



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ ΡΟΕΣ: Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ  
ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ**

υπό

**ΗΒΗ ΑΡΜΥΡΑ**

Διπλωματούχου Χημικού Μηχανικού Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

## **Μεταπτυχιακή Εργασία**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των  
απαιτήσεων για την απόκτηση του  
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

Βόλος, 2021

© 2021 Αρμύρα Ήβη

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

## Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) Δρ. Βασίλειος Μποντόζογλου  
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Νικόλαος Ανδρίτσος  
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Δημήτριος Βαλουγεώργης  
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

## Ευχαριστίες

Για την παρούσα μεταπτυχιακή εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον επιβλέποντα Καθηγητή μου κύριο Μποντόζογλου, για την ιδέα, την καθοδήγηση και το χρόνο που αφιέρωσε σε εμένα προς τον σκοπό αυτό. Η συμβολή του ήταν ιδιαίτερα σημαντική και η συνεργασία μας εξαιρετική.

Επιπλέον θέλω να απευθύνω ευχαριστίες στους Καθηγητές μου σε μεταπτυχιακό επίπεδο και μέλη της εξεταστικής επιτροπής κύριο Ανδρίστο Νικόλαο και κύριο Βαλουγεώργη Δημήτριο για την συμβολή τους στην εκπλήρωση αυτής της εργασίας.

Τέλος, η εργασία αυτή δεν θα ήταν εφικτό να ολοκληρωθεί χωρίς την υποστήριξη της οικογένειάς μου και ιδιαιτέρως της μικρής μου κόρης Βάλιας.

# ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ ΡΟΕΣ: Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

ΗΒΗ ΑΡΜΥΡΑ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2021

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Βασίλειος Μποντόζογλου,  
Καθηγητής Φαινομένων Μεταφοράς

## Περίληψη

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία πραγματεύεται με την διασπορά σωματιδίων σε περιοδικές ροές. Η εργασία ξεκινάει με το θεωρητικό υπόβαθρο γύρω από τη διασπορά ως μηχανισμό μεταφοράς καθώς και τους συντελεστές διασποράς σε στρωτή και τυρβώδη ροή. Συνεχίζουμε με την συνοπτική περιγραφή της λειτουργικής ανατομίας του αναπνευστικού συστήματος, του μηχανισμού της αναπνοής καθώς και την περιγραφή της ροής στους αεραγωγούς, με σκοπό να τονίσουμε την περιοδικότητα της ροής στο αναπνευστικό σύστημα. Ακολούθως, αναφερόμαστε στα χαρακτηριστικά των περιοδικών ροών προκειμένου να προχωρήσουμε στην εφαρμογή στο Matlab. Σε περιβάλλον Matlab αναπτύχθηκε ένας κώδικας υπολογισμού του προφίλ της ταχύτητας στους διάφορους αεραγωγούς του αναπνευστικού και καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι σε μικρούς αεραγωγούς η ροή είναι σαν ροή Poiseuille. Χρησιμοποιώντας το συμπέρασμα αυτό, η εργασία ολοκληρώνεται με έναν υπολογισμό της διασποράς εξαιτίας της περιοδική ροής κάτω από την επίδραση της βαρύτητας.

# DISPERSION OF PARTICLES IN PERIODIC FLOWS: THE INFLUENCE OF GRAVITY

IVI ARMYRA

Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly, 2021

Supervisor: Dr Vassilios Bontozoglou

Professor of Transport Phenomena

## Abstract

The present thesis deals with the dispersion of particles in periodic flows. The thesis begins with the theoretical background about dispersion as a mechanism of transport, as well as the dispersion coefficients in laminar and turbulent flow. We continue with the brief description of the functional anatomy of the respiratory system, the mechanism of respiration and the description of the flow in the airways, in order to emphasize the periodicity of the flow in the respiratory system. Following, we refer to the characteristics of periodic flows, so that it would be possible to proceed to the application in Matlab. In Matlab we create a code for calculating the velocity profile in the various airways of the respiratory tract. Hence, we concluded that the flow in small airways is like Poiseuille flow. Using this conclusion, the work is completed with a calculation of the dispersion in periodic flow under the effect of gravity.

## Πίνακας Περιεχομένων

<b>Κεφάλαιο 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</b>	<b>1</b>
1.1 Κίνητρο .....	1
1.2 Οργάνωση Μεταπτυχιακής Εργασίας .....	2
<b>Κεφάλαιο 2. ΔΙΑΣΠΟΡΑ.....</b>	<b>3</b>
2.1 Διασπορά σε στρωτή ροή-Διασπορά Taylor .....	3
2.2 Διασπορά σε τυρβώδη ροή.....	6
2.3 Η επίδραση της διασποράς στη Χρωματογραφία.....	8
<b>Κεφάλαιο 3. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΑΠΑΠΝΕΥΣΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.....</b>	<b>11</b>
3.1 Η Λειτουργική ανατομία του αναπνευστικού συστήματος.....	12
3.2 Το μοντέλο A του Weibel .....	15
3.2.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και διαστάσεις του μοντέλου .....	16
3.3 Ο μηχανισμός της αναπνοής.....	17
3.4 Αναπνευστικοί όγκοι, χωρητικότητες και αναπνευστική συχνότητα .....	18
3.5 Τα τεστ πνευμονικής λειτουργίας.....	20
3.6 Η ροή του αέρα στο αναπνευστικό σύστημα.....	21
<b>Κεφάλαιο 4. ΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ ΡΟΕΣ.....</b>	<b>23</b>
4.1 Περιοδικές ροές- Αριθμός Womersley .....	24
4.1 Στρωτή περιοδική ροή λόγω ημιτονοειδούς μεταβολής της πίεσης .....	25
4.2 Η αναπνοή ως περιοδική ροή .....	27
4.2.1 Ο αριθμός Womersley στους διάφορους αεραγωγούς .....	28
4.2.2 Η κατανομή της ταχύτητας κατά την αναπνοή .....	29
4.2.3 Η ογκομετρική παροχή .....	33
<b>Κεφάλαιο 5. Η επίδραση της βαρύτητας .....</b>	<b>36</b>
5.1 Ταχύτητα ελεύθερης πτώσης.....	36
5.2 Μετατόπιση σωματιδίου σε κανάλι .....	37
5.3 Διασπορά λόγω βαρύτητας .....	40
<b>Κεφάλαιο 6. Συμπεράσματα .....</b>	<b>43</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 44</b>	



## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 3.1: Διαστάσεις του μοντέλου "Α" του Weibel για πνεύμονα ενηλίκων με όγκο 4800 ml.

Πίνακας 4.1: Ο αριθμός Womersley στους αεραγωγούς.

Πίνακας 4.2: Το πλάτος της διακύμανσης της ογκομετρικής παροχής από G0 έως την G23.

## Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2.1: Τα αίτια της Διασποράς Taylor. (a) ο αρχικός παλμός από την έγχυση του συστατικού, (b) η παραμόρφωση του αρχικού παλμού από τη ροή, (c) η τελική διαμόρφωση ύστερα από την επίδραση της διάχυσης.....	4
Σχήμα 3.1: Τα κύρια αναπνευστικά όργανα .....	13
Σχήμα 3.2: Σχηματική απεικόνιση ανθρώπινου αναπνευστικού συστήματος .....	13
Σχήμα 3.3: Απεικόνιση αναπνευστικών μικροδομών στους πνεύμονες (αριστερά), τμήμα ανθρώπινου πνεύμονα, δείχνει τις αναπνευστικές δομές που σχηματίζουν τα τελικά τμήματα του βρογχικού δέντρου (δεξιά) ... ..	14
Σχήμα 3.4: Οι δίοδοι της ζώνης μεταφοράς.....	15
Σχήμα 3.5: Σχεδιάγραμμα μοντέλου A του Weibel (1963) .....	16
Σχήμα 3.6 Τυπικές τιμές χαρακτηριστικών όγκων και χωρητικότητας αναπνοής.....	19
Σχήμα 4.1: Προφίλ της ταχύτητας κατά την διάρκεια ημιτονοειδούς ροής (απεικονίζονται μόνο τα μέγιστα προφίλ ταχύτητας της προς τα δεξιά ροής).....	25
Σχήμα 4.2: Η μεταβολή του όγκου και η ροή του αέρα σε ένα αναπνευστικό κύκλο.. ..	28
Σχήμα 4.3: Το προφίλ της ταχύτητας στην τραχεία (G0) δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές.....	31
Σχήμα 4.4: Το προφίλ της ταχύτητας στην γενιά 6 (G6) δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές.....	32
Σχήμα 4.5: Το προφίλ της ταχύτητας στην γενιά 16 (G16) δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές.....	32
Σχήμα 4.6 Το προφίλ της ταχύτητας στην γενιά 21 (G21) δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές.....	33
Σχήμα 4.7 Η κατανομή της ταχύτητας στην τραχεία (G0) δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές με τη διόρθωση του A.....	35
Σχήμα 5.1: A φάση. Έναρξη ροής προς τα δεξιά έως T/2.....	37
Σχήμα 5.2: B φάση. Έναρξη ροής προς τα αριστερά έως T/2.....	38
Σχήμα 5.3: Οι θέσεις γ0 και γ'0 .....	41
Σχήμα 5.4: Απεικόνιση της διασπορά λόγω βαρύτητας.....	42

## 1.1 Κίνητρο

Η αξονική διασπορά, δηλαδή η εξάπλωση ενός παλμού διαλυμένης ουσίας καθώς διέρχεται εντός ενός σωλήνα, έχει αποτελέσει ένα ενδιαφέρον θέμα έρευνας στο πεδίο της μηχανικής και της βιοιατρικής για πάνω από μισό αιώνα με ιδιαίτερη συνεισφορά σε αυτό, τα αποτελέσματα των ερευνών του Taylor. Η διασπορά ως φαινόμενο έχει μελετηθεί ιδιαίτερος λόγω της σημασίας του φαινομένου αυτού στις διεργασίες μεταφοράς στους ιστούς, στη χρωματογραφία και στα γεωθερμικά συστήματα θέρμανσης και σε μικρο-ρευστομηχανικές συσκευές.

Τις τελευταίες δεκαετίες, η εισπνοή αερολύματος έχει έρθει όλο και περισσότερο στο επίκεντρο του ιατρικού ενδιαφέροντος λόγω της δυνατότητάς της ως μη επεμβατική τεχνική να χρησιμοποιείται για τη διάγνωση πνευμονικών ασθενειών. Η διασπορά σωματιδίων αερολύματος αναφέρεται στο πόσο τα σωματίδια απλώνονται ενώ παραμένουν αερομεταφερόμενα. Έχει αποδειχθεί ότι η διασπορά παλμού αερολύματος είναι ένα ευαίσθητο μέτρο των αλλαγών που μπορεί να συμβούν στη μορφολογία και στη λειτουργία των πνευμόνων ανιχνεύοντας δομικές αλλαγές τόσο στο εσωτερικό όσο και στις περιφερειακές περιοχές των πνευμόνων. Επίσης μελέτες σε τροποποιημένη βαρύτητα έδειξαν ότι η διασπορά του αερολύματος αυξάνεται με την αύξηση του επιπέδου βαρύτητας (Baoshun & Darquenne, 2012).

Η μελέτη της συμπεριφοράς του αερολύματος σε υγιείς και νοσούντες πνεύμονες είναι ένα πρόβλημα που απασχολεί τους ερευνητές λόγω της πολύπλοκης δομής των αεραγωγών στους πνεύμονες και των αναπνευστικών ροών που επικρατούν σε αυτούς.

## 1.2 Οργάνωση Μεταπτυχιακής Εργασίας

Η δομή της εργασίας αναπτύσσεται παρακάτω ως εξής:

Ξεκινάμε με το κεφάλαιο 2 όπου αναφερόμαστε σε βασικά θεωρητικά στοιχεία που σχετίζονται με τη διασπορά, κυρίως ως μηχανισμό και επιπλέον για τους συντελεστές διασποράς σε στρωτή και τυρβώδη ροή. Επιπλέον, θα αναφερθούμε σε μια ενδιαφέρουσα εφαρμογή της διασποράς Taylor στη χρωματογραφία.

Στο Κεφάλαιο 3 θα περιγράψουμε το ανθρώπινο αναπνευστικό σύστημα, ξεκινώντας από την λειτουργική του ανατομία και τις ζώνες μεταφοράς στις οποίες διακρίνεται. Θα περιγράψουμε το συμμετρικό μοντέλο του Weibel και θα παρουσιάσουμε τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του μοντέλου αυτού. Επίσης, θα αναφερθούμε σε αναπνευστικούς όγκους, στις αναπνευστικές χωρητικότητες και στην αναπνευστική συχνότητα. Θα κάνουμε επίσης μια σύντομη αναφορά στα τεστ πνευμονικής λειτουργίας που χρησιμοποιούνται για τον ιατρικό έλεγχο της κατάστασης των πνευμόνων. Το Κεφάλαιο 3 ολοκληρώνεται με την περιγραφή της ροής στους αεραγωγούς, η οποία παρουσιάζει ενδιαφέρον λόγω της γεωμετρικής περιπλοκότητας της αναπνευστικής οδού.

Στο Κεφάλαιο 4 θα προχωρήσουμε στην περιγραφή των βασικών χαρακτηριστικών των περιοδικών ροών και στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων που εξάχθηκαν από το Matlab σχετικά με το προφίλ της ταχύτητας στους αεραγωγούς.

Στο Κεφάλαιο 5 θα υπολογίσουμε πώς η περιοδική ροή μαζί με την βαρύτητα επηρεάζει τη διασπορά σωματιδίων.

Τέλος, η εργασία ολοκληρώνεται με το Κεφάλαιο 6 όπου διατυπώνονται τα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας.

## Κεφάλαιο 2. ΔΙΑΣΠΟΡΑ

---

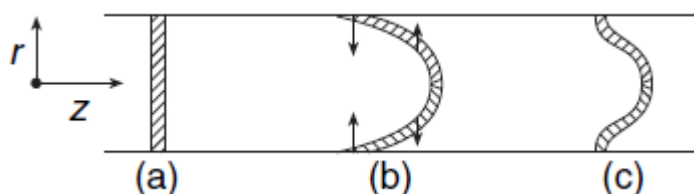
Γνωρίζουμε ότι σε ένα σύστημα δύο ή περισσότερων συστατικών της ίδιας φάσης με διαφορετικές συγκεντρώσεις από θέση σε θέση, υπάρχει η φυσική τάση να εξισορροπηθούν οι διαφορές εντός του συστήματος. Η μεταφορά μάζας συμβαίνει από την περιοχή υψηλότερης συγκέντρωσης προς την περιοχή χαμηλότερης έως την εξάλειψη της ανομοιομορφίας. Αυτή η κίνηση του συστατικού μέσα σε ένα μίγμα κάτω από την επίδραση της κλίσης συγκέντρωσης ονομάζεται διάχυση. Εκτός από τη μοριακή διάχυση, μπορούμε να έχουμε μεταφορά μάζας και λόγω μακροσκοπικής ροής. Σε αυτή την περίπτωση η διακίνηση της μάζας λαμβάνει χώρα με το συνδυασμό μοριακής διάχυσης και συναγωγής. Η μεταφορά της μάζας με συναγωγή μπορεί να συμβαίνει λόγω διαφοράς στις πυκνότητες των συστατικών ή λόγω εξαναγκασμένης κυκλοφορίας του ρευστού. Αυτός ο συνδυασμός των δύο μηχανισμών της διάχυσης και της συναγωγής συνιστά τη διασπορά.

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στη διασπορά ξεκινώντας με την περιγραφή του μηχανισμού Taylor. Στη συνέχεια στη διασπορά σε στρωτή και σε τυρβώδη ροή και στους συντελεστές διασποράς σε κάθε είδος ροής αντίστοιχα. Το κεφάλαιο αυτό ολοκληρώνεται με μία ενδιαφέρουσα επέκταση της διασποράς στη χρωματογραφία.

