



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
ΣΤΗ ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ
ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ
Εφαρμογή σε MRI-Tractography

Αρώνης Χρήστος

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
Υπεύθυνος
Δελημπασης Κωνσταντίνος
Επίκουρος Καθηγητής

Λαμία, 2016



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗ
ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ
ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ
Εφαρμογή σε MRI-Tractography

Αρώνης Χρήστος

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
Επιβλέπων
Δελήμπασης Κωνσταντίνος
Επίκουρος Καθηγητής

Λαμία, 2016

Αρ. Εισ. 15586.1



Με ατομική μου ευθύνη και γνωρίζοντας τις κυρώσεις ⁽¹⁾, που προβλέπονται από της διατάξεις της παρ. 6 του άρθρου 22 του Ν. 1599/1986, δηλώνω ότι:

1. Δεν παραθέτω κομμάτια βιβλίων ή άρθρων ή εργασιών άλλων αυτολεξεί **χωρίς να τα περικλείω σε εισαγωγικά** και χωρίς να αναφέρω το συγγραφέα, τη χρονολογία, τη σελίδα. Η αυτολεξεί παράθεση χωρίς εισαγωγικά χωρίς αναφορά στην πηγή, είναι λογοκλοπή. Πέραν της αυτολεξεί παράθεσης, λογοκλοπή θεωρείται και η παράφραση εδαφίων από έργα άλλων, συμπεριλαμβανομένων και έργων συμφοιτητών μου, καθώς και η παράθεση στοιχείων που άλλοι συνέλεξαν ή επεξεργάστηκαν, χωρίς αναφορά στην πηγή. Αναφέρω πάντοτε με πληρότητα την πηγή κάτω από τον πίνακα ή σχέδιο, όπως στα παραθέματα.
2. Δέχομαι ότι η αυτολεξεί **παράθεση χωρίς εισαγωγικά**, ακόμα κι αν συνοδεύεται από αναφορά στην πηγή σε κάποιο άλλο σημείο του κειμένου ή στο τέλος του, είναι αντιγραφή. Η αναφορά στην πηγή στο τέλος π.χ. μιας παραγράφου ή μιας σελίδας, δεν δικαιολογεί συρραφή εδαφίων έργου άλλου συγγραφέα, έστω και παραφρασμένων, και παρουσίασή τους ως δική μου εργασία.
3. Δέχομαι ότι υπάρχει επίσης περιορισμός στο μέγεθος και στη συχνότητα των παραθεμάτων που μπορώ να εντάξω στην εργασία μου εντός εισαγωγικών. Κάθε μεγάλο παράθεμα (π.χ. σε πίνακα ή πλαίσιο, κλπ), προϋποθέτει ειδικές ρυθμίσεις, και όταν δημοσιεύεται προϋποθέτει την άδεια του συγγραφέα ή του εκδότη. Το ίδιο και οι πίνακες και τα σχέδια
4. Δέχομαι όλες τις συνέπειες σε περίπτωση λογοκλοπής ή αντιγραφής.

Ημερομηνία: 11/10/2016

Ο - Η Δηλών

(Υπογραφή)

(1) «Όποιος εν γνώσει του δηλώνει ψευδή γεγονότα ή αρνείται ή αποκρύπτει τα αληθινά με έγγραφη υπεύθυνη δήλωση του άρθρου 8 παρ. 4 Ν. 1599/1986 τιμωρείται με φυλάκιση τουλάχιστον τριών μηνών. Εάν ο υπαίτιος αυτών των πράξεων σκόπευε να προσπορίσει στον εαυτόν του ή σε άλλον περιουσιακό όφελος βλάπτοντας τρίτον ή σκόπευε να βλάψει άλλον, τιμωρείται με κάθειρξη μέχρι 10 ετών.

**ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ
ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ**

Εφαρμογή σε MRI-Tractography

Αρώνης Χρήστος

Τριμελής Επιτροπή:

Δελήμπασης Κωνσταντίνος, Επίκουρος καθηγητής

Πλαγιανάκος Βασίλειος, Αναπληρωτής καθηγητής

Ιακωβίδης Δημήτριος, Αναπληρωτής καθηγητής

Περίληψη

Το επιστημονικό πεδίο της απεικόνισης μέσω μαγνητικού συντονισμού με την βοήθεια του τανυστή διάχυσης (Magnetic Resonance Diffusion Tensor Imaging - MRI DTI), αποτελεί μια πολύ εξελιγμένη τεχνική για την ανάλυση και επεξεργασία της συνδεσιμότητας των ιστών, μια τεχνική η οποία έχει καθιερωθεί στην κλινική πράξη όσο αναφορά την απεικόνιση μαγνητικού συντονισμού (MRI) κυρίως στον εγκέφαλο. Βασικός παράγοντας στην εμφάνιση και στην περαιτέρω ανάπτυξη της συγκεκριμένης τεχνικής είναι το γεγονός πως ακόμα και μετά από δεκαετίες έρευνας πάνω στην ανατομία του εγκεφάλου, οι γνώσεις μας σχετικά με την δομή και την λειτουργία των νευρώνων του ήταν και συνεχίζουν να είναι ελλιπείς. Στην συγκεκριμένη εργασία υλοποιήσαμε τον υπολογισμό του τανυστή διάχυσης δεδομένου ενός πλήθους μαγνητικών τομογραφιών με διαφορετικά διανύσματα κλίσεων και χρησιμοποιήσαμε τον αλγόριθμο εύρεσης ελάχιστου μονοπατιού του Dijkstra ώστε να μπορεί να εκτελεστεί πάνω σε μια εικόνα 2 διαστάσεων (2D) και προτείνουμε ένα νέο κόστος μετάβασης μεταξύ των pixels υπολογίζοντας τόσο την καμπυλότητα της τροχιάς αλλά και τα ιδιοδιανύσματα του τανυστή διάχυσης για κάθε pixel. Στην συνέχεια χρησιμοποιήσαμε έναν αλγόριθμο οπισθοδρόμησης (backtracking) προκειμένου να εξάγουμε όλα τα πιθανά μονοπάτια. Ακόμα επεκτείναμε το προηγούμενο μοντέλο ώστε να είναι εφικτό να εκτελεστεί και στις 3 διαστάσεις (3D). Τα αποτελέσματα μας σε συνθετικά δεδομένα παρουσιάζουν πολύ μικρό σφάλμα ανά pixel. Όσο αφορά στα πραγματικά δεδομένα, τα αποτελέσματα ανταποκρίνονται στην απεικόνιση πολλών γνωστών νευρικών οδών του εγκεφάλου.

Abstract

Diffusion Tensor Imaging (DTI) is a powerful technique for studying tissue connectivity that starts to find routine clinical use in Magnetic Resonance Imaging (MRI), primarily in the brain. One of the main reasons that have led to the sharp growth of this technique is our lack of knowledge as it concern the function of the human brain and it's neurons even after decades of research. In this dissertation we implemented the calculation of the diffusion tensor, given the fact of known image volumes with different gradients. Also we used the Dijkstra's minimum-cost path algorithm in 2 dimensions (2D) and we suggest a novel cost definition of this algorithm that allows tract reconstruction, considering the tract's curvature, as well as its alignment with the diffusion vector field. We also extended our proposed algorithm in order to be able to run even in 3 dimensions (3D). As the last part of this procedure we used a function that export the final tracks from our dataset, named backtracking algorithm. Results are shown for two (2D) and three dimensional (3D) synthetic data, as well as for clinical MRI-DTI brain study.

Λέξεις Κλειδιά – Keywords

Diffusion tensor imaging, Tractography algorithms, Dijkstra's minimum cost path algorithm

Απεικόνιση με την χρήση του τανυστή διάχυσης, Αλγόριθμοι χαρτογράφησης, αλγόριθμος Dijkstra ελάχιστου κόστους

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τους γονείς μου, που με στηρίζουν σε κάθε μου βήμα και που χωρίς αυτούς δεν θα είχα την δυνατότητα να σπουδάσω. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον κ. Δελήμπαση, ο οποίος ήταν συνεχώς δίπλα μου και με καθοδήγησε σε οτι και αν χρειάστηκα.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	4
Abstract	5
Λέξεις Κλειδιά – Keywords	6
Ευχαριστίες.....	7
2. Εισαγωγή	9
2.1 Το φαινόμενο της διάχυσης	10
2.2 Η ιστροπική μέτρηση της σταθεράς διάχυσης.	11
2.3 Η ανισότροπη μέτρηση της σταθεράς διάχυσης	11
2.4 Αλγόριθμοι χαρτογράφησης	12
3. Μέθοδος	13
3.1 Υπολογισμός του τανυστή διάχυσης.....	13
3.2 Ο προτεινόμενος αλγόριθμος χαρτογράφησης στις 2 διαστάσεις (2D)	17
3.3 Υπολογισμός κόστους.....	21
3.4 Αλγόριθμος οπισθοδρόμησης (backtracking)	23
3.5 Ο προτεινόμενος αλγόριθμος χαρτογράφησης στις 3 διαστάσεις (3D)	24
3.6 Έλεγχος αποδοτικότητας του προτεινόμενου αλγορίθμου.	26
4. Αποτελέσματα.....	30
4.1 Αποτελέσματα συνθετικών δεδομένων.....	30
4.2 Αποτελέσματα πραγματικών δεδομένων	33
5. Συμπεράσματα και Μελλοντική εργασία	37
6. Αναφορές.....	38

2. Εισαγωγή

Η αρχή για την απεικόνιση με την χρήση του τανυστή διάχυσης έγινε το 1965 από τους Drs. Stejskal και Tanner [19] οι οποίοι μέτρησαν τον συντελεστή διάχυσης των μορίων του νερού χρησιμοποιώντας τον πυρηνικό μαγνητικό συντονισμό (NMR-nuclear magnetic resonance) και μαγνητικά πεδία με την χρήση κλίσεων πεδίου (gradients). Σε σχέση με άλλες τεχνικές μέτρησης της διάχυσης αυτή η νέα μέθοδος έχει πολλά προτερήματα. Ένα από αυτά είναι πως πρόκειται για μη επεμβατική μέθοδο. Ακόμα μας παρέχει την δυνατότητα μέτρησης της μοριακής κίνησης κατά μήκος ενός αυθαίρετου προκαθορισμένου άξονα. Έτσι είναι εφικτό να μετρήσουμε την διάχυση του νερού από αριστερά-δεξιά, πάνω-κάτω η όποια άλλη γωνία επιθυμούμε. Αν για παράδειγμα θέλουμε να μετρήσουμε την διάχυση μιας ελεύθερης ποσότητας νερού (πχ. σε ένα μπουκάλι) τότε επειδή η διάχυση δεν έχει κάποια προτιμητέα διεύθυνση θα λάβουμε μια μέτρηση η οποία δεν μας παρέχει κάποια ιδιαίτερη πληροφορία (ισοτροπική διάχυση). Παρόλαυτα στις περιπτώσεις μελέτης βιολογικών ιστών (όπως οι μύες και ο εγκέφαλος) οι οποίοι αποτελούνται από πολλαπλές δέσμες ινών, η διάχυση τείνει να συμβαίνει κατά μήκος τους (ανιστροπική διάχυση). Έτσι είναι προφανές ότι οι μετρήσεις της μοριακής διάχυσης δεν είναι ίδιες προς όλες τις κατευθύνσεις. Αν για παράδειγμα μετρήσουμε την διάχυση κατά μήκος της εξέλξης ενός ιστού, δεν θα είναι ίδια αν πραγματοποιήσουμε την μέτρηση αυτή κάθετα στον ιστό.

Μέσω της ανισότροπης διάχυσης μπορούμε να καθορίσουμε και την ανατομία του ιστού τον οποίο εξετάζουμε. Αυτό μπορεί να μην φαίνεται χρήσιμο για ιστούς στους οποίους γνωρίζουμε εκ των προτέρων την μορφολογία τους (μυϊκό σύστημα), αλλά είναι εξαιρετικά χρήσιμο για αχαρτογράφητους ιστούς όπως συμβαίνει στον εγκέφαλο. Σε αντίθεση με οποιοδήποτε άλλο ιστό στο σώμα μας, ο εγκέφαλος διαθέτει ένα τεράστιο και εξαιρετικά πολύπλοκο δίκτυο νευρικών ινών. Τα δύο ημισφαίρια του εγκεφάλου αποτελούνται από περίπου 100 δισεκατομμύρια νευρώνες. Το μεγαλύτερο μέρος των νευρώνων βρίσκονται στην φαιά ουσία, στην οποία υπάρχουν σε αφθονία αγγειώσεις και άλλες πολύπλοκες δομές νευρικών κυττάρων, δενδρίτες και νευράξονες. Οι νευρώνες μπορούν και επικοινωνούν με άλλους νευρώνες μέσω των δενδριτών ενώ για την ενδοεπικοινωνία τους χρησιμοποιούν τους νευράξονες τους. Κάθε νευρώνας έχει μόνο ένα άξονα ο οποίος συχνά διακλαδώνεται για να επικοινωνεί με άλλες νευρικές περιοχές. Έτσι πολλαπλοί άξονες με παρόμοια κατεύθυνση σχηματίζουν μεγάλες δέσμες, και είναι αυτό που ονομάζουμε λευκή ουσία.

Είναι πλέον σαφές ότι για την πλήρη κατανόηση και χαρτογράφηση του ανθρώπινου εγκεφάλου δεν ήταν αρκετή η χρήση μόνο των μετρήσεων διάχυσης των μορίων του νερού. Συνεπώς άρχισε να χρησιμοποιείται ένας συνδυασμός μαγνητικής απεικόνισης (MRI) και μετρήσεων διάχυσης από όπου είναι πλέον εφικτό να μετρηθούν οι σταθερές διάχυσης σε μια ανάλυση της τάξεως μερικών χιλιοστών. Αυτή η τεχνική ονομάζεται απεικόνιση μαγνητικού συντονισμού με την χρήση διάχυσης (diffusion - MRI) και μας έδωσε την δυνατότητα του υπολογισμού και της απεικόνισης της δομής των νευρικών οδών. Στην συνέχεια υπήρξε η ανάγκη εύρεσης ενός μαθηματικού μοντέλου προκειμένου να συγκεντρωθούν και να ποσοτικοποιηθούν όλες αυτές οι μετρήσεις και οι ιδιότητες τους, όπως η γωνίες των νευρικών ινών καθώς επίσης και το ποσοστό της διάχυσης. Μετά από πολλές προσπάθειες προτάθηκε το μοντέλο του τανυστή το οποίο εφαρμόστηκε στο diffusion-MRI και η τεχνική αυτή μετονομάστηκε σε απεικόνιση μαγνητικού συντονισμού με την χρήση του τανυστή διάχυσης (DTI-MRI) [20][21].

