

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
**ΠΜΣ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ**  
**ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ ΚΑΙ ΔΗΜΟΣΙΩΝ ΟΡΓΑΝΙΣΜΩΝ**  
**ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΔΗΜΟΣΙΩΝ ΟΡΓΑΝΙΣΜΩΝ**



**Διπλωματική Εργασία**

**«Μαθηματικό Μοντέλο της πληθυσμιακής αύξησης της Ινδίας»**

**Καθηγητής: Λουκάς Ζαχείλας**

**Φοιτήτρια: Ασημίνα-Χριστίνα Σακελλαρίου**

**Βόλος, Σεπτέμβριος 2022**



## *«Μαθηματικό Μοντέλο της πληθυσμιακής αύξησης της Ινδίας»*

Εγώ, η Ασημίνα-Χριστίνα Σακελλαρίου του Ιωάννη, γνωρίζοντας τις συνέπειες της λογοκλοπής, δηλώνω υπεύθυνα ότι η παρούσα διπλωματική εργασία με τίτλο «Μαθηματικό Μοντέλο της πληθυσμιακής αύξησης της Ινδίας» αποτελεί προϊόν αυστηρά προσωπικής εργασίας και όλες οι πηγές που έχω χρησιμοποιήσει έχουν δηλωθεί κατάλληλα στις βιβλιογραφικές παραπομπές και αναφορές. Τα σημεία όπου έχω χρησιμοποιήσει ιδέες, κείμενο ή και πηγές άλλων συγγραφέων, αναφέρονται ευδιάκριτα στο κείμενο με την κατάλληλη παραπομπή και η σχετική αναφορά περιλαμβάνεται στο τμήμα των βιβλιογραφικών αναφορών με πλήρη περιγραφή.

Βόλος, Σεπτέμβριος 2022



## Περιεχόμενα

Περίληψη .....	6
Λέξεις κλειδιά .....	7
Abstract.....	8
Keywords.....	9
Εισαγωγή .....	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 <sup>ο</sup> Βιβλιογραφική ανασκόπηση και ιστορική εξέλιξη του πληθυσμού της Ινδίας .....	11
1.1 Γενικά χαρακτηριστικά της Ινδίας .....	11
1.2 Δημογραφικά Στοιχεία.....	12
1.2.1 Γεωγραφία .....	12
1.2.2 Κλίμα.....	13
1.2.3 Έδαφος και Φυσικοί πόροι .....	13
1.2.4 Πληθυσμός.....	13
1.2.5 Πόλεις.....	14
1.2.6 Ιστορία.....	14
1.2.7 Βιοπορισμός.....	16
1.3 Βιβλιογραφική ανασκόπηση .....	17
1.3.1 Πληθυσμιακή αύξηση .....	17
1.3.2 Δυναμικά μαθηματικά μοντέλα .....	18
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 <sup>ο</sup> Πληθυσμιακές μεταβολές .....	20
2.1 Γενικά .....	20
2.2 Οι πληθυσμιακές μεταβολές της Ινδίας.....	22
2.3 Η πληθυσμιακή πυκνότητα της Ινδίας.....	22
2.3.1 Αστικοποίηση.....	23
2.3.2 Συνθήκες διαβίωσης.....	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 <sup>ο</sup> Οι περιπτώσεις της Ινδίας και της Κίνας .....	24



3.1 Η περίπτωση της Κίνας .....	24
3.1.1 Γενικά.....	24
3.1.2 Οι πληθυσμιακές μεταβολές της Κίνας .....	24
3.1.3 Η πληθυσμιακή πυκνότητα της Κίνας .....	25
3.1.3.1 Αστικοποίηση .....	25
3.1.3.2 Συνθήκες διαβίωσης.....	25
3.2 Σύγκριση Ινδίας – Κίνας.....	26
3.2.1 Οικονομική ανάπτυξη.....	26
3.2.2 Οικογενειακός προγραμματισμός .....	26
3.2.3 Γεννήσεις και θάνατοι .....	27
3.2.4 Ρυθμοί αύξησης του πληθυσμού.....	28
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 <sup>ο</sup> Μοντέλα που αναπτύχθηκαν .....	30
4.1 Γενικά .....	30
4.2 Δυναμικά συστήματα.....	30
4.2.1 Συνεχή Πληθυσμιακά μοντέλα .....	31
4.2.1.1 Μαθηματικό μοντέλο του Malthus .....	31
4.2.1.2 Λογιστικό μοντέλο .....	32
4.2.2 Διακριτά Πληθυσμιακά μοντέλα.....	32
4.3 Σύγκριση μοντέλων διακριτού ή συνεχούς χρόνου.....	33
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 <sup>ο</sup> Το διακριτό μοντέλο Holling .....	34
5.1 Γενικά .....	34
5.2 Μοντέλο Holling τύπου I.....	35
5.3 Μοντέλο Holling τύπου II .....	35
5.4 Μοντέλο Holling τύπου III .....	37
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 <sup>ο</sup> Συμπεράσματα.....	39
Βιβλιογραφία .....	40
Ελληνική Βιβλιογραφία.....	40



*«Μαθηματικό Μοντέλο της πληθυσμιακής αύξησης της Ινδίας »*

Ξένη Βιβλιογραφία.....	40
Ηλεκτρονική Βιβλιογραφία .....	42



## Περίληψη

Η παρούσα εργασία εκτείνεται σε έξι κεφάλαια και μελετά την αύξηση του πληθυσμού της Ινδίας, την ιστορική του εξέλιξη και τον ρυθμό μεταβολής του. Επιπλέον, περιγράφει τα πληθυσμιακά μοντέλα που αναπτύχθηκαν, εξετάζει την πληθυσμιακή αύξηση της Κίνας και στη συνέχεια την συγκρίνει με αυτή της Ινδίας. Επιπρόσθετα, αναλύει τα δυναμικά συστήματα που μελετούν τους πληθυσμούς, αναπτύσσοντας τα μαθηματικά μοντέλα συστημάτων και πώς αυτά εξελίσσονται στο χρόνο. Τέλος, παρουσιάζει την εξέλιξη του διακριτού μοντέλου θηρευτή – θηράματος Holling (τύπου I,II,III) και τον τρόπο εφαρμογής του στην περίπτωση της πληθυσμιακής αύξησης της Ινδίας.

Αναλυτικότερα, το πρώτο κεφάλαιο, περιγράφει την ιστορική εξέλιξη του πληθυσμού της Ινδίας, αναπτύσσει τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της χώρας και αναλύει τα δημογραφικά της στοιχεία. Επιπρόσθετα, καταγράφει την ιστορία της χώρας και τον τρόπο με τον οποίο βιοπορίζεται ο λαός της μέχρι και σήμερα. Τέλος, αναφέρει τις μελέτες που έχουν δημοσιευθεί κατά καιρούς για την οικονομική ευημερία της Ινδίας, καθώς επίσης και για τα δημογραφικά στοιχεία που συνθέτουν τα κράτη.

Το δεύτερο κεφάλαιο, αναλύει τις πληθυσμιακές μεταβολές της Ινδίας, καταγράφει την πυκνότητα του πληθυσμού της στο γεωγραφικό της πλάτος, τον ρυθμό αστικοποίησής της και τις συνθήκες διαβίωσης των κατοίκων της.

Το τρίτο κεφάλαιο, μελετά την περίπτωση της Κίνας περιγράφοντας τις συνθήκες διαβίωσης του λαού της, την πληθυσμιακή της αύξηση, τον τρόπο με τον οποίο κατανέμεται ο πληθυσμός της στις διάφορες περιοχές της και τις συγκρίνει με τις αντίστοιχες συνθήκες της Ινδίας. Επιπρόσθετα, συσχετίζει την οικονομική ανάπτυξη των δύο χωρών, τον οικογενειακό τους προγραμματισμό, τον ρυθμό αύξησης των πληθυσμών τους και τον ρυθμό γεννήσεων και θανάτων που καταγράφονται.

Το τέταρτο κεφάλαιο, αναφέρεται στα δυναμικά μοντέλα που αναπτύχθηκαν σχετικά με τις πληθυσμιακές μεταβολές των λαών και στη διάκρισή τους σε συνεχή και διακριτά. Επιπλέον, καταγράφει το μαθηματικό μοντέλο του Malthus, το οποίο αποτελεί το πρώτο μαθηματικό μοντέλο αναφορικά με τις πληθυσμιακές αυξήσεις, και το λογιστικό μοντέλο του Verhulst, το οποίο αποτελεί το απλούστερο μοντέλο συνεχούς χρόνου. Τέλος, παραθέτει τη σύγκριση μεταξύ των δύο τύπων μοντέλων και εξάγει συμπεράσματα.



## *«Μαθηματικό Μοντέλο της πληθυσμιακής αύξησης της Ινδίας»*

Το πέμπτο κεφάλαιο, μελετά λεπτομερώς το διακριτό μοντέλο θηρευτή – θηράματος Holling και αναλύει τους τρεις τύπους του I, II και III, ενώ παράλληλα βοηθά τον αναγνώστη να κατανοήσει την πολυπλοκότητα των δυναμικών συστημάτων που αφορούν τους πληθυσμούς.

Στο έκτο κεφάλαιο, αναπτύσσονται τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει η έρευνα.

### **Λέξεις κλειδιά**

Ινδία, πληθυσμός, πληθυσμιακή αύξηση, δημογραφικά στοιχεία, διακριτό μοντέλο Holling



## **Abstract**

This paper spans six chapters and studies India's population growth, its historical development and its rate of change. In addition, it describes the population models developed, examines the population growth of China and then compares it with that of India. In addition, it analyzes the dynamical systems that study populations, developing the mathematical models of systems and how they evolve over time. Finally, it presents the evolution of the distinct model of predator – game Holling (type I, II, III) and the way it is applied in the case of the population growth of India.

In more detail, the first chapter describes the historical development of the population of India, develops the specific characteristics of the country and analyzes its demographic data. Moreover, it records the history of the country and the way in which its citizens make a living until today. Finally, he mentions the studies that have been published from time to time on the economic well-being of India, as well as on the demographics that make up the states.

The second chapter, analyzes the population changes of India, records the density of its population at its latitude, the rate of its urbanization and the living conditions of its inhabitants.

The third chapter, studies the case of China by describing the living conditions of its people, the population growth, the way in which its population is distributed in its various regions and compares them with the corresponding conditions of India. In addition, it correlates the economic development of the two countries, their family planning, the rate of increase of their populations and the rate of births and deaths recorded.

The fourth chapter refers to the dynamic models developed regarding the population changes of the people and their distinction into continuous and distinct. In addition, it records Malthus' mathematical model, which is the first mathematical model in terms of population increases, and Verhulst's accounting model, which is the simplest model of continuous time. Finally, he lists the comparison between the two types of models and draws conclusions.





## *«Μαθηματικό Μοντέλο της πληθυσμιακής αύξησης της Ινδίας»*

The fifth chapter, studies in detail the discrete model of predator - prey Holling and analyzes the three types of I, II and III, while helping the reader to understand the complexity of dynamic systems concerning populations.

Finally, the sixth chapter, analyzes the conclusions reached by the research.

### **Keywords**

India, population, population growth, demographics, discrete Holling model



## Εισαγωγή

Ο πληθυσμός ενός οικοσυστήματος αποτελεί τη βασική μονάδα για κάθε βιολογική κοινότητα, όπου συμβιώνουν πολλές διαφορετικές ομάδες ατόμων ή ειδών προκειμένου να αναπαραχθούν τα είδη και να συνυπάρξουν μεταξύ τους. Ο ρυθμός αύξησης των πληθυσμών και το μέγεθος της κάθε χώρας επηρεάζουν τόσο την οικονομική και πολιτική της κατάσταση, όσο και την πολιτισμική, την εκπαιδευτική και την περιβαλλοντική της, καθώς διαδραματίζουν ουσιαστικό ρόλο στη λήψη των αποφάσεων και στον σχεδιασμό της δημογραφικής και κοινωνικοοικονομικής της ανάπτυξης. Οι δημογραφικοί παράγοντες με τη σειρά τους δύνανται να ευνοήσουν την οικονομική ευημερία μίας χώρας, είτε μέσω της πληθυσμιακής μετακίνησης, είτε μέσω του ρυθμού γονιμότητας και θνησιμότητας. Αναλυτικότερα, η δημογραφική δομή μίας χώρας διαμορφώνεται από το προσδόκιμο ζωής των κατοίκων της, την ηλικιακή κατανομή τους, τη μεταβολή των πληθυσμών στο χρόνο και την κατανομή τους στον χώρο.

Στο πέρασμα των ετών αναπτύχθηκαν πολλές θεωρίες που ισχυρίζονται ότι οι δημογραφικοί παράγοντες δύνανται να επηρεάσουν την οικονομική ανάπτυξη των λαών, με την Μαλθουσιανή θεωρία να είναι η πρώτη που τονίζει το ρόλο που διαδραματίζουν τα δημογραφικά στοιχεία στην παραγωγικότητα ενός κράτους.

