



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΜΣ Διοίκηση Εφοδιαστικής Αλυσίδας και Logistics
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

Διπλωματική Εργασία

Κυρτή Βελτιστοποίηση για το Πρόβλημα Επιλογής Αισθητήρων

Κωνσταντίνα Πέτση

Επιβλέπων: Αναπληρωτής Καθηγητής Κωνσταντίνος Αμπουντόλας

Βόλος, 2021



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΜΣ Διοίκηση Εφοδιαστικής Αλυσίδας και Logistics
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστημίου Θεσσαλίας

Διπλωματική Εργασία

Κυρτή Βελτιστοποίηση για το Πρόβλημα Επιλογής Αισθητήρων

Κωνσταντίνα Πέτση

Επιβλέπων: Αναπληρωτής Καθηγητής Κωνσταντίνος Αμπουντόλας

Βόλος, 2021

© 2021 Κωνσταντίνα Πέτση

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Κωνσταντίνος Αμπουντώλας Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Κωνσταντίνος Παπαδημητρίου Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Σαχαρίδης Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Η ολοκλήρωση αυτής της εργασίας μου δίνει την ευκαιρία να ευχαριστήσω όλους αυτούς τους ανθρώπους που με στήριξαν στην προσπάθειά μου.

Καταρχάς θα ήθελα να ευχαριστήσω για την πολύτιμη βοήθεια και συνεργασία τον καθηγητή μου και επιβλέποντα αυτής της διπλωματικής εργασίας, τον κ. Κωνσταντίνο Αμπουντώλα, που με την καθοδήγησή του και τις πολύτιμες συμβουλές του έφερα εις πέρας τη συγγραφή της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Επίσης είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, κκ. Κωνσταντίνο Παπαδημητρίου και Γεώργιο Σαχαρίδη για την συμμετοχή τους στην αξιολόγηση της παρούσας εργασίας.

Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Διοίκησης Εφοδιαστικής Αλυσίδας και Logistics του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών αλλά και τον κ. Ηλία Κεβόρκ του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών που είχα την τιμή να γνωρίσω, για τις άψογες συνθήκες διδασκαλίας και τις γνώσεις που μου πρόσφεραν. Επιπρόσθετα, ευχαριστώ τους συμφοιτητές μου για τη συνεργασία μας και για τις συζητήσεις μας καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μας.

Τέλος, είμαι ευγνώμων και αφιερώνω αυτήν την εργασία στον φίλο μου Παναγιώτη, στους γονείς μου και στα αδέρφια μου, για την υποστήριξη που μου πρόσφεραν σε όλη αυτή την όμορφη διαδρομή των σπουδών μου.

Πέτση Κωνσταντίνα
Βόλος, 25 Ιουνίου 2021

Κυρτή Βελτιστοποίηση για το Πρόβλημα Επιλογής Αισθητήρων

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ ΠΕΤΣΗ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2021

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Κωνσταντίνος Αμπουντώλας,

Αναπληρωτής Καθηγητής του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών

Περίληψη

Η παρατήρηση του περιβάλλοντος αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα πεδία στα οποία βρίσκουν εφαρμογή τα δίκτυα αισθητήρων. Η χρησιμότητα δε, των δικτύων αισθητήρων, συναντάται σε αρκετούς διαφορετικούς τομείς της κοινωνίας και της οικονομίας. Σημαντικό πρόβλημα των δικτύων αισθητήρων είναι ο αριθμός και η χωροταξική τοποθέτηση τους, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται αποτελεσματικές και υψηλής ακρίβειας μετρήσεις, με μειωμένο ωστόσο, κόστος εγκατάστασης και συντήρησης.

Η παρούσα διπλωματική εργασία βασίζεται στην αναγνωρισμένη μελέτη των Siddharth Joshi & Stephen Boyd με τίτλο «Sensor Selection via Convex Optimization», οι οποίοι παρουσιάζουν μεθόδους επιλογής αισθητήρων μέσω κυρτής βελτιστοποίησης και μεθόδων στρογγυλοποίησης για την εύρεση ακέραιων λύσεων. Η εργασία ερευνά αν είναι εφικτές καλύτερες λύσεις σε σύγκριση με τις μεθόδους των συγγραφέων, μέσω υλοποίησης παραλλαγών των αρχικών μεθόδων στρογγυλοποίησης για την εύρεση ακέραιων λύσεων.

Το γενικό εξαγόμενο συμπέρασμα είναι πως οι απλοϊκότερες μέθοδοι των συγγραφέων πλεονεκτούν στην ποιότητα των δικτύων που συνθέτουν για δεδομένο μέγεθος δικτύου αισθητήρων. Αυξημένα μεγέθη δικτύων κατά βάση προσφέρουν πιο αξιόλογη πληροφόρηση λόγω της περισσότερης διαθέσιμης συνδυασμένης πληροφορίας, ενώ οι διαφορές μεταξύ των εναλλακτικών μεθόδων μειώνονται για αυξανόμενα μεγέθη δικτύων. Οι λίγες εξαιρέσεις που γίνονται αντιληπτές στον παραπάνω «κανόνα» υπονοούν πως δεν έχει σημασία μόνο το μέγεθος του δικτύου αλλά και η ποιότητα και το είδος της πληροφορίας που εξασφαλίζεται από τους αισθητήρες.

Τέλος, μέσω μιας μεθόδου τυχαίας επιλογής αισθητήρων που εισάγεται από την παρούσα μελέτη, γίνεται αντιληπτό η σημασία της επιστημονικής προσέγγισης στην κοστολογικά αποδοτική κατάρτιση δικτύων αισθητήρων.

Λέξεις – κλειδιά: δίκτυα αισθητήρων, κυρτή βελτιστοποίηση, επιλογή αισθητήρων

Sensor Selection Problem via Convex Optimization

KONSTANTINA PETSI

Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly, 2021

Supervisor: Dr. Konstantinos Ampountolas,

Associate Professor of the Department of Mechanical Engineering

Abstract

Environmental monitoring is one of the most important areas in which sensor networks are applied. The utility of sensor networks is found in several different sectors of society and the economy. An important problem of sensor networks is their number and spatial placement, so that efficient and high-precision measurements are achieved, while at the same time reducing installation and maintenance costs.

This study is based on the recognized study by Siddharth Joshi & Stephen Boyd entitled "Sensor Selection via Convex Optimization", which presents methods of building high-precision sensor networks in a cost-effective manner. The paper investigates whether better solutions are possible compared to the authors' methods, by implementing variations of the original methods for the rounding in order to find good integer solutions.

The general conclusion drawn is that the authors' simpler methods achieve higher quality sensor networks for a given network size. Increased network sizes generally offer more valuable information due to the more available combined information, while differences between alternative methods are reduced when network size increases. The few exceptions that are perceived regarding the above "rule" imply that it is not only the size of the network that matters, but also the quality and type of information provided by the sensors.

Finally, through a method of random selection of sensors introduced by the present study, the importance of the scientific approach in the cost-effective building of sensor networks is realized.

Keywords: sensor networks, convex optimization, sensor selection

Υπεύθυνη δήλωση

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη διπλωματική εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στη Διοίκηση Εφοδιαστικής Αλυσίδας και Logistics του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Βόλος, Ιούνιος 2021

Περιεχόμενα

Εισαγωγή	1
Κεφάλαιο 2: Το πρόβλημα επιλογής αισθητήρων	4
1.1 Ορισμοί.....	4
1.2 Το πρόβλημα επιλογής αισθητήρα ως πρόβλημα χωροθέτησης	4
1.3 Το ερευνητικό ερώτημα της μελέτης	5
Κεφάλαιο 2: Βιβλιογραφική ανασκόπηση	7
2.1 Το πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων	8
2.2 Το πρόβλημα επιλογής αισθητήρων.....	15
2.3 Το πρόβλημα χωροταξικής τοποθέτησης αισθητήρων.....	19
2.4 Εντροπία της πληροφορίας.....	28
2.5 D-βέλτιστος σχεδιασμός.....	31
2.6 Ελαχιστοποίηση του όγκου των ελλειψοειδών	32
2.7 Το πρόβλημα κυρτής βελτιστοποίησης.....	32
2.9 Στρατηγικές 2-opt.....	39
Κεφάλαιο 3: Μεθοδολογία	40
3.1 Επιλογή αισθητήρων μέσω κυρτής βελτιστοποίησης	40
3.2 Οι παραλλαγές και η μέθοδος της τυχαίας επιλογής.....	43
3.3 Τα δεδομένα της μελέτης	44
Κεφάλαιο 4: Αποτελέσματα	45
4.1 Παραλλαγές Loc4, Loc2 & 4 και της τυχαίας επιλογής.....	45
4.2 Παραλλαγή κατωφλιού	56
Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα	66
Βιβλιογραφικές αναφορές	69
Αγγλικές βιβλιογραφικές αναφορές	69
Ελληνικές βιβλιογραφικές αναφορές	75
Παράρτημα	76

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4.1 - Επιλεγμένοι αισθητήρες για κάθε μέθοδο και αριθμό k επιλεγμένων αισθητήρων.....	45
Πίνακας 4.2 - Αισθητήρες οι οποίοι δεν επιλέχθηκαν.....	50
Πίνακας 4.3 - Ποσοστό υποβέλτιστης επιλογής για όλες τις μεθόδους για όλα τα k	52
Πίνακας 4.4 - Στατιστικά & ποσοστιαίες μεταβολές υποβέλτιστης επιλογής μεθόδων Loc, Locr, Loc4, Loc2&4 για όλα τα k	53
Πίνακας 4.5 - Επιλογή κατωφλιού για το Βήμα6.....	56
Πίνακας 4.6 - Ποσοστό υποβέλτιστης επιλογής για τις τιμές κατωφλιού από 0,1- 0,5 για όλα τα k	58
Πίνακας 4.7 - Στατιστικά & ποσοστιαίες μεταβολές υποβέλτιστης επιλογής Locr για τιμές κατωφλιού από 0,1 - 0,5 για όλα τα k	59
Πίνακας 4.8 - Τιμή κατωφλιού 0,40, 0,41, 0,42, 0,43, 0,44, 0,45, 0,46, 0,47, 0,48, 0,49.....	62
Πίνακας 4.9 - Ποσοστό υποβέλτιστης επιλογής για τις τιμές κατωφλιού 0,40 - 0,49 με βήμα 0,01 για όλα τα k	64

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 4.1 - Συχνότητα επιλογής αισθητήρων ανεξαρτήτως μεθόδου και k	50
Σχήμα 4.2 - Σύγκριση Lower Bounds και Gaps για όλες τις μεθόδους συναρτήσει του k	51
Σχήμα 4.3 – Σύγκριση Gaps εκφρασμένων ως ποσοστό των μέσων ακτινών για όλες τις μεθόδους συναρτήσει του k	51
Σχήμα 4.4 – Σύγκριση Lower Bounds και Gaps για τη μέθοδο στο Βήμα 6 αλλάζοντας το κατώφλι συναρτήσει του k , για τιμές κατωφλιού από 0,1 μέχρι 0,5.....	57
Σχήμα 4.5 – Σύγκριση των Gaps εκφρασμένα ως ποσοστό των μέσων ακτινών για τη μέθοδο στο Βήμα 6 συναρτήσει του k , για τιμές κατωφλιού από 0,1 μέχρι 0,5.....	57
Σχήμα 4.6 – Σύγκριση Lower Bounds και Gaps για τη μέθοδο στο Βήμα 6 αλλάζοντας την τιμή του κατωφλιού συναρτήσει του k , για τιμές κατωφλιού από 0,40 μέχρι 0,49.....	63
Σχήμα 4.7 – Σύγκριση Gaps εκφρασμένων ως ποσοστό των μέσων ακτινών για τη μέθοδο στο Βήμα 6 συναρτήσει του k , για τιμές κατωφλιού από 0,40 μέχρι 0,49.....	63

Εισαγωγή

Ο σύγχρονος τρόπος ζωής και πολύπλευρες εκφάνσεις αυτού σε κάθε τομέα της καθημερινότητας και της οικονομίας, κάνουν μονόδρομο τη χρήση της πληροφορικής και της τεχνολογίας γενικότερα, στην αυτοματοποίηση διαδικασιών και τη διαχείριση της ολοένα και αυξανόμενης παραγόμενης πληροφορίας. Μείζων παράδειγμα του κοινού τόπου της μικροηλεκτρονικής και της πληροφορικής είναι η τεχνολογία των αισθητήρων, οι οποίοι συναντώνται σε πληθώρα διαφορετικών τύπων (περιβαλλοντικοί, κίνησης, κ.λπ.) και επιδιωκόμενων σκοπών.

Μάλιστα, η σύγχρονη τεχνολογία μας έχει χαρίσει τη δυνατότητα ασύρματων αισθητήρων, ουσιαστικά «ξεκλειδώνοντας» πολλές νέες χρήσεις και ευκολότερους τρόπους υλοποίησης δικτύων αισθητήρων. Η παρατήρηση του περιβάλλοντος αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα πεδία στα οποία βρίσκουν εφαρμογή τα ασύρματα δίκτυα αισθητήρων, αντικαθιστώντας τα ενσύρματα συστήματα λόγω χαμηλότερου κόστους και υψηλότερου βαθμού ευελιξίας. Η χρησιμότητα δε, των δικτύων αισθητήρων, συναντάται σε αρκετούς διαφορετικούς τομείς της κοινωνίας και της οικονομίας.

Αρχικά, η αξιοποίηση των δικτύων αισθητήρων δύναται να συνεισφέρει στον τομέα των μεταφορών και συγκοινωνιών. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τους Bianco et al. (2006) και Mitsakis et al. (2015), η τεχνολογία των δικτύων αισθητήρων που βασίζεται στην ασύρματη τεχνολογία Bluetooth, είναι χρήσιμη στο να καταγράφεται με ακρίβεια η κυκλοφορία των οχημάτων. Απώτερος σκοπός είναι η κυκλοφοριακή αποσυμφόρηση, η παροχή εναλλακτικών διαδρομών στους οδηγούς μέσω της συνεργασίας των αισθητήρων με τα GPS των οχημάτων, καθώς και η προώθηση της ασφαλούς οδήγησης και της μείωσης των ατυχημάτων, μέσω του ελέγχου της ταχύτητας των οχημάτων.

Επιπρόσθετα, μερικές ακόμα εφαρμογές των αισθητήρων είναι η μέτρηση της ατμοσφαιρικής ρύπανσης, ο έλεγχος της στάθμης του νερού όπως στο polders της Ολλανδίας (Alfonso et al., 2010), ο έλεγχος της στατικής δομής των κτιρίων ή των γεφυριών (Papadimitriou et al., 2000), ο έλεγχος κυκλωμάτων, η χρήση τους σε κινητήρες αυτοκινήτων ή αεροσκαφών ή άλλων συσκευών. Άξια αναφοράς είναι και η δυνατότητα των δικτύων αισθητήρων να χρησιμοποιηθούν ως λύση πλοήγησης εσωτερικών χώρων, εντοπίζοντας τη θέση ενός ατόμου – αντικειμένου στο χώρο (Κωνσταντόπουλος, 2017).

Αξίζει επίσης να σημειωθεί ο τομέας της γεωργίας ως σημαντικός στόχος εφαρμογής της τεχνολογίας των αισθητήρων. Πιο συγκεκριμένα, οι αισθητήρες χρησιμοποιούνται κατά κόρον για να ελέγχουν το χώμα των φυτών και την παρουσία εντόμων – ζιζανίων, να ρυθμίζουν το

πότισμα, να ελέγχουν τις περιβαλλοντικές συνθήκες όπως θερμοκρασία, υγρασία, κλπ. Ο έλεγχος των συνθηκών είναι μείζονος σημασίας για τους γεωργούς διότι εύκολα μπορεί να καταστραφεί η σοδειά τους.

Τέλος, η τεχνολογία των αισθητήρων καθίσταται ιδιαίτερα χρήσιμη ακόμη και για ανθρωπιστικούς ή στρατιωτικούς λόγους, όπως την πρόληψη φωτιάς, σεισμού, πλημμύρας, έκτακτων φυσικών φαινομένων ή τη συλλογή σημαντικών πληροφοριών στο πεδίο της μάχης (Rowaihy et al., 2007).

Ένα δίκτυο αισθητήρων αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό κόμβων αισθητήρων, οι οποίοι εγκαθίστανται είτε δίπλα στο φαινόμενο υπό μελέτη, είτε στην περιοχή μελέτης, είτε λίγο πιο μακριά από το φαινόμενο που μελετάται. Τα δίκτυα αισθητήρων προορίζονται συνήθως να διαρκέσουν για μεγάλα χρονικά διαστήματα, όπως μήνες ή και χρόνια, με στόχο την πλήρη κάλυψη της περιοχής. Πλήρης κάλυψη θεωρείται η προϋπόθεση κάθε σημείο της περιοχής υπό μελέτη να καλύπτεται από την εμβέλεια τουλάχιστον ενός αισθητήρα.

Ένα Ασύρματο Δίκτυο Αισθητήρων αποτελείται από αυτόνομους αισθητήρες καταναμημένους στο χώρο. Συνδέονται μέσω μιας ασύρματης επικοινωνιακής υποδομής έτσι ώστε να λειτουργούν συνεργατικά. Κάθε Ασύρματο Δίκτυο Αισθητήρων αποτελείται από κόμβους, καθένας εκ των οποίων μπορεί να είναι συνδεδεμένος με έναν ή περισσότερους αισθητήρες, ενώ κάθε κόμβος δύναται να επεξεργάζεται τις μετρήσεις από τους αισθητήρες με τους οποίους συνδέεται. Αυτές οι μετρήσεις μπορεί να περιλαμβάνουν σεισμικές, ακουστικές, μαγνητικές, υπέρυθρες, βίντεο ή άλλες πληροφορίες (Rowaihy et al., 2007). Κάθε μία συσκευή είναι εξοπλισμένη με μικροεπεξεργαστή και κεραία ασύρματης επικοινωνίας, ενώ είναι τροφοδοτούμενη από μια μπαταρία.

Σημαντικό πρόβλημα των δικτύων αισθητήρων είναι ο αριθμός και η χωροταξική τοποθέτηση τους, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται αποτελεσματικές και υψηλής ακρίβειας μετρήσεις, με μειωμένο ωστόσο, κόστος εγκατάστασης αλλά και συντήρησης. Σαφώς, όσο περισσότεροι αισθητήρες τοποθετηθούν, τόσο περισσότερα δεδομένα θα συλλεχθούν για το δίκτυο και την περιοχή μελέτης. Στον αντίποδα όμως, το κόστος είναι σημαντικός αποτρεπτικός παράγοντας για τα δίκτυα αισθητήρων και τον αριθμό αυτών που χρησιμοποιούνται.

Ως εκ τούτου, το πρόβλημα επιλογής αισθητήρων μελετάται επιστημονικά και διεθνώς ως «Sensor Selection Problem», ενώ προβλήματα επιλογής αισθητήρων με μεγάλο αριθμό αισθητήρων έχουν χαρακτηριστεί ως NP-Hard και σε κάποιες περιπτώσεις δεν έχει βρεθεί αλγόριθμος που να εξασφαλίζει βέλτιστες λύσεις σε πολυωνυμικό χρόνο. Έτσι, προτείνονται ευρετικοί (heuristic) αλγόριθμοι οι οποίοι βρίσκουν μια υποβέλτιστη λύση.

Η παρούσα μελέτη απαρτίζεται από 5 κεφάλαια. Στο 1^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται το υπό μελέτη πρόβλημα επιλογής αισθητήρων και το ερευνητικό ερώτημα της εργασίας καθώς και οι σχετικοί ορισμοί, χρήσιμοι για την κατανόηση της εργασίας από τον αναγνώστη. Στο 2^ο κεφάλαιο προσφέρεται βιβλιογραφική ανασκόπηση βασισμένη σε μίγμα μελετών άμεσων ή συγγενώς σχετιζόμενων με το θέμα της παρούσας εργασίας, προς περαιτέρω ενημέρωση και καλύτερη κατανόηση του ευρύτερου θέματος από τον αναγνώστη. Στο 3^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται από την εργασία αλλά και τα δεδομένα της μελέτης. Τέλος, η εργασία ολοκληρώνεται μέσω του 4^{ου} και του 5^{ου} κεφαλαίου όπου παρατίθενται τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα της μελέτης αντίστοιχα.

Κεφάλαιο 2: Το πρόβλημα επιλογής αισθητήρων

1.1 Ορισμοί

Ένα πρόβλημα μαθηματικής βελτιστοποίησης μέσω ελαχιστοποίησης έχει την μορφή:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} = f_0(x) \\ & \text{subject to } f_i(x) \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

- όπου $f_0(x)$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση
- το διάνυσμα $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ είναι η μεταβλητή βελτιστοποίησης του προβλήματος
- $f_i: R^n \rightarrow R$ είναι οι περιορισμοί ανισότητας για $i = 1, 2, \dots, m$
- και οι σταθερές τιμές b_1, b_2, \dots, b_m είναι όρια για τους περιορισμούς

Το διάνυσμα x^* αποτελεί τη βέλτιστη λύση αν έχει την μικρότερη αντικειμενική τιμή μεταξύ όλων των διανυσμάτων που ικανοποιούν τους περιορισμούς.

Μια κλάση των προβλημάτων βελτιστοποίησης είναι τα προβλήματα κυρτής βελτιστοποίησης (Convex Optimization Problems). Η αντικειμενική συνάρτηση αλλά και οι περιορισμοί είναι κυρτές συναρτήσεις δηλαδή ικανοποιούν την παρακάτω ανισότητα:

$$f_i(ax + by) \leq af_i(x) + bf_i(y) \quad \forall x, y \in R^n, a, b \in R, a + b = 1, a \geq 0, b \geq 0$$

Η κυρτότητα αποτελεί σημαντική ιδιότητα μιας αντικειμενικής συνάρτησης προς βελτιστοποίηση διότι το ελάχιστο μιας κυρτής συνάρτησης στο πεδίο ορισμού της είναι ολικό ελάχιστο. Αυτό σημαίνει ότι η λύση του προβλήματος είναι βέλτιστη λύση.

1.2 Το πρόβλημα επιλογής αισθητήρα ως πρόβλημα χωροθέτησης

Το πρόβλημα επιλογής αισθητήρα είναι δυνατό να μελετηθεί και ως πρόβλημα χωροθέτησης (location problem). Πραγματοποιώντας ανασκόπηση στη βιβλιογραφία για το πρόβλημα χωροθέτησης, παρατηρείται ότι οι περισσότερες αναφορές αφορούν το πρόβλημα της βέλτιστης θέσης εγκατάστασης ενός νοσοκομείου ή ενός βενζινάδικου για την εξυπηρέτηση του μέγιστου αριθμού ασθενών, πελατών κ.α., με γνώμονα την ελαχιστοποίηση της απόστασης ή του διανυθέντος χρόνου. Το γενικό πρόβλημα είναι ο εντοπισμός νέων εγκαταστάσεων ή αισθητήρων για τη βελτιστοποίηση κάποιου προβλήματος ή την κάλυψη ενός χώρου ή την ικανοποίηση ορισμένων σημείων ζήτησης.

Τα προβλήματα χωροθέτησης είναι γενικά NP-Hard ως προς την υπολογιστική τους πολυπλοκότητα για την εξεύρεση άριστης λύσης. Χρησιμοποιούνται όμως προσεγγιστικοί αλγόριθμοι για να λυθούν αποτελεσματικά σε πολυωνυμικό χρόνο. Οι πιο γνωστές μέθοδοι είναι οι άπληστοι (greedy) αλγόριθμοι, η «Χαλάρωση του Ακέραιου Γραμμικού Προβλήματος» (Relaxed Integer Linear Problem), και τεχνικές στρογγυλοποίησης (Rounding Strategies). Τα προβλήματα που εμπεριέχουν ακέραιους περιορισμούς, λύνονται συνήθως μέσω κάποιου ευρετικού (heuristic) αλγορίθμου, ο οποίος αγνοεί τον ακέραιο περιορισμό, μετατρέποντας το πρόβλημα σε συνεχές ενώ εν συνεχεία με τη βοήθεια μεθόδων στρογγυλοποίησης η κλασματική λύση μετατρέπεται σε ακέραια.

Σύμφωνα με τους Joshi & Boyd (2009) το πρόβλημα επιλογής αισθητήρα μπορεί να λυθεί ακριβώς χρησιμοποιώντας τεχνικές βελτιστοποίησης όπως τη μέθοδο «Κλάδου και Φραγής» (Branch and Bound). Ωστόσο ένα αρνητικό αυτής της μεθόδου είναι ότι αρκετά συχνά τρέχουν για αρκετό χρόνο ακόμα και για μικρούς αριθμούς επιλογής αισθητήρων.

1.3 Το ερευνητικό ερώτημα της μελέτης

Πλήθος μελετών ερευνούν το πρόβλημα της χωροθέτησης. Στόχος αυτών των προβλημάτων είναι να βρεθεί η βέλτιστη-καλύτερη τοποθεσία μιας εγκατάστασης εξυπηρετώντας τους πολίτες ή ελαχιστοποιώντας την απόσταση ή το χρόνο ή το κόστος εγκατάστασης.

Το πρόβλημα χωροθέτησης σε μια κοινότητα συναντάται σε πληθώρα τομέων όπως ενδεικτικά, η εγκατάσταση δημόσιων υπηρεσιών και αγαθών όπως νοσοκομείων, σχολείων, κέντρων υγείας ή βενζινάδικων, ηλεκτρικών φορτιστών, αισθητήρων οι οποίοι μετράνε την κίνηση ή την ατμοσφαιρική ρύπανση κ.α. Γενικότερα, ένα πρόβλημα χωροθέτησης συναντάται στην εξέταση του πλήθους των αντικειμένων ή των υπηρεσιών που χρειάζεται να εγκατασταθούν στο χώρο που μελετάται αλλά και στην επιλογή ενός υποσύνολου αντικειμένων από ένα μεγαλύτερο σύνολο.

Η μελέτη των Joshi & Boyd (2009) εμφανίζεται σε πολλές έρευνες ενώ αρκετοί ερευνητές βασίστηκαν στη μεθοδολογία τους ή σύγκριναν τους δικούς τους αλγορίθμους με τη δική τους μεθοδολογία (ενδεικτικά Ranieri et al., 2014). Το πρόβλημα προς επίλυση είναι ποιοι αισθητήρες να επιλεγούν από ένα μεγαλύτερο σύνολο έτσι ώστε το επιλεγμένο υποσύνολο αισθητήρων να προσφέρει της ίδιας ποιότητας πληροφορίας σε σύγκριση με το σύνολο της πληροφορίας που θα αντλούνταν από το σύνολο των αισθητήρων.

Η παρούσα μελέτη εστιάζει στην αναζήτηση νέων μεθοδολογιών οι οποίες καλυτερεύουν την λύση που προτείνουν οι συγγραφείς Joshi & Boyd (2009) στο άρθρο τους με τίτλο «Sensor Selection via Convex Optimization». Ως εκ τούτου, το ερευνητικό ερώτημα που θέτει η παρούσα μελέτη είναι το κατά πόσο είναι δυνατή η επίτευξη καλύτερων λύσεων με τροποποιημένες εκδόσεις των μεθόδων των Joshi & Boyd (2009) σε σχέση με τα ευρήματα των συγγραφέων.

Κεφάλαιο 2: Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Ένας από τους βασικούς στόχους ενός δικτύου αισθητήρων είναι να παρέχει πληροφορίες όσο το δυνατόν πιο ακριβείς για την περιοχή που εξετάζεται. Σύμφωνα με τους Rowaihy et al. (2007) οι πληροφορίες που παρέχουν οι αισθητήρες πρέπει να είναι επαρκείς προς επίτευξη αποτελεσματικής έρευνας και εξαγωγής ορθών αποτελεσμάτων και συμπερασμάτων. Ωστόσο, λόγω του κόστους αλλά και λόγω της διάρκειας ζωής των αισθητήρων, ο αριθμός τους πρέπει να είναι ο ελάχιστος δυνατός.

Κατά τους Naeem et al. (2012) και Rowaihy et al. (2007), προτείνεται οι αισθητήρες να έχουν έναν διακόπτη και να μπαίνουν σε λειτουργία όταν χρειάζονται ενώ σε αντίθετη περίπτωση να γίνεται μετάπτωση σε λειτουργία ύπνου (sleep mode). Έτσι πρέπει να επιλέγεται ένα υποσύνολο από όλους τους διαθέσιμους αισθητήρες το οποίο θα συμμετέχει και θα συλλέγει τις πληροφορίες που είναι αναγκαίες για την μελέτη. Ωστόσο καθίσταται δύσκολο το πρόβλημα επιλογής ενός υποσυνόλου αισθητήρων, με κόστος που να μην ξεπερνάει ένα δεδομένο επίπεδο κόστους, προσφέροντας την ίδια ποιότητα πληροφορίας σε σχέση με το σύνολο των αισθητήρων, ουσιαστικά μεγιστοποιώντας τη χρησιμότητα που αποκομίζεται. Πιο συγκεκριμένα, το πρόβλημα όντας NP-Hard, όσο μεγαλώνει ο αριθμός των αισθητήρων και του υποσυνόλου των αισθητήρων, τόσο πιο δύσκολη γίνεται η επιλογή του προαναφερθέντος υποσυνόλου.

Όσον αφορά την επίλυση των προβλημάτων κάλυψης, πολλές τεχνικές έχουν προταθεί, οι οποίες κατατάσσονται σε πέντε κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία είναι οι ακριβείς διαδικασίες, οι οποίες δίνουν πάντα τη βέλτιστη λύση. Σε αυτές εντάσσεται ο γραμμικός και δυναμικός προγραμματισμός, καθώς και η μέθοδος κλάδου και φραγής (Branch and Bound). Η δεύτερη κατηγορία είναι οι ευρετικοί αλγόριθμοι (heuristics) που στοχεύουν στην εύρεση μιας λύσης πλησίον της βέλτιστης. Η επόμενη κατηγορία είναι οι μετα-ευρετικοί αλγόριθμοι (meta-heuristics), και σε αυτήν εντάσσονται οι γνωστές τεχνικές tabu search, simulated annealing και οι γενετικοί αλγόριθμοι. Αυτές οι τεχνικές βρίσκουν την ολική βέλτιστη λύση σε ένα πρόβλημα. Υπάρχει, επίσης, η κατηγορία των υβριδικών αλγορίθμων που είναι οποιοσδήποτε συνδυασμός ευρετικών και μετα-ευρετικών αλγορίθμων, και τέλος οι ειδικές τεχνικές (special techniques) που είναι αλγόριθμοι οι οποίοι δεν εμπίπτουν σε καμία από τις παραπάνω κατηγορίες.

2.1 Το πρόβλημα χωροθέτησης εγκαταστάσεων

Ο Gleason (1975) παρουσιάζει το πρόβλημα τοποθέτησης νέων στάσεων λεωφορείων σε καινούριες διαδρομές καθώς και με την τοποθέτηση νέων εξπρές στάσεων λεωφορείων στις ήδη εγκατεστημένες τακτικές στάσεις λεωφορείων. Επίσης, προτείνει ένα μοντέλο το οποίο θα εντοπίζει τον ελάχιστο αριθμό εξπρές στάσεων λεωφορείων που χρειάζονται, έτσι ώστε κανένας επιβάτης να μην περπατάει παραπάνω από όσο θα χρειάζονταν συγκριτικά με μια κανονική στάση. Στη συνέχεια αναφέρονται και τυχόν τροποποιήσεις που μπορούν να γίνουν στο παραπάνω μοντέλο δίνοντας λύση σε άλλα προβλήματα. Τα μοντέλα που θα παρουσιαστούν είναι τα ίδια που πρότειναν οι Toregas et al. (1971) στο πρόβλημα των EMS (Emergency Medical Services). Με το παρόν άρθρο, ο συγγραφέας αναδεικνύει μια άλλη χρησιμότητα του μοντέλου που πρότειναν οι Toregas et al. (1971).

Αρχικά, αριθμεί όλες τις στάσεις λεωφορείων στη διαδρομή. Μετά προτείνεται μια μεταβλητή z η οποία συμβολίζει την επιτρεπτή απόσταση που διανύει κάποιος επιβάτης από μια εξπρές στάση. Θεωρεί ότι οι κανονικές στάσεις απέχουν z απόσταση από μια εξπρές στάση λεωφορείου. Συμβολίζει με N_i το σύνολο όλων των στάσεων σε επιτρεπτή απόσταση από τη στάση i και d_{ij} την απόσταση μεταξύ των στάσεων i και j . Θέτει ως δυαδική μεταβλητή απόφασης την X_j με τιμές 1 αν η στάση j μπορεί να εκφραστεί ως εξπρές στάση και 0 αν δεν μπορεί να εκφραστεί. Στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των εξπρές στάσεων. Σε κάθε σετ N_i θα υπάρχει τουλάχιστον μια στάση εξπρές με απόσταση z . Το πρόβλημα τοποθέτησης των εξπρές στάσεων το θεωρεί σαν Set Covering Problem και μορφοποιείται σαν πρόβλημα 0,1 ακέραιου προγραμματισμού. Το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί με γραμμικό κώδικα, ωστόσο μπορεί να προκύψει και μη ακέραιη λύση.

Με μια άλλη διατύπωση στις μεταβλητές το παραπάνω μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να τοποθετηθούν οι κανονικές στάσεις των λεωφορείων. Αν το z είναι η μεταβλητή η οποία συμβολίζει την επιτρεπτή απόσταση για να φτάσει κάποιος σε μια στάση λεωφορείου και έστω ότι υπάρχει στάση κάθε z μέτρα από κάθε διασταύρωση. Αντί για να αριθμεί στάσεις λεωφορείων στη διαδρομή τώρα αριθμεί όλες τις διασταυρώσεις. Συμβολίζει με d_{ij} την απόσταση μεταξύ των διασταυρώσεων i και j . Θέτει σε δυαδική μεταβλητή απόφασης την X_j με τιμές 1 αν η στάση j μπορεί να τοποθετηθεί στην διασταύρωση και j και 0 αν δεν μπορεί.

