



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
«ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ- ΜΒΑ»**

**«ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΕ  
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ  
ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ: ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΙΑΙΤΑΣ ΣΕ ΚΛΙΝΙΚΗ»**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ  
ΜΟΡΒΑΤΙΔΟΥ ΝΙΚΟΛΕΤΑ**

**ΕΠΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΟΥΚΟΥΜΙΑΛΟΣ ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ**

**ΛΑΡΙΣΑ, ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2023**

**DISSERTATION TITLE:**

« APPLICATIONS OF LINEAR PROGRAMMING TO  
REAL PROBLEMS

CASE STUDY: DIET PROBLEM IN A CLINIC »

## Υπεύθυνη Δήλωση

*Δηλώνω υπεύθυνα ότι η συγκεκριμένη μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία για τη λήψη του μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών του ΠΜΣ Πλήρους Φοίτησης του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας «Διοίκηση Επιχειρήσεων - MBA» έχει συγγραφεί από εμένα προσωπικά και δεν έχει υποβληθεί ούτε έχει εγκριθεί στο πλαίσιο κάποιου άλλου μεταπτυχιακού ή προπτυχιακού τίτλου σπουδών, στην Ελλάδα ή στο εξωτερικό. Η εργασία αυτή έχοντας εκπονηθεί από εμένα, αντιπροσωπεύει τις προσωπικές μου απόψεις επί του θέματος και το κείμενο είναι γραμμένο με τα δικά μου λόγια και δεν αποτελεί προϊόν λογοκλοπής από τρίτες πηγές. Οι πηγές στις οποίες ανέτρεξα για την εκπόνηση της συγκεκριμένης διπλωματικής αναφέρονται στο σύνολό τους, δίνοντας πλήρεις αναφορές στους συγγραφείς, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο.*

Η Δηλούσα

**Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή:**

1) Κουκούμιαλος Στυλιανός, Καθηγητής Τμήματος Διοίκησης Επιχειρήσεων, Μέλος ΔΕΠ

2) Καζαντζή Βασιλική, Καθηγήτρια Τμήματος Διοίκησης Επιχειρήσεων, Μέλος ΔΕΠ

3) Συρακούλης Κλεάνθης, Καθηγητής Τμήματος Διοίκησης Επιχειρήσεων, Μέλος ΔΕΠ

# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θεωρώ απαραίτητο να εκφράσω τις ευχαριστίες μου:

- στον επιβλέποντα καθηγητή μας, ο οποίος ανέλαβε την καθοδήγηση στην εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας.
- στον κο Παπαστέργιου Ιωάννη ιδιοκτήτη της κλινικής
- στην κα Τζιαφά Ελένη Διευθύντρια της κλινικής
- στην κα Δράμπα Βασιλική Ιατρός Παθολόγος της κλινικής
- στην κα Κυρία Αντωνίου Μαρία Διαιτολόγος – Διατροφολόγος της κλινικής

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία – διπλωματική επιτεύχθηκε η μαζικότερη και πιο συσσωρευμένη συγκέντρωση πληροφοριών σχετικά με τις Εφαρμογές Γραμμικού Προγραμματισμού σε Πραγματικά Προβλήματα.

Αφού λάβει χώρα σε ένα πρώτο επίπεδο, μία προλογική ανάλυση του αντικειμένου της εργασίας, δίδεται εκ των υστέρων ιδιαίτερη σημασία στη παρουσίαση εννοιών σχετικά με την επιχειρησιακή έρευνα.

Αξίζει να αναφερθεί ότι εν συνεχεία αναπτύχθηκαν τα δεδομένα γύρω από τον Γραμμικό Προγραμματισμό, αναφέροντας όλα εκείνα τα δεδομένα άμεσα σχετιζόμενα προς χαρακτηρισμό του.

Σε ένα ύστερο επίπεδο, αναπτύχθηκε η μελέτη περίπτωσης (case study), σχετικά με το Πρόβλημα Δίαιτας σε Κλινική.

Εν κατακλείδι, τα ερευνητικά αποτελέσματα, ωρίμασαν την έννοια του Γραμμικού Προγραμματισμού, προβάλλοντας την μείζονος σημασία της ύπαρξής του και χρήσης του. Παρατέθηκαν έτσι τα συμπεράσματα τα οποία με την σειρά τους έρχονται να εδραιώσουν την τελική και ολοκληρωμένη άποψη και εικόνα για το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

**Λέξεις – Κλειδιά:** Επιχειρησιακή Έρευνα, Γραμμικός Προγραμματισμός, Πρόβλημα Δίαιτας

# ABSTRACT

In this dissertation, the most massive and accumulated collection of information on Applications of Linear Programming in Real Problems was achieved.

After taking place at a first level, a preliminary analysis of the subject of the work, special importance is subsequently given to the presentation of concepts related to operational research.

It is worth mentioning that subsequently the data around Linear Programming were developed, citing all those data directly related to its characterization.

At a later level, the case study was developed, regarding the Diet Problem in a Clinic.

In conclusion, the research results matured the concept of Linear Programming, highlighting the major importance of its existence and its use. Thus, the conclusions were presented, which in their turn come to establish the final and complete view and image of the subject of this thesis.

**Keywords:** Operations Research, Linear Programming, Diet Problem

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	6
ABSTRACT .....	7
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ .....	8
Κατάλογος Πινάκων.....	10
Κατάλογος Σχημάτων .....	11
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Η ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ .....</b>	<b>12</b>
1.1 Εισαγωγή .....	12
1.2 Ιστορική Ανασκόπηση.....	13
1.3 Τομείς - Κλάδοι Εφαρμογής.....	16
1.4 Τεχνικές Επιχειρησιακής Έρευνας.....	17
1.5 Διακρίσεις Προβλημάτων .....	18
1.6 Μεθοδολογία Επιχειρησιακής Έρευνας.....	19
1.7 Το Μαθηματικό Μοντέλο.....	20
1.8 Γραμμικός Προγραμματισμός.....	23
1.9 Ιστορική Ανασκόπηση .....	26
1.10 Εφαρμογές Γραμμικού Προγραμματισμού .....	27
1.11 Απαιτήσεις Γραμμικού Προγραμματισμού.....	28
1.12 Χαρακτηριστικά Προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού.....	28
1.13 Παραδοχές Γραμμικού Προγραμματισμού .....	29
1.14 Λογισμικό Πρόγραμμα Επίλυσης Προβλημάτων.....	30
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ .....</b>	<b>32</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΙΑΙΤΑΣ ΣΕ ΚΛΙΝΙΚΗ .....</b>	<b>34</b>
3.1 Εισαγωγή στο Πρόβλημα Δίαιτας.....	34
3.2 Πρόβλημα Δίαιτας .....	35
3.3 Μεταβλητές Απόφασης.....	44
3.4 Αντικειμενική Συνάρτηση .....	45
3.5 Περιορισμοί.....	46
3.6 Καταγραφή προβλήματος στο Lindo .....	53
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....</b>	<b>57</b>
4.1 Αποτελέσματα Lindo (Report) .....	57



<b>4.2 Αξιολόγηση των Αποτελεσμάτων</b> .....	61
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</b> .....	62
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	63
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1 – «Ανάλυση Απαιτήσεων Πίνακα 5»</b> .....	65
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2 – «Κοστολόγηση Συστατικών Δίαιτας Πίνακα 5»</b> .....	68

## Κατάλογος Πινάκων

<b>Πίνακας 1:</b> Επιχειρησιακή Έρευνα - Κλάδοι Εφαρμογής .....	17
<b>Πίνακας 2:</b> Ιστορική Ανασκόπηση Γραμμικού Προγραμματισμού.....	26
<b>Πίνακας 3:</b> Εφαρμογές Γραμμικού Προγραμματισμού.....	27
<b>Πίνακας 4:</b> Απαιτήσεις Γραμμικού Προγραμματισμού.....	28
<b>Πίνακας 5:</b> Σύνολο Απαιτήσεων .....	36
<b>Πίνακας 6:</b> Μεταβλητές Απόφασης .....	44

## Κατάλογος Σχημάτων

<b>Σχήμα 1:</b> Τεχνικές Επιχειρησιακής Έρευνας .....	18
<b>Σχήμα 2:</b> Βασικά Χαρακτηριστικά Μαθηματικού Μοντέλου .....	21
<b>Σχήμα 3:</b> Κατηγορίες Μοντέλων Εφαρμοζόμενα στην Ε.Ε. ....	22
<b>Σχήμα 4:</b> Διαδικασία επίλυσης επιχειρηματικών προβλημάτων με τη χρήση Μαθηματικών Μοντέλων. ....	22

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Η ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

## 1.1 Εισαγωγή

Η Διοικητική Επιστήμη ή αλλιώς Επιχειρησιακή Έρευνα (Operational ή Operations Research) αποτελεί τον επιστημονικό κλάδο που σκοπό έχει την εύρεση άριστων λύσεων σε επιχειρησιακά ζητήματα όπου υπάρχουν συγκεκριμένοι περιορισμένοι πόροι και το ζητούμενο είναι η βέλτιστη κατανομή τους. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός (Linear Programming) ανήκει στις μεθόδους της Διοικητικής Επιστήμης που χρησιμοποιούνται προκειμένου να μοντελοποιηθούν μαθηματικά τα ενδεχόμενα προβλήματα, καταλήγοντας στις βέλτιστες λύσεις που βοηθούν στη λήψη αποφάσεων (Υψηλάντης et al., 2012).

Διοικητική Επιστήμη είναι το είδος της επιστήμης που σχετίζεται με τη λήψη αποφάσεων που απορρέουν μέσα από έναν επιστημονικό τρόπο, με γνώμονα την άριστη κατανομή περιορισμένων πόρων, χρησιμοποιώντας μαθηματικά υποδείγματα που μοντελοποιούν διάφορα επιχειρησιακά ζητήματα. Επί παραδείγματι, τέτοια ζητήματα μπορούν να αφορούν τις τηλεπικοινωνίες, τα δίκτυα υπολογιστών ή τα οδικά δίκτυα για την κατανομή πόρων, τη διαχείριση αποθεμάτων ή το χρονοπρογραμματισμό. Οι οργανισμοί καλούνται να λάβουν αποφάσεις υπο συνθήκες περιορισμών είτε εξωγενών είτε ενδογενών όπως οι διαθέσιμοι πόροι που αφορούν τις πρώτες ύλες, τους ανθρώπινους πόρους, τα κεφάλαια (Winston et al., 2004).

Αντίστοιχα, στους εξωγενείς περιορισμούς περιλαμβάνονται αυτοί που αφορούν τη ζήτηση των προϊόντων ή των υπηρεσιών των επιχειρήσεων, τον ανταγωνισμό και το θεσμικό πλαίσιο λειτουργίας τους. Οι τεχνικές της Διοικητικής Επιστήμης, μέσα από τα μαθηματικά μοντέλα που αποτυπώνουν τα επιχειρησιακά προβλήματα αλλά και από πληροφορίες από το εσωτερικό περιβάλλον της επιχείρησης που δεν αποτυπώνονται στο μοντέλο, βοηθούν στην κατανόηση εν γένει της επιχείρησης και συμβάλλουν επικουρικά στην ορθότερη λήψη αποφάσεων από τα στελέχη ενισχύοντας έτσι την αποδοτικότητα της επιχείρησης.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> <https://oikonomologos.gr/lessons/epixeirisiaki-ereuna-operational-research/>

## 1.2 Ιστορική Ανασκόπηση

Μέσα από μια αναδρομή στο παρελθόν παρατηρήθηκε η ανάγκη ανάλυσης διάφορων στρατιωτικών προβλημάτων. Πιο συγκεκριμένα, κατά την διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου ειδικοί μηχανικοί και ένα μέρος της επιστημονικής κοινότητας εμβάθυναν σε στρατιωτικά ζητήματα όπως η βέλτιστη χρησιμοποίηση των ραντάρ εκείνης της εποχής, αποτελεσματικούς τρόπους για την διαχείριση βομβιστικών επιθέσεων, η καλύτερη διαχείριση των νηοπομπών και υποβρυχίων και εν γένει άριστες τεχνικές που θα βοηθούσαν τις στρατιωτικές επιχειρήσεις (Winston et al., 2004).

Έτσι λοιπόν, οι εφαρμογές των μαθηματικών και των επιστημονικών μεθόδων στις στρατιωτικές επιχειρήσεις ονομάστηκαν Επιχειρησιακή Έρευνα (Operations Research, OR). Ο όρος Επιχειρησιακή Έρευνα, αναφέρεται στην διαδικασία εύρεσης άριστων λύσεων μέσα όμως από επιστημονικό έναν τρόπο με απώτερο σκοπό να δημιουργήσει ένα αποδοτικό σύστημα που εξυπηρετεί τους στόχους της επιχείρησης υπό συνθήκες περιορισμένων πόρων. (Bertsekas et al., 1995).

Μάλιστα, μετά τον Β' Παγκόσμιο Πόλεμο καθιερώθηκε ως νέο επιστημονικό πεδίο και αναπτύχθηκε ραγδαία κυρίως στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής ενώ κατά την διάρκεια των δεκαετιών των 1950 και 1960 αναπτύχθηκαν οι περισσότεροι αλγόριθμοι και μέθοδοι που χρησιμοποιούνται ακόμα και σήμερα (Winston et al., 2004).

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στη Διοικητική Επιστήμη αποτελούν ένα σημαντικό επιχειρησιακό μέσο για την εξαγωγή απαντήσεων και εφαρμόσιμων λύσεων σε προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι οργανισμοί. Μέσα σε ένα ασταθές και συνεχώς μεταβαλλόμενο επιχειρησιακό περιβάλλον, οι τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας βοηθούν στην αναλυτικότερη μελέτη των επιχειρησιακών προβλημάτων και στον ορθότερο συντονισμό εκείνων των ενεργειών της επιχείρησης που συμβάλουν στην εύρεση βέλτιστων λύσεων που συμβάλουν στην στη λήψη αποφάσεων καθιστώντας αποδοτικότερο τον οργανισμό (Bertsekas et al., 1995).

Η φύση του εκάστοτε προβλήματος είναι ουσιαστικά αδιάφορη, καθώς η Επιχειρησιακή Έρευνα έχει εφαρμοστεί εκτενώς σε ποικίλους κλάδους όπως για παράδειγμα στη Μεταποίηση, στον κλάδο των Μεταφορών, στις Τηλεπικοινωνίες, στον

Χρηματοοικονομικό σχεδιασμό, στις Δημόσιες Υπηρεσίες, στην Υγεία, στις Στρατιωτικές Επιχειρήσεις (Γεωργίου et al., 2006).

Αναφορικά με τον δεύτερο όρο του ονόματος Επιχειρησιακή Έρευνα, ήτοι τον όρο Έρευνα, απορρέει από τον τρόπο με τον οποίο προσεγγίζεται το πρόβλημα, ο οποίος είναι αμιγώς επιστημονικός, καταγράφοντάς το ως μαθηματικό μοντέλο. Απαρχή της μεθοδολογίας αποτελεί αφενός η παρατήρηση του προβλήματος και αφετέρου η συλλογή των απαραίτητων πληροφοριών, απαραίτητα στοιχεία της επιστημονικής προσέγγισης (Bertsekas et al., 1995).

Σε δεύτερο χρόνο, δημιουργούμε το μοντέλο που αντικατοπτρίζει το πρόβλημα με τη μορφή μαθηματικής εξίσωσης. Επί της ουσίας, αναπαριστούμε με επιστημονικό τρόπο το πρόβλημα, απλουστεύοντας το και κρατώντας μόνο τα απαραίτητα δεδομένα που επηρεάζουν και διαμορφώνουν το πρόβλημα ώστε να εξάγουμε αποτελέσματα που αποτελούν έγκυρες λύσεις των συστημικών ζητημάτων (Bertsekas et al., 1995).

Έπειτα, διεξάγονται κατάλληλα πειράματα προκειμένου να ελέγξουμε αυτή την υπόθεση (περί αντιπροσωπευτικής αναπαράστασης του πραγματικού προβλήματος) και να την προσαρμόσουμε όπου χρειάζεται και τελικά να επιβεβαιώσουμε κάποιες από τις υποθέσεις του υποδείγματος (αυτό το βήμα συχνά αναφέρεται ως επικύρωση του υποδείγματος) (Γεωργίου et al., 2006).

Ως απώτερος στόχος της Διοικητικής Επιστήμης είναι να προσφέρει εν τέλει στην Διοίκηση των επιχειρήσεων εφαρμόσιμες λύσεις. Τα αποτελέσματα αποτελούν χρήσιμες και εφαρμόσιμες λύσεις με την απαραίτητη προϋπόθεση να γίνουν αυτά κατανοητά από τον υπεύθυνο των αποφάσεων. Επιπρόσθετα, η Διοικητική Επιστήμη ενδέχεται, ελέγχοντας τις ενδεχόμενες λύσεις, να προσφέρει περισσότερες από μία «καλύτερες», με αποτέλεσμα να επιλέγεται μία εξ αυτών (Bertsekas et al., 1995).

Η Διοικητική Επιστήμη δεν έχει ως σκοπό απλά την βελτίωση των προβληματικών καταστάσεων ενός οργανισμού αλλά την ενδελεχή έρευνα του προβλήματος ώστε να αναγνωρίσει τις ορθότερες ενέργειες που πρέπει να ακολουθήσει η επιχείρηση προκειμένου να αντιστρέψει την ισχύουσα κατάσταση. Ο εντοπισμός της βέλτιστης λύσης αποτελεί την πεμπουσία της Επιχειρησιακής Έρευνας. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό της

Επιχειρησιακής Έρευνας είναι αυτό που ονομάζεται «ομαδική προσέγγιση» (Γεωργίου et al., 2006).