Η δυναμική του πληθυσμού της Ασίας συμμετέχει ενεργά στις δημογραφικές τάσεις παγκοσμίως, κατέχοντας το μεγαλύτερο μερίδιο του συνολικού πληθυσμού της γης. Ειδικότερα, οι αναδύομενες οικονομίες της Νότιας Ασίας, εκμεταλλευόμενες τη δημογραφική τους μετάβαση, επηρεάζουν την οικονομική ανάπτυξη της περιοχής, με την Ινδία να αποτελεί τη δεύτερη περισσότερο πυκνοκατοικημένη χώρα παγκοσμίως και τον πληθυσμό της να αγγίζει τα 1,4 δισεκατομμύρια άτομα, ξεπερνώντας το 16,66% του παγκόσμιου πληθυσμού.

Τέλος, η κυβέρνηση της χώρας της Ινδίας έχει δεσμευτεί για την μελλοντική συνολική ανάπτυξη όλων των τμημάτων της κοινωνίας, με το Υπουργείο Κοινωνικής Δικαιοσύνης και Ενδυνάμωσης να αναλαμβάνει την εκπαιδευτική ανάπτυξη και την κοινωνική και οικονομική ενδυνάμωση των άπορων ατόμων και των ευπαθών ομάδων.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup> Βιβλιογραφική ανασκόπηση και ιστορική εξέλιξη του πληθυσμού της Ινδίας

### 1.1 Γενικά χαρακτηριστικά της Ινδίας

Η Ινδία αποτελεί το έβδομο μεγαλύτερο κράτος σε έκταση και το δεύτερο πολυπληθέστερο παγκοσμίως, καθώς ο πληθυσμός της σχεδόν αγγίζει τους 1,4 δισεκατομμύρια κατοίκους. Ποσοστό 22% αποτελεί την μεσαία τάξη της χώρας, η οποία ολοένα και αυξάνεται, και συγκεντρώνεται κυρίως στα δέκα μείζονα μητροπολιτικά κέντρα της.

Σε επενδυτικό επίπεδο, η Ινδία αποτελεί έναν επιθυμητό προορισμό, τόσο για την αγορά των καταναλωτικών προϊόντων και υπηρεσιών όσο και για τον τομέα της μεταποίησης, γεγονός που οφείλεται στο υπεράριθμο εξειδικευμένο ανθρώπινο δυναμικό της και στην ανταγωνιστικότητα κόστους που παρέχει.

Σε τεχνολογικό επίπεδο, η χώρα αποτελεί ένα αναδυόμενο κέντρο πληροφορικής και τεχνολογίας, το οποίο αναπτύσσει με ταχείς ρυθμούς την εξειδίκευσή του σε τομείς όπως είναι η πυρηνική ενέργεια και η διαστημική.

Σε οικονομικό επίπεδο, η οικονομία της χώρας είναι η πέμπτη μεγαλύτερη παγκοσμίως βασιζόμενη στο ονομαστικό Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν, ενώ κατέχει την τρίτη θέση βασιζόμενη στην ισοτιμία αγοραστικών δυνάμεων.

Σε διοικητικό επίπεδο, αποτελείται από 28 κρατίδια και 9 περιοχές, όπου η καθεμία τοπική αγορά παρουσιάζει ιδιαιτερότητες αναφορικά με τη φορολογία που εφαρμόζει, τους κανονισμούς που τη διέπουν, τις διαλέκτους που ομιλούνται, τις θρησκείες στις οποίες πιστεύει, καθώς επίσης και τους επιχειρηματικούς κινδύνους που διατρέχει (Μαρκιανός, 2020).

Σε κοινωνικό επίπεδο, οι κοινωνικοοικονομικές ανισότητες που επικρατούν στη χώρα οδηγούν στην άνιση κατανομή των πόρων της. Σύμφωνα με την έρευνα των Gragnolati, Shekar, Das Gupta, Bredenkamp και Lee το πατριαρχικό μοντέλο που κυριαρχεί στην κοινωνία της Ινδίας ευνοεί τις διακρίσεις ανάμεσα σε άνδρες και γυναίκες και παρέχει λιγότερη αυτονομία και διαχείριση στη λήψη αποφάσεων από μέρους των γυναικών, με αποτέλεσμα τα παιδιά να υποσιτίζονται. Ειδικότερα, η άνιση ενδοοικογενειακή κατανομή των πόρων ανάμεσα στην οικογένεια οδηγεί στην πρόσληψη λιγότερων

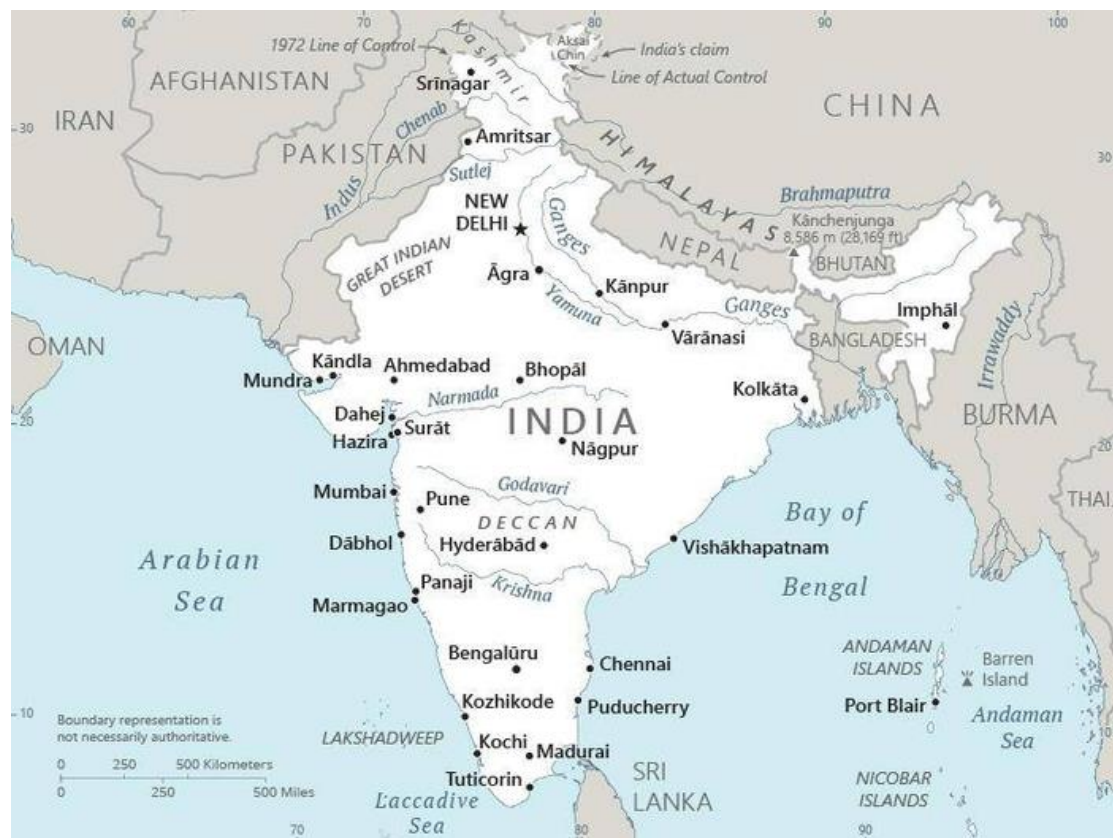


θερμίδων από τα παιδιά και σε ανεπαρκή πρόσβαση σε υγειονομικές υπηρεσίες (Gragnotati et al., 2005).

## 1.2 Δημογραφικά Στοιχεία

### 1.2.1 Γεωγραφία

Η Ινδία είναι χώρα της Νότια Ασίας και εκτείνεται σε χώρο 3,28 εκατομμυρίων τετραγωνικών χιλιομέτρων. Η χώρα περικλείεται από τον Κόλπο της Βεγγάλης στην ανατολική πλευρά, από την Αραβική Θάλασσα στη δυτική πλευρά καθώς επίσης από τον Ινδικό Ωκεανό και τον κόλπο της Βεγγάλης στη νότια πλευρά της. Επιπλέον, τα Ιμαλάια Όρη διαχωρίζουν την ηπειρωτική Ασία από την ινδική χερσόνησο (National Portal of India, 2022). Στα βορειοδυτικά συνορεύει με το Πακιστάν και το Αφγανιστάν, βόρεια με την Κίνα, το Νεπάλ και το Μπουτάν και ανατολικά με το Μπαγκλαντές και την Μιανμάρ (Μαρκιανός, 2020).



Πηγή: <http://www.mapnall.com/el/>



### **1.2.2 Κλίμα**

Το κλίμα της Ινδίας χαρακτηρίζεται ως τροπικό με μεγάλες θερμοκρασίες και ξηρούς χειμώνες, παρά το γεγονός ότι ένα σημαντικό κομμάτι του βόρειου τμήματος της χώρας εκτείνεται πέραν της τροπικής ζώνης. Διακρίνεται σε τέσσερις εποχές: α) τον χειμώνα που διαρκεί από τον Δεκέμβριο έως τον Φεβρουάριο, β) το καλοκαίρι που διαρκεί από τον Μάρτιο έως τον Ιούνιο, γ) την εποχή των νοτιοδυτικών μουσώνων που διαρκεί από τον Ιούνιο έως τον Σεπτέμβριο και δ) την εποχή μετά τους μουσώνες που διαρκεί από τον Οκτώβριο έως τον Νοέμβριο. Ωστόσο, η χώρα διατρέχεται από φυσικούς κινδύνους όπως είναι οι ξαφνικές πλημμύρες, οι πλημμύρες από μουσώνες, οι ξηρασίες, οι σεισμοί και οι κατολισθήσεις (National Portal of India, 2022).

### **1.2.3 Έδαφος και Φυσικοί πόροι**

Αναφορικά με το έδαφος της Ινδίας, η ηπειρωτική χώρα απαρτίζεται από τέσσερις περιοχές: α) τη μεγάλη ορεινή ζώνη, β) τις πεδιάδες του Ινδού και του Γάγγη ποταμού, γ) τη νότια χερσόνησο και δ) την περιοχή της ερήμου (National Portal of India, 2022).

Η χώρα είναι πλούσια σε μεταλλεύματα και κοιτάσματα σιδήρου, άνθρακα, μαγγανίου, βωξίτη, μαρμάρου, τιτανίου, πετρελαίου, χρωμίτης, φυσικού αερίου, ασβεστόλιθου, λευκόλιθου, δολομίτη, ορυκτού βαρύτη, καολίνης, γύψου, φωσφορίτη, πλακώδη κρυστάλλου απατίτη και φθορίτη (National Portal of India, 2022).

### **1.2.4 Πληθυσμός**

Ο πληθυσμός της χώρας αγγίζει τους 1.389.637.446 κατοίκους με ετήσιο ρυθμό αύξησης στο 1,24%. Η εθνική γλώσσα που ομιλείται από ποσοστό 30% του πληθυσμού είναι τα Χίντι, ενώ δυνατότητα ανάγνωσης έχει ποσοστό 59,5% του συνολικού πληθυσμού, με τους άνδρες να υπερέχουν σε είκοσι ποσοστιαίες μονάδες έναντι των γυναικών. Οι κυριότερες θρησκείες στις οποίες πιστεύουν οι κάτοικοι είναι ο Ινδουισμός και ο Μουσουλμανισμός (Μαρκιανός, 2020).



### 1.2.5 Πόλεις

Ως περισσότερο πυκνοκατοικημένες πόλεις της Ινδίας θεωρούνται το Δελχί, η Μουμπαί, η Κολκάτα, το Χαϊντεραμπάντ, η Τσεννάι, η Μπεγκαλούρου, το Αχμανταμπάντ, η Πούνε, η Βαντοτάρα και το Κανπούρ. Η πρωτεύουσα της χώρας είναι το Νέο Δελχί, το οποίο αποτελεί και σημαίνων επιχειρηματικό κέντρο. Η βιομηχανική πόλη της Μουμπαί, και λιμάνι εξαγωγής βαμβακιού διαδραματίζει πολλαπλό ρόλο στη λειτουργία της χώρας, καθώς αποτελεί ταυτόχρονα το κυριότερο λιμάνι της, το κυριότερο εμπορικό κέντρο της, το κυριότερο χρηματοοικονομικό κέντρο της, όπως επίσης αποτελεί και το σημαντικότερο κέντρο μόδας και κινηματογραφικής βιομηχανίας της Ινδίας. Η πόλη της Τσεννάι βρίσκεται στη Νότια Ινδία και αποτελεί επίσης ένα σπουδαίο λιμάνι της χώρας, καθώς επίσης και σημαντικό βιομηχανικό κέντρο. Οι πόλεις της Μπεγκαλούρου και του Χαϊντεραμπάντ θεωρούνται ως τα σπουδαιότερα κέντρα της χώρας σχετικά με τον τομέα της έρευνας, της πληροφορικής και της υψηλής τεχνολογίας. Η πόλη της Κολκάτα αποτελεί ένα κλασικό εμπορικό και βιομηχανικό πυρήνα της χώρας, καθώς επίσης κι ένα λιμάνι μείζονος σημασίας για την Ανατολική Ασία λειτουργώντας ως ένας κόμβος διαμεσολάβησης ανάμεσα στην Ινδία, το Μπαγκλαντές και το Νεπάλ (Μαρκιανός, 2020).

