



Διατμηματικό Διαδρυματικό
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών
Σπουδών

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας -
Διεθνές Πανεπιστήμιο της Ελλάδος

ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΔΙΕΘΝΟΥΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ –

ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ

Διπλωματική Εργασία

**Εφοδιαστικές αλυσίδες δυο σταδίων με εποχική ζήτηση από
τους τελικούς καταναλωτές**

Κορτέσης Βασίλειος

Επιβλέπων Καθηγητής: Κεβόρκ Ηλίας

Βόλος, Ιανουάριος 2022

Σελίδα 1 από 67

Υπεύθυνη Δήλωση

Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, δηλώνω ενυπογράφως ότι είμαι ο αποκλειστικός συγγραφέας της παρούσας Μεταπτυχιακής Διπλωματικής Εργασίας, για την ολοκλήρωση της οποίας κάθε βοήθεια είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται λεπτομερώς στην εργασία αυτή. Έχω αναφέρει πλήρως και με σαφείς αναφορές, όλες τις πηγές χρήσης δεδομένων, απόψεων, θέσεων και προτάσεων, ιδεών και λεκτικών αναφορών, είτε κατά κυριολεξία είτε βάσει επιστημονικής παράφρασης. Αναλαμβάνω τη προσωπική και ατομική ευθύνη ότι σε περίπτωση αποτυχίας στην υλοποίηση των ανωτέρω δηλωθέντων στοιχείων, είμαι υπόλογος έναντι λογοκλοπής που σημαίνει αποτυχία στη Διπλωματική μου εργασία και κατά συνέπεια αποτυχία απόκτησης του Μεταπτυχιακού Τίτλου στην Οικονομική Φυσική – Χρηματοοικονομικές Προβλέψεις των Τμημάτων Οικονομικών Επιστημών και Φυσικής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και του Τμήματος Φυσικής του Διεθνούς Πανεπιστημίου Ελλάδος πέραν των λοιπών συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων. Δηλώνω συνεπώς, ότι αυτή η Μεταπτυχιακή Εργασία προετοιμάστηκε και ολοκληρώθηκε από εμένα προσωπικά και αποκλειστικά και ότι, αναλαμβάνω πλήρως όλες τις συνέπειες του νόμου σε περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της δε μου ανήκει διότι είναι προϊόν λογοκλοπής άλλης πνευματικής εργασίας.

Ο ΔΗΛΩΝ

ΚΟΡΤΕΣΗΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

Ευχαριστίες

Με το παρόν θα ήθελα να εκφράσω τις θερμότερες ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα Καθηγητή μου του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας κ. Ηλία Κεβόρκ. Χωρίς την πολύτιμη βοήθειά του σε διαδικαστικά και επιστημονικά ζητήματα αλλά και την στήριξή του σε πρακτικά θέματα καθώς και την μεγάλη εμπιστοσύνη που μου έδειξε δεν θα ήταν δυνατόν να ολοκληρωθεί η συγκεκριμένη εργασία. Τα θέματα που αναλύσαμε κατά την διάρκεια της εκπόνησης της πτυχιακής εργασίας θα είναι για έμενα πολύ μεγάλη βοήθεια στην περαιτέρω επαγγελματική πορεία της ζωής μου.

D_t	Η ζήτηση που αντιμετωπίζει ο λιανοπωλητής στο τέλος της περιόδου t
Φ, ϕ	Ορίζεται ως ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης
ρ	Ορίζεται ως ο βαθμός αυτοπαλίνδρομου σχήματος
q	Ορίζεται ως ο βαθμός του κινητού μέσου
P	Ορίζεται ως ο βαθμός του εποχικού αυτοπαλίνδρομου σχήματος
Q	Ορίζεται ως ο βαθμός του εποχικού κινητού μέσου
Θ, θ	Ορίζεται ως ο συντελεστής κινούμενου μέσου πρώτης τάξης
δ	Σταθερά της διαδικασίας SARMA
ε_t	Ορίζεται ως το σφάλμα στην περίοδο t
μ	Ορίζεται ως ο στάσιμος μέσος της διαδικασίας SARMA
m	Ορίζεται ως ο μέσος χρόνος παράδοσης
M_t	Στοχευμένο επίπεδο αποθέματος στο τέλος της περιόδου t
q_t	Ποσότητα παραγγελθείσας παραγγελίας στο τέλος της περιόδου t
\hat{D}_{t+m}	Εκτιμώμενη ζήτηση που αντιμετωπίζει ο λιανοπωλητής εντός του χρόνου παράδοσης
s	Ορίζεται ως ο συντελεστής εποχικότητας

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	7
Abstract	8
Εισαγωγή	9
Κεφάλαιο 1	11
Ανταλλαγή πληροφορίας σε μια εφοδιαστική αλυσίδα με το φαινόμενο της εποχικότητας	11
1.1 Ορισμός της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας και το εποχικό φαινόμενο.....	11
1.2 Δραστηριότητες, χαρακτηριστικά και λειτουργίες της διαχείρισης μιας εφοδιαστικής αλυσίδας.....	13
1.3 Εφοδιαστική αλυσίδα δυο επιπέδων με εποχική ζήτηση από τους τελικούς καταναλωτές	15
Κεφάλαιο 2	16
Το φαινόμενο Bullwhip.....	16
2.1 Αιτίες που οδηγούν στο φαινόμενο του Bullwhip	16
2.2... Η αξία της ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης στην διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας με το φαινόμενο της εποχικής ζήτησης.....	19
2.3 Μέθοδος υπολογισμού του φαινομένου Bullwhip	21
Κεφάλαιο 3 ^ο	22
Δυναμική εξέλιξη εφοδιαστικής αλυσίδας όταν η ζήτηση ακολουθεί το εποχικό μοντέλο $SARMA(0,0) \times (1,0)s$	22
3.1 Το γενικό υπόδειγμα $SARMA(p, q) \times (P, Q)s$	22
3.2 Το εποχικό υπόδειγμα $SARMA(0,0) \times (1,0)s$	23
3.3 Δυναμική εξέλιξη των παραγγελιών του λιανοπωλητή.....	24
3.4 Διακύμανση παραγγελιών του λιανοπωλητή και ο λόγος Bullwhip	30
Κεφάλαιο 4 ^ο	34
Δυναμική εξέλιξη εφοδιαστικής αλυσίδας όταν η ζήτηση ακολουθεί το εποχικό μοντέλο $SARMA(0,0) \times (0,1)s$	34
4.1 Το εποχικό υπόδειγμα $SARMA(0,0) \times (0,1)s$	34
4.2 Δυναμική εξέλιξη των παραγγελιών του λιανοπωλητή	35
4.3 Διακύμανση παραγγελιών του λιανοπωλητή και ο λόγος Bullwhip	41
Κεφάλαιο 5 ^ο	43
Δυναμική εξέλιξη εφοδιαστικής αλυσίδας όταν η ζήτηση ακολουθεί το εποχικό μοντέλο $SARMA(1,0) \times (0,1)s$	43
5.1 Το εποχικό υπόδειγμα $SARMA(1,0) \times (0,1)s$	43
5.2 Δυναμική εξέλιξη των παραγγελιών του λιανοπωλητή.....	45
5.3 Διακύμανση παραγγελιών του λιανοπωλητή και ο λόγος Bullwhip	50
Συμπεράσματα – προτάσεις.....	58
Παράρτημα	61

Βιβλιογραφία 64

Περίληψη

Στην συγκεκριμένη εργασία θα προχωρήσουμε στην ανάλυση μιας εφοδιαστικής αλυσίδας δυο επιπέδων μεταξύ λιανοπωλητή και προμηθευτή με την χρήση υποδειγμάτων εποχικής ζήτησης από τους τελικούς καταναλωτές. Θα θεωρήσουμε ότι ο χρόνος παράδοσης του προϊόντος L και ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας s θα είναι ο ίδιος λόγω της πολυπλοκότητας ανάλυσης όταν οι τιμές των L και s διαφέρουν. Θα προχωρήσουμε στην ανάλυση των εποχικών στοχαστικών υποδειγμάτων $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$, $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$ και $SARMA(1,0) \times (0,1)_s$. Μέσω των συγκεκριμένων υποδειγμάτων και θεωρώντας ότι οι τιμές των παραμέτρων του κάθε υποδείγματος είναι γνωστές, θα προχωρήσουμε στην μαθηματική – στατιστική εξαγωγή των συναρτήσεων της δυναμικής εξέλιξης του μεγέθους των παραγγελιών του λιανοπωλητή προς τον προμηθευτή καθώς και της διακύμανσης των παραγγελιών. Η όλη διαδικασία θα πραγματοποιηθεί σύμφωνα με το σενάριο της ανταλλαγής πληροφορίας δεδομένων ζήτησης από τους τελικούς καταναλωτές ανάμεσα στα δυο στάδια της εφοδιαστικής αλυσίδας. Τελικός στόχος της εργασίας είναι η μέτρηση του φαινομένου Bullwhip, δηλαδή της διαφοροποίησης της διακύμανσης της ζήτησης στα δυο στάδια της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Abstract

In this paper we will proceed to analyze a two stage supply chain between retailer and supplier using seasonal demand models from and consumers. We will consider that the lead time, L , and the seasonal period, s , will be the same due to the complexity of the analysis when L and s differ. We will proceed to analyze the seasonal stochastic models $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$, $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$ and $SARMA(1,0) \times (0,1)_s$. Through the specific models and assuming that the parameters of each model are known, we will proceed to the mathematical - statistical derivation of the functions of the dynamic evolution of the retailer's orders as well as the variance of orders. The whole process will be carried out in line with the scenario of full information sharing of demand data information from final consumers between the two stages of the supply chain. The final goal of this paper is to measure the Bullwhip effect, i.e. the differentiation of demand variability in the two stages of the supply chain.

Εισαγωγή

Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας κυρίως τα τελευταία χρόνια προσφέρει την δυνατότητα στις επιχειρήσεις να αναπτυχθούν αλλά και να διατηρήσουν την βιωσιμότητάς τους σε ένα σύγχρονο οικονομικό περιβάλλον το οποίο είναι αβέβαιο. Υπάρχουν αρκετές έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί από αρκετούς συγγραφείς για εφοδιαστικές αλυσίδες πολλών επιπέδων με αυτή που ερευνάται κυρίως να είναι η πιο απλή των δυο σταδίων. Αυτό που δεν έχει ερευνηθεί αρκετά είναι η περίπτωση εφοδιαστικών αλυσίδων όταν η ζήτηση που δημιουργείται από τους τελικούς καταναλωτές χαρακτηρίζεται από εποχικότητα. Το φαινόμενο της εποχικότητας που αφορά την ζήτηση υφίσταται και αφορά τις οικονομικές δραστηριότητες που μπορεί να λαμβάνουν χώρα αλλά και προϊόντα που μπορεί να είναι σε ζήτηση σε συγκεκριμένη περίοδο μέσα στο έτος (Wei, 1990, Nagaraja et al. 2015). Βεβαίως το συγκεκριμένο φαινόμενο μπορεί να αυξήσει το κόστος διατήρησης του αποθέματος και για αυτό θα πρέπει να διενεργείται ανταλλαγή δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας, δηλαδή ο προμηθευτής θα πρέπει να έχει στην διάθεσή του την διαχρονική εξέλιξη της ζήτησης που αντιμετωπίζει ο καταναλωτής για να επιτευχθεί η κατάλληλη διαχείριση (Cho et al. 2013).

Η ανταλλαγή δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας έχει οδηγήσει στον καλύτερο έλεγχο των αποθεμάτων. Με αυτό τον τρόπο δεν διατηρούνται υψηλά αποθέματα που μπορούν να οδηγήσουν σε υψηλό κόστος για την διατήρησή τους. Η διαδικασία αυτή έχει οδηγήσει και στον μετριασμό που μπορεί να έχει σε μια εφοδιαστική αλυσίδα το φαινόμενο Bullwhip (Cho et al. 2013, Nagaraja et al. 2015). Το συγκεκριμένο φαινόμενο που αφορά την μεταβλητότητα της ζήτησης μπορεί να οδηγήσει μια αλυσίδα σε μη ακριβή πρόβλεψη της ζήτησης ή όπως προαναφέραμε στην αύξηση των αποθεμάτων. Υπάρχουν αρκετές έρευνες που έχουν γίνει για το φαινόμενο Bullwhip για να μπορέσουν να διαπιστώσουν τις αιτίες που το προκαλούν αλλά και πως μπορεί να αντιμετωπιστεί. Αυτό που δεν έχει ερευνηθεί αρκετά, όπως είπαμε και πιο πάνω, είναι ο επηρεασμός του συγκεκριμένου φαινομένου αλλά και της ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης σε εφοδιαστική αλυσίδα όπου η ζήτηση εμφανίζει εποχικότητα.

Στην συγκεκριμένη εργασία, αυτό που θα εξετάσουμε είναι η εφοδιαστική αλυσίδα δυο σταδίων ανάμεσα σε έναν λιανοπωλητή και έναν προμηθευτή με το σενάριο της

ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης ανάμεσά τους και με την ζήτηση από τους τελικούς καταναλωτές να εμφανίζει εποχικότητα. Στο 1^ο κεφάλαιο της εργασίας θα προχωρήσουμε στο ορισμό της διαχείρισης μιας εφοδιαστικής αλυσίδας, στους παράγοντες που την επηρεάζουν καθώς και στις δραστηριότητες, τα χαρακτηριστικά και τις λειτουργίες της. Στο 2^ο κεφάλαιο θα γίνει μια σύντομη ανασκόπηση από έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί για το φαινόμενο Bullwhip, τις αιτίες που οδηγούν σε αυτό, την αντιμετώπιση του μέσω της αξίας της ανταλλαγής των δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας καθώς και της μεθόδου υπολογισμού του. Στα κεφάλαια 3, 4 και 5 αρχικά εξάγουμε αναλυτικές μορφές για τα εποχικά υποδείγματα $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$, $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$ και $SARMA(1,0) \times (0,1)_s$. Χρησιμοποιώντας τις αναλυτικές αυτές μορφές μελετάμε, την δυναμική εξέλιξη και την διακύμανση των παραγγελιών του λιανοπωλητή προς τον προμηθευτή, τον λόγο Bullwhip και τις μεταβολές του για το κάθε μοντέλο. Λόγω, όπως προαναφέραμε, της πολυπλοκότητας της ανάλυσης όταν η ζήτηση από τους τελικούς καταναλωτές χαρακτηρίζεται από εποχικότητα, θα θεωρήσουμε ότι ο χρόνος παράδοσης του προϊόντος, L , θα είναι ίδιος με τον χρόνο διάρκειας της εποχικότητας, s . Για την εξαγωγή των αναλυτικών μορφών των παραπάνω τριών υποδειγμάτων θεωρούμε αρχικά το γενικό υπόδειγμα $SARMA(p, q) \times (P, Q)_s$ όπου p είναι ο βαθμός των αυτοπαλίνδρομων όρων, q ο βαθμός των όρων κινητού μέσου, P ο βαθμός των αυτοπαλίνδρομων εποχικών όρων και Q ο βαθμός των εποχικών όρων κινητού μέσου. Όλα τα γραφήματα της παρούσας εργασίας θα εξαχθούν μέσω του προγράμματος wxMaxima 5,43.0. Στο τέλος της έρευνάς μας θα εξάγουμε τα συμπεράσματα καθώς και κάποιες προτάσεις για μελλοντικές έρευνες.

Κεφάλαιο 1

Ανταλλαγή πληροφορήσης σε μια εφοδιαστική αλυσίδα με το φαινόμενο της εποχικότητας

1.1 Ορισμός της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας και το εποχικό φαινόμενο

Ως εφοδιαστική αλυσίδα ορίζουμε μια διαδικασία που αποτελείται από τον προμηθευτή των υλικών που χρειάζονται για την παραγωγή, τις εγκαταστάσεις για να γίνει η παραγωγή του προϊόντος, τους λιανοπωλητές δηλαδή αυτούς που προβαίνουν στην διανομή του προϊόντος και τους πελάτες – καταναλωτές του προϊόντος. Μεταξύ όλων αυτών υπάρχει ένας συνδεδεμένος κρίκος που οδηγεί στον άριστο συντονισμό τους. Η σύνδεση μεταξύ τους γίνεται μέσω του «Downstream Flow of Materials» και του «Upstream Flow of Orders» (Disney et al. 2007).

Σε μια εφοδιαστική αλυσίδα ο κατασκευαστής παράγει το τελικό προϊόν το οποίο δίδεται στον προμηθευτή και έπειτα στον λιανοπωλητή για να καταλήξει στον τελικό καταναλωτή (Luong 2006). Στην διαχείριση μιας εφοδιαστικής αλυσίδας, υπάρχει ένα σύνολο δραστηριοτήτων οι οποίες έχουν στόχο τον αποτελεσματικότερο συντονισμό όλων των επιπέδων της εφοδιαστικής αλυσίδας, δηλαδή του κατασκευαστή, του προμηθευτή, της αποθήκης και του λιανοπωλητή προκειμένου να γίνεται η παραγωγή και διανομή των εμπορευμάτων, όχι μόνο στην σωστή ποσότητα αλλά και στον σωστό χρόνο με σκοπό να επιτυγχάνεται η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους και ταυτόχρονα ένα υψηλό επίπεδο υπηρεσιών (Zhou, Benton 2007).

Το φαινόμενο της εμφάνισης της εποχικής ζήτησης σε μια εφοδιαστική αλυσίδα υφίσταται και διέπεται από ορισμένους εποχικούς παράγοντες (Chopra & Meindl 2007). Τα εποχικά φαινόμενα μπορεί να είναι για παράδειγμα προϊόντα που η ζήτηση διαφοροποιείται ανά περίοδο όπως τα παγωτά, προϊόντα που υπάρχουν σε super market και η εμφάνιση στη ζήτηση της εποχικότητας μπορεί να υφίσταται εντός της εβδομάδας, οι οικονομικές δραστηριότητες που μπορούν να

λαμβάνουν χώρα, αλλά και περίοδοι εορτών όπως τα Χριστούγεννα που την συγκεκριμένη περίοδο οδηγεί σε αύξηση των πωλήσεων σε συγκεκριμένα προϊόντα όπως παιχνίδια, κοσμήματα και κάρτες (Wei, 1990). Το συγκεκριμένο φαινόμενο μπορεί να οδηγήσει σε εξισορρόπηση της προσφοράς και ζήτησης των προϊόντων αυτών με αποτέλεσμα την αύξηση του κόστους αποθήκευσης του αποθέματος. Αν σε μια εφοδιαστική αλυσίδα έχουμε την εμφάνιση της εποχικής ζήτησης, θα πρέπει να υπάρξουν πρωτοβουλίες οι οποίες επιτυγχάνονται με την ροή πληροφοριών μεταξύ των διαφόρων επιπέδων της εφοδιαστικής αλυσίδας, έτσι ώστε να υπάρξει η κατάλληλη διαχείριση (Cho et al. 2013). Σε επόμενο κεφάλαιο θα προχωρήσουμε περαιτέρω στην ανάλυση της ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης από τους τελικούς καταναλωτές μεταξύ των σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας και το κατά πόσο σημαντικό ρόλο έχει αυτή η διαδικασία.

Στην συνέχεια θα προχωρήσουμε στην κατηγοριοποίηση των ορισμών της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας όπως αυτές δόθηκαν από ορισμένους συγγραφείς.

A) Ενέργειες: σε αυτή την κατηγορία περιλαμβάνονται δύο υποκατηγορίες οι οποίες είναι οι 1) ροές πληροφορίας, οι υλικές και οι οικονομικές. Η συγκεκριμένη διαδικασία είναι απαραίτητη για να υπάρξει αποτελεσματική διαχείριση στην ποιότητα των υπηρεσιών και της κερδοφορίας (Baihaqi, Imam et al. 2006). Μέσω αυτής της διαδικασίας έχουμε μια ανταλλαγή δεδομένων ζήτησης αλλά και οικονομικών πληροφοριών έτσι ώστε να υπάρξει μια αποκρυπτογράφηση της ζήτησης του προϊόντος από τους τελικούς καταναλωτές και αυτό να οδηγήσει στην σωστή λειτουργία της εφοδιαστικής αλυσίδας (Kilger, Christoph et al. 2015) και 2) εσωτερικές και εξωτερικές σχέσεις που αναπτύσσονται στο δίκτυο. Η διαχείριση μιας εφοδιαστικής αλυσίδας έχει ως κύριο στόχο την εμπιστοσύνη μεταξύ των μελών που την απαρτίζουν, την χρήση της ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης μεταξύ των σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας, την εύρεση νέων προϊόντων και την μείωση του αποθέματος που κρατάει ο προμηθευτής έτσι ώστε να οδηγηθούμε σε απελευθέρωση πόρων και σε μια μακροπρόθεσμη σχέση (Berry et al. 1995).

B) Οφέλη της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας (Stock James et al. 2010) τα οποία διαίρονται σε τρεις υποκατηγορίες: 1) πρόσθεση αξίας (Christopher

Martin, 1992) μέσω ενός δικτύου «upstream» και «downstream» επιπέδου υπηρεσιών που αναβαθμίζουν την παράδοση των προϊόντων στα χέρια του τελικού καταναλωτή, 2) βελτίωση της αποτελεσματικότητας η οποία έχει ως στόχο την εύρεση νέων τεχνολογιών από τις εταιρίες αλλά και των δυνατοτήτων των προμηθευτών τους με σκοπό να ενισχύσουν το ανταγωνιστικό τους πλεονέκτημα (Tan, Choon 2001) και 3) την αύξηση της ικανοποίησης των πελατών.

Γ) Συστατικά μέρη της εφοδιαστικής αλυσίδας τα οποία ορίζονται ως ένα σύνολο φορέων, υπηρεσιών logistics και των προμηθευτών με τους τελευταίους να διευκολύνουν την μετακίνηση των προϊόντων στους τελικούς καταναλωτές (Korezak 1997). Εδώ εμπλέκονται και ο έλεγχος των αποθεμάτων, η χρήση των υλικών, η κατασκευή, η διανομή, οι λειτουργίες των επιχειρήσεων αλλά και όλα τα συστήματα που εμπλέκονται στην διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας (Arthur D, Little Inc 1991).

Έτσι με τον όρο εφοδιαστική αλυσίδα μπορούμε να χαρακτηρίσουμε ένα σύνολο επιχειρήσεων οι οποίες προσπαθούν μέσω διαδικασιών να συνδεθούν μεταξύ τους. Μια επιχείρηση μέσω των πλουτοπαραγωγικών πηγών που διαθέτει προσπαθεί να επιτύχει συγκεκριμένα και μετρήσιμα αποτελέσματα για αυτήν (Handfield & Nichols, 2002).

1.2 Δραστηριότητες, χαρακτηριστικά και λειτουργίες της διαχείρισης μιας εφοδιαστικής αλυσίδας

Οι δραστηριότητες μιας εφοδιαστικής αλυσίδας οδηγούν στην σωστή διαχείριση και σύμφωνα με τους (Mentzer et al. 2001) μπορούν να χωριστούν ως εξής:

1. Ολοκληρωμένη συμπεριφορά
2. Αμοιβαία ανταλλαγή πληροφοριών
3. Αμοιβαία διαχείριση κινδύνων και ανταμοιβών
4. Συνεργασία
5. Κοινοί στόχοι με σκοπό την εξυπηρέτηση των πελατών
6. Ολοκλήρωση διαδικασιών
7. Εταίροι με στόχο να δημιουργήσουν και να διατηρήσουν μακροπρόθεσμες σχέσεις

Στην συγκεκριμένη εργασία αυτό που θα δούμε είναι η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας δυο επιπέδων, δηλαδή μεταξύ του προμηθευτή και του λιανοπωλητή με την εμφάνιση στη ζήτηση της εποχικότητας από τους τελικούς καταναλωτές.