### 2.1 Διασπορά σε στρωτή ροή-Διασπορά Taylor

Στην περίπτωση έγχυσης ενός συστατικού σε ένα μακρύ και λεπτό σωλήνα ο οποίος είναι γεμάτος με ένα διαλύτη και ρέει σε στρωτή ροή, τα μόρια στο κέντρο του σωλήνα θα σκορπίσουν πιο γρήγορα. Αυτή η συμπεριφορά οφείλεται στην παραβολική κατανομή της ταχύτητας μέσα στο σωλήνα που ισχύει κατά τη στρωτή ροή. Ωστόσο, στο μπροστινό άκρο του παλμού η συγκέντρωση της διαλυμένης ουσίας είναι υψηλότερη στο κέντρο του σωλήνα απ' ό,τι στα τοιχώματα και ως εκ τούτου τα μόρια της διαλυμένης ουσίας διαχέονται ακτινικά προς τα τοιχώματα του

σωλήνα. Οι ταχύτητες αυτών των μορίων μειώνονται με τη διάχυση. Αντιθέτως, στο πίσω άκρο του παλμού, η συγκέντρωση της διαλυμένης ουσίας είναι υψηλότερη στα τοιχώματα από ότι στο κέντρο, έτσι τα μόρια διαχέονται ακτινικά προς το κέντρο. Αυτοί οι δύο μηχανισμοί είναι ανταγωνιστικοί: η διάχυση δηλαδή που συμβαίνει στην ακτινική διεύθυνση αναστέλλει τη διασπορά που προκαλείται από την αξονική ροή. Όταν είναι αμελητέα η διάχυση, το συστατικό ακολουθεί τη παραμόρφωση που αποκτά λόγω της ροής (b) και συνεχίζει να διασκορπίζεται όλο και περισσότερο κατά μήκος του σωλήνα με το χρόνο. Αντίθετα όταν υπάρχει έντονη διάχυση παραμορφώνεται όπως φαίνεται στο (c) του Σχήματος 2.1.



**Σχήμα 2.1. Τα αίτια της Διασποράς Taylor. (a) ο αρχικός παλμός από την έγχυση του συστατικού, (b) η παραμόρφωση του αρχικού παλμού από τη ροή, (c) η τελική διαμόρφωση ύστερα από την επίδραση της διάχυσης (Cussler, 2007)**

Συνολικά, ο συνδυασμός τόσο της ακτινικής διάχυσης όσο και της μεταφοράς λόγω της ροής, οδηγεί τελικά στην ανάπτυξη μιας συμμετρικής κατανομής συγκέντρωσης γνωστή ως διασπορά Taylor. Σε συνέχεια όσων αναφέρθηκαν παραπάνω συμπεραίνουμε ότι διαλυόμενες ουσίες με μικρό συντελεστή διάχυσης διασκορπίζονται περισσότερο από άλλες με μεγαλύτερο συντελεστή διάχυσης και το αντίστροφο. Πρέπει να σημειωθεί ότι τα μόρια διαχέονται επίσης παράλληλα της κατεύθυνσης της ροής, αλλά η συνεισφορά είναι μικρή σε σχέση με την αξονική διασπορά. Ποσοτικά αυτό έχει μελετηθεί από τον Aris (1956) και γι' αυτό ο μηχανισμός αυτός είναι γνωστός και ως διασπορά Taylor-Aris.

Ο Sir Geoffrey Taylor (1953) ήταν ο πρώτος που παρουσίασε αναλυτικές λύσεις για τη χρονική διακύμανση της μέσης τιμής της συγκέντρωσης διαλυμένης ουσίας που εγχέεται σε ένα ρευστό το οποίο ρέει σε ένα λεπτό σωλήνα μη διαπερατού τοιχώματος και της περίπτωσης αμελητέας αξονικής διάχυσης σε μία πλήρως

ανεπτυγμένη στρωτή ροή. Οι λύσεις που προτάθηκαν από τον Taylor αφορούσαν δύο περιπτώσεις : η μία είναι όταν έχουμε μόνο μεταφορά από συναγωγή, και η δεύτερη όταν η μεταφορά γίνεται λόγω συνδυασμένης επίδρασης της συναγωγής και της διάχυσης. Απέδειξε ότι η κατανομή της μέσης συγκέντρωσης μιας διαλυμένης ουσίας στη διατομή ακολουθεί την κατανομή Gauss. Μέσω αυτού, ο Taylor έδειξε ότι η μέση κατανομή συγκέντρωσης μπορεί να περιγραφεί από τον δεύτερο νόμο του Fick για τη διάχυση, δηλαδή:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x}, \quad (2.1)$$

όπου  $c$  είναι η μέση συγκέντρωση στη διατομή,  $D$  είναι ο διαμήκης συντελεστής διασποράς,  $x$  είναι η απόσταση κατά μήκος του άξονα και το  $u$  είναι η μέση ταχύτητα για την οποία ισχύει  $u = u_{max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$  (2.2), λόγω πλήρους ανεπτυγμένης ροής παντού μέσα στον αγωγό.

Η λύση της (2.1) για μια στιγμιαία απελευθέρωση μάζας  $M$  σε μία μονοδιάστατη ροή ακολουθεί κατανομή Gauss και μας δίνει την μέση συγκέντρωση του παλμού στη διατομή κατά μήκος του αγωγού:

$$\bar{c}_1 = \frac{M}{\pi R^2} \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-(z-ut)^2 / 4Dt} \quad (2.3)$$

όπου  $R$  η ακτίνα του αγωγού,  $z$  η απόσταση κατά μήκος του σωλήνα,  $u$  η ταχύτητα του ρευστού και  $t$  ο χρόνος.

Για τον συντελεστή διασποράς ισχύει η παρακάτω γνωστή σχέση από τη διάχυση Taylor για νευτωνικά ρευστά σε στρωτή ροή μέσα σε σωλήνα κυκλικής διατομής:

$$D = \frac{R^2 u^2}{48 D_m} \quad (2.3),$$

όπου  $D_m$  ο συντελεστής μοριακής διάχυσης.

Αργότερα, ο Aris (1956) λόγω του ότι η διασπορά του εχγεόμενου συστατικού πραγματοποιείται εξαιτίας δύο επιρροών, της αξονικής διάχυσης και της αλληλεπίδρασης της συναγωγής και της πλευρικής διάχυσης, τροποποίησε την ανάλυση του Taylor περιλαμβάνοντας πλέον και την αξονική διάχυση και απέδειξε ότι η φαινομενική διαχυτότητα ισούται με το άθροισμα του συντελεστή μοριακής διάχυσης,  $D_m$  και του συντελεστή διάχυσης Taylor.

$$D_{eff} = D_m + \frac{R^2 v^2}{48 D_m} \quad (2.4)$$

Ο αξονικός συντελεστής διασποράς,  $D_{eff}$ , συνδυάζει την επίδραση της μοριακής διάχυσης και του προφίλ της ταχύτητας. Το καθαρό αποτέλεσμα είναι ότι η επίδραση του προφίλ της ταχύτητας και της ακτινικής διάχυσης μπορούν να συνδυαστούν σε έναν ισοδύναμο όρο αξονικής διασποράς. Είναι προφανές ότι ο όρος μοριακής διάχυσης είναι αμελητέος όταν ο δεύτερος όρος είναι πολύ μεγαλύτερος. Διαισθητικά καταλαβαίνουμε επίσης, ότι σε ροές χαμηλής ταχύτητας η φαινομενική διαχυτότητα ισούται με το συντελεστή μοριακής διάχυσης. Στις περισσότερες όμως ροές ο κυρίαρχος όρος είναι ο δεύτερος και βλέπουμε ότι ο συντελεστής διασποράς γίνεται αντιστρόφως ανάλογος από τον συντελεστή διάχυσης, γεγονός που έρχεται σε συμφωνία με την εξήγηση του μηχανισμού της διασποράς Taylor στην πρώτη παράγραφο.

## 2.2 Διασπορά σε τυρβώδη ροή

Στην τυρβώδη ροή λόγω της διαταραγμένης κίνησης παρατηρούνται στροβιλισμοί που είναι μακροσκοπικές τυχαίες διακυμάνσεις της μέσης ροής. Η διασπορά στη τυρβώδη ροή είναι αποτέλεσμα αυτών των διακυμάνσεων στην ταχύτητα και στη συγκέντρωση.

Όπως στην περίπτωση της στρωτής ροής έτσι και για την τυρβώδη η βασική θεωρία γύρω από τη διασπορά διαλυμένης ουσίας μέσα σε κυκλικό αγωγό



προέρχεται από τη δουλειά του Taylor (1954). Ο Taylor αναγνώρισε ότι όπως συμβαίνει στην περίπτωση της διάχυσης που προκαλείται από την τυχαία κίνηση των μορίων, έτσι και η διασπορά θα προκαλείται από τις τυχαίες κινήσεις λόγω τυρβώδους ροής. Εξέτασε την κατανομή της συγκέντρωσης ως προς την ακόλουθη μερική διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( D_r r \frac{\partial c}{\partial r} \right) = r \left( u \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial t} \right) \quad (2.5),$$

όπου  $r$  είναι η ακτινική θέση,  $D_r$  ο συντελεστής ακτινικής διάχυσης,  $u$  η ταχύτητα στη θέση  $r$ . Υπέθεσε επίσης ότι ο συντελεστής ακτινικής διάχυσης είναι ίσος με το συντελεστή τυρβώδους διάχυσης  $D_r = D_t$ , και όρισε τον συντελεστή τυρβώδους διάχυσης ως προς την αναλογία του Reynolds, δηλαδή με την υπόθεση ότι η μεταφορά ύλης, θερμότητας και ορμής είναι ανάλογες. Έτσι,

$$D_r = D_t = \frac{\tau}{\rho \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)} \quad (2.6)$$

Στην παραπάνω σχέση  $\tau$  είναι η διατμητική τάση στη θέση  $r$  και  $\rho$  η πυκνότητα του ρευστού. Ο Taylor επίσης θεώρησε μια ομοιόμορφη κατανομή της ταχύτητας:

$$\frac{u_0 - u}{u^*} = f(z) \quad (2.7)$$

όπου  $f(z)$  είναι μια γεωμετρική σχέση για την κατανομή της ταχύτητας ως συνάρτηση της αδιάστατης θέσης  $z = \frac{r}{R}$  (2.8),  $u_0$  η ταχύτητα στο κέντρο και  $u^* =$

$$\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (2.9), \quad \text{όπου, } \tau_0 = \tau \cdot z \quad (2.10).$$

Ο Taylor χρησιμοποίησε τον ορισμό του συντελεστή ακτινικής διάχυσης (2.6) και του προφίλ ταχύτητας (2.7) για την επίλυση της (2.5), και κατέληξε στην ακόλουθη εξίσωση για το συντελεστή διαμήκους διασποράς σε τυρβώδη ροή εντός αγωγού:

$$D = 10.1 \cdot R \cdot u^* \quad (2.10)$$

Η εξίσωση του Taylor χρησιμοποιείται ευρέως για την πρόβλεψη του συντελεστή της διαμήκουσ διασποράς σε τυρβώδη ροή εντός σωλήνων , αλλά πειραματικά δεδομένα για τυρβώδεις ροές με  $Re < 20000$  έχουν σημαντικές αποκλίσεις από τα αποτελέσματα του Taylor. Οι Hart et al. (2013) έχουν παρουσιάσει πειραματικά αποτελέσματα από μελέτες που πραγματοποιήθηκαν εντός του εύρους  $2000 < Re < 50000$  για τα οποία έχουν υπολογιστεί οι συντελεστές διασποράς και παρουσιάζουν επίσης ένα αριθμητικό μοντέλο για την πρόβλεψη του συντελεστή διασποράς σε αυτό το εύρος του αριθμού Reynolds.

### **2.3 Η επίδραση της διασποράς στη Χρωματογραφία**

Η διασπορά Taylor έχει σημαντική επίδραση στην χρωματογραφία. Η χρωματογραφία εφαρμόζεται για το διαχωρισμό συστατικών σύνθετων μιγμάτων. Αποτελεί την πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδο διαχωρισμού σε εργαστήρια χημείας, όπου χρησιμοποιείται για ανάλυση, απομόνωση και καθαρισμό, αλλά και σε χημικές διεργασίες σε βιομηχανίες ως μέρος της παραγωγής μικρής ή μεγάλης κλίμακας. Όλα τα χρωματογραφικά συστήματα συνίστανται από δύο φάσεις, μια στατική και μία κινούμενη. Η στατική φάση μπορεί να είναι στερεό ή υγρό ή μίγμα αερίου. Η κινούμενη φάση μπορεί να είναι υγρή ή αέρια και ρέει πάνω ή διαμέσου της στατικής φάσης. Οι αρχές της χρωματογραφίας ποικίλουν ανάλογα με το κύριο φυσικοχημικό φαινόμενο που επικρατεί κατά το διαχωρισμό του μίγματος, προσρόφηση, κατανομή ή ιοντοανταλλαγή. Ανάλογα με τη φύση της κινούμενης φάσης οι χρωματογραφικές μέθοδοι διακρίνονται σε μεθόδους υγρής και αέριας χρωματογραφίας. (Παπαγεωργίου, 2007)

Κατά τη χρωματογραφία προσρόφησης ο διαχωρισμός των ουσιών ενός μίγματος πραγματοποιείται χάρη στην προσροφητική δράση μιας στερεάς στατικής φάσης (πορώδες και λεπτά διαμερισμένο στερεό) και της εκροφητικής δράσης της κινούμενης φάσης. Η στατική φάση τείνει να ακινητοποιεί τις ουσίες πάνω της, ενώ η κινούμενη φάση τείνει να διαλύσει τις ουσίες και να τις μετατοπίσει κατά τη διεύθυνση της ροής σε άλλες θέσεις πάνω στη στατική φάση. Επειδή οι ουσίες

συγκρατούνται σε διαφορετικό βαθμό στη στατική φάση, άλλες ισχυρότερα και άλλες ασθενέστερα, εκκλούνται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Έτσι επιτυγχάνεται ο διαχωρισμός ουσιών του μίγματος.

Στην υγρή χρωματογραφία η διασπορά Taylor αποτελεί ζήτημα, ιδιαίτερα στην περίπτωση διαχωρισμού μορίων που διαχέονται αργά, όπως οι πρωτεΐνες. (Westerbeek,2020). Το αναπόφευκτο «άπλωμα» των ζωνών που δημιουργούνται από τις διάφορες ουσίες του μίγματος λόγω της διασποράς Taylor οδηγεί σε μεγάλη μείωση της απόδοσης των αναλυτικών συσκευών όπου τοποθετούνται τα μίγματα για διαχωρισμό.

Ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα είναι η ανάλυση της περίπτωσης εισαγωγής ενός διαλύματος σε κυλινδρικό αγωγό καλυμμένο στα τοιχώματα με προσροφητικό υλικό Cussler (2007). Στην ανάλυση αυτή, ξεκινώντας από το ισοζύγιο μάζας καταλήγει τελικά στο εξής για το συντελεστή διασποράς:

$$D = D_m(1 + k') + \frac{R^2(u)^2}{48D_m} \left( \frac{1 + 6k' + 11(k')^2}{1 + k'} \right) + \left( \frac{\delta^2(u)^2}{3D'} \right) \left( \frac{k'}{1 + k'} \right)$$

Όπου,  $D'$  ο συντελεστής διάχυσης του διαλύματος στο στρώμα προσροφητικού υλικού,  $\delta$  το πάχος του απορροφητικού στρώματος,  $k'$  ο λόγος του διαλύματος που κρατείται στο προσροφητικό στρώμα προς τη συνολική ποσότητα που υπάρχει στη στήλη και δείχνει το ρυθμό διαχωρισμού.

Η φυσική σημασία του συντελεστή διασποράς αναλύεται ως εξής:

- Ο πρώτος όρος δηλώνει τη διασπορά που προκαλείται από την αξονική διάχυση
- Ο δεύτερος όρος προέρχεται από τη διασπορά Taylor. Η συνεισφορά αυτού του όρου στη διασπορά είναι συνήθως πολύ μεγαλύτερη από την διασπορά λόγω αξονικής διάχυσης. Επίσης αυτός ο όρος είναι ανάλογος του τετραγώνου της ακτίνας του σωλήνα που σημαίνει για παράδειγμα ότι μειώνοντας κατά 10 φορές την ακτίνα του σωλήνα μειώνεται η διασπορά κατά 100 φορές.
- Ο τελευταίος όρος παρουσιάζει την διασπορά που προκαλείται από την επιβράδυνση στο απορροφητικό στρώμα. Αν η διάχυση στο προσροφητικό στρώμα συμβαίνει πολύ γρήγορα ή αν είναι πολύ λεπτό το απορροφητικό στρώμα, δεν επηρεάζεται σημαντικά η διασπορά από αυτόν τον όρο.

