

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ, ΛΑΡΙΣΑ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ - ΜΒΑ»



**ΘΕΩΡΙΑ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ - ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΣΕ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΟ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΓΑΛΑΝΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ**

ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ:
ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ ΚΟΥΚΟΥΜΙΑΛΟΣ, ΕΥΣΤΑΘΙΟΣ ΒΕΛΙΣΣΑΡΙΟΥ

**ΛΑΡΙΣΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΟ ΕΤΟΣ 2020 - 2021**

Δηλώνω υπεύθυνα ότι η συγκεκριμένη μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία για τη λήψη του μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών του ΠΜΣ Πλήρους Φοίτησης του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας : «Θεωρία Ουρών Αναμονής - Μελέτη περίπτωσης σε Επαρχιακό Νοσοκομείο» έχει συγγραφεί από εμένα προσωπικά και δεν έχει υποβληθεί ούτε έχει εγκριθεί στο πλαίσιο κάποιου άλλου μεταπτυχιακού ή προπτυχιακού τίτλου σπουδών, στην Ελλάδα ή στο εξωτερικό. Η εργασία αυτή έχοντας εκπονηθεί από εμένα, αντιπροσωπεύει τις προσωπικές μου απόψεις επί του θέματος και το κείμενο είναι γραμμένο με τα δικά μου λόγια και δεν αποτελεί προϊόν λογοκλοπής από τρίτες πηγές. Οι πηγές στις οποίες ανέτρεξα για την εκπόνηση της συγκεκριμένης διπλωματικής αναφέρονται στο σύνολό τους, δίνοντας πλήρεις αναφορές στους συγγραφείς, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο».

Γαλάνης Κωνσταντίνος

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Διοίκησης Επιχειρήσεων (MBA) του Γενικού τμήματος Λάρισας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Σε αυτό το σημείο, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές του τμήματος για αυτό το ταξίδι γνώσεων που απλόχερα μου προσέφεραν. Ειδικότερα, να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Στυλιανό Κουκούμιαλο αναπληρωτή καθηγητή του τμήματος Διοίκησης Επιχειρήσεων, για τη στήριξή του και τις συμβουλές του, μα περισσότερο για τις παρουσιάσεις των μαθημάτων των ποσοτικών μεθόδων που μου κέντρισαν το ενδιαφέρον να ασχοληθώ με τον τομέα της Επιχειρησιακής Έρευνας στην εργασία.

Επιπλέον, ευχαριστώ θερμά το προσωπικό του «Κουτλιμπάνειου και Τριανταφύλλειου» Γενικού Νοσοκομείου Λάρισας και συγκεκριμένα τον κ. Νέστορα Αντωνίου που παρά τις έκτακτες καταστάσεις που αντιμετωπίζουν και τα ευαίσθητα δεδομένα τα οποία έπρεπε να παρέχουν, έδειξαν ιδιαίτερη προθυμία. Η βοήθεια τους στην περάτωση της παρούσας εργασίας ήταν πολύτιμη.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου Νίκο, Ευαγγελία και την αδερφή μου Ελένη, για την υλική και ψυχολογική υποστήριξη, τη σύντροφό μου Βάλια αλλά και όλους τους φίλους που μου δώσανε κουράγιο και δύναμη να προχωρήσω.

Γαλάνης Κωνσταντίνος

Λάρισα, Φεβρουάριος 2021

Πίνακας Περιεχομένων

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	iii
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ	vi
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ	vi
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	viii
ABSTRACT.....	ix
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	1
1.2 ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ.....	1
1.3 ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	2
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ.....	4
2.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΟΥΡΑΣ	4
2.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	5
2.3 ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ.....	6
2.3.1 Χαρακτηριστικά ουρών αναμονής.....	6
2.3.2 Σημειογραφία.....	9
2.3.4 Εκθετική κατανομή.....	11
2.3.5 Νόμος του Little.....	13
2.4 ΒΑΣΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ	14
2.4.1 Το μοντέλο M/M/1	14
2.4.2 Το μοντέλο M/M/s	15
2.4.3 Το μοντέλο M/M/1/k	16
2.4.4 Το μοντέλο M/G/1 (μη εκθετική κατανομή).....	17
2.5 ΚΟΣΤΗ ΑΝΑΜΟΝΗΣ – ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΣΗΣ, ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΚΟΣΤΗ	18
2.6 ΤΟ ΖΗΤΗΜΑ ΤΩΝ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΣΤΑ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΑ	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ	21
3.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	21

3.2	ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ	22
3.3	Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΣΤΟ MICROSOFT EXCEL	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ...		28
4.1	Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΕΠΕΙΓΟΝΤΩΝ ΠΕΡΙΣΤΑΤΙΚΩΝ ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΥ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΟΥ	29
4.1.1	Οι χρόνοι αναμονής για το έτος 2020	29
4.1.2	Οι χρόνοι αναμονής τα προηγούμενα έτη	33
4.2	Η ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΤΟΥ ΠΑΘΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ ΕΦΗΜΕΡΙΑΣ	36
4.2.1	Οι χρόνοι αναμονής στο τμήμα Παθολογίας το έτος 2020 ...	36
4.2.2	Οι χρόνοι αναμονής στο τμήμα Παθολογίας τα προηγούμενα έτη	38
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ		42
5.1	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	42
5.2	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ	43
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....		45
Ελληνική Βιβλιογραφία		45
Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία.....		45
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....		47

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1: Ανάλυση συμβόλων.....	10
Πίνακας 2: Χρόνοι αναμονής για το έτος 2020.....	43
Πίνακας 3: Χρόνοι αναμονής για τα έτη 2018 - 2019.....	46

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 2.1.1: Βασικά χαρακτηριστικά συστήματος ουρών αναμονής.....	4
Σχήμα 2.3.3.1: Πιθανότητες άφιξης n πελατών σε μια ώρα με $\lambda = 5/\text{ώρα}$	12
Σχήμα 2.3.4.1: Πιθανότητες ο χρόνος εξυπηρέτησης να ξεπεράσει τα t λεπτά ($t = 0, 1, 2, 3, \dots$) όταν $\mu = 4$	14
Σχήμα 3.3.1: Εισαγωγή δεδομένων στο Ms Excel.....	26
Σχήμα 3.3.2: Πίνακας υπολογισμών στο Ms Excel.....	26
Σχήμα 3.3.3: Υπολογισμός αποτελεσμάτων ανά εξυπηρετητή.....	28
Σχήμα 3.3.4: Παρουσίαση συνοπτικών αποτελεσμάτων στο Ms Excel.....	28
Σχήμα 3.3.5: Πιθανότητες για ακριβώς n άτομα στο σύστημα.....	30

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία ερευνά τη θεωρία των ουρών αναμονής στον τομέα της υγείας. Πρόκειται για μια μελέτη περίπτωσης του τμήματος επειγόντων περιστατικών στο «Κουτλιμπάνειο και Τριανταφύλλειο» Γενικό Νοσοκομείο Λάρισας. Συλλέχθηκαν και αναλύθηκαν δεδομένα που αφορούν τον ρυθμό επισκεψιμότητας των ασθενών, τον χρόνο εξυπηρέτησης και το πλήθος των εφημερευόντων ιατρών, τις περιόδους 2018-2020. Προβλέφθηκαν οι αναμενόμενοι χρόνοι αναμονής και παραμονής στο σύστημα. Εξετάστηκαν οι περιπτώσεις βελτίωσης του χρόνου αναμονής μέσω της προσθήκης επιπλέον ιατρικού προσωπικού και συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα των χρονικών διαστημάτων πριν και κατά τη διάρκεια της πανδημίας COVID-19. Βρέθηκε πως ο χρόνος αναμονής στο Τμήμα επειγόντων του Γενικού Νοσοκομείου Λάρισας ήταν αρκετά μειωμένος κατά τη διάρκεια της πανδημίας, χωρίς σημαντικές καθυστερήσεις στην εξυπηρέτηση. Αντίθετα, τα έτη 2018-2019 ο χρόνος αναμονής και εξυπηρέτησης, τόσο στα Επείγοντα περιστατικά όσο και στο Παθολογικό τμήμα είναι αρκετά αυξημένος, αν και πρόκειται για ένα επαρχιακό νοσοκομείο. Προτάθηκε πως η προσθήκη ενός γενικού ιατρού θα μείωνε σημαντικά τον χρόνο, λύνοντας σε σημαντικό βαθμό το ζήτημα των ουρών αναμονής.

Λέξεις-Κλειδιά: Θεωρία Ουρών αναμονής, συστήματα αναμονής, μονάδες υγείας, χρόνος αναμονής, χρόνος εξυπηρέτησης

ABSTRACT

The present dissertation researches the queueing theory as applies to the field of healthcare. It is about a case study of the ER emergency room department of the “Koutlimbanio & Triantafyllio” General Hospital of Larissa. Data which concern the frequency of the patients’ visit to the hospital, the time needed for customer service as well as the amount of doctors who were on duty for the periods of 2018-2020 were collected and analysed. The anticipated waiting and residence time in the system was predicted. The cases in which the improvement of the waiting time was possible through the addition of extra medical staff were investigated and the results of the time periods before and during the COVID-19 pandemic were compared. It was found that the waiting time at the ER department of the General hospital of Larissa was reduced at a considerable amount during the pandemic, without essential delays as far as service is concerned. On the contrary, the waiting and service time during the period 2018-2019 at the ER department as well as at the Pathological department is considerably increased even though this hospital is a provincial one. It was suggested that the addition of a general practitioner would reduce significantly the waiting time resolving substantially queueing issue.

Key-words: Queueing theory, queueing systems, healthcare, waiting time, customer service

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Σε παγκόσμιο επίπεδο η σύγχρονη κοινωνία βρίσκεται αντιμέτωπη με αρκετά γρήγορους ρυθμούς ζωής και απαιτήσεις. Μέσα στα κοινωνικά πλαίσια που κυριαρχούν, γίνεται φανερό πως συχνά ο άνθρωπος βρίσκεται μπροστά σε συνθήκες αναμονής προκειμένου να εξυπηρετήσει τις ανάγκες του. Η αναμονή και η καθυστέρηση σε καθημερινές κοινωνικές διαδικασίες αντικατοπτρίζεται σε κάθε έκφανση της κοινωνικής ζωής, από μια τράπεζα ή ένα μεταφορικό μέσο έως και ένα νοσοκομείο ή μια τηλεφωνική γραμμή.

Είναι εύκολα κατανοητό, πως στηριζόμενοι αρκετά συχνά στις υπηρεσίες άλλων, υφίσταται η ανάγκη αναμονής σε κάποια ουρά προκειμένου να ικανοποιηθεί κάποιο αίτημα. Η ουρά αυτή μπορεί να είναι εύκολα ορατή και κατανοητή (ουρά έξω από ιατρείο, αναμονή για πλύσιμο αυτοκινήτου κλπ) είτε πιο δυσδιάκριτη (αναμονή σε τηλεφωνικό κέντρο, ουρά πλοίων για προσέγγιση σε λιμάνι κλπ).

Το φαινόμενο αυτό της αναμονής, δημιουργείται εξαιτίας της μεγάλης ζήτησης για εξυπηρέτηση, σε αντιδιαστολή με την μικρότερη ικανότητα ενός συστήματος να ανταπεξέλθει σε αυτήν τη ζήτηση. Επομένως, η θεωρία των ουρών αναμονής στοχεύει στην εύρεση του σημείου ισορροπίας μεταξύ του κόστους εξυπηρέτησης και του κόστους αναμονής σε ουρές. Βασικό εργαλείο της θεωρίας, είναι οι μαθηματικές μέθοδοι της επιχειρησιακής έρευνας, η οποία συστηματικά έχει ασχοληθεί με προβλήματα ουρών αναμονής ως βασικό πεδίο ενδιαφέροντος.

1.2 ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Αντικειμενικός σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η παρουσίαση και η ανάλυση των αναμενόμενων χρόνων αναμονής στο χώρο των επειγόντων περιστατικών ενός επαρχιακού νοσοκομείου. Συγκεκριμένα, διερευνώνται τα επιμέρους στοιχεία και στόχοι:

- Ο υπολογισμός των αναμενόμενων μέσων χρόνων που κάποιος ασθενής θα περιμένει στην αίθουσα αναμονής προκειμένου να εισέλθει στο τμήμα εξυπηρέτησης.
- Η μέτρηση των συνολικών μέσων χρόνων που ο ασθενής θα βρίσκεται στους χώρους του νοσοκομείου.

- Ο υπολογισμός του μέσου χρόνου στα σημαντικότερα και με τη μεγαλύτερη επισκεψιμότητα τμήματα του νοσοκομείου και ειδικότερα στο τμήμα επειγόντων και στον παθολογικό τομέα.
- Η σύγκριση των μέσων χρόνων αναμονής εν καιρώ πανδημίας (Covid - 19) έναντι των χρόνων που προηγήθηκαν αυτής.
- Η καταγραφή του μέσου όρου ατόμων που θα βρίσκονται ανά πάσα στιγμή στο σύστημα εξυπηρέτησης των επειγόντων περιστατικών.
- Η μελέτη εναλλακτικών λύσεων και προτάσεων για τη μείωση των χρόνων αναμονής.
- Ο προσδιορισμός του κατώτατου ορίου εφημερευόντων ιατρών για τη μείωση τόσο του κόστους αναμονής όσο και του κόστους εξυπηρέτησης (σημείο ισορροπίας).

Τα νέα δεδομένα, με την έκρυθμη κατάσταση που επικρατεί στις δομές υγείας, επιβάλλουν τη διερεύνηση της επίδρασης της πανδημίας του COVID-19 στις ουρές αναμονής και στο χρόνο εξυπηρέτησης των ασθενών. Επιπρόσθετα, η έλλειψη παρόμοιων δεδομένων και πορισμάτων αναφορικά με δομές υγείας στον ελλαδικό χώρο, δημιουργεί τις βάσεις για τους στόχους και τις ερευνητικές υποθέσεις της παρούσας εργασίας.

Συμπερασματικά, είναι ευκόλως κατανοητό πως οι χρόνοι αναμονής κατά την περίοδο της πανδημίας είναι μικρότεροι από ότι σε προγενέστερες περιόδους, καθώς η επισκεψιμότητα στα επείγοντα του νοσοκομείου έχει λογικά μειωθεί, ειδικά όταν πρόκειται για λόγους πρόληψης. Συνεπώς, αναμένεται μια μείωση του χρόνου αναμονής πριν από την πρώτη εξέταση.

