ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗ ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ

ΜΕΛΕΤΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ R-ΜΕΤΑΞΥ-Κ-ΣΥΝΕΧΟΜΕΝΩΝ-ΑΠΟ-ΤΑ-Ν:F ΜΕ ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ

Νεφέλη Στεφανάτου

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Υπεύθυνος

ΙΩΑΝΝΗΣ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ

ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Λαμία, 2021-2022

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗ ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ

ΜΕΛΕΤΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ R-ΜΕΤΑΞΥ-Κ-ΣΥΝΕΧΟΜΕΝΩΝ-ΑΠΟ-ΤΑ-Ν:F ΜΕ ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ

Νεφέλη Στεφανάτου

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Επιβλέπων

ΙΩΑΝΝΗΣ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ

ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Λαμία, 2021-2022

Με ατομική μου ευθύνη και γνωρίζοντας τις κυρώσεις [(1)], που προβλέπονται από της διατάξεις της παρ. 6 του άρθρου 22 του Ν. 1599/1986, δηλώνω ότι:

1. *Δεν παραθέτω κομμάτια βιβλίων ή άρθρων ή εργασιών άλλων αυτολεξεί **χωρίς να τα περικλείω σε εισαγωγικά** και χωρίς να αναφέρω το συγγραφέα, τη χρονολογία, τη σελίδα. Η αυτολεξεί παράθεση χωρίς εισαγωγικά χωρίς αναφορά στην πηγή, είναι λογοκλοπή. Πέραν της αυτολεξεί παράθεσης, λογοκλοπή θεωρείται και η παράφραση εδαφίων από έργα άλλων, συμπεριλαμβανομένων και έργων συμφοιτητών μου, καθώς και η παράθεση στοιχείων που άλλοι συνέλεξαν ή επεξεργάσθηκαν, χωρίς αναφορά στην πηγή. Αναφέρω πάντοτε με πληρότητα την πηγή κάτω από τον πίνακα ή σχέδιο, όπως στα παραθέματα.*

2. *Δέχομαι ότι η αυτολεξεί **παράθεση χωρίς εισαγωγικά**, ακόμα κι αν συνοδεύεται από αναφορά στην πηγή σε κάποιο άλλο σημείο του κειμένου ή στο τέλος του, είναι αντιγραφή. Η αναφορά στην πηγή στο τέλος π.χ. μιας παραγράφου ή μιας σελίδας, δεν δικαιολογεί συρραφή εδαφίων έργου άλλου συγγραφέα, έστω και παραφρασμένων, και παρουσίασή τους ως δική μου εργασία.*

3. *Δέχομαι ότι υπάρχει επίσης περιορισμός στο μέγεθος και στη συχνότητα των παραθεμάτων που μπορώ να εντάξω στην εργασία μου εντός εισαγωγικών. Κάθε μεγάλο παράθεμα (π.χ. σε πίνακα ή πλαίσιο, κλπ), προϋποθέτει ειδικές ρυθμίσεις, και όταν δημοσιεύεται προϋποθέτει την άδεια του συγγραφέα ή του εκδότη. Το ίδιο και οι πίνακες και τα σχέδια*

4. *Δέχομαι όλες τις συνέπειες σε περίπτωση λογοκλοπής ή αντιγραφής.*

Ημερομηνία: 25/9/2022

Η Δηλουσα
Νεφέλη Στεφανάτου

(1) «Όποιος εν γνώσει του δηλώνει ψευδή γεγονότα ή αρνείται ή αποκρύπτει τα αληθινά με έγγραφη υπεύθυνη δήλωση του άρθρου 8 παρ. 4 Ν. 1599/1986 τιμωρείται με φυλάκιση τουλάχιστον τριών μηνών. Εάν ο υπαίτιος αυτών των πράξεων σκόπευε να προσπορίσει στον εαυτόν του ή σε άλλον περιουσιακό όφελος βλάπτοντας τρίτον ή σκόπευε να βλάψει άλλον, τιμωρείται με κάθειρξη μέχρι 10 ετών.

ΜΕΛΕΤΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ R-ΜΕΤΑΞΥ-Κ-ΣΥΝΕΧΟΜΕΝΩΝ-ΑΠΟ-ΤΑ-Ν:F ΜΕ ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ

Νεφέλη Στεφανάτου

Τριμελής Επιτροπή:

ΙΩΑΝΝΗΣ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΥ, Επίκουρος καθηγητής

ΔΡΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ, Αναπληρωτής καθηγητής

ΣΑΒΕΛΩΝΑΣ ΜΙΧΑΛΗΣ, Επίκουρος καθηγητής

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ 9
ABSTRACT 10
Κεφάλαιο 1 11
Κεφάλαιο 2 28
Κεφάλαιο 3 38
Κεφάλαιο 4 41
Κεφάλαιο 5 64
Λίστα Εικόνων 66
Ξένη Βιβλιογραφία 67
Ελληνική Βιβλιογραφία 68

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας πτυχιακής εργασίας, είναι η μελέτη της αξιοπιστίας του συστήματος *r*-μεταξύ-*k*-συνεχόμενων-από-τα-*n*:*F* με σταθμισμένες μονάδες, προσεγγίζοντας το διάνυσμα της υπογραφής του, για διάφορες τιμές των παραμέτρων σχεδιασμού του, με την ανάπτυξη κατάλληλου λογισμικού .

Στο πρώτο κεφάλαιο, περιγράφονται οι θεμελιώδεις έννοιες που θα χρειαστεί κανείς να γνωρίζει, με σκοπό να κατανοήσει την έννοια ενός συστήματος αξιοπιστίας.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, αναφέρονται συνοπτικά κάποιες βασικές κατηγορίες συστημάτων αξιοπιστίας οι οποίες έχουν μελετηθεί στο παρελθόν και ανήκουν στην οικογένεια του συστήματος που μελετάμε και παρατίθενται βασικά αξιώματα και χρήσιμα για την έρευνα μας αποτελέσματα, τα οποία προέκυψαν από τις μελέτες αυτές και υπάρχουν στη βιβλιογραφία.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται το λογισμικό το οποίο αναπτύχθηκε κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας καθώς και ο αλγόριθμος που κατασκευάστηκε για την μελέτη της αξιοπιστίας των συστημάτων r-μεταξύ-k-συνεχόμενων-από-τα-n:F με σταθμισμένες μονάδες.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται αναλυτικά, τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το λογισμικό που αναπτύχθηκε και του σχετικού αλγορίθμου που κατασκευάστηκε, κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας. Δηλαδή, παρουσιάζεται πλήθος αριθμητικών αποτελεσμάτων, που καλύπτουν ποικίλες τιμές των παραμέτρων σχεδιασμού του υπό μελέτη συστήματος και τα συμπεράσματα που προκύπτουν.

Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο, αναφέρουμε τις πρακτικές εφαρμογές της οικογένειας του συστήματος αυτού, στην καθημερινή μας ζωή.

ABSTRACT

The goal of this thesis is to study the reliability of the system weighted-r-within-consecutively-k-out-of-n:F consisting of independent and identically distributed components trying to approach its signature vector for different values of its design parameters.

In the first chapter the basic concepts that someone has to understand in order to understand the concept of reliability systems are explained.

In the second chapter, some basic categories of reliability systems that belong in the family of the system that we are examining that have been studied in the past are mentioned and some basic axioms that are useful effects for our research are cited.

In the third chapter, the software that was developed during this thesis was presented as well as the algorithm that was designed while studying the reliability of the weighted-r-within-consecutively-k-out-of-n:F system. After that, a large number of numerical results that cover variety values of design parameters of the system we are studying and the conclusions that emerge.

In the end, applications of the family of this system that can be found in real word are mentioned.

Κεφάλαιο 1

Βασικές έννοιες συστημάτων αξιοπιστίας

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε βασικές έννοιες για να μελετήσουμε τα συστήματα αξιοπιστίας. Για τη συγγραφή του κεφαλαίου αυτού σημαντικές πηγές αποτέλεσαν οι: Esary&Marshall (1964), ISO 2394:2015, Birnbaum, Z.W., Esary, J.D. & Saunders, S.C. (1961), System Reliability Theory Models, Statistical Methods, and Applications Wiley (2004), Μπούτσικας Μιχαήλ (2003-2008),

Ορισμός 1.1: Με βάση το ISO 2394:2015 **σύστημα** ονομάζεται μια οριοθετημένη ομάδα αλληλένδετων, αλληλοεξαρτώμενων ή αλληλεπιδρούμενων μελών που συνιστούν μία οντότητα που επιτυγχάνει ένα καθορισμένο στόχο στο περιβάλλον του, μέσω της αλληλεπίδρασης των μερών της και της αλληλεπίδρασης τους με το περιβάλλον.

Ένα σύστημα αποτελείται από i μονάδες, καθεμιά από τις οποίες μπορεί να βρίσκεται είτε σε κατάσταση λειτουργίας, είτε σε κατάσταση μη λειτουργίας. Συμβολίζουμε με $x_i = 0$ ή $x_i = 1$, την μονάδα αυτή ανάλογα με το αν βρίσκεται σε κατάσταση μη λειτουργιάς (failed) ή σε κατάσταση λειτουργίας (functioning). Συμπερασματικά ανάλογα με το συνδυασμό των μονάδων που βρίσκονται σε κατάσταση λειτουργίας ή όχι, το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση λειτουργίας ή μη λειτουργίας.

Ορισμός 1.2: Η συνδυασμένη επίδοση όλων των μονάδων του συστήματος ορίζεται ως διάνυσμα κατάστασης τους, το διάνυσμα x, για το οποίο ισχύει $x=(x_1, x_2,..., x_n)$ όπου κάθε x_i μπορεί να πάρει τις τιμές 0 ή 1.

Συνάρτηση δομής φ: $\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ ονομάζουμε την συνάρτηση η οποία απεικονίζει την κατάσταση φ(x) του συστήματος ανάλογα με τις καταστάσεις των n μονάδων που το αποτελούν. Συμπερασματικά για τη φ(x) ισχύει:

$$\phi(x)= \begin{cases} 1, \text{αν το σύστημα λειτουργεί} \\ 0, \text{αν το σύστημα δεν λειτουργεί} \end{cases}$$

Παραδείγματα συναρτήσεων δομής ήδη γνωστών συστημάτων

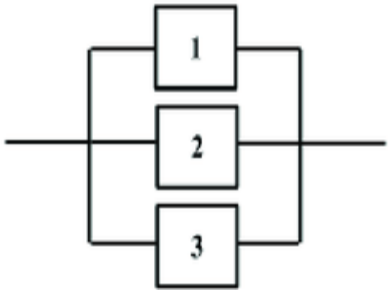
- **Σειριακό σύστημα (Series structure)**

Το σειριακό σύστημα περιλαμβάνει n μονάδες διατεταγμένες σε σειρά. Στην περίπτωση αυτή το σύστημα λειτουργεί αν και μόνο αν όλες οι μονάδες του λειτουργούν. Η συνάρτηση δομής του ορίζεται ως: ϕ(x) = min(x_1, x_2,…, x_i) = $\prod_{i=1}^{n} x_i$

Εικόνα 1: Παράδειγμα σειριακού συστήματος

- **<u>Παράλληλο σύστημα (Parallel structure)</u>**

Περιλαμβάνει n μονάδες διατεταγμένες παράλληλα. Έτσι είναι σχεδιασμένο να αποτυγχάνει μόνο στην περίπτωση που όλες οι μονάδες του αποτύχουν. Η συνάρτηση δομής του ορίζεται ως: ϕ(x) = max(x_1, x_2,…, x_n) = 1 - $\prod_{i=1}^{n}(1 - x_i)$

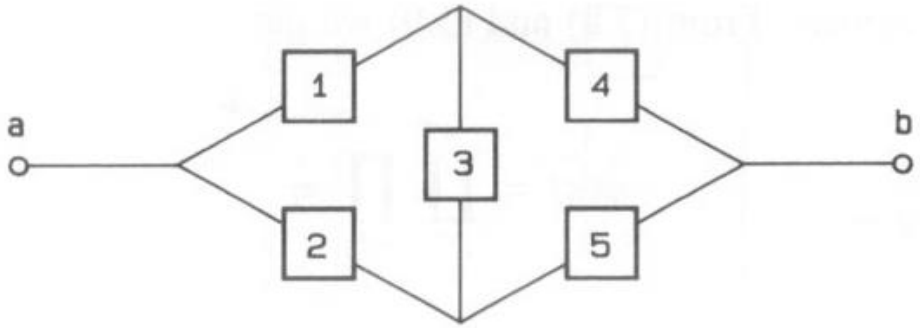


Εικόνα 2: Παράδειγμα παράλληλου συστήματος

Έστω ότι εντοπίζουμε παράλληλο σύστημα που δομείται από 2 μονάδες. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και το σύμβολο $\coprod$ για να δηλώσουμε ότι δύο μονάδες είναι παράλληλες μεταξύ τους.

- **<u>Γέφυρα (Bridgestructure)</u>**

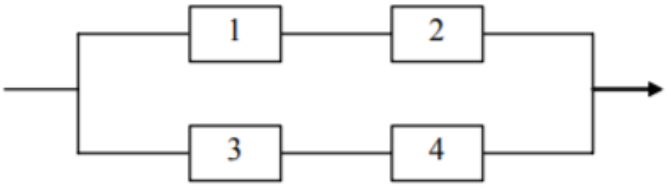
Αποτελείται από n = 5 μονάδες και λειτουργεί μόνο αν μπορέσουμε να κινηθούμε από τα αριστερά προς τα δεξιά μέσω μονάδων που είναι σε λειτουργία.



Εικόνα 3: Παράδειγμα συστήματος με διάταξη γέφυρας

- **Παράλληλο-σειριακό σύστημα 4 μονάδων**

Το σύστημα αυτό λειτουργεί παρόμοια με τη γέφυρα και θεωρείται ότι λειτουργεί όταν μπορούμε να κινηθούμε από το αριστερότερο κομμάτι του στο δεξιότερο μέσω μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία.

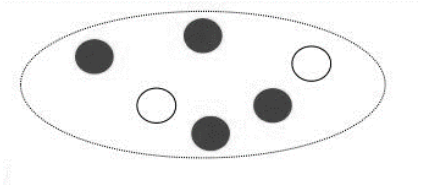


Εικόνα 4: Παράδειγμα παράλληλο-σειριακό σύστημα 4 μονάδες

- **Σύστημα k-από-τα-n:F**

Το σύστημα αυτό λειτουργεί, αν και μόνο αν, λειτουργούν k από τις n μονάδες του.

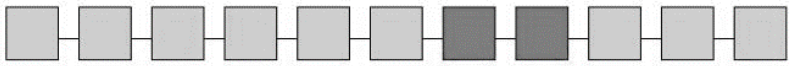
$$\phi=\begin{cases}1, \alpha\nu\ \sum_{i=1}^{n} x_i \geq k \\ 0, \alpha\nu\ \sum_{i=1}^{n} x_i < k\end{cases}$$



Εικόνα 5: Παράδειγμα συστήματος k-από-τα-n

- **Σύστημα consecutive-k-από-τα-N: F**

Αποτυχία του συστήματος θα συμβεί αν τουλάχιστον k συνεχόμενες μονάδες από τις n αποτύχουν ταυτόχρονα.



Εικόνα 6: Παράδειγμα συστήματος consecutive-k-από-τα-n

Ας θεωρήσουμε το consecutive $\boldsymbol{k}$-από-τα-$\boldsymbol{n}$: $\boldsymbol{F}$ (C(n,k): F) σύστημα στην ειδική περίπτωση n=3, k=2, δηλαδή το σύστημα C(3,2):F. Αποτυχία του συστήματος θα συμβεί αν αποτύχουν συγχρόνως οι μονάδες 1 και 2 ή οι μονάδες 2 και 3. Άρα:

$$\phi(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} 0, & \alpha\nu\ x_1=x_2=0\ \text{ή}\ x_1=x_2=0 \\ 1, & \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma \end{pmatrix}$$

Ορισμός 1.3: Ονομάζουμε «**μη σημαντική**» τη μονάδα i του συστήματος εάν η κατάσταση του συστήματος δεν εξαρτάται από την κατάσταση της μονάδας i.

$$\phi(1i, x) = \phi(0i, x)$$

Ορισμός 1.4: Ονομάζουμε «**σημαντική**» τη μονάδα i του συστήματος εάν η κατάσταση του συστήματος εξαρτάται από την κατάσταση της μονάδας i.

$$\phi(1i, x) \neq \phi(0i, x)$$

Μονότονα συστήματα

Ορισμός 1.5: Ένα σύστημα που αποτελείται από n μονάδες ονομάζεται **μονότονο (coherent structure), μονότονης δομής ή συνεπές** εάν ισχύουν:

α) Η συνάρτηση δομής του ϕ είναι αύξουσα δηλαδή αν $x_i \leq y_i$ με i=1,2,…,n τότε $\phi(x) = \phi(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq \phi(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \phi(y)$

β)Κάθε μονάδα του συστήματος είναι σημαντική, δηλαδή ισχύει ϕ(1) = 1 και ϕ(0) = 0

Συναρτήσεις τη δομής που συναντάμε στο (α), δηλαδή αύξουσες **ονομάζονται ήμι-μονότονες**. Υπάρχουν μόνο δύο περιπτώσεις στις οποίες το σύστημα ικανοποιεί την πρώτη

συνθήκη και όχι την δεύτερη. Στις περιπτώσεις αυτές $\phi(x) = 0$ και $\phi(x) = 1$, δηλαδή εντοπίζουμε σύστημα που αποτυγχάνει πάντα και λειτουργεί πάντα, αντίστοιχα. Κανένα από τα δύο συστήματα δεν έχει σημαντικές μονάδες. Άρα προφανώς δεν ισχύει το δεύτερο σκέλος του κανόνα.

