Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας -
Διεθνές Πανεπιστήμιο της Ελλάδος

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών (UTH)
Τμήμα Φυσικής (UTH)
Τμήμα Φυσικής (IHU)

Δ.Δ.Π.Μ.Σ.: ***«Οικονομική Φυσική - Χρηματοοικονομικές Προβλέψεις»***

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«Ανάλυση χρονοσειράς πετρελαίου-WTI με τη θεωρία του χάους και των γράφων. Πρόβλεψη τιμών με μη-γραμμικές μεθόδους και νευρωνικό δίκτυο»

Μεταπτυχιακός Φοιτητής : ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ Ν. ΑΠΟΣΤΟΛΑΚΟΣ

Επιβλέπων Καθηγητής : ΘΕΟΔΩΡΟΣ ΚΑΡΑΚΑΣΙΔΗΣ

ΒΟΛΟΣ 2023

Υπεύθυνη δήλωση

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη διπλωματική εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στην «Οικονομική Φυσική - Χρηματοοικονομικές Προβλέψεις» του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Δημήτριος Ν. Αποστολάκος.

Βόλος, Φεβρουάριος 2023.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας κ. Θεόδωρο Καρακασίδη για τα κίνητρα και τη πολύτιμη βοήθεια που μου παρείχε καθώς και για την άμεση ανταπόκρισή του κάθε φορά που χρειάσθηκε. Ευχαριστώ επίσης θερμά όλους τους διδάσκοντες του δια-ιδρυματικού, δια-τμηματικού μεταπτυχιακού προγράμματος «Οικονομική φυσική-Χρηματοοικονομικές προβλέψεις» για τις πολύτιμες γνώσεις που μου παρείχαν, για την στήριξή τους και την αμέριστη βοήθεια τους. Η συμβολή τους στην κατανόηση της ανάλυσης των χρονολογικών σειρών υπήρξε καθοριστική και η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί ένα καρποφόρο αποτέλεσμα της σωρευμένης γνώσης που μου παρείχαν. Επιπλέον ένα τεράστιο ευχαριστώ στην οικογένειά μου που ήταν αρωγός σε αυτή μου την προσπάθεια, για την ηθική συμπαράσταση και την κατανόηση και στους συμφοιτητές που κατά τη διάρκεια των σπουδών μας έγιναν φίλοι μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία ερευνάται εάν η χρονολογική σειρά των εβδομαδιαίων τιμών του πετρελαίου (WTI-crude oil) καθώς και των πρώτων διαφορών της, έχουν χαρακτηριστικά χαοτικού δυναμικού συστήματος. Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές του χρονικού διαστήματος 2 Απριλίου 2001 έως 16 Μαΐου 2022, όπως προκύπτουν από την διαπραγμάτευση του προϊόντος στο χρηματιστήριο εμπορευμάτων της Νέας Υόρκης (NYMEX).

Για τη διερεύνηση αυτή, εκτιμήθηκαν μη-γραμμικά χαρακτηριστικά, όπως ενδεικτικά, η μορφοκλασματική διάσταση, η εντροπία, οι εκθέτες Lyapunov και το φάσμα ισχύος.

Επιπλέον, η χρονοσειρά τιμών, μετασχηματίζεται σε δίκτυο με τη χρήση της μεθόδου της ορατότητας και εξετάζονται τα κυριότερα τοπολογικά μέτρα σύμφωνα με τη θεωρία των γράφων.

Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της στατιστικής Γάμμα (Gamma test), γίνεται προσπάθεια πρόβλεψης των μελλοντικών τιμών της χρονοσειράς με τη μέθοδο των κοντινότερων γειτόνων. Επίσης, για τον ίδιο σκοπό, χρησιμοποιήθηκε ένα κατάλληλα προσαρμοσμένο πολυστρωματικό νευρωνικό δίκτυο (MLP).

Από την έρευνα προέκυψε ότι οι εξεταζόμενες χρονοσειρές έχουν χαρακτηριστικά αιτιοκρατικού δυναμικού συστήματος με την παράλληλη ύπαρξη σημαντικού στοχαστικού μέρους δηλαδή θορύβου. Η ύπαρξη αυτή του θορύβου, σε συνδυασμό με την πολυπλοκότητα των εξεταζόμενων συστημάτων, καθιστά τον ορίζοντα πρόβλεψης περιορισμένο.

Η πρόβλεψη με νευρωνικό δίκτυο MLP υπερτερεί αυτής των κοντινότερων γειτόνων στη συγκεκριμένη χρονοσειρά.

Λέξεις κλειδιά : Πετρέλαιο WTI, Θεωρία του χάους, Μετασχηματισμός χρονοσειράς σε δίκτυο , Στατιστική Γάμμα, Κοντινότεροι γείτονες, Νευρωνικά δίκτυα.

ABSTRACT

In this paper, it is investigated whether the time series of the weekly WTI-crude oil prices as well as its first differences, have characteristics of a chaotic dynamic system. For this purpose, the prices of the period 02 April 2001 to 16 May 2022, as derived from the trading of the product on the New York Mercantile Exchange (NYMEX), were examined.

For this investigation, non-linear features were estimated, such as, the fractal dimension, the Kolmogorov entropy, the Lyapunov exponents and the power spectrum.

In addition, the time series is mapped into a network using the visibility algorithm and the main topological characteristics are considered according to graph theory.

Furthermore, with the help of the Gamma test, an attempt is made to predict the future values of the time series, using the nearest neighbor's method. Also, for the same purpose, an appropriately adapted multilayer neural network (MLP) was used. The investigation, has shown that the examined time series have characteristics of a deterministic chaotic dynamic system contaminated by noise for the studied period. This existence of noise combined with the complexity of the time series, makes the prediction horizon limited.

MLP neural network prediction outperforms that of nearest neighbors in this particular time series.

Keywords: WTI-Crude oil, Chaos theory, Time series conversion into a network, Gamma Test, Nearest neighbors, Artificial neural networks.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1-ΕΥΡΥΤΕΡΟ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

1.1 ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, ερευνάται εάν η χρονοσειρά των εβδομαδιαίων τιμών του πετρελαίου-WTI καθώς και η χρονοσειρά των αποδόσεών της, για το χρονικό διάστημα 2001-2022, έχουν χαρακτηριστικά αιτιοκρατικού δυναμικού συστήματος. Για το σκοπό αυτό, συλλέχθηκαν δεδομένα από την ιστοσελίδα yahoo.finance στην οποία αποτυπώνονται οι τιμές των διαπραγματεύσεων του προϊόντος στο χρηματιστήριο εμπορευμάτων της Νέας Υόρκης (NYMEX).

Περαιτέρω, εξετάσθηκε η δυνατότητα πρόβλεψης των μελλοντικών τιμών της χρονολογικής σειράς των τιμών του πετρελαίου, με τη μέθοδο των κοντινότερων γειτόνων της στατιστικής Γάμμα αλλά και ενός πολυστρωματικού νευρωνικού δικτύου (MLP).

Για το σκοπό αυτό, διερευνήσαμε την ύπαρξη χαοτικών χαρακτηριστικών των εξεταζόμενων δυναμικών συστημάτων, με στόχο να τα περιγράψουμε με ένα κατάλληλο μοντέλο και να επιτύχουμε καλύτερες προβλέψεις. Χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι που βασίζονται στη θεωρία των δυναμικών συστημάτων και του χάους. Ειδικότερα, έγινε ανακατασκευή του χώρου καταστάσεων (Takens,1981), προσδιορίσθηκαν τα χαρακτηριστικά των διακριτών δυναμικών συστημάτων και επιλέχθηκαν τα κατάλληλα μη-γραμμικά μοντέλα πρόβλεψης.

Επιπλέον, η χρονοσειρά των τιμών, μετασχηματίσθηκε σε δίκτυο σύμφωνα με τη μέθοδο της ορατότητας των Lacasa et al., (2008) και αναλύθηκαν οι κυριότερες τοπολογικές ιδιότητες του δικτύου.

1.2 ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Στόχος της ερευνητικής αυτής εργασίας είναι η πληρέστερη κατανόηση των χαρακτηριστικών των διακριτών συστημάτων που σχηματίζονται από τις χρονολογικές σειρές των τιμών και των πρώτων διαφορών του πετρελαίου WTI.

Επειδή το πετρέλαιο μαζί με το φυσικό αέριο αποτελεί την κύρια πηγή ενέργειας στη βιομηχανία και διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην οικονομική ανάπτυξη των κρατών, είναι σημαντικό να εξετασθεί εάν περιγράφεται με κάποιο αιτιοκρατικό, μη-γραμμικό μοντέλο, ώστε από τα αποτελέσματα των προβλέψεων οι επενδυτές στην αγορά συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης και συμβάσεων δικαιωμάτων προαίρεσης να γνωρίζουν τουλάχιστον το πρόσημο των μελλοντικών μεταβολών.

Πολλές έρευνες διεθνώς έχουν διερευνήσει τη δυναμική χρονοσειρών πετρελαίου. Η συνεισφορά της παρούσας έρευνας, έγκειται στο γεγονός ότι για πρώτη φορά, συμπεριλαμβάνεται στην εξέταση της χρονολογικής σειράς τιμών πετρελαίου και χρονικό διάστημα που έπεται της έναρξης των εχθροπραξιών στο μέτωπο της Ουκρανίας. Το γεγονός αυτό, εκτίναξε τις τιμές του προϊόντος σε σταθερά υψηλά επίπεδα και κατέστησε την προσπάθεια πρόβλεψης ακόμη δυσκολότερη.

1.3 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται η ερευνητική κατεύθυνση, ο σκοπός, ο στόχος και η συνεισφορά της εργασίας.

Το δεύτερο κεφάλαιο, αναφέρεται στο υφιστάμενο θεωρητικό πλαίσιο των δυναμικών συστημάτων και του χάους, της θεωρίας των γράφων-δικτύων, της δοκιμής Γάμμα και των νευρωνικών δικτύων.

Στη συνέχεια, στο τρίτο κεφάλαιο, γίνεται αναφορά σε προηγούμενες έρευνες που σχετίζονται με το σκοπό και τους στόχους της παρούσας εργασίας.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μεθοδολογία της έρευνας και στο πέμπτο γίνεται η ανάλυση της εξεταζόμενης χρονοσειράς με περιγραφική στατιστική και με τη θεωρία του χάους ενώ παράλληλα μετασχηματίζεται η χρονοσειρά σε δίκτυο και εξετάζονται τα τοπολογικά χαρακτηριστικά της.

Στο έκτο κεφάλαιο γίνεται προσπάθεια πρόβλεψης των μελλοντικών τιμών του πετρελαίου.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης καταγράφονται στο έβδομο κεφάλαιο και τα συμπεράσματα της έρευνας στο όγδοο. Η εργασία περαιώνεται με την παράθεση των βιβλιογραφικών αναφορών και του παραρτήματος που τη συνοδεύει αναφορικά με τον κώδικα που χρησιμοποιήθηκε στη γλώσσα προγραμματισμού R και Matlab

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2-ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Το πετρέλαιο αποτελεί την κύρια πηγή ενέργειας στη βιομηχανία και διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην οικονομική ανάπτυξη των κρατών. Τα δύο τρίτα της παγκόσμιας ζήτησης για ενέργεια καλύπτονται από την επεξεργασία και κατανάλωση πετρελαίου και φυσικού αερίου. Όλα τα βιομηχανικά αγαθά βασίζονται στο πετρελαιο σε κάποιο στάδιο της παραγωγικής διαδικασίας είτε κατά την παραγωγή είτε κατά τη μεταφορά είτε κατά την επεξεργασία τους (Alvarez-Ramirez et al., 2003). Τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης του πετρελαίου-WTI είναι διαπραγματεύσιμα στην αγορά της Νέας Υόρκης (New York Mercantile Exchange). Το πετρέλαιο είναι το πλέον διαπραγματεύσιμο αγαθό στις χρηματιστηριακές αγορές και έχει αναφορά στο 10% του συνολικού παγκόσμιου εμπορίου (Yin & Wang, 2022).

Η ισχυρή συσχέτιση μεταξύ των τιμών του πετρελαίου και των οικονομικών πολιτικών που εφαρμόζονται διεθνώς καθώς και οι δομικές επιπτώσεις που αυτή η συσχέτιση επιφέρει στα μακροοικονομικά μεγέθη των χωρών, έχουν καταστήσει την έρευνα αναφορικά με την αγορά πετρελαίου ένα διαχρονικά ύψιστης σημασίας θέμα. Η διακύμανση της τιμής του τυγχάνει της μέγιστης προσοχής των καταναλωτών, παραγωγών, κυβερνήσεων, πολιτικών και ερευνητών (Yang et al., 2012).

Επιπλέον, η τιμή του πετρελαίου, αποτελεί κομβικό παράγοντα αφού επηρεάζει άμεσα την αγορά παραγώγων, τη διαχείριση χαρτοφυλακίου και τις διαδικασίες ανάληψης κινδύνου στις αγορές χρήματος και κεφαλαίων (Wei et al., 2010).

Όπως αναφέρουν οι Komijani et al., (2014), πολυάριθμες πολιτικές και οικονομικές αιτίες συμβάλλουν στη μεταβλητότητα των τιμών του πετρελαίου. Συγκεντρωτικά, τα παρακάτω γεγονότα συνέβαλλαν τα μέγιστα στη διακύμανση της τιμής του:

- Το αραβικό εμπάργκο πετρελαίου (1973-1974)
- Η Ισλαμική επανάσταση του Ιράν (1978-1979)
- Ο πόλεμος Ιράκ - Ιράν (1979-1980)
- Η αύξηση της παραγωγής από τη Σαουδική Αραβία (1985-1986)
- Η εισβολή του Ιράκ στο Κουβέιτ (1989-1990)
- Η οικονομική κρίση στην νότιο-ανατολική Ασία (1997-1998)
- Η επίθεση της 11ης Σεπτεμβρίου στη Νέα Υόρκη (2001)
- Η εισβολή των ΗΠΑ στο Ιράκ (2003-2004)
- Η διεθνής οικονομική κρίση (2007-2011)

- Η πανδημία του Covid 19 (2020-2021)
- Η εισβολή της Ρωσίας στην Ουκρανία (2022)[1]

Οι παράγοντες που επηρεάζουν τις μεταβολές στην τιμή του πετρελαίου (Alvarez-Ramirez et al., 2003), είναι η προσφορά και η ζήτηση, η πολιτική τιμών του OPEC και των λοιπών πετρελαιοπαραγωγών χωρών, οι θερμοκρασιακές μεταβολές, το επίπεδο των τιμών των μετοχών, οι πολιτικές που εφαρμόζονται σε κάθε χώρα αλλά και διεθνώς, η ψυχολογία των αγορών και των καταναλωτών, γεγονότα που επηρεάζουν την παγκόσμια οικονομία όπως πόλεμοι, επαναστάσεις και εμπορικοί αποκλεισμοί.

Για παράδειγμα, κατά τη διάρκεια του Ιρανο-Ιρακινού πολέμου η τιμή αυξήθηκε από 14$ σε 35$ το βαρέλι. Στην κορύφωση του «πολέμου του κόλπου», η τιμή εκτοξεύθηκε στα 30$ το βαρέλι. Η οικονομική κρίση στην νοτιοανατολική Ασία οδήγησε την τιμή σε δραματική πτώση κατά 50% στα 10$ το βαρέλι.

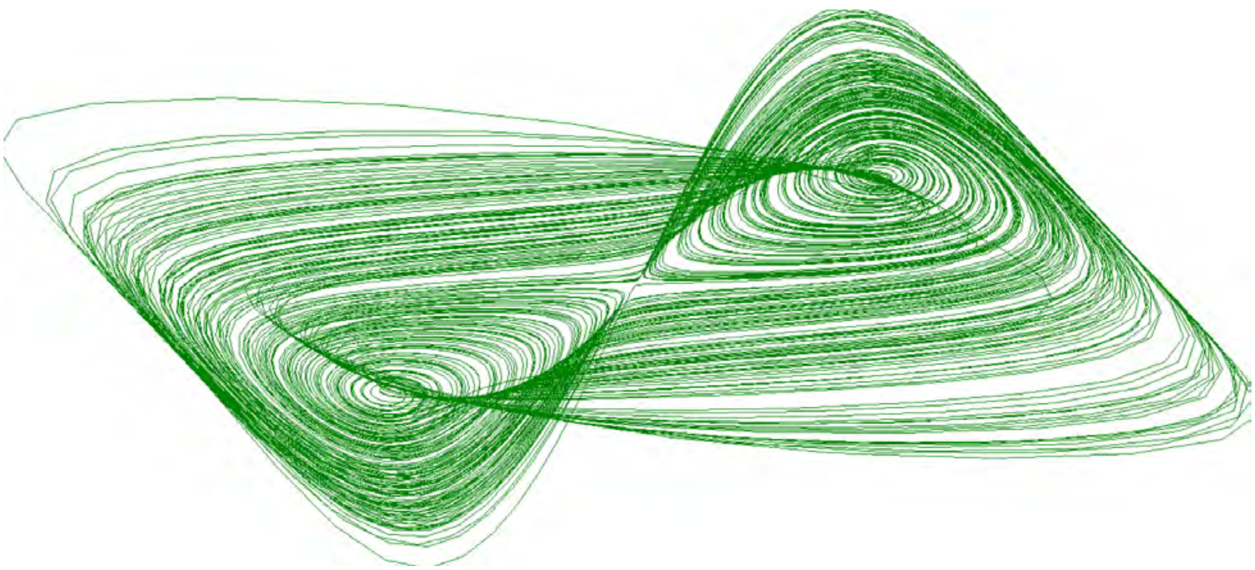
Επίσης, οι παρεμβάσεις των πετρελαιοπαραγωγών χωρών, των διυλιστηρίων αλλά και των κερδοσκόπων, χειραγωγούν τις τιμές του προϊόντος και των παραγώγων του.

Πρόσφατα και μετά την εισβολή της Ρωσίας στην Ουκρανία, η τιμή διαμορφώθηκε στα 121$ τον Ιούνιο του 2022 από 52$ το βαρέλι που στοίχιζε τον Ιανουάριο του 2021 και 78$ τον Ιανουάριο του 2022.

[1] Τα τελευταία δύο γεγονότα προστέθηκαν από το συγγραφέα της παρούσας εργασίας.

2.1 ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΧΑΟΥΣ

Πρωτοπόρος της θεωρίας των αιτιοκρατικών συστημάτων και του χάους υπήρξε ο Poincare ο οποίος συνέβαλε τα μέγιστα στη διαμόρφωση αυτού του επιστημονικού κλάδου. Εξέτασε το πρόβλημα των «τριών σωμάτων» και έδωσε λύση με τις διαλέξεις του για την «Ουράνια μηχανική» και το άρθρο του «Νέες μέθοδοι για την ουράνια μηχανική» (Poincare,1899). Διατύπωσε το θεμελιώδες θεώρημα ότι ορισμένα συστήματα μετά από κάποιο πεπερασμένο χρονικό διάστημα επιστρέφουν πλησίον της αρχικής τους κατάστασης παρουσιάζοντας φαινόμενα αυτο-ομοιότητας (Alligood et al., 2000). Ο Poincare, χρησιμοποίησε μια γεωμετρική-τοπολογική μέθοδο και έλυσε το πρόβλημα ποιοτικά. Αρκετά χρόνια μετά, ο μετεωρολόγος Lorenz, το 1961, παρατήρησε ότι μικρές αλλαγές στις αρχικές συνθήκες ενός συστήματος διαφορικών εξισώσεων, καθιστούν σταδιακά το σύστημα πολύπλοκο, δύσκολα προβλέψιμο και με αποτελέσματα τελείως διαφορετικά. Στην προσπάθειά του να διαμορφώσει το φασικό χώρο των πιθανών λύσεων του συστήματος, κατέληξε στην αποτύπωση του περίφημου ελκυστή με σχήμα πεταλούδας (γράφημα 2.1).



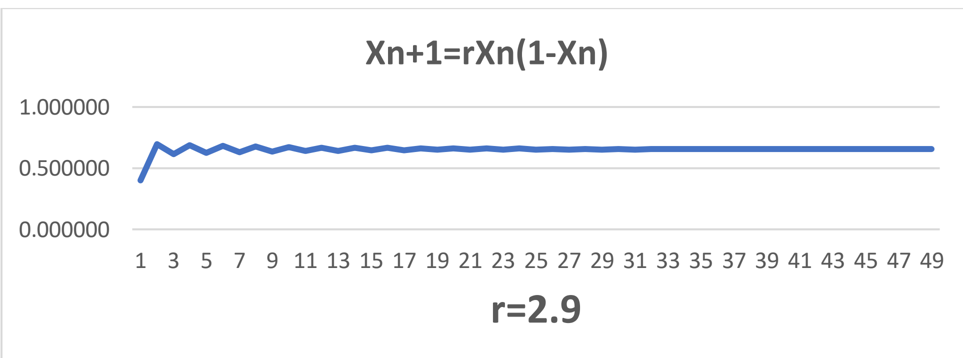
Γράφημα 2.1. Ελκυστής του Lorenz. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Fractan).

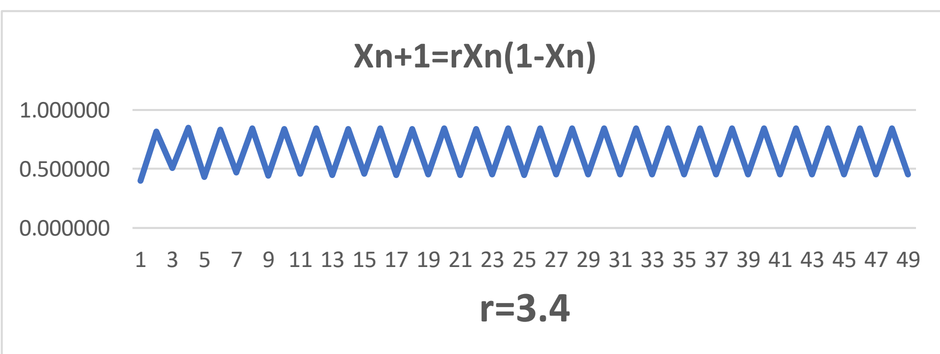
Τα χαοτικά συστήματα, όπως αυτό του Lorenz, είναι αιτιοκρατικά με συνέπεια ο φασικός χώρος των τροχιών των λύσεων τους να μην καταλαμβάνει ολόκληρο το χώρο και να δημιουργεί «παράξενους ελκυστές». Οι ελκυστές αυτοί, είναι γεωμετρικά σχήματα μορφο-κλασματικής (φρακταλικής) μορφής. Έτσι, παρά την πολυπλοκότητα που διαμορφώνεται προϊόντος του χρόνου, είναι δυνατή η βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη των μελλοντικών σημείων ισορροπίας τους.

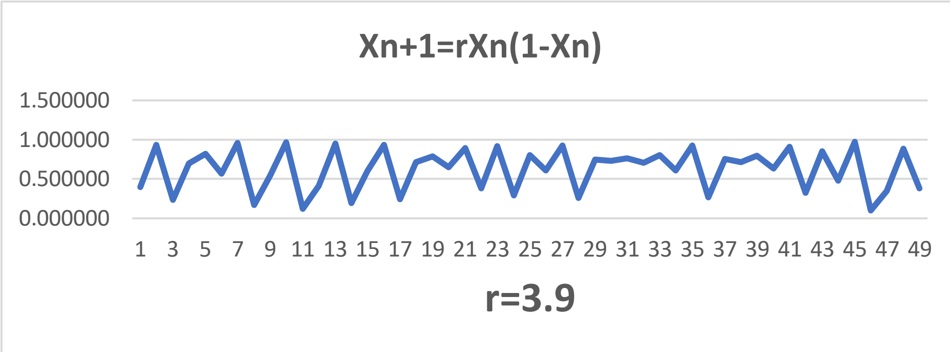
Ο Αυστραλός Robert May, τη δεκαετία του 1970, ανέπτυξε την περίφημη εξίσωση λογιστικής απεικόνισης προσπαθώντας να δημιουργήσει ένα μοντέλο ανάπτυξης πληθυσμών έμβιων όντων. Πειραματιζόμενος με αλλαγές στις αρχικές συνθήκες της εξίσωσής του, διαπίστωσε ότι από ένα σημείο και μετά, δημιουργούνται χρονοσειρές με χαοτικά χαρακτηριστικά. Ο χαοτικός ελκυστής του May δημιουργείται με τη βοήθεια ενός φαινομένου γνωστού πλέον ως μηχανισμός διπλασιασμού των περιόδων.

Αν θεωρήσουμε μια λογιστική απεικόνιση της μορφής : $X_{n+1} = r*X_n*(1-X_n)$, όπου X ο πληθυσμός, (n+1) και n οι χρονικές περίοδοι και r ο ρυθμός αναπαραγωγής, τότε αλλάζοντας τη μεταβλητή r διαπιστώνεται ότι το διακριτό σύστημα, από μία τιμή του r και μετά, παράγει χρονοσειρές με χαοτικά χαρακτηριστικά.

Πράγματι, θέτοντας X=0.40 και r=2.9, 3.4 και 3.9 αντίστοιχα, λαμβάνουμε διαδοχικά ένα, δύο και στη συνέχεια περισσότερα σημεία ισορροπίας του συστήματος, όπως φαίνεται στο γράφημα 2.2.

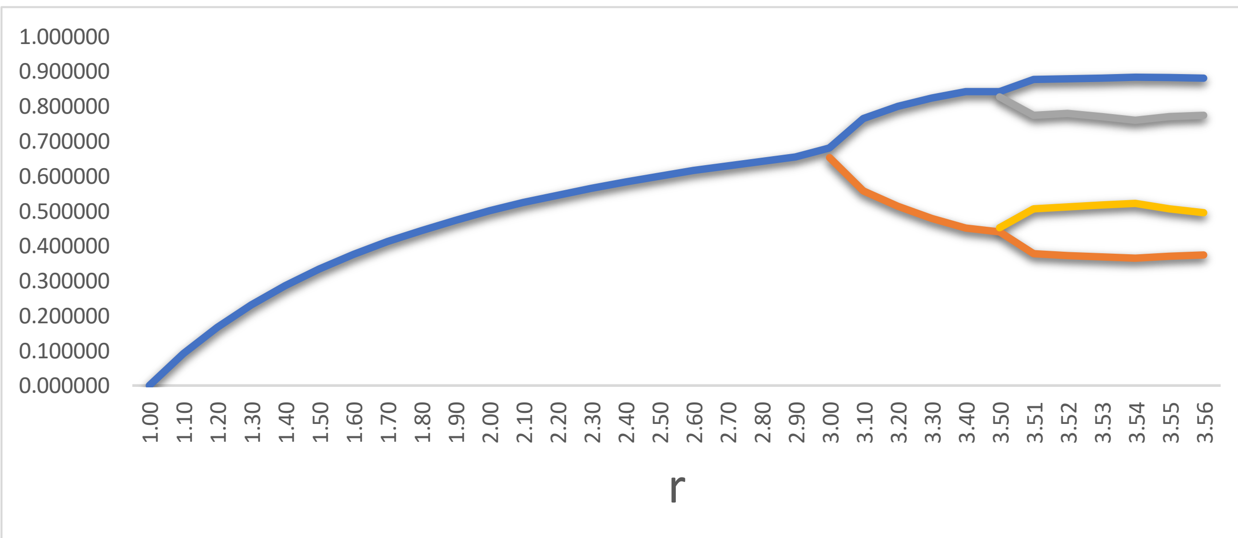






Γράφημα 2.2. Λογιστική απεικόνιση για διάφορα r. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Excel).

Δημιουργώντας το γράφημα με άξονες την τιμή του r και των σημείων ισορροπίας του συστήματος, διαπιστώνουμε ότι όταν το r πάρει την τιμή 3 έχουμε δύο λύσεις, την τιμή 3.5 τέσσερις λύσεις και ούτω καθεξής (γράφημα 2.3).



Γράφημα 2.3. Λύσεις λογιστικής απεικόνισης αυξανομένου του r. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Excel).

Αργότερα, το 1978, ο μαθηματικός Feigenbaum, κατέδειξε ότι η ακολουθία διπλασιασμού των περιόδων αποτελεί μια γεωμετρική πρόοδο η οποία χαρακτηρίζεται από μια παγκόσμια σταθερά ίση με 4.669.

Ο Rossler, το 1970, μελέτησε επίσης ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων το οποίο επιδεικνύει χαοτική συμπεριφορά.

Οι προσδιοριστικές εξισώσεις του συστήματος είναι οι :

- $\frac{dx}{dt} = -y-z$
- $\frac{dy}{dt} = x+ay$ **2.1**
- $\frac{dz}{dt} = b+z(x-c)$

Ο φασικός χώρος των λύσεων του συστήματος, δημιουργεί έναν παράξενο ελκυστή όπως αποτυπώνεται στο γράφημα 2.4.

Γράφημα 2.4. Ελκυστής του Rossler**. Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Fractan).

Στην επιστημονική κοινότητα, έχει διαπιστωθεί ότι τα χαοτικά συστήματα είναι αιτιοκρατικά συστήματα με ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες. Σύμφωνα με τους Hilborn et al., (1994), για να χαρακτηρισθεί ένα σύστημα χαοτικό, θα πρέπει να πληροί τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Να έχει μη περιοδική συμπεριφορά ως προς το χρόνο. Οι λύσεις του συστήματος να δημιουργούν τροχιές στο χώρο φάσεων οι οποίες να μην καταλήγουν σε σταθερά σημεία, να έχουν μεγάλη πυκνότητα και να είναι φραγμένες.
- Να μην εμπεριέχει στοχαστικές συνιστώσες αλλά να είναι αιτιοκρατικό. Στην πραγματικότητα βέβαια οι χρονοσειρές «μολύνονται» από «θόρυβο» και έχουν ένα αιτιοκρατικό και ένα στοχαστικό μέρος. Το γεγονός αυτό, καθιστά δυσκολότερη την αναζήτηση των χαοτικών μέτρων σε μια χρονολογική σειρά.

- Να είναι ευαίσθητο στις αρχικές συνθήκες. Δύο τροχιές στο χώρο φάσεων να απομακρύνονται εκθετικά προϊόντος του χρόνου και το σύστημα να παρουσιάζει τουλάχιστον έναν θετικό εκθέτη Lyapunov αλλά και θετική τιμή εντροπίας Kolmogorov-Sinai.

Η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για την ανάλυση των χρονοσειρών περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα.

- Ανακατασκευή του χώρου των φάσεων-καταστάσεων.
- Προσδιορισμός των χαρακτηριστικών του συστήματος (μορφοκλασματική διάσταση, εντροπία Kolmogorov-Sinai, εκθέτες Lyapunov).
- Μη-γραμμικά υποδείγματα πρόβλεψης.

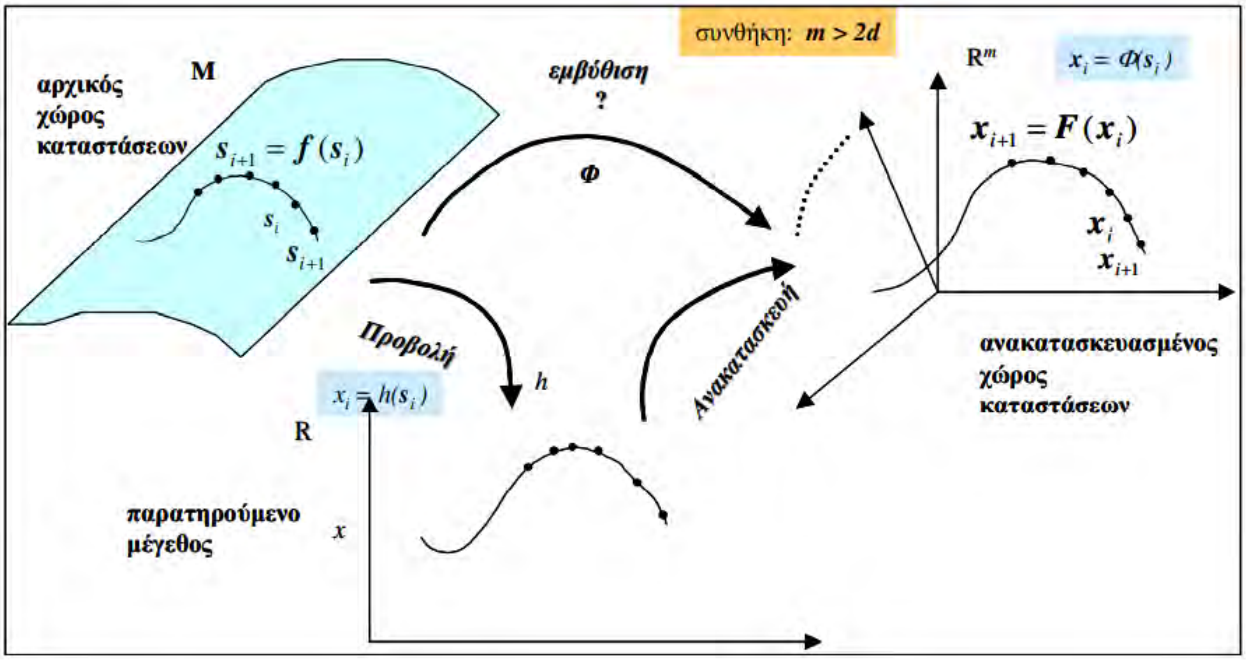
2.1.1 Ανακατασκευή του χώρου των καταστάσεων

Προκειμένου να προσδιορίσουμε τις ιδιότητες ενός συστήματος, χρησιμοποιείται η μέθοδος της ανακατασκευής του χώρου των φάσεων (Takens,1981;Hilborn et al.,1994;Elsner & Tsonis,1996). Η μέθοδος αυτή, στηρίζεται στην παραδοχή ότι μπορούμε να καθορίσουμε τη δυναμική ενός συστήματος που ορίζεται σε ένα αφηρημένο γεωμετρικό χώρο R^d, διαστάσεων d, γνωρίζοντας απλά τις τιμές κάποιας από τις παραμέτρους που το περιγράφουν. Χρησιμοποιώντας την υπό μελέτη κάθε φορά χρονοσειρά, μπορούμε να ανακατασκευάσουμε ένα διαφορομορφικό χώρο R^m και ο ανακατασκευασμένος ελκυστής να έχει τις ίδιες ιδιότητες του αρχικού ελκυστή.

Η ιδέα συνίσταται στη δυνατότητα ανακατασκευής ενός νέου, διαφορομορφικού χώρου που έχει τις ίδιες τοπολογικές ιδιότητες με τον αρχικό και ονομάζεται χώρος εμβύθισης ή εμβάπτισης (Takens,1981). Εφόσον οι ιδιότητες του χώρου εμβύθισης είναι ορθές, ο χώρος αυτός θα έχει τα ίδια γεωμετρικά και δυναμικά χαρακτηριστικά με το πραγματικό δυναμικό σύστημα.

Το θεώρημα του Takens επιτρέπει να ορίσουμε τις ανακατασκευασμένες τροχιές ομαδοποιώντας τις συντεταγμένες που χαρακτηρίζουν μια χρονολογική σειρά και να δημιουργήσουμε διανύσματα σε ένα νέο χώρο με διάσταση m. Ο ανακατασκευασμένος αυτός ελκυστής έχει τις ίδιες τοπολογικές ιδιότητες με τον αρχικό ελκυστή και το ανακατασκευασμένο δυναμικό σύστημα έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με το αρχικό σύστημα, ώστε τελικά να επιτυγχάνεται εμβύθιση (εμβάπτιση).

Στο γράφημα 2.5 αποτυπώνεται η παραπάνω διαδικασία δημιουργίας ενός ανακατασκευασμένου χώρου καταστάσεων από μία χρονοσειρά.



Γράφημα 2.5. Ανακατασκευή χώρου καταστάσεων από μία χρονοσειρά. **Πηγή**: Kugiumtzis & Christophersen (1997).

Το θεώρημα του Takens προσδιορίζει την τιμή της διάστασης m σύμφωνα με τη συνθήκη **$m \geq 2D+1$** όπου D ο επόμενος ακέραιος της μορφοκλασματικής διάστασης του ελκυστή d.

Η ανακατασκευή γίνεται με τη δημιουργία σημείων $x_i \in R^m$ που αντιστοιχούν στις τιμές μιας χρονοσειράς (x_i) για i=1,2,3……,N. Η συνηθέστερη μέθοδος ανακατασκευής είναι αυτή των χρονικών υστερήσεων και τα σημεία x_i σχηματίζονται ως : $x_i=[x_i,x_{i-\tau},\ldots\ldots,x_{i-(m-1)\tau}]'$, όπου **m** η διάσταση εμβύθισης και **τ** η χρονική υστέρηση για την επιλογή των m συνιστωσών.

Το κάθε ανακατασκευασμένο διάνυσμα $\mathbf{x_i}$ αποτυπώνει την πληροφορία που προέρχεται από τη χρονοσειρά και καλύπτει το χρονικό παράθυρο **$\tau_w = (m-1)\tau$.**

Οι τιμές αυτές (**m, τ, τ_w**) θα πρέπει να επιλέγονται ορθά ώστε να οδηγούν σε μια επιτυχημένη διαδικασία εμβύθισης του ελκυστή στον ανακατασκευασμένο χώρο. Η επιτυχία της διαδικασίας αυτής, συνίσταται στο μετασχηματισμό του πραγματικού ελκυστή σε ένα χώρο εμβύθισης χωρίς να τέμνει τον εαυτό του. Εάν υπάρχουν αυτο-τομές, η διαδικασία κατασκευής του χώρου εμβύθισης αποτυγχάνει αφού δεν υφίσταται τοπολογική ισοδυναμία μεταξύ του πραγματικού και του ανακατασκευασμένου ελκυστή (Kugiumtzis et al., 1994).

Μια σημαντική παράμετρος που θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη όταν αναλύονται χαοτικές χρονολογικές σειρές, είναι και αυτή του θορύβου (Farmer & Sidorowich, 1988; Casdagli et al., 1991; Eubank et al., 1990).