Παρατηρώντας τις παραμέτρους του συντελεστή διασποράς μπορούμε να σκεφτούμε στις ενέργειες που θα μπορούσαμε να προβούμε ώστε να περιορίσουμε τη διασπορά στις χρωματογραφικές στήλες. Ξεκινώντας με γενικό κανόνα ότι δεν μπορούμε να τις φυσικές ιδιότητες του διαλύματος ή του απορροφητικού στρώματος, η μείωση της ταχύτητας ή η μείωση της ακτίνας των σωλήνων, θα περιορίζε και τον δεύτερο και τον τρίτο όρο της προηγούμενης σχέσης.

## Κεφάλαιο 3. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΑΝΑΠΝΕΥΣΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

---

Ως αερολύματα ονομάζονται τα εναιωρήματα στερεών σωματιδίων ή υγρών σταγονιδίων στον αέρα ή άλλο αέριο. Γνωρίζουμε τα φαρμακευτικά αερολύματα που χορηγούνται στο αναπνευστικό σύστημα κυρίως για τη θεραπεία ή προφύλαξη από ασθένειες του αναπνευστικού. Ο μεταφορά και η ανάμιξη των αερολυμάτων στους πνεύμονες έχει αποτελέσει αντικείμενο μελέτης πολλών ετών λόγω της ανάγκης μεγιστοποίησης της αποτελεσματικότητας των θεραπειών αυτών.

Κατά την εισπνοή σωματιδίων μπορούν να συμβούν δύο διαφορετικές διεργασίες κατά τη διέλευση των σωματιδίων στους αεραγωγούς: η διασπορά και η εναπόθεση. Η διασπορά αναφέρεται στην εξάπλωση σωματιδίων που παραμένουν αερομεταφερόμενα καθώς κινούνται από και προς τους πνεύμονες, ενώ η εναπόθεση αφορά στην προσκόλληση των σωματιδίων στα τοιχώματα των αεραγωγών.

Κατά την εισπνοή αερολύματος, αρχικά δημιουργείται μία διεπαφή μεταξύ του αερολύματος και του καθαρού αέρα καθώς μετακινούνται προς στους πνεύμονες. Εξαιτίας του μη επίπεδου προφίλ της ταχύτητας μέσα στους αεραγωγούς και της κίνησης των σωματιδίων η διεπιφάνεια δεν είναι ποτέ επίπεδη, εκτός από την στιγμή εισαγωγής του αερολύματος στον αναπνευστικό σύστημα. Το πόσο επεκτείνεται η διεπιφάνεια από το επίπεδο προφίλ είναι η διασπορά του αερολύματος στους αεραγωγούς. (Shah *et al.*, 1977).

Η διασπορά έχει επίσης σημαντική εφαρμογή με σκοπό την διάγνωση ασθενειών. Εκτός από τα συμβατικά τεστ πνευμονικής λειτουργίας με γνωστότερο τη σπιρομέτρηση κατά την οποία μετρείται η ποσότητα του αέρα που κρατούν οι πνεύμονες, υπάρχει κι άλλη μία τεχνική που βασίζεται στον υπολογισμό της διασποράς σωματιδίων και λειτουργεί διαγνωστικά για ασθένειες των πνευμόνων, όπως την κυστική ίνωση. Αυτή η τεχνική χρησιμοποιεί σωματίδια αερολύματος μονοδιασποράς (συμπεριφέρονται ως αέρια χωρίς διάχυση) ως ιχνηθέτες του

αερίου που μεταφέρεται στους πνεύμονες. Όταν η διασπορά των σωματιδίων είναι αυξημένη αυτό υποδεικνύει ασθενείς πνεύμονες. (Brand et al, 1997).

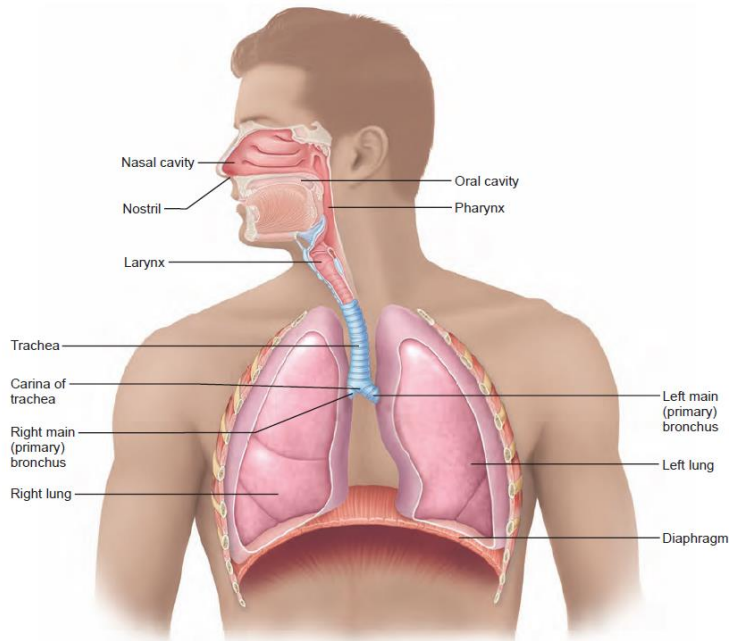
Στο κεφάλαιο 3 μελετάμε και παρουσιάζουμε την λειτουργική ανατομία του αναπνευστικού συστήματος, τον μηχανισμό της αναπνοής και την περιγραφή της ροής στους αεραγωγούς. Σκοπός της αναφοράς μας στο αναπνευστικό σύστημα είναι να τονίσουμε ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της ροής στους πνεύμονες, ότι δηλαδή είναι περιοδική, τα χαρακτηριστικά της οποίας θα παρουσιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο.

### **3.1 Η Λειτουργική ανατομία του αναπνευστικού συστήματος**

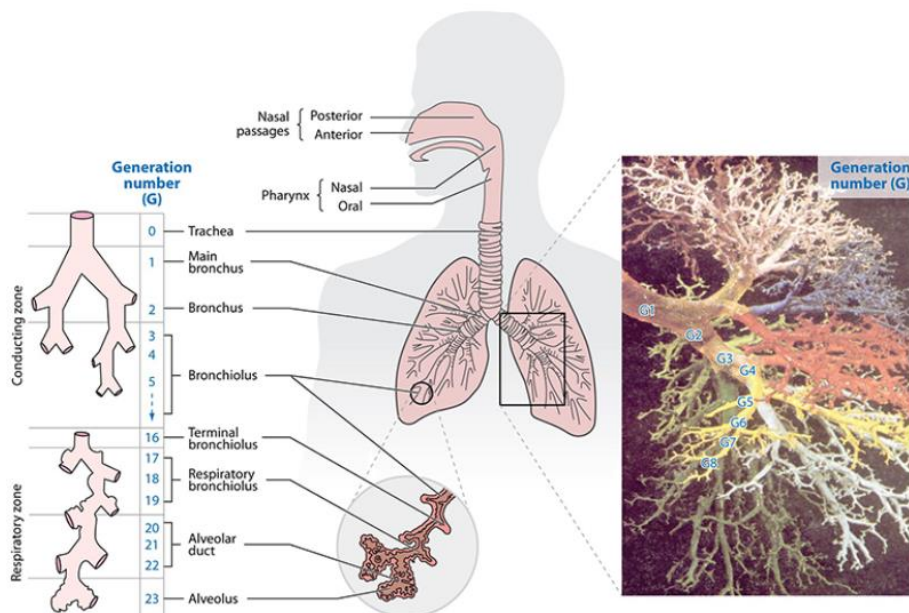
Η κύρια λειτουργία του αναπνευστικού συστήματος είναι η ανταλλαγή αερίων. Το οξυγόνο από το εξωτερικό περιβάλλον μεταφέρεται στο αίμα, ενώ το διοξείδιο του άνθρακα αποβάλλεται στον εξωτερικό αέρα.

Για την εκτέλεση αυτών των λειτουργιών, οι πνεύμονες έχουν μία συμπαγής τρισδιάστατη δομή που αποτελείται από ένα δίκτυο αεραγωγών και ένα δίκτυο αιμοφόρων αγγείων. Τα δύο δίκτυα ταιριάζουν μεταξύ τους στο σχεδιασμό και έχουν μια τεράστια διεπαφή μεταξύ τους. (Wang, 2005). Οι δευτερεύουσες λειτουργίες του αναπνευστικού συστήματος περιλαμβάνουν το φιλτράρισμα, τη θέρμανση και την υγρασία του εισπνεόμενου αέρα.

Το αναπνευστικό σύστημα περιλαμβάνει τη μύτη, τη ρινική κοιλότητα και τους παραρρινίους κόλπους: τον φάρυγγα, το λάρυγγα, την τραχεία, τους βρόγχους, και τους πνεύμονες που περιέχουν τους τερματικούς σάκους του αέρα, τις κυψελίδες.



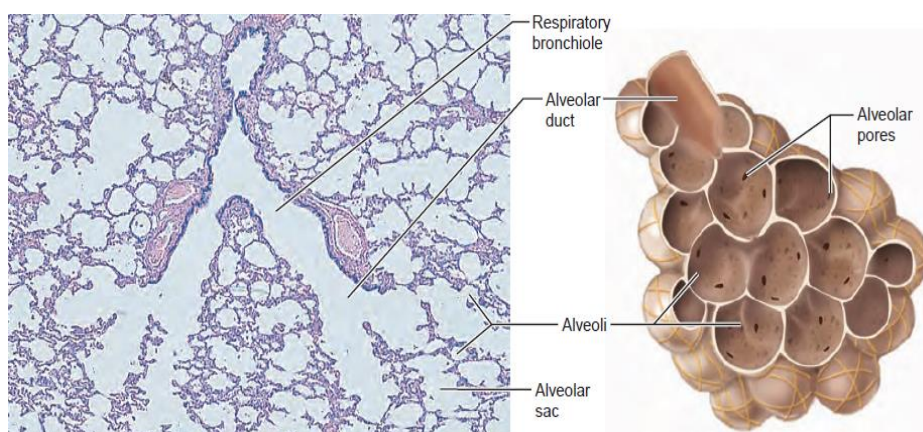
**Σχήμα 3.1 Τα κύρια αναπνευστικά όργανα (LibGuides: Anatomy & Physiology OER)**



**Σχήμα 3.2 Σχηματική απεικόνιση ανθρώπινου αναπνευστικού συστήματος, οι δύο ζώνες μεταφοράς (Kleinstreuer et al. 2008)**

Λειτουργικά το αναπνευστικό σύστημα απαρτίζεται από δύο ζώνες, την αναπνευστική (respiratory zone) και τη ζώνη μεταφοράς (conducting zone) (Σχήμα 3.2).

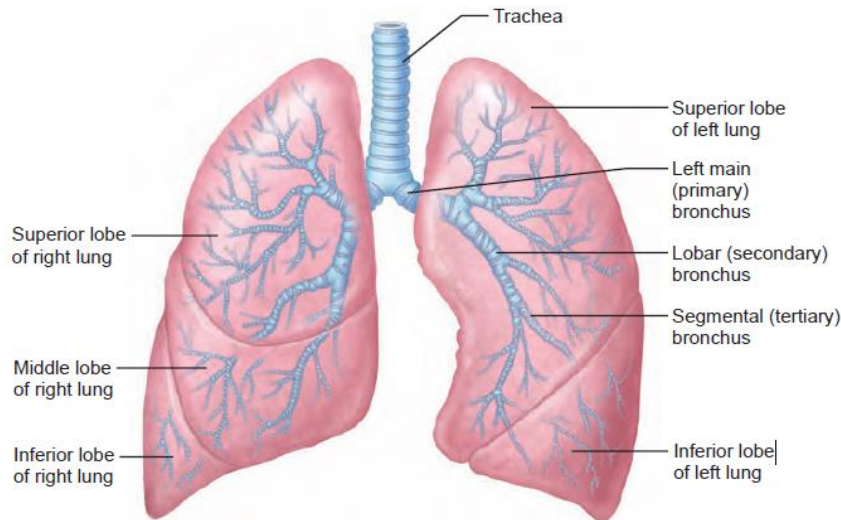
- Στην αναπνευστική ζώνη (G17-G23) γίνεται η ανταλλαγή αέρα και αποτελείται από τα αναπνευστικά βρογχιόλια, τους κυψελιδικούς αγωγούς, κυψελιδικούς σάκους, τις κυψελίδες και όλες τις μικροσκοπικές δομές



**Σχήμα 3.3** Απεικόνιση αναπνευστικών μικροδομών στους πνεύμονες (αριστερά), τμήμα ανθρώπινου πνεύμονα, δείχνει τις αναπνευστικές δομές που σχηματίζουν τα τελικά τμήματα του βρογχικού δέντρου (δεξιά) (LibGuides: Anatomy & Physiology OER)

- Η ζώνη μεταφοράς (G0 έως G16) περιλαμβάνει όλες τις άλλες αναπνευστικές οδούς. Αποτελείται από την τραχεία τους λοβούς και τους κύριους και τμηματικούς βρόγχους, οι οποίοι διακλαδίζονται στους μικρότερους βρόγχους έως τα τελικά βρογχιόλια των πνευμόνων. Τα μέρη της αγωγίμης ζώνης καθαρίζουν, υγραίνουν και ζεσταίνουν τον εισερχόμενο αέρα, ώστε ο αέρας να φτάνει στους πνεύμονες με λιγότερα ερεθιστικά (σκόνη, βακτήρια, κ.λπ.) από ό,τι όταν εισήλθε στο σύστημα.

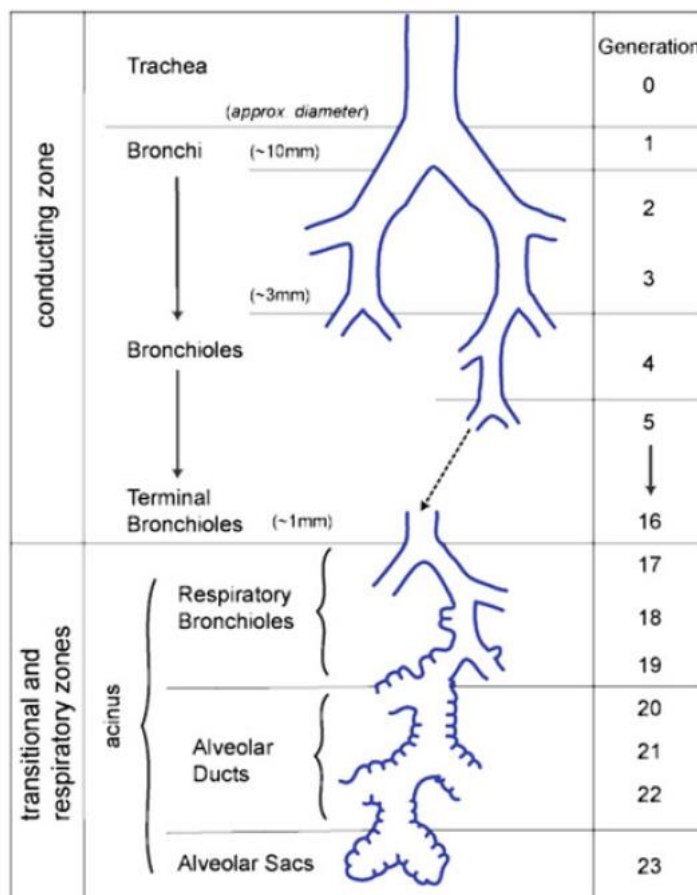




**Σχήμα 3.4 Οι δίοδοι της ζώνης μεταφοράς. Τα κύρια αναπνευστικά όργανα (LibGuides: Anatomy & Physiology OER)**

### **3.2 Το μοντέλο A του Weibel**

Το αναπνευστικό σύστημα αποτελείται από πάνω από 16 εκατομμύρια τμήματα αεραγωγών με διαφορετικές γεωμετρίες. Για την ανάλυση της ροής και της μεταφοράς σωματιδίων έχουν προταθεί διάφορα μοντέλα, τόσο συμμετρικά, όσο μη συμμετρικά. Ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο συμμετρικό μοντέλο της αναπνευστικής οδού είναι το μοντέλο A του Weibel (1963). Το μοντέλο υποθέτει ότι ο αέρας εισπνέεται διανέμεται συμμετρικά μεταξύ των διαφόρων κλάδων της αναπνευστικής οδού. Σύμφωνα με αυτό, κάθε αεραγωγός διχοτομείται σε δύο πανομοιότυπους. Κάθε επίπεδο διακλάδωσης ονομάζεται γενιά, ξεκινώντας από την τραχεία ως γενιά  $n = 0$ , ακολουθούν οι πρωτογενείς βρόγχοι, γενιά  $n = 1$ . Το μοντέλο συνεχίζει κατ'αυτόν τον τρόπο και καταλήγει στους κυψελιδικούς σάκους που αποτελούν τη γενιά 23.



