



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

# ΜΕΤΡΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΥΧΑΙΩΝ ΦΑΣΜΑΤΩΝ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΣΤΗΝ ΚΟΠΩΣΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

υπό  
Γεωργιακάκη Παύλου

**Διπλωματική Εργασία**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για  
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2022

## **Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

Επιβλέπων                      Αλέξανδρος Κερμανίδης  
*Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας*

Δεύτερος Εξεταστής        Εμμανουήλ Μπουζάκης  
*Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας*

Τρίτος Εξεταστής            Ιωάννης Λυχαρόπουλος  
*Ε.ΔΙ.Π. , Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας*

## ΜΕΤΡΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΥΧΑΙΩΝ ΦΑΣΜΑΤΩΝ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΣΤΗΝ ΚΟΠΩΣΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Γεωργιακάκης Παύλος

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2022

Επιβλέπων Καθηγητής: Αλέξανδρος Κερμανίδης

### *Ευχαριστήριο σημείωμα*

*Θα ήθελα να εκφράσω ιδιαίτερος την ευγνωμοσύνη μου στον επιβλέποντά μου καθηγητή, κύριο Αλέξανδρο Κερμανίδα για την ευκαιρία που μου δόθηκε. Ευχαριστώ την τριμελή επιτροπή η οποία ήταν παρούσα για οποιαδήποτε βοήθεια μου χρειάστηκε.*

*Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ σε όλους όσους με στήριξαν προσωπικά και εκπαιδευτικά ώστε να κατακτήσω τα έως τώρα εφόδιά μου. Μεταξύ αυτών, είναι το σύνολο των εκπαιδευτικών του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, που είχα την τύχη να αλληλοεπιδράσω, προσφέροντας την γνώση να πλάσω το μέλλον μου σύμφωνα με τις δικές μου φιλοδοξίες, και όχι συμβιβασμούς.*

## Περιεχόμενα

|  |    |
|--|----|
| Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....  | 4  |
| Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό υπόβαθρο.....  | 6  |
| 2.1: Θεμελιώδεις έννοιες για τον υπολογισμό διάρκειας ζωής κατά την κόπωση.....        | 6  |
| 2.1.1 Σταθερό πλάτος εναλλασσόμενης τάσης.....   | 7  |
| 2.1.2 Μεταβαλλόμενο πλάτος εφαρμοζόμενης τάσης.....                                    | 8  |
| 2.2 Βασικά χαρακτηριστικά τυχαίου φάσματος φόρτισης.....                               | 9  |
| 2.3 Απαραίτητα δεδομένα δειγματοληψίας.....  | 12 |
| Κεφάλαιο 3: Μετρητικές μέθοδοι κύκλων φόρτισης.....                                    | 13 |
| 3.1 Μετρητικές Μέθοδοι Μονής Παραμέτρου.....   | 13 |
| 3.1.1 Μέθοδος Peak Counting:.....  | 13 |
| 3.1.2 Μέθοδος Mean crossing Peak counting.....   | 14 |
| 3.1.3 Μέθοδος Level Crossing counting.....   | 15 |
| 3.1.4 Μέθοδος Range counting.....  | 17 |
| 3.1.5: Ανακρίβειες μεθόδων Μονής Παραμέτρου.....                                       | 17 |
| 3.2: Μετρητικές μέθοδοι Διπλής Παραμέτρου.....   | 20 |
| 3.2.1 Μέθοδος Range mean cycle counting.....   | 20 |
| 3.2.2 Μέθοδος Range pair cycle counting.....   | 21 |
| Rainflow cycle counting methods.....   | 23 |
| 3.2.3 Μέθοδος Rainflow cycle counting των Matsuishi και Endo.....                      | 24 |
| 3.2.4 Μέθοδος Three-Point Rainflow Counting.....                                       | 25 |
| 3.2.5 Μέθοδος Four-Point Rainflow Counting.....  | 27 |
| 3.3 Υπολείμματα μετρητικών μεθόδων.....  | 28 |
| 3.4 Ανάλυση μεθόδων διπλής παραμέτρου.....   | 30 |
| Κεφάλαιο 4: Ανάπτυξη και εφαρμογή αλγόριθμου.....                                      | 32 |
| 4.1 Προτεινόμενος Αλγόριθμος 4-Point cycle counting των C. Amzallag et. Al (1993)..... | 32 |
| 4.2 Βελτιστοποίηση αλγόριθμου.....   | 35 |
| 4.3 Εφαρμογή αλγόριθμου σε δεδομένα πραγματικού ιστορικού.....                         | 38 |
| Κεφάλαιο 5: Εναλλακτική διαδικασία αξιοποίησης φασμάτων μεταβλητού πλάτους.....        | 42 |
| Ανασκόπηση.....  | 46 |
| Βιβλιογραφία.....  | 47 |
| Παράρτημα.....   | 49 |

## Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Σε πλήρη αντιστοιχία με έμβιους οργανισμούς, η ύλη μπορεί να οδηγηθεί στην αστοχία υπό συνεχείς, φαινομενικά ακίνδυνες φορτίσεις, απονέμοντας σε αυτό το σύνθετο φαινόμενο αστοχίας, την αρκετά εύστοχη ονομασία της Κόπωσης (Fatigue). **Ως κόπωση, θεωρείται η σταδιακή ‘γήρανση’ ή υποβάθμιση της δομικής ακεραιότητας ενός υλικού σε περιβάλλον επαναλαμβανόμενων φορτίσεων.**

Η κόπωση αποτελεί εξαιρετικά πολύπλοκο φαινόμενο αστοχίας, το οποίο ξεκινάει από τις μικροσκοπικές κλίμακας δομικές πτυχές του υλικού, μέχρις ότου την εξάπλωση ατέλειας και μετάβαση πλέον σε φαινόμενο μακροσκοπικών διαστάσεων.

Αναφορικά, επίδραση στην συμπεριφορά σε κόπωση, επιφέρουν **χαρακτηριστικά του υλικού** όπως:

- Κρυσταλλική δομή
- Μικροδομικές ατέλειες ή ακαθαρσίες
- Η επιφανειακή ποιότητα
- Μακροσκοπικές ιδιότητες
- Φαινόμενα διάχυσης
- Διαστάσεις δοκιμίου

Καθώς και **περιβαλλοντικοί παράγοντες** όπως:

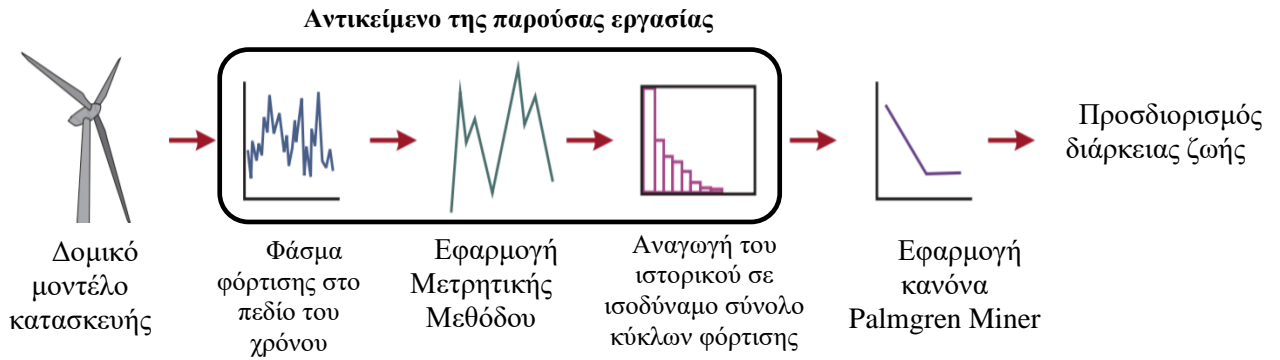
- Χαρακτηριστικά της τασικής καταπόνησης (προσανατολισμός ως προς την μικροδομή, αλληλουχία, μέση τιμή, κ. α. )
- Ερπυσμός
- Διάβρωση

Οι περισσότερες μεταλλικές κατασκευές καταπονούνται από επαναλαμβανόμενα φορτία είτε στο σύνολό τους, είτε σε ένα μεμονωμένο μηχανικό μέλος τους, η αστοχία του οποίου όμως μπορεί να αποβεί μοιραία. Από οχήματα καθημερινής χρήσης, γέφυρες, ανεμογεννήτριες, αεροσκάφη, παντός είδους πλωτές κατασκευές, οικιακές συσκευές, μέχρι το οριακά ορατό γρανάζι ενός μηχανικού ρολογιού. Δεν είναι λίγες οι φορές που οι συνέπειες αστοχιών κόπωσης έχουν στοιχίσει ζωές, καθώς και συντριπτικές οικονομικές επιπτώσεις.

Ένα από τα κυριότερα προβλήματα της κόπωσης είναι η επαναλαμβανόμενη φύση της καταπόνησης, καθώς και η τυχαιότητα που παρατηρείται. Η τασική καταπόνηση των κατασκευών στην πράξη αποτελεί τυχαία συνάρτηση ως προς τον χρόνο, παράγοντας φάσματα αποτελούμενα συχνά από σύνολο γεγονότων φόρτισης της τάξης του  $10^2$  έως και  $10^7$ , όπως θα αναλυθούν στην συνέχεια. Η χρήση του τασικού προφίλ στην μορφή αυτή σε μεθόδους ανάλυσης είναι εξαιρετικά ανακριβής έως και αδύνατη. Αυτό οδηγεί στην ανάγκη αναγωγής του φάσματος φόρτισης σε ισοδύναμη, διαχειρίσιμη πλέον μορφή, ως σύνολο διακριτών, κύκλων φόρτισης [1 σελίδα 1032 , 2]

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής είναι η ανασκόπηση, ανάλυση και χρήση τέτοιων μεθόδων επεξεργασίας τυχαίων φασμάτων. Λόγω του χαρακτηριστικού των μεθόδων να δίνουν ως αποτέλεσμα ένα σύνολο κύκλων φόρτισης, τους έχει δοθεί ο όρος ‘Cycle counting methods’, κατάλληλη μετάφραση του οποίου θα ήταν ‘μετρητικές μέθοδοι’, ή ‘Μέθοδοι αρίθμησης κύκλων’.

Στο παρακάτω διάγραμμα της εικόνας 1 παρουσιάζεται η αλληλουχία των διαδικασιών για ολοκληρωμένη ανάλυση του φαινομένου κόπωσης που θα υποστεί μια κατασκευή. Το αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας αυτής αποτελεί ένα μόνο κομμάτι αυτής.



Εικόνα 1: Διάγραμμα της αλληλουχίας διαδικασιών για υπολογισμό διάρκειας ζωής μιας κατασκευής σε περιβάλλον τυχαίων καταπονήσεων. Τροποποίηση διαγράμματος από [3].

## Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό υπόβαθρο

Στο κεφάλαιο αυτό ακολουθήσει μια συνοπτική αναφορά της θεωρίας πίσω από τον προσδιορισμό της διάρκειας ζωής σε κόπωση, καθώς και ορισμένων χαρακτηριστικών της φόρτισης που την επηρεάζουν. Θα αποτελέσουν απαραίτητη γνώση για την κατανόηση της λειτουργίας, και της σύγκρισης των μεθόδων του κεφαλαίου 3.

### 2.1: Θεμελιώδεις έννοιες για τον υπολογισμό διάρκειας ζωής κατά την κόπωση

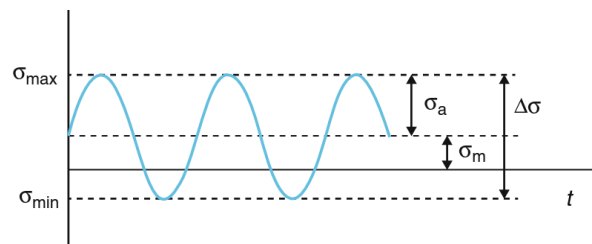
Η πιο βασική πληροφορία για κατασκευές καταπονούμενες υπό επαναλαμβανόμενα φορτία, αποτελεί η προσέγγιση της διάρκειας ζωής των εξαρτημάτων τους. Η λογική είναι να μεταφραστεί η διάρκεια ζωής ως συνάρτηση διακριτών αναστροφών φόρτισης. Στην εικόνα 2 φαίνεται η τυπική απεικόνιση περιοδικής φόρτισης, κατά την οποία η κατανομή μπορεί να θεωρηθεί σύνολο επαναλαμβανόμενων αναστροφών, ή αλλιώς, κύκλων φόρτισης.

Τέτοιοι κύκλοι φόρτισης μπορούν να χαρακτηριστούν από ένα χαρακτηριστικό εύρος, πλάτος, και μέση τιμή, ως εξής:

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{max} + \sigma_{min})$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min})$$

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$



Εικόνα 2: Τυπική απεικόνιση επαναλαμβανόμενης περιοδικής φόρτισης. [4]

Με:

- $\sigma_m$  Η μέση τιμή φόρτισης
- $\sigma_a$  Το πλάτος φόρτισης
- $\Delta\sigma$  Το εύρος φόρτισης

Οι πρώτες θεωρίες βασίστηκαν στην προσέγγιση σταθερού πλάτους και μέσης τιμής φορτίων, ώστε η διάρκεια ζωής να είναι συνάρτηση μιας μόνο μεταβλητής. Αυτό είναι εξαιρετική απλούστευση του φαινομένου, αλλά συγχρόνως θεμέλιο για τις θεωρίες συσσώρευσης βλάβης όπως θα αναλυθεί στην πορεία.

- Διάρκεια ζωής  $_{const. parameter} = f(N_{cycle})$

Με  $N_{cycle}$  ο αριθμός επαναλήψεων κύκλων φόρτισης με ίδια χαρακτηριστικά πλάτους, μέσης τιμής.

### 2.1.1 Σταθερό πλάτος εναλλασσόμενης τάσης

Η προσέγγιση τάσεως-διάρκειας ζωής (stress-life) η οποία και έχει βασιστεί η παρούσα εργασία, αναπτύχθηκε ήδη από την δεκαετία του 1860 με τον August Wöhler να συσχετίζει την συνολική διάρκεια ενός υλικού συναρτήσει του **σταθερού** πλάτους  $\sigma_A$  της επαναλαμβανόμενης φόρτισης για μέση τιμή  $\sigma_m = 0$  (Wöhler curve), εικόνα 3.[5]

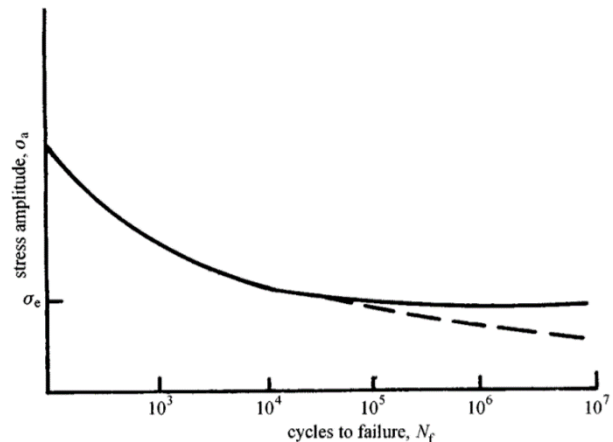
Από την θεώρηση αυτή, επιβεβαιώνεται άμεσα η εξάρτηση της διάρκειας ζωής από το πλάτος των φορτίσεων, η οποία, για το ειδικότερο πλαίσιο μελέτης της πολυκυκλικής φόρτισης που θα μελετήσουμε, ποσοτικοποιείται από την εξίσωση Basquin ως εξής:

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b$$

Με

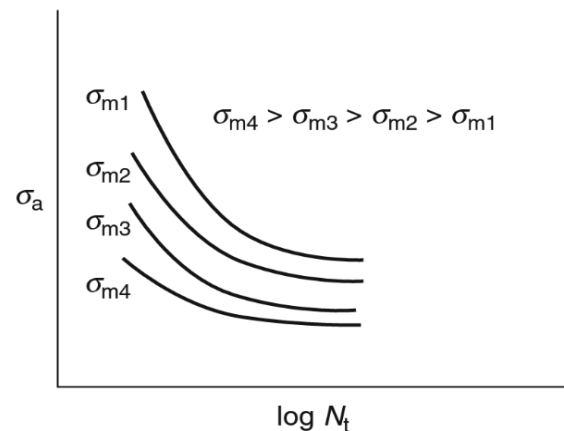
- $\sigma'_f$  ο συντελεστής αντοχής σε κόπωση
- $b$  ο εκθέτης αντοχής σε κόπωση
- $N_f$  ο αριθμός **αναστροφών** φόρτισης. Δύο αναστροφές αποτελούν ένα πλήρη κύκλο φόρτισης.

$$2N_f = N_{cycle}$$



Εικόνα 3: Η προσεγγιστική Καμπύλη Wöhler υποδεικνύοντας τα όρια αστοχίας για δεδομένες τιμές πλάτους και κύκλων φόρτισης [5]

Πέρα από το πλάτος, καθοριστική είναι και η εξάρτηση της διάρκειας ζωής από την μέση τιμή  $\sigma_m$  όπως φαίνεται στην εικόνα 4, με θετικού προσήμου υψηλότερες μέσες τάσεις να είναι πιο ζημιογόνες [5]. Εξισώσεις όπως των Soderberg, Goodman ή Gerber επιτρέπουν την διαχείριση μη μηδενικών  $\sigma_m$ , υποδηλώνοντας την σημασία αυτής σε συνδυασμό με το πλάτος φόρτισης ως δύο από τις πιο βασικές παραμέτρους για τον προσδιορισμό της συνολικής διάρκειας ζωής.



Εικόνα 4: Επίδραση της μέσης τιμής φόρτισης. Όσο πιο μεγάλη η μέση τιμή, τόσο πιο ζημιογόνα η φόρτιση για δεδομένο πλάτος. Αυτό μεταφράζεται σε μικρότερη διάρκεια ζωής. [4]



Goodman

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_a} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{uts}} = 1$$

Soderberg

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_a} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{yield}} = 1$$

Gerber

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_a} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{uts}}\right)^2 = 1$$

Με:

- $\sigma_{yield}$  Το όριο διαρροής του υλικού
- $\sigma_{uts}$  Το όριο θραύσης του υλικού
- $\sigma'_a$  Το ισοδύναμο πλάτος φόρτισης στην περίπτωση μηδενικής μέσης τιμής για αντίστοιχη διάρκεια ζωής

Αποδεικνύεται ότι για θετικές τιμές μέσης τιμής, το ισοδύναμο πλάτος φόρτισης προκύπτει μεγαλύτερο του πραγματικού. Αυτό σημαίνει ότι μια καταπόνηση με  $\sigma_m > 0$ , θα είναι ισοδύναμη με μια καταπόνηση μηδενικής μέσης τιμής, αλλά με *μεγαλύτερο* πλάτος  $\sigma'_a$ , δικαιολογώντας την μείωση της καμπύλης διάρκειας ζωής της εικόνας 4.

## 2.1.2 Μεταβαλλόμενο πλάτος εφαρμοζόμενης τάσης

### Θεωρία συσσώρευσης βλάβης

Μια από τις πιο σημαντικές παραδοχές στην ανάλυση περιπτώσεων κόπωσης είναι ο προσδιορισμός των μηχανισμών σταδιακής συσσώρευσης της βλάβης στο υλικό, με βάση την οποία μπορεί να συσχετιστούν τα διαφορετικά γεγονότα φόρτισης με το ποσοστό φθοράς που φέρουν. Η χαρακτηριστική μικροσκοπική εξάρτηση της διάδοσης μιας ρωγμής από προαναφερθέντα φαινόμενα όπως κρυσταλλική δομή, εσωτερικές ατέλειες, κ.α., δεν επιτρέπουν την με ακρίβεια δημιουργία θεωρίας η οποία με μαθηματική ακρίβεια θα προβλέψει την ακριβή στιγμή αστοχίας. Η παραδοχή των Palmgren και Miner της *γραμμικής θεωρίας συσσώρευσης της βλάβης*, αποτελεί ένα εκ των σημαντικότερων εργαλείων στην μελέτη και σχεδιασμό ανοχής σε αστοχία κόπωσης.

Ειδικότερα, έστω  $N_{f1}$  ο αριθμός των συνολικών φορτίσεων συγκεκριμένου εύρους και πλάτους, ικανών να οδηγήσουν από την αρχική (φαινομενικά) ακέραια κατάσταση μέχρι και την αστοχία, ο αριθμός κύκλων  $n_{f1}$  που θα εφαρμοστούν θα αποτελέσουν ένα ποσοστό **ζημιάς**.  $[n/N]$ . Αθροίζοντας τα κλάσματα ζημιάς από τα εκάστοτε σετ (blocks) διαφορετικών φορτίσεων, προκύπτει το συνολικό ποσοστό ολικής καταστροφής που έχει προκληθεί. [6]

Σφάλματα της γραμμικής θεωρίας:

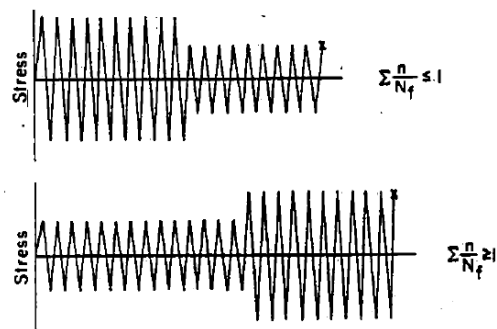
Η *Αρχή της επαλληλίας* η οποία χαρακτηρίζει την μέθοδο αυτή, συνεπάγεται την υπόθεση ότι η αλληλουχία των κύκλων φόρτισης παίζει μηδενικό ρόλο στον ρυθμό συσσώρευσης βλάβης, κάτι που έχει αποδειχθεί ότι είναι άτοπο. Χαρακτηριστικό ρόλο κατέχει το στάδιο της *δημιουργίας ρωγμής* σε σχέση με το επακόλουθο της *εξέλιξής της* έως την αστοχία. Με το χρονικό διάστημα της δημιουργίας μικρορωγμής να αποτελεί μέχρι και το 90% του συνολικού χρόνου αστοχίας ( $N_{tot}$ ), καταπονήσεις που επισπεύδουν την δημιουργία αυτή, επιφέρουν και μείωση της διάρκειας ζωής.

$$N_{tot} = N_{initiation} + N_{propagation}$$

Στο παράδειγμα της εικόνας 5, περισσότερο ζημιογόνες φορτίσεις υψηλού πλάτους (ή και μέσης τιμής) στην αρχή του ιστορικού υπόσχονται ταχύτερη αστοχία σε σχέση με την υπολογιζόμενη, και το αντίθετο για την αντίστροφη περίπτωση. [7]

Περισσότερα φαινόμενα επίδρασης της αλληλουχίας φόρτισης στην διάρκεια ζωής μπορούν να εντοπιστούν στην αντίστοιχη βιβλιογραφία, η ανάλυση των οποίων είναι εκτός πλαισίου της παρούσας εργασίας. [2, 8]

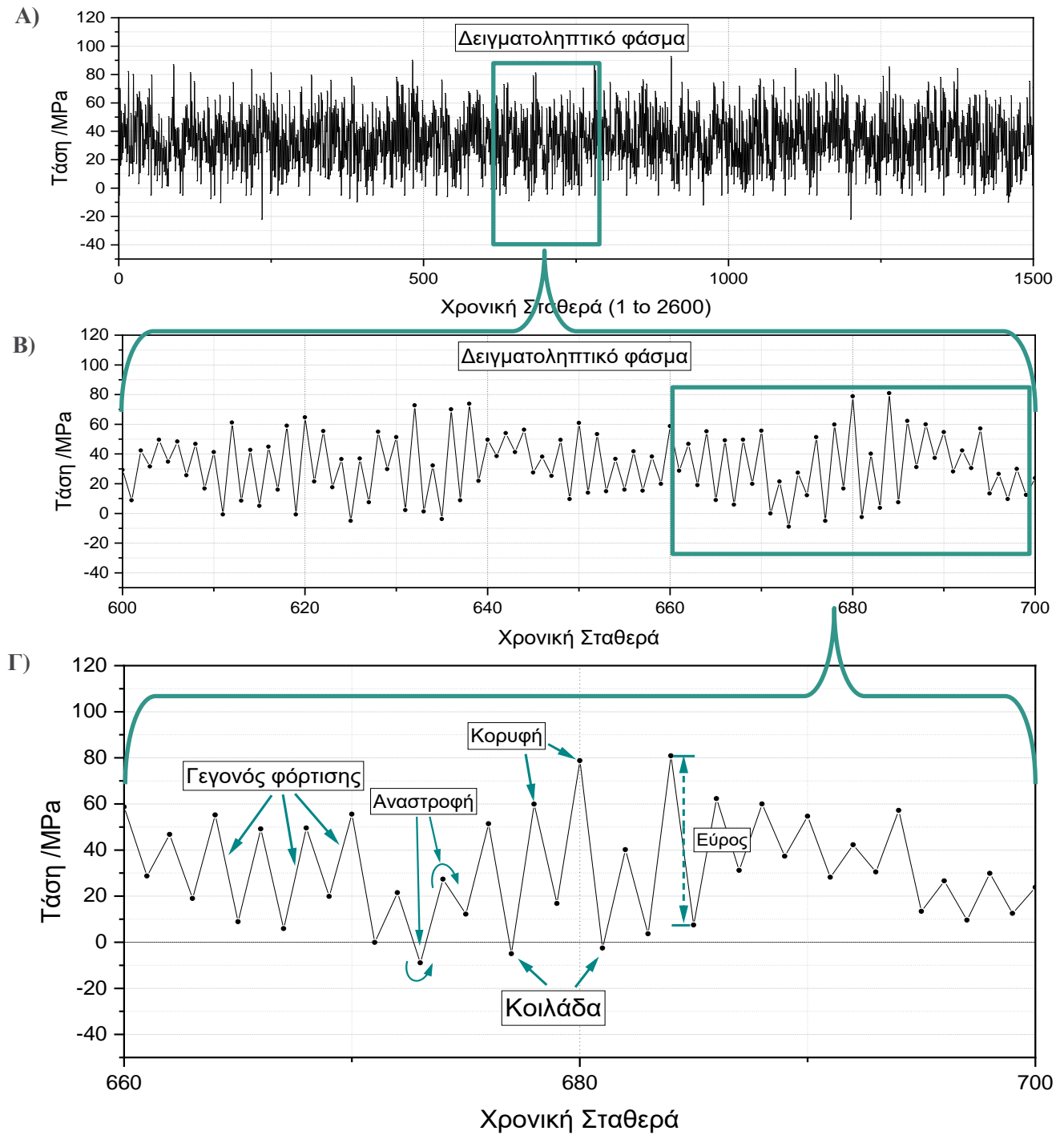
Οι πολυάριθμες επιρροές φαινομένων μικροσκοπικής ή μακροσκοπικής φύσης και δυναμικής αλληλουχίας που λαμβάνουν χώρα, καθιστούν την κόπωση φαινόμενο με ισχυρή στοχαστική φύση. Παρόλα αυτά, η θεωρία Palmgren-Miner έχει καταφέρει να επιφέρει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε συνεργασία με κατάλληλες μεθόδους επεξεργασίας ιστορικού [7]. Το γεγονός αυτό, καθώς και η εξαιρετική ευκολία της εφαρμογής της, καθιστά την Palmgren-Miner την πλέον χρησιμοποιούμενη μέθοδο εκτίμησης ζημιάς σε μονοαξονικές τυχαίες φορτίσεις [9].