Η τεχνική DTI-MRI υιοθετήθηκε από το σύνολο της επιστημονικής κοινότητας και σύντομα εφαρμόστηκε και στην κλινική πράξη. Ένας από τους κύριους λόγους είναι ότι το MRI δεν μπορεί να απεικονίσει αναλυτικά την δομή και τις συνδέσεις της λευκής ουσίας. Τα συμβατικά MRI τα οποία χρησιμοποιούν τους χρόνους χαλάρωσης βασίζονται για την απεικόνιση τους στις χημικές συνθέσεις διαφόρων ουσιών, με κύρια ουσία την μυελίνη η οποία παίζει βασικό ρόλο στην διαφοροποίηση της αντίθεσης φαιάς και λευκής ουσίας. Η λευκή ουσία φαίνεται σχετικά ομοιογενής στην απεικόνιση MRI σε αντίθεση με το DTI-MRI όπου έχουμε αντιθέσεις που υποδεικνύουν την κατεύθυνση των ινών. Ακόμα το DTI-MRI αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο προκειμένου να καταφέρουμε καταλάβουμε την συνδεσιμότητα και την λειτουργία των νευρώνων, καθώς επίσης και να αντιληφθούμε πιθανές παθολογικές ανωμαλίες του νευρικού συστήματος.

2.1 Το φαινόμενο της διάχυσης

Οι τεχνικές του MRI, DTI-MRI και του NMR μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επεξεργασία σημάτων από διάφορα μόρια. Παρόλαυτα επικεντρωθήκαμε στο άτομο του υδρογόνου (H) και αυτό γιατί το ανθρώπινο σώμα αποτελείται περίπου από 70% νερό. Συνεπώς ενδιαφερόμαστε για κίνηση των μορίων του νερού. Υπάρχουν 3 τρόποι με τους οποίους αυτά τα μόρια μπορεί να αναγκαστούν να κινηθούν. Αρχικά μπορεί να έχουμε την κίνηση πολλών μορίων νερού όταν για παράδειγμα ο άνθρωπος ο οποίος βρίσκεται στο μαγνητικό τομογράφο, κουνήσει το κεφάλι του. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται bulk motion και είναι μια κίνηση που μπορεί να ανιχνευθεί και να αφαιρεθεί από τα δεδομένα που συλλέχθηκαν. Στην συνέχεια υπάρχει η κίνηση του νερού προς μια κατεύθυνση γνωστή ως flow. Η διαδικασία αυτή μπορεί να περιγραφεί αν φανταστούμε μια σταγόνα μελάνι να πέφτει σε ένα κλειστό κουτί. Το μελάνι μένει στο κουτί και το κέντρο του μετακινείται καθώς αρχίζει να διαδίδεται προς κάποια συγκεκριμένη κατεύθυνση. Τέλος η τρίτη μορφή κίνησης του νερού, και αυτή που ενδιαφερόμαστε να μετρήσουμε από τα πειράματα μαγνητικού συντονισμού, είναι η τυχαία κίνηση η αλλιώς Brownian motion. Εάν επαναλαμβάναμε το προηγούμενο πείραμα με το μελάνι για αυτή την περίπτωση, η σταγόνα θα 'άνοιγε' και το σχήμα της θα μεγάλωνε χωρίς όμως να μεταβάλλεται το κέντρο της. Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει κάποιο εμπόδιο η εξάπλωση του μελανιού προς όλες τις κατευθύνσεις είναι ιστροπική.

2.2 Η ιστροπική μέτρηση της σταθεράς διάχυσης.

Στο MRI η πυκνότητα του σήματος καθορίζεται από την συγκέντρωση του νερού καθώς επίσης και από την χαλάρωση του σήματος σε χρόνους T_1 και T_2 . Έτσι προκειμένου να καταφέρουμε να μετρήσουμε τον συντελεστή διάχυσης πρέπει να εφαρμοστεί ένα σύστημα κλίσεων πεδίου, το οποίο θα καταφέρει να επηρεάσει τα άτομα του υδρογόνου στο νερό και όλο αυτό να μεταφραστεί σε πυκνότητα σήματος. Το συγκεκριμένο πεδίο (pulsed magnetic field gradient) μας παρέχει την δυνατότητα της εφαρμογής ενός γραμμικού ανομοιογενούς πεδίου.

Στο μαγνήτη το κύριο και πιο ισχυρό μαγνητικό πεδίο ονομάζεται B_0 και μετριέται σε τέσλα. Το συγκεκριμένο πεδίο εφαρμόζεται κατά μήκος του άξονα z , δηλαδή του άξονα που περνάει μέσα από το διάτρημα του μαγνήτη. Όταν εφαρμόζεται μια κλίση πεδίου κατά μήκος του x , y ή z άξονα μεταβάλλουμε γραμμικά την ισχύ του B_0 ως προς τον άξονα στον οποίο εφαρμόζουμε. Οι μαγνητικές κλίσεις πεδίου μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε συνδυασμό των αξόνων x , y και z συνεπώς μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε σημείο του σώματος. Ακόμα μπορούμε να μεταβάλλουμε την ένταση των κλίσεων πεδίου, την πολικότητα και τον χρόνο για τον οποίο εφαρμόζονται ο οποίος κυμαίνεται συνήθως από 1 έως 100 ms.

Προκειμένου να μετρήσουμε την σταθερά διάχυσης για την περίπτωση της ιστροπικής διάχυσης μας αρκούν 2 μετρήσεις, στην μια εκ των οποίων δεν εφαρμόζονται οι παλμοί κλίσεων πεδίου ενώ στην δεύτερη εφαρμόζονται. Από την παρακάτω εξίσωση μπορούμε να υπολογίσουμε την σταθερά διάχυσης D για κάθε pixel η voxel της εικόνας:

$$\ln(S) = \ln(S_0) - b \cdot D$$

όπου S είναι η πυκνότητα του σήματος μετά την εφαρμογή των κλίσεων πεδίου, S_0 η πυκνότητα του σήματος εν απουσία κλίσεων πεδίου, b ένας παράγοντας στάθμισης της διάχυσης που περιλαμβάνει: την ένταση των κλίσεων πεδίου G , το διάστημα μεταξύ των παλμών, καθώς και τον γυρομαγνητικό λόγο γ .

2.3 Η ανισότροπη μέτρηση της σταθεράς διάχυσης

Για την περίπτωση της ιστροπικής διάχυσης, όπως προαναφέρθηκε τα μόρια του νερού διαχέονται το ίδιο προς όλες τις κατευθύνσεις συνεπώς αρκεί μόνο το βαθμωτό μέγεθος D για να περιγράψει το βαθμό διάχυσης. Αυτό συμβαίνει διότι η διάχυση αυτή μπορεί να περιγραφεί στις 2 και στις 3 διαστάσεις από ένα κύκλο η μια σφαίρα αντίστοιχα. Έτσι είναι προφανές ότι για να περιγράψουμε είτε ένα κύκλο είτε μια σφαίρα μας αρκεί ένα μέγεθος το οποίο είναι η διάμετρος τους. Τα πράγματα όμως γίνονται αρκετά πιο πολύπλοκα όταν καλούμαστε να περιγράψουμε μια ανισότροπη κίνηση καθότι υπάρχει πλέον προτιμητέα κατεύθυνση και η συνολική κίνηση περιγράφεται από μια έλλειψη και ένα ελλειψοειδές στις 2 και στις 3 διαστάσεις αντίστοιχα. Σε αντίθεση με την περίπτωση της ιστροπικής διάχυσης προκειμένου να χαρακτηρίσουμε το ακριβές σχήμα του ελλειψοειδούς χρειαζόμαστε 6 διαφορετικές μετρήσεις για να προσδιορίσουμε την κατεύθυνση των 3 κύριων διανυσμάτων καθώς και 3 ακόμα για το μήκος αυτών των διανυσμάτων. Για τον υπολογισμό των 6 αυτών μετρήσεων πρέπει να πραγματοποιήσουμε μια σειρά από μετρήσεις (τουλάχιστον 6 για κάθε voxel) και να χρησιμοποιήσουμε για αυτό τον σκοπό ένα τανυστή ο οποίος

είναι ένας συμμετρικός πίνακας \mathbf{D} , 3×3 τα στοιχεία του οποίου περιγράφουν την διάχυση σε κάθε πιθανή κατεύθυνση στις 3 διαστάσεις:

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{xx} & d_{xy} & d_{xz} \\ d_{yx} & d_{yy} & d_{yz} \\ d_{zx} & d_{zy} & d_{zz} \end{pmatrix}$$

Εφαρμόζοντας διαγωνοποίηση στο τανύστη \mathbf{D} έχουμε όλες αυτές τις πληροφορίες που χρειαζόμαστε για να περιγράψουμε το σχήμα του ελλειψοειδούς, δηλαδή τις 3 ιδιοτιμές $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ τα οποία περιγράφουν το μήκος των ιδιοδιανυσμάτων και τα $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ από τα οποία μπορούμε να εξάγουμε την κατεύθυνση του ελλειψοειδούς.

2.4 Αλγόριθμοι χαρτογράφησης

Ένας μεγάλος αριθμός αλγορίθμων χαρτογράφησης έχουν προταθεί από την στιγμή της εμφάνισης του τανυστή διάχυσης στις εικόνες μαγνητικού συντονισμού. Η χαρτογράφηση των voxel της εικόνας επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας την συγγραμική κύρια κατεύθυνση της διάχυσης η οποία είναι η βάση των αλγορίθμων χαρτογράφησης (tractography- tracing fibers in MR images). Ένας αριθμός προσεγγίσεων έχει αναφερθεί στην βιβλιογραφία που αφορά αυτό το είδος αλγορίθμων. Τα άρθρα είναι τα ακόλουθα [1-15]. Μια άμεση μέθοδος χαρτογράφησης μπορεί να βρεθεί στο [2]. Παρόλαυτα η διασταύρωση διάφορων ιστών μέσα στο ίδιο voxel καθώς και περιοχές του ιστού χωρίς συγκεκριμένη κατεύθυνση διάχυσης δημιουργούν πληθώρα προβλημάτων στους αλγορίθμους χαρτογράφησης. Διάφορες μέθοδοι έχουν προταθεί για την επίλυση των συγκεκριμένων προβλημάτων, χρησιμοποιώντας πιθανοτικά μοντέλα η μη γκαουσιανές συναρτήσεις για την μοντελοποίηση της κατεύθυνσης της διάχυσης, όπως ο αλγόριθμος Q-ball [3-5], διάχυσης φασματικής απεικόνισης [6], το μοντέλο πολλαπλών τανυστών, η τεχνική ‘charmed’ [7-10], και η ‘ball and stick’ [11]. Στην βιβλιογραφία αναφέρονται επίσης τεχνικές σφαιρικής αποσυνέλιξης [12][22]. Μερικές από αυτές τις μεθόδους απαιτούν υψηλή ανάλυση διάχυσης (HARDI- high angular resolution diffusion imaging) [13]. Μια μέθοδος η οποία χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο εύρεσης ελάχιστου μονοπατιού του Dijkstra μπορεί να βρεθεί στο [14]. Σχετικό παράδειγμα εύρεσης ελάχιστου μονοπατιού, χρησιμοποιώντας πιθανοτικά μοντέλα δίνεται στο [15]. Στο [16] δίνεται μια ακόμη μέθοδος εύρεσης ελάχιστου μονοπατιού η οποία βασίζεται σε γκαουσιανή διαδικασία επίλυσης με χρήση διαφορικών εξισώσεων. Σχετικά παραδείγματα άλλων αλγορίθμων χαρτογράφησης μαγνητικού συντονισμού που χρησιμοποιούν τεχνικές εύρεσης ελάχιστου μονοπατιού δίνονται στο [17].

3. Μέθοδος

Η μεθοδολογία χωρίζεται στα εξής στάδια. Αρχικά υπολογίζουμε τον τανυστή διάχυσης χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις από τουλάχιστον 6 διαφορετικά διανύσματα κλίσης (gradient vectors). Έπειτα χρησιμοποιώντας τον τανυστή διάχυσης υπολογίζουμε τα ιδιοδιανύσματα και τις ιδιοτιμές με την μέθοδο της διαγωνοποίησης για κάθε voxel μέσα στο σύνολο δεδομένων καθώς επίσης και άλλα μαθηματικά μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν στον τελικό υπολογισμό του κόστους. Σε επόμενο στάδιο εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο εύρεσης ελάχιστου μονοπατιού του Dijkstra με το προτεινόμενο κόστος για κάθε voxel. Τέλος κάνοντας χρήση ενός αλγόριθμου οπισθοδρόμησης υπολογίζουμε την ελάχιστη απόσταση όλων των κόμβων μέσα στο σύνολο δεδομένων από ένα συγκεκριμένο και προκαθορισμένο από τον χρήστη κόμβο.

3.1 Υπολογισμός του τανυστή διάχυσης

Ο τανυστής διάχυσης \mathbf{D} είναι ένας συμμετρικός πίνακας διαστάσεων 3×3 και ορίζεται για κάθε voxel του συνόλου δεδομένων. Μέσα από την ανάλυση των ιδιοτιμών και των ιδιοδιανυσμάτων του \mathbf{D} ορίζουμε την ανισότροπη διάχυση του νερού για κάθε συγκεκριμένο voxel.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{12} & d_{22} & d_{23} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Για την περίπτωση της ανισότροπης διάχυσης η κάθε τομή απεικονίζεται χρησιμοποιώντας διαφορετικά διανύσματα κλίσης \mathbf{g}_k . Η ένταση του σήματος από τον μαγνητικό συντονισμό για κάθε voxel και για ένα δεδομένο διάνυσμα κλίσης g_k περιγράφεται στο [19] και δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$S_k = S_0 \cdot e^{-b \cdot \mathbf{g}'_k \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{g}_k} \quad (2a)$$

όπου το S_0 είναι η πυκνότητα του σήματος για ένα συγκεκριμένο voxel χωρίς να εφαρμόζεται διάνυσμα κλίσης (δηλαδή $g_0=0$), το b είναι συντελεστής στάθμισης της διάχυσης και έχει συνήθως την τιμή 1000.

