



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

**ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥΣ  
ΓΕΩΝΑΛΛΑΚΤΕΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

**ΑΝΔΡΕΑΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΗΣ**

**ΤΟΜΕΑΣ**

Ενέργειας, Βιομηχανικών Διεργασιών και Αντιρρυπαντικής Τεχνολογίας

ΒΟΛΟΣ 2022

© 2022 Ανδρέας Κωνσταντάκης

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

*Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:*

***Πρώτος Εξεταστής (Συνεπιβλέπων)***

---

*Ανδρίτσος Νικόλαος*

*Καθηγητής, Πειραματικά Φαινόμενα Μεταφοράς*

*Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας*

***Δεύτερος Εξεταστής (Συνεπιβλέπων)***

---

*Αράβας Νικόλαος*

*Καθηγητής, Υπολογιστική Μηχανική των Κατασκευών*

*Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας*

***Τρίτος Εξεταστής***

---

*Χαραλάμπος Γεώργιος*

*Επίκουρος Καθηγητής, Θερμορροιστοδυναμικές Διεργασίες με Ενεργειακές Εφαρμογές*

*Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας*

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας, θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες σε όλους όσους συνέβαλαν στην εκπόνησή της.

Ευχαριστώ θερμά τους επιβλέποντες καθηγητές μου, Καθηγητή Πειραματικών Φαινομένων Μεταφοράς, Νικόλαο Ανδρίτσο και τον Καθηγητή Υπολογιστικής Μηχανικής των Κατασκευών, Νικόλαο Αράβα για την εμπιστοσύνη που μου έδειξαν εξ' αρχής, αναθέτοντάς μου το συγκεκριμένο θέμα, την επιστημονική τους καθοδήγηση, τις υποδείξεις τους, την επιμονή τους, τη συμπαράστασή τους, τη συνεχή τους υποστήριξη και όλο το ενδιαφέρον που έδειξαν από την αρχή μέχρι το τέλος.

Επίσης, ευχαριστώ θερμά τον Επίκουρο Καθηγητή Θερμορευστοδυναμικών Διεργασιών με Ενεργειακές Εφαρμογές, Χαραλάμπους Γεώργιο, για την παρακολούθηση και αξιολόγηση της παρούσας εργασίας και την πολύτιμη συμβολή του στην ολοκλήρωση αυτής της εργασίας, ως μέλος της τριμελούς επιτροπής.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω επίσης και τον Σωκράτη Ξένο που εκπονεί το Διδακτορικό του στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, για την πολύτιμη βοήθεια του σε οποιοδήποτε απορίες είχα σε ότι αφορά το υπολογιστικό πρόγραμμα Abaqus/CAE.

Θερμές ευχαριστίες απευθύνω και σε όλους τους καθηγητές που είχα όλα τα χρόνια της μέχρι στιγμής ακαδημαϊκής μου ζωής, για τις γνώσεις που μου μετέδωσαν. Αποτέλεσαν πρότυπα και πηγή έμπνευσης για μένα και με έκαναν καλύτερο άνθρωπο.

Επιπλέον, θα επιθυμούσα να ευχαριστήσω όλους εκείνους τους πολύ αγαπητούς και αξιόλογους ανθρώπους που συνάντησα κατά τη διάρκεια των σπουδών μου, αυτούς που με την καθημερινή τους συμπαράσταση και την θετική τους σκέψη, συνέβαλαν στην εκπλήρωση των στόχων που είχα θέσει.

Τέλος, θα ήθελα εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένεια μου, για την ηθική υποστήριξη και αγάπη που μου έδειξαν καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Ευχαριστώ... , σας είμαι ευγνώμων !!



# ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥΣ ΓΕΩΕΝΑΛΛΑΚΤΕΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΗΣ ΑΝΔΡΕΑΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2021

Συνεπιβλέπων Καθηγητής : Ανδρίτσος Νικόλαος

Συνεπιβλέπων Καθηγητής : Αράβας Νικόλαος

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η εργασία αυτή αφορά ένα σύστημα κατακόρυφου γεωεναλλάκτη κλειστού βρόχου, στο οποίο νερό ή υδατικό διάλυμα ρέει σε σωλήνωση τύπου U και μεταφέρει (ή απορρίπτει) θερμότητα από το έδαφος σε μία αντλία θερμότητας. Ο σκεδασμός ενός τέτοιου συστήματος περιπλέκεται από την ποικιλία των γεωλογικών σχηματισμών και των ιδιοτήτων τους που επηρεάζουν τη θερμική συμπεριφορά του συστήματος. Οι κύριες παράμετροι που ελέγχουν τη θερμική ροή είναι τα χαρακτηριστικά του εδάφους (θερμική αγωγιμότητα, πυκνότητα, θερμοχωρητικότητα, ειδική θερμοχωρητικότητα κατ' όγκο, ειδική θερμότητα, τύπος πετρώματος). Στόχος της εργασίας είναι η μελέτη της μεταφοράς θερμότητας στο παραπάνω σύστημα με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και τη σύγκριση με αναλυτικές λύσεις με απώτερο σκοπό την κατανόηση της επίδρασης του εδάφους σε πολλαπλούς γεωεναλλάκτες.

Αρχικά, γίνεται συζήτηση για τις λεγόμενες *Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας* (Γ.Α.Θ., Geothermal Heat Pumps). Δίνονται η περιγραφή και η αρχή της λειτουργίας τους, οι βασικοί ορισμοί, η ταξινόμησή τους και τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα από τη χρήση τους. Επίσης, συζητείται διεξοδικά το θέμα της απόδοσης τους, και περιγράφονται τα διάφορα είδη συστημάτων αντλιών θερμότητας κλειστού (οριζόντια, κατακόρυφα) και ανοιχτού βρόχου.

Στη συνέχεια περιγράφεται η μεταφορά θερμότητας με αγωγή στο υπέδαφος. Ακολουθούν οι παραδοχές και λύσεις των Carslaw – Jaeger, οι παραδοχές των Leonard Ingersoll et al. και οι υποθέσεις των Claesson και Eskilson. Γίνεται τέλος, αναφορά στις πραγματικές γεωτρήσεις κλειστού βρόχου.

Τέλος, παρατίθενται τα αριθμητικά αποτελέσματα που εξήχθησαν με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων και γίνεται η σύγκριση τους με τα αποτελέσματα που εξαγονται από τις αναλυτικές λύσεις. Παράλληλα γίνεται συζήτηση για την συμπεριφορά των θερμοκρασιών σε σχέση με την απόσταση  $r$  και τον χρόνο  $t$  στις περιπτώσεις 1) ψύξης οπιτιού – θέρμανσης εδάφους και 2) θέρμανσης οπιτιού – ψύξης εδάφους.

**Λέξεις Κλειδιά :** κατακόρυφος γεωεναλλάκτης, σωλήνωση τύπου U, θερμότητα, έδαφος, αντλία θερμότητας, θερμική συμπεριφορά, θερμική αγωγιμότητα, θερμοχωρητικότητα, ύπαρξη υδροφόρου, διαφορετικά γεωλογικά στρώματα, μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων

# MODELLING OF HEAT TRANSFER IN A VERTICAL BOREHOLE USING THE FINITE ELEMENT METHOD

ANDREAS KONSTANTAKIS

Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly, 2022

Co – Advisor Professor : Nikolaos Andritsos

Co – Advisor Professor : Nikolaos Aravas

## ABSTRACT

This Diploma Thesis concerns about a closed-loop vertical geothermal system (borehole) in which water or aqueous solution flows into a U-type pipeline and transfers (or removes) heat from the ground to a heat pump. The scattering of such a system is complicated by the variety of geological formations and their properties that affect the thermal behavior of the system. The main parameters that control the thermal flow are the characteristics of the soil (thermal conductivity, density, heat capacity, specific heat capacity by volume, specific heat, type of soil). The aim of this work is to study the heat transfer in the above system using the Finite Element Method (FEM) and to compare with analytical solutions with the ultimate goal of understanding the effect of soil on multiple vertical borehole arrays.

First, there is a discussion about the so-called Geothermal Heat Pumps. The description and the principle of their operation, the basic definitions, their classification and the advantages and disadvantages from their use are given. Also, the issue of their efficiency is discussed in detail, and the different types of closed (horizontal, vertical) and open loop heat pump systems are described.

Secondly, there is a description of heat transfer through subsoil. The following are the assumptions and solutions of Carslaw - Jaeger, the assumptions of Leonard Ingersoll et al. and the hypotheses of Claesson and Eskilson. There is also a reference to the actual closed loop boreholes.

Finally, the numerical results extracted by the Finite Element Method are presented and compared with the results extracted from the analytical solutions. At the same time, there is a discussion about the behavior of temperatures in relation to the distance  $r$  and time  $t$  in cases 1) house cooling – ground source heating and 2) house heating - ground source cooling.

**Keywords:** Vertical geothermal system, U-type pipeline, heat, soil, heat pump, thermal conductivity, thermal conductivity, heat capacity, existence of aquifer, different geological layers, finite element method, geo – exchangers.

---

# Πίνακας περιεχομένων

---

Ευχαριστίες.....	iv
Περίληψη .....	v
Κατάλογος Πινάκων .....	ix
Κατάλογος Σχημάτων .....	x
<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
<b>2 Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας</b>	<b>3</b>
2.1 Εισαγωγή .....	3
2.2 Γεωθερμική Ενέργεια και Αντλίες Θερμότητας .....	4
2.3 Αρχές λειτουργίας, βασικά μέρη και συντελεστής απόδοσης ή λειτουργίας των Αντλιών Θερμότητας (Α.Θ.) .....	5
2.4 Ταξινόμηση και σύγκριση των Α.Θ. ....	8
2.5 Ταξινόμηση των συστημάτων Γ.Α.Θ. ....	9
2.5.1 Συστήματα Κλειστού Βρόχου	9
2.5.1.1 Κατακόρυφα Συστήματα .....	9
2.5.1.2 Οριζόντια Συστήματα .....	12
2.5.1.3 Σύγκριση μεταξύ Κατακόρυφων – Οριζόντιων Συστημάτων Κλειστού Βρόχου .....	13
2.5.2 Συστήματα Ανοιχτού Βρόχου .....	13

---

2.6	Κατανομή της θερμοκρασίας στο υπέδαφος .....	15
2.7	Συμπεράσματα .....	17
<b>3</b>	<b>Μεταφορά θερμότητας από και προς έναν κατακόρυφο γεωεναλλάκτη</b>	<b>19</b>
3.1	Μεταφορά θερμότητας με αγωγή .....	19
3.2	Οι λύσεις των Carslaw – Jaeger .....	22
3.3	Οι παραδοχές των Leonard και Alfred Ingersoll, Otto Zobel και Guernsey	25
3.4	Οι υποθέσεις των Claesson και Eskilson .....	25
3.5	Πραγματικές γεωτρήσεις κλειστού βρόχου .....	27
3.6	Συμπεράσματα .....	29
3.7	Τα Πεπερασμένα Στοιχεία ως εναλλακτική μέθοδος επίλυσης .....	30
<b>4</b>	<b>Αριθμητικά αποτελέσματα</b>	<b>31</b>
4.1	Εισαγωγή.....	31
4.2	Ψύξη Σπιτιού – Θέρμανση Εδάφους.....	32
4.3	Θέρμανση Σπιτιού – Ψύξη Εδάφους.....	46
<b>5</b>	<b>Συμπεράσματα και προτάσεις</b>	<b>57</b>
	<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>60</b>
	<b>Παραρτήματα .....</b>	<b>63</b>
	<b>A Κώδικας που χρησιμοποιήθηκε / Input File .....</b>	<b>64</b>
	<b>B Ενδεικτικές τιμές πυκνότητας, θερμικής αγωγιμότητας και ειδικής θερμοχωρητικότητας κατ' όγκο διαφόρων εδαφών περίπου στους 20 °C.....</b>	<b>66</b>

---

## Κατάλογος Πινάκων

---

2.1	Σύγκριση μεταξύ κατακόρυφων και οριζόντιων συστημάτων κλειστού βρόχου.....	13
2.2	Τιμές θερμικών και φυσικών ιδιοτήτων διαφόρων τύπων εδαφών. Τα μετεωρολογικά δεδομένα ανήκουν στην ΕΜΥ για την περιοχή του Αγχιάλου.....	16
2.3	Η τρέχουσα χρονική στιγμή [days], η οποία αναφέρεται για το μέσο (50%) της διάρκειας του κάθε μήνα.....	16
3.1	Τυπικές τιμές σε μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν για την εξαγωγή των σχημάτων 3.4 και 3.6.....	24
4.1	Τυπικές τιμές σε μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν για την εξαγωγή των διαγραμμάτων 4.1, 4.2, 4.3 και 4.4 .....	34

---

# Κατάλογος Σχημάτων

---

2.1	Γεωθερμική Αντλία Θερμότητας κατά τη λειτουργία θέρμανσης.....	5
2.2	Διάγραμμα Πίεσης - Ενθαλπίας του ψυκτικού ρευστού R-407C κατά την λειτουργία θέρμανσης.....	6
2.3	Γενική αρχή της αντλίας θερμότητας .....	7
2.4	Σχηματική απεικόνιση ενός συστήματος γεωεναλλάκτη διάταξης μονού αγωγού σχήματος "U" (αριστερά). Κάτοψη του ίδιου γεωεναλλάκτη σε ένα τυχαίο βάθος (δεξιά).....	10
2.5	Σχηματική απεικόνιση ενός συστήματος γεωεναλλακτών διάταξης διπλού αγωγού σχήματος "U" (αριστερά). Κάτοψη του ίδιου συστήματος γεωεναλλακτών σε ένα τυχαίο βάθος (δεξιά).....	10
2.6	Σχηματική απεικόνιση ενός συστήματος ομοαξονικού γεωεναλλάκτη (αριστερά). Κάτοψη του ίδιου συστήματος γεωεναλλάκτη σε ένα τυχαίο βάθος (δεξιά).....	11
2.7	Σχηματική απεικόνιση ενός συστήματος σπειροειδούς γεωεναλλάκτη (αριστερά). Κάτοψη του ίδιου συστήματος γεωεναλλάκτη σε ένα τυχαίο βάθος (δεξιά).....	11
2.8	Σχηματική απεικόνιση ενός συστήματος γεωεναλλακτών οι οποίοι διατάσσονται ακτινικά και καταλήγουν σε έναν κεντρικό σωλήνα από τον οποίο διέρχεται η ανερχόμενη ροή (αριστερά). Κάτοψη του ίδιου συστήματος γεωεναλλακτών σε ένα τυχαίο βάθος (δεξιά).....	12
2.9	Τρόποι διάστρωσης οριζόντιου γεωεναλλάκτη .....	12
2.10	Κανονική – απλή διάταξη συστημάτων ανοιχτού βρόχου (open loop systems) .....	14
2.11	Διάταξη συστημάτων ανοιχτού βρόχου με βρόχο ανακυκλοφορίας (open loop systems with recirculation loop).....	14
2.12	Κατανομή μετρήσεων θερμοκρασίας εδάφους για βάθη 1m και 15 m κατά την διάρκεια του έτους στο Κορωπί Αττικής .....	16
2.13	Κατανομή θερμοκρασίας T(z) συναρτήσει με το βάθος z για κάθε μήνα κατά την περίοδο ενός έτους.....	17
3.1	Διαφορικός όγκος ελέγχου .....	20

3.2	Γραμμική πηγή θερμότητας μέσα σε έναν θερμικό αγωγό πάχους $Y$ , ο οποίος βρίσκεται ανάμεσα σε δυο θερμικούς μονωτές πάνω και κάτω .....	22
3.3	Κάτοψη του προβλήματος .....	22
3.4	Κατανομή μέσης θερμοκρασίας φέροντος ρευστού ( $^{\circ}C$ ) συναρτήσει με τον χρόνο $t$ (χρόνια)..	24
3.5	Κατανομή μέσης θερμοκρασίας φέροντος ρευστού ( $^{\circ}C$ ) σε σχέση με τον λογαριθμικό χρόνο $\log_{10} t$ .....	25
3.6	Σχηματική απεικόνιση γεώτρησης μορφής ‘U-tube’ και δικτύου θερμικών αντιστάσεων στο υπέδαφος.....	28
4.1	Γραμμική πηγή θερμότητας μέσα σε έναν θερμικό αγωγό πάχους $Y$ , ο οποίος βρίσκεται ανάμεσα σε δυο θερμικούς μονωτές πάνω και κάτω .....	32
4.2	Κάτοψη του προβλήματος .....	32
4.3	Κατανομή θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για $t = 1,5,25,100,1000$ years. Carslaw – Jaeger (1947) .....	35
4.4	Κατανομή θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για $t = 1,5,25,100,1000$ years. Cooper – Jacob Approximation (1946) .....	35
4.5	Κατανομή πτώσης θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για $t = 1,5,25,100,1000$ years. Carslaw – Jaeger (1947) .....	36
4.6	Κατανομή πτώσης θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για $t = 1,5,25,100,1000$ years. Cooper – Jacob Approximation (1946) .....	36
4.7	Πλάγια όψη του προβλήματος δεδομένου ότι είναι αξονοσυμμετρικό .....	37
4.8	Χωρίο προβλήματος και συνοριακές συνθήκες .....	37
4.9	Απεικόνιση πλέγματος και γωνιακών κόμβων στο υπολογιστικό πρόγραμμα Abaqus/CAE...	38
4.10	Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για $t = 1$ year .....	39
4.11	Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση $t = 1$ year .....	39
4.12	Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για $t = 5$ years .....	40
4.13	Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση $t = 5$ years .....	40
4.14	Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για $t = 25$ years .....	41
4.15	Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση $t = 25$ years .....	41
4.16	Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για $t = 100$ years .....	42
4.17	Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση $t = 100$ years .....	42
4.18	Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για $t = 1000$ years .....	43
4.19	Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση $t = 1000$ years ...	43

4.20	Συγκεντρωτικό διάγραμμα θερμοκρασίας εδάφους (°C) σε σχέση με την ακτινική απόσταση (m) για $t = 1,5,25,100,1000$ years. Το διάγραμμα αφορά την περίπτωση ψύξης σπιτιού – θέρμανσης εδάφους .....	45
4.21	Συγκεντρωτικό διάγραμμα θερμοκρασίας εδάφους (°C) κατά τη διάρκεια ενός έτους (365 μέρες) για $r = 0.235, 1.788, 5, 13.37, 36.54, 99.85$ m. Το διάγραμμα αφορά την περίπτωση ψύξης σπιτιού – θέρμανσης εδάφους .....	46
4.22	Γραμμική πηγή θερμότητας μέσα σε έναν θερμικό αγωγό πάχους $Y$ , ο οποίος βρίσκεται ανάμεσα σε δυο θερμικούς μονωτές πάνω και κάτω. Περίπτωση θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους .....	47
4.23	Κάτοψη του προβλήματος .....	47
4.24	Διάγραμμα θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για $t = 1,5,25,100,1000$ years. Carslaw – Jaeger (1947) .....	48
4.25	Διάγραμμα πτώσης θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για $t = 1,5,25,100,1000$ years. Cooper – Jacob Approximation (1946) .....	48
4.26	Πλάγια όψη του προβλήματος δεδομένου ότι είναι αξονοσυμμετρικό .....	49
4.27	Χωρίο προβλήματος και συνοριακές συνθήκες .....	49
4.28	Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για $t = 1$ year .....	50
4.29	Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση $t = 1$ year .....	50
4.30	Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για $t = 5$ years .....	51
4.31	Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση $t = 5$ years .....	51
4.32	Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για $t = 25$ years .....	52
4.33	Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση $t = 25$ years .....	52
4.34	Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για $t = 100$ years .....	53
4.35	Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση $t = 100$ years .....	53
4.36	Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για $t = 1000$ years .....	54
4.37	Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση $t = 1000$ years ...	54
4.38	Συγκεντρωτικό διάγραμμα θερμοκρασίας εδάφους (°C) σε σχέση με την ακτινική απόσταση (m) για $t = 1,5,25,100,1000$ years. Το διάγραμμα αφορά την περίπτωση θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους .....	56
4.39	Συγκεντρωτικό διάγραμμα θερμοκρασίας εδάφους (°C) κατά τη διάρκεια ενός έτους (365 μέρες) για $r = 0.235, 1.788, 5, 13.37, 36.54, 99.85$ m. Το διάγραμμα αφορά την περίπτωση θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους .....	57





# Κεφάλαιο 1

---

## Εισαγωγή

---

Ο άνθρωπος, εδώ και χιλιάδες χρόνια, αξιοποιεί τη θερμότητα ανακαλύπτοντας τρόπους με τους οποίους μπορεί να τη χρησιμοποιεί κάθε φορά προς όφελός του. Η ανάγκη να ζεστάνει το φαγητό του, να θερμάνει το σπίτι του, αλλά και να διατηρεί σταθερή τη θερμοκρασία του ίδιου του σώματός του, τον έχουν οδηγήσει στη μελέτη των φαινομένων που σχετίζονται με τη μεταφορά της θερμότητας. Παράλληλα, ιδιαίτερη σημασία έδωσε στην εξοικονόμηση ενέργειας, δηλαδή την ελαχιστοποίηση της υπερβολικής χρήσης των ενεργειακών αποθεμάτων που χρησιμοποιούνται. Με την εξοικονόμηση της ενέργειας προκύπτουν πολλαπλά οφέλη, μεταξύ των οποίων η εξοικονόμηση χρημάτων ή ακόμα και η πρόληψη ως προς την προστασία του περιβάλλοντος. Η παραγωγή ενέργειας απαιτεί την αξιοποίηση πολύτιμων φυσικών πόρων, για παράδειγμα άνθρακα, πετρέλαιο ή φυσικό αέριο. Ως εκ τούτου, με την ελαχιστοποίηση της χρήσης τους, διατηρούνται αυτοί οι πόροι. [3], [5],

Στην προσπάθεια του, λοιπόν, να ανακαλύψει διάφορους τρόπους για πιο φθηνή και απεριόριστη θέρμανση και ψύξη για τις ανάγκες κατοικιών, κτιρίων καθώς και άλλων ειδικών εφαρμογών, όπως η τηλεθέρμανση ή οι υδατοκαλλιέργειες, κατέληξε στην πρόταση νέων λύσεων για την αντιμετώπιση αυτού του θέματος. Μια λοιπόν τέτοιου είδους εναλλακτική λύση αποτέλεσε η γεωθερμία. [5] Σύμφωνα με την Directive 2009/28/EC of the European Parliament and the Council of the European Union (2009), *Γεωθερμική Ενέργεια* (Geothermal Energy) ονομάζεται η ενέργεια που αποθηκεύεται με τη μορφή θερμότητας κάτω από την επιφάνεια της στερεάς γης. Είναι ανανεώσιμη, οικολογικά υπεύθυνη και διαθέσιμη παντού. Αυτή η θερμική ενέργεια μεταφέρεται (ή απορρίπτεται) μέσω ενός συστήματος κατακόρυφου ή οριζόντιου γεωεναλλάκτη κλειστού ή ανοικτού βρόχου από το έδαφος σε μία γεωθερμική αντλία θερμότητας. [8]

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η βαθύτερη κατανόηση της μεταφοράς θερμότητας σε κατακόρυφους γεωεναλλάκτες. Ο σχεδιασμός ενός τέτοιου συστήματος περιπλέκεται από την ποικιλία των γεωλογικών σχηματισμών και των ιδιοτήτων τους που επηρεάζουν τη θερμική συμπεριφορά του συστήματος. Οι κύριες παράμετροι που ελέγχουν τη θερμική ροή είναι τα χαρακτηριστικά του εδάφους (θερμική αγωγιμότητα, θερμοχωρητικότητα, ύπαρξη υδροφόρου, διαφορετικά γεωλογικά στρώματα), καθώς και του πληρωτικού υλικού και του σωλήνα. Οι παραπάνω παράμετροι επηρεάζουν το θερμικό φορτίο που μεταφέρεται η απορρίπτεται από το έδαφος σε μια γεωθερμική αντλία θερμότητας.

---

Η ανάλυση ενός κατακόρυφου γεωεναλλάκτη, που επιχειρείται στην παρούσα εργασία, πραγματοποιείται με τη *Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων* (Finite Element Method), η οποία αποτελεί μια ιδιαίτερη αριθμητική μέθοδο. Έχει εφαρμοστεί με επιτυχία σε πληθώρα περιπτώσεων και έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα σχεδόν τα προβλήματα. Η επιτυχία αυτής της μεθόδου ήταν τόσο μεγάλη, που ακόμα και σήμερα χρησιμοποιείται στην έρευνα και στη βιομηχανία για τον υπολογισμό και τη μελέτη διάφορων κατασκευών. [19]

Στόχος της εργασίας, λοιπόν, είναι η μελέτη της μεταφοράς θερμότητας σε ένα σύστημα κατακόρυφου γεωεναλλάκτη κλειστού βρόχου, στο οποίο νερό ή υδατικό διάλυμα ρέει σε σωλήνωση τύπου «U» και μεταφέρει (ή απορρίπτει) θερμότητα από το έδαφος σε μία αντλία θερμότητας. Η μελέτη αυτή θα πραγματοποιηθεί με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και στη συνέχεια θα ακολουθήσει η σύγκριση των αποτελεσμάτων με τις αναλυτικές λύσεις, με απώτερο σκοπό την κατανόηση της επίδρασης του εδάφους σε πολλαπλούς γεωεναλλάκτες.

Η διάρθρωση της εργασίας είναι ως εξής :

Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται συζήτηση για τις λεγόμενες *Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας* (Γ.Α.Θ., Geothermal Heat Pumps ). Στο κεφάλαιο αυτό δίνονται η περιγραφή και η αρχή της λειτουργίας τους, οι βασικοί ορισμοί, η ταξινόμησή τους και τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα από τη χρήση τους. Επίσης, συζητείται διεξοδικά το θέμα της απόδοσης τους, και περιγράφονται τα διάφορα είδη συστημάτων αντλιών θερμότητας κλειστού (οριζόντια, κατακόρυφα) και ανοιχτού βρόχου.

Το Κεφάλαιο 3 αφορά κυρίως τη μεταφορά θερμότητας με αγωγή στο υπέδαφος. Ακολουθούν οι παραδοχές και λύσεις των Carslaw – Jaeger, οι παραδοχές των Leonard Ingersoll et al, οι υποθέσεις των Claesson και Eskilson. Γίνεται τέλος, αναφορά στις πραγματικές γεωτρήσεις κλειστού βρόχου.

Στο Κεφάλαιο 4 παρατίθενται τα αριθμητικά αποτελέσματα που εξήχθησαν με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων και γίνεται η σύγκριση τους με τα αποτελέσματα που εξάγονται από τις αναλυτικές λύσεις. Παράλληλα γίνεται συζήτηση για την συμπεριφορά των θερμοκρασιών σε σχέση με την απόσταση  $r$  και τον χρόνο  $t$  στις περιπτώσεις 1) ψύξης σπιτιού – θέρμανσης εδάφους και 2) θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους.

Τα τελικά συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας και κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 5.

---

# Κεφάλαιο 2

---

## Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας

---

### 2.1 Εισαγωγή

Μία ανανεώσιμη πηγή ενέργειας που βρίσκει ολοένα και περισσότερο ενδιαφέρον τον τελευταίο καιρό και εξυπηρετεί την θέρμανση και τον κλιματισμό κτιρίων για διάφορες εφαρμογές, είναι η *Αβαθής Γεωθερμία* (Shallow Geothermal Energy). Πρόκειται για την ενέργεια η οποία λαμβάνεται από μικρό βάθος (συνήθως μικρότερο των 400–500 m) με την βοήθεια εγκατεστημένων συστημάτων τα οποία εκμεταλλεύονται τη θερμότητα των επιφανειακών γεωλογικών σχηματισμών και υδάτων (επιφανειακών και υπογείων) [3]. Κύριο χαρακτηριστικό της αποτελεί το γεγονός ότι είναι διαθέσιμη παντού. Αξιοποιείται εύκολα και η αδειοδότηση της γίνεται με σχετικά εύκολο τρόπο. [3],[5],[8]

Ο τρόπος με τον οποίο μεταφέρεται η θερμότητα από και προς το έδαφος επιτυγχάνεται με τη χρήση των *Γεωθερμικών Αντλιών Θερμότητας* (Γ.Α.Θ., Geothermal Heat Pumps). Η μετάδοση της θερμότητας γίνεται συνήθως με τη βοήθεια ενός συστήματος σωληνώσεων τύπου «U» (γεωεναλλάκτης), μέσα στο οποίο ρέει νερό ή υδατικό διάλυμα. Ένα άλλο σύστημα επίσης, αποτελούν και οι οριζόντιοι γεωεναλλάκτες που τοποθετούνται κοντά στην επιφάνεια του εδάφους. [3],[8]

Η λειτουργία των Γ.Α.Θ. στηρίζεται στο γεγονός ότι απορροφούν ή απορρίπτουν θερμική ενέργεια από ή προς το περιβάλλον αντίστοιχα, ακόμη και σε θερμοκρασίες υπό το μηδέν, με αποτέλεσμα να εξασφαλίζουν θέρμανση ή ψύξη σε κάποιο σπίτι, επιχείρηση κ.α. Πρόκειται για μια τεχνολογία, της οποίας το κόστος λειτουργίας και συντήρησης καθίσταται χαμηλό λόγω της μεγάλης διαθεσιμότητας της. Η προσαρμογή της στις ήδη υπάρχουσες εγκαταστάσεις θέρμανσης εξασφαλίζεται εύκολα. [8]

Είναι σημαντικό, παράλληλα, να τονιστεί το ότι οι Γ.Α.Θ. έχουν υψηλό *Συντελεστή Απόδοσης* (Coefficient Of Performance). Ο συντελεστής αυτός εξαρτάται από μεγέθη όπως η απόλυτη θερμοκρασία. Επίσης, η θερμοκρασιακή σταθερότητα της πηγής και η μέγιστη τιμή του συναντάται σε περιπτώσεις όπου το θερμοκρασιακό φάσμα της πηγής προσεγγίζει την τιμή των 20 °C. Γι' αυτόν τον λόγο μάλιστα, η χρήση των επιφανειακών γεωλογικών σχηματισμών και υδάτων (επιφανειακών και υπογείων), ως πηγή θερμότητας των αντλιών θερμότητας, αποτελεί σταθερότερη και αποδοτικότερη λύση, σε σχέση με τον ατμοσφαιρικό αέρα. [3]

---

Σύμφωνα με τους Lund & Toth (2021), οι Γ.Α.Θ. είναι παγκοσμίως διαδεδομένες και η σημαντικότητα τους επισημαίνεται από το γεγονός πως η εγκατεστημένη ισχύς σε όλον τον κόσμο υπερβαίνει τα 77 GWt. Η ύπαρξη τους σημειώνεται εδώ και δεκαετίες σε χώρες όπως Η.Π.Α, Ρωσία, Κίνα, Σουηδία, Γερμανία και Ελβετία. Χρησιμοποιούνται για πληθώρα εφαρμογών όπως σε σπίτια, κτίρια γραφείων, αθλητικές εγκαταστάσεις, θερμοκήπια κ.α.

