

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Προσομοίωση της μηχανικής
συμπεριφοράς καμπύλων σωλήνων από
χάλυβα σε υποθαλάσσια συστήματα
παραγωγής υδρογονανθράκων

Λουλάκης Νικήτας

Βόλος, Ελλάδα Ιούλιος 2021

© 2021 Λουλάκης Νικήτας

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Καραμάνος Σπύρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Ζερβάκη Άννα Εργαστηριακό διδακτικό προσωπικό, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Κερμανίδης Αλέξης Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω την κυρία Ζερβάκη Άννα για την πνευματική καθοδήγηση και βοήθεια που μου προσέφερε στα χρόνια σπουδών μου καθώς και τον κύριο Κερμανίδη Αλέξη που μαζί αποτέλεσαν τα μέλη της επιτροπής. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον φίλο μου Ζερλέντη Θεωρή για την πολύτιμη βοήθεια του κατά την συγγραφή του παρόντος κειμένου σε κώδικα Latex καθώς και τον κύριο Χολέβα Νικόλαο για την εγκατάσταση του λογισμικού ABAQUS στον υπολογιστή μου. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω εγκάρδια τον επιβλέποντα καθηγητή μου κύριο Καραμάνο Σπύρο για τον χρόνο που αφιέρωσε και για τις πολύτιμες συμβουλές του ώστε να μπορέσει να παραχθεί η συγκεκριμένη εργασία.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία παραδόθηκε στην τριμελής επιτροπή προς την απόκτηση του διπλώματος του μηχανολόγου μηχανικού του πανεπιστήμιου Θεσσαλίας. Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς ευθύγραμμων, τοροειδών και καμπύλων τμημάτων υποθαλάσσιων αγωγών υπό την άσκηση εξωτερικής πίεσης, καθώς και καμπύλων τμημάτων αγωγών υπό συνδυασμένη φόρτιση (εξωτερική πίεση, κυκλική φόρτιση). Αναλυτικότερα εξετάστηκε η αστοχία των παραπάνω τμημάτων κατά την καταπόνηση τους υπό των προαναφερθέντων φορτίων με την χρήση πεπερασμένων στοιχείων σε λογισμικό προσομοίωσης. Αρχικά έγιναν μελέτες που αφορούσαν την τιμή του φορτίου λυγισμού ευθύγραμμων σωλήνων με αρχική ατέλεια υπό εξωτερική πίεση καθώς και τον τρόπο λυγισμού αυτών. Μετέπειτα πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις τοροειδών σωλήνων ομοίως υπό εξωτερική πίεση με αρχική ατέλεια για διάφορους λόγους ακτίνας καμπυλότητας και διαμέτρου του τοροειδούς. Στην συνέχεια διενεργήθηκαν μελέτες για καμπύλα τμήματα αγωγών (elbow) πάλι υπό την άσκηση εξωτερικής πίεσης με αρχική ατέλεια για διάφορα πάχη τοιχώματος για κελυφωτά και τρισδιάστατα στοιχεία. Όμοιες αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν τόσο για ευθύγραμμα τμήματα ίσου μήκους, όσο και για τοροειδή με ίδια διάμετρο, πάχος τοιχώματος και ακτίνα καμπυλότητας, με τα αντίστοιχα καμπύλα. Τέλος έλαβαν χώρα μονοτονικές και κυκλικές αναλύσεις καμπύλων τμημάτων σε συνδυασμένη φόρτιση, αποτελούμενες από άσκηση εξωτερικής πίεσης και κάμψη ομοίως με κελυφωτά και τρισδιάστατα στοιχεία.

KEYWORDS: υποθαλάσσιοι χαλύβδινοι αγωγοί, λυγισμός, εξωτερική πίεση, ευθύγραμμοι και τοροειδείς σωλήνες, elbow, κινηματική και ισοτροπική κράτυνση, κυκλική φόρτιση

Contents

1	Εισαγωγή	10
1.1	Πρόλογος	10
1.2	Τρόποι κατασκευής καμπύλων τμημάτων αγωγών	10
1.2.1	Δημιουργία καμπύλων τμημάτων αγωγών με κάμψη	10
1.2.2	Δημιουργία καμπύλων σωλήνων με συγκόλληση	11
1.3	Δυνάμεις στον σωλήνα	12
1.3.1	Κατά την τοποθέτηση	12
1.3.2	Κατά την λειτουργία	12
1.3.3	Συνδυαστική φόρτιση	12
1.4	Σχεδιασμός υποθαλάσσιων σωλήνων	12
1.5	Βιβλιογραφική ανασκόπηση	13
1.5.1	Περιγραφή του φαινομένου του λυγισμού	13
1.5.2	Λυγισμός σύνθετων γεωμετριών	13
1.5.3	Εισαγωγή στα πεπερασμένα στοιχεία	14
1.5.4	Έρευνες με πεπερασμένα στοιχεία	14
1.6	Στόχοι της παρούσας εργασίας	15
2	Αναλυτικές λύσεις	16
2.1	Προλυγισμική και μεταλυγισμική συμπεριφορά δακτυλίου και ευθύγραμμου σωλήνα υπό την άσκηση εξωτερικής πίεσης	16
2.1.1	Λυγισμός δακτυλίου και σωλήνα χωρίς αρχική ατέλεια	16
2.1.2	Λυγισμός δακτυλίου και σωλήνα με ατέλεια	18
2.2	Μεταλυγισμική συμπεριφορά δακτυλίου και σωλήνα	19
3	Αναλύσεις υπό εξωτερική πίεση με την χρήση FEM	20
3.1	Εισαγωγή	20
3.2	Αρχικές αναλύσεις σε ευθύγραμμους σωλήνες	21
3.2.1	Εισαγωγή ατέλειας σε μοντέλα	21
3.2.2	Λυγισμός λεπτότοιχου σωλήνα	22
3.2.3	Λυγισμός μη λεπτότοιχου σωλήνα	24
3.3	Αρχικές αναλύσεις τοροειδών σε λυγισμό	26
3.4	Αναλύσεις μοντέλων με κελυφωτά στοιχεία	29
3.4.1	Αναλύσεις καμπύλων τμημάτων	29
3.4.2	Αναλύσεις αντίστοιχων ευθύγραμμων τμημάτων	31
3.4.3	Αναλύσεις όμοιων τοροειδών τμημάτων	33
3.5	Αναλύσεις μοντέλων με τριδιάστατα στοιχεία	35
3.5.1	Αναλύσεις ευθυγράμμων, καμπύλων και τοροειδών τμημάτων	35

3.5.2	Σύγκριση αποτελεσμάτων κελυφωτών και με τρισδιάστατα στοιχεία μοντέλων	36
4	Θεωρία πλαστικότητας για υλικά υπό κυκλική φόρτιση	40
4.1	Εισαγωγή στην πλαστικότητα	40
4.1.1	Κατηγορίες υλικών και γραμμικά πλαστικά μοντέλα	40
4.1.2	Η έννοια της ιστροπικής και κινηματικής κράτυνσης	42
4.2	Κράτυνση σε κυκλική φόρτιση	42
4.2.1	Γραμμικά και μη γραμμικά μοντέλα	42
4.2.2	Πολυγραμμικά μοντέλα	44
4.2.3	Συμπεριφορές υλικών κατά την κυκλική φόρτιση	44
5	Αναλύσεις συνδυασμένων φορτίσεων με την χρήση FEM	46
5.1	Εισαγωγή νέου μοντέλου υλικού	46
5.1.1	Αναλύσεις σε κυβικό μοντέλο	46
5.2	Αναλύσεις καμπύλου σωλήνα σε συνδυασμένη φόρτιση με κελυφωτά και τρισδιάστατα στοιχεία	49
5.2.1	Μονοτονικές αναλύσεις με "άνοιγμα" σωλήνα	51
5.2.2	Μονοτονικές αναλύσεις με "κλείσιμο" σωλήνα	52
5.2.3	Αναλύσεις συνδυασμένης κυκλικής φόρτισης	58
6	Συμπεράσματα	73
7	Παράρτημα	76
7.1	Μέθοδοι επίλυσης	76
7.1.1	Μέθοδος Riks	76
7.1.2	Μέθοδος Newton-Raphson	77
7.2	Εισαγωγή ατέλειας	78
7.3	Μοντέλα υλικών	79
7.4	Τρόποι δημιουργίας καμπύλων τμημάτων αγωγών	82
7.5	Μοντέλα με ατέλεια πριν την άσκηση φορτίου	83
	Βιβλιογραφία	90

List of Figures

2.1	Διάγραμμα δύων δρόμων ισορροπίας	17
2.2	Δυνάμεις μετά τον λυγισμό	19
3.1	ΣΣ και φορτία σε τεταρτοκύκλιο	23
3.2	λεπτότοιχος σωλήνας	24
3.3	Διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας	25
3.4	Διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας	25
3.5	ΣΣ τορσειδών	27
3.6	τορσειδές μοντέλο	28
3.7	Συγκριτικό διάγραμμα τωρινών αποτελεσμάτων με του Blachut	29
3.8	elbow	30
3.9	ιδιομορφή elbow	31
3.10	Διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας για elbow	32
3.11	Διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας αντίστοιχων ευθύγραμμων	33
3.12	Διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας αντίστοιχων τορσειδών	34
3.13	πλέγμα κατά την διεύθυνση του πάχους	35
3.14	Διαγράμματα φορτίου οβαλότητας για ευθύγραμμα τμήματα	37
3.15	Διαγράμματα φορτίου οβαλότητας για elbow	38
3.16	Διαγράμματα φορτίου οβαλότητας για τορσειδή	38
4.1	Κατηγορίες πλαστικών υλικών	41
4.2	Μοντέλο πολυγραμμικής κράτυνσης	44
5.1	ΣΣ και φορτία	47
5.2	Διάγραμμα φορτίου-παραμόρφωσης	47
5.3	strain control	48
5.4	stress control	48
5.5	νέο μοντέλο elbow	49
5.6	Πλέγμα στο elbow	50
5.7	Επιπλέον πλέγματα στο elbow	50
5.8	ΣΣ και πίεση στο elbow	51
5.9	δύναμη στην κύλιση	52
5.10	Μορφή οβαλοποίησης διατομής	53
5.11	opening χωρίς πίεση	53
5.12	opening 10% P_{max} πίεση	54
5.13	opening 20% P_{max} πίεση	54
5.14	opening 30% P_{max} πίεση	55
5.15	opening 40% P_{max} πίεση	55
5.16	closing χωρίς πίεση	56

5.17	opening 10% P_{max} πίεση	56
5.18	closing 20% P_{max} πίεση	57
5.19	closing 30% P_{max} πίεση	57
5.21	RFd cyclic χωρίς πίεση 150mm displacement	60
5.22	RFd cyclic χωρίς πίεση 200mm displacement	60
5.23	RFd cyclic χωρίς πίεση 300mm displacement	61
5.24	RFd cyclic 10% P_{max} πίεση 150mm displacement	61
5.25	RFd cyclic 10% P_{max} πίεση 200mm displacement	62
5.26	RFd cyclic 10% P_{max} πίεση 300mm displacement	62
5.27	RFd cyclic 20% P_{max} πίεση 150mm displacement	63
5.28	RFd cyclic 20% P_{max} πίεση 200mm displacement	63
5.29	RFd cyclic 20% P_{max} πίεση 300mm displacement	64
5.30	RFd cyclic 30% P_{max} πίεση 150mm displacement	64
5.31	RFd cyclic 30% P_{max} πίεση 200mm displacement	65
5.32	RFd cyclic 40% P_{max} πίεση 150mm displacement	65
5.33	RFd cyclic 40% P_{max} πίεση 200mm displacement	66
5.34	od cyclic χωρίς πίεση 150mm displacement	66
5.35	od cyclic χωρίς πίεση 200mm displacement	67
5.36	od cyclic χωρίς πίεση 300mm displacement	67
5.37	od cyclic 10% P_{max} πίεση 150mm displacement	68
5.38	od cyclic 10% P_{max} πίεση 200mm displacement	68
5.39	od cyclic 10% P_{max} πίεση 300mm displacement	69
5.40	od cyclic 20% P_{max} πίεση 150mm displacement	69
5.41	od cyclic 20% P_{max} πίεση 200mm displacement	70
5.42	od cyclic 20% P_{max} πίεση 300mm displacement	70
5.43	od cyclic 30% P_{max} πίεση 150mm displacement	71
5.44	od cyclic 30% P_{max} πίεση 200mm displacement	71
5.45	od cyclic 40% P_{max} πίεση 150mm displacement	72
5.46	od cyclic 40% P_{max} πίεση 200mm displacement	72
7.1	Διάγραμμα stress-strain	80
7.2	Διάγραμμα true stress-true strain	81
7.3	hot induction bending	82
7.4	shrimp method	83
7.5	τορσιδές με $R/r = 2.9$	84
7.6	τορσιδές με $R/r = 6$	84
7.7	τορσιδές με $R/r = 10$	85
7.8	Αρχικές αναλύσεις λεπτότοιχο	85
7.9	Αρχικές αναλύσεις χοντρότοιχο	86
7.10	elbow λεπτότοιχο	86
7.11	elbow χοντρότοιχο	87
7.12	ισοδύναμο ευθύγραμμο λεπτότοιχο	87
7.13	ισοδύναμο ευθύγραμμο χοντρότοιχο	88
7.14	Ευθύγραμμο με τρισδιάστατα στοιχεία	88
7.15	Elbow με τρισδιάστατα στοιχεία	89
7.16	τορσιδές με τρισδιάστατα στοιχεία	89

List of Tables

3.1	Χαρακτηριστικά λεπτότοιχου σωλήνα	22
3.2	Χαρακτηριστικά τορροειδών μοντέλων	26
3.3	Συγκριτικός πίνακας τορροειδών και αντίστοιχων ευθύγραμμων	29
3.4	Χαρακτηριστικά elbow μοντέλων	30
3.5	Πίνακας ιδιοτιμών και P_{max} για elbow και ευθύγραμμους σωλήνες	33
3.6	Συγκριτικός πίνακας elbow, τορροειδών και ευθύγραμμων	34
3.7	Add caption	36
3.8	Ευθύγραμμο μοντέλα	36
3.9	Elbow μοντέλα	37
3.10	Τορροειδή μοντέλα	37
5.1	Χαρακτηριστικά υλικού	46
5.2	Μετατοπίσεις κυλίσεων για κάθε ασκούμενη πίεση	58
7.1	Τιμές μοντελοποίησης της πλαστικής περιοχής του χάλυβα X65	79

Chapter 1

Εισαγωγή

1.1 Πρόλογος

Οι υποθαλάσσιοι αγωγοί χρησιμοποιούνται ευρέως στις μέρες μας για την μετακίνηση ρευστών καυσίμων όπως το πετρέλαιο, το φυσικό αέριο και τελευταία το υδρογόνο. Η ύπαρξη τους καθίσταται αναγκαία μιας και οι περισσότερες χώρες έχουν ανάγκη από καύσιμα για την λειτουργία των βιομηχανιών, των εργοστασίων παραγωγής ενέργειας αλλά ακόμα και για την θέρμανση των νοικοκυριών τους. Επειδή αρκετά κοιτάσματα βρίσκονται κάτω από τον πυθμένα της θάλασσας αλλά και επειδή υπάρχει ανάγκη μετακίνησης καυσίμων μεταξύ χωρών που ανάμεσα τους μεσολαβεί θάλασσά, η ύπαρξη ενός υποθαλάσσιου δικτύου αγωγών φαντάζει μονόδρομος. Τα βάρη εξόρυξης μπορεί να φτάσουν τα 2200m κάτω από την επιφάνεια και σε ορισμένες περιπτώσεις μπορεί να υπάρχει δίκτυο αγωγών σε βάθος μεγαλύτερο από τρία ακόμα και τέσσερα χιλιόμετρα. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι σε αυτά τα βάθη οι πιέσεις που ασκούνται είναι αρκετά μεγάλες με αποτέλεσμα να χρειάζεται ενδεδειγμένος έλεγχος κατά την κατασκευή τους. Άλλωστε γίνεται αναφορά σε έργα τα οποία έχουν διάρκεια ζωής κοντά στα σαράντα χρόνια με μεγάλα επενδυτικά κεφάλαια να καταναλώνονται για την δημιουργία τους λόγω της δυσκολίας των κατασκευών και με τρομερές αρνητικές συνέπειες κατά την αστοχία τους, τόσο στις εταιρίες εξορύξεων και μεταφορών καυσίμων, όσο και στο περιβάλλον. Είναι εύλογο να αναφερθεί ότι η επιδιόρθωση αυτών των δικτύων είναι πάρα πολύ δύσκολη εξαιτίας των ακραίων συνθηκών που επικρατούν στα βάθη εγκατάστασης. Γίνεται επίσης αντιληπτό ότι τα δίκτυα αυτά αναγκάζονται να παρουσιάζουν περίεργες γεωμετρίες τόσο εξαιτίας της ανάγκης για καύσιμα πολλών διαφορετικών γεωγραφικών περιοχών, όσο και για την περίεργη μορφολογία που μπορεί να παρουσιάζει ο πυθμένας του βυθού στο βαθύμετρο τοποθέτησης του δικτύου. Συνέπεια των παραπάνω είναι τα δίκτυα να μην αποτελούνται αποκλειστικά από ευθύγραμμους αγωγούς, αλλά να εμπεριέχουν και καμπύλα τμήματα που εξαιτίας της διαφορετικής γεωμετρίας τους παρουσιάζουν διαφορετική μηχανική συμπεριφορά σε σχέση με τα αντίστοιχα ευθύγραμμα. Τέλος εξαιτίας του μεγάλου απαιτούμενου μήκους κάθε αγωγού ο τελευταίος απαρτίζεται από σωλήνες διαφόρων γεωμετριών που συγκολλούνται μεταξύ τους για την δημιουργία του. Στην παρούσα εργασία εξετάζονται αποκλειστικά τα προαναφερθέντα τμήματα.

1.2 Τρόποι κατασκευής καμπύλων τμημάτων αγωγών

1.2.1 Δημιουργία καμπύλων τμημάτων αγωγών με κάμψη

Βασικός τρόπος δημιουργίας καμπύλων σωλήνων είναι με θέρμανση και κάμψη. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται στην βιομηχανία hot induction bending (HIB). Κατά αυτήν ο σωλήνας εισέρχεται μέσα

σε μια μηχανή, όπου με την χρήση ενός επαγωγικού πηνίου (heating ring), θερμαίνει την περίμετρο του σωλήνα. Το καυτό υλικό ακριβώς μετά το πέρας του πηνίου επαγωγής ψύχεται με ψεκασμό νερού (quenching ring) στην εξωτερική επιφάνεια του. Καθώς ο σωλήνας πιέζεται έξω από την μηχανή πραγματοποιείται η κάμψη του είτε με στροφή της μηχανής, είτε με στροφή του άκρου που είναι αρθρωμένος και παράγεται το καμπύλο τμήμα με την επιθυμητή ακτίνα καμπυλότητας. Η θερμική διαστολή των θερμαινόμενων τμημάτων του "συγκρατείται" λόγω των άλλων κρύων πλευρών του με αποτέλεσμα να προκληθεί μικρή συρρίκνωση της διαμέτρου κατά την διάρκεια της ψύξης. Η διαδικασία γίνεται αυτοματοποιημένα και συνίσταται η διεργασία να γίνεται με συνεχή τρόπο και όχι βηματικά. Όπως μπορεί να γίνει αντιληπτό η παραπάνω διεργασία αυξάνει το πάχος του τοιχώματος στην εσωτερική πλευρά του καμπύλου τμήματος και το μειώνει στην εξωτερική πλευρά του εξαιτίας των καμπυλικών φορτίων που αναπτύσσονται. Στην περίπτωση που η τελευταία είναι πιο καυτή από την εσωτερική υπάρχει περεταίρω μείωση του πάχους [1]. Η δριμύτητα της λέπτυνσης-πάχυνσης του πάχους του τοιχώματος εξαρτάται από την θερμοκρασία της διεργασίας, την ταχύτητα που ο σωλήνας πιέζεται από την μηχανή προς το πηνίο, την θέση του πηνίου, την ακτίνα καμπυλότητας του παραγόμενου καμπύλου τμήματος και διάφορους άλλους παράγοντες [1]. Μετά το πέρας της διεργασίας ο σωλήνας συνήθως ακολουθεί περαιτέρω θερμική κατεργασία, είτε βαφής με αναθέρμανση για την σκλήρυνση του και απόκτηση καλύτερων μηχανικών ιδιοτήτων είτε θέρμανσης του σε χαμηλότερη θερμοκρασία από αυτή της διεργασίας για την λιγότερο απότομη ψύξη του και την αποφυγή δημιουργίας ρηγματώσεων σε αυτόν. Πολλές φορές αυτός προθερμαίνεται για να είναι ομαλότερη η μεταβολή της θερμοκρασίας κατά την διεργασία χωρίς όμως να προκαλεί σημαντική μείωση στις παραμένουσες τάσεις [1]. Τέλος ο κατασκευαστής οφείλει να κάνει ποιοτικό έλεγχο στα παραγόμενα καμπύλα τμήματα. Αυτό συμβαίνει με μετρήσεις των διαμέτρων με απαίτηση η οβαλότητα (ovality) των σωλήνων να μην υπερβαίνει το 3% και το 1% στα ευθύγραμμα και καμπύλα τμήματα του αντίστοιχα. Επίσης απαραίτητος είναι ο μη καταστρεπτικός του ποιοτικός έλεγχος (non destructive testing ή NDT σε συντομογραφία) με την χρήση υπερήχων (UT) στο καμπύλο τμήμα του για την παχυμέτρηση των τοιχωμάτων αυτού και μαγνητικών σωματιδίων (MPT) καθ' όλο το μήκος του για την εύρεση επιφανειακών και υποεπιφανειακών ρηγματώσεων. Εικόνες που απεικονίζουν την HIB διεργασία βρίσκονται στο παράρτημα στην ενότητα 7.4.

1.2.2 Δημιουργία καμπύλων σωλήνων με συγκόλληση

Ένας άλλος τρόπος δημιουργίας καμπύλων σωλήνων είναι με συγκόλληση (welded elbow). Συχνά μπορεί να αναφέρεται και ως "shrimp bend". Αρχικά δημιουργούνται από δύο ελάσματα δύο συμμετρικά καμπύλα τμήματα, συνήθως με την κατεργασία τους με χρήση πρέσας. Η κατεργασία αυτή θεωρείται αρκετά απλή μιας και συνήθως είναι αυτοματοποιημένη, προσφέρει πολύ καλές επιφάνειες στα παραγόμενα κυάθια και υψηλή μηχανική αντοχή. Το καθένα από αυτά αποτελεί το μισό τμήμα του σωλήνα. Μετέπειτα τα παραγόμενα τμήματα συγκολλούνται μεταξύ τους κατά μήκος με δύο συγκολλήσεις, μία εσωτερική και μία εξωτερική δημιουργώντας με αυτόν τον τρόπο την τελική γεωμετρία του. Είναι πολύ σημαντική η επιλογή του υλικού κατασκευής του μιας και επιθυμείται εκτός από υψηλή αντοχή και την καλή συγκολλησιμότητα του. Αυτό επιτυγχάνεται με προσθήκη μολυβδαίνιου (Mo), νικελίου (Ni), βαναδίου (V) και νιόβιου (Nb) στο κράμα [2]. Πολύ σημαντική είναι επίσης και η επιλογή του ηλεκτροδίου καθώς και η μέθοδος συγκόλλησης μιας και οι σωλήνες έχουν μεγάλη πάχη. Προτιμώνται οι μέθοδοι αδρανούς αερίου βολφραμίου (TIG) και βυθισμένου τόξου (SAW). Εφόσον υπάρχει συγκόλληση στην κατασκευή ο μη καταστρεπτικός έλεγχος κρίνεται απαραίτητος με την καταλληλότερη μέθοδο να είναι αυτή των υπερήχων εξαιτίας της ικανότητας της να ανιχνεύει ατέλειες και ασυνέχειες υλικού σε χαμηλά υποεπιφανειακά στρώματα. Όμοια με την προηγούμενη ενότητα εικόνες που παρουσιάζουν την διεργασία βρίσκονται στο παράρτημα στην ενότητα 7.4.

1.3 Δυνάμεις στον σωλήνα

1.3.1 Κατά την τοποθέτηση

Για την τοποθέτηση σωλήνων προς την δημιουργία αγωγών σε υποθαλάσσια δίκτυα οι παραπάνω πρέπει να βυθιστούν σχεδόν μέχρι τον πυθμένα της θάλασσας. Αυτή η διαδικασία έχει σαν αποτέλεσμα την άσκηση πιέσεων τόσο στο εσωτερικό όσο και στο εξωτερικό τοίχωμα αυτών. Οι πιέσεις αυτές βέβαια είναι ίσες και διανυσματικά αντίθετες σε μια νοητή φέτα του σωλήνα με αποτέλεσμα να αλληλοεξουδετερώνονται. Επίσης οι τιμές της πίεσης δεν έχουν τεράστια διαφορά κατά το ύψος του όταν αυτός βυθίζεται οριζόντια οπότε δεν είναι ικανές να προκαλέσουν παραμορφώσεις σε αυτόν. Ροπές ασκούνται στα άκρα των σωλήνων κατά την στρέψη τους στο θαλάσσιο περιβάλλον καθώς και αξονικές δυνάμεις κατά την βύθιση τους όμως δεν είναι μεγάλου μέτρου, ικανές δηλαδή να προκαλέσουν αστοχία.

1.3.2 Κατά την λειτουργεία

Όπως γίνεται αντιληπτό κατά την λειτουργεία των αγωγών ασκούνται δυνάμεις εξαιτίας του ρευστού που ρέει διαμέσου αυτών αλλά και εξαιτίας του υποθαλάσσιου βάρους στο οποίο βρίσκονται. Κατά την λειτουργεία τους το ρευστό που ρέει ασκεί πίεση στα εσωτερικά τοιχώματα του αγωγού. Ομοίως ασκείται και πίεση στο εξωτερικό τοίχωμα του αγωγού που είναι σε επαφή με το νερό λόγω βαθύμετρου. Αποτέλεσμα είναι μέρος της εξωτερικής πίεσης να εξουδετερώνεται από την εσωτερική, εξαιτίας της διαφορετικής φοράς που έχουν τα διανύσματα αυτών, συμβάλλοντας σε μικρότερα φορτία λυγισμού [3],[4]. Η χρισμότερη στιγμή που ασκείται το μεγαλύτερο φορτίο είναι η στιγμή που ο αγωγός έχει τεθεί εκτός λειτουργείας, δηλαδή μέσα του πάει να ρέει ρευστό, ή κατά την διαδικασία της συγκόλλησης σωλήνων προς την δημιουργία του. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την ανυπαρξία δύναμης που θα μπορούσε να εξουδετερώσει τμήμα της ασκούμενης εξωτερικής πίεσης, οπότε όλη η υδροστατική πίεση ασκείται στα εξωτερικά τοιχώματα του αγωγού που εξαιτίας του μεγάλου βαθύμετρου, όπως προαναφέρθηκε, έχει υψηλή τιμή. Κατά την λειτουργεία αυτών λοιπόν η τιμή της εξωτερικής πίεσης είναι μικρότερη από ότι κατά την διάρκεια μη λειτουργείας τους. Για αυτό τον λόγο οι αναλύσεις που παρατίθενται στις παρακάτω ενότητες αφορούν μοντέλα στα οποία ασκείται μόνο εξωτερική πίεση.

1.3.3 Συνδυαστική φόρτιση

Μετά την τοποθέτηση των σωλήνων η εξωτερική και εσωτερική πίεση δεν είναι οι μοναδικές δυνάμεις που μπορούν να ασκηθούν σε αυτούς. Καμπτικά καθώς και φορτία κόπωσης μπορούν να καταπονήσουν περαιτέρω την κατασκευή. Τέτοια μπορεί να είναι κύματα του βυθού κοντά στον πυθμένα, σεισμοί, κατολισθήσεις εδάφους και άλλα. Είναι πλέον αντιληπτό ότι οι αγωγοί δέχονται συνδυασμένη φόρτιση κατά την διάρκεια ζωής τους αποτελούμενη από μόνιμη άσκηση εξωτερικής πίεσης αλλά και λοιπά φορτία. Σε ορισμένες αναλύσεις εξετάζεται η ολιγοκυκλική κόπωση του αγωγού σε καμπτικό φορτίο, φαινόμενο που προσομοιώνει έναν σεισμό λίγων δευτερολέπτων.

1.4 Σχεδιασμός υποθαλάσσιων σωλήνων

Στόχος των μηχανικών που κατασκευάζουν ένα υποθαλάσσιο δίκτυο αγωγών είναι αυτό να παρέχει μεγάλες διαμέτρους για γρήγορη μεταφορά των καυσίμων, αρκετά καλή ασφάλεια κατασκευής και μικρό κόστος. Το τελευταίο επιτυγχάνεται με την χρήση λιγότερου υλικού, κατά συνέπεια δηλαδή σωλήνων με μικρά πάχη. Για την διασφάλιση της μη αστοχίας αυτών κατά τον σχεδιασμό τους ακολουθούνται ορισμένα κριτήρια όπως το DNV LCC και DNV ASD σε συνδυασμό με διεθνή κριτήρια που έχουν οριστεί από οργανισμούς όπως ο ASME. Επειδή υπάρχει έλλειψη πειραματικών

δεδομένων ο σχεδιασμός των υποθαλάσσιων αγωγών σε μεγάλα βάθη είναι πολύ συντηρητικός και με μεγάλους συντελεστές ασφαλείας για την αποφυγή τυχόν αστοχιών. Για παράδειγμα στο DNV OS-F101 (2013) συνίσταται ότι τα τεστ λυγισμού καμπύλων τμημάτων θα πρέπει να εκτελούνται με τρεις φορές την πραγματική εξωτερική πίεση. Το παραπάνω γεγονός οδηγεί σε πάρα πολύ χοντρούς σωλήνες με μεγάλη σπατάλη υλικού κατά την κατασκευή τους [5]. Στόχος των τωρινών και μελλοντικών ερευνητών είναι να καταφέρουν να δημιουργήσουν ύστερα από εκτενή έρευνα κριτήρια λιγότερο συντηρητικά που θα επιτρέψουν την δημιουργία δικτύων με χαμηλότερο κόστος και σε μεγαλύτερο βαθύμετρο.

1.5 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Τον περασμένο αιώνα πολλοί ερευνητές όπως ο Timoshenko, ο Tokugawa, ο Donnel και ο Von Mises ασχολήθηκαν με το πρόβλημα του λυγισμού ευθύγραμμων σωλήνων με κυκλική διατομή και προσέφεραν αναλυτικές λύσεις. Οι Timoshenko, Koter και Yamaki όχι μόνο μελέτησαν τον λυγισμό λεπτών κελυφών αλλά πρότειναν και μη γραμμικές θεωρίες καθώς και μελέτησαν την επιρροή των ατελειών σε κελυφωτές κατασκευές [6]. Ερευνητές όπως οι Rayleigh και Ritz παρουσίασαν αναλυτικές λύσεις και για δυσκολότερες γεωμετρίες όπως τα τοροειδή. Τέλος ο Timoshenko και ο Rodabaugh πρότειναν αναλυτικές λύσεις σε πιο σύνθετα προβλήματα όπως η κάμψη σφαιρών και καμπύλων τμημάτων αγωγών αντίστοιχα.

1.5.1 Περιγραφή του φαινομένου του λυγισμού

Σε μια ράβδο που είναι αφθρωμένη και στα δύο της άκρα, αν της ασκηθεί θλιπτικό φορτίο στο ένα άκρο παρατηρείται ότι μετά από μια ορισμένη τιμή αυτού του φορτίου θα σταματήσει να συμπίεζεται στην διεύθυνση που ασκείται η δύναμη και θα δημιουργήσει μια παραμόρφωση "βέλους". Αυτό το "βέλος" που δημιουργείται αποτελεί τον λυγισμό της κατασκευής. Ένα καθημερινό παράδειγμα για να γίνει αντιληπτό καλύτερα αυτό το φυσικό φαινόμενο είναι η πίεση ενός χάρακα από έναν άνθρωπο ανάμεσα στα δύο του χέρια. Ομοίως σε ένα σωλήνα που του ασκείται εξωτερική πίεση έχουμε σε όλο το μήκος του εξωτερικά την άσκηση μιας θλιπτικής δύναμης στην ακτινική διεύθυνση. Περαιτέρω άσκηση φορτίου από την κρίσιμη τιμή λυγισμού οδηγεί στην αστοχία της κατασκευής. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι γιατί υπάρχει ένας άλλος "διακλαδωμένος" δρόμος ισορροπίας που παρουσιάζει χαμηλότερη ενέργεια συστήματος από ότι ο αρχικός. Αυτή η αλλαγή στην κατάσταση ισορροπίας αναφέρεται ως μεταλυγισμική κατάσταση και μπορεί να είναι σταθερή (stable) ή ασταθής (unstable). Στους σωλήνες η αστοχία επέρχεται με οβαλοποίηση (ovalization) της διατομής σε ένα σημείο μακριά από τα άκρα του, δηλαδή τα σημεία που ασκούνται οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Με τον όρο οβαλοποίηση ορίζεται η διαδικασία κατά την οποία η κυκλική διατομή του αγωγού ξεκινά λόγω του ασκούμενου φορτίου να αποκτά ελλειψοειδή ή αλλιώς οβάλ μορφή επειδή μεταβαίνει από τον αρχικό δρόμο ισορροπίας συστήματος στον νέο.

1.5.2 Λυγισμός σύνθετων γεωμετριών

Αρκετοί από τους προαναφερθέντες ερευνητές βάσισαν τις θεωρίες τους στις θεωρίες κελύφους ή στην θεωρία ακαμψίας που αφορούν τον τοπικό ή τον γενικό λυγισμό της κατασκευής. Οι περισσότερες αυτές θεωρίες περιορίζονται γεωμετρικά, γιατί υπάρχει μεγάλη δυσκολία στην εύρεση λύσεων που δεν παρουσιάζουν κάποια συμμετρία. Όμως τα προβλήματα λυγισμού αφορούν κατασκευές πληθώραν γεωμετριών που πολλές φορές δεν είναι συμμετρικές. Επίσης οι μεταλυγισμικές θεωρίες περιλαμβάνουν μη γραμμικότητες τόσο των παραμορφώσεων, όσο και των υλικών δυσκολεύοντας ακόμα περισσότερο την εύρεση λύσεων. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η πολυπλοκότητα των προβλημάτων οδήγησε τους ερευνητές να παρατήσουν την εύρεση αναλυτικών λύσεων στα προβλήματα

της ελαστοπλαστικής και να στραφούν όλο και περισσότερο σε αριθμητικές λύσεις οι οποίες θα χρησιμοποιούσαν τις ήδη υπάρχουσες θεωρίες για να επιλύσουν τα προβλήματα. Αυτή η μορφή των αριθμητικών λύσεων παρουσιάζεται στην επόμενη υποενότητα.

1.5.3 Εισαγωγή στα πεπερασμένα στοιχεία

Τα προβλήματα της ελαστοπλαστικής παρουσιάζουν αναλυτικές (μαθηματικές) λύσεις σε προβλήματα με σχετικά απλή γεωμετρία με την χρήση διάφορων απλοστεύσεων. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι γιατί η αναλυτική λύση του προβλήματος είναι πολλές φορές δύσκολη να βρεθεί, μερικές φορές ακόμα και μη υπολογίσιμη. Αυτή την δυσκολία έρχεται να την καλύψει η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Η παραπάνω μέθοδος αποτελεί μια αριθμητική (προσεγγιστική) λύση του αντίστοιχου προβλήματος της ελαστοπλαστικής. Κατά αυτήν η κατασκευή που μελετάται "χωρίζεται" σε στοιχεία τα οποία περιέχουν συγκεκριμένο αριθμό κόμβων στα οποία πάνω εφαρμόζονται τα φορτία και οι αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες. Το σύνολο όλων των στοιχείων αποτελεί το λεγόμενο πλέγμα (mesh) το οποίο όσο πιο πυκνό είναι, δηλαδή όσο περισσότερα στοιχεία περιέχει, τόσο καλύτερα προσεγγίζει το αρχικό πρόβλημα (αναλυτική λύση). Με την χρήση ενός ή περισσότερων αλγόριθμων όπως η μέθοδος Newton Raphson ή η μέθοδος Riks (ενότητα 7.1.1) γίνεται η επίλυση του προβλήματος κατά την οποία κάθε κόμβος και κατά συνέπεια στοιχείο λαμβάνει μια τιμή για κάθε φυσικό μέγεθος που έχει ζητηθεί από τον χρήστη, όπως η παραμόρφωση ή η πίεση που ασκείται σε αυτό. Με την υπολογιστική ισχύ που έχουν οι υπολογιστές του σήμερα καθώς και με τους επιλυτές (solvers) που υπάρχουν στην αγορά ακόμα και αναλύσεις με πυκνά πλέγματα μπορούν να γίνουν σχετικά εύκολα και γρήγορα, καθιστώντας την μέθοδο εξαιρετικό εργαλείο για τους τωρινούς αλλά και μελλοντικούς ερευνητές.

1.5.4 Έρευνες με πεπερασμένα στοιχεία

Με την όλο μεγαλύτερη ανάπτυξη των υπολογιστικών μηχανών και την ευκολία χρήσης τους, όλο και περισσότεροι ερευνητές στρέφονται σε αριθμητικές λύσεις προβλημάτων της ελαστοπλαστικής. Ο Blachut όχι μόνο μελέτησε αριθμητικά το πρόβλημα της εξωτερικής πίεσης σε τοροειδή, αλλά έβγαλε συμπεράσματα για την ευαισθησία της κατασκευής σε ασυνέχεια (imperfection sensivity) καθώς και για την επιρροή των συνοριακών συνθηκών στην τιμή του κρίσιμου φορτίου μέσα από αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων [7]. Ομοίως ο Bruschi καθώς και άλλοι ερευνητές διατέλεσαν αριθμητικές αναλύσεις για την επίλυση προβλημάτων της ελαστοπλαστικής καθώς και για τον σχεδιασμό κατασκευών [5]. Επίσης συχνά πραγματοποιούνται έρευνες που γίνεται σύγκριση αριθμητικών αποτελεσμάτων με αντίστοιχα πειραματικά. Τέτοιες δημοσιεύσεις διενεργήθηκαν από τους Miki, Bjerkas και Καραμάνο για το πρόβλημα της κάμψης καμπύλου τμήματος αγωγού καθώς και το "άνοιγμα" και "κλείσιμο" του [8],[3],[4]. Επίσης ο Βαρελής πραγματοποίησε έρευνα που αφορούσε την κόπωση elbow με συνεχώς αυξανόμενα φορτία [9]. Επιπλέον ο Hu πραγματοποίησε πειράματα κυκλικής φόρτισης για χάλυβες με ελαστοπλαστική συμπεριφορά και δημιουργία πλατό στην πλαστική περιοχή [10] βοηθώντας επόμενους ερευνητές να μοντελοποιήσουν επιτυχώς ένα υλικό στο οποίο ασκείται κυκλική φόρτιση. Τέλος αξίζει να επισημανθεί ότι οι περισσότεροι μελετητές πραγματοποιούν μόνο αριθμητικές αναλύσεις σε προβλήματα με άσκηση εξωτερικής πίεσης και καμπυλικά φορτία. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην δυσκολία δημιουργίας των πειραματικών διατάξεων μιας και οι απαιτούμενες εξωτερικές πιέσεις θα πρέπει να γίνουν ή σε πολύ μεγάλες δεξαμενές νερού, με αποτέλεσμα η πειραματική διαδικασία να έχει πολύ μεγάλο κόστος, ή σε ειδικούς θαλάμους πίεσης κυλινδρικής γεωμετρίας, που προκαλούν ικανές τιμές πιέσεων. Στους τελευταίους οι διαστάσεις είναι σχετικά μικρές (10 μέτρα μήκος και 1,5 μέτρο διάμετρο σωλήνα) για να μπορέσουν να φιλοξενήσουν καμπύλες γεωμετρίας σωλήνων αλλά και είναι δύσκολη η εγκατάσταση του μηχανισμού που θα προκαλέσει την κάμψη ή την κυκλική φόρτιση του μέσα σε αυτούς.

