ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΒΟΛΗ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΤΟΜΩΝ ΣΕ ΕΝΑΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ ΔΙΕΠΙΠΕΔΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΥΠΟΒΟΛΗ ΠΡΟΣΦΟΡΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΕ ΑΓΟΡΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

υπό

ΣΤΑΣΙΝΟΠΟΥΛΟΥ ΙΩΑΝΝΗ

Αποφοίτου Στρατιωτικής Σχολής Ευελπίδων Τάξεως 2014

Μεταπτυχιακή Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Βόλος, 2021

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης
(Επιβλέπων)	Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Σαχαρίδης Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες σε όλους όσους συνέβαλαν στην εκπόνησή της.

Ευχαριστώ ιδιαιτέρως τον επιβλέπων καθηγητή μου κύριο Γεώργιο Κοζανίδη, για την επιστημονική του καθοδήγηση, για την επιμονή αλλά και την υπομονή του και για το αμείωτο ενδιαφέρον που επέδειξε από την αρχή έως το τέλος της διπλωματικής μου.

Ευχαριστώ τους καθηγητές όλων των μαθημάτων που παρακολούθησα, για τη συμβολή τους στην ολοκλήρωση των σπουδών μου.

Τέλος θέλω να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένεια μου και ιδιαίτερα τη σύζυγό μου για την κατανόηση και τη στήριξη που μου επέδειξαν καθ’ όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΒΟΛΗ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΤΟΜΩΝ ΣΕ ΕΝΑΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ ΔΙΕΠΙΠΕΔΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΥΠΟΒΟΛΗ ΠΡΟΣΦΟΡΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΕ ΑΓΟΡΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

ΙΩΑΝΝΗΣ ΣΤΑΣΙΝΟΠΟΥΛΟΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2021

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης,

Αναπληρωτής Καθηγητής Μεθόδων Βελτιστοποίησης

Περίληψη

Σε αυτήν την μεταπτυχιακή εργασία επικεντρωνόμαστε στην εύρεση διαστημάτων για την επιβολή επίπεδων τομών σε έναν αλγόριθμο βελτιστοποίησης διεπίπεδου προγραμματισμού με ακέραιες μεταβλητές απόφασης και γραμμικούς περιορισμούς στα δύο επίπεδα για την καλύτερη δυνατή υποβολή προσφορών για έναν παραγωγό ενέργειας, ενός αριθμού χρονικών περιόδων, σε αγορές ηλεκτρικής ενέργειας. Για αυτό το σκοπό αναπτύσσουμε έναν ακριβή αλγόριθμο επίλυσης επίπεδων τομών. Θεωρούμε πως γνωρίζουμε τις προσφορές των υπολοίπων παραγωγών και με βάση αυτό επιθυμούμε ο παραγωγός ενδιαφέροντός μας, ο οποίος λαμβάνει αποφάσεις ανώτερου επιπέδου (upper), να μεγιστοποιεί το ατομικό του κέρδος μέσω της εύρεσης των βέλτιστων υποβαλλόμενων προσφορών. Παράλληλα, θεωρούμε πως υπάρχει ένας παράγοντας, ο οποίος είναι ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος, που λαμβάνει αποφάσεις κατώτερου επιπέδου (iso) εξισορροπώντας την ικανοποίηση της ζήτησης στην αγορά με το μικρότερο δυνατό κόστος προσφοράς. Σαν δεδομένο επίσης θεωρούμε την γνώση όλων των τεχνικών χαρακτηριστικών της ηλεκτρικής αγοράς. Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιούμε ειδικές συνθήκες βελτιστοποίησης, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η βέλτιστη κατανομή ενέργειας για όλους τους παραγωγούς που συμμετέχουν, σε όλες τις χρονικές περιόδους. Σημαντικός παράγοντας είναι η διεπίπεδη εφικτότητα σύμφωνα με την οποία οι τιμές των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος κατώτερου επιπέδου (iso) πρέπει να περιέχουν μια βέλτιστη λύση σε συνδυασμό με τις μεταβλητές απόφασης του προβλήματος ανώτερου επιπέδου (upper). Επομένως η επίλυση του αρχικού προβλήματος μας βοηθά να

βρούμε το βέλτιστο σύνολο των ενεργών παραγωγών σε κάθε χρονική περίοδο. Επειδή όμως υπάρχει ο κίνδυνος να συμπεριληφθούν στα παραπάνω σύνολα παραγωγών και λύσεις που δεν είναι βέλτιστες, χρησιμοποιείται από τον αλγόριθμο ένας ειδικός τύπος ανισοτήτων (cuts) που βασίζεται σε ακέραιους παραμετρικούς προγραμματισμούς. Αυτές οι ανισότητες είτε επιβάλλουν έγκυρα ανώτατα όρια, είτε βέλτιστες δεσμεύσεις ανά μονάδα χαμηλότερου επιπέδου. Μέσω ενός προβλήματος μικρής έκτασης θα επεξηγήσουμε την εφαρμογή του αλγορίθμου και παράλληλα θα παρουσιάσουμε υπολογιστικά αποτελέσματα από τυχαία προβλήματα.

Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Έχουμε αναπτύξει έναν αλγόριθμο διεπίπεδου προγραμματισμού για ένα ενδιαφέρον όσο και δύσκολο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Το ζητούμενο προς βελτιστοποίηση στο πρόβλημα ανωτέρου επιπέδου είναι η προσφορά τιμής και κατ΄ επέκταση το ατομικό κέρδος ενός παραγωγού ηλεκτρικής ενέργειας σε έναν συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Σε μια αγορά ηλεκτρικής ενέργειας όμως, είναι φυσικό να υπάρχουν αρκετοί παραγωγοί. Εμείς θεωρούμε ότι γνωρίζουμε τις προσφορές όλων των υπολοίπων παραγωγών σε όλα τα χρονικά διαστήματα – περιόδους, αλλά και όλα τα δεδομένα της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας όπως για παράδειγμα τη ζήτηση.

Το πρόβλημα κατωτέρου επιπέδου ελέγχεται από έναν ανεξάρτητο διαχειριστή συστήματος (iso) και είναι μια συνάρτηση ελαχιστοποίησης που έχει ως στόχο την εύρεση της βέλτιστης κατανομής ενέργειας, ικανοποιώντας τη ζήτηση στην ελάχιστη συνολική προσφορά – κόστος.

Μια ιδιαιτερότητα στο πρόβλημα που εξετάζουμε είναι πως οι μεταβλητές απόφασης του προβλήματος ανωτέρου επιπέδου χρησιμοποιούνται στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος κατωτέρου επιπέδου, όχι όμως στους περιορισμούς του.

Στον αλγόριθμο μας έχουμε ενσωματώσει ειδικές συνθήκες βελτιστότητας, οι οποίες εγγυώνται την βέλτιστη κατανομή ενέργειας για τους ενεργούς παραγωγούς σε κάθε χρονική περίοδο. Βασιζόμενοι στην θεωρία του ακέραιου παραμετρικού προγραμματισμού χρησιμοποιούμε τομές ώστε να αποκλείονται λύσεις που περιλαμβάνουν μη βέλτιστα σύνολα.

1.1 Οργάνωση Μεταπτυχιακής Εργασίας

Το υπόλοιπο αυτής της μεταπτυχιακής εργασίας χωρίζεται σε πέντε ενότητες που καταλαμβάνουν τα Κεφάλαιο 2 - 6, αντίστοιχα. Συγκεκριμένα:

Στο **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** αναλύουμε την βιβλιογραφική ανασκόπηση, στην οποία αναφέρονται βιβλία και δημοσιεύσεις πάνω στα οποία στηρίχθηκε αυτή η εργασία.

Στο **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** διατυπώνουμε και ορίζουμε το διεπίπεδο πρόβλημα με το οποίο ασχολείται αυτή η εργασία.

Στο **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** αναλύουμε τη μεθοδολογία επίλυσης του προβλήματος μας σε τέσσερις υποενότητες, αυτές της χαλάρωσης της διεπίπεδης εφικτότητας, τις συνθήκες βελτιστότητας και της έγκυρης δημιουργίας ανισοτήτων.

Στο **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** παρουσιάζουμε υπολογιστικά αποτελέσματα σε πίνακες, που προήλθαν από έναν αριθμό τυχαίων προβλημάτων, καθώς και συμπεράσματα από αυτά τα αποτελέσματα.

Ο τελικός απολογισμός της μεταπτυχιακής εργασίας και κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα παρουσιάζονται στο **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.**.

Κεφάλαιο 2. Ανασκόπηση της βιβλιογραφίας

Η πιο συνήθης πρακτική για τα μοντέλα βελτιστοποίησης δύο επιπέδων που αφορούν τις αγορές ηλεκτρικής ενέργειας είναι η μορφοποίησή τους ως μοντέλα βελτιστοποίησης ενός επιπέδου. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την αντικατάσταση του προβλήματος κατωτέρου επιπέδου με τις ΚΚΤ συνθήκες βελτιστότητάς του, όπως έχει προταθεί και από τους Hobbs et al. (2000) και Li και Shahidehpour (2005), παρόλο που η φύση των εργασιών τους είναι ευρετική. Επιπλέον, με την εφαρμογή έξυπνων αναδιατυπώσεων ακέραιου προγραμματισμού, μη γραμμικότητες που μπορεί να προκύψουν λόγω της μετατροπής αυτής, μπορούν να αντιμετωπιστούν (Bakirtzis et al., 2007; Ruiz and Conejo, 2009).