Η διαχείριση μιας εφοδιαστικής αλυσίδας μας δίνει ένα σύνολο χαρακτηριστικών και λειτουργιών που περιλαμβάνει:

1. Τον προγραμματισμό, δηλαδή τον σχεδιασμό της εφοδιαστικής αλυσίδας αλλά και τον προγραμματισμό των απαιτήσεων, της παραγωγής, του εφοδιασμού και της μεταφοράς.
2. Την εκτέλεση η οποία συνδέει το σύστημα προγραμματισμού, logistics και συναλλαγών μέσω της διαχείρισης υλικών, παραγωγής, παραγγελιών που αφορούν την εποχιακή ζήτηση και εκτέλεσης μεταφορών.
3. Τον συντονισμό που επιτρέπει τον έλεγχο και την ανάλυση των διαδικασιών μέσα και έξω από την επιχείρηση.
4. Την συνεργασία η οποία παρέχει την πληροφόρηση με σκοπό την επίτευξη των κοινών στόχων μεταξύ των επιπέδων της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Σύμφωνα με τον Tan Keah Choon, (2001) μια εφοδιαστική αλυσίδα έχει τις εξής λειτουργίες:

- A) Τον σχεδιασμό της προσφοράς και της ζήτησης,
- B) Την εκπλήρωση των παραγγελιών αλλά και την παροχή υπηρεσιών στον πελάτη,
- Γ) Την προμήθεια,
- Δ) Τις προβλέψεις,
- E) Την διοίκηση αποθεμάτων,
- Στ) Logistics,
- Z) Το δίκτυο διανομής και διοίκησης αποθεμάτων, και
- H) Την μεταφορά και αποστολή αποθεμάτων.

Αυτές οι λειτουργίες ακολουθούνται και στην περίπτωση που η ζήτηση εμφανίζει την εποχικότητα. Σύμφωνα με τους Chery Tree & Co (2000), μέσω της διαχείρισης των εφαρμογών των εμπορευμάτων οι επιχειρήσεις έχουν τα εξής αποτελέσματα:

1. Μειώνουν το κόστος για την αποθήκευση του προϊόντος μέσω του συντονισμού παραγωγής και ζήτησης,

2. Μειώνουν το συνολικό κόστος με την ανάπτυξη της ροής πληροφοριών μεταξύ προμηθευτή και κατασκευαστή, και
3. Βελτιώνουν την ικανοποίηση των πελατών με την έγκαιρη παράδοση των προϊόντων.

1.3 Εφοδιαστική αλυσίδα δυο επιπέδων με εποχική ζήτηση από τους τελικούς καταναλωτές

Στην συγκεκριμένη εργασία αυτό που θα αναλύσουμε είναι η εφοδιαστική αλυσίδα δυο επιπέδων η οποία θα αποτελείται από τον προμηθευτή του προϊόντος και τον έμπορο λιανικής, με την ζήτηση να εμφανίζει την εποχικότητα. Ο προμηθευτής μπορεί να αξιοποιήσει τον κλασσικό τρόπο μεταπώλησης του προϊόντος μέσω του λιανοπωλητή αλλά και απευθείας με την χρήση ενός διαδικτυακού καναλιού αναλόγως την εποχή και το κατά πόσο η ζήτηση που εμφανίζει εποχικότητα θα επηρεάσει την αύξηση ή μη της ζήτησης του προϊόντος από τον καταναλωτή. Όταν δεν έχουμε την χρήση του διαδικτύου η εμφάνιση της εποχικής ζήτησης αντιμετωπίζεται από το κατάστημα της λιανικής, ενώ με την χρήση του η ζήτηση αυτή αντιμετωπίζεται από το πρώτο στάδιο της εφοδιαστικής αλυσίδας που όπως είδαμε είναι ο κατασκευαστής.

Η χρήση του διαδικτύου βοήθησε τους κατασκευαστές να πωλούν το προϊόν τους απευθείας στην αγορά χωρίς να υπάρχει ο μεσάζων. Σήμερα μεγάλο ποσοστό επιχειρήσεων προβαίνουν την πώληση των προϊόντων τους απευθείας από το διαδίκτυο, με σκοπό την διευκόλυνση της εφοδιαστικής αλυσίδας, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι δεν υπάρχει η παράλληλη χρήση του παραδοσιακού μοντέλου της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Κεφάλαιο 2

Το φαινόμενο Bullwhip

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα δούμε έρευνες που έχουν γίνει για το φαινόμενο Bullwhip με την ύπαρξη της ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας, λιανοπωλητή και προμηθευτή. Αυτό που δεν έχει ερευνηθεί αρκετά είναι η περίπτωση εφοδιαστικών αλυσίδων όταν η ζήτηση που δημιουργείται από τους τελικούς καταναλωτές χαρακτηρίζεται από εποχικότητα. Για αυτό στην συγκεκριμένη εργασία θα θεωρήσουμε ότι ο χρόνος παράδοσης του προϊόντος, L , και ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας, s , θα είναι ο ίδιος λόγω της πολυπλοκότητας ανάλυσης όταν οι τιμές των L και s διαφέρουν..

2.1 Αιτίες που οδηγούν στο φαινόμενο του Bullwhip

Ο όρος Bullwhip Effect επινοήθηκε για πρώτη φορά από τους Lee et al. (1997), οι οποίοι προχώρησαν στην ανάλυση των κυριότερων αιτιών εμφάνισης του συγκεκριμένου φαινομένου, οι οποίες είναι οι εξής:

1. Η μη σωστή πρόβλεψη της ζήτησης. Η αύξηση της παραγγελίας προκαλεί αυτομάτως μια αύξηση στην πρόβλεψη της ζήτησης στο επόμενο στάδιο της εφοδιαστικής αλυσίδας και ταυτόχρονα οδηγούμαστε σε στρέβλωση της πληροφορίας (Lee et al., 1997., Chen, Drezner 1999)
2. Συσκευασία της παραγγελίας (Order Batching). Η εισερχόμενη ζήτηση που αντιμετωπίζει η εταιρία μειώνει τα αποθέματα αλλά δεν προχωρά αμέσως σε παραγγελία προς τον προμηθευτή της, προκειμένου οι παραγγελίες να φτάσουν ένα όριο για να μειωθεί το σταθερό κόστος της παραγγελίας ή το κόστος μεταφοράς (Lee et al. 1997, Chen et al. 1999).
3. Οι διακυμάνσεις των τιμών (Price Fluctuation). Μέσω προωθητικών ενεργειών αλλά και άλλων διαδικασιών, όπως των εκπτώσεων των τιμών, ο καταναλωτής οδηγείται στο να αγοράσει μεγαλύτερες ποσότητες από ότι χρειάζεται δημιουργώντας απόθεμα και όταν οι τιμές επανέρχονται στα κανονικά επίπεδα αγοράζει λιγότερες ποσότητες (Lee et al. 1997, Chen et al. 1999)

4. Πλεονασμός και έλλειψη αποθεμάτων. Σε περιόδους όπου η ζήτηση ενός προϊόντος υπερβαίνει την προσφορά του, οι προμηθευτές αποστέλλουν στους πελάτες τους ποσότητα ανάλογη με την ποσότητα που παρήγγειλαν. Έτσι λοιπόν οι λιανοπωλητές λόγω της φημολογίας για μελλοντική έλλειψη για κάποιο προϊόν παραγγέλνουν μεγαλύτερες ποσότητες από όσες χρειάζονται προκειμένου να αποκτήσουν πλεονέκτημα απέναντι στους ανταγωνιστές τους (Lee et al. 1997).
5. Ο χρόνος παράδοσης (Lead Time). Ο χρόνος παράδοσης του προϊόντος μπορεί να ενισχύσει το συγκεκριμένο φαινόμενο. Για να μπορέσει να ικανοποιηθεί η ζήτηση για μεγάλο χρονικό διάστημα θα χρειαστεί να υπάρχει αυξημένο επίπεδο αποθέματος (Drezner et al. 1999). Ο λιανοπωλητής θα χρειαστεί να προχωρήσει σε ανανέωση του αποθέματός του για κάθε περίοδο/εποχή, επειδή η ζήτηση δεν είναι γνωστή. Αυτό μπορεί να γίνει με την χρήση μεθόδου πρόβλεψης της ζήτησης. Αν ο χρόνος παράδοσης του προϊόντος είναι μεγάλος τότε θα χρειαστεί να κρατάει μεγάλο απόθεμα με αποτέλεσμα οι παραγγελίες που θα δώσει να έχουν μεγάλη μεταβλητότητα (Chen et al. 1999).

Οι Lee et al. (1997), ταυτόχρονα με τις αιτίες του φαινομένου πρότειναν και πιθανούς τρόπους περιορισμού του φαινομένου όπως:

A) Μείωση του χρόνου παράδοσης του προϊόντος, δηλαδή η παράδοση του προϊόντος θα πρέπει να γίνεται την στιγμή που έχει συμφωνηθεί για να αποφεύγονται τυχόν καθυστερήσεις

B) Σταθεροποίηση των τιμών. Ο τρόπος για τον έλεγχο του φαινομένου Bullwhip που δημιουργείται από την διακύμανση των τιμών είναι η μείωση της συχνότητας και του ύψους των εκπτώσεων. Υιοθετώντας λοιπόν μια ομοιόμορφη πολιτική τιμολόγησης οδηγούμαστε σε άμβλυση του φαινομένου

Γ) Μικρότερες παρτίδες παραγγελίας. Οι εταιρίες θα χρειαστεί να θέτουν παραγγελίες σε πιο μικρές παρτίδες και πιο συχνά. Για να μπορέσει να γίνει αυτό θα πρέπει να δοθούν ορισμένα κίνητρα όπως χαμηλότερο κόστος παραγγελίας και χαμηλό κόστος μεταφοράς. Το κόστος παραγγελίας μειώνεται με την χρήση των συστημάτων EDI (Electronic Interchange Data) μειώνοντας σημαντικά την γραφειοκρατία ενώ το κόστος μεταφοράς μειώνεται όταν οι

εταιρίες παραγγέλνουν όση ποσότητα χρειάζεται προκειμένου να έχουν πλήρες φορτίο

Δ) Να υπάρχει έλεγχος του αποθέματος. Σε περίπτωση δηλαδή όπου ο προμηθευτής αντιμετωπίζει έλλειψη αντί να διαμοιράζει στον λιανοπωλητή το απόθεμά του ανάλογα με την παραγγελία του θα μπορούσε να το διαμοιράσει βασιζόμενος στην προηγούμενη παραγγελία του. Έτσι ο λιανοπωλητής δεν θα προχωρούσε σε υπερβάλλουσα παραγγελία

Ε) Να μην έχουμε πολλαπλές προβλέψεις ζήτησης. Κάθε μέλος της εφοδιαστικής αλυσίδας αναπτύσσει ένα μοντέλο πρόβλεψης της ζήτησης το οποίο συχνά δεν το παραδίδει στα υπόλοιπα μέλη. Η μείωση αυτών των πολλαπλών προβλέψεων της ζήτησης θα περιορίσει το φαινόμενο Bullwhip

Στ) Να υπάρχει διαμοιρασμός της πληροφόρησης της ζήτησης στα ανώτερα επίπεδα της εφοδιαστικής αλυσίδας

Το συγκεκριμένο φαινόμενο κάνει την εμφάνισή του επίσης λόγω της μη ορθολογικής συμπεριφοράς των μελών της εφοδιαστικής αλυσίδας (Balasubramanian et al. 2001). Η πολιτική των παραγγελιών σύμφωνα με την ζήτηση που ακολουθούν τα μέλη της εφοδιαστικής αλυσίδας παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην αύξηση του φαινομένου. Η συσχέτιση της ζήτησης παίζει μεγάλο ρόλο στην μείωση της διακύμανσής της (Kelle et al. 1999).

Ο Richard Meters μας έδειξε ότι οι δυο βασικοί λόγοι εμφάνισης του συγκεκριμένου φαινομένου είναι η εποχική ζήτηση και η διακύμανση της ζήτησης λόγω των σφαλμάτων πρόβλεψης. Μας έδειξε την επίδραση της πρόωρης αγοράς και παραγγελίας πάνω στο σύστημα της κερδοφορίας. Η αντιμετώπιση των στρεβλώσεων που προκαλούνται από την εποχική ζήτηση μπορούν να αντιμετωπιστούν όταν η εποχική ζήτηση αλλάζει συχνά (Meters R. , 1997).

Για να μπορέσει να εξαλειφθεί το συγκεκριμένο φαινόμενο όλες οι παραπάνω αιτίες πρέπει να περιοριστούν σημαντικά (Luong & Trung 2007) όπως επίσης και να εξεταστεί από την αρχή όλη η δομή της εφοδιαστικής αλυσίδας και οι σχετικές διεργασίες (Balasubramanian et al. 2001). Αυτό που γίνεται είναι ότι κάθε μέλος της εφοδιαστικής αλυσίδας αναπτύσσει ένα δικό του μοντέλο πρόβλεψης της ζήτησης το οποίο βασίζεται στις δικές του πληροφορίες και συχνά δεν το παραδίδει στα υπόλοιπα

μέλη. Αυτές οι ανεξάρτητες προβλέψεις ζήτησης οδηγούν στο συγκεκριμένο φαινόμενο (Chen et al. 2000).

2.2 Η αξία της ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης στην διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας με το φαινόμενο της εποχικής ζήτησης

Οι εφοδιαστικές αλυσίδες, έχουν ως στόχο την εξισορρόπηση της ζήτησης με την προσφορά έτσι ώστε να μειώνεται το μέγεθος των αποθεμάτων που κρατείται λόγω της έλλειψης που μπορεί να παρατηρηθεί από την υποεκτίμηση της ζήτησης. Η ανταλλαγή των δεδομένων ζήτησης μεταξύ των μελών μιας εφοδιαστικής αλυσίδας μέσω συμφωνίας που συνάπτουν οδηγεί σε αυτή την ισορροπία της ζήτησης και της προσφοράς. Οι ερευνητικές προσπάθειες στον τομέα αυτό έχουν επικεντρωθεί στα οφέλη που μπορεί να έχει η ανταλλαγή πληροφόρησης δεδομένων ζήτησης από τους τελικούς καταναλωτές μεταξύ των σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας αλλά και στους παράγοντες επηρεασμού στην συγκεκριμένη διαδικασία. Η ανταλλαγή πληροφόρησης δεδομένων ζήτησης, μας δείχνει την τελική ζήτηση που μπορεί να έχει ένα προϊόν στα σημεία πώλησης και προβάλλεται ως μέτρο αντιμετώπισης του φαινομένου Bullwhip (φαινόμενο διαστρέβλωσης της ζήτησης). Το φαινόμενο αυτό το βλέπουμε με την μετακίνηση από το σημείο πώλησης και τον λιανοπωλητή στα επόμενα στάδια της εφοδιαστικής αλυσίδας όπως οι προμηθευτές. Η εκδήλωσή του γίνεται με την συνεχή αύξηση της μεταβλητότητας της ζήτησης από το κατώτερο στάδιο (λιανοπωλητής) στο ανώτερο (προμηθευτής).

Με την μη ύπαρξη ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης μεταξύ των μελών της εφοδιαστικής αλυσίδας, το κάθε μέλος αναπτύσσει ανταγωνισμό έναντι των υπολοίπων μελών και οι μέχρι τώρα έρευνες (Lee et al., 2000), δείχνουν ότι το φαινόμενο Bullwhip στην διαδικασία αυτή δημιουργεί διαστρέβλωση για το μέγεθος της ζήτησης. Χωρίς την ανταλλαγή πληροφόρησης δεδομένων ζήτησης από τους τελικούς καταναλωτές μεταξύ των μελών της εφοδιαστικής αλυσίδας, το κάθε μέλος προχωρεί στην μέθοδο πρόβλεψης της ζήτησης αλλά και στην μέθοδο της διαμόρφωσης του μεγέθους των παραγγελιών που θα χρειαστεί (Alwan et al., 2003). Η διαστρέβλωση της ζήτησης αλλά και η μη αξιόπιστη πρόβλεψη αυτής οδηγούν συνήθως σε υπερβολικά υψηλά μεγέθη αποθεμάτων αλλά και στην

απώλεια της καλής πίστης από την πλευρά των πελατών λόγω της περίπτωσης μη εύρεσης του προϊόντος την στιγμή που το ζητάνε.

Τα στοιχεία ζήτησης, τα οποία βλέπουμε από τους τελικούς καταναλωτές στα σημεία πώλησης, θα τα δείξουμε μέσω της ποσοτικοποίησης τόσο του φαινομένου Bullwhip όσο και του οφέλους της ανταλλαγής πληροφόρησης δεδομένων ζήτησης από τους τελικούς καταναλωτές. Οι περισσότερες από τις ερευνητικές εργασίες, εστιάζονται στην μελέτη μιας εφοδιαστικής αλυσίδας δυο σταδίων με το κατώτερο στάδιο να αφορά τον λιανοπωλητή και το ανώτερο να αφορά τον προμηθευτή. Η τελική ζήτηση ανά χρονική περίοδο στο σημείο πώλησης, ακολουθεί το υπόδειγμα $ARMA(p, q)$ και η παραγγελία που δίνεται από τον λιανοπωλητή στο προμηθευτή και από τον προμηθευτή στον κατασκευαστή διαμορφώνεται σύμφωνα με την πολιτική παραγγελιών αναπλήρωσης στοχευμένου επιπέδου αποθέματος (Order-up-to level) με την δυνατότητα περιοδικής επιθεώρησης του αποθέματος.

Η ανταλλαγή δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας από τους τελικούς καταναλωτές έχει οδηγήσει σε σημαντική μείωση του μεγέθους των αποθεμάτων που έχει στην διάθεσή του ο προμηθευτής. Έτσι και ο λιανοπωλητής μέσω αυτής της διαδικασίας μπορεί να επωφεληθεί λόγω των χαμηλότερων τιμών αγοράς και μείωσης του χρόνου παράδοσης του προϊόντος. Για την διαδικασία αυτή ο προμηθευτής αναλαμβάνει εξ ολοκλήρου τις αποφάσεις που αφορούν τα μεγέθη πληροφοριών αλλά και τα επίπεδα των αποθεμάτων με σκοπό να δίνεται στον λιανοπωλητή το επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης στο σημείο πώλησης.

Η εποχική ζήτηση παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας σήμερα αλλά υπάρχει έλλειψη μελετών σχετικά με την εμφάνιση στη ζήτηση της εποχικότητας. Η ζήτηση που δεν εμφανίζει εποχικότητα με την ανταλλαγή δεδομένων ζήτησης μεταξύ των σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας αποδίδει ευεργετικά αποτελέσματα. Το ίδιο συμβαίνει όμως και όταν η ζήτηση εμφανίζει εποχικότητα. Η εμφάνιση στην ζήτηση της εποχικότητας, του χρόνου παράδοσης και του συντελεστή κατανομής δεν έχει διευκρινιστεί με σαφήνεια μέχρι τώρα. Η εμφάνιση στην ζήτηση της εποχικότητας με την ανταλλαγή δεδομένων ζήτησης από τους τελικούς καταναλωτές μεταξύ δυο σταδίων μιας εφοδιαστικής αλυσίδας θα χρειαστεί να αναλυθεί περισσότερο. Στην συγκεκριμένη εργασία θα δούμε την αξία της ανταλλαγής πληροφόρησης

δεδομένων ζήτησης μεταξύ δυο σταδίων μιας εφοδιαστικής αλυσίδας η οποία θα αποτελείται από έναν προμηθευτή και έναν λιανοπωλητή.

2.3 Μέθοδος υπολογισμού του φαινομένου Bullwhip

Οι Chen, Li, & Lee (2017) θεώρησαν ότι υπάρχουν αρκετοί διαφορετικοί τρόποι υπολογισμού του φαινομένου αυτού, με συνέπεια ο τρόπος υπολογισμού της επίδρασης του φαινομένου Bullwhip να επηρεάζει την ποσοτικοποίηση αλλά και την αξιολόγησή του. Η μεταβλητότητα της ζήτησης μπορεί να μετρηθεί είτε με την διαδικασία της διακύμανσης είτε με την τυπική απόκλιση. Οι έρευνες όμως που έχουν γίνει έχουν ακολουθήσει την διαδικασία της διακύμανσης μεταξύ της παραγγελίας και της ζήτησης (Chen et. al., 2000, Disney and Towil 2003).

Οι Zbignewet et. al. (2014) όρισαν τον τύπο υπολογισμού του φαινομένου αυτού ως τον λόγο

$$BM = \frac{\text{Variance Order Rate}}{\text{Variance Of Demand}} = \frac{\frac{\text{Var}(\text{orders})}{E(\text{orders})}}{\frac{\text{Var}(\text{demands})}{E(\text{demands})}}$$

Οι Disney and Towil (2003) προχώρησαν και όρισαν πως η παραπάνω σχέση ορίζεται ως ο λόγος

$$BM = \frac{\text{Var}(\text{Orders})}{\text{Var}(\text{Demands})}$$

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση οι Zbignewet et. al. (2014) κατέληξαν στα εξής:

1. Όταν το $BM > 1$, η διακύμανση της παραγγελίας είναι μεγαλύτερη από την διακύμανση της ζήτησης οπότε καταλήγουμε ότι το φαινόμενο υφίσταται στην εφοδιαστική αλυσίδα.
2. Όταν το $BM = 1$, η διακύμανση της παραγγελίας θα ήταν ίση με την διακύμανση της ζήτησης που θα αντιμετώπιζε ο λιανοπωλητής. Σε αυτή την περίπτωση η διακύμανση των παραγγελιών προς τον προμηθευτή θα ήταν ίση με την διακύμανση της ζήτησης που θα αντιμετώπιζε ο λιανοπωλητής.
3. Όταν το $BM < 1$, τότε έχουμε την εμφάνιση του φαινομένου Anti-Bullwhip. Αυτό είναι κάτι το οποίο δεν συμβαίνει συχνά διότι ο προμηθευτής θα είχε καλύτερη εικόνα της ζήτησης που θα αντιμετώπιζε ο λιανοπωλητής.

Κεφάλαιο 3^ο

Δυναμική εξέλιξη εφοδιαστικής αλυσίδας όταν η ζήτηση ακολουθεί το εποχικό μοντέλο $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε την διαδικασία της εποχικότητας της ζήτησης ανάμεσα στα δυο στάδια μιας εφοδιαστικής αλυσίδας (προμηθευτή – λιανοπωλητή), με την χρήση του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$. Για να μπορέσουμε να δούμε το κατά πόσο η εμφάνιση της εποχικότητας στη ζήτηση και η ανταλλαγή πληροφορίας δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας επηρεάζει την ζήτηση από τους τελικούς καταναλωτές, θα προχωρήσουμε στην χρήση παίρνοντας διάφορες τιμές για τον χρόνο διάρκειας της εποχικότητας s .

