρτητων μεταβλητών από 8 σε 3, ενώ ταυτόχρονα καθιστά πολύ πρακτική τη διεξαγωγή παραμετρικών μελετών χωρίς να χρειάζεται η παρουσίαση αποτελεσμάτων σε γραφική μορφή.

Στη συνέχεια ακολουθεί η ακριβής λύση της εξίσωσης (2.31) με τη χρήση των χωρισμένων μεταβλητών. Κρίνεται σκόπιμο η συνάρτηση της αδιάστατης θερμοκρασίας  $\theta(X, \tau)$  να εκφραστεί ως ένα γινόμενο μιας συνάρτησης μόνο του  $x$  και μιας συνάρτησης μόνο του  $\tau$ .

$$\theta(X, \tau) = F(X)G(\tau) \quad (2.35)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (2.35) στη σχέση (2.31) και διαιρώντας με το γινόμενο  $FG$  λαμβάνεται η εξής έκφραση:

$$\frac{1}{F} \frac{d^2 F}{dX^2} = \frac{1}{G} \frac{dG}{d\tau} \quad (2.36)$$

Λαμβάνοντας υπόψιν το γεγονός ότι τόσο το  $X$  όσο και το  $\tau$  μεταβάλλονται ανεξάρτητα μεταξύ τους, η ισότητα στη σχέση (2.36) ισχύει για κάθε τιμή των δύο μεταβλητών εάν είναι ίση με μία σταθερά και συγκεκριμένα αρνητικής τιμής, διότι με μια θετική τιμή η συνάρτηση  $G(\tau)$  οδηγείται να αυξάνει απεριόριστα με τον χρόνο. Από την άλλη πλευρά μία μηδενική τιμή της σταθεράς υποδηλώνει ανεξαρτησία της συνάρτησης ως προς το χρόνο. Και στις δύο περιπτώσεις οι παραδοχές αυτές δεν είναι σύμφωνες με το φυσικό πρόβλημα το οποίο πραγματεύεται. Επομένως, θέτοντας την έκφραση (2.36) ίση με την αρνητική σταθερά  $-\lambda^2$ , η σχέση γίνεται:

$$\frac{d^2 F}{dX^2} + \lambda^2 F = 0, \quad \frac{d^2 G}{d\tau^2} + \lambda^2 G = 0 \quad (2.37)$$

Οι γενικές λύσεις των οποίων είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} F &= C_1 \cos(\lambda X) + C_2 \sin(\lambda X) \\ G &= C_3 e^{-\lambda^2 \tau} \end{aligned} \quad (2.38)$$

και

$$\theta = FG = C_3 e^{-\lambda^2 \tau} [C_1 \cos(\lambda X) + C_2 \sin(\lambda X)] = e^{-\lambda^2 \tau} [A \cos(\lambda X) + B \sin(\lambda X)] \quad (2.39)$$

Για να ολοκληρωθεί η λύση του προβλήματος αρκεί να καθοριστούν οι τιμές των σταθερών  $A$  και  $B$ . Για να επιτευχθεί αυτό, εφαρμόστηκαν οι οριακές συνθήκες στις Εξισώσεις (2.32),(2.33).

$$\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial X} = 0 \rightarrow e^{-\lambda^2 \tau} (A \lambda \sin 0 + B \lambda \cos 0) = 0 \rightarrow B = 0 \rightarrow \theta = A e^{-\lambda \tau} \cos \lambda X \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial X} = -Bi \theta(1, \tau) \rightarrow -A e^{-\lambda^2 \tau} \lambda \sin \lambda = -Bi A e^{-\lambda^2 \tau} \cos \lambda \rightarrow \lambda \tan \lambda = Bi \quad (2.41)$$

Καθώς η εξίσωση (2.41) έχει άπειρο πλήθος ριζών, διατυπώνεται ως εξής:

$$\lambda_n \tan \lambda_n = Bi \quad (2.42)$$

Η εξίσωση (2.42) ονομάζεται χαρακτηριστική εξίσωση ή ιδιοσυνάρτηση και οι ρίζες της ονομάζονται ιδιοτιμές. Με βάση την παραπάνω διαδικασία το πρόβλημα μονοδιάστατης αγωγής θερμότητας για το κέντρο επίπεδου τοίχου γίνεται ένας γραμμικός συνδυασμός της μορφής:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot e^{-\lambda_n^2 \tau} \quad (2.43)$$

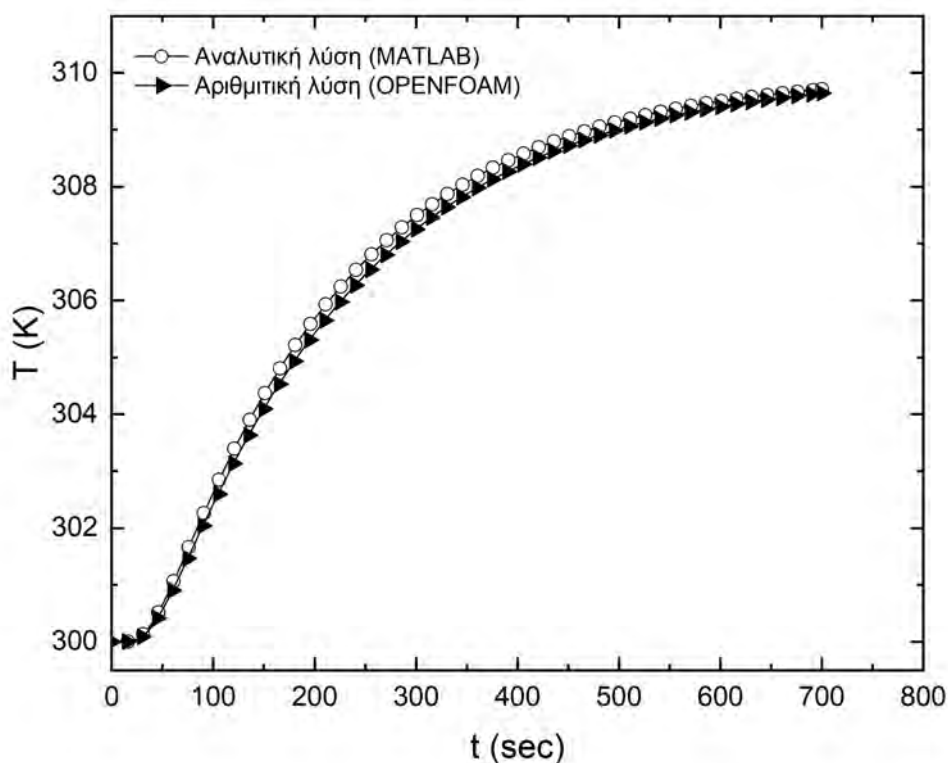
$$A_n = \frac{4 \cdot \sin \lambda_n}{2 \cdot \lambda_n + \sin 2 \cdot \lambda_n} \quad (2.44)$$

Η επιβολή σταθερής θερμοκρασίας προσεγγίζεται ικανοποιητικά για το δεδομένο πρόβλημα εάν θεωρηθεί  $\frac{1}{Bi} = \frac{k}{hL} = 0$ , δηλαδή όταν  $h \rightarrow \infty$ . Από τη σχέση (2.44) υπολογίστηκαν, οι τέσσερις τιμές συναρτήσει των τιμών  $\lambda$ . Οι ιδιοτιμές  $\lambda_n$  λαμβάνονται από τον Πίνακα(1) του βιβλίου Μεταφορά Μάζας και Θερμότητας (Junus A.Cengel, Afshin J.Ghajar), σελίδα 274 [27]. Στη συνέχεια γράφτηκε κατάλληλος κώδικας στη Matlab για τον υπολογισμό της εξίσωσης (2.43), με σκοπό την εύρεση της αναλυτικής λύσης της θερμοκρασία του γύψου για  $t = 700sec$  [28].

Ιδιοτιμές $\lambda$ για επίπεδο τοίχο	
$Bi = \infty$	
$\lambda_1$	1.5708
$\lambda_2$	4.7124
$\lambda_3$	7.8540
$\lambda_4$	10.9966

Πίνακας 1: Ιδιοτιμές  $\lambda$  για  $Bi = \infty$

Τέλος, πραγματοποιήθηκε προσομοίωση μέσω του πακέτου Openfoam σε γύψο χωρίς την ενσωμάτωση σωματιδίων παραφίνης με σκοπό την σύγκριση της υπολογιστικής με την αναλυτική λύση, όπως φαίνεται και στο Σχήμα(2.7). Αποδεικνύεται ότι η αριθμητική λύση συμφωνεί με τις προβλέψεις της αναλυτικής λύσης για το ομογενή υλικό της μήτρας (γύψος).



Σχήμα 2.7: Η αριθμητική λύση είναι σε συμφωνία με την αναλυτική για το υλικό του γύψου.

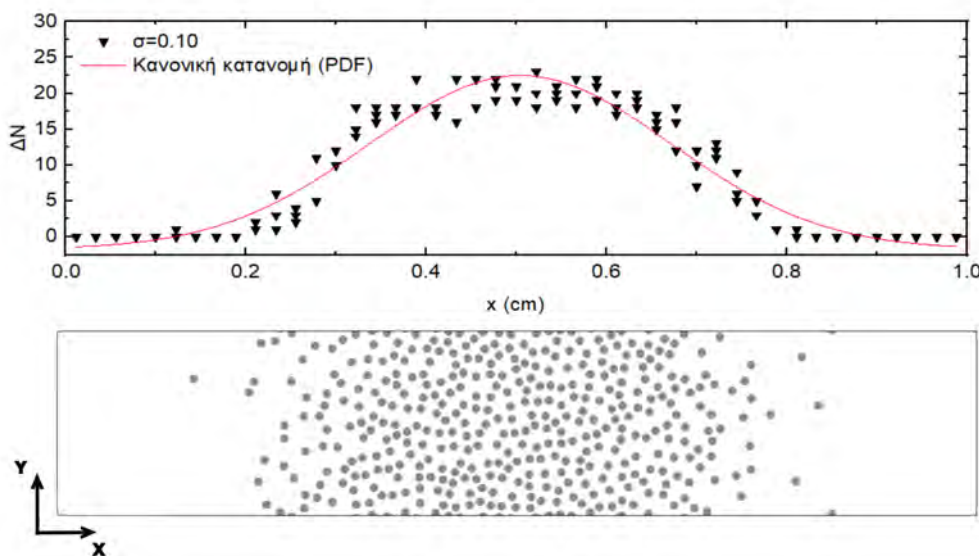
Ο solver κρίθηκε κατάλληλος για την αριθμητική επίλυση του προβλήματος καθώς παρέχει ικανοποιητική ακρίβεια τόσο στους υπολογιζόμενους χρόνους τήξης των σωματιδίων, όσο και για τον χρόνο αύξησης θερμοκρασίας του γύψου. Επομένως η μελέτη της θερμικής απόκρισης μπορεί να συνεχιστεί και σε συστήματα με μεγάλο αριθμό σωματιδίων.

### 3 Βαθμωτές κατανομές μικροδομής

Ξεκινώντας πρέπει να γίνει αναφορά στις παραμέτρους που χαρακτηρίζουν την γεωμετρία. Αρχικά το ποσοστό πλήρωσης παραφίνης στον γύψο ( $\phi$ ) διατηρήθηκε σταθερό και ίσο με  $\phi = 15\%$  και η ακτίνα των σωματιδίων ίση με  $R = 50 \mu m$ . Ο συνδυασμός πλήρωσης  $\phi = 15\%$  και ακτίνας  $R = 50 \mu m$  μεταφράζεται σε 379 σωματίδια εντός του γύψου. Η επιλογή αυτή δεν ήταν τυχαία μιας και το μέγεθος και ο αριθμός των σωματιδίων έχει άμεσο αντίκτυπο στην δημιουργία της γεωμετρίας. Πιο αναλυτικά υψηλός αριθμός σωματιδίων σε συνδυασμό με σωματίδια μεγάλου μεγέθους, συνεπάγεται στην δυσκολία της επιθυμητής διαβάθμισης, λόγω χωρικών περιορισμών.