Ο θόρυβος, επηρεάζει την ανακατασκευή του χώρου των φάσεων και προσδίδει ένα βαθμό απροσδιοριστίας στον εντοπισμό των κοντινότερων γειτόνων.

2.1.2 Συνάρτηση αμοιβαίας πληροφορίας

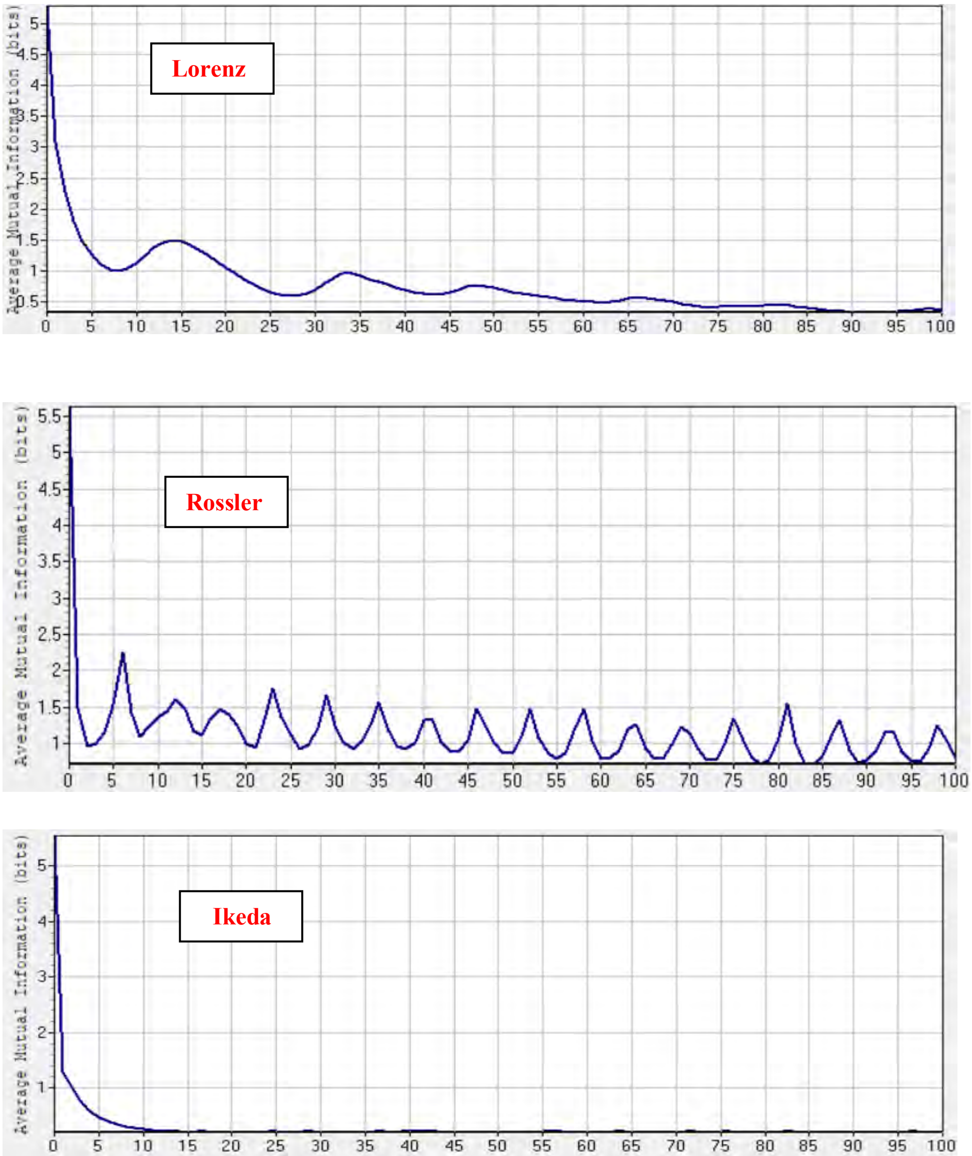
Σημαντική παράμετρος για την ανακατασκευή του χώρου των φάσεων αποτελεί η επιλογή της τιμής της χρονικής υστέρησης **τ**. Η βέλτιστη επιλογή είναι αυτή που καθιστά τις συνιστώσες του $\mathbf{x_i}$ ασυσχέτιστες. Σύμφωνα με τους Συριόπουλο & Λεοντίτση (2000), το **τ** δεν πρέπει να είναι ούτε πολύ μικρό ούτε πολύ μεγάλο. Στην πρώτη περίπτωση δημιουργείται πλεονασμός πληροφορίας και στη δεύτερη τα δεδομένα θα είναι ασυσχέτιστα.

Στα μη-γραμμικά δυναμικά συστήματα, συνηθίζεται να επιλέγουμε τη μέθοδο της συνάρτησης της αμοιβαίας πληροφορίας (Fraser & Swinney,1986;Abarbanel,1996). Σε αντίθεση με τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, η οποία καταμετρά τη γραμμική εξάρτηση μεταξύ των τιμών μιας χρονοσειράς, η συνάρτηση αμοιβαίας πληροφορίας καταδεικνύει και μη-γραμμικές εξαρτήσεις και δίνεται από τον τύπο:

$$\mathbf{I(X,Y) = \Sigma_{X,Y}\, P_{XY}\,(x,y)\, \log \frac{PXY\,(x,y)}{PX\,(x)Py(y)}} \qquad \mathbf{2.2}$$

Όπου **I(X,Y)** η συσχέτιση μεταξύ δύο μεταβλητών X και Y, PX(x) η πιθανότητα του X=x και PXY(x,y) η κοινή πιθανότητα X=x και Y=y. Σύμφωνα με τους Fraser & Swiney (1986), η τιμή της μικρότερης τιμής της ποσότητας I(X,Y) ∀ X,Y αποτελεί τη βέλτιστη επιλογή.

Στο παρακάτω γράφημα 2.6 αποτυπώνεται η τιμή της αμοιβαίας πληροφορίας των συστημάτων των Lorenz, Rossler και Ikeda να είναι ίση με 8, 2 και 12 αντίστοιχα.



Γράφημα 2.6 Τιμές συνάρτησης αμοιβαίας πληροφορίας συστημάτων Lorenz, Rossler και Ikeda.
Πηγή: Ιδία επεξεργασία (VRA).

2.1.3 Διάσταση εμβύθισης

Σύμφωνα με τον Takens (1981), η διάσταση εμβύθισης m θα πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη **m≥2D+1** ώστε να αποφεύγονται οι αυτο-τομές στην ανακατασκευή του ελκυστή. Στην πράξη επιδιώκεται όσο το δυνατό μικρότερο m.

Μια προτεινόμενη μέθοδος, είναι αυτή των Grassberger & Procaccia (1983), η οποία προκειμένου να υπολογίσει τη διάσταση εμβύθισης, χρησιμοποιεί τη διάσταση συσχέτισης **v** του πραγματικού ελκυστή καθώς και την τιμή της χρονικής υστέρησης **τ**,

$$\mathbf{C(r)} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \cdot \sum_{j=i+1}^{N} \mathbf{H}\ (r-\|\overrightarrow{xi} - \overrightarrow{xj}\|) \qquad \mathbf{2.3}$$

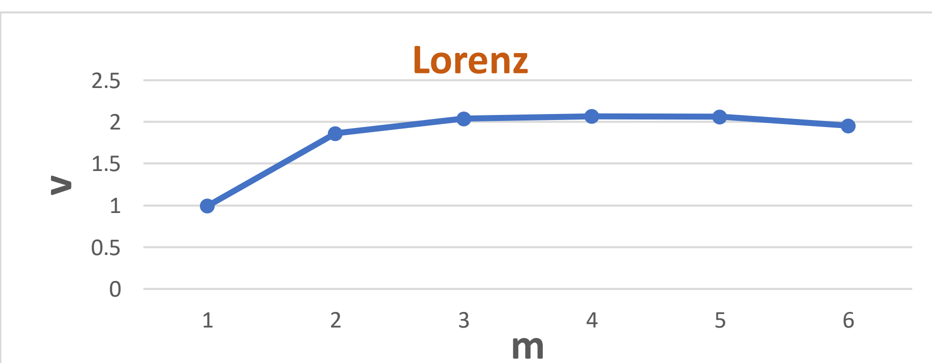
όπου, **C(r)** το άθροισμα συσχέτισης, **N** ο αριθμός των δεδομένων, **r** μια ορισμένη μικρή απόσταση στον χώρο ανακατασκευής και **H** η συνάρτηση Heaviside.

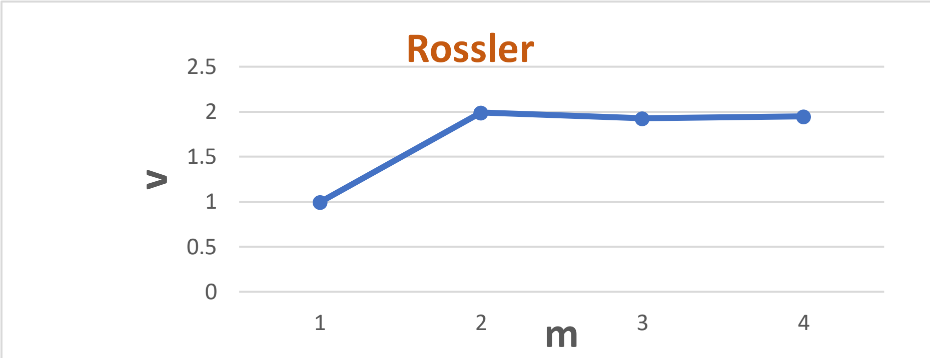
Το διπλό άθροισμα μετράει όλα τα ζεύγη (x_i,x_j) των οποίων η απόσταση είναι μικρότερη από r. Για **N**→ ∞ και **r→0**, βρίσκουμε τη διάσταση συσχέτισης :

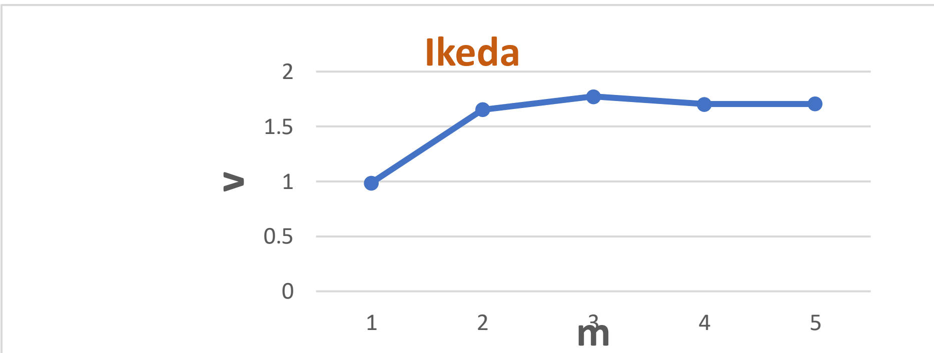
$$\mathbf{v} = \frac{d \log C(r)}{d \log r} \qquad \mathbf{2.4}$$

Δημιουργώντας το γράφημα **v** και **m**, αναμένουμε ότι αυξανομένης της τιμής του **m**, σε κάποια τιμή η διάσταση συσχέτισης σταθεροποιείται και προκύπτουν οι τιμές της διάστασης συσχέτισης και εμβύθισης.

Στο παρακάτω γράφημα 2.7, αποτυπώνονται οι προκύπτουσες με τη μέθοδο των Grassberger & Procaccia (1983) τιμές των διαστάσεων συσχέτισης και εμβύθισης των συστημάτων των Lorenz, Rossler και Ikeda.







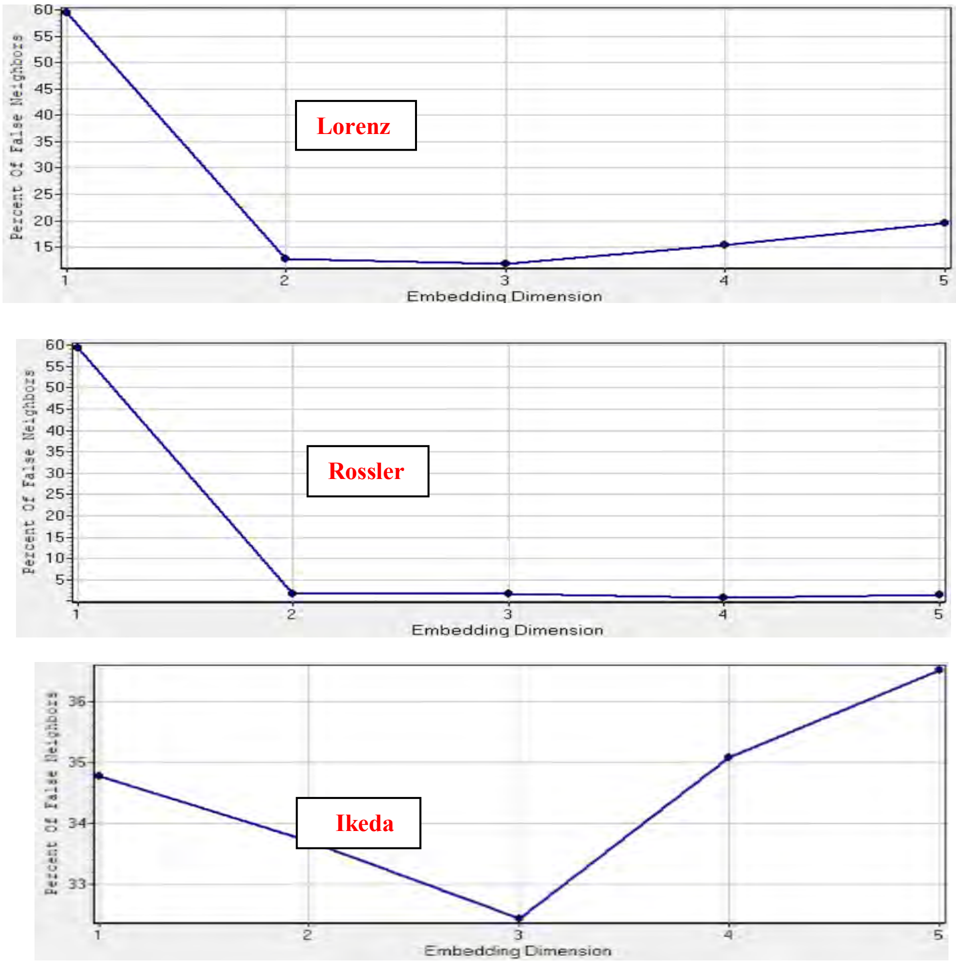
Γράφημα 2.7. Μέθοδος των Grassberger & Procaccia (1983) . **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Fractan, Excel).

Μια άλλη γνωστή μέθοδος εύρεσης της διάστασης εμβύθισης, αποτελεί αυτή των ψευδών κοντινότερων γειτόνων (Kennel et al.,1992; Hegger & Kantz,1999) και συνίσταται στην παρακάτω μεθοδολογία.

- Δύο σημεία του χώρου x_i^m και x_j^m, όπου m η διάσταση του ανακατασκευασμένου χώρου, βρίσκονται πολύ κοντά είτε λόγω της δυναμικής του συστήματος είτε λόγω κάποιας αυτο-τομής των τροχιών του ελκυστή. Στη δεύτερη περίπτωση, αποτελούν ψευδή γειτονικά σημεία.
- Αυξάνοντας σταδιακά τη διάσταση εμβύθισης του ανακατασκευασμένου ελκυστή και συγκρίνοντας την απόσταση των x_i^{m+1} και x_j^{m+1} διακρίνουμε εάν πρόκειται για κοντινά σημεία ή ψευδείς γείτονες. Αν η απόσταση μεγάλωσε αρκετά, τότε τα σημεία x_i^m και x_j^m είναι ψευδείς γείτονες στο χώρο m.

- Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αυτή για κάθε x_i^m και κάθε γειτονικό του σημείο x_j^m, καταλήγουμε σταδιακά σε μείωση του ποσοστού των ψευδών γειτόνων μέχρι να διαπιστώσουμε ότι η διαδικασία δεν παράγει πλέον ψευδείς γείτονες.

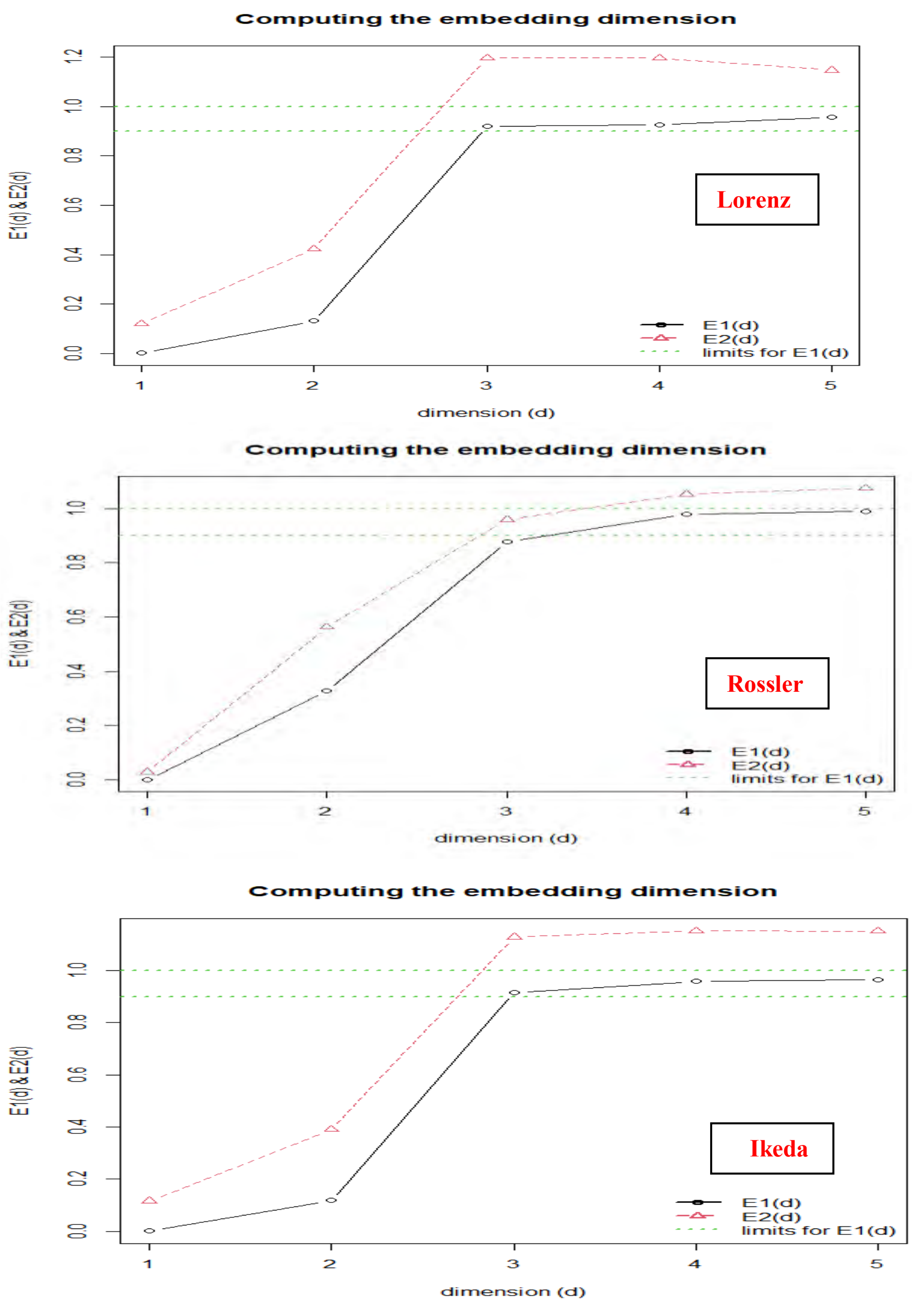
Στο παρακάτω γράφημα 2.8, αποτυπώνεται η μέθοδος των ψευδών κοντινότερων γειτόνων για τα συστήματα Lorenz, Rossler και Ikeda.



Γράφημα 2.8. Μέθοδος των ψευδών κοντινότερων γειτόνων. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (VRA).

Μια τρίτη προτεινόμενη μέθοδος, είναι αυτή που προτάθηκε από τον Cao (1997). Η μέθοδος αυτή, χρησιμοποιεί δύο συναρτήσεις της γλώσσας προγραμματισμού C++ και βασίζεται στην αναζήτηση των κοντινότερων γειτόνων. Οι συναρτήσεις αυτές, εκτιμούν τη διάσταση εμβύθισης στον ανακατασκευασμένο χώρο. Η συνάρτηση E1(d), δίνει αποτελέσματα αυξανομένης της διάστασης m και σταματάει να αλλάζει τιμή όταν παίρνει την τιμή 1. Η συνάρτηση E2(d) χρησιμοποιείται για να διακρίνει το αιτιοκρατικό από το στοχαστικό μέρος του συστήματος. Για αιτιοκρατικά δυναμικά συστήματα, υπάρχει κάποια τιμή της E2(d) η οποία ισούται με 1. Η μέθοδος υλοποιείται στο περιβάλλον της γλώσσας προγραμματισμού R.

Στο παρακάτω γράφημα 2.9, αποτυπώνονται τα αποτελέσματα της μεθόδου του Cao(1997) για τα συστήματα Lorenz, Rossler και Ikeda.



Γράφημα 2.9. Μέθοδος του Cao (1997). **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: nonlinearTseries, R).

2.1.4 Εντροπία Kolmogorov-Sinai

Χαρακτηριστικό των αιτιοκρατικών χαοτικών συστημάτων είναι και η ευαισθησία τους στις αλλαγές των αρχικών συνθηκών. Τα συστήματα αυτά έχουν θετική τιμή εντροπίας Kolmogorov η οποία καταδεικνύει το ρυθμό απώλειας της πληροφορίας που προέρχεται από την ταχύτητα με την οποία οι τροχιές δύο σημείων αποκλίνουν με την πάροδο του χρόνου. (Eckmann & Ruelle, 1985; Nicolis & Daems,1998).

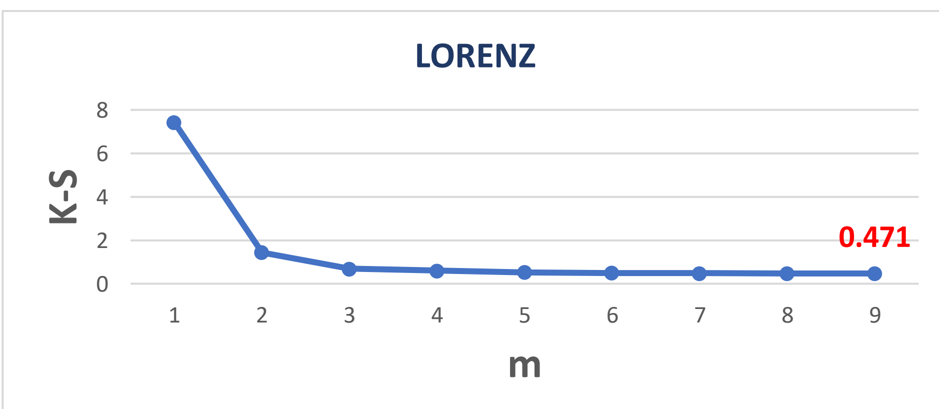
Περαιτέρω, ο Pesin (1977), απέδειξε ότι το μέτρο της εντροπίας Kolmogorov έχει τιμή μεγαλύτερη ή ίση από το άθροισμα των θετικών εκθετών Lyapunov και η απόδειξη αυτή πήρε προς τιμή του την ονομασία «Pesin Entropy Formula».

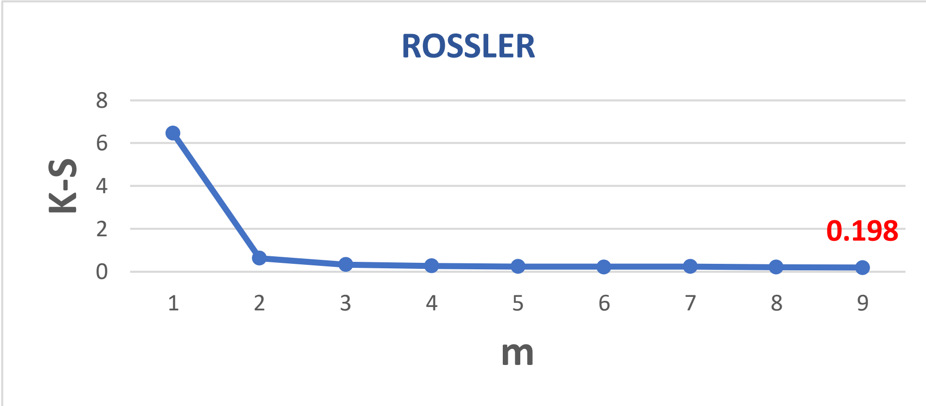
Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι στην πράξη υπολογίζουμε τη μεταβολή της τιμής της εντροπίας S για κάθε δύο χρονικές στιγμές t και t+1. Έτσι, ορίζουμε την εντροπία Kolmogorov – Sinai K_n, με την εξίσωση:

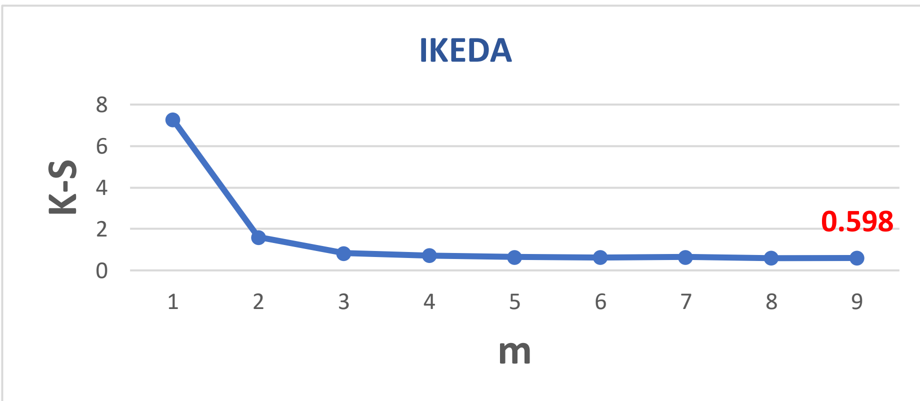
$$\mathbf{K_n = \frac{1}{\tau}\,(S_{t+1} - S_t)} \qquad \mathbf{2.5}$$

η οποία εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της εντροπίας του συστήματος προϊόντος του χρόνου.

Στο παρακάτω γράφημα 2.10 αποτυπώνεται η τιμή της εντροπίας Kolmogorov – Sinai για τα συστήματα των Lorenz, Rossler και Ikeda.







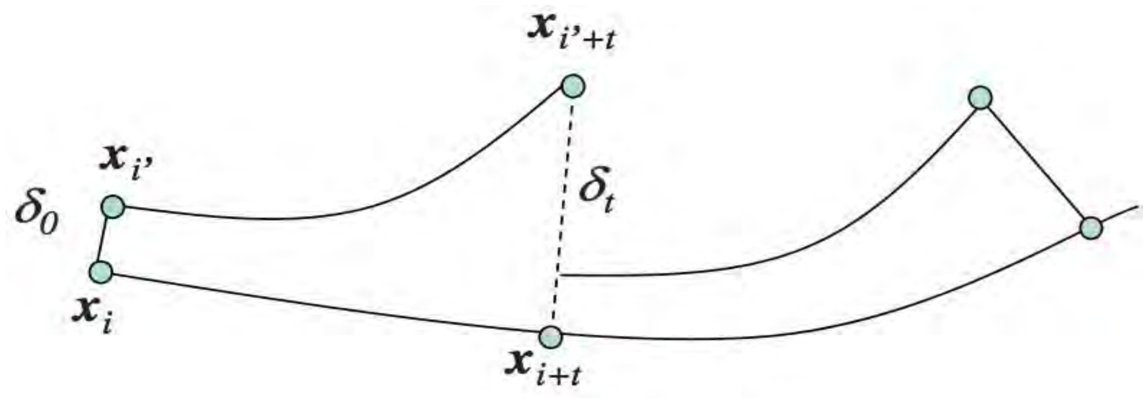
Γράφημα 2.10. Εντροπία Kolmogorov-Sinai. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Fractan, Excel).

2.1.5 Εκθέτες Lyapunov

Μια μέθοδος που καταμετρά την ευαισθησία των χαοτικών συστημάτων στις αρχικές συνθήκες, είναι αυτή του υπολογισμού των εκθετών Lyapunov. (Wolf et al.,1985;Hegger et al.,1999; Kantz & Schreiber,2004, Perc,2006). Ο μέγιστος εκθέτης Lyapunov υποδεικνύει την ύπαρξη χάους σε μια χρονοσειρά και ορίζεται από τη σχέση:

$$\boldsymbol{\delta_t \cong \delta_0 e^{\lambda_1 t}} \text{ για } \mathbf{t} \rightarrow \infty \qquad \mathbf{2.6}$$

όπου λ_1 η τιμή του μέγιστου εκθέτη Lyapunov, δ_0 η απόσταση δύο κοντινών σημείων σε χρόνο 0 και δ_t η απόστασή τους μετά από χρόνο t, όπως αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα 2.11.



Γράφημα 2.11. Απομάκρυνση δύο κοντινών τροχιών. **Πηγή**: Κουγιουμτζής, (2014).

Στην περίπτωση που ο εκθέτης λ_1 είναι θετικός, οι τροχιές του συστήματος αποκλίνουν και διαπιστώνονται χαοτικά χαρακτηριστικά. Για τις παρακάτω τιμές του μέγιστου εκθέτη, τα εξεταζόμενα συστήματα έχουν τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- $\lambda_1 < 0 \Rightarrow$ ευσταθές σημείο ισορροπίας
- $\lambda_1 = 0 \Rightarrow$ ευσταθής οριακός κύκλος
- $0 < \lambda_1 < \infty \Rightarrow$ χαοτική κίνηση
- $\lambda_1 = \infty \Rightarrow$ θόρυβος

Στην ανάλυση μιας χρονοσειράς, αναζητούμε στον ανακατασκευασμένο χώρο R^m τον κοντινότερο γείτονα ενός σημείου αναφοράς x_i. Καταμετράμε την απόσταση $\delta_{0,i}$ μεταξύ των δύο αυτών σημείων και την απόστασή τους $\delta_{t,i}$ σε χρόνο τ. Η καταμέτρηση αυτή, επαναλαμβάνεται για όλα τα σημεία και υπολογίζουμε το μέγιστο εκθέτη Lyapunov από τη σχέση:

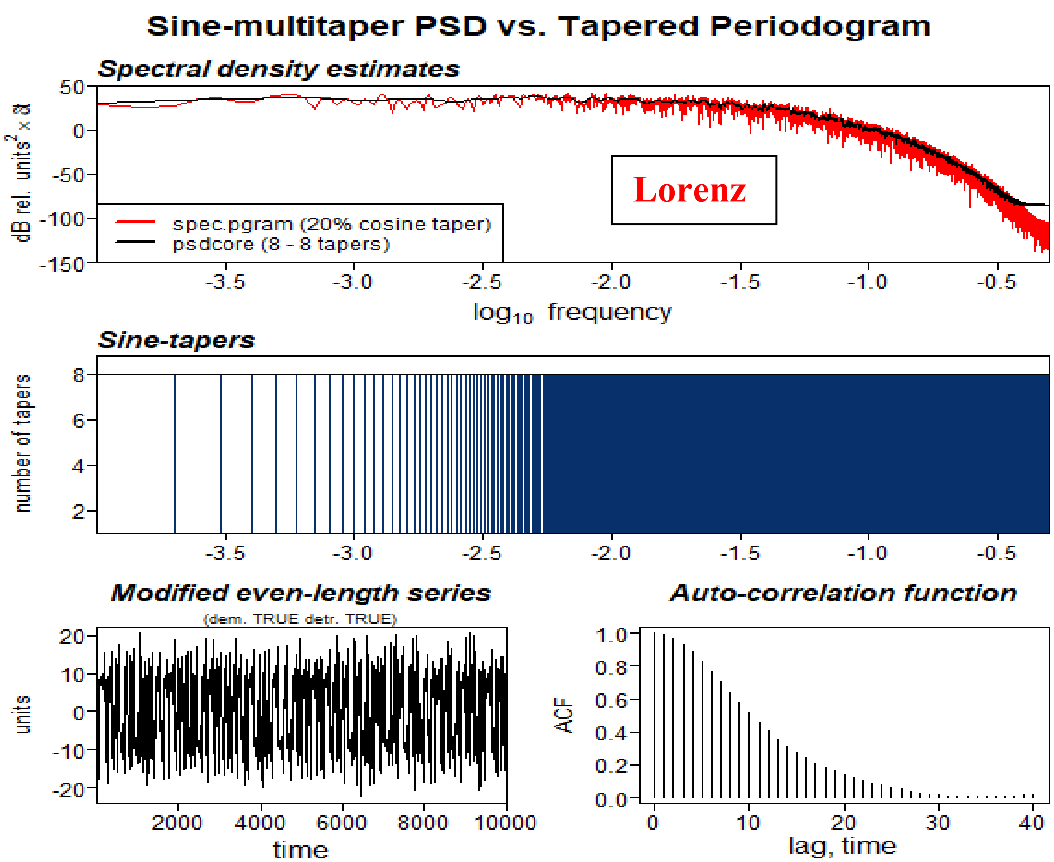
$$\lambda_1 = \frac{1}{Nt} \sum_{i=1}^{N} \log \frac{\delta_{t,i}}{\delta_{0,i}} \qquad \textbf{2.7}$$

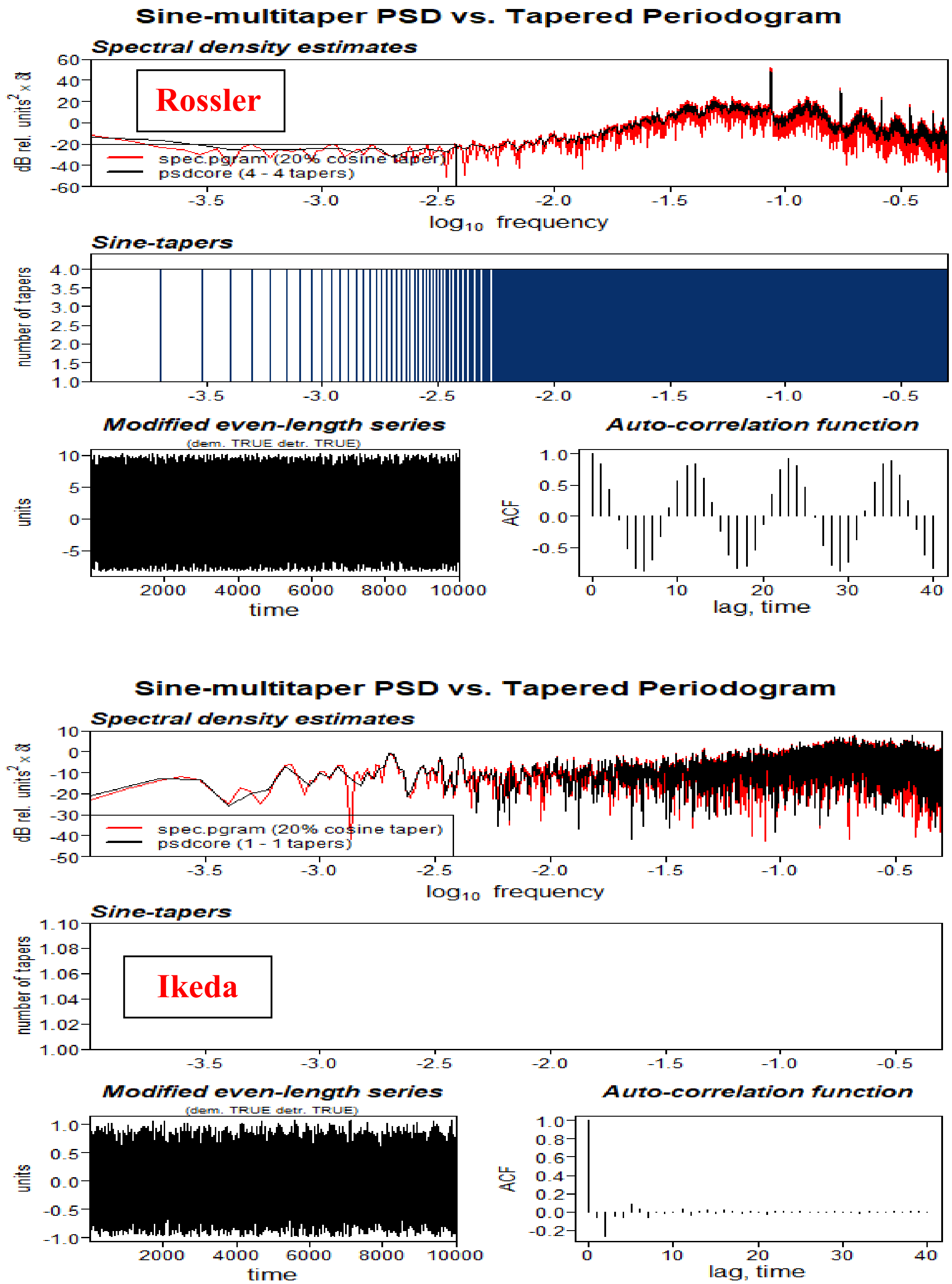
2.1.6 Φάσμα ισχύος

Το φάσμα ισχύος (Welch,1967) σε μια χρονολογική σειρά, προκύπτει με μετασχηματισμό Fourier. Με τη μέθοδο αυτή εξετάζουμε το σύστημα στο πεδίο των συχνοτήτων. Ο μετασχηματισμός Fourier X_k για ένα διακριτό δυναμικό σύστημα δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{X_k = \sum_{t=0}^{N-1} x_t \exp - \frac{i2\pi kt}{N}, \text{για } k = 0, \ldots, N\text{-}1} \qquad \mathbf{2.8}$$

Όπου x_t είναι το t-οστό σημείο της χρονοσειράς και $i = \sqrt{-1}$. Με το μετασχηματισμό, παράγονται μιγαδικοί αριθμοί και αποτυπώνεται η συνεισφορά κάθε συχνότητας στη χρονοσειρά. Η ανάλυση του φάσματος μπορεί να προσφέρει πληροφορίες για τη χρονική συμπεριφορά ενός συστήματος αναφορικά με τη χαοτική συμπεριφορά του. Σε μια χαοτική χρονοσειρά παρατηρούνται χαρακτηριστικές συνέχειες στις φασματικές γραμμές, όπως αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα 2.12 και αφορά τα συστήματα Lorenz, Rossler και Ikeda.