1.6 Στόχοι της παρούσας εργασίας

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η εξέταση της μηχανικής συμπεριφοράς των υποθαλάσσιων τμημάτων αγωγών κατασκευασμένα από χάλυβα X65 σε μεγάλα βάθη. Πιο συγκεκριμένα είναι η μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς ευθύγραμμων και καμπύλων τμημάτων (τορροειδών και elbow), για διάφορα πάχη τοιχώματος κατά την προλυγισμική και μεταλυγισμική τους κατάσταση, υπό την άσκηση εξωτερικής πίεσης με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Επίσης στόχος είναι η κατανόηση και η εξαγωγή συμπερασμάτων για την συμπεριφορά των elbow σε "άνοιγμα" και "κλείσιμο" τους παρουσία εξωτερικής πίεσης καθώς και κατά την ολιγοκυκλική τους φόρτιση με υλικό που πλαστικοποιείται κατά την διάρκεια αυτής (cyclic plasticity material) με ισοτροπική και κινηματική κράτυνση, ομοίως με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Τα προαναφερθέντα elbow αποτελούν τμήματα από υποθαλάσσια άκατα jumpers (SRJs) τα οποία χρησιμοποιούνται για την σύνδεση του σημείου άντλησης του καυσίμου (well head), με τα σημεία ανύψωσης του (FLETs) όπως περιγράφονται από τις αναλύσεις του Bruschi με την διαφορά ότι το πάχος του τοιχώματος παραμένει καθ' όλο το μήκος του σωλήνα σταθερό [5].

Chapter 2

Αναλυτικές λύσεις

2.1 Προλυγισμική και μεταλυγισμική συμπεριφορά δακτυλίου και ευθύγραμμου σωλήνα υπό την άσκηση εξωτερικής πίεσης

2.1.1 Λυγισμός δακτυλίου και σωλήνα χωρίς αρχική ατέλεια

Αρχικά θα εξεταστεί η προλυγισμική συμπεριφορά δακτυλίου υπό εξωτερική πίεση. Από την θεωρία ελαστικότητας λεπτότοιχων δακτυλίων συμπεραίνεται ότι ο δακτύλιος συμπιέζεται ομοιόμορφα και ελαστικά καθ' όλο το μήκος της περιφέρειας του. Οι μετατοπίσεις ασκούνται μόνο στην ακτινική διεύθυνση μιας και η ομοιόμορφη κατανομή του ασκούμενου φορτίου αποτρέπει την πρόκληση μετατοπίσεων στην εφαπτομενική διεύθυνση. Επίσης γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η περιμετρική τάση (hoop stress) που αναπτύσσεται εφαπτομενικά του τοιχώματος θα είναι σταθερή. Από τα παραπάνω προκύπτουν ότι:

$$w_o(\theta) = -\frac{PR^2}{Et} \quad (2.1)$$

$$u_o(\theta) = 0 \quad (2.2)$$

και

$$\sigma_\theta = -\frac{PD}{2t} \quad (2.3)$$

όπου $w_o(\theta)$, $u_o(\theta)$ και σ_θ η μετατόπιση στην ακτινική, στην εφαπτομενική διεύθυνση και η περιμετρική τάση αντίστοιχα. Επίσης ως P συμβολίζεται η ασκούμενη πίεση, R η ακτίνα του δακτυλίου, E το μέτρο ελαστικότητας, D η διάμετρος του δακτυλίου και t το πάχος του τοιχώματος. Με την συνεχή αύξηση του φορτίου πίεσης η κατασκευή φτάνει σε ένα σημείο που δεν μπορεί να απορροφήσει πλέον άλλη ενέργεια από αυτό. Το συγκεκριμένο σημείο αποτελεί το σημείο "διακλάδωσης" της κατασκευής μιας και διαχωρίζει τον πρωτεύων γραμμικό δρόμο ισορροπίας, της ομοιόμορφης ελαστικής συμπίεσης, από τον δευτερεύων. Ο τελευταίος επειδή μειώνει την ενέργεια του συστήματος προτιμάται από την κατασκευή. Η παραπάνω διαδικασία προκαλεί οβαλοποίηση της διατομής, δηλαδή η τελευταία συμπιέζεται μη ομοιόμορφα μέχρι να αποκτήσει οβάλ σχήμα. Το κρίσιμο φορτίο που συμβαίνει αυτό υπολογίζεται από την σχέση :

$$P_{cr} = 2E \left(\frac{t}{D} \right)^3 \quad (2.4)$$

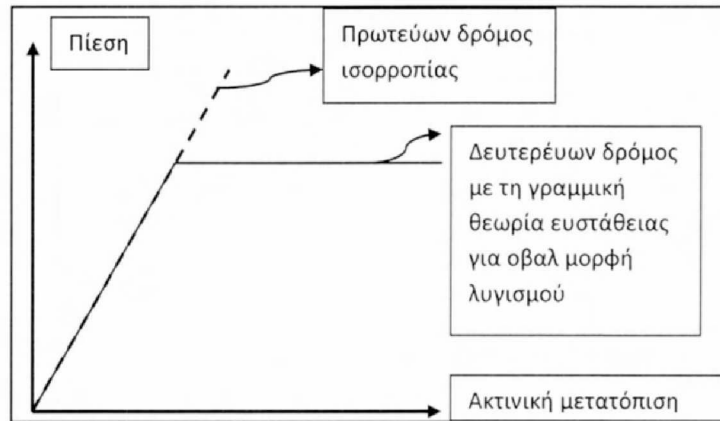


Figure 2.1: Διάγραμμα δύων δρόμων ισορροπίας

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι ο λυγισμός δακτυλίου εξαρτάται αποκλειστικά από το μέτρο ελαστικότητας E και από τον λόγο πάχους τοιχώματος-διαμέτρου διατομής. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα λεπτότεροι δακτυλίοι να μπορούν να έχουν μεγαλύτερη αντοχή από παχύτερους εξαιτίας της μικρότερης διαμέτρου τους. Επίσης επειδή η θεωρία αφορά ελαστικά υλικά η ακτινική μετατόπιση θα συνεχίζεται να αυξάνεται χωρίς περεταίρω αύξηση του κρίσιμου φορτίου όπως απεικονίζεται στο σχήμα 2.1 όπου διακρίνεται το σημείο της "διακλάδωσης" των δύο δρόμων ισορροπίας. Σύμφωνα με την θεωρία της διαταραχής [6],[11] που υπολογίστηκε το κρίσιμο φορτίο υπολογίζονται και οι μετατοπίσεις κατά την ακτινική και εφαπτομενική διεύθυνση ως εξής:

$$w = A \cos(2\theta) \quad (2.5)$$

και

$$u = -\frac{A}{2} \cos(2\theta) \quad (2.6)$$

με το A να αποτελεί μια αυθαίρετη σταθερά η οποία αντιπροσωπεύει το εύρος οβαλοποίησης. Γίνεται αντιληπτό ότι η θεωρία είναι ικανή να προβλέψει το φορτίο λυγισμού της κατασκευής αλλά αδυνατεί να υπολογίσει το μέγεθος των μετατοπίσεων μιας και αυτές εξαρτώνται από την σταθερά A . Παρόλα αυτά η θεωρία μπορεί να υπολογίσει σωστά την ιδιομορφή λυγισμού, δηλαδή την μορφή που θα αστοχήσει η κατασκευή. Η καμπτική ροπή που αναπτύσσεται στην μεταλυγισμική κατάσταση στα τοιχώματα του σωλήνα δίνεται από την σχέση:

$$M = EI k \quad (2.7)$$

όπου I και k η ροπή αδράνειας του δακτυλίου και k η καμπυλότητα του δακτυλίου που υπολογίζονται ως εξής:

$$I = \frac{t^3}{12} \quad (2.8)$$

και

$$k = \frac{u' - w''}{R^2} \quad (2.9)$$

Τέλος η τάση που θα αναπτύσσεται εφαπτομενικά της διατομής θα είναι το άθροισμα των τάσεων λόγω πίεσης και των τάσεων λόγω καμπτικών ροπών και ισούται με:

$$\sigma_\theta = -P \frac{D}{2t} \pm \frac{18}{R^2} \frac{A}{t^2} \cos(2\theta) \quad (2.10)$$

Αντίστοιχα στους ευθύγραμμους σωλήνες ο μαθηματικός τύπος για την εύρεση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού (P_{cr}) είναι:

$$P_{cr} = 2E' \left(\frac{t}{D} \right)^3 \quad (2.11)$$

με

$$E' = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \quad (2.12)$$

όπου ν ο συντελεστής Poisson του υλικού. Για να ισχύει η παραπάνω θεωρία για τους ευθύγραμμους σωλήνες πρέπει να υπάρχει η διασφάλιση ότι η κατασκευή βρίσκεται ακόμα στην ελαστική περιοχή, δηλαδή $P_{cr} \leq P_{pl}$ όπου P_{pl} η πίεση που οδηγεί στην πλαστικοποίηση της διατομής με τύπο:

$$P_{pl} = \frac{2\sigma_y t}{D} \quad (2.13)$$

με σ_y το όριο διαρροής του υλικού. Από την σχέση 2.11 εύκολα συμπεραίνεται ότι ο ελαστικός λυγισμός προκύπτει για:

$$\frac{D}{t} \geq \sqrt{\frac{E'}{\sigma_y}} \quad (2.14)$$

. Για παράδειγμα για έναν χάλυβα με $\nu = 0.3$, $E = 200$ GPa και $\sigma_y = 450$ MPa η ελαστική θεωρία ισχύει για σωλήνες με λόγο διαμέτρου πάχους σωλήνα $\frac{D}{t} \geq 22$.

2.1.2 Λυγισμός δακτυλίου και σωλήνα με ατέλεια

Στην προηγούμενη ενότητα μελετήθηκε ο λυγισμός ενός δακτυλίου με την θεωρία της διαταραχής. Όμως δεν μπορεί να υπάρξει τέλειος δακτύλιος χωρίς κάποια ατέλεια ή ασυνέχεια. Στην συγκεκριμένη ενότητα εξετάζεται ο λυγισμός δακτυλίου με "οβαλ" ασυνέχεια μορφής όπως ορίστηκε στην προηγούμενη ενότητα από τις εξισώσεις 2.5 και 2.6. Η νέα γεωμετρία κατά την ακτινική διεύθυνση είναι:

$$w(\theta) = \left(\frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \right) w_1(\theta) \quad (2.15)$$

όπου $w_1(\theta)$ η μετατόπιση κατά την ακτινική διεύθυνση όπως ορίστηκε από την εξίσωση 2.5. Η $w_1(\theta)$ αποτελεί την αρχική ατέλεια. Λόγω της συνημιτονοειδούς της μορφής γίνεται αντιληπτό ότι οι μέγιστες τιμές θα είναι για τιμές γωνιών $\theta = \pm 0, \pi, 2\pi$ κτλ. Η 2.15 συνεπάγεται ότι

$$w(0) = \frac{\alpha_1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} = \alpha \quad (2.16)$$

ή

$$P = \frac{\alpha - \alpha_1}{\alpha} P_{cr} \quad (2.17)$$

όπου α και α_1 το εύρος οβαλοποίησης για τον δακτύλιο και για την ασυνέχεια αντίστοιχα. Οι ίδιες σχέσεις ισχύουν και για ευθύγραμμους σωλήνες με την μόνη διαφορά ότι στα δικά τους κρίσιμα φορτία P_{cr} εμπεριέχεται το μέτρο ελαστικότητας E' όπως ορίστηκε στην εξίσωση 2.12. Παρατηρείται ότι ο λυγισμός του δακτυλίου με αρχική ατέλεια είναι ανάλογος του φορτίου λυγισμού του μη ατελή δακτυλίου πολλαπλασιασμένος με έναν συντελεστή μικρότερο της μονάδας που εξαρτάται από το μέγεθος της αρχικής ατέλειάς του. Τα παραπάνω ομοίως ισχύουν και για τους ευθύγραμμους σωλήνες. Παρ' όλα αυτά πάλι δεν μπορούν να διεξαχθούν συμπεράσματα για το μέγεθος της μετατόπισης μιας και πάλι εξαρτάται από το εύρος οβαλοποίησης. Πάνω στην συγκεκριμένη θεωρία βασίστηκε ο Ritz για την δημιουργία του αλγόριθμου επίλυσης ασταθών λυγισμών σε κατασκευές (παράρτημα 7.1.1).

Chapter 3

Αναλύσεις υπό εξωτερική πίεση με την χρήση FEM

3.1 Εισαγωγή

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιείται όλο και συχνότερα στις μέρες μας. Είναι ικανή να επιλύσει με πολύ καλή προσέγγιση δύσκολα και περίπλοκα προβλήματα της ελαστοπλαστικής εκεί δηλαδή που οι αναλυτικές μέθοδοι τείνουν να αποτυγχάνουν. Το πρόβλημα της μεγάλης υπολογιστικής ισχύς που απαιτεί η μέθοδος έχει σχεδόν ξεπεραστεί με την τεχνολογική ανάπτυξη των υπολογιστών. Για την ανάλυση των προβλημάτων χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό ABAQUS για να παράξει αποτελέσματα των δοθέντων προβλημάτων. Το συγκεκριμένο λογισμικό παρέχει τις παρακάτω δυνατότητες

- Το ABAQUS περιέχει ένα σχεδιαστικό πρόγραμμα (CAD) κατά το οποίο σχεδιάζεται το μοντέλο προς επίλυση. Αρκετές φορές λόγω της περίεργης γεωμετρίας του μοντέλου το παραπάνω σχεδιάζεται σε τμήματα (parts) τα οποία σε άλλο στάδιο ενώνονται.
- Μετέπειτα το μοντέλο συναρμολογείται, αν είναι απαραίτητο, και επιλέγονται τα φορτία και οι συνοριακές συνθήκες. Επίσης εισάγονται πληροφορίες που αφορούν το είδος του υλικού, τυχόν περιορισμούς μεταξύ των κόμβων καθώς και η μέθοδος επίλυσης και ο αριθμός των βημάτων που θα χρησιμοποιηθούν.
- Στην συνέχεια γίνεται η διακριτοποίηση του μοντέλου, ή των τμημάτων που αποτελούν το μοντέλο, σε στοιχεία καθώς επιλέγεται και το είδος του στοιχείου που θα χρησιμοποιηθεί. Όλες οι παραπάνω διαδικασίες αποτελούν το λεγόμενο pre-processing δηλαδή όλες τις ενέργειες που γίνονται πριν την επίλυση του μοντέλου.
- Ακολουθείται η επίλυση του μοντέλου με την χρήση του Solver, ενός προγράμματος που "τρέχει"-επιλύει το πρόβλημα προς τις ζητούμενες μεταβλητές που έχει ορίσει ο χρήστης.
- Τέλος όλα τα αποτελέσματα παρουσιάζονται σε ένα γραφικό περιβάλλον που απεικονίζει το μοντέλο στην παραμορφωμένη κατάσταση στα διάφορα βήματα άσκησης των φορτίων. Επίσης το πρόγραμμα είναι ικανό να δημιουργήσει γραφικές παραστάσεις μεταξύ των υπολογισμένων μεταβλητών καθώς και να τις μεταφέρει σε άλλο πρόγραμμα όπως το Excel. Όλες αυτές οι διαδικασίες ονομάζονται post-processing γιατί αφορά την ανάλυση και παρουσίαση των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων.

Παρόλο που φαίνεται ότι ο χρήστης χρειάζεται να χρησιμοποιήσει τρία-τέσσερα διαφορετικά προγράμματα όλες οι παραπάνω λειτουργίες εκτελούνται μέσα σε ένα πρόγραμμα καθιστώντας το πολύ χρήσιμο εργαλείο στα χέρια του μηχανικού.

3.2 Αρχικές αναλύσεις σε ευθύγραμμους σωλήνες

Στόχος της συγκεκριμένης ενότητας είναι η μελέτη του φαινομένου του λυγισμού και η φυσική του κατανόηση. Αρχικά μελετήθηκε ο ελαστικός λυγισμός ενός λεπτότοιχου ευθύγραμμου σωλήνα με την άσκηση εξωτερικής πίεσης σε αυτόν. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα (2.1.1), κατά τον ελαστικό λυγισμό ενός σωλήνα το φορτίο λυγισμού (P_{el}) είναι μικρότερο από ότι το φορτίο που οδηγεί στη πλαστική του αστοχία (P_{pl}). Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων δεν είναι ικανή να προβλέψει την μεταλυγισμική κατάσταση του σωλήνα χωρίς της χρήσης αρχικής ατέλειας, της ατέλειας δηλαδή η οποία θα οδηγήσει στην οβαλοποίηση της διατομής του, σύμφωνα με την μέθοδο Riks (7.1.1). Αυτό συμβαίνει γιατί η απόλυτα κυκλική διατομή του θα συμπιέζεται ομοιόμορφα λόγω της εξωτερικής πίεσης μέχρι την πλαστικοποίηση της μιας και η μέθοδος αδυνατεί να ακολουθήσει τον νέο "διακλαδωμένο" δρόμο ισορροπίας αφού επιλύει μοντέλα συνεχούς απόκρισης. Η μετατροπή του μοντέλου "διακλαδωμένης" ισορροπίας σε μοντέλο συνεχούς απόκρισης γίνεται με την εισαγωγή μιας αρχικής ατέλειας. Η τελευταία θα πρέπει να έχει μέγεθος αρκετό ώστε να μπορεί να θεωρηθεί ατέλεια και να οδηγήσει στον λυγισμό της κατασκευής, αλλά και τόσο μικρό ώστε να μην επηρεάζει την γεωμετρία της κατασκευής, δηλαδή η διατομή του σωλήνα να παραμένει σχεδόν κυκλική πριν την φόρτιση της. Αυτή του είδους ανάλυση ευαισθησίας στο πόσο μεγάλη ή πόσο μικρή θα πρέπει να είναι η αρχική ατέλεια του έχει μελετηθεί από διάφορους ερευνητές από όπου έχουν εξαχθεί διάφορα συμπεράσματα για το πόσο συντηρητική ή όχι είναι η επιλογή του μεγέθους αυτής [12], [13].

3.2.1 Εισαγωγή ατέλειας σε μοντέλα

Κατά την συγκεκριμένη αλλά και τις μετέπειτα αναλύσεις χρησιμοποιήθηκε εισαγωγή ατέλειας μέσω πεδίου μετατοπίσεων που παράχθηκε από ανάλυση ιδιοτιμών. Αρχικά γίνεται επίλυση του προβλήματος ιδιοτιμών για τον λυγισμό του ευθύγραμμου σωλήνα. Πρακτικό ενδιαφέρον παρουσιάζουν το πολύ οι πρώτες τρεις ιδιοτιμές μιας και αυτές θα είναι υπεύθυνες για τον λυγισμό της κατασκευής, αφού μεγαλύτερης τάξεως ιδιοτιμές δεν θα είναι χρήσιμες με την αστοχία της κατασκευής να έχει ήδη επέλθει. Στην παρούσα εργασία θεωρείται ότι μόνο η πρώτη ιδιοτιμή, εξαιτίας της μικρότερης τιμής της, οδηγεί στην αστοχία του μοντέλου. Μετά το πέρας της ανάλυσης έχει υπολογιστεί η τιμή του ελαστικού φορτίου λυγισμού για άσκηση εξωτερικής πίεσης στον σωλήνα καθώς και έχει αποθηκευτεί σε ένα αρχείο .txt το πεδίο των μετατοπίσεων για κάθε κόμβο του πλέγματος. Την διαδικασία την ακολουθεί μία νέα ανάλυση (θα την αναφέρουμε ως ανάλυση Riks προς τιμή του E.Riks) πριν την οποία εισάγεται η παραμορφωμένη γεωμετρία στο μοντέλο από την ανάλυση ιδιοτιμών. Ουσιαστικά με την χρήση μιας εντολής του προγράμματος (βλέπε 7.2 ενότητα) επιβάλλουμε στους κόμβους του σωλήνα του μοντέλου της Riks ανάλυσης πριν την έναρξη της να μετατοπιστούν ελαφρώς με παρόμοιο τρόπο με τους κόμβους της ανάλυσης ιδιοτιμών. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την δημιουργία μιας ελαφρώς παραμορφωμένης γεωμετρίας κυλινδρικού σωλήνα στο μοντέλο Riks η οποία διαφέρει ελάχιστα από την αρχική γεωμετρία του απαμορφωμένου απόλυτα κυκλικής διατομής σωλήνα. Είναι πάρα πολύ σημαντικό να τονιστεί ότι τα δύο προαναφερθέντα μοντέλα πρέπει να είναι πανομοιότυπα, δηλαδή να έχουν την ίδια κατασκευή, διαστάσεις, υλικό, πλέγμα και συνοριακές συνθήκες ώστε να μπορούν να θεωρηθούν αξιόπιστα τα αποτελέσματα. Με τον όρο ίδιο πλέγμα εννοούμε το παραπάνω να περιέχει τον ίδιο αριθμό στοιχείων, με την ίδια κατανομή, το ίδιο μέγεθος καθώς και τύπο στοιχείου. Τα όμοια πλέγματα εξασφαλίζουν ότι ακριβώς οι ίδιοι κόμβοι

θα μετατοπιστούν με τον ίδιο τρόπο δημιουργώντας την ίδια μεταλυγισμική γεωμετρία μεταξύ του μοντέλου ανάλυσης ιδιοτιμών και του νέου μοντέλου.

Η εισαγωγή του πεδίου των μετατοπίσεων στο νέο μοντέλο γίνεται πολλαπλασιασμένη με έναν συντελεστή, η τιμή του οποίου είναι καθοριστικής σημασίας. Όπως προαναφέρθηκε είναι πολύ σημαντικό η εισαγωγή της ατέλειας να είναι αρκετά μικρή επειδή επηρεάζει την συνολική αντοχή της κατασκευής. Όσο μεγαλύτερη η ατέλεια τόσο μικρότερη η αντοχή της κατασκευής συγκριτικά με το απαραμόρφωτο μοντέλο. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκε σαν κριτήριο η μέγιστη μετατόπιση όλων των κόμβων του μοντέλου να είναι μικρότερη του ενός εκατοστού (1% t) του πάχους τοιχώματος των σωλήνων. Επειδή το τελευταίο είναι μικρότερο της διαμέτρου της διατομής ($D > t$) και στους μη λεπτότοιχους σωλήνες ($D/t \leq 22$), που αποτελούν το αυστηρότερο κριτήριο, η αύξηση ή η μείωση τους ενός εκατοστού του τοιχώματος κατά την ακτινική διεύθυνση θα χει ως αποτέλεσμα η διάμετρος του σωλήνα να παραμείνει πρακτικά σταθερή. Ομοίως θα συμβεί και κατά την διαμήκη διεύθυνση του που το μήκος του είναι πολύ μεγαλύτερο του πάχους. Γι αυτό τον λόγο επιλέγονται μικρές τιμές αυτού του συντελεστή σύμφωνα με αποτελέσματα που έχουν ορίσει προηγούμενες έρευνες [12]. Η τιμή αυτού του συντελεστή δεν έχει κάποια αξία ή φυσική σημασία. Οι τιμές της αρχικής οβαλοποίησης για τους μη λεπτότοιχους σωλήνες της παρακάτω ενότητας (3.2.2) είναι αρκετά μικρές ($\leq 0.13\%$) γεγονός που αποδεικνύει τον αρχικό ισχυρισμό του κριτηρίου.

Για λεπτότοιχους σωλήνες ($D/t \geq 22$) μπορεί το παραπάνω κριτήριο να είναι αρκετά αυστηρό ώστε η ατέλεια να είναι φαινομενικά τόσο μικρή ώστε να μην καταφέρει να οδηγήσει στον λυγισμό του. Στις συγκεκριμένες περιπτώσεις το κριτήριο μπορεί να είναι πιο ελαστικό, δηλαδή είναι δυνατόν ο συντελεστής να πάρει τιμές μεγαλύτερες του ενός εκατοστού του πάχους τοιχώματος, προσπαθώντας όμως η τιμή αυτή να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη για να μην μειώσει περαιτέρω την αντοχή του σωλήνα. Η συγκεκριμένη τιμή για κάθε μοντέλο προκύπτει ύστερα από αριθμητικές δοκιμές. Τέλος σε όλες τις αναλύσεις που έλαβαν χώρα οι μετατοπίσεις που δημιουργούνταν κατά την ανάλυση ιδιοτιμών είχαν σαν μέγιστη τιμή την μονάδα ή μια ελαφρώς παραπάνω τιμή με αποτέλεσμα το γινόμενο του προαναφερθέν συντελεστή με το πεδίο των μετατοπίσεων να προκαλεί μέγιστες μετατοπίσεις ίσες με την τιμή του.

3.2.2 Λυγισμός λεπτότοιχου σωλήνα

Αρχικά μελετήθηκε ο λυγισμός ενός λεπτότοιχου σωλήνα με αρχική ατέλεια. Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται τα χαρακτηριστικά του καθώς και του σωλήνα της επόμενης ενότητας (3.2.3).

	διάμετρος	πάχος τοιχώματος
λεπτότοιχος	762mm	30mm
χοντρότοιχος	762mm	50mm

Table 3.1: Χαρακτηριστικά λεπτότοιχου σωλήνα

Για την συγκεκριμένη ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν γενικής χρήσεως κελυφωτά στοιχεία που περιέχουν τέσσερις κόμβους μειωμένης ολοκλήρωσης (S4R elements). Τα στοιχεία ήταν τετραγωνικά με μέγεθος πλευράς $a = 50mm$ και συνολικά χρησιμοποιήθηκαν 1200 στοιχεία για την δημιουργία του πλέγματος. Το υλικό του σωλήνα θεωρήθηκε ελαστικό με μέτρο ελαστικότητας $E = 200GPa$ και συντελεστή (λόγο) Poisson $\nu = 0,3$. Το πάχος του είναι παντού σταθερό καθ' όλο το μήκος του. Τέλος αυτός φορτίστηκε με εξωτερική ομοιόμορφη πίεση και για τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος χρησιμοποιήθηκαν πακτώσεις και στα δύο άκρα του, που προκαλούν δηλαδή μηδενικές μετατοπίσεις και στροφές στους κόμβους που επενεργούν. Να επισημανθεί ότι ο λυγισμός ευθύγραμμου σωλήνα υπό εξωτερική πίεση αποτελεί συμμετρικό πρόβλημα με δύο άξονες

συμμετρίας x και y (σχ. 3.1) οπότε για μοντέλο αντί για έναν ολόκληρο σωλήνα χρησιμοποιήθηκε το ένα τέταρτο του για εξοικονόμηση υπολογιστικής ισχύς και χρόνου επίλυσης. Στην παρούσα εργασία, με εξαίρεση το συγκεκριμένο μοντέλο αυτής της ενότητας, δεν χρησιμοποιείται αυτή η μέθοδος μοντελοποίησης για λόγους διευκόλυνσης του χρήστη μιας και η υπολογιστική ισχύς είναι αρκετή για να επιφέρει μικρούς χρόνους ανάλυσης. Οι συνοριακές συνθήκες καθώς και η εξωτερική πίεση απεικονίζονται στην παρακάτω εικόνα:

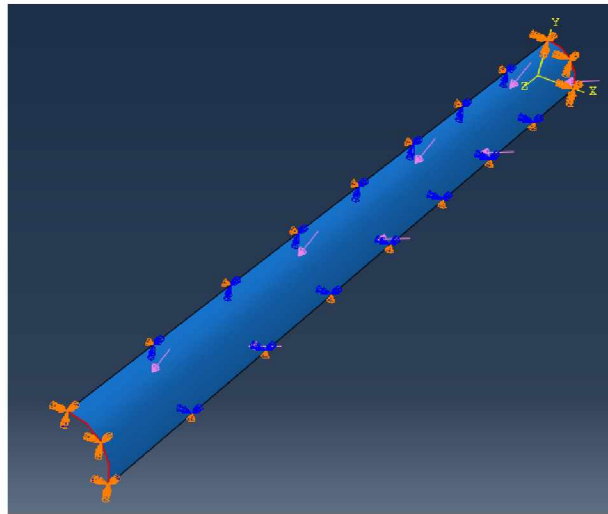


Figure 3.1: ΣΣ και φορτία σε τεταρτοκύκλιο

Όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα για τον υπολογισμό του φορτίου λυγισμού ενός σωλήνα κατά την άσκηση εξωτερικής πίεσης σε αυτόν χρειάζεται να πραγματοποιηθούν δύο αναλύσεις, μια ανάλυση ιδιοτιμών και μια ανάλυση Riks. Οι δύο αυτές αναλύσεις αφορούν όμοια μοντέλα (cad αρχείο, πλέγμα, συνοριακές συνθήκες, υλικό κτλ). Κατά την ανάλυση ιδιοτιμών χρησιμοποιούμε την επιλογή buckle στο step της ανάλυσης του ABAQUS [14]. Αυτή η εντολή καθορίζει τον αριθμό των ιδιοτιμών που θα υπολογιστούν κατά την ανάλυση ιδιοτιμών. Σε όλες τις αναλύσεις θεωρείται ότι μόνο η πρώτη ιδιοτιμή θα οδηγήσει στην αστοχία του μοντέλου μιας και είναι αυτή με την μικρότερη τιμή φορτίου. Επίσης μέσω του keyword επιλέγουμε να αποθηκευτούν σε ένα αρχείο .txt το πεδίο των μετατοπίσεων των κόμβων ώστε μετέπειτα να μπορούμε να το εισάγουμε στην επόμενη ανάλυση. Τέλος δεν χρειάζεται να δώσουμε τιμή στην ασκούμενη πίεση μιας και αποτελεί τον άγνωστο του προβλήματος.

Κατά την ανάλυση Riks αλλάζουμε το step του ABAQUS από buckle σε Static-Risk [14]. Το συγκεκριμένο step μας επιτρέπει να ορίσουμε τον αριθμό των βημάτων που θα λειτουργήσει ο επαναληπτικός αλγόριθμος Riks, το μέγεθος βήματος καθώς και αν θέλουμε να χρησιμοποιηθεί γραμμικός ή μη γραμμικός αλγόριθμος για την εύρεση λύσης. Στην συγκεκριμένη περίπτωση επιλέχθηκε μη γραμμικός αλγόριθμος, 100 επαναλήψεις και 3 μέγιστο μέγεθος βήματος με αρχικό βήμα τόξου (arc length) 0,001. Ομοίως δεν χρειάζεται να εισάγουμε τιμή για το ασκούμενο φορτίο μιας και αποτελεί άγνωστο για το πρόβλημα μας. Τέλος πριν τρέξουμε την ανάλυση θα πρέπει να εισάγουμε την ασυνέχεια στο μοντέλο. Αυτό συμβαίνει με την εντολή *IMPERFECTION στο keyword του ABAQUS (7.2). Η χρήση της παραπάνω εντολής επιλέγει ένα αρχείο όπου είναι αποθηκευμένο ένα πεδίο μετατοπίσεων και το εισάγει στην αρχική παραμόρφωτη κατάσταση πολλαπλασιασμένο με ένα συντελεστή μεγέθυνσης (scale factor). Το συγκεκριμένο πεδίο, που έχει προκύψει από την ανάλυση ιδιοτιμών, είναι υπεύθυνο για την οβαλοποίηση της διατομής με τον συντελεστή μεγέθυνσης να παίρνει την τιμή ένα. Όπως προαναφέρθηκε στην ενότητα 3.2.1

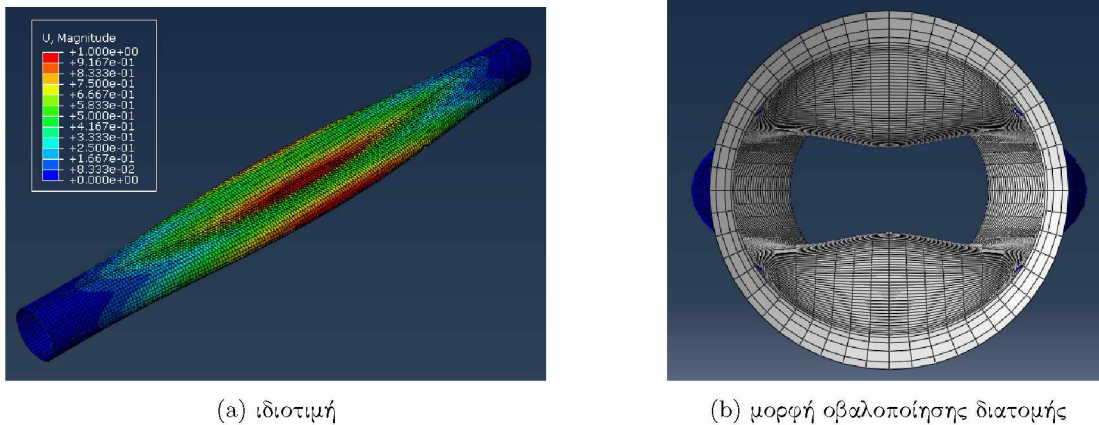


Figure 3.2: λεπτότοιχος σωλήνας

στα λεπτότοιχα μοντέλα το κριτήριο για την τιμή του συντελεστή μεγένθυσης μπορεί να είναι αρκετά αυστηρό. Η τιμή ένα πάφθηκε από δοκιμές του χρήστη. Η οβαλότητα του σωλήνα πριν την έναρξη της ανάλυσης Riks είχε την τιμή $ou = 0.13\%$ αρκετά μικρή για να μην επηρεάζει το φορτίο λυγισμού.

Στις παρακάτω εικόνες αναγράφονται η ιδιοτιμή λυγισμού και η μορφή του πεδίου των μετατοπίσεων (σχ. 3.2a) κατά την ανάλυση ιδιοτιμών και η μορφή οβαλοποίησης της διατομής (σχ. 3.2b). Στο παράρτημα (7.5) υπάρχουν εικόνες από όλα τα μοντέλα μετά την εισαγωγή ατέλειας και πριν την άσκηση φορτίου. Σε αυτές ο συντελεστής μεγένθυσης (scale factor) παίρνει την τιμή εκατό (100) για όλα τα μοντέλα που αναλύθηκαν. Η τιμή αυτού του συντελεστή μεγενθύνει την γεωμετρική μορφή του μοντέλου όσο το χει ορίσει ο χρήστης και χρησιμοποιήθηκε για να γίνει αντιληπτό ότι το μέγεθος της εισαγόμενης ατέλειας είναι πολύ μικρό ώστε να επηρεάσει την συνολική γεωμετρία και να οδηγήσει σε μικρότερα φορτία. Σε περίπτωση που η ατέλεια δεν είχε πολύ μικρή τιμή το μοντέλο κατά την απεικόνιση του από το ODB αρχείο του ABAQUS θα είχε διαφορετική γεωμετρία από αυτή που σχεδιάστηκε. Τέλος παρουσιάζεται το αδιάστατο διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας για το συγκεκριμένο μοντέλο (σχ. 3.3). Η αδιαστατοποίηση πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας την P_y , δηλαδή την θεωρητική τιμή του φορτίου πλαστικοποίησης όπως ορίστηκε στο κεφάλαιο 2.1.1.

Παρατηρείται ότι η ανάλυση ιδιοτιμών έχει πολύ καλή προσέγγιση συγκριτικά με την αναλυτική λύση για το κρίσιμο φορτίο [6]. Επίσης η εισαγόμενη ατέλεια είναι αρκετά μικρή μιας και η διατομή του μοντέλου παραμένει κυκλική (7.5). Επίσης κατά την μεταλυγισμική κατάσταση το ασκούμενο φορτίο συνεχώς μειώνεται μιας και ο σωλήνας έχει οδηγηθεί στην αστοχία. Τέλος η κρίσιμη τιμή του φορτίου λυγισμού είναι ελαφρώς μικρότερη από την ανάλυση ιδιοτιμών εξαιτίας της αρχικής ατέλειας όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.2.1 και υπολογίσιμα μικρότερη από το φορτίο πλαστικοποίησης του σωλήνα όπως παρουσιάστηκε στο παραπάνω διάγραμμα.

3.2.3 Λυγισμός μη λεπτότοιχου σωλήνα

Όμοιες αναλύσεις με αυτές της προηγούμενης ενότητας πραγματοποιήθηκαν διατηρώντας ίδιο σχεδιαστικό μοντέλο, υλικό, γεωμετρία, πλέγμα, συνοριακές συνθήκες και φορτία. Η μοναδική διαφορά ήταν ότι το πάχος σωλήνα ήταν $t = 50\text{mm}$ αντί για $t = 30\text{mm}$ ικανοποιώντας την συνθήκη για μη λεπτότοιχους αγωγούς ($D/t \leq 22$) (πίνακας 3.1). Κατά την ανάλυση ιδιοτιμών χρησιμοποιήθηκε σαν υλικό ένα μοντέλο χάλυβα X65 που παρουσιάζεται στο παράρτημα (7.3) μιας και ο σωλήνας θα αστοχήσει πλαστικά. Ο συγκεκριμένος έχει τις ίδιες ελαστικές παραμέτρους με το μοντέλο

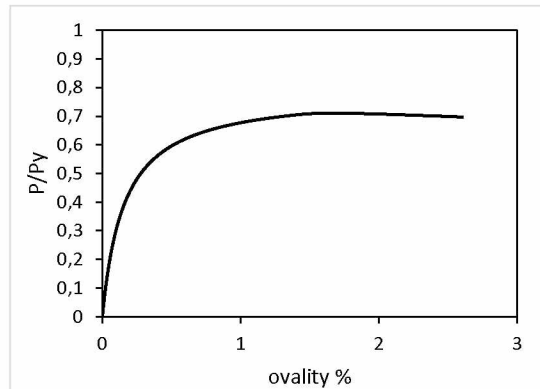


Figure 3.3: Διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας

που χρησιμοποιήθηκε στην προηγούμενη ενότητα (3.2.2). Μιας και το πάχος του σωλήνα στα κελυφωτά στοιχεία ορίζεται από την εντολή section και όχι από την γεωμετρία του μοντέλου το πλέγμα παρέμεινε ίδιο με προηγούμενως. Αντίστοιχα με πριν, από την ανάλυση ιδιοτιμών λαμβάνεται η πρώτη ιδιοτιμή του μοντέλου καθώς και αποθηκεύεται σε ένα αρχείο .txt το πεδίο των μετατοπίσεων. Κατά την ανάλυση Riks εισάγεται μέσω του keyword με την εντολή *IMPERFECTION (ενότητα 7.2) το νέο πλέον αρχείο .txt στο αρχικό πεδίο των μετατοπίσεων με διαφορετικό συντελεστή μεγέθυνσης εξαιτίας του μεγαλύτερου πάχους του τοιχώματος που παρουσιάζει. Λόγω του κριτηρίου που έχει αναφερθεί στην ενότητα 3.2.1 ο παραπάνω συντελεστής είχε την τιμή 0,5. Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα φορτίου-οβαλοποίησης.