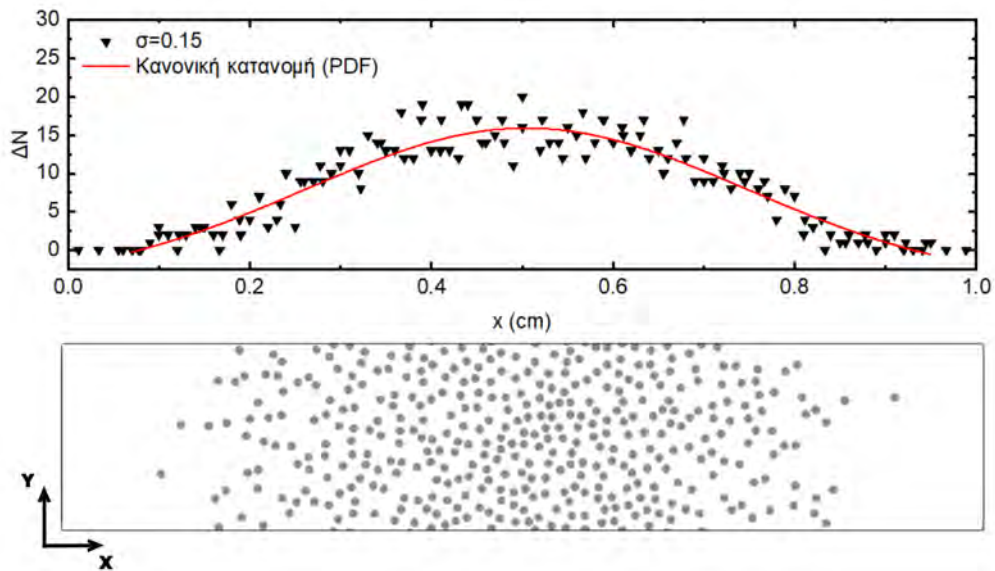
#### 3.1 Κανονική Κατανομή

Στην κανονική κατανομή εξετάζεται η περίπτωση όπου η μέγιστη συγκέντρωση των σωματιδίων παραφίνης βρίσκεται στο μέσο της μόνωσης. Για να επικυρωθεί ότι τα σωματίδια ακολουθούν την κανονική κατανομή, έγινε η χρήση ενός εργαλείου διακριτής στατιστικής (discriptive statistics) μέσω του Originlab [29]. Ειδικότερα, η γεωμετρία διαχωρίστηκε σε ( $n$ ) ίσες επιφάνειες για την καταμέτρηση του αριθμού των σωματιδίων στο εσωτερικό τους. Αφού έγινε η καταμέτρηση των σωματιδίων εντός της πλάκας, το επόμενο βήμα είναι να διερευνηθεί το κατά πόσο προσεγγίζει η βαθμονόμηση της παραφίνης την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικής κατανομής.

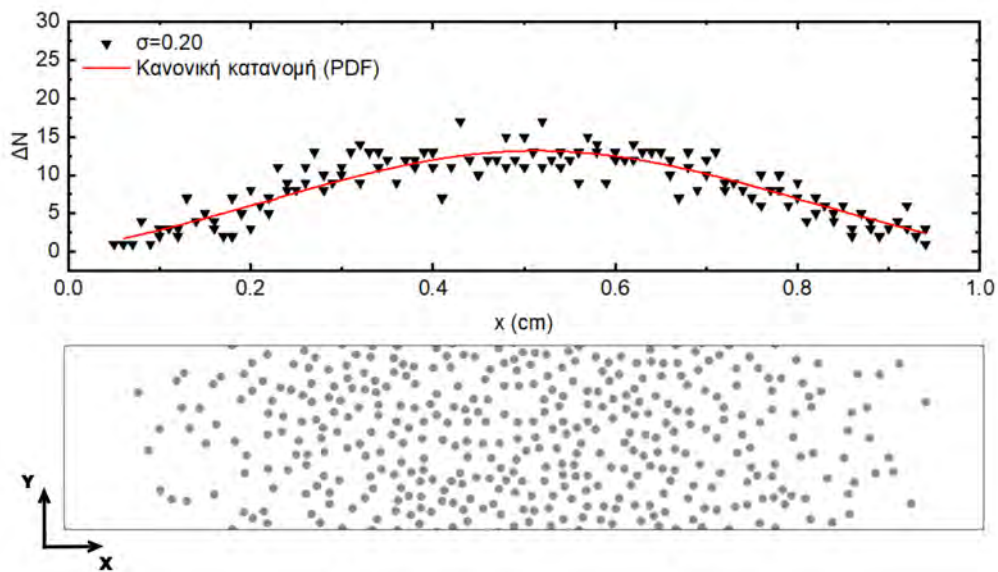


Σχήμα 3.1: Γεωμετρία κανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων  $N = 379$ , διασπορά  $\sigma = 0.10$  και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής.

Όταν οι τιμές της διασπορά είναι μικρές όπως στην περίπτωση  $\sigma = 0.1$  τότε τα σωματίδια της παραφίνης τοποθετούνται πυκνά στο μέσο του γύψου (Σχήμα 3.1).



Σχήμα 3.2: Γεωμετρία κανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων  $N = 379$ , διασπορά  $\sigma = 0.15$  και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής.



Σχήμα 3.3: Γεωμετρία κανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων  $N = 379$ , διασπορά  $\sigma = 0.20$  και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής.

Γίνεται διακριτό ότι η κατανομή που ακολουθούν οι παραφίνες δεν συμπίπτουν επακριβώς επάνω στην καμπύλη της κανονικής κατανομής και η εξήγηση βρίσκεται στην μικρή τιμή της διασποράς ( $\sigma$ ). Αναλυτικότερα, όταν υπάρχει η επιθυμία τα σωματίδια να τοποθετούνται αρκετά κοντά μεταξύ τους η ελάχιστη επιτρεπτή απόσταση που μπορούν να έχουν ( $D_{\min}$ ) περιορίζει την πυκνότητα του εμποδίου στο μέσον του υλικού (Κεφάλαιο 2.1). Με την αύξηση της διασποράς η κατανομή



γίνεται πιο αραιή γύρω από το κέντρο της πλάκας. Στο Σχήμα 3.2 απεικονίζεται η αντίστοιχη περίπτωση, με την τιμή της διασποράς να γίνεται  $\sigma = 0.15$

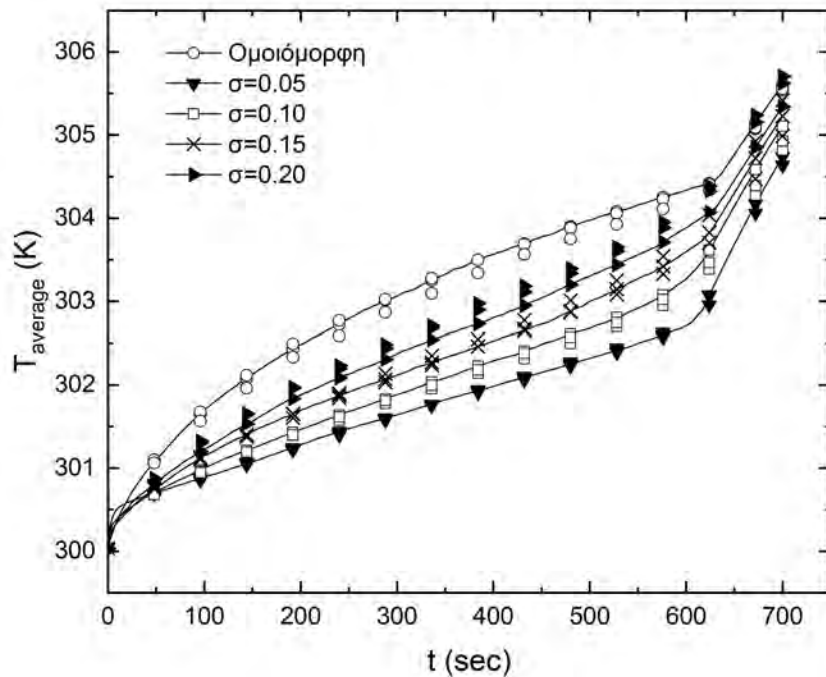
Τέλος, όταν η διασπορά λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες του 0.20 (Σχήμα 3.3), τότε η κατανομή που προκύπτει, οδεύει προς την ομοιόμορφη. Αφενός για μικρές τιμές της διασποράς  $\sigma$ , υπάρχει απόκλιση με την συνάρτηση της κανονικής κατανομής λόγω χωρικών περιορισμών, αφετέρου η απόκλιση αυτή μειώνεται όταν αυξάνεται η διασπορά, καθώς οι χωρικοί περιορισμοί γίνονται πιο ελαστικοί.

### 3.1.1 Αποτελέσματα προσομοιώσεων

Διεξήχθησαν προσομοιώσεις ορθογώνιας πλάκας με  $L = 1.0 \text{ cm}$ ,  $H = 0.2 \text{ cm}$  για το μήκος και το ύψος της αντίστοιχα και ποσοστό πλήρωσης  $\phi = 15 \%$  που συνεπάγεται αριθμό σωματιδίων  $N = 379$ , τα οποία ακολουθούν την κανονική κατανομή κατά τον οριζόντιο άξονα για διάφορες τιμές της διασποράς ( $\sigma$ ). Οι προσομοιώσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν με σκοπό την μελέτη της επίδρασης της κατανομής των σωματιδίων ως προς την μεταβολή της θερμοκρασίας στο υλικό και τη συμπεριφορά του μετώπου αλλαγής φάσης.

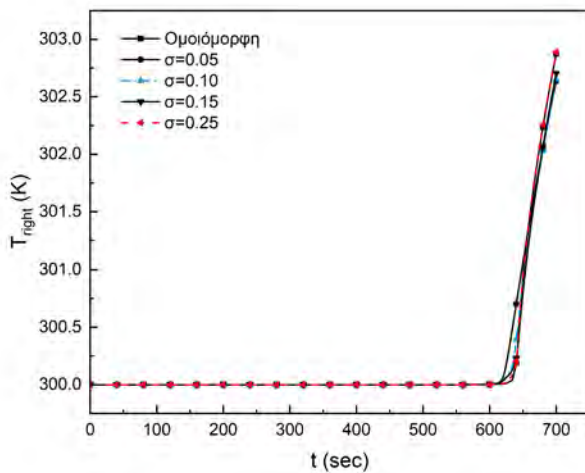
Αρχικά θα δοθεί έμφαση στη ανάλυση της θερμικής απόκρισης της πλάκας, ξεκινώντας με τη μέτρηση της μέσης θερμοκρασίας του γύψου ως προς το χρόνο, για τις περιπτώσεις όπου η κατανομή των σωματιδίων παραφίνης λαμβάνουν τις τιμές της διασποράς  $\sigma=0.05$ ,  $\sigma=0.10$ ,  $\sigma=0.15$  και  $\sigma=0.20$  αντίστοιχα, καθώς και της ομοιόμορφης (Σχήμα 3.4). Η μέση θερμοκρασία του γύψου υπολογίζεται μέσω μιας συνάρτησης της βιβλιοθήκης του OpenFoam. Πιο συγκεκριμένα, υπολογίζεται το πηλίκο του αθροίσματος των τιμών της θερμοκρασίας κάθε στοιχείου, πολλαπλασιασμένο με τον όγκο του κάθε κελιού ως προς το συνολικό όγκο του γύψου [30].

Απευθείας παρατηρείται η εξάρτηση της μεταβολής της θερμοκρασίας σε σχέση με την κατανομή των σωματιδίων παραφίνης εντός της πλάκας. Με το πέρασ το χρόνου παρατηρείτε ότι η μέση θερμοκρασία της μόνωσης είναι χαμηλότερη στην περίπτωση όπου η παραφίνη είναι πυκνά συγκεντρωμένη στο μέσο του γύψου. Αυτό το φαινόμενο δεν εκπλήσσει μιας και τα σωματίδια της παραφίνης είναι τοποθετημένα αρκετά κοντά μεταξύ τους, αφήνοντας στενές περιοχές όπου υπάρχει γύψος, γεγονός που δεν επιτρέπει στην θερμότητα να διέρχεται με μεγάλους ρυθμούς. Όμως όταν λιώσει πλήρως η παραφίνη παρατηρείται ραγδαία αύξηση της μέσης θερμοκρασίας της πλάκας για όλες τις τιμές της διασποράς όπως παρουσιάζεται και Σχήμα (3.4).

