



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΟΝΙΜΗΣ ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΘΕΡΜΟΓΕΦΥΡΕΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ THERM

ΑΛΕΞΑΝΔΡΗ ΑΘΗΝΑ, ΔΡΟΣΟΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του

Διπλώματος Πολιτικού Μηχανικού

ΒΟΛΟΣ 2022

© 2022 [Αλεξανδρή Αθηνά & Δρόσος Αθανάσιος](#)

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) Δρ. Θεοφάνης Γραμμένος
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο
Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Ευριπίδης Μυστακίδης
Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Ολυμπία Παναγούλη
Αναπληρώτρια Καθηγήτρια, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Πανεπιστήμιο
Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον επιβλέποντα της παρούσης εργασίας, Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Θεοφάνη Γραμμένο, για την ανεκτίμητη προσφορά του και ενασχόληση που επέδειξε, καθώς και την πολύτιμη συνεισφορά του, κατά την πολύμηνη συγγραφή αυτής της εργασίας. Ήταν χάριν των υποδείξεων, αλλά και των ιδεών του, το ότι αυτό το έργο, όχι μόνο γεννήθηκε σαν ιδέα, αλλά και ολοκληρώθηκε. Επίσης, είμαστε ευγνώμονες στα υπόλοιπα μέλη της επιτροπής εξέτασης, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Δρ. Ολυμπία Παναγούλη και Καθηγητή Δρ. Ευριπίδη Μυστακίδη. Τέλος, οφείλουμε ένα ευχαριστώ σε όλους εκείνους που μας συμπαραστάθηκαν, τόσο ηθικά, αλλά και πρακτικά, είτε ήταν οι οικογένειές μας, είτε οι φίλοι και γνωστοί μας.

Δρόσος Αθανάσιος

Αλεξανδρή Αθηνά

ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΟΝΙΜΗΣ ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΘΕΡΜΟΓΕΦΥΡΕΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ THERM

Δρόσος Αθανάσιος, Αθηνά Αλεξανδρή

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, 2022

Επιβλέπων Καθηγητής: Θεοφάνης Γραμμένος, Αναπληρωτής Καθηγητής

Περίληψη

Στην παρούσα διατριβή έγινε χρήση του λογισμικού THERM, σε συνδυασμό με το πρόγραμμα WINDOW του LBNL, για να δημιουργηθεί ένα μοντέλο υπολογισμού θερμικών ιδιοτήτων που καθορίζουν τη μόνιμη διδιάστατη μετάδοση θερμότητας σε συγκεκριμένα σημεία ενός κτιρίου, τα οποία αποτελούν θερμογέφυρες. Αρχικά έγινε μια περιγραφή των βασικών εννοιών που αφορούν τους τρόπους μετάδοσης θερμότητας (αγωγή, συναγωγή και ακτινοβολία) και δόθηκαν οι αντίστοιχες μαθηματικές εξισώσεις που περιγράφουν τη μετάδοση θερμότητας σε δύο διαστάσεις. Στη συνέχεια παρουσιάστηκε η έννοια της θερμογέφυρας, η συνολική επίδραση της στην ενεργειακή απόδοση καθώς και ο τρόπος υπολογισμού της σύμφωνα πάντα με τα ελληνικά πρότυπα του Τ.Ε.Ε.. Το τελευταίο κομμάτι της διατριβής αφιερώθηκε αποκλειστικά στο λογισμικό, όπου περιγράφεται το γραφικό περιβάλλον του, αλλά και το βασικό θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο στηρίζεται η λειτουργία του λογισμικού. Με την εφαρμογή του λογισμικού ήμασταν σε θέση να υπολογίσουμε τις τιμές του συντελεστή θερμοπερατότητας που επηρεάζουν την μετάδοση θερμότητας σε οκτώ χαρακτηριστικές θερμογέφυρες ενός τυπικού κτίσματος.

Λέξεις Κλειδιά: Διδιάστατη Μόνιμη Μετάδοση Θερμότητας, Θερμογέφυρες, Αγωγή, Συναγωγή, Ακτινοβολία, Λογισμικό THERM

MODELING OF STEADY TWO-DIMENSIONAL HEAT TRANSFER IN THERMAL BRIDGES USING THE THERM SOFTWARE

Athanasios Drosos, Athina Alexandri

University of Thessaly, Department of Civil Engineering, 2022

Supervisor: Theophanes Grammenos, Associate Professor

Abstract

In this Diploma Thesis we utilized the LBNL software known as THERM, in conjunction with WINDOW from the same developers, to create a model capable of calculating the thermal properties for steady two-dimensional heat transfer in specific locations of a building, which are called thermal bridges. At first, we described the basic concepts regarding the ways by which heat can be transferred (conduction, convection and radiation) and we provided the respective mathematical equations for each transfer mechanism in the two-dimensional plane. Following that, we analysed the concept of the thermal bridge, its total consequence in the energy value of a unit, as well as the calculation method according to the Greek standards of the Technical Chamber of Greece. The final part of the paper was dedicated to the software, in which we describe not only the software's user interface, but also the theoretical background on which the software's operation is based. Using the software, we were able to calculate the heat permeability factors that govern the total heat transfer through eight distinctive thermal bridges of a typical building. Lastly, we present our conclusions on the total efficiency of the software regarding our analysis and the results obtained.

Keywords: *Steady 2D Heat Transfer, Thermal Bridges, Conduction, Convection, Radiation, Software THERM*

Περιεχόμενα

1.	Εισαγωγή	8
2.	Εισαγωγή στη Μετάδοση Θερμότητας	10
2.1	Μηχανισμοί μετάδοσης θερμότητας.....	11
2.1.1	Μετάδοση θερμότητας με αγωγή.....	11
2.1.1.1	Ομοιόμορφη αγωγή σε επίπεδο τοίχωμα	16
2.1.1.2	Αγωγή διά μέσου συνθέτου επιπέδου τοιχώματος με στρώσεις σε σειρά.	19
2.1.2	Μετάδοση θερμότητας με συναγωγή.....	20
2.1.2.1	Μηχανισμός- Είδη- Νόμος μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή.....	20
2.1.3	Μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία.....	24
2.1.3.1	Γενικά – Ορισμοί	24
2.1.3.2	Το φάσμα της θερμικής ακτινοβολίας και ο νόμος Stefan-Boltzmann.....	28
2.1.3.3	Φαιό σώμα	30
2.1.3.4	Χαρακτηριστικά δομικών υλικών σχετικά με ακτινοβολία, κατά Κ.Εν.Α.Κ.....	32
2.1.3.4.1	Συντελεστές ανακλαστικότητας και απορροφητικότητας στην ηλιακή ακτινοβολία	32
2.1.3.4.2	Συντελεστές εκπομπής.....	33
2.1.3.5	Ανταλλαγή θερμότητας με ακτινοβολία σε περικλειστο σύστημα δύο επιφανειών....	34
3.	Θερμογέφυρες.....	35
3.1	Επιρροή των θερμογεφυρών στην ενεργειακή απόδοση	37
3.2	Κατηγορίες θερμογεφυρών	39
3.3	Η θερμογράφηση	44
3.4	Υπολογισμός θερμογεφυρών	45
3.5	Υπολογισμός μέσου συντελεστή θερμοπερατότητας κτιρίου U_m	48
4.	Το λογισμικό THERM	50
4.1	Εισαγωγή.....	50
4.2	Δομή του λογισμικού THERM	50
4.3	Θεωρητικό υπόβαθρο	54
4.3.1	Πρόβλεψη θερμικής διαπερατότητας μονωμένου υαλοπίνακα λόγω διάθλασης.....	54
4.3.2	Βασικές έννοιες της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων.....	62
4.3.2.1	Ορισμός του προβλήματος και του τομέα του	64
4.3.2.2	Διακριτοποίηση του τομέα	64
4.3.2.3	Προσδιορισμός των καταστατικών μεταβλητών	65
4.3.2.4	Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος.....	66
4.3.2.5	Καθορισμός συστήματος συντεταγμένων	67

4.3.2.6	Κατασκευή προσεγγιστικών συναρτήσεων για τα στοιχεία.....	67
4.3.2.7	Παροχή μητρώου και στοιχείων	68
4.3.2.8	Μετασχηματισμός συντεταγμένων	68
4.3.2.9	Συναρμολόγηση των εξισώσεων στοιχείων	69
4.3.2.10	Εισαγωγή των συνοριακών συνθηκών.....	71
4.3.2.11	Λύση του τελικού συνόλου του συστήματος εξισώσεων.....	72
4.3.2.12	Ερμηνεία των αποτελεσμάτων	73
4.3.3	Πρόσθετοι αλγόριθμοι και περιγραφές	73
4.3.3.1	Ελαχιστοποίηση εύρους ζώνης (BandwidthMinimization).....	73
4.3.3.2	Αλγόριθμος βέλους βαρύτητας (GravityArrow) και μετασχηματισμοί διατομών ανοιγμάτων (FrameCavity) για τους υπολογισμούς ISO15099	74
4.3.3.3	Αλγόριθμος “Grid”	79
4.3.3.4	Σκίαση	81
4.3.3.5	Αλγόριθμος Ορθογωνιοποίησης Ανοιγμάτων	88
5.	Εφαρμογή του λογισμικού.....	90
5.1	Παρουσίαση μοντέλου.....	90
5.2	Σχεδιασμός και επίλυση διατομών	94
5.3	Σχολιασμός των αποτελεσμάτων	114
	Βιβλιογραφία.....	116

1. Εισαγωγή

Η ύπαρξη του κτιρίου, είτε ως χώρος διαβίωσης είτε ως χώρος εργασίας, έχει σκοπό να διευκολύνει την ανθρώπινη δραστηριότητα και να παρέχει προστασία από εξωτερικές καιρικές συνθήκες. Σημαντικό επομένως κριτήριο στον τρόπο κατασκευής του κτιρίου είναι η εξασφάλιση των απαραίτητων θερμικών συνθηκών. Οι μη κατάλληλες εσωτερικές θερμικές συνθήκες μπορούν να προκαλέσουν είτε προβλήματα στην υγεία των χρηστών είτε θερμική δυσαρέσκεια. Σημαντικός παράγοντας που λαμβάνεται υπόψη για την εξασφάλιση των παραπάνω είναι το κόστος. Τα κτίρια κατασκευάζονται με σκοπό να αντέξουν για αρκετά χρόνια και ως εκ τούτου έχουν υψηλό αρχικό κόστος. Κάθε ενδεχομένη αστοχία ή αβλεψία στη διαδικασία σχεδιασμού και κατασκευής θα αποτελέσει ένα αντίτιμο το οποίο θα πληρώνουμε για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Η θερμομόνωση των κτιρίων είναι ζωτικής σημασίας ώστε να επιτευχθεί θερμική προστασία έναντι των καιρικών συνθηκών και εν τέλει να εξασφαλιστεί η θερμική άνεση εντός των εσωτερικών χώρων. Η θερμομόνωση καθίσταται πιο αποτελεσματική στις περιπτώσεις που η εφαρμογή της γίνεται σε συνεχείς επιφάνειες που δε διαθέτουν διακοπές ή/και παρεμβολές (δηλ. εξωτερική θερμομόνωση). Η παρεμβολή θερμογεφυρών αυξάνει τοπικά τη θερμική ροή. Επίσης, η μεγιστοποίηση της απόδοσης της θερμομόνωσης ενδέχεται να περιοριστεί από άλλες λειτουργίες του κελύφους (π.χ. συνέχεια των φερόντων δοκιμών στοιχείων) που επιβάλλουν τη δημιουργία θερμογεφυρών.

Στις αρχές του 20ου αιώνα, γεννήθηκε η ιδεολογική έκφραση της μαζικής παραγωγής κατοικιών: η «μοντέρνα αρχιτεκτονική», η οποία, σύμφωνα με έναν από τους ιδρυτές της, τον Le Corbusier, βλέπει τη στέγαση ως καταναλωτικό αντικείμενο μαζικής παραγωγής, το ίδιο για όλους τους ανθρώπους σε κάθε σημείο του πλανήτη μας [1]. Η έκφραση αυτή οδήγησε στην παραγωγή κτιρίων που δεν λάμβαναν υπόψη τις επιδράσεις των κλιματικών συνθηκών και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε τόπου, με αποτέλεσμα την υπέρμετρη κατανάλωση ενέργειας. Η ενεργειακή κρίση του 1970 έδωσε το ερέθισμα για μια πρώτη ενημέρωση του κόσμου για το πεπερασμένο των φυσικών πόρων και για τους κινδύνους από τη μόλυνση του περιβάλλοντος. Η σύνοδος κορυφής για τη Γη στο Ρίο ντε Τζανέιρο το 1992 και οι δεσμεύσεις για την αειφόρο ανάπτυξη που λήφθηκαν μετέπειτα από τις κυβερνήσεις πολλών χωρών, επιτάχυναν τις διαδικασίες που οδήγησαν στη γενίκευση μιας περιβαλλοντικής προσέγγισης σε όλους τους τομείς της οικονομίας και ειδικότερα στις κατασκευές.

Στην πρώτη δεκαετία του 21^{ου} αιώνα, η ανθρωπότητα βίωσε μια πολύπλευρη κρίση, οικονομική, ενεργειακή, περιβαλλοντική και κοινωνική. Η βιώσιμη ή αειφόρος ανάπτυξη είναι αναγκαία περισσότερο από ποτέ στις ημέρες μας και αφορά σε όλες τις πτυχές της κοινωνικής ζωής του ανθρώπου. Όσον αφορά στον κλάδο των κατασκευών, η βιώσιμη ανάπτυξη υλοποιείται στη σχεδίαση των κατασκευών και στη χρήση των

κτιριακών εγκαταστάσεων σε βάθος χρόνου. Η ευρωπαϊκή επιτροπή εκδίδει συνεχώς νέα μέτρα και συστάσεις ώστε να μειωθεί η κατανάλωση ενέργειας και να αυξηθεί η ενεργειακή απόδοση. Στην Ελλάδα, τα τελευταία χρόνια και παράλληλα με την οικονομική κρίση αρχίζουν να γίνονται ευρύτερα γνωστοί όροι όπως «βιοκλιματική αρχιτεκτονική» και «εξοικονόμηση ενέργειας στα κτίρια». Ο Κανονισμός Ενεργειακής Απόδοσης Κτιρίων (Κ.Εν.Α.Κ.), τα προγράμματα χρηματοδότησης αναβάθμισης της κατοικίας «εξοικονόμηση κατ' οίκον» και η δυνατότητα παραγωγής ενέργειας από μικρές μονάδες φωτοβολταϊκών έβαλαν στην καθημερινότητά μας όρους και πρακτικές άγνωστες πριν από είκοσι χρόνια.

Για να μπορέσουμε όμως να είμαστε σίγουροι για μια σωστή ενεργειακή ανάπτυξη, χρειαζόμαστε τα κατάλληλα εργαλεία και μεθόδους για να μπορέσουμε να κάνουμε μια ορθή και ακριβή εκτίμηση της τωρινής ενεργειακής ποιότητας και απόδοσης των κατασκευών. Η διαδικασία δεν είναι εύκολη, αλλά η τεχνολογία έρχεται να πραγματοποιήσει αυτά που μέχρι πριν δεκαετίες θεωρούνταν αδύνατα. Ένα τέτοιο προϊόν της τεχνολογίας είναι το λογισμικό «THERM». Το λογισμικό αυτό σχεδιάστηκε στην «Lawrence Berkeley National Laboratory (LBNL)»[2] με σκοπό τη μοντελοποίηση της μόνιμης διδιάστατης μετάδοσης θερμότητας δια μέσου κτιριακών στοιχείων, όπως παράθυρα, πόρτες, αλλά και διάφορα δομικά στοιχεία όπως τοίχους, τμήματα φέροντα οργανισμού κ.α. Το λογισμικό διατίθεται δωρεάν και αποτελεί ένα εργαλείο στα χέρια κατασκευαστών, ενεργειακών μελετητών ενώ προτείνεται και για εκπαιδευτικούς σκοπούς.

Ο σκοπός μας με την παρούσα εργασία είναι να προσπαθήσουμε να ποσοτικοποιήσουμε την μετάδοση θερμότητας, κάνοντας χρήση του παραπάνω λογισμικού, μέσω τέτοιων κρίσιμων σημείων όπως είναι οι θερμογέφυρες και να κρίνουμε κατά πόσο η μοντελοποίηση αυτή είναι σε θέση να αλλάξει τον τρόπο σχεδιασμού των κτιρίων.

Η υπόλοιπη εργασία είναι δομημένη ως εξής σε τέσσερα κεφάλαια. Ειδικότερα:

Στο κεφάλαιο 2 γίνεται μια βιβλιογραφική παρουσίαση των τριών μηχανισμών μετάδοσης θερμότητας, της αγωγής, της συναγωγής και της ακτινοβολίας. Το Κεφάλαιο 3 είναι αφιερωμένο στις θερμογέφυρες. Ο ορισμός, οι κατηγορίες αλλά και ο τρόπος υπολογισμού αναφέρονται ώστε να δώσουν στον αναγνώστη μια εικόνα του προβλήματος που θα επιλύσουμε. Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται αναλυτική παρουσίαση του λογισμικού THERM. Ο αναγνώστης θα έρθει σε επαφή με το θεωρητικό υπόβαθρο πάνω στο οποίο στηρίζεται το λογισμικό, αλλά και με το περιβάλλον χρήστη και του βασικούς αλγορίθμους τους οποίους το λογισμικό επιστρατεύει. Στο τελευταίο κεφάλαιο παραδίδουμε το μοντέλο επίλυσης, συνοδευόμενο από εικόνες δημιουργημένες μέσα από το περιβάλλον του λογισμικού. Τα αποτελέσματα της επίλυσης ακολουθούνται από έναν σύντομο σχολιασμό, καθώς και από μια γενικότερη κριτική του λογισμικού.

2. Εισαγωγή στη Μετάδοση Θερμότητας

Ένας από τους βασικότερους κλάδους της φυσικής είναι η θερμοδυναμική. Πριν όμως κάποιος αναφερθεί στη θερμοδυναμική, πρέπει να μιλήσει περί θερμοκρασίας. Η θερμοκρασία ενός συστήματος προσδιορίζει κατά πόσον αυτό απέχει, σε κάποια ορισμένη κλίμακα, από το να βρίσκεται σε θερμική ισορροπία με ένα άλλο σύστημα. Δύο συστήματα βρίσκονται σε θερμική ισορροπία, αν και μόνο αν έχουν την ίδια θερμοκρασία. Είναι συνεπώς η διαφορά αυτής της θερμοκρασίας που θα οδηγήσει στη μεταφορά ενέργειας μεταξύ των συστημάτων. Με τη σειρά της, η μεταφορά αυτή διέπεται από συγκεκριμένους κανόνες και νόμους οι οποίοι αποτελούν το αντικείμενο της επιστημονικής περιοχής που είναι γνωστή ως μετάδοση θερμότητας.

Με τον παραπάνω μηχανισμό ισορροπίας εκδηλώνονται κυρίως και οι θερμικές μεταβολές εντός των κτιρίων. Η αγωγή θερμότητας από το περίβλημα του κτιρίου, η ηλιακή ακτινοβολία που μεταδίδεται απευθείας από τα παράθυρα και η απορρόφηση αυτής της ακτινοβολίας από τα εκτεθειμένα στοιχεία του κτιρίου (τοίχοι, οροφές) και τέλος η αίσθηση ψύξης του χρήστη, λόγω της έντονης κυκλοφορίας του αέρα, αποτελούν παραδείγματα της επίδρασης της μετάδοσης θερμότητας στη θερμική συμπεριφορά των κτιρίων και στους ανθρώπους εντός αυτών. Όπως γίνεται ξεκάθαρο, για να έχουμε όλα τα παραπάνω φαινόμενα θερμικών μεταβολών, πρέπει τα συστήματα που μελετάμε (κτίριο, περιβάλλον) να μην βρίσκονται σε θερμική ισορροπία. Οι θερμικές μεταβολές και τα αποτελέσματα που επιφέρουν θα πρέπει πάντοτε να υπακούν στους νόμους της θερμοδυναμικής.

Ο πρώτος νόμος απαιτεί την εξίσωση του ρυθμού μεταφοράς ενέργειας σε ένα σύστημα, με τον ρυθμό αύξησης της ενέργειας σε αυτό το σύστημα. Ο δεύτερος νόμος επιβάλλει τη μετάδοση θερμότητας προς την κατεύθυνση μείωσης της θερμοκρασίας.

Η κινητήρια δύναμη για τη μετάδοση θερμότητας είναι η διαφορά θερμοκρασίας. Η θερμοκρασιακή βαθμίδα, που ορίζεται ως η διαφορά θερμοκρασίας ανά μονάδα μήκους, με τη σειρά της θα μας δώσει τον ρυθμό μετάδοσης θερμότητας προς τη συγκεκριμένη κατεύθυνση. Στις επόμενες παραγράφους θα δούμε ότι η μετάδοση, αλλά και ο ρυθμός μετάδοσης της θερμότητας εξαρτώνται τόσο από τη φύση των συστημάτων, όσο και από τον τρόπο που αυτά αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Οι διάφοροι τρόποι αλληλεπίδρασης ονομάζονται μηχανισμοί μετάδοσης θερμότητας.

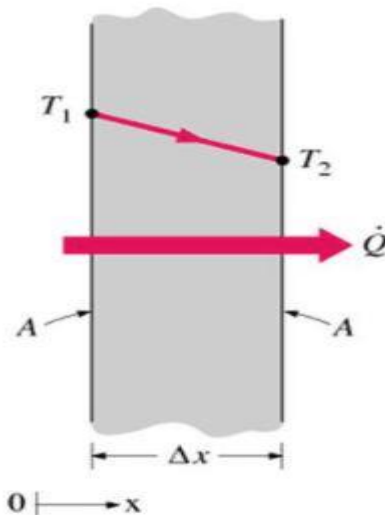
2.1 Μηχανισμοί μετάδοσης θερμότητας

Η θερμότητα μπορεί να μεταδοθεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους: αγωγή, συναγωγή και ακτινοβολία. Όλοι οι τρόποι μετάδοσης θερμότητας απαιτούν την ύπαρξη μιας διαφοράς θερμοκρασίας και σε όλους αυτούς τους τρόπους η θερμότητα μεταφέρεται από το θερμότερο προς το ψυχρότερο σώμα.

2.1.1 Μετάδοση θερμότητας με αγωγή

Η μεταφορά ενέργειας από τα πιο ενεργητικά σωματίδια ενός υλικού προς τα λιγότερο ενεργητικά, που αποτελεί συνέπεια των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των σωματιδίων τα οποία βρίσκονται σε άμεση ή έμμεση επαφή, ονομάζεται αγωγή. Στα στερεά, τα υγρά και τα αέρια μπορεί να υπάρξει αγωγή. Στα αέρια και τα υγρά, η αγωγή οφείλεται στην κρούση και τη διάχυση των μορίων κατά την τυχαία κίνηση. Στα στερεά, η αγωγιμότητα οφείλεται σε συνδυασμό ταλάντωσης μορίων στο κρυσταλλικό πλέγμα και της μεταφοράς ενέργειας ελεύθερων ηλεκτρονίων.

Όμως, όπως είπαμε νωρίτερα, δεν μας ενδιαφέρει μόνο η μεταφορά καθ' αυτή της ενέργειας, αλλά κυρίως ο ρυθμός με τον οποίο αυτή πραγματοποιείται. Ο ρυθμός αγωγής θερμότητας εντός μέσου εξαρτάται από διάφορους παράγοντες όπως η γεωμετρία του μέσου, το πάχος του, το υλικό, καθώς και από τη διαφορά θερμοκρασίας στις δύο πλευρές του μέσου. Θεωρούμε τη σταθερή αγωγή θερμότητας διά μέσου ενός μεγάλου επίπεδου τοιχώματος πάχους $\Delta x = L$ και επιφάνειας A όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1 με θερμοκρασιακή διαφορά στις δύο πλευρές του τοίχου: $\Delta T = T_1 - T_2$.



Σχήμα 2.1: Μονοδιάστατη αγωγή θερμότητας σε επίπεδη επιφάνεια

Είναι όμως γνωστό ότι η μετάδοση της θερμότητας δεν εκτελείται μόνο σε μια διάσταση, αλλά και στις τρεις διαστάσεις. Εφόσον όμως στην παρούσα Διπλωματική θα εξεταστεί η διδιάστατη μετάδοση θερμότητας και μιας και γνωρίζουμε ότι οι βασικότερες διακυμάνσεις

της θερμότητας εντός ενός σώματος συντελούνται κυρίως στις δύο διαστάσεις, επιλέγουμε να εξετάσουμε την συνισταμένη της μετάδοσης που προκύπτει από την ταυτόχρονη μετάδοση στις δύο διαστάσεις x και y ενός συστήματος Καρτεσιανών συντεταγμένων.

Από πειράματα προκύπτει ότι ο ρυθμός της μεταφοράς ενέργειας $\dot{Q}_{αγώγ}$ με αγωγή διά μέσου του τοίχου, ο οποίος εμφανίζει θερμοκρασιακή διαφορά (κατά μήκος μόνο μίας διάστασης) είναι ανάλογος της διαφοράς θερμοκρασίας ΔT σε αυτή τη διάσταση και της, κάθετης προς την κατεύθυνση μετάδοσης θερμότητας, επιφάνειας εμβαδού A , αλλά αντιστρόφως ανάλογη του πάχους L του στοιχείου. Δηλαδή,

$$\text{ρυθμός αγωγής θερμότητας} \propto \frac{(\text{εμβαδόν})(\text{Διαφορά θερμοκρασίας})}{\text{Πάχος}}$$

Η παραπάνω έκφραση (για μία διάσταση) παρουσιάστηκε σε μαθηματική μορφή από τον Fourier [3] με την παρακάτω εξίσωση η οποία είναι γνωστή ως νόμος του Fourier για την αγωγή θερμότητας:

$$\dot{Q}_{αγώγ} = -kA \frac{dT}{dx} [W] \quad (2.1)$$

όπου k είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του υλικού και στην πράξη υποδηλώνει την ικανότητα του υλικού να 'επιτρέπει' την μεταφορά θερμότητας με αγωγή, ενώ ο όρος dT/dx εκφράζει τη θερμοκρασιακή βαθμίδα σε μία διάσταση, η οποία ορίζεται ως η κλίση της καμπύλης θερμοκρασίας σε ένα διάγραμμα $T-x$ (ο ρυθμός μεταβολής του T ως προς τη μεταβλητή x) στη θέση x . Η παραπάνω σχέση υποδηλώνει πως ο ρυθμός αγωγής θερμότητας προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση είναι ανάλογος της θερμοκρασιακής βαθμίδας προς αυτή την κατεύθυνση. Η θερμότητα άγεται προς την κατεύθυνση μείωσης της θερμοκρασίας και η θερμοκρασιακή βαθμίδα γίνεται αρνητική όταν η θερμοκρασία μειώνεται με την αύξηση του x . Το αρνητικό πρόσημο στην εξίσωση (2.1) διασφαλίζει πως η μετάδοση θερμότητας κατά τη θετική διεύθυνση του άξονα x είναι μια θετική ποσότητα. Η επιφάνεια εμβαδού A διά μέσου της οποίας μεταδίδεται η θερμότητα θεωρείται πάντοτε κάθετη στη διεύθυνση της ροής θερμότητας. Παρ' ότι εν γένει ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας, $k = k(T)$, στην παρούσα Διπλωματική θα θεωρήσουμε $k = \text{σταθ.}$ για κάποια μέση θερμοκρασία του υλικού.

Εάν τώρα θελήσουμε να γενικεύσουμε την εξίσωση του Fourier για την περίπτωση διδιάστατης μετάδοσης αρκεί να θεωρήσουμε τις συνιστώσες του διανύσματος του ρυθμού ροής \dot{Q}_x και \dot{Q}_y αντίστοιχα. Σύμφωνα με την εξίσωση (2.1) θα ισχύει

$$\dot{Q}_x = -kA_x \frac{\partial T}{\partial x}, \dot{Q}_y = -kA_y \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.2)$$

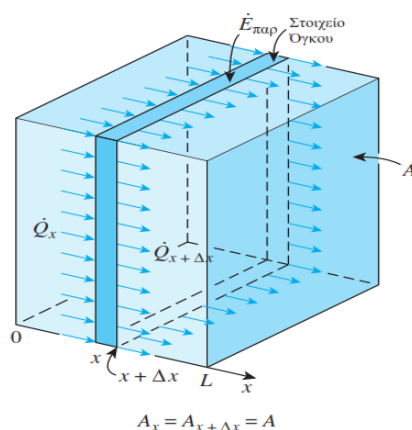
όπου τώρα A_x και A_y είναι το εμβαδόν της κάθετης στη διεύθυνση ροής επιφάνειας (διεύθυνση x και y , αντίστοιχα). Σε αυτό το σημείο

υιοθετούμε και την θεώρηση του ισότροπου υλικού. Ισότροπο είναι το υλικό το οποίο παρουσιάζει κοινές ιδιότητες σε κάθε διεύθυνσή του. Με ελάχιστες εξαιρέσεις (όπως π.χ. το ξύλο ή τα σύνθετα υλικά) τα περισσότερα υλικά που χρησιμοποιούνται στις κατασκευές είναι ισότροπα. Αυτή η παραδοχή μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε ενιαίο συντελεστή αγωγιμότητας και στις δύο διαστάσεις. Διαφορετικά, το k στην εξίσωση (2.2) θα έπρεπε να εκφραστεί συναρτήσει της διεύθυνσης μετάδοσης ως k_x και k_y , αντίστοιχα (ανισότροπο υλικό).

Ο νόμος του Fourier (2.1) για διδιάστατο πρόβλημα μπορεί να γραφεί με πιο συμπαγή τρόπο σε διαφορική μορφή ως $\vec{Q} = -kA\vec{\nabla}T$, όπου $\vec{\nabla} = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y}$. Εάν \vec{n} είναι το κάθετο στην επιφάνεια διάνυσμα, τότε ο ρυθμός ροής θερμότητας δίνεται ως $\dot{Q}_n = -kA\frac{\partial T}{\partial n}$, όπου το διάνυσμα του ρυθμού ροής είναι το $\vec{\dot{Q}}_n = \dot{Q}_x\vec{i} + \dot{Q}_y\vec{j}$ με τα \dot{Q}_x, \dot{Q}_y να δίνονται από την (2.2).

Επιπλέον, εάν εντός του υλικού υπάρχει πηγή που παράγει θερμότητα με ρυθμό παραγωγής ανά μονάδα όγκου ίσο με \dot{e} , ο ολικός ρυθμός παραγωγής θερμότητας δίνεται ως $\dot{E}_{\text{παραγ}} = \iiint_V \dot{e}_{\text{παραγ}} dV$, όπου V ο όγκος του σώματος. Εάν η πηγή παράγει θερμότητα με σταθερό ρυθμό ανά μονάδα όγκου, έχουμε $\dot{E}_{\text{παραγ}} = \dot{e}_{\text{παραγ}} V$.

Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να προχωρήσουμε στην κατάστρωση της γενικής εξίσωσης αγωγής θερμότητας, κατ' αρχάς σε μία διάσταση [3].



Σχήμα 2.2: Μονοδιάστατη μεταδοση θερμότητας με αγωγή, μέσω ενός στοιχείου όγκου ενός επίπεδου τοιχώματος.

Θεωρώντας ορθογωνικό στοιχείο όγκου του υπό εξέταση τοιχώματος και εστιάζοντας σε επαρκώς λεπτή φέτα πάχους Δx , μπορούμε να διατυπώσουμε ένα ισοζύγιο ενέργειας στη διάρκεια μικρού χρονικού διαστήματος Δt :

$$\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \dot{E}_{\text{παραγ}} = \Delta E_{\text{στοιχ}} / \Delta t \quad (2.3)$$

όπου ο όρος $\Delta E_{\text{στοιχ}} / \Delta t$ περιγράφει τον ρυθμό μεταβολής του συνολικού ενεργειακού περιεχομένου του στοιχείου.

Γνωρίζουμε όμως από τη θερμιδομετρία (βλ., π.χ., [3]) ότι

$$\Delta E_{\text{στοιχ}} = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) \quad (2.4)$$

όπου T η θερμοκρασία, ενώ $m = \rho A \Delta x$, οπότε η (2.4) γράφεται ως

$$\Delta E_{\text{στοιχ}} = c \rho A \Delta x (T_{t+\Delta t} - T_t), \quad (2.5)$$

όπου ρ η πυκνότητα του σώματος και c η ειδική θερμότητα.

Επιπλέον, με την παραδοχή ότι $\dot{E}_{\text{παραγ}} = \dot{\epsilon}_{\text{παραγ}} V = \dot{\epsilon}_{\text{παραγ}} A \Delta x$, οπότε αντικαθιστώντας στην εξίσωση (2.3) και διαιρώντας με $A \Delta x$ προκύπτει

$$-\frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{A \Delta x} + \dot{\epsilon}_{\text{παραγ}} = \rho c \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \quad (2.6)$$

Θεωρώντας το όριο για $\Delta x \rightarrow 0$ και $\Delta t \rightarrow 0$ και χρησιμοποιώντας τον νόμο του Fourier για μεταβλητή θερμική αγωγιμότητα, προκύπτει

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{\epsilon}_{\text{παραγ}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.7)$$

Η εξίσωση (2.7) περιγράφει μονοδιάστατη μη μόνιμη αγωγή θερμότητας σε μέσον με μεταβλητή θερμική αγωγιμότητα.

Ακολουθώντας παρόμοια συλλογιστική, μπορούμε να πάρουμε την ανάλογη εξίσωση για το διδιάστατο πρόβλημα σε Καρτεσιανές συντεταγμένες:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \dot{\epsilon}_{\text{παραγ}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.8)$$

όπου $k = k(T)$, $T(x, y, t)$.

Στην περίπτωση σταθερού συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας, η (2.8) γράφεται ως

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{\epsilon}_{\text{παραγ}}}{k} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.9)$$

όπου $a = k / \rho c$ η θερμική διαχυτότητα του μέσου. Η (2.9) είναι γνωστή και ως διδιάστατη εξίσωση Fourier-Biot. Εάν έχουμε μόνιμη ροή θερμότητας, η χρονική παράγωγος μηδενίζεται και η εξίσωση (2.9) γίνεται

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{\epsilon}_{\text{παραγ}}}{k} = 0 \quad (2.10)$$

Τέλος, εάν επιπλέον δεν υπάρχει εσωτερική πηγή θερμότητας στο μέσον, δηλαδή $\dot{\epsilon}_{\text{παραγ}} = 0$, η εξίσωση (2.10) απλουστεύεται στην

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad \text{ή} \quad \nabla^2 T = 0 \quad (2.11)$$

που είναι η διδιάστατη εξίσωση Laplace σε Καρτεσιανές συντεταγμένες.

Εάν θεωρούσαμε ροή θερμότητας και προς την τρίτη διεύθυνση (τριδιάστατο πρόβλημα), τότε θα είχαμε την προσθήκη στις εξισώσεις (2.8)–(2.11) και της μερικής παραγωγού της θερμοκρασίας ως προς την μεταβλητή z με τους υπόλοιπους όρους των εξισώσεων να παραμένουν ως έχουν. Εξυπακούεται ότι, στην περίπτωση σωμάτων με γεωμετρία διαφορετική από εκείνη του επίπεδου τοιχώματος, οι Καρτεσιανές συντεταγμένες θα πρέπει να αντικατασταθούν από κατάλληλες καμπυλόγραμμες συντεταγμένες οπότε οι πιο πάνω εξισώσεις θα τροποποιηθούν ανάλογα. Έτσι, για παράδειγμα, η συνδυαστική εξίσωση

$$\frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.12)$$

είναι κατάλληλη για μονοδιάστατη, μη μόνιμη αγωγή θερμότητας με σταθερή θερμική αγωγιμότητα και χωρίς εσωτερική πηγή θερμότητας, όπου r είναι η ακτινική συντεταγμένη, ενώ για $n=0,1,2$ το μέσον είναι επίπεδο τοίχωμα, κύλινδρος, ή σφαίρα, αντίστοιχα [3].

Η εξίσωση για τον ρυθμό ροής θερμότητας με αγωγή (νόμος Fourier) μπορεί επίσης να θεωρηθεί ως η εξίσωση ορισμού για τη θερμική αγωγιμότητα (θεωρούμενη ανεξάρτητη της θερμοκρασίας). Επομένως, η θερμική αγωγιμότητα ενός υλικού μπορεί να οριστεί ως: «ο ρυθμός ροής θερμότητας ανά μονάδα πάχους του υλικού, ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα διαφοράς θερμοκρασίας». Μία μεγάλη τιμή θερμικής αγωγιμότητας υποδηλώνει πως το υλικό αποτελεί καλό αγωγό της θερμότητας, ενώ μια μικρή τιμή αυτού του μεγέθους σημαίνει πως το υλικό είναι κακός αγωγός ή ακόμα και θερμικός μονωτής. Αξίζει να σημειωθεί πως κάποια υλικά όπως π.χ. ο χαλκός, που είναι καλός αγωγός του ηλεκτρισμού, είναι και καλοί αγωγοί της θερμότητας και ειδικά ο χαλκός εμφανίζει υψηλές τιμές θερμικής αγωγιμότητας [4]. Αντίθετα, υλικά όπως π.χ. η πολυουρεθάνη και η άμμος είναι κακοί αγωγοί της θερμότητας και έχουν χαμηλές τιμές συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας.

Η θερμοκρασία, και κατ' επέκταση η θερμότητα, αποτελεί μέτρο της κινητικής ενέργειας των σωματιδίων όπως είναι τα μόρια και τα άτομα μιας ουσίας. Σε ένα υγρό ή αέριο, η κινητική ενέργεια των μορίων οφείλεται στην τυχαία μεταφορική τους κίνηση καθώς και στις ταλαντώσεις και περιστροφικές τους κινήσεις. Όταν δύο μόρια με

διαφορετική κινητική ενέργεια συγκρούονται μεταξύ τους, ένα μέρος της ενέργειας του πιο ενεργητικού μορίου (που διαθέτει την υψηλότερη θερμοκρασία) μεταφέρεται στο λιγότερο ενεργητικό μόριο (στο μόριο με τη χαμηλότερη θερμοκρασία), ακριβώς όπως όταν συγκρούονται δύο ελαστικές σφαίρες με την ίδια μάζα και διαφορετικές ταχύτητες, ένα τμήμα της κινητικής ενέργειας της σφαίρας με τη μεγαλύτερη ταχύτητα, μεταφέρεται στη σφαίρα με τη μικρότερη ταχύτητα. Όσο υψηλότερη είναι η θερμοκρασία, τόσο πιο γρήγορα κινούνται τα μόρια, τόσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός αυτών των συγκρούσεων και τόσο πιο αποτελεσματική είναι η μετάδοση θερμότητας. Με άλλα λόγια, πράγμα που προβλέπει και η κινητική θεωρία των αερίων, για κάποιο συγκεκριμένο αέριο, η θερμική αγωγιμότητα αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας, ενώ για μια σταθερή θερμοκρασία, η θερμική αγωγιμότητα ελαττώνεται με την αύξηση της μοριακής μάζας.

Ο μηχανισμός της αγωγής σε ένα υγρό είναι σύνθετος λόγω του ότι τα μόρια βρίσκονται πιο κοντά το ένα στο άλλο και αλληλεπιδρούν εντονότερα. Οι θερμικές αγωγιμότητες των υγρών συνήθως βρίσκονται ανάμεσα σε εκείνες των στερεών και των αερίων. Η θερμική αγωγιμότητα είναι συνήθως υψηλότερη στη στερεά φάση και χαμηλότερη στην αέρια. Η θερμική αγωγιμότητα των υγρών γενικά δεν επηρεάζεται από την πίεση. Σε αντίθεση με τα αέρια, οι θερμικές αγωγιμότητες των περισσότερων υγρών μειώνονται καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία, με το νερό να αποτελεί μια αξιοσημείωτη εξαίρεση σε αυτόν τον κανόνα.

Στην επόμενη παράγραφο παρουσιάζουμε τον μηχανισμό της αγωγής για την περίπτωση μονοδιάστατης μόνιμης ροής μέσω επίπεδου τοιχώματος. Επισημαίνουμε ότι τα παρακάτω μπορούν να γενικευθούν και για την περίπτωση διδιάστατης μόνιμης μετάδοσης θερμότητας.

2.1.1.1 Ομοιόμορφη αγωγή σε επίπεδο τοίχωμα

Στην περίπτωση όπου έχουμε μόνιμη μονοδιάστατης ροής θερμότητας δια μέσου επίπεδου τοιχώματος, όπου:

- η θερμοκρασιακή βαθμίδα και η ροή θερμότητας παραμένουν χρονικά αμετάβλητες
- η περιοχή μιας εγκάρσιας διατομής κατά μήκος της διαδρομής της ροής θερμότητας (δηλαδή κατά το πάχος L του τοιχώματος) είναι ομοιόμορφη
- η θερμική αγωγιμότητα θεωρείται σταθερή

Ολοκληρώνοντας την (2.1) παίρνουμε:

$$\frac{\dot{Q}}{A} \cdot \int_0^L dx = - \int_{T_1}^{T_2} k \cdot dT \quad (2.13)$$

Τα όρια της ολοκλήρωσης φαίνονται στο Σχήμα 2.1, με ομοιόμορφα κατανεμημένη θερμοκρασία στην αριστερή πλευρά, σταθερή και ίση με $T_{\text{hot}} = T_1$. Η θερμοκρασία στη δεξιά πλευρά είναι και αυτή ομοιόμορφα κατανεμημένη, σταθερή και ίση με $T_{\text{cold}} = T_2$.

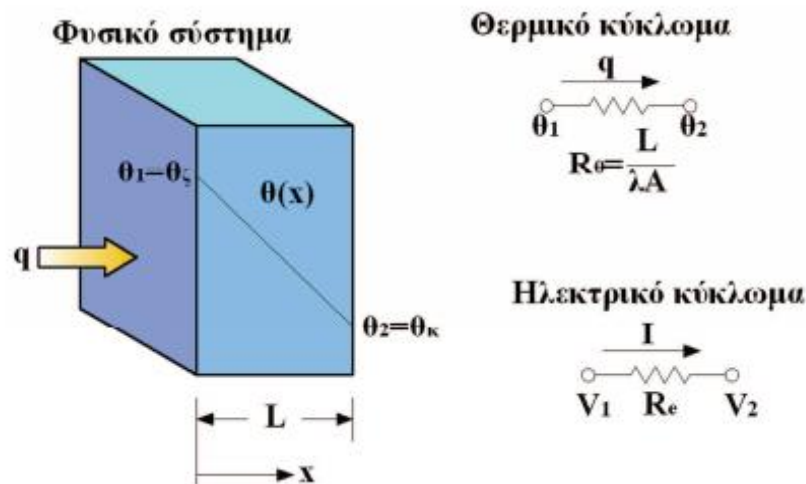
Στην περίπτωση ανεξάρτητης θερμικής αγωγιμότητας k από τη θερμοκρασία T , ολοκληρώνοντας καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση:

$$\dot{Q} = \frac{k \cdot A}{L} \cdot (T_1 - T_2) = \frac{\Delta T}{L/kA} = \frac{\Delta T}{R_\theta} \quad (2.14)$$

Στην 2.14 η ΔT είναι η διαφορά της υψηλής θερμοκρασίας T_{hot} και της χαμηλότερης θερμοκρασίας T_{cold} και επιφέρει τη ροή θερμότητας. Επιπλέον, η ποσότητα $L/(k \cdot A)$ ισοδυναμεί με τη «θερμική αντίσταση» R_θ , που προβάλλει το τοίχωμα προς τη θερμότητα που το διαρρέει:

$$R_\theta = \frac{L}{k \cdot A} [K/W] \quad (2.15)$$

Τα συστήματα ροής θερμότητας και τα συστήματα ηλεκτρικών κυκλωμάτων βρίσκονται σε μια αναλογία. Το Σχήμα 2.2 καταδεικνύει ότι η ροή του ηλεκτρικού ρεύματος I ισούται με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού $V_1 - V_2$ με την ηλεκτρική αντίσταση R_e , ενώ ο ρυθμός της ροής θερμότητας \dot{Q} είναι ίσος με τη διαφορά “δυναμικού” $T_1 - T_2$, διαιρούμενη με τη θερμική αντίσταση R_θ .



Σχήμα 2.3 Κατανομή θερμοκρασίας για αγωγή μέσω επίπεδου τοιχώματος μόνιμης κατάστασης και η αναλογία μεταξύ θερμικών και ηλεκτρικών κυκλωμάτων

Η αναλογία μεταξύ θερμικών και ηλεκτρικών κυκλωμάτων μας βοηθά αρκετά προκειμένου να αναλύσουμε και να κατανοήσουμε καλύτερα ορισμένες, πιθανόν, πιο σύνθετες καταστάσεις. Το αντίστροφο της θερμικής αντίστασης ορίζεται ως «θερμική αγωγιμότητα» K_θ και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$K_{\theta} = \frac{k \cdot A}{L} \quad (2.16)$$

Το πηλίκο $K=k/L$, που δηλώνει την θερμική αγωγιμότητα ανά μονάδα επιφανείας, ονομάζεται «συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας» ή «συντελεστής θερμοδιαφυγής» για επίπεδη στρώση, ενώ το αντίστροφό του $R=L/k$ καλείται «συντελεστής θερμικής αντίστασης» επίπεδης στρώσης. Ο «συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας» K έχει μονάδες $W/m^2 \cdot K$, ενώ ο «συντελεστής θερμικής αντίστασης» R έχει μονάδες $m^2 \cdot K/W$. Με τη θερμική αντίσταση και τη θερμική αγωγιμότητα μπορούμε να αναλύσουμε ευκολότερα τα θερμικά συστήματα ιδιαίτερα όπου υπάρχουν ταυτόχρονοι ποικίλοι τρόποι μετάδοσης της θερμότητας. Ο δείκτης θ υποδηλώνει τον τρόπο μετάδοσης με η αγωγή.

