



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ ΣΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΕΣ  
ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΕΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΗΣ ΗΛΙΑΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

υπό

**ΑΝΤΡΕΑ ΕΡΩΤΟΚΡΙΤΟΥ**

**Διπλωματική Εργασία**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για  
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2022



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ ΣΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΕΣ  
ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΕΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΗΣ ΗΛΙΑΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

υπό

**ΑΝΤΡΕΑ ΕΡΩΤΟΚΡΙΤΟΥ**

**Διπλωματική Εργασία**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για  
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2022

© 2022 Αντρέας Ερωτοκρίτου

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

## **Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Χαραλάμπους Γεώργιος Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Ζερβάκη Άννα Επίκουρη Καθηγήτρια, Τμήμα Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών , Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Κερμανίδης Αλέξης Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά, τον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, Επίκουρο Καθηγητή κ. Γεώργιο Χαραλάμπους, ο οποίος ήταν πρόθυμος να αναλάβει την επίβλεψη της διπλωματικής αυτής εργασίας. Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω την Επίκουρη Καθηγήτρια κ. Άννα Ζερβάκη της σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου για την πολύτιμη συμβολή της στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας και στη διπλωματική μου εργασία. Ευχαριστώ ιδιαίτερα την Καθηγήτρια Π. Ψυλλάκη από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Παν. Δυτικής Αττικής η οποία μας παραχώρησε τα δοκίμια που έχουν μελετηθεί.

Στη συνέχεια θα ήθελα να ευχαριστήσω τα εξής άτομα που έχουν συνεισφέρει με το δικό τους τρόπο στην υλοποίηση αυτής της εργασίας και τους εκτιμώ ιδιαίτερα. Τον συνάδελφο μου Μάριο Δημητρίου, για την άδεια χρήσης των πειραματικών αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στη διπλωματική του εργασία. Τους φίλους μου, Γιώργο και Γιώργο, που καθ' όλη τη διάρκεια της μελέτης και εγγραφής της διπλωματικής μου εργασίας, με στήριξαν με την παρέα τους. Τις αδελφές μου Αμαλία και Ναθαναέλλα για τη συνεχή ψυχολογική στήριξή τους. Τον Armin Van Buuren και τη μουσική εκπομπή «A state of Trance» για τις ατελείωτες ώρες παρέας που μου χάρισαν καθ' όλη τη φοιτητική μου ζωή.

Αφιερώνω την παρούσα διπλωματική εργασία στους αγαπημένους μου γονείς, οι οποίοι δεν έπαψαν ποτέ να λάμπουν στα σκοτάδια μου.

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ ΣΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΕΣ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΕΣ ΜΕ ΤΗ  
ΧΡΗΣΗ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΗΣ ΗΛΙΑΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

ΑΝΤΡΕΑΣ ΕΡΩΤΟΚΡΙΤΟΥ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2022

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Γεώργιος Χαραλάμπους

Επίκουρος Καθηγητής Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

**Περίληψη**

Τα συστήματα συγκεντρωμένης ηλιακής ενέργειας (CSE) αποτελούν μία καινοτόμο μέθοδο, η οποία έχει ως κύριο στόχο την αξιοποίηση παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας σε σύγχρονες τεχνολογικές εφαρμογές. Ένας από τους τομείς αξιοποίησης αφορά τον τομέα των υλικών, στον οποίο η ηλιακή δέσμη που παράγεται από τα συστήματα CSE, χρησιμοποιείται ως πηγή θερμότητας για την εκτέλεση επιφανειακών κατεργασιών, με στόχο την παραγωγή υλικών υψηλών απαιτήσεων. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, γίνεται ανάπτυξη και εφαρμογή υπολογιστικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο υπολογίζει την ανάπτυξη και κατανομή των θερμοκρασιών στο κατεργαζόμενο υλικό, ενώ τα αποτελέσματα του μοντέλου αξιολογούνται με πειραματικά αποτελέσματα. Η κατασκευή του μοντέλου έγινε σε υπολογιστικό πρόγραμμα, του οποίου οι λύσεις βασίζονται στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάζονται οι βασικές αρχές μεταφοράς θερμότητας με αγωγή, καθώς και η ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Παρουσιάζεται η ανάπτυξη του μοντέλου, το οποίο ενσωματώνει την διαδικασία και τις παραμέτρους που χρησιμοποιήθηκαν στις πειραματικές δοκιμές.

Τα αριθμητικά αποτελέσματα συγκρίνονται με τις πειραματικές μετρήσεις και αποδεικνύεται ότι υπάρχει ικανοποιητική συμφωνία.

**COMPUTATION OF TEMPERATURE FIELDS ON SURFACE TREATMENTS WITH THE USE OF  
CONCENTRATED SOLAR ENERGY**

ANTREAS EROTOKRITOU

Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly, 2022

Supervisor: Dr George Charalampous

Assistant Professor

**Abstract**

Concentrated solar energy systems (CSE) are an innovative method, which has as its main goal the utilization of electricity generation in modern technological applications. One of those, is the field of materials, where the solar beam produced by the CSE systems is utilized as a heat source on surface treatments for producing high durable materials. In this work is presented the development and implementation of a computation model by means of the finite element method. Purpose of the model is the calculation of the development and distribution of the temperature fields, produced in the processed material.

In this thesis are presented the basic principles of heat transfer through conduction, as well as the analysis by the finite element method.

The development of the model is presented, which incorporates the procedure and parameters used in the experimental tests.

The numerical results are compared with the experimental measurements and it is proved that there is a sufficiently good agreement.

# Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή .....	1
1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο .....	1
1.2 Πειραματική διαδικασία .....	3
1.3 Σκοπός .....	5
1.4 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας .....	6
1.5 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ .....	6
Κεφάλαιο 2. Μεταφορά Θερμότητας .....	10
2.1 Ρυθμός Φαινομένου .....	10
2.2 Αγωγή .....	10
2.3 Ειδική θερμοχωρητικότητα $C$ .....	11
2.4 Θερμική αγωγιμότητα $k$ .....	12
2.5 Νόμος του Fourier .....	13
2.6 Γενική Εξίσωση Αγωγής .....	15
2.7 Οριακές και αρχικές συνθήκες .....	17
2.8 Μεταφορά θερμότητας με συναγωγή .....	19
2.9 Μεταφορά Θερμότητας με Ακτινοβολία .....	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ .....	24
3.1 Εισαγωγή .....	24
3.2 Βασική ιδέα .....	25
3.3 Πλεονεκτήματα της Μεθόδου .....	25
3.4 Συνοπτική διαδικασία μεθόδου .....	27
3.5 Διατύπωση ασθενούς λύσης «weak solution» .....	29
3.6 Μέθοδος Galerkin .....	31
3.7 Προσέγγιση χρονικά μεταβαλλόμενων προβλημάτων .....	32
3.8 Γεωμετρίες πεπερασμένων στοιχείων .....	34
Κεφάλαιο 4. Αριθμητική Μοντελοποίηση .....	36
4.1 Μαθηματικό Πρόβλημα .....	36
4.2 Θερμική πηγή .....	38
4.3 Πυκνότητα-Πορώδες .....	41
4.4 Θερμοφυσικές Ιδιότητες .....	41
4.5 Θερμική Αγωγιμότητα Σημείων Επαφής .....	47
4.6 Κατασκευή μοντέλου .....	54



4.7 Παραδοχές μοντέλου .....	57
Κεφάλαιο 5. Αριθμητικά αποτελέσματα.....	58
5.1 Αποτελέσματα βασικού μοντέλου .....	58
5.2 Αποτελέσματα παραμέτρου απόδοσης .....	60
5.3 Αποτελέσματα με παράμετρο τον συντελεστή εκπομπής .....	63
5.4 Αποτελέσματα με παράμετρο την αρχική τιμή .....	65
5.4 Αποτελέσματα με παράμετρο το πλέγμα .....	67
5.5 Αποτελέσματα με παράμετρο το χρονικό βήματος $\Delta t$ .....	68
Κεφάλαιο 6. Σύγκριση αποτελεσμάτων και συμπεράσματα .....	71
6.1 Αρχικές παρατηρήσεις .....	71
6.2 Σύγκριση επιφανειακής θερμοκρασίας .....	72
6.3 Μελέτη μικροδομής .....	73
6.4 Τελικά συμπεράσματα .....	76
6.5 Προτάσεις .....	79

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1- 1: Συστήματα (CSP), α) ηλιακή τάφρος, β) παραβολικός δίσκος, γ) ηλιακός πύργος .....	2
Σχήμα 1- 2: Γραφική διάταξη συλλογής ηλιακός φωτός οριζόντιου ηλιακού φούρνου και φωτογραφία του ηλιοστάτη- ακίνητου παραβολικού συγκεντρωτή στις εγκαταστάσεις (PSA) της Ισπανίας. [4] .....	3
Σχήμα 1- 3: α) χειρωνακτική τοποθέτηση κόνεως TiC στην επιφάνεια του δοκιμίου, β) κώδωνας χαλαζία. [4].....	5
Σχήμα 1- 4 Συγκριση αριθμητικών αποτελεσμάτων προσομοίωση με τις καταγεγραμμένες τιμές θερμοκρασίας των θερμοστοιχείων στις θέσεις (15,30,45) [mm] της μελέτης [3].....	7
Σχήμα 1- 5: Θερμοκρασιακές κατανομές στις θέσεις των θερμοστοιχείων (15, 30, 45) τις χρονικές στιγμές που διέρχεται από τη θέση τους η πηγή. ....	8
Σχήμα 2- 1: Μέτρηση ειδικής θερμοχωρητικότητας, Αριστερά: ισόχωρη διαδικασία, Δεξιά: ισοβαρής διαδικασία. ....	12
Σχήμα 2- 2: Η μεταβολή της θερμικής αγωγιμότητας διαφόρων υγρών, στερεών και αερίων με τη θερμοκρασία. ....	13
Σχήμα 2- 3: Τοίχος επιφάνειας A, πάχους x και θερμοκρασιακής διαφοράς $\Delta T_{12}$ .....	14
Σχήμα 2- 4: Καρτεσιανός όγκος ελέγχου (ορθογωνικής διατομής), με πλευρές dx, dy και dz [7] .....	16
Σχήμα 2- 5: Μηχανισμός συναγωγής γύρω από θερμή πλάκα, Αριστερά: φυσική συναγωγή, Δεξιά: εξαναγκασμένη συναγωγή. [9] .....	20
Σχήμα 2- 6: Κατανομή θερμοκρασίας ρευστού γύρω από θερμή πλάκα.....	20
Σχήμα 3- 1: Προσέγγιση της ακριβούς λύσης u από τη συνάρτηση $u_h$ [12].....	26
Σχήμα 3- 2: Αύξηση των στοιχείων προσέγγισης σε σημεία μεγάλης κλίσης της u [13].....	27
Σχήμα 3- 3: Συνοριακές συνθήκες σε μόνιμη μεταφορά θερμότητας σε ψύκτρα ηλεκτρονικού υπολογιστή.....	30
Σχήμα 3- 4: Πεπερασμένα στοιχεία 1 <sup>ης</sup> τάξης σε δύο και τρεις διαστάσεις [13].....	35
Σχήμα 3- 5: Πεπερασμένα στοιχεία 2 <sup>ης</sup> τάξης σε δύο και τρεις διαστάσεις [13].....	35
Σχήμα 4- 1: Σχέσεις φυσικής συναγωγής σε οριζόντια πλάκα. [13] .....	38
Σχήμα 4- 2: Σχέσεις φυσικής συναγωγής σε κάθετη πλάκα. [13].....	38
Σχήμα 4- 3: Κατανομή θερμικής ισχύς με τη μορφή Gauss. [19].....	39
Σχήμα 4- 4: Πειραματικές ενδείξεις πυρομέτρου στην επιφάνεια του υλικού επίστρωσης σε επιτυχείς και μη επιτυχείς δοκιμές. [4].....	40
Σχήμα 4- 5: Ειδική θερμοχωρητικότητα χάλυβα St37-2 συναρτήσει της θερμοκρασίας.....	44
Σχήμα 4- 6: Ειδική θερμοχωρητικότητα υλικού επίστρωσης (TiC) συναρτήσει της θερμοκρασίας. ....	45
Σχήμα 4- 7: Θερμική Αγωγιμότητα χάλυβα St37-2 συναρτήσει της θερμοκρασίας. ....	46
Σχήμα 4- 8: Θερμική Αγωγιμότητα υλικού επίστρωσης (TiC) συναρτήσει της θερμοκρασίας. ...	46
Σχήμα 4- 9: Θερμική Αγωγιμότητα υποστρώματος αλουμίνιας συναρτήσει της θερμοκρασίας. ....	47

Σχήμα 4- 10: Οι αποκλίσεις των συνδεόμενων επιφανειών σε πραγματικές επιφάνειες [13]. ..	48
Σχήμα 4- 11: Θερμική Αγωγιμότητα επαφής μεταξύ υλικού επίστρωσης και τεμαχίου χάλυβα, συναρτήσει της θερμοκρασίας. ....	51
Σχήμα 4- 12: Θερμική Αγωγιμότητα επαφής μεταξύ τεμαχίου χάλυβα και υποστρώματος αλουμίνιας, συναρτήσει της θερμοκρασίας. ....	51
Σχήμα 4- 13: Μέγιστη ένδειξη πυρομέτρου [4] .....	53
Σχήμα 4- 14: Ένδειξη πυρομέτρου κατά την πειραματική δοκιμή [4]. ....	54
Σχήμα 4- 15: Αριστερά: μορφή τρισδιάστατου μοντέλου κατασκευασμένο στο υπολογιστικό πρόγραμμα, Δεξιά: φωτογραφία της διάταξης πριν την εκτέλεση της ακτινοβόλησης. ....	54
Σχήμα 4- 16: Δοκιμή 1, Συνολικός αριθμός στοιχείων 1449 .....	56
Σχήμα 4- 17: Δοκιμή 2, Συνολικός αριθμός στοιχείων 28142 .....	56
Σχήμα 4- 18: Δοκιμή 3, Συνολικός αριθμός στοιχείων 63521 .....	57

Σχήμα 5- 1: Αποτύπωμα των θερμοκρασιών προσομοίωσης στην επιφάνεια της διάταξης τη χρονική στιγμή $t=600s$ .....	58
Σχήμα 5- 2: Ανάπτυξη της θερμοκρασίας στην επιφάνεια του υλικού επίστρωσης (μπλε γραμμή), αλλά και στην διεπιφάνεια υλικού επίστρωσης- δοκιμίου (πράσινη γραμμή).....	59
Σχήμα 5- 3: Ισόθερμη καμπύλη των 1540 βαθμών κελσίου τη χρονική στιγμή $t=600s$ (πλάγια όψη).....	59
Σχήμα 5- 4: Ισόθερμη καμπύλη των 1540 βαθμών κελσίου τη χρονική στιγμή $t=600s$ (κάτοψη). ....	60
Σχήμα 5- 5: Ανάπτυξη θερμοκρασιών για $P=0.56$ [MW/M2].....	61
Σχήμα 5- 6: Ανάπτυξη θερμοκρασιών για $P=0.63$ [MW/M2].....	61
Σχήμα 5- 7: Ανάπτυξη θερμοκρασιών για $P=0.77$ [MW/M2].....	62
Σχήμα 5- 8 Δοκιμές πυκνοτήτων ισχύος ( $P=0,77$ , $P=0.63$ , $P=0.56$ ) [MW/m2]) .....	62
Σχήμα 5- 9: Ισόθερμη θερμοκρασία σε βάθος ( $z=-0.0013m$ ) για $\epsilon=0,2$ .....	63
Σχήμα 5- 10: Ανάπτυξη θερμοκρασιών σε διάφορα σημεία της διάταξης για $\epsilon=0.2$ .....	63
Σχήμα 5- 11: Ισόθερμη θερμοκρασία σε βάθος ( $z=-0.0013m$ ) για $\epsilon=0,3$ .....	64
Σχήμα 5- 12: Ανάπτυξη θερμοκρασιών σε διάφορα σημεία της διάταξης για $\epsilon=0.2$ .....	64
Σχήμα 5- 13: Ισόθερμη θερμοκρασία σε βάθος ( $z=-0.0013m$ ) για $\epsilon=0.4$ .....	65
Σχήμα 5- 14: Ανάπτυξη θερμοκρασιών σε διάφορα σημεία της διάταξης για $\epsilon=0.4$ .....	65
Σχήμα 5- 15: Αρχική τιμή υλικού βάσης (steel st37-2) $T_0=100^{\circ}C$ .....	66
Σχήμα 5- 16: Αρχική τιμή υλικού βάσης (steel st37-2) $T_0=100^{\circ}C$ .....	66
Σχήμα 5- 17: Αρχική τιμή υλικού βάσης (steel st37-2) $T_0=100^{\circ}C$ .....	67
Σχήμα 5- 18: Αποτελέσματα Δοκιμής 1 για την μελέτη της επίδραση του πλέγματος .....	67
Σχήμα 5- 19: Αποτελέσματα δοκιμών 2 και 3 για την μελέτη της επίδρασης του πλέγματος .....	68
Σχήμα 5- 20: $\Delta t=1s$ .....	68
Σχήμα 5- 21: « $\Delta t=5s$ ».....	69
Σχήμα 5- 22: « $\Delta t=10s$ » .....	69
Σχήμα 5- 23: « $\Delta t=100s$ ».....	70

Σχήμα 6- 1: α) φωτογραφία του δοκιμίου κατά το πέρας της ακτινοβόλησης, β) : Αποτύπωμα των θερμοκρασιών προσομοίωσης στην επιφάνεια της διάταξης τη χρονική στιγμή $t=600s$ .....	72
Σχήμα 6- 2: α) Γραφική απεικόνιση της ένδειξης του πυρομέτρου στην επιφάνεια του υλικού επένδυσης κατά τη διάρκεια της ακτινοβόλησης, β) Ανάπτυξη της θερμοκρασίας στην επιφάνεια του υλικού επίστρωσης (μπλε γραμμή), αλλά και στην διεπιφάνεια υλικού επένδυσης- δοκιμίου (πράσινη γραμμή) .....	73
Σχήμα 6- 3: Μακροσκοπική όψη μετά την κοπή του κατεργασμένου δοκιμίου.....	74
Σχήμα 6- 4: Μικροδομή του δοκιμίου στο σημείο κοπής μετά από λείανση, στίλβωση και χημική προσβολή .....	75
Σχήμα 6- 5: : Ισόθερμη καμπύλη των 1540 βαθμών κελσίου τη χρονική στιγμή $t=600s$ . (πλάγια όψη).....	75
Σχήμα 6- 6: Ισόθερμη καμπύλη των 1540 βαθμών κελσίου τη χρονική στιγμή $t=600s$ (κάτοψη). .....	76
Σχήμα 6- 7: Απώλειες λόγω ακτινοβολίας στην ελεύθερη επιφάνεια του δοκιμίου με τη χρήση διαφορετικού $\epsilon$ . .....	78

## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1- 1: Χημική Σύσταση χάλυβα St37-2 [4]. .....	4
Πίνακας 1- 2: Χαρακτηριστικά και μορφολογία κόνεως TiC [4]. .....	4

Πίνακας 2- 1: Εύρος τάξης τους συντελεστή συναγωγής $h$ για τις κατηγορίες ελεύθερης και εξαναγκασμένης συναγωγής καθώς και στην περίπτωση αλλαγής φάσης [7]. .....	21
---	----

Πίνακας 4- 1: Παράμετροι για τον υπολογισμό της λανθάνουσας ενέργειας τήξης. ....	43
Πίνακας 4- 2: Τιμές παραμέτρων για υπολογισμό του συντελεστή αγωγιμότητας. ....	50

Πίνακας 6- 1: Επίδραση της απορροφητικότητας του υλικού στην τιμή της πραγματικής πυκνότητας ισχύος της ηλιακής δέσμης. ....	77
--	----

# Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

## 1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο

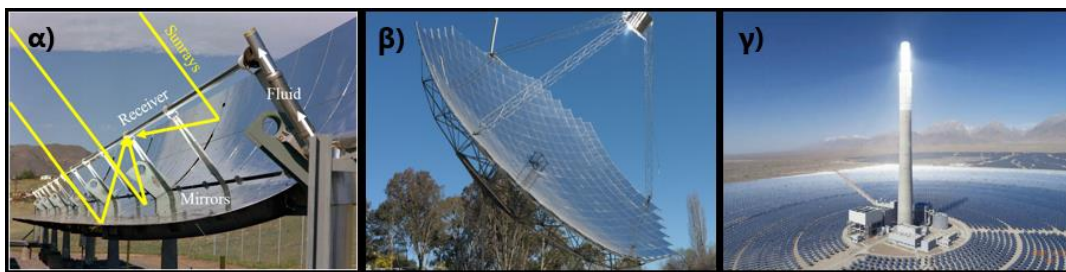
### Συγκεντρωμένη Ηλιακή Ισχύς

Τα συστήματα Συγκεντρωμένης Ηλιακής Ισχύς (Concentrated Solar Power) χρησιμοποιούν φακούς ή καθρέφτες, για να συγκεντρώσουν το ηλιακό φως που προσπίπτει σε μια μεγάλη έκταση χώρου, σε μια μικρή δέσμη [1]. Η δέσμη αυτή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μια πηγή θερμότητας για τη θέρμανση ενός ρευστού, με σκοπό την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας σε ένα συμβατικό εργοστάσιο. Την δεδομένη στιγμή, υπάρχουν και αρκετά άλλα υπό εξέλιξη προγράμματα, τα οποία χρησιμοποιούν αυτά τα συστήματα. Παραδείγματα αυτών είναι η παραγωγή υδρογόνου, με διάσπαση του νερού σε θερμοκρασίες της τάξης (2300-2600°C), καθώς και για την θέρμανση ατμών σε μονάδες εξωδόλυσης [2]. Τα συστήματα CSP χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες, με τις μεγαλύτερες διαφορές τους να αφορούν τον τρόπο, με τον οποίο ακολουθούν την τροχιά του ήλιου και τη μέθοδο συγκέντρωσης του ηλιακού φωτός. Συγκεκριμένα οι τρεις κατηγορίες είναι η **ηλιακή τάφρος**, ο **παραβολικός δίσκος** και ο **ηλιακός πύργος** [1]. Αναλυτικότερα:

1. Η **ηλιακή τάφρος** αποτελείται από παραβολικούς γραμμικούς ανακλαστήρες, οι οποίοι συγκεντρώνουν το ηλιακό φως σε ένα δέκτη, ο οποίος είναι τοποθετημένος στη γραμμή εστίασης των ανακλαστήρων. Μια ηλιακή τάφρος φαίνεται στο **σχήμα 1-1, α**. Μονάδες όπως το «SEGS» στην Καλιφόρνια και το «Nevada Solar\_One» στην πόλη Boulder της Nevada είναι εκπρόσωποι αυτού του συστήματος.
2. Το σύστημα **παραβολικού δίσκου** αποτελείται από έναν αυτόνομο παραβολικό ανακλαστήρα, στον οποίο ο δέκτης είναι τοποθετημένος στο σημείο εστίασης της παραβολικής κοιλότητας. Η κίνηση του δίσκου γίνεται σε δύο άξονες. Ο «Big Dish» μέγιστης ισχύος 50 KW στην Canberra της Αυστραλίας **σχήμα 1-1, β**, είναι ένα αξιόλογο παράδειγμα των δυνατοτήτων των συστημάτων CSP. Σε γενικές γραμμές, η Αυστραλία έχει πρωταγωνιστικό ρόλο στην αξιοποίηση αυτής της

τεχνολογίας, με την κύρια εφαρμογή της να αφορά την χρήση της ηλιακής δέσμης, ως θερμοπηγή για την κίνηση μιας μηχανής Stirling. Η μηχανή Stirling, τις πλείστες φορές, είναι συνδεδεμένη με έναν ηλεκτρικό κινητήρα για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα ενός συστήματος δίσκου-Stirling, έναντι των φωτοβολταϊκών κελιών, είναι ο υψηλότερος βαθμός απόδοσης μετατροπής του ηλιακού φωτός σε ηλεκτρική ενέργεια, καθώς και ο μεγαλύτερος χρόνος ζωής.

3. Ο **ηλιακός πύργος** αποτελείται από επίπεδους καθρέφτες (ηλιοστάτες), οι οποίοι είναι κυκλικά τοποθετημένοι γύρω από έναν πύργο, του οποίου η κορυφή αποτελεί το δέκτη του ηλιακού φωτός (**σχήμα 1-1,γ**). Οι ηλιοστάτες βρίσκονται συνήθως σε ακτινικές συστοιχίες, των οποίων η τροχιά μεταβάλλεται συνεχώς από υπολογιστικά προγράμματα. Λόγω της μεγάλης κλίμακας αυτών των μονάδων (εκατοντάδων καθρεφτών), υπάρχει ικανότητα αποθήκευσης ενέργειας με τη μορφή θερμότητας, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί μετά το πέρας της κρίσιμης λειτουργίας. Μεγάλες δεξαμενές, μέσα στις οποίες κατά τις ώρες μέγιστης απόδοσης, αποθηκεύεται υπέρθερμο νερό ή τηγμένο αλάτι (60% νιτρικό κάλλιο, 40% νιτρικό νάτριο), προσφέρουν την ενέργεια που χρειάζεται για την παραγωγή ατμού για την κίνηση των στροβίλων. Παρόλο που η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας είναι η κύρια εφαρμογή των μονάδων με πύργο ηλιακής ισχύος, υπάρχει μια συνεχής αύξηση ερευνητικών προγραμμάτων, στα οποία η συγκεντρωμένη ηλιακή δέσμη χρησιμοποιείται ως πηγή θερμότητας, έναντι των συμβατικών μεθόδων.

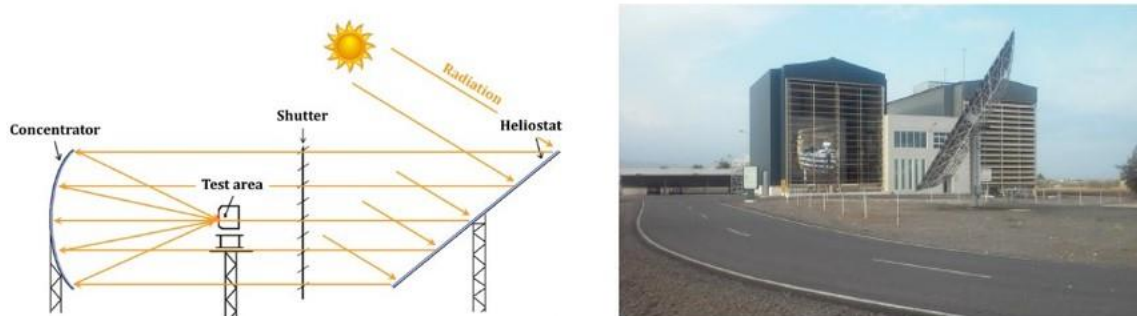


Σχήμα 1- 1: Συστήματα (CSP), α) ηλιακή τάφρος, β) παραβολικός δίσκος, γ) ηλιακός πύργος

Ένα από τα ερευνητικά προγράμματα που πραγματοποιούνται στα συστήματα CSP, αφορά τον τομέα των υλικών. Πιο συγκεκριμένα, έχουν γίνει αρκετά πειράματα, στα οποία η συγκεντρωμένη ηλιακή δέσμη από έναν πύργο ισχύος, χρησιμοποιείται ως πηγή θερμότητας, για την υλοποίηση επιφανειακών κατεργασιών ενίσχυσης για την παραγωγή υλικών υψηλών απαιτήσεων. Η ανάγκη για νέα και πιο ισχυρά υλικά με όσο το δυνατό χαμηλότερο κόστος παραγωγής, αποτελεί το βασικό κίνητρο για την μελέτη εναλλακτικών μεθόδων στον τομέα των υλικών. Αν και η χρήση τεχνολογιών laser είναι ίσως η πιο καλά μελετημένη και υποσχόμενη πηγή θερμότητας, για τον τομέα επιφανειακών κατεργασιών, εντούτοις σύμφωνα με μελέτη [3], η απορροφητικότητα της ενέργειας αυτής από τα μέταλλα και τα κράματα τους είναι αρκετά χαμηλή. Γεγονότα που δείχνουν αυτό το φαινόμενο είναι ότι, στους ήπιους χάλυβες, απορροφάτε μόλις το «4-30%» από τη συνολική ενέργεια που προσφέρεται από ένα laser  $CO_2$ . Επίσης η πολύ μικρή δέσμη των ακτινών laser, δεν κρίνεται ιδανική για μεγάλες επιφάνειες σάρωσης.

## 1.2 Πειραματική διαδικασία

Η κατασκευή του μοντέλου για την πρόβλεψη θερμοκρασιακών κατανομών σε επιφανειακές κατεργασίες, βασίζεται σε δοκιμές, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν στις εγκαταστάσεις Plataforma Solar de Almeria (PSA) στην Ισπανία. Χρησιμοποιήθηκε ο οριζόντιος ηλιακός φούρνος, του οποίου η διάταξη και η μέθοδος συλλογής του ηλιακού φωτός φαίνεται στο **σχήμα 1-2**.



Σχήμα 1- 2: Γραφική διάταξη συλλογής ηλιακός φωτός οριζόντιου ηλιακού φούρνου και φωτογραφία του ηλιοστάτη-ακίνητου παραβολικού συγκεντρωτή στις εγκαταστάσεις (PSA) της Ισπανίας. [4]



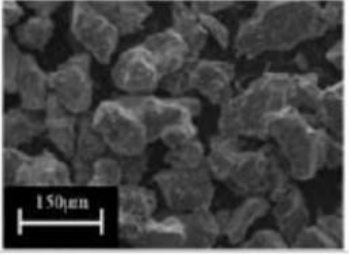
Ο συγκεκριμένος φούρνος μπορεί να αποδώσει την μέγιστη ισχύ των 40 [kW] μέσα σε κυκλική περιοχή διαμέτρου 120 [mm]. Η ηλιακή δέσμη έχει κανονική κατανομή, με τη μέγιστη πυκνότητα ισχύος να φτάνει τα 7 [ $MW / m^2$ ]. Η διάμετρος της δέσμης για την διεξαγωγή των δοκιμών ήταν 35 [mm]. Το υλικό βάσης, το οποίο έχει επιλεγεί για κατεργασία, αφορά ανθρακούχο χάλυβα διαστάσεων (60×50×15) [ $mm^3$ ] και προδιαγραφών DIN 17100 (St37-2 Wr.N. 10037), του οποίου την ακριβή χημική σύσταση περιέχει ο **πίνακας 1-1**. Η σκληρότητα του δοκιμίου έχει μετρηθεί σε 150 [HV10], ενώ στην επιφάνεια του δοκιμίου πραγματοποιήθηκε κατεργασία λείανσης έως μία μέση τιμή τραχύτητας (Ra) 0.2 [ $\mu m$ ].

Πίνακας 1- 1: Χημική Σύσταση χάλυβα St37-2 [4].

C	Si	Mn	P	S	Fe
0.21 – 0.25	0.0	<0.4	<0.065	<0.065	υπόλοιπο

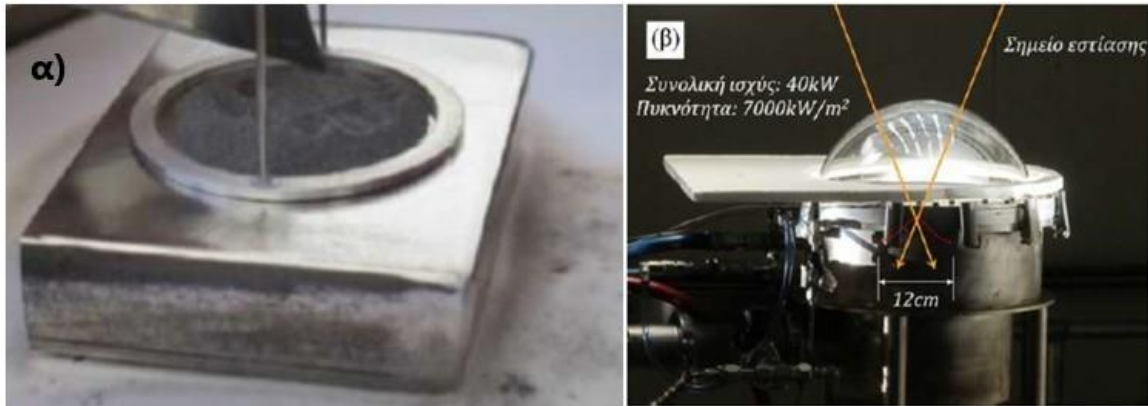
Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε για την επιφανειακή ενίσχυση του χάλυβα, είναι το καρβίδιο του τιτανίου (TiC) σε μορφή κόνεως. Η μορφολογία των κόκκων του και τα κύρια χαρακτηριστικά του περιέχονται στον **πίνακα 1-2**.

Πίνακας 1- 2: Χαρακτηριστικά και μορφολογία κόνεως TiC [4].