Για κάθε voxel υπολογίζουμε τον τανυστή διάχυσης χρησιμοποιώντας τουλάχιστον 6 μετρήσεις από 6 διαφορετικά διανύσματα κλίσης (χρειαζόμαστε τουλάχιστον 6 διότι ο \mathbf{D} περιέχει 6 μοναδικά στοιχεία). Από την εξίσωση 2a προκύπτει ένα σύστημα N εξισώσεων για $k = 1, 2, \dots, N$ όπου N το πλήθος των διανυσμάτων κλίσης. Λογαριθμίζοντας την εξίσωση την 2a έχουμε:

$$\begin{cases} \ln(S_1) = \ln(S_0) - b \cdot \mathbf{g}'_1 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{g}_1 \\ \ln(S_2) = \ln(S_0) - b \cdot \mathbf{g}'_2 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{g}_2 \\ \ln(S_3) = \ln(S_0) - b \cdot \mathbf{g}'_3 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{g}_3 \\ \ln(S_4) = \ln(S_0) - b \cdot \mathbf{g}'_4 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{g}_4 \\ \ln(S_5) = \ln(S_0) - b \cdot \mathbf{g}'_5 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{g}_5 \\ \ln(S_6) = \ln(S_0) - b \cdot \mathbf{g}'_6 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{g}_6 \\ \vdots \end{cases} \quad (2\beta)$$

η 2β μπορεί να γραφεί σε μορφή πινάκων ως εξής:

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \quad (3)$$

$$\text{όπου } \mathbf{V} = \begin{cases} V_1 = \frac{\ln(S_0) - \ln(S_1)}{b} \\ V_2 = \frac{\ln(S_0) - \ln(S_2)}{b} \\ V_3 = \frac{\ln(S_0) - \ln(S_3)}{b} \\ V_4 = \frac{\ln(S_0) - \ln(S_4)}{b} \\ V_5 = \frac{\ln(S_0) - \ln(S_5)}{b} \\ V_6 = \frac{\ln(S_0) - \ln(S_6)}{b} \\ \vdots \end{cases}, \quad \mathbf{B} = (d_{11} \ d_{22} \ d_{33} \ d_{12} \ d_{13} \ d_{23})^T$$

$$\text{και ο } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_1^2, & y_1^2, & z_1^2, & 2x_1y_1, & 2x_1z_1, & 2y_1z_1 \\ x_2^2, & y_2^2, & z_2^2, & 2x_2y_2, & 2x_2z_2, & 2y_2z_2 \\ \vdots & & & & & \\ x_N^2, & y_N^2, & z_N^2, & 2x_Ny_N, & 2x_Nz_N, & 2y_Nz_N \end{pmatrix}, \quad (4)$$

Η εξίσωση 3 είναι ένα υπέρ-καθορισμένο σύστημα γραμμικών εξισώσεων όπου ο \mathbf{D} περιέχει 6 αγνώστους και είναι διαθέσιμες $N > 6$ γραμμικές εξισώσεις. Για τον υπολογισμό του \mathbf{D} το σύστημα μπορεί να λυθεί ως εξής:

$$\mathbf{A}_{N \times 6} \cdot \mathbf{D}_{6 \times 1} = \mathbf{V}_{N \times 1}$$

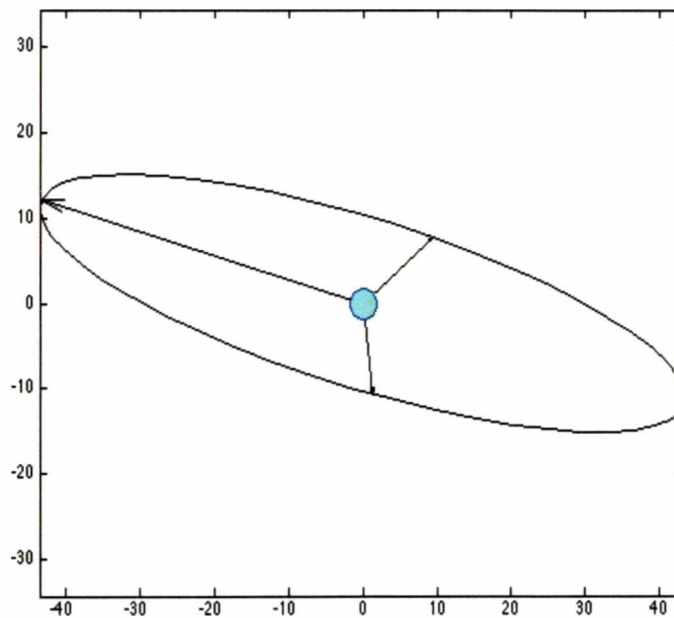
$$(\mathbf{A}_{6 \times N}^T \cdot \mathbf{A}_{N \times 6}) \cdot \mathbf{D}_{6 \times 1} = \mathbf{A}_{6 \times N}^T \cdot \mathbf{V}_{N \times 1}$$

$$(\mathbf{A}_{6 \times N}^T \cdot \mathbf{A}_{N \times 6})^{-1} (\mathbf{A}_{6 \times N}^T \cdot \mathbf{A}_{N \times 6}) \cdot \mathbf{D}_{6 \times 1} = (\mathbf{A}_{6 \times N}^T \cdot \mathbf{A}_{N \times 6})^{-1} \mathbf{A}_{6 \times N}^T \cdot \mathbf{V}_{N \times 1}$$

και έτσι καταλήγουμε στην παρακάτω τελική εξίσωση:

$$\mathbf{D}_{6 \times 1} = (\mathbf{A}_{6 \times N}^T \cdot \mathbf{A}_{N \times 6})^{-1} \mathbf{A}_{6 \times N}^T \cdot \mathbf{V}_{N \times 1} \quad (5)$$

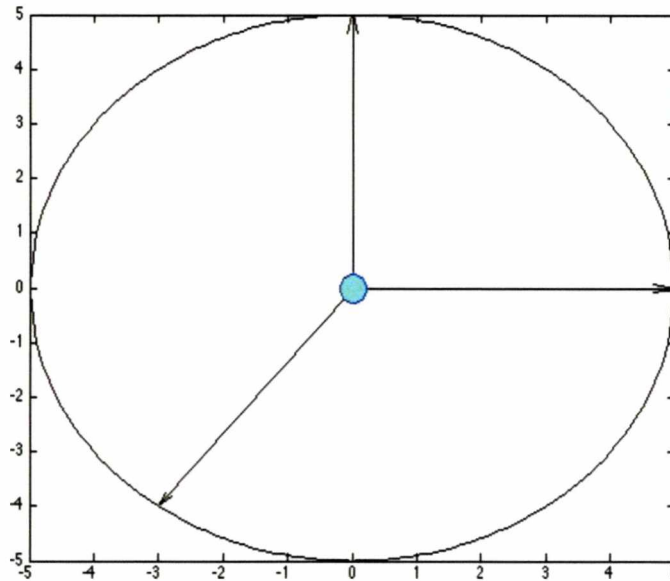
Ο \mathbf{D} όπως προαναφέρθηκε υπολογίζεται για κάθε voxel μέσα στο σύνολο δεδομένων. Εφόσον γνωρίζουμε τον τανυστή για κάθε voxel μπορούμε πλέον να υπολογίσουμε τα ιδιοδιανύσματα (v_1, v_2, v_3) και τις ιδιοτιμές ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) του πίνακα D . Στο συμβολισμό που χρησιμοποιούμε θεωρούμε $|\lambda_1| > |\lambda_2| > |\lambda_3|$. Η σχέση μεταξύ των ιδιοτιμών για κάθε voxel μπορεί να μας δώσει την πληροφορία για το εάν υπάρχει κάποια προτεινόμενη κατεύθυνση εξαιτίας της διάχυσης που παίρνει μέρος στα μόρια του νερού. Πιο συγκεκριμένα εάν η μεγαλύτερη ιδιοτιμή (λ_1) είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την δεύτερη μεγαλύτερη ιδιοτιμή (λ_2) τότε η διάχυση έχει μια συγκεκριμένη κατεύθυνση ($\lambda_1 \gg \lambda_2 > \lambda_3$) ανισότροπη διάχυση.



Σχήμα 1. Ανισότροπη διάχυση. Η κατεύθυνση του μεγαλύτερης ιδιοτιμής δείχνει την προτιμητέα διεύθυνση του μορίου.

Αν και οι 3 ιδιοτιμές είναι συγκρίσιμες τότε αυτό σημαίνει ότι η διάχυση που προέκυψε ήταν ισοτροπική ($\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_3$).

Εάν οι 2 μεγαλύτερες ιδιοτιμές είναι συγκρίσιμες και αρκετά μεγαλύτερες από την μικρότερη ιδιοτιμή ($\lambda_1 \approx \lambda_2 \gg \lambda_3$) η διάχυση παίρνει μέρος κατά μήκος ενός επιπέδου το οποίο ορίζεται από τα ιδιοδιανύσματα v_1 και v_2 .



Σχημα 2. Ισοτροπική διάχυση. Οι 3 ιδιοτιμές έχουν παρόμοιες τιμές συνεπώς δεν υπάρχει κάποια προτιμητέα διεύθυνση.

Οι τρεις παραπάνω περιπτώσεις γραμμική (ανισότροπη διάχυση), επίπεδη και σφαιρική (ισοτροπική διάχυση) ποσοτικοποιούνται από τα εξής μεγέθη:

$$cl = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1} \quad (6\alpha)$$

$$cp = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_1} \quad (6\beta)$$

$$cs = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \quad (6\gamma)$$

Οι τιμές των παραπάνω μεγεθών κυμαίνονται από το 0 έως το 1 και το άθροισμα τους είναι ίσο με 1:

$$cl + cp + cs = 1 \quad (7)$$

Στον μαγνητικό συντονισμό (MRI) και ιδιαιτέρως στο κομμάτι που χρησιμοποιεί τον τανυστή διάχυσης (MRI-DTI) μπορούν επίσης να υπολογιστούν τα παρακάτω χρήσιμα μεγέθη. Το FA (fractional anisotropy) το οποίο είναι ένας δείκτης αρκετά ευαίσθητος όσο αναφορά τις μικροδομές. Το FA είναι λιγότερο συγκεκριμένο ως προς το ποια αλλαγή συμβαίνει. Υπολογίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$FA = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (\lambda_1 - \lambda_3)^2 + (\lambda_2 - \lambda_3)^2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}} \quad (8)$$

Ένας άλλος δείκτης είναι ο MD (median-diffusivity), ο οποίος είναι μια αντίστροφη μέτρηση της πυκνότητας της μεμβράνης. Η ευαισθησία του δείκτη είναι παρόμοια σε σημεία όπου υπάρχει φαιά και λευκή ουσία, ενώ είναι πολύ μεγαλύτερη στο εγκεφαλονωτιαίο υγρό. Ο δείκτης MD είναι ενδεικτικός σε περιπτώσεις κυτταροβρίθειας, οιδήματος, και νέκρωσης. Υπολογίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$MD = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)}{3} \quad (9)$$

Τέλος ο δείκτης RD (radial- diffusivity) ο οποίος εμφανίζεται αυξημένος σε περιοχές όπου υπάρχει λευκή ουσία με απομυελίνωση. Αλλαγές κατά μήκος της αξονικής διαμέτρου μπορούν να επηρεάσουν την πυκνότητα της μέτρησης αυτού του δείκτη. Υπολογίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$RD = \frac{\lambda_2 + \lambda_3}{2} \quad (10)$$

3.2 Ο προτεινόμενος αλγόριθμος χαρτογράφησης στις 2 διαστάσεις (2D)

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος μας βασίζεται στον αλγόριθμο του Dijkstra, ο οποίος στην γενική του μορφή είναι ένας αλγόριθμος εύρεσης ελάχιστου μονοπατιού σε ένα κατευθυνόμενο γράφο για την περίπτωση όπου όλα τα κόστη μετάβασης δεν περιέχουν αρνητικές τιμές. Ο αλγόριθμος στην πρότυπη του μορφή έχει τα εξής χαρακτηριστικά: ένα γράφο G ο οποίος αποτελείται από ένα σύνολο αρχικών κορυφών (V) και ακμών (E), μια ουρά Q στην οποία αποθηκεύονται οι κορυφές, ένα πίνακα γειτνίασης Adj . Ο αλγόριθμος καταλήγει σε ένα σύνολο από κορυφές S των οποίων η απόσταση από τον αρχικό κόμβο έχει καθοριστεί.

```

Dijkstra(G,w,s)
1) INITIALIZE-SINGLE-SOURCE (G,S)
2)  $S = \emptyset$ 
3)  $Q = G.V$ 
4) While  $Q \neq \emptyset$ 
5)    $u = \text{Extract-Min}(Q)$ 
6)    $S = S \cup \{u\}$ 
7)   for each vertex  $v \in \text{Adj}[u]$ 
8)     Relax( $u,v,w$ )

```

Στην προσέγγιση μας, η εικόνα η οποία είναι είτε 2 διαστάσεων (2D), είτε 3 διαστάσεων (3D), θεωρείται ως ένας κατευθυνόμενος γράφος $G=(V,E)$ όπου κάθε pixel-voxel συνδέεται με όλους τους γείτονες του. Για την περίπτωση που είμαστε στις 2 διαστάσεις, η σύνδεση πραγματοποιείται με τα 8 γειτονικά pixel, ενώ για στις 3 διαστάσεις όπου έχουμε voxel, η σύνδεση πραγματοποιείται με τα 26 γειτονικά voxel.

Ο αλγόριθμος του Dijkstra εφαρμόζεται με της εξής αλλαγές σε σχέση με την πρότυπη μορφή του:

- Το σύνολο των κορυφών με την καθορισμένη απόσταση από το αρχικό pixel-voxel αποθηκεύεται σε ένα πίνακα 2 η 3 διαστάσεων αντιστοίχως.
- Σε ένα πίνακα αποστάσεων (έστω Distance) επίσης 2 η 3 διαστάσεων με μέγεθος όσο και της εικόνας αποθηκεύονται τα υπολογισμένα κοστη-αποστάσεις για κάθε pixel-voxel από το αρχικό pixel-voxel.
- Για την περίπτωση της διδιάστατης εικόνας χρησιμοποιήθηκαν 2 πίνακες, (p_i, p_j) ή 3 για αυτή των 3 διαστάσεων (p_i, p_j, p_z) , με μέγεθος όμοιο με αυτό της εικόνας για την αποθήκευση του προηγούμενου κόμβου (predecessor) από τον οποίο πέρασε ο αλγόριθμος.
- Τέλος χρησιμοποιήθηκε ένας αλγόριθμος οπισθοδρόμησης (backtracking) ο οποίος χρησιμοποιεί τους πίνακες αποθήκευσης του προηγούμενου κόμβου (p_i, p_j, p_z) για την εξαγωγή του επιθυμητού μονοπατιού από ένα προκαθορισμένο κόμβο.