### 1.2.6 Ιστορία

Η Ινδία αποτελεί έναν από τους αρχαιότερους πολιτισμούς στον κόσμο με πλούσια πολιτιστική κληρονομιά και πλουραλισμό πολιτισμού. Διαθέτει μία από τις μεγαλύτερες συλλογές τραγουδιών, μουσικής, λαϊκών παραδόσεων, χορού, θεάτρου, παραστατικών τεχνών, τελετουργιών γραπτών και ζωγραφικής παγκοσμίως, γνωστές ως η «Αυλη Πολιτιστική Κληρονομιά» της ανθρωπότητας (National Portal of India, 2022).

Ανεξαρτητοποιήθηκε από τον Βρετανικό Αποικιακό Κανόνα την 15<sup>η</sup> Αυγούστου του έτους 1947 και έκτοτε γιορτάζει την ημέρα αυτή ως την Εθνική Ημέρα Ανεξαρτησίας της.

Απαριθμεί πλήθος εγγενών συμβόλων στην ινδική ταυτότητα και κληρονομιά, τα οποία και θεωρεί ως Στοιχεία Εθνικής Ταυτότητας της χώρας και αναλύονται ως ακολούθως:

- Η Εθνική Σημαία: είναι τρίχρωμη, αποτελούμενη από τρία ίσα αναλογικά τμήματα στα χρώματα του κρόκου στην κορυφή, του λευκού στη μέση και του



πράσινου στο κάτω μέρος. Στον πυρήνα της απεικονίζεται ένας μπλε τροχός 24 ακτινών, ο οποίος αντιπροσωπεύει το τσάκρα. Το χρώμα του κρόκου υποδηλώνει το θάρρος και τη δύναμη του κράτους, το λευκό μεσαίο τμήμα υποδηλώνει την ειρήνη και την αλήθεια, ενώ το πράσινο χρώμα δηλώνει την γονιμότητα, την ευημερία και την ανάπτυξη της γης. Το σχέδιο της Εθνικής Σημαίας υιοθετήθηκε από την Συντακτική Συνέλευση της Ινδίας την 22<sup>η</sup> Ιουλίου του έτους 1947.

- Ο Εθνικός Ύμνος: ο πλήρης ύμνος Jana-gana-mana αποτελείται από πέντε στροφές και συντέθηκε, αρχικά, στη βεγγαλική γλώσσα από τον Rabindranath Tagore ενώ αργότερα υιοθετήθηκε, από την Συντακτική Συνέλευση, στην εκδοχή των Χίντι την 24<sup>η</sup> Ιανουαρίου του έτους 1950. Μελοποιήθηκε και εισακούστηκε για πρώτη φορά την 27<sup>η</sup> Δεκεμβρίου του έτους 1911 στη Σύνοδο της Καλκούτα του Ινδικού Εθνικού Κογκρέσου.
- Το Εθνικό Τραγούδι: το τραγούδι Vande Mataram συνέθεσε ο Bankimchandra Chatterji στη σανσκριτική γλώσσα και ενέπνευσε το λαό στον αγώνα του για την ελευθερία. Για το λόγο αυτό τιμάται εξίσου με τον Εθνικό Ύμνο και αντιμετωπίζεται ισάξια. Η πρώτη περίπτωση πολιτικού περιεχομένου στην οποία τραγουδήθηκε ήταν η σύνοδος του Ινδικού Εθνικού Κογκρέσου το έτος 1896.
- Το Κρατικό Έμβλημα: το συγκροτούν τέσσερα λιοντάρια τα οποία στέκονται πλάτη με πλάτη και είναι τοποθετημένα σε έναν άβακα με μία ζωφόρο.
- Το Εθνικό Πτηνό: είναι το ινδικό παγώνι, ένα ποικιλόχρωμο πουλί στο μέγεθος ενός κύκνου, με μακρύ λαιμό και φτερά που σχηματίζουν μία βεντάλια. Το αρσενικό είδος διαφέρει από το θηλυκό, καθώς είναι πιο πολύχρωμο, με μπλε αστραφτερό λαιμό και στήθος και μία εντυπωσιακή ουρά στα χρώματα του μπρούτζου και του πράσινου, που αποτελείται από διακόσια περίπου επιμήκη φτερά. Σε αντίθεση με το θηλυκό παγώνι, του οποίου το χρώμα είναι καφέ, με μέγεθος μικρότερο από αυτό του αρσενικού και χωρίς ουρά.
- Το Εθνικό Ζώο: είναι μία ριγέ τίγρης με χοντρό κίτρινο τρίχωμα και σκούρες ρίγες, η οποία συνδυάζει δύναμη, χάρη και ευκινησία.
- Το Εθνικό λουλούδι: είναι ο λωτός και θεωρείται ως ένα ιερό λουλούδι που κατέχει μοναδική θέση στη μυθολογία και την τέχνη της αρχαίας Ινδίας, καθώς





επίσης συμβολίζει ένα ευοίωνο έμβλημα του ινδικού πολιτισμού (National Portal of India, 2022).

### **1.2.7 Βιοπορισμός**

Οι τομείς από τους οποίους βιοπορίζεται ο λαός της Ινδίας αναλύονται ακολούθως:

- **Γεωργία:** ο τομέας της γεωργίας αποτελεί τον μεγαλύτερο βιοποριστικό πόρο της χώρας συνεισφέροντας ένα σημαντικό ποσοστό στο Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν (ΑΕΠ). Η αειφόρος γεωργία εξασφαλίζει την επισιτιστική ασφάλεια, την αγροτική απασχόληση και τις περιβαλλοντικά βιώσιμες τεχνολογίες, καθώς επίσης μεριμνά για τη διατήρηση του εδάφους, τη διαχείριση των φυσικών πόρων και την προστασία της βιοποικιλότητας, προκειμένου να διασφαλιστεί η ολιστική αγροτική ανάπτυξη.
- **Εμπόριο:** διευκολύνεται από το περιβάλλον και τις υπάρχουσες υποδομές, ενώ παράλληλα προωθείται το διεθνές εμπόριο στη χώρα, μέσω των εισαγωγών και των εξαγωγών που πραγματοποιούνται και των Ειδικών Οικονομικών Ζωνών που έθεσε σε εφαρμογή η κυβέρνηση.
- **Άμυνα:** αποτελεί έναν από τους πιο πολυδάπανους τομείς της ινδικής οικονομίας, καθώς η γεωγραφική και τοπογραφική ποικιλομορφία της χώρας, όπως επίσης και το γεγονός ότι συνορεύει με επτά γειτονικές της χώρες, καθιστούν αναγκαία την ενίσχυση των ινδικών αμυντικών δυνάμεων, τόσο στους τομείς του στρατού, του ναυτικού και της πολεμικής αεροπορίας όσο και στον τομέα των παραστρατιωτικών δυνάμεων.
- **Στέγαση:** η βιομηχανία της στέγασης θεωρείται ως ένας από τους ταχύτερα αναπτυσσόμενους κλάδους της χώρας, με την ισχυρή πληθυσμιακή της βάση, το αυξανόμενο επίπεδο εισοδήματος και την ταχεία αστικοποίηση να ευνοούν την εξέλιξή της.
- **Βιομηχανία:** η ανάπτυξη στον τομέα της βιομηχανίας συντελεί και αυτή στην αύξηση του ΑΕΠ της χώρας, με κυρίαρχους τομείς αυτόν της γεωργίας (χημικά, λιπάσματα, αγροτικά αγαθά), της άμυνας (αμυντικά προϊόντα), της κλωστοϋφαντουργίας, της φαρμακοβιομηχανίας, της οικοδόμησης και της μεταποίησης.





- Τουρισμός: η Ινδία θεωρείται ένας από τους ανταγωνιστικότερους τουριστικούς προορισμούς παγκοσμίως και ο κλάδος συνιστά μία από τις μεγαλύτερες βιομηχανίες της χώρας καθώς προσφέρει υπηρεσίες πολιτιστικού, ιατρικού, επιχειρηματικού και αθλητικού χαρακτήρα.
- Ενέργεια: η ανάπτυξη συμβατικών και μη μορφών ενέργειας, προκειμένου να καλυφθούν οι αυξανόμενες ενεργειακές ανάγκες της κοινωνίας, αποτελούν κυρίαρχη πηγή για την οικονομική ανάπτυξη και τη βελτίωση της ποιότητας ζωής στη χώρα.

(National Portal of India, 2022).

## 1.3 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

### 1.3.1 Πληθυσμιακή αύξηση

Πολυάριθμες έρευνες έχουν διενεργηθεί προκειμένου να μελετήσουν τον τρόπο με τον οποίο αλληλεπιδρούν τα δημογραφικά χαρακτηριστικά μίας χώρας με την οικονομική της ανάπτυξη. Οι Brander και Dowrick (1994) μελέτησαν πώς επηρεάστηκε η οικονομική ανάπτυξη από το ποσοστό γονιμότητας και τον πληθυσμό, κατά την περίοδο 1960-1985. Σύμφωνα με την έρευνά τους, τα δύο αυτά μεγέθη εμφανίζονται ως αντίρροπα, καθώς μία αύξηση του ποσοστού των γεννήσεων επιδείνωνε την οικονομική ανάπτυξη της χώρας, ενώ μία μείωση του ποσοστού γονιμότητας επιδρούσε θετικά στο κατά κεφαλήν εισόδημα.

Οι Bloom et al. (2000) ανέλυσαν πώς διαμορφώνονταν οι σχέσεις ανάμεσα στην οικονομική ευημερία και στις δημογραφικές αλλαγές, στην περιοχή της Ασίας κατά την περίοδο 1965-1990. Ειδικότερα, τα δύο μεγέθη αλληλοενισχύονται ως αμφίδρομα, καθώς υπάρχει αλληλεξάρτηση αιτιότητας μεταξύ τους. Αργότερα, οι Bloom et al. (2010) ερευνήσαν τον τρόπο με τον οποίο επηρέασαν οι δημογραφικοί παράγοντες την οικονομική ευημερία της Ινδίας και της Κίνας, κατά την περίοδο 1960-2000, διαπιστώνοντας ότι η οικονομική ευημερία σχετίστηκε άμεσα και θετικά με τόσο με τα επίπεδα του εμπορίου και επίπεδο του αρχικού ΑΕΠ, όσο και με το ποσοστό επενδύσεων και το προσδόκιμο ζωής του πληθυσμού. Μετέπειτα, ο Bloom (2011) εξέτασε ποια αναμένεται να είναι η δυναμική της ηλικιακής δομής του πληθυσμού της Ινδίας κατά την περίοδο 1950-2050, με τα αποτελέσματα να αναδεικνύουν αύξηση του



δείκτη εξάρτησης της τρίτης ηλικίας, καθώς αναμένεται κατά το 2050 ο δείκτης να αγγίξει το 33% του πληθυσμού που δύναται να εργαστεί, γεγονός που οφείλεται στην άνοδο του προσδόκιμου ζωής στη χώρα.

Οι DaVanzo, Dogo and Grammich (2010) ερεύνησαν τις δημογραφικές συνθήκες και τον τρόπο που επηρεάζουν τις χώρες της Ινδίας και της Κίνας, διαπιστώνοντας ότι, βραχυπρόθεσμα, η Κίνα έχει στη διάθεσή της περισσότερα από τα δεδομένα που απαιτούνται για να εκμεταλλευτεί το δημογραφικό της μέρισμα, καθώς διαθέτει πιο ευέλικτη αγορά εργασίας, υψηλότερα ποσοστά συμμετοχής του γυναικείου πληθυσμού στο εργατικό δυναμικό της χώρας, μικρότερα ποσοστά αναλφαβητισμού, καλύτερες υποδομές, περισσότερη εσωτερική μετανάστευση και υψηλότερο βαθμό αστικοποίησης. Μακροπρόθεσμα, όμως, οι προοπτικές της Κίνας για βιώσιμη οικονομική ανάπτυξη ενδέχεται να περιοριστούν, καθώς ένας γερασμένος πληθυσμός δημιουργεί διαφορετικές απαιτήσεις και μεταφέρει πλούτο από τις νεότερες γενιές προς τις πιο ηλικιωμένες.

Οι Mierau και Turnovsky (2014) ανέλυσαν τον τρόπο με τον οποίο επιδρά η δυναμική του πληθυσμού στην οικονομική ευημερία και στον άνιση κατανομή του πλούτου, στις χώρες της Νότιας Ασίας, με τα αποτελέσματα να αναδεικνύουν ότι η αύξηση ποσοστού 1% στο προσδόκιμο ζωής θα συμβάλλει κατά ποσοστό 0,20% στην οικονομική ανάπτυξη, ενώ μία μείωσή του κατά 1% θα μειώσει κατά 0,10% την οικονομική ανάπτυξη.

Οι Cruz και Ahmed (2018) αξιολόγησαν τον τρόπο με τον οποίο οι δημογραφικές αλλαγές επηρέασαν την οικονομική ανάπτυξη και τη φτώχεια, κατά την περίοδο 1950-2010, με τα αποτελέσματα να αναδεικνύουν ότι η αύξηση των ηλικιακών ορίων του πληθυσμού που δύναται να εργαστεί και η μείωση του δείκτη εξάρτησης των παιδιών, από τη μία πλευρά ευνοούν την οικονομική ανάπτυξη και από την άλλη μειώνουν τη φτώχεια.