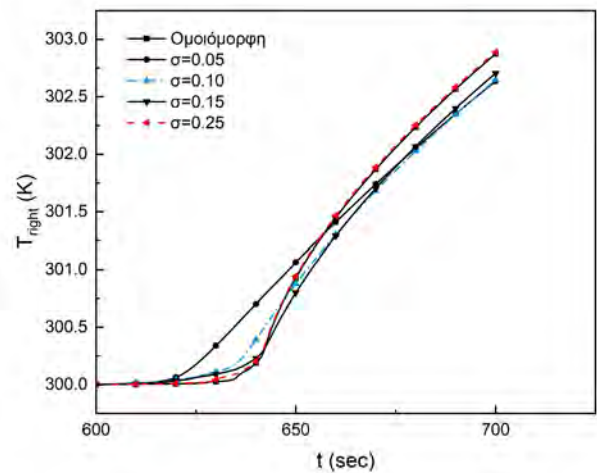


Σχήμα 3.4: Απεικόνιση της μέσης θερμοκρασίας του γύψου ως προς το χρόνο, με την διασπορά να λαμβάνει τις τιμές 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, καθώς και της ομοιόμορφης κατανομής.

Για να δοθεί μια πιο ολοκληρωμένη ανάλυση της θερμικής απόκρισης εντός του γύψου, είναι αναγκαίο να μελετηθεί και ως προς τη μέση θερμοκρασία της δεξιάς πλευράς του υλικού (Σχήμα 3.5). Η αύξηση της θερμοκρασίας συμβαίνει μετά τα 630 δευτερόλεπτα, έως ότου φτάσει στο



(α')



(β')

Σχήμα 3.5: 3.5α' Απεικόνιση της μέσης θερμοκρασίας του δεξί άκρου του υλικού ως προς το χρόνο, 3.5β' μεγέθυνση του γραφήματος για τα τελευταία 100 sec της προσομοίωσης.

δεξί άκρο, ενώ μέχρι τότε παραμένει σταθερή ( $T_m = 300 K$ ), όπως ορίστηκε από τις αρχικές

συνθήκες του προβλήματος (Κεφάλαιο 2.1.1). Σε αντίθεση με το Σχήμα 3.4, αρχικά η καθυστέρηση της θερμοκρασίας συμβαίνει για την ομοιόμορφη κατανομή και κατά επέκταση για μεγάλες τιμές της διασποράς, ενώ το φαινόμενο αυτό φαίνεται να αντιστρέφεται μέχρι την ολοκλήρωση της προσομοίωσης. Η εξήγηση βρίσκεται στο γεγονός ότι, αφενός για μικρές τιμές τις διασποράς, δημιουργούνται περισσότερες επιφάνειες με μηδενική συγκέντρωση σωματιδίων παραφίνης και η θερμοκρασία αυξάνεται με μεγαλύτερο ρυθμό εντός αυτών των περιοχών, αφετέρου η ύπαρξη ενός πυκνού εμποδίου στο μέσο του υλικού φαίνεται να έχει την μεγαλύτερη επίδραση στη μέση θερμοκρασία του δεξιού άκρου της μόνωσης.

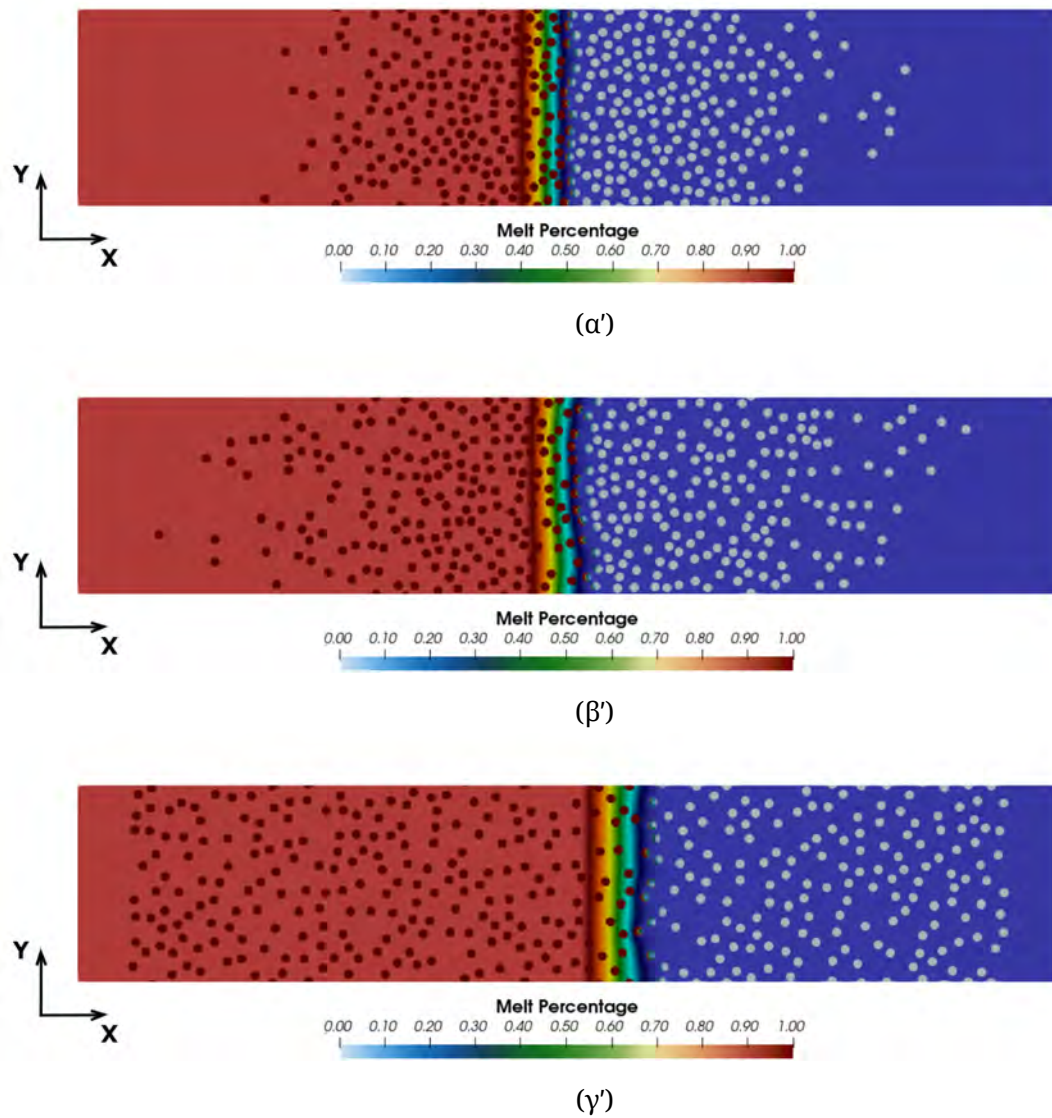
Συμπερασματικά, οι γεωμετρίες με πυκνές δομές παραφίνης στο μέσο του γύψου, καθυστερούν αισθητά την αύξηση της θερμοκρασίας, σε σχέση με τις γεωμετρίες όπου τα σωματίδια παραφίνης κατανέμονται σε πιο ομοιόμορφες δομές.

Σε αυτό το σημείο κρίνεται σκόπιμο να παρατεθεί η επίδραση της κατανομής των σωματιδίων ως προς τη συμπεριφορά του μετώπου αλλαγής φάσης. Στο Σχήμα 3.6, απεικονίζονται τρία στιγμιότυπα της εξέλιξης του μετώπου για την χρονική στιγμή  $t = 250 \text{ sec}$  και για τιμές της διασποράς  $\sigma = 0.15$ ,  $\sigma = 0.20$ ,  $\sigma = 0.25$  αντίστοιχα.

Εξετάζοντας τα Σχήματα (3.6α'), (3.6β'), (3.6γ'), παρατηρείται παρόμοια συμπεριφορά της εξέλιξης του μετώπου αλλαγής φάσης με εκείνη της θερμικής απόκρισης στην πλάκα μεταβάλλοντας τις τιμές της διασποράς, όπως αναλύθηκε στην αρχή του κεφαλαίου. Η αναλυτικότερη μελέτη της επίδρασης της κατανομής των σωματιδίων ως προς την εξέλιξη του μετώπου αλλαγής φάσης θα παρουσιαστεί με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στην επόμενη ενότητα του κεφαλαίου.

### **3.1.2 Μέτωπο αλλαγής φάσης κανονικής κατανομής-Γραμμή αναφοράς (Master curve)**

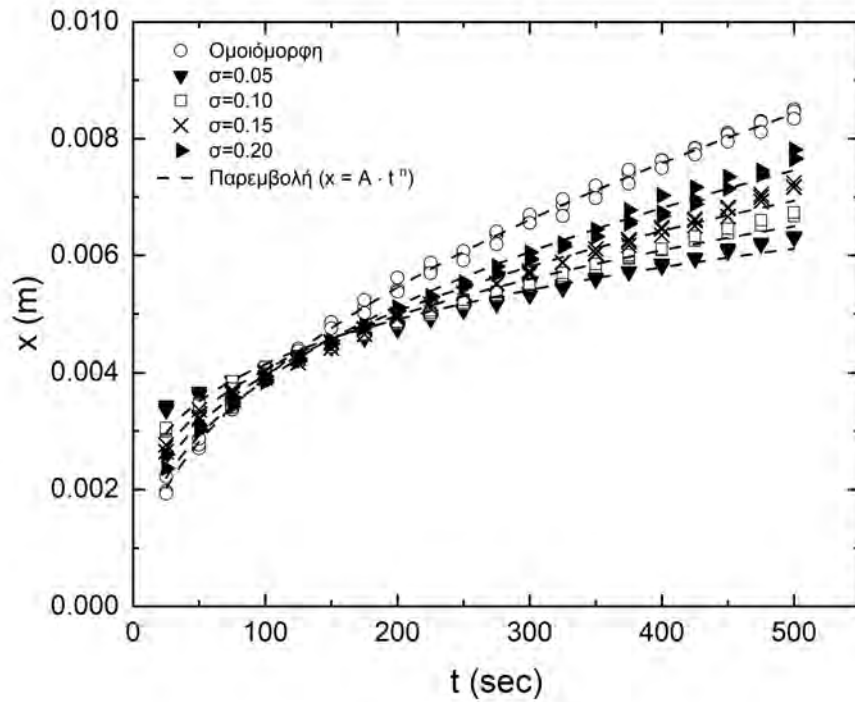
Σε αυτό το σημείο θα διερευνηθεί η συμπεριφορά του μετώπου αλλαγής φάσης όταν τα σωματίδια ακολουθούν την κανονική κατανομή εντός του γύψου. Αρχικά η διαβάθμιση εισάγεται μόνο κατά την διεύθυνση  $x$  ενώ υφίσταται περιοδικότητα στον κατακόρυφο άξονα, όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3. Επιπρόσθετα πρέπει να επισημανθεί ότι δεν δημιουργούνται πυκνώματα και αραιώματα στην γεωμετρία. Αυτό το γεγονός, οδήγησε στην παραδοχή ότι το μέτωπο αλλαγής φάσης μακροσκοπικά εξελίσσεται μόνο ως προς τον οριζόντιο άξονα. Η θεώρηση αυτή ισχύει προφανώς και για την πιο απλή περίπτωση, αυτή της ομοιόμορφης κατανομής.



Σχήμα 3.6: Θέση του μετώπου αλλαγής φάσης για  $\phi = 15\%$  και αριθμό σωματιδίων  $N = 379$  τη χρονική στιγμή  $t = 250\text{sec}$  για τιμές της διασποράς (3.6α')  $\sigma = 0.15$ , (3.6β')  $\sigma = 0.20$ , (3.6γ')  $\sigma = 0.25$ .

Για την πιο λεπτομερή ανάλυση σχετικά με την εξέλιξη του μετώπου αλλαγής φάσης, πραγματοποιήθηκε η μέτρηση της θέσης του ως προς το χρόνο, όπου η κατανομή των σωματιδίων ακολουθεί την κανονική κατανομή για διάφορες τιμές της διασποράς  $\sigma$ , όπως και της ομοιόμορφης κατανομής (Σχήμα 3.7).