3.1 Το γενικό υπόδειγμα $SARMA(p, q) \times (P, Q)_s$

Το εποχικό υπόδειγμα $SARMA(p, q) \times (P, Q)_s$ στην γενική του μορφή γράφεται ως

$$\varphi(B)\Phi(B^s)D_t = \delta + \theta(B)\Theta(B^s)\varepsilon_t \quad (3.1.1)$$

όπου

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \varphi_3 B^3 - \dots - \varphi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \theta_3 B^3 + \dots + \theta_q B^q$$

$$\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \Phi_3 B^{3s} - \dots - \Phi_p B^{Ps}$$

$$\Theta(B^s) = 1 + \Theta_1 B^s + \Theta_2 B^{2s} + \Theta_3 B^{3s} + \dots + \Theta_Q B^{Qs}$$

Για $p = 0$, $q = 0$, $P = 1$ και $Q = 0$ έχουμε $\varphi(B) = 1$, $\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s$, $\theta(B) = 1$, $\Theta(B^s) = 1$, οπότε αντικαθιστώντας στην (3.1.1) λαμβάνουμε

$$(1 - \Phi_1 B^s)D_t = \delta + \varepsilon_t \Rightarrow D_t - \Phi_1 B^s D_t = \delta + \varepsilon_t \Rightarrow D_t - \Phi_1 D_{t-s} = \delta + \varepsilon_t$$

Επομένως η τελική μορφή του υποδείγματος είναι

$$D_t = \delta + \Phi_1 D_{t-s} + \varepsilon_t \quad (3.1.2)$$

Για να είναι μια στοχαστική διαδικασία στάσιμη θα χρειαστεί οι μέσοι και οι διακυμάνσεις να είναι σταθερές διαχρονικά και οι συνδιακυμάνσεις δυο χρονικών περιόδων να εξαρτώνται μόνο από την απόσταση και όχι από την χρονική περίοδο t . Συνοψίζοντας για να είναι το μοντέλο $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$ στάσιμο θα χρειαστεί το $\delta > 0$ θετική σταθερά, το $|\Phi| < 1$ και ε_t να είναι τυχαίο σφάλμα το οποίο κατανέμεται κανονικά με μέσο το μηδέν και σταθερή διακύμανση σ_ε^2 , $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Μια διαδικασία $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$ ή $AR(1)_s$ μπορεί να είναι αντιστρέψιμη όταν μπορεί να διατυπωθεί ως διαδικασία με άπειρους όρους. Μπορεί να μετατραπεί σε διαδικασία $MA(\infty)_s$ με δυο τρόπους: α) με αναδρομική γραφή και β) με τελεστή διαφοράς. Αυτό που χρησιμοποιήσαμε παραπάνω είναι η χρήση του τελεστή διαφοράς B . (ZhangX. 2004, ZhangX. 2005, Wang, JuiLin et.al. 2010).

3.2 Το εποχικό υπόδειγμα $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$

Με την υπόθεση ότι η εποχική ζήτηση περιγράφεται από ένα στάσιμο μοντέλο $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$, η συγκεκριμένη διαδικασία δίνεται από την σχέση (3.1.2)

$$D_t = \delta + \Phi D_{t-s} + \varepsilon_t$$

Από την σχέση (3.1.2) θα υπολογιστεί ο μέσος, η διακύμανση και η συνδιακύμανση. Θεωρώντας ότι η σειρά είναι στάσιμη στον μέσο θα έχουμε $E(D_t) = E(D_{t-s}) = \mu$

Επομένως

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \Phi}$$

Σε αποκλίσεις από τους μέσους, και αντικαθιστώντας $\delta = \mu(1 - \Phi)$, το υπόδειγμα γράφεται

$$D_t = \mu(1 - \Phi) + \Phi D_{t-s} + \varepsilon_t \Rightarrow D_t - \mu = \Phi(D_{t-s} - \mu) + \varepsilon_t \Rightarrow$$

$$d_t = \Phi d_{t-s} + \varepsilon_t$$

όπου

$$d_t = D_t - \mu$$

Για τον υπολογισμό της διακύμανσης, χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα σε αποκλίσεις από τους μέσους έχουμε:

$$\text{Var}(d_t) = \text{Var}(\Phi d_{t-s}) + \text{Var}(\varepsilon_t) + 2\text{Cov}(\Phi d_{t-s}, \varepsilon_t)$$

Αλλά

$$\text{Var}(\Phi d_{t-s}) = \Phi^2 \text{Var}(d_{t-s})$$

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$$

$$\text{Cov}(\Phi d_{t-s}, \varepsilon_t) = E[(\Phi d_{t-s} - E(\Phi d_{t-s}))(\varepsilon_t - E(\varepsilon_t))] = \Phi E(d_{t-s} \varepsilon_t) = 0$$

$$E(d_{t-s} \varepsilon_t) = E[(\Phi d_{t-2s} + \varepsilon_{t-s}) \varepsilon_t] = 0$$

Άρα αντικαθιστώντας λαμβάνουμε

$$\text{Var}(d_t) = \Phi^2 \text{Var}(d_{t-s}) + \sigma_\varepsilon^2$$

Εφόσον η σειρά είναι στάσιμη στην διακύμανση

$$\text{Var}(d_t) = \text{Var}(d_{t-s}) = \text{Var}(D_t) = \text{Var}(D_{t-s}) = \gamma_0$$

Άρα

$$\gamma_0 = \Phi^2 \gamma_0 + \sigma_\varepsilon^2$$

Λύνοντας ως προς γ_0 θα έχουμε τη διακύμανση του υποδείγματος που θα είναι

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \Phi^2}$$

Για να ισχύει επομένως ότι η διαδικασία του εποχικού μοντέλου που εξετάσαμε είναι στάσιμη, θα χρειαστεί να ισχύει ότι το $|\Phi| < 1$ όπως αναφέραμε και πιο πάνω (Nagaraja et al. 2015).

3.3 Δυναμική εξέλιξη των παραγγελιών του λιανοπωλητή

Όταν η εποχική ζήτηση στον λιανοπωλητή ακολουθεί μια $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$ διαδικασία τότε η συνολική ζήτηση που θα χρειαστεί να αντιμετωπίσει ο λιανοπωλητής κατά την διάρκεια του χρόνου παράδοσης L θα ταυτίζεται με την συνολική ζήτηση που θα εμφανιστεί κατά την διάρκεια του εποχικού προτύπου δηλαδή $L = s$

Το υπόδειγμα που ακολουθεί είναι για $s = 2$. Η ζήτηση από $t + 1$ έως $t + 2$ ακολουθεί παρακάτω

$$D_t = \delta + \Phi D_{t-s} + \varepsilon_t = D_t = \delta + \Phi D_{t-2} + \varepsilon_t$$

Το μέγεθος της ζήτησης στις χρονικές περιόδους $t + 1$ έως $t + 2$ θα είναι

$$D_{t+1} = \delta + \Phi D_{t-1} + \varepsilon_{t+1}$$

$$D_{t+2} = \delta + \Phi D_t + \varepsilon_{t+2}$$

Για να μπορέσουμε να προχωρήσουμε σε πρόβλεψη της ζήτησης σε χρόνο t γνωρίζουμε την ζήτηση D_t αλλά και τα μεγέθη της ζήτησης προηγούμενων περιόδων. Άρα στο τέλος της περιόδου t , ο λιανοπωλητής πραγματοποιεί μια παραγγελία ποσότητας στον προμηθευτή με βάση την προηγούμενη ζήτηση που είχε για το προϊόν του αλλά και με την μελλοντική ζήτηση που μπορεί να έχει.

Η πρόβλεψη ελαχίστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος $\hat{D}_{t+m} = E(D_{t+m} | D_t, D_{t-1})$ για $m = 1, 2$ θα είναι

$$\hat{D}_{t+1} = E(D_{t+1} | D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_{t-1}$$

$$\hat{D}_{t+2} = E(D_{t+2} | D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_t$$

Τα σφάλματα πρόβλεψης δίνονται από τη σχέση $e_{t+m} = D_{t+m} - \hat{D}_{t+m}$ και για $m = 1$ και για $m = 2$ έχουμε τις σχέσεις

$$e_{t+1} = D_{t+1} - \hat{D}_{t+1} = \varepsilon_{t+1}$$

$$e_{t+2} = D_{t+2} - \hat{D}_{t+2} = \varepsilon_{t+2}$$

Επομένως η διακύμανση του αθροίσματος των σφαλμάτων πρόβλεψης για τις περιόδους από $t + 1$ έως $t + 2$ είναι

$$V_t = Var\left(\sum_{m=1}^2 e_{t+m}\right) = Var(\varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2}) = 2\sigma_\varepsilon^2$$

Στην ανάλυση που ακολουθεί, ο υπολογισμός της ποσότητας παραγγελίας που δίνεται από τον λιανοπωλητή στον προμηθευτή διενεργείται σύμφωνα με το σενάριο της ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας. Δηλαδή, ο προμηθευτής έχει στην διάθεσή του την διαχρονική εξέλιξη της

ζήτησης που αντιμετωπίζει ο καταναλωτής. Το στοχευμένο επίπεδο αποθέματος ισούται με

$$Y_t = M_t + z_\eta \sqrt{V_t}$$

όπου

$$M_t = \sum_{m=1}^2 \widehat{D}_{t+m} = \widehat{D}_{t+1} + \widehat{D}_{t+2} = \delta + \Phi D_{t-1} + \delta + \Phi D_t = 2\delta + \Phi D_t + \Phi D_{t-1}$$

και

$$M_{t-1} = 2\delta + \Phi D_{t-1} + \Phi D_{t-2}$$

και

$$M_t - M_{t-1} = \Phi D_t - \Phi D_{t-2}$$

Επομένως το μέγεθος των παραγγελιών στο τέλος της περιόδου t θα δίνεται από την σχέση

$$\begin{aligned} q_t &= D_t + (Y_t - Y_{t-1}) = D_t + M_t - M_{t-1} + z_\eta \sigma_\varepsilon - z_\eta \sigma_\varepsilon = D_t + M_t - M_{t-1} = \\ &= D_t + \Phi D_t - \Phi D_{t-2} = (D_t - \Phi D_{t-2}) + \Phi D_t = \delta + \Phi D_t + \varepsilon_t \end{aligned}$$

με

$$E(q_t) = E(\delta) + \Phi E(D_t) + E(\varepsilon_t) = \delta + \Phi \mu = \mu(1 - \Phi) + \Phi \mu = \mu$$

Στην συνέχεια το υπόδειγμα που ακολουθεί είναι για $s = 4$. Η ζήτηση από $t + 1$ έως $t + 4$ ακολουθεί παρακάτω

$$D_t = \delta + \Phi D_{t-s} + \varepsilon_t = D_t = \delta + \Phi D_{t-4} + \varepsilon_t$$

Το μέγεθος της ζήτησης στις χρονικές περιόδους $t + 1$ έως $t + 4$ θα είναι

$$D_{t+1} = \delta + \Phi D_{t-3} + \varepsilon_{t+1}$$

$$D_{t+2} = \delta + \Phi D_{t-2} + \varepsilon_{t+2}$$

$$D_{t+3} = \delta + \Phi D_{t-1} + \varepsilon_{t+3}$$

$$D_{t+4} = \delta + \Phi D_t + \varepsilon_{t+4}$$

Η πρόβλεψη ελαχίστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος $\widehat{D}_{t+m} = E(D_{t+m}|D_t, D_{t-1})$ για $m = 1, 2, 3, 4$ θα είναι

$$\widehat{D}_{t+1} = E(D_{t+1}|D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_{t-3}$$

$$\widehat{D}_{t+2} = E(D_{t+2}|D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_{t-2}$$

$$\widehat{D}_{t+3} = E(D_{t+3}|D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_{t-1}$$

$$\widehat{D}_{t+4} = E(D_{t+4}|D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_t$$

Τα σφάλματα πρόβλεψης δίνονται από τη σχέση $e_{t+m} = D_{t+m} - \widehat{D}_{t+m}$ και για $m = 1, 2, 3, 4$ έχουμε τις σχέσεις

$$e_{t+1} = D_{t+1} - \widehat{D}_{t+1} = \varepsilon_{t+1}$$

$$e_{t+2} = D_{t+2} - \widehat{D}_{t+2} = \varepsilon_{t+2}$$

$$e_{t+3} = D_{t+3} - \widehat{D}_{t+3} = \varepsilon_{t+3}$$

$$e_{t+4} = D_{t+4} - \widehat{D}_{t+4} = \varepsilon_{t+4}$$

Επομένως η διακύμανση του αθροίσματος των σφαλμάτων πρόβλεψης για τις περιόδους από $t + 1$ έως $t + 4$ είναι

$$V_t = Var\left(\sum_{m=1}^4 e_{t+m}\right) = Var(\varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2} + \varepsilon_{t+3} + \varepsilon_{t+4}) = 4\sigma_\varepsilon^2$$

Το στοχευμένο επίπεδο αποθέματος ισούται με

$$Y_t = M_t + z_\eta \sqrt{V_t}$$

όπου

$$\begin{aligned} M_t &= \sum_{m=1}^4 \widehat{D}_{t+m} = \widehat{D}_{t+1} + \widehat{D}_{t+2} + \widehat{D}_{t+3} + \widehat{D}_{t+4} \\ &= \delta + \Phi D_{t-3} + \delta + \Phi D_{t-2} + \delta + \Phi D_{t-1} + \delta + \Phi D_t \\ &= 4\delta + \Phi D_{t-3} + \Phi D_{t-2} + \Phi D_{t-1} + \Phi D_t \end{aligned}$$

και

$$M_{t-1} = 4\delta + \Phi D_{t-4} + \Phi D_{t-3} + \Phi D_{t-2} + \Phi D_{t-1}$$

και

$$M_t - M_{t-1} = \Phi D_t - \Phi D_{t-4}$$

Επομένως το μέγεθος των παραγγελιών στο τέλος της περιόδου t θα δίνεται από την σχέση

$$\begin{aligned} q_t &= D_t + (Y_t - Y_{t-1}) = D_t + M_t - M_{t-1} + z_{\eta}\sigma_{\varepsilon} - z_{\eta}\sigma_{\varepsilon} = D_t + M_t - M_{t-1} = \\ &= D_t + \Phi D_t - \Phi D_{t-4} = (D_t - \Phi D_{t-4}) + \Phi D_t = \delta + \Phi D_t + \varepsilon_t \end{aligned}$$

με

$$E(q_t) = E(\delta) + \Phi E(D_t) + E(\varepsilon_t) = \delta + \Phi \mu = \mu(1 - \Phi) + \Phi \mu = \mu$$

Στην συνέχεια η έως τώρα ανάλυση επεκτείνεται για την περίπτωση όπου $s = 6$ οπότε το μέγεθος της ζήτησης θα δίνεται από το υπόδειγμα

$$D_t = \delta + \Phi D_{t-s} + \varepsilon_t = D_t = \delta + \Phi D_{t-6} + \varepsilon_t$$

Το μέγεθος της ζήτησης στις χρονικές περιόδους $t + 1$ έως $t + 6$ θα είναι

$$D_{t+1} = \delta + \Phi D_{t-5} + \varepsilon_{t+1}$$

$$D_{t+2} = \delta + \Phi D_{t-4} + \varepsilon_{t+2}$$

$$D_{t+3} = \delta + \Phi D_{t-3} + \varepsilon_{t+3}$$

$$D_{t+4} = \delta + \Phi D_{t-2} + \varepsilon_{t+4}$$

$$D_{t+5} = \delta + \Phi D_{t-1} + \varepsilon_{t+5}$$

$$D_{t+6} = \delta + \Phi D_t + \varepsilon_{t+6}$$

Η πρόβλεψη ελαχίστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος $\widehat{D}_{t+m} = E(D_{t+m} | D_t, D_{t-1})$ για $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ θα είναι

$$\widehat{D}_{t+1} = E(D_{t+1} | D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_{t-5}$$

$$\widehat{D}_{t+2} = E(D_{t+2}|D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_{t-4}$$

$$\widehat{D}_{t+3} = E(D_{t+3}|D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_{t-3}$$

$$\widehat{D}_{t+4} = E(D_{t+4}|D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_{t-2}$$

$$\widehat{D}_{t+5} = E(D_{t+5}|D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_{t-1}$$

$$\widehat{D}_{t+6} = E(D_{t+6}|D_t, D_{t-1}) = \delta + \Phi D_t$$

Τα σφάλματα πρόβλεψης δίνονται από τη σχέση $e_{t+m} = D_{t+m} - \widehat{D}_{t+m}$ και για $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ έχουμε τις σχέσεις

$$e_{t+1} = D_{t+1} - \widehat{D}_{t+1} = \varepsilon_{t+1}$$

$$e_{t+2} = D_{t+2} - \widehat{D}_{t+2} = \varepsilon_{t+2}$$

$$e_{t+3} = D_{t+3} - \widehat{D}_{t+3} = \varepsilon_{t+3}$$

$$e_{t+4} = D_{t+4} - \widehat{D}_{t+4} = \varepsilon_{t+4}$$

$$e_{t+5} = D_{t+5} - \widehat{D}_{t+5} = \varepsilon_{t+5}$$

$$e_{t+6} = D_{t+6} - \widehat{D}_{t+6} = \varepsilon_{t+6}$$

Επομένως η διακύμανση του αθροίσματος των σφαλμάτων πρόβλεψης για τις περιόδους από $t + 1$ έως $t + 6$ είναι

$$V_t = Var\left(\sum_{m=1}^6 e_{t+m}\right) = Var(\varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2} + \varepsilon_{t+3} + \varepsilon_{t+4} + \varepsilon_{t+5} + \varepsilon_{t+6}) = 6\sigma_\varepsilon^2$$

Το στοχευμένο επίπεδο αποθέματος ισούται με

$$Y_t = M_t + z_\eta \sqrt{V_t}$$

όπου

$$\begin{aligned} M_t &= \sum_{m=1}^6 \widehat{D}_{t+m} = \widehat{D}_{t+1} + \widehat{D}_{t+2} + \widehat{D}_{t+3} + \widehat{D}_{t+4} + \widehat{D}_{t+5} + \widehat{D}_{t+6} = \delta + \Phi D_{t-5} + \\ &\delta + \Phi D_{t-4} + \delta + \Phi D_{t-3} + \delta + \Phi D_{t-2} + \delta + \Phi D_{t-1} + \delta + \Phi D_t = 6\delta + \Phi D_{t-5} + \\ &\Phi D_{t-4} + \Phi D_{t-3} + \Phi D_{t-2} + \Phi D_{t-1} + \Phi D_t \end{aligned}$$

και

$$M_{t-1} = 6\delta + \Phi D_{t-6} + \Phi D_{t-5} + \Phi D_{t-4} + \Phi D_{t-3} + \Phi D_{t-2} + \Phi D_{t-1}$$

και

$$M_t - M_{t-1} = \Phi D_t - \Phi D_{t-6}$$

Επομένως το μέγεθος των παραγγελιών στο τέλος της περιόδου t θα δίνεται από την σχέση

$$\begin{aligned} q_t &= D_t + (Y_t - Y_{t-1}) = D_t + M_t - M_{t-1} + z_{\eta}\sigma_{\varepsilon} - z_{\eta}\sigma_{\varepsilon} = D_t + M_t - M_{t-1} = \\ &= D_t + \Phi D_t - \Phi D_{t-6} = (D_t - \Phi D_{t-6}) + \Phi D_t = \delta + \Phi D_t + \varepsilon_t \end{aligned}$$

με

$$E(q_t) = E(\delta) + \Phi E(D_t) + E(\varepsilon_t) = \delta + \Phi\mu = \mu(1 - \Phi) + \Phi\mu = \mu$$

3.4 Διακύμανση παραγγελιών του λιανοπωλητή και ο λόγος Bullwhip

Στην συνέχεια θα προχωρήσουμε στον υπολογισμό της διακύμανσης των παραγγελιών του λιανοπωλητή και στον υπολογισμό της επίδρασης του φαινομένου Bullwhip για διάφορες τιμές του s που αφορά τον χρόνο διάρκειας της εποχικότητας και με το L που αφορά τον χρόνο παράδοσης του προϊόντος όπως έχουμε αναφέρει παραπάνω να είναι ίδιος με το s . Παρακάτω θα υπολογίσουμε την διακύμανση βάση των παραπάνω περιπτώσεων για $s = 2,4,6$

Για την περίπτωση που $s = 2$ έχουμε:

Σε αποκλίσεις από τους μέσους

$$q_t = \mu(1 - \Phi) + \Phi D_t + \varepsilon_t \Rightarrow q_t - \mu = \Phi(D_t - \mu) + \varepsilon_t$$

$$\begin{aligned} Var(q_t) &= Var(q_t - \mu) = Var[\Phi(D_t - \mu)] + Var(\varepsilon_t) + 2Cov(\Phi(D_t - \mu), \varepsilon_t) \\ Cov(\Phi(D_t - \mu), \varepsilon_t) &= \Phi Cov(D_t - \mu, \varepsilon_t) = \Phi E[(D_t - \mu)\varepsilon_t] = \Phi E(D_t\varepsilon_t) - \Phi\mu E(\varepsilon_t) \\ &= \Phi E(D_t\varepsilon_t) \end{aligned}$$

Αλλά

$$D_t\varepsilon_t = (\delta + \Phi D_{t-2} + \varepsilon_t)\varepsilon_t = \delta\varepsilon_t + \Phi D_{t-2}\varepsilon_t + \varepsilon_t^2$$

Και

$$E(D_t\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = \sigma_{\varepsilon}^2$$

Καθώς $E(\delta\varepsilon_t) = 0$ και $E(D_{t-2}\varepsilon_t) = 0$

Επομένως

$$\text{Cov}(\Phi(D_t - \mu), \varepsilon_t) = \Phi\sigma_\varepsilon^2$$

Και

$$\text{Var}(q_t) = \Phi^2\text{Var}(D_t) + \sigma_\varepsilon^2 + \Phi\sigma_\varepsilon^2$$

Αλλά

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \Phi^2} \Rightarrow \sigma_\varepsilon^2 = (1 - \Phi^2)\gamma_0$$

Άρα

$$\begin{aligned}\text{Var}(q_t) &= \Phi^2\gamma_0 + (1 + \Phi)\sigma_\varepsilon^2 = \Phi^2\gamma_0 + (1 + \Phi)(1 - \Phi^2)\gamma_0 \\ &= \gamma_0\{\Phi^2 + ((1 + \Phi)(1 - \Phi^2))\} = \gamma_0(\Phi^2 + 1 - \Phi^2 + \Phi - \Phi^3) \\ &= \gamma_0(1 + \Phi - \Phi^3)\end{aligned}$$

Στην συνέχεια για την περίπτωση που $s = 4$ έχουμε:

Σε αποκλίσεις από τους μέσους

$$q_t = \mu(1 - \Phi) + \Phi D_t + \varepsilon_t \Rightarrow q_t - \mu = \Phi(D_t - \mu) + \varepsilon_t$$

$$\text{Var}(q_t) = \text{Var}(q_t - \mu) = \text{Var}[\Phi(D_t - \mu)] + \text{Var}(\varepsilon_t) + 2\text{Cov}(\Phi(D_t - \mu), \varepsilon_t)$$

$$\begin{aligned}\text{Cov}(\Phi(D_t - \mu), \varepsilon_t) &= \Phi\text{Cov}(D_t - \mu, \varepsilon_t) = \Phi E[(D_t - \mu)\varepsilon_t] = \Phi E(D_t\varepsilon_t) - \Phi\mu E(\varepsilon_t) \\ &= \Phi E(D_t\varepsilon_t)\end{aligned}$$

Αλλά

$$D_t\varepsilon_t = (\delta + \Phi D_{t-4} + \varepsilon_t)\varepsilon_t = \delta\varepsilon_t + \Phi D_{t-4}\varepsilon_t + \varepsilon_t^2$$

Και

$$E(D_t\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = \sigma_\varepsilon^2$$