Τέλος, ο Gleason (1975) παρουσιάζει το πρόβλημα επιλογής συγκεκριμένου αριθμού κανονικών και εξπρές στάσεων για να ελαχιστοποιήσει τη συνολική απόσταση που διανύουν οι επιβάτες μεταξύ κανονικής στάσης και εξπρές στάσης. Επισημαίνει ότι το προαναφερθέν

πρόβλημα μοιάζει με το p-median problem των Toregas et al. (1971) με την διαφορά πως η επιτρεπτή απόσταση που μπορεί να διανύσει ο επιβάτης είναι καθορισμένη όπως παραπάνω με την μεταβλητή z . Όλοι οι επιβάτες έχουν ανατεθεί σε μια στάση εξπρές και ο αριθμός των στάσεων εξπρές είναι καθορισμένος. Είναι δυνατό για κάποιες τιμές των αποστάσεων μεταξύ των στάσεων και για κάποιον αριθμό στάσεων που πρέπει να εγκατασταθούν, το πρόβλημα να μην καταλήξει σε εφικτή λύση (feasible solution). Για να αποφευχθεί αυτό, ο συγγραφέας προτείνει πρώτα να λυθεί το πρόβλημα που παρουσιάστηκε στην αρχή, δηλαδή το πρόβλημα ελαχιστοποίησης των εξπρές στάσεων, και αυτή η λύση να χρησιμοποιηθεί σαν κάτω όριο του προβλήματος.

Οι Li et al. (2011) παρουσιάζουν μαθηματικές μορφοποιήσεις και τεχνικές βελτιστοποίησης με θέμα την τοποθεσία εγκαταστάσεων αντιμετώπισης έκτακτης ανάγκης και σχεδιασμού που έχουν παρουσιαστεί στη βιβλιογραφία τις τελευταίες δεκαετίες.

Παρουσιάζουν αρκετά μοντέλα κάλυψης καθώς και επεκτάσεις τους συμπεριλαμβανομένων των προβλημάτων των θέσεων κάλυψης (Set Covering Problem), και μέγιστων θέσεων κάλυψης (Maximal Covering Location Problem), το διπλό πρότυπο μοντέλο (Double Standard Model), το μέγιστο αναμενόμενο πρόβλημα κάλυψης τοποθεσίας (Expected Covering Location Problem) και τα προβλήματα μέγιστης διαθεσιμότητας τοποθέτησης (Maximum Availability Location Problem). Επίσης, παρουσιάζουν τις πρόσφατες εξελίξεις στα μοντέλα και τις αντίστοιχες τεχνικές βελτιστοποίησης για την επίλυση των παραπάνω μοντέλων όπως ευρετικοί (heuristic) αλγόριθμοι, προσομοιώσεις και ακριβείς αλγόριθμοι.

Όπως αναφέρεται στο άρθρο των προαναφερθέντων συγγραφέων, τις τελευταίες δεκαετίες αρκετοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με τις Ιατρικές Υπηρεσίες Έκτακτης Ανάγκης (Emergency Medical Services - EMS). Η διαμόρφωση αυτών των συστημάτων επηρεάζουν άμεσα τις ζωές των ανθρώπων. Αν για παράδειγμα το σύστημα δεν μπορεί να παρέχει άμεσα βοήθεια, η ζωή των ανθρώπων βρίσκεται σε κίνδυνο. Είναι λογικό πως οι εγκαταστάσεις αντιμετώπισης έκτακτης ανάγκης καθίστανται ένα πολύ σημαντικό ζήτημα. Δυστυχώς όμως, κατά τους συγγραφείς, δεν υπάρχουν επαρκείς διαθέσιμοι πόροι για να στηρίξουν ανάλογα συστήματα αλλά και ο περιορισμένος οικονομικός προϋπολογισμός του εκάστοτε κράτους δυσκολεύει αυτό το εγχείρημα.

Το ερώτημα στα προβλήματα θέσης εγκαταστάσεων έκτακτης ανάγκης είναι ποιοι χώροι πρέπει να χρησιμοποιηθούν για εγκαταστάσεις και πόσες εγκαταστάσεις πρέπει να έχει ο χώρος με βάση τη ζήτηση της κάθε περιοχής για Ιατρικές Υπηρεσίες Έκτακτης Ανάγκης (EMS). Υπάρχουν 3 ομάδες μοντέλων. Πρωτίστως, μοντέλα στα οποία δίνεται έμφαση στην κάλυψη κλήσεων έκτακτης ανάγκης εντός συγκεκριμένης απόστασης. Επιπρόσθετα, τα p-median

μοντέλα τα οποία ελαχιστοποιούν τη συνολική ή μέση απόσταση εξυπηρέτησης για όλα τα σημεία ζήτησης. Τέλος, τα p-center μοντέλα τα οποία στοχεύουν στην ελαχιστοποίηση της μέγιστης απόστασης εξυπηρέτησης για όλα τα σημεία ζήτησης. Στο άρθρο των συγγραφέων τα 2 τελευταία μοντέλα μελετώνται πιο διεξοδικά.

Σύμφωνα με τους Li et al. (2011) το πρώτο Μοντέλο Κάλυψης Θέσης έκτακτης ανάγκης (Location Set Covering Problem - LSCP) που παρουσίασαν οι Toregas et al. (1971) είχε στόχο την ελαχιστοποίηση των εγκαταστάσεων για να καλυφθούν όλα τα σημεία ζήτησης. Μάλιστα, ένα σημαντικό πρόβλημα είναι όταν ένα σημείο ζήτησης είναι μακριά από τα υπόλοιπα σημεία ζήτησης και δεν μπορούν να καλυφθούν σύμφωνα με την προκαθορισμένη απόσταση του μοντέλου κάλυψης.

Αργότερα υπήρξε το Μοντέλο Μέγιστης Κάλυψης Θέσης (Maximal Covering Location Problem - MCLP) από τους Church & ReVelle (1974). Αυτό το μοντέλο μεγιστοποιεί την κάλυψη της ζήτησης για προκαθορισμένο αριθμό εγκαταστάσεων. Κοινό χαρακτηριστικό και των δύο αυτών μοντέλων είναι όταν μια υπηρεσία δεχτεί κλήση για βοήθεια και πάει στο σημείο, τα υπόλοιπα σημεία δεν καλύπτονται πλέον από την υπηρεσία. Για να ξεπεραστεί αυτό το μειονέκτημα, ερευνήθηκαν δύο μοντέλα. Το Μοντέλο Πολλαπλής Κάλυψης (Double Standard Model - DSM) από τους Gendreau et al. (1997) και το Μοντέλο Μέγιστης Αναμενόμενης Κάλυψης (Maximum Expected Covering Location Problem - MEXCLP) και μέγιστης διαθέσιμης τοποθεσίας (Maximum Availability Location Problem - MALP) από τους Daskin (1983), ReVelle & Hogan (1989a) αντίστοιχα.

Επίσης, με την ανάπτυξη της πληροφορικής, τα Δυναμικά Μοντέλα (Dynamic Double Standard Model - DDSM) και τα Δυναμικά Διαθέσιμα Μοντέλα Κάλυψης (Dynamically Available Coverage Location - DACL) που πρότειναν οι Gendreau et al. (2001) και οι Rajagopalan et al. (2007) είναι σε θέση να λύσουν προβλήματα θέσης και εγκαταστάσεων σε πραγματικό χρόνο. Λύση στο πρόβλημα δίνουν και τα Σταδιακά Μοντέλα Κάλυψης έτσι ώστε τα σημεία να μπορούν να καλυφθούν όχι μόνο από μία εγκατάσταση. Προκύπτουν δηλαδή εγκαταστάσεις συνεργασίας.

Στα περισσότερα μοντέλα κάλυψης, μια εγκατάσταση EMS καλύπτει και εξυπηρετεί μια κλήση έκτακτης ανάγκης εντός συγκεκριμένης απόστασης. Η απόσταση αυτή ορίζεται από τον νόμο του EMS Act 1973, ο οποίος απαιτεί για τις αστικές περιοχές το 95% των αιτήσεων να εξυπηρετηθεί εντός 10 λεπτών ενώ για τις αγροτικές περιοχές ο επιδιωκόμενος στόχος ανέρχεται στο μέγιστο των 30 λεπτών.

Τα προβλήματα χωροθέτησης (Facility Location Set Covering Problem) μπορούν να μοντελοποιηθούν ως εξής: στόχος τους είναι να ελαχιστοποιήσουν τον συνολικό αριθμό των

εγκαταστάσεων που χρειάζονται με τον περιορισμό πως όλα τα σημεία ζήτησης καλύπτονται τουλάχιστον από μία εγκατάσταση. Το πρόβλημα θεωρεί τους πόρους απεριόριστους και ότι μια εγκατάσταση μπορεί να εξυπηρετήσει όλες τις αιτήσεις. Στρατηγικός στόχος είναι να βρεθεί ο ελάχιστος αριθμός εγκαταστάσεων που απαιτούνται για την πλήρη κάλυψη της ζήτησης.

Έτσι οι Aly & White (1978) μελέτησαν τον πρόβλημα με την υπόθεση ότι δημιουργούνται κλήσεις έκτακτης ανάγκης σε μία συνεχή περιοχή και όχι σε διακριτά σημεία. Διατύπωσαν ένα μοντέλο με στοχαστικό χρόνο απόκρισης. Οι Daskin & Stern (1981) πρότειναν μια ιεραρχική εκδοχή του Location Set Covering Problem με σκοπό την ελαχιστοποίηση του αριθμού των εγκαταστάσεων που μπορούν να εξυπηρετήσουν μια περιοχή με συγκεκριμένο πρότυπο απόστασης και ύστερα να μεγιστοποιήσουν τον αριθμό των σημείων ζήτησης. Οι ReVelle & Hogan (1989b) διατύπωσαν μια έκδοση του προβλήματος με πιθανότητες (Probabilistic Location Set Covering Problem) στην οποία όλα τα σημεία ζήτησης να καλύπτονται από ένα επίπεδο αξιοπιστίας. Μετέπειτα δημιουργήθηκαν και άλλες εκδοχές αυτού του προβλήματος. Οι Ball & Lin (1993) εφάρμοσαν την εκδοχή της πιθανότητας κάθε σημείου ζήτησης που δεν καλύπτεται, να είναι κάτω από μια προκαθορισμένη τιμή.

Τα προβλήματα Μέγιστων Θέσεων Κάλυψης (Maximal Covering Location Problem) έχουν στόχο να μεγιστοποιούν την κάλυψη της ζήτησης με 2 περιορισμούς. Πρώτον, το σημείο ζήτησης καλύπτεται μόνο εάν μία ή περισσότερες εγκαταστάσεις τοποθετηθούν σε συγκεκριμένη απόσταση και δεύτερον ο συνολικός αριθμός των εγκαταστάσεων είναι ίσος με κάποιον συγκεκριμένο αριθμό. Κάθε σημείο ζήτησης έχει και ένα βάρος για να γίνεται πιο ρεαλιστικό το πρόβλημα. Υπάρχουν αρκετές επεκτάσεις του παραπάνω προβλήματος. Οι Dessouky et al. (2006) και Jia et al. (2007a) και (2007b) μελέτησαν «πολλαπλά επίπεδα ποιότητας και πολλαπλές ποσότητες των εγκαταστάσεων σε κάθε επίπεδο ποιότητας για κάθε σημείο ζήτησης σε μεγάλα συστήματα EMS».

Το διπλό πρότυπο μοντέλο Dual Standard Model προτάθηκε από τους Gendreau et al. (1997) και χρησιμοποιεί δύο αποστάσεις r_1 , r_2 με $r_1 < r_2$. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι να μεγιστοποιηθούν οι ζητήσεις οι οποίες καλύπτονται τουλάχιστον δύο φορές εντός μιας απόστασης r_1 . Όλες οι ζητήσεις καλύπτονται εντός της απόστασης r_2 και ένα ποσοστό καλύπτεται εντός της άλλης απόστασης r_1 . Ένα σημείο ζήτησης καλύπτεται δύο φορές μόνο εάν υπάρχουν δύο ή περισσότερες εγκαταστάσεις εντός μιας καθορισμένης απόστασης r_1 . Τέλος, υπάρχει συγκεκριμένος αριθμός εγκαταστάσεων σε κάθε τοποθεσία. Αναλόγως, αν υπάρχει μεγάλη ζήτηση, μπορεί να μην τοποθετηθεί μόνο μία εγκατάσταση σε κάθε τοποθεσία. Άλλα μοντέλα έχουν στην αντικειμενική τους συνάρτηση την έννοια της ποινής έτσι ώστε να

μην υπάρχει περιοχή που δεν καλύπτεται για να είναι απασχολημένες στον ίδιο βαθμό οι εγκαταστάσεις.

Το Μέγιστο Αναμενόμενο Πρόβλημα Κάλυψης Θέσης (Maximum Expected Covering Location Problem - MEXCLP) προτάθηκε από τον Daskin (1983) στο οποίο «όλες οι εγκαταστάσεις έχουν την ίδια πιθανότητα και λειτουργούν ανεξάρτητα». Στόχος του προβλήματος είναι να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη κάλυψη, έχοντας κάποιον περιορισμό στον αριθμό των εγκαταστάσεων που θα χρησιμοποιηθούν. Στο παρόν μοντέλο επιτρέπεται σε μια περιοχή να βρίσκονται παραπάνω από μια εγκατάσταση. Έπειτα άλλοι ερευνητές όπως οι Repede & Bernardo (1994) έκαναν κάποιες αλλαγές στο παραπάνω μοντέλο. Εισηγάγαν χρονικές απαιτήσεις. Το δοκίμασαν μαζί με ένα μοντέλο προσομοίωσης για να δοκιμάσουν εναλλακτικά σχέδια για να καλυφθεί η περιοχή με ασθενοφόρα για χρονικές στιγμές t , για συγκεκριμένο στόλο ασθενοφόρων, με γνωστό μέγεθος ζήτησης. Πέτυχαν ως αποτέλεσμα την αύξηση της κάλυψης από 84% σε 95% και μειώθηκε κατά 36% ο χρόνος απόκρισης σε σύγκριση με το προηγούμενο σύστημα. Άλλοι ερευνητές μετέτρεψαν το πρόβλημα σε μη γραμμικό, άλλοι χρησιμοποίησαν ευρετικούς (heuristic) αλγόριθμους και άλλοι χρησιμοποίησαν μοντέλα ουράς Hypercube Queuing Models.

Τα μοντέλα ουράς (Hypercube Queuing Models) εισήγαγε ο Larson (1974). Οι Takeda et al. (2007) χρησιμοποίησαν τα μοντέλα ουράς για να αναδείξουν τις επιπτώσεις που υπήρχαν όταν όλα τα ασθενοφόρα ήταν συγκεντρωμένα στο κέντρο της πόλης και δεν ήταν διασκορπισμένα στα περίχωρα και σύγκριναν τα αποτελέσματα αφού πρόσθεσαν επιπλέον στόλο ασθενοφόρων. Οι Mendonca & Morabito (2001) μελέτησαν το πρόβλημα των EMS χρησιμοποιώντας μοντέλα ουράς. Βασίστηκαν στο μοντέλο του Larson (1974) κάνοντας κάποιες αλλαγές: όταν παρουσιαστεί ένα περιστατικό το κέντρο διαχείρισης, αποστέλλεται το περιστατικό στην πρώτη εγκατάσταση εάν είναι διαθέσιμη, αλλιώς στην επόμενη εγκατάσταση που βρει διαθέσιμη.

Έπειτα οι Iannoni & Morabito (2007) βασίστηκαν σε πιο σύνθετα συστήματα στα οποία οι κλήσεις και οι διακομιστές (servers) ήταν διαφορετικοί τύποι μεταξύ τους. Αναλόγως της κρισιμότητας των περιστατικών που λάμβανε το τηλεφωνικό κέντρο, χρειάζονταν και ανάλογες εγκαταστάσεις. Οι Iannoni et al. (2008) και Iannoni et al. (2009) εισήγαγαν έναν γενετικό αλγόριθμο στο μοντέλο για να βελτιστοποιήσουν την κάλυψη των περιοχών αλλά και να βελτιστοποιήσουν και τις τοποθεσίες των εγκαταστάσεων. Οι Geroliminis et al. (2004) συνδύασαν τα προβλήματα μέγιστων θέσεων κάλυψης (Maximal Covering Location Problem) και τα μοντέλα ουράς για να μορφοποιήσουν στοχαστικά προβλήματα (Stochastic Hybrid

Queuing Location Model). Ασχολήθηκαν αρκετοί ερευνητές με αυτά τα μοντέλα ουράς όπως αναφέρουν οι συγγραφείς του άρθρου.

Ένα άλλο μοντέλο κάλυψης είναι το Μέγιστης Διαθέσιμης Τοποθεσίας (Maximum Availability Location Problem - MALP) που πρότειναν οι ReVelle & Hogan (1989a). Υπάρχουν 2 τύποι αυτού του μοντέλου. Το πρώτο μοντέλο υποθέτει ότι όλες οι εγκαταστάσεις έχουν τον ίδιο φόρτο εργασίας, ενώ το δεύτερο μοντέλο θεωρεί ότι ο φόρτος εργασίας ο οποίος σχετίζεται από το σημείο ζήτησης υπολογίζεται ως το κλάσμα όλων των κλήσεων προς τη συνολική διαθεσιμότητα όλων των εγκαταστάσεων. Σκοπός του πρώτου μοντέλου είναι η μεγιστοποίηση κάλυψης του πληθυσμού από μια εγκατάσταση εντός κάποιας απόστασης με κάποιο επίπεδο αξιοπιστίας α . Αργότερα προτάθηκε από τους Galvao et al. (2005) το μοντέλο μέγιστης διαθέσιμης τοποθεσίας μαζί με μοντέλα ουράς.

Οι Maxwell et al. (2009) χώρισαν τα μοντέλα Dynamic Allocation σε τρεις κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία το πρόβλημα επιλύεται σε πραγματικό χρόνο, στη δεύτερη κατηγορία χρησιμοποιείται ως δεδομένο η βέλτιστη τοποθεσία που έχει βρεθεί, ενώ στην τρίτη κατηγορία στο μοντέλο υπάρχει μια τυχαιότητα είτε μορφοποιώντας το πρόβλημα ως Markov είτε παίρνοντας κάποιες συγκεκριμένες αποφάσεις.

Οι Gendreau et al. (2001) χρησιμοποίησαν σε πραγματικό χρόνο την μετεγκατάσταση των EMS. Οι Rajagopalan et al. (2008) ανέπτυξαν τα δυναμικά διαθέσιμα μοντέλα κάλυψης για δυναμικές εγκαταστάσεις. Χώρισαν τον χρόνο σε clusters με βάση τις αλλαγές που υπήρχαν στα επίπεδα ζήτησης. Ενσωμάτωσαν θεωρία ουράς στα μοντέλα τους και έτσι κάθε εγκατάσταση λειτουργεί ανεξάρτητα με διαφορετικές πιθανότητες φόρτου εργασίας. Το 2006 οι Gendreau et al., όπως αναφέρουν οι συγγραφείς του άρθρου, πρότειναν ένα μοντέλο μέγιστης αναμενόμενης κάλυψης απεγκατάστασης (Maximal Expected Coverage Relocation Problem - MECRP) το οποίο προτείνει στις εγκαταστάσεις EMS οι οποίες δεν έχουν αρκετό φόρτο εργασίας να εγκατασταθούν σε άλλη περιοχή. Άρα σκοπός είναι να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη κάλυψη ζήτησης χρησιμοποιώντας συγκεκριμένο αριθμό εγκαταστάσεων που έχουν μετακινηθεί σε άλλη περιοχή.

Ένα αρνητικό των μοντέλων είναι ότι επειδή υπάρχει συγκεκριμένη απόσταση κάλυψης των ζητήσεων, όλες οι ζητήσεις που βρίσκονται εκτός από αυτή την απόσταση να μην καλύπτονται. Εξαιτίας αυτού το πρόβλημα δημιουργήθηκε το μοντέλο Gradual Coverage Model - GCM. Οι Karasakal & Karasakal (2004) στο μοντέλο μέγιστων θέσεων κάλυψης έλαβαν υπόψη και την περίπτωση της μερικής κάλυψης, δηλαδή την ενδιάμεση κατάσταση της πλήρους κάλυψης και της μη εφικτής κάλυψης. Κατ' αυτό τον τρόπο δημιουργούνται επίπεδα κάλυψης. Επομένως στόχος του μοντέλου είναι να μεγιστοποιήσει το επίπεδο κάλυψης.

Αργότερα, οι Drezner et al. (2010) άλλαξαν το προηγούμενο μοντέλο σε στοχαστικό και εισάγανε τις αποστάσεις ως μεταβλητές. Υπέθεσαν ότι οι κατανομές των αποστάσεων είναι γνωστές.

Έπειτα, οι συγγραφείς αναφέρουν τα μοντέλα συνεργασίας Cooperative Location Set Covering Problem και Cooperative Maximum Covering Location Problem από τους Berman et al (2011). Ο μηχανισμός που προτείνουν αυτά τα μοντέλα είναι ότι κάθε εγκατάσταση θα εκπέμπει ένα σήμα το οποίο θα χάνεται για μια συγκεκριμένη απόσταση. Πιο συγκεκριμένα, κάθε σημείο ζήτησης θα λαμβάνει σήματα από όλες τις εγκαταστάσεις και το αίτημα θα καλύπτεται μόνο εάν η ισχύς του σήματος έχει ξεπεράσει κάποιο συγκεκριμένο όριο.

Στη συνέχεια, οι Li et al. (2011) αναφέρονται σε μεθόδους και αλγορίθμους που παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία στοχεύοντας στο να λύσουν το πρόβλημα κάλυψης.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι Genetic Algorithms ανήκουν στην κατηγορία των ευρετικών (heuristic) αλγορίθμων και χρησιμοποιούνται αρκετά στα προβλήματα βελτιστοποίησης. Σύμφωνα με την φυσική εξέλιξη των ανθρώπων, γονίδια από τη μητέρα και από τον πατέρα μεταβιβάζονται στις επόμενες γενιές με αποτέλεσμα να παίρνουν κατάλληλους απογόνους. Δηλαδή υπάρχει εξέλιξη των ειδών έτσι ώστε να προσαρμόζονται κάθε φορά στο περιβάλλον και τις ανάγκες τους (Beasley & Chu, 1996). Αυτοί οι δύο για πρώτη φορά εφάρμοσαν γενετικό αλγόριθμο για να λύσουν προβλήματα κάλυψης. Εφαρμόζοντας διάφορες τεχνικές όπως τις crossover-fusion operator, heuristic feasibility, mutation rate, βελτιώνουν την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Για μικρό αριθμό περιπτώσεων ο αλγόριθμος μπορεί να βρει βέλτιστη λύση, ενώ για μεγάλο αριθμό περιπτώσεων βρίσκει λύση κοντά στη βέλτιστη.

Η Aickelin (2002) χρησιμοποίησε τον γενετικό αλγόριθμο για να λύσει το Set Covering Problem. Πρώτα, καθόρισε τη μετάθεση και άλλους παραμέτρους. Έπειτα, χρησιμοποίησε πληροφορίες για την ποικιλομορφία για να βελτιώσει τη λύση και τέλος για τις βελτιστοποιημένες λύσεις χρησιμοποίησε την μέθοδο hill-climber heuristic method.

Μια τοπική μέθοδος αναζήτησης είναι η Tabu Search. Υπάρχει η λίστα «tabu» που εκεί καταγράφεται κάθε φορά η λύση που εξετάζεται έτσι ώστε να μην ξαναχρησιμοποιηθεί. Η μέθοδος αυτή αποδέχεται και τις χειρότερες λύσεις για να ξεφεύγει από τοπικά βέλτιστα.

Οι Arostegui et al. (2006) και Rajagopalan et al. (2007) μελέτησαν το Facility Location Problem και σύγκριναν τους αλγόριθμους Tabu Search, Genetic Algorithm και Simulated Annealing μεταξύ τους. Οι μελέτες από αυτούς τους συγγραφείς έδειξαν ότι ο αλγόριθμος Tabu Search θα μπορούσε να βρει πιο αποτελεσματικές λύσεις γρηγορότερα.

Ο Cooper (1964) πρότεινε το LocAlloc heuristic για να λύσει προβλήματα θέσης. Σύμφωνα με τον συγγραφέα, πρώτα επιλέγεται μια θέση για κάθε ασθενοφόρο. Μετά, αποφασίζεται η

περιοχή απόκρισης κάθε ασθενοφόρου με βάση την τοποθεσία. Έπειτα, τα σημεία ζήτησης χωρίζονται σε ομάδες με τουλάχιστον ένα ασθενοφόρο σε κάθε ομάδα και παίρνουν την καλύτερη τοποθεσία κάθε ασθενοφόρου σε κάθε ομάδα. Τέλος, αν κάποια τοποθεσία ή κάτι αλλάξει ξανακάνουν την ίδια διαδικασία από την αρχή. Αργότερα οι Jia et al. (2007) προσάρμοσαν τον παραπάνω ευρετικό αλγόριθμο για να λύσουν το πρόβλημα θέσης με πολλαπλές δυνατότητες και απαιτήσεις κάλυψης.

Ένα ισχυρό εργαλείο για να μελετηθούν σύνθετα συστήματα σύμφωνα με τους Marianon & ReVelle (1995) είναι η προσομοίωση (simulation). Για 3 περιπτώσεις μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προσομοίωση. Να γίνει η εφαρμογή κάποιων εικασιών οι οποίες προέρχονται από βέλτιστες ή σχεδόν βέλτιστες λύσεις ή για να γίνει σύγκριση και αξιολόγηση κάποιων επιδόσεων οι οποίες είναι αποτέλεσμα διαφορετικών τεχνικών και μεθόδων βελτιστοποίησης. Τέλος, να γίνει συνδυασμός με άλλες μεθόδους για να παραχθούν καλύτερες ή ταχύτερες λύσεις.

Επόμενη μέθοδος που είναι αρκετά διαδεδομένη είναι η μέθοδος κλάδου και φραγής (Branch and Bound). Είναι μια ακριβής διαδικασία η οποία σε μικρά προβλήματα βρίσκει τη βέλτιστη λύση. Οι συγγραφείς Swoveland et al. (1973) συνδύασαν τη μέθοδο Branch and Bound με την προσομοίωση για να βελτιστοποιήσουν τις υπηρεσίες των ασθενοφόρων. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης τα χρησιμοποίησαν ως αρχική λύση της μεθόδου Branch and Bound. Έπειτα και άλλοι ερευνητές χρησιμοποιούν σε μεγάλο βαθμό την παραπάνω μέθοδο είτε μόνο αυτήν είτε συνδυασμό με κάποια άλλη μέθοδο.

Τέλος, οι Li et al. (2011) επισημαίνουν πόσο σημαντικό είναι να σχεδιαστεί αποτελεσματικά ένα σύστημα εγκαταστάσεων έκτακτης ανάγκης για την έγκαιρη και αποτελεσματική απόκριση και ανακούφιση των διάφορων περιστατικών. Η παρούσα εργασία κάνει μια ανασκόπηση των μαθηματικών μοντέλων αλλά και διαφόρων τεχνικών και μεθόδων που χρησιμοποιούνται για τη λύση των προβλημάτων τοποθεσίας και εγκατάστασης έκτακτης ανάγκης. Έπειτα, αναφέρουν κάποιες ερευνητικές κατευθύνσεις που αξίζει να μελετηθούν και να ερευνηθούν.

2.2 Το πρόβλημα επιλογής αισθητήρων

Οι συγγραφείς Cheruri & Leus (2015) εστιάζουν στη δομή των μη γραμμικών μοντέλων για το πρόβλημα επιλογής ενός υποσύνολου από αισθητήρες το οποίο δίνει την καλύτερη απόδοση στο σύστημα.

Οι αισθητήρες συμμετέχουν σε δίκτυα αισθητήρων και συλλέγουν ένα μεγάλο όγκο δεδομένων τα οποία συγκεντρώνονται σε κέντρα δεδομένων (fusion centers) προκειμένου να υποβληθούν σε επεξεργασία ώστε να εξαλειφθεί ο θόρυβος, να αξιολογηθούν οι μετρήσεις και να απορριφθούν οι ακατάλληλες-λανθασμένες μετρήσεις. Λόγω του οικονομικού κόστους, ο αριθμός των αισθητήρων είναι περιορισμένος. Έτσι για να αξιοποιηθούν κατάλληλα οι υπάρχοντες αισθητήρες με βάση κάποιο κριτήριο απόδοσης και να μειωθεί το κόστος συντήρησής τους και τα έξοδα που απαιτούνται, γίνονται μελέτες για την καλύτερη επιλογή αυτών των αισθητήρων. Το πρόβλημα τοποθέτησης των αισθητήρων μπορεί να ερμηνευθεί και ως πρόβλημα επιλογής υποσυνόλου αισθητήρων.

Οι μετρήσεις των παραμέτρων από τους αισθητήρες ακολουθούν μη γραμμικά μοντέλα. Το σφάλμα της συνδιακύμανσης για τα μη γραμμικά μοντέλα εξαρτάται από την άγνωστη παράμετρο που πρέπει να εκτιμηθεί. Έτσι αξιοποιείται η ιδιότητα του Cramér-Rao Bound - CRB ή ο πίνακας πληροφοριών Fisher Information Matrix (FIM) για ανεξάρτητες παρατηρήσεις. Μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε μη γραμμικό πρόβλημα εκτίμησης. Η δομή του προβλήματος είναι ένα διάνυσμα επιλογής l_0 -quasi norm μη κυρτού προβλήματος βελτιστοποίησης το οποίο μέσω μεθοδολογιών «χαλαρώνεται» και μετατρέπεται σε κυρτής μορφής πρόβλημα το οποίο λύνεται σε πολυωνυμικό χρόνο.

Τέλος, οι συγγραφείς αναφέρουν πως και η τοποθεσία των αισθητήρων παίζει εξίσου σημαντικό ρόλο στον σχεδιασμό ενός συστήματος. Στα ασύρματα δίκτυα αισθητήρων για παράδειγμα, τα οποία μετράνε χρόνους άφιξης, χρόνους παραμονής κ.α. παίζει ρόλο και ο αλγόριθμος που θα χρησιμοποιηθεί αλλά βεβαίως και η μελέτη της τοποθεσίας των αισθητήρων για να παρθούν καλύτερες μετρήσεις και εκτιμήσεις ενός δικτύου. Στο παραπάνω πρόβλημα, χωρίζεται η περιοχή σε πλέγμα και στόχος είναι να επιλεγεί το κατάλληλο υποσύνολο τοποθεσιών έτσι ώστε οι τοποθεσίες που θα επιλεγθούν να τοποθετηθούν οι αισθητήρες να δίνουν όσο το δυνατόν ακριβείς μετρήσεις-εκτιμήσεις. Επιπρόσθετα, στα ραντάρ και σόναρ είναι σημαντικό να εκτιμηθεί η θέση της πηγής που εκπέμπει ή δέχεται ενέργεια.

Οι συγγραφείς Zhang et al. (2019) περιγράφουν τη μέθοδο κλίσης με μέγεθος βήματος Barzilai-Borwein για να λύσουν το πρόβλημα επιλογής αισθητήρα (Relaxed Sensor Selection Problem). Η μέθοδος Barzilai-Borwein μπορεί να θεωρηθεί και ως προσέγγιση της μεθόδου Quasi-Newton. Η μέθοδος αυτή είναι απλή, αποτελεσματική και δεν έχει μεγάλες απαιτήσεις υπολογιστικών πόρων, έτσι έχει εφαρμογή σε πολλά προβλήματα. Υπολογίζει το μέγεθος του βήματος step-size αποφεύγοντας την αναζήτηση γραμμής (line search) όπως γίνεται στις επαναληπτικές μεθόδους αναζήτησης.

Σύγκριναν τον αλγόριθμο Barzilai-Borwein με τον αλγόριθμο Newton και τον αλγόριθμο Nesterov προς επιλογή του αποτελεσματικότερου στην επίλυση του προβλήματος επιλογής αισθητήρων. Επέλεξαν τις παραμέτρους που χρειάζονταν οι παραπάνω αλγόριθμοι και έλεγξαν την αποδοτικότητα τους για $T = 60$ και $T = 80$ αισθητήρες. Οι δοκιμές έδειξαν ότι ο αλγόριθμος των συγγραφέων συμπεριφέρεται αρκετά ικανοποιητικά. Για παράδειγμα επέλεξαν $T = 60$ αισθητήρες και για 50 επαναλήψεις, ο αλγόριθμος Barzilai-Borwein κατέληξε πιο γρήγορα σε χαμηλότερη τιμή από ότι ο αλγόριθμος Nesterov. Επίσης στον αλγόριθμο Barzilai-Borwein η διαφορά του άνω και κάτω ορίου είναι πιο μικρή από ότι η διαφορά των αλγορίθμων Nesterov και Newton. Δηλαδή ο αλγόριθμος Barzilai-Borwein πλησίασε την βέλτιστη επιλογή αισθητήρων πιο γρήγορα συγκριτικά με τους εναλλακτικούς αλγορίθμους που αναφέρθηκαν.

Οι συγγραφείς Naeem et al. (2012) μελετούν το πρόβλημα επιλογής k σε αριθμό αισθητήρων από ένα σύνολο m αισθητήρων. Στόχος τους είναι να ελαχιστοποιήσουν το σφάλμα εκτίμησης των παραμέτρων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Binary Particle Swarm Optimization - BPSO.

Επισημαίνουν ότι καλύτερα αποτελέσματα επιτυγχάνονται από έναν μεγάλο αριθμό αισθητήρων οι οποίοι συνδυάζονται μεταξύ τους παρά από μόνον έναν αισθητήρα. Για να εξοικονομηθεί η ενέργεια που αποθηκεύουν οι αισθητήρες είναι προτιμότερο ο κάθε αισθητήρας να επιλέγεται να είναι ενεργός μόνο όταν χρειάζεται. Για παράδειγμα να υπάρχει ένα δίκτυο αισθητήρων και αναλόγως το περιβάλλον, τις συνθήκες ή την χρήση των αισθητήρων κάθε φορά να επιλέγεται ένα νέο υποσύνολο από αυτούς και οι υπόλοιποι αισθητήρες που δεν έχουν επιλεγεί να μένουν ανενεργοί. Με αυτό τον τρόπο παρατείνεται η διάρκεια «ζωής» τους. Το πρόβλημα επιλογής απασχόλησε την ερευνητική κοινότητα όπως μας επισημαίνουν οι συγγραφείς του άρθρου διότι το πρόβλημα αυτό συναντάται σε αρκετά προβλήματα σε διαφορετικούς τομείς.