Ο αλγόριθμος μας ξεκινά την εκτέλεση του αμέσως μόλις ο χρήστης δώσει ένα αρχικό και ένα τελικό σημείο στην εικόνα. Τα σημεία αυτά θα χρησιμοποιηθούν για να βρεθεί το ελάχιστο μονοπάτι που τα ενώνει. Έπειτα για την σωστή εκκίνηση του ο αλγόριθμος χρειάζεται ως είσοδο τις παρακάτω μεταβλητές:

- Τις συντεταγμένες (x,y) -2D, (x,y,z) -3D του αρχικού σημείου από το οποίο θα εξετάσει την ελάχιστη απόσταση προς όλους τους υπόλοιπους κόμβους.
- Ένα πεδίο X,Y για τις 2 διαστάσεις (2D) ή X,Y,Z για τις 3 (3D).
- Τα ιδιοδιανύσματα (V_x, V_y) -2D ή (V_x, V_y, V_z) - 3D της εικόνας
- Τον συντελεστή γραμμικής διάχυσης cl (6α), το συντελεστή FA (8) και MD (9).

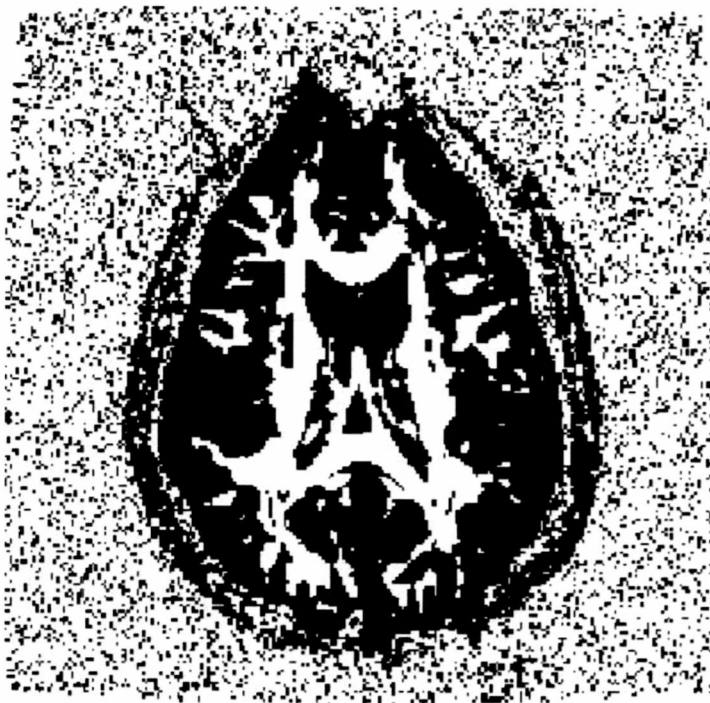
Στην συνέχεια αρχικοποιούμε όλα τα στοιχεία του πίνακα των αποστάσεων στο άπειρο με εξαίρεση ένα αρχικό pixel-voxel το οποίο συνήθως αρχικοποιεί ο χρήστης. Το κόστος του αρχικού κόμβου αρχικοποιείται στο 0. Τα στοιχεία των πινάκων που αποθηκεύουν τους προηγούμενους κόμβους (predecessors) αρχικοποιούνται και αυτά στο 0 με εξαίρεση τον αρχικό κόμβο (seed-voxel) στον οποίο αναθέτονται οι πραγματικές του συντεταγμένες (x,y,z) .

Έπειτα χρησιμοποιούμε έναν ακόμα πίνακα (έστω Qs), διαστάσεων όμοιων με αυτών της εικόνας, ο οποίος χρησιμοποιείται για 2 λόγους. Αρχικά για την κατοφλίωση του συνόλου δεδομένων και στην συνέχεια για τον έλεγχο των επεξεργασμένων κόμβων κατά την διάκριση εκτέλεσης του αλγορίθμου Dijkstra.

Η κατοφλίωση χρησιμοποιείται για να μειωθεί ο αριθμός των κόμβων που θα επεξεργαστούν και συνεπώς και ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου. Για πετύχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα θα πρέπει να αφαιρέσουμε όλους αυτούς τους κόμβους οι οποίοι βρίσκονται σε σημεία πάνω στην εικόνα στα οποία δεν πραγματοποιείται το φαινόμενο της διάχυσης καθώς επίσης σε σημεία όπου η διάχυση συμβαίνει σε πολύ μικρό βαθμό. Έτσι κάναμε χρήση των παρακάτω δεικτών εφαρμόζοντας μια σειρά από εμπειρικές τιμές:

- Τον δείκτη cl (6α), ο οποίος είναι υψηλός σε περιοχές όπου παρατηρείται υψηλή διάχυση (λευκή ουσία)
- τον δείκτη MD (9) ο οποίος είναι υψηλός σε περιοχές που δεν παρατηρείται διάχυση (εγκεφαλονωτιαίο υγρό)
- την πραγματική εικόνα του συνόλου δεδομένων για την αφαίρεση σημείων εκτός του κρανίου

Στο σχήμα 3 και 4 φαίνεται η εφαρμογή των συγκεκριμένων δεικτών στην αρχική εικόνα καθώς και το τελικό τους αποτέλεσμα (σχήμα 4β).



α)

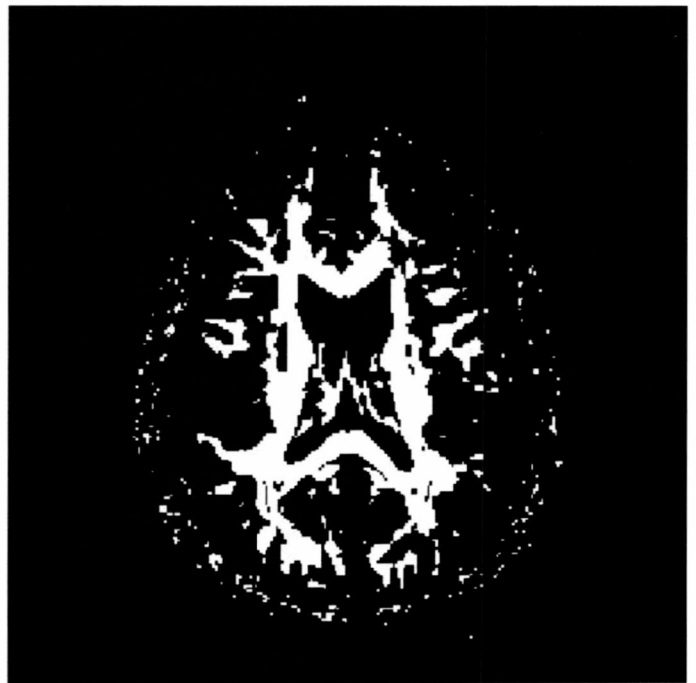


β)

Σχήμα 3. α) Κατοφλίωση με την χρήση μόνο του δείκτη *cl*. β) κατοφλίωση με την χρήση μόνο του δείκτη *MD*. Με λευκό φαίνονται οι κόμβοι που θα επεξεργαστεί ο αλγόριθμος.



α)



β)

Σχήμα 4. α) Κατοφλίωση με την χρήση ενός εμπειρικού κατοφλίου πάνω στην αρχική εικόνα. β) το τελικό αποτέλεσμα της εφαρμογής και των 3 δεικτών (*cl*, *MD*, εικόνα). Με λευκό απεικονίζονται οι κόμβοι που θα επεξεργαστεί τελικά ο αλγόριθμος.

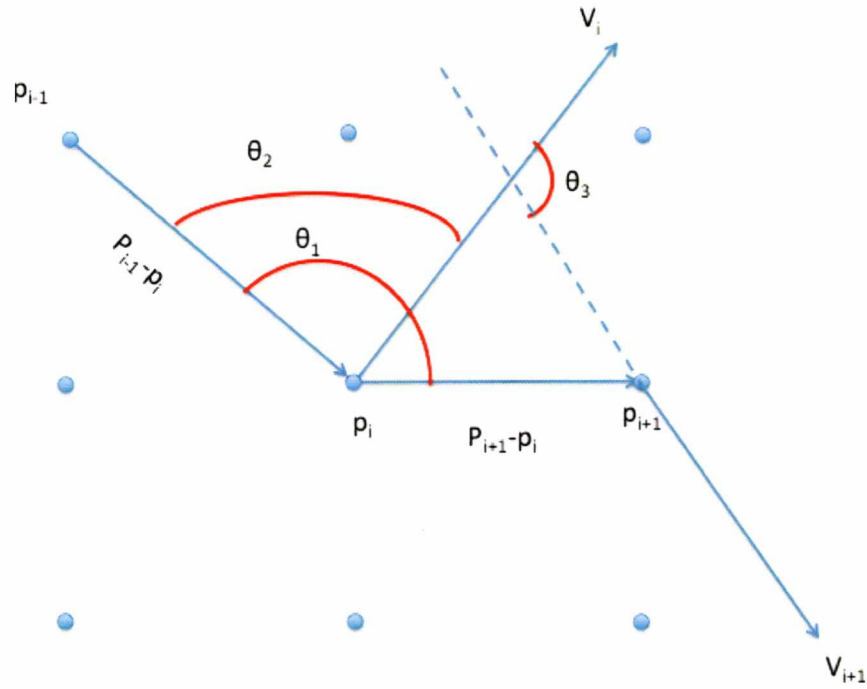
3.3 Υπολογισμός κόστους

Ο αλγόριθμος μας ξεκινάει τον υπολογισμό και την ανάθεση βαρών (κόστη) από έναν αρχικό κόμβο προς όλους τους υπόλοιπους αμέσως μετά την κατοφλίωση του συνόλου δεδομένων. Για να επιλεγεί ένας κόμβος προς επεξεργασία θα πρέπει να ισχύουν οι 2 παρακάτω κανόνες. Αρχικά ο κόμβος αυτός να μην έχει απορριφθεί από την κατοφλίωση (δηλαδή η τιμή για τον συγκεκριμένο κόμβο στον πίνακα **QS** να ίση με 1 ($QS=1$)) και η τιμή του στον πίνακα Distance να είναι η μικρότερη από αυτή των υπόλοιπων κόμβων.

Το κόστος μετάβασης μεταξύ δύο γειτονικών κόμβων υπολογίζεται με βάση τους παρακάτω παράγοντες. Αρχικά για τον υπολογισμό του πρώτου όρου ορίζουμε τα \mathbf{p}_{i-1} , \mathbf{p}_i , \mathbf{p}_{i+1} διανύσματα θέσης του προηγούμενου κόμβου, του κόμβου ο οποίος είναι υπό επεξεργασία αλλά και του κόμβου στον οποίο θα μεταβούμε σε επόμενο βήμα αντίστοιχα. Στο \mathbf{p}_{i+1} συμπεριλαμβάνονται όλοι οι γειτονικοί κόμβοι στους οποίους μπορεί να μεταβεί ο αλγόριθμος με εξαίρεση τον κόμβο που προηγήθηκε \mathbf{p}_{i-1} . Χρησιμοποιώντας αυτά τα 3 διανύσματα θέσης υπολογίζουμε την γωνία θ_1 η οποία είναι η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων $(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1})$ και $(\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i)$. Η γωνία θ_1 αποτελεί τον πρώτο όρο της συνάρτησης κόστους του αλγορίθμου μας που ορίζεται ως $F_1 = (\cos \theta_1 + 1)$. Η ελαχιστοποίηση αυτού του όρου έχει ως αποτέλεσμα η τελική καμπύλη να είναι πιο λεία.

Στην συνέχεια ορίζουμε τα \mathbf{V}_i και \mathbf{V}_{i-1} ως τα ιδιοδιανύσματα με την μεγαλύτερη τιμή, του κόμβου που βρίσκεται υπό επεξεργασία (\mathbf{p}_i) και του κόμβου στον οποίο θα μεταβεί ο αλγόριθμος αντίστοιχα (\mathbf{p}_{i+1}). Ο δεύτερος όρος της συνάρτησης κόστους εξαρτάται από την η γωνία θ_2 η οποία προκύπτει αν υπολογίσουμε την γωνία μεταξύ των $(\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i)$ και \mathbf{V}_i και ορίζεται ως $F_2 = (1 - |\cos \theta_2|)$. Όσο πιο μικρός είναι αυτός ο όρος ευνοείται η μετάβαση από το \mathbf{p}_i στο \mathbf{p}_{i+1} , του οποίου η γωνία καθίσταται όσο το δυνατόν πιο παράλληλη με το ιδιοδιάνυσμα \mathbf{V}_i . Η απόλυτη τιμή χρησιμοποιείται γιατί και οι 2 κατευθύνσεις του \mathbf{V}_i μπορούν να επιλεγθούν.

Ο τρίτος όρος της συνάρτησης κόστους ορίζεται ως $F_3 = (|\cos \theta_3| + 1)$ όπου η θ_3 είναι η γωνία μεταξύ των \mathbf{V}_i και \mathbf{V}_{i-1} . Η ελαχιστοποίηση αυτού του όρου ελαχιστοποιεί την γωνία του ιδιοδιανύσματος του παρόντος κόμβου με το ιδιοδιάνυσμα του γειτονικού κόμβου στον οποίο ο αλγόριθμος εξετάζει την μετάβαση. Διαγραμματικά η γεωμετρική σημασία της συνάρτησης κόστους φαίνεται στο σχήμα 5.



Σχήμα 5. Ο υπολογισμός του κόστους καθώς ο αλγόριθμος μεταβαίνει από το p_i στο p_{i+1} .

Συνδυάζοντας και προσθέτοντας του τρεις παραπάνω όρους καταλήγουμε στην εξής έκφραση:

$$d_i = (\cos \theta_1 + 1) + (1 - |\cos \theta_2|) + (|\cos \theta_3| + 1) \quad (11)$$

Για τον υπολογισμό του συγκεκριμένου κόστους χρησιμοποιούμε τους κόμβους-pixels που έχουν υψηλή γραμμικότητα διάχυσης (cl - εξίσωση 6α). Στην περίπτωση όπου έχουμε χαμηλό cl χρησιμοποιούμε την ευκλείδεια απόσταση ως το βάρος μετάβασης από ένα κόμβο στον επόμενο. Έτσι το τελικό κόστος μετάβασης d_{i+1} από το p_i στο p_{i+1} ορίζεται ως ο σταθμισμένος μέσος όρος της εξίσωσης (13) και της ευκλείδειας απόστασης $\|p_{i+1}-p_i\|$ ως εξής:

$$d_{i+1} = ((\cos \theta_1 + 1) + (1 - |\cos \theta_2|) + (|\cos \theta_3| + 1)) \cdot cl_i + \|p_{i+1} - p_i\| \cdot (1 - cl_i) \quad (12)$$

Από την εξισώσεις 11 και 12 συμπεραίνουμε πως όταν υπάρχει υψηλή διάχυση (cl) ευνοείται όρος d_i ενώ στην αντίθετη περίπτωση (d_{i+1}) ο αλγόριθμος μας ευνοεί την ευκλείδεια μετατόπιση.