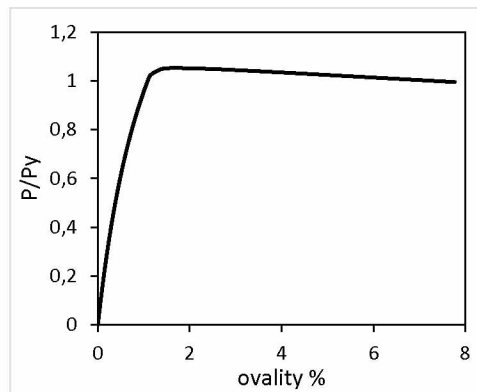


Figure 3.4: Διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας

Με ανάλογο τρόπο παρατηρούμε ότι η αναλυτική λύση και η λύση με πεπερασμένα στοιχεία βρίσκουν σχεδόν ίδια τιμή φορτίου λυγισμού. Το φορτίο της ανάλυσης Riks όφειλε να είναι ελαφρώς μικρότερο του φορτίου της αναλυτικής λύσης εξαιτίας της αρχικής ατέλειας. Όμως το φορτίο είναι

ελαφρότερο επειδή το υλικό που χρησιμοποιήθηκε δεν είναι τέλεια πλαστικό. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό ότι το κύριο κριτήριο αστοχίας των αγωγών σε περιβάλλον που ασκείται εξωτερική πίεση εξαρτάται από τον λόγο διαμέτρου-πάχους τοιχώματος σωλήνα που ανάλογα την τιμή του οδηγεί σε δύο διαφορετικούς τρόπους λυγισμού (ελαστικός ή πλαστικός).

3.3 Αρχικές αναλύσεις τοροειδών σε λυγισμό

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις τοροειδών μοντέλων με αρχική ατέλεια. Θεωρήθηκε σταθερός ο λόγος διαμέτρου-πάχους σωλήνα ($D/t = 40$) και μεταβλήθηκε ο λόγος ακτίνας καμπυλότητας-ακτίνας διατομής του τοροειδούς. Στα τοροειδή μοντέλα μελετήθηκε όμοια με την προηγούμενη ενότητα η αντοχή τους σε λυγισμό υπό την άσκηση εξωτερικής πίεσης. Απαραίτητη προϋπόθεση για την εύρεση του φορτίου λυγισμού με την μέθοδο Riks είναι η προσθήκη αρχικής ατέλειας στα μοντέλα. Τα τοροειδή όπως και οι ευθύγραμμοι σωλήνες παρουσιάζουν μεγάλη ευαισθησία σε αρχική ατέλεια που μπορεί να μειώσει περαιτέρω το φορτίο λυγισμού τους αν και μερικοί ερευνητές προτείνουν ότι μπορεί αυτό να μην ισχύει απόλυτα [7] [12]. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, χρησιμοποιώντας συντηρητικά κριτήρια, θα θεωρηθεί ότι υπάρχει μεγάλη ευαισθησία. Πολύ σημαντική επιλογή είναι και η χρήση των απαιτούμενων συνοριακών συνθηκών. Συνήθως εφαρμόζονται στην εσωτερική ή την εξωτερική πλευρά του τοροειδούς. Ερευνητές έχουν αποδείξει ότι δεν έχει μεγάλη σημασία ο αριθμός των σημείων που ασκούνται οι συνοριακές συνθήκες αν αυτά είναι γεωμετρικά κατάλληλα επιλεγμένα, δηλαδή μόνο στην εξωτερική ή μόνο στην εσωτερική πλευρά, γιατί δεν επιφέρουν αύξηση του κρίσιμου απαιτούμενου φορτίου [7]. Οι συνοριακές συνθήκες που οδηγούν στα μικρότερα φορτία λυγισμού έχουν αποδειχθεί αριθμητικά [7] αλλά υπάρχουν και πειραματικά δεδομένα που αποδεικνύουν την εξάρτηση του φορτίου από τις εκάστοτε συνοριακές συνθήκες [15],[16]. Ο ελάχιστος αριθμός των συνοριακών συνθηκών για τον λυγισμό τοροειδούς είναι μονάδα. Τα επιπλέον σημεία που θα ασκούνταν σε αυτά οι συνοριακές συνθήκες δεν θα άλλαζαν το υπολογισμένο αριθμητικά φορτίο λυγισμού μονάχα την μεταλυγισμική γεωμετρία του μοντέλου. Έχει αποδειχθεί αριθμητικά από αναλυτές ότι το είδος των συνοριακών συνθηκών που προσφέρει το ελάχιστο φορτίο δεν είναι μοναδικό [7]. Στις παρακάτω εικόνες (σχ. 3.5) απεικονίζονται δύο τοροειδή που δείχνουν πάνω σε ποια σημεία αν εφαρμοστούν οι συνοριακές συνθήκες θα έχουμε ελάχιστη τιμή φορτίου λυγισμού.

Η δημιουργία της ατέλειας όπως και στις προηγούμενες αναλύσεις γίνεται με την εισαγωγή πεδίου μετατοπίσεων από ανάλυση ιδιοτιμών. Η συμπεριφορά στο φαινόμενο του λυγισμού των τοροειδών ελέγχθηκε για τρεις διαφορετικούς λόγους ακτίνας καμπυλότητας-ακτίνας των τοροειδών (10,6 και 2,9). Το πλέγμα αποτελείται ομοίως από γενικής χρήσεως κελυφωτά στοιχεία που περιέχουν τέσσερις κόμβους μειωμένης ολοκλήρωσης (S4R elements) και τετραγωνική γεωμετρία. Το υλικό που επιλέχθηκε ήταν χάλυβας X65 όπως και στις προηγούμενες αναλύσεις. Οι διαστάσεις των μοντέλων, ο αριθμός των στοιχείων καθώς και το μέγεθος κάθε στοιχείου αναγράφεται στον παρακάτω πίνακα.

R/r	R (mm)	r (mm)	t (mm)	μέγεθος στοιχείου (mm)
10	1000	100	5	20
6	600	100	5	15
2,9	290	100	5	10

Table 3.2: Χαρακτηριστικά τοροειδών μοντέλων

Και στις τρεις αναλύσεις πραγματοποιήθηκε ανάλυση ιδιοτιμών με την εντολή buckle στο step του ABAQUS και εφαρμόστηκαν οι ίδιες συνοριακές συνθήκες. Χρησιμοποιήθηκε ένα σημείο με πάκτωση σαν συνοριακή συνθήκη όπως φαίνεται στο σχήμα 3.6α. Όπως προαναφέρθηκε, η χρήση

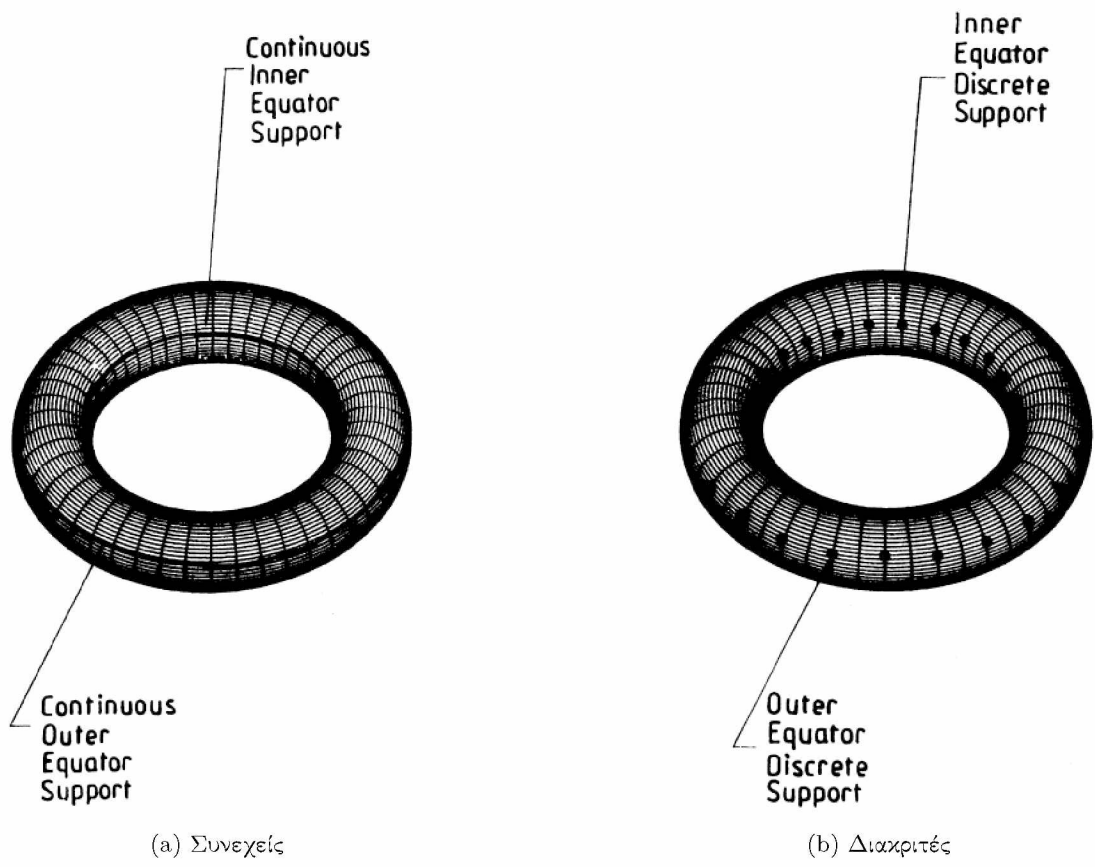


Figure 3.5: ΣΣ τοροειδών

περισσότερων σημείων που θα ασκούνται σε αυτά οι συνοριακές δεν βελτιώνει την λύση παρά την περιπλέκει για αυτό τον λόγο επιλέχθηκε ένα σημείο. Δεν γίνεται εισαγωγή της τιμής της πίεσης μίας και αποτελεί άγνωστο του προβλήματος. Τέλος και οι τρεις αναλύσεις αποθηκεύουν, η κάθε μια σε ένα διαφορετικό κάθε φορά αρχείο .txt, το πεδίο των μετατοπίσεων που προκαλείται καθώς και την τιμή της πρώτης ιδιοτιμής, αυτής δηλαδή που είναι υπεύθυνη για την αστοχία των μοντέλων. Παρακάτω παρουσιάζονται οι συνοριακές συνθήκες και η μορφή οβαλοποίησης της διατομής με τις εικόνες των μοντέλων μετά την εισαγωγή της αρχικής ατέλειας να παρατίθενται στο παράρτημα.

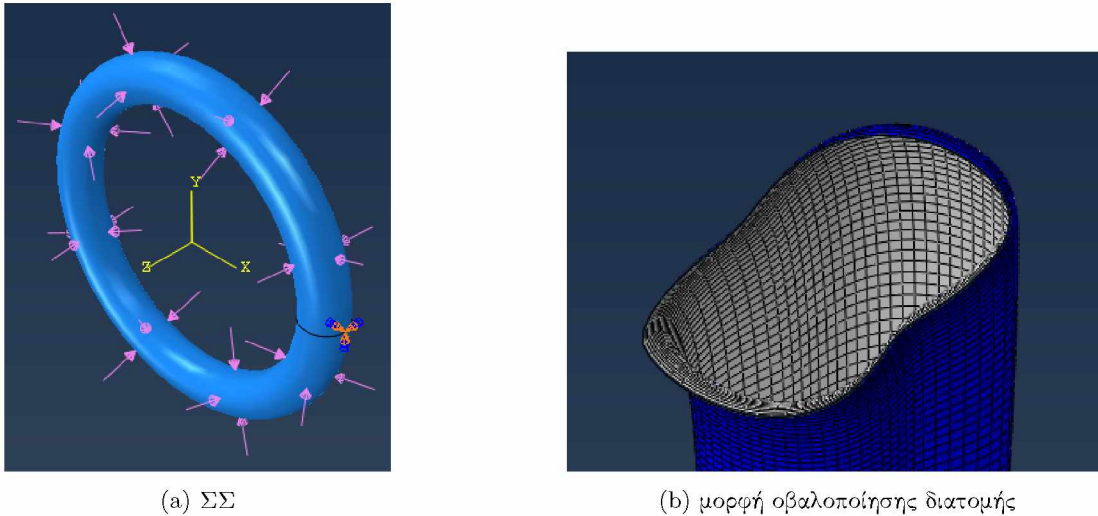


Figure 3.6: τορσιδές μοντέλο

Κατά την συνέχεια πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις Riks για τον υπολογισμό του φορτίου λυγισμού και την μελέτη της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς των τορσιδών. Και στα τρία μοντέλα έγινε εισαγωγή αρχικής ατέλειας με την εντολή *IMPERFECTION όπως έγινε και στους ευθύγραμμους σωλήνες. Επειδή το πάχος και των τριών τορσιδών είναι ίδιο χρησιμοποιήθηκε η ίδια τιμή του συντελεστή που πολλαπλασιάζει το πεδίο των μετατοπίσεων από την ανάλυση ιδιοτιμών κατά την εισαγωγή του στην απαράμορφωτη κατάσταση των μοντέλων. Η γεωμετρία, το υλικό, οι συνοριακές συνθήκες, οι επιφάνειες που ασκούνται τα φορτία, τα πλέγματα καθώς και το είδος των στοιχείων είναι όμοια μεταξύ των αναλύσεων ιδιοτιμών και Riks για τους αντίστοιχους λόγους ακτίνας καμπυλότητας-ακτίνας διατομής των τορσιδών. Κατά την ανάλυση Riks (step: static Riks στο ABAQUS) χρησιμοποιήθηκε μη γραμμικός αλγόριθμος επίλυσης και υπολογίστηκε το φορτίο λυγισμού των μοντέλων. Στο παράρτημα παρατίθενται εικόνες με τα μοντέλα με ατέλεια πριν την άσκηση του φορτίου καθώς και παρουσιάζεται η μέγιστη τιμή φορτίου και η 1η ιδιοτιμή στον πίνακα 3.3. Τα παραπάνω αποτελέσματα βρίσκονται κοντά με τα αποτελέσματα άλλων ερευνητών [7] και εμφανίζονται στο παρακάτω διάγραμμα (σχ 3.7). Όπως γίνεται αντιληπτό μεγαλύτερος λόγος ακτίνας καμπυλότητας-ακτίνας διατομής οδηγεί σε χαμηλότερα φορτία.

Οι παραπάνω αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν και για όμοιους ευθύγραμμους σωλήνες, δηλαδή για σωλήνες με ίδιο μήκος όσο η περιφέρεια κύκλου με ακτίνα ίση με την ακτίνα καμπυλότητας των προαναφερθέντων τορσιδών και ίδιο λόγω διατομής σωλήνα-πάχους τοιχώματος. Το υλικό είχε ίδιες ιδιότητες με τις προαναφερθέντες αναλύσεις τορσιδών και οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν στα άκρα αυτών ήταν πακτώσεις. Χρησιμοποιήθηκαν επίσης τετραγωνικά κελυφωτά στοιχεία S4R, ίσου μεγέθους με τις προηγούμενες αναλύσεις αντίστοιχα. Ομοίως με πριν πραγματοποιήθηκαν για κάθε μοντέλο δύο αναλύσεις, μία ανάλυση ιδιοτιμών και ανάλυση Riks. Για την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκε ο ίδιος συντελεστής που πολλαπλασιάζει το

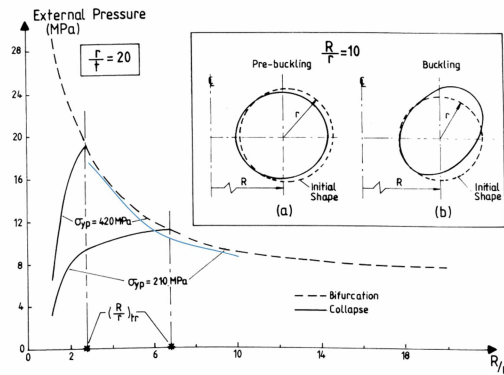


Figure 3.7: Συγκριτικό διάγραμμα τωρινών αποτελεσμάτων με του Blachut

πεδίο των παραμορφώσεων της ανάλυσης ιδιοτιμών κατά την εισαγωγή του στην αρχικά απαράμορφη κατάσταση με των αντίστοιχων όμοιων τοροειδών. Η εισαγωγή της αρχικής ατέλειες στα μοντέλα έγινε με τον τρόπο που αναφέρεται στην ενότητα 3.2.1. Στον πίνακα 3.3 αναγράφονται οι τιμές των ιδιοτιμών καθώς και οι τιμές των μέγιστων φορτίων λυγισμού τόσο για ευθύγραμμα, όσο για τοροειδή μοντέλα. Παρατηρείται ότι ανεξάρτητα του λόγου ακτίνας καμπυλότητας-ακτίνα διατομής του τοροειδούς τα τοροειδή παρουσιάζουν μεγαλύτερη αντοχή σε φορτίο τόσο κατά τον ελαστικό όσο κατά και τον πλαστικό τους λυγισμό.

Τοροειδή			Ευθύγραμμα		
R/r=	1η ιδιοτιμή	Pmax (Mpa)	R/r=	1η ιδιοτιμή	Pmax (Mpa)
10	8,9237	8,798	10	7,0906	6,731
6	11,517	11,29	6	7,0469	6,659
2,9	18,42	17,7	2,9	7,88898	7,493

Table 3.3: Συγκριτικός πίνακας τοροειδών και αντίστοιχων ευθυγράμμων

3.4 Αναλύσεις μοντέλων με κελυφωτά στοιχεία

3.4.1 Αναλύσεις καμπύλων τμημάτων

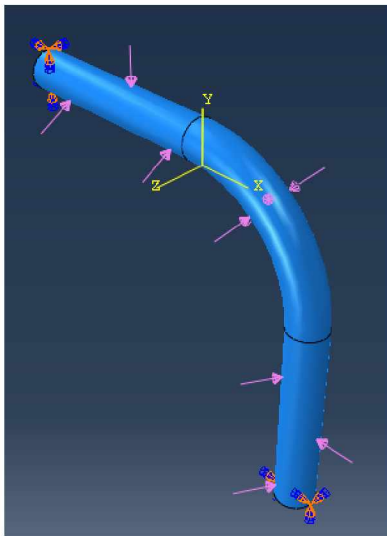
Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή τα υποθαλάσσια δίκτυα αγωγών πολλές φορές είναι αναγκαίο να έχουν περίπλοκη γεωμετρία οπότε είναι απαραίτητη η μελέτη και των καμπύλων εκτός από των ευθύγραμμων τμημάτων τους. Στην συγκεκριμένη περίπτωση μελετάται ένα καμπύλο τμήμα αγωγού (elbow) γωνίας 90 μοιρών με τα ευθύγραμμα του τμήματα να έχουν μήκος ίσο με πέντε (5) διαμέτρους (σχ. 3.8a). Ο λόγος που μελετάται το elbow μαζί με τα προαναφερθέντα τμήματα είναι γιατί αν πραγματοποιούνταν αναλύσεις μόνο στο καμπύλο τμήμα του αγωγού οι συνοριακές συνθήκες δεν θα ήταν αρκετά "μακριά" από το σημείο έναρξης του λυγισμού και κατά συνέπεια το αποτέλεσμα θα ήταν εσφαλμένο. Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 3.3 το πλήθος και το είδος των συνοριακών συνθηκών είναι ικανό να αυξήσει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού μιας κατασκευής αφού οι επιβαλλόμενοι περιορισμοί κίνησης από τις παραπάνω αναγκάζουν την κατασκευή να ακολουθήσει διαφορετικό δρόμο ισορροπίας από αυτόν που αυτή θα επιθυμούσε. Μελετήθηκε η μηχανική συμπεριφορά στο φαινόμενο του λυγισμού του παραπάνω elbow σε φορτίο εξωτερικής πίεσης με

αρχική γεωμετρική ατέλεια. Οι αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν για διάφορα πάχη τοιχώματος του σωλήνα με τα χαρακτηριστικά του να αναγράφονται στον πίνακα 3.4. Το πάχος θεωρήθηκε σταθερό καθ' όλο το μήκος του (καμπύλο και ευθύγραμμα τμήματα). Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο χάλυβας X65 των προηγούμενων ενότητων.

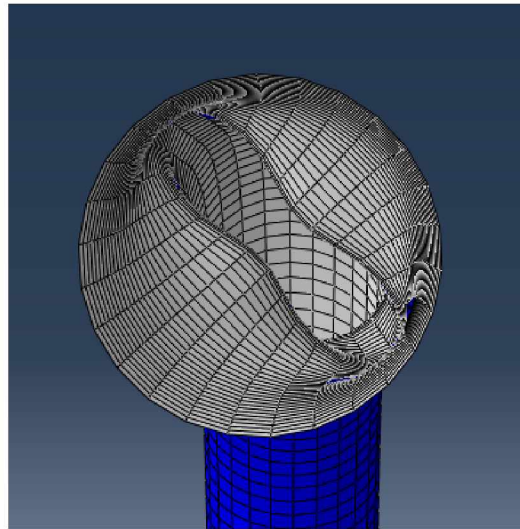
πάχος τοιχώματος	Εσωτερική διάμετρος	ακτίνα καμπυλότητας	μήκος ευθύγραμμων τμημάτων (mm)
t=15mm	400 mm	1372 mm	2075
t=25mm	400 mm	1372 mm	2125
t=34mm	400 mm	1372 mm	2170

Table 3.4: Χαρακτηριστικά elbow μοντέλων

Κατά την μελέτη των καμπύλων τμημάτων κάθε πάχους τοιχώματος πραγματοποιήθηκαν δύο αναλύσεις, μία ανάλυση ιδιοτιμών και μια ανάλυση Riks. Οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν ήταν πατώσεις στις ακραίες διατομές του σωλήνα. Χρησιμοποιήθηκαν τετραγωνικά στοιχεία S4R μεγέθους πλευράς $\alpha = 25mm$. Υλικό, πλέγμα και συνοριακές συνθήκες είναι ίδια ανάμεσα σε όλα τα μοντέλα μιας και τα κελυφατά στοιχεία δεν επηρεάζουν την γεωμετρία του μοντέλου κατά την μεταβολή του πάχους τοιχώματος. Όσο συμβαίνει η ανάλυση ιδιοτιμών, ομοίως με τις προηγούμενες ενότητες, αποθηκεύτηκε σε ένα αρχείο .txt το πεδίο των μετατοπίσεων που θα εισαχθεί μετέπειτα προς την δημιουργία ασυνέχειας. Οι παρακάτω εικόνες (3.8, 3.9) παρουσιάζουν το μοντέλο με τις συνοριακές συνθήκες, την μορφή οβαλοποίησης της διατομής καθώς και την ιδιομορφή του μοντέλου κατά την αστοχία του.



(a) ΣΣ elbow



(b) μορφή οβαλοποίησης διατομής

Figure 3.8: elbow

Μετέπειτα πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις Riks για την μελέτη της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς των elbow. Επειδή κάθε μοντέλο έχει διαφορετικό πάχος έγινε χρήση διαφορετικού συντελεστή για τον σχηματισμό της ατέλειας. Χρησιμοποιήθηκε ομοίως το συντηρητικό κριτήριο που απαιτεί η μέγιστη μετατόπιση να είναι μικρότερη του ενός εκατοστού του πάχους τοιχώματος για τα μη λεπτότοιχα μοντέλα. Κατά τα λεπτότοιχα μοντέλα η τιμή του παραπάνω συντελεστή ήταν η μικρότερη δυνατή, που βρέθηκε ύστερα από δοκιμές, ώστε να καταφέρει το μοντέλο να λυγίσει.

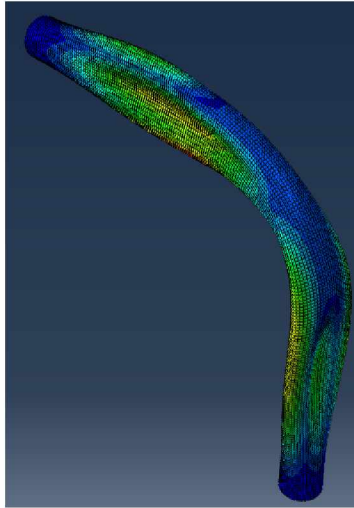


Figure 3.9: ιδιομορφή elbow

Οι παραπάνω διαδικασίες εξασφαλίζουν ότι δεν θα υπάρξει πτώση του φορτίου λυγισμού εξαιτίας μιας μεγαλύτερης ατέλειας. Ομοίως η ατέλεια εισάχθηκε με την εντολή *IMPERFECTION στο ABAQUS. Στο παράρτημα (7.5) βρίσκονται οι φωτογραφίες με τα μοντέλα μετά την εισαγωγή της ατέλειας και πριν την άσκηση του φορτίου. Οι τιμές των ιδιοτιμών και των μέγιστων φορτίων που εξάχθηκαν από τις αναλύσεις παρουσιάζεται στον πίνακα 3.5. Τέλος παρουσιάζεται το διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας για τα τρία πάχη τοιχώματος (σχ. 3.10). Παρόλο που δεν υπάρχουν άρθρα σχετικά με την ανάλυση ευαισθησίας της εισαγόμενης ασυνέχειας σε elbow σωληνώσεις γίνεται αντιληπτό ότι επειδή και οι ευθύγραμμες αλλά και οι τοροειδείς σωληνώσεις δεν παρουσιάζουν μεγάλη ευαισθησία κατά την εισαγωγή ατέλειας με την μορφή ιδιομορφής λυγισμού τους, το ίδιο θα ισχύει και για τις καμπύλες γεωμετρίες.

Η αστοχία σε κάθε elbow παρατηρείται σε ευθύγραμμο τμήμα και όχι στην “γωνία” [8] πράγμα το οποίο έρχεται σε συμφωνία τόσο με τις προηγούμενες αναλύσεις (ενότητα 3.3) όπου τα τοροειδή είχαν μεγαλύτερη αντοχή από τα αντίστοιχα ευθύγραμμα μοντέλα όσο και με άλλους ερευνητές που απέδειξαν ότι τα καμπύλα τμήματα έχουν μικρότερη ακαμψία από τα ευθύγραμμα, γεγονός που τα κάνει να αντέχουν περισσότερο φορτίο πριν την αστοχία τους [5].

3.4.2 Αναλύσεις αντίστοιχων ευθύγραμμων τμημάτων

Όμοιες αναλύσεις συνέβησαν σε αντίστοιχους ευθύγραμμους σωλήνες. Οι παραπάνω είχαν ίδια διατομή, πάχος τοιχώματος και συνολικό μήκος με τα elbow. Χρησιμοποιήθηκε ίδιο υλικό (X65), ίδιος τύπος και μέγεθος τετραγωνικών στοιχείων (S4R με πλευρά $a = 25mm$) καθώς και ίδιες συνοριακές συνθήκες (πακτώσεις στις δύο ακραίες διατομές). Αντιλαμβανόμαστε ότι ο αριθμός των στοιχείων ήταν σχεδόν ίδιος. Η όποια διαφορά προκύπτει από την εντολή minimizing the mesh transition που χρησιμοποιήθηκε στα elbow ώστε τα στοιχεία να παραμείνουν τετραγωνικά στην εσωτερική κοιλότητα της καμπύλης. Έλαβαν χώρα ομοίως δύο αναλύσεις, μία ανάλυση ιδιοτιμών και μία ανάλυση Riks. Ανάμεσα στα μοντέλα των elbow και τα αντίστοιχα ευθύγραμμα χρησιμοποιήθηκε ο ίδιος συντελεστής μεγέθυνσης της ασυνέχειας για κάθε τιμή του πάχους τοιχώματος. Στο παρακάτω διάγραμμα (σχ. 3.11) απεικονίζεται η καμπύλη φορτίου-οβαλότητας για όλα τα μοντέλα. Τα αποτελέσματα από τις αναλύσεις ιδιοτιμών και η κρίσιμη τιμή του φορτίου παρουσιάζεται στον πίνακα 3.5. Η “νέα” γεωμετρία μετά την εισαγωγή της ασυνέχειας και πριν την άσκηση του

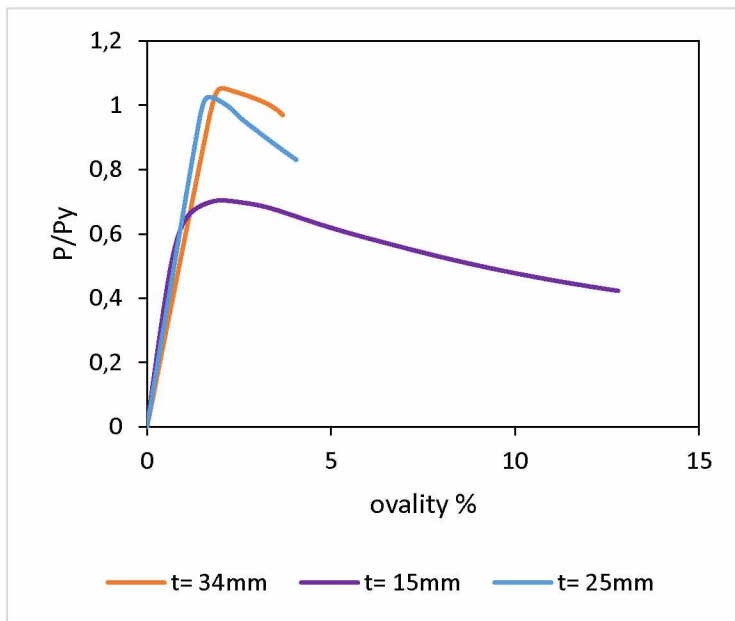


Figure 3.10: Διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας για elbow

φορτίου παρατίθεται στο παράρτημα (7.5). Παρατηρείται ότι τα elbow παρουσιάζουν υψηλότερα μέγιστα φορτία και κατά συνέπεια αντοχή από τα αντίστοιχα ευθύγραμμα με εξαίρεση το μοντέλο με την τιμή $t = 34\text{mm}$. Το τελευταίο αφορά αρκετά χοντρότοιχο σωλήνα με αποτέλεσμα να μην μοντελοποιείται κατάλληλα με στοιχεία κελύφους. Μετέπειτα αναλύσεις με τρισδιάστατα στοιχεία (κεφ. 3.5) αποδεικνύουν ότι με χρήση πολλών στοιχείων κατά την διεύθυνση του πάχους τα elbow παρουσιάζουν μεγαλύτερη αντοχή από τα ευθύγραμμα και σε αυτή την τιμή του πάχους τοιχώματος.

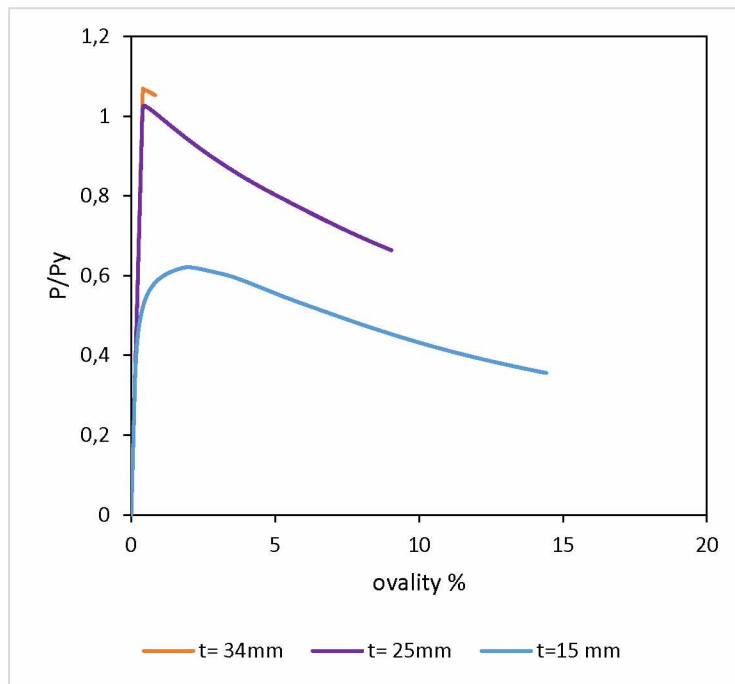


Figure 3.11: Διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας αντίστοιχων ευθυγράμμων

πάχος τοιχώματος	ιδιοτιμή		Pmax (MPa)	
	elbow	ευθύγραμμο	elbow	ευθύγραμμο
t= 15mm	24,241	21,158	22,79	20,2
t= 25mm	95,689	89,759	54,51	54,3
t= 34mm	218,13	208,85	74,22	75,36

Table 3.5: Πίνακας ιδιοτιμών και P_{max} για elbow και ευθύγραμμους σωλήνες

3.4.3 Αναλύσεις όμοιων τορσειδών τμημάτων

Επίσης πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις σε τορσειδή μοντέλα με ακτίνα καμπυλότητας, διατομή και πάχος τοιχώματος όμοιων με τα αντίστοιχα elbow. Συνέβησαν αναλύσεις ιδιοτιμών και Riks και

κατά όμοιο τρόπο έγινε εισαγωγή της ατέλειας μέσω πεδίου μετατοπίσεων με τον ίδιο συντελεστή που χρησιμοποιήθηκε στα elbow. Το υλικό, ο τύπος και το μέγεθος του τετραγωνικού στοιχείου ήταν ίδια με τις προηγούμενες αναλύσεις. Ομοίως με τα ευθύγραμμα μοντέλα ο αριθμός των στοιχείων τους δεν ήταν ακριβώς ίδιος με των elbow, εξαιτίας της μεγαλύτερης αλλαγής γεωμετρίας που περιέχουν, αλλά απέκλειε ελαφρώς. Οι συνοριακές συνθήκες ασκήθηκαν σε 3 σημεία και είχαν την μορφή πακτώσεων όπως συνέβη και στα μοντέλα της ενότητας 3.3. Παρόλο που χρησιμοποιήθηκαν παραπάνω συνοριακές συνθήκες τελικώς δεν επηρεάζουν τις τιμές των αποτελεσμάτων όπως προαναφέρθηκε. Παρακάτω παρατίθεται το αδιάστατο διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας (σχ. 3.12). Τέλος παρουσιάζονται στον πίνακα 3.6 τα αποτελέσματα ιδιοτιμών και μέγιστων φορτίων μεταξύ των elbow, ευθυγράμμων και τοροειδών μοντέλων των παραπάνω υποενοτήτων.

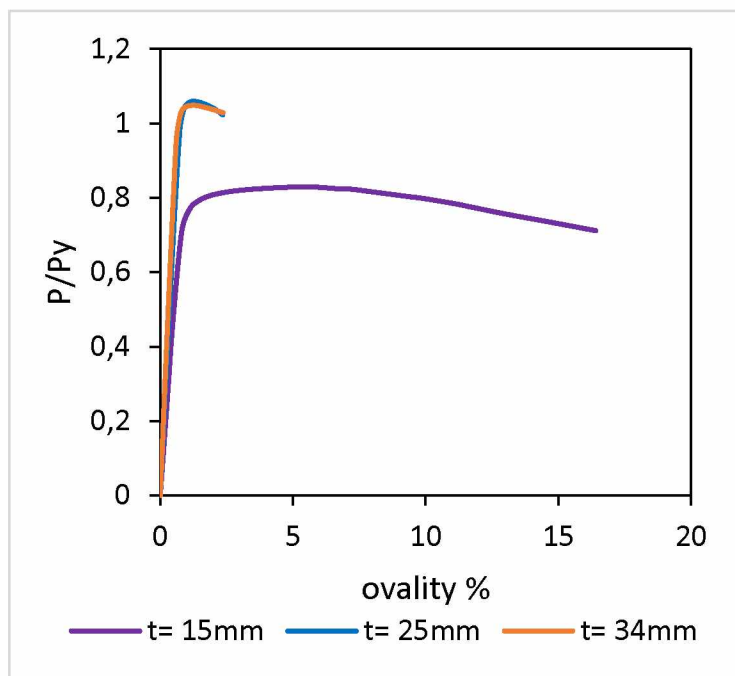


Figure 3.12: Διάγραμμα φορτίου-οβαλότητας αντίστοιχων τοροειδών

πάχος τοιχώματος	ιδιοτιμή			Pmax (MPa)		
	elbow	τοροειδές	ευθύγραμμο	elbow	τοροειδές	ευθύγραμμο
t= 15mm	24,241	27,257	21,158	22,79	27,03	20,2
t= 25mm	95,689	109,19	89,759	54,51	57,97	54,3
t= 34mm	218,13	225,62	208,85	74,22	74,84	75,36

Table 3.6: Συγκριτικός πίνακας elbow, τοροειδών και ευθυγράμμων

Από τον παραπάνω πίνακα γίνεται αντιληπτό ότι τα elbow ανεξάρτητα του πάχους του σωλήνα και κατά συνέπεια του τρόπου λυγισμού τους (ελαστικός ή πλαστικός λυγισμός) παρουσιάζουν μεγαλύτερη αντοχή από τα αντίστοιχα ευθύγραμμα ίσου μήκους. Ομοίως γίνεται αντιληπτό ότι τα τοροειδή μοντέλα είναι ικανά να παραλάβουν μεγαλύτερα φορτία πριν την αστοχία τους από τα αντίστοιχα elbow με την ίδια ακτίνα καμπυλότητας. Συμπεραίνεται λοιπόν ότι γενικά τα τοροειδή παρουσιάζουν καλύτερη μηχανική αντοχή από τα elbow που παρουσιάζουν καλύτερη από τους ευθύγραμμους σωλήνες στον λυγισμό τους υπό την άσκηση εξωτερικής πίεσης.

3.5 Αναλύσεις μοντέλων με τρισδιάστατα στοιχεία

3.5.1 Αναλύσεις ευθυγράμμων, καμπύλων και τοροειδών τμημάτων

Παρόμοιες αναλύσεις με αυτές της υποενότητας 3.4 έλαβαν χώρα. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι αναλύσεις με τρισδιάστατα στοιχεία έχουν αξία για μη λεπτότοιχους σωλήνες μιας και η χρήση αυτών γίνεται για διακριτοποίηση του πάχους τοιχώματος. Για τον παραπάνω λόγο μελετήθηκαν σε αυτή την ενότητα μόνο τα πάχη τοιχώματος $t = 25mm$ και $t = 34mm$. Η γεωμετρία, το υλικό καθώς και οι συνοριακές συνθήκες ήταν ίδιες με τα αντίστοιχα κελυφωτά μοντέλα για τα ευθύγραμμα, elbow και τοροειδή μοντέλα. Η μοναδική διαφορά ήταν ότι το πλέγμα αποτελείται πλέον από τρισδιάστατα στοιχεία (solid) και όχι στοιχεία κελύφους (shells). Πλέον τα μοντέλα με τρισδιάστατα στοιχεία θα αναφέρονται ως solid μοντέλα. Το είδος του στοιχείου που χρησιμοποιήθηκε ήταν οκτακομβικό γραμμικό ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, μειωμένης ολοκλήρωσης με έλεγχο κλειψύδρας (C3D8R). Τα στοιχεία για κάθε ανάλυση είχαν ίδιο μέγεθος με τα αντίστοιχα κελυφωτά στις δύο κοινές τους διαστάσεις και το μέγεθος τους μεταβάλλονταν μόνο κατά την διεύθυνση του πάχους. Οι αναλύσεις αυτές έλαβαν χώρα για τέσσερα, έξι και οκτώ στοιχεία κατά την διεύθυνση του πάχους τοιχώματος. Μιας και η διατομή παραμένει ίδια και για τις τρεις γεωμετρίες παρουσιάζεται η μορφή του πλέγματος κατά την διεύθυνση του πάχους σε ευθύγραμμο σωλήνα με τέσσερα στοιχεία (σχ. 3.13). Ομοίως συμβαίνει και για περισσότερα.