Εικόνα 5: Επίδραση αλληλουχίας φόρτισης στην διάρκεια ζωής. Φορτίσεις υψηλού εύρους στην αρχή του ιστορικού ισοδυναμούν μικρότερη διάρκεια ζωής.

## 2.2 Βασικά χαρακτηριστικά τυχαίου φάσματος φόρτισης

Στην παρακάτω εικόνα (εικόνα 6) παρουσιάζεται μια τυπική μορφή απεικόνισης ενός τυχαίου ιστορικού. Θα χρειαστεί να οριστούν με σαφήνεια τα χαρακτηριστικά μιας τέτοιας φόρτισης για την καλύτερη κατανόηση των μεθόδων που θα ακολουθήσουν.



Εικόνα 6: Α) Τυπικό ιστορικό φόρτισης τυχαίου πλάτους.  
 Β) Μεγέθυνση αυτού. Παρατηρείται ότι αποτελεί σύνολο αναστροφών.  
 Γ) Χαρακτηρισμός διαφορετικών πτυχών ενός τυχαίου ιστορικού φόρτισης.

### Γεγονός φόρτισης

Ορίζεται οποιαδήποτε μεταβολή φόρτισης. Στην ουσία αποτελεί η γέφυρα ανάμεσα σε δύο διαδοχικά ακρότατα, ώστε κάθε γεγονός να χαρακτηρίζεται από τα άκρα του όπως θα δούμε και στην συνέχεια.

### Αναστροφή φόρτισης

Ορίζεται η μετάβαση γεγονότος φόρτισης, από θετικής κλίσης σε αρνητική και το αντίστροφο. Το ιστορικό φόρτισης θα μεταφραστεί ως ένα σύνολο αναστροφών  $S_i$ , όπως θα αναλυθεί στην συνέχεια.

### Κορυφή/Κοιλιάδα Ιστορικού

Με τον όρο κοιλιάδα και κορυφή χαρακτηρίζονται όλα τα ελάχιστα και μέγιστα του ιστορικού, είτε τοπικά είτε ολικά. Στην πράξη τα ακρότατα είναι και σημεία αναστροφής φόρτισης.

### Εύρος και πλάτος φόρτισης

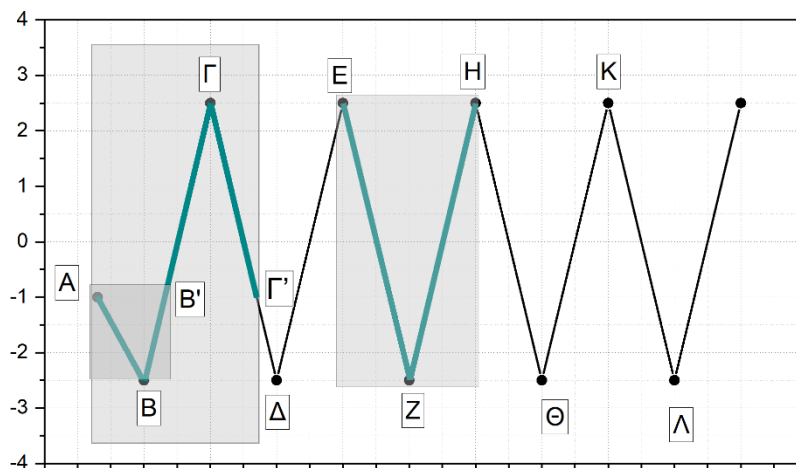
Για κάθε γεγονός φόρτισης, μπορεί να αναγνωριστεί και το εύρος αυτού, ως η κατ' απόλυτη τιμή διαφορά τιμών των ακροτάτων του. Ως πλάτος (Amplitude ή  $\sigma_a$ ) αυτού αντίστοιχα, ορίζεται η μισή τιμή του εύρους του.

$$\Delta\sigma_i = |\sigma_{S_i} - \sigma_{S_{i+1}}| \quad \sigma_{a,i} = \frac{1}{2}\Delta\sigma_i$$

### Αναγνώριση πλήρους αναστροφής φόρτισης

Ένας κύκλος φόρτισης, ορίζεται ως μια πλήρης αναστροφή του φορτίου, δηλαδή η μεταβολή του φορτίου ανάμεσα σε ένα τοπικό ελάχιστο J, και σε τοπικό μέγιστο I. Η πιο απλή περίπτωση είναι η φόρτιση – αποφόρτιση, (J→I) ή αποφόρτιση – φόρτιση (I→J).

Δεν χρειάζεται απαραίτητα να είναι όμως δύο διαδοχικά γεγονότα με ίδιο εύρος, αρκεί να αποτελεί σύνολο γεγονότων, τα οποία μπορούν να ισοδυναμούν σε μια πλήρη φόρτιση αποφόρτιση. Αυτό φαίνεται στο παράδειγμα της εικόνας 7. Εδώ, Με την θεώρηση (I→J), θα μπορούσε κανείς να θεωρήσει κύκλο την κατανομή (ABB'). Όμως εδώ ο ορθός χαρακτηρισμός είναι ο κύκλος ABΓΓ'), με φόρτιση το (BΓ), και αποφόρτιση τα σύνολα (AB)+(ΓΓ'). Ο λόγος που αποτελεί ορθότερος, έχει να κάνει με την διάσπαση του γεγονότος BΓ, και θα αναλυθεί στην ενότητα 3.1.5.



Εικόνα 7: Ισοδύναμοι κύκλοι φόρτισης.

Όσο αφορά τον χαρακτηρισμό, ένας κύκλος φόρτισης χαρακτηρίζεται από δύο μόνο σημεία, τα οποία είναι το μέγιστο και ελάχιστο αυτού. Ο κύκλος (ΑΒΓΓ') θα καταχωρηθεί ως (ΒΓ), αφού με αυτές τις δύο αναστροφές μόνο, περιέχεται όλη η απαραίτητη πληροφορία για υπολογισμό διάρκειας ζωής ( $\sigma_a = \frac{1}{2} |\sigma_B - \sigma_G|$ ,  $\sigma_m = \frac{1}{2} |\sigma_B + \sigma_G|$ ). Με αυτή την λογική, ο κύκλος (ΕΖΗ), μπορεί να καταχωρηθεί είτε ως (ΕΖ), είτε ως (ΖΗ), και είναι *ισοδύναμος* με τον (ΒΓ) αφού έχουν ίδια μέση τιμή και πλάτος φόρτισης.

### 2.3 Απαραίτητα δεδομένα δειγματοληψίας

Κατά την συνεχή καταγραφή φόρτισης, κατά κανόνα φαινόμενα ρυθμού φόρτισης αγνοούνται, καθιστώντας τον χρονικό άξονα επουσιώδη πληροφορία. Κάθε σημείο του ιστορικού καταγράφεται ως συνάρτηση της τιμής τάσεως. Από την συνεχή αυτή αλληλουχία ενδείξεων, το σύνολο των αναστροφών είναι η πιο σημαντική πληροφορία ενός φάσματος φόρτισης για την συσσώρευση βλάβης [8 σελίδα 260], [10,11,12,13] Σε περίπτωση που τα δεδομένα αποτελούν σύνολο περισσιών σημείων, απλοποίηση οφείλει να εφαρμοστεί ώστε το ιστορικό να είναι μόνο σύνολο αναστροφών. [εικόνα, Β]

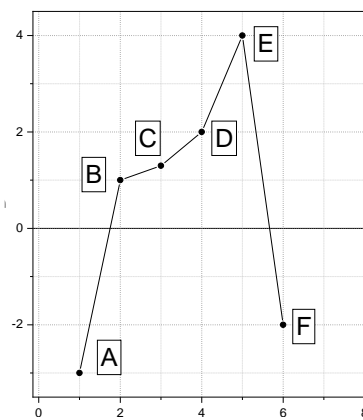
Εξαίρεση αποτελούν περιπτώσεις που περιβαλλοντολογικά φαινόμενα είναι ουσιώδους επιρροής, όπως φαινόμενα διάχυσης και θερμικά φαινόμενα (για παράδειγμα σε τυποποιημένες πειραματικές δοκιμές εξαρτημάτων κινητήρων και πτερυγίων αεροσκαφών) [1 σελίδα 1080][14].

Ένα ακόμα στάδιο επεξεργασίας των δεδομένων που συχνά χρησιμοποιείται, είναι το 'φιλτράρισμα' ενδείξεων. Πιο συγκεκριμένα, κατά την συλλογή πληροφορίας από αισθητήρια όργανα, πολλές φορές σφάλμα (θόρυβος) μπορεί να εισάγεται στο ιστορικό φόρτισης με την μορφή μικροσκοπικού πλάτους ταλαντώσεων, πολλαπλασιάζοντας τον αριθμό των υπό ανάλυση σημείων, χωρίς να έχουν ουσιαστικό αντίκτυπο στην διάρκεια ζωής. Αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί με δύο συχνά χρησιμοποιούμενες μεθόδους filtering. Η πρώτη είναι μια απλή συνθήκη αποκλεισμού φορτίσεων κάτω από μια ελάχιστη τιμή (Hysteresis gate level). [15]

Συχνά,  $\Delta\sigma_{threshold} \leq 1\%$  του μέγιστου εύρους φόρτισης.

Η δεύτερη είναι η μέθοδος Racetrack, η οποία στο πρωταρχικό στάδιο συλλογής των δεδομένων στο οποίο ο χρόνος είναι ακόμα παρούσα πληροφορία στο ιστορικό, αποκλείει γεγονότα πάνω από μία ελάχιστη τιμή κλίσης της φόρτισης. [16]

Για την παρούσα εργασία, το στάδιο της ανάλυσης που βασίζεται, θεωρεί ότι τέτοιες απαραίτητες ενέργειες έχουν ήδη εφαρμοστεί. Για περαιτέρω πληροφορίες, ο αναγνώστης παραπέμπεται σε Data Reduction Algorithms.



Εικόνα 8: Ομαδοποίηση των γεγονότων φόρτισης σε (AE) και (EF) λόγω της αναστροφής

## Κεφάλαιο 3: Μετρητικές μέθοδοι κύκλων φόρτισης

Από τα μέσα του 20<sup>ου</sup> αιώνα μέχρι σήμερα, έχουν αναπτυχθεί πληθώρα μεθόδων αναγωγής ενός τυχαίου ιστορικού φορτίσεως, ώστε να μπορέσει να επιτευχθεί η αρίθμηση διακριτών κύκλων φόρτισης οι οποίοι στην συνέχεια θα αναλυθούν με κάποια από τις προαναφερθείσες μεθόδους συσσώρευσης της βλάβης. Είναι σημαντικό να αναφερθεί πως η επιλογή μεθόδου ανάλυσης είναι ανεξάρτητη της μεθόδου εκτίμησης βλάβης,

Αναλόγως με τον τρόπο αναδιαμόρφωσης των κύκλων φόρτισης, οι μέθοδοι μπορούν να χαρακτηριστούν ως *Μονής*, ή *Διπλής παραμέτρου* (Single/ Double parameter). Η διάκριση αυτή οφείλεται στις παραμέτρους που λαμβάνονται υπόψη από το αρχικό ιστορικό, όπως το εύρος κύκλου φόρτισης, την μέση τιμή, την αλληλουχία φορτίσεων, κ.α. (διάγραμμα 1). Αυτό φυσικά έχει αντίκτυπο στην ακρίβεια των μεθόδων, όπως θα αναλυθεί και παρακάτω.

|                          | Μονής Παραμέτρου | Διπλής Παραμέτρου  |
|--------------------------|------------------|--------------------|
| Καταγραφόμενη πληροφορία | Εύρος φόρτισης   | Εύρος φόρτισης     |
|                          |                  | Μέση τιμή φόρτισης |

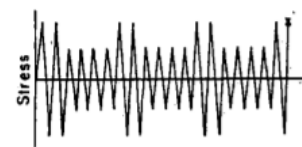
Διάγραμμα 1: Διαφοροποίηση ανάμεσα στις μεθόδους Μονής και Διπλής παραμέτρου. Στις μεθόδους Διπλής, καταγράφεται μια επιπλέον πληροφορία του γεγονότος/κύκλου φόρτισης, η μέση τιμή αυτού.

Όλες οι μέθοδοι μονής παραμέτρου που θα αναφερθούν, είναι βασισμένες στο πρότυπο ASTM E1049-85, για διαχείριση τυχαίων φασμάτων φόρτισης μέσω μετρητικών μεθόδων [17].

### 3.1 Μετρητικές Μέθοδοι Μονής Παραμέτρου

#### 3.1.1 Μέθοδος Peak Counting:

Έστω ένα τυχαίο φάσμα φορτίσεως, στον οποίο προσεγγίζεται ένας άξονας αναφοράς. Ο άξονας αυτός ορίζεται συνήθως με βάση την μέση τιμή του συνολικού ιστορικού φόρτισης [17]. Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή, το ιστορικό φόρτισης μπορεί να επεξεργαστεί, με τον συλλογισμό ότι οι κυριότεροι κύκλοι φόρτισης, απαρτίζονται από  $\sigma_{max}$  και  $\sigma_{min}$  εκατέρωθεν του άξονα αυτού. Πράγματι, αυτό αποτελεί παραδοχή η οποία, σε πολλές εφαρμογές με μικρή διασπορά μέσων τιμών, είναι εύστοχη (εικόνα 9). [18]



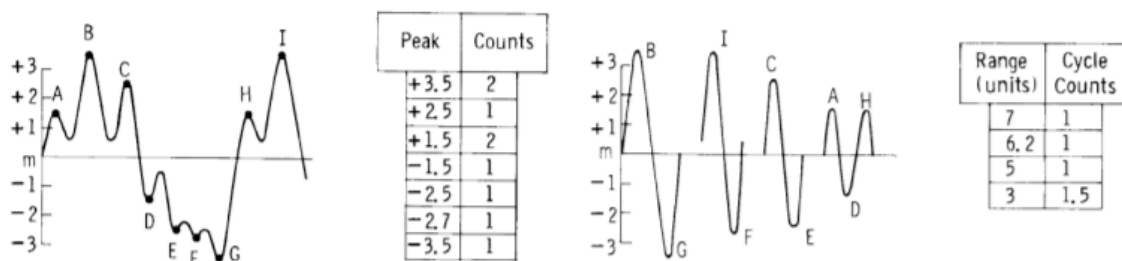
Εικόνα 9: Παράδειγμα συμμετρικού ιστορικού ως προς άξονα αναφοράς.

Συνεπώς, εάν κανείς αριθμήσει πόσα μέγιστα (κορυφές) και πόσα ελάχιστα (κοιλιάδες) εμφανίζονται εκατέρωθεν του άξονα, μπορεί να ανακατασκευάσει ένα κατά βάση **ισοδύναμο ιστορικό φόρτισης** από διακριτά εύρη, με ένα μέγιστο και ένα ελάχιστο να χρησιμοποιείται κάθε φορά για ένα πλήρη κύκλο φόρτισης.

**Τα βήματα της μεθόδου Peak-Counting μπορούν να οριστούν ως εξής:**

1. Ορισμός άξονα αναφοράς και διακριτών διαστημάτων στρογγυλοποίησης τιμών.

2. Αρίθμηση κάθε κορυφής πάνω από τον άξονα καθώς και το διάστημα που βρίσκεται.
3. Αρίθμηση κάθε κοιλάδας κάτω του άξονα καθώς και το διάστημα που βρίσκεται.
4. Αντιστοίχιση ακροτάτων ώστε να δημιουργηθεί ισοδύναμος κύκλος φόρτισης ως εξής:
  - Χρήση μίας κοιλάδας με μία κορυφή για έναν πλήρη κύκλο
  - Προτεραιότητα των μεγαλύτερων δυνατών κύκλων, με εξάντληση πρώτα των κατά απόλυτης τιμής μεγαλύτερων ακροτάτων.

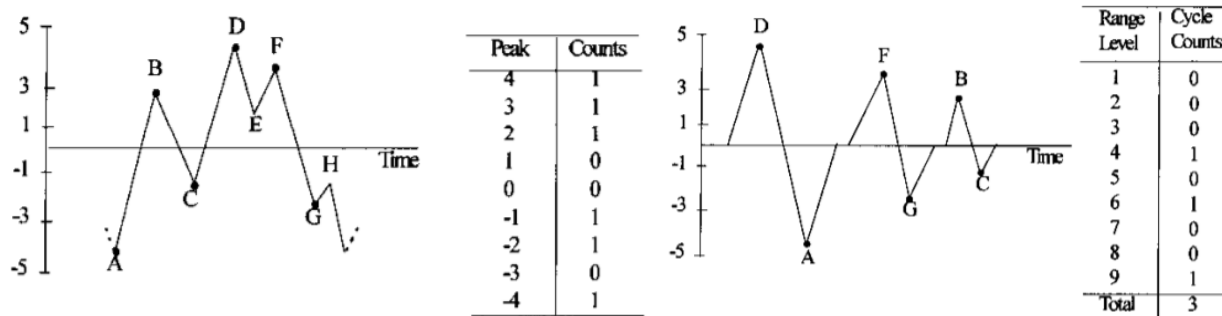


Εικόνα 10: Εφαρμογή της μεθόδου Peak Counting. [17]

Αριστερά: Αρίθμηση ακροτάτων.

Δεξιά: Ανακατασκευή του ιστορικού ως σύνολο διακριτών κύκλων φόρτισης.

Όπως γίνεται αντιληπτό και από τα παραδείγματα στις εικόνες 10 και 11, στοιχειώδη γεγονότα φόρτισης δεν λαμβάνονται υπόψη με την αντιπροσωπευτική τους βαρύτητα. Σε περίπλοκα ιστορικά στα οποία οι φορτίσεις δεν εναλλάσσουν ακρότατα εκατέρωθεν ενός σαφούς άξονα, η μέθοδος αυτή συνεπάγεται σοβαρές ανακρίβειες. Ανάλυση των ανακρίβειών αυτής της μεθόδου προσφέρεται στο κεφάλαιο 3.1.5.



Εικόνα 11: Εφαρμογή της μεθόδου Peak Counting

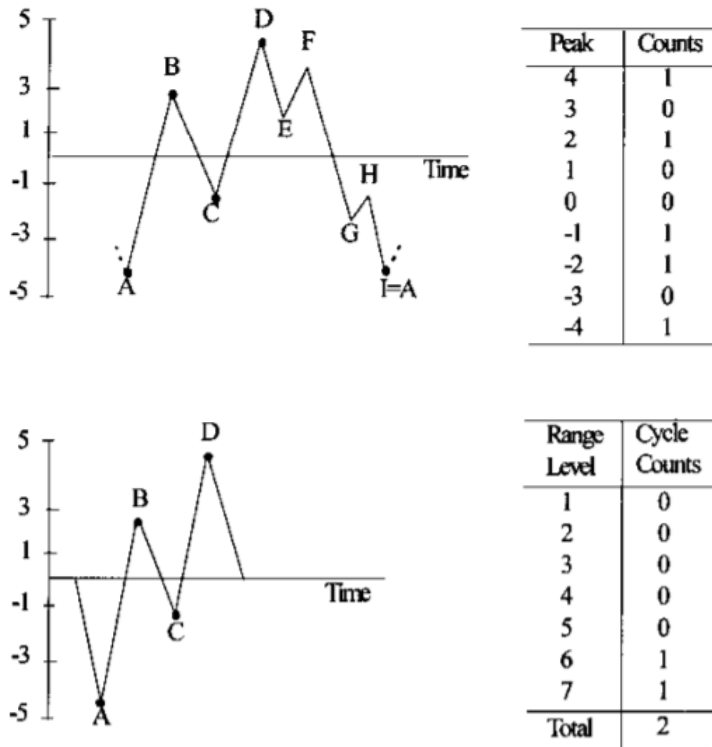
### 3.1.2 Μέθοδος Mean crossing Peak counting

Η μέθοδος αυτή αποτελεί παραλλαγή της Peak counting, στην οποία μόνο ένα ακρότατο αριθμείται σε κάθε πέρασμα του άξονα μέσης τιμής. Αφού οριστεί αυθαίρετη κλίμακα βάσει του άξονα μέσης τιμής, ως πέρασμα θεωρείται η κάθε εναλλαγή του **σχετικού προσήμου**.



### Τα βήματα της Mean-Crossing μπορούν να οριστούν ως εξής:

1. Ορισμός άξονα αναφοράς και διακριτών διαστημάτων στρογγυλοποίησης τιμών.
2. Κάθε φορά που εναλλάσσεται το φορτίο τον άξονα αναφοράς, γίνεται καταγραφή μιας τιμής ως εξής:
  - a. Καταγραφή του διαστήματος **της μεγαλύτερης** κορυφής πάνω από τον άξονα.
  - b. Καταγραφή του διαστήματος **της μικρότερης** κοιλάδας πάνω από τον άξονα.
3. Αντιστοίχιση ακροτάτων ώστε να δημιουργηθεί ισοδύναμος κύκλος φόρτισης σε αντιστοιχία με την Peak counting μέθοδο.



Εικόνα 12: Εφαρμογή της μεθόδου Mean crossing Peak counting

Παράδειγμα της μεθόδου παρουσιάζεται στην εικόνα 12. Είναι σαφές ότι η αναθεώρηση αυτή δημιουργήθηκε ώστε να αντιμετωπίσει το πρόβλημα της Peak counting, της υπερεκτίμησης ζημιάς. Λόγω της φύσης της μεθόδου να αγνοεί μικρότερα ακρότατα εντός μίας αναστροφής προσήμου, ενδείκνυται μόνο εάν φιλτράρισμα ενδείξεων δεν έχει εφαρμοστεί στο ιστορικό.

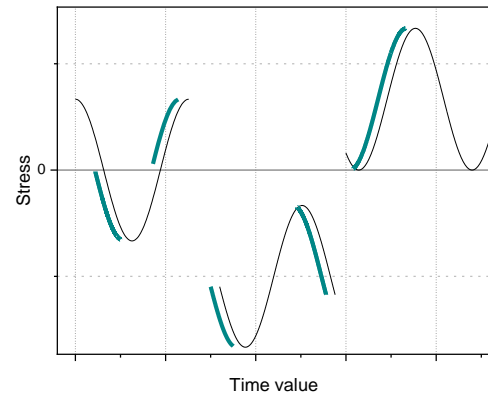
### 3.1.3 Μέθοδος Level Crossing counting

Όπως προαναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2.2, ένας κύκλος φόρτισης αποτελεί μια πλήρης αναστροφή του φορτίου, δηλαδή ο συνδυασμός μιας θετικής και μιας αρνητικής κλίσης γεγονότων (ίσου εύρους).



Έτσι, η μέθοδος αυτή θα αναγνωρίσει έναν κύκλο, εάν εντοπίσει μια από τις ακόλουθες κατανομές στο ιστορικό: (εικόνα 13)

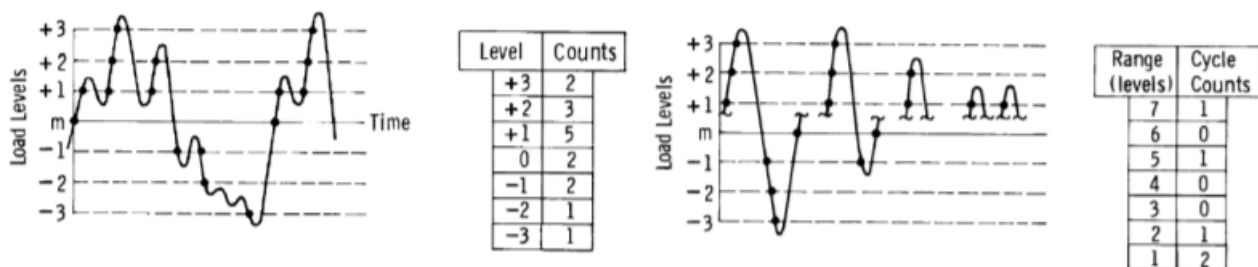
- το εύρος της θετικής αναστροφής,
- Το εύρος της αρνητικής αναστροφής,
- Τον συνδυασμό μέρους αρνητικής αναστροφής και θετικής αναστροφής, το άθροισμα του εύρους των οποίων θα δώσει το συνολικό εύρος του κύκλου φόρτισης.



Εικόνα 13: Περιπτώσεις εμφάνισης ενός κύκλου φόρτισης.