Όπως ήταν αναμενόμενο το μέτωπο αλλαγής φάσης επιβραδύνεται καθώς η κατανομή μεταβαίνει από την ομοιόμορφη στην κανονική κατανομή, με προοδευτικά μειούμενη τιμή της διασποράς  $\sigma$ . Από το διάγραμμα 3.7, είναι προφανές ότι το μέτωπο αλλαγής φάσης για όλες τις τιμές της διασποράς  $\sigma$ , ακολουθούν μία συναρτησιακή σχέση της μορφής:  $x = A \cdot t^n$ . Υπολογίστηκαν οι συντελεστές  $A$  και  $n$  με την εφαρμογή παρεμβολής στα αριθμητικά αποτελέσματα των προσο-



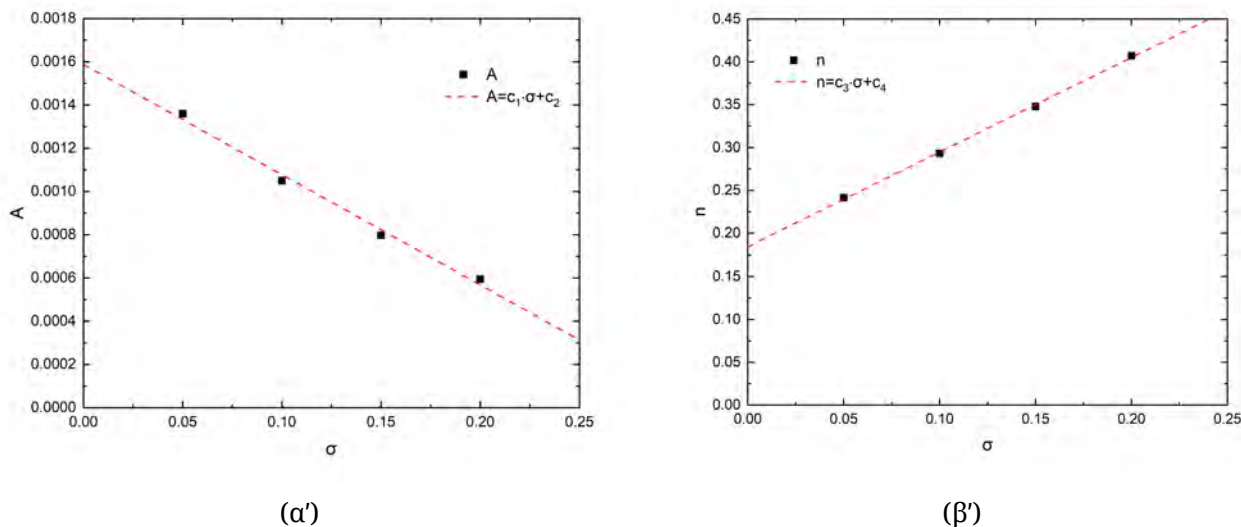
Σχήμα 3.7: Θέση του μετώπου αλλαγής φάσης ως προς το χρόνο και παρεμβολή της εξίσωσης  $x = A \cdot t^n$ , με την διασπορά να λαμβάνει τις τιμές 0.05, 0.10, 0.15, 0.20 καθώς και την ομοιόμορφη κατανομή.

μοιώσεων και επαληθεύτηκε ότι στην ομοιόμορφη κατανομή η θέση του μετώπου αλλαγής φάσης εξελίσσεται συναρτήσει του  $\sqrt{t}$ , όπως αποδεικνύεται και στην βιβλιογραφία για τα ομογενή υλικά [25](Σχέση 2.26). Η παρατήρηση αυτή οδήγησε στον περαιτέρω υπολογισμό των συντελεστών αυτών όταν εισάγεται η κανονική κατανομή στο σύστημα (παραφίνη-γύψος), με στόχο την εισαγωγή ενός μοντέλο το οποίο μπορεί να προβλέψει την θέση του μετώπου αλλαγής φάσεως για διάφορες τιμές της διασποράς  $\sigma$ . Οι τιμές των παραπάνω συντελεστών παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον Πίνακα 2.

$\sigma$	A	Σφάλμα	n	Σφάλμα
0.05	0.0014	$\pm 5 \cdot 10^{-5}$	0.24	$\pm 0.006$
0.10	0.0011	$\pm 3 \cdot 10^{-5}$	0.29	$\pm 0.005$
0.15	0.0008	$\pm 2 \cdot 10^{-5}$	0.35	$\pm 0.005$
0.20	0.0006	$\pm 2 \cdot 10^{-5}$	0.41	$\pm 0.005$
Ομοιόμορφη	0.0004	$\pm 9 \cdot 10^{-6}$	0.47	$\pm 0.003$

Πίνακας 2: Τιμές των συντελεστών A και n που λήφθηκαν μέσω παρεμβολής της εξίσωσης  $x = A \cdot t^n$  για διάφορες τιμές της διασποράς  $\sigma$  στα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, μαζί με τα σφάλματα υπολογισμού.

Έπειτα παρατηρήθηκε ότι και οι δυο συντελεστές μεταβάλλονται γραμμικά σε σχέση με την διασπορά (Σχήμα 3.17).



Σχήμα 3.8: Μεταβολή των συντελεστών  $A$  (Σχήμα 3.8α') και  $n$  (Σχήμα 3.8β') συναρτήσει της διασποράς  $\sigma$ .

Από την γραμμικότητα που χαρακτηρίζει τα  $A, n$  σε σχέση με την διασπορά μπορούν να γραφτούν στην μορφή:

$$A = c_1 \cdot \sigma + c_2 \quad (3.1)$$

$$n = c_3 \cdot \sigma + c_4 \quad (3.2)$$

με τους συντελεστές να υπολογίζονται ως  $c_1 = -0.005 \pm 0.0003$ ,  $c_2 = 0.001 \pm 0.00004$ ,  $c_3 = 0.18 \pm 0.003$  και  $c_4 = 1.1 \pm 0.02$ .

Στη συνέχεια αντικαταστάθηκαν οι εξισώσεις (3.1), (3.17β') στην εξίσωση του μετώπου αλλαγής φάσης συναρτήσει με τον χρόνο:

$$\begin{aligned} X(m) &= A \cdot t^n \xrightarrow{(3.1), (3.17)} \\ X(m) &= (c_1 \cdot \sigma + c_2) \cdot t^{(c_3 \cdot \sigma + c_4)} \rightarrow \\ X(m) &= (-0.005 \cdot \sigma + 0.001) \cdot t^{(0.18 \cdot \sigma + 1.1)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Επομένως, η θέση του μετώπου αλλαγής φάσης, που δίνεται από τη σχέση (3.3), εξαρτάται μόνο από την διασπορά της κανονικής κατανομής των σωματιδίων παραφίνης.

Εφαρμόζοντας στην σχέση (3.3) τον λογάριθμο και στα δύο μέλη, καταλήγουμε στην παρακάτω

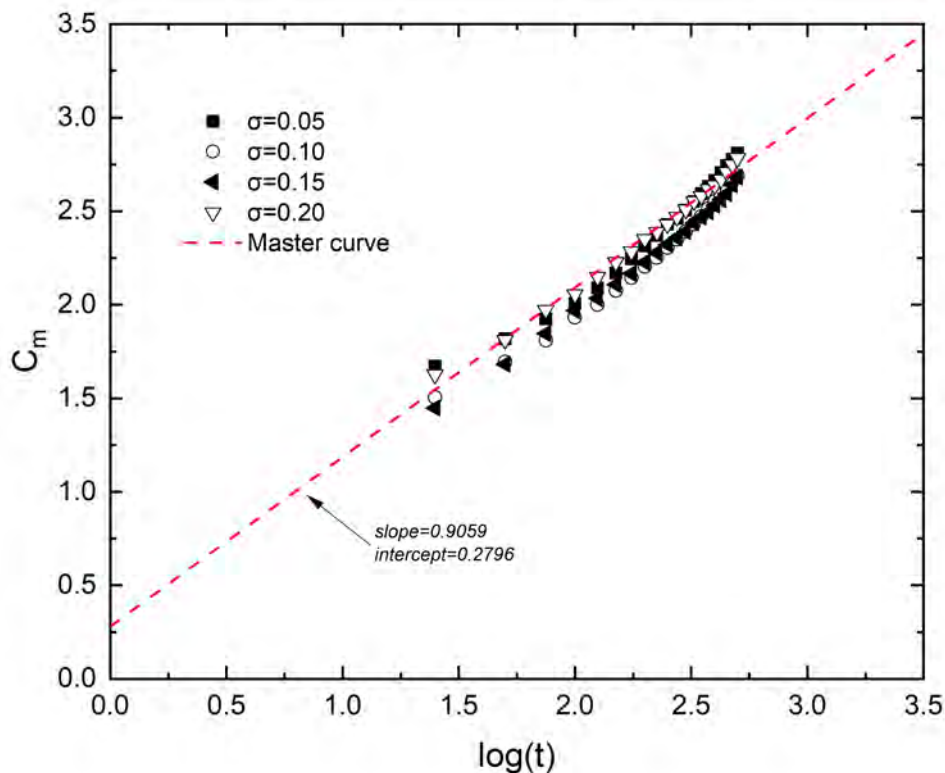
εξίσωση:

$$\log(x) = \log(c_1 \cdot \sigma + c_2) + (c_3 \cdot \sigma + c_4) \cdot \log(t) \quad (3.4)$$

Αναδιατάσσοντας τους όρους η εξίσωση(3.4) παίρνει την μορφή:

$$C_m = \frac{\log(x) - \log(c_1 \cdot \sigma + c_2)}{c_3 \cdot \sigma + c_4} = \log(t) \quad (3.5)$$

Για την επαλήθευση του εκάστοτε μοντέλου, αναμένεται όλα τα σημεία των προσομοιώσεων να συμπίπτουν σε μία γραμμή αναφοράς (Master curve). Αν θέσουμε το πρώτο μέλος της εξίσωσης (3.5) ίσο  $C_m$ , παρατηρείται ότι όλα τα σημεία των προσομοιώσεων για κάθε τιμή της διασποράς  $\sigma$  να διέρχονται από μία ευθεία γραμμή με κλίση 1 όπως φαίνεται στο Σχήμα (3.9)



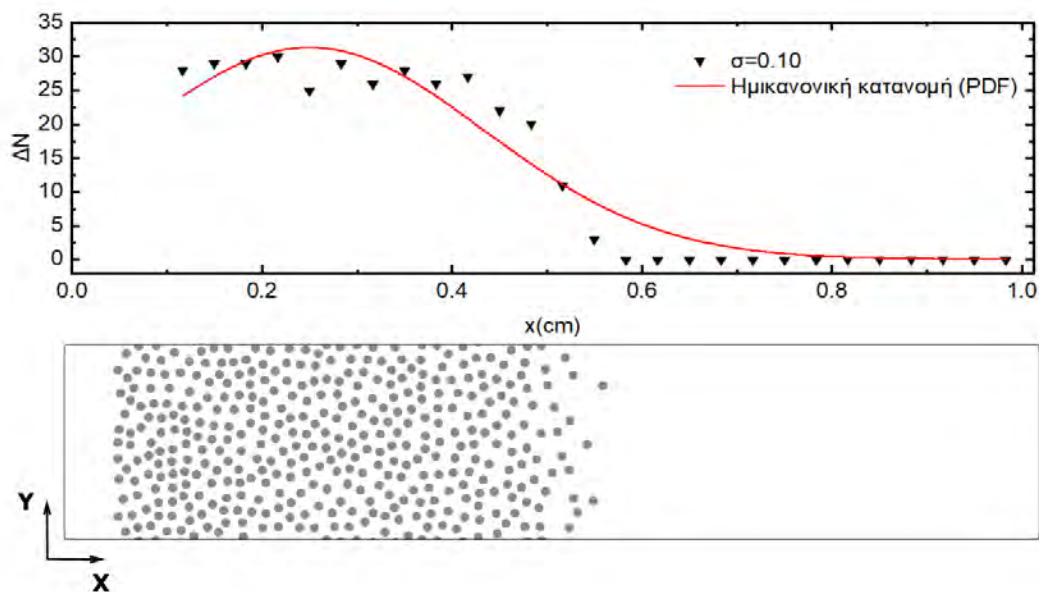
Σχήμα 3.9: Γραμμή αναφοράς (Master curve) του μοντέλου πρόβλεψης (Σχέση 3.5) της θέσης του μετώπου αλλαγής φάσης για διάφορες τιμές της διασποράς  $\sigma$  όταν τα σωματίδια διαβαθμίζονται σύμφωνα με την κανονική κατανομή.



### 3.2 Ημικανονική κατανομή

Στο σημείο αυτό θα μελετηθεί η ημικανονική κατανομή των σωματιδίων παραφίνης κατά τον οριζόντιο άξονα, με την μέγιστη συγκέντρωση να εμφανίζεται στο αριστερό άκρο του γύψου. Όπως και στην κανονική κατανομή ο τρόπος που κατανέμονται τα σωματίδια παραφίνης επικυρώθηκε με την χρήση ενός εργαλείου διακριτής στατιστικής (discriptive statistics) μέσω του Originlab [29].

Παρατηρείται ότι όσο οι τιμές της διασποράς είναι μικρές, όπως στην περίπτωση  $\sigma = 0.1$ , τότε τα σωματίδια παραφίνης τοποθετούνται πυκνά στο αριστερό άκρο του γύψου (Σχήμα 3.10).