Όπως είναι αναμενόμενο, θεωρείται απίθανη η περίπτωση να υπάρξει μόνο ένα εξειδικευμένο άτομο το οποίο να είναι σε θέση να ανταπεξέλθει σε όλες τις πτυχές των εργασιών ή των προβλημάτων που πρόκειται να αναζητήσουν λύση μέσω των μεθόδων της Επιχειρησιακής Έρευνας. Κάτι τέτοιο απαιτεί μια ομάδα ανθρώπων που να έχουν διαφορετικές επιστημονικές καταβολές και δεξιότητες (Bertsekas et al., 1995).

Μια τέτοια λοιπόν ομάδα Επιχειρησιακής Έρευνας χρειάζεται να απαρτίζεται από ανθρώπους οι οποίοι συλλογικά να έχουν υψηλό επίπεδο εκπαίδευσης και κατάρτισης στα μαθηματικά, στην στατιστική και στην θεωρία πιθανοτήτων, στα οικονομικά, στην διοίκηση επιχειρήσεων, στην επιστήμη των υπολογιστών, στην μηχανική, στις συμπεριφοριστικές επιστήμες καθώς και σε εξειδικευμένες τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας (Γεωργίου et al., 2006).

Μέσα από ένα ευρύ σύνολο τεχνικών της Διοικητικής Επιστήμης που προσφέρουν εφαρμόσιμες λύσεις σε ρεαλιστικά προβλήματα, εξέχουσα θέση κατέχει ο Γραμμικός Προγραμματισμός. Ανάλογα με τη φύση του προβλήματος εφαρμόζονται και διαφορετικές τεχνικές όπως ο Μη Γραμμικός Προγραμματισμός, ο Προγραμματισμός δικτύων, ο Ακέραιος προγραμματισμός, ο Δυναμικός Προγραμματισμός (Bertsekas et al., 1995).

Επιπρόσθετα, άλλες κατηγορίες προβλημάτων συγκαταλέγονται στις μεθόδους επίλυσης που καλούνται Ουρές Αναμονής και Μοντέλα Προσομοίωσης. Για την επίλυσή τους χρησιμοποιούνται εξειδικευμένα λογισμικά που λύνουν τέτοιου είδους μαθηματικά προβλήματα. Η Διοικητική Επιστήμη έχει θετική επίδραση στους οργανισμούς βελτιστοποιώντας τις λειτουργίες, διαχειρίζοντας ορθότερα τους περιορισμένους πόρους και εν τέλει αυξάνοντας την αποτελεσματικότητα και αποδοτικότητα των οργανισμών χωρών (Κολέτσος et al., 2012).

Σήμερα, υπάρχουν πολλές χώρες που συμμετέχουν στην Διεθνή Ομοσπονδία Κοινοτήτων Επιχειρησιακής Έρευνας (International Federation of Operational Research Societies, IFORS) με κάθε χώρα να έχει ιδρύσει και μια εθνική κοινότητα για την Επιχειρησιακή

Έρευνα (παραδείγματος χάρη στην Ελλάδα υπάρχει η Ελληνική Εταιρία Επιχειρησιακών Ερευνών -Ε.Ε.Ε.Ε.- που ιδρύθηκε το 1963).

### **1.3 Τομείς - Κλάδοι Εφαρμογής**

Ποικίλοι είναι οι τομείς και οι κλάδοι στους οποίους η Επιχειρησιακή Έρευνα βρίσκει εφαρμογή. Εφαρμογές που βρίσκουν χώρο ανάπτυξης σε κλάδους σχετιζόμενους με (Κολέτσος et al., 2012):

- το Ανθρώπινο Δυναμικό,
- την Παραγωγή,
- την Εφοδιαστική Αλυσίδα,
- το Marketing,
- την Οργάνωση και τη Διοίκηση και
- τα Χρηματοοικονομικά.

Έτσι παρακάτω φαίνονται οι κλάδοι αναλογικά με τις εφαρμογές ανάπτυξης.



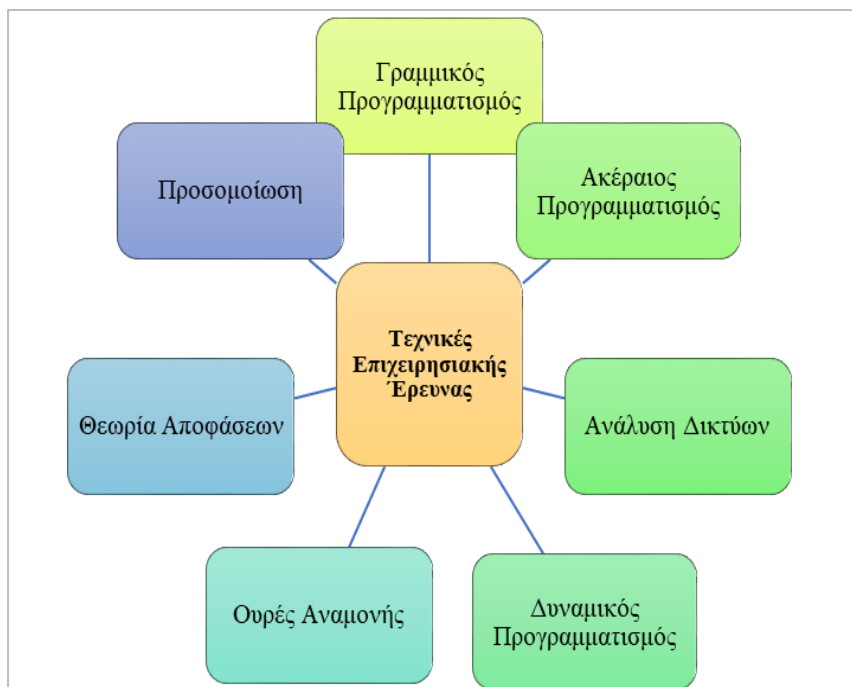
**Πίνακας 1:** Επιχειρησιακή Έρευνα - Κλάδοι Εφαρμογής

Ανθρώπινο Δυναμικό	Διαχείριση ανθρώπινων πόρων
	Επιλογή προγραμμάτων επιμόρφωσης
Παραγωγή	Κατανομή εργατικού δυναμικού στις θέσεις εργασίας
	Προγραμματισμός παραγωγής
	Προγραμματισμός εξοπλισμού
Εφοδιαστική Αλυσίδα	Προγραμματισμός διανομής προϊόντων
	Επιλογή μέσου μεταφοράς
	Επιλογή τόπου εγκατάστασης
	Επιλογή προμηθευτών
Marketing	Προγραμματισμός διαφημιστικής εκστρατείας
	Τιμολόγηση
	Επιλογή προϊόντων
	Αξιολόγηση δικτύου διανομής
Οργάνωση, Διοίκηση	Καθορισμός περιοχών ευθύνης
	Ανασχεδιασμός μονάδων
Χρηματοοικονομικά	Αξιολόγηση επενδύσεων
	Διαχείριση χαρτοφυλακίου

#### 1.4 Τεχνικές Επιχειρησιακής Έρευνας

Στην Επιχειρησιακή Έρευνα εμφανίζονται κάποιες Βασικές Τεχνικές άρτια εφαρμόσιμες σε όλους τους προαναφερόμενους κλάδους προσαρμόσιμης εφαρμογής. Οι Βασικές Τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας είναι εμφανείς στην παρακάτω σχηματική αναπαράσταση. Οι τεχνικές της Διοικητικής Επιστήμης χρησιμοποιούν υποδείγματα προκειμένου να αποτυπώσουν μαθηματικά το πρόβλημα και τις σημαντικές πληροφορίες που το απαρτίζουν. Κατά συνέπεια η μαθηματική μοντελοποίηση του συστήματος κατέχει εξέχουσα θέση για την σημαντικότητά της στην Επιχειρησιακή Έρευνα.<sup>2</sup>

<sup>2</sup> <https://eclass.upatras.gr/>



Σχήμα 1: Τεχνικές Επιχειρησιακής Έρευνας

### 1.5 Διακρίσεις Προβλημάτων

Η επιστημονική προσέγγιση της Επιχειρησιακής Έρευνας έγκειται στο γεγονός ότι εξαγάγει όχι απλά «καλές» λύσεις, αλλά τις «καλύτερες» λύσεις σε επιχειρησιακά προβλήματα. Αυτό σημαίνει ότι στοχεύει στην αριστότητα. Για να είναι δόκιμος ο όρος άριστη λύση του προβλήματος προϋποθέτει ότι έχουν αποσαφηνιστεί τα κριτήρια που ορίζουν ως βέλτιστο το αποτέλεσμα. Η βελτιστοποίηση από μαθηματική σκοπιά σχετίζεται με τον υπολογισμό του ακρότατου μιας συνάρτησης (Τσάντας et al., 2000).

Τόσο το πλήθος το μεταβλητών που παίρνουν μέρος στη συνάρτηση όσο και οι ενδεχόμενοι περιορισμοί στις τιμές που μπορούν να λάβουν οι μεταβλητές δεν αποτελούν πρόβλημα στην επιχειρησιακή έρευνα αφού μπορεί να αντιμετωπίσει μεγάλο φάσμα πολύπλοκων προβλημάτων (Hillier et al., 2001).

Η διαδικασία λήψης των αποφάσεων μπορεί να έχει εμπειρικό χαρακτήρα (εμπειρία, διαίσθηση στελεχών, κουλτούρα οργανισμού κλπ), όμως μπορεί να διευκολυνθεί σημαντικά από την συστημική προσέγγιση η οποία χρησιμοποιεί για κάθε περίπτωση το κατάλληλο μοντέλο.<sup>3</sup>

<sup>3</sup> <https://eclass.aegean.gr/modules/document/file.php/511229/%CE%95%CE%951.pdf>

Γενικά, με τον πειραματισμό σε μοντέλα (ως προς τον πειραματισμό με πραγματικές καταστάσεις) (Hillier et al., 2001):

- απαιτείται λιγότερος χρόνος
- απαιτείται λιγότερη οικονομική επιβάρυνση
- εγκυμονείται μικρότερος κίνδυνος

## **1.6 Μεθοδολογία Επιχειρησιακής Έρευνας**

Στην Επιχειρησιακή Έρευνα ή αλλιώς Διοικητική Επιστήμη – όπως συχνά συναντάται- ακολουθούνται συγκεκριμένα βήματα προκειμένου να φτάσουμε στην επίλυση των προβλημάτων προσεγγίζοντάς τα με συστηματικό τρόπο. Τα βήματα αυτά είναι:

- Η παρατήρηση
- Ο ορισμός του προβλήματος
- Η ανάπτυξη μοντέλου
- Η επίλυση του μοντέλου
- Η εφαρμογή των αποτελεσμάτων

### **1.6.1 Παρατήρηση**

Το πρώτο βήμα στην Επιχειρησιακή Έρευνα είναι ο εντοπισμός του προβλήματος,. Μέσα από την παρατήρηση του εκάστοτε συστήματος είμαστε σε θέση να προσδώσουμε ταυτότητα στο πρόβλημα. Αυτό απαιτεί στενή και συνεχή παρακολούθηση τόσο για να επιλύονται εγκαίρως όταν αυτά εμφανίζονται, όσο και για να προβλέπονται. Τα προβλήματα μέσα σε έναν οργανισμό δεν αφορούν μόνο απροσδόκητα περιστατικά που πρέπει άμεσα να αποκατασταθούν αλλά και προβλέψιμες ή προσχεδιασμένες καταστάσεις που χρήζουν καλύτερης αντιμετώπισης (Taylor, 2018)

### **1.6.2 Ορισμός του προβλήματος**

Το δεύτερο και εξίσου σημαντικό βήμα είναι να οριστεί το πρόβλημα με τρόπο σαφή, λιτό και περιεκτικό. Μια κακή διατύπωση του προβλήματος μπορεί να επιφέρει ένα αποτέλεσμα που δεν αποτελεί ρεαλιστική λύση στο πρόβλημα ή δημιουργεί προβλήματα στην διατύπωση της λύσης. Για τον λόγο αυτό, στον ορισμό του προβλήματος, πρέπει να καθορίζονται τα όρια του προβλήματος και οι μονάδες του οργανισμού που επηρεάζονται (Taylor, 2018)

### **1.6.3 Ανάπτυξη μοντέλου**

Αρχικά, ως μοντέλο νοείται η αναπαράσταση της κατάστασης ενός προβλήματος. Αυτό μπορεί να είναι ένα σύνολο μαθηματικών σχέσεων ή να απεικονίζεται με ένα γράφημα ή διάγραμμα. Η συνήθης πρακτική του μαθηματικού μοντέλου απαρτίζεται από το σύμβολο  $Z$  που αναπαριστά το ζητούμενο του προβλήματος, ελαχιστοποιώντας το ή μεγιστοποιώντας το ανάλογα με την περίπτωση. Στην μαθηματική αυτή σχέση συμμετέχουν οι μεταβλητές, όπου δεν έχουν λάβει συγκεκριμένη αριθμητική τιμή, και οι παράμετροι, οι σταθεροί συντελεστές των μεταβλητών στην μαθηματική σχέση. Οι τιμές των παραμέτρων εκμαιεύονται από το περιβάλλον του προβλήματος και είναι πολύ σημαντικά για την ακριβή λύση του προβλήματος. Ένα η συλλογή των δεδομένων δεν είναι εφικτή τότε θα πρέπει να γίνει βάσει εκτιμήσεων από προηγούμενα δεδομένα ή να υπολογιστούν εκ νέου.

### **1.6.4 Επίλυση μοντέλου**

Οι τεχνικές της επίλυσης του μοντέλου διαφέρουν και χρησιμοποιούνται συγκεκριμένοι τύποι για την επίλυση του. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν μπορεί να αφορούν είτε γενικές πληροφορίες που βοηθούν την Διοίκηση στην λήψη των επιχειρηματικών της αποφάσεων είτε μια απόφαση για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα

### **1.6.5 Εφαρμογή αποτελεσμάτων**

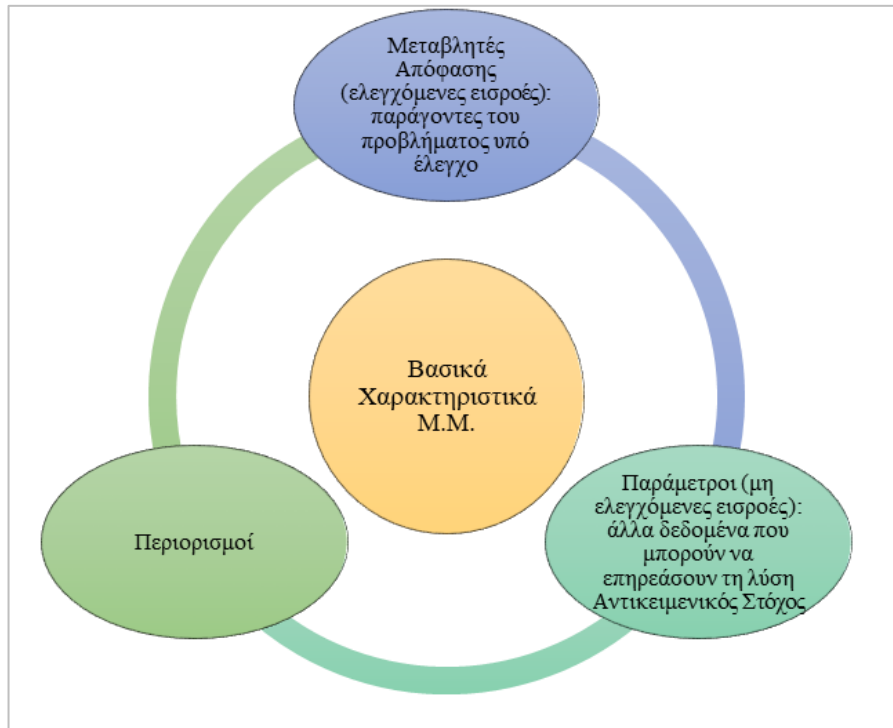
Το τελευταίο βήμα, η εφαρμογή, αποτελεί την πεμπουσία της όλης διαδικασίας. Δεν είναι βέβαιο πως η ανάπτυξη ενός μοντέλου θα φτάσει τελικά στην εφαρμογή του. Ο λόγος είναι ότι συχνά ο χρήστης δεν αντιλαμβάνεται πλήρως τη λειτουργία του μοντέλου. Σε κάθε περίπτωση, το μοντέλο θα πρέπει να επεξηγηθεί επαρκώς και να γίνουν κατανοητά τα οφέλη του προκειμένου να μην αγνοηθεί και δεν εκπληρώσει τον λόγο ανάπτυξής του (Taylor, 2018).

## **1.7 Το Μαθηματικό Μοντέλο**

Το μαθηματικό μοντέλο περιγράφει ένα φαινόμενο ή ένα σύστημα ή ακόμα και μια διαδικασία χρησιμοποιώντας μαθηματικά εργαλεία. Αναφορικά με τον όρο εργαλεία νοείται μια μαθηματική σχέση, ένας αλγόριθμος ή μια μαθηματική εξίσωση η οποία αναπαριστά τις πληροφορίες που χρειαζόμαστε προκειμένου να περιγράψουμε λεπτομερώς το σύστημα. Στην παραπάνω σχέση λαμβάνουν μέρος όλα εκείνα τα στοιχεία

που θεωρούνται απαραίτητα κατά προσέγγιση ενώ παραλείπονται πληροφορίες που θεωρούνται ασήμαντες για την λήψη αποφάσεων. Όσο περισσότερες πληροφορίες εισάγουμε που αφορούν το σύστημα τόσο πιο ακριβής αυξάνεται η αναπαράσταση της πραγματικότητας, συγχρόνως όμως καθίσταται το μοντέλο πιο πολύπλοκο.<sup>4</sup>

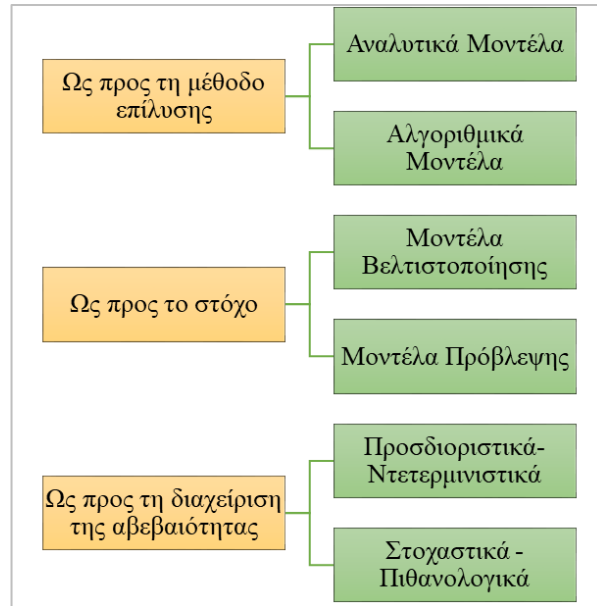
Κάποια από τα βασικά χαρακτηριστικά ενός μαθηματικού μοντέλου είναι εμφανή στην παρακάτω σχηματική αναπαράσταση.