1.3 ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στο επόμενο (δεύτερο) κεφάλαιο παρουσιάζεται αναλυτικά η βιβλιογραφική ανασκόπηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Ξεκινώντας από την περιγραφή του προβλήματος των ουρών και τους λόγους δημιουργίας τους, στην παρούσα εργασία επιχειρείται μια ιστορική αναδρομή σχετικά με το «εναρκτήριο λάκτισμα» και την ανάγκη δημιουργίας της θεωρίας των ουρών. Στη συνέχεια, περιγράφονται τα χαρακτηριστικά των ουρών και αναλύονται οι βασικοί μαθηματικοί τύποι που απαιτούνται για την κατανόηση της μελέτης περίπτωσης. Κλείνοντας το κεφάλαιο αυτό, παρατίθενται τα πιο συνηθισμένα μοντέλα ουρών αναμονής καθώς και οι βασικές παράμετροι που επηρεάζουν τα κόστη αναμονής και εξυπηρέτησης.

Στο τρίτο κεφάλαιο προσδιορίζεται η μεθοδολογία έρευνας που διενεργήθηκε για την περάτωση αυτής της εργασίας. Συγκεκριμένα, αναφέρονται οι βασικές πληροφορίες σχετικά με το σχεδιασμό της έρευνας και την περιοχή μελέτης. Επιπλέον, επιχειρείται να περιγραφεί με αναλυτικό τρόπο η τεχνική προσομοίωσης του προβλήματος μέσω του προγράμματος Microsoft Excel που θα χρησιμοποιηθεί εκτενώς για τη μελέτη των ουρών στο Νοσοκομείο.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μελέτη περίπτωσης για το Γενικό Νοσοκομείο Λάρισας και ειδικότερα για το τμήμα επείγοντων περιστατικών. Σε αυτή την ενότητα, αναφέρονται και παρατίθενται οι συνολικοί αναμενόμενοι χρόνοι αναμονής και παραμονής στο σύστημα καθώς και ο τρόπος εξαγωγής τους.

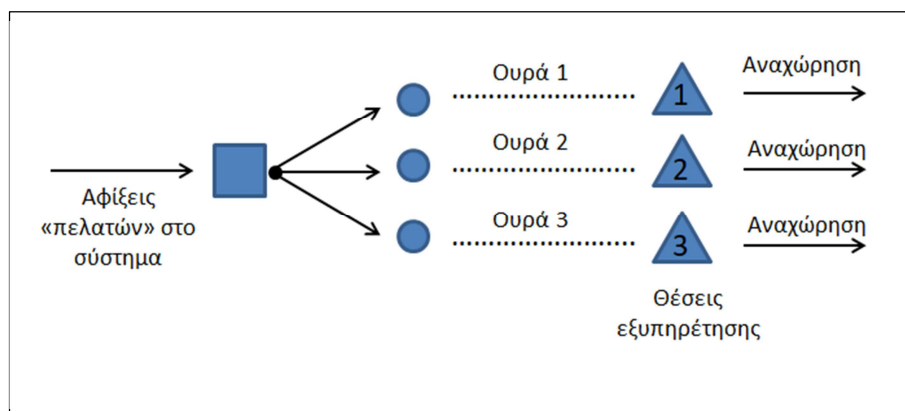
Στο τελευταίο (πέμπτο) κεφάλαιο, παραγματοποιείται ο έλεγχος των υποθέσεων που τέθηκαν στην αρχή της διπλωματικής εργασίας και συνοψίζονται τα σημαντικότερα συμπεράσματα. Τέλος, παρουσιάζονται κάποιες προτάσεις για μελλοντική και περαιτέρω έρευνα σχετικά με το σημαντικό πρόβλημα των ουρών αναμονής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

Στο κεφάλαιο αυτό, αρχικά αναλύεται το πρόβλημα των ουρών αναμονής και ο λόγος δημιουργίας τους. Περιγράφονται βασικές έννοιες του προβλήματος και γίνεται μια ιστορική αναδρομή επάνω στο βασικό θέμα. Στη συνέχεια, προσδιορίζονται οι κύριες μεταβλητές και δίνεται έμφαση τόσο στο θεωρητικό πλαίσιο του προβλήματος, όσο και στα βασικά μοντέλα των ουρών αναμονής.

2.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΟΥΡΑΣ

Μια ουρά αναμονής αντιμετωπίζεται σαν ένα σύστημα εξυπηρέτησης (queuing system, queue), όπου εισέρχονται και εξέρχονται διακριτές οντότητες (πελάτες) και υπεισέρχεται και η τυχαιότητα. Οι ουρές αναμονής δημιουργούνται από «πελάτες» που εισέρχονται στο σύστημα για την εξυπηρέτησή τους. Ο όρος «πελάτης» στις ουρές αναμονής αναφέρεται σε πρόσωπα, αντικείμενα ή γεγονότα που καταφθάνουν σε ένα σύστημα για να εξυπηρετηθούν (Υψηλάντης, 2006). Ένα απλό σχήμα που δείχνει τα βασικά χαρακτηριστικά των συστημάτων ουρών αναμονής είναι το παρακάτω:



Σχήμα 2.1.1: Βασικά χαρακτηριστικά συστήματος ουρών

Γιατί όμως δημιουργούνται ουρές αναμονής; Ο βασικότερος λόγος βρίσκεται στην ανισότητα του χρόνου εξυπηρέτησης από τους εξυπηρετητές (servers) έναντι του μεγάλου πλήθους και της τυχαιάς άφιξης των πελατών. Παρόλα αυτά, η δημιουργία μιας ουράς αναμονής είναι πιθανή, ακόμη και αν οι πελάτες που καταφθάνουν σε μια συγκεκριμένη στιγμή είναι λιγότεροι από τους πελάτες που μπορούν οι servers να εξυπηρετήσουν σε κάποιο χρονικό διάστημα. Σε αυτό το σημείο υπεισέρχεται η τυχαιότητα του χρόνου άφιξης καθώς και άλλες παράμετροι.

Σε όλα τα συστήματα δηλαδή, υπάρχει η αβεβαιότητα ως προς διάφορα γεγονότα. Η αβεβαιότητα αυτή συναντάται σε όλα τα επιμέρους τμήματα του συστήματος των ουρών.

Για παράδειγμα, ο χρόνος άφιξης μεταξύ των πελατών δεν είναι σταθερός. Έτσι μπορεί ένας πελάτης να εισέλθει στο σύστημα κατά το άνοιγμά του, ο επόμενος μετά από 10 λεπτά ενώ ένας τρίτος να καταφτάσει μία ώρα αργότερα. Επιπλέον, αβεβαιότητα χαρακτηρίζει και το πλήθος των πελατών που καταφτάνουν ανά χρονική στιγμή. Έτσι, σε μια στιγμή μπορεί στο σύστημα να εισέλθουν ταυτόχρονα πολλοί πελάτες και η ουρά αναμονής να αναπροσαρμοστεί.

Επομένως, η τυχαιότητα που συναντάται σ' ένα σύστημα εξυπηρέτησης, δημιουργεί ουρές αναμονής, ακόμα και σε περιπτώσεις όπου η δυναμικότητα του συστήματος δύναται να μοιάζει επαρκής για την ικανοποίηση τη ζήτησης.

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία επιβεβαιώνεται η εικόνα που επικρατεί για ένα σύστημα αναμονής, το οποίο τυγχάνει πολλές φορές να είναι υπερφορτωμένο (πολύ μεγάλη ουρά) και άλλες να βρίσκεται σε αδράνεια (κανένα άτομο σε ουρά).

2.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Η ιστορία των ουρών αναμονής έχει τις απαρχές της τον προηγούμενο αιώνα. Η πρώτη αναφορά γίνεται από τον F. Johannsen στο «Waiting Times and Number of Calls» που πρωτοδημοσιεύτηκε το 1907 και ξανακυκλοφόρησε τον Οκτώβριο του 1910 στην «Post Office Electrical Engineers Journal, London» (Bhat, 2015). Στο συγκεκριμένο έγγραφο, οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στη θεωρία των ουρών δεν έχουν σπουδαίο ενδιαφέρον από μαθηματική σκοπιά. Για το λόγο αυτό, πρωτοπόρος της θεωρίας θεωρείται ο Δανός μαθηματικός A. K. Erlang. Ο τελευταίος μελέτησε τα πρώτα προβλήματα ουρών αναμονής που δημιουργούνται από την τηλεφωνική κυκλοφοριακή συμφόρηση. Ενώ δούλευε σε μια τηλεφωνική εταιρεία της Κοπεγχάγης, ήρθε αντιμέτωπος με το κλασικό πρόβλημα του προσδιορισμού των πόσων κυκλωμάτων χρειαζόταν για να παρέχεται μία αποδεκτή τηλεφωνική υπηρεσία (Thomopoulos, 2012). Στο έργο του «The theory of Probabilities and Telephone Conversations» που δημοσιεύτηκε το 1909, παρατήρησε πως ένα τηλεφωνικό σύστημα χαρακτηρίζεται από την κατανομή Poisson όσον αφορά τους χρόνους μεταξύ εισερχόμενων κλήσεων (είσοδος) και από την εκθετική κατανομή όσον αφορά τους χρόνους εξυπηρέτησης (έξοδος), γεγονός που αποτέλεσε θεμέλιο λίθο της επιστήμης των ουρών.

Το 1927, ο Edward C. Molina, δημοσίευσε την εργασία του «Application of the Theory of Probability to Telephone Trunking Problems» η οποία ακολουθήθηκε έναν χρόνο μετά από το βιβλίο του Thornton Fry «Probability and its Engineering Uses» , το οποίο διεύρυνε κατά πολύ την προηγούμενη δουλειά του Erlang (Shortle et al, 2018).

Εν συνεχεία, στα πρώτα χρόνια της δεκαετίας του 1930, ο Felix Pollaczek, έκανε αρκετά πρωτοποριακή δουλειά αναφορικά με την εφαρμογή της κατανομής του Poisson στις ουρές δίνοντας λύσεις σε πολλαπλά προβλήματα. Παράλληλα, την ίδια χρονική περίοδο έγιναν αξιόλογες μελέτες από τους Kolmogorov και Khintchine στη Ρωσία, από τον Grommeling στη Γαλλία και από τον Palm στη Σουηδία. Η μεγάλη έρευνα και εκτόξευση της θεωρίας των ουρών παρόλα αυτά έγινε τη δεκατία του '50 και '60 όποτε και εφαρμόστηκαν πολλές μέθοδοι και εφαρμογές τους.

Συγκεκριμένα, το 1953 ο David G. Kendall παρουσίασε τη σημειογραφία (το συμβολισμό δηλαδή των στοιχείων των ουρών αναμονής) για να περιγράψει τα χαρακτηριστικά ενός συστήματος ουρών αναμονής (Kendall's notation).

Επιπρόσθετα, το 1961, ο Thomas L. Saaty, δημιούργησε ένα από τα πρώτα εμπειριστατώμενα βιβλία για τη θεωρία των ουρών αναμονής. Άλλη μια πολύ κατατοπιστική δημοσίευση, έγινε από τον Philip M. Morre το 1958.

Συμπερασματικά, αξίζει να αναφερθεί πως και σήμερα γίνονται αρκετές μελέτες γύρω από τη θεωρία των ουρών, δημιουργώντας σημαντικές εφαρμογές σε πολλούς τομείς της καθημερινότητας και των επιστημών. Επιπρόσθετα, λόγω του μεγάλου πρακτικού και θεωρητικού ενδιαφέροντος των αντίστοιχων στοχαστικών μοντέλων η θεωρία αυτή συνεχίζει να αναπτύσσεται με αμείωτο ρυθμό (Φακίνος, 2008). Τέλος, τα προβλήματα δεν αντιστοιχούν μόνο σε μαθηματικά μοντέλα, αλλά απαιτούν και μια πιο περίπλοκη υπολογιστική ανάλυση που εστιάζει στην προσομοίωση, σε προσεγγιστικές λύσεις και σε αναλύσεις ευαισθησίας.

2.3 ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

2.3.1 Χαρακτηριστικά ουρών αναμονής

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, μια ουρά αναμονής αντιμετωπίζεται σαν ένα σύστημα. Όπως όλα τα συστήματα, έτσι και η ουρά έχει τα δικά της χαρακτηριστικά. Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός συστήματος εξυπηρέτησης, είναι η διαδικασία αφίξεων (arrival process), οι χρόνοι εξυπηρέτησης (service times), ο αριθμός των (παράλληλων) παροχών εξυπηρέτησης – υπηρετών (number of servers), η

χωρητικότητα του συστήματος (system capacity) και η πειθαρχία ουράς (queue discipline) (Οικονόμου, 2017). Συγκεκριμένα:

- Διαδικασία αφίξεων: με τον όρο αυτόν στην ουσία περιγράφεται η διαδικασία άφιξης των πελατών στο σύστημα. Οι αφίξεις χαρακτηρίζονται ως κανονικές ή ως τυχαίες. Στις κανονικές οι πελάτες καταφθάνουν στο σύστημα σε ίσα χρονικά διαστήματα (ραντεβού για ακτινογραφία σε ιατρείο, πακετάρισμα προϊόντων), ενώ στις τυχαίες οι χρόνοι μεταξύ των συνεχόμενων αφίξεων είναι άγνωστοι (ουρά στην εφορία, ουρά στα διόδια μιας εθνικής οδού). Συνήθως, οι τυχαίες αφίξεις επηρεάζονται από:

- i) την καθυστέρηση πελατών
- ii) την άφιξη πελατών σε ομάδες
- iii) τη μη συνεχή ροή πελατών
- iv) την κατανομή που ακολουθούν οι αφίξεις

Επομένως, σε αυτή την περίπτωση είναι σημαντικό να είναι γνωστή η κατανομή πιθανότητας που ακολουθούν οι αφίξεις των πελατών στο σύστημα, καθώς επίσης και η προδιάθεση τους όταν εισέρχονται σε αυτό. Αν εισέλθει δηλαδή κάποιος στο σύστημα, ποια θα είναι η αντίδρασή του στην όψη μιας μεγάλης ουράς, αν μείνει να περιμένει δηλαδή ή αν αποχωρήσει από το σύστημα.