**Σχήμα 3.5 Σχεδιάγραμμα μοντέλου A του Weibel (1963)** [σχεδιασμένο σε καλύτερη ανάλυση από Tu *et al.*, 2013.]

### 3.2.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και διαστάσεις του μοντέλου

Το μοντέλο A του Weibel αναπαριστά την αναπνευστική οδό ενός μέσου ενήλικα με όγκο πνευμόνων  $0.0048 \text{ m}^3$  (4.8 L) με μέγιστη διάταση 75%. Στον πίνακα 3.1 που ακολουθεί συνοψίζονται οι διαστάσεις των αεραγωγών και άλλες σχετικές τιμές των παραμέτρων του πνευμονικού μοντέλου A του Weibel. Παρουσιάζεται επίσης, το πλήθος των διχοτομήσεων για κάθε γενιά, η διάμετρος, το μήκος, η συνολική επιφάνεια, ο όγκος και ο αθροιστικός όγκος. Υπάρχουν κι άλλα μοντέλα όπως των Yeh & Schum, (1980) και της ICRP (1994) στην βιβλιογραφία, ωστόσο το μοντέλο που αναπτύχθηκε από τον Weibel αποτελεί το πιο συχνά χρησιμοποιούμενο ανατομικό μοντέλο.

Gener- ation	Number per generation	Diameter	Length	Total crosssection	Total volume	Accumul. volume
$z$	$n(z)$	$d(z)$	$l(z)$	$S(z)$	$V(z)$	$\sum_{i=0}^z V(i)$
		cm	cm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>
0	1	1.8	12.0	2.54	30.50	30.5
1	2	1.22	4.76	2.33	11.25	41.8
2	4	0.83	1.90	2.13	3.97	45.8
3	8	0.56	0.76	2.00	1.52	47.2
4	16	0.45	1.27	2.48	3.46	50.7
5	32	0.35	1.07	3.11	3.30	54.0
6	64	0.28	0.90	3.96	3.53	57.5
7	128	0.23	0.76	5.10	3.85	61.4
8	256	0.186	0.64	6.95	4.45	65.8
9	512	0.154	0.54	9.56	5.17	71.0
10	1024	0.130	0.46	13.4	6.21	77.2
11	2048	0.109	0.39	19.6	7.56	84.8
12	4096	0.095	0.33	28.8	9.82	94.6
13	8192	0.082	0.27	44.5	12.45	106.0
14	16384	0.074	0.23	69.4	16.40	123.4
15	32768	0.066	0.20	113.0	21.70	145.1
16	65536	0.060	0.165	180.0	29.70	174.8
17	131072	0.054	0.141	300.0	41.80	216.6
18	262144	0.050	0.117	534.0	61.10	277.7
19	524288	0.047	0.099	944.0	93.20	370.9
20	1048576	0.045	0.083	1600.0	139.50	510.4
21	2097152	0.043	0.070	3220.0	224.30	734.7
22	4194304	0.041	0.059	5880.0	350.00	1084.7
23*	8388608	0.041	0.050*	11800.0	591.00	1675.0

Πίνακας 3.1: Διαστάσεις του μοντέλου "Α" του Weibel για πνεύμονα ενηλίκων με όγκο 4800 ml. (Weibel, E.R., 1963)

### 3.3 Ο μηχανισμός της αναπνοής

Η αναπνοή ή πνευμονικός αερισμός αποτελείται από δύο φάσεις: την εισπνοή κατά την οποία ο αέρας ρέει στους πνεύμονες και την εκπνοή, κατά την οποία ο αέρας εξέρχεται από τους πνεύμονες.

Κατά την ήρεμη εισπνοή το διάφραγμα και οι εξωτερικοί μεσοπλεύριοι μύες ενεργοποιούνται. Όταν το διάφραγμα σε σχήμα θόλου συστέλλεται, κινείται κατώτερα και ισιώνει, με αποτέλεσμα το ύψος της θωρακικής κοιλότητας να αυξάνεται. Η σύσπαση των εξωτερικών μεσοπλεύριων μυών ανυψώνουν τα πλευρά και τραβούν προς τα πάνω το στέρνο. Αν και αυτές οι ενέργειες επεκτείνουν τις θωρακικές διαστάσεις κατά μόνο μερικά χιλιοστά κατά μήκος κάθε επιπέδου, αυτό αρκεί για να αυξηθεί θωρακικός όγκος κατά περίπου 500 ml (ο συνηθισμένος όγκος του αέρα που εισέρχεται στους πνεύμονες κατά τη διάρκεια μιας κανονικής ήρεμης εισπνοής). Καθώς οι θωρακικές διαστάσεις αυξάνονται κατά την εισπνοή, οι

πνεύμονες τεντώνονται και ο ενδοπνευμονικός όγκος αυξάνεται με αποτέλεσμα η ενδοπνευμονική πίεση, δηλαδή η πίεση στις κυψελίδες (Intrapulmonary pressure) να μειώνεται περίπου κατά 1 mm Hg σε σχέση με την ατμοσφαιρική. Οποιαδήποτε στιγμή κατά την εισπνοή η ενδοπνευμονική πίεση είναι μικρότερη της ατμοσφαιρικής και προφανώς η αναπνοή ολοκληρώνεται όταν γίνεται ίση με την ατμοσφαιρική.

Η ήρεμη εκπνοή στα υγιή άτομα είναι παθητική διαδικασία που εξαρτάται περισσότερο από την ελαστικότητα των πνευμόνων παρά από την συστολή των μυών που αναφέρθηκαν παραπάνω. Οι πνεύμονες λόγω της ελαστικότητάς τους έχουν τη φυσική τάση να υποχωρούν στο μικρότερο δυνατό μέγεθος. Καθώς οι αναπνευστικοί μύες χαλαρώνουν ο θωρακικός και ο ενδοπνευμονικός όγκος μειώνονται. Αυτή η μείωση του όγκου πιέζει τις κυψελίδες και η ενδοπνευμονική πίεση αυξάνεται κατά 1 mm Hg πάνω από την ατμοσφαιρική. Η κλίση αυτή της πίεσης αναγκάζει το αέρα να εξέλθει.

### **3.4 Αναπνευστικοί όγκοι, χωρητικότητες και αναπνευστική συχνότητα**

Η ποσότητα του αέρα που μπορεί κάποιος να εισπνεύσει ή να εκπνεύσει εξαρτάται από τις συνθήκες εισπνοής/ εκπνοής. Παρακάτω περιγράφονται οι αναπνευστικοί όγκοι και οι αναπνευστικές χωρητικότητες, οι οποίες αποτελούν συνδυασμό των αναπνευστικών όγκων.

- Αναπνεόμενος όγκος (Tidal volume-TV): Η ποσότητα αέρα που εισπνέεται ή εκπνέεται με κάθε αναπνοή σε κατάσταση ηρεμίας.
- Εισπνεόμενος αποθεματικός όγκος (Inspiratory reserve volume- IRV): Η ποσότητα αέρα που μπορεί να κάποιος να εισπνεύσει δυνατά μετά από μία κανονική εισπνοή.
- Αποθεματικός όγκος εκπνοής (Expiratory reserve volume- ERV): Η ποσότητα αέρα που μπορεί κάποιος να εκπνεύσει δυναμικά μετά από μία κανονική εκπνοή.
- Υπολειπόμενος όγκος (residual volume-RV): Ποσότητα αέρα που απομένει στους πνεύμονες μετά από μία αναγκαστική εκπνοή.
- Συνολική χωρητικότητα πνεύμονα (Total lung capacity -TLC): Μέγιστη ποσότητα αέρα που περιέχεται στους πνεύμονες μετά από μία μέγιστη προσπάθεια εισπνοής

$$TLC = TV + IRV + ERV + RV \quad (3.1)$$

- Ζωτική χωρητικότητα (Vital capacity-VC): Μέγιστη ποσότητα αέρα που μπορεί κάποιος να εκπνεύσει μετά από μία μέγιστη προσπάθεια εισπνοής

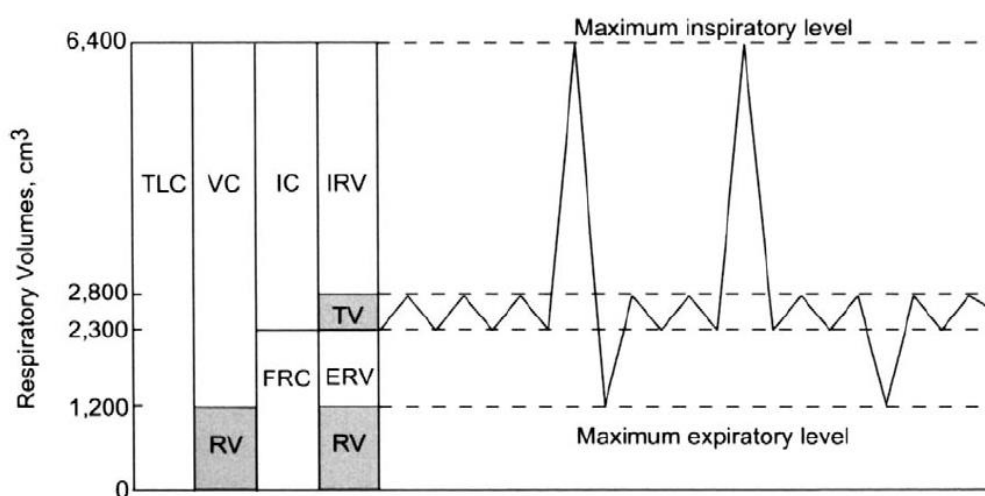
$$VC = TV + IRV + ERV \quad (3.2)$$

- Inspiratory capacity (IC): Η μέγιστη ποσότητα που μπορεί κάποιος να εισπνεύσει μετά από μία κανονική εκπνοή:

$$IC = TV + IRV \quad (3.3)$$

- Λειτουργική υπολειπόμενη χωρητικότητα (Functional residual capacity-FRC): Ο όγκος αέρα που απομένει στους πνεύμονες μετά από μια εκπνοή κανονικού αναπνεόμενου όγκου :

$$FRC = ERV + RV \quad (3.4)$$



Σχήμα 3.6 Τυπικές τιμές χαρακτηριστικών όγκων και χωρητικοτήτων αναπνοής (Wang, 2005)

		Μέση τιμή για ενήλικα άντρα	Μέση τιμή για ενήλικη γυναίκα
<b>Αναπνευστικοί όγκοι</b>	Tidal volume (TV)	500 ml	500 ml
	Inspiratory reserve volume (IRV)	3100 ml	1900 ml
	Expiratory reserve volume (ERV)	1200 ml	700 ml
	Residual volume (RV)	1200 ml	1100 ml
<b>Αναπνευστικές χωρητικότητες</b>	Total lung capacity (TLC)	6000 ml	4200 ml
	Vital capacity-(VC)	4800 ml	3100 ml
	Inspiratory capacity (IC)	3600 ml	2400 ml
	Functional residual capacity (FRC)	2400 ml	1800 ml

**Πίνακας 3.1 Μέσες τιμές αναπνευστικών όγκων και χωρητικοτήτων ανά φύλο σε ήρεμη κατάσταση (LibGuides: Anatomy & Physiology OER)**

Οι αναπνευστικοί όγκοι μπορεί να διαφέρουν σημαντικά μεταξύ ενός υγιούς ενήλικα και ενός ασθενή με πνευμονική νόσο.

Η αναπνευστική συχνότητα, όπως και ο αναπνεόμενος όγκος (TV) επηρεάζονται από την φυσική δραστηριότητα. Για υγιείς ενήλικες σε ήρεμη κατάσταση η αναπνευστική συχνότητα είναι μεταξύ των **12 και των 20 αναπνοών το λεπτό**. Τα παιδιά έχουν υψηλότερο αναπνευστικό ρυθμό από τους ενήλικες. Ο μέσος ρυθμός αναπνοής κατά τα πρώτα δύο χρόνια μειώνεται από 44 αναπνοές / λεπτό κατά τη γέννηση σε 26 αναπνοές / λεπτό κατά το δεύτερο έτος της ζωής τους. (Chourpiliadis & Abhishek Bhardwaj, 2020)

### 3.5 Τα τεστ πνευμονικής λειτουργίας

Η σπιρομέτρηση αποτελεί την πιο συνήθη ιατρική εξέταση με την οποία αξιολογείται η λειτουργία του αναπνευστικού συστήματος με την μέτρηση όγκων και

χωρητικότητων. Αυξημένες τιμές στα TLC, FRC και RV μπορεί να οφείλονται σε κάποια αποφρακτική πνευμονική νόσο (όπως χρόνια βρογχίτιδα) που αυξάνει την αντίσταση του αέρα, ενώ μειωμένα VC, TLC, FRC και RV οφείλονται σε ασθένειες που περιορίζουν την αύξηση όγκου των πνευμόνων.

Επιπλέον πληροφορίες για την κατάσταση των πνευμόνων λαμβάνονται υπολογίζοντας την ποσότητα του αέρα που κάποιος εισπνεύσει σε ένα λεπτό. Αν η συχνότητα αναπνοής μετριέται ως αριθμός αναπνοών το λεπτό, με την μέτρηση αυτή υπολογίζεται το αποτέλεσμα της συχνότητας της αναπνοής και του αναπνεόμενου όγκου TV. Για τους υγιείς ανθρώπους το ποσό αυτό είναι 6 L/min. Η ποσότητα αυτή ποικίλει ανάλογα με την ηλικία και το βάρος και επιπλέον επηρεάζεται από τη σωματική δραστηριότητα, και από περιβαλλοντικούς παράγοντες όπως η θερμοκρασία περιβάλλοντος, η συγκέντρωση οξυγόνου στον αέρα του περιβάλλοντος και η ύπαρξη τυχόν ερεθιστικών ή τοξικών παραγόντων. (Wang, 2005)

Υπάρχουν άλλες δύο μετρήσεις : FVC και FEV. Στην FVC (forced vital capacity) μετριέται η ποσότητα του αέρα που εξέρχεται μετά από μια βαθιά εισπνοή και μια δυναμική εκπνοή, όσο το δυνατόν ταχύτερη. Η FEV (forced expiratory volume) προσδιορίζει τον αέρα που εξέρχεται σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα. Για παράδειγμα σε υγιή άτομα κατά το πρώτο δευτερόλεπτο της εκπνοής εξέρχεται το 80% του αέρα. Αντιθέτως άτομα με ασθένειες πνευμόνων που περιορίζουν την αύξηση όγκου εκπνέουν περισσότερο του 80%.

### **3.6 Η ροή του αέρα στο αναπνευστικό σύστημα**

Το αναπνευστικό σύστημα είναι ιδιαίτερα περίπλοκο γεωμετρικά. Παρουσιάζει μεγάλη ποικιλία όσον αφορά τη γεωμετρία των επιμέρους αναπνευστικών δομών, περιλαμβάνοντας καμπύλες, διχοτομήσεις, αγωγούς με μεταβλητή διατομή, κυψελίδες που επεκτείνονται με τον εισερχόμενο αέρα και διαφορετικά χαρακτηριστικά στις επιφάνειες. Κατά τη διάρκεια ενός κύκλου αναπνοής παρατηρείται κυρίως αύξηση του όγκου στην περιοχή των κυψελίδων, ωστόσο ακόμη και το μήκος και η γωνία διακλάδωσης μπορούν να αλλάξουν ελαφρώς.