*Σχήμα 2:* Βασικά Χαρακτηριστικά Μαθηματικού Μοντέλου

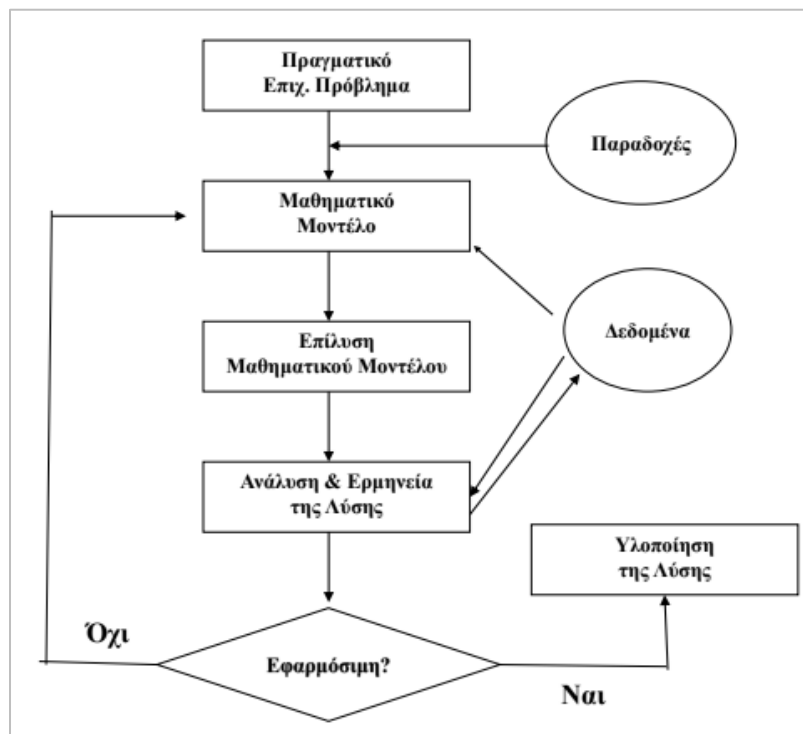
Οι Κατηγορίες Μοντέλων που λαμβάνουν εφαρμογή στην Ευρωπαϊκή Ένωση ποικίλουν και τα οποία είναι εμφανή στο παρακάτω σχήμα:

<sup>4</sup> <https://eclass.aegean.gr/modules/document/file.php/511229/%CE%95%CE%951.pdf>



Σχήμα 3: Κατηγορίες Μοντέλων Εφαρμοζόμενα στην Ε.Ε.

Η παρακάτω σχηματική αναπαράσταση δείχνει την διαδικασία επίλυσης επιχειρηματικών προβλημάτων με τη χρήση Μαθηματικών Μοντέλων.



Σχήμα 4: Διαδικασία επίλυσης επιχειρηματικών προβλημάτων με τη χρήση Μαθηματικών Μοντέλων.

## 1.8 Γραμμικός Προγραμματισμός

Οι προηγούμενες ενότητες χαρακτηρίστηκαν ως μία εισαγωγή στον κλάδο της Διοικητικής Επιστήμης, των τεχνικών που χρησιμοποιεί προκειμένου να μοντελοποιήσει με μαθηματικό τρόπο ένα σύστημα που αναπαριστά πραγματικές περιπτώσεις προβλημάτων χρησιμοποιώντας παραμέτρους καθώς και τα εξελικτικά βήματα του κλάδου αυτού μέσω της χρήσης της τεχνολογίας και δει ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Τα προβλήματα που αναδύονται εντός του επιχειρηματικού περιβάλλοντος χαρακτηρίζονται συνήθως από την πολυπλοκότητα τους και από ένα πλήθος παραμέτρων οι οποίες με τη σειρά τους επηρεάζουν κατά πολύ την δυνητική για κάθε φορά επίλυση του εκάστοτε προβλήματος.

Αναζητείται λοιπόν το σημείο αυτό της γραφικής επίλυσης του προβλήματος που καλύπτει τους περιορισμούς αλλά βελτιστοποιεί συγχρόνως και την αντικειμενική συνάρτηση. Αναφερόμαστε στις Σκιάδεις Τιμές, τις τιμές δηλαδή που αφορούν την αντικειμενική συνάρτηση και πόσο αυτή μεταβάλλεται όταν μεταβληθούν κατά μια μονάδα οι αρχικά και κατά συνέχεια επιλέξιμοι κατά περίπτωση περιορισμοί. Για να επιτευχθεί αυτό, χρησιμοποιείται -μεταξύ άλλων- η μέθοδος του Γραμμικού Προγραμματισμού, επιλύοντας προβλήματα της Επιχειρησιακής Έρευνας και της Οικονομικής. Γι' αυτό και επιλέχθηκε η ανάλυση της έννοιας αυτού καθώς και όλες οι άμεσα σχετιζόμενες συνιστώσες στις παρακάτω ενότητες.

### 1.8.1 Εισαγωγή

Γραμμικός προγραμματισμός είναι η διαδικασία εύρεσης μιας βέλτιστης λύσης μίας γραμμικής συνάρτησης, η οποία να είναι συμβατή με ένα πεπερασμένο σύνολο γραμμικών ανισοτήτων. Πολλά από τα προβλήματα που έχουμε να αντιμετωπίσουμε ανάγονται σε γραμμικά προγράμματα (Goemans et al., 1994).

Κλασικά παραδείγματα αποτελούν τα προβλήματα προγραμματισμού των πληρωμάτων σε μια αεροπορική εταιρία, ο υπολογισμός του συνδυασμού πρώτων υλών σε ένα εργοστάσιο που μεγιστοποιεί το κέρδος του τελικού προϊόντος, ή ο υπολογισμός των ροών αυτοκινήτων σε ένα οδικό δίκτυο, ή του φόρτου πληροφοριών σε ένα δίκτυο επικοινωνίας. Ο γραμμικός προγραμματισμός παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη Θεωρητική Πληροφορική (Howard et al., 1991).

Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μοντελοποίηση και την επίλυση πολλών συνδυαστικών προβλημάτων τα οποία εκ πρώτης όψεως δεν σχετίζονται με το γραμμικό προγραμματισμό. Έτσι, ο ελλειψοειδής αλγόριθμος (ο πρώτος αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου για το γραμμικό προγραμματισμό) ή οι πιο πρόσφατες μέθοδοι των εσωτερικών σημείων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αποδοτική επίλυση πολλών συνδυαστικών προβλημάτων, όπως για παράδειγμα ο υπολογισμός βέλτιστων ροών σε ένα δίκτυο, η εύρεση ενός μέγιστου ταιριάσματος (maximal matching) σε ένα γράφο, ή ενός χρωματισμού σε ένα τέλειο γράφημα (Goemans et al., 1994).

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός είναι μια πολύ σημαντική κλάση προβλημάτων, τόσο από αλγοριθμική, όσο και από συνδυαστική σκοπιά. Από αλγοριθμική σκοπιά, ο αλγόριθμος simplex προτάθηκε το 1947 από τον George Dantzig και, παρά το ότι λειτουργεί πολύ αποδοτικά στην πράξη, είναι γνωστό ότι έχει εκθετικό χρόνο εκτέλεσης στη χειρότερη περίπτωση (Howard et al., 1991).

Από την άλλη πλευρά, είναι ήδη γνωστό από τις αρχές της δεκαετίας του 1970, όταν οι κλάσεις P, NP ορίστηκαν, ότι ο γραμμικός προγραμματισμός ανήκει στην  $NP \cap co-NP$ , παρά το γεγονός ότι κανένας πολυωνυμικού χρόνου αλγόριθμος δεν ήταν γνωστός μέχρι τότε (Schrijver et al., 1998).

Ο πρώτος πολυωνυμικού χρόνου αλγόριθμος, ο Ελλειψοειδής, ανακαλύφθηκε στα τέλη της δεκαετίας του 1970 από τον Leonid Khachiyan. Ο αλγόριθμος του Karmakar που ανακαλύφθηκε το 1984, οδήγησε στη συστηματική μελέτη των μεθόδων εσωτερικών σημείων για το γραμμικό προγραμματισμό. Από συνδυαστικής άποψης, τα συστήματα γραμμικών ανισοτήτων μελετήθηκαν από τους Farkas και Minkovsky από τα τέλη του 19<sup>ου</sup> αιώνα. Ο γραμμικός προγραμματισμός, και ιδιαίτερα η δυϊκότητα των γραμμικών προγραμμάτων, αποτελούν πολύ ισχυρά αποδεικτικά εργαλεία (Schrijver et al., 1998).

Η δύναμή τους αξιοποιήθηκε ιδιαίτερα στους προσεγγιστικούς αλγορίθμους που μελετήθηκαν εκτενώς στη δεκαετία του 1990 και συνεχίζουν να μελετώνται εντατικά και σήμερα. Επίσης στους αλγορίθμους δικτυακών ροών ο γραμμικός προγραμματισμός παίζει πολύ σημαντικό ρόλο τόσο αλγοριθμικά όσο και από συνδυαστικής απόψεως (Vanderbei et al., 2001).



	<b>minimize</b> $\sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j$	(συνάρτηση κόστους)	
(G-LP)	s.t.:	$\sum_{j=1}^n a_{i,j} \cdot x_j = b_i, \quad i \in [m]$	(περιορισμοί ισότητας)
		$\sum_{j=1}^n a'_{i,j} \cdot x_j \geq b'_i, \quad i \in [m']$	(περιορισμοί ανισότητας)
		$x_j \geq 0, \quad j \in I \subseteq [n]$	(μη αρνητικότητα)

### *Ένα γραμμικό πρόγραμμα σε γενική μορφή*

Ένα γραμμικό πρόγραμμα είναι το πρόβλημα της βελτιστοποίησης της τιμής μιας γραμμικής συνάρτησης – στόχου (objective function), η οποία καλείται συνάρτησης ωφέλειας όταν θέλουμε να τη μεγιστοποιήσουμε, και συνάρτησης κόστους όταν προσπαθούμε να την ελαχιστοποιήσουμε (Vanderbei et al., 2001).

Η συνάρτηση – στόχος εξαρτάται από ένα σύνολο μεταβλητών απόφασης  $x_1, \dots, x_n$ , οι οποίες θα πρέπει να ικανοποιούν και κάποιους γραμμικούς περιορισμούς ως προς τις τιμές τους. Οι περιορισμοί αυτοί εκφράζονται μέσα από ένα σύνολο γραμμικών ισοτήτων και/ή ανισοτήτων. Ο πιο διαδεδομένος τρόπος αναπαράστασης (καλείται γενική μορφή–general form) ενός γραμμικού προγράμματος φαίνεται στο **σχήμα**. Ένας εναλλακτικός τρόπος γραφής για το ίδιο γραμμικό πρόγραμμα είναι ο εξής (Papadimitriou et al., 1982):

(G-LP)  $\min \{ \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} : \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}; \mathbf{A}' \cdot \mathbf{x} \geq \mathbf{b}'; x_j \geq 0, \forall j \in I \subseteq [n] \}$

Όπου

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^{m \times 1}, \mathbf{b}' \in \mathbb{R}^{m' \times 1}, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & \cdots & A_{n,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m,1} & \cdots & A_{m,n} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times n},$

και

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} A'_{1,1} & \cdots & A'_{n,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A'_{m',1} & \cdots & A'_{m',n} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m' \times n}$$

Οποιοδήποτε πραγματικό διάνυσμα

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$

ικανοποιεί τους περιορισμούς (καθώς και τη μη αρνητικότητα, όπου αυτή απαιτείται) του (G-LP) καλείται εφικτή λύση (feasible solution). Αν το (G-LP) δεν έχει καμιά εφικτή λύση, τότε καλείται μη επιλύσιμο (infeasible). Μια εφικτή λύση  $\bar{x}$  του (G-LP) που εξασφαλίζει την καλύτερη δυνατή τιμή της συνάρτησης – στόχου, σε σχέση με όλες τις άλλες εφικτές λύσεις του (G-LP), ονομάζεται βέλτιστη λύση (Papadimitriou et al., 1982).

## 1.9 Ιστορική Ανασκόπηση

Επιγραμματικά στον παρακάτω πίνακα είναι εμφανής η Ιστορική Ανασκόπηση:

*Πίνακας 2:* Ιστορική Ανασκόπηση Γραμμικού Προγραμματισμού.

1928	Ο John von Neumann, δημοσίευσε το σχετικό κεντρικό θεώρημα της Θεωρίας των Παγνίων.
1944	Ο von Neumann και ο Morgenstem δημοσίευσαν τη Θεωρία των Παγνίων και την Οικονομική Συμπεριφορά
1936	Ο W.W. Leontief δημοσίευσε τις "Ποσοτικές σχέσεις εισόδου και εξόδου στα οικονομικά συστήματα των ΗΠΑ", το οποίο ήταν ένα γραμμικό μοντέλο χωρίς αντικειμενική συνάρτηση
1939	Ο Kantoravich (Ρωσία) διατύπωσε και έλυσε ένα πρόβλημα Γ.Π.
1941	Ο Hitchcock θέτει το πρόβλημα της μεταφοράς (ειδική περίπτωση Γ.Π.)
2ος Π.Π.	Οι συμμαχικές δυνάμεις διαμορφώνουν και λύνουν διάφορα προβλήματα ΓΠ που σχετίζονται με το στρατό.
1947	Έγινε μία σημαντική ανακάλυψη.

Η πολεμική αεροπορία των ΗΠΑ θέλησε να διερευνήσει τη σκοπιμότητα της εφαρμογής μαθηματικών τεχνικών για το στρατιωτικό προϋπολογισμό και προγραμματισμό.

Ο George Dantzig πρότεινε ότι οι αλληλοσυσχετίσεις μεταξύ των δραστηριοτήτων ενός μεγάλου οργανισμού μπορεί να θεωρηθούν ως ένα μοντέλο Γ.Π. και το βέλτιστο πρόγραμμα (λύση) μπορεί να επιτευχθεί με την ελαχιστοποίηση μιας (μοναδικής) γραμμικής αντικειμενικής συνάρτησης.

Η πολεμική αεροπορία ξεκίνησε με το έργο SCOOP (Scientific Computing of Optimum Programs - Επιστημονικός Υπολογισμός των Βέλτιστων Προγραμμάτων) Το έργο SCOOP ξεκίνησε τον Ιούνιο του 1947 και στο τέλος του ίδιου καλοκαιριού, ο Dantzig και οι συνεργάτες του είχαν αναπτύξει:

- Ένα αρχικό μαθηματικό μοντέλο του γενικού προβλήματος του γραμμικού προγραμματισμού.
- Μία γενική μέθοδο επίλυσης που ονομάστηκε μέθοδος Simplex

### 1.10 Εφαρμογές Γραμμικού Προγραμματισμού

Η έννοια και η υλοποίηση του Γραμμικού Προγραμματισμού αποτελεί μείζονος σημασίας ζήτημα απασχόλησης. Έτσι κάποιες από τις επικρατέστερες εφαρμογές του Γραμμικού Προγραμματισμού είναι εμφανείς στον παρακάτω πίνακα.

*Πίνακας 3:* Εφαρμογές Γραμμικού Προγραμματισμού

1. Προγραμματισμός σχολικών λεωφορείων για την ελαχιστοποίηση της συνολικής διανυόμενης απόστασης.
2. Κατανομή περιπολικών της αστυνομίας σε περιοχές υψηλής εγκληματικότητας προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος απόκρισης του 100 στις κλήσεις.
3. Προγραμματισμός των ταμιών τραπεζών, έτσι ώστε οι ανάγκες να ικανοποιούνται κατά τη διάρκεια όλων των ωρών της ημέρας ελαχιστοποιώντας το συνολικό κόστος εργασίας.
4. Επιλογή του μίγματος των προϊόντων ενός εργοστασίου για να γίνει η καλύτερη χρήση των μηχανών, της εργασίας και των διαθέσιμων ωρών προκειμένου να μεγιστοποιηθεί το κέρδος της εταιρίας.
5. Επιλογή μιγμάτων πρώτων υλών σε μονάδες παραγωγής ζωοτροφών για την παραγωγή τελικών συνδυασμών ζωοτροφών με το ελάχιστο κόστος.
6. Καθορισμός του συστήματος διανομής που θα ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος αποστολής.
7. Ανάπτυξη ενός προγράμματος παραγωγής που θα ικανοποιήσει τις μελλοντικές ανάγκες για τα προϊόντα μιας επιχείρησης και ταυτόχρονα θα ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος παραγωγής και διαχείρισης των αποθεμάτων.
8. Κατανομή του διαθέσιμου χώρου για τη σύνολο των μισθωτών ενός νέου εμπορικού κέντρου, έτσι ώστε να μεγιστοποιηθούν τα έσοδα της εταιρείας χρηματοδοτικής μίσθωσης.