## 2.2 Γεωθερμική Ενέργεια και Αντλίες Θερμότητας

Με τον όρο Γεωθερμική Ενέργεια χαρακτηρίζεται ως η ήπια και ανανεώσιμη πηγή θερμικής ενέργειας που προέρχεται από το εσωτερικό της γης και εμπεριέχεται σε φυσικούς ατμούς, σε επιφανειακά ή υπόγεια θερμά νερά και σε θερμά ξηρά πετρώματα. Αποτελεί μια απεριόριστη πηγή ενέργειας και επιτυγχάνεται με διάφορα γεωθερμικά συστήματα ανάλογα με το γεωθερμικό δυναμικό. [5],[8]

Σύμφωνα με την ελληνική νομοθεσία (Εφημερίδα της Κυβερνήσεως της Ελληνικής Δημοκρατίας, Τεύχος Πρώτο, Αρ. Φύλλου 45, Νόμος Υπ'Αριθμ. 4602, Άρθρο 2, 9 Μαρτίου 2019), ως γεωθερμικό δυναμικό (ΓΘΔ) ορίζεται το σύνολο των γηγενών φυσικών θερμών ρευστών, επιφανειακών ή υπογείων, και της θερμότητας των γεωλογικών σχηματισμών, που η θερμοκρασία τους υπερβαίνει τους 30 °C.

Αντίστοιχα ως γεωθερμικό πεδίο χαρακτηρίζεται ο ενιαίος μεταλλευτικός χώρος μέσα στον οποίο έχει εντοπιστεί γεωθερμικό δυναμικό (Εφημερίδα της Κυβερνήσεως της Ελληνικής Δημοκρατίας, Τεύχος Πρώτο, Αρ. Φύλλου 45, Νόμος Υπ'Αριθμ. 4602, Άρθρο 2, 9 Μαρτίου 2019). Τα γεωθερμικά πεδία ταξινομούνται στις εξής κατηγορίες [3] :

1. *Γεωθερμικά πεδία υψηλής ενθαλπίας*, τα οποία αφορούν κυρίως υδροφόρους οριζοντες θερμοκρασίας 150-300 °C σε μικρά σχετικά βάθη.
2. *Γεωθερμικά πεδία μέσης ενθαλπίας*, τα οποία αφορούν κυρίως υδροφόρους οριζοντες θερμοκρασίας 100-150 °C σε μικρά σχετικά βάθη.
3. *Γεωθερμικά πεδία χαμηλής ενθαλπίας*, τα οποία αφορούν κυρίως υδροφόρους οριζοντες θερμοκρασίας 25-100 °C σε μικρά σχετικά βάθη.
4. Υδροφόροι Οριζοντες με θερμοκρασίες μικρότερες των 25 °C
5. Υδροφόροι Οριζοντες με σταθερή θερμοκρασία στους 15 °C ή και μεγαλύτερη, μερικά μέτρα κάτω από την επιφάνεια του εδάφους.
6. *Ψυχρά πεδία (permafrost)*, των οποίων οι θερμοκρασίες κυμαίνονται κάτω από τη μέση περιβαλλοντική τιμή και περιοχές όπου αναπτύσσεται αντίστροφη ροή θερμότητας.

Τα γεωθερμικά πεδία υψηλής, μεσαίας και χαμηλής ενθαλπίας βρίσκουν εφαρμογή μόνο σε συγκεκριμένες γεωθερμικές περιοχές, ενώ η γεωθερμία που αφορά υδροφόρους οριζοντες με θερμοκρασίες μικρότερες των 25 °C, εφαρμόζεται σχεδόν παντού και πρόκειται ουσιαστικά για την αβαθή γεωθερμία. [5],[8]

Τα συστήματα αβαθούς γεωθερμίας αποτελούν την τεχνολογία με την οποία εξασφαλίζεται η θέρμανση και η ψύξη κτιρίων σε διάφορες εφαρμογές (κατοικίες, εμπορικά καταστήματα, βιομηχανικά κτίρια, κ.α.) και η οποία εφαρμόζεται σε μικρά βάθη (συνήθως μικρότερα των 150 m). Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, γεωθερμικές αντλίες θερμότητας μεταφέρουν θερμότητα από και προς το έδαφος μέσω ενός ανοιχτού ή κλειστού συστήματος γεωεναλλακτών. [5],[8]

Ως Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας (Γ.Α.Θ.) θεωρούνται τα ηλεκτροκίνητα (συνήθως) συστήματα που εκμεταλλεύονται τη σταθερή θερμοκρασία του υπεδάφους, για να παρέχουν θέρμανση, ψύξη και ζεστό νερό χρήσης. [3],[8]

Τα πλεονεκτήματα της χρήσης των Γ.Α.Θ. και γενικότερα της αβαθούς γεωθερμίας ως προς έναν ιδιοκτήτη σπιτιού είναι τα εξής [3], [4] :

- Πλήρης ανεξάρτηση από το πετρέλαιο και επομένως οικονομική λειτουργία και σημαντική μείωση εκπομπών CO<sub>2</sub>.
- Χαμηλό κόστος λειτουργίας σε συνδυασμό με υψηλό βαθμό απόδοσης (COP>5).
- Χαμηλότερο κόστος συντήρησης (σχεδόν ανύπαρκτη συντήρηση του εξοπλισμού).
- Μικρή αναγκασιότητα χώρου (δεν απαιτεί δεξαμενή καυσίμων και καμινάδα).
- 100% εξοικονόμηση για ζεστό νερό χρήσης προς κατανάλωση
- Δυνατότητα συνδυασμού με ηλιοθερμικά συστήματα

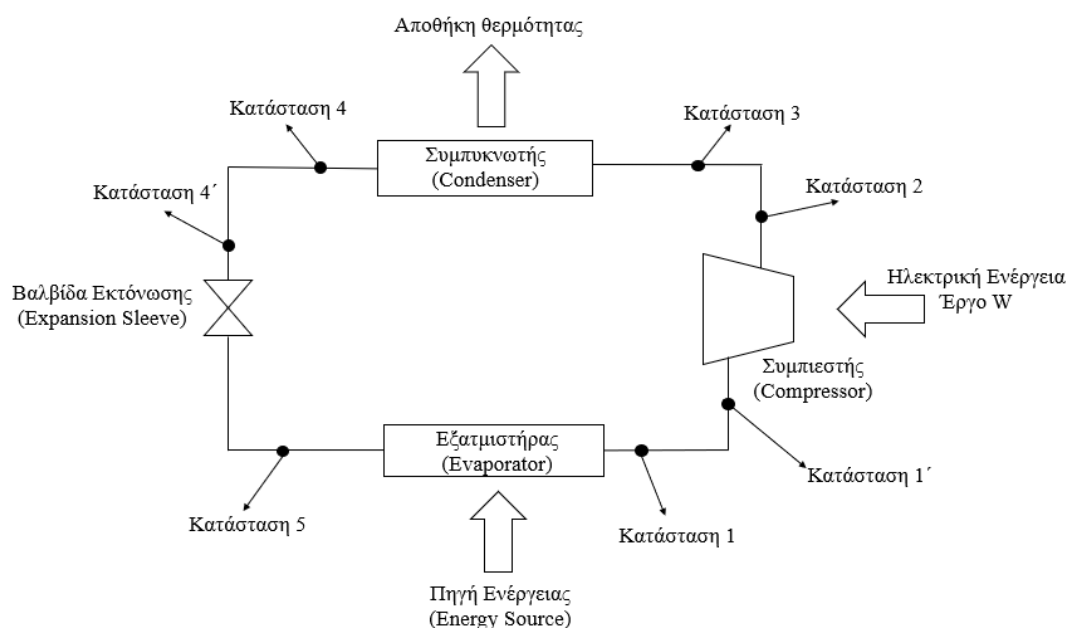
Τα μειονεκτήματα της χρήσης των Γ.Α.Θ. ως προς έναν ιδιοκτήτη σπιτιού είναι τα εξής [3], [4]:

- Το αρχικό κόστος τους είναι υψηλότερο από αυτό των συμβατικών συστημάτων, αλλά αυτό διορθώνεται καθώς η απόσβεση γίνεται σε λίγα χρόνια.
- Για τα συστήματα ανοικτού τύπου απαιτείται παροχή καθαρού νερού, όπως για παράδειγμα από μια γεώτρηση.
- Κατά την ανόρυξη των γεωτρήσεων δημιουργείται λάσπη, η οποία θα πρέπει να ξηραθεί και να απομακρυνθεί από τον χώρο ανέγερσης της οικίας

## 2.3 Αρχές λειτουργίας, βασικά μέρη και συντελεστής απόδοσης ή λειτουργίας των Αντλιών Θερμότητας

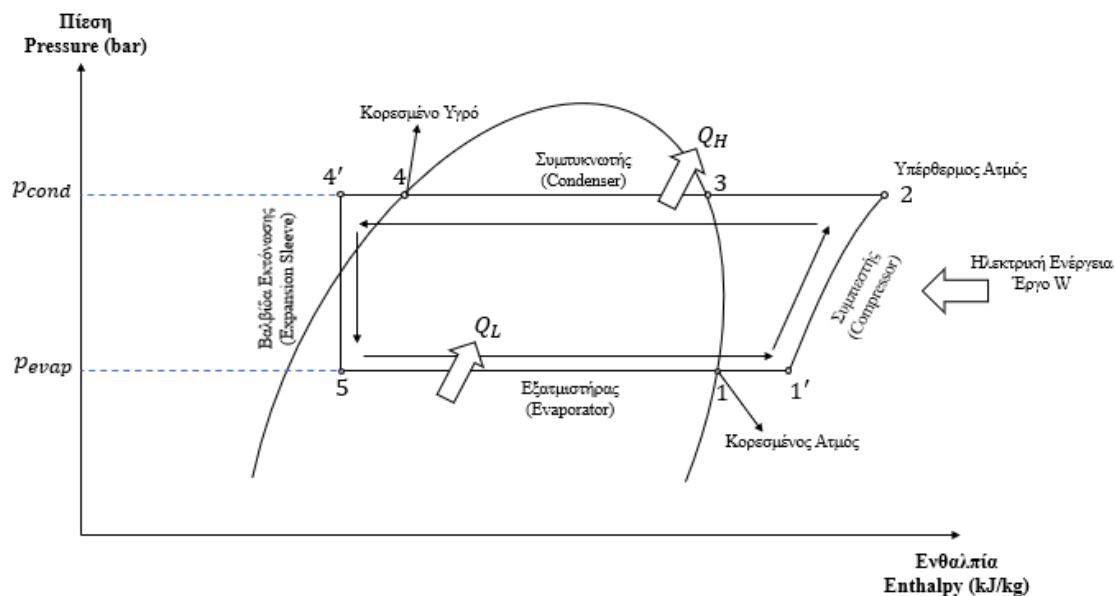
Οι Γ.Α.Θ., όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1, αποτελούνται από τον συμπυκνωτή (condenser), τον εξατμιστήρα (evaporator), τον συμπιεστή (compressor), ο οποίος δουλεύει με τη βοήθεια ηλεκτρικής ενέργειας, τη βαλβίδα εκτόνωσης (expansion valve) καθώς και την πηγή ενέργειας [5].

Ως πηγή ενέργειας για τις Α.Θ. θεωρούνται ο ατμοσφαιρικός αέρας (Αεροθερμικές Αντλίες Θερμότητας), τα νερά (επιφανειακά και υπόγεια ή από λίμνες, ποτάμια, θάλασσα), καθώς και το υπέδαφος και τα πετρώματα (Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας).



Σχήμα 2.1 Γεωθερμική Αντλία Θερμότητας κατά την λειτουργία θέρμανσης.

Στο Σχήμα 2.2 παρουσιάζεται ο θερμοδυναμικός κύκλος του ψυκτικού ρευστού R-407C κατά τη λειτουργία θέρμανσης με αντλία θερμότητας. Η διαδικασία ξεκινάει από την έξοδο του εξατμιστήρα στην οποία το φέρον ρευστό βρίσκεται σε κατάσταση κορεσμένου ατμού (1) και στη συνέχεια εισέρχεται στην περιοχή του υπέρθερμου ατμού (1'). [8],[11]



**Σχήμα 2.2** Διάγραμμα Πίεσης - Ενθαλπίας του ψυκτικού ρευστού R-407C κατά την λειτουργία θέρμανσης.

Μέσω του συμπιεστή, ο οποίος λειτουργεί συνήθως με ηλεκτρικό ρεύμα, ο υπέρθερμος ατμός συμπιέζεται προς μια νέα κατάσταση υπέρθερμου ατμού (2) με υψηλότερη ενθαλπία και θερμοκρασία. Κατά τη διάρκεια αυτής της διαδικασίας (1' – 2), γίνεται η θεώρηση πως η συμπίεση επιτελείται αδιαβατικά και για την επίτευξη της καταναλώνεται μηχανικό έργο, το οποίο στη συνέχεια μετατρέπεται σε θερμότητα. [8],[11]

Ο υπέρθερμος ατμός της κατάστασης (2) στη έξοδο του συμπιεστή γίνεται κορεσμένος ατμός και έτσι εισέρχεται στον συμπυκνωτή (εναλλάκτη θερμότητας), από όπου και η προηγούμενη αποθηκευμένη θερμότητα του υπέρθερμου ατμού μεταφέρεται ανάλογα με την εφαρμογή που απαιτείται κάθε φορά, στο σπίτι, γραφείο, αθλητική εγκατάσταση, κτίριο κ.α. Η διαδικασία αυτή (2 – 3 – 4 – 4') εκτελείται υπό σταθερή πίεση και κατά τη διάρκεια της ο αρχικά υπέρθερμος ατμός (2) γίνεται κορεσμένος ατμός (3), στη συνέχεια μέσω του συμπυκνωτή κορεσμένο υγρό (4) και τέλος υπόψυκτο υγρό (4'). [8],[11]

Το υπόψυκτο υγρό τώρα εισέρχεται μέσα στη βαλβίδα εκτόνωσης, η οποία το εκτονώνει και έτσι οδηγείται προς μία νέα κατάσταση (5) χαμηλότερης πίεσης και θερμοκρασίας. [8],[11]

Τέλος το φέρον ρευστό της κατάστασης (5) εισέρχεται στον εξατμιστήρα (εναλλάκτη θερμότητας), στον οποίον γίνεται η απορρόφηση της θερμικής ενέργειας από την πηγή θερμότητας. Το αποτέλεσμα είναι να εξέλθει από αυτόν με μορφή κορεσμένου ατμού (1) και έτσι να ξανά ξεκινήσει από την αρχή την ίδια πορεία. [8],[11]

Στη λειτουργία ψύξης, ακολουθείται η αντίστροφη πορεία, κατά την οποία πλέον τη θέση της πηγής θερμότητας την έχει ο χώρος που είναι επιθυμητό να ψυχθεί, από τον οποίον απορροφάται θερμότητα.

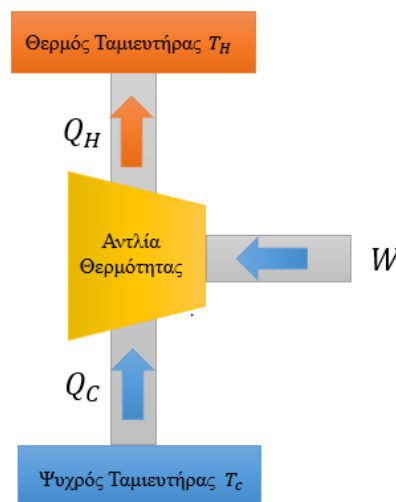
Στη συνέχεια με τη βοήθεια του συστήματος της Γ.Α.Θ. η θερμότητα απορρίπτεται στο υπέδαφος το οποίο έχει τώρα τη θέση της αποθήκης θερμότητας. Η αντίστροφη αυτή πορεία επιτυγχάνεται μέσω μιας βαλβίδας αντιστροφής (τετράοδη βάνα), η οποία αναστρέφει τη ροή του φέροντος ρευστού προς την αντίθετη πορεία. [5],[8],[11]

Η λειτουργία των Α.Θ. στηρίζεται στο γεγονός, πως είναι ικανές να μεταφέρουν θερμότητα από ένα μέσο με χαμηλή θερμοκρασία σε ένα μέσο με υψηλότερη θερμοκρασία. Από ενεργειακό ισοζύγιο, αγνοώντας τυχόν απώλειες λόγω τριβών στο σύστημα για αυτήν τη διαδικασία (1<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό Αξίωμα), προκύπτει η Εξ. 2.1 (Σχήμα 2.3) [11]:

$$Q_H = Q_C + W \quad (2.1)$$

Ενώ ως συντελεστής απόδοσης ή λειτουργίας μιας αντλίας θερμότητας χαρακτηρίζεται η αναλογία μεταξύ της ενέργειας που προσφέρει το σύστημα προς την ενέργεια που καταναλώνει [11]. Στην περίπτωση όπου η αντλία θερμότητας συμπεριφέρεται ως θερμική μηχανή ο συντελεστής αυτός είναι:

$$\begin{aligned} \text{COP}_{\text{heating}} &= \frac{Q_H}{W} \\ \text{COP}_{\text{heating}} &= \frac{Q_H}{Q_H - Q_C} \end{aligned} \quad (2.2)$$



Σχήμα 2.3 Γενική αρχή της αντλίας θερμότητας.

Στην ιδανική περίπτωση μάλιστα της θερμικής αντλίας θερμότητας Carnot, ο συντελεστής απόδοσης μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$\text{COP}_{\text{heating}} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_C} \approx \frac{T_H}{T_H - T_C} \quad (2.3)$$

Από την Εξ. 2.3, γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής είναι πάντα μεγαλύτερος από τη μονάδα. Όσο μικρότερη επίσης είναι η διαφορά  $T_H - T_C$ , τόσο μεγαλύτερος είναι και ο συντελεστής απόδοσης. [11]



Όταν από την άλλη πλευρά, η Α.Θ. λειτουργεί ως ψυκτική μηχανή ώστε να καλύψει τις επιθυμητές ψυκτικές ανάγκες, η ενέργεια που θα προσφέρει το σύστημα σε αυτήν την περίπτωση θα είναι το  $Q_c$  [11]. Επομένως ο συντελεστής απόδοσης ή λειτουργίας σε αυτήν την περίπτωση θα είναι :

$$\begin{aligned} \text{COP}_{\text{cooling}} &= \frac{Q_c}{W} \\ \text{COP}_{\text{cooling}} &= \frac{Q_c}{Q_H - Q_c} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Στην ιδανική περίπτωση μάλιστα της ψυκτικής αντλίας θερμότητας Carnot ο συντελεστής απόδοσης ή λειτουργίας μπορεί να θεωρηθεί ως εξής :

$$\text{COP}_{\text{cooling}} = \frac{Q_c}{Q_H - Q_c} \approx \frac{T_C}{T_H - T_C} \quad (2.5)$$

Από την Εξ. 2.5 αξίζει να τονιστεί πως, όσο μικρότερη είναι η διαφορά  $T_H - T_C$  μεταξύ του κλιματιζόμενου και του εξωτερικού χώρου, τόσο μεγαλύτερος είναι και ο συντελεστής απόδοσης. [11]

Σε κάθε περίπτωση βέβαια ισχύει η σχέση :

$$\text{COP}_{\text{heating}} = \text{COP}_{\text{cooling}} - 1 \quad (2.6)$$

## 2.4 Ταξινόμηση και σύγκριση των Α.Θ

Οι Α.Θ ταξινομούνται ανάλογα με την πηγή ενέργειας που εκμεταλλεύονται σε δύο κατηγορίες. [3],[4],[5],[8]

*Αεροθερμικές Αντλίες Θερμότητας* (Α.Α.Θ., Air Source Heat Pumps), οι οποίες αξιοποιούν τον ατμοσφαιρικό αέρα ως πηγή ενέργειας. Η αξιοποίηση του γίνεται στον εξατμιστήρα. Παράλληλα το φέρον ρευστό του δικτύου διερχόμενο από τον συμπυκνωτή, όπου γίνεται απορρόφηση ή απόρριψη θερμότητας, μπορεί να είναι νερό (Α.Θ. Αέρα – Νερού) ή πάλι αέρας (Α.Θ. Αέρα – Αέρα).

*Αντλίες Θερμότητας Νερού* (Α.Θ.Ν., Water Source Heat Pumps), οι οποίες αξιοποιούν το νερό που βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, των λιμνών, των ποταμιών, της θάλασσας καθώς και των υπόγειων υδάτων, ως πηγή ενέργειας. Η αξιοποίηση του γίνεται στον εξατμιστήρα. Αν η μεταφορά της θερμικής ενέργειας αυτού του νερού γίνεται με νερό που κυκλοφορεί εντός του δικτύου σωληνώσεων τότε η Α.Θ. ονομάζεται Α.Θ. Νερού – Νερού, ενώ αν η μεταφορά αυτή γίνεται με αέρα εντός του δικτύου σωληνώσεων τότε η Α.Θ. ονομάζεται Α.Θ. Νερού – Αέρα. Αυτές οι Α.Θ. είναι ουσιαστικά και οι Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας (Γ.Α.Θ.)

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα των Γ.Α.Θ. σε βάρος των Α.Α.Θ. είναι :

- Η αποτελεσματικότερη εξοικονόμηση ενέργειας κατά τη χρήση τους
- Καλύτερη αντοχή στο πέρασμα του χρόνου με αποτέλεσμα να έχουν μεγαλύτερη διάρκεια ζωής
- Γίνεται λιγότερη χρήση λιγότερου ψυκτικού σε αυτές
- Υψηλότερος συντελεστής απόδοσης ή λειτουργίας ο οποίος προκύπτει με συνδυασμό των Γ.Α.Θ. με κατάλληλα συστήματα διανομής θερμότητας, των οποίων η λειτουργία γίνεται σε

χαμηλές θερμοκρασίες. Τέτοια παραδείγματα είναι τα συστήματα ενδοδαπέδιας θέρμανσης και εναλλάκτες θερμότητας με ανεμιστήρα.

Τα κυριότερα μειονεκτήματα των Γ.Α.Θ. είναι :

- Στην αρχή της εγκατάστασης το κόστος που απαιτείται είναι πολύ υψηλότερο
- Δεν υπάρχουν αρκετά άτομα με εμπειρία πάνω στο αντικείμενο των Γ.Α.Θ. με αποτέλεσμα η σχεδίαση και μοντελοποίηση τους να βρίσκεται ακόμη σε πρωταρχικά στάδια.

## 2.5 Ταξινόμηση των συστημάτων Γ.Α.Θ.

Τα συστήματα Γ.Α.Θ. μπορούν να ταξινομηθούν σύμφωνα με τις παρακάτω κατηγορίες :

1. Συστήματα Κλειστού Βρόχου (closed loop)
2. Συστήματα Ανοιχτού Βρόχου (open loop)
3. Υβριδικά Συστήματα

Συγκεκριμένα τα Συστήματα Κλειστού Βρόχου ταξινομούνται με τη σειρά τους σε :

- a) Κατακόρυφα Συστήματα
- b) Οριζόντια Συστήματα

### 2.5.1 Συστήματα Κλειστού Βρόχου

Τα Συστήματα Κλειστού Βρόχου αποτελούνται από ένα κλειστό κύκλωμα – δίκτυο, μέσα στο οποίο κυκλοφορεί το φέρον ρευστό, το οποίο μεταφέρει θερμική ενέργεια και αποτελείται κυρίως από νερό ή διάλυμα νερού – προπιλενογλυκόλης (σε περιεκτικότητα 10 – 25 %). Το κύκλωμα αυτό αποτελεί τον γεωεναλλάκτη ο οποίος αξιοποιεί το θερμικό δυναμικό του εδάφους.

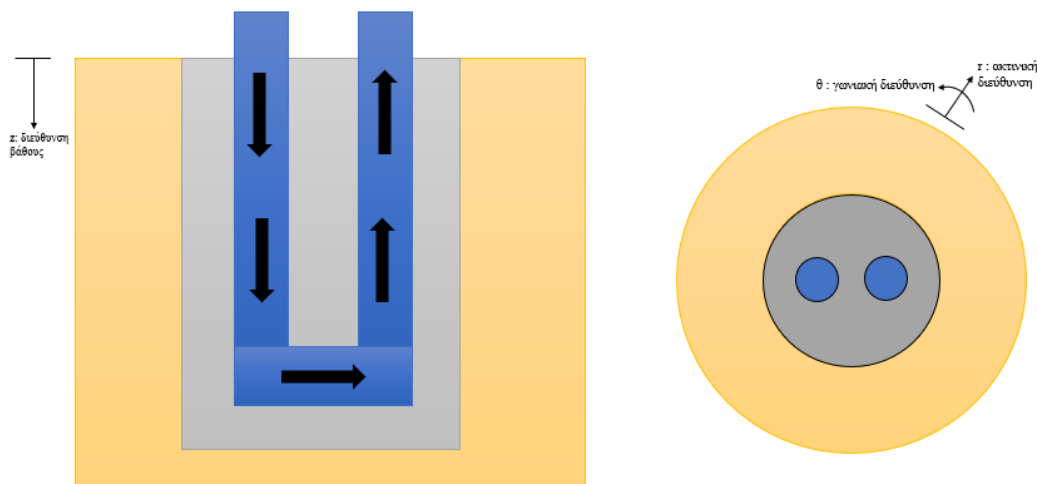
#### 2.5.1.1 Κατακόρυφα Συστήματα

Ως κατακόρυφα ή κάθετη διάταξης συστήματα κλειστού βρόχου θεωρούνται τα συστήματα των οποίων η διάταξη είναι κάθετη ως προς την επιφάνεια της Γης. Τα συστήματα αυτά αποτελούνται από ένα ή και περισσότερα ζεύγη σωληνώσεων μικρής διαμέτρου, συνήθως από πολυαιθυλένιο υψηλής πυκνότητας. Οι σωληνώσεις μπορούν να τοποθετηθούν σε μια ή σε περισσότερες γεωτρήσεις. Στη συνέχεια το εσωτερικό των γεωτρήσεων πληρώνεται με ρευστοκονίαμα το οποίο αποτελείται συνήθως από μίγμα μπεντονίτη – άμμου ή μπεντονίτη – γραφίτη με υψηλό συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας έτσι ώστε να γίνεται αποτελεσματικότερη μεταφορά θερμότητας. Τα ζεύγη των σωληνώσεων συνενώνονται στο κατώτερο τμήμα τους με θερμοκόλληση σχηματίζοντας αγωγό σχήματος “U”. Το βάθος των γεωτρήσεων συνήθως κυμαίνεται από 80 m έως 120 m.

Τα είδη κατακόρυφου γεωεναλλάκτη ποικίλουν ως εξής [3]:

##### a) Διάταξη μονού αγωγού σχήματος “U”

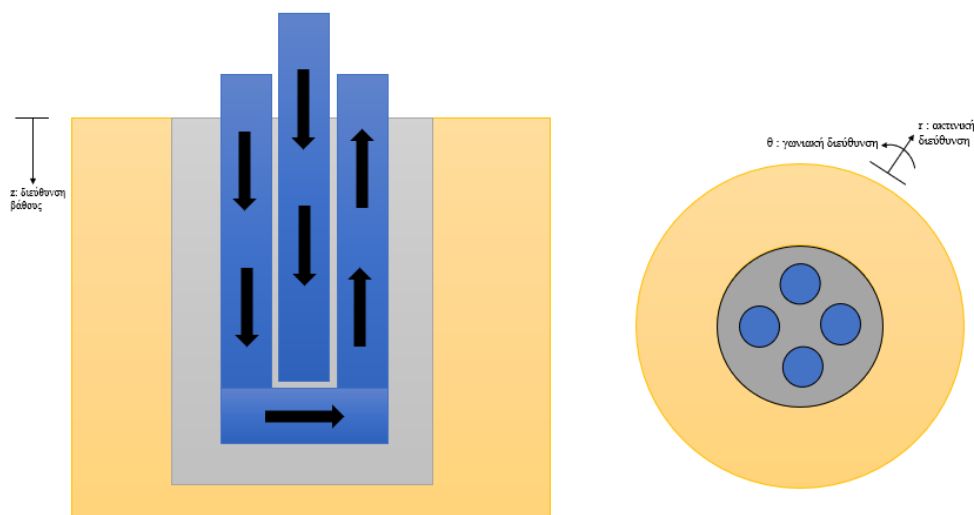
Χαρακτηρίζεται από απλότητα σχεδιασμού και από μικρότερη ικανότητα μεταφοράς θερμότητας σε σχέση με το διπλό “U” (σε στρωτή ροή). Σκαρίφημα και η διατομή του γεωεναλλάκτη απεικονίζονται στο Σχήμα 2.4.



**Σχήμα 2.4** Σχηματική απεικόνιση ενός συστήματος γεωεναλλάκτη διάταξης μονού αγωγού σχήματος "U" (αριστερά). Κάτοψη του ίδιου γεωεναλλάκτη σε ένα τυχαίο βάθος (δεξιά).

**β) Διάταξη διπλού αγωγού σχήματος "U"**

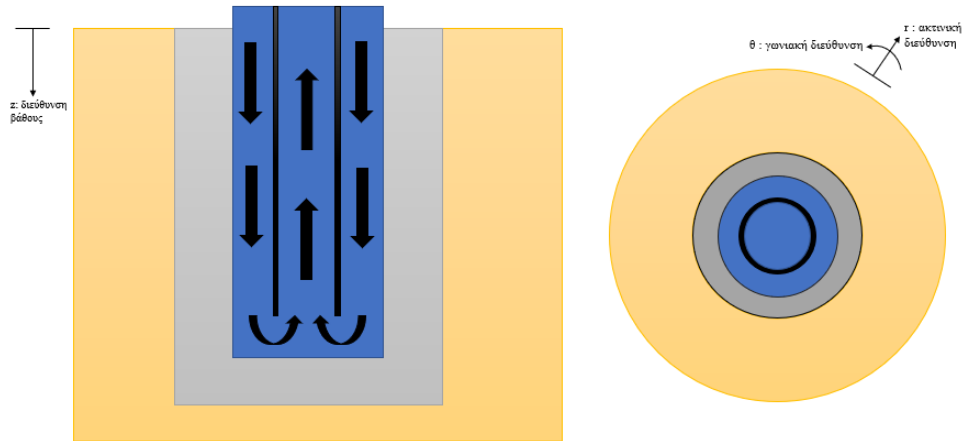
Πρόκειται ουσιαστικά για δύο γεωεναλλάκτες μονού "U" (Σχήμα 2.5). Αυτό το είδος κατακόρυφου γεωεναλλάκτη συνδυάζει μεγαλύτερη επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας με μικρότερη θερμική αντίσταση. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι πιο σημαντικές παράμετροι που επηρεάζουν τη θερμική αντίσταση της γεώτρησης είναι το υλικό του σωλήνα, ο αριθμός των σωλήνων, η θέση του σωλήνα, η θερμική αγωγιμότητα του υλικού πλήρωσης καθώς και η παροχή του ρευστού.