Ο ρυθμός ροής του εισπνεόμενου αέρα και η κατανομή του στους επιμέρους αγωγούς εξαρτάται από την αντίσταση και τις ελαστικές ιδιότητες των τοιχωμάτων των αεραγωγών. Η αντίσταση καθορίζεται από την γεωμετρία και τις διαστάσεις του αεραγωγού και η μεγαλύτερη εμφανίζεται στη ρινική κοιλότητα, περίπου το 50% της συνολικής αντίστασης των αεραγωγών. Ενώ όταν η αναπνοή γίνεται από το στόμα η τραχεία και ο λάρυγγας συνεισφέρουν στο 70% της συνολικής αντίστασης. (Wang, 2005).

Το είδος της ροής στο αναπνευστικό σύστημα ποικίλει από περιοχή σε περιοχή και επηρεάζεται από την ποικιλομορφία στην γεωμετρία των επιμέρους δομών. Αρχικά ο αέρας εισέρχεται από τη ρινική κοιλότητα και μέσω του φάρυγγα οδηγείται στο λάρυγγα και στην τραχεία. Λόγω της καμπυλότητας κατά τη μετάβαση από τη στοματική κοιλότητα στο φάρυγγα το προφίλ της ταχύτητας μετατοπίζεται και επιπλέον εμφανίζονται δευτερεύουσες ροές. Η ροή είναι γενικά τυρβώδης στην τραχεία και στους μεγαλύτερους αεραγωγούς, ενώ σε μικρότερους αεραγωγούς, η ροή γίνεται στρωτή. (Wang, 2005). Ο προσδιορισμός του πεδίου ροής σε κάθε τμήμα του αναπνευστικού συστήματος γίνεται με τη μέση ταχύτητα ροής και τον συντελεστή Reynolds. Σε κυκλικό αγωγό η ροή είναι στρωτή αν ο αριθμός Reynolds είναι μικρότερος από 2300. Για παράδειγμα, στο βιβλίο του ο Wang παρουσιάζει τον αριθμό Reynolds κατά τη διάρκεια μιας σταθερής εισπνευστικής ροής  $500 \text{ cm}^3$  και για  $TD=1000 \text{ cm}^3$ . Στη μύτη, στο στόμα, στο φάρυγγα και στο λάρυγγα η ροή είναι τυρβώδης. Στην τραχεία ο αριθμός Reynolds υπολογίζεται 2084 και ακολούθως μειώνεται ραγδαία από 1.3 στα βραχιόλια, 0.01 στους κυψελιδικούς αγωγούς και στους κυψελιδικούς σάκους, αποδεικνύοντας ότι η ροή εκεί είναι στρωτή.

Γενικά ως αρχική προσέγγιση η ροή στο μεγαλύτερο μέρος του αναπνευστικού συστήματος μπορεί να θεωρηθεί στρωτή, εκτός από την μύτη και τον λάρυγγα. (Davies & Moores, 2010)



---

Περιοδική ροή εξ ορισμού είναι μια μη σταθερή ροή, η οποία μεταβάλλεται επαναλαμβανόμενα κατά μήκος της κατεύθυνσής της.

Οι περιοδικές ροές μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες:

1. Παλμικές (Pulsating flow): Μη μόνιμη ροή με μη μηδενική μέση ταχύτητα
2. Ταλαντωτικές (Oscillating flow): Μη μόνιμη ροή με μηδενική μέση ταχύτητα (Ahn & Ibrahim, 1992)

Υπάρχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον εδώ και δεκαετίες στην έρευνα που γίνεται στη μηχανική των ρευστών για την κατανόηση των περιοδικών ροών, λόγω βιολογικών, περιβαλλοντικών και βιομηχανικών εφαρμογών. Στο κυκλοφορικό σύστημα, η ροή του αίματος είναι παλμική και η μελέτη της ροής αυτής είναι απαραίτητη για την καλύτερη κατανόηση πολλών καρδιαγγειακών παθήσεων όπως διαταραχές στην βαλβίδα ή καρδιομυοπάθειες καθώς και για την αξιολόγηση της επίδρασης καρδιαγγειακών φαρμάκων. (Rammos et al.,1998). Ο Schmidt (2005) μελέτησε τις συνέπειες των ταλαντωτικών ροών στη μεταφορά θρεπτικών ουσιών στα οστά κατά τη φυσική δραστηριότητα και την υπερηχητική θεραπεία. Αναφορικά με τις περιβαλλοντικές εφαρμογές, τα κύματα στα ωκεανούς και τις παράκτιες περιοχές δημιουργούν ταλαντωτικές ροές κοντά στο βυθό και η γνώση αυτής της ροής είναι σημαντική για τη μεταφορά ιζημάτων. Όπως αναφέρουν στη μελέτη τους οι Alberello *et al.* (2017) σε περιορισμένο βάθος νερού, λόγω της αργής απόσβεσης της ταχύτητας με την απόσταση από την επιφάνεια, η αναταραχή που προκαλείται από τα κύματα μπορεί να επεκταθεί στον πυθμένα της θάλασσας επηρεάζοντας την επαναιώρηση των ιζημάτων, ενώ σε μεγάλα βάθη η ταλαντωτική κίνηση που προκαλούν τα κύματα φτάνει σε βάθος συγκρίσιμο με το μισό του μήκους κύματος. Παλμικές ροές χρησιμοποιούνται επίσης, για τον καθαρισμό εξοπλισμών σε βιομηχανίες τροφίμων, καλλυντικών και φαρμακευτικών προϊόντων όπου η καθαρότητα είναι σπουδαίας σημασίας. (Absi & Azouani, 2018)

Στο κεφάλαιο αυτό αναφερόμαστε στις περιοδικές ροές που αποτελεί ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον πεδίο στη ρευστομηχανική λόγω πολλών εφαρμογών. Θα αναφερθούμε στα χαρακτηριστικά των περιοδικών ροών και τελικά στην αναπνοή που χαρακτηρίζεται κι αυτή ως μία περιοδική ροή. Με χρήση Matlab θα βρούμε πώς

διαμορφώνεται το προφίλ της ταχύτητας στους αεραγωγούς. Το κεφάλαιο θα ολοκληρωθεί με έναν υπολογισμό για τη διασπορά σωματιδίων σε ένα κανάλι εξαιτίας περιοδικής ροής κάτω από την επίδραση της βαρύτητας.

#### 4.1 Περιοδικές ροές- Αριθμός Womersley

Το προφίλ της ταχύτητας στις περιοδικές ροές προήλθε από τη μελέτη του John R. Womersley (1955) σχετικά με την ροή αίματος στις αρτηρίες. Η ρυθμική σύσπαση της καρδιάς δημιουργεί την παλμική ροή του αίματος στις αρτηρίες. Το προφίλ της παλμικής ροής αλλάζει ανάλογα με τον αριθμό Womersley, ο οποίος ορίζεται ως εξής:

$$N_w = \frac{1}{2} D \left( \frac{\Omega}{\nu} \right)^{1/2} \quad (4.1),$$

όπου  $D$  είναι η διάμετρος του αγωγού,

$\Omega$  είναι η γωνιακή συχνότητα (angular frequency), η οποία σχετίζεται με την περιοδική συχνότητα  $f$  ως εξής:

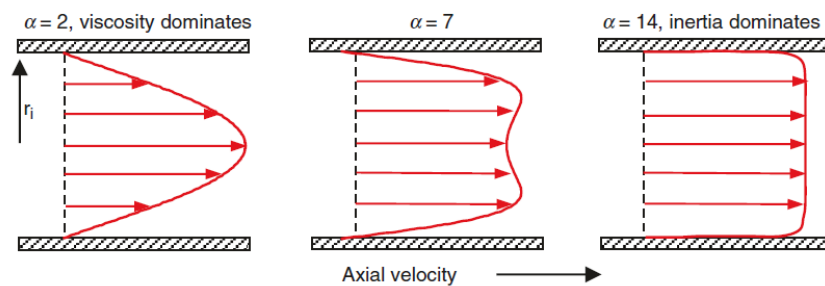
$$\Omega = 2\pi \cdot f \quad (4.2)$$

και  $\nu$  το κινηματικό ιξώδες. Προφανώς, ο αριθμός Womersley μπορεί να αλλάξει αλλάζοντας είτε συχνότητα είτε το ιξώδες εντός μιας συγκεκριμένης γεωμετρίας αγωγού.

Ο αδιάστατος αριθμός  $\frac{L^2 \Omega}{\nu} \left[ \frac{\text{transient inertia force}}{\text{viscous force}} = \frac{\rho \Omega U}{\mu U L^{-2}} = \frac{\rho \Omega L^2}{\mu} = \frac{L^2 \Omega}{\nu} \right]$ , όπου  $L$  το χαρακτηριστικό μήκος,  $U$  η χαρακτηριστική ταχύτητα και  $\Omega$  η χαρακτηριστική συχνότητα, είναι γνωστός ως αριθμός Stokes (St) γιατί η σπουδαιότητά του επισημάνθηκε από τον George Stokes το 1840. (Fung, 1984) Αυτός ο αριθμός είναι πιο γνωστός ως η ρίζα αυτού, που είναι ο αριθμός Womersley.

Ο αριθμός Womersley εκφράζει τη σχετική σημασία των αδρανειακών επιδράσεων έναντι των ιξωδών επιδράσεων και προκύπτει από τη λύση γραμμικοποιημένων εξισώσεων Navier – Stokes για περιοδική ροή που θεωρείται ότι είναι στρωτή και ασυμπίεστη σε ένα σωλήνα. Για χαμηλές τιμές της παραμέτρου

Womersley ( $\alpha < 2$ , χαμηλή συχνότητα, μικρή ακτίνα) η συχνότητα των παλμών είναι αρκετά χαμηλή, έτσι ώστε οι ιξώδεις δυνάμεις να κυριαρχούν και το προφίλ να είναι παραβολικό, όπως στην ροή Poiseuille. Για μεγάλες τιμές  $\alpha$ , δηλαδή  $\alpha > 10$  είναι αρκετά μεγάλη η συχνότητα των παλμών ή / και μεγάλη ακτίνα αγωγών, το προφίλ της ταχύτητας γίνεται επίπεδο, επειδή κυριαρχούν τα αδρανειακές δυνάμεις. (Westerhof *et al.*, 2019)



**Σχήμα 4.1** Προφίλ της ταχύτητας κατά την διάρκεια ημιτονοειδούς ροής (απεικονίζονται μόνο τα μέγιστα προφίλ ταχύτητας της προς τα δεξιά ροής,  $\alpha=N_w$ ) [Westerhof *et al.*, 2019]

Ένας άλλος τρόπος να εκφράσουμε τον αριθμό Womersley είναι ο παρακάτω. Σε μια περιοδική ροή σε ένα σωλήνα η ταχύτητα αλλάζει, ωστόσο στο τοίχωμα του σωλήνα η ταχύτητα είναι πάντα μηδενική λόγω της συνθήκης μη ολίσθησης. Στην κεντρική περιοχή φτάνει την χαρακτηριστική ταχύτητα  $U$  περιοδικά σε απόσταση  $\delta$  από το τοίχωμα. Στο στρώμα δίπλα από το τοίχωμα κυριαρχούν οι δυνάμεις ιξώδους, ενώ μεταξύ του  $\delta$  και του κέντρου του σωλήνα κυριαρχούν οι αδρανειακές δυνάμεις. Στο  $\delta$  οι δύο δυνάμεις είναι εξίσου σημαντικές και έχουμε:  $\rho\Omega U = \frac{\mu U}{\delta^2}$ , ή διαφορετικά μπορούμε να γράψουμε

$$\delta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho\Omega}} = \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}} \quad (4.3)$$

Ο λόγος της ακτίνας του σωλήνα προς το στρώμα από το τοίχωμα πάχους  $\delta$  είναι:

$$\frac{D}{2\delta} = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{\Omega}{\nu}} = N_w \quad (4.4)$$

#### 4.1 Στρωτή περιοδική ροή λόγω ημιτονοειδούς μεταβολής της πίεσης

Στην περίπτωση ροής που προκαλείται από εξωτερική πίεση που μεταβάλλεται με το χρόνο, σε ευθύ αγωγό κυλινδρικής διατομής στην περιοχή πλήρους ανεπτυγμένης ροής η εξίσωση Navier-Stokes και η εξίσωση συνέχειας μπορούν να απλοποιηθούν και η ροή να διέπεται από την εξής εξίσωση:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (4.5)$$

όπου  $\rho$  η πυκνότητα,  $r$  η απόσταση από τον κεντρικό άξονα,  $p$  η εξωτερική πίεση που είναι συνάρτηση της θέσης  $x$  και του χρόνου  $t$ ,  $u$  είναι η ταχύτητα η οποία είναι συνάρτηση του χρόνου  $t$  και της θέσης  $r$  και  $\mu$  το ιξώδες.

Αυτή η εξίσωση αποτελεί μια εξαιρετικά απλοποιημένη μορφή των θεμελιωδών εξισώσεων που διέπουν τις αρχές της δυναμικής των ρευστών και σε αυτήν βασίζονται οι κλασικές λύσεις για πλήρως ανεπτυγμένη σταθερή και περιοδική ροή. (Zanir, 2000)

Σε περιοδική ροή σε κυλινδρικό αγωγό η οποία γίνεται λόγω εξωτερικής πίεσης που περιγράφεται με ημιτονοειδή συνάρτηση ως  $G = A \sin(\Omega t)$  (4.6), όπου  $A$  το πλάτος της ογκομετρικής παροχής, η εξίσωση (4.5) μπορεί να ξαναγραφεί ως:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = G(t) + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (4.7)$$

Εφαρμόζοντας τη μέθοδο χωρισμού μεταβλητών (Prozrikidis, 1997) προκύπτει η παρακάτω λύση στην περίπτωση περιοδικής ροής Poiseuille:

$$u(r, t) = \text{Real} \left[ -\frac{A}{\rho \Omega} e^{-i\Omega t} \left( 1 - \frac{J_0 \left( \left( -\frac{i\Omega}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} r \right)}{J_0 \left( \left( -\frac{i\Omega}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} R \right)} \right) \right] \quad (4.8)$$

όπου με  $R$  συμβολίζουμε την ακτίνα του αγωγού, ενώ  $r$  είναι η απόσταση από τον άξονα του αγωγού. Στην παραπάνω σχέση εμπεριέχεται ο αριθμός Womersley και η λύση της εξαρτάται από αυτόν τον αδιάστατο αριθμό.

Ολοκληρώνοντας την προηγούμενη σχέση της ταχύτητας που είναι συνάρτηση του χρόνου και της θέσης για μια διατομή του αγωγού, προκύπτει η ογκομετρική παροχή που είναι συνάρτηση μόνο του χρόνου (Westerhof *et al.*, 2019):

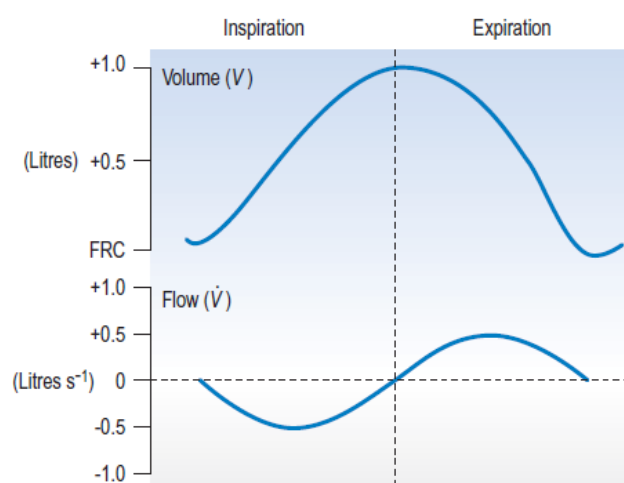
$$Q(t) = \text{Real} \left[ e^{-i\Omega t} \left( -\frac{A \pi r^2}{\rho \Omega} \right) \left\{ 1 - \frac{2J_1 \left( \left( -\frac{i\Omega}{v} \right)^{\frac{1}{2}} R \right)}{\left( -\frac{i\Omega}{v} \right)^{\frac{1}{2}} R J_0 \left( \left( -\frac{i\Omega}{v} \right)^{\frac{1}{2}} R \right)} \right\} \right] \quad (4.9)$$

Τα  $J_0$  και  $J_1$  στις προηγούμενες δύο σχέσεις είναι οι συναρτήσεις Bessel των τάξεων 0 και 1 αντίστοιχα. Το Real στις σχέσεις (4.8) & (4.9) σημαίνει ότι λαμβάνεται μόνο το πραγματικό μέρος του πολύπλοκου μαθηματικού τύπου.