Καθώς $E(\delta\varepsilon_t) = 0$ και $E(D_{t-4}\varepsilon_t) = 0$

Επομένως

$$\text{Cov}(\Phi(D_t - \mu), \varepsilon_t) = \Phi\sigma_\varepsilon^2$$

Και

$$\text{Var}(q_t) = \Phi^2\text{Var}(D_t) + \sigma_\varepsilon^2 + \Phi\sigma_\varepsilon^2$$

Αλλά

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \Phi^2} \Rightarrow \sigma_\varepsilon^2 = (1 - \Phi^2)\gamma_0$$

Άρα

$$\begin{aligned} \text{Var}(q_t) &= \Phi^2 \gamma_0 + (1 + \Phi) \sigma_\varepsilon^2 = \Phi^2 \gamma_0 + (1 + \Phi)(1 - \Phi^2) \gamma_0 \\ &= \gamma_0 \{ \Phi^2 + ((1 + \Phi)(1 - \Phi^2)) \} = \gamma_0 (\Phi^2 + 1 - \Phi^2 + \Phi - \Phi^3) \\ &= \gamma_0 (1 + \Phi - \Phi^3) \end{aligned}$$

Τέλος για την περίπτωση που $s = 6$ έχουμε:

Σε αποκλίσεις από τους μέσους

$$q_t = \mu(1 - \Phi) + \Phi D_t + \varepsilon_t \Rightarrow q_t - \mu = \Phi(D_t - \mu) + \varepsilon_t$$

$$\text{Var}(q_t) = \text{Var}(q_t - \mu) = \text{Var}[\Phi(D_t - \mu)] + \text{Var}(\varepsilon_t) + 2\text{Cov}(\Phi(D_t - \mu), \varepsilon_t)$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\Phi(D_t - \mu), \varepsilon_t) &= \Phi \text{Cov}(D_t - \mu, \varepsilon_t) = \Phi E[(D_t - \mu)\varepsilon_t] = \Phi E(D_t \varepsilon_t) - \Phi \mu E(\varepsilon_t) \\ &= \Phi E(D_t \varepsilon_t) \end{aligned}$$

Αλλά

$$D_t \varepsilon_t = (\delta + \Phi D_{t-6} + \varepsilon_t) \varepsilon_t = \delta \varepsilon_t + \Phi D_{t-6} \varepsilon_t + \varepsilon_t^2$$

Και

$$E(D_t \varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = \sigma_\varepsilon^2$$

$$\text{Καθώς } E(\delta \varepsilon_t) = 0 \text{ και } E(D_{t-6} \varepsilon_t) = 0$$

Επομένως

$$\text{Cov}(\Phi(D_t - \mu), \varepsilon_t) = \Phi \sigma_\varepsilon^2$$

Και

$$\text{Var}(q_t) = \Phi^2 \text{Var}(D_t) + \sigma_\varepsilon^2 + \Phi \sigma_\varepsilon^2$$

Αλλά

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \Phi^2} \Rightarrow \sigma_\varepsilon^2 = (1 - \Phi^2) \gamma_0$$

Άρα

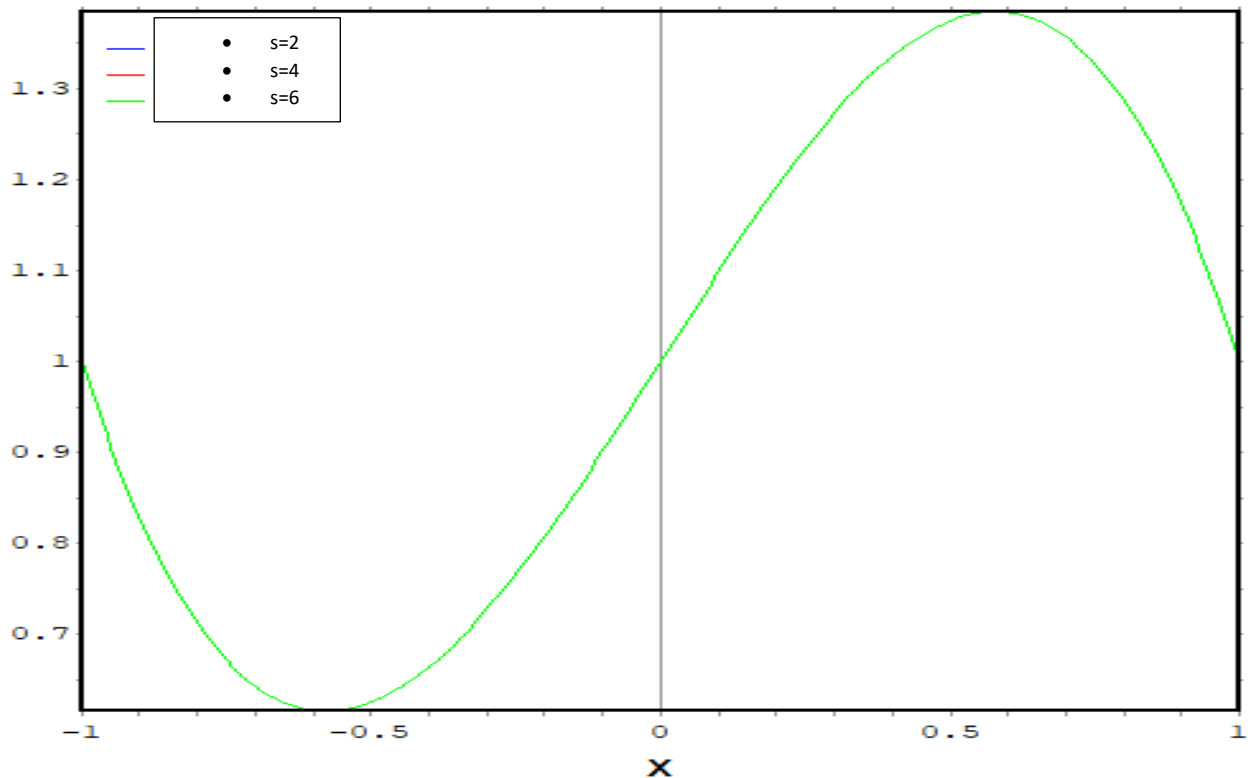
$$\begin{aligned} \text{Var}(q_t) &= \Phi^2 \gamma_0 + (1 + \Phi) \sigma_\varepsilon^2 = \Phi^2 \gamma_0 + (1 + \Phi)(1 - \Phi^2) \gamma_0 \\ &= \gamma_0 \{ \Phi^2 + ((1 + \Phi)(1 - \Phi^2)) \} = \gamma_0 (\Phi^2 + 1 - \Phi^2 + \Phi - \Phi^3) \\ &= \gamma_0 (1 + \Phi - \Phi^3) \end{aligned}$$

Για το μοντέλο $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$, όπου $|\Phi| < 1$ και $L = s$ ο λόγος Bullwhip για $s = 2,4,6$ είναι ο ίδιος. Έτσι καταλήγουμε ότι:

$$BW(\Phi) = \frac{\gamma_0(1 + \Phi - \Phi^3)}{\gamma_0} = 1 + \Phi(1 - \Phi^2)$$

Παρακάτω παρουσιάζουμε ενδεικτικά την γραφική παράσταση του φαινομένου Bullwhip όταν ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας s παίρνει τις τιμές $s = 2, 4, 6$ και με τις τιμές του Φ να είναι ανάμεσα $-1 < \Phi < 1$.

Γράφημα 1: Επίδραση Bullwhip για $s = 2, 4, 6$ $-1 < \Phi < 1$ όπου Φ είναι ο οριζόντιος άξονας x



Όπως παρατηρούμε από το γράφημα 1 ανεξάρτητα του μεγέθους του $s = 2, 4, 6$ για αρνητικές τιμές του Φ ο λόγος Bullwhip αρχικά μειώνεται όσο το Φ απομακρύνεται από το -1 και στην συνέχεια αυξάνεται όσο το Φ πλησιάζει το 0 . Αντίθετα για θετικές τιμές του Φ ο λόγος Bullwhip αρχικά αυξάνεται όσο το Φ απομακρύνεται από το 0 φτάνει σε ένα μέγιστο σημείο και στην συνέχεια μειώνεται όσο το Φ πλησιάζει το 1 .

Κεφάλαιο 4^ο

Δυναμική εξέλιξη εφοδιαστικής αλυσίδας όταν η ζήτηση ακολουθεί το εποχικό μοντέλο $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε την διαδικασία της εποχικότητας της ζήτησης ανάμεσα στα δυο στάδια μιας εφοδιαστικής αλυσίδας (προμηθευτή – λιανοπωλητή), με την χρήση του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$. Για να μπορέσουμε να δούμε το κατά πόσο η εμφάνιση της εποχικότητας στη ζήτηση και η ανταλλαγή πληροφορίας δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας επηρεάζει την ζήτηση από τους τελικούς καταναλωτές, θα προχωρήσουμε στην χρήση παίρνοντας διάφορες τιμές για τον χρόνο διάρκειας της εποχικότητας s .

4.1 Το εποχικό υπόδειγμα $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$

Στο προηγούμενο κεφάλαιο μέσω του γενικού υποδείγματος $SARMA(p, q) \times (P, Q)_s$ καταλήξαμε ότι όταν $p = 0, q = 0, P = 1$ και $Q = 0$ η τελική μορφή του υποδείγματος είναι $D_t = \delta + \Phi_1 D_{t-s} + \varepsilon_t$.

Σε αυτό το κεφάλαιο για $p = 0, q = 0, P = 0$ και $Q = 1$ έχουμε $\varphi(B) = 1, \Phi(B^s) = 1, \theta(B) = 1, \Theta(B^s) = 1 + \theta_1 B^s$

$$D_t = \delta + \varepsilon_t + 1 + \theta_1 B^s \Rightarrow D_t - \theta_1 B^s \varepsilon_t = \delta + \varepsilon_t \Rightarrow D_t - \theta_1 \varepsilon_{t-s} = \delta + \varepsilon_t$$

Επομένως η τελική μορφή του υποδείγματος είναι

$$D_t = \delta + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-s} \quad (4.1.1)$$

Θεωρώντας ότι η σειρά είναι στάσιμη στο μέσο έχουμε ότι $E(D_t) = E(D_{t-s}) = \mu$

Έχουμε ότι $E(D_t) = E(\delta) + E(\varepsilon_t) + E(\theta \varepsilon_{t-s}) = \delta$

Άρα επειδή όπως έχουμε αναφέρει $E(D_t) = E(D_{t-s}) = \mu$ καταλήγουμε ότι $\mu = \delta$

Με την υπόθεση ότι η εποχική ζήτηση περιγράφεται από ένα στάσιμο μοντέλο $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$, η συγκεκριμένη διαδικασία δίνεται από την σχέση (4.1.1)

$$D_t = \mu + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-s}$$

Από την σχέση (4.1.1) θα υπολογιστεί ο μέσος, η διακύμανση και η συνδιακύμανση.

Για την διακύμανση έχουμε:

$$\begin{aligned} Var(D_t) &= Var(\mu + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-s}) = \\ &= Var(\mu) + Var(\varepsilon_t) + Var(\theta \varepsilon_{t-s}, \varepsilon_t) + 2Cov(\theta \varepsilon_{t-s}, \varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 + \theta^2 \sigma_\varepsilon^2 \end{aligned}$$

Έτσι καταλήγουμε ότι:

$$\gamma_0 = (1 + \theta^2) \sigma_\varepsilon^2 \quad (4.1.2)$$

Για να είναι η διαδικασία $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$ στάσιμη θα χρειαστεί να ισχύουν οι κάτωθι προϋποθέσεις: αν η μέση τιμή και οι αυτοσυνδιακυμάνσεις δεν εξαρτώνται από το t τότε η διαδικασία που μελετούμε είναι στάσιμη ανεξαρτήτως της τιμής θ . Η σχέση (4.1.1) μπορεί να θεωρηθεί ως μια $SARMA(0,0) \times (\infty, 0)_s$ διαδικασία που προέκυψε από μια $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$ αντιστρέφοντας τον όρο $(1 + \theta^2)$. Έτσι αντιστρέψιμη είναι μια $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$ διαδικασία αν μπορεί να διατυπωθεί ως μια αυτοπαλίνδρομη διαδικασία με άπειρους όρους. (ZhangX. 2004, ZhangX. 2005, Wang, JuiLin et.al. 2010).

4.2 Δυναμική εξέλιξη των παραγγελιών του λιανοπωλητή

Όταν η εποχική ζήτηση στον λιανοπωλητή ακολουθεί μια $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$ διαδικασία τότε η συνολική ζήτηση που θα χρειαστεί να αντιμετωπίσει ο λιανοπωλητής κατά την διάρκεια του χρόνου παράδοσης L θα ταυτίζεται με την συνολική ζήτηση κατά την διάρκεια του εποχικού προτύπου s .

Το υπόδειγμα που ακολουθεί είναι για $s = 2$. Η ζήτηση από $t + 1$ έως $t + 2$ ακολουθεί παρακάτω

$$D_t = \mu + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-s} = D_t = \mu + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-2}$$

Το μέγεθος της ζήτησης στις χρονικές περιόδους $t + 1$ έως $t + 2$ θα είναι

$$D_{t+1} = \mu + \varepsilon_{t+1} + \theta \varepsilon_{t-1}$$

$$D_{t+2} = \mu + \varepsilon_{t+2} + \theta \varepsilon_t$$

Η πρόβλεψη ελαχίστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος $\widehat{D}_{t+m} = E(D_{t+m}|D_t, D_{t-1})$ για $m = 1, 2$ θα είναι

$$\widehat{D}_{t+1} = E(D_{t+1}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta \varepsilon_{t-1}$$

$$\widehat{D}_{t+2} = E(D_{t+2}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta \varepsilon_t$$

Τα σφάλματα πρόβλεψης δίνονται από τη σχέση $e_{t+m} = D_{t+m} - \widehat{D}_{t+m}$ και για $m = 1$ και για $m = 2$ έχουμε τις σχέσεις

$$e_{t+1} = D_{t+1} - \widehat{D}_{t+1} = \varepsilon_{t+1}$$

$$e_{t+2} = D_{t+2} - \widehat{D}_{t+2} = \varepsilon_{t+2}$$

Επομένως η διακύμανση του αθροίσματος των σφαλμάτων πρόβλεψης για τις περιόδους από $t + 1$ έως $t + 2$ είναι

$$V_t = \text{Var}\left(\sum_{m=1}^2 e_{t+m}\right) = \text{Var}(\varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2}) = 2\sigma_\varepsilon^2$$

Το στοχευμένο επίπεδο αποθέματος θα δίνεται από την σχέση

$$Y_t = M_t + z_\eta \sqrt{V_t}$$

όπου

$$M_t = \sum_{m=1}^2 \widehat{D}_{t+m} = \widehat{D}_{t+1} + \widehat{D}_{t+2} = \mu + \theta \varepsilon_{t-1} + \mu + \theta \varepsilon_t = 2\mu + \theta \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}$$

και

$$M_{t-1} = 2\mu + \theta \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-2}$$

και

$$M_t - M_{t-1} = \theta \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-2}$$

Επομένως το μέγεθος των παραγγελιών στο τέλος της περιόδου t θα δίνεται από την σχέση

$$q_t = D_t + (Y_t - Y_{t-1}) = D_t + M_t - M_{t-1} + z_{\eta}\sigma_{\varepsilon} - z_{\eta}\sigma_{\varepsilon} = D_t + M_t - M_{t-1} = \\ = D_t + \theta\varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-2} = (D_t - \theta\varepsilon_{t-2}) + \theta\varepsilon_t = \mu + \theta\varepsilon_t + \varepsilon_t = \mu + (1 + \theta)\varepsilon_t$$

με

$$E(q_t) = E(\mu) + \theta E(\varepsilon_t) + E(\varepsilon_t) = \mu$$

Στην συνέχεια το υπόδειγμα που ακολουθεί είναι για $s = 4$. Η ζήτηση από $t + 1$ έως $t + 4$ ακολουθεί παρακάτω

$$D_t = \mu + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-s} = D_t = \mu + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-4}$$

Το μέγεθος της ζήτησης στις χρονικές περιόδους $t + 1$ έως $t + 4$ θα είναι

$$D_{t+1} = \mu + \varepsilon_{t+1} + \theta\varepsilon_{t-3}$$

$$D_{t+2} = \mu + \varepsilon_{t+2} + \theta\varepsilon_{t-2}$$

$$D_{t+3} = \mu + \varepsilon_{t+3} + \theta\varepsilon_{t-1}$$

$$D_{t+4} = \mu + \varepsilon_{t+4} + \theta\varepsilon_t$$

Η πρόβλεψη ελαχίστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος $\widehat{D}_{t+m} = E(D_{t+m}|D_t, D_{t-1})$ για $m = 1, 2, 3, 4$ θα είναι

$$\widehat{D}_{t+1} = E(D_{t+1}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta\varepsilon_{t-3}$$

$$\widehat{D}_{t+2} = E(D_{t+2}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta\varepsilon_{t-2}$$

$$\widehat{D}_{t+3} = E(D_{t+3}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta\varepsilon_{t-1}$$

$$\widehat{D}_{t+4} = E(D_{t+4}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta\varepsilon_t$$

Τα σφάλματα πρόβλεψης δίνονται από τη σχέση $e_{t+m} = D_{t+m} - \widehat{D}_{t+m}$ και για $m = 1, 2, 3, 4$ έχουμε τις σχέσεις

$$e_{t+1} = D_{t+1} - \widehat{D}_{t+1} = \varepsilon_{t+1}$$

$$e_{t+2} = D_{t+2} - \widehat{D}_{t+2} = \varepsilon_{t+2}$$

$$e_{t+3} = D_{t+3} - \widehat{D}_{t+3} = \varepsilon_{t+3}$$

$$e_{t+4} = D_{t+4} - \widehat{D}_{t+4} = \varepsilon_{t+4}$$

Επομένως η διακύμανση του αθροίσματος των σφαλμάτων πρόβλεψης για τις περιόδους από $t + 1$ έως $t + 4$ είναι

$$V_t = \text{Var}\left(\sum_{m=1}^4 e_{t+m}\right) = \text{Var}(\varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2} + \varepsilon_{t+3} + \varepsilon_{t+4}) = 4\sigma_\varepsilon^2$$

Το στοχευμένο επίπεδο αποθέματος θα δίνεται από την σχέση

$$Y_t = M_t + z_\eta \sqrt{V_t}$$

όπου

$$\begin{aligned} M_t &= \sum_{m=1}^4 \widehat{D}_{t+m} = \widehat{D}_{t+1} + \widehat{D}_{t+2} + \widehat{D}_{t+3} + \widehat{D}_{t+4} \\ &= \mu + \theta \varepsilon_{t-3} + \mu + \theta \varepsilon_{t-2} + \mu + \theta \varepsilon_{t-1} + \mu + \theta \varepsilon_t \\ &= 4\mu + \theta \varepsilon_{t-3} + \theta \varepsilon_{t-2} + \theta \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_t \end{aligned}$$

και

$$M_{t-1} = 4\mu + \theta \varepsilon_{t-4} + \theta \varepsilon_{t-3} + \theta \varepsilon_{t-2} + \theta \varepsilon_{t-1}$$

και

$$M_t - M_{t-1} = \theta \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-4}$$

Επομένως το μέγεθος των παραγγελιών στο τέλος της περιόδου t θα δίνεται από την σχέση

$$\begin{aligned} q_t &= D_t + (Y_t - Y_{t-1}) = D_t + M_t - M_{t-1} + z_\eta \sigma_\varepsilon - z_\eta \sigma_\varepsilon = D_t + M_t - M_{t-1} = \\ &= D_t + \theta \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-4} = (D_t - \theta \varepsilon_{t-4}) + \theta \varepsilon_t = \mu + \theta \varepsilon_t + \varepsilon_t = \mu + (1 + \theta) \varepsilon_t \end{aligned}$$

με

$$E(q_t) = E(\mu) + \theta E(\varepsilon_t) + E(\varepsilon_t) = \mu$$

Στην συνέχεια ακολουθεί η περίπτωση όπου $s = 6$ οπότε το μέγεθος της ζήτησης θα δίνεται από το υπόδειγμα

$$D_t = \mu + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-s} = D_t = \mu + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-6}$$

Το μέγεθος της ζήτησης στις χρονικές περιόδους $t + 1$ έως $t + 6$ θα είναι

$$D_{t+1} = \mu + \varepsilon_{t+1} + \theta \varepsilon_{t-5}$$

$$D_{t+2} = \mu + \varepsilon_{t+2} + \theta \varepsilon_{t-4}$$

$$D_{t+3} = \mu + \varepsilon_{t+3} + \theta \varepsilon_{t-3}$$

$$D_{t+4} = \mu + \varepsilon_{t+4} + \theta \varepsilon_{t-2}$$

$$D_{t+5} = \mu + \varepsilon_{t+5} + \theta \varepsilon_{t-1}$$

$$D_{t+6} = \mu + \varepsilon_{t+6} + \theta \varepsilon_t$$

Η πρόβλεψη ελαχίστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος $\widehat{D}_{t+m} = E(D_{t+m}|D_t, D_{t-1})$ για $m = 1,2,3,4,5,6$ θα είναι

$$\widehat{D}_{t+1} = E(D_{t+1}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta \varepsilon_{t-5}$$

$$\widehat{D}_{t+2} = E(D_{t+2}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta \varepsilon_{t-4}$$

$$\widehat{D}_{t+3} = E(D_{t+3}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta \varepsilon_{t-3}$$

$$\widehat{D}_{t+4} = E(D_{t+4}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta \varepsilon_{t-2}$$

$$\widehat{D}_{t+5} = E(D_{t+5}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta \varepsilon_{t-1}$$

$$\widehat{D}_{t+6} = E(D_{t+6}|D_t, D_{t-1}) = \mu + \theta \varepsilon_t$$

Τα σφάλματα πρόβλεψης δίνονται από τη σχέση $e_{t+m} = D_{t+m} - \widehat{D}_{t+m}$ και για $m = 1,2,3,4,5,6$ έχουμε τις σχέσεις

$$e_{t+1} = D_{t+1} - \widehat{D}_{t+1} = \varepsilon_{t+1}$$

$$e_{t+2} = D_{t+2} - \widehat{D}_{t+2} = \varepsilon_{t+2}$$

$$e_{t+3} = D_{t+3} - \widehat{D}_{t+3} = \varepsilon_{t+3}$$

$$e_{t+4} = D_{t+4} - \widehat{D}_{t+4} = \varepsilon_{t+4}$$

$$e_{t+5} = D_{t+5} - \widehat{D}_{t+5} = \varepsilon_{t+5}$$

$$e_{t+6} = D_{t+6} - \widehat{D}_{t+6} = \varepsilon_{t+6}$$

Επομένως η διακύμανση του αθροίσματος των σφαλμάτων πρόβλεψης για τις περιόδους από $t + 1$ έως $t + 6$ είναι

$$V_t = \text{Var}\left(\sum_{m=1}^6 e_{t+m}\right) = \text{Var}(\varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2} + \varepsilon_{t+3} + \varepsilon_{t+4} + \varepsilon_{t+5} + \varepsilon_{t+6}) = 6\sigma_\varepsilon^2$$

Το στοχευμένο επίπεδο αποθέματος θα δίνεται από την σχέση

$$Y_t = M_t + z_\eta \sqrt{V_t}$$

όπου

$$\begin{aligned} M_t &= \sum_{m=1}^6 \widehat{D}_{t+m} = \widehat{D}_{t+1} + \widehat{D}_{t+2} + \widehat{D}_{t+3} + \widehat{D}_{t+4} + \widehat{D}_{t+5} + \widehat{D}_{t+6} \\ &= \mu + \theta\varepsilon_{t-5} + \mu + \theta\varepsilon_{t-4} + \mu + \theta\varepsilon_{t-3} + \mu + \theta\varepsilon_{t-2} + \mu + \theta\varepsilon_{t-1} \\ &\quad + \mu + \theta\varepsilon_t = 6\mu + \theta\varepsilon_{t-5} + \theta\varepsilon_{t-4} + \theta\varepsilon_{t-3} + \theta\varepsilon_{t-2} + \theta\varepsilon_{t-1} + \theta\varepsilon_t \end{aligned}$$

και

$$M_{t-1} = 6\mu + \theta\varepsilon_{t-6} + \theta\varepsilon_{t-5} + \theta\varepsilon_{t-4} + \theta\varepsilon_{t-3} + \theta\varepsilon_{t-2} + \theta\varepsilon_{t-1}$$

και

$$M_t - M_{t-1} = \theta\varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-6}$$

Επομένως το μέγεθος των παραγγελιών στο τέλος της περιόδου t θα δίνεται από την σχέση

$$\begin{aligned} q_t &= D_t + (Y_t - Y_{t-1}) = D_t + M_t - M_{t-1} + z_\eta \sigma_\varepsilon - z_\eta \sigma_\varepsilon = D_t + M_t - M_{t-1} = \\ &= D_t + \theta\varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-6} = (D_t - \theta\varepsilon_{t-6}) + \theta\varepsilon_t = \mu + \theta\varepsilon_t + \varepsilon_t = \mu + (1 + \theta)\varepsilon_t \end{aligned}$$

με

$$E(q_t) = E(\mu) + \theta E(\varepsilon_t) + E(\varepsilon_t) = \mu$$

4.3 Διακύμανση παραγγελιών του λιανοπωλητή και ο λόγος Bullwhip

Στην συνέχεια θα προχωρήσουμε στον υπολογισμό της διακύμανσης των παραγγελιών του λιανοπωλητή, και στον υπολογισμό της επίδρασης του φαινομένου Bullwhip για διάφορες τιμές του s που αφορά τον χρόνο διάρκειας της εποχικότητας και με το L που αφορά τον χρόνο παράδοσης του προϊόντος να είναι ίδιος.