Γράφημα 2.12. Περιοδογράμματα συστημάτων Lorenz, Rossler και Ikeda. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: psd, R).

2.2 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΓΑΜΜΑ

Μια μέθοδος υπολογισμού της διάστασης εμβύθισης αλλά και του αριθμού των κοντινότερων γειτόνων, αποτελεί και η δοκιμή Γάμμα (Gamma Test).

Όπως αναφέρουν οι Stefansson et al., (1997) και Durrant (2001), θεωρούμε ένα σύνολο δεδομένων **M** εκ των οποίων ένα μέρος αποτελεί την είσοδο και ένα άλλο την έξοδο, ως εξής:

$$[x_{(i)1}, x_{(i)2}, x_{(i)3},\ldots, x_{(i)m}, y_{(i)}], \text{ όπου } 1\leq i \leq M \qquad 2.9$$

Το $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m)$ αναπαριστά την είσοδο και το $\vec{y}$ την έξοδο και διερευνάται ο βαθμός εξάρτησης της εξόδου από την είσοδο. Ειδικότερα, ερευνάται εάν υφίσταται μια ομαλή συνάρτηση που προσδιορίζει την έξοδο με μια μέθοδο μη γραμμικής παλινδρόμησης.

Θεωρούμε τη σχέση των παραπάνω μεταβλητών,

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m) + r \qquad 2.10$$

όπου η παράμετρος **r** αναπαριστά το θόρυβο.

Αν θεωρήσουμε το μέσο της μεταβλητής r ίσο με το μηδέν (mean = 0) τότε το Γάμμα τέστ μας δίνει μια εκτίμηση της διακύμανσης του θορύβου r.

Επιλέγονται δύο σημεία στο χώρο των μεταβλητών της εισόδου, x και x΄, όπου x΄ είναι ο κοντινότερος γείτονας του x ώστε |x΄- x| > 0. Σε περίπτωση απουσίας θορύβου, θα πρέπει τα σημεία εξόδου y΄ και y να παραμένουν κοντινά. Η παράσταση | . | υποδηλώνει την ευκλείδεια απόσταση. Έχουμε έξοδο:

$$y = f(x) + r$$

$$y' = f(x') + r' \qquad 2.11$$

Για κάθε x και x΄, ισχύει : $\frac{(y'-y)^2}{2} = \frac{[(r'-r)+(f(x')-f(x)]^2}{2}$ ή

$$|f(x')-f(x)| \to 0 \text{ όταν } |x'-x| \to 0 \qquad 2.12$$

και $\mathrm{Var}(r) = \frac{(y'-y)^2}{2} \to \frac{(r'-r)^2}{2}$ 2.13

Οι παραπάνω εξισώσεις, υπολογίζουν τη διακύμανση του θορύβου Var (r), εκτιμώντας τη σχέση μεταξύ δύο κοντινών σημείων στην είσοδο και των ίδιων σημείων στην έξοδο.

Περαιτέρω, θεωρώντας ως $x_{N[Ii,q]}$ τον q-οστό κοντινότερο γείτονα του σημείου x_i και $y_{N[i,q]}$ την αντίστοιχη τιμή εξόδου, ορίζουμε την ποσότητα $\gamma_{M(q)}$, ως εξής:

$$\boldsymbol{\gamma_{M(q)} = \frac{1}{2M} \sum_{i=1}^{M} | y_{N[i,q]} - y_i |^2} \qquad \mathbf{2.14}$$

και την ποσότητα $\delta_{M(q)}$, ως εξής:

$$\boldsymbol{\delta_{M(q)} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} | x_{N[Ii,q]} - x_i |^2} \qquad \mathbf{2.15}$$

και ισχύει

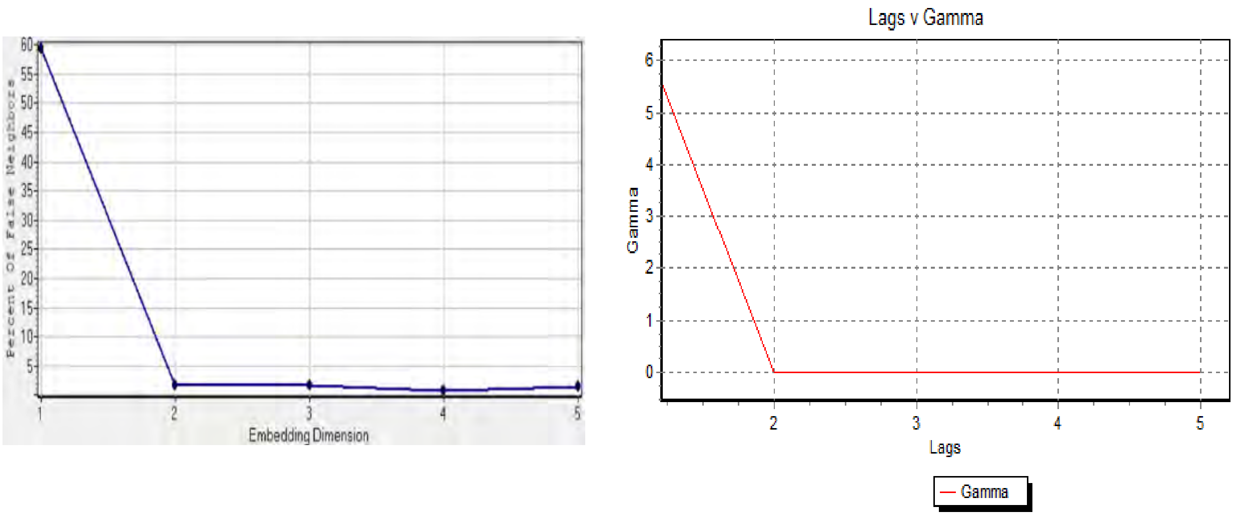
$$\boldsymbol{\gamma_{M[q]} = A\delta(q) + \Gamma} \text{ για } \boldsymbol{\delta_{M[q]} \to 0} \text{ και } \boldsymbol{M \to \infty} \qquad \mathbf{2.16}$$

$$\boldsymbol{\Gamma \sim Var(r)} \qquad \mathbf{2.17}$$

Η συνάρτηση $\boldsymbol{\delta_{M[q]}}$ εκφράζει το μέσο τετραγωνικό σφάλμα του υπολογισμού των αποστάσεων των q γειτόνων και η συνάρτηση $\boldsymbol{\gamma_{M[q]}}$ εκτιμά την παράμετρο Γ.

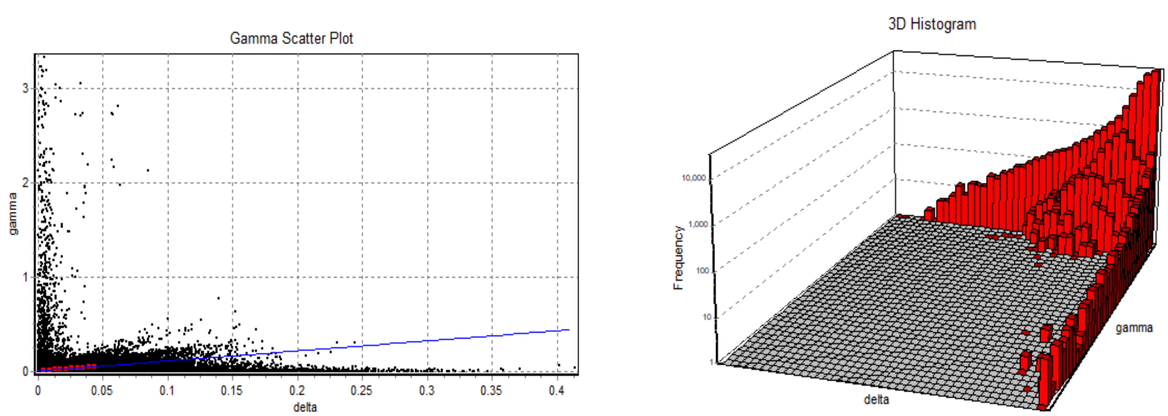
Το σημείο που μηδενίζεται ή ελαχιστοποιείται η τιμή του Γ, προσδιορίζει τη βέλτιστη τιμή του αριθμού των εισόδων. Σύμφωνα με τον Kemp (2006), η τιμή αυτή δεν είναι πάντα ίση με τη διάσταση εμβύθισης που εξευρίσκεται με τη μέθοδο των κοντινότερων γειτόνων αφού στην εφαρμογή του Γάμμα τεστ, το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του θορύβου και ο προσδιορισμός του καλύτερου δυνατού μοντέλου πρόβλεψης. Παρόλα αυτά, σε συστήματα με χαμηλό επίπεδο θορύβου, αναμένουμε τα αποτελέσματα να είναι παρόμοια.

Στο παρακάτω γράφημα 2.13, αποτυπώνεται η τιμή της διάστασης εμβύθισης με τη μέθοδο των κοντινότερων γειτόνων και τη δοκιμή Γάμμα για το σύστημα Rossler.



Γράφημα 2.13. Διάσταση εμβύθισης συστήματος Rossler με τη μέθοδο των ψευδών πλησιέστερων γειτόνων και τη δοκιμή Γάμμα. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (VRA, winGamma).

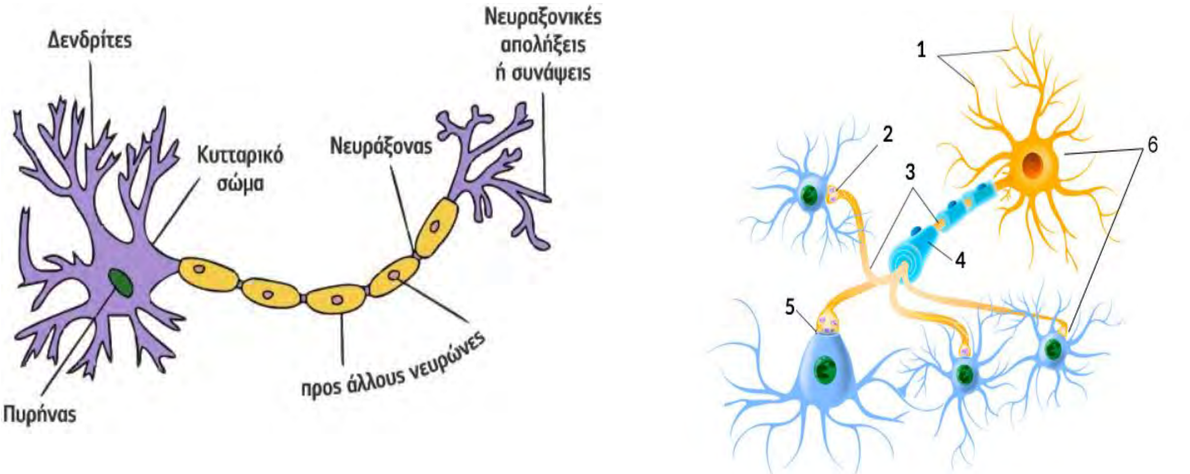
Στο γράφημα 2.14, αποτυπώνεται η γραμμή παλινδρόμησης και η γραφική παράσταση διασποράς του Γάμμα για τη χρονοσειρά 10000 τιμών του συστήματος Rossler, σε δισδιάστατο χώρο και τρισδιάστατο ιστόγραμμα. Για δ→ 0 και διάσταση m ίση με 2, η τιμή του γ ισούται με 0.0064952.



Γράφημα 2.14. Διάγραμμα διασποράς και τρισδιάστατο ιστόγραμμα θορύβου συστήματος Rossler 10000 τιμών με το Γάμμα τεστ. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (winGamma).

2.3 ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

Όπως γνωρίζουμε από την επιστήμη της βιολογίας, ο ανθρώπινος εγκέφαλος αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό νευρικών κυττάρων τα οποία διαμορφώνουν τους διασυνδεδεμένους νευρώνες. Οι Διαμαντάρας, (2007) και Anastasio, (2010), αναφέρουν ότι κάθε νευρώνας, δέχεται ερεθίσματα τα οποία τον επηρεάζουν και μεταφέρει ερεθίσματα σε άλλους νευρώνες. Οι νευρώνες συνδέονται με συνάψεις που προσδιορίζουν την αλληλεπίδραση μεταξύ αυτών (γράφημα 2.15)[2].



Γράφημα 2.15. Βιολογικός εγκεφαλικός νευρώνας. **Πηγή**: Διαμαντάρας (2007).

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, μιμούνται τη συμπεριφορά των νευρώνων του ανθρώπινου εγκεφάλου. Ο εγκέφαλος του ανθρώπου, αποτελείται από εκατό δισεκατομμύρια (10^{11}) νευρικά κύτταρα, νευρογλοιακά κύτταρα και ως επί το πλείστον νευρώνες που συνδέονται μεταξύ τους με συνάψεις. Οι ονομαζόμενοι δενδρίτες λαμβάνουν ηλεκτρικά σήματα ως είσοδο και οι νευρο-άξονες μεταβιβάζουν τις πληροφορίες στους γειτονικούς νευρώνες.

Στα τεχνητά δίκτυα, κάθε νευρώνας αναπαρίσταται από μία συνάρτηση που δέχεται μια τιμή εισόδου και παράγει μια τιμή εξόδου (Aleksander & Morton,1990).

Πρωτοπόροι των νευρωνικών δικτύων, υπήρξαν οι Pitts και McCulloch, οι οποίοι το 1943 παρουσίασαν το πρώτο νευρωνικό δίκτυο και πρότειναν τους νευρώνες ως βασική μονάδα επεξεργασίας. Όπως αναφέρει ο Rojas (1996), ένα από τα βασικά προβλήματα των πρωτοπόρων ερευνητών στον επιστημονικό αυτό τομέα, υπήρξε ο τρόπος εκπαίδευσης των δικτύων ώστε να

[2] Δενδρίτες (1), Τερματικά πλήκτρα (2), Άξονες (3), Στρώμα μυελίνης (4), Σύναψη (5), Σώμα (6).

απαλειφθούν οι αποκλίσεις μεταξύ της τιμής εξόδου και του προσδοκώμενου στόχου. Με την πάροδο του χρόνου, δημιουργήθηκαν μηχανισμοί που επιφέρουν διορθώσεις στα συναπτικά βάρη.

Οι Rumelhart & Mcclelland (1986), εισήγαγαν την ιδέα της εισαγωγής επιπλέον στρωμάτων νευρώνων μεταξύ των εισόδων και της εξόδου. Επιπλέον, πρότειναν έναν επαναστατικό για την εποχή εκείνη αλγόριθμο εκπαίδευσης του δικτύου με τη μέθοδο της οπισθοδιάδοσης του σφάλματος.

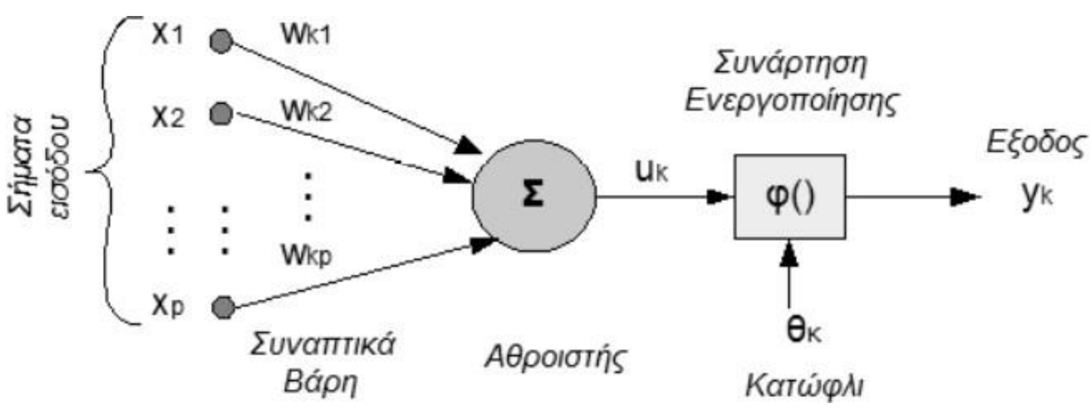
Σύμφωνα με τον Haykin (2010), τα βασικά στοιχεία που αποτελούν έναν τεχνητό νευρώνα, είναι:

- Τα χαρακτηριστικά βάρη των συνάψεων που αντιστοιχούν σε κάθε είσοδο. Ένα σήμα x_k στην είσοδο της σύναψης j που συνδέεται στον νευρώνα k, πολλαπλασιάζεται με το βάρος w_{kj}.
- Ο αθροιστής u_k των σημάτων των εισόδων όπως έχουν διαμορφωθεί με τα βάρη. Η εισαγωγή στον κόμβο του δικτύου, συνίσταται στο σταθμικό άθροισμα των αποτελεσμάτων των κόμβων οι οποίοι συνδέονται με αυτόν,

$$\mathbf{u_k = \sum_{j=0}^{m} w_{kj}\, x_j} \qquad \mathbf{2.18}$$

- Μια συνάρτηση ενεργοποίησης $\varphi(u_k)$, η οποία καθορίζει την τιμή της εξόδου στο διάστημα [0.1] ή [-1,1].
- Ένα κατώφλι θ_k, που περιορίζει τον αριθμό επαναλήψεων της εκπαίδευσης του δικτύου σε κάποιο αποδεκτό όριο μετά το οποίο ο νευρώνας ενεργοποιείται.

Τα παραπάνω, αποτυπώνονται στο γράφημα 2.16.



Γράφημα 2.16. Τεχνητός νευρώνας. **Πηγή**: Haykin (2010).

Η συνάρτηση ενεργοποίησης αποτελεί το μηχανισμό που μετασχηματίζει την έξοδο του δικτύου και καθορίζει την τιμή της (Mira & Sandoval,1995; Humphrys,1987). Όπως προαναφέρθηκε, τα σήματα εισόδου x_i που εισάγονται στο δίκτυο, πολλαπλασιάζονται με τα βάρη w_i και αθροίζονται σχηματίζοντας ένα σταθμικό άθροισμα n,

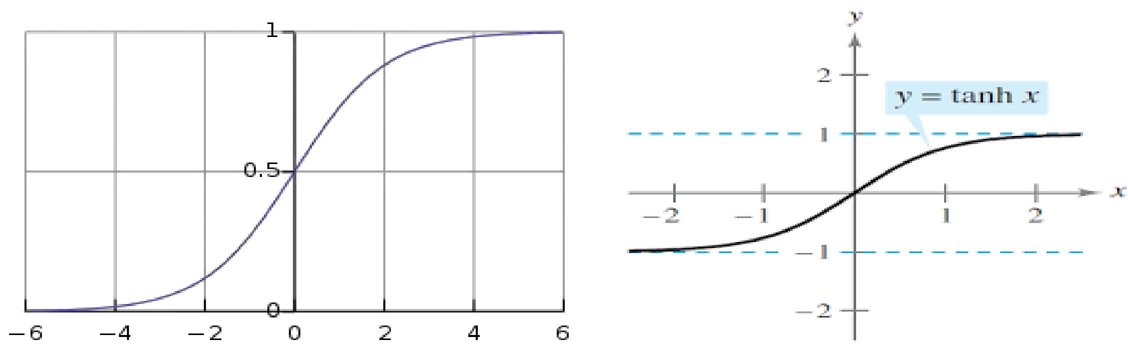
$$\mathbf{n = \sum_i w_i x_i} \qquad \mathbf{2.19}$$

Οι τιμές εισόδου είναι είτε αρχικές είτε προέρχονται από άλλο νευρώνα. Στα βάρη είναι αποθηκευμένη η πληροφορία του δικτύου. Η πλέον ευρέως χρησιμοποιούμενη συνάρτηση ενεργοποίησης είναι η σιγμοειδής και η υπερβολικής εφαπτομένης οι οποίες έχουν τη μορφή:

$$\mathbf{f(n) = \frac{1}{1+e^{-n}}} \quad \textbf{όπου } \mathbf{0 \leq f(n) \leq 1} \quad ή \qquad \mathbf{2.20}$$

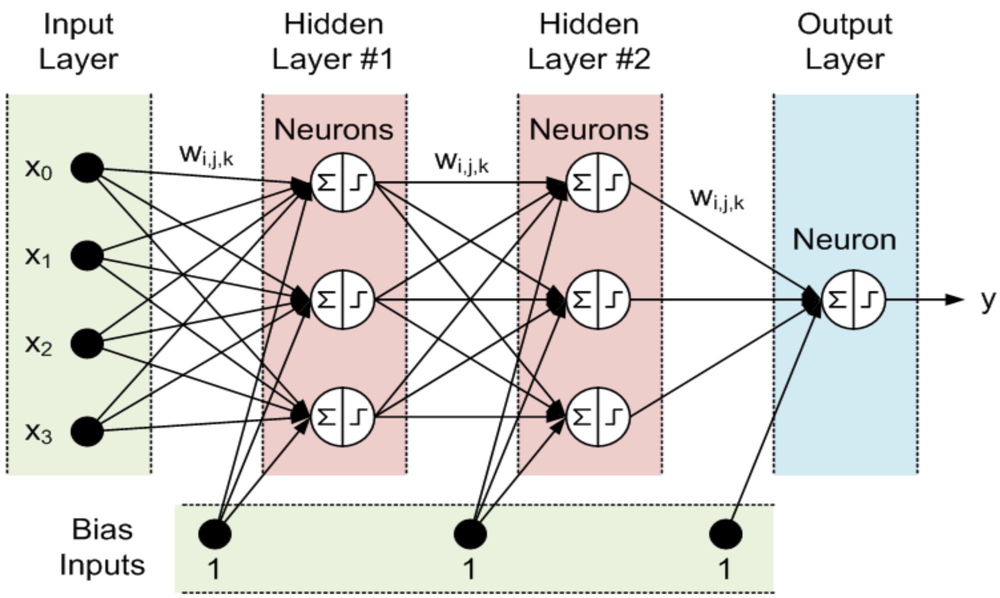
$$\mathbf{f(n) = tanh(x)} \quad \textbf{όπου } \mathbf{-1 \leq f(n) \leq 1} \qquad \mathbf{2.21}$$

ως γράφημα 2.17.



Γράφημα 2.17. Σιγμοειδής συνάρτηση και συνάρτηση υπερβολικής εφαπτομένης. **Πηγή**: Διαμαντάρας (2007).

Στην αρχιτεκτονική των δικτύων, τα σήματα εισόδων, διαβιβάζονται σε ένα ή και περισσότερα κρυφά στρώματα νευρώνων όπου γίνεται περαιτέρω μετασχηματισμός των συναπτικών βαρών. Στην πράξη έχουν επικρατήσει τα δίκτυα πολλαπλών επιπέδων εμπρόσθιας τροφοδότησης. Στο επίπεδο του πρώτου στρώματος νευρώνων πολλαπλασιάζονται οι τιμές με τα βάρη. Το σταθμικό τους άθροισμα τροφοδοτεί το επόμενο στρώμα νευρώνων και ούτω καθ' εξής μέχρι την έξοδο (γράφημα 2.18).

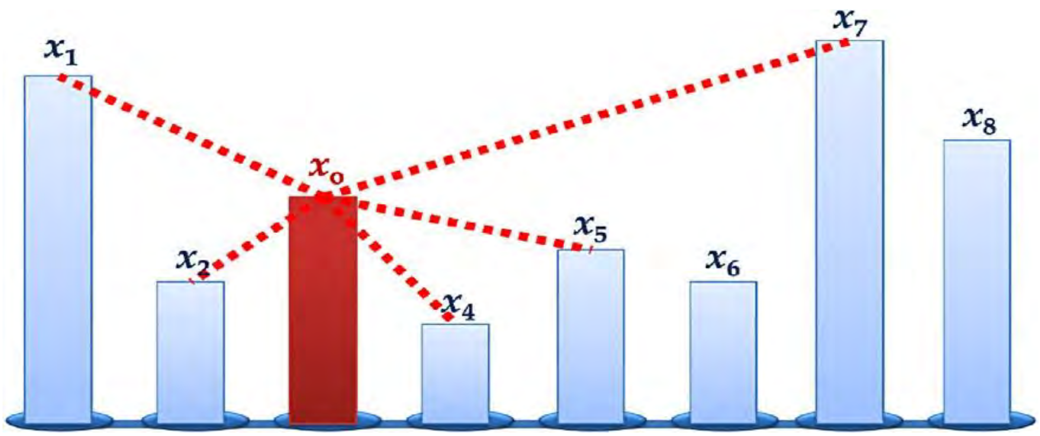


Γράφημα 2.18. Αρχιτεκτονική δικτύου με δύο κρυφά στρώματα. **Πηγή**: Panchal et al., (2011).

Σημαντική παράμετρος της λειτουργίας ενός δικτύου αποτελεί η διαδικασία εκπαίδευσης. Μία από τις επικρατέστερες μεθόδους είναι αυτή της οπισθοδιάδοσης του σφάλματος. Από τη στιγμή που η έξοδος λαμβάνει κάποια τιμή, υπολογίζεται το σφάλμα στη συνάρτηση που έχει υιοθετηθεί. Στη συνέχεια, μέσω της μερικής παραγώγου της συνάρτησης, ανανεώνονται τα βάρη και επαναλαμβάνεται η διαδικασία από την αρχή. Ανάλογα με την τιμή του κατωφλίου, μετά από κάποιες επαναλήψεις, η διαδικασία σταματάει και λαμβάνουμε την τελική τιμή εξόδου (Rojas, 1996).

2.4 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ

Μία μέθοδος η οποία τυγχάνει μεγάλης δημοτικότητας τα τελευταία χρόνια και βασίζεται στη θεωρία των γράφων, είναι αυτή της ανάλυσης χρονοσειρών μετά το μετασχηματισμό τους σε δίκτυα. Στο μετασχηματισμό αυτό, κάθε τιμή της σειράς μετατρέπεται σε κόμβο. Η μέθοδος της ορατότητας των Lacasa et al., (2008), είναι η επικρατέστερη και βασίζεται στην απλή ιδέα ότι σε μια σειρά, κάθε σημείο της «βλέπει» κάποια άλλα σημεία χωρίς την παρεμβολή οποιουδήποτε ενδιάμεσου «εμποδίου» (γράφημα 2.19).



Γράφημα 2.19. Μέθοδος «ορατότητας» των Lacasa et al.,(2008). **Πηγή**: Tsiotas & Charakopoulos (2018).

Οι Tsiotas & Charakopoulos (2018), αναφέρουν ότι ο μετασχηματισμός έχει ως στόχο την περιγραφή των υποκείμενων δυναμικών χαρακτηριστικών του εξεταζόμενου κάθε φορά συστήματος μέσω της αποτύπωσης της τοπολογικής του δομής. Στο μετασχηματισμένο δίκτυο, μεταφέρονται και οι ιδιότητες του συστήματος και εξετάζονται με μεθόδους ανάλυσης δικτύων.

Δύο κόμβοι της χρονοσειράς, $x(t_i)$ και $x(t_j)$, έχουν οπτική επαφή και συνδέονται, εάν οποιοδήποτε άλλο σημείο $(t_k, x(t_k))$ μεταξύ δύο σημείων $(t_i<t_k<t_j)$ ικανοποιεί την εξίσωση:

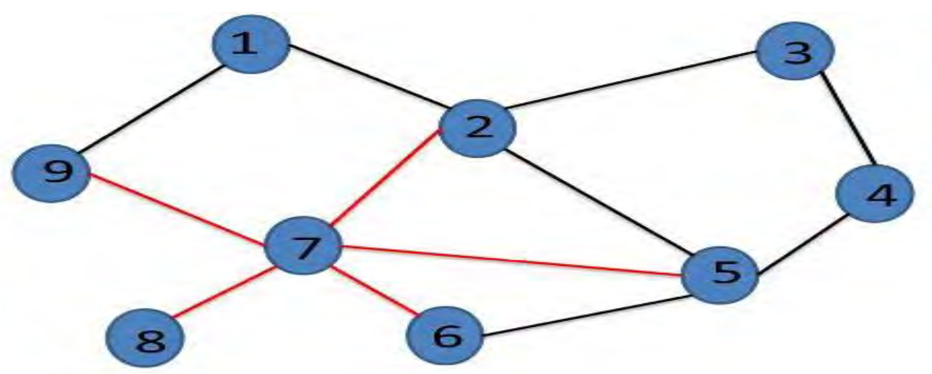
$$\mathbf{x(t_k) < x(t_i) + (x(t_j) - x(t_i))\frac{t_k - t_i}{t_{j-t_k}}} \qquad \mathbf{2.22}$$

Η απεικόνιση των χρονοσειρών σε δίκτυα, επιτρέπει τη μελέτη των χαρακτηριστικών ιδιοτήτων των ανακατασκευασμένων από τις χρονοσειρές δικτύων. Οι τοπολογικές αυτές ιδιότητες είναι άμεσα συνδεδεμένες με τις ιδιότητες της εκάστοτε εξεταζόμενης χρονοσειράς (Charakopoulos et al., 2014).

Σύμφωνα με το Diestel (2000), η δομή του μετασχηματισμένου δικτύου δανείζεται στοιχεία από τη θεωρία των γράφων. Οι κόμβοι-τιμές της χρονοσειράς αντιστοιχούν στους κόμβους ενός γράφου και οι συνδέσεις μεταξύ των τιμών στις ακμές του γράφου.

Οι τοπολογικές ιδιότητες του ανακατασκευασμένου γράφου-δικτύου, αποκαλύπτουν τα χαρακτηριστικά του δικτύου-χρονοσειράς.

Ο βαθμός (degree) ενός κόμβου είναι από τα κυριότερα χαρακτηριστικά ενός δικτύου και συμβολίζεται με d. Ο βαθμός αποτυπώνει τον αριθμό των συνδέσεών του με τους γείτονες-κόμβους. Στο παρακάτω γράφημα 2.20 αναπαρίσταται ένα μη κατευθυνόμενο δίκτυο με τους βαθμούς του κάθε κόμβου. Ο κόμβος 7 (V_7) έχει βαθμό $d_{(V7)}=5$.



Γράφημα 2.20. Δίκτυο και βαθμός $d_{(V7)}=5$. **Πηγή**: Χαρακόπουλος (2015).

Η διάμετρος (diameter) ενός δικτύου ορίζεται ως η μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ κάθε ζεύγους κόμβων των συντομότερων διαδρομών. Η ιδιότητα αυτή δίνει πληροφορίες για την «ταχύτητα» μετάδοσης της πληροφορίας εντός του δικτύου. Στο παραπάνω γράφημα 2.20, η διάμετρος είναι ίση με 3, αφού είναι η μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ δύο κόμβων από τις συντομότερες διαδρομές. Συναφής είναι και η ιδιότητα του μέσου μήκους διαδρομής ή μονοπατιού (average path length) που καταμετρά το μέσο όρο του αριθμού των βημάτων μεταξύ δύο κόμβων. Όταν το μέσο αυτό μήκος είναι μικρό, η μετάβαση της πληροφορίας είναι περισσότερο γρήγορη.

Ο συντελεστής ομαδοποίησης (clustering coefficient) ενός κόμβου, αποτυπώνει την πιθανότητα δύο γειτονικοί κόμβοι να είναι συνδεδεμένοι. Το μέτρο αυτό, αναφέρεται στην πιθανότητα οι γειτονικοί κόμβοι ενός κόμβου να συνδέονται μεταξύ τους δημιουργώντας συστάδες. Για ένα κόμβο V_i, ο συντελεστής ομαδοποίησης $C_{(Vi)}$ είναι ο αριθμός των ακμών μεταξύ των γειτόνων του V_i προς τον αριθμό όλων των πιθανών ακμών μεταξύ τους,

$$\mathbf{C_{(Vi)}} = \frac{2n}{k_i\,(k_i - 1)} \qquad \mathbf{2.23}$$

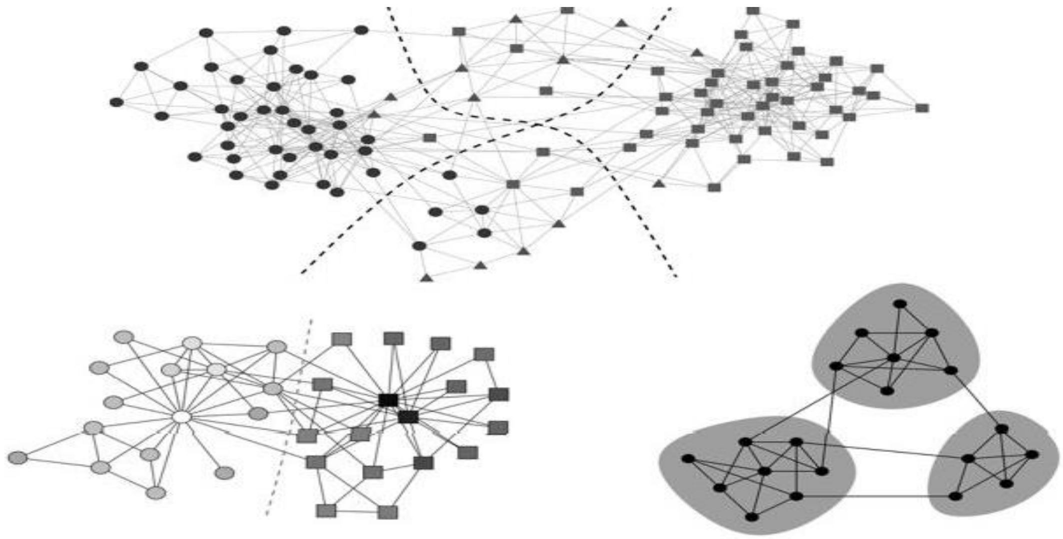
Όπου n ο αριθμός των ακμών μεταξύ των γειτόνων του κόμβου V_i και k_i ο αριθμός των γειτονικών κόμβων που αποτελεί το βαθμό (degree) του κόμβου V_i. Στο γράφημα 2.20, ο κόμβος V_2 έχει τέσσερις γείτονες ($k_i = 4$) και υπάρχει μια σύνδεση μεταξύ των κόμβων V_5 και V_7. Επομένως, ο συντελεστής ομαδοποίησης του κόμβου V_2 είναι ίσος με : $C_{(V2)} = \frac{2*1}{4*(4-1)} = \frac{1}{6}$ ή 0.167.

Ο συντελεστής ομαδοποίησης δικτύου, είναι ο μέσος όρος των συντελεστών για κάθε κόμβο,

$$\mathbf{C} = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N} C_i \qquad \mathbf{2.24}$$

Όπου Ν ο αριθμός των κόμβων. Όπως είναι εμφανές, ο συντελεστής αυτός παίρνει τιμές μικρότερες του 1.

Η ιδιότητα της διαμερισματοποίησης (modularity), είναι μια σημαντική ιδιότητα των δικτύων. Διατυπώθηκε αρχικά από το Newman (2006) και καταμετρά την τάση ενός δικτύου να δημιουργεί κοινότητες-ομάδες. Εάν η αριθμητική τιμή του μέτρου είναι υψηλή, υφίσταται υψηλή τάση του δικτύου να δημιουργεί μεγάλες κοινότητες-υποομάδες. Στην αντίθετη περίπτωση, υφίσταται τάση δημιουργίας πολλών μικρών ομάδων. Στο γράφημα 2.21, αποτυπώνονται ομάδες που δημιουργούνται σε παραδείγματα δημιουργίας δικτύων.



Γράφημα 2.21. Ομάδες-κοινότητες δικτύων. **Πηγή**: Newman (2006);Χαρακόπουλος (2015).

Το μέσο μήκος διαδρομής (average path length), καταγράφει το μέσο όρο του αριθμού των βημάτων από τον ένα κόμβο προς τους άλλους κόμβους του δικτύου. Αν έχουμε ένα δίκτυο με N κόμβους και το ελάχιστο μήκος μεταξύ δύο κόμβων i και j είναι d_{ij}, τότε το μέσο μήκος δικτύου L είναι:

$$\mathbf{L = \frac{2}{N\cdot(N-1)} \sum_{i}^{N} \sum_{j}^{N} d_{ij}} \qquad \mathbf{2.25}$$

Η ιδιότητα αυτή, χαρακτηρίζει την έκταση του δικτύου. Όταν η τιμή αυτή είναι μικρή σε σχέση με τον αριθμό των κόμβων του δικτύου, η διάδοση της πληροφορίας είναι γρήγορη (Χαρακόπουλος, 2015).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3-ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΕΣ ΕΡΕΥΝΕΣ

Ο **Lahmiri** (2017), μελέτησε τη δυναμική των χρονολογικών σειρών του πετρελαίου Brent και WTI, πριν και μετά την οικονομική κρίση του 2008. Συγκεκριμένα, για τη χρονική περίοδο 1998-2016. Ο ερευνητής, εξέτασε την ύπαρξη χαοτικών χαρακτηριστικών στις χρονοσειρές των τιμών, των αποδόσεων και της μεταβλητότητας. Τα αποτελέσματά του κατέδειξαν την ύπαρξη χαοτικής δυναμικής στις χρονοσειρές της μεταβλητότητας για το χρονικό διάστημα μετά την κρίση.

Οι **Panas & Ninni** (2000), μελέτησαν την ύπαρξη χάους και μη-γραμμικής δυναμικής, στις ημερήσιες τιμές προϊόντων πετρελαίου, στις αγορές των Κάτω Χωρών και των χωρών της Μεσογείου. Η ημερήσια τιμοληψία έγινε με βάση τα στατιστικά στοιχεία που τηρεί ο OPEC και αφορούσε το χρονικό διάστημα 1994-1998. Χρησιμοποιώντας ως εργαλεία ανάλυσης τη διάσταση συσχέτισης, την εντροπία και τους εκθέτες Lyapunov, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι υφίστανται χαοτικά χαρακτηριστικά στις χρονοσειρές των προϊόντων πετρελαίου.