- Χρόνοι εξυπηρέτησης: Ο όρος αυτός αναφέρεται στον χρόνο που απαιτείται προκειμένου να εξυπηρετηθεί ο εκάστοτε πελάτης, από τη στιγμή βέβαια που υπάρχει διαθέσιμη θέση εξυπηρέτησης. Αφενός, ο χρόνος αυτός μπορεί σε κάποια συστήματα να είναι σταθερός, όπως για παράδειγμα σε ένα αυτόματο πλυντήριο αυτοκινήτων. Αντίθετα ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι πιθανόν να παρουσιάζει τυχαίες διακυμάνσεις από πελάτη σε πελάτη. Η συνθήκη αυτή φαίνεται να επικρατεί στα περισσότερα συστήματα ουρών αναμονής, (Υψηλάντης, 2006). Αξιοσημείωτο είναι πως στους χρόνους εξυπηρέτησης θα πρέπει να υπολογιστούν και οι αντιδράσεις των εξυπηρετητών, όταν δημιουργούνται μεγάλες ουρές (είτε γίνονται πιο αποδοτικοί λόγω φόρτου, είτε λιγότερο αποδοτικοί λόγω άγχους υπερφόρτωσης του συστήματος). Οι διαφορετικές αυτές αντιδράσεις των εξυπηρετητών είναι αρκετά πιθανόν να μεταβάλλουν τους χρόνους εξυπηρέτησης.
- Αριθμός των παράλληλων παροχών εξυπηρέτησης: Σύμφωνα με τον όρο, προσδιορίζεται ο αριθμός των παράλληλων servers που εξυπηρετούν τη ροή των πελατών που εισέρχονται στο σύστημα. Με τον όρο «παράλληλοι» εξυπηρετητές,

εννοείται πως υπάρχει κοινή ουρά για όλους τους πελάτες και ο κάθε πελάτης πηγαίνει στον πρώτο ελεύθερο server ή τυχαία σε όποιον από τους ελεύθερους servers υπάρχει.

- Χωρητικότητα του συστήματος: Με βάση τον συγκεκριμένο όρο, εκφράζεται το μέγιστο πλήθος των πελατών που μπορεί να καλύψει το σύστημα και αφορά τόσο το πλήθος των πελατών στην ουρά αναμονής όσο και τους πελάτες που βρίσκονται σε διαδικασία εξυπηρέτησης. Συγκεκριμένα, όταν ένα σύστημα φτάσει στο μέγιστο του πλήθους των πελατών που μπορεί να εξυπηρετήσει, κάθε νέος πελάτης αποχωρεί από το σύστημα πριν καν εισέλθει. Αυτό όμως μπορεί να συνεπάγεται, την εκ νέου επαναφορά του συγκεκριμένου πελάτη σε μετέπειτα χρονική στιγμή.
- Πειθαρχία ουράς: αναφέρεται ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η επιλογή των πελατών από την ουρά του συστήματος για την εξυπηρέτηση. Οι πιο συχνοί τρόποι επιλογής πελατών από το σύστημα είναι:

A) FCFS (First – Come – First – Served) ή FIFO (First – In – First – Out) :

Η πλέον “κλασική” πειθαρχία ουράς όπου οι πελάτες εξυπηρετούνται με βάση τη σειρά προσέλευσης. Θεωρητικά, μοιάζει να είναι η πιο δίκαιη πειθαρχία ουράς και χρησιμοποιείται πιο συχνά από όλες τις πειθαρχίες, ειδικά όταν «πελάτες» είναι άνθρωποι οι οποίοι έχουν οπτική επαφή με το σύστημα της ουράς.

B) LCFS (Last – Come – First – Server) ή LIFO (Last – In – First – Out) :

Οι πελάτες εξυπηρετούνται αντίστροφα από τη σειρά προέλευσης στο σύστημα. Αυτό συνεπάγεται πως ο πελάτης που φτάνει τελευταίος, εξυπηρετείται πρώτος.

Γ) SIRO (Service – In – Random – Order) :

Οι πελάτες εξυπηρετούνται τυχαία και δε λαμβάνεται υπόψιν η σειρά και ο χρόνος άφιξης.

Δ) SSTF (Shortest – Service – Time – First):

Επιλέγεται να εξυπηρετηθεί πρώτος ο πελάτης που θα έχει το λιγότερο χρόνο εξυπηρέτησης. Γίνεται κατανοητό, πως με αυτή την πειθαρχία ουράς επιλέγεται να εξυπηρετηθεί ο πελάτης με τη λιγότερο χρονοβόρα ανάγκη.

Ε) Προτεραιότητες:

Επιλέγεται πρώτος ο πελάτης που έχει την υψηλότερη προτεραιότητα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της μορφής της πειθαρχίας ουράς είναι τα επείγοντα κάθε νοσοκομειακού ιδρύματος, στα οποία τυγχάνει προτεραιότητας ο πελάτης ο οποίος έχει την πιο άμεση και επιτακτική ανάγκη περίθαλψης.

2.3.2 Σημειογραφία

Πρώτος ο D. G. Kendall εισήγαγε έναν εύκολο κανόνα για το διαχωρισμό των διάφορων μοντέλων ουρών αναμονής. Έτσι, για την κωδικοποίηση των χαρακτηριστικών έδωσε τον κανόνα με γενική μορφή: $A/B/s/k/()$, όπου κάθε ένα από τα 4 γράμματα αναφέρεται αντίστοιχα στα τέσσερα πρώτα χαρακτηριστικά των ουρών ενώ στην παρένθεση σημειώνεται η πειθαρχία της ουράς.

Ειδικότερα, το A αναφέρεται στη διαδικασία αφίξεων και στην κατανομή πιθανότητας που αυτή ακολουθεί. Το γράμμα B δείχνει την κατανομή που ακολουθεί ο χρόνος εξυπηρέτησης. Το s αφορά των πλήθος των παράλληλων εξυπηρετητών (servers) ενώ τέλος το k δηλώνει το μέγεθος του συστήματος, δηλαδή την χωρητικότητα του.

Αρκετές φορές, οι δύο τελευταίες παράμετροι παραλείπονται και εννοείται πως η χωρητικότητα του συστήματος είναι άπειρη και η πειθαρχία της ουράς είναι η FCFS (FIFO).

Πίνακας Συμβόλων:

Πίνακας 1: Ανάλυση συμβόλων (Βασιλείου, 1999)

Χαρακτηριστικά	Σύμβολο	Επεξήγηση
Κατανομή αφίξεων (A) και Κατανομή χρόνων εξυπηρέτησης (B)	M	Poisson / Εκθετική
	D	Ντετερμινιστικός
	E_k	Τύπου – k Erlang ($k = 1, 2, \dots$)
	G	Γενικός
Πλήθος παράλληλων servers (s)	1, 2, 3, ...	
Μέγιστη χωρητικότητα συστήματος (k)	1, 2, 3, ...	
Πειθαρχία ουράς ()	FCFS, LCFS, SIRO, SSTF, ...	

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα χρησιμοποιηθούν και θα αναλυθούν κυρίως οι κατανομές Poisson και εκθετική καθώς είναι οι πιο συχνά εφαρμόσιμες στα

περισσότερα καθημερινά προβλήματα. Όσον αφορά τη γενική κατανομή (G), εξαρτάται από τη σκοπιά του μελετητή και ποια συγκεκριμένη κατανομή θα επιλέξει για τη μελέτη του. Στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι απαραίτητη και η γνώση της διακύμανσης σ^2 της εκάστοτε κατανομής. Στη συνέχεια, η ντετερμινιστική κατανομή (D) είναι στην ουσία μια ειδική περίπτωση της κατανομής G, μόνο που η διακύμανση είναι μηδενική. Τέτοιο παράδειγμα εξυπηρέτησης συναντάται όταν ο εξυπηρετητής είναι μηχάνημα ή ρομπότ που επαναλαμβάνει ακριβώς την ίδια διαδικασία και οι χρόνοι εξυπηρέτησης είναι σταθεροί (Μπάτης κ.ά., 2004). Τέλος, κατά την κατανομή Erlang θεωρείται πως οι χρόνοι αναλύονται σε διαφορετικές φάσεις και ο μελετητής θα πρέπει να γνωρίζει σε ποια φάση βρίσκεται ο αντίστοιχος χρόνος. Για παράδειγμα, αν οι αφίξεις ακολουθούν την κατανομή Erlang, τότε κάθε φορά που καταφτάνει ένας πελάτης στο σύστημα, ένας νέος ξεκινά να έρχεται και θα εισέλθει στο σύστημα αφού περάσει κάποιες συγκεκριμένες φάσεις (k) (Οικονόμου, 2017).

2.3.3 Κατανομή Poisson

Συνήθως, στα συστήματα ουρών αναμονής, οι ρυθμοί άφιξης ακολουθούν την κατανομή Poisson που αφορά τυχαίες αφίξεις ανά χρονικό διάστημα. Η συγκεκριμένη διαδικασία και η σχετική εκθετική κατανομή διαθέτουν πολλές χρήσιμες ιδιότητες που οδηγούν σε μαθηματικά ανιχνεύσιμα αποτελέσματα, όταν αυτά χρησιμοποιούνται σε μοντέλα πιθανότητας (Medhi, 1991). Η σημασία τους οφείλεται επίσης στο γεγονός, ότι τα δεδομένα σε πολλές πραγματικές καταστάσεις υπακούουν στα αξιώματα της διαδικασίας Poisson και συνεπώς η χρήση της στη μοντελοποίηση πιθανοτήτων θεωρείται ρεαλιστική.

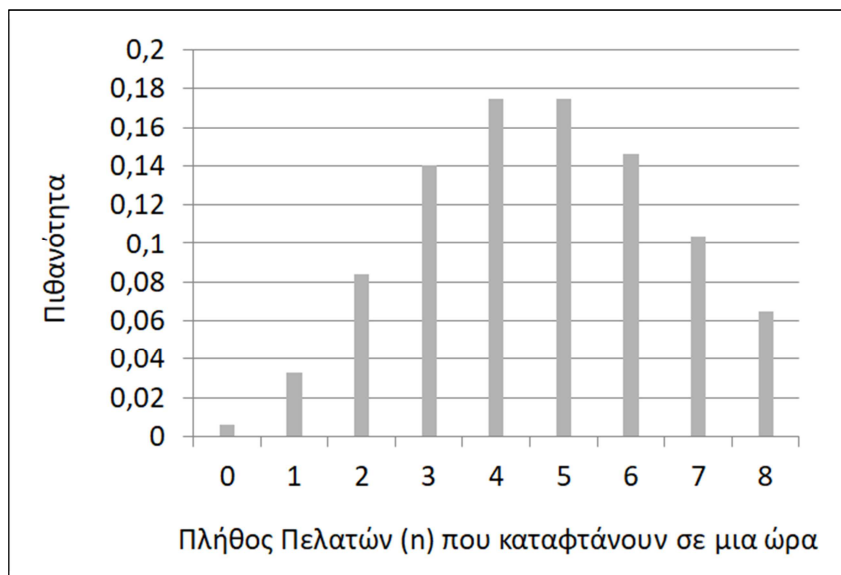
Ειδικότερα, έστω λ , ο μέσος όρος αφίξεων πελατών σε ένα σύστημα ανά μονάδα χρόνου (σταθερός). Τότε, σύμφωνα με την κατανομή Poisson, η πιθανότητα να συμβούν X αφίξεις στη διάρκεια μιας χρονικής μονάδας, δίνεται από τον τύπο:

$$P(X \text{ αφίξεις}) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{X!}$$

Για παράδειγμα, αν σε ένα σύστημα εισέρχονται κατά μέσο όρο 5 πελάτες ανά μία ώρα ($\lambda = 5$), τότε η πιθανότητα την επόμενη ώρα να καταφτάσουν συνολικά 8 πελάτες θα είναι:

$$P(X = 8) = \frac{e^{-5} \cdot 5^8}{8!} = \frac{5^8}{e^5 \cdot 8!} = \frac{390.625}{148,413 \cdot 40.320} = \frac{390.625}{5.984.012,16} = 0,065 = 6,5\%$$

Το παρακάτω σχήμα δείχνει πιο αναλυτικά τις πιθανότητες άφιξης n ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) πλήθους πελατών ανά ώρα, όταν $\lambda = 5$.



Δηλαδή, με $\lambda = 5$ (κατά μέσο όρο καταφτάνουν 5 πελάτες σε διάρκεια μιας ώρας), έχουμε:

Αφίξεις	Πιθανότητα
0	0,6%
1	3,3%
2	8,4%
3	14%
4	17,5%
5	17,5%
6	14,6%
7	10,4%
8	6,5%

Σχήμα 2.3.3.1: Πιθανότητες άφιξης n πελατών σε μια ώρα με $\lambda = 5/\text{ώρα}$

2.3.4 Εκθετική κατανομή

Μια διαδικασία αφίξεων λέγεται διαδικασία Poisson (λ), αν και μόνον αν οι ενδιάμεσοι χρόνοι αξίξεων $T_1, T_2, T_3 \dots$ είναι ανεξάρτητες ισόνομες τυχαίες μεταβλητές με την εκθετική κατανομή (Φακίνος, 2012). Επομένως, η εκθετική κατανομή, συνδέεται με την κατανομή Poisson. Συγκεκριμένα, εστιάζει και κατατοπίζει σχετικά με τους χρόνους εξυπηρέτησης των πελατών, ειδικά όταν αυτοί παρουσιάζουν τυχαίες διακυμάνσεις από «πελάτη» σε πελάτη.

Πιο αναλυτικά, όταν οι χρόνοι εξυπηρέτησης ακολουθούν εκθετική κατανομή με μέσο όρο χρόνου εξυπηρέτησεως $\frac{1}{\mu}$, τότε κατά μέσο όρο εξυπηρετείται μ αριθμός πελατών ανά μονάδα χρόνου, με βάση την κατανομή Poisson.

Συνοψίζοντας, όταν γίνεται αναφορά σε μια διαδικασία Poisson (Poisson process) θα εννοείται ότι η κατανομή των αφίξεων ακολουθεί κατανομή Poisson, ενώ αντίστοιχα η κατανομή των χρόνων εξυπηρέτησης ακολουθεί εκθετική κατανομή. Οι ιδιότητες της εκθετικής κατανομής είναι εκείνες που απλοποιούν σημαντικά τις μεθόδους λύσεις που προκύπτουν σε πολύπλοκους υπολογιστικούς τύπους (Sztrik, 2012).