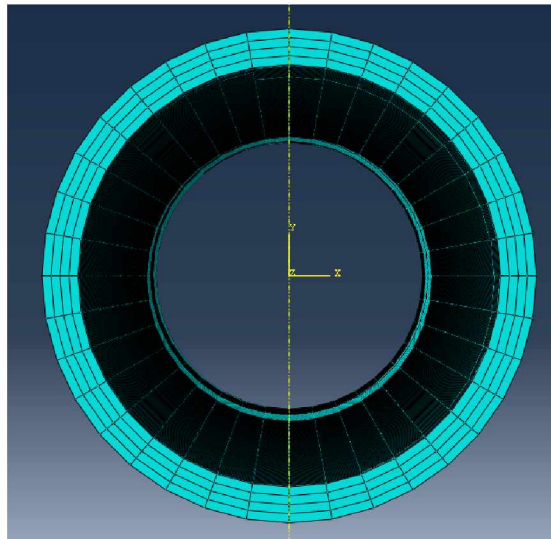


Figure 3.13: πλέγμα κατά την διεύθυνση του πάχους

Όμοια με πριν για κάθε μοντέλο έγιναν δύο αναλύσεις, μία ανάλυση ιδιοτιμών για την δημιουργία της ατέλειας και μία ανάλυση Riks για την εύρεση του μέγιστου φορτίου πίεσης. Οι ιδιομορφές,

δηλαδή ο τρόπος λυγισμού των σωλήνων, είναι όμοιος για κάθε γεωμετρία μεταξύ των κελυφωτών και των solid μοντέλων. Τέλος ο συντελεστής μεγένθυσης του εισαγόμενου πεδίου μετατοπίσεων παραμένει ίδιος μεταξύ των κελυφωτών και των solid μοντέλων με το ίδιο πάχος ανεξάρτητα της γεωμετρίας του μοντέλου. Οι εικόνες με τα solid μοντέλα μετά την εισαγωγή της ατέλειας παρατίθενται επίσης στο παράρτημα (7.5). Στον παρακάτω πίνακα (3.7) παρουσιάζονται οι τιμές των ιδιοτιμών και των μέγιστων φορτίων καθώς και οι αναλυτικές τιμές των πιέσεων που προκαλούν ελαστικό και πλαστικό λυγισμό. Τέλος στην επόμενη υποενότητα (3.5.2) υπάρχουν τα διαγράμματα φορτίου-οβαλότητας σε συγκριτικά διαγράμματα για όλα τα μοντέλα.

Μοντέλα	ιδιοτιμή			Pmax (MPa)		
	4 el	6 el	8 el	4 el	6 el	8 el
ευθύγραμμο t=25 mm	86,699	90,007	91,357	53,07	53,23	53,32
ευθύγραμμο t=34 mm	202,77	210,05	212,78	74,62	73,82	74,21
elbow t=25 mm	93,122	97,107	99,342	54,4	54,64	54,81
elbow t=34 mm	212,98	220,95	224,38	74,25	74,42	74,54
τοροειδές t=25 mm	98,65	101,84	102,99	54,71	55,05	55,46
τοροειδές t=34 mm	220,66	228,03	230,63	74,72	74,84	74,89

Table 3.7: Add caption

3.5.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων κελυφωτών και με τρισδιάστατα στοιχεία μοντέλων

Στην συγκεκριμένη υποενότητα έγινε σύγκριση των κελυφωτών μοντέλων με τα αντίστοιχα solid. Για κάθε διαφορετική γεωμετρία και πάχος τοιχώματος δημιουργήθηκαν διαγράμματα λόγω πιέσεων-οβαλότητας. Τα συγκεκριμένα διαγράμματα περιλαμβάνουν μοντέλα με κελυφώτα καθώς και τρισδιάστατα στοιχεία με τέσσερα, έξι και οκτώ ανά πάχος. Τα κελυφωτά συμβολίζονται ως shell και τα τρισδιάστατα ως el με τον αριθμό μπροστά να υποδηλώνει το πλήθος των στοιχείων κατά την διεύθυνση του πάχους. Στους πίνακες 3.8, 3.9 και 3.10 παρουσιάζονται οι ιδιοτιμές λυγισμού καθώς και τα μέγιστα φορτία για κάθε γεωμετρία. Τέλος παρουσιάζονται για κάθε είδος γεωμετρίας για τις δύο τιμές του πάχους τοιχώματος συγκριτικά διαγράμματα μεταξύ των τεσσάρων μοντέλων.

ευθύγραμμο μοντέλα				
είδος στοιχείων	ιδιοτιμή		Pmax (MPa)	
	t=25 mm	t=34 mm	t=25 mm	t=34 mm
shell	89,759	208,85	54,3	75,36
4el solid	86,699	202,77	53,07	74,62
6el solid	90,007	210,05	53,23	73,82
8el solid	91,357	212,78	53,32	74,21

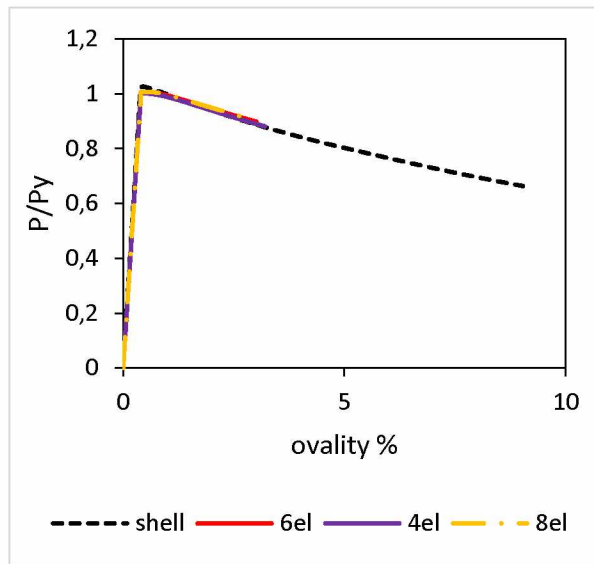
Table 3.8: Ευθύγραμμο μοντέλα

καμπύλα μοντέλα (elbow)				
είδος στοιχείων	ιδιοτιμή		Pmax (MPa)	
	t=25 mm	t=34 mm	t=25 mm	t=34 mm
shell	95,689	218,13	54,51	74,22
4el solid	93,122	212,98	54,4	74,25
6el solid	97,107	220,95	54,64	74,42
8el solid	99,342	224,38	54,81	74,54

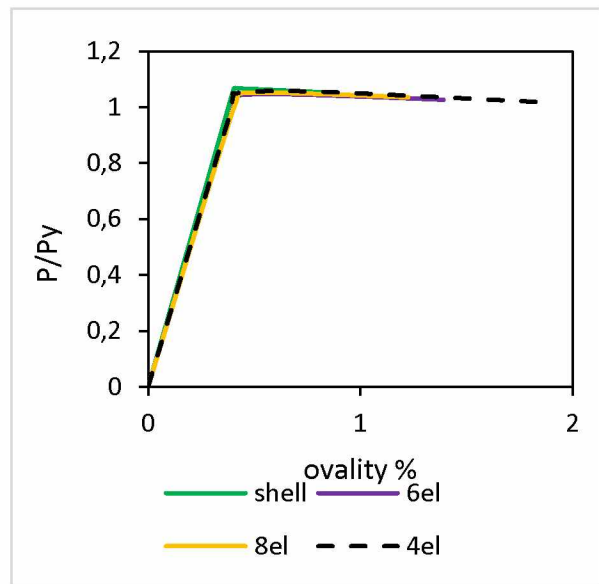
Table 3.9: Elbow μοντέλα

τοροειδή μοντέλα				
είδος στοιχείων	ιδιοτιμή		Pmax (MPa)	
	t=25 mm	t=34 mm	t=25 mm	t=34 mm
shell	109,19	225,62	57,97	74,84
4el solid	98,65	220,66	54,71	74,72
6el solid	101,84	228,03	55,05	74,84
8el solid	102,99	230,63	55,46	74,89

Table 3.10: Τοροειδή μοντέλα

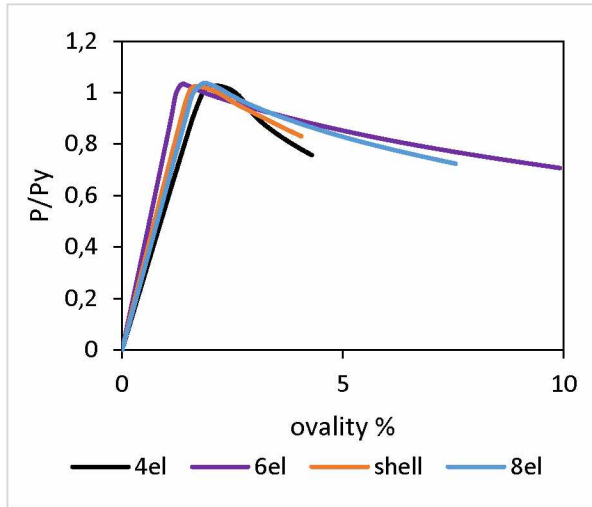


(a) t=25 mm

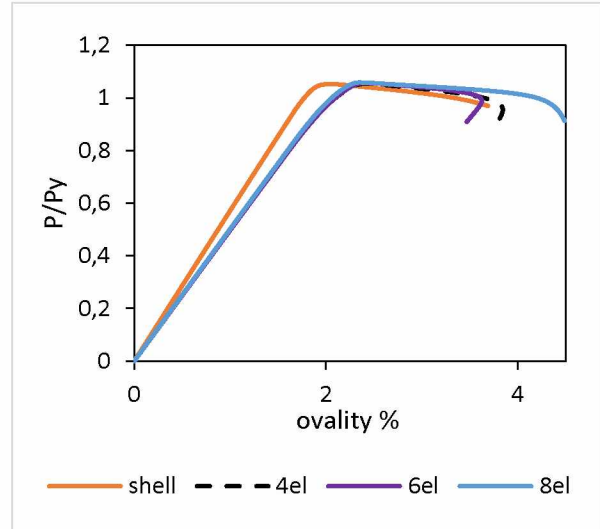


(b) t= 34mm

Figure 3.14: Διαγράμματα φορτίου οβαλότητας για ευθύγραμμα τμήματα

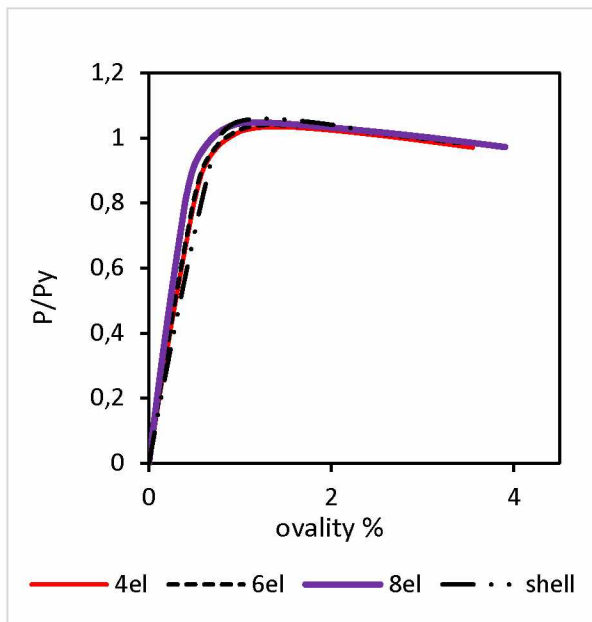


(a) $t= 25\text{mm}$

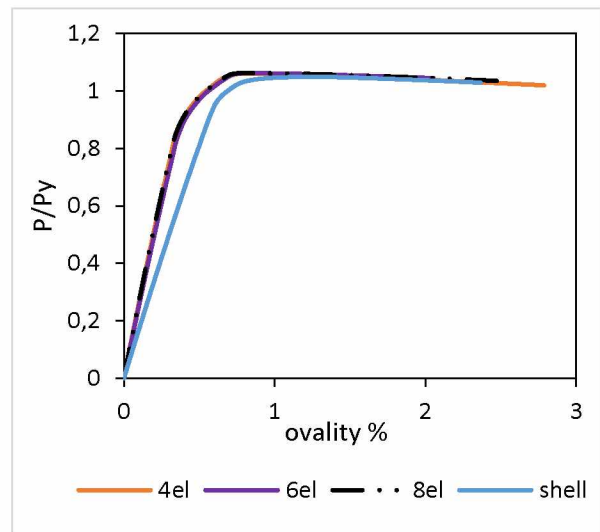


(b) $t= 34\text{mm}$

Figure 3.15: Διαγράμματα φορτίου οβαλότητας για elbow



(a) $t= 25\text{mm}$



(b) $t= 34\text{mm}$

Figure 3.16: Διαγράμματα φορτίου οβαλότητας για τοροειδή

Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι ανεξαρτήτως τύπου στοιχείου και αριθμού κατά το πάχος τα μέγιστα φορτία παίρνουν σχεδόν ίδιες τιμές για ίδια πάχη και γεωμετρία. Επίσης τα μοντέλα με έξι και οκτώ αριθμό στοιχείων κατά το πάχος δεν παρουσιάζουν καμία διαφορά και τα μοντέλα με τέσσερα και έξι στοιχεία παρουσιάζουν μικρές διαφορές γεγονός που έρχεται σε συμφωνία με άλλες έρευνες [17]. Αυτό που αξίζει να σημειωθεί είναι ότι τα κελυφωτά μοντέλα αποκτούν το μέγιστο φορτίο τους σε ελαφρώς μεγαλύτερη τιμή οβαλότητας από τα αντίστοιχα solid.

Chapter 4

Θεωρία πλαστικότητας για υλικά υπό κυκλική φόρτιση

4.1 Εισαγωγή στην πλαστικότητα

Κατά την άσκηση μικρών φορτίων τα περισσότερα υλικά και κυρίως τα μέταλλα συμπεριφέρονται ελαστικά. Σύμφωνα με την ελαστική θεωρία οι σχέσεις που περιγράφουν την συσχέτιση μεταξύ των τάσεων και των παραμορφώσεων σε ένα υλικό είναι απόρροια του νόμου του Hook ($\sigma = E\varepsilon$) όπου σ η τάση, E το μέτρο ελαστικότητας και ε παραμόρφωση και είναι γραμμικές σχέσεις. Όμως στην πλαστική περιοχή λαμβάνουν χώρα μεγάλες παραμορφώσεις που προκαλούνται συνήθως από μη γραμμικές συμπεριφορές του υλικού. Αυτές τις μη γραμμικότητες έρχονται να εξηγήσουν οι παρακάτω θεωρίες υλικών.

4.1.1 Κατηγορίες υλικών και γραμμικά πλαστικά μοντέλα

Τα υλικά στην πλαστική περιοχή μπορούν να χωριστούν σε τρεις μεγάλες κατηγορίες (σχ. 4.1), ανάλογα με τι συμβαίνει στην τιμή του φορτίου κατά την είσοδο του υλικού σε αυτήν:

- σε Hardening, όπου ονομάζονται τα υλικά τα οποία για να δεχτούν πλαστικές παραμορφώσεις χρειάζονται άσκηση τάσεων μεγαλύτερης τιμής από την τάση διαρροής ($\sigma > \sigma_y$)
- σε τέλεια πλαστικά, όπου οι περαιτέρω παραμορφώσεις στην πλαστική περιοχή δεν απαιτούν την αύξηση του φορτίου ($\sigma = \sigma_y$)
- και σε softening, όπου οι παραμορφώσεις στην πλαστική περιοχή προκαλούνται από φορτία μικρότερα του ορίου διαρροής ($\sigma < \sigma_y$)

Για γραμμικά μοντέλα υλικού ισχύει η σχέση "ροής-ερπυσμού" (flow rule)

$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (4.1)$$

όπου $\dot{\varepsilon}_p$ ο ρυθμός της πλαστικής ροής, $f(\sigma, \sigma_y) = |\sigma| - \sigma_y$ η συνάρτηση διαρροής και $\dot{\lambda}$ ο ρυθμός της πλαστικής παραμόρφωσης. Πολλές φορές χρησιμοποιείται και ο συμβολισμός $\dot{\varepsilon}_p$, όπου ονομάζεται ισοδύναμος ρυθμός πλαστικής παραμόρφωσης αντί για το $\dot{\lambda}$. Η μερική παράγωγος στην παραπάνω σχέση δηλώνει το πρόσημο της τάσεως που είναι θετικό για $\sigma > 0$ και αρνητικό για $\sigma < 0$. Από την τελευταία σχέση συμπεραίνεται ότι:

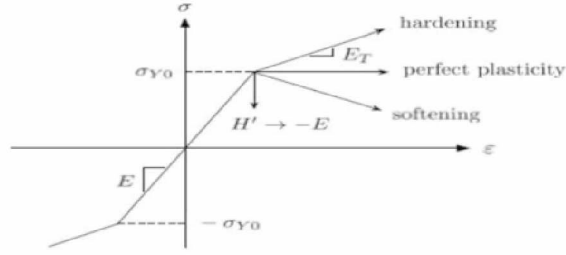


Figure 4.1: Κατηγορίες πλαστικών υλικών

$$\dot{\sigma}_y = H' |\dot{\epsilon}_p| = H' \dot{\lambda} \quad (4.2)$$

όπου H' είναι το πλαστικό μέτρο κατά Young. Κατά συνέπεια το παραπάνω μέτρο καθορίζει την αύξηση ή μείωση του ορίου διαρροής. Αν έχει σταθερή τιμή αναφέρεται ως γραμμική κράτυνση. Ισχύει ότι για το $\dot{\lambda}$ και την $f(\sigma, \sigma_y)$ υπάρχουν δύο σενάρια. Να ισχύει $\dot{\lambda} > 0$ και $f = 0$ που αντιστοιχεί σε αύξηση των πλαστικών παραμορφώσεων ή $\dot{\lambda} = 0$ και $f < 0$ που αντιστοιχεί σε κίνηση στην ελαστική περιοχή. Επομένως

$$\dot{\lambda} f = 0 \quad (4.3)$$

ή παραγωγίσιμο ως προς τον χρόνο

$$\dot{\lambda} \dot{f} = 0 \quad (4.4)$$

δηλαδή $\dot{f} = 0$. Η τελευταία σχέση ονομάζεται συνθήκη συνεκτικότητας και είναι θεμελιώδης για την πλαστικότητα γιατί χρησιμεύει στην αριθμητική ολοκλήρωση. Για το μονοδιάστατο πρόβλημα η συνθήκη συνεκτικότητας γράφεται ως:

$$\dot{f}(\sigma, \sigma_y) = \text{sign}(\sigma) \dot{\sigma} - \dot{\sigma}_y = 0 \quad (4.5)$$

Από τις σχέσεις 4.2 και 4.5 συμπεραίνεται:

$$\dot{\lambda} = \frac{\text{sign}(\sigma) E \dot{\epsilon}}{E + H'} \quad (4.6)$$

και

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{E}{E + H'} \dot{\epsilon} \quad (4.7)$$

Ο ρυθμός μεταβολής της τάσης $\dot{\sigma}$ ισούται με:

$$\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon}_{el} = E(\dot{\epsilon}_{tot} - \dot{\epsilon}_p) = E_T \dot{\epsilon} \quad (4.8)$$

όπου E_T η κλίση της ευθείας στην πλαστική περιοχή όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1. Εισάγοντας στην τελευταία την σχέση 4.7 έχουμε:

$$\dot{\sigma} = E \left[\dot{\epsilon} - \left(\frac{E}{E + H'} \right) \dot{\epsilon} \right] = \left(E - \frac{E^2}{E + H'} \dot{\epsilon} \right) \quad (4.9)$$

από όπου προκύπτουν οι σχέσεις

$$E_T = \frac{H'}{1 + \frac{H'}{E}} \Leftrightarrow H' = \frac{E_T}{1 - \frac{E_T}{E}} \quad (4.10)$$

4.1.2 Η έννοια της ιστροπικής και κινηματικής κράτυνσης

Η κράτυνση χωρίζεται σε δύο τμήματα, την ιστροπική και την κινηματική. Η ιστροπική ορίζεται ως πόσο αλλάζει το σ_y ανάλογα με τον χρόνο και γεωμετρικά εκφράζεται από το πόσο "φουσκώνει" ή "ξεφουσκώνει" η επιφάνεια διαρροής. Αντίστοιχα κινηματική κράτυνση ονομάζεται ο ρυθμός μεταβολής των παραμενουσών τάσεων μετά το τέλος μιας βηματικής φόρτισης. Η γεωμετρική της έκφραση είναι πόσο μετακινείται και προς τα που το κέντρο της επιφάνειας διαρροής με το ελαστικό μέρος να παραμένει σταθερό. Για την κινηματική κράτυνση ισχύει:

$$f(\sigma, \alpha, \sigma_y) = |\sigma - \alpha| - \sigma_y \leq 0 \quad (4.11)$$

όπου α οι τάσεις προηγούμενο βήματος ή αλλιώς παραμένουσες τάσεις (back stress) και ορίζεται ως η μέση τιμή των αλγεβρικών τιμών του ορίου θλίψης και εφελκυσμού του προηγούμενου βήματος για να μπορέσει να μεταβεί η διαδικασία στο επόμενο. Εφαρμόζοντας την συνθήκη συνεκτικότητας (4.5) και με αντικατάσταση στην παραπάνω εξίσωση προκύπτει:

$$\dot{\sigma} = \dot{\alpha} \quad (4.12)$$

ή σε άλλη διατύπωση

$$\dot{\alpha} = \dot{\gamma} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (4.13)$$

όπου $\dot{\gamma}$ μια παράμετρος του υλικού που ο ρόλος της θα επεξηγηθεί καλύτερα στην παρακάτω ενότητα. Με την χρήση του νόμου κράτυνσης 4.11, της σχέσεως 4.2 και εισαγωγή στην προηγούμενη σχέση προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$\dot{\alpha} = H' \dot{\lambda} \text{sign}(\sigma - \alpha) \quad (4.14)$$

επίσης με την χρήση της σχέσης 4.14, της 4.9 και της συνθήκης συνεκτικότητας 4.11 έχουμε:

$$\dot{\lambda} = \frac{\text{sign}(\sigma - \alpha) E \dot{\epsilon}}{E + H'} \Rightarrow \dot{\epsilon}_p = \frac{E}{E + H'} \dot{\epsilon} \quad (4.15)$$

Γίνεται αντιληπτό ότι και στην κινηματική κράτυνση η σχέση του ρυθμού μεταβολής των πλαστικών παραμορφώσεων και των συνολικών παραμορφώσεων είναι ίδια. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ανεξαρτήτως της μορφής της κράτυνσης να μην μεταβάλλεται ο ρυθμός μεταβολής των πλαστικών παραμορφώσεων και κατά επέκταση η παραμορφωσιακή κατάσταση για το ίδιο πεδίο τάσεων. Αυτό το οποίο παρουσιάζει μεταβολή είναι το όριο διαρροής και κατά συνέπεια αν η ασκούμενη τάση ανήκει στην ελαστική ή στην πλαστική περιοχή. Για υλικά που συνδυάζουν και τις δύο μορφές γραμμικής κράτυνσης εύλογο είναι να χρησιμοποιηθεί ο γραμμικός τους συνδυασμός από των οποίο προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\dot{\gamma} = \beta H' \dot{\lambda} \quad (4.16)$$

και

$$\dot{\alpha} = (1 - \beta) H' \dot{\lambda} \text{sign}(\sigma - \alpha) \quad (4.17)$$

με $0 \leq \beta \leq 1$ που χρησιμοποιείται ως συντελεστής για να ορίσει την ποσοστιαία συμμετοχή της κάθε μιας μορφής κράτυνσης στην συνολική.

4.2 Κράτυνση σε κυκλική φόρτιση

4.2.1 Γραμμικά και μη γραμμικά μοντέλα

Η κινηματική κράτυνση μπορεί να είναι γραμμική με σταθερούς συντελεστές σκλήρυνσης ή να είναι μη γραμμική σε συνδυασμό με μη γραμμική ιστροπική κράτυνση με μη γραμμικούς τέτοιους

συντελεστές. Όπως περιγράφηκε και στην προηγούμενη ενότητα (4.1.2) οι τάσεις προηγούμενου βήματος α (back stress) είναι υπεύθυνες για την μετατόπιση του κέντρου της επιφάνειας διαρροής. Μια άλλη έκφραση του α είναι η εξής:

$$\dot{\alpha} = C \frac{1}{\sigma_0} (\sigma - \alpha) \dot{\lambda} \quad (4.18)$$

όπου $\dot{\lambda}$ ομοίως ο ρυθμός της πλαστικής παραμόρφωσης, C ένας συντελεστής κινηματικής σκλήρυνσης και σ_0 η ισοδύναμη τάση που ορίζει το μέγεθος της επιφάνειας διαρροής. Η σ_0 , παραμένει σταθερή με $\sigma_0 = \sigma|_0$, όπου $\sigma|_0$ είναι η ισοδύναμη τάση που καθορίζει το μέγεθος της επιφάνειας διαρροή σε μηδενική πλαστική καταπόνηση. Κατά την παραδοχή ότι τα φαινόμενα πλαστικότητας που λαμβάνουν χώρα είναι ανεξάρτητα της θερμοκρασίας η παραπάνω σχέση ονομάζεται νόμος σκλήρυνσης του Ziegler (Ziegler hardening law). Κατά την μη γραμμική ιστροπική και κινηματική κράτυνση (nonlinear isotropic/kinematic hardening) το μοντέλο αποτελείται από δύο συστατικές, μια μη γραμμική κινηματική και μια ιστροπική. Το μέρος της κινηματικής σκλήρυνσης αποτελείται από τον συνδυασμό ενός καθαρού κινηματικού όρου, παρμένος από τον γραμμικό νόμο σκλήρυνσης του Ziegler και έναν όρο "χαλάρωσης" ο οποίος εισάγει τις μη γραμμικότητες. Με την αρχή της υπέρθεσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν και όροι εναπομενόντων τάσεων και άλλων προηγούμενων βημάτων και όχι μόνο του τελευταίου βήματος, όπου σε αρκετές περιπτώσεις βελτιώνουν τα αποτελέσματα του προβλήματος. Ομοίως με πριν αν τα φαινόμενα πλαστικότητας είναι ανεξάρτητα της θερμοκρασίας η τιμή για κάθε παραμένουσα τάση α είναι:

$$\dot{\alpha}_k = C_k \frac{1}{\sigma_0} (\sigma - \alpha) \dot{\lambda} - \gamma_k \alpha_k \dot{\lambda} \quad (4.19)$$

και σύμφωνα με την αρχή της υπέρθεσης θα ισχύει

$$\dot{\alpha} = \sum_{k=1}^N \dot{\alpha}_k \quad (4.20)$$

όπου N ο συνολικός αριθμός παραμενουσών τάσεων και C_k και γ_k ιδιότητες των υλικών οι οποίες υπόκεινται σε βαθμονόμηση (calibration) μέσα από δεδομένα πειραμάτων κυκλικής κόπωσης. Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να γίνει και με την χρήση πεπερασμένων στοιχείων έχοντας ανεκτικές τιμές σφάλματος όπως πρότειναν οι Hu και Zub [10],[18]. Η τελευταία δυνατή τιμή του α αποτελεί το σημείο "κορεσμού" του υλικού επειδή μέχρι τότε θα έχουν λάβει χώρα μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις. Ειδικότερα ο όρος C_k ορίζεται ως αρχικός συντελεστής της κινηματικής σκλήρυνσης και ο όρος γ_k καθορίζει τον ρυθμό κατά τον οποίο μειώνεται η κινηματική κράτυνση με την αύξηση των πλαστικών παραμορφώσεων. Όταν τα C_k και γ_k είναι ίσα με μηδέν το μοντέλο μετατρέπεται σε ένα μοντέλο ιστροπικής κράτυνσης με σκλήρυνση. Όταν όλα τα γ_k γίνουν ίσα με μηδέν τότε ισχύει ο γραμμικός νόμος της ιστροπικής κράτυνσης με σκλήρυνση του Ziegler. Επίσης κάθε παραμένουσα τάση καλύπτει ένα διαφορετικό εύρος παραμορφώσεων με τον νόμο του Ziegler να ισχύει για μεγάλες παραμορφώσεις. Η ισοδύναμη τάση που ορίζει το μέγεθος της επιφάνειας διαρροής σ_0 μπορεί να περιγραφεί από την παρακάτω εκθετική εξίσωση:

$$\sigma_0 = \sigma|_0 + Q_\infty (1 - e^{-b\dot{\lambda}}) \quad (4.21)$$

όπου όμοια με πριν η $\sigma|_0$ η τάση του ορίου διαρροής για μηδενική πλαστική παραμόρφωση, Q_∞ η μέγιστη αλλαγή στο μέγεθος της επιφάνειας διαρροής και b ο ρυθμός κατά τον οποίο αλλάζει η επιφάνεια διαρροής καθώς αναπτύσσεται η πλαστική παραμόρφωση.

4.2.2 Πολυγραμμικά μοντέλα

Ένας άλλος τρόπος περιγραφής της πλαστικής περιοχής ενός υλικού είναι με την χρήση πολυγραμμικών μοντέλων. Τα τελευταία δίνουν την τιμή της μονοαξονικής τάσης διαρροής συναρτήσει της μονοαξονικής παραμόρφωσης. Ο αριθμός τέτοιων ζευγών τάσεων-παραμορφώσεων καθορίζει τον αριθμό (N) των υποόγκων που δημιουργούνται. Το όριο διαρροής για τον κάπα-ιστό υποόγκο ορίζεται ως:

$$\sigma_{y,k} = \sigma_k + 3\mu\varepsilon_k \quad (4.22)$$

όπου $\sigma_{y,k}$ και ε_k είναι οι δοθέντες τιμές από τον χρήστη της τάσης διαρροής και της πλαστικής παραμόρφωσης αντίστοιχα και μ ο συντελεστής διάτμησης του υλικού. Όλοι οι υποόγκοι υποβάλλονται στην ίδια πλαστική παραμόρφωση και η συνολική τάση υπολογίζεται σαν άθροισμα των επιμέρους τάσεων με συντελεστές βαρύτητας για κάθε υποόγκο. Μαθηματικά αυτό εκφράζεται:

$$\sigma = \sum_{k=1}^N w_k \sigma_k \quad (4.23)$$

όπου w_k οι συντελεστές βαρύτητας. Ανάλογα θα ισχύει για τον κάπα-ιστό συντελεστή βαρύτητας

$$w_k = \frac{3\mu}{3\mu + H_k} - \sum_{i=1}^{k-1} w_i \quad (4.24)$$

με H_k την σταθερά σκλήρυνσης μεταξύ του k -οστού και του $(k+1)$ -οστού. Για τους συντελεστές βαρύτητας επίσης ισχύει:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (4.25)$$

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται ένα πολυγραμμικό μοντέλο κινηματικής κράτυνσης.

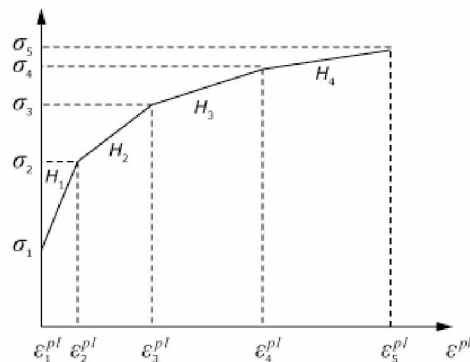


Figure 4.2: Μοντέλο πολυγραμμικής κράτυνσης

4.2.3 Συμπεριφορές υλικών κατά την κυκλική φόρτιση

Κατά την κινηματική σκλήρυνση, όπως προαναφέρθηκε, παρατηρείται μετατόπιση του κέντρου της επιφάνειας διαρροής, καθώς μπορεί η τελευταία να δεχθεί συρρίκνωση ή διαστολή εξαιτίας του ισοτροπικού μέρους της σε μοντέλα μη γραμμικής κράτυνσης. Οι παραπάνω παράγοντες είναι ικανοί να προκαλέσουν μεγάλες ανελαστικές συμπεριφορές όταν τα υλικά υπόκεινται σε κυκλικά φορτία με αποτέλεσμα την αστοχία τους. Τέτοιου είδους φαινόμενα αποτελούν τα παρακάτω:

- φαινόμενο του Bauschinger
- κυκλική κράτνυση με shakedown
- ratcheting
- χαλάρωση τάσης

Το φαινόμενο του Bauschinger προκαλεί μείωση του ορίου διαρροής στην αντίστροφη φόρτιση όταν έχει επέλθει πλαστική παραμόρφωση κατά την αρχική. Ύστερα από μερικούς κύκλους φόρτισης το φαινόμενο αυτό σταματά. Συνίσταται η χρήση μη γραμμικής κράτνυσης κατά την μοντελοποίηση του υλικού. Ακόμα καλύτερα αποτελέσματα λαμβάνονται με την χρήση πολλαπλών παραμενουσών τάσεων κατά τον υπολογισμό του κάθε κύκλου. Κατά το shakedown παρατηρείται ότι τα μαλακά ή ανοπτημένα μέταλλα τείνουν να σκληραίνουν προς μία σταθερή τιμή και τα αρχικά σκληρά μέταλλα τείνουν να μαλακώνουν ύστερα από ορισμένους κύκλους φόρτισης. Κατά το ratcheting δημιουργούνται ασυμμετρικοί κύκλοι που προκαλούν μετατόπιση των κύκλων φόρτισης προς τον άξονα των παραμορφώσεων και κατά συνέπεια την αύξηση τους. Η εισαγωγή μιας παραμένουσας τάσης προκαλεί σημαντικές αυξήσεις αυτού του φαινομένου για αυτό προτιμάται η χρήση πολλαπλών. Τέλος κατά την χαλάρωση τάσης σε κάθε κύκλο φόρτισης υπάρχει συνεχόμενη μείωση του φορτίου μέχρι τον μηδενισμό του. Παρ' όλο που οι θεωρίες πλαστικότητας είναι ικανές να περιγράψουν τα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα στην πλαστική περιοχή έχουν περιορισμένες δυνατότητες ειδικά κατά την κυκλική φόρτιση. Το γραμμικό κινηματικό μοντέλο κράτνυσης για παράδειγμα είναι ένα απλό μοντέλο που δίνει μια πρώτη προσέγγιση της συμπεριφοράς των μετάλλων που υπόκεινται σε κυκλική φόρτωση. Το μη γραμμικό μοντέλο κράτνυσης είναι ικανό να παρέχει πιο ακριβή αποτελέσματα σε πολλές περιπτώσεις συμπεριλαμβανομένου και της κυκλικής φόρτισης, αλλά εξακολουθεί να έχει περιορισμούς. Έχει παρατηρηθεί ότι η ισοτροπική κράτνυση εξαρτάται από το εύρος καταπόνησης με την παραμόρφωση στον πρώτο κύκλο να επηρεάζει την κράτνυση στον δεύτερο. Συνέπεια αυτού είναι ότι κατά την αρχή των κύκλων φόρτισης υπάρχει μερικές φορές σημαντική διαφορά μεταξύ αποτελεσμάτων πειραματικών διαδικασιών και υπολογιστικών προσομοιώσεων [10],[18].

Chapter 5

Αναλύσεις συνδυασμένων φορτίσεων με την χρήση FEM

5.1 Εισαγωγή νέου μοντέλου υλικού

Όπως αναφέρθηκε και στον πρόλογο (1.1) πολλές φορές οι υποθαλάσσιοι αγωγοί υπόκεινται και σε κυκλικές φορτίσεις πέρα από την εξωτερική πίεση λόγω του βαθυμέτρου που βρίσκονται. Στην συγκεκριμένη ενότητα θα μελετηθεί η συμπεριφορά ενός καμπύλου σωλήνα σε εξωτερική πίεση και ολιγοκυκλική κόπωση, μια διαδικασία που προσομοιώνει έναν σεισμό λίγων δευτερολέπτων. Πραγματοποιήθηκε αλλαγή του υλικού του από ελαστοπλαστικό χάλυβα X65 όπως είχε παρουσιάσει στην ενότητα 3.2.3 σε χάλυβα X65 με μη-γραμμική κινηματική κράτυνση, μαζί με ιστροπική κράτυνση με softening. Ο λόγος που συνέβη αυτό ήταν γιατί σε κάθε κύκλο κόπωσης που πραγματοποιείται στην πλαστική περιοχή μειώνεται περαιτέρω η αντοχή του όπως συμβαίνει και με ένα πραγματικό υλικό. Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε είχε τις παρακάτω παραμέτρους όπως αναγράφεται στον πίνακα 5.1. Η φυσική σημασία των παρακάτω παραμέτρων διευκρινίστηκε στο κεφάλαιο 4.

σ_y (MPa)	E (Gpa)	C1 (MPa)	γ_1	C2 (MPa)	γ_2	C3 (MPa)	γ_3	Q	b
285	188	505850	2836,34	12630	128,4	4020	98	-100	1

Table 5.1: Χαρακτηριστικά υλικού

5.1.1 Αναλύσεις σε κυβικό μοντέλο

Αρχικά πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις για την δημιουργία διαγραμμάτων τάσεων-παραμορφώσεων τόσο για τεστ εφελκυσμού όσο και για κυκλικές φορτίσεις. Σαν μοντέλο χρησιμοποιήθηκε ένας κύβος πλευράς $a = 1mm$ με υλικό το νέο μοντέλο X65 χάλυβα. Συνολικά το μοντέλο αποτελείται από ένα κυβικό στοιχείο (C3D8R) με πλευρά ίση με αυτή του κύβου. Οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν ήταν άρθρωση κατά την z διεύθυνση στο $xy=0$ επίπεδο, κατά την x στο $yz=0$, και κατά y στο $xz=0$ όπως απεικονίζονται στο σχήμα 5.1. Το φορτίο ασκήθηκε στους τέσσερις ακριανούς κόμβους του $yz=1$ επιπέδου.

Αρχικά ασκήθηκε εφελκυστικό φορτίο στο μοντέλο. Σύμφωνα με αυτό προέκυψε το παρακάτω διάγραμμα φορτίου-παραμόρφωσης 5.2. Μετέπειτα έγινε μελέτη της συμπεριφοράς του μοντέλου σε κυκλική φόρτιση, για αριθμό κύκλων $N = 10$, με την επιβολή μετατοπίσεων στους 4 ακριανούς

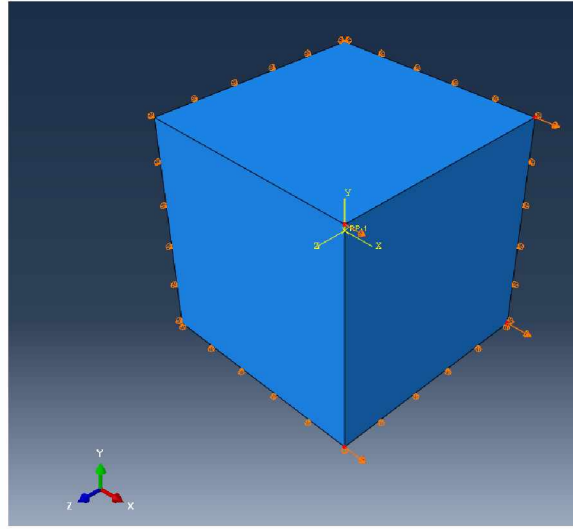


Figure 5.1: ΣΣ και φορτία

κόμβους του (σχ. 5.1). Τέλος ασκήθηκε ασύμετρο κυκλικό φορτίο, με τιμή που άνηκε στην πλαστική περιοχή, ικανό δηλαδή να προκαλέσει πλαστικές παραμορφώσεις στο μοντέλο, για τον ίδιο αριθμό κύκλων. Με τον όρο ασύμμετρο εννοείται ένα φορτίο που παρουσιάζει μικρότερη μέγιστη κατά απόλυτη τιμή φορτίου για κάθε δεύτερο μισό του κύκλου φόρτισης από ότι κατά το πρώτο μισό. Η δημιουργία της κυκλικής φόρτισης έγινε με την εισαγωγή κάποιων συναρτήσεων ενίσχυσης (amplitudes) στα ασκούμενα φορτία ή παραμορφώσεις αντίστοιχα (σχ. 5.3b, 5.4b). Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζονται τα διαγράμματα φορτίου-παραμόρφωσης (σχ. 5.3a, 5.4a) καθώς και οι αντίστοιχες συναρτήσεις ενίσχυσης.