Ο **He** (2011), μελέτησε τις χρονοσειρές του πετρελαίου Brent και WTI. Χρησιμοποιήθηκαν οι ημερήσιες και οι μηνιαίες τιμές για το χρονικό διάστημα 1996-2005. Εξετάστηκαν τόσο οι σειρές των τιμών όσο και αυτές των λογαριθμικών αποδόσεων. Ως εργαλεία, χρησιμοποίησε την ανακατασκευή του χώρου των φάσεων, την εντροπία και τη διάσταση συσχέτισης. Σε όλες τις χρονοσειρές καταδείχθηκε χαοτική δομή.

Οι **Gu et al**., (2010), ερεύνησαν τις ημερήσιες αποδόσεις του πετρελαίου Brent και WTI για το διάστημα 1987-2008, δίνοντας έμφαση στη συμπεριφορά των σειρών πριν και μετά από τους δύο πολέμους στον Περσικό κόλπο το 1991 και το 2003. Χρησιμοποίησαν κυρίως τους εκθέτες του Hurst και τη μέθοδο της ανάλυσης επανακλιμακώμενου εύρους R/S (Rescaled - Range Analysis) όσο και τη μέθοδο ανάλυσης διακυμάνσεων μετά την απομάκρυνση τάσεων DFA (Detrended Flactuation Analysis). Κατέληξαν ότι και οι δύο αγορές έχουν χαοτικά χαρακτηριστικά. Επιπλέον, διαπίστωσαν ότι ο πρώτος πόλεμος του κόλπου επηρέασε περισσότερο τις αγορές πετρελαίου και η αγορά του πετρελαίου Brent επηρεάστηκε περισσότερο από αυτήν του WTI-Crude και στους δύο πολέμους.

Οι **Adrangi et al**., (2001), ερεύνησαν την ύπαρξη χάους στις χρονολογικές σειρές του πετρελαίου WTI-Crude, του πετρελαίου θέρμανσης και της αμόλυβδης βενζίνης. Συγκεκριμένα, κατέγραψαν τις ημερήσιες αποδόσεις από το 1983 μέχρι το 1995. Για την ανίχνευση αιτιοκρατικών χαρακτηριστικών, χρησιμοποίησαν τη μέθοδο του ανακατασκευασμένου χώρου, τη διάσταση συσχέτισης και την εντροπία Kolmogorov. Παρά το ότι εντόπισαν μη-γραμμικές εξαρτήσεις στις εξεταζόμενες σειρές, συμπέραναν ότι τα αποτελέσματα αυτά δεν είναι συμβατά με χαοτικά χαρακτηριστικά.

Οι **Yang et al**., (2016), ερεύνησαν τις επιπτώσεις των μεταβολών των τιμών του πετρελαίου στις αγορές ενέργειας στην Κίνα. Χρησιμοποιήθηκαν οι ημερήσιες αποδόσεις και η χρονοσειρά της μεταβλητότητας του χρηματιστηριακού δείκτη της αγοράς ενέργειας στην Κίνα (ESI) για το χρονικό διάστημα 2005-2015 καθώς και οι αντίστοιχες τιμές του πετρελαίου WTI και η μέθοδος ανάλυσης διακυμάνσεων DFA. Παρατήρησαν μορφοκλασματικές διαστάσεις στις αγορές ενέργειας και διαπίστωσαν ότι αυτές οφείλονται κατά μεγάλο μέρος στις διακυμάνσεις των τιμών του πετρελαίου.

Οι **Yin & Wang** (2019), ερεύνησαν μια χρονοσειρά πετρελαίου WTI, λαμβάνοντας τις μηνιαίες τιμές για το χρονικό διάστημα 1980-2017. Χρησιμοποιώντας τον μέγιστο εκθέτη Lyapunov, κατέληξαν στο χαρακτηρισμό της χρονοσειράς ως χαοτικής τόσο για ολόκληρη την εξεταζόμενη περίοδο όσο και για τις περιόδους πριν και μετά την οικονομική κρίση του 2008.

Οι ίδιοι συγγραφείς (**Yin & Wang**, 2022), ερεύνησαν μια χρονοσειρά ημερήσιων τιμών του πετρελαίου WTI, για το διάστημα 2009-2019. Υπολόγισαν μια τιμή του χρόνου υστέρησης $\tau=13$, της διάστασης εμβύθισης $m=8$ και την τιμή του μέγιστου εκθέτη Lyapunov $\lambda_1=0.0157$. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η χρονοσειρά έχει χαοτική δυναμική.

Οι **Komijani et al**., (2014), εξέτασαν μια χρονοσειρά ημερήσιων τιμών του Ιρανικού πετρελαίου για το διάστημα 2002-2011. Ανέλυσαν επίσης τις λογαριθμικές και πρώτες διαφορές της συγκεκριμένης σειράς. Υπολογίζοντας ένα μέγιστο εκθέτη Lyapunov ίσο με 0.110, καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η σειρά είναι χαοτική ακολουθώντας μη-γραμμική τάση.

Οι **Moshiri & Foroutan** (2006), συνέλεξαν 5161 τιμές του πετρελαίου WTI, για το διάστημα 1983-2003. Στη συνέχεια, ελέγξανε τη χρονοσειρά για τυχόν αιτιοκρατική-χαοτική δυναμική με τα μέτρα της διάστασης συσχέτισης και τους εκθέτες Lyapunov. Συμπέραναν ότι η σειρά έχει μια μη-γραμμική δυναμική που προκύπτει από αιτιοκρατική διαδικασία.

Οι **Jozmaleki et al**., (2020), μελέτησαν μια χρονοσειρά ημερήσιων τιμών Ιρανικού πετρελαίου για μια περίοδο 10 ετών. Κάνοντας χρήση των επαληθεύσεων της θεωρίας του χάους, όπως τους εκθέτες Lyapunov, τη διάσταση συσχέτισης, τη διάσταση εμβύθισης και τη χρονική υστέρηση, επιβεβαίωσαν τις χαοτικές ιδιότητες της σειράς. Συγκεκριμένα, κατέληξαν σε τιμές διάστασης εμβύθισης $m=6$ και χρονικής υστέρησης $\tau=25$ καθώς και σε θετικό μέγιστο εκθέτη Lyapunov.

Οι **Cedeno et al**., (2021), ερεύνησαν τη χρονοσειρά των ημερήσιων τιμών του πετρελαίου WTI για το διάστημα 2015-2020. Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση της αμοιβαίας πληροφορίας και τη μέθοδο των πλησιέστερων γειτόνων, διαπίστωσαν τιμή τ=8 και m=3. Περαιτέρω, υπολόγισαν ένα μέγιστο εκθέτη Lyapunov ίσο με $\lambda_1=0.3$, καταδεικνύοντας τη μη-γραμμική, χαοτική δυναμική του συστήματος.

Ο **Zheng** (2013), διερεύνησε τα χαρακτηριστικά δύο χρονοσειρών του πετρελαίου WTI, για τα διαστήματα 1986-1999 και 2000-2013. Χρησιμοποιώντας τους εκθέτες Lyapunov, κατέδειξε ότι κατά την πρώτη περίοδο τα χαοτικά χαρακτηριστικά της χρονολογικής σειράς ήταν εντονότερα. Σε κάθε περίπτωση, κατέληξε στην επιβεβαίωση της χαοτικής δυναμικής του συστήματος αφού ο εκθέτης καταμετρήθηκε σε $\lambda_{(1986\text{-}1999)}= 0.0726$ και $\lambda_{(2000\text{-}2013)}= 0.0550$ αντίστοιχα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4-ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Η παρούσα έρευνα αφορά στη διερεύνηση των μη-γραμμικών χαρακτηριστικών και της τυχόν χαοτικής δυναμικής του συστήματος μιας χρονολογικής σειράς εβδομαδιαίων τιμών του πετρελαίου-WTI καθώς και των πρώτων διαφορών της. Ειδικότερα, η χρονοσειρά αποτελείται από 1103 εβδομαδιαίες τιμές του προϊόντος για το χρονικό διάστημα από 02/04/2001 έως 16/05/2022, όπως αυτές αντλήθηκαν από την ιστοσελίδα yahoo.finance και αφορούν στις διαπραγματεύσεις στο χρηματιστήριο εμπορευμάτων της Νέας Υόρκης (NYMEX).

Αρχικά, έγινε στατιστική-περιγραφική ανάλυση με γραμμικές μεθόδους, τόσο της χρονοσειράς των τιμών όσο και των πρώτων διαφορών της.

Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε ανάλυση με μη-γραμμικές μεθόδους προκειμένου να ανιχνευθεί τυχόν αιτιοκρατική-χαοτική δομή. Χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της ανακατασκευής του χώρου των φάσεων (Takens,1981), με την εύρεση του χρονικού βήματος υστέρησης τ, της διάστασης συσχέτισης ν, της διάστασης εμβύθισης m και του χρονικού παραθύρου τ_{w}. Για τον υπολογισμό της χρονικής υστέρησης τ επιλέχθηκε η συνάρτηση της αμοιβαίας πληροφορίας (AMI) ενώ για τη διάσταση εμβύθισης χρησιμοποιήθηκαν τρεις μέθοδοι: των κοντινότερων γειτόνων (Kennel et al., 1992; Hegger & Kantz,1999), των Grassberger & Procaccia (1983) και του Cao (1997). Εκτιμήθηκαν επίσης μη-γραμμικά χαρακτηριστικά όπως η εντροπία Kolmogorov, ο μέγιστος εκθέτης Lyapunov, το φάσμα ισχύος και ο εκθέτης Hurst.

Επιπλέον, υλοποιήθηκε μετασχηματισμός της χρονοσειράς των τιμών σε δίκτυο με τη μέθοδο της «ορατότητας» των Lacasa et al., (2008) και αναλύθηκαν οι κυριότερες τοπολογικές ιδιότητες του μετασχηματισμένου δικτύου όπως του βαθμού κάθε κόμβου, της διαμέτρου του δικτύου, του μέσου μήκους διαδρομής καθώς και των συντελεστών ομαδοποίησης (clustering coefficient) και διαμερισματοποίησης (modularity).

Περαιτέρω, έγινε προσπάθεια πρόβλεψης των μελλοντικών τιμών της χρονοσειράς. Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιήθηκε ένα μοντέλο μη-γραμμικής μεθόδου που στηρίζεται στη μέθοδο των κοντινότερων γειτόνων και υλοποιείται στο περιβάλλον της εφαρμογής της στατιστικής-Γάμμα.

Επίσης, για τον ίδιο σκοπό, κατασκευάστηκε ένα πολυστρωματικό τεχνητό νευρωνικό δίκτυο (MLP), με ένα κρυφό στρώμα τεσσάρων νευρώνων, εμπρόσθιας τροφοδότησης που εκπαιδεύεται με τη μέθοδο της οπισθοδιάδοσης του σφάλματος.

Καμία έρευνα, της παρούσας συμπεριλαμβανομένης, δεν είναι απαλλαγμένη από περιορισμούς. Ειδικότερα, αναλύθηκε μία μόνο χρονοσειρά πετρελαίου καθώς και οι αποδόσεις της, σε εβδομαδιαία βάση, χωρίς να εξετασθούν και άλλες χρονοσειρές του ενεργειακού κλάδου ώστε τα αποτελέσματα να πάρουν τη μορφή γενίκευσης.

Όπως σε όλες τις οικονομικές χρονοσειρές (Peters, 1991), η μη ύπαρξη στασιμότητας, δυσκολεύει το εγχείρημα πρόβλεψης με οποιαδήποτε μέθοδο. Για το λόγο αυτό, δεν μπορεί να εξαχθεί ασφαλές συμπέρασμα, τόσο για την καλύτερη μέθοδο πρόγνωσης των μελλοντικών τιμών του πετρελαίου όσο και για τις επιμέρους παραμέτρους των υιοθετούμενων μεθόδων. Όσο το δυναμικό σύστημα εξελίσσεται στο χρόνο, οι παράμετροι θα πρέπει να επαναπροσδιορίζονται.

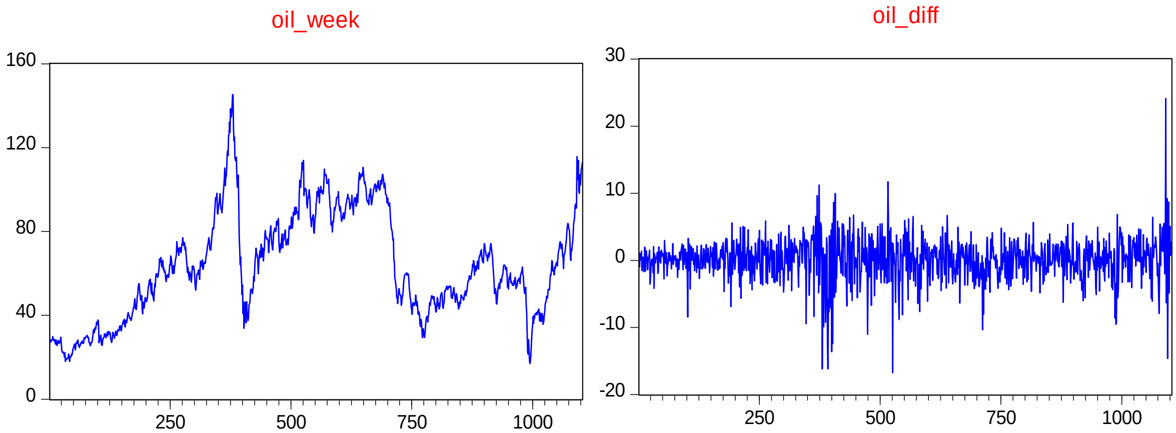
Μια σειρά από λογισμικά προγράμματα που είναι διαθέσιμα, αξιοποιήθηκαν για την επίτευξη των στόχων και του σκοπού της έρευνας. Τα προγράμματα αυτά αναφέρονται συχνά στη ροή του κειμένου και στα παραγόμενα γραφήματα και είναι τα: EViews, Excel, Matlab, Gephi, R, Fractan, VRA, winGamma, Weka και lyapmax.exe.

Για το διαχωρισμό των δεκαδικών ψηφίων χρησιμοποιήθηκε το σύμβολο της τελείας (.) και όχι του κόμματος (,) για λόγους συνάφειας μεταξύ των ευρημάτων της εργασίας και των αποτελεσμάτων που παράγονται από τα παραπάνω λογισμικά προγράμματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5-ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ

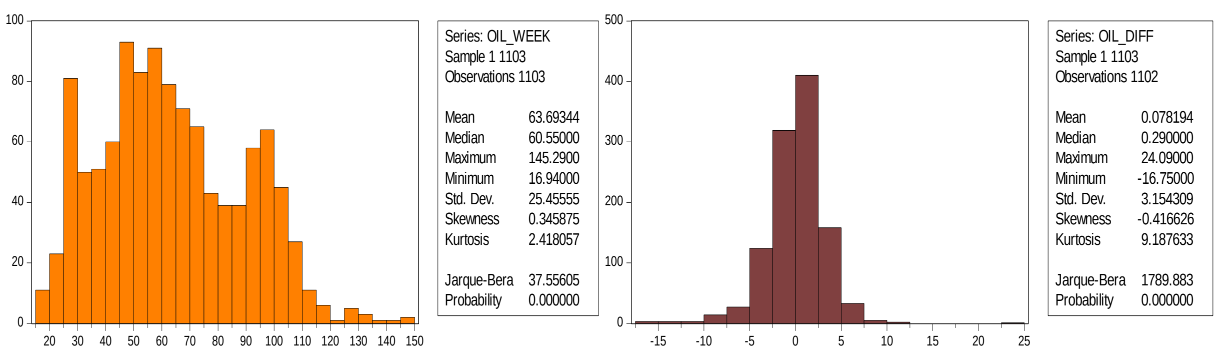
5.1 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Η εξεταζόμενη χρονοσειρά πετρελαίου καθώς και οι πρώτες διαφορές της αποτυπώνονται στο παρακάτω γράφημα 5.1



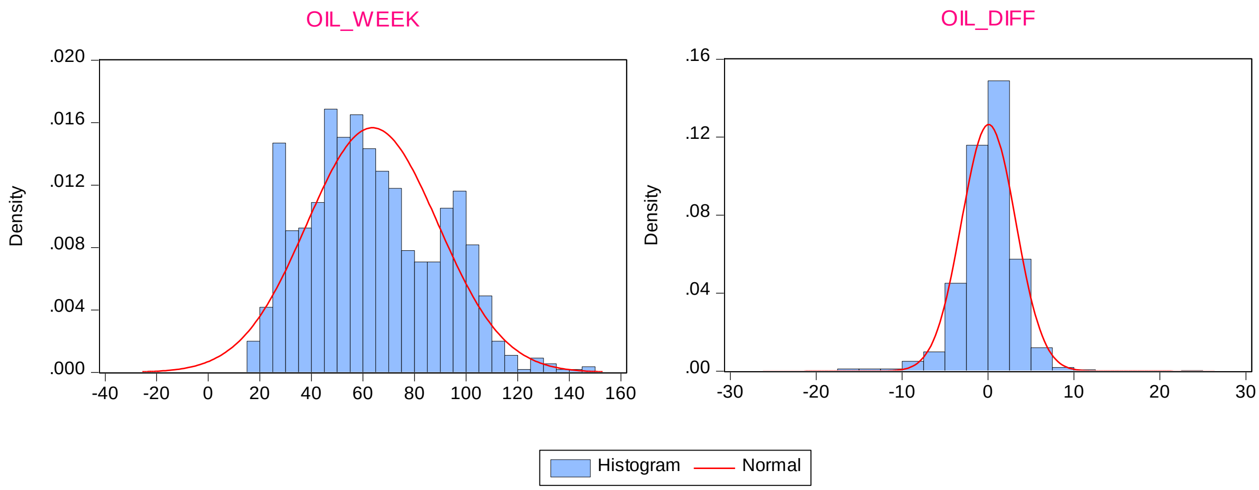
Γράφημα 5.1. Γράφημα χρονοσειρών πετρελαίου. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (EViews).

Τα περιγραφικά στατιστικά μέτρα, αποτυπώνονται στο γράφημα 5.2.



Γράφημα 5.2. Περιγραφικά στατιστικά μέτρα χρονοσειρών. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (EViews).

Από τα στοιχεία του γραφήματος 5.2, διαπιστώνεται ότι η χρονοσειρά των τιμών έχει θετική ασσυμετρία (0.35) και είναι «πλατύκυρτη» (κύρτωση: 2.42). Αντίθετα, η χρονοσειρά των πρώτων διαφορών, έχει αρνητική ασσυμετρία και είναι «λεπτόκυρτη» (κύρτωση: 9.19). Καμία από τις δύο δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή (γράφημα 5.3).



Γράφημα 5.3. Ιστογράμματα και καμπύλη κανονικής κατανομής. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (EViews).

Πραγματοποιήθηκε έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας του Dickey-Fuller και διαπιστώθηκε – όπως αναμενόταν - ότι η χρονοσειρά τιμών δεν είναι στάσιμη σε αντίθεση με αυτή των αποδόσεων που είναι (Πίνακας 5.1).

Null Hypothesis: OIL WEEK has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.851354	0.3557
Test critical values:	1% level	-3.436067	
	5% level	-2.863953	
	10% level	-2.568106	

Null Hypothesis: OIL DIFF has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-32.60395	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.436073	
	5% level	-2.863955	
	10% level	-2.568107	

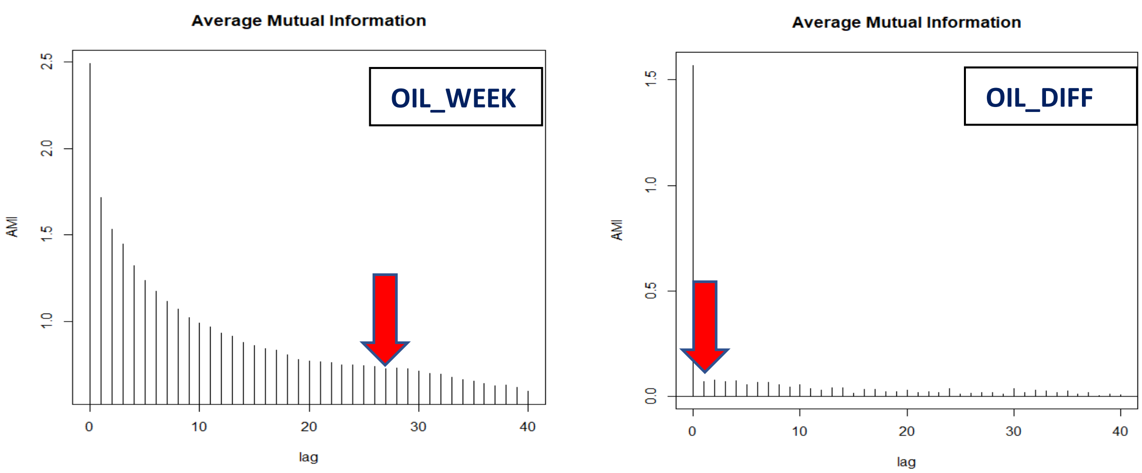
Πίνακας 5.1. Έλεγχος στασιμότητας Dickey-Fuller. **Πηγή** : Ιδία επεξεργασία (Eviews).

5.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΧΑΟΥΣ

Έγινε ανακατασκευή του χώρου των καταστάσεων σύμφωνα με τη μεθοδολογία του Takens (1981).

5.2.1 Υπολογισμός της χρονικής υστέρησης τ

Για το σκοπό αυτό, αρχικά διερευνήθηκε η τιμή του χρονικού βήματος υστέρησης τ για το οποίο δεν δημιουργείται ούτε «πλεονασμός πληροφορίας» ούτε «αποκοπή της δυναμικής» του συστήματος. Από τη συνάρτηση «αμοιβαίας πληροφορίας» (average mutual information),(Fraser & Swinney, 1986;Abarbanel, 1996;Shannon 1948, 2001), επιλέχθηκε η πρώτη ελάχιστη τιμή, που είναι ίση με 27 για τη σειρά των τιμών και 1 για την σειρά των πρώτων διαφορών, όπως φαίνεται στο γράφημα 5.4.



Γράφημα 5.4. Τιμές του τ με την συνάρτηση αμοιβαίας πληροφορίας. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: mutualinf, tseriesChaos, R).

5.2.2 Υπολογισμός της διάστασης εμβύθισης m

Έγινε υπολογισμός της διάστασης εμβύθισης m. Σύμφωνα με το θεώρημα του Takens (1981), η ικανή συνθήκη για την αποφυγή «αυτο-τομών» κατά την ανακατασκευή του ελκυστή, είναι η: $m \geq 2D + 1$. Στην πράξη, αναζητούμε όσο το δυνατό μικρότερη διάσταση εμβύθισης.

Ο υπολογισμός, έγινε με τις τρεις κυριότερες μεθόδους που αναλύθηκαν στην ενότητα 2.1.3, τόσο για τις τιμές όσο και για τις πρώτες διαφορές και είναι οι παρακάτω:

Μέθοδος των Grassberger & Procaccia (1983) η οποία προκειμένου να υπολογίσει τη διάσταση εμβύθισης, χρησιμοποιεί τη διάσταση συσχέτισης **v** του πραγματικού ελκυστή καθώς και την τιμή της χρονικής υστέρησης **τ.**

Προκειμένου να υπολογισθεί η διάσταση συσχέτισης, υπολογίζεται το άθροισμα συσχέτισης από τις παρακάτω εξισώσεις:

C(r) = {(number of points (xi , xj) verifying that distance (xi , xj) < r})/N2 5.1

$$\mathbf{C(r)} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} \Theta(r-||xi-xj||) \qquad \mathbf{5.2}$$

όπου Θ(x) είναι η συνάρτηση Heaviside για την οποία ισχύει:

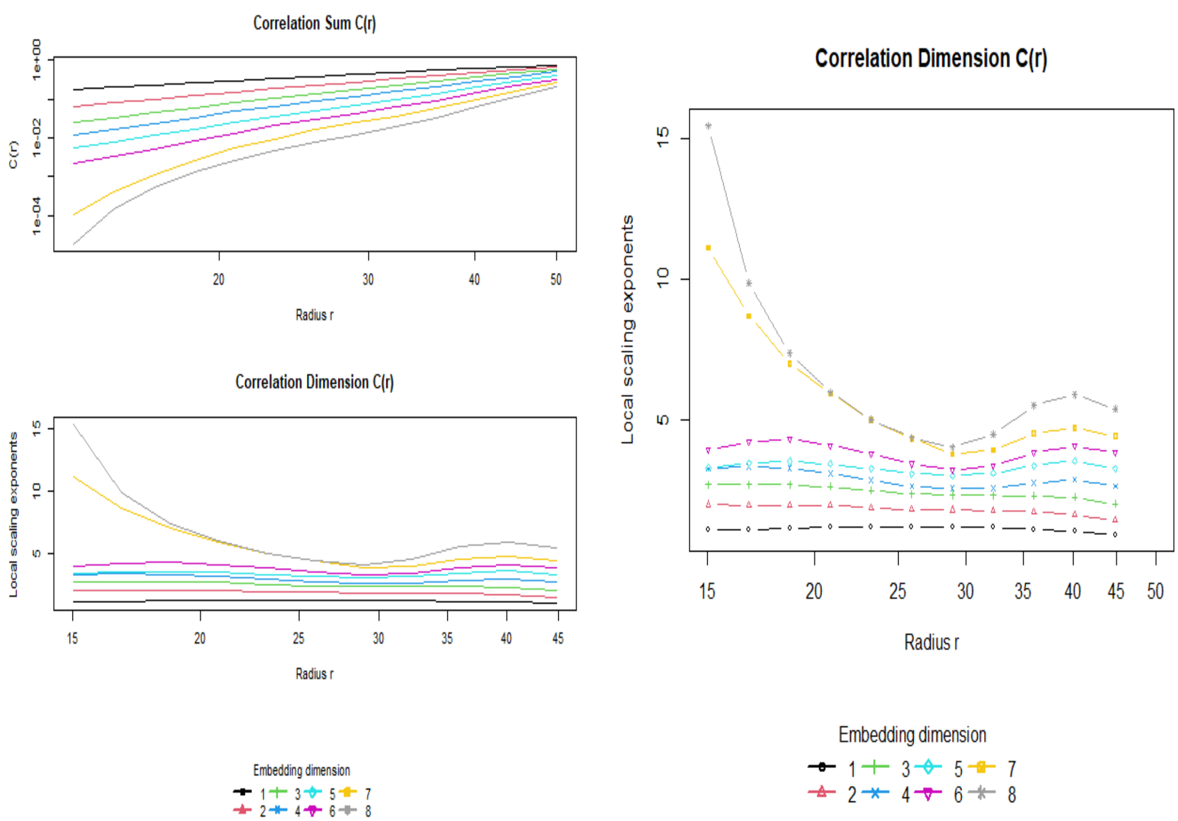
$$\Theta(x)= \begin{cases} 0 \text{ όταν } x \leq 0 \\ 1 \text{ όταν } x > 0 \end{cases}$$

Το διπλό άθροισμα, υπολογίζει όλα τα δυνατά ζεύγη x_i, x_j για τα οποία ισχύει $|| x_i - x_j|| < r$, όπου ||.|| η ευκλείδεια απόσταση.

Όταν r→0 και N→∞, η διάσταση συσχέτισης προκύπτει από τη σχέση:

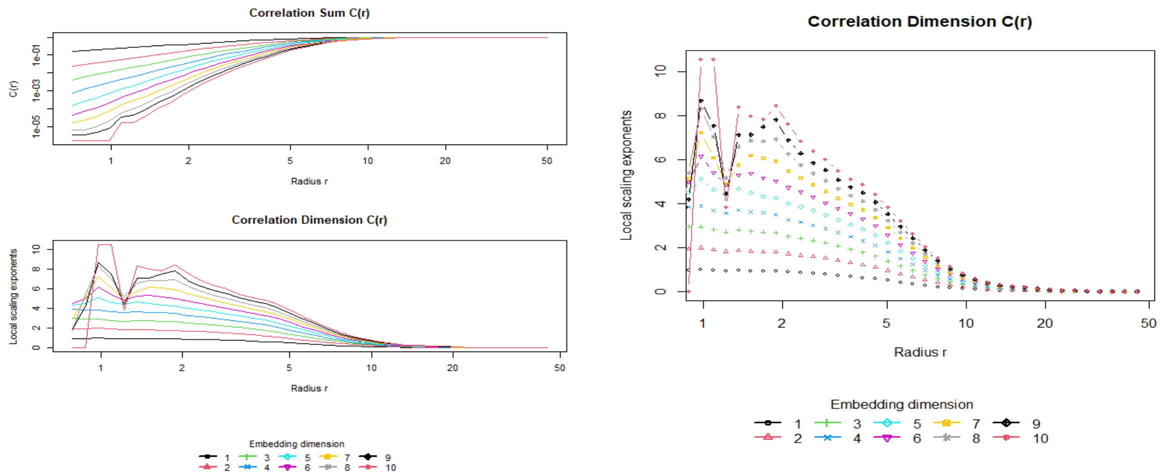
$$v = \frac{d \log C(r)}{d \log r} \qquad \mathbf{5.3}$$

Το γράφημα του αθροίσματος συσχέτισης και της διάστασης συσχέτισης για τη χρονοσειρά των τιμών, αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα 5.5 για διάσταση εμβύθισης m=1,2,3,…..,8.



Γράφημα 5.5. Άθροισμα και διάσταση συσχέτισης της σειράς των τιμών. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: nonlinearTseries, R).

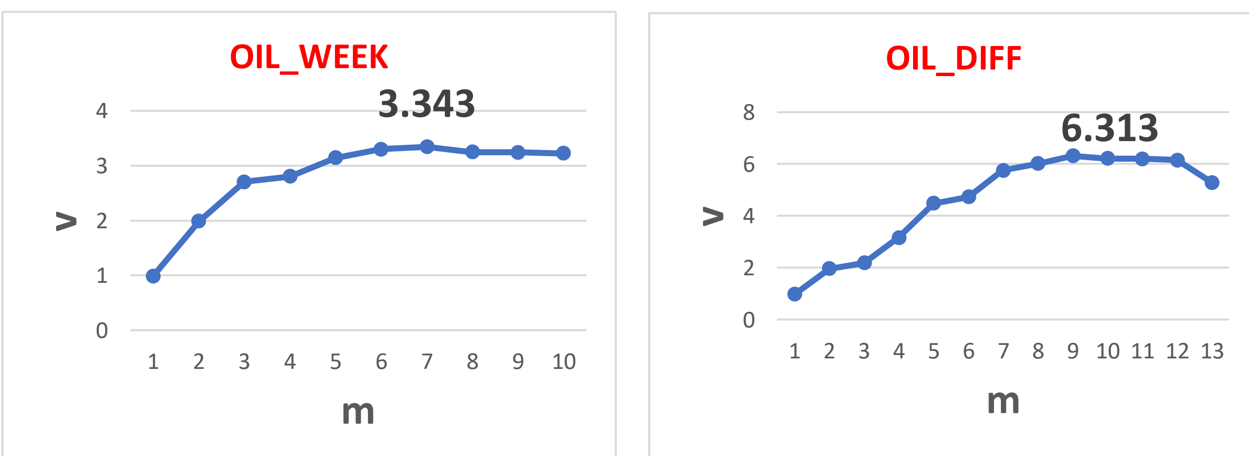
Το γράφημα του αθροίσματος συσχέτισης και της διάστασης συσχέτισης για τη χρονοσειρά των πρώτων διαφορών, αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα 5.6 για διάσταση εμβύθισης m=1,2,3,…..,10.



Γράφημα 5.6. Άθροισμα και διάσταση συσχέτισης της σειράς των πρώτων διαφορών. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: nonlinearTseries, R).

Δημιουργώντας το γράφημα **v** και **m**, αναμένουμε ότι αυξανομένης της τιμής του **m**, σε κάποια τιμή, η διάσταση συσχέτισης σταθεροποιείται και προκύπτουν οι τιμές της διάστασης συσχέτισης και εμβύθισης (γράφημα 5.5).

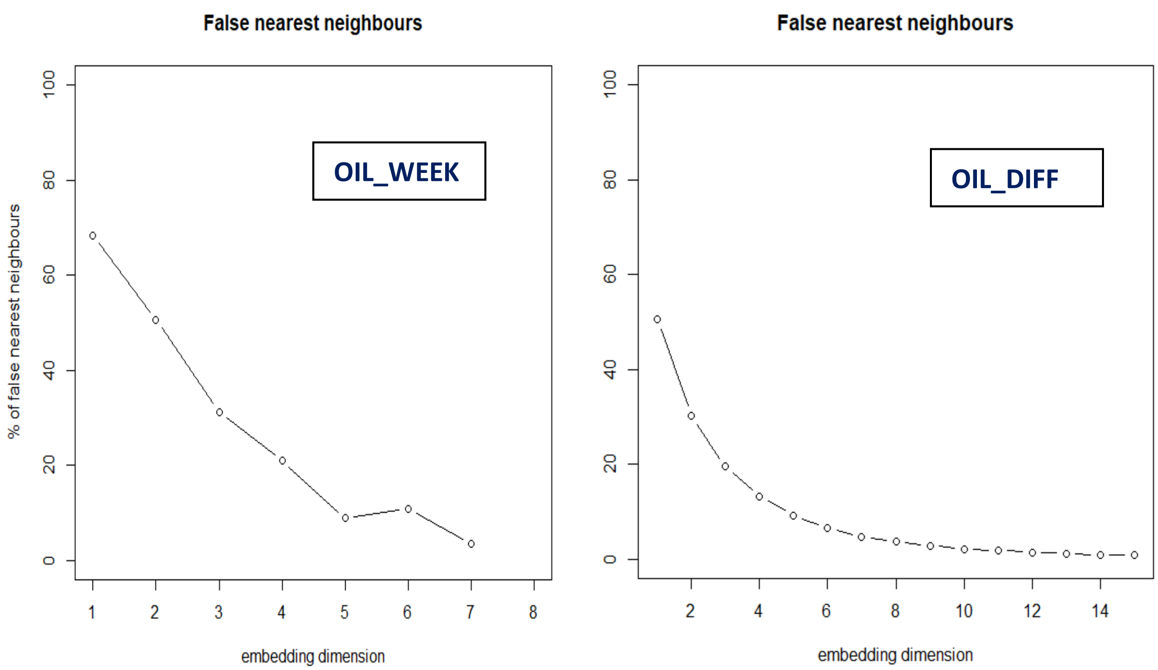
Από το παρακάτω γράφημα 5.7, προκύπτει v=3.343 και m=7 για τη χρονοσειρά των τιμών και v=6.313 και m=9 για τη χρονοσειρά των πρώτων διαφορών.



Γράφημα 5.7. Διάσταση συσχέτισης **v** και εμβύθισης **m** με τη μέθοδο των Grassberger -Procaccia (1983). **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Fractan, Excel).

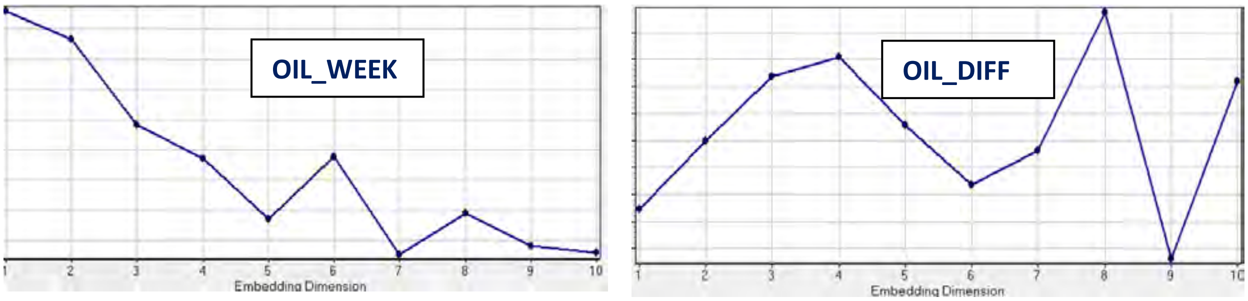
Μέθοδος των κοντινότερων γειτόνων (Kennel et al.,1992; Hegger & Kantz,1999). Όπως αναλύθηκε στην ενότητα 2.1.3, αυξάνοντας σταδιακά τη διάσταση εμβύθισης του ανακατασκευασμένου ελκυστή και συγκρίνοντας την απόσταση των x_i^{m+1} και x_j^{m+1} διακρίνουμε εάν πρόκειται για κοντινά σημεία ή ψευδείς γείτονες. Αν η απόσταση μεγάλωσε αρκετά, τότε τα σημεία x_i^m και x_j^m είναι ψευδείς γείτονες στο χώρο m. Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αυτή για κάθε x_i^m και κάθε γειτονικό του σημείο x_j^m καταλήγουμε σταδιακά σε μείωση του ποσοστού των ψευδών γειτόνων μέχρι να διαπιστώσουμε ότι η διαδικασία δεν παράγει πλέον ψευδείς γείτονες.

Χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία αυτή, αποτυπώνουμε τα αποτελέσματα στο παρακάτω γράφημα 5.8. Και πάλι προκύπτει διάσταση εμβύθισης m=7 για τη χρονοσειρά των τιμών και m=9 για τη χρονοσειρά των πρώτων διαφορών.



