



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΕΣ ΑΛΥΣΙΔΕΣ ΜΕ ΕΦΕΔΡΙΚΟ
ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΗ ΚΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΟΣΟΤΗΤΑ
ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ**

υπό
ΤΕΡΛΕΞΗ ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2022



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΕΣ ΑΛΥΣΙΔΕΣ ΜΕ ΕΦΕΔΡΙΚΟ
ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΗ ΚΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΟΣΟΤΗΤΑ
ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ**

υπό
ΤΕΡΛΕΞΗ ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2022

© 2022 Απόστολος Τερλεξής

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

| | |
|---------------------------------|---|
| Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) | Δρ. Δημήτριος Παντελής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας |
| Δεύτερος Εξεταστής | Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας |
| Τρίτος Εξεταστής | Δρ. Κωνσταντίνος Αμπουντόλας Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας |

Ευχαριστίες

Καταρχήν, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή, κ. Δημήτριο Παντελή, για την πολύτιμη καθοδήγηση που μου παρείχε, καθώς και για την βοήθεια που μου προσέφερε στα προβλήματα που αντιμετώπισα. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της επιτροπής, κ. Γεώργιο Κοζανίδη και κ. Κωνσταντίνο Αμπουντώλα , για την ανάγνωση της εργασίας μου, καθώς και για τις πολύτιμες υποδείξεις που μου έκαναν. Επίσης, θα ήθελα να αναφερθώ στους φίλους μου, Κωνσταντίνο Ντελή, Κωνσταντίνο Τσουμπαριώτη και Γεώργιο Παπαδοπεράκη, που μαζί τους πέρασα πέντε υπέροχα χρόνια και σίγουρα δημιουργήθηκαν στιγμές που δεν πρόκειται να ξεχάσω ποτέ. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Ιωάννα και Ιωάννη Τερλεξή και την αδερφή μου, Μαρία Τερλεξή, που σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου, με στήριζαν και με βοηθούσαν σε όλες τις δυσκολίες που παρουσιάστηκαν.

Περίληψη

Η βάση της παραγωγικής διαδικασίας σε κάθε επιχειρηματική μονάδα είναι ο εφοδιασμός και η προμήθεια πρώτων υλών, προϊόντων και τεμαχίων εν γένει. Η χρήση συνεπώς συστημάτων εφοδιαστικής αλυσίδας τυγχάνει ουσιώδους σημασίας. Η παρούσα διπλωματική πραγματεύεται μοντέλα εφοδιαστικών αλυσίδων, κατά τα οποία ένας ή περισσότεροι προμηθευτές αποδεικνύονται αναξιόπιστοι.

Πιο συγκεκριμένα, το μοντέλο της εφοδιαστικής αλυσίδας που αναλύεται στην συγκεκριμένη διπλωματική, αποτελείται από δύο προμηθευτές. Ο πρώτος προμηθευτής είναι αναξιόπιστος, ενώ ο δεύτερος είναι αξιόπιστος, αλλά ακριβότερος από τον πρώτο. Όμως, η αγορά των προϊόντων του δεύτερου προμηθευτή, προϋποθέτει την προ κράτηση των προϊόντων. Επιπλέον, ο δεύτερος προμηθευτής δίνει την δυνατότητα επιπλέον αγοράς προϊόντων, με την προϋπόθεση όμως, ότι η ποσότητα των επιπλέον τεμαχίων, θα είναι μεγαλύτερη από την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας, η οποία καθορίζεται από τον δεύτερο προμηθευτή.

Αρχικά, αναλύεται η περίπτωση κατά την οποία το ποσοστό των λειτουργικών προϊόντων του πρώτου προμηθευτή, ακολουθεί τυχαία κατανομή, ενώ στη συνέχεια προσεγγίζεται και η περίπτωση όπου εκτός από το ποσοστό των λειτουργικών τεμαχίων, ακολουθεί και η ζήτηση τυχαία κατανομή. Σε κάθε μία περίπτωση αναζητείται η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας τεμαχίων από τον πρώτο προμηθευτή, και την βέλτιστη ποσότητα κράτησης των προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή, καθώς επίσης και το αναμενόμενο κέρδος. Τέλος, παρουσιάζεται η επιρροή των παραμέτρων του προβλήματος, στις βέλτιστες τιμές των τεμαχίων και του κέρδους.

Abstract

The basis of the production process in each business unit is the supply and procurement of raw materials, products and pieces in general. The use of supply chain systems is therefore essential. This dissertation deals with supply chain models in which one or more suppliers prove to be unreliable.

More specifically, the model of the supply chain that is analyzed in the specific diplomacy, consists of two suppliers. The first supplier is unreliable, while the second is reliable, but more expensive than the first. However, the purchase of the products of the second supplier presupposes the pre-booking of the products. In addition, the second supplier allows the purchase of additional products, provided, however, that the quantity of the additional pieces will be greater than the minimum order quantity, which is determined by the second supplier.

First, the case is analyzed in which the percentage of the functional products of the first supplier follows a random distribution, while then the case is approached where, in addition to the percentage of the functional pieces, the demand is followed by a random distribution. In each case, the optimal quantity for ordering items from the first supplier is sought, and the optimal quantity for booking products from the second supplier, as well as the expected profit. Finally, The influence of the parameters of the problem, on the optimal prices of the pieces and the profit is presented.

Πίνακας Περιεχομένων

| | |
|---|----|
| Κεφάλαιο 1.Εισαγωγή..... | 1 |
| 1.1 Κίνητρο και υπόβαθρο..... | 1 |
| 1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση..... | 2 |
| 1.3 Οργάνωση διπλωματικής εργασίας..... | 7 |
| Κεφάλαιο 2. Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΩΝ ΕΛΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΙΟΝΤΩΝ ΜΕ ΓΝΩΣΤΗ ΖΗΤΗΣΗ..... | 8 |
| 2.1 Ορισμός Παραμέτρων και Μεταβλητών του προβλήματος..... | 8 |
| 2.2 Μοντελοποίηση Αντικειμενικής Συνάρτησης..... | 9 |
| 2.3 Διαγράμματα Επιρροής της Κοιλότητας στο Πρόβλημα..... | 16 |
| 2.4 Επίδραση των Παραμέτρων του Προβλήματος..... | 23 |
| Κεφάλαιο 3. Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΖΗΤΗΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΩΝ ΕΛΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΙΟΝΤΩΝ..... | 38 |
| 3.1 Ορισμός Παραμέτρων και Μεταβλητών του προβλήματος..... | 38 |
| 3.2 Μοντελοποίηση Αντικειμενικής Συνάρτησης..... | 39 |
| 3.3 Επίδραση των Παραμέτρων του Προβλήματος..... | 44 |
| Κεφάλαιο 4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ..... | 69 |
| Βιβλιογραφία..... | 72 |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α..... | 74 |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β..... | 77 |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ..... | 79 |

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

| | |
|---|----|
| Διάγραμμα 1: Διάγραμμα επιρροής κοιλότητας f_{val-R} | 18 |
| Διάγραμμα 2: Διάγραμμα επιρροής κοιλότητας f_{val-R} | 18 |
| Διάγραμμα 3: Διάγραμμα επιρροής κοιλότητας f_{val-R} | 19 |
| Διάγραμμα 4: Διάγραμμα επιρροής κοιλότητας f_{val-R} | 19 |
| Διάγραμμα 5: Διάγραμμα επιρροής κοιλότητας f_{val-R} | 20 |
| Διάγραμμα 6: Διάγραμμα επιρροής κοιλότητας f_{val-R} | 20 |
| Διάγραμμα 7: Διάγραμμα επιρροής κοιλότητας f_{val-R} | 21 |
| Διάγραμμα 8: Διάγραμμα επιρροής κοιλότητας f_{val-R} | 21 |
| Διάγραμμα 9: Διάγραμμα επιρροής κοιλότητας f_{val-R} | 22 |
| Διάγραμμα 10: Διάγραμμα επιρροής κοιλότητας f_{val-R} | 22 |
| Διάγραμμα 11: Διάγραμμα f_{val-c1} για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 25 |
| Διάγραμμα 12: Διάγραμμα $Q-c1,R-c1$ για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 25 |
| Διάγραμμα 13: Διάγραμμα f_{val-c2} για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 26 |
| Διάγραμμα 14: Διάγραμμα $Q-c2,R-c2$ για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 26 |
| Διάγραμμα 15: Διάγραμμα f_{val-c3} για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 27 |
| Διάγραμμα 16: Διάγραμμα $Q-c3,R-c3$ για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 27 |
| Διάγραμμα 17: Διάγραμμα f_{val-h} για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 28 |

| | |
|---|----|
| Διάγραμμα 18: Διάγραμμα Q-h,R-h για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 28 |
| Διάγραμμα 19: Διάγραμμα fval-cr για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 29 |
| Διάγραμμα 20: Διάγραμμα Q-cr,R-cr για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 29 |
| Διάγραμμα 21: Διάγραμμα fval-cu για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 30 |
| Διάγραμμα 22: Διάγραμμα Q-cu,R-cu για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 30 |
| Διάγραμμα 23: Διάγραμμα fval-s για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 31 |
| Διάγραμμα 24: Διάγραμμα Q-s,R-s για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 31 |
| Διάγραμμα 25: Διάγραμμα fval-d για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 32 |
| Διάγραμμα 26: Διάγραμμα Q-d,R-d για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 32 |
| Διάγραμμα 27: Διάγραμμα fval-MOQ για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 33 |
| Διάγραμμα 28: Διάγραμμα Q-MOQ,R-MOQ για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 33 |
| Διάγραμμα 29: Διάγραμμα fval- μέση τιμή για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 34 |
| Διάγραμμα 30: Διάγραμμα Q-μέση τιμή,R-μέση τιμή για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 34 |

| | |
|---|----|
| Διάγραμμα 31: Διάγραμμα fval-διασπορά για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 36 |
| Διάγραμμα 32: Διάγραμμα Q-διασπορά,R-διασπορά για την περίπτωση της τυχαίας κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων με γνωστή ζήτηση..... | 36 |
| Διάγραμμα 33: Διάγραμμα fval-c1 για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 45 |
| Διάγραμμα 34: Διάγραμμα Q-c1 για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 45 |
| Διάγραμμα 35: Διάγραμμα R-c1 για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 46 |
| Διάγραμμα 36: Διάγραμμα fval-c2 για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 47 |
| Διάγραμμα 37: Διάγραμμα Q-c2 για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 47 |
| Διάγραμμα 38: Διάγραμμα R-c2 για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 48 |
| Διάγραμμα 39: Διάγραμμα fval-c3 για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 49 |
| Διάγραμμα 40: Διάγραμμα Q-c3 για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 49 |
| Διάγραμμα 41: Διάγραμμα R-c3 για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 50 |
| Διάγραμμα 42: Διάγραμμα fval-h για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 51 |
| Διάγραμμα 43: Διάγραμμα Q-h για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 51 |

| | |
|--|----|
| Διάγραμμα 44: Διάγραμμα R-h για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 52 |
| Διάγραμμα 45: Διάγραμμα fval-s για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 53 |
| Διάγραμμα 46: Διάγραμμα Q-s για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 53 |
| Διάγραμμα 47: Διάγραμμα R-s για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 54 |
| Διάγραμμα 48: Διάγραμμα fval-cr για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 55 |
| Διάγραμμα 49: Διάγραμμα Q-cr για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 55 |
| Διάγραμμα 50: Διάγραμμα R-cr για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 56 |
| Διάγραμμα 51: Διάγραμμα fval-cu για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 57 |
| Διάγραμμα 52: Διάγραμμα Q-cu για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 57 |
| Διάγραμμα 53: Διάγραμμα R-cu για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 58 |
| Διάγραμμα 54: Διάγραμμα fval-MOQ για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 59 |
| Διάγραμμα 55: Διάγραμμα Q-MOQ για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 59 |
| Διάγραμμα 56: Διάγραμμα R-MOQ για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 60 |
| Διάγραμμα 57: Διάγραμμα fval-μέση τιμή του ποσοστού των μη ελλαττωματικών προϊόντων για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 61 |

| | |
|---|----|
| Διάγραμμα 58: Διάγραμμα Q-μέση τιμή του ποσοστού των μη ελλαττωματικών προϊόντων για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 61 |
| Διάγραμμα 59: Διάγραμμα R-μέση τιμή του ποσοστού των μη ελλαττωματικών προϊόντων για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 62 |
| Διάγραμμα 60: Διάγραμμα fval-διασπορά του ποσοστού των μη ελλαττωματικών προϊόντων για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 63 |
| Διάγραμμα 61: Διάγραμμα Q-διασπορά του ποσοστού των μη ελλαττωματικών προϊόντων για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 63 |
| Διάγραμμα 62: Διάγραμμα R-διασπορά του ποσοστού των μη ελλαττωματικών προϊόντων για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 64 |
| Διάγραμμα 63: Διάγραμμα fval-μέση τιμή της ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 65 |
| Διάγραμμα 64: Διάγραμμα Q- μέση τιμή της ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 65 |
| Διάγραμμα 65: Διάγραμμα R- μέση τιμή της ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 66 |
| Διάγραμμα 66: Διάγραμμα fval-διασπορά της ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 67 |
| Διάγραμμα 67: Διάγραμμα Q- διασπορά της ζήτησης και κατανομής ελλαττωματικών προϊόντων..... | 67 |

Διάγραμμα 68: Διάγραμμα R- διασπορά της ζήτησης για την περίπτωση της τυχαίας ζήτησης και κατανομής ελαττωματικών προϊόντων.....68

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο

Στην σημερινή κοινωνία τα συστήματα εφοδιαστικών αλυσίδων, έχουν αρχίσει να χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο. Μάλιστα, με την τεχνολογική εξέλιξη, τα συστήματα εφοδιαστικής αλυσίδας έχουν γίνει πολύ πιο περίπλοκα. Σύμφωνα με τους Benyoucef, Xie, Tanonkou[1], οι σημερινές επιχειρήσεις για να πετύχουν τους στόχους τους οι οποίοι είναι το χαμηλό κόστος, η καλή ποιότητα, η γρήγορη ανταπόκριση και η προσαρμοστικότητα χρησιμοποιούν διάφορες προσεγγίσεις για να επιλέξουν τον κατάλληλο προμηθευτή.

Επιπλέον, κατά τους Yuan, Bi, Fei, Liu [2], λόγω της οικονομικής παγκοσμιοποίησης, πολλοί κατασκευαστές επιλέγουν πλέον τα προϊόντα που χρησιμοποιούν από προμηθευτές, οι οποίοι είναι πολύ πιο φθηνοί ταυτόχρονα όμως και αναξιόπιστοι.

Το μοντέλο το οποίο αναλύεται στη συγκεκριμένη διπλωματική, αφορά μία εφοδιαστική αλυσίδα, που αποτελείται από δύο προμηθευτές. Ο πρώτος προμηθευτής, είναι αναξιόπιστος ως προς την ποιότητα των προϊόντων που παράγει και το ποσοστό των μη ελαττωματικών προϊόντων ακολουθεί τυχαία κατανομή. Ο δεύτερος προμηθευτής, είναι αξιόπιστος, αλλά ακριβότερος και επιτρέπει την κράτηση προϊόντων, πριν την αγορά τους. Επιπλέον, σε περίπτωση που χρειάζεται η επιπλέον αγορά προϊόντων, ο δεύτερος προμηθευτής μπορεί να υποστηρίξει το συγκεκριμένο ενδεχόμενο. Για να γίνει αυτό όμως, χρειάζεται η ποσότητα των προϊόντων που θα αγοραστούν επιπλέον, να είναι μεγαλύτερη από μία προκαθορισμένη ποσότητα, που ορίζει ο δεύτερος προμηθευτής. Σκοπός της εργασίας, είναι η εύρεση της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή, την βέλτιστη ποσότητα κράτησης των προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή, καθώς επίσης και την βέλτιστη τιμή του κέρδους.

Η συγκεκριμένη διπλωματική, βασίζεται στο μοντέλο που ανέπτυξαν οι Hou, Zeng, Sun [3], οι οποίοι θεώρησαν τη ζήτηση γνωστή. Επιπλέον, η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή θεωρήθηκε ότι είναι ίση με την ζήτηση. Στόχος τους είναι να βρεθεί η βέλτιστη ποσότητα κράτησης από τον δεύτερο προμηθευτή. Στο μοντέλο που αναλύουμε, θεωρήσαμε την ποσότητα της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή άγνωστη. Επίσης, η ζήτηση αρχικά θεωρήθηκε ότι είναι

γνωστή, ενώ στην συνέχεια θεωρήθηκε άγνωστη και ότι ακολουθεί τυχαία κατανομή. Δηλαδή, το μοντέλο μας, είναι μία γενική επέκταση του μοντέλου των Hou, Zeng, Sun.

Η συνεισφορά της παρούσης είναι ότι ανάλογα με της συνθήκες που υπάρχουν, ο καταναλωτής θα έχει την δυνατότητα να επιλέγει κάθε φορά την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας από κάθε προμηθευτή, έτσι ώστε να βγάξει το βέλτιστο κέρδος.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Γενικά, έχουν γίνει αρκετές μελέτες πάνω στον τομέα των εφοδιαστικών αλυσίδων. Ο Μαλινδρέτος [4] αναφέρει ότι η έννοια της εφοδιαστικής αλυσίδας άρχισε να χρησιμοποιείται έστω και σε πρώιμο στάδιο στις αρχές του 20^{ου} αιώνα όταν στα εργοστάσια εκείνης της εποχής υπήρχαν γραμμές συναρμολόγησης. Ο ίδιος επισημαίνει ότι η ανάπτυξη της εφοδιαστικής αλυσίδας έχει τεράστια σημασία τόσο για τον καταναλωτή, διότι χάρη στην ανάπτυξη της εφοδιαστικής αλυσίδας, υπάρχει η δυνατότητα τα αγαθά να μεταφερθούν πιο γρήγορα, και με αυτόν τον τρόπο να αυξηθεί η ποιότητα ζωής των καταναλωτών, όσο και για τις ίδιες τις επιχειρήσεις, διότι η η ανάπτυξη της εφοδιαστικής αλυσίδας βοηθάει, στο να ανταπεξέλθει στις νέες οικονομικές και κοινωνικές απαιτήσεις, και έτσι να καθίσταται κάθε εταιρία βιώσιμη.. Για τους παραπάνω λόγους, όλο και περισσότερες επιχειρήσεις προσπαθούν να προσαρμοστούν πάνω στο τομέα της διοίκησης των επιχειρήσεων με βάση τον τομέα της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Ο Hugos [5] θεωρεί ότι οι επιχειρήσεις πρέπει να λάβουν τις εξής αποφάσεις στον τομέα των εφοδιαστικών αλυσίδων πάνω σε πέντε περιοχές:

1. Προϊόντα Παραγωγής
2. Κατανομή Αποθεμάτων
3. Τοποθεσία
4. Μεταφορά
5. Πληροφόρηση

Τα αποτελέσματα των αποφάσεων για αυτές τις 5 κατηγορίες θα κρίνουν τις δυνατότητες και την αποτελεσματικότητα της επιχείρησης.

Επιπλέον σύμφωνα με την Beamon [6], οι εφοδιαστικές αλυσίδες ανάλογα με τις μεταβλητές που υπάρχουν μπορούν να διακριθούν στα κάτωθι τέσσερα μοντέλα:

1. Ντετερμινιστικά-Αναλυτικά μοντέλα στα οποία οι μεταβλητές είναι γνωστές και προσδιορισμένες

2. Στοχαστικά μοντέλα στα οποία τουλάχιστον μία μεταβλητή είναι άγνωστη και γίνεται η υπόθεση ότι ακολουθεί μία συγκεκριμένη πιθανότητα κατανομής
3. Οικονομικά μοντέλα
4. Μοντέλα προσομοίωσης

Εκτός όμως από τον καθαρά επιχειρησιακό τομέα, τα μοντέλα εφοδιαστικής αλυσίδας χρησιμοποιούνται και για διαφορετικούς λόγους, όπως για παράδειγμα για την προμήθεια προϊόντων ανθρωπιστικής βοήθειας. Σύμφωνα με τον Μαλλιαρο [7], για να γίνει μία γρήγορη και αποτελεσματική προμήθεια προϊόντων σε πληγέντες, χρειάζεται να δημιουργηθεί μία εφοδιαστική αλυσίδα, η οποία μάλιστα θα βοηθήσει στην αντιμετώπιση της καταστροφής σε ποσοστό 80%. Κάποια από τα κύρια μέρη μιας τέτοιας αλυσίδας είναι, οι προμηθευτές, οι χώροι αποθήκευσης των αποθεμάτων, τα κέντρα διανομής, οι μεταφορείς και η ασφάλεια.

Στην πρόβλημα που μελετάμε όμως, ο προμηθευτής είναι αναξιόπιστος. Στην μελέτη τους, οι Yuan, Bi, Fei, Liu [8], μελετούν ένα σύστημα εφοδιαστικής αλυσίδας το οποίο αποτελείται από έναν κατασκευαστή, έναν αξιόπιστο και έναν αναξιόπιστο προμηθευτή. Στο αναλυτικό μοντέλο που αναπτύξαν αποδείχθηκε ότι στην περίπτωση που υπάρχει εξωτερική χρηματοδότηση, η βέλτιστη στρατηγική διαφέρει ανάλογα με το όριο επιτοκίου. Συγκεκριμένα όταν το επιτόκιο βρίσκεται κάτω από αυτό το όριο, συμφέρει να χρησιμοποιείται ο αναξιόπιστος προμηθευτής, ενώ στην αντίθετη περίπτωση συμφέρει να χρησιμοποιείται ο αξιόπιστος.

Οι Benyoucef, Xie, Tanonkou [9], αναφέρονται επίσης σε πρόβλημα σχετικό με αναξιόπιστους προμηθευτές. Αυτοί, χρησιμοποιούν ένα μοντέλο δύο περιόδων για την λήψη της απόφασης, κατά το οποίο οι προμηθευτές είναι αξιόπιστοι στην πρώτη φάση, αλλά μπορεί να γίνουν αναξιόπιστοι στην δεύτερη φάση. Για να βελτιστοποιήσουν το πρόβλημα χρησιμοποιούν ένα μοντέλο Monte Carlo.

Από την μεριά τους, οι Hlioui, Gharbi, Hajji [10] τονίζουν, ότι το να γίνεται η επιλογή κάποιου προμηθευτή από κάποιον κατασκευαστή κάτω από βέλτιστες συνθήκες, θα βοηθήσει τις επιχειρήσεις να αναπτύξουν την παραγωγικότητα τους και να ελέγξουν το κόστος τους. Οι ίδιοι, μελετούν μία εφοδιαστική αλυσίδα, στην οποία υπάρχουν παραπάνω από ένας προμηθευτές και χαρακτηριστικά όπως το κόστος, η καθυστέρηση παράδοσης της παραγγελίας και η ποιότητα, αλλάζουν τυχαία με τον χρόνο. Επίσης, υπάρχει ένας μη αξιόπιστος κατασκευαστής, ο οποίος θεωρείται ότι λειτουργεί πάνω σε ένα δυναμικό στοχαστικό μοντέλο. Για να λυθεί το συγκεκριμένο

πρόβλημα, χρησιμοποιήθηκε ένας συνδυασμός μαθηματικής μορφοποίησης, προσομοίωσης και τεχνικών βελτιστοποίησης. Τα αποτελέσματα, στα οποία χρησιμοποιήθηκαν αριθμητικά παραδείγματα, έδειξαν ότι όσο μεγαλύτερη εξέταση προμηθευτών υπάρχει, τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η εξοικονόμηση του κόστους.

Άλλο ένα παρόμοιο μοντέλο πραγματεύονται οι Ganeshan, Tyworth, Guo [11]. Στην δικιά τους περίπτωση, ασχολούνται με ένα μοντέλο εφοδιαστικής αλυσίδας, στο οποίο ο κατασκευαστής έχει την δυνατότητα να επιλέξει για την παραγγελία του από δύο κατασκευαστές. Ο πρώτος είναι αξιόπιστος, και ο δεύτερος είναι αναξιόπιστος. Όμως, παρότι αρχικά η επιλογή του αξιόπιστου προμηθευτή φαίνεται η καλύτερη, διότι για τον αναξιόπιστο θα υπάρχουν μεγαλύτερα κόστη μεταφοράς, τελικά η επιλογή προμηθευτή γίνεται πιο δύσκολη καθώς ο αναξιόπιστος προμηθευτής, έχει την επιθυμία να προσφέρει μία έκπτωση αγοράς για τα προϊόντα του. Για να λυθεί το συγκεκριμένο πρόβλημα, γίνεται μία οικονομική ανάλυση για κάθε έναν προμηθευτή που περιλαμβάνει τα κόστη αγοράς και τα κόστη μεταφοράς. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται σε μία καμπύλη και έχουν ως σκοπό να απαντήσουν σε δύο βασικά ερωτήματα. Το πρώτο, αν πρέπει η παραγγελία να διασπαστεί και να αγοραστούν ποσότητες προϊόντων και από τους δύο προμηθευτές. Το δεύτερο, είναι ότι στην περίπτωση που τελικά αποφασιστεί ότι πρέπει να χωριστεί η παραγγελία, πόσο θα πρέπει να είναι το ποσοστό της έκπτωσης και το μέγεθος της παραγγελίας, έτσι ώστε ο κατασκευαστής να βγάλει κάποιο ποσό κέρδους.

Στο θέμα των Mandel και Vilms [12], αναπτύσσεται ένα μοντέλο εφοδιαστικής αλυσίδας για μία τοπική αποθήκη, το οποίο αποτελείται από δύο προμηθευτές, οι οποίοι έχουν διαφορετική αξιοπιστία. Για να λυθεί το συγκεκριμένο πρόβλημα αναπτύσσεται ένας αλγόριθμος, ο οποίος είναι μαθηματικά μοντελοποιημένος για δύο κατανομές ζήτησης. Η μία είναι ζήτηση Gauss, και η άλλη είναι σχεδόν ομοιόμορφη. Στα αποτελέσματα, παρουσιάζεται η εξάρτηση των παραμέτρων, και το κόστος για την βέλτιστη λύση.

Στο μοντέλο των Qi και Shen [13] παρουσιάζεται μία εφοδιαστική αλυσίδα, η οποία αποτελείται από έναν προμηθευτή, μία ή περισσότερες εγκαταστάσεις και μικροπωλητές. Λαμβάνονται υπόψη, οι γενικότερες περιπτώσεις μη αξιοπιστίας που υπάρχουν σε μία εφοδιαστική αλυσίδα. Στα αποτελέσματα παρουσιάζεται η βέλτιστη λύση, οι επιπτώσεις της αναξιόπιστίας στις αποφάσεις που αφορούν τον σχεδιασμό, καθώς και ένας αλγόριθμος επίλυσης του μοντέλου.

Οι Ιακώβου, Βλάχος και Ξανθόπουλος [14], υποστηρίζουν ότι λόγω της παγκοσμιοποίησης, όλο και περισσότερες εταιρίες βασίζουν ένα μεγάλο μέρος της εφοδιαστικής τους αλυσίδας σε τρίτους. Επιπλέον, αναφέρουν ότι η ευελιξία είναι μία αποτελεσματική μέθοδος, έτσι ώστε να μειωθεί ο κίνδυνος που υπάρχει πάνω σε εφοδιαστικές αλυσίδες που εμφανίζεται το φαινόμενο της αναξιοπιστίας. Στο θέμα τους μελετούν ένα στοχαστικό μοντέλο που αφορά μία εφοδιαστική αλυσίδα με δύο αναξιόπιστους προμηθευτές. Στα αποτελέσματά τους, περιέχονται διαχειριστικές γνώσεις αλλά και η σωστή αξιολόγηση της αξίας των στρατηγικών έκτακτης ανάγκης που μπορεί να χρειαστούν, έτσι ώστε να υπάρχουν σωστές αποφάσεις πάνω στην διαχείριση της αναξιοπιστίας των εφοδιαστικών αλυσίδων.

Οι Azaron, Brown, Tarim, Modarres [15], αναλύουν ένα μοντέλο στοχαστικού προγραμματισμού, το οποίο αφορά μία εφοδιαστική αλυσίδα, κατά την οποία η ζήτηση, η προμήθεια, η επεξεργασία, η μεταφορά και το κόστος επέκτασης της χωρητικότητας, θεωρούνται αβέβαιοι παράμετροι. Για να αναπτυχθεί το συγκεκριμένο πρόβλημα, προστίθενται στο κλασικό πρόβλημα προγραμματισμού μιας εφοδιαστικής αλυσίδας, δύο επιπλέον αντικειμενικές συναρτήσεις. Οι στόχοι του συγκεκριμένου μοντέλου περιλαμβάνουν την ελαχιστοποίηση του κόστους επένδυσης σε συνδυασμό με τα αναμενόμενα κόστη επεξεργασίας, μεταφοράς, έλλειψης προϊόντων και επέκτασης χωρητικότητας, την ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του συνολικού κόστους και την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας να μην συμπληρωθεί ένας συγκεκριμένος προϋπολογισμός. Στο συγκεκριμένο μοντέλο, λαμβάνονται επίσης υπόψη η αναξιοπιστία των προμηθευτών και η επέκταση της χωρητικότητας. Για να βρεθούν οι βέλτιστες λύσεις που χρησιμοποιούνται στην λήψη αποφάσεων, χρησιμοποιείται η τεχνική επίτευξης στόχου.