Ο «συντελεστής θερμοπερατότητας ή θερμικής διαπερατότητας» U , μας βοηθά στον υπολογισμό της θερμικής αγωγιμότητας ενός και καθορίζεται ως το αντίστροφο του συντελεστή θερμικής αντίστασης R . Ισχύει λοιπόν:

$$U = \frac{1}{R} \quad (2.17)$$

Οι μονάδες του U είναι επομένως W/m^2K . Η επιλογή του R ή του U για να επιλύσουμε ένα πρόβλημα έχει σχέση με το ποιο είναι πιο ευκολομεταχειρίσιμο, ανάλογα πάντα με τα δεδομένα και τα μεγέθη προς υπολογισμό.

Όπως είπαμε νωρίτερα, όμως, η θεώρηση ότι η θερμική αγωγιμότητα είναι ανεξάρτητη της θερμοκρασίας του μέσου αποτελεί ειδική περίπτωση. Στην πραγματικότητα τα δύο μεγέθη είναι αλληλοεξαρτώμενα. Η σχέση τους όμως δεν τόσο ξεκάθαρη. Διάφορες πειραματικές προσεγγίσεις έχουν εκτιμηθεί. Για τον σκοπό της παρούσης εργασίας προσεγγίσαμε την θερμική αγωγιμότητα με μια γραμμική συνάρτηση της θερμοκρασίας (για συγκεκριμένο εύρος θερμοκρασιών). Αυτή η συνάρτηση είναι η παρακάτω:

$$k = k_0 \cdot (1 + b \cdot T), \quad (2.18)$$

όπου b μια εμπειρική σταθερά και k_0 είναι η τιμή του k σε μια τυπική θερμοκρασία (συνήθως στους $0^\circ C$). Εάν ολοκληρώσουμε τώρα την (2.2) παίρνουμε:

$$\dot{Q} = \frac{k_0}{\delta} \cdot A \cdot \left[(T_1 - T_2) + \frac{b}{2} \cdot (T_1^2 - T_2^2) \right] \quad (2.19)$$

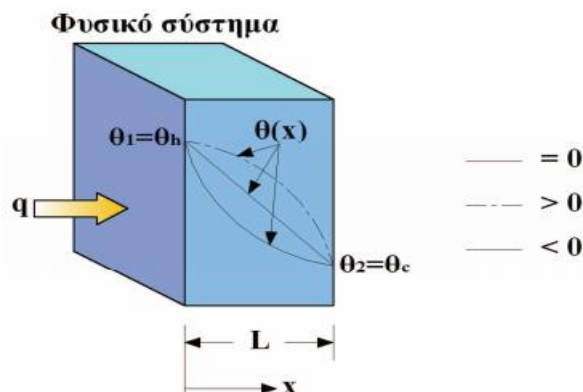
ή ισοδύναμα:

$$\dot{Q} = \frac{k_m}{\delta} \cdot A \cdot (T_1 - T_2) \quad (2.20)$$

όπου k_m είναι η μέση τιμή του k , η οποία αντιστοιχεί σε στη μέση τιμή θερμοκρασίας:

$$T_m = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

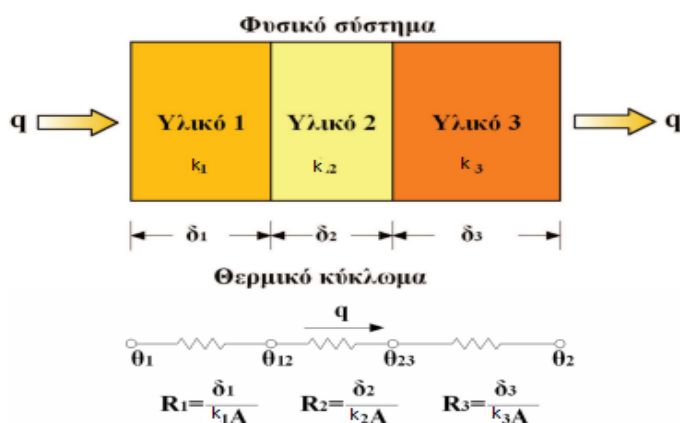
Η κατανομή της θερμοκρασίας για σταθερό k και για θερμικές αγωγιμότητες που αυξάνονται ή μειώνονται με τη θερμοκρασία φαίνεται στο Σχήμα 2.4



Σχήμα 2.4 Κατανομή θερμοκρασίας σε αγωγή μέσω επίπεδου τοιχώματος με σταθερή και με μεταβλητή θερμική αγωγιμότητα (ευθεία και καμπύλες, αντίστοιχα).

2.1.1.2 Αγωγή διά μέσου συνθέτου επιπέδου τοιχώματος με στρώσεις σε σειρά.

Αν η θερμότητα μεταδίδεται μέσω ενός σύνθετου επιπέδου τοιχώματος, που απαρτίζεται από n διαφορετικά υλικά με σταθερούς συντελεστές k_1, k_2, \dots, k_n για κάθε υλικό και τα οποία βρίσκονται σε καλή θερμική επαφή μεταξύ τους, ο ρυθμός ροής θερμότητας \dot{Q} παραμένει ο ίδιος για κάθε στρώση. Ωστόσο, οι θερμοκρασιακές μεταβολές (πτώσεις θερμοκρασίας) είναι διαφορετικές για κάθε υλικό. Για παράδειγμα, εφαρμόζοντας την 2.4 στα διαφορετικά στρώματα ενός σύνθετου επιπέδου τοιχώματος που συντίθεται από 3 στρώσεις (σχήμα 2.4) θα έχουμε:



Σχήμα 2.5 Μετάδοση θερμότητας με αγωγή σε ένα σύνθετο επίπεδο τοίχωμα με 3 στρώσεις διαφορετικών αλλά ομογενών υλικών.

$$\dot{Q} = \frac{k_1 \cdot A}{L_1} \cdot (T_1 - T_2) = \frac{k_2 \cdot A}{L_2} \cdot (T_2 - T_3) = \frac{k_3 \cdot A}{L_3} \cdot (T_3 - T_4) \quad (2.21)$$

όπου T_1, T_2, T_3, T_4 οι θερμοκρασίες στις παρειές των υλικών από αριστερά προς τα δεξιά όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.4

Οι αντίστοιχες θερμοκρασιακές πτώσεις θα είναι:

$$T_1 - T_2 = \frac{Q \cdot L_1}{k_1 \cdot A}, T_2 - T_3 = \frac{Q \cdot L_2}{k_2 \cdot A}, T_3 - T_4 = \frac{Q \cdot L_3}{k_3 \cdot A} \quad (2.22)$$

Προκειμένου να απαλείψουμε τις ενδιάμεσες θερμοκρασίες μπορούμε να αθροίσουμε κατά μέλη τις σχέσεις 2.22 και τότε προκύπτει:

$$T_1 - T_4 = Q \left(\frac{L_1}{k_1 A} + \frac{L_2}{k_2 A} + \frac{L_3}{k_3 A} \right) \quad (2.23)$$

2.1.2 Μετάδοση θερμότητας με συναγωγή

2.1.2.1 Μηχανισμός- Είδη- Νόμος μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή

Μετάδοση θερμότητας με *συναγωγή (convection)* έχουμε όταν μια επιφάνεια ενός ρευστού έρθει σε επαφή με άλλη επιφάνεια άλλου ρευστού διαφορετικής θερμοκρασίας. Η μετάδοση θερμότητας με συναγωγή αφορά κινήσεις σε μακροσκοπική και όχι τόσο σε μικροσκοπική κλίμακα. Γενικά, στην περίπτωση της συναγωγής, η ταχύτητα του ρευστού είναι ανάλογη με το ρυθμό μετάδοσης θερμότητας.

Ο τρόπος μετάδοσης της θερμότητας με συναγωγή αποτελεί στην ουσία επαλληλία δύο μηχανισμών σε ταυτόχρονη λειτουργία. Ο πρώτος αφορά τη μεταφορά ενέργειας λόγω αγωγής όπως είδαμε παραπάνω. Σε αυτή την υφιστάμενη κατάσταση προστίθεται και η μεταφορά ενέργειας ως αποτέλεσμα της μακροσκοπική κίνηση των τμημάτων μάζας του ρευστού. Η κίνηση του ρευστού με τη σειρά της, προκύπτει από τη μετακίνηση τμημάτων της μάζας του ρευστού, που το καθένα είναι σύνολο πολλών μορίων και βρίσκεται σε κίνηση χάριν μιας εξωτερικής δύναμης. Αυτή η εξωτερική δύναμη που μπορεί να είναι προϊόν των μεταβολών στην πυκνότητα, οφειλόμενες με τη σειρά τους κατά κύριο λόγο σε διακυμάνσεις των θερμοκρασιών (φυσική συναγωγή), είτε σε μεταβολές των πιέσεων, δημιουργούμενες π.χ. από τη λειτουργία μιας αντλίας, ενός ανεμιστήρα ή και από την ύπαρξη ανέμου (εξαναγκασμένη συναγωγή) ή πιθανόν συνδυαστικά και από τα δύο.

Διαφαίνονται επομένως δύο μορφές συναγωγής: η «φυσική ή ελεύθερη» συναγωγή και η «εξαναγκασμένη». Η ελεύθερη συναγωγή είναι συνέπεια των διακυμάνσεων της πυκνότητας που συντελούνται στο ρευστό ως αποτέλεσμα της επαφής του με μια επιφάνεια από την οποία λαμβάνει ή στην οποία μεταδίδει θερμότητα. Μια μορφή φυσικής συναγωγής αποτελεί η ήπια κυκλοφορία του αέρα εντός ενός δωματίου η οποία οφείλεται

στην ύπαρξη ενός παραθύρου ή τοίχου που θερμαίνεται ως αποτέλεσμα της ηλιακής ακτινοβολίας. Η άνωση αποτελεί την πρωταρχική αιτία για τη φυσική συναγωγή. Παραδείγματος χάριν, θερμότητα μεταδίδεται στον αέρα του εσωτερικού των κτιρίων με φυσική συναγωγή από την τοιχοποιία και τα σοβάτεπί.

Η εξαναγκασμένη συναγωγή είναι το αποτέλεσμα της δράσης μιας εξωτερικής δύναμης (με εξαίρεση αυτής της βαρύτητας) μεταφέρει το ρευστό άνωθεν μίας θερμότερης ή ψυχρότερης επιφάνειας. Κατά την εξαναγκασμένη συναγωγή είναι σύνηθες να συναντάμε μεγαλύτερες ταχύτητες του ρευστού, αλλά ακόμα και μεγαλύτερο ρυθμό μετάδοσης θερμότητας, σε σχέση με την φυσική συναγωγή. Όπως είναι προφανές, ενώ, η εξαναγκασμένη συναγωγή οδηγεί στην πιο αποδοτική μετάδοση της θερμότητας σε σύγκριση με την φυσική συναγωγή, σε αυτή την περίπτωση έχουμε ως άμεση συνέπεια την αύξηση στην κατανάλωση μηχανικής ενέργειας.

Αν και η συναγωγή αποτελεί τον πιο κοινό τρόπο μετάδοσης θερμότητας στα κτίρια, μια ακριβής μαθηματική ερμηνεία του φυσικού προβλήματος αποδεικνύεται πολύπλοκη. Παρ' όλα αυτά, ο νόμος του Νεύτωνα περί ψύξης, είναι μια απλουστευμένη προσέγγιση, χρήσιμη τόσο στην την περίπτωση της ελεύθερης συναγωγής όσο και της εξαναγκασμένης. Απλουστευμένα, ο παραπάνω νόμος εξηγεί ότι ο ρυθμός μετάδοσης θερμότητας με τον μηχανισμό της συναγωγής είναι ανάλογος προς τη διαφορά θερμοκρασίας και το εμβαδόν της επιφάνειας δια μέσου της οποίας μεταδίδεται η θερμότητα. Η σχέση με την οποία εκφράζεται ο νόμος του Νεύτωνα είναι:

$$\dot{Q} = h_c \cdot A \cdot (T_s - T_f) \quad (2.14)$$

ή/ και:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = h_c \cdot (T_s - T_f) \quad (2.15)$$

όπου:

\dot{Q} : θερμική ισχύς ή θερμοροή λόγω συναγωγής (W)

h_c : συντελεστής συναγωγής (W/m²K)

A : το εμβαδόν της επιφάνειας συναγωγής (m²)

T_s : θερμοκρασία της επιφάνειας συναγωγής

T_f : θερμοκρασία του ρευστού αρκετά μακριά από την επιφάνεια συναγωγής

$T_s - T_f$: θερμοκρασιακή διαφορά συναγωγής

Ο συντελεστής συναγωγής h_c περιγράφει συγκεντρωτικά το φυσικό πρόβλημα της μετάδοσης θερμότητας μεταξύ ενός ρευστού και κάποιας επιφάνειας με την οποία αυτό βρίσκεται σε επαφή. Οι τιμές του h_c

διαφοροποιούνται στα διάφορα σημεία της επιφάνειας, εξαρτώμενες από τη γεωμετρία της επιφάνειας, από το είδος (στρωτή ή τυρβώδης) και την ταχύτητα της ροής, αλλά και από τις φυσικές ιδιότητες του ρευστού (πίεση, θερμοκρασία, ιξώδες κλπ.).

Όσον αφορά τα κτίρια, το ρευστό για το οποίο γίνεται λόγος είναι ο αέρας (σε ατμοσφαιρική πίεση) στο εσωτερικό των χώρων και στο περιβάλλον. Στα κτίρια το πλήθος των επιφανειών που συναντάμε είναι είτε οριζόντιες, είτε κατακόρυφες και ως εκ τούτου ο συντελεστής h_c θα εξαρτάται από τα παρακάτω:

1. Ταχύτητα του αέρα

Όταν μάζα αέρα που βρίσκεται σε θερμοκρασία T_a , έρθει σε επαφή με κάποια επιφάνεια του κτιρίου η οποία έχει θερμοκρασία T_e , όπου $T_e < T_a$, θα ψυχθεί, με αποτέλεσμα η αρχική θερμοκρασία T_a να προσεγγίζει την θερμοκρασία της επιφάνειας. Η παραπάνω διαδικασία οδηγεί σε ανταλλαγή θερμότητας, η οποία είναι ανάλογη της διαφοράς της θερμοκρασίας μεταξύ του αέρα και της επιφάνειας. Μετά την ψύξη της, η πρώτη μάζα αέρα αντικαθίσταται από άλλη θερμότερη. Με την αύξηση της της ταχύτητας του αέρα, αντίστοιχα αυξάνεται και η ταχύτητα με την οποία συντελούνται οι παραπάνω ανταλλαγές, αλλά και το πλήθος αυτών. Η ταχύτητα του αέρα είναι σημαντικός παράγοντας στην μετάδοση θερμότητας με συναγωγή στις εξωτερικές επιφάνειες των κτιρίων.

Επίσης, όπως είναι γνωστό, η κίνηση του αέρα μπορεί να είναι και αποτέλεσμα μόνο της ψύξης του (ή της θέρμανσης αν $T_e > T_a$). Γνωρίζοντας ότι το βάρος του ψυχρού αέρα είναι μεγαλύτερο από αυτό του θερμού, παρατηρούμε μια καθοδική ή ανοδική κίνηση των σωματιδίων που οδηγεί σε μια φυσική (ή ελεύθερη) κυκλοφορία του αέρα, η οποία αποτελεί και τον βασικό τρόπο μετάδοσης θερμότητας στο εσωτερικό των κτιρίων.

Σίγουρα οι μετακινήσεις μαζών του αέρα μπορεί να είναι και συνέπεια άλλων αιτιών όπως αερισμός των χώρων, η ύπαρξη χαραμιάδων, ο αριθμός των ανοιγμάτων, η συχνή μετακίνηση των ατόμων στο χώρο κ.α..

2. Κατεύθυνση της ροής θερμότητας και προσανατολισμός της επιφάνειας

Στην περίπτωση που έχουμε μια οριζόντια επιφάνεια και το θερμό στοιχείο είναι πάνω από ψυχρό, όπως για παράδειγμα δάπεδο άνωθεν υπογείου μη θερμαινόμενου χώρου την χειμερινή περίοδο ή να υπάρχει θερμαινόμενη οροφή, τότε η μετάδοση θερμότητας με συναγωγή είναι μικρή.

Έτσι, σε περίπτωση ψυχρού δαπέδου, ο αέρας ψυχόμενος από την επαφή με αυτό (ροή θερμότητας προς τα κάτω) γίνεται «βαρύτερος» και εξακολουθεί να μένει «ακίνητοποιημένος» στο δάπεδο. Εάν υπάρχει οροφή που θερμαίνεται (ροή θερμότητας προς τα πάνω), ο αέρας θερμαινόμενος γίνεται πιο ελαφρύς και «ακίνητοποιείται» προς αυτήν.

Όταν τώρα το θερμό στοιχείο είναι κάτωθεν του ψυχρού, όπως π.χ. σε θερμαινόμενο δάπεδο και έχουμε ως αποτέλεσμα την θερμότητα να κινηθεί προς τα πάνω, τότε η μετάδοση θερμότητας είναι έντονη. Ομοίως, όταν η οροφή είναι σε χώρο που θερμαίνεται, ο θερμός αέρας μετά την επαφή του με την χαμηλότερης θερμοκρασίας οροφή «βαραίνει», με αποτέλεσμα να κινηθεί προς το έδαφος. Η παραπάνω αντικατάσταση προκαλεί μια έντονη κίνηση του αέρα, που σημαίνει εντονότερη συναγωγή.

Στην περίπτωση των κατακόρυφων επιφανειών, η κατεύθυνση της ροής θερμότητας δεν αποτελεί καταλυτικό παράγοντα στον υπολογισμό του συντελεστή h_c , ενώ η μεταβολή του συντελεστή συναρτίζεται της ταχύτητας του αέρα προσεγγίζεται με τη χρήση σχετικών διαγραμμάτων.

Με τον ίδιο τρόπο που ορίσαμε τους συντελεστές θερμικής αντίστασης (R) και θερμικής αντίστασης (R_θ) στην περίπτωση της αγωγής, μπορούμε να ορίσουμε και τους αντίστοιχους συντελεστές για την περίπτωση της συναγωγής.

Έτσι η 2.15 γράφεται ως:

$$Q = h_c \cdot A \cdot (T_s - T_f) = \frac{(T_s - T_f)}{1/h_c \cdot A} = \frac{\Delta T}{R_{cT}} \quad (2.16)$$

από την οποία συμπαιρνούμε ότι η αντίσταση συναγωγής R_{cT} ισούται με :

$$R_{cT} = \frac{1}{h_c \cdot A} \quad (2.17)$$

με μονάδες K/W , ενώ για τον συντελεστή αντίστασης συναγωγής R_c έχουμε:

$$R_c = \frac{1}{h_c} \quad (2.18)$$

με μονάδες m^2K/W .

Ο υπολογισμός του συντελεστή h_c αποτελεί αντικείμενο ενασχόλησης και μελέτης αρκετών εγχειρίδιων μετάδοσης θερμότητας, στα οποία αναφέρονται διάφορες «εμπειρικές» σχέσεις που δεν είναι κάτι άλλο παρά αποτέλεσμα συνδυασμού πειραματικών δεδομένων και ενός πλήθους αναλυτικών υπολογισμών. Αξίζει να αναφέρουμε ότι σε όλες αυτές τις σχέσεις γίνεται χρήση γνωστών αδιάστατων αριθμών, όπως ο αριθμός Reynolds στην περίπτωση της εξαναγκασμένης συναγωγής ή οι αριθμοί Grashof για την φυσική συναγωγή, καθώς επίσης και οι αριθμοί των Prandtl και Nusselt.

2.1.3 Μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία

2.1.3.1 Γενικά – Ορισμοί

Η μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία είναι ενδεχομένως ο σημαντικότερος μηχανισμός μετάδοσης θερμότητας για τον πολιτικό μηχανικό, καθώς είναι ο βασικότερος τρόπος μετάδοσης θερμότητας μεταξύ του κτιρίου και του περιβάλλοντος. Η ηλιακή ακτινοβολία είναι επίσης σημαντική για την ανάλυση της θερμικής συμπεριφοράς και των δύο όψεων του κτιρίου (εσωτερικής και εξωτερικής). Σ' αυτό το σημείο θα δούμε τις βασικές αρχές μετάδοσης θερμότητας με ακτινοβολία, με έμφαση στις κτιριακές εφαρμογές, αλλά και εν μέρει στον Ελληνικό κανονισμό που ασχολείται με τη θερμική μελέτη και ασφάλιση των κατασκευών.

Εντοπίζουμε τρία σημεία τα οποία καθιστούν την ακτινοβολία αρκετά διαφορετική και από την αγωγή, αλλά και από την συναγωγή. Κατ' αρχάς, για να πραγματοποιηθεί μετάδοση θερμότητας με ακτινοβολία απαιτείται η ύπαρξη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, και γι' αυτό υπάρχει μια εξάρτηση από το μήκος κύματος. Δεύτερον, στην περίπτωση της ακτινοβολίας, ορισμένες λεπτομέρειες που εντοπίζονται σε μικροσκοπική κλίμακα των επιφανειών, όπως για παράδειγμα το χρώμα, φαίνονται να παίζουν τεράστιο στον καθορισμό του ρυθμού μετάδοσης της θερμότητας. Τέλος, σε αντίθεση με τους προηγούμενους μηχανισμούς, η ακτινοβολία δεν μπορεί να προσεγγιστεί από κάποια γραμμική συνάρτηση της θερμοκρασίας.

Επειδή η ακτινοβολία μεταδίδεται από ηλεκτρομαγνητικά κύματα θα χαρακτηρίζεται και από τις ιδιότητες και τα μεγέθη που περιγράφουν ένα κύμα όπως:

- μήκος κύματος λ
- συχνότητα ν .

Επίσης για τη θερμική ακτινοβολία ισχύει ότι:

- μεταδίδεται ευθύγραμμα
- ανακλάται, διαθλάται και περιθλάται
- εξασθενίζει με την απόσταση (αντιστρόφως ανάλογη προς την απόσταση πηγή – δέκτη)
- μεταδίδεται με την ταχύτητα του φωτός, δηλαδή ισχύει $c = \lambda \cdot \nu$, όπου λ το μήκος κύματος σε m και ν η συχνότητα της ακτινοβολίας σε Hz)

Τέλος πρέπει να γίνει σαφές ότι κάθε σώμα, εφόσον βρίσκεται σε θερμοκρασία μεγαλύτερη από 0K, εκπέμπει θερμική ακτινοβολία, είναι δηλαδή σώμα-πηγή. Ταυτόχρονα μπορεί να δέχεται και θερμική ακτινοβολία από άλλα σώματα γύρω του, να είναι δηλαδή και σώμα-δέκτης. Στην πραγματικότητα, η ολική ακτινοβολία που εκπέμπεται από μια επιφάνεια είναι το σύνολο των επιμέρους ακτινοβολιών που εκπέμπονται σε όλα τα μήκη κύματος του φάσματος. Έτσι μπορούμε να δώσουμε τους ακόλουθους ορισμούς[5].

α) Ορισμοί

Ισχύς εκπομπής είναι η θερμική ενέργεια που εκπέμπεται από κάποια επιφάνεια ανά μονάδα χρόνου και εμβαδού. Η συνολική (ημισφαιρική) ισχύς εκπομπής E (σε W/m^2) μιας επιφάνειας αναφέρεται στο σύνολο της εκπεμπόμενης ενέργειας προς όλες τις κατευθύνσεις και σε όλα τα μήκη κύματος. Η μονοχρωματική ισχύς εκπομπής E_λ (ημισφαιρική επίσης, αγνοώντας δηλαδή διαφοροποιήσεις ως προς τη διεύθυνση εκπομπής), είναι η ισχύς εκπομπής σε ένα συγκεκριμένο μήκος κύματος λ . Οπότε προφανώς ισχύει:

$$E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda \quad (2.19)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι η ισχύς εκπομπής E αναφέρεται μόνο σε πρωτογενή εκπομπή και δεν περιλαμβάνει φαινόμενα ανάκλασης κλπ. Συνολική προσπίπτουσα ισχύς G (σε W/m^2) είναι η συνολική θερμική ακτινοβολία που προσπίπτει σε μια επιφάνεια από όλες τις διευθύνσεις (ανά μονάδα χρόνου και εμβαδού). Αντίστοιχα ορίζεται η μονοχρωματική συνολική προσπίπτουσα ισχύς G_λ (σε W/m^2) και ισχύει επίσης:

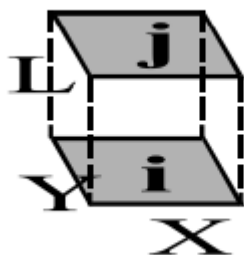
$$G = \int_0^\infty G_\lambda d\lambda \quad (2.20)$$

Συνολική ακτινοβολούμενη ισχύς J (σε W/m^2) είναι η συνολική θερμική ενέργεια που εγκαταλείπει μια επιφάνεια (ανά μονάδα χρόνου και εμβαδού), συμπεριλαμβάνει δηλαδή τόσο την εκπεμπόμενη, όσο και την ανακλώμενη ενέργεια. Αντίστοιχα ορίζεται η μονοχρωματική συνολική ακτινοβολούμενη ισχύς J_λ και επομένως ισχύει:

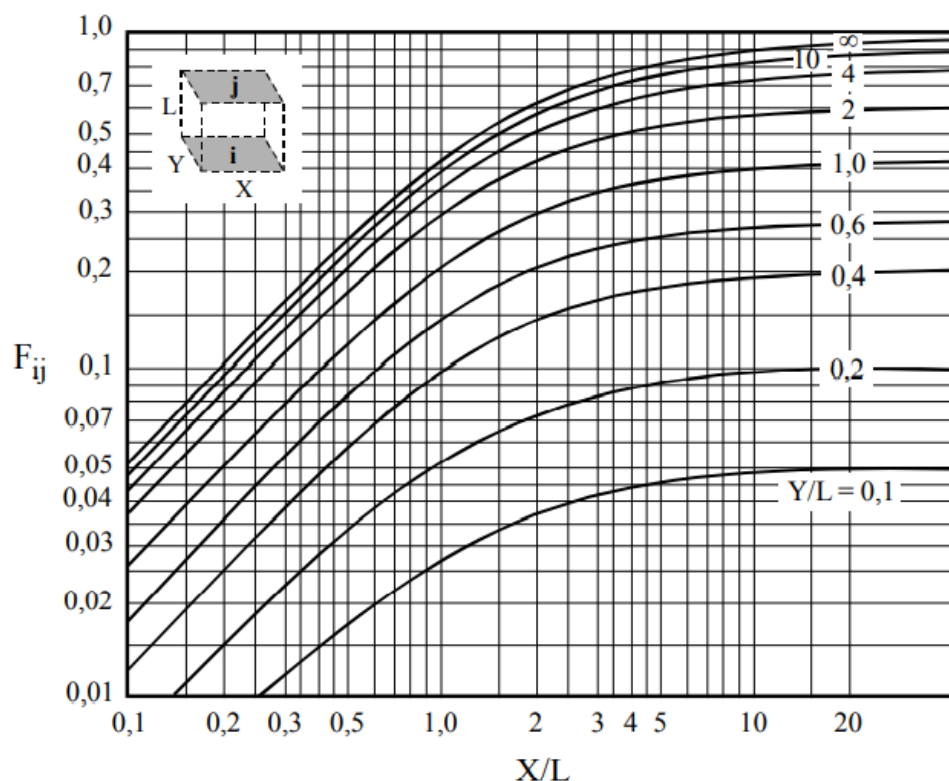
$$J = \int_0^\infty J_\lambda d\lambda \quad (2.21)$$

Με τον όρο «ημισφαιρική» εννοούμε ότι η ενέργεια ακτινοβολείται στον ημιχώρο πάνω από την εξεταζόμενη επιφάνεια.

Συντελεστής θέας F_{ij} μιας επιφάνειας j από μια επιφάνεια i είναι το ποσοστό της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από την επιφάνεια i και συναντά την επιφάνεια j . Ο συντελεστής θέας αποτελεί σημαντικό μέγεθος στην κατανόηση της μετάδοσης θερμότητας και θα χρησιμοποιηθεί και παρακάτω όταν δούμε τον τρόπο με τον οποίο το λογισμικό μας θα πραγματοποιήσει την επίλυση του διδιάστατου προβλήματος. Δίνοντας εδώ μια γρήγορη παρουσίαση του μεγέθους, μπορούμε να ορίσουμε τον συντελεστή θέας F_{ij} κάνοντας χρήση ενός ορθογωνίου παραλληλόγραμμου, όπως στο Σχήμα 2.6



Σχήμα 2.6 Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο



Σχήμα 2.7 Συντελεστής θέας για ευθυγραμμισμένα παράλληλα ορθογώνια [6]

Τότε ο συντελεστής μπορεί να οριστεί από τη σχέση:

$$F_{ij} = \frac{2}{\pi \bar{X} \bar{Y}} \left\{ \ln \left[\frac{(1 + \bar{X}^2)(1 + \bar{Y}^2)}{1 + \bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \right]^{1/2} + \bar{X}(1 + \bar{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{X}}{(1 + \bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}(1 + \bar{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{Y}}{(1 + \bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X} \tan^{-1} \bar{X} - \bar{Y} \tan^{-1} \bar{Y} \right\}$$

$$\text{όπου } \bar{X} = \frac{X}{L}, \bar{Y} = \frac{Y}{L}.$$

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται οι τιμές του συντελεστή θέας για διαφορετικά ορθογώνια παραλληλόγραμμα της παραπάνω περίπτωσης:

Για τον συντελεστή θέας ισχύουν δύο γενικοί κανόνες:

α) Ο κανόνας της υπέρθεσης: «Ο συντελεστής θέας από μια επιφάνεια i προς μια επιφάνεια j η οποία διαιρείται σε n τμήματα είναι ίσος

με το άθροισμα των συντελεστών θέας από την επιφάνεια i προς τα n τμήματα της επιφάνειας j ». Το αντίστροφο δεν ισχύει. Είναι δηλαδή:

$$F_{ij} = \sum_{k=1}^n F_{ik}$$

β) Ο κανόνας της συμμετρίας: «Δύο, ή περισσότερες επιφάνειες που είναι σε συμμετρικές θέσεις ως προς τρίτη επιφάνεια, έχουν ίδιους συντελεστές θέας από την τρίτη αυτή επιφάνεια». Αν δηλαδή οι επιφάνειες j και k είναι συμμετρικές ως προς την επιφάνεια i , τότε $F_{ij}=F_{ik}$. Από τη σχέση αμοιβαιότητας¹ προκύπτει ότι $F_{ji}=F_{ki}$.

β. Ιδιότητες επιφανειών

Αν θεωρήσουμε ότι σε μια (συννοριακή) επιφάνεια στερεού ή υγρού υλικού, προσπίπτει μια ποσότητα θερμικής ακτινοβολίας G , από την οποία ένα μέρος της θα ανακλάται (G_p), ένα μέρος της θα απορροφάται (G_a) και το υπόλοιπο θα διαπερνά το υλικό (G_t), μπορούμε να ορίσουμε τα παρακάτω μεγέθη:

Ο συντελεστής ανάκλασης ορίζεται ως το ποσοστό ακτινοβολίας το οποίο ανακλάται από την επιφάνεια σε όλα τα μήκη κύματος και για όλες τις διευθύνσεις (ανακλαστικότητα – reflectivity):

$$\rho = G_p / G$$

Ο συντελεστής απορρόφησης ορίζεται ως το ποσοστό ακτινοβολίας που απορροφάται από την επιφάνεια σε όλα τα μήκη κύματος και για όλες τις διευθύνσεις (απορροφητικότητα – absorptivity):

$$\alpha = G_a / G$$

Ο συντελεστής διαπερατότητας ορίζεται ως το ποσοστό ακτινοβολίας που διαπερνά τελικά την επιφάνεια σε όλα τα μήκη κύματος και για όλες τις διευθύνσεις (διαπερατότητα – transmissivity):

$$\tau = G_t / G$$

Κατ' αναλογία με τα παραπάνω, εάν η ακτινοβολία αφορά ένα συγκεκριμένο μήκος κύματος, θα έχουμε:

Ο μονοχρωματικός συντελεστής ανάκλασης είναι το ποσοστό ακτινοβολίας που ανακλάται από την επιφάνεια για το συγκεκριμένο μήκος κύματος:

$$\rho_\lambda = G_{p\lambda} / G$$

Ο μονοχρωματικός συντελεστής απορρόφησης είναι το ποσοστό ακτινοβολίας που απορροφάται από την επιφάνεια για το συγκεκριμένο μήκος κύματος:

$$\rho_a = G_{a\lambda} / G$$

¹ Η σχέση αμοιβαιότητας είναι $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$

Ο μονοχρωματικός συντελεστής διαπερατότητας είναι το ποσοστό ακτινοβολίας που διαπερνά τελικά την επιφάνεια για το συγκεκριμένο μήκος κύματος:

$$\rho_{\tau} = G_{\tau\lambda} / G$$

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας μας οδηγεί στο συμπέρασμα πως το άθροισμα των τριών παραπάνω μεγεθών πρέπει να ισούται με τη μονάδα:

$$\rho + \alpha + \tau = 1. \quad (2.22)$$

Το ίδιο ισχύει και για τους μονοχρωματικούς συντελεστές:

$$\rho_{\lambda} + \alpha_{\lambda} + \tau_{\lambda} = 1. \quad (2.23)$$

Παρατηρήσεις:

- Γνωρίζοντας τις δύο από τις παραπάνω ιδιότητες, η τρίτη μπορεί πάντα να υπολογιστεί.

- Για αδιαφανείς επιφάνειες ($\tau = 0$) ισχύει $\rho + \alpha = 1$.

Σε αυτή την περίπτωση μας ενδιαφέρει η ενέργεια αποπομπής J . Ως ενέργεια αποπομπής ορίζεται η ενέργεια που ακτινοβολεί μια επιφάνεια ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας και θα είναι το άθροισμα της ακτινοβολίας που εκπέμπει η επιφάνεια και της ακτινοβολίας που ανακλά.

$$J = E + \rho G = E + (1 - \alpha) G \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (2.24)$$

όπου G είναι η ποσότητα της θερμικής ακτινοβολίας και E είναι η ισχύς της εκπομπής.

- Για θερμικά διαφανή υλικά (π.χ. αέρα) έχουμε $\tau \approx 1$, $\alpha \approx \rho \approx 0$.

- Οι τιμές των ρ , α και τ εξαρτώνται από τη θερμοκρασία και τις φασματικές ιδιότητες της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Για τις εφαρμογές του πολιτικού μηχανικού όμως μπορούν να θεωρηθούν ως σταθερές.

2.1.3.2 Το φάσμα της θερμικής ακτινοβολίας και ο νόμος Stefan-Boltzmann

Μέλαν σώμα ή επιφάνεια είναι ένα ιδανικό σώμα ή επιφάνεια, που απορροφά όλη την προσπίπτουσα ακτινοβολία και σε όλα τα μήκη κύματος, ισχύει δηλαδή:

$$\alpha_{\lambda} = \alpha = 1 \text{ ή } \rho_{\lambda} = \rho = 0 \text{ και } \tau_{\lambda} = \tau = 0 \quad (2.25)$$

Το μέλαν σώμα εκπέμπει αποκλειστικά πρωτογενή ενέργεια E_b που εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία. Ο θεμελιώδης φυσικός νόμος που περιγράφει την εκπομπή θερμικής ακτινοβολίας είναι ο νόμος των Stefan-Boltzmann. Ο νόμος εξηγεί ότι η θερμική ροή που εκπέμπεται από μέλαν σώμα είναι ανάλογη προς την τέταρτη δύναμη της απόλυτης θερμοκρασίας (σε βαθμούς Kelvin (K)). Η σταθερά της αναλογίας, που

συμβολίζεται με σ , ονομάζεται σταθερά Stefan-Boltzmann. Ο νόμος εκφράζεται μαθηματικά με την παρακάτω σχέση:

$$E_b = \sigma T^4 \quad (2.26)$$

Ο όρος E_b (σε W/m^2) ονομάζεται «ολική εκπεμπόμενη ισχύς» (emissive power) μέλανος σώματος και είναι η ολική, σε όλα τα μήκη κύματος, θερμική ισχύς που εκπέμπεται με ακτινοβολία από ένα ιδανικό μέλαν σώμα ανά μονάδα επιφανείας του. Η τιμή της σταθεράς Stefan-Boltzmann σε μονάδες SI είναι $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/(m^2 K^4)$. Στην ανωτέρω σχέση, T είναι η απόλυτη θερμοκρασία του σώματος σε βαθμούς Kelvin (K). Η ανωτέρω σχέση μπορεί να γραφεί στην ακόλουθη απλοποιημένη μορφή:

$$E_b = \sigma T^4 = 5,67 (T/100)^4, \quad (2.27)$$

Στη μονοχρωματική εκπεμπόμενη ακτινοβολία μέλανος σώματος σε μήκος κύματος λ αναφέρεται και ο νόμος ακτινοβολίας του Planck

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)}, \quad (2.28)$$

όπου:

$E_{b\lambda}$: μονοχρωματική εκπεμπόμενη ισχύς μέλανος σώματος στο μήκος κύματος λ (σε $W/m^2 \cdot \mu m$)

C_1 : σταθερά ίση με $3,7413 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \mu m^4/m^2$

C_2 : σταθερά ίση με $1,4388 \cdot 10^4 \text{ } \mu m \cdot K$

T : η απόλυτη θερμοκρασία σε βαθμούς K.

Με ολοκλήρωση σε όλο το φάσμα συχνοτήτων προκύπτει:

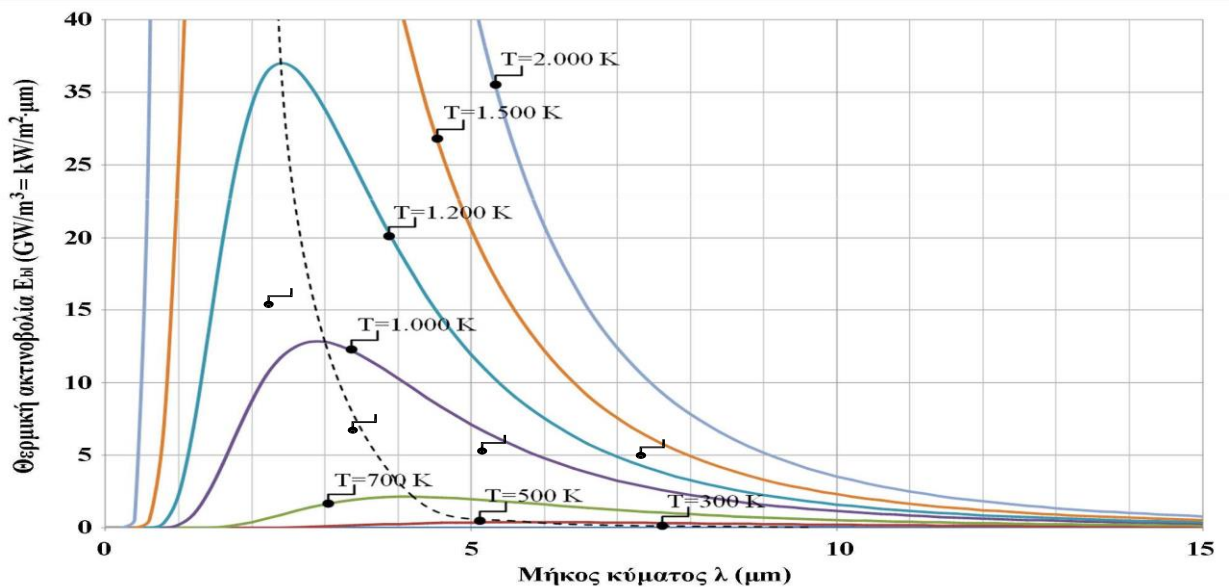
$$E_b = \int_0^\infty E_{b\lambda} d\lambda \quad (2.29)$$

ενώ για τον συντελεστή σ προκύπτει ότι:

$$\sigma = (\pi/C_2) C_1/15 = 5,67 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4 \quad (2.30)$$

Τέλος, ο νόμος μετατόπισης του Wien μας δίνει το μήκος κύματος λ_{\max} στο οποίο γίνεται μέγιστη η μονοχρωματική φασματική ισχύς μέλανος σώματος:

$$\lambda_{\max} T = 2.898 \text{ (σε } \mu m \cdot K) \quad (2.31)$$



Σχήμα 2.8 Φασματική κατανομή ακτινοβολίας μέλανος σώματος

Στο σχήμα 2.8 φαίνεται ένα παράδειγμα από το φάσμα κατανομής της θερμικής ακτινοβολίας για διάφορα μήκη κύματος για ένα μέλαν σώμα και για διάφορες θερμοκρασίες (300K, 500K, 1000K, 1200K και 1500K). Παρατηρείται ότι υπάρχει μια διακριτή κορυφή στην κατανομή αυτή για κάθε θερμοκρασία αναφοράς. Στο σχήμα αυτό η κορυφή που εντοπίζεται για τη θερμοκρασία π.χ. των 1000K, με βάση τον παραπάνω νόμο του Wien προκύπτει για μήκος κύματος:

$$\lambda_{\max} = 2898/1000 = 2,898 \mu\text{m}$$

τιμή που διαπιστώνεται και από την αντίστοιχη καμπύλη.

Τέλος, τα υλικά τα οποία χρησιμοποιούνται στις συνήθεις κτιριακές εφαρμογές και στις θερμοκρασίες που τα συναντούμε, εκπέμπουν ακτινοβολίες σε μήκη κύματος που κυμαίνονται από 0,1μm έως και πάνω από 100μm.

2.1.3.3 Φαινό σώμα

Οι πραγματικές επιφάνειες εκπέμπουν λιγότερη ακτινοβολία από το ιδανικό μέλαν σώμα. Αν η ημισφαιρική μονοχρωματική ισχύς εκπομπής μιας μη μελανής επιφάνειας θερμοκρασίας T και για μήκος κύματος λ είναι E_λ , ορίζεται ο ημισφαιρικός μονοχρωματικός συντελεστής εκπομπής ε_λ ως:

$$\varepsilon_\lambda = E_\lambda / E_{b\lambda} \quad (2.32)$$

όπου E_λ η ημισφαιρική μονοχρωματική ισχύς εκπομπής του μη μέλανος σώματος και $E_{b\lambda}$ η ημισφαιρική μονοχρωματική ισχύς εκπομπής ενός μέλανος σώματος στην ίδια θερμοκρασία T και για το ίδιο μήκος κύματος λ . Ο συντελεστής ε_λ για μια επιφάνεια είναι γενικά συνάρτηση του μήκους κύματος και της θερμοκρασίας της επιφάνειας. Η εξάρτησή του όμως από τη θερμοκρασία είναι ασθενέστερη και συχνά αγνοείται. Αντίστοιχα ορίζεται ο (ημισφαιρικός) συντελεστής ολικής εκπομπής ε

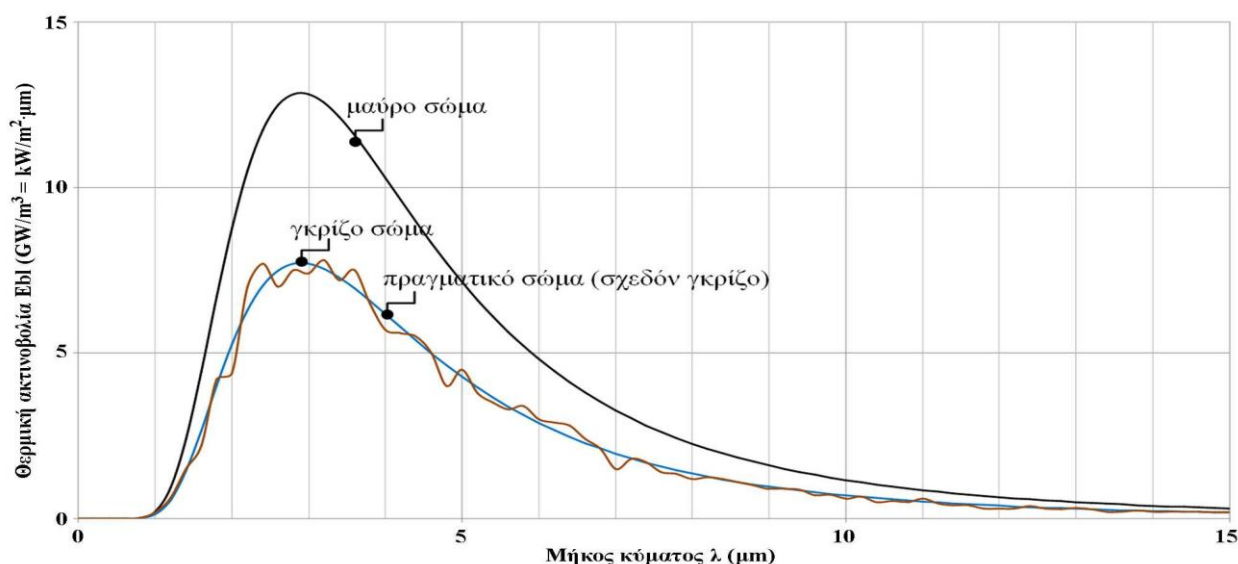
ως ο λόγος της συνολικής (δηλαδή για όλα τα μήκη κύματος λ) πραγματικής εκπεμπόμενης ισχύος E σε μια ημισφαιρική και ομοιόμορφη προς όλες τις κατευθύνσεις εκπομπή, προς την εκπεμπόμενη ισχύ E_b από ένα μέλαν σώμα στην ίδια θερμοκρασία και για όλα τα μήκη κύματος:

$$\varepsilon = E / E_b \quad (2.33)$$

Ως φαιά (μη μελανή) ή γκρίζα επιφάνεια ορίζεται μια επιφάνεια, της οποίας το φάσμα ακτινοβολίας είναι συνεχές, εκπέμπει ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις και ο μονοχρωματικός συντελεστής εκπομπής είναι ανεξάρτητος από το μήκος κύματος. Επομένως θα ισχύει:

$$\varepsilon_\lambda = \varepsilon \quad (2.34)$$

Στο σχήμα 2.8 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα από το φάσμα κατανομής της θερμικής ακτινοβολίας, για διάφορα μήκη κύματος, για ένα μέλαν σώμα (μαύρο), ένα φαιό (γκρίζο) και ένα μη φαιό (πραγματικό) σώμα και για την ίδια θερμοκρασία. Οι διαφορές ανάμεσα στις κατανομές της θερμικής ακτινοβολίας είναι εμφανείς.