### **1.3.2 Δυναμικά μαθηματικά μοντέλα**

Αναφορικά με τα μαθηματικά μοντέλα συστημάτων που μελετούν πληθυσμούς σε συνεχή ή διακριτό χρόνο, ο Malthus (1798) διέκρινε πρώτος και δημοσίευσε στο δοκίμιό του «An Essay on the Principle of Population» ότι πολλοί βιολογικοί πληθυσμοί αυξάνονται με ρυθμό ανάλογο του μεγέθους τους.



Ακολουθεί ο Verhulst (1838) με τη λογιστική του εξίσωση, ο οποίος πρώτος ανέπτυξε το απλούστερο πληθυσμιακό μοντέλο συνεχούς χρόνου και περιέγραψε τον ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται ο πληθυσμός ενός μεμονωμένου είδους.

Οι Lotka (1925) και Volterra (1926) παρουσίασαν το απλουστευμένο μοντέλο θηρευτή – θηράματος με δύο είδη και περιέγραψαν τον τρόπο με τον οποίο αυτά αλληλοεπιδρούν. Κατά αυτόν τον τρόπο προέκυψε το μοντέλο συνεχούς χρόνου Lotka - Volterra, το οποίο όμως δεν θεωρείται ρεαλιστικό, καθώς από τη μία πλευρά δεν επέρχεται ποτέ ο κορεσμός του αρπακτικού και από την άλλη, όταν αυτό απουσιάζει ο πληθυσμός των θηραμάτων πολλαπλασιάζεται με εκθετικό ρυθμό.

Το ζήτημα της λειτουργικής απόκρισης του μοντέλου Lotka – Volterra επιλύεται από τον Holling (1959, 1965), ο οποίος παρουσίασε τρία μοντέλα λειτουργικών αποκρίσεων για διαφορετικά είδη αρπακτικών, τα μοντέλα Holling τύπου I, II και III.

Οι Danca et al. (1997) και οι Liu και Xiao (2007) βασίζόμενοι στο μοντέλο Holling τύπου I επιχειρούν να αποδείξουν τη χαοτική δυναμική που εκδηλώνει ένα απλουστευμένο διακριτό μοντέλο και την ευρύτητά της συγκριτικά με αυτή ενός μοντέλου συνεχούς χρόνου.

Ο Kar (2005) και οι Agiza et al. (2009) στηρίζονται στο μοντέλο Holling τύπου II και αποδεικνύουν ότι ένα ασταθές θετικό σημείο ισορροπίας εκδηλώνει έναν σταθερό οριακό κύκλο στο μοντέλο θηρευτή – θηράματος, στο οποίο ενσωματώνεται και ένα καταφύγιο θηραμάτων.

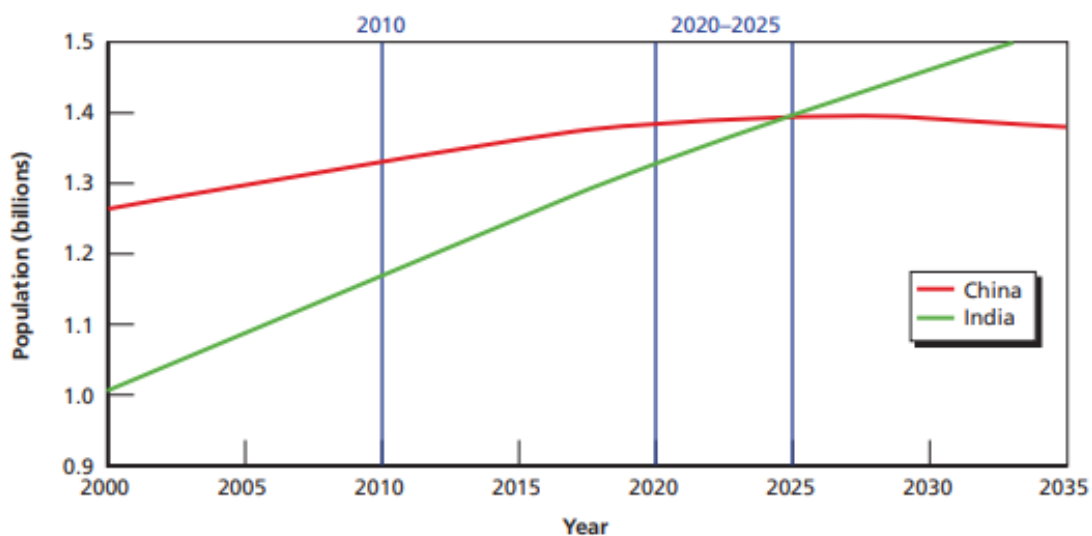
Οι He και Lai (2011) χρησιμοποιούν το μοντέλο Holling τύπου III και τεκμηριώνουν ότι η δυναμική ενός μοντέλου διακριτού χρόνου είναι πιο περίπλοκη από εκείνη ενός μοντέλου συνεχούς χρόνου.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup> Πληθυσμιακές μεταβολές

### 2.1 Γενικά

Σε παγκόσμιο επίπεδο, ο πληθυσμός αυξήθηκε δραματικά κατά τη διάρκεια του εικοστού αιώνα με τον αριθμό του πληθυσμού να διπλασιάζεται από 3 σε 6 δισεκατομμύρια μεταξύ των δεκαετιών 1960 έως 2000. Η περίπτωση της Ινδίας αναγνωρίζεται ως μία από τις ταχύτερες, καθώς γνώρισε ραγδαία αύξηση του πληθυσμού της από 448 εκατομμύρια σε 1,04 δισεκατομμύρια, ενώ το 2010 άγγιξε τα 1,21 δισεκατομμύρια. Το γεγονός αυτό καταγράφηκε ως αύξηση του πληθυσμού της με ρυθμό 1,4 ετησίως, υπερβαίνοντας έντονα τον ρυθμό αύξησης του πληθυσμού της Κίνας ο οποίος ήταν 0,7% κατά την ίδια περίοδο, ενώ παράλληλα δίνει ενδείξεις ότι θα ξεπεράσει τον πληθυσμό της Κίνας σε λιγότερο από 20 χρόνια (Bloom, 2011).



Πηγή: U.S. Census Bureau

Οι δημογράφοι αποτυπώνουν δύο δημογραφικά στοιχεία που επηρεάζουν τις εθνικές οικονομικές επιδόσεις, την συνεχώς μεταβαλλόμενη ηλικιακή δομή του πληθυσμού και την υγεία του. Ειδικότερα, η ηλικιακή δομή των πληθυσμών δύναται να επιδρά έντονα στην οικονομική ανάπτυξη των χωρών, κυρίως όταν επηρεάζεται από εκρήξεις γεννήσεων σε ποσοστά μεγαλύτερα εκείνων της βρεφικής και της παιδικής θνησιμότητας, με αποτέλεσμα οι χώρες να βιώνουν μία μεταβατική περίοδο ραγδαίας πληθυσμιακής αύξησης. Επιπλέον, κατά τη μεταβατική αυτή περίοδο η παρουσία



περισσότερου πληθυσμού απαιτεί άμεσα περισσότερους πόρους και μεγαλύτερες ανάγκες για τρόφιμα, ένδυση, στέγαση, εκπαίδευση και ιατροφαρμακευτική περίθαλψη, οι οποίοι θα εξοικονομηθούν από άλλες πηγές όπως είναι οι υποδομές, ο τομέας των κατασκευών και η επένδυση στην έρευνα και ανάπτυξη, γεγονός που θα επιβραδύνει προσωρινά τη διαδικασία της οικονομικής ανάπτυξης. Επιπρόσθετα, σε βάθος χρόνου οι εκρήξεις γεννήσεων θα συντελέσουν σε αυξημένη παραγωγική ικανότητα της οικονομίας των χωρών, η οποία θα διευρύνει το κατά κεφαλήν εισόδημα και θα καταστήσει εφικτό το δημογραφικό μέρισμα. Συγκεκριμένα, το δημογραφικό μέρισμα αναλύεται σε πέντε διακριτές δυνάμεις: α) τη διόγκωση του εργατικού δυναμικού, β) τη δυνατότητα μετατροπής των κοινωνικών πόρων από την επένδυση στα παιδιά προς την επένδυση σε φυσικό κεφάλαιο, στην επαγγελματική κατάρτιση και στην τεχνολογική πρόοδο, γ) τη μεγέθυνση της παραγωγικής δυναμικότητας του γυναικείου πληθυσμού, η οποία όμως συρρικνώνει την γονιμότητα, δ) η ηλικία των ατόμων που δύνανται να εργαστούν συνήθως συμπίπτει με την ευνοϊκότερη χρονική περίοδο που προσφέρεται για αποταμίευση, γεγονός που αποτελεί βασικό παράγοντα συσσώρευσης φυσικών και ανθρωπίνων πόρων και τεχνολογικής καινοτομίας και ε) η περαιτέρω ώθηση προς αποταμίευση παρατηρείται όταν το κίνητρο για αποταμίευση μεγαλύτερων χρονικών περιόδων συνταξιοδότησης επιτυγχάνεται με μεγαλύτερη μακροζωία.

Αναφορικά με την υγεία και τη μακροζωία των πληθυσμών, θεωρούνται ως σημαντικοί παράγοντες που συμβάλλουν στην οικονομική ανάπτυξη των χωρών. Παρά το γεγονός ότι η οι μακροοικονομολόγοι και οι υπεύθυνοι χάραξης της οικονομικής πολιτικής θεωρούσαν την υγεία ως έναν κοινωνικό δείκτη που βελτιώνεται μόνο κατόπιν του πλουτισμού των χωρών, οι σύγχρονοι αναλυτές αντιμετωπίζουν την υγεία ως μέσο οικονομικής ανάπτυξης και όχι ως συνέπεια αυτής. Αναλυτικότερα, στηρίζονται στα εξής τέσσερα χαρακτηριστικά: α) ένα υγιές εργατικό δυναμικό αποτελεί ταυτόχρονα και ένα παραγωγικότερο εργατικό δυναμικό, β) τα υγιή παιδιά τείνουν να έχουν υψηλότερες σχολικές επιδόσεις, να φοιτούν για μεγαλύτερο διάστημα στα σχολεία και να καταλήγουν ως ένα περισσότερο μορφωμένο εργατικό δυναμικό, γ) οι υγιείς πληθυσμοί καταγράφουν υψηλότερα ποσοστά αποταμίευσης, εφόσον εξοικονομούν περισσότερα προσδοκώντας μακροζωία μετά τη συνταξιοδότηση και δ) οι υγιείς πληθυσμοί προσελκύουν άμεσες ξένες επενδύσεις. Οι αναλυτές επικεντρώνονται στον πυρήνα της ευρωστίας για την αντιμετώπιση της φτώχειας, καθώς το κυριότερο



περιουσιακό στοιχείο που διαθέτει ο φτωχός πληθυσμός είναι η παραγωγική δυναμικότητά του που καθορίζεται κυρίως από την κατάσταση της υγείας του (Bloom, 2011).

## 2.2 Οι πληθυσμιακές μεταβολές της Ινδίας

Στο παρελθόν, ο πληθυσμός της Ινδίας αυξήθηκε με ραγδαίους ρυθμούς επιβαρύνοντας την οικονομία του κράτους, γεγονός που ανατρέπεται κατά τα τελευταία έτη, καθώς το δημογραφικό προφίλ εξελίσσεται με ευνοϊκότερο τρόπο για την οικονομική ανάπτυξη. Ως δείκτης αξιολόγησης της υγείας και της ανάπτυξης των παιδιών στην Ινδία θεωρείται η διατροφική τους κατάσταση, η οποία αντικατοπτρίζει και την πρότερη κατάσταση υγείας της χώρας γενικά αλλά και την μελλοντική (Prakash και Jain, 2016). Η αλληλεπίδραση της θνησιμότητας και της γονιμότητας, κατά τη διάρκεια των ετών, φαίνεται να επηρεάζει την ηλικιακή δομή του πληθυσμού της Ινδίας. Αναλυτικότερα, από τη δεκαετία του 1950 έως τη δεκαετία του 2010, η Ινδία παρουσίαζε πτώση κατά ποσοστό 70% στο επίπεδο της βρεφικής θνησιμότητας, καθώς ο αριθμός των θανάτων ανά χίλιες γεννήσεις μειώθηκαν από 165 σχεδόν σε 50. Η παιδική θνησιμότητα (παιδιά κάτω των 5 ετών) κατά το ίδιο χρονικό διάστημα, μειώθηκε από 138 θανάτους ανά χίλιες γεννήσεις σε 75. Επιπρόσθετα, παρατηρήθηκε αύξηση του προσδόκιμου ζωής κατά μέσο ρυθμό 4,5 έτη ανά δεκαετία, με το ποσοστό γονιμότητας να μειώνεται από περίπου 6 παιδιά ανά γυναίκα σε 2,7 (Bloom, 2011).

Σήμερα, ο μέσος όρος ηλικίας συνολικά του πληθυσμού είναι τα 28,7 έτη, με τους άνδρες να φτάνουν τα 28 έτη και τις γυναίκες τα 29,5 και ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού είναι 0,67%. Ο ρυθμός των γεννήσεων καταγράφεται στις 16,82 γεννήσεις ανά 1000 άτομα, ενώ ο ρυθμός των θανάτων στους 10,3 ανά 1000 άτομα, με την παιδική θνησιμότητα να φτάνει τους 30,31 θανάτους ανά 1000 γεννήσεις (United States Central Intelligence Agency, 2022).