Κόνις	Χαρακτηριστικά	Μορφολογία
Καρβίδιο του Τιτανίου	<u>Κοκκομετρία:</u> -149+74 $\mu m$ <u>Θερμοκρασία τήξης:</u> 3160 °C <u>Κύρια κρυσταλλική φάση:</u> TiC	

Χρησιμοποιήθηκαν 3.37 [gr] κόνεως TiC, η οποία τοποθετήθηκε σε μορφή κυλινδρικού δίσκου διαμέτρου 35 [mm] και ύψους 1.5 [mm] στο κέντρο του δοκιμίου. Η χειρωνακτική τοποθέτηση της κόνεως πάνω στην επιφάνεια του υλικού βάσης φαίνεται στο **σχήμα 1-3, α**. Για τη θερμική μόνωση του δοκιμίου, χρησιμοποιήθηκε υπόστρωμα

πορώδους αλουμίνας (kaowool board 1600), ενώ η όλη διάταξη βρισκόταν μέσα σε θάλαμο δοκιμών διάφανου κώδωνα χαλαζία (σχήμα 1-3, β). Η χρήση του κώδωνα χαλαζία είχε ως στόχο τον έλεγχο της ατμόσφαιρας κατά την εκτέλεση της κατεργασίας. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε αδρανής ατμόσφαιρα αργού (Ar) σε πίεση 2 [atm]. Εντός του κώδωνα, το σύνολο της διάταξης των υλικών τοποθετήθηκε τελικά πάνω σε τράπεζα (0.6X0.7) [m]. Η τράπεζα έμεινε ακίνητη καθ' όλη την διάρκεια της ακτινοβόλησης, ούτως ώστε να μην υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ της πηγής και του δοκιμίου. Όλες οι ιδιότητες των εν χρήση υλικών καθώς και των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του μοντέλου αναπτύσσονται στο κεφάλαιο 4.



Σχήμα 1- 3: α) χειρωνακτική τοποθέτηση κόνεως TiC στην επιφάνεια του δοκιμίου, β) κώδωνας χαλαζία. [4]

### 1.3 Σκοπός

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η κατασκευή ενός μοντέλου με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο θα υπολογίζει την ανάπτυξη και κατανομή της θερμοκρασίας στο υλικό το οποίο δέχεται ακτινοβόληση σε ένα σύστημα CSP. Επιπρόσθετα, μέσω του μοντέλου αυτού θα είναι δυνατή, η εξαγωγή πληροφοριών σχετικά με την επίδραση διάφορων μεταβλητών και παραμέτρων που κρίνονται σημαντικοί για την ακρίβεια της λύσης. Παραδείγματα αυτών είναι οι φυσικές μεταβλητές του προβλήματος, όπως οι συντελεστές συναγωγής και ακτινοβολίας, η ισχύς του συστήματος CSP, αλλά και παράμετροι όπως η πυκνότητα του πλέγματος και το χρονικό βήμα  $\Delta t$ , στην ακρίβεια της λύσης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

## 1.4 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Εφόσον έχει αναφερθεί η φύση του προβλήματος, με την οποία θα ασχοληθεί η παρούσα διπλωματική εργασία, στα κεφάλαια που ακολουθούν θα αναλυθούν τα εξής:

Στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο, γίνεται αναφορά στις βασικές αρχές τις μεταφοράς θερμότητας, ενώ δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στην ανάπτυξη της γενικής εξίσωσης μεταφοράς θερμότητας με αγωγή και των συνοριακών συνθηκών της.

Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο, αναπτύσσονται οι βασικές αρχές της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, ή οποία χρησιμοποιείται από το υπολογιστικό πρόγραμμα, καθώς και η διαδικασία λύσης της γενικής εξίσωσης αγωγής με την μέθοδο αυτή.

Στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο γίνεται ο υπολογισμός των ιδιοτήτων των εν χρήση υλικών, καθώς και άλλων συντελεστών, όπως αυτοί της ακτινοβολίας, των συντελεστών αγωγής λόγω επαφής κ.α. Επίσης πραγματοποιείται κατασκευή του υπολογιστικού προγράμματος.

Στο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του υπολογιστικού προγράμματος για διάφορες παραμέτρους.

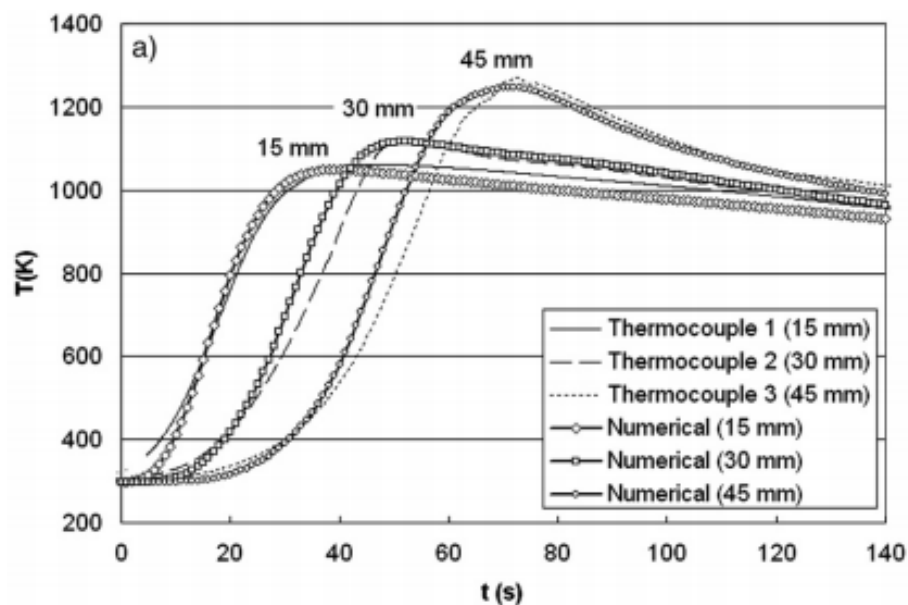
Στο 6<sup>ο</sup> και τελευταίο κεφάλαιο γίνεται σύγκριση του αριθμητικού μοντέλου με τις πειραματικές τιμές και αξιολόγηση της ακρίβειας του μοντέλου.

## 1.5 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Την τελευταία εικοσαετία, έχουν γίνει ελάχιστες απόπειρες παραμετροποίησης και μοντελοποίησης του προβλήματος εύρεσης θερμοκρασιακών κατανομών επιφανειακών κατεργασιών, με χρήση των συστημάτων CSP, είτε με μαθηματικά αναλυτικά μοντέλα είτε με την χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Μερικές από αυτές τις προσπάθειες παρουσιάζονται παρακάτω:

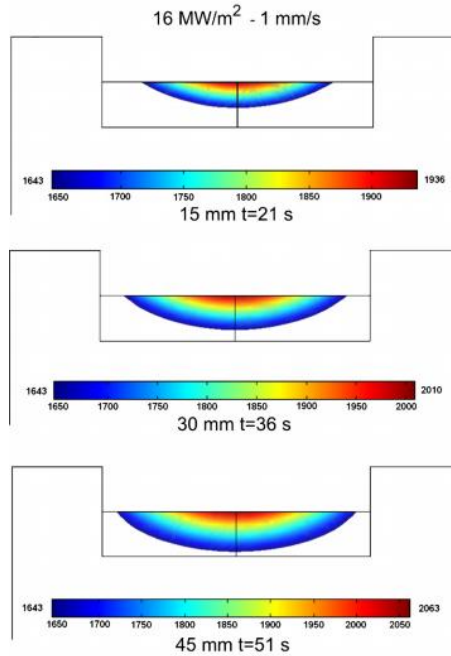
- Οι Sánchez Bautista et al. [3], ασχολήθηκαν με την διαδικασία επιφανειακής επένδυσης με ηλιακή ακτινοβολία, από ανοξείδωτο χάλυβα AISI 316, έναντι κοινού χάλυβα AISI 1026. Σύμφωνα με την μελέτη, υπήρξε ικανοποιητική συμφωνία μεταξύ των πειραματικών παρατηρήσεων και αποτελεσμάτων αριθμητικής προσομοίωσης, η οποία αποτέλεσε μια σταθερή βάση για

περαιτέρω βελτιστοποίηση των παραμέτρων της μεθόδου. Πιο συγκεκριμένα, σκόνη από ανοξείδωτο χάλυβα τοποθετήθηκε στην επιφάνεια του μετάλλου βάσης διαστάσεων  $60 \times 10 \times 10 \text{ mm}^3$  και το σύστημα ακτινοβολήθηκε με ισχύ  $750 \text{ W/m}^2$  και ταχύτητα πηγής  $1 \text{ mm/s}$ . Καθ' όλη τη διάρκεια της ακτινοβολήσης, η εξέλιξη της θερμοκρασίας του βασικού μετάλλου καταγράφηκε σε πραγματικό χρόνο με τη βοήθεια θερμοστοιχείων τύπου K, τα οποία είχαν συγκολληθεί σε τρεις διαφορετικές θέσεις κατά μήκος του δοκιμίου (15, 30, 45) [mm], στην αντίθετη πλευρά της ακτινοβολούμενης επιφάνειας. Αυτά τα αποτελέσματα, έπειτα από δοκιμή και σφάλμα, σε συνδυασμό με τις θερμοφυσικές ιδιότητες των υλικών, χρησιμοποιήθηκαν για την ανάπτυξη και την επικύρωση ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων (FEM) που θα μπορούσε να προβλέψει με αξιοπιστία το επίπεδο και την έκταση των θερμικών πεδίων που αναπτύχθηκαν κατά τη διάρκεια της ηλιακής επεξεργασίας. Ένα ενδεικτικό παράδειγμα μιας γραφικής απεικόνισης της εξέλιξης θερμοκρασίας στο δοκίμιο, που προέκυψε από την αριθμητική προσομοίωση σε σύγκριση με τις ενδείξεις των θερμοστοιχείων, παρουσιάζεται παρακάτω.



Σχήμα 1- 4 Σύγκριση αριθμητικών αποτελεσμάτων προσομοίωση με τις καταγεγραμμένες τιμές θερμοκρασίας των θερμοστοιχείων στις θέσεις (15,30,45) [mm] της μελέτης [3].

Παράλληλα, μέσω του **σχήματος 1-5**, παρουσιάζεται τόσο η θερμοκρασία των θερμοστοιχείων στις θέσεις (15, 30, 45) [mm], όσο και η θέση της ζώνης τήξης στο δοκίμιο, την στιγμή που η πηγή περνά πάνω από τα σημεία που βρίσκονται τα θερμοστοιχεία.



Σχήμα 1- 5: Θερμοκρασιακές κατανομές στις θέσεις των θερμοστοιχείων (15, 30, 45) τις χρονικές στιγμές που διέρχεται από τη θέση τους η πηγή[3].

Σύμφωνα με την μελέτη, οι παρατηρήσεις με μικροσκόπιο, αποκάλυψαν κυρίως την δενδριτική δομή της ζώνης επένδυσης και επαλήθευσαν περαιτέρω την καλή συμφωνία με τις προβλέψεις του αριθμητικού θερμικού μοντέλου.

- Το 2015, προκειμένου να βελτιωθεί η ομοιογένεια στο θάλαμο δοκιμών επεξεργασίας υλικών, οι Li et al. ανέπτυξαν ένα αριθμητικό θερμικό μοντέλο [5], λαμβάνοντας ως βασική παραδοχή ότι η μεταφορά θερμότητας συμβαίνει με (i) αγωγή μέσω της πλάκας δέκτη, (ii) ακτινοβολία μεταξύ της άνω πλάκας και της κάτω πλάκας και (iii) φυσική συναγωγή μεταξύ των πλακών και του περιβάλλοντος μέσου. Για την επαλήθευση του αριθμητικού μοντέλου, χρησιμοποιήθηκαν δύο υλικά με πολύ διαφορετικές φυσικές ιδιότητες, όπως για παράδειγμα η θερμική αγωγιμότητα, η ειδική θερμοχωρητικότητα και ο

συντελεστής εκπομπής, τα οποία λειτούργησαν ως δέκτες (επάνω πλάκες). Το πείραμα έλαβε χώρα κάτω από τρεις διαφορετικές ρυθμίσεις παραμέτρων και η εξέλιξη της θερμοκρασίας καταγράφηκε σε πραγματικό χρόνο με τη βοήθεια πέντε θερμοστοιχείων τύπου K, τα οποία τοποθετήθηκαν σε συγκεκριμένες θέσεις. Η αξιολόγηση της αριθμητικής προσομοίωσης, σε συνδυασμό με τα πειραματικά αποτελέσματα, αποκάλυψαν ότι τα θερμικά πεδία που αναπτύχθηκαν κατά την ηλιακή ακτινοβολία, εξαρτώνται ισχυρά από τις θερμικές ιδιότητες, τόσο της κάτω πλάκας όσο και του περιβάλλοντος μέσου. Επομένως, η βελτιστοποίηση της ηλιακής επεξεργασίας εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό στη σωστή επιλογή της διαμόρφωσης ρύθμισης και όχι αποκλειστικά στις παραμέτρους ηλιακής ακτινοβολίας.

## Κεφάλαιο 2. Μεταφορά Θερμότητας

### 2.1 Ρυθμός Φαινομένου

Πριν γίνει αναφορά της ορολογίας της μεταφοράς θερμότητας, θα πρέπει ο αναγνώστης να έχει υπόψιν του την έννοια του ρυθμού ενός φαινομένου [6]. Ο ρυθμός ορίζεται ως:

$$\text{ΡΥΘΜΟΣ} = (\Omega\Theta\text{ΟΥΣΑ ΔΥΝΑΜΗ}) / (\text{ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ})$$

Δηλαδή με την αύξηση της ωθούσας δύναμης προκαλείται μία ταυτόχρονη αύξηση της έντασης, με την οποία πραγματοποιείται ένα φαινόμενο. Ένα παράδειγμα αυτού του φαινομένου αποτελεί το ηλεκτρικό ρεύμα σε ένα καλώδιο που συνδέεται με μία μπαταρία. Η περίσσεια ηλεκτρονίων στη μία πλευρά της μπαταρίας (διαφορά δυναμικού), είναι αυτό που ωθεί τα ηλεκτρόνια να κινηθούν προς την πλευρά με έλλειψη ηλεκτρονίων. Με λίγα λόγια η ωθούσα δύναμη είναι η διαφορά δυναμικού. Αντίθετα, όσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση, η οποία χαρακτηρίζεται ως ένα εμπόδιο, τόσο περισσότερο ο ρυθμός μειώνεται. Στην περίπτωση της μεταφοράς θερμότητας, η ωθούσα δύναμη είναι η διαφορά θερμοκρασίας.

### 2.2 Αγωγή

Η αγωγή ανήκει σε έναν από τους τρεις μηχανισμούς, με τον οποίο μπορεί να πραγματοποιηθεί μεταφορά θερμότητας σε ένα μέσο. Είναι ένας μοριακός μηχανισμός, κατά τον οποίο η ενέργεια μεταφέρεται μέσω αλληλεπίδρασης των μορίων που απαρτίζουν το μέσο. Αν και μπορεί να πραγματοποιηθεί και στις τρεις φάσεις της ύλης, ο τρόπος που διαδίδεται η ενέργεια σε κάθε φάση είναι διαφορετικός. Στα υγρά και στα αέρια, η ενέργεια μεταφέρεται μέσω της κρούσης των μορίων κατά την κίνησή τους, ενώ αντίθετα στα στερεά, η διάδοση της ενέργειας οφείλεται σε δύο φαινόμενα. Αρχικά, ένα μέρος της μεταφερόμενης ενέργειας, οφείλεται στα δονητικά κύματα των μορίων του πλέγματος, μέσω της ταλάντωσης τους από τη θέση ισορροπίας τους. Ακολούθως, το δεύτερο φαινόμενο, αφορά την ενέργεια που μεταφέρεται μέσω της ελεύθερης ροής των ηλεκτρονίων. Επομένως, η μεταφορά θερμότητας με αγωγή στα στερεά, οφείλεται σε ένα άθροισμα συνεισφορών αυτών των δύο φαινομένων. Είναι φανερό πως η πυκνή διάταξη των μορίων ενός στερεού, συγκριτικά με τα αέρια και τα υγρά, θα έχει έναν πιο

ευνοϊκό χαρακτήρα στη διάδοση της θερμότητας. Παρόλο που οι μηχανισμοί μεταφοράς θερμότητας με ακτινοβολία και συναγωγή, είναι εξίσου σημαντικοί, εντούτοις δεν αποτελούν σημαντικό μέρος του προβλήματος της παρούσας εργασίας, με αποτέλεσμα να μην γίνεται εκτενής ανάλυση τους. Ωστόσο, κρίνεται απαραίτητο ο αναγνώστης να γνωρίζει τις βασικές αρχές τους, αφού κάποιες από αυτές θα χρησιμοποιηθούν για την ανάπτυξη ενός πιο αποδοτικού μοντέλου. Οι βασικές έννοιες των μηχανισμών ακτινοβολίας και συναγωγής αναπτύσσονται στις τελευταίες παραγράφους του κεφαλαίου.

### 2.3 Ειδική θερμοχωρητικότητα C

Η ειδική θερμοχωρητικότητα C ορίζεται ως η ενέργεια που καταναλώνεται για την αύξηση της θερμοκρασίας ενός μέσου με μάζα ενός κιλού κατά 1 βαθμό  $[KJ / kg \cdot K]$ . Ανάλογα με τη διαδικασία που ακολουθείται, η ειδική θερμοχωρητικότητα μπορεί να χωριστεί σε δύο κατηγορίες. Ξεκινώντας, το δοχείο του **σχήματος 2-1, αριστερά**, περιέχει μία ουσία με μάζα 1 Kg. Μέσω ενός φλόγιστρου, γίνεται θέρμανση της ουσίας, η οποία δεν μπορεί να διασταλεί, αφού το έμβολο στην επιφάνεια της είναι ακίνητο. Η ενέργεια που καταναλώνει η ουσία, ώστε να αυξήσει τη θερμοκρασία της κατά 1 βαθμό, ονομάζεται ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο (ισόχωρη διαδικασία) και συμβολίζεται με  $C_v$ . Στην περίπτωση που πραγματοποιηθεί η ίδια διαδικασία, με μόνη διαφορά πως τώρα το έμβολο στην επιφάνεια μπορεί να κινηθεί προς τα πάνω, τότε θα παρατηρηθεί πως η ουσία του δοχείου (**σχήμα 2-1, δεξιά**) αυξάνεται σε όγκο. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται ισοβαρής, καθώς η πίεση στο δοχείο παραμένει σταθερή. Η ενέργεια που καταναλώνεται από την ουσία για την αύξηση της θερμοκρασίας της κατά ένα βαθμό συμβολίζεται με  $C_p$ , όταν αυτή είναι ελεύθερη να εκτονωθεί. Στην περίπτωση των ιδανικών αερίων, η συσχέτιση των δύο μπορεί να δοθεί από τη σχέση:

$$C_p = C_v + R \quad (2.1)$$

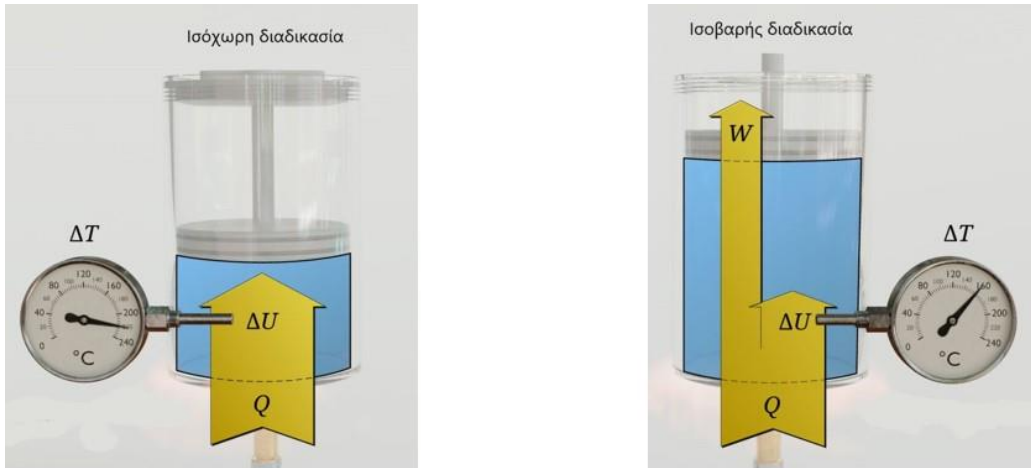
όπου  $R=8.314447 [KJ / kmol \cdot K]$ , η παγκόσμια σταθερά αερίων. Όταν η ουσία είναι ασυμπίεστη (υγρά, στερεά), τότε ισχύει πως  $C_p = C_v = C$ , εφόσον η ειδική



θερμοχωρητικότητα εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία. Η γενική σχέση, η οποία περιγράφει την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στα στερεά και στα υγρά είναι:

$$\Delta U = mC_{avg}\Delta T \quad (2.2)$$

με  $C_{avg}$  να συμβολίζει τη μέση ειδική θερμοχωρητικότητα για ένα εύρος θερμοκρασιών.

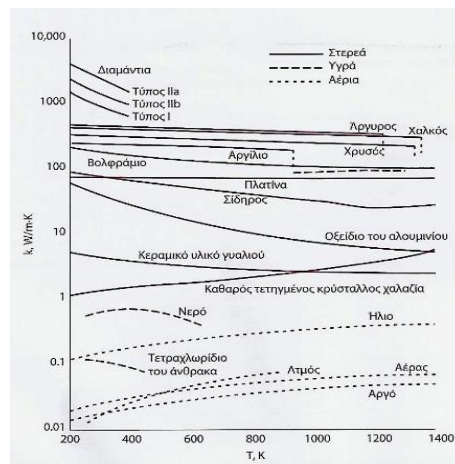


Σχήμα 2- 1: Μέτρηση ειδικής θερμοχωρητικότητας, Αριστερά: ισόχωρη διαδικασία, Δεξιά: ισοβαρής διαδικασία.

## 2.4 Θερμική αγωγιμότητα $k$

Με τον όρο «θερμική αγωγιμότητα  $k$ », εκφράζεται η ικανότητα ενός μέσου να άγει θερμότητα δια μέσω των μορίων του. Έχει μονάδες μέτρησης  $[W / m \cdot K]$ , είναι δηλαδή η ποσότητα της θερμότητας ανά μονάδα χρόνου που περνά μέσα από τις πλευρές ενός ομοιογενούς υλικού πάχους  $1m$ , όταν η διαφορά θερμοκρασίας ανάμεσα στις δύο πλευρές είναι  $1K$ . Στην περίπτωση των αερίων, η θερμική αγωγιμότητα μπορεί να υπολογιστεί ικανοποιητικά από την κινητική θεωρία, η οποία προβλέπει πως η σύγκρουση των μορίων ενός μέσου είναι ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της θερμοκρασίας και αντιστρόφως ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της μοριακής μάζας του αερίου. Στα υγρά, εξαιτίας της μικρότερης απόστασης μεταξύ των μορίων, η εύρεση του  $k$  είναι πολύπλοκη. Ωστόσο είναι γνωστό πως [7], αντίθετα με τα αέρια, η θερμική αγωγιμότητα των υγρών μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Όπως έχει αναφερθεί και προηγουμένως, η ικανότητα ενός στερεού να άγει τη θερμότητα, εξαρτάται από τις δονήσεις των μορίων του πλέγματος αλλά και από τη ροή των

ηλεκτρονίων. Είναι φανερό πως εφόσον η θερμοκρασία επηρεάζει την κινητική κατάσταση των μορίων, τότε θα μεταβάλλεται και η θερμική αγωγιμότητα του υλικού σε διαφορετικές θερμοκρασίες. Αναφορικά με την ενέργεια που μεταφέρεται από τη ροή ηλεκτρονίων, υλικά όπως τα καθαρά μέταλλα, τα οποία είναι καλοί αγωγοί του ηλεκτρισμού, έχουν αρκετά υψηλούς συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας. Η συνεισφορά κάθε φαινομένου σε κάθε στερεό υλικό, επηρεάζει σημαντικά τη χρήση του στη βιομηχανία. Για παράδειγμα, κρυσταλλικά υλικά όπως το διαμάντι, τα οποία είναι μονωτές, χρησιμοποιούνται ευρέως για την ψύξη ηλεκτρονικών διατάξεων, λόγω της τεράστιας θερμικής τους αγωγιμότητας, αλλά και για την ικανότητα τους να μην διαπερνούνται από το ηλεκτρικό ρεύμα. Όπως και στην περίπτωση της ειδικής θερμοχωρητικότητας, αποτελεί κοινή πρακτική να χρησιμοποιείται μια μέση τιμή της θερμικής αγωγιμότητας. Το **σχήμα 2-2**, παρουσιάζει τη μεταβολή της θερμικής αγωγιμότητας κάποιων στερεών, συναρτήσει της θερμοκρασίας. Στα προβλήματα που απαιτείται μεγάλη ακρίβεια, το  $k$  λαμβάνεται μέσω πειραματικών σχέσεων.

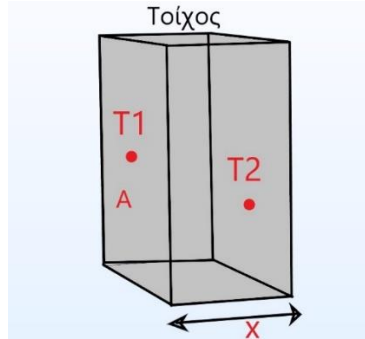


Σχήμα 2- 2: Η μεταβολή της θερμικής αγωγιμότητας διαφόρων υγρών, στερεών και αερίων με τη θερμοκρασία.

## 2.5 Νόμος του Fourier

Στην πρώτη παράγραφο αυτού του κεφαλαίου, γίνεται αναφορά στην έννοια του ρυθμού ενός φαινομένου. Στην περίπτωση του ρυθμού αγωγής θερμότητας σε ένα μέσο, έχει γίνει η παρατήρηση πως ο ρυθμός αυτός εξαρτάται από την γεωμετρία και το υλικό του μέσου, το πάχος του, καθώς και τη διαφορά θερμοκρασίας στις δύο πλευρές του μέσου. Για περισσότερη κατανόηση θεωρείται ως παράδειγμα ένας τοίχος από

τούβλα (σχήμα 2-3), ο οποίος έχει πάχος  $x$  και οι επιφάνειες 1 και 2 έχουν θερμοκρασίες  $T_1$  και  $T_2$  (οι οποίες διατηρούνται σταθερές), καθώς και εμβαδόν  $A$ , ενώ όλες οι υπόλοιπες επιφάνειες είναι θερμικά μονωμένες.



Σχήμα 2-3: Τοίχος επιφάνειας  $A$ , πάχους  $x$  και θερμοκρασιακής διαφοράς  $\Delta T_{12}$ .

Τότε εφόσον υπάρχει μια διαφορά θερμοκρασίας  $\Delta T_{12} = T_1 - T_2$ , τότε θα υπάρχει μια ροή θερμότητας από την επιφάνεια 1 προς την επιφάνεια 2. Αν τώρα διπλασιαστεί η διαφορά θερμοκρασίας, αποδεικνύεται πειραματικά πως θα διπλασιαστεί και το ποσό της ροής θερμότητας. Το ίδιο θα συμβεί αν διπλασιαστεί και το εμβαδόν των επιφανειών. Αντίθετα, η ροή θερμότητας θα υποδιπλασιαστεί στην περίπτωση που διπλασιαστεί το πάχος του τοίχου. Έτσι, το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι η ροή θερμότητας μεταξύ δύο επιφανειών είναι ανάλογη της διαφοράς θερμοκρασίας των επιφανειών, καθώς και του εμβαδού τους, ενώ είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης των δύο επιφανειών. Αναθεωρώντας λοιπόν η σχέση του ρυθμού μπορεί να πάρει την εξής νέα μορφή:

$$\text{ΡΥΘΜΟΣ ΑΓΩΓΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ} \propto \frac{(\text{Επιφάνεια})(\text{Διαφορά Θερμοκρασίας})}{\text{Πάχος}}$$

Θα μπορούσε τώρα κάποιος να αναρωτηθεί τι θα συνέβαινε στην περίπτωση που ο τοίχος ήταν φτιαγμένος από ένα διαφορετικό υλικό, ενώ οι υπόλοιπες παράμετροι παρέμεναν σταθερές. Αν για παράδειγμα ο τοίχος ήταν φτιαγμένος από αλουμίνιο, η λογική θα έλεγε ότι η ποσότητα της ροής θερμότητας θα αυξανόταν αφού τα μέταλλα είναι ένας καλός αγωγός της θερμότητας, ενώ στη περίπτωση που ο τοίχος ήταν κατασκευασμένος από ξύλο θα μειωνόταν. Η ικανότητα αυτή ενός υλικού να μεταδίδει

την θερμότητα δια μέσω του σώματος του, ονομάζεται θερμική αγωγιμότητα του υλικού. Η μαθηματική εξίσωση η οποία περιγράφει την ροή θερμότητας μέσω δύο κάθετων επιφανειών είναι:

$$\dot{Q}_{\text{ΑΓΩΓΗΣ}} = -kA \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2.3)$$

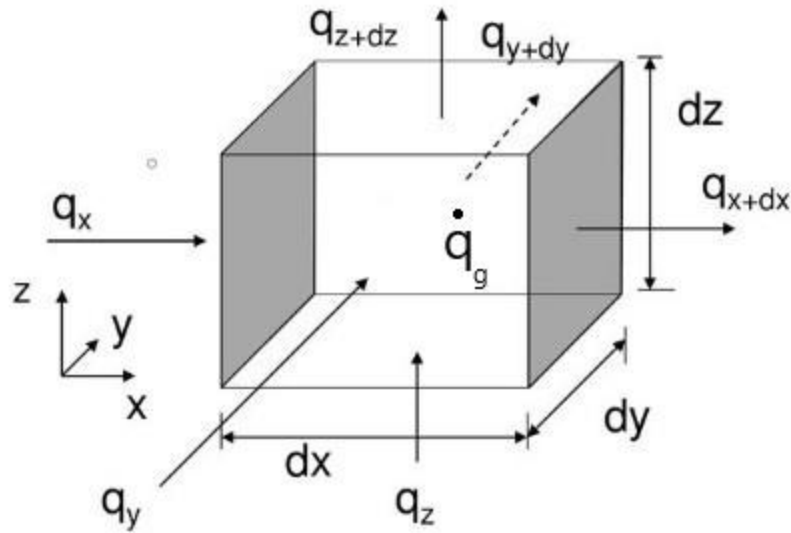
Στην οριακή περίπτωση όπου το  $\Delta x \rightarrow 0$  τότε η εξίσωση (2.3) μπορεί να γραφεί σε διαφορική μορφή ως:

$$\dot{Q}_{\text{ΑΓΩΓΗΣ}} = -kA \frac{dT}{dx} \quad (2.4)$$

Η εξίσωση (2.4) ονομάζεται νόμος του Fourier [8], καθώς ήταν ο πρώτος ο οποίος αναφέρθηκε στην μονοδιάστατη μεταφορά θερμότητας σε ένα μέσο. Ο όρος  $(dT/dx)$  ονομάζεται θερμοκρασιακή βαθμίδα, η οποία ορίζεται ως η κλίση της θερμοκρασίας συναρτήσει της απόστασης. Σημαντικό είναι να αναφερθεί πως η θερμότητα άγεται προς την κατεύθυνση μείωσης της θερμοκρασίας, οπότε το  $(dT/dx)$  έχει αρνητικό πρόσημο. Το αρνητικό πρόσημο της εξίσωσης (2.4), εξασφαλίζει πως η θερμότητα που άγεται προς τη θετική κατεύθυνση είναι μία θετική ποσότητα.

## 2.6 Γενική Εξίσωση Αγωγής

Παρόλο που στις περισσότερες περιπτώσεις, τα προβλήματα μεταφοράς θερμότητας με αγωγή, προσεγγίζονται ως μονοδιάστατα, στην πραγματικότητα, έχουν τρισδιάστατο χαρακτήρα όπως και όλα τα φαινόμενα μεταφοράς. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί η ανάπτυξη της διαφορικής εξίσωσης της μεταφοράς θερμότητας σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Αρχικά, θα γίνει η θεώρηση ενός μικρού ορθογωνίου όγκου ελέγχου, με μήκος  $\Delta x$ , πλάτος  $\Delta y$  και μήκος  $\Delta z$  (σχήμα 2-4).



Σχήμα 2- 4: Καρτεσιανός όγκος ελέγχου (ορθογωνικής διατομής), με πλευρές  $dx$ ,  $dy$  και  $dz$  [7]

Αν γίνει η υπόθεση ότι το στοιχείο αυτό έχει πυκνότητα  $\rho$  και ειδική θερμοχωρητικότητα  $C$ , τότε μέσω της αρχής διατήρησης της ενέργειας σε ένα χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , μπορεί να διατυπωθεί η εξής σχέση:

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} + \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{Q}_g = \frac{\Delta E_{\text{στοιχ}}}{\Delta t} \quad (2.5)$$

Στην παρούσα εξίσωση, το  $\dot{Q}_g$  είναι το ποσό της ενέργειας που παράγεται μέσα στο στοιχείο. Η παραγωγή ενέργειας μέσα σε ένα όγκο ελέγχου, συναντάται συχνά σε βιομηχανικές διεργασίες, οι οποίες περιλαμβάνουν χημικές και πυρηνικές αντιδράσεις. Έχοντας υπόψη ότι ο όγκος του στοιχείου είναι  $V_{\text{στοιχείου}} = \Delta x \Delta y \Delta z$ , τότε η συνολική ισχύς

ενέργειας που παράγεται μέσα στο στοιχείο είναι  $\dot{Q}_g = \dot{q}_g V_{\text{στοιχείου}}$ .