Σχήμα 2.9: Φασματική κατανομή της θερμικής ακτινοβολίας για μέλαν (μαύρο), φαιό (γκρίζο) και σχεδόν φαιό (πραγματικό) σώμα στην ίδια θερμοκρασία αναφοράς.

Τέλος, ο νόμος της ακτινοβολίας του Kirchhoff [7], αναφέρει ότι οι συντελεστές ολικής απορροφητικότητας και ολικής εκπομπής είναι ίσοι για ομοιόμορφη προς όλες τις κατευθύνσεις εκπομπή/απορρόφηση και για ορισμένη (ίδια) θερμοκρασία:

$$\varepsilon = \alpha \quad (2.35)$$

Αν ο συντελεστής εκπομπής ε , και κατ' επέκταση και ο συντελεστής α , θεωρηθούν ανεξάρτητοι της θερμοκρασίας, τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί γενικά ο νόμος του Kirchhoff $\varepsilon = \alpha$.

Συνεπώς, σε συνδυασμό και με τον νόμο του Kirchhoff, η συνολική ισχύς εκπομπής μιας μη μελανής (φαιάς) επιφάνειας είναι

$$E_b = \varepsilon \sigma T^4 = 5,67 \varepsilon (T/100)^4 \quad , \quad (2.36)$$

όπου T σε K και E_b σε W/m^2 .

2.1.3.4 Χαρακτηριστικά δομικών υλικών σχετικά με ακτινοβολία, κατά Κ.Εν.Α.Κ.

2.1.3.4.1 Συντελεστές ανακλαστικότητας και απορροφητικότητας στην ηλιακή ακτινοβολία

Μετά την εφαρμογή του Κανονισμού Ενεργειακής Απόδοσης Κτιρίων (Κ.Εν.Α.Κ.) [8] στη χώρα μας και την έκδοση των σχετικών Τεχνικών Οδηγιών του Τεχνικού Επιμελητηρίου της Ελλάδας (Τ.Ο.Τ.Ε.Ε.) [9] για την εκπόνηση των Μελετών Ενεργειακής Απόδοσης, αλλά και των Ενεργειακών Επιθεωρήσεων, για τους παραπάνω αναφερόμενους συντελεστές, ισχύουν τα εξής.

Σύμφωνα με την Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-1/2010 παρ. 3.2.5., η ακτινοβολία που προσπίπτει σε μια αδιαφανή επιφάνεια μπορεί να ανακλαστεί ή να απορροφηθεί από αυτή. Το άθροισμα του ποσοστού της ηλιακής ακτινοβολίας που ανακλάται και του ποσοστού που απορροφάται από μια επιφάνεια ισούται με τη μονάδα:

$$\rho + \alpha = 1,$$

όπου ρ ο συντελεστής ανακλαστικότητας της επιφάνειας στην ηλιακή ακτινοβολία και α ο συντελεστής απορροφητικότητας της επιφάνειας στην ηλιακή ακτινοβολία. Υπάρχει εξάρτηση αμφοτέρων των παραπάνω ποσοτήτων με τη διαμόρφωση (δηλαδή υφή και χρώμα) της τελικής επιφάνειας για την περίπτωση ενός αδιαφανούς μέσου. Για στιλπνές και λείες επιφάνειες, η ανακλαστικότητα προσεγγίζει τη μονάδα. Αντίθετα, η απορροφητικότητα τους παρουσιάζει χαμηλότερες τιμές. Το αντίθετο παρατηρείται για τις σκουρόχρωμες και τραχιές επιφάνειες. Σε αυτήν την περίπτωση η απορροφητικότητα είναι υψηλή και η ανακλαστικότητα χαμηλή. Ο προσδιορισμός των ιδιοτήτων αυτών έχει τεράστια σημασία για τον προσδιορισμό των ηλιακών κερδών που αντιστοιχούν στα αδιάφανα δομικά στοιχεία. Η σπουδαιότητα του καθορισμού τέτοιων μεγεθών αυξάνεται όταν πρόκειται για επιφάνειες του κτιρίου που δέχονται υψηλές ποσότητες ακτινοβολίας, όπως π.χ. τα δώματα στις ταράτσες.

Σύμφωνα με το άρθρο 9 του Κ.Εν.Α.Κ. (παράγραφος 2β), για το κτίριο αναφοράς, η απορροφητικότητα των εξωτερικών επιφανειών του λαμβάνεται ίση με:

- 0,40 για τα κατακόρυφα δομικά στοιχεία
- 0,40 για τα δώματα
- 0,60 για επικλινείς στέγες

Τυπικές τιμές ανακλαστικότητας και απορροφητικότητας διάφορων επιφανειών που χρησιμοποιούνται ως επιστρώσεις δομικών στοιχείων (είτε κατακόρυφων είτε οριζόντιων) του περιβλήματος παρατίθενται στον Πίνακα 2.1 (Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-1/2010). Όταν χρησιμοποιούνται ψυχρά υλικά, ο μελετητής ή ο επιθεωρητής λαμβάνει υπόψη του κατά του υπολογισμού διαφορετικές τιμές όσον αφορά στην ανακλαστικότητα ή την απορροφητικότητα των υλικών της τελικής επίστρωσης. Για να συμβεί όμως αυτό, απαραίτητη προϋπόθεση είναι να συμπεριληφθεί στη μελέτη και το αντίστοιχο πιστοποιητικό. Η έκδοση του πιστοποιητικού μπορεί να γίνει από διαπιστευμένα εργαστήρια, είτε στην Ελλάδα είτε στο εξωτερικό.

Πίνακας 2.1. Τυπικές τιμές ανακλαστικότητας(ρ) και απορροφητικότητας(α) για ηλιακή ακτινοβολία.		
Περιγραφή Επιφάνειας(υλικό)	Ανακλαστικότητα (ρ)	Απορροφητικότητα (α)
Κατακόρυφα δομικά στοιχεία		
Επίχρυσμα λευκό, λεία επιφάνεια (σπατουλαριστό).	0,70	0,30
Επίχρυσμα ανοιχτόχρωμο (π.χ. ανοιχτό γκρι, μπλε, κίτρινο, ροζ ή γαλάζιο).	0,60	0,40
Επίχρυσμα μέτριας απόχρωσης (π.χ. γκρι, μπλε, σκούρα, ώγα, σομόν)	0,40	0,60
Επίχρυσμα σκουρόχρωμο (π.χ. σκούρο λαδί, καφέ, γκρι)	0,20	0,80
Εμφανής οπτοπλινθοδομή ή λιθοδομή	0,20	0,80
Εμφανής ανοιχτόχρωμη οπτοπλινθοδομή ή λιθοδομή	0,40	0,60
Στίλπνες μεταλλικές επιφάνειες (π.χ. φύλλα αλουμινίου)	0,80	0,20
Αδιαφανές τμήμα γυάλινης πρόσοψης (π.χ. πάνελ με επικάλυψη γυαλιού)	0,40	0,60
Οριζόντια δομικά στοιχεία (οροφές)		
Κόκκινο κεραμίδι	0,40	0,60
Πολύ σκούρες επιστρώσεις στεγών ή δωματίων (ασφαλτόπανα)	0,10	0,90
Σκούρες επιστρώσεις στεγών ή δωματίων (π.χ. επικάλυψη με σχιστολιθικές πλάκες, ασφαλτικά κεραμίδια)	0,20	0,80
Ανοιχτόχρωμες επιστρώσεις στεγών ή δωματίων (π.χ. επικάλυψη με πλάκες πεζοδρομίου, ασφαλτόπανα με γαλαζιακή ψηφίδα)	0,35	0,65
Στίλπνες μεταλλικές επιφάνειες (π.χ. ανακλαστικές μεμβράνες)	0,80	0,20
Γαρμπίλι	0,70	0,30

2.1.3.4.2 Συντελεστές εκπομπής

Ένα μέρος της ηλιακής ακτινοβολίας που έχει απορροφηθεί από μια εξωτερική επιφάνεια εκπέμπεται προς το περιβάλλον με τη μορφή θερμικής ακτινοβολίας. Κάθε επιφάνεια ανάλογα με το υλικό κατασκευής και την μορφή της παρουσιάζει και μια διαφορετική ικανότητα θερμικής εκπομπής. Η ικανότητα αυτή των επιφανειών, ή αλλιώς εκπεμπτικότητα,

περιγράφεται με τη χρήση του συντελεστή εκπομπής. Για τα περισσότερα υλικά στον τομέα της κατασκευής ο συντελεστής εκπομπής παίρνει τιμές μεταξύ 0,80 και 0,90. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε ότι στιλπνές, μεταλλικές επιφάνειες, όπως αυτές των αλουμινίων, εμφανίζουν χαμηλές τιμές εκπνευτικότητας. Για τυπικές ενεργειακές επιθεωρήσεις, αλλά και για την εκπόνηση ενεργειακών μελετών σχετικά με κτίρια, ο συντελεστής εκπομπής ε μπορεί να ληφθεί από τον Πίνακα 2.2 (Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-1/2010). Στην περίπτωση που η τελική επιφάνεια διαμορφωθεί με κάποιο ειδικό υλικό (π.χ. ανακλαστικά μεταλλικά φύλλα), ο μελετητής ή ο επιθεωρητής λαμβάνει υπόψη στους υπολογισμούς την τιμή του συντελεστή εκπομπής του συγκεκριμένου υλικού που εμφανίζεται σε σχετικό πιστοποιητικό από διαπιστευμένο εργαστήριο. Σύμφωνα με το άρθρο 9 του Κ.Ε.ν.Α.Κ. (παράγραφος 2β), για το κτίριο αναφοράς ο συντελεστής εκπομπής θερμικής ακτινοβολίας για τις εξωτερικές επιφάνειες του κτιρίου αναφοράς λαμβάνεται ίσος με 0,80.

Πίνακας 2.2. Τυπικές τιμές του συντελεστή εκπομπής (εκπεμπτικότητα) θερμικής ακτινοβολίας. (Πίνακας 3.15 TOTEE 20701-1).	
Περιγραφή Επιφάνειας (υλικό)	Ανακλαστικότητα (ρ)
Σύνηθες δομικό υλικό	0,80
Γυαλί	0,90
Στιλπνές μεταλλικές επιφάνειες	0,20
Γαρμπίλι	0,30

2.1.3.5 Ανταλλαγή θερμότητας με ακτινοβολία σε περικλειστο σύστημα δύο επιφανειών

Η ανταλλαγή θερμότητας με ακτινοβολία είναι μια σύνθετη διαδικασία συνεχών και εξασθενούμενων απορροφήσεων και ανακλάσεων. Έτσι, μέρος της θερμότητας που εκπέμπεται με ακτινοβολία από μια επιφάνεια, επιστρέφει πάλι σε αυτήν μετά από άμεσες και έμμεσες ανακλάσεις στα σώματα που περιβάλλουν την επιφάνεια. Με άλλα λόγια, κάθε σώμα εκπέμπει αλλά και απορροφά συνεχώς θερμική ακτινοβολία.

Η διαδικασία αυτή μπορεί να οδηγήσει το σύνολο των επιφανειών που αλληλεπιδρούν (π.χ. στην περίπτωση απομονωμένου συστήματος επιφανειών, χωρίς την ύπαρξη εσωτερικών πηγών θερμότητας) σε κατάσταση (δυναμικής) θερμικής ισορροπίας. Τότε οι θερμοκρασίες όλων των επιφανειών εξισώνονται και επομένως, για κάθε επιφάνεια, η ποσότητα της ενέργειας που εκπέμπεται είναι ίση με την ποσότητα της ενέργειας που απορροφάται.

Για όσο όμως χρονικό διάστημα οι θερμοκρασίες των σωμάτων διατηρούνται διαφορετικές, αποκαθίστανται μεταξύ τους ροές θερμότητας με ακτινοβολία, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω. Τότε σε αυτή την κατάσταση κάποιες επιφάνειες θα έχουν απώλειες θερμότητας, τις οποίες κάποιες άλλες θα κερδίζουν, ενώ κάποιες άλλες επιφάνειες μπορεί να μην επηρεάζονται καθόλου από αυτές (ισοθερμοκρασιακές).

Ο συμβολισμός q_{12} υποδηλώνει στα παρακάτω την ανταλλασσόμενη με ακτινοβολία θερμική ισχύ ανάμεσα στις επιφάνειες (1) και (2) και πιο συγκεκριμένα με κατεύθυνση ροής από την (1) προς τη (2). Δηλαδή αν $q_{12} > 0$, αυτό σημαίνει ότι η επιφάνεια (1) «χάνει» θερμική ισχύ προς την (2), ενώ αν $q_{12} < 0$, τότε η (1) «κερδίζει» θερμική ισχύ από την επιφάνεια (2). Είναι επομένως δεδομένο και ισχύει «εξ' ορισμού» ότι $q_{12} = -q_{21}$.

Στις περισσότερες εφαρμογές που συναντά στην πράξη ο πολιτικός μηχανικός συνήθως απαιτείται ο υπολογισμός ανταλλαγής θερμότητας με τη μορφή της ακτινοβολίας μεταξύ στερεών για τα οποία είναι γνωστά η κατάσταση της επιφάνειας, το μέγεθός τους και η θερμοκρασία. Χρειάζεται όμως επί πλέον να έχει καθορισθεί και η επίδραση του σχήματος, της σχετικής θέσης, της απόστασης και της ικανότητας ακτινοβολίας των επιφανειών.

Έτσι στα παρακάτω υποτίθεται ότι όλα τα σώματα (επιφάνειες) είναι «φαιά», μη διαπερατά ($T_a = 0$), έχουν σε όλη τους την έκταση σταθερή θερμοκρασία και σταθερούς συντελεστές ανάκλασης (α) και εκπομπής (ϵ). Τέλος, υποθέτουμε ότι υπάρχει μόνιμη κατάσταση και ότι οι επιφάνειες βρίσκονται σε περιβάλλον «διαφανές» ως προς τη θερμική ακτινοβολία, δηλαδή αυτό δεν απορροφά ούτε ανακλά ακτινοβολία.

Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές του μηχανικού, παρουσιάζει ενδιαφέρον μια ειδική αλλά συνηθισμένη περίπτωση μετάδοσης θερμότητας με ακτινοβολία. Εκείνη δηλαδή, κατά την οποία υπάρχει ανταλλαγή θερμικής ισχύος μεταξύ μιας επιφάνειας (1) (π.χ. ενός τοίχου, μιας οροφής, ενός τοιχώματος δεξαμενής ή σωλήνα, ή αγωγού) και μιας άλλης επιφάνειας (2), η οποία περικλείει την πρώτη (όπως π.χ. άλλα κτίρια ή το περιβάλλον ή ένας χώρος όπως το μηχανοστάσιο κλπ.).

3. Θερμογέφυρες

Ο κτιριακός σχεδιασμός έχει βασικό στόχο την εξυπηρέτηση των αναγκών του κοινού για το οποίο σχεδιάζεται. Μία από αυτές τις ανάγκες είναι και η θερμική άνεση στο εσωτερικό των κατασκευών μειώνοντας όσο το δυνατόν τις θερμικές απώλειες. Η θερμική άνεση επιτυγχάνεται με συστήματα ψύξης το καλοκαίρι και με συστήματα

θέρμανσης τον χειμώνα, ενώ οι θερμικές απώλειες μειώνονται με την εφαρμογή της κατάλληλης θερμομόνωσης.

Στη χώρα μας, όπως και στα περισσότερα κράτη-μέλη της Ευρωπαϊκής Ένωσης, οι απαιτήσεις για περιορισμό της άσκοπης κατανάλωσης ενέργειας, αλλά και μιας συστηματικής προώθησης της ενεργειακής αναβάθμισης, είχαν ως αποτέλεσμα την τελευταία δεκαετία να εφαρμόζονται κοινοτικές οδηγίες και να θεσπίζονται νομοθετικά πλαίσια με σκοπό τη δημιουργία κτιρίων με σχεδόν μηδενικές ενεργειακές απαιτήσεις [10]. Οι επιδερμικές απόπειρες στην αρχή της δεκαετίας 1970-1980 αποδείχθηκαν μη επαρκείς και, όπως διασταυρώνεται από πληθώρα ερευνών, η προσθήκη μιας στρώσης μονωτικού υλικού στον τοίχο περιορίζει μόνο τις μονοδιάστατες απώλειες ενέργειας χωρίς να προβλέπει την πολυδιάστατη απώλεια, καθώς δεν λαμβάνεται υπόψη η ύπαρξη θερμογέφυρας.

Με τον όρο «θερμογέφυρα» ορίζουμε τα τμήματα εκείνα που περιβάλλουν το κτίριο, τα οποία εμφανίζουν μειωμένη θερμική αντίσταση σε σύγκριση με το υπόλοιπο κτιριακό κέλυφος. Στα κτίρια το φαινόμενο αυτό εντοπίζεται κυρίως στα σημεία αλλαγής της γεωμετρίας της διατομής, αλλά και στα σημεία που διαφοροποιείται το υλικό. Αυτό μπορεί να οφείλεται σε κατασκευαστικά ελαττώματα, έλλειψη επιδεξιότητας κατά την κατασκευή, αστοχία υλικού ή κατασκευής, απροσεξία και παραλείψεις, έλλειψη γνώσης αλλά ακόμα και σε φυσικές φθορές με το πέρασμα του χρόνου. Το πρώτο στάδιο στην αντιμετώπιση της θερμογέφυρας είναι ο γεωμετρικός εντοπισμός της. Οι βασικότερες μορφές θερμογεφυρών στα κτίρια οφείλονται:

- Στη χρήση, κατά μήκος ενός δομικού στοιχείου, υλικών διαφορετικής θερμικής αγωγιμότητας (αλλαγή στη σύνθεση των υλικών).

- Στο διαφορετικό πάχος των υλικών κατά μήκος του δομικού στοιχείου.

- Στην διακοπή της θερμομονωτικής στρώσης, στη μείωση του πάχους της ή και στην απουσία της σε τμήματα του κελύφους.

- Στη διαφορά στο εμβαδόν μεταξύ εσωτερικών και εξωτερικών επιφανειών, όπως συμβαίνει στις εξωτερικές γωνίες.

- Στην ένωση δύο δομικών στοιχείων κάθετων μεταξύ τους που η κάλυψη με θερμομόνωση σε όλο το υλικό είναι δύσκολη ή και πιθανώς αδύνατη.

- Σε κατασκευαστικούς λόγους που συνιστούν αδύνατη την ολοκληρωτική θερμομόνωση του κτιρίου.

Το ευρωπαϊκό νομικό πλαίσιο είναι θολό όσον αφορά την αντιμετώπιση των θερμογεφυρών. Στη πραγματικότητα κάθε κράτος-μέλος ακολουθεί τη δική του πολιτική. Συγκεκριμένα, στην Ελλάδα, με νόμο που ίσχυε μέχρι το 2010 (Φ.Ε.Κ. 362/4-7-79), γινόταν η παραδοχή της

μονοδιάστατης ροής θερμότητας θεωρώντας πως έχει κάθετη διεύθυνση προς την επιφάνεια της υπό μελέτη διατομής και φορά από τη θερμότερη προς την ψυχρότερη περιοχή. Ωστόσο, ο Κ.Εν.Α.Κ. αναγνώρισε πως αυτή η παραδοχή δίνει αποτελέσματα με μεγάλες αποκλίσεις από την πραγματικότητα. Για τον λόγο αυτό, υιοθετήθηκε η παραδοχή της διδιάστατης ροής θερμότητας εισάγοντας με αυτόν τον τρόπο ένα αρχικό πλαίσιο για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε τις απώλειες που οφείλονται στις θερμογέφυρες.

3.1 Επιρροή των θερμογεφυρών στην ενεργειακή απόδοση

Όπως περιγράψαμε παραπάνω, η ενεργειακή κατανάλωση είναι στο στόχαστρο των παγκόσμιων οργανισμών, και αυτό διότι αναγνωρίζεται πλέον καθολικά η τεράστια επίδραση της ενεργειακής απαίτησης στη μακροζωία του περιβάλλοντος. Πέρα όμως από τη βαριά βιομηχανία, σημαντικό είναι και το μερίδιο του κατασκευαστικού τομέα στην απαίτηση ενέργειας. Το 2014, στις χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης ο χώρος της κατασκευής αποτέλεσε το 24.79% της ολικής κατανάλωσης ενέργειας [11]. Είναι ολοφάνερο πλέον ότι ο κατασκευαστικός κλάδος έχει μεγάλο μερίδιο ευθύνης και πρέπει να λάβει υπόψη τον αποδοτικό ενεργειακό σχεδιασμό των κτιρίων με σκοπό την προσαρμογή των κατασκευών στις σύγχρονες βιοκλιματικές απαιτήσεις [12].

Από όλα τα διαφορετικά τμήματα του κτιρίου που επηρεάζουν την ενεργειακή κατανάλωση, ο μανδύας του κτιρίου είναι ίσως το σημαντικότερο. Ο μανδύας είναι κατασκευασμένος από υλικά με διαφορετικά πάχη και ιδιότητες που έχουν διαφορετικές αγωγιμότητες και θερμικές συμπεριφορές. Το σύνολο αυτών των υλικών θα καθορίσει τελικά τη θερμική μετάδοση διά μέσου του τοίχου και κατ' επέκταση όλου του κτιρίου. Όπως όμως ήδη αναφέραμε, σε διάφορα τμήματα του μανδύα και λόγω διάφορων παραγόντων εμφανίζονται θερμογέφυρες.

Οι θερμογέφυρες υποβαθμίζουν τη θερμομονωτική ικανότητα του κτιρίου οδηγώντας σε απώλειες θερμότητας τον χειμώνα, αλλά και αύξηση της θερμοκρασίας το καλοκαίρι. Αυτό σημαίνει ότι οι θερμογέφυρες αυξάνουν κατά πολύ την απαίτηση σε ενέργεια, είτε με τη μορφή κλιματισμού είτε με την κατανάλωση πετρελαίου θέρμανσης. Οι θερμογέφυρες έχουν επίσης συνδεθεί με διάφορες παθογένειες του κτιρίου, όπως η πρόκληση επιφανειακής υγρασίας λόγω συμπύκνωσης των υδρατμών (δρόσου).

Αυτό που συμβαίνει κατά τη συμπύκνωση των υδρατμών είναι πως το επιφανειακό στρώμα αέρα που είναι κοντά σε τμήμα του κτιρίου μη-καλώς μονωμένο και έχει χαμηλότερη θερμοκρασία από τον υπόλοιπο αέρα του χώρου, μπορεί να συγκρατήσει μικρότερη ποσότητα υδρατμών. Οι υδρατμοί που δεν συγκρατούνται μετατρέπονται σε σταγονίδια και επικάθονται στις ψυχρές επιφάνειες ενώ στη συνέχεια τις εμποτίζουν

με υγρασία. Παρουσιάζεται, λοιπόν, το πρόβλημα της ανάπτυξης μυκήτων και μικροοργανισμών (μούχλα) που τρέφονται από οργανική ύλη. Οι τοξίνες που απελευθερώνονται από τους μικροοργανισμούς σχετίζονται με διάφορα προβλήματα υγείας. Πέρα από την υγεία του ανθρώπου, επηρεάζεται και η «υγεία» του κτιρίου, καθώς οι χαμηλές επιφανειακές θερμοκρασίες οδηγούν σε φθορές στην επιφάνεια του δομικού στοιχείου, λόγω της διαφορετικής συστολο-διαστολικής συμπεριφοράς, που εμφανίζονται ως ρηγματώσεις και αποφλοιώσεις του επιχρίσματος.

Δεδομένης της σημασίας που φαίνεται να έχουν οι θερμογέφυρες στην ενεργειακή απόδοση, η προσπάθεια ποσοτικοποίησης της επίδρασής τους στη συνολική ενεργειακή αποτίμηση μιας τυπικής κατασκευής βρίσκεται στο επίκεντρο πολλών ερευνών. Παρ' όλη την ύπαρξη εν γένει αξιόπιστων λογισμικών (λ.χ. THERM), ο εντοπισμός και η αξιολόγηση των θερμογεφυρών βρίσκονται ακόμη σε εμβρυακό στάδιο. Οι Asdrubali et al. Bianchi et al., Garrido et al. και O'Grady et al.[13], παρουσίασαν μεθοδολογίες αυτόματου εντοπισμού και ποσοτικοποίησης των θερμογεφυρών μέσω της μεθόδου της θερμογράφησης, μια σύντομη παρουσίαση της οποίας γίνεται στην ενότητα 0 παρακάτω. Άλλοι, όπως ο Zalewski[14] χρησιμοποίησαν ένα τριδιάστατο μοντέλο και σύγκριναν τα αποτελέσματα με μετρήσεις από θερμόμετρα και θερμογραφίες.

Μια έρευνα που πραγματοποιήθηκε στην Ελλάδα σε ένα τυπικό διώροφο κτίριο με πυλωτή[15] έδειξε ότι η ενεργειακή απόδοση του διπλότουβλου τοίχου, που χρησιμοποιείται κατά κόρον στη χώρα μας, επηρεάζεται έντονα από τις θερμογέφυρες. Ακόμα και με την εφαρμογή σοβαρής θερμομόνωσης, οι θερμικές απαιτήσεις μπορεί να είναι έως και 30% υψηλότερες στην περίπτωση που δεν λαμβάνονται υπόψη οι θερμογέφυρες που σχηματίζονται. Μια ακόμη μελέτη στην Τσεχία έδειξε ότι το ποσοστό επίδρασης των θερμογεφυρών στις ετήσιες ενεργειακές απαιτήσεις ενός κτιρίου κατασκευασμένου τη δεκαετία του '70 ανέρχεται στο 7%, ενώ για ένα κτίριο κατασκευασμένο σύμφωνα με τα σημερινά πρότυπα μπορεί το ποσοστό να φτάσει και στο 28% [16]. Αυτό που αξίζει ιδιαίτερης προσοχής είναι ότι όσο πιο εξασφαλισμένο είναι ένα κτίριο από άποψη θερμομόνωσης, τόσο μεγαλύτερη είναι και η σημασία των θερμογεφυρών στην ολική ενεργειακή απαίτηση για θέρμανση και ψύξη.

Άλλες έρευνες εστιάζουν συγκεκριμένα στις θερμογέφυρες που εντοπίζονται στα συστήματα παραθύρων, κυρίως σε περιοχές με θερμά κλίματα. Μια τέτοια έρευνα του Ben-Nahki έδειξε ότι το κοινό σύστημα παραθύρου επηρεάζεται σημαντικά από τις θερμογέφυρες και αυτό πρέπει να ληφθεί υπόψη στον σχεδιασμό του κτιρίου[17].

Από τα παραπάνω είναι ξεκάθαρη η σημασία και η επίδραση των θερμογεφυρών στην ενεργειακή απόδοση ενός κτιρίου. Όμως κάθε νόμισμα έχει δύο πλευρές και, ενώ στη θεωρία η πρόληψη των θερμογεφυρών φαίνεται αναγκαία, η πράξη διαφέρει. Η κατασκευή στηρίζεται στη θεωρία, υποστηρίζεται όμως από χρήματα. Έρευνα που έχει διεξαχθεί στο γειτονικό κλίμα της Ιταλίας, έδειξε ότι, ενώ η επιδιόρθωση θερμογεφυρών μπορεί να μειώσει κατά μέσο όρο μέχρι και 21,25% την

ενεργειακή απαίτηση για θέρμανση, το αντίστοιχο ποσοστό για ψύξη φτάνει μόλις το 3,5%[18]. Αυτό σημαίνει ότι η μέση ετήσια εξοικονόμηση ενέργειας ανέρχεται στο 8,5%, αλλά η ανάλυση κόστους δείχνει ότι η επιβάρυνση του προϋπολογισμού που απαιτείται για την επιδιόρθωση των θερμογεφυρών υπερβαίνει αυτό το ποσοστό.

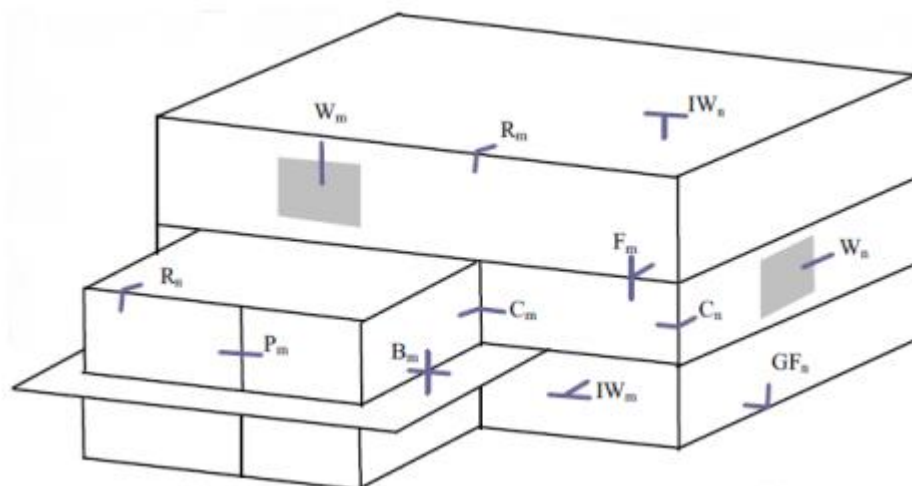
Από όλα τα παραπάνω φαίνονται ξεκάθαρα δύο πράγματα. Από τη μία, οι θερμογέφυρες είναι ένα αναπόφευκτο εμπόδιο το οποίο εντοπίζεται σε κάθε κτίριο και προκαλεί μείωση της ενεργειακής απόδοσης. Από την άλλη όμως, η φύση της θερμογέφυρας είναι τέτοια ώστε να απαιτεί ένα συγκεκριμένο κόστος για να αντιμετωπιστεί, κόστος το οποίο έρχεται σε αντιδιαστολή με το ενεργειακό όφελος. Για να μπορέσει ο κατασκευαστής να επιτύχει το μέγιστο κέρδος χρειάζεται επομένως, πέρα από τον σωστό σχεδιασμό των κομβικών σημείων του κτιρίου, έναν αποδοτικό τρόπο να υπολογίσει τις απώλειες θερμότητας μέσω θερμογεφυρών ώστε να μπορεί να εκτιμήσει αντικειμενικά τα οφέλη ενός σωστού και προληπτικού θερμομονωτικού σχεδιασμού. Παρακάτω θα εξετάσουμε τον τρόπο με τον οποίο επιλύεται στην Ελλάδα η μετάδοση θερμότητας μέσω θερμογεφυρών, αλλά και κάποια πρότυπα με τα οποία γίνεται διασταύρωση του είδους της θερμογέφυρας.

3.2 Κατηγορίες θερμογεφυρών

Οι θερμογέφυρες χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες σύμφωνα με τη μορφή με την οποία εμφανίζονται (ISO 14683):

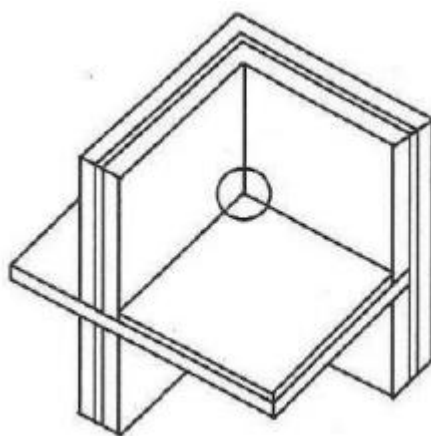
- τις γραμμικές και
- τις σημειακές

Οι γραμμικές θερμογέφυρες, εντοπίζονται σε θέσεις στις οποίες παρουσιάζεται έντονα διδιάστατη ροή θερμότητας, οπότε και παύει να ισχύει η θεώρηση της μονοδιάστατης φύσης της ροής. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται σε μια διεύθυνση της επιφάνειας, κατά την οποία ενώνονται δομικά στοιχεία ανόμοιου πάχους (διεπιφάνεια) ή διαφορετικού υλικού, αλλά η διατομή τους σε μια διάσταση είναι ομοιόμορφη. Τέτοια παραδείγματα αποτελούν η συνένωση δαπέδων με κάθετα δομικά στοιχεία ή η συνένωση υποστυλωμάτων ή δοκών με τοιχοποιία.



Εικόνα 3.1: Χαρακτηριστικοί τύποι γραμμικών θερμογέφυρών και οι θέσεις εμφάνισής τους στο κτιριακό κέλυφος (Πηγή: Τ.Ο.Τ.Ε.Ε 20701-1/2010) [9]

Οι **σημειακές θερμογέφυρες** εντοπίζονται τοπικά και αποτελούν σημεία του κελύφους που ενώνονται οι γραμμικές θερμογέφυρες. Η ροή θερμότητας παρουσιάζει ανομοιογένεια κατά μήκος μιας διεύθυνσης αφού η ροή θερμότητας έχει τριδιάστατη φύση. Συγκριτικά με τις γραμμικές θερμογέφυρες έχουν πολύ μικρότερη επίδραση στη θερμική συμπεριφορά του κτιρίου. Επομένως, δεν λαμβάνονται υπόψη στους υπολογισμούς.

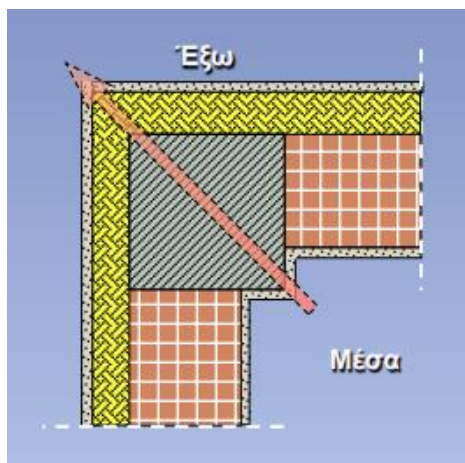


Εικόνα 3.2: Σημειακή θερμογέφυρα (σημειώνεται με κύκλο) που δημιουργείται στη θέση συναρμογής των κατακόρυφων δομικών στοιχείων με την πλάκα του δαπέδου (Πηγή: ΕΛΟΝ EN ISO 10211).

Μια δεύτερη κατηγοριοποίηση που μπορεί να γίνει στις θερμογέφυρες είναι με βάση τα αίτια δημιουργίας τους, όπου διακρίνονται τρεις τύποι στις γραμμικές θερμογέφυρες:

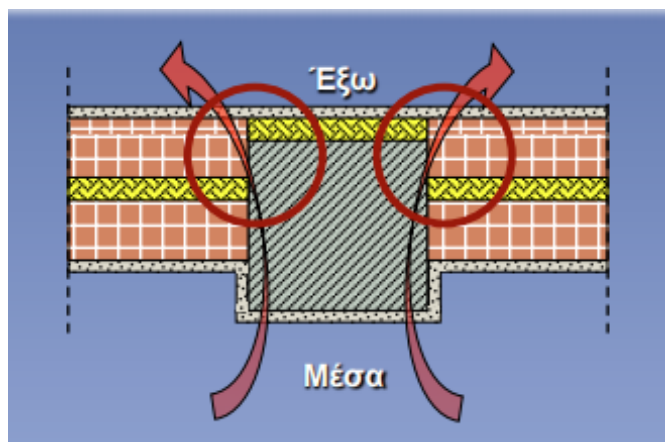
- γεωμετρικές
- κατασκευαστικές
- συνδυασμός των δύο παραπάνω τύπων

Η **γεωμετρική θερμογέφυρα** οφείλεται στη γεωμετρία του κτιρίου, χωρίς να υπάρχει διακοπή της συνέχειας της θερμομονωτικής στρώσης. Δημιουργείται όταν το δομικό μας στοιχείο παύει να είναι γραμμικό λόγω ανάγκης της κατασκευής. Αυτό συμβαίνει επειδή η εξωτερική επιφάνεια του δομικού στοιχείου διαφέρει από την εσωτερική με αποτέλεσμα να δημιουργούνται έντονα φαινόμενα διδιάστατης ροής θερμότητας. Επομένως, και η έντασή της εξαρτάται από τη διαφορά μεγέθους εξωτερικής και εσωτερικής επιφάνειας.



Εικόνα 3.3: Γεωμετρική θερμογέφυρα: Τομή κάθετων τοιχοποιιών χωρίς διακοπή της θερμομονωτικής στρώσης (Πηγή: Σεμινάριο Κατάρτισης 2014 Τ.Ε.Ε, Αραβαντινός)

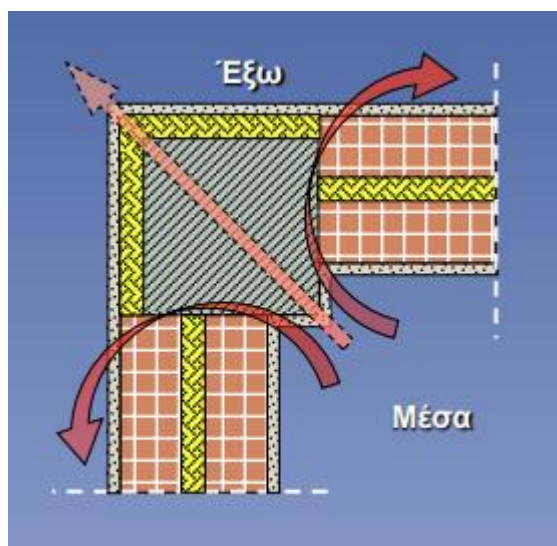
Η **κατασκευαστική θερμογέφυρα** οφείλεται σε διακοπή της συνέχειας της θερμομονωτικής στρώσης. Τέτοια σημεία είναι, για παράδειγμα, οι θέσεις ένωσης υποστυλώματος που περιέχει θερμομόνωση στο εξωτερικό περίβλημα και τοιχοποιίας με θερμομόνωση στον πυρήνα. Η ασυνέχεια της θερμομονωτικής στρώσης επιφέρει έντονη διδιάστατη ροή θερμότητας, η οποία με τη σειρά της επιφέρει έντονες απώλειες θερμότητας με ελάττωση της θερμοκρασίας στο εσωτερικό της επιφάνειας.



Εικόνα 3.4: Κατασκευαστική θερμογέφυρα: Τομή τοιχοποιίας με υποστύλωμα με διακοπή της θερμομονωτικής στρώσης (Πηγή: Σεμινάριο Κατάρτισης 2014 Τ.Ε.Ε, Αραβαντινός)

Τέλος, μπορεί να υπάρχει συνδυασμός των δύο παραπάνω, γεωμετρικής και κατασκευαστικής θερμογέφυρας, που είναι το χειρότερο

σενάριο αφού στην περίπτωση αυτή οι θερμικές απώλειες είναι αυξημένες. Τέτοια περίπτωση αποτελεί η συνάντηση δύο κάθετων μεταξύ τους τοιχοποιιών με γωνιακό υποστύλωμα. Οι τοιχοποιίες φέρουν θερμομόνωση στον πυρήνα ενώ το υποστύλωμα φέρει θερμομόνωση εξωτερικά.

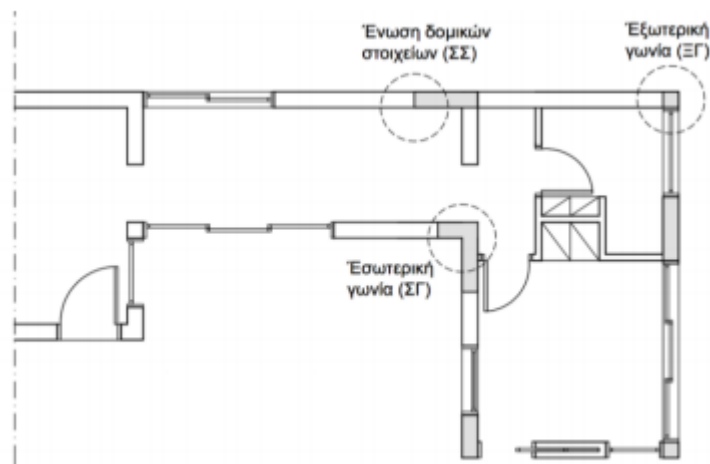


Εικόνα 3.5: Θερμογέφυρα λόγω διαφοράς εμβαδού (επίδραση γεωμετρίας) μεταξύ εσωτερικής και εξωτερικής επιφάνειας ενός γωνιακού δομικού στοιχείου ((Πηγή: Σεμινάριο Κατάρτισης 2014 Τ.Ε.Ε, Αραβαντινός)

Ένας ακόμη διαχωρισμός που γίνεται στις θερμογέφυρες είναι με βάση τη θέση εμφάνισής τους στο κτίριο και περιλαμβάνει τρεις κατηγορίες:

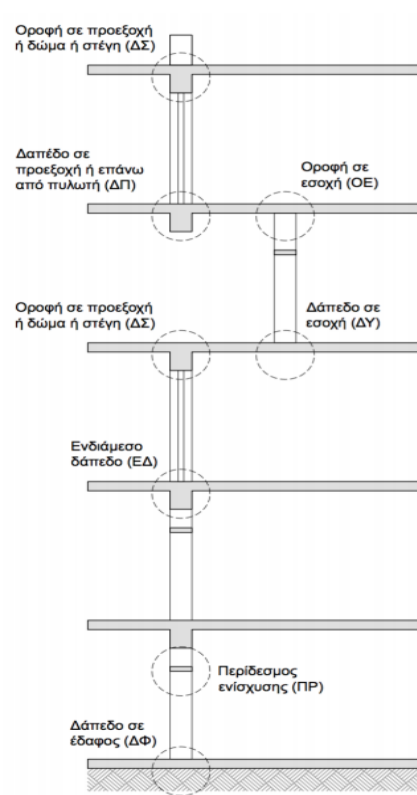
- Κατακόρυφες θερμογέφυρες, που εμφανίζονται στην ένωση δομικών στοιχείων που είναι σε όρθια θέση.
- Οριζόντιες θερμογέφυρες, που εμφανίζονται στην ένωση κατακόρυφων με οριζόντιων δομικών στοιχείων.
- Θερμογέφυρες κουφωμάτων, που εμφανίζονται στην ένωση των δομικών στοιχείων με τα κουφώματα.

Η εύρεση των **κατακόρυφων θερμογεφυρών** γίνεται από τα σχέδια των κατόψεων. Ως κύρια διάσταση στους υπολογισμούς λαμβάνεται το μήκος που αναπτύσσεται καθ' ύψος του δομικού στοιχείου και προκύπτει από τα σχέδια των τομών. Σύμφωνα με την τεχνική οδηγία Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-2/2010, η κατηγορία αυτή των θερμογεφυρών κατατάσσεται σε τρεις κατηγορίες: α) εσωτερικών γωνιών (ΣΓ), β) εξωτερικών γωνιών (ΕΓ), γ) ένωσης δομικών στοιχείων (ΣΣ).



Εικόνα 3.6: Ενδεικτικές θέσεις εμφάνισης κατακόρυφων θερμογερφών. (Πηγή: Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-2/2010)[9]

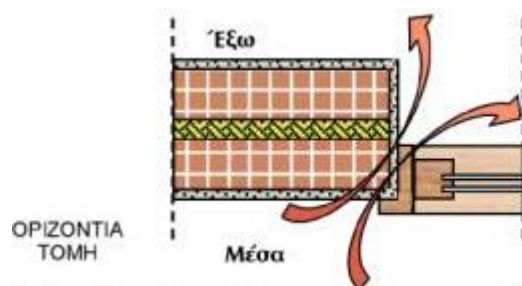
Αναφορικά με τις **οριζόντιες θερμογέφυρες**, η εύρεσή τους γίνεται από τα σχέδια των τομών. Ως κύρια διάσταση λαμβάνεται το μήκος που αναπτύσσεται κατά μήκος των δομικών στοιχείων και βρίσκεται από τα σχέδια των κατόψεων. Με βάση την Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-2/2010, η κατηγορία αυτή διακρίνεται σε επτά κατηγορίες: α) δώμα ή οροφή σε προεξοχή (ΔΣ), β) δάπεδο σε προεξοχή ή δάπεδο επάνω από πυλωτή (ΔΠ), γ) οροφή σε εσοχή (ΟΕ), δ) δάπεδο σε εσοχή (ΔΥ), ε) ενδιάμεσο δάπεδο (ΕΔ), στ') περίδεσμος ενίσχυσης (ΠΡ) ζ) δάπεδο σε έδαφος (ΔΦ).



Εικόνα 3.7: Ενδεικτικές θέσεις εμφάνισης οριζόντιων θερμογερφών. (Πηγή: Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-2/2010)[9]

Οι θερμογέφυρες κουφωμάτων εμφανίζονται στις ενώσεις των δομικών στοιχείων με τα κουφώματα. Ως μήκος λαμβάνουμε τη διάσταση του ανοίγματος. Η Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-2/2010 διακρίνει δύο κατηγορίες: α)

στο λαμπά του κουφώματος (ΛΠ) β) στο ανωκάσι / κατωκάσι του κουφώματος (ΥΠ) .