**Τα βήματα της Level-Crossing μπορούν να οριστούν ως εξής:**

1. Ορισμός άξονα αναφοράς και διακριτών διαστημάτων στρογγυλοποίησης τιμών (levels).
2. Σε κάθε **θετικό** επίπεδο και στο μηδενικό, θα γίνεται καταγραφή κάθε φορά που συναντάται θετικής κλίσης αναστροφή.
3. Σε κάθε **αρνητικό** επίπεδο, θα γίνεται καταγραφή κάθε φορά που συναντάται **αρνητικής** κλίσης αναστροφή.
4. Μία αρίθμηση από κάθε επίπεδο θα χρησιμοποιείται για να ανακατασκευαστεί ένας πλήρης κύκλος φόρτισης αντίστοιχου εύρους με τα διαστήματα που χρησιμοποιήθηκαν.



Εικόνα 14: Εφαρμογή της μεθόδου Level crossing Counting. [17]

Αριστερά: Αρίθμηση κάθε διασταύρωσης φορτίου-επίπεδου αναφοράς.

Δεξιά: Ανακατασκευή του ιστορικού ως σύνολο διακριτών κύκλων φόρτισης.

Και εδώ, εξυπακούεται, για την κατασκευή κύκλων φόρτισης θα χρησιμοποιούνται όσο το δυνατόν περισσότερα επίπεδα για την κατασκευή ισοδύναμου ιστορικού (εικόνα 14). Το χαρακτηριστικό εύρος επιπέδων σημαίνει ότι κορυφές ενδιάμεσα από αυτά τα επίπεδα δεν θα καταγράφονται με την ακριβή τιμή, αλλά με την τιμή του τελευταίου επιπέδου που την ανίχνευσε. Αυτό παρατηρείται στο παράδειγμα της εικόνας. Όμως, είναι επιθυμητή μια ελάχιστη τιμή του εύρους αυτού, καθώς εξυπηρετεί ως μέτρο ελάττωσης δεδομένων.

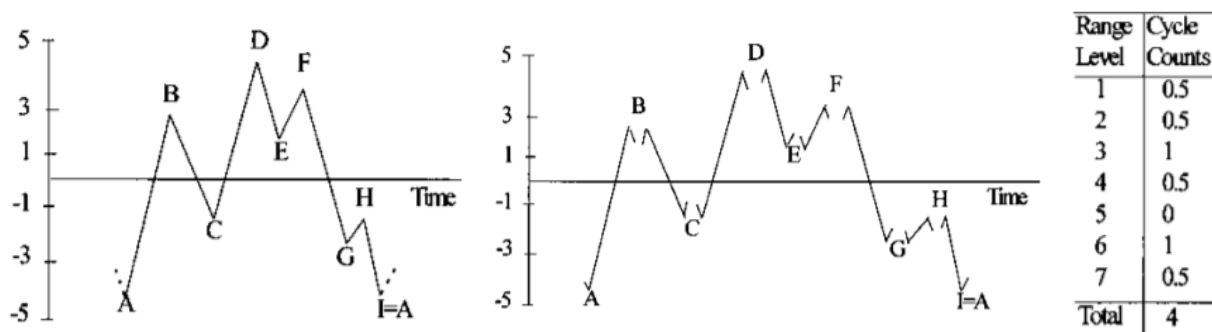
### 3.1.4 Μέθοδος Range counting

Η μέθοδος αυτή εστιάζεται στα εύρη που συναντώνται, ώστε να δημιουργηθούν αναστροφές, οι οποίες θα συνδυαστούν σε ζεύγη των δύο για την κατασκευή κύκλων φόρτισης. [15, 17]

**Τα βήματα της μεθόδου Range counting είναι:**

1. Ορισμός κλίμακας στρογγυλοποίησης ευρών σε διαστήματα (Range levels).
2. Καταγραφή κάθε εύρους που συναντάται στο ιστορικό.
3. Καταγραφή του αριθμού αυτών σε κάθε διάστημα. Κάθε τέτοιο καταγεγραμμένο διάστημα θεωρείται μισός κύκλος φόρτισης.
4. Αντιστοίχιση ίσου διαστήματος γεγονότων ανά δύο για την δημιουργία αντίστοιχου αριθμού κύκλων φόρτισης.

Εφαρμογή της μεθόδου παρουσιάζεται στην εικόνα 15.



Εικόνα 15: Εφαρμογή της μεθόδου Range Counting. [17]

Αριστερά: Αρίθμηση εύρους φόρτισης.

Δεξιά: Ανακατασκευή του ιστορικού ως σύνολο διακριτών κύκλων φόρτισης

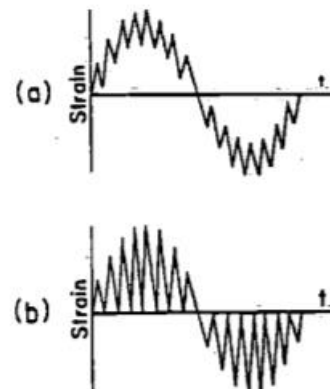
### 3.1.5: Ανακρίβειες μεθόδων Μονής Παραμέτρου

Η ίδια η φύση των μεθόδων μονής παραμέτρου να καταγράφουν μόνο το εύρος φόρτισης, και όχι την μέση τιμή είναι πηγή προβληματικών αποτελεσμάτων, όπως έχει προαναφερθεί η σημασία της τελευταίας. Αναλυτικότερα φαινόμενα επίδρασης της μέσης τιμής παρουσιάζονται στην πηγή [7]. Σκοπός των μεθόδων

αρίθμησης είναι η ανακατασκευή ενός ιστορικού με τον ακριβέστερο δυνατό τρόπο. Εάν υπάρχουν περιπτώσεις που ισοδύναμα ανακατασκευασμένα ιστορικά προέρχονται από διαφορετικής βαρύτητας αλληλουχίες φόρτισης, αυτό αποτελεί δείγμα αδυναμίας των μεθόδων αυτών.

### Ανακρίβειες μεθόδου Peak counting

Στην εικόνα 16 παρουσιάζονται δύο περιπτώσεις φόρτισης κατά τις οποίες η μέθοδος Peak counting δίνει ίδια αποτελέσματα. Στην περίπτωση (a), ευκαταφρόνητα γεγονότα φόρτισης αντιμετωπίζονται ως πιο σοβαρές φορτίσεις. Εμφανέστατα, στην περίπτωση (b) η καταπόνηση είναι αρκετά σημαντικότερη με αναστροφές μεγαλύτερου εύρους. Αυτό το γεγονός υπερεκτίμησης ενδείξεων, είναι το σημαντικότερο σφάλμα της Peak Counting, που έχει αναλυθεί σε βάθος στις δημοσιεύσεις [7] και [19].



Εικόνα 16: Κατανομές στις οποίες η Peak Counting

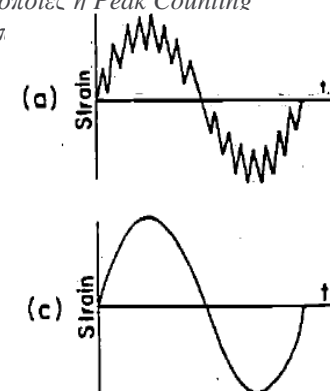
### Ανακρίβειες μεθόδου Mean crossing Peak counting

Όπως αναλύθηκε, το γεγονός να καταγράφει μια μόνο τιμή σε κάθε αναστροφή φόρτισης αποτελεί σημαντική απλοποίηση ενός ιστορικού. Η μέθοδος θεωρεί ότι η κατανομή της εικόνας 17a έχει ίδιο αντίκτυπο καταπόνησης όπως την κατανομή 17c. [7]

Στην ειδική περίπτωση που το σήμα είναι αρμονικής κατανομής και οι διαταραχές της 17a μπορούν να χαρακτηριστούν ως 'θόρυβος' μηδαμινής συνεισφοράς στην κόπωση, θα μπορούσε να εφαρμοστεί ως μέθοδος με τον πιο ισχυρό χαρακτήρα φιλτραρίσματος των δεδομένων.

Για παράδειγμα σε μελέτη σύγκρισης διαφορετικών μεθόδων για αρίθμηση δεδομένων σεισμικής καταπόνησης, η Mean Crossing προσέφερε πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από τις υπόλοιπες μεθόδους μονής παραμέτρου (Peak Counting και Level crossing) [19]. Κάτι αντίστοιχο παρουσιάστηκε και στην ανάλυση των Hancock, J. και Bommer, J. J. [20].

Για τον παραπάνω λόγο όμως, η μέθοδος αυτή δεν προτείνεται τυφλά για πολύπλοκα ιστορικά φόρτισης ως μέθοδος αναγωγής κύκλων. Για την απλότητά της, μπορεί να αποβεί εξαιρετικά χρήσιμη, εάν όμως η εφαρμογή αυτής είναι αποτέλεσμα της κρίσης του μηχανικού.



Εικόνα 17: Κατανομές στις οποίες η Mean Crossing Peak Counting προσφέρει ίδιο αποτέλεσμα [7]

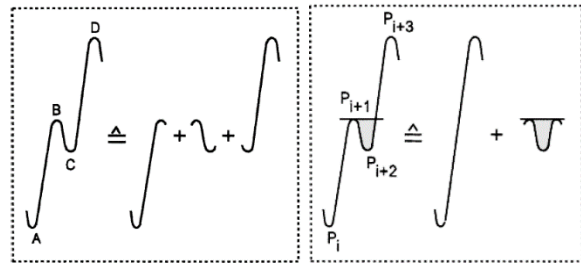
### Ανακρίβειες μεθόδου Range Counting

Αυτή η μέθοδος έχει ως αποτέλεσμα κάθε εύρος να απομονώνεται και να αντιστοιχίζεται με αντίστοιχο εύρος γεγονότα, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η μέση τιμή αυτών, με αποτέλεσμα να υποτιμάται η βαρύτητα ορισμένων φορτίσεων.

Επιπροσθέτως, το γεγονός αυτό της απομόνωσης, καθιστά την μέθοδο αυτή ανεπαρκή για εφαρμογές στις οποίες μεγάλες φορτίσεις διακόπτονται από μικρότερες, διχοτομίζοντας τις σε δύο μικρότερου εύρους, υποτιμώντας έτσι την ζημιά που προκαλούν. [7] Συγκεκριμένα, σύμφωνα με την θεωρία συσσώρευσης βλάβης, ένας κύκλος φόρτισης μεγάλου εύρους, είναι πιο ζημιώδης για την διάρκεια ζωής σε σχέση με δύο

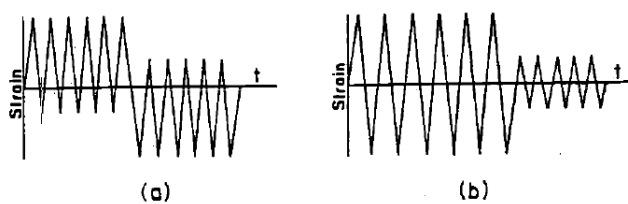
κύκλους του μισού εύρους. Αυτό φαίνεται στην εικόνα 18, με την πρώτη περίπτωση διαχείρισης του μεγαλύτερου γεγονότος να είναι μη ρεαλιστική σε σχέση με την δεύτερη.

Όπως θα γίνει ξεκάθαρο στην συνέχεια, αυτό είναι ένα από τις μεγαλύτερες προκλήσεις που κλήθηκαν να λύσουν οι πιο σύνθετες μέθοδοι του επόμενου κεφαλαίου, για τις οποίες η Range Counting αποτέλεσε βάση.

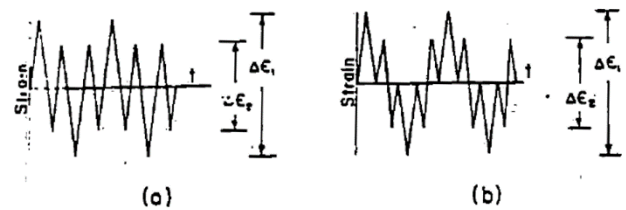


Εικόνα 18: Αναγνώριση κύκλων  
 Αριστερά: Της Range count  
 Δεξιά: Της Range Pair

Κατά την εφαρμογή των μεθόδων αυτών, κάθε πληροφορία της σειράς των γεγονότων χάνεται, όπως ακριβώς με το προηγούμενο παράδειγμα. Οι Peak Counting και Level Crossing δεν δίνουν σημασία στο πότε θα καταγραφεί ένα γεγονός, αρκεί να καταγραφεί. Στις εικόνες 19 και 20, παρουσιάζονται περιπτώσεις που οι Peak Counting και Level Crossing δίνουν όμοια αποτελέσματα.



Εικόνα 19: Περίπτωση όμοιας αναγωγής.  
 το ιστορικό (b) είναι πιο ζημιογόνο του (a).



Εικόνα 20: Περίπτωση όμοιας αναγωγής.  
 το ιστορικό (a) είναι πιο ζημιογόνο του (b).

## 3.2: Μετρητικές μέθοδοι Διπλής Παραμέτρου

Στις μεθόδους διπλής παραμέτρου όπως προαναφέρθηκε, σκοπός είναι να καταγράφονται το εκάστοτε εύρος, καθώς και η μέση τιμή φόρτισης κάθε κύκλου για μεγαλύτερη ακρίβεια. Όλες οι μέθοδοι, οφείλουν να δώσουν ως αποτέλεσμα έναν πίνακα δύο διαστάσεων στον οποίο, για το σύνολο των αναγνωρισμένων κύκλων φόρτισης θα εμπεριέχονται *το λιγότερο* τα εξής δεδομένα: (Rainflow 2D Histogram, εικόνα 21)

- Πλάτος ή εύρος φόρτισης αναγνωρισμένου κύκλου
- Μέση τιμή φόρτισης αναγνωρισμένου κύκλου
- Αριθμός αναγνωρισμένων κύκλων για κάθε συνδυασμό αυτών.

Στην συνέχεια θα παρουσιαστούν οι σημαντικότερες μέθοδοι καθώς και η αρχή λειτουργίας τους.

| Μέση τιμή /<br>Μρα | Εύρος /<br>Μρα | Αριθμός<br>κύκλων |
|--------------------|----------------|-------------------|
| 38                 | 43             | 2                 |
| 24,5               | 9,2            | 5                 |
| 22,9               | 13,2           | 2                 |
| 18,2               | 23,2           | 1                 |
| 39                 | 8,9            | 3                 |
| 38,1               | 12,8           | 5                 |

*Εικόνα 21: Παράδειγμα εξόδου αλγόριθμου μιας μεθόδου διπλής παραμέτρου*

### 3.2.1 Μέθοδος Range mean cycle counting

Η μέθοδος αυτή αποτελεί βελτίωση της Range counting, στην οποία αντιμετωπίζεται η αδυναμία της να λάβει υπόψη τις μέσες τιμές των φορτίσεων. Αντί απλά να καταγράφονται τα εύρη, και να αντιστοιχίζονται οι κύκλοι με κοινό μέσον το αριθμητικό μέσο των τιμών, κανείς θα μπορούσε να αναθέσει σε κάθε εύρος, και ένα **μέσο** ίσο με την αριθμητική μέση τιμή των σημείων του. [17]

**Τα βήματα της Range-Mean counting είναι:**

1. Ορισμός διαστημάτων στρογγυλοποίησης τιμών.
2. Καταγραφή κάθε εύρους παραμέτρου που συναντάται στο ιστορικό, **καθώς και της μέσης τιμής του.**
3. Αντιστοίχιση ίσου μήκους και μέσου διαστημάτων ανά δύο για την δημιουργία αντίστοιχου αριθμού κύκλων φόρτισης.
4. Ανάλυση κάθε εύρους παραμέτρου που δεν αντιστοιχίστηκε ως μισός κύκλος

Αυτή η μέθοδος είναι η πιο αδύναμη σε σχέση με τις υπόλοιπες διπλής παραμέτρου, καθώς εξακολουθεί να φέρει ορισμένα από τα σφάλματα της συμβατικής Range Counting.

### 3.2.2 Μέθοδος Range pair cycle counting

Είναι μία από τις πιο σημαντικές μεθόδους που αναπτύχθηκαν, μίας και πλέον, το εκάστοτε συμβάν φόρτισης που συναντάται, δεν το επεξεργάζεται απευθείας, αλλά μόνο εάν ικανοποιήσει κάποια συνθήκη σε σχέση με τα γειτονικά του. Για παράδειγμα, στις απλές μεθόδους, κάθε τιμή ακροτάτου στο ιστορικό καταγραφόταν την στιγμή που την συναντούσε ο αλγόριθμος.

Η λογική είναι να αντιστοιχίζονται εύρη μεταξύ τους όπως και στην μέθοδο range counting, αλλά εδώ δεν σπάνε μεγάλες αναστροφές εάν παρεμβάλλονται μικρότερες ενδιάμεσα, για τους λόγους που προαναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 3.1.5. Συνεπώς, στην προσπάθεια να αποτυπωθούν τα πιο καταστρεπτικά γεγονότα στο ισοδύναμο ιστορικό, οι μικρότερες ενδιάμεσες αναστροφές θα καταγράφονται και θα απομονώνονται από τις μεγαλύτερες.

**Τα βήματα μπορούν να οριστούν ως εξής:**

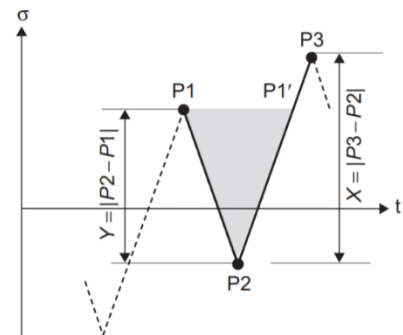
1. Ένα γεγονός φόρτισης (αναστροφή) θεωρείται πλήρης κύκλος, εάν μπορεί να αντιστοιχιστεί με επακόλουθο γεγονός ίδιου ή μεγαλύτερου εύρους αντίθετης κλίσης.
2. Καταγραφή του εύρους αυτού ως κύκλος και αφαίρεση των σημείων αυτών από το ιστορικό.
3. Επανάληψη της διαδικασίας απομόνωσης μέχρις ότου να μην μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω το ιστορικό.

Η καινοτόμα πτυχή της μεθόδου είναι η πρώτη ενέργεια, η οποία κάθε φορά θα λαμβάνει υπόψη ένα εύρος, και το επόμενο του, είναι στην πράξη η ιδέα πίσω από την **μέθοδο τριών σημείων** που θα αναλυθεί στην συνέχεια. Σύμφωνα και με τον αλγόριθμο που παρουσιάζεται στο *ASTM standard* για την Range Pair [17], αναλύονται κάθε φορά 3 συνεχόμενα σημεία του ιστορικού ( $P_1, P_2, P_3$ ), και τα δύο εύρη μεταξύ τους:

$$X = |P_2 - P_3| \quad , \quad Y = |P_2 - P_1|$$

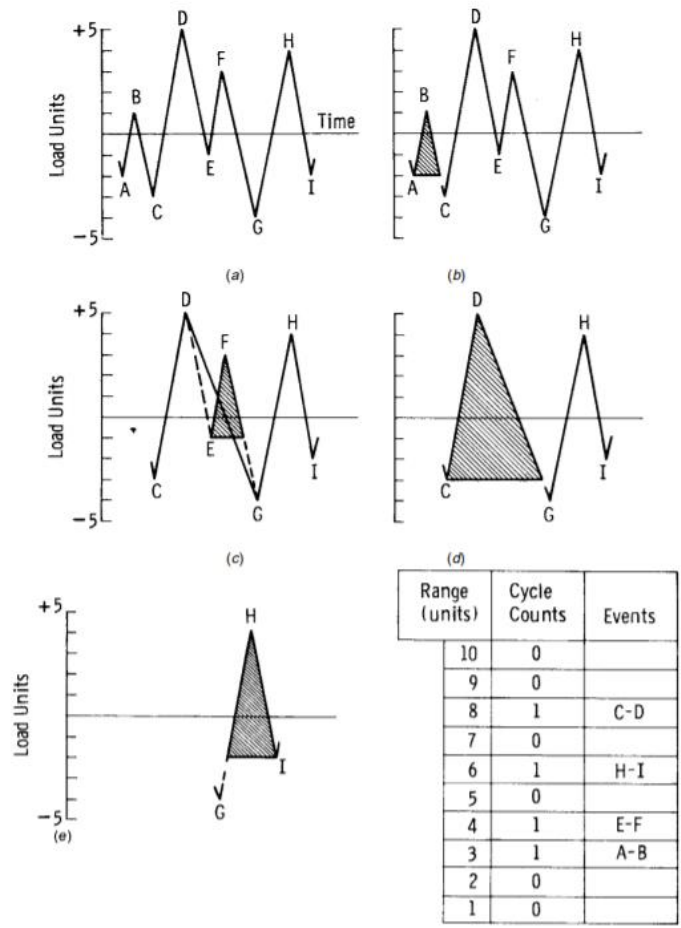
Πλήρης κύκλος αναγνωρίζεται μόνο εάν το δεύτερο εύρος,  $X$  είναι μεγαλύτερο από το πρώτο,  $Y$ . (εικόνα).

Αυτή η συνθήκη υπόσχεται να μην σπάει μεγαλύτερες αναστροφές, όπως αποδεικνύεται και στην εικόνα 23.



Εικόνα 22: Δημιουργία κύκλου φόρτισης εύρους  $Y$  κατά την Range Pair [21]

E 1049



Εικόνα 13: Εφαρμογή της μεθόδου Range pair [17]

## Rainflow cycle counting methods

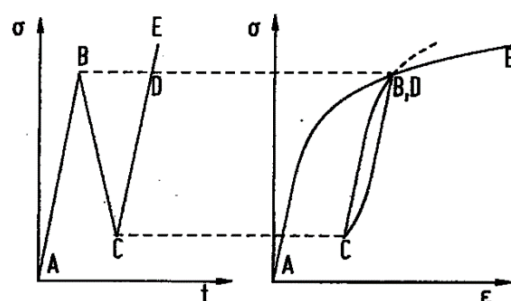
Το 1967, οι Tatsuo Endo και K. Mitsunaga συνέλαβαν μία εξαιρετική μέθοδο διαχείρισης τυχαίων φασμάτων φόρτισης, από μια αρκετά ανορθόδοξη πηγή έμπνευσης. Παρατηρώντας την πορεία νερού της βροχής σε μια χαρακτηριστική σκεπή pagoda στην Ιαπωνία (εικόνα 24), βλέπει κανείς το νερό να κυλάει κατά μήκος ενός επιπέδου σκεπής και να συνεχίζει στο επόμενο μέχρις ότου να καταλήξει στο μεγαλύτερου μήκους επίπεδο. Με αντίστοιχη λογική οι εμπνευστές επέλεξαν να ορίζονται τα μεγαλύτερου εύρους γεγονότα φόρτισης. [22]



Εικόνα 24: Χαρακτηριστική γεωμετρία σκεπών τύπου pagoda.

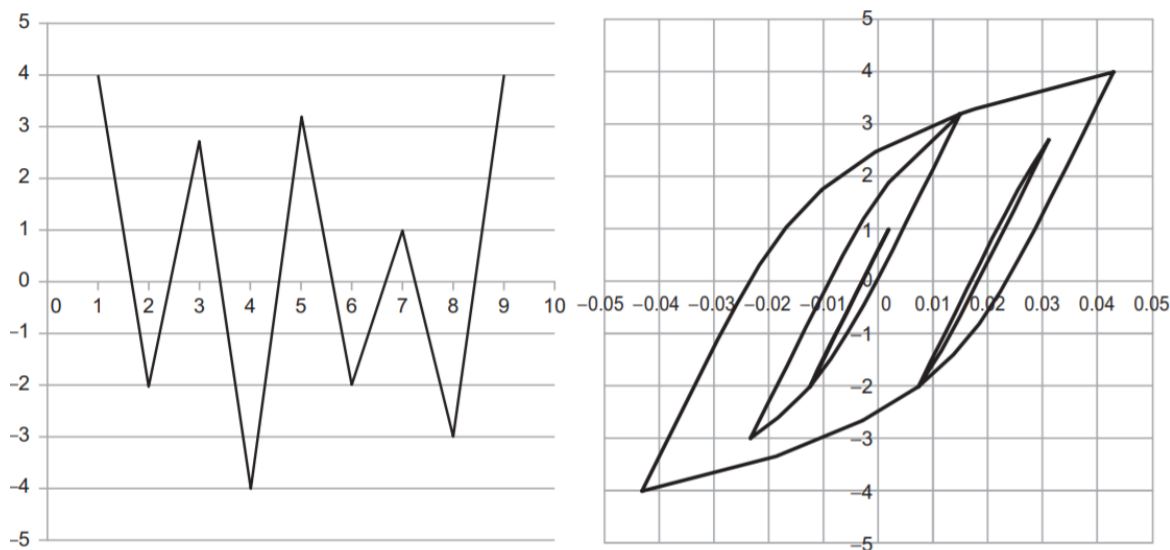
Πέρα από αυτό όμως, η μέθοδος αυτή είχε βαθύτερο σκοπό. Κατά την μελέτη αποκρίσεων τάσης-έντασης επαναλαμβανόμενων φορτίσεων στο αντίστοιχο διάγραμμα της εικόνας 25, παρατηρείται το λεγόμενο **φαινόμενο μνήμης**. Σύμφωνα με αυτό, έστω αρχική καμπύλη τάσης έντασης (**AB**) της εικόνας, διακόπτεται από αναστροφή μια επακόλουθη ένταση μεγαλύτερης τιμής από την αρχική (**AE**), θα κλείσει βρόγχο στο σημείο **B**, και η υπολειπόμενη καμπύλη θα ακολουθήσει την απόκριση των γεγονότων προ βρόγχου. [23]

Λόγω της ιδιότητας αυτής, κλειστοί τέτοιοι **βρόγχοι υστέρησης** (Hysteresis Loops, HL) θεωρούνται απομονώσιμα συμβάντα με τις ακραίες τιμές **A,E** να συμβάλλουν σαν ενιαίο γεγονός φόρτισης. Με το εν λόγω αντίκυκλο ακολουθίας φόρτισης, οι κανόνες της Rainflow αντιστοιχίζουν ακρότατα ώστε οι αναστροφές που ανακατασκευάζει να συμπληρώνουν πλήρεις βρόγχους υστέρησης (εικόνα 26).