Οι Ozbayrak, Παπαδοπούλου, Akgum [16] υπογραμμίζουν ότι, καθώς το ενδιαφέρον για τα συστήματα εφοδιαστικής αλυσίδας γίνεται όλο και μεγαλύτερο, πρέπει να χρησιμοποιούνται οι κατάλληλοι μέθοδοι έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η αποτελεσματικότητά τους. Επίσης αναφέρεται ότι έχουν γίνει λίγες προσπάθειες μοντελοποίησης μιας εφοδιαστικής αλυσίδας. Όμως, σε αυτήν την περίπτωση παρουσιάζεται ένας τρόπος μοντελοποίησης μιας εφοδιαστικής αλυσίδας που περιλαμβάνει τέσσερις προμηθευτές και έναν κατασκευαστή. Ο στόχος είναι η μοντελοποίηση του συγκεκριμένου δικτύου εφοδιαστικής αλυσίδας. Επιπλέον, μελετάται η απόδοση του συστήματος, η οποία συγκρίνεται με οκτώ διαφορετικά σενάρια που δοκιμάζονται κάτω από πραγματικές συνθήκες. Εκτός από την απόδοση

μελετώνται επίσης βασικοί όροι όπως το WIP, το απόθεμα, οι καθυστερημένες παραγγελίες και η ικανοποίηση των πελατών. Όλοι οι παραπάνω όροι θα αναλυθούν για κάθε σενάριο.

Οι Rezarour, Farahani, Pourakbar [17] μελετούν ένα πραγματικό μοντέλο εφοδιαστικής αλυσίδας που αφορά τον εφοδιασμό αυτοκινήτων. Τα προβλήματα που υπάρχουν σε αυτήν την εφοδιαστική αλυσίδα είναι η αναξιοπιστία των προμηθευτών και ο σκληρός ανταγωνισμός. Όμως οποιαδήποτε διαταραχή υπάρχει στην εφοδιαστική αλυσίδα μπορεί να οδηγήσει στην απώλεια κέρδους το οποίο θα καταλήξει στους ανταγωνιστές. Για αυτόν τον λόγο, ο στόχος είναι να δημιουργηθεί μία πολιτική η οποία θα επιτρέπει στην εφοδιαστική αλυσίδα στην περίπτωση που υπάρξει κάποια διαταραχή, να επηρεαστεί ελάχιστα από αυτήν. Για αυτόν τον σκοπό, υπάρχουν τρεις διαθέσιμες πολιτικές. Η πρώτη είναι, η διατήρηση αποθέματος για περιπτώσεις έκτακτης ανάγκης στους πωλητές. Η δεύτερη είναι να υπάρξει δέσμευση εφεδρικών προϊόντων από τους προμηθευτές, ενώ η τρίτη είναι να υπάρχει πολλαπλή προμήθεια. Για να λυθεί το πρόβλημα δημιουργείται ένα ακέραιο μη γραμμικό μοντέλο το οποίο επιλύεται με μία τμηματικά γραμμική μέθοδο. Τα αποτελέσματα, δείχνουν ότι η εφαρμογή πολιτικών που μειώνουν τον κίνδυνο βοηθούν τόσο την εφοδιαστική αλυσίδα στον τομέα της αύξησης του κέρδους όσο και τον πελάτη σταθεροποιώντας τις τιμές στην αγορά. Επιπλέον, αναφέρεται ότι η καλύτερη πολιτική είναι η διατήρηση αποθέματος στους πωλητές, στην περίπτωση που οι προμηθευτές είναι αναξιόπιστοι.

Οι Kumar, Basu, Avittathur [18], ασχολούνται με μία περίπτωση εφοδιαστικής αλυσίδας στην οποία υπάρχει ένας μικροπωλητής, ο οποίος πρέπει να ανταγωνιστεί έναν άλλον μικροπωλητή που όμως έχει πιο αξιόπιστη εφοδιαστική αλυσίδα. Για να το κάνει αυτό ο μικροπωλητής έχει δύο επιλογές. Είτε να προσαρμόσει τις τιμές πώλησης του, είτε να διαχωρίσει την προμήθεια του μεταξύ ενός αναξιόπιστου αλλά πιο φθινό προμηθευτή και έναν πιο αξιόπιστο, αλλά ταυτόχρονα πιο ακριβό προμηθευτή. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο μικροπωλητής, πρέπει να προμηθεύεται τα προϊόντα του από τον αξιόπιστο προμηθευτή όταν έχει μεγάλη ζήτηση. Στην αντίθετη περίπτωση, όταν το πλεονέκτημα το έχει ο ανταγωνιστής, τότε ο μικροπωλητής πρέπει να προμηθεύεται τα προϊόντα του από την αναξιόπιστο προμηθευτή, κάνοντας ταυτόχρονα και μία προσαρμογή στις τιμές πώλησης.

Οι Hota, Sarkar, Ghosh [19], αναλύουν ένα μοντέλο εφοδιαστικής αλυσίδας, κατά το οποίο υπάρχουν αναξιόπιστοι προμηθευτές αλλά όμως η ζήτηση εξαρτάται από την επιχείρηση. Κάποιες από τις μεταβλητές που υπάρχουν είναι το κόστος μεταφοράς, το

κόστος εγκατάστασης, το κόστος εκπομπής άνθρακα, το κόστος παραγγελίας και το κόστος ποιότητας. Για να μειωθούν τα παραπάνω κόστη, η επιχείρηση κάνει διάφορες επενδύσεις. Επιπλέον, η ζήτηση ακολουθεί κανονική κατανομή. Ο στόχος, είναι η βελτιστοποίηση του συνολικού κόστους της εφοδιαστικής αλυσίδας, καθώς επίσης και η επίλυση του προβλήματος που δημιουργεί η αναξιοπιστία του προμηθευτή. Στα αποτελέσματα συζητούνται η ευαισθησία των παραμέτρων, καθώς επίσης και κάποιες ειδικές περιπτώσεις.

Βιβλιογραφία πάνω στην ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας, υπάρχει μόνο πάνω στην περίπτωση του lot sizing problem. Δηλαδή, όταν η ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας, αναγκάζει τις επιχειρήσεις να παράγουν παρτίδες προϊόντων, που θα είναι μεγαλύτερες από μία ορισμένη ποσότητα. Αυτό το ζήτημα πραγματεύονται οι Hellion, Mangiune, Penz [20], οι Porras, Dekker [21], οι Park, Klabjan [22] και οι Kiesmuller, Kok, Dabia [23].

1.3 Οργάνωση διπλωματικής εργασίας

Το υπόλοιπο της διπλωματικής εργασίας χωρίζεται σε δύο ενότητες που καταλαμβάνουν τα Κεφάλαια 2-3 αντίστοιχα. Συγκεκριμένα:

Στο Κεφάλαιο 2, ορίζονται οι παράμετροι και οι μεταβλητές του προβλήματος για την περίπτωση που μόνο το ποσοστό των ελλαττωματικών προϊόντων ακολουθεί τυχαία κατανομή. Επιπλέον, παρουσιάζεται και αναλύεται η αντικειμενική συνάρτηση του. Επίσης, αναλύεται μέσω κάποιων παραδειγμάτων η επίδραση της εμφάνισης πολλαπλών βέλτιστων που μπορεί να έχει η αντικειμενική συνάρτηση. Τέλος, επισκοπούνται διαγράμματα, που εμφανίζουν την επίδραση των παραμέτρων στις βέλτιστες τιμές.

Στο κεφάλαιο 3, ορίζονται οι παράμετροι και οι μεταβλητές απόφασης, καθώς επίσης και η αντικειμενική συνάρτηση η οποία θα αναλυθεί, αυτήν την φορά όμως για την περίπτωση στην οποία και η ζήτηση είναι τυχαία κατανομή εκτός από το ποσοστό των ελλαττωματικών. Παρουσιάζονται επίσης διαγράμματα, με εμφάνιση της επίδρασης των παραμέτρων στις βέλτιστες τιμές.

Τέλος στο κεφάλαιο 4, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας, και κάποιες προτάσεις για περαιτέρω εργασίες.

Κεφάλαιο 2. Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΩΝ ΕΛΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΙΟΝΤΩΝ ΜΕ ΓΝΩΣΤΗ ΖΗΤΗΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστεί και θα αναλυθεί το μοντέλο του προβλήματος, αναφορικά με την περίπτωση που το ποσοστό των ελλειψιματικών προϊόντων ακολουθεί τυχαία κατανομή.

Το συγκεκριμένο κεφάλαιο οργανώνεται ως εξής. Στην Ενότητα 2.1 θα γίνει ο ορισμός των μεταβλητών και των παραμέτρων. Στην Ενότητα 2.2 θα γίνει η μοντελοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Στην Ενότητα 2.3 θα γίνει αναφορά στην σημασία και στην επιρροή της κοιλότητας στις βέλτιστες τιμές. Τέλος, στην ενότητα 2.4 θα παρουσιαστούν διαγράμματα που θα δείχνουν την επιρροή των παραμέτρων και την ευαισθησία των βέλτιστων τιμών της συνάρτησης.

2.1 Ορισμός Παραμέτρων και Μεταβλητών του προβλήματος

$P(Q, R)$: Είναι η συνάρτηση κέρδους του προβλήματος που αργότερα βελτιστοποιείται. Περιέχει 2 μεταβλητές η οποίες είναι:

- Q : Είναι η ποσότητα τεμαχίων που αγοράζεται από τον πρώτο προμηθευτή.
- R : Είναι η ποσότητα τεμαχίων που γίνεται κράτηση από τον δεύτερο προμηθευτή.

$c1$: Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον πρώτο προμηθευτή.

cr : Είναι το κόστος κράτησης ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή.

$c2$: Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή

$c3$: Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή, το οποίο αφορά προϊόντα που θα αγοραστούν στην περίπτωση που χρειαστούν επιπλέον των προϊόντων για τα οποία έγινε κράτηση.

s : Τιμή πώλησης προϊόντων.

d : Ζήτηση προϊόντων.

x : Ποσοστό μη ελλειψιματικών προϊόντων.

$f(x)$: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

$E(x)$: Κατανομή μη ελλαττωματικών προϊόντων.

h : Μειωμένη τιμή πώλησης προϊόντων.

cu : Κόστος μη πώλησης προϊόντων.

MOQ : Ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας.

2.2 Μοντελοποίηση Αντικειμενικής Συνάρτησης

Για την μοντελοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης ακολουθήθηκε η εξής διαδικασία.

Αρχικά, θεωρήθηκε ότι η ποσότητα της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ζήτηση (d). Όμως, αργότερα διαπιστώθηκε ότι σε ορισμένες περιπτώσεις, οι βέλτιστες λύσεις υπάρχουν για τιμές της ποσότητας της παραγγελίας του πρώτου προμηθευτή (Q), μικρότερες της ζήτησης (d). Επιπλέον, η ποσότητα της παραγγελίας από τον δεύτερο προμηθευτή (R), θεωρήθηκε ότι μπορεί να είναι μικρότερη ή ίση της ζήτησης (d). Οι παρακάτω εξισώσεις αφορούν την περίπτωση όπου $Q \geq d$

Στην αρχή, αφαιρέθηκε από την συνάρτηση κέρδους το κόστος αγοράς των μη ελλαττωματικών προϊόντων από τον πρώτο προμηθευτή και το κόστος της κράτησης των προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή. Ουσιαστικά, Δηλαδή:

$$P(Q, R) = -c1 * Q * E(x) - cr * R$$

Μετά, δημιουργήθηκαν ολοκληρώματα τα οποία έχουν ως όρια, τα πιθανά ποσοστά των μη ελλαττωματικών προϊόντων. Άρα, στην πρώτη περίπτωση το ποσοστό των μη ελλαττωματικών προϊόντων είναι μεγαλύτερο ή ίσο με την ζήτηση. Δηλαδή ισχύει:

$$Q * x \geq d \Rightarrow x \geq d/Q$$

Σε αυτήν την περίπτωση, τα προϊόντα που παράγει ο πρώτος προμηθευτής είναι αρκετά και δεν χρειάζεται να αγοραστούν κάποια προϊόντα από τον δεύτερο προμηθευτή. Έτσι, η ποσότητα των προϊόντων που είναι ίσα με την ζήτηση θα πωληθεί στην αρχική τιμή (s), και τα υπόλοιπα προϊόντα τα οποία θα περισσέψουν θα πωληθούν στην μειωμένη τιμή (h). Άρα, η συνάρτηση στο ολοκλήρωμα είναι :

$$[s * d + h * (Q * x - d)] * f(x)$$

Έτσι η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την εξής μορφή:

$$P(Q, R) = -c_1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{d/Q}^1 [s * d + h * (Q * x - d)] * f(x) dx$$

Στην επόμενη περίπτωση η ποσότητα των μη ελαττωματικών προϊόντων από τον πρώτο προμηθευτή είναι μικρότερη ή ίση με την ζήτηση. Ταυτόχρονα όμως, είναι μεγαλύτερη ή ίση με την ζήτηση η συγκεκριμένη ποσότητα, στην περίπτωση που αγοραστούν ορισμένα ή όλα τα προϊόντα τα οποία κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή. Δηλαδή να ισχύει ταυτόχρονα :

$$Q * x \leq d \Rightarrow x \leq d/Q$$

και

$$Q * x + R \geq d \Rightarrow x \geq (d - R)/Q$$

Εδώ, στην συνάρτηση του ολοκληρώματος, θα αφαιρεθεί το κόστος της αγοράς των προϊόντων που θα αγοραστούν από τον δεύτερο προμηθευτή, και θα προστεθούν τα έσοδα, τα οποία προέρχονται από την πώληση της ποσότητας των προϊόντων, η οποία είναι ίση με την ζήτηση. Δηλαδή η συνάρτηση είναι:

$$[-c_2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x)$$

Άρα η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την εξής μορφή:

$$P(Q, R) = -c_1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{d/Q}^1 [s * d + h * (Q * x - d)] * f(x) dx + \int_{(d-R)/Q}^{d/Q} [-c_2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx$$

Στην συνέχεια υπάρχει η περίπτωση στην οποία τα μη ελαττωματικά προϊόντα από τον πρώτο προμηθευτή σε συνδυασμό με την αγορά όλων των προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή δεν είναι επαρκή για να καλυφθεί η ζήτηση. Ταυτόχρονα όμως, σε περίπτωση που αγοραστούν επιπλέον προϊόντα από τον δεύτερο προμηθευτή, για τα οποία όμως η ποσότητά τους θα πρέπει να είναι ίση με την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας (MOQ), τότε η ποσότητα προϊόντων της ζήτησης θα ξεπεραστεί. Έτσι, υπάρχουν δύο δυνατότητες. Είτε να μην αγοραστούν επιπλέον προϊόντα και να υπάρχει ένα επιπλέον έξοδο, το οποίο να αφορά την μη πώληση προϊόντων (cu), είτε να αγοραστεί μία ποσότητα προϊόντων που θα είναι ίση με την

ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας και η ποσότητα των προϊόντων που θα είναι επιπλέον της ζήτησης να πωληθεί σε μειωμένη τιμή (h). Για να διακριθούν αυτές οι περιπτώσεις χρειάζεται να αναλυθούν οι εξισώσεις που τις περιγράφουν, και στην συνέχεια να θεωρηθεί ότι είναι ίσες, έτσι ώστε να βρεθεί το όριο που τις διαχωρίζει.

Για την πρώτη περίπτωση, τα έξοδα είναι η αγορά των προϊόντων που έχουν κρατηθεί και το κόστος της μη πώλησης των προϊόντων που είναι η διαφορά της ζήτησης με τα μη ελλαττωματικά προϊόντα και τα προϊόντα που κρατήθηκαν. Τα έσοδα θα αφορούν το σύνολο των προϊόντων που αγοράστηκαν στην αρχική τιμή (s). Άρα η εξίσωση είναι η εξής:

$$[-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x)$$

Για την δεύτερη περίπτωση, τα έξοδα αφορούν την αγορά των προϊόντων που κρατήθηκαν, αλλά και την αγορά των επιπλέον προϊόντων που η ποσότητα τους θα ισούται με την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας, σε αυξημένη τιμή (c3). Στα έσοδα, είναι η πώληση της ποσότητας των προϊόντων που είναι ίση με την ζήτηση στην αρχική τιμή (s), και η πώληση των υπόλοιπων στην μειωμένη τιμή (h). Άρα η εξίσωση είναι η εξής :

$$[-c2 * R - c3 * MOQ + s * d + h * (Q * x + R + MOQ - d)] * f(x)$$

Συνδυάζοντας τις δύο εξισώσεις και λύνοντας ως προς x προκύπτει ότι:

$$x = \frac{d - R}{Q} + MOQ * \frac{h - c3}{Q * (s + cu - h)}$$

Έτσι, θα ισχύει η πρώτη εξίσωση στην περίπτωση που για το ποσοστό των ελλαττωματικών προϊόντων ισχύει ότι :

$$x \leq (d - R)/Q$$

και

$$x \geq \frac{d - R}{Q} + MOQ * \frac{h - c3}{Q * (s + cu - h)}$$

Άρα, η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την εξής μορφή:

$$P(Q, R) = -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{d/Q}^1 [s * d + h * (Q * x - d)] * f(x) dx +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{(d-R)/Q}^{d/Q} [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx + \\
& + \int_{\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}}^{(d-R)/Q} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx
\end{aligned}$$

Η δεύτερη εξίσωση θα ισχύει όταν :

$$x \leq \frac{d - R}{Q} + MOQ * \frac{h - c3}{Q * (s + cu - h)}$$

και όταν το άθροισμα των μη ελαττωματικών προϊόντων του πρώτου προμηθευτή, των προϊόντων που κρατήθηκαν και των προϊόντων της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας είναι μεγαλύτερα ή ίσο με την ζήτηση.

Δηλαδή :

$$x \geq \frac{d - R - MOQ}{Q}$$

Έτσι η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την εξής μορφή:

$$\begin{aligned}
P(Q, R) = & -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{d/Q}^1 [s * d + h * (Q * x - d)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(d-R)/Q}^{d/Q} [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx + \\
& + \int_{\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}}^{(d-R)/Q} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx + \\
& + \int_{\frac{\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}}{Q}}^{\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}} [-c2 * R - c3 * MOQ + s * d + h * (Q * x + R + MOQ - d)] * \\
& f(x) dx
\end{aligned}$$

Τέλος, υπάρχει η πιθανότητα το ποσοστό των μη ελαττωματικών προϊόντων να είναι τέτοιο, που για να καλυφθεί η ζήτηση να χρειάζεται να αγοραστούν όλα τα προϊόντα, τα οποία κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή και να υπάρχει η ανάγκη να αγοραστούν και άλλα προϊόντα, των οποίων η ποσότητα να είναι μεγαλύτερη από αυτήν της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας. Δηλαδή να ισχύει:

$$x \geq \frac{d - R - MOQ}{Q} \quad \text{και}$$

$$x \geq 0$$

Εδώ, ως έξοδα υπάρχει η αγορά των προϊόντων που κρατήθηκαν και η αγορά προϊόντων σε αυξημένη τιμή ($c3$), η ποσότητα των οποίων θα είναι τέτοια έτσι ώστε να καλυφθεί η ποσότητα της ζήτησης. Τα έσοδα, αφορούν την πώληση όλων των προϊόντων στη αρχική τιμή (s). Δηλαδή η εξίσωση του ολοκληρώματος θα έχει την εξής μορφή :

$$[-c2 * R - c3 * (d - Q * x - R) + s * d] * f(x)$$

Έτσι η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την εξής μορφή:

$$\begin{aligned} P(Q, R) = & -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{d/Q}^1 [s * d + h * (Q * x - d)] * f(x) dx + \\ & + \int_{(d-R)/Q}^{d/Q} [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx + \\ & + \int_{\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}}^{(d-R)/Q} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx + \\ & + \int_{\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}}^{\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}} [-c2 * R - c3 * MOQ + s * d + h * (Q * x + R + MOQ - d)] * \\ & f(x) dx + \int_0^{\frac{d-R-MOQ}{Q}} [-c2 * R - c3 * (d - Q * x - R) + s * d] * f(x) dx \end{aligned}$$

Όμως παρατηρήθηκε ότι κάποια όρια των ολοκληρωμάτων της συνάρτησης μπορεί, ανάλογα με τις τιμές του R , να έχουν αρνητικό πρόσημο. Αυτά τα όρια είναι τα εξής:

$$x = \frac{d - R}{Q} + MOQ * \frac{h - c3}{Q * (s + cu - h)}$$

και

$$x = \frac{d - R - MOQ}{Q}$$

Έτσι, πρέπει να ληφθούν υπόψιν δύο επιπλέον περιπτώσεις. Πρώτα, αυτήν για την οποία ισχύουν τα εξής :

$$\frac{d - R - MOQ}{Q} < 0 \quad \text{και}$$

$$\frac{d - R}{Q} + MOQ * \frac{h - c3}{Q * (s + cu - h)} \geq 0$$

Σε αυτήν την περίπτωση ο τελευταίος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης δεν μπορεί να υπάρξει.

Άρα για αυτήν την περίπτωση η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την εξής μορφή :

$$\begin{aligned}
P(Q, R) = & -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{d/Q}^1 [s * d + h * (Q * x - d)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(d-R)/Q}^{d/Q} [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx + \\
& + \int_{\frac{d-R}{Q} + MOQ}^{\frac{(d-R)/Q}{Q} + \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx + \\
& + \int_0^{\frac{d-R}{Q} + MOQ} [-c2 * R - c3 * MOQ + s * d + h * (Q * x + R + MOQ - d)] * \\
& f(x) dx
\end{aligned}$$

Τέλος υπάρχει και η περίπτωση στην οποία ισχύει :

$$\frac{d - R}{Q} + MOQ * \frac{h - c3}{Q * (s + cu - h)} \leq 0$$

Για αυτήν την περίπτωση ένας επιπλέον όρος δεν μπορεί να υπάρξει, και έτσι η αντικειμενική συνάρτηση έχει την εξής μορφή :

$$\begin{aligned}
P(Q, R) = & -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{d/Q}^1 [s * d + h * (Q * x - d)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(d-R)/Q}^{d/Q} [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx + \\
& + \int_0^{(d-R)/Q} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx
\end{aligned}$$

Έτσι η τελική μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι η εξής:

- Όταν $\frac{d-R-MOQ}{Q} \geq 0$

$$\begin{aligned}
P(Q, R) = & -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{d/Q}^1 [s * d + h * (Q * x - d)] * f(x) dx + \\
& + \int_{(d-R)/Q}^{d/Q} [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx + \\
& + \int_{\frac{d-R}{Q} + MOQ}^{\frac{(d-R)/Q}{Q} + \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx +
\end{aligned}$$

$$+ \int_{\frac{d-R-MOQ}{Q}}^{\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}} [-c2 * R - c3 * MOQ + s * d + h * (Q * x + R + MOQ - d)] * f(x) dx + \int_0^{\frac{d-R-MOQ}{Q}} [-c2 * R - c3 * (d - Q * x - R) + s * d] * f(x) dx$$

- Όταν $\frac{d-R-MOQ}{Q} \leq 0$ και $\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)} \geq 0$

$$P(Q, R) = -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{d/Q}^1 [s * d + h * (Q * x - d)] * f(x) dx + \int_{(d-R)/Q}^{d/Q} [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx + \int_{\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}}^{(d-R)/Q} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx + \int_0^{\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)}} [-c2 * R - c3 * MOQ + s * d + h * (Q * x + R + MOQ - d)] * f(x) dx$$

- Αλλιώς:

$$P(Q, R) = -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{d/Q}^1 [s * d + h * (Q * x - d)] * f(x) dx + \int_{(d-R)/Q}^{d/Q} [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx + \int_0^{(d-R)/Q} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx$$

Όμως, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σε μερικά παραδείγματα παρατηρήθηκε ότι οι βέλτιστες τιμές ακολουθούσαν την συνθήκη $Q < d$. Σε αυτό το ενδεχόμενο, το πρώτο ολοκλήρωμα σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις δεν υπάρχει, αφού $\frac{d}{Q} > 1$. Άρα, το συγκεκριμένο ολοκλήρωμα δεν έχει νόημα ορισμού.

Έτσι σε αυτήν την περίπτωση η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την εξής μορφή:

- Όταν $\frac{d-R-MOQ}{Q} \geq 0$

$$P(Q, R) = -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{(d-R)/Q}^1 [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\frac{d-R}{Q} + MOQ}^{\frac{(d-R)/Q}{Q} + MOQ} \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx + \\
& + \int_{\frac{d-R}{Q} + MOQ}^{\frac{d-R}{Q} + MOQ} \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)} [-c2 * R - c3 * MOQ + s * d + h * (Q * x + R + MOQ - d)] * \\
& f(x) dx + \int_0^{\frac{d-R-MOQ}{Q}} [-c2 * R - c3 * (d - Q * x - R) + s * d] * f(x) dx
\end{aligned}$$

- Όταν $\frac{d-R-MOQ}{Q} \leq 0$ και $\frac{d-R}{Q} + MOQ * \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)} \geq 0$

$$P(Q, R) = -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{(d-R)/Q}^1 [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * f(x) dx +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\frac{d-R}{Q} + MOQ}^{\frac{(d-R)/Q}{Q} + MOQ} \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx + \\
& + \int_0^{\frac{d-R}{Q} + MOQ} \frac{h-c3}{Q*(s+cu-h)} [-c2 * R - c3 * MOQ + s * d + h * (Q * x + R + MOQ - d)] * \\
& f(x) dx
\end{aligned}$$

- Αλλιώς

$$\begin{aligned}
P(Q, R) & = -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_{(d-R)/Q}^1 [-c2 * (d - Q * x) + s * d] * \\
& f(x) dx + \\
& + \int_0^{(d-R)/Q} [-c2 * R - cu * (d - Q * x - R) + s * (Q * x + R)] * f(x) dx
\end{aligned}$$

2.3 Διαγράμματα Επιρροής της Κοιλότητας στο Πρόβλημα

Στην συγκεκριμένη ενότητα, παρουσιάζεται η επιρροή που έχει η κοιλότητα της συνάρτησης στις βέλτιστες τιμές της. Για αρκετές τιμές των παραμέτρων, η αντικειμενική συνάρτηση παρουσιάζει ένα τοπικό βέλτιστο, κάτι το οποίο βοηθάει το πρόγραμμα βελτιστοποίησης να βρει τις σωστές βέλτιστες τιμές. Όμως υπάρχουν κάποιες τιμές των παραμέτρων, για τις οποίες η συνάρτηση παρουσιάζει παραπάνω από ένα τοπικό βέλτιστο, κάτι το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε λάθος βέλτιστες τιμές, καθώς το πρόγραμμα μπορεί να εντοπίσει το τοπικό βέλτιστο της συνάρτησης, αλλά όχι το ολικό.

Για αυτόν τον λόγο, παρουσιάζονται παρακάτω διαγράμματα της τιμής του κέρδους της συνάρτησης, συναρτήσει της ποσότητας των τεμαχίων που γίνεται κράτηση από τον δεύτερο προμηθευτή (fval-R). Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), θεωρήθηκε σταθερή στην συγκεκριμένη περίπτωση.

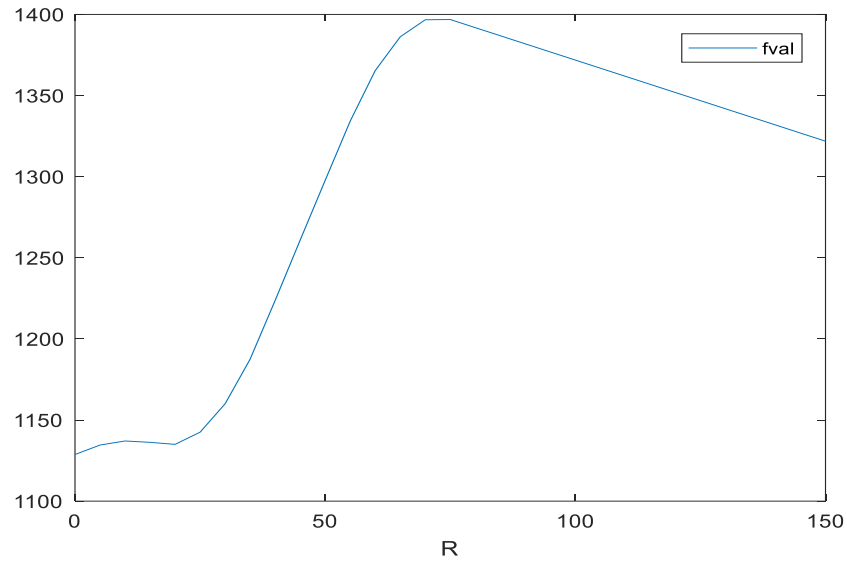
Οι αρχικές τιμές των παραμέτρων. Είναι οι εξής:

- $c1=5$
- $c2=4,5$
- $cr=1$
- $c3=11$
- $s=15$
- $h=2$
- $cu=6$
- $MOQ=17$
- $d=150$
- f : ομοιόμορφη με κάτω και άνω όρια αντίστοιχα 0,5- 0,75
- Μέση Τιμή =0,625

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα fval-R για τις τιμές που παρουσιάζουν παραπάνω από ένα βέλτιστο. Οι τιμές των παραμέτρων που αναφέρονται, είναι αυτές για τις οποίες υπήρξε αλλαγή σε σχέση με τις αρχικές. Για τις παραμέτρους που δεν υπάρχει αναφορά, οι τιμές τους είναι ίδιες με τις αρχικές, που αναφέρθηκαν πιο πάνω.