Σύνολα λειτουργίας και σύνολα διακοπής

Η μελέτη των συστημάτων, διευκολύνεται με τη χρήση των ελάχιστων συνόλων λειτουργίας και διακοπής, για την αναπαράσταση της δομής τους. **Σύνολο λειτουργίας** ενός συστήματος, το οποίο είναι μονότονο, αποτελούν τα σύνολα μονάδων του συστήματος, των οποίων η λειτουργία έχει ως αποτέλεσμα και τη λειτουργία του συστήματος. Συμπερασματικά, **σύνολα διακοπής** ενός συστήματος είναι σύνολα μονάδων των οποίων η μη λειτουργία, συνεπάγει και τη μη λειτουργία του συστήματος. Ειδικότερα, εντοπίζουμε τους παρακάτω ορισμούς:

Ορισμός 1.6: Αν ϕ μονότονη συνάρτηση δομής ενός συστήματος με n μονάδες, τότε ένα διάνυσμα $x \in \{0,1\}$ ονομάζεται **διάνυσμα λειτουργίας** αν $\phi(x) = 1$.

Ορισμός 1.7: Αν ϕ μονότονη συνάρτηση δομής ενός συστήματος με n μονάδες και διάνυσμα $x \in \{0,1\}$, για το οποίο εκτός από $\phi(x) = 1$ ισχύει και $\phi(y) = \epsilon 0$ όπου $y<x$ τότε το διάνυσμα καλείται **ελάχιστο διάνυσμα λειτουργίας**.

Ορισμός 1.8: Αν ϕ μονότονη συνάρτηση δομής ενός συστήματος με n μονάδες και x διάνυσμα λειτουργίας τότε το

$$Px = \{i:x_i = 1\}, \text{ με } 1 \le i \le n$$

ονομάζεται **σύνολο λειτουργίας(path set)**. Αν το x είναι το ελάχιστο διάνυσμα λειτουργίας τότε το Px ονομάζεται **ελάχιστο σύνολο λειτουργίας(minimal path set)**.

Ορισμός 1.9: Αν ϕ μονότονη συνάρτηση δομής ενός συστήματος με n μονάδες και x διάνυσμα λειτουργίας τότε το

$$Cx = \{i:x_i=0\}, \text{ με } 1 \le i \le n$$

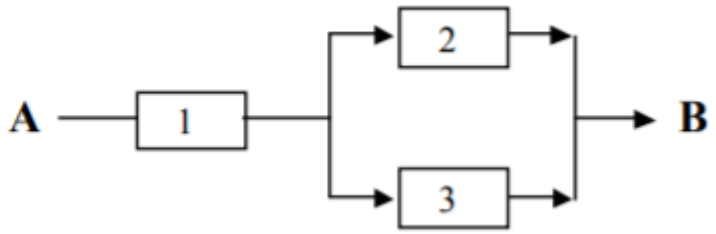
ονομάζεται **σύνολο διακοπής(cut set)**. Αν x είναι το ελάχιστο διάνυσμα διακοπής το Cx ονομάζεται **ελάχιστο σύνολο διακοπής(minimal cut set)**.

Ορισμός 1.10:Σύμφωνα με τον Samaniego, στο βιβλίο του "System signatures and their Applications in Engineering Reliability", ένα μονότονο σύστημα A αποτελεί το **δυϊκό** ενός συστήματος B, αν το ελάχιστο σύνολο λειτουργίας του A (minimal path set) αποτελεί ελάχιστο σύνολο διακοπής του B. Αν τα δύο αυτά μονότονα συστήματα είναι δυϊκά, τότε οι συναρτήσεις δομής τους θα συνδέονται από την εξίσωση:

$$\phi B(x) = 1-\phi B(1-x)$$

Παράδειγμα

Το σύστημα που μας δίνεται παρακάτω έχει 3 μονάδες και λειτουργεί μόνο αν είναι δυνατή η μετάβαση από το A στο B μέσω μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία.



Εικόνα 7: Παράδειγμα με σειριακό-παράλληλο σύστημα

Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το σύστημα λειτουργεί αν και μόνο αν λειτουργούν οι μονάδες 1 και 3 ή οι μονάδες 1 και 2. Άρα τα διανύσματα λειτουργίας είναι τα ακόλουθα : (1,1,0), (1,0,1), (1,1,1) με τα αντίστοιχα σύνολα λειτουργίας να είναι τα :{1,2}, {1,3}, {1,2,3}. Παράλληλα εντοπίζουμε ότι το σύστημα αποτυγχάνει αν και μόνο αν αποτύχει η μονάδα 1 ή αποτύχουν οι μονάδες 2 και 3 ταυτόχρονα. Άρα τα διανύσματα διακοπής είναι τα : (0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (1,0,0), (0,1,1) με αντίστοιχα σύνολα διακοπής να είναι τα {1,2,3}, (1,2}, {1,3}, {2,3}, {1}.

Συμπεραίνουμε λοιπόν, ότι ένα σύστημα μπορεί να έχει παραπάνω από ένα σύνολα διακοπής και λειτουργίας.

Τα ελάχιστα διανύσματα λειτουργίας είναι τα (1,1,0), (1,0,1) με τα αντίστοιχα ελάχιστα σύνολα λειτουργίας να είναι {1,2} και {1,3}. Τα ελάχιστα διανύσματα διακοπής είναι τα (0,1,1), (1,0,0) με τα αντίστοιχα ελάχιστα σύνολα διακοπής να είναι τα {2,3} και {1}.

Πρέπει να σημειωθεί ότι ένα μονότονο σύστημα λειτουργεί, δηλαδή $\phi(x) = 1$, αν και μόνο αν λειτουργούν όλες οι μονάδες ενός ελαχίστου συνόλου λειτουργίας, δηλαδή

$$\exists P : xi = 1, \forall i \in P$$

Παράλληλα, είναι απαραίτητο να τονίσουμε ότι ένα μονότονο σύστημα αποτυγχάνει, αν και μόνο αν όλες οι μονάδες κάποιου ελάχιστου συνόλου διακοπής δεν λειτουργούν.

$$\exists C : x_i = 0, \forall i \in C$$

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι οποιοδήποτε υπερσύνολο ενός συνόλου λειτουργίας, αποτελεί με τη σειρά του, σύνολο λειτουργίας κι οποιοδήποτε υπερσύνολο ενός συνόλου διακοπής, αποτελεί κι αυτό σύνολο διακοπής.

Σύμφωνα με τον Gertsbakh (1989) αν η οικογένεια των ελαχίστων συνόλων λειτουργίας ενός μονότονου συστήματος είναι η P = {P1,P2,…,Pn} τότε, η συνάρτηση δομής του δίνεται από τη σχέση:

$$\phi(x)=1-\prod_{j=1}^{n}(1-\prod_{i\in Pj} xi)$$

Επιπροσθέτως, σύμφωνα με τον ίδιο, αν η οικογένεια των ελαχίστων συνόλων διακοπής είναι η C = {C1,C2,…,Cn} τότε, η συνάρτηση δομής του, δίνεται από τη σχέση:

$$\phi(x)=\prod_{j=1}^{N}(1-\prod_{i\in Ci}(1-xi))$$

Παραδείγματα συνόλων διακοπής και λειτουργίας γνωστών συστημάτων

- **Σειριακό σύστημα**

Τα ελάχιστα σύνολα διακοπής ενός σειριακού συστήματος θα είναι τα C1={1}, C2={2},…, Cn={n}, διότι το σύστημα αυτό αποτυγχάνει, αν αποτύχει τουλάχιστον μία από τις μονάδες {1,2,…,n}. Το σύστημα έχει ένα μόνο σύνολο λειτουργίας, που αποτελεί και ελάχιστο σύνολο λειτουργίας, το οποίο είναι το P1={1,2,..,n}.

- **Παράλληλο σύστημα**

Το ελάχιστο σύνολο διακοπής ενός παράλληλου συστήματος είναι το C1={1,2,…,n}. Τα ελάχιστα σύνολα λειτουργίας θα είναι τα P1={1}, P2={2},…, Pn={n}.

- **Σύστημα k-από-τα-n:F**

Στο σύστημα αυτό ελάχιστο σύνολο λειτουργίας αποτελούν όλα τα υποσύνολα του {1,2…,k} που έχουν k στοιχεία. Παράλληλα στο ίδιο σύστημα ελάχιστον σύνολο διακοπής αποτελούν όλα τα υποσύνολα του {1,2,…k} που περιέχουν n-k+1 στοιχεία. Αυτό συμβαίνει γιατί αν αποτύχουν n-k+1 μονάδες στο σύστημα θα λειτουργούν μονάχα οι k-1 με αποτέλεσμα την αποτυχία του συστήματος.

- **Γέφυρα**

Στο σύστημα της γέφυρας ελάχιστα σύνολα λειτουργίας αποτελούν τα : P1={1,2}, P2={1,3,5}, P3={4,5}, P4={4,3,2}. Αυτό συμβαίνει επειδή μπορούμε να μεταβούμε από την μία πλευρά της γέφυρας στην άλλη μόνο αν λειτουργούν οι μονάδες 1,2 ή οι μονάδες 1,3,5 ή οι μονάδες 4,5 ή οι μονάδες 4,3,2. Επιπροσθέτως το σύστημα έχει ως σύνολα ελαχίστης διακοπής τα: C1={1,4}, C2={2,5}, C3={4,3,2}, C4={1,3,5}. Αυτό συμβαίνει επειδή δεν μπορούμε να μεταβούμε από τη μία πλευρά της γέφυρας στην άλλη αν οι μονάδες 1 και 4 δεν λειτουργούν ή οι μονάδες 2 και 5 δεν λειτουργούν ή οι μονάδες 3,4 και 5 δεν λειτουργούν ή οι μονάδες 1,3 και 5 δεν λειτουργούν.

- **Παράλληλο-σειριακό σύστημα 4 μονάδων**

Το παράλληλο-σειριακό σύστημα 4 μονάδων που αναφέραμε και παραπάνω έχει ως ελάχιστο σύνολο διακοπής τα C1={1,3}, C2={1,4}, C3={2,3}, C4={2,4}. Επίσης έχει ως ελάχιστο σύνολο λειτουργίας τα P1={1,2} και P2={3,4}.

Συνάρτηση αξιοπιστίας

Μία συνάρτηση μείζονος σημασίας για τη μελέτη ενός μονότονου συστήματος αποτελεί η συνάρτηση αξιοπιστίας.

Ορισμός 1.11: Θεωρούμε πως η λειτουργία της κάθε μονάδας του συστήματος σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή παριστάνεται από μία τυχαία μεταβλητή στην κατανομή Bernoulli. Επίσης η πιθανότητα η ανεξάρτητη i-μονάδα του συστήματος να λειτουργεί, συμβολίζεται με $p_i=p$ (i=1,2,...,n). Επιπρόσθετα ϕ(x) είναι η συνάρτηση δομής του συστήματος και X το διάνυσμα των καταστάσεων του συστήματος. Με βάση αυτά ορίζουμε **ως αξιοπιστία του συστήματος**: R(p) = P(ϕ(x) = 1) = E(ϕ(x)).

Ορισμός 1.12: Ως αναξιοπιστία του συστήματος, ορίζουμε την πιθανότητα αποτυχίας του συστήματος, τη χρονική στιγμή t. Με βάση αυτό η αναξιοπιστία του συστήματος συμβολίζεται:

$$F = 1-R = 1- E(\phi(x)) = P(\phi(x) = 1)$$

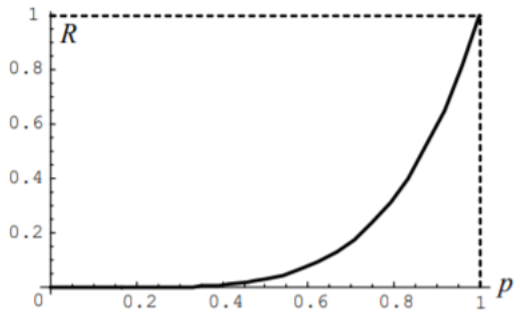
Παραδείγματα συναρτήσεων αξιοπιστίας γνωστών παραδειγμάτων

Για τα παρακάτω συστήματα θεωρούμε ότι ισχύει pi=p:

- **Σειριακό σύστημα**

$R(p)= R = E(\phi(X)) = E(X_1 X_2...X_n) = E(X_1)E(X_2)...E(X_n) = pp...p=p^n$

Για ένα σύστημα με 5 μονάδες το γράφημα της R(p) όταν p∈ $[0,1]$ γίνεται:

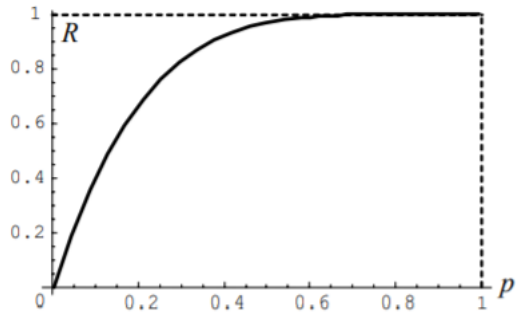


Εικόνα 8: Γράφημα συνάρτησης αξιοπιστίας σειριακού συστήματος 5 μονάδων

- **Παράλληλο σύστημα**

$R = E(\phi(X)) = E(1-(1-X_1)(1-X_2)... (1-X_n)) = 1- E (1-X_1) E (1-X_2)... E (1-X_n) =$
$1-(1-p_1)(1-p_2)...(1-p_n)=1-(1-p)^n$

Για ένα σύστημα με 5 μονάδες το γράφημα της R(p) όταν p∈ $[0,1]$ γίνεται:



Εικόνα 9: Γράφημα συνάρτησης αξιοπιστίας παράλληλου συστήματος 5 μονάδων

- **<u>Σύστημα k-από-τα-n:F</u>**

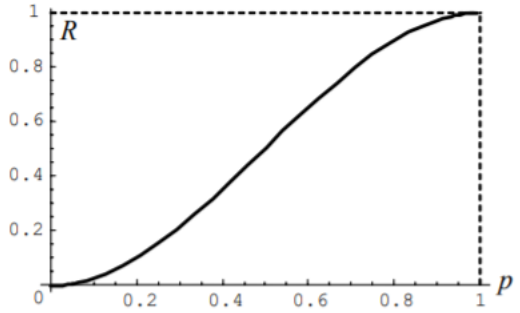
Για μικρά n και k μπορούμε να βρούμε την αξιοπιστία. Ας πάρουμε για παράδειγμα, το 2-από-τα-3:G σύστημα. Η συνάρτηση αξιοπιστίας του θα είναι:

$$R = p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 - 2p_1 p_2 p_3 = 3p^2 + 2p^3$$

Λαμβάνοντας υπ' όψη ότι το ϕ(x) είναι:

$$\phi(x) = 1 - \prod_{j=1}^{3}\left(1 - \prod_{i \in Pj} xi\right) = 1-(1-x_1 x_2)(1-x_1 x_3)(1-x_2 x_3) = x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 - 2x_1 x_2 x_3$$

Για το ίδιο σύστημα το γράφημα της R(p) όταν p∈ $[0,1]$ γίνεται:

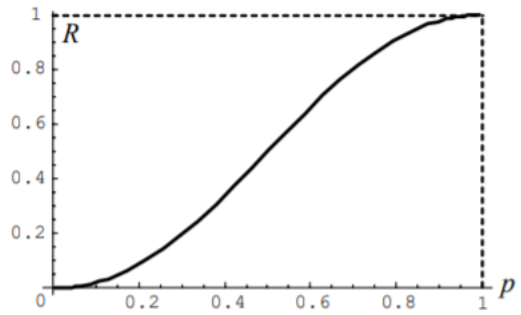


Εικόνα 10: Γράφημα συνάρτησης αξιοπιστίας συστήματος 2-από-τα-3

- **<u>Γέφυρα</u>**

$$R = E(\phi(X)) = p_1 p_2 + p_2 p_3 p_4 - p_1 p_2 p_3 p_4 + p_1 p_3 p_5 - p_1 p_2 p_3 p_5 + p_4 p_5 - p_1 p_2 p_4 p_5 - p_1 p_3 p_4 p_5 - p_2 p_3 p_4 p_5 + 2p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 = 2p^2 + 2p^3 - 5p^4 + 2p^5$$

Για ένα σύστημα με 5 μονάδες το γράφημα της R(p) όταν p∈ $[0,1]$ γίνεται:

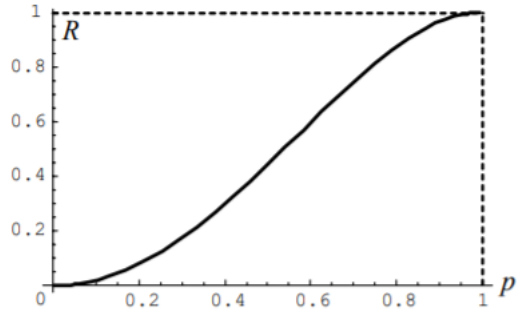


Εικόνα 11: Γράφημα συνάρτησης αξιοπιστίας συστήματος γέφυρας

- **<u>Παράλληλο-σειριακό σύστημα 4 μονάδων</u>**

E(ϕ(X)) = E(X1X2 +X3 X4 –X1 X2 X 3X4) = $p_1\, p_2 + p_3\, p_4 - p_1\, p_2\, p_3\, p_4 = 2p^2 - p^4$

Για ένα σύστημα με 5 μονάδες το γράφημα της R(p) όταν p∈ $[0,1]$ γίνεται:



Εικόνα 12: Γράφημα συνάρτησης αξιοπιστίας παράλληλου-σειριακού συστήματος 4 μονάδων

<u>Υπογραφή μονότονου συστήματος</u>

Ένα από τα πιο χρήσιμα εργαλεία για τη μελέτη της λειτουργίας ενός μονότονου συστήματος αξιοπιστίας, αποτελούμενο από n μονάδες, είναι η έννοια της υπογραφής. Ο Samaniego, στο βιβλίο του “System Signatures and their Applications in Engineering Reliability”, δίνει τον παρακάτω ορισμό της υπογραφής ενός συστήματος:

Ορισμός 1.13: Έστω τ η αναπαράσταση ενός μονότονου συστήματος με n μονάδες. Θεωρούμε ότι οι χρόνοι ζωής των n μονάδων του συστήματος είναι ανεξάρτητοι και ισόνομα κατανεμημένοι (i.d.d) και περιγράφονται από μία τυχαία μεταβλητή F. Η **υπογραφή** του συστήματος τ, συμβολιζόμενη St, ή απλά s είναι ένα n-διάστατο διάνυσμα πιθανότητας που το i-οστό στοιχείο του s_i είναι ίσο με την πιθανότητα η αποτυχία της i-οστής μονάδας να έχει ως αποτέλεσμα την αποτυχία του συστήματος. Δηλαδή $s_i = P(T=X_{i:n})$, όπου το τ αποτελεί τον χρόνο ζωής το συστήματος και $X_{i:n}$ είναι η i-οστή διατεταγμένη παρατήρηση του διανύσματος που περιλαμβάνει τους χρόνους ζωής των μονάδων, δηλαδή είναι ο χρόνος μέχρι την αποτυχία της i μονάδας.