## 2.3 Η πληθυσμιακή πυκνότητα της Ινδίας

Με αξιοσημείωτη εξαίρεση τις ερήμους που απλώνονται στο βορειοδυτικό τμήμα της χώρας, συμπεριλαμβανομένης και της ερήμου Θάρ (Thar), και των βουνών του βορρά, παρατηρείται αυξημένη πληθυσμιακή πυκνότητα στο υπόλοιπο τμήμα της χώρας. Συγκεκριμένα, ο πυρήνας του πληθυσμού συγκεντρώνεται κυρίως στο βόρειο τμήμα



της Ινδίας, κατά μήκος των όχθων του Γάγγη ποταμού, χωρίς να υπάρχει μεγάλη αναντιστοιχία με τις νότιες παράκτιες περιοχές και άλλες κοιλάδες ποταμών.

Η αναλογία των δύο φύλων καταγράφεται ως ακολούθως:

- κατά τη γέννηση: 1,1 αρσενικό/θηλυκό
- ηλικία 0-14 ετών: 1,11 άρρενες/γυναίκες
- ηλικία 15-24 ετών: 1,12 αρσενικά/θηλυκά
- ηλικία 25-54 ετών: 1,07 άρρενες/γυναίκες
- ηλικία 55-64 ετών: 0,95 άρρενες/γυναίκες
- ηλικία 65 ετών και άνω: 0,71 άνδρες/γυναίκες
- συνολικός πληθυσμός: 1,06 άνδρες/γυναίκες

(United States Central Intelligence Agency, 2022).

### **2.3.1 Αστικοποίηση**

Ο αστικός πληθυσμός αποτελεί το 35,9% του συνολικού πληθυσμού και το ποσοστό αστικοποίησης ανέρχεται σε 2,33% ετήσιου ρυθμού μετακίνησης. Ο αριθμός συγκέντρωσής του καταγράφεται στους 32,066 εκατομμύρια κατοίκους εγκατεστημένους στο Νέο Δελχί, 20,961 εκατομμύρια στην πόλη της Βομβάης, 15,134 εκατομμύρια στην Καλκούτα, 13,193 εκατομμύρια στη Μπανγκαλόρ, 11,503 εκατομμύρια στην Τσενάι και 10,534 εκατομμύρια στο Χαϊντεραμπάντ (United States Central Intelligence Agency, 2022).

### **2.3.2 Συνθήκες διαβίωσης**

Κατά το έτος 2020, παρουσιάζονται βελτιωμένα τα ποσοστά του πληθυσμού που έχει πρόσβαση σε πόσιμο νερό, με τα αστικά κέντρα να δίνουν πρόσβαση στο 96,9% των κατοίκων, ενώ στις αγροτικές περιοχές υδροδοτείται το 94,7% του πληθυσμού.

Οι τρέχουσες δαπάνες για τον τομέα της υγείας ανέρχονται μόλις στο 3% του προϋπολογισμού του κράτους, παρά το γεγονός ότι ποσοστό 83,4% του συνολικού πληθυσμού έχει πρόσβαση στις υγειονομικές εγκαταστάσεις (United States Central Intelligence Agency, 2022).





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup> Οι περιπτώσεις της Ινδίας και της Κίνας

### 3.1 Η περίπτωση της Κίνας

#### 3.1.1 Γενικά

Ο ιστορικός πολιτισμός της Κίνας χρονολογείται από τον 13<sup>ο</sup> αιώνα π.Χ. και έως τον 19<sup>ο</sup> αιώνα εναλλασσόταν ανάμεσα σε περιόδους ενότητας και διχόνοιας υπό τη διαδοχή αυτοκρατορικών δυναστειών. Από το 1978 κι έπειτα οι εκάστοτε ηγέτες της χώρας επικεντρώθηκαν στην οικονομική ανάπτυξή της και προσανατολίστηκαν στην επέκταση του εξωτερικού εμπορίου, και έκτοτε η Κίνα συγκαταλέγεται ανάμεσα στις ταχύτερα αναπτυσσόμενες οικονομίες παγκοσμίως. Αναλυτικότερα, το πραγματικό ΑΕΠ της χώρας επιτυγχάνει κατά μέσο όρο περισσότερο από 9% αύξηση ετησίως έως το έτος 2021, διευκολύνοντας περίπου 800 εκατομμύρια ανθρώπους να μεταβούν από τις συνθήκες φτώχειας που ζούσαν σε καλύτερο επίπεδο διαβίωσης, ενώ βελτιώθηκε δραματικά το συνολικό βιοτικό επίπεδο της χώρας (United States Central Intelligence Agency, 2022).

#### 3.1.2 Οι πληθυσμιακές μεταβολές της Κίνας

Σήμερα η χώρα καταγράφει πληθυσμό περισσότερο από 1,4 δισεκατομμύρια κατοίκους, με την ηλικιακή δομή του να αναλύεται σε ποσοστά α) 0-14 ετών: 17,29%, β) 15-24 ετών: 11,48%, γ) 25-54 ετών: 46,81%, δ) 55-64 ετών: 12,08% και ε) άνω των 65 ετών: 12,34%. Επιπρόσθετα, ο μέσος όρος ζωής ανέρχεται στα 38,4 έτη και ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού είναι 0,19%, ενώ το προσδόκιμο ζωής είναι τα 77,72 έτη. Ο ρυθμός των γεννήσεων καταγράφεται στις 9,93 γεννήσεις ανά 1000 άτομα, ενώ ο ρυθμός των θανάτων στους 7,9 ανά 1000 άτομα, με την παιδική θνησιμότητα να φτάνει τους 6,76 θανάτους ανά 1000 γεννήσεις (United States Central Intelligence Agency, 2022).





### 3.1.3 Η πληθυσμιακή πυκνότητα της Κίνας

Παρά το γεγονός ότι η Κίνα αποτελεί την πρώτη χώρα στον κόσμο σε συνολικό πληθυσμό, η πυκνότητα των κατοίκων είναι μικρότερη από εκείνη πολλών άλλων χωρών στην Ευρώπη και την Ασία. Η συντριπτική πλειοψηφία του πληθυσμού κατοικεί στο ανατολικό μισό της χώρας, ενώ η δυτική πλευρά της παραμένει αραιοκατοικημένη λόγω των απέραντων ορεινών και ερημικών εκτάσεών της.

Η αναλογία των δύο φύλων καταγράφεται ως ακολούθως:

- κατά τη γέννηση: 1,1 αρσενικό/θηλυκό
- ηλικία 0-14 ετών: 1,15 άρρενες/γυναίκες
- ηλικία 15-24 ετών: 1,16 αρσενικά/θηλυκά
- ηλικία 25-54 ετών: 1,05 άρρενες/γυναίκες
- ηλικία 55-64 ετών: 1 άνδρας/γυναίκα
- ηλικία 65 ετών και άνω: 0,68 άνδρες/γυναίκες
- συνολικός πληθυσμός: 1,04 άνδρες/γυναίκες

(United States Central Intelligence Agency, 2022).

#### 3.1.3.1 Αστικοποίηση

Ο αστικός πληθυσμός αποτελεί το 63.6% του συνολικού πληθυσμού και το ποσοστό αστικοποίησης ανέρχεται σε 1.78% ετήσιου ρυθμού μετακίνησης. Ο αριθμός συγκέντρωσής του καταγράφεται στους 28.517 εκατομμύρια κατοίκους εγκατεστημένους στη Σαγκάη, 201,333 εκατομμύρια Στο Πεκίνο, 16,875 εκατομμύρια στην πόλη της Τσονγκτσίνγκ, 14,012 εκατομμύρια στο Τιεντζίν, 13,965 εκατομμύρια στην Γκουανγκτζόου και 12,831 εκατομμύρια στη Σεντσέν (United States Central Intelligence Agency, 2022).

#### 3.1.3.2 Συνθήκες διαβίωσης

Κατά το έτος 2020, παρουσιάζονται βελτιωμένα τα ποσοστά του πληθυσμού που έχει πρόσβαση σε πόσιμο νερό, με τα αστικά κέντρα να δίνουν πρόσβαση στο 97,3% των κατοίκων, ενώ στις αγροτικές περιοχές υδροδοτείται το 91,5% του πληθυσμού.



Οι τρέχουσες δαπάνες για τον τομέα της υγείας ανέρχονται στο 5,4% του προϋπολογισμού του κράτους, παρά το γεγονός ότι ποσοστό 97,6% του συνολικού πληθυσμού έχει πρόσβαση στις υγειονομικές εγκαταστάσεις (United States Central Intelligence Agency, 2022).

### **3.2 Σύγκριση Ινδίας – Κίνας**

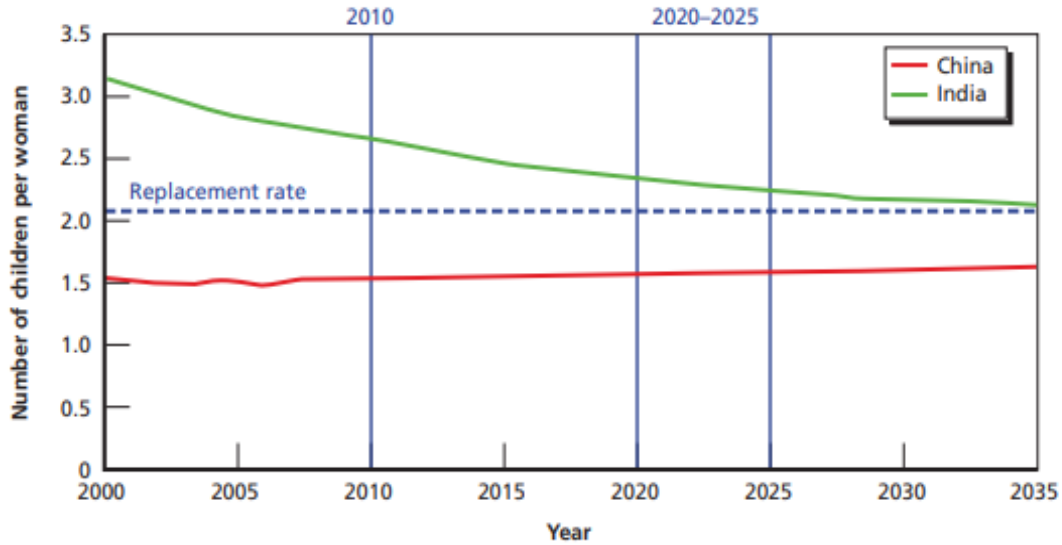
Η Ινδία και η Κίνα είναι οι μοναδικές χώρες παγκοσμίως που μετρούν περισσότερους από 1 δισεκατομμύρια κατοίκους, με τους ρυθμούς αύξησης των πληθυσμών να είναι σταθερά υψηλότεροι στην Ινδία.

#### **3.2.1 Οικονομική ανάπτυξη**

Αναφορικά με την οικονομική ανάπτυξη των δύο χωρών, η Ινδία παρουσίασε ποσοστό 66% υψηλότερο κατά κεφαλήν εισόδημα από την Κίνα, κατά τη δεκαετία του 1980. Τα δεδομένα όμως αντιστράφηκαν κατά τη δεκαετία του 1990, όταν η Κίνα ξεπέρασε τα ποσοστά της Ινδίας και οριστικοποιήθηκαν όταν κατά τις επόμενες δεκαετίες το κατά κεφαλήν εισόδημα της Κίνας διπλασιάστηκε από αυτό της Ινδίας. Αυτή η διαφορά στα εισοδήματα των δύο χωρών εντοπίζεται κυρίως στην έντονη διαφορετικότητα των δημογραφικών χαρακτηριστικών των δύο λαών και στην αναλογία του πληθυσμού που βρίσκεται σε ηλικία εργασίας με τον πληθυσμό που δε βρίσκεται σε ηλικία εργασίας, ανάμεσα στις δύο χώρες (Bloom, 2011).