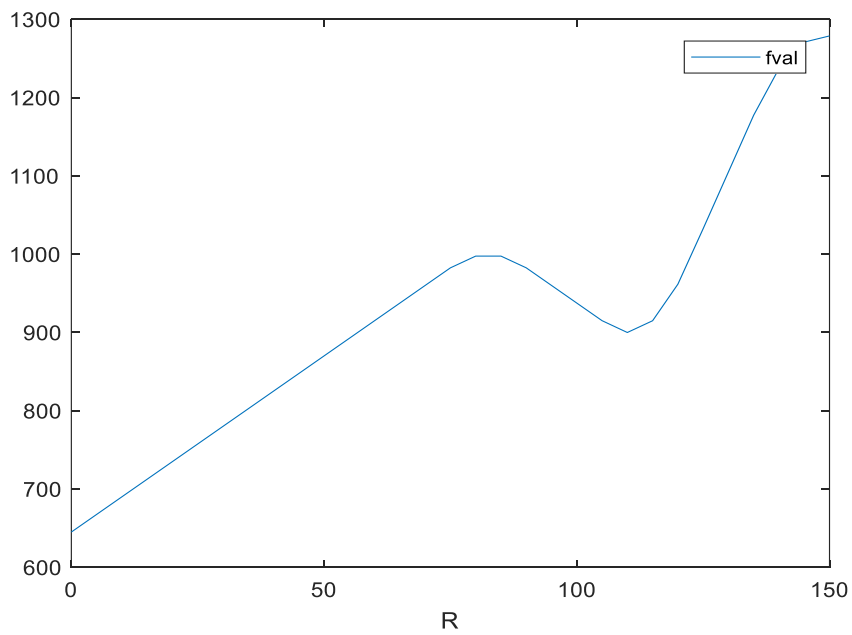
Διαγράμματα fval-R με σταθερό Q

- **Q=150 MOQ=60 h=6 c2=5.5**



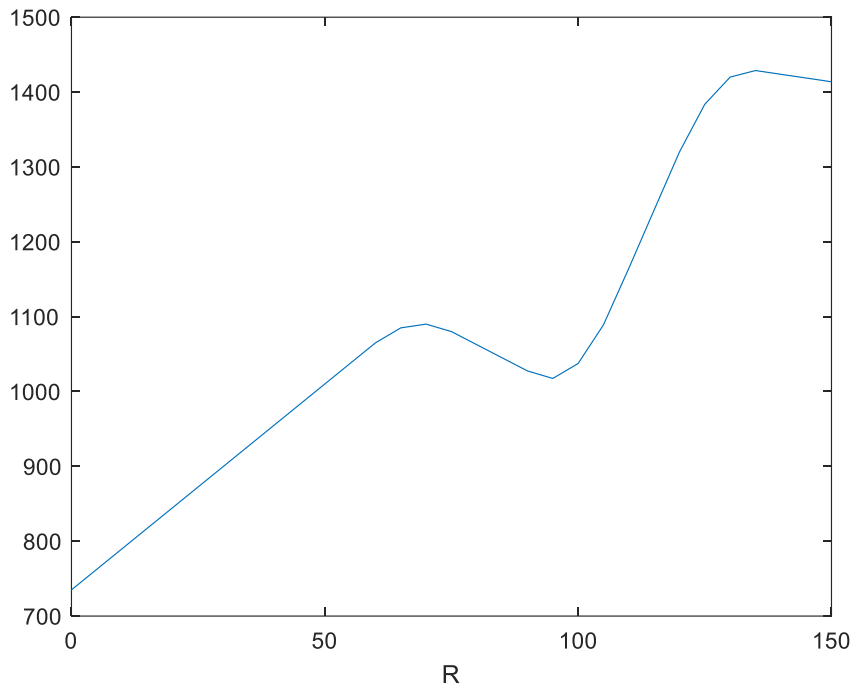
Διάγραμμα 1. Διάγραμμα fval-R

- **Q=150 MOQ=60 C2=5.5 μέση τιμή =0.05 εύρος κάτω-άνω ορίου 0-0.1**



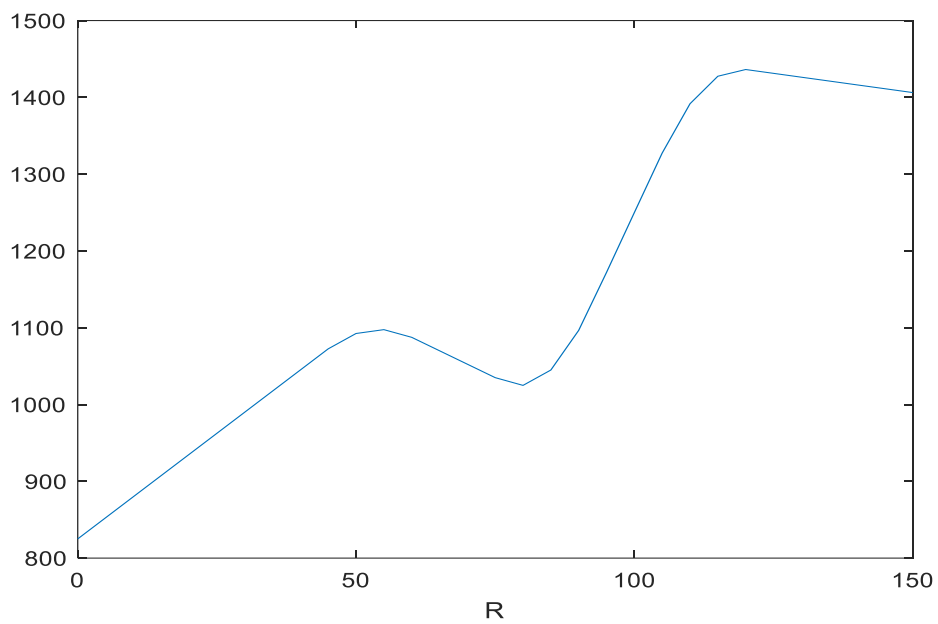
Διάγραμμα 2. Διάγραμμα fval-R

- **Q=150 MOQ=60 C2=4.5 μέση τιμή =0.15 εύρος κάτω-άνω ορίου 0.1-0.2**



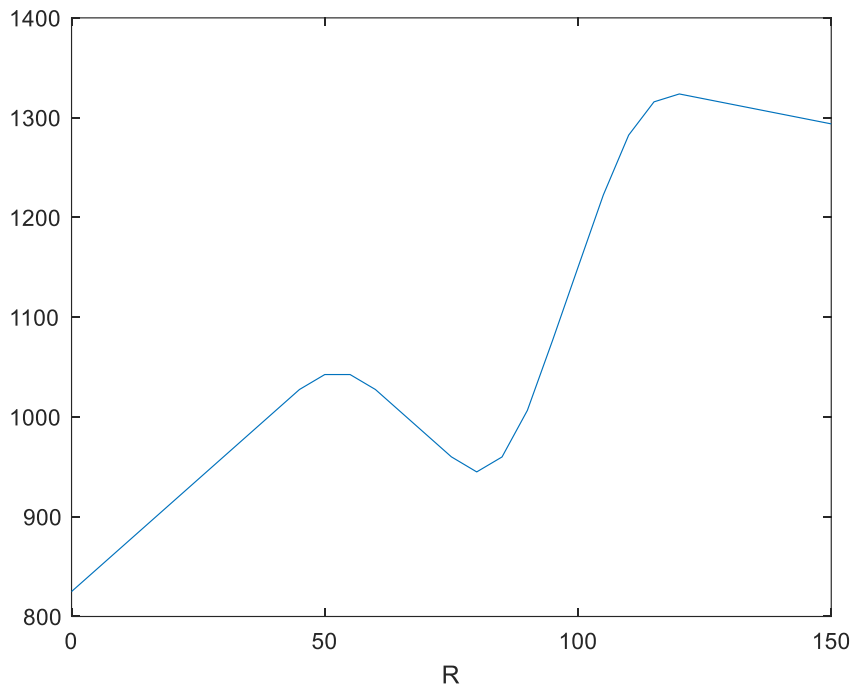
Διάγραμμα 3. Διάγραμμα fval-R

- **Q=150 MOQ=60 C2=4.5 μέση τιμή =0.25 εύρος κάτω-άνω ορίου 0.2-0.3**



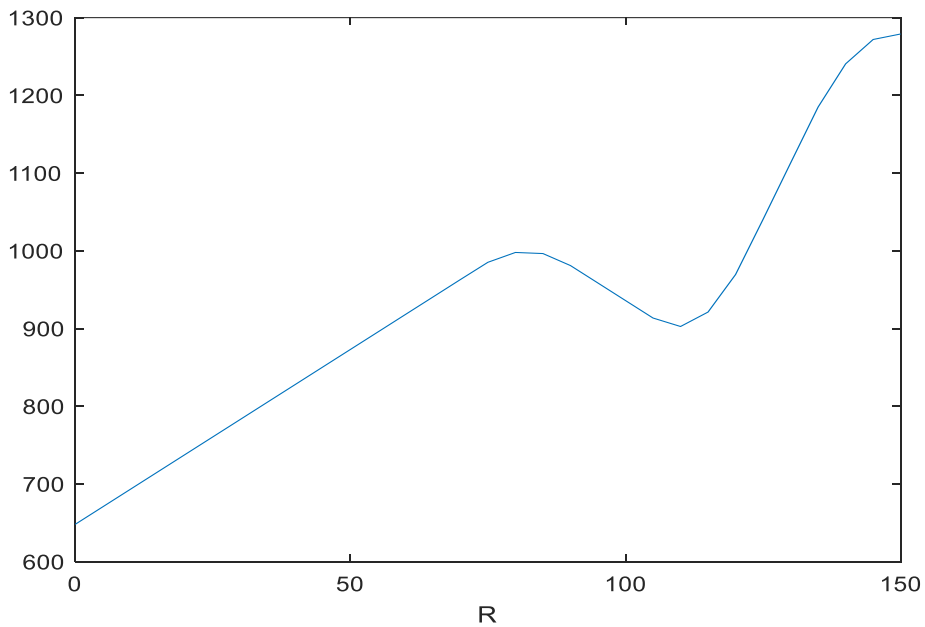
Διάγραμμα 4. Διάγραμμα fval-R

- **Q=150 MOQ=60 C2=5.5 μέση τιμη=0.25 εύρος κάτω- άνω ορίου 0.2-0.3**



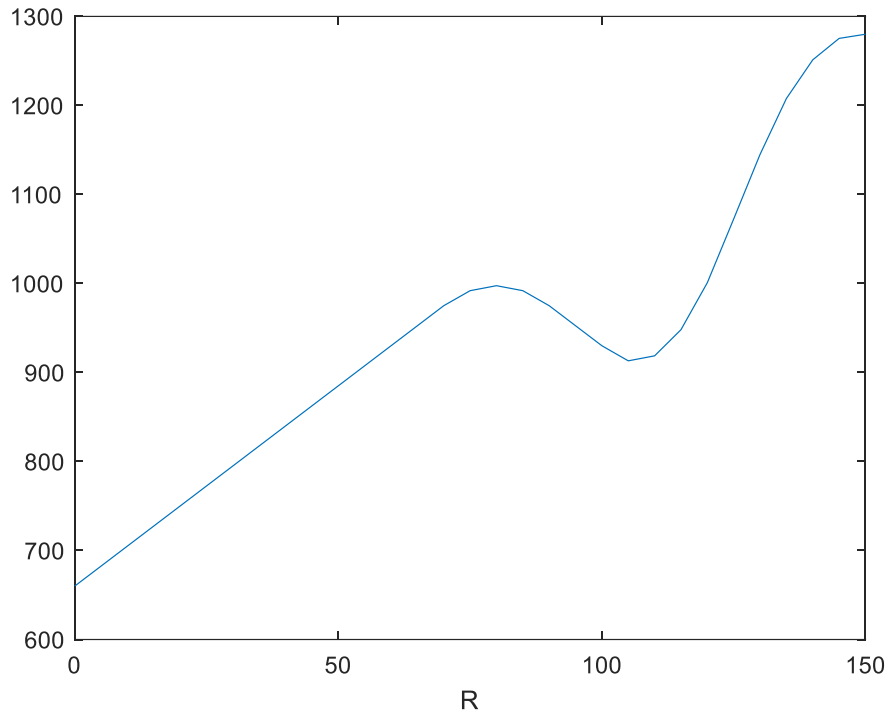
Διάγραμμα 5. Διάγραμμα fval-R

- **Q=160 MOQ=60 μέση τιμη=0.05 εύρος κάτω-άνω ορίου 0-0.1 c2=5.5**



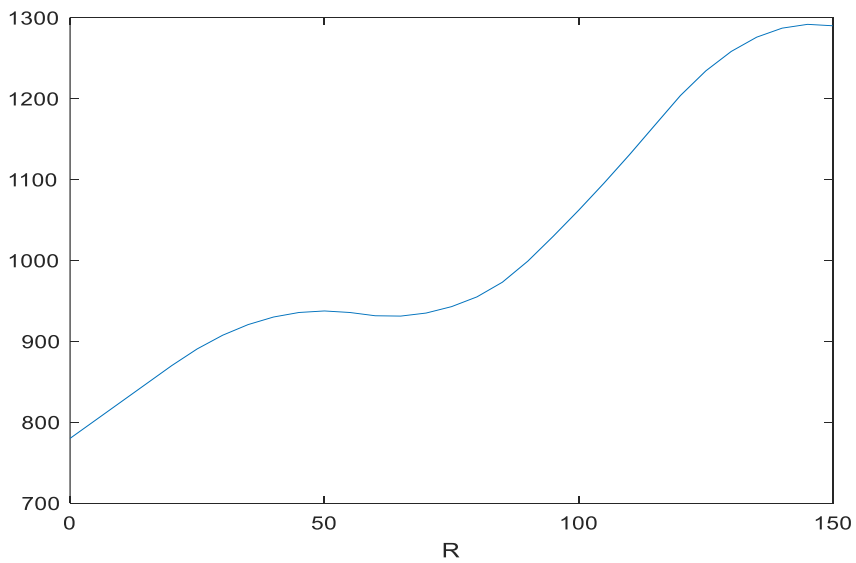
Διάγραμμα 6. Διάγραμμα fval-R

- **Q=200 MOQ=60 μέση τιμη=0.05 εύρος κάτω-άνω ορίου 0-0.1 c2=5.5**



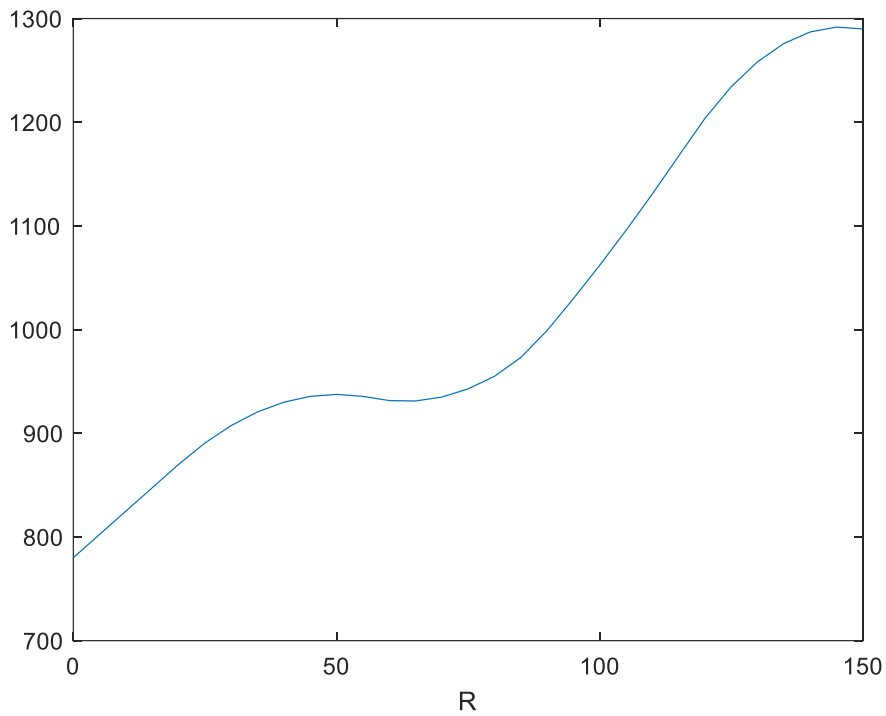
Διάγραμμα 7. Διάγραμμα fval-R

- **Q=200 MOQ=60 μέση τιμη=0.15 εύρος κάτω- άνω ορίου 0-0.3 c2=5.5**



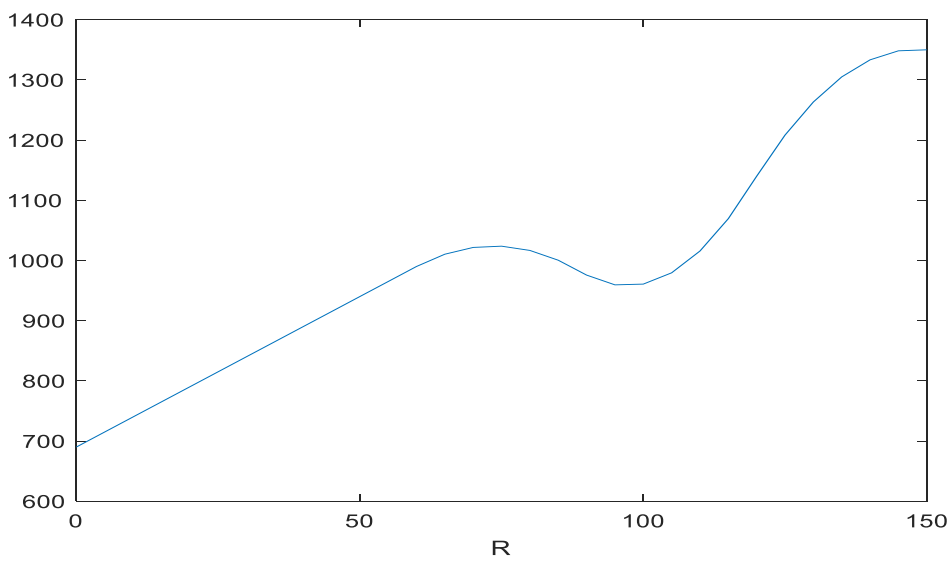
Διάγραμμα 8. Διάγραμμα fval-R

- **Q=150 MOQ=70 μέση τιμη=0.2 εύρος κάτω- άνω ορίου 0-0.4 c2=5.5**



Διάγραμμα 9. Διάγραμμα fval-R

- **Q=150 MOQ=60 μέση τιμη=0.1 εύρος κάτω-άνω ορίου 0-0.2 c2=5 h=0**



Διάγραμμα 10. Διάγραμμα fval-R

Αυτό που παρατηρείται, είναι ότι το συγκεκριμένο φαινόμενο παρουσιάζεται κυρίως για τα ακόλουθα εύρη τιμών:

- $MOQ = 60-70$.
- Εύρος κάτω-άνω ορίου $0-0,4$.

2.4 Επίδραση των Παραμέτρων του Προβλήματος

Σε αυτήν την ενότητα, παρουσιάζεται η επιρροή των παραμέτρων του προβλήματος στις βέλτιστες τιμές της συνάρτησης, μέσω διαγραμμάτων. Για να δειχθεί η ευαισθησία που έχουν οι βέλτιστες τιμές της συνάρτησης σε κάθε μία παράμετρο, θεωρήθηκε ότι κάθε φορά η συγκεκριμένη παράμετρος που εξετάστηκε, μεταβάλλεται σε ένα επιτρεπτό εύρος τιμών, και οι υπόλοιπες παράμετροι, παραμένουν σταθερές.

Οι βέλτιστες τιμές της συνάρτησης είναι :

- Η τιμή του κέρδους (f_{val}).
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q).
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R).

Οι τιμές που παίρνουν οι παράμετροι δόθηκαν κάτω από τους εξής περιορισμούς:

- $c1 < c2 + cr < c3$
- $s > c3$
- $h < c1$

Η πρώτη συνθήκη, ισχύει διότι από τον ορισμό του προβλήματος, ο πρώτος προμηθευτής πρέπει να είναι πιο φθηνός από τον δεύτερο, και ο δεύτερος πιο φθηνός από τον τρίτο. Ο δεύτερος περιορισμός, ισχύει διότι η τιμή πώλησης του προβλήματος πρέπει να είναι μεγαλύτερη του κόστους, ενώ τέλος η τρίτη συνθήκη, ισχύει διότι η μειωμένη τιμή πώλησης πρέπει να είναι μικρότερη του κόστους αγοράς, αφού σε διαφορετική περίπτωση τα προϊόντα που θα αγοράζονται από τον πρώτο προμηθευτή θα είναι άπειρα.

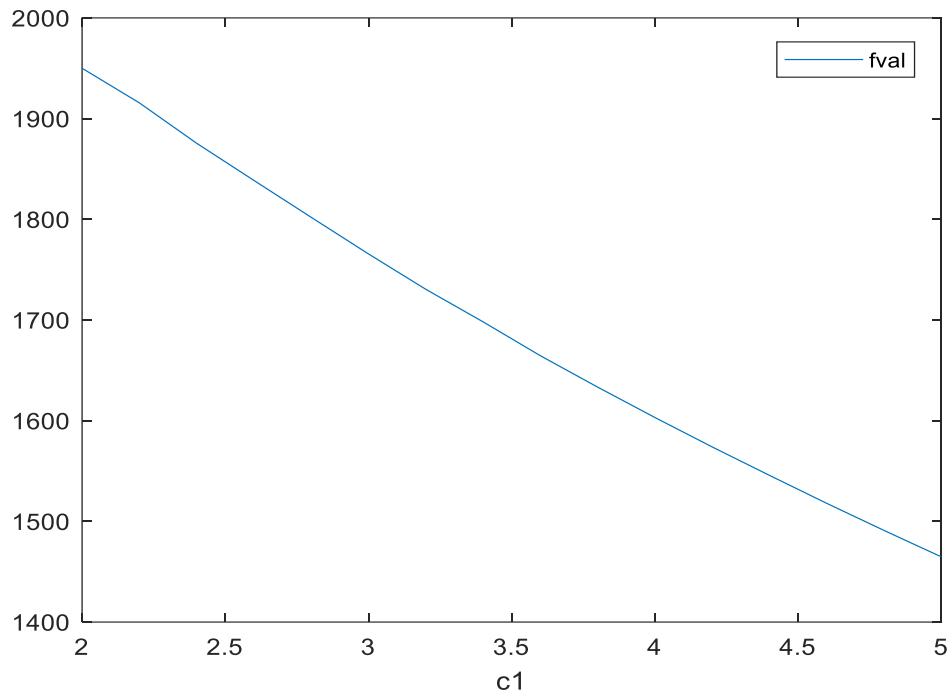
Οι τιμές των παραμέτρων όταν αυτές παραμένουν σταθερές, είναι οι παρακάτω:

- $c1=5$

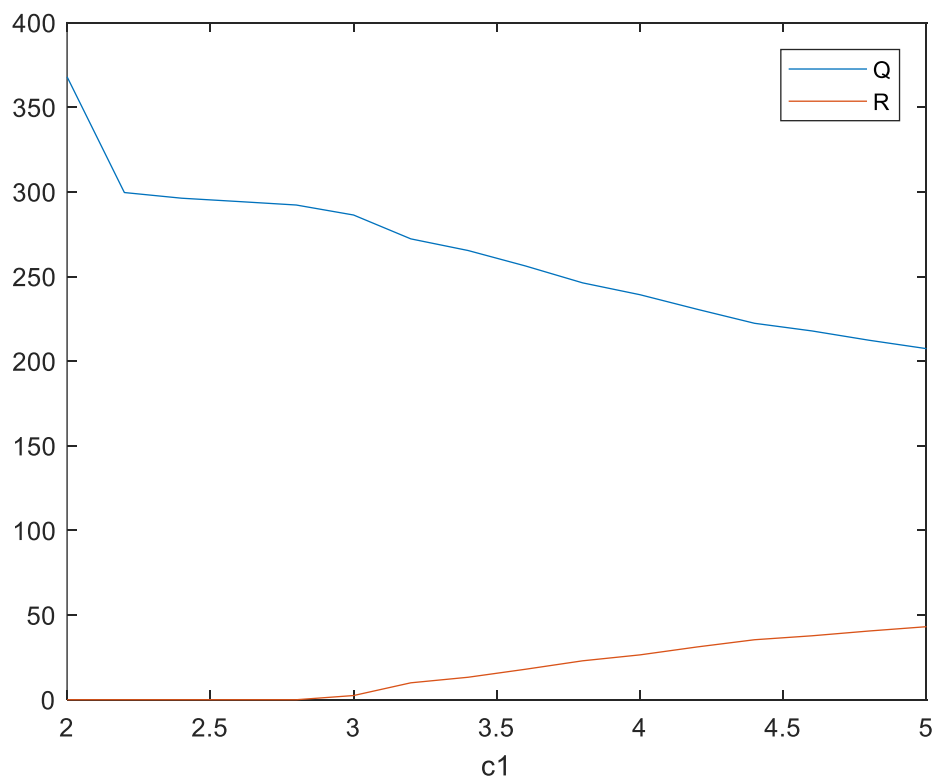
- $c_2=4,5$
- $cr=1$
- $c_3=11$
- $s=15$
- $h=2$
- $cu=6$
- $MOQ=17$
- $d=150$
- f : ομοιόμορφη με κάτω και άνω όρια αντίστοιχα 0,5- 0,75
- $Μέση Τιμή =0,625$

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα, που δείχνουν την επιρροή των παραμέτρων στις βέλτιστες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης.

Επίδραση της παραμέτρου c_1 στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 11. Διάγραμμα $fval-c_1$

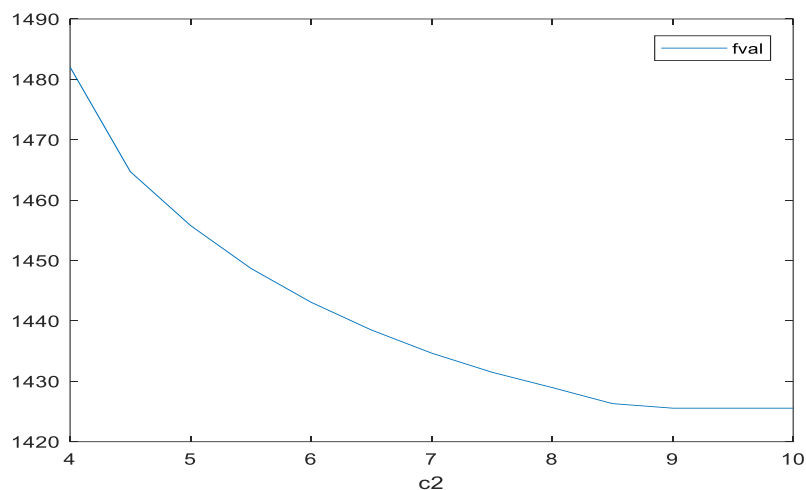


Διάγραμμα 12. Διάγραμμα $Q-c_1, R-c_1$

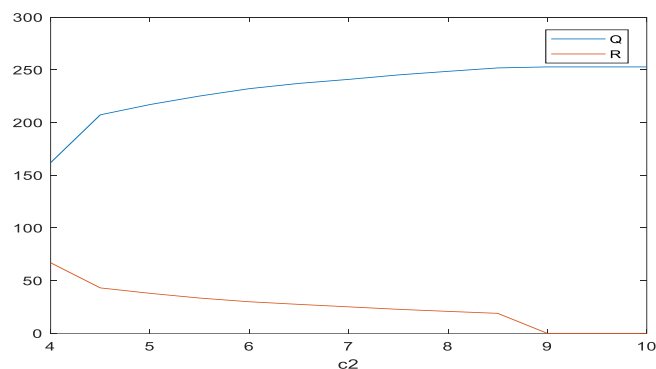
Οι παρατηρήσεις που γίνονται για την επιρροή του c_1 είναι ότι:

- Το κέρδος του συστήματος μειώνεται με την αύξηση του c_1 , κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό.
- Η ποσότητα της παραγγελίας των προϊόντων από τον πρώτο προμηθευτή μειώνεται (Q), ενώ αντίστοιχα αυξάνεται η ποσότητα των προϊόντων που γίνεται κράτηση από τον δεύτερο προμηθευτή (R), με την αύξηση του c_1 , κάτι που επίσης είναι φυσιολογικό, διότι για χαμηλές τιμές του c_1 , δεν συμφέρει να κρατηθούν προϊόντα, αφού λόγω του χαμηλού κόστους, είναι προτιμότερο να αγοράζονται προϊόντα από τον πρώτο προμηθευτή.