Στο σημείο αυτό πρέπει να υπογραμμιστεί ότι η υπογραφή ενός συστήματος, καθώς οι μονάδες είναι όμοιες και ανεξάρτητες, εξαρτάται μόνο από τη συνδεσμολογία του συστήματος και κι όχι από την κατανομή F των χρόνων ζωής των μονάδων του. Το γεγονός ότι η υπογραφή s εξαρτάται μόνο από τη δομή του συστήματος είναι συνέπεια του γεγονότος ότι κάθε μία από τις n! διατάξεις των χρόνων ζωής των μονάδων του συστήματος $X_1, X_2, \ldots, X_n$ είναι το ίδιο πιθανόν να συμβεί υπό την i.d.d υπόθεση. Επομένως, η πιθανότητα ότι η αποτυχία της i-οστής μονάδας να είναι μοιραία για το σύστημα, εξαρτάται μόνο από την πιθανότητα ότι η τελευταία μονάδα που λειτουργεί σε ένα ελάχιστο σύνολο διακοπής, είναι ταυτόχρονα η i-οστή μονάδα που αποτυγχάνει στο σε όλο το σύστημα. Συμπερασματικά, για να υπολογιστεί η υπογραφή s ενός συστήματος, αρκεί να εξετάσουμε τα ελάχιστα σύνολα διακοπής και να μετρήσουμε πόσοι συνδυασμοί ανάμεσα στις ισοπίθανες μεταθέσεις των $X_1, X_2, \ldots, X_n$ συμπίπτουν ακριβώς, με την αποτυχία κάποιου ελαχίστου συνόλου διακοπής κατά το συμβάν x_i.

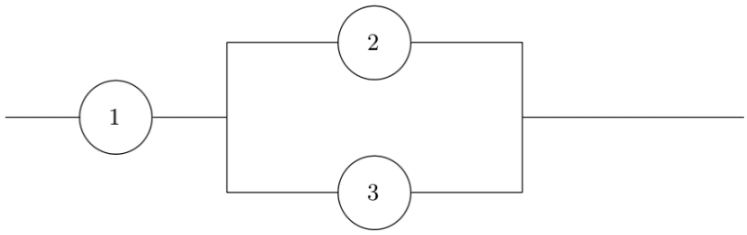
Έτσι, η υπογραφή s ενός μονότονου συστήματος με n μονάδες, ορίστηκε από τους Kochar, Mukerjee και Samaniego το 1999, με βάση τις διατάξεις των χρόνων ζωής $X_1, X_2, \ldots, X_n$ των μονάδων του συστήματος, ως εξής:

$$S_i=\frac{A}{n!}$$

Όπου A, είναι το πλήθος των μεταθέσεων, για τις οποίες η i-οστή αποτυχία προκαλεί την αποτυχία του συστήματος.

Παράδειγμα υπολογισμού της υπογραφής συστήματος

Ας πάμε να υπολογίσουμε το διάνυσμα της υπογραφής για ένα απλό σύστημα. Έστω το σύστημα του παρακάτω σχήματος:



Εικόνα 13: Σύστημα που περιέχει 3 μονάδες και έχει συνάρτηση δομής $\phi(\chi) = x_1 (x_2+x_3-x_2 x_3)$

Μπορούμε να κάνουμε μετάθεση στους χρόνος αποτυχίας X_1,X_2,X_3 των τριών μονάδων του συστήματος με 3! = 6 διαφορετικούς τρόπους οι οποίοι λόγω της υπόθεσης i.d.d είναι όλοι ισοπίθανοι. Εντοπίζουμε, παράλληλα, ότι τα ελάχιστα σύνολα διακοπής του συστήματος είναι τα {1,3} και {2,3}. Οι μεταθέσεις στις οποίες αποτυγχάνει η $1^η$ μονάδα στη σειρά της μετάθεσης και αυτό οδηγεί σε αποτυχία του συστήματος είναι 2, οι μεταθέσεις στις οποίες αποτυγχάνει η $2^η$ μονάδα στη μετάθεση και αυτό οδηγεί σε αποτυχία του συστήματος είναι 4, ενώ μεταθέσεις στις οποίες αποτυγχάνει η $3^η$ μονάδα στη μετάθεση και αυτό οδηγεί σε αποτυχία, δεν υπάρχουν. Έτσι, κατανοεί κανείς με βάση τον πίνακα που βλέπουμε παρακάτω, ότι η υπογραφή του συστήματος είναι s = (1/3, 2/3, 0)

Ordered Component Failure Times	Order Statistic Equal to System Failure Time T
$X_1 < X_2 < X_3$	$X_{1:3}$
$X_1 < X_3 < X_2$	$X_{1:3}$
$X_2 < X_1 < X_3$	$X_{2:3}$
$X_2 < X_3 < X_1$	$X_{2:3}$
$X_3 < X_1 < X_2$	$X_{2:3}$
$X_3 < X_2 < X_1$	$X_{2:3}$

Πίνακας 1: Μεταθέσεις των χρόνων ζωής ενός παράλληλου-σειριακού συστήματος με 3 μονάδες και συνάρτηση δομής $\phi(x) = x1(x2+x3-x2x3)$

Υπολογισμός συνάρτησης αξιοπιστίας ενός συστήματος μέσω της υπογραφής του

Σύμφωνα με τους Boland και Samaniego, η υπογραφή ενός μονότονου συστήματος μπορεί να συνδράμει στο να υπολογιστεί η συνάρτησης αξιοπιστίας του. Ας θεωρήσουμε ένα σύστημα που έχει n ανεξάρτητες μονάδες και έστω p η αξιοπιστία της κάθε μίας. Παράλληλα έστω si η συντεταγμένες της υπογραφής του. Έτσι ορίζω ένα διάνυσμα dr οι συντεταγμένες του οποίου λέγονται dominations:

$$dr=\sum_{j=1}^{r}\{\sum_{i=n-j+1}^{n} si\}\binom{n}{j}\binom{n-j}{r-j}(1)^{r-j},\ \gamma\iota\alpha\ r=1,2,\dots,n$$

Για τις συντεταγμένες του dr ισχύει ότι:

$$d0=0,\ \sum_{r=1}^{n} dr=1$$

Έτσι έχοντας υπολογίσει τις συντεταγμένες του dr από τον τύπο μπορούμε να υπολογίσουμε την αξιοπιστία του συστήματος R(p):

$$R(p)=\sum_{r=1}^{n} dr*p^{r}$$

Μελέτη της συνάρτησης αξιοπιστίας με τη χρήση της υπογραφής

Στην παράγραφο αυτή θα εξετάσουμε μια ιδιότητα της υπογραφής s ενός συστήματος με n όμοιες και ανεξάρτητες μονάδες πού οι χρόνοι ζωής τους ανήκουν σε μία κατανομή F βάση την οποία η κατανομή του χρόνου ζωής T μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση του s και του F.

Σύμφωνα με τους Kochar, Mukerjee & Samaniego (1999), αν θεωρήσουμε X_1, X_2, …, X_n τους χρόνους ζωής των n όμοιων και ανεξάρτητων μονάδων ενός μονότονου συστήματος και έστω s η υπογραφή του και T ο χρόνος ζωής του, τότε ισχύει ότι:

$$P(T>t)=\sum_{i=1}^{n} si\sum_{j=0}^{i-1}\binom{n}{j}F(t)^{j}\,\overline{F(t)}^{n-j}$$

Όπου $\overline{F(t)}$=1-F(t)

Επειδή το πλήθος των μονότονων συστημάτων με n μονάδες αυξάνεται εκθετικά με το n, αποτελέσματα που αποδεικνύουν σχέσεις ανάμεσα σε συγκεκριμένα συστήματα βοηθάνε σημαντικά για τη μείωση του υπολογιστικού βάρους των υπογραφών όλων των συστημάτων. Το θεώρημα που ακολουθεί (από τους Kochar, Mukerjee και Samaniego), μειώνει το βάρος αυτό στο μισό, δίνοντας μια σχέση που συνδέει την υπογραφή ενός συστήματος με την υπογραφή του αντίστοιχου δυϊκού του.

Θεώρημα 1: Έστω s η υπογραφή ενός συστήματος που έχει n όμοιες και ανεξάρτητες μονάδες και συνάρτηση δομής του η φ. Έστω το δυϊκό του σύστημα με συνάρτηση δομής φ^{D} και υπογραφή του s^{D}. Έτσι ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$si=s_{n-1+1}^{D}$$

για i = 1,2,..,n

Στη συνέχεια, θα δώσουμε ένα θεώρημα, που επαληθεύει τη σχέση που έχει η υπογραφή ενός συστήματος με τα σύνολα λειτουργίας του. Έστω μονότονο σύστημα με n ανεξάρτητες και όμοιες μονάδες και χρόνο ζωής T ορίζουμε το διάνυσμα AT= (α_1,α_2,...,α_n) όπου:

$$A_i=\frac{\alpha\rho\iota\theta\mu\acute{o}\varsigma\ \tau\omega\nu\ \sigma\upsilon\nu\acute{o}\lambda\omega\nu\ \lambda\varepsilon\iota\tau o\upsilon\rho\gamma\acute{\iota}\alpha\varsigma\ \mu\varepsilon\gamma\acute{\varepsilon}\theta o\upsilon\varsigma\ i}{\binom{n}{j}}$$

Με άλλα λόγια το αi εκφράζει την αναλογία (ποσοστό) των υποσυνόλων μεγέθους i, τα οποία είναι σύνολα λειτουργίας για το σύστημα.

Θεώρημα 2: Ο Boland, στο "*Signatures of indirect majority systems. Journal of Applied Probability*" (2001), αναφέρει ότι αν έχουμε ένα μονότονο i.i.d. σύστημα με n μονάδες και υπογραφή $s_t = (s_1, \ldots, s_n)$, τότε οι συντεταγμένες του διανύσματος s, συνδέονται με τις αντίστοιχες του διανύσματος $AT=(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)$ με την παρακάτω σχέση :

$$\alpha_i=\sum_{j=n-i+1}^{n} sj \text{ , } i=1,2,\ldots,n$$

Αντίστροφα, οι ποσότητες s_j εκφράζονται μέσω των α_j , από τη σχέση $s_n - j = a_{(j+1)} - a_j$, $j = 0,1,\ldots,n-1$

Υπογραφές γνωστών συστημάτων

- Σειριακό σύστημα

Έχει αναφερθεί παραπάνω ότι το σειριακό σύστημα λειτουργεί όταν όλες οι μονάδες του λειτουργούν ή ισοδύναμα το σειριακό σύστημα αποτυγχάνει όταν τουλάχιστον μία μονάδα του αποτύχει. Η υπογραφή s του ενός i.i.d. σειριακού συστήματος με n μονάδες δίνεται από τον τύπο

$$s_{ss}^{t}= (1,0,0,\ldots,0)$$

Μπορούμε όντως, να εντοπίσουμε ότι η πιθανότητα ο χρόνος ζωής ενός i.i.d συστήματος, να ταυτίζεται με την πρώτη αποτυχία του συστήματος όταν είναι ίση με 1. Παράλληλα, η πιθανότητα το σύστημα να βρίσκεται σε λειτουργία μετά την αποτυχία μιας μονάδας του, είναι ίση με 0. Συμπερασματικά, κατανοούμε ότι για κάθε $i \geq 2$ η πιθανότητα ο χρόνος ζωής του συστήματος να ταυτιστεί με τον i-οστό διατεταγμένο χρόνο ζωής μονάδας, είναι ίση με μηδέν.

- Παράλληλο σύστημα

Το παράλληλο σύστημα λειτουργεί όταν τουλάχιστον μία μονάδα του βρίσκεται σε λειτουργία και αποτυγχάνει μόνο όταν όλες οι μονάδες του αποτύχουν.

Η υπογραφή s του ενός i.i.d. παράλληλου συστήματος με n μονάδες δίνεται από τον τύπο

$$s_{PS}^{t}= (0,0,0,\ldots,1)$$

Η πιθανότητα ότι ο χρόνος ζωής του i.i.d παράλληλου συστήματος ταυτίζεται με κάποιον χρόνο ζωής X_i μιας μονάδας (για όλα τα i: $1 \leq i \leq n-1$) είναι ίση με μηδέν όταν $1 \leq i \leq n-1$, ενώ παράλληλα γνωρίζουμε, ότι το σύστημα σταματά να λειτουργεί όταν αποτύχει και η τελευταία μονάδα του. Άρα, η πιθανότητα ότι ο χρόνος ζωής του i.i.d παράλληλου συστήματος, ισούται με τον τελευταίο διατεταγμένο χρόνο ζωής μονάδας είναι ίση με 1, δηλαδή $P(T = X(n)) = 1$.

- Γέφυρα

Έχει αναφερθεί παραπάνω ότι η γέφυρα αποτελείται από 5 μονάδες και λειτουργεί αν και μόνο αν μπορούμε να μεταβούμε από το αριστερό άκρο της στο δεξί μέσω μονάδων που λειτουργούν. Για να βρούμε την υπογραφή της γέφυρας θα χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα 2. Στα σύνολα λειτουργίας δεν εντοπίζουμε κανένα που να έχει μέγεθος 0 ή 1, 2 που έχουν μέγεθος 2 και 8 με μέγεθος 3. Παράλληλα όλα τα σύνολα με μέγεθος 4 ή 5 αποτελούν όπως μπορούμε να κατανοήσουμε σύνολα λειτουργίας της. Άρα έχουμε:

$$a0=\frac{0}{\binom{5}{0}}=0,\ a1=\frac{0}{\binom{5}{1}}=0,\ a2=\frac{2}{\binom{5}{2}}=\frac{1}{5},\ a3=\frac{8}{\binom{5}{3}}=\frac{4}{5},\ a4=\frac{\binom{5}{4}}{\binom{5}{4}}=1,\ a4=\frac{\binom{5}{5}}{\binom{5}{5}}=1$$

άρα για τις συντεταγμένες της υπογραφής της γέφυρας έχουμε:

s5=α0-α1=0, s4=a2-a1=1/5, s3=a3-a2=3/5, s2=a4-a3=1/5, s1=0

Άρα τελικά η υπογραφή της γέφυρας με 5 μονάδες είναι η ακόλουθη:

s_{BS}^{t}=(0, 1/5, 3/5, 1/5, 0)

Μέσος χρόνος και υπολειπόμενος μέσος χρόνος ζωής ενός συστήματος

Στην παράγραφο αυτή θα συζητήσουμε σχετικά με τη μελέτη των συστημάτων αξιοπιστίας σε διάφορες χρονικές στιγμές. Με σκοπό να περιγραφεί ο χρόνος μέχρι την αποτυχία, γνωστός και ως χρόνος ζωής μίας μονάδας ή ενός συστήματος, θα χρησιμοποιούμε μη αρνητικές συνεχείς τυχαίες μεταβλητές T. Η πιθανότητα να επιβιώσει η μονάδα ή το σύστημα μέχρι τη χρονική στιγμή t, δηλαδή η πιθανότητα να μην καταστραφεί εντός του χρονικού διαστήματος [0, t], ονομάζεται αξιοπιστία της μονάδας ή του συστήματος και ισούται τότε με:

$$R(t) = P(T > t),\ t\geq 0$$

Η αναξιοπιστία ορίζεται ως:

$$F(t) = 1-R(t) = 1-P(T>t) = P(T\leq t),\ t\geq 0$$

συμπίπτει με τη συνάρτηση κατανομής της μεταβλητής T. Για το λόγο αυτό η αξιοπιστία R(t) = 1-F(t) συμβολίζεται μερικές φορές με F(t).

Έστω T ο χρόνος ζωής μιας μονάδας η ενός συστήματος. Ο Μέσος χρόνος ζωής E(T) του συμβολίζεται και με MTTF (Mean Time To Failure ή to Fail) και καλείται μέσος χρόνος μέχρι την αποτυχία της μονάδας. Για τον μέσο χρόνο ζωής ισχύει η εξής σχέση:

$$E(T)=\int_0^{inf} R(t)dt$$

Όπου η R(T) είναι η αντίστοιχη αξιοπιστία.