Κάποια προβλήματα επιλογής αισθητήρων με μεγάλο αριθμό αισθητήρων έχουν χαρακτηριστεί ως NP-Hard και σε κάποιες περιπτώσεις δεν έχει βρεθεί αλγόριθμος να τα λύνει ακριβώς σε πολυωνυμικό χρόνο. Έτσι, προτείνονται ευρετικοί (heuristic) αλγόριθμοι οι οποίοι βρίσκουν μια υποβέλτιστη λύση. Στο προαναφερθέν άρθρο οι συγγραφείς αναφέρουν σχετικούς αλγορίθμους που παρουσιάζονται παρακάτω εν συντομία.

Η μέθοδος Binary Particle Swarm Optimization (BPSO) σύμφωνα με τους Naeem et al. (2012) εφαρμόστηκε για να επιλύσει προβλήματα στην επικοινωνία, την επεξεργασία σήματος και ισχύος με πολύ θετικά αποτελέσματα. Σκοπός των συγγραφέων είναι να αναδείξουν έναν

αποτελεσματικό αλγόριθμο ο οποίος βασίζεται στη μέθοδο BPSO για να λύσουν προβλήματα επιλογής κατάλληλου υποσυνόλου αισθητήρων.

Η μέθοδος είναι υπολογιστική και δημιουργήθηκε όπως αναφέρουν οι συγγραφείς για να προσομοιώσουν την κοινωνική συμπεριφορά κίνησης των οργανισμών σε ένα κοπάδι πουλιών αλλά και ψαριών. Στη μέθοδο αυτή κάθε άτομο ονομάζεται σωματίδιο και η συλλογή σωματιδίων ονομάζεται πληθυσμός ή σμήνος. Η εξερεύνηση του χώρου για να βρεθεί καλύτερη λύση μοιάζει με κάποια σωματίδια που πετούν αναζητώντας καλύτερη θέση. Οι Naeem et al. (2012) διατυπώνουν το πρόβλημα ως ένα διακριτό πρόβλημα δυαδικής βελτιστοποίησης BPSO. Κάθε σωματίδιο ή άτομο εκφράζει τη θέση του ως μια σειρά από δεκαδικά ψηφία 0 και 1 bits και για να κινηθεί από την θέση που ήδη βρίσκεται σε μια άλλη θέση στο χώρο αναστρέφει διάφορους αριθμούς.

Οι συγγραφείς πραγματοποιούν αλλαγές στον αλγόριθμο BPSO για να είναι πιο αποτελεσματικός για την επιλογή αισθητήρων. Εισάγουν αρχικές θέσεις στα σωματίδια και αναλύουν τα βήματα του αλγορίθμου καθορίζοντας τον αριθμό των επαναλήψεων, το μέγεθος του πληθυσμού και όλες τις παραπάνω παραμέτρους.

Η επιλογή των αισθητήρων παρουσιάζεται ως διάνυσμα το οποίο αποτελείται από z_i στοιχεία τα οποία παίρνουν τις τιμές 0 αν δεν έχει επιλεγεί ο i αισθητήρας και 1 αν έχει επιλεγεί. Έτσι καταμετρώντας πόσους άσους υπάρχουν στον πίνακα που περιέχει όλες τις θέσεις των σωματιδίων στην κάθε επανάληψη, προκύπτει και ο συνολικός αριθμός των αισθητήρων. Μπορεί σε κάθε επανάληψη να μην τηρείται πάντα ο περιορισμός ότι όλοι οι αισθητήρες πρέπει να είναι k σε αριθμό. Άλλες φορές να είναι μικρότερος ή μεγαλύτερος από τον αριθμό k . Γι' αυτό μετά από κάθε ομάδα λύσεων, οι συγγραφείς κάνουν μια τροποποίηση-ρουτίνα για να ισχύει ο παραπάνω περιορισμός. Για παράδειγμα υπάρχουν K σε αριθμό αισθητήρες. Αν βρεθούν περισσότεροι αισθητήρες από όσους απαιτούνται, τότε επιλέγονται σε συνδυασμό οι k αισθητήρες από το σύνολο K οι οποίοι έχουν ίσες πιθανότητες. Σε αντίθεση περίπτωση αν βρεθούν λιγότεροι τότε ο αλγόριθμος που εφαρμόζουν προσθέτει τυχαία αισθητήρες οι οποίοι έχουν την ίδια πιθανότητα να επιλεγούν από το σύνολο όλων των αισθητήρων μείον αυτούς που έχουν επιλεγεί στην επανάληψη δηλαδή $m - K$.

Στον αλγόριθμο BPSO ο πληθυσμός δημιουργείται τυχαία. Γι' αυτό κάποιοι αισθητήρες μπορεί να μην επιλεγθούν καθόλου και άλλοι να επιλέγονται συνέχεια. Έτσι οι Naeem et al. (2012) χρησιμοποιούν μια αποτελεσματική τεχνική, την Κυκλική Μετατόπιση Πληθυσμού (Cyclic Shift Population - CSP) η οποία παράγει έναν αρχικό πληθυσμό και οι κυκλικές αλλαγές αυτής αποτελούν τα μέλη του πληθυσμού. Άρα όλοι οι αισθητήρες έχουν ίδιο αριθμό εμφανίσεων κάτι που επιλέγεται εξ αρχής.

Εν κατακλείδι, οι Naeem et al. (2012) παρουσίασαν τον πρόβλημα επιλογής αισθητήρων από ένα σύνολο χρησιμοποιώντας και παρουσιάζοντας τη μέθοδο Binary Particle Swarm Optimization (BPSO) και την BPSO-CSP. Συμπερασματικά, κατέληξαν πως οι δύο παραπάνω αλγόριθμοι αποδίδουν καλύτερα και πιο γρήγορα ως προς την εύρεση λύσης από τον γενετικό αλγόριθμο και από τη μέθοδο Convex Relaxation Heuristic. Μόνο σε ορισμένες περιπτώσεις ο γενετικός αλγόριθμος παρουσιάζει λίγο καλύτερα αποτελέσματα από τη μέθοδο BPSO. Άρα οι BPSO και BPSO-CSP είναι κατάλληλες μέθοδοι για να λύνουν περίπλοκα προβλήματα όπως το πρόβλημα επιλογής αισθητήρα.

Οι συγγραφείς Shamaiah et al. (2010) παρουσιάζουν άπληστους (greedy) αλγόριθμους για να λύσουν το πρόβλημα της επιλογής αισθητήρων. Η εύρεση της βέλτιστης λύσης είναι από τη φύση της αρκετά απαιτητική από υπολογιστικής άποψης, γι' αυτό η έρευνα οδηγήθηκε σε προσεγγιστικούς και ευρετικούς αλγορίθμους. Οι Shamaiah et al. (2010), πρότειναν κάποιες απλοποιήσεις και μείωσαν την πολυπλοκότητά του άπληστου (greedy) αλγόριθμου.

Το άρθρο τους αναφέρεται στα fusion centers, τα οποία συγκεντρώνουν τις πληροφορίες-μετρήσεις από κάθε αισθητήρα που βρίσκεται στην ακτίνα του. Μπορεί να υπάρχουν παραπάνω του ενός κέντρα, κάτι που αποτελεί συνάρτηση πολλών παραγόντων όπως οικονομικών, χωροθετικών, κ.α. Λόγω διάφορων πρακτικών περιορισμών, οι αισθητήρες είναι περιορισμένοι. Έτσι στα fusion centers σε κάθε χρονική διάρκεια έρχονται μετρήσεις από κάποιο υποσύνολο των διαθέσιμων αισθητήρων με αποτέλεσμα οι διαφορετικές μετρήσεις να οδηγούν σε προβλήματα. Εξετάζουν την μέγιστη πιθανότητα Maximum Likelihood – ML και τη Maximum Posteriori - MAP για να εκτιμήσουν το άγνωστο διάνυσμα. Σε κάθε βήμα ο άπληστος (greedy) αλγόριθμος διαλέγει τις μετρήσεις εκείνες που μεγιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση και εγγυάται λύση εντός της $(1 - \frac{1}{\epsilon})$ βέλτιστης λύσης.

Συγκρίνουν τον άπληστο (greedy) αλγόριθμο που προτείνουν με τον αλγόριθμο που βασίζεται στην κυρτή βελτιστοποίηση δείχνοντας πως τα αποτελέσματα του πρώτου είναι πάντα καλύτερα από του δεύτερου, όσο ο αριθμός των αισθητήρων είναι μικρός, όπου αν αυξηθούν οι αισθητήρες, τότε συμπεριφέρονται σχεδόν κατά τον ίδιο τρόπο.

2.3 Το πρόβλημα χωροταξικής τοποθέτησης αισθητήρων

Οι Wang et al. (2005) εστιάζουν στις θεωρητικές προσεγγίσεις επιλογής και χωροταξικής τοποθέτησης αισθητήρων για τον εντοπισμό ενός στόχου προς αποκόμιση του μέγιστου

οφέλους ως προς την πληροφορία που αντλείται, μέσα από κοστολογικά αποτελεσματικό τρόπο.

Κατά τους συγγραφείς, η διαδικασία του εντοπισμού της θέσης ενός στόχου από τις μετρήσεις αισθητήρων εξυπηρετείται κατάλληλα μέσω μιας Μπεϋζιανής αναδρομικής διαδικασίας που μοντελοποιεί τις μετρήσεις των αισθητήρων και τις πιθανές θέσεις του στόχου ως στοχαστικές διαδικασίες. Πιο συγκεκριμένα, μέσω της Μπεϋζιανής αναδρομικής διαδικασίας, κάθε επόμενη μέτρηση ενός αισθητήρα, χρησιμοποιείται για να οδηγήσει σε μια αναθεωρημένη κατανομή πιθανοτήτων της θέσης του στόχου, έτσι ώστε σταδιακά το σφάλμα ή εντροπία, δηλαδή η αβεβαιότητα σχετικά με την πραγματική θέση του στόχου να μειώνεται μέσα από την αναδρομική διαδικασία.

Κατά τους ερευνητές, το σημαντικό αυτής της αναδρομικής διαδικασίας είναι πως η διαδικασία εκτίμησης μπορεί να σταματήσει στο σημείο εκείνο όπου το σφάλμα (αβεβαιότητα) έχει μειωθεί κάτω από μια ανώτατη κριτική τιμή χωρίς να χρειάζεται να εξεταστεί κάθε περαιτέρω αισθητήρας. Για να αξιολογηθεί αν μια αναθεωρημένη εκτίμηση της θέσης του στόχου οδηγεί πιο κοντά στην πραγματική θέση, χρησιμοποιούνται μέτρα εκτίμησης της αβεβαιότητας. Μεταξύ διαφορετικών μεθόδων μέτρησης της αβεβαιότητας, οι συγγραφείς καταλήγουν να χρησιμοποιήσουν τη μέθοδο «Shannon entropy» (στο εξής «εντροπία») ως βαθμωτού και συνηθισμένης μεθόδου σε σχετικού τύπου προβλήματα, όπου μικρότερες τιμές σηματοδοτούν πως μια αναθεωρημένη κατανομή των πιθανών θέσεων του στόχου περιέχει λιγότερη αβεβαιότητα, δηλαδή προσεγγίζει καλύτερα την πραγματική θέση του στόχου.

Αναφερόμενοι στην καθιερωμένη θεωρητική προσέγγιση (Maximum Mutual Information Criterion), οι συγγραφείς τονίζουν το αρνητικό της που είναι η απαίτηση επεξεργαστικών πόρων δυσανάλογων ως προς τις δυνατότητες αισθητήρων περιορισμένης ισχύος. Ο λόγος είναι πως η συγκεκριμένη μέθοδος εξετάζει κάθε μη χρησιμοποιημένο αισθητήρα ώστε να εξετάσει αν οι πρόσθετες μετρήσεις οδηγούν σε αναθεωρημένες εκτιμήσεις της θέσης του στόχου με εντροπία μικρότερη από την κριτική τιμή. Το πρόβλημα της συγκεκριμένης προσέγγισης είναι η αδυναμία αποτελεσματικής εκτίμησης της μείωσης της εντροπίας από τη συμμετοχή ενός ακόμη αισθητήρα, λόγω της περιορισμένης επεξεργαστικής ισχύος των αισθητήρων. Ως εκ τούτου, οι συγγραφείς προχωρούν σε μια εναλλακτική προσέγγιση παρόμοιας αποτελεσματικότητας που είναι πιο κατάλληλη για αισθητήρες χαμηλής επεξεργαστικής ισχύος.

Η προσέγγιση των συγγραφέων στοχεύει στην επιλογή του αισθητήρα για τον οποίο μεγιστοποιείται η διαφορά της εντροπίας της κατανομής των θέσεων του στόχου όταν αυτές λαμβάνονται από ένα αισθητήρα χωρίς θόρυβο (δηλαδή χωρίς η μέτρηση να φέρει τυχαιότητα

– σφάλμα) και όταν λαμβάνονται από τον αισθητήρα με θόρυβο. Για κάθε αισθητήρα υπολογίζεται η προαναφερθείσα διαφορά της εντροπίας, κάνοντας δυνατή την ταξινόμηση των αισθητήρων ως προς την καταλληλότητα τους και προσφέροντας τη δυνατότητα επιλογής του αισθητήρα που φέρει τη μέγιστη διαφορά εντροπίας μεταξύ των αισθητήρων που εξετάζονται.

Κατόπιν διενέργειας προσομοιώσεων, οι ερευνητές καταλήγουν στο συμπέρασμα πως ο αισθητήρας που επιλέγεται με τη δική τους μέθοδο, με 87,8% πιθανότητα φέρει τη μέγιστη πληροφορία ως προς τη θέση του στόχου. Ακόμη και όταν αυτό δε συμβαίνει, οι πληροφορίες είναι αρκετά κοντά στις μέγιστες δυνατές, οδηγώντας τους ερευνητές στο συμπέρασμα πως εν τέλει η ποιότητα των εκτιμήσεων που εξασφαλίζει η μέθοδος τους φθίνει ελάχιστα ακόμη και στις περιπτώσεις αισθητήρων που δεν εξασφαλίζουν αξιόλογα επίπεδα μετρήσεων.

Εν συνεχεία οι συγγραφείς πραγματεύονται μια στρατηγική χωροθέτησης των αισθητήρων προς μείωση της εντροπίας των αναθεωρημένων εκτιμήσεων της θέσης ενός στόχου, επιλέγοντας μεταξύ διαφορετικών μεθόδων, τη μέθοδο της χαμηλότερης εντροπίας Shannon (στο εξής «εντροπία») λόγω του γεγονός πως προσφέρει βαθμωτές τιμές, κατάλληλες προς σύγκριση σε κατανομές που αναφέρονται σε διαφορετικές διατάξεις των αισθητήρων, ενώ χαρακτηρίζεται ως μέθοδος αναγνωρισμένη στο πλαίσιο της θεωρίας πληροφορίας.

Κατά την λεγόμενη στρατηγική χωροθέτησης, οι συγγραφείς παρουσιάζουν μια μαθηματική μέθοδο υπολογισμού της ελάχιστης εντροπίας της κατανομής της θέσης ενός στόχου βασιζόμενης σε αισθητήρες άνευ θορύβου (δηλαδή που οι μετρήσεις τους δεν περιέχουν τυχαιότητα – σφάλμα). Χρησιμοποιώντας τη συγκεκριμένη μέθοδο για διαφορετικές διατάξεις αισθητήρων, μπορεί κανείς να καταλήξει σε μια ιεράρχηση της καταλληλότητας των εναλλακτικών διατάξεων. Επιπρόσθετα είναι δυνατή η εστίαση σε μικρότερες περιοχές της συνολικής διάταξης των αισθητήρων, εκτιμώντας τη διασπορά της εντροπίας σε υποπεριοχές του δικτύου αισθητήρων ώστε να αποκαλυφθεί σε ποια σημεία του δικτύου, οι αισθητήρες ως σύνολο προσεγγίζουν καλύτερα τη θέση του πραγματικού στόχου, ή με άλλα λόγια πιο σημείο του δικτύου εμφανίζεται πιο κοντά στην πραγματική θέση του στόχου.

Συμπερασματικά, οι Wang et al. (2005) καταλήγουν να παρουσιάζουν μια μεθοδολογία (framework) επιλογής μεμονωμένων αισθητήρων μα και κατάρτισης δικτύων αισθητήρων με στόχο την κοστολογικά και υπολογιστικά αποδοτική εκτίμηση της θέσης ενός στόχου.

Οι Mitsakis et al. (2015) χρησιμοποιούν ανιχνευτές Bluetooth (BT) για να εκτιμήσουν το χρόνο ταξιδιού για μεγάλες διαδρομές που γίνονται από ιδιωτικά οχήματα στην περιοχή πίσω από το λιμάνι της Θεσσαλονίκης, στο νέο Επιχειρηματικό Κέντρο (CBD).

Οι χρόνοι ταξιδιού μιας συγκεκριμένης διαδρομής μπορεί να ποικίλουν είτε γιατί μετρήθηκαν σε ώρα αιχμής, είτε γιατί υπάρχει κάποιο κυκλοφοριακό πρόβλημα, είτε γιατί η

οδηγική συμπεριφορά κάθε οδηγού είναι διαφορετική, είτε λόγω κάποιου ατυχήματος ή κάποιου άλλου προβλήματος στο δρόμο. Επιπλέον, είτε οι οδηγοί κάνουν μικρές ή μεγάλες στάσεις ανάμεσα στους αισθητήρες με αποτέλεσμα οι χρόνοι να μην είναι οι πραγματικοί ή οι οδηγοί χρησιμοποιούν διαφορετικές διαδρομές - παρακάμψεις μεταξύ δύο ανιχνευτών έτσι ο δεύτερος ανιχνευτής να μην τους ανιχνεύει.

Οι ανιχνευτές Bluetooth σαρώνουν τις συσκευές Bluetooth των οδηγών και παρέχουν άμεσο χρόνο ταξιδιού διότι παρακολουθούν τις μοναδικές διευθύνσεις Media Access Control Identities - MAC-ID των συσκευών Bluetooth σε συγκεκριμένες διαδρομές μεταξύ δύο ανιχνευτών.

Σύμφωνα με τους συγγραφείς και τη βιβλιογραφία του άρθρου τους, σε αρκετές έρευνες συναντώνται οι ανιχνευτές BT αναφέροντας πως η χρήση της τεχνολογίας τους έχει οδηγήσει σε αρκετά θετικά αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα, τα δεδομένα που συλλέχθηκαν από ανιχνευτές BT σε αναλύσεις και έρευνες που έγιναν σε αυτοκινητοδρόμους είναι ικανά να παρουσιάσουν με ακρίβεια τις συνθήκες κυκλοφορίας. Επίσης έγιναν πειράματα για να εξακριβωθεί και να επαληθευθεί η εγκυρότητα αυτής της τεχνολογίας για τη συλλογή δεδομένων κίνησης.

Στη συνέχεια οι Mitsakis et al. (2015) αναλύουν τα 7 βήματα της μεθόδου που ακολούθησαν. Καθορίζουν το δίκτυο αισθητήρων και καταγράφουν όλες τις διαδρομές οι οποίες καταγράφονται ανάμεσα από δύο εγκατεστημένους αισθητήρες. Προσθέτουν στις διαδρομές, τους χρόνους νέων διαδρομών με στόχο να εισάγουν μεγαλύτερες διαδρομές για να καλυφθεί μεγαλύτερη περιοχή. Τα δεδομένα που συλλέγονται, αναλύονται σε πραγματικό χρόνο. Αρχικά, όλα τα MAC-ID μόλις ανιχνευτούν, αναγνωρίζονται από τους αισθητήρες και καταγράφονται στις τοπικές βάσεις δεδομένων με ώρα καταγραφής. Στη συνέχεια τα δεδομένα αυτά μεταφέρονται στη κεντρική βάση δεδομένων. Δημιουργείτε μια λίστα Tabu από τα MAC-ID και διαγράφονται από τη βάση δεδομένων. Έπειτα φτιάχνονται δρομολόγια ακολουθούμενα από τις διευθύνσεις MAC-ID και υπολογίζονται οι χρόνοι. Για παράδειγμα αν υπάρχει η διαδρομή A-B-C τότε υπολογίζονται ανεξάρτητα οι χρόνοι από το A στο B και από το B στο C. Επιπρόσθετα, οι χρόνοι των διαδρομών μαζί με το MAC-ID αποθηκεύονται στη βάση δεδομένων με καταγεγραμμένους χρόνους έναρξης και λήξης της κάθε διαδρομής. Στο προτελευταίο βήμα έχοντας το υποσύνολο των χρόνων των διαδρομών εφαρμόζονται κάποια όρια που αφορούν το χρόνο έναρξης και λήξης της διαδρομής. Στο τελευταίο βήμα γίνεται εκτίμηση των χρόνων των διαδρομών.

Η παραπάνω μέθοδος εφαρμόζεται σε μια περιοχή της Θεσσαλονίκης στην περίοδο 11 μέχρι 22 Σεπτεμβρίου του 2012. Εγκαθιστούν 10 αισθητήρες 5 εκ των οποίων τοποθετούνται

δίπλα στα ενημερωτικά σήματα που ενημερώνουν τους πολίτες σχετικά με την κυκλοφορία. Υπολογίζονται 60 διαδρομές, οι 22 διαδρομές υπολογίζονται άμεσα και οι υπόλοιπες 38 υπολογίζονται συνδυαστικά με τις 22 διαδρομές. Οι συγγραφείς για να εξακριβώσουν ότι οι εκτιμήσεις των χρόνων της μεθόδου είναι αξιόπιστες, επέλεξαν να πραγματοποιήσουν και πραγματικές μετρήσεις των χρόνων των διαδρομών και να συγκρίνουν τα αποτελέσματα μεταξύ τους. Επέλεξαν το πρωί της Δευτέρας σε ώρα αιχμής 8-9 και 4-5 το απόγευμα να μετρήσουν τους χρόνους. Τα αποτελέσματα ήταν ότι το 40% και 70% των συγκεκριμένων διαδρομών κατά τις πρωινές και απογευματινές ώρες αιχμής, οι εκτιμήσεις που έγιναν ήταν απολύτως ακριβείς.

Συμπερασματικά, η παραπάνω μέθοδος των 7 βημάτων έχει ως στόχο να παρέχουν ακριβείς εκτιμήσεις των χρόνων των διαδρομών και να εμποδίζουν κάποιες ακραίες τιμές να αλλοιώνουν τις υπόλοιπες. Η παραπάνω μέθοδος εφαρμόστηκε σε οδικό δίκτυο μεγάλης πόλης με τα αποτελέσματα να δείχνουν πως η συγκεκριμένη στρατηγική βασιζόμενη σε ανιχνευτές Bluetooth μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ρεαλιστικές συνθήκες.

Οι συγγραφείς του άρθρου Mitsakis et al. (2017) παρουσιάζουν ένα Τετραγωνικό Μοντέλο Προγραμματισμού (Quadratic Programming Model) το οποίο καθορίζει την βέλτιστη τοποθέτηση των αισθητήρων σε οδικό δίκτυο. Έπειτα, δοκιμάζουν το μοντέλο τους στην πόλη της Θεσσαλονίκης με συγκεκριμένο αριθμό αισθητήρων.

Οι συγγραφείς κάνουν μια αναφορά στους τύπους αισθητήρων που υπάρχουν και έχουν χρησιμοποιηθεί. Υπάρχουν 4 τύποι αισθητήρων: α. οι αισθητήρες μετρητές (counting sensors) οι οποίοι μετράνε πόσα αυτοκίνητα υπάρχουν στη λωρίδα του δρόμου, β. οι αισθητήρες Path-ID Sensors, γ. οι αισθητήρες ανιχνευτές εικόνας και δ., οι αισθητήρες που αναγνωρίζουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά ενός αυτοκινήτου όπως είναι οι πινακίδες. Ένας άλλος τύπος αισθητήρα είναι ο Bluetooth Sensor - BT ο οποίος σύμφωνα με μελέτες μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καταγράψει το χρόνο μιας συγκεκριμένης διαδρομής.

Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία του άρθρου, τονίζεται ότι η τοποθέτηση αισθητήρων σε ένα οδικό δίκτυο χρειάζεται εκ των προτέρων μελέτη-παρατήρηση για να εξακριβωθούν ποιες διασταυρώσεις χρησιμοποιούνται ως προορισμοί, ποιες διασταυρώσεις εξυπηρετούν τα περισσότερα οχήματα και ποιες διασταυρώσεις αποφεύγουν οι οδηγοί και χρησιμοποιούν εναλλακτικούς δρόμους για να αποφύγουν το μποτιλιάρισμα έτσι ώστε να τοποθετήσουν σε κατάλληλες θέσεις τους αισθητήρες.

Οι συγγραφείς επέλεξαν 35 αισθητήρες Bluetooth και τους τοποθέτησαν στους δρόμους της Θεσσαλονίκης για να μετρήσουν τον χρόνο ταξιδιού για αποστάσεις μέσα στην πόλη.

Έπειτα εξηγούν τα βήματα που ακολούθησαν στην εφαρμογή του μοντέλου στην πόλη της Θεσσαλονίκης.

Αρχικά, επιλέγουν τους δρόμους που θα μελετήσουν έτσι ώστε να μην συμπεριλάβουν δρόμους οι οποίοι έχουν περιορισμένη χωρητικότητα και δεν προτιμώνται από τους οδηγούς. Κύριος στόχος τους είναι οι πολυσύχναστοι δρόμοι και διασταυρώσεις. Έπειτα, προσδιορίζουν τις υποψήφιες θέσεις των αισθητήρων οι οποίες είναι ανάμεσα στις διασταυρώσεις των κύριων δρόμων με τη μεγαλύτερη ροή οχημάτων και όχι ανάμεσα σε δύο διασταυρώσεις διότι χάνεται σημαντικός αριθμός μετρήσιμων οχημάτων. Μετά καθορίζουν το μοντέλο βελτιστοποίησης που στόχο έχει να καθορίσει τις θέσεις των αισθητήρων (δηλαδή τις διασταυρώσεις που θα εγκατασταθούν) και να μεγιστοποιήσει την καθημερινή ροή κυκλοφορίας οχημάτων μαζί με τους περιορισμούς που υπάρχουν. Συγκεκριμένος αριθμός διαθέσιμων αισθητήρων, συγκεκριμένη απόσταση μεταξύ 2 αισθητήρων και περιορισμός που θα εγγυάται ότι οι υπάρχοντες αισθητήρες θα συμπεριληφθούν στη λύση του μοντέλου.

Στην εφαρμογή του μοντέλου έχουν χρησιμοποιηθεί δεδομένα και στοιχεία από 10 αισθητήρες Bluetooth από προηγούμενες έρευνες που έχουν γίνει στη Θεσσαλονίκη. Έχουν επιλεγεί οι κυριότεροι δρόμοι από άποψη χωρητικότητας και όγκου οχημάτων αποτελώντας το 78% του συνολικού όγκου κυκλοφορίας της πόλης. Επίσης όλοι οι δρόμοι συνδέονται μεταξύ τους. Οι Mitsakis et al. (2017) έτρεξαν δύο σενάρια: στο πρώτο χρησιμοποίησαν το μέσο όγκο κυκλοφορίας μια τυπικής ημέρας και στο δεύτερο σενάριο χρησιμοποίησαν το μέσο όγκο κυκλοφορίας σε ώρα αιχμής. Οι μετρήσεις ήταν ωριαίες.

Συμπερασματικά οι Mitsakis et al. (2017) έδειξαν στην πράξη με τη μελέτη περίπτωσης στην πόλη της Θεσσαλονίκης ότι το μοντέλο τους ικανοποιεί τα 3 κριτήρια που αφορούν τις διασταυρώσεις. Στην πράξη, οι αισθητήρες που έδωσε ως λύση το μοντέλο βρίσκονται σε διασταυρώσεις που εξυπηρετούν μεγάλο όγκο οχημάτων και μέσω αυτών οι οδηγοί μπορούν να χρησιμοποιούν εναλλακτικές διαδρομές για να αποφεύγεται το μποτιλιάρισμα. Επιπλέον μπορεί να δημιουργηθεί ένα δίκτυο διαδρομών με διαφοροποιήσεις εντός της ημέρας εξυπηρετώντας τον διαφορετικό όγκο ροής οχημάτων κάθε φορά.

Σύμφωνα τους Bianco et al. (2006) ο σχεδιασμός, η βέλτιστη στρατηγική αλλά και ο προσδιορισμός των θέσεων των αισθητήρων για να προβλεφθεί η ροή της κίνησης σε όλο το δίκτυο με το ελάχιστο κόστος είναι η λύση στα κυκλοφοριακά προβλήματα. Επίσης, η τοποθέτηση των αισθητήρων είναι σημαντικό και δύσκολο πρόβλημα διότι όλο το οδικό δίκτυο πρέπει να ελέγχεται και να παρακολουθείται. Αν για παράδειγμα μόνο ένα μικρό μέρος του δικτύου όπως κύριες λεωφόροι παρακολουθούνται και οι υπόλοιποι δρόμοι όχι, είναι δυνατόν

η κίνηση και το λεγόμενο «μποτιλιάρισμα» να μεταφερθεί σε παράδρομους ή σε διπλανούς δρόμους των λεωφόρων με αποτέλεσμα το εγχείρημα της αποσυμφόρησης να ναυαγεί.

Κατά τους Bianco et al. (2001), για να παραχθεί με ακρίβεια ένα δίκτυο κυκλοφορίας, μείζων θέμα αποτελεί η ροή κυκλοφορίας οχημάτων: δηλαδή πόσα οχήματα εισέρχονται και πόσα εξέρχονται αλλά και που είναι κατανεμημένοι οι αισθητήρες έτσι ώστε να αντιπροσωπεύουν καλύτερα το δίκτυο κυκλοφορίας. Οι μετρήσεις ροής μπορεί να είναι ο μέσος όρος των μετρήσεων, αφού από τους αισθητήρες λαμβάνονται παραπάνω από μία μέτρηση για την ίδια χρονική περίοδο. Οι μετρήσεις χρησιμοποιούνται για να απεικονισθεί η οδική κυκλοφορία αλλά και για να ανανεωθεί και να εκτιμηθεί ο Πίνακας Προέλευση – Προορισμού (O/D Origin / Destination). Η ανανέωση και η αξιοπιστία του πίνακα O/D εξαρτάται από την ακρίβεια των μετρήσεων αλλά και από τη θέση των αισθητήρων μέσα στο δίκτυο. Σε αντίθεση με άλλες μεθόδους οι οποίες μελετούσαν τις ροές σε ένα υποσύνολο ενός δικτύου και εκτιμούσαν τον πίνακα O/D, οι Bianco et al. (2001) αφού μελετήσουν τις ροές σε ένα υποσύνολο ενός δικτύου και επεκτείνουν τις ροές σε ολόκληρο το οδικό δίκτυο τότε είναι σε θέση να εκτιμήσουν τον πίνακα O/D. Τις προηγούμενες δεκαετίες η εκτίμηση του πίνακα O/D αλλά και το μόνο κριτήριο εύρεσης της βέλτιστης θέσης του αισθητήρα στηρίζονταν στο κανόνα O/D Covering Rule (Yang & Zhou, 1998). Ο κανόνας λέει ότι τα σημεία μέτρησης της κυκλοφορίας σε ένα οδικό δίκτυο θα πρέπει να τοποθετούνται σε ένα συγκεκριμένο μέρος έτσι ώστε οι διαδρομές μεταξύ οποιουδήποτε O/D ζευγαριού να καταγράφεται.

Έτσι, λύνοντας το πρόβλημα Επιλογής Αισθητήρα - Sensor Location δηλαδή τον ελάχιστο αριθμό αισθητήρων ελαχιστοποιώντας το κόστος εγκατάστασής τους, παράλληλα λύνεται και το πρόβλημα τοποθέτησής τους και εν συνεχεία εκτιμάται ο πίνακας O/D. Με αυτή τη σειρά λύσης του προβλήματος, επιτυγχάνεται η ακρίβεια οποιουδήποτε μοντέλου εκτίμησης του πίνακα O/D αφού γίνονται γνωστές οι τιμές των συντελεστών για κάθε κόμβο. Αυτοί οι συντελεστές αντικατοπτρίζουν το ποσοστό της συνολικής εισερχόμενης ροής σε κάθε κόμβο. Όταν οι αισθητήρες προέρχονται από την επίλυση του προβλήματος Επιλογή Αισθητήρα, οι διαδρομές του δικτύου επεκτείνονται με τη χρήση των παραπάνω συντελεστών αλλά και με τη χρήση των περιορισμών διατήρησης ροής που πρέπει να ισχύει για κάθε κόμβο.

Το πρόβλημα διαμορφώνεται ως ένα κατευθυνόμενο γράφημα $G(V,A)$ με ακμές και κόμβους. Με V να συμβολίζουμε τις διασταυρώσεις των δρόμων και με A τους δρόμους. Επίσης όσα αυτοκίνητα έρχονται, άλλα τόσα εξέρχονται. Οι συντελεστές μπορούν να ληφθούν μέσω των μετρήσεων της πραγματικής κίνησης. Οι αισθητήρες τοποθετούνται στους δρόμους και όχι στις διασταυρώσεις. Κάθε κόμβος έχει ένα βάρος το οποίο είναι σχετικό με τον αριθμό των δρόμων που εισέρχονται σε αυτόν. Οι ροές των κόμβων ή διασταυρώσεων είτε μετριοούνται

είτε υπολογίζονται από τη συνάρτηση ροής θεωρώντας ότι οι συντελεστές των κόμβων είναι γνωστοί.

Οι Bianco et al. (2001) για το πρόβλημα επιλογής αισθητήρων, προτείνουν μία ευρετική (heuristic) λύση η οποία βρίσκει ένα κατώτερο και ένα ανώτερο όριο για τον ελάχιστο αριθμό αισθητήρων. Υπολογίζεται το όριο της διαφοράς του άνω και του κάτω ορίου και όταν τα δύο αυτά όρια ταυτιστούν, τότε η επιλογή είναι βέλτιστη. Δοκιμάζοντας τα και σε πραγματικά δεδομένα, κατέληξαν ότι ο ευρετικός (heuristic) αλγόριθμος για την εύρεση του άνω ορίου είναι πιο αποτελεσματικός όσο ο αριθμός των κόμβων αυξάνεται. Επισημαίνεται ότι για μικρά δίκτυα οι ευρετικοί (heuristic) αλγόριθμοι χειροτερεύουν. Για να εκτιμηθεί ο πίνακας O/D χρησιμοποιήθηκαν δύο σενάρια. Στο πρώτο σενάριο, χρησιμοποιήθηκε η λύση του προβλήματος Επιλογής Αισθητήρα δηλαδή του αριθμού των αισθητήρων και την τοποθεσία τους και στο δεύτερο σενάριο, χρησιμοποιήθηκε ο κανόνας κανόνα O/D Covering Rule. Συγκρίνοντας τα δύο παραπάνω σενάρια, φαίνεται ότι αν οι αισθητήρες τοποθετούνται σύμφωνα με τη λύση του προβλήματος Επιλογής Αισθητήρα παρά με τον κανόνα O/D Covering Rule, το σφάλμα εκτίμησης του πίνακα O/D είναι μικρότερο. Επίσης, όταν ο αριθμός των αισθητήρων είναι μικρός, τότε η εκτίμηση του πίνακα O/D είναι ίδια και με τα δύο σενάρια και αυτό διότι λύνοντας το πρόβλημα Επιλογής Αισθητήρα απαιτείται χαμηλότερο κόστος μέτρησης για να επιτευχθεί πιο αξιόπιστη εκτίμηση. Τέλος, τα αποτελέσματα χειροτερεύουν όταν μελετώνται μεγάλα οδικά δίκτυα ή όταν ο πίνακας O/D είναι μη ενημερωμένος.