**Σχήμα 2.5** Σχηματική απεικόνιση ενός συστήματος γεωεναλλακτών διάταξης διπλού αγωγού σχήματος "U" (αριστερά). Κάτοψη του ίδιου συστήματος γεωεναλλακτών σε ένα τυχαίο βάθος (δεξιά).

### ε) Ομοαξονικός αγωγός

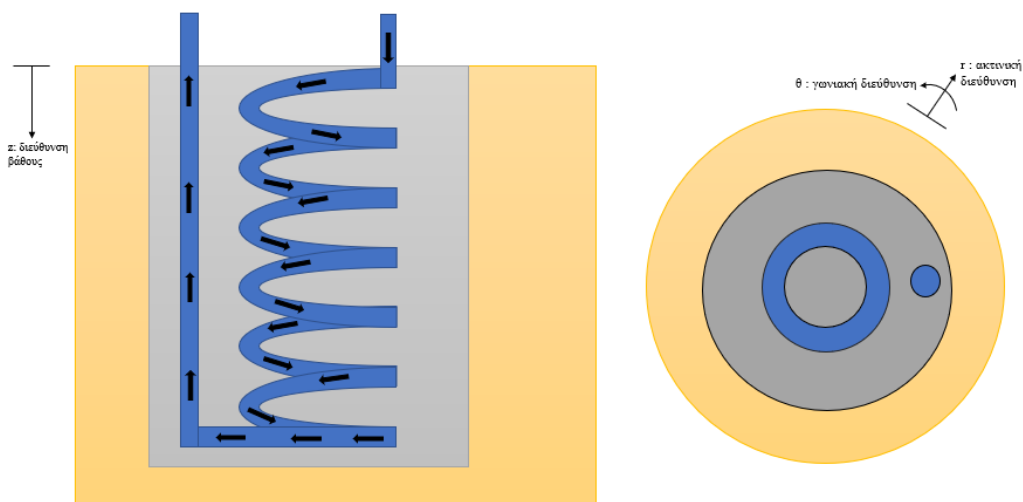
Πρόκειται για την κατακόρυφη διάταξη στην οποία ένας εσωτερικός σωλήνας βρίσκεται μέσα σε έναν εξωτερικό σωλήνα, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.6. Σε αυτήν την περίπτωση πραγματοποιείται ανταλλαγή θερμότητας μεταξύ της εισερχόμενης ροής προς τα κάτω και της ανερχόμενης ροής προς το πάνω.



**Σχήμα 2.6** Σχηματική απεικόνιση ενός συστήματος ομοαξονικού γεωναλλάκτη (αριστερά). Κάτοψη του ίδιου συστήματος γεωναλλάκτη σε ένα τυχαίο βάθος (δεξιά).

### δ) Σπειροειδής αγωγός

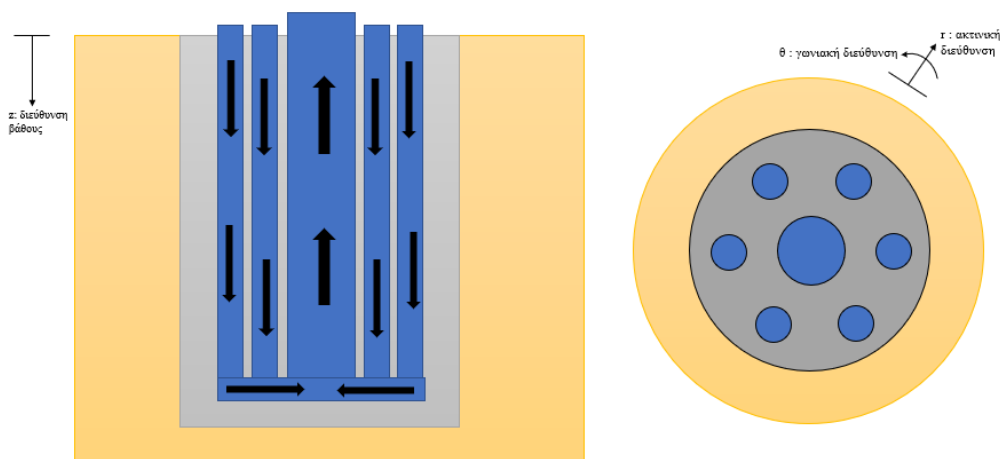
Πρόκειται για μια κατακόρυφη διάταξη διαφορετική από τις υπόλοιπες, καθώς κύριο χαρακτηριστικό της είναι το σπειροειδές σχήμα και η σπειροειδής πορεία του φέροντος ρευστού κατά μήκος της (Σχήμα 2.7). Χαρακτηρίζεται από μεγάλη επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας.



**Σχήμα 2.7** Σχηματική απεικόνιση ενός συστήματος σπειροειδούς γεωναλλάκτη (αριστερά). Κάτοψη του ίδιου συστήματος γεωναλλάκτη σε ένα τυχαίο βάθος (δεξιά).

### ε) Ακτινική κατανομή αγωγών

Πρόκειται για μία κάθετη διάταξη κατά την οποία διατάσσονται ακτινικά οι σωλήνες από τους οποίους περνάει η εισερχόμενη ροή (Σχήμα 2.8). Οι σωλήνες αυτοί στη συνέχεια μόλις φθάσουν στο χαμηλότερο βάθος συνδέονται όλοι μεταξύ τους σε έναν κεντρικό σωλήνα, μέσα στον οποίον πλέον διέρχεται η ανερχόμενη ροή.



**Σχήμα 2.8** Σχηματική απεικόνιση ενός συστήματος γεωναλλακτών οι οποίοι διατάσσονται ακτινικά και καταλήγουν σε έναν κεντρικό σωλήνα από τον οποίο διέρχεται η ανερχόμενη ροή (αριστερά). Κάτοψη του ίδιου συστήματος γεωναλλακτών σε ένα τυχαίο βάθος (δεξιά).

### 2.5.1.2 Οριζόντια Συστήματα

Ως οριζόντια συστήματα κλειστού βρόχου, ονομάζονται τα συστήματα στα οποία οι σωλήνες – γεωναλλάκτες εφαρμόζονται στο έδαφος σε οριζόντια διάταξη. Το βάθος κυμαίνεται μεταξύ 0,5 m έως και 2 m, ανάλογα με τις κλιματολογικές και γεωλογικές συνθήκες της περιοχής που εγκαθιστώντας. Το υλικό των σωληνώσεων συνήθως είναι HDPE και η εγκατάστασή τους μπορεί να πραγματοποιηθεί με εκοκαφή με μορφή ορυγμάτων ή έπειτα από ολική απομάκρυνση του εδάφους. Οι τρόποι μάλιστα, με τους οποίους μπορεί να διαστρωθεί ένας οριζόντιος γεωναλλάκτης φαίνονται στο Σχήμα 2.9.



**Σχήμα 2.9** Τρόποι διάστρωσης οριζόντιου γεωναλλάκτη.

### 2.5.1.3 Σύγκριση μεταξύ Κατακόρυφων – Οριζόντιων Συστημάτων Κλειστού Βρόχου

Στον Πίνακα 2.1 γίνεται η σύγκριση μεταξύ κατακόρυφων και οριζόντιων συστημάτων κλειστού βρόχου. [3],[4]

Πίνακας 2.1 : Σύγκριση μεταξύ κατακόρυφων και οριζόντιων συστημάτων κλειστού βρόχου

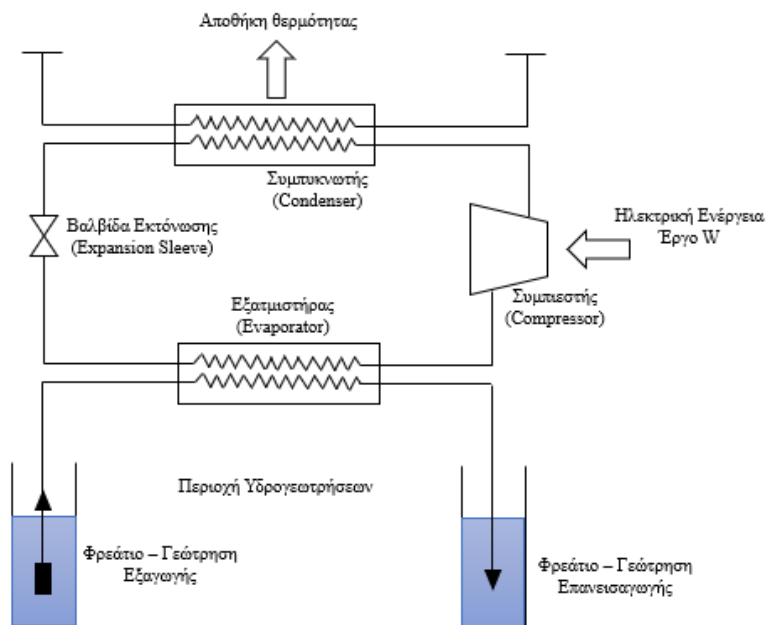
Κατακόρυφα Συστήματα	Οριζόντια Συστήματα
<b>Πλεονεκτήματα</b>	<b>Πλεονεκτήματα</b>
Η εγκατάσταση τους δεν απαιτεί μεγάλο χώρο σε σχέση με τα οριζόντια συστήματα	Δεν χρειάζεται να είναι κάποιος εξειδικευμένος, ώστε να εγκαταστήσει οριζόντια συστήματα κλειστού βρόχου
Η απόδοση τους είναι υψηλότερη από τα οριζόντια συστήματα	Η αβεβαιότητα ως προς τη λειτουργία του συστήματος στην περίπτωση αυτή είναι μικρή
	Μικρότερο αρχικό κόστος επένδυσης σε σχέση με τα κατακόρυφα συστήματα
<b>Μειονεκτήματα</b>	<b>Μειονεκτήματα</b>
Για την εγκατάσταση τους χρειάζεται αρχικά να γίνει γεώτρηση που απαιτεί επιπρόσθετη δαπάνη	Απαιτείται μεγάλος χώρος για την εγκατάσταση τους
	Η εκμετάλλευση του ενεργειακού δυναμικού καθίσταται χαμηλή
	Λόγω της εποχιακής διακύμανσης της υπεδάφιας θερμοκρασίας σε μικρό βάθος προκύπτει μειωμένος βαθμός απόδοσης

### 2.5.2 Συστήματα Ανοιχτού Βρόχου

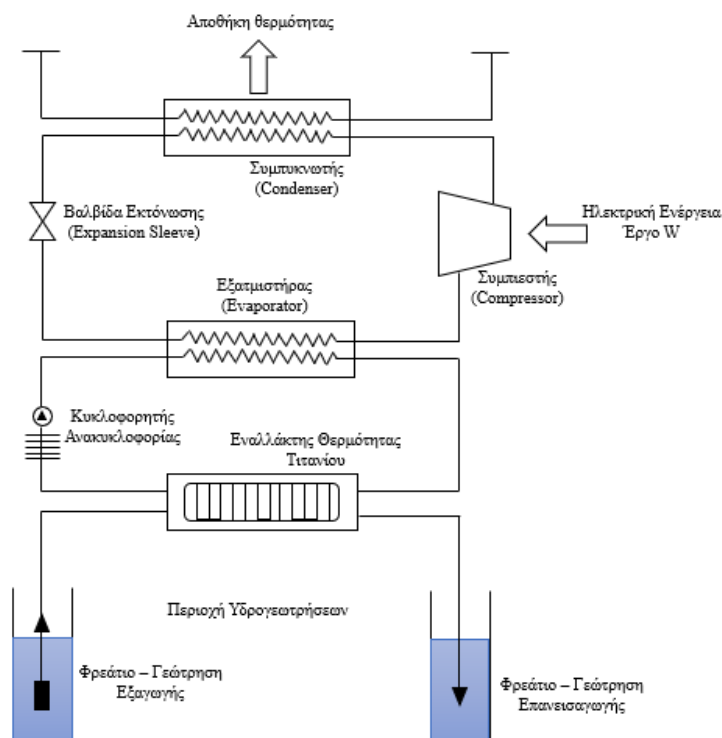
Ως συστήματα ανοιχτού βρόχου θεωρούνται τα συστήματα που χρησιμοποιούν τα υπάρχοντα υπόγεια ύδατα ή τα ύδατα από λίμνες, ποτάμια, θάλασσα κ.α. ως μέσον άμεσης μεταφοράς θερμότητας. Κύρια συστατικά τους είναι τα φρέατα εξαγωγής και φρέατα επανεισαγωγής ή επιφανειακά ύδατα που χρησιμοποιούν. Στα φρέατα εξαγωγής πραγματοποιείται η άντληση των υδάτων τα οποία στη συνέχεια οδηγούνται ξανά πίσω στη Γη. Αυτό που τίθεται ιδιαίτερης προσοχής στην περίπτωση των συστημάτων ανοιχτού βρόχου είναι η ποιότητα του νερού. Συγκεκριμένα η παράμετρος αυτή χρήζει ιδιαίτερης σημασίας για το γεγονός ότι ο εναλλάκτης θερμότητας μεταξύ του ψυκτικού και του υπόγειου ύδατος μπορεί να σαπίσει, να σκουριάσει ή να μπλοκάρει. Επίσης είναι σημαντικό να υπάρχει και επαρκής ποσότητα ύδατος. [3],[5],[8]

Γενικά η μελέτη και ο σχεδιασμός τους είναι εύκολος, το κόστος αρχικής εγκατάστασης χαμηλό και τα έξοδα λειτουργίας δύναται να είναι σχετικά χαμηλά, εφόσον το νερό αντλείται ήδη για άλλους λόγους όπως π.χ. την άρδευση.

Η τυπική διάταξη τους μπορεί να είναι δύο ειδών: (α) με την άμεση διέλευση του υγρού από τον εξατμιστήρα της αντλίας θερμότητας (Σχήμα 2.10) και (β) με την παρουσία εναλλάκτη θερμότητας (Σχήμα 2.11). [3]



Σχήμα 2.10 Κανονική - απλή διάταξη συστημάτων ανοιχτού βρόχου (open loop systems).



Σχήμα 2.11 Διάταξη συστημάτων ανοιχτού βρόχου με βρόχο ανακυκλοφορίας (open loop systems with recirculation loop).

Τα απλά συστήματα ανοιχτού βρόχου σε σχέση με τα αντίστοιχα που αποτελούνται από βρόχο ανακυκλοφορίας διαφέρουν ως εξής :

- έχουν υψηλότερο βαθμό απόδοσης στις Γ.Α.Θ. λόγω της υψηλότερης θερμοκρασίας της πηγής
- έχουν υψηλότερη συντήρηση εξοπλισμού
- έχουν χαμηλότερο αρχικής εγκατάστασης

Γενικά τα ανοιχτά συστήματα πλεονεκτούν στο γεγονός, πως για την αρχική τους κατασκευή απαιτείται χαμηλό κόστος καθώς και ότι υπάρχει σταθερότητα στη θερμοκρασία του νερού όλον τον χρόνο η μικρή διακύμανση σε σχέση με τον αέρα. [5],[8]

Από την άλλη πλευρά υστερούν στο γεγονός, ότι πλέον σημαντικό ρόλο παίζει η ποιότητα του νερού. Σε περίπτωση κακής ποιότητας παρατηρείται διάβρωση και σχηματισμός επικαθίσεων που είναι ανεπιθύμητες. [5]

## 2.6 Κατανομή της θερμοκρασίας στο υπέδαφος

Το υπέδαφος χαρακτηρίζεται από μία σειρά από εδαφικούς και βραχώδεις σχηματισμούς, οι οποίοι δυσχεραίνουν την προσέγγιση και τον προσδιορισμό της συμπεριφοράς του. Η μέση συμπεριφορά ενός τέτοιου σχηματισμού, επομένως, επηρεάζεται από διάφορες παραμέτρους καθιστώντας έτσι τη μελέτη της θερμικής ροής μέσα σε αυτό δυσχερή. Το πρόβλημα αυτό γίνεται παράλληλα ακόμη πιο περιπλοκό αν θεωρηθεί ότι η παρουσία υδροφόρου ορίζοντα μεταβάλλεται σε σημαντικό βαθμό από τη θερμοκρασία που αναπτύσσεται. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι ιδιότητες να μεταβάλλονται και στον χρόνο. [3],[4],[5],[8]

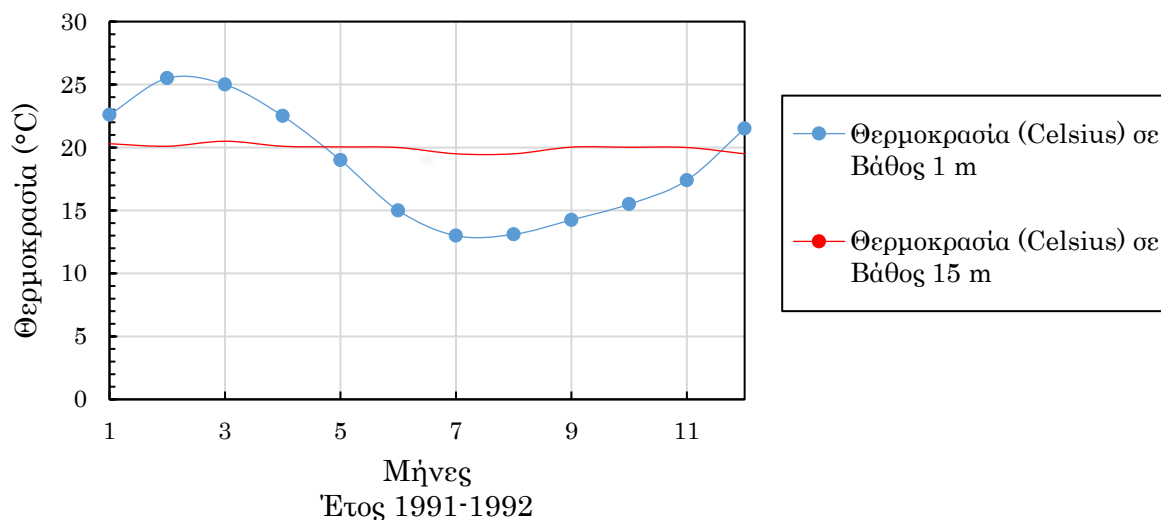
Επειδή οι ακριβής λύση ενός τέτοιου προβλήματος ήταν σχετικά δύσκολο να βρεθεί, πολλοί επιστήμονες προσπάθησαν να βρουν τρόπους επίλυσης οι οποίοι θα μπορούσαν να προσεγγίσουν το επιθυμητό αποτέλεσμα ως προς τις αναπτυσσόμενες θερμοκρασίες συναρτήσει του βάθους και του χρόνου. Μία λοιπόν τέτοια ευρετική λύση προτάθηκε από τους Kusuda και Achenbach (1965). Συγκεκριμένα :

$$T = T_{\text{mean}} - T_{\text{amp}} \cdot e^{\left(-\text{Depth} \sqrt{\frac{\pi}{365 \cdot a}}\right)} \cdot \cos \left\{ \frac{2\pi}{365} \left[ t_{\text{now}} - t_{\text{shift}} - \frac{\text{Depth}}{2} \cdot \sqrt{\frac{365}{\pi \cdot a}} \right] \right\} \quad (2.7)$$

Όπου,  $T$  η θερμοκρασία του υπεδάφους [K],  $T_{\text{mean}}$  η μέση θερμοκρασία στην επιφάνεια [K],  $T_{\text{amp}}$  η διαφορά μεταξύ μέγιστης και ελάχιστης θερμοκρασίας στην επιφάνεια του εδάφους κατά τη διάρκεια του έτους [K],  $\text{Depth}$  το βάθος κάτω από την επιφάνεια [m],  $t_{\text{now}}$  η τρέχουσα χρονική στιγμή [ημέρα] κατά την οποία εφαρμόζεται η σχέση,  $t_{\text{shift}}$  η ημέρα με την ελάχιστη θερμοκρασία στην επιφάνεια του εδάφους,  $a$  η θερμική διαχυτότητα  $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$ .

Μετρήσεις της θερμοκρασίας του εδάφους σε βάθη 1 m και 15 m για τα έτη 1991-1992 φαίνονται στο Σχήμα 2.12. Τονίζεται πως οι μετρήσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν στο Κορωπί Αττικής σύμφωνα με τους Βραχόπουλος και Παπαγεωργάκης (1998) [8].





**Σχήμα 2.12** Κατανομή μετρήσεων θερμοκρασίας εδάφους για βάθη 1 m και 15 m κατά την διάρκεια του έτους στο Κορωπί Αττικής.

Οι τιμές θερμικών και φυσικών ιδιοτήτων διαφόρων τύπων εδαφών φαίνονται στον Πίνακα 2.2.

**Πίνακας 2.2** Τιμές θερμικών και φυσικών ιδιοτήτων διαφόρων τύπων εδαφών. Τα μετεωρολογικά δεδομένα ανήκουν στην ΕΜΥ για την περιοχή του Αγχιάλου.

Τύπος Εδάφους	$k \left[ \frac{W}{m \cdot K} \right]$	$\rho \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$	$c \left[ \frac{kJ}{kg \cdot K} \right]$	$T_{max} [^{\circ}C]$	$T_{min} [^{\circ}C]$	$T_{amp} [^{\circ}C]$	$T_{shift} [^{\circ}C]$
Έδαφος 1	2.4	1800	0.93	32.5	2.8	17.5	27
Έδαφος 2	1.6	1800	0.93				
Έδαφος 3	3.6	1800	0.93				

Οι τιμές της μεταβλητής  $t_{now}$  στην Εξ. 2.7 φαίνονται στον Πίνακα 2.3.

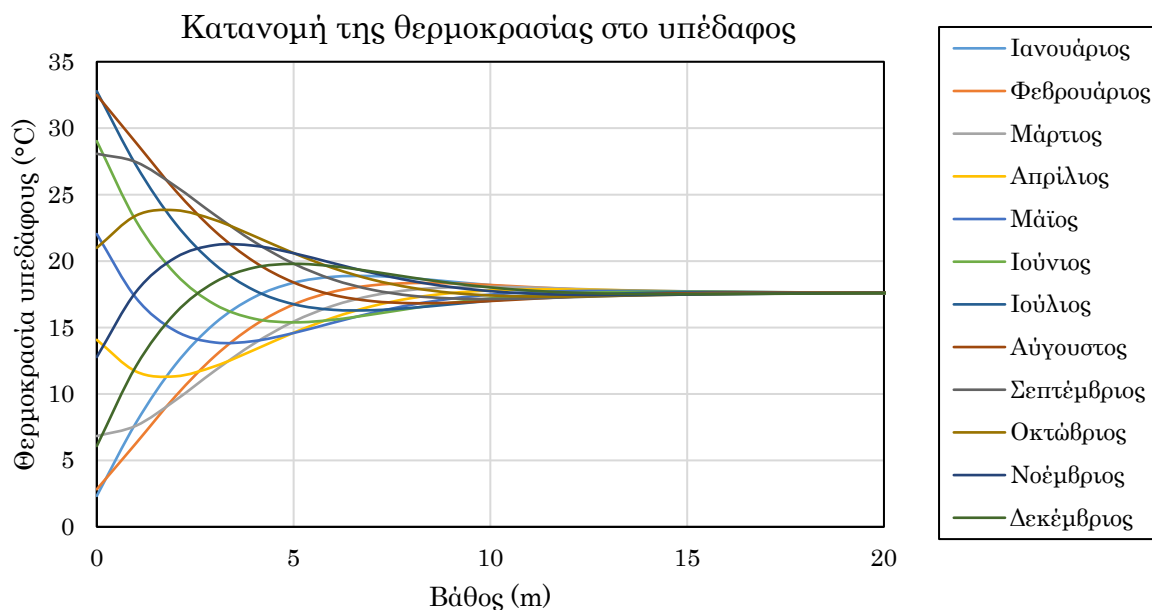
**Πίνακας 2.3** Η τρέχουσα χρονική στιγμή [days], η οποία αναφέρεται για το μέσο (50%) της διάρκειας του κάθε μήνα.

Μήνες	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
$t_{now} [days]$	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349

Με εφαρμογή της εξίσωσης των Kusuda και Achenbach (1965) για τις τιμές θερμικών και φυσικών ιδιοτήτων καθώς και μετεωρολογικών δεδομένων των Πινάκων 2.2 και 2.3 προκύπτει το Σχήμα 2.13.

Στο Σχήμα 2.13 αναπαρίσταται η κατανομή της θερμοκρασίας σε σχέση με το βάθος για κάθε μήνα κατά τη διάρκεια ενός έτους και σύμφωνα με τον Φραγκογιάννη (2011), αναφέρεται στο Έδαφος 2 του Πίνακα 2.2. Η τρέχουσα χρονική στιγμή αναφέρεται στο μέσον της διάρκειας του κάθε μήνα. Η κατανομή της θερμοκρασίας όπως γίνεται εμφανές, παρουσιάζει μια σχετική μεταβολή στην τιμή της έως ότου φθάσει σε ένα βάθος περίπου 12 m στο οποίο και σταθεροποιείται.

### Kusuda - Achenbach (1965)



**Σχήμα 2.13** Κατανομή θερμοκρασίας  $T(z)$  συναρτήσει με το βάθος  $z$  για κάθε μήνα κατά την περίοδο ενός έτους.

## 2.7 Συμπεράσματα

Οι Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας (Γ.Α.Θ.), όπως παρουσιάστηκε σε αυτό το Κεφάλαιο, είναι ηλεκτροκίνητα συστήματα, που εκμεταλλεύονται τη σταθερή θερμοκρασία του υπεδάφους, για να παρέχουν θέρμανση, ψύξη και ζεστό νερό χρήσης. Ταξινομούνται σε α) Συστήματα Κλειστού Βρόχου, β) Συστήματα Ανοιχτού Βρόχου και γ) Υβριδικά Συστήματα. [3],[5],[8]

Τα Συστήματα Κλειστού Βρόχου διακρίνονται σε α) κατακόρυφα ή β) οριζόντια. Τα Συστήματα Ανοιχτού Βρόχου διακρίνονται ως προς τη διάταξη τους σε α) συστήματα με κανονική – απλή διάταξη και β) σε διάταξη με βρόχο ανακυκλοφορίας. [3]

Ο τρόπος με τον οποίο μεταφέρεται η θερμότητα από και προς το έδαφος επιτυγχάνεται με τη χρήση αυτών των συστημάτων. Η μετάδοση της θερμότητας γίνεται ταυτόχρονα με τη βοήθεια ενός δικτύου σωληνώσεων (γεωεναλλακτών) μέσα στο οποίο ρέει νερό ή υδατικό διάλυμα. Ειδικά στα πλαίσια αυτής της εργασίας, μέσω ενός κατακόρυφου συστήματος γεωεναλλακτική κλειστού βρόχου τύπου U. [5]

Τέλος η κατανομή της θερμοκρασίας στο υπέδαφος, σύμφωνα με τους Kusuda και Achenbach (1965), τείνει να γίνει όλο και περισσότερο σταθερή όσο αυξάνεται το βάθος σε μία περίοδο ενός έτους.



# Κεφάλαιο 3

---

## Μεταφορά θερμότητας από και προς έναν κατακόρυφο γεωεναλλάκτη

---

### 3.1 Μεταφορά θερμότητας με αγωγή

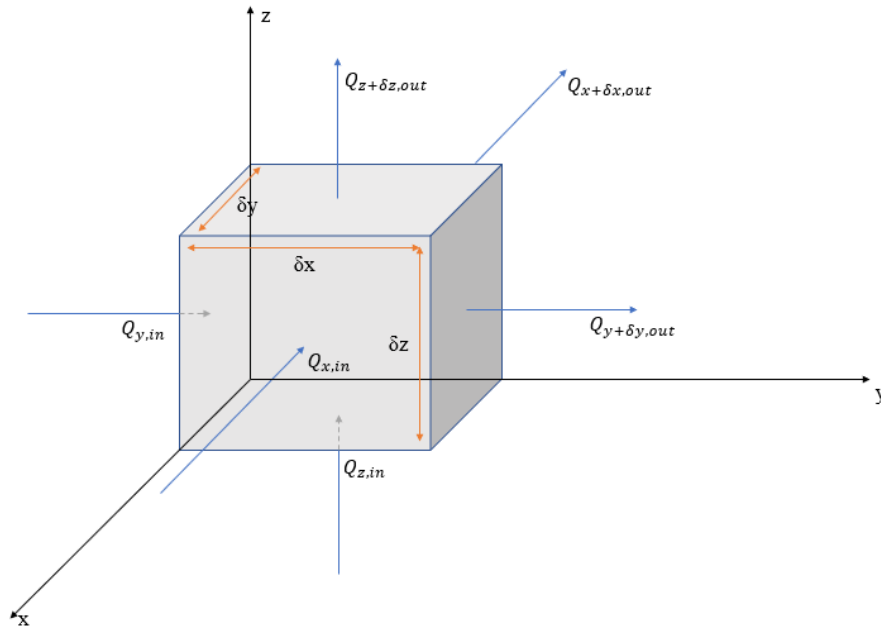
Η μεταφορά θερμότητας με αγωγή επιτελείται με τη μεταφορά ενέργειας από μόρια που βρίσκονται σε υψηλότερη ενεργειακή στάθμη (θερμοκρασία) σε γειτονικά μόρια με χαμηλότερη ενέργεια (μεταφορά με μοριακά μέσα). Με δεδομένο ότι η αγωγή είναι ένα μοριακό φαινόμενο, αναμένεται ότι η βασική εξίσωση που περιγράφει τη διεργασία αυτή να είναι ανάλογη με τη μοριακή μεταφορά ορμής. Η εξίσωση αυτή προτάθηκε από τον Fourier το 1822 και είναι γνωστή ως *Νόμος του Fourier* [11]:

$$Q_x = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$

όπου  $Q_x$  είναι η θερμορορή στη διεύθυνση  $x$  [W],  $A$  η κάθετη επιφάνεια στη διεύθυνση της μεταφοράς θερμότητας [ $m^2$ ],  $k$  η θερμική αγωγιμότητα [ $\frac{W}{m \cdot K}$ ] και  $\frac{dT}{dx}$  η κλίση της θερμοκρασίας στη διεύθυνση  $x$  [ $\frac{K}{m}$ ].

Για την ανάλυση της μεταφοράς θερμότητας με αγωγή στις τρεις διαστάσεις μέσα στο έδαφος, γίνεται η θεώρηση ενός διαφορικού όγκου ελέγχου  $V_a$ . Έστω ότι οι διαστάσεις του όγκου ελέγχου είναι  $dx \times dy \times dz$  (Σχήμα 3.1). Εδώ αξίζει να σημειωθεί πως η θερμική αγωγιμότητα δεν χαρακτηρίζεται από ισοτροπία, αλλά ποικίλλει ανάλογα με την κατεύθυνση. Παρόλα αυτά, εμείς θα θεωρήσουμε ότι χαρακτηρίζεται από ισοτροπία, απλοποιώντας με αυτόν τον τρόπο την ανάλυση. [11]

---



Σχήμα 3.1 Διαφορικός όγκος ελέγχου.