Ορισμός 1.14: Ας θεωρήσουμε μια μονάδα ή ένα σύστημα ηλικίας t>0 που ο χρόνος ζωής της θα περιγράφεται από μια μεταβλητή T η οποία είναι μη αρνητική και συνεχής. Πρέπει να

αναφέρουμε πως ο χρόνος που απομένει μέχρι να καταστραφεί η μονάδα δίνεται από μια τυχαία μεταβλητή T-t. Ονομάζουμε **υπολειπόμενο χρόνο ζωής** μιας μονάδας η οποία έχει ηλικία t τη δεσμευμένη μεταβλητή T - t |T > t. Τη συνάρτηση κατανομής και την αξιοπιστία μιας μονάδας ηλικίας t τις συμβολίζουμε με F(•| t) και R(•| t) αντίστοιχα, ειδικότερα:

$$F(x|t)=P(T-t\leq x|T>t)=\frac{P(t<T\leq T+x)}{P(T>t)}=\frac{R(t)-R(t+x)}{R(t)},\ t\geq 0$$

$$R(x|t)=\bar{F}(x|t)=P(T-t>x|T>t)=\frac{P(T>t+x)}{P(T>t)}=\frac{R(t+x)}{R(t)},\ t\geq 0$$

Ο μέσος υπολειπόμενος χρόνος ζωής μιας μονάδας ηλικίας t ισούται με:

$$\mu=E(T-t|T>t)=\int_0^{inf} R(x|t)\,dx=\int_0^{inf}\frac{R(t+x)}{R(t)}=\frac{1}{R(t)}\int_0^{inf} R(s)ds$$

Επίσης, για τη διακύμανση του υπολειπόμενου χρόνου ζωής ισχύουν τα ακόλουθα:

$$V(T-t|T>t) = E((T-t)^2|T<t)-\mu$$

Όπου:

$$E((T-t)^2|T<t) = 2\int_0^{inf} x\frac{R(t+x)}{R(t)}dx=\frac{2}{R(t)}\int_t^{inf}(s-t)R(s)ds$$

Κεφάλαιο 2

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε κάποιες γενικεύσεις του συστήματος συνεχόμενα-k-από-τα-n:F που έχουν μελετηθεί στη βιβλιογραφία.

Συνεχόμενο-k-από-τα-n-σύστημα

Ένα συνεχόμενο-k-από-τα-n σύστημα είναι ένα σύστημα που αποτελείται από n μονάδες και αποτυγχάνει αν και μόνο αν υπάρχουν τουλάχιστον k συνεχόμενες μονάδες οι οποίες είναι χαλασμένες. Τα συστήματα αυτά μελετήθηκαν για πρώτη φορά σε ένα άρθρο του Kontelon(1980) που έδωσε για πρώτη φορά τύπο για την συνάρτηση αξιοπιστίας του με μονάδες ανεξάρτητες αλλά όχι ισότιμες και έπειτα σε σημαντικό βαθμό από τους Chiang και Niu που έδωσαν έναν κλειστό τύπο για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας του το 1981. Στη συνέχεια θα αναφέρουμε αποτελέσματα που εμφανίζονται στη βιβλιογραφία, όπως είναι οι σχέσεις για την αξιολόγηση της αξιοπιστίας και του διανύσματος της υπογραφής των συστημάτων συνεχόμενο-k-από-τα-n:F. Πρέπει να σημειώσουμε ότι το σειριακό όπως και το παράλληλο σύστημα, αποτελούν ειδικές περιπτώσεις του συνεχόμενου-k-από-τα-n συστήματος.

Παρακάτω δίνεται ο **υπολογισμός της αξιοπιστίας ενός συνεχόμενου-k-από-τα-n συστήματος με 2 μονάδες** οι οποίες πρέπει να μην λειτουργούν για να αποτύχει το σύστημα σύμφωνα με τον Chiang και Niu:

Έστω n ο αριθμός των μονάδων και 2 ο αριθμός των συνεχόμενων μονάδων που πρέπει να μην λειτουργούν για να μην λειτουργεί και το σύστημα.

$$R(2,n:F)=\sum_{j=0}^{[\frac{n+1}{2}]}\binom{n-j+1}{n}(1-p)^j\,p^{n-j}$$

Όπου το p είναι η πιθανότητα λειτουργίας της μονάδας και (n+1/2) το ακέραιο μέρος του αριθμού ((n+1)/2).

Παράλληλα ανέφεραν και έναν **γενικότερο αναδρομικό τύπο** για το σύστημα (k,n:F):

$$R(k,n:F)=\begin{cases} 1, \gamma\iota\alpha\ 0 \le n < k \\ 1-(1-p)^n, \gamma\iota\alpha\ n = k \\ p^{n-k+1}+\sum_{r=1}^{n-k+1}\sum_{m=r+1}^{r+k-1} R(k,n-m)\,p^r(1-p)^{m-r}, \gamma\iota\alpha\ n > k \end{cases}$$

Πρέπει να υπογραμμιστεί ότι η R(k,n-m) είναι η αξιοπιστία του συστήματος (k,n-m:F) που αποτελείται από τις πρώτες n-m μονάδες του αρχικού.

Έστω ευθύγραμμο σύστημα συνεχόμενο-k-από-τα-n. Αν διατάξουμε σε μια ευθεία γραμμή τις i μονάδες του που λειτουργούν, φροντίζοντας παράλληλα να δημιουργηθούν (i+1) κενά κελιά (γιατί έχουμε (i-1) κελιά ανάμεσα στις μονάδες και ένα κενό πριν την πρώτη και ένα πριν την τελευταία) τότε προκύπτει ένα σύνολο λειτουργίας του. Οι υπόλοιπες (n-i) μονάδες που έχουν αποτύχει κατανέμονται με σκοπό κανένα από τα κελιά να μην περιέχει k ή περισσότερες μονάδες. Συμβολίζουμε με M(r,m) το πλήθος των τρόπων με τους οποίους r αντικείμενα τα οποία είναι όμοια μπορούν να τοποθετηθούν σε m διαφορετικά κελιά ώστε κάθε κελί να περιέχει το πολύ (k-1) αντικείμενα. Έτσι το πλήθος των συνόλων λειτουργίας του συστήματος με i μονάδες οι οποίες βρίσκονται σε λειτουργία εκφράζεται ως:

$$ri=M(n-i,i+1)$$

Με σκοπό να υπολογιστεί το διάνυσμα της υπογραφής ενός συστήματος συνεχόμενων-k-από-τα-n, πρέπει να βρούμε τη γεννήτρια συνάρτηση του πλήθους των συνόλων λειτουργίας τους (ri) και να χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω πρόταση ώστε να καταλήξουμε σε αναδρομικές σχέσεις μου θα μας βοηθήσουν να **υπολογίσουμε τις συντεταγμένες της υπογραφής του συστήματος**.

<u>Πρόταση 2.1:</u> Θεωρούμε T το χρόνο ζωής ενός μονότονου συστήματος n μονάδων και έστω X1,X2,…,Xn οι χρόνοι ζωής των μονάδων. Θεωρούμε ότι οι μονάδες είναι ισόνομες και ταυτόχρονα ανεξάρτητες. Επίσης συμβολίζουμε με ri(n) το πλήθος των συνόλων λειτουργίας του συστήματος και Rn(p) η συνάρτηση αξιοπιστίας του συστήματος. Η σχέση που συνδέει τη διπλή γεννήτρια συνάρτηση H(x,t) των ri(n), όπου $1\leq i \leq n$ και τη διπλή γεννήτρια συνάρτηση των ποσοτήτων i $\binom{n}{i}$ si(n), όπου όπου $1\leq i \leq n$ *είναι* :

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{n} i\binom{n}{i} si(n)t^i x^n = tx\,\frac{\partial H(x,t)}{\partial x} - t(t+1)\frac{\partial H(x,t)}{\partial t}$$

Όπου

$$H(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{n} r_{n-1}(n)\, t^i x^n$$

Οι αναδρομικές σχέσεις μου θα μας βοηθήσουν να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες της υπογραφής του συστήματος αναφέρονται στην παρακάτω πρόταση:

<u>Πρόταση 2.2:</u> Έστω s_i (n), i=1,2,…,n, είναι **η υπογραφή ενός ευθύγραμμου συστήματος συνεχόμενο-k-από-τα-n.** Τότε:

1. Η διπλή γεννήτρια συνάρτηση των $i\binom{n}{i}si(n)$, όπου $1\leq i \leq n$ δίνεται από τη σχέση:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{n} i\binom{n}{i} si(n)\, t^i x^n = \frac{(tx)^k(k - tx - ktx + (tx)^{(k+1)})}{(1 - x - tx + x(tx)^k)^2}$$

2. Οι ποσότητες qi(n)= $(n)_i si(n), i =$ $1,2,\dots,n$ ικανοποιούν την ακόλουθη αναδρομική σχέση για i=0,1,…,n-1 και n$\geq 2k+2$

$$\begin{aligned} q_{i+1}(n+1) \\ &= 2q_{i+1}(n) - q_{i+1}(n-1) + 2i\big(q_i(n) - q_i(n-1)\big) \\ &- 2(i)_k\big(q_{i-k+1}(n-k) - q_{i-k+1}(n-k-1)\big) \\ &- (i)_2 q_{i-1}(n-1) + 2(i)_{k+1} q_{i-k}(n-k-1) \\ &- (i)_{2k} q_{i-2k+1}(n-2k-1) \end{aligned}$$

Για να αξιοποιήσουμε την τελευταία αναδρομική σχέση είναι απαραίτητο να έχουμε ένα πλήθος από αρχικές συνθήκες. Τις συνθήκες αυτές τις λαμβάνουμε αν επιλέξουμε τους συντελεστές των όρων $x^{n+1}, για\ n < 2k+1\ στην\ παρακάτω\ σχέση$:

$$[1 - x - tx + x(tx)^k]^2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n(t)\, x^n = (tn)^k[k - tx - ktx + (tx)^{k-1}]$$

Παρακάτω, δίνεται ένα επαρκές σύνολο αρχικών συνθηκών που επιτρέπει τον υπολογισμό των ποσοτήτων $q_i(n)$ και συμπερασματικά των συντεταγμένων si(n) του διανύσματος της υπογραφής:

$$q_i(n) = 0, για\ 1 \leq i \leq n \leq k-1,$$

$$q_i(k) = \begin{cases} 0, & 1 \leq i \leq k-1 \\ k!, & i = k \end{cases}$$

$$q_i(k+1) = \begin{cases} 0, & 1 \leq i \leq k-1 \\ 2k!, & i = k \\ (k+1)! - 2k!, & i = k+1 \end{cases}$$

Οι τιμές των qi(n), για k+1≤n≤2k+2 μπορούν να προκύψουν με όμοια διαδικασία, αν θέσουμε qi (n)=0 όπου i≤0,n≤0,i≤k ή n<k και αν έχουμε αρνητικές τιμές qi (n).

R-μεταξύ-συνεχόμενων-k-από-τα-n σύστημα

Ένα r-within-*consecutive-k-out-of-n:F σύστημα αποτελείται από n μονάδες και αποτυγχάνει αν και μόνο αν υπάρχουν k διαδοχικές μονάδες που περιλαμβάνουν μεταξύ τους τουλάχιστον r αποτυχημένες μονάδες. Πρώτη φορά έγινε μαθηματική του μοντελοποίηση από τους Saperstein (1973) και Greenberg (1970) ενώ αναφορά του έγινε και την εργασία του Griffith (1986).* Στη συνέχεια θα αναφέρουμε αποτελέσματα που εμφανίζονται στη βιβλιογραφία όπως είναι οι σχέσεις για την αξιολόγηση της αξιοπιστίας και του διανύσματος της υπογραφής των συστημάτων αυτών. Εδώ πρέπει να υπογραμμίσουμε ότι το σύστημα r-within-*consecutive-k-out-of-n γενικεύει το συνεχόμενο-k-από-τα-n:F σύστημα για κάθε r<k, ενώ για k=n το* r-within-*consecutive-k-out-of-n μειώνεται σε ένα k-από-τα-n:F σύστημα.*

Κατανοούμε από τον ορισμό ότι τα ε.σ.δ. είναι όλα τα υποσύνολα {i,i+1,…,i+k-1} με μέγεθος r, για i=1,2,…,n-k. Λόγω του γεγονότος ότι η συνάρτηση δομής του είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη είναι μείζονος σημασίας η εύρεση του διανύσματος της υπογραφής του.

Τα θεωρήματα που ακολουθούν δίνουν την αναδρομική σχέση για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας ενός συστήματος r-within-*consecutive-k-out-of-n*.

Θεώρημα 2.1: Σύμφωνα με τον Κούτρα (1996), έστω ότι το $R^L_{r,k,n}(p)$ δηλώνει τη **συνάρτηση αξιοπιστίας** ενός γραμμικού συστήματος r-within-*consecutive-k-out-of-n:F όπου p η αξιοπιστίας των μονάδων του. Τότε* το $R^L_{r,k,n}(p)$ ικανοποιεί την παρακάτω σχέση :

$$R^L_{r,k,n}(p)=\begin{cases} 1,\ \gamma\iota\alpha\ n=0 \\ pR^L_{r,k,n-1}(p)+\mathrm{q}p^{n-1}, \gamma\iota\alpha\ 1\le n\le k-1 \\ pR^L_{r,k,n-1}(p)+\mathrm{q}p^{k-1}R^L_{r,k,n-k}(p), \gamma\iota\alpha\ n\ge k \end{cases}$$

Θεώρημα 2.2:Σύμφωνα με τον Sfakianakis(1992) έστω ότι το $R^L_{r,k,n}(p)$ δηλώνει τη **συνάρτηση αξιοπιστίας** ενός γραμμικού συστήματος r-within-*consecutive-k-out-of-n:F όπου p η αξιοπιστίας των μονάδων του. Για n≤2k,* το $R^L_{r,k,n}(p)$ ικανοποιεί την παρακάτω σχέση :

$$R^L_{r,k,n}(\mathrm{p})=\sum_{x=1}^{k} R^L_{x,\lambda,2\lambda}(p)\binom{k-\lambda}{r-x}p^{k*\lambda*r+x}(1-p)^{r-x}, \text{όπου } R^L_{x,\lambda,2\lambda}(p)=1, \text{αν } x>\lambda$$

Το θεώρημα που ακολουθεί δίνει την σχέση για την προσέγγιση της συνάρτησης παραγωγής του συστήματος.

Θεώρημα 2.3:Έστω s_1 (n),s_2 (n),…,s_n (n) υπογραφή ενός 2-within-consecutive-k-out-of-n. Σύμφωνα με τον Τριανταφύλλου και τον Κούτρα(2014), η συνάρτηση διπλής παραγωγής του i$\binom{n}{l}si(n)$*δίνεται από τη σχέση*:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{n} i\binom{n}{l}_i t^i x^n = \frac{t^2x[2x-2x^2+(k-1)t-2)x^k+(2-kt)x^{k+1}+tx^{2k}]}{(x-1)^2(1-x-tx^k)^2}$$

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι οι Eryilmaz et al έχουν περιγράψει καλά, ανεπτυγμένες προσομοιώσεις ενός r-within-consecutive-k-out-of-n:F συστήματος.

Consecutive weighted-k-out-of-n

Ένα consecutive-weighted-k-out-of-n σύστημα αποτελείται από n μονάδες καθεμία από τις οποίες έχει δικό της βάρος και αξιοπιστία. Το σύστημα αποτυγχάνει αν και μόνο αν το συνολικό βάρος από συνεχόμενες χαλασμένες μονάδες του υπερβαίνει ένα συγκεκριμένο όριο k.

Με στόχο να βρεθεί η αξιοπιστία ενός τέτοιου συστήματος πρώτοι οι Wu and Chen (1994), πρότειναν μια μέθοδο δύο βημάτων. Σύμφωνα με αυτούς, πρώτα, βρίσκουμε τα ελάχιστα σύνολα διακοπής του συστήματος αυτού και έπειτα, υπολογίζεται η αξιοπιστία αναδρομικά. Το 2009 οι Eryilmaz, S., & Tutuncu, G. Y. έδωσαν έναν τύπο για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας του συστήματος consecutive-weighted-k-out-of-n χωρίς τη χρήση των ελαχίστων συνόλων διακοπής.

Πρόταση 2.3: Θεωρούμε ένα σύστημα με n ισόνομες και ανεξάρτητες μεταξύ τους μονάδες. Έστω ότι κάθε μονάδα i σχετίζεται με ένα βάρος wi∈Z+, i=1,2,…,n. Το Xi σχετίζεται με την κατάσταση της κάθε μονάδας (Xi=1 αν η μονάδα έχει αποτύχει και Xi=0 αν η μονάδα είναι σε λειτουργία). Ορίζουμε τυχαίες ποσότητες Yi και θi για i≥1 που θα μας βοηθήσουν να υπολογίσουμε την αξιοπιστία. Έχουμε Yi = wi · Xi για i=1,2,…,n.

$$\theta_{\iota+1}=\begin{cases}\theta_{i+1}+\Upsilon_{i+1}, \alpha\nu\ \Upsilon_{i+1}\neq 0\\ 0, \alpha\nu\ \Upsilon_{i+1}=0\end{cases}, \text{ i=0,1,…,n-1}$$

Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι θα θεωρήσουμε ότι θ_0=0.

Για να κάνουμε όσα είπαμε παραπάνω πιο ξεκάθαρα ας δούμε το επόμενο παράδειγμα:

Έστω ότι έχουμε 10 μονάδες οι καταστάσεις των οποίων είναι 0101110001 και βάρη w1 = 1, w2 = 2, w3 = 1, w4 = 1, w5 = 1, w6 = 3, w7 = 3, w8 = 2, w9 = 4, w10 = 1. Έτσι:

Yi	*0*	*2*	*0*	*1*	*1*	*3*	*0*	*0*	*0*	*1*
ϑi	*0*	*2*	*0*	*1*	*2*	*5*	*0*	*0*	*0*	*1*

Αν σε αυτή την περίπτωση, έχουμε ότι k=4 τότε το σύστημα αποτυγχάνει. Θα πρέπει όλα τα στοιχεία της ακολουθίας {ϑi, i≥1} να είναι μικρότερα του k. Με βάση αυτά η αξιοπιστία του weighted consecutive-k-out-of-n συστήματος αναπαρίσταται από την πιθανότητα:

Rw(n, k) = P{θ1 < k,..., θn < k}

Πρέπει να υπογραμμιστεί ότι θi ∈ {0, wi, wi−1 + wi, wi−2 + wi−1 + wi,...,i j=1 wj}, i = 1, 2,...,n, w0 ≡ 0.