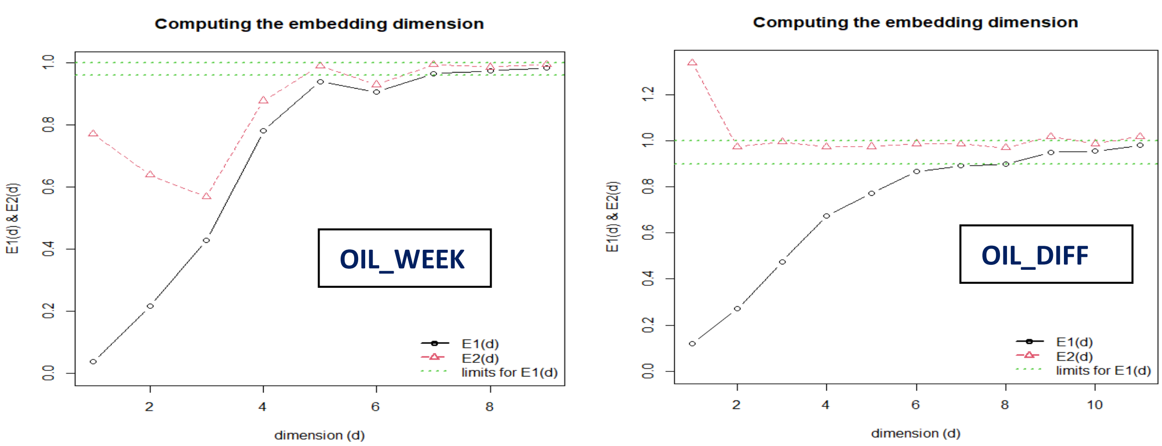
Γράφημα 5.8. Διάσταση εμβύθισης με τη μέθοδο των κοντινότερων γειτόνων. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: tseriesChaos, R).

Επικουρικά, εφαρμόστηκε η μέθοδος των κοντινότερων γειτόνων με τη βοήθεια του λογισμικού VRA (Visual Recurrence Analysis) και καταλήξαμε σε πανομοιότυπα αποτελέσματα, όπως φαίνεται στο γράφημα 5.9.



Γράφημα 5.9. Διάσταση εμβύθισης με τη μέθοδο των ψευδών κοντινότερων γειτόνων. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (VRA).

Μέθοδος του Cao (1997). Όπως αναλύθηκε στην ενότητα 2.1.3, η μέθοδος αυτή, χρησιμοποιεί δύο συναρτήσεις της γλώσσας προγραμματισμού C++ και βασίζεται στην αναζήτηση των κοντινότερων γειτόνων. Οι συναρτήσεις αυτές, εκτιμούν τη διάσταση εμβύθισης στον ανακατασκευασμένο χώρο. Τα αποτελέσματα είναι όμοια με αυτά των προηγούμενων μεθόδων και αποτυπώνονται στο γράφημα 5.10.



Γράφημα 5.10. Διάσταση εμβύθισης με τη μέθοδο του Cao (1997). **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: nonlinearTseries, R).

5.2.3 Υπολογισμός του χρονικού παραθύρου τ_w

Η πληροφορία που μεταφέρεται από τις χρονοσειρές τιμών και πρώτων διαφορών στον ανακατασκευασμένο χώρο των φάσεων, καλύπτει το χρονικό παράθυρο,

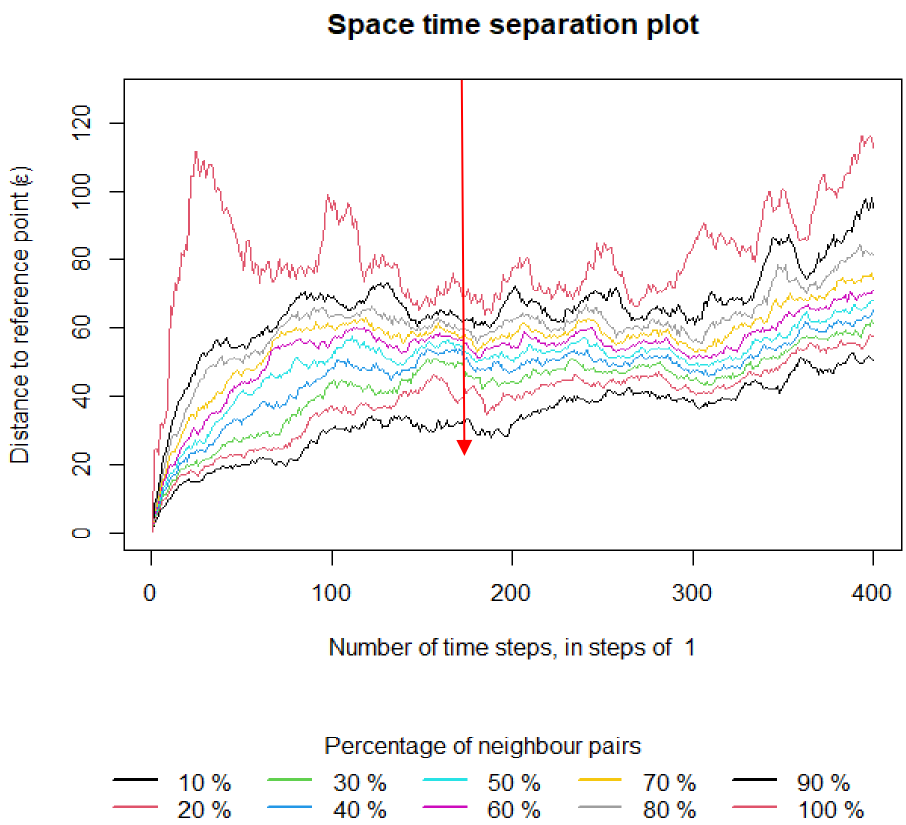
$$\tau_w = (m-1)\tau \qquad 5.4$$

Η τιμή αυτή θα πρέπει να επιλέγεται ορθά ώστε να οδηγεί σε μια επιτυχημένη διαδικασία εμβύθισης του ελκυστή στον ανακατασκευασμένο χώρο. Για να επιτευχθεί σωστή ανακατασκευή θα πρέπει το παράθυρο αυτό να μην είναι ούτε πολύ μικρό ούτε πολύ μεγάλο. Στην πρώτη περίπτωση θα έχει χρησιμοποιηθεί περιττή πληροφορία ενώ στη δεύτερη θα αποκόπτεται η δυναμική του συστήματος (Fraser & Swinney,1986;Theiler,1990; Sauer et al.,1991;Kugiumtzis et al.,1994; Kugiumtzis,1996; Kantz & Schreiber,2004).

Η διάσταση συσχέτισης είναι το ποιο κοινό μέτρο εύρεσης της φρακταλικής διάστασης στο χώρο ανακατασκευής. Παρόλα αυτά, η διάσταση συσχέτισης είναι μη αντικειμενικό μέτρο, εάν τα ζεύγη σημείων x_i και x_j για τα οποία η απόσταση μεταξύ τους είναι μικρότερη από μία απόσταση r δεν είναι στατιστικά ανεξάρτητα. Για παράδειγμα, οι τροχιές στον ανακατασκευασμένο χώρο, θα πρέπει να μην τέμνονται μεταξύ τους. Το πρόβλημα αυτό, επιλύεται με την χρησιμοποίηση του χρονικού παραθύρου (Theiler window).

Σύμφωνα με την εξίσωση 5.4, το χρονικό παράθυρο, παίρνει τιμή: $\tau_w = (7-1)*27 \Rightarrow 162$ για τη χρονοσειρά των τιμών και $\tau_w = (9-1)*1 \Rightarrow 8$ για τη χρονοσειρά των πρώτων διαφορών.

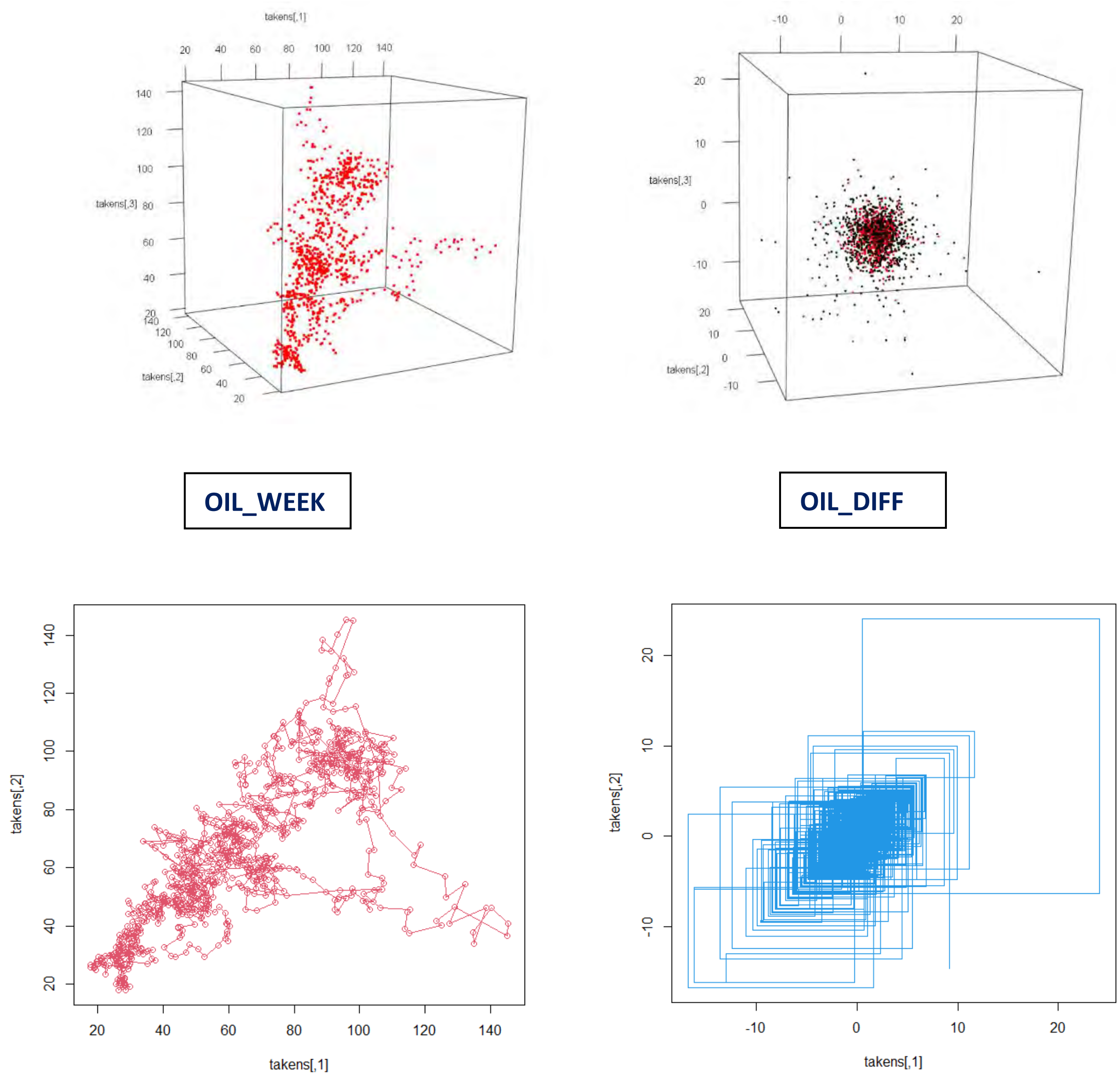
Επικουρικά, χρησιμοποιήθηκε και το γράφημα διαχωρισμού των χρονικών διαστημάτων (space time separation plot). Σύμφωνα με τους Provenzale et al., (1992); Kantz & Schreiber (2004), δημιουργείται το γράφημα με άξονες τους χωρικούς διαχωρισμούς σε σχέση με τις χρονικές υστερήσεις. Στο σημείο όπου σχηματίζεται «κορεσμός» των σχηματιζόμενων καμπυλών, εκτιμάται και η τιμή του χρονικού παραθύρου (γράφημα 5.11). Από το γράφημα, επιλέγεται οριστικά για τη σειρά των τιμών, η τιμή του τ_w=170.



Γράφημα 5.11. Γράφημα διαχωρισμού χρονικών διαστημάτων (Space Time plot). **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: nonlinearTseries, R).

5.2.4 Ανακατασκευή του χώρου των καταστάσεων R^m

Γνωρίζοντας τις τιμές της χρονικής υστέρησης τ=27 και τ=1, της διάστασης εμβύθισης m=7 και m=9 και του χρονικού παραθύρου τ_w=170 και τ_w=8, για τη σειρά των τιμών και για τη σειρά των πρώτων διαφορών αντίστοιχα, αποτυπώνουμε γραφικά στους ανακατασκευασμένους χώρους (Kantz & Schreiber,2004) τους «παράξενους ελκυστές» των δύο χρονοσειρών, στο παρακάτω γράφημα 5.12.



Γράφημα 5.12. Παράξενοι ελκυστές (3D & 2D). **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: nonlinearTseries, R).

5.2.5 Εκθέτες Lyapunov λ

Είναι ήδη γνωστό από τη βιβλιογραφία αλλά και την ανάλυση που προηγήθηκε στην ενότητα 2.1.5, ότι σε ένα χαοτικό σύστημα, δύο γειτονικές τροχιές του ανακατασκευασμένου χώρου εμβύθισης αποκλίνουν εκθετικά. Ο μέσος εκθέτης ο οποίος προσδιορίζει την απόκλιση, ονομάζεται εκθέτης Lyapunov και συμβολίζεται με λ. Εάν δ(0) είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων στο χώρο εμβύθισης, αναμένεται ότι η απόσταση μεταξύ τους μετά από κάποιο χρόνο t, θα είναι:

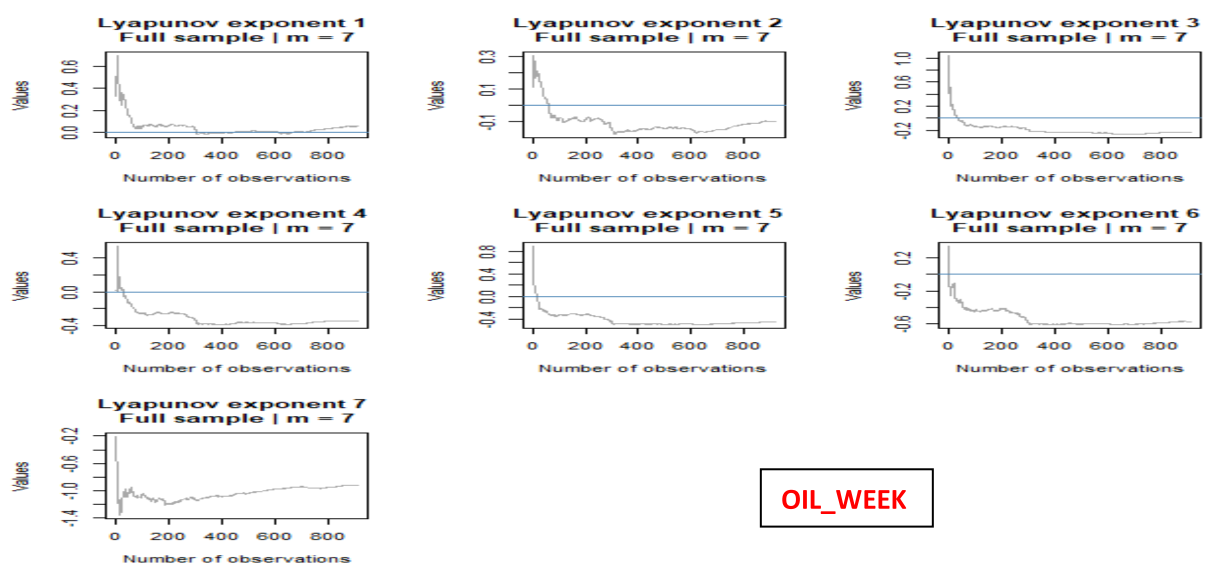
$$\boldsymbol{\delta(t) \sim \delta(0) \cdot \exp(\lambda \cdot t)} \qquad \textbf{5.5}$$

Ο εκθέτης Lyapunov εκτιμάται χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση,

$$\boldsymbol{\lambda_1 = \frac{1}{Nt} \sum_{i=1}^{N} \log \frac{\delta_{t,i}}{\delta_{0,i}}} \qquad \textbf{5.6}$$

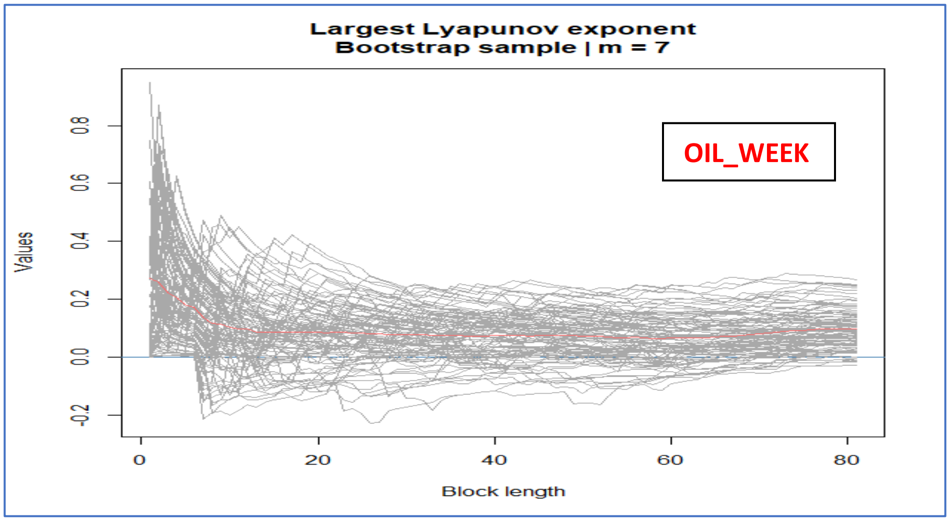
όπου λ_1 ο μέγιστος εκθέτης Lyapunov (Wolf et al.,1985;Hegger et al.,1999; Kantz & Schreiber, 2004, Perc,2006).

Στην πράξη, χρησιμοποιούμε το μεγαλύτερο εκθέτη Lyapunov από αυτούς που αντιστοιχούν σε κάθε διάσταση εμβύθισης m. Στο παρακάτω γράφημα 5.13, αποτυπώνονται οι υπολογισμοί και οι τιμές των εκθετών, της σειράς των τιμών. Ο μέγιστος εκθέτης έχει τιμή λ_1=0.092.



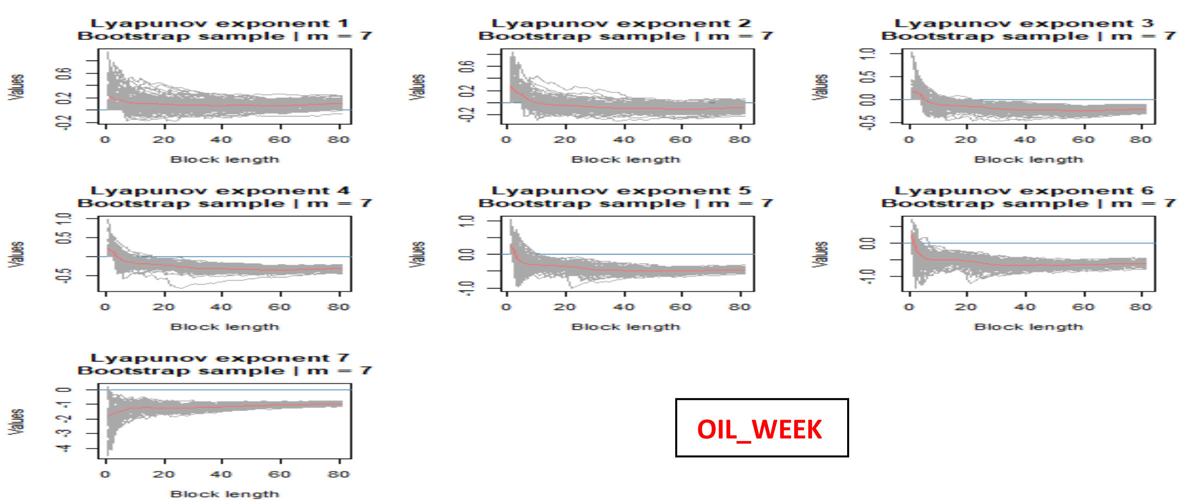
Γράφημα 5.13. Φάσμα εκθετών Lyapunov. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: DChaos, R).

Στο γράφημα 5.14, αποτυπώνεται ο μέγιστος εκθέτης της σειράς των τιμών που είναι ίσος με λ_1=0.092.



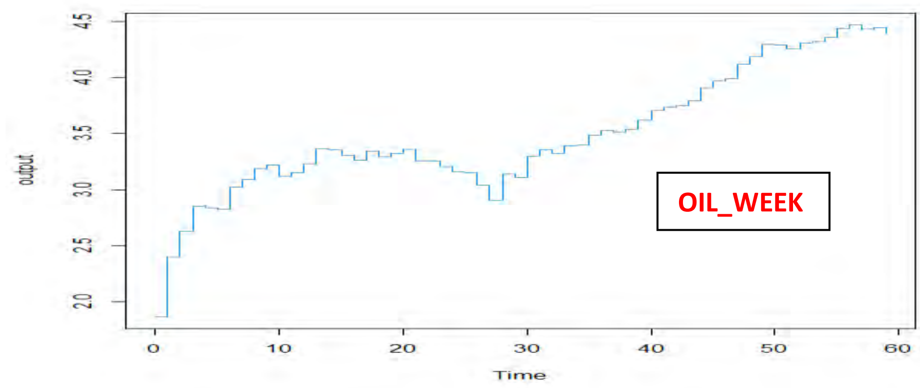
Γράφημα 5.14. Μέγιστος εκθέτης Lyapunov. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: DChaos, R).

Στο παρακάτω γράφημα 5.15, αποτυπώνεται το φάσμα των εκθετών της σειράς των τιμών, με τη μέθοδο των μερικών παραγώγων και ο μέγιστος υπολογίζεται σε λ_1= 0.110.



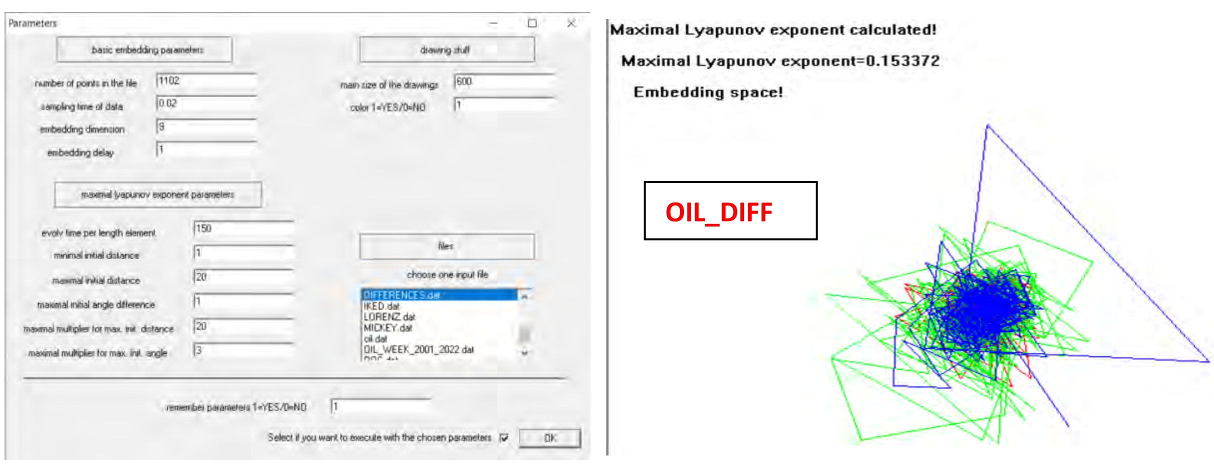
Γράφημα 5.15. Φάσμα εκθετών Lyapunov με τη μέθοδο των μερικών παραγώγων. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: DChaos, R).

Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο των Hegger et al., (1999) που βασίστηκε στην εργασία του Rosenstein et al., (1993), εκτιμήθηκε ο μέγιστος εκθέτης της σειράς των τιμών, σε λ_1=0.105, (γράφημα 5.16).



Γράφημα 5.16. Μέγιστος εκθέτης Lyapunov με τη μέθοδο των Rosenstein et al., (1993) & Hegger et al., (1999). **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: tseriesChaos, R).

Τέλος, χρησιμοποιώντας το λογισμικό lyapmax.exe, όπως κατασκευάστηκε από τον Perc (2006) και βασίζεται στην εργασία των Wolf et al., (1985), εκτιμήσαμε την τιμή του μέγιστου εκθέτη της χρονοσειράς των πρώτων διαφορών, σε λ_1=0.153, (γράφημα 5.17).



Γράφημα 5.17. Μέγιστος εκθέτης πρώτων διαφορών. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (lyapmax.exe).

5.2.6 Εντροπία Kolmogorov-Sinai KS

Η εντροπία Kolmogorov-Sinai (KS entropy) είναι ακόμα ένα σημαντικό κριτήριο ένδειξης χαοτικής συμπεριφοράς. Το κριτήριο αυτό, προτάθηκε από τον Kolmogorov το 1958, για να περιγράψει το φαινόμενο της εντροπίας στην εργοδική θεωρία[3]. Η εντροπία καταμετρά την πολυπλοκότητα ενός συστήματος και θετική τιμή της μεταφράζεται σε ύπαρξη χάους.

Ο Pesin (1977), κατέδειξε τη σχέση μεταξύ της εντροπίας KS και των εκθετών Lyapunov, διατυπώνοντας και αποδεικνύοντας την περίφημη «Pesin entropy formula», η οποία αφορά την - υπό προϋποθέσεις- ισότητα της εντροπίας KS με το άθροισμα των θετικών εκθετών Lyapunov ενός μη-γραμμικού, αιτιοκρατικού συστήματος.

Τα χαοτικά συστήματα έχουν θετική τιμή εντροπίας KS η οποία υποδηλώνει το ρυθμό απώλειας της πληροφορίας που προέρχεται από την ταχύτητα με την οποία οι τροχιές δύο σημείων αποκλίνουν με την πάροδο του χρόνου. (Eckmann & Ruelle,1985; Nicolis & Daems,1998).

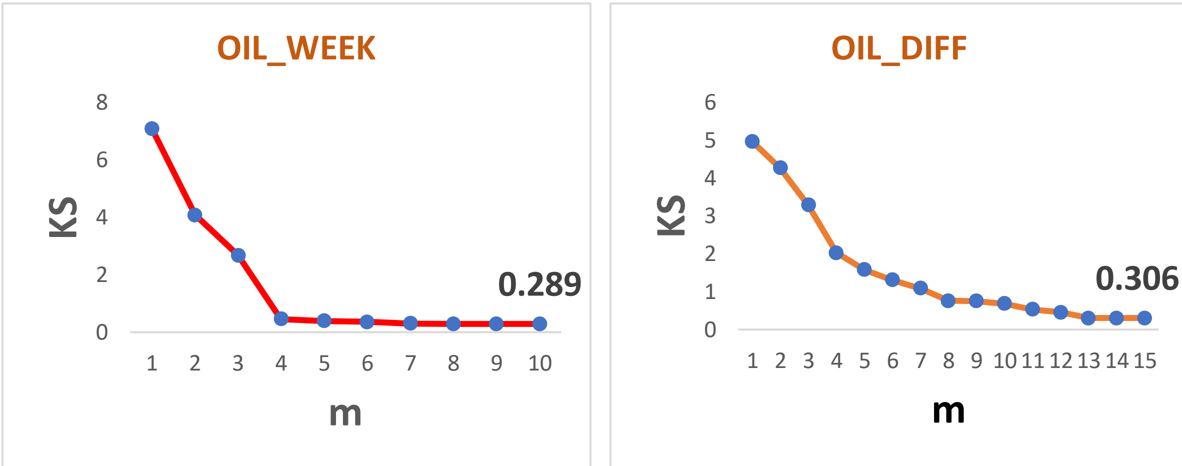
Στην πράξη υπολογίζουμε τη μεταβολή της τιμής της εντροπίας S για κάθε δύο χρονικές στιγμές t και t+1. Έτσι, ορίζουμε ως εντροπία KS, K_n,:

$$\mathbf{K_n = \frac{1}{\tau}\,(S_{t+1} - S_t)} \qquad \mathbf{5.7}$$

η οποία εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της εντροπίας του συστήματος προϊόντος του χρόνου.

Στο παρακάτω γράφημα 5.18, αποτυπώνεται η εντροπία KS των χρονοσειρών των τιμών και των πρώτων διαφορών. Παρατηρούμε ότι υφίσταται θετική τιμή εντροπίας (0.29 & 0.31) που είναι χαρακτηριστικό χαοτικών συστημάτων.

[3] Η Εργοδική θεωρία είναι ένας κλάδος των μαθηματικών που μελετά τις στατιστικές ιδιότητες ντετερμινιστικών δυναμικών συστημάτων και της μακροχρόνιας συμπεριφοράς τους.



Γράφημα 5.18. Εντροπία KS χρονοσειρών. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Fractan, Excel).

5.2.7 Φάσμα ισχύος

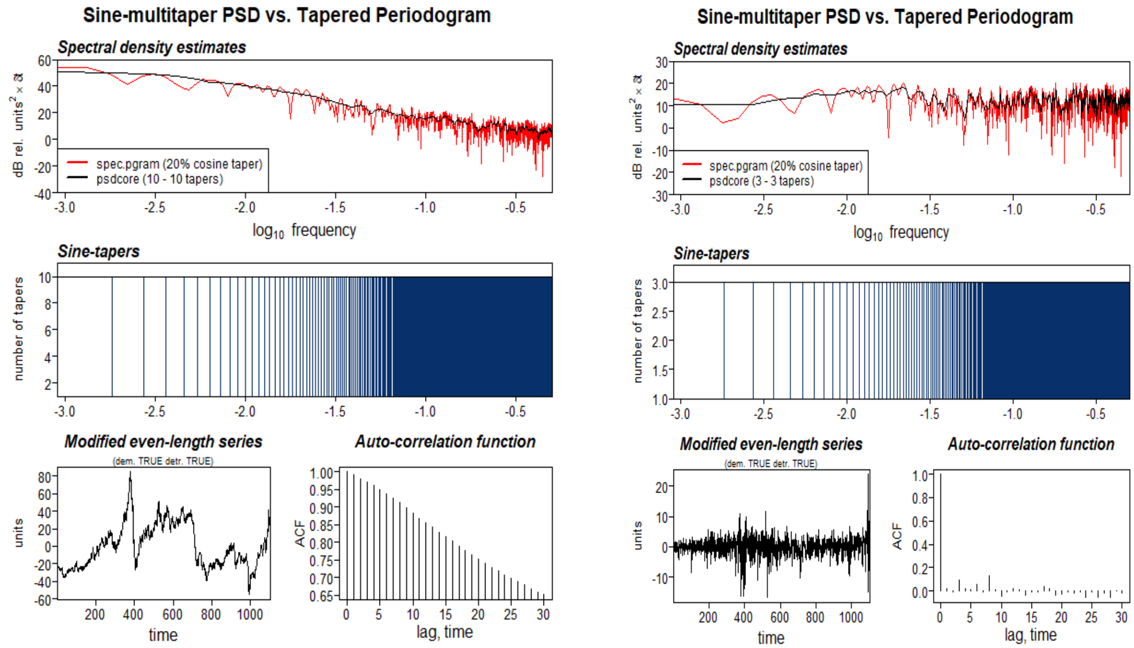
Στην ανάλυση χρονοσειρών, μπορούμε να επεκτείνουμε τη διερεύνηση των χαρακτηριστικών τους και στο πεδίο των συχνοτήτων. Η ανάλυση του φάσματος ισχύος, μπορεί να εντοπίσει ιδιότητες που σχετίζονται με την περιοδικότητα των τιμών, αφού εντοπίζει τις συχνότητες που έχουν μεγαλύτερη ισχύ (Welch,1967; Κουγιουμτζής,2014).

Ένα φάσμα ισχύος προκύπτει με μετασχηματισμό Fourier. Ο μετασχηματισμός Fourier X_k για ένα διακριτό δυναμικό σύστημα δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{X_k = \sum_{t=0}^{N-1} x_t \exp - \frac{i2\pi kt}{N}, \text{ για } k = 0,\ldots, N-1} \qquad \mathbf{5.8}$$

Στις χαοτικές χρονοσειρές, παρατηρούμε συνεχείς φασματικές κατανομές αφού δεν μπορούν να συντεθούν από ένα πεπερασμένο φάσμα συχνοτήτων.

Στο παρακάτω γράφημα, 5.19, αποτυπώνονται τα περιοδογράμματα[4] των εξεταζόμενων χρονοσειρών.



Γράφημα 5.19. Περιοδογράμματα χρονοσειρών. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: psd, R)[5].

5.2.8 Εκθέτης Hurst

Όπως αναφέρουν οι Hurst (1951) και Weron (2002), ο εκθέτης Hurst, χρησιμεύει στην εύρεση μακράς κλίμακας συσχετίσεων και καταμετρά τη μακροχρόνια μνήμη μιας χρονοσειράς. Ο Hurst, μελέτησε την άνοδο και την κάθοδο της στάθμης των υδάτων του ποταμού Νείλου για μια περίοδο 840 ετών. Στόχος του ήταν η εξασφάλιση της επιθυμητής ποσότητας εκροής ύδατος από την επικείμενη κατασκευή του φράγματος του Ασουάν. Για το σκοπό αυτό, κατέληξε στη δημιουργία της «Ανάλυσης επανακλιμακούμενου εύρους» (Rescaled range analysis, R/S). Η ανάλυση αυτή, βασίζεται στο διαχωρισμό της σειράς των παρατηρήσεων N σε μικρότερες N_s, μήκους n= N, N/2, N/4, ….$N/2^k$ και υπολόγισε για κάθε μικρότερη χρονοσειρά το εύρος R_n.

$$\mathbf{R_n = max_{(1\leq k \leq s)} [\textstyle\sum_i^k (x_{ns+i} - \overline{x_n})] - min_{(1\leq k \leq s)} [\textstyle\sum_i^k (x_{ns+i} - \overline{x_n})]} \qquad \mathbf{5.9}$$

---

[4] Περιοδόγραμμα,: Μέθοδος εκτίμησης του φάσματος ισχύος απευθείας από τη χρονοσειρά (σήμα).
[5] Sine-tapers: Γράφημα κάθετων στηλών που παρέχει πληροφορία για την πυκνότητα του φάσματος ισχύος.

όπου, n=0, 1, …..,Ns -1 με Ns =N/S και

$$\overline{\chi_n} = \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s} x_{ns+i} \qquad \mathbf{5.10}$$

Η τυπική απόκλιση των χρονοσειρών, είναι:

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{s}\ \sum_{i=1}^{s}(x_{ns+i)}\ -\ \overline{x_n}\,)^2} \qquad \mathbf{5.11}$$

και,

$$\mathbf{R/S = E}\left[\frac{R_n}{S_n}\right] \qquad \mathbf{5.12}$$

και,

$$\mathbf{(R/S)_n = c \cdot} n^H, \qquad \text{για } \mathbf{S} \rightarrow \infty \qquad \mathbf{5.13}$$

Ο εκθέτης, προκύπτει από το γράφημα των λογαρίθμων του $(R/S)_n$ και του n. Η κλίση της προσαρμοσμένης γραμμικής παλινδρόμησης, εκτιμά την τιμή του εκθέτη Hurst.[6]

Περαιτέρω, οι Peng et al., (1994), ανέπτυξαν τη μέθοδο: «Ανάλυση διακυμάνσεων με απαλοιφή τάσεων» (Detrended fluctuation analysis, DFA). Ακολουθώντας τη λογική που περιγράφηκε παραπάνω, γίνεται εκτίμηση πολυωνυμικής τάσης m και οι χρονοσειρές απαλλάσσονται από την τάση. Η τιμή της συνάρτησης DFA δίνεται από την τετραγωνική ρίζα του μέσου όρου των διακυμάνσεων σε κάθε τμήμα της χρονοσειράς και εκτιμώνται οι μακράς κλίμακας συσχετίσεις, (Peng et al.,1994;Stanley et al.,1999;Ivanov et al.,1999), από τη συνάρτηση:

$$\mathbf{F_{DFA}(n) = \left[\frac{1}{2N_n}\sum_{\nu=0}^{2N_{s-1}} F_n^2\ (n)\right]} \qquad \mathbf{5.14}$$

όπου, F_n^2 (n), η σταθμισμένη διακύμανση των χαρακτηριστικών πολυωνύμων.

Το γράφημα των λογαρίθμων της συνάρτησης F_{DFA} με το μέγεθος των τμημάτων n, εκτιμά την τιμή του εκθέτη.

[6]Οι εξισώσεις 5.9-5.14, προέρχονται από τη διδακτορική διατριβή του Αβραάμ Χαρακόπουλου (2015)

Η ερμηνεία της τιμής του εκθέτη, έχει ως εξής:

- Για $0<H<0.5$, η χρονοσειρά χαρακτηρίζεται από αντι-επιμονή. Παρατηρείται εναλλαγή υψηλών και χαμηλών τιμών για μεγάλο χρονικό διάστημα.
- Για $H \cong 0.5$, η χρονοσειρά ακολουθεί «τυχαίο περίπατο». Οι τιμές της είναι ασυσχέτιστες.
- Για $0.5<H<1$, η χρονοσειρά χαρακτηρίζεται από επιμονή. Οι τιμές της έχουν μακροχρόνια θετική αυτοσυσχέτιση.