Ένα κλασικό πρόβλημα είναι η εκτίμηση παραμέτρων από μετρήσεις που συλλέγονται από λίγους αισθητήρες. Ο αριθμός των αισθητήρων περιορίζεται είτε από φυσικούς είτε από οικονομικούς λόγους. Για να ληφθούν ακριβείς εκτιμήσεις, οι θέσεις των αισθητήρων παίζουν το σημαντικότερο ρόλο. Για αυτό και αρκετές μελέτες γίνονται για να βρουν κάποιον αλγόριθμο ο οποίος θα εξασφαλίσει να εντοπίσει τις πιο κατάλληλες θέσεις υπό το πρίσμα των απαιτήσεων του προβλήματος υπό επίλυση. Οι διαθέσιμοι αλγόριθμοι που υπάρχουν στη βιβλιογραφία δεν εγγυώνται πάντα την βέλτιστη λύση ή το βέλτιστο συνδυασμό θέσεων. Οι αλγόριθμοι που υπάρχουν για να βρεθεί η βέλτιστη λύση χωρίζονται σε 3 κατηγορίες: α. αλγόριθμοι που βασίζονται στην κυρτή βελτιστοποίηση, β. άπληστοι αλγόριθμοι (greedy algorithms) και γ. ευρετικοί αλγόριθμοι (heuristic algorithms).

Η μέθοδος της κυρτής βελτιστοποίησης βασίζεται στην χαλάρωση των δυαδικών περιορισμών $\{0,1\}$ σε $[0,1]$ αλλά δεν εγγυάται πάντα ότι η λύση είναι κοντά στη βέλτιστη. Οι ευρετικές μέθοδοι είναι καλές για τη μείωση του κόστους της αναζήτησης αλλά και πάλι δεν εγγυώνται ότι βρίσκουν βέλτιστη λύση ή πλησίον αυτής.

Οι Ranieri et al. (2014) προτείνουν έναν greedy αλγόριθμο Frame-Sense για την επιλογή του βέλτιστου αισθητήρα. Είναι ο πρώτος αλγόριθμος από άποψη τετραγωνικού σφάλματος που βρίσκει εγγυημένα πάντα σχεδόν βέλτιστη ή κοντά στη βέλτιστη λύση. Βασίζεται στη θεωρία «Frame Theory» και ελαχιστοποιεί το «frame potential» για να επιλέξει τις θέσεις των αισθητήρων.

Χρησιμοποιούνται σύγχρονα ασύρματα δίκτυα αισθητήρων τα οποία αποτελούνται από πολλούς αισθητήρες και το καθένα μετράει, επεξεργάζεται και δίνει πληροφορίες για το περιβάλλον στο οποίο είναι εγκατεστημένο. Τα δεδομένα αυτά χρησιμοποιούνται για την επίλυση των αντίστροφων προβλημάτων. Οι θέσεις των αισθητήρων καθορίζουν το σφάλμα της λύσης. Τα πλεονεκτήματα του προαναφερθέντος αλγορίθμου είναι τα εξής: α. κάτω από ορισμένες συνθήκες ο αλγόριθμος φτάνει σε σχεδόν βέλτιστη λύση όσον αφορά το Mean Square Error (MSE) που το θεωρεί συνάρτηση κόστους, β. υπερτερεί σε σχέση με άλλους γνωστούς άπληστους αλγορίθμους, γ. έχει χαμηλό υπολογιστικό κόστος σε σχέση με άλλους αλγορίθμους.

Ο αλγόριθμος βρίσκει τις θέσεις που πρέπει να τοποθετηθούν οι συγκεκριμένοι αισθητήρες, ελαχιστοποιώντας το frame potential. Σε κάθε επανάληψη, από τον πίνακα των παραμέτρων που πρέπει να εκτιμηθούν, αφαιρεί τη γραμμή που αυξάνει το frame potential. Δηλαδή ορίζεται ένας πίνακας τοποθεσιών στις οποίες δεν προτείνεται να τοποθετηθούν αισθητήρες και σε κάθε επανάληψη προστίθεται στον πίνακα γραμμές που μεγιστοποιούν τη συνάρτηση κόστους.

Οι συγγραφείς του άρθρου συγκρίνουν τον δικό τους αλγόριθμο με τρίτους. Σε σύγκριση με τον αλγόριθμο που προτείνουν οι Joshi & Boyd (2009) με την κυρτή βελτιστοποίηση, ο αλγόριθμος Frame-Sense είναι πιο γρήγορος παρότι ο αλγόριθμος των Joshi & Boyd (2009) βρίσκει χαμηλότερη τιμή MSE. Επίσης, δοκιμάζοντας 100 τυχαίοι Gaussian πίνακες με εκτιμήσεις και ο Frame-Sense αποδεικνύεται πιο γρήγορος από όλους τους ερευνητικούς αλγορίθμους εκτός από την τυχαία επιλογή αισθητήρων που έχει σχεδόν μηδενικό υπολογιστικό χρόνο. Ακόμα, δοκίμασαν σενάρια προσομοίωσης ενός πραγματικού προβλήματος. Κατάφεραν να μειώσουν τον αριθμό των αισθητήρων που απαιτούνταν για την ακριβή εκτίμηση της θερμικής κατανομής σε ένα τσιπ, μειώνοντας την περιοχή που περιλάμβαναν αλλά και την κατανάλωση ισχύος.

Οι συγγραφείς Alfonso et al. (2010) μελετάνε το σχεδιασμό και την τοποθέτηση και παρακολούθηση των μετρητών στάθμης νερού για υδρολογικά δίκτυα χρησιμοποιώντας τη θεωρία πληροφοριών. Η μελέτη έγινε στα polder στη πόλη Rijnacker της Ολλανδίας. Η τοποθέτηση μετρητών στάθμης νερού σε κάθε τοποθεσία των polder είναι απαγορευτική

ενέργεια λόγω του υψηλού κόστους, έτσι δημιουργείται η ανάγκη για μελέτες που στόχο έχουν να βρίσκουν τον κατάλληλο αριθμό μετρητών ώστε να δίνουν τα κατάλληλα και επαρκή δεδομένα και μετρήσεις.

Η μέθοδος των συγγραφέων αναλύεται σε 5 μέρη. Πρώτον, χρησιμοποιούν ένα υδροδυναμικό μοντέλο και δημιουργούν χρονοσειρές σε ένα πυκνό σύνολο σημείων. Δεύτερον, χρησιμοποιούν μια μέθοδο ποσοτικοποίησης για την εξάλειψη του θορύβου από τις χρονοσειρές. Τρίτον χρησιμοποιούν 3 διαφορετικά κριτήρια για να αξιολογήσουν την εξάρτηση των δεδομένων. Τέταρτον, για να εντοπιστούν οι μετρητές ακολουθούν μια διαδικασία παρόμοια με εκείνη των Krstanovic & Singh (1992a, 1992b) που βρίσκει το σύνολο των σημείων που συνολικά προσφέρουν το υψηλότερο περιεχόμενο πληροφοριών και ταυτόχρονα οι μετρητές είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους. Τέλος, αξιολογούν την εξάρτηση που έχουν οι μετρητές έτσι ώστε να τους συγκρίνουν μεταξύ τους.

2.4 Εντροπία της πληροφορίας

Η εντροπία της πληροφορίας που χρησιμοποιείται από μια μερίδα μελετών, αποτελεί ένα μέτρο της αβεβαιότητας στις εκτιμήσεις που προέρχονται από τα δεδομένα που συλλέγουν οι αισθητήρες. Με άλλα λόγια, όσο μικρότερη η εντροπία της πληροφορίας των αισθητήρων, τόσο μικρότερη η αβεβαιότητα στα συμπεράσματα που εξάγονται από τη χρήση αυτών των πληροφοριών (Rowaihy et al., 2007). Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν εν συντομία μερικές μελέτες ενδεικτικές των μελετών που στηρίζονται στην έννοια της εντροπίας της πληροφορίας.

Οι Liu et al. (2015), αξιολογούν μια μέθοδο επιλογής ενός ικανού αριθμού αισθητήρων παρακολούθησης κινητήρων αεροσκαφών που βασίζεται στην εντροπία της πληροφορίας τους με στόχο τη μείωση του κόστους χρήσης τους.

Ο κινητήρας σε ένα αεροσκάφος είναι το βασικό όργανο λειτουργίας. Αν παρουσιαστεί ζημιά σε αυτόν, το αεροσκάφος κινδυνεύει με πτώση. Για να παρακολουθείται η λειτουργία του κινητήρα, εγκαθίστανται αισθητήρες πάνω ή μέσα σε αυτόν προσφέροντας χρήσιμες διαγνωστικές πληροφορίες προς αποφυγή ή διαχείριση αστοχιών και των επακόλουθων κινδύνων. Οι πληροφορίες που παρέχονται από τους αισθητήρες είναι ποικίλης μορφής όπως η θερμοκρασία του οργάνου, θερμοκρασία και τα επίπεδα του λαδιού, πίεση, αναλογία αέρος, ταχύτητα ανεμιστήρα, επίπεδο ψύξης, κλπ. Οι τιμές της πληροφορίας που προσφέρουν οι αισθητήρες αποτελούν χρονολογικές σειρές που τίθενται υπό μελέτη με στόχο τον υπολογισμό της αναμενόμενης ζωής του κινητήρα και την πρόβλεψη αστοχιών.

Ένας μεγαλύτερος αριθμός αισθητήρων τείνει να οδηγήσει σε πιο αξιόπιστα συμπεράσματα. Ωστόσο το κόστος από ένα μεγάλο αριθμό αισθητήρων ενδέχεται να είναι δυσανάλογα μεγαλύτερο σε σχέση με το πρόσθετο όφελος που εξασφαλίζουν. Ως εκ τούτου οι συγγραφείς επιχειρούν να βρουν τον κατάλληλο αριθμό αισθητήρων που οδηγεί σε παρόμοια συμπεράσματα.

Οι συγγραφείς στη μελέτη τους χρησιμοποιούν 21 αισθητήρες δοκιμάζοντας 4 διαφορετικούς τρόπους λειτουργίας, λαμβάνοντας υπόψη κάθε φορά άλλες συνθήκες ή αστοχίες. Τα σετ δεδομένων κάθε αισθητήρα χωρίζεται σε 2 μέρη. Το πρώτο μέρος χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση - προσαρμογή του αλγορίθμου και αποτελείται από δεδομένα με πλήρη στοιχεία λειτουργίας μέχρι την αποτυχία του κινητήρα. Το δεύτερο μέρος χρησιμοποιείται για τη δοκιμή του αλγορίθμου και αποτελείται από τα τελευταία στοιχεία λειτουργίας πριν την αποτυχία καθώς και τα στοιχεία που αντιστοιχούν στην κατάσταση της αποτυχίας. Τέλος, εφαρμόζονται μοντέλα Multivariable Linear Regression και Gaussian Process Regression για να υπολογιστεί η αναμενόμενη ζωή του κινητήρα.

Συμπερασματικά οι συγγραφείς καταλήγουν πως τα μοντέλα που βασίζονται στην εντροπία της πληροφορίας των αισθητήρων προσφέρουν περισσότερο ακριβείς πληροφορίες σχετικά με την αναμενόμενη ζωή του αισθητήρα σχετικά με εναλλακτικές μεθόδους που βασίζονται στις ιστορικές τιμές των παρατηρηθέντων δεδομένων κάθε αισθητήρα.

Οι συγγραφείς Papadimitriou et al. (2000) αναδεικνύουν μια μεθοδολογία για να βρεθεί η βέλτιστη τοποθεσία των αισθητήρων σε μια δομή. Η μεθοδολογία τους εφαρμόζεται σε ένα κτίριο με 9 ορόφους στο οποίο οι αισθητήρες καταγράφουν αποκρίσεις σεισμικών κυμάτων καθώς και σε μια γέφυρα στο οποίο οι αισθητήρες αναδεικνύουν ζημιές στη γέφυρα μέσω των δεδομένων που συλλέγουν. Η αξιοπιστία του μοντέλου εξαρτάται από το ίδιο το μοντέλο, από τα σφάλματα στις μετρήσεις, από τον αριθμό αλλά και τη θέση των αισθητήρων. Η βέλτιστη τοποθεσία των αισθητήρων βασίζεται στην εντροπία (entropy) πληροφοριών, μέτρο που υπολογίζει την αβεβαιότητα των παραμέτρων του μοντέλου. Η αβεβαιότητα υπολογίζεται με τη Bayesian στατιστική μεθοδολογία και έπειτα το μέτρο της εντροπίας ελαχιστοποιείται σε σχέση με το σύνολο των πιθανών αισθητήρων χρησιμοποιώντας έναν γενετικό αλγόριθμο. Όσο μικρότερη είναι η αβεβαιότητα, τόσο μεγαλύτερη η αξιοπιστία των προβλέψεων ή ανίχνευσης ζημιών από το μοντέλο.

Σύμφωνα με τους Papadimitriou et al. (2000), η Udwadia (1994) προσέγγισε το πρόβλημα με βάση έναν πίνακα πληροφοριών, τον Fisher's Information Matrix, για τις παραμέτρους του μοντέλου. Πρότεινε όταν η τοποθεσία ενός αισθητήρα μεγιστοποιεί τη νόρμα από τον πίνακα Fisher Information, τότε αυτή θεωρείται η βέλτιστη τοποθεσία για τον αισθητήρα.

Τα αποτελέσματα των Papadimitriou et al. (2000) είναι ισοδύναμα με εκείνα που πρότεινε η Udwadia (1994). Στον πειραματικό σχεδιασμό η εντροπία είναι το μόνο μέτρο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη σύγκριση και αξιολόγηση των ωφελειών από την τοποθέτηση πρόσθετων αισθητήρων σε μια δομή.

Όσοι περισσότεροι αισθητήρες τοποθετηθούν τόσο περισσότερη πληροφορία τίθεται υπό αξιοποίηση. Σύμφωνα όμως με τα αποτελέσματα του άρθρου, είναι προτιμότερο να τοποθετηθούν λιγότεροι αισθητήρες στις βέλτιστες τοποθεσίες διότι παρέχουν καλύτερη εκτίμηση σε σύγκριση με την χρήση περισσότερων αισθητήρων αλλά τοποθετημένων σε χειρότερες θέσεις. Εν' ολίγοις οι βέλτιστες θέσεις των αισθητήρων παρέχουν αρκετά βελτιωμένες εκτιμήσεις για τη σοβαρότητα του προβλήματος αλλά και τη θέση της ζημιάς.

Τέλος, επισημαίνεται ότι η εντροπία πληροφοριών είναι ένα μέτρο που χρησιμοποιείται για να μελετηθούν, να συγκριθούν και να αξιολογηθούν τυχόν οφέλη πρόσθετων αισθητήρων σε μια δομή ύστερα από κατάλληλες δοκιμές και μελέτες. Η απόφαση βέβαια λαμβάνεται αφού αξιολογηθεί και το κόστος των αισθητήρων, η σκοπιμότητα τους αλλά και η χρησιμότητά τους.

Ο Papadimitriou (2005) εξετάζει το πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης αισθητήρων σε μια δομή έτσι ώστε τα δεδομένα που εξάγονται από αυτούς να εκτιμούν πιο σωστά τις παραμέτρους.

Η τοποθεσία αλλά και ο αριθμός των αισθητήρων επηρεάζει την ποιότητα των πληροφοριών που μπορούν να εξαχθούν από τις μετρήσεις και από τα δεδομένα. Έχει αποδειχθεί ότι για πολύ μεγάλο αριθμό δεδομένων, η εντροπία εξαρτάται από την ορίζουσα του πίνακα πληροφοριών Fisher. Χάρη την εντροπία εύκολα γίνονται συγκρίσεις μεταξύ σχημάτων που εμπεριέχουν διαφορετικό αριθμό αισθητήρων. Το πρόβλημα διατυπώνεται και ως μια πολλαπλή αντικειμενική βελτιστοποίηση εύρεσης των θέσεων των αισθητήρων που ταυτόχρονα ελαχιστοποιούν κάποιους δείκτες εντροπίας πληροφοριών για διάφορες κατηγορίες μοντέλων. Πρόκειται για ένα σύνολο βέλτιστων λύσεων γνωστές ως Pareto. Ένας εξελικτικός αλγόριθμος, ο Strength Pareto επιλύει τα παραπάνω προβλήματα και βρίσκει βέλτιστες λύσεις Pareto.

Μια αποτελεσματική και ευρετική (heuristic) προσέγγιση επίλυσης είναι ο αλγόριθμος Διαδοχικής Τοποθέτησης Αισθητήρων (Sequential Sensor Placement – SSP). Οι θέσεις των αισθητήρων υπολογίζονται διαδοχικά τοποθετώντας κάθε φορά έναν αισθητήρα σε μια θέση που οδηγεί στη μεγαλύτερη μείωση της εντροπίας πληροφοριών (Forward Sequential Sensor Placement - FSSP). Μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ανάποδα. Ξεκινώντας με έναν συγκεκριμένο αριθμό αισθητήρων και αφαιρώντας έναν αισθητήρα κάθε φορά από μια θέση που έχει ως αποτέλεσμα τη μικρότερη αύξηση της εντροπίας (Backward Sequential Sensor

Placement - BSSP). Οι εκτιμήσεις εντροπίας πληροφοριών από τον παραπάνω αλγόριθμο είναι ή φθάνουν πολύ κοντά στην ακριβή ελάχιστη εντροπία. Κατά τον συγγραφέα, παρατηρείται ότι οι αλγόριθμοι SSP φθάνουν σε αρκετά ακριβή λύση με μικρότερη υπολογιστική προσπάθεια από ότι οι γενετικοί αλγόριθμοι. Στους προαναφερθέντες αλγόριθμους, αλλάζοντας το στόχο της αντικειμενικής συνάρτησης σε μεγιστοποίηση αντί της ελαχιστοποίησης, είναι δυνατή η εύρεση της μέγιστης εντροπίας. Εναλλακτικός τρόπος είναι στον αλγόριθμο FSSP να τοποθετούνται διαδοχικά οι αισθητήρες στις θέσεις οι οποίες αποφέρουν τη μικρότερη μείωση εντροπίας πληροφοριών. Ενώ στον αλγόριθμο BSSP η χειρότερη διαμόρφωση επιτυγχάνεται αφαιρώντας διαδοχικά αισθητήρες από τις θέσεις τους οι οποίοι αποφέρουν την μεγαλύτερη αύξηση της τιμής της εντροπίας πληροφοριών.

Με την πάροδο του χρόνου έχει αναπτυχθεί η χρήση των δεδομένων από μετρήσεις και η εγκαθίδρυση αισθητήρων στις δομές των κτιρίων έτσι ώστε να παρακολουθούνται αλλά και να ελέγχονται. Μείζον ζήτημα είναι να μειωθεί το κόστος των αισθητήρων έτσι ώστε να εγκαθίστανται ο βέλτιστος αριθμός από αυτούς με χαμηλό κόστος αντί για μια αυθαίρετη τοποθέτηση τους με το σχετικό αρνητικό αντίκτυπο στο κόστος και την αξιοπιστία τους.

2.5 D-βέλτιστος σχεδιασμός

Οι Miller & Nguyen (1994) αναφέρουν ότι οι αλγόριθμοι που ασχολούνται με την βελτιστοποίηση σχεδιασμού είναι εξαιρετικά χρήσιμοι διότι δίνουν πληροφορίες για κάποια δομή που είτε υπάρχει είτε μελετάται πειραματικά. Κατά τους συγγραφείς μια D-Optimal βελτιστοποίηση είναι δυνατή είτε μέσω της μεθόδου Branch and Bound η οποία ωστόσο είναι εφικτή για περιορισμένης έκτασης σχεδιασμό, είτε μέσω στατιστικών πακέτων λογισμικού είτε με χρήση του αλγορίθμου Fedorov Exchange Algorithm.

Εμβαθύνοντας περαιτέρω στον αλγόριθμο Fedorov Exchange, οι συγγραφείς αναφέρουν πως έχοντας έναν πίνακα X που εμπεριέχει όλα τα υποψήφια σημεία που θα παίζουν ρόλο στη δομή υπό εξέταση, σκοπός είναι να βρεθεί το καλύτερο σύνολο από κάποια από αυτά τα σημεία το οποίο μεγιστοποιεί την ορίζουσα του πίνακα $X'X$. Ο συνήθης τρόπος για να υπολογιστεί η ορίζουσα είναι να υπολογιστεί από την μέθοδο Triangular Factorization.

Ο χρήστης δύναται να χρησιμοποιήσει τον αλγόριθμο Fedorov Exchange είτε εισάγοντας του μια αρχική λύση έτσι ώστε ο αλγόριθμος να βελτιώσει τη δοθείσα λύση, ή εναλλακτικά με μια τυχαία αρχική λύση. Για να επιταχυνθεί η διαδικασία της δημιουργίας της αρχικής λύσης μόνο \sqrt{N} από τα υποψήφια σημεία ελέγχονται για να προστεθούν. Ένα υποψήφιο σημείο

μπορεί να επιλεγεί πολλές φορές διότι ο αλγόριθμος δεν το εμποδίζει να μην επιλεγεί περισσότερο από μία φορά. Έπειτα γίνονται εναλλαγές στα σημεία που είναι ήδη επιλεγμένα και σε εκείνα που δεν είναι μέχρι να βρεθούν εκείνα που δίνουν μεγαλύτερη τιμή στην ορίζουσα. Η διαδικασία σταματάει μέχρι να μην μπορεί να βελτιωθεί άλλο.

Συμπερασματικά, οι Miller & Nguyen (1994), πραγματοποιώντας αρκετές δοκιμές του αλγορίθμου Fedoron Exchange καταλήγουν πως προσφέρει αξιολογικά αποτελέσματα σε λίγο χρόνο συγκρίνοντας τον με άλλους εναλλακτικούς πιο σύνθετους αλγόριθμους.

2.6 Ελαχιστοποίηση του όγκου των ελλειψοειδών

Οι Yudin & Nemirovski (1976) εισαγάγανε τη μέθοδο των ελλειψοειδών στον κυρτό προγραμματισμό. Σύμφωνα με τους Sun & Freund (2004) τα προβλήματα ελαχιστοποίησης όγκου κάλυψης των ελλειψοειδών σε n -διάστατους χώρους είναι αρκετά χρήσιμα με διαφορετικές εφαρμογές. Χρησιμοποιούνται στην υπολογιστική στατιστική, στην robust statistic και στην εξόρυξη δεδομένων, στην εκτίμηση της βέλτιστης τοποθεσίας, στην υπολογιστική γεωμετρία και στη βελτιστοποίηση Todd, εντοπίζοντας τις ακραίες τιμές των δεδομένων, αφού οι ακραίες τιμές εντοπίζονται στο όριο του ελάχιστου όγκου κάλυψης του ελλειψοειδούς.

Οι συγγραφείς Sun & Freund (2004) παρουσιάζουν έναν αλγόριθμο που τον ονομάζουν Dual Reduced Newton (DRN) ο οποίος συνδυάζει τη μέθοδο interior-point και τη μέθοδο active-set, για να λύσουν το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του όγκου των n -διάστατων ελλειψοειδών. Το παραπάνω πρόβλημα μελετάται πάνω από 50 χρόνια. Άλλοι ερευνητές προσπαθούν να βρουν πιο κατάλληλους αλγορίθμους και άλλοι προσπαθούν να μειώσουν την υπολογιστική πολυπλοκότητα του προβλήματος. Στόχος τους είναι να καλύψουν-περικλείσουν m σε πλήθος σημεία δοθέντος ενός σετ σημείων με τον ελάχιστο όγκο ενός ελλειψοειδούς. Επικεντρώνονται κυρίως στην υπολογιστική πολυπλοκότητα. Οι μετρήσεις-δοκιμές που πραγματοποίησαν, δείχνουν ότι ο αλγόριθμος που προτείνουν οι συγγραφείς λύνει αρκετά μεγάλα προβλήματα με μεγάλη ακρίβεια σε λιγότερο από 30 δευτερόλεπτα σε έναν προσωπικό υπολογιστή.

2.7 Το πρόβλημα κυρτής βελτιστοποίησης

Οι συγγραφείς Joshi & Boyd (2009) μελετούν το πρόβλημα της τοποθέτησης k (σε αριθμό) αισθητήρων από m πιθανές τοποθεσίες. Το υποσύνολο των αισθητήρων που θα

χρησιμοποιηθούν ελαχιστοποιεί την συνδιακύμανση του σφάλματος εκτίμησης και αυτό ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση του όγκου των ελλειψοειδών.

Χρησιμοποιούν έναν ευρετικό (heuristic) αλγόριθμο, ο οποίος βασίζεται στην κυρτή βελτιστοποίηση για να βρουν μια προσεγγιστική λύση. Η προσεγγιστική λύση προκύπτει πολύ γρήγορα και η πολυπλοκότητα αυτής της μεθόδου αυξάνει ανά m^3 . Η μέθοδος τους, προτείνει ένα όριο καλής απόδοσης από όλες τις δυνατές επιλογές αισθητήρων. Έπειτα μπορούν να εφαρμοστούν αρκετές μέθοδοι τοπικής βελτιστοποίησης. Οι συγγραφείς επιλέγουν έναν αλγόριθμο, ο οποίος μεταξύ του συνόλου των επιλεγμένων αισθητήρων και των μη επιλεγμένων αισθητήρων κάνει εναλλαγές 2-opt μεταξύ των μεν και των δε, έτσι ώστε να βελτιωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Η μέθοδος σταματάει όταν δεν βελτιώνεται η αντικειμενική συνάρτησης μέσω των προαναφερθέντων ανταλλαγών.

Σύμφωνα με την βιβλιογραφία του άρθρου επισημαίνεται ότι το πρόβλημα επιλογής αισθητήρα συναντάται σε διαφορετικούς επιστημονικούς κλάδους όπως στη ρομποτική, στον έλεγχο των χημικών σε εργοστάσια, στις τηλεπικοινωνίες ασύρματων δικτύων. Το πρόβλημα όπως έχει μελετηθεί και αναδειχθεί είναι NP-Hard σύμφωνα με τη βιβλιογραφία του και για να λυθεί ακριβώς, δηλαδή να βρεθεί η βέλτιστη λύση χρησιμοποιείται η μέθοδος κλάδου και φραγής (Branch and Bound). Το αρνητικό αυτής της μεθόδου είναι ότι μπορεί να τρέχει για μεγάλο χρονικό διάστημα βρίσκοντας τιμές, χωρίς ακόμα να έχει βρει την βέλτιστη τιμή. Άλλες μέθοδοι που αναφέρονται είναι οι γενετικοί αλγόριθμοι και οι τοπικές μέθοδοι αναζήτησης των οποίων η λύση δεν εγγυώνται ότι είναι βέλτιστη ή ότι η απόδοση του είναι εφαρμόσιμη. Επίσης γίνεται σύγκριση του προβλήματος αυτού με το D-Optimal Design Problem. Η διαφορά μεταξύ τους είναι ότι στο τελευταίο θέλουμε να βρούμε πόσες φορές να χρησιμοποιήσουμε έναν αισθητήρα και όχι ποιον αισθητήρα να πάρουμε.

Έπειτα οι συγγραφείς περιγράφουν το πρόβλημα της επιλογής αισθητήρα. Οι πραγματικές μετρήσεις που λαμβάνονται από τους αισθητήρες εμπεριέχουν κάποιο θόρυβο με μέση τιμή 0 και συνδιακύμανση σ^2 . Στόχος τους είναι να ελαχιστοποιήσουν τη συνδιακύμανση του σφάλματος.

Κάθε αισθητήρας προσφέρει μια σειρά από μετρήσεις που προσεγγίζουν τις πραγματικές μετρήσεις. Ως εκ τούτου οι μετρήσεις κάθε αισθητήρα φέρουν μια απόκλιση από τις πραγματικές μετρήσεις, δηλαδή ένα σφάλμα. Προσεγγίζοντας το πρόβλημα γεωμετρικά, οι μετρήσεις κάθε αισθητήρα τοποθετούνται σε σημεία γύρω από τις πραγματικές μετρήσεις σε αποστάσεις ανάλογες της απόκλισης (σφάλματος) που φέρουν σε σχέση με τις πρώτες.

Γεωμετρικώς, χρησιμοποιούνται ελλειψοειδείς περιοχές που εμπεριέχουν τις πραγματικές μετρήσεις καθώς και τις μετρήσεις των αισθητήρων που τοποθετούνται γύρω από τις πρώτες.

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικές ελλείψεις που εμπεριέχουν διαφορετικούς συνδυασμούς μετρήσεων αισθητήρων. Τα γεωμετρικά όρια των ελλείψεων και το πόσες μετρήσεις θα βρίσκονται εντός αυτών, επιλέγονται με γνώμονα το διάστημα εμπιστοσύνης που χρησιμοποιείται, έτσι ώστε μόνο ένα ποσοστό των μετρήσεων να βρίσκονται εντός των ορίων κάθε έλλειψης. Ωστόσο σε κάθε περίπτωση και ανάλογα τις αποστάσεις των μετρήσεων από τις πραγματικές, οι διαφορετικές πιθανές ελλείψεις λαμβάνουν διαφορετικό σχήμα και όγκο.

Οι συγγραφείς κάνοντας χρήση της ελλειψοειδούς μεθόδου βελτιστοποίησης καταλήγουν σε μια συγκεκριμένη έλλειψη, δηλαδή ένα συνδυασμό μετρήσεων γύρω από τις πραγματικές, υπό το πρίσμα του διαστήματος εμπιστοσύνης που έχει επιλεγεί, έτσι ώστε ο όγκος της επιλεγμένης έλλειψης να ελαχιστοποιείται.

Κατά τη χρήση της μεθόδου χρησιμοποιείται ο λογάριθμος του όγκου που αποτελεί ένα είδος μέτρησης του πόσο χρήσιμη πληροφορία προσφέρει ένα υποσύνολο μετρήσεων. Εξετάζουν ένα σύνολο πιθανών μετρήσεων με διάνυσμα α . Επιλέγουν ένα υποσύνολο από αυτές για να ελαχιστοποιήσουν τον όγκο ή τη μέση ακτίνα του ελλειψοειδούς.

Για τη μορφοποίηση του προβλήματος, οι συγγραφείς ορίζουν τη μεταβλητή απόφασης z_i η οποία παίρνει τιμή 1 αν χρησιμοποιείται η i μέτρηση και 0 αν δεν χρησιμοποιείται. Το σύνολο των μετρήσεων που χρησιμοποιούνται ισούται με έναν προκαθορισμένο αριθμό k του ζητούμενου αριθμού αισθητήρων. Έπειτα, για να χαλαρώσουν τον περιορισμό z_i χρησιμοποιούν τη μέθοδο της χαλαρότητας convex relaxation. Η μεταβλητή απόφασης z_i παίρνει τιμές στο διάστημα $[0,1]$ αντί για μεμονωμένες τιμές 0 και 1. Το αρχικό πρόβλημα και αυτό δεν είναι ισοδύναμα, αλλά η βέλτιστη τιμή του προβλήματος αυτού είναι ένα άνω όριο της βέλτιστης τιμής του αρχικού προβλήματος. Με την λύση αυτή, δημιουργείται μια υποβέλτιστη επιλογή υποσυνόλου αισθητήρων χρησιμοποιώντας τις μεγαλύτερες τιμές της μεταβλητής απόφασης z_i , οι οποίες διατάσσονται σε φθίνουσα σειρά. Κατ' αυτό τον τρόπο εξάγεται ένα κάτω όριο. Εφόσον υπάρχει ένα άνω και κάτω όριο, η επιλογή υποσυνόλου των αισθητήρων φράζεται και αναλόγως πόσο μεγάλη ή μικρή είναι η διαφορά μεταξύ του άνω και κάτω ορίου του δ δηλαδή, ονομάζετε δ -suboptimal. Επισημαίνεται ότι, το πρόβλημα της χαλαρότητας convex relaxation δε χρειάζεται να λυθεί με μεγάλη ακρίβεια γιατί σκοπός του είναι να βρεθεί μόνο ένα άνω όριο και να βρεθούν οι δείκτες k των μεγαλύτερων τιμών της λύσης. Εν συνεχεία, γίνεται αναφορά και η μορφοποίηση του δυικού προβλήματος.

Επιπλέον, οι συγγραφείς παραθέτουν μια άλλη απλή μέθοδο για να λύσουν το πρόβλημα προσεγγιστικά. Μορφοποιούν το πρόβλημα και χρησιμοποιούν τη μέθοδο Newton. Σε κάθε βήμα υπολογίζουν το βήμα αναζήτησης και το μέγεθος του βήματος. Τα συνολικά βήματα για να τερματίσει ο αλγόριθμος είναι συνήθως 10 ή και λιγότερα. Για να βελτιωθεί η παραπάνω

λύση χρησιμοποιούν μια μέθοδο τοπικής βελτιστοποίησης *local optimization method*. Παίρνουν σαν λύση ένα υποσύνολο των z το οποίο περιέχει κάποιες μετρήσεις από συγκεκριμένους αισθητήρες. Ελέγχουν ποιος αισθητήρας ο οποίος δεν ανήκει σε αυτό το σύνολο μπορεί να αντικαταστήσει έναν άλλον αισθητήρα που ανήκει στο σύνολο ο οποίος αυξάνει την τιμή της αντικειμενικής τιμής. Η λύση που έχουν βρει λέγεται 2-opt.