M-consecutive-k-out-of-n

Ένα M-consecutive-k-out-of-n:F σύστημα αποτελείται από n μονάδες και αποτυγχάνει αν και μόνο αν υπάρχουν τουλάχιστον m μη επικαλυπτόμενες δοκιμές k διαδοχικών αποτυχημένων μονάδων. Το συγκεκριμένο σύστημα αξιοπιστίας το εισήγαγε ο Griffith το 1986 και είναι στενά συνδεδεμένο με τις κατανομές ροών επιτυχίας. Οι Παπασταυρίδης(1990) και Godbole(1993) έχουν καταφέρει να αποδείξουν αναδρομικές σχέσεις αλλά και φράγματα, για τη συνάρτηση αξιοπιστίας των παραπάνω συστημάτων. Στην περίπτωση όπου το m=1 , το συγκεκριμένο σύστημα ταυτίζεται με το consecutive-k-out-of-n:F.

Το παρακάτω θεώρημα του Papastavridi δίνει μια αναδρομική σχέση για τον υπολογισμό της **αξιοπιστίας** ενός *M-consecutive-k-out-of-n:F συστήματος.*

<u>Θεώρημα 2.4:</u> Έστω ότι το $\mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m,k,n}}(\mathrm{p1,p2,\dots,pn})$ υποδηλώνει τη συνάρτηση αξιοπιστίας ενός γραμμικού συστήματος M-consecutive-k-out-of-n. Αναφέρουμε ότι pi είναι η αξιοπιστία του i-οστού του στοιχείου. Έτσι το $\mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m,k,n}}(\mathrm{p1,p2,\dots,pn})$ πληρεί την παρακάτω σχέση:σ=1

$$\mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m,k,n}}(\mathrm{p1,p2,\dots,pn})= \mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m,k,n}}(\mathrm{p1,p2,\dots,pn})- \sum_{\mathrm{s=1}}^{\mathrm{m}} \mathrm{p}_{\mathrm{n-sk}} \prod_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{sk}} \mathrm{q}_{\mathrm{n-sk+i}}[\mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m-s,k,n-sk-1}}(\mathrm{p1,p2,\dots,pn})], \text{όπου } \mathrm{n} \geq \mathrm{km} \text{ και } \mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{0,k,0}}(\mathrm{p1,p2,\dots,pn})=0$$

Για να τεθεί σε ισχύ ο παραπάνω αναδρομικός τύπος το ακόλουθο σύνολο αρχικών συνθηκών είναι απαραίτητο:

$$\mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m,k,n}}(\mathrm{p1,p2,\dots,pn})= \mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{1,k,n-1}}(\mathrm{p1,p2,\dots,pn})\text{-}p_{n-k}((1-p_{n-k+1)\dots(1-p_n)}) * \mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{1,k,n-k-1}}(\mathrm{p1,p2,\dots,pn})$$

ενώ:

$$\mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m,k,n}}(\mathrm{p1,p2,\dots,pn}) = 1-\prod_{i=1}^{n}(1-p_i)$$

Άρα έχουμε το σύνολο των αρχικών τιμών που απαιτούνται για την αξιολόγηση της αξιοπιστίας του συστήματος. Στην περίπτωση που όλα τα pi είναι ίσα με p η αναδρομική αυτή σχέση λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m,k,n}}(\mathrm{p}) = \mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m,k,n-1}}(\mathrm{p}) - \sum_{s=1}^{m} \mathrm{p}q^{sk}\left[\mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m-s,k,n-sk}}(\mathrm{p}) - \mathrm{R}^{\mathrm{L}}_{\mathrm{m,k,n-sk-1}}(\mathrm{p})\right], \text{ όπου } \mathrm{n} \geq km+1$$

Η πρόταση που αναφέρεται στη συνέχεια δίνει μια αναδρομική σχέση για τις συντεταγμένες του διανύσματος της υπογραφής ενός συστήματος *M-consecutive-k-out-of-n.*

<u>Πρόταση 2.4:</u>(Eryilmaz et al.2011)Έστω σύστημα με ανεξάρτητες και ισόνομες μονάδες καθεμία από τις οποίες έχει αξιοπιστία p. Παράλληλα, έστω si(n) με i=1,2,…,n η υπογραφή ενός συστήματος *M-consecutive-k-out-of-n. Τότε η συνάρτηση διπλής παραγωγής του* $i\binom{n}{i}si(n)$ *δίνεται από τη παρακάτω σχέση :*

$$\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{n} i\binom{n}{i} Si(n,k,m)t^i x^n = \frac{m(tx)^{km}(tx-1)^{m-1}\{k-ktx+tx[(tx)^k-1]\}}{\{x[1+t-(tx)^k]-1\}^{m+1}}$$

<u>(n,f,k) systems</u>

Ένα (n,f,k) σύστημα περιλαμβάνει δύο κριτήρια αποτυχίας. Αποτελείται από n στοιχεία τα οποία είναι διατεταγμένα σε σειρά ή κυκλικά. Το σύστημα θα αποτύχει αν και μόνο αν υπάρχουν τουλάχιστον f αποτυχημένα στοιχεία ή τουλάχιστον k συνεχόμενα αποτυχημένα στοιχεία. Η εισαγωγή του έγινε για πρώτη φορά από τον Tung το 1982, ως εφαρμογή σε ένα πολύπλοκο σύστημα υπέρυθρης ανίχνευσης. Για το σειριακό (n,f,k) σύστημα με ίσες αξιοπιστίες μονάδων ο τύπος υπολογισμού της αξιοπιστίας του δόθηκε από τους Sun and Liao (1990). Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα κύρια αποτελέσματα για τα συστήματα αυτά που εμφανίζονται στη βιβλιογραφία. Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι το παραπάνω σύστημα γενικεύει το consecutive-k-out-of-n:F σύστημα για f>k. Στην περίπτωση που f≤k το σύστημα αυτό υποβιβάζεται σε ένα f-out-of-n:F σύστημα.

Το θεώρημα που ακολουθεί μας δίνει μια αναδρομική σχέση για τον υπολογισμό της αξιοπιστίας ενός συστήματος (n,f,k):

<u>Θεώρημα 2.5:</u>Σύμφωνα με τον Τριανταφύλλου και τον Κούτρα (2014), η συνάρτηση αξιοπιστίας Rn ενός (n,f,2) συστήματος με ίσες και ανεξάρτητες μονάδες ακολουθεί την παρακάτω σχέση:

$$\mathrm{Rn} = \sum_{m-1}^{f}(-p)^{m-1}\binom{f-1}{m-1} f\,\frac{m(1-p)+(f+1)p}{m(f-m+1)} R_{n-m+(-p)^f R_{n-f-1}}$$

Όπου p είναι η κοινή αξιοπιστία των μονάδων της.

Με σκοπό να τεθεί σε ισχύ η αναδρομική σχέση που ορίστηκε παραπάνω πρέπει να έχουμε αρκετές αρχικές συνθήκες. Οι συνθήκες αυτές είναι οι εξής:

Rn=1, αν 0<n<min(f,2)

Rn=0, αν f=0 ή n=0

Rn=$p^n, \alpha\nu\ f = 1$

Rn=n$p^{n-1} - (n-1)p^n$, αν f=2

Το επόμενο θεώρημα προσφέρει έναν εναλλακτικό τύπο για τον υπολογισμό της συνάρτησης αξιοπιστίας του συστήματος αυτού.

<u>Θεώρημα 2.6:</u> Έστω ότι A (i,j,k) το γεγονός κατά το οποίο το υποσύστημα (i,j,k) αποτυγχάνει (εδώ να σημειώσουμε ότι το υποσύστημα αποτελείται από τα στοιχεία 1,2,..,i, i≥j≥0, i≥k), ενώ Q(i,j,k) υποδηλώνει την αντίστοιχη πιθανότητα αποτυχίας P(A(i,j,k)). Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση αξιοπιστίας ικανοποιεί την ακόλουθη αναδρομική σχέση:

Q(i,j,k) = p_i Q(i-1,j,k)+ pq_i Q(i-1,j-1,k)+[1-Q(i-k-1,j-k,k]$p_{i-k} \prod_{l=i-k+1}^{i} ql$

Όπου $p_a(q_a)$ είναι η αξιοπιστία του α-στού στοιχείου

Με σκοπό να τεθεί σε ισχύ ο αναδρομικός σχηματισμός που αναφέραμε πριν το παρακάτω σύνολο αρχικών συνθηκών είναι απαραίτητο:

Q(i,j,k)=0, αν i<min(j,k)

Q(i,j,k)=1, αν j=0

p_0=1

<u><n,f,k> systems</u>

Ένα <n,f,k> σύστημα περιλαμβάνει δύο κριτήρια αποτυχίας. Αποτελείται από n στοιχεία τα οποία είναι διατεταγμένα σε σειρά ή κυκλικά. Το σύστημα θα αποτύχει αν και μόνο αν υπάρχουν τουλάχιστον f αποτυχημένα στοιχεία και τουλάχιστον k συνεχόμενα αποτυχημένα στοιχεία. Το σύστημα αυτό το εισήγαγε ο Cui et al. (2006) το οποίο είναι δυαδικό του <n, f, k> : G συστήματος.

Η R<n,f, k> : F, η οποία είναι η **αξιοπιστία** του <n,f,k> : F συστήματος, δίνεται ως:

R<n,k,f:F>=1-P($X_{n-k}^{0} \geq 1, X_{n-1}^{0} \geq f$)= P($X_{n-k}^{0} = 0$)+P($X_{n-k}^{0} \geq 1, X_{n-k}^{0} < f$)

Για τα συστήματα αυτά, από τον Τριανταφύλλου (2019), δίνεται μια αναδρομική σχέση για να **καθορίζουμε τις συντεταγμένες του διανύσματος της υπογραφής** του συστήματος <n,f,2> για συγκεκριμένες τιμές της παραμέτρου f.

Οι συντεταγμένες si(n,f) του διανύσματος της υπογραφής του γραμμικού i.i.d συστήματος <n,f,2> για f>2 που αποτελείται από n μονάδες ακολουθεί την παρακάτω αναδρομική σχέση:

$\sum_{j=0}^{f} \binom{f}{j} (-1)^{j} (-i\binom{n-j-1}{i} s_i(n-j-1,i) + (i-1)\binom{n-j-2}{i-1} s_{i-1}(n-j-2,f) + 3i\binom{n-j-2}{i} s_i(n-j-2,f) - 3i\binom{n-j-3}{i}$-3i$\binom{n-j-3}{i} s_i(n-j-3,f) + 2(i-2)\binom{n-j-4}{i-2} s_{i-2}(n-j-4,f) - 3(i-1)\binom{n-j-4}{i-1} s_{i-1}(n-j-4,f) + i\binom{n-j-4}{i} s_i(n-j-4,f) + (i-2)\binom{n-j-5}{i-2} s_{i-2}(n-j-5,f) + 2(i-1)\binom{n-j-5}{i-1} s_{i-1}(n-j-5,f) + (i-2)\binom{n-j-6}{i-1} s_{i-2}(n-j-6,f) + (i-3)\binom{n-j-6}{i-3} s_{i-3}(n-j-6,f))$=0

Στον παραπάνω τύπο με τη χρήση του $\binom{\alpha}{b}$ εννοούμε το σύνολο των τρόπων με τους οποίους μπορούμε να πάρουμε b αντικείμενα μέσα από α διακριτά στοιχεία. Εδώ πρέπει α≥b≥0.

Με σκοπό τη χρήση του παραπάνω τύπου πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ορισμένες αρχικές συνθήκες. Αυτές δίνονται ως:

$$s_i(n,f) = 0, \text{για } 1 \leq \mathrm{i} \leq \mathrm{n} \leq \mathrm{f}-1$$

$$s_i(f,f) = \begin{cases} 0, & 1 \leq \mathrm{i} \leq \mathrm{f}-1 \\ 1, & i = f \end{cases}, \quad s_i(f+1,f) = \begin{cases} 0, & 1 \leq \mathrm{i} \leq \mathrm{f}-1 \\ 1, & i = f \\ 0, & i = f+1 \end{cases}$$

Constrained (k,d)-out-of-n

Το σύστημα αυτό εισήχθη από τους Eryilmaz και Zuo (2010) και αποτελείται από γραμμικά διατεταγμένες μονάδες. Το σύστημα αυτό αποτυγχάνει αν και μόνο αν τουλάχιστον k μονάδες αποτύχουν ή υπάρχουν λιγότερες από d διαδοχικές μονάδες μεταξύ δύο διαδοχικών μη λειτουργικών. Είναι αυτονόητο ότι για d=0, το constrained (k,d)-out-of-n:F σύστημα μειώνεται σε k-out-of-n:F σύστημα.

Θεώρημα 2.7:

i)Σύμφωνα με τους Eryilmaz και Zuo(2010) αν έχουμε ένα constrained(k,d)-out-of-n:F σύστημα που αποτελείται από n ανεξάρτητες και ταυτόσημες μονάδες με κοινή αξιοπιστία p η συνάρτηση αξιοπιστίας δίνεται ως εξής:

$$R_{k,d,n}^{F} = \sum_{l=0}^{\min(k-1,\frac{n-1}{d-1})} \binom{n-d-(l-1)}{l} p^{n-l}(1-p)^{1}$$

ii)Για ένα ίδιο σύστημα με πιθανότητες μετάβασης $p_{rs} = P(X_i = s|X_{i-1} = r), r, s\epsilon\{0,1\}, i = 2,3, \dots, n$ και αρχικές πιθανότητες p_0=P(X1=0), p1=P(X1=1). Η συνάρτηση αξιοπιστίας στην περίπτωση αυτή δίνεται ως εξής:

$$R_{k,d,n}^{F} = \sum_{\iota=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}\sum_{l=i+j}^{k-1} \binom{n-d-(l-1)-2}{l-i-j} {p_{11}}^{n-2l+i+j-1} p_{10}^{l-i} p_{01}^{l-j}(1-pi)$$

Έτσι, σύμφωνα με τους Eryilmaz, S., & Zuo, η ελάχιστη υπογραφή ενός constrained(k,d)-out-of-n:F συστήματος προκύπτει ως :

$$a_i = \begin{cases} 0, \alpha\nu\ i < n-k+1 \\ \binom{n}{i} \sum_{j=n-1}^{k-1} \frac{\binom{n-d(i-1)}{j}}{\binom{n}{j}} (-1)^{i+j-n} \binom{i}{n-j}, \alpha\nu\ i \geq n-k+1 \end{cases}$$

Weighted-r-within-consecutive-k-out-of-n

Το σύστημα αυτό περιέχει n μονάδες καθεμιά από τις οποίες έχει ένα τυχαίο βάρος. Το σύστημα *Weighted-r-within-consecutive-k-out-of-n* αποτυγχάνει αν και μόνο αν το συνολικό βάρος των αποτυχημένων μονάδων ανάμεσα σε k μονάδες είναι τουλάχιστον r. Εισάχθηκε από τον Aksoy ο οποίος κατάφερε να βρει την αξιοπιστία και την υπογραφή ενός συστήματος r-μεταξύ-k-συνεχόμενων-από-τα-n:F με σταθμισμένες μονάδες και η αξιοπιστία της κάθε μονάδας ήταν ανεξάρτητη.

Η συνάρτηση αξιοπιστίας του συστήματος αυτού σύμφωνα με τους Kamalja, K. K., & Amrutkar, K. P. το 2018 όσο αναφορά την κατανομή $M_w^{n,k,r}$ είναι η εξής:

R(S)=P($M_w^{n,k,r} = 0$)

Κεφάλαιο 3

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε τον κώδικα που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της παρούσας πτυχιακής εργασίας για την μελέτη των συστημάτων αξιοπιστίας weighted-r-within-consecutive-k-out-of-n. Τα συστήματα αυτά έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την έρευνα της αξιοπιστίας. Πρέπει να υπενθυμίσουμε ότι ένα σύστημα k-out of-n αποτελείται από n ανεξάρτητες μονάδες οι οποίες λειτουργούν μαζί με τέτοιο τρόπο ώστε το σύστημα αποτυγχάνει αν και μόνο αν τουλάχιστον k στοιχεία αποτύχουν. Επίσης ένα σύστημα consecutive-k-out-of-n περιέχει n στοιχεία δομημένα με τέτοιο τρόπο ώστε το σύστημα να αποτύχει αν και μόνο αν τουλάχιστον k διαδοχικά στοιχεία αποτύχουν. Τέλος, ένα σύστημα weighted-r-within-consecutive-k-out-of-n αποτελείται από n ανεξάρτητες μονάδες καθεμιά από τις οποίες έχει τυχαίο βάρος. Το σύστημα αυτό αποτυγχάνει μόνο αν συνολικό βάρος των αποτυχημένων μονάδων ανάμεσα σε k συνεχόμενες μονάδες είναι τουλάχιστον r.

Ανάλυση αλγορίθμου που κατασκευάστηκε για τη μελέτη αξιοπιστίας weighted-r-within-consecutive-k-out-of-n:F συστημάτων

Στην παράγραφο αυτή θα γίνει αναλυτική περιγραφή του κώδικα που αναπτύξαμε για την κατασκευή ενός προγράμματος που θα προσεγγίζει την υπογραφή του συστήματος weighted-r-within-consecutive-k-out-of-n:F. Θα παρουσιάσουμε τις παραμέτρους εισόδου και εξόδου του προγράμματος καθώς και τον τρόπο λειτουργίας του αλγορίθμου. Χρησιμοποιήθηκε το υπολογιστικό πακέτο MATLAB για την υλοποίηση του προγράμματος.

Η λογική την οποία ακολουθήσαμε κατά την κατασκευή του αλγορίθμου είναι η ακόλουθη. Προσομοιώνουμε έναν σύστημα που αποτελείται από n μονάδες καθεμία από τις οποίες έχει ένα συγκεκριμένο βάρος και οι οποίες έχουν τυχαίους χρόνους ζωής. Παράλληλα έχουμε ορίσει έναν αριθμό συνεχόμενων μονάδων k και ένα r συνολικό βάρος. Το σύστημα θα πάψει να λειτουργεί αν το συνολικό βάρος των μονάδων ανάμεσα σε k συνεχόμενες μονάδες είναι ίσο ή μεγαλύτερο από το r.