Κατά την εκθετική κατανομή, η πιθανότητα ο χρόνος εξυπηρέτησης να ξεπεράσει μια συγκεκριμένη τιμή δίνεται από τον τύπο:

$$P = (\text{χρόνος εξυπηρέτησης} > t) = e^{-\mu \cdot t},$$

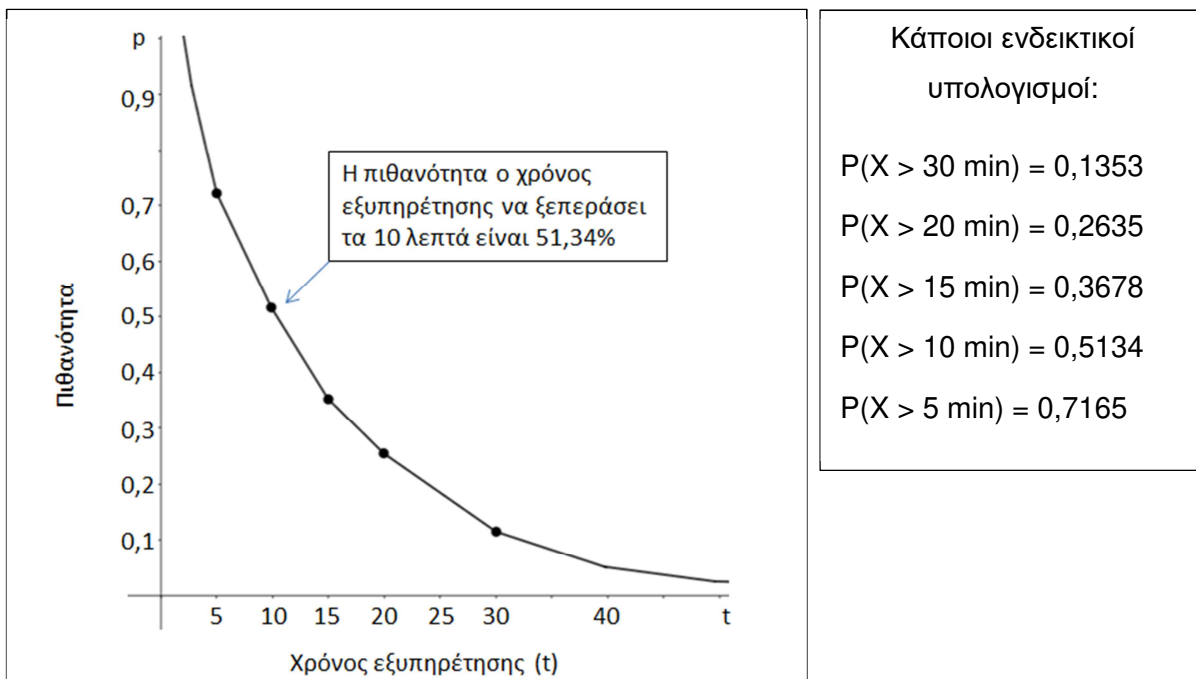
όπου μ ο αριθμός των πελατών που εξυπηρετούνται κατά μέσο όρο σε αντίστοιχη μονάδα χρόνου (και προφανώς $\frac{1}{\mu}$ είναι ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης κάθε «πελάτη»).

Για παράδειγμα, αν σε ένα σύστημα ουρών, εξυπηρετούνται κατά μέσο όρο 4 άτομα ανά μία ώρα (δηλαδή κάθε πελάτης χρειάζεται κατά μέσο όρο 15 λεπτά στο τμήμα εξυπηρέτησης), τότε η πιθανότητα κάποιος πελάτης να χρειαστεί κατά την εξυπηρέτησή του περισσότερα από 20 λεπτά είναι:

$$P(\text{χρόνος εξυπηρέτησης} > 20 \text{ λεπτά}) = e^{-\mu \cdot t} = e^{-4 \cdot \frac{1}{3}} = e^{-\frac{4}{3}} = \frac{1}{e^{\frac{4}{3}}} = 0,2635 = 26,35\%$$

(όπου t μπήκε το $\frac{1}{3}$ αφού τα 20 λεπτά είναι το $\frac{1}{3}$ της ώρας).

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται πιο αναλυτικά οι πιθανότητες για τις διάφορες τιμές του χρόνου t , όταν $\mu = 4$ (κατά μέσο όρο εξυπηρετούνται 4 άτομα ανά ώρα).



Σχήμα 2.3.4.1: Πιθανότητες ο χρόνος εξυπηρέτησης να ξεπεράσει τα t λεπτά ($t = 0, 1, 2, 3, \dots$) όταν $\mu = 4$

Σε ένα σύστημα ουρών αναμονής, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο υπολογισμός των μέτρων λειτουργικότητας. Η ερμηνεία του εκάστοτε συστήματος εξαρτάται κάθε φορά από τη σκοπιά του παρατηρητή και τις μεθόδους που θα εφαρμόσει αναλύοντας ταυτόχρονα ουρά και εξυπηρέτηση. Παρακάτω, θα μελετηθεί μια φόρμουλα η οποία υπακούει σε κάθε σύστημα που βρίσκεται υπό συνθήκες σταθερότητας.

2.3.5 Νόμος του Little

Ο καθηγητής του MIT John Little, ανέπτυξε το νόμο του το 1954 και τον απέδειξε το 1961. Ειδικότερα, έδειξε πως δεν υπάρχει ουρά αναμονής σε σταθερότητα, στην οποία οι τύποι του νόμου του να μην ισχύουν. Ο νόμος του, είναι ένα θεώρημα το οποίο καθορίζει τον μέσο αριθμό πελατών σε ένα σύστημα ουρών αναμονής, το οποίο βρίσκεται υπό συνθήκες σταθερής κατάστασης. Επιπρόσθετα, βασίζεται στον μέσο χρόνο αναμονής του κάθε «πελάτη» στο σύστημα και στον μέσο αριθμό των «πελατών» τα οποία φτάνουν σε αυτό, ανά συγκεκριμένη μονάδα χρόνου.

Μαθηματικά, η βασική φόρμουλα του Little δίνεται από τη σχέση:

$$L = \lambda \cdot W$$

όπου:

L – είναι ο (αναμενόμενος) μέσος όρος πελατών στο σύστημα (και ουρά και εξυπηρέτηση),

λ – είναι ο μέσος όρος «πελατών» που καταφτάνουν στο σύστημα ανά μονάδα χρόνου, και

W – είναι ο (αναμενόμενος) μέσος χρόνος που ο πελάτης θα παραμείνει στο σύστημα.

Έστω, για παράδειγμα, πως σε ένα μικρό μαγαζί ο μέσος όρος των πελατών που καταφτάνουν ανά μία ώρα είναι 50 άτομα και κάθε πελάτης θα παραμείνει στο μαγαζί κατά μέσο όρο 12 λεπτά ($1/5$ της ώρας). Ο υπεύθυνος του μαγαζιού θέλει να γνωρίζει το μέσο όρο των πελατών που θα βρίσκονται ανά πάσα στιγμή στο μαγαζί, καθώς σκέφτεται μια πιθανή επέκταση του χώρου (χωράνε με άνεση 15 άτομα αυτή τη στιγμή).

Έχουμε: $L = \lambda \cdot W = 50 \cdot \frac{1}{5} = 10$ πελάτες. Άρα 10 πελάτες θα είναι ο αναμενόμενος μέσος όρος στο σύστημα ανά πάσα στιγμή. Επομένως ο υπεύθυνος κρίνει πως δε χρειάζεται κάποια επέκταση.

Συνοψίζοντας σχετικά με τη μελέτη του νόμου του Little, είναι σημαντικό να σημειωθεί πως, πριν τη χρήση του νόμου ήταν υποχρεωτικό, το σύστημα να έχει επιλέξει την πειθαρχία ουράς FCFS (First – Come – First – Served) και να είναι εξαρχής άδειο. Εντούτοις, οι προϋποθέσεις αυτές δεν απαιτούνται για την εφαρμογή του νόμου του Little, ο οποίος έχει ισχύ στα περισσότερα μοντέλα των ουρών αναμονής πλην ελαχίστων περιπτώσεων (Bose, 2002).

2.4 ΒΑΣΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

2.4.1 Το μοντέλο M/M/1

Το μοντέλο M/M/1 αφορά μια ουρά που αποτελεί ένα απλό, αλλά ταυτόχρονα πολύ συχνό σύστημα εξυπηρέτησης. Σύμφωνα με αυτό, οι πελάτες καταφτάνουν στο σύστημα βάσει μιας διαδικασίας Poisson (λ), που αποτελείται από έναν server (εξυπηρετητή) και έναν άπειρης χωρητικότητας χώρο αναμονής. Έτσι, οι «πελάτες» δημιουργούν ουρά, καθώς βρίσκουν τον server απασχολημένο κατά την άφιξή τους. Επιπλέον, οι διαδοχικοί χρόνοι εξυπηρέτησης ορίζονται σαν ανεξάρτητες και ισόνομες τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την εκθετική κατανομή (μ), ενώ ταυτόχρονα δεν εξαρτώνται από τους χρόνους αφίξεων (Φακίνος, 2008). Τέλος, η πειθαρχία της ουράς, που ακολουθείται, είναι η FCFS (FIFO). Σημειώνεται πως, πρέπει ο ρυθμός αφίξεων των «πελατών» να είναι μικρότερος από το ρυθμό εξυπηρέτησης των πελατών δηλαδή $\lambda < \mu$ (ευστάθεια – ισορροπία).

Με τις παραπάνω προϋποθέσεις, οι τύποι που ισχύουν στο μοντέλο M/M/1 είναι οι εξής (όπου λ είναι ο μέσος όρος αφίξεων στη μονάδα χρόνου (π.χ ώρα) και μ είναι ο μέσος όρος πελατών που εξυπηρετούνται στη μονάδα χρόνου) :

- $W = \frac{1}{\mu - \lambda}$, όπου W , ο (αναμενόμενος) μέσος χρόνος κάθε πελάτη στο σύστημα (αναμονή και εξυπηρέτηση).
- $L = \lambda \cdot W$, όπου L , ο μέσος όρος πελατών στο σύστημα.
- $W_q = W - \frac{1}{\mu}$, όπου W_q , ο μέσος χρόνος αναμονής κάθε πελάτη στην ουρά.

- $L_q = \lambda \cdot W_q$, όπου L_q , ο μέσος όρος των πελατών της ουράς αναμονής.
- $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, όπου ρ , ο συντελεστής αξιοποίησης του συστήματος ο οποίος μετρά την πιθανότητα η μονάδα που εξυπηρετεί να βρίσκεται σε χρήση (συντελεστής έντασης κυκλοφορίας).
- $P_0 = 1 - \rho$, όπου P_0 , η πιθανότητα να μην υπάρχει κανένας πελάτης στο σύστημα (ποσοστό του χρόνου που η μονάδα που εξυπηρετεί δεν απασχολείται).
- $P(N > K) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{K+1}$, όπου $P(N > K)$, η πιθανότητα να υπάρχουν στο σύστημα πάνω από K πελάτες.

2.4.2 Το μοντέλο M/M/s

Πρόκειται για ένα μοντέλο πολυεξυπηρετητικής ουράς, στο οποίο υπάρχουν παραπάνω από ένας servers (εξυπηρετητές) στη διάθεση του κοινού. Ειδικότερα, το γράμμα s στο μοντέλο αναφέρεται στον αριθμό των servers του συστήματος. Οι προϋποθέσεις που πρέπει να πληροί το σύστημα, ώστε να δοθούν οι κατάλληλοι τύποι, είναι ίδιοι με το μοντέλο M/M/1 προσθέτοντας την ιδιότητα $s\mu > \lambda$ (αντί $\mu > \lambda$), με σκοπό να υπάρχει και εδώ ευστάθεια (ισορροπία).

Επομένως για το μοντέλο M/M/s δίνονται:

- $$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \left(\frac{1}{n!}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \left(\frac{1}{s!}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \left(\frac{s \cdot \mu}{s \cdot \mu - \lambda}\right)}$$
- $$\rho = \frac{\lambda}{s \cdot \mu}$$
- $$L_q = \frac{P_0 \cdot \rho}{s! \cdot (1 - \rho)^2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s$$
- $$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$
- $$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

- $W = W_q + \frac{1}{\mu}$.

2.4.3 Το μοντέλο M/M/1/k

Σε ορισμένες περιπτώσεις, συναντάται ένα σύστημα ουρών αναμονής κατά το οποίο ο χώρος αναμονής είναι περιορισμένος. Ένα τέτοιο παράδειγμα αποτελεί ο χώρος αναμονής ενός ιατρείου. Αυτή η περίπτωση θα αναλυθεί στη συνέχεια. Συγκεκριμένα, θα μελετηθεί ένα μοντέλο κατά το οποίο υπάρχει μια θέση εξυπηρέτησης (ένας server), οι ρυθμοί αφίξεων ακολουθούν την κατανομή Poisson (λ), οι χρόνοι εξυπηρέτησης ακολουθούν την εκθετική κατανομή (μ) και ο χώρος του συστήματος είναι περιορισμένος (χωράει το μέγιστο k πελάτες). Επιπλέον, κάθε πελάτης που καταφτάνει σε ένα πλήρες σύστημα, δεν εισέρχεται και αποχωρεί, με μέγιστο μήκος της ουράς $k - 1$ (δηλαδή, συνολικά βρίσκονται k πελάτες στο σύστημα, με έναν από αυτούς να εξυπηρετείται). Επειδή ο χώρος καταστάσεων είναι πεπερασμένος, το σύστημα είναι πάντα ευσταθές (Οικονόμου, 2017).

Ο τύπος για το συντελεστή αξιοποίησης του συστήματος παραμένει $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ (εδώ, όπως αναφέρθηκε, το σύστημα βρίσκεται πάντα σε ισορροπία και το ρ μπορεί να πάρει και τιμές μεγαλύτερες του 1, δηλαδή είναι εφικτό $\lambda \geq \mu$) και είναι:

- $$\rho_n = \begin{cases} \frac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}}, & \text{αν } 0 \leq n \leq k, \rho \neq 1 \\ \frac{1}{k+1}, & \text{αν } 0 \leq n \leq k, \rho = 1 \end{cases}, \text{ όπου } \rho_n \text{ είναι η πιθανότητα να βρεθούν } n$$

άτομα στο σύστημα.

- $P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{k+1}}$, προφανώς όταν $\rho \neq 1$. (αν $\rho = 1$, $P_0 = \frac{1}{k+1} = \rho_n$)

→ Οι ρυθμοί, που ακολουθούνται στη συγκεκριμένη περίπτωση, είναι ίδιοι με το μοντέλο M/M/1, μόνο που σταματάνε όταν φτάσουν στην κατάσταση k .

- $L = \frac{\rho \cdot [1 - (k+1) \cdot \rho^k + k \cdot \rho^{k+1}]}{(1-\rho) \cdot (1-\rho^{k+1})}$, $\rho \neq 1$, (αν $\rho = 1$ τότε $L = \frac{N}{2}$, με N το πλήθος των

πελατών στο σύστημα).