Κάνοντας ένα ισοζύγιο θερμότητας στις τρεις διαστάσεις σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων έχουμε [11]:

$$(\text{Εισροή}) + (\text{Παραγωγή}) = (\text{Εκροή}) + (\text{Συσσώρευση})$$

$$Q_{x,in} + Q_{y,in} + Q_{z,in} + \dot{e}_{gen} = Q_{x+\delta x,out} + Q_{y+\delta y,out} + Q_{z+\delta z,out} + \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Θεωρούμε μηδενική παραγωγή θερμότητας. Οπότε η εξίσωση προχωράει ως εξής :

$$Q_{x,in} - Q_{x+\delta x,out} + Q_{y,in} - Q_{y+\delta y,out} + Q_{z,in} - Q_{z+\delta z,out} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$Q_{x,in} - Q_{x+\delta x,out} + Q_{y,in} - Q_{y+\delta y,out} + Q_{z,in} - Q_{z+\delta z,out} = \frac{mc(T_{t+\delta t} - T_t)}{\Delta t}$$

$$Q_{x,in} - Q_{x+\delta x,out} + Q_{y,in} - Q_{y+\delta y,out} + Q_{z,in} - Q_{z+\delta z,out} = \frac{\rho c \Delta x \Delta y \Delta z (T_{t+\delta t} - T_t)}{\Delta t}$$

$$-\frac{1}{\Delta y \Delta z} \frac{Q_{x+\delta x,out} - Q_{x,in}}{\Delta x} - \frac{1}{\Delta y \Delta z} \frac{Q_{y+\delta y,out} - Q_{y,in}}{\Delta y} - \frac{1}{\Delta y \Delta z} \frac{Q_{z+\delta z,out} - Q_{z,in}}{\Delta z} = \rho c \frac{(T_{t+\delta t} - T_t)}{\Delta t}$$

Καθώς  $\Delta x \rightarrow 0$ ,  $\Delta y \rightarrow 0$ ,  $\Delta z \rightarrow 0$  και  $\Delta t \rightarrow 0$  :

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{Q_{x+\delta x, \text{out}} - Q_{x, \text{in}}}{\Delta x} &= \frac{\partial \dot{Q}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -k \Delta y \Delta z \frac{\partial T}{\partial x} \right) \\ \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{Q_{y+\delta y, \text{out}} - Q_{y, \text{in}}}{\Delta y} &= \frac{\partial \dot{Q}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( -k \Delta x \Delta z \frac{\partial T}{\partial y} \right) \\ \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{Q_{z+\delta z, \text{out}} - Q_{z, \text{in}}}{\Delta z} &= \frac{\partial \dot{Q}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( -k \Delta x \Delta y \frac{\partial T}{\partial z} \right)\end{aligned}$$

Ληλαδί,

$$\begin{aligned}\frac{1}{\Delta y \Delta z} \frac{\partial}{\partial x} \left( k \Delta y \Delta z \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{\Delta x \Delta z} \frac{\partial}{\partial y} \left( k \Delta x \Delta z \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{1}{\Delta x \Delta y} \frac{\partial}{\partial z} \left( k \Delta x \Delta y \frac{\partial T}{\partial z} \right) &= \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \\ \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} &= \frac{\rho c}{k} \frac{\partial T}{\partial t} \\ \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} &= \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.1)$$

όπου  $\alpha$  είναι η θερμική διαχυτότητα του υλικού  $\left( \frac{k}{\rho c} \right)$ .

Για κυλινδρικές συντεταγμένες η Εξ. (3.1) μετασχηματίζεται στην Εξ. (3.2) :

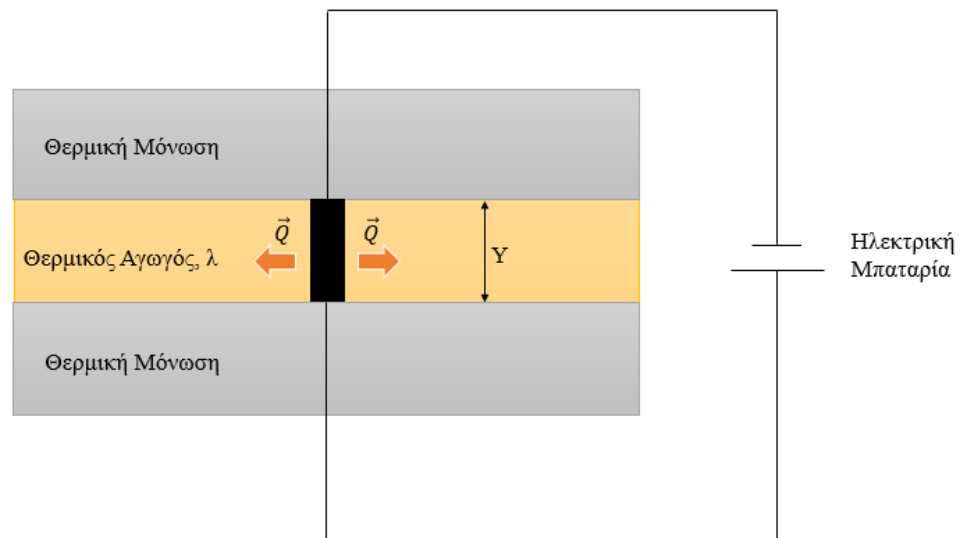
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.2)$$

Η Εξ. (3.2) είναι γνωστή και ως Εξίσωση Διάχυσης. Οι συνθήκες που επικρατούν είναι μεταβατικές ως προς τον χρόνο χωρίς παραγωγή θερμότητας. [11]

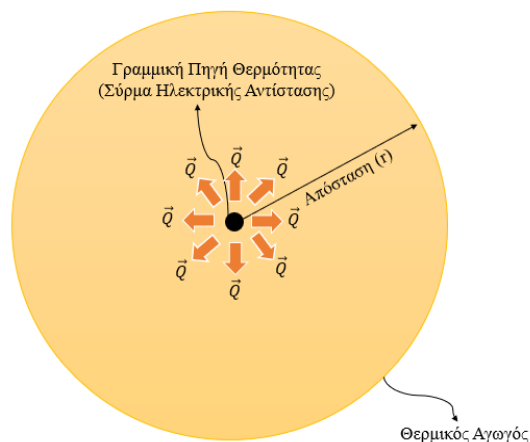
Στην συνέχεια παρατίθενται παραδοχές από επιστήμονες που έχουν ασχοληθεί στο παρελθόν με το δεδομένο πρόβλημα, καθώς και διάφορες λύσεις που έχουν προτείνει. Αυτές δίνουν μία πρώτη εικόνα για την μεταφορά θερμότητας στο υπέδαφος σε έναν κατακόρυφο γεωεναλλάκτη. Επίσης ακολουθεί προς το τέλος μία αναφορά και στο θέμα των πραγματικών γεωτρήσεων κλειστού βρόχου, όπου η ανάλυση πραγματοποιείται με τη μέθοδο των θερμικών αντιστάσεων.

### 3.2 Οι λύσεις των Carslaw – Jaeger

Οι Carslaw και Jaeger (1921) θεώρησαν μια γραμμική πηγή θερμότητας μέσα σε έναν θερμικό αγωγό πάχους  $Y$ . Έστω ότι αυτή η γραμμική πηγή θερμότητας βρίσκεται ανάμεσα σε δυο θερμικούς μονωτές πάνω και κάτω (Σχήμα 3.2). Η υπόθεση ήταν πως αυτή η γραμμική πηγή θερμότητας παράγει συνεχή θερμοροή ( $Q$ ). Η ακτινική μεταφορά της θερμότητας παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.3. [5],[9],[10]



**Σχήμα 3.2** Γραμμική πηγή θερμότητας μέσα σε έναν θερμικό αγωγό πάχους  $Y$ , ο οποίος βρίσκεται ανάμεσα σε δυο θερμικούς μονωτές πάνω και κάτω.



**Σχήμα 3.3** Κάτοψη του προβλήματος.

Στόχος των Carslaw και Jaeger, ήταν να υπολογίσουν τη θερμοκρασία  $T$  σε κάθε σημείο μέσα στον θερμικό αγωγό, σε απόσταση  $r$  από την πηγή θερμότητας, σε κάθε χρονική στιγμή  $t$  μετά την έναρξη μεταφοράς θερμότητας. Επομένως, έγινε προσπάθεια να επιλύσουν την Εξ. (3.2) με τις εξής παραδοχές [5],[9],[10] :

- Υπάρχει ακτινική συμμετρία γύρω από τον  $z$  άξονα , οπότε  $\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} = 0$ .
- Η πηγή θερμότητας μπορεί να αναπαρασταθεί μέσα από έναν κύλινδρο του οποίου το μήκος είναι πολύ μεγαλύτερο από τη διάμετρό του, οπότε  $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$ .
- Στην χρονική στιγμή  $t = 0$ ,  $T = T_0$  για όλες τις τιμές του  $r$  και  $z$ .  
(Αρχική Συνθήκη)
- Καθώς  $r \rightarrow \infty$ ,  $T = T_0$  για όλες τις τιμές του  $t$  (όπου ως  $T_0$  θεωρείται η θερμοκρασία πολύ μακριά από την πηγή).  
(Συνοριακή Συνθήκη τύπου Dirichlet)

Σύμφωνα επομένως με την παραπάνω ανάλυση, η αναλυτική λύση (σε μορφή πτώσης θερμοκρασίας) στο πρόβλημα αυτό, βρέθηκε ότι είναι η εξής [5],[9],[10]:

$$T(r,t) - T_0 = \frac{q}{4\pi\lambda} E(u) = \frac{q}{4\pi\lambda} \left[ -\gamma \cdot \ln(u) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{u^n}{n \cdot n!} \right]$$

Όπου  $E(u)$  είναι η εκθετική συνάρτηση ολοκληρώματος του Theis και  $\gamma$  η σταθερά του Euler, ίση με 0.5772 . Στην εξίσωση αυτή η παράμετρος  $u$  ορίζεται ως :

$$u = \frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t}$$

Δηλαδή, η παραπάνω σχέση γράφεται στην ως εξής [5],[9],[10]:

$$T(r,t) - T_0 = \frac{q}{4\pi\lambda} \left[ -0.5772 \cdot \ln \left( \frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t} \right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\left( \frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t} \right)^n}{n \cdot n!} \right] \quad (3.3)$$

Σε αυτό το σημείο, είναι σημαντικό για λόγους καλύτερης κατανόησης, να γίνει η απεικόνιση της μέσης θερμοκρασίας σε σχέση με :

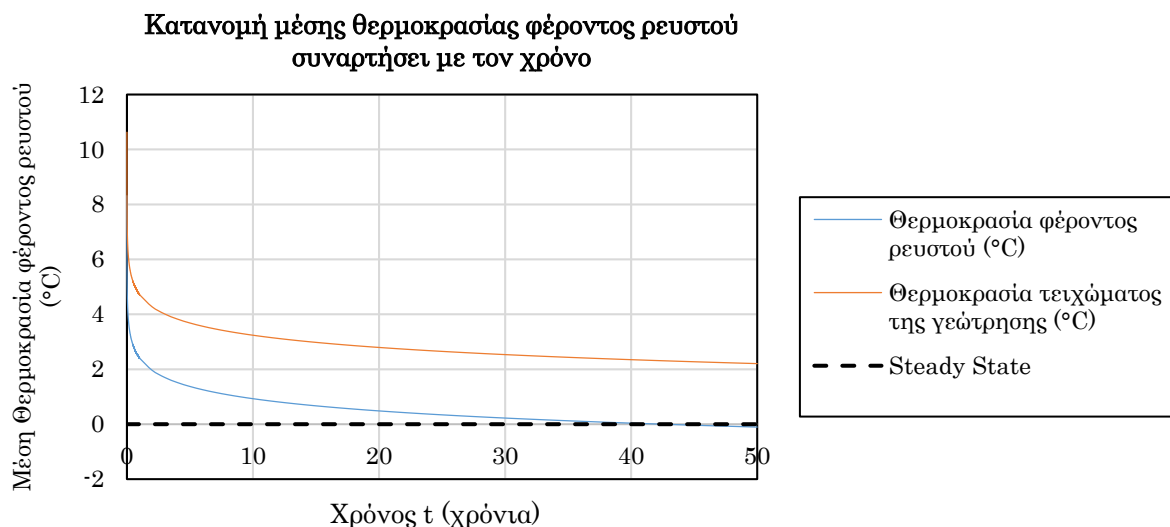
- 1) τον χρόνο  $t$  και
- 2) τον λογάριθμο του χρόνου  $\log_{10}(\text{time})$  του ρευστού που κυκλοφορεί μέσα σε μια κατακόρυφη γεώτρηση κλειστού βρόχου. Γίνεται παράλληλα η υπόθεση ότι ισχύουν οι τιμές του Πίνακα 3.1.



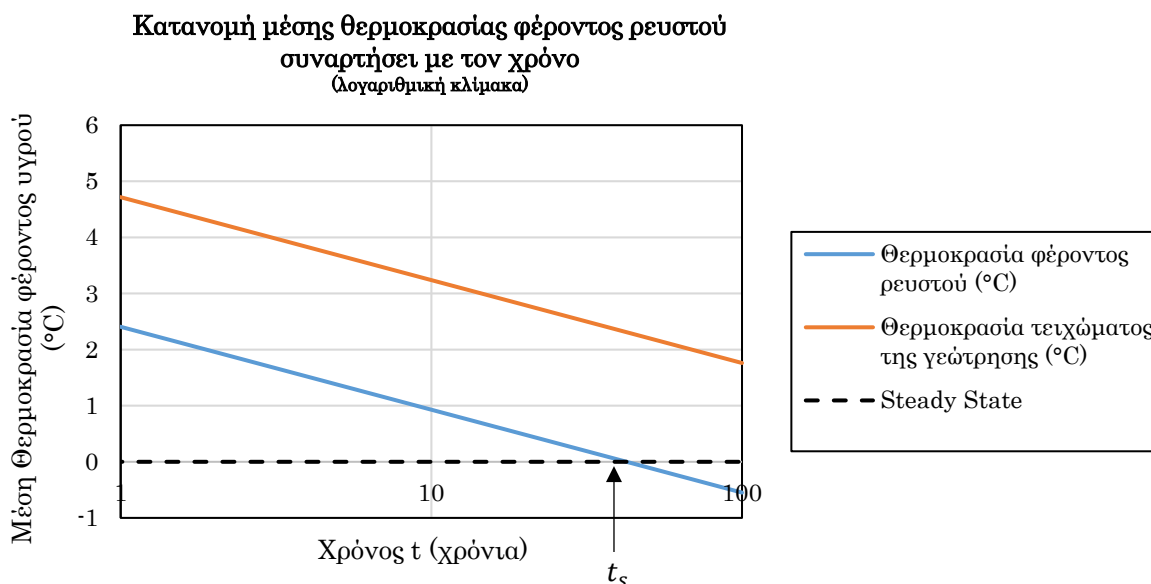
**Πίνακας 3.1** Τυπικές τιμές σε μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν για την εξαγωγή των σχημάτων 3.4 και 3.5 . [5]

Μέγεθος	Συμβολισμός	Τιμή	Μονάδες
Συνεχής Ρυθμός Εξαγωγής Θερμότητας	$Q$	1925	W
Θερμική Αγωγιμότητα Εδάφους	$\lambda$	2.55	$\frac{W}{^{\circ}C \cdot m}$
Θερμική Διαχυτότητα Εδάφους	$\alpha$	2.956	$\frac{m^2}{s}$
Μακρινή Θερμοκρασία Πεδίου	$T_0$	11	$^{\circ}C$
Διάμετρος Γεώτρησης	$D_b$	0.126	m
Θερμική Αντίσταση Γεώτρησης	$R_b$	0.12	$\frac{^{\circ}C \cdot m}{W}$
Βάθος Γεώτρησης	$D$	100	m

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα γίνεται η θεώρηση ότι η διάμετρος της γεώτρησης που δημιουργείται είναι 0.126 m. Ο συνεχής ρυθμός εξαγωγής θερμότητας 2 kW. Η μακρινή θερμοκρασία πεδίου 11  $^{\circ}C$ . Η θερμική αγωγιμότητα του εδάφους  $2.55 \left[ \frac{W}{^{\circ}C \cdot m} \right]$ . Η θερμική διαχυτότητα του εδάφους  $2.956 \left[ \frac{m^2}{s} \right]$  και η θερμική αντίσταση της γεώτρησης  $0.12 \left[ \frac{^{\circ}C \cdot m}{W} \right]$ . Οι τιμές αυτές είναι τυπικές και χρησιμοποιούνται έτσι ώστε να γίνει η απεικόνιση της μέσης θερμοκρασίας του φέροντος ρευστού σε σχέση με τον χρόνο t και τον λογάριθμο του χρόνου  $\log_{10}(\text{time})$ . Επομένως, σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές προκύπτουν τα διαγράμματα που παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.4 και 3.5. [5],[9],[10]



**Σχήμα 3.4** Κατανομή μέσης θερμοκρασίας φέροντος ρευστού ( $^{\circ}C$ ) συναρτήσει με τον χρόνο t (χρόνια).



**Σχήμα 3.5** Κατανομή μέσης θερμοκρασίας φέροντος ρευστού (°C) σε σχέση με τον λογαριθμικό χρόνο  $\log_{10} t$ .

### 3.3 Οι παραδοχές των Leonard Ingersoll et al.

Οι Leonard Ingersoll et al. δούλεψαν και εφάρμοσαν τις εξισώσεις των Carslaw – Jaeger σε διαφορετικά είδη γεωμετρίας εναλλακτών θερμότητας [5],[18]. Εκτίμησαν ότι η εξίσωση των Carslaw – Jaeger δεν είναι ακριβής, αλλά προσεγγίζει την πραγματικότητα. Η διαφορά μεταξύ της δουλειάς τους και της θεωρητικής εξίσωσης του Carslaw διακρίνεται στα εξής:

- Η μετάδοση της θερμότητας μπορεί να πραγματοποιηθεί και στις τρεις διαστάσεις. Είναι εφικτό ότι η θερμότητα μπορεί να μεταφερθεί ακτινικά, από πάνω (ατμόσφαιρα και υπερκείμενο έδαφος) και από κάτω (υποκείμενο έδαφος και γεωθερμική ροή θερμότητας).
- Η αρχική θερμοκρασία του εδάφους αυξάνεται, όσο το βάθος αυξάνεται.

### 3.4 Οι υποθέσεις των Claesson και Eskilson

Οι Johan Claesson και Per Eskilson (1987) συνέχισαν το έργο των προηγούμενων, προσπαθώντας να ερευνήσουν αναλυτικές και αριθμητικές λύσεις στην Εξ. (3.2). Το αποτέλεσμα των προσπαθειών τους συνέβαλε στο να βρεθεί μια αριθμητική λύση η οποία ήταν πολύ κοντά στην λύση του Carslaw [5]. Η αλήθεια όμως ήταν, πως μια απλή αναλυτική λύση στο πρόβλημα ήταν δύσκολο να βρεθεί. Οι υποθέσεις που έκαναν ήταν εξής :

- Έστω ότι το έδαφος στο οποίο άγεται η θερμότητα έχει μια ομοιόμορφη θερμοκρασία  $T_0$ , η οποία είναι ίση με την μέση θερμοκρασία σε όλο το μήκος της γεώτρησης, αγνοώντας παράλληλα την ύπαρξη της γεωθερμικής κλίσης. Ως αποτέλεσμα το φέρον υγρό που θα κυκλοφορεί μέσα στο γεωθερμικό σύστημα, θα τείνει να εξισωθεί με αυτήν την μέση θερμοκρασία πριν καν ανοιζουμε την αντλία θερμότητας.

- Στην αρχική χρονικά φάση της λύσης του Carslaw, θεωρούμε αμελητέα οποιαδήποτε συνεισφορά θερμικής ροής σε καθετή διεύθυνση και έτσι απλά θεωρείται πως η θερμότητα μεταδίδεται μόνο οριζόντια, από το έδαφος εκτός της γεώτρησης προς τα τοιχώματα της γεώτρησης και στη συνέχεια στο εσωτερικό της η και αντίθετα ανάλογα με το είδος λειτουργίας.

Έτσι λοιπόν η λύση που προτάθηκε από τους Johan Claesson και Per Eskilson [5] είναι:

$$T_0 - T_b = \frac{q}{4\pi\lambda} E(u) = \frac{q}{4\pi\lambda} \left[ -\gamma - \ln(u) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{u^n}{n \cdot n!} \right] \quad (3.4)$$

Όπου  $E(u)$  η εκθετική συνάρτηση ολοκληρώματος του Theis και  $\gamma$  η σταθερά του Euler ίση με 0.5772. Η παράμετρος  $u$  ορίζεται ως :

$$u = \frac{r_b^2 S_{vc}}{4\lambda t}$$

Επίσης,  $T_0 - T_b$  είναι η μείωση της θερμοκρασίας [K],  $q$  ο ρυθμός εξαγωγής θερμότητας ανά μέτρο αποτελεσματικού βάθους της γεώτρησης  $\left[ \frac{W}{m} \right]$ ,  $R_b$  η θερμική αντίσταση της γεώτρησης  $\left[ \frac{W}{m \cdot K} \right]$ ,  $\lambda$  η θερμική αγωγιμότητα  $\left[ \frac{W}{m \cdot K} \right]$ ,  $r_b$  η ακτίνα της γεώτρησης [m] και  $T_b$  η μέση θερμοκρασία σε ακτίνα  $r_b$  από το κέντρο της γραμμικής πηγής θερμότητας. [5]

Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφερθεί η διαπίστωση των Cooper και Jacob (1946) [5] αναφορικά με την εξίσωση του Theis, η οποία μπορούσε να απλουστευθεί σε μεγάλο βαθμό εάν γινόταν η υπόθεση ότι χρησιμοποιούνταν μικρές τιμές  $u$  (μικρότερες του 0.01 ή ακόμα και του 0.05 για κάποιους άλλους). Σε αυτήν την περίπτωση, όλοι οι όροι ανωτέρας τάξης του αναπτύγματος του πολυωνύμου γίνονται σημαντικά αμελητέοι. Επομένως η έκφραση απλουστεύεται ως εξής :

$$T_0 - T_b \approx \frac{q}{4\pi\lambda} \left[ \ln \left( \frac{4\lambda t}{r_b^2 S_{vc}} \right) - 0.5772 \right] \quad (3.5)$$

Σύμφωνα με την Εξίσωση (3.5) γίνεται τώρα κατανοητό, πως στην αρχική φάση του Σχήματος 3.4 η θερμοκρασία του φέροντος υγρού  $T_b$  είναι ευθέως ανάλογη με τον λογάριθμο του χρόνου  $t$  [5]. Αυτή η προσέγγιση είναι δυνατό να επικρατεί με σχεδόν αμελητέα απόκλιση από τις πραγματικές συνθήκες, για τιμές χρόνου :

$$\frac{5r_b}{a} < t < \frac{t_s}{10} \quad (3.6)$$

Αξίζει να ειπωθεί, πως για τιμές χρόνου μικρότερες από το κατώτατο όριο της Σχέσης (3.6) η προσέγγιση καταρρέει. Αντίθετα για τιμές μεγαλύτερες από το ανώτατο όριο της της Σχέσης (3.6), ισχύει ότι η λογαριθμική σχέση μεταξύ χρόνου και μέσης θερμοκρασίας φέροντος υγρού, αρχίζει να αποκλίνει από την πραγματική καμπύλη του Σχήματος 3.4. Αυτό συμβαίνει, καθώς πλέον η τριοδιάστατη υπόσταση της θερμικής αγωγής, αρχίζει να γίνεται σημαντική και το σύστημα αρχίζει να πλησιάζει την μόνιμη κατάσταση (steady state). [9],[10],[11]

Ο χρόνος  $t_s$  που εμφανίζεται στην Εξ. (3.6) είναι ένα κομβικό χρονικά σημείο στην ανάλυση, καθώς μετά από αυτήν τη χρονική στιγμή, παρατηρείται πως οι μόνιμες συνθήκες προσεγγίζονται όλο και περισσότερο με την πάροδο του χρόνου. Σύμφωνα με τους Claesson και Eskilson (1987) [5] η τιμή του ισούται με :

$$t_s = \frac{e^{\gamma D}}{18\alpha} \approx \frac{D^2}{9\alpha} \quad (3.7)$$

Όπου  $D$  το βάθος της γεώτρησης [m] και  $\gamma$  η σταθερά του Euler.

Όσον αφορά για τη θερμοκρασία του φέροντος υγρού σε μόνιμες συνθήκες, στην κατεύθυνση της οποίας αρχίζει και παρεκκλίνει η καμπύλη της πραγματικής θερμοκρασίας, αυτή δίνεται (με την προϋπόθεση ότι  $D \gg r_b$ ) από την Εξ. (3.8) [5] :

$$T_0 - T_{s,b} = \frac{q}{4\pi\lambda} \ln\left(\frac{D}{r_b\sqrt{4.5}}\right) + qR_b \approx \frac{q}{4\pi\lambda} \ln\left(\frac{D}{2r_b}\right) \quad (3.8)$$

### 3.5 Πραγματικές γεωτρήσεις κλειστού βρόχου

Σε αυτό το σημείο γίνεται αναγκαίο πλέον να χρησιμοποιηθεί ο όρος της θερμικής αντίστασης  $R_b$ , έτσι ώστε να δοθεί η επίλυση του προβλήματος και με έναν διαφορετικό τρόπο [3],[5]. Πριν όμως προχωρήσει η ανάλυση, θα πρέπει να γίνει υπενθύμιση στον αναγνώστη μερικών βασικών στοιχείων ηλεκτρισμού. Συγκεκριμένα είναι σημαντικό να γίνει υπενθύμιση του νόμου του Ohm ο οποίος περιγράφει την ροή ρεύματος μέσα από μια ηλεκτρική αντίσταση, κάτω από την επιρροή μιας διαφοράς δυναμικού. Πρόκειται ουσιαστικά για μια σχέση με αναλογία ως προς τον νόμο του Darcy, την Εξ. (3.9):

$$I = \frac{V}{R} \quad (3.9)$$

Για παράδειγμα σε περίπτωση δυο αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$  σε σειρά :

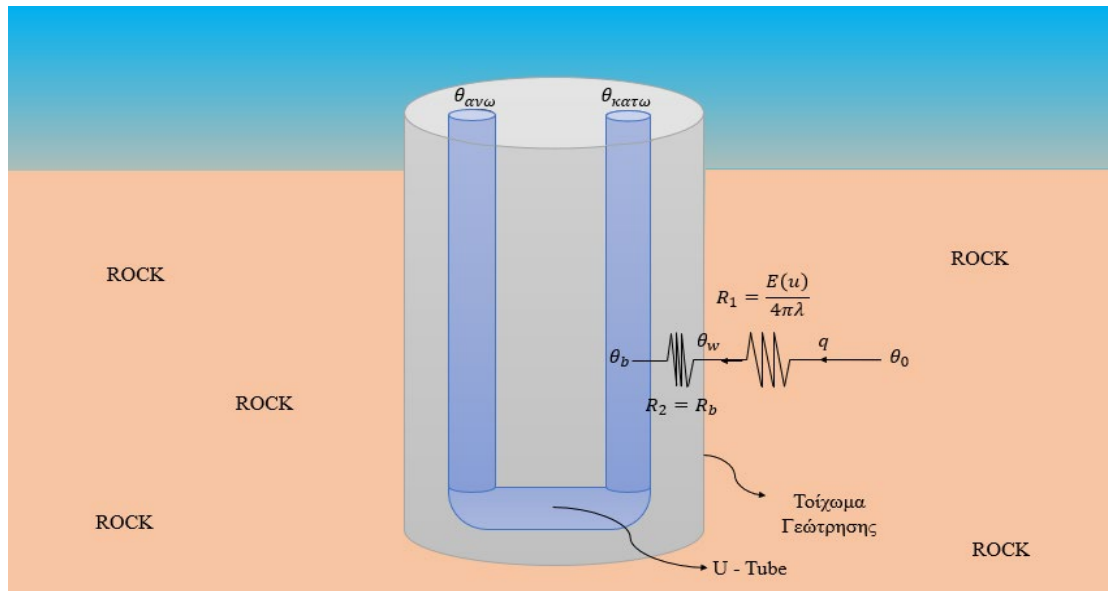
$$V = I \cdot (R_1 + R_2)$$

Με ανάλογο τρόπο, θα παρουσιαστεί τώρα η ροή θερμότητας όταν μεταφέρεται μέσα από ένα δίκτυο θερμικών αντιστάσεων, έτσι ώστε να φθάσει μέσα στο φέρον υγρό που κυκλοφορεί στους σωλήνες της γεώτρησης.

Η προσέγγιση αυτή απορρίπτει πλέον την παραδοχή όλων των προηγούμενων, ότι δηλαδή το σύστημα κατακόρυφου εναλλάκτη κλειστού βρόχου βρίσκεται σε ιδανική θερμική επαφή με το έδαφος από το οποίο δέχεται η απορρίπτει θερμότητα. Λαμβάνει υπόψη επομένως τη θερμική αντίσταση της

γεώτρησης, η οποία με τη σειρά της εισάγει μια επιπρόσθετη θερμοκρασιακή απώλεια μεταξύ του εδάφους και του φέροντος υγρού μέσα στο γεωθερμικό σύστημα κλειστού βρόχου.

Ας θεωρήσουμε την παρακάτω διάταξη (Σχήμα 3.4), με σκοπό την εξαγωγή της λύσεως :



**Σχήμα 3.6** Σχηματική απεικόνιση γεώτρησης μορφής ‘U-tube’ και δικτύου θερμικών αντιστάσεων στο υπέδαφος.

Από τις Εξ. 3.4, 3.5 και 3.8 αποδεικνύεται εύκολα πως η θερμική αντίσταση  $R_1$  ισούται με :

$$R_1 = \frac{E(u)}{4\pi\lambda} \approx \frac{1}{4\pi\lambda} \left[ \ln \left( \frac{4\lambda t}{r_b^2 S_{vc}} \right) - 0.5772 \right] \quad (3.10)$$

και η θερμική αντίσταση  $R_2$  με :

$$R_2 = R_b \quad (3.11)$$

Η αιτία λοιπόν της ροής θερμότητας προκαλείται από τη διαφορά θερμοκρασίας ανάμεσα στην μακρινή θερμοκρασία πεδίου εκτός της γεώτρησης και στη θερμοκρασία του φέροντος υγρού. Επομένως η λύση του προβλήματος ξαναγράφεται ως εξής :

$$\begin{aligned} T_0 - T_b &= q(R_1 + R_2) = qR_b + \frac{q}{4\pi\lambda} E(u) \\ T_0 - T_b &= qR_b + \frac{q}{4\pi\lambda} E(u) = (\theta_w - \theta_b) + (\theta_0 - \theta_w) \end{aligned}$$

Επομένως για  $t > \frac{5r_b^2}{\alpha}$  έχουμε :

$$T_0 - T_b = qR_b + \frac{q}{4\pi\lambda} \left[ \ln \left( \frac{4\lambda t}{r_b^2 S_{vc}} \right) \right] \quad (3.12)$$

και για  $D \gg r_b$ ,

$$T_0 - T_{s,b} = qR_b + \frac{q}{2\pi\lambda} \left[ \ln \left( \frac{D}{r_b \sqrt{4.5}} \right) \right] \quad (3.13)$$

Η θερμοκρασία του φέροντος ρευστού στη γεώτρηση κλειστού βρόχου πρόκειται ουσιαστικά με τον μέσο όρο της θερμοκρασίας του φέροντος ρευστού στην είσοδο του U – tube με τη θερμοκρασίας στην έξοδο του. Συγκεκριμένα ισχύει ότι :

$$T_b = \frac{T_{ανω} + T_{κατω}}{2}$$

Σύμφωνα με τους Shonder και Beck (2000) η θερμική αντίσταση της γεώτρησης δίνεται από την εξής σχέση για έναν εναλλάκτη θερμότητας τύπου U :

$$R_b = \frac{\ln \left( \frac{r_b}{r_U} \right)}{2\pi\lambda_g}$$

Όπου  $r_U$  η ακτίνα του σωλήνα U – tube [m] και  $\lambda_g$  η θερμική αγωγιμότητα του τοιμέντου σε ρευστή κατάσταση με το οποίο γεμίζεται η γεώτρηση  $\left[ \frac{W}{m \cdot K} \right]$ .