Για να επιτευχθεί αυτό στην πράξη, ορίζουμε, με το χέρι, αρχικά στον αλγόριθμο τις παραμέτρους n (αριθμός μονάδων), k (αριθμός μονάδων στα κυλιόμενα παράθυρα, δηλαδή πόσες συνεχόμενες μονάδες θέλουμε να λαμβάνουμε υπ' όψιν μας κάθε φορά), r (αριθμός που αν το συνολικό βάρος των χαλασμένων μονάδων σε κ-συνεχόμενες είναι ίσος ή μεγαλύτερος με το οποίο προκαλείται αποτυχία) και final (αριθμός επαναλήψεων για τις οποίες θα εκτελεστεί ο αλγόριθμος). Παράλληλα, μέσω αλγορίθμου, ορίζουμε πίνακα S τον πίνακα ο οποίος θα περιέχει την τελική υπογραφή του συστήματος και τον αρχικοποιώ γεμίζοντας τον όσα μηδενικά όσες και οι μονάδες του συστήματος. Έπειτα τυπώνω την φράση «new system» και αρχικοποιώ έναν πίνακα βαρών, που περιέχει τα βάρη κάθε μονάδας, γεμίζοντας τον με μηδενικά. Μετά από αυτό, το λογισμικό , μας ζητάει να δώσουμε βάρος για την κάθε μονάδα το οποίο αποθηκεύεται στον προηγούμενο πίνακα ο οποίος και τυπώνεται.

Έτσι, αφού δεχτεί τις παραμέτρους n, k και r του συστήματος που θέλουμε να προσομοιώσουμε καθώς και τα βάρη της κάθε μονάδας, προσομοιώνει final φορές το ίδιο σύστημα των n μονάδων και δίνεται ένας τυχαίος χρόνος ζωής για καθεμία από αυτές για κάθε φορά . Παράλληλα για κάθε επανάληψη (μετρητής f) και αφού έχω ορίσει τους τυχαίους χρόνους ζωής του συστήματος, γίνονται τα επόμενα βήματα. Πρώτα, ορίζω πίνακα με το όνομα prosomiosi_systimatos όπου σημειώνεται η αποτυχία ή όχι της κάθε μονάδας του συστήματος (με 0 σημειώνεται η λειτουργία ενώ με 1 η αποτυχία). Έπειτα για κάθε αποτυχία μονάδας (μετρητής i), από την πρώτη αποτυχία μέχρι την n-οστή, σημειώνω με 1 στον πίνακα προσομοίωσης την μονάδα που σταμάτησε να λειτουργεί.

Μέσα σε αυτούς τους βρόγχους δημιουργώ έναν νέο βρόχο με μετρητή x. Αυτόν τον βάζω να μετρήσει από την 1^{η} μέχρι τη n-οστή μονάδα και κάνω τα εξής:

- Ανιχνεύω αν υπάρχει νόημα να αναζητώ k-άδα. Αν δηλαδή η συνθήκη x>(n-k+1) ισχύει δεν μπορεί να σχηματιστεί κ-άδα και άρα βγαίνουμε από το βρόγχο.
- Αρχικοποιώ το flag (broken) που δηλώνει την ύπαρξη ή μη χαλασμένης μονάδας μέσα σε μία κ-άδα. (Αν υπάρξει μονάδα το flag αυτό γίνεται 1)

- Αρχικοποιώ τη μεταβλητή που που είναι το σύνολο των βαρών των αποτυχημένων μονάδων μιας κ-άδας και το ορίζω αρχικά 0.
- Δημιουργώ έναν νέο βρόγχο (μετρητής z) που αφορά το κυλιόμενο παράθυρο (κ-άδα) στην οποία η x-οστή μονάδα βρίσκεται στην πρώτη θέση. Για την κ-άδα αυτήν αν το στοιχείο z στον πίνακα προσομοίωσης συστήματος έχει την τιμή 1 (δηλαδή η μονάδα αυτή είναι χαλασμένη), κάνει την μεταβλητή broken ίση με 1 (δηλαδή σημειώνει ότι υπάρχει μονάδα η οποία είναι χαλασμένη μέσα στην κ-άδα). Τταυτόχρονα προστίθενται όλα τα βάρη του κυλιόμενου παραθύρου και το άθροισμα ανατίθεται στη μεταβλητή weight.
- Μετά το τέλους του βρόγχου αυτού αρχικοποιώ μεταβλητή με όνομα systemfail η οποία ορίζει την λειτουργία η όχι του συστήματος(με 1 σημειώνεται η αποτυχία ενώ με 0 η λειτουργία του). Έπειτα ορίζω τη μεταβλητή synolikobaros. Αν στο κυλιόμενο παράθυρο στο οποίο βρισκόμαστε υπήρχε μονάδα που δεν λειτουργεί (έλεγχος αν broken=1) τότε περνάω την τιμή της weight στην τιμή synolikobaros και το εμφανίζω. Αν το συνολικό βάρος ξεπερνάει το r τότε το σύστημα αποτυγχάνει και άρα θέτω την τιμή του systemfail σε 1.
- Αρχικοποιώ μία μεταβλητή (b) την οποία χρησιμοποιώ ως flag για το αν θα βγω ή όχι από την for loop όταν το σύστημα αποτύχει. Δηλαδή αν αποτύχει τουλάχιστον μία μονάδα στην κ-άδα και το συνολικό βάρος όσων μονάδων έχουν αποτύχει ξεπερναέι το r τότε το σύστημα το ίδιο αποτυγχάνει και άρα σταματάμε να αναζητούμε βάρη και αποτυχίες μονάδων.

Αν το η b είναι ίση με 1 άρα το σύστημα αποτυγχάνει κατά την i-οστή αποτυχία μονάδας και άρα βγαίνουμε και από τον βρόχο με μετρητή i. Αφού το σύστημα αποτύχει προσθέτουμε 1 στο σημείο του πίνακα της υπογραφής που αναφέρεται στην μονάδα που προκάλεσε την αποτυχία του συστήματος και έπειτα τον τυπώνουμε.

Αφού κλείσω και τον τελευταίο βρόχο για να πάρω την συνολική υπογραφή του συστήματος αρκεί να διαιρέσω κάθε στοιχείο του πίνακα της υπογραφής με τις επαναλήψεις μας έτσι ώστε να λάβω το τελικό διάνυσμα της υπογραφής.

Ο κώδικας είναι διαθέσιμος στον ενδιαφερόμενο αναγνώστη κατόπιν σχετικού αιτήματος.

Κεφάλαιο 4

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε τα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγορίθμου που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο για διάφορες τιμές των παραμέτρων σχεδιασμού του weighted-r-within-consecutive-k-out-of-n:F ενώ παράλληλα θα αναπτύξουμε τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την επιστημονική ανάλυση των δεδομένων αυτών.

Για την αριθμητική επαλήθευση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τον προτεινόμενο αλγόριθμο, συγκρίναμε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων υπογραφής που υπολογίσθηκαν μέσω προσομοίωσης με τα αντίστοιχα αριθμητικά αποτελέσματα που προκύπτουν βάσει του ορισμού της υπογραφής για ειδικές περιπτώσεις (r=2) του συστήματος weighted-r-within-consecutive-k-out-of-n. Τα αποτελέσματα που βγάλαμε (που παρατηρούμε στις **πρώτες γραμμές** κάθε φορά) από την προσομοίωση, παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες και συμφωνούν με τα αποτελέσματα (**γραμμή δεύτερη**) που είχαν υπολογιστεί:

n	***k***	*i*=1	*i*=2	*i*=3	*i*=4	*i*=5	*i*=6	*i*=7	*i*=8	*i*=9	*i*=10
2	**2**	0	1								
		0	1								
3	**2**	0	0.66778	0.33222							
		0	0.667	0.333							
4	**2**	0	0.50100	0.49900	0						
		0	0.500	0.500	0						
5	**2**	0	0.40377	0.49662	0.09960	0					
		0	0.400	0.500	0.100	0					
6	**2**	0	0.33353	0.46627	0.20020	0	0				
		0	0.333	0.467	0.200	0	0				
7	**2**	0	0.28747	0.42673	0.25755	0.02825	0	0			
		0	0.286	0.428	0.257	0.029	0	0			
8	**2**	0	0.25025	0.39108	0.28532	0.07335	0	0	0		
		0	0.250	0.393	0.286	0.071	0	0	0		
9	**2**	0	0.21852	0.36567	0.02976	0.11013	0.00805	0	0	0	
		0	0.222	0.360	0.030	0.111	0.007	0	0	0	
10	**2**	0	0.20108	0.33220	0.29810	0.14447	0.02415	0	0	0	0
		0	0.200	0.333	0.300	0.143	0.024	0	0	0	0

Πίνακας 2: Υπολογισμός της υπογραφής του συστήματος **weighted-2-within-consecutive-2-out-of-n**

n	***k***	*i*=1	*i*=2	*i*=3	*i*=4	*i*=5	*i*=6	*i*=7	*i*=8	*i*=9	*i*=10
3	**3**	0	1	0							
		0	1	0							
4	**3**	0	0.83430	0.16570	0						
		0	0.833	0.167	0						
5	**3**	0	0.69740	0.30260	0	0					
		0	0.700	0.300	0	0					
6	**3**	0	0.60025	0.39975	0	0	0				
		0	0.600	0.400	0	0	0				
7	**3**	0	0.51738	0.45290	0.02973	0	0	0			
		0	0.524	0.448	0.028	0	0	0			
8	**3**	0	0.46723	0.45893	0.07385	0	0	0	0		
		0	0.464	0.464	0.071	0	0	0	0		
9	**3**	0	0.41723	0.46155	0.12122	0	0	0	0	0	
		0	0.417	0.464	0.119	0	0	0	0	0	
10	**3**	0	0.37705	0.45660	0.16150	0.00485	0	0	0	0	0
		0	0.378	0.456	0.162	0.004	0	0	0	0	0

<u>Πίνακας 3:</u> Υπολογισμός της υπογραφής του συστήματος **weighted-2-within-consecutive-3-out-of-n**

Έπειτα, κάναμε μελέτη συστημάτων με παράμετρο σχεδιασμού r>2 και τα αποτελέσματα μπορούν να παρατηρηθούν στους παρακάτω πίνακες.

n	***k***	***r***	w_i	*i=1*	*i=2*	*i=3*	*i=4*	*i=5*	*i=6*	*i=7*	*i=8*	*i=9*	*i=10*
5	**4**	**3**	1,2,1,2,1	0	0.70075	0.20240	0.09685	0					
			1,1,2,2,2	0	0.80115	0.19885	0	0					
			1,2,2,2,1	0	0.90075	0.09925	0	0					
		4	1,2,1,2,1	0	0.10063	0.60040	0.29897	0					
			1,1,2,2,2	0	0.29895	0.60130	0.09975	0					
			1,2,2,2,1	0	0.29855	0.40363	0.29783	0					
		5	1,2,1,2,1	0	0	0.30192	0.30107	0.39700					
			1,1,2,2,2	0	0	0.49910	0.50090	0					
			1,2,2,2,1	0	0	0.70355	0.29645	0					

<u>Πίνακας 4:</u> Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-4-out-of-5:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-4-out-of-5:F με βάρη 1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.70075 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.80115 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.90075.

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-4-out-of-5:F με βάρη 1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.60040 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.60130 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.40363.

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-4-out-of-5:F με βάρη 1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.39700 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον πέμπτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η πέμπτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.50090 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.70355 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	*i=1*	*i=2*	*i=3*	*i=4*	*i=5*	*i=6*	*i=7*	*i=8*	*i=9*	*i=10*
6	**4**	**3**	1,2,1,2,1,2	0	0.66578	0.28370	0.05053	0	0				
			1,1,1,2,2,2	0	0.59935	0.34932	0.05133	0	0				
			1,2,2,2,2,1	0	0.79953	0.20047	0	0	0				
		4	1,2,1,2,1,2	0	0.13445	0.46175	0.33530	0.06850	0				
			1,1,1,2,2,2	0	0.19933	0.49888	0.23572	0.06607	0				
			1,2,2,2,2,1	0	0.39982	0.40287	0.19730	0	0				
		5	1,2,1,2,1,2	0	0	0.25390	0.34782	0.23247	0.16580				
			1,1,1,2,2,2	0	0	0.25477	0.47455	0.27067	0				
			1,2,2,2,2,1	0	0	0.49643	0.43652	0.06705	0				

Πίνακας 5: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-4-out-of-6:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-4-out-of-6:F με βάρη 1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.66578 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.59935 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.79953.

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-4-out-of-6:F με βάρη 1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.46175 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.49888 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.40287.

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-4-out-of-6:F με βάρη 1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.34782 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο

αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.47455 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.49643 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	*i=1*	*i=2*	*i=3*	*i=4*	*i=5*	*i=6*	*i=7*	*i=8*	*i=9*	*i=10*
6	**5**	**3**	1,2,1,2,1,2	0	0.61945	0.32332	0.05722	0	0				
			1,1,1,2,2,2	0	0.73403	0.26598	0	0	0				
			1,2,2,2,2,1	0	0.93332	0.06667	0	0	0				
		4	1,2,1,2,1,2	0	0.19937	0.65010	0.15052	0	0				
			1,1,1,2,2,2	0	0.19555	0.65595	0.14850	0	0				
			1,2,2,2,2,1	0	0.40058	0.39632	0.20310	0	0				
		5	1,2,1,2,1,2	0	0	0.40118	0.53163	0.06720	0				
			1,1,1,2,2,2	0	0	0.40015	0.53300	0	0				
			1,2,2,2,2,1	0	0	0.80037	0.19962	0	0				

<u>Πίνακας 6:</u> Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-5-out-of-6:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-5-out-of-6:F με βάρη 1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.61945 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.73403 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.93332.

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-5-out-of-6:F με βάρη 1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.65010 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.65595 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.40058 (με την τρίτη να έχει πιθανότητα 0.39632 που είναι πολύ κοντά σε αυτή) .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-5-out-of-6:F με βάρη 1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.53163 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.53300 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.80037 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
7	**4**	**3**	1,2,1,2,1,2,1	0	0.57230	0.31225	0.08697	0.02848	0	0			
			1,1,1,2,2,2,2	0	0.56850	0.32010	0.11140	0	0	0			
			1,2,2,2,2,2,1	0	0.71027	0.28973	0	0	0	0			
		4	1,2,1,2,1,2,1	0	0.09420	0.36168	0.37495	0.16917	0	0			

			1,1,1,2,2,2,2	0	0.28523	0.45282	0.20355	0.05840	0	0			
			1,2,2,2,2,2,1	0	0.42685	0.37355	0.17070	0.02890	0	0			
		5	1,2,1,2,1,2,1	0	0	0.17290	0.28582	0.20708	0.18925	0.14495			
			1,1,1,2,2,2,2	0	0	0.22837	0.37215	0.30323	0.09625	0			
			1,2,2,2,2,2,1	0	0	0.37045	0.45945	0.17010	0	0			

Πίνακας 7: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-4-out-of-7:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-4-out-of-7:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.57230 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.56850 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.71027.

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-4-out-of-7:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.37495 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.45282 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0.42685.

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-4-out-of-7:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.28582 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.37215 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.45945 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τέταρτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	*i=1*	*i=2*	*i=3*	*i=4*	*i=5*	*i=6*	*i=7*	*i=8*	*i=9*	*i=10*
7	**5**	**3**	1,2,1,2,1,2,1	0	0.61950	0.32330	0.05720	0	0	0			
			1,1,1,2,2,2,2	0	0.71660	0.25462	0.02877	0	0	0			
			1,2,2,2,2,2,1	0	0.86187	0.13812	0.28223	0	0	0			
		4	1,2,1,2,1,2,1	0	0.14427	0.54425	0.14238	0.02925	0	0			
			1,1,1,2,2,2,2	0	0.28628	0.54243	0.14372	0.02892	0	0			
			1,2,2,2,2,2,1	0	0.47425	0.38203	0.45265	0	0	0			
		5	1,2,1,2,1,2,1	0	0	0.25712	0.45522	0.29023	0	0			
			1,1,1,2,2,2,2	0	0	0.39855	0.34432	0.14622	0	0			
			1,2,2,2,2,2,1	0	0	0.62555	0.05570	0.03012	0	0			

Πίνακας 8: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-5-out-of-7:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-5-out-of-7:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.61950 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.71660 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.86187.

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-5-out-of-7:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.54425 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.54243 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.47425.

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-5-out-of-7:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.45522 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.39855 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.62555 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
7	**6**	**3**	1,2,1,2,1,2,1	0	0.71047	0.23337	0.05615	0	0	0			
			1,1,1,2,2,2,2	0	0.80858	0.19143	0	0	0	0			
			1,2,2,2,2,2,1	0	0.95145	0.04855	0	0	0	0			
		4	1,2,1,2,1,2,1	0	0.14145	0.65880	0.17150	0.02825	0	0			
			1,1,1,2,2,2,2	0	0.28400	0.62740	0.08860	0	0	0			
			1,2,2,2,2,2,1	0	0.47287	0.38380	0.14333	0	0	0			
		5	1,2,1,2,1,2,1	0	0	0.37330	0.42512	0.20158	0	0			
			1,1,1,2,2,2,2	0	0	0.54473	0.42720	0.02807	0	0			
			1,2,2,2,2,2,1	0	0	0.85780	0.14220	0	0	0			

Πίνακας 9: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-6-out-of-7:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-6-out-of-7:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.71047 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.80858 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.95145.

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-6-out-of-7:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.65880 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει

η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.62740 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0.47287.

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-6-out-of-7:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.42512 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.54473 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.85780 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
8	**4**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0.53400	0.37833	0.07380	0.01388	0	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0.42365	0.39393	0.18243	0	0	0	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0.64480	0.35520	0	0	0	0	0		
		4	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0.11048	0.31998	0.37035	0.19920	0	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0.21077	0.35570	0.29092	0.14260	0	0	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0.42755	0.35763	0.17085	0.04398	0	0	0		
		5	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0	0.14213	0.27455	0.28273	0.19615	0.10445	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0	0.14413	0.27185	0.29568	0.21513	0.07322	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0.28578	0.42923	0.28500	0	0	0		

Πίνακας 10: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-4-out-of-8:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-4-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.53400 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.42365 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.64480.