Επίδραση της παραμέτρου c_2 στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 13. Διάγραμμα fval-c2

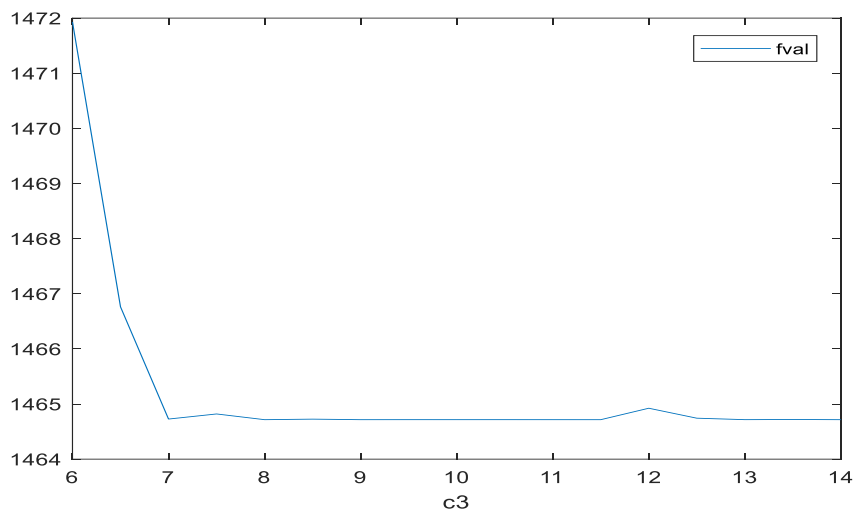


Διάγραμμα 14. Διάγραμμα Q-c2, R-c2

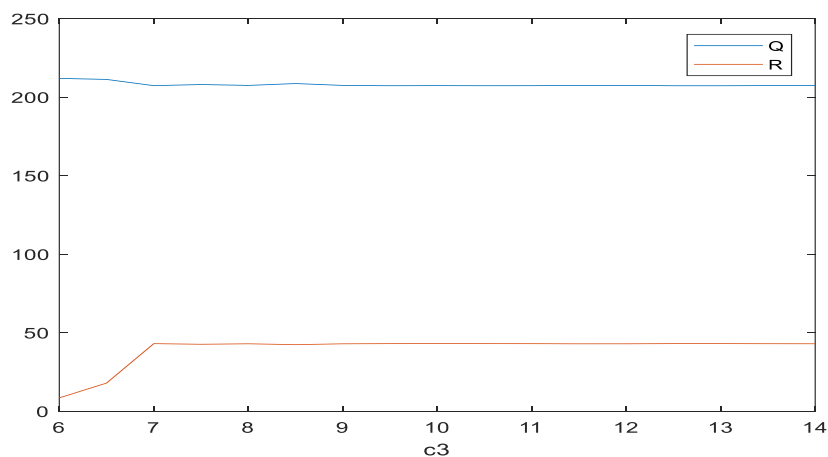
Οι παρατηρήσεις που γίνονται για την επιρροή του c_2 είναι ότι:

- Το κέρδος του συστήματος μειώνεται με την αύξηση του c_2 , κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό.
- Η ποσότητα της παραγγελίας των προϊόντων από τον πρώτο προμηθευτή αυξάνεται (Q), ενώ αντίστοιχα μειώνεται η ποσότητα των προϊόντων που γίνεται κράτηση από τον δεύτερο προμηθευτή (R), με την αύξηση του c_2 , κάτι που επίσης είναι φυσιολογικό, αφού μεγαλώνει το κόστος αγοράς του δεύτερου προμηθευτή.

Επίδραση της παραμέτρου c_3 στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 15. Διάγραμμα fval-c3

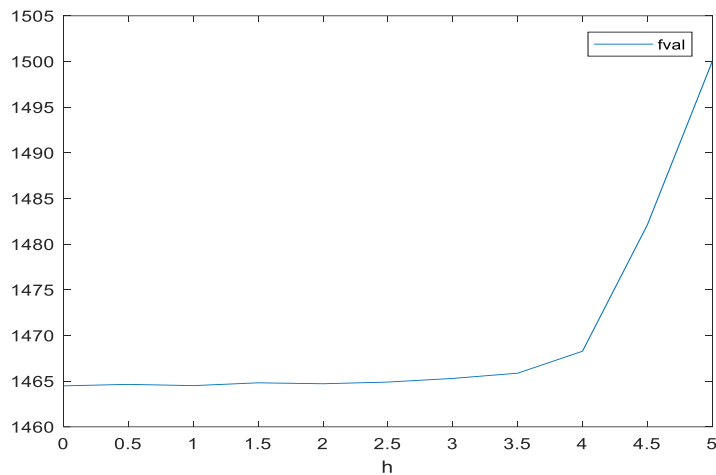


Διάγραμμα 16. Διάγραμμα Q-c3, R-c3

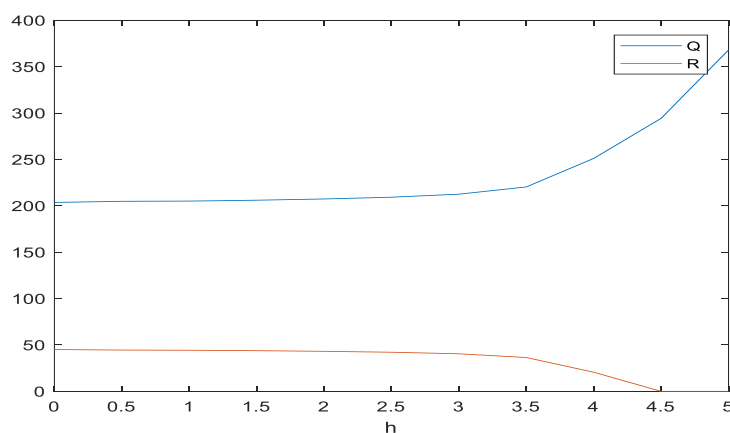
Οι παρατηρήσεις που γίνονται για την επιρροή του c_3 είναι ότι:

- Το κέρδος του συστήματος μειώνεται με την αύξηση του c_3 στις τιμές 6-7, ενώ με το πέρας αυτών των τιμών το κέρδος παραμένει σταθερό.
- Η ποσότητα της παραγγελίας των προϊόντων από τον πρώτο προμηθευτή(Q) παραμένει σχεδόν σταθερή για όλο το εύρος τιμών, ενώ αντίστοιχα αυξάνεται η ποσότητα των προϊόντων που γίνεται κράτηση από τον δεύτερο προμηθευτή (R) στο εύρος τιμών 6-7 του c_3 , ενώ μετά από αυτές τις τιμές και για το υπόλοιπο των τιμών η ποσότητα παραμένει σταθερή, κάτι που μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι με την αύξηση του κόστους c_3 , συμφέρει να μην αγοράζεται η ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας (MOQ).

Επίδραση της παραμέτρου h στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 17. Διάγραμμα fval-h

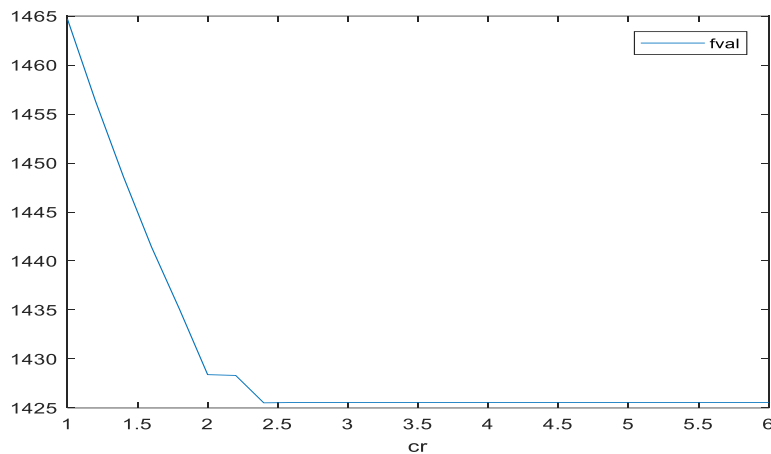


Διάγραμμα 18. Διάγραμμα Q-h, R-h

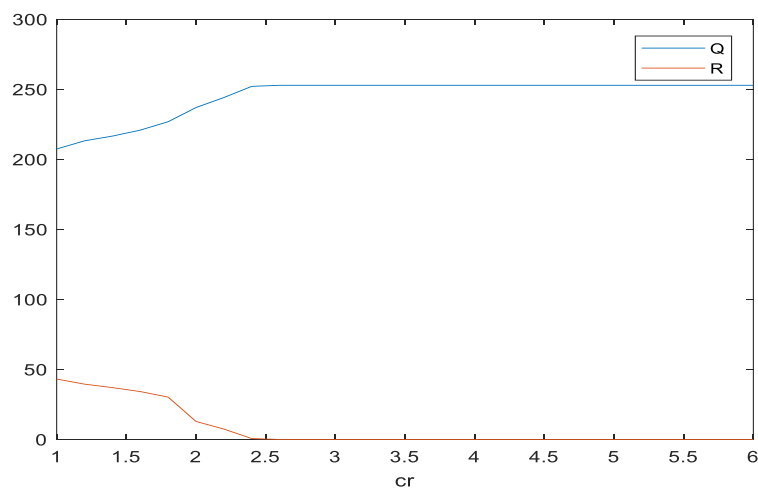
Από τα διαγράμματα της τιμής πώλησης h γίνονται οι εξής παρατηρήσεις:

- Το κέρδος παραμένει σταθερό μέχρι την τιμή 3,5 του h , οπότε από εκεί και μετά υπάρχει μία σχετική αύξηση μέχρι και την τελευταία τιμή (5). Αυτό συμβαίνει, διότι η μειωμένη τιμή πώλησης (h), πλησιάζει την τιμή του κόστους αγοράς του πρώτου προμηθευτή (c_1).
- Οι ποσότητες Q και R παραμένουν και αυτές σταθερές μέχρι την ίδια τιμή του h (3,5). Όμως μετά, για την πρώτη ποσότητα υπάρχει μια αρκετά μεγάλη αύξηση, ενώ για την δεύτερη υπάρχει μία μείωση μέχρι και την τιμή 4,5 όπου σχεδόν μηδενίζεται. Η αιτιολόγηση αυτού του φαινομένου, είναι η ίδια με αυτήν που αναφέρθηκε παραπάνω.

Επίδραση της παραμέτρου cr στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 19. Διάγραμμα fval-h

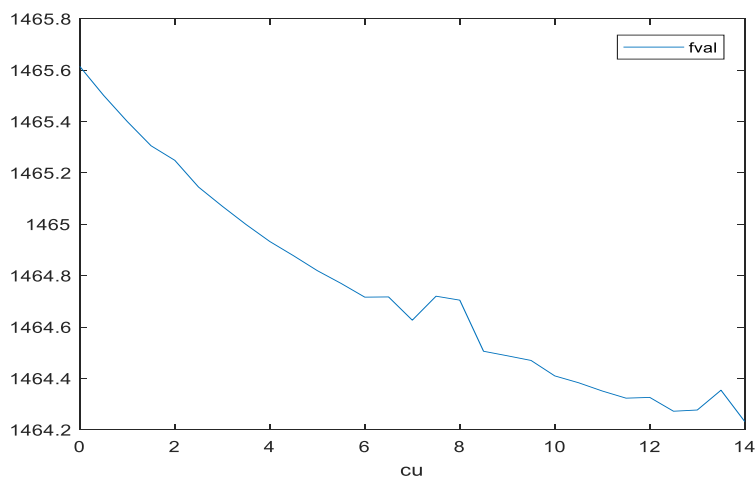


Διάγραμμα 20. Διάγραμμα Q-cr, R-cr

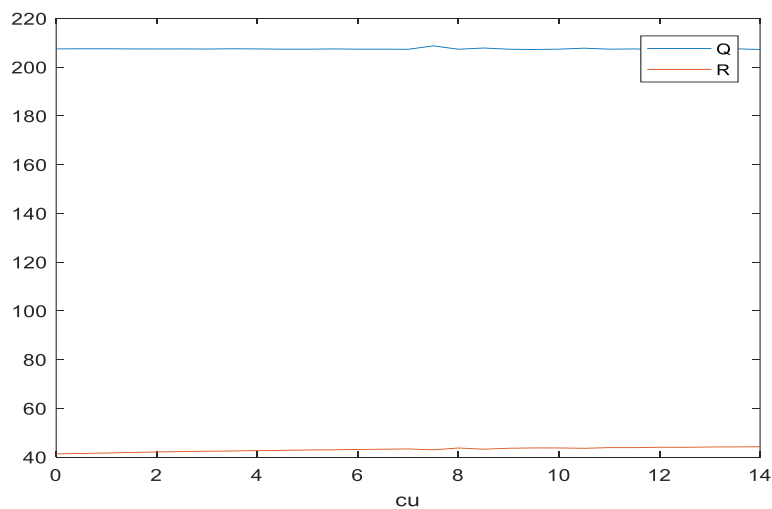
Από τα διαγράμματα του c_u προκύπτουν τα εξής:

- Το κέρδος έχει μία μικρή πτώση στην αρχή, μέχρι την τιμή 2,5 του c_u , και μετά παραμένει σχεδόν σταθερό.
- Η ποσότητα παραγγελίας Q παρουσιάζει μία μικρή άνοδο μέχρι την τιμή 2,5 του c_u , όπου από εκεί και μετά παραμένει σταθερή. Αντίθετα, η τιμή του R , παρουσιάζει μία πτώση μέχρι την ίδια τιμή του c_u , ενώ μετά από αυτήν, η τιμή της ποσότητας της παραγγελίας μηδενίζεται. Αυτό συμβαίνει διότι το κόστος κράτησης προϊόντων αυξάνεται.

Επίδραση της παραμέτρου c_u στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 21. Διάγραμμα f_{val} - c_u

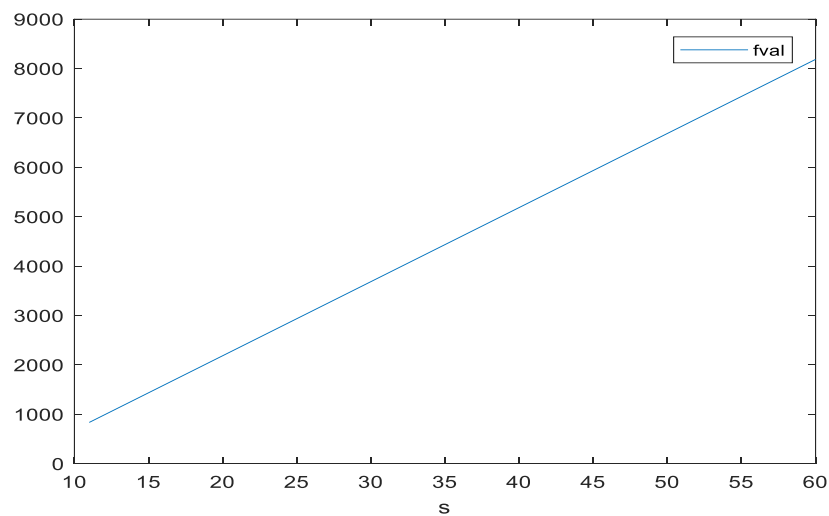


Διάγραμμα 22. Διάγραμμα Q - c_u , R - c_u

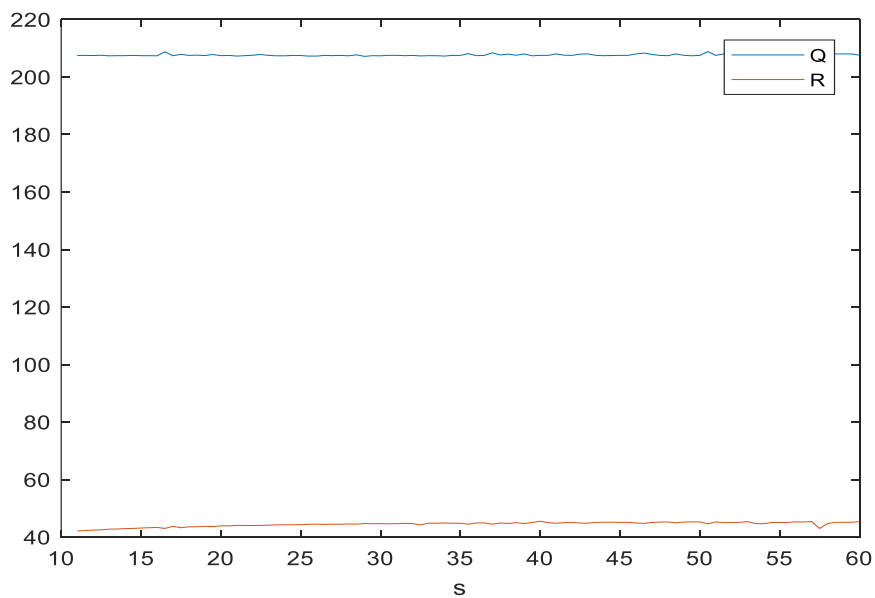
Από τα διαγράμματα του cr προκύπτουν τα εξής:

- Το κέρδος είναι σχεδόν σταθερό καθώς η πτώση που φαίνεται στο διάγραμμα είναι ελάχιστη.
- Οι τιμές στις ποσότητες των παραγγελιών επίσης θεωρούνται σταθερές, διότι οι μεταβολές που υπάρχουν είναι πάρα πολύ μικρές.

Επίδραση της παραμέτρου s στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 23. Διάγραμμα fval-s

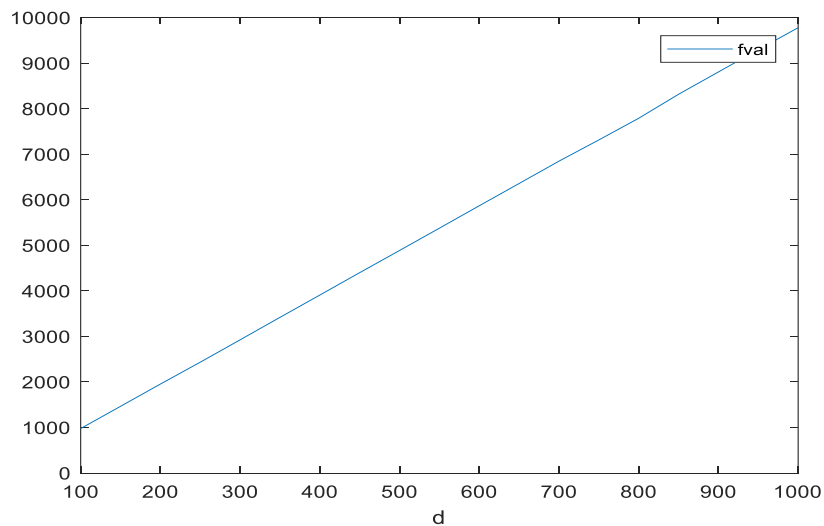


Διάγραμμα 24. Διάγραμμα Q-s, R-s

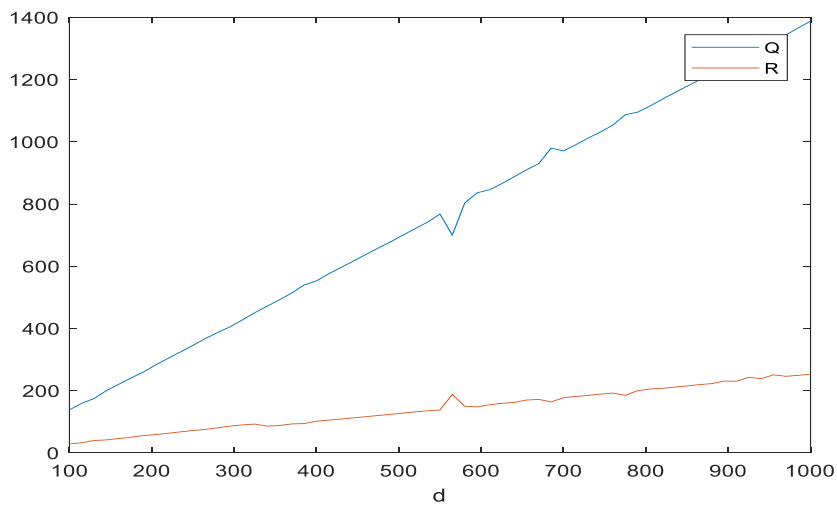
Από τα διαγράμματα της τιμής πώλησης s προκύπτει:

- Το κέρδος παρουσιάζει μία γραμμική αύξηση, καθώς αυξάνεται η τιμή πώλησης (s).
- Η ποσότητα της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή παραμένει σταθερή (Q), καθώς οι μεταβολές είναι πάρα πολύ μικρές έως μηδαμινές. Το ίδιο, ισχύει και για την ποσότητα της παραγγελίας από τον δεύτερο προμηθευτή (R).

Επίδραση της παραμέτρου d στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 25. Διάγραμμα fval-d

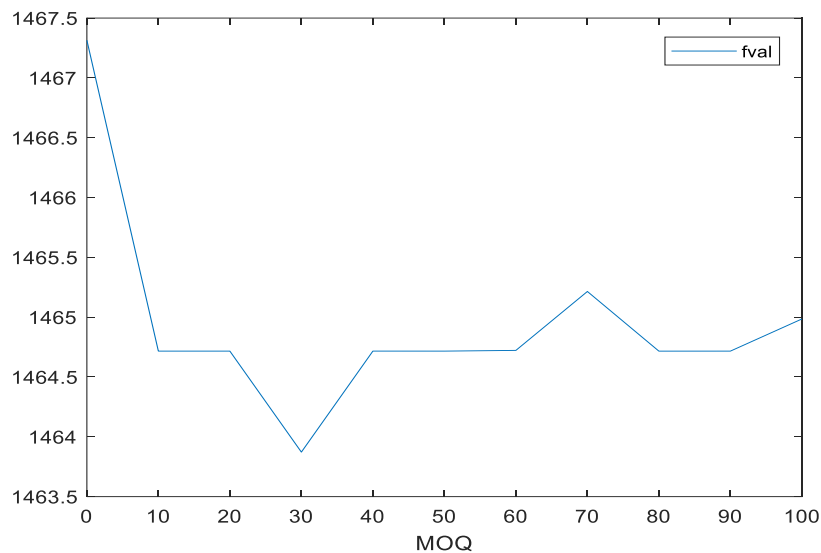


Διάγραμμα 26. Διάγραμμα Q-d, R-d

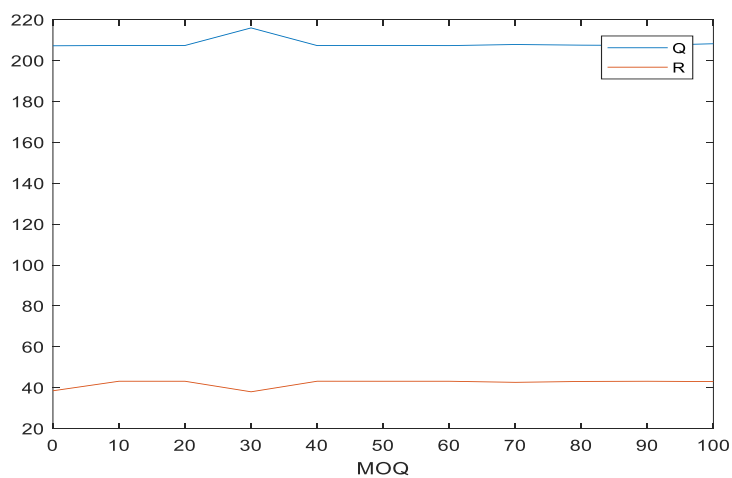
Από τα διαγράμματα για την ζήτηση d προκύπτουν τα εξής:

- Η τιμή του κέρδους αυξάνεται γραμμικά, με την ταυτόχρονη αύξηση της ζήτησης.
- Αύξηση παρατηρείται και για τις τιμές της ποσότητας της παραγγελίας τόσο από τον πρώτο προμηθευτή (Q),όσο και από τον δεύτερο προμηθευτή (R). Κάποιες απότομες πτώσεις που παρατηρούνται στο συγκεκριμένο διάγραμμα, οφείλονται στο πρόβλημα της κοιλότητας που αναλύθηκε παραπάνω.

Επίδραση της παραμέτρου MOQ στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 27. Διάγραμμα fval- MOQ



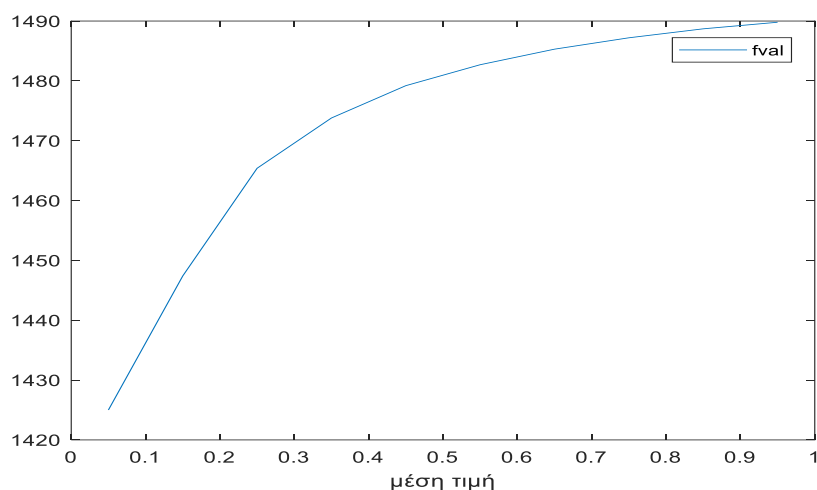
Διάγραμμα 28. Διάγραμμα Q-MOQ, R-MOQ

Στα διαγράμματα του ΜΟQ φαίνονται τα εξής:

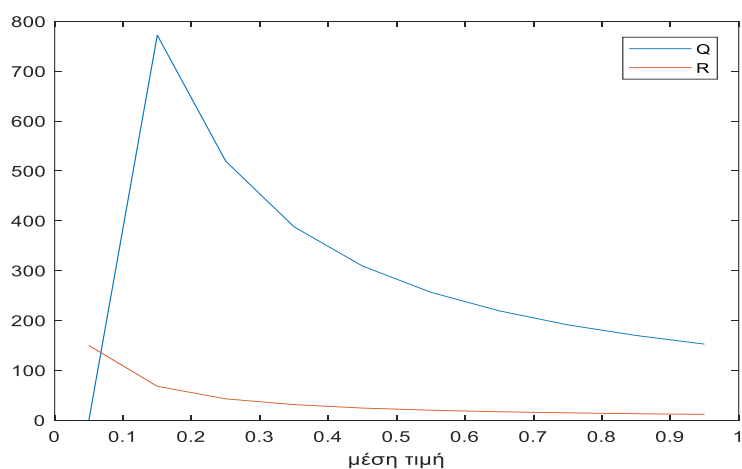
- Οι μεταβολές στις τιμές του κέρδους είναι ελάχιστες.
- Επίσης οι μεταβολές στις ποσότητες των παραγγελιών από τους δύο προμηθευτές (Q, R), είναι το ίδιο μικρές, και ουσιαστικά η ποσότητες παραγγελίας παραμένουν σταθερές.

Επίδραση της μέσης τιμής του ποσοστού μη ελαττωματικών προϊόντων στις βέλτιστες τιμές

Στα συγκεκριμένα διαγράμματα, κρατήθηκε σταθερό το εύρος των ορίων της ομοιόμορφης κατανομής του ποσοστού των ελαττωματικών προϊόντων και ίσο με 0,1.



Διάγραμμα 29. Διάγραμμα fval-μέση τιμή



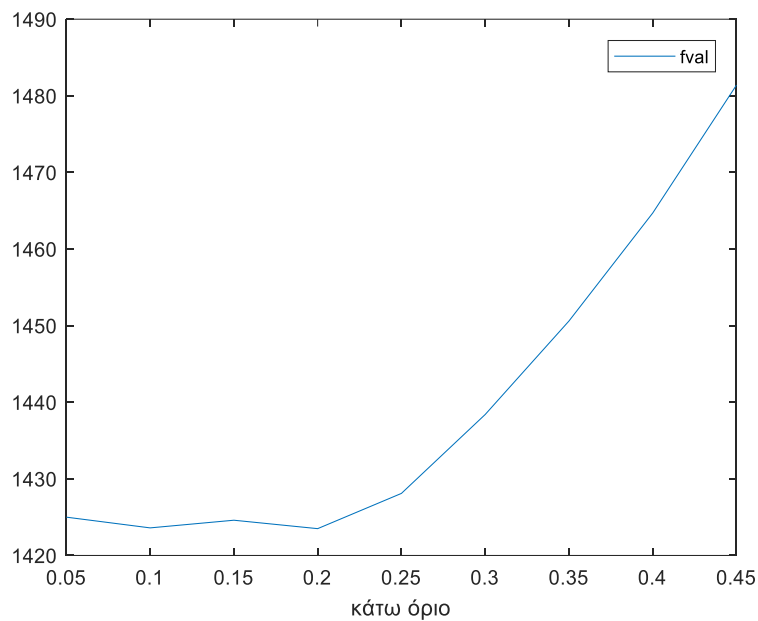
Διάγραμμα 30. Διάγραμμα Q-μέση τιμή, R- μέση τιμή

Στα συγκεκριμένα διαγράμματα παρατηρείται ότι:

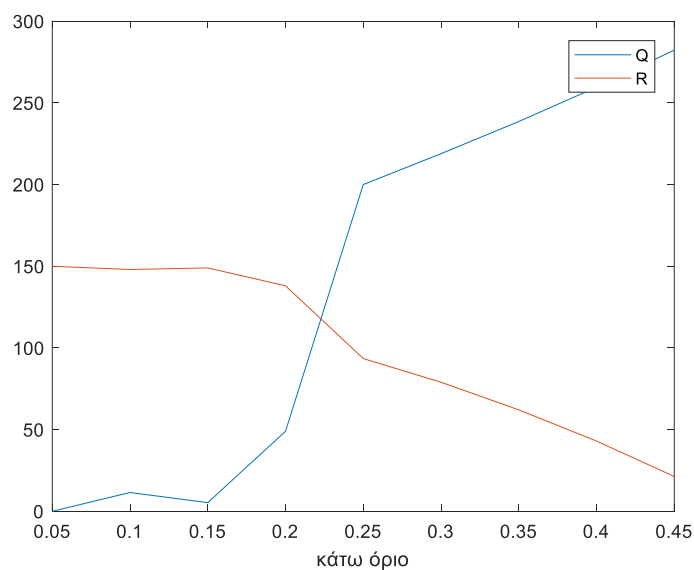
- Το κέρδος παρουσιάζει μια σχετική αύξηση, με την αύξηση της μέσης τιμής.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), παρουσιάζει μία απότομη αύξηση στο διάστημα $0-0,2$ της μέσης τιμής, ενώ για το υπόλοιπο εύρος τιμών της μέσης τιμής, η συγκεκριμένη ποσότητα φθίνει. Η ποσότητα παραγγελίας από τον δεύτερο προμηθευτή, σε όλο το εύρος των τιμών παρουσιάζει φθίνουσα πορεία.
- Οι βέλτιστες τιμές για την τιμή της μέσης τιμής ίση με $0,05$, παρουσιάζονται στην περίπτωση όπου $Q < d$, ενώ για το υπόλοιπο εύρος τιμών, οι βέλτιστες συνθήκες ακολουθούν την αρχική υπόθεση ($Q \geq d$).