Για την περίπτωση που $s = 2$ έχουμε:

$$q_t = \mu + (1 + \theta)\varepsilon_t$$
$$Var(q_t) = Var[(1 + \theta)\varepsilon_t] = (1 + \theta)^2 \sigma_\varepsilon^2$$

Για την περίπτωση που $s = 4$ έχουμε:

$$q_t = \mu + (1 + \theta)\varepsilon_t$$
$$Var(q_t) = Var[(1 + \theta)\varepsilon_t] = (1 + \theta)^2 \sigma_\varepsilon^2$$

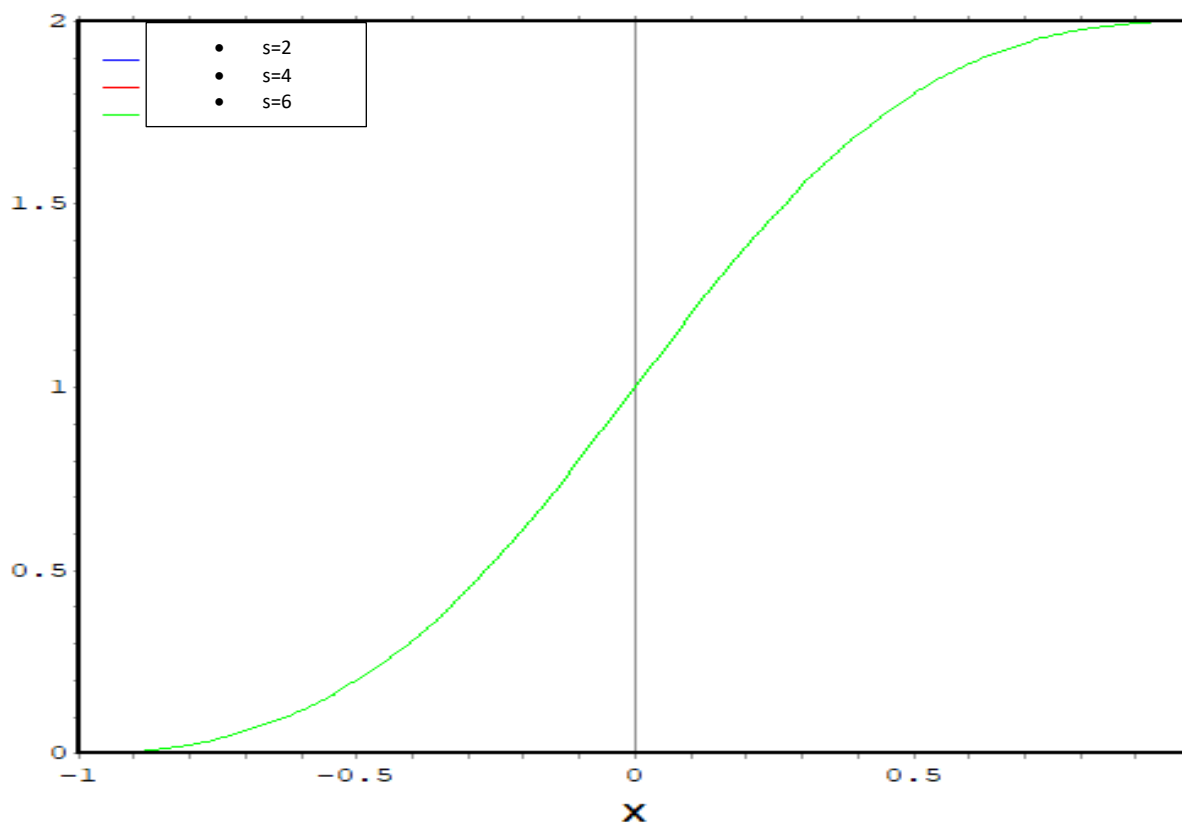
Για την περίπτωση που $s = 6$ έχουμε:

$$q_t = \mu + (1 + \theta)\varepsilon_t$$
$$Var(q_t) = Var[(1 + \theta)\varepsilon_t] = (1 + \theta)^2 \sigma_\varepsilon^2$$

Για το μοντέλο $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$, όπου $-1 < \theta < 1$ και $L = s$ για το φαινόμενο Bullwhip και για τον χρόνο διάρκειας της εποχικότητας $s = 2,4,6$ προκύπτει η σχέση:

$$BW(\theta) = \frac{(1 + \theta)^2 \sigma_\varepsilon^2}{(1 + \theta^2) \sigma_\varepsilon^2} = \frac{1 + 2\theta + \theta^2}{1 + \theta^2} = \frac{1 + \theta^2}{1 + \theta^2} + \frac{2\theta}{1 + \theta^2} = 1 + \frac{2\theta}{1 + \theta^2}$$

Γράφημα 2: Επίδραση Bullwhip για $s = 2, 4, 6$ $-1 < \theta < 1$ όπου θ είναι ο οριζόντιος άξονας x



Όπως παρατηρούμε από το γράφημα 2 ανεξάρτητα του μεγέθους του $s = 2, 4, 6$, όσο η τιμή της παραμέτρου θ αυξάνεται από -1 στο $+1$ ο λόγος Bullwhip αυξάνεται. Ειδικότερα όταν $-1 < \theta < 0$ ο λόγος Bullwhip κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1 κάτι που υποδηλώνει ότι η διακύμανση των παραγγελιών του λιανοπωλητή προς τον προμηθευτή είναι μικρότερη από την διακύμανση της ζήτησης που αντιμετωπίζει ο λιανοπωλητής (φαινόμενο Anti-Bullwhip). Αντίθετα η διακύμανση των παραγγελιών του λιανοπωλητή είναι μεγαλύτερη της διακύμανσης της ζήτησής του για τιμές θ μεταξύ 0 και 1 (φαινόμενο Bullwhip). Να σημειωθεί επίσης ότι όσο το θ προσεγγίζει το 1 τόσο μεγαλύτερος γίνεται ο λόγος Bullwhip.

Κεφάλαιο 5^ο

Δυναμική εξέλιξη εφοδιαστικής αλυσίδας όταν η ζήτηση ακολουθεί το εποχικό μοντέλο $SARMA(1,0) \times (0,1)_s$

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε την διαδικασία της εποχικότητας της ζήτησης ανάμεσα στα δυο στάδια μιας εφοδιαστικής αλυσίδας (προμηθευτή – λιανοπωλητή), με την χρήση του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου $SARMA(1,0) \times (0,1)_s$. Για να μπορέσουμε να δούμε το κατά πόσο η εμφάνιση της εποχικότητας στη ζήτηση και η ανταλλαγή πληροφορίας δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας επηρεάζει την ζήτηση από τους τελικούς καταναλωτές, θα προχωρήσουμε στην χρήση παίρνοντας διάφορες τιμές για τον χρόνο διάρκειας της εποχικότητας s .

5.1 Το εποχικό υπόδειγμα $SARMA(1,0) \times (0,1)_s$

Στα κεφάλαια 3 και 4 μέσω του γενικού υποδείγματος $SARMA(p, q) \times (P, Q)_s$ καταλήξαμε ότι όταν $p = 0, q = 0, P = 1$ και $Q = 0$ η τελική μορφή του υποδείγματος είναι

$$D_t = \delta + \Phi_1 D_{t-s} + \varepsilon_t$$

Και όταν $p = 0, q = 0, P = 0$ και $Q = 1$ η τελική μορφή του υποδείγματος είναι

$$D_t = \delta + \varepsilon_t + \Theta_1 \varepsilon_{t-s}$$

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο για $p = 1, q = 0, P = 0$ και $Q = 1$ έχουμε $\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B, \Phi(B^s) = 1, \theta(B) = 1, \Theta(B^s) = 1 + \Theta_1 B^s$

$$\begin{aligned} D_t &= \delta + 1 - \varphi_1 B + \varepsilon_t + 1 + \Theta_1 B^s \Rightarrow D_t - \varphi_1 B D_t \\ &= \delta + \varepsilon_t + \Theta_1 \varepsilon_{t-s} \Rightarrow D_t - \varphi_1 D_{t-1} = \delta + \varepsilon_t + \Theta_1 \varepsilon_{t-s} \end{aligned}$$

Επομένως η τελική μορφή του υποδείγματος είναι

$$D_t = \delta + \varphi_1 D_{t-1} + \Theta_1 \varepsilon_{t-s} + \varepsilon_t \quad (5.1.1)$$

Με την υπόθεση ότι η εποχική ζήτηση για το προϊόν του λιανοπωλητή περιγράφεται από ένα στάσιμο μοντέλο $SARMA(1,0) \times (0,1)_s$, η συγκεκριμένη διαδικασία δίνεται από την σχέση (5.1.1)

$$D_t = \delta + \varphi D_{t-1} + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-s}$$

ε_t είναι το τυχαίο σφάλμα το οποίο κατανέμεται κανονικά με μέσο το μηδέν και σταθερή διακύμανση σ_ε^2 , $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$

Για να ισχύει η στασιμότητα στο συγκεκριμένο μοντέλο που εμφανίζει η ζήτηση την εποχικότητα θα χρειαστεί το $|\varphi| < 1$ που μας δίνει την στασιμότητα του μοντέλου και το $|\theta| < 1$ για να εξασφαλίζεται η αντιστρεψιμότητα (Cho et al. 2013).

Θέτοντας $E(D_t) = E(D_{t-1}) = \mu$ όπου μ ο στάσιμος μέσος θα έχουμε

$$E(D_t) = \delta + \varphi E(D_{t-1}) + E(\varepsilon_t) + \theta E(\varepsilon_{t-s})$$

Από την οποία προκύπτει ότι

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \varphi}$$

Για τον υπολογισμό της διακύμανσης χρησιμοποιείται η σχέση

$$\begin{aligned} Var(D_t) &= Var(\delta + \varphi D_{t-1} + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-s}) = \\ &= Var(\delta) + Var(\varphi D_{t-1}) + Var(\varepsilon_t) + Var(\theta \varepsilon_{t-s}) + \\ &+ 2Cov(\delta, \varphi D_{t-1}) + 2Cov(\delta, \varepsilon_t) + 2Cov(\delta, \theta \varepsilon_{t-s}) + \\ &+ 2Cov(\varphi D_{t-1}, \varepsilon_t) + 2Cov(\varphi D_{t-1}, \theta \varepsilon_{t-s}) + 2Cov(\varepsilon_t, \theta \varepsilon_{t-s}) \end{aligned}$$

όπου

$$Var(\delta) = 0$$

$$Var(\varphi D_{t-1}) = \varphi^2 Var(D_{t-1})$$

$$Var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$$

$$Var(\theta \varepsilon_{t-s}) = \theta^2 Var(\varepsilon_{t-s}) = \theta^2 \sigma_\varepsilon^2$$

$$\begin{aligned} Cov(\delta, \varphi D_{t-1}) &= E[(\delta - E(\delta))(\varphi D_{t-1} - E(\varphi D_{t-1}))] \\ &= E[(\delta - \delta)(\varphi D_{t-1} - E(\varphi D_{t-1}))] = 0 \end{aligned}$$

$$Cov(\delta, \varepsilon_t) = E[(\delta - E(\delta))(\varepsilon_t - E(\varepsilon_t))] = E[(\delta - \delta)\varepsilon_t] = 0$$

$$\begin{aligned} Cov(\delta, \theta \varepsilon_{t-s}) &= E[(\delta - E(\delta))(\theta \varepsilon_{t-s} - E(\theta \varepsilon_{t-s}))] \\ &= E[(\delta - \delta)(\theta(\varepsilon_{t-s} - E(\varepsilon_{t-s})))] = E[(\delta - \delta)\theta \varepsilon_{t-s}] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Cov(\varepsilon_t, \theta \varepsilon_{t-s}) &= E[(\varepsilon_t - E(\varepsilon_t))(\theta \varepsilon_{t-s} - E(\theta \varepsilon_{t-s}))] = E[\varepsilon_t \theta \varepsilon_{t-s}] \\ &= \theta E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-s}) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Cov(\varphi D_{t-1}, \varepsilon_t) &= E[(\varphi D_{t-1} - E(\varphi D_{t-1}))(\varepsilon_t - E(\varepsilon_t))] \\ &= E[\varphi(D_{t-1} - E(D_{t-1}))\varepsilon_t] = \\ &= E[\varphi(D_{t-1} - \mu)\varepsilon_t] = E(\varphi D_{t-1} \varepsilon_t - \mu \varepsilon_t) = \varphi E(D_{t-1} \varepsilon_t) - \mu E(\varepsilon_t) = \varphi E(D_{t-1} \varepsilon_t) \end{aligned}$$

Η ζήτηση D_{t-1} περιέχει σφάλματα $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$ σε χρονικές περιόδους προωθύτερες του t , τα οποία είναι ασυσχέτιστα με το ε_t . Επομένως $\varphi E(D_{t-1}\varepsilon_t) = 0$ και

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\varphi D_{t-1}, \theta \varepsilon_{t-s}) &= E \left[\left(\varphi D_{t-1} - E(\varphi D_{t-1}) (\theta \varepsilon_{t-s} - E(\theta \varepsilon_{t-s})) \right) \right] = \\ &= E \left[\varphi \theta (D_{t-1} - \mu) (\varepsilon_{t-s} - E(\varepsilon_{t-s})) \right] = E[\varphi \theta (D_{t-1} - \mu) \varepsilon_{t-s}] = \varphi \theta E(D_{t-1} \varepsilon_{t-s}) - \\ &\varphi \theta \mu E(\varepsilon_{t-s}) = \varphi \theta E(D_{t-1} \varepsilon_{t-s}) \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

Επομένως για τον υπολογισμό της συνδιακύμανσης $\text{Cov}(\varphi D_{t-1}, \theta \varepsilon_{t-s})$ θα πρέπει πρώτα να υπολογιστεί ο όρος $\varphi \theta E(D_{t-1} \varepsilon_{t-s})$. Για λόγους απλούστευσης, υποθέτουμε ότι $s = 4$, και με συνεχείς αντικαταστάσεις λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} D_{t-1} &= \delta + \varphi D_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1-4} = \delta + \varphi D_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-5} = \\ &= \delta \frac{1 - \varphi^4}{1 - \varphi} + \varphi^4 D_{t-5} + \varphi^3 \varepsilon_{t-4} + \varphi^2 \varepsilon_{t-3} + \varphi \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1} \\ &\quad + \theta (\varphi^3 \varepsilon_{t-8} + \varphi^2 \varepsilon_{t-7} + \varphi \varepsilon_{t-6} + \varepsilon_{t-5}) \end{aligned}$$

Επομένως

$$\varphi \theta E(D_{t-1} \varepsilon_{t-4}) = \varphi \theta E(\varphi^3 \varepsilon_{t-4}^2) = \varphi^4 \theta \sigma_\varepsilon^2 \quad (5.1.3)$$

Για την απόδειξη της σχέσης (5.1.3) βλέπε το παράρτημα

Γενικά λοιπόν ισχύει

$$\varphi \theta E(D_{t-1} \varepsilon_{t-s}) = \varphi^s \theta \sigma_\varepsilon^2$$

Αντικαθιστώντας λοιπόν λαμβάνουμε

$$\text{Var}(D_t) = \varphi^2 \text{Var}(D_{t-1}) + \sigma_\varepsilon^2 + \theta^2 \sigma_\varepsilon^2 + 2\varphi^s \theta \sigma_\varepsilon^2$$

$$\text{Θέτοντας } \text{Var}(D_t) = \text{Var}(D_{t-1}) = \gamma_0 \text{ θα έχουμε } \gamma_0 = \varphi^2 \gamma_0 + \sigma_\varepsilon^2 (1 + 2\varphi^s \theta + \theta^2)$$

οπότε λύνοντας ως προς γ_0 λαμβάνουμε

$$\gamma_0 = \sigma_\varepsilon^2 \frac{1 + 2\varphi^s \theta + \theta^2}{1 - \varphi^2} \quad (5.1.4)$$

5.2 Δυναμική εξέλιξη των παραγγελιών του λιανοπωλητή

Όταν η εποχική ζήτηση στον λιανοπωλητή ακολουθεί μια $SARMA(1,0) \times (0,1)_s$ διαδικασία τότε η συνολική ζήτηση που θα χρειαστεί να αντιμετωπίσει ο λιανοπωλητής

κατά την διάρκεια του χρόνου παράδοσης L ο οποίος θα ταυτίζεται με την διάρκεια του εποχικού προτύπου δηλαδή $L = s$

Το μέγεθος της ζήτησης στις χρονικές περιόδους $t + 1$ έως $t + s$ θα είναι

$$D_{t+1} = \delta + \varphi D_t + \varepsilon_{t+1} + \theta \varepsilon_{t-s+1} = \mu(1 - \varphi) + \varphi D_t + \varepsilon_{t+1} + \theta \varepsilon_{t-s+1}$$

$$\begin{aligned} D_{t+2} &= \delta + \varphi D_{t+1} + \varepsilon_{t+2} + \theta \varepsilon_{t-s+2} \\ &= \mu(1 - \varphi^2) + \varphi^2 D_t + \varphi \varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2} + \theta(\varphi \varepsilon_{t-s+1} + \varepsilon_{t-s+2}) \end{aligned} \quad (5.2.1)$$

$$\begin{aligned} D_{t+3} &= \delta + \varphi D_{t+2} + \varepsilon_{t+3} + \theta \varepsilon_{t-s+3} = \\ &= \mu(1 - \varphi^3) + \varphi^3 D_t + \varphi^2 \varepsilon_{t+1} + \varphi \varepsilon_{t+2} + \varepsilon_{t+3} + \theta(\varphi^2 \varepsilon_{t-s+1} + \varphi \varepsilon_{t-s+2} + \\ &\quad \varepsilon_{t-s+3}) \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

$$\begin{aligned} D_{t+4} &= \delta + \varphi D_{t+3} + \varepsilon_{t+4} + \theta \varepsilon_{t-s+4} = \\ &= \mu(1 - \varphi^4) + \varphi^4 D_t + \varphi^3 \varepsilon_{t+1} + \varphi^2 \varepsilon_{t+2} + \varphi \varepsilon_{t+3} + \varepsilon_{t+4} + \theta(\varphi^3 \varepsilon_{t-s+1} + \\ &\quad \varphi^2 \varepsilon_{t-s+2} + \varphi \varepsilon_{t-s+3} + \varepsilon_{t-s+4}) \end{aligned} \quad (5.2.3)$$

Για της αποδείξεις των παραπάνω σχέσεων βλέπε παράρτημα

Για την χρονική περίοδο $t + s$ έχουμε

$$\begin{aligned} D_{t+s} &= \mu(1 - \varphi^s) + \varphi^s D_t + (\varphi^{s-1} \varepsilon_{t+1} + \varphi^{s-2} \varepsilon_{t+2} + \dots + \varphi \varepsilon_{t+s-1} + \varepsilon_{t+s}) \\ &\quad + \theta(\varphi^{s-1} \varepsilon_{t-s+1} + \varphi^{s-2} \varepsilon_{t-s+2} + \dots + \varphi \varepsilon_{t-s+(s-1)} + \varepsilon_{t-s+s}) \end{aligned}$$

όπου s όπως έχουμε αναφέρει και παραπάνω είναι ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας στην ζήτηση που αντιμετωπίζει ο τελικός καταναλωτής.