Εικόνα 3.8:Θερμογέφυρα στους παραστάδες των κουφωμάτων (Πηγή: Αραβαντινός,2009)

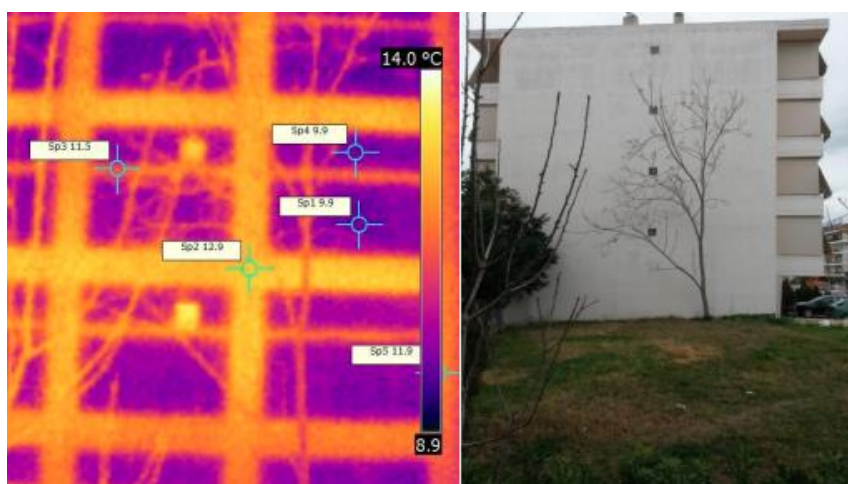
3.3 Η θερμογράφηση

Όπως αναφέραμε και νωρίτερα, η διαδικασία εντοπισμού των θερμογεφυρών αποτελεί μέχρι και σήμερα αντικείμενο έρευνας. Αρκετές από αυτές τις έρευνες κάνουν χρήση της μεθόδου της θερμογράφησης. Η μέθοδος εντοπισμού που αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα στηρίζεται στην ύπαρξη σχεδίων του κτιρίου, καθώς και στην πρόσβαση σε πληθώρα πληροφοριών, οι οποίες ενδέχεται, ιδίως για παλιότερα κτίρια που αποτελούν και τη μεγαλύτερη βάση της ενεργειακής αναβάθμισης, να μην υπάρχουν.

Ιδιαίτερα πολύπλοκη, αν όχι ανέφικτη, αποτελεί η διαδικασία της δημιουργίας ενός υπολογιστικού μοντέλου για την καταγραφή των ροών θερμότητας σε ένα πραγματικό κτίριο, καθώς το πλήθος των παραγόντων που υπεισέρχονται είναι μεγάλο. Επίσης μεγάλο, είναι και το πλήθος των «ασθενών» σημείων που παρουσιάζουν αποκλίσεις από την υπολογιστική μεθοδολογία λόγω αυξημένων θερμικών απωλειών. Αποδεικνύεται πως ο βέλτιστος τρόπος για τον εντοπισμό της ροής θερμότητας είναι: α) ο ποιοτικός, μέσω της καταγραφής πραγματικών τιμών ή β) ο εργαστηριακός έλεγχος, μέσω μεθόδων προσομοίωσης.

Η διακύμανση των τιμών στην ενεργειακή απόδοση των θέσεων που σχηματίζονται θερμογέφυρες μπορεί να αποτυπωθεί εύκολα με τη θερμογράφηση(ή θερμοφωτογράφηση). Η θερμοφωτογράφηση αποτελεί μια μέθοδο με την οποία δύναται να αποτυπωθούν «φωτογραφικά» τα κατασκευαστικά λάθη, οι κακοτεχνίες και οι παραλείψεις σε μια κατασκευή, όταν αυτά δημιουργούν θερμικές ροές. Από τις φωτογραφίες μπορούν να εντοπιστούν θέσεις, οι οποίες έχουν ελλιπή θερμομονωτική προστασία, αλλά και θέσεις στις οποίες εντοπίζονται προβλήματα υγρασίας χωρίς αυτές να είναι εμφανείς. Και αυτό, διότι τα μέρη του δομικού στοιχείου που έχουν προσβληθεί με νερό εμφανίζουν μεγαλύτερες ροές θερμότητας, καθώς το νερό εμφανίζει αυξημένη θερμική αγωγιμότητα κατά 24 φορές από τον αέρα.

Η συσκευή που χρησιμοποιείται για τη φωτογραφική αποτύπωση είναι η θερμοκάμερα, η οποία έχει έναν αισθητήρα φωτοευαίσθητο, ο οποίος εντοπίζει την υπέρυθρη ακτινοβολία που εκπέμπει το κέλυφος του κτιρίου. Στη συνέχεια την καταχωρεί και τη μεταβάλλει σε ηλεκτρικό σήμα. Αυτό που φτάνει στον χρήστη είναι μια εικόνα με διακυμάνσεις στα χρώματα, ανάλογα με την «δύναμη» του σήματος, ή εκτυπώνει το αποτέλεσμα σε χαρτί. Η θερμότερη περιοχή αποτυπώνεται με βαθύ κίτρινο, ενώ η ψυχρότερη με μωβ και ενδιάμεσα συναντάμε ολόκληρο το φάσμα της χρωματικής βαθμίδας.



Εικόνα 3.9: Απόδοση με θερμοφωτογράφιση των θερμικών απωλειών της όψης πολυώροφου κτιρίου (Πηγή: Διπλωματική εργασία, Ευταξίας, 2015)

Για την καλύτερη αποτύπωση της εκπεμπόμενης ροής θερμότητας επιλέγεται, συνήθως, η θερμοφωτογράφιση να γίνεται σε κρύες περιόδους και κατά τις νυχτερινές ώρες, αφού έχουμε εντονότερες εκπομπές ροών θερμότητας, όσο μεγαλύτερη είναι και η απόκλιση στην θερμοκρασία μεταξύ του περιβάλλοντος και του υπό μελέτη κτιρίου.

3.4 Υπολογισμός θερμογεφυρών

Ο υπολογισμός των θερμικών απωλειών του κτιρίου διαμέσου των θερμογεφυρών επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες, οι οποίοι είναι μεταβαλλόμενοι και ανεξάρτητοι μεταξύ τους. Πρόκειται για ένα φαινόμενο πλήρως εξαρτημένο από τις εσωτερικές και εξωτερικές περιβαλλοντικές συνθήκες και έτσι καθίσταται απαραίτητη η υιοθέτηση κάποιων παραδοχών για την ευκολότερη αντιμετώπιση του προβλήματος. Οι παραδοχές που πρέπει να ακολουθηθούν περιγράφονται από την Τ.Ο.Τ.Ε.Ε 20701-2/2017:

- «η θερμότητα μεταδίδεται πάντα κάθετα προς το δομικό στοιχείο»,
- «η θερμότητα ρέει πάντα προς μία και μόνον κατεύθυνση»,

- «η θερμική ροή παραμένει ανεπηρέαστη από άλλες πηγές θερμότητας»,
- «η θερμοκρασία δεν επηρεάζει τα φυσικά χαρακτηριστικά των υλικών»,
- «τα δομικά στοιχεία μελετώνται σε μία μη μεταβαλλόμενη κατάσταση, ανεξάρτητη από τον χρόνο»,
- «οι στρώσεις εντός των δομικών στοιχείων θεωρείται ότι αποτελούνται από ομογενή και ισότροπα υλικά»,
- «οι στρώσεις των υλικών μέσα στα δομικά στοιχεία εφάπτονται απόλυτα μεταξύ τους».

Το επόμενο βήμα για τον υπολογισμό των θερμικών απωλειών είναι ο προσδιορισμός του συντελεστή γραμμικής θερμοπερατότητας Ψ , μετρούμενος σε $W/(m \cdot K)$, και του συνολικού μήκους του κάθε τύπου θερμογέφυρας L , που αναπτύσσεται στο περίβλημα του κτιρίου, μετρούμενο σε m.

Ο συντελεστής Ψ [$W/(m^2 \cdot K)$] εκφράζει ποσοτικά την επιρροή μιας γραμμικής θερμογέφυρας στη συνολική ροή θερμότητας και προσδιορίζεται από τον τύπο (ΕΛΟΤ EN ISO 10211):

$$\Psi = L_{2D} - \sum_{j=1}^{N_j} U_j \cdot L_j [W/(m \cdot K)] \quad (3.1)$$

όπου

Ψ	[$W/(m \cdot K)$]	ο συντελεστής γραμμικής θερμοπερατότητας
L_{2D}	[$W/(m \cdot K)$]	ο συντελεστής γραμμικής θερμικής ζεύξης που προκύπτει από διδιάστατο υπολογισμό του στοιχείου που διαχωρίζει τα δύο εξεταζόμενα περιβάλλοντα
U_j	[$W/(m^2 \cdot K)$]	ο συντελεστής θερμοπερατότητας του μονοδιάστατου στοιχείου j που διαχωρίζει τα δύο εξεταζόμενα περιβάλλοντα
L_j	[m]	το μήκος επί του οποίου εφαρμόζεται η τιμή U_j
N_j	[-]	το πλήθος των μονοδιάστατων στοιχείων

Στους πίνακες του Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-2/2017 15α έως 15ιβ δίνονται υπό μορφή σκαριφημάτων οι τιμές του συντελεστή γραμμικής θερμοπερατότητας Ψ για τις συνηθέστερες θερμογέφυρες που εντοπίζονται στον ελληνικό χώρο, χωρισμένες σε ομάδες ανάλογα με τη θέση τους στο κέλυφος του κτιρίου. Τα υλικά δόμησης που χρησιμοποιούνται στους πίνακες είναι το οπλισμένο σκυρόδεμα και η οπτοπλινθοδομή. Σε περίπτωση που τα υλικά είναι διαφορετικά, τότε προσομοιάζονται προς αυτά:

- Τα βαρέα υλικά που θεωρούνται αντίστοιχα του οπλισμένου σκυροδέματος, π.χ. η σιδηροκατασκευή, η λιθοδομή κλπ.
- Τα ελαφρότερα υλικά που θεωρούνται αντίστοιχα της οπτοπλινθοδομής, π.χ. η ξύλινη κατασκευή και η ξηρή δόμηση (γυψοσανίδες, τσιμεντοσανίδες, σανίδες ορυκτών ινών).

Οι τιμές του συντελεστή Ψ προέκυψαν χρησιμοποιώντας ένα λογισμικό για διδιάστατη θερμική ροή. Ο συντελεστής Ψ λειτουργεί ως διορθωτικός συντελεστής στον τύπο για τον υπολογισμό των θερμικών ροών, αφού οι τιμές αρχικά προέκυψαν θεωρώντας μονοδιάστατη ροή θερμότητας. Αν ο τύπος της εξεταζόμενης θερμογέφυρας δεν περιέχεται στις περιπτώσεις των παραπάνω πινάκων, τότε επιλέγεται η πλησιέστερη προς τον τύπο μορφή και ο αντίστοιχος συντελεστής Ψ .

Οι τιμές που λαμβάνει το Ψ μπορεί να είναι θετικές, αρνητικές ή ακόμα και μηδενικές. Στην περίπτωση θετικού Ψ σημαίνει ότι η ροή θερμότητας είναι μεγαλύτερη από αυτή που θα προέκυπτε για την θεώρηση μονοδιάστατης ροής. Αντίθετα, αρνητικά Ψ υποδηλώνουν ότι έχει γίνει υπερεκτίμηση της ροής θερμότητας σε σχέση με την μονοδιάστατη θεώρηση. Τέλος, η μηδενική τιμή του Ψ υποδηλώνει ότι δεν υπάρχει ροή θερμότητας.

Υπάρχουν, ακόμα, κάποιες περιπτώσεις στις οποίες ο συντελεστής γραμμικής θερμοπερατότητας πολλαπλασιάζεται επί έναν μειωτικό συντελεστή. Σκοπός του μειωτικού συντελεστή είναι να αναπροσαρμόζει τις θερμικές απώλειες που υπολογίστηκαν για κάθε τμήμα του κτιριακού κελύφους με τις πραγματικές τιμές της θερμοκρασίας. Το γινόμενο $A \cdot U$ (συντελεστής μετάδοσης θερμότητας) μας δίνει την ποσότητα θερμότητας που μεταφέρεται προς το εξωτερικό περιβάλλον διαμέσου των δομικών στοιχείων του κτιριακού κελύφους στη μονάδα του χρόνου, και για θερμοκρασιακή διαφορά εξωτερικού-εσωτερικού περιβάλλοντος ίση με 1°C . Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις στις οποίες η ποσότητα αυτή υπερεκτιμάται όπως σε επιφάνειες οι οποίες εφάπτονται με το έδαφος ή με μη θερμαινόμενο χώρο. Ο μειωτικός συντελεστής επιχειρεί την επαναφορά των παραπάνω μεγεθών σε τιμές που πλησιάζουν την πραγματικότητα. Αυτές οι περιπτώσεις είναι:

- Θερμογέφυρα σε θέση η οποία διαχωρίζει θερμαινόμενο χώρο με περικλειστο μη θερμαινόμενο. Τότε θεωρείται ο συντελεστής Ψ για την περίπτωση προς εξωτερικό αέρα πολλαπλασιασμένος επί τον μειωτικό συντελεστή $b_{\theta\gamma}=0.5$, ώστε να ληφθεί υπόψη η έκθεση του στοιχείου σε συνθήκες ευνοϊκότερες των εξωτερικών.

- Θερμογέφυρα σε θέση που διαχωρίζει θερμαινόμενο χώρο από δύο διαφορετικά θερμικά περιβάλλοντα των οποίων αντίστοιχη τιμή δεν ορίζεται στον πίνακα θερμογεφυρών. Προσδιορίζεται ο συντελεστής γραμμικής θερμοπερατότητας και ισοκατανέμεται προς τα δύο περιβάλλοντα ($\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$) με μειωτικό συντελεστή $b_{\theta\gamma}$ σε καθένα από αυτά ως εξής:

$b_{\theta\gamma} = 1,0$ προς τον εξωτερικό αέρα,

$b_{\theta\gamma} = 0,5$ προς τον μη θερμαινόμενο χώρο,

$b_{\theta\gamma} = 0,0$ προς το έδαφος.

• Θερμογέφυρα σε θέση προς τρία διαφορετικά θερμικά περιβάλλοντα (εξωτερικό αέρα, κλειστό μη θερμαινόμενο χώρο και έδαφος). Προσδιορίζεται ο συντελεστής γραμμικής θερμοπερατότητας και ισοκατανέμεται προς τα τρία περιβάλλοντα ($\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$) με μειωτικό συντελεστή $b_{\theta\gamma}$ σε καθένα από αυτά ως εξής:

$b_{\theta\gamma} = 1,0$ προς τον εξωτερικό αέρα,

$b_{\theta\gamma} = 0,5$ προς τον μη θερμαινόμενο χώρο,

$b_{\theta\gamma} = 0,0$ προς το έδαφος.

Ένας ακόμη συντελεστής που χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς των θερμικών απωλειών είναι ο συντελεστής σημειακής θερμοπερατότητας χ [W/K], ο οποίος εκφράζει ποσοτικά την επιρροή μιας σημειακής θερμογέφυρας στη συνολική ροή θερμότητας. Δεν γίνεται όμως ιδιαίτερη αναφορά σε αυτόν τον συντελεστή αφού η επιρροή των σημειακών θερμογεφυρών στις ροές θερμότητας θεωρείται αμελητέα.

3.5 Υπολογισμός μέσου συντελεστή θερμοπερατότητας κτιρίου U_m

Βασική ποσότητα που ενδιαφέρει τον μελετητή κατά την μελέτη των θερμικών απωλειών είναι ο μέσος συντελεστής θερμοπερατότητας U_m για ολόκληρο το κτίριο ο οποίος προκύπτει αν λάβουμε υπόψιν όλους τους συντελεστές των επιμέρους δομικών στοιχείων της περιμέτρου των θερμαινόμενων χώρων του κτιρίου κατά αναλογία των αντίστοιχων εμβαδών τους. Σημαντική ποσότητα στον υπολογισμό του U_m είναι, επίσης, οι γραμμικές θερμογέφυρες και κυρίως αυτές που αναπτύσσονται στα περιμετρικά όρια των δομικών στοιχείων. Στη γενική του έκφραση ο υπολογισμός του U_m προκύπτει από τον τύπο [9]:

$$U_m = \frac{\sum_{j=1}^n A_j \cdot U_j \cdot b + \sum_{i=1}^v l_i \cdot \Psi_i \cdot b}{\sum_{j=1}^n A_j} [W/(m^2 \cdot K)] \quad (3.2)$$

όπου

U_m [W/(m²·K)] μέσος συντελεστής θερμοπερατότητας για ολόκληρο το κτίριο,

η [-] η ποσότητα των επί μέρους δομικών στοιχείων του κτιριακού κελύφους,

ν [-] η ποσότητα των θερμογεφυρών που εμφανίζονται στα εσωτερικά ή εξωτερικά όρια κάθε επιφάνειας A_j του κελύφους,

A_j [m²] το εμβαδόν της επιφάνειας που κατέχει το κάθε δομικό στοιχείο στην ολική επιφάνεια του κτιριακού κελύφους,

U_j [W/(m²·K)] ο συντελεστής θερμοπερατότητας του κάθε δομικού στοιχείου j του κελύφους του κτιρίου,

l_j [m] το συνολικό μήκος του κάθε τύπου θερμογέφυρας που αναπτύσσεται στο περίβλημα του κτιρίου,

Ψ_j [W/(m·K)] ο συντελεστής γραμμικής θερμοπερατότητας του κάθε τύπου θερμογέφυρας που αναπτύσσεται στο περίβλημα του κτιρίου,

$b[-]$ ο μειωτικός συντελεστής,

Το ευρισκόμενο πηλίκο U_m συγκρίνεται με αυτό που ορίζεται ως μέγιστο επιτρεπόμενο $U_{m,max}$ από τον λόγο A/V του Πίνακα 7 για κάθε κλιματική ζώνη (Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-2/2017).

4. Το λογισμικό THERM

4.1 Εισαγωγή

Το λογισμικό THERM[2] αποτελεί ένα σύγχρονο υπολογιστικό πρόγραμμα το οποίο χρησιμοποιείται για την προσομοίωση του φαινομένου της διδιάστατης μετάδοσης θερμότητας μέσω χαρακτηριστικών σημείων ενός κτιρίου. Ως χαρακτηριστικά σημεία νοούνται κυρίως ανοίγματα των όψεων της οικοδομής, αλλά βρίσκει εφαρμογή και σε διάφορα δομικά στοιχεία όπως θεμέλια, φέρουσες τοιχοποιίες, καθώς και στοιχεία επικάλυψης (στέγες, πάνελ και υαλοπίνακες). Όλα τα παραπάνω χαρακτηριστικά σημεία ενός κτιρίου αποκαλούνται θερμογέφυρες, τις οποίες έχουμε ήδη περιγράψει στο Κεφάλαιο 3. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, οι θερμογέφυρες που παρουσιάζονται σε ένα κτίριο είναι σημεία στα οποία μπορεί να εμφανιστούν προβλήματα συμπύκνωσης, υγρασίας και δομικής ακεραιότητας. Η χρήση του λογισμικού THERM και της μεθόδου ανάλυσης που χρησιμοποιεί μπορούν να εντοπίσουν τέτοια ζητήματα ενεργειακής φύσης ή και να τα προλάβουν.

Πιο συγκεκριμένα το λογισμικό THERM προσπαθεί να επιλύσει ένα σύστημα στο οποίο συντελείται μεταφορά ενέργειας (θερμότητας) ακολουθώντας τις βασικές αρχές της μετάδοσης θερμότητας και κάνοντας χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, όπως είναι γνωστό, αποτελεί χρησιμότερο εργαλείο στον χώρο της προσομοίωσης και ανάλυσης των κατασκευών, καθώς προσφέρει τη δυνατότητα μοντελοποίησης σύνθετων γεωμετριών μετατρέποντας τις σε ένα πλέγμα ομοιόμορφων στοιχείων.

4.2 Δομή του λογισμικού THERM

Το THERM, όπως αναφέραμε, είναι λογισμικό και όπως κάθε λογισμικό έχει μια συγκεκριμένη δομή αλλά και τρόπο λειτουργίας που κρύβεται πίσω από μια σειρά προγραμματιστικών εντολών και περίσσια γραμμών κώδικα. Ευτυχώς όμως το THERM έρχεται πλήρως εξοπλισμένο με το απαραίτητο γραφικό περιβάλλον και είναι προσαρμοσμένο στο ευρείας χρήσης λογισμικό των Microsoft Windows.

Παρακάτω θα δούμε πιο συγκεκριμένα τη μακροσκοπική μορφή του λογισμικού και θα περιγράψουμε πώς ένα τόσο απλό πρόγραμμα μπορεί να επιτελέσει ένα τόσο σύνθετο έργο[19].

Το λογισμικό THERM χαρακτηρίζεται από τρία βασικά τμήματα:

- Γραφικό περιβάλλον χρήστη: ένα γραφικό περιβάλλον, πλήρως εξοπλισμένο με γραμμές εργαλείων, το οποίο επιτρέπει τον σχεδιασμό της διατομής ενός προϊόντος ή δομικού στοιχείου για το οποίο

εκτελούνται θερμικοί υπολογισμοί. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό από την Εικόνα 4.1, το περιβάλλον είναι πολύ απλό και κατανοητό χωρίς πληθώρα γραφικών ή σύνθετων παραθύρων.

- **Ανάλυση διδιάστατης μετάδοσης θερμότητας:** πρόκειται για την κύρια διαδικασία επίλυσης που εκτελεί το πρόγραμμα και παρέχει αποτελέσματα. Η ανάλυση γίνεται σχεδόν “αόρατα” θα μπορούσε κάποιος να πει, προσφέροντας στον χρήστη μόνο τις απαραίτητες ειδοποιήσεις και ζητώντας από αυτόν τον σχεδιασμό μιας διατομής. Η ανάλυση περιέχει μια αυτόματη γένεση πλέγματος για τη δημιουργία κόμβων που θα χρησιμοποιηθούν στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, έναν λύτη πεπερασμένων στοιχείων, έναν προαιρετικό εκτιμητή σφαλμάτων, μια ευπροσάρμοστη γεννήτρια πλέγματος και έναν προαιρετικό συντελεστή σχήματος για το μοντέλο ακτινοβολίας.

- **Αποτελέσματα:** μία επιφάνεια προβολής αποτελεσμάτων, όπου παρέχεται η απαραίτητη πληροφορία.

Έχοντας μια γενική εικόνα, ας δούμε τώρα πώς καθένα από τα παραπάνω χαρακτηριστικά βρίσκουν εφαρμογή στο λογισμικό, αλλά και πώς ο μέσος χρήστης μπορεί να τα αξιοποιήσει στο μέγιστο.

Γραφικό περιβάλλον χρήστη

Το λογισμικό THERM έχει τυπικές γραφικές δυνατότητες που σχετίζονται με το λειτουργικό σύστημα Microsoft Windows™. Σε κάθε περίπτωση, το περιβάλλον χρήστη δεν απέχει πολύ από το γραφικό περιβάλλον ενός συνηθισμένου προγράμματος, όπως του Microsoft Word™. Ειδικότερα, το THERM επιτρέπει τη χρήση:

- Των λειτουργιών του δρομέα και του ποντικιού του υπολογιστή
- Τυπικές δυνατότητες επεξεργασίας, όπως αποκοπή, αντιγραφή, επικόλληση, επιλογή όλων και διαγραφή
- Μια γραμμή εργαλείων για γρήγορη πρόσβαση και συντομεύσεις για εντολές που χρησιμοποιούνται συχνά
- Πολλαπλά παράθυρα, ώστε πολλά έργα να μπορούν να ανοίγουν ταυτόχρονα.

Το εύκολο περιβάλλον του λογισμικού THERM έχει παρ’ όλα αυτά ισχυρές δυνατότητες σχεδίασης για τη μοντελοποίηση ακόμη και σύνθετων διατομών ενός δομικού στοιχείου. Υπάρχουν δύο μέθοδοι για τον σχεδιασμό των διατομών:

- Εισαγωγή ενός σχεδίου σε μορφή DXF ή bitmap και σχεδίαση πάνω σε αυτό
- Σχεδίαση της γεωμετρίας βάση ενός διαστασιολογημένου σχεδίου

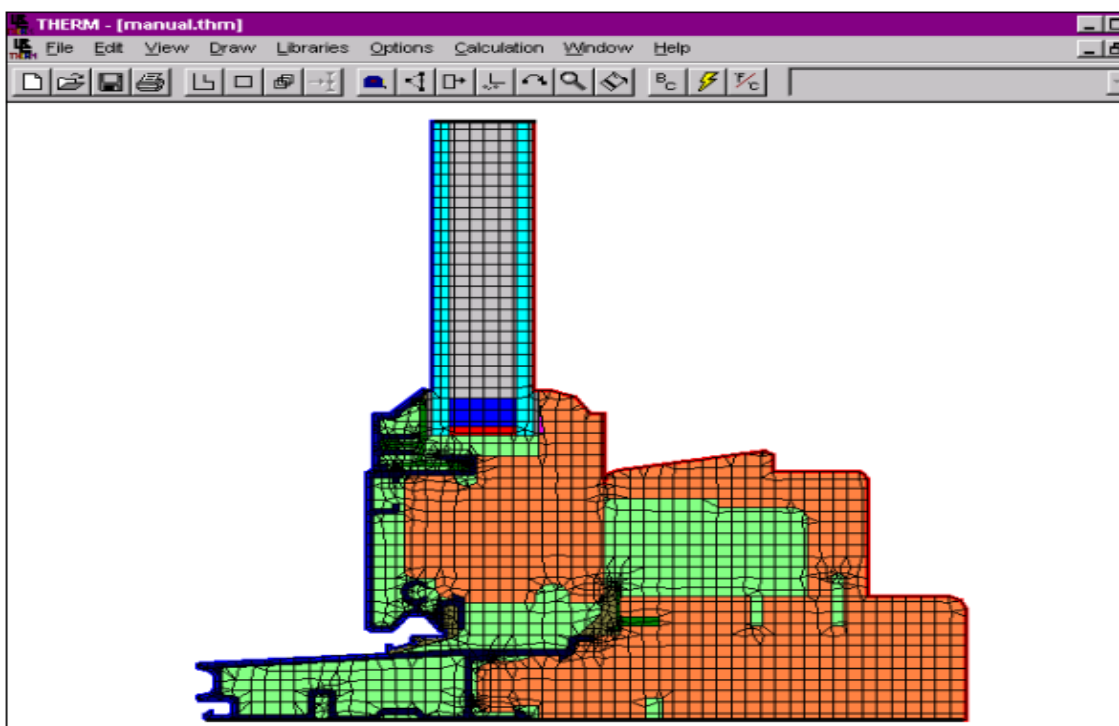
Η πρώτη μέθοδος προϋποθέτει μια προσχεδίαση της διατομής του υπό εξέταση στοιχείου σε ένα λογισμικό σχεδιασμού CAD, μετατροπή του σχεδίου σε DXF και στη συνέχεια εισαγωγή του στο THERM. Η δεύτερη

μέθοδος αφορά τον σχεδιασμό μιας διατομής με τη χρήση του περιβάλλοντος του THERM.

Το τελευταίο στάδιο της σχεδίασης της διατομής αφορά τον καθορισμό των ιδιοτήτων του κάθε διαφορετικού υλικού και των συννοριακών συνθηκών. Το λογισμικό χρησιμοποιεί δύο κατηγορίες για τον διαχωρισμό των ιδιοτήτων: στερεά και κοιλότητες.

Ανάλυση μετάδοσης θερμότητας

Εφόσον έχουμε εισαγάγει τη ζητούμενη διατομή, μπορούμε να προχωρήσουμε στην επίλυση. Το THERM εκτελεί διδιάστατη ανάλυση για τη μελέτη της μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή και ακτινοβολία χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, η οποία μετατρέπει την όποια σύνθετη γεωμετρία σε ένα σύνολο μικρών (απειροστών) στοιχείων, με άλλα λόγια η διατομή μετατρέπεται σε ένα πλέγμα, όπως φαίνεται στο παράδειγμα της Εικόνας 4.1. Για την επιτυχή δημιουργία του πλέγματος δεν πρέπει να υπάρχουν αλληλοκαλυπτόμενες γραμμές. Ενώ αυτό μπορεί να φαίνεται απαιτητικό και δύσκολο στον νέο χρήστη, στην πραγματικότητα η διαδικασία εκτελείται αυτόματα από το λογισμικό. Έχοντας δημιουργήσει το πλέγμα, το THERM εκτελεί την επίλυση, λύνοντας ουσιαστικά την εξίσωση μετάδοσης θερμότητας. Επιπλέον τρέχει έναν εκτιμητή σφάλματος, ο οποίος θα κρίνει εάν η κατάτμηση της διατομής ήταν επαρκής ή όχι. Αν το σφάλμα υπερβεί τα επιτρεπτά όρια, το λογισμικό προχωρά σε ανασύσταση του πλέγματος, επαναλαμβάνει την επίλυση για τη νέα γεωμετρία και ελέγχει τα αποτελέσματα. Στο τέλος της επαναληπτικής διαδικασίας, το THERM παρέχει μια συγκλίνουσα λύση.



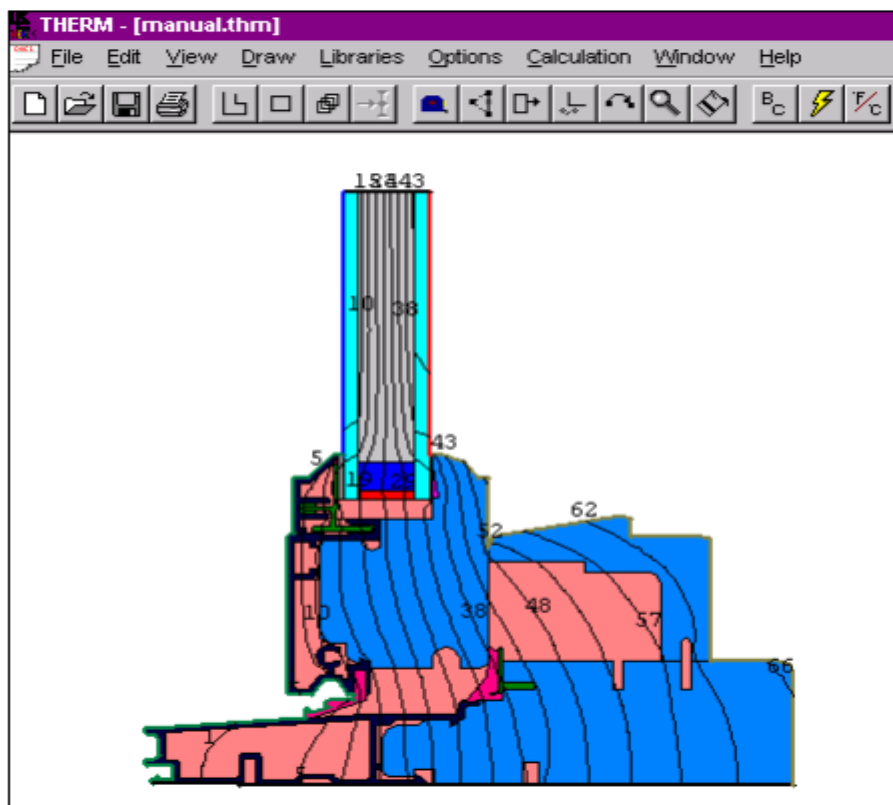
Εικόνα 4.1: Παραγόμενο πλέγμα της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων

Αποτελέσματα

Με το πέρας της επίλυσης, το λογισμικό παρέχει ένα σύνολο πληροφοριών για τον χρήστη. Ανάλογα με τις απαιτήσεις, μπορούμε να επιλέξουμε τα αποτελέσματα που θέλουμε να κρατήσουμε. Αν μας ενδιαφέρει π.χ. η σύγκριση δύο διαφορετικών κουφωμάτων, είναι χρήσιμο να συγκρατήσουμε, για παράδειγμα, τον συντελεστή θερμοπερατότητας. Σε κάθε περίπτωση, το λογισμικό μάς δίνει μια πολύ συνολική εικόνα της θερμικής συμπεριφοράς του στοιχείου. Πιο συγκεκριμένα, η επίλυση, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 4.2, εμπεριέχει:

- Συντελεστή θερμοπερατότητας (U)
- Ισοθερμικές καμπύλες
- Ισοθερμικές καμπύλες με χρωματισμό της ροής
- Γραφικές παραστάσεις της διανυσματικής θερμικής ροής
- Γραμμές της συνέχειας της ροής με χρωματισμό της
- Θερμοκρασίας (τοπικές-μέσες, μέγιστες-ελάχιστες)

Όπως παρατηρεί κανείς, τα αποτελέσματα είναι ευδιάκριτα και η εικόνα της διατομής εντελώς αντιπροσωπευτική, χωρίς επιπλέον κουραστικές λεπτομέρειες.



Εικόνα 4.2: Γραφική απεικόνιση: Ισόθερμες καμπύλες

4.3 Θεωρητικό υπόβαθρο

Τα προγράμματα THERM7 και WINDOW7, το οποίο αποτελεί, με κάθε έννοια, μια επέκταση του THERM και περιγράφει με περισσότερη ακρίβεια τη διδιάστατη μετάδοση θερμότητας μέσω γυάλινων επιφανειών, θα χρησιμοποιηθούν για την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας και βασίζονται στην εφαρμογή αλγορίθμων του πρότυπου ISO 15099:2003. Το παραπάνω πρότυπο καθορίζει τις λεπτομερείς διαδικασίες υπολογισμού των ιδιοτήτων θερμικής και οπτικής μετάδοσης (π.χ. θερμική διαπερατότητα, συνολική εκπομπή ηλιακής ενέργειας) σε συστήματα παραθύρων και θυρών με βάση τους πρόσφατους αλγορίθμους και μεθόδους, καθώς και τις σχετικές θερμικές ιδιότητες όλων των στοιχείων.

Παρακάτω θα δούμε πιο αναλυτικά τις διαδικασίες που εφαρμόζονται από τα λογισμικά για να επιτευχθεί η ζητούμενη επίλυση σε συγκεκριμένες μορφές διατομών.

4.3.1 Πρόβλεψη θερμικής διαπερατότητας μονωμένου υαλοπίνακα λόγω διάθλασης

Η διάθλαση στα μονωμένα παράθυρα μπορεί να προκαλέσει υποβάθμιση ή βελτίωση της θερμικής συμπεριφοράς ανάλογα με τη μείωση ή αύξηση του πλάτους του διάκενου αέρα. Η μετάδοση θερμότητας του αερίου πλήρωσης επηρεάζεται από το μεταβαλλόμενο κενό, καθώς και από την αύξηση ή μείωση της θερμικής διαδρομής από το κέντρο του υαλοπίνακα, με συνέπειες και στη θερμική απόδοση του στοιχείου. Ως επί το πλείστο, ο συντελεστής θερμοπερατότητας U επηρεάζεται άμεσα από αυτή την αλλαγή. Ωστόσο, το ηλιακό θερμικό κέρδος του παραθύρου (SHGC) επηρεάζεται, επίσης, από την εσωτερική ροή του ποσοστού της απορροφούμενης ηλιακής ακτινοβολίας, η οποία επηρεάζεται από τη θερμική απόδοση του υαλοπίνακα.

Η ανάκλαση στους μονωμένους υαλοπίνακες προκαλείται από τη διαφορά στην πίεση του διάκενου αερίου, έναντι εξωτερικής-εσωτερικής πίεσης. Η εσωτερική και η εξωτερική πίεση μπορούν να θεωρηθούν ίσες, δεδομένου ότι το εσωτερικό του κτιρίου βρίσκεται σε καλή επαφή με το εξωτερικό περιβάλλον. Αυτή η πίεση καλείται ατμοσφαιρική και συμβολίζεται με P_a . Η διαφορά πίεσης ανάμεσα στην ατμοσφαιρική πίεση και την πίεση του διάκενου οφείλεται στους παρακάτω παράγοντες:

1) Διαφορά στην ατμοσφαιρική πίεση μεταξύ της θέσης

2) Διαφορά στη θερμοκρασία κατά τη διάρκεια της κατασκευής και στις πραγματικές συνθήκες λειτουργίας του υαλοπίνακα. Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι η αρχική θερμοκρασία μπορεί να είναι υψηλότερη από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος κατά τη διαδικασία κατασκευής λόγω της

αυξημένης θερμοκρασίας του στεγανωτικού υλικού, η οποία μπορεί να αυξήσει τις τοπικές θερμοκρασίες εντός του μονωμένου υαλοπίνακα.

3) Μη ισορροπημένη διασπορά του αερίου πλήρωσης δια μέσου των στεγανωτικών, με αποτέλεσμα την εμφάνιση χαμηλότερης πίεσης στο διάκενο και εσωτερική εκτροπή.

4) Πίεση ανέμου ή στατικού φορτίου.

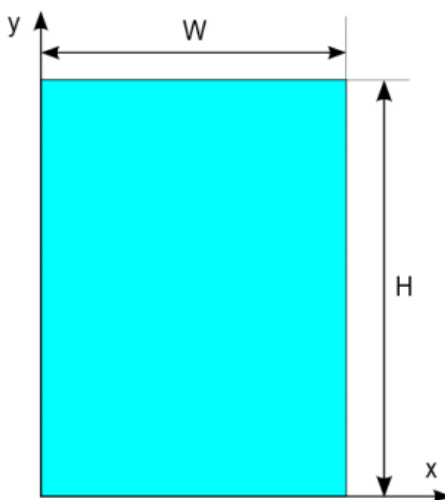
Οι δύο πρώτες περιπτώσεις μπορούν να μοντελοποιηθούν χρησιμοποιώντας με τη χρήση μαθηματικών εξισώσεων (βλ. παρακάτω), ενώ για το αποτέλεσμα του παράγοντα (3) δεν υπάρχει κάποιο αξιόπιστο μαθηματικό μοντέλο το οποίο να μπορεί να προβλέψει με ακρίβεια το φαινόμενο. Σε κάθε περίπτωση, η αθροιστική διάθλαση, που προκύπτει από τα παραπάνω φαινόμενα, μπορεί να μετρηθεί επί τόπου και το αποτέλεσμά της στη θερμική απόδοση μπορεί να μοντελοποιηθεί με τον καθορισμό της παραμόρφωσης στο κέντρο του υαλοπίνακα. Στην παρούσα ανάλυση δεν θα συμπεριληφθεί η επίδραση της πίεσης του ανέμου και των στατικών φορτίων.

Μαθηματικό Μοντέλο

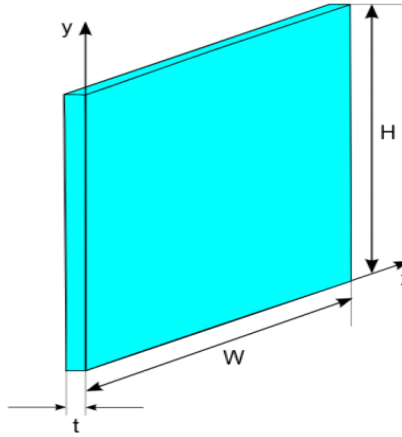
Το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφεται παρακάτω βασίζεται στο ερευνητικό έργο των Bernier & Bourret (1997) [20] και των Timoshenko & Woinowsky-Krieger (1959) [21] και χωρίζεται σε δύο μέρη: 1) υπολογισμός της διάθλασης και της προκύπτουσας θερμικής απόδοσης που προκαλείται από την πίεση και τη θερμοκρασία και, 2) υπολογισμός της θερμικής απόδοσης του μονωμένου υαλοπίνακα όταν μετράται η παραμόρφωση.

1) Υπολογισμός της διάθλασης και της προκύπτουσας θερμικής απόδοσης που προκαλείται από την πίεση και τη θερμοκρασία

Θεωρούμε το σύστημα συντεταγμένων όπως φαίνεται στις Εικόνες 4.3 και 4.4:



Εικόνα 4.3: Σύστημα συντεταγμένων διάθλασης-2D



Εικόνα 4.4: Σύστημα συντεταγμένων διάθλασης-3D

Είναι δυνατό να υπολογιστεί η κατανομή της εκτροπής σε κάθε σημείο του παραθύρου χρησιμοποιώντας την ακόλουθη εξίσωση:

$$L_{D(i)}(x, y) = \frac{16 \cdot \Delta P_{(i)}}{\pi^6 \cdot D_{(i)}} \sum_{m=1,3,5...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5...}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{W} \cdot \sin \frac{n\pi y}{H}}{mn \left[\left(\frac{m}{W} \right)^2 + \left(\frac{n}{H} \right)^2 \right]^2}, \quad (4.1)$$

$$D_{(i)} = \frac{E \cdot t_{(i)}^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}, \quad (4.2)$$

όπου,

E: μέτρο ελαστικότητας του Young (7.2×10^{10}) [Pa]

t: πάχος υαλοπίνακα [m]

ν : λόγος του Poisson (0.22 για γυαλί) [-]

$$\Delta P_i = P_{\text{gap}(j)} - P_{\text{gap}(j-1)} \text{ (για } i\text{-οστό παράθυρο) [Pa]} \quad (4.3)$$

$$\Delta P_i = P_{\text{gap}(1)} - P_a \text{ (πρώτο παράθυρο) [Pa]} \quad (4.4)$$

$$\Delta P_i = P_a - P_{\text{gap}(n-1)} \text{ (τελευταίο παράθυρο) [Pa]} \quad (4.5)$$

όπου,

P_a : ατμοσφαιρική πίεση [Pa]

$$P_{\text{gap}(i)} = \frac{P_{\text{ini}} V_{\text{ini}(i)} T_{\text{gap}(i)}}{T_{\text{ini}} V_{\text{gap}(i)}} \quad (4.6)$$

όπου,

P_{ini} : αρχική πίεση. Ισχύει για όλα τα αέρια ως μεμονωμένη τιμή [Pa].

T_{ini} : αρχική θερμοκρασία. Ισχύει για όλα τα αέρια ως μεμονωμένη τιμή [K].

$V_{ini(i)}$: αρχικός όγκος για i-th κενό [m³]

$$V_{ini(i)} = L_i \cdot W \cdot H \quad (4.7)$$

όπου,

L_i : μη παραμορφωμένο πλάτος κενού υαλοπινάκων (για i-οστό κενό) [m]

W : πάχος μονωμένου υαλοπίνακα [m]

H : ύψος μονωμένου υαλοπίνακα [m]

$T_{gap(i)}$: θερμοκρασία του κενού μεταξύ δύο γυάλινων υαλοπινάκων (υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο θερμικών υπολογισμών στο κέντρο του υαλοπίνακα, όπως περιγράφεται στο ISO 15099/2003[22]. Αυτή η τιμή υπολογίζεται πρώτα χρησιμοποιώντας μη παραμορφωμένη κατάσταση και υπολογίζεται εκ νέου μετά την υπολογιζόμενη εκτροπή που προκύπτει. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου η θερμοκρασία να μη διαφέρει περισσότερο από 0,1 °C.

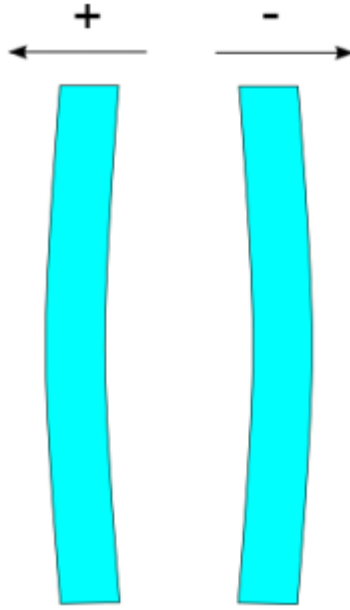
$V_{gap(i)}$: όγκος του κενού του μονωμένου υαλοπίνακα σε παραμορφωμένη κατάσταση [m³]

$$V_{gap(i)} = V_{ini(i)} + W \cdot H \cdot (\bar{L}_{D,i} - \bar{L}_{D,i+1}) \quad (4.8)$$

όπου,

$\bar{L}_{D,i}$ είναι η μέση τιμή εκτροπής για το ν-οστό παράθυρο [m]

Η εκτροπή του κάθε παραθύρου μπορεί να είναι θετική ή αρνητική, με το πρόσημο να χρησιμοποιείται αποκλειστικά βάσει της αναφοράς. Στο πλαίσιο που παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.6, το θετικό πρόσημο στην παραμόρφωση σημαίνει ότι το παράθυρο παραμορφώνεται προς την αριστερή κατεύθυνση, ενώ το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι παραμορφώνεται προς τα δεξιά. Εάν η εκτροπή είναι προς την κατεύθυνση της μείωσης ή της αύξησης του πλάτους διάκενου, θα είναι το αποτέλεσμα της διαφοράς πίεσης, όπως περιγράφεται στην Εξίσωση 4.1. Όταν η πίεση στον υαλοπίνακα είναι μεγαλύτερη από την πίεση του περιβάλλοντος, η εκτροπή θα είναι ίση προς το αυξανόμενο πλάτος διάκενου, ενώ η αντίθετη κατάσταση θα έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του πλάτους του διάκενου.