### 1.11 Απαιτήσεις Γραμμικού Προγραμματισμού

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός διαθέτει κάποιες απαιτήσεις προς επίτευξη της βέλτιστης εκδοχής των αρχικά οριζόμενων στόχων:

*Πίνακας 4: Απαιτήσεις Γραμμικού Προγραμματισμού*

1. Τα προβλήματα Γ.Π. επιδιώκουν να μεγιστοποιήσουν ή να ελαχιστοποιήσουν κάποια ποσότητα (συνήθως κέρδους ή κόστους) εκφρασμένη ως αντικειμενική συνάρτηση.
2. Η παρουσία περιορισμών περιορίζει το βαθμό στον οποίο μπορεί να επιδιωχθεί ο αντικειμενικός στόχος.
3. Πρέπει να υπάρχουν εναλλακτικοί τρόποι δράσης για να επιλεγεί ένας από αυτούς.
4. Ο αντικειμενικός στόχος και οι περιορισμοί των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού πρέπει να εκφράζονται με γραμμικές εξισώσεις ή ανισότητες

Ένα μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού επιδιώκει να μεγιστοποιήσει ή να ελαχιστοποιήσει μία γραμμική συνάρτηση που υπόκειται σε ορισμένους γραμμικούς περιορισμούς. Το γραμμικό μοντέλο αποτελείται από τα ακόλουθα στοιχεία: - Ένα σύνολο από μεταβλητές απόφασης - Μία αντικειμενική συνάρτηση - Ένα σύνολο από περιορισμούς

### 1.12 Χαρακτηριστικά Προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός διαθέτει ένα εύρος εφαρμογής άμεσα σχετιζόμενο με προβλήματα που ποικίλουν στην θεματολογία. Παρακάτω είναι εμφανή οι κατηγορίες εκείνων των προβλημάτων που βρίσκει δραστηριότητα υλοποίησης ο Γραμμικός Προγραμματισμός.

- **Προβλήματα κάλυψης συνόλου** (set covering): αφορά καταστάσεις στις οποίες ένα σύνολο εγκαταστάσεων προσφέρει υπηρεσίες σε ένα σύνολο συστημάτων και ο στόχος είναι να εντοπιστεί το υποσύνολο των εγκαταστάσεων που καλύπτει τις ανάγκες εξυπηρέτησης όλων των συστημάτων
- **Προβλήματα σταθερού φορτίου** (fixed charge): αφορά καταστάσεις στις οποίες η οικονομική δραστηριότητα επιφέρει δύο τύπους κόστους α) σταθερό κόστος για την

αρχικοποίηση της δραστηριότητας και β) μεταβλητό κόστος ανάλογο του επιπέδου της δραστηριότητας

- **Προβλήματα με μη ταυτόχρονους περιορισμούς** (either-or): αφορά καταστάσεις στις οποίες κάποιοι περιορισμοί δεν πρέπει να ικανοποιούνται ταυτόχρονα

### 1.13 Παραδοχές Γραμμικού Προγραμματισμού

Προς διαπίστωση του κατά το πόσο το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού που κατασκευάζεται την εκάστοτε φορά ερμηνεύει σωστά το υπό εξέταση πρόβλημα και άρα αυτό μπορεί να επιλυθεί με τις μεθόδους του, θα πρέπει να εξεταστεί η ισχύς των ακόλουθων παραδοχών: <sup>5</sup>

#### 1) Αναλογικότητα:

Η αναλογικότητα αφορά τόσο στην αντικειμενική συνάρτηση όσο και στους περιορισμούς του μοντέλου. Το γεγονός ότι η αντικειμενική συνάρτηση είναι γραμμική σημαίνει ότι η συνεισφορά στη συνολική τιμή του  $z$  από μια μεταβλητή απόφασης είναι γραμμικά ανάλογη της τιμής που παίρνει η μεταβλητή αυτή.

#### 2) Αθροιστικότητα:

Όσον αφορά στην αντικειμενική συνάρτηση, αθροιστικότητα σημαίνει ότι η συνεισφορά κάθε μεταβλητής απόφασης στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης  $z$  είναι ανεξάρτητη από τις τιμές που παίρνουν οι υπόλοιπες μεταβλητές απόφασης. Σε κάθε περίπτωση η τιμή της  $z$  είναι το άθροισμα των επιμέρους τιμών των μεταβλητών απόφασης πολλαπλασιασμένων επί τους αντίστοιχους αντικειμενικούς συντελεστές

#### 3) Διαιρετότητα:

Οι προηγούμενες δύο παραδοχές διασφαλίζουν ότι το μοντέλο είναι γραμμικό ως προς την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς. Για να χρησιμοποιήσουμε όμως τη μέθοδο Simplex για την επίλυση του μοντέλου, όπως είδαμε, θα πρέπει να εξασφαλίσουμε ότι όλες οι μεταβλητές είναι συνεχείς δηλ. ότι μπορούν να πάρουν και κλασματικές τιμές.

#### 4) Προσδιοριστικότητα:

---

<sup>5</sup> <https://eclass.aegean.gr/>

Η τελευταία βασική παραδοχή του μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού είναι η προσδιοριστικότητα. Το μοντέλο είναι προσδιοριστικό ή ντετερμινιστικό αν γνωρίσουμε με βεβαιότητα τις τιμές των παραμέτρων δηλ. των αντικειμενικών συντελεστών, των τεχνολογικών συντελεστών ή συντελεστών παραγωγής (δηλ. των συντελεστών των μεταβλητών απόφασης στα αριστερά μέλη των περιορισμών) και των διαθέσιμων πόρων (δηλ. των δεξιών μελών των περιορισμών).

### **1.14 Λογισμικό Πρόγραμμα Επίλυσης Προβλημάτων**

Σε πραγματικά επιχειρησιακά περιβάλλοντα τα αναδυόμενα προβλήματα που μπορούν να επιλυθούν με την χρήση του Γραμμικού Προγραμματισμού, χαρακτηρίζονται από το μεγάλο μέγεθός τους και την πολυπλοκότητά τους. Αποτελούνται συνήθως από ένα μεγάλο πλήθος μεταβλητών και περιορισμών. Όπως είναι αναμενόμενο, είναι αδύνατον να βρεθούν άριστες λύσεις με εμπειρικό ή πρακτικό τρόπο. Για το λόγο αυτό έχουν δημιουργηθεί και κυκλοφορούν στην αγορά, εξειδικευμένα λογισμικά προγράμματα που διαμορφώνουν το πρόβλημα και εκδίδουν τα αποτελέσματα. Ενδεικτικά, τέτοια λογισμικά είναι BM ILOG CPLEX Studio IDE, MPL Modeling System, Wolfram Mathematica, Gipals, IOR Tutorial, FICO Express Optimization Suite, Lindo, Win QSB και το Microsoft Excel Solver. Ένα από πιο ευρέως διαδεδομένα λογισμικά, που χρησιμοποιείται και για ερευνητικούς σκοπούς είναι το Lindo το οποίο παρουσιάζεται στη συνέχεια.

#### **1.14.1 Ορισμός και Επίλυση προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού μέσω προγράμματος LINDO**

Το πρόγραμμα LINDO είναι ένα πολύ γνωστό λογισμικό για την επίλυση προβλημάτων τα οποία εκφράζονται από το πρότυπο (μοντέλο) του γραμμικού (linear), ακέραιου (integer) ή τετραγωνικού (quadratic) προγραμματισμού καθώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην επίλυση προβλημάτων με πολλαπλούς στόχους (goal programming) (Καρλαύτης, 2002).

Το πρόγραμμα LINDO είναι ένα πολυδύναμο εργαλείο το οποίο χρησιμοποιείται σε χιλιάδες επιχειρήσεις, και όχι μόνο, σε όλο τον κόσμο το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μοντελοποιηθούν και να λυθούν προβλήματα βελτιστοποίησης. Έχει την ικανότητα και την ταχύτητα να επιλύει μεγάλης κλίμακας γραμμικά μοντέλα με πολλούς αγνώστους καθώς συμπεριλαμβάνει όλα τα προηγμένα χαρακτηριστικά και τις εντολές που πρέπει να

χρησιμοποιήσει κάποιος για την εισαγωγή στοιχείων, την επεξεργασία τους και τέλος να εμφανίσει την λύση και τα αποτελέσματα τα οποία χρειάζεται (Βασιλείου et al., 200).

Η χρήση του συγκεκριμένου προγράμματος δεν απαιτεί ειδικευση στους υπολογιστές αρκεί μόνο ο χρήστης να γνωρίζει τα βασικά πάνω στους υπολογιστές και η χρήση του προγράμματος LINDO είναι αρκετά απλή και εύκολη καθώς υπάρχουν τα κατάλληλα εγχειρίδια (manuals) για την καλύτερη και την ορθότερη αξιοποίηση του προγράμματος. Το πρόγραμμα LINDO είναι συμβατό με το λειτουργικό σύστημα των Windows, κάτι το οποίο το κάνει ιδιαίτερα δημοφιλές πρόγραμμα καθώς ο περισσότερος κόσμος χρησιμοποιεί το συγκεκριμένο λειτουργικό. Το LINDO παρέχει βιβλιοθήκη τύπου DLL η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τις γλώσσες προγραμματισμού όπως Fortran, Visual Basic καθώς και C (Καρλαύτης, 2002).

Η εισαγωγή του μοντέλου γίνεται ακριβώς όπως θα το γράφαμε στο χαρτί για να το επιλύσουμε με την μόνη διαφορά ότι πρέπει να τηρούμε κάποιους βασικούς κανόνες για να μπορέσει το πρόβλημα να επιλυθεί από το πρόγραμμα (Βασιλείου et al., 200).

Κάθε πρόβλημα ξεκινάει με την αντικειμενική συνάρτηση (που πρέπει να διευκρινίσουμε εάν είναι πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους ή ελαχιστοποίησης κόστους) και στην συνέχεια πρέπει να εμφανίσουμε τους περιορισμούς του προβλήματος με τις παρακάτω δεσμευμένες λέξεις (Winston et al., 2004):

Max ή Min (εξίσωση προς βελτιστοποίηση)
s.t.ή subject to
{περιορισμός 1 <sup>ος</sup> }
{περιορισμός 2 <sup>ος</sup> }
....
END

Το πρόγραμμα LINDO είναι ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο, εύκολο στην χρήση του, για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού με την μόνη απαίτηση από τον χρήστη είναι η σωστή εισαγωγή του προτύπου, ενώ η πληθώρα των λειτουργιών που παρέχει είναι ως επί το πλείστον αυτοματοποιημένη (Winston et al., 2004).

Το LINDO μπορεί να επιλύσει εκτός από προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού, προβλήματα Ακέραιου (integer), όπως και Τετραγωνικού (quadratic) Προγραμματισμού με τους κατάλληλους αλγόριθμους. Υπάρχουν πληθώρα από συγκεκριμένες επιλογές με πλήρεις αναφορές αποτελεσμάτων και ανάλυσης ευαισθησίας, τις οποίες ο χρήστης μπορεί να συνδυάσει έτσι ώστε το οποιοδήποτε πρόβλημα να επιλυθεί αρκεί να έχει γνώση πάνω στις απαιτούμενες επιλογές και στα αποτελέσματα που δίνει το πρόγραμμα.<sup>6</sup>

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ

Σκοπός της έρευνας είναι η άριστη λύση ενός προβλήματος που αφορά την Διοικητική Επιστήμη. Η αναπτυσσόμενη έρευνά στοχεύει στη βέλτιστη λύση ενός Προβλήματος Δίαιτας σε μια κλινική.

Επί της ουσίας, επιδιώκουμε να βρούμε τον ιδανικότερο τρόπο να σιτιστούν οι ασθενείς της κλινικής για μία εβδομάδα με το χαμηλότερο δυνατό κόστος, ικανοποιώντας πάντα περιορισμούς και απαιτήσεις που προκύπτουν από το ιατρικό προσωπικό της κλινικής όσο και από την Διοίκηση.

Για την έρευνα χρειάστηκε να συλλεχθούν όλες εκείνες οι πληροφορίες που ήταν απαραίτητες για την μοντελοποίηση του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα με την μέθοδο των συνεντεύξεων πάρθηκαν ακόλουθα στοιχεία:

- Το πλήθος των ασθενών που φιλοξενούνται στην κλινική για μια εβδομάδα
- Οι διατροφικές ιδιαιτερότητές τους κατά περιστατικό
- Ποια είναι αυτά τα θρεπτικά συστατικά που θεωρούνται απαραίτητα για ένα ισορροπημένο γεύμα και σε τι ποσότητα πρέπει αυτά να προσληφθούν από τους ασθενείς

---

<sup>6</sup> LINDO User's Manual, Lindo Systems, Inc, 2003



- Το *μενού της κλινικής* που περιλαμβάνει όλο το πλήθος των φαγητών και των συνδυασμών τους που προσφέρει η κλινική στους ασθενείς
- Το *κόστος όλων των συστατικών*

Τα παραπάνω στοιχεία συλλέχθηκαν από τους Παθολόγους Ιατρούς της κλινικής, την Διατροφολόγο-Διαιτολόγο, καθώς και από την Διεύθυνση της κλινικής.

Μετά τη συλλογή των παραπάνω στοιχείων, σε δεύτερο στάδιο πραγματοποιήθηκε η καταγραφή όλων των παραπάνω σε πίνακα με τον ακόλουθο τρόπο:

- *Η πρόσθεση των απαιτήσεων των θρεπτικών συστατικών για όλους τους ασθενείς καθώς μας αφορά το σύνολό τους και όχι ξεχωριστά για καθέναν από τους ασθενείς*
- *Η καταγραφή της περιεκτικότητας των θρεπτικών συστατικών σε όλα τα προσφερόμενα είδη τροφών ανά μερίδα σύμφωνα με την συνιστώμενη ποσότητα κατά είδος*
- *Ο επιμερισμός του κόστους όλων των τροφών ανά μερίδα και ενσωμάτωση των επιμέρους κοστών σε φαγητά που περιέχουν παραπάνω από ένα συστατικό*
- *Επιμέρους περιορισμούς που αφορούν τους συνδυασμούς των τροφών*

Στο επόμενο στάδιο της έρευνας έλαβε χώρα η μοντελοποίηση τους προβλήματος. Όλα τα παραπάνω στοιχεία καταγράφηκαν με μαθηματικό τρόπο, σε μορφή εξισώσεων και δημιουργήθηκε το Μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού. Στη συνέχεια, μη την βοήθεια του λογισμικού Lindo, επεξεργάστηκαν και εξήχθησαν τα αποτελέσματα (Report).

Εν συνεχεία αναπτύχθηκε η αποκωδικοποίηση του Report καταγράφοντας την βέλτιστη λύση. Αυτή περιλαμβάνει τόσο το Χαμηλότερο Δυνατό Κόστος όσο και εκείνα τα είδη τροφών που παίρνουν μέρος στην άριστη λύση καθώς και σε ποιες ποσότητες.

Τέλος αξιολογήθηκαν τα αποτελέσματα της έρευνας και παρατέθηκαν τα σχετιζόμενα συμπεράσματα.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΙΑΙΤΑΣ ΣΕ ΚΛΙΝΙΚΗ**

### **3.1 Εισαγωγή στο Πρόβλημα Δίαιτας**

Η κλινική στην οποία πραγματοποιείται η έρευνα αποτελείται από τρία τμήματα, το ουρολογικό, το παθολογικό και το χειρουργικό τμήμα. Μπορεί να εξυπηρετήσει συγχρόνως έως 36 ασθενείς για το σύνολο των τμημάτων της. Στη συγκεκριμένη φάση η κλινική φιλοξενεί 22 ασθενείς εκ των οποίων οι 8 είναι παθολογικά περιστατικά και αποτελούν χρόνιοι ασθενείς και οι υπόλοιποι 14 είναι χειρουργικά περιστατικά.

Σύμφωνα με τους ιατρούς, οι διατροφικές ανάγκες διαφέρουν ανάμεσα στους παθολογικούς και χειρουργικούς ασθενείς. Πιο συγκεκριμένα, οι 8 ασθενείς του παθολογικού τμήματος αποτελούν χρόνιοι τρόφιμοι της κλινικής, τρίτης ηλικίας με ένα πιο ελεύθερο και ευρύ διατροφολόγιο, με τους περιορισμούς στην διαίτά τους να αφορούν τις ενδεχόμενες χρόνιες παθήσεις τους και με κύριο μέλημα, η αποφυγή μείωσης του βάρους τους.

Από την άλλη μεριά, οι ασθενείς του χειρουργικού τμήματος φιλοξενούνται στην κλινική μέχρι 4 μέρες συνήθως και ακολουθούν μία υπερλευκοματούχο διαίτα, απαραίτητη για την αποκατάσταση των χειρουργημένων ορθοπεδικών περιστατικών. Ως εκ τούτου το μενού της κλινικής παρουσιάζει μεγάλη ποικιλία στο μενού της προκειμένου να καλυφθούν οι ανάγκες των παθολογικών περιστατικών όπως κρέας, ψάρι, όσπρια, λαχανικά, αλλά και ένα μενού πλούσιο σε πρωτεΐνες και λευκώματα -κυρίως κρέας- για τα ορθοπεδικά περιστατικά. Τα παραπάνω στοιχεία έχουν συμπεριληφθεί ως σύνολο στην καταγραφή του προβλήματος, δεδομένου πως μας αφορά η συνολική εικόνα των απαιτήσεων και περιορισμών όλων των ασθενών.

### 3.2 Πρόβλημα Δίαιτας

Όπως προαναφέρθηκε, η κλινική φιλοξενεί τη συγκεκριμένη περίοδο 22 ασθενείς.. Στη συνέχεια δίνονται στον Πίνακα 5 τα πιθανά συστατικά για κάθε ένα από τα γεύματα (πρωινό, μεσημεριανό, βραδινό), τα απαραίτητα, σύμφωνα με τους ιατρούς, θρεπτικά συστατικά που πρέπει να περιλαμβάνει η διαίτα τους, η απαιτούμενη ποσότητα για μία εβδομάδα καθώς και το κόστος.