Αν τώρα η μεταβολή ενέργειας του στοιχείου διατυπωθεί ως:

$$\Delta E_{\text{στοιχ}} = E_{t+\Delta t} - E_t = mC(T_{\Delta t+t} - T_t) = \rho C \Delta x \Delta y \Delta z (T_{\Delta t+t} - T_t) \quad (2.6)$$

τότε η σχέση (2.5) μπορεί να διατυπωθεί ως:

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{q}_g \Delta x \Delta y \Delta z = \rho c_p \Delta x \Delta y \Delta z \frac{(T_{\Delta t+t} - T_t)}{\Delta t} \quad (2.7)$$

Ενώ αν τελικά διαιρεθεί με τον όγκο  $\Delta x \Delta y \Delta z$  τότε προκύπτει στην:

$$-\frac{1}{\Delta y \Delta z} \frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{\Delta x} - \frac{1}{\Delta x \Delta z} \frac{\dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_y}{\Delta y} - \frac{1}{\Delta x \Delta y} \frac{\dot{Q}_{z+\Delta z} - \dot{Q}_z}{\Delta z} + \dot{q}_g = \rho C \frac{(T_{\Delta t+t} - T_t)}{\Delta t} \quad (2.8)$$

Ο νόμος του Fourier, ο οποίος αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο είναι:

$$Q = -kA \frac{dT}{dx} \quad (2.9)$$

Οι επιφάνειες του στοιχείου έχουν ως  $A_x = \Delta y \Delta z$ ,  $A_y = \Delta x \Delta z$  και  $A_z = \Delta y \Delta x$ . Από τον ορισμό της παραγωγού και λαμβάνοντας υπόψιν τα όρια για  $\Delta x \rightarrow 0$ ,  $\Delta y \rightarrow 0$ ,  $\Delta z \rightarrow 0$  και  $\Delta t \rightarrow 0$  τότε προκύπτει η εξής σχέση:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q}_{\sigma\tau} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.10)$$

Εν συντομία, η εξίσωση (2.10) μπορεί να αναδιατυπωθεί στην εξής μορφή:

$$\nabla(k\nabla T) + \dot{q} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.11)$$

όπου « $\nabla$ » ο τελεστής μερικών διαφορικών εξισώσεων:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} m \quad (2.12)$$

Η (2.11) αποτελεί τη γενική εξίσωση μεταφοράς θερμότητας με αγωγή. Εφόσον η εξίσωση αγωγής είναι δεύτερης τάξης ως προς το χώρο και πρώτης τάξης ως προς το χρόνο, τότε για τη λύση της είναι απαραίτητη η γνώση δύο οριακών και μίας αρχικής τιμής. Οι οριακές και αρχικές συνθήκες θα αναπτυχθούν στις παραγράφους που ακολουθούν.

## 2.7 Οριακές και αρχικές συνθήκες

Παρόλο που η εξίσωση μεταφοράς ενέργειας με αγωγή μπορεί να περιγράψει την κατάσταση στο εσωτερικό του στοιχειώδους όγκου, εντούτοις δεν παρέχει πληροφορίες σχετικά με το τι συμβαίνει στην επιφάνεια του. Για το λόγο αυτό, προκειμένου να γίνει

μια πλήρης περιγραφή του προβλήματος, είναι απαραίτητη η γνώση των θερμικών συνθηκών στις οριακές επιφάνειες του μέσου. Οι μαθηματικές αυτές εκφράσεις που περιγράφουν τις συνθήκες αυτές στα όρια, ονομάζονται οριακές. Ως γνωστόν, για τη λύση κάθε διαφορικής εξίσωσης, είναι απαραίτητη μια διαδικασία ολοκλήρωσης, η οποία έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία άγνωστων σταθερών. Προκειμένου να καταστεί δυνατή η λύση του προβλήματος πρέπει να γίνει ο υπολογισμός αυτών των σταθερών. Σε αυτό το σημείο, είναι απαραίτητη η γνώση των οριακών συνθηκών, αφού οι ίδιες αποτελούν μια λύση της εξίσωσης.

### Αρχική συνθήκη

Όταν είναι γνωστές οι συνθήκες που επικρατούν στο μέσο κατά την έναρξη του προβλήματος, δηλαδή στο χρόνο  $t=0$ , τότε πρόκειται για μία αρχική συνθήκη. Περιλαμβάνει δηλαδή πληροφορίες για τη θερμοκρασιακή κατανομή όλου του μέσου. Η αρχική συνθήκη είναι της μορφής:

$$T(x,y,z,0)=f(x,y,z)$$

Η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει την κατανομή της θερμοκρασίας του μέσου τη χρονική στιγμή  $T=0$ . Αυτή μπορεί να είναι είτε ομοιόμορφη είτε όχι. Όπως προαναφέρθηκε είναι απαραίτητη η χρήση μόνο μιας αρχική συνθήκη, αφού η χρονική παράγωγος είναι πρώτης τάξης. Στις κατεργασίες των συγκολλήσεων, πολύ συχνά είναι απαραίτητη η προθέρμανση του κατεργαζόμενου τεμαχίου, έτσι ώστε να μειωθεί η ταχύτητα ψύξης και κατά συνέπεια, οι αναπτυσσόμενες τάσεις. Η τιμή αυτή του δοκιμίου πριν την έναρξη της συγκόλλησης είναι ένα παράδειγμα αρχικής τιμής.

### Οριακή συνθήκη για καθορισμένη θερμοκρασία

Σε πολλές περιπτώσεις, υπάρχει η δυνατότητα μέτρησης της θερμοκρασίας μια επιφάνειας όταν αυτή είναι εκτεθειμένη. Αποτελεί έναν από τους πιο εύκολους τρόπους καθορισμού των θερμοκρασιακών συνθηκών ενός συνόρου. Η θερμοκρασία μπορεί να παραμένει σταθερή ή να μεταβάλλεται με το χρόνο.

### Οριακή συνθήκη για καθορισμένη θερμορροή

Αρκετές φορές όταν είναι γνωστή η θερμορροή, η οποία διέρχεται μέσω μίας επιφάνειας, δηλαδή η πυκνότητα της θερμορροής [ $W / m^2$ ], τότε είναι δυνατό αυτή, να χρησιμοποιηθεί ως μια οριακή συνθήκη. Το ποσό αυτής της ενέργειας που εισέρχεται ή εξέρχεται από μια επιφάνεια, μπορεί να εκφραστεί από το νόμο του Fourier (2.4). Εφόσον η ροή θερμότητας είναι ένα διανυσματικό μέγεθος, είναι σημαντικό να χρησιμοποιηθεί το σωστό πρόσημο, αφού η λανθασμένη χρήση πρόσημου, θα αντιστρέψει τη κατεύθυνση της ροής. Το αποτέλεσμα θα είναι η αφαίρεση θερμότητας από το σύστημα έναντι του προσδοκώμενου κέρδους και αντιστρόφως.

## 2.8 Μεταφορά θερμότητας με συναγωγή

Όταν ένα στερεό βρίσκεται σε επαφή με ένα ρευστό το οποίο είναι ακίνητο, τότε πραγματοποιείται ο μηχανισμός μεταφοράς θερμότητας με αγωγή. Στην περίπτωση που το ρευστό αποκτά κίνηση, τότε υπάρχει ένας συνδυασμός μεταφοράς θερμότητας μεταξύ της αγωγής και της κίνησης του ρευστού. Όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του ρευστού, τόσο πιο μεγάλος γίνεται και ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας, γεγονός που καθιστά τον υπολογισμό του αρκετά περίπλοκο. Γενικά τα προβλήματα συναγωγής, μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες. Όταν η κίνηση του ρευστού προκαλείται από διαφορά πυκνοτήτων λόγω της θερμοκρασιακής κλίσης τότε το φαινόμενο αυτό ονομάζεται φυσική συναγωγή. Ένα παράδειγμα αποτελεί η θερμή πλάκα του **σχήματος 2-5, αριστερά**, η οποία περιτριγυρίζεται από αέρα. Καθώς τα μόρια του αέρα που βρίσκονται στο οριακό στρώμα της πλάκας θερμαίνονται, η πυκνότητα του αέρα μειώνεται τοπικά. Αυτό προκαλεί την ανύψωση των θερμών μορίων και την ταυτόχρονη κάθοδο των πιο απομακρυσμένων (κρύων) μορίων. Η φυσική αυτή κίνηση των μορίων του αέρα είναι ένα φαινόμενο φυσικής συναγωγής. Αντίθετα, όταν η κίνηση του ρευστού προκαλείται από εξωτερικούς παράγοντες, όπως μία αντλία ή ένας ανεμιστήρας (**σχήμα 2-5, δεξιά**), τότε η συναγωγή ονομάζεται εξαναγκασμένη. Στην δεύτερη περίπτωση, ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας είναι αρκετά πιο μεγάλος, γι' αυτό και χρησιμοποιείται ευρέως στη βιομηχανία.



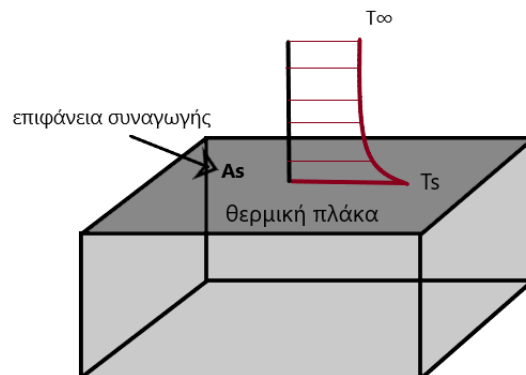


Σχήμα 2- 5: Μηχανισμός συναγωγής γύρω από θερμή πλάκα, Αριστερά: φυσική συναγωγή, Δεξιά: εξαναγκασμένη συναγωγή. [9]

Παρά την πολυπλοκότητα και των δύο κατηγοριών, ο μηχανισμός της συναγωγής μπορεί να υπολογιστεί ικανοποιητικά από το νόμο ψύξης του Newton [7], ο οποίος περιγράφεται από την εξίσωση:

$$Q_{\text{συναγωγής}} = hA(T_s - T_\infty) \quad (2.13)$$

όπου  $h$  είναι ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή και έχει μονάδες  $[W/m^2 \cdot K]$ . Με  $A$  συμβολίζεται η επιφάνεια, στην οποία πραγματοποιείται ο μηχανισμός της συναγωγής, ενώ με  $T_s$  συμβολίζεται η θερμοκρασία που επικρατεί στην επιφάνεια του ρευστού με το στερεό. Αντίστοιχα, το  $T_\infty$  συμβολίζει τη θερμοκρασία του ρευστού σε ένα αρκετά απομακρυσμένο σημείο. Το **σχήμα 2-6**, παρουσιάζει την κατανομή της θερμοκρασίας του ρευστού γύρω από μία θερμή πλάκα, καθώς και την επιφάνεια  $A$  του στερεού σώματος.



Σχήμα 2- 6: Κατανομή θερμοκρασίας ρευστού γύρω από θερμή πλάκα

Σύμφωνα με το [7], ο συντελεστής μεταφοράς  $h$  δεν αποτελεί ιδιότητα του ρευστού, αφού η τιμή του απαιτεί πειραματικό υπολογισμό και για το λόγο αυτό η διαδικασία εύρεσης του είναι αρκετά επίπονη. Η τιμή του εξαρτάται από κάθε μεταβλητή, η οποία επηρεάζει το μηχανισμό της συναγωγής, όπως η γεωμετρία της επιφάνειας, οι ιδιότητες του ρευστού, η φύση της κίνησης του και η ταχύτητα της μάζας του. Ο **πίνακας 2-1**, περιέχει το εύρος τάξης του συντελεστή  $h$  για τις κατηγορίες φυσικής και εξαναγκασμένης συναγωγής, καθώς και στην περίπτωση αλλαγής φάσης.

*Πίνακας 2- 1: Εύρος τάξης τους συντελεστή συναγωγής  $h$  για τις κατηγορίες ελεύθερης και εξαναγκασμένης συναγωγής καθώς και στην περίπτωση αλλαγής φάσης [7].*

Είδος συναγωγής	$h$ , [ $W / m^2 \cdot K$ ]
Ελεύθερη συναγωγή αερίων	2-25
Ελεύθερη συναγωγή υγρών	10-1000
Εξαναγκασμένη συναγωγή αερίων	25-250
Εξαναγκασμένη υγρών	50-20000
Βρασμός και συμπύκνωση	2500-100000

## 2.9 Μεταφορά Θερμότητας με Ακτινοβολία

Η ακτινοβολία αποτελεί ίσως τον σημαντικότερο μηχανισμό μεταφοράς θερμότητας, καθώς χωρίς αυτόν δεν μπορεί να υπάρξει ζωή στον πλανήτη. Η θερμική ενέργεια που λαμβάνεται, μέσω ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας από τον ήλιο, είναι υπεύθυνη για τη διατήρηση των βιώσιμων συνθηκών στη Γη. Η θέρμανση της ατμόσφαιρας, η εξάτμιση των ωκεανών που οδηγεί στην παραγωγή πόσιμου νερού, καθώς και η χρήση της ηλιακής ενέργειας στον κύκλο ζωής των φυτών, αποτελούν μερικά από τα παραδείγματα της επίδρασης του μηχανισμού ακτινοβολίας στη ζωή μας. Η ακτινοβολία ορίζεται ως η ενέργεια που εκπέμπει ένα μέσο της ύλης, με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Η εκπομπή αυτή οφείλεται στις μεταβολές της ηλεκτρονικής δομής των ατόμων ή των μορίων [7]. Αξίζει να σημειωθεί ότι υπάρχουν αρκετοί τύποι ακτινοβολίας, όπως τα ραδιοκύματα και οι ακτίνες Χ, ωστόσο σε αυτούς τους τύπους δεν πραγματοποιείται μεταφορά θερμότητας. Η παρούσα διπλωματική εργασία, θα ασχοληθεί μόνο με τη

Θερμική ακτινοβολία, η οποία αφορά την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα μέσο της ύλης, λόγω της θερμικής του κατάστασης. Κάθε σώμα που βρίσκεται σε θερμοκρασία πάνω από 0 Kelvin, εκπέμπει ένα ποσό θερμότητας προς το περιβάλλον του με τη μορφή θερμικής ακτινοβολίας. Ακόμα και αν δυο σώματα διαφορετικού υλικού έχουν την ίδια θερμοκρασία, το ποσό της θερμικής ακτινοβολίας που θα εκπέμπουν θα είναι διαφορετικό. Η μέγιστη θερμική ισχύς που μπορεί να εκπέμψει ένα σώμα, δίνεται από το νόμο του Stefan-Boltzmann[7]:

$$\dot{Q}_{\max} = \sigma A_s T_s^4 \quad (2.14)$$

όπου « $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} [W / m^2 \cdot K^4]$ » είναι γνωστή ως η σταθερά του Stefan-Boltzmann. Η επιφάνεια  $A_s$ , στην οποία πραγματοποιείται η μέγιστη εκπομπή ακτινοβολίας, ονομάζεται επιφάνεια μέλαν σώματος. Στην πραγματικότητα όμως, μόνο ένα ποσό αυτής της ενέργειας παράγεται από μια αληθινή επιφάνεια. Το ποσό αυτό εξαρτάται από την ικανότητα του σώματος στην εκπομπή θερμικής ακτινοβολίας, συγκριτικά με ένα μέλαν σώμα. Η ικανότητα αυτή αποτελεί ιδιότητα κάθε σώματος και ονομάζεται συντελεστής εκπομπής ακτινοβολίας « $\epsilon$ ». Ο συντελεστής εκπομπής μπορεί να λάβει τιμές από 0 έως 1, ενώ η εξίσωση που περιγράφει τον ρυθμό εκπομπής μιας πραγματικής επιφάνειας είναι:

$$\dot{Q}_{\text{real}} = \epsilon \sigma A_s T_s^4 \quad (2.15)$$

Ακόμα μια σημαντική ιδιότητα που εμφανίζεται στον μηχανισμό της ακτινοβολίας είναι η απορροφητικότητα « $\alpha$ ». Μια επιφάνεια δεν εκπέμπει μόνο ακτινοβολία, αλλά παράλληλα, η ίδια δέχεται ένα ποσό εισερχόμενης ακτινοβολίας από το περιβάλλον της. Συγκεκριμένα ένα μέρος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας σε μια επιφάνεια απορροφάται, ένα άλλο ανακλάται κατευθείαν, ενώ τελικά ένα μέρος την διαπερνά. Η σχέση, η οποία εκφράζει το ρυθμό της προσπίπτουσας ακτινοβολίας σε μία επιφάνεια είναι:

$$\dot{G} = \alpha \dot{G} + R \dot{G} + D \dot{G} \quad (2.16)$$

με  $(a+R+D=1)$  να εκφράζουν τα ποσοστά της απορροφημένης, ανακλώμενης και διαπερνών προσπίπτουσας ακτινοβολίας αντίστοιχα. Αξίζει να σημειωθεί πως στην περίπτωση ενός μέλαν σώματος ισχύει ότι  $a=1$  διότι απορροφάται όλη η ακτινοβολία που προσπίπτει. Όπως και στην περίπτωση του συντελεστή εκπομπής, για πραγματικές επιφάνειες ο συντελεστής  $a$  λαμβάνει τιμές από 0 έως 1. Μόνο το ποσό της ακτινοβολίας που απορροφάται από την επιφάνεια, έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ενός σώματος. Έτσι τελικά, ο καθαρός ρυθμός μεταφοράς με ακτινοβολία, προκύπτει από τη διαφορά του ρυθμού εκπομπής μίας επιφάνειας με το ρυθμό απορρόφησης της ισχύος που προσπίπτει σε αυτήν. Ο υπολογισμός του καθαρού ρυθμού ροής θερμότητας λόγω ακτινοβολίας, αποτελεί ένα περίπλοκο πρόβλημα, αφού εξαρτάται από τις ιδιότητες των συμμετέχων επιφανειών, καθώς και από τον μεταξύ τους προσανατολισμό. Στα περισσότερα προβλήματα μηχανικής, χρησιμοποιείται η ειδική περίπτωση, στην οποία γίνεται η θεώρηση πως ο καθαρός ρυθμός μεταφοράς θερμότητας, λόγω ακτινοβολίας σε μια επιφάνεια  $A_v$ , με απόλυτη θερμοκρασία  $T_s$  η οποία περιβάλλεται από μια αρκετά μεγαλύτερη επιφάνεια με απόλυτη θερμοκρασία  $T_{\text{περιβαλλον}}$  δίνεται από τη σχέση:

$$\dot{Q}_{\text{ακτι}} = \varepsilon \sigma A_v (T_s^4 - T_{\text{περιβ}}^4) \quad (2.17)$$

Βασικό κριτήριο ώστε να ισχύει η σχέση (2.17) είναι πως αν υπάρχει κάποιο αέριο ανάμεσα στις επιφάνειες, αυτό δεν παρεμβαίνει στην ακτινοβολία.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

### 3.1 Εισαγωγή

Πρώτου οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές «εισβάλουν» στην ζωή μας, τα προβλήματα στον τομέα της μηχανικής επιστήμης έπρεπε να προσεγγιστούν με τις μέχρι τότε γνωστές μεθόδους. Αρχικά, οι αναλυτικές λύσεις ακόμα και σήμερα, αποτελούν ένα σημαντικό εργαλείο στις περιπτώσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Σε γραμμικά προβλήματα απλών γεωμετριών, μπορούν να προσφέρουν πολύ ακριβή αποτελέσματα. Παρόλα αυτά, είναι γνωστό πως αρκετά προβλήματα των νόμων της φυσικής, έχουν χωροχρονική εξάρτηση και περιγράφονται με τη μορφή μερικών διαφορικών εξισώσεων [10]. Για τις περισσότερες γεωμετρίες, αυτά τα προβλήματα δεν μπορούν να λυθούν μέσω αναλυτικών σχέσεων. Επίσης, η τεράστια ανάπτυξη σύνθετων υλικών και τεχνολογιών, επεκτείνει την πολυπλοκότητα συγκεκριμένων προβλημάτων. Εκτός από τις αναλυτικές λύσεις, υπάρχουν και οι γραφικές λύσεις, κατά τις οποίες, η συμπεριφορά ενός συστήματος μπορεί να αναλυθεί με διαγραμματικές τεχνικές. Αν και χρησιμοποιούνται αρκετά συχνά για τη μελέτη περίπλοκων προβλημάτων, όπως αναφέρεται στο [10], οι λύσεις δεν είναι μεγάλης ακρίβειας. Επιπλέον, η χρήση τους χωρίς ηλεκτρονικό υπολογιστή είναι αρκετά χρονοβόρα. Η ανάγκη για εύρεση διαφορετικών προσεγγίσεων για τη λύση αυτών των προβλημάτων, οδήγησε στην ανάπτυξη των υπολογιστικών αριθμητικών μεθόδων. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM) αποτελεί μία από τις πιο σημαντικές υπολογιστικές μεθόδους, η οποία χρησιμοποιείται καθημερινά για τον υπολογισμό προσεγγιστικών λύσεων για προβλήματα που περιγράφονται από διαφορικές εξισώσεις. Παρόλο που το πρώτο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων αναπτύχθηκε από τους Rodger και Fletcher το 1938, για τον υπολογισμό παραμενουσών τάσεων [11], η έλλειψη υπολογιστικής ισχύος της τότε εποχής, αδυνατούσε να αντεπεξέλθει στο πλήθος των απαιτούμενων υπολογισμών. Επιπρόσθετα, οι τότε διαθέσιμοι ηλεκτρονικοί υπολογιστές ήταν ιδιαίτερα δύσκολοι στη χρήση, αλλά και εξαιρετικά ακριβοί. Αυτό περιόρισε για αρκετά χρόνια το έργο της επιστημονικής κοινότητας. Η κατακόρυφη ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών τον 21<sup>ο</sup> αιώνα, επέτρεψε σε επιστήμονες πολλών κατευθύνσεων, να αναπτύξουν μοντέλα, τα οποία

βασίζονται στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Επιπρόσθετα, η διαθεσιμότητα υπολογιστικών πακέτων όπως το Ansys, Comsol Multiphysics, Abaqus κ.ά., χαρίζει τη δυνατότητα χρήσης αυτών των μοντέλων από ένα ευρύ κοινό.

### 3.2 Βασική ιδέα

Η βασική ιδέα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, είναι ο διαχωρισμός του χώρου, στον οποίο μας ενδιαφέρει η εύρεση μίας προσεγγιστικής λύσης για μια διαφορική εξίσωση, σε πολλά μικρότερα τμήματα, τα οποία ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία [10]. Τα πεπερασμένα στοιχεία χαρακτηρίζονται από απλή γεωμετρία και συνδέονται μεταξύ τους σε οριακά σημεία, τα οποία ονομάζονται οριακοί κόμβοι. Στα προβλήματα δύο ή τριών διαστάσεων συναντάμε επιπλέον κομβικές γραμμές και κομβικά επίπεδα αντίστοιχα. Στόχος, είναι σε κάθε ένα από αυτά τα στοιχεία να ορίσουμε μία προσεγγιστική συνάρτηση, η οποία θα περιγράφει την κατανομή της μεταβλητής που αναζητούμε, όπως για παράδειγμα της θερμοκρασίας. Τελικά, οδηγούμαστε σε ένα σύστημα από εξισώσεις, το οποίο μετά από την εφαρμογή των οριακών συνθηκών μπορεί να λυθεί και να μας δώσει τη λύση σε όλο το χώρο.

### 3.3 Πλεονεκτήματα της Μεθόδου

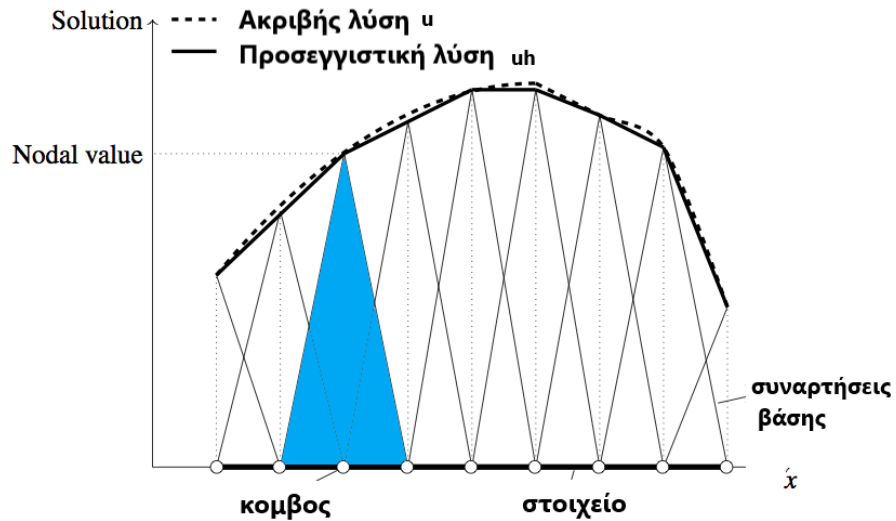
Ίσως ένα από τα πιο σημαντικά πλεονεκτήματα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, είναι η ικανότητα να χωρίσουμε τον προς μελέτη χώρο, με στοιχεία τα οποία κρίνονται κατάλληλα για τη μορφή του κάθε προβλήματος [12]. Το ίδιο ισχύει και για τη συνάρτηση, η οποία θα χρησιμοποιηθεί για την προσέγγιση της μεταβλητής. Αν για παράδειγμα η συνάρτηση  $u$  είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή μιας μερικής διαφορικής εξίσωσης (όπως είναι η θερμοκρασία, το ηλεκτρικό δυναμικό, η πίεση κτλ.), τότε η μεταβλητή αυτή, μπορεί να προσεγγιστεί από μία συνάρτηση  $u_h$ , οπότε ισχύει ότι:

$$u \approx u_h \quad (3.1)$$

Τις περισσότερες φορές, η συνάρτηση  $u_h$  επιλέγεται να είναι της μορφής:

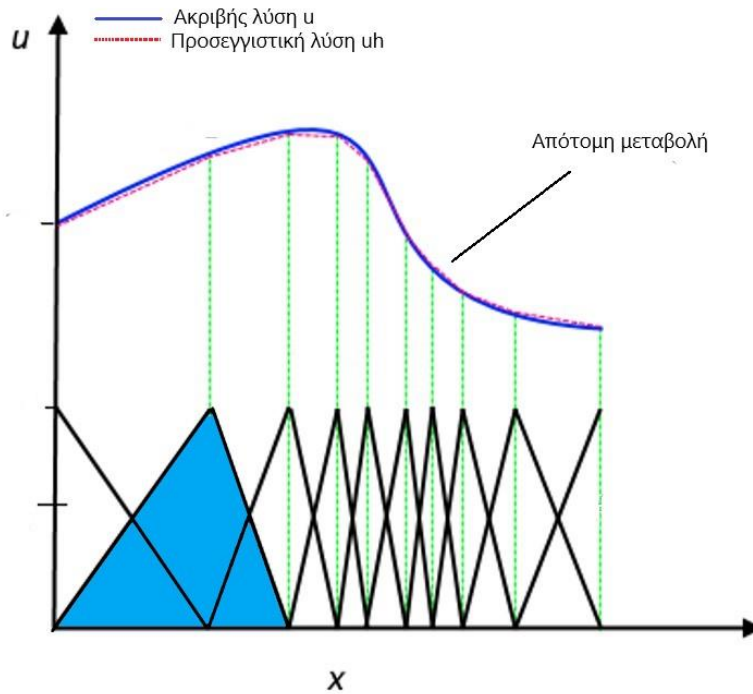
$$u_h = \sum_i u_i \psi_i \quad (3.2)$$

αφού οι πολυωνυμικές συναρτήσεις είναι γενικά εύκολες στο χειρισμό. Στην εξίσωση (3.2), το  $\psi_i$  συμβολίζει τις συναρτήσεις βάσης, ενώ το  $u_i$  τους συντελεστές των συναρτήσεων, οι οποίοι προσεγγίζουν τη μεταβλητή. Στο **σχήμα 3.1**, φαίνεται πως η συνάρτηση  $u_h$  προσεγγίζει τη μεταβλητή  $u$ .



Σχήμα 3- 1: Προσέγγιση της ακριβούς λύσης  $u$  από τη συνάρτηση  $u_h$  [12]

Παρόλο που τα στοιχεία του **σχήματος 3-1** φαίνονται να είναι όλα σε ίση κατανομή, κατά τον άξονα  $x$ , αυτό δεν ισχύει πάντα. Για παράδειγμα, όπως φαίνεται στο **σχήμα 3-2**, η κατανομή των στοιχείων μπορεί να αυξηθεί σε σημεία, στα οποία παρατηρείται απότομη κλίση της αναζητούμενης μεταβλητής. Ακόμα ένα σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, είναι ότι έχει αναπτυχθεί σε μεγάλο βαθμό η συσχέτιση μεταξύ της αριθμητικής διατύπωσης και της μεθόδου ασθενούς λύσης η οποία αναπτύσσεται στη παράγραφο 3.5.



Σχήμα 3- 2: Αύξηση των στοιχείων προσέγγισης σε σημεία μεγάλης κλίσης της  $u$  [13]

### 3.4 Συνοπτική διαδικασία μεθόδου

#### Διακριτοποίηση

Η διακριτοποίηση αποτελεί το πρώτο στάδιο της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Ο όρος διακριτοποίηση, αναφέρεται στην υποδιαίρεση του χώρου στον οποίο αναζητείται η λύση, σε πιο μικρά στοιχεία [10]. Εκτός από τον τύπο των στοιχείων, πρέπει να επιλεγεί και το μέγεθος τους, το οποίο θα επηρεάσει και τον ολικό αριθμό των στοιχείων του χώρου. Μια κοινή πρακτική σε αυτό το στάδιο, είναι η μείωση του μεγέθους των στοιχείων, σε σημεία τα οποία απαιτείτε περισσότερη ακρίβεια. Ιδιαίτερα στα τρισδιάστατα προβλήματα, αυτό προκαλεί μια σημαντική αύξηση του μεγέθους των απαιτούμενων υπολογισμών και κατ' επέκταση του υπολογιστικού χρόνου. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι πέραν ενός κρίσιμου σημείου, η ακρίβεια παύει να βελτιώνεται αφού έχει επιτευχθεί η μέγιστη τιμή σφάλματος[12].



### Επιλογή προσεγγιστικής συνάρτησης

Ανάλογα με τους άγνωστους του προβλήματος (βαθμοί ελευθερίας) σχηματίζεται μία προσεγγιστική συνάρτηση [10]. Η συνάρτηση, η οποία θα προσεγγίζει τη ζητούμενη μεταβλητή σε κάθε στοιχείο, πρέπει να έχει απλή μορφή και να είναι εύκολη στο μαθηματικό χειρισμό. Για το λόγο αυτό, όπως έχει αναφερθεί, συνήθως γίνεται η χρήση πολυωνυμικών συναρτήσεων.

### Υπολογισμός συναρτήσεων βάσης

Για την προσέγγιση της κατανομής της άγνωστης μεταβλητής, η οποία μελετάται για κάθε στοιχείο, χρησιμοποιείται μία πλήρης ομάδα από συγκεκριμένες πολυωνυμικές σχέσεις που ονομάζονται συναρτήσεις βάσης [11]. Η τάξη των πολυωνύμων που θα χρησιμοποιηθεί, παίζει σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια προσέγγισης της άγνωστης μεταβλητής. Τα πολυώνυμα αυτά, μπορεί να επιλεγούν σε γραμμική μορφή, τετραέδρων ή και ανωτέρας τάξης. Όπως θα αναλυθεί και στη συνέχεια, προκειμένου να γίνει σύνδεση αυτών των συναρτήσεων μαζί με τα διανύσματα φορτίου στους κόμβους των στοιχείων, απαιτείται η έκφραση της μερικής διαφορικής εξίσωσης σε μια ολοκληρωτική μορφή. Το συγκεκριμένο βήμα μπορεί να επιτευχθεί με δύο μεθόδους, οι οποίες περιλαμβάνουν την προσέγγιση μεταβολών και την άμεση προσέγγιση [12]. Γενικά το αποτέλεσμα και των δύο μεθόδων, θα οδηγήσει σε ένα σύνολο αλγεβρικών εξισώσεων, το οποίο μπορεί να διατυπωθεί με τη μορφή πινάκων ως εξής:

$$\{k\}\{u\} = \{F\} \quad (3.3)$$

όπου  $[k]$  παρουσιάζεται ως ο πίνακας δυσκαμψίας, ο οποίος περιέχει τις ιδιότητες του στοιχείου. Αντίστοιχα,  $\{u\}$  αποτελεί το διάνυσμα της άγνωστης μεταβλητής στις κομβικές θέσεις ενώ το  $\{F\}$  είναι ένα διάνυσμα που περιγράφει το αποτέλεσμα κάθε εξωτερικής διέγερσης στους κόμβους.

### Διαδικασία της συνάθροισης- συναρμολόγησης

Μετά την κατασκευή των εξισώσεων, από τις οποίες αντλούνται πληροφορίες για κάθε επιμέρους στοιχείο, είναι σημαντικό να γίνει η μεταξύ τους σύνδεση, ώστε να μπορεί να

γίνει χαρακτηρισμός όλου του χώρου [12]. Μέσω της έννοιας της «συνέχειας», οι λύσεις για τα συνδεόμενα στοιχεία πρέπει να είναι εναρμονισμένες. Με τον τρόπο αυτό, οι τιμές οι οποίες είναι άγνωστες, πρέπει να είναι κοινές στα κομβικά σημεία, στα οποία συνδέονται τα στοιχεία. Μετά την σύνδεση κάθε επιμέρους στοιχείου, το συνολικό σύστημα θα περιγράφεται όπως και πριν με την εξής μορφή:

$$\{K\}\{u'\} = \{F'\} \quad (3.4)$$

όπου τώρα όμως το [K] περιέχει τις ιδιότητες ολοκλήρου του συστήματος. Τα {u'} και {F'} είναι τα παραγόμενα διανύσματα συνάθροισης των {u} και {F} κάθε επιμέρους στοιχείου.