### 3.6 Συμπεράσματα

Η μεταφορά θερμότητας με αγωγή επιτελείται με τη μεταφορά ενέργειας από μόρια που βρίσκονται σε υψηλότερη ενεργειακή στάθμη (θερμοκρασία) σε γειτονικά μόρια με χαμηλότερη ενέργεια (μεταφορά με μοριακά μέσα). Με την εφαρμογή του νόμου Fourier και κάνοντας ισοζύγιο για έναν διαφορικό όγκο μέσα στο έδαφος καταλήγουμε στην Εξίσωση Διάχυσης (Εξ. 3.2), η οποία αναπαριστά το πρόβλημα μεταφοράς θερμότητας που καλούμαστε να επιλύσουμε. [11]

Όπως παρουσιάστηκε σε αυτό το κεφάλαιο έχουν δοθεί ανά καιρούς διάφορες προτεινόμενες λύσεις, οι οποίες επιλύουν αναλυτικά το πρόβλημα μεταφοράς θερμότητας μέσα σε ένα σύστημα κατακόρυφου γεωεναλλάκτη κλειστού βρόχου. Μερικές από αυτές είναι οι υποθέσεις των Carslaw – Jaeger, οι παραδοχές των Leonard Ingersoll et al., οι υποθέσεις των Claesson και Eskilson. [3],[5],[9],[10]

Παράλληλα με αυτές τις λύσεις έχει γίνει περιγραφή ενός εναλλακτικού τρόπου αναλυτικής επίλυσης ο οποίος αφορά την ανάλυση μεταφοράς θερμότητας με τη μέθοδο των θερμικών αντιστάσεων. Η μέθοδος αυτή απορρίπτει πλέον την παραδοχή όλων των προηγούμενων, ότι δηλαδή το σύστημα κατακόρυφου εναλλάκτη κλειστού βρόχου βρίσκεται σε ιδανική θερμική επαφή με το έδαφος από το οποίο δέχεται η απορρίπτει θερμότητα. Λαμβάνει υπόψη επομένως τη θερμική αντίσταση της γεώτρησης, η οποία με τη σειρά της εισάγει μια επιπρόσθετη θερμοκρασιακή απώλεια μεταξύ του εδάφους και του φέροντος υγρού μέσα στο γεωθερμικό σύστημα κλειστού βρόχου. [5]

Όλες αυτές οι εναλλακτικές παραδοχές και προτεινόμενες λύσεις αποτελούν ένα αναπόσπαστο κομμάτι της ανάλυσης του προβλήματος μετάδοσης θερμότητας που μελετάμε.

### 3.7 Τα Πεπερασμένα Στοιχεία ως εναλλακτική μέθοδος επίλυσης

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method – FEM) αναπτύχθηκε με τη βοήθεια των Ηλεκτρονικών Υπολογιστών και καθίσταται ιδιαίτερα σημαντική για την επίλυση προβλημάτων της Μηχανικής, της Μεταφοράς Θερμότητας, της Ρευστομηχανικής, του Ηλεκτρομαγνητισμού καθώς και άλλων τομέων. Πρόκειται ουσιαστικά για μία μέθοδο, η οποία είναι προσεγγιστική, αλλά μπορεί να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα. Βασικό της χαρακτηριστικό αποτελεί το γεγονός, ότι έχει τη δυνατότητα να εφαρμοστεί σε όλα τα προβλήματα. [19]

Πέραν των αναλυτικών λύσεων που παρουσιάστηκαν σε αυτό το κεφάλαιο, στην πορεία αυτής της εργασίας θα γίνει ανάλυση της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων, ειδικά στο πρόβλημα μεταφοράς θερμότητας που καλούμαστε να επιλύσουμε (Εξ. Διάχυσης – Εξ. 3.2). Η περιγραφή και εφαρμογή αυτής της μεθόδου θα πραγματοποιηθεί στο Κεφάλαιο 4.

# Κεφάλαιο 4

---

## Αριθμητικά αποτελέσματα

---

### 4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται αριθμητικά αποτελέσματα από την εφαρμογή της *Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων* (Finite Element Method). Το υπολογιστικό πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε ήταν το ABAQUS/CAE 6.13 Version. Η ανάπτυξη του κώδικα [Παράρτημα] έγινε στον προσωπικό μου υπολογιστή, του οποίου τα χαρακτηριστικά είναι τα εξής:

- Επεξεργαστής: Intel(R) Core(TM) i5-5200U CPU @ 2.20GHz 2.20GHz
- Εγκατεστημένη μνήμη (RAM): 8,00 GB,
- Λογισμικό: Windows 10 Home
- Τύπος Συστήματος : 64-bit Operating System, x64-based processor

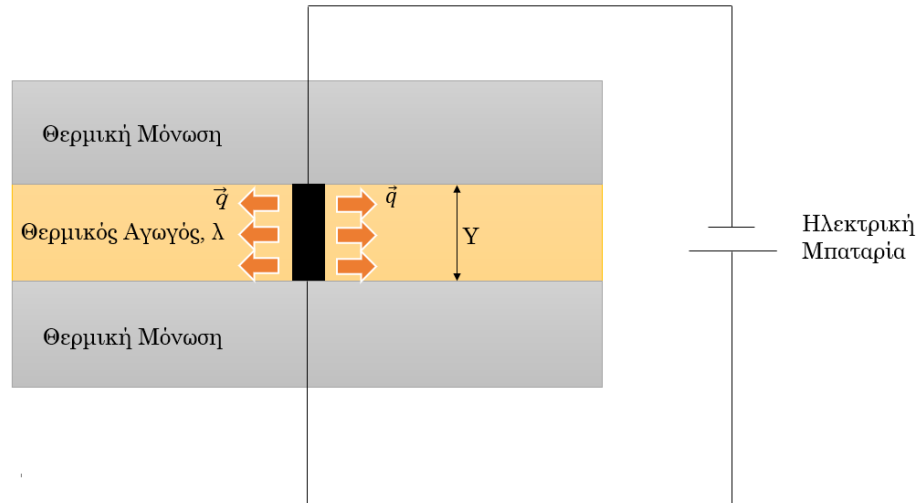
Οι περιπτώσεις που αναλύθηκαν, είναι 1) Ψύξη Σπιτιού – Θέρμανση Εδάφους και 2) Θέρμανση Σπιτιού – Ψύξη Εδάφους [5]. Στην πρώτη περίπτωση, θερμότητα απορρίπτεται στο υπέδαφος το οποίο έχει τον ρόλο της αποθήκης θερμότητας, ενώ στην δεύτερη περίπτωση, θερμότητα λαμβάνεται από το υπέδαφος και μεταφέρεται σε ένα σπίτι μέσω ενός γεωεναλλάκτη σωλήνωσης τύπου «U» [5]. Στο παρόν κεφάλαιο παρατίθενται όλα τα αριθμητικά αποτελέσματα που εξήχθησαν από το ABAQUS/CAE 6.13 και γίνεται η σύγκριση τους με τις αναλυτικές λύσεις για τις δύο περιπτώσεις λειτουργίας που αναφέρθηκαν.

---

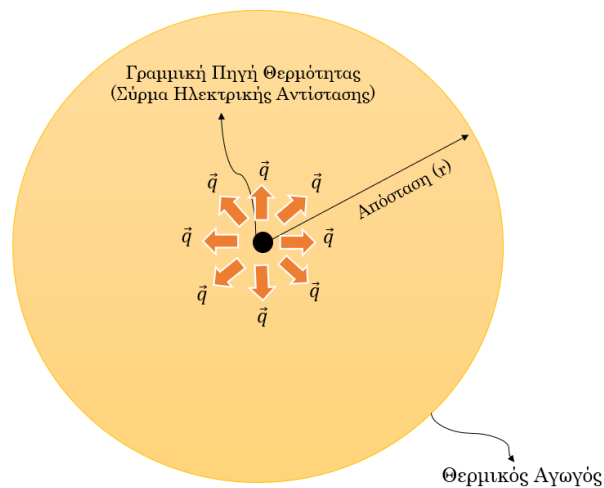


## 4.2 Ψύξη Σπιτιού – Θέρμανση Εδάφους

Οι Carslaw και Jaeger (1921) θεώρησαν μια γραμμική πηγή θερμότητας μέσα σε έναν θερμικό αγωγό πάχους  $Y$ . Έστω ότι αυτή η γραμμική πηγή θερμότητας βρίσκεται ανάμεσα σε δυο θερμικούς μονωτές πάνω και κάτω. Η υπόθεση ήταν πως αυτή η γραμμική πηγή θερμότητας παρήγαγε συνεχή θερμορροή  $Q$  (Σχήμα 4.1 και Σχήμα 4.2). [9],[10]



**Σχήμα 4.1** Γραμμική πηγή θερμότητας μέσα σε έναν θερμικό αγωγό πάχους  $Y$ , ο οποίος βρίσκεται ανάμεσα σε δυο θερμικούς μονωτές πάνω και κάτω.



**Σχήμα 4.2** Κάτοψη του προβλήματος.

i) Αναλυτική Λύση

$$T(r,t) - T_0 = \frac{q}{4\pi\lambda} E(u)$$

$$T(r,t) = T_0 + \frac{q}{4\pi\lambda} E(u) \quad (4.1)$$

Ως  $E(u)$  θεωρούμε το εκθετικό ολοκλήρωμα το οποίο ονομάζεται συνάρτηση ολοκληρώματος του Theis. Συγκεκριμένα :

$$E(u) = \int_u^\infty \frac{e^{-y}}{y} dy = -\gamma \cdot \ln(u) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(u)^n}{n \cdot n!}$$

Όπου  $\gamma$  η σταθερά του Euler ισοδύναμη με 0.5772

Θεωρείται ότι :

$$u = \frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t}$$

Όπου,

$S_{vc}$ : Η ογκομετρική θερμοχωρητικότητα  $\left[ \frac{MJ}{m^3 \cdot K} \right]$

$\lambda$ : Η θερμική αγωγιμότητα  $\left[ \frac{W}{m \cdot K} \right]$

Επομένως,

$$E(u) = -0.5772 \cdot \ln\left(\frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t}\right)^n}{n \cdot n!}$$

Συνεπώς η σχέση 4.1 γίνεται :

$$T(r,t)=T_0+\frac{q}{4\pi\lambda}\left[-0.5772\cdot\ln\left(\frac{r^2S_{vc}}{4\lambda t}\right)-\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\left(\frac{r^2S_{vc}}{4\lambda t}\right)^n}{n\cdot n!}\right] \quad (4.2)$$

Στην περίπτωση αυτή θα θεωρήσουμε πως το πρόβλημα λειτουργεί σε μόνιμες συνθήκες (Steady State Conditions). Επομένως θα γίνει αναπαράσταση της θερμοκρασίας σε σχέση με την απόσταση  $r$  για χρόνο  $t$  ίσο με 1,5,25,100 και 1000 χρόνια.

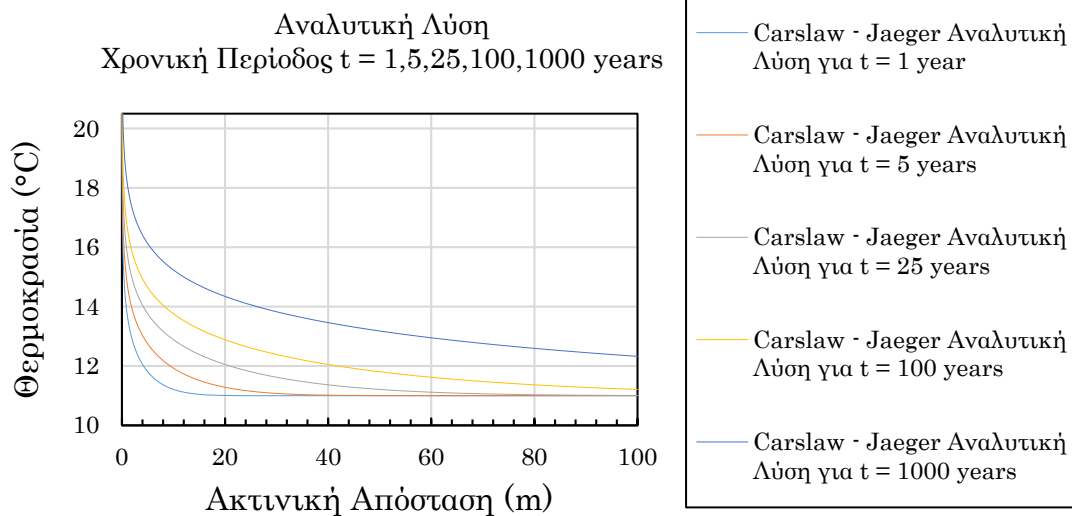
Από βιβλιογραφία [5], σύμφωνα με μετρήσεις που έχουν γίνει, θα θεωρήσουμε τις παρακάτω τιμές στον Πίνακα 4.1, για τα άγνωστα μεγέθη στην εξίσωση 4.2 :

**Πίνακας 4.1** Τυπικές τιμές σε μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν για την εξαγωγή των σχημάτων 4.3, 4.4, 4.5 και 4.6. [5]

Μέγεθος	Συμβολισμός	Τιμή	Μονάδες
Συνεχής Ρυθμός Εξαγωγής Θερμότητας	<b>Q</b>	2000	W
Βάθος Γεώτρησης	<b>D</b>	100	m
Συνεχής Ρυθμός Εξαγωγής Θερμότητας ανά μονάδα βάθους	<b>q = Q / D</b>	20	$\frac{W}{m}$
Θερμική Αγωγιμότητα Εδάφους	<b>λ</b>	2.48	$\frac{W}{m\cdot K}$
Ογκομετρική Θερμοχωρητικότητα	<b>S<sub>vc</sub></b>	2400000	$\frac{J}{m^3\cdot K}$
Θερμική Διαχυτότητα Εδάφους	<b>α</b>	$1.23\cdot 10^{-6}$	$\frac{m^2}{s}$
Μακρινή Θερμοκρασία Πεδίου	<b>T<sub>0</sub></b>	11	°C
Διάμετρος Γεώτρησης	<b>D<sub>b</sub></b>	0.126	m
Θερμική Αντίσταση Γεώτρησης	<b>R<sub>b</sub></b>	0.12	$\frac{m\cdot K}{W}$

Επομένως με βάση τις τιμές του Πίνακα 4.1 εξάγονται τα Σχήματα 4.3, 4.4, 4.5 και 4.6.

**Carslaw - Jaeger (1947)**

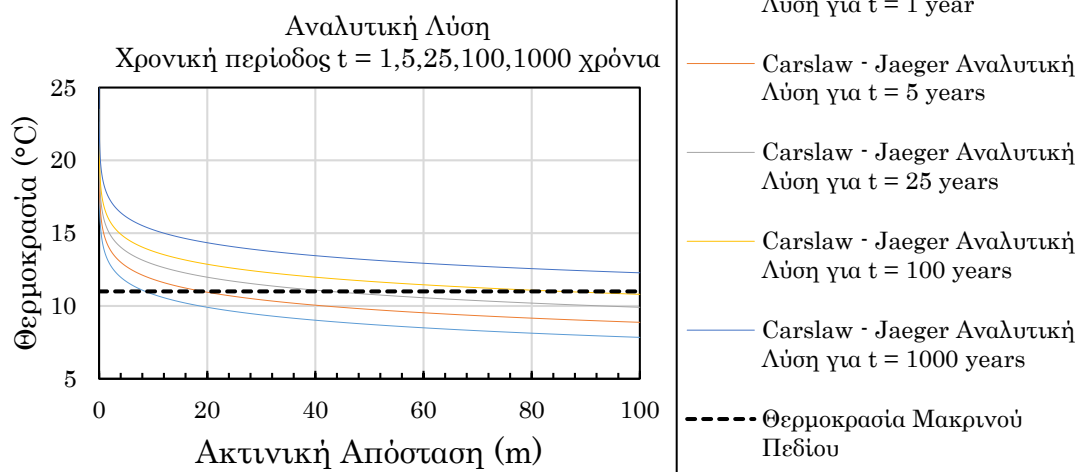


**Σχήμα 4.3** Κατανομή θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για  $t = 1, 5, 25, 100, 1000$  χρόνια. Carslaw – Jaeger (1947)

Σε περίπτωση που λάβουμε υπόψη την προσέγγιση των Cooper – Jacob (1946) [5], τότε η σχέση των Carslaw – Jaeger μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής :

$$T(r,t) \approx T_0 + \frac{q}{4\pi\lambda} \left[ -0.5772 - \ln \left( \frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t} \right) \right] \tag{4.3}$$

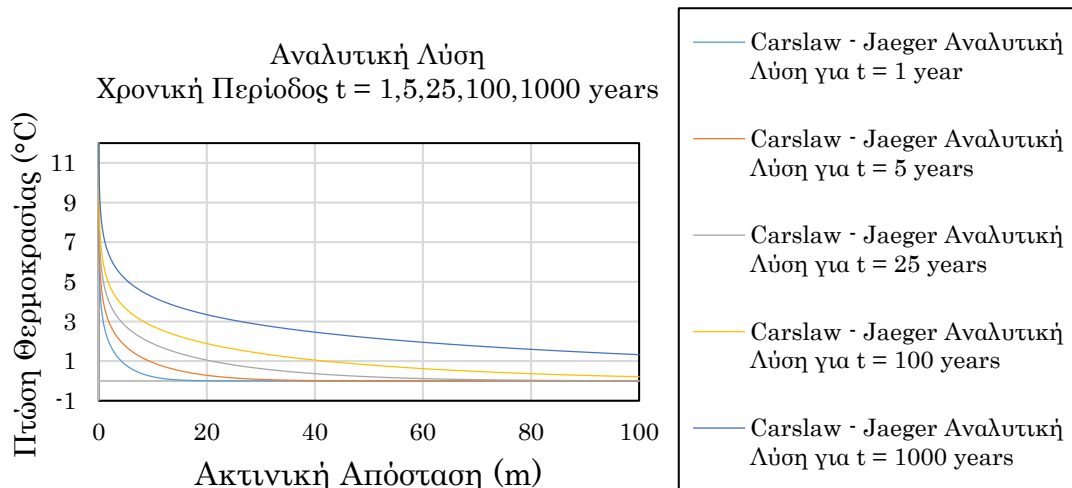
**Προσέγγιση των Cooper - Jacob (1946)**



**Σχήμα 4.4** Κατανομή θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για  $t = 1, 5, 25, 100, 1000$  χρόνια. Cooper – Jacob Approximation (1946)

Αντιστοίχα εάν θέλουμε να εκφράσουμε τα διαγράμματα ως διαγράμματα πτώσης θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης τότε έχουμε τα παρακάτω :

**Carslaw - Jaeger (1947)**

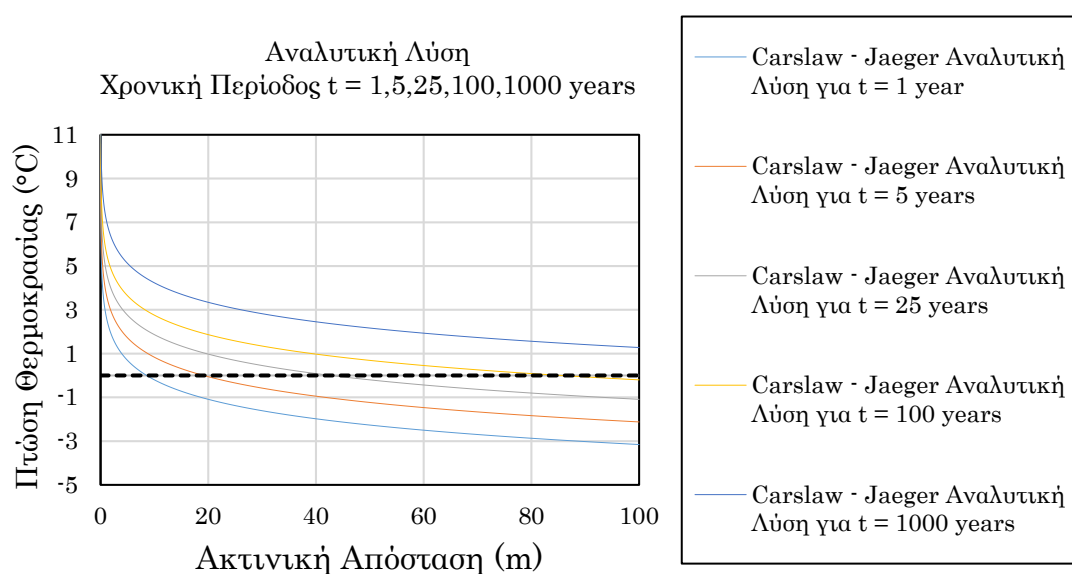


**Σχήμα 4.5** Κατανομή πτώσης θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για t = 1,5,25,100,1000 χρόνια. Carslaw – Jaeger (1947)

Σε περίπτωση που λάβουμε υπόψη την προσέγγιση των Cooper – Jacob (1946) [5], τότε η σχέση των Carslaw – Jaeger μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής :

$$T(r,t)-T_0 \approx \frac{q}{4\pi\lambda} \left[ -0.5772 - \ln \left( \frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t} \right) \right] \quad (4.4)$$

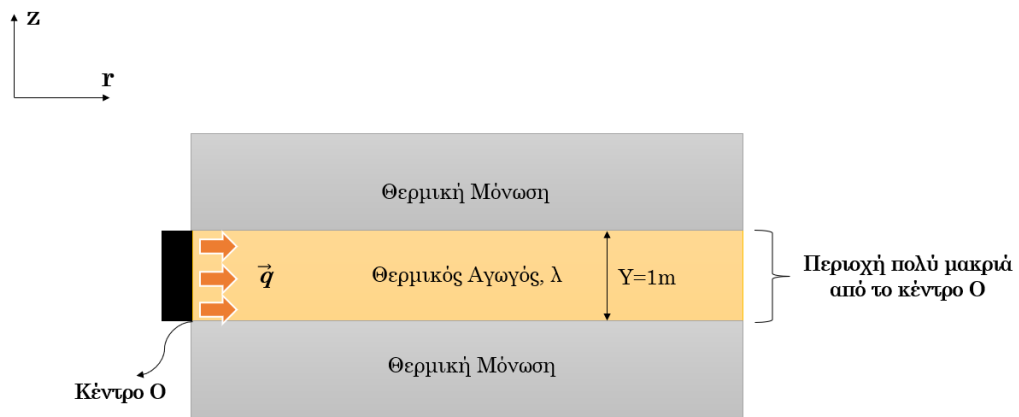
**Προσέγγιση των Cooper - Jacob (1946)**



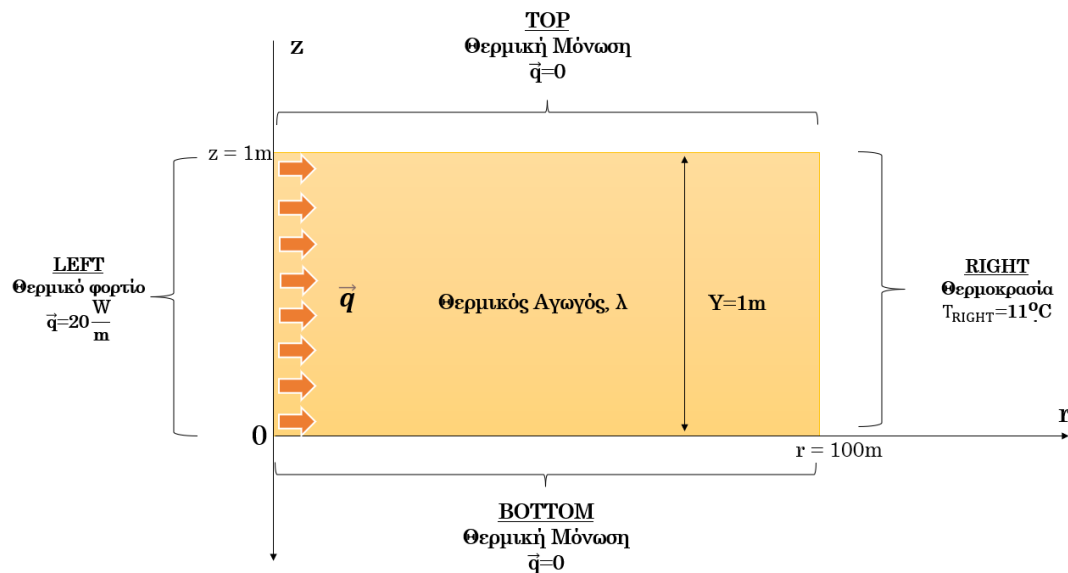
**Σχήμα 4.6** Κατανομή πτώσης θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για t = 1,5,25,100,1000 χρόνια. Cooper – Jacob Approximation (1946)

- ii) Αριθμητική λύση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

Στο Σχήμα 4.7 παρουσιάζεται πλάγια όψη του προβλήματος με την προϋπόθεση ότι το πρόβλημα είναι αξονοσυμμετρικό. Στο Σχήμα 4.2 φαίνονται το χωρίο προβλήματος και συνοριακές συνθήκες.

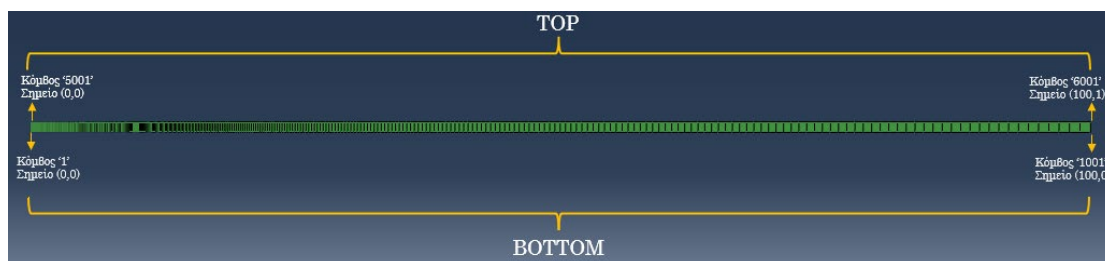


Σχήμα 4.7 Πλάγια όψη του προβλήματος δεδομένου ότι είναι αξονοσυμμετρικό.



Σχήμα 4.8 Χωρίο προβλήματος και συνοριακές συνθήκες.

Στο Σχήμα 4.9 απεικονίζεται το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων στο χωρίο του προβλήματος.



**Σχήμα 4.9** Απεικόνιση πλέγματος και γωνιακών κόμβων στο υπολογιστικό πρόγραμμα Abaqus/CAE 6.13

Στην ανάλυση που ακολουθεί, εξάγονται τα διαγράμματα θερμοκρασίας σε σχέση με την ακτινική απόσταση για χρονικό διάστημα  $t=1,5,25,100,1000$  χρόνια. Χρησιμοποιείται μια σειρά μόνο τετρακομβικών στοιχείων τύπου DCAX4 (Diffusive heat transfer or mass diffusion elements) σύμφωνα με την *Axisymmetric solid element library* του Abaqus 6.6 Documentation. Ο λόγος που χρησιμοποιείται μόνο μία σειρά τετρακομβικών στοιχείων στηρίζεται στο γεγονός, πως η θερμότητα έχει κλίση μόνο στην οριζόντια ακτινική κατεύθυνση, ενώ κάθετα η κλίση θερμοκρασίας μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι σχεδόν αμελητέα. Επομένως, το πρόβλημα είναι μονοδιάστατο και αφορά μόνο τη διακύμανση της θερμοκρασίας σε σχέση με την ακτινική απόσταση. [1],[2]

Το χωρίο  $\Omega$  του προβλήματος που χρησιμοποιείται είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (2-Dimensional Problem) και αποτελείται από 1000 στοιχεία (elements). Επίσης, χρησιμοποιούνται δύο σειρές από κόμβους. Σύμφωνα με το Σχήμα 4.9 η κάτω (BOTTOM) και η άνω (TOP) πλευρά του χωρίου αποτελούνται από 1001 κόμβους (nodes) αντίστοιχα.

Στην ανάλυση θεωρείται πως στην κάτω πλευρά ο κόμβος που βρίσκεται στο σημείο  $O(0,0)$  είναι ο '1', ενώ ο τελευταίος κόμβος στο σημείο  $(100,0)$  είναι ο '1001'. Αντίστοιχα ο πρώτος κόμβος στην άνω πλευρά στο σημείο  $(0,1)$  είναι ο '5001', ενώ ο τελευταίος κόμβος στην άνω πλευρά στο σημείο  $(100,1)$ , είναι ο '6001'. Η αριστερή πλευρά ονομάζεται LEFT και η δεξιά πλευρά RIGHT. (Παράρτημα Α)

Στον κώδικα του Παραρτήματος Α χρησιμοποιείται η εντολή  $BIAS = 0.99$  (\*NFILL, BIAS=0.99, NSET=ALLN). Η εντολή αυτή χρησιμοποιείται έτσι ώστε να αυξήσει την πυκνότητα των κόμβων προς την πλευρά όπου υπάρχει μεγαλύτερη πτώση θερμοκρασίας (κλίση θερμότητας). Με αυτόν τον τρόπο η ακρίβεια των αποτελεσμάτων θα είναι μεγαλύτερη. [2]

Οι αρχική συνθήκη που χρησιμοποιείται είναι θερμοκρασία  $T_0 = 11^\circ\text{C}$ . Οι συνοριακές συνθήκες είναι για τη δεξιά πλευρά  $T_{\text{RIGHT}} = 11^\circ\text{C}$  και για την αριστερή πλευρά σε λειτουργία ψύξης σπιτιού – θέρμανσης εδάφους υπάρχει θερμορροή  $q = 20 \frac{\text{W}}{\text{m}}$ , ενώ για λειτουργία θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους υπάρχει θερμορροή  $q = -20 \frac{\text{W}}{\text{m}}$ . Οι πλευρές πάνω και κάτω θεωρούνται θερμικά μονωμένες.