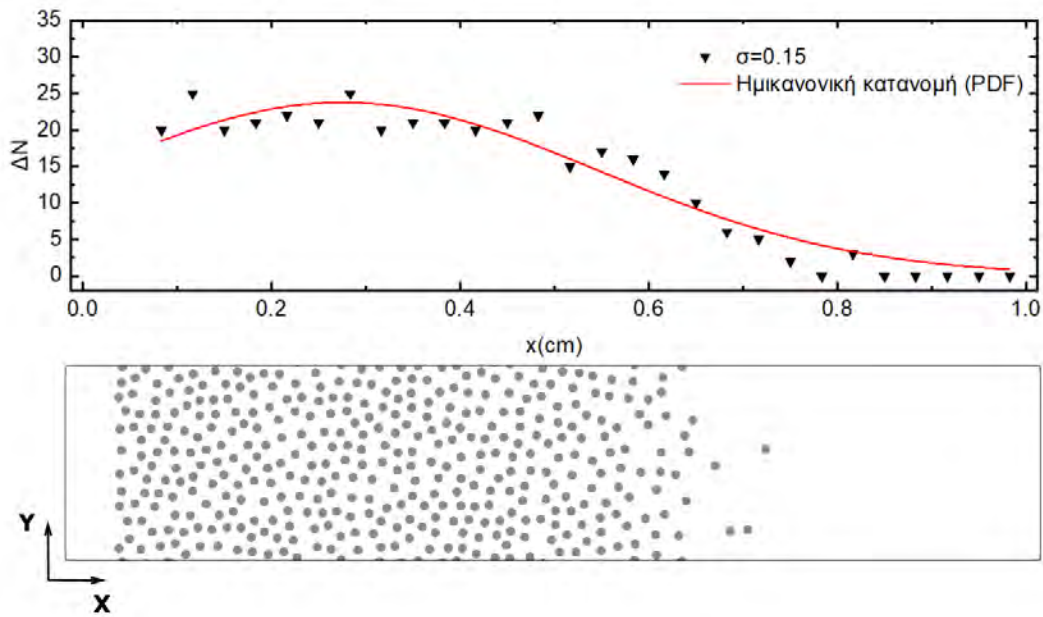


Σχήμα 3.10: Γεωμετρία ημικανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων  $N = 379$ , διασπορά  $\sigma=0.10$  και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής.

Η κατανομή των σωματιδίων ξεκινά έχοντας μια απόσταση από το αριστερό άκρο του γύψου. Η εξήγηση βρίσκεται στην ασφαλή περιοχή που δημιουργείτε από το πρόγραμμα (Cluster2) δημιουργίας της γεωμετρίας ( $S_d = 0.001mm$ ), όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 2.1. Με την αύξηση της διασποράς το πυκνό εμπόδιο στην αρχή του γύψου γίνεται σταδιακά πιο αραιό, όπως φαίνεται και στο Σχήμα(3.11), όπου η τιμή της διασποράς είναι ίση με 0.15.

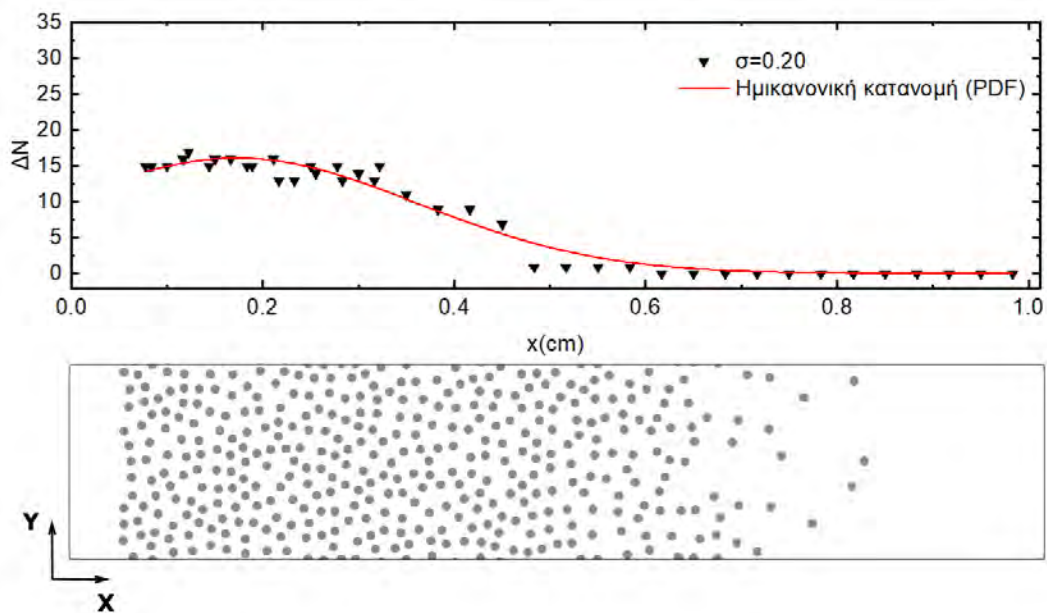
Παρατηρείται ότι τα σωματίδια παραφίνης δεν συμπίπτουν ακριβώς επάνω στην καμπύλη της ημικανονικής κατανομής για μικρές τιμές της διαφοράς  $\sigma$ . Το φαινόμενο αυτό συνέβη και στην κανονική κατανομή. Όταν τα σωματίδια τοποθετούνται αρκετά κοντά μεταξύ τους, η ελάχιστη επιτρεπτή απόσταση που μπορούν να έχουν ( $D_{min}$ ) περιορίζει την πυκνότητα του εμποδίου στο





Σχήμα 3.11: Γεωμετρία ημικανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων  $N = 379$ , διασπορά  $\sigma=0.15$  και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής.

αριστερό άκρο του υλικού. Τέλος, όταν η διασπορά λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές του 0.25, τότε η κατανομή που προκύπτει αρχίζει να οδεύει προς την ομοιόμορφη (Σχήμα 3.12).

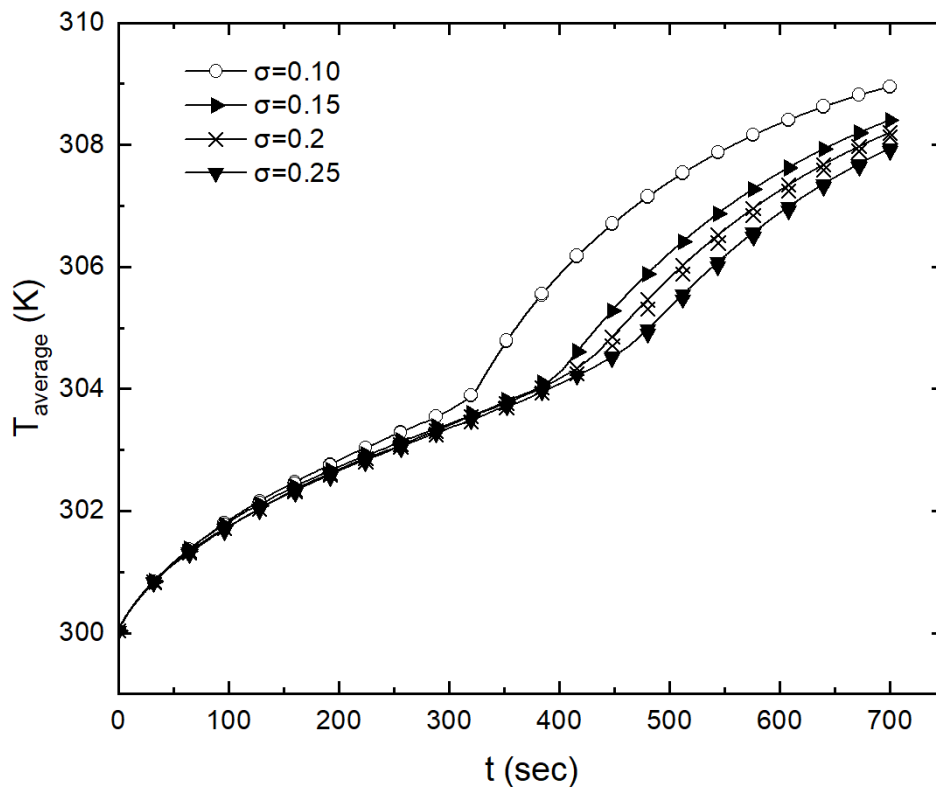


Σχήμα 3.12: Γεωμετρία ημικανονικής κατανομής με αριθμό σωματιδίων  $N = 379$ , διασπορά  $\sigma=0.20$  και παρεμβολή της συνάρτησης της ημικανονικής κατανομής.

### 3.2.1 Αποτελέσματα προσομοιώσεων ημικανονικής κατανομής.

Πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις με σκοπό την μελέτη της επίδρασης της ημικανονικής κατανομής που ακολουθούν τα σωματίδια παραφίνης, τόσο ως προς τη μεταβολή της θερμοκρασίας στο υλικό, όσο και ως προς την συμπεριφορά του μετώπου αλλαγής φάσης. Διεξήχθησαν σε γεωμετρία ορθογώνιας πλάκας με  $L = 1 \text{ cm}$ ,  $H = 0.2 \text{ cm}$  και με ποσοστό πλήρωσης  $\phi = 15 \%$ , ίδια με αυτής της κανονικής κατανομής, για να είναι εφικτή οι σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο κατανομών.

Αρχικά αναλύθηκε η θερμική απόκριση της πλάκας, ξεκινώντας με την μέτρηση της μέσης θερμοκρασίας του γύψου ως προς το χρόνο, με την διασπορά να λαμβάνει τις τιμές  $\sigma = 0.10$ ,  $\sigma = 0.15$ ,  $\sigma = 0.20$ ,  $\sigma = 0.25$  αντίστοιχα (Σχήμα 3.13).

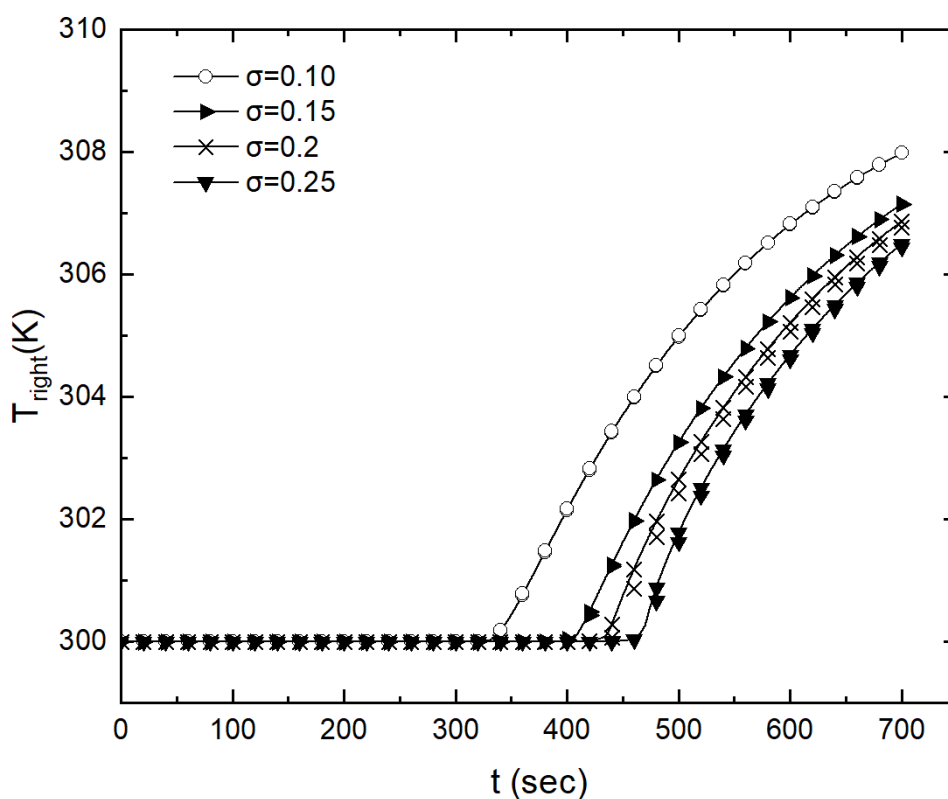


Σχήμα 3.13: Απεικόνιση της μέσης θερμοκρασίας του γύψου ως προς το χρόνο, με την διασπορά να λαμβάνει τις τιμές 0.10, 0.15, 0.20, 0.25.