Εικόνα 4.5: Σύμβαση κατεύθυνσης εκτροπής

Ένα σημαντικό βήμα της παρούσας ανάλυσης είναι ο προσδιορισμός της μέσης εκτροπής για κάθε υαλοπίνακα. Η μέση τιμή εκτροπής χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του όγκου διάκενου σε παραμορφωμένη κατάσταση. Η μέση τιμή εκτροπής του υαλοπίνακα μπορεί να υπολογιστεί ενσωματώνοντας την εξίσωση 4.1.:

$$\overline{L_{D(i)}} = \int_{x=0}^W \int_{y=0}^H \frac{16 \cdot \Delta P_{(i)}}{\pi^6 \cdot D_{(i)}} \sum_{m=1,3,5...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5...}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{W} \sin \frac{n\pi y}{H}}{mn \left(\left(\frac{m}{W} \right)^2 + \left(\frac{n}{H} \right)^2 \right)^2} \quad (4.9)$$

η οποία είναι ίδια με την ακόλουθη έκφραση:

$$\overline{L_{D(i)}} = \frac{16 \cdot \Delta P_{(i)}}{\pi^6 \cdot D_{(i)}} \sum_{m=1,3,5...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5...}^{\infty} \frac{\int_{x=0}^W \int_{y=0}^H \sin \frac{m\pi x}{W} \sin \frac{n\pi y}{H}}{mn \left(\left(\frac{m}{W} \right)^2 + \left(\frac{n}{H} \right)^2 \right)^2} \quad (4.10)$$

Επειδή το ολοκλήρωμα του $\sin(x)$ είναι ίσο με $-\cos(x)$, η παραπάνω εξίσωση θα γίνει:

$$\overline{L_{D(i)}} = \frac{16 \cdot \Delta P_{(i)}}{\pi^6 \cdot D_{(i)}} \sum_{m=1,3,5...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5...}^{\infty} \frac{(1 - \cos(m\pi))(1 - \cos(n\pi))}{mn \left(\left(\frac{m}{W} \right)^2 + \left(\frac{n}{H} \right)^2 \right)^2} \quad (4.11)$$

Τέλος, επειδή οι τιμές των $\cos(m\pi)$ και $\cos(n\pi)$ είναι πάντα ίσες με -1 για τα δοσμένα m και n , η παραπάνω εξίσωση θα γίνει:

$$\overline{L_{D(i)}} = \frac{16 \cdot \Delta P_{(i)}}{\pi^6 \cdot D_{(i)}} \sum_{m=1,3,5...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5...}^{\infty} \frac{4}{m^2 n^2 \pi^2 \left(\left(\frac{m}{W} \right)^2 + \left(\frac{n}{H} \right)^2 \right)^2} \quad (4.12)$$

Μετά τον υπολογισμό της μέσης εκτροπής του παραθύρου, η παρακάτω εξίσωση χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του μέσου πλάτους διάκενου:

$$L_{r(i)} = L + (\overline{L_{D(i)}} - \overline{L_{D(i+1)}}) \quad (4.13)$$

όπου,

$L_{r(i)}$: μέση τιμή διάκενου πλάτους (i) μετά την ενσωμάτωση της παραμόρφωσης του υαλοπίνακα. Το πλάτος αυτό χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της θερμικής απόδοσης του μονωμένου υαλοπίνακα λόγω εκτροπής.

$L_{D,i}^-$: μέση τιμή εκτροπής για τον κάθε υαλοπίνακα (i)

Ο υπολογισμός της παραμόρφωσης στο κέντρο του υαλοπίνακα και της μέσης τιμής για τον κάθε υαλοπίνακα είναι μια επαναληπτική διαδικασία, όπου η αρχική κατανομή θερμοκρασίας υπολογίζεται για μη παραμορφωμένη κατάσταση, μετά η εκτροπή υπολογίζεται βάσει αυτής της θερμοκρασιακής κατανομής, η νέα θερμοκρασιακή κατανομή υπολογίζεται για αυτή την παραμορφωμένη κατάσταση και οι θερμοκρασίες από την τρέχουσα επανάληψη συγκρίνονται με την προηγούμενη. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου η διαφορά να μην υπερβαίνει τους 0,1 °C.

Στο τέλος της διαδικασίας, το πρόγραμμα θα υπολογίσει και θα επιστρέψει τη μέγιστη τιμή εκτροπής για κάθε υαλοπίνακα. Εάν συμβολίσουμε τη μέγιστη εκτροπή για κάθε υαλοπίνακα με $L_{D(i),max}$, μπορούμε να υπολογίσουμε αυτή την τιμή αντικαθιστώντας $x=W/2$ και $y=H/2$ στην εξ. 4.1. για να καθορίσουμε την εκτροπή στο κέντρο.

Αρα,

$$L_{D(i),max} = \frac{16 \cdot \Delta P(i)}{\pi^6 \cdot D(i)} \sum_{m=1,3,5...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5...}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{W} \sin \frac{n\pi y}{H}}{mn \left(\left(\frac{m}{W} \right)^2 + \left(\frac{n}{H} \right)^2 \right)} \quad (4.14)$$

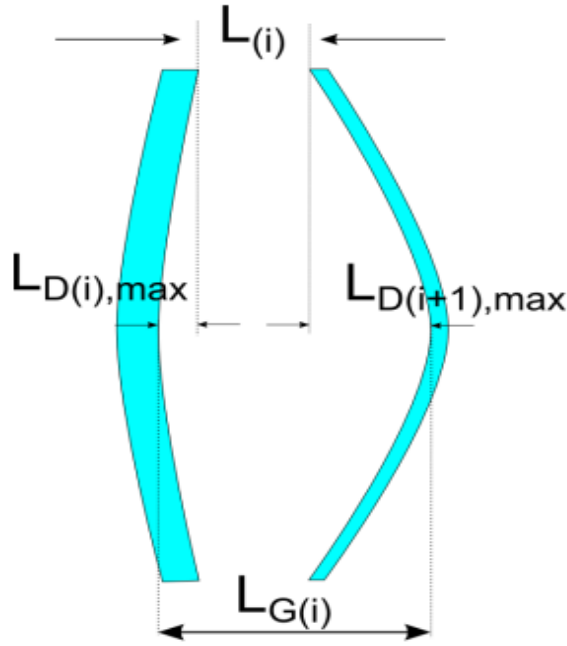
Για συστήματα παραθύρων με περισσότερα από δύο στρώματα υαλοπινάκων, που σημαίνει ότι έχουμε πολλά διάκενα πλήρωσης με αέριο, η εκτροπή θα υπολογιστεί για κάθε υαλοπίνακα υποθέτοντας ότι η πίεση σε ένα κενό είναι ανεξάρτητη από τα υπόλοιπα και υπολογίζεται ξεχωριστά, εκτός εάν τα κενά «συνδέονται» (δηλ., τεντωμένη μεμβράνη μεσαίου υαλοπίνακα που έχει τρύπα για εξισορρόπηση της πίεσης).

2) Υπολογισμός της θερμικής απόδοσης του μονωμένου υαλοπίνακα όταν μετράται η εκτροπή

Όταν μετράται η εκτροπή, η μέτρηση διεξάγεται συνήθως στο μέγιστο σημείο της. Η μέγιστη εκτροπή εμφανίζεται στο κέντρο του μονωμένου υαλοπίνακα ($W/2$ & $H/2$).

Η μετρούμενη τιμή είναι συνήθως το πλάτος διάκενου στο σημείο της μέγιστης εκτροπής, το οποίο μπορούμε να συμβολίσουμε με $L_{G(i)}$. Για το i-οστό μετρημένο κενό, το πλάτος είναι ίσο με:

$$L_{G(i)} = L_{(i)} + (L_{D(i),max} - L_{D(i+1),max}) \quad (4.15)$$



Εικόνα 4.6: Μη συμμετρική παραμόρφωση υαλοπινάκων

Εάν συμβολίσουμε τον λόγο της μέσης απόκλισης προς τη μέγιστη απόκλιση ως $R_{(i)}$, τότε:

$$R_{(i)} = \frac{\overline{L_{D(i)}}}{L_{D(i),max}} = \frac{\sum_{m=1,3,5...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5...}^{\infty} \frac{4}{m^2 n^2 \pi^2 \left(\left(\frac{m}{W} \right)^2 + \left(\frac{n}{H} \right)^2 \right)^2}}{\sum_{m=1,3,5...}^{\infty} \sum_{n=1,3,5...}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{W} \sin \frac{n\pi y}{H}}{mn \left(\left(\frac{m}{W} \right)^2 + \left(\frac{n}{H} \right)^2 \right)^2}} \quad (4.16)$$

Μια σημαντική σημείωση για τον λόγο 4.16 είναι ότι τα $R_{(i)}$ για όλα τα κενά στο σύστημα υαλοπινάκων είναι ίσα.

$$R_{(1)} = R_{(2)} = \dots = R_{(i)} = \dots = R_{(n-1)} = R \quad (4.17)$$

Αντικαθιστώντας τις εξ. 4.16 και εξ. 4.17 στην εξ. 4.13 έχουμε:

$$L_{r(i)} = L_{(i)} + R(L_{D(i),max} - L_{D(i+1),max}) \quad (4.18)$$

Συνδυάζοντας την εξ. 4.18 με την εξ. 4.15 παίρνουμε την ακόλουθη έκφραση για τη μέση τιμή του πλάτους διάκενου:

$$L_{r(i)} = L_{(i)} + R(L_{G(i)} - L_{(i)}) \quad (4.19)$$

Ο αριθμός των εξισώσεων που δίνονται στην εξ. 4.15 είναι ίσος με $n-1$, όπου n είναι ο αριθμός των υαλοπινάκων. Άρα, χρειαζόμαστε μία ακόμα εξίσωση για να συμπληρώσουμε το σύστημα των εξισώσεων. Για να πάρουμε την τελευταία εξίσωση μπορούμε να ξαναγράψουμε την εξ. 4.14 με ελαφρώς διαφορετικό τρόπο:

$$L_{D(i),max} = \frac{\Delta P_{(i)}}{D_{(i)}} \cdot K, \quad (4.20)$$

όπου ο συντελεστής K συνδυάζει όλους τους σταθερούς όρους, αφού

το $D_{(i)}$ δίνεται από την εξ. 4.2 και το $\Delta P_{(i)}$ υπολογίζεται από τις εξ. 4.3, εξ. 4.4, εξ. 4.5. Αθροίζοντας όλες τις παραμορφώσεις, $L_{D(i),max}$ παίρνουμε την παρακάτω εξίσωση:

$$\sum_{i=1}^n \frac{D_{(i)}}{K} \cdot L_{D(i),max} = \sum_{i=1}^n \Delta P_{(i)} = 0 \quad (4.21)$$

Το άθροισμα όλων των $\Delta P_{(i)}$ είναι ίσο με μηδέν, καθώς η εξωτερική πίεση είναι ίση με την εσωτερική. Άρα, η εναπομένουσα εξίσωση που συμπληρώνει το σύστημα των εξισώσεων είναι:

$$\sum_{i=1}^n D_{(i)} \cdot L_{D(i),max} = 0 \quad (4.22)$$

ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Για να λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων θα γράψουμε την εξ. 4.15 με ελαφρώς διαφορετικό τρόπο:

$$0 = L_{(i)} - L_{G(i)} - L_{D(i),max} - L_{D(i+1),max}, \quad (4.23)$$

η οποία, αν την αναπτύξουμε, θα πάρει την παρακάτω μορφή:

$$\begin{aligned} 0 &= L_{(1)} - L_{G(1)} - L_{D(1),max} - L_{D(2),max} \\ 0 &= L_{(2)} - L_{G(2)} - L_{D(2),max} - L_{D(3),max} \\ &\vdots \\ 0 &= L_{(i)} - L_{G(i)} - L_{D(i),max} - L_{D(i+1),max} \\ &\vdots \\ 0 &= L_{(n-1)} - L_{G(n-1)} - L_{D(n-1),max} - L_{D(n),max} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Για να εκφράσουμε κάθε $L_{D(i),max}$ ως εξαρτώμενο από το $L_{D(n),max}$ (εκτροπή εσωτερικού/τελευταίου υαλοπίνακα) θα χρειαστεί να αθροίσουμε από το πρώτο στο τελευταίο, από το τρίτο στο τελευταίο κ.ο.κ.. Αυτή η διαδικασία θα δημιουργήσει το ακόλουθο σύνολο εξισώσεων (4.25):

$$\begin{aligned} L_{D(1),max} &= \sum_{k=1}^{k=n-1} (L_{G(k)} - L_{(k)}) + L_{D(n),max} \\ L_{D(2),max} &= \sum_{k=2}^{k=n-1} (L_{G(k)} - L_{(k)}) + L_{D(n),max} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$L_{D(i),max} = \sum_{k=i}^{k=n-1} (L_{G(k)} - L_{(k)}) + L_{D(n),max}$$

⋮

$$L_{D(n-1),max} = \sum_{k=n-1}^{k=n-1} (L_{G(k)} - L_{(k)}) + L_{D(n),max}$$

Αντικαθιστώντας τώρα αυτό το σύνολο εξισώσεων στην εξ. 4.22:

$$\sum_{i=1}^{n-1} D_{(i)} \cdot (\sum_{k=i}^{k=n-1} (L_{G(k)} - L_{(k)}) + L_{D(n),max}) + D_n \cdot L_{D(n),max} = 0, \quad (4.26)$$

της οποίας η επίλυση οδηγεί στην παρακάτω έκφραση:

$$L_{D(n),max} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} D_{(i)} \cdot \sum_{k=i}^{k=n-1} (L_{(k)} - L_{G(k)})}{\sum_{i=1}^n D_{(i)}}. \quad (4.27)$$

Υπολογίζοντας την τιμή $L_{D(n),max}$ από την παραπάνω έκφραση και αντικαθιστώντας την στην εξ. 4.25, θα είναι πλέον δυνατός ο υπολογισμός της εκτροπής στους εναπομείναντες υαλοπίνακες.

4.3.2 Βασικές έννοιες της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων

Έχοντας πλέον μια γενική εικόνα του διδιάστατου προβλήματος το οποίο καλείται να επιλύσει για εμάς το λογισμικό THERM, καθώς και μια γενικότερη κατανόηση του μαθηματικού υπόβαθρου, μπορούμε να προχωρήσουμε στην εξέταση των εργαλείων επίλυσης. Στην αρχή του κεφαλαίου περιοριστήκαμε στο να πούμε ότι το THERM κάνει χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για να μας δώσει τη λύση, χωρίς να επιμείνουμε περισσότερο. Επειδή όμως η γνώση χειρισμού είναι περιορισμένη χωρίς την κατανόηση του θεωρητικού υποβάθρου, σε αυτή την παράγραφο θα κάνουμε μια πιο εκτεταμένη αναφορά στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Το THERM ενσωματώνει ένα διδιάστατο μοντέλο μετάδοσης θερμότητας, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για την αριθμητική επίλυση της κύριας εξίσωσης διδιάστατης μετάδοσης. Η γεωμετρία των συστημάτων αερισμού αποτελείται από το πλαίσιο και τους υαλοπίνακες, όπου τα υλικά των υαλοπινάκων μεταφέρονται από το πρόγραμμα WINDOW. Τα υλικά του πλαισίου εισάγονται απευθείας στο πρόγραμμα THERM και οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες εφαρμόζονται στις επιφάνειες του πλαισίου που εκτίθενται στον εσωτερικό αέρα και στον εξωτερικό, ενώ η κάτω επιφάνεια του πλαισίου και η πάνω επιφάνεια του υαλοπίνακα θεωρούνται αδιαβατικές επιφάνειες. Η κάθε συνοριακή επιφάνεια στο αριθμητικό μοντέλο πρέπει να έχει μια συνοριακή συνθήκη για να είναι το μοντέλο πλήρως καθορισμένο.

Οι συνοριακές συνθήκες στις εσωτερικές και εξωτερικές επιφάνειες αποτελούνται από μια συνιστώσα συναγωγής και μια συνιστώσα ακτινοβολίας. Η συνιστώσα της συναγωγής στην εσωτερική πλευρά καθορίζεται μέσω της χρήσης του εξαρτώμενου από τη θερμοκρασία συντελεστή μετάδοσης θερμότητας στην επιφάνεια με βάση φυσικές σχέσεις μετάδοσης. Για κάθε τύπο πλαισίου υπάρχει μια σταθερή τιμή του συντελεστή μετάδοσης θερμότητας της επιφάνειας. Η συνιστώσα ακτινοβολίας μοντελοποιείται ρητά μέσω της χρήσης ενός λεπτομερούς μοντέλου ακτινοβολίας συντελεστών θέας. Αυτό το μοντέλο υποθέτει ότι το εσωτερικό περιβάλλον έχει ομοιόμορφη θερμοκρασία και την εκπομπή μέλανος σώματος ($\varepsilon=1.0$), ενώ η κατάλληλη εκπομπή εισάγεται σε κάθε πλαίσιο και επιφάνεια γυαλιού. Ενώ η πλειονότητα των επιφανειών έχει εκπομπή 0.9, μέταλλα όπως το αλουμίνιο έχουν εκπομπή 0.2. Στην εξωτερική πλευρά, το τμήμα της μετάδοσης της συνοριακής συνθήκης καθορίζεται ως σταθερό, ανάλογα με την ταχύτητα του ανέμου. Η συνιστώσα της ακτινοβολίας έχει μοντελοποιηθεί ρητά, αλλά σύμφωνα με την απλοποιημένη υπόθεση μέλανος σώματος (δηλαδή, κάθε επιφάνεια στην εξωτερική πλευρά του στοιχείου έχει τέλεια θέα του εξωτερικού περιβάλλοντος με συντελεστή θέας 1.0).

Η μετάδοση θερμότητας με συναγωγή και ακτινοβολία σε πλαίσια και υαλοπίνακες προσεγγίζεται μέσω της χρήσης μίας ενεργού αγωγιμότητας, k_{eff} , που υποθέτει ότι το αέριο είναι ισοδύναμο με ένα στερεό με την αγωγιμότητα να είναι ίση με τη βασική αγωγιμότητα του αερίου συν τη συνιστώσα της συναγωγής και της ακτινοβολίας. Η ενεργή αγωγιμότητα των υαλοπινάκων μεταφέρεται από το πρόγραμμα WINDOW, ενώ για τα πλαίσια, οι τιμές του υπολογίζονται στο THERM με βάση τη γεωμετρία, τη διεύθυνση της θερμικής ροής, τις θερμοκρασίες και τις εκπομπές των επιφανειών. Τα πλαίσια μπορεί να είναι πλήρως περικλειστά ή μερικώς αεριζόμενα (μόνο στην εξωτερική πλευρά), ανάλογα με τη διαμόρφωση και το μέγεθος της διατομής που συνδέει το πλαίσιο με το εξωτερικό περιβάλλον.

Με την ολοκλήρωση της αριθμητικής προσομοίωσης διεξάγεται τοπική εκτίμηση σφαλμάτων και με βάση τα επίπεδα σφαλμάτων, βελτιώνονται οι «ενοχλητικές» περιοχές του μοντέλου και υπολογίζεται εκ νέου ολόκληρο το μοντέλο. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου οι τοπικές περιοχές να μην εμφανίζουν επίπεδα σφαλμάτων άνω του επιτρεπτού. Ο εκτιμητής σφαλμάτων βασίζεται στη μεθοδολογία του κανόνα σφάλματος από τους Zienkiewicz και Zhu[23].

Ανεξάρτητα από τη φύση του προβλήματος, μία τυπική μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων περιλαμβάνει κυρίως τα ακόλουθα βήματα:

- 1) Ορισμός του προβλήματος και του τομέα του
- 2) Διακριτοποίηση του τομέα
- 3) Προσδιορισμός των καταστατικών μεταβλητών
- 4) Διατύπωση του προβλήματος
- 5) Καθορισμός συστήματος συντεταγμένων
- 6) Κατασκευή προσεγγιστικών συναρτήσεων για τα στοιχεία
- 7) Παροχή πίνακα στοιχείων και συναρτήσεων

- 8) Μετασχηματισμός συντεταγμένων
- 9) Συναρμολόγηση των εξισώσεων στοιχείων
- 10) Εισαγωγή των συνοριακών συνθηκών
- 11) Λύση του τελικού συστήματος εξισώσεων
- 12) Ερμηνεία των αποτελεσμάτων

4.3.2.1 Ορισμός του προβλήματος και του τομέα του

Στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων συναντάμε, κυρίως, τρεις πηγές προσέγγισης. Η πρώτη είναι ο ορισμός του τομέα τόσο από φυσική όσο και από γεωμετρική άποψη. Οι άλλες δύο είναι οι αλγόριθμοι διακριτοποίησης και επίλυσης. Η προσέγγιση χρησιμοποιείται στον προσδιορισμό των φυσικών χαρακτηριστικών σε διαφορετικές περιοχές.

4.3.2.2 Διακριτοποίηση του τομέα

Δεδομένου ότι το πρόβλημα ορίζεται συνήθως σε ένα συνεχές μέσο, οι εξισώσεις μετάδοσης θερμότητας, με εξαίρεση τις βασικές συνοριακές συνθήκες, ισχύουν για το σύνολο του σώματος, αλλά και για οποιοδήποτε τμήμα του μέσου. Αυτό επιτρέπει την εξιδανίκευση του μέσου σε μορφή διασυνδεδεμένων πεπερασμένων στοιχείων διαφορετικού μεγέθους και σχήματος. Για την παραπάνω εξιδανίκευση, θα γίνει γενικά αναφορά στα ακόλουθα στοιχεία: πεπερασμένο στοιχείο Ω_e και κύριο στοιχείο $\tilde{\Omega}_m$.

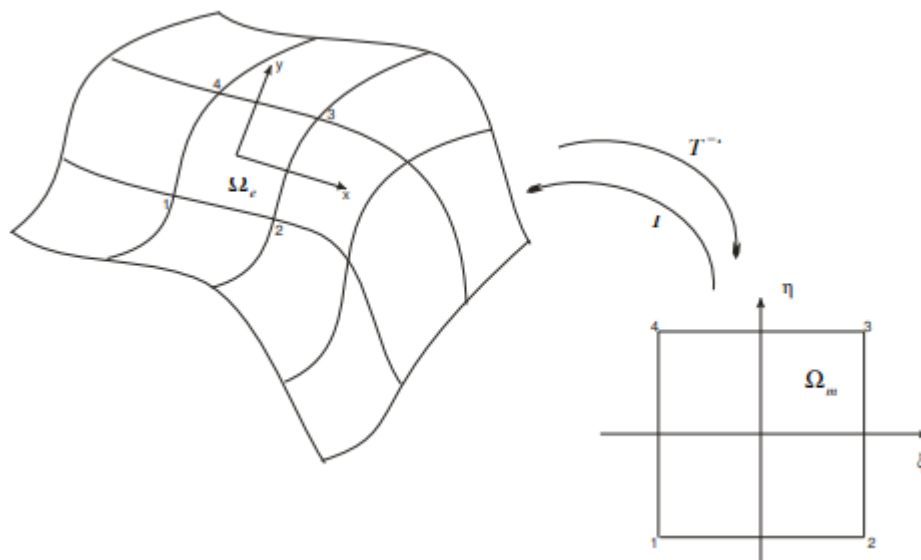
Τα πεπερασμένα στοιχεία, επομένως, είναι αυτά που αν τοποθετηθούν μαζί, οδηγούν σε διακριτή εκδοχή του πραγματικού συνεχούς μέσου. Η γεωμετρική τους προσέγγιση καθορίζεται από τον αριθμό των κόμβων που χρησιμοποιούνται στην εξωτερική πλευρά των στοιχείων για να καθορίσουν το σχήμα τους, ενώ η φυσική τους προσέγγιση καθορίζεται από τον συνολικό αριθμό των κόμβων που χρησιμοποιούνται στον ορισμό της δοκιμαστικής συνάρτησης (συναρτήσεις σχήματος) για την καταστατική μεταβλητή.

Ας υποθέσουμε ότι είναι δυνατόν να δημιουργηθεί ένα πεδίο συνάρτησης της προσεγγιστικής θερμοκρασίας για το στοιχείο Ω_e :

$$T(x, y) \approx T^e(x, y) = \sum_{j=1}^n T_j^e \Psi_j^e(x, y), \quad (4.28)$$

όπου η $T^e(x, y)$ αναπαριστά μια προσέγγιση του $T(x, y)$ για το στοιχείο Ω_e , η T_j^e υποδηλώνει την τιμή της συνάρτησης $T^e(x, y)$ σε επιλεγμένο αριθμό σημείων που ονομάζονται κόμβοι στοιχείων στο στοιχείο Ω_e , και η $\Psi_j^e(x, y)$ είναι η προσεγγιστική συνάρτηση που σχετίζεται με το στοιχείο.

Τα κύρια στοιχεία είναι εκείνα που χρησιμοποιούνται αντί των πεπερασμένων στοιχείων για να πραγματοποιηθούν υπολογισμοί στο σώμα των στοιχείων. Η εικόνα 4.8 απεικονίζει ένα πραγματικό πεπερασμένο στοιχείο Ω_e και το αντίστοιχο κύριο στοιχείο $\tilde{\Omega}_m$ με συσχετισμένους άξονες συντεταγμένων.



Εικόνα 4-7: Παρουσίαση συντεταγμένων για ένα ορθογώνιο πεπερασμένο στοιχείο

Σε γενικές γραμμές, τα κύρια στοιχεία είναι ευθείες γραμμές, ορθογώνια τρίγωνα ή πρίσματα, τετράγωνα, και κύβοι. Ορίζονται σε σχέση με τους ομαλοποιημένους άξονες συντεταγμένων (ξ , η , ζ). Τα πραγματικά στοιχεία μπορούν να έχουν οποιοδήποτε σχήμα και μέγεθος.

4.3.2.3 Προσδιορισμός των καταστατικών μεταβλητών

Μέχρι τώρα δεν έχει γίνει αναφορά στη φύση του προβλήματος. Εάν πρόκειται για πρόβλημα μετάδοσης θερμότητας, ή μηχανικής ρευστών ή μηχανικής του στερεού σώματος θα φανεί σε αυτό το στάδιο της επίλυσης. Για παράδειγμα, η μαθηματική περιγραφή του φυσικού φαινομένου για μόνιμη κατάσταση οδηγεί σε ένα ελλειπτικό πρόβλημα συνοριακών τιμών στο οποίο ο τύπος θα περιέχει την καταστατική μεταβλητή και τη ροή. Αυτές οι μεταβλητές σχετίζονται μεταξύ τους μέσω μιας θεμελιώδους εξίσωσης η οποία περιγράφει ένα συγκεκριμένο φυσικό νόμο.

Για τη μετάδοση θερμότητας, που μας ενδιαφέρει στην παρούσα Διπλωματική, καταστατικές μεταβλητές είναι η θερμοκρασία στους κόμβους στοιχείων T_j^e ή η θερμοκρασιακή κατανομή $T(x, y)$.

4.3.2.4 Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος

Πολύ συχνά ένα φυσικό πρόβλημα διατυπώνεται είτε μέσω ενός συστήματος διαφορικών εξισώσεων:

$$\bar{L}u = \bar{f} \quad (4.29)$$

όπου L ο διαφορικός τελεστής, u το διάνυσμα αγνώστων συναρτήσεων και f το διάνυσμα του μη ομογενούς όρου, μαζί με κατάλληλες συνοριακές συνθήκες, είτε μέσω μιας ολοκληρωτικής εξίσωσης:

$$\pi = \int_{\Omega} G(x, y, z, u) d\Omega + \int_{\Gamma} g(x, y, z, u) d\Gamma \quad (4.30)$$

όπου το u αναπαριστά μια καταστατική μεταβλητή, τα Ω , Γ τυχαιούς γεωμετρικούς χώρους και τα G , g τυχαιές συναρτήσεις.

Στην περίπτωση της μετάδοσης θερμότητας μέσω ενός υλικού Ω σε δύο διαστάσεις, με δεδομένη την παραδοχή της συνέχειας, η εξίσωση που εκφράζει το πρόβλημα είναι, στη γενική της μορφή, μια μερική διαφορική εξίσωση:

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(k_{11}\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_{22}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right] = Q \quad (4.31)$$

Η παραπάνω διαφορική εξίσωση, στην οποία ο συντελεστής k είναι πλέον ένας τανυστής και οι τιμές k_{11} , k_{22} είναι τα στοιχεία της κύριας διαγώνιου του μητρώου, είναι ταυτόσημη με την ασθενή μορφή² της που θα είναι ένα ορισμένο ολοκλήρωμα με τις ίδιες συνοριακές συνθήκες:

$$0 = \int_{\Omega} \omega \left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(k_{11}\frac{\partial T}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(k_{22}\frac{\partial T}{\partial y}\right) - Q(x, y) \right] dx dy \quad (4.32)$$

Παρακάτω σημειώνουμε τις βασικές ταυτότητες για οποιαδήποτε συνάρτηση $\omega(x, y)$, $F_1(x, y)$ και $F_2(x, y)$:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\omega F_1) = \frac{\partial \omega}{\partial x} F_1 + \omega \frac{\partial F_1}{\partial x} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\omega F_2) = \frac{\partial \omega}{\partial y} F_2 + \omega \frac{\partial F_2}{\partial y} \quad (4.34)$$

Σύμφωνα με το θεώρημα Gauss:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x}(\omega F_1) dx dy = \oint_{\Gamma} (\omega F_1) \vec{n}_x ds \quad (4.35)$$

² Η μέθοδος της ασθενούς λύσης χρησιμοποιείται για την επίλυση διαφορικών εξισώσεων και αφορά στη θεώρηση μιας συγκεκριμένης συνάρτησης ω (συνάρτηση ελέγχου) με την οποία πολλαπλασιάζουμε την αρχική διαφορική εξίσωση. Η νέα εξίσωση που προκύπτει μπορεί να λυθεί ευκολότερα. Η ακριβής λύση της νέας εξίσωσης δεν ικανοποιεί την αρχική εξίσωση (γι' αυτό αποκαλείται και ασθενής μορφή), αλλά η λύση της αρχικής εξίσωσης ικανοποιεί την νέα εξίσωση.

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial y} (\omega F_2) dx dy = \oint_{\Gamma} (\omega F_2) \vec{n}_y ds \quad (4.36)$$

όπου \vec{n}_x και \vec{n}_y είναι μοναδιαία κάθετα διανύσματα. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (4.33), (4.34), (4.35), (4.36) και (4.32) με:

$$F_1 = k_{11} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.37)$$

$$F_2 = k_{22} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4.38)$$

Έχουμε

$$0 = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} k_{11} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial y} k_{22} \frac{\partial T}{\partial y} - \omega Q \right) dx dy - \oint_{\Gamma} \omega \left(k_{11} \frac{\partial T}{\partial x} \vec{n}_x + k_{22} \frac{\partial T}{\partial y} \vec{n}_y \right) ds \quad (4.39)$$

4.3.2.5 Καθορισμός συστήματος συντεταγμένων

Υπάρχουν δύο βασικοί λόγοι για την επιλογή τοπικών συστημάτων συντεταγμένων για το κάθε στοιχείο πέραν της επιλογής ενός καθολικού συστήματος συντεταγμένων για ολόκληρο το σύστημα. Ο πρώτος είναι για την περίπτωση της κατασκευής δοκιμαστικών συναρτήσεων των στοιχείων και ο δεύτερος για την ευκολία ολοκλήρωσής τους.

Αφού καθορισθούν οι άξονες συντεταγμένων, οι στοιχειώδεις εξισώσεις υπολογίζονται αρχικά ως προς τα κύρια στοιχεία $\tilde{\Omega}_m$. Ύστερα μετατρέπονται στα πεπερασμένα στοιχεία Ω_e και τέλος μετατρέπονται ως προς τους καθολικούς άξονες συγκεντρωτικά.

4.3.2.6 Κατασκευή προσεγγιστικών συναρτήσεων για τα στοιχεία

Αφού επιλεγούν οι καταστατικές μεταβλητές και τα τοπικά συστήματα συντεταγμένων, οι συναρτήσεις μπορούν να προσεγγιστούν με πολλούς τρόπους. Υπάρχουν δύο ποσότητες που πρέπει να προσεγγιστούν. Η πρώτη είναι φυσική (καταστατική μεταβλητή) και η δεύτερη γεωμετρική (το σχήμα του στοιχείου). Ο μελετητής πρέπει να αποφασίσει εάν θα προσεγγίσει εξίσου τη φυσική και τη γεωμετρική ποσότητα ή αν θα προτιμήσει είτε την πρώτη είτε τη δεύτερη σε διαφορετικές περιοχές του μέσου. Αυτό οδηγεί σε τρεις διαφορετικές κατηγορίες στοιχείων, με m και n να αντιπροσωπεύουν τον βαθμό προσέγγισης του σχήματος και της καταστατικής μεταβλητής του στοιχείου, αντίστοιχα:

- Υποπαραμετρικός ($m < n$)
- Ισοπαραμετρικός ($m = n$)

- Υπερπαραμετρικός ($m > n$)

4.3.2.7 Παροχή μητρώου και στοιχείων

Σε αυτό το στάδιο ας υποθέσουμε ότι η μοντελοποίηση του προβλήματος έχει ολοκληρωθεί. Μπορούμε να γράψουμε την προσεγγιστική συνάρτηση για ένα στατικό πρόβλημα ως:

$$\tilde{u}_e(x, y, z) = \tilde{N}(x, y, z) \cdot u_e, \quad (4.40)$$

όπου το $\tilde{N}(x, y, z)$ αναφέρεται στη συνάρτηση σχήματος. Ονομάζεται συνάρτηση σχήματος επειδή περιέχει όχι μόνο την προσέγγιση που έγινε για την καταστατική μεταβλητή, αλλά και τις συντεταγμένες των κόμβων των στοιχείων, οι οποίες ορίζουν τη συνάρτηση σχήματος του στοιχείου. Η συνάρτηση σχήματος μπορεί να γραφεί ως:

$$\tilde{N}(x, y, z) = [N_1 N_2 \dots N_n], \quad (4.41)$$

όπου το n αντιπροσωπεύει τον αριθμό των κόμβων του στοιχείου και N_i είναι η συνάρτηση σχήματος αντίστοιχα για τον κόμβο i . Αντικαθιστώντας την εξ. (4.39) στην εξ. (4.40) γραμμένη για το Ω_e , όπου ο πρώτος όρος είναι συχνά μια τετραγωνική μορφή του u και των παραγώγων του, δίνει:

$$\pi_e = \int_{\Omega} u_e^T B^T D B u_e d\Omega_e + \int_{\Gamma} u_e^T N^T p d\Gamma \quad (4.42)$$

Το μητρώο B περιέχει τη συνάρτηση σχήματος και τις παραγώγους της, καθώς και τις στοιχειώδεις σχέσεις του προβλήματος. Το μητρώο D περιλαμβάνει τις φυσικές παραμέτρους του σώματος, ενώ το p αντιπροσωπεύει τις διαταραχές στα σύνορα. Λαμβάνουμε τα αποτελέσματα της ολοκλήρωσης (συνήθως αριθμητικά) στην ακόλουθη εξίσωση:

$$k_e u_e + p_e = 0 \quad (4.43)$$

4.3.2.8 Μετασχηματισμός συντεταγμένων

Ο μετασχηματισμός συντεταγμένων φυσικών ποσοτήτων, όπως είναι το διάνυσμα και τα μητρώα, ακολουθούν καλά ορισμένους κανόνες. Συχνά γίνονται με τη μορφή Ιακωβιανών μητρώων.

4.3.2.9 Συναρμολόγηση των εξισώσεων στοιχείων

Η συναρμολόγηση των μητρωϊκών εξισώσεων των στοιχείων ($p_e = k_e u_e$) γίνεται σύμφωνα με την τοπολογική παραμετροποίηση των στοιχείων μετά από τη μετατροπή της εξίσωσης στο καθολικό σύστημα. Η συναρμολόγηση γίνεται μέσω των κόμβων, αφού τα σημεία σύνδεσης είναι κοινά στα παρακείμενα στοιχεία. Σε αυτούς τους κόμβους καθορίζονται οι συνέχειες σε σχέση με την καταστατική μεταβλητή και πιθανώς σε σχέση με τις παραγώγους της. Μερικές φορές η συναρμολόγηση πραγματοποιείται μόνο μέσω ορισμένων κόμβων, που αναφέρονται ως πρωτεύοντες κόμβοι (π.χ. γωνιακοί κόμβοι), αντί για όλους τους κόμβους στα σημεία σύνδεσης. Αυτό μειώνει το συνολικό μέγεθος του συγκεντρωτικού μητρώου. Οι κόμβοι που δεν χρησιμοποιούνται στη συναρμολόγηση, οι λεγόμενοι δευτερεύοντες κόμβοι, χρησιμοποιούνται μαζί με τους πρωτεύοντες κόμβους για την αύξηση του βαθμού προσέγγισης στο επίπεδο των στοιχείων. Ας υποθέσουμε ότι το πλήρες μητρώο είναι όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\begin{bmatrix} P_I \\ P_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{I,I} & K_{I,II} \\ K_{II,I} & K_{II,II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_I \\ U_{II} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

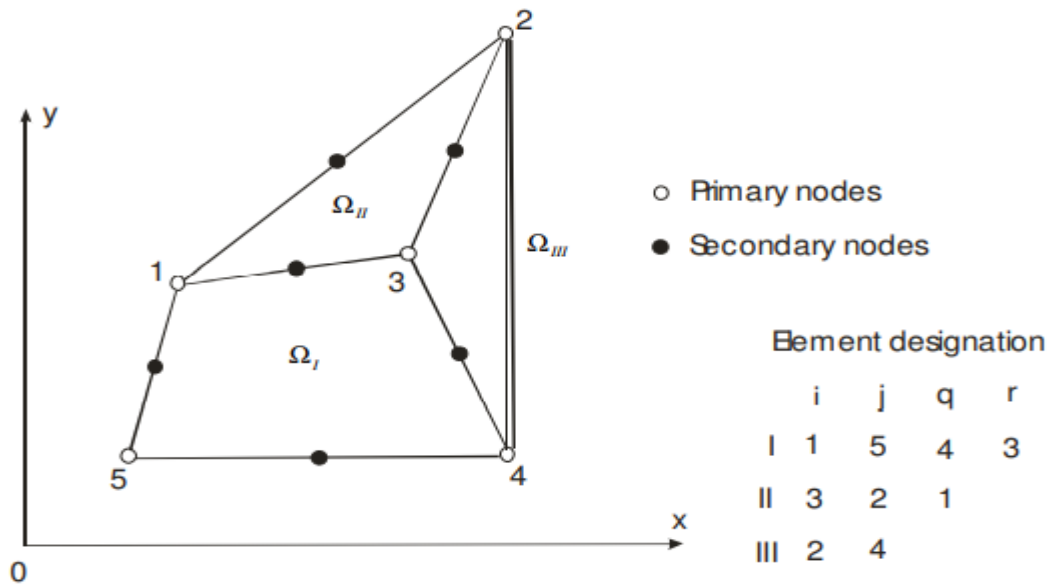
στα οποία οι δείκτες I και II προσδιορίζουν τα τμήματα των εξισώσεων που αντιστοιχούν στους πρωτεύοντες και δευτερεύοντες κόμβους, αντίστοιχα. Η εξίσωση μπορεί να μετατραπεί στην ακόλουθη μορφή:

$$P_I - K_{I,II} K_{II,II}^{-1} P_{II} = [K_{I,I} - K_{I,II} K_{II,II}^{-1} K_{II,I}] U_I, \quad (4.45)$$

η οποία για ευκολία μπορεί να γραφεί ως:

$$P_e = K_e U_e \quad (4.46)$$

Αυτή είναι η τελική εξίσωση για την κατασκευή του συγκεντρωτικού μητρώου. Περιέχει την άγνωστη τιμή της συνάρτησης μόνο στους πρωτεύοντες κόμβους. Για την απεικόνιση των συγκεντρωτικών εξισώσεων, ας υποθέσουμε ότι το σώμα Ω στις δύο διαστάσεις αποτελείται από τρία στοιχεία (ορθογώνια, τριγωνικά και γραμμικά στοιχεία), όπως φαίνεται στην Εικόνα 4.9:



Εικόνα 4.8: Συναρμολόγηση τριών στοιχείων

Τα υπομητρώα των στοιχείων αναγνωρίζονται ως το δυαδικό γινόμενο των χαρακτηριστικών στοιχείων χρησιμοποιώντας πρωτεύοντες κόμβους (i, j, q, r είναι οι αριθμοί που αντιστοιχούν στους κόμβους)

$$\begin{bmatrix} i \\ j \\ q \\ r \end{bmatrix} [i \quad j \quad q \quad r] = \begin{bmatrix} ii & ij & iq & ir \\ ji & jj & jq & jr \\ qi & qj & qq & qr \\ ri & rj & rq & rr \end{bmatrix}, \quad (4.47)$$

τα οποία, για το παράδειγμα της Εικόνας 4.9, οδηγούν στα ακόλουθα υπομητρώα στοιχείων:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_5 \\ P_4 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii}^I & K_{ij}^I & K_{iq}^I & K_{ir}^I \\ K_{ji}^I & K_{jj}^I & K_{jq}^I & K_{jr}^I \\ K_{qi}^I & K_{qj}^I & K_{qq}^I & K_{qr}^I \\ K_{ri}^I & K_{rj}^I & K_{rq}^I & K_{rr}^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_5 \\ U_4 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

$$\begin{bmatrix} P_3 \\ P_2 \\ P_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii}^{II} & K_{ij}^{II} & K_{iq}^{II} \\ K_{ji}^{II} & K_{jj}^{II} & K_{jq}^{II} \\ K_{qi}^{II} & K_{qj}^{II} & K_{qq}^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_3 \\ U_2 \\ U_1 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

$$\begin{bmatrix} P_2 \\ P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii}^{III} & K_{ij}^{III} \\ K_{ji}^{III} & K_{jj}^{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Με αυτόν τον ορισμό, το συγκεντρωτικό μητρώο του σχήματος που έχουμε στην Εικόνα 4.9 θα είναι:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii}^I + K_{qq}^{II} & K_{qj}^{II} & K_{ir}^I + K_{qi}^{II} & K_{iq}^I & K_{ij}^I \\ & K_{jj}^{II} + K_{ii}^{III} & K_{ji}^{II} & K_{ij}^{III} & 0 \\ & & K_{rr}^I + K_{ii}^{II} & K_{rq}^I & K_{rj}^I \\ & & & K_{qq}^I + K_{jj}^{III} & K_{qj}^I \\ Symm & & & & K_{jj}^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Το οποίο είναι ένα συμμετρικό μητρώο ως προς την κύρια διαγώνιο, με τα στοιχεία $K_{ij}=K_{ji}$. Τα τελικά αποτελέσματα από την συναρμολόγηση όλων αυτών των στοιχείων είναι ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων το οποίο λύνεται από άγνωστες κομβικές τιμές (θερμοκρασίες στο CONRAD³):

$$\|K\|\{T\} = \{P\}, \quad (4.52)$$

η οποία λύνεται από άγνωστες κομβικές τιμές $\{T\}$, ή με τη μορφή εξισώσεων:

$$\begin{aligned} K_{11}T_1 + K_{12}T_2 + \dots + K_{1,i}T_i + \dots + K_{1,n}T_n &= P_1 \\ K_{21}T_1 + K_{22}T_2 + \dots + K_{2,i}T_i + \dots + K_{2,n}T_n &= P_2 \\ &\vdots \\ K_{i,1}T_1 + K_{i,2}T_2 + \dots + K_{i,i}T_i + \dots + K_{i,n}T_n &= P_i \\ &\vdots \\ K_{n,1}T_1 + K_{n,2}T_2 + \dots + K_{n,i}T_i + \dots + K_{n,n}T_n &= P_n \end{aligned} \quad (4.53)$$

4.3.2.10 Εισαγωγή των συνοριακών συνθηκών

Σε αυτό το στάδιο εισάγονται οι απαραίτητες συνοριακές συνθήκες. Ως αποτέλεσμα, το πλήρες σύνολο των εξισώσεων θα μειωθεί ή θα συμπυκνωθεί στην τελική του μορφή.

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του ολοκληρωτικού παράγοντα για τις συνοριακές συνθήκες, παίρνουμε την ακόλουθη εξίσωση:

$$\int_{\Gamma_h} \omega h_c (T - T_\infty) d\Gamma_h + \int_{\Gamma_R} \omega \sigma \varepsilon (T^4 - T_\infty^4) d\Gamma_R - \int_{\Gamma_q} \omega q_f d\Gamma_q - \int_{\Gamma_r} \omega [\sigma \varepsilon (T^4 - T_\infty^4) - \alpha_i H_i] d\Gamma_r = 0 \quad (4.54)$$

όπου Γ_h είναι τμήμα του κύριου στοιχείου.

³Η CONRAD είναι η βασική ρουτίνα, η οποία περιέχει όλους τους υπολογισμούς που χρησιμοποιούνται από το THERM για την επίλυση του προβλήματος.

Ο πρώτος όρος της εξίσωσης αναπαριστά τις συνοριακές συνθήκες στη συναγωγή, ο δεύτερος όρος αναπαριστά τις συνοριακές συνθήκες στην ακτινοβολία για μέλαν σώμα, ο τρίτος όρος αναπαριστά τις συνοριακές συνθήκες ροής και ο τέταρτος όρος αναπαριστά τις συνοριακές συνθήκες στην ακτινοβολία του περικλειστού συστήματος για φαιό σώμα. Με τη βοήθεια της εξίσωσης (4.54) και του συστήματος εξισώσεων (4.52) θα πάρουμε τις τελικές μορφές των συνοριακών συνθηκών.

4.3.2.11 Λύση του τελικού συνόλου του συστήματος εξισώσεων

Μέχρι αυτό το βήμα δεν έχει γίνει αναφορά στο εάν το πρόβλημα είναι γραμμικό ή μη γραμμικό, ή εάν είναι πρόβλημα ιδιοτιμών ή όχι. Ανεξάρτητα από τη φύση του προβλήματος, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων τελικά παρέχει τη λύση του συστήματος των διαφορικών εξισώσεων. Η διαδικασία της επίλυσης για συστήματα εξισώσεων κατηγοριοποιείται σε τρία μέρη: (1) άμεση, (2) επαναληπτική, και (3) στοχαστική.