- $L_q = L - (1 - P_0)$,

- $W = \frac{L}{\lambda \cdot (1-\rho_k)}$,

- $$W_q = \frac{L_q}{\lambda \cdot (1 - \rho_k)} = W - \frac{1}{\mu}$$

2.4.4 Το μοντέλο M/G/1 (μη εκθετική κατανομή)

Σε αυτό το σημείο, θα μελετηθεί ένα μοντέλο ουρών αναμονής που παρουσιάζει σημαντικές διαφορές με όσα προηγούμενα αναλύθηκαν. Η πιο αξιοσημείωτη διαφορά έγκειται στο γεγονός, πως το συγκεκριμένο μοντέλο δεν ακολουθεί την εκθετική κατανομή. Αναλυτικότερα, οι χρόνοι εξυπηρέτησης δεν ακολουθούν τη συγκεκριμένη κατανομή με μέσο χρόνο $\frac{1}{\mu}$, όπως οι προηγούμενες περιπτώσεις.

Στο συγκεκριμένο μοντέλο, ο χρόνος εξυπηρέτησης του συστήματος αποτελεί έναν παράγοντα που βρίσκεται υπό τον έλεγχο εκείνου που λαμβάνει αποφάσεις. Επιπρόσθετα, είναι αποτέλεσμα του εκάστοτε σχεδιασμού κάθε συστήματος. Με βάση λοιπόν τις δύο προαναφερθείσες παραδοχές, σε αρκετές περιπτώσεις μονάδων εξυπηρέτησης παύουν να ισχύουν οι ισχυρισμοί ότι οι χρόνοι εξυπηρέτησης ακολουθούν εκθετική κατανομή. Συνεπώς, γίνεται φανερό πως σε αυτό το μοντέλο ακολουθείται άλλο είδος κατανομής (π.χ. κανονική, ομοιόμορφη ή κάποια εμπειρική κατανομή ή κάποιες φορές οι χρόνοι θεωρούνται σταθεροί) (Υψηλάντης, 2006).

Σε περιπτώσεις σαν και αυτή χρησιμοποιείται το μοντέλο M/G/1, όπου με G συμβολίζεται το είδος της συγκεκριμένης κατανομής, που σαφώς διαφέρει της εκθετικής. Τα αποτελέσματα των προαναφερθέντων συνοψίζονται από τους παρακάτω μαθηματικούς τύπους, οι οποίοι παρουσιάζουν ένα μοντέλο με μία θέση εξυπηρέτησης στην κατάσταση ισορροπίας ενός συστήματος.

Με βάση όσα έχουν προκύψει, απαιτείται η γνώση του μέσου όρου αφίξεων και του μέσου χρόνου εξυπηρέτησης. Το επιπρόσθετο στοιχείο, που πρέπει να γνωρίζει ο μελετητής, είναι η διακύμανση σ^2 του χρόνου εξυπηρέτησης, η οποία είναι η αναμενόμενη τιμή της τετραγωνικής απόκλισης της τυχαίας μεταβλητής από τη μέση τιμή. Η τιμή της διακύμανσης εξαρτάται και από το είδος της κατανομής που ακολουθούν οι χρόνοι εξυπηρέτησης και αυτό είναι που κάνει αυτό το μοντέλο να διαφέρει από τα προηγούμενα. Αρκετά συχνά, οι μέσοι χρόνοι και οι διακυμάνσεις των χρόνων εξυπηρέτησης, είναι εύκολο να υπολογιστούν από διάφορα στατιστικά δεδομένα που αφορούν παρατηρήσεις των χρόνων εξυπηρέτησης.

Άρα, με:

λ = μέσος όρος αφίξεων στη μονάδα του χρόνου (συνήθως ώρα)

$$\frac{1}{\mu} = \text{μέσος χρόνος εξυπηρέτησης πελατών}$$

σ^2 = η διακύμανση των χρόνων εξυπηρέτησης. Σημειώνεται πως αν ο χρόνος είναι σταθερός, η διακύμανση είναι μηδενική.

Δίνονται οι παρακάτω τύποι:

- $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, ο συντελεστής αξιοποίησης του συστήματος (ή ο συντελεστής της έντασης κυκλοφορίας) που μετρά κατά τα γνωστά την πιθανότητα η μονάδα εξυπηρέτησης να είναι σε χρήση.
- $L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + (\lambda / \mu)^2}{2 \cdot (1 - \lambda / \mu)}$, ο μέσος όρος των πελατών που είναι στην ουρά αναμονής.
- $L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$, ο μέσος όρος των πελατών στο σύστημα (και στην ουρά και όσοι εξυπηρετούνται).
- $W_q = \frac{L_q}{\lambda}$, ο μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά για κάθε πελάτη.
- $W = \frac{L}{\lambda}$ ή $W = W_q + \frac{1}{\mu}$, ο αναμενόμενος μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα (αναμονή και εξυπηρέτηση συνολικά) για κάθε πελάτη.
- $P_0 = 1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)$, το ποσοστό χρόνου που η μονάδα εξυπηρέτησης βρίσκεται σε αδράνεια (ή αλλιώς, η πιθανότητα να μην υπάρχει πελάτης στο σύστημα)
- $P_{N > K} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{K+1}$, η πιθανότητα να υπάρχουν πάνω από K πελάτες συνολικά στο σύστημα.

2.5 ΚΟΣΤΗ ΑΝΑΜΟΝΗΣ – ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΣΗΣ, ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΚΟΣΤΗ

Με βάση τα προαναφερθέντα παραδείγματα, στα μοντέλα M/M/1 και M/M/s αποδείχτηκε πως στο δεύτερο μοντέλο (με τους δύο εξυπηρετητές), οι χρόνοι αναμονής και παραμονής στο σύστημα παρουσιάζονται μειωμένοι και επομένως καλύτεροι. Αυτό όμως που δεν υπολογίστηκε είναι το πιθανό μεγαλύτερο κόστος της πρόσληψης του δεύτερου εργαζόμενου. Συνεπώς, διερευνάται αν είναι πιο

αποτελεσματικό για μια επιχείρηση μια ουρά αναμονής σχετικά μεγάλη με λίγους εργαζόμενους ή μια μικρή ουρά αναμονής με πολλούς εργαζόμενους. Η ιδανικότερη λειτουργία επηρεάζεται από πολλές παραμέτρους, που θα αναλυθούν παρακάτω.

Για να αξιολογηθεί και να καθοριστεί ο βέλτιστος αριθμός των εξυπηρετητών σε ένα σύστημα, δύο αντίπαλα κόστη πρέπει να υπολογιστούν κατά τη λήψη αυτής της απόφασης: τα κόστη εξυπηρέτησης και τα κόστη του χρόνου αναμονής. Η οικονομική ανάλυση από αυτά τα κόστη βοηθά τη διοίκηση να κάνει συμβιβασμούς ανάμεσα στα αυξημένα κόστη που παρέχει μια καλύτερη εξυπηρέτηση και στα μειωμένα κόστη του χρόνου αναμονής των πελατών .

Συγκεκριμένα, τα κόστη αναμονής, τα οποία είναι πιο δύσκολα υπολογίσιμα σε οικονομικούς όρους, χωρίζονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με την φύση των πελατών. Ειδικότερα, διακρίνονται σε αυτά που οι πελάτες αποτελούν εξωγενείς παράγοντες και σε αυτά που αποτελούν ενδογενείς παράγοντες. Στην πρώτη περίπτωση, ο υπολογισμός του κόστους γίνεται έμμεσα (είτε με απώλεια κερδών όταν αναφερόμαστε σε τράπεζες κλπ, είτε σε κοινωνικά κόστη όπως απώλειες ζών σε μονάδες νοσηλείας). Στη δεύτερη περίπτωση (ενδογενείς παράγοντες) το κόστος υπολογίζεται πιο εύκολα, καθώς αναφέρεται σε απώλειες παραγωγής (π.χ. συντήρηση μηχανημάτων) και επομένως είναι συγκρίσιμο με το κόστος λειτουργίας της μονάδας εξυπηρέτησης (Υψηλάντης, 2006).

Μαθηματικά, τα παραπάνω συνοψίζονται ως εξής:

- $E(SC) = s \cdot C_s$,
όπου $E(SC)$ είναι τα αναμενόμενα κόστη εξυπηρέτησης, s είναι ο αριθμός των εξυπηρετητών (servers) και C_s είναι το κόστος εξυπηρέτησης του κάθε server.
- $E(WC) = \lambda \cdot W \cdot C_w$,
όπου $E(WC)$ είναι τα αναμενόμενα κόστη αναμονής στο σύστημα, λ ο μέσος αριθμός αφίξεων, W ο μέσος χρόνος που ένας πελάτης περνάει στο σύστημα και C_w είναι η ευκαιρία κόστους αναμονής από τους πελάτες.
- $E(TC) = E(SC) + E(WC)$, όπου $E(TC)$ είναι τα συνολικά κόστη.

2.6 ΤΟ ΖΗΤΗΜΑ ΤΩΝ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΣΤΑ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΑ

Όπως προαναφέρθηκε το ζήτημα των ουρών αναμονής είναι αρκετά συχνό σε κάθε υπηρεσία που περιέχει ζήτηση και εξυπηρέτηση. Στην παρούσα μελέτη ιδιαίτερη σημασία δίνεται στις ουρές και στον χρόνο αναμονής και εξυπηρέτησης στον ευαίσθητο χώρο των νοσοκομείων. Η ύπαρξη αυτού του προβλήματος έχει

διερευνηθεί σε παγκόσμιο επίπεδο. Προγενέστερες μελέτες επιβεβαίωσαν τη συχνότητα της εμφάνισης ουρών αναμονής σε μονάδες υγείας.

Ειδικότερα, στη μελέτη των Mohsin et al (2007) διαπιστώθηκε πως το 1/3 του δείγματος εξέφρασε δυσαρέσκεια αναφορικά με την εξυπηρέτηση στο τμήμα επειγόντων περιστατικών, εστιάζοντας το πρόβλημα στο μεγάλο χρόνο αναμονής. Μεγάλο ποσοστό του δείγματος μάλιστα επιβεβαίωσε την ανάγκη ύπαρξης περισσότερου ιατρικού προσωπικού, ενώ στράφηκε σε άλλες μονάδες υγειονομικού ενδιαφέροντος (π.χ. ιδιωτικά ιατρεία, φαρμακεία) για πιο άμεση εξυπηρέτηση. Παρόμοια ευρήματα διαπιστώθηκαν και στην έρευνα των Fernandes et al. (1997), οι οποίοι παρατήρησαν πως ο αριθμός των ασθενών που αποχωρούσαν χωρίς να εξυπηρετηθούν μειωνόταν σημαντικά με την ταυτόχρονη μείωση του χρόνου παραμονής στο νοσοκομείο.

Στον ελλαδικό χώρο τα δημοσιοποιημένα ευρήματα των ερευνών είναι περιορισμένα. Μελέτη των Λυδάκη κ.ά. (2014) επισήμανε πως ο ύπαρξη μεγάλου αριθμού ασθενών στα Τμήματα Επείγοντων Περιστατικών και η δυσκολία εξυπηρέτησης τους αποτελούν συχνά φαινόμενα στα Ελληνικά νοσοκομεία. Εκτός από την αναμενόμενη δυσαρέσκεια και την κακή αξιολόγηση του νοσοκομείου, οι αυξημένοι χρόνοι αναμονής στα Τ.Ε.Π σχετίζονται με μοιραίες εκβάσεις σε επικίνδυνα περιστατικά, ελλιπή διάθεση των πόρων και με μη αναστρέψιμα ιατρικά λάθη λόγω ζήτησης δυσανάλογης προς την ικανότητα εξυπηρέτησης.

Γίνεται, επομένως, φανερό πως οι ουρές αναμονής σε μονάδες υγείας αποτελούν ένα παγκόσμιο φαινόμενο, το οποίο απαιτεί διερεύνηση με σκοπό τη βελτιστοποίηση της εξυπηρέτησης των ασθενών. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, των νοσοκομείων, το κόστος από την ύπαρξη ουρών αναμονής ξεπερνά τα κόστη μιας οποιασδήποτε επιχείρησης και αφορά την απώλεια ζωών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ

3.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Για την εκπλήρωση των στόχων της παρούσας εργασίας, επιλέχθηκε η μελέτη περίπτωσης. Σύμφωνα με τον Bryman (2017) η μελέτη περίπτωσης αποτελεί μια έρευνα, το ενδιαφέρον της οποίας εστιάζεται στην παρατήρηση ενός συγκεκριμένου περιβάλλοντος. Ο εκάστοτε μελετητής επικεντρώνεται στον λεπτομερή έλεγχο ενός μόνο οργανισμού (στην προκειμένη περίπτωση του Γενικού Νοσοκομείου Λάρισας). Για το σχεδιασμό του μεθοδολογικού πλαισίου, κρίθηκε απαραίτητη η μελέτη του σκοπού της παρούσας διπλωματικής εργασίας και των επιμέρους στόχων της. Πρόεκυψε έτσι η ανάγκη συλλογής πρωτογενών δεδομένων για την περάτωση της συγκεκριμένης ποσοτικής έρευνας. Η συγκέντρωση των απαραίτητων για τον σκοπό της εργασίας στοιχείων, λόγω της ευαισθησίας των προσωπικών δεδομένων και της σημαντικότητας του έργου που παρέχει ένα νοσοκομείο, κατέστη αρκετά δύσκολη.

Για τον λόγο αυτό, έπειτα από επιστημονικά συμβούλια και καταθέσεις αιτήσεων και εγγράφων, η διεύθυνση και το αντίστοιχο τμήμα του Γενικού Νοσοκομείου Λάρισας, επέτρεψαν τη χρήση και δημοσιοποίηση σημαντικών πληροφοριών για την ολοκλήρωση της παρούσας μελέτης περίπτωσης των ουρών αναμονής.

Μέσω συνεχών τηλεφωνικών επικοινωνιών με τα αρμόδια τμήματα και της παροχής των απαραίτητων εγγράφων (βιβλία ραντεβού, καταγραφή ασθενών στα επείγοντα κλπ) συλλέχθηκαν δεδομένα και πληροφορίες σχετικά με τους χρόνους που απαιτούνται να χρησιμοποιηθούν στη μελέτη της θεωρίας των ουρών για να εξαχθούν τα σωστά συμπεράσματα.

Η μελέτη υιοθετεί μια περιγραφική, παρατηρητική και αναδρομική προσέγγιση της μελέτης περίπτωσης (case study). Συγκεκριμένα, ως ερευνητική μέθοδος επιλέχθηκε η ανάλυση περιεχομένου μέσα από την οποία συγκεντρώθηκαν, αναλύθηκαν και ποσοτικοποιήθηκαν τεκμήρια (Bryman, 2017). Το τμήμα επειγόντων περιστατικών επιλέχθηκε επειδή είχε τη μεγαλύτερη πρόκληση στις ουρές αναμονής σε σύγκριση με τις άλλες μονάδες του νοσοκομείου.