Επίδραση της διασποράς του ποσοστού των μη ελαττωματικών προϊόντων στις βέλτιστες τιμές

Για τα συγκεκριμένα διαγράμματα, κρατήθηκε σταθερή η τιμή της μέσης τιμής και ίση με 0,5. Επίσης, με την αύξηση του κάτω ορίου, μειώνεται η διασπορά του ποσοστού των μη ελαττωματικών προϊόντων, αφού το κάτω όριο αναπαριστά, την χαμηλότερη τιμή που μπορεί να λάβει το ποσοστό των μη ελαττωματικών προϊόντων.



Διάγραμμα 31. Διάγραμμα fval-εύρος



Διάγραμμα 32. Διάγραμμα Q-εύρος, R- εύρος

Στα διαγράμματα του εύρους παρατηρείται ότι:

- Με την αύξηση των τιμών του κάτω ορίου του εύρους μέχρι την τιμή 0,2, οι τιμές του κέρδους παραμένουν σχεδόν σταθερές. Στην συνέχεια, για το υπόλοιπο εύρος τιμών του κάτω ορίου το κέρδος αυξάνεται.
- Για τις τιμές του κάτω ορίου που είναι από 0-0,15, τόσο η ποσότητα της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), όσο και η ποσότητα παραγγελίας από τον δεύτερο προμηθευτή (R), παραμένουν σχεδόν σταθερές, με την δεύτερη ποσότητα να είναι μεγαλύτερη από την πρώτη. Όμως, για το υπόλοιπο εύρος τιμών, η μεν πρώτη ποσότητα αυξάνεται, ενώ η άλλη μειώνεται.
- Οι βέλτιστες τιμές της συνάρτησης, για το διάστημα των τιμών 0.05-0.2 του κάτω ορίου, παρουσιάζονται στην περίπτωση όπου $Q < d$, ενώ για το υπόλοιπο εύρος τιμών, οι βέλτιστες συνθήκες ακολουθούν την αρχική υπόθεση ($Q \geq d$).

Κεφάλαιο 3. Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΖΗΤΗΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΩΝ ΕΛΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα παρουσιαστεί και θα αναλυθεί η περίπτωση του προβλήματος, για την οποία εκτός από το ποσοστό των ελλειψιμων προϊόντων, τυχαία κατανομή ακολουθεί και η ζήτηση του προβλήματος.

Το παρόν κεφάλαιο οργανώνεται ως εξής: Στην Ενότητα 3.1 θα γίνει ο ορισμός των μεταβλητών και των παραμέτρων του συγκεκριμένου προβλήματος. Στην Ενότητα 3.2 θα γίνει η μοντελοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Τέλος, στην Ενότητα 3.3 θα παρουσιαστούν διαγράμματα των παραμέτρων που θα δείχνουν την επιρροή τους στις βέλτιστες τιμές της συνάρτησης.

3.1 Ορισμός Παραμέτρων και Μεταβλητών του προβλήματος

$P(Q, R)$: Όπως και στο προηγούμενο πρόβλημα, είναι η συνάρτηση κέρδους του προβλήματος που αργότερα βελτιστοποιείται. Περιέχει πάλι τις εξής 2 μεταβλητές:

- Q : Είναι η ποσότητα τεμαχίων που αγοράζεται από τον πρώτο προμηθευτή.
- R : Είναι η ποσότητα τεμαχίων που γίνεται κράτηση από τον δεύτερο προμηθευτή.

Όλες οι παράμετροι που υπήρχαν στο προηγούμενο πρόβλημα, υπάρχουν και σε αυτό. Δηλαδή το συγκεκριμένο πρόβλημα περιέχει τις παρακάτω παραμέτρους:

c_1 : Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον πρώτο προμηθευτή.

c_r : Είναι το κόστος κράτησης ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή.

c_2 : Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή

c_3 : Είναι το κόστος αγοράς ενός προϊόντος από τον δεύτερο προμηθευτή, το οποίο αφορά προϊόντα που θα αγοραστούν στην περίπτωση που χρειαστούν επιπλέον των προϊόντων, για τα οποία έγινε κράτηση.

s : Τιμή πώλησης προϊόντων.

x : Ποσοστό μη ελλειψιμων προϊόντων.

$f(x)$: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

$E(x)$: Μέση τιμή μη ελαττωματικών προϊόντων.

h : Μειωμένη τιμή πώλησης προϊόντων.

cu : Κόστος μη πώλησης προϊόντων.

MOQ : Ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας.

Όμως στο συγκεκριμένο πρόβλημα υπάρχουν και ακόμα δύο παράμετροι. Αυτές είναι :

u : Τυχαία ζήτηση προϊόντων.

$g(u)$: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

3.2 Μοντελοποίηση Αντικειμενικής Συνάρτησης

Για να μοντελοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση του συγκεκριμένου προβλήματος, ακολουθήθηκε η εξής διαδικασία.

Αρχικά, αφαιρέθηκε από την αντικειμενική συνάρτηση το κόστος της αγοράς των μη ελαττωματικών προϊόντων από τον πρώτο προμηθευτή και το κόστος των προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή. Έτσι η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την εξής μορφή:

$$P(Q, R) = -c1 * Q * E(x) - cr * R$$

Στην συνέχεια, πρέπει να προστεθεί το αναμενόμενο κέρδος που θα υπάρχει σε αυτήν την περίπτωση. Για αυτόν τον σκοπό, ορίζεται η συνάρτηση $L(z, k)$ όπου :

- z : Είναι η ποσότητα των τεμαχίων που αγοράζεται από τον πρώτο προμηθευτή.
- k : Είναι η ποσότητα τεμαχίων που γίνεται κράτηση από τον δεύτερο προμηθευτή.

Έτσι η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μορφή:

$$P(Q, R) = -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_0^1 [L(Q * x, R)] * f(x) dx$$

Στην συνέχεια, ακολουθήθηκε η διαδικασία της μοντελοποίησης της συνάρτησης L . Για κάθε ενδεχόμενο της ζήτησης, χωρίστηκε η συνάρτηση σε επιμέρους

ολοκληρώματα, με τις συναρτήσεις εντός των ολοκληρωμάτων να περιγράφουν τα πιθανά κέρδη σε κάθε περίπτωση.

Η πρώτη περίπτωση, είναι η ζήτηση να έχει ως ανώτατη τιμή την ποσότητα των μη ελλαττωματικών προϊόντων, που η προμήθεια τους γίνεται από τον πρώτο προμηθευτή. Έτσι το κάτω και άνω όριο του ολοκληρώματος, είναι αντίστοιχα το 0 και το z . Για αυτήν την περίπτωση, θα πωληθεί στην αρχική τιμή (s) η ποσότητα των προϊόντων που θα είναι ίση με την ζήτηση, ενώ η υπόλοιπη ποσότητα των προϊόντων θα πωληθεί στην μειωμένη τιμή (h). Η συνάρτηση του ολοκληρώματος λοιπόν παίρνει την εξής μορφή :

$$[s * u + h * (z - u)] * g(u)$$

Η συνάρτηση L έχει την μορφή:

$$L(z, k) = \int_0^z [s * u + h * (z - u)] * g(u) du$$

Η επόμενη περίπτωση είναι η ποσότητα της ζήτησης να είναι μεγαλύτερη από την ποσότητα των μη ελλαττωματικών προϊόντων, αλλά ταυτόχρονα να είναι μικρότερη από το άθροισμα της προηγούμενης ποσότητας με την ποσότητα των προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή. Με λίγα λόγια , η ζήτηση να είναι ανάμεσα στις τιμές z και $z + k$. Εδώ , τα έξοδα αφορούν την αγορά προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή, ποσότητας ίση με αυτήν που χρειάζεται , έτσι ώστε σε συνδυασμό με την αγορά των μη ελλαττωματικών προϊόντων να καλύπτεται η ζήτηση. Τα έσοδα, αφορούν την πώληση όλης της ποσότητας των προϊόντων που αγοράστηκαν στην αρχική τιμή. Δηλαδή η εξίσωση θα είναι η εξής :

$$[-c2 * (u - z) + s * u] * g(u)$$

Άρα, η συνάρτηση L παίρνει την μορφή:

$$L(z, k) = \int_0^z [s * u + h * (z - u)] * g(u) du + \int_z^{z+k} [-c2 * (u - z) + s * u] * g(u) du$$

Στην συνέχεια, υπάρχει περίπτωση η ζήτηση να είναι τέτοια, έτσι ώστε η αγορά των μη ελλαττωματικών προϊόντων από τον πρώτο προμηθευτή σε συνδυασμό με την αγορά όλων των προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή να μην

επαρκούν, έτσι ώστε να καλυφθεί. Όμως, σε περίπτωση που αγοραστούν επιπλέον προϊόντα από τον δεύτερο προμηθευτή, για τα οποία όμως η ποσότητά τους θα πρέπει να είναι ίση με την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας (MOQ), τότε η ποσότητα προϊόντων της ζήτησης θα ξεπεραστεί. Έτσι, υπάρχουν δύο περιπτώσεις. Είτε να μην αγοραστούν επιπλέον προϊόντα και να υπάρχει το επιπλέον έξοδο, που αφορά την μη πώληση προϊόντων (cu), είτε να αγοραστεί η ποσότητα προϊόντων που είναι ίση με την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας και η ποσότητα των προϊόντων που θα είναι επιπλέον της ζήτησης να πωληθεί σε μειωμένη τιμή (h). Για να διακριθούν αυτές οι περιπτώσεις χρειάζεται να αναλυθούν οι εξισώσεις που τις περιγράφουν, και στην συνέχεια να θεωρηθεί ότι είναι ίσες, έτσι ώστε να βρεθεί το όριο που τις διαχωρίζει.

Για την πρώτη περίπτωση, τα έξοδα αφορούν την αγορά όλων των προϊόντων που κρατήθηκαν, καθώς επίσης και το κόστος μη πώλησης της ποσότητας των προϊόντων, που είναι η διαφορά της ζήτησης με τα μη ελλαττωματικά προϊόντα και τα προϊόντα που κρατήθηκαν (cu). Ως έσοδα, υπάρχουν η πώληση όλων των προϊόντων που αγοράστηκαν στην αρχική τιμή (s). Η συνάρτηση που περιγράφεται είναι η εξής:

$$[-c2 * k + s * (z + k) - cu * (u - z - k)] * g(u)$$

Για την δεύτερη περίπτωση, τα έξοδα αφορούν την αγορά των προϊόντων που κρατήθηκαν, αλλά και την αγορά των επιπλέον προϊόντων που η ποσότητα τους θα ισούται με την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας, σε αυξημένη τιμή ($c3$). Στα έσοδα, είναι η πώληση της ποσότητας των προϊόντων που είναι ίση με την ζήτηση στην αρχική τιμή (s), και η πώληση των υπόλοιπων στην μειωμένη τιμή (h). Άρα η εξίσωση είναι η εξής :

$$[-c2 * k - c3 * MOQ + s * u + h * (z + k + MOQ - u)] * g(u)$$

Συνδυάζοντας τις δύο εξισώσεις και λύνοντας ως προς u προκύπτει ότι:

$$u = z + k + MOQ * \frac{c3 - h}{s + cu - h}$$

Έτσι, θα ισχύει η πρώτη εξίσωση στην περίπτωση που για την ζήτηση ισχύει ότι :

$$u \geq z + k \quad \text{και}$$

$$u \leq z + k + MOQ * \frac{c3 - h}{s + cu - h}$$

Έτσι η συνάρτηση παίρνει την μορφή:

$$L(z, k) = \int_0^z [s * u + h * (z - u)] * g(u) du + \\ + \int_z^{z+k} [-c2 * (u - z) + s * u] * g(u) du + \\ + \int_{z+k}^{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}} [-c2 * k + s * (z + k) - cu * (u - z - k)] * g(u) du$$

Η δεύτερη εξίσωση θα ισχύει όταν :

$$u \geq z + k + MOQ * \frac{c3 - h}{s + cu - h}$$

και όταν το άθροισμα των μη ελλαττωματικών προϊόντων του πρώτου προμηθευτή, των προϊόντων που κρατήθηκαν και των προϊόντων της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας είναι μικρότερο ή ίσο με την ζήτηση. Δηλαδή :

$$u \leq z + k + MOQ$$

Έτσι η συνάρτηση L παίρνει την εξής μορφή:

$$L(z, k) = \int_0^z [s * u + h * (z - u)] * g(u) du + \\ + \int_z^{z+k} [-c2 * (u - z) + s * u] * g(u) du + \\ + \int_{z+k}^{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}} [-c2 * k + s * (z + k) - cu * (u - z - k)] * g(u) du + \\ + \int_{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}}^{z+k+MOQ} [-c2 * k - c3 * MOQ + s * u + h * (z + k + MOQ - u)] * \\ g(u) du$$

Τέλος, υπάρχει το ενδεχόμενο η ζήτηση να είναι τέτοια, έτσι ώστε για να καλυφθεί, να χρειάζεται η αγορά όλων των μη ελλαττωματικών προϊόντων, των προϊόντων που κρατήθηκαν και ποσότητας προϊόντων μεγαλύτερη από την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας. Δηλαδή ουσιαστικά να ισχύει:

$$u \geq z + k + MOQ$$

Σε αυτήν την περίπτωση ως έξοδα υπάρχουν το κόστος αγοράς των προϊόντων που κρατήθηκαν και το κόστος αγοράς προϊόντων σε αυξημένη τιμή (c3), η ποσότητα των οποίων θα είναι τέτοια έτσι ώστε να καλυφθεί η ποσότητα της ζήτησης. Τα έσοδα,

αφορούν την πώληση όλων των προϊόντων στη αρχική τιμή (s). Η εξίσωση που περιγράφεται είναι η εξής:

$$[-c2 * k - c3 * (u - z - k) + s * u] * g(u)$$

Η τελική μορφή της εξίσωσης L είναι η εξής:

$$\begin{aligned} L(z, k) = & \int_0^z [s * u + h * (z - u)] * g(u) du + \\ & + \int_z^{z+k} [-c2 * (u - z) + s * u] * g(u) du + \\ & + \int_{z+k}^{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}} [-c2 * k + s * (z + k) - cu * (u - z - k)] * g(u) du + \\ & + \int_{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}}^{z+k+MOQ} [-c2 * k - c3 * MOQ + s * u + h * (z + k + MOQ - u)] * \\ & g(u) du + \\ & + \int_{z+k+MOQ}^{\infty} [-c2 * k - c3 * (u - z - k) + s * u] * g(u) du \end{aligned}$$

Άρα η συνάρτηση κέρδους του συγκεκριμένου προβλήματος είναι η εξής:

$$P(Q, R) = -c1 * Q * E(x) - cr * R + \int_0^1 L(Q * x, R) dx$$

Όπου:

$$\begin{aligned} L(z, k) = & \int_0^z [s * u + h * (z - u)] * g(u) du + \\ & + \int_z^{z+k} [-c2 * (u - z) + s * u] * g(u) du + \\ & + \int_{z+k}^{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}} [-c2 * k + s * (z + k) - cu * (u - z - k)] * g(u) du + \\ & + \int_{z+k+MOQ * \frac{c3-h}{s+cu-h}}^{z+k+MOQ} [-c2 * k - c3 * MOQ + s * u + h * (z + k + MOQ - u)] * \\ & g(u) du + \\ & + \int_{z+k+MOQ}^{\infty} [-c2 * k - c3 * (u - z - k) + s * u] * g(u) du \end{aligned}$$

3.3 Επίδραση των Παραμέτρων του Προβλήματος

Σε αυτήν την ενότητα, παρουσιάζεται η επιρροή των παραμέτρων του προβλήματος στις βέλτιστες τιμές της συνάρτησης, μέσω διαγραμμάτων. Εδώ, ακολουθήθηκε η ίδια διαδικασία με αυτήν του προηγούμενου προβλήματος, δηλαδή θεωρήθηκε ότι κάθε φορά η συγκεκριμένη παράμετρος που εξετάζεται, μεταβάλλεται σε ένα επιτρεπτό εύρος τιμών, και οι υπόλοιπες παράμετροι, παραμένουν σταθερές.

Οι βέλτιστες τιμές της συνάρτησης είναι πάλι :

- Η τιμή του κέρδους (f_{val})
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q)
- Η ποσότητα προϊόντων που κρατήθηκαν από τον δεύτερο προμηθευτή (R)

Οι τιμές που παίρνουν οι παράμετροι δόθηκαν κάτω από τους εξής περιορισμούς:

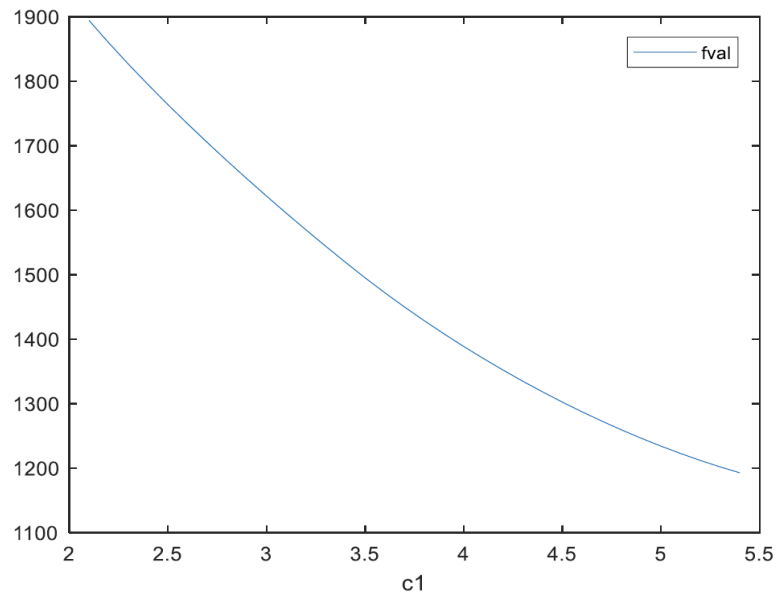
- $c1 < c2 + cr < c3$
- $s > c3$
- $h < c1$

Οι τιμές των παραμέτρων όταν αυτές παραμένουν σταθερές, είναι οι παρακάτω:

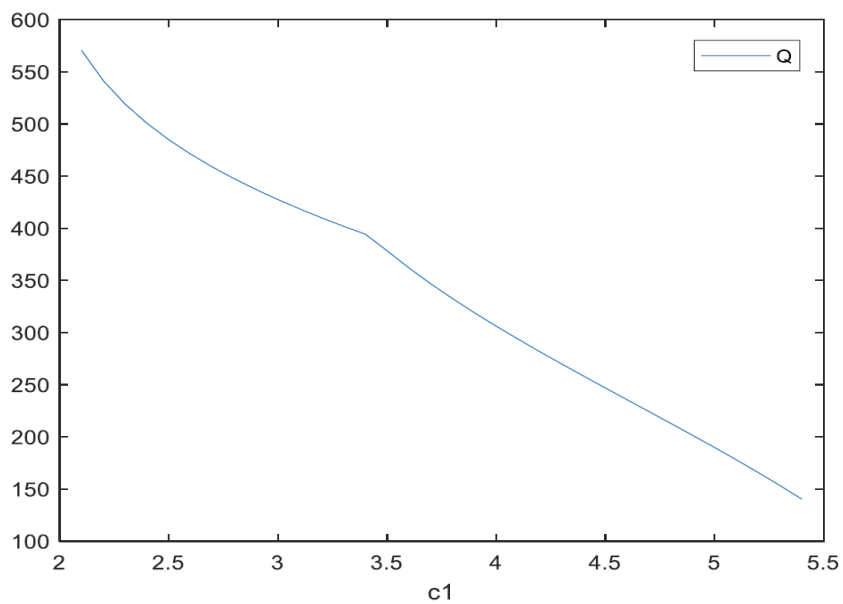
- $c1=5$
- $c2=5,5$
- $cr=1$
- $c3=11$
- $s=15$
- $h=2$
- $cu=6$
- $MOQ=17$
- g : κανονική με μέση τιμή 150 και διασπορά 10
- f : ομοιόμορφη με κάτω και άνω όρια αντίστοιχα 0,5- 0,75
- Μέση Τιμή =0,625

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα, που δείχνουν την επιρροή των παραμέτρων στις βέλτιστες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης.

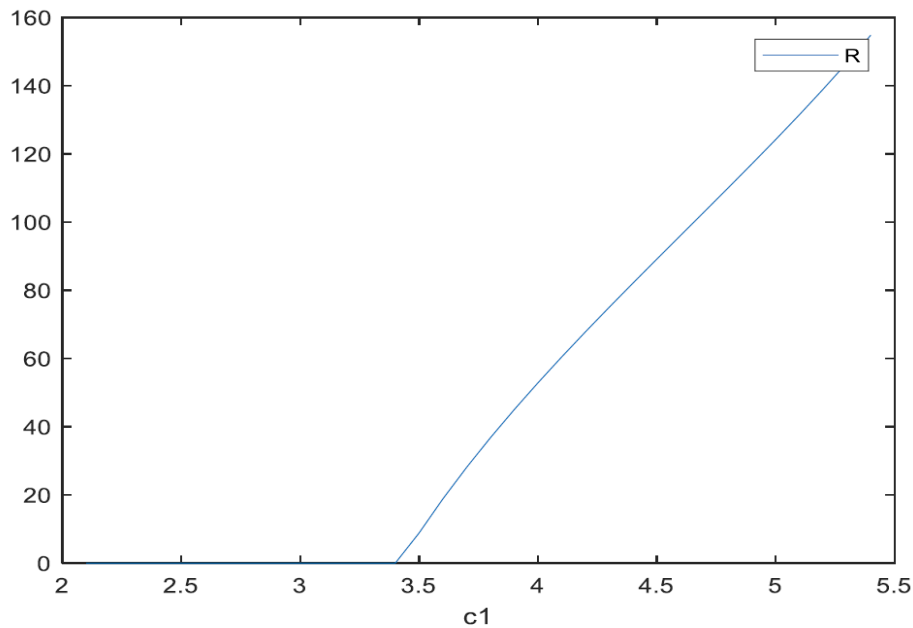
Επίδραση της παραμέτρου c_1 στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 33. Διάγραμμα f_{val} - c_1



Διάγραμμα 34. Διάγραμμα Q - c_1

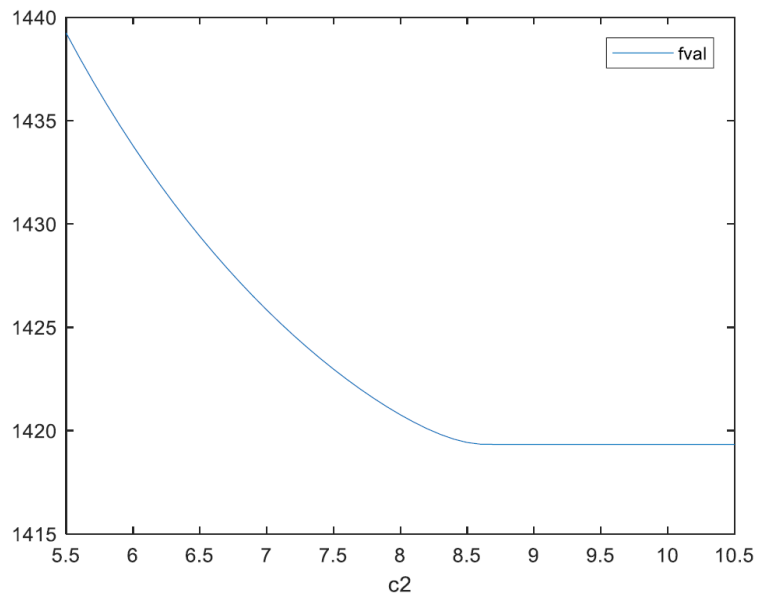


Διάγραμμα 35. Διάγραμμα R-c1

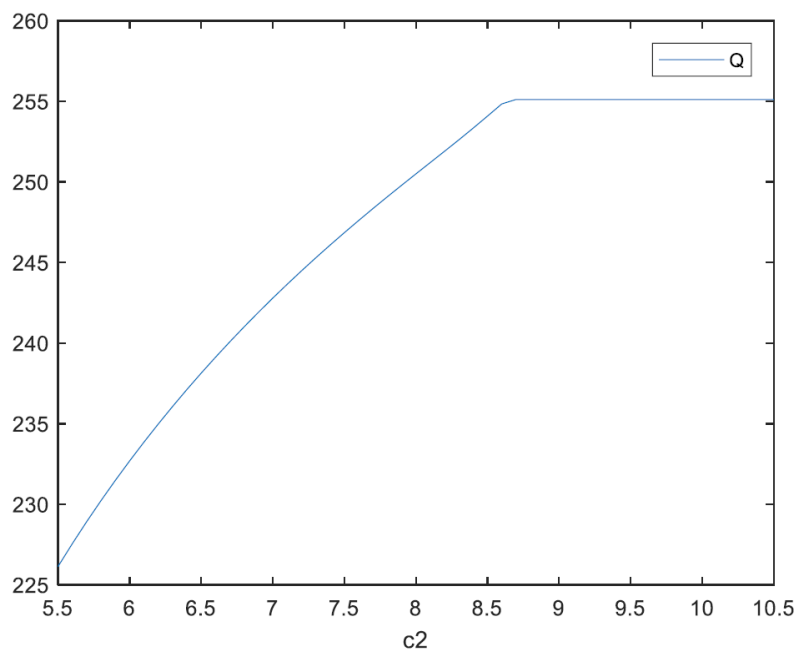
Στα συγκεκριμένα διαγράμματα παρατηρούμε ότι:

- Η τιμή του κέρδους μειώνεται με την αύξηση του κόστους αγοράς από τον πρώτο προμηθευτή (c_1), κάτι το οποίο είναι λογικό.
- Η ποσότητα της παραγγελίας του πρώτου προμηθευτή μειώνεται με την αύξηση του κόστους, ενώ η ποσότητα των προϊόντων που κρατούνται από τον δεύτερο προμηθευτή, είναι περίπου μέχρι την τιμή 3.5 του κόστους μηδενική, διότι για χαμηλές τιμές του c_1 , δεν συμφέρει να κρατηθούν προϊόντα, αφού λόγω του χαμηλού κόστους, είναι προτιμότερο να αγοράζονται προϊόντα από τον πρώτο προμηθευτή. Μετά την συγκεκριμένη τιμή, η εν λόγω ποσότητα παρουσιάζει μεγάλη αύξηση.