Ωστόσο, υπάρχουν αρκετοί παράγοντες οι οποίοι καθιστούν δυσχερή την εφαρμογή των συνθηκών βελτιστοποίησης ΚΚΤ. Σημαντικότερος όλων είναι το γεγονός πως εμπεριέχονται πολλές φορές περίπλοκες διατυπώσεις, τις οποίες βασικοί επιλυτές βελτιστοποίησης αδυνατούν να επιλύσουν. Ακόμη, προϋποθέτουν, όσον αφορά τα προβλήματα κατωτέρου επιπέδου, κατάλληλες συνθήκες κυρτότητας, οι οποίες όμως σε ρεαλιστικές περιπτώσεις συχνά αναιρούνται. Και τέλος, προϋποθέτει και κατάλληλα constraint qualifications, τα οποία δεν ισχύουν πάντα στη γενική περίπτωση.

Οι Kwon και Frances (2012) σε δημοσίευσή τους έκαναν μια ανασκόπηση, στην οποία περιέλαβαν όλους τους παραγωγούς ηλεκτρικής ενέργειας, με στόχο την μοντελοποίηση του προβλήματος υποβολής βέλτιστων προσφορών.

Ο Bylling (2018) εξετάζει την ανάπτυξη μιας μεθοδολογίας λύσης για μοντέλα διεπίπεδου προγραμματισμού στα οποία η πρώτη αλλά και η δεύτερη λύση στο πρόβλημα κατωτέρου επιπέδου, επηρεάζουν άμεσα την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος ανωτέρου επιπέδου. Ο Bylling (2020) πρότεινε επίσης μια μεθοδολογία παραμετρικού προγραμματισμού, σύμφωνα με την οποία το πρόβλημα κατωτέρου επιπέδου διασπάται και το πρόβλημα ανωτέρου επιπέδου επαναπροσδιορίζεται ως ένα μικτό ακέραιο γραμμικό πρόβλημα.

Οι Gross και Finlay (2000) έχουν αναπτύξει μια μεθοδολογία λύσης βασιζόμενοι σε μια Λαγκρανζιανή χαλάρωση. Ο Fernandez-Blanco (2017) έχει αναπτύξει ένα μικτό ακέραιο μη γραμμικό διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης για την αγορά ηλεκτρικής ενέργειας σε ένα χρονικό διάστημα. Όλοι χρησιμοποιούν γραμμικό δυαδικό προγραμματισμό και τις ΚΚΤ συνθήκες βελτιστοποίησης.

Οι Pereira (2005) και Fampa (2008) δημοσίευσαν δύο παρόμοια μοντέλα με το δικό μας, με τη διαφορά ότι δεν περιλαμβανόταν ακέραιες μεταβλητές στο πρόβλημα κατωτέρου επιπέδου και το είχαν μετατρέψει σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης ενός επιπέδου.

Οι Moore και Bard (1990) ανέπτυξαν έναν από τους πρώτους αλγόριθμους διεπίπεδου μικτού ακέραιου προγραμματισμού .

Οι Gumus και Floudas (2005) και οι Dominguez και Pistikopoulos (2010) ανέπτυξαν έναν αλγόριθμο που είχε μόνο δυαδικές μεταβλητές και πολλές μεθοδολογίες λύσης για την αντιμετώπιση προβλημάτων στα διεπίπεδα μοντέλα βελτιστοποίησης.

Ο Pistikopoulos (2003) ανέπτυξε έναν αλγόριθμο πολυπαραμετρικό για καθαρά ακέραια αλλά και μικτά ακέραια διεπίπεδα προβλήματα. Ο Faisca (2007) παρουσίασε επίσης μια πολυπαραμετρική προσέγγιση λύσης διεπίπεδου προγραμματισμού. Ο Wiesemann (2013) σε δημοσίευμά του εξετάζει την υπολογιστική πολυπλοκότητα σε διεπίπεδα προγράμματα και μελετάει τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να βρει μια εγγυημένα βέλτιστη λύση.

Ο Koppe (2010) ανέπτυξε και αυτός μια παραμετρική διαδικασία λύσης για διεπίπεδο καθαρό και μικτό ακέραιο προγραμματισμό, η οποία ουσιαστικά ελέγχει την μη επίτευξη του βέλτιστου.

Οι DeNegre και Ralphs (2009) προσαρμόζουν την μεθοδολογία διακλάδωσης και κοπής για ακέραιο προγραμματισμό ενός επιπέδου στην περίπτωση του διεπίπεδου ακέραιου προγραμματισμού, μεγαλώνοντας τα όρια στην βέλτιστη αντικειμενική. Παρόμοια μεθοδολογία ανέπτυξαν και οι Caramia και Mari (2015) με δύο αλγορίθμους, όπου ο πρώτος χαλαρώνει την σκοπιμότητα των δύο επιπέδων χρησιμοποιώντας κοψίματα για αποφυγή ανέφικτων λύσεων και ο δεύτερος χρησιμοποιεί ανισότητες για αποφυγή μεγάλων συνόλων ανέφικτων λύσεων. Ο Fischetti (2017) ανέπτυξε και αυτός μια μεθοδολογία διακλάδωσης και κοπής για μικτά ακέραια γραμμικά διεπίπεδα προγράμματα, που στοχεύει στην χαλάρωση του προβλήματος μέσω κοψιμάτων. Οι Kleniati και Adjiman (2015) ανέπτυξαν επίσης μια μεθοδολογία διακλάδωσης και κοπής για μικτό ακέραιο διεπίπεδο προγραμματισμό, στην οποία επιτρέπεται η διακλάδωση μεταξύ των μεταβλητών απόφασης των δύο επιπέδων, ώστε να βρεθεί η βέλτιστη λύση. Παρόμοια μεθοδολογία ανέπτυξαν και οι Xu και Wang (2014) στην οποία κάθε απόφαση διακλάδωσης σχετίζεται με άλλα υποπροβλήματα. Ο Yu (2019) ανέπτυξε έναν αλγόριθμο αναδιατύπωσης και αποσύνθεσης για μικτό ακέραιο διεπίπεδο προγραμματισμό εφαρμόζοντας μια μεθοδολογία δημιουργίας στήλης και περιορισμών, χρησιμοποιώντας ένα κύριο πρόβλημα και κατάλληλα υποπροβλήματα. Τέλος οι Κοζανίδης και Κωσταρέλου (2021) έχουν εκπονήσει εργασία με διεπίπεδο προγραμματισμό για βέλτιστη υποβολή προσφορών παραγωγών ηλεκτρικής ενέργειας από την οποία αντλήσαμε αρκετά στοιχεία. Έγινε μια προσπάθεια επέκτασης αυτής με αλλαγή αρκετών χαρακτηριστικών και εισαγωγή νέων δεδομένων στον αλγόριθμο.

Κεφάλαιο 3. Ορισμός και διατύπωση του προβλήματος

Δεχόμαστε ότι έχουμε έναν αριθμό παραγωγών ηλεκτρικής ενέργειας που συμμετέχουν σε έναν ορίζοντα προγραμματισμού που χωρίζεται σε χρονικές περιόδους. Κάθε παραγωγός υποβάλλει τις δικές του προσφορές για κάθε χρονική περίοδο στον ISO, ο οποίος εκκαθαρίζει την αγορά και είναι υπεύθυνος για την ικανοποίηση της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας στο ελάχιστο συνολικό κόστος. Κάθε παραγωγός έχει ένα κόστος εκκίνησης που απαιτείται ώστε να ξεκινήσει ουσιαστικά την παραγωγή του. Επίσης υπάρχουν ένα όριο τιμής για τις προσφορές του παραγωγού και ένα μεταβλητό κόστος παραγωγής μονάδος, τα οποία μπορούν να είναι ενιαία για όλους τους παραγωγούς που συμμετέχουν στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας. Ακόμη θεωρούμε την ύπαρξη τεχνικών ελαχίστων και μεγίστων για κάθε παραγωγό, δηλαδή ανώτερη και κατώτερη αντίστοιχα ποσότητα ενέργειας που μπορεί να παραχθεί με την έναρξη της παραγωγής. Κάθε παραγωγός καλείται να επιλέξει τη δική του βέλτιστη τιμή προσφοράς για κάθε χρονική περίοδο, στον ορίζοντα προγραμματισμού. Η βελτιστοποίηση του κέρδους ενός στρατηγικού παραγωγού έχει εκφραστεί ως ένα μοντελοποιημένο διεπίπεδο πρόβλημα βελτιστοποίησης και απαιτεί την τέλεια γνώση των χαρακτηριστικών της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας. Παρακάτω εκφράζεται η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος ξεκινώντας από το πρόβλημα κατώτερου επιπέδου, δηλαδή του ISO:

Σύνολα:

I Μονάδες παραγωγής με δείκτη i (ο δείκτης του στρατηγικού παραγωγού είναι 1)

Παράμετροι:

T Αριθμός των χρονικών περιόδων στον ορίζοντα προγραμματισμού,

$p_{i,t}$ Προσφορά τιμής του παραγωγού i για μία μονάδα ενέργειας στο χρονικό διάστημα t (i∈I: i>1, t=1,…,T),

s_i Κόστος εκκίνησης για την μονάδα i (i∈I),

m_i Τεχνικό ελάχιστο για την μονάδα i (i∈I),

M_i Τεχνικό μέγιστο για την μονάδα i (i∈I),

d_t Ζήτηση για ενέργεια την χρονική περίοδο t (t=1,…T),

$z_{i,0}$ Δυαδική παράμετρος που δηλώνει την κατάσταση τη μονάδας i την τελευταία χρονική περίοδο του προηγούμενου ορίζοντα προγραμματισμού (i∈I),

$y_{i,k}$ Δυαδική παράμετρος που δηλώνει ένα η μονάδα i ενεργοποιήθηκε στη χρονική περίοδο k του προηγούμενου χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού ή όχι (i∈I , κ=0,-1,…),

$o_{i,k}$ Δυαδική παράμετρος που δηλώνει εάν η μονάδα i απενεργοποιήθηκε στη χρονική περίοδο k του προηγούμενου χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού ή όχι (i∈I , κ=0,-1,…),

mu_i Ελάχιστος χρόνος συνεχόμενης λειτουργίας της μονάδας i (i∈I),

md_i Ελάχιστος χρόνος συνεχόμενης αργίας (διακοπής) της μονάδας i (i∈I).

ru_i Όριο αύξησης για ποσότητα ενέργειας της μονάδας i (i∈I).

rd_i Όριο μείωσης για ποσότητα ενέργειας της μονάδας i (i∈I).