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

Το CONRAD βελτιώνει δύο μεθόδους επίλυσης, οι οποίες βασίζονται στο είδος του προβλήματος. Για το είδος του γραμμικού προβλήματος το CONRAD χρησιμοποιεί την άμεση μέθοδο, που σημαίνει ότι η λύση επέρχεται μετά την επίλυση των καθολικών μητρώων.

ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

Για προβλήματα μη γραμμικού τύπου το CONRAD χρησιμοποιεί επαναληπτική μέθοδο για την παροχή της τελικής λύσης. Για να επιτευχθεί σύγκλιση, το CONRAD χρησιμοποιεί τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$enorm1 = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + T_3^2 + \dots T_n^2}, \quad (4.55)$$

όπου $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ είναι οι θερμοκρασίες στους κόμβους στην τρέχουσα επανάληψη και δίνονται από τον τύπο:

$$T_i^{(n)} = T_i^{(n-1)} + relax * \Delta T_i^{(n)}, \quad 0 < relax \leq 1 \quad (4.56)$$

όπου $T_i^{(n-1)}$ είναι η θερμοκρασία στον i -οστό κόμβο από την προηγούμενη επανάληψη και $\Delta T_i^{(n)}$ είναι η λύση της τρέχουσας επανάληψης.

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ

Εάν συμβολίσουμε με $enorm2$, αντίστοιχα με την εξ. 4.55, την επόμενη επανάληψη, τότε η λύση θα επιτευχθεί όταν:

$$edif1 = \frac{|enorm1 - enorm2|}{enorm1} < tolerance \quad (4.57)$$

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ

Συμβολίζουμε με $edif2$ την επιτευχθείσα σύγκλιση της προηγούμενης επανάληψης. Η λύση αποκλίνει (για σταθερό $relax$), εάν η ακόλουθη συνθήκη ικανοποιείται 10 φορές για σταθερή τιμή της παραμέτρου $relax$:

$$edif2 < edif1 \quad (4.58)$$

4.3.2.12 Ερμηνεία των αποτελεσμάτων

Το προηγούμενο βήμα είχε ως αποτέλεσμα τις προσεγγιστικές τιμές της καταστατικής μεταβλητής στα διακριτά σημεία (κόμβοι) του σώματος. Κανονικά αυτές οι τιμές ερμηνεύονται και χρησιμοποιούνται για τους υπολογισμούς άλλων φυσικών ποσοτήτων, όπως η ροή, είτε στο σύνολο του μέσου, είτε σε ορισμένες περιοχές αυτού.

Έχοντας τελικά ακολουθήσει και εφαρμόσει πιστά την παραπάνω μέθοδο καταλήγουμε ίσως στο πιο σημαντικό σημείο για τον μηχανικό: το σημείο λήψης αποφάσεων. Αναφερόμαστε φυσικά στις εξής αποφάσεις: Πόσο μπορούμε να εμπιστευτούμε τα αποτελέσματα της παραπάνω μεθόδου και σε ποιο βαθμό μπορούμε να τα αξιοποιήσουμε; Και τα δύο ερωτήματα έχουν τεράστια σημασία για τον μελετητή. Η απάντηση στο πρώτο απαιτεί λίγα ακόμη μαθηματικά, ενώ η απάντηση στο δεύτερο συνδέεται άμεσα με τη φύση του προβλήματος.

4.3.3 Πρόσθετοι αλγόριθμοι και περιγραφές

4.3.3.1 Ελαχιστοποίηση εύρους ζώνης (Bandwidth Minimization)

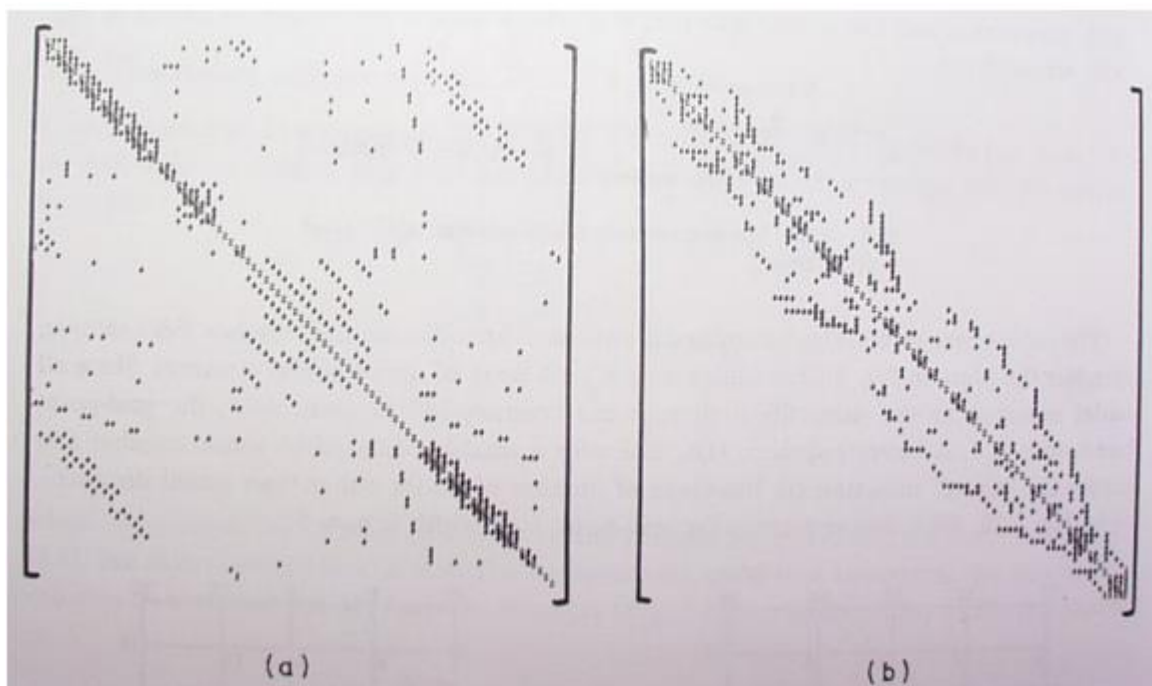
Ένα βασικό αριθμητικό πρόβλημα που προκύπτει σε ολόκληρη την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (είτε πρόκειται για γραμμικό, είτε για μη γραμμικό, στατικό ή δυναμικό πρόβλημα) είναι αυτό της λύσης μεγάλων συστημάτων αλγεβρικών γραμμικών εξισώσεων σε μητρική μορφή:

$$\|A\| \{x\} = \{b\},$$

όπου το διάνυσμα $\{b\}$ και το τετραγωνικό μητρώο $\|A\|$ είναι γνωστά, ενώ το διάνυσμα $\{x\}$ είναι άγνωστο.

Σε εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων, το μητρώο $\|A\|$ περιέχει κυρίως μηδενικά στοιχεία και η αποδοτικότητα στην επίλυση του συστήματος επιτυγχάνεται αποφεύγοντας τις αριθμητικές πράξεις (πολλαπλασιασμό και πρόσθεση) στους μητρικούς όρους που είναι

γνωστοί εκ των προτέρων ως μηδενικοί. Ο χρόνος που χρειάζεται το υπολογιστικό πρόγραμμα είναι ανάλογος του πλήθους των γραμμών του μητρώου. Σε γενικές γραμμές, ένα διαγώνιο μητρώο έχει όλα τα μη μηδενικά στοιχεία του ομαδοποιημένα στη διαγώνιό του, πράγμα που διευκολύνει την επίλυση (Εικόνα 4.9).



Εικόνα 4.9: Θέση των μη μηδενικών στοιχείων σε ένα μητρώο δυσκαμψίας: (α) πριν και (β) μετά την επανατοποθέτηση

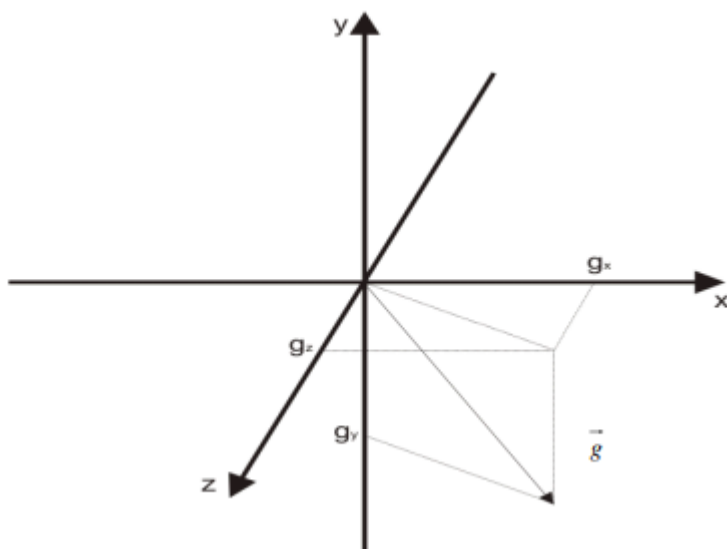
Η ρουτίνα CONRAD χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο Gibbs-Poole-Stockmeyer για να προσδιορίσει ένα κομβικό σύστημα αρίθμησης, με αποτέλεσμα ένα ελάχιστο εύρος ζώνης/διατομή.

4.3.3.2 Αλγόριθμος βέλους βαρύτητας (Gravity Arrow) και μετασχηματισμοί διατομών ανοιγμάτων (Frame Cavity) για τους υπολογισμούς ISO15099

Ο αλγόριθμος βέλους βαρύτητας χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει την κατεύθυνση της θερμικής ροής στις διατομές ανοιγμάτων σύμφωνα με το βέλος ταχύτητας. Οι υπολογισμοί για τις διατομές ανοιγμάτων που υπάρχουν στο ISO15099 βρίσκονται στις δύο διαστάσεις, ενώ στο THERM παρουσιάζονται στις τρεις διαστάσεις. Ο αλγόριθμος αναλαμβάνει να 'μεταφέρει' τη διατομή από τις 3 διαστάσεις στις 2 και ανάλογα πάντα με την κατεύθυνση της θερμικής ροής και του βέλους βαρύτητας.

Το βέλος βαρύτητας είναι διάνυσμα το οποίο μπορεί να δείχνει προς οποιαδήποτε κατεύθυνση στον τριδιάστατο χώρο και, σύμφωνα με τον αλγόριθμο που περιγράφουμε παρακάτω, μπορεί να μετατραπεί στο Ισοδύναμο βέλος βαρύτητας το οποίο μπορεί να έχει κατεύθυνση μόνο στον άξονα 'x', 'y' ή 'z'.

Το βέλος βαρύτητας παρουσιάζεται στον τριδιάστατο χώρο (Εικόνα 4.10) με συντεταγμένες g_x , g_y , και g_z αντίστοιχα.



Εικόνα 4.10: Βέλος βαρύτητας στις τρεις διαστάσεις

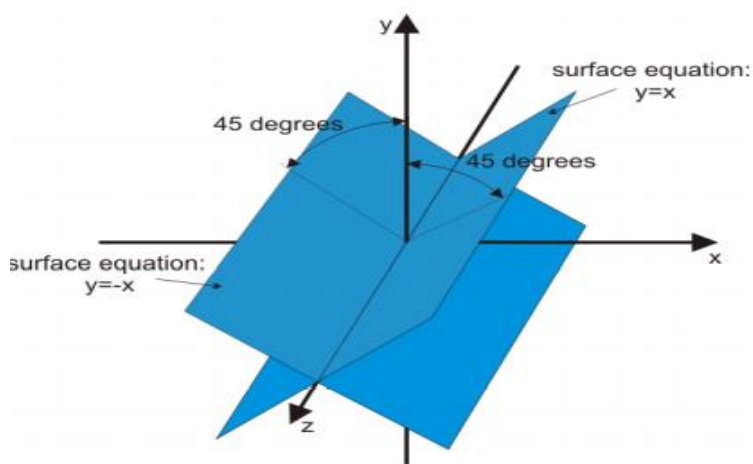
Επομένως, το βέλος βαρύτητας μπορεί να εκφρασθεί από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\vec{g} = g_x \vec{x} + g_y \vec{y} + g_z \vec{z}, \quad (4.59)$$

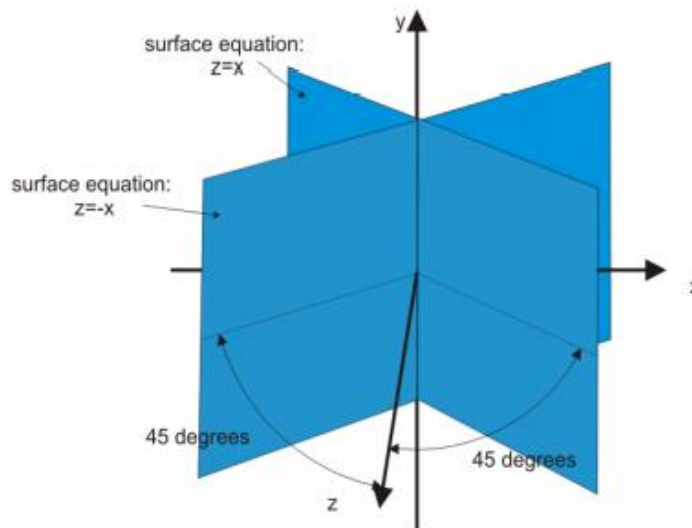
όπου οι συντεταγμένες g_x , g_y , g_z πρέπει να ικανοποιούν την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sqrt{(g_x)^2 + (g_y)^2 + (g_z)^2} = 1. \quad (4.60)$$

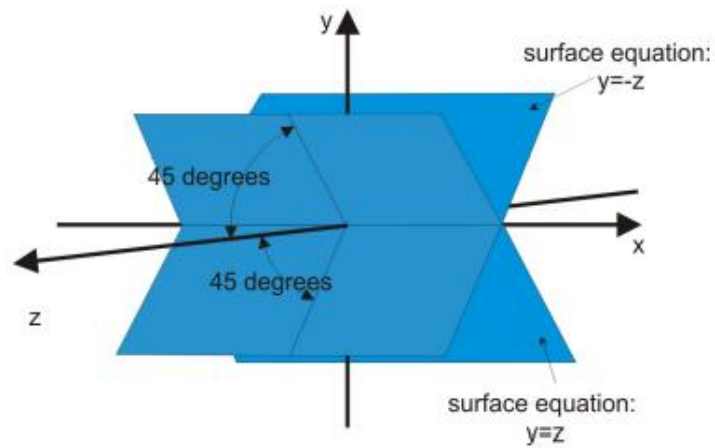
Προκειμένου να προσδιοριστεί το ισοδύναμο βέλος, ο τριδιάστατος χώρος χωρίζεται σε έξι ισοδύναμους υποχώρους χρησιμοποιώντας έξι επιφάνειες όπως φαίνονται στις Εικόνες 4.11, 4.12 και 4.13.



Εικόνα 4.11: Επιφάνεια παράλληλη στον άξονα z

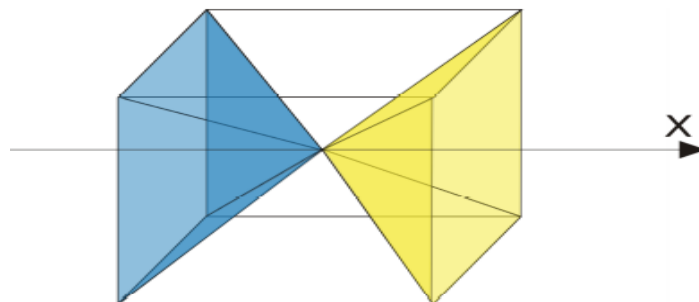


Εικόνα 4.12: Επιφάνεια παράλληλη στον άξονα y



Εικόνα 4.13: Επιφάνεια παράλληλη στον άξονα x

Οι επιφάνειες που φαίνονται στην Εικόνα 4.14 σχηματίζουν πυραμίδες στη διεύθυνση του άξονα x , μία στη θετική κατεύθυνση του άξονα x και η άλλη στην αρνητική κατεύθυνση (μπλε).



Εικόνα 4.14: Πυραμίδες στον άξονα x

Στις πυραμίδες αυτές σχηματίζεται γωνία των πλευρών ανάμεσα στη μπλε και την κίτρινη ίση με 90° . Άρα, αυτές οι τέσσερις επιφάνειες σχηματίζουν δύο πυραμίδες στη διεύθυνση x για να προσδιορίσουν οποιοδήποτε διάνυσμα βαρύτητας το οποίο ανήκει στον χώρο της πυραμίδας. Σύμφωνα με τις επιφανειακές εξισώσεις (εικ.4.11, εικ.4.12, εικ.4.13), το βέλος βαρύτητας ανήκει στον θετικό άξονα x της πυραμίδας, όταν ικανοποιείται η ακόλουθη ανισότητα:

$$y < x, y > -x, z < x \text{ και } z > -x \quad (4.61)$$

Όταν αντικαταστήσουμε τα βέλη βαρύτητας έχουμε:

$$g_y < g_x, g_y > -g_x, g_z < g_x \text{ και } g_z > -g_x \quad (4.62)$$

Εάν ικανοποιείται η συνθήκη (4.62), το βέλος βαρύτητας αντικαθίσταται με το αντίστοιχο το οποίο έχει διεύθυνση προς τον θετικό άξονα x και οι τιμές του είναι:

$$g_x = 1, g_y = 0, g_z = 0$$

Παρόμοια εξήγηση ισχύει για την πυραμίδα στον αρνητικό άξονα x αλλά για διαφορετικές εξισώσεις. Υπάρχουν επίσης πυραμίδες στον άξονα y και τον άξονα z . Παρακάτω φαίνονται συνολικά οι εξισώσεις για την κάθε περίπτωση:

άξονας x

$$\text{θετική κατεύθυνση: } g_x > g_y, g_x > -g_y, g_x > g_z, g_x > -g_z \quad (4.63)$$

$$\text{αρνητική κατεύθυνση: } g_x < g_y, g_x < -g_y, g_x < g_z, g_x < -g_z \quad (4.64)$$

άξονας y

$$\text{θετική κατεύθυνση: } g_y > g_x, g_y > -g_x, g_y > g_z, g_y > -g_z \quad (4.65)$$

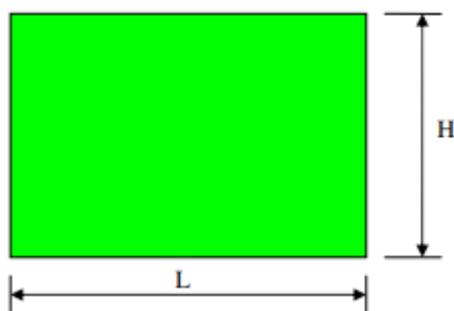
$$\text{αρνητική κατεύθυνση: } g_y < g_x, g_y < -g_x, g_y < g_z, g_y < -g_z \quad (4.66)$$

άξονας z

$$\text{θετική κατεύθυνση: } g_z > g_x, g_z > -g_x, g_z > g_y, g_z > -g_y \quad (4.67)$$

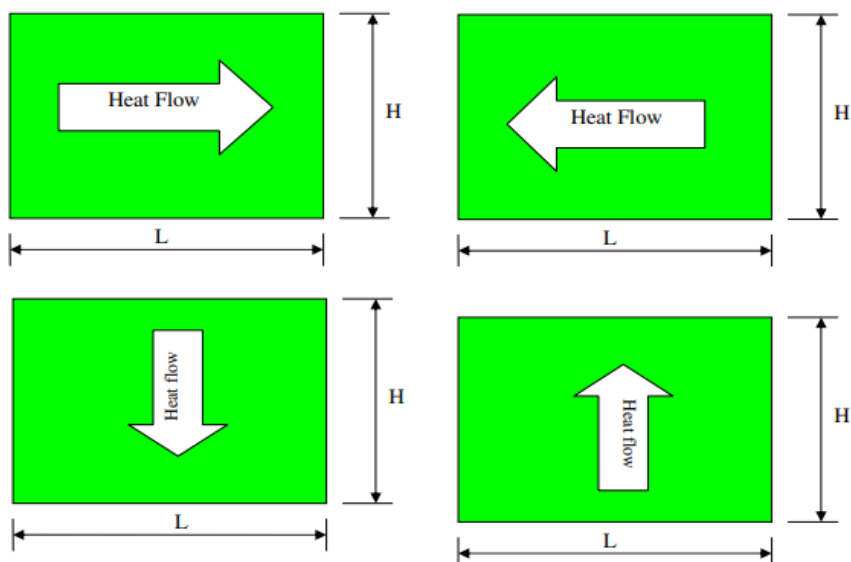
$$\text{αρνητική κατεύθυνση: } g_z < g_x, g_z < -g_x, g_z < g_y, g_z < -g_y \quad (4.68)$$

Σε αυτό το σημείο θα παρουσιάσουμε σχηματικά την κατεύθυνση θερμικής ροής στο πρόγραμμα THERM καθώς και τη διατομή ανοιγμάτων. Οι διατομές στο THERM μπορούν να σχεδιαστούν μόνο στις δύο διαστάσεις, ενώ η τρίτη διάσταση δίνεται από τη μεταβλητή «jambheight». Οι διατομές ακανόνιστου σχήματος ορθογωνιοποιούνται σύμφωνα με τη διαδικασία που αναφέρεται στο ISO15099. Η ορθογωνιοποιημένη διατομή στο THERM παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.15:



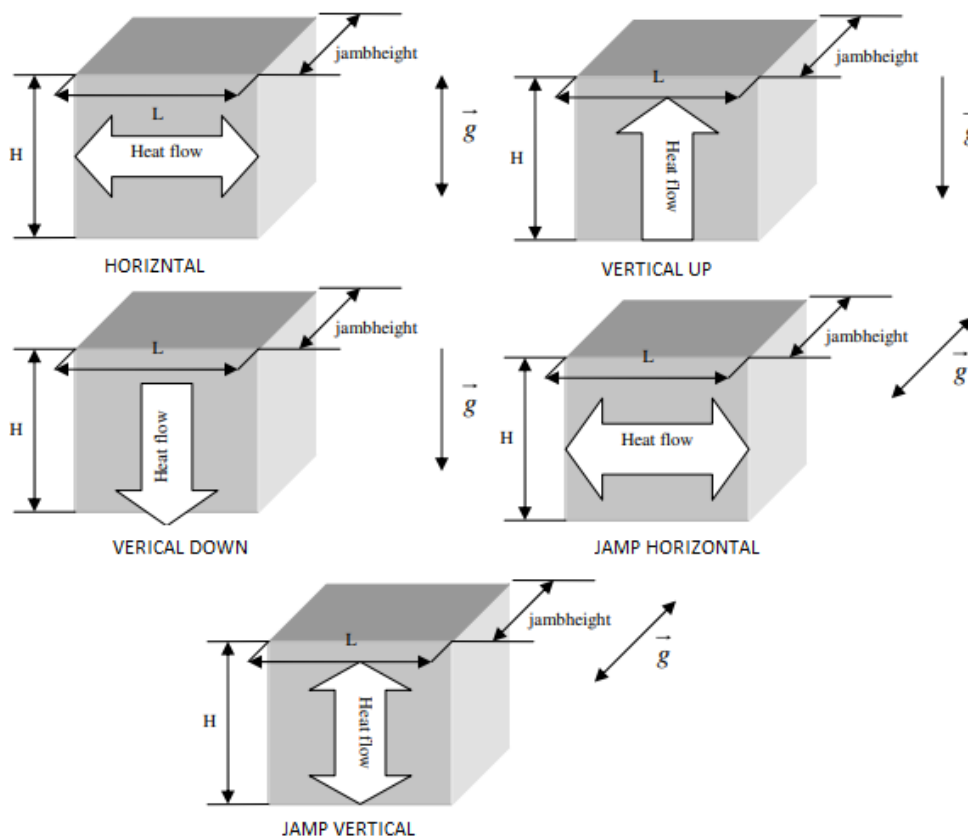
Εικόνα 4.15: Ορθογωνιοποιημένη διατομή (απαραίτητη για τους υπολογισμούς)

Η διεύθυνση της θερμικής ροής υπολογίζεται με τη ρουτίνα CONRAD και μπορεί να έχει τις ακόλουθες μορφές:



Εικόνα 4.16: Κατεύθυνση θερμικής ροής (σύμφωνα με την οθόνη)

Σύμφωνα με το βέλος βαρύτητας (στον τριδιάστατο χώρο) και την κατεύθυνση θερμικής ροής στην οθόνη, η κατεύθυνση θερμικής ροής μπορεί να είναι: "HORIZONTAL", "VERTICALUP", "VERTICALDOWN", "JAMPHORIZONTAL" και "JAMPVERTICAL".



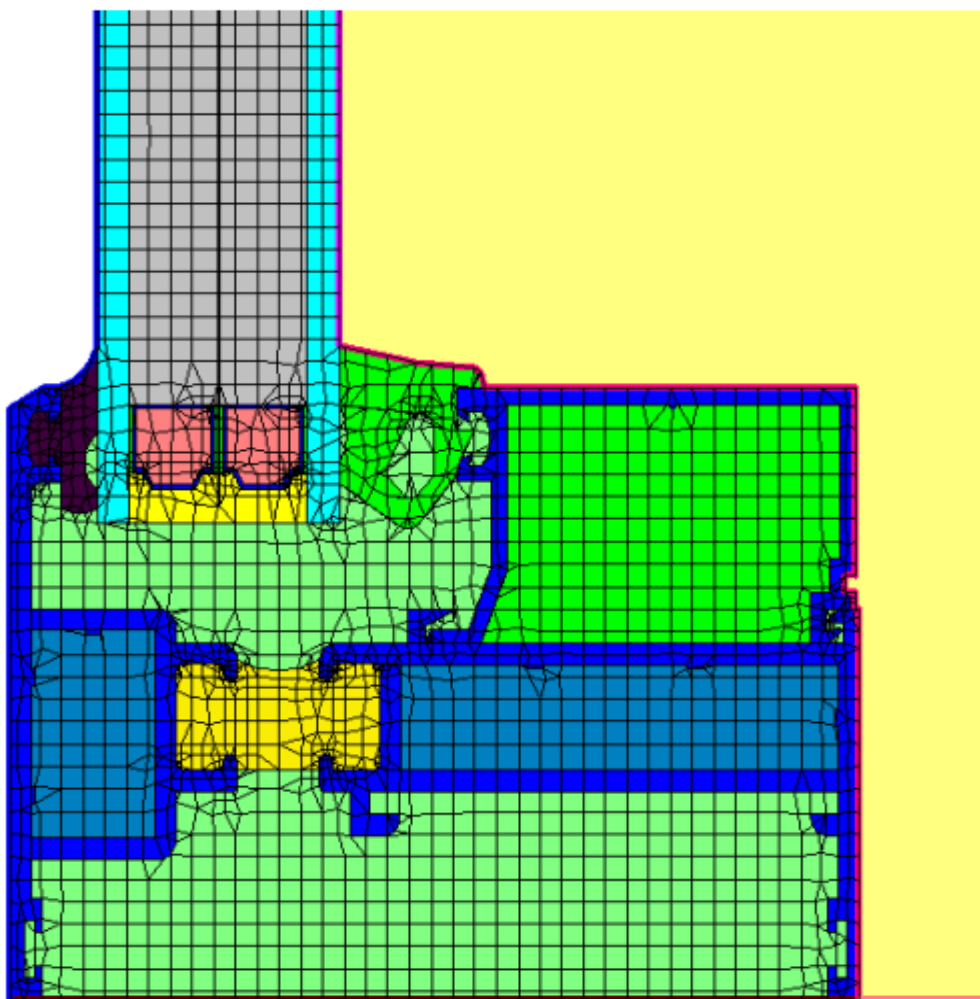
Εικόνα 4.17: Κατεύθυνση θερμικής ροής (σύμφωνα με το βέλος βαρύτητας)

4.3.3.3 Αλγόριθμος "Grid"

Ο αλγόριθμος "GRID" χρησιμοποιείται για την επιτάχυνση των υπολογισμών του συντελεστή θέας. Ο κύριος παράγοντας που έχει επιρροή στην ταχύτητα του προγράμματος είναι οι υπολογισμοί εφόσον υπάρχουν block⁴ επιφάνειες μεταξύ δύο τμημάτων. Ένα παράδειγμα περικλειστού συστήματος ακτινοβολίας, του οποίου τα τμήματα χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του συντελεστή θέας παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.18. Το μητρώο του συντελεστή θέας μπορεί να είναι πολύ μεγάλο και αυτό το μέγεθος εξαρτάται από τον αριθμό των τμημάτων της περικλειστης ακτινοβολίας. Για να αντιληφθούμε το μέγεθος του μητρώου αρκεί να παρατηρήσουμε ότι ο αριθμός των τμημάτων περικλειστης ακτινοβολίας

⁴Block: χρησιμοποιείται για την ομαδοποίηση συνόλων αντικειμένων, με κριτήρια που αντιστοιχούν είτε στη γεωμετρία τους είτε στην υπόστασή τους ως αντικειμένων του σχεδιασμού. Τα Block είναι και συμπεριφέρονται ως ενιαία αντικείμενα.

είναι “ n ” φορές μεγαλύτερος από τον αριθμό των συντελεστών θέας που με τη σειρά τους συμπληρώνουν ένα μητρώο “ $n \times n$ ”.

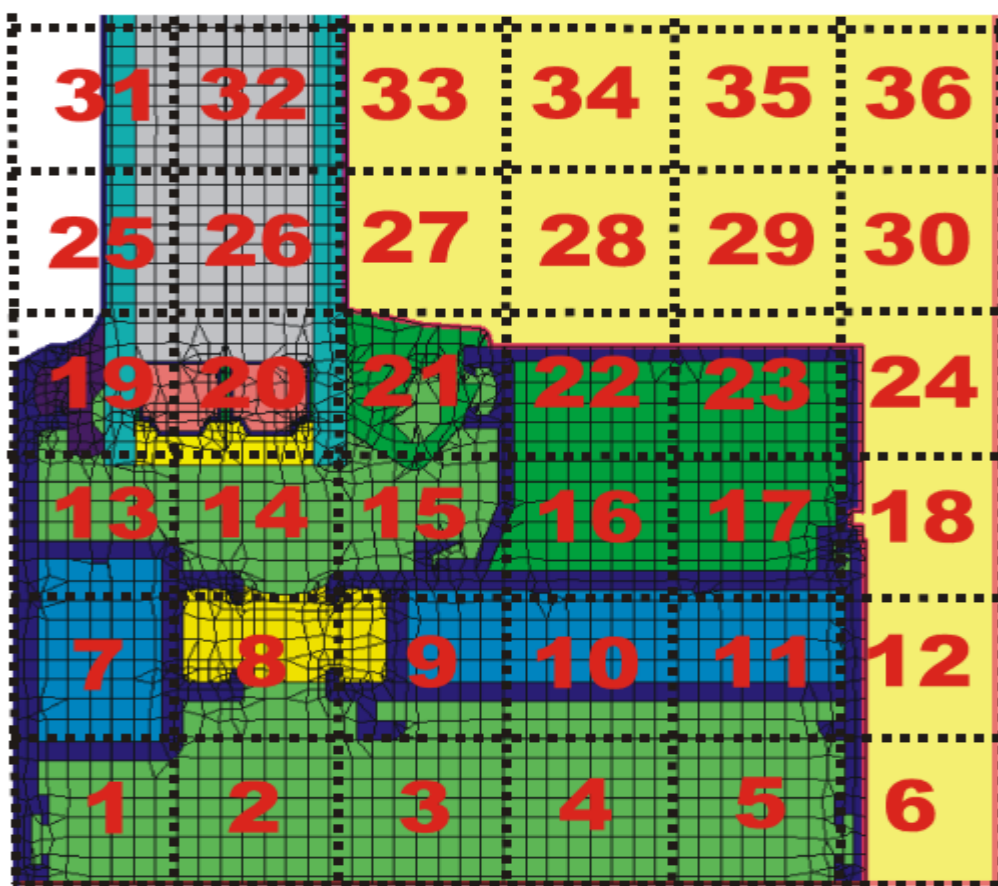


Εικόνα 4.18: Παράδειγμα συστήματος περικλειστής ακτινοβολίας

Επομένως, κατά τον υπολογισμό του συντελεστή θέας πρέπει να εξεταστεί η τομή της τρίτης επιφάνειας και για αυτόν τον λόγο χρησιμοποιούνται επιφάνειες με τη μορφή block. Οποιαδήποτε επιφάνεια μπορεί να εμποδίσει την ακτίνα μεταξύ δύο τμημάτων πρέπει να ορίζεται ως *blocking surface* της οποίας ο εντοπισμός δεν είναι πάντα εύκολος. Εάν ονομάσουμε “ m ” τον αριθμό των *blocking surfaces*, θα παρατηρήσουμε ότι στις περισσότερες περιπτώσεις ισχύει $m \approx n$. Κατά τον υπολογισμό του συντελεστή θέας δύο οποιωνδήποτε επιφανειών, το πρόγραμμα πρέπει να «περάσει» από όλες τις επιφάνειες που έχουν δηλωθεί ως *blocking* για να ελέγξει εάν υπάρχουν διασταυρώσεις. Αυτό οδηγεί στο αποτέλεσμα ότι ο αριθμός των ενεργειών στον υπολογισμό των συντελεστών θέας είναι περίπου n^3 .

Για την επιτάχυνση των υπολογισμών ο αλγόριθμος θέτει ένα πλέγμα δικτύου (Εικόνα 4.19). Ο σκοπός αυτού του πλέγματος είναι να ομαδοποιήσει τις *blocking surfaces* στα κελιά του πλέγματος από τα οποία καθένα περιέχει τους αριθμούς των *blocking surfaces* που ανήκουν σε αυτή την επιφάνεια. Κατά τον υπολογισμό του συντελεστή θέας ανάμεσα σε δύο τμήματα, ο αλγόριθμος καθορίζει τα κελιά του

πλέγματος ανάμεσα από τα οποία μπορεί να περάσει η ακτινοβολία. Στη συνέχεια εξετάζει εάν υπάρχει επιφάνεια που εμποδίζει την



ακτινοβολία. Για τη μείωση των υπολογισμών, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μόνο κελιά μέσα από τα οποία διέρχεται η ακτινοβολία.

Εικόνα 4.19: Κάνναβος

4.3.3.4 Σκίαση

Η αυτό-σκίαση και η σκίαση της τρίτης επιφάνειας είναι σημαντικοί κανόνες στους υπολογισμούς του συντελεστή θέας.

Η επιφάνεια ορίζεται από την ευθεία ανάμεσα σε δύο σημεία τα οποία προσδιορίζονται από τις συντεταγμένες (x_1, y_1) και (x_2, y_2) . Η παραπάνω ευθεία, καθώς και τα κάθετα στην ζητούμενη επιφάνεια διανύσματα, υπολογίζονται από τις εξισώσεις:

$$l = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}, \quad (4.69)$$

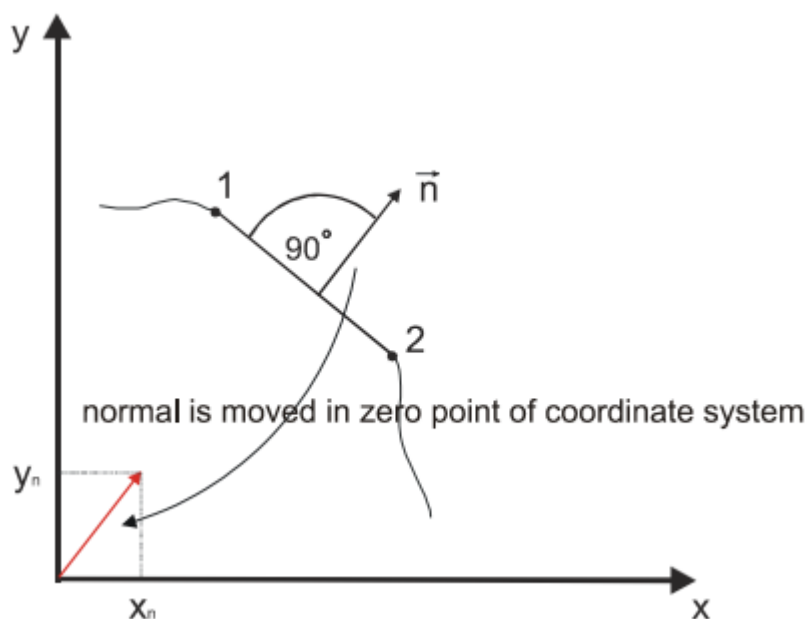
$$x_n = \frac{y_2 - y_1}{l}, \quad (4.70)$$

$$y_n = -\frac{x_2 - x_1}{l}, \quad (4.71)$$

όπου x_n και y_n είναι οι ορθοκανονικές συντεταγμένες της επιφάνειας. Τα παραπάνω περιγράφουν μια μοναδική επιφάνεια.

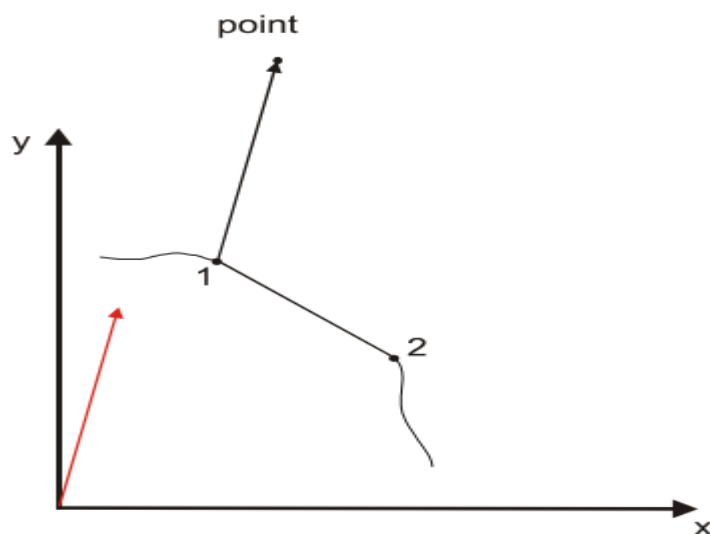
ΑΥΤΟ-ΣΚΙΑΣΗ

Για τον έλεγχο κατά πόσον το τμήμα μπορεί να «δει» οποιοδήποτε σημείο (σε γεωμετρία 2D) εφαρμόζονται απλές εξισώσεις. Στην Εικόνα 4.20 παρατηρούμε ότι το ευθύγραμμο τμήμα εμφανίζεται με τις



Εικόνα 4.20: Κανονική επιφάνεια

κανονικές συντεταγμένες και έχει την κατεύθυνση της επιφάνειας προβολής. Η κανονική επιφάνεια μεταφέρεται στο σημείο μηδέν του συστήματος συντεταγμένων και οι κανονικές συντεταγμένες πρέπει να ικανοποιούν την ακόλουθη εξίσωση:

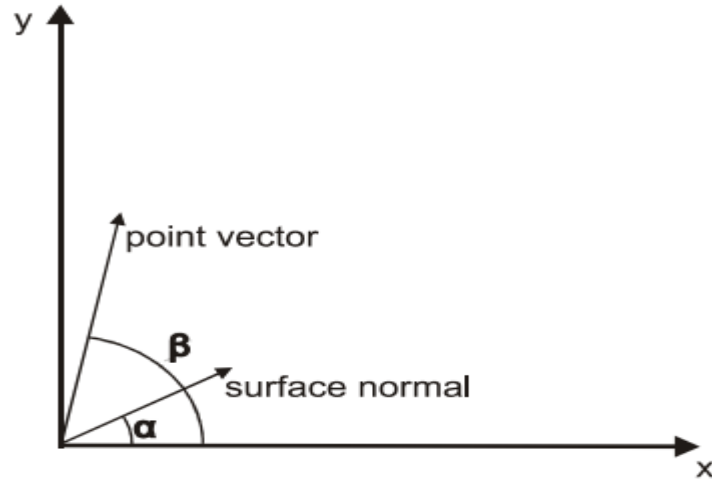


Εικόνα 4.21: Διάνυσμα θέσης

$$\sqrt{x_n^2 + y_n^2} = 1 \quad (4.72)$$

Προκειμένου να συμπεράνουμε αν η επιφάνεια μπορεί να «δει» σημείο στον διδιάστατο χώρο, το σημείο πρέπει επίσης να οριστεί από ένα διάνυσμα (Εικόνα 4.21).

Για τον έλεγχο κατά πόσον το σημείο ανήκει στην περιοχή προβολής (ή η επιφάνεια μπορεί να «δει» το σημείο) της επιφάνειας,



Εικόνα 4.22: Γωνίες ανάμεσα στα διανύσματα

πρέπει να ικανοποιούνται οι ακόλουθες εξισώσεις: Ορίζουμε τις συντεταγμένες της κανονικής επιφάνειας ως x_n και y_n και τις συντεταγμένες του σημειακού διανύσματος ως x_p και y_p .

Έλεγχος εάν το σημείο ανήκει στην περιοχή προβολής:

$$-90^\circ < \beta - \alpha < 90^\circ \text{ ή } \cos(\beta - \alpha) > 0 \text{ ή } \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta) > 0 \quad (4.73)$$

Σύμφωνα με την Εικ. 4.23 παίρνουμε τις ακόλουθες εξισώσεις:

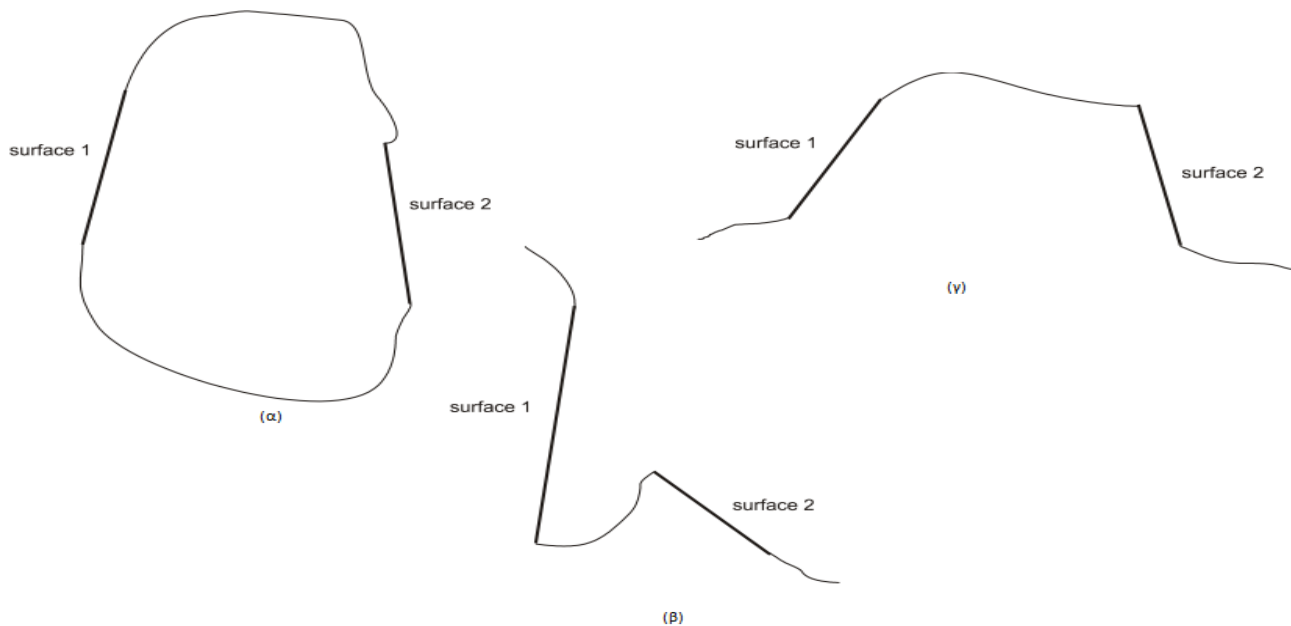
$$\begin{aligned} \cos(\alpha) &= \frac{x_n}{\sqrt{x_n^2 + y_n^2}} \\ \sin(\alpha) &= \frac{y_n}{\sqrt{x_n^2 + y_n^2}} \\ \cos(\beta) &= \frac{x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2}} \\ \sin(\beta) &= \frac{y_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2}} \end{aligned} \quad (4.74)$$

Παρατηρούμε ότι η συνθήκη $\sqrt{(x^2 + y^2)} > 0$ ικανοποιείται πάντα. Με αντικατάσταση των (4.74) στην Εξ. (4.72), θα έχουμε:

$$x_n x_p + y_n y_p > 0 \quad (4.75)$$

Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις αυτό-σκίασης που μπορούν να ληφθούν υπ' όψη:

- Μη αυτό-σκίαση ($k=4$)
- Μερική αυτό-σκίαση ($0 < k < 4$)
- Συνολική αυτό-σκίαση ($k=0$)



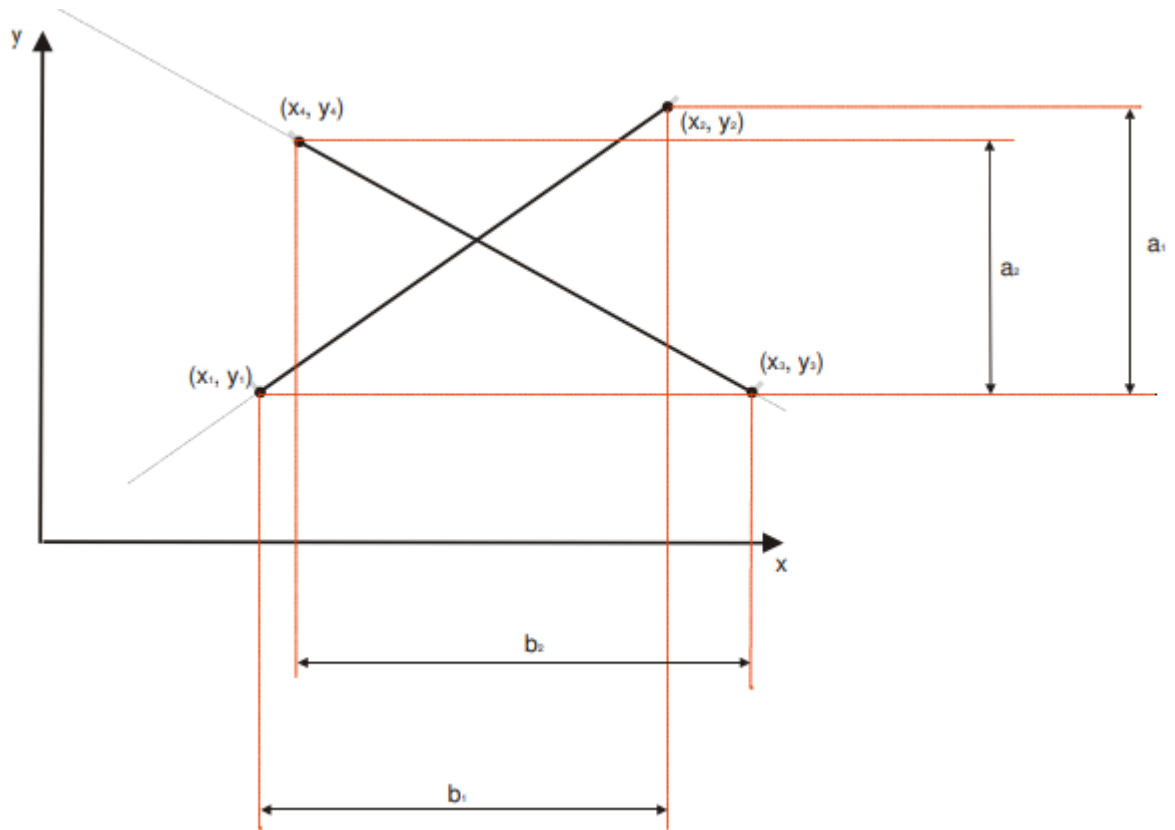
Εικόνα 4.23:(α) Μη αυτό-σκίαση,(β) Μερική αυτό-σκίαση,(γ)Συνολική αυτό-σκίαση

ΤΡΙΤΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΣΚΙΑΣΗΣ

Η τρίτη επιφάνεια σκίασης εμφανίζεται όταν υπάρχει οποιαδήποτε **τρίτη επιφάνεια** που εμποδίζει την ακτίνα ανάμεσα στις επιφάνειες. Όπως και στην προηγούμενη παράγραφο, υπάρχουν τρεις πιθανότητες για την τρίτη επιφάνεια σκίασης:

- Χωρίς σκιά τρίτης επιφάνειας
- Μερική τρίτη επιφάνεια σκίασης
- Συνολική τρίτη επιφάνεια σκίασης

Για να εξεταστεί εάν υπάρχει τομή σε καθορισμένη περιοχή, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί την εξίσωση ευθείας από δύο σημεία (Εικόνα 4.24).