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-4-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.37035 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.35570 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0.42755.

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-4-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.28273 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον πέμπτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η πέμπτο μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.29568 να διακόψει τη

λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0.42923 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τέταρτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
8	**5**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0.60375	0.34225	0.05400	0	0	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0.56927	0.35647	0.07425	0	0	0	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0.78122	0.21877	0	0	0	0	0		
		4	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,17833	0,46437	0,28408	0,07322	0	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0,21295	0,4662	0,23505	0,0858	0	0	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0,501	0,35435	0,12932	0,01533	0	0	0		
		5	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0	0,25012	0,42102	0,25675	0,0721	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0	0,24825	0,42137	0,25733	0,07305	0	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,50195	0,41573	0,08232	0	0	0		

Πίνακας 11: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-5-out-of-8:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-5-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.60375 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0.56927 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0.78122 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-5-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,46437 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,4662 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η Τρίτη μονάδα γίνεται 0,35435 .

Τέλος, βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-4-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,42102 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,42137 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,50195 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
8	**6**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,71535	0,24913	0,03553	0	0	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0,67463	0,30755	0,01783	0	0	0	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0,89412	0,10587	0	0	0	0	0		
		4	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,17895	0,57308	0,2196	0,02838	0	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0,21352	0,5736	0,18295	0,02993	0	0	0		

			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0,5383	0,35673	0,10497	0	0	0	0		
		5	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0	0,36023	0,41652	0,18812	0,03513	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0	0,36092	0,4803	0,14037	0	0	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,7153	0,27117	0,01353	0	0	0		

Πίνακας 12: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-6-out-of-8:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-6-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,71535 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,67463 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0,89412 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-6-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,57308 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,5736 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,5383 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-6-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,41652 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,4803 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,7153 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
8	**7**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,74775	0,25225	0	0	0	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0,75065	0,24935	0	0	0	0	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0,96572	0,03427	0	0	0	0	0		
		4	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,21545	0,66355	0,121	0	0	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0,21455	0,66038	0,12507	0	0	0	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0,53233	0,36023	0,10745	0	0	0	0		
		5	1,2,1,2,1,2,1,2	0	0	0,44758	0,49528	0,05715	0	0	0		
			1,1,1,1,2,2,2,2	0	0	0,446	0,49517	0,05883	0	0	0		
			1,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,89425	0,10575	0	0	0	0		

Πίνακας 13: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-7-out-of-8:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-7-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,74775 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,75065 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0,96572 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-7-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,66355 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,66038 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,53233 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-7-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,49528 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,49517 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,89425 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	*i*=1	*i*=2	*i*=3	*i*=4	*i*=5	*i*=6	*i*=7	*i*=8	*i*=9	*i*=10
9	**4**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,4714	0,38417	0,10502	0,0315	0,0079	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,41887	0,3815	0,19962	0	0	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,5862	0,40168	0,01213	0	0	0	0	0	
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,08687	0,2597	0,34075	0,26655	0,04612	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,25405	0,34437	0,26967	0,1319	0	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,41668	0,35607	0,17922	0,04802	0	0	0	0	
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,10627	0,219	0,25025	0,19998	0,14203	0,08248	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0	0,13225	0,2492	0,28835	0,22548	0,10472	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,22595	0,38445	0,34123	0,04838	0	0	0	

Πίνακας 14: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-4-out-of-9:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-4-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,4714 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,41887 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0,5862 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-4-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,34075 να διακόψει τη λειτουργία

του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτο μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,34437 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,41668 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-4-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,25025 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,28835 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η πέμπτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,38445 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τέταρτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
9	**5**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,5254	0,3684	0,0989	0,0073	0	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,55915	0,32348	0,11737	0	0	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,72142	0,27858	0	0	0	0	0	0	
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,14085	0,39625	0,32913	0,12577	0	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,27658	0,4393	0,20458	0,07955	0	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,50125	0,3457	0,12943	0,02363	0	0	0	0	
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0	0,17335	0,35105	0,30967	0,15388	0,01205	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0	0,23805	0,35718	0,2786	0,10343	0,02275	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,40445	0,43475	0,1608	0	0	0	0	

Πίνακας 15: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-5-out-of-9:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-5-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,5254 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,55915 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0,72142 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-5-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,39625 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτο μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,55915 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,72142 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-5-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,35105 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο

χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,35718 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,43475 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τέταρτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
9	**6**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,63997	0,27823	0,0743	0,0075	0	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,6681	0,283	0,0489	0	0	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,83217	0,16783	0	0	0	0	0	0	
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,14028	0,49067	0,2909	0,0705	0,00765	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,27713	0,50775	0,16708	0,04805	0	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,5534	0,33827	0,10045	0,00788	0	0	0	0	
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0	0,2769	0,36657	0,24695	0,09832	0,01125	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0	0,35745	0,42592	0,18548	0,03115	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,59745	0,35433	0,04822	0	0	0	0	

Πίνακας 16: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-6-out-of-9:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-6-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,63997 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,6681 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0,83217 .

Με αντίστοιχο τρόπο, από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-6-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,49067 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,50775 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,5534 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-6-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,36657 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,42592 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,59745 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
9	**7**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,66895	0,29523	0,03583	0	0	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,7502	0,23822	0,01158	0	0	0	0	0	

			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,9177	0,0823	0	0	0	0	0	0	
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,16337	0,59345	0,2192	0,02397	0	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,2792	0,57685	0,1272	0,01675	0	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,5855	0,33095	0,08355	0	0	0	0	0	
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0	0,33187	0,47747	0,18245	0,0082	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0	0,4626	0,4405	0,08843	0,00847	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,77555	0,21657	0,00788	0	0	0	0	

Πίνακας 17: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-7-out-of-9:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-7-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,66895 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,7502 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0,9177 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-7-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,59345 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,57685 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,5855 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-7-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,47747 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,4626 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,77555 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	***w_i***	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
9	**8**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,72528	0,23835	0,03637	0	0	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,80548	0,19453	0	0	0	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,9713	0,0287	0	0	0	0	0	0	
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0,16748	0,66978	0,14008	0,02268	0	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,27882	0,64035	0,08082	0	0	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,58268	0,3335	0,08382	0	0	0	0	0	
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1	0	0	0,40463	0,45863	0,12837	0,00838	0	0	0	
			1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0	0,5466	0,42095	0,03245	0	0	0	0	
			1,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,91548	0,08453	0	0	0	0	0	

Πίνακας 18: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-8-out-of-9:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-8-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,72528 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,80548 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η ίδια μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα γίνεται 0,9713 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-8-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,66978 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,64035 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,58268 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-8-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,45863 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,5466 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,91548 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
10	**4**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,44203	0,41375	0,11585	0,02467	0,0037	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,33215	0,37557	0,25988	0,0324	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,52785	0,43895	0,0332	0	0	0	0	0	0
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,0881	0,2476	0,32238	0,26127	0,07568	0,00498	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,19903	0,28975	0,27298	0,1856	0,05265	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,40053	0,3668	0,18498	0,0477	0	0	0	0	0
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0	0,09287	0,20017	0,25975	0,2208	0,1363	0,06775	0,02235	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,09227	0,19037	0,24195	0,23242	0,1671	0,07587	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,1826	0,34168	0,35652	0,11432	0,00487	0	0	0

Πίνακας 19: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-4-out-of-10:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-4-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,44203 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,37557 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει

η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία το υ κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας γίνεται 0,52785 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-4-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,32238 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,28975 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,40053 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-4-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,25975 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον πέμπτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η πέμπτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,24195 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,35652 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η πέμπτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
10	**5**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,51067	0,38965	0,09517	0,0045	0	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,4453	0,39045	0,16425	0	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,66385	0,33615	0	0	0	0	0	0	0
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,15593	0,36018	0,32117	0,15047	0,01225	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,2237	0,3591	0,27585	0,14135	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,49078	0,34495	0,1363	0,02797	0	0	0	0	0
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0	0,16937	0,32877	0,30245	0,16578	0,03363	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0	0,16687	0,28613	0,28447	0,19168	0,07085	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,3339	0,43012	0,23597	0	0	0	0	0

<u>Πίνακας 20:</u> Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-5-out-of-10:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-5-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,51067 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,4453 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία το υ κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας γίνεται 0,66385 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-5-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,36018 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει

πιθανότητα ίση με 0,3591 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,49078 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-5-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,32877 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,28613 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,43012 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τέταρτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
10	**6**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,62013	0,31233	0,06267	0,00487	0	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,55217	0,36428	0,08355	0	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,77623	0,22378	0	0	0	0	0	0	0
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,15627	0,44222	0,31055	0,08678	0,00417	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,22418	0,44505	0,23615	0,09463	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,55615	0,3285	0,10095	0,0144	0	0	0	0	0
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0	0,25152	0,3629	0,2596	0,11167	0,0143	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0	0,25188	0,38925	0,25385	0,09577	0,00925	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,50103	0,40395	0,09502	0	0	0	0	0

Πίνακας 21: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-6-out-of-10:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-6-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,62013 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,55217 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία το υ κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας γίνεται 0,77623 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-6-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,44222 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,44505 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,55615 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-6-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,3629 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον

τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,38925 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,50103 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	w_i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
10	**7**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,6656	0,3003	0,0341	0	0	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,64505	0,3229	0,03205	0	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,86387	0,13612	0	0	0	0	0	0	0
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,20147	0,52873	0,23023	0,03957	0	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,22268	0,52987	0,19945	0,048	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,60393	0,31398	0,07698	0,00513	0	0	0	0	0
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0	0,33127	0,4449	0,18902	0,0348	0,0348	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0	0,33435	0,45038	0,17633	0,03895	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,66695	0,30338	0,02967	0	0	0	0	0

Πίνακας 22: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-7-out-of-10:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-7-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,6656 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,64505 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία το υ κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας γίνεται 0,86387 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-7-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,52873 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,52987 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,60393 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-7-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,4449 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,45038 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,66695 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	***w_i***	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
10	**8**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,7321	0,2432	0,0247	0	0	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,71167	0,2795	0,00882	0	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,9346	0,0654	0	0	0	0	0	0	0
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,20112	0,60693	0,17222	0,01972	0	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,22095	0,60665	0,15825	0,01415	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,62	0,31355	0,06645	0	0	0	0	0	0
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0	0,40725	0,43665	0,13962	0,01648	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0	0,40718	0,47513	0,1055	0,0122	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,81342	0,18157	0,005	0	0	0	0	0

<u>Πίνακας 23:</u> Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-8-out-of-10:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-8-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,7321 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,71167 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας γίνεται 0,9346 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-8-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,60693 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,60665 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,62 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-8-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,43665 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,47513 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,81342 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

n	***k***	***r***	***w_i***	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
10	**9**	**3**	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,75662	0,24338	0	0	0	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,75818	0,24183	0	0	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,9773	0,0227	0	0	0	0	0	0	0
		4	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0,2208	0,66055	0,11865	0	0	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0,22332	0,6617	0,11497	0	0	0	0	0	0

			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0,61687	0,3165	0,06663	0	0	0	0	0	0
		5	1,2,1,2,1,2,1,2,1,2	0	0	0,47085	0,4762	0,05295	0	0	0	0	0
			1,1,1,1,1,2,2,2,2,2	0	0	0,46847	0,4815	0,05003	0	0	0	0	0
			1,2,2,2,2,2,2,2,2,1	0	0	0,93598	0,06402	0	0	0	0	0	0

Πίνακας 24: Υπολογισμός του συστήματος weighted-r-within-9-out-of-10:F (μέσω προσομοίωσης)

Όπως φαίνεται και στο πίνακα που βρίσκεται επάνω, το σύστημα weighted-3-within-9-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,75662 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον δεύτερο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η δεύτερη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,75818 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας γίνεται 0,9773 .

Με αντίστοιχο τρόπο από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το σύστημα weighted-4-within-9-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,66055 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τρίτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τρίτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,6617 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τρίτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 αυτή η πιθανότητα να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η δεύτερη μονάδα γίνεται 0,61687 .

Τέλος βλέπουμε ότι το σύστημα weighted-5-within-9-out-of-10:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,4762 να διακόψει τη λειτουργία του κατά τον τέταρτο διατεταγμένο χρόνο αποτυχίας μονάδας του, δηλαδή τη στιγμή που χαλάει η τέταρτη μονάδα του συστήματος. Το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει πιθανότητα ίση με 0,4815 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάει η τέταρτη μονάδα ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 έχει πιθανότητα ίση με 0,93598 να διακόψει τη λειτουργία του όταν χαλάσει η τρίτη μονάδα.

Γενικεύοντας, για τα συστήματα weighted-r-within-k-out-of-6:F για οποιοδήποτε k ανήκει στο διάστημα [4,5] όπου k είναι ακέραιος και για r=3 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του συστήματος. Για βάρη 1,1,1,2,2,2 και 1,2,2,2,2,1 το ίδιο σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της ίδιας μονάδας του.

Για r=4 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του συστήματος. Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2 έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του. Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας

του (εκτός την περίπτωση του k=5 όπου η μεγαλύτερη πιθανότητα παρατηρείται κατά την αποτυχία της 2^{ης} μονάδας).

Για r=5 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της 4ης μονάδας του συστήματος. Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2 έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της 4ης μονάδας του. Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της 3ης μονάδας του.

Γενικεύοντας, για τα συστήματα weighted-r-within-k-out-of-7:F για οποιοδήποτε k ανήκει στο διάστημα [4,6] όπου k είναι ακέραιος και για r=3 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του συστήματος. Για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 και 1,2,2,2,2,2,1 το ίδιο σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της ίδιας μονάδας του.

Για r=4 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του συστήματος (εκτός την περίπτωση του k=4 όπου η μεγαλύτερη πιθανότητα παρατηρείται κατά την αποτυχία της 4^{ης} μονάδας) . Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του. Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του.

Για r=5 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της 4ης μονάδας του συστήματος. Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,2,2,2,2 έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της 3ης μονάδας του(για k=4 αυτή η πιθανότητα αντιστοιχεί στην 4^{η} μονάδα). Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της 3ης μονάδας του(για k=4 αυτή η πιθανότητα αντιστοιχεί στην 4^{η} μονάδα).

Γενικεύοντας, για τα συστήματα weighted-r-within-k-out-of-8:F για οποιοδήποτε k ανήκει στο διάστημα [4,7] όπου k είναι ακέραιος και για r=3 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1,2 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του συστήματος. Για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 και 1,2,2,2,2,2,2,1 το ίδιο σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της ίδιας μονάδας του.

Για r=4 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του συστήματος (εκτός την περίπτωση του k=4 όπου η μεγαλύτερη πιθανότητα παρατηρείται κατά την αποτυχία της 4^{ης} μονάδας) . Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να

σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του. Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του.

Για r=5 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1,2 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της 4ης μονάδας του συστήματος (για k=4 αυτή η πιθανότητα αντιστοιχεί στην 5^{η} μονάδα) . Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2 έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της 4ης μονάδας του(για k=4 αυτή η πιθανότητα αντιστοιχεί στην 5^{η} μονάδα). Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της 3ης μονάδας του(για k=4 αυτή η πιθανότητα αντιστοιχεί στην 4^{η} μονάδα).

Γενικεύοντας, για τα συστήματα weighted-r-within-k-out-of-9:F για οποιοδήποτε k ανήκει στο διάστημα [4,8] όπου k είναι ακέραιος και για r=3 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του συστήματος. Για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 και 1,2,2,2,2,2,2,2,1 το ίδιο σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του.

Για r=4 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του συστήματος. Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του. Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του.

Για r=5 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τέταρτης μονάδας του συστήματος. Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τέταρτη μονάδας του. Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της 5^{ης} μονάδας του για k=4 ,της 4^{ης} μονάδας του για k=5 και k=6, και της 3^{ης} μονάδας του για k=7 και k=8.

Για τα συστήματα weighted-r-within-k-out-of-10:F για οποιοδήποτε k ανήκει στο διάστημα [4,9] και για r=3 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του συστήματος. Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 (εκτός από την περίπτωση του k=5 όπου τη μεγαλύτερη πιθανότητα να προκαλέσει τη διακοπή της λειτουργίας του συστήματος την έχει η τρίτη μονάδα) έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του. Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του.

Για r=4 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του συστήματος. Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του. Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του.

Για r=5 ισχύει ότι για βάρος 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τέταρτης μονάδας του συστήματος (με εξαίρεση το k=4 που η μέγιστη πιθανότητα παρατηρείται κατά την αποτυχία της πέμπτης μονάδας). Ενώ το ίδιο σύστημα για βάρη 1,1,1,1,1,2,2,2,2,2 έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τέταρτης μονάδας του. Ενώ με βάρη 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του για όλα τα k στο [4,9] εκτός το k=4 (όπου αυτή η πιθανότητα παρατηρείται κατά την αποτυχία της πέμπτης μονάδας του) και το k=5 (όπου αυτή η πιθανότητα παρατηρείται κατά την αποτυχία της τέταρτης μονάδας του).

Έτσι για όλα τα παραπάνω συστήματα για r=3 με βάση τα βάρη που χρησιμοποιήθηκαν κάθε φορά το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του συστήματος(εκτός το εκτός το weighted-3-within-4-out-of-5:F και το weighted-3-within-5-out-of-10:F που η πιθανότητα αυτή εντοπίζεται κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας).

Για r=4 και για μονάδες που με βάρη 1 και 2 εναλλάξ καθώς και μονάδες όπου τα μισά βάρη είναι 1 και τα άλλα μισά 2 (εάν ο αριθμός των βαρών δεν είναι ίσος τότε οι μονάδες με βάρη ίσα 2 είναι περισσότερα) το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του συστήματος (εξαίρεση αποτελεί το weighted-4-within-4-out-of-8:F) . Επίσης για r=4 και το βάρος όλων των μονάδων ίσο με 2 εκτός της πρώτης και της τελευταίας (στις οποίες το βάρος είναι ίσο με 1) το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του συστήματος. Από την τελευταία περίπτωση εξαιρούνται τα συστήματα weighted-4-within-4-out-of-5:F και weighted-4-within-4-out-of-6:F όπου έχουν τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της δεύτερης μονάδας του συστήματος.