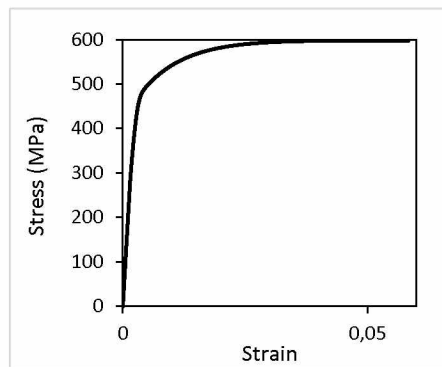
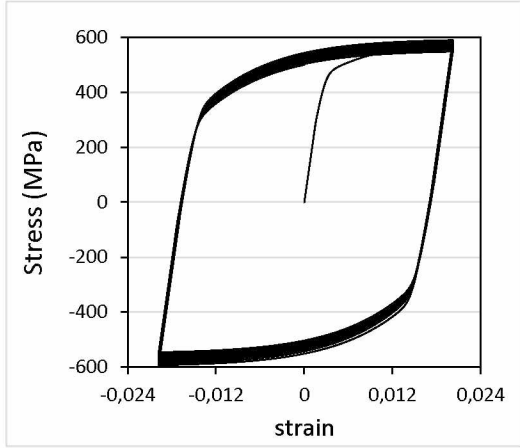
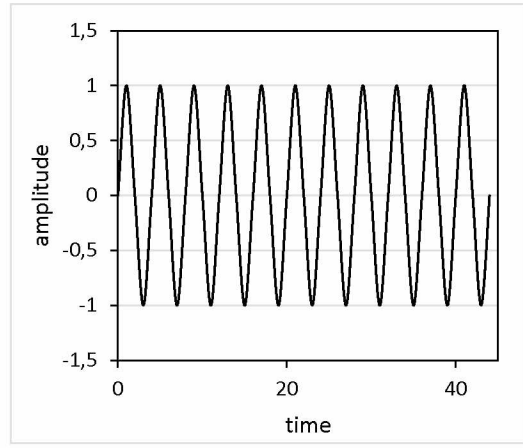


Figure 5.2: Διάγραμμα φορτίου-παραμόρφωσης

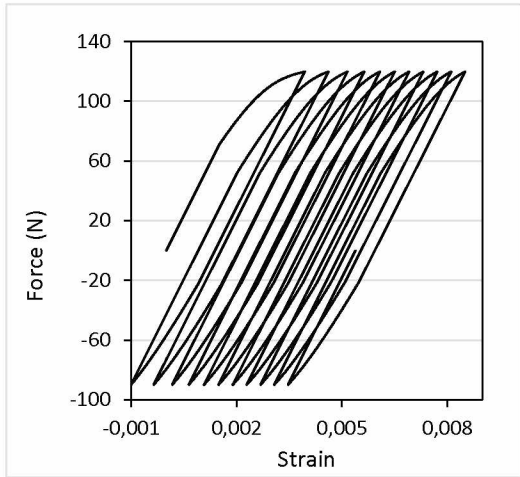


(a) stress strain diagram

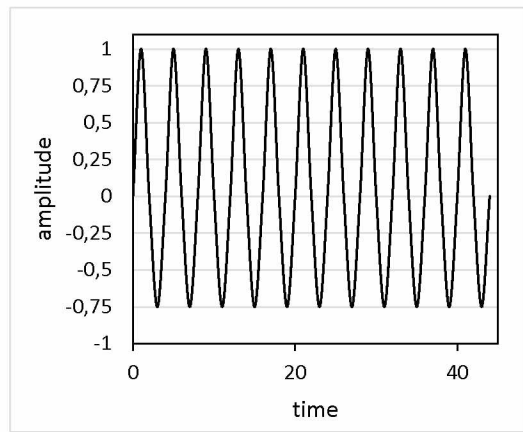


(b) amplitude strain control

Figure 5.3: strain control



(a) stress strain diagram



(b) amplitude stress control

Figure 5.4: stress control

Εύκολα παρατηρείται ότι το μοντέλο και κατά συνέπεια το υλικό κατά τις κυκλικές φορτίσεις είχε μετατοπίσεις των κύκλων του προς τα δεξιά στο πέρας κάθε κύκλου φόρτισης κατά το stress control. Από αυτό απορρέει το συμπέρασμα ότι σε κάθε κύκλο φόρτισης το υλικό κρατάει σαν "μνήμη" παραμορφώσεις που έχουν προκύψει από προηγούμενους κύκλους. Αυτό το φυσικό φαινόμενο ονομάζεται ratcheting όπως εξηγήθηκε στην ενότητα 4.2.3. Κατά το strain control παρατηρείται μετατόπιση των κύκλων φόρτισης στον κάθετο άξονα y του διαγράμματος. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο φαινόμενο του Bauschinger όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 4.2.3. Οι παραπάνω αναλύσεις έγιναν για την καλύτερη κατανόηση του μοντέλου και της συμπεριφοράς του υλικού σε κυκλική φόρτιση από τον αναγνώστη.

5.2 Αναλύσεις καμπύλου σωλήνα σε συνδυασμένη φόρτιση με κελυφωτά και τρισδιάστατα στοιχεία

Πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις συνδυασμένης φόρτισης σε τμήματα καμπύλων αγωγών (elbow) σε φορτία εξωτερικής πίεσης και φορτία "ανοίγματος" ή "κλεισίματος" που η μορφή τους θα διευκρινιστεί παρακάτω. Το μοντέλο του elbow που χρησιμοποιήθηκε είχε ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά με το elbow της ενότητας 3.4.1 με πάχος τοιχώματος $t = 34mm$. Η μόνη διαφορά ήταν η στροφή του νέου μοντέλου κατά σαρανταπέντε μοίρες (45°) όπως απεικονίζεται στο σχήμα 5.5.

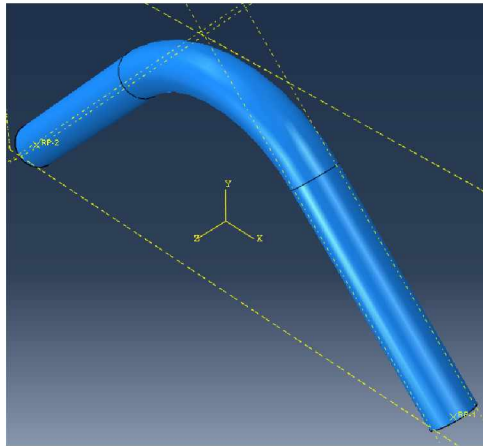
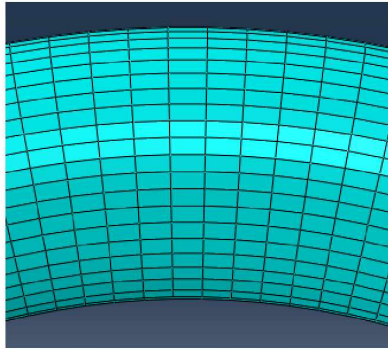
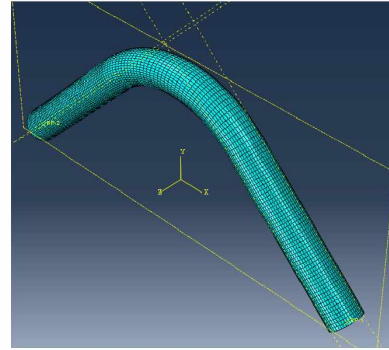


Figure 5.5: νέο μοντέλο elbow

Ο λόγος που συνέβη αυτό ήταν για την απλούστερη εφαρμογή των δυνάμεων και των συνοριακών συνθηκών του προβλήματος. Το υλικό του μοντέλου είναι το προαναφερθέντο X65 της ενότητας 5.1. Χρησιμοποιήθηκαν ορθογωνικά κελυφωτά στοιχεία (S4R) μεγάλης πλευράς $a = 50mm$ κατά την διεύθυνση του μήκους του elbow. Το πλέγμα κατά την περιφέρεια της διαμέτρου αποτελούνταν από σαραντατέσσερα (44) στοιχεία και το μήκος του κάθε στοιχείου είχε τιμή $a = 30mm$. Ο λόγος που συνέβη αυτό ήταν γιατί κατά την διεύθυνση του μήκους του σωλήνα δεν παρουσιάζονται φαινόμενα οβαλοποίησης οπότε είναι θεμητό να χρησιμοποιηθούν μεγαλύτερα στοιχεία για την μείωση του υπολογιστικού κόστους. Τα μοντέλα με τρισδιάστατα στοιχεία είχαν ίδιο μέγεθος επιφάνειας με τα κελυφωτά και αποτελούνταν από έξι στοιχεία κατά την διεύθυνση του πάχους. Το είδος του στοιχείου ήταν όμοιο με αυτό της ενότητας 3.5.1. Στις εικόνες (σχ. 5.6a και 5.6b) παρουσιάζεται το πλέγμα στην επιφάνεια του elbow. Στις άκρες του elbow εφαρμόστηκαν "τάπες" πάχους $t = 150mm$ από το ίδιο υλικό αποτελούμενες από κελυφωτά στοιχεία (S4R) σε

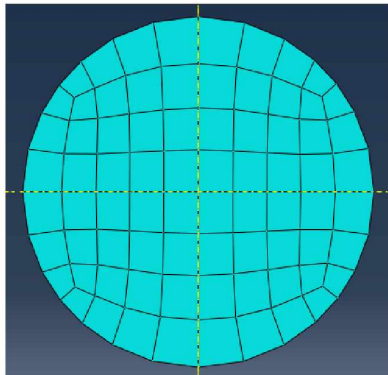


(a) μεγένθυση

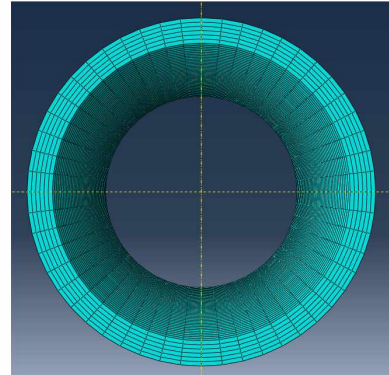


(b) ολόκληρο

Figure 5.6: Πλέγμα στο elbow



(a) τάπας



(b) κατά το πάχος τοιχώματος

Figure 5.7: Επιπλέον πλέγματα στο elbow

κελυφωτά και solid μοντέλα. Οι προαναφερθέντες τάπες "ενώθηκαν" με το elbow μέσω περιορισμού (Tie constrain), δυνατότητα που παρέχει το ABAQUS. Αντιλαμβανόμαστε ότι λόγω της κυλινδρικής γεωμετρίας των ταπών τα ορθογωνικά στοιχεία του πλέγματος αδυνατούν να καλύψουν πλήρως την δοσμένη επιφάνεια. Για τον παραπάνω λόγο χρησιμοποιούνται και μη ορθογωνικά στοιχεία στο πλέγμα όπως απεικονίζεται στο σχήμα 5.7a μέσω της εντολής minimize mesh transition. Παρόλα αυτά το πλέγμα δεν θεωρείται "κακό" μιας και οι τάπες βρίσκονται πολύ κοντά στα σημεία άσκησης των συνοριακών συνθηκών και επηρεάζουν ελάχιστα τον λυγισμό του σωλήνα που λαμβάνει χώρα μακριά από αυτές. Επίσης παρουσιάζεται το πλέγμα κατά την διεύθυνση του πάχους τοιχώματος για τα solid μοντέλα στο σχήμα 5.7b.

Στο μοντέλο του σχήματος 5.5 ασκήθηκε εξωτερική πίεση ίσου μέτρου τόσο στην επιφάνεια του elbow όσο και στις τάπες. Τέλος οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν ασκήθηκαν στις περιφέρειες των δύο ακραίων διατομών του elbow με την αριστερή να αποτελεί άρθρωση κατά την οποία επιτρέπεται η στροφή μόνο κατά τον άξονα z ($ur3 \neq 0$) και την δεξιά κύλιση που επιτρέπεται η μετατόπιση κατά την x διεύθυνση ($u1 \neq 0$) και στροφή κατά τον z άξονα ($ur3 \neq 0$). Για λόγους ευκολίας οι συνοριακές συνθήκες αντί να εφαρμοστούν στις περιφέρειες των άκρων εφαρμόστηκαν στα κέντρα αυτών με την εντολή coupling του ABAQUS [14], που αναγκάζει ένα πλήθος κόμβων να κινούνται σύμφωνα με την κίνηση ενός άλλου κόμβου όπως απεικονίζεται στο σχήμα 5.8. Το παραπάνω μοντέλο αποτέλεσε την "βάση" των επόμενων μοντέλων μιας και αυτά έχουν κοινά όλα τα

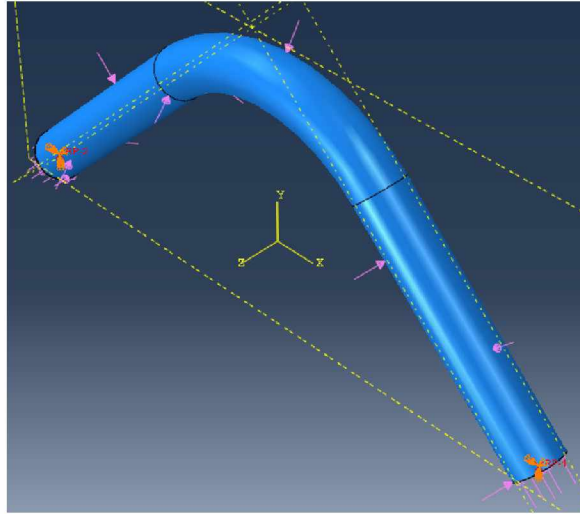


Figure 5.8: ΣΣ και πίεση στο elbow

παραπάνω τους στοιχεία. Οι μόνοι παράμετροι που μεταβλήθηκαν είναι η τιμή των φορτίων πίεσης και το μέγεθος της μετατόπισης "ανοίγματος" ή "κλεισίματος" του σωλήνα. Να επισημάνουμε ότι στις παρούσες αναλύσεις με elbow, σε αντίθεση με τις προηγούμενες, δεν χρησιμοποιείται αρχική ατέλεια. Ο λόγος είναι γιατί ο συνδυασμός πίεσης και "ανοίγματος" ή "κλεισίματος" σωλήνα είναι ικανός να προκαλέσει λυγισμό και κατά συνέπεια μέγιστο φορτίο αντοχής με την μέθοδο Riks, αφού αποτελεί μοντέλο συνεχούς απόκρισης.

5.2.1 Μονοτονικές αναλύσεις με "άνοιγμα" σωλήνα

"Άνοιγμα" του καμπύλου σωλήνα ονομάζουμε την διαδικασία κατά την οποία ασκούμε δύναμη σε ένα άκρο του, κρατώντας το άλλο σταθερό, με στόχο να αποκτήσουμε έναν ευθύγραμμο σωλήνα. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιούμε φορτίο κατά την x διεύθυνση στην κύλιση όπως φαίνεται σχηματικά στην εικόνα 5.9.

Ζητούμενο αυτών των αναλύσεων είναι να βρεθεί η μέγιστη τιμή αυτού του φορτίου ώστε μετέπειτα κατά την κυκλική φόρτιση να χρησιμοποιηθεί ένα ποσοστό του και να μελετήσουμε την συμπεριφορά του σωλήνα. Αρχικά εφαρμόζεται πίεση εξωτερικά του elbow. Σαν τιμές χρησιμοποιήθηκαν πέντε (5) ποσοστά της μέγιστης επιτρεπόμενης πίεσης λυγισμού (P_{max}) 0, 10, 20, 30 και 40%. Η τελευταία προέκυψε από τις αναλύσεις του κεφαλαίου 3. Αυτό γίνεται με την εισαγωγή ενός step (static, general) στο ABAQUS [14] στο οποίο επίσης εφαρμόζονται και οι προαναφερθέντες συνοριακές συνθήκες. Μετά την άσκηση της πίεσης με την δημιουργία ενός άλλους step ασκούμε το φορτίο στην διεύθυνση x της κύλισης. Σαν step χρησιμοποιήθηκε static, Riks μιας και είναι επιθυμητό να βρούμε την τιμή αυτού του φορτίου που θα οδηγήσει στην αστοχία. Οι πιέσεις και οι συνοριακές συνθήκες συνεχίζονται να ασκούνται και στο νέο step μέσω της εντολής propagated του ABAQUS[14]. Τα αποτελέσματα για κάθε τιμή της πίεσης παρουσιάζονται στα παρακάτω διαγράμματα δύναμης αντίδρασης-μετατόπισης. Η δύναμη αντίδρασης μετρήθηκε στην άρθρωση κατά την x διεύθυνση και η μετατόπιση μετρήθηκε κατά την x διεύθυνση στο σημείο εφαρμογής της κύλισης. Επίσης στην εικόνα 5.10a παρουσιάζεται η μορφή της οβαλοποιημένης διατομής κατά το "άνοιγμα" του σωλήνα.

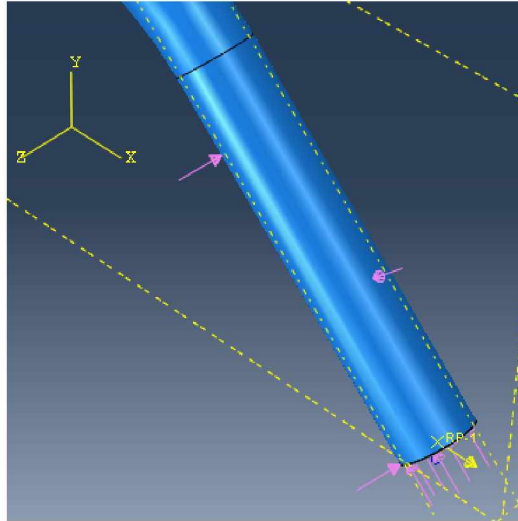
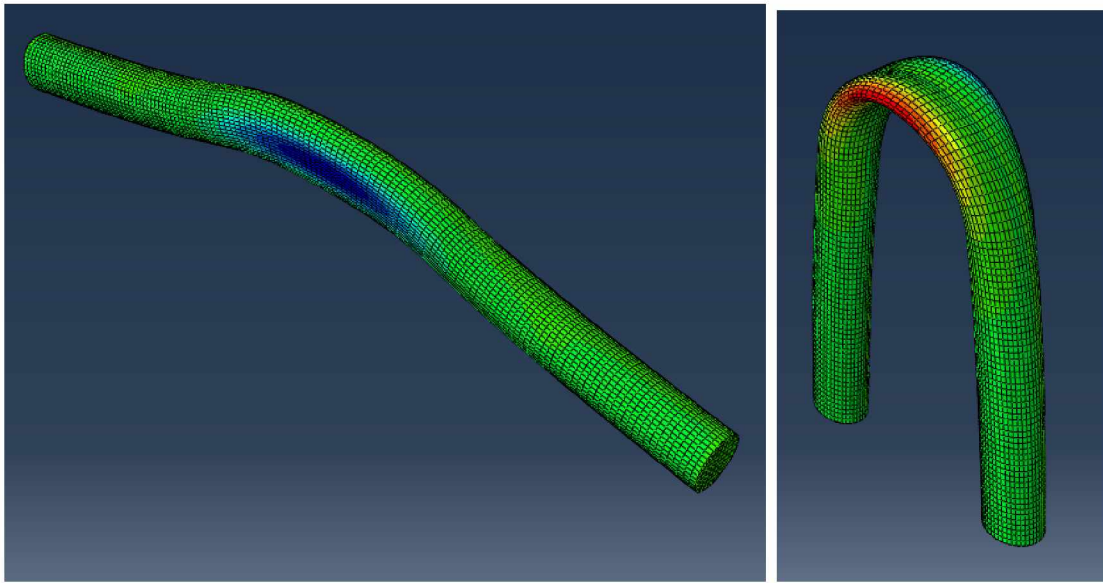


Figure 5.9: δύναμη στην κύλιση

5.2.2 Μονοτονικές αναλύσεις με "κλείσιμο" σωλήνα

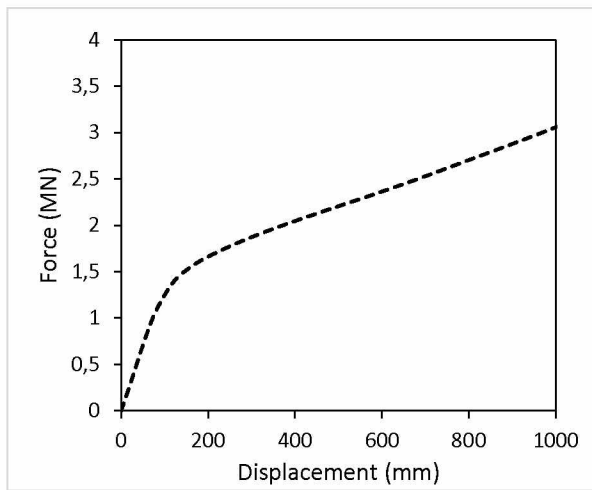
Ομοίως με την προηγούμενη ενότητα "κλείσιμο" του καμπύλου σωλήνα χαρακτηρίζεται η διαδικασία κατά την οποία ασκείται δύναμη σε ένα άκρο του, κρατώντας το άλλο σταθερό, με στόχο την απόκτηση δύο πλευρικά εφαιπόμενων ευθύγραμμων σωλήνων. Για τον παραπάνω λόγο ασκήθηκε φορτίο κατά την διεύθυνση x όμως αντίθετης φοράς από ότι της ενότητας 5.2.1. Αυτό αποτελεί και την μοναδική διαφοροποίηση των μοντέλων "ανοίγματος" και "κλεισίματος". Ομοίως χρησιμοποιήθηκαν τα ίδια ποσοστά της πίεσης λυγισμού σε σχέση με τα μοντέλα ανοίγματος. Η μορφή οβαλοποίησης της διατομής που οδηγεί στην αστοχία του μοντέλου κατά το "κλείσιμο" του παρουσιάζεται στην εικόνα 5.10b. Παρακάτω απεικονίζονται τα διαγράμματα δύναμης αντίδρασης-μετατόπισης που παράχθηκαν με όμοιο τρόπο με την προηγούμενη ενότητα. Εύκολα παρατηρείται ότι η μέγιστη δύναμη αντίδρασης στις μονοτονικές αναλύσεις "κλεισίματος" των elbow παίρνει μικρότερες τιμές από ότι των αντίστοιχων αναλύσεων "ανοίγματος" γεγονός που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι καμπύλοι σωλήνες αστοχούν ευκολότερα κατά το "κλείσιμο" τους [3],[19],[20].



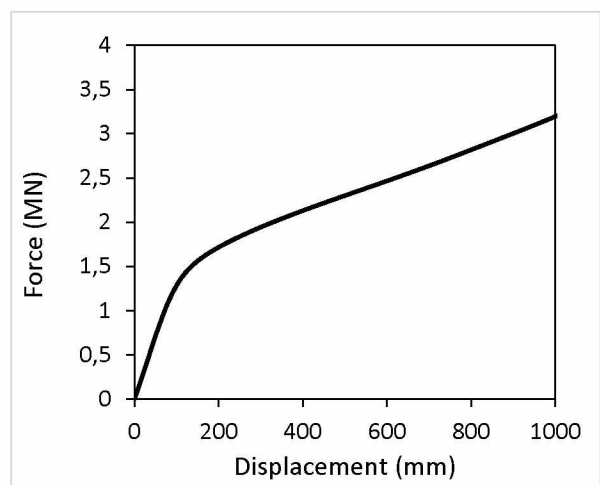
(a) κατά το "άνοιγμα"

(b) κατά το "κλείσιμο"

Figure 5.10: Μορφή οβαλοποίησης διατομής

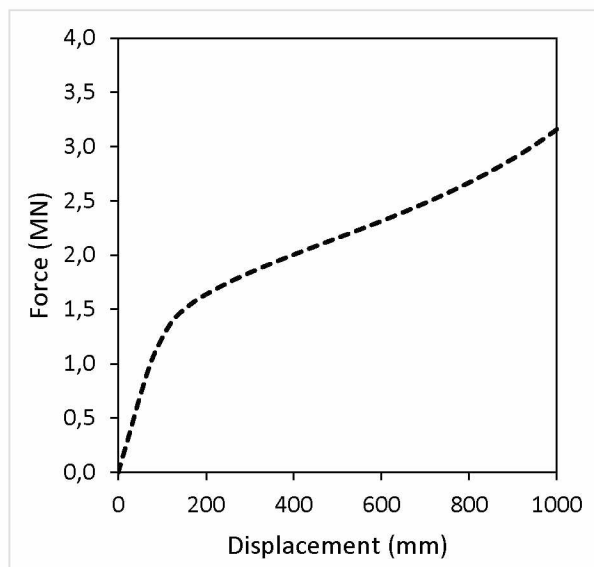


(a) shell

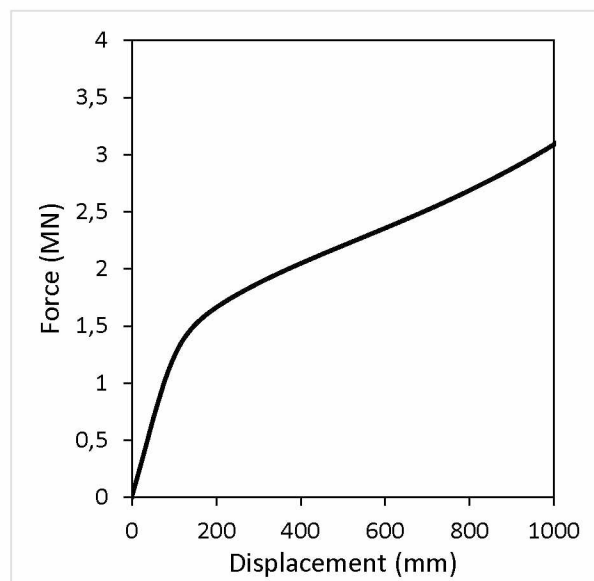


(b) solid

Figure 5.11: opening χωρίς πίεση

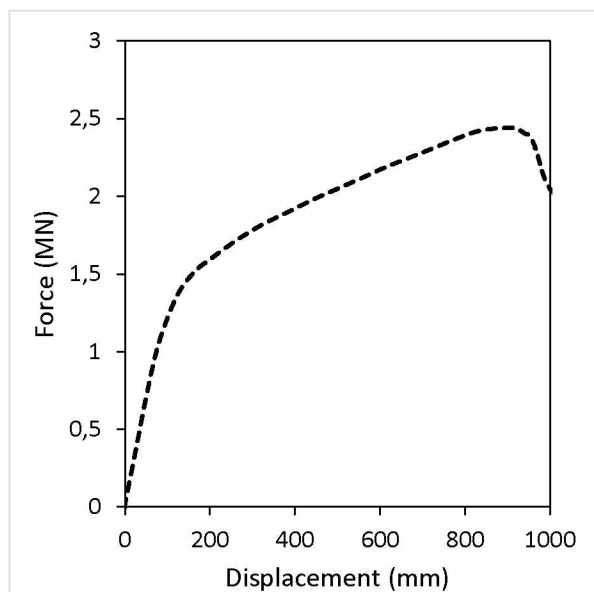


(a) shell

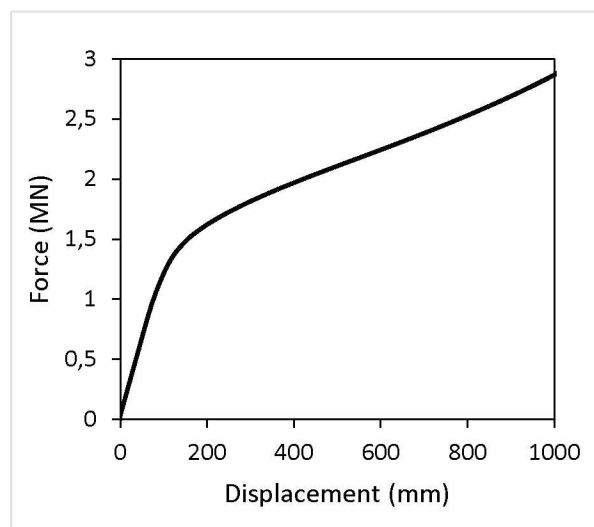


(b) solid

Figure 5.12: opening 10% P_{max} πίεση

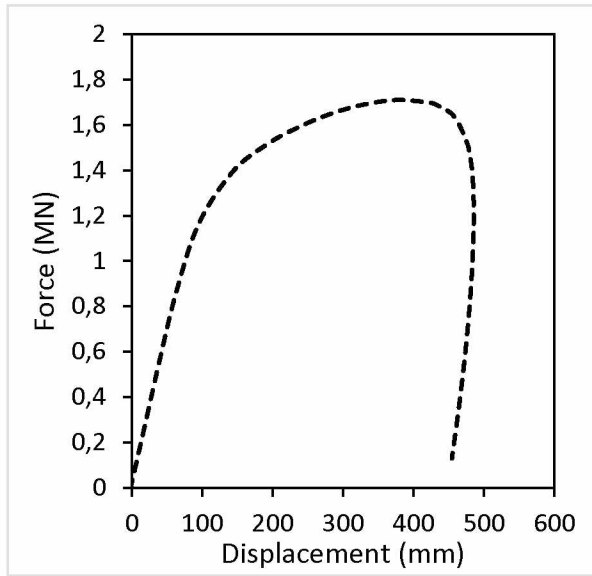


(a) shell

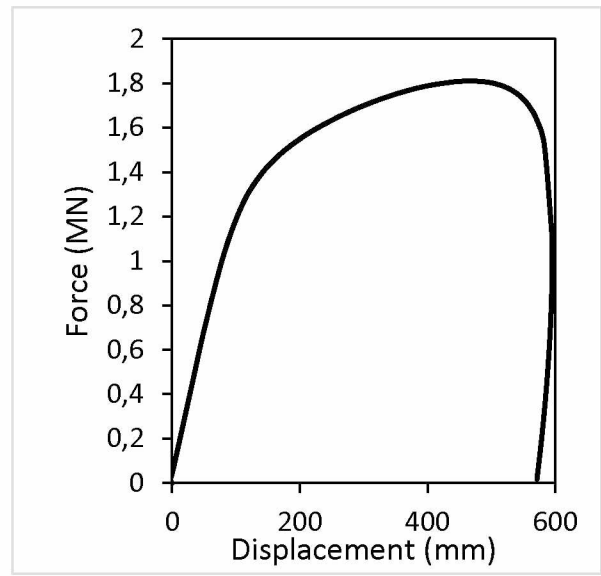


(b) solid

Figure 5.13: opening 20% P_{max} πίεση

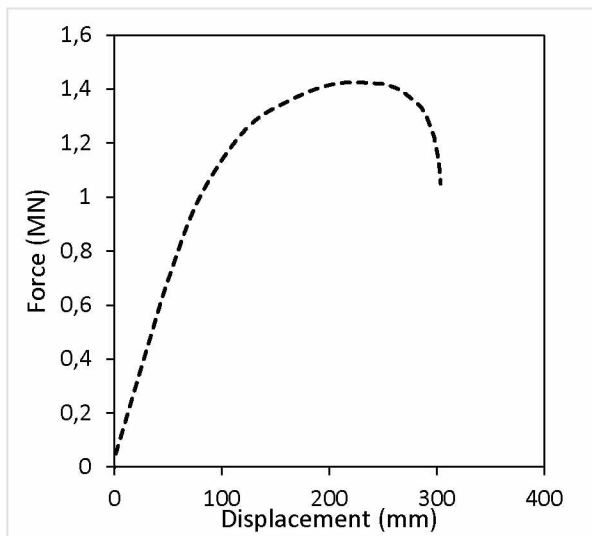


(a) shell

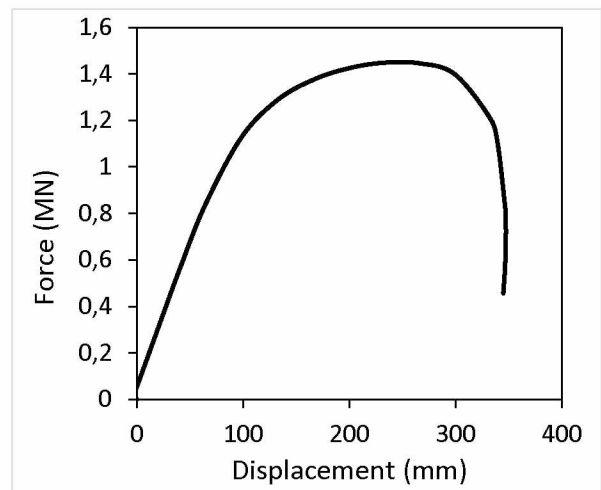


(b) solid

Figure 5.14: opening 30% P_{max} πίεση

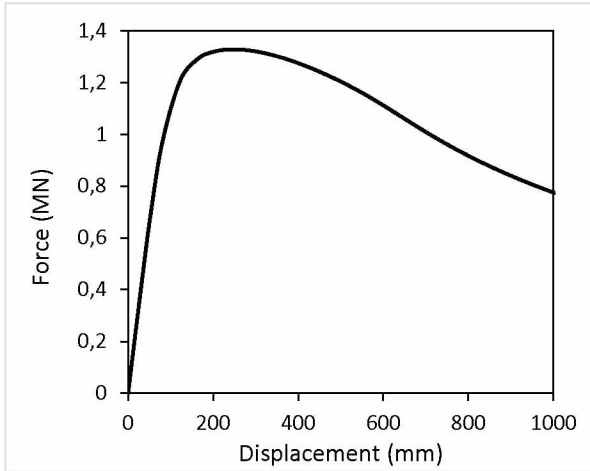


(a) shell

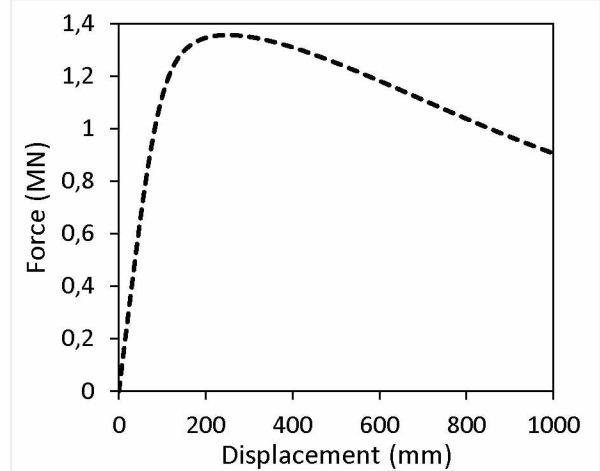


(b) solid

Figure 5.15: opening 40% P_{max} πίεση

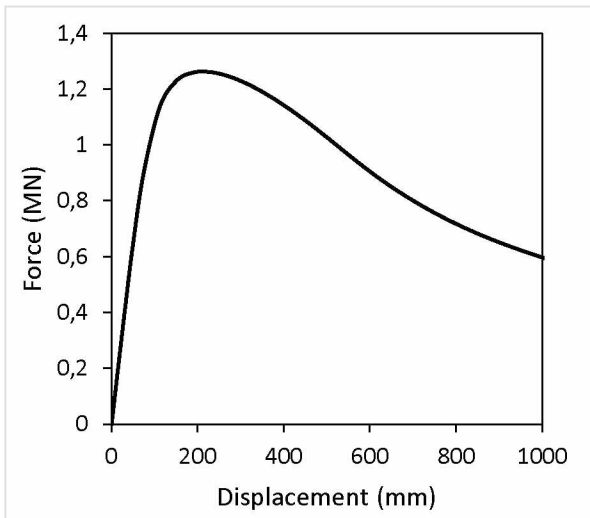


(a) shell

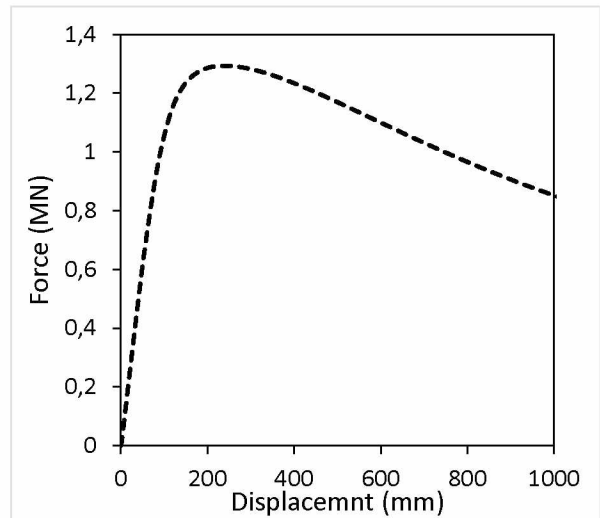


(b) solid

Figure 5.16: closing χωρίς πίεση

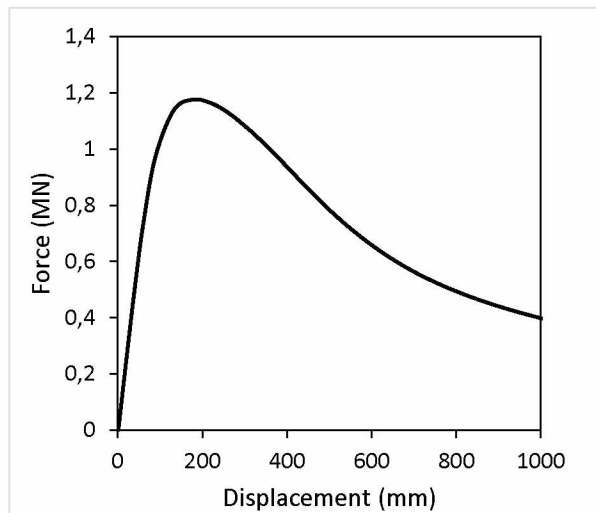


(a) shell

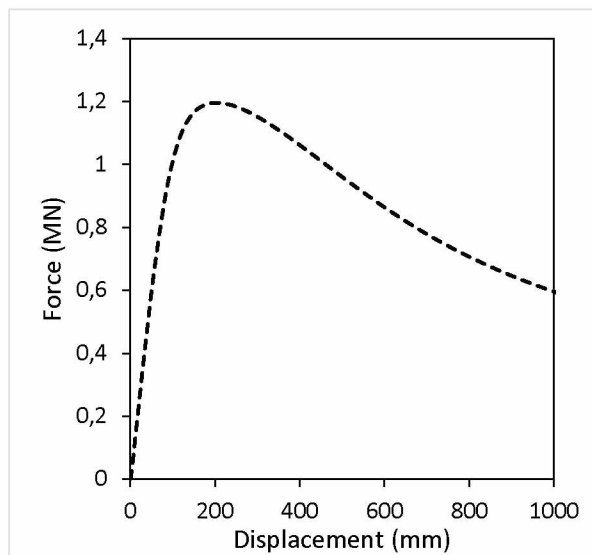


(b) solid

Figure 5.17: opening 10% P_{max} πίεση

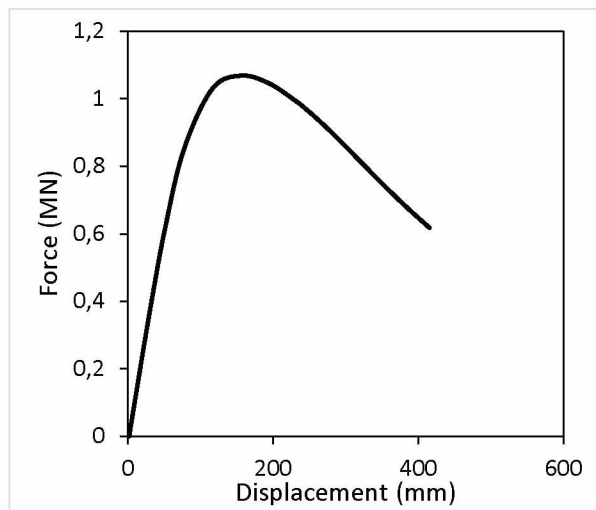


(a) shell

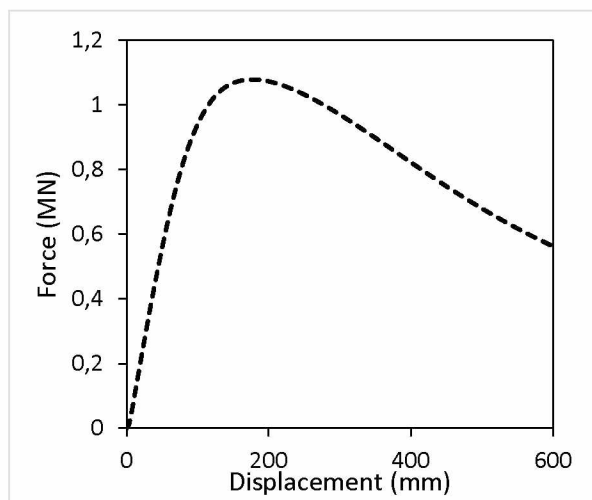


(b) solid

Figure 5.18: closing 20% P_{max} πίεση

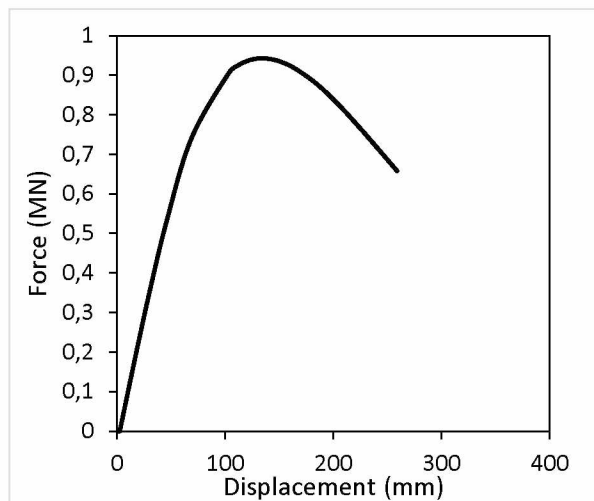


(a) shell

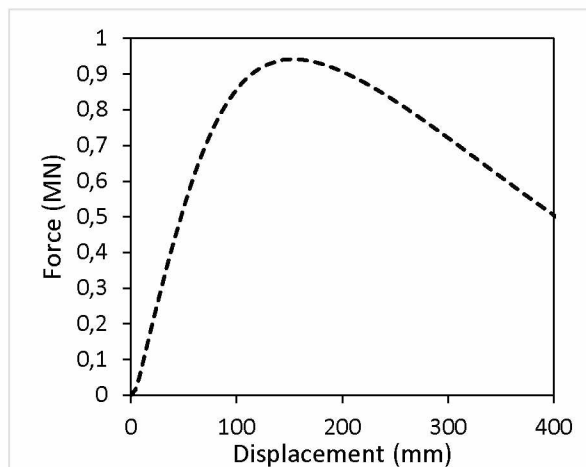


(b) solid

Figure 5.19: closing 30% P_{max} πίεση



(a) shell



(b) solid

5.2.3 Αναλύσεις συνδυασμένης κυκλικής φόρτισης

Στην συγκεκριμένη ενότητα μελετήθηκε η συμπεριφορά του ίδιου elbow σε συμμετρική ολιγοκυκλική φόρτιση. Κατά αυτήν επιβλήθηκαν οι εξής μετατοπίσεις κατά την x διεύθυνση στο άκρο της κύλισης για τα προαναφερθέντα ποσοστά πίεσης λυγισμού όπως αναγράφεται στον πίνακα 5.2. Να επισημανθεί ότι κατά την διάρκεια της κόπωσης η μετατόπιση της κύλισης δεν έχει σταθερή τιμή αλλά μεταβάλλεται ανάμεσα στην θετική και αρνητική ακραία τιμή. Η απόλυτη τιμή της παραπάνω είναι αυτή που αναγράφεται στον πίνακα 5.2 μιας και η κυκλική φόρτιση είναι συμμετρική.