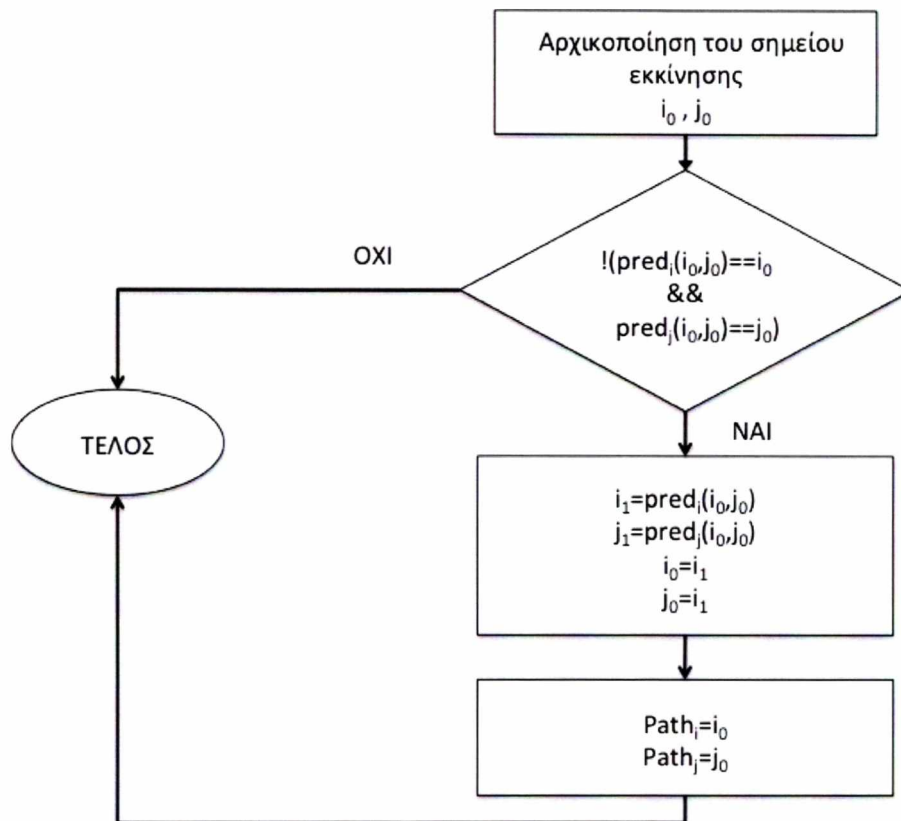
3.4 Αλγόριθμος οπισθοδρόμησης (backtracking)

Η λειτουργία του αλγόριθμου οπισθοδρόμησης είναι βασική αφού είναι εκείνο το κομμάτι του κώδικα το οποίο μας δίνει το τελικό αποτέλεσμα της τροχιάς-μονοπάτι χρησιμοποιώντας τα δεδομένα που εξήγαγε ο αλγόριθμος του Dijkstra.

Ως είσοδο ο αλγόριθμος δέχεται τα παρακάτω στοιχεία

- τους πίνακες προηγούμενου κόμβου (predecessor) έστω **pred_i**, **pred_j** για τις 2 διαστάσεις και **pred_i**, **pred_j**, **pred_z** στις 3 διαστάσεις,
- τον πίνακα αποστάσεων έτσι όπως το υπολόγισε και τα ανέθεσε σε κάθε κόμβο ο αλγόριθμος του Dijkstra.
- τις συντεταγμένες του σημείου (i,j) στην περίπτωση 2D, διαστάσεις (i,j,z) στη περίπτωση 3D από το οποίο έχει ζητήσει ο χρήστης την εύρεση του ελάχιστου μονοπατιού.

Ο αλγόριθμος ξεκινάει την εκτέλεση του από το τελικό σημείο το οποίο έδωσε ο χρήστης και στην πρώτη του επανάληψη ελέγχει εάν οι τελικές συντεταγμένες (i,j) είναι όμοιες με τις τιμές που περιέχουν οι πίνακες αποθήκευσης προηγούμενου κόμβου (p_i, p_j) . Εάν αυτό δεν ισχύει τότε ο αλγόριθμος αποθηκεύει στο πίνακα διαδρομής (έστω path) τις συντεταγμένες (i,j) και αναθέτει τα περιεχόμενα των πινάκων **pred_i**, **pred_j**, στα (i,j) . Σε επόμενη επανάληψη θα ελέγξει τα στοιχεία των **pred_i**(i,j), **pred_j**(i,j) αν είναι όμοια με τις νέες πλέον τιμές των (i,j) . Αυτή η ομοιότητα θα προκύψει μόνο όταν ο αλγόριθμος θα φτάσει να ελέγξει το αρχικό στοιχείο, από όπου ξεκίνησε την εκτέλεση του ο αλγόριθμος του Dijkstra, το οποίο είναι το μόνο στοιχείο στο οποίο οι πίνακες προηγούμενου κόμβου δεν δείχνουν κάπου αλλού αλλά στον ευατό του. Το τελικό μονοπάτι-τροχιά θα προκύψει εάν ακολουθήσουμε όλες τις συντεταγμένες που αποθηκεύτηκαν στον πίνακα διαδρομών (**path**). Σχηματικά ο αλγόριθμος backtracking περιγράφεται στο σχήμα 6.



Σχήμα 6. Διάγραμμα ροής αλγόριθμου οπισθοδρόμησης (backtraking).

3.5 Ο προτεινόμενος αλγόριθμος χαρτογράφησης στις 3 διαστάσεις (3D)

Ο αλγόριθμος Dijkstra με το προτεινόμενο κόστος δοκιμάστηκε και σε τρισδιάστατα δεδομένα, παρόλαυτα υπήρξαν κάποιες τροποποιήσεις στην συνάρτηση κόστους προκειμένου να αντιλαμβάνεται πιο σωστά την αλλαγή μεταξύ των διάφορων τομών της εικόνας.

Αρχικά έπρεπε να ληφθεί υπόψη το πάχος των τομών της εικόνας καθώς επίσης και η απόσταση μεταξύ τους έτσι όπως προκύπτουν από την διαδικασία μαγνητικού συντονισμού και η προσαρμογή στο τελικό κόστος. Έτσι μια από τις αρχικές αλλαγές που πραγματοποιήθηκαν ήταν η εξής:

$$(\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i) \cdot (dx, dy, dz) \quad (13)$$

όπου \mathbf{p}_{i+1} και \mathbf{p}_i τα διανύσματα θέσης του κάθε voxel και το διάνυσμα (dx, dy, dz) ο παράγοντας στάθμισης της διαφοράς $(\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i)$, όπου dz το πάχος και το κενό μεταξύ 2 τομών του συνόλου δεδομένων.

Στον τελικό υπολογισμό του κόστους προστέθηκε μια επιπλέον γωνία θ_4 , η οποία είναι η γωνία μεταξύ της διαφοράς των διανυσμάτων θέσης ($\mathbf{p}_{i+1}-\mathbf{p}_i$) με το \mathbf{V}_3 και ορίζεται ως εξής:

$$F_4 = (|\cos \theta_4|) \quad (14)$$

όπου \mathbf{V}_3 είναι το μικρότερο ιδιοδιάνυσμα του παρόντος κόμβου. Τα ιδιοδιανύσματα $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3$ είναι ορθοκανονικά. Συνεπώς τα $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$ τα οποία είναι τα 2 μεγαλύτερα ιδιοδιανύσματα ορίζουν ένα επίπεδο πάνω στο οποίο συμβαίνει το μεγαλύτερο μέρος της διάχυσης για την περίπτωση της επίπεδης διάχυσης (*cp* 6β). Η διαφορά των ($\mathbf{p}_{i+1}-\mathbf{p}_i$) μας δίνει την πληροφορία προς ποιά κατεύθυνση θα κινηθούμε η οποία στην περίπτωση της επίπεδης διάχυσης θα έπρεπε να ταυτίζεται με το επίπεδο που ορίζουν τα $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$. Συνεπώς καθώς ελαχιστοποιείται ο όρος F_4 ευννοείται η μετατόπιση προς το επόμενο voxel η οποία σχηματίζει μικρή γωνία με το προτιμητέο επίπεδο, έχουμε άνοδο (η κάθοδο) του επιπέδου που ορίζουν τα $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$.

Έτσι λαμβάνοντας υπόψη και την γωνία θ_4 πλέον τροποποιήσαμε τον τελικό υπολογισμό της συνάρτησης κόστους ως εξής:

$$d_{i+1} = ((\cos \theta_1 + 1) + (1 - |\cos \theta_2|) + (|\cos \theta_3| + 1)) \cdot cl_i + \\ \|\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i\| \cdot cs_i + \\ (|\cos \theta_4|) \cdot cp_i \quad (15)$$

όπου cl_i , cs_i και cp_i είναι οι συντελεστές γραμμικής διάχυσης όπως ορίστηκε στην (6α), ισοτροπικής διάχυσης (6γ) και επίπεδης διάχυσης (6β) αντίστοιχα. Από την εξίσωση αυτή προκύπτει ότι το τελικό αποτέλεσμα είναι προσαρμόσιμο στις συνθήκες διάχυσης που συμβαίνουν. Πιο αναλυτικά εάν υπάρχει υψηλή κατευθυντικότητα συνεπώς υψηλό cl (ανισότροπη διάχυση 6α) τότε ευννοείται ο όρος: $((\cos \theta_1 + 1) + (1 - |\cos \theta_2|) + (|\cos \theta_3| + 1))$. Αν δεν υπάρχει προτιμητέα διεύθυνση (*cs*-ισοτροπική διάχυση 6γ) τότε ευννοείται ο όρος $\|\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i\|$, ενώ για την περίπτωση της διάχυσης που εξελίσσεται πάνω σε ένα επίπεδο (*cp* 6β) υπερισχύει ο όρος $(|\cos \theta_4|)$.

3.6 Έλεγχος αποδοτικότητας του προτεινόμενου αλγορίθμου.

Προκειμένου να ποσοτικοποιήσουμε και να μετρήσουμε την ακρίβεια του αλγορίθμου χρησιμοποιήσαμε συνθετικά αλλά και πραγματικά δεδομένα. Τα πραγματικά δεδομένα παρήχθησαν με τον παρακάτω τρόπο. Αρχικά κατασκευάσαμε ένα δισδιάστατο πεδίο τιμών D :

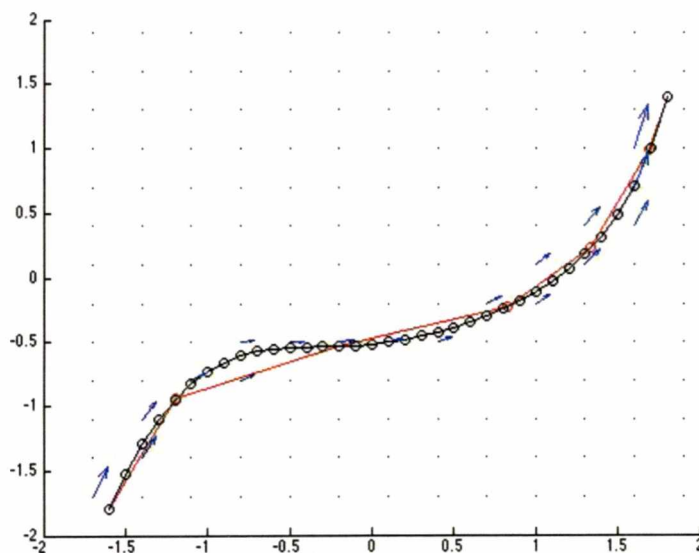
$$D = [-2, 2] \times [-2, 2] \in \mathcal{R}^2$$

Το πεδίο τιμών D διακριτοποιήθηκε ώστε να περιέχει τιμές σε κάθε pixel διαστάσεων $(\delta x, \delta y)$. Θα καλούμε από εδώ και πέρα το διακριτοποιημένο πεδίο D ως Δ_{ij} , και έτσι εάν θέλαμε να βρούμε το κέντρο του θα χρειαζόμασταν τις παρακάτω συντεταγμένες:

$$\left(-2 + j + \frac{\delta x}{2}, -2 + i + \delta y/2\right)$$

Στην συνέχεια κατασκευάσαμε μια συνεχόμενη καμπύλη $c(t) = (x(t), y(t))$ η οποία αναπαριστά την διαδρομή που θα πρέπει να ανακαλύψει ο αλγόριθμος μας μέσα στο Δ_{ij} . Η καμπύλη κατασκευάστηκε εφαρμόζοντας την συνάρτηση παρεμβολής splines πάνω από σημεία τα οποία ορίσαμε αυθαίρετα. Όπως προαναφέρθηκε ο προτεινόμενος αλγόριθμος χαρτογράφησης στις 2 διαστάσεις, χρησιμοποιεί το κύριο ιδιοδιάνυσμα σε κάθε pixel-κόμβο καθώς επίσης και τον συντελεστή γραμμικής διάχυσης όπως ορίστηκε στην (6α). Ορίζουμε το $\mathbf{V}_1(\mathbf{i}, \mathbf{j}) = (v_x(\mathbf{i}, \mathbf{j}), v_y(\mathbf{i}, \mathbf{j}))$ ως το κύριο ιδιοδιάνυσμα της καμπύλης $c(t)$ στο pixel (i, j) του Δ .

Για την παραγωγή των κύριων ιδιοδιανυσμάτων και στα συνθετικά δεδομένα ακολουθήσαμε την παρακάτω διαδικασία. Η συνεχής καμπύλη $c(t)$ διακριτοποιήθηκε κατά ένα μικρό βήμα δt (θα αναφερόμαστε σε αυτή ως $c[t]$). Το κύριο ιδιοδιάνυσμα για κάθε pixel-κόμβο $v_1(i, j)$ αρχικοποιήθηκε στο $(0, 0)$ για κάθε (i, j) μέσα στο πεδίο Δ . Έπειτα για κάθε σημείο της $c[t]$, βρέθηκε το κοντινότερο pixel (i, j) του Δ και σε αυτά τα σημεία ορίστηκαν ως τα κύρια ιδιοδιανύσματα τα εφαπτόμενα διανύσματα της καμπύλης $c[t]$.