Μεταβλητές απόφασης:

$q_{i,t}$ Ποσότητα ενέργειας της μονάδας i τη χρονική περίοδο t (i∈I, t=1,…T),

$z_{i,t}$ Δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 εάν η ποσότητα ενέργειας της μονάδας i τη χρονική περίοδο t είναι θετική, αλλιώς παίρνει την τιμή 0 (i∈I, t=1,…T),

$y_{i,t}$ Δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 εάν η μονάδα i ενεργοποιηθεί τη χρονική περίοδο t ενώ είναι εκτός λειτουργίας τη χρονική περίοδο t-1, αλλιώς παίρνει την τιμή 0 (i∈I, t=1,…T),

$o_{i,t}$ Δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 εάν η μονάδα i απενεργοποιηθεί τη χρονική περίοδο t ενώ είναι ενεργοποιημένη τη χρονική περίοδο t-1, αλλιώς παίρνει την τιμή 0 (i∈I, t=1,…T).

$$Min \;\; f = \sum_{i \in I} \sum_{t=1}^{T} (p_{i,t}\, q_{i,t} + s_i y_{i,t}) \qquad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in I} q_{i,t} = d_t \text{ , t=1,…,T} \qquad (2)$$

$$m_i z_{i,t} \le q_{i,t} \le M_i z_{i,t} \text{ , i∈I, t=1,…,T} \qquad (3)$$

$$y_{i,t} \ge z_{i,t} - z_{i,t-1} \text{ , i∈I, t=1,…,T} \qquad (4)$$

$$y_{i,t} \le z_{i,t} \text{ , i∈I, t=1,…,T} \qquad (5)$$

$$y_{i,t} \le 1 - z_{i,t-1} \text{ , i∈I, t=1,…,T} \qquad (6)$$

$o_{i,t} \geq z_{i,t-1} - z_{i,t}$, i∈I, t=1,…,T (7)

$o_{i,t} \leq z_{i,t-1}$, i∈I, t=1,…,T (8)

$o_{i,t} \leq 1 - z_{i,t}$, i∈I, t=1,…,T (9)

$z_{i,t} \geq \sum_{k=t-mu_i+1}^{t} y_{i,k}$, i∈I, t=1,…,T (10)

$z_{i,t} \leq 1 - \sum_{k=t-\ md_i+1}^{n} o_{i,k}$, i∈I, t=1,…,T (11)

$q_{i,t} - q_{i,t-1} + (m_i - 0.5\ ru_i)\ z_{i,t-1} \leq m_i + 0.5 ru_i$ (12)

$q_{i,t-1} - q_{i,t} + (m_i - 0.5\ rd_i)\ z_{i,t} \leq m_i + 0.5 rd_i$ (13)

$y_{i,t}, z_{i,t}, o_{i,t}$ δυαδικές μεταβλητές, i∈I, t=1,…,T (14)

$q_{i,t}$ ∈ Z+ , i∈I, t=1,…,T (15)

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) αφορά τον ISO και είναι το πρόβλημα χαμηλότερου επιπέδου που στόχο έχει να ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος προσφοράς ώστε να ικανοποιηθεί η ζήτηση ενέργειας. Το σετ περιορισμών (2) εξασφαλίζει ότι η συνολική παραγωγή ενέργειας θα είναι ίση με τη συνολική ζήτηση. Το σετ περιορισμών (3) εξασφαλίζει ότι η ποσότητα ενέργειας δεν θα υπερβαίνει ποτέ το τεχνικό μέγιστο και θα είναι το πολύ ίση με το τεχνικό ελάχιστο. Το σετ περιορισμών (4) – (6) εξασφαλίζει την ορθότητα της δυαδικής μεταβλητής $y_{i,t}$ που επιβάλλει το κόστος εκκίνησης. Το κόστος εκκίνησης υπάρχει όταν η μονάδα ουσιαστικά ενεργοποιείται μετά την απενεργοποίησή της, στην αμέσως προηγούμενη χρονική περίοδο. Το τελευταίο εξασφαλίζεται συγκεκριμένα από τον περιορισμό (4) όπου η διαφορά $z_{i,t} - z_{i,t-1}$ είναι ίση με 1. Διαφορετικά το $y_{i,t}$ είναι ίσο με 0 και η ορθότητα του εξασφαλίζεται από τους περιορισμούς (5) και (6). Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο εξασφαλίζεται και η ορθότητα της δυαδικής μεταβλητής $o_{i,t}$ μέσω του σετ περιορισμών (7) – (9) που υποδηλώνουν πως η μονάδα είναι απενεργοποιημένη μετά την ενεργοποίηση της, την αμέσως προηγούμενη περίοδο. Οι περιορισμοί (10) και (11) επιβάλλουν αντίστοιχα τον ελάχιστο χρόνο λειτουργίας και τον ελάχιστο χρόνο αργίας των μονάδων παραγωγής. Πιο συγκεκριμένα ο περιορισμός (10) δηλώνει ότι η μονάδα παραγωγής i πρέπει να είναι ενεργοποιημένη την χρονική περίοδο t εάν έχει ενεργοποιηθεί μέσα στις τελευταίες χρονικές περιόδους mu_i. Ενώ ο περιορισμός (11) δηλώνει ότι η μονάδα παραγωγής i πρέπει να είναι απενεργοποιημένη την χρονική στιγμή t εάν έχει απενεργοποιηθεί μέσα στις τελευταίες χρονικές περιόδους md_i. Το σετ περιορισμών (12) και (13) επιβάλλει άνω και κάτω όρια ράμπας στις μονάδες ενεργειακών ποσοτήτων. Πιο συγκεκριμένα ο περιορισμός (12) υποδηλώνει ότι εάν η μονάδα i είναι ενεργή στις χρονικές περιόδους t – 1 και t, τότε το $q_{i,t}$ δεν μπορεί να υπερβαίνει το $q_{i,t-1}$ περισσότερες από ru_i μονάδες. Επίσης εάν η μονάδα i είναι ενεργοποιημένη τη χρονική στιγμή t, τότε το $q_{i,t}$ δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από το m_i + 0.5 ru_i. Κατά τον ίδιο τρόπο ο περιορισμός (13) υποδηλώνει ότι εάν η μονάδα i είναι ενεργή στις χρονικές περιόδους t-1 και t, τότε το $q_{i,t-1}$ δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερό από το $q_{i,t}$ περισσότερες από rd_i μονάδες. Έτσι λοιπόν μια μονάδα μπορεί να απενεργοποιηθεί στο χρονικό διάστημα t μόνο εάν το $q_{i,t-1}$ δεν είναι μεγαλύτερο από το m_i + 0.5 rd_i. Οι μεταβλητές απόφασης $y_{i,t}$, $z_{i,t}$ και $o_{i,t}$ παίρνουν μη αρνητικές ακέραιες τιμές όπως φαίνεται από τους περιορισμούς (14) και (15). Επίσης οι παράμετροι m_i, M_i και d_t παίρνουν πάντα θετικές ακέραιες τιμές για όλα τα i και τα t με 1<m_i<M_i.

Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε, είναι ένα πρόβλημα διεπίπεδης βελτιστοποίησης. Στόχος είναι να βελτιστοποιηθούν τα κέρδη του στρατηγικού παραγωγού στο ανώτερο πρόβλημα, ενώ παράλληλα να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος προσφοράς για ικανοποίηση της ζήτησης στο κατώτερο πρόβλημα και με την προϋπόθεση ότι ο στρατηγικός παραγωγός έχει πλήρη γνώση των τεχνικών χαρακτηριστικών της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας καθώς και τις ακριβείς προσφορές που έχουν υποβάλλει οι ανταγωνιστές του. Το πρόβλημα λειτουργεί έτσι ώστε να καταβάλλεται σε κάθε παραγωγό το κόστος εκκίνησης, ενώ καθορίζεται και μια τιμή εκκαθάρισης της αγοράς η οποία ισούται με την προσφορά τιμής που έχει υποβάλλει ο κάθε παραγωγός για κάθε μονάδα ενέργειας που καταναλώνει. Κάθε παραγωγός λοιπόν έχει στόχο να μεγιστοποιηθεί το κέρδος του, επιλέγοντας τις βέλτιστες προσφορές τιμών για κάθε χρονική περίοδο του ορίζοντα προγραμματισμού. Η μαθηματική διατύπωση λοιπόν του προβλήματος ανώτερου επιπέδου είναι η παρακάτω:

Παράμετροι:

C_1 Όριο τιμής για τις προσφορές τιμών του στρατηγικού παραγωγού,
c_1 Μεταβλητό κόστος κόστος παραγωγής μονάδας του στρατηγικού παραγωγού,