Ο εκθέτης Hurst για τις εξεταζόμενες χρονοσειρές, υπολογίστηκε στην τιμή:

- Χρονοσειρά τιμών = 0.855
- Χρονοσειρά πρώτων διαφορών = 0.632[7]

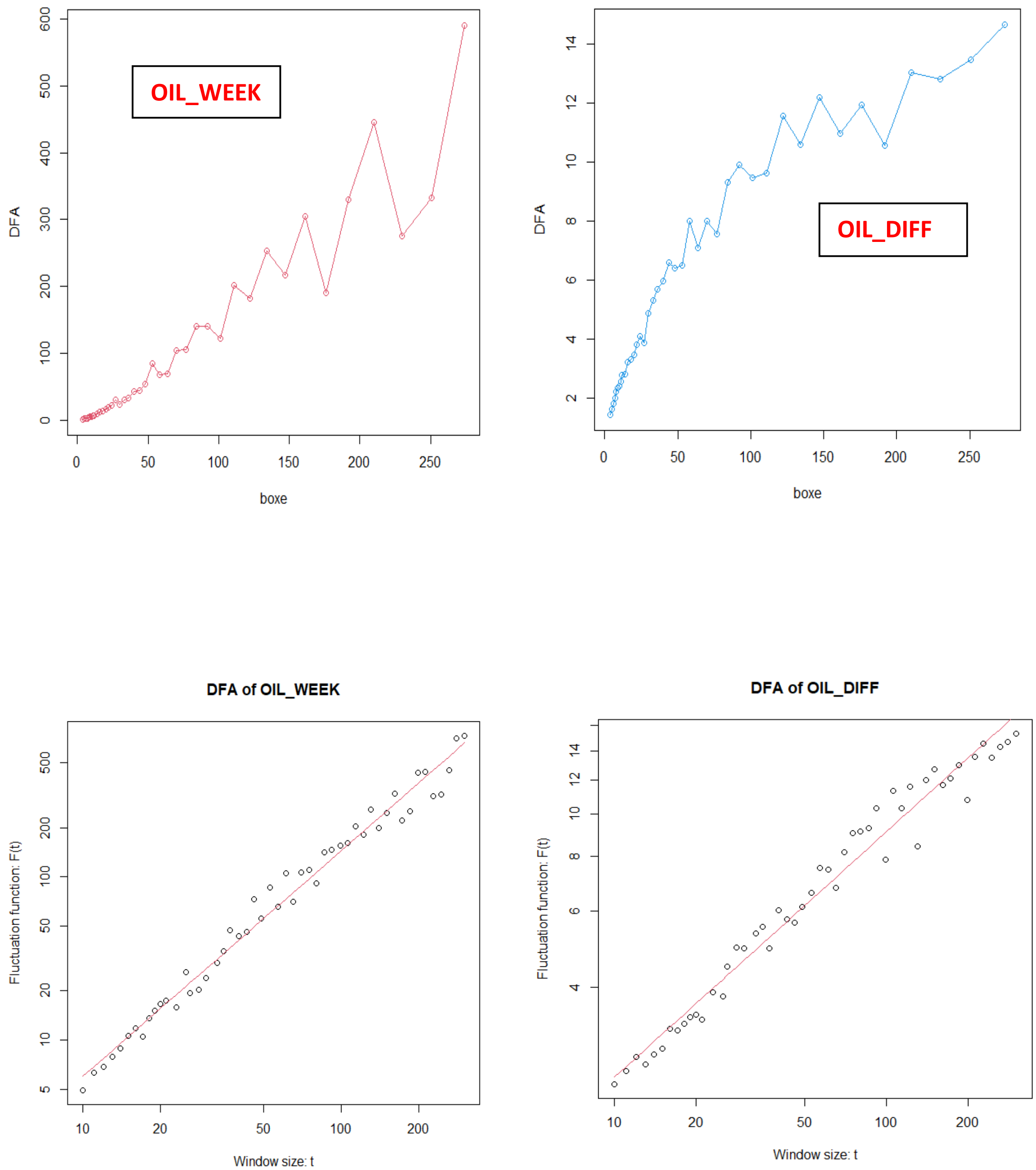
Και καταδεικνύει ότι οι χρονοσειρές -ειδικά αυτή των τιμών- έχουν μακροχρόνια θετική αυτοσυσχέτιση και μνήμη. Ιδιότητα, που σύμφωνα με τους Mantegna & Stanley (1995), χαρακτηρίζει τις φρακταλικές χρονοσειρές.

Ο εκθέτης με τη μέθοδο DFA, λαμβάνει τιμές :

- Για τη χρονοσειρά των τιμών = 1.38. Η τιμή αυτή σημαίνει ότι η υποκείμενη δυναμική της χρονοσειράς εμπεριέχει θόρυβο. Το αποτέλεσμα αυτό, είναι συνεπές με την αύξηση της διάστασης συσχέτισης που παρατηρείται στη σειρά των πρώτων διαφορών όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 5.2.2, Τα αποτελέσματα της R/S και DFA ανάλυσης, είναι τυπικά για οικονομικές χρονολογικές σειρές και περιορίζουν το χρονικό ορίζοντα προβλέψεων (Hanias et al., 2020).
- Για τη χρονοσειρά των πρώτων διαφορών = 0.56,

όπως αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα 5.20.

[7] R/S Analysis, package: pracma, R.



Γράφημα 5.20. Ανάλυση DFA. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: DFA, nonlinearTseries, R).

5.2.9 Διάγραμμα επανάληψης

Στην περιγραφική στατιστική και τη θεωρία του χάους, ένα διάγραμμα επανάληψης (recurrence plot), αποτυπώνει σε κάθε χρονική στιγμή i, τους χρόνους κατά τους οποίους η κατάσταση ενός δυναμικού συστήματος επιστρέφει στην προηγούμενη κατάσταση (Eckmann et al.,1995).

Τα διαγράμματα επαναλήψεων, χρησιμοποιούνται ως διαγνωστικό εργαλείο για την απεικόνιση της δυναμικής συμπεριφοράς χρονοσειρών. Το διάγραμμα είναι δύο διαστάσεων και απεικονίζει την εξέλιξη των τιμών μιας χρονοσειράς. Καταγράφει τις χρονικές επαναλήψεις της τροχιάς ενός σημείου $\overline{x_i} \in R^m$ στο m-διάστατο ανακατασκευασμένο χώρο των φάσεων εντός μιας ορισμένης απόστασης ε. Οι επαναλήψεις αυτές συνδέονται με τη συμπεριφορά του $\overline{x_i}$ που πλησιάζει προηγούμενα σημεία της τροχιάς του (Zbilut & Webber,2006).

Οι αποστάσεις του $\overline{x_i}$ από τα άλλα (N-1) σημεία $\overline{x_j}$, απεικονίζονται σε δισδιάστατο πίνακα R, ως:

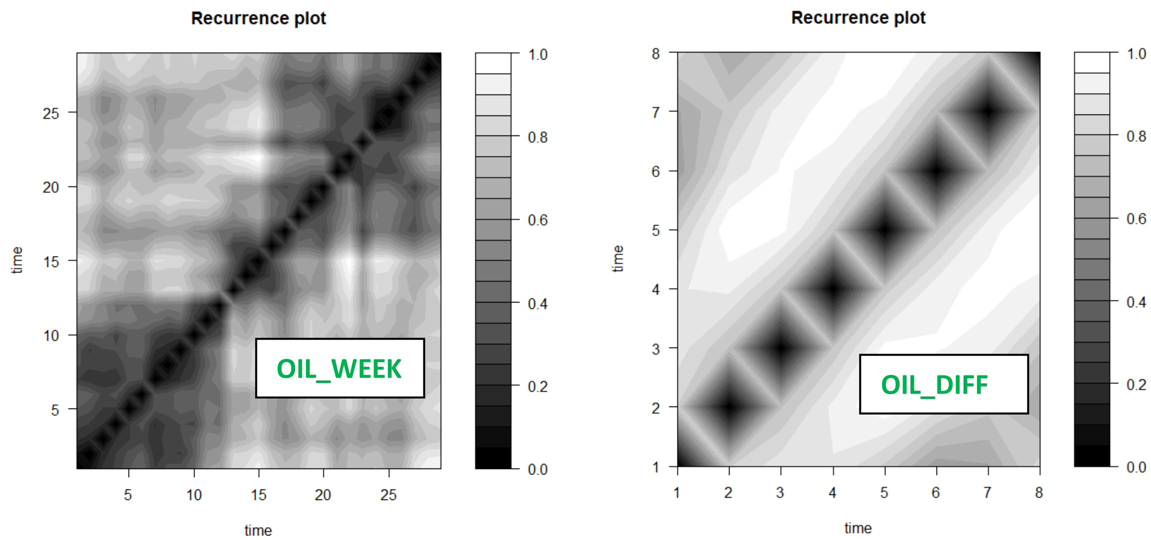
$$\mathbf{R}_{i,j}^{(\varepsilon)} = \Theta\left(\varepsilon - \|\overline{x_i} - \overline{x_j}\|\right),\ i,j = 1,2,\ldots\ldots,N \qquad \mathbf{5.15}$$

όπου, $\| \overline{x_i} - \overline{x_j} \|$ η ευκλείδεια απόσταση των σημείων και Θ η συνάρτηση Heaviside.

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0 \text{ όταν } x \leq 0 \\ 1 \text{ όταν } x > 0 \end{cases}$$

Το διάγραμμα αποτελείται από μαύρα και λευκά σημεία. Τα μαύρα απεικονίζουν τις επαναλήψεις της κατάστασης του $\overline{x_i}$ στο χρόνο.

Στο γράφημα 5.21, απεικονίζονται τα χαρακτηριστικά διαγράμματα επαναλήψεων των χρονοσειρών τιμών και πρώτων διαφορών. Παρατηρείται μια κανονικότητα των χαρακτηριστικών των διαγραμμάτων που προκύπτει από τις χρονικές επαναλήψεις των τροχιών και χαρακτηρίζει τα αιτιοκρατικά συστήματα.



Γράφημα 5.21. Διαγράμματα επαναλήψεων (recurrence plots). **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (package: tseriesChaos, R).

5.3 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ

Ο μετασχηματισμός μιας χρονοσειράς σε δίκτυο είναι μια μέθοδος η οποία βασίζεται στη θεωρία της ανάλυσης δικτύων και στη θεωρία των γράφων (Tsonis & Roebber,2004; Donges et al.,2009). Με τη μέθοδο αυτή δίνεται η δυνατότητα της μελέτης των τοπολογικών ιδιοτήτων του μετασχηματισμένου συστήματος.

Κάθε σημείο της χρονοσειράς μετασχηματίζεται σε κόμβο δικτύου και το σύνολο των κόμβων συνδέεται με ακμές ώστε τελικά να δημιουργείται ένας γράφος-δίκτυο. Οι κόμβοι αναπαριστούν τα στοιχεία του δικτύου και οι ακμές τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους (Barthelemy,2011). Οι τοπολογικές ιδιότητες του δικτύου συνδέονται άμεσα με τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς και αποτυπώνουν τη δυναμική του εξεταζόμενου συστήματος (Charakopoulos et al.,2014).

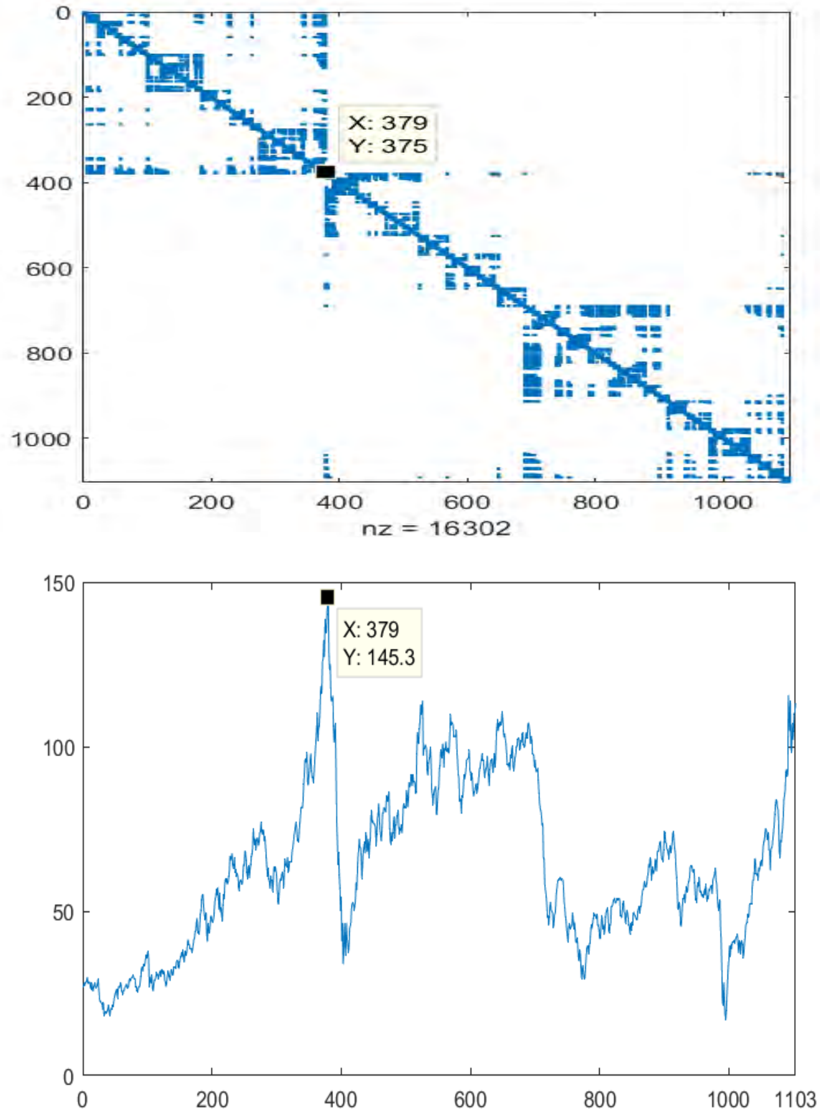
Όπως αναλυτικά αναφέρθηκε στην ενότητα 2.4, για το μετασχηματισμό της εξεταζόμενης χρονοσειράς πετρελαίου χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της ορατότητας των Lacasa et al., (2008) που βασίζεται στην απλή ιδέα ότι σε μια σειρά, κάθε σημείο της «βλέπει» κάποια άλλα σημεία χωρίς την παρεμβολή οποιουδήποτε ενδιάμεσου «εμποδίου».

Δύο κόμβοι της χρονοσειράς, $x(t_i)$ και $x(t_j)$, έχουν οπτική επαφή και συνδέονται εάν οποιοδήποτε άλλο σημείο $(t_k , x(t_k))$ μεταξύ δύο σημείων $(t_i<t_k<t_j)$ ικανοποιεί την εξίσωση:

$$\mathbf{x(t_k) < x(t_i) + (x(t_j) - x(t_i))\frac{t_k - t_i}{t_{j-t_k}}} \qquad \mathbf{5.16}$$

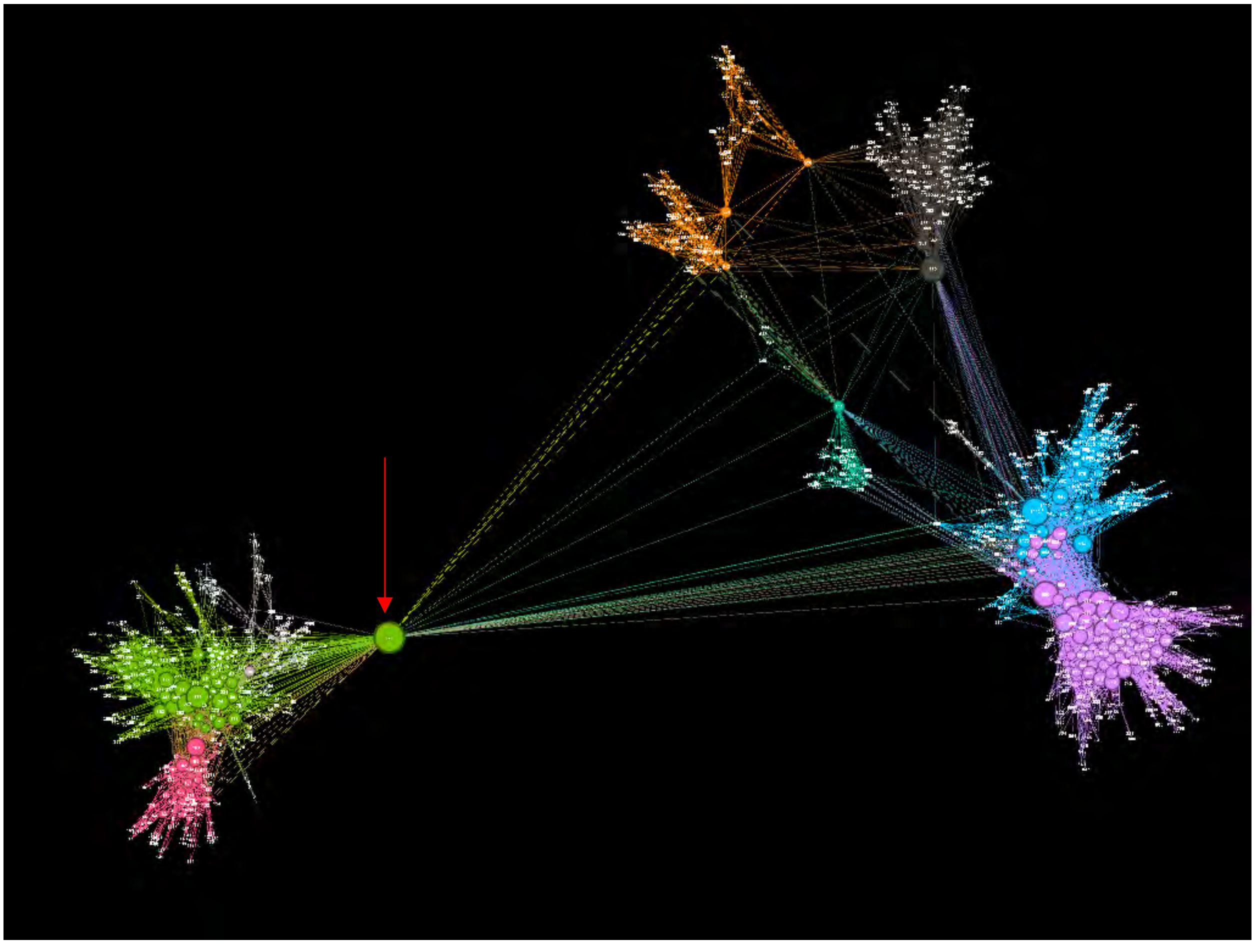
Με τη μέθοδο των Lacasa et al., (2008), δημιουργήθηκε ο πίνακας συνδεσιμότητας με βάση την τοπολογική ιδιότητα του βαθμού (degree) των συνδέσεων του δικτύου. Έγινε κατάλληλη προετοιμασία των δεδομένων κάθε χρονοσειράς στο λογισμικό Matlab και δημιουργήθηκε γράφημα που απεικονίζει το συμμετρικό πίνακα της συνδεσιμότητας του δικτύου. Οι πίνακες συνδεσιμότητας βασίζονται στην τοπολογική ιδιότητα του βαθμού των συνδέσεων (degree) του δικτύου.

Στη συνέχεια, εισήχθησαν τα δεδομένα στο λογισμικό Gephi (Bastian et al.,2009) και μετασχηματίστηκε η χρονοσειρά σε δίκτυο.
Ο πίνακας συνδεσιμότητας και η χρονοσειρά τιμών του πετρελαίου-Crude WTI απεικονίζονται στο παρακάτω γράφημα 5.22.



Γράφημα 5.22. Πίνακας συνδεσιμότητας και χρονοσειρά τιμών πετρελαίου. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Matlab).

Το δίκτυο της χρονοσειράς πετρελαίου, απεικονίζεται στο γράφημα 5.23.



Γράφημα 5.23. Δίκτυο χρονοσειράς πετρελαίου. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Gephi).

Το δίκτυο σχηματίστηκε με βάση τις τοπολογικές ιδιότητες της διαμερισματοποίησης (modularity) και του βαθμού συνδέσεων (degree). Οι τιμές απεικονίζονται με αύξουσα χρονική σειρά από τα αριστερά προς τα δεξιά. Όπως απεικονίζεται στο γράφημα, ο κόμβος ΄379΄=145.3 $ (30 Ιουνίου 2008), έχει το μεγαλύτερο βαθμό συνδέσεων με άλλους κόμβους (120).

Οι κόμβοι με το μεγαλύτερο βαθμό δικτύου, είναι:

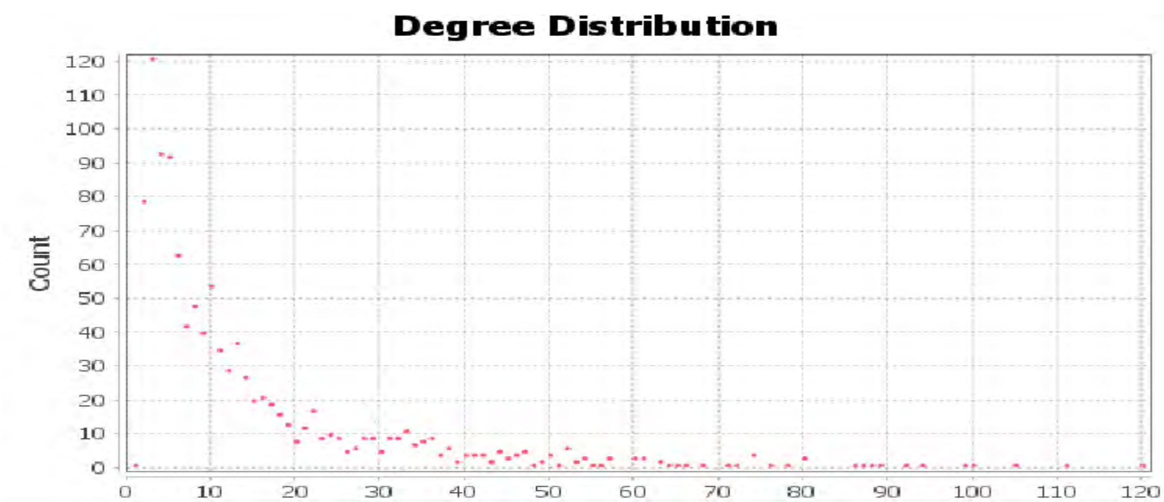
- Ο 379 με βαθμό 120
- Ο 1092 με βαθμό 111
- Ο 690 με βαθμό 100
- Ο 380 με βαθμό 99

Οι τοπολογικές ιδιότητες του δικτύου είναι:

- Μέσος βαθμός δικτύου (Average Degree): 14.78
- Διάμετρος δικτύου (Network Diameter): 8
- Διαμερισματοποίηση (Modularity): 0.724
- Συντελεστής ομαδοποίησης (Average clustering coefficient) : 0.699
- Μέσο μήκος διαδρομής (Average path length) : 3.972

Κάθε κόμβος συνδέεται κατά μέσο όρο με 14.78 διαφορετικούς κόμβους.

Στο παρακάτω γράφημα 5.24, απεικονίζεται το διάγραμμα της συνάρτησης της κατανομής του βαθμού των συνδέσεων. Παρατηρείται ότι λίγοι κόμβοι έχουν μεγάλο βαθμό και πολλοί έχουν μικρό βαθμό.



Γράφημα 5.24. Κατανομή του βαθμού των συνδέσεων. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Gephi).

Η διάμετρος του δικτύου είναι ίση με 8 και ερμηνεύεται ως η μέση μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ δύο οποιονδήποτε κόμβων με τη συντομότερη διαδρομή. Η ιδιότητα αυτή μας ενημερώνει για τη σχετικά μεγάλη ταχύτητα μετάδοσης της «πληροφορίας» εντός του δικτύου του πετρελαίου.

Η ιδιότητα της διαμερισματοποίησης (modularity) υπολογίστηκε να έχει τιμή ίση με 0.724. Η υψηλή αυτή τιμή καταδεικνύει το χαρακτηριστικό του δικτύου να έχει ισχυρούς συνδέσμους μεταξύ των κόμβων στις σχηματιζόμενες ομάδες τους αλλά αδύναμες συνδέσεις μεταξύ των ομάδων αυτών. Το εξεταζόμενο δίκτυο έχει την τάση να σχηματίζει μεγάλες ομάδες με πολλούς κόμβους.

Ο συντελεστής ομαδοποίησης υπολογίστηκε να έχει τιμή ίση με 0.699. Η υψηλή αυτή τιμή καταδεικνύει το γεγονός ότι οι γειτονικοί κόμβοι ενός κόμβου έχουν την τάση να συνδέονται και αυτοί μεταξύ τους δημιουργώντας συστάδες.

Το μέσο μήκος διαδρομής, το οποίο είναι ίσο με 3.972, μας δείχνει ότι ο μέσος αριθμός των βημάτων που απαιτούνται για τη μετάβαση από ένα κόμβο σε έναν άλλο είναι ίσος με μια τιμή περίπου ίσης με 4. Η τιμή αυτή, συνδέεται με την ιδιότητα του δικτύου του πετρελαίου να μεταφέρει την πληροφορία σχετικά γρήγορα.

Σύμφωνα με τους Travers & Milgram (1969), ένα δίκτυο αποτελεί «δίκτυο μικρού κόσμου» (small-world network), εφόσον η μέση μέγιστη απόσταση μεταξύ των κορυφών του είναι σχετικά «μικρή» συγκρινόμενη με το μέγεθός του που προσδιορίζεται από τον αριθμό των κόμβων του. Υπό το πρίσμα αυτό, το εξεταζόμενο δίκτυο πετρελαίου είναι ένα δίκτυο «μικρού κόσμου».

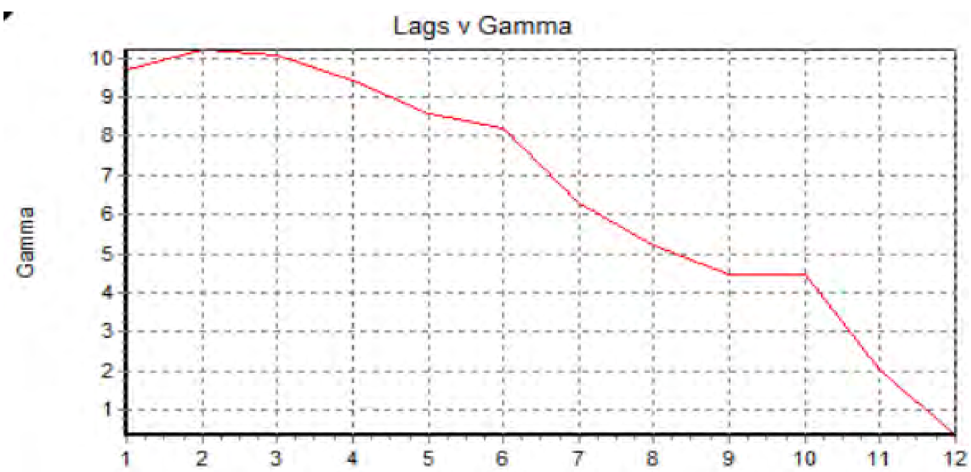
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6-ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ

6.1 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΓΑΜΜΑ

Στην ενότητα αυτή γίνεται προσπάθεια πρόβλεψης των μελλοντικών τιμών του πετρελαίου WTI χρησιμοποιώντας το Τεστ-Γάμμα (Gamma Test).

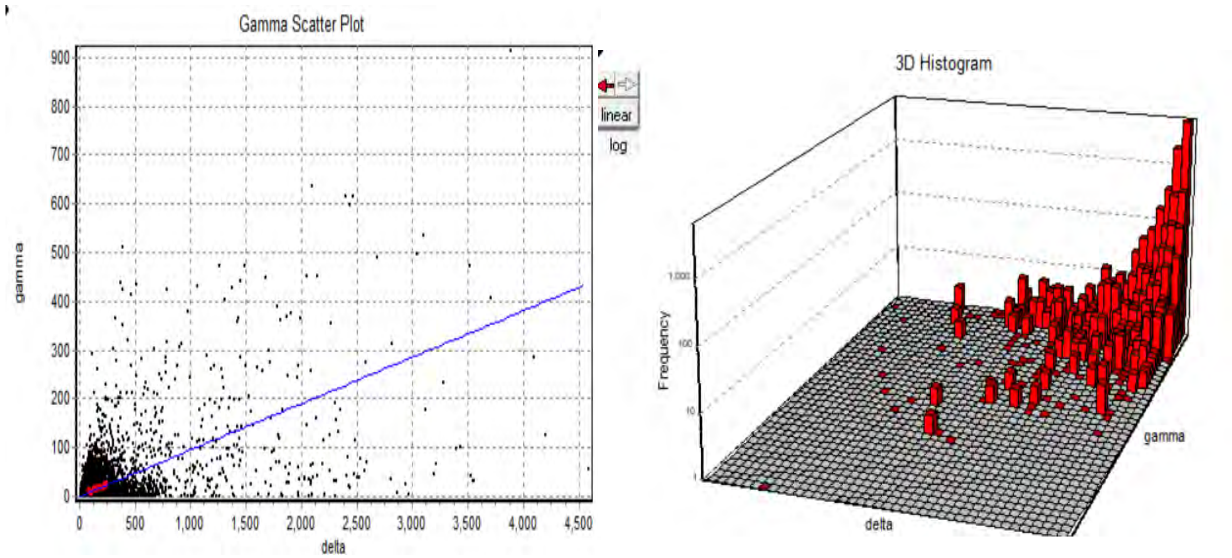
Με τη βοήθεια του λογισμικού winGamma υπολογίστηκε η διάσταση εμβύθισης m στην τιμή όπου εμφανίζεται η μικρότερη διακύμανση του θορύβου να είναι ίση με 12. Σύμφωνα με τον Kemp (2006), η τιμή αυτή δεν είναι πάντα ίση με τη διάσταση εμβύθισης που εξευρίσκεται με μη γραμμικές μεθόδους (κοντινότεροι γείτονες, κλπ.) αφού στην εφαρμογή του Γάμμα τεστ το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του θορύβου και ο προσδιορισμός του καλύτερου δυνατού μοντέλου πρόβλεψης.

Στο παρακάτω γράφημα 6.1, απεικονίζεται το διάγραμμα διακύμανσης θορύβου – διάστασης εμβύθισης (Gamma vs m).



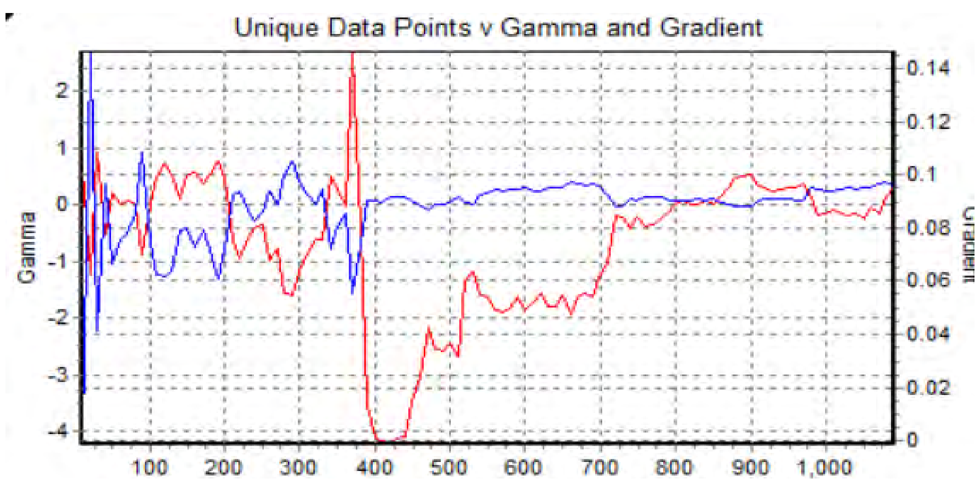
Γράφημα 6.1. Διάσταση εμβύθισης με το Gamma-Test. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (winGamma).

Στην τιμή της διάστασης αυτής, ο θόρυβος χαρακτηρίζεται από μια διακύμανση Var(r) στην είσοδο ίσης με 0.324 και το διάγραμμα διασποράς του θορύβου αποτυπώνεται στο παρακάτω γράφημα 6.2.



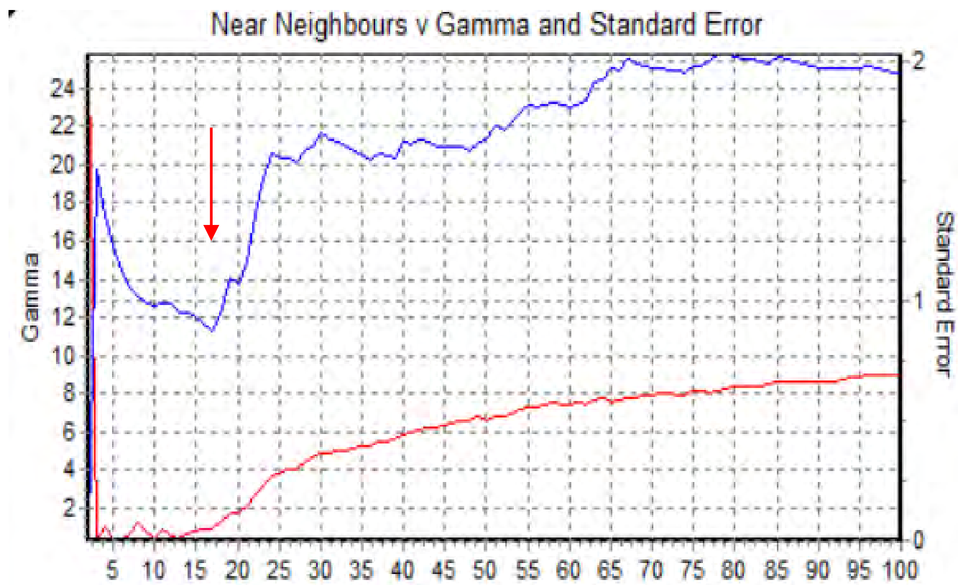
Γράφημα 6.2. Διάγραμμα διασποράς και τρισδιάστατο ιστόγραμμα κατανομής του θορύβου. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (winGamma).

Στη συνέχεια, ελέγχθηκε αν ο αριθμός δεδομένων Μ της χρονοσειράς είναι επαρκής για τη δημιουργία μοντέλου πρόβλεψης. Από το γράφημα κατανομής της διακύμανσης του θορύβου διαπιστώνεται ότι ένα πλήθος περίπου χιλίων σημείων φαίνεται να είναι αρκετό (γράφημα 6.3).



Γράφημα 6.3. Κατανομή διακύμανσης θορύβου Gamma. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (winGamma).

Περαιτέρω, ελέγχθηκε ο αριθμός των κοντινότερων γειτόνων που είναι απαραίτητος για τη δημιουργία προβλεπτικού μοντέλου. Από τη γραφική παράσταση διακύμανσης θορύβου και σφάλματος σε σχέση με τον αριθμό των κοντινότερων γειτόνων, επιλέγεται η κατάλληλη τιμή του αριθμού των γειτόνων (Pmax) στο σημείο που η καμπύλη του σφάλματος (SE) παρουσιάζει ελάχιστο ή κορεσμό (γράφημα 6.4).

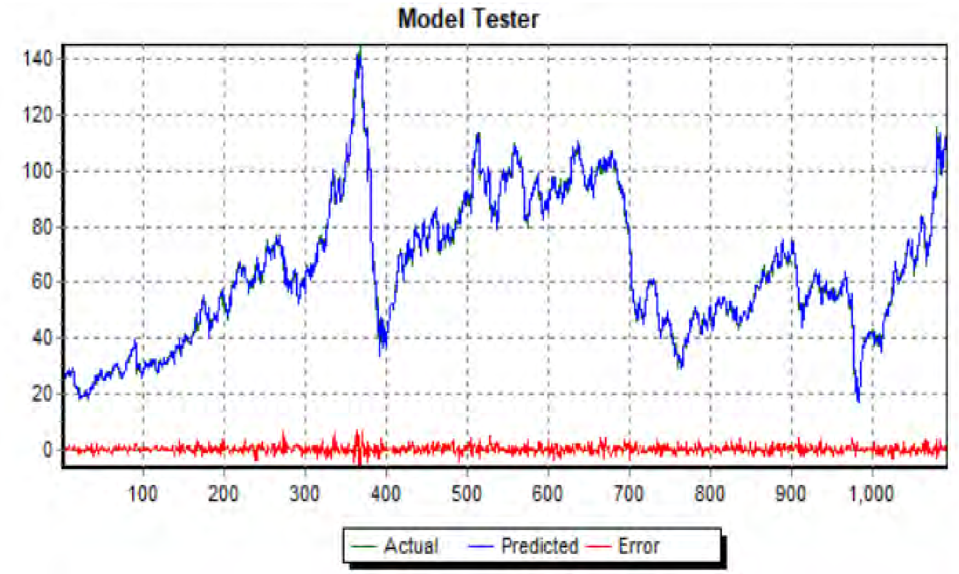


Γράφημα 6.4. Προσδιορισμός κοντινότερων γειτόνων. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (winGamma).

Επιλέγοντας Pmax = 17, το μοντέλο προβλέπει την τιμή της επόμενης μίας περιόδου (εβδομάδας) σε 116.78$ αντί της πραγματικής 115.07$ το βαρέλι. Η τιμή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος είναι ίση με 2.92 και της ρίζας του μέσου τετραγωνικού σφάλματος ίση με 1.71.

Στην προσπάθεια πρόβλεψης περαιτέρω μελλοντικών τιμών το μοντέλο αποτυγχάνει. Επίσης, αποτυχία πρόβλεψης παρατηρείται και για διαφορετικές τιμές του Pmax.

Στο γράφημα 6.5, απεικονίζεται το μοντέλο πρόβλεψης που επιλέχθηκε. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα για τις γνωστές τιμές έχει τιμή ίση με 1.98.



Γράφημα 6.5. Μοντέλο πρόβλεψης σειράς τιμών με m=12 και Pmax=17. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (winGamma).

Περαιτέρω, έγινε προσπάθεια πρόβλεψης των μελλοντικών τιμών του πετρελαίου, χρησιμοποιώντας τη χρονοσειρά των πρώτων διαφορών. Επιλέγοντας ένα μοντέλο πρόβλεψης με m=9 και Pmax=7, επιτυγχάνεται πρόβλεψη των επόμενων τριών τιμών, ως πίνακας 6.1.