#### **3.2.2 Οικογενειακός προγραμματισμός**

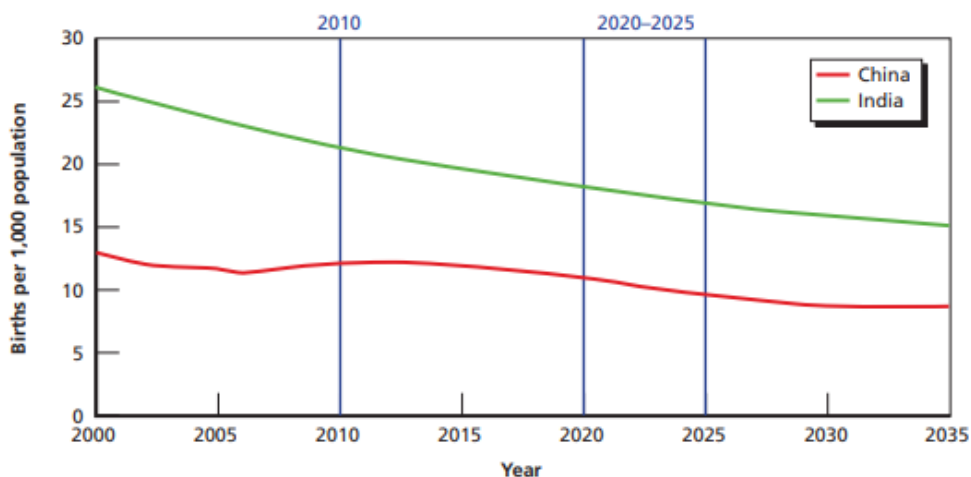
Τόσο η Ινδία όσο και η Κίνα θεωρούνται από τις αρχικές χώρες, σε παγκόσμιο επίπεδο, που καθιέρωσαν χρονοδιαγράμματα εθνικού οικογενειακού προγραμματισμού, κατά τα έτη 1952 και 1956 αντίστοιχα. Η πολιτική που εφάρμοσε η Κίνα το 1979 ως προς το ένα παιδί ανά οικογένεια οδήγησε σε απότομη πτώση των ποσοστών γονιμότητας, ενώ ταυτόχρονα αύξησε το ποσοστό του πληθυσμού που βρίσκεται σε ηλικία να εργαστεί. Αντιθέτως, το πρόγραμμα της Ινδίας απέτυχε καθώς οδήγησε σε πολιτικές αντιδράσεις, οι οποίες συνετέλεσαν στην αναστολή του (Robinson et. al., 2007).



Πηγή: U.S. Census Bureau (2022)

### 3.2.3 Γεννήσεις και θάνατοι

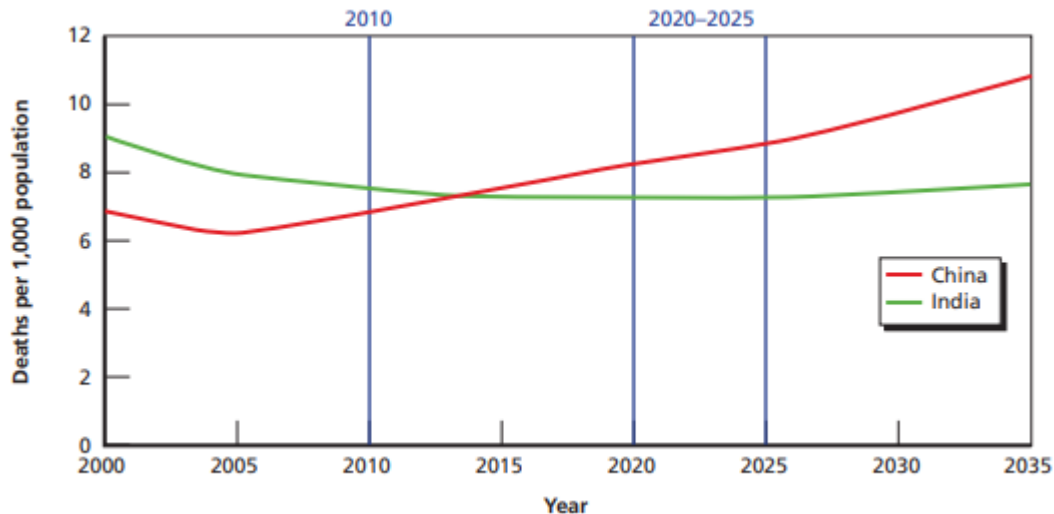
Οι μελετητές προβλέπουν, αναφορικά με τα ποσοστά των γεννήσεων στις δύο χώρες κατά την περίοδο 2000-2035, ότι τα ποσοστά της Ινδίας θα ξεπεράσουν εκείνα της Κίνας, βασιζόμενοι στον μέσο αριθμό γεννήσεων στη διάρκεια της ζωής μίας γυναίκας. Ωστόσο, αναμένεται να μειώνεται σταδιακά η διαφορά μεταξύ των δύο χωρών με την πάροδο των ετών (DaVanzo et al., 2010).



Πηγή: U.S. Census Bureau (2022)



Όσον αφορά τα επίπεδα των θανάτων μεταξύ των δύο χωρών, οι μελετητές προβλέπουν ότι παρόλο που το ποσοστό των θανάτων αρχικά ήταν μεγαλύτερο στην Ινδία, αυτό αναμένεται να αντιστραφεί και να καταγραφούν περισσότεροι θάνατοι στην Κίνα, παρά το γεγονός ότι προβλέπεται μείωση της αύξησης του πληθυσμού της (DaVanzo et al., 2010).



Πηγή: U.S. Census Bureau (2022)

### 3.2.4 Ρυθμοί αύξησης του πληθυσμού

Τόσο στην Κίνα όσο και στην Ινδία, το χάσμα ανάμεσα στις γεννήσεις και τους θανάτους συρρικνώνεται, με αποτέλεσμα την επιβράδυνση της αύξησης του πληθυσμού και στα δύο έθνη. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά προβλέπεται στην Κίνα να είναι χαμηλότερα από εκείνα της Ινδίας, καθώς ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού της είναι βραδύτερος και θα επέλθει η φυσική απώλεια πληθυσμού (DaVanzo et al., 2010).

Από τη σύγκριση της Ινδίας με την Κίνα, παρατηρείται ότι τα δημογραφικά στοιχεία αποτελούν έναν ισχυρό μοχλό για την οικονομική απόδοση των κρατών, με τις δύο χώρες να κινούνται σε οικονομικές τροχιές που αποκλίνουν σημαντικά μεταξύ τους. Η Κίνα, στην πάροδο των ετών φαίνεται να αναδεικνύεται σε ισχυρή οικονομική δύναμη, ενώ η Ινδία βιώνει έναν αργό οικονομικό μετασχηματισμό. Οι ρυθμοί οικονομικής ανάπτυξης και στις δύο χώρες αποδίδονται στην αύξηση της μακροζωίας, στο εμπόριο και στο άνοιγμα της οικονομίας σε μεγαλύτερο μερίδιο του πληθυσμού που βρίσκεται



## *«Μαθηματικό Μοντέλο της πληθυσμιακής αύξησης της Ινδίας»*

σε ηλικία εργασίας. Παρόλα αυτά, δίνονται ενδείξεις για επιβράδυνση του ρυθμού οικονομικής ανάπτυξης της Κίνας, καθώς αυξάνεται το προσδόκιμο ζωής των κατοίκων και συνεπώς παρατηρείται γήρανση του πληθυσμού της. Αντίθετα, η Ινδία μειώνοντας τα επίπεδα γονιμότητας και αυξάνοντας τη μακροζωία του πληθυσμού οδηγείται σε υψηλότερα μερίδια εργατικού δυναμικού, τα οποία θα ωθήσουν την οικονομική της ανάπτυξη (Bloom et al., 2010 και DaVanzo et al., 2010).



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup> Μοντέλα που αναπτύχθηκαν

### 4.1 Γενικά

Η μαθηματική μοντελοποίηση αποτελεί έναν διαδεδομένο διεπιστημονικό κλάδο μοντελοποίησης και διασαφήνισης των φαινομένων που ανακύπτουν στην επιστήμη της ζωής, χρησιμοποιώντας μαθηματική εμπειρική γνώση και υπολογιστικές τεχνικές, καθώς το μέγεθος και η αύξηση του πληθυσμού σε μία χώρα επηρεάζουν άμεσα την κατάσταση της οικονομίας της και το κόστος των φυσικών πόρων της.

Η ολοένα και μεγαλύτερη παγκόσμια πληθυσμιακή αύξηση είναι ιδιαίτερα αισθητή στη σημερινή εποχή, κυρίως σε αναπτυσσόμενες χώρες όπως είναι η Ινδία, με τις εκάστοτε κυβερνήσεις να προβαίνουν σε πρόβλεψη του μελλοντικού μεγέθους των δημογραφικών στοιχείων, χρησιμοποιώντας στατιστικά και μαθηματικά δεδομένα και μεταβλητές (Kumar και Lal, 2016).

### 4.2 Δυναμικά συστήματα

Ως δυναμικά συστήματα νοούνται εκείνα τα μαθηματικά μοντέλα συστημάτων που εξελίσσονται στο χρόνο και περιγράφονται από τις ακόλουθες μεταβλητές: α) την ανεξάρτητη, β) την εξαρτημένη και γ) τις εκάστοτε παραμέτρους. Αναλυτικότερα, ως ανεξάρτητη μεταβλητή ορίζεται ο χρόνος, ως εξαρτημένες ορίζονται συναρτήσεις του χρόνου, ενώ οι παράμετροι που ορίζονται κάθε φορά είναι ανεξάρτητες του χρόνου αλλά δύνανται να προσαρμοστούν είτε στα φυσικά αίτια, είτε στις ιδιαιτερότητες του μοντέλου. Ωστόσο, στην πλειοψηφία των μαθηματικών μοντέλων οι τιμές των παραμέτρων δίνονται κατά προσέγγιση (Blanchard et al., 2006).

Η μελέτη ενός μαθηματικού μοντέλου επικεντρώνεται στον προσδιορισμό της συμπεριφοράς των εξαρτημένων μεταβλητών ανάλογα με τις παραμέτρους που δίνονται κάθε φορά.

Ένα δυναμικό σύστημα περιλαμβάνει τις ακόλουθες μεταβλητές:

- την μεταβλητή  $S$ : χώρος φάσης που αντιπροσωπεύει τις πιθανές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρεθεί ένα σύστημα
- τον χρόνο  $t$ : διακριτή ή συνεχή μεταβλητή και



- έναν εξελικτικό νόμο που προσδιορίζει την κατάσταση του συστήματος τη χρονική στιγμή  $t$ , με δεδομένες τις προγενέστερες στιγμές.

Τα δυναμικά συστήματα διακρίνονται σε δύο κατηγορίες συστημάτων, αναλόγως εάν ο χρόνος  $t$  θεωρείται ως συνεχής ή διακριτή μεταβλητή και περιγράφονται είτε από α) διαφορικές εξισώσεις  $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x)$  ή β) πεπερασμένες εξισώσεις διαφορών  $x_{t+1} = f(x_t)$  (Γκάννα, 2017).

#### 4.2.1 Συνεχή Πληθυσμιακά μοντέλα

Ως Μαθηματικό μοντέλο θεωρείται ένα σύνολο εξισώσεων ή τύπων που στηρίζεται στην ποσοτική περιγραφή πραγματικών φαινομένων και αποσκοπεί στην προσομοίωση της προβλεπόμενης συμπεριφοράς με την πραγματική συμπεριφορά στην οποία βασίζεται.

Ως Πληθυσμιακό μοντέλο νοείται ένας τύπος μαθηματικού μοντέλου που βρίσκει πρακτική εφαρμογή στη μελέτη της δυναμικής των πληθυσμών (Kumar και Lal, 2016). Ο υπολογισμός της μεταβολής του πληθυσμού για ένα έθνος προκύπτει εάν αφαιρεθεί ο αριθμός των θανάτων από τον αριθμό των γεννήσεων και προστεθεί η καθαρή διεθνής μετανάστευση (DaVanzo et al., 2010).

##### 4.2.1.1 Μαθηματικό μοντέλο του Malthus

Ο Άγγλος οικονομολόγος Thomas Malthus (1798) ανέπτυξε το πρώτο μαθηματικό μοντέλο αναφορικά με τις πληθυσμιακές αυξήσεις, θεωρώντας ότι τα άτομα που απαρτίζουν έναν πληθυσμό α) βρίσκονται σε συνεχή αναπαραγωγή, β) έχουν πρόσβαση σε απεριόριστους πόρους, γ) παραμένουν ανεπηρέαστα από τις περιβαλλοντικές συνθήκες, δ) δεν μεταναστεύουν και ε) η μεταβολή των πληθυσμών σχετίζεται αποκλειστικά με τη διαφορά των γεννήσεων από τους θανάτους που καταγράφονται σε μία χώρα και είναι ανάλογη του μεγέθους των πληθυσμών.

Συμβολίζοντας με  $N_0$  το σύνολο του πληθυσμού την χρονική στιγμή  $t=t_0$ , θέλησε να υπολογίσει ποιος θα είναι ο πληθυσμός  $N$  στο μέλλον σε χρονική στιγμή  $t=t_1$ , υπό την προϋπόθεση ότι ο πληθυσμός συνεχώς μεταβάλλεται. Ειδικότερα, υποθέτοντας ότι ο ρυθμός αύξησης ή μείωσης του πληθυσμού παραμένει σταθερός και ισούται με  $\frac{1}{p} \frac{dN}{dt} =$



$\kappa \Rightarrow \frac{dN}{dt} = \kappa N$  (4.1), επιχείρησε να υπολογίσει ποιος θα είναι ο πληθυσμός  $N(t)$  στο μέλλον για  $t_0 \leq t \leq t_1$  όταν ισχύει  $N(t_0) = N_0$ . Από την εξίσωση 4.(1) συμπεραίνουμε ότι ο πληθυσμός μεταβάλλεται κατά τρόπο ανάλογο με το μέγεθός του και όταν  $\kappa > 0$  τότε ο πληθυσμός αυξάνεται, ενώ όταν  $\kappa < 0$  τότε μειώνεται. Διαφορίζοντας την εξίσωση (4.1) προκύπτει η εκθετική συνάρτηση  $N = N_0 e^{\kappa t}$ , όπου όταν  $\kappa > 0$  η καμπύλη ανάπτυξης είναι γραμμική με θετική κλίση και ο πληθυσμός θα εξακολουθήσει να αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου, ενώ όταν  $\kappa < 0$  ο πληθυσμός μειώνεται με την πάροδο του χρόνου (Kumar και Lal, 2016).