Μεταβλητές απόφασης:

$p_{1,t}$ Προσφορά τιμής του στρατηγικού παραγωγού για μια μονάδα ενέργειας τη χρονική περίοδο t (t=1,…T),

$$Max_{p1,t}\, F_1 = \sum_{t=1}^{T}(p_{1,t} - c1)q_{1,t} \quad (16)$$

s.t. $c_1 \leq p_{1,t} \leq C_1$, t=1,….T (17)

$p_{1,t}$ **∈ Z+,** t=1,…,T (18)

Οι περιορισμοί από (1) – (15)

Η αντικειμενική συνάρτηση (16), είναι μια συνάρτηση βελτιστοποίησης του στρατηγικού παραγωγού για βελτιστοποίηση του ατομικού του κέρδους, έχοντας τον έλεγχο μόνο των προσφορών, καθώς οι ποσότητες ενέργειας καθορίζονται από τον ISO και για τα κόστη εκκίνησης υπάρχει αποζημίωση στους παραγωγούς. Το σετ περιορισμών (17), δηλώνει ότι οι προσφορές του στρατηγικού παραγωγού δεν μπορούν να είναι χαμηλότερες από το κόστος παραγωγής μονάδας, αλλά ούτε και υψηλότερες από το όριο τιμής των προσφορών. Ο περιορισμός (18) δηλώνει ότι οι προσφορές τιμών είναι θετικές ακέραιες τιμές. Εν συνεχεία στο πρόβλημα βελτιστοποίησης του στρατηγικού παραγωγού (ανώτερο) περιλαμβάνεται ως περιορισμός η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος κατώτερου επιπέδου καθώς και όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος αυτού.

Το μαθηματικό μοντέλο που ορίσαμε παραπάνω είναι ουσιαστικά μια μοντελοποίηση διεπίπεδου προγραμματισμού. Στην περίπτωσή μας, έχουμε ένα κύριο πρόβλημα βελτιστοποίησης (ανώτερο) και στους περιορισμούς αυτού ένα δευτερεύον πρόβλημα βελτιστοποίησης (κατώτερο). Υπάρχουν διακριτές μεταβλητές απόφασης καθώς και περιορισμοί για κάθε πρόβλημα. Το ανώτερο πρόβλημα βελτιστοποίησης ελέγχεται από τον στρατηγικό παραγωγό που είναι ο υπεύθυνος λήψης αποφάσεων για αυτό το πρόβλημα. Το κατώτερο πρόβλημα βελτιστοποίησης ελέγχεται από τον ISO που για αυτό το πρόβλημα είναι ο υπεύθυνος λήψης αποφάσεων. Δεχόμαστε ότι ο στρατηγικός παραγωγός έχει πλήρη γνώση των τεχνικών χαρακτηριστικών της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας καθώς και των προσφορών των υπολοίπων παραγωγών. Στο διεπίπεδο πρόβλημά μας λοιπόν, τα κέρδη του στρατηγικού παραγωγού μεγιστοποιούνται στο ανώτερο επίπεδο, ενώ το συνολικό κόστος προσφοράς για ικανοποίηση της ζήτησης ελαχιστοποιείται στο κατώτερο επίπεδο. Επιπλέον ένα σημαντικό χαρακτηριστικό στη δική μας εφαρμογή είναι η απουσία των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος ανώτερου επιπέδου στο σύνολο των περιορισμών του προβλήματος κατωτέρου επιπέδου. Αυτό πρακτικά σημαίνει δύο πράγματα. Πρώτον, οι αποφάσεις του στρατηγικού παραγωγού δεν επηρεάζουν το εφικτό σύνολο του προβλήματος κατώτερου επιπέδου, και δεύτερον, οι προσφορές του στρατηγικού παραγωγού είναι οι συντελεστές των ποσοτήτων ενέργειας στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος κατώτερου επιπέδου.

Ο στρατηγικός παραγωγός ελέγχει τα τεχνικά χαρακτηριστικά του προβλήματος και τις προσφορές των υπολοίπων παραγωγών ώστε να επιλέξει τις δικές του προσφορές, με σκοπό να μεγιστοποιήσει το κέρδος του.

Ο ISO ελέγχει τις προσφορές όλων των παραγωγών ενέργειας, αποβλέποντας στο ελάχιστο συνολικό κόστος των ποσοτήτων ενέργειας ώστε να βελτιστοποιήσει τη δική του αντικειμενική συνάρτηση.

Το κατώτερο πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι μη κυρτό λόγω των ακέραιων μεταβλητών απόφασης. Εάν δεν υπήρχε αυτή η ακεραιότητα, η εφικτή περιοχή του προβλήματος θα ήταν κυρτή. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με το ότι οι μεταβλητές απόφασης έχουν περιορισμένα όρια, διασφαλίζουν την ύπαρξη βέλτιστου στο πρόβλημα κατώτερου επιπέδου.

Κεφάλαιο 4. Μεθοδολογία επίλυσης

4.1 Χαλάρωση διεπίπεδης εφικτότητας

Η πιο συνηθισμένη χαλάρωση σε ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης είναι η χαλάρωση της διεπίπεδης εφικτότητας, δηλαδή η μετάπτωση σε ένα μονοεπίπεδο πρόβλημα. Αυτό στη δική μας εφαρμογή είναι η απαίτηση ότι το σύνολο των δεσμεύσεων ανά μονάδα και των ποσοτήτων ενέργειας σε κάθε χρονική περίοδο του ορίζοντα προγραμματισμού, είναι η βέλτιστη λύση στο πρόβλημα κατώτερου επίπεδου για τις αντίστοιχες προσφορές του στρατηγικού παραγωγού.

Η απαίτηση επιβολής τομών για την εύρεση του ακριβούς βέλτιστου που μας απασχολεί στο πρόβλημα μας πραγματοποιείται από την ακέραια θεωρία παραμετρικού προγραμματισμού. Απαραίτητη είναι η χαλάρωση του διεπίπεδου μοντέλου μας ώστε να μην ικανοποιείται απαραίτητα η διεπίπεδη εφικτότητα. Είναι γνωστό πως η βέλτιστη αντικειμενική τιμή στο πρόβλημα που προκύπτει όταν χαλαρωθεί η διεπίπεδη εφικτότητα αποτελεί ένα έγκυρο ανώτερο όριο στην βέλτιστη αντικειμενική του αρχικού προβλήματος. Αν λοιπόν αυτή η λύση που προκύπτει είναι εφικτή τότε είναι και ακριβής για το αρχικό πρόβλημα, εάν δεν είναι τότε αυτή η λύση αποκλείεται και συνεχίζεται η αναζήτηση.

4.2 Συνθήκες βέλτιστης περιόδου

Οι συνθήκες βελτιστοποίησης για κάθε χρονική περίοδο στον ορίζοντα σχεδιασμού, αφορούν σε ζεύγη μονάδων, διασφαλίζουν ότι κάθε προσδιορισμένη κατανομή ενέργειας μιας περιόδου θα είναι η βέλτιστη στο κατώτερο επίπεδο για το σύνολο των παραγωγών τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο και εξαλείφουν υποβέλτιστες κατανομές ενέργειας. Χρησιμοποιούμαι τις παρακάτω πρόσθετες δυαδικές μεταβλητές απόφασης για να εκφράσουμε τα παραπάνω:

$w_{i,t}$ Δυαδική μεταβλητή απόφασης που παίρνει την τιμή 1 εάν η παραγωγή της μονάδας i τη χρονική περίοδο t είναι αυστηρά μεγαλύτερη από το m_i, αλλιώς παίρνει την τιμή 0 (i∈I, t=1,…,T),

$v_{i,t}$ Δυαδική μεταβλητή απόφασης που παίρνει την τιμή 1εάν η παραγωγή της μονάδας i τη χρονική περίοδο t είναι αυστηρά μικρότερη από το M_i, αλλιώς παίρνει την τιμή 0 (i∈I, t=1,…,T).

$q_{i,t} \leq (M_i - m_i)\, w_{i,t} + m_i$, i∈I, t=1,…,T (19)

$q_{i,t} \geq (m_i + 1)\, w_{i,t}$, i∈I, t=1,…,T (20)

$q_{i,t} \leq M_i - v_{i,t}$, i∈I, t=1,…,T (21)

$q_{i,t} \geq M_i\,(1 - v_{i,t})$, i∈I, t=1,…,T (22)

Οι περιορισμοί (19) – (22) διασφαλίζουν την ορθότητα των τιμών $w_{i,t}$ και $v_{i,t}$. Αν $w_{i,t}$ = 0 , τότε οι περιορισμοί (19) και (20) οδηγούν στο συμπέρασμα ότι $0 \leq q_{i,t} \leq m_i$, ενώ αν $w_{i,t}$ = 1 τότε $m_i + 1 \leq q_{i,t} \leq M_i$. Κατά τον ίδιο τρόπο αν $v_{i,t}$ = 0 τότε οι περιορισμοί (21) και (22) οδηγούν στο συμπέρασμα ότι $M_i \leq q_{i,t} \leq M_i$ δηλαδή $M_i = q_{i,t}$. Ενώ αν $v_{i,t}$ = 1 τότε $0 \leq q_{i,t} \leq M_i - 1$. Ακολούθως εισάγουμε τις παρακάτω δυαδικές μεταβλητές απόφασης:

$IRu_{i,t}$ Δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 αν και μόνο αν ο περιορισμός για το ramp – up της μονάδας i είναι δεσμευτικό την χρονική περίοδο t, αλλιώς παίρνει την τιμή 0, (i∈I, t=1,…,T),

$IRd_{i,t}$ Δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 αν και μόνο αν ο περιορισμός για το ramp – down της μονάδας i είναι δεσμευτικό την χρονική περίοδο t, αλλιώς παίρνει την τιμή 0, (i∈I, t=1,…,T).