Πιο συγκεκριμένα, οι απαραίτητη προσλαμβάνουσα ενέργεια από τις τροφές ανά ημέρα και κατ' ασθενή πρέπει να είναι τουλάχιστον 1800 θερμίδες. Η ελάχιστη πρόσληψη πρωτεϊνών είναι 2 γραμμάρια ανά κιλό σωματικού βάρους ενώ για τους υδατάνθρακες, 4 γραμμάρια ανά κιλό σωματικού βάρους. Τα λίπη δεν πρέπει να ξεπερνούν τα 70 γραμμάρια την ημέρα καθώς και η χοληστερόλη τα 300 mg ημερησίως. Η πρόσληψη φυτικών ινών πρέπει να είναι τουλάχιστον 30 γραμμάρια την ημέρα ενώ για βιταμίνη C 75 mg την ημέρα για κάθε ασθενή.

Στον πίνακα που ακολουθεί αποτυπώνεται το σύνολο των παραπάνω απαιτήσεων ενώ στο Παράρτημα 1 γίνεται η λεπτομερής καταγραφή αυτών των αναγκών και πώς αυτές προκύπτουν. Σε φαγητά που περιέχουν παραπάνω από ένα συστατικά έχει ενσωματωθεί τόσο το κόστος όσο και τα θρεπτικά συστατικά όλων των απαραίτητων συστατικών για την παρασκευή τους παραθέτοντάς τα στο Παράρτημα 2. Οι τροφές δίνονται σε μερίδες, και σύμφωνα με την διατροφολόγο της κλινικής, τα ανάλογα γραμμάρια συνιστούν την ελάχιστη συνιστώμενη ποσότητα κατανάλωσής τους..

Οι πρωτεΐνες, υδατάνθρακες, λίπη και χοληστερόλη αποδίδονται σε γραμμάρια (gr) ενώ οι φυτικές ίνες και η Βιταμίνη C σε μικρογραμμάρια (mg). Σκοπός μας είναι να δημιουργήσουμε ένα πρότυπο γραμμικού προγραμματισμού, το οποίο να ικανοποιεί τις διατροφικές ανάγκες των ασθενών με το χαμηλότερο δυνατό κόστος.

Πίνακας 5: Σύνολο Απαιτήσεων

	Ενέργεια	Πρωτεΐνες	Υδατάνθρακες	Λίπη	Χοληστερόλη	Φυτικές ίνες	Βιταμίνη C	Κόστος
<b>Πρωινό</b>								
Γάλα (200 γρ)	124	6,4	9,6	6,8	10	-	-	0,25
Τσάι (100 γρ)	1	0,1	0,2	-	-	-	-	0,10
Χυμό πορτοκάλι (200 γρ)	108	0,4	26	-	-	0,4	30	0,20
Ψωμί (1 φέτα, 25γρ)	80	2,9	16	1,1	-	2,7	-	0,06
Φρυγανιά (2 τεμάχια, 16 γρ)	71	2,2	14,2	0,6	1,3	-	0,8	0.03
Τυρί gouda (1φέτα, 30 γρ)	119	8,5	0,8	9	38	-	-	0,24
Αυγό	80	7	0,6	6	187	-	-	0.30
Μέλι (μερίδα, 20 γρ)	45	0,06	16,4	-	-	0,04	0,5	0,18

Μαρμελάδα (μερίδα, 20γρ)	52	0,1	13,9	-	-	0,22	1,7	0,09
Μαργαρίνη (μερίδα, 10 γρ)	88	-	-	10		-	0,02	0,08
Κέικ (μερίδα 40 γρ)	173	6	19,5	2,4	-	-	-	0,22
Ταχίνι	119	3,4	4,2	10,8	-	1,8	-	0,26
Γιαούρτι (κεσεδάκι, 200γρ)	110	7,4	11	4	10	-	-	0,70
<b>Μεσημεριανό - Βραδινό</b>								
Κοτόπουλο (150γρ)	358	40,5	-	21	132	-	-	0,54
Μοσχάρι (150γρ)	258	36	-	12	154,5	-	-	1,27
Μπιφτέκι μοσχαρίσιο (150 γρ)	360	36	-	22,5	99	-	-	1,20

Βακαλαος (μερίδα 150γρ)	165	27	2,4	5,4	-	-	-	1,44
Παγκασιους (μερίδα, 150γρ)	99	19,3	1,5	1,2	-	-	-	0,70
Ρύζι (100γρ)	130	2,7	28	0,3	-	0,4	56	0,18
Πατάτα (100γρ)	76	2	17	0,1	-	2,2	19,7	0,07
Σπανακόριζο μερίδα, 350 γρ)	292	7	30	18	-	3	84,1	0,80
Γεμιστά (2 ντομάτες με ρύζι)	448	6,7	64,7	20,6		3,2	57,4	0,91
Ιμαμ (μερίδα, 2 μελιτζάνες)	490	18	21	38	35	11	-	1,17
Μπριάμ (μερίδα, 200γρ)	272	4	34,5	14,5	-	4,4	-	0,88

Κολοκυθάκια γεμιστά	371	20	18	25	76	3	43	1,47
Παπουτσάκια (μερίδα, 2 μελιτζάνες)	741	29,4	52,5	48,6	70	16,7	2,2	1,68
Μακαρόνια спаγγέτι (100γρ)	371	13	75	1,5	-	3,2	-	0,21
Μακαρόνια φαρφάλες (100 γρ)	303	12	72,2	1,5	-	-	-	0,24
Χυλοπίτες (μερίδα, 100 γρ)	300	10	61,2	1,5	-	1,8	-	0,28
Αστράκι (100 γρ)	359	12	71,7	2	-	-	-	0,24
Μπάμιες	169	4,7	15,2	12	-	3,2	23	0,30
Γίγαντες φασόλια (100 γρ)	123	3,5	8	6,8	-	2,1	-	0,46

Αρακάς								0,15
Φασολάκια (100γρ)	30	1,8	7	0,1	-	3,4	16,3	0,26
Φακές (80 γρ)	243	19	42,6	0,8	-	8	1,5	0,20
Φασόλια (80 γρ)	217	17,1	36,4	1,3	-	16	6,3	0,19
Ρεβύθια (80 γρ)	256	16,2	40	4,6	-	17	4	0,26
Τραχανάς (100 γρ)	398	16,3	58,2	12		1,1	-	0,25
Τυρόπιτα (τεμάχιο, 150 γρ)	380	11,3	47,6	23	31,6	-	-	0,76
Σαλάτα μαρούλι (μερίδα, 60 γρ)	35	3,5	7,2	-	-	3,2	23	0,22
Σαλάτα λαχανο	55	4,7	9,5	-	-	6,2	91,5	0,11



(μερίδα, 60 γρ)								
Σαλάτα μπρόκολο (μερίδα, 60 γρ)	33	2,8	7		-	2,6	89,2	1,16
Σαλάτα κολοκυθάκι βραστό (60 γρ)	172	4,2	6,6	15	-	1	17,9	0,22
Φέτα (60 γρ, 1 μερίδα)	149	8,6	3,3	1,7	50	-	-	0,62
Μυζήθρα (100γρ)	366	20	5	15	47	-	-	0,26
<b>Φρούτο</b>								
Αχλάδι (70 γρ)	57	0,4	15,2	0,1	-	2,6	4,3	0,1
Μπανάνα	105	1,3	27	0,4		2,9	8,7	0,25

Μανταρίνι (2 μέτρια, 200 γρ)	93	1,4	23,4	0,5	-	3,2	47	0,25
Πορτοκάλι (100 γρ)	47	0,7	12	0,2	-	2,4	53,2	0,07
Μήλο ( 200 γρ)	95	0,5	25,1	0,3	-	4,4	9,2	0,24
<b>Γλυκό</b>								
Ζελέ (μερίδα, (100 γρ)	61	1,2	14	-	-	-	-	0,19
Κρέμα βανίλια	168	3,9	21	4	-	-	-	0,22
Σοκολατόπιτα (μερίδα 50 γρ)	423	5,6	42,2	22,5	-	-	-	0,67
Ραβανί	329	4,3	126,3	3,5	-	-	-	0,68
Κορμός (1 τεμάχιο,50 γρ)	551	3,2	63,8	32,4	-	-	-	0,26

απαιτούμενη ποσότητα εβδομαδιαίως	201.600	18.480	36960	7840	33600	3360	8400	
---	---------	--------	-------	------	-------	------	------	--

### 3.3 Μεταβλητές Απόφασης

Το πρόβλημα περιλαμβάνει τις παρακάτω μεταβλητές που αντιπροσωπεύουν τον αριθμό των μονάδων από κάθε συστατικό που μπορεί να συμπεριληφθεί στη διαίτα.

X1 = πόσα ποτήρια γάλα 200 ml θα χρειαστούν ώστε να ικανοποιούνται οι απαιτήσεις

X2 = πόσα φλιτζάνια τσάι 100 ml

X3 = πόσα ποτήρια χυμό 200 ml

X4 = πόσες φέτες ψωμί 25 gr κλπ.

X5 = πόσες μερίδες φρυγανιές (2 τεμάχια, 16 gr).....κλπ.

Για λόγους ευκολίας οι μεταβλητές απόφασης δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

*Πίνακας 6:* Μεταβλητές Απόφασης

	<b>Πρωινό</b>
X1	Γάλα (200 γρ)
X2	Τσάι (100 γρ)
X3	Χυμό πορτοκάλι (200 γρ)
X4	Ψωμί (1 φέτα, 25γρ)
X5	Φρυγανιά (2 τεμάχια, 16 γρ)
X6	Τυρί gouda (1φέτα, 30 γρ)
X7	Αυγό
X8	Μέλι (μερίδα, 20 γρ)
X9	Μαρμελάδα (μερίδα, 20γρ)
X10	Μαργαρίνη (μερίδα, 10 γρ)
X11	Κέικ (μερίδα 40 γρ)
X12	Ταχίνι
X13	Γιαούρτι (κεσεδάκι, 200γρ)
	<b>Μεσημεριανό - Βραδινό</b>
A1	Κοτόπουλο (150γρ)
A2	Μοσχάρι (150γρ)
A3	Μπιφτέκι μοσχαρίσιο (150 γρ)
A4	Βακαλάος (μερίδα 150γρ)
A5	Παγκάσιους (μερίδα, 150γρ)
A6	Ρύζι (100γρ)
A7	Πατάτα (100γρ)
A8	Σπανακόρυζο μερίδα, 350 γρ)
A9	Γεμιστά (2 ντομάτες με ρύζι)
A10	Ιμαμ (μερίδα, 2 μελιτζάνες)
A11	Μπριάμ (μερίδα, 200γρ)
A12	Κολοκυθάκια γεμιστά

A13	Παπουτσάκια (μερίδα, 2 μελιτζάνες)
A14	Μακαρόνια σπαγγέτι (100γρ)
A15	Μακαρόνια φαρφάλες (100 γρ)
A16	Χυλοπίτες (μερίδα, 100 γρ)
A17	Αστράκι (100 γρ)
A18	Μπάμιες
A19	Γίγαντες φασόλια (100 γρ)
A20	Αρακάς
A21	Φασολάκια (100γρ)
A22	Φακές (80 γρ)
A23	Φασόλια (80 γρ)
A24	Ρεβίθια (80 γρ)
A25	Τραχανάς (100 γρ)
A26	Τυρόπιτα (τεμάχιο, 150 γρ)
B1	Σαλάτα μαρούλι (μερίδα, 250 γρ)
B2	Σαλάτα λάχανο (μερίδα, 250 γρ)
B3	Σαλάτα μπρόκολο (μερίδα, 100 γρ)
B4	Σαλάτα κολοκυθάκι βραστό (100 γρ)
B5	Φέτα (60 γρ, 1 μερίδα)
B6	Μυζήθρα (100γρ)
	<b>Φρούτο</b>
C1	Αχλάδι (70 γρ)
C2	Μπανάνα
C3	Μανταρίνι (2 μέτρια, 200 γρ)
C4	Πορτοκάλι (100 γρ)
C5	Μήλο ( 200 γρ)
	<b>Γλυκό</b>
D1	Ζελέ (μερίδα, (100 γρ)
D2	Κρέμα βανίλια
D3	Σοκολατόπιτα (μερίδα 50 γρ)
D4	Ραβανί
D5	Κορμός (1 τεμάχιο,50 γρ)

### 3.4 Αντικειμενική Συνάρτηση

Σκοπός του προβλήματος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους της διαίτας μίας εβδομάδας. Κατά συνέπεια το συνολικό κόστος προκύπτει από το άθροισμα των επιμέρους κοστών των συστατικών:

Min z =

$$0.25X1+0.1X2+0.2X3+0.06X4+0.03X5+0.24X6+0.30X7+0.18X8+0.09X9+0.08X10+0.22X11+0.26X12+0.7X13+0.54A1+1.27A2+1.2A3+1.44A4+0.7A5+0.18A6+0.07A7+0.8A8+0.91A9+1.17A10+0.88A11+1.47A12+1.68A13+0.21A14+0.24A15+0.28A16+0.24A17+0.3A18+0.46A19+0.15A20+0.26A21+0.2A22+0.19A23+0.26A24+0.25A25+0.76A26+0.22B1+0.11B2+1.16B3+0.22B4+0.62B5+0.26B6+0.1C1+0.25C2+0.25C3+0.07C4+0.24C5+0.19D1+0.22D2+0.67D3+0.68D4+0.26D5$$

### 3.5 Περιορισμοί

Οι περιορισμοί αφορούν τις απαιτήσεις πρόσληψης των θρεπτικών στοιχείων που θεωρούνται απαραίτητα για ένα ισορροπημένο γεύμα. Σύμφωνα με τον Πίνακα 5 και την διατύπωση του προβλήματος προκύπτουν οι παρακάτω περιορισμοί:

- Ενέργεια (kcal)

$$124X1+1X2+108X3+80X4+71X5+119X6+80X7+45X8+52X9+88X10+173X11+119X12+110X13+358A1+258A2+360A3+165A4+99A5+130A6+76A7+292A8+448A9+490A10+272A11+371A12+741A13+371A14+303A15+300A16+359A17+169A18+123A19+81A20+30A21+243A22+217A23+256A24+398A25+380A26+35B1+55B2+33B3+172B4+149B5+366B6+57C1+105C2+93C3+47C4+95C5+61D1+168D2+423D3+329D4+551D5 \geq 201600$$

- Πρωτεΐνη

$$6.4X1+0.1X2+0.4X3+2.9X4+2.2X5+8.5X6+7X7+0.06X8+0.1X9+0X10+6X11+3.4X12+7.4X13+40.5A1+36A2+36A3+27A4+19.3A5+2.7A6+2A7+7A8+6.7A9+18A10+4A11+20A12+29.4A13+13A14+12A15+10A16+12A17+4.7A18+3.5A19+5A20+1.8A21+19A22+17.1A23+16.2A24+16.3A25+11.3A26+3.5B1+4.7B2+2.8B3+4.2B4+8.6B5+20B6+0.4C1+1.3C2+1.4C3+0.7C4+0.5C5+1.2D1+3.9D2+5.6D3+4.3D4+3.2D5 \geq 18480$$

- Υδατάνθρακες

$$9.6X1+0.2X2+26X3+16X4+14.2X5+0.8X6+0.6X7+16.4X8+13.9X9+19.5X11+4.2X12+11X13+2.4A4+1.5A5+28A6+17A7+30A8+64.7A9+21A10+34.5A11+18A12+52.5A13+75A14+72.2A15+61.2A16+71.7A17+15.2A18+8A19+14A20+7A21+42.6A22+36.4A23+40A24+58.2A25+47.6A26+7.2B1+9.5B2+7B3+6.6B4+3.3B5+5B6+15.2C1+27C2+23.4C3+12C4+25.1C5+14D1+21D2+42.2D3+126.3D4+63.8D5 \geq 36960$$

- Λίπη

$$6.8X1+0X2+0X3+1.1X4+0.6X5+9X6+6X7+0X8+0X9+10X10+2.4X11+10.8X12+4X13+21A1+12A2+22.5A3+5.4A4+1.2A5+0.3A6+0.1A7+18A8+20.6A9+38A10+14.5A11+25A12+48.6A13+1.5A14+1.5A15+1.5A16+2A17+12A18+6.8A19+0.4A20+0.1A21+0.8A22+1.3A23+4.6A24+12A25+23A26+0B1+0B2+0B3+15B4+1.7B5+15B6+0.1C1+0.4C2+0.5C3+0.2C4+0.3C5+0D1+4D2+22.5D3+3.5D4+32.4D5 \leq 7840$$

- Χοληστερόλη

$$10X1+0X2+0X3+0X4+1.3X5+38X6+187X7+0X8+0X9+0X10+0X11+0X12+10X13+132A1+154.5A2+99A3+0A4+0A5+0A6+0A7+0A8+0A9+35A10+0A11+76A12+70A13+0A14+0A15+0A16+0A17+0A18+0A19+0A20+0A21+0A22+0A23+0A24+0A25+31.6A26+0B1+0B2+0B3+0B4+50B5+47B6+0C1+0C2+0C3+0C4+0C5+0D1+0D2+0D3+0D4+0D5 \leq 33600$$

- Φυτικές ίνες

$$0X1+0X2+0.4X3+2.7X4+0X5+0X6+0X7+0.04X8+0.22X9+0X10+0X11+1.8X12+0X13+0A1+0A2+0A3+0A4+0A5+0.4A6+2.2A7+3A8+3.2A9+11A10+4.4A11+3A12+16.7A13+3.2A14+0A15+1.8A16+0A17+3.2A18+2.1A19+5A20+3.4A21+8A22+16A23+17A24+1.1A25+0A26+3.2B1+6.2B2+2.6B3+1B4+0B5+0B6+2.6C1+2.9C2+3.2C3+2.4C4+4.4C5+0D1+0D2+0D3+0D4+0D5 \geq 3360$$

- Βιταμίνη C

$$0X1+0X2+30X3+0X4+0.8X5+0X6+0X7+0.5X8+1.7X9+0.02X10+0X11+0X12+0X13+0A1+0A2+0A3+0A4+0A5+56A6+19.7A7+84.1A8+57.4A9+0A10+0A11+43A12+2.2A13+0A14+0A15+0A16+0A17+23A18+0A19+40A20+16.3A21+1.5A22+6.3A23+4A24+0A25+0A26+23B1+91.5B2+89.2B3+17.9B4+0B5+0B6+4.3C1+8.7C2+47C3+53.2C4+9.2C5+0D1+0D2+0D3+0D4+0D5 \geq 8400$$