Τα δεδομένα όμως που επιτράπη να συλλεχθούν από το νοσοκομείο, δε δείχνουν τις ακριβείς ώρες άφιξης των ασθενών στο σύστημα παρά μόνο το πλήθος των συνολικών πελατών ανά ημέρα/μήνα. Έτσι, δεν κατέστη δυνατό να συγκεντρωθούν οι ακριβείς χρόνοι ώστε να τοποθετηθούν στο κατάλληλο στατιστικό πρόγραμμα και να εξαχθεί η κατανομή των χρόνων άφιξης με ακρίβεια. Για το λόγο αυτό, υποτέθηκε πως η κατανομή των αφίξεων ακολουθεί την κατανομή Poisson που

ακολουθούν και τα περισσότερα συστήματα όταν οι αφίξεις είναι τυχαίες και ανεξάρτητες.

Προγενέστερες έρευνες στο εξωτερικό οι οποίες μελέτησαν ζητήματα χρόνων αναμονής σε δομές υγείας χρησιμοποίησαν τη διαδικασία Poisson (οι αφίξεις ακολουθούν Poisson και οι εξυπηρετήσεις εκθετική κατανομή) ως κατάλληλη μέθοδο. Ειδικότερα, οι Peter και Sivasamy (2019) στη μελέτη τους αναφορικά με τους τρόπους διαχείρισης των ουρών αναμονής σε συστήματα υγείας, θεωρούν δεδομένη την κατανομή Poisson για τους χρόνους αφίξεων των ασθενών. Σε άλλη έρευνα, στην οποία αναλύθηκε ο χρονικός στόχος συνολικής παραμονής των ασθενών στα επείγοντα περιστατικά, χρησιμοποιώντας μοντέλα ουρών αναμονής, θεωρήθηκε και πάλι δεδομένη η κατανομή Poisson. Οι ασθενείς δηλαδή, εισέρχονταν στο σύστημα σε τυχαίες και ανεξάρτητες χρονικές στιγμές (Mayhew & Smith, 2007). Τέλος, σύμφωνα με τους Adeleke et al. (2009) οι χρόνοι άφιξης των ασθενών στα εξωτερικά ιατρεία ακολουθούν την κατανομή Poisson και ταυτόχρονα οι χρόνοι εξυπηρέτησης την εκθετική.

Η έρευνα επικεντρώθηκε στα έτη 2018 - 2019 - 2020, αρχικά επειδή οι καταγραφές δεν έδειξαν μεγάλες αλλαγές τα προηγούμενα χρόνια σε σχέση με το 2018 και 2019, ενώ το έτος 2020 μελετήθηκε για να γίνει η σύγκριση των χρόνων εν καιρώ πανδημίας. Επιπλέον, πρέπει να αναφερθεί, πως δε μελετήθηκαν σημαντικά οι καλοκαιρινοί μήνες επειδή η επισκεψιμότητα στο νοσοκομείο μειώνεται σημαντικά και ως εκ τούτου τα εξαγόμενα αποτελέσματα δε θα ήταν ασφαλή. Συνοψίζοντας, η παρούσα εργασία είναι σχετικά «ανθεκτική» για ένα σημαντικό μελλοντικά χρονικό διάστημα δεδομένου ότι δεν επικεντρώθηκε μόνο στους χρόνους αναμονής την περίοδο της πανδημίας ούτε μόνο κατά τις περιόδους πριν από αυτή. Αναμένεται με λίγα λόγια να επέλθει μια «κανονικότητα» στους ρυθμούς επισκεψιμότητας μετά το πέρας του Covid - 19.

3.2 ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ

Η συλλογή δεδομένων για την εκπόνηση της παρούσας διατριβής, έγινε κατ' αποκλειστικότητα στο Γενικό Νοσοκομείο της Λάρισας και συγκεκριμένα στο τμήμα επειγόντων περιστατικών καθώς αυτό παρουσιάζει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον προς μελέτη. Συνεπώς, τα στοιχεία, οι πληροφορίες και τα συμπεράσματα αφορούν κατά κύριο λόγο τους πολίτες του νομού και της περιφέρειας Λάρισας που, με βάση τα δημογραφικά στοιχεία, έχει πληθυσμό ίσο με 284.325 (2011).

3.3 Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΣΤΟ MICROSOFT EXCEL

Με τον όρο προσομοίωση, εννοείται μια μέθοδος της επιχειρησιακής έρευνας που χρησιμοποιείται κατά την επίλυση προβλημάτων και αναπαριστά ένα μοντέλο στο οποίο απεικονίζονται τα χαρακτηριστικά του πραγματικού συστήματος. Η προσομοίωση χρησιμοποιείται με διαφορετικές μορφές, σε διάφορα επιστημονικά πεδία και βοηθά στην αναπαράσταση πολλαπλών υποθετικών σεναρίων και πειραματισμών. Είναι εύκολα κατανοητό, ότι η εφαρμογή αυτών των σεναρίων σε πραγματικές συνθήκες δεν είναι εύκολα υλοποιήσιμη.

Αντίθετα, σε ένα μοντέλο προσομοίωσης μπορούν να εκτελεστούν διαφορετικοί πειραματισμοί για τις διάφορες τιμές της μεταβλητής που ο ερευνητής θέτει, για την εύρεση της άριστης λύσης.

Ενδεικτικά, αναφέρονται κλασικά παραδείγματα χρήσης της προσομοίωσης:

- Σχεδιασμός διαδικασιών για την ομαλή λειτουργία ενός νοσοκομείου (εφημερεύοντες γιατροί, διαθέσιμες κλίνες σε κάθε τομέα κλπ).
- Οργάνωση λειτουργιών μιας τράπεζας (διαθέσιμα ταμεία, είδος εξυπηρέτησης κάθε ταμείου, αριθμός ουρών αναμονής κλπ).
- Σχεδιασμός εθνικού οδικού δικτύου (μηχανήματα, αριθμός διοδίων κλπ).
- Προγραμματισμός γραμμών παραγωγής σε μεγάλα εργοστάσια.

Η προσομοίωση επιτυγχάνεται κατά κύριο λόγο με τη βοήθεια υπολογιστών, χρησιμοποιώντας τα κατάλληλα εργαλεία κάθε φορά. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, αναπτύχθηκε το μοντέλο προσομοίωσης μέσω του προγράμματος Microsoft Excel (φύλλο εργασίας). Σημαντικό πλεονέκτημα της χρήσης τέτοιων μοντέλων προσομοίωσης, είναι πως ο αναγνώστης δεν απαιτείται να έχει σημαντικές γνώσεις του αντικειμένου και συνεπώς τα αποτελέσματά τους είναι κατανοητά και εύληπτα.

Το λογισμικό Microsoft Excel

Στο σημείο αυτό, θα παρουσιαστούν τα βασικά χαρακτηριστικά του μοντέλου προσομοίωσης στο MS Excel που θα χρειαστούν για τη μελέτη των ουρών αναμονής (M/M/s).

Αρχικά, δίνονται στο φύλλο εργασίας τα δεδομένα του εκάστοτε προβλήματος (λ, μ και ο αριθμός των εξυπηρετητών):

	B	C	D
1	Συστήματα ουρών αναμονής M/M/s		
2	Δεδομένα		
3	Μέσος όρος αφίξεων (λ)		ανά ώρα
4	Μέσος όρος πελατών που εξυπηρετούνται (μ)		ανά ώρα
5	Αριθμός εξυπηρετητών (servers) (s)		στο σύστημα

Σχήμα 3.3.1: Εισαγωγή δεδομένων στο Ms Excel

Στα κελιά C3, C4 και C5 συμπληρώνονται τα δεδομένα που έχουν συλλεχθεί σχετικά με το μέσο όρο αφίξεων ανά ώρα, το μέσο όρο πελατών που εξυπηρετούνται ανά ώρα και τον αριθμό των εξυπηρετητών (servers) αντίστοιχα.

Στη συνέχεια, δημιουργείται ένας πίνακας που ακολουθείται από μια σειρά πολλών πράξεων (βάσει των τύπων που δόθηκαν παραπάνω στα μοντέλα M/M/1 και M/M/s) τα αποτελέσματα του οποίου θα χρειαστούν για τις τελικές απαντήσεις στα χαρακτηριστικά μεγέθη των ουρών αναμονής:

	B	C	D	E	F	G
33	Υπολογισμοί					
34			Όρος 1	Όρος 2	P0	ρ
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$(\lambda/\mu)^n/n!$	\sum from 0 to s-1	$((\lambda/\mu)^s/s!)/(1-(\lambda/(s*\mu)))$	$1/(\text{Όρος 1} + \text{Όρος 2})$	$(\lambda/s\mu)$

	B	H	I	J	K
33	Υπολογισμοί				
34		Lq	L	Wq	W
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$P0*((\lambda/\mu)^n/n!)*\rho/Lq+\lambda/\mu$		Lq/λ	$Wq+1/\mu$

Σχήμα 3.3.2: Πίνακας υπολογισμών στο Ms Excel

Για παράδειγμα, στο κελί H35, δίνεται ο τύπος για το L_q που ως γνωστόν από τα προηγούμενα υπολογίζεται ως: $L_q = \frac{P_0 \cdot \rho}{s! \cdot (1-\rho)^2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2$, γεγονός που απαιτεί τον υπολογισμό του P_0 που δίνεται στο κελί F35 στο οποίο αντίστοιχα απαιτήθηκαν οι υπολογισμοί που δίνονται στα κελιά D35 και E35.

Σε αυτόν τον πίνακα, υπολογίζονται επιπλέον και όλα τα πιθανά σενάρια για τις διάφορες τιμές των servers από 0 έως 20 (για περαιτέρω servers ακολουθείται η ίδια διαδικασία):

	B	C	D	E	F	G
33	Υπολογισμοί					
34			Όρος 1	Όρος 2	P0	ρ
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$(\lambda/\mu)^n/n!$	\sum from 0 to s-1	$((\lambda/\mu)^s/s!)/(1-\lambda/(s*\mu))$	$1/(\text{Όρος 1} + \text{Όρος 2})$	$(\lambda/s\mu)$
36	0					
37	1					
38	2					
39	3					
40	4					
41	5					
42	6					
43	7					
44	8					
45	9					
46	10					
47	11					
48	12					
49	13					
50	14					
51	15					
52	16					
53	17					
54	18					
55	19					
56	20					

	B	H	I	J	K
33	Υπολογισμοί				
34		Lq	L	Wq	W
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$P0 * ((\lambda/\mu)^n/n!) * \rho / (1-\rho)^2$	$Lq + \lambda/\mu$	Lq/λ	$Wq + 1/\mu$
36	0				
37	1				
38	2				
39	3				
40	4				
41	5				
42	6				
43	7				
44	8				
45	9				
46	10				
47	11				
48	12				
49	13				
50	14				
51	15				
52	16				
53	17				
54	18				
55	19				
56	20				

Σχήμα 3.3.3: Υπολογισμός αποτελεσμάτων ανά εξυπηρετητή

Έπειτα, δημιουργείται ένας πίνακας που παρουσιάζονται τα βασικά αποτελέσματα των χαρακτηριστικών μεγεθών των ουρών αναμονής (ρ , L_q , L , W_q , W , P_0):

	F	G	H
2	Αποτελέσματα		
3	Συντελεστής αξιοποίησης συστήματος (ρ)		
4	(Αναμενόμενος) Μ.Ο. πελατών στην ουρά (L_q)		στην ουρά
5	(Αναμενόμενος) Μ.Ο. Πελατών στο σύστημα (L)		στο σύστημα
6	Ποσοστό (%) χρόνου που η μονάδα δεν απασχολείται(P_0)		
7	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά (W_q)		ανά ώρα
8	Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα (W)		ανά ώρα
9			
10	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά σε λεπτά:		min
11	Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα σε λεπτά:		min

Σχήμα 3.3.4: Παρουσίαση συνοπτικών αποτελεσμάτων στο Ms Excel

Στο σημείο αυτό πρέπει να δοθούν οι κατάλληλες εντολές και συναρτήσεις στα κελιά G3 έως G8 για το σωστό υπολογισμό των χαρακτηριστικών μεγεθών.

Κελί G3: Υπολογίζεται το ρ που δίνεται από τον τύπο: $\rho = \frac{\lambda}{s \cdot \mu}$. Επομένως στο κελί

G3 δίνεται η εντολή: =C3/(C4*C5) (βάσει των προηγούμενων κελιών).

Κελί G4: Σύμφωνα με τον Υψηλάντη (2006) για την εύρεση του L_q χρησιμοποιείται η συνάρτηση VLOOKUP η οποία αναζητά σε κάποιον πίνακα, κάθετα σε στήλη που θα οριστεί, μια συγκεκριμένη τιμή. Εάν δεν τη βρει δίνει την αμέσως μικρότερη τιμή. Στην ουσία η συνάρτηση VLOOKUP υπολογίζει τους πελάτες που αναμένουν στην ουρά σε κάθε νέα εισαγωγή πελάτη ως εξής: εάν ο χρόνος αναμονής στην ουρά είναι 0 λεπτά τότε δεν υπάρχουν πελάτες στην ουρά, ειδάλλως υπολογίζει τη διαφορά "πελάτες που έχουν φτάσει μείον πελάτες που έχουν εξυπηρετηθεί έως τη στιγμή της άφιξης". Μαθηματικά βάσει του μοντέλου που έχουμε δώσει το κελί G4 συμπληρώνεται με: =VLOOKUP(\$C\$5;\$B\$43:\$H\$92;7;) (το 7 στο τέλος δηλώνει τη στήλη που γίνεται η αναζήτηση).

Κελί G5: Για τον υπολογισμό του L , χρησιμοποιείται ο γνωστός τύπος: $L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$.

Επομένως το κελί G5 θα πάρει την εντολή: =G4+C3/C4.

Κελί G6: Ο υπολογισμός του P_0 θα γίνει αντίστοιχα όπως του κελιού G4, δηλαδή θα πάρει την εντολή: =VLOOKUP(\$C\$5;\$B\$43:\$H\$92;5) (το 5 στο τέλος δηλώνει τη στήλη που γίνεται η αναζήτηση) (Υψηλάντης, 2006).

Κελί G7: Ο υπολογισμός του W_q γίνεται μέσω του τύπου $W_q = \frac{L_q}{\lambda}$. Συνεπώς το κελί G6 θα συμπληρωθεί με την εντολή: =G4/C3.