Εναλλακτική τοπική βελτιστοποίηση που αναφέρουν οι συγγραφείς είναι η παρακάτω. Γίνεται ταξινόμηση των τιμών των μη επιλεγμένων αισθητήρων σε φθίνουσα σειρά και επιλέγονται οι μεγαλύτερες τιμές των επιλεγμένων αισθητήρων. Η λογική είναι πως οι αισθητήρες που έχουν πιο υψηλό z , έχουν πιο μεγάλες πιθανότητες να βρίσκονται στη βέλτιστη λύση. Γι' αυτό πρέπει να ταξινομηθούν οι τιμές των αισθητήρων και μόνο μία φορά χρησιμοποιείται ο κάθε αισθητήρας. Στη συνέχεια πρέπει να επαναληφθεί η ταξινόμηση όταν επιλεγθεί κάποιος αισθητήρας για ανταλλαγή. Αυτό απαιτεί μια υπολογιστική προσπάθεια $O(m \log M)$. Για να μειωθεί ο αριθμός των αισθητήρων προς ταξινόμηση και η υπολογιστική προσπάθεια και να επιταχυνθεί η βελτιστοποίηση, οι δοκιμές ανταλλαγής αισθητήρων μπορούν να γίνουν σε αυτά τα z_i των οποίων η τιμή ανήκει σε κάποιο διάστημα για παράδειγμα $[0,1, 0,9]$.

Έπειτα, οι συγγραφείς παραθέτουν ένα αριθμητικό παράδειγμα με $m = 100$ αισθητήρες και $n = 20$ παραμέτρους οι οποίοι πρέπει να εκτιμηθούν. Επιλέγοντας $k = 25$ η επιλογή αισθητήρων που βρήκαν είναι πιο κοντά στη βέλτιστη λύση κατά 5,3 %. Η βέλτιστη λύση δε μπορεί να βρεθεί διότι έχει αρκετούς υπολογισμούς.

Τέλος, οι συγγραφείς προτείνουν άλλες επεκτάσεις που μπορούν να μελετηθούν στο πρόβλημα αυτό με τη συγκεκριμένη μεθοδολογία. Για τις εκτιμήσεις των μετρήσεων μπορεί να ακολουθηθεί μία από τις παρακάτω εκτιμήτριες: α. η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (Mean Squared Error), β. η χειρότερη διακύμανση σφάλματος (Worst Case Error Variance). Άλλες παραλλαγές του προβλήματος είναι η ένταξη διάφορων περιορισμών, είτε αυτοί αφορούν το κόστος είτε τη χρήση κάποιων αισθητήρων. Άλλη παραλλαγή είναι από κάθε αισθητήρα να λαμβάνεται παραπάνω από 1 μέτρηση. Η παραπάνω μεθοδολογία μπορεί να επεκταθεί και με το Bayesian framework η οποία αναλύεται στο άρθρο.

Συμπερασματικά οι Joshi & Boyd (2009) καταλήγουν πως η μεθοδολογία τους, δηλαδή η χρήση *convex relaxation* μαζί με μεθόδους *local optimization* μπορεί να προσφέρει αρκετά αξιόλογα αποτελέσματα. Διότι η μεθοδολογία τους δεν βρίσκει μόνο μια υποβέλτιστη επιλογή μετρήσεων (αισθητήρων) αλλά και ένα όριο του πόσο κοντά αυτή η λύση είναι στη βέλτιστη.

2.8 Τεχνικές εύρεσης ακέραιων λύσεων

Αρκετά προβλήματα είτε αυτούσια είτε ως συνδυασμό προβλημάτων όπως κάλυψης, packing και multiway- cuts χαρακτηρίζονται ως δυσεπίλυτα ή NP-Hard (Bansal et al., 2012). Δηλαδή δεν μπορούν να λυθούν σε πολυωνυμικό χρόνο είτε γιατί δεν φτάνει ο ανθρώπινος χρόνος να λυθεί κάποιο πρόβλημα είτε γιατί δεν αξίζει από θέμα κόστους να βρεθεί ακριβής λύση. Η δυσκολία αυτή έδωσε το ερέθισμα στους ερευνητές και επιστήμονες να εφεύρουν και να δοκιμάσουν εναλλακτικές μεθόδους οι οποίες θα βρίσκουν προσεγγιστικές λύσεις για αυτά τα προβλήματα τα οποία αποτελούν και μεγάλη μερίδα προβλημάτων. Μια αρκετά διαδεδομένη μέθοδος είναι η μέθοδος στρογγυλοποίησης LP rounding.

Η παραπάνω μέθοδος χαρακτηρίζεται από 3 στάδια. Πρώτο στάδιο ορίζουμε το πρόβλημα μας ως ακέραιο, γραμμικό και δυαδικό δηλαδή οι μεταβλητές απόφασης παίρνουν τιμές 0 είτε 1. Δεύτερο στάδιο χαλαρώνουμε το παραπάνω πρόβλημα αντικαθιστώντας τις δυαδικές μεταβλητές και τις αναγκάζουμε να πάρουν τιμές στο κλειστό διάστημα $[0,1]$. Έτσι λύνοντας το καινούριο πρόβλημα με κάποιο λογισμικό, οι τιμές των μεταβλητών απόφασης πλέον θα είναι κλασματικές και θα βρεθεί μια τιμή για το νέο πρόβλημα. Τρίτο στάδιο οι μεταβλητές αυτές με κάποια μέθοδο θα μετατραπούν από κλασματικές σε 0 ή 1 ως λύση για το αρχικό πρόβλημα.

Υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να γίνει η παραπάνω μετατροπή. Υπάρχει η τεχνική με πιθανότητες (Probabilistic Technique) και η τεχνική της στρογγυλοποίησης (Rounding Technique). Οι Raghavan & Thompson (1987) περιγράφουν μια γενική περιγραφή αυτού του προβλήματος. Για να λυθεί το πρόβλημα σε πολυωνυμικό χρόνο θέτουν τις μεταβλητές \hat{x}_i να πάρουν τιμές στο $[0,1]$. Προτείνουν τυχαία οι μεταβλητές \hat{x}_i να πάρουν τιμή 1 ή 0 σύμφωνα με τον κανόνα η πιθανότητα να είναι $P(x_i = 1) = \hat{x}_i$. Τονίζουν ότι δοκιμάζοντας την παραπάνω τεχνική και σύμφωνα με την θεωρία πιθανοτήτων, θα υπάρξουν τουλάχιστον m επιτυχίες στις N δοκιμές Bernoulli με πιθανότητα p .

Επίσης σύμφωνα με τους Bansal et al. (2012) αν η κλασματική τιμή του προβλήματος είναι x^* , η μεταβλητή j για παράδειγμα παίρνει τιμή 1 με κάποια πιθανότητα x_j^* διαιρούμενη με κάποιο συντελεστή και τιμή 0 με πιθανότητα $1 - x_j^*$ διαιρούμενη και αυτή με κάποιο συντελεστή. Όμως εφαρμόζοντας αυτή την μέθοδο στα packing problems η πιθανότητα εύρεσης εφικτής λύσης είναι εξαιρετικά μικρή εκτός αν παρθεί ο συντελεστής αρκετά μεγάλος αριθμός.

Ένας άλλος τρόπος είναι σύμφωνα με τους Sridhar et al. (2013) σε cover problem έχοντας δυαδικές μεταβλητές με τιμή 1 αν η κορυφή επιλέχθηκε για να καλύψει το γράφημα και 0 αν

δεν επιλέχθηκε. Αφού μετατραπούν οι παραπάνω μεταβλητές σε κλασματικές και αφού βρεθεί η κλασματική λύση, επιλέγουν τα τόξα με τιμή μεγαλύτερη ή ίση με 0,5. Αν η κλασματική λύση είναι βέλτιστη για το relaxed πρόβλημα, τότε η λύση για το αρχικό θα είναι 2-approximation.

Οι συγγραφείς Burkard et al. (1998) αναφέρουν στρατηγικές στρογγυλοποίησης των χαλαρών προβλημάτων mixed integer linear program (MIP) λόγω του μεγάλου αριθμού των δυικών μεταβλητών και της πολυπλοκότητας του προβλήματος.

Μια πρώτη στρατηγική που προτείνουν είναι αρχικά λύνουν το ακέραιο πρόβλημα Linear Problem (LP) και ύστερα να χρησιμοποιήσουν μια θετική παράμετρο p , η οποία είναι μικρότερη από 0,5. Διαλέγοντας μια τιμή του p στο διάστημα $(0, 0,5)$ κάνουν στρογγυλοποίηση στις συνεχείς μεταβλητές. Όσες μεταβλητές είναι μικρότερες του p τότε τις κάνουν μηδέν ή όσες είναι μεγαλύτερες ή ίσες του $1 - p$ τις κάνουν 1. Αυτές οι μεταβλητές που βρίσκονται στο διάστημα $[p, 1 - p)$ παραμένουν αμετάβλητες. Εν συνεχεία ξανά βελτιστοποιούν το πρόβλημα εκ νέου και ακολουθείτε η παραπάνω διαδικασία της στρογγυλοποίησης μέχρι όλες οι μεταβλητές να γίνουν δυαδικές ή μέχρι να μην στρογγυλοποιούνται. Αν δεν στρογγυλοποιούνται άλλο τότε θέτουν τις συνεχείς μεταβλητές όσες είναι μικρότερες από 0,5 σε 0 αλλιώς σε 1.

Η δεύτερη στρατηγική που προτείνουν είναι μια τροποποίηση της πρώτης στρατηγικής. Αντί να έχουν για μια παράμετρο p , διαμερίζουν το p σε ένα σύνολο από n διαμερίσεις δηλαδή $0 < p_1, p_2, \dots, p_n = 0,5$. Ακόμα χωρίζουν την περίοδο χρόνου σε μικρότερες υποπεριόδους T_1, T_2, \dots, T_k . Έπειτα η παραπάνω στρατηγική στρογγυλοποίησης εφαρμόζεται σε κάθε υποπερίοδο χρόνου T ξεκινώντας από την 1 μέχρι τη k και για κάθε τιμή του p ξεκινώντας από την 1 μέχρι την n . Αν υπάρχουν συνεχείς μεταβλητές που είναι μικρότερες από το p_1 τις κάνουν 0 ή αν είναι μεγαλύτερες ή ίσες από το $1 - p_1$ τις κάνουν 1 και τις ενδιάμεσες τις αφήνουν αμετάβλητες. Αν δεν υπάρχουν τέτοιες μεταβλητές που ικανοποιούν την παραπάνω σχέση με το p_1 τότε πάνε στην επόμενη διαμέριση του p δηλαδή την p_2 και επαναλαμβάνουν τη διαδικασία. Αν όλες οι μεταβλητές στην χρονική περίοδο είναι σταθερές μέχρι την p_n τότε συνεχίζει η διαδικασία με την επόμενη χρονική περίοδο και επαναλαμβάνονται όλες οι διαμερίσεις του p .

Έπειτα αναλύουν κάποιες παραλλαγές των παραπάνω μεθόδων. Μια παραλλαγή της δεύτερης στρατηγικής είναι αντί να γίνεται στρογγυλοποίηση σε όλες τις μεταβλητές σε μια υποπερίοδο, να επιλέγονται τυχαία οι μεταβλητές και να γίνεται στρογγυλοποίηση σε κάθε επανάληψη. Αν δεν υπάρχει τέτοια μεταβλητή τότε ακολουθείται η δεύτερη στρατηγική. Άλλη

παραλλαγή της πρώτης στρατηγικής είναι αφού λύσουν το πρόβλημα να στρογγυλοποιήσουν μόνο τις μεταβλητές οι οποίες είναι μεγαλύτερες ή ίσες από το $1 - p$ και μετά ξανά βελτιστοποιείται το πρόβλημα μέχρι να μην υπάρχουν βήματα στρογγυλοποιήσεων.

Μια άλλη ευρετική στρατηγική που προτείνουν είναι η εξής. Ύστερα από κάθε βελτιστοποίηση, επιλέγουν τη μεταβλητή με τη μεγαλύτερη τιμή η οποία δεν έχει ακόμα αλλάξει και αλλάζουν την τιμή της σε 1 και το όνομα της το τοποθετούν σε μια στοίβα. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να αποκτηθεί μια εφικτή ακέραια λύση ή το πρόβλημα να είναι μη εφικτό. Στην περίπτωση της μη εφικτότητας χρησιμοποιούν τη στοίβα με τα ονόματα των μεταβλητών. Αν η μεταβλητή έχει τιμή 1 τότε γίνεται 0 και μπαίνει το όνομά της ξανά στη στοίβα και βελτιστοποιείται ξανά το πρόβλημα. Αν η μεταβλητή έχει τιμή 0 την ελευθερώνουν και εξετάζουν την επόμενη μεταβλητή στη στοίβα και επαναλαμβάνουν τη διαδικασία. Η στρατηγική αυτή τερματίζει όταν όλες οι μεταβλητές στη στοίβα ελευθερωθούν. Σε αυτή την περίπτωση ή το πρόβλημα δε θα έχει εφικτές ακέραιες λύσεις ή το πρόβλημα θα έχει μια εφικτή λύση.

Τελευταία στρατηγική που προτείνουν οι συγγραφείς είναι μια παραλλαγή και έναν συνδυασμό της στρατηγικής 2 και 5. Η χρονική περίοδος χωρίζεται πάλι σε υποπεριόδους και ορίζεται μια παράμετρος p αυτή τη φορά. Αφού λυθεί το ακέραιο πρόβλημα Linear Problem (LP) αλλάζουν όλες τις μεταβλητές των οποίων οι τιμές δεν είναι μικρότερες από την παράμετρο p στην χρονική περίοδο T , την κάνουν 1 και τα ονόματα αυτών τις τοποθετούν σε μια στοίβα. Αν δεν υπάρχουν τέτοιες μεταβλητές τότε διαλέγουν τη μεγαλύτερη τιμή από αυτές όλες τις μεταβλητές την μετατρέπουν σε 1 και βάζουν το όνομά της στη στοίβα. Αν όλες οι μεταβλητές έχουν αλλαχθεί σε αυτή τη χρονική υποπερίοδο που εξετάζουν τότε εξετάζουν την επόμενη υποπερίοδο και επαναλαμβάνουν την ίδια διαδικασία. Αν σε κάθε χρονική περίοδο το πρόβλημα είναι μη εφικτό, παίρνουν τα τελευταία ονόματα των μεταβλητών και τα βάζουν στη στοίβα. Αν είναι μία μόνο μεταβλητή τότε ακολουθούν την στρατηγική 5 που αναφέρθηκε παραπάνω. Αν υπάρχουν παραπάνω μεταβλητές, ελευθερώνουν τα ονόματα αυτών των μεταβλητών και παίρνουν τα επόμενα ονόματα από τη στοίβα. Μέχρι να φτάσουν και στην τελευταία χρονική υποπερίοδο ακολουθούν την παραπάνω διαδικασία. Αν ακόμα δεν έχουν αλλαχθεί όλες οι μεταβλητές τότε επιστρέφουν στην πρώτη χρονική υποπερίοδο και επαναλαμβάνουν τα παραπάνω μέχρι όλες οι μεταβλητές να γίνουν δυαδικές 1 ή 0.

2.9 Στρατηγικές 2-opt

Οι ευρετικοί μέθοδοι τοπικής βελτιστοποίησης συναντώνται σε πολλές μελέτες για να βελτιώσουν τις εκάστοτε συνήθως προσεγγιστικές λύσεις. Η πιο γνωστή ευρετική μέθοδος είναι η k-opt η οποία κατά κόρον χρησιμοποιείται σε προβλήματα Travelling Salesman Problem, Vehicle Routing Problem αλλά και σε πολλά άλλα. Οι Snyder et al. (2006) χρησιμοποιούν τη μέθοδο 2-opt για να βρεθούν 2 ακμές σε μια διαδρομή και να τις ανταλλάξει με άλλες δύο ακμές άλλης διαδρομής έτσι ώστε να δημιουργηθεί μία διαδρομή με χαμηλότερο κόστος.

Οι συγγραφείς Resende et al. (2007) χρησιμοποιούν μια τοπική αναζήτηση local search η οποία προτάθηκε από τους Teitz & Bart (1968) η οποία βασίζεται σε ανταλλαγές swaps για τα p-median προβλήματα. Σε κάθε επανάληψη ο αλγόριθμος ψάχνει για ζευγάρια υπηρεσιών με το ένα εκ των δύο να ανήκει στην λύση του προβλήματος και το άλλο να μην ανήκει. Σκοπός αυτής της ανταλλαγής τους είναι να βελτιωθεί η λύση του προβλήματος μέσω ανταλλαγών. Αν βρεθεί μια ανταλλαγή ο αλγόριθμος συνεχίζει να ψάχνει για βελτιώσεις εκ νέου. Ο αλγόριθμος τερματίζει μέχρι να βρεθεί κάποιο ζευγάρι που να βελτιώνει την ήδη υπάρχουσα λύση και να υπάρχει άλλη καλύτερη λύση ή αν έχουν εξαντληθεί όλοι οι συνδυασμοί των ζευγαριών και δεν υπάρχει βελτίωση.

Οι συγγραφείς Zhao et al. (2015) χρησιμοποιούν τον επαναληπτικό αλγόριθμο άπληστης ανταλλαγής (Iterative Swapping Greedy Algorithm - ISG). Ο αλγόριθμος δημιουργεί ένα υποσύνολο αισθητήρων και σε κάθε επανάληψη δοκιμάζει να κάνει ανταλλαγές μεταξύ αισθητήρων που ανήκουν στο υποσύνολο με αισθητήρες που δεν ανήκουν στο υποσύνολο. Στόχος των ανταλλαγών είναι να παραχθεί μικρότερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Κεφάλαιο 3: Μεθοδολογία

Η παρούσα μελέτη βασίζεται στο άρθρο των Joshi & Boyd (2009) οι οποίοι χρησιμοποιούν τη μέθοδο κυρτής χαλάρωσης μαζί με τοπική βελτιστοποίηση (Local Optimization) για να λύσουν το πρόβλημα επιλογής αισθητήρων. Σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να ερευνηθούν αν υπάρχουν άλλες καλές τοπικές στρατηγικές-μέθοδοι βελτιστοποίησης οι οποίες μετατρέπουν τις δυαδικές μεταβλητές από κλασματικές σε ακέραιες 0-1 έτσι ώστε να λυθεί το πρόβλημα εξίσου αποτελεσματικά και να βρεθεί μια υποβέλτιστη επιλογή αισθητήρων πλησίον της πραγματικής βέλτιστης.

Υλοποιούνται 3 παραλλαγές των Joshi & Boyd (2009) με σκοπό τη διερεύνηση του κατά πόσο είναι εφικτές πιο βέλτιστες λύσεις σε σχέση με αυτές που προσφέρονται από τη μεθοδολογία των προαναφερθέντων συγγραφέων. Οι 3 παραλλαγές ¹ονομάζονται ως εξής «Loc4-opt», «Loc2 & 4-opt» και «Κατωφλιού». Επιπρόσθετα υλοποιείται η μεθοδολογία της «Τυχαίας επιλογής» η οποία δεν αποτελεί παραλλαγή των μεθόδων των συγγραφέων αλλά τα αποτελέσματα της συγκρίνονται με τις υπόλοιπες μεθόδους.

3.1 Επιλογή αισθητήρων μέσω κυρτής βελτιστοποίησης

Η μεθοδολογία των Joshi & Boyd (2009) αποτελείται από τα εξής βήματα:

1. Αναζητούν ένα υποσύνολο k από όλες τις πιθανές μετρήσεις των αισθητήρων για να ελαχιστοποιήσουν τον όγκο ή τη μέση ακτίνα του ελλειψοειδούς. Έτσι μορφοποιούν το πρόβλημα μεγιστοποιώντας το λογάριθμο της ορίζουσας που εμπεριέχει το διάνυσμα από τις μετρήσεις επί τη δυική 0-1 μεταβλητή z_i (3.1). Η δυική μεταβλητή z_i παίρνει τιμή 1 όταν η i μέτρηση ή ο i αισθητήρας χρησιμοποιείται, αλλιώς παίρνει τιμή 0. Όλα τα z_i πρέπει να αθροίζονται στο ζητούμενο αριθμό k (περιορισμοί 3.1). Το παραπάνω πρόβλημα είναι της μορφής Boolean Convex.

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \log \det(\sum_{i=1}^m z_i a_i a_i^T) & (3.1) \\ & \text{st. } 1^T z = k \\ & z_i \in \{0,1\} \end{aligned}$$

¹ Οι κώδικες των 3 παραλλαγών βρίσκονται στο Παράρτημα όπως επίσης δίνεται και η ιστοσελίδα με τους κώδικες που χρησιμοποιούν οι Joshi & Boyd (2009)

2. Έπειτα χαλαρώνουν τον μη κυρτό περιορισμό του $z_i \in \{0,1\}$ και τον αντικαθιστούν με τον κυρτό περιορισμό $z_i \in [0,1]$ και προκύπτει ένα Convex Relaxation Problem (3.2). Το παρακάτω πρόβλημα μεγιστοποίησης είναι κυρτό αφού η αντικειμενική συνάρτηση είναι κοίλη και οι περιορισμοί ισότητας και ανισότητας είναι γραμμικοί. Σύμφωνα με τους Joshi & Boyd (2009) μπορεί να λυθεί αποτελεσματικά χρησιμοποιώντας μεθόδους εσωτερικού σημείου (Interior Points).

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \log \det(\sum_{i=1}^m z_i a_i a_i^T) & (3.2) \\ & \text{st. } 1^T z = k \\ & 0 \leq z_i \leq 1 \end{aligned}$$

3. Οι παραπάνω μορφοποιήσεις του προβλήματος δεν είναι ισοδύναμες, αλλά η βέλτιστη τιμή του προβλήματος (βήματος) 2 είναι ένα άνω όριο της βέλτιστης τιμής του αρχικού προβλήματος (βήματος) 1. Με την λύση αυτή, δημιουργείται μια υποβέλτιστη επιλογή υποσυνόλου αισθητήρων χρησιμοποιώντας τις μεγαλύτερες τιμές της μεταβλητής απόφασης z_i , οι οποίες διατάσσονται σε φθίνουσα σειρά. Έτσι παράγεται ένα κάτω όριο. Στη συνέχεια υπολογίζουν το άνω όριο. Εφόσον υπάρχει ένα άνω και κάτω όριο, η επιλογή υποσυνόλου των αισθητήρων φράζεται και η διαφορά δ μεταξύ του άνω και κάτω ορίου, ονομάζεται δ -suboptimal.
4. Στη συνέχεια μορφοποιούν (3.3) το κατά προσέγγιση «χαλαρό πρόβλημα επιλογής αισθητήρα» (Relaxed Sensor Selection Problem) όπου κ αποτελεί μια θετική παράμετρο που ελέγχει την ποιότητα της προσέγγισης ($\kappa \approx 0,02$) και το λύνουν αποτελεσματικά με τη μέθοδο Newton.

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \psi(z) = \log \det(\sum_{i=1}^m z_i a_i a_i^T) + \kappa \sum_{i=1}^m (\log(z_i) + \log(1 - z_i)) & (3.3) \\ & \text{st. } 1^T z = k \end{aligned}$$

Σε κάθε βήμα της μεθόδου Newton υπολογίζουν το βήμα αναζήτησης και το μέγεθος του βήματος. Τα συνολικά βήματα για να τερματίσει ο αλγόριθμος είναι συνήθως 10 ή και λιγότερα. Η μέθοδος αυτή επιστρέφει έναν πίνακα-στήλη 100×1 με δεκαδικές τιμές των z όπου $z \in (0, 1)$. Έπειτα, δημιουργείται και ένας ταξινομημένος σε αύξουσα σειρά πίνακα-στήλη 100×1 με τις παραπάνω τιμές του z και επισημαίνεται ο k -οστός

αισθητήρας. Στη συνέχεια καταρτίζεται ένας πίνακας με όνομα $zhat$ του οποίου οι τιμές είναι 0 ή 1. Όσες τιμές των αισθητήρων είναι μεγαλύτερες από τον k -οστό αισθητήρα λαμβάνουν την τιμή 1 ενώ οι υπόλοιποι λαμβάνουν την τιμή 0. Οι τιμές των z που λαμβάνουν την τιμή 1 αποτελούν τη λύση του προβλήματος.

5. Για να βελτιωθεί η παραπάνω λύση, οι συγγραφείς χρησιμοποιούν μια μέθοδο τοπικής βελτιστοποίησης (local optimization). Παίρνουν σαν λύση τον πίνακα-στήλη $zhat$. Στη συνέχεια, ελέγχουν επαναληπτικά ποιός αισθητήρας ο οποίος δεν ανήκει σε αυτό το σύνολο (δηλαδή έχει τιμή 0) μπορεί να αντικαταστήσει έναν άλλον αισθητήρα που ανήκει στο σύνολο (δηλαδή έχει τιμή 1) ο οποίος αυξάνει την τιμή της αντικειμενικής τιμής. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος τερματίζει όταν δεν αυξάνεται περαιτέρω η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης ή όταν φτάσει το όριο των επαναλήψεων που έχει οριστεί, επιστρέφοντας την τρέχουσα λύση. Η λύση που προκύπτει μετά τις ανταλλαγές λέγεται 2-opt.
6. Εναλλακτική τοπική βελτιστοποίηση που αναφέρουν οι συγγραφείς είναι η παρακάτω: αρχικά γίνεται ταξινόμηση σε αύξουσα σειρά των τιμών των αισθητήρων που έχουν βρεθεί από τη μέθοδο Newton στο βήμα 4 και δημιουργούνται 2 σύνολα. Όπως και στο βήμα 4 έτσι και εδώ επισημαίνεται ο k -οστός αισθητήρας και όσες τιμές των αισθητήρων είναι μεγαλύτερες από τον k -οστό αισθητήρα λαμβάνουν την τιμή 1 αποτελώντας το πρώτο σύνολο, ενώ οι υπόλοιποι λαμβάνουν την τιμή 0 και αποτελούν το δεύτερο σύνολο. Η λογική των συγγραφέων είναι πως οι αισθητήρες που έχουν πιο υψηλή τιμή έχουν μεγαλύτερες πιθανότητες να βρίσκονται στη βέλτιστη λύση. Συνακόλουθα πρέπει να ταξινομηθούν οι τιμές των αισθητήρων και μόνο μία φορά μπαίνει ο κάθε αισθητήρας. Δίνεται μια τιμή-κατώφλι και υπολογίζεται για όλους τους αισθητήρες η διαφορά των ταξινομημένων z με την τιμή του κατωφλιού δηλαδή: $κατώφλι \leq z_s - 0.5 \leq κατώφλι$. Βάσει αυτής της τιμής και των ταξινομημένων αισθητήρων που έχουν μεγαλύτερη τιμή από τον k -οστό αισθητήρα αποφασίζεται το εύρος των τιμών των αισθητήρων που μπορούν να ελεγχθούν για πιθανές ανταλλαγές. Όταν βρεθεί το ζεύγος αισθητήρων που μπορεί να ανταλλαχθεί δίνοντας καλύτερη τιμή, γίνεται η ανταλλαγή και επαναλαμβάνεται ο αλγόριθμος από την αρχή ελέγχοντας πάλι για υποψήφιες ανταλλαγές. Δεν ελέγχονται όλοι οι αισθητήρες για ανταλλαγή ώστε να μειωθεί η πολυπλοκότητα, διότι είναι αναγκαία νέα ταξινόμηση όταν επιλεγεί κάποιος αισθητήρας για ανταλλαγή. Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν ελεγχθούν όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί των αισθητήρων ή όταν επέλθει το όριο των επαναλήψεων που έχει οριστεί, επιστρέφοντας την τρέχουσα λύση.

3.2 Οι παραλλαγές και η μέθοδος της τυχαίας επιλογής

Η παραλλαγή «**Loc4 opt**» διαφοροποιείται σε σχέση με τους Joshi & Boyd (2009) ως εξής στο Βήμα 5: Αντί να ελέγχεται μια τιμή του αισθητήρα η οποία δεν έχει επιλεγθεί στη λύση (τιμή 0), ελέγχονται 2 τιμές αισθητήρων για να ενταχθούν στο υποσύνολο της λύσης και να εξέλθουν 2 τιμές αισθητήρων από το υποσύνολο της λύσης. Δηλαδή πραγματοποιείται ανταλλαγή μεταξύ 2 επιλεγμένων αισθητήρων (τιμή 1) με 2 μη επιλεγμένους αισθητήρες (τιμή 0). Οι μεν πρώτοι να βγουν από το υποσύνολο και οι μεν δεύτεροι να εισέλθουν στο υποσύνολο. Οι ανταλλαγές γίνονται μόνο αν οι συγκεκριμένοι αισθητήρες αυξάνουν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίζοντας το σφάλμα της συνδιακύμανσης. Γίνεται έλεγχος για όλους τους συνδυασμούς των αισθητήρων. Αν δεν βελτιώνεται περαιτέρω η τιμή της αντικειμενικής ή εξαντληθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων που έχει οριστεί εκ των προτέρων, τότε σταματάει ο έλεγχος των υποψήφιων αισθητήρων και ο αλγόριθμος τερματίζει επιστρέφοντας την τρέχουσα λύση.

Η παραλλαγή «**Loc2&4 opt**» διαφοροποιείται σε σχέση με τους Joshi & Boyd (2009) σύμφωνα με την προηγούμενη παραλλαγή ως εξής: αρχικά, οι αισθητήρες χωρίζονται σε 2 υποσύνολα. Ένα υποσύνολο με τους αισθητήρες που έχουν πάρει τιμή 1 και ανήκουν στο υποσύνολο των αισθητήρων που συμμετέχουν στο δίκτυο και ένα άλλο υποσύνολο με τους αισθητήρες οι οποίοι έχουν πάρει τιμή 0 και δεν ανήκουν στο υποσύνολο. Αρχικά ο αλγόριθμος δοκιμάζει να αφαιρέσει 1 αισθητήρα από το υποσύνολο των αισθητήρων που έχουν τιμή 1 και στη θέση του να εντάξει 1 αισθητήρα από το υποσύνολο των αισθητήρων που έχουν τιμή 0. Δοκιμάζει όλους τους συνδυασμούς μέχρι να βρει συνδυασμό ανταλλαγής που να αυξάνει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίζοντας το σφάλμα της συνδιακύμανσης. Στη συνέχεια δοκιμάζει πάλι να βελτιώσει το αποτέλεσμα αφαιρώντας 2 αισθητήρες και εντάσσοντας 2 αισθητήρες. Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να εξετασθούν όλοι οι συνδυασμοί ή εναλλακτικά μέχρι να εξαντληθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων που έχει οριστεί εκ των προτέρων.

Η παραλλαγή «**Κατώφλιού**» διαφοροποιείται σε σχέση με τους Joshi & Boyd (2009) στο βήμα 6, δοκιμάζοντας εναλλακτικές τιμές κατώφλιού. Οι συγγραφείς χρησιμοποιούν ως κατώφλι την τιμή 0,4 ενώ στα πλαίσια της παρούσας εργασίας δοκιμάζονται τιμές από 0,1 μέχρι 0,5 καθώς και οι τιμές 0,40-0,49 με βήμα 0,01, εξετάζοντας αν βελτιώνεται η λύση που βρίσκουν οι συγγραφείς.

Τέλος, η μέθοδος της «**Τυχαίας επιλογής**» δεν αποτελεί παραλλαγή των μεθόδων των Joshi & Boyd (2009) αλλά μια νέα μέθοδο που διαφοροποιείται στο Βήμα 5 των συγγραφέων

ως εξής: δημιουργείται ένας αλγόριθμος ο οποίος διαλέγει τυχαία k σε αριθμό αισθητήρες ορίζοντας την τιμή τους σε 1 (ουσιαστικά θεωρώντας τους επιλεγμένους) ενώ ορίζει την τιμή των υπολοίπων σε 0 (θεωρώντας τους μη επιλεγμένους). Το k εξαρτάται από το πρόβλημα που εξετάζεται. Σκοπός αυτής της στρατηγικής είναι να διερευνηθεί το πόσο καλή λύση μπορεί να μας δώσει ένας αλγόριθμος ο οποίος βασίζεται στην τυχαιότητα και όχι σε μαθηματικό ή επιστημονικό υπόβαθρο.

3.3 Τα δεδομένα της μελέτης

Η παρούσα εργασία χρησιμοποιεί τα δεδομένα των Joshi & Boyd (2009), οι οποίοι χρησιμοποιούν ως μετρήσεις αισθητήρων, τιμές, τυχαία παραχθείσες από αλγόριθμο, με τιμή αρχικοποίησης του αλγορίθμου (seed) την τιμή 0. Τα δεδομένα των συγγραφέων απαρτίζονται από 100 ομάδες των 20 τιμών, όπου κάθε εικοσάδα τιμών αναφέρεται σε κάθε ένα από τους 100 αισθητήρες, μέσα από τους οποίους επιλέγεται ένα υποσύνολο k αισθητήρων ανάλογα με τα ζητούμενα του προβλήματος υπό επίλυση. Πιο συγκεκριμένα, στις δοκιμές της μελέτης των Joshi & Boyd (2009), εξετάζεται η επιλογή 21 διαφορετικών υποσυνόλων διαφορετικού μεγέθους k , όπου το μέγεθος k κυμαίνεται μεταξύ 20 και 40 αισθητήρων. Τέλος, οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν τη MATLAB ως προγραμματιστικό περιβάλλον για την υλοποίηση των αλγορίθμων τους.

Η παρούσα μελέτη βασίζεται επίσης στο προγραμματιστικό περιβάλλον της MATLAB, υλοποιώντας παραλλαγές των βασικών αλγορίθμων των συγγραφέων, με στόχο τη σύγκριση των αποτελεσμάτων με τις αρχικές μεθόδους και την εξαγωγή σχετικών συμπερασμάτων.

Κεφάλαιο 4: Αποτελέσματα

4.1 Παραλλαγές Loc4, Loc2 & 4 και της τυχαίας επιλογής

Στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται οι αισθητήρες που έχουν επιλεχθεί για κάθε μέθοδο και μέγεθος (αριθμός αισθητήρων) k υποσυνόλου των 100 διαθέσιμων αισθητήρων. Η πρώτη στήλη του παρακάτω πίνακα αφορά τον αριθμό των αισθητήρων που επιλέγονται από το σύνολο των 100 αισθητήρων που είναι διαθέσιμοι. Η δεύτερη στήλη αφορά την μέθοδο Newton με την οποία λύνεται αρχικά το πρόβλημα σύμφωνα με το Βήμα 4. Η τρίτη και η τέταρτη στήλη αφορούν τις μεθοδολογίες που χρησιμοποιούν οι συγγραφείς στο άρθρο, προσπαθώντας να βελτιώσουν περαιτέρω τα αποτελέσματα που εξάγονται από την μέθοδο Newton. Οι επόμενες στήλες αφορούν τις παραλλαγές της παρούσας εργασίας, ερευνώντας αν αυτές μπορούν να βελτιώσουν την εκάστοτε επιλογή υποσυνόλου αισθητήρων, οι οποίες και πάλι βασίζονται στη λύση που εξασφαλίζεται από τη μέθοδο Newton.