### Συνοριακές Συνθήκες

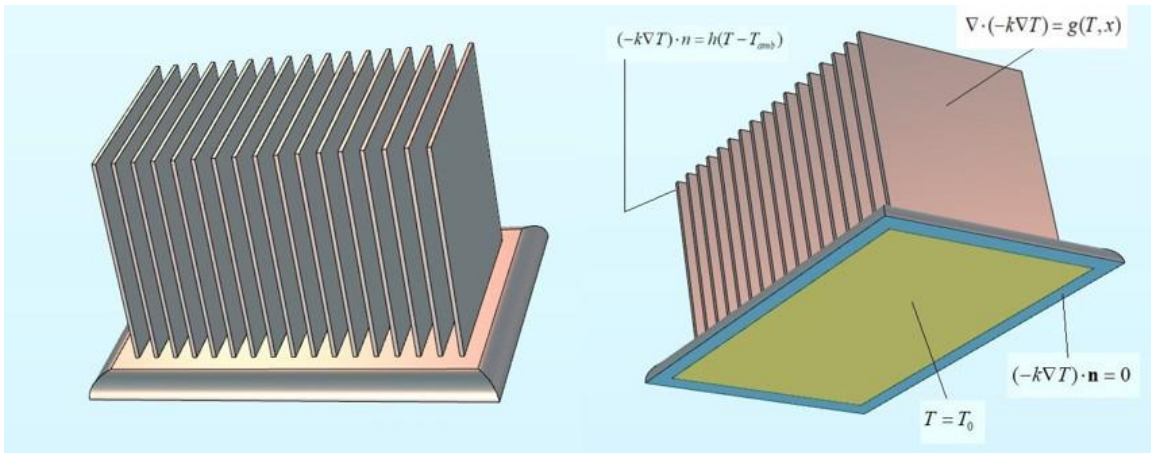
Στο κεφάλαιο 2, αναφέρθηκε πως για τη λύση της γενικής εξίσωσης αγωγής απαιτείται η γνώση των συνοριακών συνθηκών. Αυτό ισχύει και για τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Επομένως, πριν ακολουθήσει η λύση του συστήματος, είναι αναγκαία η τροποποίηση της (3.4) ώστε αυτή να περιλαμβάνει τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Το τελικό τροποποιημένο σύστημα, το οποίο περιλαμβάνει τις συνοριακές παρουσιάζεται ως εξής:

$$\{\bar{k}\}\{u'\} = \{\bar{F}'\} \quad (3.5)$$

όπου η υπεργράμμιση δηλώνει την ενσωμάτωση των συνοριακών συνθηκών.

### 3.5 Διατύπωση ασθενούς λύσης «weak solution»

Μέχρι τώρα, έχει αναφερθεί πως η τιμή μίας ζητούμενης μεταβλητής, όπως η θερμοκρασία, μπορεί να υπολογιστεί για κάθε στοιχείο, μέσω μίας προσεγγιστικής συνάρτησης. Παρόλα αυτά, δεν μπορεί να γίνει απευθείας εισαγωγή της συνάρτησης μέσα στη μερική διαφορική εξίσωση, καθώς δεν είναι απαραίτητα παραγωγίσιμη στα άκρα των στοιχείων [13]. Για παράδειγμα, εάν εξεταζόταν η γενική εξίσωση αγωγής (2.11), τότε θα έπρεπε οι συναρτήσεις βάσης να είναι δύο φορές παραγωγίσιμες, αφού η εξεταζόμενη διαφορική εξίσωση είναι δευτέρας τάξεως. Για το λόγο αυτό, έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι, οι οποίοι χαλαρώνουν την απαίτηση αυτή.



Σχήμα 3- 3: Συνοριακές συνθήκες σε μόνιμη μεταφορά θερμότητας σε ψύκτρα ηλεκτρονικού υπολογιστή

Αν εξεταστεί για παράδειγμα η κατανομή θερμοκρασίας σε μία ψύκτρα ηλεκτρονικού υπολογιστή σε μόνιμες συνθήκες (**σχήμα 3-3**), τότε η εξίσωση (2.11) παίρνει τη μορφή:

$$\nabla \cdot (-k\nabla T) = g(T, x) \quad (3.6)$$

όπου  $x[x=(x,y,z)]$  ανήκουν στο χωρίο  $\Omega$ . Οι συνοριακές συνθήκες παρουσιάζονται επίσης στο σχήμα 3-3, οι οποίες στις επιφάνειες ( $\partial\Omega_1, \partial\Omega_2, \partial\Omega_3$ ) έχουν ως:

$$T = T_0 \quad \partial\Omega_1 \quad (3.7)$$

$$(-k\nabla T) \cdot \mathbf{n} = h(T - T_{amb}) \quad \partial\Omega_2 \quad (3.8)$$

$$(-k\nabla T) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \partial\Omega_3 \quad (3.9)$$

Αν τώρα η (3.6) πολλαπλασιαστεί και στις δύο πλευρές με μία συνάρτηση δοκιμής  $\phi$  και ολοκληρωθεί στο χώρο  $\Omega$  τότε θα προκύψει:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (-k\nabla T) \phi dV = \int_{\Omega} g \phi dV \quad (3.10)$$

Σε αυτό το σημείο, γίνεται η θεώρηση πως η συνάρτηση δοκιμής  $\phi$ , ανήκει στο χώρο Hilbert [13], ο οποίος είναι ένας αφηρημένος άπειρος διανυσματικός χώρος, εφοδιασμένος με εσωτερικό γινόμενο. Ο χώρος είναι πλήρης από όρια ώστε να επιτρέπει τις τεχνικές λογισμού. Παράλληλα μπορεί να θεωρηθεί ως μια συλλογή από συναρτήσεις, οι οποίες είναι εύκολο να χειραγωγηθούν. Η μέθοδος χαλάρωσης

προϋποθέτει ότι όλες οι εκφράσεις, οι οποίες λαμβάνονται από την (3.10), ισχύουν σε όλο το χώρο συναρτήσεων, έναντι όλων των σημείων του χώρου  $\Omega$ . Η ονομασία της μεθόδου προκύπτει από την ικανότητα της, να χαλαρώνει την απαίτηση κατά την οποία η μερική διαφορική εξίσωση πρέπει να ικανοποιείται σε όλα τα σημεία του χώρου  $\Omega$ .

### 3.6 Μέθοδος Galerkin

Στη λεγόμενη μέθοδο Galerkin ή αλλιώς μέθοδο σταθμισμένων υπολοίπων, γίνεται η υπόθεση ότι η λύση για τη θερμοκρασιακή κατανομή ανήκει στο χώρο του Hilbert. Συνήθως, η παραπάνω υπόθεση εκφράζεται ως  $\varphi \in H$  και  $T \in H$ , όπου το  $H$  υποδηλώνει το χώρο του Hilbert. Με τη βοήθεια του θεωρήματος Green [14], αποδεικνύεται πως η εξίσωση (3.10) μπορεί να μετατραπεί σε:

$$\int_{\Omega} k \nabla T \cdot \nabla \varphi dV + \int_{\partial\Omega} (-k \nabla T) \cdot \mathbf{n} \varphi dS = \int_{\Omega} g \varphi dV \quad (3.11)$$

Η μέθοδος Galerkin [15] αποτελεί μια από τις πιο σημαντικές άμεσες μεθόδους για την έκφραση της μερικής διαφορικής εξίσωσης σε ολοκληρωτική μορφή. Επιστρέφοντας πίσω στο παράδειγμα της ψύκτρας, μπορεί τώρα να γίνει η υπόθεση ότι η λύση για την κατανομή της θερμοκρασίας  $T$ , μπορεί να οριστεί σε ένα απείρων διαστάσεων υποτομέα του χώρου Hilbert. Είναι δηλαδή  $T \approx T_h$  με πεδίο ορισμού το  $T \in H$ . Η προσεγγιστική συνάρτηση  $T_h$  μπορεί να εκφραστεί ως ένας γραμμικός συνδυασμός συναρτήσεων βάσης με μορφή:

$$T_h(x) = \sum_i T_i \psi_i(x) \quad (3.12)$$

Αν τώρα οι εξισώσεις (3.11) και (3.12) συνδυαστούν για έναν αριθμό συναρτήσεων δοκιμής  $\psi_j$ , τότε η εξίσωση που θα προκύψει είναι η εξής:

$$\sum_i T_i \int_{\Omega} k \nabla \psi_i \cdot \nabla \psi_j dV + \sum_i \int_{\partial\Omega} (-k T_i \nabla \psi_i) \cdot \mathbf{n} \psi_j dS = \int_{\Omega} g (\sum_i T_i \psi_i) \psi_j dV \quad (3.13)$$

όπου τώρα οι άγνωστοι είναι οι συντελεστές  $T_i$  για την προσέγγιση της  $T$ . Αν χρησιμοποιηθεί « $n$ » αριθμός συναρτήσεων δοκιμής  $\psi_j$ , δηλαδή το  $j$  θα είναι από το 1~

η, τότε θα παραχθούν και «n» άγνωστοι συντελεστές  $T_i$ . Παρομοίως, θα υπάρξει η παραγωγή «n» συντελεστών  $T_i$  μέσω της εξίσωσης (3.9). Μετά τον ορισμό των συνοριακών συνθηκών, το πρόβλημα θα μπορεί να περιγραφεί μέσω της εξής εξίσωσης:

$$AT_h = b \quad (3.14)$$

Η μήτρα A είναι της τάξης [n x n] και περιέχει τους συντελεστές  $T_i$ . Το  $T_h$  είναι ένα διάνυσμα της μορφής  $T_h = \{T_1, \dots, T_i, \dots, T_n\}$ , το οποίο περιέχει τις άγνωστες τιμές της θερμοκρασίας, ενώ το b είναι ένα διάνυσμα στήλης με διαστάσεις από 1 μέχρι n. Αρκετά συχνά η μήτρα [A], αναφέρεται ως μήτρα δυσκαμψίας, αφού πήρε το όνομα της από τις πρώτες εφαρμογές της μεθόδου στον τομέα της μηχανικής υλικών και κατασκευών.

### 3.7 Προσέγγιση χρονικά μεταβαλλόμενων προβλημάτων

Στην περασμένη παράγραφο, έχει αναφερθεί η διαδικασία για την εύρεση μίας προσεγγιστικής λύσης στην περίπτωση της μόνιμης μεταφοράς θερμότητας με αγωγή. Αρκετά προβλήματα όμως μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως και στην γενική εξίσωση μεταφοράς θερμότητας με αγωγή (2.11), η οποία αποτελεί σημαντικό κομμάτι της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Μία πρώτη προσέγγιση θα ήταν να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και για το χρόνο. Αν και η διαδικασία αυτή έχει ήδη προταθεί [16,17], το υπολογιστικό κόστος είναι αρκετά μεγάλο. Σε μία πιο απλή μέθοδο, γίνεται ένας συνδυασμός της μεθόδου του Galerkin και της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών για τη διακριτοποίηση του χρόνου. Η μέθοδος έχει παραμείνει στη βιβλιογραφία ως η μέθοδος γραμμών του Galerkin [13]. Με την πιο απλή μορφή της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών, μπορούμε να εκφράσουμε τη μερική παράγωγο της θερμοκρασίας με το χρόνο ως:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} \approx \frac{T_{i,t+\Delta t} - T_{i,t}}{\Delta t} \quad (3.15)$$

Όπως και στην περίπτωση της μόνιμης κατάστασης, η γενική εξίσωση αγωγής (2.11) μπορεί να εκφραστεί με τη μέθοδο του Galerkin. Με την συνάρτηση δοκιμής να συμβολίζεται ξανά ως  $\psi_j$  μπορεί να γραφεί ότι:

$$\left. \begin{aligned} & \rho C_P \frac{\partial T_i}{\partial t} \sum_i \int_{\Omega} \psi_i \psi_j dV + \sum_i T_i \int_{\Omega} k \nabla \psi_i \cdot \nabla \psi_j dV + \\ & + \sum_i \int_{\partial\Omega} (-k T_i \nabla \psi_i \cdot \mathbf{n}) \psi_j dS = \int_{\Omega} g \left( \sum_i T_i \psi_i \right) \psi_j dV \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

Σε αυτή την περίπτωση, οι συντελεστές προσέγγισης  $T_i$  είναι χρονικά εξαρτώμενες συναρτήσεις, ενώ οι συναρτήσεις δοκιμής και βάσης είναι χωρικά εξαρτώμενες. Αν τώρα εισαχθεί η έκφραση (3.15) στην (3.16) η κατάληξη είναι η εξής:

$$\left. \begin{aligned} & \rho C_P \left( \frac{T_{i,t+\Delta t} - T_{i,t}}{\Delta t} \right) \sum_i \int_{\Omega} \psi_i \psi_j dV + \sum_i T_{i,t+\Delta t} \int_{\Omega} k \nabla \psi_i \cdot \nabla \psi_j dV + \\ & + \sum_i \int_{\partial\Omega} (-k T_{i,t+\Delta t} \nabla \psi_i \cdot \mathbf{n}) \psi_j dS = \int_{\Omega} g \left( \sum_i T_{i,t+\Delta t} \psi_i \right) \psi_j dV \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

Η εξίσωση (3.14) αποτελεί μία από τις δυο προσεγγίσεις για τη διακριτοποίηση του χρόνου με πεπερασμένες διαφορές. Σε αυτή τη διατύπωση, οι άγνωστοι συντελεστές  $T_{i,t}$  εκφράζονται σε όρους του  $(t+\Delta t)$ . Ονομάζεται «σιωπηλή μέθοδος» ή αλλιώς «implicit method» (σύμφωνα με την αγγλική βιβλιογραφία), αφού απαιτείται η λύση του συστήματος των παραγόμενων εξισώσεων για κάθε χρονικό βήμα [13]. Η δεύτερη προσέγγιση αφορά διατύπωση της εξίσωσης (3.16) σε όρους του  $t$ . Είναι δηλαδή:

$$\left. \begin{aligned} & \rho C_P \left( \frac{T_{i,t+\Delta t} - T_{i,t}}{\Delta t} \right) \sum_i \int_{\Omega} \psi_i \psi_j dV + \sum_i T_{i,t} \int_{\Omega} k \nabla \psi_i \cdot \nabla \psi_j dV + \\ & + \sum_i \int_{\partial\Omega} (-k T_{i,t} \nabla \psi_i \cdot \mathbf{n}) \psi_j dS = \int_{\Omega} g \left( \sum_i T_{i,t} \psi_i \right) \psi_j dV \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

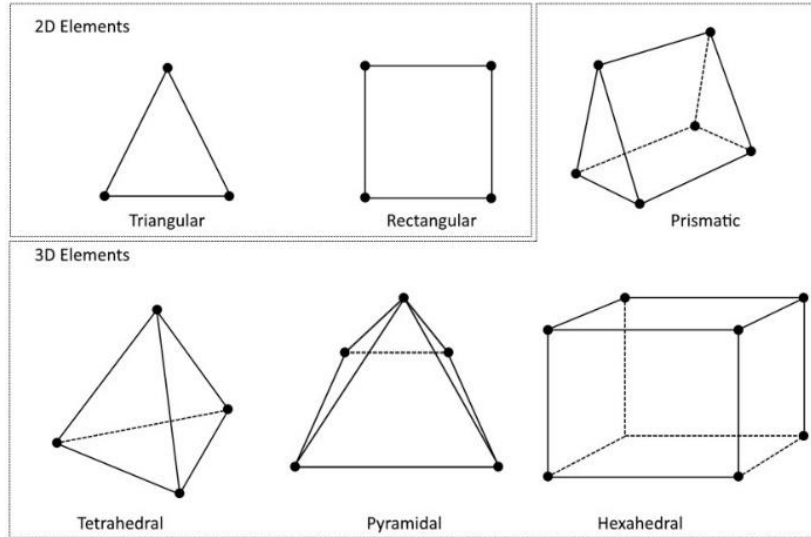
Η έκφραση (3.18) υποδηλώνει ότι εφόσον δοθεί η λύση ( $T_{i,t}$ ) για ένα χρόνο  $t$ , τότε μπορεί να υπολογιστεί με ακρίβεια η λύση στο χρόνο  $t+\Delta t$ , με αποτέλεσμα να μην απαιτείται η λύση του συστήματος εξισώσεων για κάθε χρονικό βήμα. Σημαντικό

μειονέκτημα αυτής της μεθόδου, είναι οι περιορισμοί του χρονικού βήματος, ώστε η λύση να παραμένει ευσταθής [13]. Αντίθετα η «σιωπηλή μέθοδος» επιτρέπει τη χρήση μεγαλύτερων χρονικών βημάτων. Στα σύγχρονα υπολογιστικά προγράμματα, γίνεται αυτόματη εναλλαγή των δύο μεθόδων με τη χρήση εξειδικευμένων αλγορίθμων μικρών βημάτων. Μερικά παραδείγματα αυτών είναι:

- Οι τύποι Runge-Kutta
- Η χρονική μέθοδος Newmark
- Η παραγοντοποίηση προς τα πίσω (BDF)

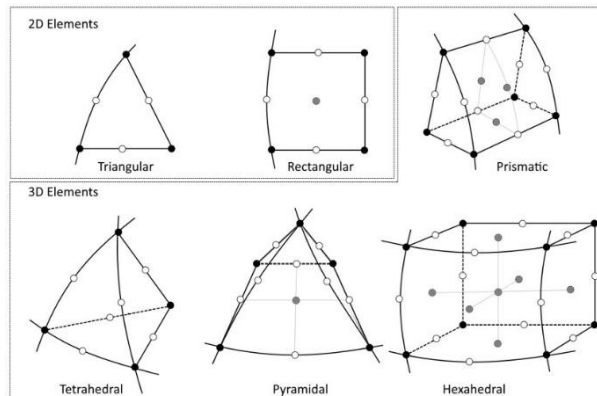
### 3.8 Γεωμετρίες πεπερασμένων στοιχείων

Παρόλο που θεωρητικά μπορούν να παραχθούν άπειρα στοιχεία, προκειμένου να γίνει ο καθορισμός των συναρτήσεων βάσης, εντούτοις είναι κοινή πρακτική να εφαρμόζονται σχετικά απλές γεωμετρίες οι οποίες έχουν μελετηθεί αρκετά. Αρχικά, όταν οι συναρτήσεις βάσης είναι γραμμικές, τότε χρησιμοποιούνται στοιχεία του **σχήματος 3-4**. Τα δισδιάστατα τριγωνικά και τετραγωνικά στοιχεία χρησιμοποιούνται αρκετά συχνά για την ανάλυση κατασκευών ή ως συνοριακά στοιχεία σε προβλήματα ρευστομηχανικής. Τα τρισδιάστατα παραγόμενά τους χρησιμοποιούνται ευρέως στην ανάλυση κατασκευών, στην ανάλυση ακουστικών κυμάτων, στη μεταφορά θερμότητας αλλά και στη ρευστομηχανική.



Σχήμα 3- 4: Πεπερασμένα στοιχεία 1<sup>ης</sup> τάξης σε δύο και τρεις διαστάσεις [13]

Τα αντίστοιχα στοιχεία του **σχήματος 3-4** σε μορφή 2<sup>ης</sup> τάξης, παρουσιάζονται στο **σχήμα 3-5**. Οι ακμές και οι επιφάνειες τους, είναι συνήθως κυρτές προς το εσωτερικό του στοιχείου όταν αυτά αποτελούν συνοριακά στοιχεία. Αντίθετα όταν αυτά αποτελούν στοιχεία του εσωτερικού τομέα, οι ακμές και οι επιφάνειες τους είναι επίπεδες.



Σχήμα 3- 5: Πεπερασμένα στοιχεία 2<sup>ης</sup> τάξης σε δύο και τρεις διαστάσεις [13]



## Κεφάλαιο 4. Αριθμητική Μοντελοποίηση

### 4.1 Μαθηματικό Πρόβλημα

Όπως έχει αναφερθεί, για την εύρεση ενός μοντέλου το οποίο θα εξάγει θερμοκρασιακές κατανομές σε οποιοδήποτε σημείο της διάταξης, αλλά και σε διαφορετικά χρονικά σημεία, απαιτείται η λύση της διαφορικής εξίσωσης:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} = Q \quad (4.1)$$

$$\text{όπου } \mathbf{q} = -k \nabla T \quad (4.2)$$

Οι συνοριακές συνθήκες Dirichlet και Neumann έχουν ως εξής:

$$T = T_0 \quad (4.3)$$

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = q_0 \quad (4.4)$$

Στη γενική περίπτωση όπου οι τιμές της πυκνότητας  $\rho$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ], της ειδικής θερμοχωρητικότητας  $C_p$  [ $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$ ], της θερμικής αγωγιμότητας  $k$  [ $\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$ ], της θερμικής πηγής [ $\text{W}/\text{m}^3$ ] και της ειδικής ροής θερμότητας [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] είναι σταθερές, τότε το πρόβλημα είναι γραμμικό. Παρόλα αυτά στην εξίσωση εμφανίζονται συχνά, όπως και στο παρόν πρόβλημα, μη γραμμικότητες όταν:

- Οι θερμοφυσικές ιδιότητες των υλικών είναι εξαρτώμενες της θερμοκρασίας.
- Η συνοριακή συνθήκη Neumann είναι μη γραμμική με τη θερμοκρασία, εφόσον παρουσιάζονται συνθήκες:

1. ψύξης λόγω συναγωγής  $-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = h(T_{ext} - T)$  (4.5), όταν ο συντελεστής  $h$  δεν είναι σταθερός.

2. ακτινοβολίας τύπου  $-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = \varepsilon \sigma (T_{amb}^4 - T^4)$  (4.6), που είναι εξαιρετικά μη γραμμικές.

Η γενική σχέση, η οποία περιγράφει τη συνοριακή συνθήκη είναι:

$$K(\nabla T \cdot \vec{n}) = h(T - T_0) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_0^4) - \Omega(x, y, z, t) \quad (4.7)$$

Όπου « $\vec{n}$ » αντιπροσωπεύει το κάθετο διάνυσμα της επιφάνειας, « $h$ » είναι ο συντελεστής συναγωγής [ $W / m^2 \cdot K$ ], « $\varepsilon$ » ο συντελεστής εκπομπής ακτινοβολίας, « $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}]$ » η σταθερά του Stefan-Boltzmann και « $\Omega(x,y,z)$ » είναι η κατανομή της ηλιακής δέσμης. Αρχικά, πρέπει να αναφερθεί πως ο λόγος που το δοκίμιο έχει περάσει από κατεργασία λείανσης και στίλβωσης, είναι για τη μέγιστη μείωση του συντελεστή εκπομπής « $\varepsilon$ ». Ο συντελεστής εκπομπής για στίλβωμένους χάλυβες κυμαίνεται από 0.07 με 0.1 σε βάσεις δεδομένων όπως [18]. Στο παρόν μοντέλο οι συντελεστές εκπομπής κρατήθηκαν σταθεροί για όλα τα υλικά με τιμές:

$$\varepsilon_{TiC} = 0.14$$

$$\varepsilon_{Steel} = 0.1$$

$$\varepsilon_{alumina} = 0.2$$

Στην περίπτωση του συντελεστή συναγωγής, το υπολογιστικό πρόγραμμα προσφέρει τη δυνατότητα υπολογισμού του « $h$ », μέσω των σχέσεων φυσικής συναγωγής, οι οποίες παρατίθενται στα **σχήματα 4-1,4-2** για τις επίπεδες και κάθετες επιφάνειες της διάταξης αντίστοιχα. Οι ιδιότητες του αερίου Argon προστέθηκαν, μέσω της βιβλιοθήκης υλικών που παρέχει το υπολογιστικό πρόγραμμα. Οι συντελεστές « $h$ » καθ' όλη την διάρκεια των προσομοιώσεων, έλαβαν τιμές από « $5 \sim h \sim 8,5 [W / m^2 \cdot K]$ », οι οποίες θεωρούνται φυσιολογικές.

## ΣΧΕΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗΣ ΣΕ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΠΛΑΚΑ

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = \dot{q}_0$$

$$q_0 = h(T_{\text{ext}} - T)$$

$$h = \begin{cases} \frac{k}{L} \left( 0.68 + \frac{0.67 \text{Ra}_L^{1/4}}{\left( 1 + \left( \frac{0.492k}{\mu C_p} \right)^{9/16} \right)^{4/9}} \right) & \text{if } \text{Ra}_L \leq 10^9 \\ \frac{k}{L} \left( 0.825 + \frac{0.387 \text{Ra}_L^{1/6}}{\left( 1 + \left( \frac{0.492k}{\mu C_p} \right)^{9/16} \right)^{8/27}} \right) & \text{if } \text{Ra}_L > 10^9 \end{cases}$$

Σχήμα 4- 1: Σχέσεις φυσικής συναγωγής σε οριζόντια πλάκα. [13]

## ΣΧΕΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗΣ ΣΕ ΚΑΘΕΤΗ ΠΛΑΚΑ

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = \dot{q}_0$$

$$q_0 = h(T_{\text{ext}} - T)$$

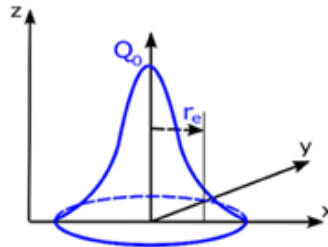
$$h = \begin{cases} \frac{k}{L} 0.54 \text{Ra}_L^{1/4} & \text{if } T > T_{\text{ext}} \text{ and } 10^4 \leq \text{Ra}_L \leq 10^7 \\ \frac{k}{L} 0.15 \text{Ra}_L^{1/3} & \text{if } T > T_{\text{ext}} \text{ and } 10^7 \leq \text{Ra}_L \leq 10^{11} \\ \frac{k}{L} 0.27 \text{Ra}_L^{1/4} & \text{if } T \leq T_{\text{ext}} \text{ and } 10^5 \leq \text{Ra}_L \leq 10^{10} \end{cases}$$

Σχήμα 4- 2: Σχέσεις φυσικής συναγωγής σε κάθετη πλάκα. [13]

## 4.2 Θερμική πηγή

Μία από τις κύριες δυσκολίες που παρουσιάζει η μελέτη του συστήματος CSE στον τομέα επιφανειακής ενίσχυσης, αποτελεί η αδυναμία χρήσης υπαρκτών μοντέλων, για την εύρεση των θερμοκρασιακών κατανομών, όπως της λύσης του Rosenthal [19], η οποία αποτελεί βάση πολλών μεταγενέστερων ερευνών στη μελέτη της ροής θερμότητας στις κατεργασίες συγκολλήσεων. Οι μεγάλες πυκνότητες ισχύος, αλλά και οι μεγάλοι χρονικοί κύκλοι που χρησιμοποιήθηκαν εν απουσία κινούμενης πηγής, οδήγησαν σε ανακριβή αποτελέσματα, σε προσπάθεια εύρεσης λύσης με την αναλυτική εξίσωση

Rosenthal. Παράλληλα η θεώρηση σημειακής πηγής κρίθηκε μη εφικτή, εφόσον κατά την πειραματική διαδικασία, η συγκέντρωση της ηλιακής δέσμης είχε διάμετρο 3.5 [cm]. Για την επίλυση του προβλήματος αρχικά κρίθηκε αναγκαία η εισαγωγή ενός μοντέλου θερμικής πηγής, το οποίο θα περιέγραφε με μεγαλύτερη ακρίβεια την κατανομή της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Στην παρούσα μελέτη έγινε χρήση του μοντέλου Gauss (κανονικής κατανομής), το οποίο χρησιμοποιείται ευρύτατα σε πακέτα αριθμητικής επίλυσης κατεργασιών τήξης και συγκολλήσεων. Οι πρώτοι που εισήγαγαν με επιτυχία το μοντέλο Gauss στις κατεργασίες συγκολλήσεων ήταν οι Eagar και Tsai το 1983 [20]. Στόχος τους ήταν η τροποποίηση της εξίσωσης Rosenthal, στην οποία παρουσιάζεται η λύση του θερμοκρασιακού πεδίου μίας κινούμενης σημειακής πηγής σε ένα ημιάπειρο μέσο. Η τροποποίηση αυτή αφορούσε την εισαγωγή μιας πηγής θερμότητας με μια πιο ρεαλιστική κατανομή, έναντι αυτής της σημειακής πηγής. Κατά το μοντέλο Gauss, η ενέργεια που εισέρχεται με τη μορφή θερμότητας, μέσω της συγκεντρωμένης ηλιακής ακτινοβολίας, κατανέμεται σύμφωνα με την πορεία της καμπύλης Gauss.

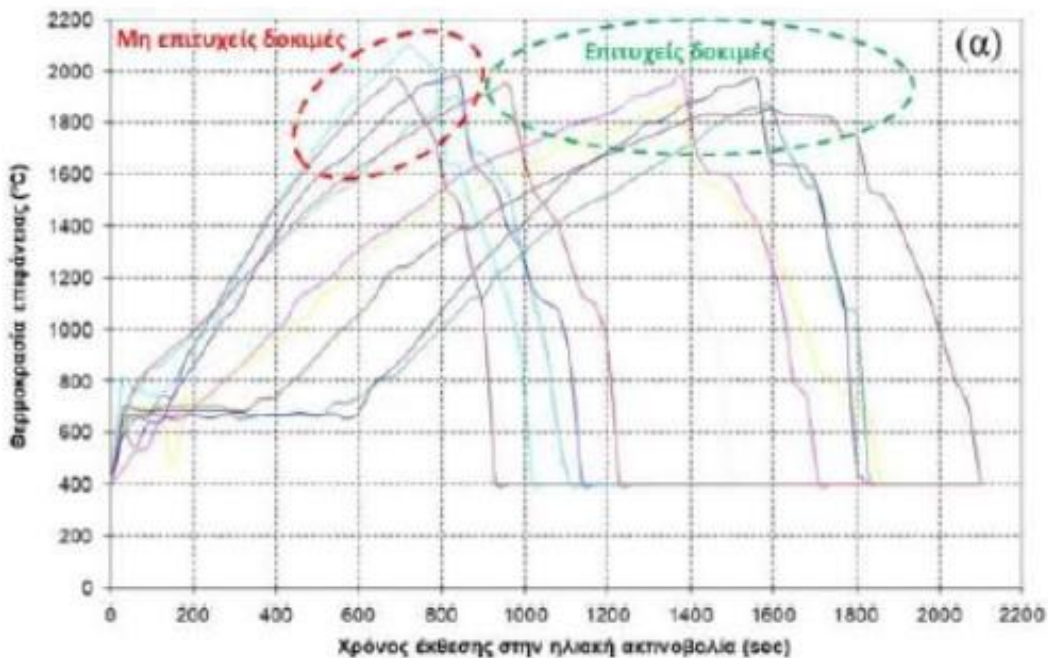


Σχήμα 4- 3: Κατανομή θερμικής ισχύς με τη μορφή Gauss. [19]

Τα τελευταία χρόνια, το μοντέλο Gauss χρησιμοποιείται συχνά σε μοντέλα προσομοίωσης συγκολλήσεων, τα οποία χρησιμοποιούν πηγές υψηλής πυκνότητας ισχύος [21]. Παραδείγματα αυτών αποτελούν οι συγκολλήσεις laser, plasma και electron beam. Η κατανομή της θερμότητας που εισάγεται σε μια επίπεδη επιφάνεια με τη μορφή του μοντέλου Gauss φαίνεται στο **σχήμα 4-3**, ενώ οι τιμές των σημείων της καμπύλης υπολογίζονται από την εξίσωση:

$$Q = (x, y, z) = Q_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{r_e^2}\right) \quad (4.8)$$

όπου « $Q_0$ » είναι η ισχύς της πηγής και « $x, y, r_e$ » οι γεωμετρικές παράμετροι. Η παράμετρος κατανομής « $r_e$ » έχει μονάδες μέτρησης μήκους, ενώ όπως αναφέρεται στη βιβλιογραφία [3], λαμβάνει τιμές από 1,6-4 [mm] σε συγκολλήσεις τόξου. Παρόλο που στα στοιχεία της πειραματικής διαδικασίας, αναφέρεται μόνο η μέγιστη πυκνότητα ισχύος των εγκαταστάσεων η οποία είναι  $Q_{\max} = 7 [MW / m^2]$ , εύκολα διακρίνεται πως, στο παρόν πείραμα δεν έγινε χρήση αυτής της τιμής. Αρχικά, ενδείξεις από διαφορετικές δοκιμές «μη επιτυχείς δοκιμές» (σχήμα 4-4), φαίνεται να προσεγγίζουν την ίδια μέγιστη θερμοκρασία σε χρονικό διάστημα  $\Delta T = 700s = 11.5 [min]$  ταχύτερα από αυτές των επιτυχών δοκιμών. Επιπλέον, αρχικές προσομοιώσεις με χρήση της μέγιστης ισχύος προσέγγισαν θερμοκρασίες 5500-6000 °C για χρόνο έκθεσης 600s. Με τη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος, έγινε η κατάληξη ότι η ισχύς η οποία ικανοποιεί τις πειραματικές τιμές είναι  $Q_{simulation} = 0.7 [MW / m^2]$ , ενώ η παράμετρος κατανομής έλαβε την τιμή  $r_e = 30 [mm]$ . Ολοκλήρωση της σχέσης (4.8) αποδίδει την ισχύ των 680W στην προσπίπτουσα επιφάνεια.