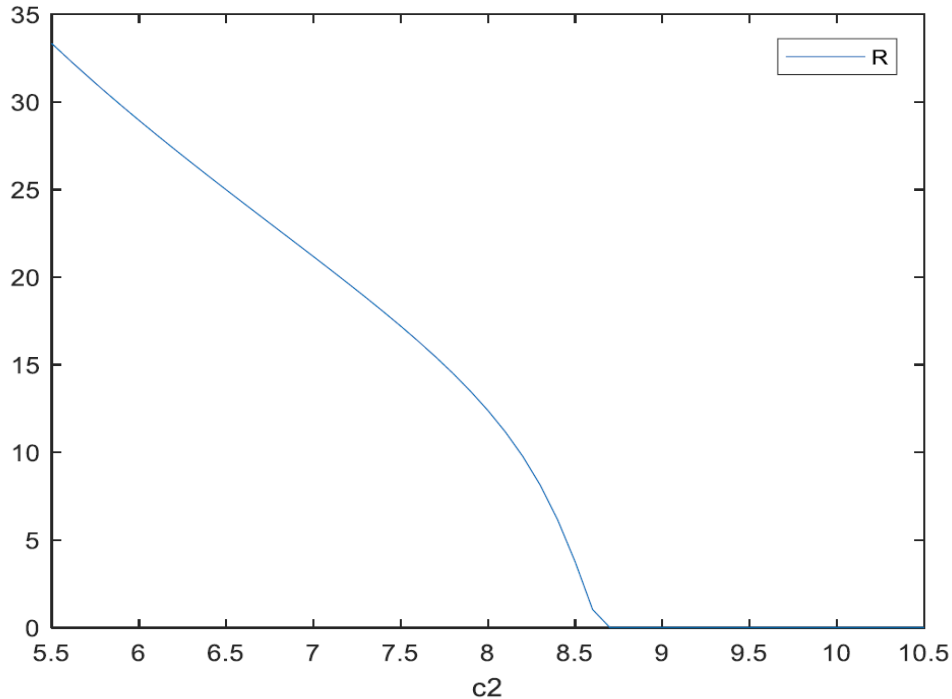
Επίδραση της παραμέτρου c_2 στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 36. Διάγραμμα $fval$ - c_2



Διάγραμμα 37. Διάγραμμα Q - c_2

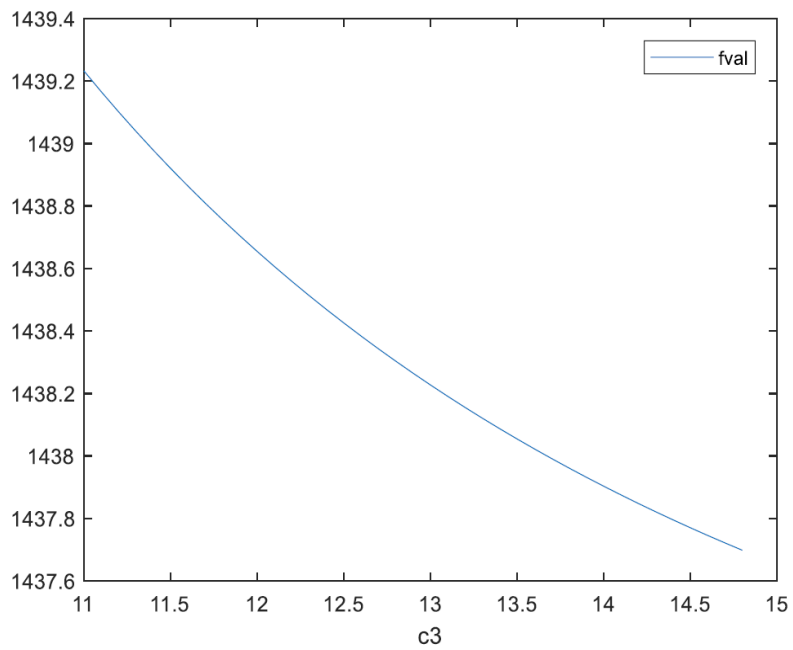


Διάγραμμα 38. Διάγραμμα R-c2

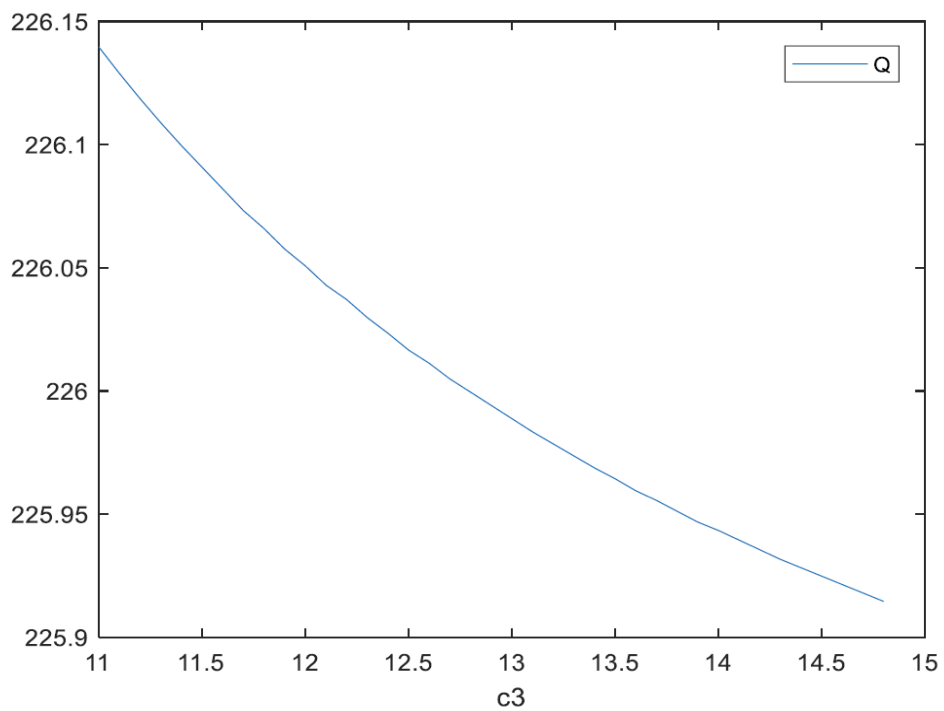
Από τα διαγράμματα του c_2 προκύπτουν τα εξής:

- Η τιμή του κέρδους μειώνεται μέχρι την στιγμή που το κόστος παίρνει την τιμή 8,5, όπου από εκείνη την στιγμή και μετά η τιμή του κέρδους παραμένει σταθερή.
- Η ποσότητα της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή αυξάνεται μέχρι την ίδια τιμή του κόστους (8,5), και μετά από αυτήν η ποσότητα παραμένει σταθερή. Αντίστοιχα η ποσότητα των προϊόντων που κρατούνται από τον δεύτερο προμηθευτή μειώνεται συνεχώς, μέχρι που μηδενίζεται στην προαναφερθείσα τιμή. Αυτό γίνεται, διότι με την αύξηση του c_2 , αυξάνεται το κόστος αγοράς προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή.

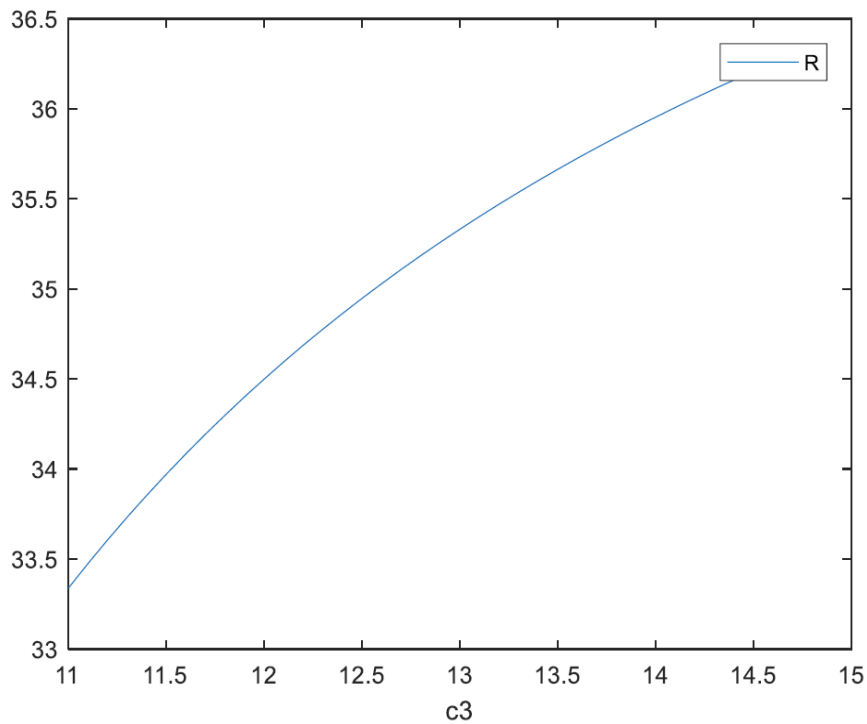
Επίδραση της παραμέτρου c_3 στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 39. Διάγραμμα $fval-c_3$



Διάγραμμα 40. Διάγραμμα $Q-c_3$

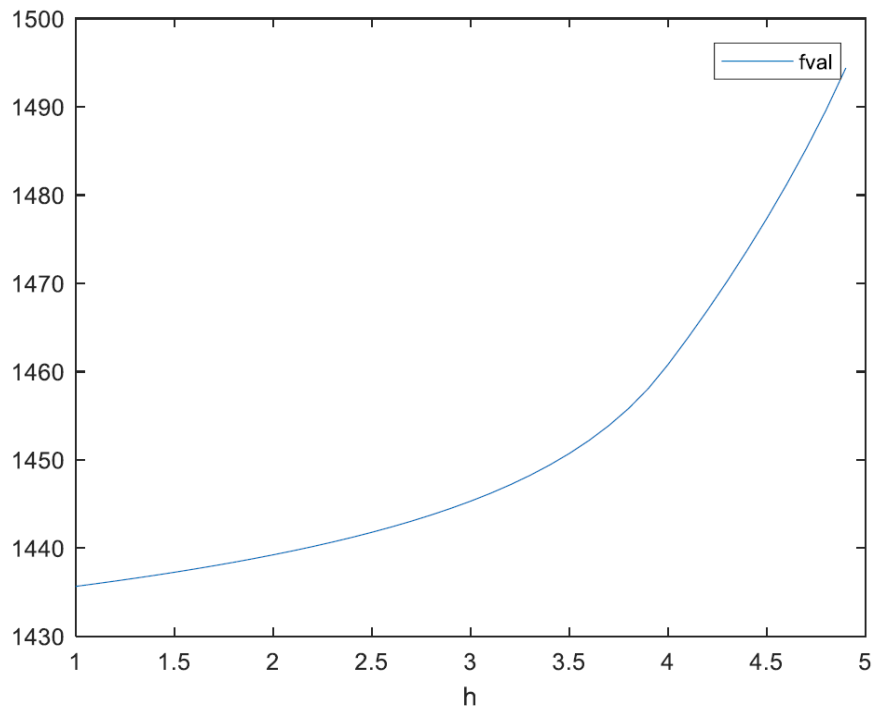


Διάγραμμα 41. Διάγραμμα R-c3

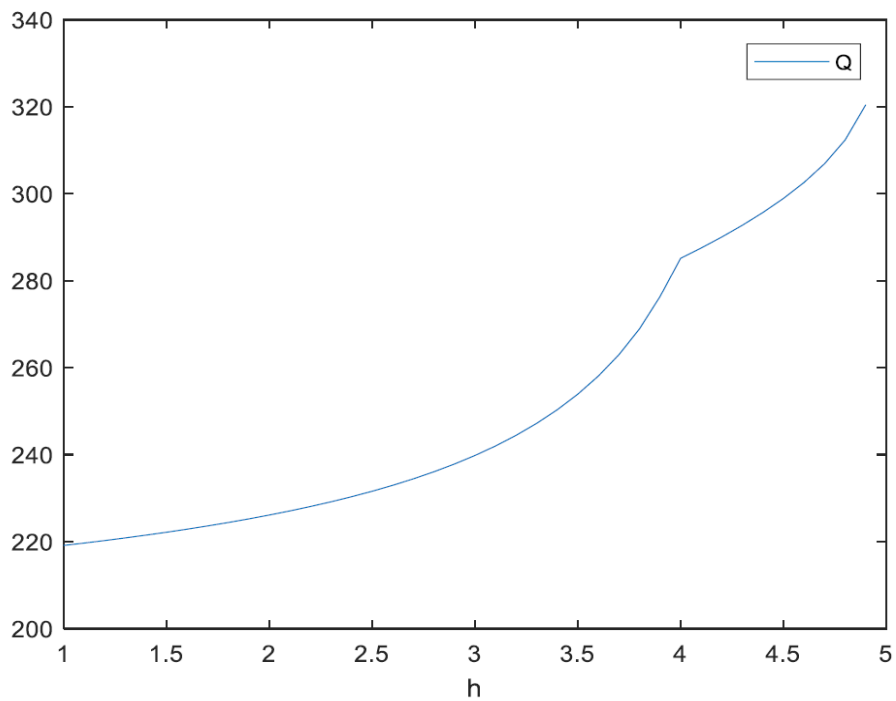
Στα διαγράμματα της συγκεκριμένης παραμέτρου φαίνονται τα εξής:

- Η τιμή του κέρδους παραμένει σχεδόν σταθερή, διότι η μεταβολή που φαίνεται στο διάγραμμα, είναι ελάχιστη.
- Το ίδιο μικρές είναι οι μεταβολές και για τις τιμές της ποσότητας της παραγωγής από τους δύο προμηθευτές, κάτι το οποίο μας οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι η παράμετρος c_3 , δεν έχει μεγάλη επιρροή στις βέλτιστες τιμές του προβλήματος.

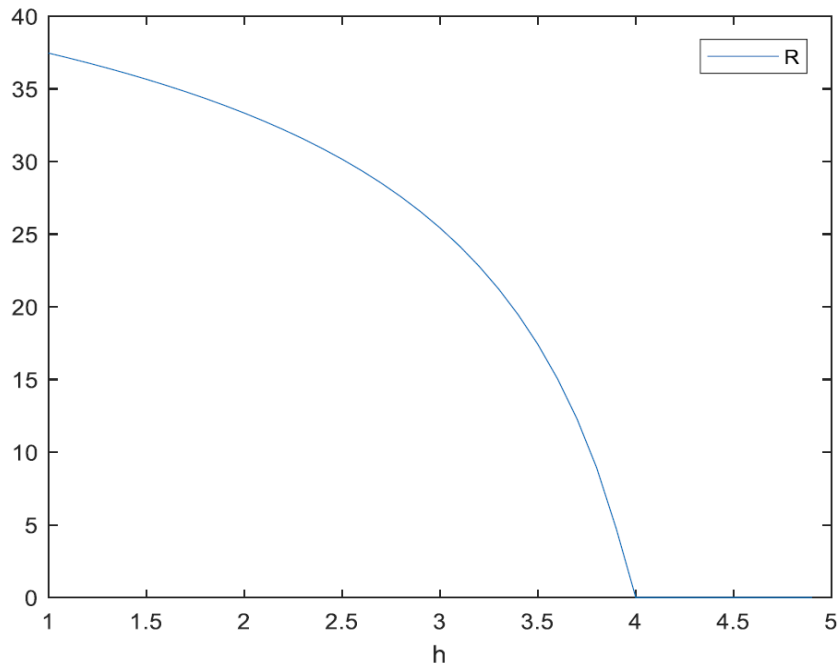
Επίδραση της παραμέτρου h στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 42. Διάγραμμα $fval-h$



Διάγραμμα 43. Διάγραμμα $Q-h$

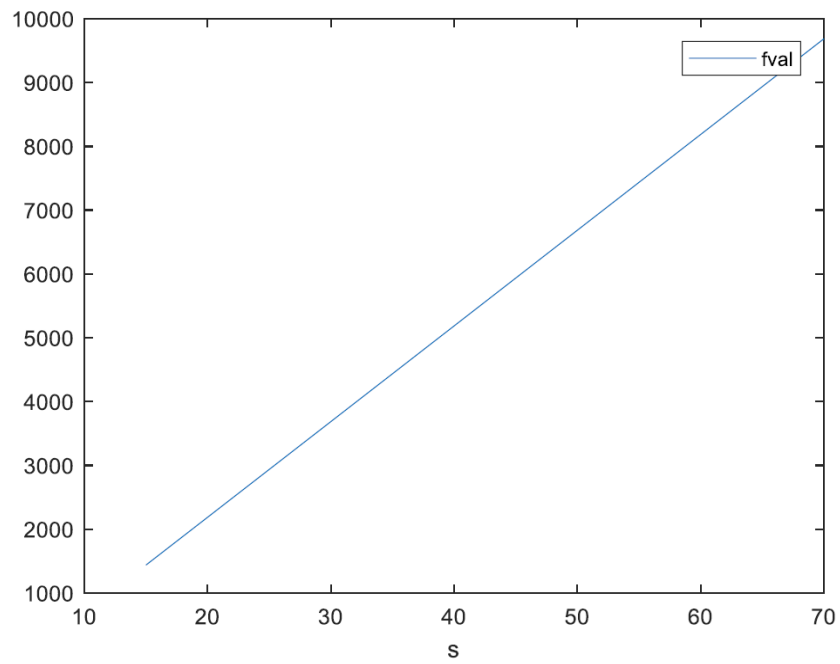


Διάγραμμα 44. Διάγραμμα R-h

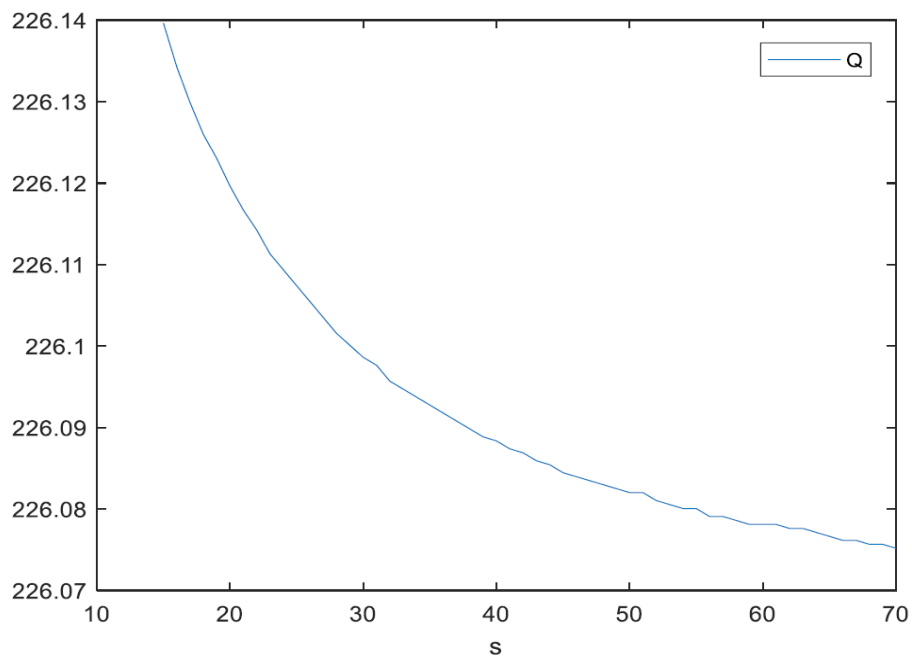
Από τα διαγράμματα της μειωμένης τιμής πώλησης (h) προκύπτει ότι:

- Η τιμή του κέρδους αυξάνεται με την αύξηση της τιμής του h , για όλο το εύρος των τιμών του.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), αυξάνεται σε όλο το εύρος των τιμών της μειωμένης τιμής πώλησης, ενώ η ποσότητα παραγγελίας από τον δεύτερο προμηθευτή (R), μειώνεται μέχρι την τιμή 4 της μειωμένης τιμής πώλησης (h), όπου από εκεί και μετά μηδενίζεται. Σε σχέση με την ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), παρατηρείται μία ασυνέχεια στην τιμή 4 της μειωμένης τιμής πώλησης (h).

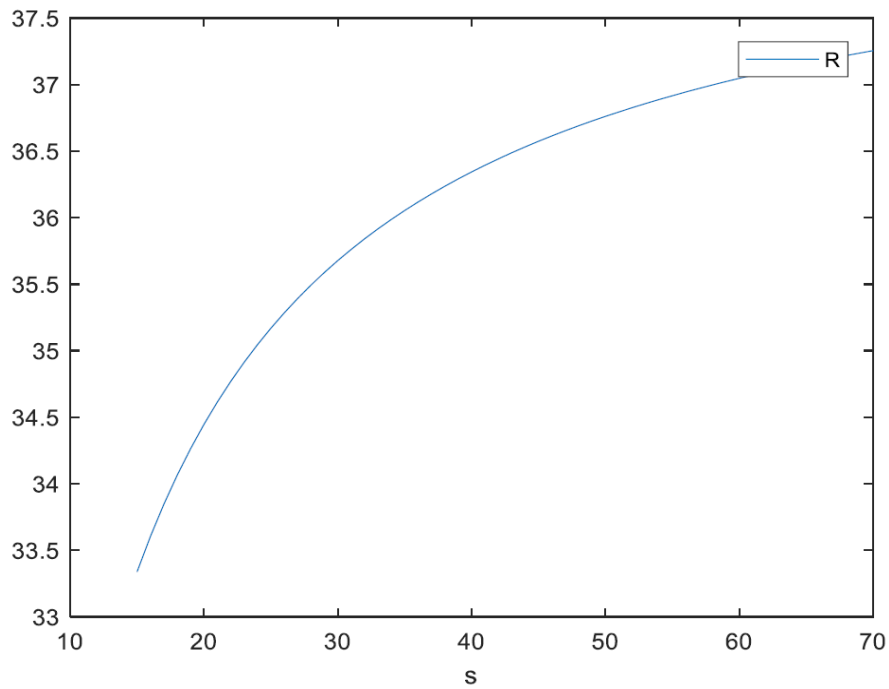
Επίδραση της παραμέτρου s στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 45. Διάγραμμα fval-s



Διάγραμμα 46. Διάγραμμα Q-s

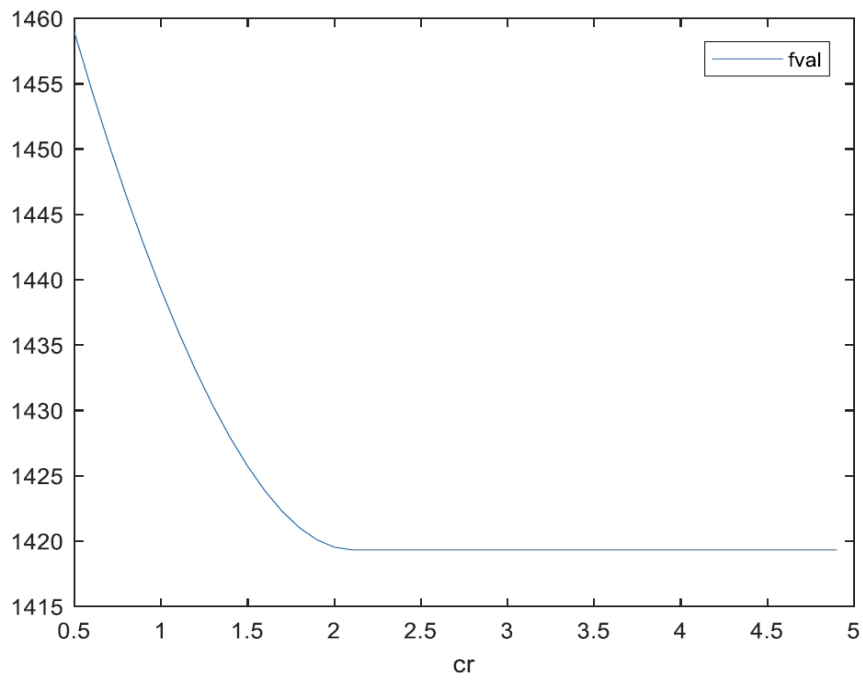


Διάγραμμα 47. Διάγραμμα R-s

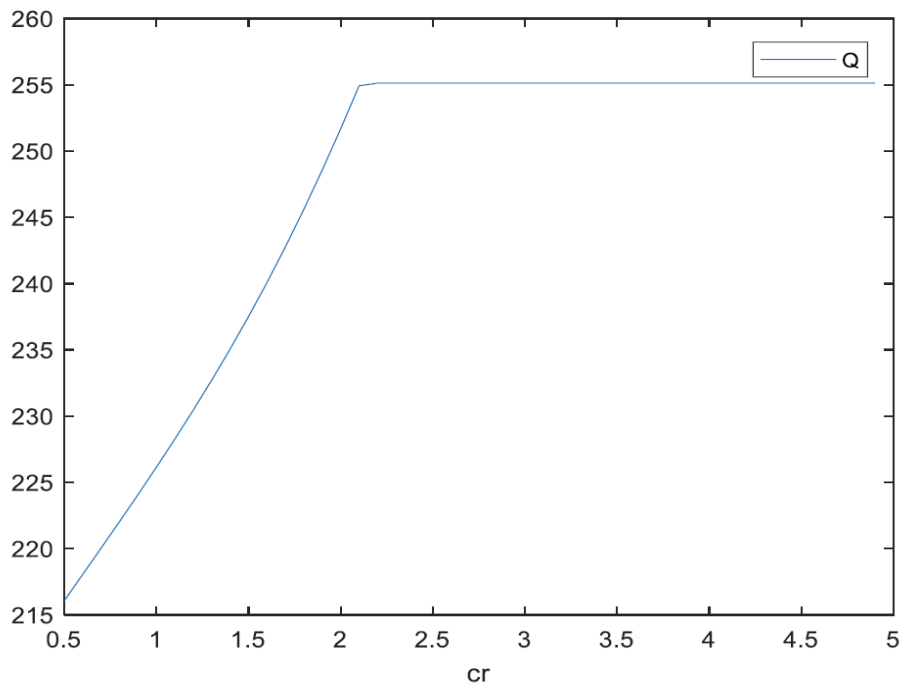
Στα συγκεκριμένα διαγράμματα παρατηρούνται τα εξής:

- Η τιμή του κέρδους αυξάνεται γραμμικά με την αύξηση της τιμής πώλησης (s).
- Η ποσότητα της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), παραμένει σταθερή σε όλο το εύρος των τιμών της τιμής πώλησης (s), ενώ η αντίστοιχη ποσότητα του δεύτερου προμηθευτή (R), έχει μία μικρή αύξηση με την αύξηση των τιμών της τιμής πώλησης (s).

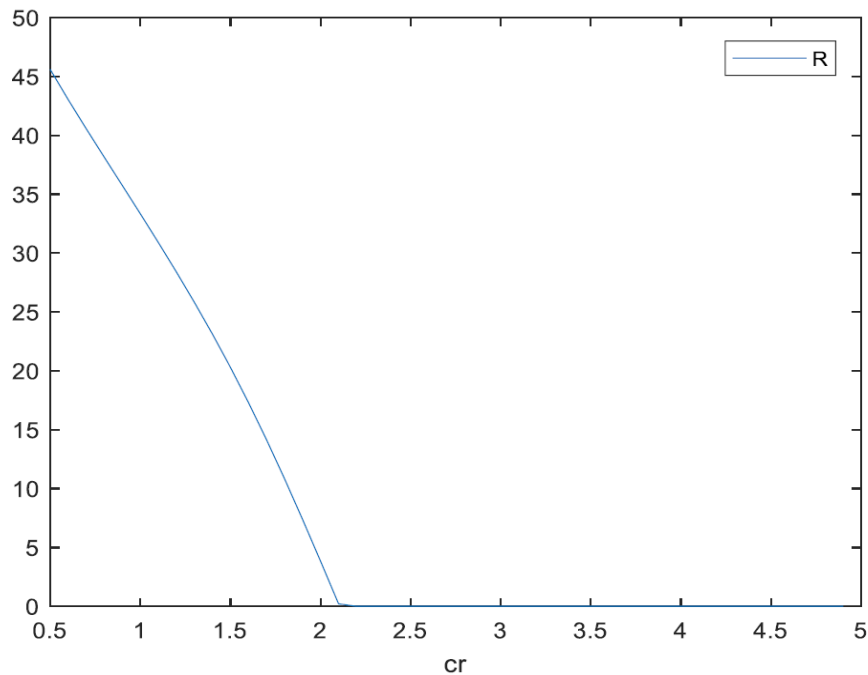
Επίδραση της παραμέτρου cr στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 48. Διάγραμμα $fval-cr$



Διάγραμμα 49. Διάγραμμα $Q-cr$

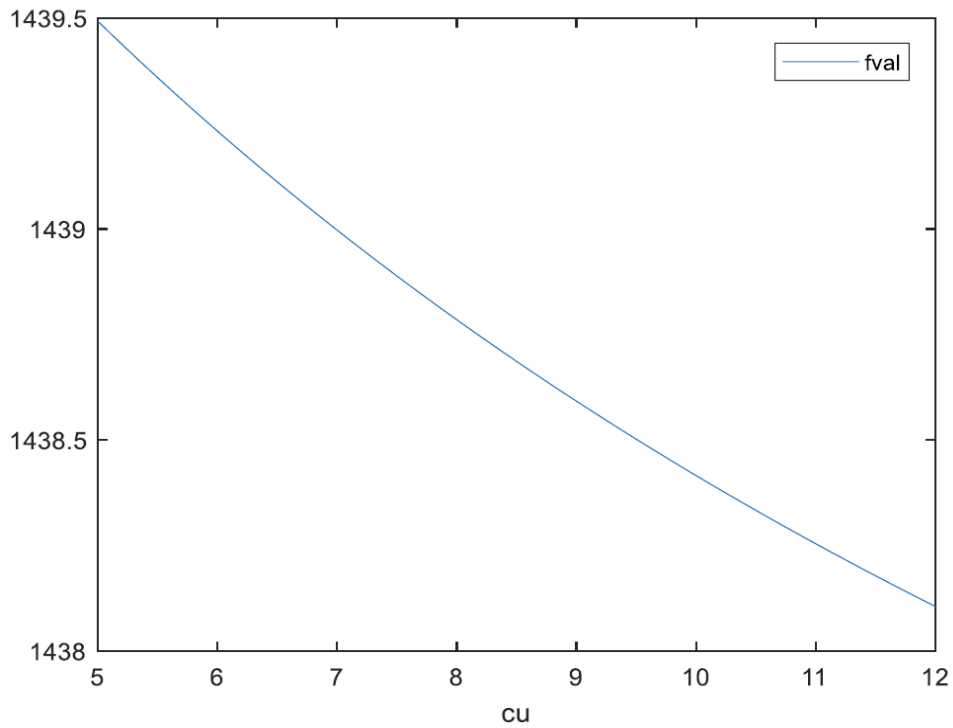


Διάγραμμα 50. Διάγραμμα R-cr

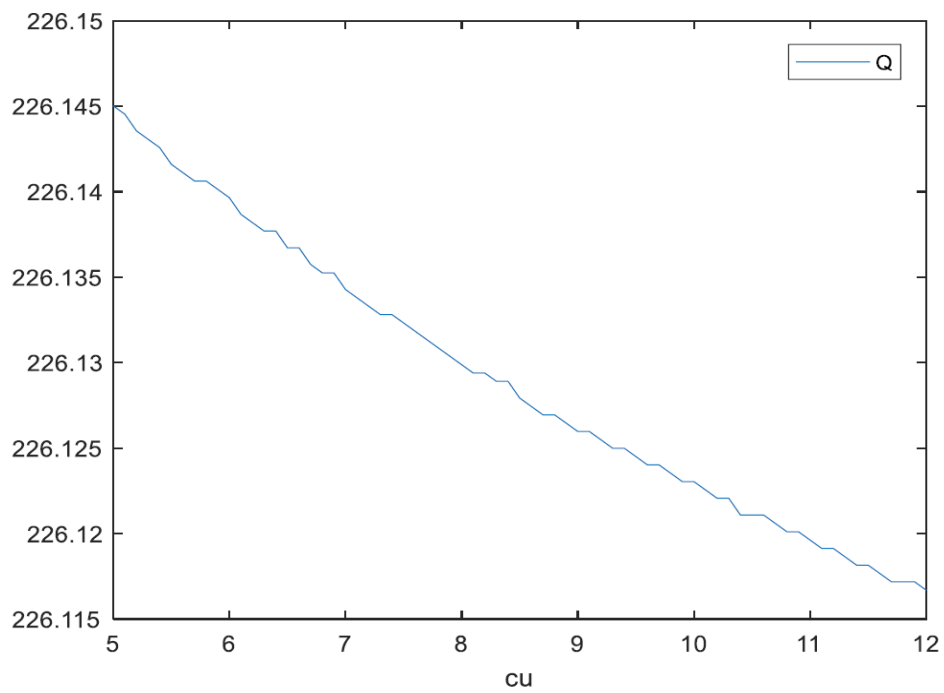
Στα συγκεκριμένα διαγράμματα παρατηρείται ότι:

- Η τιμή του κέρδους μειώνεται μέχρι περίπου την τιμή 2 της τιμής κράτησης προϊόντων (cr), ενώ μετά από αυτήν την τιμή σταθεροποιείται.
- Η ποσότητα της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), αυξάνεται μέχρι περίπου την τιμή 2 της τιμής κράτησης των προϊόντων (cr), ενώ μετά η συγκεκριμένη ποσότητα παραμένει σταθερή. Η ποσότητα της παραγγελίας από τον δεύτερο προμηθευτή (R), μειώνεται μέχρι την προαναφερθείσα τιμή, ενώ μετά μηδενίζεται, διότι με την αύξηση του cr αυξάνεται το κόστος κράτησης προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή.