Παρατηρείται ότι κάποιοι αισθητήρες συμμετέχουν σε όλες τις μεθοδολογίες εκτός από την μέθοδο της τυχαίας επιλογής η οποία επιλέγει τυχαία τους αισθητήρες, για όλα τα k . Οι κοινοί αισθητήρες από όλες τις μεθόδους είναι οι παρακάτω: 24, 37, 55, 64, 68, 77, 81, 87, 93. Πιθανή εξήγηση για το σχετικό εύρημα είναι πως οι συγκεκριμένοι αισθητήρες προσφέρουν στο δίκτυο πληροφορία αρκετά σημαντική, ώστε σε όλες τις περιπτώσεις και ανεξαρτήτως μεθόδου, να κρίνονται ως αναγκαίοι συμμετέχοντες για κάθε υποσύνολο.

Πίνακας 4.1 – Επιλεγμένοι αισθητήρες για κάθε μέθοδο και αριθμό k επιλεγμένων αισθητήρων

k	Newton	Loc	Locr	Loc4	Loc2&4	Τυχαία επιλογή
20	2, 5, 6, 9, 14, 23, 24, 30, 37, 38, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 93	2, 5, 6, 9, 14, 23, 24, 30, 37, 38, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 93	2, 5, 6, 9, 14, 23, 24, 30, 37, 38, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 93	6, 8, 10, 18, 20, 24, 37, 38, 46, 55, 58, 64, 68, 72, 74, 77, 81, 82, 87, 93	9, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 37, 38, 45, 51, 55, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 93	4, 10, 13, 15, 16, 28, 43, 49, 55, 64, 66, 80, 81, 82, 85, 91, 92, 96, 97, 98
21	2, 5, 6, 8, 9, 14, 23, 24, 30, 37, 38, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 93	2, 5, 6, 8, 9, 14, 23, 24, 30, 37, 38, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 93	2, 5, 6, 8, 9, 14, 23, 24, 30, 37, 38, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 93	14, 18, 20, 21, 24, 28, 30, 37, 38, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 77, 81, 82, 87, 92, 93	6, 8, 14, 18, 20, 24, 30, 37, 38, 46, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 92, 93	4, 5, 10, 18, 19, 28, 32, 39, 40, 44, 66, 68, 70, 71, 75, 76, 77, 80, 83, 94, 96

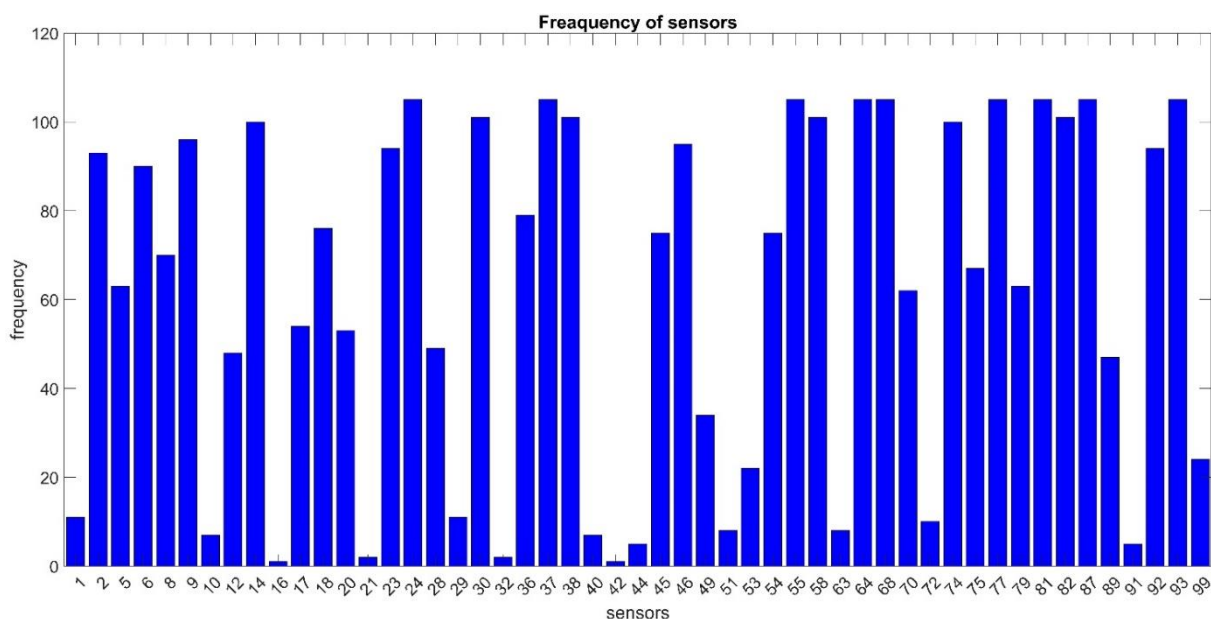
22	2, 5, 6, 8, 9, 14, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 93,	1, 2, 5, 10, 12, 14, 17, 24, 30, 36, 37, 55, 58, 64, 68, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 9, 10, 14, 23, 24, 28, 37, 38, 46, 55, 64, 68, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93, 99	2, 5, 18, 23, 24, 36, 37, 38, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 81, 82, 87, 92, 93	2, 20, 21, 23, 24, 30, 37, 38, 42, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 81, 82, 87, 92, 93	12, 14, 15, 17, 23, 26, 28, 35, 45, 49, 50, 51, 55, 59, 65, 66, 68, 70, 71, 76, 90, 96
23	2, 5, 6, 8, 9, 14, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 46, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 93	2, 6, 14, 24, 36, 37, 44, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 72, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 9, 14, 20, 23, 24, 28, 30, 37, 38, 46, 55, 58, 64, 68, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93	6, 18, 23, 24, 29, 30, 36, 37, 38, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 72, 74, 77, 81, 82, 87, 93	6, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 30, 32, 36, 37, 38, 46, 55, 58, 64, 68, 77, 81, 82, 87, 92, 93	6, 8, 20, 25, 26, 29, 35, 36, 39, 48, 54, 55, 57, 59, 62, 76, 78, 82, 84, 85, 92, 93, 94
24	2, 5, 6, 8, 9, 14, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 46, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 9, 14, 20, 24, 30, 37, 38, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81, 87, 89, 92, 93	2, 6, 9, 14, 20, 24, 30, 37, 38, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81, 87, 89, 92, 93	2, 9, 12, 14, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 92, 93	2, 5, 9, 14, 18, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 8, 9, 13, 16, 17, 23, 27, 32, 34, 45, 46, 47, 53, 54, 57, 61, 66, 69, 75, 80, 83, 92, 100
25	2, 5, 6, 8, 9, 14, 17, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 46, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 9, 14, 20, 23, 24, 30, 37, 38, 44, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81, 87, 89, 92, 93	2, 6, 9, 14, 20, 23, 24, 30, 37, 38, 44, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81, 87, 89, 92, 93	1, 2, 5, 14, 17, 18, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 46, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	5, 9, 12, 14, 18, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 81, 82, 87, 92, 93	1, 8, 9, 11, 14, 15, 19, 24, 26, 27, 36, 40, 41, 44, 52, 55, 58, 64, 78, 81, 82, 86, 87, 92, 97
26	2, 5, 6, 8, 9, 14, 17, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 37, 38, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93,	5, 6, 9, 12, 14, 18, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93,	5, 6, 9, 14, 18, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 5, 6, 10, 12, 13, 14, 17, 19, 24, 25, 34, 36, 37, 39, 41, 42, 49, 50, 58, 65, 79, 83, 91, 95, 96,
27	2, 5, 6, 8, 9, 14, 17, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81,	2, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 37, 38, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81,	2, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 37, 38, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81,	6, 9, 14, 18, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79,	2, 5, 9, 14, 16, 17, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77,	9, 19, 30, 31, 36, 37, 38, 44, 45, 46, 49, 51, 52, 54, 55, 63, 65, 69, 74, 75, 78, 79,

	82, 87, 92, 93	82, 87, 92, 93	82, 87, 92, 93	81, 82, 87, 92, 93	81, 82, 87, 92, 93	80, 82, 88, 93, 94
28	2, 5, 6, 8, 9, 14, 17, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 37, 38, 40, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 24, 28, 30, 37, 38, 40, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93	6, 9, 14, 18, 24, 28, 30, 32, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 9, 14, 18, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93	9, 12, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 26, 27, 30, 31, 32, 41, 43, 44, 48, 51, 56, 59, 60, 61, 63, 72, 85, 91, 93, 98
29	2, 5, 6, 8, 9, 14, 17, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 37, 38, 40, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 37, 38, 40, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93	2, 8, 9, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93	6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	3, 4, 10, 11, 14, 24, 27, 34, 37, 40, 46, 49, 50, 53, 55, 58, 63, 66, 68, 73, 74, 78, 80, 81, 89, 92, 93, 97, 99
30	2, 5, 6, 8, 9, 14, 17, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 37, 38, 40, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 81, 82, 87, 92, 93, 99	2, 6, 9, 10, 14, 17, 18, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 5, 6, 9, 14, 18, 23, 24, 29, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	3, 4, 5, 6, 8, 10, 17, 19, 20, 24, 34, 48, 49, 51, 53, 58, 61, 62, 69, 70, 72, 73, 75, 81, 82, 86, 89, 90, 91, 98
31	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 37, 38, 40, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93, 99	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 18, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 46, 54, 55, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 6, 9, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 5, 8, 9, 14, 17, 18, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	2, 6, 7, 9, 11, 14, 15, 17, 18, 20, 30, 34, 38, 40, 42, 44, 46, 49, 52, 53, 63, 65, 66, 74, 81, 83, 84, 93, 96, 98, 99
32	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77,	2, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 79, 81,	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 18, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 79, 81,	2, 6, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75,	2, 5, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 40, 45, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77,	4, 13, 16, 18, 20, 23, 26, 27, 30, 31, 37, 38, 39, 42, 43, 47, 49, 54, 55, 57, 59, 62, 65, 67, 70,

	79, 81, 82, 87, 92, 93	82, 87, 89, 92, 93, 99	82, 87, 89, 92, 93, 99	77, 79, 81, 82, 87, 92, 93	79, 81, 82, 87, 92, 93	71, 83, 86, 89, 95, 99, 100
33	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	2, 6, 8, 9, 12, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 74, 77, 81, 82, 87, 89, 92, 93	2, 6, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	2, 5, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	3, 4, 7, 10, 11, 16, 17, 18, 27, 29, 32, 33, 35, 41, 43, 45, 48, 53, 54, 59, 60, 62, 64, 66, 70, 72, 74, 78, 82, 88, 91, 97, 99
34	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93,	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 18, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 18, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 6, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	2, 5, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	1, 4, 7, 16, 18, 20, 23, 25, 26, 27, 29, 33, 35, 39, 43, 46, 47, 48, 52, 61, 64, 67, 68, 70, 73, 74, 77, 78, 79, 85, 88, 92, 95, 96
35	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	2, 6, 8, 9, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93,	2, 5, 6, 8, 9, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	10, 12, 19, 21, 22, 24, 26, 27, 29, 32, 36, 42, 43, 46, 48, 53, 55, 58, 59, 61, 62, 64, 65, 67, 68, 69, 71, 73, 78, 84, 85, 87, 94, 95, 100
36	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	1, 2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	1, 2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	2, 6, 8, 9, 12, 14, 18, 20, 23, 24, 28, 29, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 29, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	2, 5, 7, 10, 11, 14, 15, 20, 25, 27, 28, 34, 35, 36, 37, 40, 41, 43, 45, 49, 53, 54, 59, 63, 68, 69, 70, 71, 74, 75, 76, 77, 78, 87, 94, 98

37	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	1, 2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 91, 92, 93	1, 2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 91, 92, 93	1, 2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	1, 2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 72, 74, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93	6, 9, 12, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 22, 32, 33, 38, 40, 41, 43, 44, 50, 52, 54, 57, 59, 68, 75, 76, 77, 79, 80, 81, 83, 84, 86, 87, 89, 93, 95, 99
38	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 51, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	1, 2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 91, 92, 93	1, 2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 91, 92, 93	2, 5, 6, 8, 9, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 29, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 51, 54, 55, 58, 63, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 29, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 54, 55, 58, 63, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	1, 2, 4, 5, 9, 13, 15, 19, 20, 21, 23, 25, 30, 37, 48, 49, 50, 53, 56, 58, 59, 62, 63, 64, 67, 70, 73, 74, 77, 81, 82, 85, 87, 88, 90, 91, 93, 99
39	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 51, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 72, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 63, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 63, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 5, 6, 8, 9, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 29, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 51, 54, 55, 58, 63, 64, 68, 70, 72, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 29, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 54, 55, 58, 63, 64, 68, 70, 72, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	3, 4, 6, 7, 9, 11, 13, 14, 15, 17, 18, 21, 28, 30, 31, 34, 40, 42, 45, 47, 50, 52, 54, 56, 57, 58, 63, 65, 70, 73, 74, 79, 85, 86, 87, 88, 94, 95, 99
40	2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 29, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 51, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 72, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 58, 63, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	1, 2, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 51, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 91, 92, 93	2, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 28, 29, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 51, 53, 54, 55, 58, 64, 68, 70, 72, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93,	2, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 28, 29, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 49, 54, 55, 58, 63, 64, 68, 70, 72, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 87, 89, 92, 93, 99	2, 6, 8, 10, 11, 12, 14, 18, 19, 20, 21, 22, 25, 29, 30, 31, 34, 35, 36, 42, 45, 46, 47, 53, 54, 57, 60, 67, 68, 71, 74, 75, 77, 82, 86, 90, 91, 92, 99, 100

Στο Σχήμα 4.1 παρουσιάζεται η συχνότητα εμφάνισης των αισθητήρων για όλες τις μεθόδους και για όλα τα k , εκτός από τη μέθοδο τυχαίας επιλογής διότι κάθε φορά οδηγεί σε επιλογή διαφορετικών αισθητήρων. Ο οριζόντιος άξονας του γραφήματος δείχνει τον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε αισθητήρα ενώ ο κάθετος άξονας δηλώνει τη συχνότητα εμφάνισης του εκάστοτε αισθητήρα. Οι αισθητήρες οι οποίοι δεν απεικονίζονται στο Σχήμα 4.1 είναι εκείνοι των οποίων η συχνότητα εμφάνισής τους είναι 0 (Πίνακας 4.2).

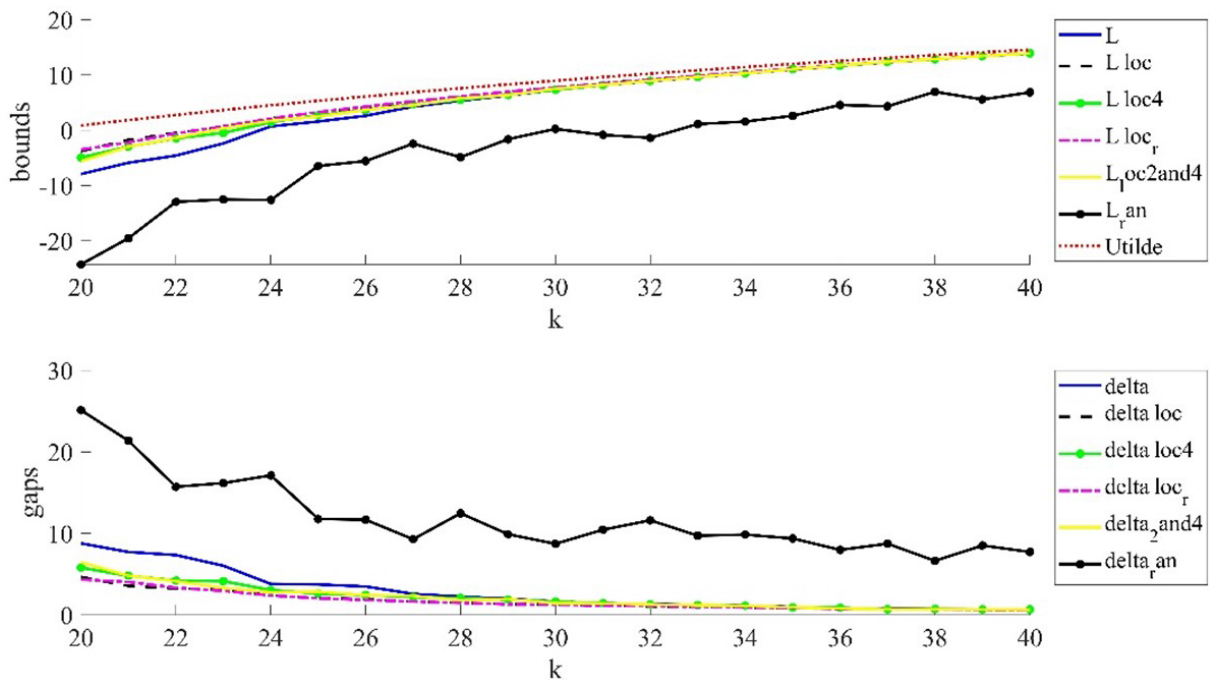


Σχήμα 4.1 – Συχνότητα επιλογής αισθητήρων ανεξαρτήτως μεθόδου και k

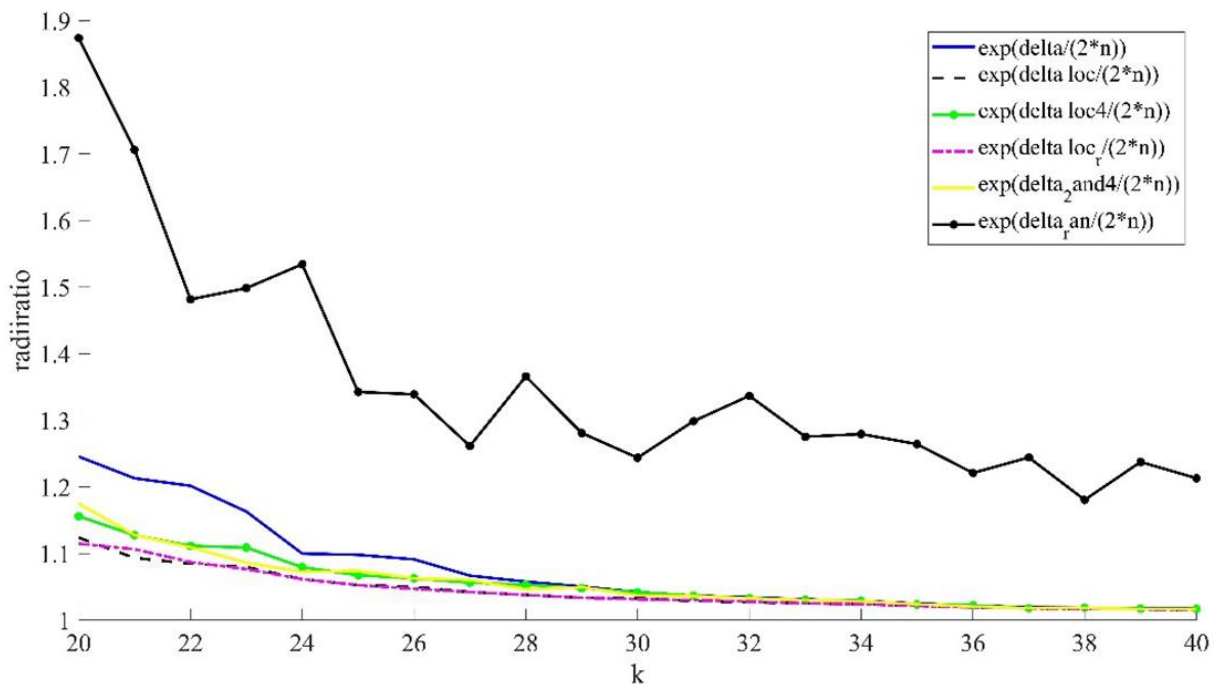
Πίνακας 4.2 – Αισθητήρες οι οποίοι δεν επιλέχθηκαν

Αισθητήρες των οποίων η συχνότητα εμφάνισης είναι 0
3, 4, 7, 11, 13, 15, 19, 22, 25, 26, 27, 31, 33, 34, 35, 39, 41, 43, 47, 48, 50, 52, 56, 57, 59, 60,
61, 62, 65, 66, 67, 69, 71, 73, 76, 78, 80, 83, 84, 85, 86, 88, 90, 94, 95, 96, 97, 98, 100

Στο Σχήμα 4.2 παρατηρείται η σύγκριση των κάτω ορίων για κάθε μέθοδο συναρτήσε του k (από 20 έως 40) και η σύγκριση των Gaps για κάθε μέθοδο συναρτήσε του k . Στο Σχήμα 4.3 απεικονίζονται οι διαφορές εκφρασμένες ως αναλογία των μέσων των ακτινών τους για όλες τις μεθόδους συναρτήσε του k .



Σχήμα 4.2 – Σύγκριση Lower Bounds και Gaps² για όλες τις μεθόδους³ συναρτήσει του k



Σχήμα 4.3 – Σύγκριση Gaps εκφρασμένων ως ποσοστό των μέσων ακτινών για όλες τις μεθόδους συναρτήσει του k .

² Ως Gaps ορίζεται η διαφορά του Άνω Ορίου (Upper Bound) μείον του Κάτω Ορίου (Lower Bound).

³ Ως ran στα σχήματα ορίζεται η μέθοδος της τυχαίας επιλογής.

Παρατηρείται ότι οι μέθοδοι Loc4 και Loc2&4 ξεκινούν από υψηλότερο Gap σε σύγκριση με τις μεθόδους των συγγραφέων Loc και Locr, ενώ όσο αυξάνεται ο αριθμός του k τόσο πιο πολύ συγκλίνουν σημαντικά όλες οι μέθοδοι προς το κάτω όριο L (Σχήμα 4.2). Το εύρημα βρίσκει βάση στο γεγονός πως όσοι περισσότεροι αισθητήρες συμμετέχουν στο δίκτυο αισθητήρων, τόσο περισσότερη πληροφορία προσφέρουν. Επιπρόσθετα, στον Πίνακα 4.3 παρουσιάζεται το όριο υποβέλτιστης επιλογής αισθητήρων υπολογίζοντας τη μέση ακτίνα του ελλειψοειδούς. Το πόσο υποβέλτιστη είναι η επιλογή αισθητήρων υπολογίζεται από τον τύπο $Y - mean$, όπου $Y = \eta$ τιμή του *radiiratio*, $mean = \exp\left(\frac{Utilde - Low Bound}{2 * n}\right)$, $n = 20$.

Πίνακας 4.3 – Ποσοστό υποβέλτιστης επιλογής για όλες τις μεθόδους για όλα τα k.

k	Loc	Locr	Loc4	Loc2&4
20	12,42%	11,51%	15,59%	17,5%
21	9,27%	10,7%	12,8%	12,8%
22	8,51%	8,68%	11,24%	10,86%
23	8,02%	7,73%	13,2%	8,57%
24	6,25%	6,25%	8,05%	7,34%
25	5,3%	5,3%	7,36%	6,74%
26	5%	4,7%	6,32%	6,33%
27	4,18%	4,18%	5,56%	5,97%
28	3,81%	3,81%	5,28%	4,56%
29	3,44%	3,44%	4,79%	5,02%
30	3,29%	3,06%	4,22%	3,69%
31	2,92%	2,99%	3,73%	3,59%
32	2,71%	2,82%	3,30%	3,32%
33	2,47%	2,47%	2,97%	2,97%
34	2,4%	2,4%	2,91%	2,74%
35	2,25%	2,25%	2,45%	2,4%
36	1,88%	1,88%	2,18%	1,96%

37	1,81%	1,81%	1,81%	1,81%
38	1,69%	1,69%	1,93%	1,78%
39	1,56%	1,56%	1,69%	1,71%
40	1,64%	1,49%	1,71%	1,59%

Στον Πίνακα 4.4 παρουσιάζονται τα στατιστικά που αφορούν τα ποσοστά υποβέλτιστης επιλογής για κάθε επίπεδο k για κάθε μέθοδο. Στην δεύτερη και τρίτη στήλη παρουσιάζεται ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση του ποσοστού υποβέλτιστης επιλογής για όλες τις μεθόδους για κάθε επίπεδο k . Στην 4^η, 5^η, 6^η, 7^η στήλη παρουσιάζεται η μεταβολή του ποσοστού υποβέλτιστης επιλογής για κάθε επίπεδο k για τις μεθόδους Loc , $Locr$, $Loc4$, $Loc2&4$ αντίστοιχα.

Πίνακας 4.4 – Στατιστικά & ποσοστιαίες μεταβολές υποβέλτιστης επιλογής μεθόδων Loc , $Locr$, $Loc4$, $Loc2&4$ για όλα τα k .

k	Μέσος	Τυπική απόκλιση	$\Delta Loc\%$	$\Delta Locr\%$	$\Delta Loc4\%$	$\Delta Loc2\&4\%$
20	14,25%	2,41%				
21	11,42%	1,51%	-25,38%	-6,72%	-17,63%	-26,71%
22	9,82%	1,24%	-8,15%	-19,17%	-12,50%	-15,33%
23	9,38%	2,23%	-5,78%	-10,94%	17,49%	-21,03%
24	6,97%	0,77%	-22,11%	-19,21%	-39,07%	-14,36%
25	6,17%	0,90%	-15,16%	-15,16%	-8,59%	-8,17%
26	5,59%	0,75%	-5,60%	-11,38%	-14,01%	-6,06%
27	4,97%	0,81%	-16,44%	-10,99%	-12,03%	-5,76%
28	4,37%	0,61%	-8,72%	-8,72%	-5,07%	-23,66%
29	4,17%	0,74%	-9,93%	-9,93%	-9,34%	10,19%
30	3,56%	0,44%	-4,27%	-11,00%	-11,94%	-26,50%
31	3,31%	0,36%	-11,34%	-2,36%	-11,53%	-2,68%
32	3,04%	0,27%	-7,10%	-5,59%	-11,63%	-7,59%

33	2,72%	0,25%	-8,86%	-12,50%	-10,04%	-10,57%
34	2,61%	0,22%	-2,94%	-2,84%	-1,93%	-7,81%
35	2,34%	0,09%	-6,07%	-6,07%	-15,89%	-12,42%
36	1,97%	0,12%	-16,39%	-16,39%	-11,06%	-18,42%
37	1,81%	0,00%	-3,89%	-3,89%	-16,87%	-7,48%
38	1,77%	0,10%	-6,81%	-6,81%	6,81%	-1,38%
39	1,63%	0,07%	-7,32%	-7,32%	-12,76%	-4,11%
40	1,61%	0,08%	4,80%	-4,70%	1,48%	-7,21%
Μέση μεταβολή			-9,37%	-9,58%	-9,80%	-10,85%

Τα ποσοστά υποβέλτιστης επιλογής και τα σχετικά στατιστικά ποσοτικοποιούν τα ευρήματα που απορρέουν από τα Σχήματα 4.2 και 4.3. Πιο συγκεκριμένα, λαμβάνοντας υπόψη τον Πίνακα 4.3 και τον Πίνακα 4.4, οι παραλλαγές Loc4 και Loc2&4 ακολουθούν τις ιδιότητες βελτίωσης της υποβέλτιστης επιλογής (μέσω των μειούμενων ποσοστών υποβέλτιστης επιλογής) των βασικών μεθόδων των Joshi & Boyd (2009). Ωστόσο προσφέρουν λιγότερο υποβέλτιστες λύσεις για όλα τα k , σε σύγκριση με τις μεθόδους που παρουσιάζουν οι προαναφερθέντες συγγραφείς, κάτι που προδίδεται και από τους μέσους όρους, όπου σε όλες τις περιπτώσεις αυξάνονται λόγω των 2 παραλλαγών που παρουσιάζονται. Επιπρόσθετα, ο συνεχώς μειούμενος μέσος όρος για αυξανόμενα επίπεδα k επιβεβαιώνει τα γραφήματα, οδηγώντας στο συμπέρασμα πως ένας αυξημένος αριθμός αισθητήρων, οδηγεί σε αποτελέσματα πιο κοντά στα βέλτιστα, λόγω της περισσότερης συγκεντρωτικής πληροφορίας από το σύνολο του δικτύου.

Το μέτρο της τυπικής απόκλισης προδίδει πως οι διαφορές μεταξύ των υποβέλτιστων λύσεων που επιτυγχάνουν οι εναλλακτικές μέθοδοι, κατά βάση μικραίνουν όσο το k αυξάνεται. Με άλλα λόγια, ένας αυξημένος αριθμός αισθητήρων, κάνει τον ερευνητή περισσότερο αδιάφορο μεταξύ της μεθόδου που θα μπορούσε να επιλέξει, αφού ενδεχομένως η αυξημένη συγκεντρωτική πληροφορία του δικτύου που παρέχεται από ένα αυξημένο αριθμό συμμετεχόντων αισθητήρων, μειώνει τα πλεονεκτήματα που μπορεί να έχει μια μέθοδος σε σύγκριση με εναλλακτικές. Ωστόσο, σε αυτό τον «κανόνα» εμφανίζονται κάποιες εξαιρέσεις, όπως για παράδειγμα για επίπεδο $k = 23$ ή $k = 25$ όπου η τυπική απόκλιση εμφανίζεται υψηλότερη σε σύγκριση με μικρότερα επίπεδα k . Το εύρημα παραπέμπει στο συμπέρασμα πως

οι μέθοδοι δεν συμπεριφέρονται απαραίτητα με απόλυτα προβλέψιμο «συγχρονισμένο» τρόπο κατά την αύξηση του αριθμού των αισθητήρων. Επιπρόσθετα, όταν χρησιμοποιούνται 24 αισθητήρες και άνω, η τυπική απόκλιση εμφανίζεται δραστικά μικρότερη (κάτω του 1%) σε σχέση με τα επίπεδα που αντιστοιχούν σε υποσύνολα 20-23 αισθητήρων, εύρημα που οδηγεί στο συμπέρασμα πως «μερικοί πρόσθετοι αισθητήρες» στο πλαίσιο ενός δικτύου, μπορεί να μειώσουν δραστικά το δίλημμά σχετικά με την κατάλληλη μέθοδο επιλογής.

Τέλος, η αξιολόγηση των μεταβολών του ποσοστού υποβέλτιστης επιλογής για αυξανόμενο επίπεδο k προσφέρει 2 ευρήματα. Καταρχάς, οι παραλλαγές Loc4, Loc2&4 προσφέρουν κατά βάση λιγότερο αξιόλογες λύσεις σε σύγκριση με τις μεθόδους των συγγραφέων, μα κατά μέσο βελτιώνουν (διορθώνουν) πιο γρήγορα τις υποβέλτιστες επιλογές που προσφέρουν για αυξανόμενο επίπεδο k . Το εύρημα μπορεί να δικαιολογηθεί από το γεγονός πως οι μέθοδοι Loc4 και Loc2&4 ελέγχουν και ανταλλάσσουν περισσότερους αισθητήρες σε κάθε επανάληψη σε σύγκριση με τις μεθόδους των συγγραφέων, έχοντας την ευκαιρία να βελτιώσουν πιο γρήγορα την υποβέλτιστη επιλογή. Με λίγα λόγια κάνουν χρήση της συνδυασμένης πληροφορίας περισσότερων αισθητήρων σε κάθε επανάληψη, ώστε πιο γρήγορα να οδηγήσουν σε μια βελτιωμένη επιλογή. Τέλος, η ανάλυση της διάρθρωσης των μεταβολών, δείχνει πως οι μεταβολές ακολουθούν εναλλασσόμενο μοτίβο, με άλλοτε αυξημένες μεταβολές και άλλοτε μειωμένες, μεταξύ των διαφορετικών επιπέδων k για την ίδια μέθοδο, αλλά και μεταξύ των διαφορετικών μεθόδων για δεδομένο επίπεδο k . Το εύρημα οδηγεί στο συμπέρασμα πως οι ακριβείς αισθητήρες που συμμετέχουν σε κάθε υποσύνολο k αισθητήρων, παίζουν σημαντικό ρόλο στο πόσο θα μεταβληθεί η υποβέλτιστη λύση, αφού η ακριβής πληροφόρηση που όλοι μαζί προσφέρουν στην εκάστοτε μέθοδο, οδηγεί σε διαφορετικές υποβέλτιστες λύσεις μέσω της μηχανικής που υλοποιείται από κάθε μέθοδο. Επομένως δεν είναι σημαντική μόνο η επιλογή μιας μεθόδου αλλά και οι ακριβείς μετρήσεις που παρέχει κάθε αισθητήρας στο πλαίσιο κάθε δικτύου.

Σε ότι έχει να κάνει με τη μέθοδο τυχαίας επιλογής, δεν έχουν υπολογιστεί τα μέτρα υποβέλτιστης επιλογής και τα αντίστοιχα στατιστικά, λόγω των έκδηλα χειρότερων λύσεων που προσφέρουν σε σύγκριση με τις μεθόδους των συγγραφέων ή τις παραλλαγές της παρούσας εργασίας, όπως προδίδεται από τα Σχήματα 4.2, 4.3. Η αιτία της δραστικά χειρότερης συμπεριφοράς της μεθόδου της τυχαίας επιλογής συναντάται στο γεγονός πως βασίζεται στην τυχαιότητα και όχι σε μαθηματικό και επιστημονικό υπόβαθρο. Το γεγονός πως η τυχαία μέθοδος θα προσεγγιζόταν από ένα άνθρωπο χωρίς ειδικές επιστημονικές γνώσεις, υποστηρίζει τη σημασία της επιστημονικής προσέγγισης σε προβλήματα κατάρτισης δικτύων αισθητήρων.