Από το περιβάλλον του Abaqus/CAE 6.13 κάνω Import Model του αρχείου που περιέχει τον κώδικα [Παράρτημα] : File  $\rightarrow$  Import  $\rightarrow$  Model  $\rightarrow$  (Abaqus Input File)

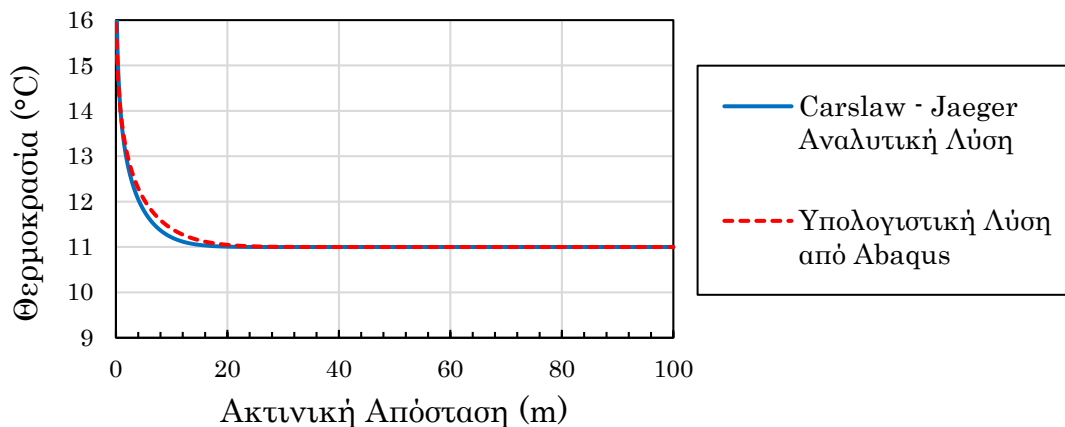
Έτσι λοιπόν προκύπτουν τα αριθμητικά αποτελέσματα για τις περιπτώσεις  $t = 1,5,25,100,1000$  χρόνια. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα Σχήματα 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.19 :

## Περίπτωση 1

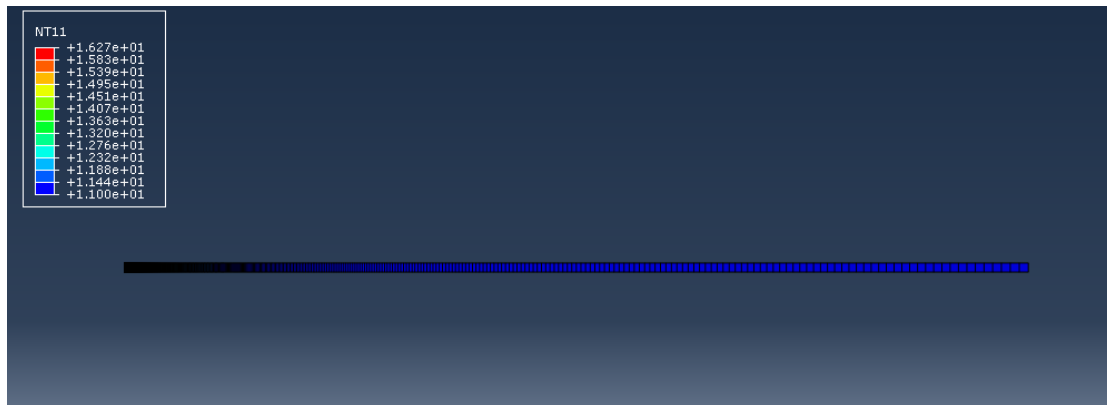
### Carslaw - Jaeger (1947)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)

Χρονική Περίοδος  $t = 1$  year



**Σχήμα 4.10** Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για  $t = 1$  year



**Σχήμα 4.11** Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση  $t = 1$  year.

Time Period : 3.1536E+007 sec (1 year)

Maximum number of increments : 10000

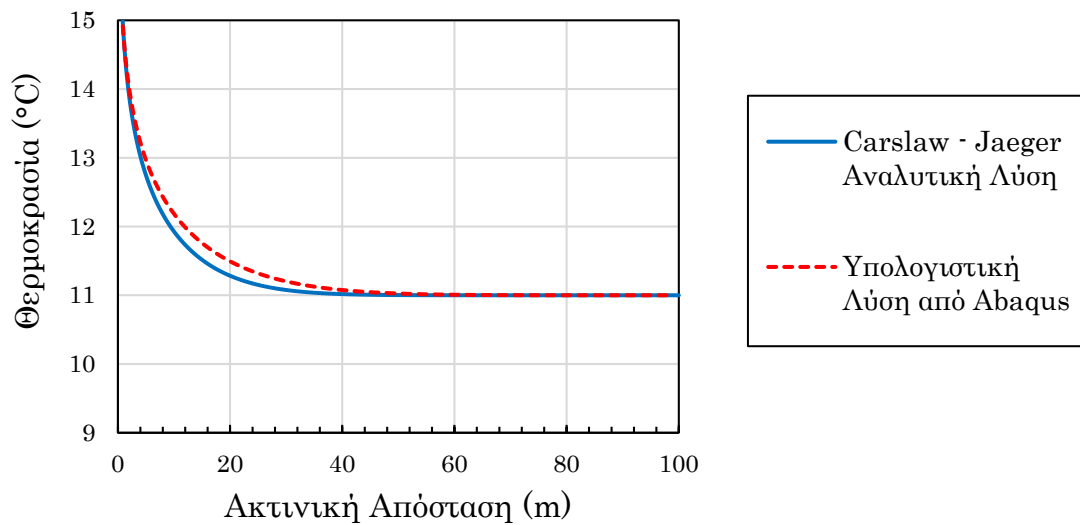
-	Initial	Minimum	Maximum
Increment Size	3153.6 sec	315.36 sec	31536 sec



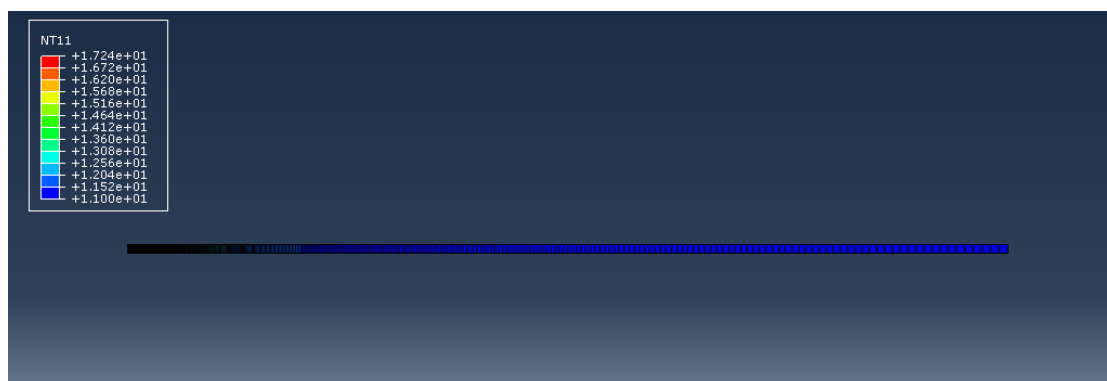
## Περίπτωση 2

### Carslaw - Jaeger (1947)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)  
Χρονική Περίοδος  $t = 5$  years



**Σχήμα 4.12** Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για  $t = 5$  years



**Σχήμα 4.13** Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση  $t = 5$  years.

Time Period : 1.57785E+008 sec (5 years)

Maximum number of increments : 10000

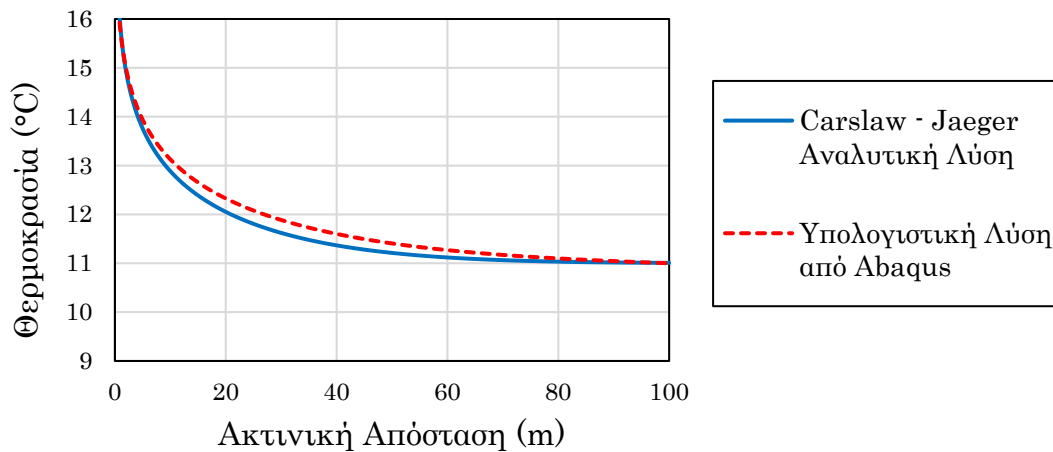
-	Initial	Minimum	Maximum
Increment Size	15778.5 sec	1577.85 sec	157785 sec

### Περίπτωση 3

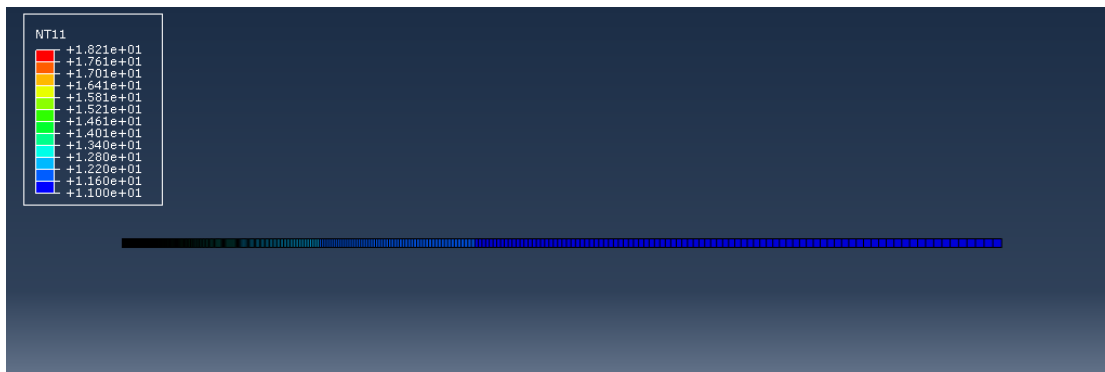
#### Carslaw - Jaeger (1947)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)

Χρονικό Διάστημα  $t = 25$  years



**Σχήμα 4.14** Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για  $t = 25$  years



**Σχήμα 4.15** Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση  $t = 25$  years.

Time Period : 7.88923E+008 sec (25 years)

Maximum number of increments : 10000

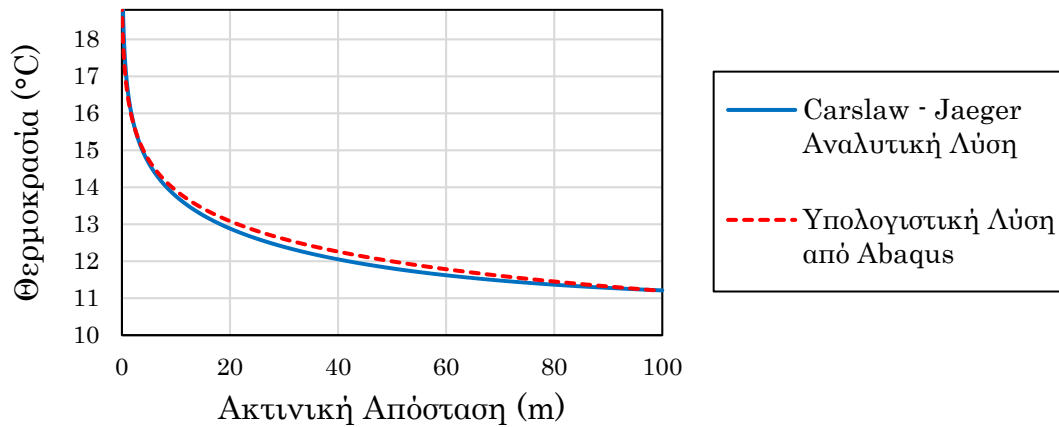
-	Initial	Minimum	Maximum
Increment Size	78892.3 sec	7889.23 sec	788923 sec

### Περίπτωση 4

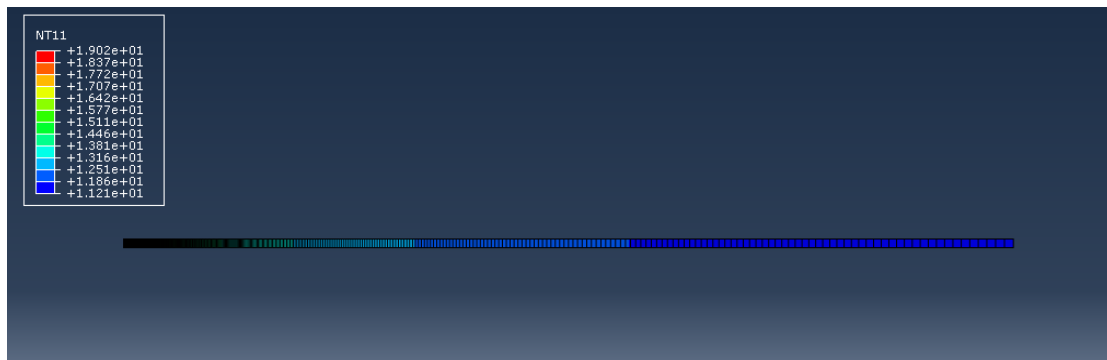
#### Carslaw - Jaeger (1947)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)

Χρονική Περίοδος  $t = 100$  years



**Σχήμα 4.16** Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για  $t = 100$  years



**Σχήμα 4.17** Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση  $t = 100$  years.

Time Period : 3.1536E+009 sec (100 years)

Maximum number of increments : 100000

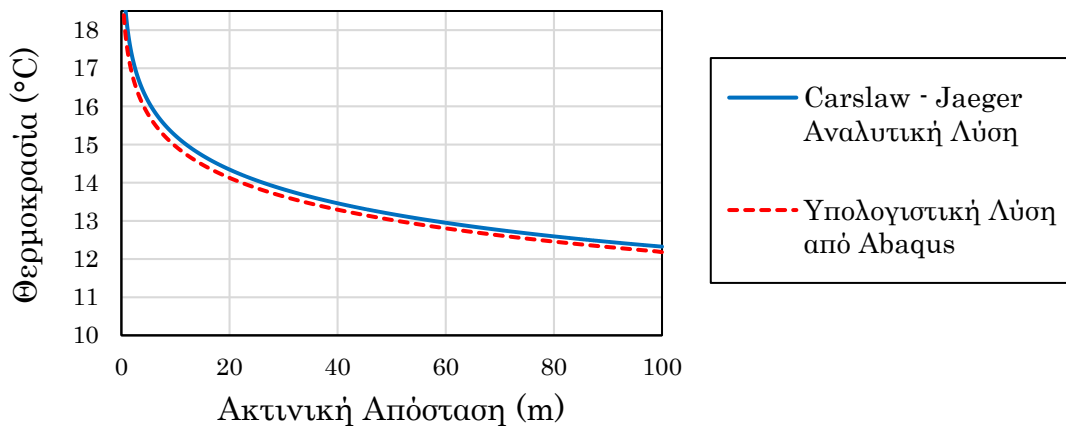
-	Initial	Minimum	Maximum
Increment Size	7200 sec	7200 sec	3.1536E+006 sec

## Περίπτωση 5

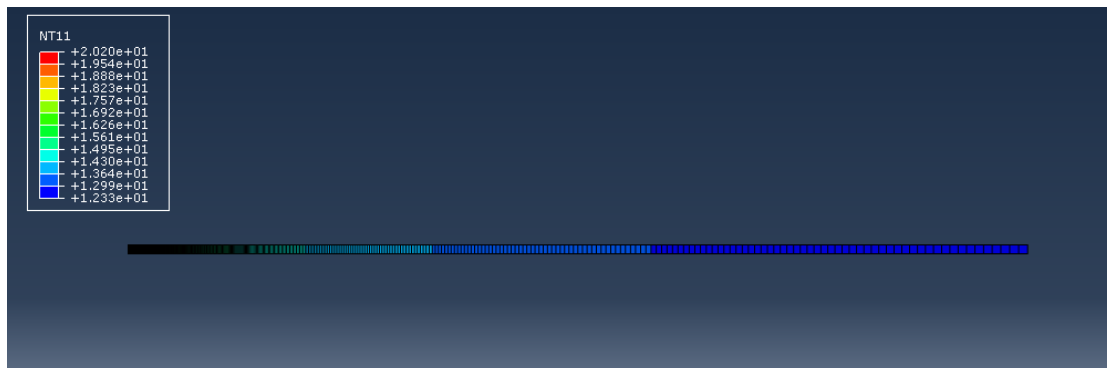
### Carslaw - Jaeger (1947)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)

Χρονικό Διάστημα  $t = 1000$  years



**Σχήμα 4.18** Λιάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για  $t = 1000$  years



**Σχήμα 4.19** Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση  $t = 1000$  years.

Time Period : 3.1536E+010 sec (1000 years)

Maximum number of increments : 100000

-	Initial	Minimum	Maximum
Increment Size	3600 sec	3600 sec	3.1536E+007 sec

## Συμπεράσματα

Η ανάλυση του παραπάνω προβλήματος έχει πραγματοποιηθεί σε περιβάλλον του υπολογιστικού προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων Abaqus/CAE 6.13 Version.

Η ανάλυση αφορά μεταφορά θερμότητας, η οποία επιτελείται ακτινικά γύρω από έναν κύλινδρο σωλήνα (U – tube). Χρησιμοποιείται μόνο μία σειρά τετρακομβικών στοιχείων και το πρόβλημα είναι μονοδιάστατο. Τα διαγράμματα που έχουν προκύψει είναι διαγράμματα θερμοκρασίας σε σχέση με την ακτινική απόσταση για χρονικό διάστημα  $t=1,5,25,100,1000$  χρόνια (Περιπτώσεις 1 – 5 αντίστοιχα). Η μεταφορά θερμότητας που πραγματοποιείται στις παραπάνω περιπτώσεις έχει ως αποτέλεσμα τη θέρμανση εδάφους ή αλλιώς την ψύξη ενός οπτιού. [5],[7],[9],[10],

Όπως γίνεται αντιληπτό από τα Σχήματα 4.10, 4.12, 4.14, 4.16, 4.18, η θερμοκρασία είναι υψηλή κοντά στο τοίχωμα του αγωγού (Πλευρά LEFT στο Σχήμα 4.8) και μειώνεται σε σχέση με την απόσταση  $r$  από την πλευρά LEFT έως ότου σταθεροποιηθεί στην τιμή  $T = 11$  °C η οποία είναι και η θερμοκρασία μακρινού πεδίου του εδάφους στο βάθος που πραγματοποιείται η ανάλυση. [5]

Το Σχήμα 4.20 μάλιστα, αναπαριστά την συγκεντρωτική κατανομή των θερμοκρασιών σε σχέση με την ακτινική απόσταση  $r$  για  $t=1,5,25,100,1000$  χρόνια. Η θερμοκρασία αυξάνεται όσο αυξάνεται ο χρόνος  $t$ . Επικρατούν μεταβατικές συνθήκες (unsteady state). Με την παρέλευση ικανού χρόνου, παρατηρείται πως τείνει να αποκατασταθεί γραμμική κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος της ακτινικής απόστασης  $r$ . Επομένως τείνουν να αποκατασταθούν μόνιμες συνθήκες (steady state), γεγονός το οποίο θα γινόταν εύκολα αντιληπτό αν η ανάλυση συνέχιζε για  $t>1000$  χρόνια. [11]

Στο Σχήμα 4.21 φαίνεται η κατανομή της θερμοκρασίας σε σχέση με τον χρόνο  $t$  για διάφορες ακτινικές αποστάσεις  $r$ . Σε κάθε ακτινική απόσταση  $r$  η θερμοκρασία αυξάνεται με τον χρόνο  $t$ . Επίσης, όσο πιο κοντά στην πλευρά LEFT (Σχήμα 4.8) βρίσκεται ένα σημείο, τόσο πιο μεγάλη θερμοκρασία θα έχει. Σε αποστάσεις πολύ μακριά από την πλευρά LEFT (Σχήμα 4.8), η θερμοκρασία τείνει να προσεγγίσει την θερμοκρασία μακρινού πεδίου  $T = 11$  °C . Αυτό μάλιστα, δικαιολογείται εύκολα από το γεγονός πως τα σημεία που βρίσκονται πιο κοντά στον γεωαναλλάκτη λαμβάνουν άμεσα την θερμική ενέργεια που αυτός μεταφέρει με το φέρον ρευστό κυκλοφορίας λόγω διαφοράς θερμοκρασίας. [5],[7],[9],[10],

Ο σκεδασμός αυτού του συστήματος περιπλέκεται από την ποικιλία των γεωλογικών σχηματισμών και των ιδιοτήτων τους που επηρεάζουν τη θερμική συμπεριφορά του συστήματος. Οι κύριες παράμετροι που ελέγχουν τη θερμική ροή είναι τα χαρακτηριστικά του εδάφους (θερμική αγωγιμότητα, πυκνότητα, θερμοχωρητικότητα, ειδική θερμοχωρητικότητα κατ' όγκο, ειδική θερμότητα, τύπος πετρώματος). [Πίνακας Παραρτήματος Β]

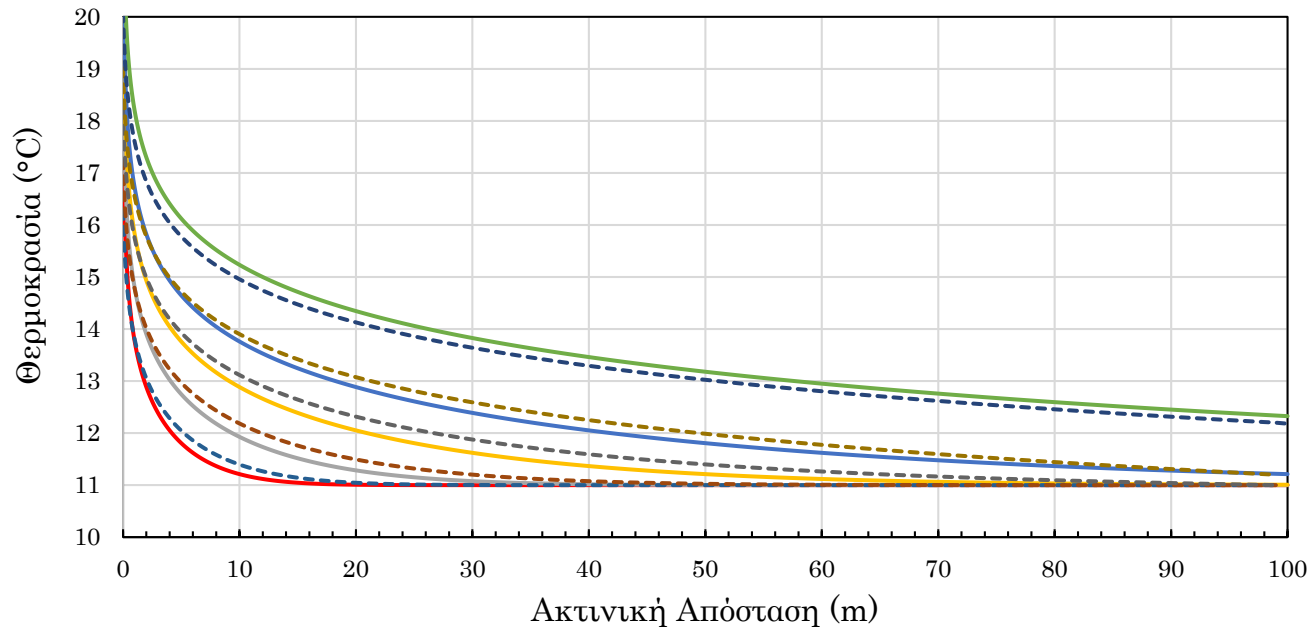
Αξίζει να σημειωθεί πως η κατανομή της θερμοκρασίας μεταβάλλεται αναλόγως με τις ενδεικτικές τιμές που μπορεί να διαλέξει κάποιος από τον Πίνακα του Παραρτήματος Β.

Στον κώδικα του Παραρτήματος Α φαίνονται οι ενδεικτικές τιμές που χρησιμοποιήθηκαν για την παρούσα ανάλυση.

**Carslaw - Jaeger (1947)**  
 (Ψύξη Σπιτιού - Θέρμανση Εδάφους)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
 (Σύγκριση)

Χρονική Περίοδος  $t = 1, 5, 25, 100, 1000$  years

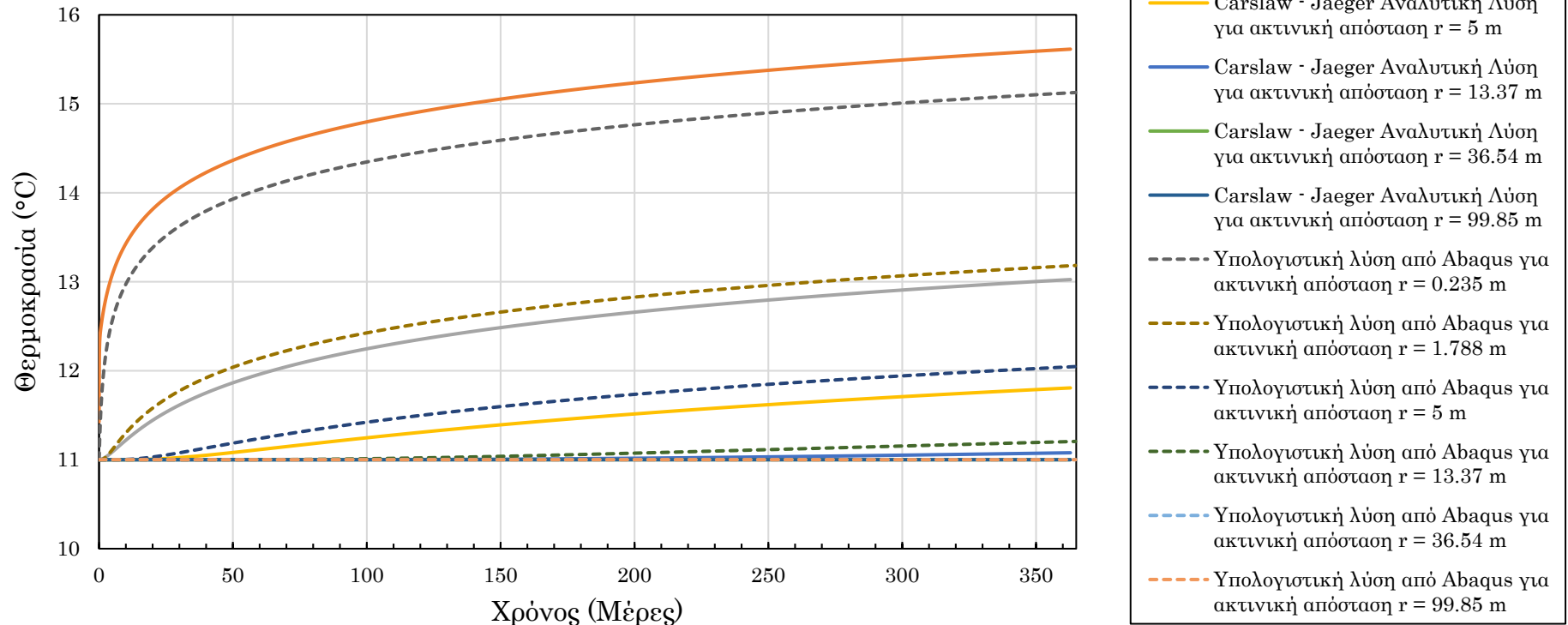


- Carslaw - Jaeger Αναλυτική Λύση για  $t = 1$  year
- Carslaw - Jaeger Αναλυτική Λύση για  $t = 5$  years
- Carslaw - Jaeger Αναλυτική Λύση για  $t = 25$  years
- Carslaw - Jaeger Αναλυτική Λύση για  $t = 100$  years
- Carslaw - Jaeger Αναλυτική Λύση για  $t = 1000$  years
- - - Υπολογιστική Λύση από Abaqus για  $t = 1$  year
- - - Υπολογιστική Λύση από Abaqus για  $t = 5$  years
- - - Υπολογιστική Λύση από Abaqus για  $t = 25$  years
- - - Υπολογιστική Λύση από Abaqus για  $t = 100$  years
- - - Υπολογιστική Λύση από Abaqus για  $t = 1000$  years

**Σχήμα 4.20** Συγκεντρωτικό διάγραμμα θερμοκρασίας εδάφους (°C) σε σχέση με την ακτινική απόσταση (m) για  $t = 1, 5, 25, 100, 1000$  χρόνια. Το διάγραμμα αφορά την περίπτωση ψύξης σπιτιού – θέρμανσης εδάφους

**Carslaw Jaeger (1947)**  
(Ψύξη Σπιτιού - Θέρμανση Εδάφους)

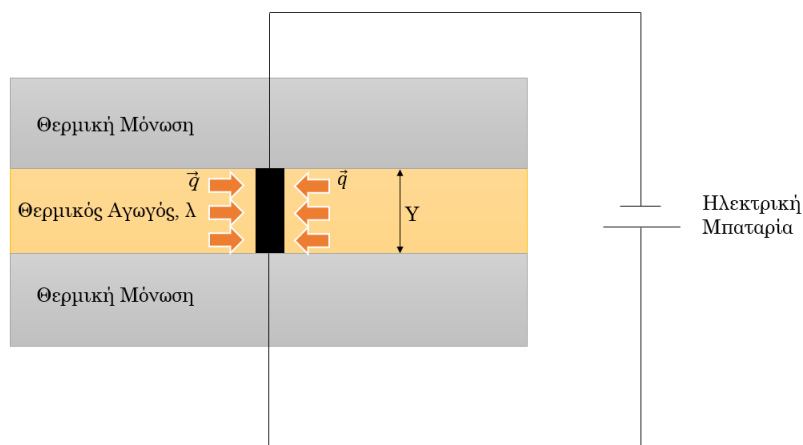
Σύγκριση Αναλυτικής Λύσης - Υπολογιστικής Λύσης  
για διάφορες ακτινικές αποστάσεις



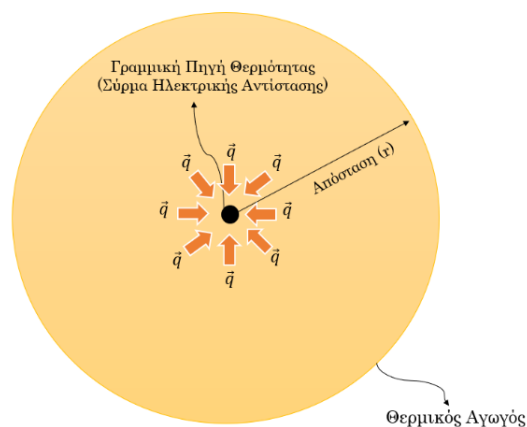
**Σχήμα 4.21** Συγκεντρωτικό διάγραμμα θερμοκρασίας εδάφους (°C) κατά τη διάρκεια ενός έτους (365 μέρες) για  $r = 0.235, 1.788, 5, 13.37, 36.54, 99.85$  m. Το διάγραμμα αφορά την περίπτωση ψύξης σπιτιού – θέρμανσης εδάφους

### 4.3 Θέρμανση Σπιτιού – Ψύξη Εδάφους

Στην αντίστροφη διαδικασία η οποία αφορά την θέρμανση ενός σπιτιού, άρα και την ψύξη του εδάφους, αξίζει να σημειωθεί πως η συνεχής θερμορροή τώρα έχει την αντίθετη κατεύθυνση σε σχέση με πριν. Επομένως οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος αλλάζουν, όπως φαίνεται και στα Σχήματα 4.22 και 4.23. Συγκεκριμένα :



**Σχήμα 4.22** Γραμμική πηγή θερμότητας μέσα σε έναν θερμικό αγωγό πάχους Y, ο οποίος βρίσκεται ανάμεσα σε δυο θερμικούς μονωτές πάνω και κάτω. Περίπτωση θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους.