Τέλος, για όλα τα παραπάνω συστήματα για r=5 και για μονάδες που με βάρη 1 και 2 εναλλάξ καθώς και μονάδες όπου τα μισά βάρη είναι 1 και τα άλλα μισά 2 (εάν ο αριθμός των βαρών δεν είναι ίσος τότε οι μονάδες με βάρη ίσα 2 είναι περισσότερα) το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τέταρτης μονάδας του συστήματος. Εξαίρεση σε αυτό αποτελούν τα συστήματα με r=5, k=4 και n=8,9,10 για βάρος 1,2,1,2,1,2,1,2,1,2 όπου η πιθανότητα αυτή παρατηρείται κατά την αποτυχία της πέμπτης μονάδας του. Και τα weighted-5-within-4-out-of-8:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 και weighted-5-within-5-out-of-7:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1 που η πιθανότητα αυτή παρατηρείται κατά την αποτυχία της $5^{ης}$ και $3^{ης}$ μονάδας αντίστοιχα. Επίσης για r=5 και το βάρος όλων των μονάδων

ίσο με 2 εκτός της πρώτης και της τελευταίας (στις οποίες το βάρος είναι ίσο με 1) το σύστημα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να σταματήσει τη λειτουργία του κατά την αποτυχία της τρίτης μονάδας του συστήματος. Εξαίρεση στο τελευταίο αποτελούν τα : weighted-5-within-4-out-of-10:F και weighted-5-within-4-out-of-9:F που η πιθανότητα αυτή παρατηρείται στην αποτυχία της 5^{ης} μονάδας του και weighted-5-within-5-out-of-10:F και weighted-5-within-5-out-of-9:F, weighted-5-within-6-out-of-9:F, weighted-5-within-4-out-of-8:F, weighted-5-within-4-out-of-7:F που η πιθανότητα αυτή παρατηρείται στην αποτυχία της 4^{ης} μονάδας του.

Συμπερασματικά, μπορούμε να κατανοήσουμε ότι τα συστήματα που εμφανίζουν τις μέγιστες μη μηδενικές συντεταγμένες, σε μονάδα που έχει όσο πιο δυνατόν μεγαλύτερο i (δηλαδή σε μονάδα με όσο το δυνατόν μεγαλύτερο χρόνο ζωής) είναι και τα πιο αξιόπιστα. Έτσι παρατηρώντας τα συστήματα με τα βάρη που τοποθετήσαμε σε αυτά με βάση το παραπάνω μπορούμε να καταλάβουμε ότι μεγαλύτερη αξιοπιστία έχουν τα συστήματα weighted-5-within-4-out-of-8:F, weighted-5-within-4-out-of-10:F και weighted-5-within-4-out-of-9:F με βάρη 1,2,1,2,1,2,1,2 και 1,2,2,2,2,2,2,2,2,1 και 1,2,2,2,2,2,2,2,1 αντίστοιχα σ

Τέλος, με βάση τα παραπάνω αριθμητικά αποτελέσματα πρέπει να υπογραμμιστεί ότι ορισμένες σχεδιαστικοί παράμετροι είναι μείζονος σημασίας για την αξιοπιστία των weighted-r-within-consecutive-k-out-of-n συστημάτων. Ειδικότερα, πρέπει να τονιστεί, ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός n των μονάδων από τις οποίες αποτελείται το σύστημα (με προκαθορισμένες τις υπόλοιπες παραμέτρους), τόσο μεγαλύτερος θα είναι και ο χρόνος ζωής του συστήματος που σχεδιάζουμε, ενώ επίσης όσο μεγαλύτερη είναι η παράμετρος r (με προκαθορισμένες τις υπόλοιπες παραμέτρους), τόσο μεγαλύτερος θα είναι και ο χρόνος ζωής του συστήματος που σχεδιάζουμε. Μένει να αναφέρουμε ότι (με προκαθορισμένες τις υπόλοιπες παραμέτρους), όσο μεγαλύτερο είναι το k, τόσο μικρότερος θα είναι ο χρόνος ζωής του συστήματος που σχεδιάζουμε και όσο μεγαλύτερα τα βάρη των μονάδων (με προκαθορισμένες τις υπόλοιπες παραμέτρους), τόσο μικρότερος θα είναι ο χρόνος ζωής του συστήματος που σχεδιάζουμε.

Κεφάλαιο 5

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε πρακτικές εφαρμογές που μπορεί να συναντήσει κανείς σχετικές με κάποιες γενικεύσεις του συστήματος συνεχόμενα-k-από-τα-n:F. Υπάρχει μία πληθώρα τέτοιων εφαρμογών, που μπορούν για παράδειγμα να εντοπιστούν στον τομέα των μηχανικών, ηλεκτρονικών και των τηλεπικοινωνιών, αλλά και στον τομέα της πληροφορικής, των μεταφορών και των δικτύων διανομής.

Είναι σημαντικό, με σκοπό να δούμε ότι τα συστήματα αυτά είναι κρυμμένα σε πολλούς τομείς της καθημερινότητας μας, ξεκινώντας με παραδείγματα που είναι δυνατόν κανείς να εντοπίσει απλά βγαίνοντας από την πόρτα του σπιτιού του, όπως είναι οι λάμπες στο δρόμο. Ένα σύστημα από λάμπες στο δρόμο μπορεί να θεωρηθεί ένα πολύ απλό παράδειγμα πρακτικής εφαρμογές ενός συστήματος consecutive-k-out-of-n:F. Ένα άλλο παράδειγμα, προκύπτει αν αναλογιστεί κανείς παράλληλες θέσεις παρκαρίσματος σε ένα δρόμο ή ένα παρκινγκ, όπου κάθε μια από αυτές, χωράει ένα αμάξι. Εφαρμογή των συστημάτων αυτών προκύπτει επίσης, αν προσπαθούσε κανείς να βρει την πιθανότητα ένα λεωφορείο (το οποίο θεωρητικά θα έπιανε τρείς θέσεις αυτοκινήτων) μπορεί να παρκάρει. Άλλη εφαρμογή συναντάται σε μια γέφυρα η οποία στηρίζεται από n καλώδια και χρειάζεται τουλάχιστον k από αυτά για να μην γκρεμιστεί.

Παράλληλα, αν ρίξουμε μια ματιά στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα, θα εντοπίσουμε ότι αποτελούν άμεση εφαρμογή των συστημάτων που αναφέραμε προηγουμένως. Ειδικότερα, οι Chiang και Niu το 1981 κάνουν αναφορά σε ένα παραδείγματα για τη χρήση των συστημάτων consecutive-k-out-of-n:F στον τομέα αυτό. Το παράδειγμα εντοπίζει ένα σύστημα τηλεπικοινωνιών με σταθμούς αναμετάδοσης, οι οποίοι είναι τοποθετημένοι σε ίσες αποστάσεις και κανένας δεν μπορεί να μεταφέρει σήμα σε απόσταση που περιλαμβάνει k τέτοιους σταθμούς αναμετάδοσης. Το σύστημα αυτό αποτυγχάνει, εάν τουλάχιστον k συνεχόμενοι σταθμοί αναμετάδοσης αποτύχουν.

Οι ίδιοι συγγραφείς, αναφέρθηκαν και σε άλλο παράδειγμα το οποίο μπορεί να έχει άμεση εφαρμογή στην καθημερινή ζωή, αυτή τη φορά στον τομέα της μεταφοράς πετρελαίου. Εντοπίζουμε ένα τέτοιο δίκτυο αποτελούμενο από σωλήνες και σταθμούς τροφοδότησης. Εάν ένας σταθμός τροφοδότησης χαλάσει, η ροή πετρελαίου δεν θα διακοπεί, επειδή οι υπόλοιποι κ−1 σωλήνες θα συνεχίσουν την μεταφορά. Όμως, αν χαλάσουν τουλάχιστον κ συνεχόμενοι σωλήνες η ροή του πετρελαίου θα σταματήσει και το σύστημα αποτυγχάνει. Σε παρόμοιο τομέα - αυτό των αγωγών καυσίμων – αν εξετάσουμε το επιστημονικό άρθρο των Vladimir V. Rykov, Mikhail G. Sukharev, και Victor Yu. Itkin, θα δούμε ότι προσπαθούν να εντοπίσουν εφαρμογές, στις οποίες βοηθούν τα συστήματα k-από-n, στον τομέα του φυσικού αερίου και του πετρελαίου. Ένα από τα όσα αναλύονται είναι η κατασκευή του διαδρόμου μεταφοράς φυσικού αερίου Bovanenkovo–Ukhta, η οποία αποτέλεσε ένα από τα δυσκολότερα έργα στην ιστορία της κατασκευής των αγωγών. Αυτό συνέβη γιατί ο κόλπος της Baydaratskaya στον πάτο του οποίου και βρίσκεται ο αγωγός, καλύπτεται με πάγο το μεγαλύτερο μέρος του χρόνου, ενώ παράλληλα

ο συγκεκριμένος αυτός κόλπος είναι γνωστός για τις αντίξοες καιρικές αλλά και γεωγραφικές του συνθήκες. Κατά τον σχεδιασμό του συγκεκριμένου αγωγού ήταν απαραίτητο να διαλέξουν με προσοχή τον αριθμό n των γραμμών και να σκεφτούν διάφορες επιλογές που αφορούν την περίπτωση αποτυχίας των k γραμμών. Η αποτυχία μιας μονάδας, ορίζεται σε αυτή την περίπτωση ως η καταστροφή μιας γραμμής του αγωγού ή το να επέλθει ζημία τέτοια ώστε να σταματήσει η λειτουργία της.

Επίσης εφαρμογές μπορούν να εντοπιστούν και στις μετακινήσεις και ειδικότερα σε δίκτυα μεταφοράς. Οι Zhang at Al. το 1991 παρουσιάζουν την εφαρμογή ενός συστήματος που ανήκει στην οικογένεια αυτή, ειδικότερα αποτελεί εφαρμογή του consecutive-k-out-of-n:G συστήματος, στην λειτουργία των σιδηροδρόμων. Μελετούν ένα σύστημα το οποίο αποτελεί έναν γραμμικό τύπο τέτοιου συστήματος και αποτελείται από 17 γραμμές.

Επιπροσθέτως, πρέπει να σημειωθεί ότι, τέτοιου είδους συστήματα έχουν άμεση εφαρμογή σε περιπτώσεις όπου η ασφάλεια είναι υψίστης σημασίας όπως για παράδειγμα σε πυρηνικά εργοστάσια παραγωγής ενέργειας. Τέτοιου είδους εγκαταστάσεις είναι εξοπλισμένες με συγκεκριμένα k-out-of-n συστήματα σημάτων ασφαλείας.

Άλλες εφαρμογές των συστημάτων αυτών, μπορούν να εντοπιστούν στο δίκτυο ύδρευσης, στα συστήματα πολλών μηχανών ενός αεροπλάνου, στο σύστημα πολλαπλών αντλιών, σε ένα υδραυλικό σύστημα ελέγχου και σε σταθμούς αναμετάδοσης. Πρέπει να σημειωθεί ότι και το σύστημα κενού σε επιταχυντές σωματιδίων, όπως και οι ιμάντες μεταφοράς σε εξορύξεις, αποτελούν ακόμα μερικές εφαρμογές.

Λίστα Εικόνων

Εικόνα 1: Παράδειγμα σειριακού συστήματος 12
Εικόνα 2: Παράδειγμα παράλληλου συστήματος 12
Εικόνα 3: Παράδειγμα συστήματος με διάταξη γέφυρας 13
Εικόνα 4: Παράδειγμα παράλληλο-σειριακό σύστημα 4 μονάδες 13
Εικόνα 5: Παράδειγμα συστήματος k-από-τα-n 13
Εικόνα 6: Παράδειγμα συστήματος consecutive-k-από-τα-n 14
Εικόνα 7: Παράδειγμα με σειριακό-παράλληλο σύστημα 16
Εικόνα 8: Γράφημα συνάρτησης αξιοπιστίας σειριακού συστήματος 5 μονάδων 19
Εικόνα 9: Γράφημα συνάρτησης αξιοπιστίας παράλληλου συστήματος 5 μονάδων 20
Εικόνα 10: Γράφημα συνάρτησης αξιοπιστίας συστήματος 2-από-τα-3 20
Εικόνα 11: Γράφημα συνάρτησης αξιοπιστίας συστήματος γέφυρας 21
Εικόνα 12: Γράφημα συνάρτησης αξιοπιστίας παράλληλου-σειριακού συστήματος 4 μονάδων 21
Εικόνα 13: Σύστημα που περιέχει 3 μονάδες και έχει συνάρτηση δομής ϕ(χ) = x1(x2+x3-x2x3) 23

Ξένη Βιβλιογραφία

Birnbaum, Z. W., Esary, J.D. & Saunders, S.C. (1961). Multi-component systems and structures and their reliability, *Technometrics*,**3**, 55–77

Boland, P. J. (2001). *Signatures of indirect majority systems. Journal of Applied Probability,* **38***, 597–603.*

Boland, P. J., & Samaniego, F. J. (2004). *The Signature of a Coherent System and Its Applications in Reliability. Mathematical Reliability: An Expository Perspective, 3–30.*

Esary, J. D. & Marshall, A. W. (1964). System Structure and the Existence of a System Life, *Technometrics*, **6**, 459-462

Kochar, S., Mukerjee, H. & Samaniego, F.J. (1999). The signature of a coherent system and its application to comparisons among systems, *Naval Research Logistics*, **46**, 507-523.

Samaniego, F.J. (2007). *System signatures and their applications in engineering reliability*, Vol.110, Springer, New York.

Birnbaum , Z. W., Esary J. D. & Saunders, S. C. (1961). Multi-Component Systems and Structures and Their Reliability, *Technometrics*, **3**, 55-77.

Chiang, D. T., & Niu, S. C. (1981). *Reliability of Consecutive-k-out-of-n:F System. IEEE Transactions on Reliability,* **30***,* 87–89*.*

Sfakianakis, M., Kounias, S., & Hillaris, A. (1992). *Reliability of a consecutive k-out-of-r-from-n:F system. IEEE Transactions on Reliability, 41(3), 442–447.*

Triantafyllou, I. S., & Koutras, M. V. (2014). *Reliability Properties of (n,f,k) Systems. IEEE Transactions on Reliability,* **63(1)***, 357–366.*

Eryilmaz, S., & Tutuncu, G. Y. (2009). Reliability evaluation of linear consecutive-weighted-*k-out-of-n: F* system*, Asia-Pacific Journal of Operational Research,* **26,** 805–816*.*

Chang, G. J., Cui, L., & Hwang, F. K. (1999). Reliabilities for (n,f,k) systems. Statistics & Probability Letters, 43(3), 237–242. doi:10.1016/s0167-7152(98)00263-6

Zuo, M. J., Daming Lin, & Wu, Y. (2000). *Reliability evaluation of combined k-out-of-n:F, consecutive-k-out-of-n:F and linear connected-(r, s)-out-of-(m, n):F system structures.*

Triantafyllou, I. S., & Koutras, M. V. (2014). *Reliability Properties of (n,f,k) Systems. IEEE Transactions on Reliability, 63(1), 357–366.*

Triantafyllou, I. S., (2022). Signature-Based Analysis of the Weighted-r-within-Consecutive-k-out-of-n:F Systems. Mathematics 2022, 10, 2554.

Kamalja, K. K., & Shinde, R. L. (2014). *On the Reliability of (n,f,k) and 〈n,f,k〉 Systems. Communications in Statistics - Theory and Methods, 43(8), 1649–1665.*

T. Aksoy, "Reliability evaluation of systems with weighted components," M.S. thesis, graduate school natural Appl. Sci., Izmir Univ. Econ., ˙Izmir, Turkey, 2009.

Zhang, W., Miller, C., & Kuo, W. (1991). Application and analysis for a structure. Reliability Engineering & System Safety, 33(2), 189–197.

Ελληνική Βιβλιογραφία

Τριανταφύλλου, Ι. Σ. Μάρκος Β. Κούτρας (2005), «Η υπογραφή ενός μονότονου συστήματος», Ελληνικό Στατιστικό Ινστιτούτο Πρακτικά 18ου Πανελληνίου Συνεδρίου Στατιστικής, σελ.374-381.

Τριανταφύλλου, Ι. (2021), Διαφάνειες Παραδόσεων μαθήματος: Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας και Αξιοπιστία Συστημάτων, Τμήμα Πληροφορικής με Εφαρμογές στη Βιοϊατρική Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Μπούτσικας, Μ. (2008), Σημειώσεις Παραδόσεων μαθήματος: Θεωρία Αξιοπιστίας, Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης Πανεπιστήμιου Πειραιώς.

ΛΕΞΙΚΟ ΟΡΩΝ

Σύστημα…σελίδα 11

Συνάρτηση δομής…σελίδα 11

«μη σημαντική» μονάδα…σελίδα 14

«σημαντική» μονάδα…σελίδα 14

μονότονο (coherent structure)… σελίδα 15

ημιαυτόνομες συναρτήσεις…σελίδα 15

διάνυσμα λειτουργίας… σελίδα 15

ελάχιστο διάνυσμα λειτουργίας…σελίδα 15

σύνολο λειτουργίας(path set)…σελίδα 16

ελάχιστο σύνολο λειτουργίας(minimal path set)…σελίδα 16

σύνολο διακοπής(cut set)…σελίδα 16

ελάχιστο διάνυσμα διακοπής…σελίδα 16

αξιοπιστία…σελίδα 19

αναξιοπιστία…σελίδα 20

υπογραφή…σελίδα 23

υπολειπόμενος χρόνος ζωής…σελίδα 28