Για την εξασφάλιση της ορθότητας των τιμών για τις μεταβλητές $IRu_{i,t}$ και $IRd_{i,t}$ χρησιμοποιούμε τους παρακάτω περιορισμούς:

$$IRu_{i,t} \geq q_{i,t} - q_{i,t-1} - ru_i + 1 - (m_i - 0.5ru_i)(1 - z_{i,t-1}) \quad (23)$$

$$IRu_{i,t} \leq \frac{q_{i,t} - q_{i,t-1} + M_i + (m_i - 0.5ru_i)(z_{i,t} + z_{i,t-1} - 1)}{M_i + m_i + 0.5ru_i} \quad (24)$$

$$IRd_{i,t} \geq q_{i,t-1} - q_{i,t} - rd_i + 1 - (m_i - 0.5rd_i)(1 - z_{i,t}) \quad (25)$$

$$IRd_{i,t} \leq \frac{q_{i,t-1} - q_{i,t} + M_i + (m_i - 0.5rd_i)(z_{i,t} + z_{i,t-1} - 1)}{M_i + m_i + 0.5rd_i} \quad (26)$$

Αρχικά αν $z_{i,t}$ = $z_{i,t-1}$= 1 από τον περιορισμό (23) θα έχουμε $IRu_{i,t}$ ≥ $q_{i,t}$ - $q_{i,t-1}$ - ru_i + 1, ενώ ο περιορισμός (24) θα γίνει $IRu_{i,t} \leq \frac{q_{i,t} - q_{i,t-1} + M_i + m_i - 0.5ru_i}{M_i + m_i + 0.5ru_i}$. Έτσι το $IRu_{i,t}$ θα είναι ίσο με 1 αν και μόνο αν $q_{i,t}$ - $q_{i,t-1}$ = 1.

Έπειτα στην περίπτωση όπου $z_{i,t}$ = $z_{i,t-1}$ = 0 από τον περιορισμό (23) θα έχουμε $IRu_{i,t}$≥ - m_i - ru_i + 1, ενώ ο περιορισμός (24) θα γίνει $IRu_{i,t} \leq \frac{M_i - m_i + 0.5ru_i}{M_i + m_i + 0.5ru_i}$. Έτσι το $IRu_{i,t}$ γίνεται 0 εφόσον ο περιορισμός για το ramp – up δεν μπορεί να είναι εφικτός.

Επόμενη περίπτωση $z_{i,t}$ = 1 και $z_{i,t-1}$ = 0 όπου από τον περιορισμό (23) θα έχουμε $IRu_{i,t}$ ≥ $q_{i,t}$ - m_i - 0.5ru_i + 1, ενώ ο περιορισμός (24) θα γίνει $IRu_{i,t} \leq \frac{q_{i,t} + M_i}{M_i + m_i + 0.5ru_i}$. Έτσι το $IRu_{i,t}$ θα είναι ίσο με 1 αν και μόνο αν $q_{i,t}$ = m_i + 0.5ru_i.

Τέλος έχουμε την περίπτωση όπου $z_{i,t}$ = 0 και $z_{i,t-1}$ = 1 όπου από τον περιορισμό (23) θα έχουμε $IRu_{i,t}$ ≥ - $q_{i,t-1}$ - ru_i + 1, ενώ ο περιορισμός (24) θα γίνει $IRu_{i,t} \leq \frac{-q_{i,t-1} + M_i}{M_i + m_i + 0.5ru_i}$. Έτσι το $IRu_{i,t}$ θα γίνει 0 εφόσον ο περιορισμός για το ramp – up δεν μπορεί να είναι εφικτός.

Κατά τον ίδιο τρόπο λειτουργούν και οι περιορισμοί (25) και (26) για το $IRd_{i,t}$ και με τη χρήση του ramp – down. Με την χρήση και των τεσσάρων βοηθητικών δυαδικών μεταβλητών απόφασης, δηλαδή των $w_{i,t}$, $v_{i,t}$, $IRu_{i,t}$ και $IRd_{i,t}$, και για κάθε i > 1 , j > 1 και για $p_{i,t}$ < $p_{i,t}$ χρησιμοποιούμε των παρακάτω περιορισμό ο οποίος μειώνει ουσιαστικά το μέγεθος της εφικτής περιοχής λύσης:

$$z_{i,t} + z_{j,t} + w_{j,t} + v_{i,t} - IRu_{i,t} - IRd_{i,t+1} - IRd_{j,t} - IRu_{j,t+1} \leq 3 \qquad (27)$$

Στην περίπτωση όμως που εμπλέκεται ο στρατηγικός παραγωγός, οι προσφορές του οποίου δεν είναι γνωστές, θα εισάγουμε την παρακάτω δυαδική μεταβλητή για i > 1 και t = 1,…,T:

$x_{i,t}$ Δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 αν $p_{i,t}$ < $p_{1,t}$, ενώ σε κάθε άλλη περίπτωση παίρνει την τιμή 0.

Για να εξασφαλίσουμε την ορθότητα την παραπάνω μεταβλητής έχουμε τους παρακάτω περιορισμούς:

$$p_{1,t} \leq (C_1 - p_{i,t}) x_{i,t} + p_{i,t} , i \in I, i > 1 , t = 1,\dots,T \qquad (28)$$

$p_{1,t} \geq c_1 + (p_{i,t} + 1 - c_1)\, x_{i,t}$, i∈I, i > 1 , t = 1,…,T (29)

Αν η μεταβλητή $x_{i,t}$ = 0 τότε οι περιορισμοί (28) και (29) υποβάλλουν το εξής $c_1 \leq p_{1,t} \leq p_{i,t}$, αλλιώς $p_{i,t} + 1 \leq p_{1,t} \leq C_1$. Εν συνεχεία χρησιμοποιώντας την μεταβλητή $x_{i,t}$, οι συνθήκες βελτιστοποίησης στην περίπτωση που εμπλέκεται ο στρατηγικός παραγωγός αλλάζουν. Αυτός άλλωστε ήταν και ο λόγος δημιουργίας την υπόψιν και μεταβλητής, και εκφράζονται παρακάτω:

$4 - z_{1,t} - z_{i,t} - x_{i,t} \geq w_{1,t} + v_{i,t} - IRu_{i,t} - IRd_{i,t+1} - IRd_{1,t} - IRu_{1,t+1}$, i > 1 , t = 1,…,T (30)

$3 - z_{1,t} - z_{i,t} + x_{i,t} \geq v_{1,t} + w_{i,t} - IRu_{1,t} - IRd_{1,t+1} - IRd_{i,t} - IRu_{i,t+1}$, i > 1 , t = 1,…,T (31)

Οι συνθήκες βελτιστοποίησης που είδαμε δεν είναι αναγκαίο να επιβάλλονται για κάθε ζεύγος μονάδων παραγωγής και για κάθε χρονική περίοδο. Μας είναι αρκετό να επιβάλλονται όταν εμπλέκεται ο στρατηγικός παραγωγός αφού η ενέργεια του στρατηγικού παραγωγού θα αντιστοιχεί στην βέλτιστη κατανομή ενέργειας.

4.3 Έγκυρη δημιουργία ανισοτήτων

Αν υποθέσουμε ότι στο διεπίπεδο πρόβλημα του στρατηγικού παραγωγού χαλαρώσουμε τη βελτιστότητα του κατώτερου επιπέδου, δηλαδή του ISO, τότε θα μιλάμε για ένα χαλαρωμένο πρόβλημα. Στο χαλαρωμένο αυτό πρόβλημα βελτιστοποίησης του στρατηγικού παραγωγού εάν η βέλτιστη λύση είναι βέλτιστη και στο κάτω επίπεδο τότε θα είναι και η ακριβής βέλτιστη λύση. Εάν όμως δεν συμβαίνει, αυτό σημαίνει ότι θα υπάρχει σαφώς μια μονάδα ποσότητας ενέργειας η οποία δεν θα είναι βέλτιστη στο πρόβλημα κατώτερου επιπέδου. Επομένως λοιπόν πρέπει να συνεχιστεί η αναζήτηση για την εύρεση βέλτιστης λύσης. Υπάρχει όμως ο κίνδυνος να βρεθούν βέλτιστες τιμές στο πρόβλημα ανωτέρου επιπέδου και η λύση ουσιαστικά να μην είναι βέλτιστη στο πρόβλημα κατωτέρου επιπέδου. Για το λόγο αυτό πρέπει να βρεθούν τρόποι εξάλειψης διττών ανέφικτων λύσεων χρησιμοποιώντας τη θεωρία του παραμετρικού προγραμματισμού. Ο διμερής έλεγχος σκοπιμότητας ελέγχει τις δεσμεύσεις του στρατηγικού παραγωγού ανά μονάδα, και μόνο αν όλα είναι βέλτιστα προχωράει στον έλεγχο των ενεργειακών ποσοτήτων. Αν αυτός ο διμερής έλεγχος αποτύχει, ο αλγόριθμος ψάχνει μεγαλύτερα διαστήματα στα οποία οι βέλτιστες τιμές παραμένουν αμετάβλητες. Αυτά τα διαστήματα βρίσκονται μέσα από την μοντελοποίηση και μέσω αυτής βρίσκεται η πραγματική βέλτιστη λύση και για τα δύο επίπεδα.