## 4.2 Η αναπνοή ως περιοδική ροή

Ένας αναπνευστικός κύκλος είναι η ακολουθία μίας εισπνοής και μίας εκπνοής. Η διαδικασία της αναπνοής είναι σαφώς ασταθής και περιοδική κατά την οποία ολόκληρο το πεδίο ροής αντιστρέφεται σε κατεύθυνση κατά τη διάρκειά της. Η αναπνοή ωθείται από τη διαφορά της ενδοπνευμονικής πίεσης η οποία αλλάζει κατά τις φάσεις της αναπνοής. Στην αρχή της αναπνοής, όπως περιεγράφηκε και στο μηχανισμό της αναπνοής ο όγκος της θωρακικής κοιλότητας αυξάνεται και δημιουργείται πτώση της ενδοπνευμονικής πίεσης, με αποτέλεσμα ο αέρας να ρέει ενός των πνευμόνων έως ότου αυτή η κλίση πίεσης μεταξύ των πνευμόνων και την ατμοσφαιρικής να εξισωθεί. Κατά φάση της εισπνοής ο ρυθμός ροής αυξάνεται στην αρχή, παραμένει στο μέγιστο ρυθμό για ένα μέρος της φάσης εισπνοής και στη συνέχεια πέφτει στο μηδέν. Το χρονοδιάγραμμα του ρυθμού εκπνευστικής ροής είναι σχεδόν πανομοιότυπο σε σχήμα, αλλά αντίθετο προς την κατεύθυνση του ρυθμού εισπνευστικής ροής. Σε κάθε αναπνευστικό κύκλο υπάρχουν δύο χρονικές στιγμές που δεν υπάρχει ροή και η πίεση είναι ίδια σε όλα τα σημεία έως και τις κυψελίδες. Αυτές οι στιγμές είναι όταν ολοκληρώνεται η εισπνοή και πρόκειται να ξεκινήσει η

εκπνοή και όταν ολοκληρώνεται η εκπνοή και πρόκειται να ακολουθήσει νέος κύκλος αναπνοής. (Σχήμα 4.2)



Σχήμα 4.2 Η μεταβολή του όγκου και η ροή του αέρα σε ένα αναπνευστικό κύκλο. (Davies & Moores, 2010)

#### 4.2.1 Ο αριθμός Womersley στους διάφορους αεραγωγούς

Ο αδιάστατος αριθμός Womersley υπολογίζεται από τη σχέση (4.1) για κάθε γενιά στο αναπνευστικό σύστημα. Είναι προφανές ότι για τον υπολογισμό αυτό όλοι οι όροι παραμένουν σταθεροί εκτός της διαμέτρου  $L$ .

Για τον υπολογισμό αυτό, χρησιμοποιούμε τις διαστάσεις των αεραγωγών σύμφωνα με τον Weibel (1963). Σε ατμοσφαιρική πίεση και στους  $37^{\circ}C$  το κινηματικό ιξώδες του αέρα είναι  $\nu = 1.644 \cdot 10^{-5} m^2/s$ .

Ένας κύκλος μιας αναπνοής λαμβάνουμε ότι διαρκεί 4 δευτερόλεπτα,  $T=4sec$ .

Συνεπώς, η γωνιακή συχνότητα υπολογίζεται ως:  $\Omega=2\pi \cdot f= 1.57 rad/sec$ .

	γενιά	αριθμός Womersley
τραχεία	0	2.454
βρόγχοι	1	1.673
	2	1.113
	3	0.769
βρογχιόλια	4	0.635
τερματικά βρογχιόλια	5	0.477
	6	0.382

	7	0.306
	8	0.253
	9	0.210
	10	0.176
	11	0.150
	12	0.131
	13	0.116
	14	0.102
	15	0.088
	16	0.080
αναπνευστικά βρογχιόλια	17	0.073
	18	0.068
	19	0.065
κυψελιδικοί αγωγοί	20	0.062
	21	0.060
	22	0.059
κυψελιδικοί σάκοι	23	0.057

**Πίνακας 4.1 Ο αριθμός Womersley στους αεραγωγούς.**

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός Womersley ποικίλει εξαιτίας της διαφορετικής γεωμετρίας στις διάφορες γενιές και μάλιστα είναι μεγαλύτερος στην τραχεία και μειώνεται προοδευτικά όσο προχωράμε σε αεραγωγούς μικρότερης διαμέτρου. Για την πλειοψηφία των αεραγωγών ο αριθμός Womersley είναι κάτω της μονάδας, εκτός της τραχείας και των μεγαλύτερων βρόγχων.

#### **4.2.2 Η κατανομή της ταχύτητας κατά την αναπνοή**

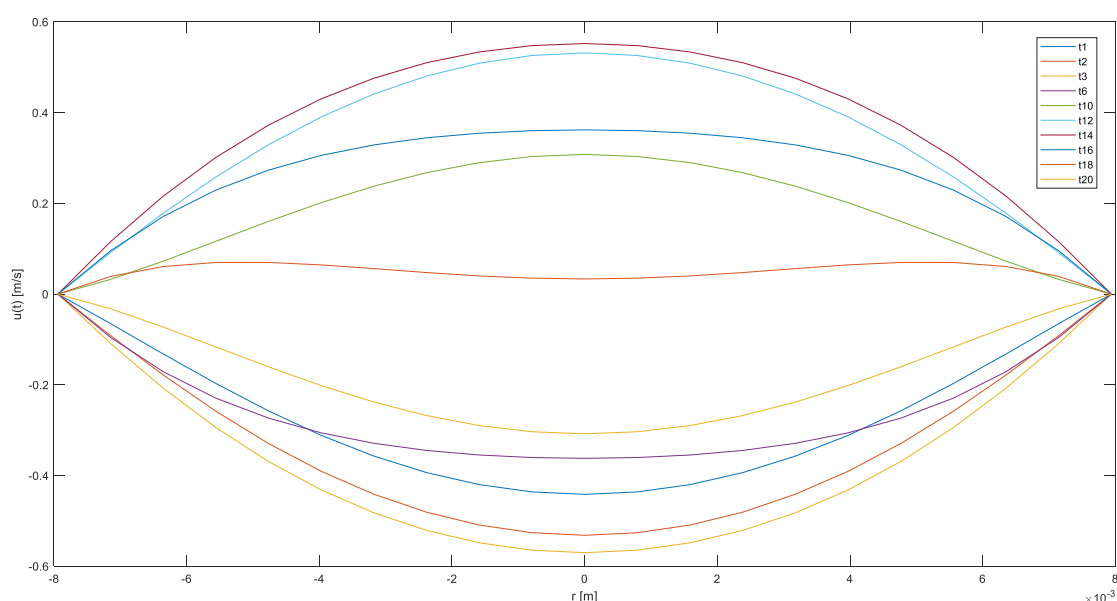
Σε αυτό το σημείο μελετάμε πώς κατανέμεται η ταχύτητα του αέρα σε επιλεγμένους αεραγωγούς του αναπνευστικού συστήματος, λόγω της περιοδικής κίνησης της αναπνοής.

Για την επίλυση αυτή, εκτός των δεδομένων που χρησιμοποιήσαμε στην προηγούμενη παράγραφο για τον υπολογισμό του αριθμού Womersley θα χρειαστούμε την πυκνότητα του αέρα. Σε ατμοσφαιρική πίεση και στους 37 °C η πυκνότητα του αέρα είναι  $\rho=1.138 \text{ kg/m}^3$ .

Με χρήση Matlab βρήκαμε για επιλεγμένες γενιές της αναπνευστικής οδού την κατανομή της ταχύτητας σε διαφορετικές αποστάσεις από το κέντρο κάθε αγωγού σε 10 χρονικές στιγμές εντός ενός κύκλου αναπνοής, μέσω της σχέσης (4.8) του Rozrikidis (1997). Στο σημείο αυτό, ως πλάτος  $A$  της διακύμανσης της ογκομετρικής παροχής στη σχέση (4.8) πήραμε τη μονάδα, ώστε να δούμε σε προκαταρκτικό στάδιο το προφίλ της ταχύτητας στους αεραγωγούς.

Στα διαγράμματα που θα ακολουθήσουν στον οριζόντιο άξονα είναι η απόσταση από το κέντρο του αεραγωγού  $r [-r,r]$  και στον κάθετο άξονα είναι η ταχύτητα.

Ξεκινώντας από την τραχεία  $G_0$ , για 10 χρονικές στιγμές εντός της περιόδου  $T$  βρήκαμε την κατανομή της ταχύτητας για διαφορετικές θέσεις εντός του αγωγού. (Σχήμα 4.3)



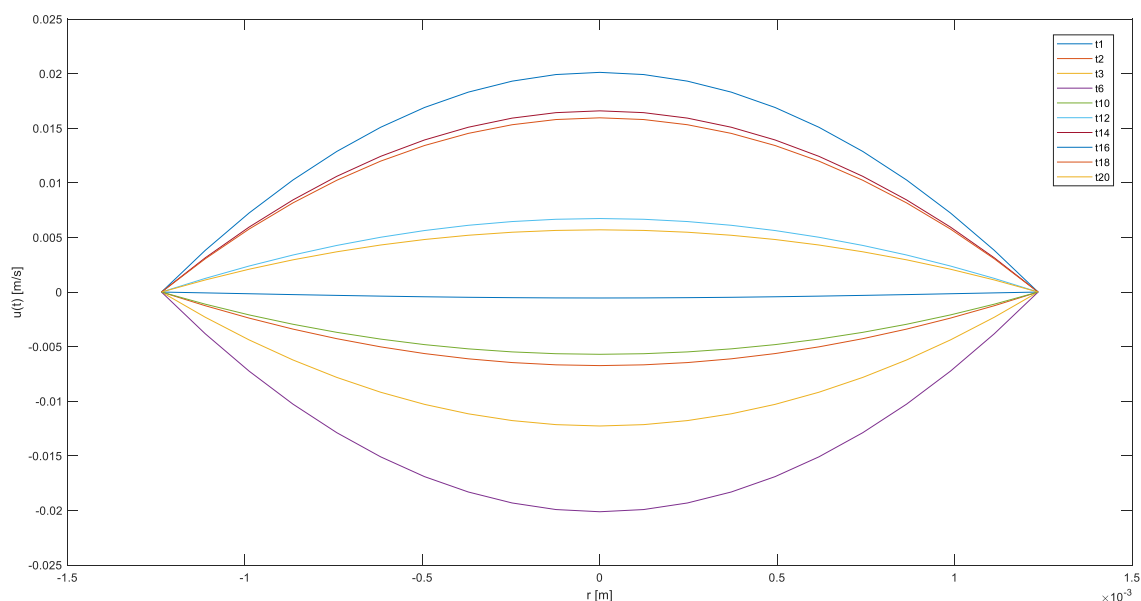
**Σχήμα 4.3 Το προφίλ της ταχύτητας στην τραχεία ( $G_0$ ) δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές.**

Παρατηρούμε ότι το πεδίο ταχύτητας στην τραχεία τις πρώτες χρονικές στιγμές ( $t_1-t_6$ ) έχει κατεύθυνση προς τα μέσα, λόγω του ότι ο αέρας πηγαίνει προς τα μέσα με όλο πιο μεγάλη ταχύτητα και ύστερα γυρίζει προς τα έξω και το προφίλ ταχύτητας αντιστρέφεται. Παρατηρούμε επίσης ότι υπάρχει συμμετρικότητα μεταξύ



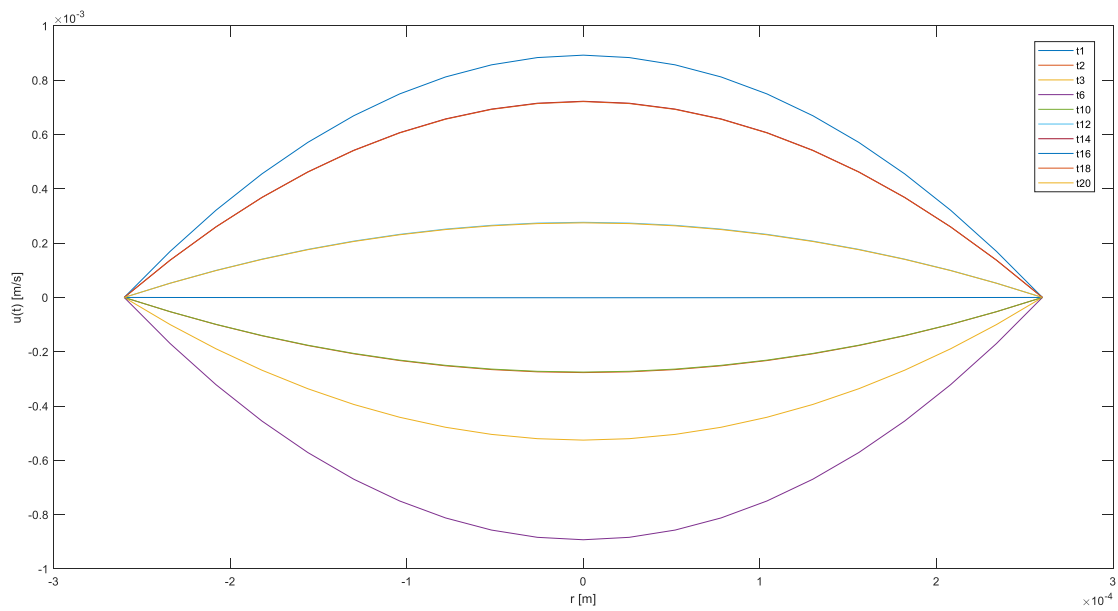
χρονικών στιγμών λόγω της περιοδικής κίνησης. Τη χρονική στιγμή  $t_{18}$  είναι εμφανής η διαφορά στο προφίλ ταχύτητας, το οποίο δείχνει την χρονική στιγμή αυτή να υπάρχει μια καθυστέρηση του αέρα γύρω από το κέντρο του αεραγωγού και η μέγιστη τιμή της ταχύτητας να μην εμφανίζεται στον άξονα του αγωγού αλλά πιο κοντά στο τοίχωμα. Το αποτέλεσμα αυτό, συνδέεται άμεσα με τον αριθμό Womersley για την τραχεία, ο οποίος υπολογίστηκε ίσος με 2.454.

Στην 6η γενιά, για διάμετρο αεραγωγού σύμφωνα με το μοντέλο του Weibel, το προφίλ της ταχύτητας που προκύπτει είναι σταθερά παραβολικό. Ξεκινάει από μια μικρή ταχύτητα  $t_1$  προχωράει σε μεγαλύτερες ταχύτητες έως τη χρονική στιγμή  $t_6$ . Τη χρονική στιγμή  $t_{10}$  η ταχύτητα μικραίνει και την επόμενη χρονική στιγμή  $t_{12}$  βλέπουμε ότι έχει αλλάξει κατεύθυνση και ακολουθεί αντίθετη πορεία. Μπορούμε να πούμε πως είναι σαν ροή Poiseuille με μέγιστη ταχύτητα, η οποία είναι ημιτονοειδής.