#### 4.2.1.2 Λογιστικό μοντέλο

Το απλούστερο μοντέλο συνεχούς χρόνου που μελετά έναν πληθυσμό είναι η λογιστική διαφορική εξίσωση ενός και μόνο είδους, με την οποία ασχολήθηκε πρώτος ο Βέλγος μαθηματικός Verhulst και μετέπειτα μελέτησαν οι Pearl και Reed. Η λογιστική διαφορική εξίσωση μελετά την αύξηση του παγκόσμιου πληθυσμού, η οποία δεν εξαρτάται μόνο από το μέγεθος του πληθυσμού αλλά και από το πόσο απέχει για να φτάσει στο μέγιστο όριό του, δηλαδή τον μέγιστο υποστηρικτικό πληθυσμό. Ο Verhulst τροποποίησε το μοντέλο του Malthus εισάγοντας τον όρο

$$\frac{a - bN(t)}{a}$$

ο οποίος περιγράφει το πόσο απέχει ο πληθυσμός από το μέγιστο όριό του και  $a, b$  είναι οι παράμετροι του εκάστοτε πληθυσμού. Όσο ο παραπάνω όρος πλησιάζει το κλάσμα  $\frac{a}{b}$  τόσο θα ελαχιστοποιείται και θα πλησιάζει το 0, παρέχοντας τη σωστή ανατροφοδότηση για τον μετριασμό της πληθυσμιακής αύξησης. Συνεπώς, η νέα εξίσωση είναι της μορφής

$$\frac{dN}{dt} = \frac{aN(t)(a-bN(t))}{a}, \quad t_0 \leq t \leq t_1, \quad N(t_0) = N_0, \text{ γνωστή και ως λογιστική εξίσωση της}$$

πληθυσμιακής αύξησης (Liu και Xiao, 2007).

#### 4.2.2 Διακριτά Πληθυσμιακά μοντέλα

Οι Liu και Xiao (2007) αποδεικνύουν ότι ένα δυναμικό σύστημα διακριτού χρόνου εκδηλώνει πιο διευρυμένη δυναμική συγκριτικά με ένα μοντέλο συνεχούς χρόνου. Συγκεκριμένα, θεωρούν ότι αναφορικά με τη δυναμική των πληθυσμών υπάρχουν δύο





είδη μαθηματικών μοντέλων: α) τα μοντέλα διακριτού χρόνου που περιγράφονται από διακριτά δυναμικά συστήματα ή εξισώσεις διαφορών ή επαναληπτικούς χάρτες και β) τα μοντέλα συνεχούς χρόνου που περιγράφονται από δυναμικά συστήματα ή διαφορικές εξισώσεις.

### 4.3 Σύγκριση μοντέλων διακριτού ή συνεχούς χρόνου

Συγκρίνοντας δύο μοντέλα διακριτού και συνεχούς χρόνου συμπεραίνουμε τα ακόλουθα:

1. Όταν μελετώνται στατιστικά στοιχεία οι πληροφορίες που συλλέγονται αντιστοιχούν σε δεδομένα χρονικά διαστήματα και όχι σε συνεχή. Συνεπώς, τα μοντέλα διακριτού χρόνου θεωρούνται πιο ρεαλιστικά από τα συνεχή.
2. Τα μοντέλα διακριτού χρόνου παρέχουν προς τα μοντέλα συνεχούς χρόνου φυσικούς προσομοιωτές που αναπαριστούν ένα πραγματικό σύστημα. Κατά αυτόν τον τρόπο, προσεγγίζεται ακριβέστερα η συμπεριφορά ενός μοντέλου συνεχούς χρόνου και αξιολογείται καλύτερα η επιρροή μεγαλύτερων χρονικών διαστημάτων.
3. Αναπτύσσοντας τα μοντέλα διακριτού χρόνου δύνανται να χρησιμοποιηθούν όλες οι μέθοδοι που αναπτύσσουν και μελετούν τις εξισώσεις του συστήματος, είτε από την πλευρά της ολοκλήρωσης είτε από εκείνη του χάους.

(Γκάνα, 2017).



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5<sup>ο</sup> Το διακριτό μοντέλο Holling

### 5.1 Γενικά

Ως θήρευση νοείται ένα πλήθος διάφορων βιολογικών αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στα είδη, όπου ένα αρπακτικό τρέφεται από το θήραμά του. Τα αρπακτικά διακρίνονται στις ακόλουθες κατηγορίες, ανάλογα με τον τρόπο που τρέφονται από το θήραμά τους:

- παράσιτα: διαβιούν σε έναν και μόνον ξενιστή κατά την πιο σημαντική περίοδο της ζωής τους, προσβάλλουν επιβλαβώς το θήραμά τους αλλά σπανίως προκαλούν θανάτους (π.χ. βακτήρια επιδημιών)
- ζώα που βόσκουν: δεν προκαλούν άμεσο θάνατο παρόλο που κινούνται επιθετικά σε μεγάλο αριθμό θηραμάτων καθ' όλη τη διάρκεια της ζωής τους (π.χ. πρόβατα)
- αληθινά αρπακτικά: επιτίθενται σε πολλά θηράματα και επιφέρουν άμεσο θάνατο (π.χ. λύκοι)

(Begon & Townsend, 2020 και Thompson, 2014).

Το μοντέλο των Lotka – Volterra μειονεκτεί στο γεγονός ότι παρουσιάζεται ως μη ρεαλιστικό, καθώς το αρπακτικό δεν επέρχεται ποτέ σε κορεσμό από τη μία πλευρά, ενώ κατά την απουσία του ο πληθυσμός των θηραμάτων πολλαπλασιάζεται εκθετικά.

Το ζήτημα της δυσλειτουργικής απόκρισης του μοντέλου Lotka – Volterra επιχείρησε να επιλύσει ο Holling (1959, 1965) παρουσιάζοντας τρία μοντέλα τύπου I, II και III με τα οποία υποδεικνύεται το πλήθος των θηραμάτων που θανατώνονται από ένα αρπακτικό σε διαφορετικές πληθυσμιακές πυκνότητες. Ειδικότερα, ο Holling υποστήριξε ότι το μοντέλο καθίσταται λειτουργικό με το αρπακτικό να καθορίζει την χαμηλή πληθυσμιακή πυκνότητα του θηράματος όταν α) το αρπακτικό επιτίθεται σε έναν τύπο θηράματος οπότε η πορεία του μοντέλου θα πρέπει να είναι γραμμική και β) το αρπακτικό επιτίθεται σε διαφορετικούς τύπους θηραμάτων οπότε η πορεία του μοντέλου θα πρέπει να είναι αύξουσα (Γκάννα, 2017).



## 5.2 Μοντέλο Holling τύπου I

Οι Danca et al. (1997) αποδεικνύουν ότι ένα απλουστευμένο διακριτό μοντέλο δύναται να εκδηλώσει χαοτική δυναμική. Αναλυτικότερα, μελέτησαν το διακριτό μοντέλο θηρευτή – θηράματος τύπου Holling I, του οποίου η λειτουργική απόκριση είναι γραμμική και το ποσοστό των θηραμάτων που αιχμαλωτίζονται είναι ανάλογο με την πυκνότητα του πληθυσμού τους. Αυτό το μοντέλο θεωρεί ότι όταν απουσιάζει ο θηρευτής σε μία κοινότητα, παρατηρείται εκθετική αύξηση του πληθυσμού του θηράματος, ενώ όταν απουσιάζει το θήραμα παρατηρείται εκθετική μείωση του πληθυσμού του θηρευτή.

Χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες εξισώσεις

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) - bx_ny_n$$

$$y_{n+1} = dx_ny_n$$

όπου  $x$  ο πληθυσμός των θηραμάτων,  $y$  ο πληθυσμός του θηρευτή και  $a$ ,  $b$ ,  $d$  θετικές παράμετροι, αποδεικνύεται ότι όσο αυξάνεται ο ρυθμός ανάπτυξης των θηραμάτων τόσο πιο χαοτική είναι η δυναμική του συστήματος και τόσο πιο ακανόνιστα αλληλεπιδρούν ο θηρευτής με το θήραμα.

## 5.3 Μοντέλο Holling τύπου II

Ο Kar (2005) και οι Agiza et al. (2009) μελέτησαν ένα μοντέλο θηρευτή-θηράματος διακριτού χρόνου τύπου Holling II, με το οποίο προκύπτει η παρουσία και η σταθερότητα τριών σημείων ισορροπίας. Το μοντέλο μελετά πώς συμπεριφέρονται μακροχρόνια οι πληθυσμοί θηρευτών-θηραμάτων και θεωρεί ότι υπάρχουν οι ακόλουθες δύο εξισώσεις διαφορών:

$$T: \begin{cases} x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) - \frac{bx_ny_n}{1 + \epsilon x_n}, \\ y_{n+1} = \frac{dx_ny_n}{1 + \epsilon x_n}, \end{cases}$$



όπου  $a, b, \varepsilon, d$  είναι οι μη αρνητικές παράμετροι. Για τον προσδιορισμό των σταθερών σημείων, επιλύεται το παραπάνω αλγεβρικό σύστημα στις αρχικές καταστάσεις των μεταβλητών  $x$  και  $y$  και καταλήγει στα ακόλουθα τρία μη αρνητικά σταθερά σημεία:

- $E_0: (x^*, y^*) = (0,0)$  η αρχή των αξόνων
- $E_1: (x^*, y^*) = (\frac{\alpha-1}{\alpha}, 0)$  όπου απουσιάζει ο θηρευτής και το σημείο ισορροπίας βρίσκεται επί του άξονα  $x$  για  $\alpha > 1$
- $E_2: (x^*, y^*)$  το εσωτερικό σταθερό σημείο, όπου  $x^* = (\frac{1}{d-\varepsilon})$  και  $y^* = \frac{d}{d-\varepsilon} \left\{ \frac{\alpha}{b} \left( 1 - \frac{1}{d-\varepsilon} \right) - \frac{1}{b} \right\}$ , υπό την προϋπόθεση ότι  $d > \varepsilon + \frac{\alpha}{\alpha-1}$ .

Μελετώντας πώς συμπεριφέρεται το μοντέλο γύρω από το καθένα σταθερό σημείο οι Agiza et al. συμπεραίνουν τα ακόλουθα:

Για το σημείο ισορροπίας  $E_0$

- Όταν  $\alpha < 1$ , τότε το σημείο ισορροπίας  $E_0$  είναι ελκυστής.
- Όταν  $\alpha > 1$ , τότε το σημείο ισορροπίας  $E_0$  είναι σαγματικό.
- Όταν  $\alpha = 1$ , τότε το σημείο ισορροπίας  $E_0$  είναι μη υπερβολικό.

Για το σημείο ισορροπίας  $E_1$

- Όταν  $1 < \alpha < 3$ , τότε το σημείο ισορροπίας  $E_1$  είναι ελκυστής.
- Όταν  $\alpha > 3$ , τότε το σημείο ισορροπίας  $E_1$  είναι απωθητής.
- Όταν  $\alpha = 1$ , τότε το σημείο ισορροπίας  $E_1$  είναι μη υπερβολικό.

Για το σημείο ισορροπίας  $E_2$

- Όταν  $\alpha > \frac{(3d-\varepsilon)(d-\varepsilon)}{(d-\varepsilon)(2d-\varepsilon)-2d(d-\varepsilon-2)}$  και  $\alpha < \frac{d-\varepsilon}{d-\varepsilon-2}$ , τότε το σημείο ισορροπίας  $E_2$  είναι ελκυστής.
- Όταν  $\alpha < \frac{(3d-\varepsilon)(d-\varepsilon)}{(d-\varepsilon)(2d-\varepsilon)-2d(d-\varepsilon-2)}$  και  $\alpha > \frac{d-\varepsilon}{d-\varepsilon-2}$  τότε το σημείο ισορροπίας  $E_2$  είναι απωθητής.
- Όταν  $\alpha = \frac{(3d-\varepsilon)(d-\varepsilon)}{(d-\varepsilon)(2d-\varepsilon)-2d(d-\varepsilon-2)}$ , τότε το σημείο ισορροπίας  $E_2$  είναι μη υπερβολικό.
- Όταν  $\alpha < \frac{(3d-\varepsilon)(d-\varepsilon)}{(d-\varepsilon)(2d-\varepsilon)-2d(d-\varepsilon-2)}$ , τότε το σημείο ισορροπίας  $E_2$  είναι σαγματικό.