Εικόνα 4.24: Τομή δύο ευθειών που ορίζονται από δύο σημεία

Η εξίσωση ευθείας από δύο σημεία για αυτές τις δύο ευθείες είναι:

$$y - y_1 = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_1 - x_2)}(x - x_1), \quad (4.76)$$

$$y - y_3 = \frac{(y_4 - y_3)}{(x_3 - x_4)}(x - x_3).$$

Υπολογίζοντας το σημείο τομής από την Εξ. (4.75) παίρνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

$$x_i = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \quad (4.77)$$

$$y_i = \frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1},$$

όπου x_i και y_i οι συντεταγμένες του σημείου τομής, και

$$c_1 = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

$$c_2 = x_3 y_4 - x_4 y_3$$

$$a_1 = y_2 - y_1$$

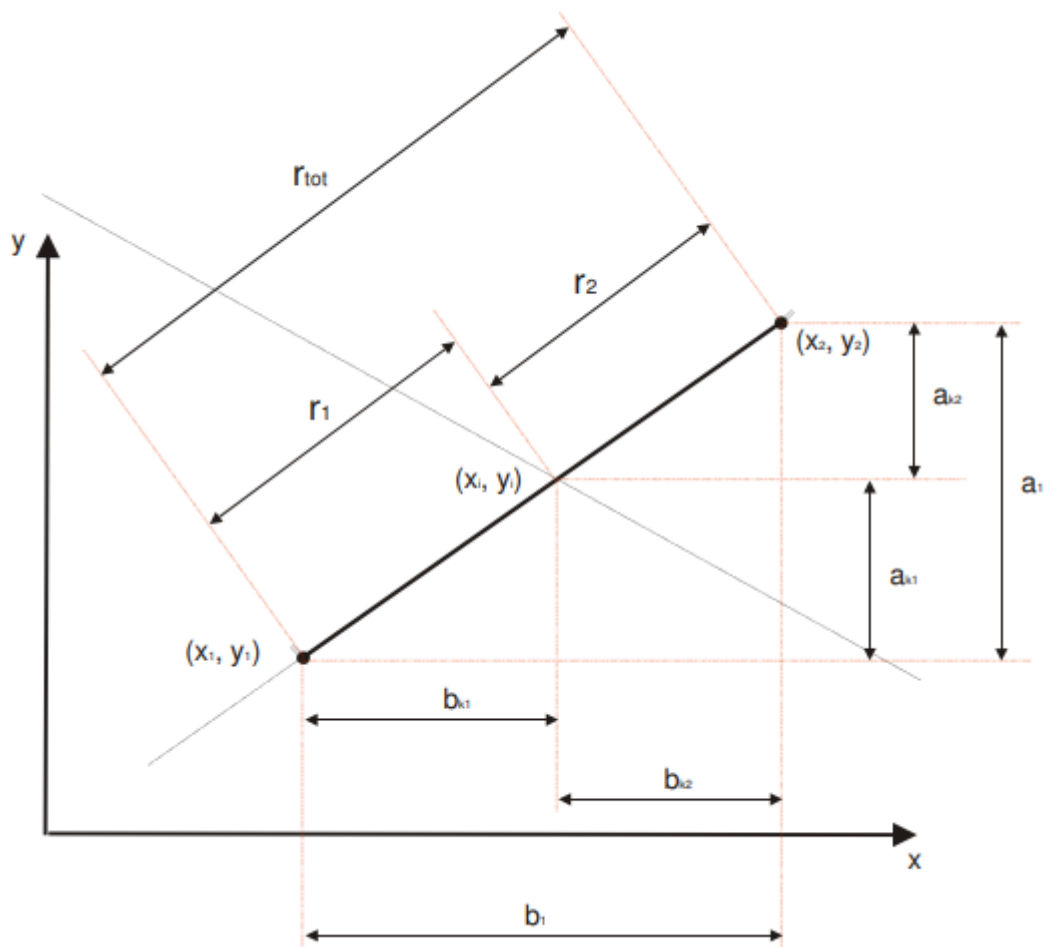
$$a_2 = y_4 - y_3$$

(4.78)

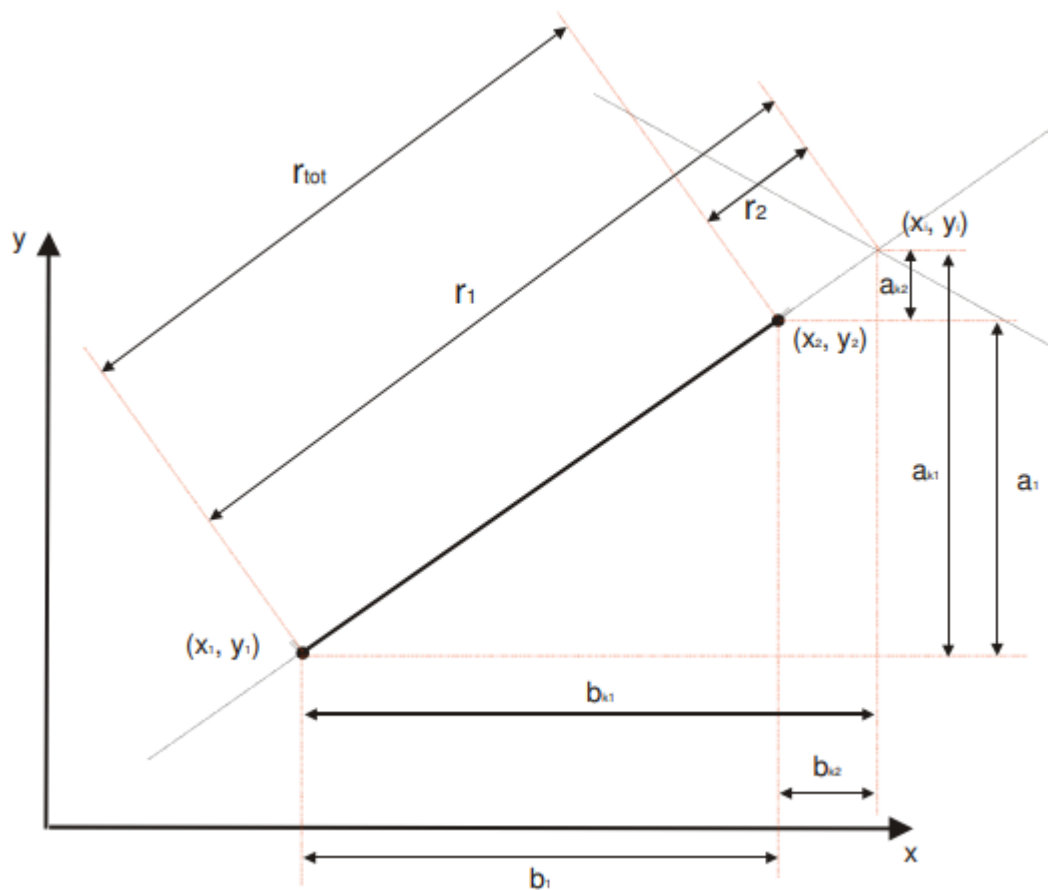
$$b_1 = x_1 - x_2$$

$$b_2 = x_3 - x_4$$

Προκειμένου να προσδιορίσουμε εάν το σημείο τομής είναι επάνω στην ευθεία ανάμεσα στα τελικά σημεία (ύπαρξη τομής) ή εάν το σημείο τομής είναι έξω από αυτή την ευθεία (μη ύπαρξη τομής), παρατηρούμε τις Εικόνες 4.25 και 4.26.



Εικόνα 4.25: Ύπαρξη τομής



Εικόνα 4.26: Μη ύπαρξη τομής

Ανεξάρτητα από την ύπαρξη ή μη τομής, ισχύουν οι ακόλουθες εξισώσεις:

$$r_{tot} = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$$

$$r_1 = \sqrt{a_{k1}^2 + b_{k1}^2}$$

(4.79)

$$r_2 = \sqrt{a_{k2}^2 + b_{k2}^2}$$

Στην περίπτωση της ύπαρξης τομής:

$$r_{tot} = r_1 + r_2$$

(4.80)

ενώ στην μη ύπαρξης τομής:

$$r_{tot} < r_1 + r_2$$

(4.81)

Συνεπώς, υπάρχει τομή ανάμεσα σε δύο ευθείες μόνο αν ικανοποιούνται οι σχέσεις (4.79) και για τα δύο ευθύγραμμα τμήματα.

4.3.3.5 Αλγόριθμος Ορθογωνιοποίησης Ανοιγμάτων

Για ανοίγματα πλαισίων μη αεριζόμενα και ακανόνιστου σχήματος, η γεωμετρία τους μετατρέπεται σε ισοδύναμο ορθογώνιο άνοιγμα σύμφωνα με το ISO/DIS 10077-2. Για αυτά τα ανοίγματα χρησιμοποιείται η ακόλουθη διαδικασία για τον προσδιορισμό των επιφανειών που ανήκουν στις κάθετες και οριζόντιες επιφάνειες των ισοδύναμων ορθογώνιων ανοιγμάτων:

- Οποιαδήποτε επιφάνεια κυμαίνεται μεταξύ 315 και 45 μοιρών, θα είναι η αριστερή κάθετη επιφάνεια.
- Οποιαδήποτε επιφάνεια κυμαίνεται μεταξύ 45 και 135 μοιρών, θα είναι η κάτω οριζόντια επιφάνεια.
- Οποιαδήποτε επιφάνεια κυμαίνεται μεταξύ 135 και 225 μοιρών, θα είναι η δεξιά κάθετη επιφάνεια.
- Οποιαδήποτε επιφάνεια κυμαίνεται μεταξύ 225 και 315 μοιρών, θα είναι η πάνω οριζόντια επιφάνεια.

Ας υποθέσουμε ότι το άνοιγμα χωρίζεται στα πεπερασμένα στοιχεία τα οποία είναι αριθμοί των ακμών (edge sides) και φυσιολογικά κυμαίνονται ανάμεσα σε 315 και 45 μοίρες και ότι ο αριθμός αυτός είναι ίσος με "n". Η ορθογωνιοποίηση της αριστερής κάθετης επιφάνειας υπολογίζεται από το ακόλουθο τύπο:

Θερμοκρασία:

$$LeftTemp = \frac{\sum_{i=1}^n l_i * temp_i}{TotalLength} \quad (4.82)$$

όπου l_i είναι το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος, $temp_i$ είναι η μέση θερμοκρασία του τμήματος, $TotalLength$ είναι το άθροισμα όλων των μηκών των τμημάτων που η κανονική τους επιφάνεια κυμαίνεται ανάμεσα σε 315 και 45 μοίρες και "n" είναι ο αριθμός των τμημάτων που η κανονική τους επιφάνεια κυμαίνεται ανάμεσα σε 315 και 45 μοίρες.

Συντελεστής εκπομπής:

$$LeftEmis = \frac{\sum_{i=1}^n l_i * emis_i}{TotalLength}, \quad (4.83)$$

όπου l_i είναι το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος, $emis_i$ είναι ο συντελεστής εκπομπής του τμήματος, $TotalLength$ είναι το άθροισμα όλων των μηκών των τμημάτων που η κανονική τους επιφάνεια κυμαίνεται ανάμεσα σε 315 και 45 μοίρες και "n" είναι ο αριθμός των τμημάτων

που η κανονική τους επιφάνεια κυμαίνεται ανάμεσα σε 315 και 45 μοίρες.

Για τον υπολογισμό των άλλων τριών ορθογωνιοποιημένων πλευρών χρησιμοποιούνται οι ίδιες εξισώσεις.

5. Εφαρμογή του λογισμικού

5.1 Παρουσίαση μοντέλου

Έχοντας πλέον μια ολοκληρωμένη εικόνα του τρόπου με τον οποίο λειτουργεί το λογισμικό THERM, αλλά και έχοντας εμπεδώσει τη μαθηματική πλευρά του φαινομένου της διδιάστατης μετάδοσης θερμότητας, μπορούμε να προχωρήσουμε στην εφαρμογή των παραπάνω γνώσεων με σκοπό την επίλυση ενός πραγματικού μοντέλου. Σε αυτή την παράγραφο θα εστιάσουμε στα αποτελέσματα στα οποία οδηγηθήκαμε κάνοντας χρήση του λογισμικού για τον εντοπισμό, αλλά και την ποσοτικοποίηση των θερμογεφυρών σε ένα υφιστάμενο κτίριο. Στη συνέχεια θα σχολιάσουμε τα αποτελέσματα, τα οποία παρουσιάζονται και γραφικά, ώστε να συμπεράνουμε εάν η εφαρμογή του συγκεκριμένου λογισμικού είναι κάτι στο οποίο μπορεί να στηριχτεί ο σύγχρονος μελετητής.

Αρχικά λίγα λόγια για το μοντέλο το οποίο χρησιμοποιήσαμε. Πρόκειται για διώροφη κατοικία κτισμένη τη δεκαετία 1980-1990 στην οποία εντοπίζεται μόνο η βασική μελέτη θερμομόνωσης, σύμφωνα με τους κανονισμούς της περιόδου. Στην προκειμένη περίπτωση θεωρείται η ύπαρξη υαλοβάμβακα πάχους 8 χιλιοστών στο εσωτερικό της εξωτερικής τοιχοποιίας, καθώς και κάτω από την επικάλυψη των δομικών στοιχείων και των πλακών. Το κτίριο βρίσκεται σε τυπική κλιματική θέση, οπότε δεν παρατηρούνται ακραία κλιματικά φαινόμενα.



Εικόνα 5-1: Κόρια όψη κτιρίου

Για το πλαίσιο της παρούσας Διπλωματικής, στο παραπάνω κτίριο εντοπίστηκαν τόσο οι κατασκευαστικές όσο και οι γεωμετρικές θερμογέφυρες και στη συνέχεια μοντελοποιήθηκαν και εισήχθησαν στο λογισμικό THERM με τη μορφή διατομών, όπως ακριβώς περιγράψαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Τα δεδομένα για την επίλυση, δηλαδή οι

συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας, εντοπίστηκαν στη μελέτη θερμομόνωσης που συνοδεύει την οικοδομική άδεια, όπως αυτή συντάχθηκε και εγκρίθηκε σύμφωνα με τους τότε ισχύοντες κανονισμούς.

ΔΑΠΕΔΟ ΜΑΡΜΑΡΙΝΟ (σε φυσικό έδαφος)					
Α/Α	Στρώσεις υλικών από μέσα προς τα έξω	φαινόμενη πυκνότητα	πάχος d	συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας λ	λόγος d/λ
		kg/m ³	m	kcal/mhC	m ² hC/kcal
1	μάρμαρο	-	0.02	3	0.007
2	ασβεστοκονίαμα	-	0.02	0.75	0.027
3	γαρμπιλοσκυρόδεμα	1900	0.05	0.95	0.053
4	μονωτικό υλικό (υαλοβάμβακας)	10	0.08	0.035	2.286
5	πλάκα	2400	0.14	1.3	0.108
Αντίσταση θερμοδιαφυγής στοιχείου					2.479
ΔΑΠΕΔΟ ΜΑΡΜΑΡΙΝΟ (πάνω σε πυλωτή)					
Α/Α	Στρώσεις υλικών από μέσα προς τα έξω	φαινόμενη πυκνότητα	πάχος d	συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας λ	λόγος d/λ
		kg/m ³	m	kcal/mhC	m ² hC/kcal
1	μάρμαρο	-	0.02	3	0.007
2	ασβεστοκονίαμα	-	0.02	0.75	0.027
3	γαρμπιλοσκυρόδεμα	1500	0.05	0.55	0.091
4	πλάκα	2400	0.13	1.75	0.074
5	μονωτικό υλικό (υαλοβάμβακας)	10	0.08	0.035	2.286
6	επίχρισμα	1900	0.02	0.75	0.027

Αντίσταση θερμοδιαφυγής στοιχείου					2.511
ΔΑΠΕΔΑ-ΟΡΟΦΕΣ					
ZOLLNER ΣΕ PILOTIS με επικάλυψη μαρμάρου					
Α/Α	Στρώσεις υλικών από μέσα προς τα έξω	φαινόμενη πυκνότητα	πάχος d	συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας λ	λόγος d/λ
		kg/m ³	m	kcal/mhC	m ² hC/kcal
1	μάρμαρο	-	0.02	3	0.007
2	ασβεστοκονίαμα	-	0.02	0.75	0.027
3	γαρμπιλοσκυρόδεμα	1500	0.06	0.55	0.109
4	πλάκα	2400	0.13	1.75	0.074
5	δοκός/διογκωμ. Πολυστερίνη	2400 /20		1,75/0,035	
6	μονωτικό υλικό (υαλοβάμβακας)	10	0.08	0.035	2.286
7	επίχρισμα	1900	0.02	0.75	0.027
Αντίσταση θερμοδιαφυγής στοιχείου					2.529
ΟΡΟΦΗ					
Α/Α	Στρώσεις υλικών από μέσα προς τα έξω	φαινόμενη πυκνότητα	πάχος d	συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας λ	λόγος d/λ
		kg/m ³	m	kcal/mhC	m ² hC/kcal
1	επίχρισμα	1900	0.02	0.75	0.027
2	πλάκα	2400	0.13	1.75	0.074
3	μονωτικό υλικό (υαλοβάμβακα)	10	0.08	0.035	2.286
4	μπετόν κλίσης	800	0.1	0.25	0.400
5	στεγάνωση	1050	0.01	0.15	0.067

6	Γαρμπιλομωσαϊκό	1500	0.07	0.55	0.127
Αντίσταση θερμοδιαφυγής στοιχείου					2.981
ΔΟΚΟΙ-ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΑ					
Α/Α	Στρώσεις υλικών από μέσα προς τα έξω	φαινόμενη πυκνότητα	πάχος d	συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας λ	λόγος d/λ
		kg/m ³	m	kcal/mhC	m ² hC/kcal
1	επίχρισμα	1900	0.02	0.75	0.027
2	μονωτικό υλικό (υαλοβάμβακας)	10	0.08	0.035	2.286
3	δοκός	2400	0.2	1.75	0.114
4	επίχρισμα	1900	0.02	0.75	0.027
Αντίσταση θερμοδιαφυγής στοιχείου					2.453
ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΤΟΙΧΟΠΟΙΙΑ					
Α/Α	Στρώσεις υλικών από μέσα προς τα έξω	φαινόμενη πυκνότητα	πάχος d	συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας λ	λόγος d/λ
		kg/m ³	m	kcal/mhC	m ² hC/kcal
1	επίχρισμα	1900	0.02	0.75	0.027
2	τοιχος	1200	0.06	0.45	0.133
3	μονωτικό υλικό (υαλοβάμβακας)	10	0.08	0.035	2.286
4	τοίχος	1200	0.06	0.45	0.133
5	επίχρισμα	1900	0.02	0.75	0.027
Αντίσταση θερμοδιαφυγής στοιχείου					2.606

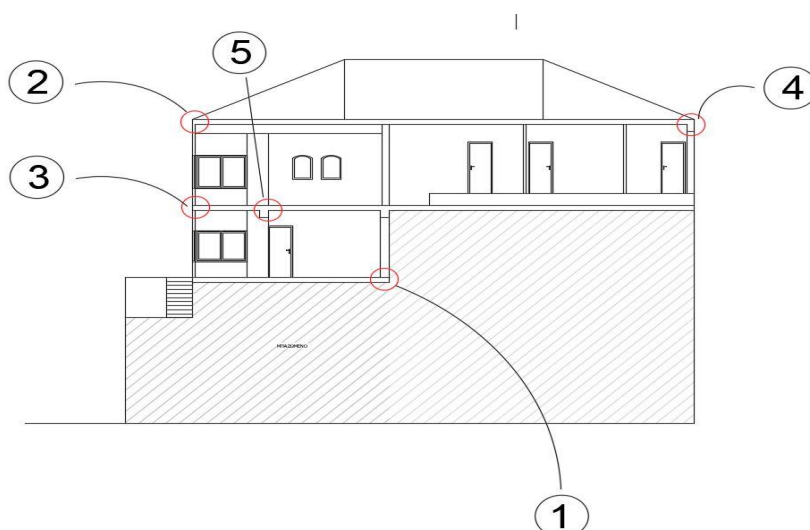
Πίνακας 5-1: Τιμές θερμικής αγωγιμότητας κτιριακής μονάδας, σύμφωνα με τη μελέτη θερμομόνωσης.

Οι παραπάνω τιμές, σε συνδυασμό με την υφιστάμενη γεωμετρία που διαπιστώθηκε με την αυτοψία που διενεργήσαμε στο ακίνητο, μας

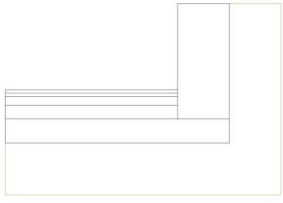
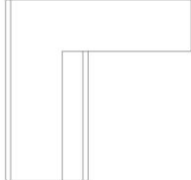
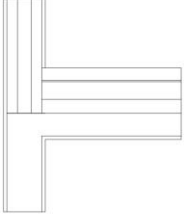

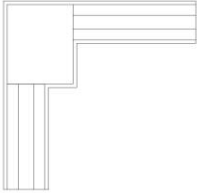
παρέχουν το απαραίτητο υπόβαθρο δεδομένων ώστε το λογισμικό να εκτελέσει την επίλυση.

5.2 Σχεδιασμός και επίλυση διατομών

Πέρα από τα φυσικά δεδομένα τα οποία παρουσιάσαμε παραπάνω, το λογισμικό, όπως έχουμε αναφέρει, χρειάζεται την καταχώρηση των διατομών τις οποίες χαρακτηρίζουμε ως κρίσιμα σημεία. Η μορφή αυτών των διατομών είναι τυπική και έχει τα χαρακτηριστικά που αναφέραμε στην ενότητα 3.2, ανάλογα με τη θέση στην οποία εντοπίζεται. Στην προκειμένη περίπτωση εντοπίστηκαν έξι τέτοιες χαρακτηριστικές διατομές οι οποίες περιγράφουν έξι διαφορετικές κατασκευαστικές και γεωμετρικές θερμογέφυρες με την έννοια που αυτές περιγράφονται στην ενότητα 3.2. Στον παρακάτω πίνακα γίνεται μια σύντομη αναφορά σε αυτές τις διατομές ενώ στην Εικόνα 5.2 φαίνονται, σε μια τομή του κτιρίου, οι θέσεις των χαρακτηριστικών αυτών διατομών.



Εικόνα 5-2: Σχηματική τομή κτιρίου, όπου σημειώνονται οι διατομές του Πίνακα 5-2.

	<p>Διατομή 1: ΤΟΜΗ ΠΛΑΚΑΣ ΕΛΑΦΟΥΣ ΜΕ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΤΟΙΧΟΠΟΙΪΑ</p>
	<p>Διατομή 2: ΤΟΜΗ ΟΡΟΦΗΣ ΜΕ ΤΟΙΧΟ</p>
	<p>Διατομή 3: ΤΟΜΗ ΠΛΑΚΑΣ ΟΡΟΦΟΥ-ΕΞΩΤΕΡΙΚΗΣ ΤΟΙΧΟΠΟΙΪΑΣ</p>
	<p>Διατομή 4: ΤΟΜΗ ΠΛΑΚΑΣ ΟΡΟΦΗΣ ΜΕ ΔΟΚΟ ΚΑΙ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΤΟΙΧΟΠΟΙΪΑ</p>
	<p>Διατομή 5: ΤΟΜΗ ΠΛΑΚΑΣ ΟΡΟΦΟΥ ΕΠΙ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΤΟΙΧΟΠΟΙΪΑ</p>

Πίνακας 5-2: Λεπτομέρειες διατομών προς επίλυση

Οι παραπάνω διατομές, όπως χαρακτηρίστηκαν, σχεδιάστηκαν σε περιβάλλον CAD και εισήχθησαν στο λογισμικό με τη μορφή αρχείου .dxf προς επεξεργασία και επίλυση. Το λογισμικό μάς παρέχει τη δυνατότητα να σχεδιάσουμε τη διατομή μας χωρίς τη χρήση εξωτερικού λογισμικού. Παρά ταύτα, δεδομένης της ευρείας διάδοσης των λογισμικών CAD στον χώρο των μηχανικών και σε συνδυασμό με τον κατά κάποιο τρόπο περιοριστικό χαρακτήρα του λογισμικού THERM στις ελευθερίες σχεδίασης, επιλέξαμε να εισαγάγουμε τις διατομές ως εξωτερικά αρχεία. Η ίδια διαδικασία εφαρμόστηκε και για τις 6 διατομές ενώ, για χάρη οικονομίας χρόνου, επιλέγουμε να περιγράψουμε αναλυτικά τη διαδικασία επίλυσης με τα αποτελέσματα της Διατομής 1, η οποία αποτελεί τομή πλάκας έδρασης με κατακόρυφο τοίχιο σκυροδέματος (όριο με το μπαζωμένο τμήμα) και είναι ίσως η πιο χαρακτηριστική από άποψη γεωμετρίας και ποικιλίας υλικών. Για τις υπόλοιπες διατομές θα γίνει απλά παράθεση των αποτελεσμάτων σε μορφή εικόνων, όπως αυτά παρήχθησαν από το λογισμικό.

ΔΙΑΤΟΜΗ 1: ΤΟΜΗ ΠΛΑΚΑΣ ΕΔΑΦΟΥΣ ΜΕ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟ ΤΟΙΧΙΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

Εφόσον έχουμε σχεδιάσει την διατομή μας, το επόμενο βήμα είναι να ορίσουμε τα υλικά που την αποτελούν, καθώς και τις ιδιότητές τους. Το λογισμικό κατηγοριοποιεί τα υλικά σε δύο ομάδες, τα στερεά και τις κοιλότητες. Ενώ τα στερεά έχουν μια προκαθορισμένη θερμική αγωγιμότητα, οι κοιλότητες απαιτούν τη χρήση ενός συγκεκριμένου μοντέλου για τον υπολογισμό της θεωρητικής αγωγιμότητας. Η συγκεκριμένη διατομή αποτελείται αποκλειστικά από στερεά υλικά. Το λογισμικό μας δίνει τη δυνατότητα να κάνουμε χρήση ορισμένων υλικών από τη βιβλιοθήκη, τα οποία έχουν καθορισμένες ιδιότητες, ή να ορίσουμε εμείς νέα υλικά.

Κατά τον ορισμό ενός νέου υλικού (στερεού ή κοιλότητας), ο χρήστης ορίζει την αγωγιμότητα και τον συντελεστή εκπομπής. Όλα τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν για τη μοντελοποίηση δημιουργήθηκαν ως νέα υλικά και οι τιμές για τον συντελεστή αγωγιμότητας παρουσιάζονται στον Πίνακα 5-1. Ο συντελεστής εκπομπής θεωρήθηκε τυπικά ίσος με 0.8, με εξαίρεση το γαρμπιλοσκυρόδεμα του οποίου ο συντελεστής θεωρήθηκε ίσος με 0.3.

Έχοντας ορίσει τα υλικά που αποτελούν τη διατομή, το λογισμικό είναι σε θέση να καθορίσει τις συννοριακές συνθήκες για το σύνολο της διατομής. Μετά από έναν έλεγχο⁵ της γεωμετρίας της διατομής, η συννοριακή συνθήκη ορίζεται ως μια έντονη γραμμή γύρω από το σύνορο της διατομής. Κάθε τμήμα της διατομής θα έχει και διαφορετικές συννοριακές συνθήκες, ανάλογα με τη θέση του. Όπως και με τα υλικά,

⁵ Το λογισμικό ελέγχει τη γεωμετρία της διατομής για προβλήματα που θα οδηγήσουν σε αποτυχία της επίλυσης. Τέτοια προβλήματα αφορούν: α) ασυνεχή πολύγωνα που δεν βρίσκονται σε επαφή με άλλα πολύγωνα που αποτελούν τη διατομή και β) περιοχές εντός της διατομής που δεν αποτελούν σωστά ορισμένα (κλειστά) πολύγωνα και δημιουργούν κενά.

το λογισμικό παρέχει τη δυνατότητα είτε να επιλέξουμε από τις προκαθορισμένες συνοριακές συνθήκες είτε να ορίσουμε και να αποθηκεύσουμε τις δικές μας.

Κατά τον ορισμό της συνοριακής συνθήκης ο χρήστης μπορεί να επιλέξει τη θερμοκρασία και τον συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας.

Παρακάτω παραθέτουμε με εικόνες τα όσα αναφέραμε για τη διατομή:

Boundary Condition Type

Boundary Condition: modelo-1:INTERIOR

U-Factor Surface: INTERIOR

Temperature: 20.0 C Hc: 7.69 W/m2-K

Emissivity: 0.800

Shading system modifier: None

Buttons: OK, Cancel, Boundary Condition Library, U-Factor Surface Library

Εικόνα 5-3: Συνοριακές συνθήκες εσωτερικού χώρου για τη διατομή 1

Boundary Conditions

Boundary Condition: modelo-1:SOIL

Model: Simplified

Convection/Linearized Radiation

Temperature: 21.11 C

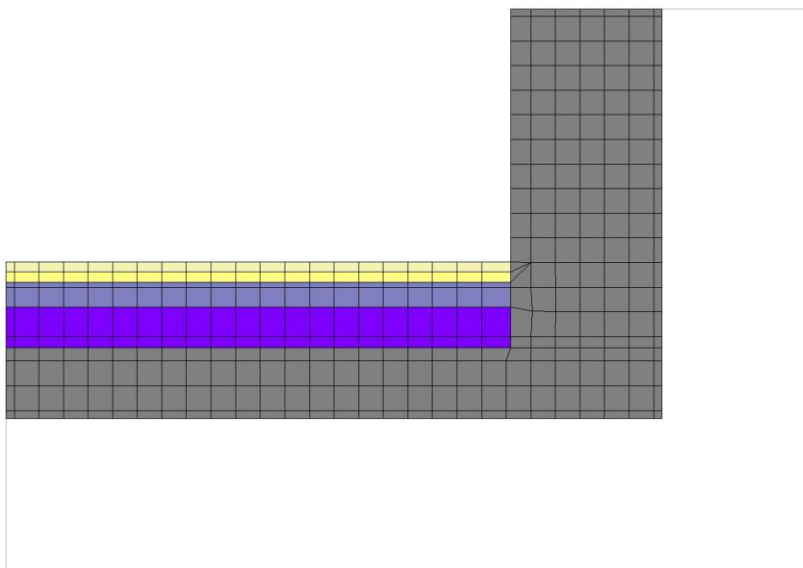
Film Coefficient: 6.6 W/m2-K

Relative Humidity: 50 %

Buttons: Close, Cancel, New, Delete, Rename, Color, Save Lib, Save Lib As, Load Lib, Protected

Εικόνα 5-4: Συνοριακές συνθήκες εξωτερικού χώρου (εδάφους) για τη διατομή 1

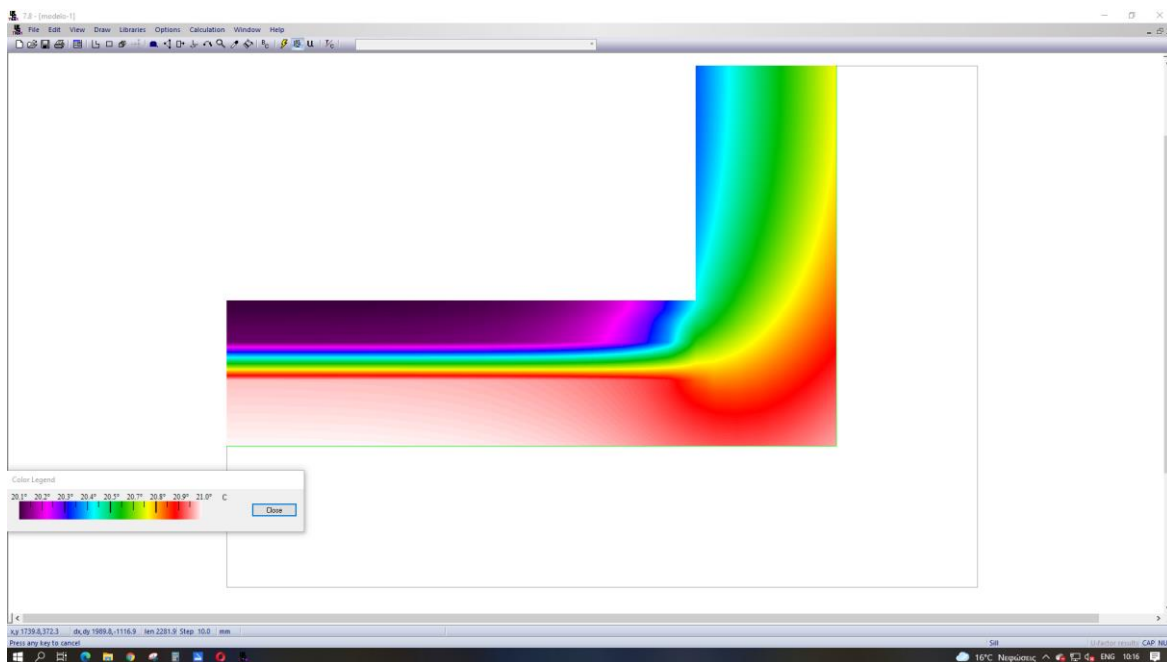
Όπως είναι εμφανές, έχει επιλεγεί μια τυπική θερμοκρασιακή διαφορά 1-11 βαθμών Κελσίου μεταξύ του εσωτερικού και του εξωτερικού χώρου. Τυπικές τιμές έχουν επιλεγεί και για τη σχετική υγρασία, καθώς και για τον δείκτη εκπομπής. Οι συντελεστές συναγωγής h_c επιλέχθηκαν βάσει του είδους των υλικών, όπως αυτά προέκυψαν από τη μελέτη θερμομόνωσης. Με τα παραπάνω δεδομένα, το λογισμικό προχωρά στην επίλυση του προβλήματος:



Εικόνα 5-5: Διακριτοποίηση της διατομής με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

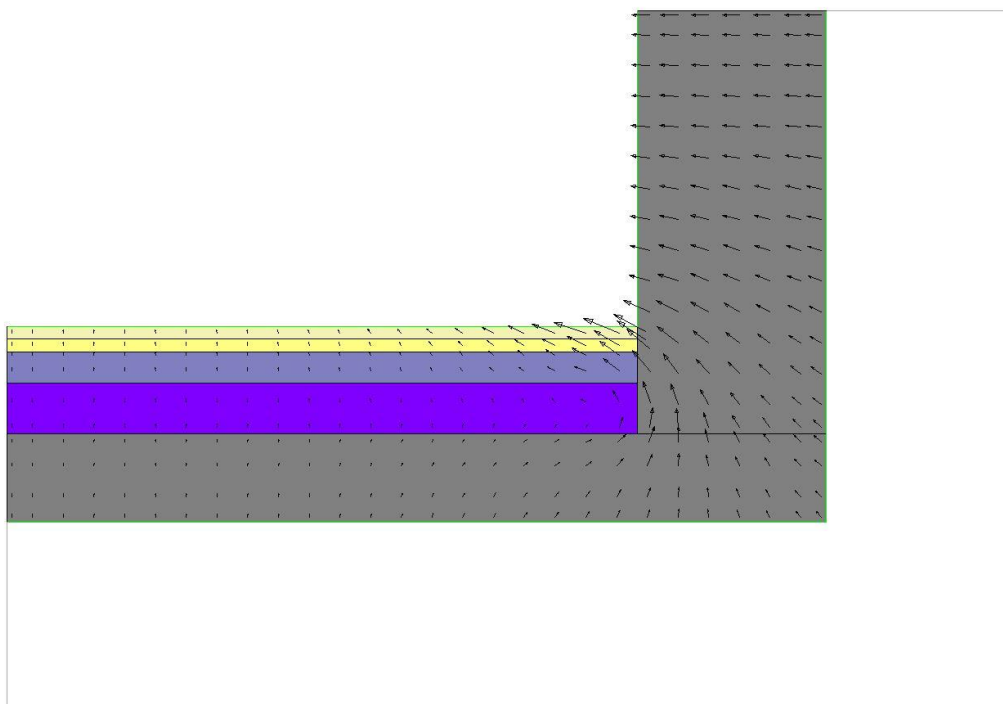
Στο πρώτο στάδιο επίλυσης το λογισμικό διαμερίζει τη διατομή σε μικρότερα στοιχεία, όπως φαίνεται στην Εικόνα 5-5. Αυτό είναι μέρος της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, αναπόσπαστο τμήμα της επίλυσης. Υπενθυμίζουμε ότι το πλήθος των στοιχείων σε αυτό το βήμα θα καθορίσει και την ακρίβεια των αποτελεσμάτων και θα εξασφαλίσει ένα ανεκτό σφάλμα. Έχοντας πλέον όλα τα προαπαιτούμενα, το πρόγραμμα μπορεί να εφαρμόσει τις εξισώσεις της διδιάστατης μετάδοσης θερμότητας στο σύνολο της διατομής και να μας δώσει τα αποτελέσματα.

Το λογισμικό THERM, όπως έχουμε αναφέρει ήδη, μπορεί να δώσει πληροφορίες για διάφορες πτυχές του προβλήματος της μετάδοσης θερμότητας είτε αυτά είναι μια απλή διακύμανση της εσωτερικής θερμοκρασίας της διατομής μας, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 5-6, είτε ακόμα και το δυναμικό ή το πεδίο ροής της θερμότητας με τη μορφή βελών, όπως μας δείχνει η Εικόνα 5-7.



Εικόνα 5-6: Κατανομή θερμοκρασίας στο εσωτερικό της διατομής

Η κατανομή της θερμοκρασίας στη διατομή μπορεί να παρουσιαστεί και με τη μορφή ισοθερμικών καμπυλών, κάτι που είθισται, αν και η χρήση των υπέρυθρων μας δίνει ίσως μια πιο 'ρεαλιστική' εικόνα της κατάστασης. Πέραν αυτών όμως, σημαντικότερη πληροφορία, και αυτή την οποία χρειάζεται ο μελετητής μηχανικός για τον κατάλληλο θερμομονωτικό σχεδιασμό, είναι αυτή που αφορά τις τιμές του συντελεστή θερμοπερατότητας U , όπως αυτός έχει οριστεί σε προηγούμενες ενότητες. Στην Εικόνα 5-8 φαίνονται οι τιμές του συντελεστή U , καθώς και ο εκτιμητής σφάλματος του λογισμικού για τον οποίο θα γίνει λόγος σε επόμενη παράγραφο.



Εικόνα 5-7: Διανύσματα ροής θερμότητας

	U-factor W/m ² ·K	delta T C	Length mm	Rotation	
EXTERIOR	2.6708	1.1	810	N/A	Projected Y
INTERIOR	4.3266	1.1	500	N/A	Projected Y

Display
☒ U-factor
☐ R-value

% Error Energy Norm: 6.38%

Export
OK

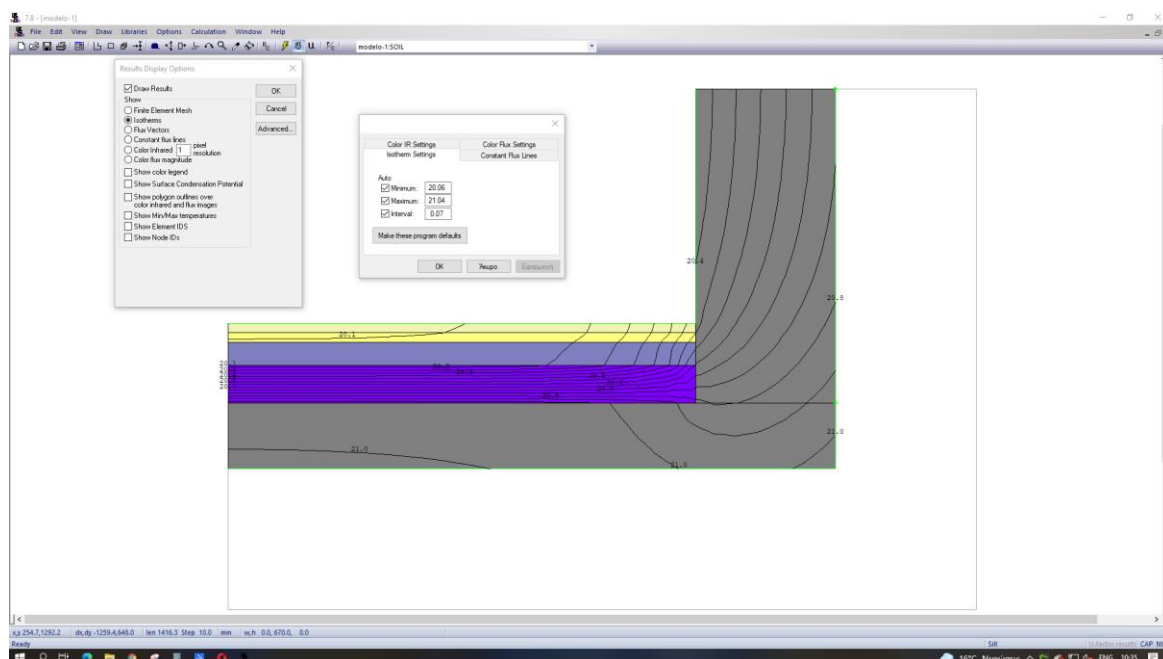
Εικόνα 5-8: Τιμές Συντελεστή θερμοπερατότητας για τις δύο παρειές της διατομής

Οι δύο διαφορετικές τιμές του συντελεστή αφορούν τόσο το εσωτερικό όριο ($U=2.6708 \text{ W/m}^2 \text{ K}$) όσο και το εξωτερικό ($U=4.3266 \text{ W/m}^2 \text{ K}$) και οι τιμές είναι διαφορετικές όπως άλλωστε είναι φυσιολογικό και αναμενόμενο, καθώς κάθε παρειά της διατομής είναι κατασκευασμένη από διαφορετικά υλικά με διαφορετικούς συντελεστές h_c . Διαφορετικό είναι και το μήκος κάθε παρειάς, δηλαδή 810mm και 500mm, αντίστοιχα. Σημειώνεται εδώ ότι οι παραπάνω τιμές του συντελεστή U αφορούν τη θερμοπερατότητα των υλικών στην κατεύθυνση του κατακόρυφου άξονα, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 5-8. Γνωρίζουμε όμως ότι για το μοντέλο μας η μετάδοση πραγματοποιείται σε δύο διαστάσεις. Εάν αλλάξουμε την επιλογή προβολής (Projected Y) στον οριζόντιο άξονα, μπορούμε να δούμε και τις τιμές U στην κάθετη διεύθυνση (Projected X). Για μια συνολική εικόνα της θερμοπερατότητας της διατομής μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την επιλογή Export, που μας δίνει ένα αρχείο κειμένου:

```
EXTERIOR Total Length= 2110 U-factor= 1.02528
EXTERIOR Projected X= 1300 U-factor= 1.6641
EXTERIOR Projected Y= 810 U-factor= 2.67078
INTERIOR Total Length= 1500 U-factor= 1.4422
INTERIOR Projected X= 999.999 U-factor= 2.1633
INTERIOR Projected Y= 500 U-factor= 4.32659
```

Τα παραπάνω είναι ο συντελεστής U τόσο στην κάθε διεύθυνση μετάδοσης X,Y, αλλά και ο U της συνολικής παρειάς (άθροισμα μήκους σε κάθε διεύθυνση). Στην Εικόνα 5-9 φαίνεται μια συνολική και περιληπτική επίλυση της διατομής. Ο μελετητής είναι πάντα σε θέση

να αξιοποιήσει οποιαδήποτε μορφή των αποτελεσμάτων, δεδομένου του σκοπού. Η Εικόνα 5-10 μας θυμίζει την ποικιλία στον τρόπο προβολής των αποτελεσμάτων.