ποσοστό Pmax	0%	10%	20%	30%	40%
ασκούμενες μετατοπίσεις	150mm	150mm	150mm	150mm	150mm
	200mm	200mm	200mm	200mm	200mm
	300mm	300mm	300mm		

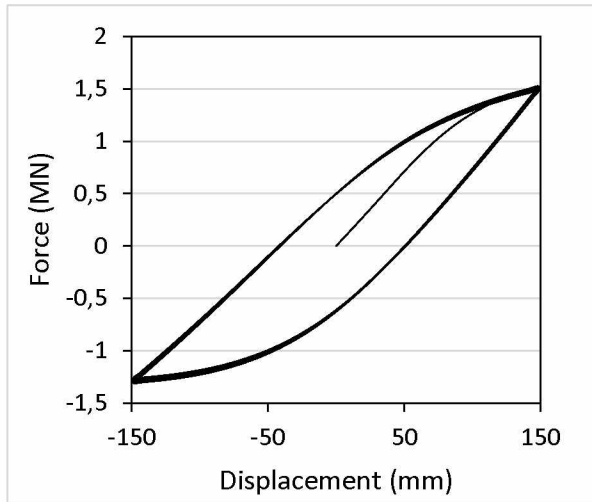
Table 5.2: Μετατοπίσεις κυλίσεων για κάθε ασκούμενη πίεση

Οι τιμές των παραπάνω μετατοπίσεων προέκυψαν και επιλέχθηκαν από τα αποτελέσματα των προηγούμενων μονοτονικών αναλύσεων (ενότητες 5.2.1, 5.2.2). Χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές από τις αναλύσεις "κλεισίματος" του elbow μιας και αυτές οδηγούν ευκολότερα στην αστοχία. Όμοια με τις προηγούμενες αναλύσεις (βλέπε ενότητα 5.2.1) στο πρώτο step (static, general) του ABAQUS εφαρμόστηκαν οι συνοριακές συνθήκες και ασκήθηκε η πίεση εξωτερικά. Μετέπειτα σε άλλο step (πάλι static, general) ασκήθηκε η κυκλική φόρτιση. Ο λόγος που επιλέχθηκε αυτού του είδους η ανάλυση είναι γιατί δεν μας ενδιαφέρει η άμεση αστοχία του σωλήνα αλλά πως αυτός συμπεριφέρεται κατά την διάρκεια και το πέρας της κυκλικής φόρτισης. Ο συνολικός αριθμός κύκλων φόρτισης ήταν έντεκα (11), ένας παραπάνω από τους επιθυμητούς δέκα. Για την δημιουργία κυκλικής φόρ-

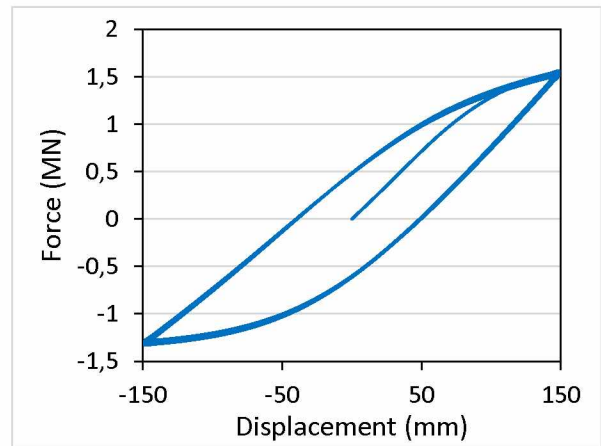
τισης ήταν απαραίτητη η χρήση μιας συνάρτησης εύρους (amplitude) η οποία θα ανάγκαζε την κύλιση να μετατοπιζόταν μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων. Επιλέχθηκε η συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε κατά το strain control στην ενότητα 5.1.1. Αυτή μέσω των συνοριακών συνθηκών στο ABAQUS (BCs) εισηγήθηκε αναγκάζοντας την κύλιση σε κυκλική φόρτιση. Πολύ σημαντικό είναι ο χρόνος διάρκειας του δεύτερου step, που αφορά την κυκλική φόρτιση, να είναι αρκετός (44 στην συγκεκριμένη περίπτωση) ώστε να προλάβει το μοντέλο να τελέσει τουλάχιστον δέκα κύκλους φόρτισης. Και στα δύο προαναφερθέντα step χρησιμοποιήθηκε μη γραμμικός αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος. Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων κυκλικής φόρτισης σε διαγράμματα δύναμης αντίδρασης στην άρθρωση-μετατόπισης (Reaction Force-displacement ή RFd) καθώς και σε διαγράμματα οβαλότητας-μετατόπισης (ovality-displacement ή od). Τέλος όπως προαναφέρθηκε ο σωλήνας κατά το "κλείσιμο" του αστοχεί πιο εύκολα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η μορφή οβαλοποίησης της διατομής του σωλήνα κατά την κυκλική του φόρτιση να είναι όμοια με αυτή της εικόνας 5.10b.

Από τα παρακάτω διαγράμματα γίνεται αντιληπτό ότι κατά την συνδυασμένη κυκλική φόρτιση η αύξηση της εξωτερικής πίεσης αυξάνει την οβαλότητα της διατομής κατά την διάρκεια της κυκλικής φόρτισης. Επίσης το ίδιο συμβαίνει με αύξηση της μετατόπισης της κύλισης για σταθερή εξωτερική πίεση. Συμπεραίνεται λοιπόν ότι η αύξηση της εξωτερικής πίεσης ή της ασκούμενης μετατόπισης στο άκρο, δηλαδή των καμπτικών φορτίων, οδηγούν σε ταχύτερη οβαλοποίηση των διατομών των σωλήνων. Επίσης με την αύξηση της πίεσης ή της επιβαλλόμενης μετατόπισης το φαινόμενο της χαλάρωσης τάσης (βλέπε 4.2.3) γίνεται εντονότερο με πιο γρήγορο μηδενισμό αυτών. Τέλος το φαινόμενο του Bauschinger αυξάνεται έντονα με την αύξηση της εξωτερικής πίεσης κατά την φόρτιση.

Στα διαγράμματα 5.29a, 5.32a, 5.33a, 5.42a, 5.45a, 5.46a με κελυφωτά στοιχεία το λογισμικό αδυνατούσε να πραγματοποιήσει περαιτέρω τις αναλύσεις εξαιτίας των μεγάλων παραμορφώσεων που δεχόντουσαν τα στοιχεία στο σημείο οβαλοποίησης της διατομής, που είχαν ως αποτέλεσμα να μειώνουν δραστικά το βήμα επανάληψης, με το μοντέλο να μην καταφέρει να "τρέξει" για δέκα κύκλους φόρτισης. Αντίθετα στα όμοια solid μοντέλα το παραπάνω πλήθος τους κατά την ακτινική διεύθυνση επέτρεπε στο κάθε στοιχείο να δέχεται μικρότερες τιμές παραμορφώσεων με αποτέλεσμα να μην υπάρχει δραστική μείωση του βήματος της επανάληψης.