Σχήμα 7. Διακριτοποίηση της καμπύλης και εύρεση των κοντινότερων διανυσμάτων σε αυτή.

$$\begin{aligned}
v(i, j) &= (v_x(i, j), v_y(i, j)) = \frac{\dot{c}[t]}{\|\dot{c}[t]\|} \\
&= (\dot{x}[t], \dot{y}[t]) / \|(\dot{x}[t], \dot{y}[t])\| \quad (16)
\end{aligned}$$

Η παράγωγος μιας διακριτής ακολουθίας μπορεί να υπολογιστεί σύμφωνα με την σχέση:

$$\dot{c}[t] = \frac{c[t+dt] - c[t]}{dt} \quad (17)$$

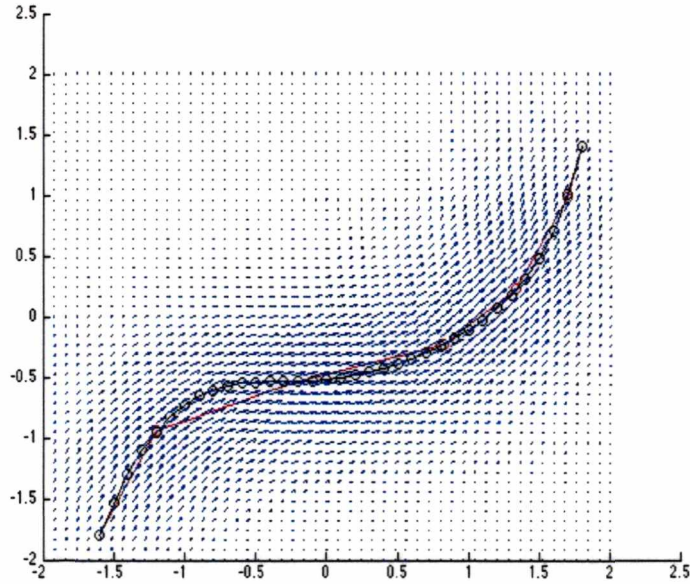
Ο υπολογισμός των διανυσμάτων σε μια συνθετική καμπύλη φαίνεται στο σχήμα 7. Στην συνέχεια χρησιμοποιήσαμε έναν αλγόριθμο (imprinting) [18] προκειμένου να εφαρμόσουμε ισοτροπική διάχυση των ιδιοδιανυσμάτων της καμπύλης σε όλο το πεδίο Δ . Για να το πετύχουμε αυτό χρησιμοποιήσαμε μια μάσκα \mathbf{M} 3x3, πραγματοποιώντας συνέλιξη με όλα τα στοιχεία του Δ .

$$\begin{aligned}
&for\ k = 1\ to\ K\ \{ \\
&\quad v_x = v_x * \mathbf{M}; \\
&\quad v_y = v_y * \mathbf{M}; \\
&\}
\end{aligned}$$

όπου \mathbf{M} ορίζεται ως:

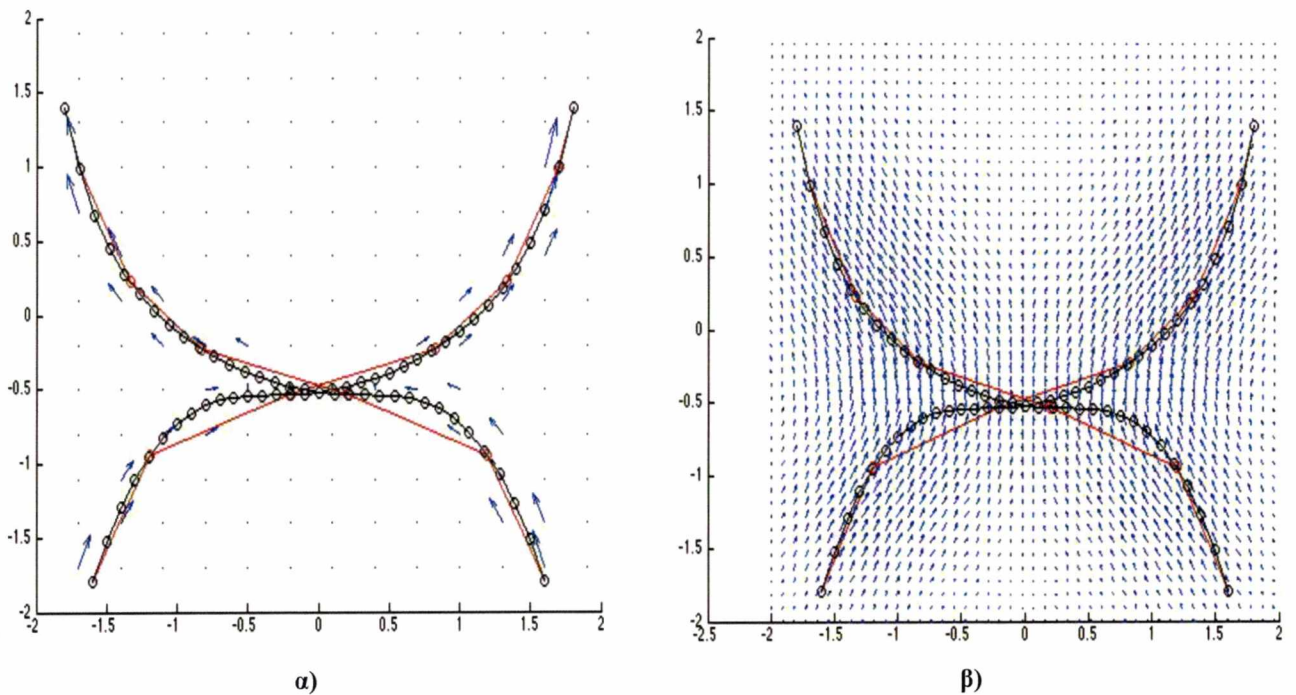
$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} c & c & c \\ c & 0 & c \\ c & c & c \end{pmatrix}, \quad c=1/8$$

Η εφαρμογή του αλγορίθμου για τον υπολογισμό των κύριων διανυσμάτων σε κάθε σημείο του πεδίου Δ φαίνεται στο σχήμα 8 όπου διακρίνεται η διαδρομή (track) που θα πρέπει να ακολουθήσει ο αλγόριθμος μας. Διακρίνονται επίσης και το σύνολο των διανυσμάτων που προέκυψαν μετά την συνέλιξη κάθε στοιχείου του Δ με την μάσκα \mathbf{M} . Τα διανύσματα του σχήματος θεωρήθηκαν ως τα κύρια ιδιοδιανύσματα στα πειράματά μας με τα συνθετικά δεδομένα. Το μήκος των διανυσμάτων χρησιμοποιήθηκε για να προσομοιώσει την γραμμική διάχυση του παράγοντα cl (6α) όπως θα γινόταν σε πραγματικά δεδομένα.



Σχῆμα 8. Εφαρμογή του αλγορίθμου inpainting σε κάθε pixel-κόμβο του πεδίου Δ .

Πολλά τεχνητά μονοπάτια μπορούν να κατασκευαστούν και το τελικό πεδίο των διανυσμάτων (που θα προσομοιώνει τον παράγοντα γραμμικής διάχυσης cI) μπορεί να προκύψει από την πρόσθεση των επιμέρους διανυσμάτων. Η εικόνα στο σχήμα 9 χρησιμοποιήθηκε επίσης για να δοκιμάσει την ακρίβεια του προτεινόμενου αλγορίθμου.



Σχῆμα 9. α) Οι 2 καμπύλες πριν την εφαρμογή της διάχυσης (αλγόριθμος inpainting). β) Το πεδίο Δ όπως διαμορφώθηκε μετά την εφαρμογή της διάχυσης.

Τεχνητά συνθετικά δεδομένα μπορούν να παραχθούν με την παραπάνω διαδικασία ακόμα και στις 3 διαστάσεις. Πραγματοποιήσαμε τα πειράματα χρησιμοποιώντας 1 και 2 τεχνητά μονοπάτια αλλά και διαφορετικό αριθμό ρίξει-κόμβων του πεδίου Δ . Παρόμοια πειράματα πραγματοποιήσαμε και στις 3 διαστάσεις μεταβάλλοντας κάθε φορά και τον αριθμό των voxel του πεδίου Δ . Για τον έλεγχο της αποδοτικότητας του αλγορίθμου στις 3 διαστάσεις χρησιμοποιήθηκαν συνθετικά δεδομένα χαμηλής ανάλυσης (64x64x32) καθώς επίσης και σε πραγματικά δεδομένα ανάλυσης 256x256x32. Τα πραγματικά σύνολα δεδομένων παρείχθησαν από το τμήμα ιατρικής του πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

4. Αποτελέσματα

Για τον υπολογισμό της απόκλισης της τροχιάς-μονοπάτι όπως καθορίστηκε από τον προτεινόμενο αλγόριθμο πραγματοποιήθηκε η παρακάτω ποσοτικοποίηση. Χρησιμοποιήθηκε ένας δυαδικός πίνακας \mathbf{B} , ίσου μεγέθους με αυτό του πεδίου Δ , και αρχικοποιήθηκαν όλα του τα στοιχεία στο 0. Στην συνέχεια αρχικοποιήθηκαν με την τιμή 1 όλα τα στοιχεία του \mathbf{B} από τα οποία περνούσε η διακριτοποιημένη καμπύλη $c[t]$. Έπειτα εφαρμόσαμε τον ευκλείδειο μετασχηματισμό απόστασης [23], κατά τον οποίο υπολογίζουμε για κάθε κόμβο (pixel-voxel) του πίνακα \mathbf{B} την απόσταση του από τον κοντινότερο μη μηδενικό κόμβο. Το τελικό το σφάλμα θέσης υπολογίζεται ως η μέση τιμή των κόμβων αυτών που καθορίστηκαν από τον προτεινόμενο αλγόριθμο χαρτογράφησης επί το αποτέλεσμα του ευκλείδειου μετασχηματισμού απόστασης:

$$err = \frac{1}{L} \sum_n I(q(n)), I = DT(B(c[t])),$$

όπου $q(n)$, $n=1,2...L$ είναι κόμβοι της εικόνας έτσι όπως καθορίστηκαν από τον αλγόριθμο χαρτογράφησης, DT ο ευκλείδειος μετασχηματισμός απόστασης και L ο συνολικός αριθμός των κόμβων της εικόνας (pixel-2D, voxel-3D).

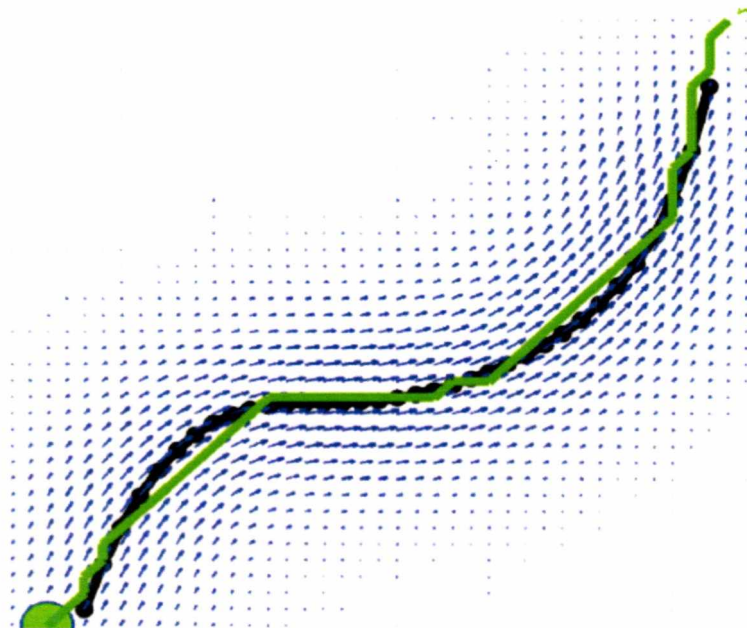
4.1 Αποτελέσματα συνθετικών δεδομένων

Ο πίνακας 1 απεικονίζει το μέσο σφάλμα θέσης που πέτυχε ο προτεινόμενος αλγόριθμος σε διάφορα πειράματα κάνοντας χρήση συνθετικών δεδομένων στις 2 και στις 3 διαστάσεις. Για την περίπτωση στην οποία υπήρχαν παραπάνω από ένα συνθετικά μονοπάτια χρησιμοποιούνται τα εξής σύμβολα: U (πάνω), D (κάτω), R (δεξιά), L (αριστερά). Για παράδειγμα το σύμβολο UL→DR υποδεικνύει μια τροχιά η οποία ξεκίνησε από πάνω αριστερά και κατέληξε κάτω δεξιά.

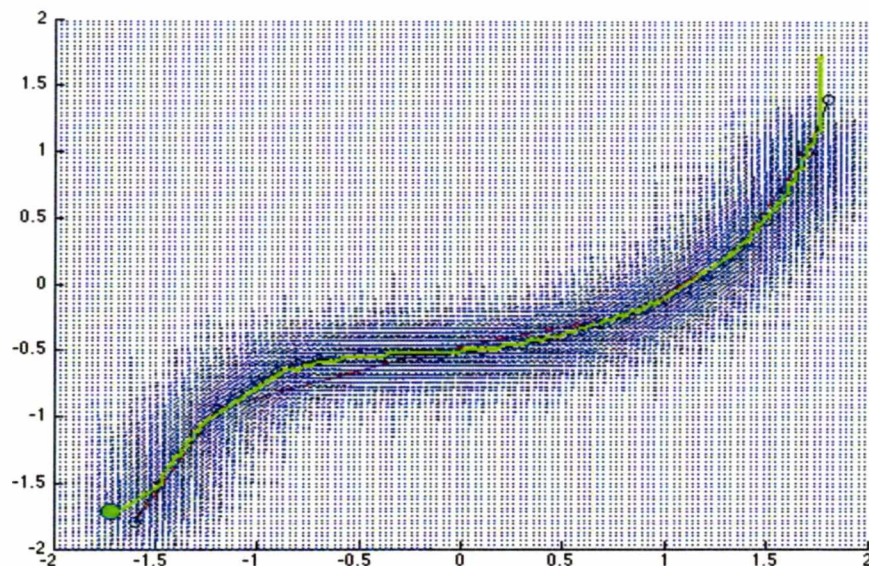
Experiment	Domain pixilation	Fibers	Average positional error (pixels)
Synthetic 2D, 1 track	32x32	1	0.15
	41x41	1	0.22
	64x64	1	0.4
	128x128	1	0.42
Synthetic 2D, 2 tracks	32x32	UL→DR	0.25
	41x41	UL→DR	0.32
	128x128	UL→DR	0.38
	32x32	DL→UR	0.38
	64x64	DL→UR	0.79
	128x128	DL→UR	0.49
Synthetic 3D, 1 track	16x16x16	1	2.25
	32x32x32	1	2.15

Πίνακας 1. Μέσο σφάλμα θέσης σε pixels-2D (voxels-3D) του προτεινόμενου αλγορίθμου σε διαφορετικά πειράματα.