### 5.4 Μοντέλο Holling τύπου III

Οι He και Lai (2011) και ο Kar (2005) αποδεικνύουν ότι το μοντέλο διακριτού χρόνου τύπου Holling III εκδηλώνει πιο περίπλοκη δυναμική συγκριτικά με ένα μοντέλο συνεχούς χρόνου. Αρχικά, το ποσοστό του θηράματος που καταναλώνεται κινείται σε χαμηλά επίπεδα και αυξάνεται σταδιακά μέχρι το σημείο όπου σταθεροποιείται. Κατά τη γραφική απεικόνιση του μοντέλου τύπου Holling III η καμπύλη που σχηματίζεται είναι σιγμοειδής προς την αρχή των αξόνων, με το σημείο σταθεροποίησης του ρυθμού εφόρμησης και κατανάλωσης του θηρευτή να εξαρτάται από την πυκνότητα του πληθυσμού του θηράματος και να επηρεάζεται σημαντικά από αυτή. Ειδικότερα, το σύστημα θηρευτή-θηράματος είναι το ακόλουθο

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x[r(1 - \frac{x}{K})], \\ \frac{dy}{dt} = sy(1 - \frac{hy}{x}) \end{cases}$$

όπου α)  $x$  και  $y$  αναπαριστούν την πυκνότητα του πληθυσμού του θηράματος και του θηρευτή αντίστοιχα, β)  $r, s, h$  είναι θετικές σταθερές και γ)  $K$  απεικονίζει τη σταθερή φέρουσα ικανότητα του θηράματος  $x$  όταν ο θηρευτής  $y=0$ . Ο θηρευτής αναπτύσσεται, τόσο υλικά όσο και τεχνικά, με εγγενή ρυθμό  $s$  και φέρουσα ικανότητα αντίστοιχη με το μέγεθος του πληθυσμού του θηράματος.

Μετατρέποντας το παραπάνω σύστημα σε σύστημα θηρευτή-θηράματος διακριτού χρόνου, θα έχουμε:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \delta x_n [r(1 - \frac{x_n}{K})], \\ y_{n+1} = y_n + \delta s y_n (1 - \frac{h y_n}{x_n}) \end{cases}$$

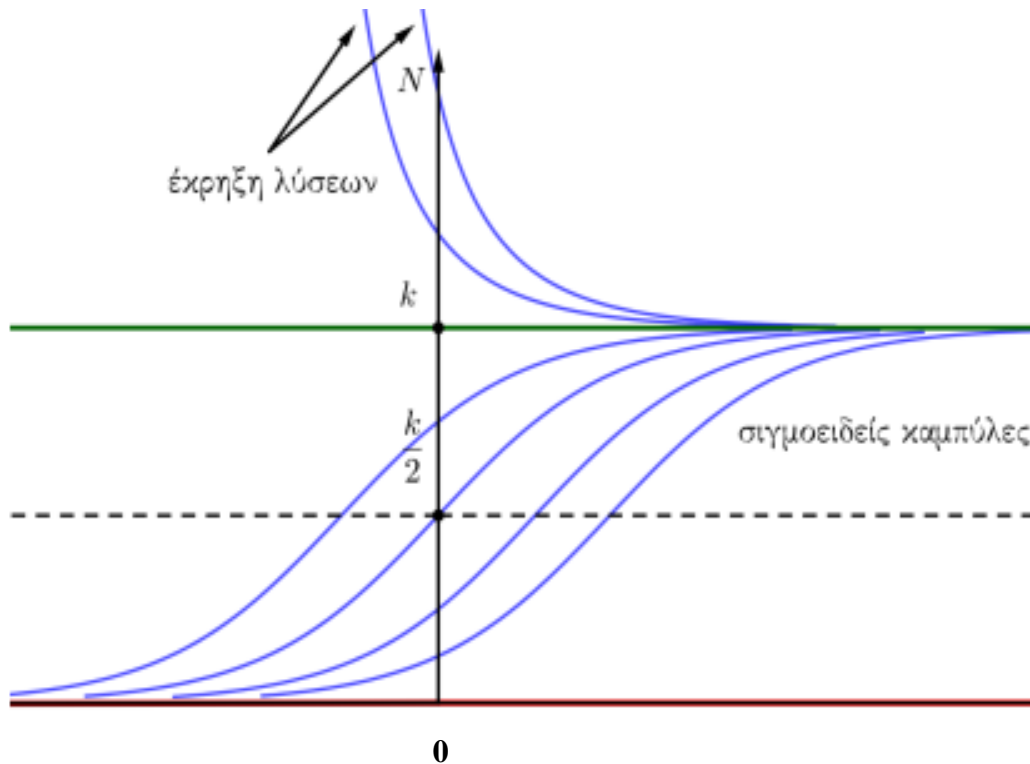
όπου  $\delta$  είναι το μέγεθος του βήματος.

Σύμφωνα με τα δεδομένα που δημοσιεύει το Αμερικανικό πρακτορείο Central Intelligence Agency (2022), η σταθερή φέρουσα ικανότητα του πληθυσμού του θηράματος  $x$  όταν ο πληθυσμός του θηρευτή  $y=0$ , ισούται με τον συνολικό πληθυσμό της Ινδίας προς τον ρυθμό αύξησης του πληθυσμού, δηλαδή  $K=1.389.637.446/0,0067=20.672.975,99$ . Αντικαθιστώντας το  $K$  στην εξίσωση του πληθυσμού του θηράματος, λαμβάνοντας ως αρχική συνθήκη  $x_{(0)} = x_0$  καταλήγουμε σε θετική Διακρίνουσα ( $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma$ ) με δύο λύσεις μικρότερες ή ίσες του 0. Συνεπώς,



«Μαθηματικό Μοντέλο της πληθυσμιακής αύξησης της Ινδίας »

το δυναμικό διακριτό σύστημα είναι ασταθές με τη μορφή σάγματος και απεικονίζεται ακολούθως ως:



όπου στον οριζόντιο άξονα απεικονίζεται ο χρόνος  $t$  και στον κάθετο η πληθυσμιακή αύξηση της Ινδίας.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6<sup>ο</sup> Συμπεράσματα

Η ιστορία αποδεικνύει ότι παρά τις επιδημίες και τις ασθένειες που κατά καιρούς εξαπλώνονται στην Ινδία, παρά τους νόμους που εφαρμόζονται αναφορικά με τις αμβλώσεις και τον θεσμό της οικογένειας, παρά τις θρησκευτικές πεποιθήσεις, παρά τις συνθήκες φτώχειας που βιώνουν τα περισσότερα νοικοκυριά, τα ποσοστά των γεννήσεων παραμένουν υψηλότερα σε σχέση με εκείνα των θανάτων, με αποτέλεσμα η Ινδία να συνεχίσει να αυξάνεται πληθυσμιακά στα επόμενα χρόνια, εφόσον η μετακίνηση του πληθυσμού εκτός των ορίων της χώρας παραμένει χαμηλή.

Από τη μία πλευρά, οι εξελίξεις στον τομέα της ιατρικής σε συνδυασμό με τις τεχνολογικές εξελίξεις οδηγούν σε αύξηση της μακροζωίας του ενήλικου πληθυσμού της χώρας και σε ελάττωση των ποσοστών της βρεφικής θνησιμότητας. Επιπρόσθετα, το μέσο ποσοστό γεννήσεων, παρά το γεγονός ότι μειώθηκε συγκριτικά με τα προηγούμενα χρόνια, παρόλα αυτά παραμένει υψηλότερο από το μέσο ποσοστό θανάτων, το οποίο επίσης μειώθηκε. Από την άλλη πλευρά, η χαμηλή ηλικία γάμου του πληθυσμού, ο αναλφαβητισμός και το χαμηλό μορφωτικό επίπεδο μεγάλης μερίδας του πληθυσμού, καθώς επίσης οι θρησκευτικές πεποιθήσεις του λαού, συνετέλεσαν σημαντικά στην συνεχιζόμενη πληθυσμιακή αύξηση της χώρας.

Προκειμένου να επιτύχει ο έλεγχος του υπερπληθυσμού και να αποφευχθεί η οποιαδήποτε περιβαλλοντική ζημιά, η ανεργία και η έλλειψη τροφίμων, η Ινδία θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει υπέρ της τα δημογραφικά της στοιχεία, καθώς είναι και εκείνα που επηρεάζουν το ρυθμό και τη διαδικασία της οικονομικής της ανάπτυξης. Συγκεκριμένα, η δημογραφική της εξέλιξη θα τονώσει τον ρυθμό της οικονομικής της ανάπτυξης εάν οι φορείς διακυβέρνησής της διαχειριστούν σωστά το δημογραφικό μέρισμα της χώρας και δημιουργήσουν ευκαιρίες απασχόλησης του ανθρώπινου δυναμικού που βρίσκεται σε παραγωγική ηλικία, αναπτύξουν τις υποδομές της χώρας και αξιοποιήσουν τους υδάτινους και δασικούς πόρους και τις χερσαίες εκτάσεις της.



## Βιβλιογραφία

### Ελληνική Βιβλιογραφία

Γκόνα, Α. Γ., (2017). Διδακτορική διατριβή, Complex population dynamics and economic repercussions: predator-prey interactions, infectious disease transmission and solar magnetic activity, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Μαρκιανός Ε., (2020), *Οδηγός Επιχειρείν στην Ινδία 2020*, Πρεσβεία της Ελλάδος στο Ν. Δελχί, Γραφείο Οικονομικών και Εμπορικών Υποθέσεων.

### Ξένη Βιβλιογραφία

Agiza, H. N., Elabbasy, E. M., El-Metwally, H., & Elsadany, A. A. (2009). Chaotic dynamics of a discrete prey–predator model with Holling type II. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 10(1), 116-129.

Begon, M., & Townsend, C. R., (2020). *Ecology: from individuals to ecosystems*. John Wiley & Sons, United Kingdom.

Blanchard, P., Devaney, L.R., Hall, R.G., (2006). *Differential equations*, Thomson Brooks/Cole, Belmont, CA, USA.

Bloom, D. E., Canning, D., & Malaney, P. N., (2000). Population dynamics and economic growth in Asia. *Population and development review*, 26, 257-290.

Bloom, D. E., Canning, D., Hu, L., Liu, Y., Mahal, A., & Yip, W., (2010). The contribution of population health and demographic change to economic growth in China and India. *Journal of Comparative Economics*, 38(1), 17-33.

Bloom, D. E., (2011, January). Population dynamics in India and implications for economic growth. St. Gallen, Switzerland: WDA-Forum, University of St. Gallen.

Brander, J. A., & Dowrick, S., (1994). The role of fertility and population in economic growth. *Journal of Population Economics*, 7(1).

Cruz, M., & Ahmed, S. A., (2018). On the impact of demographic change on economic growth and poverty. *World Development*, 105, 95-106.

Danca, M., Codreanu, S., Bako, B., (1997). Detailed Analysis of a Nonlinear Prey-Predator Model, *Journal of Biological Physics* 23(1), 11-20.





DaVanzo Julie, Harun Dogo, and Clifford Grammich, (2010). “Demographic dividend or demographic drag? A net assessment of population trends in China and India, 2020-2025, and their implications.” International Union for the Scientific Study of the Population (IUSSP) Seminar on Demographics and Macroeconomic Performance, Paris, France, 4-5 June 2010.

Gragnotati, M., Shekar, M., Das Gupta, M., Bredenkamp, C., & Lee, Y. K., (2005). India's undernourished children: a call for reform and action.

He, Z., Lai, X., (2011). Bifurcation and chaotic behavior of a discrete-time predator-prey system, *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 12(1), 403-417

Holling, C.S., (1959). The components of predation as revealed by a study of small-mammal predation of the European pine sawfly, *The Canadian Entomologist* 91(5), 293-320.

Holling, C.S., (1965). The functional response of predators to prey density and its role in mimicry and population regulation, *Memoirs of the Entomological Society of Canada* 97(S45), 5-60.

Kar, T.K., (2005). Stability analysis of a prey-predator model incorporating a prey refuge, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 10(6), 681-691.

Kumar, V., & Lal, S., (2016). Mathematical Modeling of India's Population Growth, *Aryabhatta Journal of Mathematics and Informatics*, 8(2), 47-56.

Liu, X., Xiao, D., (2007). Complex dynamic behaviors of a discrete-time predator-prey system, *Chaos, Solitons and Fractals* 32(1), 80-94.

Lotka, A.J., (1925). *Elements of Physical Biology*, Williams and Wilkins Company, Baltimore Md., United States of America.

Malthus, T. R., (1798). *An Essay on the Principle of Population, as it Affects the Future Improvement of Society with Remarks on the Speculations of Mr. Godwin, M. Condorcet, and Other Writers.*

Mierau, J. O., & Turnovsky, S. J., (2014). Demography, growth, and inequality. *Economic Theory*, 55(1), 29-68.



Prakash, M., & Jain, K., (2016). Inequalities among malnourished children in India: A decomposition analysis from 1992-2006. *International Journal of Social Economics*.

Robinson, Warren C. and John A. Ross, eds. (2007). *The Global Family Planning Revolution: Three Decades of Population Policies and Programs*. Washington, DC: World Bank.

Thompson, J. N., (2014). *Interaction and coevolution*. University of Chicago Press.

Verhulst, P. F., (1838). Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. *Corresp. Math. Phys.*, 10, 113-126.

Volterra, V., (1926). Fluctuations in the Abundance of a Species considered Mathematically, *Nature* 118(2972), 558-560.

## Ηλεκτρονική Βιβλιογραφία

<https://www.census.gov/en.html>

<http://www.mapnall.com/el/>

United States Central Intelligence Agency (2022). “*The World Factbook*.” Available at <https://www.cia.gov/the-world-factbook/>

National Portal of India, (2022), <https://www.india.gov.in/>