- Πρόσληψη θερμίδων πρωινού

Σύμφωνα με τις υποδείξεις των ιατρών, θέτουμε ως περιορισμό τουλάχιστον το 20% της συνολικής πρόσληψης των θερμίδων να προέρχεται από το πρωινό.

$$201.600 \times 0,2 = 40.320$$

Κατά συνέπεια έχουμε τον περιορισμό:

$$124X_1+1X_2+108X_3+80X_4+71X_5+119X_6+80X_7+45X_8+52X_9+88X_{10}+173X_{11}+119X_{12}+10X_{13} \geq 40320$$

Στη συνέχεια, ορίζουμε περιορισμό ως προς τους συνδυασμούς των πρωινών γευμάτων καθώς επιζητούμε να υπάρχει ποικιλομορφία στο μενού και να αποφύγουμε την περίπτωση να τρώνε οι ασθενείς κάθε μέρα το ίδιο πρωινό. Για τον λόγο αυτό θέτουμε ανώτατο όριο μερίδων.

$$X_1 \leq 44$$

$$X_2 \leq 24$$

$$X_3 \leq 44$$

$$X_4 \leq 44$$

$$X_5 \leq 44$$

$$X_6 \leq 44$$

$$X_7 \leq 24$$

$$X_8 \leq 44$$

$$X_9 \leq 24$$

$$X_{10} \leq 44$$

$$X_{11} \leq 24$$

$$X_{12} \leq 44$$

$$X_{13} \leq 24$$

( $14 \times 4 = 56$ ,  $8 \times 56 \times 2 = 112$  γεύματα πρωινού)

Επίσης, ο επιθυμητός συνδυασμός των παραπάνω τροφών του πρωινού είναι:

- Γάλα, ψωμί με μέλι και μαργαρίνη ( $44 \times 4 = 176$ )
- Τσάι, αυγό, μαρμελάδα, κέικ, γιαούρτι ( $24 \times 5 = 120$ )
- Χυμό πορτοκάλι, φρυγανιά, ταχίνι, τυρί γκούντα ( $44 \times 4 = 176$ )

$$X_1 + X_4 + X_8 + X_{10} \leq 176$$

$$X_2 + X_7 + X_9 + X_{13} + X_{11} \leq 120$$

$$X_3 + X_5 + X_6 + X_{12} \leq 176$$



- Ανώτατο – κατώτατο όριο μερίδων κύριων γευμάτων

Σε αυτή την περίπτωση θέτουμε έναν επιπλέον περιορισμό που αφορά τα όρια των μερίδων των φαγητών. Στο πρόβλημα που καλούμαστε να λύσουμε αναζητούμε μια δίαιτα 7 ημερών. Αν δεν ορίσουμε αυτόν τον περιορισμό, στο report μας θα εμφανιστεί η φθηνότερη επιλογή που ικανοποιεί τις απαιτήσεις μας για όλες τις ημέρες, για παράδειγμα, να καλύπτεται η απαίτηση σε υδατάνθρακες εξ ολοκλήρου από τα μακαρόνια με αποτέλεσμα οι ασθενείς να τρώνε κάθε μέρα μακαρόνια, κάτι που δεν είναι επιθυμητό τόσο από την διοίκηση της κλινικής όσο και από τους ιατρούς.

Κατά συνέπεια έχουμε τους παρακάτω περιορισμούς:

- Περιορισμός κατώτερων γευμάτων

Τα συνολικά γεύματα μεσημεριανού και βραδινού μιας εβδομάδας που θα χρειαστούμε για το σύνολο των ασθενών είναι:

Χειρουργικό:  $14 \times 4 = 56$ ,  $56 \times 2 = 112$

Παθολογικό:  $8 \times 7 = 56$ ,  $65 \times 2 = 112$

Σύνολο: 224 γεύματα

Έτσι, έχουμε τον περιορισμό

$$A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12+A13+A14+A15+A16+A17+A18+A19+A20+A21+A22+A23+A24+A25+A26 \geq 224$$

- Περιορισμός πρωτεΐνης (κρέας)

Οι ιατροί συστήνουν μια υπερλεκοματούχο δίαιτα για τους ασθενείς του χειρουργικού τμήματος. Αυτό σημαίνει πως απαιτείται να τρώνε όλες τις ημέρες νοσηλείας τους κρέας στα γεύματά τους. Οι ασθενείς του παθολογικού τμήματος συστήνεται να τρώνε κρέας τουλάχιστον 2 φορές την εβδομάδα στο μεσημεριανό τους χωρίς να αποκλείεται η περίπτωση να έχουν κρέας και στο βραδινό τους γεύμα.

Χειρουργικό:  $14 \times 4 = 56$ ,  $56 \times 2 = 112$

Παθολογικό:  $8 \times 2 = 16$

Σύνολο: 128 γεύματα

Έτσι, έχουμε τον περιορισμό

$$A1+A2+A3 \geq 128$$

- Περιορισμός ρυζιού και πατάτας

Επιπλέον, το ιατρικό προσωπικό θέλει αν και όσες ποσότητες κρέατος λάβουν μέρος στην άριστη λύση, τόσες ποσότητες ρυζιού ή πατάτας να προσφέρονται συνοδευτικά στο γεύμα.

Έτσι, έχουμε τον περιορισμό

$$A1+A2+A3-A6-A7=0$$

- Περιορισμός μερίδων κοτόπουλου

Σύμφωνα με τα παραπάνω θέτουμε επιπλέον περιορισμούς στα είδη του κρέατος προκειμένου να υπάρχει ποικιλία και να μην τρώνε οι ασθενείς ένα μόνο είδος κρέατος σε όλη τη διάρκεια της νοσηλείας τους. Έτσι θέτουμε ως περιορισμό, έως 4 γεύματα κρέατος να προέρχονται από το κοτόπουλο για τους χειρουργημένους ασθενείς και έως 4 για τα παθολογικά περιστατικά.

$$\text{Χειρουργικό: } 14 \times 4 = 56$$

$$\text{Παθολογικό: } 8 \times 4 = 32$$

$$\text{Σύνολο: } 88 \text{ γεύματα}$$

Έτσι έχουμε τους περιορισμούς

$$A1 \leq 88$$

- Περιορισμός για ψάρι

Οι ιατροί συστήνουν για τους παθολογικούς ασθενείς να τρώνε ψάρι δύο φορές την εβδομάδα είτε στο μεσημεριανό είτε στο βραδινό τους.

$$8 \times 2 = 16 \text{ γεύματα}$$

Έτσι, έχουμε τον περιορισμό

$$A4+A5= 16$$

- Περιορισμός για τα όσπρια

Ομοίως για τα όσπρια οι ιατροί συστήνουν έως 2 γεύματα την εβδομάδα, μόνο στο μεσημεριανό τους.

$$8 \times 2 = 16$$

Έτσι, έχουμε τον περιορισμό

$$A_{19} + A_{20} + A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24} \leq 16$$

Τα μισά μόνο από φακές  $A_{22} \leq 8$

- Περιορισμός για λαδερά

Οι ασθενείς του παθολογικού τμήματος συστήνεται να τρώνε τουλάχιστον 4 φορές την εβδομάδα λαδερά.

$$8 \times 4 = 32$$

Έχουμε τον περιορισμό

$$A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{18} \geq 32$$

- Περιορισμός για τυριά

Επιπλέον θέτουμε ως περιορισμό, όσες μερίδες λαδερών φαγητών και ζυμαρικών προκύψουν, τόσες να είναι και οι μερίδες τυριών

$$A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14} + A_{15} + A_{16} + A_{17} + A_{18} - B_5 - B_6 = 0$$

- Περιορισμός για ζυμαρικά

Οι ασθενείς του παθολογικού τμήματος συστήνεται να τρώνε τουλάχιστον 4 φορές την εβδομάδα ζυμαρικά.

$$8 \times 4 = 32$$

Έχουμε τον περιορισμό

$$A_{14} + A_{15} + A_{16} + A_{17} \geq 32$$

- Περιορισμός μερίδων σπαγγέτι

Θέτουμε τον περιορισμό οι μισές μερίδες μόνο να προέρχονται από σπαγγέτι

$$14 \times 2 = 17$$

- Περιορισμός για σαλάτα

Σύμφωνα με τις υποδείξεις των ιατρών, όλα τα γεύματα όλων των ασθενών πρέπει να περιέχουν σαλάτα στο μεσημεριανό και βραδινό γεύμα.

$$14 \times 4 \times 2 = 112$$

$$8 \times 7 \times 2 = 112$$

Σύνολο: 224 μερίδες σαλάτα

Έτσι, έχουμε τον περιορισμό

$$B1 + B2 + B3 + B4 \geq 224$$

➤ Περιορισμός φρούτων

Όλοι οι ασθενείς μπορούν να τρώνε τουλάχιστον 3 μερίδες φρούτων την ημέρα ενώ συγχρόνως τουλάχιστον τα μισά από αυτά πρέπει να είναι μπανάνα κα μήλο.

$$3 \times 14 \times 4 = 168$$

$$3 \times 8 \times 7 = 168$$

Σύνολο: 336

Έτσι, έχουμε τους περιορισμούς

$$C1 + C2 + C3 + C4 + C5 \geq 336$$

$$C2 + C5 \geq 168$$

➤ Περιορισμός γλυκού

Η διοίκηση της κλινικής, εφόσον το επιτρέπει το ιατρικό προσωπικό θέλει να προσφέρει στους ασθενείς και γλυκό στη διαίτά τους. Συγκεκριμένα, 1 γλυκό στις 4 ημέρες νοσηλείας στα χειρουργικά περιστατικά και 2 γλυκά την εβδομάδα στα παθολογικά περιστατικά. Τα 22 γλυκά από αυτά να είναι κορμός.

$$1 \times 14 = 14$$

$$2 \times 8 = 16$$

Σύνολο 30 γλυκά

Έχουμε τον περιορισμό

$$D1 + D2 + D3 + D4 + D5 = 30$$

D5=22

### 3.6 Καταγραφή προβλήματος στο Lindo

Συγκεντρώνοντας όλα τα παραπάνω το πρόβλημα περνάει στο Lindo με τον εξής τρόπο:

min

0.25X1+0.1X2+0.2X3+0.06X4+0.03X5+0.24X6+0.30X7+0.18X8+0.09X9+0.08X10+0.22X11+0.26X12+0.7X13+0.54A1

+1.27A2+1.2A3+1.44A4+0.7A5+0.18A6+0.07A7+0.8A8+0.91A9+1.17A10+0.88A11+1.47A12+1.68A13+0.21A14+0.24A15+

0.28A16+0.24A17+0.3A18+0.46A19+0.15A20+0.26A21+0.2A22+0.19A23+0.26A24+0.25A25+0.76A26+0.22B1+0.11B2+

1.16B3+0.22B4+0.62B5+0.26B6+0.1C1+0.25C2+0.25C3+0.07C4+0.24C5+0.19D1+0.22D2+0.67D3+0.68D4+0.26D5

SUBJECT TO

energeia)124X1+1X2+108X3+80X4+71X5+119X6+80X7+45X8+52X9+88X10+173X11+119X12+110X13+358A1+258A2+360A3

+165A4+99A5+130A6+76A7+292A8+448A9+490A10+272A11+371A12+741A13+371A14+303A15+300A16+359A17+

169A18+123A19+81A20+30A21+243A22+217A23+256A24+398A25+380A26+35B1+55B2+33B3+172B4+149B5+366B6

+57C1+105C2+93C3+47C4+95C5+61D1+168D2+423D3+329D4+551D5>=201600

proteini)6.4X1+0.1X2+0.4X3+2.9X4+2.2X5+8.5X6+7X7+0.06X8+0.1X9+0X10+6X11+3.4X12+7.4X13+40.5A1+36A2+36A3+27A4+

19.3A5+2.7A6+2A7+7A8+6.7A9+18A10+4A11+20A12+29.4A13+13A14+12A15+10A16+12A17+4.7A18+3.5A19+5A20+1.8A21

+19A22+17.1A23+16.2A24+16.3A25+11.3A26+3.5B1+4.7B2+2.8B3+4.2B4+8.6B5+20B6+0.4C1+1.3C2+1.4C3+0.7C4+0.5C5

+1.2D1+3.9D2+5.6D3+4.3D4+3.2D5>=18480

idatan)  $9.6X_1+0.2X_2+26X_3+16X_4+14.2X_5+0.8X_6+0.6X_7+16.4X_8+13.9X_9+19.5X_{11}+4.2X_{12}+11X_{13}+2.4A_4+1.5A_5+28A_6+17A_7+30A_8$   
 $+64.7A_9+21A_{10}+34.5A_{11}+18A_{12}+52.5A_{13}+75A_{14}+72.2A_{15}+61.2A_{16}+71.7A_{17}+15.2A_{18}+8A_{19}+14A_{20}+7A_{21}+42.6A_{22}+36.4A_{23}$   
 $+40A_{24}+58.2A_{25}+47.6A_{26}+7.2B_1+9.5B_2+7B_3+6.6B_4+3.3B_5+5B_6+15.2C_1+27C_2+23.4C_3$   
 $+12C_4+25.1C_5+14D_1+21D_2+42.2D_3$   
 $+126.3D_4+63.8D_5 \geq 36960$

lipoi)  $6.8X_1+0X_2+0X_3+1.1X_4+0.6X_5+9X_6+6X_7+0X_8+0X_9+10X_{10}+2.4X_{11}+10.8X_{12}+4X_{13}+21A_1+12A_2+22.5A_3+5.4A_4+1.2A_5+0.3A_6$   
 $+0.1A_7+18A_8+20.6A_9+38A_{10}+14.5A_{11}+25A_{12}+48.6A_{13}+1.5A_{14}+1.5A_{15}+1.5A_{16}+2A_{17}+12A_{18}+6.8A_{19}+0.4A_{20}+0.1A_{21}+0.8A_{22}$   
 $+1.3A_{23}+4.6A_{24}+12A_{25}+23A_{26}+0B_1+0B_2+0B_3+15B_4+1.7B_5+15B_6+0.1C_1+0.4C_2+0.5C_3+0.2C_4+0.3C_5+0D_1+4D_2+22.5D_3$   
 $+3.5D_4+32.4D_5 \leq 7840$

xolist)  $10X_1+0X_2+0X_3+0X_4+1.3X_5+38X_6+187X_7+0X_8+0X_9+0X_{10}+0X_{11}+0X_{12}+10X_{13}+132A_1+154.5A_2+99A_3+0A_4+0A_5+0A_6+0A_7$   
 $+0A_8+0A_9+35A_{10}+0A_{11}+76A_{12}+70A_{13}+0A_{14}+0A_{15}+0A_{16}+0A_{17}+0A_{18}+0A_{19}+0A_{20}+0A_{21}+0A_{22}+0A_{23}+0A_{24}+0A_{25}+31.6A_{26}$   
 $+0B_1+0B_2+0B_3+0B_4+50B_5+47B_6+0C_1+0C_2+0C_3+0C_4+0C_5+0D_1+0D_2+0D_3+0D_4+0D_5 \leq 33600$

fitikes)  $0X_1+0X_2+0.4X_3+2.7X_4+0X_5+0X_6+0X_7+0.04X_8+0.22X_9+0X_{10}+0X_{11}+1.8X_{12}+0X_{13}+0A_1+0A_2+0A_3+0A_4+0A_5+0.4A_6+2.2A_7$

$$+3A8+3.2A9+11A10+4.4A11+3A12+16.7A13+3.2A14+0A15+1.8A16+0A17+3.2A18+2.1A19+5A20+3.4A21+8A22+16A23+17A24$$

$$+1.1A25+0A26+3.2B1+6.2B2+2.6B3+1B4+0B5+0B6+2.6C1+2.9C2+3.2C3+2.4C4+4.4C5+0D1+0D2+0D3+0D4+0D5 \geq 3360$$

$$\text{vitamin})0X1+0X2+30X3+0X4+0.8X5+0X6+0X7+0.5X8+1.7X9+0.02X10+0X11+0X12+0X13+0A1+0A2+0A3+0A4+0A5+56A6+19.7A7$$

$$+84.1A8+57.4A9+0A10+0A11+43A12+2.2A13+0A14+0A15+0A16+0A17+23A18+0A19+40A20+16.3A21+1.5A22+6.3A23+4A24$$

$$+0A25+0A26+23B1+91.5B2+89.2B3+17.9B4+0B5+0B6+4.3C1+8.7C2+47C3+53.2C4+9.2C5+0D1+0D2+0D3+0D4+0D5 \geq 8400$$

$$\text{proino})124X1+1X2+108X3+80X4+71X5+119X6+80X7+45X8+52X9+88X10+173X11+119X12+110X13 \geq 40320$$

$$X1 \leq 44$$

$$X2 \leq 24$$

$$X3 \leq 44$$

$$X4 \leq 44$$

$$X5 \leq 44$$

$$X6 \leq 44$$

$$X7 \leq 24$$

$$X8 \leq 44$$

$$X9 \leq 24$$

$$X10 \leq 44$$

$$X11 \leq 24$$

$$X12 \leq 44$$

$$X_{13} \leq 24$$

$$X_1 + X_4 + X_8 + X_{10} \leq 176$$

$$X_2 + X_7 + X_9 + X_{13} + X_{11} \leq 120$$

$$X_3 + X_5 + X_6 + X_{12} \leq 176$$

geumata)