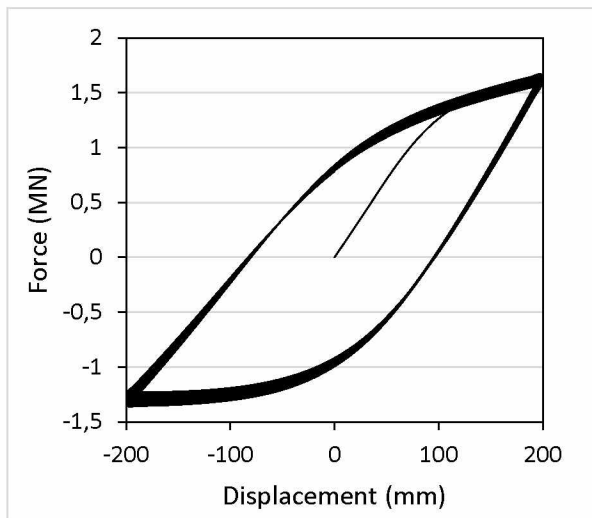


(a) shell

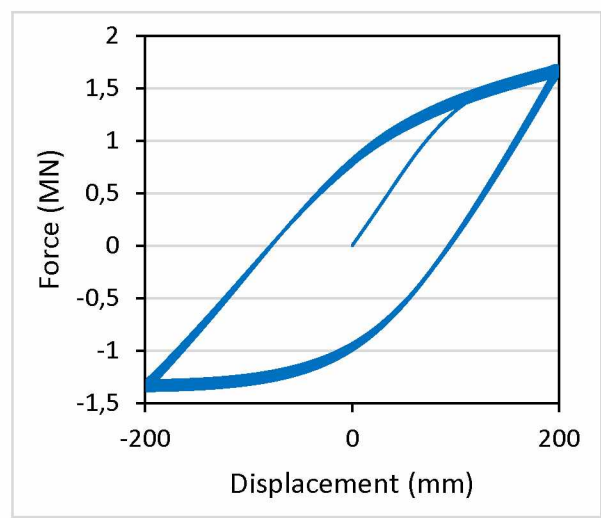


(b) solid

Figure 5.21: RFd cyclic χωρίς πίεση 150mm displacement

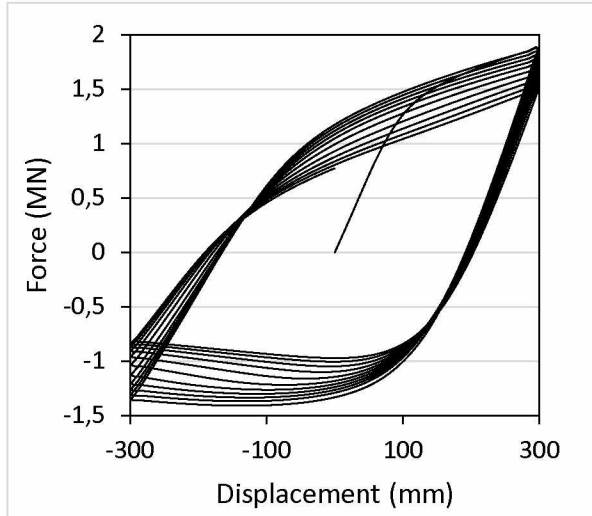


(a) shell

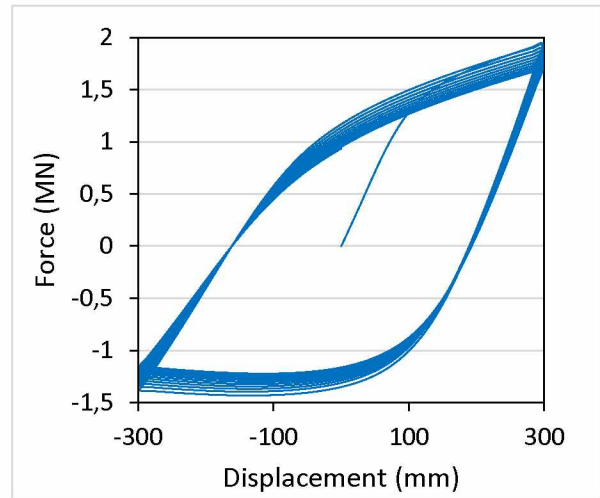


(b) solid

Figure 5.22: RFd cyclic χωρίς πίεση 200mm displacement

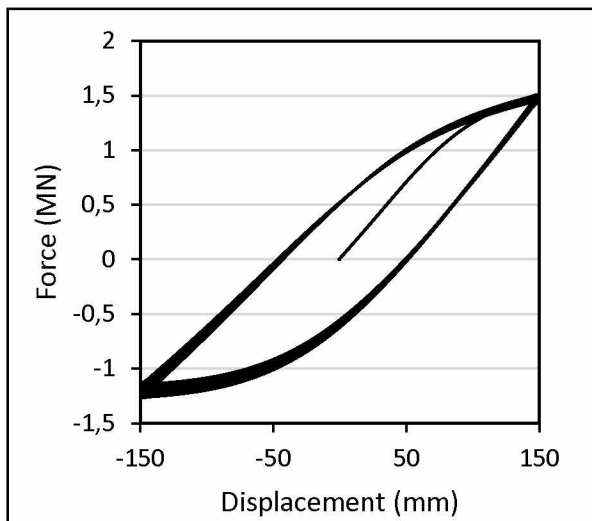


(a) shell

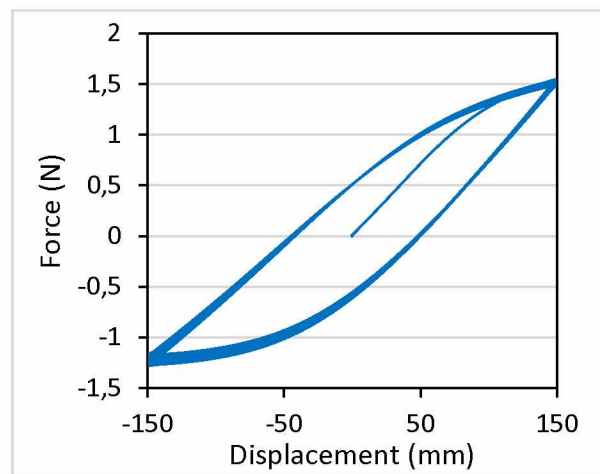


(b) solid

Figure 5.23: RFd cyclic χωρίς πίεση 300mm displacement

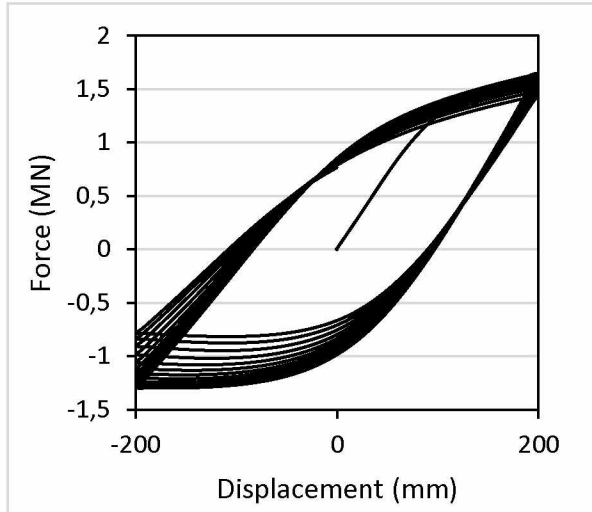


(a) shell

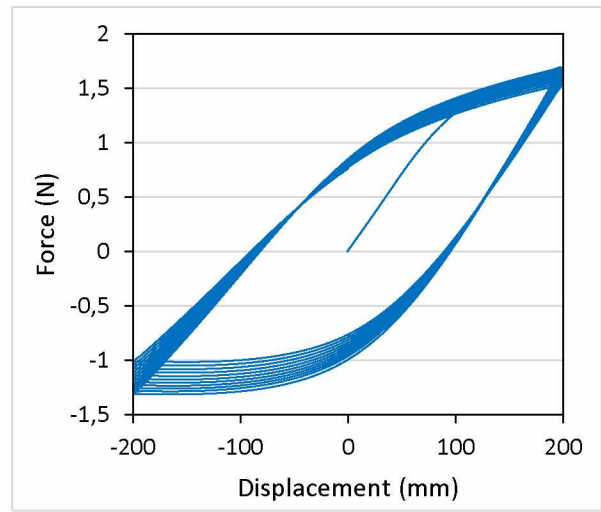


(b) solid

Figure 5.24: RFd cyclic 10% P_{max} πίεση 150mm displacement

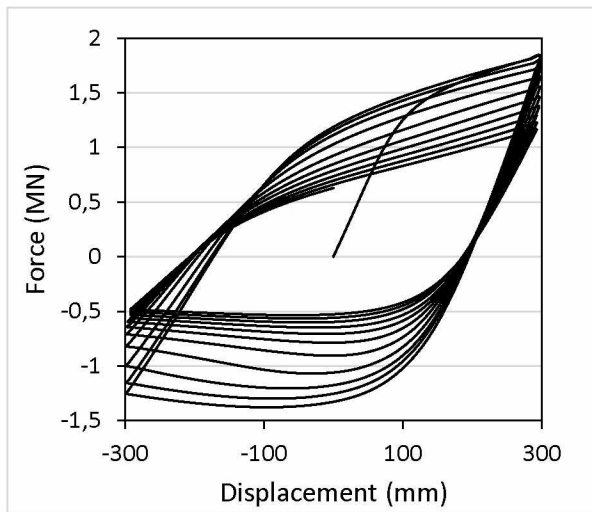


(a) shell

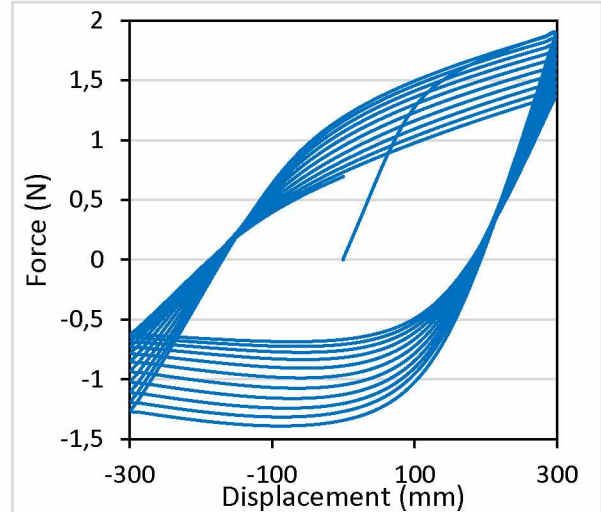


(b) solid

Figure 5.25: RFd cyclic 10% P_{max} $\pi\epsilon\sigma\eta$ 200mm displacement

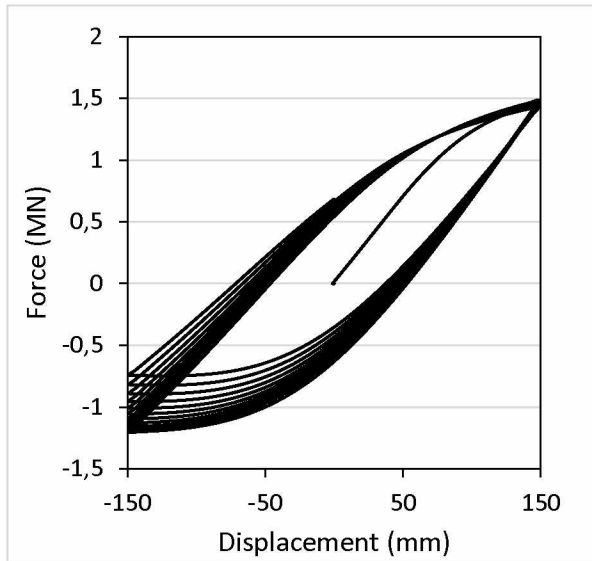


(a) shell

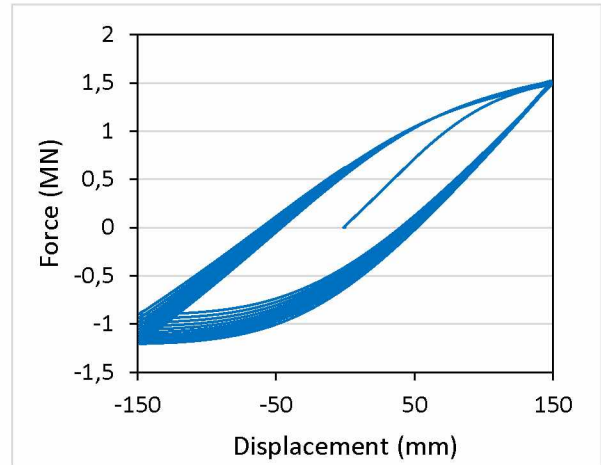


(b) solid

Figure 5.26: RFd cyclic 10% P_{max} $\pi\epsilon\sigma\eta$ 300mm displacement

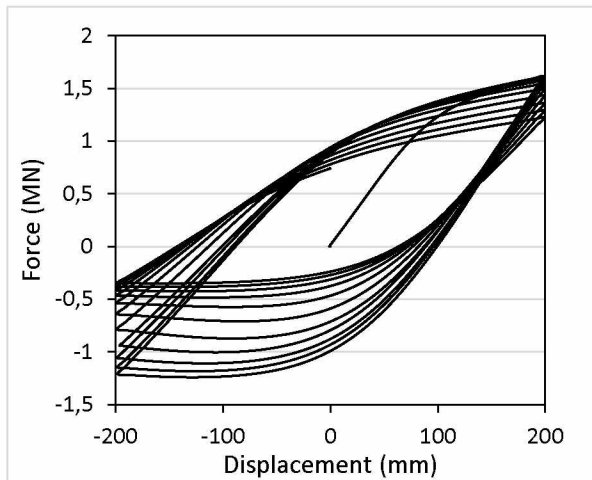


(a) shell

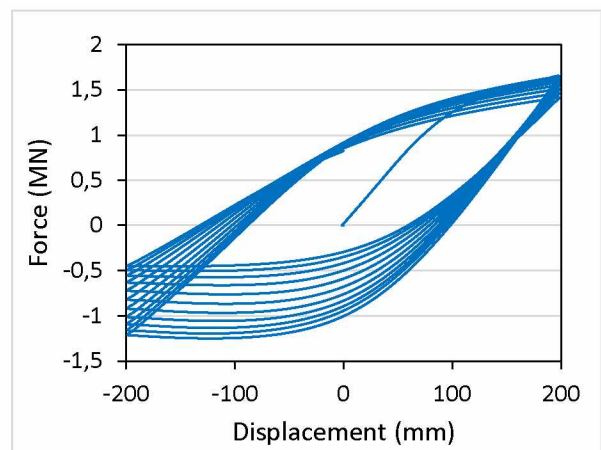


(b) solid

Figure 5.27: RFd cyclic 20% P_{max} πίεση 150mm displacement

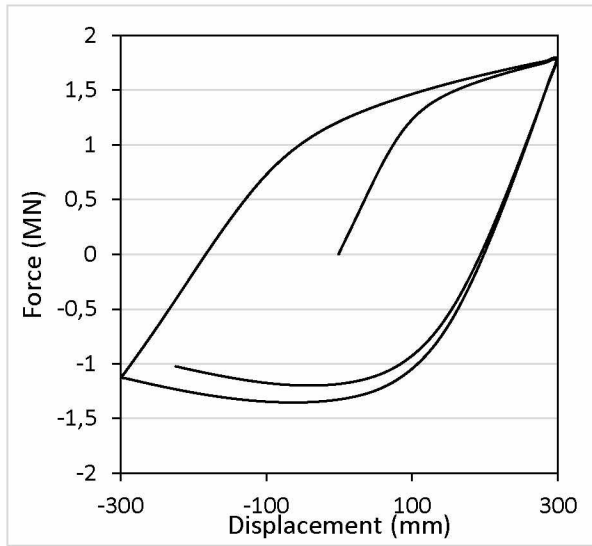


(a) shell

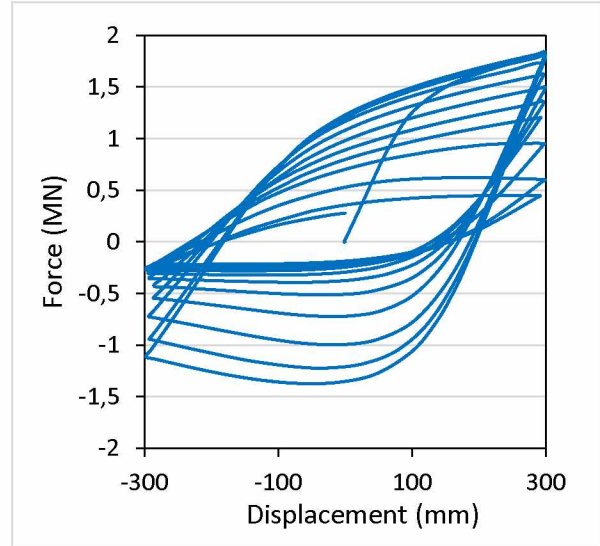


(b) solid

Figure 5.28: RFd cyclic 20% P_{max} πίεση 200mm displacement

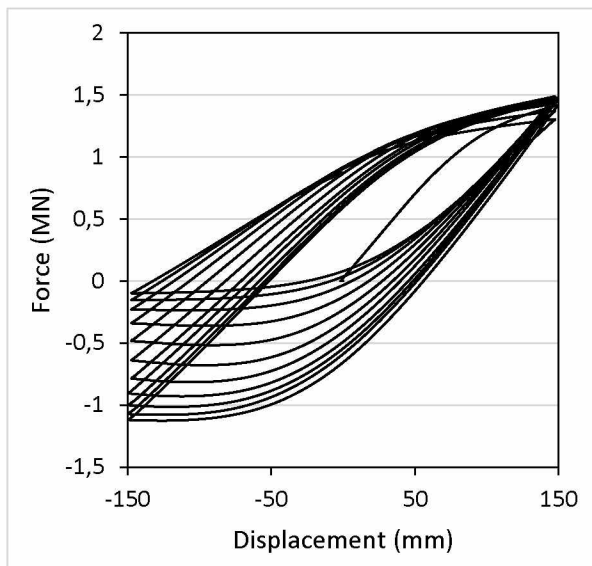


(a) shell

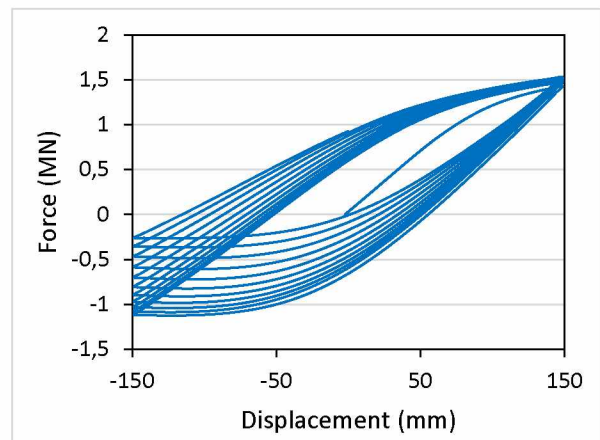


(b) solid

Figure 5.29: RFd cyclic 20% P_{max} πίεση 300mm displacement

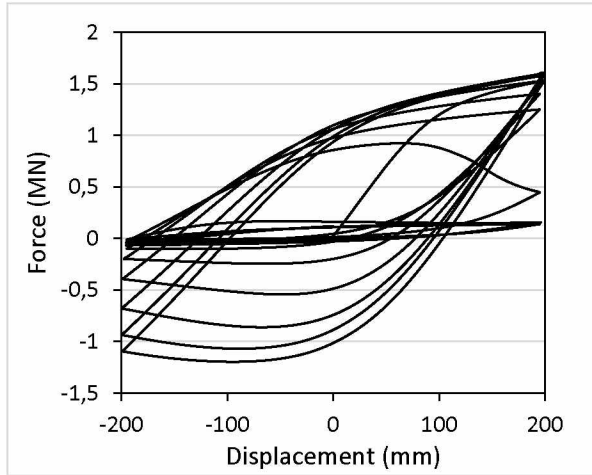


(a) shell

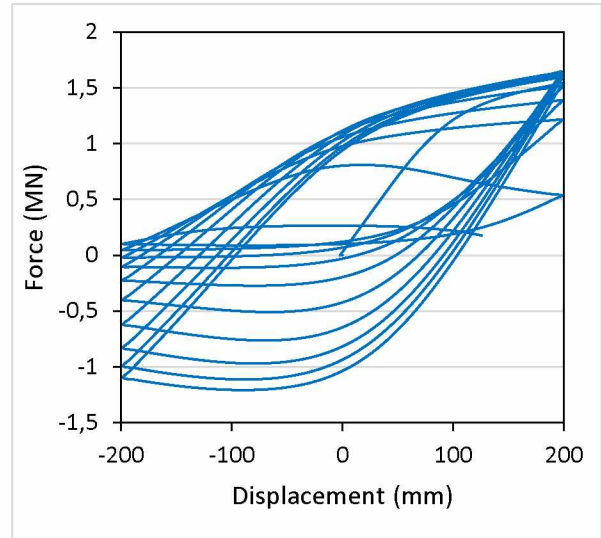


(b) solid

Figure 5.30: RFd cyclic 30% P_{max} πίεση 150mm displacement

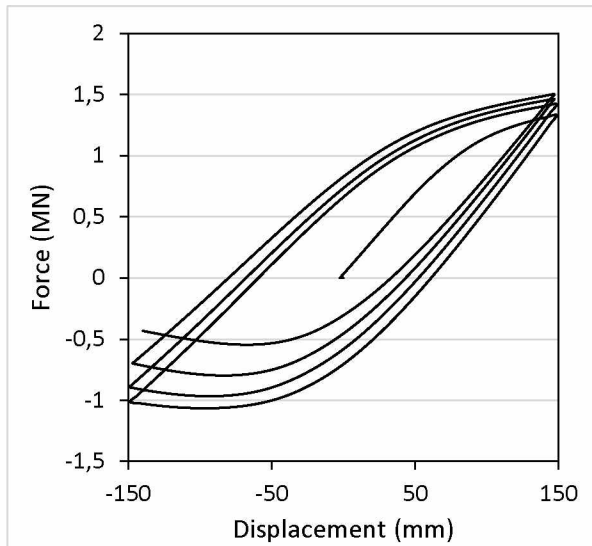


(a) shell

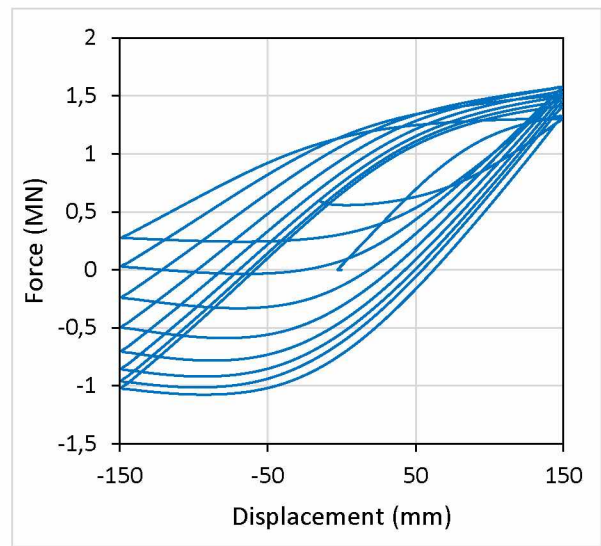


(b) solid

Figure 5.31: RFd cyclic 30% P_{max} $\pi\epsilon\sigma\eta$ 200mm displacement

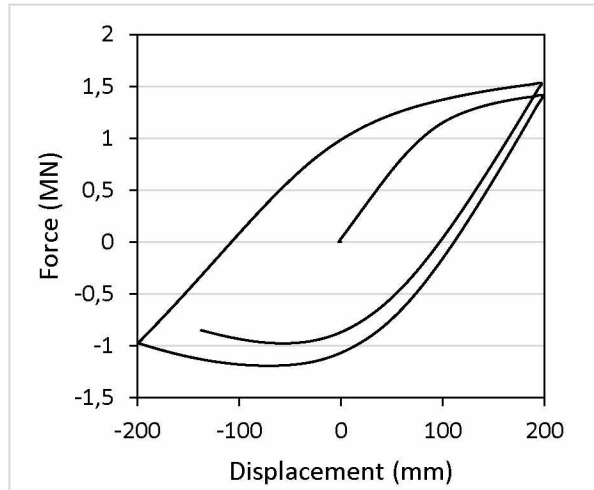


(a) shell

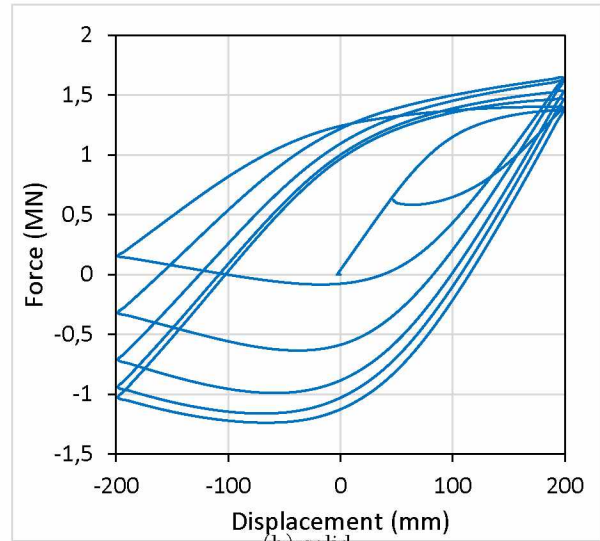


(b) solid

Figure 5.32: RFd cyclic 40% P_{max} $\pi\epsilon\sigma\eta$ 150mm displacement

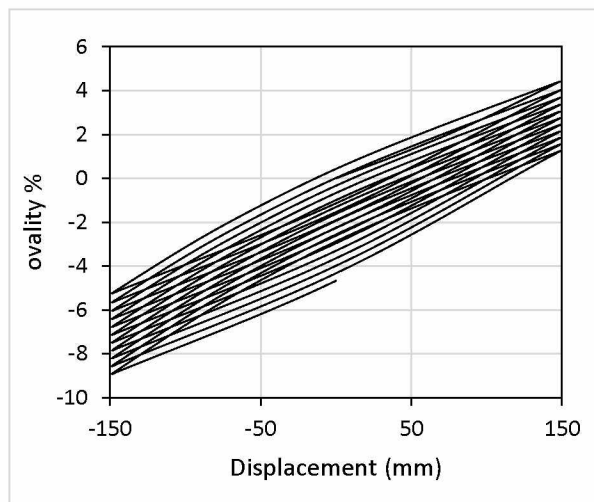


(a) shell

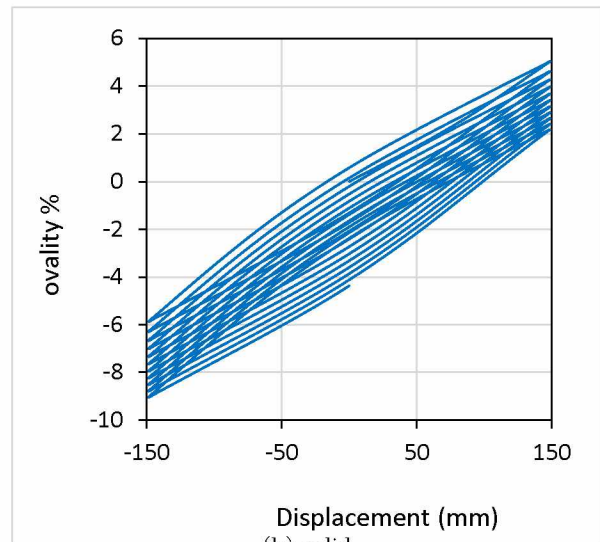


(b) solid

Figure 5.33: RFd cyclic 40% P_{max} πίεση 200mm displacement

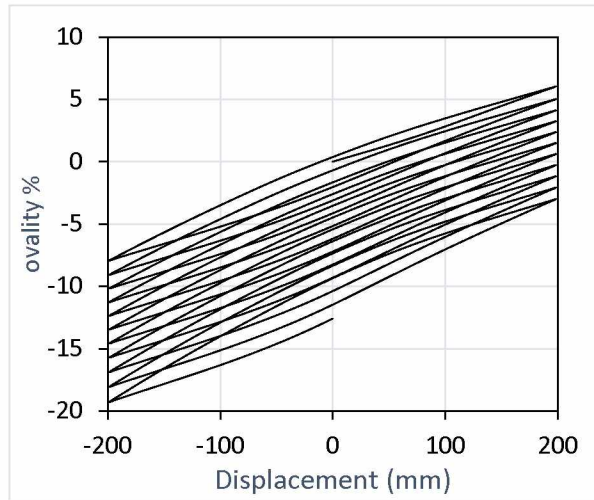


(a) shell

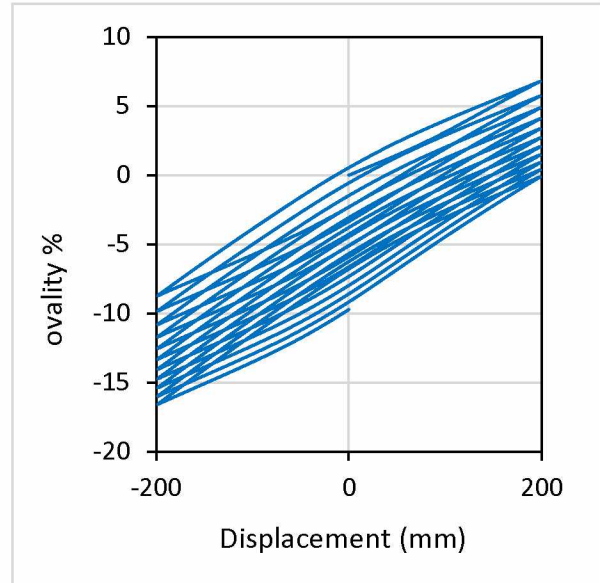


(b) solid

Figure 5.34: od cyclic χωρίς πίεση 150mm displacement

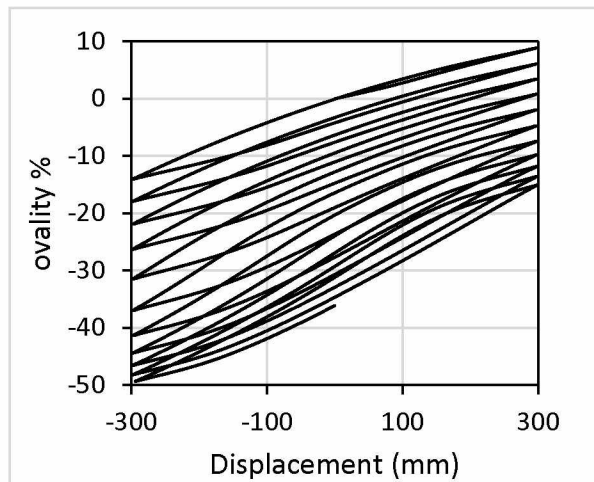


(a) shell

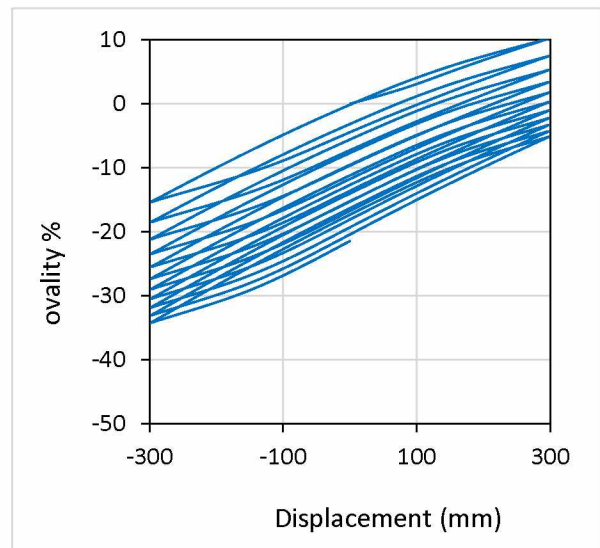


(b) solid

Figure 5.35: od cyclic χωρίς πίεση 200mm displacement

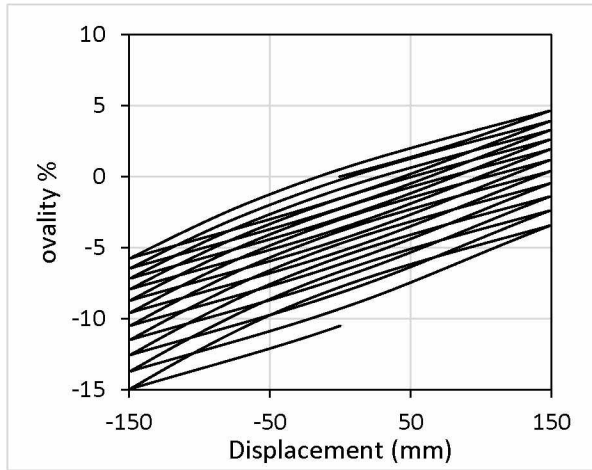


(a) shell

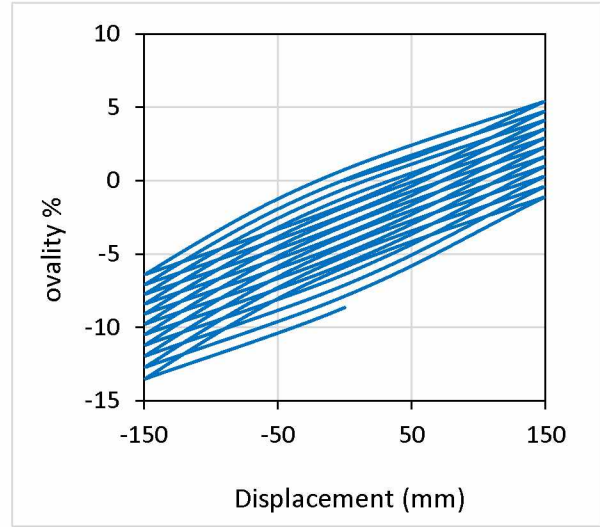


(b) solid

Figure 5.36: od cyclic χωρίς πίεση 300mm displacement

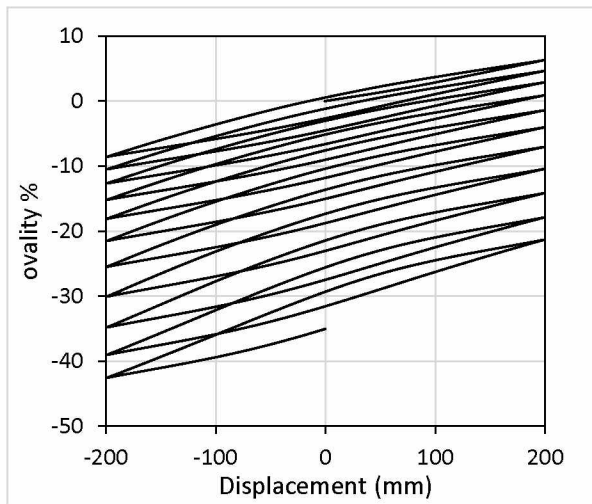


(a) shell

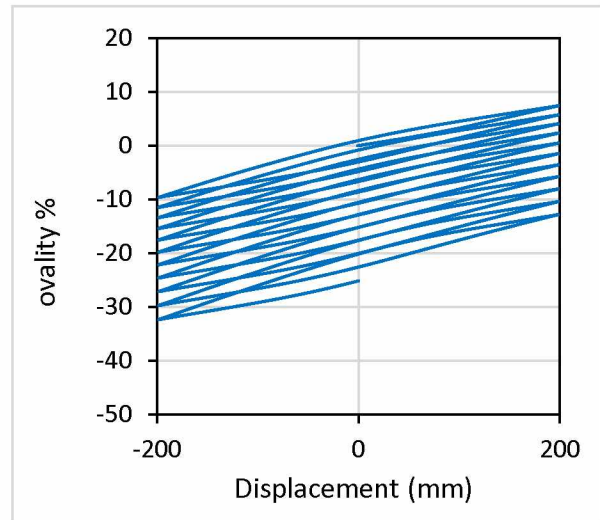


(b) solid

Figure 5.37: od cyclic 10% P_{max} $\pi\epsilon\sigma\eta$ 150mm displacement

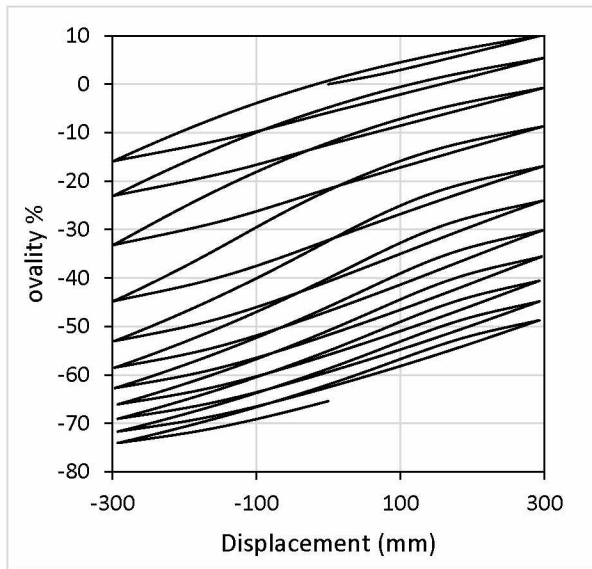


(a) shell

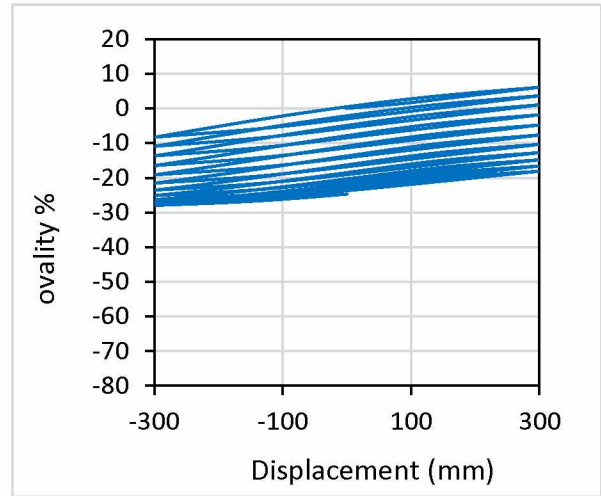


(b) solid

Figure 5.38: od cyclic 10% P_{max} $\pi\epsilon\sigma\eta$ 200mm displacement

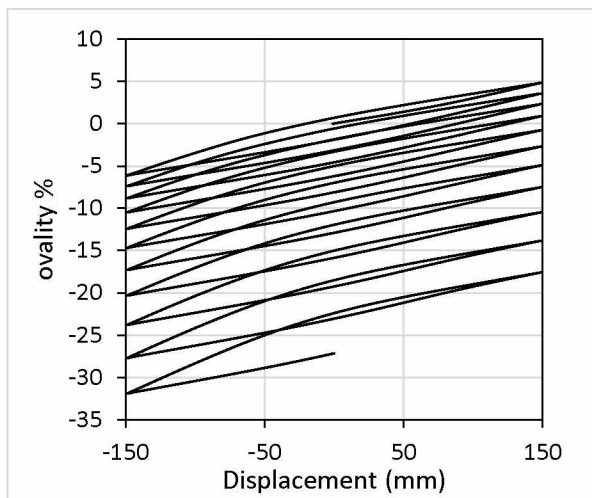


(a) shell

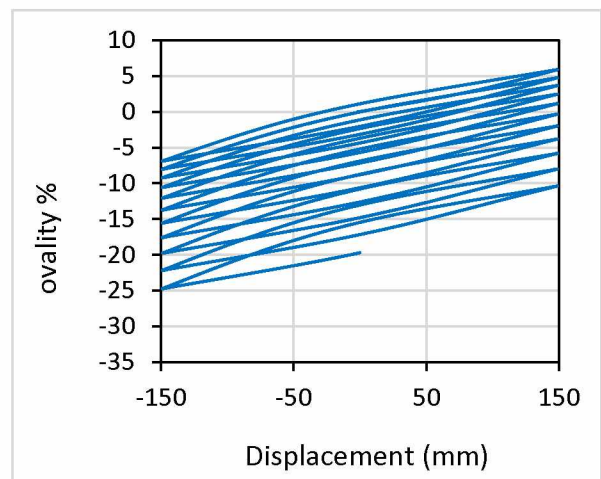


(b) solid

Figure 5.39: od cyclic 10% P_{max} πίεση 300mm displacement

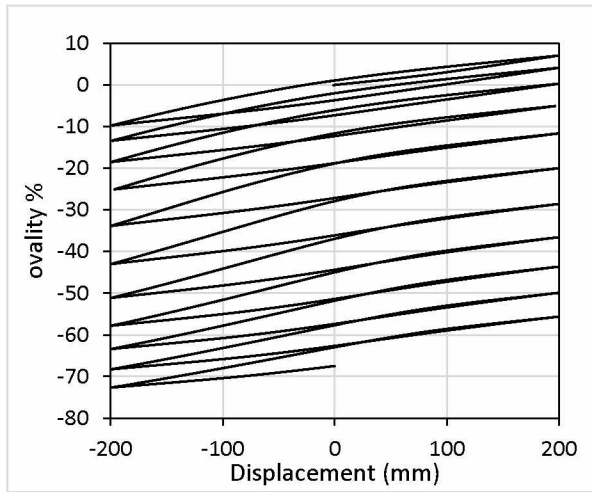


(a) shell

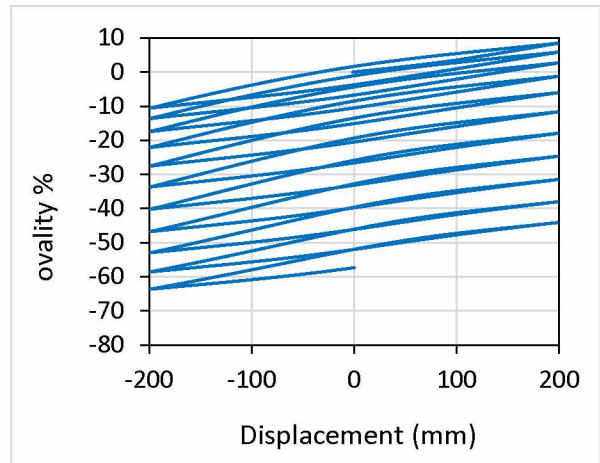


(b) solid

Figure 5.40: od cyclic 20% P_{max} πίεση 150mm displacement

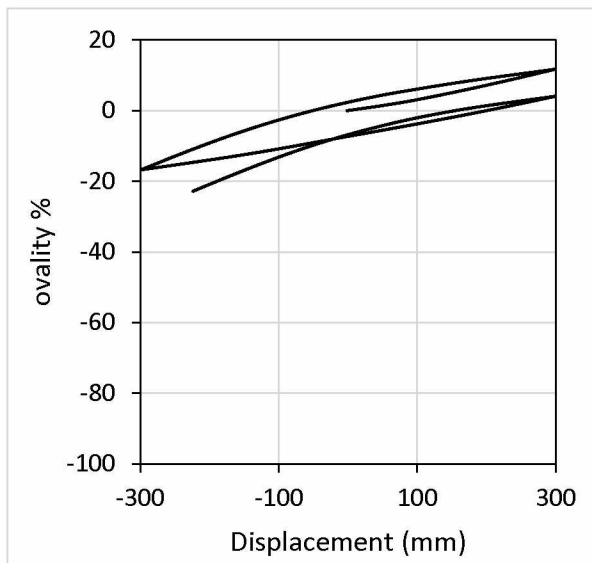


(a) shell

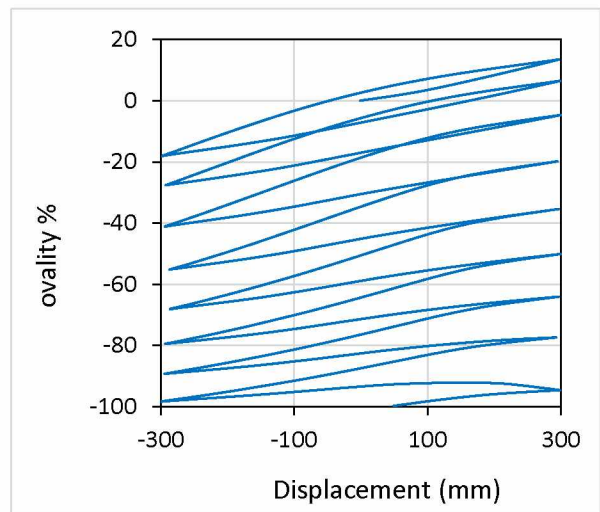


(b) solid

Figure 5.41: od cyclic 20% P_{max} πίεση 200mm displacement

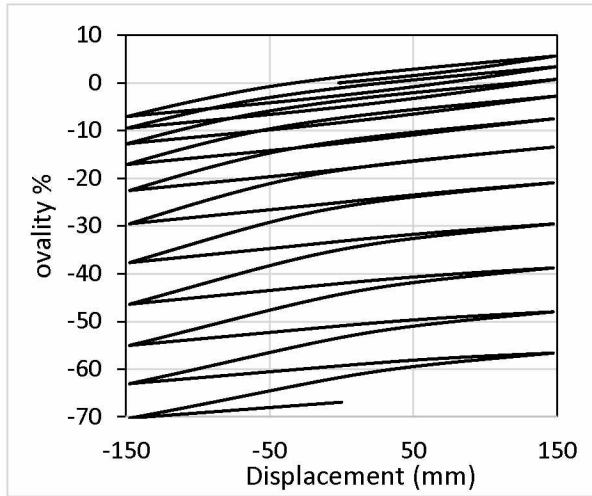


(a) shell

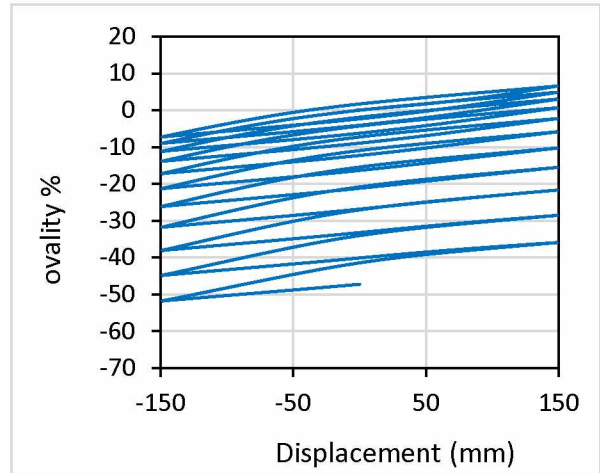


(b) solid

Figure 5.42: od cyclic 20% P_{max} πίεση 300mm displacement

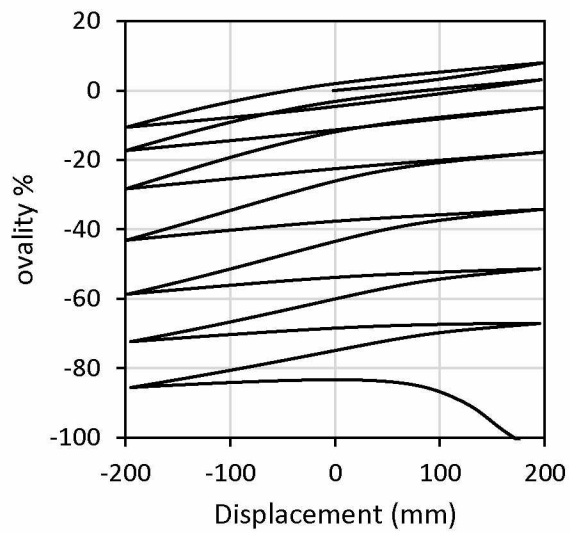


(a) shell

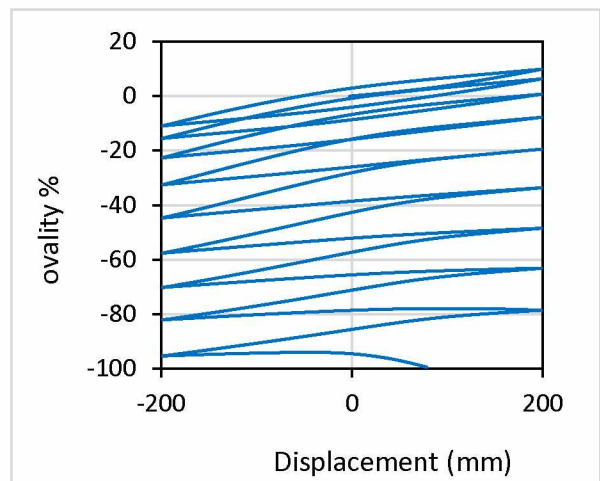


(b) solid

Figure 5.43: od cyclic 30% P_{max} πίεση 150mm displacement

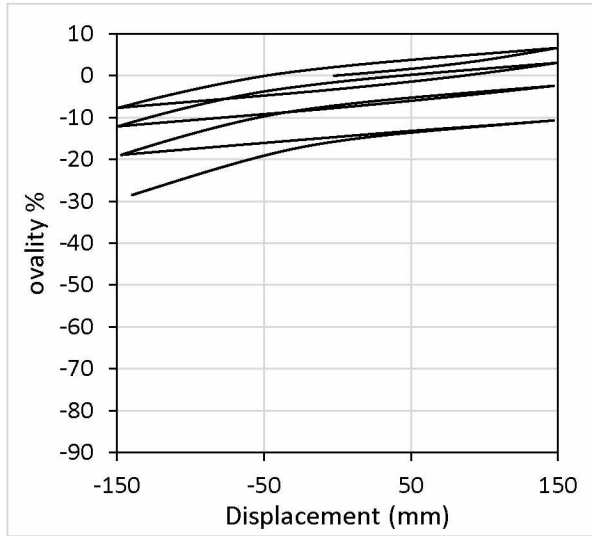


(a) shell

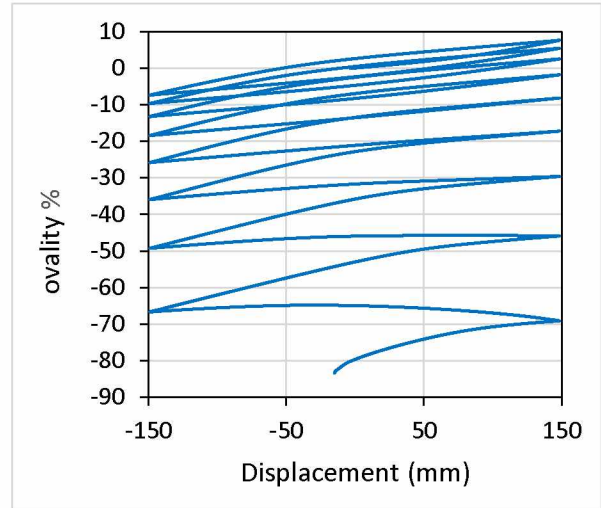


(b) solid

Figure 5.44: od cyclic 30% P_{max} πίεση 200mm displacement

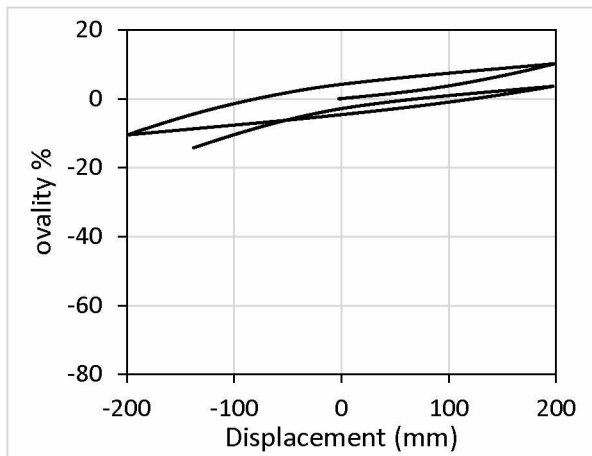


(a) shell

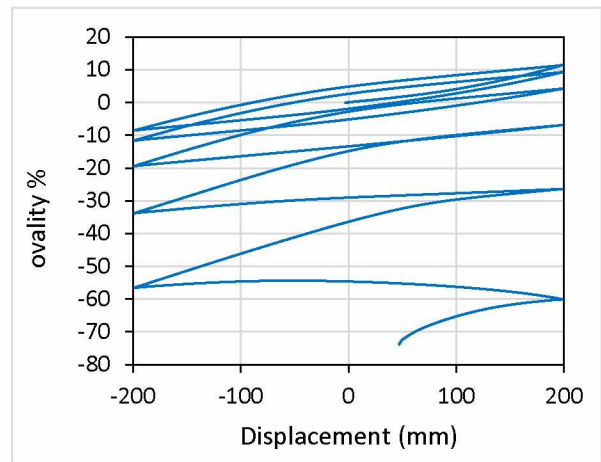


(b) solid

Figure 5.45: od cyclic 40% P_{max} πίεση 150mm displacement



(a) shell



(b) solid

Figure 5.46: od cyclic 40% P_{max} πίεση 200mm displacement

Chapter 6

Συμπεράσματα

Συμπεράσματα κατά τον λυγισμό ευθύγραμμων σωλήνων υπό εξωτερική πίεση:

- Ο ελαστικός λυγισμός ευθύγραμμου σωλήνα υπό εξωτερική πίεση κατά την αναλυτική λύση του προβλήματος εξαρτάται μόνο από το μέτρο ελαστικότητας E , τον συντελεστή Poisson ν και τον λόγο διαμέτρου διατομής-πάχους τοιχώματος (D/t). Σωλήνες από ίδιο υλικό και λόγους D/t λυγίζουν σε ίδιες τιμές φορτίων ανεξάρτητα του μεγέθους τους.
- Η πρώτη ιδιοτιμή λυγισμού ενός σωλήνα υπολογισμένη με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (FEM) έχει τιμή όμοια με την τιμή που δίνουν οι αναλυτικές λύσεις.
- Όλες οι τιμές των φορτίων που προκαλούν ελαστικό λυγισμό σε σωλήνες που υπολογίστηκαν με FEM είναι πάντα ελαφρώς μικρότερες από τις αναλυτικές λύσεις εξαιτίας της ατέλειας που εισάγεται [13]. Το μέγεθος της τελευταίας επηρεάζει την τιμή του φορτίου λυγισμού που προκύπτει. Μεγαλύτερες ατέλειες οδηγούν σε μικρότερες τιμές κρίσιμων φορτίων.
- Ο πλαστικός λυγισμός σωλήνων υπολογισμένος με FEM έχει τιμές φορτίων μεγαλύτερες από τις αναλυτικές λύσεις που προκύπτουν από την θεωρία για τα λεπτότοιχα κελύφη. Αυτό οφείλεται στο ότι το υλικό που χρησιμοποιήθηκε για τις αναλύσεις δεν είναι τέλεια πλαστικό.

Συμπεράσματα για τον λυγισμό τοροειδών σωληνώσεων υπό εξωτερική πίεση:

- Οι αναλύσεις της παρούσας εργασίας για τον ελαστικό λυγισμό τοροειδών έρχεται σε συμφωνία με τις αναλύσεις που πραγματοποίησε ο Blachut [7].
- Η επιλογή του είδους των συνοριακών συνθηκών κατά τις αριθμητικές λύσεις του προβλήματος λυγισμού τοροειδών υπό εξωτερική πίεση μπορεί να επιφέρει αύξηση της τιμής των κρίσιμων φορτίων.[7]
- Οι ευθύγραμμοι αγωγοί ίδιου μήκους και πάχους με αντίστοιχους τοροειδείς παρουσιάζουν μικρότερες τιμές φορτίων λυγισμού υπό εξωτερική πίεση.

Συμπεράσματα για τον λυγισμό καμπύλων σωληνώσεων υπό εξωτερική πίεση με κελυφατά στοιχεία:

- Οι καμπύλοι αγωγοί (elbow) αστοχούν στα ευθύγραμμα τους τμήματα [8].
- Έχουν μεγαλύτερη αντοχή σε εξωτερική πίεση από ευθύγραμμους αγωγούς ίδιου μήκους.
- Τα καμπύλα τμήματα παρουσιάζουν μικρότερη αντοχή σε σχέση με τοροειδή με ίδιο λόγο ακτίνας καμπυλότητας-ακτίνα διατομής.

- Ομοίως με τα ευθύγραμμα και τα καμπύλα τμήματα παρουσιάζουν μικρότερες τιμές φορτίου από ότι οι αναλυτικές λύσεις λυγισμού εξαιτίας της εισαγόμενης ασυνέχειας. Σαν "αναλυτική λύση" στην συγκεκριμένη περίπτωση θεωρήθηκε η επίλυση του προβλήματος ιδιοτιμών λυγισμού με την χρήση πεπερασμένων στοιχείων.
- Τέλος ομοίως με τα ευθύγραμμα τμήματα τα elbow παρουσιάζουν μεγαλύτερα μέγιστα φορτία κατά τον πλαστικό τους λυγισμό από αυτά που προκύπτουν από την θεωρία για λεπτότοιχα κελύφη εξαιτίας της χρήσης μη τέλειου πλαστικού υλικού.

Συμπεράσματα κατά την σύγκριση κελυφωτών και solid μοντέλων λυγισμού με άσκηση εξωτερικής πίεσης:

- Όλα τα solid μοντέλα, για όλες τις γεωμετρίες και πάχη τοιχώματος είχαν παραπλήσιες τιμές μέγιστου φορτίου με τα αντίστοιχα κελυφωτά.
- Τα συμπεράσματα που πάρθηκαν για τα κελυφωτά μοντέλα είναι ίδια και για τα solid.
- Οι διαφορές των μοντέλων με έξι (6) και οκτώ (8) στοιχεία κατά την διεύθυνση του τοιχώματος είναι αμελητέες για όλες τις γεωμετρίες και πάχη τοιχώματος καθιστώντας τα όμοια [17].
- Μεταξύ των solid μοντέλων μιας συγκεκριμένης γεωμετρίας και πάχους τοιχώματος υπάρχουν μηδενικές διαφορές στην οβαλότητα του σωλήνα.
- Υπάρχει μικρή διαφορά στην τιμή της οβαλότητας κατά την οποία εμφανίζεται το μέγιστο φορτίο μεταξύ των κελυφωτών και των solid μοντέλων.
- Τέλος στα elbow παρατηρείται ανάλογα το είδος του μοντέλου διαφορετική οβαλότητα στην κρίσιμη τιμή του φορτίου η οποία παίρνει τιμές μεταξύ 1.5 και 2.5%.

Συμπεράσματα κατά το "άνοιγμα" ή κλείσιμο καμπύλων αγωγών (elbow):

- Κατά το "κλείσιμο" τα elbow παρουσιάζουν μικρότερες μέγιστες δυνάμεις αντίδρασης στις αρθρώσεις από ότι κατά το "άνοιγμα" τους για το την ίδια τιμή της εξωτερικής πίεσης και της ασκούμενης μετατόπισης στην κύλιση τους [21][22].
- Με την αύξηση της εξωτερικής πίεσης μειώνεται η αντοχή του elbow τόσο κατά το "άνοιγμα" όσο και κατά το "κλείσιμο"[3].
- Για μικρές πιέσεις (0 και 10 % της πίεσης λυγισμού) κελυφωτά και solid μοντέλα δίνουν παρόμοιες τιμές στις μέγιστες δυνάμεις αντίδρασης. Επίσης το ίδιο συμβαίνει και για μεγάλες πιέσεις (40%) κατά το "κλείσιμο" του αγωγού.

Συμπεράσματα κατά την κυκλική φόρτιση καμπύλων αγωγών (elbow)

- Με το πέρας κάθε κύκλου φόρτισης προκαλείται μείωση της μέσης τιμής της δύναμης αντίδρασης στην άρθρωση μετρημένη για έναν κύκλο φόρτισης και στα δύο είδη μοντέλων (κελυφωτά και solid).
- Τα κελυφωτά μοντέλα παρουσιάζουν μεγαλύτερες οβαλοποιήσεις διατομών στα ίδια χρονικά σημεία της φόρτισης με τα αντίστοιχα solid.
- Η αύξηση της εξωτερικής πίεσης προκαλεί μεγαλύτερη οβαλοποίηση στην διατομή των elbow για μοντέλα με ίδιο εύρος ασκούμενης μετατόπισης στην κύλιση.

- Η αύξηση της μετατόπισης στην κύλιση οδηγεί σε ταχύτερη πτώση φορτίου καθώς και σε μεγαλύτερες τιμές οβαλότητας.
- Το φαινόμενο του Bauschinger αυξάνεται έντονα με την αύξηση της εξωτερικής πίεσης στην κατασκευή.
- Τέλος κατά τους κύκλους φόρτισης οι δυνάμεις αντίδρασης των αρθρώσεων είναι όμοιες μεταξύ των κελυφωτών και των solid μοντέλων για το ίδιο στάδιο φόρτισης και ποσοστό πίεσης για μικρές μετατοπίσεις (150mm).

Chapter 7

Παράρτημα

Η βιβλιογραφία για τις μεθόδους-αλγόριθμους επίλυσης πάρθηκε από το documentation του ABAQUS [14] καθώς και από διάφορες άλλες πηγές που βρέθηκαν στο διαδίκτυο που δεν αναγράφονται στην βιβλιογραφία λόγω του μεγάλου αριθμού τους. Επίσης το documentation χρησιμοποιήθηκε για την περιγραφή της εισαγωγής της ατέλειας [14]. Για λόγους αναγνωσιμότητας της εργασίας τα παραπάνω μέρη του documentation μεταφράστηκαν.

7.1 Μέθοδοι επίλυσης

7.1.1 Μέθοδος Riks

Τα γεωμετρικά μη γραμμικά στατικά προβλήματα πολλές φορές περιέχουν αστοχία ή λυγισμό της κατασκευής όπου η παραπάνω αναγκάζεται να απελευθερώσει ενέργεια για να παραμείνει η ακαμψία της θετική. Η μοντελοποίηση θα μπορούσε να γίνει με την εισαγωγή ενός στατικού μοντέλου μέχρι την αστοχία της κατασκευής και μετέπειτα ενός δυναμικού μοντέλου μετά το πέρας της αστοχίας για να μελετηθεί η μεταλυγισμική του συμπεριφορά. Αυτό περιλαμβάνει το "τρέξιμο" της στατικής ανάλυσης μέχρι το σημείο της αστοχίας και την επανεκκίνηση της με το δυναμικό μοντέλο. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι ο ίδιος ο χρήστης θα πρέπει να περιμένει να τελειώσει η στατική ανάλυση, να ορίσει το σημείο επανεκκίνησης και να τρέξει εκ νέου το νέο δυναμικό μοντέλο. Αυτό το πρόβλημα έρχεται να καλύψει η μέθοδος Riks που μπορεί να υπολογίσει την ισοδύναμη κατάσταση ισορροπίας κατά την διάρκεια της ασταθούς φάσης (λυγισμός ή αστοχία του μοντέλου). Η μέθοδος λοιπόν χρησιμοποιείται για να προβλέψει την ασταθής-αιφνίδια και μη γραμμική γεωμετρική αστοχία μιας κατασκευής. Επίσης βρίσκει εφαρμογή για μοντέλα με μη γραμμικά υλικά και συνοριακές συνθήκες. Συχνά χρησιμοποιείται μετά από μια ανάλυση ιδιοτιμών για να μπορέσει να προβλέψει εύστοχα την μορφή αστοχίας της κατασκευής. Τέλος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επιτάχυνση της σύγκλισης προβλημάτων που δεν παρουσιάζουν αστάθεια σε σχέση με τους κλασσικούς αλγόριθμους επίλυσης (π.χ. Newton Raphson). Προϋποθέσεις για να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος είναι να υπάρχει ανάλογη φόρτιση και το πρόβλημα να εξαρτάται από μία μη διανυσματική παράμετρος που αποτελεί και τον άγνωστο του προβλήματος. Δυνάμεις, οι οποίες αποτελούν διανυσματικά μεγέθη, μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν άγνωστοι του προβλήματος αρκεί να μην μεταβάλλουν κατά την διάρκεια της ανάλυσης την διεύθυνση τους. Η μέθοδος αδυνατεί να υπολογίσει φορτία σε δοσμένες μετατοπίσεις μιας και αυτές μαζί με τα φορτία αποτελούν τους αγνώστους όπως θα αναφερθεί παρακάτω. Τέλος η ανάλυση Riks πρέπει να αποτελεί το τελευταίο step μίας ανάλυσης μιας και προσπαθεί να βρει σε ποιο φορτίο αστοχεί η κατασκευή αλλά και πως συμπεριφέρεται αυτή μεταλυγισμικά. Η μέθοδος όπως προαναφέρθηκε έχει την τιμή του φορτίου ως άγνωστο και επιλύει

το πρόβλημα ταυτόχρονα υπολογίζοντας τόσα τα φορτία όσο και τις μετατοπίσεις. Επειδή δεν υπάρχει χρονική εξάρτηση κατά την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιείται το "μήκος τόξου" (arc length) ως η παράμετρος που μεταβάλλεται από βήμα σε βήμα κατά τον επαναληπτικό αλγόριθμο. Αυτή η παράμετρος είναι η ικανή συνθήκη που ο αλγόριθμος παρέχει λύσεις ανεξάρτητα με το αν η απόκριση της κατασκευής είναι σταθερή ή όχι. Αρχικά ο αλγόριθμος υπολογίζει μία παράμετρο λ που ονομάζεται συντελεστής αναλογικότητας φορτίου (load proportionality factor ή LPF σε συντομογραφία) που αποτελεί μέρος της λύσης του προβλήματος. Η αρχική τιμή της παραμέτρου είναι μηδέν και με τον επαναληπτικό αλγόριθμο αυξάνεται σε κάθε βήμα σύμφωνα με την σχέση:

$$\Delta \lambda_{in} = \frac{\Delta l_{in}}{l_{period}} \quad (7.1)$$

όπου Δl_{in} είναι η αρχική αύξηση (initial increment) του μήκους τόξου που δίνεται από τον χρήστη και l_{period} ο συντελεστής μεγέθυνσης του μήκους τόξου (συνήθως με την τιμή ένα). Αυτή η τιμή του λ (LPF) χρησιμοποιείται στην πρώτη επανάληψη του αλγόριθμου όπου μετέπειτα αναλόγως την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του μήκους τόξου, που τις έχει ορίσει ο χρήστης, υπολογίζεται αυτόματα για τις υπόλοιπες επαναλήψεις. Ο ίδιος ο αλγόριθμος είναι ικανός να προβλέψει-επιλέξει το νέο μήκος τόξου για κάθε νέο βήμα όταν παρατηρήσει ότι έχει μπει σε μη γραμμικές περιοχές του προβλήματος. Η συσχέτιση του λ (LPF) με το φορτίο εμφανίζεται στην παρακάτω σχέση

$$P_{total} = P_0 + \lambda(P_{ref} - P_0) \quad (7.2)$$

όπου P_{total} η τιμή του φορτίου που υπολογίζεται για την συγκεκριμένη επανάληψη, P_0 το "νεκρό" φορτίο και P_{ref} το διάνυσμα φορτίου αναφοράς. Με τον όρο "νεκρό" φορτίο αναφερόμαστε σε οποιοδήποτε φορτίο ασκήθηκε σε προηγούμενα steps και συνεχίζει να ασκείται στο μοντέλο με σταθερή τιμή μιας και όπως προαναφέρθηκε η ανάλυση Riks πρέπει να αποτελεί το τελευταίο step μιας ανάλυσης. Επειδή η τιμή του φορτίου είναι ο άγνωστος προς επίλυση ο ίδιος ο χρήστης θα πρέπει να ορίσει τότε θα σταματήσει η ανάλυση. Αυτό μπορεί να συμβεί χρησιμοποιώντας μια μέγιστη τιμή του λ (LPF) ή μια μέγιστη τιμή μετατόπισης κατά μια διεύθυνση. Αν δεν οριστεί τίποτε από τα παραπάνω ο αλγόριθμος θα τρέχει για όσο βήματα έχει αυτός ορίσει.

7.1.2 Μέθοδος Newton-Raphson

Η μέθοδος Newton-Raphson αποτελεί από τους αρχαιότερους αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται ακόμα και σήμερα για την αριθμητική επίλυση προβλημάτων. Δημιουργήθηκε από τον Newton το 1669 μ.Χ. και τροποποιήθηκε το 1690 από τον Raphson που την παρουσίασε στο ευρύ κοινό. Η μέθοδος ανά καιρούς έχει τροποποιηθεί (modify Newton-Raphson method) αλλά η βασική αρχή λειτουργίας της παραμένει ίδια. Στόχος της είναι να βρεθεί μια ρίζα x της συνάρτησης $f(x)$. Μια απλή επανάληψη περιγράφεται στην παρακάτω σχέση.