Αναλύοντας τα παραπάνω, έστω ότι για t = 1,…T η προσφορά του στρατηγικού παραγωγού είναι p_{1,t^b} . Για να βρούμε την πραγματική και εφικτή βέλτιστη λύση στο χρόνο T, λύνουμε το πρόβλημα κατώτερου επιπέδου, δηλαδή του ISO. Αν θέλουμε αυτή τη λύση να την ελέγξουμε περαιτέρω όσον αφορά την εφικτότητά της, παρατηρούμε εάν μειώνοντας κάθε προσφορά κατά $p_{1,t}$ δημιουργείται ταυτόχρονη μείωση κατά L και αύξηση κατά R. Σε αυτά τα διαστήματα μας απασχολούν μόνο οι ακέραιες τιμές τύπου p_{1,t^b} - L ≥ c_1 και p_{1,t^b} + R ≤ C_1. Για αποκλεισμό όσο το δυνατόν περισσοτέρων ανέφικτων λύσεων συνυπολογίζουμε ότι τα αριστερά άκρα εξαρτώνται από τιμή L η οποία εφόσον είναι βέλτιστη και εφόσον οι προσφορές του στρατηγικού παραγωγού μειώνονται ελάχιστα, η βέλτιστη λύση του προβλήματος του ISO παραμένει αμετάβλητη. Σε αυτό το σημείο λοιπόν ο αλγόριθμος πραγματοποιεί μια επαναλαμβανόμενη διαδικασία ψάχνοντας εάν υπάρχει τέτοιο υποσύνολο και σταματάει μόνο όταν η βέλτιστη τιμή του ISO δεν αλλάξει ούτε στο ελάχιστο. Κατά τον ίδιο τρόπο ο αλγόριθμος συμπεριφέρεται και για το δεξιό άκρο. Έτσι σύμφωνα και με τους Κοζανίδη – Κωσταρέλου (2021) τα διαστήματα που δημιουργούνται όταν η λύση του ISO είναι βέλτιστη είναι : [p_{1,t^b} -L_t , p_{1,t^b} + R_t].

Εφόσον λοιπόν φτιάχτηκαν τα παραπάνω διαστήματα, απομένει η δημιουργία των έγκυρων ανισοτήτων. Σαν δεδομένη προεπιλογή του αλγορίθμου το $p_{1,t}$ σέβεται το κατώτερο όριο $c_{1,}$ σε κάθε εφικτή λύση. Αν p_{1,t^b} -L_t > $c_{1,}$ η δημιουργία λοιπόν περικοπής στο διάστημα [p_{1,t^b} -L_t , p_{1,t^b} + R_t] απαιτεί τη χρησιμοποίηση μιας δυαδικής μεταβλητής PL_t που υποδηλώνει αν $p_{1,t}$ ≥ $p_{1,t^b} - L_t$ $c_{1,}$. Κατά τον ίδιο τρόπο, επειδή από προεπιλογή ο αλγόριθμος δέχεται ότι το $p_{1,t}$ σέβεται και το ανώτερο όριο σε κάθε εφικτή λύση, τότε αν p_{1,t^b} + R_t < C_1 χρησιμοποιούμε άλλη μια δυαδική μεταβλητήPR_t που υποδηλώνει αν $p_{1,t}$ ≤ p_{1,t^b} + R_t. Για να ορίσουμε την μεταβλητή PL_t χρησιμοποιούμε τους παρακάτω περιορισμούς:

$$p_{1,t} \leq (C_1 - p_{1,t^b} + L_t + 1)\, PL_t + (p_{1,t^b} - L_t - 1) \quad (32)$$

$$p_{1,t} \geq (p_{1,t^b} - L_t - c_1)\, PL_t + c_1 \quad (33)$$

Αν PL_t = 0 τότε ο περιορισμός (32) γίνεται $p_{1,t}$ ≤ p_{1,t^b} - L_t -1 ενώ ο περιορισμός (33) καθίσταται περιττός. Αν PL_t = 1 τότε ο περιορισμός (32) γίνεται περιττός και ο περιορισμός (33) γίνεται $p_{1,t}$ ≥ $p_{1,t^b} - L_t$. Κατά τον ίδιο τρόπο ορίζεται και ο περιορισμός για το PR_t.

Κεφάλαιο 5. Υπολογιστικά αποτελέσματα

5.1 Υπολογιστικά δεδομένα

Η γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιήσαμε για να αναπτύξουμε το διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης είναι η C/C++ με τη συμβατή σε αυτό βιβλιοθήκη Callable και το λογισμικό το οποίο χρησιμοποιήσαμε ώστε να τρέξαμε τον αλγόριθμο μας και να πάρουμε αποτελέσματα είναι το IBM CPLEX v.12.9.0 (2019). Όλες οι δοκιμές πραγματοποιήθηκαν σε επεξεργαστή Intel Pentium 212U με μνήμη συστήματος 4,00 GB.

Τόσο το πρόβλημα ανωτέρου επιπέδου όσο και το κατωτέρου, είναι μικτά ακέραια προγράμματα με γραμμικούς περιορισμούς αλλά με διαφορές στις αντικειμενικές τους συναρτήσεις. Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος ανωτέρου επιπέδου είναι τετραγωνική, ενώ αυτή του κατωτέρου επιπέδου είναι γραμμική.

Με την προτεινόμενη μεθοδολογία λύσης επιτυγχάνεται η εύρεση της συνολικής βέλτιστης λύσης, και για τα δύο προβλήματα, λύνοντας το πρόβλημα αρκετές φορές. Ο αλγόριθμος ουσιαστικά αναζητεί και βρίσκει τόσο τις προσφορές τιμών του στρατηγικού παραγωγού και τις σχετικές ποσότητες ενέργειας, όσο και τις ποσότητες ενέργειας για τον ISO.

5.2 Τυχαία προβλήματα

Ο τρόπος που ακολουθούμε για να καταλάβουμε καλύτερα τη λειτουργία του αλγορίθμου είναι η χρησιμοποίηση τυχαίων προβλημάτων. Μέσω αυτών ελέγχουμε τη συμπεριφορά και πιθανές αδυναμίες κατά το «τρέξιμο» του αλγόριθμο.

Στον αλγόριθμο έγιναν δοκιμές με τα μεγέθη A κα B, όπου A ο αριθμός των μονάδων παραγωγής και B ο αριθμός των χρονικών περιόδων. Οι δοκιμές έγιναν σε επτά περιπτώσεις: 3 x 4, 4 x 3, 4 x 4, 3 x 5, 5 x 3, 4 x 5, 5 x 4.

Τα δεδομένα για την αγορά ηλεκτρικής ενέργειας τα πήραμε από Ανδριανέσης 2013b. Παράλληλα υπολογίζουμε πως σε κάθε μονάδα παραγωγής ενέργειας έγινε αντιστοιχία με τυχαία τεχνικά χαρακτηριστικά. Ως ελάχιστο χρόνο λειτουργίας και ελάχιστο χρόνο αργίας ορίζουμε το 2 για όλες τις μονάδες, ενώ το άνω και κάτω όριο ράμπας καθορίστηκε στο 0,95r_i , r_i = M_i - m_i. Αν το παραπάνω όριο το είχαμε θέσει ίσο με το r_i , τότε οι περιορισμοί για το άνω και κάτω όριο ράμπας θα ήταν περιττοί.

Τον αλγόριθμο τον δοκιμάσαμε τρέχοντάς τον 30 φορές. Αυτά τα 30 πειράματα είναι ικανά για να αξιολογήσουμε τον αλγόριθμο μέσω των αποτελεσμάτων. Έχουμε θέσει ένα χρονικό περιθώριο 30 λεπτών ως χρόνο εκτέλεσης του αλγορίθμου, πέρα από αυτά τα 30 λεπτά ο αλγόριθμος διακόπτετε και εξάγει αποτελέσματα έως εκείνο τα χρονικό σημείο.

Τα εναλλακτικά αλγοριθμικά σχέδια διακρίνονται σε πέντε βασικές αλγοριθμικές επιλογές οι οποίες είναι προκαθορισμένες. Εμείς εξετάζουμε τι συμβαίνει όταν αλλάζουμε τις δύο από αυτές. Η πρώτη είναι η “Comb”, και δείχνει εάν εφαρμόζεται η διαδικασία του συνδυασμού, ψάχνοντας εάν αλλάζει η λύση κατά μία μονάδα. Η δεύτερη είναι η “PerturbOne”, και δείχνει εάν οι νέες τομές επινοούνται με την αλλαγή μιας προσφοράς και τη διατήρηση όλων των υπολοίπων τεσσάρων εντός των διαστημάτων.

Παρακάτω πραγματοποιούμε μια μικρή ανάλυση, για το πώς εξάγονται ο μέγιστος αριθμός των μεταβλητών απόφασης καθώς και ο αριθμός των περιορισμών, για το χαλαρομένο πρόβλημα ανωτέρου επιπέδου, δηλαδή του στρατηγικού παραγωγού. Ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης $p_{1,t}$ είναι ίσος με T, ενώ ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης $z_{i,t}$, $q_{i,t}$, $y_{i,t}$, $o_{i,t}$, $w_{i,t}$, $v_{i,t}$, $IRu_{i,t}$ και $IRd_{i,t}$ είναι ίσος με N*T. Ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης $x_{i,t}$ είναι το πολύ ίσος με (N-1)*T. Επομένως ο μέγιστος αριθμός των μεταβλητών απόφασης μπορεί να φτάσει έως T + 8*N*T + (N-1)*T. Κατά τον ίδιο τρόπο και ο αριθμός του σετ περιορισμού (2) είναι ίσο με T , ο αριθμός του σετ περιορισμού (3) είναι ίσος με 2*N*T, ο αριθμός των σετ περιορισμών (4)-(13) και (19) – (26) είναι ίσος με N*T, ο αριθμός του σετ περιορισμού (27) είναι ίσος με [(N-1)/2]*T = $\frac{(N-1)!}{2!(N-3)!}T$ και τέλος ο αριθμός των περιορισμών των σετ (28) – (31) είναι ίσος με (N-1)*T. Στο σύνολο λοιπόν ο αριθμός των περιορισμών είναι ίσος με T + 20*N*T+ $\frac{(N-1)!}{2!(N-3)!}T$ +4*(N-1)*T.