Εικόνα 25: Φαινόμενο μνήμης απόκρισης Stress-Strain curve [23]





Εικόνα 26: Απόκριση τάσης-έντασης τυχαίου ιστορικού. [21]

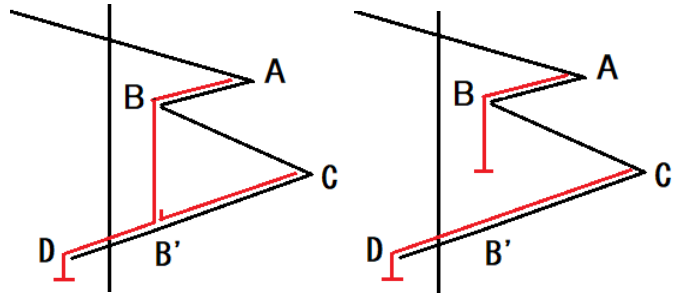
Το χαρακτηριστικό αυτό ζευγάρι των σημείων που χρησιμοποιήθηκε στον πρωτότυπο αλγόριθμο των δημιουργών, αποτέλεσε βάση για αρκετές μεταγενέστερες παραλλαγές, οι οποίες για τον λόγο αυτό αποτελούν μέρος της οικογένειας μεθόδων πλέον, που ονομάζονται **Rainflow cycle counting (RF)**, και αποτελούν τις κατ' εξοχήν μεθόδους διαχείρισης τυχαίων ιστορικών φόρτισης σε ανάλυση αστοχιών κόπωσης από την στιγμή που εκδόθηκε μέχρι και σήμερα. Στην συνέχεια θα παρουσιαστούν η αρχική μεθοδολογία όπως αυτή παρουσιάστηκε στην έκδοση των δημιουργών, καθώς και οι παραλλαγές 3-point και 4-point μέθοδοι Rainflow.

### 3.2.3 Μέθοδος Rainflow cycle counting των Matsuishi και Endo

Τα βήματα της μεθόδου ορίζονται ως εξής:

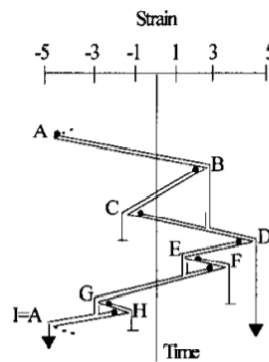
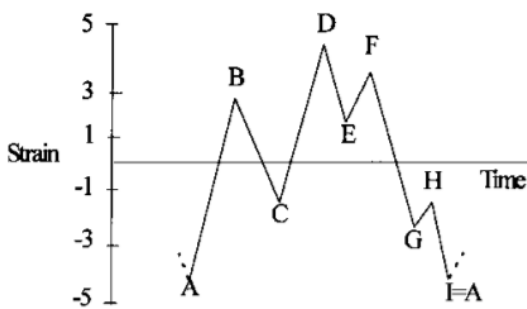
1. Ορισμός των ακροτάτων αλλαγής κλίσης του ιστορικού φόρτισης.
2. Περιστροφή του ιστορικού  $90^\circ$  ωρολογιακά ώστε τα γεγονότα φόρτισης να θυμίζουν κομμάτια σκεπής. (εικόνα 28)
3. Κάθε μέγιστο (κορυφή) θεωρείται πηγή νερού που ρέει προς τα κάτω.
4. Κάθε ροή αποτελεί μισό κύκλο φόρτισης, και τερματίζεται εάν:
  - a. Καταλήγει στο πέρας του ιστορικού.
  - b. Συναντάει ροή που ξεκίνησε από προηγούμενη κορυφή.
  - c. Φτάνει σε σημείο υψηλότερης κορυφής.
5. Επανάληψη διαδικασίας για ελάχιστα (κοιλιάδες)
6. Ανάθεση εύρους σε κάθε ημικύκλιο φόρτισης ίσο με την διαφορά του σημείου αρχής και τέλους του.
7. Αντιστοίχιση των ημικυκλίων ίδιου εύρους για δημιουργία πλήρων κύκλων φόρτισης. Τα σημεία που δεν αντιστοιχίστηκαν αποτελούν υπολείμματα.

Στο παράδειγμα της εικόνας 27, φαίνεται η σημασία του κανόνα 4c για τερματισμό ροής σε περίπτωση εμφάνισης κορυφής μεγαλύτερης τιμής. Στην πρώτη περίπτωση δημιουργούνται τα ημικύκλια (AD) και (AB') ενώ στην δεύτερη, έχουμε την δημιουργία του (CD) και (AB). Έχει τον αντίστοιχο ρόλο του κριτηρίου της Range Pair (εικόνα 22). Ο κανόνας αυτός εξασφαλίζει την δημιουργία των μεγαλύτερων δυνατών ημικυκλίων ( $|CD| > |AD|$ ), τα οποία με την σειρά τους δημιουργούν πλήρεις κύκλους φόρτισης που συνάπτουν με την θεωρία δημιουργίας κύκλων υστέρησης.



Εικόνα 27: Εφαρμογή του κανόνα 4c.

Παράδειγμα εφαρμογής της, παρουσιάζεται στην εικόνα 28.



| Range Level | Cycle Count |
|-------------|-------------|
| 1           | 1           |
| 2           | 1           |
| 3           | 0           |
| 4           | 1           |
| 5           | 0           |
| 6           | 0           |
| 7           | 0           |
| 8           | 0           |
| 9           | 1           |
| Total       | 4           |

Εικόνα 28: Εφαρμογή της πρωτότυπης Rainflow. [1]

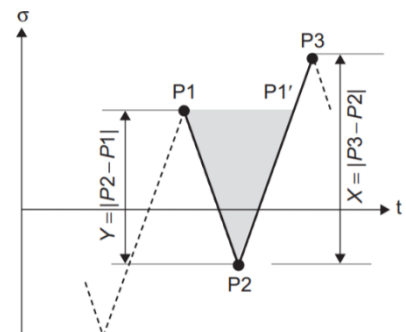
### 3.2.4 Μέθοδος Three-Point Rainflow Counting

Αποτελεί βελτιωμένη έκδοση της Range Pair, ώστε να συμβαδίζει πλέον με τους βρόγχους υστέρησης, και εξ αυτού είναι η χρησιμοποιούμενη μέθοδος κατά το ASTM E 1049-85 Standard, η απλότητα της οποίας αποτελεί κύριο κριτήριο για δεδομένο ιστορικό [24].

Διαφορετικές εκδοχές έχουν αναπτυχθεί, με την ευρύτερης εφαρμογής έκδοση να αποτελεί ο αλγόριθμος των S. D. Downing και D. F. Socie [24], που αποτέλεσε και πηγή για την μεθοδολογία του ASTM standard.

Και εδώ, θα χρησιμοποιηθεί το κριτήριο της Range pair κατά το οποίο συγκρίνονται τα εύρη μεταξύ ( $P_1, P_2, P_3$ ): (εικόνα 29)

$$X = |P_2 - P_3| \quad , \quad Y = |P_2 - P_1|$$

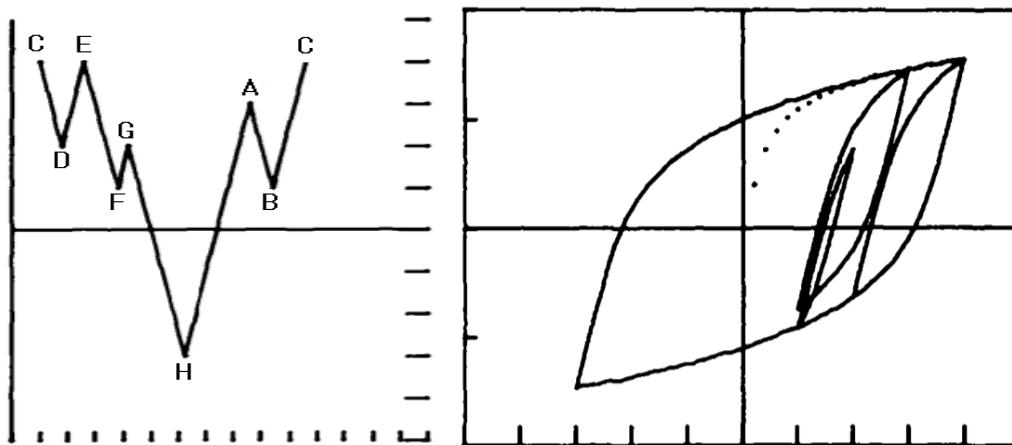


Εικόνα 29: Κριτήριο ζευγαρώματος κατά την μέθοδο τριών σημείων. [21]

### Τα βήματα της 3-Point counting είναι:

1. Ανακατανομή του ιστορικού, ώστε να ξεκινάει με το μεγαλύτερο ολικό ακρότατο. Τα προπορευόμενα σημεία προστίθενται στο τέλος της αλληλουχίας.
2. Καταγραφή των ακροτάτων του ιστορικού ως λίστα σημείων.
3. Μελέτη κάθε φορά ενός σημείου και των αμέσως 2 επομένων του.
4. Εάν  $X \geq Y$ , καταγραφή του σημείου με το επόμενο  $(P_1, P_2)$  ως **κύκλος φόρτισης** και αφαίρεση των σημείων αυτών από την λίστα σημείων. Εάν όχι, μετάβαση στο βήμα 2. με το αμέσως επόμενο σημείο της λίστας.
5. Επανάληψη μέχρις ότου την εξάντληση των δεδομένων.

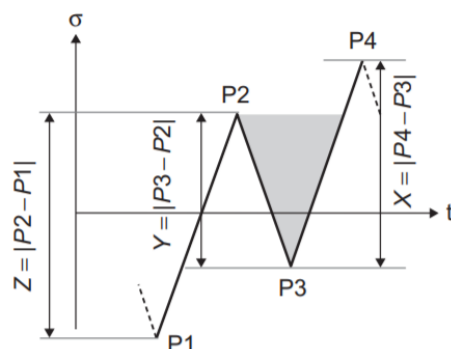
Σε αυτή την εκδοχή, η μέθοδος αυτή έχει αποδειχθεί ότι παράγει κύκλους φόρτισης που συμβαδίζουν με βρόγχους υστέρησης, αλλά με την **απαραίτητη** προϋπόθεση να ξεκινάει από το μεγαλύτερο σημείο του ιστορικού (εικόνα 30). [22,24,25]



Εικόνα 30: Επαναλαμβανόμενο ιστορικό στο οποίο οι κύκλοι φόρτισης με την εφαρμογή 3-Point αντιστοιχούν στους βρόγχους υστέρησης του [24]

### 3.2.5 Μέθοδος Four-Point Rainflow Counting

Αποτελεί η πρόταση του AFNOR Standard, και σε πλήρη αντιστοιχία με την μέθοδο τριών σημείων, η μέθοδος τεσσάρων σημείων χρησιμοποιεί τέσσερα σημεία στο σύνολο, τα 2 υπό μελέτη σημεία για κύκλο, ένα πριν και ένα μετά. Συγκεκριμένα, εάν τα δύο ενδιάμεσα εμπεριέχονται στο εύρος των δύο άλλων, τότε καταγράφεται πλήρης κύκλος φόρτισης μεταξύ P2, P3 (εικόνα 31).



Εικόνα 31: Κριτήριο ζευγαρώματος κατά την μέθοδο τεσσάρων σημείων. [21]

#### Τα βήματα της 4-Point counting είναι:

1. Καταγραφή των ακροτάτων του ιστορικού ως λίστα σημείων.
2. Μελέτη ενός σημείου (i) και των αμέσως 3 επομένων του.
3. Εάν P2, P3 εμπεριέχονται στο εύρος (P1,P4), πηγαίνει στο βήμα **3.a**, αλλιώς πηγαίνει **3.b**.
  - a. Καταγραφή και αφαίρεση των **2 σημείων αυτών** από την λίστα σημείων, και επιστροφή στο **βήμα 2** για επανάληψη της διαδικασίας από την αρχή της λίστας σημείων (i=1).
  - b. Εάν P4 το τέλος της λίστας, τερματισμός. Αλλιώς, μετάβαση στο **βήμα 2** με το αμέσως επόμενο σημείο της λίστας. (i=i+1).

Καταγραφή των υπολειπόμενων σημείων που δεν δημιούργησαν κύκλους, ως υπολείμματα, για περεταίρω επεξεργασία. Μέθοδοι τέτοιου σκοπού θα αναλυθούν στην συνέχεια.

### 3.3 Υπολείμματα μετρητικών μεθόδων

Για κάθε μέθοδο, τα υπολείμματα (Residuals) ορίζονται ως *το σύνολο των σημείων του ιστορικού τα οποία δεν μπορούν να επεξεργαστούν περαιτέρω*. Εξαρτάται αυστηρώς από την ορισμένη μεθοδολογία της κάθε μεθόδου. Για τις μεθόδους μονής παραμέτρου, δεν ορίζονται υπολείμματα. Για παράδειγμα στην Level-Crossing, οι στοιχειώδεις μεταβολές που δεν αναγνωρίζονται, δεν αποτελούν υπόλειμμα της μεθόδου, διότι η μέθοδος αυτή τις αγνοεί εντελώς, ως μία απόπειρα απλοποίησης δεδομένων. Κατά την Range counting, τα εύρη που δεν συμπλήρωσαν πλήρη κύκλο, απλά χαρακτηρίζονται ως μισός κύκλος και λαμβάνονται υπόψη στην ανάλυση διάρκειας ζωής.

Ουσιαστικά, τα υπολείμματα είναι προϊόν των μεθόδων με πιο πολύπλοκα κριτήρια, τα οποία στο σύνολό τους αποτελούν ουσιώδη πληροφορία για τον υπολογισμό ζημιάς κατά την κόπωση. Για τον λόγο αυτό, μέθοδοι διπλής παραμέτρου, απαιτούν την εφαρμογή επιπλέον μεθόδου για την αξιοποίηση του συνόλου αυτού.

#### 4 point cycle counting method residual

Για λόγους που θα γίνουν αντιληπτοί στο τέλος αυτής της ενότητας, θα αναλυθεί η περίπτωση των υπολειμμάτων της 4-Point, ως την σημαντικότερη μέθοδο Rainflow.

Εάν αναλογιστεί κανείς την φύση του κριτηρίου, ένα εύρος ανάμεσα σε δύο μεγαλύτερα μπορεί να αφαιρεθεί. Έχει αποδειχθεί ότι σε τρεις περιπτώσεις κατανομής δεν αναγνωρίζονται κύκλοι φόρτισης [25], και το υπολειπόμενο σύνολο αναστροφών ενός ιστορικού θα είναι πάντοτε τέτοιας κατανομής (εικόνα 32) [7]:

1. Κατανομή συνεχούς Απόκλισης (A):  
Κάθε εύρος είναι μεγαλύτερο από το αμέσως προηγούμενό του.
2. Κατανομή συνεχούς Σύγκλισης (Σ):  
Κάθε εύρος είναι μικρότερο από το αμέσως προηγούμενό του.
3. Κατανομή Απόκλισης-Σύγκλισης (A-Σ):  
Κατανομή Απόκλισης, η οποία εναλλάσσεται σε κατανομή Σύγκλισης.

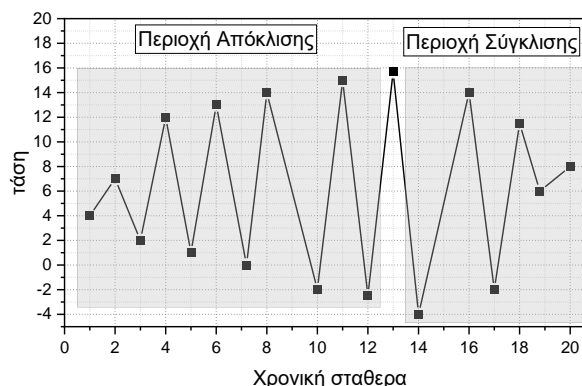
Σημαντικές παρατηρήσεις σύμφωνα με αυτά είναι ότι το ολικό μέγιστο και ελάχιστο της κατανομής αποτελούν:

- Το τελευταίο εύρος της (A)
- Το πρώτο εύρος της (Σ)
- Το εύρος μετάβασης της (A-Σ)

Η γενικότερη περίπτωση η οποία και συναντάται συχνότερα είναι η τελευταία, ένα παράδειγμα της οποίας παρουσιάζεται στην 32 και θα αποτελέσει βάση αναφοράς για τις μεθόδους αξιοποίησης. [13]

#### Residue Decomposition:

Η μέθοδος που έχει αναπτυχθεί και προτείνεται στην βιβλιογραφία είναι εξαιρετικά απλή αλλά συγχρόνως ευφυής. Εάν πάρει κανείς μια κατανομή (A-Σ), την επαναλάβει όπως το παράδειγμα της εικόνας 32, και εφαρμόσει εκ νέου εύρεση κύκλων με το κριτήριο της 4-Point, θα προκύψουν ένα σύνολο κύκλων και το αρχικό σύνολο (A-Σ). Αυτό παρουσιάζεται στην 33, στην οποία το εις διπλούν ιστορικό της εικόνας

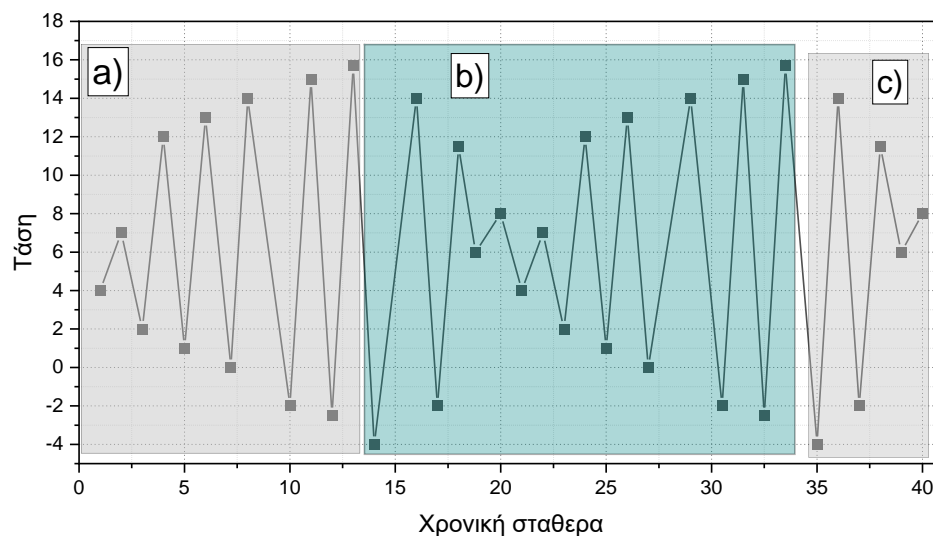


Εικόνα 32: Απεικόνιση της κατανομής Απόκλισης-Σύγκλισης

32, θα προσφέρει ένα σύνολο κύκλων από την περιοχή (b), και θα απομείνουν ένα σύνολο σημείων ίσο με το αρχικό (A-Σ). Μαθηματική απόδειξη αυτού εντοπίζεται στην πηγή [25].

Το σύνολο κύκλων της ανάλυσης αυτής είναι αντιπροσωπευτικό της αρχικής κατανομής (A-Σ), αφού στην ουσία δημιουργήθηκε από το ίδιο σύνολο σημείων, με την αντιστροφή των υποσυνόλων. Έτσι για την παρούσα ανάλυση θεωρούμε ότι  $(A-\Sigma) = (\Sigma-A)$ .

Αναφορά αυτής γίνεται και στην δημοσίευση [24], ως *Simple Rainflow counting methodology*.



Εικόνα 33: Εφαρμογή της μεθόδου ανάλυσης υπολείμματος.  
 a) Αρχικό σύνολο (A)  
 b) (Σ-A) το οποίο θα εξαντληθεί πλήρως για την δημιουργία κύκλων.  
 c) Αρχικό σύνολο (Σ)

### **Half-cycle counting methodology**

Είναι η πρόταση της πρωτότυπης ιδέας των Matsuishi και Endo, για την καταγραφή μισών κύκλων. [26] Συγκεκριμένα, από ένα σύνολο υπολειμμάτων, κάθε εύρος θα καταχωρηθεί ξεχωριστά στην λίστα κύκλων φόρτισης, όμως με τιμή μισού κύκλου (0.5). Θα μπορούσε κανείς να την παρομοιάσει την τακτική αυτή ως μια εφαρμογή Range-mean μεθόδου.

Η διαφορά είναι ότι εάν εφαρμοστεί μαζί με την μέθοδο 4-Point, δεν προκύπτουν οι σοβαρές ανακρίβειες μιας παραδοχής όπως της απλής καταγραφής ευρών, λόγω της φύσης της κατανομής ενός υπολείμματος. Κατανομές (A-Σ) όπως της εικόνας 32, δεν έχουν υπέρθεση μικρών αναστροφών μέσα σε μεγαλύτερες, διότι έχουν ήδη αφαιρεθεί από το κριτήριο της μεθόδου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι μεγαλύτερου εύρους αναστροφές να είναι δίχως παρεμβολή.

### 3.4 Ανάλυση μεθόδων διπλής παραμέτρου

#### Ανάλυση μεθόδων Range Pair και Rainflow

Εάν και οι μέθοδοι αυτοί προβλέπουν την χρήση της γραμμικής θεωρίας, και εδώ, η σειρά των γεγονότων θα μεταβληθεί, θυσιάζοντας επιδράσεις αλληλουχίας φορτίσεων, όμως δεν είναι ακριβώς έτσι. Η περίπτωση παρεμβολής μικρότερων γεγονότων, που πλέον όπως αναλύθηκε αντιμετωπίζεται, είναι ένα φαινόμενο αλληλουχίας, καθιστώντας τις Range Pair και Rainflow μεθόδους με *μερική διατήρηση αλληλουχιών φόρτισης* [8 σελίδα 275].

Αυτό αρκεί για να είναι ικανές να αντιμετωπίσουν τις αδυναμίες των μεθόδων μονής παραμέτρου:

Στο [27] έγινε σύγκριση της Rainflow με Mean Crossing Peak counting, οι δύο πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες μέθοδοι αρίθμησης για την εκτίμηση διάρκειας ζωής σε μεταλλικές γέφυρες. Παρουσιάζεται η Rainflow να είναι πιο συντηρητική από την εναλλακτική της, το οποίο μεταφράζεται σε μεγαλύτερη ακρίβεια.

Επίσης πιο συντηρητική αποδείχθηκε η Rainflow και στην περίπτωση των σεισμικών καταπονήσεων [19], προβλέποντας τον χαμηλότερο ισοδύναμο αριθμό κύκλων προς αστοχία.

Στην ανάλυση του Dowling, N. E [7], όλες οι ανακρίβειες που προαναφέρθηκαν στις εικόνες [16 - 20] αντιμετωπίζονται επιτυχώς, ενώ καταλήγει στο συμπέρασμα ότι οι μέθοδοι αυτές, σε γενικές γραμμές, προσφέρουν όμοιους κύκλους φόρτισης για κάθε περίπτωση ιδιόμορφης κατανομής ιστορικού. Σε αντίστοιχο συμπέρασμα, κατέληξε και η μελέτη του J. M. Potter [28] στην οποία, οι αλγόριθμοι των δύο μεθόδων ήταν σε θέση να προσφέρουν όμοια αποτελέσματα κατά την εφαρμογή τους σε τρία τυπικά ιστορικά από εξαρτήματα της αυτοκινητοβιομηχανίας.

#### Σύγκριση μεθόδων διπλής παραμέτρου:

Στην πράξη, υπάρχει διαφορά ανάμεσα στις δύο μεθόδους, και σχετίζεται με τα υπολείμματά τους, μετά την επιτυχή εφαρμογή αυτών στο ιστορικό. Η μεθοδολογία της Range Pair, σταματάει στην στιγμή που εντοπίστηκε και ο τελευταίος κύκλος, ενώ η μεθοδολογία της πρωτότυπης Rainflow προβλέπει ταυτόχρονα και διαχείριση των υπολειμμάτων (*Half-cycle counting methodology*). Πέρα από αυτό, εάν κανείς εξαιρέσει την ανάλυση μισών κύκλων, αποδεικνύεται από τον Dowling, N. E [7] ότι προκύπτει το ίδιο αποτέλεσμα με Range Pair, σε ανακαταναμημένο ιστορικό ώστε να ξεκινάει με το μεγαλύτερο ακρότατο. Κατά το συμπέρασμα αυτό, προτείνεται ότι:

$$[Rainflow] - [Ανάλυση υπολειμμάτων] = [Range Pair] + [ανακατανομή]$$

Όπως έχει γίνει ξεκάθαρο από τα βήματα των μεθόδων, η 3-Point μέθοδος είναι η Range Pair με ανακατανομή. Αυτό οδηγεί στην δεύτερη πρόταση, ότι :

$$[Rainflow] = [3-Point] + [Ανάλυση υπολειμμάτων]$$



### Σύγκριση 4-Point και 3 point.

Οι μέθοδοι αυτοί εκ πρώτης φαίνεται να διαφέρουν αρκετά, μίας και το ίδιο το κριτήριο αναγνώρισης διαφέρει. Αναφορικά, οι κύριες διαφορές τους φαίνονται στην εικόνα 34. Στην πράξη όμως, αυτό που συμβαίνει είναι ότι η 4-Point είναι πιο αυστηρή διότι το κριτήριό της είναι σε θέση από μόνο του να αναγνωρίσει κύκλους που συμβαδίζουν με τους βρόγχους υστέρησης. Η 3-Point έχει λιγότερο αυστηρό κριτήριο, όμως αντισταθμίζεται με την επιπλέον διαδικασία αναπροσαρμογής του ιστορικού. Στο [25], αποδεικνύεται με εξαιρετική λεπτομέρεια η ομοιότητα των μεθόδων στην ικανότητά τους να αναγνωρίσουν τους ίδιους κύκλους φόρτισης.