Σχήμα 4- 4: Πειραματικές ενδείξεις πυρομέτρου στην επιφάνεια του υλικού επίστρωσης σε επιτυχείς και μη επιτυχείς δοκιμές. [4]

### 4.3 Πυκνότητα-Πορώδες

Με την παραδοχή ότι η γεωμετρία του προβλήματος παρέμεινε σταθερή, καθ' όλη την διάρκεια του πειράματος, οι πυκνότητες των υλικών λήφθηκαν ως σταθερές:

$$\rho_{TiC} = 4940 \left[ \frac{kg}{m^3} \right], \rho_{steel} = 7850 \left[ \frac{kg}{m^3} \right], \rho_{alumina} = 390 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

Καθώς το υλικό επίστρωσης επιλέχθηκε να βρίσκεται σε μορφή κόνεως, στους υπολογισμούς πρέπει να ληφθεί υπόψη η παρουσία του πορώδους. Η τιμή του προσδιορίστηκε ως εξής:

ακριβής μάζα σκόνης TiC που χρησιμοποιήθηκε:  $m_{powder} = 3.37g$  μέσα σε όγκο:

$$V_{cylinder} = (\pi * r^2) * h = (\pi * 0.0175^2) * 0.0015 = 1.44 * 10^{-6} m^3$$

Οπότε η πυκνότητα της σκόνης TiC προκύπτει από τη σχέση:

$$\rho_{powder} = \frac{m_{powder}}{V_{cyl}} = \frac{3.37g * 10^{-3} kg}{1.44 * 10^{-6} m^3} = 2340.47 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

Η τιμή του πορώδους υπολογίζεται μέσω της εξίσωσης:

$$\rho_{porosity} = \rho_{nominal} (1 - P) \tag{4.9}$$

όπου:

$P$ : porosity[%]

$$P = 1 - \frac{2340.47}{4940} \Rightarrow$$

$$P_{TiC\_powder} = 0.52$$

### 4.4 Θερμοφυσικές Ιδιότητες

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα που παρέχει το υπολογιστικό πακέτο που χρησιμοποιήθηκε, είναι η εισαγωγή των θερμοφυσικών ιδιοτήτων των εν χρήσει υλικών, με την μορφή συνάρτησης. Παρόλο που η εισαγωγή των δεδομένων σε μορφή διακριτών τιμών είναι αναπόφευκτη, σε αρκετές περιπτώσεις, αυτό θα πρέπει να αποφεύγεται, αφού το πρόγραμμα μετατρέπει αυτόματα τις τιμές αυτές σε μια

προσεγγιστική συνάρτηση. Στην περίπτωση που υπάρχουν ξαφνικές μεταβολές των δεδομένων, υπάρχει η πιθανότητα απόκλισης της συνάρτησης σε ένα μεγάλο φάσμα τιμών. Αυτό θα οδηγούσε σε μια σημαντική μείωση στην ακρίβεια της λύσης. Για το λόγο αυτό, έγινε η προσπάθεια για χρήση όσο το δυνατόν περισσότερων συνεχών συναρτήσεων μέσω της βιβλιογραφίας.

### Ειδική θερμοχωρητικότητα

Όσον αφορά την ειδική θερμοχωρητικότητα του χάλυβα St37-2, φαίνεται να παρουσιάζει μια γραμμική ανταπόκριση κατά το μεγαλύτερο εύρος της θερμοκρασίας [3], η οποία περιγράφεται από την εξίσωση :

$$Cp_{steel}(T) = (0.1487T + 462.15) \quad (4.10)$$

Παρόλα αυτά υπάρχει μια απότομη αύξηση των τιμών της από τους 600K μέχρι τους 1200K. Ο τρόπος με τον οποίο η μεταβολή αυτή εντάχθηκε στη συνάρτηση, είναι με την χρήση ενός παλμού Gauss γύρω από την θερμοκρασία των 1000K, όπου παρατηρείται η μέγιστη τιμή. Η εξίσωση που περιγράφει τον παλμό Gauss είναι:

$$\delta = \frac{\exp\left[-\left(\frac{T-T_m}{dT}\right)^2\right]}{dT\sqrt{\pi}} \quad (4.11)$$

Για να επιτευχθεί το απαραίτητο πλάτος του παλμού, η τυπική απόκλιση  $dT$  έχει ληφθεί ως 25, ενώ τελικά η εξίσωση παίρνει την μορφή:

$$Cp_{steel}(T) = (0.1487T + 462.15) + \delta 70,000 \quad (4.12)$$

όπου ο τελευταίος όρος είναι η συνεισφορά του παλμού Gauss. Με παρόμοιο τρόπο πραγματοποιήθηκε και η εισαγωγή της λανθάνουσας ενέργειας τήξης του υλικού. Παρόλο που αρκετά συχνά το ποσό αυτό της ενέργειας αγνοείται σε αρκετά μοντέλα προσομοίωσης, σύμφωνα με το [3], η παράλειψη αυτή οδηγεί σε αύξηση των μέγιστων θερμοκρασιών, της ζώνης τήξης αλλά και του ρυθμού ψύξης. Σύμφωνα με όσα

αναφέρθηκαν, η εισαγωγή της λανθάνουσας ενέργειας τήξης, κρίνεται σημαντική για την ακρίβεια της λύσης. Το ποσό της ενέργειας αυτής θα εισαχθεί μέσω του όρου:

$$\delta \left( \frac{L_m}{T_{liq} - T_{sol}} \right) \quad \text{όπου} \quad \delta = \frac{\exp \left[ - \left( \frac{T - T_m}{dT} \right)^2 \right]}{dT \sqrt{\pi}}$$

Η σημασία των μεταβλητών, καθώς και οι τιμές που χρησιμοποιήθηκαν, παρατίθενται στον **πίνακα 4.1**.

Πίνακας 4- 1: Παράμετροι για τον υπολογισμό της λανθάνουσας ενέργειας τήξης.

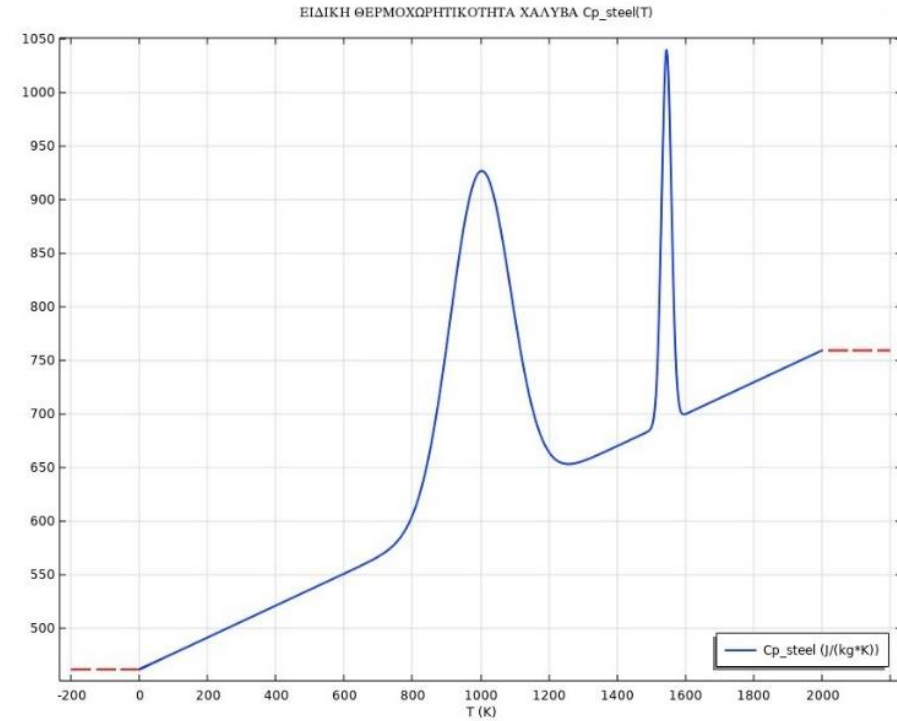
$L_m$	Λανθάνουσα θερμότητα τήξης	$247000 \left[ \frac{J}{Kg \cdot K} \right]$
$T_{liq}$	Θερμοκρασία liquidus	1540 [K]
$T_{sol}$	Θερμοκρασία solidus	1530 [K]
$T_m$	Θερμοκρασία mushy zone	1535 [K]
$dT$	Τυπική απόκλιση παλμού Gauss	10

Η τελική εξίσωση που περιγράφει την ειδική θερμοχωρητικότητα του χάλυβα St37-2 είναι η ακόλουθη:

$$Cp_{steel\_eq}(T) = Cp_{steel}(T) + \delta \left( \frac{L_m}{T_{liq} - T_{sol}} \right) \quad (4.13)$$

Η γραφική παράσταση της ειδικής θερμοχωρητικότητας του χάλυβα St37-2 παρουσιάζεται στο **σχήμα 4-5**, για το εύρος θερμοκρασιών (0-2000K).

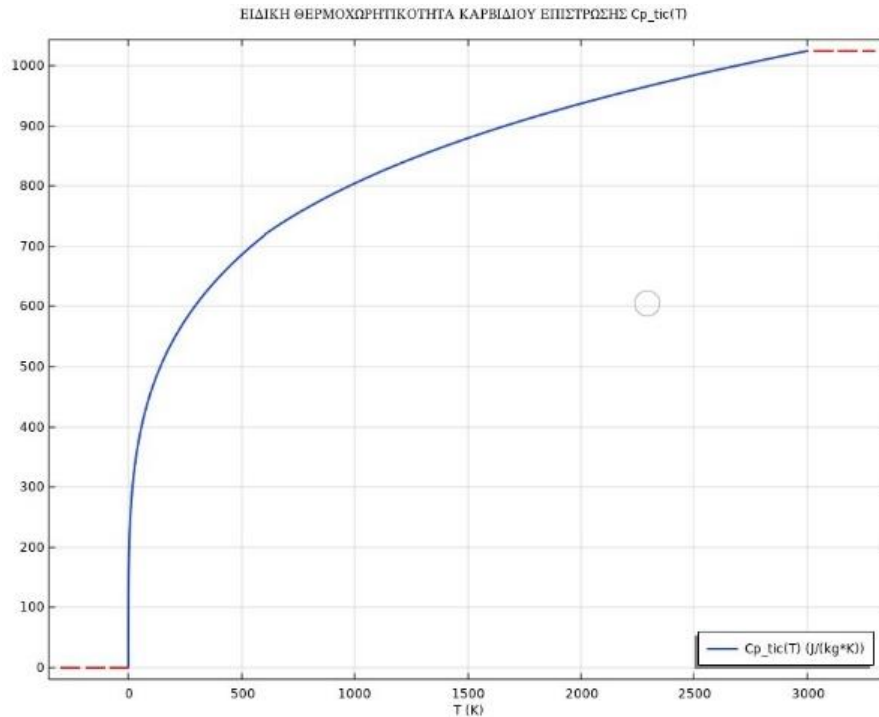




Σχήμα 4- 5: Ειδική θερμοχωρητικότητα χάλυβα St37-2 συναρτήσει της θερμοκρασίας

Η ειδική θερμοχωρητικότητα του καρβιδίου (TiC), που χρησιμοποιήθηκε στο παρόν μοντέλο, προέρχεται από τη μελέτη [22], στην οποία υπολογίζονται μηχανικές και θερμοφυσικές ιδιότητες του TiC με τη βοήθεια υπολογιστικής και κβαντικής χημικής. Για την εισαγωγή των δεδομένων στο υπολογιστικό πρόγραμμα, αρχικά έγινε ψηφιοποίηση της γραφικής παράστασης που παρουσιάζεται στη μελέτη, ενώ στη συνέχεια οι διακριτές τιμές που λήφθηκαν προσεγγίστηκαν από το πρόγραμμα στην πιο κοντινή συνάρτηση. Το **σχήμα 4-6**, παρουσιάζει τις τιμές της ειδικής θερμοχωρητικότητας του TiC για το εύρος θερμοκρασιών (0-3000K). Στην περίπτωση της αλουμίνας, η τιμή της ειδικής θερμοχωρητικότητας κρατήθηκε σταθερή, εφόσον ο κατασκευαστής αναφέρει [23] πως οι τιμές της, κυμαίνονται από 900 με 950 [J/kg·K]. Επομένως, έγινε χρήση της μέσης τιμής των:

$$Cp_{Alumina} = 925 \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right]$$



Σχήμα 4- 6: Ειδική θερμοχωρητικότητα υλικού επίστρωσης (TiC) συναρτήσει της θερμοκρασίας.

### Θερμική Αγωγιμότητα

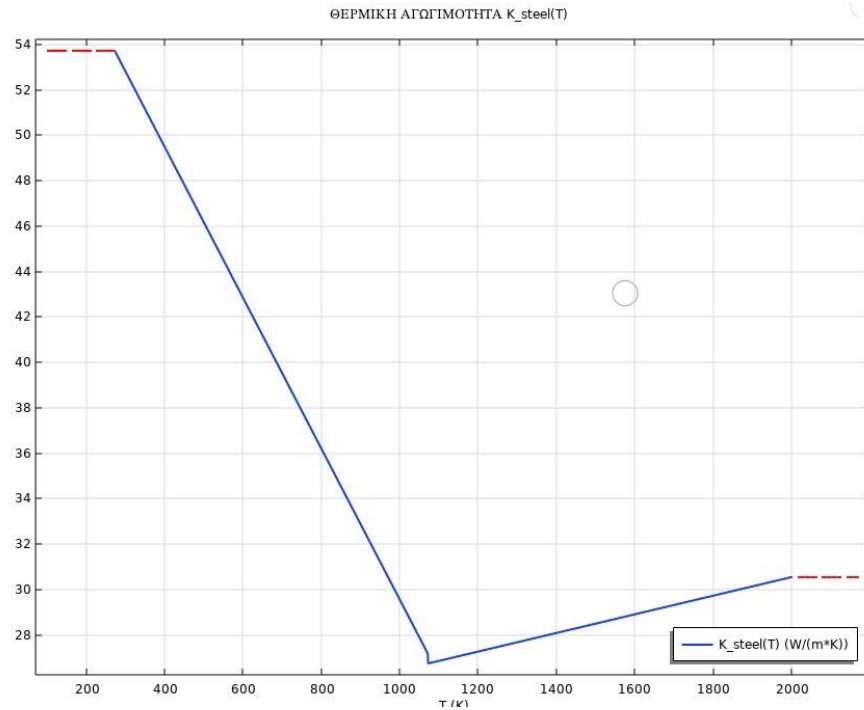
Η θερμική αγωγιμότητα για χάλυβες με χαμηλή περιεκτικότητα σε C, όπως ο St37-2, μπορεί να προσεγγιστεί σύμφωνα με το [3], από τις σχέσεις:

$$K_{steel}(T) = \begin{cases} -0.03321T + 62.792 & 273 < T < 1073 \\ 0.0041T + 22.353 & T > 1073 \end{cases} \quad (4.14)$$

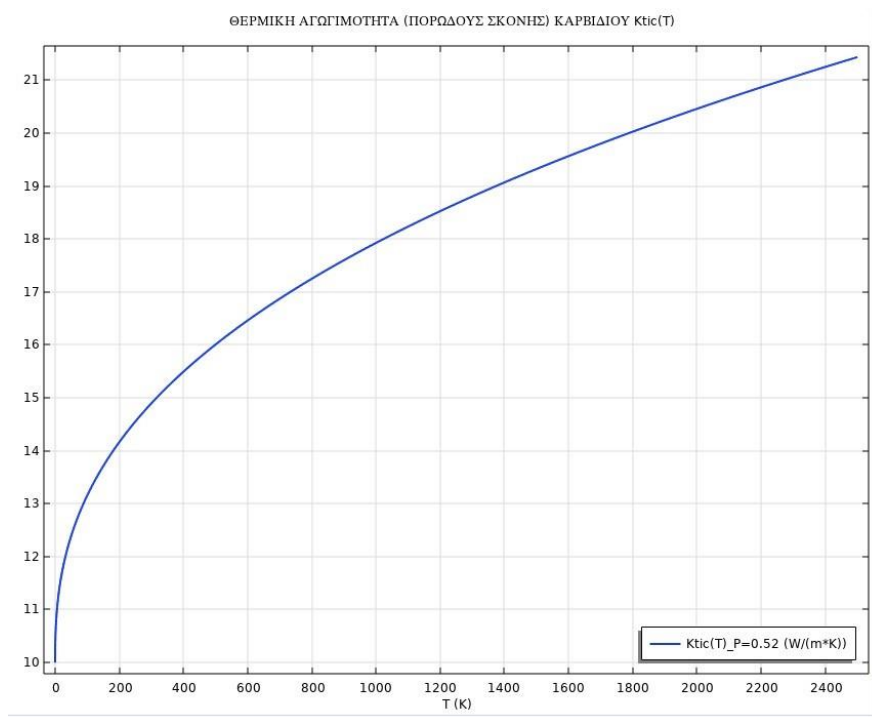
Η γραφική απεικόνιση των σχέσεων, φαίνεται στο **σχήμα 4-7**. Στην περίπτωση του υλικού επίστρωσης, η θερμική αγωγιμότητα του TiC λήφθηκε από τη μελέτη [24]. Για την εισαγωγή των τιμών της ακολουθήθηκε η ίδια διαδικασία με αυτή της ειδικής θερμοχωρητικότητας του TiC. Η τιμή του πορώδους, που υπολογίστηκε στην παράγραφο 4.3 εισάχθηκε απευθείας στο πρόγραμμα, το οποίο μέσω της σχέσης:

$$K_{porosity} = K_{nominal} \left[ \frac{(1-P)}{(1+P/2)} \right] \quad (4.15)$$

εξάγει το τελικό αποτέλεσμα, του οποίου η μορφή φαίνεται στο **σχήμα 4-8**.

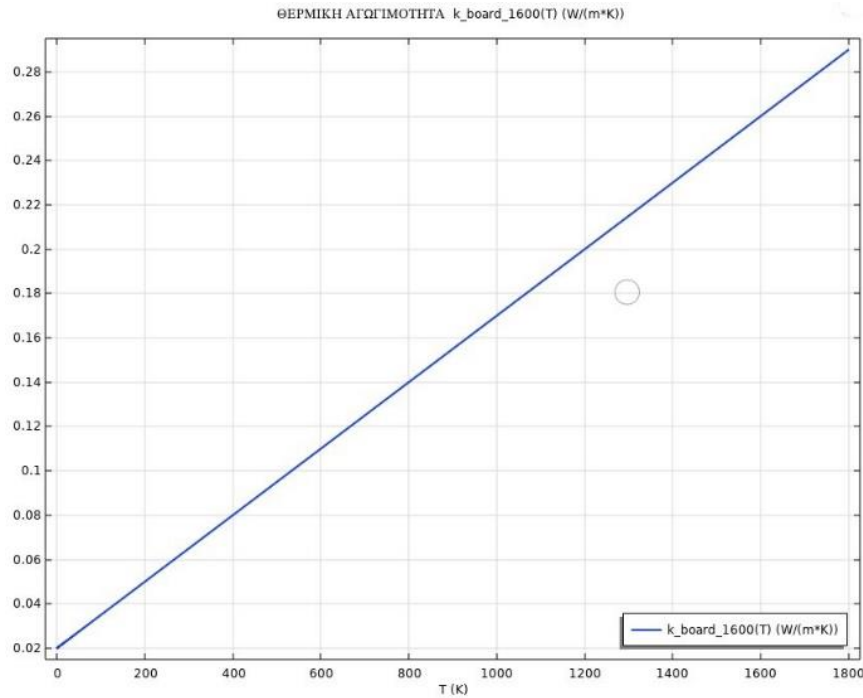


Σχήμα 4- 7: Θερμική Αγωγιμότητα χάλυβα St37-2 συναρτήσει της θερμοκρασίας.



Σχήμα 4- 8: Θερμική Αγωγιμότητα υλικού επίστρωσης (TiC) συναρτήσει της θερμοκρασίας.

Η θερμική αγωγιμότητα της αλουμίνιας (kaowool board 1600) παρέχεται από το κατασκευαστή [23], οπότε δεν απαιτείται να ληφθεί υπόψη η επίδραση του πορώδους του υλικού. Η μεταβολή των τιμών της συναρτήσεως της θερμοκρασίας φαίνεται στο **σχήμα 4-9**.



Σχήμα 4- 9: Θερμική Αγωγιμότητα υποστρώματος αλουμίνιας συναρτήσεως της θερμοκρασίας.

## 4.5 Θερμική Αγωγιμότητα Σημείων Επαφής

Η ειδική ροή θερμότητας ανάμεσα στις επιφάνειες των υλικών που συνορεύουν, εξαρτάται από την διαφορά θερμοκρασίας σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$-n_d \cdot (-k_d \nabla T_d) = -h(T_u - T_d) + rQ_b \quad (4.16)$$

$$-n_u \cdot (-k_u \nabla T_u) = -h(T_d - T_u) + (1-r)Q_b \quad (4.17)$$

Στο **σχήμα 4-10**, απεικονίζεται σε μικροσκοπικό επίπεδο, ο τρόπος με τον οποίο έρχονται σε επαφή δύο επιφάνειες. Όπως είναι γνωστό [13], καμία επιφάνεια δεν είναι εντελώς επίπεδη, αφού ακόμα και μετά από μηχανουργικές κατεργασίες, υπάρχει μια απόκλιση από τη θεωρητικά επίπεδη τιμή. Οι αποκλίσεις μίας επιφάνειας χαρακτηρίζονται από λόφους, κοιλάδες καθώς και από τη μέση γραμμή η οποία είναι γνωστή ως τραχύτητα

επιφάνειας. Στις παραγράφους που ακολουθούν, έγινε χρήση των τετραγωνικών μέσων όρων (RMS), ώστε να υπολογιστούν οι τιμές του ύψους και της κλίσης της κοινής επιφάνειας. Οι τιμές RMS της κοινής επιφάνειας είναι:

$$\sigma_{asp} = \sqrt{\sigma_{u,asp}^2 + \sigma_{d,asp}^2} \quad (4.18)$$

$$m_{asp} = \sqrt{m_{u,asp}^2 + m_{d,asp}^2} \quad (4.19)$$

όπου οι δείκτες «σ, m, u, d» αντιστοιχούν στο μέσο ύψος, στη μέση κλίση, στη πάνω επιφάνεια και στην κάτω επιφάνεια αντίστοιχα. Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας δύο επαπτόμενων επιφανειών μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$H = h_c + h_g + h_r \quad (4.20)$$

όπου η συνεισφορά του κάθε όρου έχει ως εξής:

- $h_c$  : συντελεστής αγωγιμότητας στένωσης (επαφή λόφων και κοιλάδων)
- $h_g$  : συντελεστής αγωγιμότητας χάσματος (αγωγιμότητα αερίου στο διάμεσο χώρο)
- $h_r$  : συντελεστής ακτινοβολίας



Σχήμα 4- 10: Οι αποκλίσεις των συνδεόμενων επιφανειών σε πραγματικές επιφάνειες [13].

#### Σχέση Cooper-Mikic-Yovanovich (CMY)

Για την εύρεση του συντελεστή  $h_c$ , όταν οι επιφάνειες των επαπτόμενων υλικών είναι σκληρές και ισότροπες, το υπολογιστικό πρόγραμμα προτείνει τη χρήση της σχέσης CMY. Η συγκεκριμένη σχέση βασίζεται στο μοντέλο ότι στις αποκλίσεις των επιφανειών

πραγματοποιούνται πλαστικές παραμορφώσεις. Η σχέση CMY η οποία συνδέει το συντελεστή αγωγής με τις αποκλίσεις των επαφόμενων επιφανειών είναι η:

$$h_c = 1.25k_{contact} \frac{m_{asp}}{\sigma_{asp}} \left( \frac{p}{H_c} \right)^{0.95} \quad (4.21)$$

όπου  $k_{contact}$  η θερμική αγωγιμότητα της διεπιφάνειας,  $p$  είναι η πίεση επαφής και  $H_c$  η μικροσκληρότητα του πιο μαλακού υλικού εκ των δύο. Το  $k_{contact}$  υπολογίζεται ως ο αρμονικός μέσος όρος των επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή:

$$k_{contact} = \frac{2k_u k_d}{k_u + k_d} \quad (4.22)$$

Η σχετική πίεση  $\left( \frac{p}{H_c} \right)$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{p}{H_c} = \left( \frac{p}{c_1 \left( 1.62 \frac{\sigma_{asp}}{\sigma_0} m_{asp} \right)^{c_2}} \right)^{\frac{1}{(1+0.071c_2)}} \quad (4.23)$$

Για τιμές σκληρότητας υλικών μεταξύ 1.3 και 7.6 [GPa], οι συντελεστές συσχέτισης Vickers δίνονται από τις σχέσεις:

$$\frac{c_1}{H_0} = 4.0 - 5.77 \frac{H_B}{H_0} + 4.0 \left( \frac{H_B}{H_0} \right)^2 - 0.61 \left( \frac{H_B}{H_0} \right)^3 \quad (4.24)$$

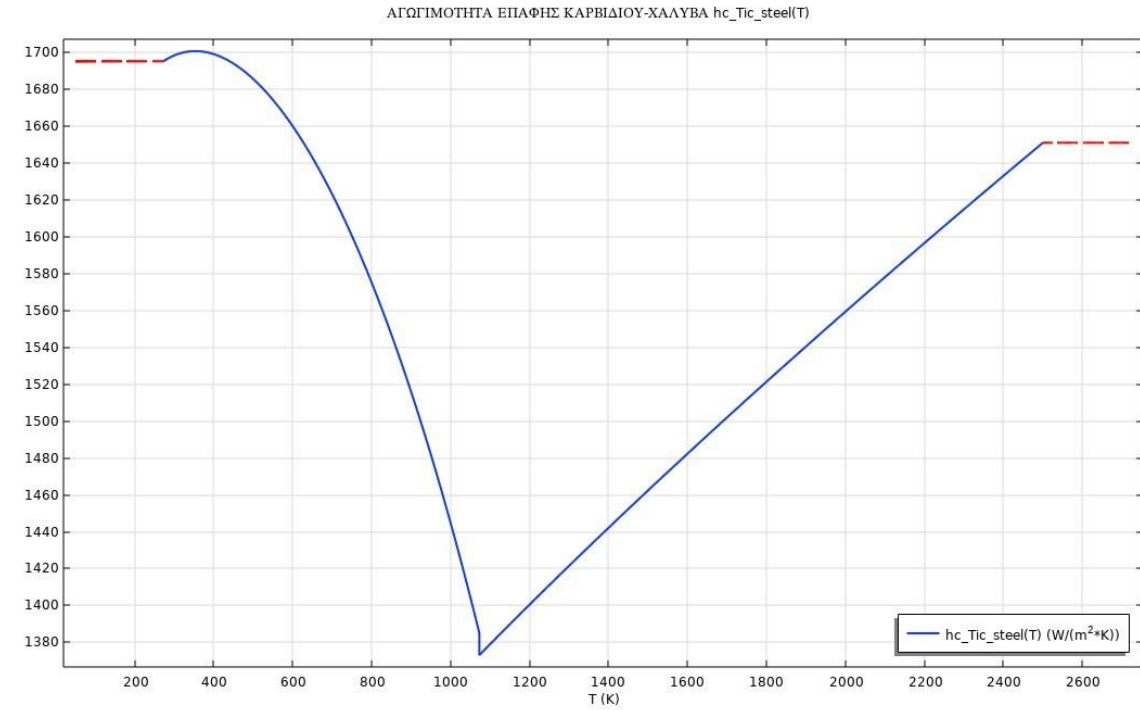
$$c_2 = -0.37 + 0.442 \frac{H_b}{c_1} \quad (4.25)$$

όπου  $H_B$  η σκληρότητα του μαλακότερου υλικού στο σημείο επαφής και  $H_0 = 3,178$  [GPa]. Ο πίνακας 4-2 περιέχει τα αποτελέσματα των εξισώσεων (4.18- 4.25), για τον υπολογισμό του συντελεστή  $h_c$ , στις διεπιφάνειες «υλικού ενίσχυσης-δοκιμίου» και «δοκιμίου-υποστρώματος αλουμίνιας».

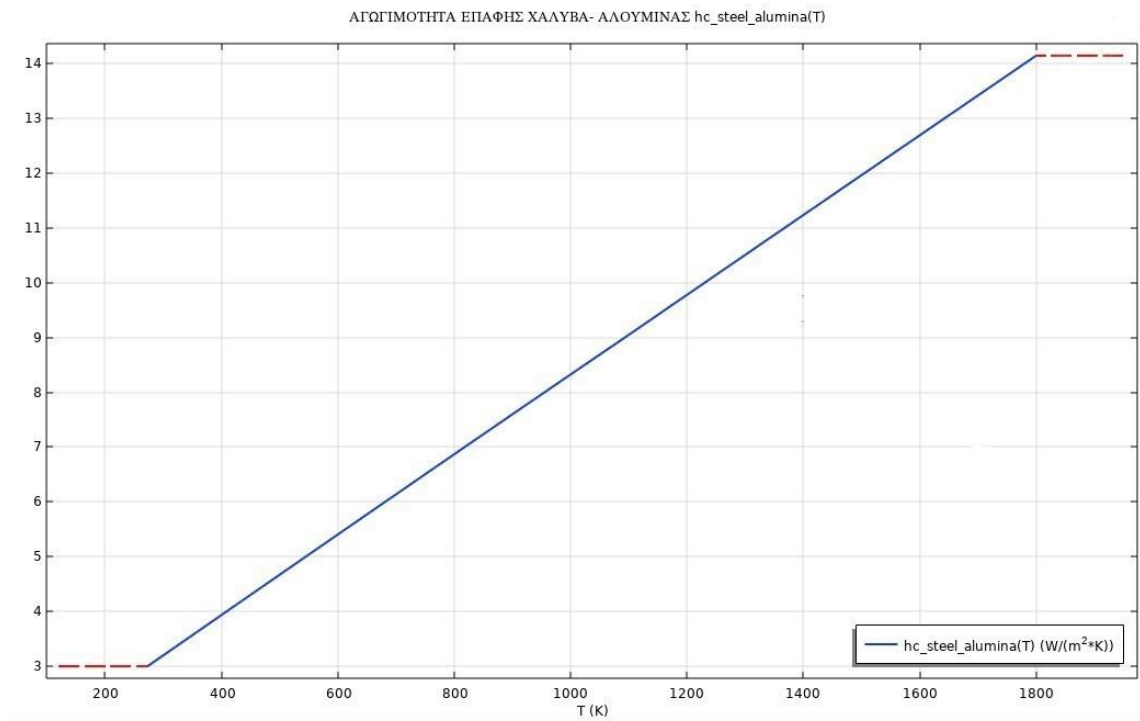
Πίνακας 4- 2: Τιμές παραμέτρων για υπολογισμό του συντελεστή αγωγιμότητας.

		St37-2	TiC	Alumina	St37-2/ TiC	St37-2/ alumina
$\sigma_{u,asp}$	[um]	0.2	1			
$\sigma_{d,asp}$	[um]	0.2		1.78		
$\sigma_{asp}$	[um]				1.2	1.8
$\sigma_0$	[um]	1	1	1	1	1
$m_{asp}$					0.1	0.2
p	Pa	202.6*E3	202.6*E3	202.6*E3	202.6*E3	202.6*E3
$\frac{p}{H_c}$					2.8449*E-4	1.2573*E-4
C1					7.3286E6	
C2					-0.28556	
$H_b$	Pa	1.4E6		5E5		
$H_0$	Pa	3.17*E3	3.17* E3	3.17* E3	3.17* E3	3.17* E3

Οι συντελεστές αγωγιμότητας λόγω επαφής, φαίνονται στα **σχήματα 4-11, 4-12**.



Σχήμα 4- 11: Θερμική Αγωγιμότητα επαφής μεταξύ υλικού επίστρωσης και τεμαχίου χάλυβα, συναρτήσει της θερμοκρασίας.



Σχήμα 4- 12: Θερμική Αγωγιμότητα επαφής μεταξύ τεμαχίου χάλυβα και υποστρώματος αλουμίνας, συναρτήσει της θερμοκρασίας.



## Αγωγιμότητα Ακτινοβολίας

Για τον υπολογισμό του συντελεστή αγωγιμότητας λόγω ακτινοβολίας  $h_r$ , χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο γκριζων διάχυτων παράλληλων επιφανειών, κατά το οποίο ο συντελεστής εκπομπής της κάθε επιφάνειας είναι ανεξάρτητος της κατεύθυνσης και του μήκους κύματος. Το μοντέλο περιγράφεται από τη σχέση:

$$h_r = \frac{\varepsilon_u \varepsilon_d}{\varepsilon_u + \varepsilon_d - \varepsilon_u \varepsilon_d} \sigma (T_u^3 + T_u^2 T_d + T_u T_d^2 + T_d^3) \quad (4.26)$$

Όπου οι δείκτες «u,d» συμβολίζουν την πάνω (upside) και κάτω (downside) επιφάνεια αντίστοιχα. Εφόσον η αγωγιμότητα λόγω ακτινοβολίας είναι εξαρτημένη από τις θερμοκρασίες των επιφανειών, θα πρέπει να γίνει ένας προσεγγιστικός υπολογισμός του συντελεστή πριν από την έναρξη της προσομοίωσης. Ως εκ τούτου, έγινε χρήση των πειραματικών τιμών που λήφθηκαν σε πραγματικό χρόνο κατά την εκτέλεση της ακτινοβολήσης. Έχοντας γνώση πως η μέγιστη θερμοκρασία που επιτεύχθηκε στην επιφάνεια του υλικού επίστρωσης κυμαίνεται στους 2085K (**σχήμα 4-13**), και δεδομένου ότι πραγματοποιήθηκε τήξη στην επιφάνεια του δοκιμίου, με ένδειξη ότι επιτεύχθηκε η θερμοκρασία των 1540K, έγινε χρήση αυτών των τιμών ώστε να προσεγγιστεί ο συντελεστής  $h_r$ . Όπως έχει αναφερθεί, οι συντελεστές εκπομπής έχουν επιλεγεί σταθεροί. Οι τιμές έχουν ως εξής:

$$\varepsilon_u = \varepsilon_{TiC} = 0.14$$

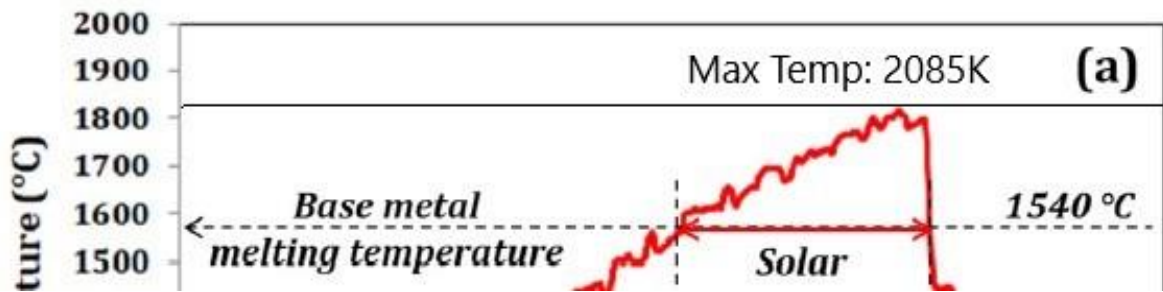
$$\varepsilon_d = \varepsilon_{steel} = 0.1$$

$$T_u = T_{TiC} = 2085[K]$$

$$T_d = T_{steel} = 1813[K]$$

$$\sigma = 5.67 * 10^{-8} \left[ \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \right]$$

$$h_r = 77.61 \left[ \frac{W}{m^2 \cdot K} \right]$$

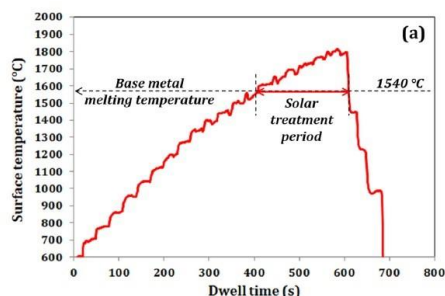


Σχήμα 4- 13: Μέγιστη ένδειξη πυρομέτρου [4]

Όσον αφορά το συντελεστή  $h_g$ , δεν λήφθηκε υπόψη στους υπολογισμούς. Η χαμηλή πίεση επαφής (2atm) αλλά και η πολύ χαμηλή θερμική αγωγιμότητα του ενδιαμέσου αερίου Argon  $0.012 \sim K_{argon} \sim 0.05 [W / m \cdot K]$ , καθιστά το συντελεστή  $h_g$  αμελητέο. Η παραγωγή θερμική ισχύς λόγω τριβής  $Q_b$ , θεωρείται επίσης αμελητέα.