Πίνακας 1. Μέγιστος αριθμός μεταβλητών απόφασης και περιορισμών για το χαλαρωμένο πρόβλημα του στρατηγικού παραγωγού

AxB	Μεταβλητές	Περιορισμοί
3x4	108	280
3x5	135	350
4x3	108	288
4x4	144	384
4x5	180	480
5x3	135	369
5x4	180	492

Στους παρακάτω πίνακες, 2 και 3, παρουσιάζονται τα υπολογιστικά αποτελέσματα του αλγορίθμου με τις προκαθορισμένες αλγοριθμικές επιλογές. Πιο συγκεκριμένα στον πίνακα 2 παρουσιάζονται τα προβλήματα τα οποία έληξαν κανονικά, δηλαδή πριν την συμπλήρωση των 30 λεπτών. Στην πρώτη στήλη εμφανίζεται το μέγεθος του προβλήματος, ενώ στην δεύτερη στήλη εμφανίζεται ο αριθμός που ολοκληρώθηκε το κάθε μέγεθος. Στην Τρίτη και στην τέταρτη στήλη εμφανίζονται αντίστοιχα ο μέσος και μέγιστος αριθμός των μεταβλητών απόφασης. Στην πέμπτη και στην έκτη στήλη εμφανίζονται κατά σειρά ο μέσος και ο μέγιστος αριθμός των περιορισμών. Εν συνεχεία στην έβδομη και στην όγδοη στήλη εμφανίζονται ο μέσος και ο μέγιστος χρόνος υπολογισμού σε δευτερόλεπτα. Τέλος στις τέσσερις τελευταίες στήλες εμφανίζονται ο μέσος και ο μέγιστος αριθμός που αποκλείστηκε μια ανέφικτη λύση και στα δύο επίπεδα μέσω των τομών που εκφράζονται ως $z_{i,t}$ και $q_{i,t}$ αντίστοιχα. Όλες οι τιμές που αφορούν μέσο όρο έχουν στρογγυλοποιηθεί στον πλησιέστερο ακέραιο, εκτός από τους χρόνους που έχουν στρογγυλοποιηθεί στο πρώτο δεκαδικό ψηφίο. Η ύπαρξη υπολογιστικού χρόνου άνω των 30 λεπτών στο μέγεθος 5 x 3 εμφανίζεται διότι σε κάποια από τις περιπτώσεις το πρόβλημα ολοκληρώθηκε περίπου στο χρονικό όριο που είχαμε θέσει και δεν πρόλαβε να διακοπεί.

Πίνακας 2. Υπολογιστικά αποτελέσματα που αφορούν τυχαία προβλήματα που ολοκληρώθηκαν κανονικά, με τις προκαθορισμένες επιλογές

		variables		constraints		computational times		z valid inequalities		q valid inequalities	
NxT	# (/30)	avg	max	avg	max	avg	max	avg	max	avg	max
3x4	10	128	142	718	1497	127,4	427,6	33	95	0	1
3x5	9	153	179	953	2820	266,4	1651,6	38	159	0	0
4x3	19	121	158	682	3215	202,4	1471,1	31	236	0	0
4x4	8	166	182	1251	2791	334	1111,6	52	146	1	7
4x5	1	194	194	784	784	53,6	53,6	14	14	0	0
5x3	13	153	170	1001	3032	373,6	1823,516	39	164	1	5
5x4	1	200	200	1174	1174	233,1	233,1	32	32	2	2

Στον πίνακα 3 που ακολουθεί εμφανίζονται τα υπολογιστικά αποτελέσματα του αλγορίθμου με τις προκαθορισμένες αλγοριθμικές επιλογές που όμως διακόπηκαν εφόσον πέρασε το χρονικό περιθώριο των 30 λεπτών.

Πίνακας 3. Υπολογιστικά αποτελέσματα που αφορούν τυχαία προβλήματα που διακόπηκαν, με τις προκαθορισμένες επιλογές

		variables		constraints		z valid inequalities		q valid inequalities	
NxT	# (/30)	avg	max	avg	max	avg	max	avg	max
3x4	20	165	171	1666	2435	106	172	0	0
3x5	21	189	208	1737	2712	86	152	1	6
4x3	11	149	156	1643	2300	107	161	0	0
4x4	22	187	196	1413	2654	58	99	0	1
4x5	29	221	232	1588	2781	52	111	0	0
5x3	17	173	181	1621	2106	79	111	0	0
5x4	29	217	232	1431	2555	43	101	0	0

Παρακάτω παραθέτονται πίνακες με αλγοριθμικά αποτελέσματα ανάλογα με τις αλγοριθμικές επιλογές που έχουμε αλλάξει. Πιο συγκεκριμένα στους πίνακες 4 και 6 εμφανίζονται υπολογιστικά αποτελέσματα του αλγορίθμου που ολοκληρώθηκαν κανονικά και είχαν αλλαγές στις επιλογές "Comb" και "PerturbOne" αντίστοιχα. Ενώ στους πίνακες 5 και 7 εμφανίζονται υπολογιστικά αποτελέσματα που προέκυψαν καθώς ο αλγόριθμος διακόπηκε με αλλαγμένες και πάλι τις επιλογές "Comb" και "PerturbOne" αντίστοιχα.

Πίνακας 4. Υπολογιστικά αποτελέσματα που αφορούν τυχαία προβλήματα που ολοκληρώθηκαν κανονικά, με αλλαγμένη την αλγοριθμική επιλογή "Comb"

		variables		constraints		computational times		z valid inequalities		q valid inequalities	
NxT	**# (/30)**	**avg**	**max**	**avg**	**max**	**avg**	**max**	**avg**	**max**	**avg**	**max**
3x4	10	128	142	907	1941	140,8	384,3	49	133	0	0
3x5	8	151	168	939	1912	139,9	423,9	37	100	0	0
4x3	18	122	158	1014	4715	300,4	1540,3	57	361	0	0
4x4	8	166	182	1754	4055	381,4	1280,5	85	225	0	0
4x5	1	208	208	1572	1572	406,8	406,8	52	52	0	0
5x3	11	151	168	1094	2445	282,9	1558,9	47	135	0	2
5x4	1	202	202	1168	1168	276,6	276,6	36	36	2	2

Πίνακας 5. Υπολογιστικά αποτελέσματα που αφορούν τυχαία προβλήματα που διακόπηκαν, με αλλαγμένη την αλγοριθμική επιλογή "Comb"

		variables		constraints		z valid inequalities		q valid inequalities	
NxT	**# (/30)**	**avg**	**max**	**avg**	**max**	**avg**	**max**	**avg**	**max**
3x4	20	166	184	1969	3417	129	254	0	0
3x5	22	190	230	2224	3810	11705	225	0	0
4x3	12	150	158	2268	3656	149	274	0	0
4x4	22	185	197	1590	2842	73	148	0	0
4x5	29	221	237	1964	4018	70	174	0	0
5x3	19	173	181	2288	4514	124	273	0	0
5x4	29	217	232	1695	3335	57	140	0	0

Πίνακας 6. Υπολογιστικά αποτελέσματα που αφορούν τυχαία προβλήματα που ολοκληρώθηκαν κανονικά, με αλλαγμένη την αλγοριθμική επιλογή "PerturbOne"

		variables		constraints		computational times		z valid inequalities		q valid inequalities	
NxT	**# (/30)**	**avg**	**max**	**avg**	**max**	**avg**	**max**	**avg**	**max**	**avg**	**max**
3x4	10	131	146	1561	5695	183,1	507,5	81	210	0	2
3x5	8	151	168	1511	3951	166,7	529,8	76	236	0	0
4x3	18	122	158	1338	7427	302,6	1648,2	79	587	0	0
4x4	8	167	184	2341	5499	383,3	1291,6	106	315	0	0
4x5	1	208	208	1352	1352	5635	5635	41	41	0	0
5x3	13	154	168	1676	5641	380,2	1769,1	84	347	1	6
5x4	1	210	210	1826	1826	245,6	245,6	16	16	3	3

Πίνακας 7. Υπολογιστικά αποτελέσματα που αφορούν τυχαία προβλήματα που διακόπηκαν, με αλλαγμένη την αλγοριθμική επιλογή "PerturbOne"

		variables		constraints		z valid inequalities		q valid inequalities	
NxT	**# (/30)**	**avg**	**max**	**avg**	**max**	**avg**	**max**	**avg**	**max**
3x4	20	170	194	4168	6593	325	517	0	0
3x5	22	192	209	4268	6970	572	7211	0	0
4x3	12	152	158	3554	5963	265	465	0	0
4x4	22	199	299	3127	5758	181	395	0	0
4x5	29	229	245	3457	6029	147	273	0	0
5x3	17	175	182	3507	5511	204	338	0	0
5x4	29	223	235	3181	6776	131	310	0	0

5.3 Συμπεράσματα

Ολοκληρώνοντας την μελέτη που πραγματοποιήθηκε, βγαίνουν κάποια συμπεράσματα για την συμπεριφορά του αλγορίθμου. Παρατηρούμε ότι χρησιμοποιώντας τόσο την αλγοριθμική επιλογή "Comb" όσο και την "PerturbOne" αυξάνεται σημαντικά ο υπολογιστικός χρόνος, για τις περιπτώσεις φυσικά της κανονικής ολοκλήρωσης του αλγορίθμου. Σημαντικό όμως είναι να αναφερθεί ότι ακόμη και στην καλύτερη θεωρητικά περίπτωση, υπάρχει διακύμανση στον χρόνο η οποία οφείλεται στην κυρτότητα του προβλήματος. Σαν γενική εικόνα η υπολογιστική απόδοση του αλγορίθμου στις προκαθορισμένες αλγοριθμικές επιλογές φαίνεται να είναι η καλύτερη δυνατή. Βέβαια το ποσοστό κανονικής ολοκλήρωσης του αλγορίθμου σε αυτή την επιλογή είναι περίπου 30%, ποσοστό σχετικά χαμηλό.