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14} + A_{15} + A_{16} + A_{17} + A_{18} + A_{19} + A_{20} + A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24} + A_{25} + A_{26} \geq 224$$

kreas)  $A_1 + A_2 + A_3 \geq 128$

rizi)  $A_1 + A_2 + A_3 - A_6 - A_7 = 0$

kota)  $A_1 \leq 88$

psari)  $A_4 + A_5 = 16$

ospria)  $A_{19} + A_{20} + A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24} \leq 224$

fakes)  $A_{22} \leq 112$

ladera)  $A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{18} \geq 32$

tiria)  $A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14} + A_{15} + A_{16} + A_{17} + A_{18} - B_5 - B_6 = 0$

zimarika)  $A_{14} + A_{15} + A_{16} + A_{17} \geq 32$

spaggeti)  $A_{14} \leq 17$

salata)  $B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \geq 224$

froua)  $C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 \geq 336$

$$C_2 + C_5 \geq 168$$

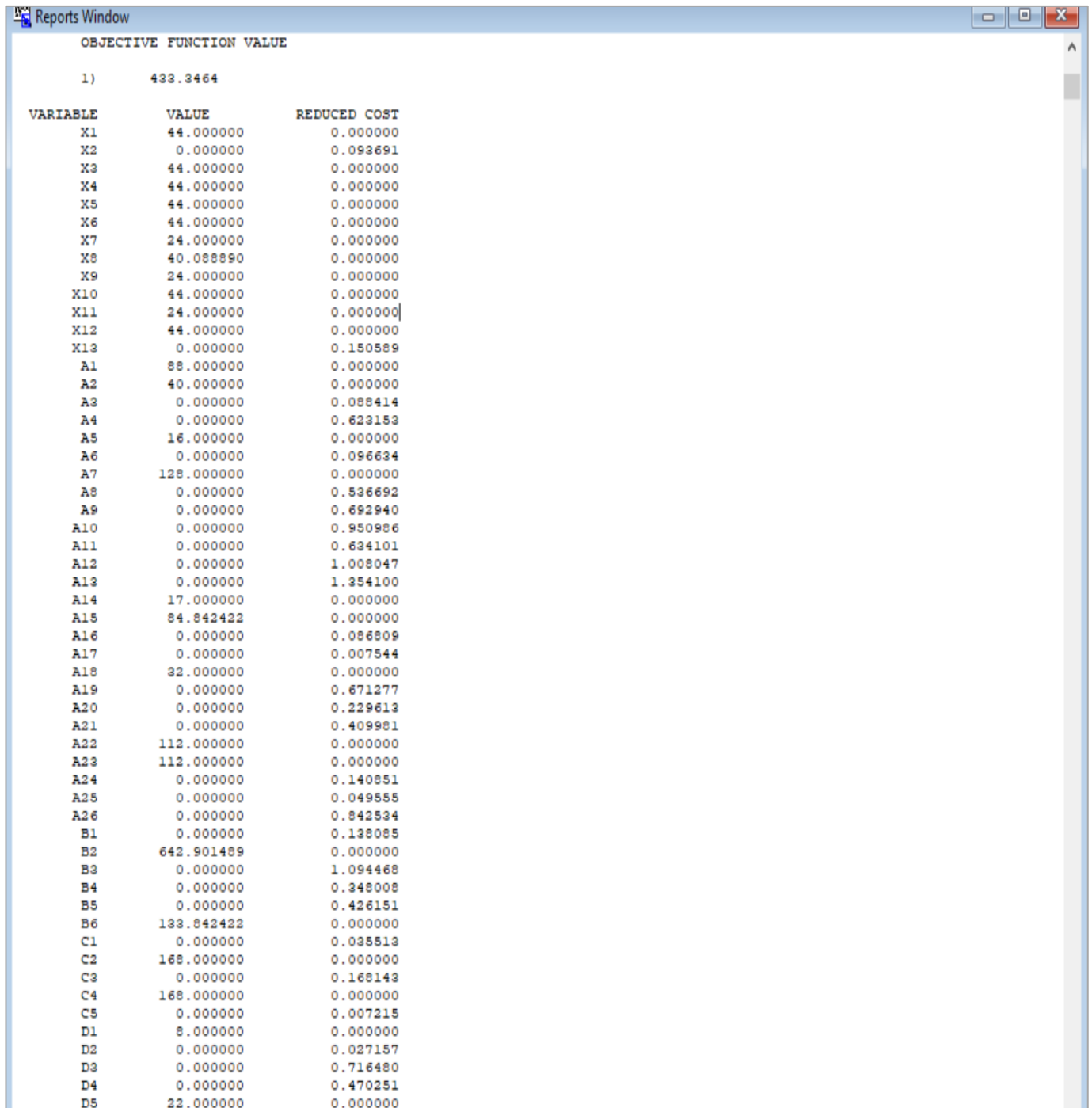
gluko)  $D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 = 30$

$$D_5 = 22$$



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

## 4.1 Αποτελέσματα Lindo (Report)



Reports Window

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 433.3464

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	44.000000	0.000000
X2	0.000000	0.093691
X3	44.000000	0.000000
X4	44.000000	0.000000
X5	44.000000	0.000000
X6	44.000000	0.000000
X7	24.000000	0.000000
X8	40.088890	0.000000
X9	24.000000	0.000000
X10	44.000000	0.000000
X11	24.000000	0.000000
X12	44.000000	0.000000
X13	0.000000	0.150589
A1	88.000000	0.000000
A2	40.000000	0.000000
A3	0.000000	0.088414
A4	0.000000	0.623153
A5	16.000000	0.000000
A6	0.000000	0.096634
A7	128.000000	0.000000
A8	0.000000	0.536692
A9	0.000000	0.692940
A10	0.000000	0.950986
A11	0.000000	0.634101
A12	0.000000	1.008047
A13	0.000000	1.354100
A14	17.000000	0.000000
A15	84.842422	0.000000
A16	0.000000	0.086809
A17	0.000000	0.007544
A18	32.000000	0.000000
A19	0.000000	0.671277
A20	0.000000	0.229613
A21	0.000000	0.409981
A22	112.000000	0.000000
A23	112.000000	0.000000
A24	0.000000	0.140851
A25	0.000000	0.049555
A26	0.000000	0.842534
B1	0.000000	0.138085
B2	642.901489	0.000000
B3	0.000000	1.094468
B4	0.000000	0.348008
B5	0.000000	0.426151
B6	133.842422	0.000000
C1	0.000000	0.035513
C2	168.000000	0.000000
C3	0.000000	0.168143
C4	168.000000	0.000000
C5	0.000000	0.007215
D1	8.000000	0.000000
D2	0.000000	0.027157
D3	0.000000	0.716480
D4	0.000000	0.470251
D5	22.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
ENERGEIA)	103290.164062	0.000000
PROTEINI)	0.000000	-0.023404
IDATAN)	1408.057251	0.000000
LIPOI)	0.000000	0.015087
XOLIST)	2856.206058	0.000000
FITIKES)	4865.272949	0.000000
VITAMIN)	66972.812500	0.000000
PROINO)	0.000000	-0.003969
10)	0.000000	0.289326
11)	24.000000	0.000000
12)	0.000000	0.109071
13)	0.000000	0.308780
14)	0.000000	0.165301
15)	0.000000	0.166518
16)	0.000000	0.090811
17)	3.911111	0.000000
18)	0.000000	0.118718
19)	0.000000	0.118383
20)	0.000000	0.570818
21)	0.000000	0.000000
22)	24.000000	0.000000
23)	3.911111	0.000000
24)	48.000000	0.000000
25)	0.000000	0.128921
GEUMATA)	405.842438	0.000000
KREAS)	0.000000	-0.623191
RIZI)	0.000000	0.024700
KOTA)	0.000000	0.699536
PSARI)	0.000000	-0.266402
OSPRIA)	0.000000	0.190600
FAKES)	0.000000	0.042012
LADERA)	0.000000	-0.389265
TIRIA)	0.000000	0.018221
ZIMARIKA)	69.842422	0.000000
SPAGGETI)	0.000000	0.053404
SALATA)	418.901520	0.000000
FROUTA)	0.000000	-0.056634
39)	0.000000	-0.168975
GLUKO)	0.000000	-0.161915
41)	0.000000	-0.512012
NO. ITERATIONS=	46	

OBJ COEFFICIENT RANGES			
VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	0.250000	0.289326	INFINITY
X2	0.100000	INFINITY	0.093691
X3	0.200000	0.109071	INFINITY
X4	0.060000	0.308780	INFINITY
X5	0.030000	0.165301	INFINITY
X6	0.240000	0.166518	INFINITY
X7	0.300000	0.090811	INFINITY
X8	0.180000	0.061605	0.048752
X9	0.090000	0.118718	INFINITY
X10	0.080000	0.118383	INFINITY
X11	0.220000	0.570818	INFINITY
X12	0.260000	0.128921	0.109071
X13	0.700000	INFINITY	0.150589
A1	0.540000	0.699536	INFINITY
A2	1.270000	0.088414	0.623191
A3	1.200000	INFINITY	0.088414
A4	1.440000	INFINITY	0.623153
A5	0.700000	0.623153	INFINITY
A6	0.180000	INFINITY	0.096634
A7	0.070000	0.096634	0.623191
A8	0.800000	INFINITY	0.536692
A9	0.910000	INFINITY	0.692940
A10	1.170000	INFINITY	0.950986
A11	0.880000	INFINITY	0.624101
A12	1.470000	INFINITY	1.008046
A13	1.680000	INFINITY	1.354100
A14	0.210000	0.053404	INFINITY
A15	0.240000	0.007322	0.053404
A16	0.280000	INFINITY	0.086809
A17	0.240000	INFINITY	0.007544
A18	0.300000	0.536692	0.389265
A19	0.460000	INFINITY	0.671277
A20	0.150000	INFINITY	0.229613
A21	0.260000	INFINITY	0.409981
A22	0.200000	0.042012	INFINITY
A23	0.190000	0.140851	0.042012
A24	0.260000	INFINITY	0.140851
A25	0.250000	INFINITY	0.049555
A26	0.760000	INFINITY	0.842534
B1	0.220000	INFINITY	0.138085
B2	0.110000	0.028517	0.020406
B3	1.160000	INFINITY	1.094468
B4	0.220000	INFINITY	0.348008
B5	0.620000	INFINITY	0.426151
B6	0.260000	0.068138	0.195333
C1	0.100000	INFINITY	0.035513
C2	0.250000	0.007215	0.168975
C3	0.250000	INFINITY	0.168143
C4	0.070000	0.035513	0.056634
C5	0.240000	INFINITY	0.007215
D1	0.190000	0.027157	INFINITY
D2	0.220000	INFINITY	0.027157
D3	0.670000	INFINITY	0.716480
D4	0.680000	INFINITY	0.470251
D5	0.260000	INFINITY	INFINITY

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
ENERGEIA	201600.000000	103290.164062	INFINITY
PROTEINI	18480.000000	INFINITY	696.617737
IDATAN	36960.000000	1408.057251	INFINITY
LIPOI	7840.000000	1002.710693	1152.399902
XOLIST	33600.000000	INFINITY	2856.206055
FITIKES	3360.000000	4865.272949	INFINITY
VITAMIN	8400.000000	66372.812500	INFINITY
PROINO	40320.000000	176.000000	1804.000000
10	44.000000	14.548388	1.419355
11	24.000000	INFINITY	24.000000
12	44.000000	16.000000	0.000000
13	44.000000	22.550001	2.200000
14	44.000000	3.666667	0.000000
15	44.000000	44.000000	0.000000
16	24.000000	16.810202	2.200000
17	44.000000	INFINITY	3.911111
18	24.000000	34.692307	3.384615
19	44.000000	20.500000	2.000000
20	24.000000	10.427746	1.017341
21	44.000000	INFINITY	0.000000
22	24.000000	INFINITY	24.000000
23	176.000000	INFINITY	3.911111
24	120.000000	INFINITY	48.000000
25	176.000000	0.000000	1.478992
GEUMATA	224.000000	405.842438	INFINITY
KREAS	128.000000	20.409815	40.000000
RIZI	0.000000	109.307869	1090.127930
KOTA	88.000000	40.000000	59.335724
PSARI	16.000000	36.647999	16.000000
OSPRIA	224.000000	135.048065	112.000000
FAKES	112.000000	112.000000	112.000000
LADERA	32.000000	28.042576	32.000000
TIRIA	0.000000	216.572098	30.082466
ZIMARIKA	32.000000	69.842422	INFINITY
SPAGGETI	17.000000	84.842422	17.000000
SALATA	224.000000	418.901520	INFINITY
FROUTA	336.000000	5762.000000	134.957230
39	168.000000	168.000000	103.264175
GLUKO	30.000000	1640.697632	8.000000
41	22.000000	8.000000	22.000000

## 4.2 Αξιολόγηση των Αποτελεσμάτων

Σύμφωνα με το report του Lindo έχουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

- Το κόστος της διατροφής για μία εβδομάδα 433 ευρώ

Τα συστατικά που παίρνουν μέρος στην άριστη λύση είναι τα ακόλουθα:

- 44 ποτήρια γάλα και 44 ποτήρια χυμό πορτοκαλιού των 200 ml ενώ δεν προσφέρει καθόλου τσάι.
- 44 φέτες ψωμί
- 44 μερίδες φρυγανιά (44x2= 88 φρυγανιές)
- 44 φέτες τυρί gouda
- 44 μερίδες ταχίνι των 20 gr
- 40 μερίδες μέλι των 20 gr
- 24 αυγά
- 24 μερίδες μαρμελάδα των 20 gr
- 24 μερίδες κέικ
- 88 μερίδες των 150 gr κοτόπουλο
- 40 μερίδες των 150 gr μοσχάρι
- 16 μερίδες ψάρι παγκάσιους
- 128 μερίδες πατάτα 100 gr
- 17 μερίδες σπαγγέτι 100 gr
- 84 μερίδες φαρφάλες 100 gr
- 32 μερίδες μπάμιες 100 gr
- 112 μερίδες φακές 80 gr
- 112 μερίδες φασόλια 80 gr
- 642 μερίδες λάχανο σαλάτα 60 gr
- 133 μερίδες μυζήθρα 100 gr
- 168 μπανάνες
- 168 πορτοκάλια
- 8 μερίδες γλυκό ζελέ
- 22 μερίδες γλυκό κορμός

Ο συνδυασμός και οι ποσότητες των παραπάνω τροφών αποτελούν την βέλτιστη λύση. Η Διοίκηση της κλινικής είναι σε θέση με τα προαναφερόμενα συστατικά, να καλύψει πλήρως τις ανάγκες σίτισης των ασθενών της για μια εβδομάδα έχοντας καλύψει όλες τις απαιτήσεις τόσο της ίδια όσο και των ιατρών, ελαχιστοποιώντας το κόστος της.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τις τελευταίες δεκαετίες, η βελτιστοποίηση της διαχείρισης επιχειρήσεων γίνεται όλο και πιο δημοφιλής όχι μόνο στην ακαδημαϊκή βιβλιογραφία αλλά και στην πράξη. Ωστόσο, τα προβλήματα είναι πολύ διαφορετικά και λίγες βιβλιογραφικές ανασκοπήσεις έχουν περιγράψει μοντέλα και αλγόριθμους που εφαρμόζονται στη βελτιστοποίηση της διαχείρισης λειτουργιών.

Κατ' αρχήν, η ερευνητική δραστηριότητα είναι η εφαρμογή επιστημονικών μεθόδων, τεχνικών και εργαλείων για την επίλυση προβλημάτων που σχετίζονται με τη λειτουργία ενός συστήματος, προκειμένου να παρέχεται σε αυτούς που ελέγχουν το σύστημα την καλύτερη λύση στο πρόβλημα.

Εν ολίγοις, είναι μια συστηματική και αναλυτική προσέγγιση στη λήψη αποφάσεων και στην επίλυση προβλημάτων. Από την πλευρά ενός διαχειριστή, η επιχειρηματική έρευνα είναι ένα εργαλείο που μπορεί να συμβάλει σημαντικά στη βελτίωση της παραγωγικότητας, στη λήψη αποφάσεων και στη βελτιστοποίηση λύσεων. Έτσι οι πιθανές ανταμοιβές θα μπορούσαν να είναι τεράστιες.

Η προαναφερόμενη μελέτη περίπτωσης, πραγματεύεται ένα ρεαλιστικό πρόβλημα μιας επιχείρησης και γίνεται άμεσα αντιληπτή η σημαντικότητα της Διοικητικής Επιστήμης στην βέλτιστη λειτουργία των επιχειρήσεων. Με την μέθοδο του Γραμμικού Προγραμματισμού επιτυγχάνεται η μοντελοποίηση του προβλήματος και τελικά η λύση του, κατανέμοντας τους περιορισμένους πόρους της κλινικής κατά τον βέλτιστο τρόπο και με το χαμηλότερο δυνατό κόστος. Η συνεισφορά αυτής της εργασίας έγκειται στην ανάδειξη της σπουδαιότητας της Επιχειρησιακής Έρευνας σε καίριας σημασίας καταστάσεις – απρόοπτες ή μη- που απασχολούν τις επιχειρήσεις και πώς μέθοδοι και εργαλεία της Διοικητικής Επιστήμης μπορούν να συμβάλουν στη άριστη λειτουργία τους.

Αξίζει να αναπτυχθούν νέα μοντέλα και μέθοδοι για να βοηθηθούν οι υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων να αντιμετωπίσουν την αβεβαιότητα του περιβάλλοντος, να αναπτύξουν σχέδια ευρωστίας ή να ανταποκριθούν γρήγορα σε απροσδόκητες διακοπές με λύσεις υψηλής ποιότητας.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

### **Ξενόγλωσση**

- Bernard, W. Taylor. (2018). Εισαγωγή στη Διοικητική Επιστήμη. Εκδόσεις Broken Hill, Κύπρος.*
- Bertsekas, D. P., & Bertsekas, D. P. (1995). Dynamic programming and optimal control (Vol. 1, No. 2).*
- Goemans Michel. Advanced Algorithms: Linear Programming. Lecture Notes, 1994.*
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2001). Introduction to operations research. Tata McGraw-Hill Education.*
- Howard Karloff. Linear Programming. Birkhauser "", 1991.*
- LINDO User's Manual, Lindo Systems, Inc, 2003*
- Microsoft, MS-Excel 2010 On-line Help Manual, U.S.A., 2010*
- Papadimitriou C., Steiglitz K. Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity. Prentice-Hall, Inc., 1982.*
- Schrijver, Alexander. Theory of Linear and Integer Programming. Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization. Wiley Publishers, 1998.*
- Vanderbei, Robert J. Linear Programming: Foundations and Extensions. International Series in Operations Research & Management Science, Vol. 37, 2nd Edition. Springer Verlag, 2001. 472 pages, Hardcover.*
- Winston Wayne L. ,Operations Research Applications and Algorithms, Tomson Brooks/col, USA, Fourth Edition, 2004*
- Winston, W. L., & Goldberg, J. B. (2004). Operations research: applications and algorithms (Vol. 3). Boston: Duxbury press.*

### **Ελληνική**

- ΒΑΣΙΛΕΙΟΥ Π.-Χ.Γ., Ν.Δ.ΤΣΑΝΤΑΣ, ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, 2000*
- Καρλαύτης Μ., ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Τομέας Προγραμματισμού και Διαχείρισης Τεχνικών Έργων, 2002*

Κολέτσος, Ι. και Στογιάννης, Δ., (2012). *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα*. Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.