Το μονοπάτι που βρέθηκε στις 2 διαστάσεις για την περίπτωση όπου η επιθυμητή τροχιά ήταν μόνο μια, φαίνεται στο σχήμα 10 σε 2 διαφορετικές διαστάσεις του πεδίου Δ : 32x32 (α), 128x128 (β).



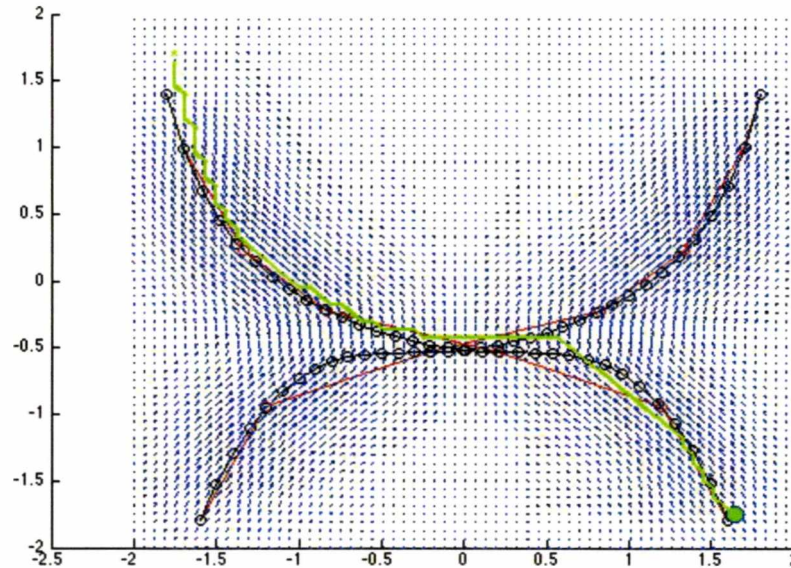
α)



β)

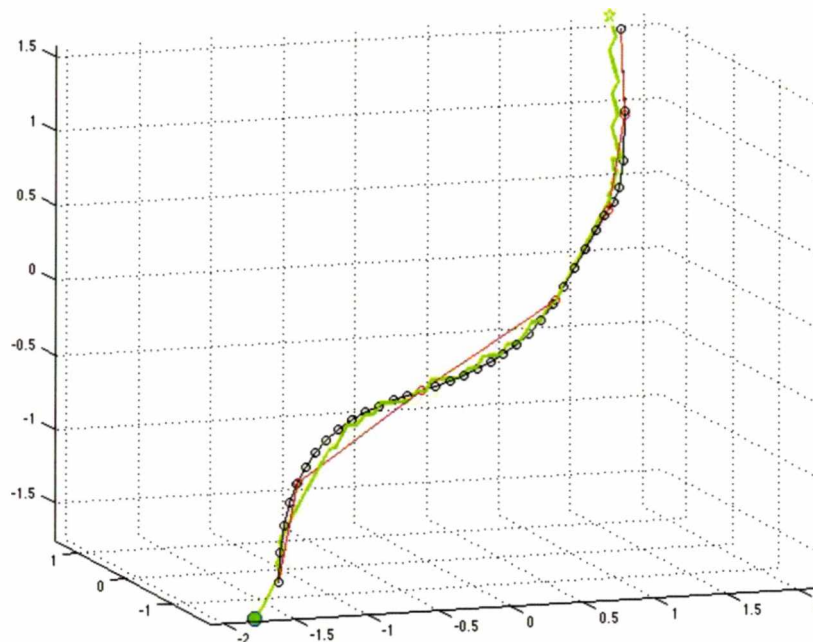
Σχήμα 10. Το αποτέλεσμα του αλγορίθμου χαρτογράφησης σε συνθετικά δεδομένα διάστασης α) 32x32 και β) 64x64. Χρησιμοποιήθηκε μόνο 1 τροχιά (με πράσινο χρώμα). Με μαύρο χρώμα φαίνεται η διακριτοποιημένη καμπύλη που κατασκευάσαμε η οποία είναι γνωστή εκ των προτέρων. Με πράσινο κύκλο απεικονίζεται το σημείο εκκίνησης και με αστέρι ο προορισμός.

Στο σχήμα 11 φαίνεται το αποτέλεσμα του προτεινόμενου αλγορίθμου σε συνθετικά δεδομένα στις 2 διαστάσεις αλλά αυτή την φορά χρησιμοποιώντας 2 τροχιές, διάστασης 64x64 του διακριτοποιημένου πεδίου Δ .



Σχήμα 11. Το αποτέλεσμα του προτεινόμενου αλγορίθμου στις 2 διαστάσεις με την χρήση 2 τροχιών. Με πράσινο κύκλο απεικονίζεται το σημείο εκκίνησης και με το αστέρι ο προορισμός.

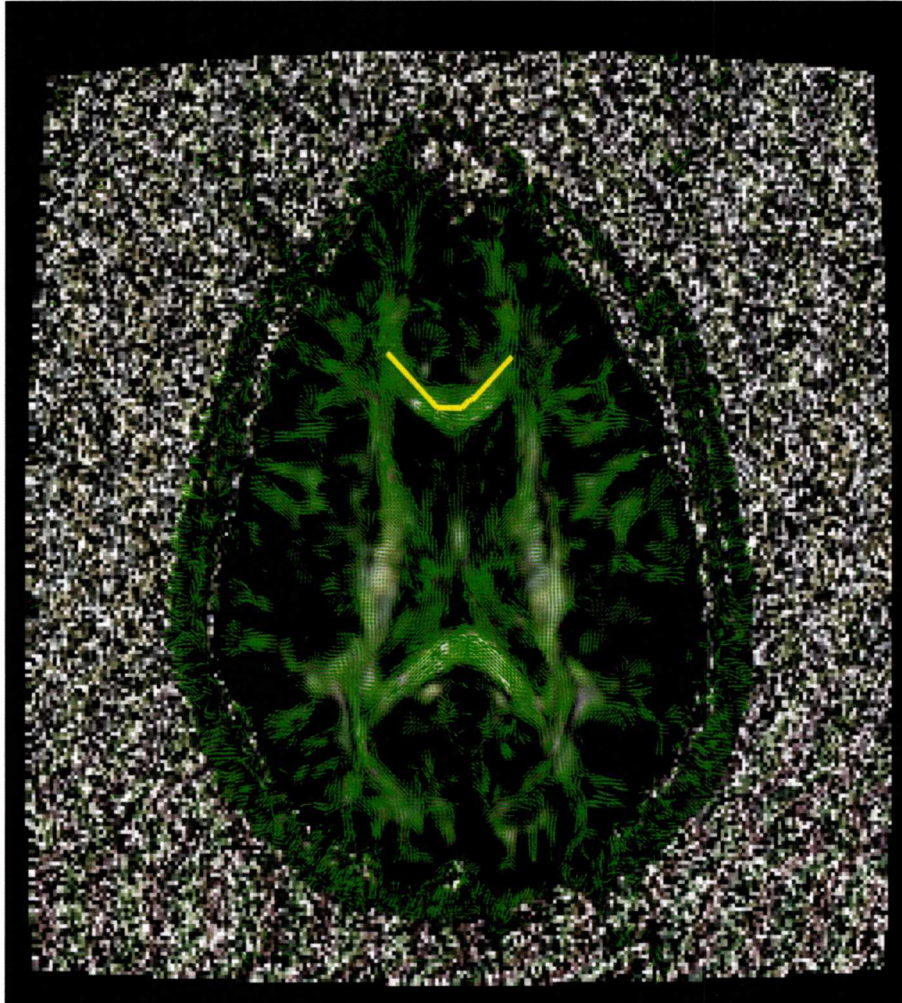
Στο σχήμα 12 απεικονίζεται το αποτέλεσμα του αλγορίθμου στα συνθετικά δεδομένα στις 3 διαστάσεις. Η ακρίβεια του αλγορίθμου μπορεί να εξεταστεί και οπτικά παρόλαυτα έχει ποσοτικοποιηθεί και στις 3 διαστάσεις στον πίνακα 1.



Σχήμα 12. Το αποτέλεσμα του προτεινόμενου αλγορίθμου εφαρμοσμένο σε συνθετικά δεδομένα διαστάσεων 32x32x32. Ο πράσινος κύκλος απεικονίζει το σημείο εκκίνησης ενώ το αστέρι το σημείο τερματισμού.

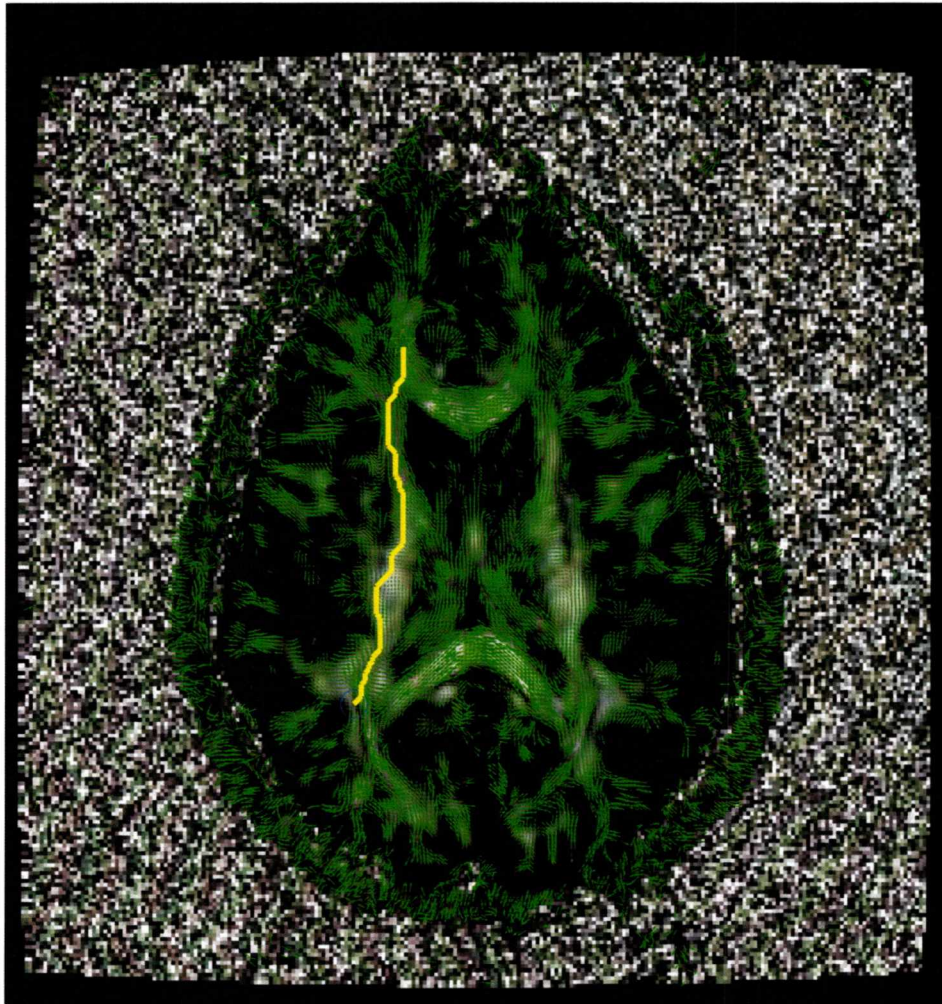
4.2 Αποτελέσματα πραγματικών δεδομένων

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος εκτός των συνθετικών δεδομένων δοκιμάστηκε επίσης και σε κλινικά δεδομένα (MRI-DTI). Το τελικό αποτέλεσμα του αλγορίθμου στις 2 διαστάσεις για μια πολύ γνωστή τροχιά νευρικών ινών και φαίνεται στο σχήμα 13. Η περιοχή εκκίνησης και τερματισμού του αλγορίθμου επιλέχθηκε να είναι 2 σημεία εκατέρωθεν του εγκεφάλου στο ύψος του μεσολόβιου. Τα 2 αυτά σημεία επιλέχθηκαν διότι το μεσολόβιο είναι το μόνο σημείο στο οποίο ενώνονται τα 2 ημισφαίρια του εγκεφάλου (αριστερό-δεξιό). Οι κόμβοι εκκίνησης και τερματισμού επισημαίνονται με κύκλο και αστέρι αντίστοιχα. Στην εικόνα διακρίνονται επίσης τα κύρια ιδιοδιανύσματα των κόμβων αυτών που έχουν υψηλή γραμμική διάχυση cl (6α).



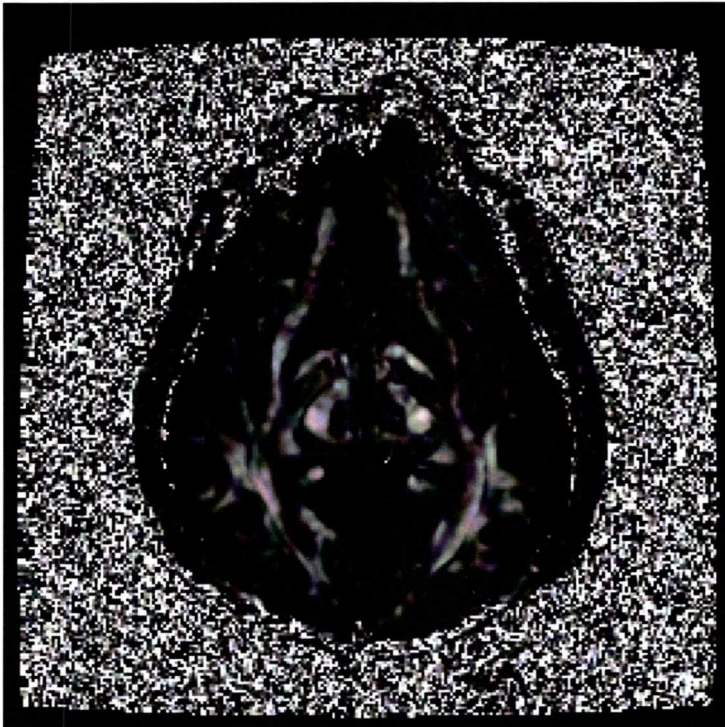
Σχήμα 13. Εφαρμογή του αλγορίθμου χαρτογράφησης σε πραγματικά δεδομένα στην περιοχή του μεσολόβιου όπου είναι γνωστή η ύπαρξη εκτεταταμένων νευρικών οδών που ενώνουν τα 2 ημισφαίρια του εγκεφάλου.