Εξετάζοντας το Σχήμα(3.13), παρατηρείται ότι με το πέρας του χρόνου η μέση θερμοκρασία της μόνωσης είναι χαμηλότερη όσο αυξάνεται της διασποράς  $\sigma$ , δηλαδή μια ακριβώς αντίθετη συμπεριφορά με αυτή της κανονικής κατανομής (Σχήμα 3.4). Η εξήγηση αυτού του φαινομένου βρίσκεται στο γεγονός ότι όταν υπάρχει επιθυμία πύκνωσης των σωματιδίων στο αριστερό άκρο της

μόνωσης (όπως συμβαίνει για μικρές τιμές της διασποράς), στο μεγαλύτερο μέρος της πλάκας δεν τοποθετούνται σωματίδια παραφίνης. Αυτή η απουσία παραφίνης επιτρέπει την θερμοκρασία να μεταδίδεται γρηγορότερα, καθώς δεν υπάρχει κάποιο 'εμπόδιο' (σωματίδιο παραφίνης) και πρωταρχικό ρόλο για τη μετάδοση θερμότητας παίζει μόνο το υλικό της μήτρας (γύψος). Όσο αυξάνεται η διασπορά, η κατανομή που ακολουθούν τα σωματίδια απλώνει, με αποτέλεσμα να αυξάνονται οι περιοχές που περιέχουν παραφίνη, και άρα να καθυστερεί περισσότερο η αύξηση της θερμοκρασίας εντός του γύψου. Εύκολα γίνεται αντιληπτή και η απότομη αύξηση της κλίσης της θερμοκρασίας όταν λιώσουν πλήρως όλα τα σωματίδια παραφίνης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα (3.13).

Σε αυτό το σημείο είναι αναγκαίο να μελετηθεί η θερμική απόκριση του σύνθετου υλικού και ως προς την μέση θερμοκρασία της δεξιάς πλευράς του υλικού με σκοπό την εξαγωγή ολοκληρωμένων συμπερασμάτων σχετικά με την ημικανονική κατανομή (Σχήμα 3.14).

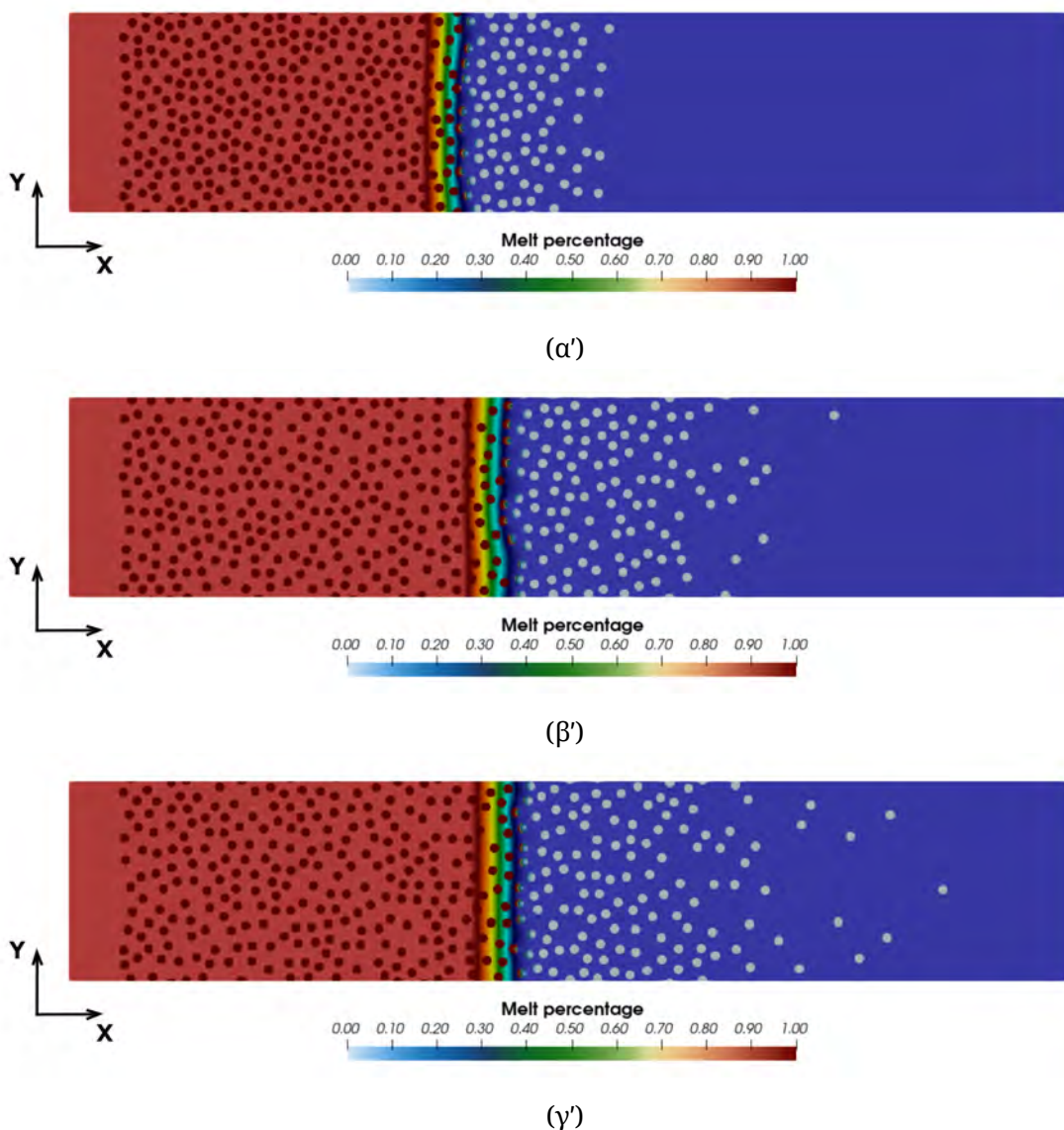


Σχήμα 3.14: Απεικόνιση της μέσης θερμοκρασίας του δεξιού άκρου του υλικού ως προς το χρόνο για την περίπτωση της ημικανονικής κατανομής.

Όπως ήταν αναμενόμενο, λόγω του μεγαλύτερου βαθμού θερμικής διαχυτότητας που έχει ο γύψος συγκριτικά με την παραφίνη και δεδομένου της μεγαλύτερης συνεισφοράς του γύψου στη

μετάδοση θερμότητας για μικρές τιμές της διασποράς, καθώς η πύκνωση των σωματιδίων οριοθετείται σε μία περιορισμένη περιοχή στο αριστερό άκρο της μόνωσης, η θερμική απόκριση της δεξιάς πλευράς του υλικού, έχει αυτή τη κλιμάκωση με την ταυτόχρονη αύξηση της διασποράς (Σχήμα 3.14).

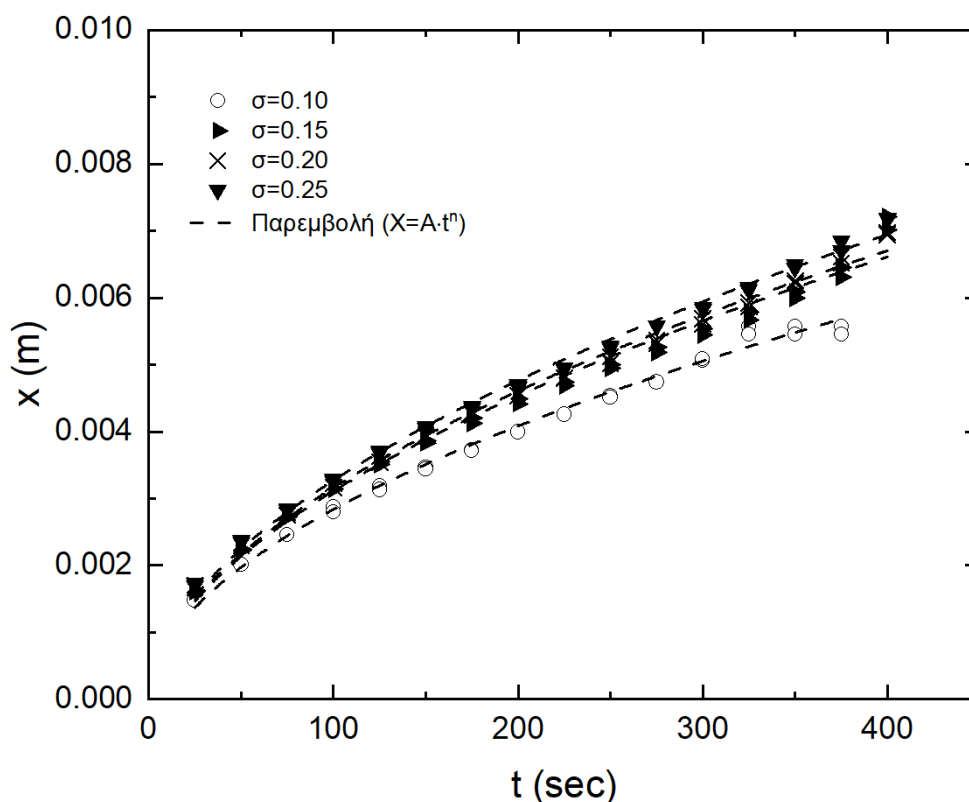
Σε αυτό το σημείο έχει ιδιαίτερη αξία να μελετηθεί η επίδραση της ημικανονικής κατανομής που ακολουθούν τα σωματίδια παραφίνης ως προς τη συμπεριφορά του μετώπου αλλαγής φάσης. Στο Σχήμα 3.15 απεικονίζονται τρία στιγμιότυπα της εξέλιξης του μετώπου για τη χρονική στιγμή  $t = 200sec$  και για τιμές της διασποράς  $\sigma = 0.10$ ,  $\sigma = 0.15$ ,  $\sigma = 0.20$  αντίστοιχα.



Σχήμα 3.15: Θέση του μετώπου αλλαγής φάσης για  $\phi = 15\%$  και αριθμό σωματιδίων  $N = 379$  τη χρονική στιγμή  $t = 200sec$  για τιμές της διασποράς (3.15α')  $\sigma = 0.10$ , (3.15β')  $\sigma = 0.15$ , (3.15γ')  $\sigma = 0.20$ .

### 3.2.2 Μέτωπο αλλαγής φάσης ημικανονικής κατανομής-Γραμμή αναφοράς (Master curve)

Για την πιο λεπτομερή μελέτη της θερμικής απόκρισης της μόνωσης, πραγματοποιήθηκε η μέτρηση της θέσης του μετώπου αλλαγής φάσης ως προς το χρόνο, όπου η κατανομή των σωματιδίων ακολουθεί την ημικανονική κατανομή για διάφορες τιμές της διασποράς  $\sigma$  (Σχήμα 3.16). Να επι-



Σχήμα 3.16: Θέση του μετώπου αλλαγής φάσης ως προς το χρόνο και παρεμβολή της εξίσωσης  $x = A \cdot t^n$ , με την διασπορά να λαμβάνει τις τιμές 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 .

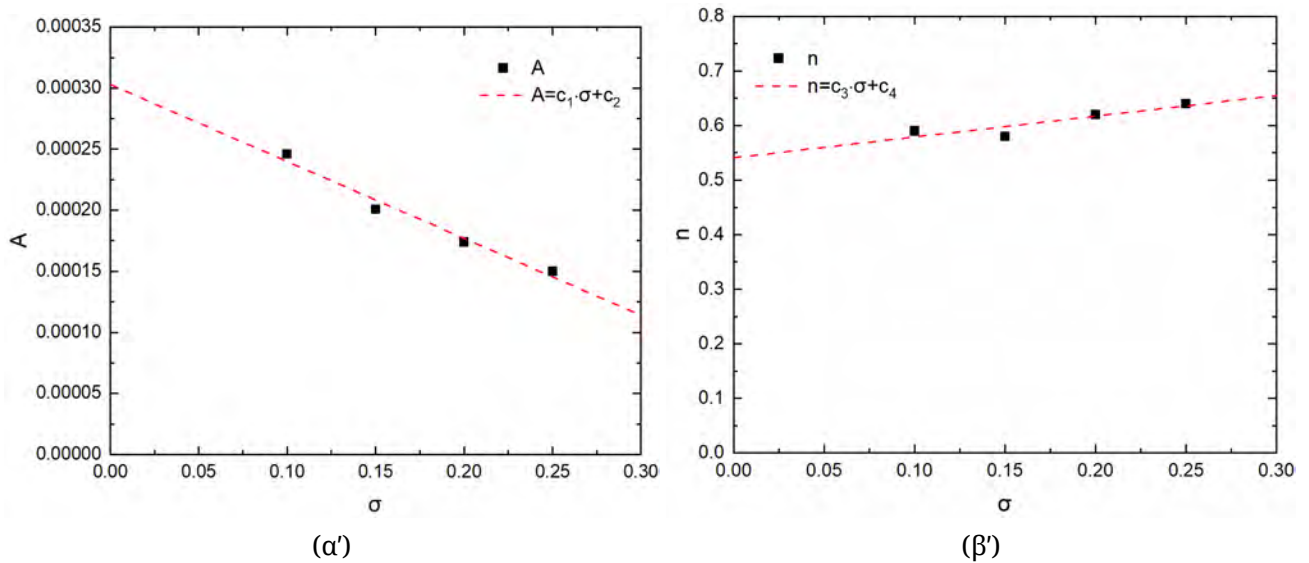
σημανθεί ότι κατά τη δημιουργία του γραφήματος (3.16) δεν συμπεριλήφθηκαν οι περιοχές που απαρτίζονται μόνο από γυψοσανίδα, καθώς σε αυτές τις περιοχές δεν υφίσταται το μέτωπο αλλαγής φάσης.