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})} \quad (7.3)$$

όπου x_i είναι η ρίζα της $f(x)$ της i επανάληψης και αντίστοιχα x_{i-1} , $f(x_{i-1})$ και $f'(x_{i-1})$ η ρίζα η τιμή και η παράγωγος της $f(x)$ για την επανάληψη $i-1$. Ο αλγόριθμος στο επόμενο βήμα αντικαθιστά την τιμή του x_{i-1} με την νέα τιμή του x_i και επιλύει ξανά το πρόβλημα. Οι επαναλήψεις συνεχίζονται μέχρι το σφάλμα απόκλισης μεταξύ της x_i και της x_{i-1} επανάληψης να είναι μικρότερο από αυτό που έχει ορίσει ο χρήστης ή από αυτό που μπορεί να υπολογίσει η μηχανή.

Το πρόβλημα της ελαστοπλαστικής που καλείται η μέθοδος να επιλύσει έχει την εξής μορφή.

$$R_{t+\Delta t} - F_{t+\Delta t} = 0 \quad (7.4)$$

με $R_{t+\Delta t}$ τα εξωτερικά φορτία που ασκούνται στο μοντέλο την χρονική στιγμή $t + \Delta t$ και $F_{t+\Delta t}$ οι δυνάμεις στους κόμβους, που αντιστοιχούν σε τάσεις στοιχείων, την ίδια χρονική στιγμή. Για πολλούς βαθμούς ελευθερίας το παραπάνω πρόβλημα μετατρέπεται σε:

$$f(U) = R_{t+\Delta t} - F_{t+\Delta t} = 0 \quad (7.5)$$

όπου η συνάρτηση f είναι πλέον διάνυσμα με αριθμό σειρών όσοι και οι βαθμοί ελευθερίας. Γράφοντας την $f(U)$ σαν ανάπτυγμα Taylor, υπολογίζοντας την πρώτη παράγωγο της και αντικαθιστώντας την από την εξίσωση 7.5 καταλήγουμε στην παρακάτω εξίσωση:

$$K_{t+\Delta t}^{(i-1)} \Delta U^i = R_{t+\Delta t} - F_{t+\Delta t}^{(i-1)} \quad (7.6)$$

όπου ο πίνακας $K_{t+\Delta t}^{(i-1)}$ ονομάζεται πίνακας δυσκαμψίας της κατασκευής. Ο παραπάνω πίνακας είναι συμμετρικός γιατί χρησιμοποιήθηκαν συμμετρικές τάσεις και παραμορφώσεις, παρεμβλήθηκαν οι πραγματικές και οι εικονικές μετατοπίσεις με τις ίδιες ακριβώς συναρτήσεις και υποτέθηκε ότι η φόρτιση είναι ανεξάρτητη της παραμόρφωσης. Επίσης αποτελεί την μερική παράγωγο της $f(U)$. Το σύνολο των εξισώσεων της σχέσης 7.6 αποτελεί ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων επίλυσιμο ως προς ΔU . Τότε θα ισχύει:

$$U_{t+\Delta t}^i = U_{t+\Delta t}^{i-1} + \Delta U^i \quad (7.7)$$

Η μέθοδος Newton μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως απλή, τροποποιημένη (modified) ή πλήρης (full). Κατά την απλή της μορφή ο πίνακας δυσκαμψίας παραμένει σταθερός, κατά την τροποποιημένη αλλάζει ανά μερικά βήματα ενώ κατά την πλήρη σε κάθε επανάληψη του αλγόριθμου. Το παραπάνω υπολογιστικό κόστος της πλήρους μεθόδου γεφυρώνεται από το γεγονός ότι η σύγκλιση θα έρθει γρηγορότερα εξαιτίας της τετραγωνικότητας που παρουσιάζει. Σύμφωνα με την τελευταία το σφάλμα της i επανάληψης e θα έχει τιμή e^2 στην επανάληψη $i+1$. Φυσικά οι τιμές του σφάλματος είναι $0 < e \ll 1$ για να μπορεί η μέθοδος να έχει σύγκλιση. Η μέθοδοι της τροποποιημένης και πλήρης Newton χρησιμοποιούνται για την επίλυση μη γραμμικών συστημάτων μιας και η συστηματική ή μόνιμη αλλαγή του πίνακα δυσκαμψίας, και κατά συνέπεια της κλίσης της καμπύλης, δίνει την δυνατότητα στην μέθοδο να προσομοιώσει την μη γραμμική συμπεριφορά του μοντέλου. Τέλος παρατηρείται όλες οι μεταβλητές είναι συνάρτηση του χρόνου σε αντίθεση με την μέθοδο Riks που χρειαζόταν η εισαγωγή του μήκους τόξου για την επίλυση του προβλήματος.

7.2 Εισαγωγή ατέλειας

Όπως εξηγήθηκε και σε προηγούμενες ενότητες η εισαγωγή μιας ατέλειας σε ένα μοντέλο που παρουσιάζει "διακλάδωση" μεταξύ δύο δρόμων ισορροπίας είναι ικανή ώστε να το μετατρέψει σε μοντέλο συνεχούς απόκρισης ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος Riks σε αυτό. Η εισαγωγή αυτής της ατέλειας μπορεί να γίνει με τρεις τρόπους: είτε με γραμμική υπέρθεση ιδιοτιμών λυγισμού που ελήφθησαν από προηγούμενη ανάλυση, είτε να βασιστούν στα αποτελέσματα μιας προηγούμενης στατικής ανάλυσης, είτε να οριστούν κατευθείαν από τον χρήστη με επιβολή μετατοπίσεων σε συγκεκριμένους κόμβους. Και στις τρεις περιπτώσεις αυτό το οποίο συμβαίνει είναι ότι το αρχικά μηδενικό πεδίο μετατοπίσεων πριν την έναρξη της ανάλυσης έχει μια τιμή που έχει οριστεί με έναν από τους τρεις παραπάνω τρόπους. Το είδος της ατέλειας θα καθορίσει και την γεωμετρία του μοντέλου μετά την άσκηση των φορτίων. Στο παράδειγμα της εξωτερικής πίεσης σε κυλινδρικό αγωγό άλλες θα είναι οι μετατοπίσεις των κόμβων αν έχουν οριστεί μέσω ανάλυσης ιδιοτιμών και άλλες αν έχουν οριστεί χειροκίνητα από τον χρήστη. Αν οι δύο παραπάνω ατέλειες είναι σωστά ορισμένες, δηλαδή έχουν περίπου το ίδιο μέγεθος, τότε θα δώσουν και οι δύο τα ίδια κρίσιμα φορτία στοχίας για την κατασκευή. Αξίζει να αναφερθεί ότι η εισαγωγή ατέλειας έχει μεγάλη χρηστικότητα σε αναλύσεις Riks και όχι σε απλά στατικά ή δυναμικά μοντέλα. Κατά την εισαγωγή

ατέλειας με την μέθοδο της γραμμικής υπέρθεσης πριν την Riks ανάλυση προηγείται μία ανάλυση ιδιοτιμών κατά την οποία το παραγόμενο πεδίο των μετατοπίσεων αποθηκεύεται σε ένα αρχείο (.txt). Κατά την δεύτερη ανάλυση η εισαγωγή της ασυνέχειας στην "τέλεια" γεωμετρία γίνεται σύμφωνα με τον τύπο

$$\Delta x_i = \sum_{i=1}^N w_i \varphi_i \quad (7.8)$$

όπου Δx_i η μετατόπιση των κόμβων στην ατελής γεωμετρία, φ_i η i^{th} ιδιομορφή και w_i ο συντελεστής μεγέθυνσης της που ορίζεται από τον χρήστη. Γίνεται αντιληπτό λοιπόν ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν παραπάνω από μια ιδιομορφές για την εισαγωγή μιας αρχικής ατέλειας θεωρώντας ότι η κάθε μία συνεισφέρει ποσοστιαία με τον δικό της συντελεστή μεγέθυνσης.

7.3 Μοντέλα υλικών

Στην συγκεκριμένη ενότητα παρουσιάζεται ο χάλυβας X65 που χρησιμοποιήθηκε στα μοντέλα με άσκηση εξωτερικής πίεσης. Παρακάτω παρατίθενται οι τιμές της πλαστικής περιοχής καθώς και τα διαγράμματα τάσεων-παραμορφώσεων και πραγματικών τάσεων-παραμορφώσεων.

ϵ	σ	ϵ_{pln}	σ_t
0	0	0	449,397
0,002142	449,397	0,00779	452,985
0,009997	449,4835	0,0176	457,47
0,019975	449,5578	0,0273	478,95
0,030023	466,2221	0,0369	496,6
0,040046	478,9276	0,0463	514,5
0,049958	491,7328	0,0557	531,378
0,059959	503,3419	0,0651	545,7
0,070043	512,3463	0,0743	558,9
0,08	520,2457	0,0834	573,667
0,08995	529,5062	0,0925	584,43
0,09997	534,9474	0,102	596,625
0,110534	541,402	0,11	607,6
0,119513	547,3874	0,119	615,85
0,129678	550,3575	0,128	624,15
0,139936	553,3245	0,137	632,5
0,150287	556,2885		

Table 7.1: Τιμές μοντελοποίησης της πλαστικής περιοχής του χάλυβα X65

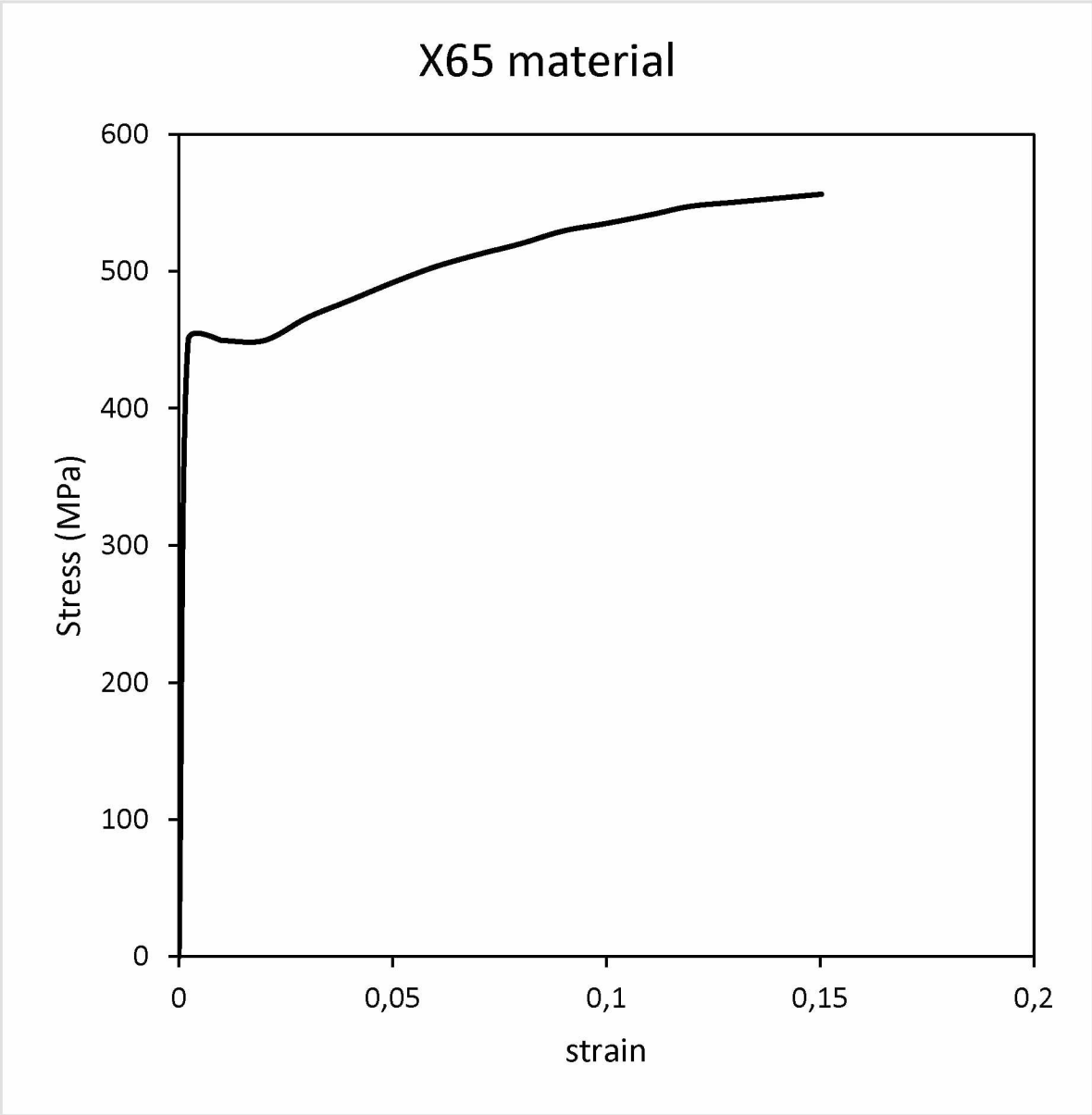


Figure 7.1: Διάγραμμα stress-strain

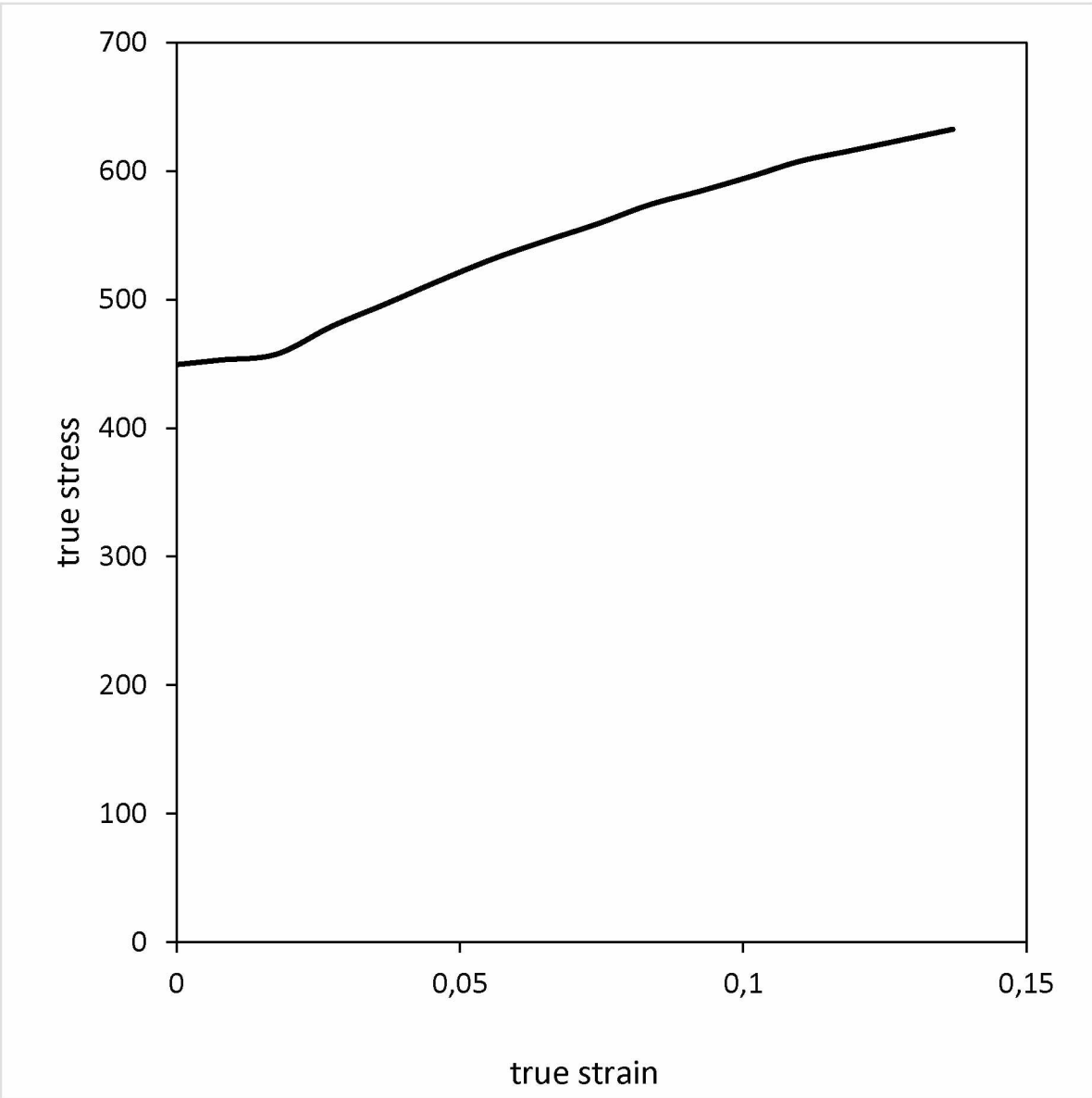


Figure 7.2: Διάγραμμα true stress-true strain

7.4 Τρόποι δημιουργίας καμπύλων τμημάτων αγωγών

Στην συγκεκριμένη ενότητα παρουσιάζεται με εικόνες ο τρόπος δημιουργίας των καμπύλων σωλήνων ανά βήμα με τις δύο αναφερόμενες μεθόδους.

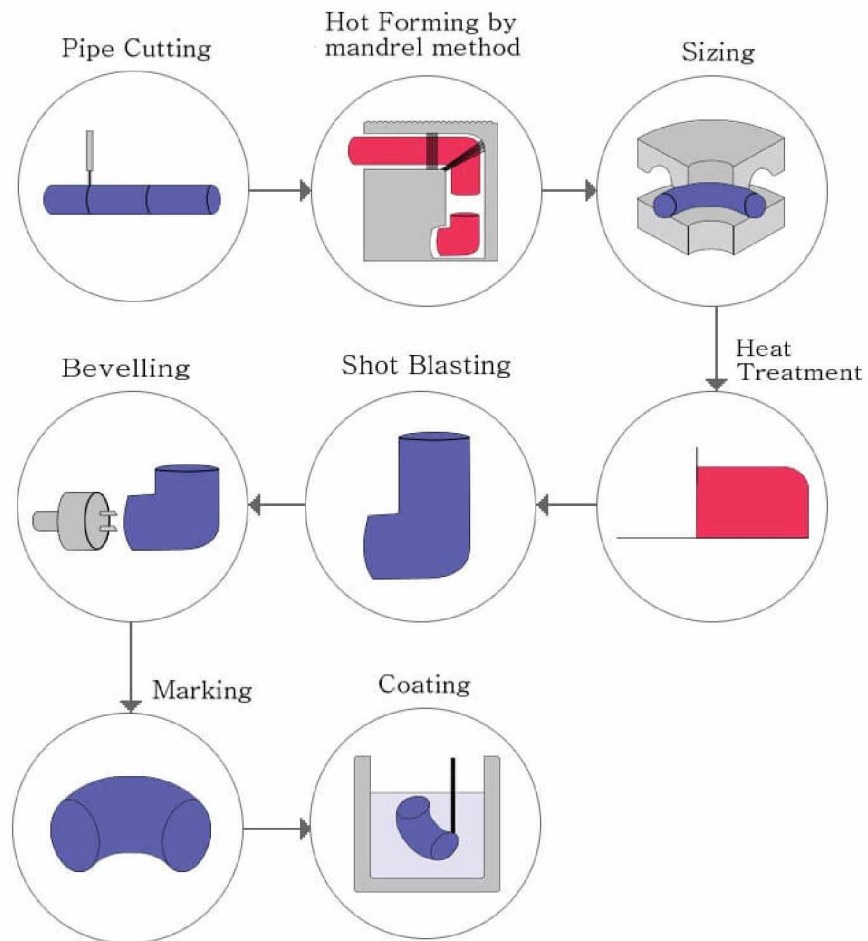


Figure 7.3: hot induction bending

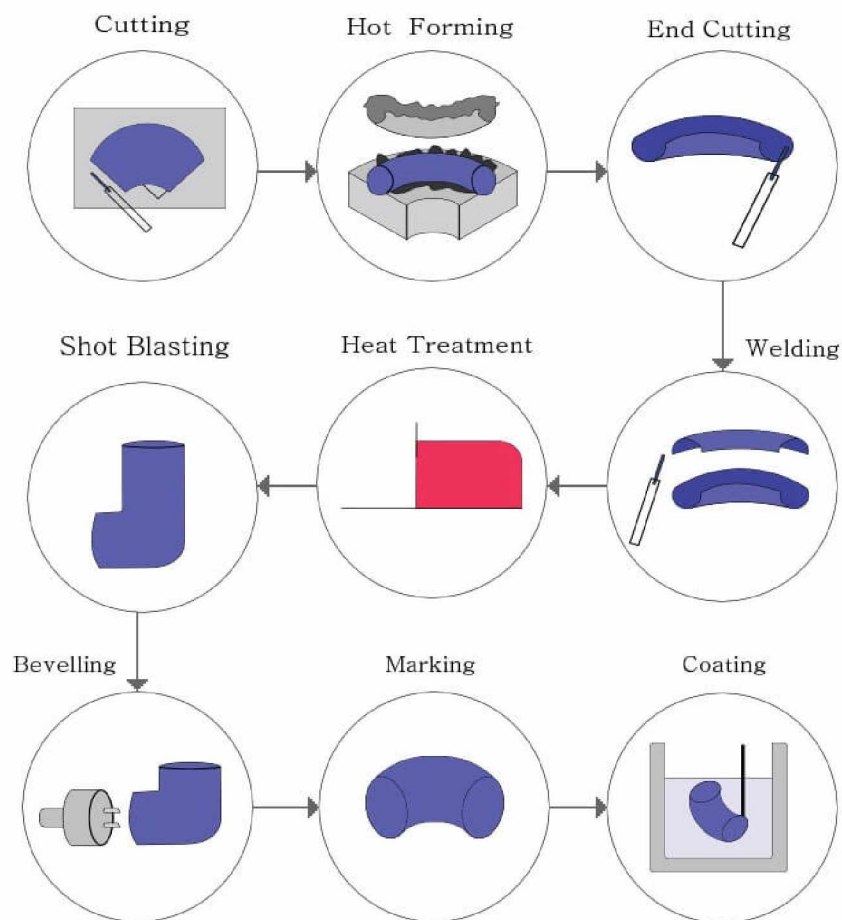


Figure 7.4: shrimp method

7.5 Μοντέλα με ατέλεια πριν την άσκηση φορτίου

Στην ενότητα αυτή του παραρτήματος παρουσιάζονται όλα τα μοντέλα μετά την εισαγωγή της αρχικής τους ατέλειας και πριν την άσκηση φορτίου. Για όλα τα μοντέλα χρησιμοποιήθηκε ο συντελεστής μεγένθυσης (scale factor) όπως ορίστηκε στην ενότητα 3.2.2 με τιμή 100. Αυτή η ενότητα αποδεικνύει και οπτικά ότι η εισαγόμενη ατέλεια είναι αρκετά μικρή προκαλώντας μικρές αρχικές οβαλότητες στις διατομές των αγωγών.

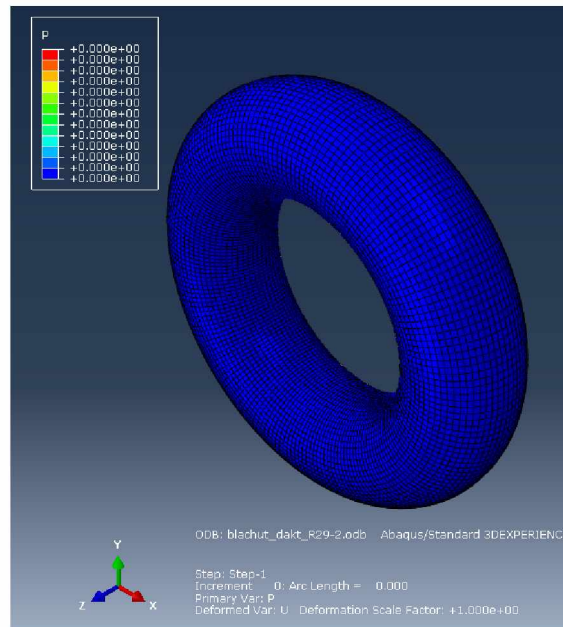


Figure 7.5: τοροειδές με $R/r = 2.9$

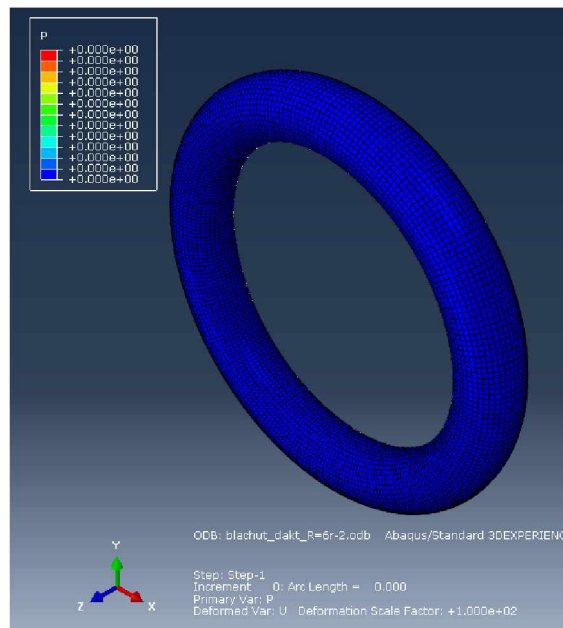


Figure 7.6: τοροειδές με $R/r = 6$

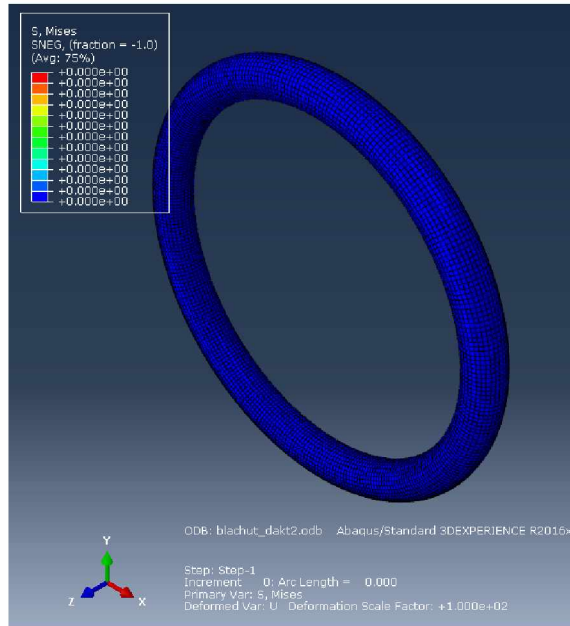


Figure 7.7: τοροειδές με $R/r = 10$

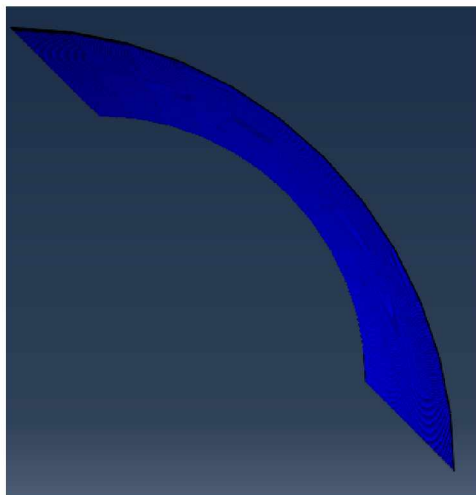


Figure 7.8: Αρχικές αναλύσεις λεπτότοιχο

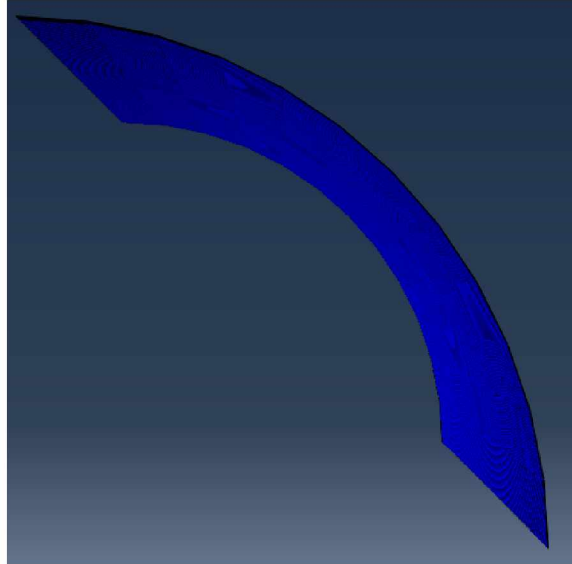


Figure 7.9: Αρχικές αναλύσεις χοντρότοιχο

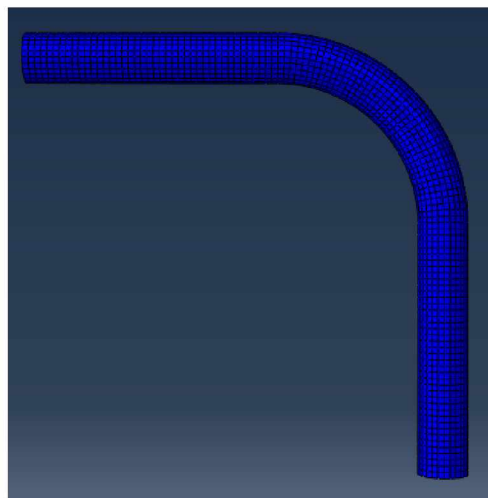


Figure 7.10: elbow λεπτότοιχο

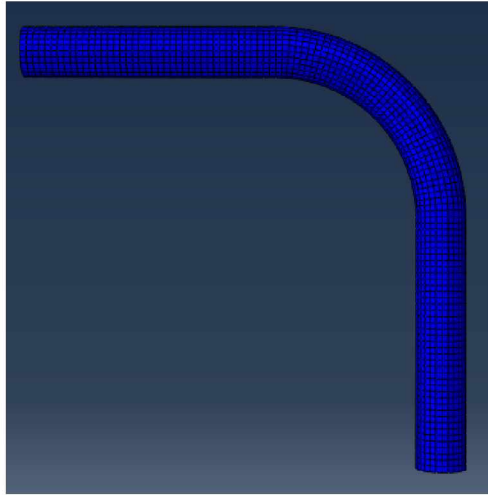


Figure 7.11: elbow χοντρότοιχο

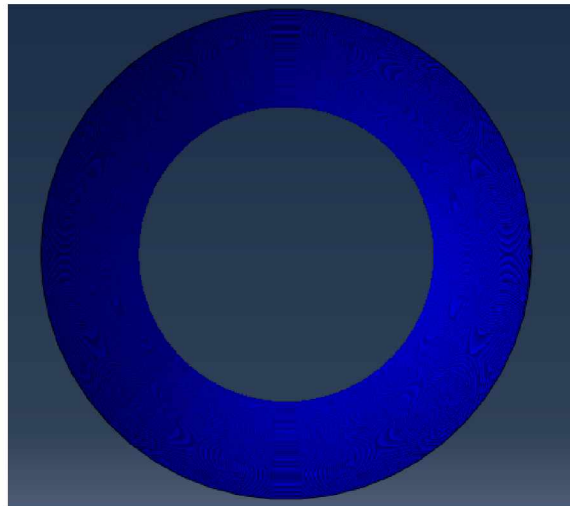


Figure 7.12: ισοδύναμο ευθύγραμμο λεπτότοιχο

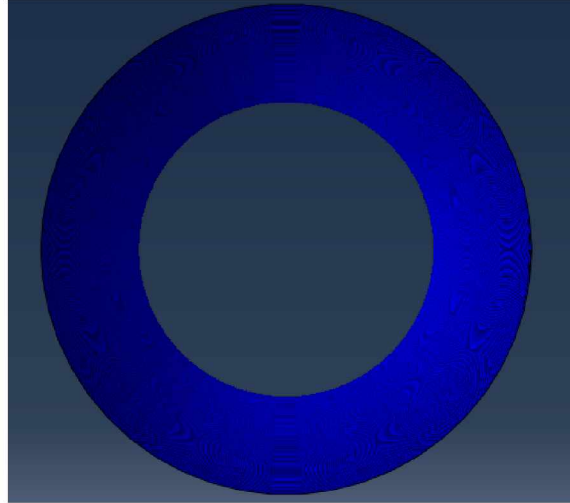


Figure 7.13: ισοδύναμο ευθύγραμμο χοντρότοιχο

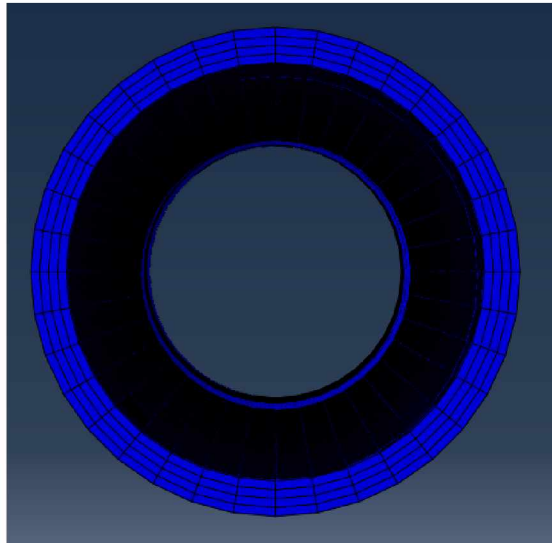


Figure 7.14: Ευθύγραμμο με τρισδιάστατα στοιχεία

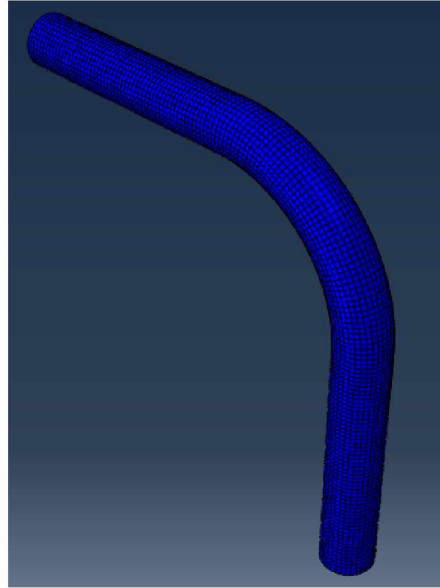


Figure 7.15: Elbow με τρισδιάστατα στοιχεία

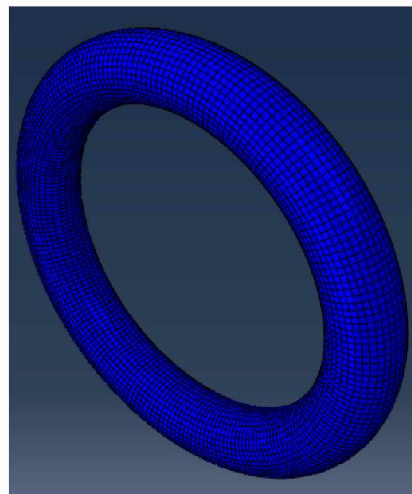


Figure 7.16: τοροειδές με τρισδιάστατα στοιχεία

Βιβλιογραφία

- [1] Tribhuwan Kathayat et al. “Behavior of Mechanical Properties of High Wall Thickness and Grade in Hot Induction Bending”. In: (Apr. 2012). DOI: 10.4043/22906-MS.
- [2] Paolo Novelli et al. “Cascade and Chinook Project: Pipes and Bends: Material Design and Production”. In: OTC Offshore Technology Conference All Days (May 2011). OTC-21832-MS. DOI: 10.4043/21832-MS. eprint: <https://onepetro.org/OTCONF/proceedings-pdf/110TC/A11-110TC/OTC-21832-MS/1671539/otc-21832-ms.pdf>. URL: <https://doi.org/10.4043/21832-MS>.
- [3] Morten Bjerkås et al. “A Pressure-Moment Capacity Curve for 16-inch Induction Bends”. In: *Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference 2* (Jan. 2010), pp. 199–207.
- [4] Spyros Karamanos, E. Giakoumatos, and A.M. (Nol) Gresnigt. “Nonlinear Response and Failure of Steel Elbows Under In-Plane Bending and Pressure”. In: *Journal of Pressure Vessel Technology-transactions of The Asme - J PRESSURE VESSEL TECHNOL* 125 (Nov. 2003). DOI: 10.1115/1.1613949.
- [5] Antonio Parrella et al. “Crucial Issues for Deep Water Rigid Jumpers Design”. In: *Journal of Ocean Engineering* 137 (Apr. 2017), pp. 193–203. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.03.059.
- [6] Timoshenko P. Stephen and Gere M. James. *Theory of elastic stability*. 1961.
- [7] J Blachut and O.R Jaiswal. “On buckling of toroidal shells under external pressure”. In: *Computers & Structures* 77 (June 2000), pp. 233–251. DOI: 10.1016/S0045-7949(99)00226-6.
- [8] C. Miki. “Deformation and fracture properties of steel pipe bend with internal pressure subjected to in-plane bending”. In: (2000).
- [9] George Varelis, Spyros Karamanos, and A.M. (Nol) Gresnigt. “Pipe Elbows Under Strong Cyclic Loading”. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* 135 (July 2012). DOI: 10.1115/PVP2012-78346.
- [10] Fangxin Hu, Gang Shi, and Yongjiu Shi. “Constitutive model for full-range elasto-plastic behavior of structural steels with yield plateau: Calibration and validation”. In: *Engineering Structures* 118 (July 2016), pp. 210–227. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.03.060.
- [11] Robert M. Jones. *Buckling of Bars, Plates and Shells*. 1975.
- [12] Jan Blachut. “Imperfection sensitivity of externally pressurised shells”. In: *Revue Européenne des Éléments Finis* 13.8 (2004), pp. 787–810. DOI: 10.3166/reef.13.787-810. eprint: <https://doi.org/10.3166/reef.13.787-810>. URL: <https://doi.org/10.3166/reef.13.787-810>.

- [13] A.J. Reis and A.C. Walker. “Local buckling strength of ring stiffened cylindrical shells under external pressure”. In: *Applied Ocean Research* 5.2 (1983), pp. 56–62. ISSN: 0141-1187. DOI: [https://doi.org/10.1016/0141-1187\(83\)90017-2](https://doi.org/10.1016/0141-1187(83)90017-2). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0141118783900172>.
- [14] Dassault Systemes. *Simulia Abaqus Documentation version 2016*. 2015.
- [15] J. Blachut. “Collapse Tests on Externally Pressurised Toroids”. In: *American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP* 439 (Jan. 2002). DOI: 10.1115/PVP2002-1223.
- [16] J. Blachut. “Collapse Tests on Externally Pressurized Toroids”. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* 125.1 (Jan. 2003), pp. 91–96. ISSN: 0094-9930. DOI: 10.1115/1.1522417. URL: <https://doi.org/10.1115/1.1522417>.
- [17] Shulong Liu, Alastair Walker, and Philip Cooper. “Bending Capacity of Pipe Bends in Deepwater Conditions”. In: *Proceedings of the International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering - OMAE* 5 (Jan. 2010). DOI: 10.1115/OMAE2010-20394.
- [18] Ciprian Zub, Aurel Stratan, and Dan Dubina. “Calibration of parameters of combined hardening model using tensile tests”. In: (Sept. 2019).
- [19] Patricia Pappa et al. “Ultimate Capacity of Pipe Bends Under Bending and Pressure”. In: *International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering Volume 3: Pipeline and Riser Technology; Ocean Space Utilization* (June 2008), pp. 279–287. DOI: 10.1115/OMAE2008-57358. eprint: <https://asmedigitalcollection.asme.org/OMAE/proceedings-pdf/OMAE2008/48203/279/4583960/279\1.pdf>. URL: <https://doi.org/10.1115/OMAE2008-57358>.
- [20] S. Liu, J. Hooper, and E. Maschner. “Deepwater spool bend limit state design and analysis methodology”. In: *Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference* (Jan. 2014), pp. 548–555.
- [21] Ruud Selker Ping Liu and Carlos Sicilia. “What you may not know about pipe bends”. In: (June 2021).
- [22] Spyros Karamanos. “Mechanical Behavior of Steel Pipe Bends: An Overview”. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* 138 (Nov. 2015). DOI: 10.1115/1.4031940.