Με την θεώρηση αυτή, προκύπτει η Τρίτη κα τελευταία πρόταση, η οποία είναι και η ευρέως αποδεκτή που καθιστά την 4-Point μία μέθοδο Rainflow:

$$[4\text{-Point}] = [3\text{-Point}]$$

Σύμφωνα με τα συμπεράσματα αυτά, προκύπτει ο πίνακας ισοδυναμίας (πίνακας 1), για τις απαραίτητες διαδικασίες για επιτυχή αρίθμηση ενός τυχαίου ιστορικού. Από αυτές, οι πλέον χρησιμοποιούμενες είναι οι 4-Point και η 3-Point λόγω της αποτελεσματικότητας τους κατά την εφαρμογή αλγόριθμου.

|                       |                           |                           |                         |
|-----------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|
| Πρωτότυπη<br>Rainflow | Ανακατανομή ιστορικού     | 3-Point Cycle<br>Counting | 4- Point Cycle Counting |
|                       | Range Pair cycle counting |                           |                         |
|                       | Residue Analysis          | Residue Analysis          | Residue Analysis        |

Πίνακας 1: Προτεινόμενες διαδικασίες αρίθμησης ιστορικού.

Εξαιτίας της αναπροσαρμογής, μία σημαντική διαφορά ήταν σε εφαρμογές απ' ευθείας εκτίμησης ζημιάς κόπωσης. Συγκεκριμένα, πολλές εφαρμογές, πέρα από την ανάλυση ενός ενδεικτικού φάσματος πεπερασμένου, σύντομου χρόνου, απαιτούν την ενσωμάτωση εξοπλισμού στην κατασκευή για ανάλυση των φορτίσεων λειτουργίας σε πραγματικό χρόνο.

Σε τέτοια περίπτωση, δεν υπάρχει διαθέσιμο εξ αρχής το σύνολο του ιστορικού, διότι πολύ απλά είναι σε εξέλιξη. Αυτό αποτελούσε πρόβλημα για την εφαρμογή της 3-Point, μέχρις ότου οι S. D. Downing, et al παρουσίασαν αναθεώρηση της 3-Point για απ' ευθείας ανάλυση. Έκτοτε, δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά των μεθόδων, στο σημείο που οι μέθοδοι αυτές εξακολουθούν να είναι προτεινόμενες σε διαφορετικά Standards.

| 3-Point   | 4-Point   |
|---|---|
| Σύγκριση 3 σημείων  | Σύγκριση των 3 σημείων της 3-Point συν ένα προηγούμενο. |
| Ανακατασκευή του ιστορικού ώστε να ξεκινάει με το ολικό ακρότατο. |   |

Εικόνα 34: Περιγραφή διαδικασιών των μεθόδων τριών, και τεσσάρων σημείων.



## Κεφάλαιο 4: Ανάπτυξη και εφαρμογή αλγόριθμου

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί μια απλή ανάπτυξη κώδικα σε περιβάλλον Python, η οποία σε συνδυασμό με την εφαρμογή αυτής σε πραγματικό ιστορικό φόρτισης, σκοπό έχει την κατανόηση της ως τώρα μεθοδολογίας, και του τρόπου αναγωγής των αποτελεσμάτων της για αποτελεσματική αξιοποίησή τους.

Σε πρώτο στάδιο θα αναλυθεί σε βάθος η φιλοσοφία πίσω από τον προτεινόμενο αλγόριθμο που δίνεται στην δημοσίευση, και στην συνέχεια θα παρουσιαστεί ο βελτιωμένος αλγόριθμος που αναπτύχθηκε.

Η μέθοδος που επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί είναι η 4-Point Rainflow cycle counting, για τους λόγους που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 3.4 όσον αφορά την ομοιότητά της με την 3-Point και της αποτελεσματικότητάς της ως μέθοδος Rainflow. Σύμφωνα με τους [26] Gabriel Marsh et al, είναι η μέθοδος με το πιο ξεκάθαρο κριτήριο σε σχέση με τις υπόλοιπες που προϋποθέτουν επιπλέον βήματα όπως έχει προαναφερθεί, ενώ όπως θα αναφερθεί είναι τυποποιημένη μέθοδος ευρείας βιομηχανικής εφαρμογής.

### 4.1 Προτεινόμενος Αλγόριθμος 4-Point cycle counting των C. Amzallag et. Al (1993)

Ο αλγόριθμος των συγγραφέων C. Amzallag, J.P. Gerey, J.L. Robert και J. Bahuaudl [13] είναι αποτέλεσμα της προσπάθειάς τους για τυποποίηση της μεθόδου Rainflow σύμφωνα με τις ανάγκες της μέχρι τότε βιομηχανικής εφαρμογής. Είναι μία ευρέως αναγνωρισμένη διαδικασία, η οποία αποτελεί βάση αναφοράς για πληθώρα δημοσιεύσεων ανάλυσης της Rainflow [ 25,26].

Παρακάτω, παρουσιάζεται το διάγραμμα του αλγόριθμου της δημοσίευσης (εικόνα 35). Θα πρέπει για αρχή να δέχεται ως είσοδο το ιστορικό φόρτισης. Αυτό γίνεται υπό την μορφή λίστας σημείων ( $S_i$ ), τα οποία αποτελούν τις αναστροφές του ιστορικού. Ως έξοδο, θα πρέπει να δίνει πίνακα δύο διαστάσεων, στον οποίο θα εμπεριέχονται η μέση τιμή, το πλάτος, και ο αριθμός εντοπισμένων κύκλων για κάθε τέτοια περίπτωση τιμών.

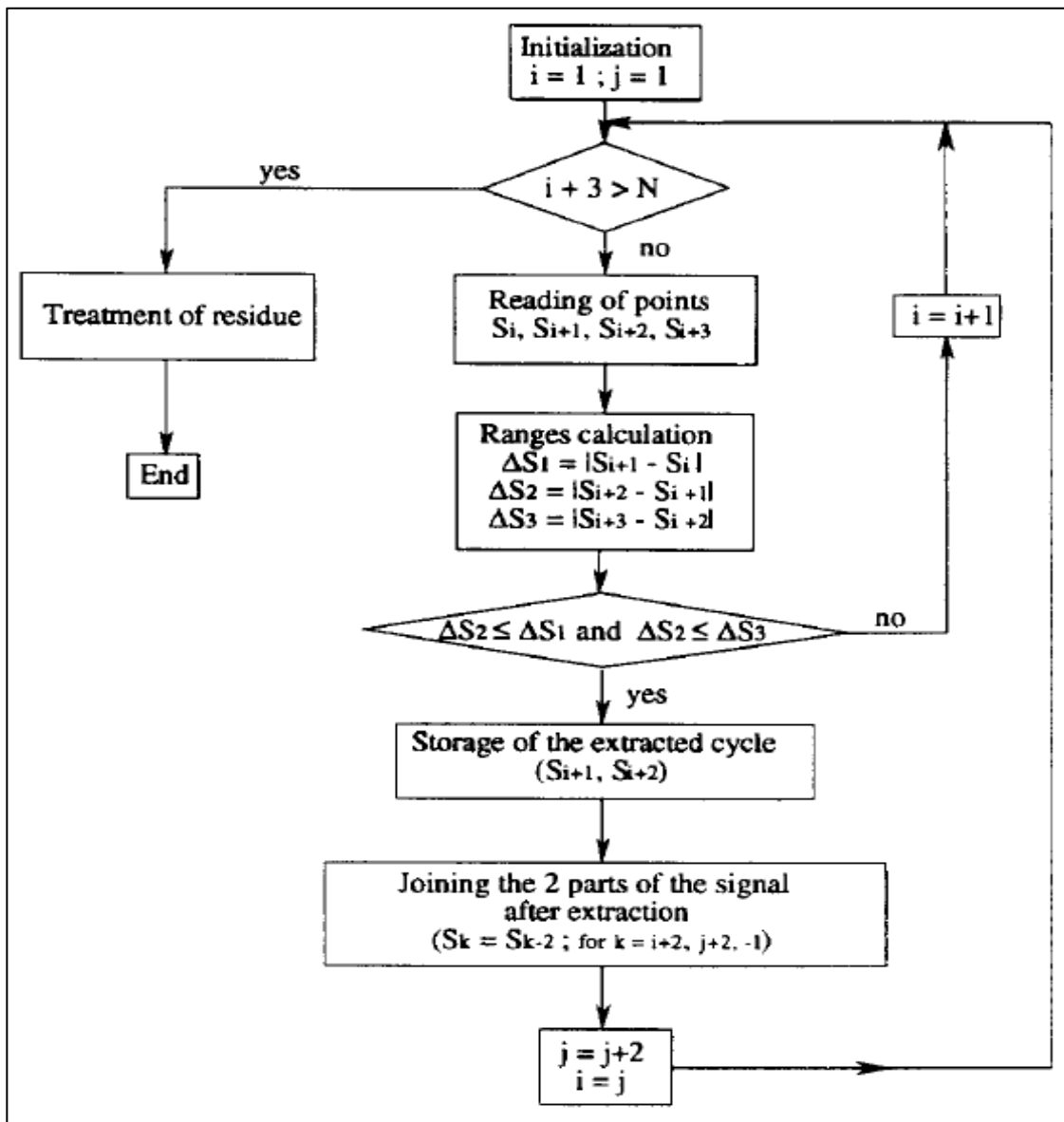
Τα επιμέρους τμήματα της διαδικασίας αναλύονται παρακάτω:

#### 1. Κριτήριο αναγνώρισης κύκλου:

Όπως έχει προαναφερθεί, το κριτήριο της μεθόδου 4 σημείων είναι να εμπεριέχονται τα δύο ενδιάμεσα σημεία, στο εύρος των δύο άκρων. Αυτό εφαρμόζεται με την ακόλουθη συνθήκη:

Εάν ( $S_i, S_{i+1}, S_{i+2}, S_{i+3}$ ) τα υπό μελέτη σημεία, αρκεί:

- $|S_{i+2}-S_{i+1}| \leq |S_i-S_{i+1}|$  και  $|S_{i+2}-S_{i+1}| \leq |S_{i+3}-S_{i+2}|$



Εικόνα 35: Δενδροδιάγραμμα του προτεινόμενου τυποποιημένου αλγόριθμου 4-Point rainflow cycle counting [13]

**2. Απομόνωση σημείων αναγνωρισμένου κύκλου:**

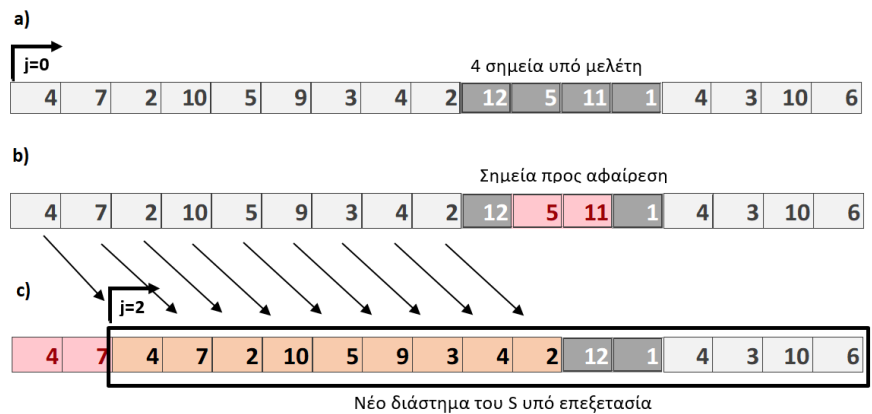
Μετά την αναγνώριση, τα σημεία  $S_{i+1}, S_{i+2}$  Θα πρέπει να αρχειοθετηθούν στην λίστα αποτελεσμάτων και στην συνέχεια να αφαιρεθούν από την λίστα σημείων  $S$ . Ενώ αυτό θα μπορούσε να γίνει με την απλή αφαίρεση 2 σημείων και από λίστα (N) σημείων να γίνει λίστα (N-2) σημείων, στον συγκεκριμένο αλγόριθμο αυτό γίνεται με ανορθόδοξο τρόπο.

Σύμφωνα με το αναφερόμενο κριτήριο σύζευξης του διαγράμματος της εικόνας 35, συμβαίνει ως εξής:

$$(S_k = S_{k-2} ; \text{for } k = i+2, j+2, -1)$$

- με  $i$  να είναι το πρώτο σημείο της υπό μελέτη τετράδας
- $S$  η λίστα των αναστροφών του ιστορικού

Αυτό που γίνεται είναι ότι αντικαθιστά τις κατάλληλες τιμές του πίνακα, χωρίς να αφαιρεί κάποιο κελί της λίστας (**S**), ενώ χρησιμοποιεί την μεταβλητή  $j$  για να σηματοδοτήσει την αρχή του πραγματικού υπολειπόμενου συνόλου σημείων. Αυτό φαίνεται με λεπτομέρεια στην εικόνα 36:



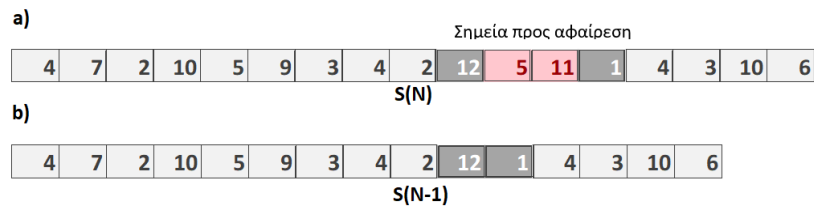
Εικόνα 36.: Διαδικασία απομόνωσης σημείων αλγόριθμου [13].  
 a) Αντούσια λίστα σημείων  $S(N), j=0$   
 b) Εφαρμογή κριτηρίου αναγνώρισης.  
 c) Μετατροπή της λίστας,  $S(N), j=2$

## 4.2 Βελτιστοποίηση αλγόριθμου

### Μεταρρύθμιση διαδικασίας απομόνωσης:

Σε αντίθεση με τον προαναφερθέντα τρόπο, η απομόνωση θα γίνει αφαιρώντας τελείως τα κελιά του πίνακα που δεν χρησιμεύουν πλέον, όπως περιγράφεται και στην εικόνα 37. Με τον τρόπο αυτό, το εκάστοτε σύνολο  $S$  θα είναι μια ρεαλιστική απεικόνιση των σημείων, και όχι μια ισοδύναμη έκφραση. Επιπρόσθετα, η διαδικασία αυτή επιτυγχάνεται με ενσωματωμένη εντολή στην Python, ώστε να μην χρειάζεται κάθε φορά επαναληπτική διαδικασία εναπόθεσης τιμών όπως πριν, ενώ δεν υπάρχει πλέον η ανάγκη για την επιπρόσθετη μεταβλητή  $j$ .

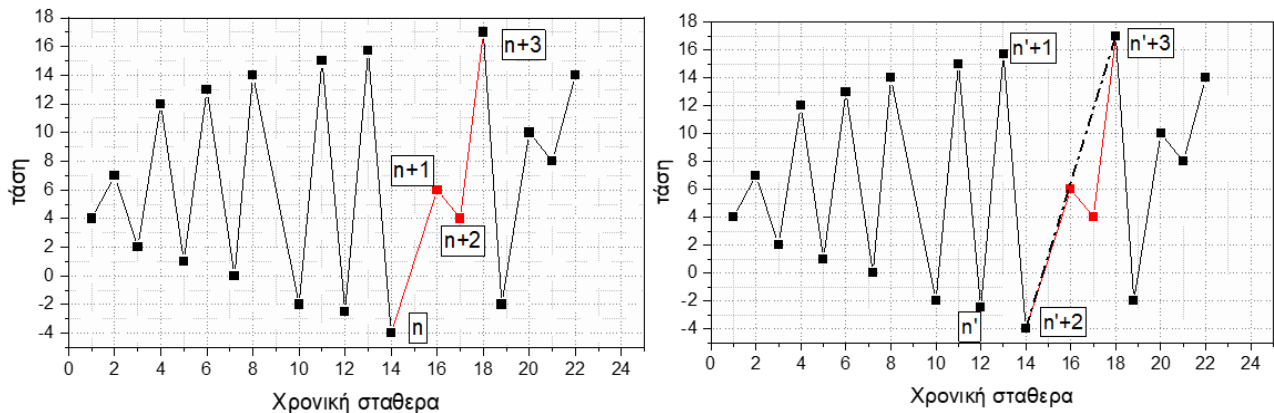
Εικόνα 37: Element popping.  
 a) Αφαίρεση σημείων από την λίστα αρχικού μεγέθους ( $N$ )  
 b) συσπείρωση Σημείων από δεξιά, Νέο μέγεθος λίστας, ( $N-2$ ).



### Μεταρρύθμιση επαναληπτικής διαδικασίας ελέγχου:

Όπως έχει προαναφερθεί, κάθε εφαρμογή του κριτηρίου αναγνώρισης κύκλου, πρέπει να εφαρμοστεί σε επανάληψη ώστε να αναγνωριστούν όλοι οι κύκλοι του ιστορικού. Ο τρόπος εφαρμογής του στον τυποποιημένο αλγόριθμο, είναι ξεκινώντας κάθε φορά από την αρχή του ιστορικού  $S$ , με  $i=0$ . Αυτό όπως θα δούμε δεν είναι απαραίτητο, και ισοδυναμεί με πολυάριθμες επαναλήψεις οι οποίες είναι άσκοπες.

Συγκεκριμένα, έστω το παράδειγμα της 38, στο οποίο σταδιακά το πρώτο μισό του ιστορικού έχει επεξεργαστεί ήδη με προπορευόμενες επαναλήψεις της μεθόδου 4 σημείων (παρατηρείται ότι μέχρι και την χρονική σταθερά 14, έχουμε κατανομή απομάκρυνσης). Για κάθε τετράδα σημείων που η προηγούμενη



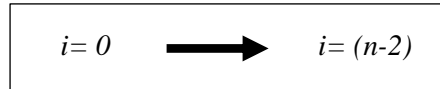
Εικόνα 38: Μεταρρύθμιση επαναληπτικής διαδικασίας ελέγχου.  
 Αριστερά: Αναγνώριση κύκλου για  $i=n$ , Δεξιά: πρώτη πιθανή περίπτωση αναγνώρισης νέου κύκλου.

επανάληψη δεν είχε αποτέλεσμα την μεταβολή τους, δεν πρόκειται να προσφέρει και πάλι κύκλο. Ξεκινώντας από αριστερά στο παράδειγμα της εικόνας, η απομόνωση των σημείων ( $S_{n+1}, S_{n+2}$ ), θα έχει ως αποτέλεσμα το πρώτο σημείο στο οποίο η αλληλουχία μεταβλήθηκε, να είναι το σημείο χρονικής

σταθεράς 18 (τελευταίο σημείο τετράδας της προηγούμενης επανάληψης). Το σημείο αυτό, λόγω απομόνωσης των σημείων  $n+1$ ,  $n+2$ , θα αποκτήσει αρίθμηση, από  $(S_{n+3})$  σε  $(S_{n+3-2})$ .

Λόγω της μεταβολής αυτής, μπορεί να αποδειχθεί ότι για το επόμενο πέρασμα μετά την αναγνώριση κύκλου για  $i=n$ , η πρώτη πιθανή περίπτωση να εντοπιστεί κύκλος, είναι για  $i=n'$ , με  $n'=n-2$ .

Συνεπώς μετά την επιτυχή αναγνώριση κύκλου για  $i=n$ , προτείνεται το εξής:



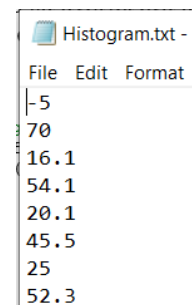
Χρησιμοποιώντας μια απλή μεταβλητή αρίθμησης κάθε φορά που κάποιο σημείο λαμβάνεται υπόψη, για την περίπτωση του εκμηδενισμού της  $i$ , εκτελέστηκε ο βρόγχος 12.482 φορές, ενώ με την τροποποίηση του  $i=(n-2)$ , εκτελέστηκε μόνο 3.913 φορές, προσφέροντας το ίδιο αποτέλεσμα. Αυτό σημαίνει μείωση των επαναλήψεων κατά **68.65%**.

Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, παρουσιάζεται στο παράρτημα. Στην συνέχεια θα αναλυθούν τα επιμέρους τμήματα αυτού.

### 1. Διάβασμα δεδομένων εισαγωγής

Στο τμήμα αυτό θα ανοίγει ένα αρχείο csv, το οποίο θα εμπεριέχει όλα τα σημεία του ιστορικού, χωρισμένα ανά ένα, με νέα γραμμή (εικόνα 39). Έχει σημασία να είναι το αναφερόμενο αρχείο στην ίδια τοποθεσία με τον αλγόριθμο (στον ίδιο φάκελο).

```
s=[]
with open("Histogram.txt") as file:
    for line in file:
        s.append(float(line))
file.close()
```



Εικόνα 39: Η μορφή του αρχείου εισόδου

### 2. Κριτήριο αναγνώρισης κύκλου και αφαίρεση σημείων

Εάν ικανοποιηθεί η συνθήκη του κριτηρίου, σημειώνονται οι τιμές της μέσης τιμής και πλάτους ( $rfmean$ ,  $rfamp$ ), και αφαιρούνται τα ενδιάμεσα σημεία που δημιούργησαν κύκλο.

```
if DS2<=DS1 and DS2<=DS3:
    rfmean=round((s[i+1]+s[i+2])/2, 1) #rounding για αποφυγή σφαλμάτων.
    rfamp= round((DS2/2),1)
    print('Rf cycle with mean:', rfmean,'and amplitude:',rfamp)
    print('length was', len(s))
    s.pop(i+2) #Αφαίρεση σημείων
    s.pop(i+1)
    print('length now is',len(s))
    print('s now is', s)
```

### 3. Αποθήκευση κύκλου

Εδώ, νέα γραμμή θα προστίθεται για κάθε νέο ζεύγος τιμών μέσης τιμής και εύρους. Αυτό γίνεται με την εντολή `append`. Λόγω όμως της ιδιαιτερότητας εάν ο πίνακας είναι κενός και ο αναγνωρισμένος πίνακας είναι ο πρώτος που θα συμπληρωθεί, προστέθηκε η ειδική συνθήκη για την πρώτη γραμμή του πίνακα, όπου προστίθεται με ανάθεση τιμών.

```

c = 0
for row in results:
    c = c + 1
    if row == [None, None, None]:
        results = [[1, rfmean, rfamp]]
        break
    elif row[1] == rfmean and row[2] == rfamp:
        print(' on row', c, row)
        results[c - 1][0] = results[c - 1][0] + 1
        print('counted+1')
        break
    elif c == len(results):
        print('appended')
        results.append([1, rfmean, rfamp])
        break

```

#### 4. Ανάλυση υπολειμμάτων με την μέθοδο της κλωνοποίησης

Για την ανάλυση, επιλέχθηκε να γίνει η μέθοδος αυτή με τον εξής τρόπο:

Θα εκτελεστεί η όλη διαδικασία 2 φορές. Μια φορά για το αρχικό ιστορικό, και μια με τα υπολειπόμενα σημεία της λίστας, διπλασιασμένα (s.extend(s)).

```

for loop in range(0,2):
    [...]

    print('end of loop', loop)
    s.extend(s) # κλωνοποίηση υπολειμμάτων όπως προβλέπει η ανάλυση
    print('extended')

```

#### 5. Εξαγωγή αποτελεσμάτων

Ο αλγόριθμος θα δημιουργήσει ένα αρχείο κειμένου, όπου κάθε στοιχείο θα είναι χωρισμένο με tab, όπως φαίνεται στην εικόνα 40.

```

Rfresults=open('Rainflow          cycles.txt',          'w+')
Rfresults.write("Cycle count" + "\t" + "Mean value" + "\t" + "Amplitude" + "\n")
for row in results:
    Rfresults.write(str(row[0])+ "\t" +str(row[1])+ "\t" + str(row[2])+ "\n")

```

| File        | Edit       | Format    | View | Help |
|-------------|------------|-----------|------|------|
| cycle count | Mean value | Amplitude |      |      |
| 1           | 35.2       | 10.2      |      |      |
| 1           | 44.1       | 8.1       |      |      |
| 1           | 37.1       | 17.0      |      |      |
| 1           | 36.4       | 8.2       |      |      |
| 1           | 36.5       | 12.1      |      |      |
| 1           | 38.7       | 20.1      |      |      |
| 1           | 43.0       | 26.9      |      |      |
| 1           | 23.6       | 5.8       |      |      |
| 1           | 23.5       | 6.0       |      |      |
| 1           | 31.3       | 21.1      |      |      |
| 1           | 41.5       | 9.1       |      |      |
| 1           | 36.2       | 17.5      |      |      |
| 1           | 57.0       | 6.4       |      |      |

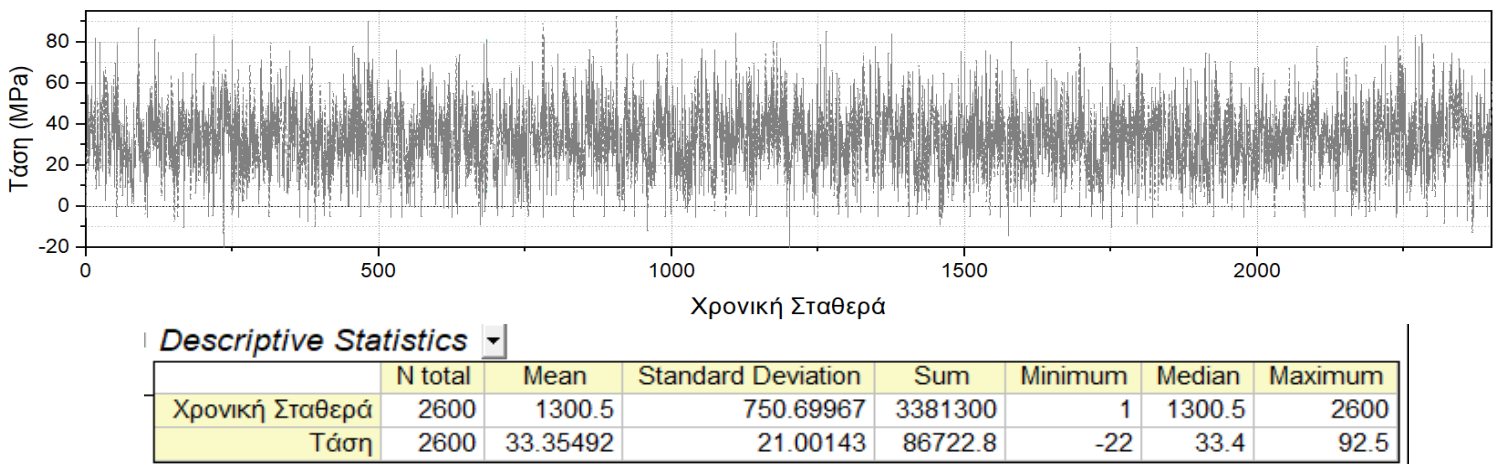
  

|    | A           | B          | C         |
|----|-------------|------------|-----------|
| 1  | Cycle count | Mean value | Amplitude |
| 2  | 1           | 35.2       | 10.2      |
| 3  | 1           | 44.1       | 8.1       |
| 4  | 1           | 37.1       | 17        |
| 5  | 1           | 36.4       | 8.2       |
| 6  | 1           | 36.5       | 12.1      |
| 7  | 1           | 38.7       | 20.1      |
| 8  | 1           | 43         | 26.9      |
| 9  | 1           | 23.6       | 5.8       |
| 10 | 1           | 23.5       | 6         |
| 11 | 1           | 31.3       | 21.1      |
| 12 | 1           | 41.5       | 9.1       |
| 13 | 1           | 36.2       | 17.5      |
| 14 | 1           | 57         | 6.4       |

Εικόνα 40: Μορφή αποτελεσμάτων αλγόριθμου.  
 Αριστερά: Η δημιουργία πίνακα δύο διαστάσεων ως έξοδος του αλγόριθμου ως αρχείο κειμένου (TXT)  
 Δεξιά: Μορφή του ίδιου πίνακα με άνοιγμα αυτού μέσω προγράμματος υπολογιστικών φύλλων (Microsoft Excel).