#### Αρχικές τιμές

Η απουσία θερμοστοιχείων κατά την εκτέλεση του πειράματος, οδήγησε σε έλλειψη στοιχείων στα σημεία του δοκιμίου αλλά και του υποστρώματος της αλουμίνας. Η ένδειξη του πυρομέτρου στην επιφάνεια του υλικού επένδυσης είναι η μόνη γνώση για την ανάπτυξη της θερμοκρασίας (σχήμα 4-14). Όπως έχει αναλυθεί και στην προηγούμενη παράγραφο, οι αποκλίσεις που παρουσιάζονται στις διεπιφάνειες, στα σημεία σύνδεσης των υλικών, οδηγούν στη παρουσία μιας αντίστασης στη ροή θερμότητας. Συνεπώς θα ήταν λανθασμένη η χρήση της ένδειξης του πυρομέτρου ως αρχικής τιμής στην περιοχή του δοκιμίου. Κατά τη διάρκεια των προσομοιώσεων, έγινε η παρατήρηση πως στις επιφάνειες του δοκιμίου και του υλικού επίστρωσης, υπήρχε μια σχετικά σταθερή διαφορά θερμοκρασίας γύρω στους 290-300°C .

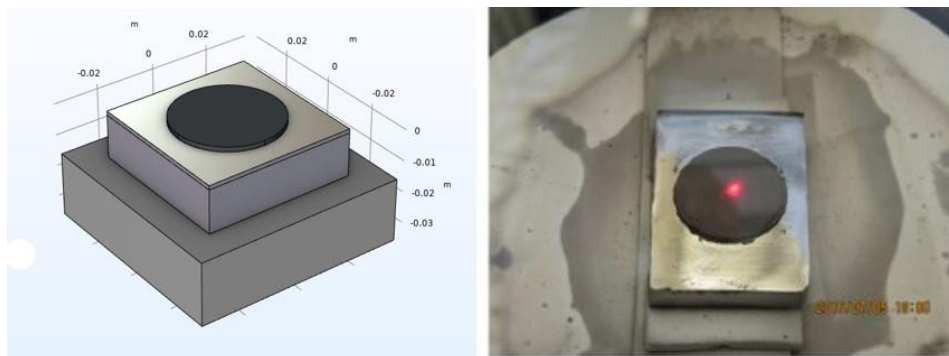


Σχήμα 4- 14: Ένδειξη πυρομέτρου κατά την πειραματική δοκιμή [4].

Η αρχική τιμή, η οποία δόθηκε στο υλικό επένδυσης ήταν αυτή της ένδειξης του πυρομέτρου δηλαδή  $T_{0\_TiC} = 600^{\circ}C$ . Στην περίπτωση του δοκιμίου χρησιμοποιήθηκε η τιμή των  $T_{0\_steel} = 300^{\circ}C$ . Τα αποτελέσματα που είχαν διαφορετικές αρχικές τιμές για το δοκίμιο θα δοθούν στο κεφάλαιο των αποτελεσμάτων. Όσον αφορά την αρχική τιμή της αλουμίνας χρησιμοποιήθηκε η  $T_{0\_alumina} = 50^{\circ}C$ .

#### 4.6 Κατασκευή μοντέλου

Η απλή γεωμετρία του προβλήματος, όπως και η χρήση στάσιμης πηγής, διευκόλυναν αρκετά την κατασκευή ενός ρεαλιστικού ομοιώματος της διάταξης του πειράματος. Το τρισδιάστατο μοντέλο κατασκευάστηκε στο ίδιο υπολογιστικό πρόγραμμα με τις πραγματικές διαστάσεις. Το μοντέλο αποτελεί σύνδεση τριών τομέων (TiC, χάλυβας St37-2, αλουμίνα) ώστε να είναι δυνατή η ανάθεση των διαφορετικών ιδιοτήτων σε κάθε τομέα. Η μορφή του τρισδιάστατου μοντέλου συγκριτικά με το δοκίμιο του πειράματος φαίνεται στο **σχήμα 4-15**.



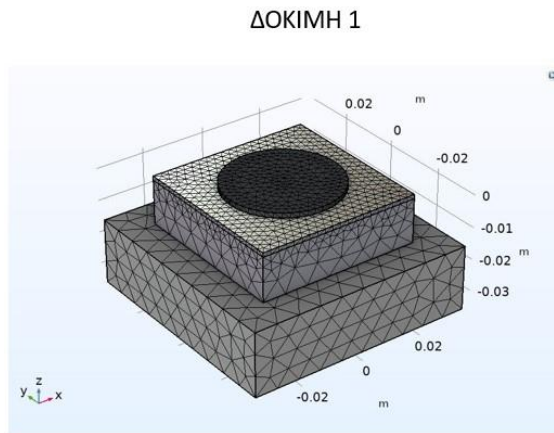
Σχήμα 4- 15: Αριστερά: μορφή τρισδιάστατου μοντέλου κατασκευασμένο στο υπολογιστικό πρόγραμμα, Δεξιά: φωτογραφία της διάταξης πριν την εκτέλεση της ακτινοβολήσης.

Όσον αφορά την δημιουργία του πλέγματος (mesh), παρόλο που η μελέτη [3] αναφέρει πως τα αποτελέσματα των θερμοκρασιακών κατανομών βρέθηκαν να είναι ανεξάρτητα της πυκνότητας του πλέγματος, έγινε η προσπάθεια εξακρίβωσης της αναφοράς αυτής και στην παρούσα εργασία. Το πλέγμα κατασκευάστηκε από στοιχεία τετράεδρων Lagrange, των οποίων το μέγεθος είναι μικρότερο στην περιοχή που απαιτείται μεγαλύτερη ακρίβεια, ενώ το μέγεθος των στοιχείων αυξάνεται σταδιακά σε περιοχές όπως η βάση του δοκιμίου και το υπόστρωμα της αλουμίνιας για την μείωση του υπολογιστικού χρόνου. Το πλέγμα χωρίστηκε σε τρεις περιοχές:

- a) Περιοχή A: κυλινδρικός τομέας υλικού επίστρωσης με πάχος (1,5 mm) .
- b) Περιοχή B: τομέας με βάθος 1,3mm από την επιφάνεια του δοκιμίου (περιοχή στην οποία πραγματοποιήθηκε τήξη του δοκιμίου στις πειραματικές δοκιμές).
- c) Περιοχή Γ: υπόλοιπος τομέας δοκιμίου και αλουμίνιας.

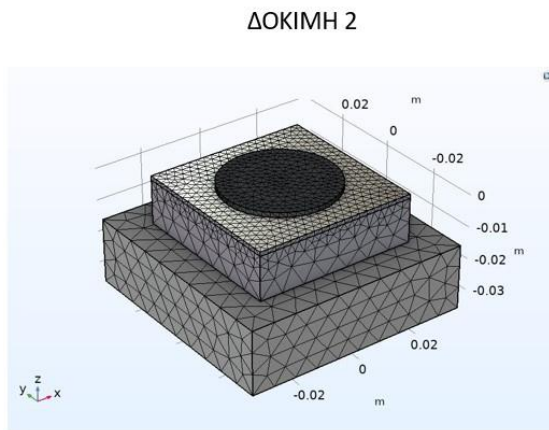
Πραγματοποιήθηκαν τρεις δοκιμές με διαφορετικό αριθμό στοιχείων των οποίων η διάταξη και το μέγεθος παρουσιάζεται στα **σχήματα 4-16, 4-17, 4-18**. Το αρχικά μαθηματικό πρόβλημα, το οποίο περιγράφονταν από ένα σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων μετατρέπεται από το υπολογιστικό πρόγραμμα σε ένα μη γραμμικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων από γραμμές του Galerkin (finite element method of lines) το οποίο έχει περιγράψει στο κεφάλαιο 4. Αποτελεί μία από τις πιο διάσημες και ισχυρές αριθμητικές τεχνικές, για τη λύση μεταβαλλόμενων προβλημάτων. Περιγράφεται ως μια μέθοδος διαχωρισμού μεταβλητών συνδυασμένη με μερικές διαφορικές εξισώσεις επαναδιατυπωμένες σε ολοκληρωτική μορφή (weak finite element formulation), για την ανάλυση του προβλήματος στο χώρο. Αυτό με τη σειρά του οδηγεί σε ένα σύστημα από ασταθής συνήθεις διαφορικές εξισώσεις οι οποίες μπορούν να λυθούν από solvers μικρών βημάτων όπως οι (BDF) και Runge-Kutta. Στο παρόν μοντέλο χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος backward differentiation formula (BDF), 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> τάξης. Τέλος γίνεται γραμμικοποίηση του συστήματος με την επαναληπτική μέθοδο Newton και το σύστημα των εξισώσεων λύνεται μέσω της μεθόδου σταδιακής σύγκλισης. Το σφάλμα σύγκλισης

ελέγχεται από τις σχετικές και απόλυτες ανοχές, των οποίων για το παρόν μοντέλο δόθηκαν οι τιμές  $10^{-3}$  και  $10^{-4}$  αντίστοιχα.



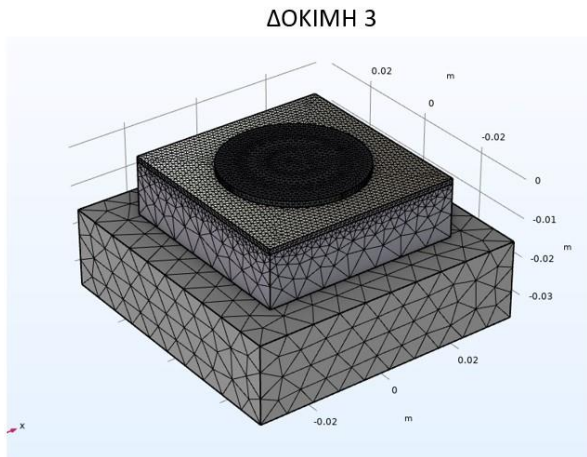
- **Περιοχή Α:**  
Μέγεθος στοιχείων: 2400  $\mu\text{m}$   
Αριθμός στοιχείων: 1410
  - **Περιοχή Β:**  
Μέγεθος στοιχείων: 2600  $\mu\text{m}$   
Αριθμός στοιχείων: 2900
  - **Περιοχή Γ:**  
Μέγεθος στοιχείων: 2600-7000  $\mu\text{m}$   
Μέγιστος αυξητικός παράγοντας : 1.5  
Αριθμός στοιχείων: 10169
- Συνολικός αριθμός στοιχείων: 14479

Σχήμα 4- 16: Δοκιμή 1, Συνολικός αριθμός στοιχείων 1449



- **Περιοχή Α:**  
Μέγεθος στοιχείων: 1600  $\mu\text{m}$   
Αριθμός στοιχείων: 6082
  - **Περιοχή Β:**  
Μέγεθος στοιχείων: 1800  $\mu\text{m}$   
Αριθμός στοιχείων: 5899
  - **Περιοχή Γ:**  
Μέγεθος στοιχείων: 1800-7000  $\mu\text{m}$   
Μέγιστος αυξητικός παράγοντας : 1.5  
Αριθμός στοιχείων: 16161
- Συνολικός αριθμός στοιχείων: 28142

Σχήμα 4- 17: Δοκιμή 2, Συνολικός αριθμός στοιχείων 28142



- Περιοχή Α:  
Μέγεθος στοιχείων: 1200 μm  
Αριθμός στοιχείων: 12491
  - Περιοχή Β:  
Μέγεθος στοιχείων: 1300 μm  
Αριθμός στοιχείων: 23171
  - Περιοχή Γ:  
Μέγεθος στοιχείων: 1300-7000 μm  
Μέγιστος αυξητικός παράγοντας : 1.5  
Αριθμός στοιχείων: 27859
- Συνολικός αριθμός στοιχείων: 63521

Σχήμα 4- 18: Δοκιμή 3, Συνολικός αριθμός στοιχείων 63521

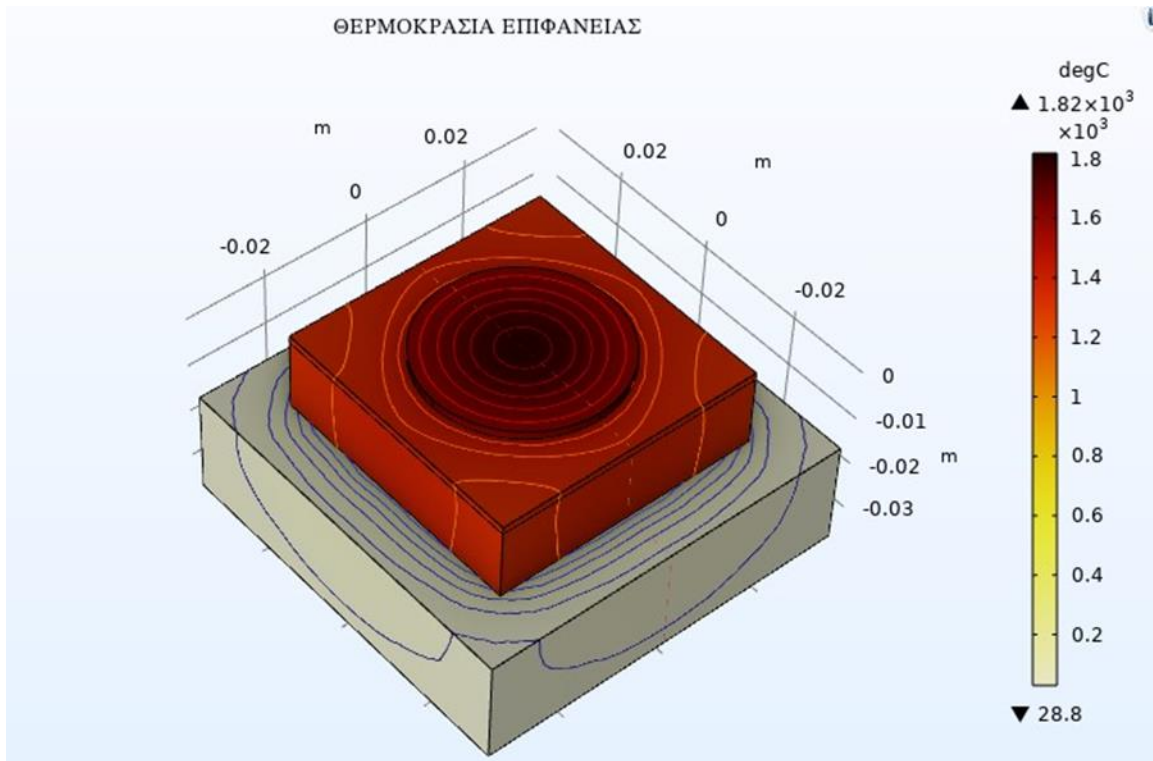
## 4.7 Παραδοχές μοντέλου

- Η γεωμετρία της διάταξης παρέμεινε σταθερή
- Το πορώδες του υλικού παραμένει σταθερό καθ' όλη τη διαδικασία.
- Οι συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας στα σημεία επαφής ακολουθούν τις σχέσεις που περιγράψαμε, παρόλο που κατά την έναρξη της τήξης, η μετάδοση θερμότητας πραγματοποιείται μεταξύ των κόκκων TiC και της υγρής φάσης.
- Οι συντελεστές εκπομπής παραμένουν σταθεροί.
- Τα ρευστοδυναμικά φαινόμενα που αναπτύσσονται στην περιοχή του υγρού μετάλλου παραλείφθηκαν.
- Η ροή θερμότητας από την ηλιακή δέσμη παρέμεινε σταθερή καθ' όλη την διαδικασία, καθώς η ηλιακή ισχύς που προσπίπτει εξαρτάται από τη θέση του ήλιου.
- Το υλικό το οποίο δέχεται την ακτινοβολία της ηλιακής δέσμης απορροφά πλήρως όλη την προσπίπτουσα ενέργεια. Είναι δηλαδή « $\alpha=1$ ».

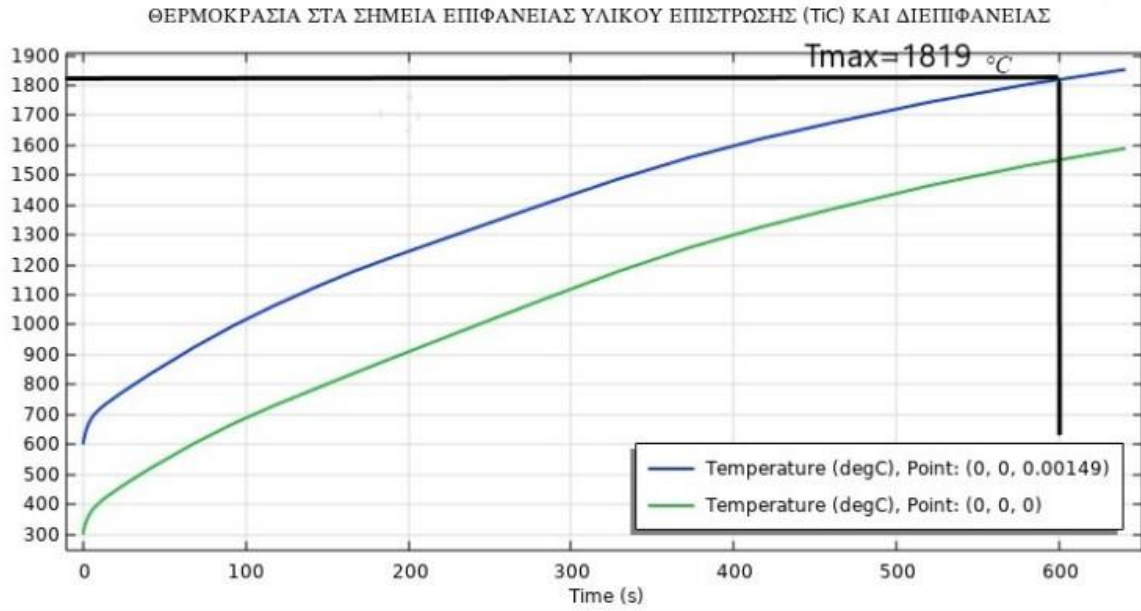
# Κεφάλαιο 5. Αριθμητικά αποτελέσματα

## 5.1 Αποτελέσματα βασικού μοντέλου

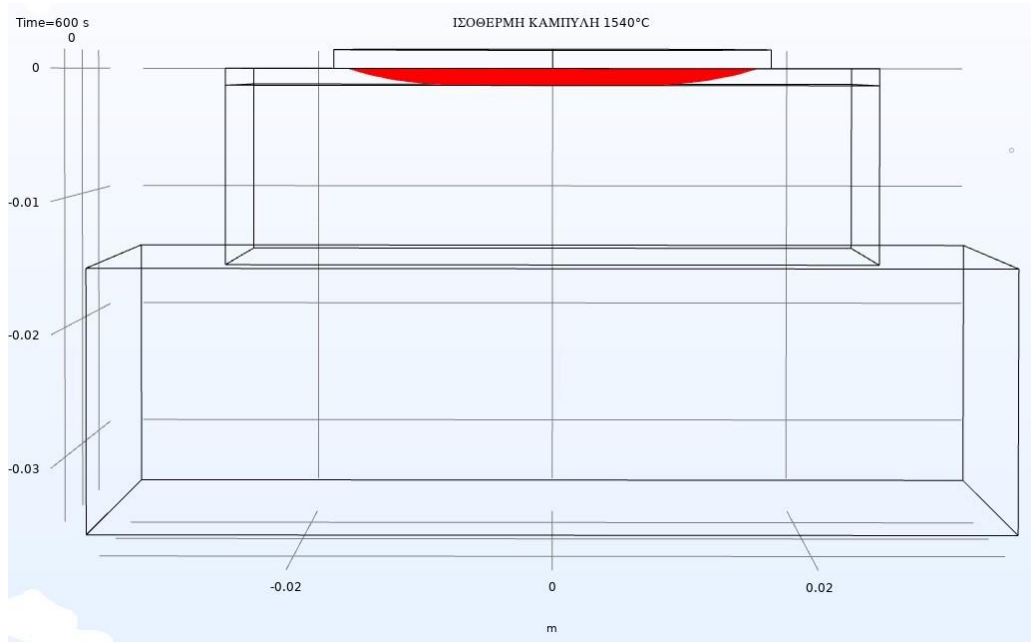
Τα αποτελέσματα του βασικού μοντέλου, με τις παραμέτρους και παραδοχές που έχουν γίνει στο κεφάλαιο 4, παρουσιάζονται στα σχήματα που ακολουθούν. Αναφορικά με τη χρήση του πλέγματος, χρησιμοποιήθηκαν τα αποτελέσματα της δοκιμής 3 η οποία περιείχε συνολικά 63521 στοιχεία.



Σχήμα 5- 1: Αποτύπωμα των θερμοκρασιών προσομοίωσης στην επιφάνεια της διάταξης τη χρονική στιγμή  $t=600s$ .

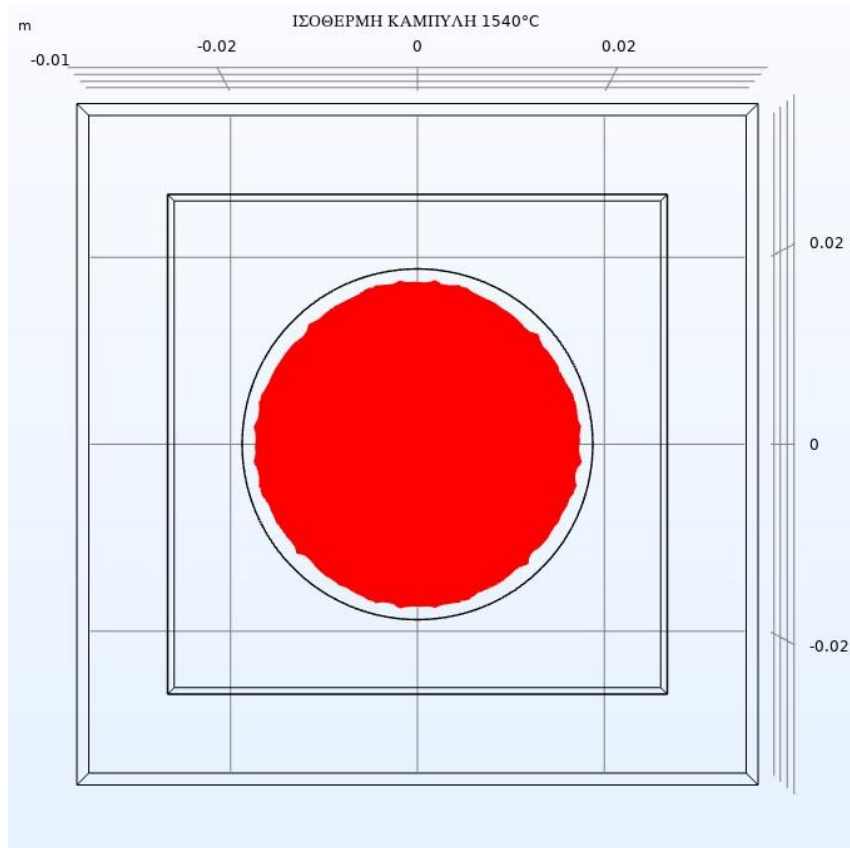


Σχήμα 5- 2: Ανάπτυξη της θερμοκρασίας στην επιφάνεια του υλικού επίστρωσης (μπλε γραμμή), αλλά και στην διεπιφάνεια υλικού επίστρωσης- δοκιμίου (πράσινη γραμμή)



Σχήμα 5- 3: Ισόθερμη καμπύλη των 1540 βαθμών κελσίου τη χρονική στιγμή  $t=600s$  (πλάγια όψη).



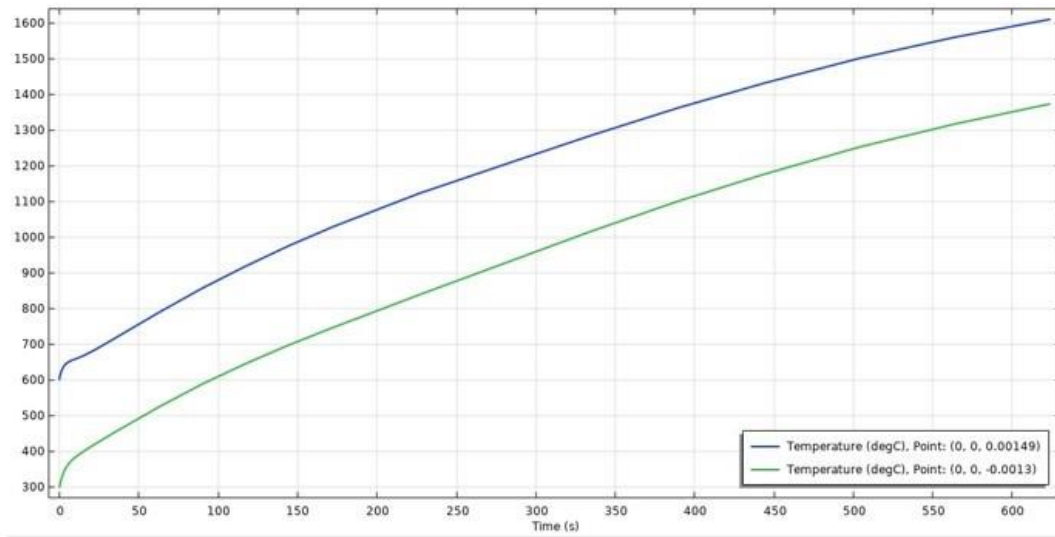


Σχήμα 5- 4: Ισόθερμη καμπύλη των 1540 βαθμών κελσίου τη χρονική στιγμή  $t=600s$  (κάτοψη).

## 5.2 Αποτελέσματα παραμέτρου απόδοσης

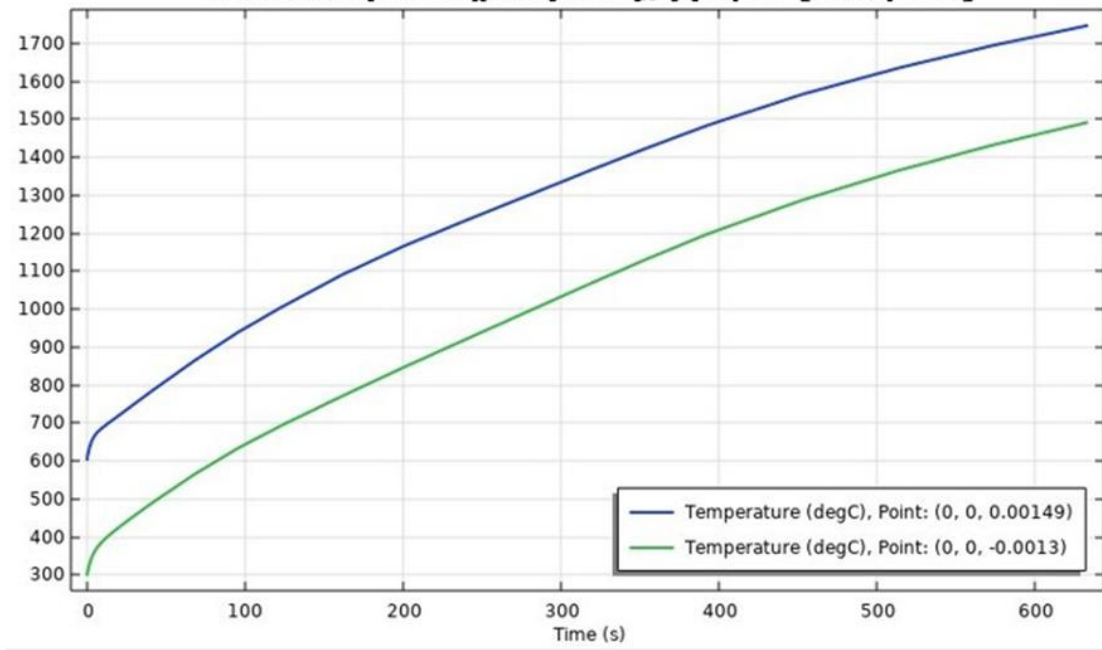
Στα σχήματα που ακολουθούν γίνεται η παράθεση των αναπτυσσόμενων θερμοκρασιών στην επιφάνεια του υλικού επένδυσης αλλά και στη θέση  $\langle(x,y,z)=(0,0,-0.0013)\rangle$ . Έπειτα ο **πίνακας 5-1**, περιέχει τις τιμές της ισόθερμης θερμοκρασίας όπου προηγουμένως βρισκόταν η ισόθερμη των  $1540^{\circ}C$ , καθώς και η σχετική και απόλυτη απόδοση του συστήματος. Περισσότερος σχολιασμός για την απόδοση του συστήματος γίνεται στο επόμενο κεφάλαιο.