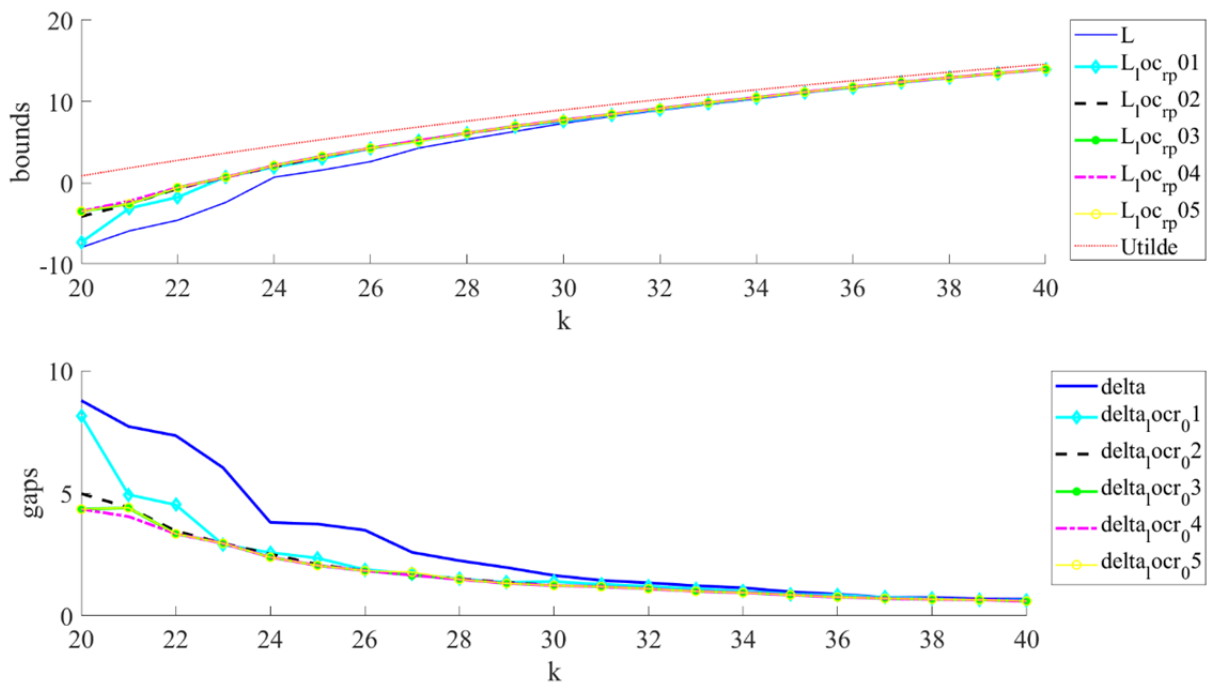
4.2 Παραλλαγή κατωφλιού

Στον Πίνακα 4.5 παρουσιάζονται τα διαστήματα των υποψήφιων αισθητήρων προς επιλογή που εξασφαλίζει κάθε εναλλακτικό κατώφλι της μεθόδου Locr του βήματος 6 της μεθοδολογίας των Joshi & Boyd (2009). Δεν υπάρχει νόημα στο να υπολογιστούν επίπεδα κατωφλιού μεγαλύτερα του 0,5 εφόσον για κάθε επίπεδο κατωφλιού επιλέγονται αισθητήρες για τους οποίους ισχύει $|z_s - 0,5| \leq \text{κατώφλι}$ ενώ οι τιμές των αισθητήρων z_s οι οποίες έχουν ταξινομηθεί σε αύξουσα σειρά ανήκουν στο διάστημα $z_s \in [0,1]$. Οι συγγραφείς χρησιμοποιούν ως κατώφλι την τιμή 0,4. Στόχος της συγκεκριμένης παραλλαγής είναι να ερευνηθεί αν είναι δυνατό να βελτιωθούν οι λύσεις που προσφέρει η μέθοδος των συγγραφέων επιλέγοντας διαφορετικό επίπεδο κατωφλιού.

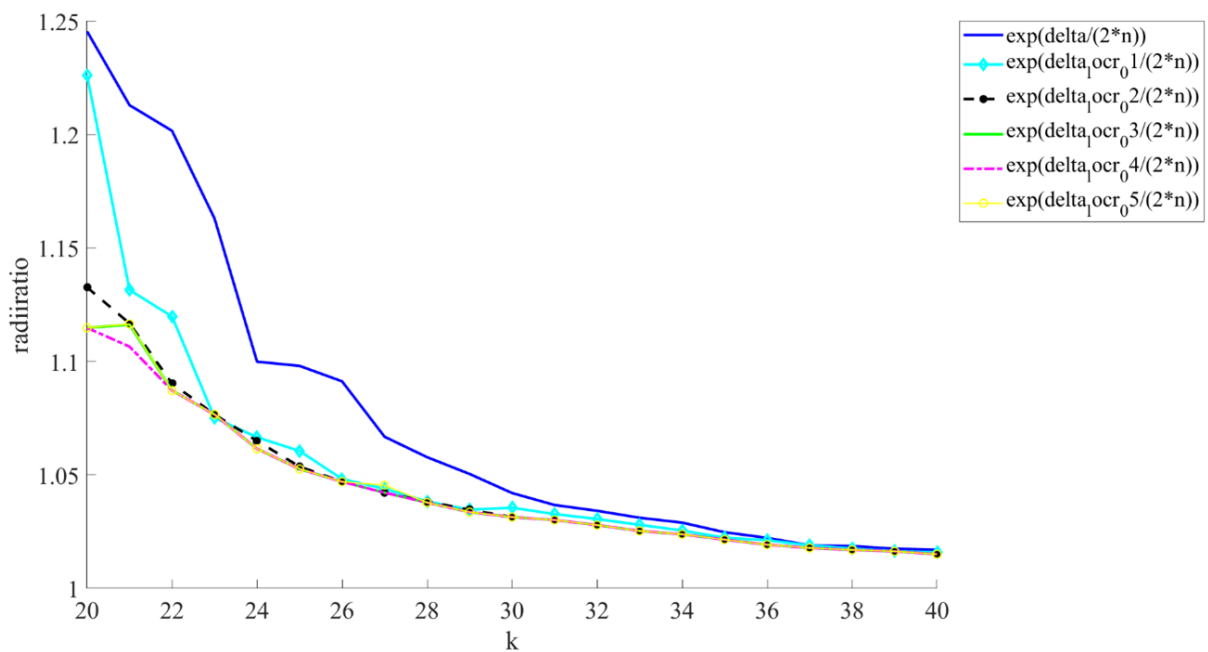
Πίνακας 4.5 – Επιλογή κατωφλιού για το Βήμα 6

Κατώφλι	$ z_s - 0,5 \leq \text{Κατώφλι}$
0,1	$0,4 \leq z_s \leq 0,6$
0,2	$0,3 \leq z_s \leq 0,7$
0,3	$0,2 \leq z_s \leq 0,8$
0,4	$0,1 \leq z_s \leq 0,9$
0,5	$0 \leq z_s \leq 1$

Στο Σχήμα 4.4 παρατηρείται η σύγκριση των κάτω ορίων για κάθε κατώφλι της μεθόδου Locr συναρτήσει του k (από 20 έως 40) και η αντίστοιχη σύγκριση των Gaps συναρτήσει του k . Επιπρόσθετα στο Σχήμα 4.5 απεικονίζονται οι σχετικές διαφορές των αποτελεσμάτων της μεθόδου Locr, εκφρασμένων ως αναλογία των μέσων των ακτινών για όλες τις τιμές κατωφλιού συναρτήσει του k .



Σχήμα 4.4 – Σύγκριση Lower Bounds και Gaps για τη μέθοδο στο Βήμα 6 αλλάζοντας το κατώφλι συναρτήσε του k , για τιμές κατωφλιού από 0,1 μέχρι 0,5.



Σχήμα 4.5 – Σύγκριση των Gaps εκφρασμένα ως ποσοστό των μέσων ακτινών για τη μέθοδο στο Βήμα 6 συναρτήσε του k , για τιμές κατωφλιού από 0,1 μέχρι 0,5.

Στον Πίνακα 4.6 παρατίθενται τα ποσοστά υποβέλτιστης επιλογής της μεθόδου Locr για κάθε επίπεδο κατωφλιού εναλλακτικό του 0,4 των Joshi & Boyd (2009) για κάθε k. Στον Πίνακα 4.7 παρουσιάζονται σχετικά στατιστικά στοιχεία για κάθε επίπεδο k ως εξής: α. στη 2^η και 3^η στήλη παρουσιάζεται ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα των ποσοστών υποβέλτιστης επιλογής ανεξαρτήτως τιμής κατωφλιού, β. στις στήλες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι ποσοστιαίες μεταβολές των ποσοστών υποβέλτιστης επιλογής για κάθε επίπεδο κατωφλιού.

Πίνακας 4.6 – Ποσοστό υποβέλτιστης επιλογής για τις τιμές κατωφλιού από 0,1- 0,5 για όλα τα k

k	Locr_0,1	Locr_0,2	Locr_0,3	Locr_0,4	Locr_0,5
20	26,18%	13,32%	11,51%	11,51%	11,51%
21	13,24%	11,72%	11,58%	10,74%	11,74%
22	12,01%	8,97%	8,68%	8,68%	8,68%
23	7,48%	7,73%	7,73%	7,73%	7,73%
24	6,74%	6,5%	6,25%	6,25%	6,25%
25	6,1%	5,4 %	5,3%	5,3%	5,3%
26	4,78%	4,7%	4,7%	4,7%	4,7%
27	4,41%	4,77 %	4,77 %	4,18 %	4,45 %
28	3,77%	3,77%	3,81%	3,81%	3,81%
29	3,53%	3,53%	3,44%	3,44%	3,44%
30	3,64%	3,06%	3,06%	3,06%	3,06%
31	3,32%	2,99%	2,99%	2,99%	2,99%
32	3,15%	2,82%	2,82%	2,82%	2,82%
33	2,8%	2,47%	2,47%	2,47%	2,47%
34	2,64%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%
35	2,18%	2,25%	2,25%	2,25%	2,25%
36	2,08%	1,88%	1,88%	1,88%	1,88%
37	1,91%	1,81%	1,81%	1,81%	1,81%

38	1,83%	1,69%	1,69%	1,69%	1,69%
39	1,54%	1,56%	1,56%	1,56%	1,56%
40	1,61%	1,49%	1,49%	1,49%	1,49%

Πίνακας 4.7 – Στατιστικά & ποσοστιαίες μεταβολές υποβέλτιστης επιλογής $Locr$ για τιμές κατωφλιού από 0,1 - 0,5 για όλα τα k

k	Μέσος	Τυπική απόκλιση	$\Delta Locr_{0,1\%}$	$\Delta Locr_{0,2\%}$	$\Delta Locr_{0,3\%}$	$\Delta Locr_{0,4\%}$	$\Delta Locr_{0,5\%}$
20	14,81%	5,73%					
21	11,80%	0,81%	-49,44%	-12,06%	0,55%	-6,72%	1,98%
22	9,40%	1,31%	-9,26%	-23,46%	-25,03%	-19,18%	-26,08%
23	7,68%	0,10%	-37,75%	-13,81%	-10,92%	-10,92%	-10,92%
24	6,39%	0,20%	-9,94%	-15,91%	-19,21%	-19,21%	-19,21%
25	5,48%	0,31%	-9,46%	-16,95%	-15,16%	-15,16%	-15,16%
26	4,71%	0,03%	-21,64%	-13,03%	-11,38%	-11,38%	-11,38%
27	4,51%	0,23%	-7,74%	1,51%	1,51%	-10,99%	-5,19%
28	3,80%	0,02%	-14,55%	-20,96%	-19,97%	-8,72%	-14,31%
29	3,47%	0,04%	-6,36%	-6,36%	-9,93%	-9,93%	-9,93%
30	3,18%	0,23%	3,30%	-13,32%	-11,00%	-11,00%	-11,00%
31	3,05%	0,13%	-8,85%	-2,36%	-2,36%	-2,36%	-2,36%
32	2,89%	0,13%	-5,16%	-5,59%	-5,59%	-5,59%	-5,59%
33	2,53%	0,13%	-11,23%	-12,50%	-12,50%	-12,50%	-12,50%
34	2,45%	0,10%	-5,53%	-2,84%	-2,84%	-2,84%	-2,84%
35	2,24%	0,03%	-17,63%	-6,07%	-6,07%	-6,07%	-6,07%
36	1,92%	0,08%	-4,50%	-16,39%	-16,39%	-16,39%	-16,39%
37	1,83%	0,04%	-8,23%	-3,89%	-3,89%	-3,89%	-3,89%
38	1,72%	0,06%	-3,84%	-6,81%	-6,81%	-6,81%	-6,81%
39	1,56%	0,01%	-16,18%	-7,32%	-7,32%	-7,32%	-7,32%

40	1,51%	0,05%	4,88%	-4,70%	-4,70%	-4,70%	-4,70%
Μέση μεταβολή				-11,95%	-10,14%	-9,45%	-9,58%

Αξιολογώντας τα ποσοστά υποβέλτιστης επιλογής του Πίνακα 4.6, παρατηρείται, πως όσο πιο μικρό κατώφλι επιλέγεται, τόσο λιγότερο αξιόλογα αποτελέσματα υπάρχουν, ανεξαρτήτως μεγέθους k υποσυνόλου αισθητήρων, εύρημα που επιβεβαιώνεται και οπτικά από τα σχετικά σχήματα. Μάλιστα, σε γενικές γραμμές το επίπεδο κατωφλιού $= 0,4$ δείχνει να αποτελεί τη χρυσή τομή ανεξαρτήτως k , χωρίς τα αποτελέσματα να βελτιώνονται για μεγαλύτερη τιμή κατωφλιού $= 0,5$, δηλαδή όταν οι υποψήφιοι αισθητήρες προς επιλογή είναι οι περισσότεροι δυνατοί.

Το κατά μέσο όρο συνεχώς μειούμενο ποσοστό υποβέλτιστης επιλογής για αυξανόμενες τιμές k δηλώνει πως ανεξαρτήτως επιπέδου κατωφλιού, τα αποτελέσματα βελτιώνονται όταν συμμετέχουν περισσότεροι αισθητήρες στο τελικό υποσύνολο. Γενικότερα, μικρότερες τιμές κατωφλιού οδηγούν σε ένα μικρότερο εύρος διαθέσιμων αισθητήρων – δηλαδή διαθέσιμης πληροφορίας κατά τις δοκιμές ανταλλαγών, κάτι που με τη σειρά του οδηγεί σε λιγότερο καλά αποτελέσματα για δεδομένο αριθμό k αισθητήρων. Ωστόσο ένας αυξημένος αριθμός k , δίνει την ευκαιρία στο δίκτυο να έχει πρόσβαση σε περισσότερη διαθέσιμη πληροφορία, και ως εκ τούτου, ακόμη και για μικρότερες τιμές κατωφλιού, οι υποβέλτιστες λύσεις κατά βάση βελτιώνονται όταν το k αυξάνεται.

Άξιο σχολιασμού είναι το μέτρο της τυπικής απόκλισης όπου για $k = 20$, η τυπική απόκλιση εμφανίζεται ως ακραία τιμή, αρκετά υψηλότερη σε σύγκριση με τις τιμές τυπικής απόκλισης για μεγαλύτερο αριθμό k αισθητήρων. Η αιτία κρύβεται στο γεγονός πως για $k = 20$ και για τιμή κατωφλιού $= 0,1$, η μέθοδος Locr προσφέρει μια αρκετά χειρότερη υποβέλτιστη επιλογή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα επίπεδα κατωφλιού, γεγονός που επηρεάζει ανάλογα το μέτρο της τυπικής απόκλισης. Το εύρημα δύναται να αιτιολογηθεί ως αδυναμία της μεθόδου Locr να παράξει μια στοιχειωδώς αξιόλογη υποβέλτιστη λύση, λόγω της ελάχιστης διαθέσιμης πληροφορίας που προσφέρεται από τον «ακραίο» συνδυασμό του χαμηλότερου επιπέδου κατωφλιού και k . Με άλλα λόγια, η τιμή κατωφλιού $= 0,1$ περιορίζει αρκετά τον αριθμό των υποψήφιων αισθητήρων (άρα και διαθέσιμης πληροφορίας) που χρησιμοποιούνται από τη μέθοδο Locr ώστε να καταλήξει στον αναγκαίο αριθμό k του τελικού υποσυνόλου. Όταν αυτό συνδυάζεται με το ελάχιστο μέγεθος υποσυνόλου $k = 20$, αυτό καταλήγει στη μικρότερη δυνατή διαθέσιμη πληροφορία από το δίκτυο και ως εκ τούτου σε σημαντικά χειρότερα αποτελέσματα σε σύγκριση με τους εναλλακτικούς συνδυασμούς k και κατωφλιού.

Όταν ο αριθμός k των αισθητήρων είναι μεταξύ 20 και 22, η τυπική απόκλιση βρίσκεται σε ένα υψηλότερο επίπεδο σε σύγκριση με το προαναφερθέν εύρος τιμών του k . Με άλλα λόγια, όταν προορίζονται τουλάχιστον 23 αισθητήρες για το τελικό επιλεγθέν υποσύνολο αισθητήρων του δικτύου, αυτή η διαφορά των επιπλέον αισθητήρων, παρέχει αρκετά σημαντική πληροφορία στο δίκτυο ώστε η τιμή του κατωφλιού να αποκτά μικρότερη σημασία σχετικά με το πόσο υποβέλτιστη θα καταλήξει η τελική επιλογή. Το εύρημα επιβεβαιώνεται και από τον Πίνακα 4.6 των ποσοστών υποβέλτιστης επιλογής, όπου διακρίνεται η μεγαλύτερη ομοιομορφία των ποσοστών για τα εναλλακτικά επίπεδα κατωφλιού. Το συμπέρασμα που εξάγεται είναι πως ακόμη και για χαμηλότερα επίπεδα κατωφλιού με λιγότερους υποψήφιους αισθητήρες προς χρήση στις διαδικασίες της μεθόδου Locr, η πληροφορία των επιπλέον αισθητήρων που εν τέλει θα συμμετάσχουν στο δίκτυο, αρκούν για να αντισταθμίσουν σε κάποιο βαθμό την αρνητική επίπτωση ενός χαμηλότερου κατωφλιού στο πόσο αξιόλογη είναι η τελική λύση.

Επιπρόσθετα, παρατηρείται πως η τυπική απόκλιση ακολουθεί εναλλασσόμενο μοτίβο για αυξανόμενο επίπεδο k , δηλαδή άλλοτε αυξάνεται και άλλοτε μειώνεται, εύρημα που υποδεικνύει πως η ίδια η πληροφορία των αισθητήρων παίζει σημαντικό ρόλο στα τελικά αποτελέσματα για τα διαφορετικά επίπεδα k . Δηλαδή για δεδομένο αριθμό συμμετεχόντων αισθητήρων k στο τελικό υποσύνολο, ο τρόπος που λαμβάνονται υπόψη οι υποψήφιοι αισθητήρες (και η πληροφορία που απορρέει από αυτούς) βάσει του επιπέδου κατωφλιού, διαφοροποιούν περισσότερο ή λιγότερο το πόσο υποβέλτιστη λύση παράγεται από τη μέθοδο Locr.

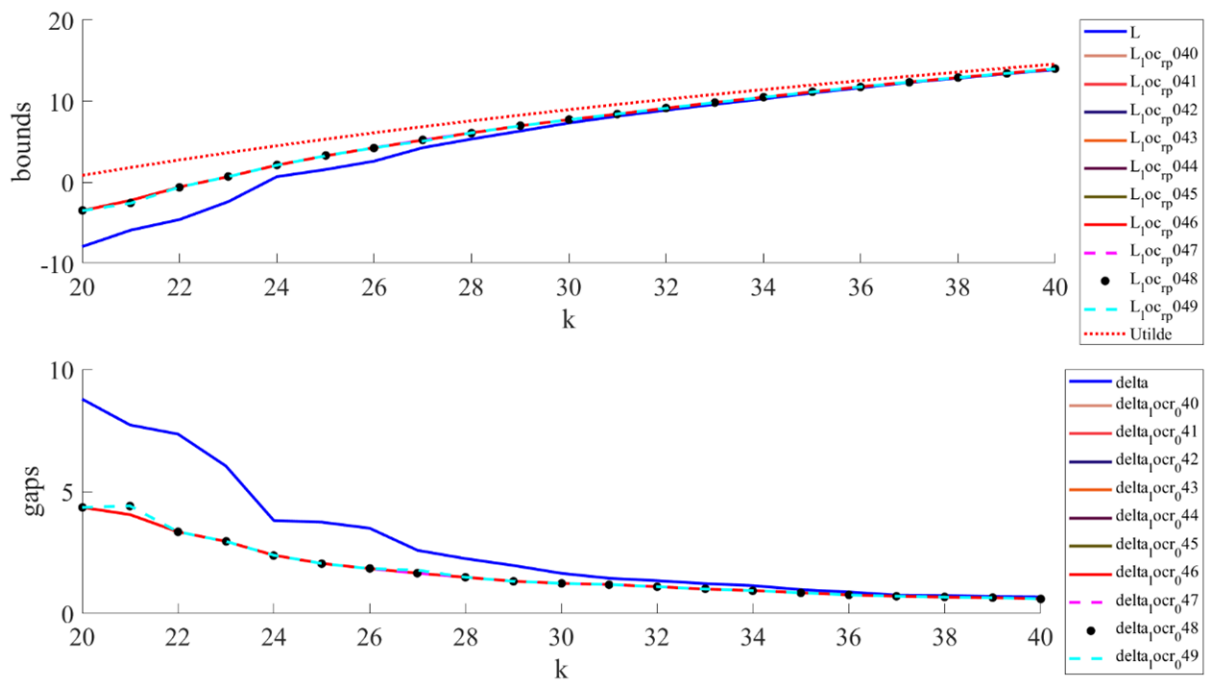
Τέλος, αξιολογώντας τις μεταβολές των ποσοστών υποβέλτιστης λύσης, για όλα τα επίπεδα κατωφλιού, τα ποσοστά κατά βάση μειώνονται όσο αυξάνεται το k αν και εμφανίζονται και εξαιρέσεις. Οι μειώσεις είναι κάτι λογικό αφού όσο αυξάνεται το k , δείχνει λογικό πως η συνδυασμένα περισσότερη πληροφορία που παρέχεται στο δίκτυο, οδηγεί σε καλύτερες λύσεις. Το γεγονός όμως πως υπάρχουν και σημεία αύξησης των ποσοστών υποβέλτιστης λύσης για κάποιους συνδυασμούς k και τιμές κατωφλιού, υποστηρίζει το συμπέρασμα πως η συνδυασμένη πληροφορία των αισθητήρων που επιλέχθηκαν, δεν βοήθησε το δίκτυο να βελτιωθεί. Η πιθανότητα αυτού του γεγονότος είναι σημαντική, διότι δηλώνει πως περισσότεροι αισθητήρες δεν σημαίνει πάντα ένα καλύτερο δίκτυο. Τέλος, οι μέσοι όροι των μεταβολών από k σε k , δείχνουν πως για χαμηλότερα επίπεδα κατωφλιού, οι υποβέλτιστες λύσεις κατά μέσο όρο καλυτερεύουν πιο γρήγορα όσο το k αυξάνεται, γεγονός που δείχνει λογικό αν αναλογιστεί κανείς πως η περιορισμένη πληροφορία που παρέχεται στη μέθοδο Locr από ένα πιο περιορισμένο υποψήφιο υποσύνολο αισθητήρων έχει μεγαλύτερη ανάγκη από ένα

μεγαλύτερο υποσύνολο αισθητήρων στην τελική επιλογή ως αντιστάθμιση. Έτσι κάθε φορά που το δίκτυο μεγαλώνει, η ωφέλεια σε μικρότερα επίπεδα κατωφλιού είναι πιο κρίσιμη και πιο «απότομη».

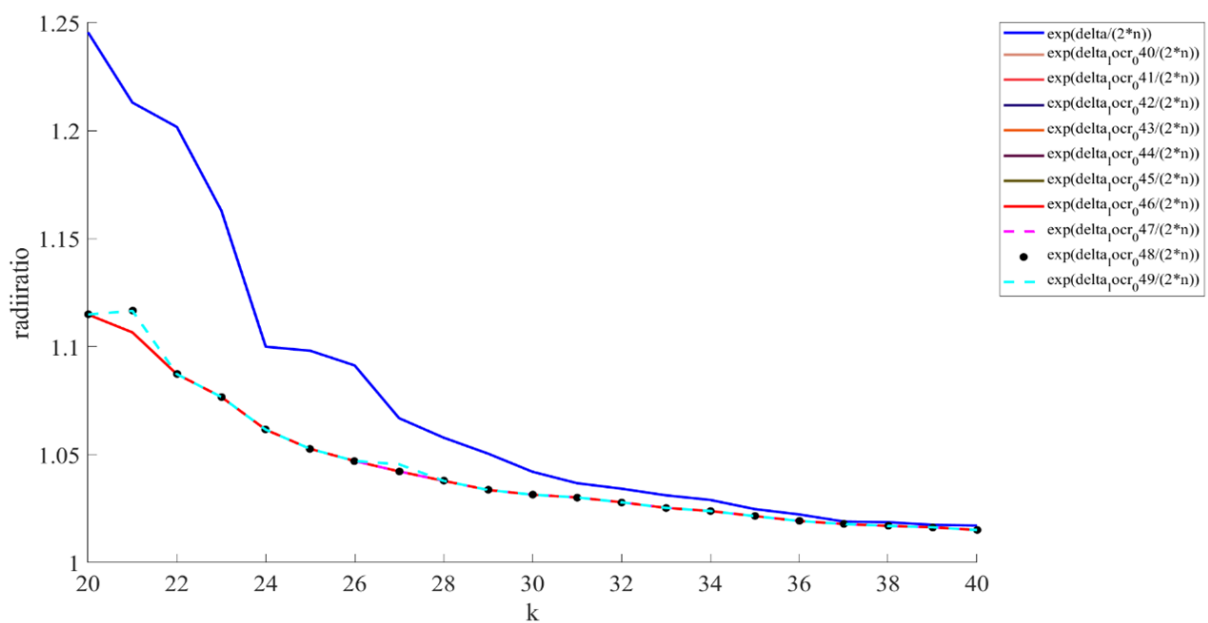
Σύμφωνα με τον Πίνακα 4.6, τα ποσοστά υποβέλτιστων επιλογών για τιμή κατωφλιού 0,4 και 0,5 είναι κατά βάση πανομοιότυπα για την συντριπτική πλειοψηφία των k , εύρημα που εκ πρώτης όψεως οδηγεί στο συμπέρασμα πως δεν υπάρχει πρόσθετο όφελος από τη χρήση κατωφλιού μεγαλύτερου του 0,4. Ωστόσο, επιχειρείται «μεγέθυνση» του διαστήματος κατωφλιού 0,4-0,49 προς αξιολόγηση τυχόν διαφοροποιήσεων – βελτιώσεων που θα μπορούσαν να κρύβονται εντός του συγκεκριμένου διαστήματος. Η εμβάθυνση αυτή παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.8 και τα Σχήματα 4.6, 4.7 για επίπεδα κατωφλιού 0,40-0,49 με βήμα 0,01.

Πίνακας 4.8 – Τιμή κατωφλιού 0,40, 0,41, 0,42, 0,43, 0,44, 0,45, 0,46, 0,47, 0,48, 0,49

Κατώφλι	$z_s - 0,5 \leq$ Κατώφλι
0,40	$0,1 \leq z_s \leq 0,90$
0,41	$0,09 \leq z_s \leq 0,91$
0,42	$0,08 \leq z_s \leq 0,92$
0,43	$0,07 \leq z_s \leq 0,93$
0,44	$0,06 \leq z_s \leq 0,94$
0,45	$0,05 \leq z_s \leq 0,95$
0,46	$0,04 \leq z_s \leq 0,96$
0,47	$0,03 \leq z_s \leq 0,97$
0,48	$0,02 \leq z_s \leq 0,98$
0,49	$0,01 \leq z_s \leq 0,99$



Σχήμα 4.6 – Σύγκριση Lower Bounds και Gaps για τη μέθοδο στο Βήμα 6 αλλάζοντας την τιμή του κατωφλιού συναρτήσει του k , για τιμές κατωφλιού από 0,40 μέχρι 0,49.



Σχήμα 4.7 – Σύγκριση Gaps εκφρασμένων ως ποσοστό των μέσων ακτινών για τη μέθοδο στο Βήμα 6 συναρτήσει του k , για τιμές κατωφλιού από 0,40 μέχρι 0,49.

Πίνακας 4.9 – Ποσοστό υποβέλτιστης επιλογής για τις τιμές κατωφλιού 0,40 - 0,49 με βήμα 0,01 για όλα τα k.

k	Locr_0,40	Locr_0,41	Locr_0,42	Locr_0,43	Locr_0,44	Locr_0,45	Locr_0,46	Locr_0,47	Locr_0,48	Locr_0,49
20	11,51 %	11,51 %	11,51 %	11,51 %	11,51 %	11,51 %	11,51 %	11,51 %	11,51 %	11,51 %
21	10,74 %	10,74 %	10,74 %	10,74 %	10,74 %	10,74 %	11,74 %	9,84 %	11,74 %	11,74 %
22	8,68 %	8,68 %	8,68 %	8,68 %	8,68 %	8,68 %	8,68 %	8,68 %	8,68 %	8,68 %
23	7,73 %	7,73 %	7,73 %	7,73 %	7,73 %	7,73 %	7,73 %	7,73 %	7,73 %	7,73 %
24	6,25 %	6,25 %	6,25 %	6,25 %	6,25 %	6,25 %	6,25 %	6,25 %	6,25 %	6,25 %
25	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%	5,3%
26	4,7%	4,7%	4,7%	4,7%	4,7%	4,7%	4,7%	4,7%	4,7%	4,7%
27	4,18 %	4,18 %	4,18 %	4,18 %	4,18 %	4,18 %	4,18 %	4,18 %	4,18 %	4,45 %
28	3,81 %	3,81 %	3,81 %	3,81 %	3,81 %	3,81 %	3,81 %	3,81 %	3,81 %	3,81 %
29	3,44 %	3,44 %	3,44 %	3,44 %	3,44 %	3,44 %	3,44 %	3,44 %	3,44 %	3,44 %
30	3,06 %	3,06 %	3,06 %	3,06 %	3,06 %	3,06 %	3,06 %	3,06 %	3,06 %	3,06 %
31	2,99 %	2,99 %	2,99 %	2,99 %	2,99 %	2,99 %	2,99 %	2,99 %	2,99 %	2,99 %
32	2,82 %	2,82 %	2,82 %	2,82 %	2,82 %	2,82 %	2,82 %	2,82 %	2,82 %	2,82 %
33	2,47 %	2,47 %	2,47 %	2,47 %	2,47 %	2,47 %	2,47 %	2,47 %	2,47 %	2,47 %
34	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%

3 5	2,25 %	2,25 %	2,25 %	2,25 %	2,25 %	2,25 %	2,25 %	2,25 %	2,25 %	2,25 %
3 6	1,88 %	1,88 %	1,88 %	1,88 %	1,88 %	1,88 %	1,88 %	1,88 %	1,88 %	1,88 %
3 7	1,81 %	1,81 %	1,81 %	1,81 %	1,81 %	1,81 %	1,81 %	1,81 %	1,81 %	1,81 %
3 8	1,69 %	1,69 %	1,69 %	1,69 %	1,69 %	1,69 %	1,69 %	1,69 %	1,69 %	1,69 %
3 9	1,56 %	1,56 %	1,56 %	1,56 %	1,56 %	1,56 %	1,56 %	1,56 %	1,56 %	1,56 %
4 0	1,49 %	1,49 %	1,49 %	1,49 %	1,49 %	1,49 %	1,49 %	1,49 %	1,49 %	1,49 %

Σύμφωνα με τα Σχήματα 4.6 και 4.7 τα κάτω όρια και η διαφορά του άνω και κάτω ορίου είναι ίδια σχεδόν για όλες τις τιμές κατωφλιού και για όλα τα k εκτός από τις παρακάτω περιπτώσεις $k = 21$ και $k = 27$.

Σύμφωνα με τον Πίνακα 4.9 για $k = 21$ και για τιμή κατωφλιού 0,46 ή 0,48 ή 0,49 ή για τιμή κατωφλιού 0,40 ή 0,41 ή 0,42 ή 0,43 ή 0,44 ή 0,45 οδηγεί σε λιγότερο υποβέλτιστη επιλογή με [radiation = 11,74] και [radiation = 10,74] αντίστοιχα, ενώ αν επιλεγθεί ως κατώφλι η τιμή 0,47 οδηγεί σε [radiation = 9,8] υποβέλτιστη επιλογή.

Για $k = 27$, και για τιμή κατώφλι 0,49 οδηγεί σε λιγότερο υποβέλτιστα αποτελέσματα [radiation = 4,45], ενώ αν επιλεγθεί η τιμή κατωφλιού 0,40 - 0,48 με βήμα 0,01 οδηγεί σε [radiation = 4,18] υποβέλτιστη επιλογή.

Ως πιθανή αιτία για τις λιγότερο υποβέλτιστες λύσεις για τους προαναφερθέντες συνδυασμούς k και τιμές κατωφλιού, μπορεί να θεωρηθεί το μίγμα των αισθητήρων που συμμετείχαν στις δοκιμές των ανταλλαγών και η ποιότητα της πληροφορίας που αυτοί παρείχαν. Με λίγα λόγια, για τιμή κατωφλιού 0,49 συμμετέχουν περισσότεροι αισθητήρες στις διαδικασίες ανταλλαγών, και είναι πιθανό πως η συνδυασμένη πληροφορία λόγω των επιπρόσθετων αισθητήρων (μετρήσεις) οδηγούν σε ένα λιγότερο υποβέλτιστο αποτέλεσμα.

Συμπερασματικά, ακόμη και εντός του διαστήματος κατωφλιού 0,4 – 0,49, κατά βάση δεν υπάρχουν διαφορές, κάτι που ενισχύει το προαναφερθέν συμπέρασμα πως η επιλεγμένη από τους Joshi & Boyd (2009) τιμή κατωφλιού = 0,4, δείχνει να είναι η χρυσή τομή ανεξαρτήτως επιπέδου k .

Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα

Η χρήση αισθητήρων αποτελεί την απάντηση σε αρκετά προβλήματα, που μέχρι «εχθές» αποτελούσαν προβλήματα δύσκολα προσεγγίσιμα. Ωστόσο η χρήση τους αυτή καθ' αυτή δεν προσφέρεται χωρίς τα δικά της προβλήματα προς επίλυση. Πιο συγκεκριμένα, οι αισθητήρες διέπονται από κόστη και τεχνικούς περιορισμούς που πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά τη χρήση τους, κυρίως κατά το σχεδιασμό δικτύων αισθητήρων που έχουν ως στόχο τη συλλογή πληροφορίας στην περιοχή κάλυψης του δικτύου και την αξιοποίηση προς κάποιο αντικειμενικό στόχο. Οι προαναφερθέντες περιορισμοί εκφράζονται ως προβλήματα επιλογής του κατάλληλου αριθμού αισθητήρων και της κατάλληλης χωροταξικής τοποθέτησης τους προς επίτευξη του επιδιωκόμενου αποτελέσματος υπό τεχνικούς και κοστολογικούς περιορισμούς.