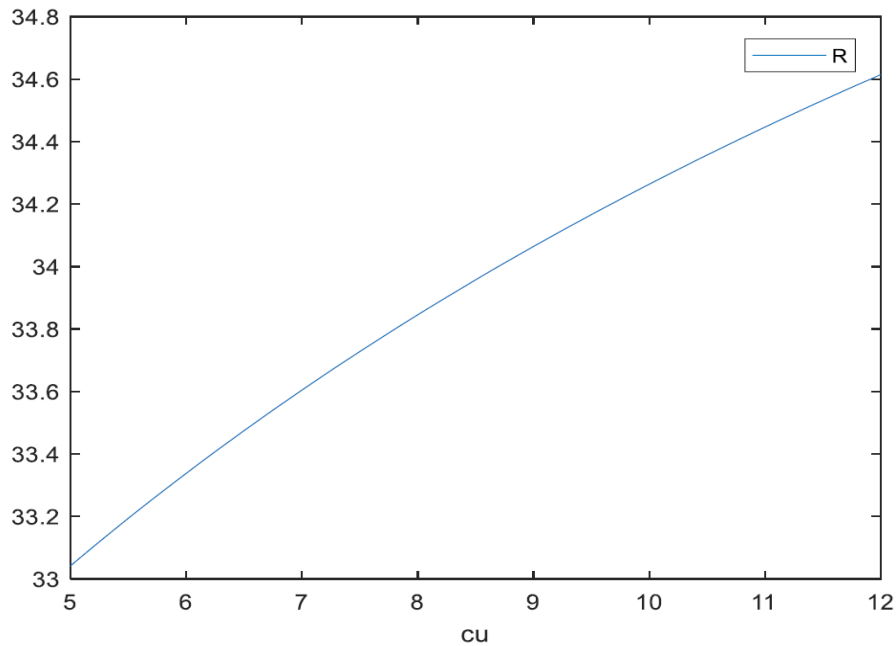
Επίδραση της παραμέτρου cu στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 51. Διάγραμμα $fval-cu$



Διάγραμμα 52. Διάγραμμα $Q-c$

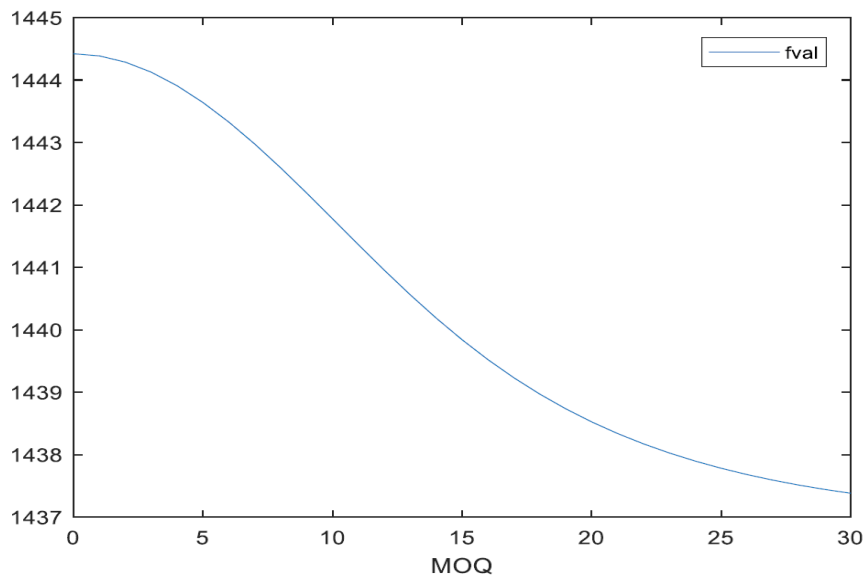


Διάγραμμα 53. Διάγραμμα R-cu

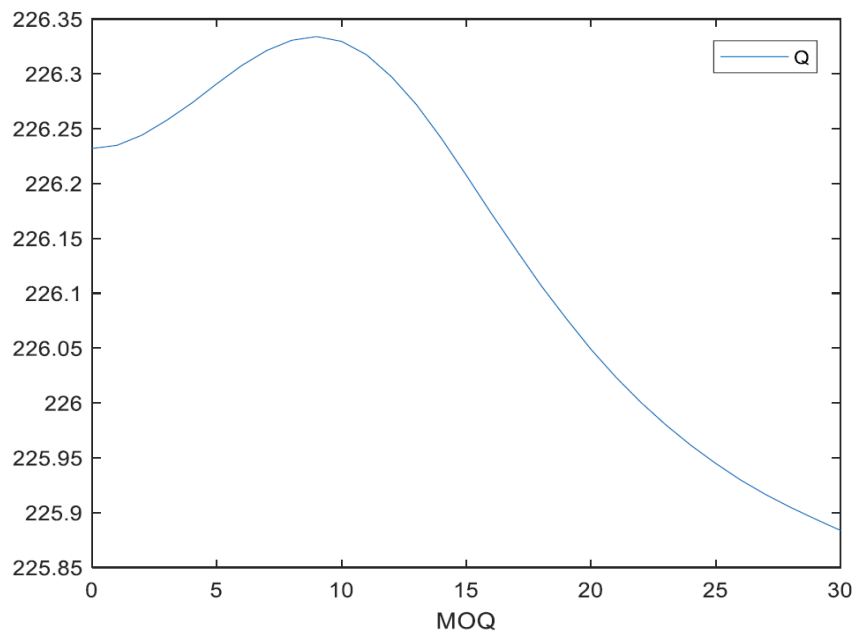
Στα συγκεκριμένα διαγράμματα παρατηρούνται τα εξής:

- Η τιμή του κέρδους παραμένει σχεδόν σταθερή για όλο το εύρος των τιμών της παραμέτρου (cu).
- Επιπλέον, η ποσότητες των παραγγελιών από τους δύο προμηθευτές (Q, R), πρακτικά είναι και αυτές σταθερές, διότι οι μεταβολές που υπάρχουν είναι πάρα πολύ μικρές. Αυτό μας δείχνει ότι η παράμετρος cu, δεν έχει μεγάλη επιρροή στις βέλτιστες τιμές της συνάρτησης.

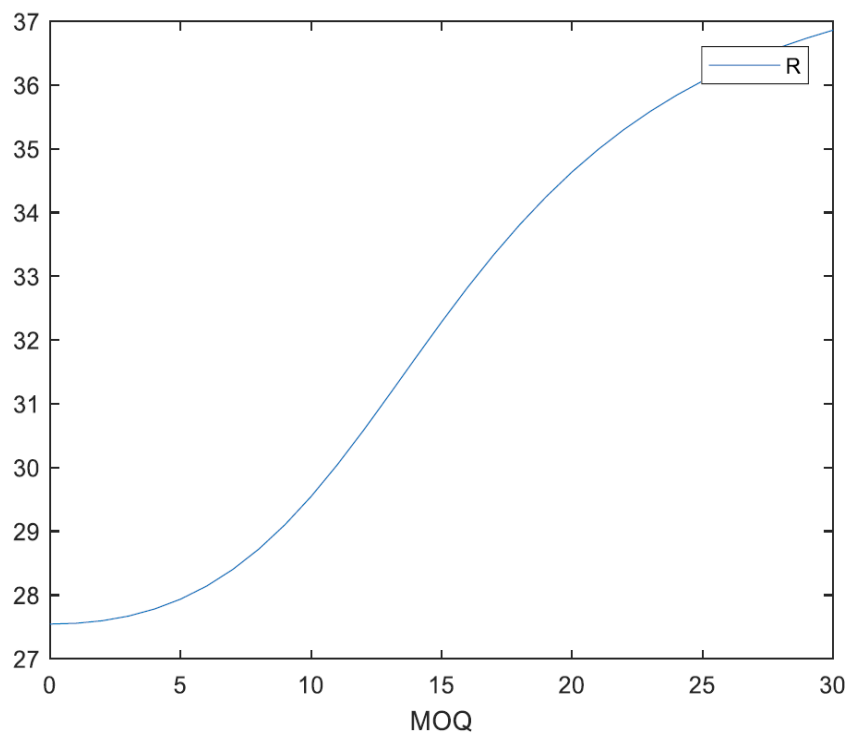
Επίδραση της παραμέτρου ΜΟQ στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 54. Διάγραμμα fval-MOQ



Διάγραμμα 55. Διάγραμμα Q-MOQ



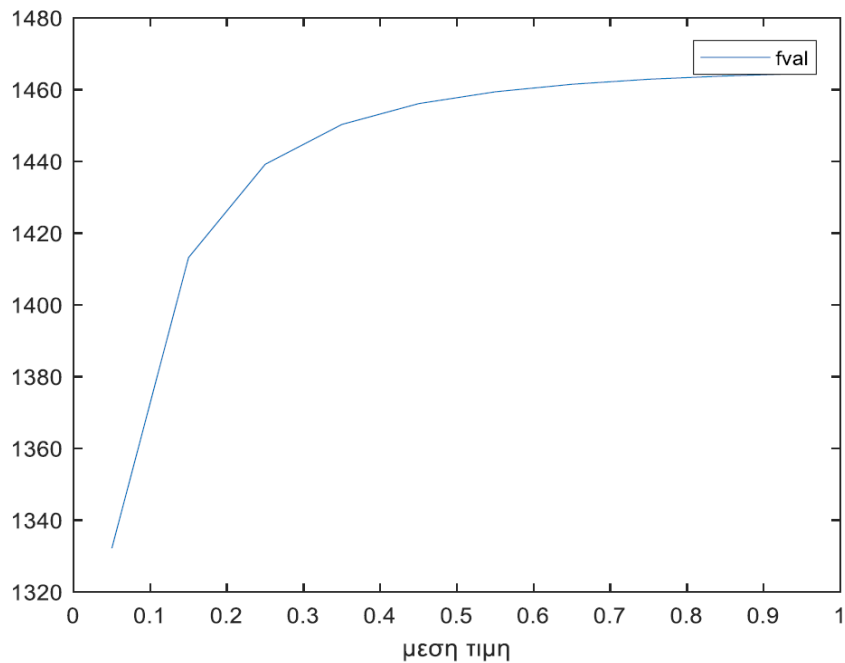
Διάγραμμα 56. Διάγραμμα R-MOQ

Από τα διαγράμματα της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας (MOQ) προκύπτουν τα εξής:

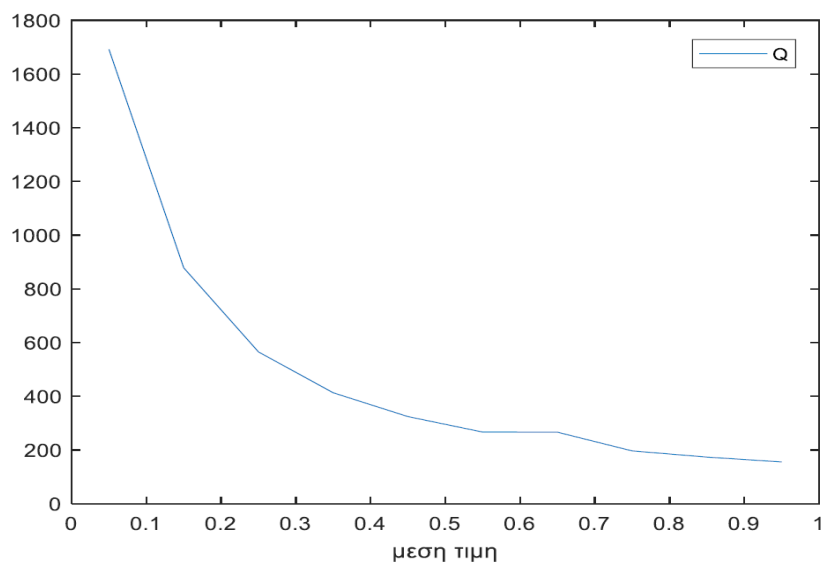
- Η τιμή του κέρδους έχει μία ελαφριά μείωση με την αύξηση των τιμών της παραμέτρου.
- Η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), παραμένει σταθερή με την αύξηση των τιμών της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας (MOQ), ενώ η ποσότητα παραγγελίας από τον δεύτερο προμηθευτή (R), παρουσιάζει μία μικρή αύξηση.

Επίδραση της μέσης τιμής του ποσοστού των μη ελαττωματικών προϊόντων στις βέλτιστες τιμές

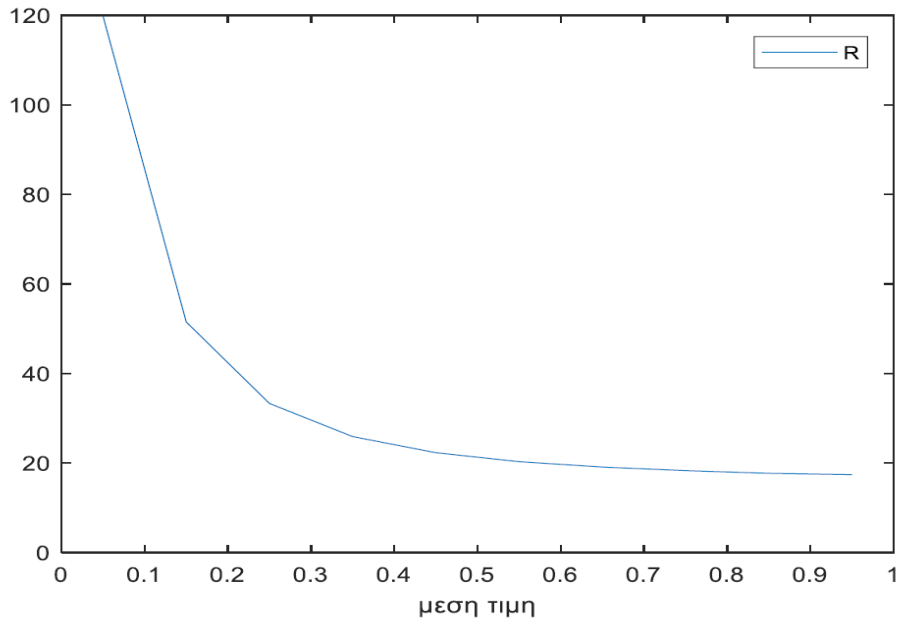
Στα συγκεκριμένα διαγράμματα, κρατήθηκε σταθερή η διασπορά των ορίων της ομοιόμορφης κατανομής του ποσοστού των ελαττωματικών προϊόντων και ίση με 0,1.



Διάγραμμα 57. Διάγραμμα fval- μέση τιμή f



Διάγραμμα 58. Διάγραμμα Q- μέση τιμή f



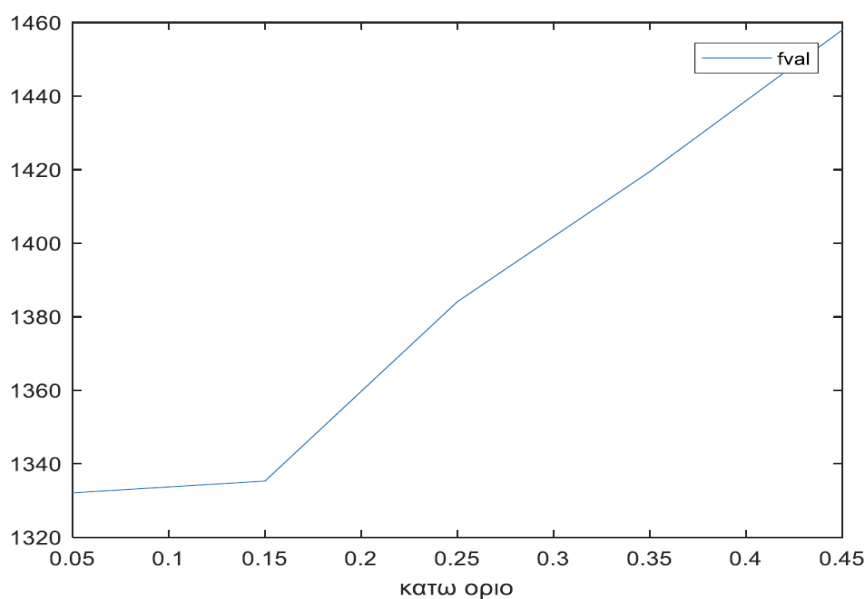
Διάγραμμα 59. Διάγραμμα R- μέση τιμή f

Από τα συγκεκριμένα διαγράμματα προκύπτουν τα εξής:

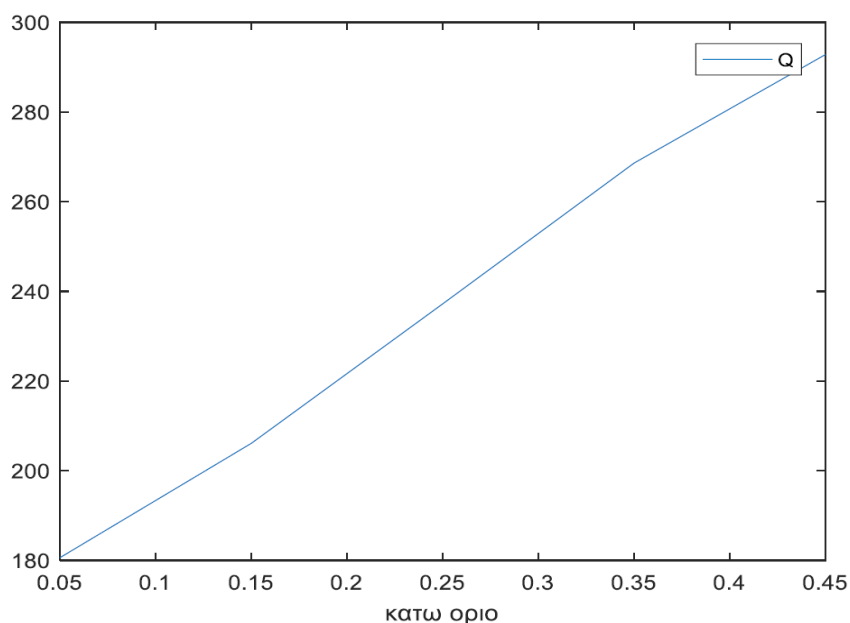
- Η τιμή του κέρδους αυξάνεται με την αύξηση του ποσοστού της μέσης τιμής των μη ελαττωματικών προϊόντων.
- Οι ποσότητες παραγγελίας από τους δύο προμηθευτές (Q, R) μειώνονται με την αύξηση του συγκεκριμένου ποσοστού, αφού με την αύξηση της μέσης τιμής, η ποσότητα των μη ελαττωματικών προϊόντων αυξάνεται.

Επίδραση της διασποράς του ποσοστού των μη ελλειπτικών προϊόντων στις βέλτιστες τιμές

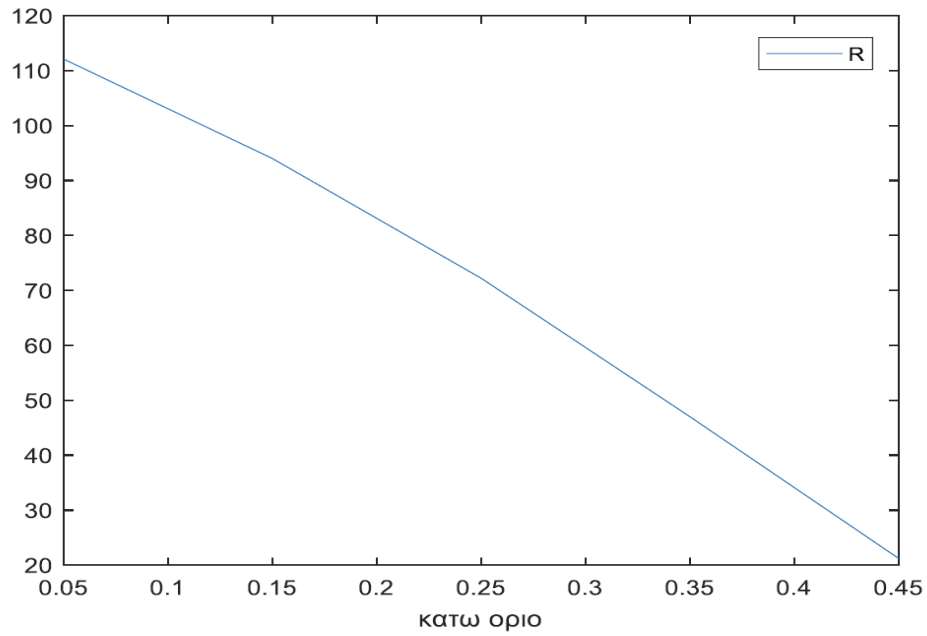
Για τα συγκεκριμένα διαγράμματα, κρατήθηκε σταθερή η τιμή της μέσης τιμής και ίση με 0,5. Επίσης, με την αύξηση του κάτω ορίου, μειώνεται η διασπορά του ποσοστού των μη ελλειπτικών προϊόντων, αφού το κάτω όριο αναπαριστά, την χαμηλότερη τιμή που μπορεί να λάβει το ποσοστό των μη ελλειπτικών προϊόντων.



Διάγραμμα 60. Διάγραμμα fval- εύρος



Διάγραμμα 61. Διάγραμμα Q-εύρος

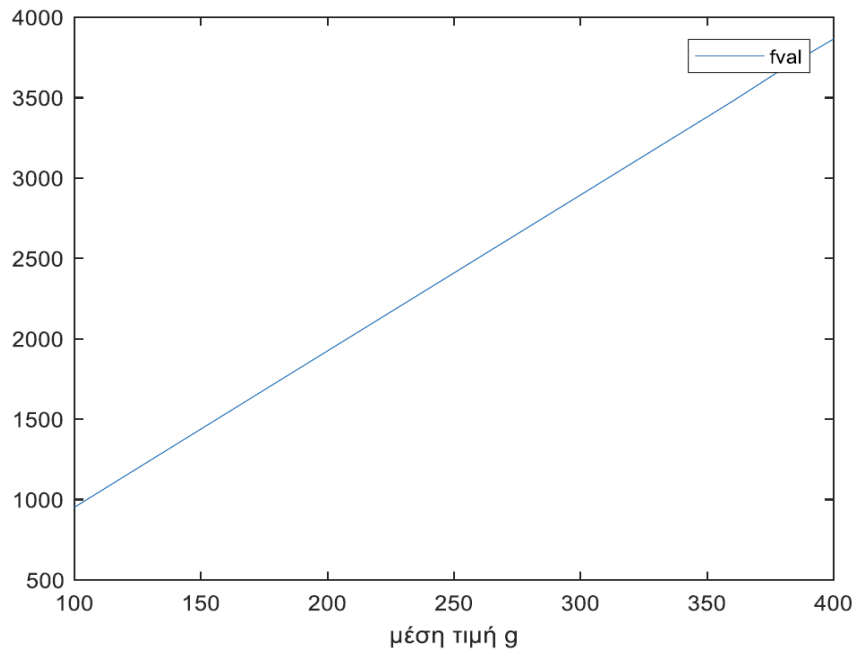


Διάγραμμα 62. Διάγραμμα R-εύρος

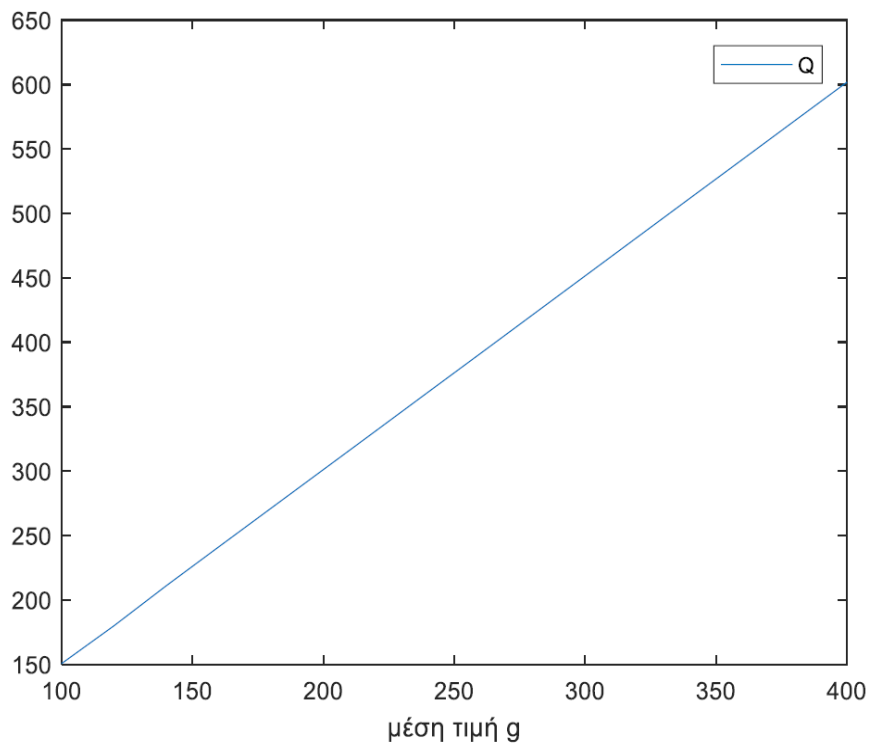
Από τα συγκεκριμένα διαγράμματα προκύπτει ότι:

- Με την αύξηση των τιμών του κάτω ορίου του εύρους, οι τιμές του κέρδους αυξάνονται.
- Η ποσότητα της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), αυξάνεται με την αύξηση των τιμών του κάτω ορίου (μείωση της διασποράς), ενώ η αντίστοιχη ποσότητα από τον δεύτερο προμηθευτή (R), μειώνεται.