Η πρόβλεψη ελαχίστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος $\widehat{D}_{t+m} = E(D_{t+m} | D_t)$ για $m = 1, 2, 3, \dots, s$ θα δίνεται από

$$\widehat{D}_{t+m} = \begin{cases} \mu(1 - \varphi) + \varphi D_t + \theta \varepsilon_{t-s+1}, & m = 1 \\ \mu(1 - \varphi^2) + \varphi^2 D_t + \theta(\varphi \varepsilon_{t-s+1} + \varepsilon_{t-s+2}), & m = 2 \\ \mu(1 - \varphi^3) + \varphi^3 D_t + \theta(\varphi^2 \varepsilon_{t-s+1} + \varphi \varepsilon_{t-s+2} + \varepsilon_{t-s+3}), & m = 3 \\ \mu(1 - \varphi^4) + \varphi^4 D_t + \theta(\varphi^3 \varepsilon_{t-s+1} + \varphi^2 \varepsilon_{t-s+2} + \varphi \varepsilon_{t-s+3} + \varepsilon_{t-s+4}), & m = 4 \\ \dots \\ \mu(1 - \varphi^s) + \varphi^s D_t + \theta(\varphi^{s-1} \varepsilon_{t-s+1} + \varphi^{s-2} \varepsilon_{t-s+2} + \dots + \varphi \varepsilon_{t-s+(s-1)} + \varepsilon_{t-s+s}), & m = s \end{cases}$$

Ας σημειωθεί εδώ ότι με το σενάριο της ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης από τους τελικούς καταναλωτές μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας στο τέλος της χρονικής περιόδου t είναι γνωστά η ζήτηση D_t καθώς και οι τιμές των σφαλμάτων $\varepsilon_{t-s+1}, \varepsilon_{t-s+2}, \dots, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t$. Αντίθετα

$$E(\varepsilon_{t+1}) = E(\varepsilon_{t+2}) = \dots = E(\varepsilon_{t+s}) = 0$$

Τα σφάλματα πρόβλεψης δίνονται από τη σχέση $e_{t+m} = D_{t+m} - \hat{D}_{t+m}$ και για $m = 1, 2, 3, \dots, s$ καταλήγουμε ότι

$$e_{t+m} = \begin{cases} \varepsilon_{t+1}, & m = 1 \\ \varphi \varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2}, & m = 2 \\ \varphi^2 \varepsilon_{t+1} + \varphi \varepsilon_{t+2} + \varepsilon_{t+3}, & m = 3 \\ \varphi^3 \varepsilon_{t+1} + \varphi^2 \varepsilon_{t+2} + \varphi \varepsilon_{t+3} + \varepsilon_{t+4}, & m = 4 \\ \dots \\ \varphi^{s-1} \varepsilon_{t+1} + \varphi^{s-2} \varepsilon_{t+2} + \dots + \varphi \varepsilon_{t+s-1} + \varepsilon_{t+s}, & m = s \end{cases}$$

Για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε την ποσότητα παραγγελίας που θα χρειαστεί να δώσει ο λιανοπωλητής προς τον προμηθευτή, αυτό που θα χρειαστεί να ισχύει ανάμεσα στην εφοδιαστική αλυσίδα είναι η ανταλλαγή δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Το στοχευμένο επίπεδο αποθέματος ισούται με

$$Y_t = M_t + z_\eta \sqrt{V_t}$$

όπου

$$M_t = \sum_{m=1}^s \hat{D}_{t+m} \quad (5.2.4)$$

Και η διακύμανση του αθροίσματος των σφαλμάτων πρόβλεψης για τις περιόδους από $t + 1$ έως $t + s$ είναι

$$V_t = \text{Var} \left(\sum_{m=1}^s e_{t+m} \right)$$

Ειδικότερα

$$M_t = \mu \sum_{m=1}^s (1 - \varphi^m) + D_t \sum_{m=1}^s \varphi^m + \theta \{ \varepsilon_{t-s+1} \sum_{m=0}^{s-1} \varphi^m + \varepsilon_{t-s+2} \sum_{m=0}^{s-2} \varphi^m + \dots + \varepsilon_{t-1} \sum_{m=0}^1 \varphi^m + \varepsilon_t \sum_{m=0}^0 \varphi^m \}$$

Για την απόδειξη της σχέσης (5.2.4) βλέπε παράρτημα

Οι επί μέρους όροι υπολογίζονται ως εξής:

$$\sum_{m=1}^s \varphi^m = \varphi + \varphi^2 + \varphi^3 + \dots + \varphi^s = \varphi(1 + \varphi + \varphi^2 + \varphi^3 + \dots + \varphi^{s-1})$$

$$= \frac{\varphi(1 - \varphi^s)}{1 - \varphi}$$

$$\mu \sum_{m=1}^s (1 - \varphi^m) + D_t \sum_{m=1}^s \varphi^m = s\mu - \frac{\varphi(1 - \varphi^s)}{1 - \varphi} \mu + \frac{\varphi(1 - \varphi^s)}{1 - \varphi} D_t$$

$$= s\mu + \frac{\varphi(1 - \varphi^s)}{1 - \varphi} (D_t - \mu)$$

$$\sum_{m=0}^{s-1} \varphi^m = 1 + \varphi + \varphi^2 + \varphi^3 + \dots + \varphi^{s-1} = \frac{1 - \varphi^s}{1 - \varphi}$$

$$\sum_{m=0}^{s-2} \varphi^m = 1 + \varphi + \varphi^2 + \varphi^3 + \dots + \varphi^{s-2} = \frac{1 - \varphi^{s-1}}{1 - \varphi}$$

...

$$\sum_{m=0}^1 \varphi^m = 1 + \varphi = \frac{1 - \varphi^2}{1 - \varphi}$$

$$\sum_{m=0}^0 \varphi^m = 1 = \frac{1 - \varphi}{1 - \varphi}$$

Επομένως

$$M_t = s\mu + \frac{\varphi(1 - \varphi^s)}{1 - \varphi} (D_t - \mu)$$

$$+ \frac{\theta}{1 - \varphi} \{(1 - \varphi^s)\varepsilon_{t-s+1} + (1 - \varphi^{s-1})\varepsilon_{t-s+2} + (1 - \varphi^{s-2})\varepsilon_{t-s+3}$$

$$+ \dots + (1 - \varphi^2)\varepsilon_{t-1} + (1 - \varphi)\varepsilon_t\}$$

και

$$M_{t-1} = s\mu + \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi}(D_{t-1} - \mu) \\ + \frac{\theta}{1-\varphi}\{(1-\varphi^s)\varepsilon_{t-s} + (1-\varphi^{s-1})\varepsilon_{t-s+1} + (1-\varphi^{s-2})\varepsilon_{t-s+2} + \dots \\ + (1-\varphi^2)\varepsilon_{t-2} + (1-\varphi)\varepsilon_{t-1}\}$$

$$M_t - M_{t-1} = \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi}D_t - \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi}D_{t-1} + \\ + \frac{\theta}{1-\varphi}\{(1-\varphi^s)\varepsilon_{t-s+1} + (1-\varphi^{s-1})\varepsilon_{t-s+2} + (1-\varphi^{s-2})\varepsilon_{t-s+3} + \dots \\ + (1-\varphi^2)\varepsilon_{t-1} + (1-\varphi)\varepsilon_t\} - \\ - \frac{\theta}{1-\varphi}\{(1-\varphi^s)\varepsilon_{t-s} + (1-\varphi^{s-1})\varepsilon_{t-s+1} + (1-\varphi^{s-2})\varepsilon_{t-s+2} + \dots \\ + (1-\varphi^2)\varepsilon_{t-2} + (1-\varphi)\varepsilon_{t-1}\}$$

Αλλά

$$(1-\varphi^s)\varepsilon_{t-s+1} - (1-\varphi^{s-1})\varepsilon_{t-s+1} = \varepsilon_{t-s+1}(1-\varphi^s - 1 + \varphi^{s-1}) \\ = \varphi^{s-1}(1-\varphi)\varepsilon_{t-s+1}$$

$$(1-\varphi^{s-1})\varepsilon_{t-s+2} - (1-\varphi^{s-2})\varepsilon_{t-s+2} = \varphi^{s-2}(1-\varphi)\varepsilon_{t-s+2}$$

...

$$(1-\varphi^2)\varepsilon_{t-1} - (1-\varphi)\varepsilon_{t-1} = \varphi(1-\varphi)\varepsilon_{t-1}$$

Άρα

$$M_t - M_{t-1} = \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi}D_t - \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi}D_{t-1} - \frac{\theta(1-\varphi^s)}{1-\varphi}\varepsilon_{t-s} \\ + \theta(\varphi^{s-1}\varepsilon_{t-s+1} + \varphi^{s-2}\varepsilon_{t-s+2} + \dots + \varphi\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t)$$

Επομένως το μέγεθος των παραγγελιών στο τέλος της περιόδου t θα δίνεται από την σχέση

$$q_t = D_t + (M_t - M_{t-1}) \\ = D_t + \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi}D_t - \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi}D_{t-1} - \frac{\theta(1-\varphi^s)}{1-\varphi}\varepsilon_{t-s} \\ + \theta(\varphi^{s-1}\varepsilon_{t-s+1} + \varphi^{s-2}\varepsilon_{t-s+2} + \dots + \varphi\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t)$$

Αλλά

$$D_t + \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi} D_t = \left(1 + \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi}\right) D_t = \frac{1-\varphi + \varphi - \varphi^{s+1}}{1-\varphi} = \frac{1-\varphi^{s+1}}{1-\varphi}$$

Έτσι καταλήγουμε ότι

$$q_t = \mu(1-\varphi^{s+1}) + \varphi^{s+1}D_{t-1} + \theta(\varphi^s\varepsilon_{t-s} + \varphi^{s-1}\varepsilon_{t-s+1} + \varphi^{s-2}\varepsilon_{t-s+2} + \dots + \varphi\varepsilon_{t-1}) + \left[\frac{1-\varphi^{s+1}}{1-\varphi} + \theta\right]\varepsilon_t \quad (5.2.5)$$

Για την απόδειξη της σχέσης (5.2.5) βλέπε παράρτημα

5.3 Διακύμανση παραγγελιών του λιανοπωλητή και ο λόγος Bullwhip

Στην συνέχεια θα προχωρήσουμε στον υπολογισμό της διακύμανσης των παραγγελιών του λιανοπωλητή και στον υπολογισμό της επίδρασης του φαινομένου Bullwhip για διάφορες τιμές του s που αφορά τον χρόνο διάρκειας της εποχικότητας και με το L που αφορά τον χρόνο παράδοσης του προϊόντος να είναι ίδιος με το s . Η διακύμανση βάση της σχέσης (5.2.5) και για τις τιμές της εποχικότητας $s = 2, 4, 6$ είναι:

Για $s = 2$ έχουμε:

$$q_t = \mu(1-\varphi^3) + \varphi^3D_{t-1} + \theta(\varphi^2\varepsilon_{t-2} + \varphi\varepsilon_{t-1}) + \left[\frac{1-\varphi^3}{1-\varphi} + \theta\right]\varepsilon_t$$

$$q_t = \mu(1-\varphi^3) + \varphi^3D_{t-1} + \theta\varphi^2\varepsilon_{t-2} + \theta\varphi\varepsilon_{t-1} + \left[\frac{(1-\varphi)(1+\varphi+\varphi^2)}{1-\varphi} + \theta\right]\varepsilon_t$$

$$q_t = \mu(1-\varphi^3) + \varphi^3D_{t-1} + \theta\varphi^2\varepsilon_{t-2} + \theta\varphi\varepsilon_{t-1} + (1+\varphi+\varphi^2+\theta)\varepsilon_t$$

$$\begin{aligned} Var(q_t) &= \varphi^6 Var(D_{t-1}) + \theta^2\varphi^4\sigma_\varepsilon^2 + \theta^2\varphi^2\sigma_\varepsilon^2 + (1+\varphi+\varphi^2+\theta)^2\sigma_\varepsilon^2 \\ &\quad + 2\varphi^5\theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-2}) + 2\varphi^4\theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-1}) \\ &\quad + 2\varphi^3(1+\varphi+\varphi^2+\theta)Cov(D_{t-1}, \varepsilon_t) + 2\theta^2\varphi^4Cov(\varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-1}) \\ &\quad + 2\theta\varphi^2(1+\varphi+\varphi^2+\theta)Cov(\varepsilon_{t-2}, \varepsilon_t) \\ &\quad + 2\theta\varphi(1+\varphi+\varphi^2+\theta)Cov(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t) \end{aligned}$$

$$2\varphi^3(1+\varphi+\varphi^2+\theta)Cov(D_{t-1}, \varepsilon_t) = 0$$

$$2\theta\varphi^2(1+\varphi+\varphi^2+\theta)Cov(\varepsilon_{t-2}, \varepsilon_t) = 0$$

$$2\theta\varphi(1+\varphi+\varphi^2+\theta)Cov(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t) = 0$$

Έτσι καταλήγουμε ότι η διακύμανση των παραγγελιών του λιανοπωλητή δίνεται από την σχέση:

$$Var(q_t) = \left(\frac{1-\varphi^2}{1-\varphi}\right)^2 + \frac{\varphi^2+2\theta\varphi^2+\theta^2}{1-\varphi^2}\sigma_\varepsilon^2$$

Στην συνέχεια για $s = 4$ έχουμε:

$$q_t = \mu(1 - \varphi^5) + \varphi^5 D_{t-1} + \theta(\varphi^4 \varepsilon_{t-4} + \varphi^3 \varepsilon_{t-3} + \varphi^2 \varepsilon_{t-2} + \varphi \varepsilon_{t-1}) + \left[\frac{1 - \varphi^5}{1 - \varphi} + \theta \right] \varepsilon_t$$

$$q_t = \mu(1 - \varphi^5) + \varphi^5 D_{t-1} + \theta \varphi^4 \varepsilon_{t-4} + \theta \varphi^3 \varepsilon_{t-3} + \theta \varphi^2 \varepsilon_{t-2} + \theta \varphi \varepsilon_{t-1} + \left[\frac{(1 - \varphi)(1 + \varphi + \varphi^4)}{1 - \varphi} + \theta \right] \varepsilon_t$$

$$q_t = \mu(1 - \varphi^5) + \varphi^5 D_{t-1} + \theta \varphi^4 \varepsilon_{t-4} + \theta \varphi^3 \varepsilon_{t-3} + \theta \varphi^2 \varepsilon_{t-2} + \theta \varphi \varepsilon_{t-1} + (1 + \varphi + \varphi^4 + \theta) \varepsilon_t$$

$$\begin{aligned} Var(q_t) = & \varphi^{10} Var(D_{t-1}) + \theta^2 \varphi^8 \sigma_\varepsilon^2 + \theta^2 \varphi^6 \sigma_\varepsilon^2 + \theta^2 \varphi^4 \sigma_\varepsilon^2 + \theta^2 \varphi^2 \sigma_\varepsilon^2 \\ & + (1 + \varphi + \varphi^4 + \theta)^2 \sigma_\varepsilon^2 + 2\varphi^9 \theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-4}) \\ & + 2\varphi^8 \theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-3}) + 2\varphi^7 \theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-2}) \\ & + 2\varphi^6 \theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-1}) + 2\theta^2 \varphi^7 Cov(\varepsilon_{t-4}, \varepsilon_{t-3}) \\ & + 2\theta^2 \varphi^6 Cov(\varepsilon_{t-4}, \varepsilon_{t-2}) + 2\theta^2 \varphi^5 Cov(\varepsilon_{t-4}, \varepsilon_{t-1}) \\ & + 2\theta^2 \varphi^5 Cov(\varepsilon_{t-3}, \varepsilon_{t-2}) + 2\theta^2 \varphi^4 Cov(\varepsilon_{t-3}, \varepsilon_{t-1}) \\ & + 2\theta^2 \varphi^3 Cov(\varepsilon_{t-4}, \varepsilon_{t-1}) \end{aligned}$$

Έτσι καταλήγουμε ότι η διακύμανση των παραγγελιών του λιανοπωλητή δίνεται από την σχέση:

$$Var(q_t) = \left(\frac{1 - \varphi^4}{1 - \varphi} \right)^2 + \frac{\varphi^4 + 2\theta\varphi^4 + \theta^2}{1 - \varphi^2} \sigma_\varepsilon^2$$

Τέλος για $s = 6$ έχουμε:

$$q_t = \mu(1 - \varphi^5) + \varphi^5 D_{t-1} + \theta(\varphi^4 \varepsilon_{t-4} + \varphi^3 \varepsilon_{t-3} + \varphi^2 \varepsilon_{t-2} + \varphi \varepsilon_{t-1}) + \left[\frac{1 - \varphi^7}{1 - \varphi} + \theta \right] \varepsilon_t$$

$$\begin{aligned} q_t = & \mu(1 - \varphi^7) + \varphi^7 D_{t-1} \\ & + \theta(\varphi^6 \varepsilon_{t-6} + \varphi^5 \varepsilon_{t-5} + \varphi^4 \varepsilon_{t-4} + \varphi^3 \varepsilon_{t-3} + \varphi^2 \varepsilon_{t-2} + \varphi \varepsilon_{t-1}) \\ & + \left[\frac{1 - \varphi^6}{1 - \varphi} + \theta \right] \varepsilon_t \end{aligned}$$

$$q_t = \mu(1 - \varphi^7) + \varphi^7 D_{t-1} + \theta \varphi^6 \varepsilon_{t-6} + \theta \varphi^5 \varepsilon_{t-5} + \theta \varphi^4 \varepsilon_{t-4} + \theta \varphi^3 \varepsilon_{t-3} \\ + \theta \varphi^2 \varepsilon_{t-2} + \theta \varphi \varepsilon_{t-1} + \left[\frac{(1 - \varphi)(1 + \varphi + \varphi^5)}{1 - \varphi} + \theta \right] \varepsilon_t$$

$$q_t = \mu(1 - \varphi^7) + \varphi^7 D_{t-1} + \theta \varphi^6 \varepsilon_{t-6} + \theta \varphi^5 \varepsilon_{t-5} + \theta \varphi^4 \varepsilon_{t-4} + \theta \varphi^3 \varepsilon_{t-3} \\ + \theta \varphi^2 \varepsilon_{t-2} + \theta \varphi \varepsilon_{t-1} + (1 + \varphi + \varphi^5 + \theta) \varepsilon_t$$

$$\begin{aligned} Var(q_t) = & \varphi^{14} Var(D_{t-1}) + \theta^2 \varphi^{12} \sigma_\varepsilon^2 + \theta^2 \varphi^{10} \sigma_\varepsilon^2 + \theta^2 \varphi^8 \sigma_\varepsilon^2 + \theta^2 \varphi^6 \sigma_\varepsilon^2 + \theta^2 \varphi^4 \sigma_\varepsilon^2 \\ & + \theta^2 \varphi^2 \sigma_\varepsilon^2 + (1 + \varphi + \varphi^5 + \theta)^2 \sigma_\varepsilon^2 + 2\varphi^{13} \theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-6}) \\ & + 2\varphi^{12} \theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-5}) + 2\varphi^{11} \theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-4}) \\ & + 2\varphi^{10} \theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-3}) + 2\varphi^9 \theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-2}) \\ & + 2\varphi^8 \theta Cov(D_{t-1}, \varepsilon_{t-1}) + 2\varphi^{11} \theta^2 Cov(\varepsilon_{t-6}, \varepsilon_{t-5}) \\ & + 2\theta^2 \varphi^{10} Cov(\varepsilon_{t-6}, \varepsilon_{t-4}) + 2\theta^2 \varphi^9 Cov(\varepsilon_{t-6}, \varepsilon_{t-3}) \\ & + 2\theta^2 \varphi^8 Cov(\varepsilon_{t-6}, \varepsilon_{t-2}) + 2\theta^2 \varphi^7 Cov(\varepsilon_{t-6}, \varepsilon_{t-1}) \\ & + 2\theta^2 \varphi^9 Cov(\varepsilon_{t-5}, \varepsilon_{t-4}) + 2\theta^2 \varphi^8 Cov(\varepsilon_{t-5}, \varepsilon_{t-3}) \\ & + 2\theta^2 \varphi^7 Cov(\varepsilon_{t-5}, \varepsilon_{t-2}) + 2\theta^2 \varphi^6 Cov(\varepsilon_{t-5}, \varepsilon_{t-1}) \\ & + 2\theta^2 \varphi^7 Cov(\varepsilon_{t-4}, \varepsilon_{t-3}) + 2\theta^2 \varphi^6 Cov(\varepsilon_{t-4}, \varepsilon_{t-2}) \\ & + 2\theta^2 \varphi^5 Cov(\varepsilon_{t-4}, \varepsilon_{t-1}) + 2\theta^2 \varphi^5 Cov(\varepsilon_{t-3}, \varepsilon_{t-2}) \\ & + 2\theta^2 \varphi^4 Cov(\varepsilon_{t-3}, \varepsilon_{t-1}) + 2\theta^2 \varphi^3 Cov(\varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-1}) \end{aligned}$$

Έτσι καταλήγουμε ότι η διακύμανση των παραγγελιών του λιανοπωλητή δίνεται από την σχέση:

$$Var(q_t) = \left(\frac{1 - \varphi^6}{1 - \varphi} \right)^2 + \frac{\varphi^6 + 2\theta\varphi^6 + \theta^2}{1 - \varphi^2} \sigma_\varepsilon^2$$

Όπως έχουμε αναφέρει ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας και χρόνος παράδοσης του προϊόντος θα είναι ίδιος στην περίπτωση μας ($L = s$) Έτσι έχουμε:

1. Όταν ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας είναι $s = 2$ η σχέση Bullwhip διαμορφώνεται ως εξής:

$$BW(\varphi, \theta) = \frac{\left(\frac{1 - \varphi^2}{1 - \varphi} \right)^2 + \frac{\varphi^2 + 2\theta\varphi^2 + \theta^2}{1 - \varphi^2} \sigma_\varepsilon^2}{\frac{1 + 2\varphi^2\theta + \theta^2}{1 - \varphi^2} \sigma_\varepsilon^2} = 1 + \frac{(\varphi^2 + \varphi)(1 - \varphi^2)}{(1 + 2\theta\varphi^2 + \theta^2)}$$

2. Όταν ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας είναι $s = 4$ η σχέση Bullwhip διαμορφώνεται ως εξής:

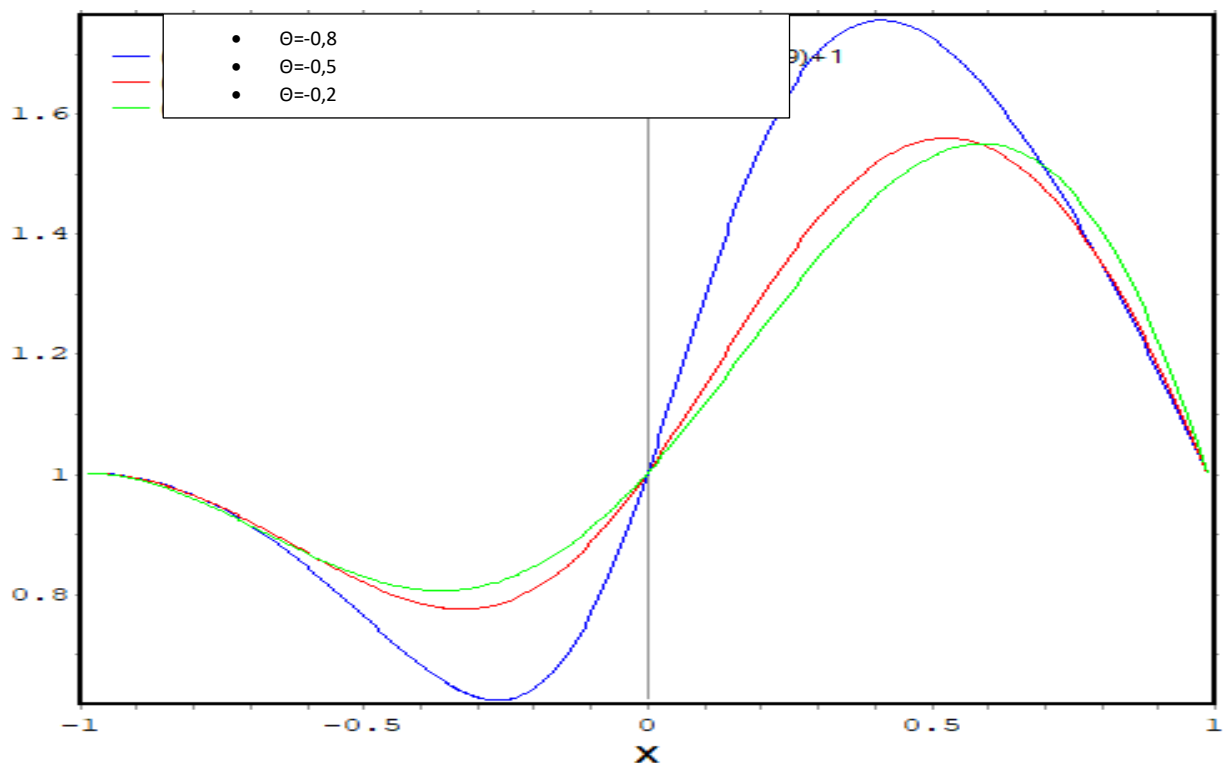
$$BW(\varphi, \theta) = \frac{\left(\frac{1-\varphi^4}{1-\varphi}\right)^2 + \frac{\varphi^4 + 2\theta\varphi^4 + \theta^2}{1-\varphi^2} \sigma_\varepsilon^2}{\frac{1 + 2\varphi^4\theta + \theta^2}{1-\varphi^2} \sigma_\varepsilon^2} = 1 + \frac{(\varphi^2 + \varphi)(1 - \varphi^4)}{(1 + 2\theta\varphi^4 + \theta^2)}$$