Γενικότερα, η χρήση περισσότερων αισθητήρων στο πλαίσιο ενός δικτύου, αυξάνει τη συλλεχθείσα πληροφορία για τα διαφορετικά σημεία κάλυψης του δικτύου, αυξάνοντας την αξιοπιστία των συμπερασμάτων που εξάγονται με βάση τις μετρήσεις που εξασφαλίζουν οι αισθητήρες. Με άλλα λόγια συνεισφέρουν στη μείωση της αβεβαιότητας των συμπερασμάτων που απορρέουν από τη χρήση της πληροφορίας των αισθητήρων. Ωστόσο, αύξηση των αισθητήρων ή/και της τοποθέτησης τους σε λιγότερο κατάλληλα σημεία ενός δικτύου, οδηγεί σε αύξηση του κόστους δημιουργίας και λειτουργίας του δικτύου, και πιθανώς σε υποβέλτιστα αποτελέσματα ως προς την συλλογή χρήσιμων πληροφοριών. Ως εκ τούτου, ένα μέρος της επιστημονικής βιβλιογραφίας μελετά θέματα επιλογής αισθητήρων με γνώμονα την βελτιστοποίηση των αποτελεσμάτων που απορρέουν από τη χρήση των αισθητήρων σε σύγκριση με τον αριθμό τους ή τον τρόπο χρήσης τους.

Η παρούσα μελέτη εστιάζει στην μεθοδολογία των Joshi & Boyd (2009) οι οποίοι παρουσιάζουν τρόπους επιλογής υποσυνόλων k (από 20 μέχρι 40) αριθμού αισθητήρων από 1-100 συνολικά διαθέσιμους, στο πλαίσιο κατάρτισης ενός δικτύου, με τρόπο κοστολογικά συμφέρον, χωρίς ωστόσο να μειώνεται σημαντικά η ποιότητα της πληροφορίας που παρέχεται μέσα από τις μετρήσεις των αισθητήρων του δικτύου. Είναι δύσκολη και συχνά δαπανηρή από άποψη απαιτήσεων σε υπολογιστικούς πόρους, μια πραγματικά βέλτιστη επιλογή αισθητήρων. Ως εκ τούτου, οι Joshi & Boyd (2009) εστιάζουν σε υπολογιστικούς αλγορίθμους επιλογής μεταβλητού μεγέθους υποσυνόλων αισθητήρων οι οποίοι προσφέρουν υποβέλτιστα αποτελέσματα με μικρή απόκλιση από τα πραγματικά βέλτιστα, επιτυγχάνοντας ωστόσο βιώσιμες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους.

Η τρέχουσα εργασία βασίζεται στα δεδομένα της μελέτης των Joshi & Boyd (2009), υλοποιώντας τους προτεινόμενους αλγορίθμους των προαναφερθέντων συγγραφέων, μα δοκιμάζοντας να συγκρίνει τα αποτελέσματα τους με εναλλακτικές προσεγγίσεις και επεκτάσεις των αρχικών μεθόδων. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται οι επεκτάσεις Loc4, Loc2&4, η μέθοδος της τυχαίας επιλογή & του κατωφλιού. Οι δύο πρώτες προσεγγίσεις αποτελούν παραλλαγές της μεθόδου Loc και Locr των συγγραφέων, δοκιμάζοντας την ανταλλαγή ομάδων αισθητήρων κατά το σχηματισμό του τελικού υποβέλτιστου υποσυνόλου. Η μέθοδος κατωφλιού αποτελεί παραλλαγή αντίστοιχης μεθόδου των συγγραφέων για διαφορετικά επίπεδα τιμών κατωφλιού των μετρήσεων των αισθητήρων για το σχηματισμό του τελικού υποσυνόλου. Τέλος η μέθοδος της τυχαίας επιλογής επιλέγει τυχαία αισθητήρες για το τελικό υποσύνολο δοκιμάζοντας να αξιολογήσει το τελικό αποτέλεσμα.

Κατά τη σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα των αντίστοιχων μεθόδων των Joshi & Boyd (2009), για τις παραλλαγές Loc4 και Loc2&4 δεν παρατηρήθηκε βελτίωση των αποτελεσμάτων σε σύγκριση με τις μεθόδους Loc και Locr των συγγραφέων. Πιο συγκεκριμένα, για ένα σχετικά μικρό αριθμό συμμετεχόντων αισθητήρων στο τελικό υποσύνολο οι μέθοδοι Loc4 και Loc2&4 έδωσαν λιγότερο αξιόλογα υποβέλιστα αποτελέσματα σε σύγκριση με τις αντίστοιχες μεθόδους Loc και Locr των συγγραφέων. Ωστόσο, για ένα μεγαλύτερο αριθμό k συμμετεχόντων αισθητήρων στο τελικό υποσύνολο, οι παραλλαγές που παρουσιάστηκαν προσεγγίζουν τα αποτελέσματα των συγγραφέων ενώ οι μέθοδοι Loc4 και Loc2&4 βελτιώναν πιο γρήγορα την υποβέλτιστη επιλογή για μεγαλύτερα υποσύνολα αισθητήρων, λόγω του γεγονότος πως σε κάθε επανάληψη τους είχαν στη διάθεση τους περισσότερους αισθητήρες προς δοκιμή ταυτόχρονα. Επιπρόσθετα, όταν ο αριθμός των αισθητήρων στο τελικό υποσύνολο αυξάνονταν, οι διαφορές μεταξύ των μεθόδων των συγγραφέων και των Loc4, Loc2&4 μειώνονταν, εύρημα που οδηγεί στο συμπέρασμα πως όσο οι συμμετέχοντες αισθητήρες αυξάνονται, γίνεται πιο αδιάφορη η επιλογή μεταξύ των εναλλακτικών μεθόδων ή με άλλα λόγια, είναι πολύ σημαντική η επιλογή της καλύτερης μεθόδου όταν υπάρχει ανάγκη χρήσης όσο λιγότερο αισθητήρων.

Όσον αφορά τη παραλλαγή κατωφλιού, χαμηλότερες τιμές κατωφλιού οδήγησαν σε λιγότερους υποψήφιους αισθητήρες προς αξιολόγηση για συμμετοχή στο δίκτυο, με αποτέλεσμα κατά βάση λιγότερο υποβέλιστα αποτελέσματα. Η επιλογή της τιμής 0,4 των συγγραφέων ως επίπεδο κατωφλιού, δείχνει να αποτελεί τη χρυσή τομή ανεξαρτήτως αριθμού αισθητήρων που συμμετέχουν στο δίκτυο ενώ ένα υψηλότερο επίπεδο κατωφλιού, δηλαδή η εξασφάλιση περισσότερων υποψήφιων αισθητήρων προς εξέταση για συμμετοχή στο δίκτυο, κατά βάση πρόσφερε της ίδιας ποιότητας αποτελέσματα με την επιλογή των Joshi & Boyd

(2009). Επιπρόσθετα, ένα γενικό εύρημα που παρατηρήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης είναι πως περισσότεροι αισθητήρες σε ένα δίκτυο τείνουν μέσω της πρόσθετης συνδυασμένης πληροφορίας να βελτιώνουν την ποιότητα του δικτύου, χωρίς αυτό να αποτελεί κανόνα. Είναι δυνατό η ταυτόχρονη συμμετοχή ενός αυξημένου αριθμού αισθητήρων να οδηγήσει σε ποιότητα δικτύου κατώτερη σε σύγκριση με τη χρήση λιγότερων αισθητήρων. Με άλλα λόγια παίζει σημαντικό ρόλο όχι τόσο ο αριθμός και η ποσότητα της πληροφορίας, όσο και η ίδια η ποιότητα της πληροφορίας.

Τέλος, η μέθοδος της τυχαίας επιλογής που παραπέμπει στον τρόπο που θα επέλεγε αισθητήρες ένας άνθρωπος χωρίς να κάνει χρήση επιστημονικής μεθοδολογίας, οδήγησε σε πολύ λιγότερο υποβέλτιστες επιλογές αισθητήρων για την κατάρτιση ενός δικτύου. Το εύρημα υποδεικνύει τη σημασία της επιστημονικής μεθοδολογίας στο περίπλοκο πρόβλημα της κατάρτισης δικτύων αισθητήρων.

Συμπερασματικά και λαμβάνοντας υπόψη τη σχετική επιστημονική βιβλιογραφία, το πρόβλημα του σχεδιασμού δικτύων αισθητήρων είναι πολύπλευρο, διαρκώς εξελισσόμενο ως προς την προσέγγιση του και άκρως σημαντικό για την επιστήμη, τους φορείς πολιτικής, την οικονομία, και την κοινωνία, εφόσον η αποτελεσματική τους χρήση είναι μείζονος σημασίας για την επίτευξη στόχων που αποσκοπούν στη βελτίωση υπηρεσιών και του βιοτικού επιπέδου. Τέλος, κατά τη γνώμη του γράφοντος, η εργασία των Joshi & Boyd (2009) αποτελεί σημαντική επιστημονική συνεισφορά στην κοστολογικά δόκιμη και συμπερασματικά αξιόλογη κατάρτιση δικτύων αισθητήρων, ενώ οι σχετικά απλοϊκές μέθοδοι που παρουσιάζουν οι συγγραφείς, εμφανίζονται κατά βάση αποτελεσματικές και μικρότερων απαιτήσεων σε υπολογιστικούς πόρους, σε σχέση με τις εναλλακτικές και πιο σύνθετες επεκτάσεις που παρουσιάστηκαν στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας.

Ολοκληρώνοντας την παρούσα μελέτη, η συγγραφέας θεωρεί πως θα ήταν χρήσιμο οι παραλλαγές που παρουσιάστηκαν να εφαρμοστούν σε πραγματικά δεδομένα, ταυτόχρονα με τις μεθόδους που υλοποιούν οι Joshi & Boyd (2009), προς εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων που υποστηρίζονται από την ίδια την πραγματικότητα.

Βιβλιογραφικές αναφορές

Αγγλικές βιβλιογραφικές αναφορές

Aickelin, U. (2002). An indirect genetic algorithm for set covering problems. *Journal of the Operational Research Society*, 53(10), 1118–1126.

<https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601317>

Alfonso, L., Lobbrecht, A., & Price, R. (2010). Information theory–based approach for location of monitoring water level gauges in polders. *Water Resources Research*, 46(3).

<https://doi.org/10.1029/2009WR008101>

Aly, A. A., & White, J. A. (1978). Probabilistic Formulation of the Emergency Service Location Problem. *The Journal of the Operational Research Society*, 29(12), 1167–1179.

<https://doi.org/10.2307/3009582>

Arostegui, M. A., Kadipasaoglu, S. N., & Khumawala, B. M. (2006). An empirical comparison of Tabu Search, Simulated Annealing, and Genetic Algorithms for facilities location problems. *International Journal of Production Economics*, 103(2), 742–754.

<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2005.08.010>

Ball, M. O., & Lin, F. L. (1993). A Reliability Model Applied to Emergency Service Vehicle Location. *Operations Research*, 41(1), 18–36. <https://doi.org/10.1287/opre.41.1.18>

Bansal, N., Korula, N., Nagarajan, V., & Srinivasan, A. (2012). Solving Packing Integer Programs via Randomized Rounding with Alterations. *Theory of Computing*, 8(1), 533–565.

<https://doi.org/10.4086/toc.2012.v008a024>

Beasley, J. E., & Chu, P. C. (1996). A genetic algorithm for the set covering problem. *European Journal of Operational Research*, 94(2), 392–404. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00159-X](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00159-X)

Berman, O., Drezner, Z., & Krass, D. (2011). Discrete cooperative covering problems. *Journal of the Operational Research Society*, 62(11), 2002–2012.

<https://doi.org/10.1057/jors.2010.176>

Bianco, L., Confessore, G., & Gentili, M. (2006). Combinatorial aspects of the sensor location problem. *Annals of Operations Research*, 144(1), 201–234. <https://doi.org/10.1007/s10479-006-0016-9>

- Bianco, L., Confessore, G., & Reverberi, P. (2001). A Network Based Model for Traffic Sensor Location with Implications on O/D Matrix Estimates. *Transportation Science*, 35(1), 50–60. <https://doi.org/10.1287/trsc.35.1.50.10140>
- Boyd, S., & Vandenberghe, L. (2004). *Convex Optimization*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511804441>
- Burkard, R., Kocher, M., & Rudolf, R. (1998). Rounding strategies for mixed integer programs arising from chemical production planning. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 8, 9–23.
- Chepuri, S. P., & Leus, G. (2015). Sparsity-Promoting Sensor Selection for Non-Linear Measurement Models. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 63(3), 684–698. <https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2379662>
- Church, R., & ReVelle, C. (1974). The maximal covering location problem. *Papers of the Regional Science Association*, 32(1), 101–118. <https://doi.org/10.1007/BF01942293>
- Cooper, L. (1964). Heuristic Methods for Location-Allocation Problems. *SIAM Review*, 6(1), 37–53.
- Daskin, M. S. (1983). A Maximum Expected Covering Location Model: Formulation, Properties and Heuristic Solution. *Transportation Science*, 17(1), 48–70. <https://doi.org/10.1287/trsc.17.1.48>
- Daskin, M. S., & Stern, E. H. (1981). A Hierarchical Objective Set Covering Model for Emergency Medical Service Vehicle Deployment. *Transportation Science*, 15(2), 137–152. <https://doi.org/10.1287/trsc.15.2.137>
- Dessouky, M., Ordóñez, F., Jia, H., & Shen, Z. (2006). Rapid Distribution of Medical Supplies. In R. W. Hall (Ed.), *Patient Flow: Reducing Delay in Healthcare Delivery* (pp. 309–338). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-33636-7_11
- Drezner, T., Drezner, Z., & Goldstein, Z. (2010). A stochastic gradual cover location problem. *Naval Research Logistics (NRL)*, 57(4), 367–372. <https://doi.org/10.1002/nav.20410>
- Galvão, R. D., Chiyoshi, F. Y., & Morabito, R. (2005). Towards unified formulations and extensions of two classical probabilistic location models. *Computers & Operations Research*, 32(1), 15–33. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(03\)00200-4](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(03)00200-4)

- Gendreau, M., Laporte, G., & Semet, F. (1997). Solving an ambulance location model by tabu search. *Location Science*, 5(2), 75–88. [https://doi.org/10.1016/S0966-8349\(97\)00015-6](https://doi.org/10.1016/S0966-8349(97)00015-6)
- Gendreau, M., Laporte, G., & Semet, F. (2001). A dynamic model and parallel tabu search heuristic for real-time ambulance relocation. *Parallel Computing*, 27(12), 1641–1653. [https://doi.org/10.1016/S0167-8191\(01\)00103-X](https://doi.org/10.1016/S0167-8191(01)00103-X)
- Gendreau, M., Laporte, G., & Semet, F. (2006). The maximal expected coverage relocation problem for emergency vehicles. *Journal of the Operational Research Society*, 57(1), 22–28. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601991>
- Geroliminis, N., Karlaftis, M. G., Stathopoulos, A., & Kepaptsoglou, K. (2004). A Districting and Location Model Using Spatial Queues.
- Gleason, J. M. (1975). A set covering approach to bus stop location. *Omega*, 3(5), 605–608. [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(75\)90033-X](https://doi.org/10.1016/0305-0483(75)90033-X)
- Iannoni, A. P., & Morabito, R. (2007). A multiple dispatch and partial backup hypercube queuing model to analyze emergency medical systems on highways. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 43(6), 755–771. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2006.05.005>
- Iannoni, A. P., Morabito, R., & Saydam, C. (2008). A hypercube queueing model embedded into a genetic algorithm for ambulance deployment on highways. *Annals of Operations Research*, 157(1), 207–224. <https://doi.org/10.1007/s10479-007-0195-z>
- Iannoni, A. P., Morabito, R., & Saydam, C. (2009). An optimization approach for ambulance location and the districting of the response segments on highways. *European Journal of Operational Research*, 195(2), 528–542. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.02.003>
- Jia, H., Ordóñez, F., & Dessouky, M. (2007a). A modeling framework for facility location of medical services for large-scale emergencies. *IIE Transactions*, 39(1), 41–55. <https://doi.org/10.1080/07408170500539113>
- Jia, H., Ordóñez, F., & Dessouky, M. (2007b). Solution approaches for facility location of medical supplies for large-scale emergencies. *Computers & Industrial Engineering*, 52(2), 257–276. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2006.12.007>
- Joshi, S., & Boyd, S. (2009). Sensor Selection via Convex Optimization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(2), 451–462. <https://doi.org/10.1109/TSP.2008.2007095>

- Karasakal, O., & Karasakal, E. K. (2004). A maximal covering location model in the presence of partial coverage. *Computers & Operations Research*, 31(9), 1515–1526.
[https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(03\)00105-9](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(03)00105-9)
- Krstanovic, P. F., & Singh, V. P. (1992a). Evaluation of rainfall networks using entropy: I. Theoretical development. *Water Resources Management*, 6(4), 279–293.
<https://doi.org/10.1007/BF00872281>
- Krstanovic, P. F., & Singh, V. P. (1992b). Evaluation of rainfall networks using entropy: II. Application. *Water Resources Management*, 6(4), 295–314.
<https://doi.org/10.1007/BF00872282>
- Larson, R. C. (1974). A hypercube queuing model for facility location and redistricting in urban emergency services. *Computers & Operations Research*, 1(1), 67–95.
[https://doi.org/10.1016/0305-0548\(74\)90076-8](https://doi.org/10.1016/0305-0548(74)90076-8)
- Li, X., Zhao, Z., Zhu, X., & Wyatt, T. (2011). Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: A review. *Mathematical Methods of Operations Research*, 74(3), 281–310. <https://doi.org/10.1007/s00186-011-0363-4>
- Liu, L., Wang, S., Liu, D., Zhang, Y., & Peng, Y. (2015). Entropy-based sensor selection for condition monitoring and prognostics of aircraft engine. *Microelectronics Reliability*, 55(9), 2092–2096. <https://doi.org/10.1016/j.microrel.2015.06.076>
- Marianov, V., & ReVelle, C. (1995). *Siting emergency services in facility Location: A survey of applications and methods. Facility Location, a Survey of Applications and Methods.* Springer-Verlag.
- Maxwell, M. S., Henderson, S. G., & Topaloglu, H. (2009). Ambulance redeployment: An approximate dynamic programming approach. *Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference (WSC)*, 1850–1860. <https://doi.org/10.1109/WSC.2009.5429196>
- Mendonça, F. C., & Morabito, R. (2001). Analysing emergency medical service ambulance deployment on a Brazilian highway using the hypercube model. *Journal of the Operational Research Society*, 52(3), 261–270. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601097>
- Miller, A. J., & Nguyen, N.-K. (1994). Algorithm AS 295: A Fedorov Exchange Algorithm for D-Optimal Design. *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, 43(4), 669–677. <https://doi.org/10.2307/2986264>

- Mitsakis, E., Chrysohoou, E., Grau, J. M. S., Iordanopoulos, P., & Aifadopoulou, G. (2017). The sensor location problem: Methodological approach and application. *Transport*, 32(2), 113–119. <https://doi.org/10.3846/16484142.2016.1258674>
- Mitsakis, E., Grau, J. M. S., Chrysohoou, E., & Aifadopoulou, G. (2015). A robust method for real time estimation of travel times for dense urban road networks using point-to-point detectors. *Transport*, 30(3), 264-272-264–272. <https://doi.org/10.3846/16484142.2015.1078845>
- Naeem, M., Pareek, U., & Lee, D. C. (2012). Swarm Intelligence for Sensor Selection Problems. *IEEE Sensors Journal*, 12(8), 2577–2585. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2012.2196430>
- Papadimitriou, C. (2005). Pareto optimal sensor locations for structural identification. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194(12), 1655–1673. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2004.06.043>
- Papadimitriou, C., Beck, J. L., & Au, S.-K. (2000). Entropy-Based Optimal Sensor Location for Structural Model Updating. *Journal of Vibration and Control*, 6(5), 781–800. <https://doi.org/10.1177/107754630000600508>
- Raghavan, P., & Tompson, C. D. (1987). Randomized rounding: A technique for provably good algorithms and algorithmic proofs. *Combinatorica*, 7(4), 365–374. <https://doi.org/10.1007/BF02579324>
- Rajagopalan, H. K., Saydam, C., & Xiao, J. (2008). A multiperiod set covering location model for dynamic redeployment of ambulances. *Computers & Operations Research*, 35(3), 814–826. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.04.003>
- Rajagopalan, H. K., Vergara, F. E., Saydam, C., & Xiao, J. (2007). Developing effective meta-heuristics for a probabilistic location model via experimental design. *European Journal of Operational Research*, 177(1), 83–101. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.11.007>
- Ranieri, J., Chebira, A., & Vetterli, M. (2014). Near-Optimal Sensor Placement for Linear Inverse Problems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 62(5), 1135–1146. <https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2299518>

Repede, J. F., & Bernardo, J. J. (1994). Developing and validating a decision support system for locating emergency medical vehicles in Louisville, Kentucky. *European Journal of Operational Research*, 75(3), 567–581. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)90297-6](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90297-6)

Resende, M. G. C., & Werneck, R. F. (2007). A fast swap-based local search procedure for location problems. *Annals of Operations Research*, 150(1), 205–230. <https://doi.org/10.1007/s10479-006-0154-0>

Revelle, C., & Hogan, K. (1989a). The Maximum Availability Location Problem. *Transportation Science*, 23(3), 192–200. JSTOR.

Revelle, C., & Hogan, K. (1989b). The maximum reliability location problem and α -reliable-center problem: Derivatives of the probabilistic location set covering problem. *Annals of Operations Research*, 18(1), 155–173. <https://doi.org/10.1007/BF02097801>

Rowaihy, H., Eswaran, S., Johnson, M., Verma, D., Bar-Noy, A., Brown, T., & Porta, T. L. (2007). A survey of sensor selection schemes in wireless sensor networks. *Unattended Ground, Sea, and Air Sensor Technologies and Applications IX*, 6562, 65621A. <https://doi.org/10.1117/12.723514>

Shamaiah, M., Banerjee, S., & Vikalo, H. (2010). Greedy sensor selection: Leveraging submodularity. *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2572–2577. <https://doi.org/10.1109/CDC.2010.5717225>

Snyder, L. V., & Daskin, M. S. (2006). A random-key genetic algorithm for the generalized traveling salesman problem. *European Journal of Operational Research*, 174(1), 38–53. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.09.057>

Sridhar, S., Bittorf, V., Liu, J., Zhang, C., Ré, C., & Wright, S. (2013). An Approximate, Efficient Solver for LP Rounding. *Advances in Neural Information Processing Systems*.

Sun, P., & Freund, R. M. (2004). Computation of Minimum-Volume Covering Ellipsoids. *Operations Research*, 52(5), 690–706. <https://doi.org/10.1287/opre.1040.0115>

Swoveland, C., Uyeno, D., Vertinsky, I., & Vickson, R. (1973). A simulation-based methodology for optimization of ambulance service policies. *Socio-Economic Planning Sciences*, 7(6), 697–703. [https://doi.org/10.1016/0038-0121\(73\)90033-5](https://doi.org/10.1016/0038-0121(73)90033-5)

Takeda, R. A., Widmer, J. A., & Morabito, R. (2007). Analysis of ambulance decentralization in an urban emergency medical service using the hypercube queueing model. *Computers & Operations Research*, 34(3), 727–741. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.03.022>

Teitz, M. B., & Bart, P. (1968). Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph. *Operations Research*, 16(5), 955–961. <https://doi.org/10.1287/opre.16.5.955>

Toregas, C., Swain, R., ReVelle, C., & Bergman, L. (1971). The Location of Emergency Service Facilities. *Operations Research*, 19(6), 1363–1373. JSTOR.

Udwadia, F. E. (1994). Methodology for Optimum Sensor Locations for Parameter Identification in Dynamic Systems. *Journal of Engineering Mechanics*, 120(2), 368–390. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1994\)120:2\(368\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1994)120:2(368))

Wang, H., Yao, K., & Estrin, D. (2005). Information-theoretic approaches for sensor selection and placement in sensor networks for target localization and tracking. *Journal of Communications and Networks*, 7(4), 438–449. <https://doi.org/10.1109/JCN.2005.6387986>

Yang, H., & Zhou, J. (1998). Optimal traffic counting locations for origin–destination matrix estimation. *Transportation Research Part B: Methodological*, 32(2), 109–126. [https://doi.org/10.1016/S0191-2615\(97\)00016-7](https://doi.org/10.1016/S0191-2615(97)00016-7)

Zhang, D., Li, M., Zhang, F., & Fan, M. (2019). New gradient methods for sensor selection problems. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 15(3), 1550147719839642. <https://doi.org/10.1177/1550147719839642>

Ελληνικές βιβλιογραφικές αναφορές

Κωνσταντόπουλος, Π. (2017). *Indoors navigation using sensors on the cloud* [Διπλωματική Εργασία, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Πολυτεχνείο Κρήτης]. <https://doi.org/10.26233/heallink.tuc.70493>

Παράρτημα

Οι κώδικες που χρησιμοποιούν οι συγγραφείς Joshi & Boyd (2009) βρίσκονται στην ιστοσελίδα https://web.stanford.edu/~boyd/papers/matlab/sensor_selection/. Ακολουθούν οι κώδικες των παραλλαγών που εισάγονται στα πλαίσια της παρούσας μελέτης.

Κώδικας Loc4

```
function [z_loc4, L_loc4] = sens_sel_loc4(A, zhat)
[m n] = size(A);
zn = zhat;
iteration = 0;
N_loc = 10*m^3/n^2;
swapstaken = 0;
hatSig = inv(A'*diag(zn)*A);
while(iteration < N_loc)
    flag = 0;
    S = find(zn == 1); nS = find(zn == 0);
    S_shifted=circshift(S,-1);% shift the elements of S with step=-1
    nS_shifted=circshift(nS,-1); % shift the elements of nS with
step=-1
    for out = S' %matlab does not allow to say for out = S
        for out2=S_shifted'
            if out~=out2
                for in = nS'
                    for in2= nS_shifted'
                        if in~= in2
                            iteration = iteration + 1;
                            v1 = [A(out,:);A(out2,:); A(in, :)];
                            v2 = [-A(out,:);-
A(out2,:);A(in,:);A(in2,:)]';
                            S_4by4 = eye(4) + v1*hatSig*v2;
                            volchangefactor = det(S_4by4);
                            if(volchangefactor > 1)
                                fprintf('Value= %f\t Swap: OUT: %d\t
OUT2: %d\t IN: %d\t IN2: %d\n', volchangefactor, out,out2,
in,in2);
                                swapstaken = swapstaken + 1;
                                hatSig = hatSig
                            hatSig*v2*inv(S_4by4)*v1*hatSig;
                                zn(out) = 0;zn(out2) =0; zn(in) =
1; zn(in2)=1;
                                flag = 1;
                                break;
                            end
                        end
                    end
                end
            end
        end
    end
    if( flag == 1), break; end
end
end
```

```

        if( flag == 1), break; end
    end
    if( flag == 1), break; end
end
if(flag==0), break; end
end

fprintf('\nLocal optimization:\n');
if(flag==1)
    fprintf('Maximum Iteration = %d reached. Terminated.\n', N_loc);
end
fprintf('Swaps checked LOC4 = %d, swaps taken = %d, [k(m-k) =
%d]\n', iteration, swapstaken, length(S)*length(nS));
z_loc4 = zn;
L_loc4 = log(det(A'*diag(z_loc4)*A));

end

```

Κώδικας Loc2&4

```

function [z_loc2and4, L_loc2and4] = sens_sel_loc2and4(A, zhat)
[m n] = size(A);
%k = sum(zhat);
zn = zhat;
iteration = 0;
N_loc = 10*m^3/n^2;
swapstaken = 0;

hatSig = inv(A'*diag(zn)*A);

o3opt = 0;

while(iteration < N_loc)
    flag = 0;
    S = find(zn == 1); nS = find(zn == 0);
    S_shifted=circshift(S,-1);% shift the elements of S with step=-1
    nS_shifted=circshift(nS,-1); % shift the elements of nS with step=-1

    if o3opt==1
        for out = S' %matlab does not allow to say for out = S
            for out2=S_shifted'
                if out~=out2
                    for in = nS'
                        for in2= nS_shifted'
                            if in~= in2
                                iteration = iteration + 1;
                                v1 = [A(out,:);A(out2,:); A(in, :);
A(in2,:)]; % out 2 sensors and in 2 sensors opt
                                v2 = [-A(out,:);-A(out2,:); A(in,
:);A(in2,:)]';

                                S_4by4 = eye(4) + v1*hatSig*v2;
                                volchangefactor = det(S_4by4);
                                if(volchangefactor > 1)
                                    fprintf('Value= %f\t Swap: OUT: %d\t
OUT2: %d\t IN: %d\t IN2: %d\n', volchangefactor, out,out2, in,in2);
                                    swapstaken = swapstaken + 1;
                                end
                            end
                        end
                    end
                end
            end
        end
    end
    flag = 1;
    iteration = iteration + 1;
end

```

```

hatSig*v2*inv(S_4by4)*v1*hatSig;          hatSig = hatSig -
zn(in2)=1;                                zn(out) = 0;zn(out2) =0; zn(in) = 1;
                                           flag = 1;
                                           break;
                                           end
                                           end
                                           end
                                           end
                                           if( flag == 1), break; end
                                           end
                                           end
                                           if( flag == 1), break; end
                                           end
                                           if( flag == 1), break; end
                                           end
else
for out = S' %matlab does not allow to say for out = S
for in = nS'
iteration = iteration + 1;
v1 = [A(out,:); A(in, :)];
v2 = [-A(out,:); A(in, :)]';
S_2by2 = eye(2) + v1*hatSig*v2;
volchangepactor = det(S_2by2);
if(volchangepactor > 1)
% fprintf('Value= %f\t Swap: OUT %d\tIN %d\n', val, out,
in);
swapstaken = swapstaken + 1;
hatSig = hatSig - hatSig*v2*inv(S_2by2)*v1*hatSig;
zn(out) = 0; zn(in) = 1;
flag = 1;
break;
end
end
if( flag == 1), break; end
end
end

if o3opt==1
o3opt=0;
else
o3opt=1;
end

if(flag==0), break; end
end

fprintf('\nLocal optimization:\n');
if(flag==1)
fprintf('Maximum Iteration = %d reached. Terminated.\n', N_loc);
end
fprintf('Swaps checked LOC2and4 = %d, swaps taken = %d, [k(m-k) = %d]\n',
iteration, swapstaken, length(S)*length(nS));
z_loc2and4 = zn;
L_loc2and4 = log(det(A'*diag(z_loc2and4)*A));

end

```


Κώδικας Locr - Παραλλαγή Κατωφλιού

```
function [z_loc, L_loc] = sens_sel_locr(A, k, zast, threshold)

if(nargin < 4); threshold = 0.5; end

[m , n] = size(A);
N_loc = 10*m^3/n^2;

[z_s , idx_s] = sort(zast);
thres = z_s(m-k); zhat=(zast>thres); zhat_s = (z_s > thres);
toswap01 = (abs(z_s - 0.5) <= threshold);
S = idx_s(toswap01 & zhat_s);
nS = flipud(idx_s(toswap01 & ~zhat_s));

fprintf('\nLocal optimization (ordering and thresholding):\n');
fprintf('Number of sensors to chosen to swap: %d ', sum(toswap01));
fprintf('selected: %d, not selected %d\n', length(S), length(nS));

iteration = 0;
swapstaken = 0;

hatSig = inv(A'*diag(zhat)*A);

while(iteration < N_loc)
    flag = 0;

    for out = S' %matlab does not allow to say for out = S
        for in = nS'
            iteration = iteration + 1;
            v1 = [A(out,:); A(in, :)];
            v2 = [-A(out,:); A(in, :)]';
            S_2by2 = eye(2) + v1*hatSig*v2;
            volchangefactor = det(S_2by2);
            if(volchangefactor > 1)
                %fprintf('Value= %f\t Swap: OUT %d\tIN %d\n',
volchangefactor, out, in);
                swapstaken = swapstaken + 1;
                hatSig = hatSig - hatSig*v2*inv(S_2by2)*v1*hatSig;
                zhat_s(idx_s == out) = 0; zhat_s(idx_s == in) = 1;
                S = idx_s(toswap01 & zhat_s);
                nS = flipud(idx_s(toswap01 & ~zhat_s));
                flag = 1;
                break;
            end
        end
    end
    if( flag == 1), break; end
end
if(flag==0), break; end
end

if(flag==1)
    fprintf('Maximum Iteration = %d reached. Terminated.\n', N_loc);
end
fprintf('Swaps checked = %d, swaps taken = %d, len(S)*len(ns) = %d]\n',
iteration, swapstaken, length(S)*length(nS));
```

```
z_loc = zeros(m,1); z_loc(idx_s(zhat_s)) = 1;
L_loc = log(det(A'*diag(z_loc)*A));
```

```
end
```

Κώδικας Random Selection

```
function [ ztilde_new, L_ran] = randnump(A,ztilde,k)

max1 = numel(ztilde); % 100 στοιχεία.
replacements = 0; % Posa 1 exoume orisei tyxaia se kathe stigmi mesa apo to
loop poy akolouthei.

while replacements < k
    index = randi([1 max1], 'single');

    % An to tyxaia epilegmeno stoixeio tou ztilde den exei ginei hdh 1 apo
    proigoumeni epilogi,
    % tote simainei pws mporoume na to kanoume 1 twra
    % Alliws de kanoume tipota (de mpainei mesa sto if) kai tha treksei ena
    neo loop iteration
    % wste na vrei ena neo tyxaio stoixeio tou ztilde kai na to kanei 1.
    if ztilde(index) ~= 1
        ztilde(index) = 1;
        replacements =replacements+1;
    end
end

for index = 1 : max1
    if ztilde(index) ~= 1
        ztilde(index) = 0;
    end
end

ztilde_new=ztilde;
L_ran=log(det(A'*diag(ztilde_new)*A));
```