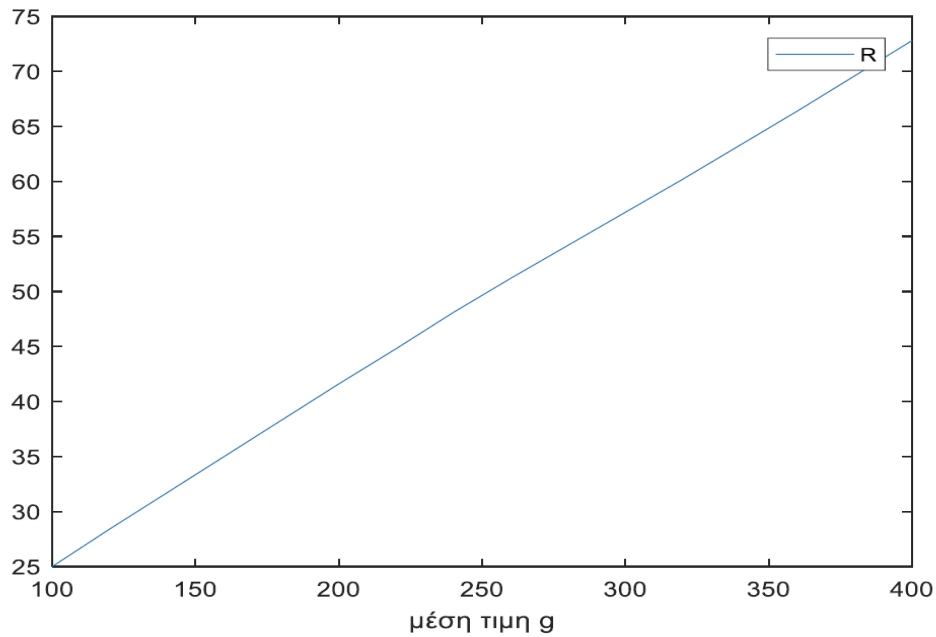
Επίδραση της μέσης τιμής της ζήτησης στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 63. Διάγραμμα fval- μέση τιμή g



Διάγραμμα 64. Διάγραμμα Q- μέση τιμή g

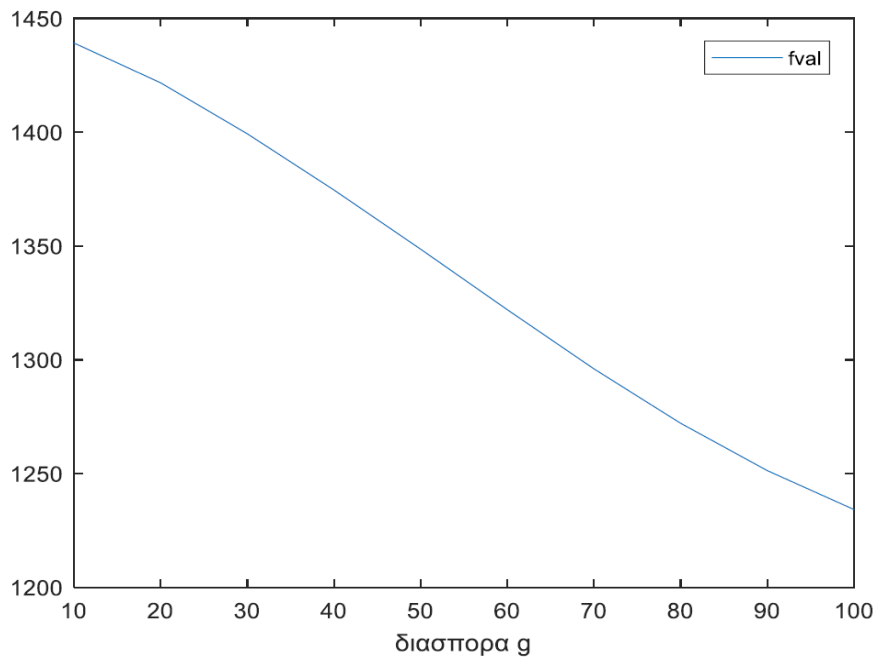


Διάγραμμα 65. Διάγραμμα R- μέση τιμή g

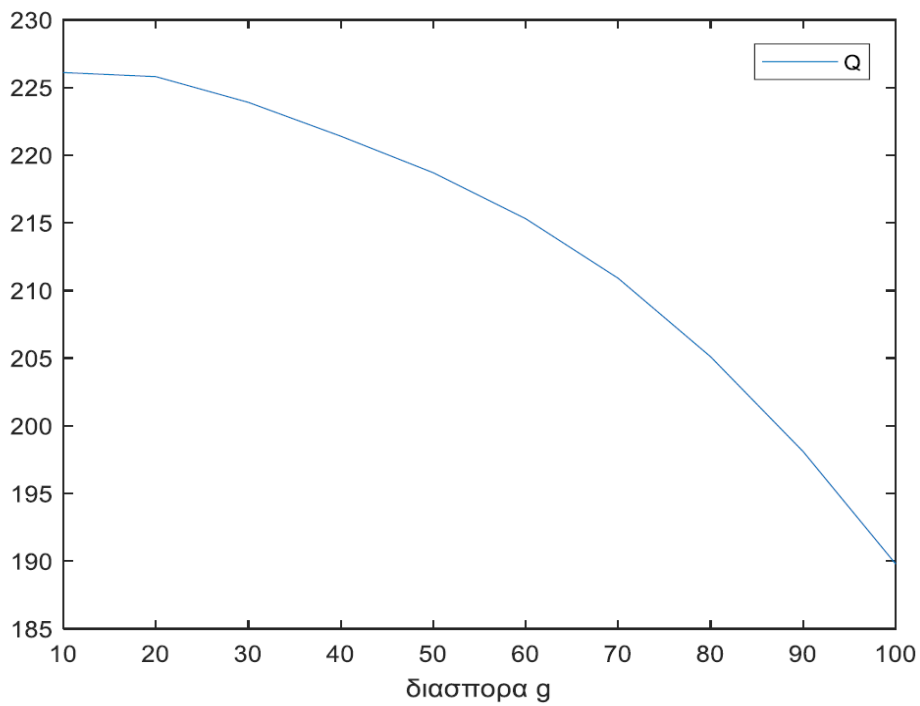
Από τα παραπάνω διαγράμματα προκύπτουν τα εξής:

- Με την αύξηση της μέσης τιμής της συγκεκριμένης συνάρτησης, παρατηρείται αύξηση των τιμών του κέρδους. Αυτό συμβαίνει διότι, η αύξηση της μέσης τιμής της ζήτησης, οδηγεί στην ανάγκη, να πωληθούν περισσότερα προϊόντα, άρα και σε περισσότερα έσοδα.
- Επίσης, με την αύξηση των τιμών της συγκεκριμένης παραμέτρου, παρατηρείται αύξηση και στις δύο ποσότητες παραγγελίας (Q, R). Αυτό συμβαίνει, επειδή η πώληση περισσότερων προϊόντων, οδηγεί στην αγορά περισσότερων προϊόντων.

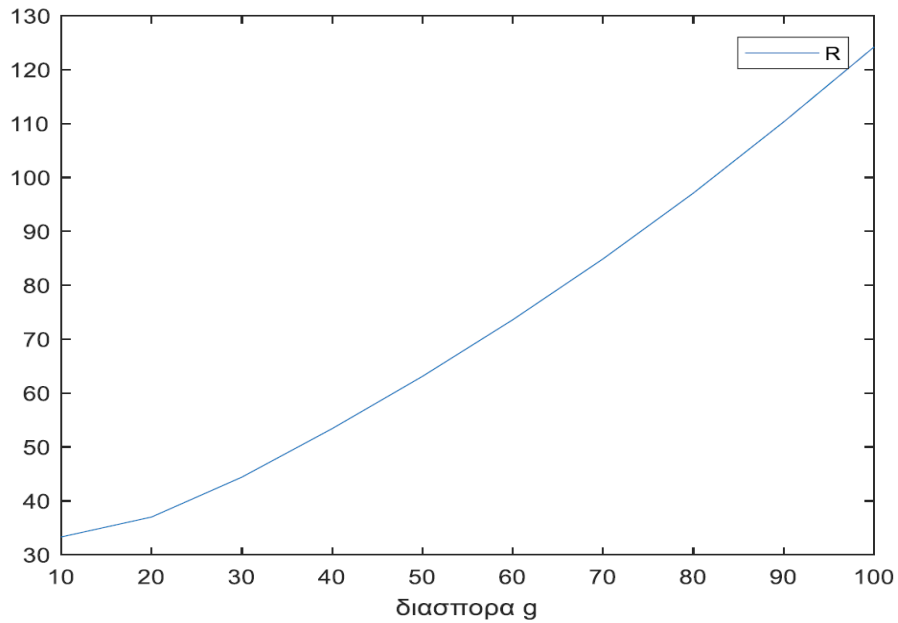
Επίδραση της διασποράς της ζήτησης στις βέλτιστες τιμές



Διάγραμμα 66. Διάγραμμα fval-διασποράς



Διάγραμμα 67. Διάγραμμα Q- διασπορά



Διάγραμμα 68. Διάγραμμα R-διασπορά

Από τα διαγράμματα της διασποράς της συνάρτησης g προκύπτουν τα εξής:

- Η τιμή του κέρδους μειώνεται με την αύξηση της διασποράς.
- Η τιμή της ποσότητας της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (Q), μειώνεται με την αύξηση της διασποράς, ενώ η αντίστοιχη ποσότητα από τον δεύτερο προμηθευτή (R), αυξάνεται με την αύξηση της διασποράς.

Κεφάλαιο 4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, μελετήθηκε ένα μοντέλο εφοδιαστικής αλυσίδας, το οποίο αποτελείται από δύο προμηθευτές και στο οποίο υπάρχει αναξιοπιστία ως προς την ποιότητα των προϊόντων του πρώτου προμηθευτή. Πιο συγκεκριμένα, το ποσοστό των μη ελαττωματικών προϊόντων από τον πρώτο προμηθευτή, ακολουθεί τυχαία κατανομή. Ο δεύτερος προμηθευτής είναι αξιόπιστος, και πριν την αγορά των προϊόντων του, πρέπει να πληρωθεί ένα αντίτιμο για την κράτηση των συγκεκριμένων προϊόντων. Σε περίπτωση που χρειάζονται επιπλέον προϊόντα, ο δεύτερος προμηθευτής, δίνει την δυνατότητα αγοράς επιπλέον προϊόντων, με την προϋπόθεση ότι η ποσότητα παραγγελίας θα είναι μεγαλύτερη από μία ελάχιστη τιμή (ΜΟQ). Η συγκεκριμένη εφοδιαστική αλυσίδα μελετήθηκε για δύο περιπτώσεις. Η πρώτη περίπτωση, αφορούσε το ενδεχόμενο το ποσοστό των μη ελαττωματικών προϊόντων να ακολουθεί τυχαία κατανομή, με την ζήτηση να θεωρείται γνωστή. Στην δεύτερη περίπτωση, τόσο το ποσοστό των μη ελαττωματικών προϊόντων, όσο και η ζήτηση, ακολουθούν τυχαία κατανομή. Ο σκοπός ήταν, να μοντελοποιηθεί και να βελτιστοποιηθεί μία συνάρτηση που να περιγράφει τις δύο καταστάσεις, και να βρίσκει την βέλτιστη τιμή του κέρδους, και τις βέλτιστες τιμές της ποσότητας της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή και την βέλτιστη ποσότητα κράτησης των προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή.

Για την πρώτη περίπτωση, αρχικά θεωρήθηκε ότι οι βέλτιστες τιμές θα υπήρχαν για περιπτώσεις όπου η παραγγελία του πρώτου προμηθευτή θα ήταν μεγαλύτερη από την ζήτηση ($Q \geq d$). Όμως αργότερα διαπιστώθηκε, ότι υπάρχουν περιπτώσεις, στις οποίες οι βέλτιστες τιμές εμφανίζονται όταν η ποσότητα της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή είναι μικρότερη της ζήτησης ($Q < d$). Αφού λοιπόν μοντελοποιήθηκε η συνάρτηση κάτω και από αυτήν την συνθήκη, στην συνέχεια βελτιστοποιήθηκαν οι συναρτήσεις. Κατά την βελτιστοποίηση των συναρτήσεων, παρατηρήθηκε ότι η κοιλότητα της συνάρτησης, έχει πρωτεύοντα ρόλο στον εντοπισμό των βέλτιστων τιμών. Αυτό συμβαίνει διότι σε διάφορες περιπτώσεις που παρουσιάζονται, η συνάρτηση παρουσιάζει παραπάνω από ένα βέλτιστο, κάτι το οποίο δυσκολεύει την εύρεση του ολικού βέλτιστου. Τέλος, δημιουργήθηκαν διαγράμματα που δείχνουν την επίδραση των παραμέτρων του προβλήματος στις βέλτιστες τιμές. Εκεί, παρατηρήθηκε ότι σχεδόν όλες οι παράμετροι επηρεάζουν τις βέλτιστες τιμές

εκτός από το κόστος μη πώλησης προϊόντων (c_u). Η ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας (MOQ), για μικρά εύρη τιμών έχει μικρή επιρροή στις βέλτιστες τιμές. Όμως, για μεγάλες τιμές της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας (MOQ), η επιρροή πάνω στις βέλτιστες τιμές είναι ελάχιστη. Αυτό συμβαίνει διότι όταν η ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας (MOQ) είναι μεγάλη, η αγορά επιπλέον τεμαχίων είναι ασύμφορη. Κάποιες λογικές παρατηρήσεις είναι ότι σε χαμηλές τιμές της ποσότητας παραγγελίας του πρώτου προμηθευτή (c_1) και σε υψηλές τιμές της ποσότητας κράτησης από τον δεύτερο προμηθευτή (c_2) και του κόστους κράτησης προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή (c_f), δεν συμφέρει η αγορά προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή. Επιπλέον, σε υψηλές τιμές του κόστους της αγοράς επιπλέον τεμαχίων από τον δεύτερο προμηθευτή (c_3), η αγορά της ελάχιστης ποσότητας παραγγελίας (MOQ), είναι ασύμφορη. Επίσης, με την αύξηση της μειωμένης τιμής πώλησης (h), παρατηρείται ότι η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή αυξάνεται, ενώ η ποσότητα κράτησης προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή, μειώνεται. Άλλο ένα ενδιαφέρον στοιχείο, είναι ότι με την αύξηση της αρχικής τιμής πώλησης (s) και ενώ η τιμή του κέρδους αυξάνεται, τόσο η ποσότητα παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή, όσο και η ποσότητα της κράτησης από τον δεύτερο προμηθευτή, παραμένει σταθερή.

Για την δεύτερη περίπτωση, μοντελοποιήθηκε η συνάρτηση που περιγράφει την εφοδιαστική αλυσίδα και βελτιστοποιήθηκε χρησιμοποιώντας το ίδιο λογισμικό με την προηγούμενη περίπτωση. Επίσης, δημιουργήθηκαν διαγράμματα που δείχνουν την επίδραση των παραμέτρων του προβλήματος στις βέλτιστες τιμές. Εκεί, παρατηρήθηκε ότι σχεδόν όλες οι παράμετροι επηρεάζουν τις βέλτιστες τιμές εκτός από το κόστος μη πώλησης προϊόντων (c_u), και το κόστος αγοράς επιπλέον τεμαχίων από τον δεύτερο προμηθευτή (c_3). Επιπλέον, όπως αναμενόταν, σε χαμηλές τιμές της ποσότητας παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή (c_1) και σε υψηλές τιμές του κόστους κράτησης προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή (c_2), της μειωμένης τιμής πώλησης προϊόντων (h) και του κόστους κράτησης προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή (c_f), δεν συμφέρει η αγορά προϊόντων από τον δεύτερο προμηθευτή. Τέλος, σε σχέση με την τιμή πώλησης (s), το ενδιαφέρον στοιχείο είναι, ότι ενώ η τιμή του κέρδους αυξάνεται με την αύξηση της τιμής πώλησης, οι ποσότητες παραγγελίας παραμένουν σταθερές.

Για περαιτέρω εργασίες, είναι ενδιαφέρον να μελετηθεί σε μεγαλύτερο βάθος, η περίπτωση στην οποία η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας είναι μικρότερη από την

ζήτηση ($Q < d$), διότι βάση λογικής, θα έπρεπε οι βέλτιστες τιμές να εμφανίζονται στην περίπτωση όπου η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας του πρώτου προμηθευτή είναι μεγαλύτερη της ζήτησης ($Q \geq d$). Όμως παρατηρήθηκε ότι υπάρχουν περιπτώσεις όπου οι βέλτιστες τιμές εμφανίζονται όταν η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας είναι μικρότερη από την ζήτηση ($Q < d$). Επιπλέον, ενδιαφέρον θα παρουσίαζε η μελέτη της επιρροής της κοιλότητας στην δεύτερη περίπτωση, όπου και το ποσοστό των μη ελαττωματικών προϊόντων, αλλά και η ζήτηση, ακολουθούν τυχαία κατανομή. Κρίνοντας βέβαια από την μελέτη της πρώτης περίπτωσης και σύμφωνα με την λογική, η κοιλότητα της συνάρτησης, θα έχει εξίσου σημαντικό ρόλο στην ανεύρεση των βέλτιστων τιμών.

Τέλος, ένα παρόμοιο μοντέλο το οποίο έχει ενδιαφέρον στην μελέτη του, αφορά μία εφοδιαστική αλυσίδα που θα περιέχει τρεις προμηθευτές. Ο πρώτος θα είναι αναξιόπιστος, όπως και σε αυτήν την περίπτωση, και ο δεύτερος, επίσης θα λειτουργεί όπως σε αυτό το πρόβλημα, δηλαδή κάνοντας αρχικά κράτηση προϊόντων και στην συνέχεια αγορά όσων χρειάζονται. Όμως σε αυτό το μοντέλο, δεν θα υπάρχει η δυνατότητα αγοράς επιπλέον προϊόντων. Εδώ, η αγορά επιπλέον προϊόντων, θα γίνεται μέσω του τρίτου προμηθευτή, ενώ θα υπάρχει ο περιορισμός, η ποσότητα των προϊόντων που θα αγοραστούν από τον τρίτο προμηθευτή, να είναι μεγαλύτερη από την ελάχιστη ποσότητα παραγγελίας (MOQ), που τώρα θα καθορίζεται από τον τρίτο προμηθευτή. Η βασική διαφορά, είναι ότι σε αυτό το μοντέλο, θα υπάρχει η δυνατότητα της αγοράς της ελάχιστης ποσότητα παραγγελίας (MOQ), χωρίς την αγορά όλων των προϊόντων που είχαν κρατηθεί από τον δεύτερο προμηθευτή. Σε αυτό το μοντέλο, είναι πιθανό η κοιλότητα της συνάρτησης να μην επηρεάζει τις βέλτιστες τιμές, αφού υπάρχει περίπτωση να μην εμφανίζονται περιπτώσεις με πολλαπλά τοπικά βέλτιστα.

Βιβλιογραφία

- [1], [9] Benyoucef, L, Xie, X and Tanonkou, G.A (2013) Supply chain network design with unreliable suppliers: a Lagrangian relaxation-based approach. *International Journal of Production Research*, 51(21), 6435-6454.
- [2], [8] Yuan, X, Bi, G, Fei, Y and Li, L (2020) Supply chain with random yield and financing. *Omega*, 102, 1-13.
- [3] Hou, H, Zeng, Z.A, and Sun, L (2016) Backup sourcing with capacity reservation under uncertain disruption risk and minimum order quantity. *Computers & Industrial Engineering*, 103, 216-226.
- [4] Γεώργιος Μαλινδρέτος, (2015), *Εφοδιαστική αλυσίδα, Logistics & εξυπηρέτηση πελατών*, Διδακτορική εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.
- [5] Hugos, M.H, *Essentials of Supply Chain Management*, 4th Edition, John Wiley & Sons, New Jersey, 2018.
- [6] Beamon, B.M (1998) Supply chain design and analysis: Models and methods. *International Journal of Production Economics*, 55, 281-294.
- [7] Μαλλιαρός, Κ. (2020) *Η χρήση προβλέψεων στις εφοδιαστικές αλυσίδες ανθρωπιστικής βοήθειας*, Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία Ειδίκευσης, Τμήμα Πολιτικής Επιστήμης Και Διεθνών Σχέσεων, Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου.
- [10] Hlioui, R, Gharbi, A and Hajji, A (2017) Joint supplier selection, production and replenishment of an unreliable manufacturing-oriented supply chain. *International Journal of Production Economics*, 187,53-67.
- [11] Ganeshan, A, Tyworth J.E, Guo and Y (1999) Dual sourced supply chains: the discount supplier option. *Transportation Research Part E*, 35, 11-23.
- [12] Mandel, A and Vilms, M (2016) Local Supply Chain Control Model with Unreliable Suppliers. *IFAC-PapersOnLine*, 49 (12), 437-442.
- [13] Qi, L and Shen, Z.J.M, (2007) A Supply Chain Design Model With Unreliable Supply. *Wiley InterScience* 54, 829-844.

- [14] Iakovou, E, Vlachos, D and Xanthopoulos, A (2010) A stochastic inventory management model for a dual sourcing supply chain with disruptions. *International Journal of Systems Science*, 41(3), 315-324.
- [15] Azaron, A, Brown, K.N, Tarim and S.A, Modarres, M (2008) A multi-objective stochastic programming approach for supply chain design considering risk. *International Journal of Production Economics*, 116,129-138.
- [16] Ozbayrak, M, Papadopoulou, T and Akgum, M, (2007) Systems dynamics modelling of a manufacturing supply chain system. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 15, 1338–1355.
- [17] Rezapour, S, Farahani, R.Z and Pourakbar, M, (2017) Resilient supply chain network design under competition: A case study. *European Journal of Operational Research*, 259, 1017-1035.
- [18] Kumar, M, Basu, P and Avittathur B (2018) Pricing and sourcing strategies for competing retailers in supply chains under disruption risk. *European Journal of Operational Research*, 265, 533-543.
- [19] Hota, S.K, Sarkar, B and Ghosh, S.K (2020) Effects of Unequal Lot Size and Variable Transportation in Unreliable Supply Chain Management. *Mathematics*, 8(3), 1-24.
- [20] Hellion, B., Mangione, F., & Penz, B. (2014). A polynomial time algorithm for the single-item lot sizing problem with capacities, minimum order quantities and dynamic time windows. *Operations Research Letters*, 42(8), 500–504.
- [21] Porras, E., & Dekker, R. (2006). An efficient optimal solution method for the joint replenishment problem with minimum order quantities. *European Journal of Operational Research*, 174(3), 1595–1615.
- [22] Park, Y. W., & Klabjan, D. (2015). Lot sizing with minimum order quantity. *Discrete Applied Mathematics*, 181, 235–254.
- [23] Kiesmüller, G. P., De Kok, A. G., & Dabia, S. (2011). Single item inventory control under periodic review and a minimum order quantity. *International Journal of Production Economics*, 133(1), 280–285.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Σε αυτό το παράρτημα παρουσιάζεται ο κώδικας της MATLAB για την περίπτωση που το ποσοστό των ελαττωματικών προϊόντων ακολουθεί τυχαία κατανομή, η ζήτηση είναι γνωστή και ισχύει η συνθήκη: $Q \geq d$.

```
global d
d=150;
global f
f=@(x) unifpdf(x,0.45,0.55);
global c1
c1=5;
global c2
c2=4.5;
global cr
cr=1;
global c3
c3=11;
global s
s=15;
global h
h=2;
global cu
cu=6;
global m
m=0.5;
global MOQ
MOQ=17;
[t,fval]=patternsearch(@(v) -
P(v(1),v(2)), [240,10], [], [], [], [], [d,0], [Inf,d]);
function y=P(Q,R)
syms x
```



```

global d c1 cr s h MOQ c2 c3 f cu m
if d-R-MOQ>=0
y= -c1*Q*m-cr*R+integral (@ (x) (s*d+h*(Q*x-
d)) .*f(x),d/Q,1)+...
    integral (@ (x) (-c2*(d-Q*x)+s*d) .*f(x), (d-
R)/Q,d/Q)+...
    integral (@ (x) (-c2*R-cu*(d-Q*x-
R)+s*(Q*x+R)) .*f(x), (d-R)/Q+MOQ*(h-c3)/(Q*(s+cu-
h)), (d-R)/Q)+...
    integral (@ (x) (-c2*R-c3*MOQ+s*d+h*(Q*x+R+MOQ-
d)) .*f(x), (d-R-MOQ)/Q, (d-R)/Q+MOQ*(h-c3)/(Q*(s+cu-
h)))+...
    integral (@ (x) (-c2*R-c3*(d-Q*x-
R)+s*d) .*f(x), 0, (d-R-MOQ)/Q);
elseif d-R-MOQ<0 && d-R-MOQ*(c3-h)/(s+cu-h)>=0
y=-c1*Q*m-cr*R+integral (@ (x) (s*d+h*(Q*x-
d)) .*f(x),d/Q,1)+...
    integral (@ (x) (-c2*(d-Q*x)+s*d) .*f(x), (d-
R)/Q,d/Q)+...
    integral (@ (x) (-c2*R-cu*(d-Q*x-
R)+s*(Q*x+R)) .*f(x), (d-R)/Q+MOQ*(h-c3)/(Q*(s+cu-
h)), (d-R)/Q)+...
    integral (@ (x) (-c2*R-c3*MOQ+s*d+h*(Q*x+R+MOQ-
d)) .*f(x), 0, (d-R)/Q+MOQ*(h-c3)/(Q*(s+cu-h)));
else
y= -c1*Q*m-cr*R+integral (@ (x) (s*d+h*(Q*x-
d)) .*f(x),d/Q,1)+...
    integral (@ (x) (-c2*(d-Q*x)+s*d) .*f(x), (d-
R)/Q,d/Q)+...
    integral (@ (x) (-c2*R-cu*(d-Q*x-
R)+s*(Q*x+R)) .*f(x), 0, (d-R)/Q);

```

end
end

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Σε αυτό το παράρτημα παρουσιάζεται ο κώδικας της MATLAB για την περίπτωση που το ποσοστό των ελαττωματικών προϊόντων ακολουθεί τυχαία κατανομή, η ζήτηση είναι γνωστή και ισχύει η συνθήκη: $Q \leq d$.

```
global d
d=150;
global f
f=@(x) unifpdf(x,0.5,0.75);
global c1
c1=5;
global c2
c2=4.5;
global cr
cr=1;
global c3
c3=11;
global s
s=15;
global h
h=2;
global cu
cu=6;
global m
m=0.625;
global MOQ
MOQ=17;
[t,fval]=patternsearch(@(v) -
P(v(1),v(2)), [100,10], [], [], [], [], [0,0], [d,d]);
function y=P(Q,R)
syms x
```

```

global d c1 cr s h MOQ c2 c3 f cu m
if d-R-MOQ>=0
y= -c1*Q*m-cr*R+integral(@(x) (-c2*(d-
Q*x)+s*d).*f(x), (d-R)/Q,1)+...
    integral(@(x) (-c2*R-cu*(d-Q*x-
R)+s*(Q*x+R)).*f(x), (d-R)/Q+MOQ*(h-c3)/(Q*(s+cu-
h)), (d-R)/Q)+...
    integral(@(x) (-c2*R-c3*MOQ+s*d+h*(Q*x+R+MOQ-
d)).*f(x), (d-R-MOQ)/Q, (d-R)/Q+MOQ*(h-c3)/(Q*(s+cu-
h)))+...
    integral(@(x) (-c2*R-c3*(d-Q*x-
R)+s*d).*f(x), 0, (d-R-MOQ)/Q);
elseif d-R-MOQ<0 && d-R-MOQ*(c3-h)/(s+cu-h)>=0
y=-c1*Q*m-cr*R+ integral(@(x) (-c2*(d-
Q*x)+s*d).*f(x), (d-R)/Q,1)+...
    integral(@(x) (-c2*R-cu*(d-Q*x-
R)+s*(Q*x+R)).*f(x), (d-R)/Q+MOQ*(h-c3)/(Q*(s+cu-
h)), (d-R)/Q)+...
    integral(@(x) (-c2*R-c3*MOQ+s*d+h*(Q*x+R+MOQ-
d)).*f(x), 0, (d-R)/Q+MOQ*(h-c3)/(Q*(s+cu-h)));
else
y= -c1*Q*m-cr*R+integral(@(x) (-c2*(d-
Q*x)+s*d).*f(x), (d-R)/Q,1)+...
    integral(@(x) (-c2*R-cu*(d-Q*x-
R)+s*(Q*x+R)).*f(x), 0, (d-R)/Q);
end
end

```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Σε αυτό το παράρτημα παρουσιάζεται ο κώδικας της MATLAB για την περίπτωση που τόσο το ποσοστό των ελαττωματικών προϊόντων, όσο και η ζήτηση ακολουθούν τυχαία κατανομή.

```
global c2
c2=5.5;
global c3
c3=11;
global s
s=15;
global h
h=2;
global cu
cu=6;
global MOQ
MOQ=17;
global c1
c1=5;
global m
m=0.625;
global f
f=@(x) unifpdf(x,0.5,0.75);
global cr
cr=1;
global g
g=@(u) normpdf(u,150,100);
[t,fval]=patternsearch(@(v)-
P(v(1),v(2)),[0,0],[],[],[],[],[0,0],[]);
function w=L(z,R)

global h s g c2 c3 MOQ cu
```

```

        w=integral(@(u) (s*u +h*(z-
u)).*g(u),0,z)+...
            integral(@(u) (-c2*(u-
z)+s*u).*g(u),z,z+R)+...
            integral(@(u) (-c2*R+s*(z+R)-cu*(u-z-
R)).*g(u),...
            z+R,z+R+MOQ*(c3-h)/(s+cu-h))+...
            integral(@(u) (-c2*R-
c3*MOQ+s*u+h*(z+R+MOQ-u)).*g(u),...
            z+R+MOQ*(c3-h)/(s+cu-h),z+R+MOQ)+...
            integral(@(u) (-c2*R-c3*(u-z-
R)+s*u).*g(u),z+R+MOQ,Inf);
    end
function y=P(Q,R)
global    c1 cr m f
y=-c1*Q*m-cr*R+quadv(@(x)L(Q*x,R).*f(x),0.5,0.75);
    end

```