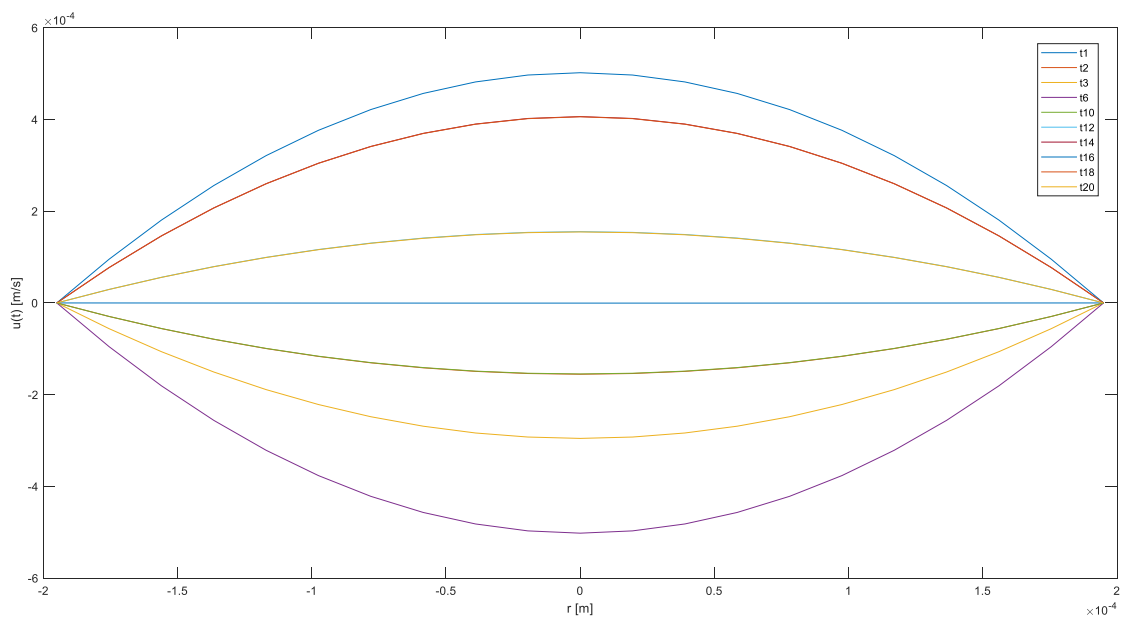
**Σχήμα 4.4 Το προφίλ της ταχύτητας στην γενιά 6 (G6) δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές.**

Προχωρώντας σε ακόμη μικρότερη γενιά τη G16 προκύπτει μια παρόμοια εικόνα με προηγουμένως.



**Σχήμα 4.5 Το προφίλ της ταχύτητας στην γενιά 16 (G16) δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές.**

Ομοίως, για την ακόμα μικρότερη γενιά, τη G21 το προφίλ της ταχύτητας που προέκυψε με τη χρήση Matlab είναι και εδώ παραβολικό, όπως και στις γενιές G16 και G6 .



#### Σχήμα 4.6 Το προφίλ της ταχύτητας στην γενιά 21 (G21) δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές.

Συνοψίζοντας, το συμπέρασμα στο οποίο μπορούμε να καταλήξουμε είναι ότι το πεδίο ταχύτητας στους αεραγωγούς μικρής διαμέτρου (για τους οποίους  $Wo < 1$ ) είναι παραβολικό και προσεγγίζει τη ροή Poiseuille. Εξάιρεση αποτελεί η τραχεία που αποτελεί τον μεγαλύτερο αεραγωγό στην αναπνευστική οδό, στην οποία παρατηρείται αυτή η ανομοιομορφία.

#### 4.2.3 Η ογκομετρική παροχή

Στο σημείο αυτό θα ασχοληθούμε με την περιοδική μεταβολή της ογκομετρικής παροχής στις διάφορες γενιές του αναπνευστικού συστήματος, στην περίπτωση εισπνοής με μέγιστη ογκομετρική παροχή στην τραχεία  $Q_0 = 300 \text{ ml/sec}$ .

Η ογκομετρική παροχή του αέρα ποικίλει κατά την αναπνοή στους αεραγωγούς. Σύμφωνα με το μοντέλο του Weibel (1963), ο αέρας που εισπνέεται διανέμεται συμμετρικά μεταξύ των διαφόρων κλάδων της αναπνευστικής οδού. Συνεπώς η ογκομετρική παροχή σε κάθε γενιά υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$Q_G = \frac{Q_0}{2^n} \quad (4.10),$$

όπου  $n=1,2,3,4..23$  ο αριθμός της γενιάς.

Με χρήση Matlab από τη σχέση (4.9) της ογκομετρικής παροχής βρίσκουμε πώς μεταβάλλεται η ογκομετρική παροχή για κάθε αεραγωγό για διάφορες χρονικές στιγμές μέσα σε ένα κύκλο αναπνοής, έχοντας αρχικά ως  $A = 1$ . Από τα  $Q$  που βρίσκουμε για κάθε χρονική στιγμή, χρησιμοποιούμε το  $Q_{max}$  που προκύπτει από τη

σχέση (4.9) , ώστε τελικά να βρούμε το  $A$  που αντιστοιχεί σε κάθε γενιά (Πίνακας 4.2).

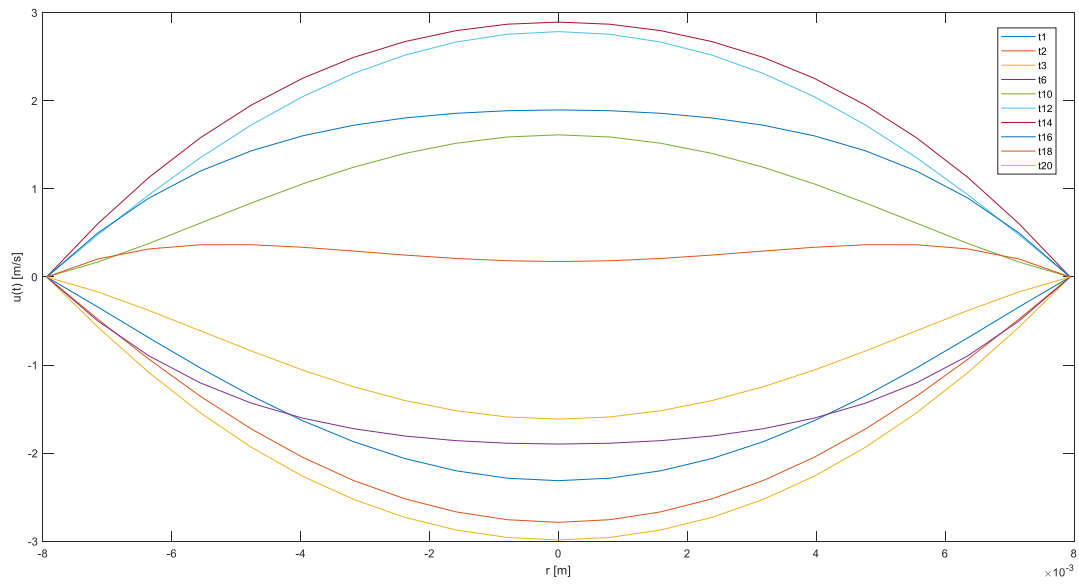
$$A_j = \frac{Q_G}{Q_{max}} \quad (4.11)$$

<b>A<sub>0</sub></b>	5.237	<b>A<sub>12</sub></b>	108.254
<b>A<sub>1</sub></b>	9.375	<b>A<sub>13</sub></b>	89.299
<b>A<sub>2</sub></b>	22.144	<b>A<sub>14</sub></b>	74.453
<b>A<sub>3</sub></b>	47.502	<b>A<sub>15</sub></b>	66.916
<b>A<sub>4</sub></b>	50.929	<b>A<sub>16</sub></b>	48.304
<b>A<sub>5</sub></b>	79.456	<b>A<sub>17</sub></b>	36.189
<b>A<sub>6</sub></b>	97.223	<b>A<sub>18</sub></b>	23.557
<b>A<sub>7</sub></b>	117.683	<b>A<sub>19</sub></b>	14.188
<b>A<sub>8</sub></b>	125.001	<b>A<sub>20</sub></b>	8.623
<b>A<sub>9</sub></b>	132.152	<b>A<sub>21</sub></b>	4.771
<b>A<sub>10</sub></b>	133.835	<b>A<sub>22</sub></b>	2.647
<b>A<sub>11</sub></b>	127.663	<b>A<sub>23</sub></b>	1.472

**Πίνακας 4.2: Το πλάτος της ογκομετρικής παροχής από G0 έως την G23.**

Συνεπώς, η πραγματική ταχύτητα του αέρα κάθε χρονική στιγμή στους αεραγωγούς, που βρήκαμε ενδεικτικά στην προηγούμενη παράγραφο, είναι αυτή των διαγραμμάτων *πολλαπλασιασμένη* με το αντίστοιχο  $A$  του προηγούμενου πίνακα.

Ενδεικτικά εξάγουμε ξανά από το Matlab την κατανομή της ταχύτητας για την τραχεία μετά τον υπολογισμό του  $A$  της τραχείας.



**Σχήμα 4.7 Η κατανομή της ταχύτητας στην τραχεία (G0) δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές με τη διόρθωση του A.**

## Κεφάλαιο 5. Η επίδραση της βαρύτητας

---

Στο προηγούμενο κεφάλαιο καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι σε μικρούς αεραγωγούς η ροή είναι σαν ροή Poiseuille. Χρησιμοποιώντας αυτό το συμπέρασμα, στο κεφάλαιο αυτό θα δούμε πως η περιοδική μεταβολή της ταχύτητας επηρεάζει τη διασπορά σωματιδίων εξαιτίας της βαρύτητας.

### 5.1 Ταχύτητα ελεύθερης πτώσης

Σε ένα σωματίδιο που κινείται μέσα σε ένα ρευστό ασκούνται τρεις δυνάμεις: η δύναμη της βαρύτητας, η άνωση που δρα παράλληλα αλλά σε αντίθετη κατεύθυνση από την βαρύτητα και η δύναμη της οπισθέλκουσας, η οποία εμφανίζεται όταν υπάρχει σχετική κίνηση ανάμεσα στο σωματίδιο και στο ρευστό. Η οπισθέλκουσα αντιτίθεται στην κίνηση και δρα παράλληλα με την κατεύθυνση της κίνησης και με αντίθεση φορά. Εάν ένα σφαιρικό σωματίδιο αφεθεί να κατακαθίσει σε ένα υγρό υπό την επίδραση της βαρύτητας, η ταχύτητά του θα αυξηθεί μέχρι η επιταχυνόμενη δύναμη να εξισορροπηθεί ακριβώς από τη δύναμη αντίστασης. Αν το σωματίδιο απέχει αρκετά από τα τοιχώματα και από τα άλλα σωματίδια ώστε η πτώση του να μην παρεμποδίζεται από αυτά, τότε η κίνησή του ονομάζεται ελεύθερη κατακάθιση. Το σωματίδιο αποκτά τελικά μια σταθερή ταχύτητα, η οποία είναι η μέγιστη δυνατή κάτω από τις επικρατούσες συνθήκες. Αυτή η ταχύτητα ονομάζεται τελική ταχύτητα ή ταχύτητα ελεύθερης πτώσης.

Για χαμηλούς αριθμούς  $Re$  η ταχύτητα ελεύθερης πτώσης περιγράφεται από την εξής εξίσωση:

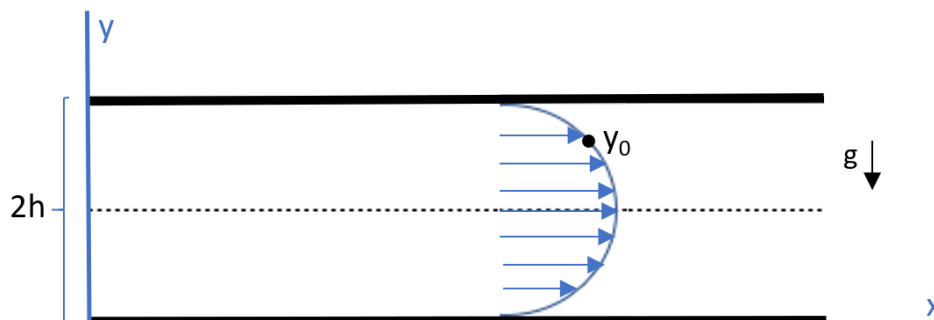
$$v = \frac{d_p^2 (\rho_p - \rho) g}{18\mu} \quad (5.1)$$

Η παραπάνω σχέση είναι μια μορφή του νόμου του Stokes και ισχύει για  $Re < 1$ .

## 5.2 Μετατόπιση σωματιδίου σε κανάλι

Θα μελετήσουμε την απλοποιημένη περίπτωση στην οποία έχουμε ροή σε ένα κανάλι, η οποία είναι ροή Poiseuille. Χρησιμοποιούμε την περίπτωση του καναλιού για να μην έχουμε κυλινδρικές συντεταγμένες.

Θεωρούμε επίσης, μια απλοποιημένη εκδοχή της περιοδικής ροής που ασχοληθήκαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο κατά την οποία έχουμε **σταθερή** ογκομετρική παροχή, έστω  $Q_0 = 300 \text{ ml/sec}$  για μισή περίοδο προς τα δεξιά και έπειτα ακαριαία σταματάει και κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση για άλλη μισή περίοδο.



Σχήμα 5.1: Α φάση. Έναρξη ροής προς τα δεξιά έως  $T/2$

Έστω ένα σωματίδιο στη θέση  $y_0$ , όπου  $y_0$  είναι η απόσταση από το κέντρο του καναλιού και  $2h$  η διάμετρος του καναλιού.

Λόγω της ροής Poiseuille η ταχύτητα του σωματιδίου θα είναι:

$$u = u_{max} \left( 1 - \frac{y^2}{h^2} \right) \quad (5.2)$$

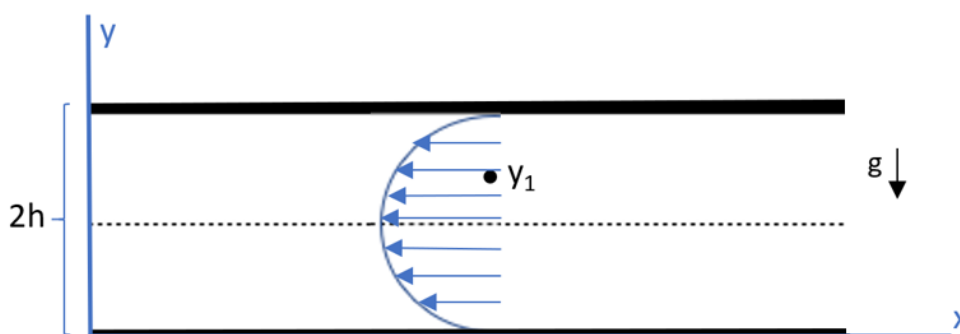
Το σωματίδιο, ταυτόχρονα με την ροή, κινείται και προς τα κάτω εξαιτίας της βαρύτητας με την ταχύτητα ελεύθερης πτώσης η οποία περιγράφεται από την σχέση (5.1).

Από την θέση  $y_0$  που είναι αρχικά, κάθε χρονική στιγμή θα είναι σε μια θέση  $y$  για την οποία θα ισχύει:

$$y = y_0 - v t \quad (5.3)$$

Κατά την πρώτη φάση αρχικά, μπορούμε να υπολογίσουμε αναλυτικά πόσο μετακινήθηκε το σωματίδιο ολοκληρώνοντας τη συνάρτηση της ταχύτητας από την χρονική στιγμή 0 έως τη μισή περίοδο, όσο κινείται δηλαδή προς τα δεξιά.