Πραγματική τιμή	Τιμή πρόβλεψης	MSE	RMSE
115.07	115.21	0.0196	0.14
118.87	117.84	1.0609	1.03
120.67	118.22	6.0025	2.45

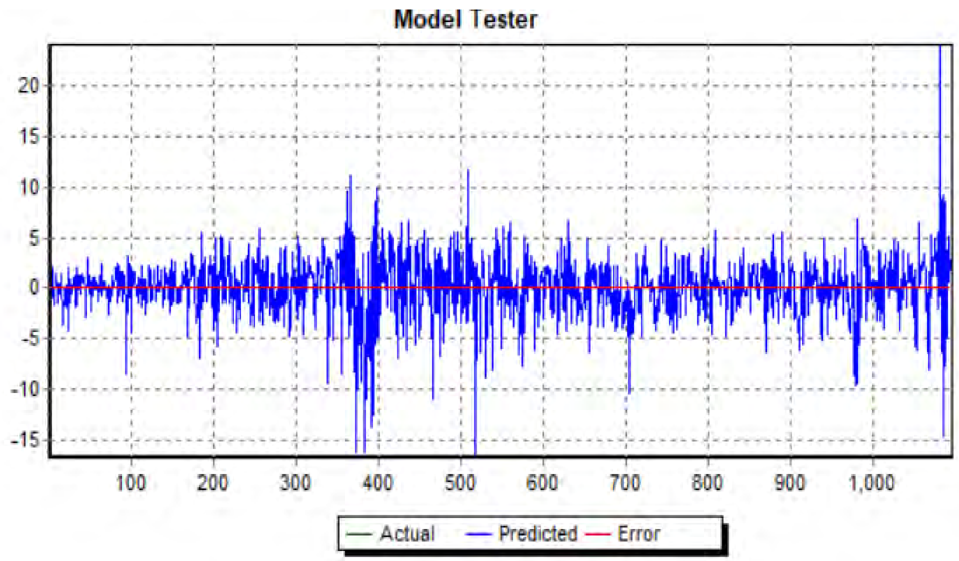
Πίνακας 6.1. Πρόβλεψη τιμών με χρήση των αποδόσεων (m=9, Pmax=7). **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (winGamma, package: Metrics, R).

Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) για την πρόβλεψη των τριών τιμών ισούται με: 2.361.

Η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) για την πρόβλεψη των τριών μελλοντικών τιμών ισούται με: 1.537.

Στην προσπάθεια πρόβλεψης περαιτέρω μελλοντικών τιμών το μοντέλο αποτυγχάνει.

Στο γράφημα 6.6, απεικονίζεται το μοντέλο που δημιουργήθηκε από τις πρώτες διαφορές του πετρελαίου και έχει διάσταση m=9 και «γείτονες» Pmax=7. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα για τις γνωστές τιμές έχει τιμή ίση με 3.24 E-29.



Γράφημα 6.6. Μοντέλο πρόβλεψης σειράς πρώτων διαφορών με m=9 και Pmax=7. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (winGamma).

6.2 ΠΟΛΥΣΤΡΩΜΑΤΙΚΟ ΝΕΥΡΩΝΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ

Όπως αναλύθηκε στην ενότητα 2.3, ένα πολυστρωματικό νευρωνικό δίκτυο εμπεριέχει τουλάχιστον ένα «κρυφό» στρώμα μεταξύ των νευρώνων εισόδων και εξόδου. Τα βασικά στοιχεία που αποτελούν έναν τεχνητό νευρώνα, είναι:

- Τα χαρακτηριστικά βάρη των συνάψεων που αντιστοιχούν σε κάθε είσοδο. Ένα σήμα x_k στην είσοδο της σύναψης j που συνδέεται στον νευρώνα k, πολλαπλασιάζεται με το βάρος w_{kj}.
- Ο αθροιστής u_k των σημάτων των εισόδων όπως έχουν διαμορφωθεί με τα βάρη. Η εισαγωγή στον κόμβο του δικτύου, συνίσταται στο σταθμικό άθροισμα των αποτελεσμάτων των κόμβων οι οποίοι συνδέονται με αυτόν,

  $$\mathbf{u_k = \sum_{j=0}^{m} w_{kj}\, x_j} \qquad \mathbf{6.1}$$

- Μια συνάρτηση ενεργοποίησης $\varphi(u_k)$, η οποία καθορίζει την τιμή της εξόδου στο διάστημα [0.1] ή [-1,1].
- Ένα κατώφλι θ_k, που περιορίζει τον αριθμό επαναλήψεων της εκπαίδευσης του δικτύου σε κάποιο αποδεκτό όριο μετά το οποίο ο νευρώνας ενεργοποιείται.

Όπως προαναφέρθηκε, τα σήματα εισόδου, έστω x_i, που εισάγονται στο δίκτυο, πολλαπλασιάζονται με τα βάρη w_i και αθροίζονται σχηματίζοντας ένα σταθμικό άθροισμα n,

$$\mathbf{n = \sum_i w_i\, x_i} \qquad \mathbf{6.2}$$

Η πλέον ευρέως χρησιμοποιούμενη συνάρτηση ενεργοποίησης είναι η σιγμοειδής η οποία έχει την μορφή

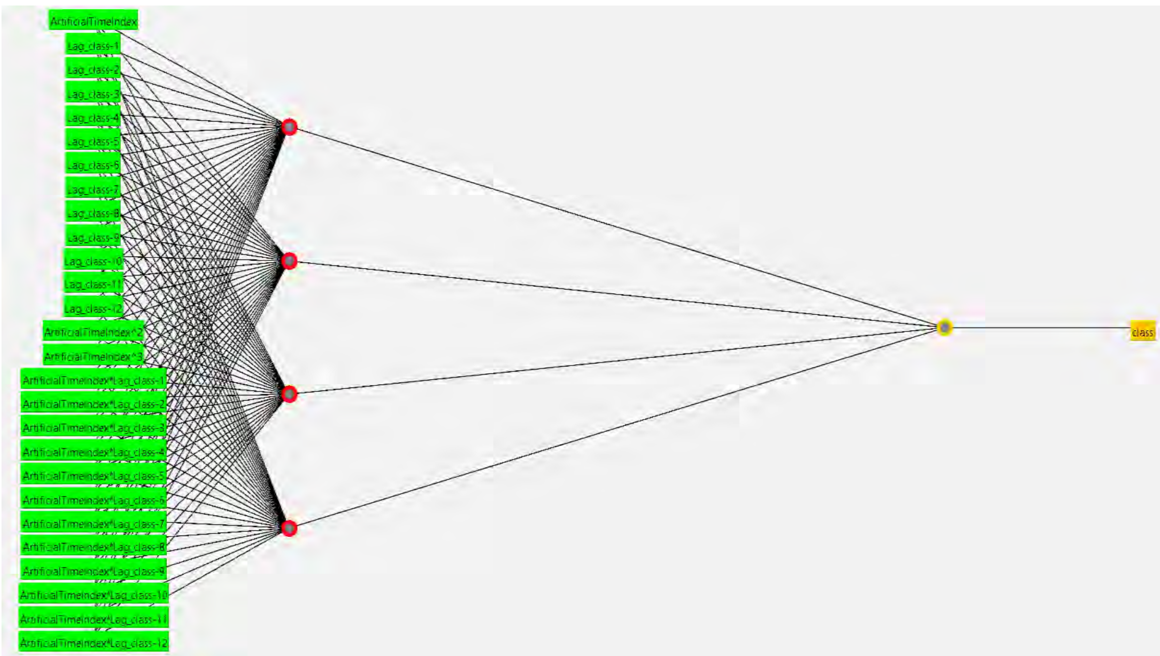
$$\mathbf{f(n) = \frac{1}{1+e^{-n}}} \quad \textbf{όπου } \mathbf{0 \leq f(n) \leq 1} \quad \text{ή} \qquad \mathbf{6.3}$$

$$\mathbf{f(n) = \tanh(x)} \quad \textbf{όπου } \mathbf{-1 \leq f(n) \leq 1} \qquad \mathbf{6.4}$$

Στην πράξη έχουν επικρατήσει τα δίκτυα πολλαπλών επιπέδων εμπρόσθιας τροφοδότησης όπου τα σήματα από τις εισόδους διαβιβάζονται σε ένα ή και περισσότερα κρυφά στρώματα νευρώνων όπου γίνεται περαιτέρω μετασχηματισμός των συναπτικών βαρών.

Μία από τις επικρατέστερες μεθόδους για την εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου είναι αυτή της οπισθοδιάδοσης του σφάλματος. Ανάλογα με την τιμή της εξόδου υπολογίζεται το σφάλμα στη συνάρτηση ενεργοποίησης. Περαιτέρω, με τη βοήθεια της μερικής παραγώγου της συνάρτησης, τα βάρη επικαιροποιούνται και επαναλαμβάνεται η διαδικασία από την αρχή. Ανάλογα με την τιμή του κατωφλίου, μετά από κάποιες επαναλήψεις, η διαδικασία σταματάει και λαμβάνουμε την τελική τιμή εξόδου.

Για την πρόβλεψη των τιμών του πετρελαίου χρησιμοποιήθηκε ένα πολυστρωματικό δίκτυο με ένα κρυφό στρώμα τεσσάρων νευρώνων. Με τη βοήθεια του λογισμικού Weka, κατασκευάστηκε το δίκτυο και απεικονίζεται στο γράφημα 6.7.



Γράφημα 6.7. Πολυστρωματικό νευρωνικό δίκτυο (MLP) με ένα κρυφό στρώμα τεσσάρων νευρώνων. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Weka).

Το δίκτυο αυτό, έδωσε προβλέψεις για τις επόμενες τρείς μελλοντικές τιμές, όπως αποτυπώνονται στον πίνακα 6.2.

Πραγματική τιμή	Τιμή πρόβλεψης	MSE	RMSE
115.07	115.24	0.0289	0.17
118.87	119.14	0.0729	0.27
120.67	120.54	0.0169	0.13

Πίνακας 6.2. Πρόβλεψη τιμών με πολυστρωματικό δίκτυο. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Weka).

Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) για την πρόβλεψη των τριών τιμών ισούται με: 0.040.

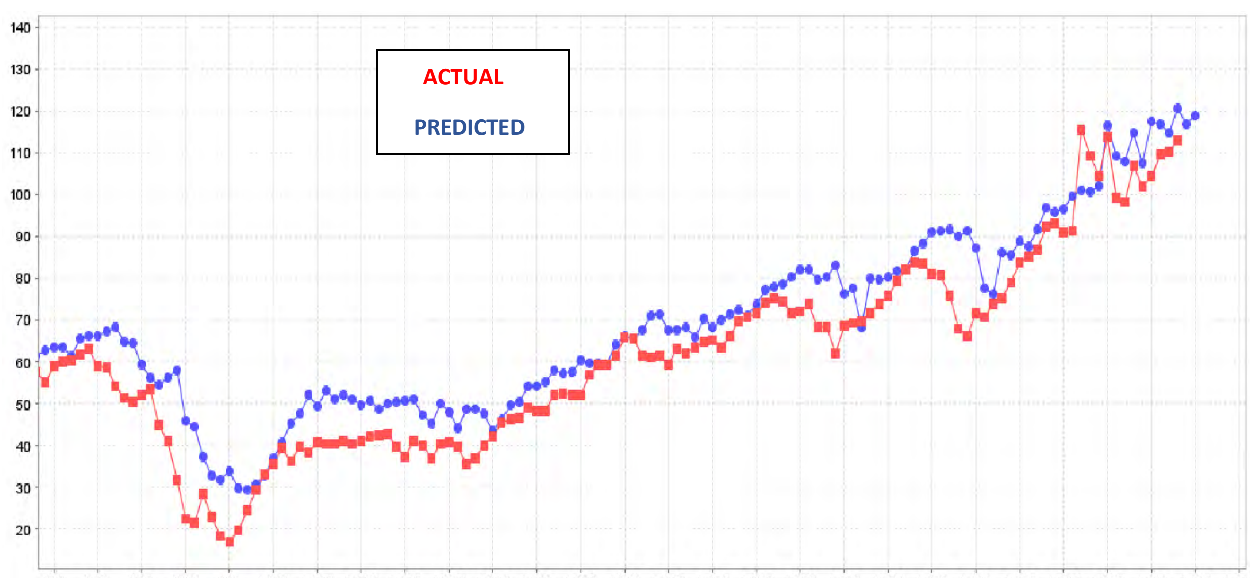
Η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) για την πρόβλεψη των τριών μελλοντικών τιμών ισούται με: 0.199.

Στην προσπάθεια πρόβλεψης περαιτέρω μελλοντικών τιμών το μοντέλο αποτυγχάνει.

Στο παρακάτω γράφημα 6.8, απεικονίζεται η πρόβλεψη των τριών μελλοντικών σημείων μαζί με την αποτύπωση των τελευταίων χρονικά τιμών της χρονοσειράς.

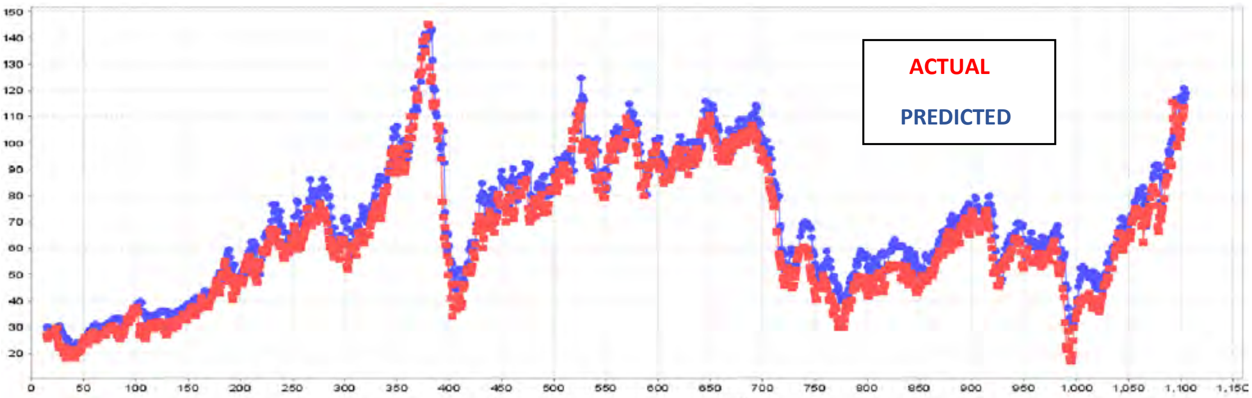
Γράφημα 6.8. Απεικόνιση πρόβλεψης τριών μελλοντικών τιμών. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Weka).

Στο γράφημα 6.9, απεικονίζεται η πρόβλεψη καθώς και η εξέλιξη των πραγματικών τιμών αλλά και των προβλέψεων του μοντέλου για τις τελευταίες χρονικά τιμές της χρονοσειράς.



Γράφημα 6.9. Πραγματικές τιμές και τιμές πρόβλεψης των τελευταίων χρονικά 125 σημείων. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Weka).

Τέλος, στο γράφημα 6.10, απεικονίζονται οι πραγματικές τιμές και οι τιμές πρόβλεψης για το σύνολο της χρονοσειράς των τιμών του πετρελαίου.



Γράφημα 6.10. Πραγματικές τιμές και τιμές πρόβλεψης. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Weka).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7-ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Στην παρούσα εργασία, το κύριο ερευνητικό ερώτημα που τέθηκε, αφορούσε στη διερεύνηση της δυναμικής του συστήματος μιας χρονοσειράς των τιμών του πετρελαίου WTI καθώς και των πρώτων διαφορών της. Συγκεκριμένα, ερευνήθηκε ένα διακριτό δυναμικό σύστημα 1103 τιμών πετρελαίου που αφορούσε στο χρονικό διάστημα από 02/04/2001 έως 16/05/2022, όπως αυτές αντλήθηκαν από την ιστοσελίδα yahoo.finance και αφορούν στις διαπραγματεύσεις στο χρηματιστήριο εμπορευμάτων της Νέας Υόρκης (NYMEX).

Η δυναμική της εξεταζόμενης χρονολογικής σειράς και των αποδόσεών της εξετάσθηκε με την περιγραφική στατιστική αλλά και με τη θεωρία του χάους. Ειδικότερα, έγινε ανακατασκευή του χώρου των καταστάσεων σύμφωνα με το θεώρημα του Takens (1981) και υπολογίστηκαν τα μη-γραμμικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών.

Επικουρικά, η ανάλυση επεκτάθηκε και στην εξεύρεση των τοπολογικών ιδιοτήτων της χρονοσειράς των τιμών του πετρελαίου. Ο σκοπός αυτός, επιτεύχθηκε με το μετασχηματισμό της σειράς σε δίκτυο, με τη μέθοδο της ορατότητας των Lacasa et al., (2008).

Επιπλέον σκοπό της εργασίας, αποτέλεσε η κατασκευή δύο μοντέλων πρόβλεψης των μελλοντικών εβδομαδιαίων τιμών του πετρελαίου WTI με δύο από τις δημοφιλέστερες στην υπάρχουσα βιβλιογραφία μεθόδους. Τη μέθοδο των κοντινότερων γειτόνων και με την κατασκευή ενός πολυστρωματικού νευρωνικού δικτύου (MLP), με ένα κρυφό στρώμα νευρώνων, εμπρόσθιας τροφοδότησης που εκπαιδεύεται με τη μέθοδο της οπισθοδιάδοσης του σφάλματος.

7.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ

Από την επισκόπηση των περιγραφικών στατιστικών μέτρων των αποδόσεων της χρονοσειράς, προκύπτει υψηλή τιμή τυπικής απόκλισης (3.15) η οποία συνδέεται και με μεγαλύτερο «κίνδυνο» στις τοποθετήσεις σε χρηματιστηριακά προϊόντα πετρελαίου όπως σε συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης και δικαιωμάτων προαίρεσης (futures & options) (Alvarez-Ramirez,2003). Η τυπική απόκλιση των εβδομαδιαίων λογαριθμικών αποδόσεων του πετρελαίου έχει τιμή 0.055 και είναι κατά πολύ υψηλότερη αυτής του δείκτη S&P 500 (0.025) και του χρυσού (0.024) για την ίδια χρονική περίοδο. Η ασυμμετρία ερμηνεύει την επίδραση των προσωπικών επενδυτικών επιλογών στη φύση επεξεργασίας της πληροφορίας (Kyrtsou & Malliaris,2009). Όταν η επεξεργασία είναι συμμετρική, τότε το μέτρο ισούται με μηδέν. Όταν υφίσταται ασύμμετρη επεξεργασία, το στατιστικό μέτρο έχει θετική ή αρνητική τιμή. Από την τιμή της ασσυμετρίας στις αποδόσεις της εξεταζόμενης χρονοσειράς (-0.42), τεκμαίρεται ότι υφίσταται αρνητική ασσυμετρία στην επεξεργασία της πληροφορίας. Στις αγορές, όταν προκύπτει κάποια πληροφόρηση, οι επενδυτές αντιδρούν πολλές φορές υπερβολικά (Kyrtsou & Malliaris,2009). Αυτή η υπερ-αντίδραση, απεικονίζεται στατιστικά με το μέτρο της κύρτωσης. Στη χρονοσειρά των αποδόσεων του πετρελαίου, η τιμή της κύρτωσης είναι υψηλή (9.19) και καταδεικνύει το γεγονός ότι υφίσταται υπερ-αντίδραση των επενδυτών στις μεταβολές των τιμών.

Στον πίνακα 7.1, απεικονίζονται οι τιμές των περιγραφικών στατιστικών μέτρων της τυπικής απόκλισης, της ασσυμετρίας και της κύρτωσης, των αποδόσεων της χρονοσειράς του πετρελαίου WTI.

Περιγραφικά στατιστικά μέτρα	
Τυπική απόκλιση	**3.15**
Ασσυμετρία	**-0.42**
Κύρτωση	**9.19**

Πίνακας 7.1 . Περιγραφικά στατιστικά μέτρα αποδόσεων πετρελαίου. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (EViews).

7.2 ΤΙΜΗ ΧΡΟΝΙΚΗΣ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ τ

Με τη μέθοδο της ανακατασκευής του χώρου των φάσεων, κατασκευάσαμε ένα νέο διαφορομορφικό χώρο φάσεων διάστασης m για κάθε χρονοσειρά (τιμών και αποδόσεων) όπου ο ανακατασκευασμένος «παράξενος» ελκυστής έχει τα ίδια τοπολογικά χαρακτηριστικά του αρχικού ελκυστή. Επιτεύχθηκε, δηλαδή, «εμβύθιση» του αρχικού ελκυστή στον ανακατασκευασμένο ελκυστή (Takens,1981). Για την ανακατασκευή χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των υστερήσεων (method of delays) και τα σημεία x_i κάθε σειράς σχηματίσθηκαν σύμφωνα με τη συνάρτηση:

$$\mathbf{x_i = (x_i, x_{i-\tau}, \ldots\ldots, x_{i-(m-1)\tau})'} \qquad \mathbf{7.1}$$

Για τον υπολογισμό της υστέρησης τ, χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση της αμοιβαίας πληροφορίας (average mutual information, AMI). Η συνάρτηση αυτή, στην περίπτωση μιας αυτοτελούς χρονοσειράς, καταμετρά τις γραμμικές και μη-γραμμικές συσχετίσεις μεταξύ των τιμών της. Το μέτρο αυτό εκφράζει τη «μνήμη» της χρονοσειράς αφού όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του τόσο μεγαλύτερη είναι και η μακροχρόνια εξάρτηση μεταξύ των σημείων της σειράς. Με τη μέθοδο αυτή, υπολογίστηκε η τιμή του τ σε 27 για τη σειρά των τιμών και 1 για τη σειρά των αποδόσεων.

7.3 ΤΙΜΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ ΕΜΒΥΘΙΣΗΣ m ΚΑΙ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ v

Στη συνέχεια, υπολογίστηκε η τιμή της διάστασης εμβύθισης m του ανακατασκευασμένου χώρου των καταστάσεων, σύμφωνα με τη συνθήκη $m \geq 2D+1$ του Takens (1981), αξιοποιώντας τρία ερευνητικά εργαλεία : τη μέθοδο των ψευδών κοντινότερων γειτόνων (Kennel et al.,1992; Hegger & Kantz,1999), τη μέθοδο των Grassberger & Procaccia (1983) και τη μέθοδο του Cao (1997). Τα αποτελέσματα κατέδειξαν μία διάσταση εμβύθισης m ίση με 7 για τη σειρά των τιμών και ίση με 9 για τη σειρά των αποδόσεων. Η μέθοδος των Grassberger & Procaccia (1983), ανέδειξε και την τιμή της μορφοκλασματικής διάστασης του ελκυστή d, στην τιμή 3.343 για τη σειρά των τιμών και 6.313 για τη σειρά των αποδόσεων. Όπως κάθε γεωμετρικό αντικείμενο, ο ανακατασκευασμένος «παράξενος» ελκυστής, χαρακτηρίζεται από την Ευκλείδεια διάσταση του χώρου του (στις χρονοσειρές της εργασίας αυτής: 7 και 9) αλλά και από την τοπολογική-μορφοκλασματική διάσταση της πολλαπλότητας η οποία καταδεικνύει την αυτο-ομοιότητα του συστήματος. Η τιμή αυτή (3.343 και 6.313), ως μη ακέραιος αριθμός, αναδεικνύει το χαοτικό χαρακτήρα των εξεταζόμενων χρονοσειρών. Επιπλέον, η διαφορά στη μορφοκλασματική διάσταση μεταξύ της σειράς των τιμών και των αποδόσεων ερμηνεύεται ως ύπαρξη σημαντικού σκέλους θορύβου ο οποίος «μολύνει» τη χρονοσειρά και καθιστά τον ορίζοντα πρόβλεψης μελλοντικών τιμών περιορισμένο (Hanias et al.,2020).

7.4 ΤΙΜΗ ΧΡΟΝΙΚΟΥ ΠΑΡΑΘΥΡΟΥ τ_w

Υπολογίσθηκε η τιμή του «χρονικού παραθύρου» από τη συνάρτηση:

$$\boldsymbol{\tau_w = (m-1)\tau} \qquad \textbf{7.2}$$

Στο χρονικό αυτό παράθυρο, μεταφέρεται η πληροφορία στον ανακατασκευασμένο χώρο από τις σειρές των τιμών και των αποδόσεων (Fraser & Swinney,1986;Theiler,1990; Sauer et al., 1991;Kugiumtzis et al.,1994; Kugiumtzis,1996; Kantz & Schreiber,2004). Η τιμή του παραθύρου πρέπει να είναι τέτοια ώστε να επιτευχθεί ορθή ανακατασκευή του χώρου των φάσεων. Χρησιμοποιώντας το γράφημα διαχωρισμού των χρονικών διαστημάτων (space time separation plot), (Provenzale et al.,1992;Kantz & Schreiber,2004), επιλέχθηκε οριστικά για τη σειρά των τιμών η τιμή του τ_w=170 και για την σειρά των αποδόσεων η τιμή τ_w=8.

7.5 ΤΙΜΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΑΝΑΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΜΕΝΟΥ ΧΩΡΟΥ R^m

Η ανακατασκευή του χώρου των καταστάσεων ολοκληρώθηκε και για τις δύο χρονοσειρές αφού χρησιμοποιήθηκαν με τη μέθοδο των χρονικών υστερήσεων (method of delays, MOD) οι τιμές διάστασης εμβύθισης m, χρονικής υστέρησης τ και χρονικού παραθύρου τ_w, όπως στον παρακάτω πίνακα 7.2.

Χρονοσειρά	**τ**	**m**	**τ_w**
Τιμές	27	7	170
Αποδόσεις	1	9	8

Πίνακας 7.2. Τιμές τ,m και τ_w των ανακατασκευασμένων χώρων. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία.

7.6 ΤΙΜΗ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΕΚΘΕΤΗ LYAPUNOV λ_1

Σε ένα χαοτικό σύστημα, δύο γειτονικές τροχιές του ανακατασκευασμένου χώρου εμβύθισης αποκλίνουν εκθετικά. Ο μέγιστος εκθέτης ο οποίος προσδιορίζει την απόκλιση, ονομάζεται εκθέτης Lyapunov και συμβολίζεται με λ_1. Ο εκθέτης αυτός εκτιμάται χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση,

$$\lambda_1 = \frac{1}{Nt}\sum_{i=1}^{N} \log \frac{\delta_{t,i}}{\delta_{0,i}} \qquad \textbf{7.3}$$

Χρησιμοποιήθηκαν διάφορες μέθοδοι γνωστές από τη βιβλιογραφία (Wolf et al.,1985;Hegger et al.,1999; Kantz & Schreiber,2004, Perc,2006) και η έρευνα κατέληξε σε μια τιμή ίση περίπου με 0.100 για τη σειρά των τιμών και 0.150 για τη σειρά των αποδόσεων. Οι θετικές αυτές τιμές, ενισχύουν την εκτίμηση ότι τα εξεταζόμενα συστήματα είναι αιτιοκρατικά και ευαίσθητα στις αλλαγές στις αρχικές συνθήκες.

7.7 ΤΙΜΗ ΕΝΤΡΟΠΙΑΣ KOLMOGOROV-SINAI KS

Η εντροπία καταμετρά την πολυπλοκότητα ενός συστήματος και θετική τιμή της μεταφράζεται σε ύπαρξη χάους. Ο Pesin (1977), κατέδειξε τη σχέση μεταξύ της εντροπίας KS και των εκθετών Lyapunov, διατυπώνοντας και αποδεικνύοντας την περίφημη «Pesin entropy formula», η οποία αφορά την -υπό προϋποθέσεις- ισότητα της εντροπίας KS με το άθροισμα των θετικών εκθετών Lyapunov ενός μη-γραμμικού, αιτιοκρατικού συστήματος.

Τα συστήματα αυτά έχουν θετική τιμή εντροπίας KS η οποία καταδεικνύει το ρυθμό απώλειας της πληροφορίας που προέρχεται από την ταχύτητα με την οποία οι τροχιές δύο σημείων αποκλίνουν με την πάροδο του χρόνου (Eckmann & Ruelle,1985; Nicolis & Daems,1998).

Στην πράξη υπολογίζουμε τη μεταβολή της τιμής της εντροπίας S για κάθε δύο χρονικές στιγμές t και t+1. Έτσι, ορίζουμε ως εντροπία KS, $\mathbf{K_n}$:

$$\mathbf{K_n = \frac{1}{\tau} (S_{t+1} - S_t)} \qquad \mathbf{7.4}$$

Η τιμή της εντροπίας υπολογίστηκε θετική (χαρακτηριστικό των χαοτικών συστημάτων) και ίση με 0.29 & 0.31 για τις σειρές των τιμών και αποδόσεων αντίστοιχα.

7.8 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ ΦΑΣΜΑΤΩΝ ΙΣΧΥΟΣ

Η ανάλυση του φάσματος ισχύος μπορεί να εντοπίσει ιδιότητες που σχετίζονται με την περιοδικότητα των τιμών αφού εντοπίζει τις συχνότητες που έχουν μεγαλύτερη ισχύ (Welch, 1967; Κουγιουμτζής,2014).

Ο μετασχηματισμός Fourier X_k για ένα διακριτό δυναμικό σύστημα δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{X_k = \sum_{t=0}^{N-1} x_t \exp - \frac{i2\pi kt}{N}, \text{ για } k = 0,\ldots.., N\text{-}1} \qquad \mathbf{7.5}$$

Από την επισκόπηση των φασμάτων στην ενότητα 5.2.7, προκύπτουν περιοδογράμματα ευρυζωνικά και συνεχή που καταδεικνύουν μη-περιοδικά σήματα. Το γεγονός αυτό, υποδηλώνει -σε συνδυασμό και με τα άλλα ευρήματα- τη χαοτική συμπεριφορά των χρονοσειρών.

7.9 ΤΙΜΗ ΕΚΘΕΤΗ HURST

Οι Hurst (1951) και Weron (2002), αναφέρουν ότι ο εκθέτης Hurst χρησιμεύει στην εύρεση μακράς κλίμακας συσχετίσεων και καταμετρά τη μακροχρόνια μνήμη μιας χρονοσειράς.

Ο εκθέτης Hurst για τις εξεταζόμενες χρονοσειρές υπολογίστηκε με την ανάλυση R/S στην τιμή:

- Χρονοσειρά τιμών = 0.855
- Χρονοσειρά πρώτων διαφορών = 0.632

Περαιτέρω, με την ανάλυση DFA, υπολογίστηκε στην τιμή των 1.38 και 0.56 αντίστοιχα.

Η αξιοπιστία της πρόβλεψης μελλοντικών τιμών αιτιοκρατικών συστημάτων εξαρτάται από τη μακροχρόνια μνήμη μιας χρονοσειράς. Η μακροχρόνια θετική αυτοσυσχέτιση των τιμών επηρεάζει τις προβλέψεις για μια ασυνήθιστα μακρά χρονική περίοδο (Weron,2002). Όπως είναι γνωστό από την εργασία των Mantegna & Stanley (1995), οι φρακταλικές χρονολογικές σειρές χαρακτηρίζονται από μακροχρόνια μνήμη. Επιπλέον, η ανάλυση DFA κατέδειξε ότι η χρονοσειρά των τιμών του πετρελαίου, χαρακτηρίζεται από ισχυρές μακροχρόνιες συσχετίσεις οι οποίες δεν είναι αποτέλεσμα ενός τύπου νόμου δύναμης αφού ο συντελεστής Hurst υπολογίστηκε σε τιμή ίση με 1.38≥ 1 (Peng et al.,1995).

7.10 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ

Τα διαγράμματα επαναλήψεων χρησιμοποιούνται ως διαγνωστικό εργαλείο για την απεικόνιση της δυναμικής συμπεριφοράς των χρονοσειρών. Ένα διάγραμμα επανάληψης (recurrence plot), αποτυπώνει σε κάθε χρονική στιγμή i, τους χρόνους στους οποίους η κατάσταση ενός δυναμικού συστήματος επιστρέφει στην προηγούμενη κατάσταση (Eckmann et al.,1995).

Οι αποστάσεις του $\overline{x_\iota}$ από τα άλλα (N-1) σημεία $\overline{x_J}$ απεικονίζονται σε δισδιάστατο πίνακα R, ως:

$$\mathbf{R_{i,j}^{(\varepsilon)} = \Theta\,(\varepsilon - ||\overline{x_\iota} - \overline{x_j}||),\ i,j = 1,2,\ldots\ldots,N} \qquad \mathbf{7.6}$$

Όπως αναλύθηκε στην ενότητα 5.2.9, παρατηρείται μια κανονικότητα των χαρακτηριστικών των διαγραμμάτων επανάληψης (reccurence plots) που προκύπτει από τις χρονικές επαναλήψεις των τροχιών και αποτελεί ιδιότητα των αιτιοκρατικών-χαοτικών συστημάτων.

7.11 ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΔΙΚΤΥΟΥ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ

Κάθε σημείο της χρονοσειράς μετασχηματίσθηκε σε κόμβο δικτύου όπου το σύνολο των κόμβων συνδέεται με ακμές ώστε τελικά να δημιουργείται ένας γράφος-δίκτυο. Ο μετασχηματισμός, διενεργήθηκε με τον αλγόριθμο των Lacasa et al., (2008), με τη βοήθεια της ανισότητας:

$$\mathbf{x(t_k) < x(t_i) + (x(t_j) - x(t_i))\frac{t_k - t_i}{t_{j-t_k}}} \quad \mathbf{7.7}$$

Οι τοπολογικές ιδιότητες του δικτύου συνδέονται άμεσα με τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς και αποτυπώνουν τη δυναμική του εξεταζόμενου συστήματος (Charakopoulos et al.,2014). Οι ιδιότητες αυτές του είναι:

- Μέσος βαθμός δικτύου (Average Degree): 14.78
- Διάμετρος δικτύου (Network Diameter): 8
- Διαμερισματοποίηση (Modularity): 0.724
- Συντελεστής ομαδοποίησης (Average clustering coefficient) : 0.699
- Μέσο μήκος διαδρομής (Average path length) : 3.972

Κάθε κόμβος συνδέεται κατά μέσο όρο με 14.78 διαφορετικούς κόμβους. Λίγοι κόμβοι έχουν μεγάλο βαθμό και πολλοί έχουν μικρό βαθμό.
Η διάμετρος του δικτύου είναι ίση με 8. Η μέση μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ δύο οποιονδήποτε κόμβων με τη συντομότερη διαδρομή είναι ίση με 8. Η ιδιότητα αυτή, μας ενημερώνει για τη μεγάλη ταχύτητα μετάδοσης της «πληροφορίας» εντός του δικτύου του πετρελαίου.

Η υψηλή τιμή της ιδιότητας της διαμερισματοποίησης (modularity), ίσης με 0.724, αποτυπώνει την ιδιότητα του δικτύου που έχει ισχυρούς συνδέσμους μεταξύ των κόμβων στις σχηματιζόμενες ομάδες τους αλλά αδύναμες συνδέσεις μεταξύ των ομάδων αυτών. Το εξεταζόμενο δίκτυο έχει την τάση να σχηματίζει μεγάλες ομάδες-κοινότητες με πολλούς κόμβους.

Η -επίσης- υψηλή τιμή του συντελεστή ομαδοποίησης (0.699), αποδεικνύει ότι οι γειτονικοί κόμβοι ενός τυχαίου κόμβου έχουν την τάση να συνδέονται και αυτοί μεταξύ τους δημιουργώντας συστάδες.

Ο μέσος αριθμός των βημάτων που απαιτούνται για τη μετάβαση από ένα κόμβο σε έναν άλλο είναι ίσος με 3.972. Η τιμή αυτή συνδέεται με την ιδιότητα του δικτύου του πετρελαίου να μεταφέρει την πληροφορία γρήγορα.

Με βάση την εργασία των Travers & Milgram (1969), το δίκτυο του πετρελαίου που κατασκευάστηκε αποτελεί «δίκτυο μικρού κόσμου» (small-world network). Αυτό, προκύπτει από την επισκόπηση της ιδιότητας του μέσου μήκους διαδρομής (average path length), που υπολογίστηκε ίσο με περίπου 4 (3.972).

7.12 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΜΕ ΔΟΚΙΜΗ ΓΑΜΜΑ

Σύμφωνα με τον Kemp (2006), η τιμή της διάστασης εμβύθισης m που προκύπτει με τη δοκιμή Γάμμα δεν είναι πάντα ίση με τη διάσταση εμβύθισης που εξευρίσκεται με μη-γραμμικές μεθόδους (κοντινότεροι γείτονες, κλπ.) αφού στην εφαρμογή του Γάμμα-τεστ το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του θορύβου και ο προσδιορισμός του καλύτερου δυνατού μοντέλου πρόβλεψης.

Στην τιμή της διάστασης αυτής (m=12), ο θόρυβος χαρακτηρίζεται από μια διακύμανση Var(r) στην είσοδο ίσης με 0.324.

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 6.1, από το διάγραμμα διακύμανσης θορύβου και σφάλματος σε σχέση με τον αριθμό των κοντινότερων γειτόνων, επιλέχθηκε η κατάλληλη τιμή του αριθμού των γειτόνων (Pmax) στο σημείο κορεσμού της καμπύλης του σφάλματος (SE), ίσης με Pmax=17.

Επιλέγοντας Pmax = 17, το μοντέλο προβλέπει τη μελλοντική τιμή της επόμενης περιόδου (εβδομάδα) σε 116.78$ αντί της πραγματικής που είναι 115.07$ το βαρέλι, (MSE:2.92 και RMSE:1.71), αποτυγχάνοντας στην προσπάθεια πρόβλεψης περαιτέρω μελλοντικών τιμών. Επίσης, αποτυχία πρόβλεψης παρατηρείται και για διαφορετικές τιμές του Pmax.

Περαιτέρω, χρησιμοποιώντας τη χρονοσειρά των πρώτων διαφορών και επιλέγοντας ένα μοντέλο πρόβλεψης με m=9 και Pmax=7, επιτυγχάνεται ικανοποιητική πρόβλεψη των επόμενων τριών τιμών, όπως αναλύθηκε στην ενότητα 6.1, με MSE:2.361 και RMSE:1.537 για τη συνολική πρόβλεψη.

Στην προσπάθεια πρόβλεψης περαιτέρω μελλοντικών τιμών το μοντέλο αποτυγχάνει.

7.13 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΜΕ ΝΕΥΡΩΝΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ

Για την πρόβλεψη των τιμών του πετρελαίου, χρησιμοποιήθηκε ένα πολυστρωματικό δίκτυο με ένα κρυφό στρώμα τεσσάρων νευρώνων, εμπρόσθιας τροφοδότησης και μέθοδο εκπαίδευσης την οπισθοδιάδοση του σφάλματος.