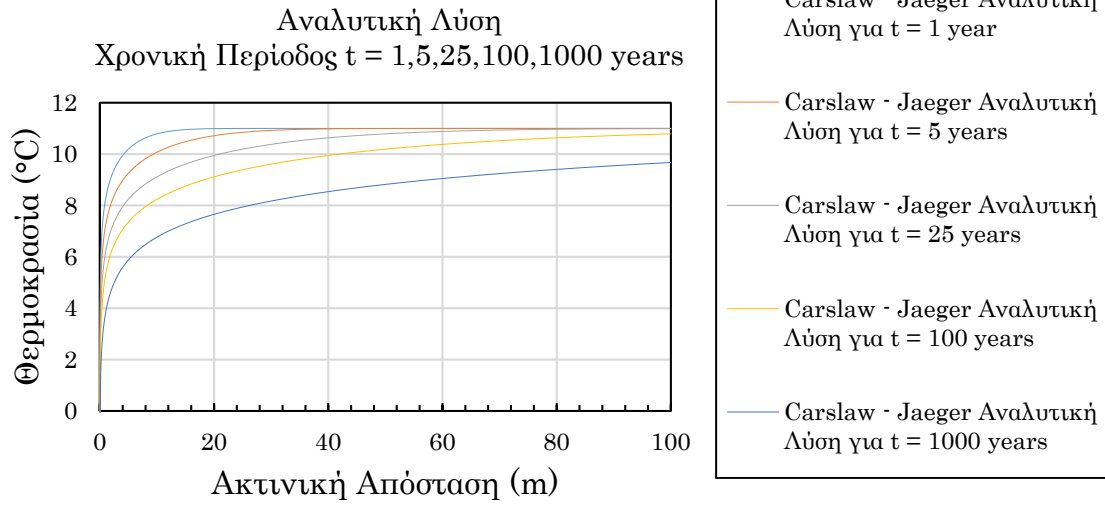
**Σχήμα 4.23** Κάτοψη του προβλήματος

Επομένως, τώρα η κατανομή της θερμοκρασίας περιγράφεται από την Εξίσωση 4.5 (Σχήμα 4.24) :

$$T(r,t) = T_0 - \frac{q}{4\pi\lambda} \left[ -0.5772 - \ln\left(\frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t}\right)^n}{n \cdot n!} \right] \quad (4.5)$$



**Carslaw - Jaeger (1947)**

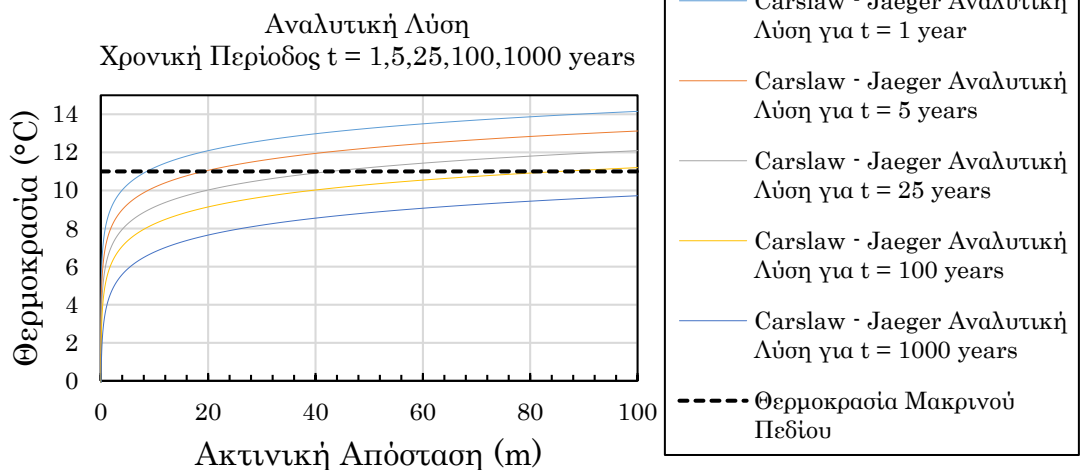


**Σχήμα 4.24** Διάγραμμα θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για  $t = 1,5,25,100,1000$  years. Carslaw – Jaeger (1947)

Σε περίπτωση που λάβουμε υπόψη την προσέγγιση των Cooper – Jacob, τότε η σχέση των Carslaw – Jaeger μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής (Σχήμα 4.25) :

$$T(r,t) \approx T_0 - \frac{q}{4\pi\lambda} \left[ -0.5772 - \ln \left( \frac{r^2 S_{vc}}{4\lambda t} \right) \right] \tag{4.6}$$

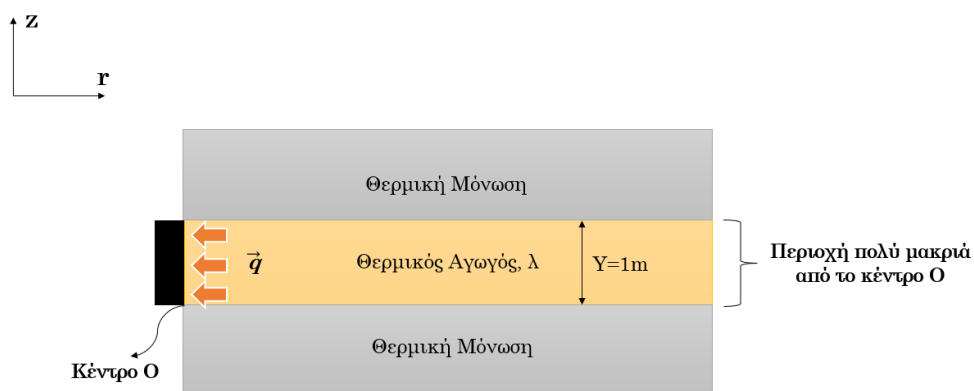
**Προσέγγιση των Cooper - Jacob (1946)**



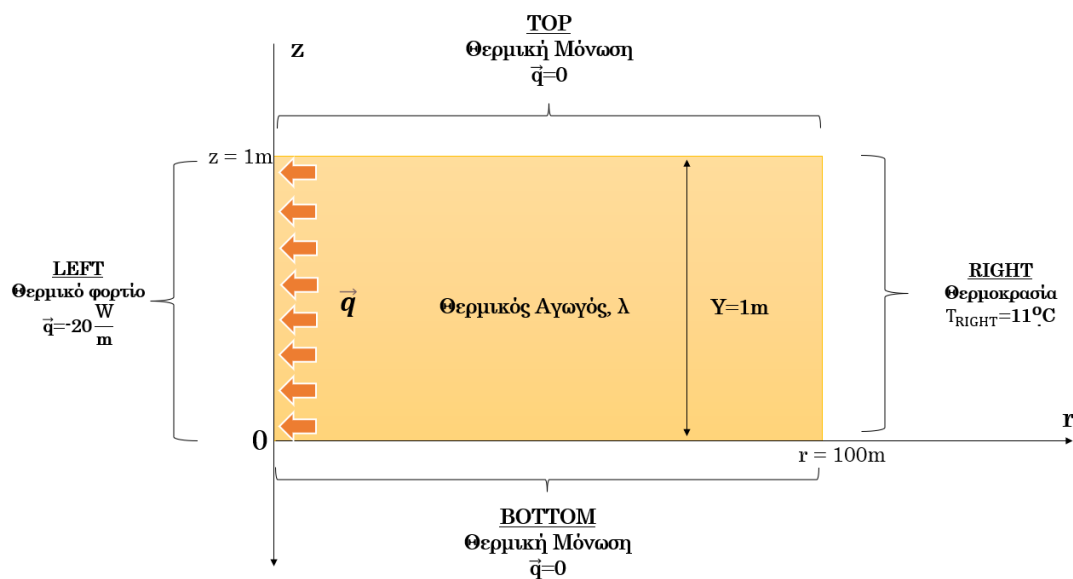
**Σχήμα 4.25** Διάγραμμα πτώσης θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτινικής απόστασης για  $t = 1,5,25,100,1000$  years. Cooper – Jacob Approximation (1946)

Προσεγγιστική λύση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

Στην λειτουργία θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους, το πρόβλημα αλλάζει, με την θερμορροή να είναι προς την αντίθετη κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.26. Οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος είναι διαφορετικές στην πλευρά LEFT (Σχήμα 4.27).



Σχήμα 4.26 Πλάγια όψη του προβλήματος δεδομένου ότι είναι αξονοσυμμετρικό



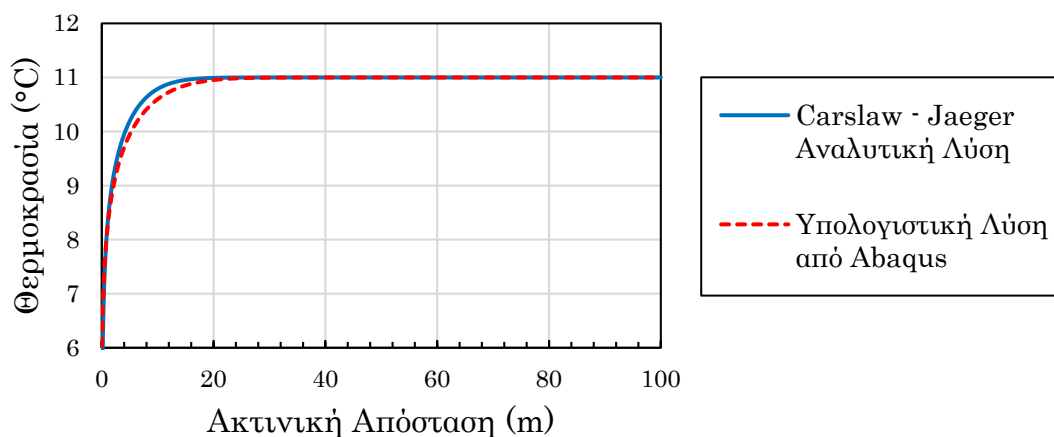
Σχήμα 4.27 Χωρίο προβλήματος και συνοριακές συνθήκες

## Περίπτωση 1

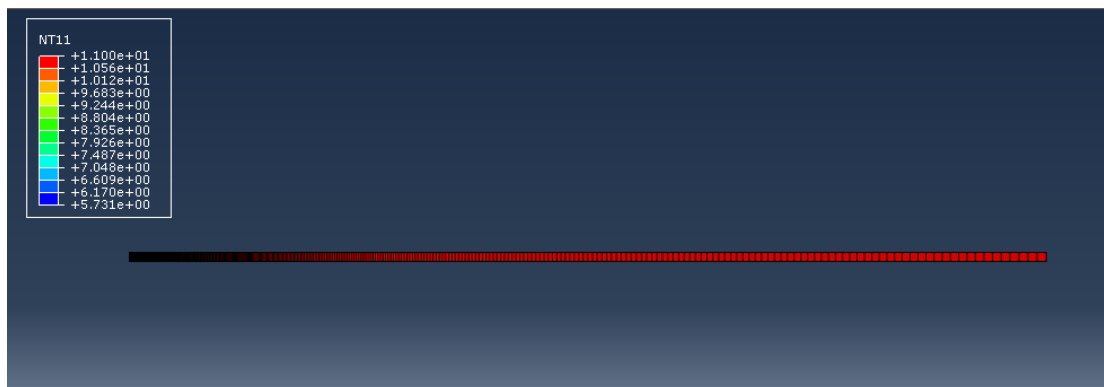
### Carslaw - Jaeger (1947)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)

Χρονική Περίοδος  $t = 1$  year



**Σχήμα 4.28** Λιάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για  $t = 1$  year



**Σχήμα 4.29** Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση  $t = 1$  year.

Time Period : 3.1536E+007 sec (1 year)

Maximum number of increments : 10000

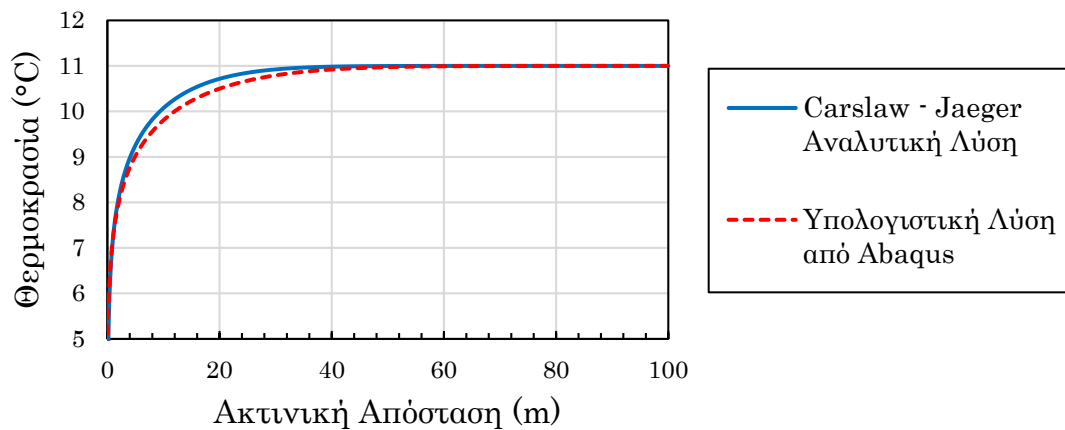
-	Initial	Minimum	Maximum
Increment Size	3153.6 sec	315.36 sec	31536 sec

## Περίπτωση 2

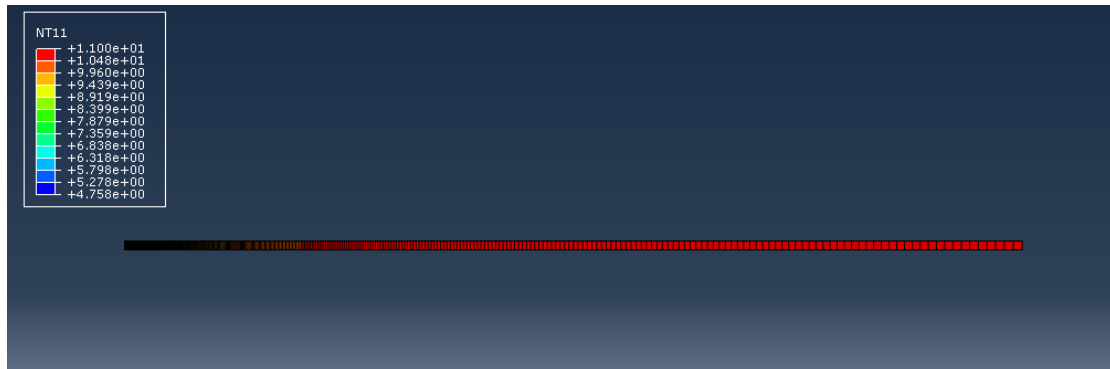
### Carslaw - Jaeger (1947)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)

Χρονική Περίοδος  $t = 5$  years



**Σχήμα 4.30** Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για  $t = 5$  years



**Σχήμα 4.31** Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση  $t = 5$  years.

Time Period : 1.57785E+008 sec (5 years)

Maximum number of increments : 10000

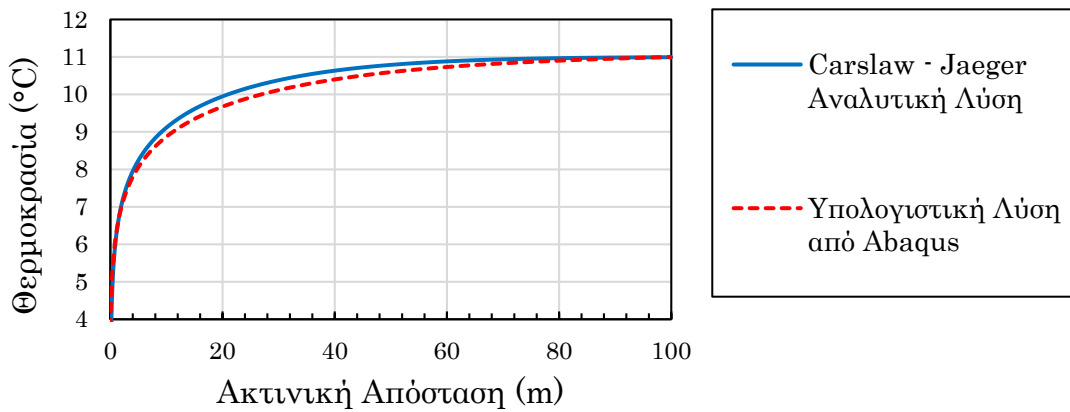
-	Initial	Minimum	Maximum
Increment Size	15778.5 sec	1577.85 sec	157785 sec

### Περίπτωση 3

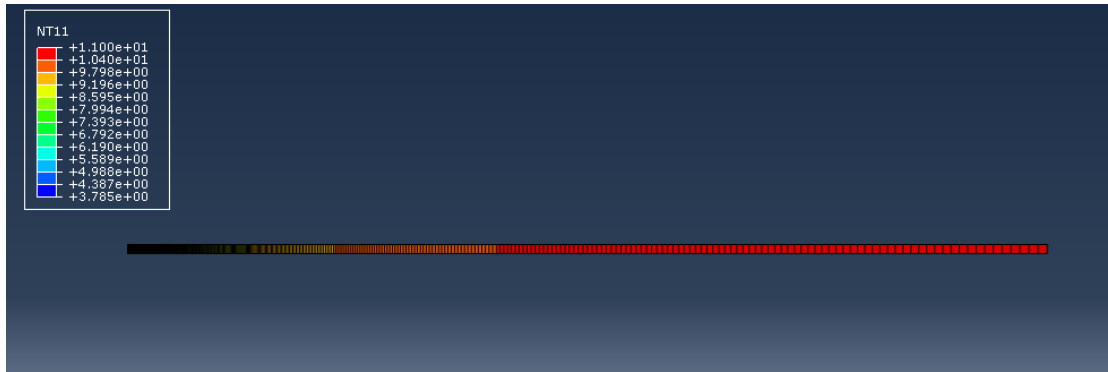
#### Carslaw - Jaeger (1947)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)

Χρονική Περίοδος  $t = 25$  years



**Σχήμα 4.32** Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για  $t = 25$  years.



**Σχήμα 4.33** Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση  $t = 25$  years.

Time Period : 7.88923E+008 sec (25 years)

Maximum number of increments : 10000

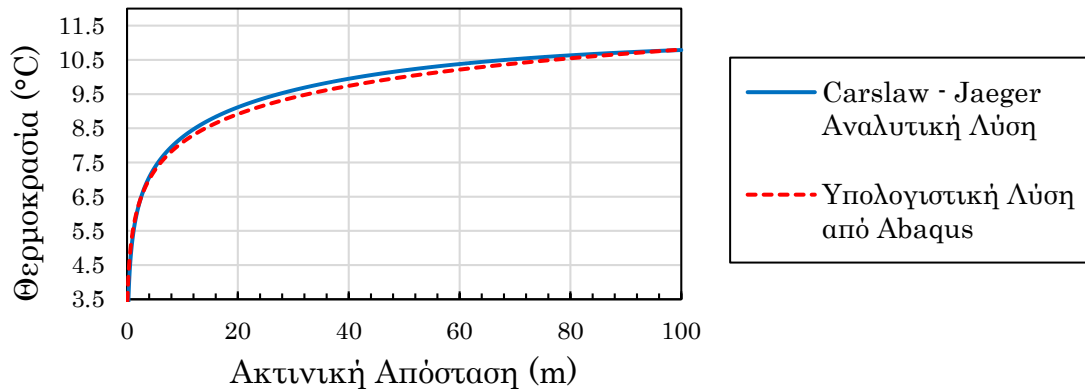
-	Initial	Minimum	Maximum
Increment Size	78892.3 sec	7889.23 sec	788923 sec

### Περίπτωση 4

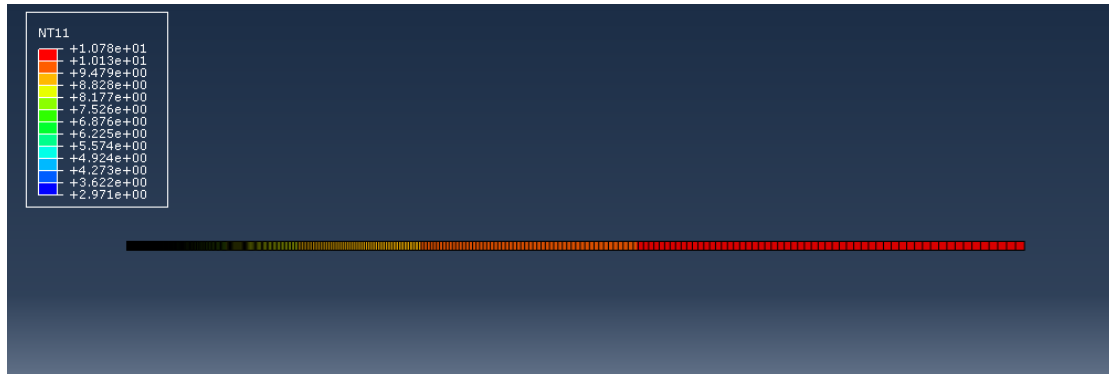
#### Carslaw - Jaeger (1947)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)

Χρονική Περίοδος  $t = 100$  years



Σχήμα 4.34 Λιάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για  $t = 100$  years.



Σχήμα 4.35 Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση  $t = 100$  years.

Time Period : 3.1536E+009 sec (100 years)

Maximum number of increments : 100000

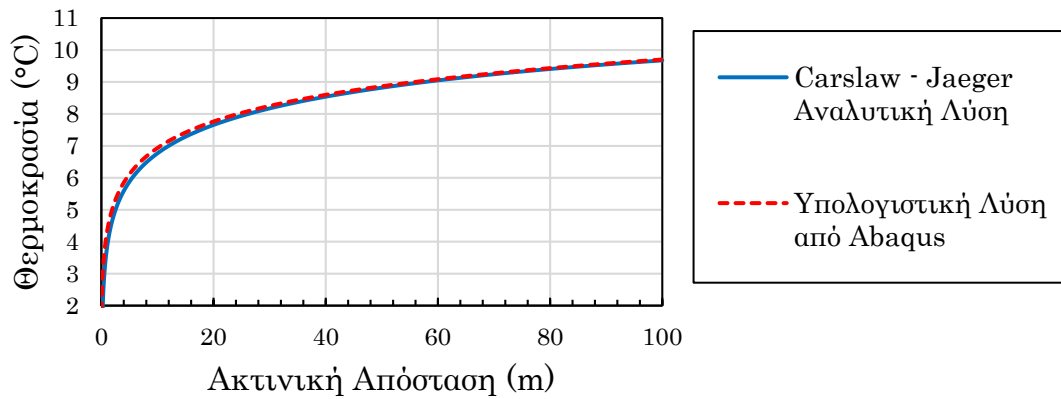
-	Initial	Minimum	Maximum
Increment Size	7200 sec	7200 sec	3.1536E+006 sec

## Περίπτωση 5

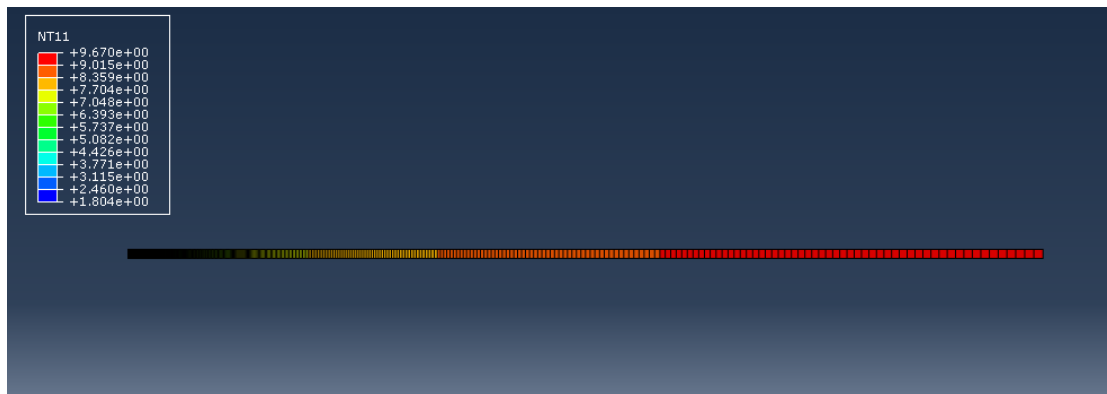
### Carslaw - Jaeger (1947)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)

Χρονική Περίοδος  $t = 1000$  years



**Σχήμα 4.36** Διάγραμμα αναλυτικής λύσης σε σχέση με την υπολογιστική λύση που εξάγεται από το Abaqus για  $t = 1000$  years.



**Σχήμα 4.37** Θερμοκρασία πεπερασμένων στοιχείων στο πλέγμα που παρουσιάζεται. Επιλογή σειράς τετρακομβικών στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος. Περίπτωση  $t = 1000$  years.

Time Period : 3.1536E+010 sec (1000 years)

Maximum number of increments : 100000

-	Initial	Minimum	Maximum
Increment Size	3600 sec	3600 sec	3.1536E+007 sec

## Συμπεράσματα

Η ανάλυση του παραπάνω προβλήματος έχει πραγματοποιηθεί σε περιβάλλον του υπολογιστικού προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων Abaqus/CAE 6.13 Version.

Η ανάλυση αφορά μεταφορά θερμότητας, η οποία επιτελείται ακτινικά γύρω από έναν κύλινδρο σωλήνα (U – tube). Χρησιμοποιείται μόνο μία σειρά τετρακομβικών στοιχείων και το πρόβλημα είναι μονοδιάστατο. Τα διαγράμματα που έχουν προκύψει είναι διαγράμματα θερμοκρασίας σε σχέση με την ακτινική απόσταση για χρονικό διάστημα  $t=1,5,25,100,1000$  χρόνια (Περιπτώσεις 1 – 5 αντίστοιχα). Η μεταφορά θερμότητας που πραγματοποιείται στις παραπάνω περιπτώσεις έχει ως αποτέλεσμα τη ψύξη εδάφους ή αλλιώς την θέρμανση ενός σπιτιού. [5],[7],[9],[10],

Όπως γίνεται αντιληπτό από τα Σχήματα 4.28, 4.30, 4.32, 4.34, 4.36, η θερμοκρασία είναι χαμηλή κοντά στο τοίχωμα του αγωγού (Πλευρά LEFT στο Σχήμα 4.27) και αυξάνεται σε σχέση με την απόσταση  $r$  από την πλευρά LEFT έως ότου σταθεροποιηθεί στην τιμή  $T = 11$  °C η οποία είναι και η θερμοκρασία μακρινού πεδίου του εδάφους στο βάθος που πραγματοποιείται η ανάλυση. [5]

Το Σχήμα 4.38 μάλιστα, αναπαριστά την συγκεντρωτική κατανομή των θερμοκρασιών σε σχέση με την ακτινική απόσταση  $r$  για  $t=1,5,25,100,1000$  χρόνια. Η θερμοκρασία μειώνεται όσο αυξάνεται ο χρόνος  $t$ . Επικρατούν μεταβατικές συνθήκες (unsteady state). Με την παρέλευση ικανού χρόνου, παρατηρείται πως τείνει να αποκατασταθεί γραμμική κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος της ακτινικής απόστασης  $r$ . Επομένως τείνουν να αποκατασταθούν μόνιμες συνθήκες (steady state), γεγονός το οποίο θα γινόταν εύκολα αντιληπτό αν η ανάλυση συνέχιζε για  $t>1000$  χρόνια. [11]

Στο Σχήμα 4.39 φαίνεται η κατανομή της θερμοκρασίας σε σχέση με τον χρόνο  $t$  για διάφορες ακτινικές αποστάσεις  $r$ . Σε κάθε ακτινική απόσταση  $r$  η θερμοκρασία αυξάνεται με τον χρόνο  $t$ . Επίσης, όσο πιο κοντά στην πλευρά LEFT (Σχήμα 4.27) βρίσκεται ένα σημείο, τόσο πιο μικρή θερμοκρασία θα έχει. Σε αποστάσεις πολύ μακριά από την πλευρά LEFT (Σχήμα 4.8), η θερμοκρασία τείνει να προσεγγίσει την θερμοκρασία μακρινού πεδίου  $T = 11$  °C . Αυτό μάλιστα, δικαιολογείται εύκολα από το γεγονός πως τα σημεία που βρίσκονται πιο κοντά στον γεωναλλάκτη απορρίπτουν άμεσα θερμική ενέργεια μέσα στο φέρον ρευστό κυκλοφορίας που μεταφέρει λόγω διαφοράς θερμοκρασίας. [5],[7],[9],[10],

Αξιίζει να σημειωθεί πως η κατανομή της θερμοκρασίας μεταβάλλεται αναλόγως με τις ενδεικτικές τιμές που μπορεί να διαλέξει κάποιος από τον Πίνακα του Παραρτήματος Β.

Στον κώδικα του Παραρτήματος Α φαίνονται οι ενδεικτικές τιμές που χρησιμοποιήθηκαν για την παρούσα ανάλυση.