Όπως και στην περίπτωση όπου τα σωματίδια παραφίνης ακολουθούν την κανονική κατανομή, ακολουθήθηκε η εύρεση των συντελεστών  $A$  και  $n$  μέσω παρεμβολής της εξίσωσης  $X = A \cdot t^n$ , οι τιμές των οποίων παρουσιάζονται στον Πίνακα 3 .

Στη συνέχεια, διαπιστώθηκε ότι οι αντίστοιχοι συντελεστές ( $A$ ,  $n$ ) της ημικανονικής κατανομής μεταβάλλονται και αυτοί γραμμικά σε σχέση με την διασπορά.

$\sigma$	A	Σφάλμα	n	Σφάλμα
0.10	0.00025	$\pm 2 \cdot 10^{-5}$	0.59	$\pm 0.01$
0.15	0.00020	$\pm 2 \cdot 10^{-5}$	0.58	$\pm 0.01$
0.20	0.00017	$\pm 2 \cdot 10^{-5}$	0.62	$\pm 0.01$
0.25	0.00015	$\pm 2 \cdot 10^{-5}$	0.64	$\pm 0.01$

Πίνακας 3: Τιμές των συντελεστών  $A$  και  $n$  που λήφθηκαν μέσω παρεμβολής της εξίσωσης  $x = A \cdot t^n$  για διάφορες τιμές της διασποράς  $\sigma$  στα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, μαζί με τα σφάλματα υπολογισμού.



Σχήμα 3.17: Μεταβολή των συντελεστών  $A$  (Σχήμα 3.17α') και  $n$  (Σχήμα 3.17β') συναρτήσει της διασποράς  $\sigma$ .

Επομένως, οι συντελεστές ( $A, n$ ) μπορούν να γραφτούν ως προς τη διασπορά  $\sigma$  στη μορφή:

$$A = c_1 \cdot \sigma + c_2 \quad (3.6)$$

$$n = c_3 \cdot \sigma + c_4 \quad (3.7)$$

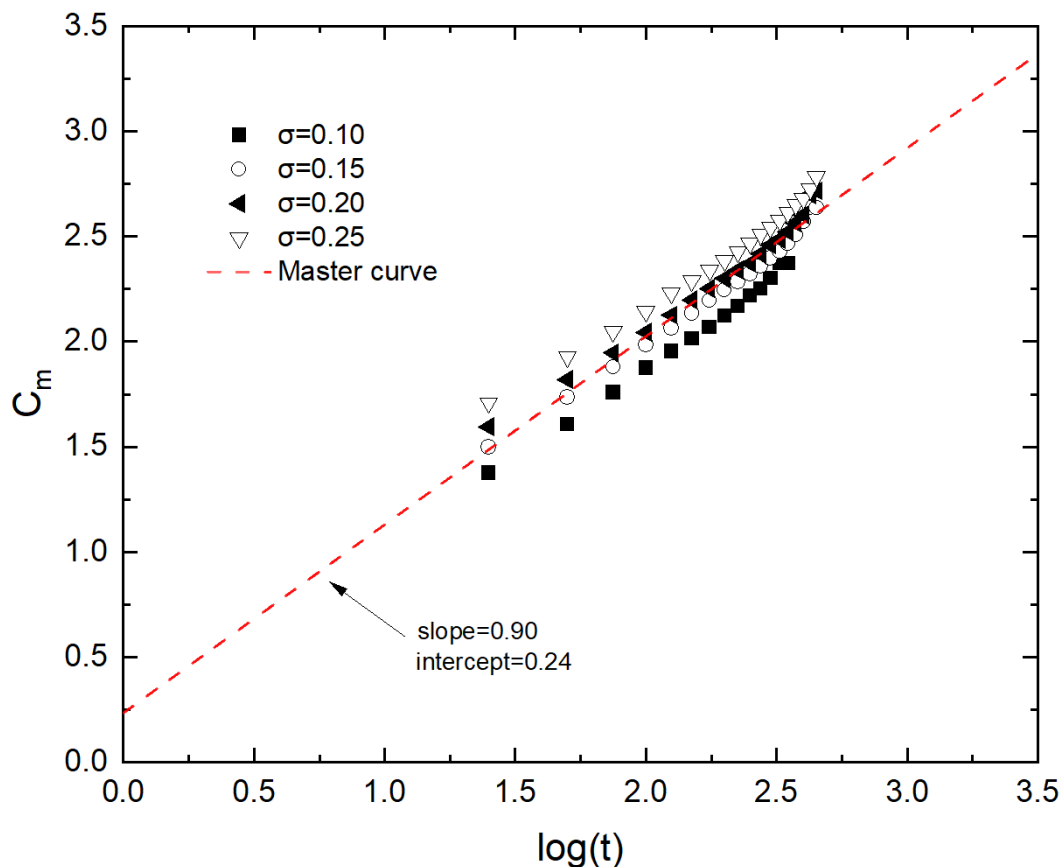
με τους συντελεστές να υπολογίζονται ως  $c_1 = -0.0006 \pm 0.00006$ ,  $c_2 = 0.0003 \pm 0.00001$ ,  $c_3 = 0.38 \pm 0.1$  και  $c_4 = 0.55 \pm 0.02$ . Έπειτα αντικαταστάθηκαν οι εξισώσεις (3.6), (3.7) στην εξίσωση του μετώπου αλλαγής φάσης ως προς το χρόνο:

$$\begin{aligned}
 X(m) &= A \cdot t^n \xrightarrow{(3.6),(3.7)} \\
 X(m) &= (c_1 \cdot \sigma + c_2) \cdot t^{(c_3 \cdot \sigma + c_4)} \rightarrow \\
 X(m) &= (-0.0006 \cdot \sigma + 0.0003) \cdot t^{(0.38 \cdot \sigma + 0.55)}
 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Εφαρμόζοντας την ίδια μεθοδολογία με αυτή του Κεφαλαίου 3.1.2, για τα δεδομένα που λήφθηκαν από τις προσομοιώσεις της ημικανονικής κατανομής η τελική εξίσωση για την επαλήθευση του μοντέλου παίρνει την μορφή:

$$C_m = \frac{\log(x) - \log(c_1 \cdot \sigma + c_2)}{c_3 \cdot \sigma + c_4} = \log(t) \quad (3.9)$$

Τέλος, όπως ήταν αναμενόμενο όλα τα σημεία των προσομοιώσεων προσεγγίζονται σε μία γραμμή αναφορά (Master curve), κλίσης προσεγγιστικά της μονάδας, για κάθε τιμή της διασποράς, επαληθεύοντας κατά αυτόν τον τρόπο όλη τη διαδικασία της μοντελοποίησης που πραγματοποιήθηκε σε αυτό το κεφάλαιο όταν τα σωματίδια παραφίνης ακολουθούν την ημικανονική κατανομή. (Σχήμα 3.18)



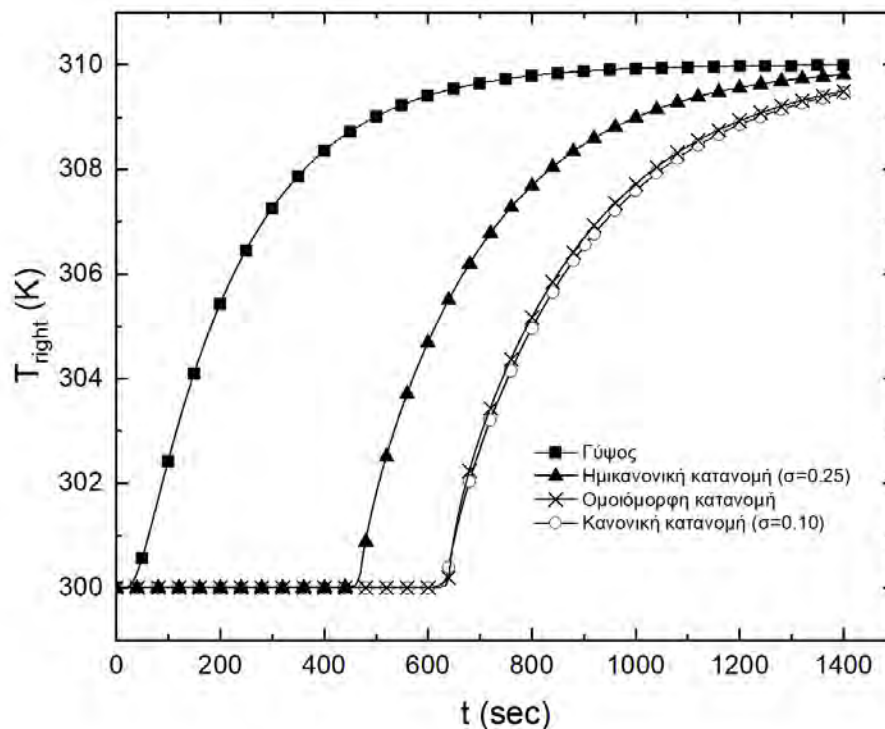
Σχήμα 3.18: Γραμμή αναφοράς (Master curve) του μοντέλου πρόβλεψης (Σχέση 3.9) της θέσης του μετώπου αλλαγής φάσης για διάφορες τιμές της διασποράς  $\sigma$  όταν τα σωματίδια διαβαθμίζονται σύμφωνα με την ημικανονική κατανομή



### 3.3 Σύγκριση των κατανομών

Αφού μελετήθηκαν οι περιπτώσεις της κανονικής, της ημικανονικής και της ομοιόμορφης κατανομής, σε αυτό το κεφάλαιο θα συγκριθούν από κοινού οι κατανομές που παρουσιάστηκαν ως προς τη βελτίωση που εισάγουν στο σύνθετο υλικό μόνωσης. Για την ακριβή αξιολόγηση των εκάστοτε κατανομών, η σύγκριση πραγματοποιήθηκε ως προς τη μέση θερμοκρασία του δεξιού άκρου της μόνωσης μέχρις ότου να σταθεροποιηθεί η θερμοκρασία σε όλη την επιφάνεια του γύψου. Για να συμβεί αυτό χρειάστηκε ο χρόνος των προσομοιώσεων να είναι ίσος με  $t = 1400 \text{ sec}$ , με την θερμοκρασία στο δεξί άκρο να τείνει στην τιμή  $T_{right} \approx 310K$  οδεύοντας στην εξισορρόπηση της θερμοκρασίας με αυτή που επιβλήθηκε στο αριστερό άκρο(Σχήμα 3.19).

Συνοψίζοντας, τα συμπεράσματα που εκλέχθηκαν στα δυο προηγούμενα Κεφάλαια είναι ότι η πυκνωση των σωματιδίων για την περίπτωση της κανονικής κατανομής, οδήγησε στην καθυστέρηση τόσο της αύξησης θερμοκρασίας του υλικού όσο και της εξέλιξης του μετώπου αλλαγής φάσης. Ενώ το φαινόμενο αυτό αντιστράφηκε όταν μελετήθηκαν γεωμετρίες διαβάθμισης ημικανονικής κατανομής. Ειδικότερα, η βέλτιστη διαβάθμιση των σωματιδίων ως προς τη καθυστέρηση της θερμικής απόκρισης του υλικού πραγματοποιείται για  $\sigma = 0.05$  για την κανονική, ενώ η ίδια συμπεριφορά επιτυγχάνεται για  $\sigma = 0.25$  για την ημικανονική κατανομή.