Γεωργίου, Α.Κ., Οικονόμου Γ.Σ. και Γ.Δ. Τσιότρας (2006). *Μελέτες Περιπτώσεων Επιχειρησιακής Έρευνας*. Εκδόσεις Μπένου, Αθήνα.

Τσάντας Ν.Δ. και Βασιλείου Γ. Π-Χ (2000). *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα: Αλγόριθμοι και Εφαρμογές*. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.

Υψηλάντης, Γ. Π., (2012). *Επιχειρησιακή έρευνα: Εφαρμογές στη σημερινή επιχείρηση*. 4<sup>η</sup> έκδ., Εκδόσεις Προπομπός (Ειδικές Επιστημονικές Εκδόσεις), Αθήνα.

#### **Διαδικτυακή**

<https://oikonomologos.gr/lessons/epixeirisiaki-ereuna-operational-research/>. Πρόσβαση στις 20/12/2022

<https://eclass.aegean.gr/modules/document/file.php/511229/%CE%95%CE%951.pdf>. Πρόσβαση στις 21/12/2022

<https://eclass.upatras.gr/>. Πρόσβαση στις 22/12/2022

<https://eclass.aegean.gr/>. Πρόσβαση στις 23/12/2022



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1 – «Ανάλυση Απαιτήσεων Πίνακα 5»

Οι απαιτούμενες ποσότητες της δίαιτας αφορούν το σύνολο των ασθενών για μία εβδομάδα. Η δίαιτα των 14 ασθενών του παθολογικού τμήματος αναφέρεται σε ολόκληρή την εβδομάδα (7 ημέρες) καθώς αποτελούν χρόνιοι τρόφιμοι της κλινικής. Οι 8 ασθενείς του χειρουργικού τμήματος φιλοξενούνται 4 ημέρες στην κλινική και οι απαιτήσεις διαφέρουν καθώς χρειάζονται καθημερινά μία υπερλευκοματούχο δίαιτα. Πιο συγκεκριμένα, οι απαιτούμενες θερμίδες κατά ασθενή είναι 1800, η ελάχιστη πρόσληψη πρωτεϊνών είναι τουλάχιστον 2 γραμμάρια ανά κιλό σωματικού βάρους ενώ για τους υδατάνθρακες, 4 γραμμάρια ανά κιλό σωματικού βάρους. Τα λίπη δεν πρέπει να ξεπερνούν τα 70 γραμμάρια την ημέρα καθώς και η χοληστερόλη τα 300 mg ημερησίως. Η πρόσληψη φυτικών ινών πρέπει να είναι τουλάχιστον 30 γραμμάρια την ημέρα ενώ για βιταμίνη C 75 mg την ημέρα. Στη συνέχεια καταγράφονται αναλυτικά οι διατροφικές απαιτήσεις των ασθενών.

- Ενέργεια (kcal): 1800 θερμίδες κατ' άτομο

Χειρουργικά περιστατικά:  $1800 \times 14 = 25.200$  kcal/ ημερησίως

Παθολογικά περιστατικά:  $1800 \times 8 = 14.000$  kcal/ ημερησίως

Για μία εβδομάδα:  $25.200 \times 4 = 100.800$

$$14.400 \times 7 = 100.800$$

Σύνολο: **201.600 kcal/ εβδομαδιαίως**

- Πρωτεΐνη: 2 γραμμάρια ανά κιλό σωματικού βάρους (μ.ό.: 85 kg/χειρουργικό, μ.ό.: 80 kg/παθολογικό)

Χειρουργικά περιστατικά:  $85 \times 14 = 1190$  kg  $\longrightarrow$   $1190 \times 2 = 2380$  gr

Παθολογικά περιστατικά:  $80 \times 8 = 640$  kg  $\longrightarrow$   $640 \times 2 = 1280$  gr

Για μία εβδομάδα:  $2380 \times 4 = 9.520$  gr

$$1280 \times 7 = 8.960$$

Σύνολο:  $9520 + 8960 = 19.480$  gr/ εβδομαδιαίως

- Υδατάνθρακες: 4 γραμμάρια ανά κιλό σωματικού βάρους (μ.ό.: 85 kg/χειρουργικό, μ.ό.: 80 kg/παθολογικό)

Χειρουργικά περιστατικά:  $85 \times 14 = 1190 \text{ kg} \longrightarrow 1190 \times 4 = 4760 \text{ gr}$

Παθολογικά περιστατικά:  $80 \times 8 = 640 \text{ kg} \longrightarrow 640 \times 4 = 2560 \text{ gr}$

Για μία εβδομάδα:  $4760 \times 4 = 19.040 \text{ gr}$

$2560 \times 7 = 17.920 \text{ gr}$

Σύνολο:  $19.040 + 17.920 = \mathbf{36.960 \text{ gr/ εβδομαδιαίως}}$

- Λίπη: έως 70 gr την ημέρα

Χειρουργικά περιστατικά:  $70 \times 14 = 980 \text{ gr}$

Παθολογικά περιστατικά:  $70 \times 8 = 560 \text{ gr}$

Για μία εβδομάδα:  $980 \times 4 = 3.920 \text{ gr}$

$560 \times 7 = 3920 \text{ gr}$

Σύνολο:  $3.920 \times 2 = 7.840 \text{ gr/ εβδομαδιαίως}$

- Χοληστερόλη: έως 300 mg την ημέρα

Χειρουργικά περιστατικά:  $300 \times 14 = 4.200 \text{ mg}$

Παθολογικά περιστατικά:  $300 \times 8 = 2.400 \text{ mg}$

Για μία εβδομάδα:  $4.200 \times 4 = 16.800 \text{ mg}$

$2.400 \times 7 = 16.800 \text{ mg}$

Σύνολο:  $16800 \times 2 = 33.600 \text{ mg/ εβδομαδιαίως}$

- Φυτικές ίνες: τουλάχιστον 30 gr την ημέρα

Χειρουργικά περιστατικά:  $30 \times 14 = 420 \text{ gr}$

Παθολογικά περιστατικά:  $30 \times 8 = 240 \text{ gr}$

Για μία εβδομάδα:  $420 \times 4 = 1680 \text{ gr}$

$240 \times 7 = 1680 \text{ gr}$

Σύνολο:  $1680 \times 2 = 3.360$  **gr/ εβδομαδιαίως**

- Βιταμίνη C: τουλάχιστον 75 mg την ημέρα

Χειρουργικά περιστατικά:  $75 \times 14 = 1.050$  mg

Παθολογικά περιστατικά:  $75 \times 8 = 600$  mg

Για μία εβδομάδα:  $1.050 \times 4 = 4200$  mg

$600 \times 7 = 4.200$  mg

Σύνολο:  $4.200 \times 2 = 8.400$  **mg/ εβδομαδιαίως**

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2 – «Κοστολόγηση Συστατικών Δίαιτας Πίνακα 5»

Συστατικά	κιλό/συσκευασία	μερίδα/τεμάχιο
Γάλα	1,25	0,25
Τσάι	2,10	0,10
Χυμό πορτοκάλι	0,98	0,20
Ψωμί (φέτα, 25 γρ)	2,40	0,06
Φρυγανιά	1,38	0,03
Τυρί gouda	7,90	0,24
Αυγό	5,99	0,30
Μέλι	240 τμχ	0,18
Μαρμελάδα	240 τμχ	0,09
Μαργαρίνη	240 τμχ	0,08
Κέικ	5,50	0,22
Ταχίνι	240 τμχ	0,26
Γιαούρτι	3,50	0,70
Κοτόπουλο (150γρ)	3,50	0,54
Μοσχάρι (150γρ)	8,50	1,27
Μπιφτέκι μοσχαρίσιο (150 γρ)	8,00	1,20
Βακαλάος (μερίδα 100γρ)	14,46	1,44
Παγκασιους (μερίδα, 100γρ)	7,03	0,70
Ρύζι (100γρ)	1,78	0,18
Πατάτα (100γρ)	0,72	0,07
Φέτα (60 γρ, 1 μερίδα)	10,23	0,62
Μυζήθρα (100γρ)	2,63	0,26
Σπανακόρυζο μερίδα, 350 γρ)	3,21	0,80
Γεμιστά (2 ντομάτες με ρύζι)	4,55	0,91
Ιμαμ (μερίδα, 2 μελιτζάνες)	5,88	1,17
Μπριάμ (μερίδα, 200γρ)	5,32	0,88
Κολοκυθάκια γεμιστά	7,38	1,47
Παπουτσάκια (μερίδα, 2 μελιτζάνες)	8,41	1,68
Μακαρόνια σπαγγέτι (100γρ)	2,15	0,21
Μακαρόνια φαρφάλες (100 γρ)	2,44	0,24
Χυλοπίτες (μερίδα, 100 γρ)	2,80	0,28
Αστράκι (100 γρ)	2,40	0,24
Μπάμιες	2,92	0,30
Γίγαντες φασόλια (100 γρ)	4,58	0,46
Αρακάς (100 γρ)	1,52	0,15
Φασολάκια (100γρ)	2,62	0,26
Φακές (80 γρ)	2,44	0,20
Φασόλια (80 γρ)	2,41	0,19
Ρεβύθια (80 γρ)	3,28	0,26
Σαλάτα μαρούλι (μερίδα, 250 γρ)	0,88	0,22
Σαλάτα λάχανο (μερίδα, 250 γρ)	0,44	0,11

Σαλάτα μπρόκολο (μερίδα, 100 γρ)	1,67	1,16
Σαλάτα κολοκυθάκι βραστό (100 γρ)	2,25	0,22
Τραχανάς (100 γρ)	2,56	0,25
Τυρόπιτα (150 γρ)	5,01	0,76
Αχλάδι (70 γρ)	1,44	0,1
Μπανάνα	1,21	0,25
Μανταρίνι (2 μέτρια, 200 γρ)	1,25	0,25
Πορτοκάλι (100 γρ)	0,76	0,07
Μήλο ( 200 γρ)	1,21	0,24
Ζελέ (μερίδα, (100 γρ)	1,36	0,19
Κρέμα βανίλια	1,34	0,22
Σοκολατόπιτα (μερίδα)	6,06	0,67
Ραβανί	6,15	0,68
Κορμός (1 τεμάχιο,50 γρ)	2,63	0,26

#### Σπανακόρυζο:

600 γρ. σπανάκι = 1, 68 ευρώ (2,80/κιλό)

1 κρεμμύδι = 0,15 ευρώ (0,77/κιλό)

1 πράσο = 0,46 ευρώ (1,85/κιλό)

1 σκ. Σκόρδο = 0,05 ευρώ (0,45/τμχ)

200 γρ. ρύζι = 0,35 ευρώ (1,78/κιλό)

1 λεμόνι = 0,15 (1,04/κιλό)

4 κ.σ. άνηθο = 0,15 ευρώ (0,61/τμχ)

3 φρέσκα κρεμμυδάκια = 0,22 ευρώ (1,40/κιλό)

Σύνολο = 3,21/ 4 μερίδες, **0,80/μερίδα**

#### Γεμιστά

10 ντομάτες μεγάλες = 2,60 ευρώ (1,16/κιλό)

250 γρ. ρύζι = 0,44 ευρώ (1,78/κιλό)

2 κρεμμύδια = 0,30 ευρώ (0,77/κιλό)

2 σκ. Σκόρδο = 0,10 ευρώ (0,45/τμχ)  
½ μάτσο μαϊντανό = 0,25 ευρώ (0,51/τμχ)  
1 κ.γ. πελτέ ντομάτας = 0,20 ευρώ (4,23/κιλό)  
400 γρ. χυμό ντομάτας = 0,66 ευρώ (1,65/κιλό)  
Σύνολο = 4,55/5 μερίδες, **0,91/μερίδα**

### Ιμάμ μπαϊλντί

5 μελιτζάνες = 1,10 ευρώ (1,45/κιλό)  
5 κλ. Θυμάρι = 0,30 (1,54/τμχ)  
3 κρεμμύδια = 0,45 ευρώ (0,77/κιλό)  
4 σκ. ψιλοκομμένες σκόρδο = 0,20 ευρώ (0,45/τμχ)  
3 ντομάτες = 0,51 ευρώ (1,16/κιλό)  
½ του μάτσου μαϊντανό = 0,25 ευρώ (0,51/τμχ)  
300 γρ. φέτα = 3,07 ευρώ (10,23/κιλό)  
Σύνολο = 5,88/ 5 μερίδες, **1,17/μερίδα**

### Μπριάμ

500 γρ. πατάτες = 0,35 ευρώ (0,72/κιλό)  
600 γρ. μελιτζάνες = 0,87 ευρώ (1,45/κιλό)  
600 γρ. κολοκύθια = 1,35 ευρώ (2,25/κιλό)  
400 γρ. πιπεριές Φλωρίνης = 1 ευρώ (2,50/κιλό)  
250 γρ. καρότα = 0,16 ευρώ (0,66/κιλό)  
1 κρεμμύδι = 0,15 ευρώ (0,77/κιλό)  
3 ντομάτες = 0,51 ευρώ (1,16/κιλό)  
2 πιπεριές = 0,40 ευρώ (1,34/κιλό)

2 κ.σ. πελτέ ντομάτας = 0,50 (4,23/κιλό)

1 φρυγανιά = 0,03 ευρώ

Σύνολο = 5,32/6 μερίδες, **0,88/μερίδα**

#### Κολοκυθάκια γεμιστά

10 κολοκυθάκια = 2,80 ευρώ (1,39/κιλό)

300 γρ. μοσχαρίσιο κιμά = 2,40 ευρώ (8/κιλό)

100 γρ. ρύζι = 0,18 ευρώ (1,78/κιλό)

¼ του μάτσου άνηθο = 0,12 ευρώ (0,51/τμχ)

1 μέτριο κρεμμύδι = 0,15 ευρώ (0,77/κιλό)

1 σκ. Σκόρδο = 0,05 ευρώ (0,45/τμχ)

1 μέτρια ντομάτα = 0,18 ευρώ (1,16/κιλό)

4 αυγά = 1,20 ευρώ (0,30/τμχ)

2 λεμόνια = 0,30 ευρώ (1,04/κιλό)

Σύνολο = 7,38/ 5 μερίδες, **1,47/μερίδα**

#### Παπουτσάκια

5 μελιτζάνες = 1,10 ευρώ (1,45/κιλό)

500 γρ. κιμά μοσχαρίσιο = 4 ευρώ (8/κιλό)

800 γρ. ντομάτα κονκασέ = 1,14 ευρώ (1,43/κιλό)

1 κρεμμύδι = 0,15 ευρώ (0,77/κιλό)

50 γρ. βούτυρο = 0,75 ευρώ (14,89/κιλό)

50 γρ. αλεύρι = 0,05 ευρώ (1,05/κιλό)

500 ml γάλα = 0,62 ευρώ (1,25/λίτρο)

2 αυγά = 0,60 ευρώ (0,30/τμχ)

Σύνολο = 8,41/5 μερίδες, **1,68/μερίδα**

Σοκολατόπιτα:

300 γρ. ζάχαρη, κρυσταλλική = 0,40 ευρώ ( 1,33/ κιλό )

280 γρ. αλεύρι = 0,30 ευρώ (1,05/κιλό)

250 γρ. βούτυρο = 3,72 ευρώ (14,89/κιλό)

4 αυγά = 1,20 ευρώ (0,30/ τεμάχιο)

3 κ.σ. κακάο = 0,39 ευρώ (9,02 κιλό)

1 κ.γ. μπέικιν πάουντερ = 0,05 (0,18/20 γρ)

Σύνολο = 6,06€/ ταψί, **0,67/ μερίδα**

Κρέμα βανίλια:

60 γρ. άνθος αραβοσίτου = 0,45 ευρώ (7,50/κιλό)

45 γρ ζάχαρη = 0,06 (1,33/κιλό)

660 ml γάλα = 0,83 (1,25/λίτρο)

Σύνολο = 1,34/ 6 μερίδες, **0,22/μερίδα**

Ζελέ:

200 γρ ζελέ σκόνη = 1,36/ 7 μερίδες, **0,19/μερίδα**

Ραβανί:

400 γρ ζάχαρη = 0,53 ευρώ (1,33/ κιλό)

220 γρ βούτυρο = 3,28 ευρώ (14,89/ κιλό)

340 γρ σιμιγδάλι = 0,56 ευρώ (1,66/ κιλό)

130 γρ αλεύρι =0,13 ευρώ (1,05/κιλό)

5 αυγά = 1,50



3 κ.γ. μπέικιν πάουντερ = 0,15 (0,18/20 γρ)  
Σύνολο = 6,15 ευρώ/9 μερίδες, **0,68/μερίδα**

Κορμός:

250 γρ μαργαρίνη = 0,84 ευρώ (3,36/κιλό)  
200 γρ. ζάχαρη άχνη = 0,34 ευρώ (1,71/κιλό)  
50 γρ. κακάο = 0,45 ευρώ (9.02/κιλό)  
250 γρ. μπισκότα πτι-μπερ = 1 ευρώ (4,02/κιλό)  
Σύνολο = 2,63/ 10 μερίδες, **0,26/μερίδα**