Κελί G8: Τέλος το W ορίζεται ως $W = W_q + \frac{1}{\mu}$ στο μοντέλο M/M/s και επομένως το συγκεκριμένο κελί θα πάρει την εντολή: =G7+1/C4.

Για το τέλος, προαιρετικά, δίνεται ένας πίνακας που υπολογίζει τις πιθανότητες για την ύπαρξη n ή λιγότερων από n ($n = 0, 1, 2, \dots, 20$) ατόμων στο σύστημα ανά πάσα στιγμή:

	B	C	D
8	Πιθανότητες για n πελάτες στο σύστημα		
9	Αριθμός πελατών στο σύστημα (n)	Πιθανότητα ακριβώς n άτομα στο σύστημα	Πιθανότητα για λιγότερα από n άτομα στο σύστημα
10	0		
11	1		
12	2		
13	3		
14	4		
15	5		
16	6		
17	7		
18	8		
19	9		
20	10		
21	11		
22	12		
23	13		
24	14		
25	15		
26	16		
27	17		
28	18		
29	19		
30	20		

Σχήμα 3.3.5: Πιθανότητες για ακριβώς n άτομα στο σύστημα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ ΟΥΡΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

Για τη μελέτη περίπτωσης του «Κουτλιμπάνειου και Τριανταφύλλειου» Γενικού Νοσοκομείου Λάρισας πρέπει αρχικά να αποσαφηνιστούν κάποιες λεπτομέρειες σχετικά με τη δομή - λειτουργία των επειγόντων περιστατικών του Νοσοκομείου. Γίνεται η υπόθεση πως κάποιος πελάτης, ασθενής στην προκειμένη περίπτωση, καταφτάνει στο νοσοκομείο. Η πρώτη του κίνηση είναι να περάσει από το «γκισέ» όπου θα καταγραφούν τα στοιχεία του (ΑΜΚΑ, ώρα προσέλευσης κλπ) και θα παραλάβει ένα ειδικό παραστατικό για την εξέτασή του. Εν συνεχεία, θα περιμένει στους χώρους αναμονής του Νοσοκομείου, έως ότου τον καλέσει ένας εκ των τριών Γενικών Ιατρών που εφημερεύουν για μια πρώτη αρχική εξέταση στον ειδικό χώρο των επειγόντων περιστατικών. Έπειτα οι επιλογές που αναλαμβάνουν οι Γενικοί Ιατροί είναι δύο. Είτε παραπέμπουν τον ασθενή σε κάποιον ειδικό ιατρό στο αντίστοιχο τμήμα (Παθολογικό, Ορθοπεδικό, Οδοντιατρικό κλπ) είτε του δίνουν επιτόπου εξιτήριο οπότε και μπορεί να αποχωρήσει. Κατά την πρώτη περίπτωση, ο ασθενής πρέπει να προχωρήσει στο επόμενο στάδιο της εξέτασης του προς τον αντίστοιχο τομέα. Εκεί θα συναντήσει άλλη μία επιπλέον (μικρότερη) ουρά αναμονής για την εξυπηρέτησή του. Τέλος, θα εξεταστεί και από τον ειδικό ιατρό που εφημερεύει, ο οποίος και θα πάρει την τελική απόφαση είτε για περαιτέρω εξετάσεις (ακτινογραφίες, αιματολογικές εξετάσεις κλπ), είτε για την εισαγωγή του ασθενούς σε κλίνη του νοσοκομείου, είτε για την άμεση αποχώρησή του.

Σε αυτό το σημείο, κρίνεται αναγκαίο να αναφερθούν οι τρόποι συλλογής των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν παρακάτω για τους απαραίτητους υπολογισμούς. Η συγκέντρωση των στοιχείων έγινε μέσω του συστήματος καταγραφής ασθενών που διαθέτει το νοσοκομείο, όπου και σημειώνεται η ώρα προσέλευσης των ασθενών κατά τις ώρες εφημερίας του. Τα στοιχεία αυτά είναι απόρρητα, όμως μετά από τη σύγκλιση επιστημονικών συμβουλών από τους υπεύθυνους του Νοσοκομείου για τη διενέργεια της έρευνας, επιτράπη η συλλογή των απαραίτητων εγγράφων χωρίς ονομαστικά στοιχεία των ασθενών, διασφαλίζοντας έτσι ζητήματα δεοντολογίας και προσωπικών δεδομένων. Επομένως, αποκτήθηκαν όλα εκείνα τα χρονικά - χρονολογικά δεδομένα, που απαιτούνται για την εξαγωγή συμπερασμάτων για τη θεωρία των ουρών αναμονής.

Δεδομένης της περίπτωσης του νοσοκομείου ως αντικείμενο μελέτης, γίνεται αντιληπτό πως η άφιξη των πελατών στο σύστημα γίνεται ανά τυχαία χρονικά διαστήματα και συχνότητες. Για το λόγο αυτό οι χρόνοι αφίξεων των ασθενών

ακολουθούν την κατανομή Poisson και κατά συνέπεια οι χρόνοι εξυπηρέτησης ακολουθούν την εκθετική κατανομή. Τέλος, η λειτουργία της ουράς αναμονής είναι η FIFO, δηλαδή οι πελάτες εξυπηρετούνται με βάση το χρόνο άφιξής τους. Σύμφωνα με τα παραπάνω δεδομένα, χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο M/M/s.

Αναφορικά με την αλληλουχία παρουσίασης των αποτελεσμάτων, σημειώνεται πως αρχικά θα μελετηθεί η περίπτωση των ουρών αναμονής για το ημερολογιακό έτος 2020, στη διάρκεια του οποίου η κοινωνία δοκιμάζεται από την πανδημία Covid – 19. Όπως έχει προαναφερθεί, το γεγονός αυτό προβλέφθηκε πως άσκησε επιρροή στη λειτουργία της συγκεκριμένης μονάδας νοσηλείας. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η περίπτωση για έτη προηγούμενα του 2020, για τη σύγκριση των χρονικών τιμών. Τέλος, πέρα από τους χρόνους της αρχικής αναμονής και εξέτασης από τους γενικούς ιατρούς, θα μελετηθούν και οι χρόνοι κατά την παραπομπή του ασθενούς στο Παθολογικό τμήμα καθώς αυτό έχει τη μεγαλύτερη επισκεψιμότητα (για το λόγο αυτό έχει δύο ιατρούς σε κάθε εφημερία) σε σύγκριση με τα υπόλοιπα τμήματα που οι χρόνοι αναμονής είναι πολύ μικρότεροι και δεν είναι άξιοι μελέτης.

4.1 Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΕΠΕΙΓΟΝΤΩΝ ΠΕΡΙΣΤΑΤΙΚΩΝ ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΥ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΟΥ

4.1.1 Οι χρόνοι αναμονής για το έτος 2020

Ξεκινώντας τη μελέτη περίπτωσης για το έτος 2020, καταγράφηκαν όλοι οι ασθενείς που πέρασαν από το τμήμα επειγόντων περιστατικών (Τ.Ε.Π.) από το Φεβρουάριο του 2020 έως και το Δεκέμβριο του ίδιου έτους για την εξαγωγή των παρακάτω μέσων όρων.

Παρατηρήθηκε ότι, κάθε ημέρα εφημερίας (15 ημέρες το μήνα) επισκέπτονται τα επείγοντα περιστατικά 164 πολίτες κατά μέσο όρο. Αυτό σημαίνει πως κάθε ώρα καταφθάνουν κατά μέσο όρο 7 «πελάτες» στους χώρους των επειγόντων (άρα $\lambda = 7$). Το επόμενο που έγινε γνωστό κατά τη συλλογή δεδομένων είναι ότι οι εφημερεύοντες γενικοί ιατροί που θα εξετάσουν κάθε ασθενή είναι τρεις σε κάθε εφημερία (άρα $s = 3$). Τέλος, μετά από τις απαραίτητες συνεντεύξεις και τον έλεγχο των χρόνων κάθε εξέτασης διαπιστώθηκε πως κάθε εξέταση στα γενικά ιατρεία διαρκεί κατά μέσο όρο 15 λεπτά (δηλαδή κάθε γενικός ιατρός εξετάζει σε μια ώρα $60 : 15 = 4$ ασθενείς, άρα $\mu = 4$).

Επομένως, σύμφωνα με τους γνωστούς τύπους και τη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε σε προηγούμενα κεφάλαια, είναι εφικτό να καθοριστούν οι πρώτοι

χρόνοι αναμονής στο σύστημα των επειγόντων περιστατικών. Κατά τα γνωστά, δίνονται:

$\lambda = 7$ ασθενείς καταφθάνουν ανά ώρα εφημερίας,

$\mu = 4$ ασθενείς που εξετάζονται ανά ώρα από κάθε γενικό ιατρό και

$s = 3$ οι γενικοί ιατροί στην εφημερία.

Τοποθετώντας τις αντίστοιχες τιμές στα κατάλληλα κελιά του Microsoft Excel προκύπτουν τα παρακάτω:

Εισαγωγή δεδομένων:

	B	C	D
1	Συστήματα ουρών αναμονής M/M/s		
2	Δεδομένα (2020)		
3	Μέσος όρος αφίξεων (λ)	7	ανά ώρα
4	Μέσος όρος πελατών που εξυπηρετούνται (μ)	4	ανά ώρα
5	Αριθμός εξυπηρετητών (servers) (s)	3	στο σύστημα

Τα πρώτα και κυρίαρχα αποτελέσματα:

	F	G	H
2	Αποτελέσματα (2020)		
3	Συντελεστής αξιοποίησης συστήματος (ρ)	58,3%	
4	(Αναμενόμενος) Μ.Ο. πελατών στην ουρά (L_q)	0,467	στην ουρά
5	(Αναμενόμενος) Μ.Ο. Πελατών στο σύστημα (L)	2,217	στο σύστημα
6	Ποσοστό (%) χρόνου που η μονάδα δεν απασχολείται (P_0)	0,156	
7	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά (W_q)	0,07	ανά ώρα
8	Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα (W)	0,32	ανά ώρα
9			
10	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά σε λεπτά (W_q):	4,00	min
11	Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα σε λεπτά (W):	19,00	min

Τα πρώτα συμπεράσματα είναι τα εξής:

- $\rho = 58,3 \%$. Αυτό σημαίνει πως κατά 58,3% η μονάδα εξυπηρέτησης (οι τρεις γενικοί ιατροί) θα βρίσκεται σε χρήση και θα ναι απασχολημένη.
- $L_q = 0,467$, δηλαδή 0,467 ασθενείς θα περιμένουν στην ουρά. Είναι αρκετά πιθανό δηλαδή κάποιος ασθενής να μη συναντήσει κάποιον στην αναμονή.

- $L = 2,217$, δηλαδή ο αναμενόμενος αριθμός ασθενών που θα βρίσκονται στο σύστημα (είτε στην ουρά, είτε στην εξέταση από γενικό ιατρό) ανά πάσα στιγμή είναι 2,217 ασθενείς.
- $P(0) = 0,156$, επομένως η πιθανότητα να μην υπάρχει κανένας ασθενής στα επείγοντα (ουρά αναμονής και εξέταση) είναι 15,6%.
- $W_q = 0,07$. Μαζί με το W αποτελούν τα σημαντικότερα συμπεράσματα που θα εξάγουμε από την έρευνα καθώς είναι αυτά που απασχολούν το μέσο ασθενή. Με την παράμετρο αυτή, υπολογίζεται ο χρόνος που θα περιμένει κάποιος στην ουρά αναμονής πριν να εισέλθει στο γενικό ιατρείο να εξεταστεί. Ο χρόνος αυτός όπως φαίνεται και παρακάτω στον πίνακα είναι περίπου 4 λεπτά ($0,07 \cdot 60 = 4,2$ min).
- $W = 0,32$, δηλαδή, ο αναμενόμενος χρόνος παραμονής κάποιου ασθενή στο σύστημα (αναμονή και αρχική εξέταση) είναι περίπου 19 λεπτά ($0,32 \cdot 60 = 19,2$ min).

Οι πιθανότητες για ακριβώς n ή για λιγότερα από n άτομα στο σύστημα:

	B	C	D
8	Πιθανότητες για n πελάτες στο σύστημα (2020)		
9	Αριθμός πελατών στο σύστημα (n)	Πιθανότητα ακριβώς n άτομα στο σύστημα	Πιθανότητα για λιγότερα από n άτομα στο σύστημα
10	0	0,1556	0,1556
11	1	0,2724	0,4280
12	2	0,2383	0,6663
13	3	0,1390	0,8054
14	4	0,0811	0,8865
15	5	0,0473	0,9338
16	6	0,0276	0,9614
17	7	0,0161	0,9775
18	8	0,0094	0,9869
19	9	0,0055	0,9923
20	10	0,0032	0,9955
21	11	0,0019	0,9974
22	12	0,0011	0,9985
23	13	0,0006	0,9991
24	14	0,0004	0,9995
25	15	0,0002	0,9997
26	16	0,0001	0,9998
27	17	0,0001	0,9999
28	18	0,0000	0,9999
29	19	0,0000	1,0000
30	20	0,0000	1,0000

Για παράδειγμα, η πιθανότητα να βρίσκονται στο σύστημα ταυτόχρονα 3 ακριβώς άτομα φαίνεται στο κελί C13 και είναι ίση με 13,9%, ενώ η πιθανότητα να βρίσκονται στο σύστημα των επειγόντων την ίδια στιγμή, λιγότερα από 5 άτομα φαίνεται στο κελί

D15 και είναι ίση με 93,38%. Σημειώνεται ότι στο κελί C10 καταγράφεται η πιθανότητα P_0 (ίση με 15,56%) που μελετήθηκε και στα προηγούμενα αποτελέσματα.