### 4.3 Εφαρμογή αλγόριθμου σε δεδομένα πραγματικού ιστορικού

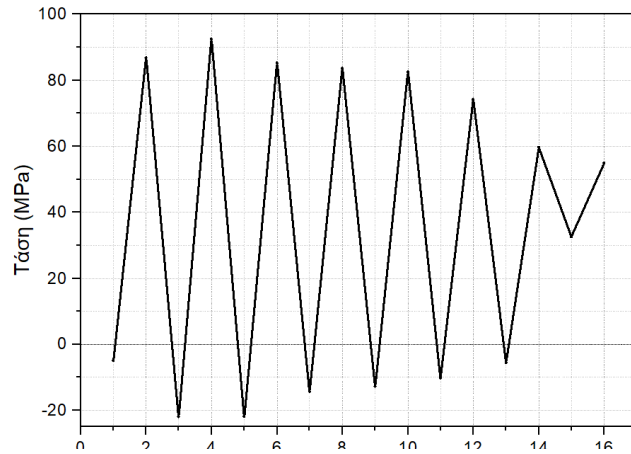
Το ιστορικό που δόθηκε, παρουσιάζεται στο παράρτημα της εργασίας, και αποτελεί ένα σύνολο 2600 σημείων (αναστροφές). Η μορφή αυτού στο πεδίο του χρόνου παρουσιάζεται στην εικόνα 41, καθώς και η εξαγωγή κάποιων βασικών στατιστικών ιδιοτήτων του με την βοήθεια του προγράμματος Origin Pro (2022).



Εικόνα 41: Γραφική απεικόνιση του δοθέντος ιστορικού φόρτισης προς ανάλυση στο πεδίο του χρόνου

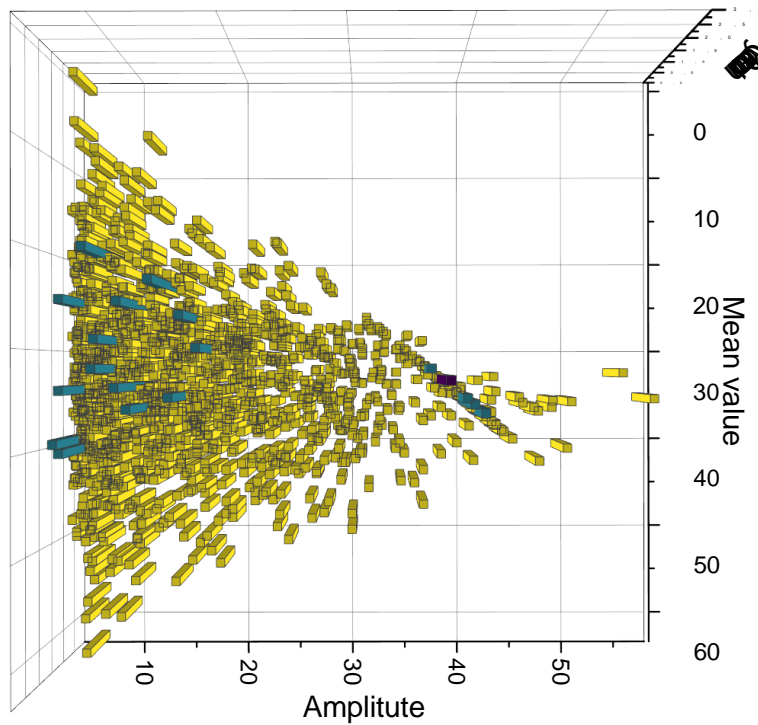
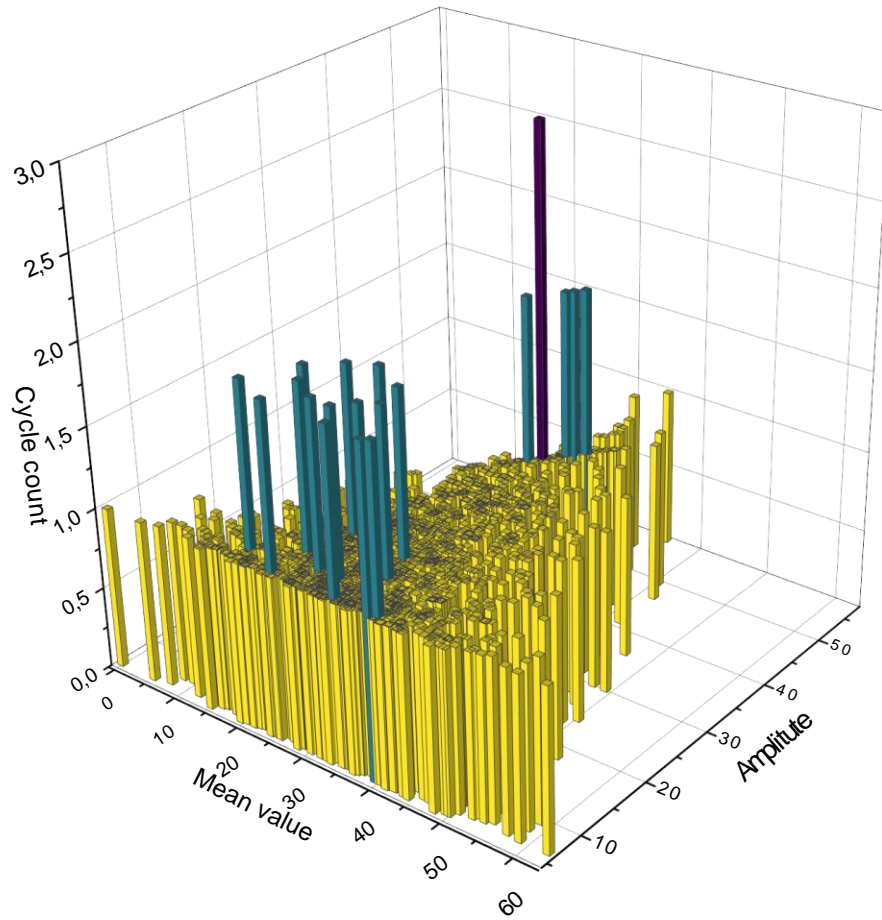
Για την βέλτιστη παρουσίαση των αποτελεσμάτων, έγινε γραφική απεικόνιση των δεδομένων σε μορφή τρισδιάστατου διαγράμματος, με κάθε έναν από αυτούς να αποτελεί η μέση τιμή, το πλάτος, και ο αριθμός εντοπισμένων κύκλων (εικόνα 43).

Τα υπολείμματα του ιστορικού αυτού μετά την εφαρμογή της μεθόδου, απεικονίζονται στην εικόνα 42.



Εικόνα 42: Υπολείμματα του δοθέντος ιστορικού μετά την εφαρμογή της μεθόδου.





Εικόνα 43: Εφαρμογή 4-Point cycle counting αλγόριθμου

### Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Όπως φαίνεται από την στατιστική ανάλυση της εικόνας 41 για το ιστορικό φόρτισης του παραδείγματος, προκύπτει μέση τιμή ιστορικού  $\sigma_{mean}=33.4\text{MPa}$ , και τυπική απόκλιση  $21\text{MPa}$ .

Τη κατανομή των υπολειμμάτων που παρουσιάζεται στην εικόνα 42, είναι σε μορφή Απόκλισης-Σύγκλισης, όπως προβλέπει η θεωρία του κεφαλαίου 3.3.

Η κατανομή των αναγνωρισμένων κύκλων που δημιουργήθηκαν είναι η αναμενόμενη. Από τα γραφήματα των εικόνων 43 και 44, παρατηρείται ότι για κύκλους με μεγαλύτερο πλάτος φόρτισης, οι μέσες τιμές αυτών συγκλίνουν ολοένα και περισσότερο. Αυτό είναι λογικό, λόγω του ολικού εύρους τιμών του ιστορικού. Τα αποτελέσματα θα πρέπει να υπακούουν στους εξής περιορισμούς:

$$\sigma_{m,\text{κύκλου}} + \sigma_{a,\text{κύκλου}} < \sigma_{total\ maximum}$$

$$\sigma_{m,\text{κύκλου}} - \sigma_{a,\text{κύκλου}} > \sigma_{total\ minimum}$$

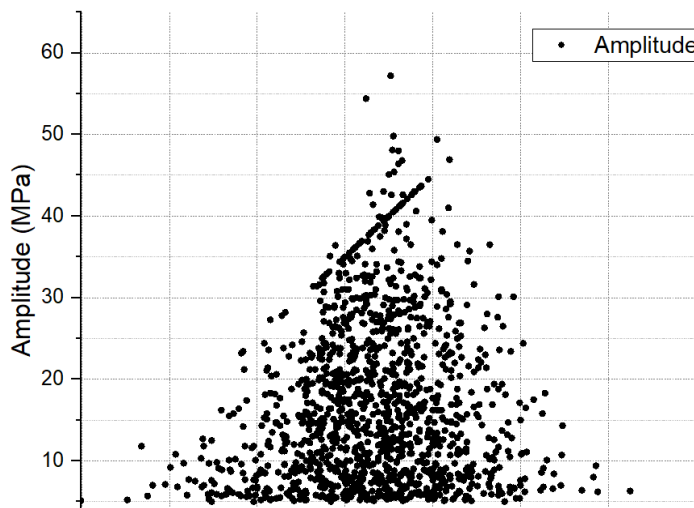
Με

- $\sigma_{m,\text{κύκλου}}$  και  $\sigma_{a,\text{κύκλου}}$ , οι τιμές τάσεως και πλάτους φόρτισης οποιοδήποτε ευρισκόμενου κύκλου στο ιστορικό.
- $\sigma_{total\ maximum}$  και  $\sigma_{total\ minimum}$  τα ολικά ακρότατα του ιστορικού.

Από την στιγμή που το ολικό ιστορικό είναι μεταξύ των τιμών  $-22$  και  $92.5\text{MPa}$ , ένα αποτέλεσμα τιμών  $[\sigma_m=60, \sigma_a = 50]$  θα ήταν άτοπο.

Παρατηρείται επίσης, ότι οι τιμές μέσης τιμής συγκλίνουν προς το εύρος  $30$  με  $40\text{MPa}$ , το οποίο δικαιολογείται από την μέση τιμή του ολικού ιστορικού φόρτισης, που έχει βρεθεί να είναι  $\sigma_{median} = 33.4\text{MPa}$ . (εικόνα 41)

Τέλος, στο διάγραμμα της εικόνας 44, υπάρχει κλιμάκωση της φθοράς που επιφέρει ο εκάστοτε κύκλος φόρτισης με την κατεύθυνση προς τα πάνω και δεξιά να οδηγεί από τον λιγότερο, προς τον περισσότερο ζημιογόνο κύκλο φόρτισης (συνάρτηση της μέσης τιμής και πλάτους φόρτισης).



Εικόνα 44: Γράφημα των αποτελεσμάτων της εφαρμογής, Πλάτος ως προς την μέση τιμή.

## Κεφάλαιο 5: Εναλλακτική διαδικασία αξιοποίησης φασμάτων μεταβλητού πλάτους

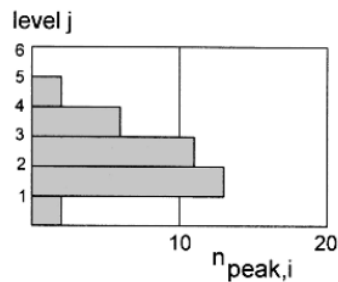
### Στοχαστικό φάσμα φόρτισης

Η παρούσα εργασία έχει βασιστεί έως τώρα στην ανάλυση δεδομένων περιπτώσεων ιστορικού, αντλούμενες από πειραματικές μετρήσεις. Στην ενότητα αυτή θα γίνει μια σύντομη αναφορά στις βασικές στατιστικές ιδιότητες τυχαίων δυναμικών καταπονήσεων, και σε εναλλακτική διαδικασία ανάλυσής τους, στο πεδίο των συχνοτήτων.

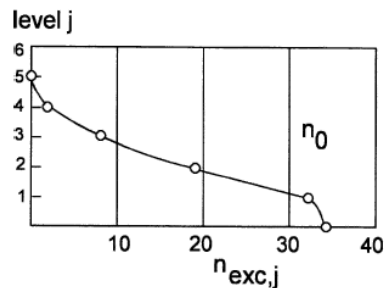
Για τις φορτίσεις αυτές οφείλουμε να αναφερθούμε σε μια βασική κατηγοριοποίηση, στις *χρονικά στατικές* και στις *μη χρονικά στατικές* φορτίσεις. (Stationary load histories [ 8 σελ 266], [18]). Θα επικεντρωθεί η προσοχή στις χρονικά στατικές στοχαστικές φορτίσεις οι οποίες μπορούν να χαρακτηριστούν από σταθερές στατιστικές ιδιότητες με τον χρόνο. Στην πράξη, μεγάλη μερίδα φορτίσεων, όπως άνεμος, θαλάσσια κύματα ή ταλαντώσεις κινητήρων, είναι στατικές. [29]

Στην συνέχεια, ένα ιστορικό μπορεί να χαρακτηριστεί ως προς **την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) των ευρών των ακροτάτων της**. Ειδικότερα, στο σύγγραμμα του J. Schijve [8] παρουσιάζεται αναλυτικά μια τέτοια διαδικασία. Εάν οριστεί ένας προσεγγιστικός άξονας μέσης τιμής στο ιστορικό φόρτισης, μέσω μετρητικής μεθόδου, καταγράφοντας τον αριθμό μέγιστων άνω αυτού (και ελαχίστων υπό αυτού) για κάθε επίπεδο, προκύπτει η αθροιστική κατανομή ακροτάτων, η οποία δίνει την PDF (εικόνα 45). Η πιθανότητα κάποια φόρτιση να ξεπεράσει το εκάστοτε επίπεδο δίνεται από:

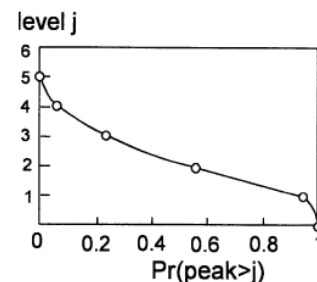
$$Pr(\text{κορυφή} > \text{επίπεδο } j) = \frac{n_{\text{σημείων άνω του επιπέδου } j}}{n_{\text{συνολικών σημείων}}}$$



(a) Number of peaks in intervals



(b) Number of peaks exceeding level  $j$



(c) Probability of exceeding level  $j$

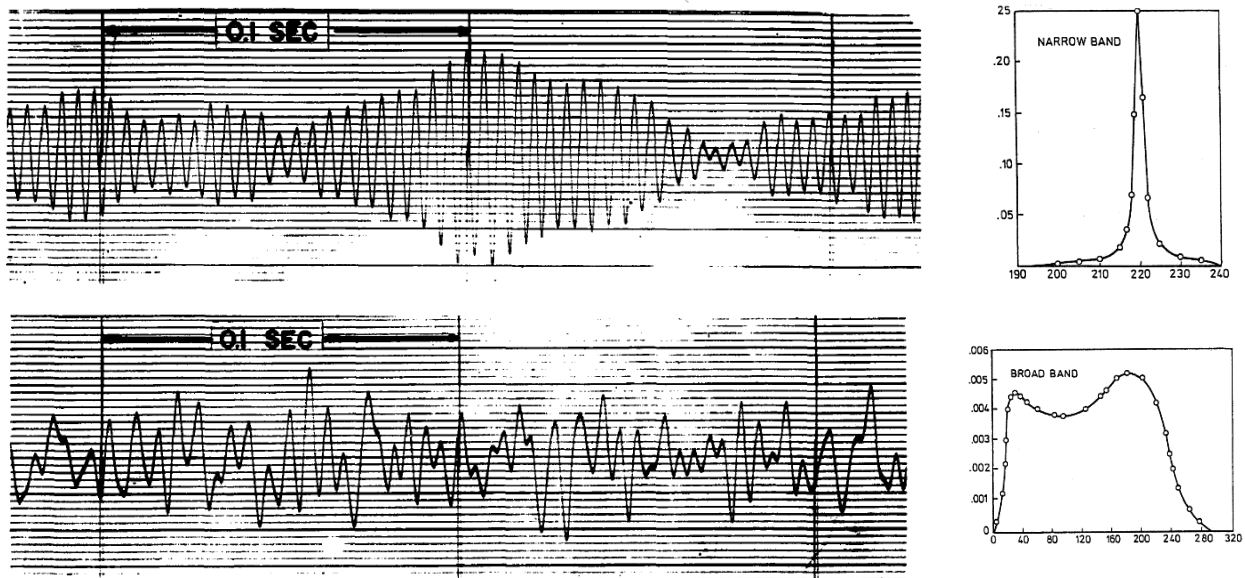
Εικόνα 45 Μέθοδος εξαγωγής της PDF με Peak counting για διακριτά επίπεδα τιμών ( $j$  levels). [8]

Τα φάσματα λοιπόν έχει αποδειχθεί ότι συχνά ακολουθούν μία κανονική κατανομή Gauss, ή κατανομή Rayleigh σε άλλες περιπτώσεις. [29]

### PSD κατανομή στο πεδίο της συχνότητας

Ένα ιστορικό φόρτισης, αποτελεί μία απεικόνιση σήματος στο πεδίο του χρόνου. Εναλλακτικά, μπορεί να εκφραστεί στο πεδίο των συχνοτήτων, εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Fourier, φτιάχνοντας την Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Power spectral density ή PSD). Στην εικόνα 46 παρουσιάζονται τέτοια φάσματα. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμη πληροφορία σε περιπτώσεις μη στιβαρών δοκιμών όπου η δυναμική απόκριση έχει σημαντικό ρόλο (πίνακας 2)[14]. Σε φάσμα PSD μπορεί να φανερωθεί ο πρωταγωνιστικός ρόλος συγκεκριμένου στενού εύρους συχνοτήτων, πληροφορία χρήσιμη σε περιπτώσεις συγχρονισμού ή ανάγκης αποσβέσεων. Αυτή λοιπόν η εκ πρώτης, όχι και τόσο άμεση με ανάλυση κόπωσης διαδικασία, σε περιπτώσεις στατικού, κανονικής κατανομής φάσματος, έχει φανεί εξαιρετικά χρήσιμη αφού πληθώρα μεθόδων βασίζονται σε PSD για την διεξαγωγή ισοδύναμων κύκλων φόρτισης (εικόνα 47)[14,29]. Βασικό προνόμιο της διαδικασίας αυτής είναι η βελτιωμένη ταχύτητά της σε ορισμένες περιπτώσεις.

Πολλές από αυτές τις μεθόδους είναι εμπειρικές, και ικανοποιητικές μόνο για το είδος φορτίσεων που βασίστηκαν. Αναφορικά, κυριότερες από αυτές αποτελούν οι αναλύσεις του Bendat (1964) για στενού εύρους κατανομές και Dirlik (1985) με την χρήση της μεθόδου Monte Carlo. Αναλυτικότερη περιγραφή εμπεριέχεται στην δημοσίευση του Andrew Halfpenny [14].



Εικόνα 46: Διαφορετικές μορφές φασμάτων.

| PROCEDURES TO ANALYSE OPERATIONAL LOADS |                                    | TEST CONDITIONS   |   |
|---|------------------------------------|---|---|
|   |                                    | stiff component   | dynamic response  |
| LOADING CONDITIONS                      | uniaxial loading                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>rainflow counting (level crossings-l.c., range pairs-r.p.)</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>additional Fourier analysis (e.g. power spectral density)</li> </ul>                                       |
|   | rotating loading                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>rainflow counting (l.c., r.p.)</li> <li>dwelt time and /or revolution-at-level counting</li> </ul>                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>additional Fourier analysis (e.g. power spectral density)</li> </ul>                                       |
|   | loading under environmental impact | <ul style="list-style-type: none"> <li>rainflow counting (l.c., r.p.)</li> <li>consideration of dwelt time (environmental impact)</li> </ul>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>additional Fourier analysis (e.g. power spectral density)</li> </ul>                                       |
|   | multiaxial loading                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>rainflow counting (l.c., r.p.)</li> <li>correlation analyses, e.g. joint density (multiaxial dwelt time) counting</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>additional Fourier analysis (e.g. auto-, cross spectra, coherence functions, transfer matrices)</li> </ul> |

Πίνακας 2: Συνιστώμενες διαδικασίες ακάλυψης σήματος φόρτισης [20]. Διακριτοποίηση ανάμεσα σε στιβαρά δοκίμια και πιο εύκαμπτα, στα οποία συστήνεται επιπλέον ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας.

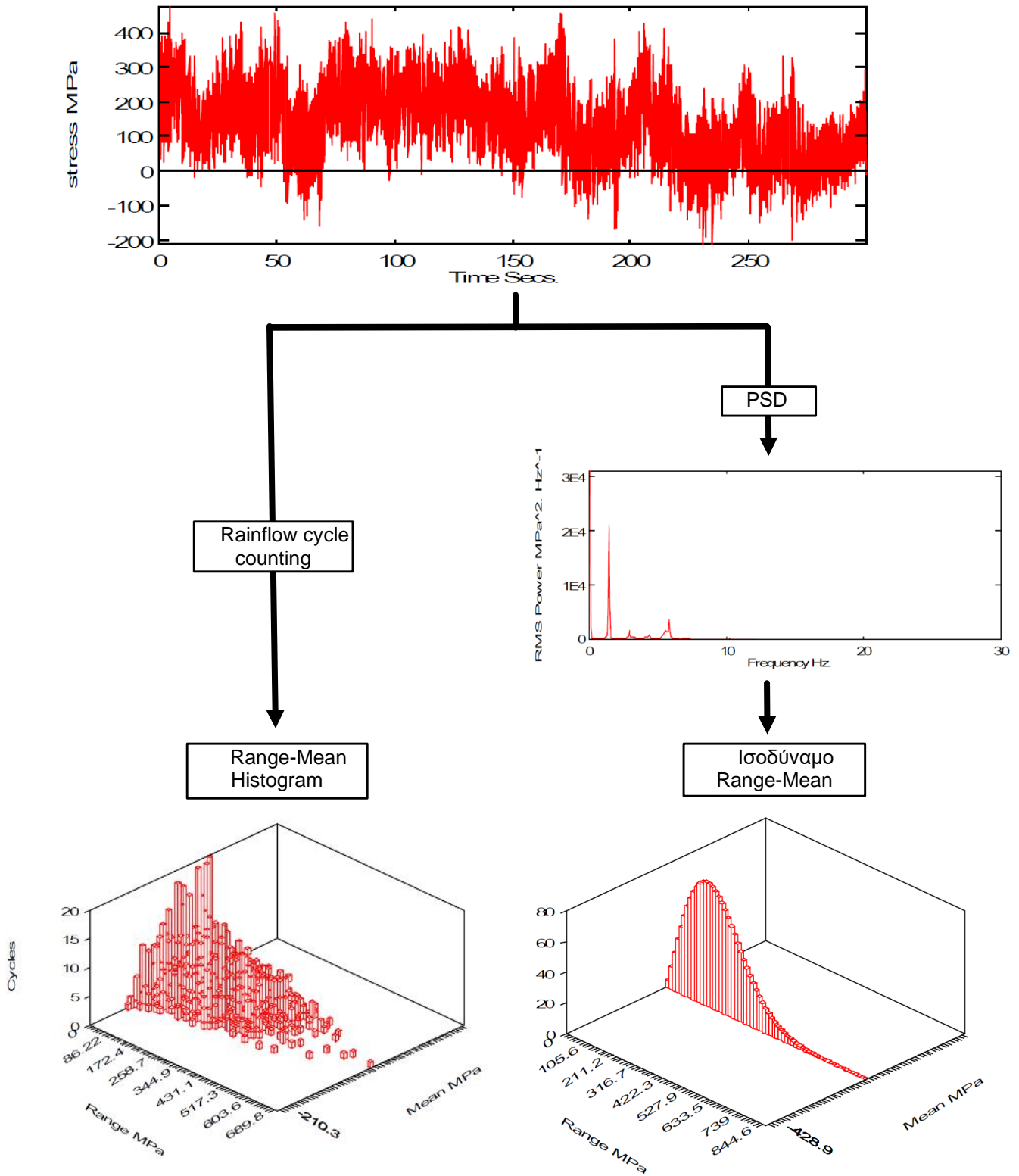


Figure 47: Κατασκευή ισοδύναμης κατανομής κύκλων φόρτισης για τις διαφορετικές μεθοδολογίες. [30]

## Ανασκόπηση

Στην παρούσα διπλωματική εργασία έγινε αναφορά και ανάλυση των βασικότερων μεθόδων για την επεξεργασία τυχαίων φασμάτων φόρτισης, για αποτελεσματική εκτίμηση διάρκειας ζωής σε περιβάλλον κόπωσης. Ξεκινώντας την θεωρητική ανάλυση αυτών, μέχρι και την πρακτική εφαρμογή, η εργασία υπόσχεται την σε βάθος κατανόηση:

- Των προκλήσεων του φαινομένου κόπωσης υπό μεταβλητού πλάτους φορτίσεις
- Της αρχής λειτουργίας και των ανακριβειών κάθε μεθόδου
- Του τρόπου εφαρμογής τέτοιων μεθόδων στην πράξη μέσω αλγοριθμικής διαδικασίας.