Κεφάλαιο 6. Επίλογος

Στην παρούσα εργασία έγινε μια προσπάθεια δημιουργίας ενός διεπίπεδου μοντέλου βελτιστοποίησης για την εύρεση βέλτιστων προσφορών στρατηγικών παραγωγών που δραστηριοποιούνται στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας πολλαπλών περιόδων στη διάρκεια μιας ημέρας. Αυτό το εκφράσαμε μέσω ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης στον οποίο εισαγάγαμε χρονικούς περιορισμούς για τις μονάδες παραγωγής καθώς άνω και κάτω όρια ράμπας. Για να εξασφαλίσουμε την εύρεση βέλτιστων λύσεων χρησιμοποιήσαμε ειδικές συνθήκες βελτιστοποίησης. Επίσης κάναμε χρήση έγκυρων ανισοτήτων για να αποφύγουμε υποβέλτιστες λύσεις. Τέλος μέσω τυχαίων προβλημάτων βγάλαμε αποτελέσματα τα οποία λόγω των αλγοριθμικών ρυθμίσεων που έχουν γίνει είναι ρεαλιστικά και φυσικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε προβλήματα πολύ μεγαλύτερου μεγέθους, χρησιμοποιώντας φυσικά τις κατάλληλες ρυθμίσεις και εισάγοντας νέα χρήσιμα δεδομένα που πιθανόν να αφορούν προσφορές ανά κατηγορία ή συνθήκες βελτιστοποίησης για δεσμεύσεις ανά μονάδα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Andrianesis, P., Liberopoulos, G., Kozanidis, G., Papalexopoulos, A. 2013a. Recovery mechanisms in day-ahead electricity markets with non-convexities - Part I: Design and evaluation methodology. *IEEE Trans. Power Syst.* **28** 960–968.

Andrianesis, P., Liberopoulos, G., Kozanidis, G., Papalexopoulos, A. 2013b. Recovery mechanisms in day-ahead electricity markets with non-convexities - Part II: Implementation and numerical evaluation. *IEEE Trans. Power Syst.* **28** 969–977.

Bakirtzis, A.G., Ziogos, N.P., Tellidou, A.C., Bakirtzis, G.A. 2007. Electricity producer offering strategies in day-ahead energy market with step-wise offers. *IEEE Trans. Power Syst.* **22** 1804–1818.

Bard, J.F. 1998. Practical bilevel optimization. Kluwer, Boston, MA, USA.

Bylling, H.C., 2018. Bilevel optimization with applications in energy. Ph.D. Thesis, University of Copenhagen, Copenhagen, Denmark.

Bylling, H.C., Gabriel, S.A., Boomsma, T.K. 2020. A parametric programming approach to bilevel optimisation with lower-level variables in the upper level. *J. Oper. Res. Soc.* 71(5) 846–865.

Caramia, M., Mari, R. 2015. Enhanced exact algorithms for discrete bilevel linear problems. *Optim. Lett.* **9** 1447-1468.

Candler, W., Norton R. 1977. Multi-level programming and development policy. Working Paper No 258, World Bank, Washington, DC, USA.

Dempe, S. 2002. Foundations of bilevel programming. Kluwer Academic, New York, NY, USA.

DeNegre, S., Ralphs, T.K. 2009. A branch-and-cut algorithm for integer bilevel linear programs. In: *Operations research and cyber-infrastructure*, Springer, 65-78.

Domínguez, L.F., Pistikopoulos, E.N. 2010. Multiparametric programming based algorithms for pure integer and mixed-integer bilevel programming problems. *Comput. & Chem. Eng.* **34** 2097–2106.

Faísca, N.P., Dua, V., Rustem, B., Saraiva, P.M., Pistikopoulos, E.N. 2007. Parametric global optimisation for bilevel programming. *J. Global Optim.* **38**(4) 609–623.

Fampa, M., Barroso, L.A., Candal, D., Simonetti, L. 2008. Bilevel optimization applied to strategic pricing in competitive electricity markets. *Comput. Optim. Appl.* **39** 121–142.

Fernández-Blanco, R., Arroyo, J. M., Alguacil, N. 2017. On the solution of revenue-and network-constrained day-ahead market clearing under marginal pricing - Part I: An exact bilevel programming approach. *IEEE Trans. Power Syst.*, **32**(1) 208-219.

Fischetti, M., Ljubić, I., Monaci, M., Sinnl, M. 2017. A new general-purpose algorithm for mixed-integer bilevel linear programs. *Oper. Res.* **65** 1615-1637.

Geoffrion, A.M., Nauss, R. 1977. Parametric and postoptimality analysis in integer linear programming. *Manage. Sci.* **23** 453–466.

Gross, G., Finlay, D. 2000. Generation supply bidding in perfectly competitive electricity markets. *Comput. Math. Organ. Theory* **6** 83–98.

Gümüs, Z.H., Floudas, C.A. 2005. Global optimization of mixed-integer bilevel programming problems. *Comput. Manag. Sci.* **2** 181–212.

Hobbs, B.F., Metzler, C.B., Metzler, J-S. 2000. Strategic gaming analysis for electric power systems: An MPEC approach. *IEEE Trans. Power Syst*. **15** 638–645.

Kleniati, P.-M., Adjiman, C.S. 2015. A generalization of the branch-and-sandwich algorithm: From continuous to mixed-integer nonlinear bilevel problems. *Comput. & Chem. Eng.* **72** 373-386.

Kostarelou, E., Kozanidis, G. 2020. Bilevel programming solution algorithms for optimal price-bidding of energy producers in multi-period day-ahead electricity markets with non-convexities. *Optim. Eng.* in press, https://dx.doi.org/10.1007/s11081-020-09521-y.

Kozanidis, G., Kostarelou, E., Andrianesis, P., Liberopoulos, G. 2013. Mixed integer parametric bilevel programming for optimal strategic bidding of energy producers in day-ahead electricity markets with indivisibilities. *Optimization*, **62**(8) 1045-1068.

Köppe, M., Queyranne, M., Ryan, C.T. 2010. Parametric integer programming algorithm for bilevel mixed integer programs. *J. Optim. Theory Appl.* **146**137-150.

Kwon, R.H., Frances D. 2012. Optimization-based bidding in day-ahead electricity auction markets: A review of models for power producers. In: Sorokin A., Rebennack S., Pardalos P., Iliadis N., Pereira M. (eds) Handbook of Networks in Power Systems I. Energy Systems. Springer, Berlin, Heidelberg, 41-59.

Li, T., Shahidehpour, M. 2005. Strategic bidding of transmission-constrained GENCOs with incomplete information. *IEEE Trans. Power Syst.* **20** 437–447.

LINGO 13.0, 2011. User's guide, LINDO Systems, Chicago, IL. Available at: http://www.lindo.com/. Accessed on 12 December, 2018.

Loridan, P., Morgan, J. 1996. Weak via strong stackelberg problem: New results. *J. Global Optim*. **8** 263–287.

Lozano, L., Smith, J.C. 2019. A value-function-based exact approach for the bilevel mixed-integer programming problem. *Oper. Res*. **65** 768-786.

Mitsos, A. 2010. Global solution of nonlinear mixed-integer bilevel programs. *J. Global Optim*. **47** 557-582.

Moore, J., Bard, J. 1990. The mixed integer linear bilevel programming problem, *Oper. Res.* **38**, 911-921.

Pereira, M.V., Granville, S., Fampa, M.H.C., Dix, R., Barroso, L.A. 2005. Strategic bidding under uncertainty: A binary expansion approach. *IEEE Trans. Power Syst.* **20** 180–188.

Ruiz, C., Conejo, A.J. 2009. Pool strategy of a producer with endogenous formation of locational marginal prices. *IEEE Trans. Power Syst.* **24** 1855–1866.

Schweppe, F.C., Caramanis, M.C., Tabors, R.D., Bohn, R.E. 1988. Spot pricing of electricity. Kluwer, Boston, MA, USA.

Wang, L., Xu, P. 2017. The watermelon algorithm for the bilevel integer linear programming problem. *SIAM J. on Optim*. **27** 1403-1430.

Wiesemann, W., Tsoukalas, A., Kleniati,P.-M., Rustem, B. 2013. Pessimistic bilevel optimization. *SIAM J. on Optim*. **23** 353-380.

Xu, P.,Wang, L. 2014. An exact algorithm for the bilevel mixed integer linear programming problem under three simplifying assumptions. *Comput. Oper. Res.* **41** 309–318.

Yue, D., Gao, J., Zeng, B., You, F. 2019. A projection-based reformulation and decomposition algorithm for global optimization of a class of mixed integer bilevel linear programs. *J. Global Optim*. **73** 27-57.