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \int_0^{T/2} u_{max} \left( 1 - \frac{(y_0 - v t)^2}{h^2} \right) dt = \\ &= \int_0^{T/2} u_{max} - \int_0^{T/2} u_{max} \left( \frac{(y_0 - v t)^2}{h^2} \right) dt = \\ &= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} ((y_0 - v t)^3) \Big|_0^{T/2} = \\ &= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} (y_0^3 - 3y_0^2vt + 3y_0v^2t^2 - v^3t^3) \Big|_0^{T/2} = \\ &= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( -3y_0^2v \frac{T}{2} + 3y_0v^2 \frac{T^2}{4} - v^3 \frac{T^3}{8} \right) \end{aligned}$$



Σχήμα 5.2: Β φάση. Έναρξη ροής προς τα αριστερά έως  $T/2$

Κατά την δεύτερη φάση η νέα αρχική θέση για το σωματίδιο θα είναι:



$$y_1 = y_0 - v \frac{T}{2} \quad (5.4)$$

Η κατακόρυφη μετακίνηση λόγω ελεύθερης πτώσης:

$$y = y_1 - v t = y_0 - v \frac{T}{2} - v t \quad (5.5)$$

Αντίστοιχα με προηγουμένως, η μετακίνηση του σωματιδίου προς τα αριστερά μέχρι το χρόνο  $\frac{T}{2}$  θα είναι:

$$\begin{aligned} \Delta x_2 &= \int_0^{T/2} u_{max} \left( 1 - \frac{(y_0 - v \frac{T}{2} - v t)^2}{h^2} \right) dt = \\ &= \int_0^{T/2} u_{max} - \int_0^{T/2} u_{max} \left( \frac{(y_0 - v \frac{T}{2} - v t)^2}{h^2} \right) dt = \\ &= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( (y_0 - v \frac{T}{2} - v t)^3 \right) \Big|_0^{T/2} = \\ &= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( y_0^3 - 3y_0^2 v \left( \frac{T}{2} + t \right) + 3y_0 v^2 \left( \frac{T}{2} + t \right)^2 - v^3 \left( \frac{T}{2} + t \right)^3 \right) \Big|_0^{T/2} = \\ &= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( y_0^3 - 3y_0^2 v \frac{T}{2} - 3y_0^2 v t + 3y_0 v^2 \left( \left( \frac{T}{2} \right)^2 + t^2 + T t \right) - \right. \\ &\quad \left. v^3 \left( 3 \left( \frac{T}{2} \right)^2 t + 3 \frac{T}{2} t^2 + t^3 \right) \right) \Big|_0^{T/2} = \\ &= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( -3y_0^2 v t + 3y_0 v^2 t^2 + 3y_0 v^2 T t - 3v^3 \left( \frac{T}{2} \right)^2 t - 3v^3 \frac{T}{2} t^2 - \right. \\ &\quad \left. - v^3 t^3 \right) \Big|_0^{T/2} = \\ &= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( -3y_0^2 v \frac{T}{2} + 3y_0 v^2 \left( \frac{T}{2} \right)^2 + 3y_0 v^2 T \frac{T}{2} - \right. \\ &\quad \left. 3v^3 \left( \frac{T}{2} \right)^2 \frac{T}{2} - 3v^3 \frac{T}{2} \left( \frac{T}{2} \right)^2 - v^3 \left( \frac{T}{2} \right)^3 \right) = \\ &= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( -3y_0^2 v \frac{T}{2} + 3y_0 v^2 \frac{T^2}{4} + 3y_0 v^2 \frac{T^2}{2} - \right. \\ &\quad \left. - 3v^3 \frac{T^3}{8} - 3v^3 \frac{T^3}{8} - v^3 \frac{T^3}{8} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( -3y_0^2 v \frac{T}{2} + 3y_0 v^2 \frac{3T^2}{4} - 7v^3 \frac{T^3}{8} \right) \\
&= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( -3y_0^2 v \frac{T}{2} + 9y_0 v^2 \frac{T^2}{4} - 7v^3 \frac{T^3}{8} \right)
\end{aligned}$$

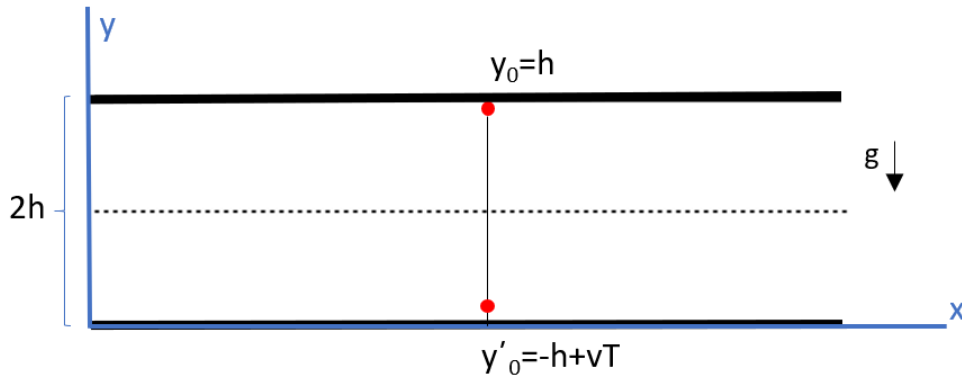
Συνολικά, η μετατόπιση του σωματιδίου στον x άξονα θα είναι:

$$\begin{aligned}
\Delta x_1 - \Delta x_2 &= u_{max} \cdot \frac{T}{2} + \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( -3y_0^2 v \frac{T}{2} + 3y_0 v^2 \frac{T^2}{4} - v^3 \frac{T^3}{8} \right) - u_{max} \cdot \frac{T}{2} \\
&\quad - \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( -3y_0^2 v \frac{T}{2} + 9y_0 v^2 \frac{T^2}{4} - 7v^3 \frac{T^3}{8} \right) \\
&= \frac{u_{max}}{3vh^2} \left( 6v^3 \left( \frac{T}{2} \right)^3 - 6y_0 v^2 \left( \frac{T}{2} \right)^2 \right) \rightarrow \\
\Delta x_1 - \Delta x_2 &= 2 \left( \frac{T}{2} \right)^2 \frac{u_{max} v}{h^2} \left( v \frac{T}{2} - y_0 \right) \quad (5.6)
\end{aligned}$$

### 5.3 Διασπορά λόγω βαρύτητας

Η διασπορά σωματιδίων λόγω της βαρύτητας σε ένα κανάλι μπορούμε να πούμε ότι καθορίζεται από τη μετατόπιση σωματιδίου στη θέση  $y_0$  στο άνω άκρο του καναλιού και αντίστοιχα από τη μετατόπιση σωματιδίου στη θέση  $y'_0$  στο κάτω άκρο, όπου  $y_0 = h$  και  $y'_0 = -h + vT$ .

Το σωματίδιο που βρίσκεται στη θέση  $y'_0$  δεν ακουμπάει ακριβώς στο τοίχωμα αλλά είναι τόσο λίγο πιο πάνω από το αυτό, έτσι ώστε μετά από την ολοκλήρωση ενός κύκλου της περιοδικής κίνησης να είναι έτοιμο να ακουμπήσει στο τοίχωμα.



**Σχήμα 5.3:** Οι θέσεις  $y_0$  και  $y'_0$

Χρησιμοποιώντας την σχέση (5.6) που βρήκαμε στην προηγούμενη παράγραφο για τον υπολογισμό της μετατόπισης, γράφουμε την μετατόπιση που θα έχει το σωματίδιο στην άνω θέση:

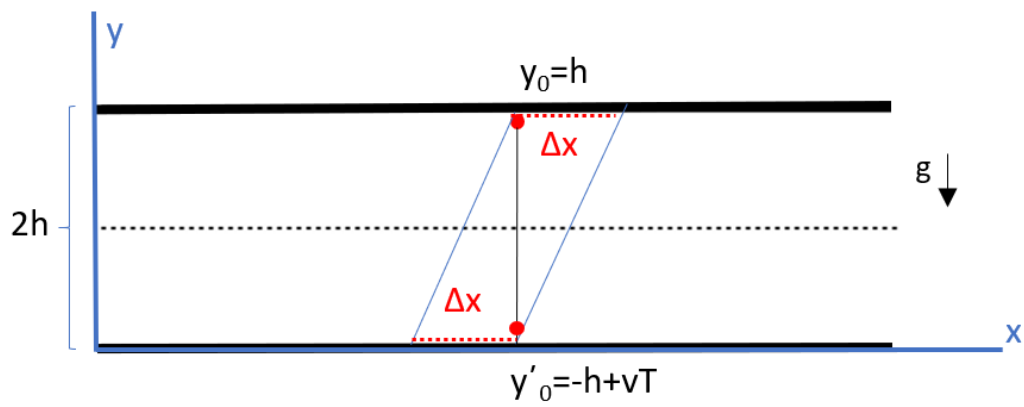
$$\Delta x = 2 \left( \frac{T}{2} \right)^2 \frac{u_{max} v}{h^2} \left( v \frac{T}{2} - y_0 \right) = 2 \left( \frac{T}{2} \right)^2 \frac{u_{max} v}{h^2} \left( v \frac{T}{2} - h \right)$$

Για το σωματίδιο στο κάτω άκρο η μετατόπιση θα είναι:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= 2 \left( \frac{T}{2} \right)^2 \frac{u_{max} v}{h^2} \left( v \frac{T}{2} - y_0 \right) = 2 \left( \frac{T}{2} \right)^2 \frac{u_{max} v}{h^2} \left( v \frac{T}{2} + h - vT \right) = \\ &= -2 \left( \frac{T}{2} \right)^2 \frac{u_{max} v}{h^2} \left( v \frac{T}{2} - h \right) \rightarrow \end{aligned}$$

$$\Delta x' = -\Delta x$$

Καταλήγουμε συνεπώς στο συμπέρασμα ότι η μετατόπιση του σωματιδίου στο κάτω άκρο είναι ίση και αντίθετη από την μετατόπιση του σωματιδίου στο άνω άκρο. Αυτό το «άπλωμα» που πετυχαίνει η βαρύτητα στα σωματίδια μπορεί να αναπαρασταθεί προσεγγιστικά στο παρακάτω γράφημα. (Σχήμα 5.4)



**Σχήμα 5.4:** Απεικόνιση της διασπορά λόγω βαρύτητας

## Κεφάλαιο 6. Συμπεράσματα

---

Σε αυτήν την μεταπτυχιακή εργασία μελετήσαμε τη διασπορά σωματιδίων σε περιοδικές ροές, με μια εφαρμογή στις πνευμονικές ροές στηριζόμενοι στο μοντέλο A του Weibel.

Με τον κώδικα Matlab που δημιουργήσαμε, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι σε μικρούς αεραγωγούς η κατανομή της ταχύτητας η οποία ποικίλει σε διαφορετικές στιγμές ενός κύκλου, είναι παραβολική και μοιάζει με ροή Poiseuille, εμφανίζοντας παράλληλα συμμετρία μεταξύ της εισερχόμενης και εξερχόμενης φάσης της αναπνοής. Μόνο στην τραχεία, για την οποία ο αριθμός Womersley είναι μεγαλύτερος της μονάδας, παρατηρούμε μια ανομοιομορφία στην κατανομή της ταχύτητας.

Αναφορικά με τους αναπνευστικούς αεραγωγούς λόγω της πολύπλοκης γεωμετρίας και των διαφορετικών γωνιών των διακλαδώσεων, γνωρίζουμε ότι η περίπτωση αυτή στην πραγματικότητα είναι αρκετά πιο περίπλοκη από έναν ομοιόμορφο αγωγό ή κανάλι. Ωστόσο, μέσω αυτής της προκαταρκτικής εξέτασης που κάναμε λαμβάνοντας και την απλοποιητική παραδοχή της μη μεταβαλλόμενης ροής, καταλήγουμε στο ότι η ροή Poiseuille σε συνδυασμό με βαρύτητα αποτελεί έναν παράγοντα σημαντικό στη διασπορά των σωματιδίων. Σύμφωνα με τον υπολογισμό μας τα σωματίδια δεν επανέρχονται ακριβώς στην αρχική τους θέση μετά από έναν κύκλο περιοδικής ροής, αλλά μετατοπίζονται λίγο πιο πίσω ή λίγο πιο μπροστά, οδηγώντας σε αυτό το «άπλωμα» των σωματιδίων.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

---

- Absi, R. Azouani, R., «Toward automatic cleaning of industrial equipment: pulsed flow-induced wall shear stress», *Procedia CIRP* 78: 359–363, 2018.
- Ahn, K. H., and Ibrahim, M. B., "Laminar/turbulent Oscillating Flow in Circular Pipes," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 13:340-346, 1992
- Baoshun, M. and Darquenne, C. "Aerosol Bolus Dispersion in Acinar Airways—Influence of Gravity and Airway Asymmetry." *Journal of Applied Physiology*, 113: 442–50, 2012
- Brand, P., Rieger, C., Schulz, H., Beinert, T., Heyde, J., "Aerosol Bolus Dispersion in Healthy Subjects." *European Respiratory Journal*, 10:460–67, 1997
- Chourpiliadis, C., Abhishek, B., *Physiology, Respiratory Rate*, In: StatPearls [Internet]. Treasure Island (FL): StatPearls Publishing; 2021 Jan.2020 Sep 22.PMID: 30725991 Bookshelf ID: NBK537306 Free Books & Documents
- Cussler, E.L., "Diffusion: mass transfer in fluid systems" 3rd edition, Cambridge university press, 2007.
- Davies, A., Moores, C., *The Respiratory System (Second Edition)*, Churchill Livingstone, 2010
- Fung, Y. C. *Biodynamics: Circulation*. Springer-Verlag, 1984.
- Hart, J.R., Guymer, I., Jones, Amy and Stovin, Virginia Longitudinal dispersion coefficients within turbulent and transitional pipe flow. In: Rowinski, Pawel, (ed.) *Experimental and Computational Solutions of Hydraulic Problems*. GeoPlanet : Earth and Planetary Sciences. Berlin, New York: Springer Berlin Heidelberg, pp. 133-145. ISBN 9783642302084, 2013 .
- Henderson, S. *LibGuides: Anatomy & Physiology OER: Chapter 22 - The Respiratory System*. (<https://getlibraryhelp.highlands.edu/c.php?g=836658&p=5979257>)
- International Commission on Radiological Protection (ICRP). *Human Respiratory Tract Model for Radiological Protection*, Annals of the ICRP, Publication 66. Elsevier Science, Tarrytown, NY, 1994.

- McCabe W., Smith J., Harriot, P. *Βασικές Διεργασίες Χημικής Μηχανικής*, 6<sup>η</sup> έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, 2008.
- Pozrikidis, P., "Introduction to Theoretical and Computational Fluid Dynamics", 2nd ed., Oxford University Press, 1997.
- Ramos KS, Koullias GJ, Pappou TJ, Bakas AJ, Panagopoulos PG, Tsangaris SG. «A computer model for the prediction of left epicardial coronary blood flow in normal, stenotic and bypassed coronary arteries, by single or sequential grafting», *Cardiovasc Surg.* 6:635-48, 1998.
- Schmidt, S. M., McCready, M. J. & Ostafin, A. E. Effect of oscillating fluid shear on solute transport in cortical bone. *J. Biomech.* 38: 2337–2343, 2005.
- Shah, W., Chen, W.J.R., Whipple, R.T., Wang, C.S, "Dispersion of Inhaled Particles in Human Lungs", *Powder Technology*, 18: 53-54, 1977.
- Tu, J., Kiao., I, Goodarz, A.. *Fluid Particle Dynamics in the Human Respiratory System – A Computational Approach.* 10.1007/978-94-007-4488-2,2013
- Wang, C., *Inhaled Particles, Interface Science and Technology, Volume 5, 1st Edition*, 2005.
- Weibel, E. R., 1963, *Morphometry of the Human Lung* , Springer, Berlin, Heidelberg,.
- Westerhof, N., Stergiopoulos, N., Noble, M., *Snapshots of Hemodynamics, An Aid for Clinical Research and Graduate Education, Third Edition*, Springer International Publishing AG, part of Springer Nature, 2019.
- Womersley, J.R. "Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known." *J. Physiol.* 127, 553, 1955.
- Yeh, H.C. and Schum, G.M. Models of human lung airways and their application to inhaled particle deposition. *Bull. Math. Biol.* 42, 461-480, 1980.
- Zamir, M., *Pulsatile Flow in a Rigid Tube.* Springer Science+Business Media New York,2000.
- Παπαγεωργίου, Β., Κόταλη, Α., Ζλατάνος, Σ., Ασημοπούλου, Α., *Πειραματική Οργανική Χημεία*, Εκδόσεις Επίκεντρο, 2007.