Κατά την ανάλυσή τους, το σημαντικότερο κριτήριο διαφοροποίησης αποτέλεσε ο αριθμός των διαφορετικών δεδομένων που αναγνωρίζουν, χωρίζοντας τις μετρητικές μεθόδους σε μονής και διπλής παραμέτρου.

Κατά την σύγκριση των μεθόδων αυτών, αποδείχθηκε η ανώτερη ακρίβεια ορισμένων μεθόδων, διατηρώντας ορισμένα φαινόμενα αλληλουχίας φόρτισης. Συγκεκριμένα, έχει αποδειχθεί ότι οι παραγόμενοι κύκλοι φόρτισης από μεθόδους Rainflow, είναι αποτέλεσμα σύζευξης κατάλληλων ακροτάτων ώστε να συμβαδίζουν με τους κύκλους υστέρησης της φόρτισης αυτής. Αυτό μεταφράζεται σε συνδυασμό γεγονότων του ιστορικού για κάθε κύκλο, ώστε μεγαλύτερου εύρους κύκλοι φόρτισης να μην αποσπώνται εάν παρεμβάλλονται από μικρότερου εύρους κύκλους.

Μια επιπλέον διαφοροποίηση των μεθόδων διπλής παραμέτρου εντοπίστηκε στο σύνολο σημείων του ιστορικού που αδυνατούν να επεξεργαστούν περεταίρω, λόγω του διαφορετικού κριτηρίου αναγνώρισης κύκλου της κάθε μιας. Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη κατάλληλες μεθόδους επεξεργασίας του συνόλου αυτού, προτείνεται διάγραμμα ισοδυναμίας των μεθόδων, κατά το οποίο προτείνεται η κατάλληλη αλληλουχία διεργασιών, ώστε ύστερα από την εφαρμογή μεθόδου Rainflow, να εξασφαλίζεται όποια επεξεργασία οποιοδήποτε τυχαίου ιστορικού φόρτισης.

Σε δεύτερο μέρος, η εργασία αυτή παρουσίασε την εφαρμογή μεθόδου στην πράξη, ξεκινώντας από την ανάλυση ευρέως αποδεκτού αλγόριθμου της μεθόδου Rainflow. Ύστερα από την ανάλυση αυτή υπογραμμίστηκαν αδυναμίες αυτού, καταλήγοντας στην βελτιστοποίησή του, με την δημιουργία πρωτότυπου αλγόριθμου σε περιβάλλον Python. Με την εφαρμογή του αλγόριθμου αυτού σε πραγματικά δεδομένα τυχαίου φάσματος, καθοριστική ήταν η κλίμακα βελτιστοποίησης, κατά την οποία ο βελτιστοποιημένος αλγόριθμος προσέφερε ελάττωση των απαραίτητων επαναλήψεων κατά 68%. Επιπλέον, παρουσιάστηκε η γραφική απεικόνιση του δοθέντος ιστορικού πριν και μετά την επιτυχή εφαρμογή της μεθόδου Rainflow, καθώς και η ενδεικνύομενη απεικόνιση των αποτελεσμάτων, συναρτήσει των παραμέτρων και της πολλαπλότητας αντίχνευσης κάθε κύκλου.

Τέλος, η εργασία αυτή καταλήγει με την σύντομη αναφορά εναλλακτικής, ευρέως χρησιμοποιούμενης μεθοδολογίας επεξεργασίας τυχαίων φασμάτων, με σκοπό την πιο σφαιρική αντίληψη της μεθοδολογίας προσδιορισμού διάρκειας ζωής, πέραν του παρόντος πλαισίου.



## Βιβλιογραφία

- 1) Rychlik I. (2013) Fatigue Cycle Counting. In: Wang Q.J., Chung YW. (eds) Encyclopedia of Tribology. Springer, Boston, MA. ,σελίδα [1032~1080]
- 2) Yi-Wen Cheng Jerry J. Broz (1986) Cycle-counting methods for fatigue analysis with random load histories: a fortran user's guide
- 3) J.J. Barradas Berglind and Rafael Wisniewski (2014), Fatigue estimation methods comparison for wind turbine control
- 4) Sabour, M.H. (2013). Fatigue. In: Wang, Q.J., Chung, YW. (eds) Encyclopedia of Tribology. Springer, Boston, MA. ,σελ. [1027-1032]
- 5) Fatigue of Materials SECOND EDITION S. SURESH Massachusetts Institute of Technology
- 6) Palmgren, A. (1924), The fatigue life of ball-bearings, Z. VDI, Vol. 68
- 7) Dowling, N. E. (March 1972) , 'Fatigue Failure Predictions for Complicated Stress-Strain Histories," *Jouñu2l of Materials, JMLSA Vol.7, No. 1, , pp. 71-87.*
- 8) J. Schijve, Fatigue of Structures and Materials,
- 9) A. Karolczuk, M. Kurek, and T. Łagoda, (2015) "Fatigue Life of Aluminium Alloy 6082 T6 Under Constant and Variable Amplitude Bending With Torsion," *J. Theor. Appl. Mech.*, vol. 6, p. 421,
- 10) I. Calderón-Urísar-Aldaca, M. V. Biezma, A. Matanza, E. Briz, and D. M. Bastidas, (September 2019) "Secondorder fatigue of intrinsic mean stress under random loadings," *Int. J. Fatigue*, vol. 130, p. 105257.
- 11) M. M. Rahman, A. K. Ariffin, N. Jamaludin, S. Abdullah, and M. M. Noor, (2008) "Finite element-based fatigue life prediction of a new free piston engine mounting," *J. Appl. Sci.*, vol. 8, no. 9, pp. 1612–1621,
- 12) J. Cacko, (1999) "Modelling of a fatigue cumulative damage under random loading conditions," *Slovak Sci. grant agency VEGA*, vol. 2, no. 6049.
- 13) C. Amzallag\*, J.P. Gerey\*, J.L. Robert1" and J. Bahuau1" ,(1994) Standardization of the rainflow counting method for fatigue analysis,
- 14) Paul Heuler et. Al.,(2005) Generation and use of standardised load spectra and load-time histories,
- 15) fe-safe 2019 FATIGUE THEORY REFERENCE
- 16) Dilawar Ali \*, Amer Shahzad, Tanveer A Khan, (2016) Development of Fatigue Loading Spectra from Flight Test Data
- 17) Astm e 1049 85 standard practices for cycle counting in fatigue analysis
- 18) Yung-Li Lee, Jwo Pan, Richard Hathaway, Mark Barkey (2004) - Fatigue Testing and Analysis. Theory and Practice, (Butterworth-Heinemann) – (σελ 79)
- 19) R. Stelzer(1), B. Carlton(2), S. Mazzoni (2020) Comparison of cycle counting methods for potential liquefaction and structural fatigue assessment.
- 20) Hancock, J. and Bommer, J. J. (2005). The effective number of cycles of earthquake ground motion. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 34(6):637–664.
- 21) Yung-Li Lee Mark E. Barkey Hong-Tae Kang - Metal Fatigue Analysis Handbook



- 22) T. Endo, K. Mitsunaga, H. Nakagawa, K. Ikeda,(1967) Fatigue of metals subjected to varying stress – low cycle, middle cycle fatigue, in *Preliminary Proceedings of The Chugoku-Shikoku District Meeting, The Japan Society of Mechanical Engineers,*
- 23) Hans-Jürgen - Cyclic Stress-Strain Response of Metals and Alloys Modelling on a Microstructural Basis.
- 24) S. D. Downing and D. F. Socie,(1982) Simple rainflow counting algorithms
- 25) C.H. McInnes, P.A. Meehan - Equivalence of four-point and three-point rainflow cycle counting algorithms
- 26) Gabriel Marsh, et al. - Review and application of Rainflow residue processing techniques for accurate fatigue damage estimation
- 27) Shima Najem Clarke, David W. Goodpasture, Richard M. Bennett, J. Harold Deatherage, and Edwin G. Burdette - Effect of Cycle-Counting Methods on Effective Stress Range and Number of Stress Cycles for Fatigue-Prone Details
- 28) J. M. Potter - A Comparison of Two Cycle Counting Algorithms U. S. Air Force Flight Dynamics Laboratory
- 29) Andrew Halfpenny - A frequency domain approach for fatigue life estimation from Finite Element Analysis, nCode International Ltd., Sheffield UK

## Παράρτημα

### Αλγόριθμος για εφαρμογή μεθόδου 4 σημείων:

```
#-----ανοιγμα αρχιειου-----
s=[]
with open("Histogram.txt") as file:
    for line in file:
        s.append(float(line))
file.close()
print('-----')
results=[[None,None,None]] #δημιουργία κενού πίνακα 2D αποτελεσμάτων
i=0
for loop in range(0,2): # εφαρμογή του αλγόριθμου εις διπλούν, μια φορά για το αρχικό
    # ιστορικό και μια για την διαχείριση των υπολειμμάτων.
    while i+3<len(s):
        DS1= abs(s[i]-s[i+1])
        DS2= abs(s[i+1]-s[i+2])
        DS3= abs(s[i+2]-s[i+3])
        #-----Αναγνώριση κύκλου-----
        if DS2<=DS1 and DS2<=DS3:
            rfmean=round((s[i+1]+s[i+2])/2, 1) #rounding για αποφυγή σφαλμάτων.
            rfamp= round((DS2/2),1)
            print('Rf cycle with mean:', rfmean,'and amplitude:',rfamp)
            print('length was', len(s))
            s.pop(i+2) #Αφαίρεση σημείων
            s.pop(i+1)
            print('length now is',len(s))
            print('s now is', s)
            #-----Αποθήκευση αναγνωρισμένου κύκλου-----
            c = 0 #\
            for row in results: #\
                c = c + 1 #\
                if row == [None, None, None]: #\
                    results = [[1, rfmean, rfamp]] #\
                    break #\
                elif row[1] == rfmean and row[2] == rfamp: #\
                    print(' on row', c, row) #\
                    results[c - 1][0] = results[c - 1][0] + 1 #\
                    print('counted+1') #\
                    break #\
                elif c == len(results): #\
                    print('appended') #\
                    results.append([1, rfmean, rfamp]) #\
                    break #\
            i=i-2
            print('i is',i)
            print('results are',results)
            print('-----')
        else: #εάν δεν αναγνωριστεί κύκλος,
            #μετάβαση στο επόμενο σημείο
            i=i+1
            print('no cycle,i is now',i)
            print('-----')
    # -----Εξάντληση σημείων. Εάν είναι το πρώτο πέρασμα,
    # τα υπολειπόμενα σημεία της [S] θα περάσουν δεύτερο πέρασμα.
    # Εάν όχι, τελειώνει η διαδικασία.
    print('end of loop', loop)
    s.extend(s) # κλωνοποίηση υπολειμμάτων όπως προβλέπει η ανάλυση
    print('extended')
#-----Output αρχείο κύκλων-----
Rfresults=open('Rainflow cycles.txt', 'w+')
Rfresults.write("Cycle count" + "\t" + "Mean value" + "\t" + "Amplitude" + "\n")
for row in results:
    Rfresults.write(str(row[0]) + "\t" +str(row[1]) + "\t" + str(row[2]) + "\n")
```

```
fresults.close()
print('end of process')
```

**Τυχαίο Ιστορικό Φόρτισης τύπου Αέρος Αέρος σε τμές % της μέσης τάσης  
(Πηγή ASTM STP 748)**

|      |      |      |      |      |      |       |      |      |      |       |      |
|------|------|------|------|------|------|-------|------|------|------|-------|------|
| -5.0 | 70.0 | 16.1 | 54.1 | 20.1 | 45.5 | 25.0  | 52.3 | 36.0 | 58.7 | 28.2  | 44.5 |
| 18.6 | 48.6 | 24.5 | 81.9 | 8.6  | 29.4 | 17.8  | 52.4 | 17.5 | 29.5 | 10.2  | 79.9 |
| 18.8 | 50.6 | 32.5 | 53.7 | 17.3 | 65.7 | 50.6  | 63.5 | 3.1  | 67.5 | 10.9  | 60.6 |
| 44.0 | 54.9 | 16.2 | 45.1 | 14.7 | 34.0 | 20.4  | 58.4 | 31.2 | 45.6 | 27.8  | 63.5 |
| 9.4  | 69.7 | 36.1 | 58.2 | -5.0 | 79.4 | 27.6  | 42.9 | 27.9 | 41.0 | 9.4   | 33.5 |
| 16.0 | 40.2 | 5.2  | 39.1 | 19.5 | 51.9 | 9.3   | 31.4 | 19.1 | 48.6 | 0.4   | 27.6 |
| 16.9 | 36.2 | 11.8 | 28.7 | 9.3  | 33.2 | 1.8   | 13.2 | 1.4  | 50.2 | 18.6  | 31.8 |
| 19.1 | 48.8 | 34.0 | 63.7 | 29.9 | 86.8 | 22.5  | 42.7 | 12.2 | 40.8 | 22.0  | 41.9 |
| 21.2 | 42.2 | 16.3 | 26.6 | -3.6 | 27.3 | 11.9  | 45.3 | -5.0 | 48.8 | 14.7  | 48.6 |
| 23.6 | 57.2 | 36.4 | 58.3 | 32.7 | 48.7 | 27.1  | 41.5 | 29.7 | 81.1 | 29.3  | 60.7 |
| 19.8 | 43.5 | 28.5 | 74.9 | 19.2 | 48.5 | 22.4  | 38.3 | 5.1  | 52.8 | 34.0  | 45.0 |
| 14.7 | 46.4 | 3.0  | 34.8 | 19.8 | 48.7 | 33.4  | 54.2 | 25.4 | 38.7 | 18.3  | 36.0 |
| 18.5 | 63.7 | 17.7 | 56.1 | 11.7 | 29.3 | -7.5  | 41.4 | 15.3 | 33.8 | 9.7   | 36.1 |
| -5.0 | 61.7 | 16.3 | 50.9 | 30.1 | 47.9 | 25.4  | 52.1 | 24.9 | 65.2 | -10.3 | 50.7 |
| 12.6 | 44.6 | 32.1 | 47.0 | 24.3 | 38.4 | 19.6  | 46.2 | 23.4 | 42.3 | 3.5   | 52.9 |
| 35.8 | 64.4 | 16.9 | 30.6 | 19.1 | 47.2 | 6.4   | 74.1 | 12.2 | 50.2 | 28.8  | 45.6 |
| 12.7 | 46.2 | 15.3 | 39.2 | 20.2 | 46.4 | 36.3  | 58.6 | 3.8  | 60.0 | 11.9  | 44.6 |
| 29.5 | 41.3 | 11.5 | 40.4 | -5.0 | 47.4 | 6.9   | 44.3 | 32.4 | 58.2 | 16.3  | 55.1 |
| -4.6 | 83.3 | 0.6  | 37.5 | 24.1 | 57.7 | 16.2  | 34.8 | 22.2 | 65.7 | 24.8  | 47.5 |
| 13.4 | 55.9 | 42.5 | 64.5 | 24.9 | 38.5 | -22.0 | 61.8 | 36.2 | 66.4 | 39.4  | 60.9 |
| 35.4 | 56.8 | 25.5 | 51.2 | 34.5 | 54.9 | 26.8  | 39.5 | -3.7 | 81.0 | -1.8  | 47.0 |
| 12.5 | 59.6 | 8.3  | 53.9 | 7.7  | 45.3 | 29.7  | 66.4 | -5.0 | 49.2 | 5.5   | 33.5 |
| 15.0 | 36.1 | 2.7  | 58.5 | 2.8  | 40.9 | 13.8  | 38.1 | 13.2 | 51.7 | 4.0   | 33.3 |
| 9.4  | 29.3 | 11.6 | 68.5 | 19.0 | 45.4 | 30.9  | 45.9 | 13.5 | 48.1 | 21.1  | 57.3 |
| 13.9 | 35.2 | 18.7 | 37.3 | 19.3 | 40.6 | 1.1   | 25.6 | 8.3  | 67.1 | 32.8  | 71.0 |
| 21.5 | 51.4 | 12.5 | 42.8 | 11.3 | 41.4 | 22.8  | 47.5 | 17.9 | 48.9 | 17.5  | 55.1 |
| -5.0 | 41.4 | 12.2 | 79.3 | 15.1 | 50.4 | 28.7  | 45.8 | 34.3 | 59.1 | 28.3  | 45.5 |
| 29.1 | 52.9 | 12.0 | 65.1 | 30.9 | 48.0 | 9.2   | 66.8 | 47.6 | 61.6 | 15.0  | 31.1 |
| 14.3 | 50.6 | 7.7  | 53.2 | 39.7 | 68.1 | 6.8   | 20.5 | 6.2  | 56.5 | 9.3   | 75.7 |
| 12.6 | 52.7 | 31.3 | 55.7 | 17.4 | 57.7 | 22.3  | 61.7 | 29.0 | 51.7 | 39.8  | 55.5 |
| 12.2 | 42.6 | 8.1  | 25.8 | -5.0 | 60.0 | 13.5  | 56.0 | 14.8 | 63.7 | 21.6  | 32.8 |
| 20.3 | 43.4 | 9.7  | 48.1 | 33.5 | 45.2 | -7.3  | 47.1 | 8.4  | 77.9 | 45.9  | 58.8 |
| 10.3 | 71.8 | 10.6 | 38.2 | 23.3 | 46.2 | -9.8  | 40.3 | 4.9  | 41.1 | 17.9  | 42.7 |
| 5.1  | 41.8 | 27.2 | 58.7 | 29.8 | 42.9 | 13.3  | 46.0 | 1.2  | 26.5 | -4.5  | 51.3 |
| 5.4  | 26.6 | 15.4 | 38.3 | 8.6  | 39.0 | 5.3   | 60.3 | -5.0 | 42.2 | 13.0  | 34.4 |
| 15.8 | 55.6 | 12.7 | 40.8 | 23.6 | 49.4 | 36.7  | 53.9 | 25.7 | 41.0 | 18.2  | 33.3 |
| 22.5 | 46.5 | 3.0  | 44.7 | 6.4  | 39.8 | 22.5  | 64.3 | 24.5 | 57.0 | 26.3  | 53.4 |
| 9.8  | 33.3 | 0.9  | 46.4 | 0.3  | 48.9 | 24.5  | 47.4 | 22.3 | 47.2 | 6.3   | 77.9 |
| 25.9 | 74.7 | 18.7 | 64.1 | 22.7 | 58.6 | 4.7   | 72.1 | 7.6  | 72.3 | 17.5  | 53.0 |
| -5.0 | 59.3 | 15.0 | 42.4 | 27.8 | 41.6 | 17.3  | 70.0 | 12.9 | 47.5 | 25.4  | 66.3 |
| 50.3 | 89.9 | -0.2 | 69.5 | 47.1 | 60.2 | 13.1  | 66.1 | 11.6 | 71.4 | 18.7  | 53.3 |
| 18.2 | 35.5 | 10.7 | 42.3 | 5.6  | 61.4 | 23.5  | 49.3 | 19.1 | 51.0 | 1.3   | 45.7 |

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|
| 15.9 | 32.5 | 20.9 | 43.4 | 28.9 | 47.3 | 22.5 | 46.1 | 21.8 | 52.4 | 36.4  | 61.3 |
| 8.7  | 57.5 | 38.5 | 54.9 | -5.0 | 39.9 | 28.4 | 50.2 | 8.9  | 31.0 | 13.8  | 55.9 |
| 42.8 | 75.9 | 16.6 | 50.3 | 34.6 | 46.2 | 11.4 | 66.4 | 11.7 | 55.5 | -6.0  | 50.9 |
| 37.6 | 51.0 | 22.5 | 37.5 | 14.6 | 24.7 | 1.2  | 33.1 | 6.7  | 26.8 | 1.5   | 42.0 |
| 0.5  | 41.0 | 11.2 | 47.8 | 19.5 | 37.6 | 9.6  | 49.7 | -0.4 | 40.1 | 29.0  | 44.2 |
| 23.4 | 60.8 | 14.2 | 40.4 | 23.3 | 45.3 | 24.3 | 56.8 | -5.0 | 67.6 | 22.8  | 66.6 |
| 32.9 | 52.2 | 29.9 | 56.5 | 28.3 | 58.5 | 25.0 | 55.9 | 38.0 | 60.4 | 23.8  | 68.7 |
| 24.0 | 61.6 | 18.6 | 65.3 | 21.5 | 49.1 | 6.8  | 30.4 | 1.0  | 58.5 | 17.4  | 29.3 |
| 8.8  | 42.3 | 31.6 | 49.6 | 34.8 | 48.4 | 25.7 | 46.8 | 16.8 | 41.3 | -0.7  | 61.2 |
| 8.6  | 42.7 | 5.1  | 44.9 | 16.0 | 59.0 | -0.7 | 64.7 | 21.5 | 55.4 | 17.6  | 36.6 |
| -5.0 | 36.9 | 7.5  | 55.0 | 29.8 | 51.4 | 2.2  | 72.7 | 1.3  | 32.2 | -3.8  | 70.1 |
| 8.8  | 73.8 | 21.9 | 49.6 | 38.6 | 54.0 | 41.3 | 56.3 | 27.5 | 38.1 | 25.3  | 49.5 |
| 9.6  | 60.9 | 13.9 | 53.4 | 14.9 | 36.7 | 15.9 | 41.8 | 15.3 | 38.3 | 19.8  | 58.7 |
| 28.7 | 46.8 | 19.0 | 55.2 | 8.9  | 49.2 | 5.9  | 49.6 | 19.9 | 55.6 | -0.1  | 21.5 |
| -8.9 | 27.4 | 12.2 | 51.4 | -5.0 | 59.9 | 16.8 | 78.8 | -2.5 | 40.2 | 3.7   | 80.9 |
| 7.5  | 62.3 | 31.2 | 60.0 | 37.3 | 54.7 | 28.2 | 42.3 | 30.5 | 57.2 | 13.4  | 26.6 |
| 9.6  | 29.9 | 12.5 | 23.8 | -0.7 | 55.7 | -4.2 | 37.7 | 18.1 | 56.9 | 36.3  | 56.8 |
| 27.5 | 41.8 | -0.6 | 47.0 | 23.3 | 62.3 | 10.0 | 50.8 | 30.6 | 50.0 | 15.0  | 37.6 |
| 20.2 | 37.6 | 21.7 | 53.2 | 37.1 | 65.4 | 18.7 | 57.7 | -5.0 | 37.8 | 24.6  | 42.7 |
| 1.6  | 40.1 | 13.4 | 62.1 | 4.4  | 52.7 | 2.6  | 68.3 | 6.2  | 34.7 | -0.9  | 38.9 |
| 24.2 | 59.2 | 2.4  | 47.6 | 12.3 | 36.2 | 9.1  | 52.4 | 2.4  | 16.6 | -5.1  | 56.3 |
| 35.8 | 53.2 | 1.7  | 52.1 | 35.6 | 70.2 | 28.3 | 40.0 | 25.2 | 49.2 | 20.9  | 35.2 |
| 17.6 | 37.4 | 26.4 | 53.7 | 20.7 | 34.3 | 8.1  | 45.5 | 34.6 | 48.7 | 23.9  | 88.7 |
| -5.0 | 82.4 | 21.1 | 54.4 | 30.2 | 60.1 | 5.8  | 35.7 | 14.5 | 60.4 | 23.2  | 48.4 |
| 19.9 | 49.7 | 5.5  | 68.3 | 42.8 | 54.9 | 24.5 | 48.8 | 23.6 | 42.7 | 5.8   | 43.6 |
| 26.0 | 74.2 | 12.6 | 34.2 | 23.3 | 37.5 | 24.9 | 36.9 | 26.5 | 55.5 | 22.5  | 66.8 |
| 52.5 | 65.0 | 23.9 | 56.2 | 12.7 | 61.0 | 27.4 | 53.4 | 13.3 | 37.9 | 20.5  | 33.2 |
| 22.3 | 40.3 | 25.7 | 62.8 | -5.0 | 53.4 | 21.5 | 67.9 | 24.8 | 48.5 | 6.9   | 31.1 |
| 18.1 | 41.4 | 14.8 | 27.1 | 10.4 | 61.2 | 8.5  | 53.4 | 3.1  | 27.7 | 15.0  | 44.5 |
| 14.9 | 66.4 | 35.8 | 59.1 | 30.2 | 71.3 | 24.0 | 76.1 | 28.3 | 52.1 | 14.8  | 69.1 |
| 40.5 | 73.0 | 8.4  | 56.3 | 22.9 | 37.6 | 17.2 | 60.1 | 6.2  | 36.5 | 16.9  | 57.2 |
| 10.1 | 42.2 | 21.2 | 67.9 | 5.3  | 63.4 | 34.3 | 47.4 | -5.0 | 52.9 | 21.4  | 57.5 |
| 17.5 | 38.7 | 10.0 | 56.2 | 26.1 | 45.5 | 27.9 | 60.4 | 25.5 | 41.8 | 19.7  | 56.5 |
| 24.9 | 37.0 | 24.6 | 47.5 | 17.2 | 92.5 | 5.3  | 44.1 | 5.4  | 20.5 | -0.3  | 37.7 |
| 26.0 | 39.8 | 3.3  | 23.9 | 3.2  | 42.6 | -1.9 | 57.6 | 42.5 | 62.9 | 19.4  | 74.2 |
| 13.4 | 46.8 | 23.2 | 52.5 | 26.4 | 37.2 | 9.1  | 35.9 | 22.0 | 69.2 | 32.4  | 54.8 |
| -5.0 | 54.0 | 14.5 | 53.6 | 12.8 | 38.9 | 21.4 | 53.7 | 28.6 | 49.5 | 39.2  | 60.8 |
| 26.1 | 52.9 | 6.7  | 61.4 | 21.5 | 43.1 | 19.7 | 31.6 | 4.8  | 24.1 | -11.9 | 47.8 |
| 14.6 | 34.3 | 10.4 | 35.8 | 10.2 | 21.6 | 9.0  | 41.6 | 12.7 | 51.6 | 10.1  | 36.5 |
| 16.7 | 54.3 | 35.0 | 73.8 | 34.4 | 71.1 | 38.3 | 52.0 | 20.9 | 58.5 | 28.7  | 48.7 |
| 24.9 | 44.6 | 28.0 | 48.0 | -5.0 | 62.3 | 45.4 | 74.7 | 33.8 | 46.3 | 21.4  | 53.4 |
| 8.9  | 45.9 | -3.5 | 48.8 | 15.6 | 58.4 | 32.2 | 48.8 | 9.6  | 48.7 | 15.3  | 26.4 |
| 3.0  | 57.5 | 15.4 | 31.7 | 15.3 | 41.5 | 7.9  | 27.7 | 14.7 | 71.6 | 6.4   | 24.7 |
| 3.0  | 54.2 | -0.8 | 46.7 | 11.5 | 34.2 | -2.9 | 32.1 | -0.3 | 47.9 | 3.1   | 31.1 |
| 9.6  | 55.2 | 5.7  | 50.7 | 27.8 | 38.6 | 9.6  | 63.1 | -5.0 | 49.0 | 31.0  | 61.7 |
| 43.5 | 65.7 | 6.3  | 47.8 | 23.1 | 71.9 | 10.0 | 76.6 | 22.7 | 38.0 | 5.2   | 31.1 |
| 17.5 | 70.8 | 35.3 | 61.6 | 26.8 | 56.5 | 7.2  | 54.9 | 17.4 | 30.1 | 9.2   | 19.9 |
| 5.9  | 17.9 | 6.2  | 65.2 | -1.9 | 76.0 | 5.9  | 55.9 | 13.8 | 63.4 | 37.4  | 59.9 |
| 33.4 | 45.6 | 23.8 | 50.1 | 21.7 | 54.7 | 12.2 | 46.3 | 32.0 | 44.1 | 6.6   | 70.8 |
| -5.0 | 48.4 | 23.9 | 45.7 | 20.3 | 52.5 | 6.2  | 35.3 | 20.3 | 61.8 | 8.1   | 47.5 |
| 28.7 | 41.5 | 16.8 | 34.2 | 6.3  | 84.1 | 25.8 | 47.9 | 30.3 | 59.6 | 20.5  | 64.6 |
| 38.3 | 55.0 | 27.8 | 43.2 | 26.0 | 62.8 | 17.1 | 40.1 | 17.6 | 30.6 | 12.8  | 65.8 |
| 9.5  | 59.6 | 34.4 | 67.6 | -4.2 | 60.6 | 0.9  | 63.5 | 12.8 | 37.9 | 7.7   | 69.5 |
| 10.7 | 42.4 | 25.9 | 42.3 | -5.0 | 54.1 | 24.7 | 66.4 | 23.2 | 49.9 | 12.4  | 34.5 |