Στο σχήμα 14 απεικονίζεται το αποτέλεσμα μιας ακόμη εφαρμογής του αλγορίθμου σε πραγματικά δεδομένα 2 διαστάσεων. Η τροχιά επιλέχθηκε να είναι αυτή την φορά κατά μήκος του αριστερού ημισφαιρίου.

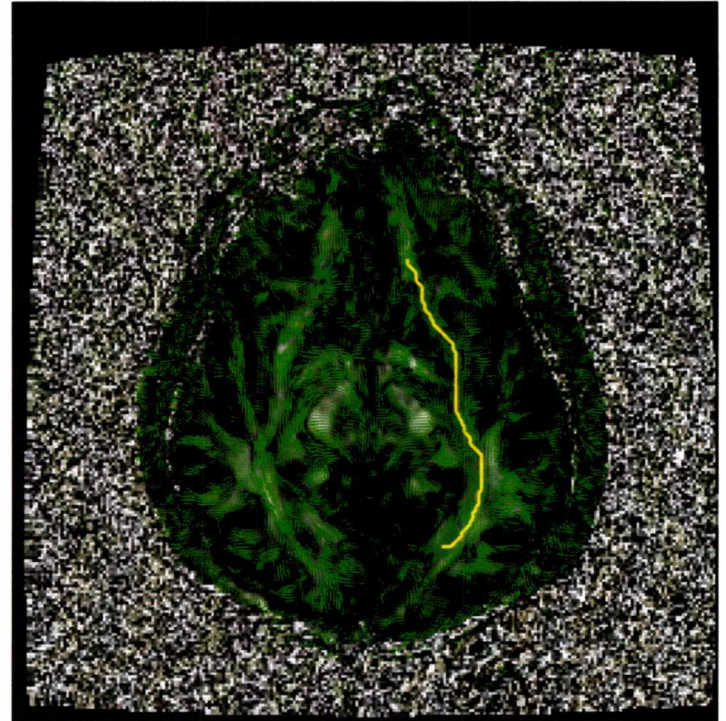


Σχήμα 14. Εφαρμογή του αλγορίθμου Dijkstra κατά μήκος του αριστερού ημισφαιρίου. Το σημείο εκκίνησης και τερματισμού επισημαίνεται με κύκλο και αστέρι αντίστοιχα.

Στο σχήμα 15(α) απεικονίζεται μια τομή του εγκεφάλου όπου τα λευκά σημεία είναι ενδεικτικά υψηλής διάχυσης. Στο σχήμα 15(β) μετά την εφαρμογή του προτεινόμενου αλγορίθμου παρατηρούμε ότι η τροχιά που εξάγεται περνάει πάνω από τα σημεία μέγιστης διάχυσης.



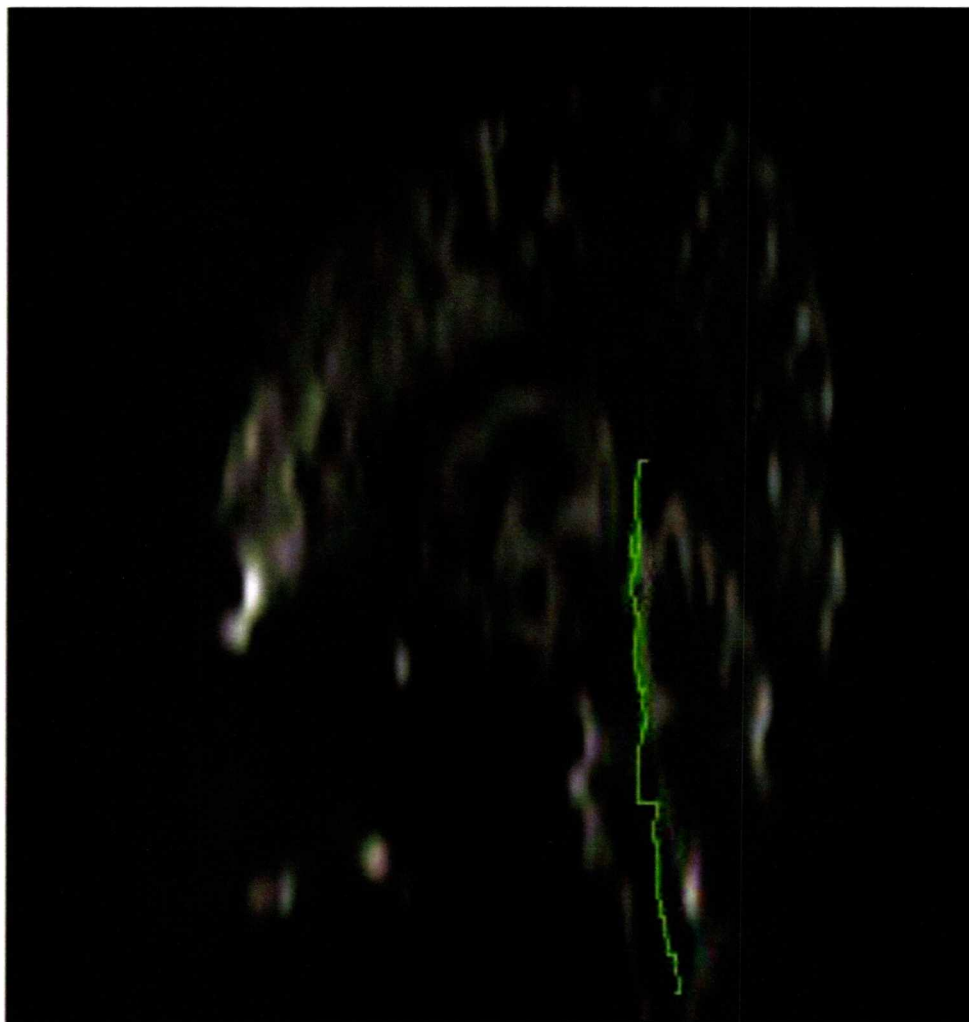
α)



β)

Σχήμα 15. α) Η συγκεκριμένη τομή απεικονίζει τα pixels με μέγιστη διάχυση (cl). Με λευκό και με μαύρο φαίνονται τα pixels στα οποία υπάρχει υψηλή και χαμηλή κατευθυντικότητα αντίστοιχα. β) Το αποτέλεσμα του προτεινόμενου αλγορίθμου στην συγκεκριμένη τομή.

Ακόμα πραγματοποιήσαμε δοκιμές του προτεινόμενου αλγορίθμου σε κλινικά δεδομένα τριών διαστάσεων ελέγχοντας και πάλι πολύ γνωστές νευρικές οδούς. Στο σχήμα 16 απεικονίζεται μια οβελιαία τομή στο μέσο του εγκεφάλου. Η συγκεκριμένη τροχιά (με πράσινο) επιλέχθηκε να γίνει από το κάτω μέρος του προμήκη έως την περιοχή του μέσου εγκεφάλου όπου είναι γνωστή η ανοδική πορεία πολλών νευρικών οδών.



Σχήμα 15. Οβελιαία τομή του εγκεφάλου. Η απεικονιζόμενη τροχιά εκτείνεται από το κάτω μέρος του προμήκη έως την περιοχή του μέσου εγκεφάλου. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος για την εξαγωγή αυτών των αποτελεσμάτων εκτελέστηκε σε 15 τομές του συνόλου δεδομένων.

5. Συμπεράσματα και Μελλοντική εργασία

Στην εργασία αυτή μοντελοποιήσαμε και τροποποιήσαμε κατάλληλα τον αλγόριθμο του Dijkstra ώστε να είναι δυνατόν να εκτελεστεί σε εικόνες 2 και 3 διαστάσεων. Στην συνέχεια προτείναμε ένα νέο κόστος μετάβασης στους γειτονικούς κόμβους επιτρέποντας να ανταποκρίνεται το ίδιο καλά τόσο σε αραιά συνθετικά δεδομένα (low resolution data) όσο και σε πραγματικά δεδομένα. Ένα από τα κύρια προβλήματα των αλγορίθμων χαρτογράφησης είναι η αδυναμία απεικόνισης των νευρικών οδών στα σημεία όπου υπάρχουν διασταυρώσεις. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος αντιμετωπίζει αυτό το πρόβλημα και καταφέρνει να εξάγει τα επιθυμητά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες σταθμίσεις (c_l , c_p , c_s) όπως φαίνεται από τις ως τώρα πειραματικές εκτιμήσεις.

Αντικείμενο μελλοντικής εργασίας αποτελούν συνοπτικά τα παρακάτω:

- Χρήση ταχύτερης γλώσσας προγραμματισμού ώστε να μειωθεί ο χρόνος εκτέλεσης του στο λιγότερο δυνατό.
- Εφαρμογή του προτεινόμενου αλγορίθμου σε πραγματικά σύνολα δεδομένων με μεγαλύτερη ανάλυση και περισσότερα διανύσματα κλίσης.
- Επιπλέον επέκταση της υφιστάμενης συνάρτησης κόστους στην οποία η γειτονιά των pixel θα είναι στοιχείο προσαρμόσιμο από τον χρήστη.
- Εφαρμογή επιπλέον αλγορίθμων στα σύνολα δεδομένων, όπως ο αλγόριθμος Bellman ford ο οποίος έχει την δυνατότητα χειρισμού αρνητικών βαρών.

6. Αναφορές

1. Le Bihan, D., Mangin, J. F., Poupon, C., Clark, C. A., Pappata, S., Molko, N., & Chabriat, H. (2001). Diffusion tensor imaging: concepts and applications. *Journal of magnetic resonance imaging*, 13(4), 534-546.
2. Westin, C. F., Maier, S. E., Mamata, H., Nabavi, A., Jolesz, F. A., & Kikinis, R. (2002). Processing and visualization for diffusion tensor MRI. *Medical image analysis*, 6(2): 93-108
3. Tuch D S. (2004) Q-ball imaging. *Magn Res Med*, 52:1358-1372.
4. Descoteaux, M., & Deriche, R. (2015). From Local Q-Ball Estimation to Fibre Crossing Tractography. In *Handbook of Biomedical Imaging* (pp. 455-473). Springer US.
5. Descoteaux, M., Deriche, R., Le Bihan, D., Mangin, J. F., & Poupon, C. (2011). Multiple q-shell diffusion propagator imaging. *Medical image analysis*, 15(4), 603-621.
6. Wedeen V J, Reese T, Tuch D S, Weigel M, Dou J-G, et al. (2000) Mapping fiber orientation spectra in cerebral white matter with fourier-transform diffusion MRI. In *Proc Intl Soc Mag Reson Med*, 8.
7. Pasternak O, Assaf Y, Intratora N, and Sochen N. (2008). Variational multiple-tensor fitting of fiber-ambiguous diffusion-weighted magnetic resonance imaging voxels. *Magn Reson Med*, 26:1133-1144.
8. Toumier J D, Yeh C-H, Calamante F, Cho K-H, Connelly A, et al. (2008) Resolving crossing fibers using constrained spherical deconvolution: validation using diffusion weighted imaging phantom data. *Neuroimage*, 42:617-625.
9. Assaf Y. and Basser P. J. Composite hindered and restricted model of diffusion (CHARMED) MR imaging of the human brain. *Neuroimage*, 27:48(58), 2005
10. Zhang, F., Hancock, E.R., Goodlett, C., Gerig, G. (2009) Probabilistic white matter fiber tracking using particle filtering and von Mises-Fisher sampling. *MedIA* 13(1) :5-18
11. Behrens T E J, Johansen-Berg H, Jbabdi S, Rushworth M F S, and Woolrich M W, (2007), Probabilistic diffusion tractography with multiple fibre orientations, what can we gain? *Neuroimage*, 34(1):144-155.
12. A. Anwender, M. Tittgemeyer, D. Y. von Cramon, A. D. Fierici and T. R. Rnosche (2007) Connectivity-based parcellation of broca's area. *Cerebral Cortex*, 17(4):816-825.
13. D. Alexander. *An Introduction to Diffusion MRI: the Diffusion Tensor and Beyond*. Springer, 2006
14. Henry, R. G., Shieh, M., Amirbekian, B., Chung, S., Okuda, D. T., & Pelletier, D. (2009). Connecting white matter injury and thalamic atrophy in clinically isolated syndromes. *Journal of the neurological sciences*, 282(1), 61-66.
15. Zalesky, A. (2008). DT-MRI fiber tracking: a shortest paths approach. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 27(10), 1458- 1471

16. Schober, M., Kasenburg, N., Feragen, A., Hennig, P., & Hauberg, S. (2014). Probabilistic shortest path tractography in DTI using Gaussian Process ODE solvers. In *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention-MICCAI 2014* (pp. 265-272). Springer International Publishing.
17. Jeong, W. K., Fletcher, P. T., Tao, R., & Whitaker, R. T. (2007). Interactive visualization of volumetric white matter connectivity in DT-MRI using a parallel-hardware Hamilton-Jacobi solver. *Visualization and Computer Graphics, IEEE Transactions on*, 13(6):1480-1487.
18. Richard, M. M. O. B. B., & Chang, M. Y. S. (2001). Fast digital image inpainting. In *Appeared in the Proceedings of the International Conference on Visualization, Imaging and Image Processing (VHP 2001)*, Marbella, Spain, pp. 106-107.
19. Stejskal, E. O., & Tanner, J. E. (1965). Spin diffusion measurements: spin echoes in the presence of a time-dependent field gradient. *The journal of chemical physics*, 42(1), 288-292.
20. Basser, P.J., J. Mattiello and D. Le Bihan. 1994. MR diffusion tensor spectroscopy and imaging. *Biophys. J.* 66: 259^267.
21. Basser, P.J., J. Mattiello and D. LeBihan. 1994. Estimation of the effective self-diffusion tensor from the NMR spin echo. *J. Magn. Reson. B* 103: 247^254.
22. Tournier, J. D., Calamante, F., Gadian, D. G., & Connelly, A. (2004). Direct estimation of the fiber orientation density function from diffusion-weighted MRI data using spherical deconvolution. *NeuroImage*, 23(3), 1176-1185.
23. Borgefors, G. (1988). Hierarchical chamfer matching: A parametric edge matching algorithm. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 10(6), 849-865.

77-74B

2016

APQ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000130148