Σχήμα 3.19: Σύγκριση της κανονικής, της ημικανονικής και της ομοιόμορφης κατανομής ως προς τη μέση θερμοκρασία του δεξιού άκρου.



Εξετάζοντας το Σχήμα 3.19, απευθείας παρατηρείται ότι η μεγαλύτερη καθυστέρηση στην αύξηση της θερμοκρασίας επιφέρεται όταν τα σωματίδια παραφίνης ακολουθούν την κανονική κατανομή. Η παραπάνω συμπεριφορά οφείλεται εν μέρη στην απόσταση που τοποθετούνται τα σωματίδια παραφίνης σε σχέση με το θερμό άκρο του γύψου. Πιο συγκεκριμένα, όσο απομακρύνονται τα σωματίδια από την αριστερή πλευρά του υλικού η ικανότητά τους για παροχή θερμοπροστασίας βελτιώνεται.

## 4 Συμπεράσματα

Στη παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε η μεταφορά θερμότητας και το φαινόμενο αλλαγής φάσης σε μόνωση σύνθετου υλικού γύψου ενισχυμένου με σωματίδια παραφίνης. Η μελέτη της θερμικής απόκρισης του υλικού πραγματοποιήθηκε μέσω δισδιάστατων προσομοιώσεων στο υπολογιστικό πακέτο OpenFoam. Συγκεκριμένα, δόθηκε έμφαση στις δύο περιπτώσεις διαβάθμισης της μικροδομής, την κανονική και την ημικανονική κατανομή με στόχο την μελέτη τόσο της μεταβολής της θερμοκρασίας όσο και την συμπεριφορά της εξέλιξης του μετώπου αλλαγής φάσης. Στη συνέχεια με βάση τα αριθμητικά αποτελέσματα, παρουσιάστηκε μοντέλο, ικανό να περιγράψει τη θέση του μετώπου αλλαγής φάσης για ποσοστό πλήρωσης των σωματιδίων  $\phi = 15\%$  και για τις δύο περιπτώσεις διαβάθμισης. Το μοντέλο επαληθεύτηκε, καθώς όλα τα σημεία των προσομοιώσεων συνέπεσαν σε μία γραμμή κλίσης 1, η οποία ονομάζεται γραμμή αναφοράς (Master curve). Να επισημανθεί ότι το εκάστοτε μοντέλο πρόβλεψης της θέσης του μετώπου αλλαγής φάσης ισχύει για το εύρος των τιμών τις διασποράς που μελετήθηκαν στη παρούσα εργασία.

Όσον αφορά τη κανονική κατανομή, παρατηρήθηκε καθυστέρηση του μετώπου αλλαγής φάσης με την προοδευτικά μειούμενη μείωση της τιμής της διασποράς. Από την οπτική της θερμικής απόκρισης του γύψου πραγματοποιήθηκε η μέτρηση της μέσης θερμοκρασίας ως προς το χρόνο τόσο για το δεξί άκρο όσο και ολόκληρο του γύψου. Βάση αυτών των μετρήσεων, αποδεικνύεται ότι η πύκνωση των σωματιδίων στο μέσο του υλικού προκάλεσε αισθητή μείωση στην αύξηση της θερμοκρασίας σε σχέση με τις γεωμετρίες που τείνουν σε ομοιόμορφες κατανομές. Ως προς την ημικανονική κατανομή, με βάση τα αριθμητικά αποτελέσματα των προσομοιώσεων, παρατηρήθηκε το ίδιο φαινόμενο καθυστέρησης της εξέλιξης του μετώπου αλλαγής φάσης, καθώς μειώνονταν οι τιμές της διασποράς. Ενώ, κατά την ανάλυση της θερμικής απόκρισης του γύψου, η αύξηση της θερμοκρασίας, αποδείχτηκε ότι έχει ακριβώς την αντίθετη συμπεριφορά σε σχέση με την περίπτωση της κανονικής κατανομής. Τέλος, έχοντας ως κοινό παρανομαστή τη μέση θερμοκρασία του δεξιού άκρου πραγματοποιήθηκε η σύγκριση των δύο διαβαθμίσεων της γεωμετρίας με την κανονική κατανομή να ανέρχεται πρώτη και έπειτα να ακολουθεί η ημικανονική. Η περαιτέρω ανάλυση οδήγησε στο συμπέρασμα ότι όσο πιο μακριά τοποθετείται το υλικό αλλαγής φάσης από το θερμό άκρο βελτιστοποιείται η ικανότητα για θερμοπροστασία.

Οι σύνθετες μονώσεις γύψου με πληρωτικό υλικό παραφίνης μοιάζει με ένα νέο πολλά υποσχόμενο τομέα της τεχνολογίας των υλικών και αναμένεται να είναι καθοριστικό για την βελτίωση

θερμομόνωσης κτιρίων σε σχέση με άλλες παραδοσιακές μονώσεις.

Μελλοντική έρευνα θα μπορούσε να εστιασθεί στην επίδρασή του ποσοστού πλήρωσης της παραφίνης για την περίπτωση της κανονικής και ημικανονικής κατανομής. Επίσης, δόκιμη θα ήταν η μελέτη της ημικανονικής κατανομής με κέντρο το ψυχρό και όχι το θερμό άκρο καθώς και η επιβολή άλλου είδους βαθμωτών κατανομών στα σωματίδια παραφίνης όπως αυτή της λογαριθμικής κατανομής.

## Βιβλιογραφία

- [1] Sahar Ben Romdhane, Amani Amamou, Rim Ben Khalifa, Nejla Mahjoub Saïd, Zohir Younsi, and Abdelmajid Jemni. A review on thermal energy storage using phase change materials in passive building applications. *Journal of Building Engineering*, 32:101563, 2020.
- [2] A Shukla Akanksha Mishra and Atul Sharma. Latent heat storage through phase change materials. 2017.
- [3] Ευρωπαϊκός Οργανισμός Περιβάλλοντος. 2021.
- [4] Frédéric Kuznik, Damien David, Kevyn Johannes, and Jean-Jacques Roux. A review on phase change materials integrated in building walls. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(1):379–391, 2011.
- [5] Eleni Douvi, Christos Pagkalos, George Dogkas, Maria K. Koukou, Vassilis N. Stathopoulos, Yiannis Caouris, and Michail Gr. Vrachopoulos. Phase change materials in solar domestic hot water systems: A review. *International Journal of Thermofluids*, 10:100075, 2021.
- [6] Eleni Douvi, Christos Pagkalos, George Dogkas, Maria K. Koukou, Vassilis N. Stathopoulos, Yiannis Caouris, and Michail Gr. Vrachopoulos. Phase change materials in solar domestic hot water systems: A review. *International Journal of Thermofluids*, 10:100075, 2021.
- [7] Adil A.M. Omara. Phase change materials for waste heat recovery in internal combustion engines: A review. *Journal of Energy Storage*, 44:103421, 2021.
- [8] Luigi Giovannini, Francesco Goia, Valerio R.M. Lo Verso, and Valentina Serra. Phase change materials in glazing: Implications on light distribution and visual comfort. preliminary results. *Energy Procedia*, 111:357–366, 2017. 8th International Conference on Sustainability in Energy and Buildings, SEB-16, 11-13 September 2016, Turin, Italy.
- [9] Hoover M.J Onelli M.J Hale, D.V. Phase change materials handbook. 1971.
- [10] M Telkes and E Raymond. Storing solar heat in chemicals. *Heat. Vent.; ()*, 46, 11 1949.
- [11] D.V. Hale, M.J. Hoover, M.J. O'Neill, Lockheed Missiles, Space Company, United States. National Aeronautics, and Space Administration. George C. Marshall Space Flight Center. *Phase Change Materials Handbook*. NASA contractor report. National Technical Information Service U.S. Department of Commerce, 1971.

- [12] Jaime Lopez Sahuquillo. *Implementation in OpenFOAM of a Melting/Solidification Process with the Enthalpy Method*.
- [13] Sandra Raquel Leite da Cunha and José Luís Barroso de Aguiar. Phase change materials and energy efficiency of buildings: A review of knowledge. *Journal of Energy Storage*, 27:101083, 2020.
- [14] Vineet Veer Tyagi and D. Buddhi. Pcm thermal storage in buildings: A state of art. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 11(6):1146–1166, 2007.
- [15] I. Mandilaras, M. Stamatiadou, D. Katsourinis, G. Zannis, and M. Founti. Experimental thermal characterization of a mediterranean residential building with pcm gypsum board walls. *Building and Environment*, 61:93–103, 2013.
- [16] D. Zhou, C.Y. Zhao, and Y. Tian. Review on thermal energy storage with phase change materials (pcms) in building applications. *Applied Energy*, 92:593–605, 2012.
- [17] Liu J Wang J Chen S. Cui Y, Xie J. A review on phase change material application in building. *advances in mechanical engineering*. 2017.
- [18] Munagala Sai Charan, Ajit Kumar Naik, Navya Kota, Tapas Laha, and Siddhartha Roy. Review on developments of bulk functionally graded composite materials. *International Materials Reviews*, 67(8):797–863, 2022.
- [19] Gururaja Udupa, S. Shrikantha Rao, and K.V. Gangadharan. Functionally graded composite materials: An overview. *Procedia Materials Science*, 5:1291–1299, 2014. International Conference on Advances in Manufacturing and Materials Engineering, ICAMME 2014.
- [20] Openfoam: User guide v2012 chtmultiregionfoam.
- [21] Opencfd, esi group, openfoam v2012.
- [22] Yuzhu Li. Implementation of multiple time steps for the multi-physics solver based on chtmultiregionfoam. 02 2017.
- [23] J C Crepeau, A Yu Sakhnov, and V S Naumkin. Stefan problem with internal heat generation: Comparison of numerical modeling and analytical solution. *Journal of Physics: Conference Series*, 1369(1):012025, nov 2019.
- [24] I I Danilyuk. On the stefan problem. *Russian Mathematical Surveys*, 40(5):157, oct 1985.

- [25] Vasilios Alexiades and Alan D Solomon. *Mathematical modeling of melting and freezing processes*. Routledge, 2018.
- [26] Αποστόλου Αθανάσιος. Θερμική Απόκριση των phase change materials μεταβλητής μικροδομής, Διπλωματική εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας. 2021.
- [27] A. Ghajar Y. Cengel. *Heat and Mass Transfer Fundamentals and Applications*. 2017.
- [28] Γεωργίου Κυριακή Διακονικολής Μιχαήλ. Υπολογιστική ανάλυση φαινομένων μεταφοράς σε σύνθετα υλικά βαθμωτής μικροδομής. master's thesis, Μεταπτυχιακή εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2020.
- [29] Originlab, originpro version 2022.
- [30] Opencfd, esi group, openfoam v2012.
- [31] Visualization toolkit. paraview version 5.11.0-rc1.

## 5 Παράρτημα

### 5.1 Κώδικας Matlab για τον υπολογισμό αναλυτικής λύσης χρονομεταβαλλόμενης μεταφοράς θερμότητας σε επίπεδο τοίχο.

```
%Αρχικοποίηση των πινάκων An και Ln
An = [1.27324, -0.42441, 0.254648, -0.18189];
Ln = [1.5708, 4.7124, 7.854, 10.9956];

%Αρχικοποιεί τους πίνακες theta_values και Tvalues με μηδενικά
theta_values = zeros(14000, 1);
Tvalues = zeros(14000, 1);

%Αρχικοποίηση μεταβλητών
a = 0.000000219;
L = 0.01;
position = 1;

%Τρέχει μία λούπα από το 1 μέχρι το 700 με βήμα 0.05, υπολογίζοντας
έτσι τη θερμοκρασία του γύψου για 700 δευτερόλεπτα

for t = 1:0.05:700
% θέτει τη μεταβλητή res ίση με μηδέν
    res = 0;

%Υπολογίζουμε τη θερμοκρασία για κάθε An και Ln
    for n = 1:4
        res = res + An(n) * exp(-Ln(n)^2*((a*t)/L^2));
    end

%Αποθηκεύουμε τα αποτελέσματα στους πίνακες theta_values και Tvalues
    theta_values(position,1) = res;
```

```
Tvalues(position,1) = -10*theta_values(position,1) + 310;
```

```
%Πάμε στην επόμενη θέση των πινάκων
```

```
position = position + 1;
```

```
end
```

```
%Τυπώνουμε τα αποτελέσματα
```

```
disp(Tvalues);
```