3. Όταν ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας είναι $s = 6$ η σχέση Bullwhip διαμορφώνεται ως εξής:

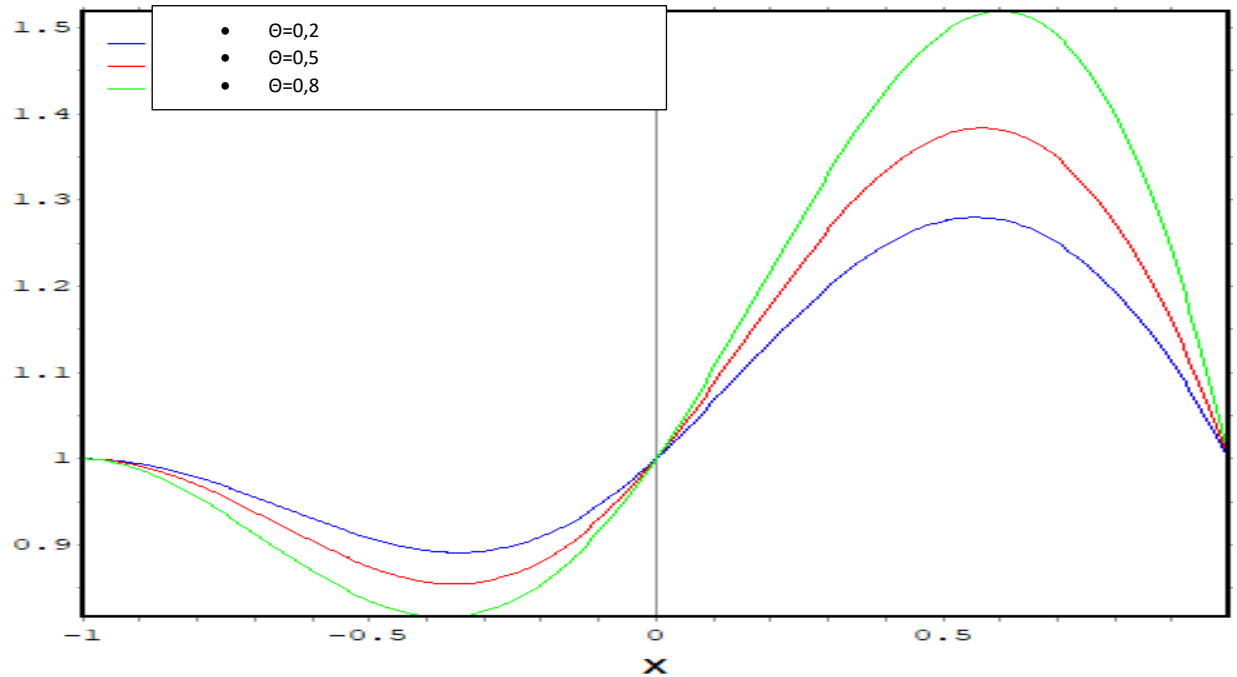
$$BW(\varphi, \theta) = \frac{\left(\frac{1-\varphi^6}{1-\varphi}\right)^2 + \frac{\varphi^6 + 2\theta\varphi^6 + \theta^2}{1-\varphi^2} \sigma_\varepsilon^2}{\frac{1 + 2\varphi^6\theta + \theta^2}{1-\varphi^2} \sigma_\varepsilon^2} = 1 + \frac{(\varphi^2 + \varphi)(1 - \varphi^6)}{(1 + 2\theta\varphi^6 + \theta^2)}$$

Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε την γραφική απεικόνιση του φαινομένου Bullwhip όταν ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας s παίρνει τις τιμές $s = 2, 4, 6$. Για την γραφική απεικόνιση των παραπάνω περιπτώσεων θα θεωρήσουμε ότι $-1 < \varphi < 1$ και το θ να παίρνει διάφορες τιμές αρνητικές και θετικές.

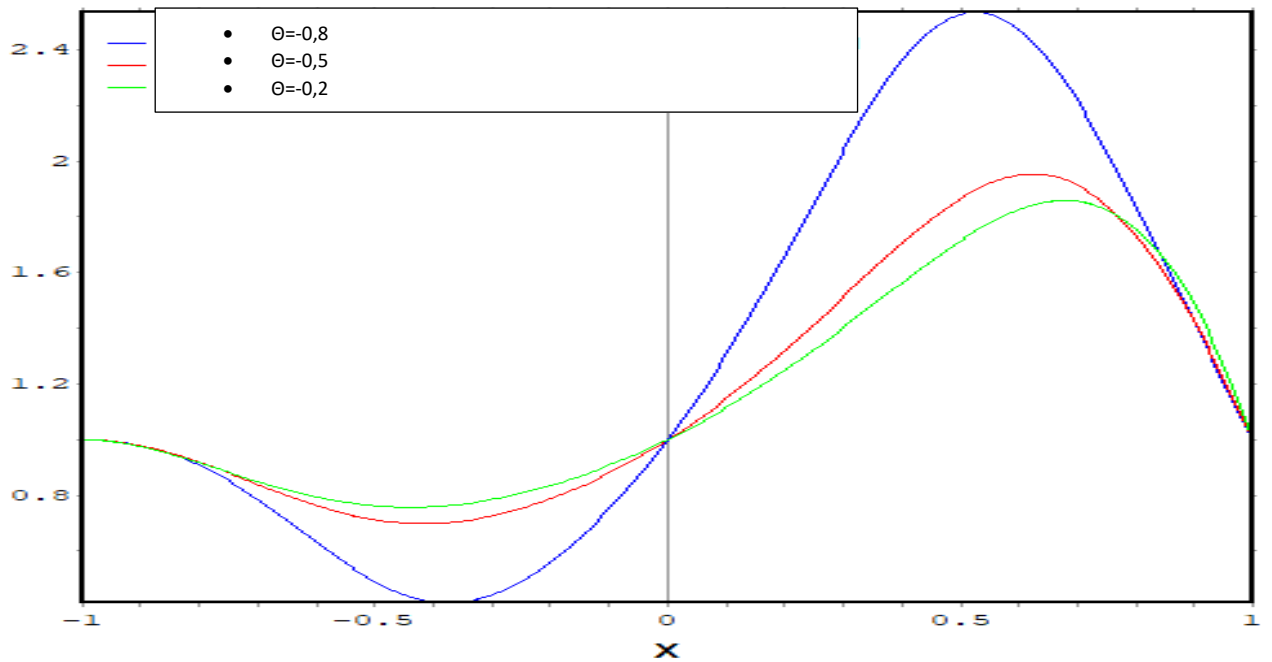
Γράφημα 3: Επίδραση Bullwhip για $s = 2$, $-1 < \varphi < 1$ όπου φ είναι ο οριζόντιος άξονας χ και $\theta = -0.8, -0.5, -0.2$



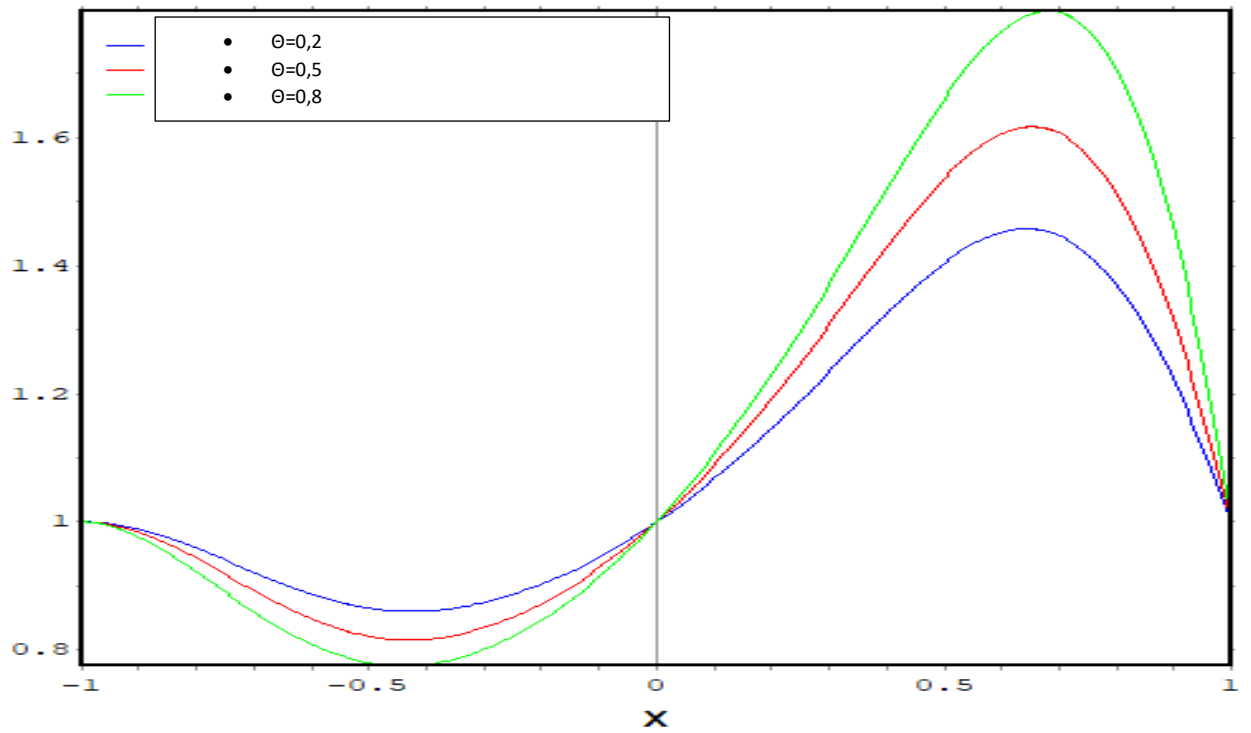
Γράφημα 4: Επίδραση Bullwhip για $s = 2$, $-1 < \varphi < 1$ όπου φ είναι ο οριζόντιος άξονας x και $\theta = 0.2, 0.5, 0.8$



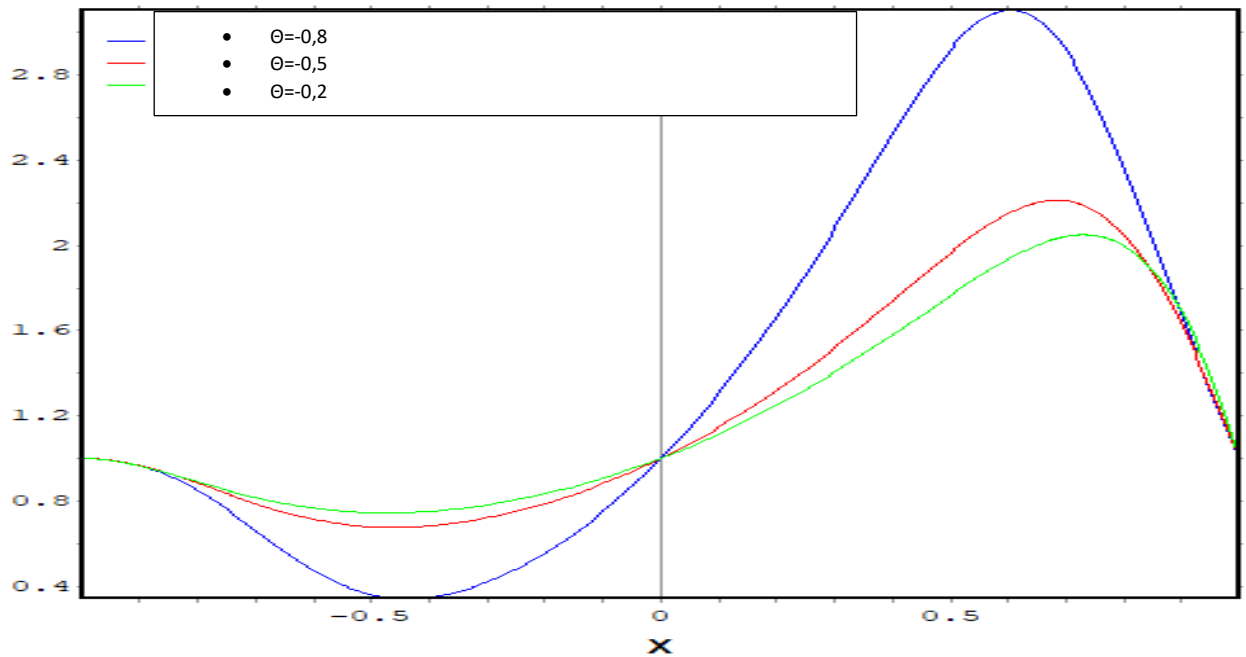
Γράφημα 5: Επίδραση Bullwhip για $s = 4$, $-1 < \varphi < 1$ όπου φ είναι ο οριζόντιος άξονας x και $\theta = -0.8, -0.5, -0.2$



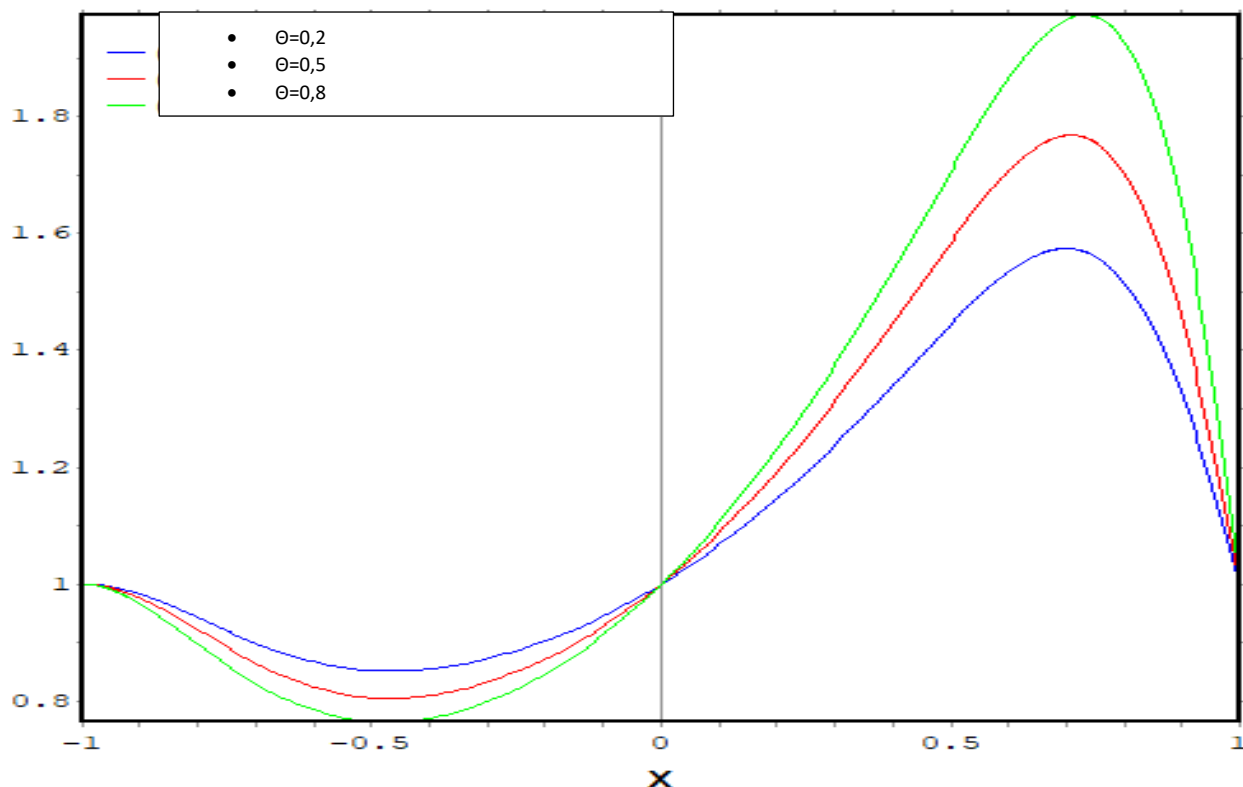
Γράφημα 6: Επίδραση Bullwhip για $s = 4$, $-1 < \varphi < 1$ όπου φ είναι ο οριζόντιος άξονας x και $\theta = 0.2, 0.5, 0.8$



Γράφημα 7: Επίδραση Bullwhip για $s = 6$, $-1 < \varphi < 1$ όπου φ είναι ο οριζόντιος άξονας x και $\theta = -0.8, -0.5, -0.2$



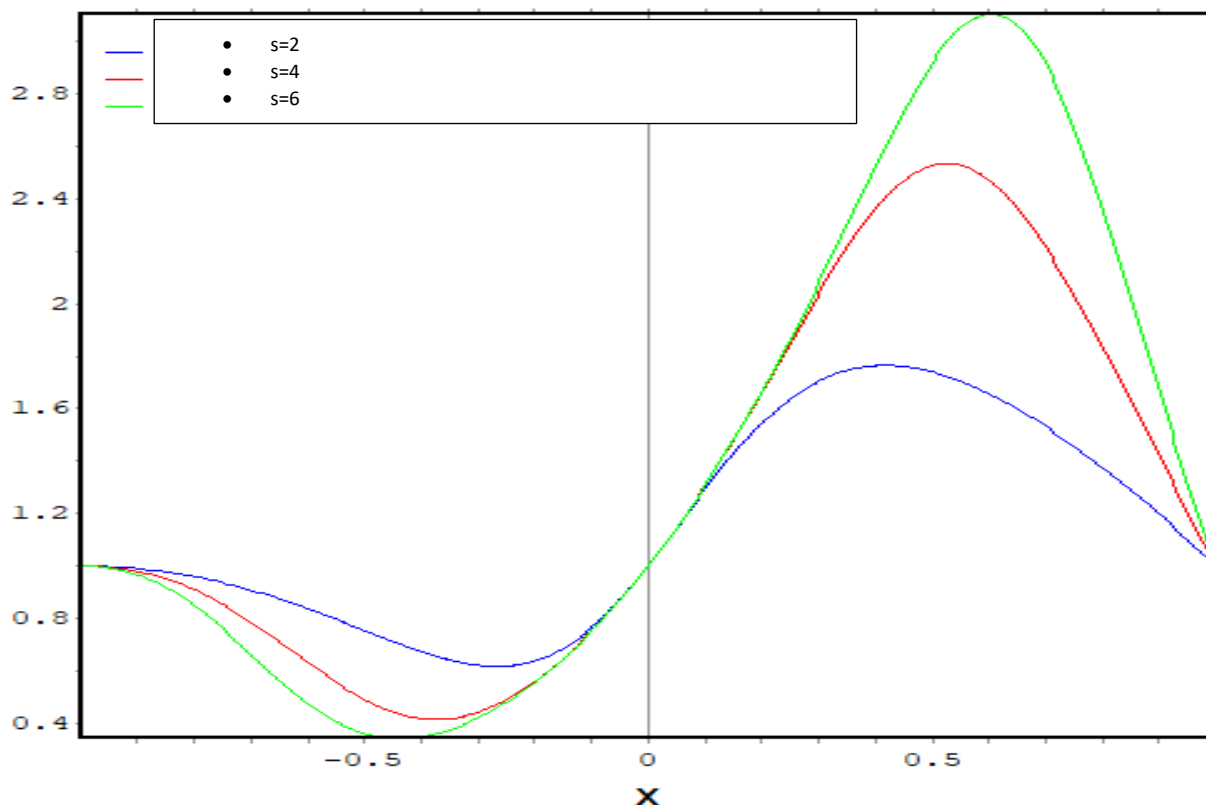
Γράφημα 8: Επίδραση Bullwhip για $s = 6$, $-1 < \varphi < 1$ όπου φ είναι ο οριζόντιος άξονας χ και $\theta = 0.2, 0.5, 0.8$



Για τα γραφήματα 4,6,8 για $0 < \theta < 1$, για αρνητικές τιμές του φ ο λόγος Bullwhip αρχικά μειώνεται όσο το φ απομακρύνεται από το -1 και στη συνέχεια αυξάνεται όσο το φ πλησιάζει το 0 . Στην περίπτωση αρνητικού φ ο λόγος Bullwhip μειώνεται όσο αυξάνει το θ . Αντίθετα για θετικές τιμές φ ο λόγος Bullwhip αρχικά αυξάνεται όσο το φ απομακρύνεται από το 0 , φθάνει σε ένα μέγιστο σημείο και στη συνέχεια μειώνεται όσο το φ πλησιάζει το 1 . Αντίθετα με την περίπτωση αρνητικού φ , με το φ θετικό, ο λόγος Bullwhip αυξάνεται όσο αυξάνει το θ .

Για τα γραφήματα 3,5,7 για $-1 < \theta < 0$, για αρνητικές τιμές του φ ο λόγος Bullwhip αρχικά μειώνεται όσο το φ απομακρύνεται από το -1 και στη συνέχεια αυξάνεται όσο πλησιάζει το 0 . Στην περίπτωση αρνητικού φ ο λόγος Bullwhip μειώνεται για αρνητικές τιμές του θ . Αντίθετα για θετικές του φ ο λόγος Bullwhip αρχικά αυξάνεται όσο το φ απομακρύνεται από το 0 , φθάνει σε ένα μέγιστο σημείο και στη συνέχεια μειώνεται όσο το φ πλησιάζει το 1 . Αντίθετα με την περίπτωση αρνητικού φ , με το φ θετικό, ο λόγος Bullwhip αυξάνεται για αρνητικές τιμές του θ .

Γράφημα 9: Επίδραση Bullwhip για $s = 2, 4, 6$, $-1 < \varphi < 1$ όπου φ είναι ο οριζόντιος άξονας x και $\theta = -0.8$



Όπως παρατηρούμε από το γράφημα 9 για τιμές του χρόνου διάρκειας της εποχικότητας $s = 2, 4, 6$ για $\theta = -0.8$ για αρνητικές τιμές του φ ο λόγος Bullwhip αρχικά μειώνεται όσο το φ απομακρύνεται από το -1 και στη συνέχεια αυξάνει όσο πλησιάζει το 0 . Στην περίπτωση αρνητικού φ ο λόγος Bullwhip μειώνεται όταν το θ είναι αρνητικό. Αντίθετα για θετικές τιμές του φ ο λόγος Bullwhip αρχικά αυξάνεται όσο το φ απομακρύνεται από 0 , φθάνει σε ένα μέγιστο σημείο και στη συνέχεια μειώνεται όσο το φ πλησιάζει το 1 . Στην περίπτωση που το φ είναι θετικό ο λόγος Bullwhip αυξάνεται όταν το θ είναι αρνητικό. Επίσης αυτό που παρατηρούμε είναι ότι όσο μικρότερος είναι ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας s αυτό οδηγεί σε άμβλυνση του φαινομένου.

Συμπεράσματα – προτάσεις

Συμπερασματικά λοιπόν, αυτό που είδαμε στην συγκεκριμένη εργασία είναι η εφοδιαστική αλυσίδα δυο σταδίων ανάμεσα στον έμπορο λιανικής και στον προμηθευτή με την ζήτηση να εμφανίζει εποχικότητα από τους τελικούς καταναλωτές. Υποθέσαμε ότι ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας, s , είναι ίδιος με τον χρόνο παράδοσης του προϊόντος, L , λόγω πολυπλοκότητας ανάλυσης όταν οι τιμές των L και s διαφέρουν. Είδαμε πως η ζήτηση που αντιμετωπίζει ο λιανοπωλητής περιγράφεται από τα εποχικά υποδείγματα $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$, $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$ και $SARMA(1,0) \times (0,1)_s$. Παρατηρήσαμε πως το φαινόμενο Bullwhip επηρεάζει τα δυο στάδια της εφοδιαστικής αλυσίδας παρόλο που ο προμηθευτής και ο λιανοπωλητής ακολουθούν τη πολιτική της πλήρους ανταλλαγής δεδομένων ζήτησης από τους τελικούς καταναλωτές.