Τα σήματα εισόδου, έστω x_i, που εισάγονται στο δίκτυο, πολλαπλασιάζονται με τα βάρη w_i και αθροίζονται σχηματίζοντας ένα σταθμικό άθροισμα n,

$$\mathbf{n = \sum_i w_i x_i} \qquad \mathbf{7.8}$$

Για κάθε τιμή εξόδου υπολογίσθηκε το σφάλμα στη συνάρτηση ενεργοποίησης. Με τη βοήθεια της μερικής παραγώγου της συνάρτησης, τα βάρη επικαιροποιήθηκαν και επαναλήφθηκε η διαδικασία από την αρχή. Μετά από πεντακόσιες (500) επαναλήψεις, η διαδικασία περαιώθηκε και λάβαμε την τελική τιμή εξόδου που αποτελεί την πρόβλεψη των τριών μελλοντικών (εβδομαδιαίων) τιμών της χρονοσειράς του πετρελαίου.

Όπως απεικονίζεται στην ενότητα 6.2, οι προβλέψεις των μελλοντικών τριών τιμών προσεγγίστηκαν με εξαιρετική ακρίβεια. Ειδικότερα, η τιμή του σφάλματος για τη συνολική πρόβλεψη υπολογίστηκε σε χαμηλά επίπεδα (MSE: 0.040 και RMSE:0.199).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία, εξετάσθηκε αναλυτικά το ενδεχόμενο οι χρονοσειρές των εβδομαδιαίων τιμών και των πρώτων διαφορών του πετρελαίου-WTI, για μια χρονική περίοδο είκοσι ετών (2001-2022), να έχουν χαοτικά χαρακτηριστικά.

Η ανάλυση με τη θεωρία του χάους, η εύρεση της τιμής της μορφοκλασματικής διάστασης του ελκυστή που είναι μη-ακέραιος αριθμός, η θετική τιμή του μέγιστου εκθέτη Lyapunov, η θετική τιμή της εντροπίας Kolmogorov-Sinai, η ευρυζωνικότητα και η συνέχεια των φασμάτων ισχύος, η υψηλή τιμή του εκθέτη του Hurst σύμφωνα με την ανάλυση R/S και DFA και η κανονικότητα των χαρακτηριστικών των διαγραμμάτων επανάληψης, υποδεικνύουν την ύπαρξη χαοτικών ιδιοτήτων στις εξεταζόμενες χρονολογικές σειρές.

Όπως προέκυψε, οι εξεταζόμενες χρονοσειρές, χαρακτηρίζονται ως αιτιοκρατικά-χαοτικά διακριτά δυναμικά συστήματα με ύπαρξη θορύβου. Η ύπαρξη θορύβου, που αποτελεί το στοχαστικό μέρος των χρονοσειρών, οφείλεται σε απροσδιόριστους παράγοντες και επηρεάζει τα δυναμικά συστήματα κατά την εξέλιξή τους (δυναμικός θόρυβος).

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ανακατασκευής των χώρων των φάσεων, προβήκαμε στη δημιουργία μοντέλων πρόβλεψης μελλοντικών τιμών με μικρό χρονικό ορίζοντα. Παρατηρήθηκε ότι το σφάλμα μεγεθύνεται όσο επεκτείνεται το χρονικό διάστημα πρόβλεψης. Το γεγονός αυτό, αποτελεί σαφή ένδειξη χαοτικής συμπεριφοράς και οφείλεται στην εκθετική σταδιακά απόκλιση μεταξύ γειτονικών σημείων.

Περαιτέρω, το υψηλό επίπεδο επιμονής που καταγράφηκε από την αποτίμηση του εκθέτη του Hurst, επισημαίνει την φρακταλική δομή της χρονοσειράς του πετρελαίου η οποία επιδεικνύει μακροχρόνια μνήμη.

Το γράφημα διάστασης συσχέτισης ν και εμβύθισης m για τις δύο χρονοσειρές, εμφανίζει ένα επίπεδο «κορεσμού» σε μη-ακέραιη τιμή και υποδηλώνει χαμηλής διάστασης παράξενους ελκυστές οι οποίοι δεν καταλαμβάνουν ολόκληρο τον Ευκλείδιο χώρο ανακατασκευής.

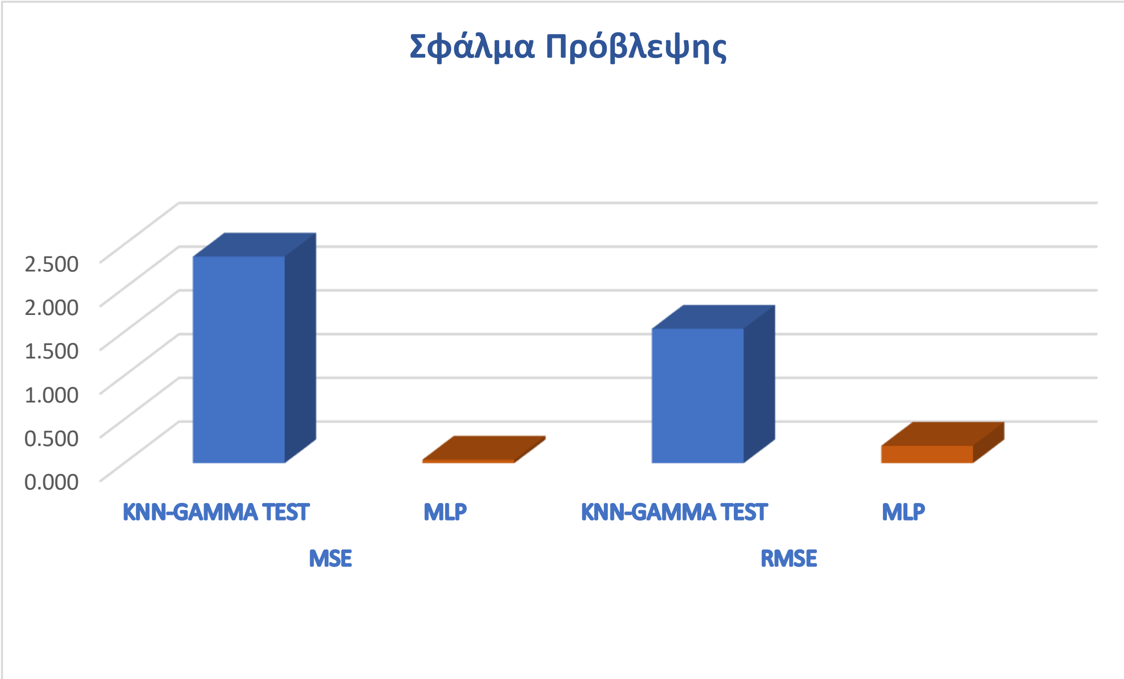
Η θετική τιμή του μέγιστου εκθέτη Lyapunov και της εντροπίας Kolmogorov-Sinai, καταδεικνύει την εκθετική απόκλιση -προϊόντος του χρόνου- μεταξύ γειτονικών τροχιών, ερμηνεύοντας την ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες και επαληθεύοντας την ύπαρξη χαοτικής δυναμικής των δεδομένων των εξεταζόμενων σειρών. Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να σημειωθεί ότι αν και η θετική τιμή του μέγιστου εκθέτη Lyapunov υπολογίστηκε να έχει τιμή ίση με περίπου 0.100, ο ορίζοντας πρόβλεψης αποδείχθηκε ότι ισούται το πολύ με τρεις μελλοντικές τιμές. Είναι γνωστό ότι η παρουσία θορύβου εμποδίζει τον ορθό υπολογισμό των εκθετών (Κουγιουμτζής,2014). Σύμφωνα με τους Pesin (1977);Kamizawa et al., (2014), το μέτρο της εντροπίας Kolmogorov δίνεται από το άθροισμα των θετικών εκθετών Lyapunov και για τις εξεταζόμενες χρονοσειρές υπολογίστηκε να έχει τιμή περίπου ίση με 0.300. Η τιμή αυτή είναι συνεπής με τον ορίζοντα πρόβλεψης που τελικά επιτυγχάνεται από τα μοντέλα μας ($^{1}/_{0.300} \cong 3$).

Ο μετασχηματισμός της χρονοσειράς των τιμών του πετρελαίου σε δίκτυο, σύμφωνα με τον αλγόριθμο της «ορατότητας» των Lacasa et al., (2008), ανέδειξε τις τοπολογικές ιδιότητες του διακριτού συστήματος. Το δίκτυο, έχει την ιδιότητα (modularity=0.724) να έχει ισχυρούς δεσμούς μεταξύ των κόμβων εντός των σχηματιζόμενων ομάδων του αλλά αδύναμες συνδέσεις μεταξύ των ομάδων αυτών. Σχηματίζει μεγάλες ομάδες με πολλούς κόμβους. Λίγοι κόμβοι έχουν πολύ μεγάλο βαθμό (κεντρικοί κόμβοι, hubs) και πολλοί κόμβοι έχουν μικρό βαθμό.

Επιπλέον, η «πληροφορία» εντός του δικτύου, μεταφέρεται «γρήγορα» αφού η διάμετρος του δικτύου και το μέσο μήκος διαδρομής έχουν μικρή τιμή (8 και 3.972 αντίστοιχα) σε σχέση με το μέγεθός του. Για το λόγο αυτό, το εξεταζόμενο δίκτυο αποτελεί ένα «δίκτυο μικρού κόσμου».

Η προσπάθεια πρόγνωσης των μελλοντικών εβδομαδιαίων τιμών, ανέδειξε ένα ορίζοντα πρόβλεψης ίσο με τρεις τιμές. Η μέθοδος των κοντινότερων γειτόνων με τη βοήθεια της στατιστικής Γάμμα και της χρονοσειράς των πρώτων διαφορών αποδείχθηκε πως έχει πολύ καλή προβλεπτική ικανότητα. Περαιτέρω, η πρόβλεψη με τη χρησιμοποίηση ενός πολυστρωματικού νευρωνικού δικτύου, με ένα κρυφό στρώμα τεσσάρων νευρώνων, εμπρόσθιας τροφοδότησης και μέθοδο εκπαίδευσης την οπισθοδιάδοση του σφάλματος, αποδείχθηκε να έχει εξαιρετικής ακρίβειας προβλεπτική ικανότητα.

Στο παρακάτω γράφημα, 8.1, απεικονίζονται τα διαφορετικά επίπεδα σφάλματος με τις δύο μεθόδους. Όπως αποτυπώνεται με ενάργεια, η μέθοδος με νευρωνικό δίκτυο υπερτερεί.



Γράφημα 8.1. Σύγκριση σφάλματος μεταξύ προβλεπτικών μεθόδων με KNN και MLP. **Πηγή**: Ιδία επεξεργασία (Excel).

Παρά τα ενθαρρυντικά αποτελέσματα πρόβλεψης, δεν μπορεί να εξαχθεί γενικό, ασφαλές συμπέρασμα, τόσο για την καλύτερη μέθοδο πρόγνωσης των μελλοντικών τιμών του πετρελαίου όσο και για τις επιμέρους παραμέτρους των δύο μεθόδων (αριθμός γειτόνων, διάσταση εμβύθισης, αριθμός κρυφών στρωμάτων, αριθμός νευρώνων σε κάθε στρώμα, κλπ.). Το γεγονός αυτό προκύπτει, γιατί όπως σε όλες τις οικονομικές χρονοσειρές (Peters,1991), οι μεταβολές διαχρονικά στην τιμή του μέσου και της τυπικής απόκλισης, δυσκολεύουν και περιπλέκουν την προσπάθεια πρόβλεψης τόσο με τη μέθοδο των κοντινότερων γειτόνων όσο και με τη βοήθεια νευρωνικών δικτύων. Εξαιτίας της μη-στασιμότητας, όσο το δυναμικό σύστημα εξελίσσεται στο χρόνο, οι παράμετροι θα πρέπει να επαναπροσδιορίζονται.

Στην εργασία αυτή, αναλύθηκε μία μόνο χρονοσειρά πετρελαίου καθώς και οι αποδόσεις της, σε εβδομαδιαία βάση, χωρίς να εξετασθούν και άλλες χρονοσειρές του ενεργειακού κλάδου ώστε τα αποτελέσματα να πάρουν τη μορφή γενίκευσης. Σε μελλοντικές έρευνες, η διερεύνηση της δυναμικής αναφορικά με το πετρέλαιο Brent, τα παράγωγα προϊόντα πετρελαίου, το φυσικό αέριο, τη χρονολογική σειρά της μεταβλητότητας (volatility) αλλά και των ημερήσιων τιμών του πετρελαίου WTI, θα αποτύπωνε πειστικά και με μεγαλύτερη ακρίβεια την υποκείμενη δυναμική του συστήματος που άπτεται των αγορών ενέργειας.

Η παρούσα έρευνα, δύναται να φανεί χρήσιμη σε επενδυτές που δραστηριοποιούνται στην αγορά παραγώγων μελλοντικής εκπλήρωσης και δικαιωμάτων προαίρεσης αφού προτείνει ένα μοντέλο πρόβλεψης βασιζόμενο σε πολυστρωματικό νευρωνικό δίκτυο (MLP), το οποίο φαίνεται να έχει ακριβή προγνωστική ικανότητα.

Η ιδιαιτερότητα της εργασίας αυτής καθώς και η συμβολή της στην έρευνα, έγκειται στο γεγονός ότι εξετάζεται η χρονολογική σειρά των τιμών του πλέον δημοφιλούς προϊόντος στην αγορά παραγώγων, τόσο προγενέστερα όσο και μεταγενέστερα της εισβολής της Ρωσίας στην Ουκρανία. Εισβολή, που εκτίναξε την τιμή του σε πολύ υψηλά επίπεδα και κατέστησε την προσπάθεια πρόγνωσης των τιμών του ακόμα δυσκολότερη.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Abarbanel, H. D. (1996). Choosing the dimension of reconstructed phase space. In Analysis of observed chaotic data (pp. 39-67). Springer, New York, NY.
2. Adrangi, B., Chatrath, A., Dhanda, K. K., & Raffiee, K. (2001). Chaos in oil prices? Evidence from futures markets. Energy Economics, 23(4), 405-425.
3. Aleksander, I., & Morton, H. (1990). The logic of neural cognition. In Advanced Neural Computers (pp. 97-102). North-Holland.
4. Alligood, K. T., Sauer, T. D. &Yorke, J. A. (2000). Chaos, an Introduction to Dynamical Systems, Springer.
5. Alvarez-Ramirez, J., Soriano, A., Cisneros, M., & Suarez, R. (2003). Symmetry/anti-symmetry phase transitions in crude oil markets. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 322, 583-596.
6. Anastasio, T. J. (2010). Tutorial on neural systems modeling. Sinauer Associates.
7. Barthélemy, M. (2011). Spatial networks. Physics reports, 499(1-3), 1-101.
8. Bastian, M., Heymann, S., & Jacomy, M. (2009). Gephi: an open-source software for exploring and manipulating networks. ICWSM, 8, 361-362.
9. Cao, L. (1997). Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series. Physica D: Nonlinear Phenomena, 110(1-2), 43-50.
10. Casdagli, M., Eubank, S., Farmer, J. D., & Gibson, J. (1991). State space reconstruction in the presence of noise. Physica D: Nonlinear Phenomena, 51(1-3), 52-98.
11. Cedeño, N., Carillo, G., Ayala, M. J., Lalvay, S., & Infante, S. (2021, November). Analysis of Chaos and Predicting the Price of Crude Oil in Ecuador Using Deep Learning Models. In International Conference on Advanced Research in Technologies, Information, Innovation and Sustainability (pp. 318-332). Springer, Cham.
12. Charakopoulos, A. K., Karakasidis, T. E., Papanicolaou, P. N., & Liakopoulos, A. (2014). The application of complex network time series analysis in turbulent heated jets. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 24(2), 024408.
13. Diestel, R. (2000). An accessibility theorem for infinite graph minors. Journal of Graph Theory, 35(4), 273-277.
14. Donges, J. F., Zou, Y., Marwan, N., & Kurths, J. (2009). Complex networks in climate dynamics. The European Physical Journal Special Topics, 174(1), 157-179.
15. Durrant, P., (2001). winGamma : a non-linear data analysis and modelling tool with applications to flood prediction, thesis, Department of Computer Science, Cardiff University.
16. Eckmann, J. P., & Ruelle, D. (1985). Ergodic theory of chaos and strange attractors. The theory of chaotic attractors, 273-312.
17. Eckmann, J. P., Kamphorst, S. O., & Ruelle, D. (1995). Recurrence plots of dynamical systems. World Scientific Series on Nonlinear Science Series A, 16, 441-446.
18. Elsner, J. B., & Tsonis, A. A. (1996). Phase Space Reconstruction. In Singular Spectrum Analysis (pp. 143-155). Springer US.
19. Eubank, S., Casdagli, M., Farmer, J. D., & Gibson, J. (1990, December). State space forecasting and noise reduction. In 29th IEEE Conference on Decision and Control (pp. 641-642). IEEE.

20. Farmer, J. D., & Sidorowich, J. J. (1988). Predicting chaotic dynamics. Dynamic patterns in complex systems, 265-292.
21. Feigenbaum, M. J. (1978). Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. Journal of statistical physics, 19(1), 25-52.
22. Fraser, A. M., & Swinney, H. L. (1986). Independent coordinates for strange attractors from mutual information. Physical review A, 33(2), 1134.
23. Grassberger, P., & Procaccia, I. (1983). Characterization of strange attractors. Physical review letters, 50(5), 346.
24. Gu, R., Chen, H., & Wang, Y. (2010). Multifractal analysis on international crude oil markets based on the multifractal detrended fluctuation analysis. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 389(14), 2805-2815.
25. Hanias, M., Tsakonas, S., Magafas, L., Thalassinos, E. I., & Zachilas, L. (2020). Deterministic chaos and forecasting in Amazon? s share prices. Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy, 15(2), 253-273.
26. Haykin, S. (2010). Νευρωνικά Δίκτυα και Μηχανική Μάθηση. Τρίτη Έκδοση, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα, 22.
27. He, L.Y. (2011). Chaotic structures in Brent & WTI crude oil markets: empirical evidence. International Journal of Economics & Finance, 3(5), 242-249.
28. Hegger, R., & Kantz, H. (1999). Improved false nearest neighbor method to detect determinism in time series data. Physical Review E, 60(4), 4970.
29. Hegger, R., Kantz, H., & Schreiber, T. (1999). Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 9(2), 413-435.
30. Hilborn, R. C., Coppersmith, S., Mallinckrodt, A. J., & McKay, S. (1994). Chaos and nonlinear dynamics: an introduction for scientists and engineers. Computers in Physics, 8(6), 689-689.
31. Humphrys, M. (1987). Continuous output, the sigmoid function. Properties of the sigmoid, including how it can shift along axes and how its domain may be transformed.
32. Hurst, H. E. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. Transactions of the American society of civil engineers, 116(1), 770-799.
33. Ikeda, K. (1979). Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by a ring cavity system. Optics communications, 30(2), 257-261.
34. Ikeda, K., Daido, H., & Akimoto, O. (1980). Optical turbulence: chaotic behavior of transmitted light from a ring cavity. Physical Review Letters, 45(9), 709.
35. Ivanov, P. C., Bunde, A., Amaral, L. N., Havlin, S., Fritsch-Yelle, J., Baevsky, R. M., & Goldberger, A. L. (1999). Sleep-wake differences in scaling behavior of the human heartbeat: analysis of terrestrial and long-term space flight data. EPL (Europhysics Letters), 48(5), 594.
36. Jozmaleki, M., Dabbagh, R., & Behnia, S. (2020). Chaos theory and prediction of Future prices in the Oil Products. Chaos, 8(34).
37. Kamizawa, T., Hara, T., & Ohya, M. (2014). On relations among the entropic chaos degree, the Kolmogorov-Sinai entropy and the Lyapunov exponent. Journal of Mathematical Physics, 55(3), 032702.
38. Kantz, H., & Schreiber, T. (2004). Nonlinear time series analysis (Vol. 7). Cambridge university press.

39. Kemp, S. E. (2006). Gamma test analysis tools for non-linear time series. Faculty of Advanced Technology, University of Glamorgan: Wales, UK.
40. Kennel, M. B., Brown, R., & Abarbanel, H. D. (1992). Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. Physical review A, 45(6), 3403.
41. Komijani, A., Naderi, E., & Gandali Alikhani, N. (2014). A hybrid approach for forecasting of oil prices volatility. OPEC Energy Review, 38(3), 323-340.
42. Kugiumtzis, D. (1996). State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series—the role of the time window length. Physica D: Nonlinear Phenomena, 95(1), 13-28.
43. Kugiumtzis, D., & Christophersen, N. D. (1997). State space reconstruction: method of delays vs singular spectrum approach. Research report http://urn. nb. no/URN: NBN: no-35645.
44. Kugiumtzis, D., Lillekjendlie, B., & Christophersen, N. (1994). Chaotic time series. Part I. Estimation of some invariant properties in state space. Modeling Identification and Control, 15(4), 205-228.
45. Kyrtsou, C., and Malliaris A., (2009): The impact of information signals on market prices, when agents have non-linear trading rules, Economic Modelling, vol. 26 (1), pp. 167-176.
46. Lacasa, L., Luque, B., Ballesteros, F., Luque, J., & Nuno, J. C. (2008). From time series to complex networks: The visibility graph. Proceedings of the National Academy of Sciences, 105(13), 4972-4975.
47. Lahmiri, S. (2017). A study on chaos in crude oil markets before and after 2008 international financial crisis. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 466, 389-395.
48. Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic flow. Journal of atmospheric sciences, 20(2), 130-141.
49. Mantegna, R. N., & Stanley, H. E. (1995). Scaling behavior in the dynamics of an economic index. Nature, 376.
50. May, R. M. (1972). Will a large complex system be stable?. Nature, 238(5364), 413-414.
51. McCulloch, W. S., & Pitts, W. (1943). A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. The bulletin of mathematical biophysics, 5(4), 115-133.
52. Mira, J., & Sandoval, F. (1995). From Natural to Artificial Neural Computation: International Workshop on Artificial Neural Networks, Malaga-Torremolinos, Spain, June 7-9, 1995: Proceedings (Vol. 930). Springer Science & Business Media.
53. Moshiri, S., & Foroutan, F. (2006). Forecasting nonlinear crude oil futures prices. The energy journal, 27(4).
54. Newman, M. E. (2006). Modularity and community structure in networks. Proceedings of the national academy of sciences, 103(23), 8577-8582.
55. Nicolis, G., & Daems, D. (1998). Probabilistic and thermodynamic aspects of dynamical systems. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 8(2), 311-320.
56. Panas, E., & Ninni, V. (2000). Are oil markets chaotic? A non-linear dynamic analysis. Energy economics, 22(5), 549-568.

57. Panchal, G., Ganatra, A., Kosta, Y. P., & Panchal, D. (2011). Behaviour analysis of multilayer perceptrons with multiple hidden neurons and hidden layers. International Journal of Computer Theory and Engineering, 3(2), 332-337.
58. Peng, C. K., Buldyrev, S. V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H. E., & Goldberger, A.L. (1994). Mosaic organization of DNA nucleotides. Physical Review E, 49(2), 1685.
59. Perc, M., (2006). Introducing nonlinear time series analysis in undergraduate courses. FIZIKA A-ZAGREB-, 15(1/4), 91.
60. Pesin, Y. B. (1977). Characteristic Lyapunov exponents and smooth ergodic theory. Russian Mathematical Surveys, 32(4), 55.
61. Peters, E. E. (1991). Chaos and order in the capital markets. New York: Wiley Finance Editions.
62. Poincaré, H. (1899). Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste (Vol. 3). Gauthier-Villars et fils.
63. Provenzale, A., Smith, L. A., Vio, R., & Murante, G. (1992). Distinguishing between low dimensional dynamics and randomness in measures time series. Physica D, 58.
64. Rojas, R. (1996). The backpropagation algorithm. In Neural networks (pp. 149-182). Springer, Berlin, Heidelberg.
65. Rosenstein, M. T., Collins J. J. and De Luca, C. J. (1993). A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets Physica D 65:117-134.
66. Rossler, O. (1979). An equation for hyperchaos. Physics Letters A, 71(2-3), 155-157.
67. Rössler, U. (1970). Electron and exciton states in solid rare gases. physica status solidi (b), 42(1), 345-356.
68. Rumelhart, D., & McClelland, J. (1986). On learning the past tenses of English verbs. In Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition, volume 2, pages 216–271. MIT Press.
69. Sauer T., Yorke J.A., & Casdagli M. (1991) Embedology. Journal of statistical Physics, 65(3-4), pp: 579-616.
70. Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. Bell System Technical Journal, 27(3), 379–423.
71. Shannon, C. E. (2001). A mathematical theory of communication. ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review, 5(1), 3-55.
72. Stanley, H. E., Amaral, L. N., Goldberger, A. L., Havlin, S., Ivanov, P. C., & Peng, C. K. (1999). Statistical physics and physiology: monofractal and multifractal approaches. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 270(1-2), 309-324.
73. Stefánsson, A., Končar, N., & Jones, A. J. (1997). A note on the gamma test. Neural Computing & Applications, 5(3), 131-133.
74. Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence (pp. 366-381). Springer Berlin Heidelberg.
75. Theiler, J. (1990). Estimating fractal dimension. J. Opt. Soc. Amer. A 7: 1055-1073.
76. Travers, J., & Milgram, S. (1969). An experimental study of the small world problem. Sociometry, 32(4), 425-443.
77. Tsiotas, D., & Charakopoulos, A. (2018). Visibility in the topology of complex networks. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 505, 280-292.

78. Tsonis, A. A., & Roebber, P. J. (2004). The architecture of the climate network. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 333, 497-504.
79. Wei, Y., Wang, Y., & Huang, D. (2010). Forecasting crude oil market volatility: Further evidence using GARCH-class models. Energy Economics, 32(6), 1477-1484.
80. Welch, P. D. (1967). The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. IEEE Transactions on audio and electroacoustics, 15(2), 70-73.
81. Weron, R. (2002). Estimating long - range dependence: finite sample properties and confidence intervals. Physica A, 312. doi: 10.1016/S0378-4371(02)00961- 5.
82. Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., & Vastano, J. A. (1985). Determining Lyapunov exponents from a time series. Physica D: nonlinear phenomena, 16(3), 285-317.
83. Yang, L., Zhu, Y., & Wang, Y. (2016). Multifractal characterization of energy stocks in China: A multifractal detrended fluctuation analysis. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 451, 357-365.
84. Yang, Li & Wang, Yudong & Wu, Chongfeng. (2012). Oil Price Shocks and Stock Market Returns: Evidence from Oil-Importing and Oil-Exporting Countries. Journal of Comparative Economics. 41. 10.2139/ssrn.2189575.
85. Yin, T., & Wang, Y. (2019). Predicting the price of WTI crude oil using ANN and chaos. Sustainability, 11(21), 5980.
86. Yin, T., & Wang, Y. (2022). Predicting the price of WTI crude oil futures using artificial intelligence model with chaos. Fuel, 316, 122523.
87. Zbilut, J. P., & Webber Jr, C. L. (2006). Recurrence quantification analysis. Wiley encyclopedia of biomedical engineering.
88. Zheng, X. (2013, August). Crude Oil Market Pricing Mechanism analysis and Simulation. In 2013 International Conference on Applied Social Science Research (ICASSR-2013) (pp. 52-55). Atlantis Press.
89. Διαμαντάρας, Κ. (2007). Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα. Αθήνα: Κλειδάριθμος.
90. Κουγιουμτζής Δ. (2014) Ανάλυση χρονοσειρών, Σημειώσεις μεταπτυχιακού προγράμματος "Στατιστική και Επιχειρησιακή Έρευνα", Σχολή Θετικών Επιστημών, Τμήμα Μαθηματικών, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης.
91. Συριόπουλος Κ.,& Λεοντίτσης Α., (2000). Χάος: Ανάλυση και πρόβλεψη χρονοσειρών. Εκδόσεις Ανικούλα, Θεσσαλονίκη.
92. Χαρακόπουλος, Α. (2015). Ανάλυση και ταυτοποίηση χωροχρονικών φαινομένων με χρήση προχωρημένων μεθόδων ανάλυσης χρονοσειρών (Doctoral dissertation, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας. Σχολή Πολυτεχνική. Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών).

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Λογισμικό R

```
> library(mutualinf)
> library(tseriesChaos)
> x=scan('D:\\OIL_WEEK.dat')
Read 1103 items

> mutual(x, partitions = 16, lag.max = 40, plot=TRUE)
> AMI<- mutual(x, partitions = 16, lag.max = 40, plot=TRUE)
> print(AMI)
    0        1        2        3        4        5        6        7
2.4883740 1.7149574 1.5345012 1.4479516 1.3256128 1.2402937 1.1759729 1.1163529
    8        9       10       11       12       13       14       15
1.0715654 1.0244671 0.9937436 0.9706501 0.9344838 0.9176966 0.8818029 0.8653794
   16       17       18       19       20       21       22       23
0.8471512 0.8363708 0.8084670 0.7853613 0.7743293 0.7704812 0.7674988 0.7536220
   24       25       26       27       28       29       30       31
0.7506915 0.7463457 0.7437501 0.7307001 0.7342076 0.7317253 0.7173658 0.7035904
   32       33       34       35       36       37       38       39
0.7002543 0.6791089 0.6673728 0.6594732 0.6462620 0.6302830 0.6372447 0.6248100
   40
0.6017577
> y=scan('D:\\OIL_DIFF.dat')
Read 1102 items
> AMI<- mutual(y, partitions = 16, lag.max = 40, plot=TRUE)
> print(AMI)
     0           1           2           3           4           5
1.568005769 0.070782036 0.076250137 0.068196185 0.074864634 0.052930698
     6           7           8           9          10          11
0.065954111 0.065007589 0.054340625 0.041894607 0.055475591 0.035787894
    12          13          14          15          16          17
0.028749893 0.039929229 0.038753148 0.015767544 0.031870867 0.033394545
    18          19          20          21          22          23
0.023067639 0.021848680 0.030413487 0.018849969 0.022594048 0.016936672
    24          25          26          27          28          29
0.035338177 0.010829219 0.014744174 0.018915553 0.017142360 0.011267170
    30          31          32          33          34          35
0.035677020 0.018770366 0.027967498 0.026207829 0.017495843 0.025879943
    36          37          38          39          40
0.009853648 0.017150628 0.004098298 0.009570560 0.006108691

>fn.out<-false.nearest(x, 8, 27, 170, rt=2, eps=sd(x))
> plot(fn.out)
> fn.out <- false.nearest(y, m=15, d=1, t=8, eps=4*sd(y), rt=2)
> plot(fn.out)
```

```
>library(nonlinearTseries)
>dimension = estimateEmbeddingDim(x, time.lag=27, max.embedding.dim=10,threshold=0.95,
>do.plot=TRUE)
> print(dimension)
[1] 7
> dimension = estimateEmbeddingDim(y, time.lag=1, max.embedding.dim=12,threshold=0.9,
do.plot=TRUE)
> print(dimension)
[1] 9

>cd=corrDim(time.series=x,min.embedding.dim=1,max.embedding.dim=8,time.lag=27,min.radius=1e-
3,max.radius=50,n.points.radius=100,theiler.window=170,number.boxes=100,do.plot=F)
> plot(cd,type="l")
> plotLocalScalingExp(cd,cex=0.5,xlim=c(15,50))
> cd.est = estimate(cd)
> print(cd.est)
[1] 3.343

>cd=corrDim(time.series=y,min.embedding.dim=1,max.embedding.dim=10,time.lag=1,min.radius=1e-
3,max.radius=50,n.points.radius=100,theiler.window=8,number.boxes=100,do.plot=F)
> plot(cd,type="l")
> plotLocalScalingExp(cd,cex=0.5,xlim=c(1,45))
> cd.est = estimate(cd)
> print(cd.est)
[1] 6.313

> tak = buildTakens(x,7,27)
> stp.test = spaceTimePlot(takens=tak,number.time.steps=400,do.plot=TRUE)


>takens<-buildTakens(x,7,27)
> plot(takens,type='o')
> if (requireNamespace("rgl", quietly = TRUE)) {
+ rgl::plot3d(takens,size=3.7,col='red')
+ rgl::points3d(pm$pm,col="red")
+ }

>takens=buildTakens(y,9,1)
>pm=poincareMap(takens = takens)
> if (requireNamespace("rgl", quietly = TRUE)) {
+ rgl::plot3d(takens,size=2.7)
+ rgl::points3d(pm$pm,col="red")
+ }

>takens = buildTakens(x,embedding.dim=7,time.lag=27)
>plot(takens,type='o',col=2)

> takens = buildTakens(y,embedding.dim=9,time.lag=1)
> plot(takens,type='s',col=4)
```

```
>library(DChaos)
>exponent <- DChaos::lyapunov(x, m=7:7, lag=27:27, timelapse="FIXED", h=8:24,
w0maxit=100,wtsmaxit=1e6, pre.white=TRUE, lyapmethod="SLE", blocking="ALL", B=100, trace=1,
seed.t=TRUE, seed=56666459, doplot=TRUE)
> summary(exponent)
Call:
Lyapunov exponent spectrum
Coefficients:
           Estimate Std. Error   z value      Pr(>|z|)
Exponent 1  0.09180382 0.05222573  15.82045  1.000000e+00
Exponent 2 -0.07207981 0.04988391 -13.00456  5.763003e-39
Exponent 3 -0.21865775 0.05614434 -35.05108 1.877136e-269
Exponent 4 -0.32988538 0.06004192 -49.44826  0.000000e+00
Exponent 5 -0.46007606 0.07466061 -55.46010  0.000000e+00
Exponent 6 -0.61364984 0.10055332 -54.92458  0.000000e+00
Exponent 7 -0.97739057 0.14884250 -59.09949  0.000000e+00

> jacobian <- DChaos::jacobian.net(data=x, m=7:7, lag=27:27, timelapse="FIXED", h=8:24)
>summary(jacobian)
> exponent <- DChaos::lyapunov.max(data=jacobian, blocking="BOOT", B=100, doplot=TRUE)
> summary(exponent)
               Estimate      Std. Error    z value     Pr(>|z|)
Exponent 0.09180382 0.05372886 15.37785       1


>  exponent <- DChaos::lyapunov.spec(data=jacobian, blocking="BOOT", B=100, doplot=TRUE)
>summary(exponent)
                 Estimate       Std. Error       z value        Pr(>|z|)
Exponent 1  0.11021520 0.05250326  18.89286  1.000000e+00
Exponent 2 -0.07917394 0.04998751 -14.25487  2.090445e-46
Exponent 3 -0.20627336 0.05406644 -34.33665 1.114340e-258
Exponent 4 -0.33460652 0.06257525 -48.12540  0.000000e+00
Exponent 5 -0.45968641 0.07527857 -54.95824  0.000000e+00
Exponent 6 -0.61187108 0.09588350 -57.43261  0.000000e+00
Exponent 7 -0.97101644 0.14829185 -58.93209  0.000000e+00

>output <-lyap_k(x, m=7, d=27, s=60, t=170, ref=700, k=1, eps=sd(x)/3)
>print(output)
> lyap(output,1.86,4.38)
(Intercept)      lambda
  2.4558882   0.1047658
>plot(output)

> library(psd)
> psdcore(x, ntaper=10, plot=TRUE, refresh=TRUE)
```

```
> library(psd)
> psdcore(y, ntaper=10, plot=TRUE, refresh=TRUE)

> library(pracma)
>hurstexp(x, d = 50, display = TRUE)
Simple R/S Hurst estimation:        0.855282
>  hurstexp(y, d = 50, display = TRUE)
Simple R/S Hurst estimation:        0.6319627


>library(DFA)
> dfax<-DFA(file=x,scale = 2^(1/8),box_size = 4,m=1)
> plot(dfax,type='o',col=1)
> dfay<-DFA(file=y,scale = 2^(1/8),box_size = 4,m=1)
> plot(dfay,type='o',col=4)

> dfax=dfa(time.series = x, npoints = 50,window.size.range=c(10,300),ge=c(10,300),do.plot=FALSE)
>estimationx = estimate(dfax,do.plot = TRUE,add.legend=F, main="DFA of OIL_WEEK")
> print(estimationx)
[1] 1.38301

> dfay=dfa(time.series = y, npoints = 50,window.size.range=c(10,300),ge=c(10,300),do.plot=FALSE)
>estimationy = estimate(dfay,do.plot = TRUE,add.legend=F, main="DFA of OIL_DIFF")
> print(estimationy)
[1] 0.5645934

> recurr(x, m=7, d=27, start.time=10, end.time=200)
> recurr(y, m=9, d=1, start.time=15, end.time=30)

>library(Metrics)
> mse(115.07,116.78)
[1] 2.9241
> rmse(115.07,116.78)
[1] 1.71
> mse(115.07,115.21)
[1] 0.0196
> rmse(115.07,115.21)
[1] 0.14
> mse(118.87,117.84)
[1] 1.0609
> rmse(118.87,117.84)
[1] 1.03
> mse(120.67,118.22)
[1] 6.0025
> rmse(120.67,118.22)
[1] 2.45
> actual<-c(115.07,118.87,120.67)
> predicted<-c(115.21,117.84,118.22)
> mse(actual,predicted)
```

```
[1] 2.361
> rmse(actual,predicted)
[1] 1.536555

> mse(115.07,115.24)
[1] 0.0289
> rmse(115.07,115.24)
[1] 0.17
>  mse(118.87,119.14)
[1] 0.0729
> rmse(118.87,119.14)
[1] 0.27
> mse(120.67,120.54)
[1] 0.0169
> rmse(120.67,120.54)
[1] 0.13
> actual<-c(115.07,118.87,120.67)
> predicted<-c(115.24,119.14,120.54)
> mse(actual,predicted)
[1] 0.03956667
> rmse(actual,predicted)
[1] 0.1989137
```

Λογισμικό Matlab

```
>> load('OIL_WEEK.xlsx')
>> figure()
>> plot(OIL_WEEK)
>>OIL_WEEK_net=visibilitynet(OIL_WEEK)
>>spy(OIL_WEEK_net)
>>writetoPAJ(OIL_WEEK_net,’OIL_WEEK’,0)
```