### Πυκνότητα ισχύος δέσμης 0,56 [MW/m<sup>2</sup>]



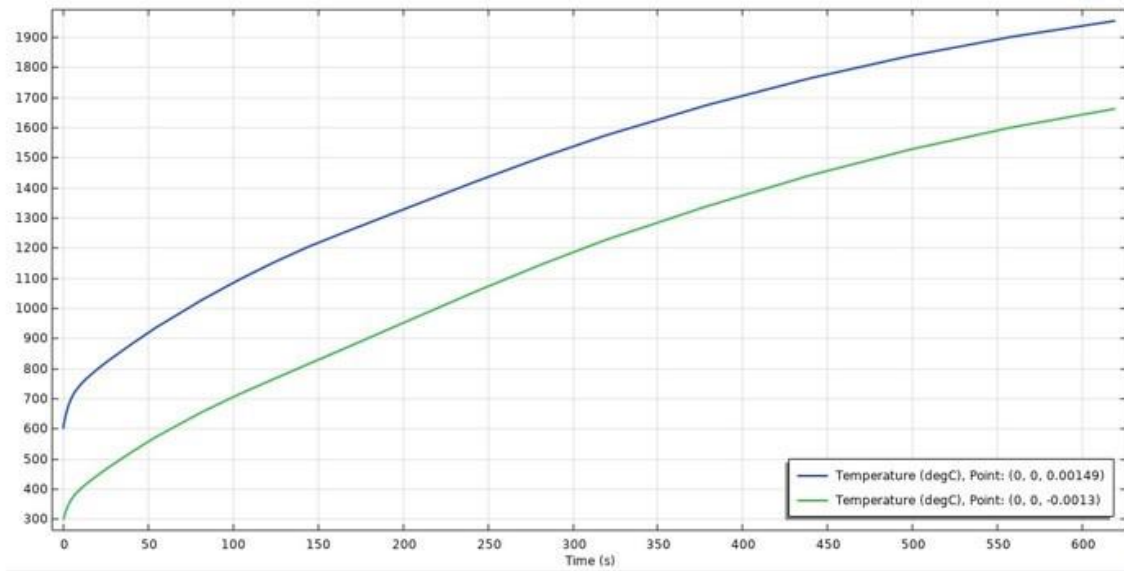
Σχήμα 5- 5: Ανάπτυξη θερμοκρασιών για  $P=0.56$  [MW/M<sup>2</sup>]

### Πυκνότητα ισχύος δέσμης 0,63 [MW/m<sup>2</sup>]



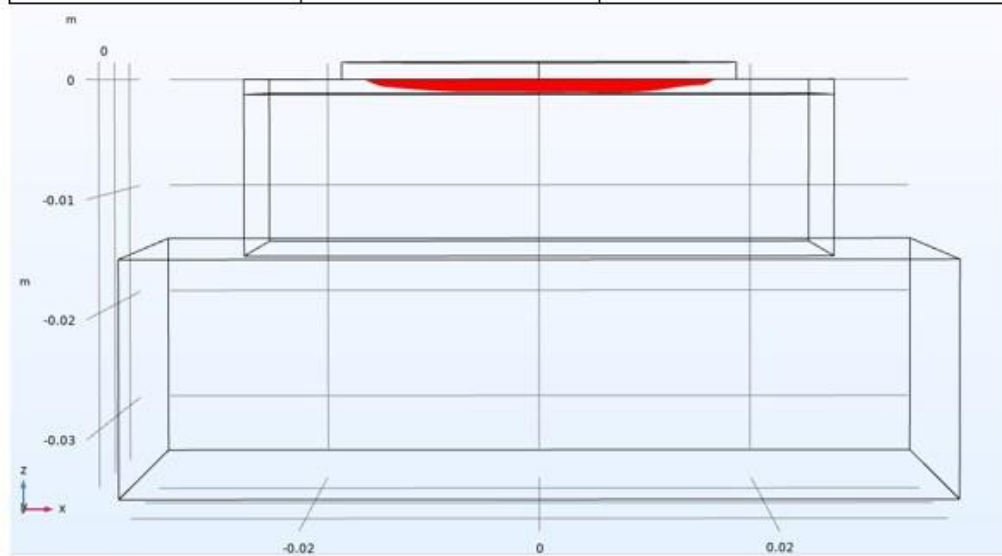
Σχήμα 5- 6: Ανάπτυξη θερμοκρασιών για  $P=0.63$  [MW/M<sup>2</sup>]

### Πυκνότητα ισχύος δέσμης 0,77 [MW/m<sup>2</sup>]



Σχήμα 5- 7: Ανάπτυξη θερμοκρασιών για P=0.77 [MW/M2]

Ισχύς P [MW/m <sup>2</sup> ]	Ισόθερμη θερμοκρασία	Σχετική-απόλυτη απόδοση
0.56	1356 °C	[ $n_{sim\_0.7} = 0.8$ ] [ $n_{max\_out} = 0.08$ ]
0.63	1458 °C	[ $n_{sim\_0.7} = 0.9$ ] [ $n_{max\_out} = 0.09$ ]
0.77	1643 °C	[ $n_{sim\_0.7} = 1.1$ ] [ $n_{max\_out} = 0.11$ ]



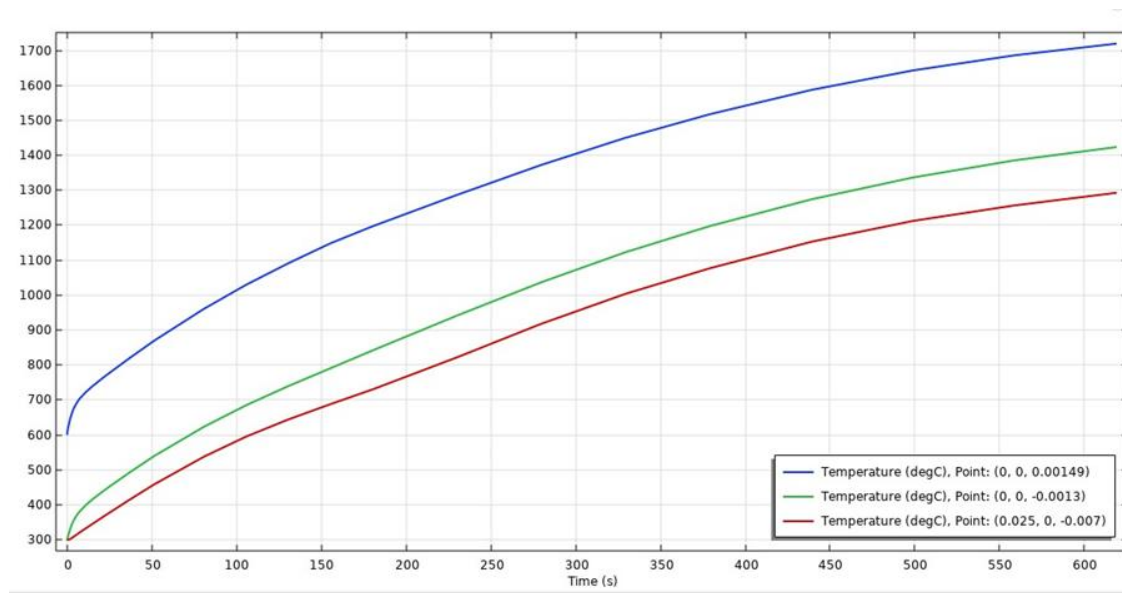
Σχήμα 5- 8 Δοκιμές πυκνοτήτων ισχύος (P=0,77, P=0,63, P=0,56) [MW/m2]

### 5.3 Αποτελέσματα με παράμετρο τον συντελεστή εκπομπής

Για την μελέτη της επίδρασης του συντελεστή εκπομπής «ε» πραγματοποιήθηκαν τρεις επιπλέον δοκιμές για τις τιμές «ε=0.2, ε=0.3, ε=0.4».

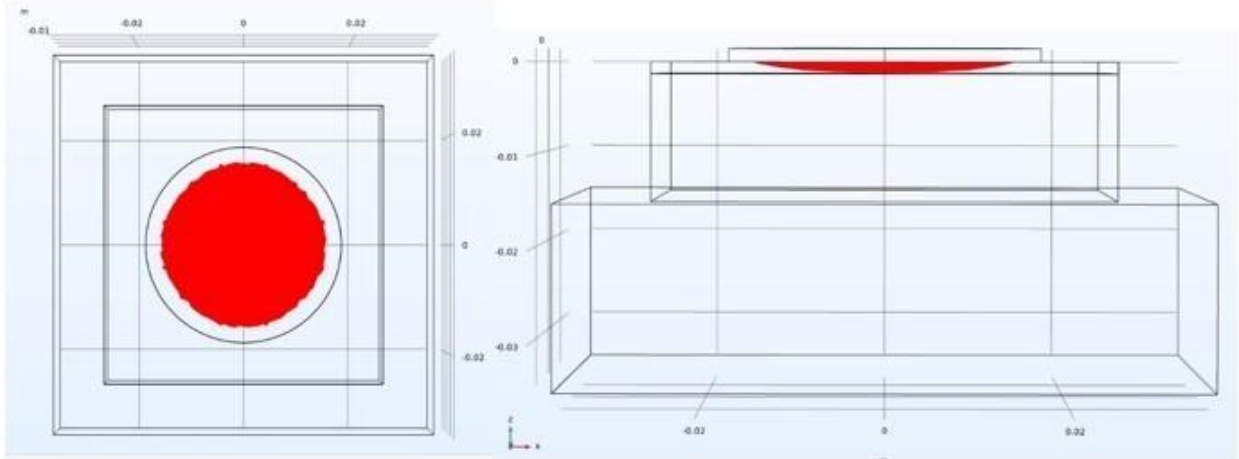


Σχήμα 5- 9: Ισόθερμη θερμοκρασία σε βάθος (z=-0.0013m) για ε=0,2

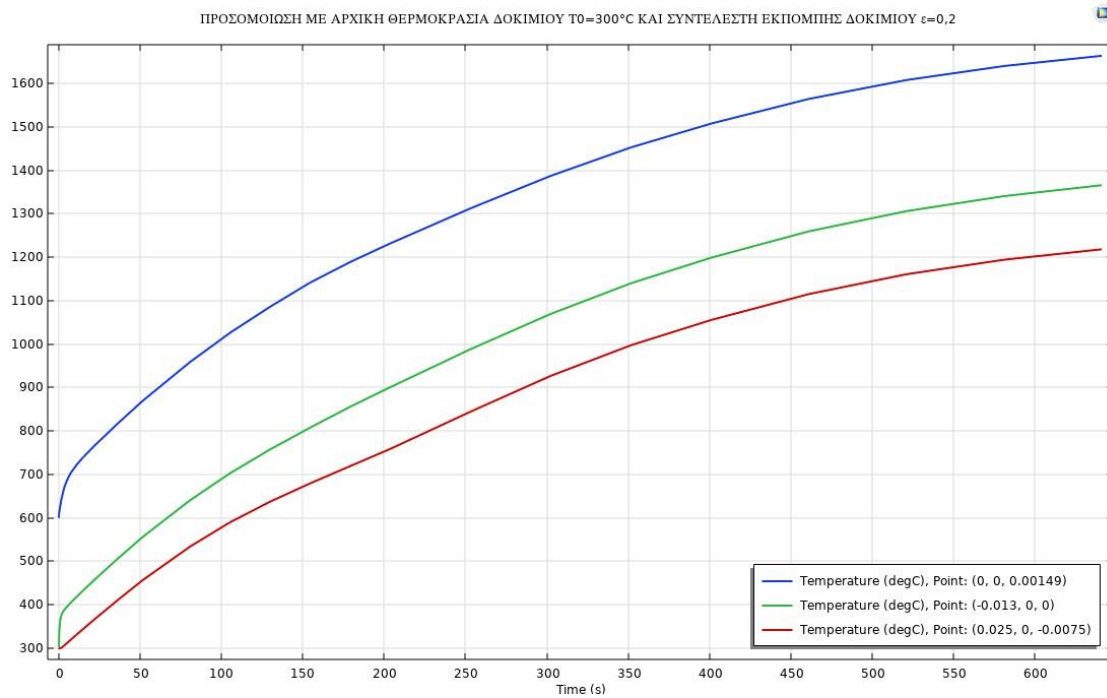


Σχήμα 5- 10: Ανάπτυξη θερμοκρασιών σε διάφορα σημεία της διάταξης για ε=0.2

## **$\epsilon = 0.3$ Ισοθερμη θερμοκρασία $T = 1343^{\circ}\text{C}$**

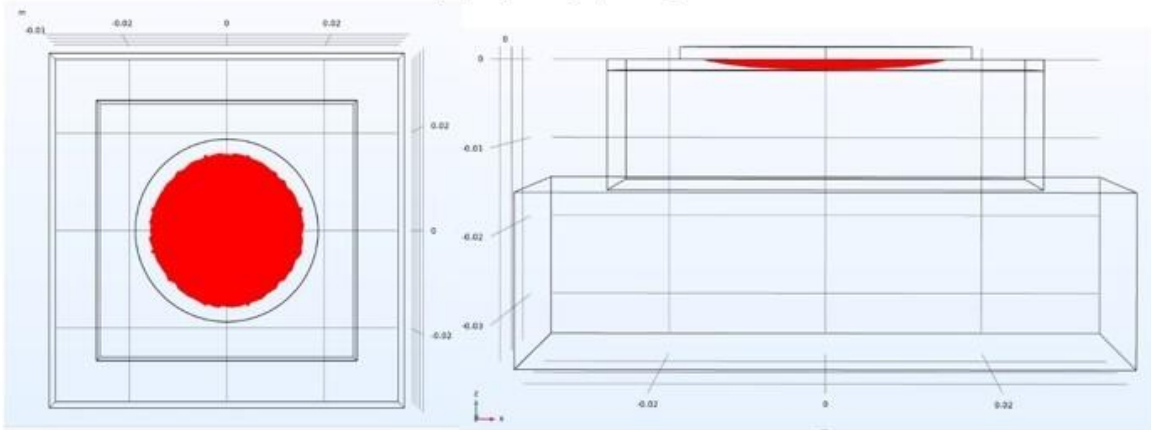


Σχήμα 5- 11: Ισόθερμη θερμοκρασία σε βάθος ( $z = -0.0013\text{m}$ ) για  $\epsilon = 0,3$

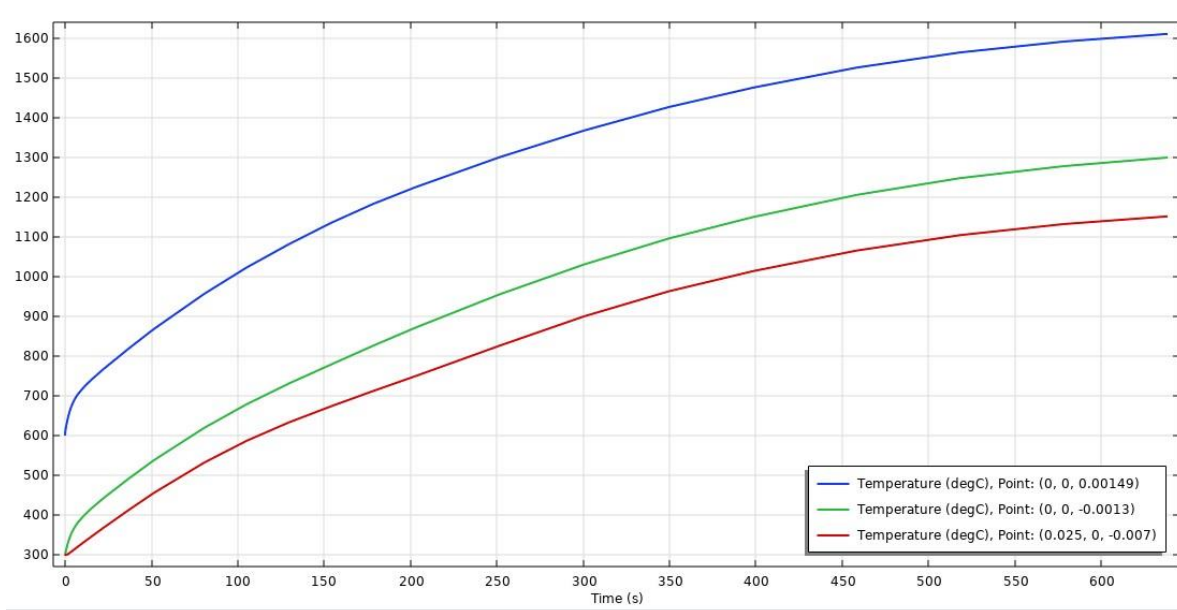


Σχήμα 5- 12: Ανάπτυξη θερμοκρασιών σε διάφορα σημεία της διάταξης για  $\epsilon = 0.2$

## $\epsilon=0.4$ Ισόθερμη Θερμοκρασία $T=1285^{\circ}\text{C}$



Σχήμα 5- 13: Ισόθερμη θερμοκρασία σε βάθος ( $z=-0.0013\text{m}$ ) για  $\epsilon=0.4$

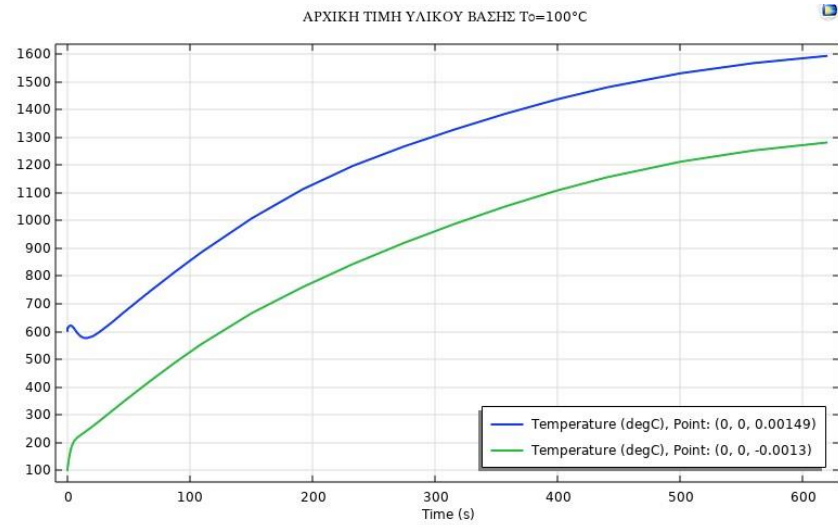


Σχήμα 5- 14: Ανάπτυξη θερμοκρασιών σε διάφορα σημεία της διάταξης για  $\epsilon=0.4$

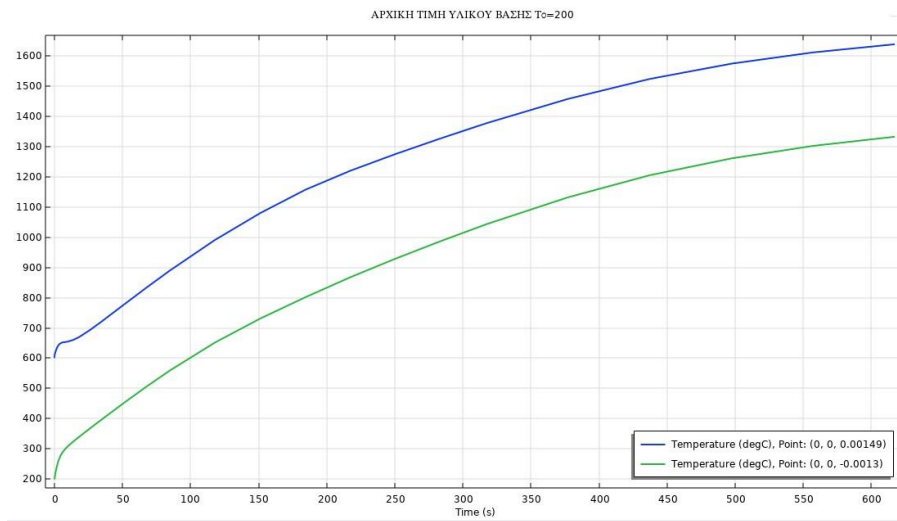
### 5.4 Αποτελέσματα με παράμετρο την αρχική τιμή

Όπως έχει αναφερθεί στο κεφάλαιο 4, για το βασικό μοντέλο έχει χρησιμοποιηθεί η αρχική τιμή των  $T_{0\_steel} = 300^{\circ}\text{C}$ . Στη συνέχεια γίνεται η παράθεση των σχημάτων, τα οποία παρουσιάζουν την ανάπτυξη της θερμοκρασίας στην επιφάνεια του υλικού

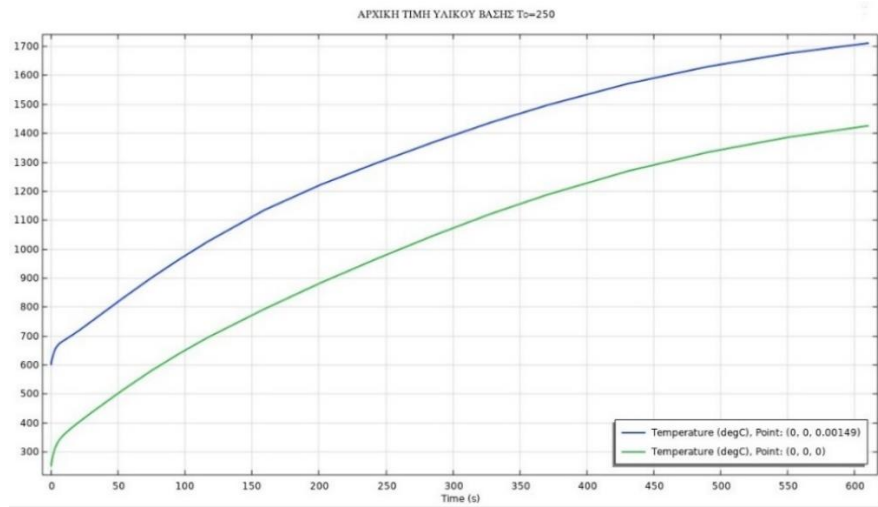
επίστρωσης και στη διεπιφάνεια υλικού επίστρωσης-υλικού βάσης για τις αρχικές θερμοκρασίες των 100,200 και 250 °C . Οι αρχικές τιμές αναφέρονται στο υλικό βάσης.



Σχήμα 5- 15: Αρχική τιμή υλικού βάσης (steel st37-2)  $T_0=100^{\circ}\text{C}$  .



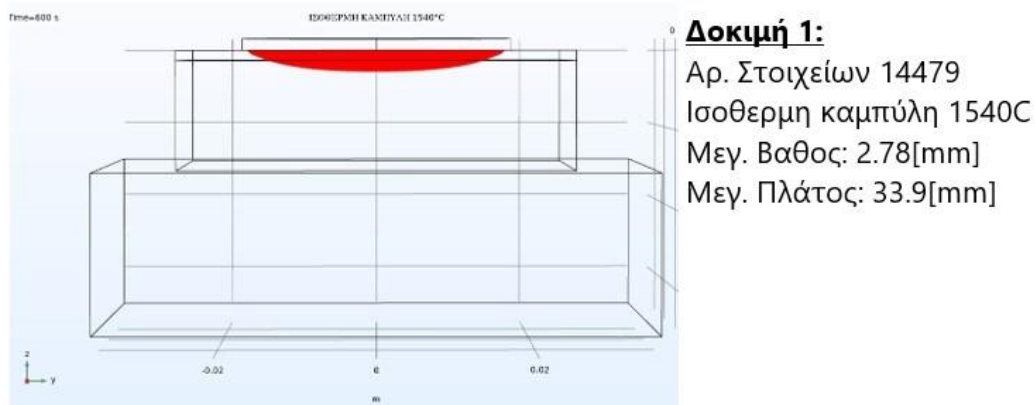
Σχήμα 5- 16: Αρχική τιμή υλικού βάσης (steel st37-2)  $T_0=100^{\circ}\text{C}$  .



Σχήμα 5- 17: Αρχική τιμή υλικού βάσης (steel st37-2)  $T_0=100^{\circ}\text{C}$ .

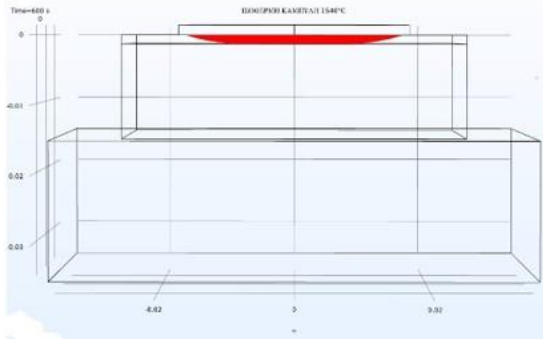
## 5.4 Αποτελέσματα με παράμετρο το πλέγμα

Τα αποτελέσματα για τις τρεις δοκιμές του πλέγματος που έχουν παρουσιαστεί στο κεφάλαιο 4 φαίνονται στα **σχήματα 5-18 – 5-20**.



Σχήμα 5- 18: Αποτελέσματα Δοκιμής 1 για την μελέτη της επίδραση του πλέγματος





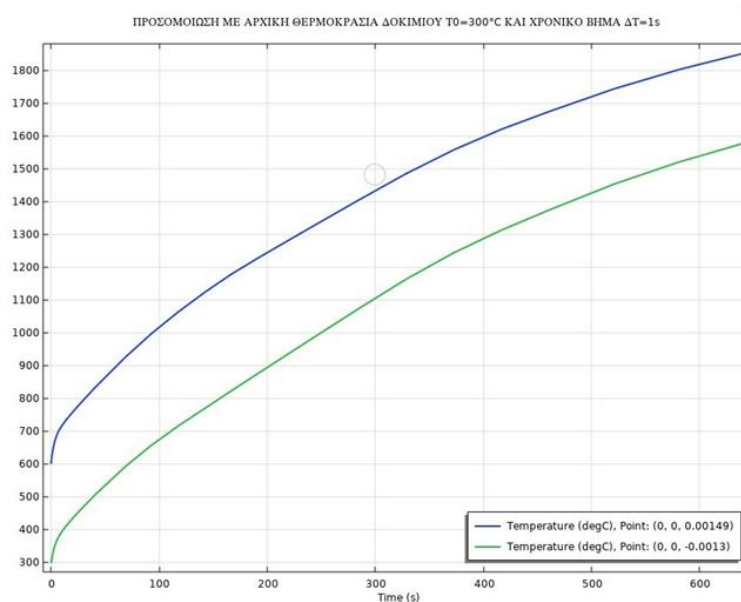
### Δοκιμή 1-2

Αρ. στοιχείων 28142-63521  
 Ισόθερμη καμπύλη 1540C  
 Μεγ. βάθος:  $Z_{max}=1.379$  [mm]  
 Μεγ. πλάτος:  $X_{max}=32.6$ [mm]

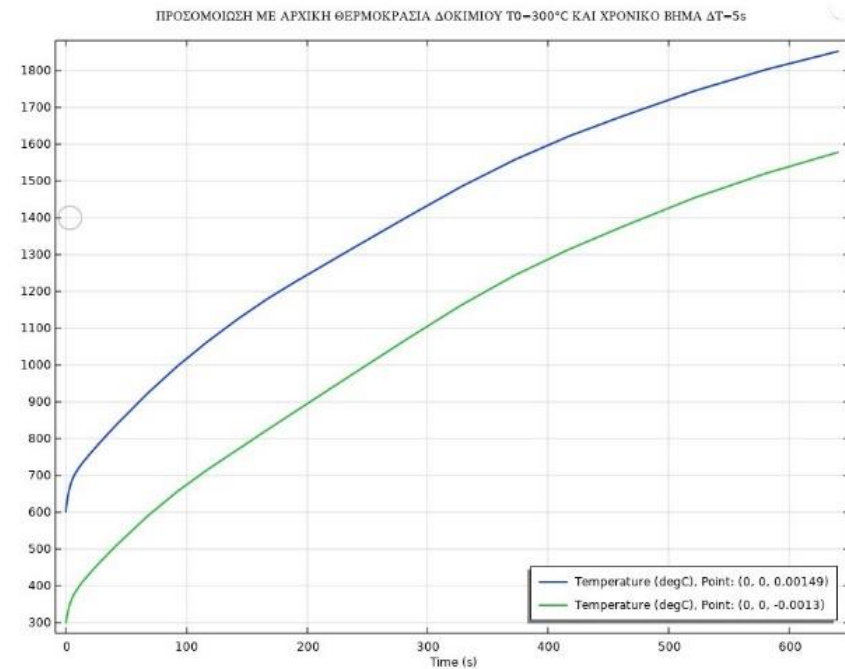
Σχήμα 5- 19: Αποτελέσματα δοκιμών 2 και 3 για την μελέτη της επίδρασης του πλέγματος

## 5.5 Αποτελεσματα με παράμετρο το χρονικό βήματος $\Delta t$

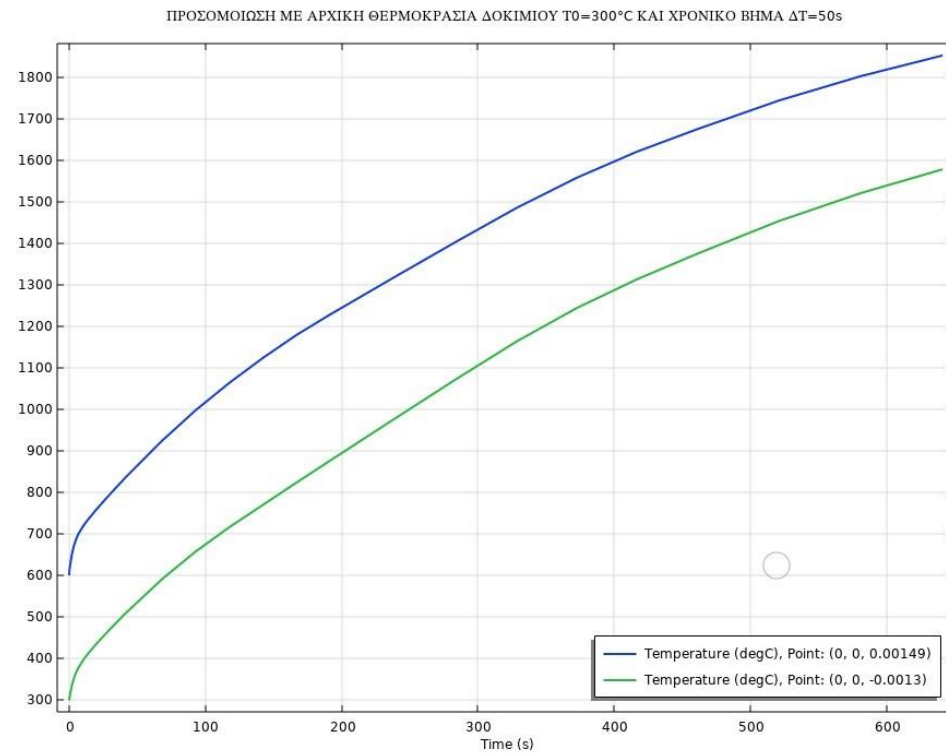
Στην παράγραφο 3.7, έχει γίνει αναφορά ότι, για τον υπολογισμό χρονικά μεταβαλλόμενων προβλημάτων, γίνεται η διακριτοποίηση του χρόνου με την μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών. Για να εξακριβωθεί η επίδραση του χρονικού βήματος, στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων έγινε προσομοίωση του μοντέλου για τέσσερις διαφορετικές τιμές του  $\Delta t$ . Όλες οι υπόλοιπες παραμέτροι του μοντέλου κρατήθηκαν σταθεροί. Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζεται η αναπτυσσόμενη θερμοκρασία στην επιφάνεια του υλικού επένδυσης με «(x,y,z)=(0,0,0.0015)», όπως επίσης και σε βάθος «(x,y,z)=(0,0,-0.0013)» από την επιφάνεια του κατεργαζόμενου τεμαχίου.



Σχήμα 5- 20:  $\Delta t=1s$

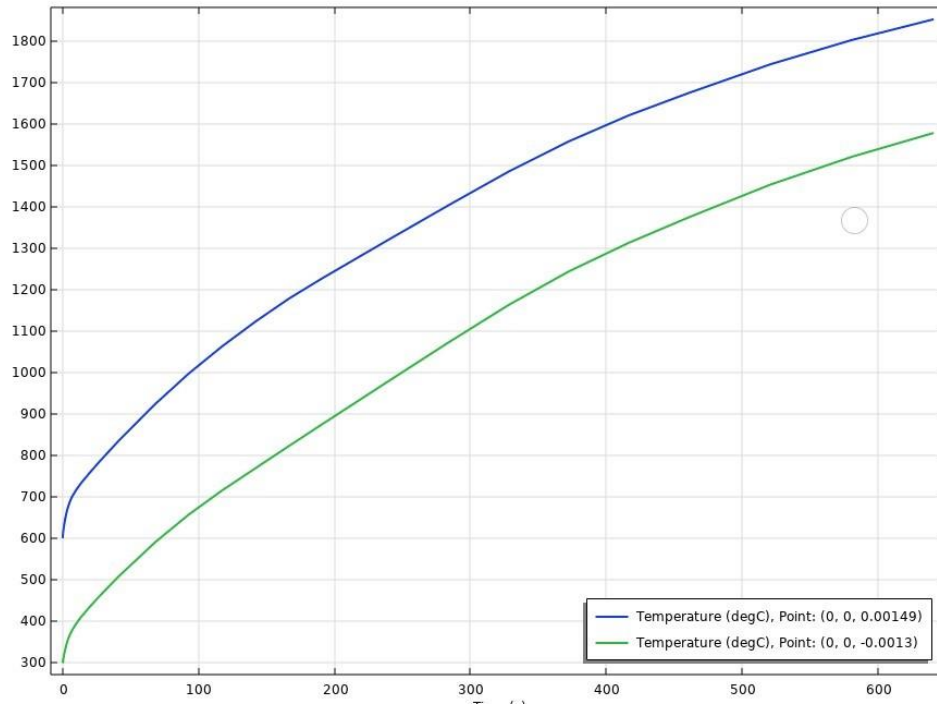


Σχήμα 5- 21: « $\Delta t=5\text{s}$ »



Σχήμα 5- 22: « $\Delta t=10\text{s}$ »

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕ ΑΡΧΙΚΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΔΟΚΙΜΙΟΥ T0=300°C ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΚΟ ΒΗΜΑ ΔT=100s



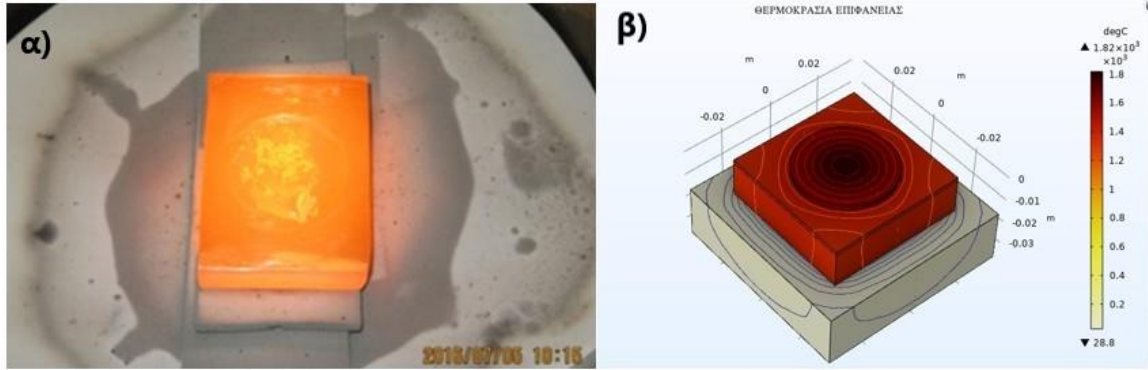
Σχήμα 5- 23: «Δt=100s

## Κεφάλαιο 6. Σύγκριση αποτελεσμάτων και συμπεράσματα

Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει σχολιασμός και σύγκριση των αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων. Τα πειραματικά αποτελέσματα έχουν δοθεί από διπλωματική εργασία συναδέλφου, η οποία ασχολείται με την αξιολόγηση της μικροδομής σε επιφανειακές κατεργασίες με τη χρήση των συστημάτων CSP. Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκριση των αποτελεσμάτων, αφορά αυτό της δοκιμής τρία, κατά την οποία φαίνεται να υπάρχει η μεγαλύτερη ομοιότητα με τις πειραματικές τιμές.