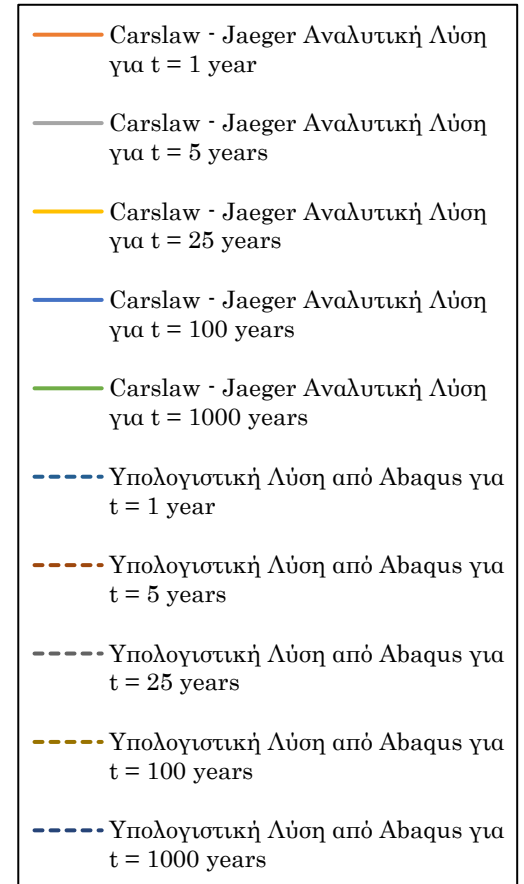
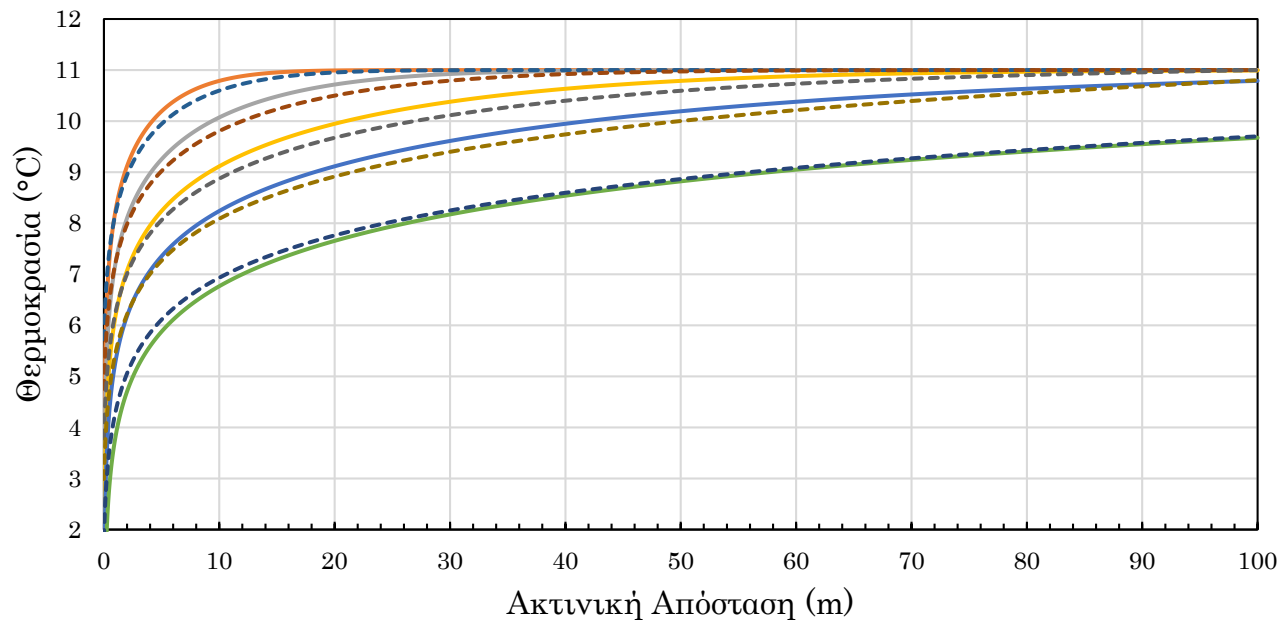


## Carslaw - Jaeger (1947)

(Θέρμανση Σπιτιού - Ψύξη Εδάφους)

Αναλυτική Λύση - Υπολογιστική Λύση  
(Σύγκριση)

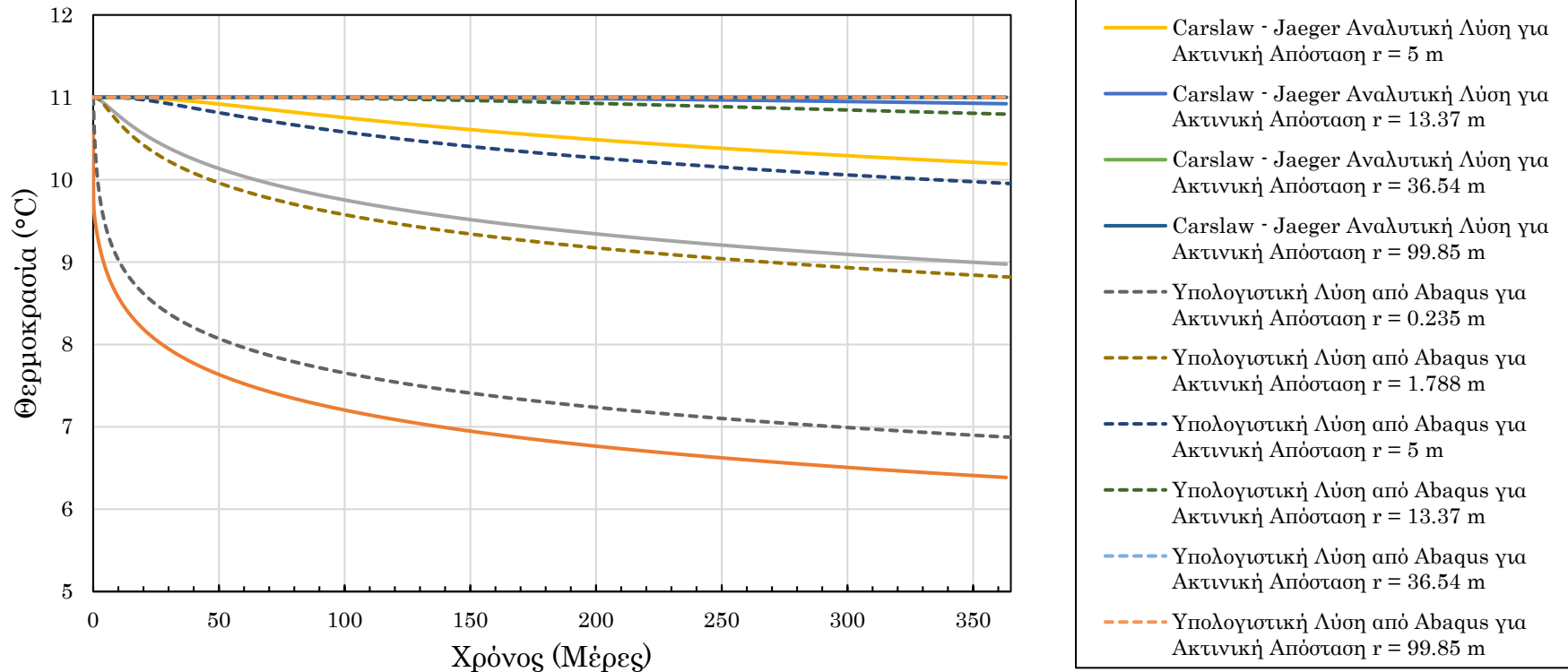
Χρονικ



**Σχήμα 4.38** Συγκεντρωτικό διάγραμμα θερμοκρασίας εδάφους (°C) σε σχέση με την ακτινική απόσταση (m) για t = 1,5,25,100,1000 years. Το διάγραμμα αφορά την περίπτωση θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους.

**Carslaw Jaeger (1947)**  
 (Θέρμανση Σπιτιού - Ψύξη Εδάφους)

Σύγκριση Αναλυτικής Λύσης - Υπολογιστικής Λύσης  
 για διάφορες ακτινικές αποστάσεις



**Σχήμα 4.39** Συγκεντρωτικό διάγραμμα θερμοκρασίας εδάφους (°C) κατά την διάρκεια ενός έτους (365 μέρες) για  $r = 0.235, 1.788, 5, 13.37, 36.54, 99.85$  m. Το διάγραμμα αφορά την περίπτωση θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους.

# Κεφάλαιο 5

---

## Συμπεράσματα και προτάσεις

---

Σε αυτήν την διπλωματική εργασία μελετήθηκε ένα σύστημα κατακόρυφου γεωεναλλάκτη κλειστού βρόχου, στο οποίο νερό ή υδατικό διάλυμα ρέει σε σωλήνωση τύπου U και μεταφέρει (ή απορρίπτει) θερμότητα από το έδαφος σε μία αντλία θερμότητας. Τα συμπεράσματα της εργασίας είναι :

1. Οι *Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας* (Γ.Α.Θ.) είναι ηλεκτροκίνητα συστήματα, που εκμεταλλεύονται τη σταθερή θερμοκρασία του υπεδάφους, για να παρέχουν θέρμανση, ψύξη και ζεστό νερό χρήσης. [3], [4], [5], [8]
  2. Οι *Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας* (Γ.Α.Θ.) ταξινομούνται σε α) Συστήματα Κλειστού Βρόχου, β) Συστήματα Ανοιχτού Βρόχου και γ) Υβριδικά Συστήματα. [3]
  3. Τα Συστήματα Κλειστού Βρόχου διακρίνονται σε α) κατακόρυφα ή β) οριζόντια. [3]
  4. Τα Συστήματα Ανοιχτού Βρόχου διακρίνονται ως προς τη διάταξη τους σε α) συστήματα με κανονική – απλή διάταξη και β) σε διάταξη με βρόχο ανακυκλοφορίας. [3]
  5. Η *Γεωθερμική Ενέργεια* (Geothermal Energy) είναι η ήπια και ανανεώσιμη πηγή θερμικής ενέργειας που προέρχεται από το εσωτερικό της γης και εμπεριέχεται σε φυσικούς ατμούς, σε επιφανειακά ή υπόγεια θερμά νερά και σε θερμά ξηρά πετρώματα. Χαρακτηριστικό της είναι ότι αποτελεί μια απεριόριστη πηγή ενέργειας και επιτυγχάνεται με διάφορα γεωθερμικά συστήματα ανάλογα με το γεωθερμικό δυναμικό. [3]
  6. *Αβαθής Γεωθερμία* (Shallow Geothermal Energy) είναι η ενέργεια η οποία λαμβάνεται από μικρό βάθος (συνήθως μικρότερο των 400–500 m) με την βοήθεια εγκατεστημένων συστημάτων τα οποία εκμεταλλεύονται τη θερμότητα των επιφανειακών γεωλογικών σχηματισμών και υδάτων (επιφανειακών και υπογείων). [3]
  7. Ο τρόπος με τον οποίο μεταφέρεται η θερμότητα από και προς το έδαφος επιτυγχάνεται με τη χρήση *Γεωθερμικών Αντλιών Θερμότητας* (Γ.Α.Θ.). [5]
-

8. Η μετάδοση της θερμότητας γίνεται ταυτόχρονα με τη βοήθεια ενός δικτύου σωληνώσεων (γεωεναλλακτών) μέσα στο οποίο ρέει νερό ή υδατικό διάλυμα. Ειδικά στα πλαίσια αυτής της εργασίας, μέσω ενός κατακόρυφου συστήματος γεωεναλλάκτη κλειστού βρόχου τύπου U. [3],[5]
9. Η κατανομή της θερμοκρασίας στο υπέδαφος, σύμφωνα με τους Kusuda και Achenbach (1965), τείνει να γίνει όλο και περισσότερο σταθερή όσο αυξάνεται το βάθος σε μία περίοδο ενός έτους. [3],[8]
10. Η μεταφορά θερμότητας με αγωγή επιτελείται με τη μεταφορά ενέργειας από μόρια που βρίσκονται σε υψηλότερη ενεργειακή στάθμη (θερμοκρασία) σε γειτονικά μόρια με χαμηλότερη ενέργεια (μεταφορά με μοριακά μέσα).
11. Οι υποθέσεις των Carslaw – Jaeger, οι παραδοχές των Leonard Ingersoll et al., οι υποθέσεις των Claesson και Eskilson οδηγούν σε προτεινόμενες λύσεις, οι οποίες επιλύουν αναλυτικά το πρόβλημα μεταφοράς θερμότητας μέσα σε ένα σύστημα κατακόρυφου γεωεναλλάκτη κλειστού βρόχου. [9],[10],[18]
12. Ένας εναλλακτικός τρόπος αναλυτικής επίλυσης ο οποίος αφορά την ανάλυση μεταφοράς θερμότητας από τον γεωεναλλάκτη στο υπέδαφος και αντίστροφα, είναι η μέθοδος των θερμικών αντιστάσεων. [5]
13. Υπάρχουν δύο τρόποι λειτουργίας των *Γεωθερμικών Αντλιών Θερμότητας* (Γ.Α.Θ.) i) Ψύξη Σπιτιού – Θέρμανση Εδάφους και ii) Θέρμανση Σπιτιού – Ψύξη Εδάφους. [5]
14. Η θερμοκρασία είναι υψηλή κοντά στο τοίχωμα του αγωγού (Πλευρά LEFT στο Σχήμα 4.8) και μειώνεται σε σχέση με την απόσταση  $r$  από την πλευρά LEFT έως ότου σταθεροποιηθεί στην τιμή  $T = 11 \text{ }^\circ\text{C}$  η οποία είναι και η θερμοκρασία μακρινού πεδίου του εδάφους στο βάθος που πραγματοποιείται η ανάλυση. (Λειτουργία ψύξης σπιτιού – θέρμανσης εδάφους)
15. Η θερμοκρασία του εδάφους σε σχέση με την ακτινική απόσταση από τον γεωεναλλάκτη αυξάνεται όσο αυξάνεται ο χρόνος  $t$ . Επικρατούν μεταβατικές συνθήκες (unsteady state). Με την παρέλευση ικανού χρόνου, παρατηρείται πως τείνει να αποκατασταθεί γραμμική κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος της ακτινικής απόστασης  $r$ . Επομένως τείνουν να αποκατασταθούν μόνιμες συνθήκες (steady state). (Λειτουργία ψύξης σπιτιού – θέρμανσης εδάφους) [11]
16. Σε κάθε ακτινική απόσταση  $r$  η θερμοκρασία αυξάνεται με τον χρόνο  $t$ . Τα σημεία που βρίσκονται πιο κοντά στον γεωεναλλάκτη λαμβάνουν άμεσα την θερμική ενέργεια που αυτός μεταφέρει με το φέρον ρευστό κυκλοφορίας λόγω διαφοράς θερμοκρασίας. (Λειτουργία ψύξης σπιτιού – θέρμανσης εδάφους) [5],[9],[10],[18]
17. Η θερμοκρασία είναι χαμηλή κοντά στο τοίχωμα του αγωγού (Πλευρά LEFT στο Σχήμα 4.8) και αυξάνεται σε σχέση με την απόσταση  $r$  από την πλευρά LEFT έως ότου σταθεροποιηθεί στην τιμή  $T = 11 \text{ }^\circ\text{C}$  η οποία είναι και η θερμοκρασία μακρινού πεδίου του εδάφους στο βάθος που πραγματοποιείται η ανάλυση. (Λειτουργία θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους)
18. Η θερμοκρασία του εδάφους σε σχέση με την ακτινική απόσταση από τον γεωεναλλάκτη μειώνεται όσο αυξάνεται ο χρόνος  $t$ . Επικρατούν μεταβατικές συνθήκες (unsteady state). Με την παρέλευση ικανού χρόνου, παρατηρείται πως τείνει να αποκατασταθεί γραμμική κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος της ακτινικής απόστασης  $r$ . Επομένως τείνουν να αποκατασταθούν μόνιμες συνθήκες (steady state). (Λειτουργία θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους) [11]
19. Σε κάθε ακτινική απόσταση  $r$  η θερμοκρασία μειώνεται με τον χρόνο  $t$ . Τα σημεία που βρίσκονται πιο κοντά στον γεωεναλλάκτη απορρίπτουν άμεσα την θερμική ενέργεια στο φέρον ρευστό που αυτός μεταφέρει λόγω διαφοράς θερμοκρασίας. (Λειτουργία θέρμανσης σπιτιού – ψύξης εδάφους) [5],[9],[10],[18]
20. Ο σκεδασμός ενός τέτοιου συστήματος περιπλέκεται από την ποικιλία των γεωλογικών σχηματισμών και των ιδιοτήτων τους που επηρεάζουν τη θερμική συμπεριφορά του συστήματος. [Πίνακας Παραρτήματος Β]
21. Οι κύριες παράμετροι που ελέγχουν τη θερμική ροή είναι τα χαρακτηριστικά του εδάφους (θερμική αγωγιμότητα, πυκνότητα, θερμοχωρητικότητα, ειδική θερμοχωρητικότητα κατ' όγκο, ειδική θερμότητα, τύπος πετρώματος).

Μερικά από τα ερωτήματα που θα μπορούσαν να αποτελέσουν αντικείμενο για περαιτέρω εργασία είναι τα εξής :

1. Κατανόηση της επίδρασης του εδάφους σε πολλαπλούς γεωεναλλάκτες
  2. Επίδραση ύπαρξης υδροφόρου, διαφορετικών γεωλογικών στρωμάτων καθώς και του πληρωτικού υλικού και του σωλήνα στην κατανομή της θερμοκρασίας στο υπέδαφος.
  3. Μοντελοποίηση της θερμοκρασίας σε οριζόντιους γεωεναλλάκτες ή σε άλλους τύπους κατακόρυφων γεωεναλλακτών.
  4. Πειραματική ανάλυση κατανομής θερμοκρασίας σε ένα σύστημα κατακόρυφου γεωεναλλάκτη κλειστού βρόχου, στο οποίο νερό ή υδατικό διάλυμα ρέει σε σωλήνωση τύπου U και σύγκριση με αριθμητικά αποτελέσματα Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων και με αναλυτικές λύσεις,
-

---

## Βιβλιογραφία

---

- [1] ABAQUS/Standard, Version 6.14 © Dassault Systèmes, (2014)
  - [2] ABAQUS, 'Abaqus Theory Manual, Version 6.12 © Dassault Systèmes', (2012)
  - [3] Ανδρίτσος, Ν., Γεωθερμικές Αντλίες Θερμότητας - Γενικές αρχές λειτουργίας - Οφέλη – Νομοθεσία – Εφαρμογές, Σημειώσεις Μαθήματος, Βόλος, 2020
  - [4] Ανδρίτσος, Ν., Φυτίκας, Μ., *Γεωθερμία– Γεωθερμικοί πόροι, Γεωθερμικά Ρευστά, Εφαρμογές, Περιβάλλον*, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη, 2004
  - [5] Banks, D., Subsurface Heat Conduction and the Design of Borehole-Based Closed-Loop Systems, *An Introduction to Thermogeology – Ground Source Heating and Cooling*, 2<sup>nd</sup> Edition, John Wiley & Sons Ltd., The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex, PO19 8SQ, UK , 2012
  - [6] Benyoub, M., Aour, B., Bouhacina, B., Sadek, K., (2018), Numerical Investigation of the Physical Properties Effect on the Thermal Performance of a Vertical Geothermal Heat Exchanger, *Engineering, Technology and Applied Science Research*, **8** (2), 2715-2723
  - [7] Bnilam, N., Al-Khoury, R., (2016), Transient heat conduction in an infinite medium subjected to multiple cylindrical heat sources : An application to shallow geothermal systems, *Renewable Energy*, **97**, 145-154
-

- [8] Βραχόπουλος, Μ.Γ., Κούκου, Μ.Κ., Καρύτσας Κ., *Κανονική γεωθερμία - αρχές σχεδιασμού γεωθερμικών συστημάτων και εφαρμογές*, Εκδόσεις Κάλλιπος, Αθήνα, 2015
- [9] Carslaw H.S., *Introduction to the Mathematical Theory of the Conduction of Heat in Solids*, 2<sup>nd</sup> Edition, Macmillan and Co., Limited St. Martin's Street, London, Great Britain, 1921
- [10] Carslaw, H.S., Jaeger, J.C., *Conduction of Heat in Solids*, 2<sup>nd</sup> Edition , Oxford University Press, Amen House, London E.C.4, Great Britain, 1959
- [11] Çengel, Y.A., Ghajar, A.J., CHAPTER 2 : HEAT CONDUCTION EQUATION, *Heat and Mass Transfer : Fundamentals and Applications*, 5<sup>n</sup> Edition, McGraw-Hill Education, 2 Penn Plaza, New York, NY 10121, 79-82, 2015
- [12] Chen, C., Shao, H., Naumov, D., Kong, Y., Tu, K., Kolditz, O., (2019), Numerical investigation on the performance, sustainability, and efficiency of the deep borehole heat exchanger system for building heating, *Geothermal Energy*, **7** (1), Article 18
- [13] Fomin, S., Chugunov, V., Hashida, T., (2003), Analytical modelling of the formation temperature stabilization during the borehole shut-in period, *Geophysical Journal International*, **155** (2), 469-478
- [14] García, A., Santoyo, E., Espinoza, G., Hernández, I., Gutiérrez, H., (1998), Estimation of Temperatures in Geothermal Wells During Circulation and Shut-in in the Presence of Lost Circulation, *Transport in Porous Media*, **33**, 103–127
- [15] García, A., Santoyo, E., Espinoza, G., Hernández, I., Gutiérrez, H., (2001), TEMLOPI/V.2: a computer program for estimation of fully transient temperatures in geothermal wells during circulation and shut-in, *Computers & Geosciences*, **27**, 327–344
- [16] Hoang, N.H., Mainçon, N.H., Philippe, D., Coudert, T., Bjørset, A., Sæther, S., (2021), Novel computational tool for efficient structural analyses of geothermal wells, *Geothermics*, **92**, Article 102058
- [17] Incropera, F.P., Dewitt, D.P., Bergman, T.L., Lavine, A.S., Introduction to Conduction, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 6<sup>th</sup> Edition, John Wiley & Sons, Inc., 111 River Street, Hoboken, NJ, 70-74, 2007
- [18] Ingersoll, L.R., Zobel, O.J., Ingersoll, A.C., THEORY OF EARTH HEAT EXCHANGERS FOR THE HEAT PUMP , *Heat Conduction with Engineering, Geological and Other Applications*, Oxford & IBH Publishing Co., Oxford Building, N-88 Connaught Circus, New Delhi-I, 240-271, 1969
- [19] Καραμάνος, Σ.Α., *Η Μέθοδος Των Πεπερασμένων Στοιχειών : Βασική Θεωρία και Εφαρμογές στην Επιστήμη του Μηχανικού*, Σημειώσεις Μαθήματος, Εκδόσεις Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, Βόλος, 2007
-

- [20] Larwa, B., Gwadera, M., Kicińska, I., Kupiec, K., (2018), Parameters of the Carslaw-Jaeger equation describing the temperature distribution in the ground, *Technical Transactions : Czasopismo Techniczne*, **115** (9), 67-78
- [21] Larwa, B., (2018), Heat Transfer Model to Predict Temperature Distribution in the Ground, *Energies*, **12** (1), 25
- [22] Liu, W.V., Apel, D.B., Bindiganavile, V.S., (2016), Cylindrical models of heat flow and thermo-elastic stresses in underground tunnels, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid*, **26** (7), 2139-2159
- [23] Luo, Y., Yan, T., Yu, J., (2020), Integrated analytical modeling of transient heat transfer inside and outside U-tube ground heat exchanger: A new angle from composite-medium method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **162**, Article 120373
- [24] National Institute of Standards and Technology, U.S. Department of Commerce, [ Available at <https://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/> on 12/1/2022 ]
- [25] Shao, H., Hein, P., Sachse, A., Kolditz, O., Benchmarks, *Geoenergy Modelling II: Shallow Geothermal Systems*, Springer International Publishing AG, Gewerbestrasse 11, 6330 Cham, Switzerland, 2016
- [26] SIMULIA, ABAQUS, Getting Started with Abaqus : Interactive Edition, Version 6.14 © Dassault Systèmes [Available at <http://130.149.89.49:2080/v6.14/books/gsa/default.htm> on 12/1/2022 ]
- [27] Tarrad, A.H., (2021), Borehole Thermal Analysis for a Closed Loop Vertical U-Tube DX Ground Heat Exchanger, *Mathematical Modelling of Engineering Problems*, **8** (4), 501-509
- [28] The Engineering Toolbox, Free tools and information for engineering and design of technical applications [Available at <https://www.engineeringtoolbox.com/> on 12/1/2022]
- [29] Φραγκογιάννης, Ι.Γ., (2011), *Αναλυτικός Σχεδιασμός και Παραμετρική ανάλυση-οπιστημάτων αβαθούς γεωθερμίας με κατακόρυφους γεωεναλλάκτες. Πειραματική διερεύνηση του θερμικού δυναμικού του υπεδάφους*, Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων - Μεταλλουργών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
- [30] Wang, M., Hu, Y., Liu, D., Jiang, C., Wang, Q., Wang, Y., (2020), A Study on the Heat Transfer of Surrounding Rock-Supporting Structures in High-Geothermal Tunnels, *Applied Sciences*, **10** (7), 2307



# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ



# Παράρτημα A

---

## Κώδικας που χρησιμοποιήθηκε / Input File

---

```
*HEADING
Two-dimensional heat transfer problem
SI units (kg, m, s, N)
1-axis radial r, 2-axis vertical z
*PREPRINT, ECHO=YES, MODEL=YES, HISTORY=YES
**
** MODEL DEFINITION
**
*NODE, NSET=LAYER1
1, 0.15, 0., 0.
1001, 100., 0., 0.
5001, 0.15, 1., 0.
6001, 100., 1., 0.
*NSET, NSET=LEFT
1, 5001
*NSET, NSET=RIGHT
1001, 6001
*NFILL, BIAS=0.99, NSET=ALLN
LEFT, RIGHT, 1000, 1
*ELEMENT, TYPE=DCAx4
1, 1, 2, 5002, 5001
*ELGEN, ELSET=ALLE
1, 1000, 1, 1
**
**
**
*SOLID SECTION, ELSET=ALLE, MATERIAL=CONDUCTING_SHEET
*MATERIAL, NAME=CONDUCTING_SHEET
*DENSITY
1550.0D0
*CONDUCTIVITY
2.48D0
*SPECIFIC HEAT
830.0D0
*PHYSICAL CONSTANTS, ABSOLUTE ZERO=-273.0
**
**
*INITIAL CONDITIONS, TYPE=TEMPERATURE
ALLN, 11.
**
*STEP, INC=10000
*HEAT TRANSFER, DELTMX=1
** Total time = 1 year = 31536000 sec.
3153.6000, 31536000, , 31536.000 !ΣΗΜΕΙΩΣΗ 1
*BOUNDARY
RIGHT, 11, 11, 11.
*DFLUX
1, S4, 20. !ΣΗΜΕΙΩΣΗ 2
```

---

```
*OUTPUT, FIELD, FREQUENCY=1
*ELEMENT OUTPUT
TEMP, HFL
*NODE OUTPUT
NT
*END STEP
```

### ΣΗΜΕΙΩΣΗ 1

Ο συγκεκριμένος κώδικας αφορά την περίπτωση για χρονική διάρκεια ενός χρόνου (1 year). Για όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις (5,25,100,1000 years) απλά κάθε φορά θα αλλάζει η συγκεκριμένη γραμμή του κώδικα. Δηλαδή :

5 years → 15778.4630, 157784630, , 157784.630

25 years → 78892.3149, 788923149, , 788923.149

100 years → 315360.0000, 3153600000, , 3153600.000

1000 years → 3153600.0000, 31536000000, , 31536000.000

### ΣΗΜΕΙΩΣΗ 2

Ο συγκεκριμένος κώδικας αφορά την περίπτωση της ψύξης σπιτιού – θέρμανσης εδάφους.

Για τη θέρμανση σπιτιού – ψύξη εδάφους η μόνη διαφορά είναι πως αντί για '20' χρησιμοποιείται η τιμή '-20'. Δηλαδή η γραμμή του κώδικα αλλάζει ως εξής :

```
*DFLUX
```

```
1, S4, -20.
```

# Παράρτημα Β

---

Ενδεικτικές τιμές πυκνότητας, θερμικής αγωγιμότητας και ειδικής θερμοχωρητικότητας κατ' όγκο διαφόρων εδαφών περίπου στους 20 °C

---

Στον Πίνακα του Παραρτήματος Β παρουσιάζονται ενδεικτικές τιμές πυκνότητας, θερμικής αγωγιμότητας και ειδικής θερμοχωρητικότητας κατ' όγκο διαφόρων εδαφών περίπου στους 20 °C.

**Πίνακας Παραρτήματος Β** Ενδεικτικές τιμές πυκνότητας, θερμικής αγωγιμότητας και ειδικής θερμοχωρητικότητας κατ' όγκο διαφόρων εδαφών περίπου στους 20 °C (Βραχόπουλος et al., 2015)

Τύπος Πετρώματος	Πυκνότητα Ρ	Θερμική αγωγιμότητα λ		Ειδική θερμοχωρητικότητα κατ' όγκο S <sub>vc</sub>
	*10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup>	Τυπική Διακύμανση Τιμών W/(mK)	Τυπική Τιμή W/(mK)	MJ/(m <sup>3</sup> K)
<b>Μαγματικά Πετρώματα</b>				
Βασάλτης (Ηφαιστειακό)	2.6 – 3.2	1.3 – 2.3	1.7	2.3 – 2.6
Διορήτης (Ηφαιστειακό)	2.9 – 3	2.0 – 2.9	2.6	2.9
Γρανίτης (Πλουτωνικό)	2.4 – 3	2.1 – 4.1	3.4	2.1 – 3.0
Περιδοίτης (Πλουτωνικό)	3	3.8 – 5.3	4.0	2.7
<b>Μεταμορφωσιγενή Πετρώματα</b>				
Μάρμαρο	2.5 – 2.8	1.3 – 3.1	2.1	2
Μεταχαλαζίτης	~2.7	~5.8	5.8	2.1
Αργιλλώδης Σχιστόλιθος	2.7	1.5 – 2.6	2.1	2.2 – 2.5
<b>Ιζηματογενή Πετρώματα</b>				
Ασβεστόλιθος	2.6 – 2.7	2.5 – 4.0	2.8	2.1 – 2.4
Μάργα	2.5 – 2.6	1.5 – 3.5	2.1	2.2 – 2.3
Χαλαζίτης	~2.7	3.6 – 6.6	6	2.1 -2.2
Αμμόλιθος	2.2 – 2.7	1.3 – 5.1	2.3	1.6 – 2.8
Άργιλος	2.5 – 2.6	1.1 – 3.5	2.2	2.1 – 2.4
<b>Μη ενοποιημένα πετρώματα</b>				
Χαλίκι ξηρό	2.7 – 2.8	0.4 – 0.5	0.4	1.4 -1.6
Χαλίκι, κορεσμένο με νερό	~2.7	~1.8	1.8	~2.4
Άμμος, ξηρή	2.6 – 2.7	0.3 – 0.8	0.4	1.3 – 1.6
Άμμος, κορεσμένη με νερό	2.6 – 2.7	1.7 – 5.0	2.4	2.2 – 2.9
Άργιλος/λάσπη, ξηρός	-	0.4 – 1.0	0.5	1.5 – 1.6
Άργιλος/λάσπη κορεσμένος με νερό	-	0.9 – 2.3	1.7	1.6 – 3.4
Τύρφη	-	0.2 – 0.7	0.4	0.5 – 3.8
<b>Άλλες ουσίες</b>				
Μπετονίτης	-	0.5 – 0.8	0.6	~3.9
Τσιμέντο	~2	0.9 – 2.0	1.6	~1.8