|       |      |       |      |      |      |       |      |      |      |       |      |
|-------|------|-------|------|------|------|-------|------|------|------|-------|------|
| 23.5  | 50.5 | 25.5  | 44.1 | 22.4 | 45.7 | 26.1  | 74.2 | 39.4 | 61.1 | 28.2  | 45.7 |
| 18.3  | 53.7 | 20.6  | 54.1 | 32.1 | 67.6 | 23.4  | 62.3 | 28.4 | 80.2 | 19.1  | 48.7 |
| 29.4  | 55.9 | 19.7  | 79.2 | 11.2 | 43.8 | 21.7  | 48.2 | 20.9 | 71.9 | 33.9  | 63.3 |
| 34.9  | 52.7 | 29.8  | 60.6 | 10.7 | 65.8 | 17.5  | 64.9 | -5.0 | 41.7 | 11.5  | 34.0 |
| -22.0 | 26.3 | 11.0  | 30.7 | 19.0 | 40.1 | 29.5  | 47.3 | 2.7  | 60.1 | 26.0  | 59.6 |
| 28.2  | 64.9 | 21.9  | 52.8 | 34.7 | 45.6 | 27.3  | 53.8 | 30.2 | 57.5 | 23.3  | 62.3 |
| 3.2   | 46.9 | 11.1  | 35.2 | 16.7 | 35.3 | 7.1   | 45.9 | 15.4 | 46.9 | 22.0  | 50.0 |
| 24.0  | 36.6 | 13.8  | 52.0 | 4.1  | 17.7 | -4.2  | 36.9 | 6.0  | 36.1 | 5.3   | 59.4 |
| -5.0  | 67.1 | 19.0  | 48.0 | 19.8 | 78.5 | 21.8  | 45.9 | 21.9 | 45.8 | 9.5   | 67.8 |
| 17.8  | 37.8 | 18.5  | 85.2 | 24.5 | 35.3 | 20.3  | 56.2 | 31.6 | 62.8 | 8.7   | 50.2 |
| 10.5  | 65.9 | 20.0  | 42.2 | 5.2  | 34.2 | 11.9  | 52.6 | 21.4 | 64.7 | -0.1  | 10.4 |
| -3.7  | 62.3 | 6.6   | 44.1 | 9.8  | 41.6 | 24.3  | 39.6 | 19.4 | 31.1 | 15.8  | 32.8 |
| -0.2  | 48.3 | 15.5  | 45.0 | -5.0 | 41.0 | 16.2  | 45.2 | 34.1 | 58.6 | 26.5  | 48.3 |
| 10.5  | 59.9 | 9.8   | 61.8 | 5.4  | 53.0 | 26.9  | 44.4 | 2.1  | 57.4 | 28.3  | 49.5 |
| 18.3  | 56.5 | -2.9  | 49.3 | 36.9 | 68.0 | 49.3  | 74.5 | 34.2 | 44.8 | 21.6  | 54.1 |
| 12.5  | 52.3 | 12.8  | 46.1 | 29.1 | 71.4 | 34.0  | 69.0 | 30.4 | 42.4 | 14.7  | 39.9 |
| 6.6   | 27.4 | 11.9  | 77.7 | 27.1 | 53.9 | 16.3  | 70.1 | -5.0 | 67.1 | 43.0  | 63.1 |
| 7.7   | 27.8 | 8.7   | 46.0 | 8.8  | 54.7 | 25.8  | 53.5 | 22.6 | 48.9 | 33.4  | 47.8 |
| 35.2  | 74.6 | 43.2  | 53.3 | 21.5 | 69.1 | 21.7  | 83.9 | 10.9 | 43.6 | 18.9  | 34.3 |
| 7.6   | 45.9 | 32.7  | 54.3 | 9.3  | 50.3 | 2.6   | 35.7 | 16.2 | 43.8 | 29.9  | 52.5 |
| 13.8  | 58.6 | 16.2  | 63.3 | 29.5 | 49.1 | 9.2   | 38.3 | 16.4 | 57.4 | -0.1  | 65.3 |
| -5.0  | 65.0 | 32.1  | 53.7 | 27.4 | 45.1 | 33.7  | 65.3 | 15.4 | 31.6 | 5.3   | 22.3 |
| 7.8   | 45.0 | -3.7  | 25.6 | 2.1  | 68.4 | 7.4   | 63.3 | 10.5 | 22.3 | 2.8   | 58.8 |
| 13.3  | 45.8 | 8.0   | 56.9 | 7.5  | 38.5 | -1.1  | 41.8 | 12.8 | 61.7 | 3.3   | 36.2 |
| 25.1  | 51.8 | 20.6  | 58.3 | 42.7 | 63.7 | 25.9  | 49.2 | 11.7 | 48.3 | 28.4  | 54.7 |
| 23.2  | 46.2 | 14.7  | 46.7 | -5.0 | 18.7 | -10.0 | 48.8 | -5.8 | 39.7 | -2.7  | 64.8 |
| 1.0   | 41.2 | 29.8  | 49.8 | 20.4 | 39.5 | 9.1   | 40.2 | 4.5  | 51.5 | 20.8  | 54.8 |
| 22.4  | 59.8 | 2.8   | 25.2 | 5.6  | 24.8 | 13.5  | 38.4 | 28.2 | 43.7 | 12.3  | 29.3 |
| 12.3  | 63.5 | 30.4  | 45.0 | 22.7 | 75.1 | 30.8  | 49.9 | 23.8 | 43.8 | 2.1   | 70.7 |
| 3.5   | 36.2 | 10.4  | 48.9 | 25.1 | 41.5 | 28.6  | 44.1 | -5.0 | 66.4 | 21.8  | 49.5 |
| 28.1  | 56.1 | 6.9   | 44.9 | 20.3 | 65.4 | 44.0  | 71.0 | 11.6 | 51.9 | 6.3   | 58.1 |
| 22.8  | 41.8 | 24.6  | 53.5 | 14.2 | 63.4 | 11.1  | 41.1 | 13.7 | 32.6 | 11.4  | 75.6 |
| 2.5   | 64.5 | 10.0  | 43.3 | 28.8 | 57.7 | -4.2  | 73.5 | 12.7 | 41.9 | 18.6  | 46.0 |
| 24.6  | 36.9 | 14.6  | 41.7 | 30.7 | 67.3 | 28.5  | 71.2 | 15.4 | 49.9 | 21.4  | 59.2 |
| -5.0  | 47.9 | 22.9  | 66.1 | 15.4 | 47.0 | 31.7  | 43.6 | 20.8 | 34.2 | 8.5   | 20.4 |
| 0.0   | 42.3 | -14.3 | 48.6 | 21.2 | 43.3 | 7.2   | 80.1 | 27.6 | 55.3 | 32.2  | 66.5 |
| 2.1   | 43.4 | 9.2   | 62.8 | 22.8 | 51.9 | 0.4   | 43.8 | 19.7 | 56.8 | 8.7   | 20.8 |
| 3.0   | 45.7 | 13.3  | 36.2 | 15.9 | 41.4 | 9.1   | 47.9 | 18.6 | 29.4 | 12.8  | 66.8 |
| 7.5   | 45.6 | 29.6  | 61.3 | -5.0 | 46.3 | 19.5  | 35.3 | 11.4 | 55.4 | 2.4   | 22.3 |
| 7.2   | 48.1 | 33.8  | 50.1 | 23.3 | 49.8 | 19.3  | 42.2 | 25.2 | 57.0 | 43.0  | 58.5 |
| 15.9  | 52.5 | 29.0  | 58.1 | 23.5 | 40.2 | 23.0  | 70.8 | 27.9 | 52.1 | 14.5  | 44.8 |
| 16.6  | 44.7 | 28.1  | 66.9 | 10.2 | 43.4 | 21.1  | 41.8 | 2.0  | 62.5 | 9.6   | 36.1 |
| 3.5   | 60.9 | 21.4  | 46.7 | 33.7 | 47.5 | 14.4  | 54.5 | -5.0 | 60.9 | 16.4  | 32.1 |
| 17.3  | 60.2 | 6.8   | 26.9 | 9.9  | 55.7 | 13.5  | 65.1 | 41.8 | 53.3 | 20.7  | 39.4 |
| 28.2  | 40.6 | 8.6   | 63.2 | 23.0 | 45.3 | 22.3  | 36.1 | 21.0 | 65.7 | 27.6  | 40.2 |
| 22.5  | 43.0 | 31.8  | 77.5 | -0.2 | 74.3 | 24.8  | 53.4 | 28.1 | 45.1 | 31.2  | 67.5 |
| 21.2  | 35.4 | 4.1   | 25.5 | 14.0 | 36.3 | 10.3  | 56.6 | 7.7  | 31.4 | 7.3   | 47.6 |
| -5.0  | 15.1 | 1.1   | 36.7 | 7.4  | 49.4 | 16.9  | 45.9 | 10.4 | 22.4 | 10.6  | 23.1 |
| 6.4   | 20.8 | 6.9   | 50.6 | 1.5  | 34.4 | -6.0  | 58.3 | 3.1  | 43.3 | 26.1  | 38.2 |
| 21.9  | 42.9 | 27.1  | 48.3 | 11.2 | 34.4 | 21.0  | 69.4 | 14.2 | 79.2 | -10.1 | 67.3 |
| 11.1  | 49.8 | 8.9   | 51.4 | 18.2 | 52.6 | 15.8  | 61.3 | 30.8 | 48.6 | 15.3  | 56.3 |
| 15.2  | 49.6 | 22.6  | 48.5 | -5.0 | 51.5 | 11.8  | 59.0 | 14.9 | 43.0 | 31.9  | 43.1 |
| 24.1  | 39.9 | 8.1   | 53.9 | 5.4  | 55.0 | 21.7  | 49.9 | 18.2 | 46.0 | 6.7   | 47.9 |
| 27.4  | 43.8 | 11.1  | 46.1 | 34.6 | 77.4 | -8.6  | 64.6 | 4.6  | 70.9 | 19.1  | 48.6 |

|      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |       |      |
|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|
| 32.6 | 65.4 | 8.3   | 64.2 | 32.6 | 54.9 | 10.5 | 39.7 | 3.0  | 37.7 | 27.3  | 38.1 |
| 24.3 | 50.3 | 29.5  | 43.4 | 4.1  | 42.8 | 19.6 | 57.9 | -5.0 | 50.8 | 37.0  | 47.6 |
| 3.3  | 57.6 | 28.1  | 48.6 | 36.7 | 51.1 | 0.0  | 49.8 | 32.6 | 64.5 | 11.3  | 50.7 |
| 10.6 | 23.4 | 11.1  | 56.2 | 38.8 | 54.4 | 14.5 | 27.6 | 7.9  | 30.8 | 20.4  | 45.0 |
| 14.3 | 54.4 | 18.2  | 34.0 | 8.0  | 56.3 | 15.7 | 48.5 | 14.5 | 56.7 | 44.3  | 62.6 |
| 13.3 | 49.0 | 22.7  | 42.1 | 16.1 | 38.2 | 8.0  | 49.6 | 7.1  | 24.9 | 6.5   | 45.2 |
| -5.0 | 67.7 | 15.7  | 37.8 | 9.3  | 57.4 | 19.5 | 61.6 | 29.1 | 48.6 | 17.7  | 49.8 |
| 3.6  | 66.9 | 14.6  | 26.9 | -0.5 | 35.5 | 13.6 | 25.7 | 15.2 | 60.6 | 1.1   | 35.8 |
| 14.5 | 61.0 | 30.4  | 46.5 | 9.8  | 19.9 | 7.2  | 44.2 | 22.7 | 33.6 | 11.6  | 40.9 |
| 4.8  | 67.1 | 16.2  | 74.6 | 10.0 | 23.2 | 1.0  | 21.3 | 1.9  | 73.9 | 1.8   | 42.2 |
| 30.1 | 61.6 | 13.6  | 39.7 | -5.0 | 50.3 | 32.4 | 70.4 | 20.6 | 66.0 | 25.8  | 56.5 |
| 42.0 | 55.6 | 10.9  | 48.5 | 17.1 | 37.8 | 3.4  | 32.5 | 4.2  | 41.9 | 16.4  | 46.9 |
| 11.8 | 46.7 | 20.5  | 52.1 | 1.7  | 52.4 | 35.4 | 49.1 | 24.7 | 70.4 | 18.8  | 64.8 |
| -1.8 | 49.5 | 9.3   | 23.9 | 12.0 | 48.2 | 22.9 | 37.3 | 10.8 | 31.5 | 16.8  | 40.2 |
| 20.3 | 48.5 | 26.7  | 59.9 | 21.7 | 52.3 | 11.1 | 35.8 | -5.0 | 49.2 | 5.4   | 25.2 |
| 12.6 | 47.9 | 25.5  | 41.9 | 3.4  | 57.8 | 28.0 | 39.6 | -0.2 | 31.0 | 7.8   | 37.0 |
| 8.3  | 37.0 | 13.0  | 67.2 | 5.6  | 45.6 | 8.9  | 33.7 | 4.4  | 67.4 | 15.9  | 46.6 |
| 36.1 | 46.6 | 18.3  | 59.3 | 38.2 | 64.7 | 13.5 | 39.2 | 16.4 | 49.9 | 12.1  | 54.3 |
| 20.9 | 42.1 | 17.3  | 43.1 | 11.5 | 51.2 | 19.2 | 39.1 | 12.0 | 44.9 | 23.4  | 34.3 |
| -5.0 | 61.3 | 9.0   | 48.7 | 8.8  | 39.1 | 24.4 | 42.4 | 15.5 | 45.8 | 21.5  | 35.9 |
| 24.8 | 38.5 | 13.4  | 47.2 | 20.6 | 52.2 | 17.6 | 53.4 | 35.2 | 53.7 | 19.6  | 38.5 |
| 22.5 | 67.3 | 8.2   | 38.0 | 25.5 | 44.1 | 30.3 | 42.3 | 23.4 | 46.6 | 35.0  | 68.8 |
| 40.8 | 52.6 | 13.5  | 32.7 | 12.0 | 60.7 | 32.0 | 49.7 | 33.7 | 46.6 | 27.7  | 49.5 |
| 38.1 | 55.1 | -2.3  | 44.9 | -5.0 | 41.7 | 22.2 | 47.1 | 33.8 | 55.4 | 10.8  | 49.0 |
| 38.4 | 49.8 | 9.8   | 56.9 | 27.4 | 53.7 | 31.9 | 60.6 | 8.0  | 51.0 | 26.1  | 61.8 |
| 39.6 | 77.7 | 34.8  | 53.2 | 22.6 | 34.4 | 9.2  | 35.0 | 20.2 | 42.3 | 15.6  | 41.5 |
| 18.8 | 45.7 | 34.1  | 45.0 | 26.0 | 47.5 | 26.0 | 44.1 | 21.6 | 33.2 | 20.2  | 37.6 |
| 13.5 | 39.3 | 23.0  | 48.7 | 7.5  | 33.7 | 22.6 | 43.5 | -5.0 | 44.7 | 16.3  | 64.5 |
| 7.8  | 55.8 | 8.2   | 30.6 | 20.2 | 44.8 | 34.1 | 54.0 | 20.7 | 41.1 | 26.6  | 72.3 |
| 25.5 | 55.5 | 30.0  | 72.5 | 7.3  | 38.1 | 25.1 | 39.0 | 17.6 | 62.8 | 8.2   | 35.2 |
| -4.4 | 19.3 | 0.8   | 53.2 | 8.3  | 50.2 | 5.7  | 63.9 | 5.0  | 49.7 | 27.7  | 38.3 |
| -1.0 | 27.3 | 2.3   | 55.9 | 16.5 | 59.5 | 26.0 | 50.6 | 9.5  | 41.5 | 2.8   | 39.0 |
| -5.0 | 52.2 | 16.0  | 50.9 | 35.2 | 56.7 | -2.4 | 52.7 | 8.3  | 26.1 | 12.8  | 32.6 |
| 15.1 | 60.6 | 6.6   | 62.7 | -1.8 | 43.9 | 14.7 | 50.2 | 33.8 | 56.7 | 24.2  | 56.9 |
| 3.3  | 53.8 | 41.4  | 69.1 | 31.5 | 41.7 | 23.0 | 48.9 | 38.5 | 78.3 | 10.6  | 37.5 |
| 23.0 | 55.0 | 31.9  | 48.0 | 9.9  | 35.6 | 15.7 | 65.1 | 35.2 | 51.4 | 11.2  | 45.0 |
| 33.1 | 46.8 | 23.9  | 53.5 | -5.0 | 58.2 | -3.1 | 82.8 | 13.1 | 72.2 | 19.6  | 76.3 |
| 36.8 | 68.3 | 17.9  | 68.6 | 0.7  | 64.9 | 35.0 | 67.2 | 17.1 | 35.1 | 6.8   | 29.4 |
| 12.4 | 45.8 | 15.1  | 43.2 | 2.7  | 40.8 | 9.7  | 50.0 | 20.4 | 46.0 | 23.2  | 50.5 |
| 15.4 | 83.0 | 17.4  | 30.2 | 19.6 | 38.4 | 26.5 | 77.5 | 19.8 | 52.2 | 10.0  | 83.5 |
| 6.3  | 79.2 | 16.0  | 29.4 | 4.1  | 48.5 | 31.2 | 50.6 | -5.0 | 52.4 | 9.9   | 40.1 |
| 10.5 | 24.4 | 13.1  | 39.5 | 23.7 | 53.5 | 7.6  | 74.8 | 16.7 | 68.6 | 4.8   | 49.5 |
| 28.1 | 45.7 | 25.9  | 47.0 | 13.1 | 54.8 | 24.4 | 56.8 | 27.4 | 49.7 | 34.2  | 65.5 |
| 17.2 | 69.9 | -8.2  | 30.7 | 11.8 | 51.1 | 31.7 | 48.1 | 19.2 | 29.3 | 18.8  | 65.6 |
| 23.8 | 68.8 | 56.2  | 74.6 | 38.4 | 56.8 | 28.1 | 54.3 | 31.5 | 59.4 | 45.9  | 61.3 |
| -5.0 | 57.0 | 36.9  | 71.7 | 34.1 | 67.1 | 43.7 | 61.0 | 28.7 | 47.3 | 33.4  | 66.3 |
| 30.3 | 43.7 | 21.8  | 47.6 | 14.4 | 43.6 | -6.8 | 55.2 | 2.5  | 37.8 | 19.4  | 46.3 |
| 9.8  | 63.4 | -12.7 | 5.0  | -5.2 | 39.6 | 12.1 | 30.8 | 17.4 | 53.8 | 21.6  | 55.5 |
| 17.7 | 45.1 | 16.8  | 54.3 | 3.8  | 53.0 | 12.7 | 38.0 | 21.5 | 50.1 | 33.6  | 66.7 |
| 17.5 | 35.4 | 25.0  | 44.8 | -5.0 | 40.6 | 29.8 | 47.3 | 11.3 | 40.7 | 23.7  | 60.7 |
| 3.9  | 43.4 | 19.9  | 50.6 | 5.7  | 51.8 | -1.3 | 55.1 | 17.0 | 82.5 | 34.2  | 61.6 |
| 40.6 | 54.5 | 14.1  | 60.9 | 14.2 | 50.4 | 19.4 | 62.3 | 2.9  | 79.2 | 41.9  | 53.9 |
| 11.6 | 28.1 | 13.2  | 26.9 | 8.2  | 50.6 | 7.9  | 49.3 | 4.5  | 19.9 | -10.2 | 43.7 |
| 29.5 | 40.3 | 13.6  | 41.3 | 15.3 | 47.4 | 12.3 | 71.6 | -5.0 | 50.6 | 24.0  | 51.6 |

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 32.9 | 44.4 | 17.2 | 55.1 | 13.3 | 37.0 | 15.0 | 39.3 | 1.3  | 27.7 | 7.3  | 36.7 |
| 7.6  | 41.3 | 30.3 | 47.2 | 26.2 | 41.0 | 4.7  | 61.4 | 18.3 | 35.5 | 23.3 | 33.4 |
| 10.2 | 43.5 | 27.0 | 51.8 | 16.3 | 26.9 | 11.7 | 69.1 | 0.6  | 59.4 | -2.9 | 56.6 |
| -1.1 | 45.4 | 34.8 | 53.7 | 22.4 | 40.4 | 23.4 | 55.2 | 44.5 | 60.2 | 21.6 | 70.9 |
| -5.0 | 56.3 | 18.4 | 61.4 | 28.2 | 41.1 | 20.6 | 58.0 | 37.0 | 49.1 | 13.4 | 45.5 |
| -0.6 | 59.0 | 7.5  | 64.9 | 17.6 | 53.6 | 39.1 | 63.7 | 14.1 | 51.0 | -0.6 | 39.2 |
| 15.9 | 61.8 | 16.8 | 60.2 | 24.8 | 52.2 | 26.5 | 57.3 | 9.5  | 21.4 | 4.3  | 55.0 |
| 2.9  | 49.4 | 16.5 | 41.8 | 10.1 | 47.6 | 33.7 | 67.7 | 9.4  | 53.3 | 32.4 | 47.5 |
| 11.9 | 74.1 | 25.2 | 59.0 | -5.0 | 54.6 | 18.7 | 52.7 | 12.7 | 28.1 | 17.1 | 41.8 |
| 8.5  | 44.7 | 30.1 | 49.6 | 0.5  | 48.1 | 29.0 | 40.5 | 21.4 | 35.5 | 13.4 | 38.2 |
| 10.0 | 57.7 | 16.6 | 35.8 | 23.9 | 42.0 | 26.4 | 52.8 | 23.8 | 36.5 | -5.6 | 55.1 |
| 14.3 | 43.4 | 30.1 | 49.8 | 23.4 | 50.1 | 18.4 | 44.6 | 7.8  | 51.0 | 35.9 | 59.7 |
| 37.2 | 51.7 | 33.6 | 47.7 | 37.0 | 59.2 | 32.5 | 54.9 |      |      |      |      |