Εικόνα 5-10: Συγκεντρωτική επίλυση διατομής

Στη συνέχεια θα παραθέσουμε την επίλυση για κάθε διατομή, παρέχοντας τους συντελεστές U καθώς και μια συνολική εικόνα αντίστοιχη με τη διατομή 1. Η διαδικασία επίλυσης ακολουθεί την ίδια φιλοσοφία με τα όσα αναφέραμε στη διατομή 1, και τα ίδια ακριβώς ισχύουν για τον τρόπο προβολής των αποτελεσμάτων.

ΔΙΑΤΟΜΗ 2: ΤΟΜΗ ΟΡΟΦΗΣ ΜΕ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΤΟΙΧΙΟ

Η διατομή εντοπίζεται στην οροφή του κτιρίου και περιλαμβάνει την πλάκα σκυροδέματος της οροφής και το κατακόρυφο τοίχιο σκυροδέματος με το μονωτικό υλικό και το επίχρισμα.

U-Factors

	U-factor W/m ² -K	delta T C	Length mm	Rotation	
EXTERIOR	2.6033	2.0	700	N/A	Projected Y
INTERIOR	3.6447	2.0	500	N/A	Projected Y

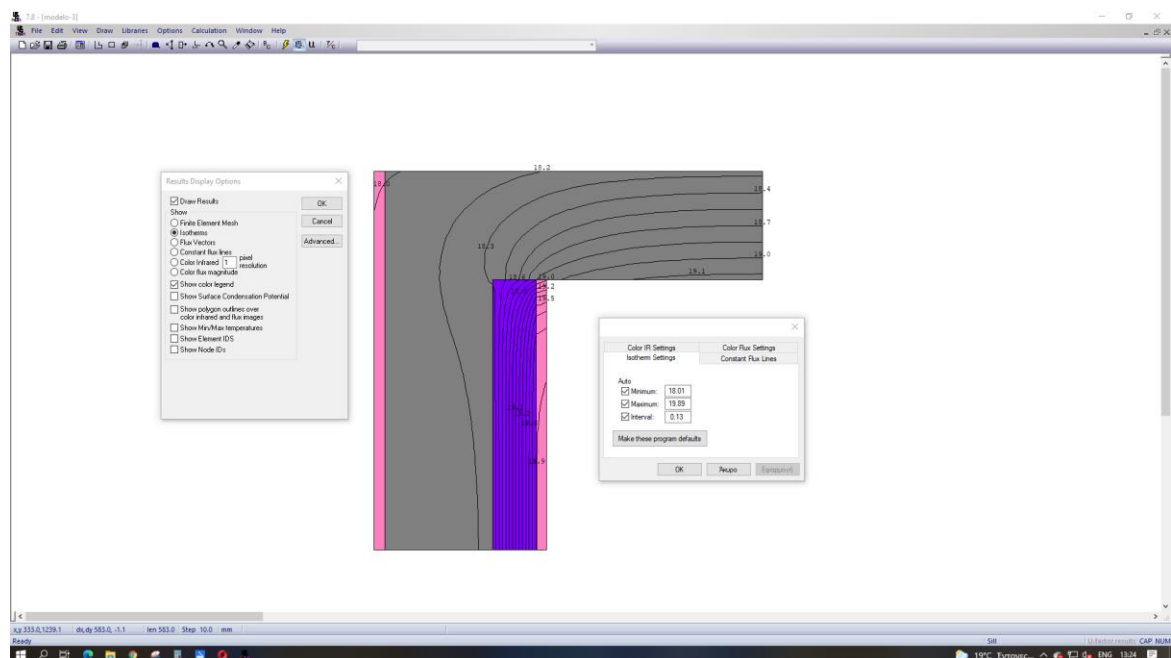
Display

☒ U-factor
☐ R-value

% Error Energy Norm 6.03%

Export
OK

Εικόνα 5-11: Συντελεστές θερμοπερατότητας διατομής 2



Εικόνα 5-12: Συγκεντρωτική επίλυση διατομής 2

Οι τιμές του συντελεστή θερμοπερατότητας για κάθε διεύθυνση είναι:

EXTERIOR Total Length=	1420	U-factor=	1.28332
EXTERIOR Projected X=	720	U-factor=	2.53099
EXTERIOR Projected Y=	700	U-factor=	2.60331
INTERIOR Total Length=	900	U-factor=	2.02481
INTERIOR Projected X=	400	U-factor=	4.55581

INTERIOR Projected Y= 500 U-factor= 3.64465

ΔΙΑΤΟΜΗ 3: ΤΟΜΗ ΠΛΑΚΑΣ ΟΡΟΦΟΥ-ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΤΟΙΧΙΟΥ

Η διατομή εντοπίζεται στην τομή της πλάκας του ορόφου με κατακόρυφο εξωτερικό τοίχιο σκυροδέματος. Σε πρώτη φάση δίνεται η επίλυση της πλάκας του ορόφου και στη συνέχεια η επίλυση του κατακόρυφου στοιχείου.

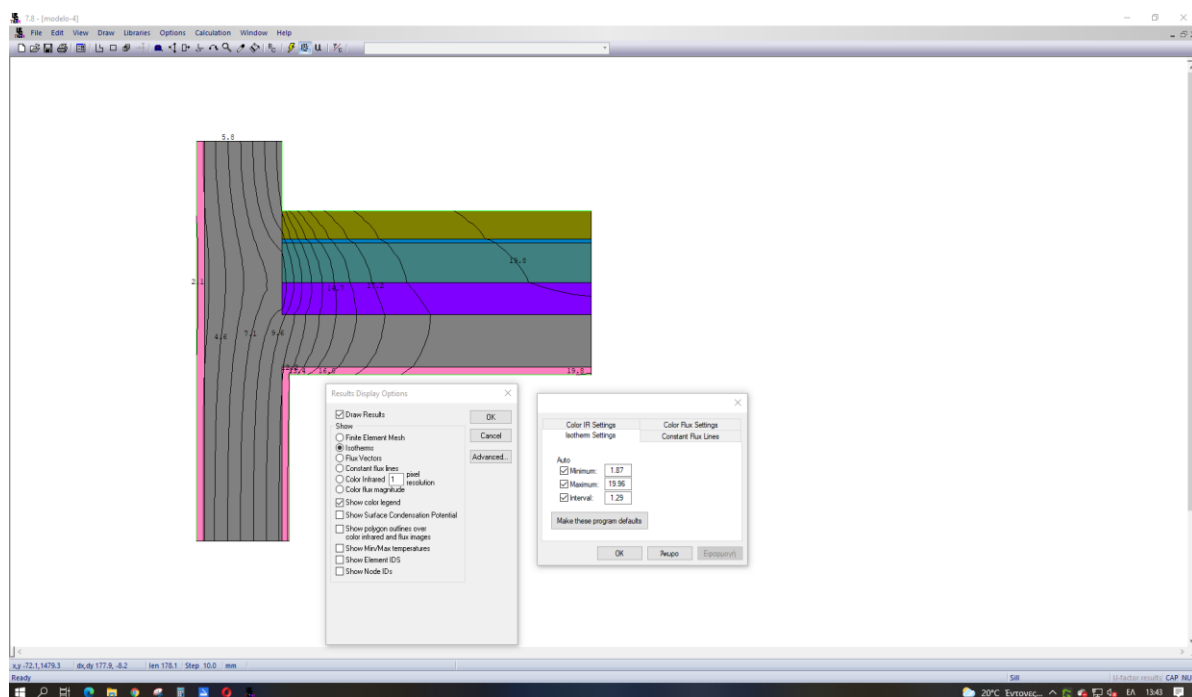
	U-factor W/m2-K	delta T C	Length mm	Rotation	
EXTERIOR	2.6357	20.0	1000	N/A	Total Length
INTERIOR	1.2145	20.0	2170.11	N/A	Total Length

Display
☒ U-factor
☐ R-value

% Error Energy Norm 5.38%

Export OK

Εικόνα 5-13: Τιμές του συντελεστή θερμοπερατότητας διατομής 3 για την πλάκα ορόφου και το κατακόρυφο τοίχιο



Εικόνα 5-14: Συγκεντρωτική επίλυση διατομής 3 για την πλάκα ορόφου και το κατακόρυφο τοίχιο

U-Factors

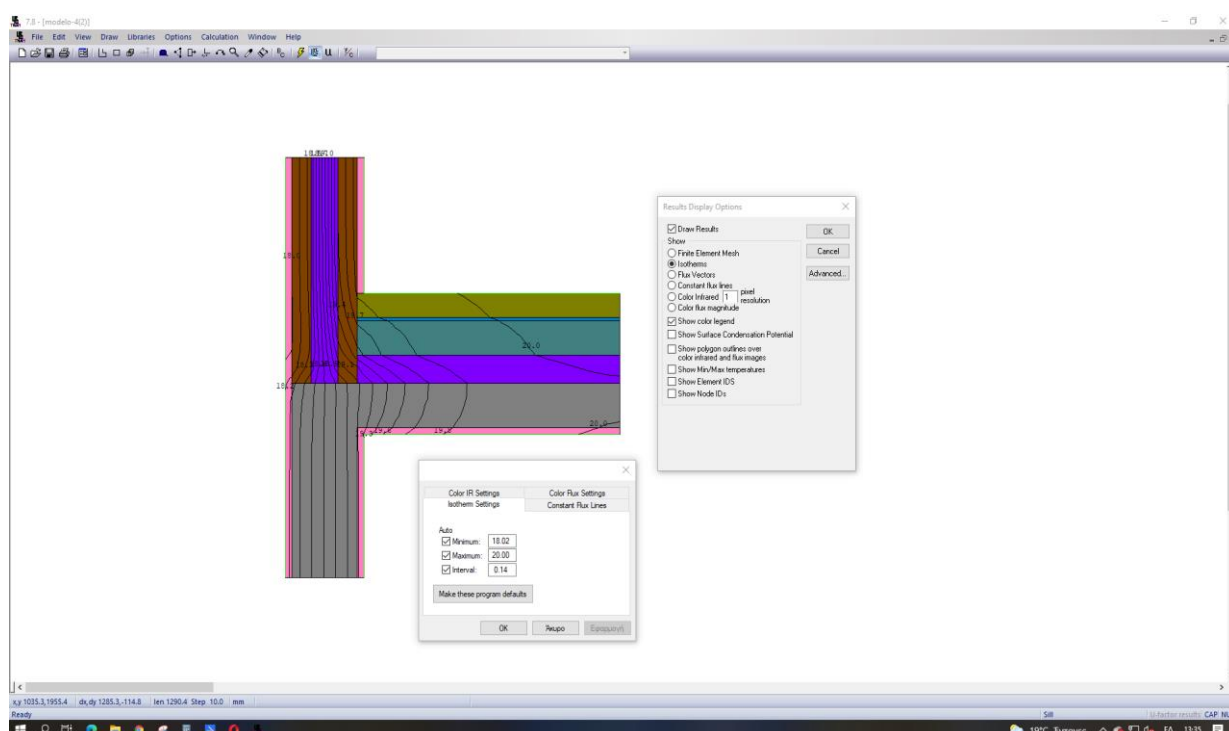
	U-factor W/m ² -K	delta T C	Length mm	Rotation	
INTERIOR	2.2527	2.0	810.127	N/A	Projected Y
EXTERIOR	1.4957	2.0	1220.13	N/A	Projected Y

Display
☒ U-factor
☐ R-value

% Error Energy Norm 4.91%

Export
OK

Εικόνα 5-15: Τιμές του συντελεστή θερμοπερατότητας διατομής 3 για την κατακόρυφη τοιχοποιία.



Εικόνα 5-16: Συγκεντρωτική επίλυση διατομής 3 για την κατακόρυφη τοιχοποιία

ΔΙΑΤΟΜΗ 4: ΤΟΜΗ ΠΛΑΚΑΣ ΟΡΟΦΗΣ ΜΕ ΔΟΚΟ ΚΑΙ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΤΟΙΧΟΠΟΙΪΑ

Η διατομή εντοπίζεται στην οροφή του κτιρίου, όπου η πλάκα οροφής εδράζεται επί οριζόντιας δοκού και κατακόρυφης εξωτερικής τοιχοποιίας. Η δοκός είναι τμήμα του φέροντα οργανισμού και αποτελείται από σκυρόδεμα, στρώση μονωτικού και επίχρισμα.

U-Factors

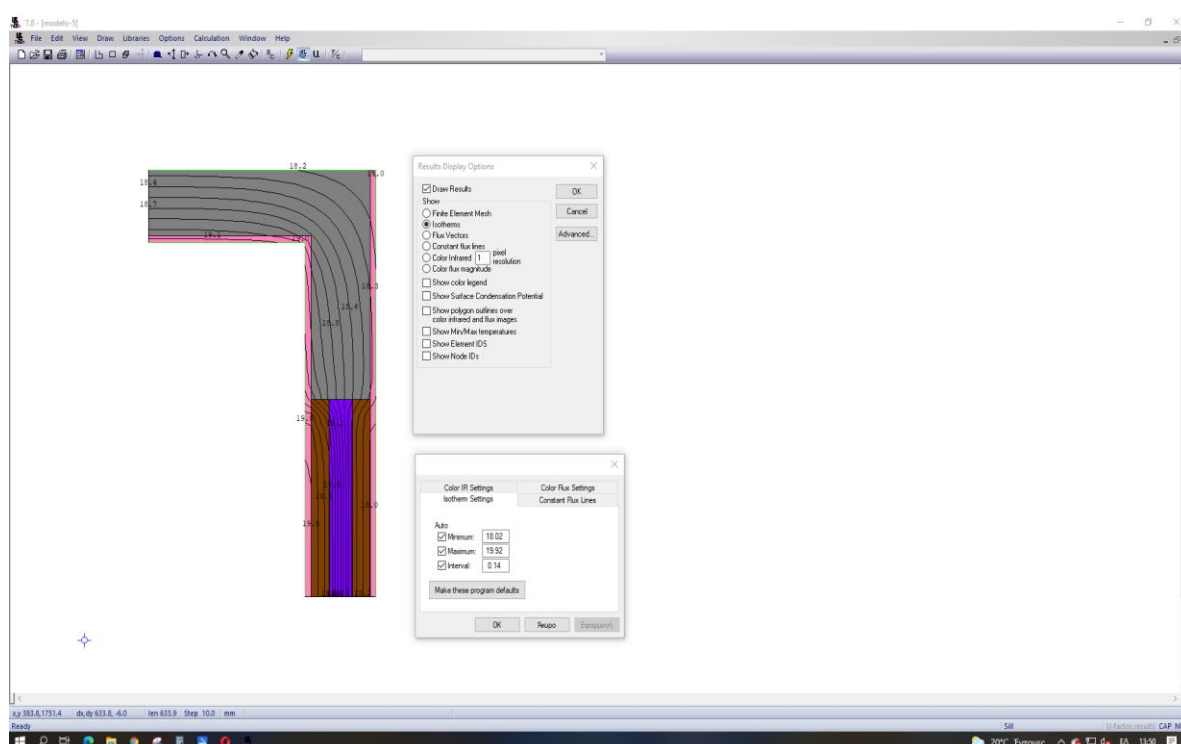
	U-factor W/m ² ·K	delta T C	Length mm	Rotation	
EXTERIOR	2.6662	2.0	1301.86	N/A	Projected Y
INTERIOR	3.2084	2.0	1081.86	N/A	Projected Y

Display
☒ U-factor
☐ R-value

% Error Energy Norm

Export
OK

Εικόνα 5-17: Τιμές του συντελεστή θερμοπερατότητας διατομής 4



Εικόνα 5-18: Συγκεντρωτική επίλυση διατομής 4

ΔΙΑΤΟΜΗ 5: ΤΟΜΗ ΠΛΑΚΑΣ ΟΡΟΦΟΥ ΕΠΙ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΤΟΙΧΟΠΟΙΪΑ

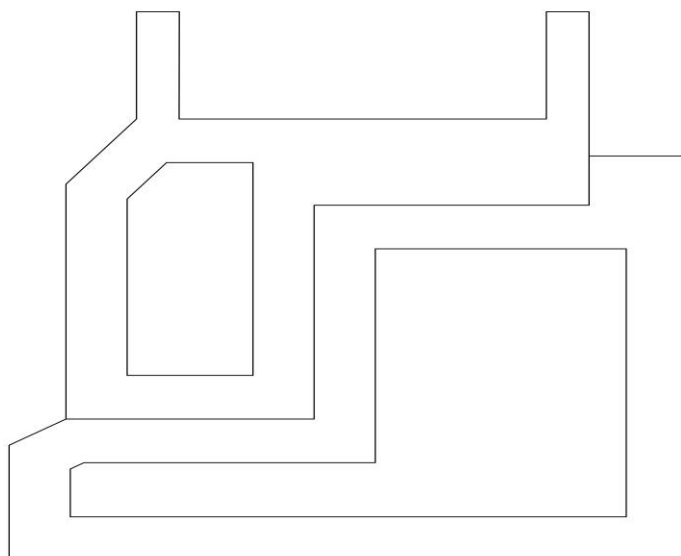
Η διατομή εντοπίζεται στην τομή πλάκας ορόφου επί δοκού με την κατακόρυφη εξωτερική τοιχοποιία. Η διαφορά με τη διατομή 5 έγκειται στη διαφορετική γεωμετρία της δοκού, όπου στην προκειμένη περίπτωση η δοκός έχει διαφορετικό πάχος από την υποκείμενη τοιχοποιία, πράγμα που οδηγεί σε διαφορετικό όριο και, κατ' επέκταση, σε διαφορετική κατανομή θερμοκρασίας.

ΔΙΑΤΟΜΗ 6: ΔΙΑΤΟΜΗ ΚΟΥΦΩΜΑΤΟΣ ΑΛΟΥΜΙΝΙΟΥ ΜΕ ΥΑΛΟΠΙΝΑΚΑ

Χωριστή αναφορά πρέπει να γίνει στην επίλυση της θερμογέφυρας που εντοπίζεται στη διατομή κουφώματος, την οποία θα ονομάσουμε διατομή 6. Σημειώνεται ότι κάθε πορτοπαράθυρο ανάλογα με τον τύπο του ανοίγματος (διπλό συρόμενο, περιστρεφόμενο κλπ.) θα εμφανίζει διαφορετική διατομή κουφώματος. Εφόσον, όμως, ανεξάρτητα της διατομής, όπως είδαμε και παραπάνω, η διαδικασία επίλυσης από το λογισμικό παραμένει η ίδια, και για χάρη συντομίας, θα θεωρήσουμε μια τυπική διατομή κουφώματος, όπως αυτή παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.20. Κάθε διατομή κουφώματος αποτελείται από ένα τμήμα κουφώματος αλουμινίου και το τμήμα του πλαισίου από γυαλί. Κάθε τμήμα της διατομής ορίζεται με διαφορετικά υλικά και συμπεριφέρεται με διαφορετικό τρόπο. Στην Εικόνα 5.20 φαίνεται λεπτομερώς η διατομή όπως σχεδιάστηκε σε περιβάλλον CAD και εισήχθη στο λογισμικό με τον ίδιο τρόπο όπως και οι προηγούμενες. Η λεπτομέρεια αφορά μόνο τη διατομή κουφώματος και όχι το τμήμα του γυαλιού.

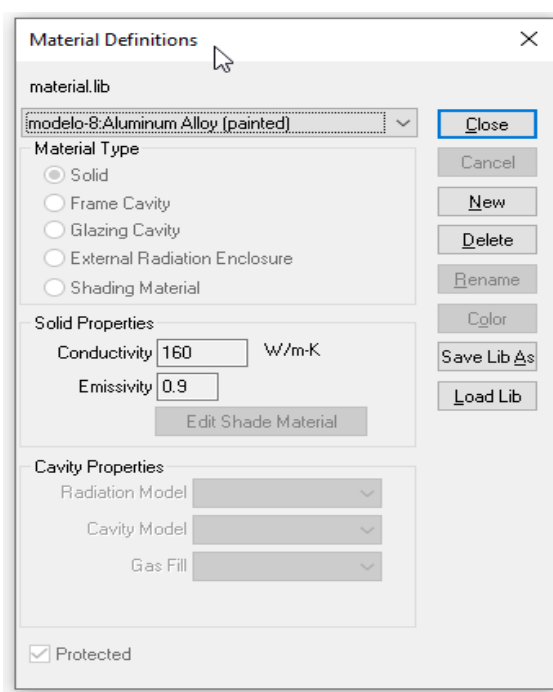
Το παραπάνω σύστημα θεωρούμε ότι περιγράφει επαρκώς το σύνολο των κουφωμάτων που έχουν εγκατασταθεί στο ακίνητο. Ως προς τα επακριβή χαρακτηριστικά του συστήματος έγινε μια γενική παραδοχή καθώς δεν επιτεύχθηκε πρόσβαση στα πιστοποιητικά των υλικών.

Στις παρακάτω εικόνες παραθέτουμε τα στοιχεία των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν για το σύστημα του παραθύρου. Οι πρώτες δύο εικόνες περιγράφουν τα χαρακτηριστικά του κουφώματος (αλουμίνιο και κοιλότητα), τα οποία ορίστηκαν ως καινούρια υλικά ακολουθώντας τη διαδικασία που αναφέραμε στη διατομή 1, ενώ οι επόμενες εικόνες περιγράφουν το υλικό του γυαλιού. Υπενθυμίζουμε εδώ ότι η διατομή του γυαλιού ορίστηκε στο πρόγραμμα WINDOW, που αποτελεί προέκταση του λογισμικού THERM, και στη συνέχεια εισήχθη στο περιβάλλον του THERM. Το WINDOW παρέχει στο THERM πληροφορίες όπως είναι ο συντελεστής εκπομπής, ο συντελεστής αγωγιμότητας και οι συννοριακές συνθήκες. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει ανάμεσα σε μια



Εικόνα 5-21: Λεπτομέρεια διατομής κουφώματος αλουμινίου για την διατομή 6

πληθώρα «έτοιμων» συστημάτων υαλοπινάκων από τη βιβλιοθήκη του WINDOW. Στην προκειμένη περίπτωση επιλέχθηκε το σύστημα υαλοπίνακα Double Clear Air, το οποίο έχει τα χαρακτηριστικά που φαίνονται στην Εικόνα 5-21. Από όλες τις τιμές που φαίνονται στην Εικόνα 5-23, ο χρήστης επιλέγει το CR Cavity Height (ύψος της διατομής παραθύρου). Στον Πίνακα 5-3 φαίνονται οι τιμές που πρέπει να επιλεγούν ανάλογα με το πραγματικό ύψος του προϊόντος μας. Εάν η τιμή του πραγματικού ύψους δεν περιέχεται, ένας εμπειρικός κανόνας προτείνει η τιμή Cavity Height να μειώνεται κατά 100mm σε σχέση με την τιμή του πραγματικού ύψους.



Εικόνα 5-22: Ιδιότητες υλικού για το κούφωμα αλουμινίου

Material Definitions

material.lib

modelo-8:Frame Cavity NFRC 100

Material Type

☐ Solid

☒ Frame Cavity

☐ Glazing Cavity

☐ External Radiation Enclosure

☐ Shading Material

Solid Properties

Conductivity 0 W/m-K

Emissivity 0.9

Edit Shade Material

Cavity Properties

Radiation Model Simplified

Cavity Model ISO 15099

Gas Fill Air

Emissivities: Side 1 0.9 Side 2 0.9

☒ Protected

Close Cancel New Delete Rename Color Save Lib As Load Lib

Εικόνα 5-23: Ιδιότητες υλικού για την κοιλότητα του κουφώματος

Glazing System Info

Glazing Double Clear Air

ID 2

Number of Glazings 2

U-Factor 2.699 W/m2-K

Nominal Thickness 24.000 mm

CR Cavity Height 1400.000 mm

Source C:\Users\Public\LBNL\WINDOW7.8\W7

Layer properties

Layer 1 ID 103 Type Glass

Name CLEAR_6.DAT

Thickness 6.000 mm (nominal)

Emissivities: Front 0.840 Back 0.840

Gas properties

Gap 1 ID 1

Name Air

Keff 0.064 W/m-K

Thickness 12.000 mm

Shading properties

	Exterior shade	Interior shade
Emissivity modifier	N/A	N/A
Convection modifier	N/A	N/A

OK Cancel Glazing Options Update

Εικόνα 5-24: Ιδιότητες υλικού για τον υαλοπίνακα όπως ορίστηκαν στο WINDOW

Τιμή Πραγματικού Ύψους Προϊόντος	CR Cavity Height
2000 mm	1900 mm
1500 mm	1400 mm
1200 mm	1100 mm
600 mm	500 mm

Πίνακας 5-3: Προεπιλεγμένες τιμές για το μοντέλο πραγματικού ύψους υαλοπίνακα για την αντίσταση συμπίκνωσης

Το επόμενο βήμα είναι ο ορισμός των συνοριακών συνθηκών για το σύνολο του συστήματος. Το THERM θα πρέπει να ορίσει τις συνοριακές συνθήκες ξεχωριστά για το σύστημα του υαλοπίνακα και για τη διατομή του κουφώματος. Για το σύστημα του υαλοπίνακα η συνοριακή συνθήκη πρέπει να είναι αυτή που εισήχθη από το WINDOW. Το WINDOW υπολογίζει τη θερμοκρασία στο μέσον του υαλοπίνακα και στη συνέχεια το THERM χρησιμοποιεί αυτή την τιμή για να υπολογίσει τις συνοριακές συνθήκες στο όριο του υαλοπίνακα. Βεβαιωνόμαστε ότι για την ακτινοβολία έχουμε επιλέξει το μοντέλο αυτόματης περίφραξης (Automatic Enclosure Model), και αυτό δημιουργεί τη συνοριακή συνθήκη, όπως φαίνεται στην Εικόνα 5-25, ενώ και για την εξωτερική πλευρά του υαλοπίνακα χρησιμοποιείται μια συγκεκριμένη συνοριακή συνθήκη που υποθέτει ότι ο συντελεστής συναγωγής είναι ίσος με $26 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, όπως φαίνεται στην Εικόνα 5-26. Αυτή η συνθήκη εφαρμόζεται σε κάθε εξωτερική επιφάνεια και όχι μόνο για τον υαλοπίνακα. Οι συνθήκες για το κούφωμα ορίζονται για την εξωτερική και την εσωτερική πλευρά, αντίστοιχα, βάσει πάντα του υλικού που επιλέχθηκε. Αυτές παρουσιάζονται στην Εικόνα 5-27 και την Εικόνα 5-28.

Boundary Conditions [X]

modelo-8:Double Clear Air (ID:2) Solar ▾

Model Comprehensive ▾

☒ Convection

Temperature 24 C ☐ Var.

Film Coefficient 2.702 W/m2-K ☐ Var.

☐ Constant Heat Flux

Flux 0 W/m2 ☐ Var.

☒ Radiation

☒ Automatic Enclosure Model

☐ Manual Enclosure Model

☐ Black Body Radiation

Ti 24 C Ei 1

View Factor 1

☐ Linear

Hr 5.318 W/m2-K Temperature 24 C

Radiation Effectiveness 1

☐ Constant Temperature

Temperature 24 C ☐ Var.

Relative Humidity: 50 %

Close

Cancel

New

Delete

Rename

Color

Save Lib

Save Lib As

Load Lib

☐ Protected

Εικόνα 5-25: Συνοριακές συνθήκες για τον δίφυλλο ναλοπίνακα

Boundary Conditions [X]

modelo-8:Double Clear Air (ID:2) U-fa ▾

Model Comprehensive ▾

☒ Convection

Temperature -18 C ☐ Var.

Film Coefficient 26 W/m2-K ☐ Var.

☐ Constant Heat Flux

Flux 0 W/m2 ☐ Var.

☒ Radiation

☒ Automatic Enclosure Model

☐ Manual Enclosure Model

☐ Black Body Radiation

Ti -18 C Ei 1

View Factor 1

☐ Linear

Hr 3.232 W/m2-K Temperature -18 C

Radiation Effectiveness 1

☐ Constant Temperature

Temperature -18 C ☐ Var.

Relative Humidity: 50 %

Close

Cancel

New

Delete

Rename

Color

Save Lib

Save Lib As

Load Lib

☐ Protected

Εικόνα 5-26: Συνοριακές συνθήκες ναλοπίνακα

Boundary Conditions

modelo-8: EXTERIOR

Model: Simplified

Convection/Linearized Radiation

Temperature: 18 C

Film Coefficient: 25 W/m2-K

Relative Humidity: 50 %

Buttons: Close, Cancel, New, Delete, Rename, Color, Save Lib, Save Lib As, Load Lib, Protected

Εικόνα 5-27: Συνοριακές συνθήκες στο εξωτερικό όριο του παραθύρου

Boundary Conditions

modelo-8: INTERIOR

Model: Simplified

Convection/Linearized Radiation

Temperature: 20 C

Film Coefficient: 7.692 W/m2-K

Relative Humidity: 50 %

Buttons: Close, Cancel, New, Delete, Rename, Color, Save Lib, Save Lib As, Load Lib, Protected

Εικόνα 5-28: Συνοριακές συνθήκες στο εσωτερικό όριο του παραθύρου

Με τα παραπάνω γνωστά, το πρόγραμμα μας παρέχει τα αποτελέσματα τα οποία και πάλι έχουμε τη δυνατότητα να τα προβάλλουμε με διάφορους

τρόπους, όπως και προηγουμένως. Εδώ θα αρκεστούμε στην παράθεση των τιμών του συντελεστή θερμοπερατότητας U , καθώς και σε μία συνολική επίλυση μέσα από το περιβάλλον του λογισμικού.

	U-factor W/m ² -K	delta T C	Length mm	Rotation	
EXTERIOR	3.8445	39.0	50.3099	90.0	Projected in Glass Plane
INTERIOR	1.6960	39.0	50.3098	90.0	Projected in Glass Plane
Edge	2.1188	39.0	53.6639	90.0	Projected in Glass Plane

Display

☒ U-factor
☐ R-value

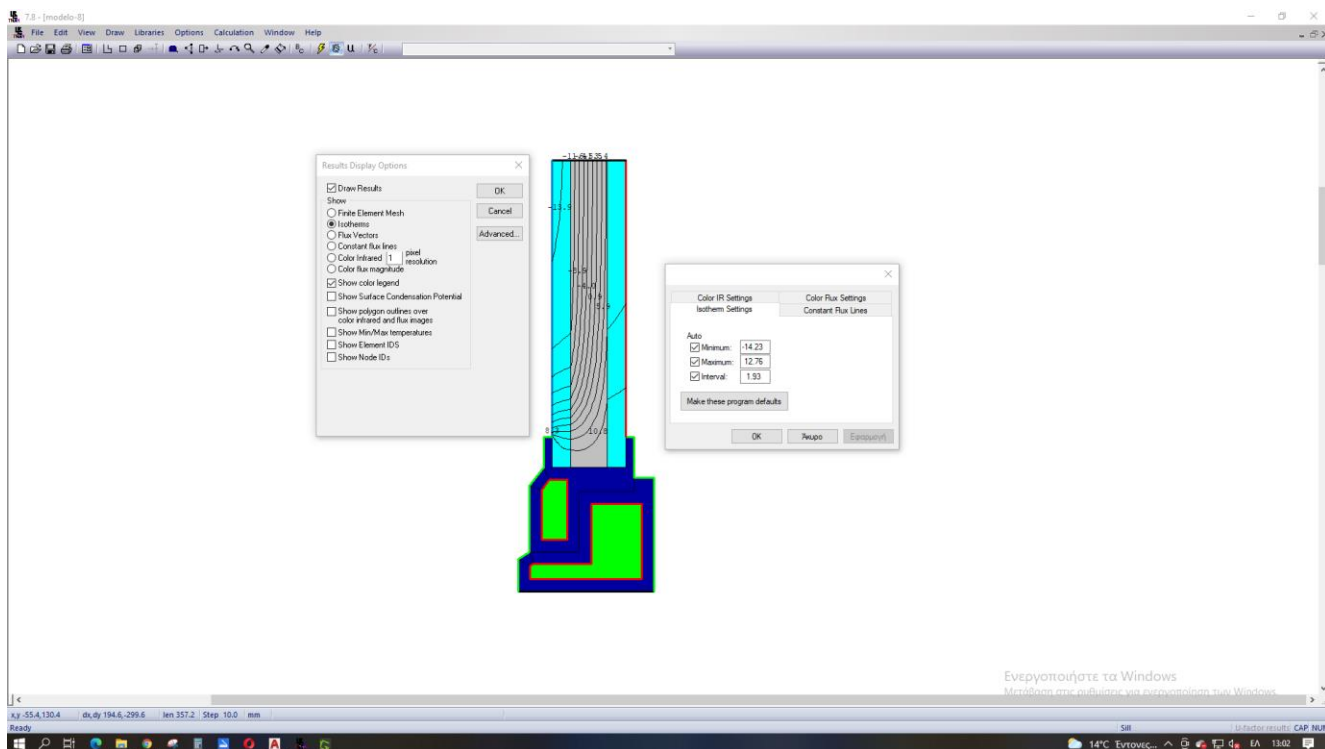
% Error Energy Norm 8.10%

Export

OK

Εικόνα 5-29: Προβολή συντελεστών U

Στην παραπάνω εικόνα παρουσιάζονται οι τιμές του συντελεστή U , τυπικά προβαλλόμενες στο επίπεδο του υαλοπίνακα, για το όριο (Edge). Εναλλακτικά μπορεί να επιλεγεί και η προβολή των U για το πλαίσιο της διατομής (Frame). Αυτές οι τιμές θα χρησιμοποιηθούν από το WINDOW για να πάρουμε τον καθολικό συντελεστή U για το σύνολο του προϊόντος. Αυτό που παραλείψαμε νωρίτερα ήταν ο σχολιασμός του ποσοστού σφάλματος. Το λογισμικό THERM έχει έναν εκτιμητή σφάλματος ο οποίος μας παρέχει το ποσοστό που φαίνεται στην εικόνα των αποτελεσμάτων (8,10%) και σχετίζεται με τον ρυθμό μεταβολής της ροής θερμότητας. Το λογισμικό δέχεται μια ανώτατη τιμή για αυτό το ποσοστό (10%) και, σε περίπτωση υπέρβασης, προσπαθεί να βελτιώσει το πλέγμα στις περιοχές όπου εντοπίζονται οι μεγαλύτερες διακυμάνσεις στη θερμοκρασία. Με απλά λόγια, μια τιμή 10% για το συγκεκριμένο ποσοστό ισοδυναμεί με ένα διάστημα εμπιστοσύνης ίσο με 99% για τις τιμές του U . Όλα τα παραπάνω επαφίενται στον χρήστη για να τα καθορίσει όπως αυτός κρίνει.



Εικόνα 5-30: Γραφική απεικόνιση αποτελεσμάτων για το σύστημα

5.3 Σχολιασμός των αποτελεσμάτων

Έχοντας πλέον τα αποτελέσματα για κάθε διατομή όπως υπολογίστηκαν από το λογισμικό THERM, μπορούμε να προχωρήσουμε και στο τελευταίο στάδιο της παρούσας Διπλωματικής, το οποίο αφορά στον σχολιασμό και στην αξιολόγηση όλων όσων προέκυψαν από την παραπάνω διαδικασία. Αρχικά πρέπει να καταλάβουμε τι ακριβώς υπολογίσαμε με την ανάλυσή μας. Η διαδικασία της παραπάνω ενότητας δεν μας έδωσε παρά τις τιμές του συντελεστή θερμοπερατότητας για κάθε ζητούμενη διατομή. Όπως αναφέραμε ήδη, οι τιμές αυτές προέκυψαν από μια εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων με την προσθήκη ορισμένων παραδοχών.

Οι παραδοχές αυτές δεν έγιναν σε βάρος της γενικότητας, αλλά σίγουρα περιορίζουν τη συνολική χρησιμότητα του λογισμικού. Πέραν των παραδοχών στην εφαρμογή της μεθόδου, παραδοχές έγιναν και στο επίπεδο της υφιστάμενης κατάστασης. Το κτίριο αναφοράς που χρησιμοποιήθηκε στη μελέτη μας είναι πολύ πιο σύνθετο, με κατασκευαστικές και σχεδιαστικές λεπτομέρειες που αγνοήθηκαν για χάρη απλούστευσης της επίλυσης. Αυτό, σε συνδυασμό με την αδυναμία ειδικότερης πρόσβασης σε μελέτες και σχέδια, οδηγεί σε έναν ακόμη περιορισμό στη χρησιμότητα των αποτελεσμάτων.

Πέραν αυτών όμως μπορούμε με ασφάλεια να πούμε, ότι τα αποτελέσματα στα οποία οδηγηθήκαμε επαρκούν για να δώσουν στον μελετητή μια γενικότερη εικόνα της θερμικής συμπεριφοράς των

θερμογεφυρών οι οποίες μπορεί να εντοπιστούν σε ένα σύγχρονο κτίριο. Η γενική αυτή εικόνα μπορεί στη συνέχεια με κατάλληλη εμβάθυνση να δώσει τις βάσεις για μια πιο εμπεριστατωμένη ενεργειακή μελέτη που θα οδηγήσει στη διόρθωση των ατελειών. Από τις επιλύσεις που προηγήθηκαν είδαμε ότι οι τιμές του συντελεστή θερμοπερατότητας παρέχονται σε ένα διάστημα εμπιστοσύνης καλύτερο του 99% και το λογισμικό έχει τη δυνατότητα ελαχιστοποίησης του σφάλματος, όταν αυτό βρίσκεται πέραν των επιτρεπόμενων τιμών.

Τέλος, θεωρούμε χρήσιμο να αναφερθούμε και στη γενικότερη διαδικασία χρήσης του λογισμικού. Το THERM είναι, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, ένα δωρεάν λογισμικό, πράγμα που σημαίνει ότι δεν προσφέρει την εμπειρία και άνεση που προσφέρουν άλλα επαγγελματικά λογισμικά της εποχής μας. Ο χρήστης πρέπει να εξοικειωθεί με εργαλεία, τα οποία σε κάποιον που έχει εργαστεί με προγράμματα της τελευταίας δεκαετίας, μοιάζουν ίσως απαρχαιωμένα. Το εγχειρίδιο που παρέχεται επιλύει πολλά προβλήματα, αλλά παραμένει μια τεχνική έκθεση την οποία ίσως πολλοί αποφύγουν να διαβάσουν. Η έλλειψη των σύγχρονων εργαλείων σχεδιασμού μπορεί να οδηγήσει σε λάθος σχεδιασμό των πιο πολύπλοκων διατομών, όπως στη δική μας περίπτωση αυτό συνέβη με τη διατομή του κουφώματος αλουμινίου, όπου έπρεπε να θεωρηθεί μια απλουστευμένη μορφή σε σχέση με τη διατομή που κυκλοφορεί στο εμπόριο.

Συνοψίζοντας, το λογισμικό μας παρέχει μια μορφή αποτελεσμάτων ικανών για την εξαγωγή βασικών συμπερασμάτων αλλά όχι κάτι περισσότερο, κυρίως λόγω των διαφόρων παραδοχών που είναι αναγκαίες στη χρήση του. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν μπορούν να χρησιμοποιηθούν κυρίως για εκπαιδευτικούς σκοπούς με στόχο την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου της μόνιμης διδιάστατης μετάδοσης θερμότητας σε εφαρμογές όπως είναι οι θερμογέφυρες, υπογραμμίζοντας ότι πρόκειται για ένα δωρεάν λογισμικό. Ωστόσο, μια περισσότερο ρεαλιστική και βαθύτερη ανάλυση του προβλήματος απαιτεί τη χρήση πιο σύνθετου λογισμικού. Για τον σκοπό αυτό, θα προτείναμε τη χρήση λογισμικών προσομοίωσης που είναι περισσότερο κοντά στις επαγγελματικές απαιτήσεις, όπως, για παράδειγμα, τα HEAT2, Heat Transfer 4.0, Energy2D, HTflux, το Heat Transfer Module της πλατφόρμας προσομοίωσης COMSOL Multiphysics, ή το Heat Transfer της πλατφόρμας SimScale, αναφέροντας μόνο λίγα από τον μεγάλο αριθμό των σχετικών λογισμικών κατάλληλων για θερμική ανάλυση και μοντελοποίηση της μετάδοσης θερμότητας.

Βιβλιογραφία

- [1] Τριάντη Φ., [Σημειώσεις μαθήματος- eclass.upatras.gr] «Αΐφορικός Σχεδιασμός», Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Αρχιτεκτόνων.
- [2] LBNL (2019). «Berkeley Lab» Ανασύρθηκε στις 14 Ιουνίου 2021 από: <https://windows.lbl.gov/software/therm>.
- [3] Cengel Y. και Ghajar A. (2018), *Μεταφορά Μάζας και Θερμότητας – Βασικές Αρχές & Εφαρμογές*, 5^η Έκδοση, Εκδ. Τζιόλα.
- [4] «BIOCLIMA»-Βασικές έννοιες γύρω από την θερμομόνωση και την ποιότητα του εσωτερικού αέρα, Ανασύρθηκε στις 15 Ιουνίου 2021 από: <https://bioclima.gr/vasikes-ennoies-themomonosi/>.
- [5] Κατσαπρακάκης Δ. και Μονιάκης Μ. (2015), *Θέρμανση – Ψύξη – Κλιματισμός*, ΣΕΑΒ, ISBN: 978-960-603- 339-1
- [6] Χατζηαθανασίου Β. (2009), *Εισαγωγή στη Μετάδοση θερμότητας*, Εκδ. Σοφία, σελ. 200.
- [7] Greffet J-J., Bouchon P., Brucoli G., Sakat E. and Marquier F. (2018), «Generalized Kirchhoff law», *Phys. Rev. X*8, 021008.
- [8] Υπ. Απόφαση ΔΕΠΕΑ/οικ.178581/2017, Έγκριση Κανονισμού Ενεργειακής Απόδοσης Κτιρίων, Εφημερίδα της Κυβερνήσεως (ΦΕΚ Β 2367/12.07.2017).
- [9] ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΔΗΓΙΑ Τ.Ο.Τ.Ε.Ε. 20701-1/2010, Τεχνικό Επιμελητήριο Ελλάδας, Αθήνα, 2012.
- [10] European Commission, «Directive 2010/31/EU of the European Parliament and of the council of 19th May 2010 on the energy performance of buildings», Official Journal of the European Union, 2010.
- [11] European environment agency «Final energy consumption by sector and fuel» Ανασύρθηκε στις 19 Μαΐου 2021 από: <https://www.eea.europa.eu/data-and-maps/indicators/final-energy-consumption-by-sector-9/assessment->.
- [12] Rubio-Bellido C., Pérez-Fargallo A. and Pulido-Arcas J. (2016), «Optimization of annual energy demand in office buildings under the influence of climate change in Chile», *Energy*, σελ. 569-585.

- [13] Asdrubali F., Baldinelli G. and Bianchi F. (2012), «A quantitative methodology to evaluate thermal bridges in buildings», *Applied Energy*, τόμ. 97, σελ. 365-373.
- [14] Zalewski L., Lassue S., Rousse D. and Boukhalfa K. (2010), «Experimental and numerical characterization of thermal bridges in prefabricated building walls», *Energy Conversion and Management*, τόμ. 51, σελ. 2869-2877.
- [15] Theodosiou T.G. and Papadopoulos A.M. (2008), «The impact of thermal bridges on the energy demand of buildings», *Energy and Buildings*, σελ. 40:2083-9.
- [16] Erhorn-Kluttig H., Erhorn H., Citterio M., Cocco M., van Orshoven D., and Tilmans A. (2008) «Thermal bridges in the EBPD context:overview on MS approaches in regulations», *ASIEPI information paper*.
- [17] Ben-Nakhi A. (2002), «Minimizing thermal bridging through window systems in buildings of hot regions», *Applied Thermal Engineering*, σελ. 22:989–98.
- [18] Evola G., Margani G., and Marletta L. (2011), «Energy and cost evaluation of thermal bridge correction in Mediterranean climate», *Energy and Buildings*, σελ. 43:2385–93.
- [19] Berkeley Lab, «THERM 2.0: Program Description», Regents of the University of California, 1998.
- [20] Bernier M. and Bourret B. (1997), «Effects of Glass Plate Curvature on the U-Factor of Sealed Insulated Glazing Units,» *ASHRAE Transactions*, τόμ. 103, σελ. Pt.1.
- [21] Timoshenko S. and Woinowsky-Krieger S. (1959), *Theory of Plates and Shells*, McGraw-Hill Book Company, 2nd Edition.
- [22] *ISO 15099 (2003), Thermal performance of windows, doors and shading devices - Detailed calculations*, Geneva: International Standards Organization.
- [23] Zienkiewicz O. and Zhu J. (1992), «The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. Part 2: Error estimates and adaptivity», *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, τόμ. 33, αρ. 7, σελ. 1365-1382.