Στο 1^ο κεφάλαιο της εργασίας προχωρήσαμε στο ορισμό της διαχείρισης μιας εφοδιαστικής αλυσίδας, στους παράγοντες που την επηρεάζουν καθώς και στις δραστηριότητες, τα χαρακτηριστικά και τις λειτουργίες μιας εφοδιαστικής αλυσίδας. Στο 2^ο κεφάλαιο μέσω ανασκόπησης από έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί για το φαινόμενο Bullwhip, είδαμε τις αιτίες που οδηγούν σε αυτό, την αντιμετώπισή του μέσω της αξίας της ανταλλαγής των δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας καθώς και της μεθόδου υπολογισμού του.

Στο κεφάλαιο 3 εξετάσαμε την εμφάνιση στη ζήτηση της εποχικότητας με την χρήση του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου $SARMA(0,0) \times (1,0)_s$ και με τον συντελεστή αυτοσυσχέτισης Φ να είναι ανάμεσα στις τιμές $-1 < \Phi < 1$ και τις τιμές του χρόνου διάρκειας της εποχικότητας να είναι $s = 2,4,6$. Αυτό που παρατηρήσαμε μέσω γραφικής απεικόνισης είναι ότι για αρνητικές του Φ ο λόγος Bullwhip αρχικά μειώνεται όσο το Φ απομακρύνεται από το -1 και στη συνέχεια αυξάνεται όσο το Φ πλησιάζει το 0 . Αντίθετα στην περίπτωση των θετικών τιμών του Φ ο λόγος Bullwhip αυξάνεται όσο το Φ απομακρύνεται από το 0 , φθάνει σε ένα μέγιστο σημείο και στη συνέχεια μειώνεται όσο το Φ πλησιάζει το 1 . Στο κεφάλαιο 4 με την χρήση του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου $SARMA(0,0) \times (0,1)_s$ ανεξάρτητα του μεγέθους του χρόνου διάρκειας της εποχικότητας $s = 2,4,6$, παρατηρήσαμε ότι όσο η τιμή της παραμέτρου Θ αυξάνεται από -1 στο $+1$ ο λόγος Bullwhip αυξάνεται. Ειδικότερα είδαμε ότι όταν $-1 < \Theta < 0$ ο λόγος Bullwhip κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1 κάτι που

υποδηλώνει ότι η διακύμανση των παραγγελιών του λιανοπωλητή προς τον προμηθευτή είναι μικρότερη από την διακύμανση της ζήτησης που αντιμετωπίζει ο λιανοπωλητής (φαινόμενο Anti-Bullwhip). Αντίθετα η διακύμανση των παραγγελιών του λιανοπωλητή είναι μεγαλύτερη της διακύμανσης της ζήτησής του για τιμές Θ μεταξύ 0 και 1 (φαινόμενο Bullwhip). Επίσης παρατηρήσαμε ότι όσο το Θ προσεγγίζει το 1 τόσο μεγαλύτερος γίνεται ο λόγος Bullwhip.

Στο κεφάλαιο 5 της έρευνάς μας, εξετάσαμε την εμφάνιση στη ζήτηση της εποχικότητας μέσω του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου $SARMA(1,0) \times (0,1)_s$. Παρατηρήσαμε ότι για $0 < \theta < 1$ και για αρνητικές τιμές του ϕ ο λόγος Bullwhip αρχικά μειώνεται όσο το ϕ απομακρύνεται από το -1 και στη συνέχεια αυξάνεται όσο το ϕ πλησιάζει το 0. Στην περίπτωση αρνητικού ϕ ο λόγος Bullwhip μειώνεται όσο αυξάνει το Θ . Στην αντίθετη περίπτωση των θετικών του ϕ ο λόγος Bullwhip αρχικά αυξάνεται όσο το ϕ απομακρύνεται από το 0, φθάνει σε ένα μέγιστο σημείο και στη συνέχεια μειώνεται όσο το ϕ πλησιάζει το 1. Αντίθετα με την περίπτωση αρνητικού ϕ , με το ϕ θετικό, ο λόγος Bullwhip αυξάνεται όσο αυξάνει το Θ . Στην συνέχεια όταν το $-1 < \theta < 0$, για αρνητικές τιμές του ϕ ο λόγος Bullwhip αρχικά μειώνεται όσο το ϕ απομακρύνεται από το -1 και στη συνέχεια αυξάνεται όσο πλησιάζει το 0. Στην περίπτωση αρνητικού ϕ ο λόγος Bullwhip μειώνεται για αρνητικές τιμές του Θ . Αντίθετα για θετικές του ϕ ο λόγος Bullwhip αρχικά αυξάνεται όσο το ϕ απομακρύνεται από το 0, φθάνει σε ένα μέγιστο σημείο και στη συνέχεια μειώνεται όσο το ϕ πλησιάζει το 1. Αντίθετα με την περίπτωση αρνητικού ϕ , με το ϕ θετικό, ο λόγος Bullwhip αυξάνεται για αρνητικές του Θ .

Επίσης στο συγκεκριμένο κεφάλαιο είδαμε ότι για τιμές του χρόνου διάρκειας της εποχικότητας $s = 2,4,6$ για $\theta = -0.8$ για αρνητικές τιμές του ϕ ο λόγος Bullwhip αρχικά μειώνεται όσο το ϕ απομακρύνεται από το -1 και στη συνέχεια αυξάνει όσο πλησιάζει το 0. Στην περίπτωση αρνητικού ϕ ο λόγος Bullwhip μειώνεται όταν το Θ είναι αρνητικό, ενώ για θετικές τιμές του ϕ ο λόγος Bullwhip αρχικά αυξάνεται όσο το ϕ απομακρύνεται από 0, φθάνει σε ένα μέγιστο σημείο και στη συνέχεια μειώνεται όσο το ϕ πλησιάζει το 1. Στην περίπτωση που το ϕ είναι θετικό ο λόγος Bullwhip αυξάνεται όταν το Θ είναι αρνητικό. Επίσης αυτό που παρατηρήσαμε είναι ότι όσο μικρότερος είναι ο χρόνος διάρκειας της εποχικότητας s αυτό οδηγεί σε άμβλυνση του φαινομένου Bullwhip.

Τα δεδομένα που λάβαμε από την συγκεκριμένη εργασία μας δίνουν πολύτιμες πληροφορίες σχετικά με την απόδοση μιας εφοδιαστικής αλυσίδας δυο σταδίων με την χρήση σε αυτή της εποχικότητας στην ζήτηση των τελικών καταναλωτών, καθώς και τα οφέλη που έχουμε από την ανταλλαγή δεδομένων ζήτησης μεταξύ των δυο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας, δηλαδή του λιανοπωλητή και του προμηθευτή. Έτσι η έρευνα που πραγματοποιήσαμε θα δώσει στοιχεία στην επιστημονική βιβλιογραφία που θα είναι απαραίτητα για μελλοντικές έρευνες με τον χρόνο διάρκειας της εποχικότητας να παίρνει μεγαλύτερες τιμές αλλά και τα υποδείγματα που θα χρησιμοποιηθούν να είναι πιο πολύπλοκα.

Παράρτημα

Απόδειξη της σχέσης (5.1.3)

$$\begin{aligned} D_{t-1} &= \delta + \varphi D_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1-4} = \delta + \varphi D_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-5} = \\ &= \delta + \varphi(\delta + \varphi D_{t-3} + \varepsilon_{t-2} + \theta \varepsilon_{t-6}) + \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-5} = \\ &= \delta + \varphi\delta + \varphi^2 D_{t-3} + \varphi \varepsilon_{t-2} + \varphi\theta \varepsilon_{t-6} + \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-5} \\ &= \delta + \varphi\delta + \varphi^2(\delta + \varphi D_{t-4} + \varepsilon_{t-3} + \theta \varepsilon_{t-7}) + \varphi \varepsilon_{t-2} + \varphi\theta \varepsilon_{t-6} + \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-5} \\ &= \delta + \varphi\delta + \varphi^2\delta + \varphi^3 D_{t-4} + \varphi^2 \varepsilon_{t-3} + \varphi^2 \theta \varepsilon_{t-7} + \varphi \varepsilon_{t-2} + \varphi\theta \varepsilon_{t-6} + \varepsilon_{t-1} \\ &\quad + \theta \varepsilon_{t-5} \\ &= \delta + \varphi\delta + \varphi^2\delta + \varphi^3(\delta + \varphi D_{t-5} + \varepsilon_{t-4} + \theta \varepsilon_{t-8}) + \varphi^2 \varepsilon_{t-3} + \varphi^2 \theta \varepsilon_{t-7} + \varphi \varepsilon_{t-2} \\ &\quad + \varphi\theta \varepsilon_{t-6} + \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-5} = \\ &= \delta + \varphi\delta + \varphi^2\delta + \varphi^3\delta + \varphi^4 D_{t-5} + \varphi^3 \varepsilon_{t-4} + \varphi^3 \theta \varepsilon_{t-8} + \varphi^2 \varepsilon_{t-3} + \varphi^2 \theta \varepsilon_{t-7} \\ &\quad + \varepsilon_{t-2} + \varphi\theta \varepsilon_{t-6} + \varepsilon_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-5} = \\ &= \delta(1 + \varphi + \varphi^2 + \varphi^3) + \varphi^4 D_{t-5} + \varphi^3 \varepsilon_{t-4} + \varphi^2 \varepsilon_{t-3} + \varphi \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1} \\ &\quad + \theta(\varphi^3 \varepsilon_{t-8} + \varphi^2 \varepsilon_{t-7} + \varphi \varepsilon_{t-6} + \varepsilon_{t-5}) = \end{aligned}$$

Απόδειξη της σχέσης (5.2.1)

$$\begin{aligned} D_{t+2} &= \delta + \varphi D_{t+1} + \varepsilon_{t+2} + \theta \varepsilon_{t-s+2} \\ &= \delta + \varphi(\delta + \varphi D_t + \varepsilon_{t+1} + \theta \varepsilon_{t-s+1}) + \varepsilon_{t+2} + \theta \varepsilon_{t-s+2} = \\ &= \delta + \varphi\delta + \varphi^2 D_t + \varphi \varepsilon_{t+1} + \varphi\theta \varepsilon_{t-s+1} + \varepsilon_{t+2} + \theta \varepsilon_{t-s+2} = \\ &= \mu(1 - \varphi^2) + \varphi^2 D_t + \varphi \varepsilon_{t+1} + \varepsilon_{t+2} + \theta(\varphi \varepsilon_{t-s+1} + \varepsilon_{t-s+2}) \end{aligned}$$

Απόδειξη της σχέσης (5.2.2)

$$\begin{aligned} D_{t+3} &= \delta + \varphi D_{t+2} + \varepsilon_{t+3} + \theta \varepsilon_{t-s+3} = \\ &= \delta + \varphi(\delta + \varphi\delta + \varphi^2 D_t + \varphi \varepsilon_{t+1} + \varphi\theta \varepsilon_{t-s+1} + \varepsilon_{t+2} + \theta \varepsilon_{t-s+2}) + \varepsilon_{t+3} \\ &\quad + \theta \varepsilon_{t-s+3} = \\ &= \delta + \varphi\delta + \varphi^2\delta + \varphi^3 D_t + \varphi^2 \varepsilon_{t+1} + \varphi^2 \theta \varepsilon_{t-s+1} + \varphi \varepsilon_{t+2} + \varphi\theta \varepsilon_{t-s+2} + \varepsilon_{t+3} \\ &\quad + \theta \varepsilon_{t-s+3} \\ &= \mu(1 - \varphi^3) + \varphi^3 D_t + \varphi^2 \varepsilon_{t+1} + \varphi \varepsilon_{t+2} + \varepsilon_{t+3} + \theta(\varphi^2 \varepsilon_{t-s+1} + \varphi \varepsilon_{t-s+2} + \varepsilon_{t-s+3}) \end{aligned}$$

Απόδειξη της σχέσης (5.2.3)

$$\begin{aligned} D_{t+4} &= \delta + \varphi D_{t+3} + \varepsilon_{t+4} + \theta \varepsilon_{t-s+4} = \\ &= \delta + \varphi\{\mu(1 - \varphi^3) + \varphi^3 D_t + \varphi^2 \varepsilon_{t+1} + \varphi \varepsilon_{t+2} + \varepsilon_{t+3} \\ &\quad + \theta(\varphi^2 \varepsilon_{t-s+1} + \varphi \varepsilon_{t-s+2} + \varepsilon_{t-s+3})\} + \varepsilon_{t+4} + \theta \varepsilon_{t-s+4} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mu(1 - \varphi^4) + \varphi^4 D_t + \varphi^3 \varepsilon_{t+1} + \varphi^2 \varepsilon_{t+2} + \theta(\varphi^3 \varepsilon_{t-s+1} + \varphi^2 \varepsilon_{t-s+2} + \varphi \varepsilon_{t-s+3}) \\
&\quad + \varepsilon_{t+4} + \theta \varepsilon_{t-s+4} = \\
&= \mu(1 - \varphi^4) + \varphi^4 D_t + \varphi^3 \varepsilon_{t+1} + \varphi^2 \varepsilon_{t+2} + \varphi \varepsilon_{t+3} + \varepsilon_{t+4} \\
&\quad + \theta(\varphi^3 \varepsilon_{t-s+1} + \varphi^2 \varepsilon_{t-s+2} + \varphi \varepsilon_{t-s+3} + \varepsilon_{t-s+4})
\end{aligned}$$

Απόδειξη της σχέσης (5.2.4)

$$\begin{aligned}
M_t &= \sum_{m=1}^s \widehat{D}_{t+m} = E \left(\sum_{m=1}^s D_{t+m} I D_t \right) \\
&= E(D_{t+1} + D_{t+2} + D_{t+3} + D_{t+4} + \dots + D_{t+m} I D_t) \\
&= E \left(\frac{1}{1-\varphi} \left[(s) - \varphi \frac{1-\varphi^s}{1-\varphi} \right] + \varphi D_t \left[\frac{1-\varphi^s}{1-\varphi} \right] + \theta \varepsilon_t \left[\frac{1-\varphi^s}{1-\varphi} \right] \right) \\
&\quad + (\varphi - \theta) \sum_{m=1}^{s-1} \sum_{m=1}^s \varphi^{m-s} + \sum_{m=1}^s \varepsilon_{t+m} I D_t = M_t \\
&= \mu \sum_{m=1}^s (1 - \varphi^m) + D_t \sum_{m=1}^s \varphi^m \\
&\quad + \theta \left\{ \varepsilon_{t-s+1} \sum_{m=0}^{s-1} \varphi^m + \varepsilon_{t-s+2} \sum_{m=0}^{s-2} \varphi^m + \dots + \varepsilon_{t-1} \sum_{m=0}^1 \varphi^m \right. \\
&\quad \left. + \varepsilon_t \sum_{m=0}^0 \varphi^m \right\}
\end{aligned}$$

Απόδειξη της σχέσης (5.2.5)

$$\begin{aligned}
q_t &= D_t + (M_t - M_{t-1}) \\
&= D_t + \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi} D_t - \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi} D_{t-1} - \frac{\theta(1-\varphi^s)}{1-\varphi} \varepsilon_{t-s} \\
&\quad + \theta(\varphi^{s-1} \varepsilon_{t-s+1} + \varphi^{s-2} \varepsilon_{t-s+2} + \dots + \varphi \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t)
\end{aligned}$$

Αλλά

$$D_t + \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi} D_t = \left(1 + \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi} \right) D_t = \frac{1-\varphi + \varphi - \varphi^{s+1}}{1-\varphi} = \frac{1-\varphi^{s+1}}{1-\varphi}$$

Επομένως

$$\begin{aligned}
q_t &= \frac{1-\varphi^{s+1}}{1-\varphi} D_t - \frac{\varphi(1-\varphi^s)}{1-\varphi} D_{t-1} - \frac{\theta(1-\varphi^s)}{1-\varphi} \varepsilon_{t-s} \\
&\quad + \theta(\varphi^{s-1} \varepsilon_{t-s+1} + \varphi^{s-2} \varepsilon_{t-s+2} + \dots + \varphi \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1 - \varphi^{s+1}}{1 - \varphi} D_t &= \frac{1 - \varphi^{s+1}}{1 - \varphi} (\delta + \varphi D_{t-1} + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-s}) \\
&= \mu(1 - \varphi^{s+1}) + \frac{\varphi(1 - \varphi^{s+1})}{1 - \varphi} D_{t-1} + \frac{1 - \varphi^{s+1}}{1 - \varphi} \varepsilon_t \\
&\quad + \theta \left(\frac{1 - \varphi^{s+1}}{1 - \varphi} \right) \varepsilon_{t-s} \\
\frac{\varphi(1 - \varphi^{s+1})}{1 - \varphi} D_{t-1} - \frac{\varphi(1 - \varphi^s)}{1 - \varphi} D_{t-1} &= \frac{\varphi}{1 - \varphi} (1 - \varphi^{s+1} - 1 + \varphi^s) D_{t-1} \\
&= \varphi^{s+1} D_{t-1} \\
\theta \left(\frac{1 - \varphi^{s+1}}{1 - \varphi} \right) - \frac{\theta(1 - \varphi^s)}{1 - \varphi} \varepsilon_{t-s} &= \varphi^s \theta \varepsilon_{t-s}
\end{aligned}$$

Τελικά

$$\begin{aligned}
q_t &= \mu(1 - \varphi^{s+1}) + \varphi^{s+1} D_{t-1} + \theta(\varphi^s \varepsilon_{t-s} + \varphi^{s-1} \varepsilon_{t-s+1} + \varphi^{s-2} \varepsilon_{t-s+2} + \dots + \\
&\quad \varphi \varepsilon_{t-1}) + \left[\frac{1 - \varphi^{s+1}}{1 - \varphi} + \theta \right] \varepsilon_t
\end{aligned}$$

Βιβλιογραφία

Alwan, Layth C., John J. Liu, and Dong-Qing Yao. "Stochastic characterization of upstream demand processes in a supply chain." *IIE Transactions* 35.3 (2003): 207-219.

Arthur D. Little, Inc. (1991). *Logistics in Service Industries*. Prepared by Arthur D. Little and The Pennsylvania State University for the Council of Logistics Management, 2803 Butterfield Road #380, Oak Brook, IL 60521:10–32

Baihaqi, Imam, and Nicholas Beaumont. *Information sharing in supply chains: a literature review and research agenda*. Department of Management, Monash University, 2006.

Balasubramanian, Sivakumar, et al. "Causes and remedies of bullwhip effect in supply chains." *10th Annual Industrial Engineering Research Conference, Dallas, TX, May*. 2001.

Berry, William L., Terry J. Hill, and Jay E. Klompmaker. "Customer-driven manufacturing." *International Journal of Operations & Production Management* 15.3 (1995): 4-15.

Cachon, Gérard P., and Marshall Fisher. "Supply chain inventory management and the value of shared information." *Management science* 46.8 (2000): 1032-1048.

Chen, Frank, et al. "Quantifying the bullwhip effect in a simple supply chain: The impact of forecasting, lead times, and information." *Management science* 46.3 (2000): 436-444.

Chen, Frank, et al. "The bullwhip effect: Managerial insights on the impact of forecasting and information on variability in a supply chain." *Quantitative models for supply chain management*. Springer US, 1999. 417-439.

Chen, Li, and Hau L. Lee. "Modeling and measuring the bullwhip effect." *Handbook of Information Exchange in Supply Chain Management*. Springer International Publishing, 2017. 3-25.

Chopra, S., & Meindl, P. (2007). *Supply chain management: Strategy, planning, and operation*. Upper Saddle

Cho, D. W., Lee, H. Y. "The value of information sharing in a supply chain with a seasonal demand process." *Department of Industrial and Management Engineering, Hanyang University, Republic of Korea*, 2013. 97-108.

Christopher, Martin L. (1992), *Logistics and Supply Chain Management*, London: Pitman Publishing.

Disney, Stephen M., and Denis R. Towill. "On the bullwhip and inventory variance produced by an ordering policy." *Omega* 31.3 (2003): 157-167.

Disney, Stephen M., et al. "The value of coordination in a two echelon supply chain: Sharing information, policies and parameters." (2007).

Handfield, Robert B., and Ernest L. Nichols. *Supply chain redesign: Transforming supply chains into integrated value systems*. FT Press, 2003.

Hussain, Matloub, Anamitra Shome, and Dong Myung Lee. "Impact of forecasting methods on variance ratio in order-up-to level policy." *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 59.1 (2012): 413-420.

Kelle, Peter, and Mohammad M. Boylan. "The effect of (s, S) ordering policy on the supply chain." *International Journal of Production Economics* 59.1 (1999): 113-123.

Kilger, Christoph, Herbert Meir, and Hartmut Stadtler. *Supply chain management and advanced planning: concepts, models, software, and case studies*. Springer, 2015.

Lee, Hau L., Venkata Padmanabhan, and Seungjin Whang. "Information distortion in a supply chain: The bullwhip effect." *Management science* 44.4 (1997): 546-558.

Lee, Hau L., Venkata Padmanabhan, and Seungjin Whang. "The bullwhip effect in supply chains." *Sloan management review* 38.3 (1997): 94.

Lee, Hau L., Kut C. So, and Christopher S. Tang. "The value of information sharing in a two level supply chain." *Management science* 46.5 (2000): 626-644.

Luong, Huynh Trung. "Measure of bullwhip effect in supply chains with autoregressive demand process." *European Journal of Operational Research* 180.3 (2007): 1086-1097.

Mentzer, John T., et al. "Defining supply chain management." *Journal of Business logistics* 23.2 (2001): 1-25.

Metters, Richard. "Quantifying the bullwhip effect in supply chains." *Journal of operations management* 15.2 (1997): 89-100.

Michna, Zbigniew, Peter Nielsen, and Izabela Ewa Nielsen. "The impact of stochastic lead times on the bullwhip effect." *arXiv preprint arXiv:1411.4289* (2014).

Nagaraja, C. H., Thavaneswaran, A., Appadoo, S. S. "Measuring the bullwhip effect for supply chain with seasonal demand components." *European Journal of Operational Research* 242 (2015): 445-454.

Stock, James R., and Stefanie L. Boyer. "Developing a consensus definition of supply chain management: a qualitative study." *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management* 39.8 (2009): 690-711.

Stock, James R., Stefanie L. Boyer, and Tracy Harmon. "Research opportunities in supply chain management." *Journal of the Academy of Marketing Science* 38.1 (2010): 32-41.

Tan, KeahChoon. "A framework of supply chain management literature." *European Journal of Purchasing & Supply Management* 7.1 (2001): 39-48.

Wang, Jui-Lin, et al. "A comparison of bullwhip effect in a single-stage supply chain for autocorrelated demands when using Correct, MA, and EWMA methods." *Expert Systems with Applications* 37.7 (2010): 4726-4736.

Zhang, Xiaolong. "The impact of forecasting methods on the bullwhip effect." *International journal of production economics* 88.1 (2004): 15-27.

Zhang, Xiaolong. "Delayed demand information and dampened bullwhip effect." *Operations Research Letters* 34.3 (2005): 289-295.

Zhou, Qiang. "A taxonomic review of supply chain information sharing research." *Proceedings of the 11th Annual Conference* (2006):827-839 of Asia Pacific Decision Sciences Institute.