### 6.1 Αρχικές παρατηρήσεις

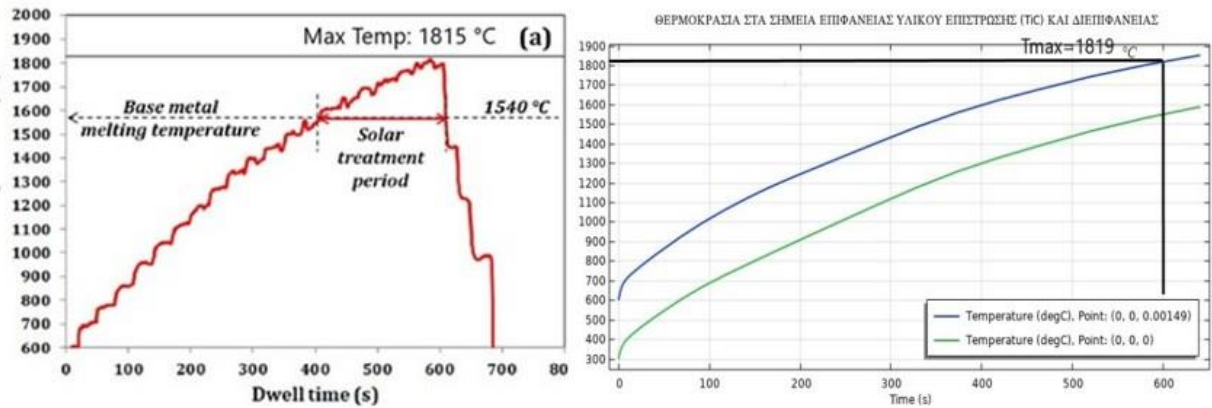
Μία παρατήρηση που κίνησε από την αρχή την περιέργεια, είναι η υψηλή και ομοιόμορφη θερμοκρασία που αναπτυσσόταν στο δοκίμιο κατά τη διάρκεια των προσομοιώσεων. Η άποψη που επικράτησε ήταν ότι επρόκειτο για λάθος στις παραμέτρους του μοντέλου. Παρόλα αυτά θα πρέπει να ληφθεί υπόψη πως οι μεγάλοι χρόνοι που χρησιμοποιήθηκαν, (πέραν των 10 λεπτών) δικαιολογούν αυτό το αποτέλεσμα. Επιπλέον, η χρήση ελεγχόμενης ατμόσφαιρας με αρκετά χαμηλή θερμική αγωγιμότητα, το θερμομονωτικό υπόστρωμα της αλουμίνας και ο αρκετά χαμηλός συντελεστής εκπομπής του δοκιμίου, διαδραμάτισαν ένα πολύ σημαντικό ρόλο στη μείωση των απωλειών. Το **σχήμα 6-1, α** παρουσιάζει στιγμιότυπο που λήφθηκε μέσα στο χρόνο έκθεσης του δοκιμίου στην ηλιακή δέσμη. Μπορεί να παρατηρηθεί ότι όλο το δοκίμιο έχει πάρει ένα έντονο πορτοκαλί χρώμα. Αυτό είναι μία σημαντική ένδειξη πως όλο το δοκίμιο ανέπτυξε μεγάλες θερμοκρασίες σε όλα τα σημεία του. Στο **σχήμα 6-1, β**, παρουσιάζεται η θερμοκρασιακή κατανομή που αναπτύχθηκε στη διάταξη προσομοίωσης στο χρονικό διάστημα « $t=600s$ ».



Σχήμα 6- 1: α) φωτογραφία του δοκιμίου κατά το πέρας της ακτινοβόλησης, β) : Αποτύπωμα των θερμοκρασιών προσομοίωσης στην επιφάνεια της διάταξης τη χρονική στιγμή  $t=600s$

## 6.2 Σύγκριση επιφανειακής θερμοκρασίας

Στην παράγραφο αυτή θα γίνει σύγκριση της ανάπτυξης της θερμοκρασίας, στην επιφάνεια του υλικού επίστρωσης μεταξύ των πειραματικών και υπολογιστικών δοκιμών. Το **σχήμα 6-2, α**, περιέχει τη γραφική παράσταση των τιμών που λήφθηκαν από το πυρόμετρο στο χρόνο ακτινοβόλησης. Αντίστοιχα, η μπλε γραμμή του **σχήματος 6-2, β** παρουσιάζει την εξέλιξη της θερμοκρασίας του σημείου « $(x,y,z)=(0,0,0)$ », το οποίο βρίσκεται στο κέντρο της επιφάνειας του υλικού επίστρωσης. Η μέγιστη τιμή του πυρομέτρου αλλά και η μέγιστη τιμή του μοντέλου προσομοίωσης, φαίνεται να φτάνουν τους  $1815^{\circ}C$  τη χρονική στιγμή των  $t=600s$ . Αυτό είναι μια πολύ καλή ένδειξη στην αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Αξίζει να σημειωθεί ότι η θερμοκρασία των  $1540^{\circ}C$ , που αναγράφεται στις πειραματικές μετρήσεις, αφορά την θερμοκρασία του υλικού επίστρωσης και όχι τη θερμοκρασία του δοκιμίου. Η πράσινη γραμμή του **σχήματος 6-2, β**, αφορά την μεταβολή της θερμοκρασίας του σημείου « $(x,y,z)=(0,0,0)$ », το οποίο βρίσκεται στη διεπιφάνεια του υλικού επένδυσης και του δοκιμίου. Μέσω αυτής, μπορεί να γίνει αντιληπτό πως την χρονική στιγμή  $t=400s$ , η θερμοκρασία στην επιφάνεια του δοκιμίου είναι γύρω στους  $1200^{\circ}C$ . Είναι φανερό λοιπόν ότι υπάρχει μία σημαντική διαφορά θερμοκρασίας της τάξης των  $300^{\circ}C$ , μεταξύ των επιφανειών του υλικού επίστρωσης και του δοκιμίου. Η θερμοκρασία αυτή φαίνεται να διατηρείται σταθερή καθ' όλη την διάρκεια της προσομοίωσης, οπότε επαληθεύεται και η θεώρηση για την αρχική τιμή του δοκιμίου με  $T_0 = 300^{\circ}C$ . Επίσης η



Σχήμα 6- 2: α) Γραφική απεικόνιση της ένδειξης του πυρομέτρου στην επιφάνεια του υλικού επένδυσης κατά τη διάρκεια της ακτινοβολήσης, β) Ανάπτυξη της θερμοκρασίας στην επιφάνεια του υλικού επίστρωσης (μπλε γραμμή), αλλά και στην διεπιφάνεια υλικού επένδυσης- δοκιμίου (πράσινη γραμμή)

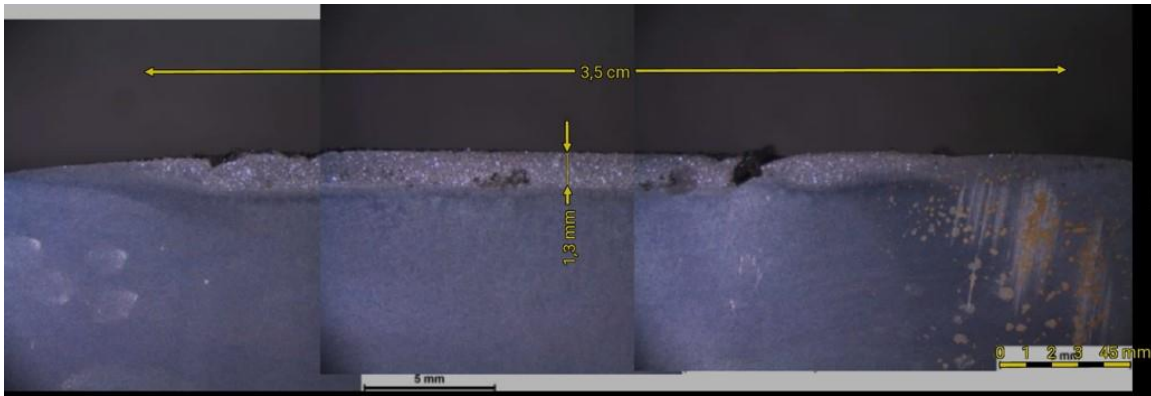
### 6.3 Μελέτη μικροδομής

Ο βασικός στόχος του μοντέλου που έχει κατασκευαστεί, είναι να υπολογίζει τις κατανομές της θερμοκρασίας για κάθε χρονική στιγμή του προβλήματος. Εφόσον η διάταξη του πειράματος είναι συμμετρική και η πηγή είναι ακίνητη, τότε η θερμοκρασία κάθε σημείου της διάταξης θα αυξάνεται στο χρόνο που πραγματοποιείται η ακτινοβολήση. Με πιο απλά λόγια, η μέγιστη θερμοκρασία για κάθε σημείο της διάταξης, θα επιτευχθεί κατά το τέλος της ακτινοβολήσης. Επομένως, η ισόθερμη του σημείου τήξης για το χάλυβα ( $1540^{\circ}\text{C}$ ), πρέπει να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή  $t=600\text{s}$ , κατά την οποία πραγματοποιείται το σβήσιμο της πηγής. Για την μελέτη της ζώνης τήξης του δοκιμίου και κατ' επέκταση του βάθους που θα φθάσει το υλικό ενίσχυσης, πραγματοποιήθηκε κοπή του δοκιμίου στο κέντρο μήκους του. Το σημείο τομής του δοκιμίου, καθώς και η μακροσκοπική όψη στο σημείο εναπόθεσης του υλικού επίστρωσης φαίνεται στο **σχήμα 6-3**. Εκ πρώτης όψεως, φαίνεται πως στην περιοχή που έγινε η εναπόθεση του υλικού επίστρωσης, πραγματοποιήθηκε τήξη του υλικού βάσης. Η κυκλική περιοχή, στην οποία φαίνεται μακροσκοπικά να πραγματοποιήθηκε εναπόθεση στρώματος καρβιδίων, μετρήθηκε στα 3.5 [cm]. Παρόλα αυτά, η μέτρηση αυτή δεν είναι εφικτό να αποτελέσει βασικό στοιχείο, χωρίς να γίνει μελέτη της μικροδομής κατά το πάχος του υλικού. Το αποτύπωμα της μικροδομής παρέχει τόσο το ακριβές πλάτος της ζώνης τήξης, όσο και το μέγιστο βάθος διείσδυσης.



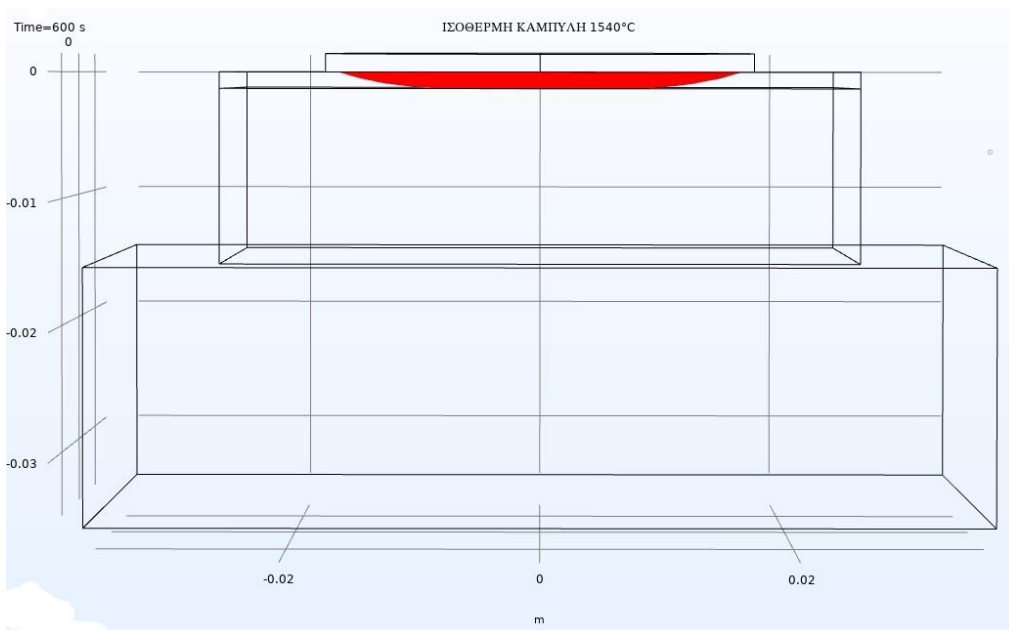
Σχήμα 6- 3: Μακροσκοπική όψη μετά την κοπή του κατεργασμένου δοκιμίου.

Η μικροδομή του σημείου τομής, όπως αυτή λήφθηκε από οπτικό μικροσκόπιο μετά από τις κατεργασίες κοπής, λείανσης, στίλβωσης και χημικής προσβολής φαίνεται στο **σχήμα 6-4**. Η ζώνη τήξης είναι εύκολο να αναγνωρισθεί αφού η γραμμή αλλαγής φάσης είναι αρκετά εμφανής. Η γραμμή αλλαγής φάσης μπορεί να βρεθεί λίγο πιο κάτω από την επιφάνεια του δοκιμίου και χαρακτηρίζεται ως ένα σύνορο δύο περιοχών. Η ζώνη τήξης παρουσιάζεται ως το ανοιχτό γκριζο χρώμα ενώ η υπόλοιπη περιοχή αφορά τη ζώνη του βασικού μετάλλου και την θερμικά επηρεαζόμενη ζώνη. Το μέγιστο βάθος της ζώνης τήξης, μπορεί να μετρηθεί μέσω της δοθείσας κλίμακας. Η ακριβής τιμή του βάθους της ζώνης τήξης είναι «  $Z_{\max\_real} = 1.3 [mm]$  ». Παρομοίως, το πλάτος της λήφθηκε ως «  $x_{\max\_real} = 35 [mm]$  ». Οι τιμές αυτές είναι αναμενόμενες, αφού βρίσκονται μέσα στον κυκλικό τομέα, στον οποίο έγινε ακτινοβολήση με την ηλιακή δέσμη. Περαιτέρω μελέτη για την επίδραση του στρώματος ενίσχυσης με χρήση της μεθόδου CSP στο αρχικό βασικό μέταλλο, μπορεί να βρεθεί στην [25].



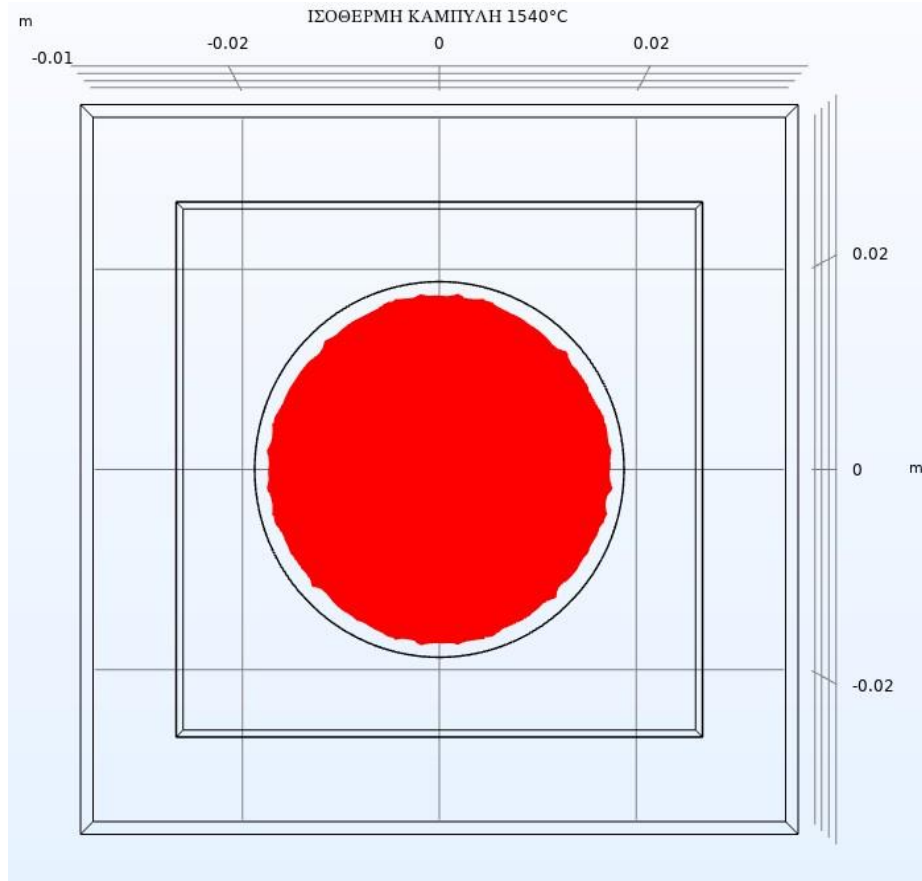
Σχήμα 6- 4: Μικροδομή του δοκιμίου στο σημείο κοπής μετά από λείανση, στίλβωση και χημική προσβολή

Τα **σχήματα 6-6,6-7**, περιέχουν την ισόθερμη καμπύλη των  $1540^{\circ}\text{C}$ , από την πάνω και πλάγια όψη της διάταξης. Το μέγιστο βάθος της καμπύλης βρέθηκε στα « $Z_{simulation} = 1.379$  mm», ενώ οι συντεταγμένες των ακραίων σημείων στην επιφάνεια του άξονα « $\gamma$ » είναι « $(\gamma_1 = -16.6, \gamma_2 = 16)$  [mm]». Άρα το πλάτος της ισόθερμης καμπύλης στην επιφάνεια του δοκιμίου είναι « $Y_{ολικο} = 32.6$  mm». Οι μετρήσεις αυτές είναι αρκετά ικανοποιητικές, αφού αποδεικνύουν για ακόμα μια φορά ότι το μοντέλο που αναπτύχθηκε προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό τις πειραματικές δοκιμές.



Σχήμα 6- 5: : Ισόθερμη καμπύλη των 1540 βαθμών κελσίου τη χρονική στιγμή  $t=600s$ . (πλάγια όψη).





Σχήμα 6- 6: Ισόθερμη καμπύλη των 1540 βαθμών κελσίου τη χρονική στιγμή  $t=600s$  (κάτοψη).

## 6.4 Τελικά συμπεράσματα

Η πρώτη παρατήρηση που πρέπει να αναφερθεί είναι ότι, εφόσον δεν υπήρχε η γνώση για την ακριβή τιμή ισχύος κατά την εκτέλεση των δοκιμών, δεν μπορεί να σχολιαστεί με εγκυρότητα ο συνολικός βαθμός απόδοσης του συστήματος. Στο κεφάλαιο 4, έχει γίνει η παραδοχή ότι πραγματοποιείται πλήρης απορρόφηση της ενέργειας από τα υλικά, παρόλο που αυτό δεν είναι απαραίτητα ορθό. Στα αποτελέσματα της πιο προσεγγιστικής προσομοίωσης που έχουν παρουσιαστεί η πυκνότητα ισχύος της πηγής είναι  $Q_{simulation} = 0.7 [MW / m^2]$ . Στον **πίνακα 6-1** μπορεί να παρατηρηθεί η επίδραση που θα είχε η απορροφητικότητα του υλικού (TiC) στην εύρεση της πραγματικής ισχύος που χρησιμοποιήθηκε. Για παράδειγμα, στην περίπτωση που κατά την εκτέλεση της ακτινοβολήσης γινόταν απορρόφηση μόλις του 10% της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, αυτό θα σήμαινε πως η πραγματική ισχύς της δέσμης θα ήταν  $7 [MW / m^2]$ . Παρόλο

που στην παρούσα διπλωματική εργασία, δεν έχει ληφθεί υπόψιν η απορροφητικότητα των υλικών, είναι αρκετά φανερό πως διαδραματίζει ένα σημαντικό ρόλο στις κατεργασίες με χρήση των συστημάτων CSP.

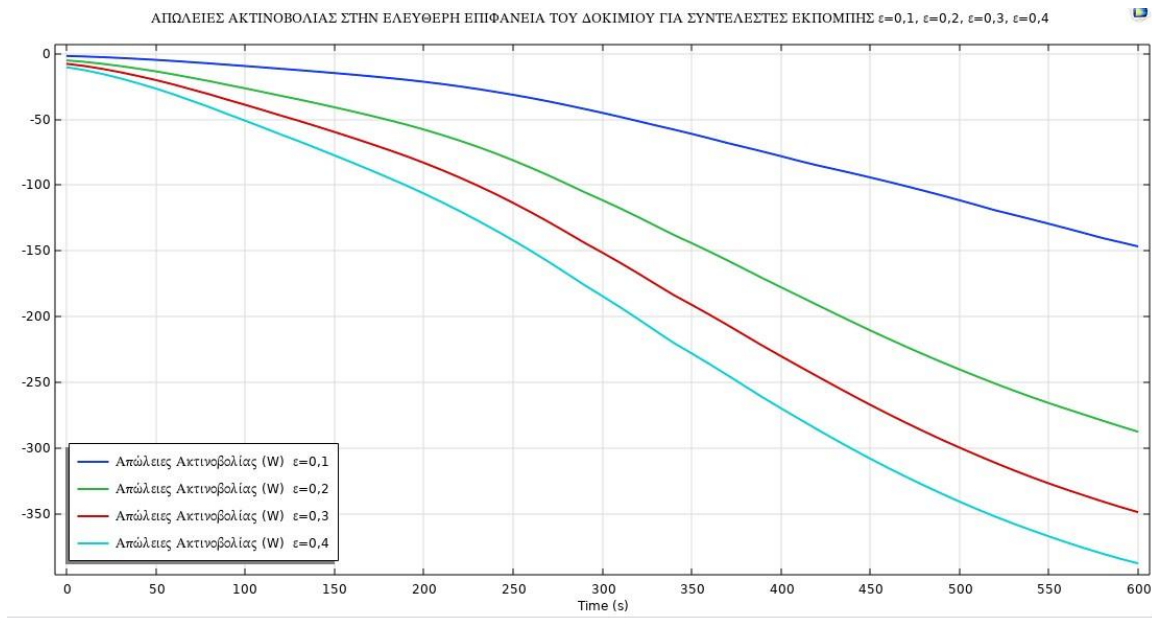
Απορροφητικότητα Ηλιακού φωτός [%]	10	20	30	40	50	60	7	80	90	100
Πραγματική πυκνότητα ισχύος [MW/m <sup>2</sup> ]	7	3,5	2,33	1,75	1,4	1,16	1	0,87	0,96	0,7

*Πίνακας 6- 1: Επίδραση της απορροφητικότητας του υλικού στην τιμή της πραγματικής πυκνότητας ισχύος της ηλιακής δέσμης.*

Στο κεφάλαιο 5 των αποτελεσμάτων έχει παρουσιαστεί η μεταβολή της θερμοκρασίας όταν η πηγή αυξάνεται ή μειώνεται κατά 10%, ενώ οι υπόλοιπες παράμετροι παραμένουν σταθεροί. Παρατηρήθηκε πως η θερμοκρασία στην επιφάνεια του υλικού επίστρωσης, αλλά και η ισόθερμη θερμοκρασία στον τομέα που πραγματοποιήθηκε τήξη στη πειραματική δοκιμή, μεταβάλλονται γύρω στους 100 °C, για μία μεταβολή της απόδοσης κατά 10%.

Σχετικά με τις απώλειες του συστήματος, φαίνεται πως η χρήση του κώδωνα χαλαζία, η χρήση αέριου Αργόν, η στίλβωση του δοκιμίου για τη μείωση του συντελεστή εκπομπής αλλά και η χρήση υποστρώματος αλουμίνας, λειτούργησαν σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό για την μόνωση της διάταξης. Οι απώλειες λόγω συναγωγής, σύμφωνα με το υπολογιστικό πρόγραμμα, παρέμειναν μηδενικές σε όλες τις προσομοιώσεις, επομένως μπορεί να λεχθεί με ακρίβεια ότι η χρήση ελεγχόμενης ατμόσφαιρας είναι απαραίτητη για μελλοντικές δοκιμές. Η ακριβής γνώση του συντελεστή εκπομπής «ε», με βάση τα αποτελέσματα που έχουν παρουσιαστεί για τις δοκιμές «ε=0.2, ε=0,3, ε=0,4» κρίνεται πολύ σημαντική. Πιο συγκεκριμένα, η χρήση του συντελεστή «ε=0.4», συγκριτικά με το βασικό μοντέλο, οδήγησε σε μείωση της θερμοκρασίας του δοκιμίου κατά 255 °C. Για περαιτέρω κατανόηση της επίδρασης του συντελεστή εκπομπής, γίνεται παράθεση του

σχήματος 6-7, το οποίο παρουσιάζει τις απώλειες λόγω ακτινοβολίας για τις τιμές του συντελεστή ακτινοβολίας « $\epsilon=0.1$ ,  $\epsilon=0.2$ ,  $\epsilon=0.3$ ,  $\epsilon=0.4$ ».



Σχήμα 6- 7: Απώλειες λόγω ακτινοβολίας στην ελεύθερη επιφάνεια του δοκιμίου με τη χρήση διαφορετικού  $\epsilon$ .

Είναι φανερό ότι ακόμα και μία μικρή αύξηση του συντελεστή εκπομπής κατά 10% οδηγεί σε μία σημαντική αύξηση των απωλειών της τάξης των 50-150 [W]. Αναφορικά με την χρήση του υποστρώματος αλουμίνιας στη διάταξη φαίνεται ότι παρείχε υψηλή μονωτική προστασία. Πιο συγκεκριμένα η συνολική ισχύς για την επιφάνεια επαφής του δοκιμίου και του υποστρώματος αλουμίνιας κυμάνθηκε από 2-20 [W], τιμές οι οποίες επαληθεύουν την παρουσία επαρκούς θερμικής μόνωσης.

Για την επίδραση του πλέγματος έχουν παρουσιαστεί τα αποτελέσματα των τριών δοκιμών που είχαν εισαχθεί στο κεφάλαιο 4. Η αρχική δοκιμή όπου το πλέγμα περιείχε συνολικά 14479 φαίνεται να είχε μία μικρή διαφορά στη θέση και στο μέγεθος της ισόθερμης καμπύλης των  $1540^{\circ}C$ . Πιο αναλυτικά το μέγιστο βάθος της καμπύλης βρέθηκε στο  $Z_{\max\_dokimi\_1} = -2.78[mm]$  από την επιφάνεια του δοκιμίου. Περαιτέρω το μέγιστο πλάτος της καμπύλης βρέθηκε ως  $X_{\max\_dokimi\_1} = 33.9[mm]$  στην επιφάνεια του δοκιμίου. Οι δοκιμές δύο και τρία παρουσίασαν το ίδιο αποτέλεσμα που είναι αυτό του βασικού μοντέλου. Έτσι τελικά μπορεί να γίνει επαλήθευση της θεώρησης πως η αύξηση

των στοιχείων του πλέγματος οδηγεί σε αύξηση της ακρίβειας του αποτελέσματος, ενώ τελικά μετά από ένα σημείο η λύση παραμένει σταθερή.

Η αλλαγή στο χρονικό βήμα δεν παρουσίασε καμία μεταβολή στη λύση του προβλήματος.

Το τελικό συμπέρασμα της παρούσας εργασίας, είναι το μοντέλο που έχει κατασκευαστεί, μπορεί να προσεγγίσει ικανοποιητικά την κατανομή και ανάπτυξη των θερμοκρασιών στο κατεργαζόμενο υλικό όταν χρησιμοποιηθούν οι σωστές παράμετροι του προβλήματος. Όπως αναφέρεται και στην [5] μπορεί να γίνει επαλήθευση πως εκτός από την παράμετρο της ηλιακής ακτινοβολίας, σημαντικό ρόλο παίζει και η διαμόρφωση της διάταξης για την μείωση των απωλειών θερμότητας.

## 6.5 Προτάσεις

Για την καλύτερη μελέτη μελλοντικών δοκιμών, που αφορά επιφανειακές κατεργασίες με την χρήση των συστημάτων (CSP), γίνονται οι εξής προτάσεις:

Αρχικά, είναι σημαντικό να γίνει τοποθέτηση θερμοστοιχείων σε όλα τα μέρη της διάταξης. Η γνώση του αναπτυσσόμενου θερμοκρασιακού πεδίου, καθ' όλη τη διάρκεια της κατεργασίας είναι πολύ σημαντική. Λόγω των μεγάλων χρονικών περιόδων της κατεργασίας ( $\Delta T > 10$  min), είναι απαραίτητη η γνώση της θερμοκρασίας σε κάθε μέρος της διάταξης για κάθε χρονική στιγμή, ώστε μελλοντικά μοντέλα να έχουν την δυνατότητα χρήσης αξιόπιστων αρχικών τιμών.

Έπειτα, θα πρέπει κατά την εκτέλεση των δοκιμών, να υπάρχει ακριβής γνώση της πυκνότητας ισχύος και όχι της μέγιστης, των εγκαταστάσεων. Με αυτόν τον τρόπο, θα είναι δυνατή η επίτευξη σωστής αξιολόγησης της απόδοσης του συστήματος. Επίσης, στην περίπτωση που είναι γνωστή η τιμή της παραμέτρου κατανομής από τις εγκαταστάσεις είναι σημαντικό αυτή να δίνεται στις παραμέτρους του πειράματος.

Περαιτέρω, εκτός από την χρήση του κώδωνα χαλαζία, θα ήταν χρήσιμη η τοποθέτηση πλαϊνών πυρίμαχων υλικών, στα οποία θα μπορεί να γίνεται μέτρηση της θερμοκρασίας.

Αυτό θα ωφελούσε στον πιο ακριβή υπολογισμό των απωλειών θερμότητας με ακτινοβολία.

Αναφορικά με τους συντελεστές απορροφητικότητας των υλικών, η γνώση τους είναι άκρως σημαντική. Χωρίς την γνώση τους, δεν μπορούμε να υπολογίσουμε την ακριβή απόδοση της πηγής. Πριν την επιλογή των υλικών, είναι σημαντικό να επιλεχθούν υλικά, τα οποία είναι επαρκώς μελετημένα, όσον αφορά την απορροφητικότητα της ακτινοβολίας στα μήκη κύματος του ηλιακού φωτός.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. H. MÜLLER, STEINHAGEN, FRENG AND T. FRANZ (2004) concentrating solar power- A review of the technology, institute of technical thermodynamics, German aerospace center, Stuttgart, Germany.
2. Bockamp, S., Griestop, T., Fruth, M., Ewert, M., Lerchenmüller, H., Mertins, M., Morin, G., Häberle, A., Dersch, J. (2003) Solar Thermal Power Generation (Fresnel), PowerGen
3. C. S. Bautista, G. P. Rodriguez, and A. Ferriere (2007) *Numerical modelling of the solar cladding process.*
4. Μουρλάς, Α. (2021) Συγκριτική Αξιολόγηση Εναποθέσεων και Ιδιοτήτων επιστρωμάτων κεραμικών και σύνθετων υλικών, Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Μηχανικών Επιστήμης Υλικών, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων.
5. B. Li, F.A.C. Oliveira, J. Rodríguez, J.C. Fernandes, L.G. Rosa, Numerical and experimental study on improving temperature uniformity of solar furnaces for materials processing, Sol. Energy 115 (2015) 95-108.
6. Robert S. Brodkey, Harry C. Hershey, 1<sup>st</sup> edition, (2017), *Transport Phenomena*, 19
7. Yunus A. Çengel, Afshin J. Chajar, 5th edition, (2018), Heat and Mass Transfer - Fundamentals and Applications, 19-128
8. J. Baptiste, J. Fourier (1822) *The Analytical Theory of Heat*
9. <https://www.smlease.com/entries/thermal-design/convection-convective-heat-transfer/>
10. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, 7th edition, (2017), *Numerical Methods for Engineers*, 833-851
11. R. W. Lewis, P. Nithiarasu, K. N. Seetharamu, Fundamentals of finite element method for heat and fluid flow.
12. Χατζοπούλου, Γ. (2011) Προσομοίωση θερμικής συμπεριφοράς ανομοιογενούς δομικού στοιχείου με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

13. Heat Transfer Module Users Guide, COMSOL Multiphysics Reference Manual.  
[<https://doc.comsol.com/5.4/doc/com.comsol.help.heat/HeatTransferModuleUsersGuide.pdf>]
14. Finney, R.L, Weir, M.D and Giordano, F.R. Απειροστικός λογισμός, 10th Edition, πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2014,1043-1056
15. Thomee, V. Galerkin, *Finite Element Methods for Parabolic Problems*, 2th edition, Springer Berlin, Heidelberg, 2006.
16. J.H. Argyris and D.W. Scharpf, Finite elements in time and space, Aeron. J. Royal Aeron. Soc. 73 (1969) pp. 1041-1044.
17. J.H. Argyris, P.C. Dunne and T. Angelopoulos, Non-linear oscillations using finite element technique, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2 (1973).
18. [https://www.engineeringtoolbox.com/emissivity-coefficients-d\\_447.html](https://www.engineeringtoolbox.com/emissivity-coefficients-d_447.html)
19. Rosenthal, D. (1946) The theory of moving source of heat and its application to metal treatment.
20. Eagar, T. W. and Tsai N. S. (1983) *Temperature Fields Produced by Traveling Distributed Heat Sources*.
21. Kik, T. (2020) Heat Source Models in Numerical Simulations of Laser Welding.
22. Hochenuer, R. and Lengauer, W. (2019) Characterisation and Performance Optimisation of WC-MC/M(C,N)-Co Hardmentals.
23. Kaowool board 1600 Datasheet, Morgan Advance Materials, [<https://morganthermalceramics.com/>]
24. D.Y. Dang, J. L. Fan, and H. R. Gong (2014) Thermodynamical and Mechanical properties of Tic from ab initio calculation, *Journal of Applied Physics*. 116
25. A .Mourlas, E. Pavlidou, G. Vourlias, J.Rodriquez, P. Psyllaky (2019), *Surface & Coatings Technology*, Concentrated solar energy for in-situ elaboration of wear-resistant composite layers. Part I: TiC and chromium carbide surface enrichment of common steels.

ΤΕΛΟΣ