Σενάρια με λιγότερους/περισσότερους εξυπηρετητές s (εδώ γενικούς ιατρούς):

	B	C	D	E	F	G
33	Υπολογισμοί (2020)					
34			Όρος 1	Όρος 2	P_0	ρ
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$(\lambda/\mu)^n/n!$	\sum from 0 to s-1	$((\lambda/\mu)^s/s!)/(1-\lambda/(s\mu))$	$1/(\text{Όρος 1} + \text{Όρος 2})$	$(\lambda/s\mu)$
36	0	1				
37	1	1,75	1	-2,333333333		1,75
38	2	1,53125	2,75	12,25	0,066666667	0,875
39	3	0,893229167	4,28125	2,14375	0,155642023	0,5833
40	4	0,39078776	5,174479167	0,694733796	0,170380596	0,4375
41	5	0,136775716	5,565266927	0,210424179	0,173139453	0,35
42	6	0,039892917	5,702042643	0,056319413	0,173660494	0,2917
43	7	0,009973229	5,74193556	0,013297639	0,173754905	0,25
44	8	0,002181644	5,75190879	0,002792504	0,173770965	0,2188
45	9	0,000424209	5,754090434	0,000526604	0,17377351	0,1944
46	10	7,42365E-05	5,754514642	8,99836E-05	0,173773885	0,175

	B	H	I	J	K
33	Υπολογισμοί (2020)				
34		L_q	L	W_q	W
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$P_0 * ((\lambda/\mu)^n/n!) * \rho / (1-\rho)^2$	$L_q + \lambda/\mu$	L_q/λ	$W_q + 1/\mu$
36	0				
37	1	-4,083333333	-2,333333333	-0,583333333	-0,33333
38	2	5,716666667	7,466666667	0,816666667	1,066667
39	3	0,467120623	2,217120623	0,066731518	0,316732
40	4	0,092064901	1,842064901	0,013152129	0,263152
41	5	0,019617622	1,769617622	0,002802517	0,252803
42	6	0,004027247	1,754027247	0,000575321	0,250575
43	7	0,000770177	1,750770177	0,000110025	0,25011
44	8	0,000135872	1,750135872	1,94102E-05	0,250019
45	9	2,20886E-05	1,750022089	3,15551E-06	0,250003
46	10	3,3169E-06	1,750003317	4,73843E-07	0,25

Εδώ παρουσιάζονται τα πιθανά σενάρια με περισσότερους ή με λιγότερους εφημερεύοντες γενικούς ιατρούς. Στην παρούσα φάση, όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, οι εφημερεύοντες γενικοί ιατροί είναι 3. Τα παραπάνω δεδομένα επομένως εμφανίζονται και σε αυτούς του πίνακες στη γραμμή 39.

Σε αυτά τα αποτελέσματα, μπορεί κανείς να ελέγξει κατά πόσο θα βελτιωθούν ή θα χειροτερέψουν οι χρόνοι αναμονής. Για παράδειγμα, η γραμμή 38, δείχνει τους χρόνους και τα αποτελέσματα που θα υπήρχαν αν οι εφημερεύοντες γενικοί ιατροί ήταν δύο ($s = 2$). Έτσι, παρατηρείται πως η πιθανότητα να μην υπάρχει κανένας ασθενής στο σύστημα είναι 6,67% ($P_0 = 0,666$, στο κελί F38) ενώ ο αναμενόμενος χρόνος αναμονής στην ουρά πριν την πρώτη εξέταση αυξάνει κατακόρυφα στα 49 περίπου λεπτά ($W_q = 0,8166 \cdot 60 = 48,996$ min, στο κελί J38) σε σχέση με τα 4 λεπτά που είναι η παρούσα μέση αναμονή. Όμοια βγαίνουν και συμπεράσματα για τα άλλα πιθανά σενάρια.

Συνοψίζοντας όλα τα παραπάνω, συμπεραίνεται πως ο αναμενόμενος μέσος χρόνος που κάποιος ασθενής θα περιμένει πριν την αρχική του εξέταση θα είναι 4 λεπτά και συνολικά θα παραμείνει στο σύστημα των επειγόντων περιστατικών 19 λεπτά (αναμονή και εξέταση). Παρακάτω θα μελετηθεί η περίπτωση όπου ο ασθενής μετά την πρώτη εξέταση των γενικών ιατρών, πρέπει να προχωρήσει για περαιτέρω εξέταση στον Παθολογικό τομέα (που είναι και ο πιο πολυάσχολος) όπου θα υπολογιστούν και οι συνολικοί χρόνοι.

4.1.2 Οι χρόνοι αναμονής τα προηγούμενα έτη

Στο υποκεφάλαιο αυτό, θα μελετηθούν οι χρόνοι αναμονής στο τμήμα επειγόντων περιστατικών για χρονολογίες προγενέστερες του 2020, δηλαδή σε έτη που η επισκεψιμότητα στα νοσοκομεία αντικατοπτρίζει τις κανονικές συνθήκες προ πανδημίας. Όπως είναι λογικό, οι χρόνοι αναμονής θα είναι σαφώς υψηλότεροι από τους χρόνους που μελετήθηκαν προηγουμένως μιας και πλέον δεν επισκέπτονται τα νοσοκομεία με τόση ευκολία οι πολίτες της χώρας. Καθίσταται απαραίτητη παρ' όλα αυτά η διερεύνηση και η ανάλυση των δεδομένων των προηγούμενων ετών, καθώς όπως είναι επόμενο, κάποια στιγμή η κοινωνία θα επανέλθει στην «κανονικότητα».

Αρχικά, δίνονται τα απαραίτητα χαρακτηριστικά της επισκεψιμότητας του Τ.Ε.Π για τα δύο προηγούμενα έτη του 2020. Κατά μέσο όρο το τμήμα επειγόντων περιστατικών εξυπηρετούσε σε ημερήσια βάση περίπου 243 πολίτες. Το τελευταίο συνεπάγεται μια συχνότητα περίπου 10 ασθενών ανά ώρα ($\lambda = 10$). Τα υπόλοιπα δεδομένα ήταν και τα προηγούμενα χρόνια τα ίδια, δηλαδή κάθε γενικός ιατρός χρειαζόταν περίπου 15 λεπτά για να εξετάσει κάθε ασθενή ($\mu = 4$) και οι εφημερεύοντες γενικοί ιατροί ήταν τρεις ($s = 3$).

Εισάγοντας τα παραπάνω δεδομένα στο Microsoft Excel, προκύπτουν τα παρακάτω εξαγόμενα:

Εισαγωγή δεδομένων:

	B	C	D
1	Συστήματα ουρών αναμονής M/M/s		
2	Δεδομένα (18 - 19)		
3	Μέσος όρος αφίξεων (λ)	10	ανά ώρα
4	Μέσος όρος πελατών που εξυπηρετούνται (μ)	4	ανά ώρα
5	Αριθμός εξυπηρετητών (servers) (s)	3	στο σύστημα

Τα κυριότερα αποτελέσματα:

	F	G	H
2	Αποτελέσματα (18-19)		
3	Συντελεστής αξιοποίησης συστήματος (ρ)	83,3%	
4	(Αναμενόμενος) Μ.Ο. πελατών στην ουρά (L_q)	3,511	στην ουρά
5	(Αναμενόμενος) Μ.Ο. Πελατών στο σύστημα (L)	6,011	στο σύστημα
6	Ποσοστό (%) χρόνου που η μονάδα δεν απασχολείται(P_0)	0,045	
7	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά (W_q)	0,35	ανά ώρα
8	Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα (W)	0,60	ανά ώρα
9			
10	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά σε λεπτά (W_q):	21,07	min
11	Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα σε λεπτά (W):	36,07	min

Από τον τελευταίο πίνακα φαίνεται ότι:

- $\rho = 83,3\%$, που συνεπάγεται πως η μονάδα εξυπηρέτησης θα είναι απασχολημένη κατά 83,3%.
- $L_q = 3,511$, που σημαίνει πως αναμένεται να υπάρχουν στην ουρά 3,511 ασθενείς ανά πάσα στιγμή.
- $L = 6,011$, δηλαδή αναμένεται να υπάρχουν ταυτόχρονα περίπου 6 άτομα ταυτόχρονα στο χώρο του Τ.Ε.Π (αναμονή και εξυπηρέτηση).
- $P_0 = 0,045$. Αυτό, δείχνει πως η πιθανότητα να μην υπάρχει κανένας ασθενής στο χώρο των Τ.Ε.Π (αδρανές σύστημα) είναι μόλις 4,5%.
- $W_q = 0,35$, γεγονός που δείχνει πως ο αναμενόμενος χρόνος αναμονής στην ουρά μέχρι την εξυπηρέτηση του ασθενή είναι περίπου 21 λεπτά ($0,35 \cdot 60$).
- $W = 0,60$, που τέλος, σημαίνει πως κάθε ασθενής αναμένεται να μείνει στο χώρο των επειγόντων συνολικά 36 περίπου λεπτά ($0,60 \cdot 60$).

Οι πιθανότητες για ακριβώς n ή για λιγότερα από n άτομα στο σύστημα:

	B	C	D
8	Πιθανότητες για n πελάτες στο σύστημα (18-19)		
9	Αριθμός πελατών στο σύστημα (n)	Πιθανότητα ακριβώς n άτομα στο σύστημα	Πιθανότητα για λιγότερα από n άτομα στο σύστημα
10	0	0,0449	0,0449
11	1	0,1124	0,1573
12	2	0,1404	0,2978
13	3	0,1170	0,4148
14	4	0,0975	0,5123
15	5	0,0813	0,5936
16	6	0,0677	0,6613
17	7	0,0564	0,7178
18	8	0,0470	0,7648
19	9	0,0392	0,8040
20	10	0,0327	0,8367
21	11	0,0272	0,8639
22	12	0,0227	0,8866
23	13	0,0189	0,9055
24	14	0,0158	0,9212
25	15	0,0131	0,9344
26	16	0,0109	0,9453
27	17	0,0091	0,9544
28	18	0,0076	0,9620
29	19	0,0063	0,9683
30	20	0,0053	0,9736

Από τα παραπάνω φαίνεται πως το πιο πιθανό σενάριο είναι να υπάρχουν ταυτόχρονα στο χώρο του Τ.Ε.Π ακριβώς 2 άτομα (14,04% κελί C12) ενώ κατά 51,23% θα υπάρχουν στο Τ.Ε.Π λιγότερα από 4 άτομα (κελί D14).

Σενάρια με λιγότερους/περισσότερους εξυπηρετητές s (εδώ γενικούς ιατρούς):

	B	C	D	E	F	G
33	Υπολογισμοί (18-19)					
34			Όρος 1	Όρος 2	P0	ρ
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$(\lambda/\mu)^n/n!$	\sum from 0 to s-1	$((\lambda/\mu)^s/s!)/(1-\lambda/(s*\mu))$	$1/(\text{Όρος 1} + \text{Όρος 2})$	$(\lambda/s\mu)$
36	0	1				
37	1	2,5	1	-1,666666667		-1,5
38	2	3,125	3,5	-12,5	-0,1111111111	1,25
39	3	2,604166667	6,625	15,625	0,04494382	0,83333333
40	4	1,627604167	9,229166667	4,340277778	0,073694985	0,625
41	5	0,813802083	10,85677083	1,627604167	0,080100125	0,5
42	6	0,339084201	11,67057292	0,581287202	0,081620259	0,4166667
43	7	0,1211015	12,00965712	0,188380112	0,081980402	0,3571429
44	8	0,037844219	12,13075862	0,055046137	0,082062697	0,3125
45	9	0,010512283	12,16860284	0,014555469	0,082080523	0,2777778
46	10	0,002628071	12,17911512	0,003504094	0,082084155	0,25

	B	H	I	J	K
33	Υπολογισμοί (18-19)				
34		Lq	L	Wq	W
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$P0*((\lambda/\mu)^n/n!)*\rho/(1-\rho)^2$	$Lq+\lambda/\mu$	Lq/λ	$Wq+1/\mu$
36	0				
37	1	-4,166666667	-1,666666667	-0,416666667	-0,16667
38	2	-6,944444444	-4,444444444	-0,694444444	-0,44444
39	3	3,511235955	6,011235955	0,351123596	0,601124
40	4	0,533094507	3,033094507	0,053309451	0,303309
41	5	0,130371297	2,630371297	0,01303713	0,263037
42	6	0,033889152	2,533889152	0,003388915	0,253389
43	7	0,00857971	2,50857971	0,000857971	0,250858
44	8	0,002053288	2,502053288	0,000205329	0,250205
45	9	0,000459508	2,500459508	4,59508E-05	0,250046
46	10	9,58769E-05	2,500095877	9,58769E-06	0,25001

Το σημαντικότερο συμπέρασμα από τον τελευταίο αυτό πίνακα, έγκειται στο γεγονός πως με την εισαγωγή ενός ακόμη γενικού εφημερεύοντα ιατρού (σύνολο 4 γενικοί ιατροί σε μια εφημερία) η αναμονή στην ουρά πέφτει από τα 21 λεπτά στα 3 μόλις λεπτά ($0,053 \cdot 60 = 3,18$, κελί J40). Η σημασία αυτής της παρατήρησης συναντάται στο ότι σε ένα νοσοκομείο τα κόστη αναμονής (ανθρώπινες ζωές, πρόληψη για αποφυγή μετατραυματών κλπ) μετριούνται διαφορετικά απ' ότι στις υπόλοιπες υπηρεσίες. Επομένως μια μείωση στους μέσους χρόνους αναμονής κατά 18 λεπτά είναι αξιοσημείωτη.

4.2 Η ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΤΟΥ ΠΑΘΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ ΕΦΗΜΕΡΙΑΣ

4.2.1 Οι χρόνοι αναμονής στο τμήμα Παθολογίας το έτος 2020

Έστω τώρα, πως κάποιος ασθενής μετά το πέρας της πρώτης εξέτασης από τους γενικούς ιατρούς (δηλαδή μετά από 19 λεπτά) παραπέμπεται στο Παθολογικό τμήμα που συναντάται και η μεγαλύτερη «κίνηση» σε σχέση με τα υπόλοιπα τμήματα. Εκεί, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, θα συναντήσει μια επιπλέον μικρότερη ουρά, όπου θα αναμένει έως ότου τον καλέσει ένας εκ των δύο εφημερευόντων Παθολόγων ιατρών για την εξέτασή του.

Σύμφωνα με τη μελέτη και τους υπολογισμούς που έγιναν, παρατηρήθηκε πως κατά μέσο όρο το 26% από τους καθημερινούς επισκέπτες των επειγόντων, παραπέμπεται στον Παθολογικό τομέα. Αυτό σε αριθμούς σημαίνει πως κάθε ώρα κατά μέσο όρο επισκέπτονται το συγκεκριμένο τμήμα 2 ασθενείς ($\lambda = 2$), ενώ κάθε Παθολόγος ιατρός χρειάζεται περίπου 20 λεπτά για την εξέταση κάθε ασθενή (δηλαδή σε μια ώρα εξετάζει $60 : 20 = 3$ ασθενείς, άρα $\mu = 3$). Τέλος όπως αναφέρθηκε και πάνω οι εφημερευόντες Παθολόγοι ιατροί είναι δύο ($s = 2$).

Κατά τα γνωστά με $\lambda = 2$, $\mu = 3$ και $s = 2$ παρουσιάζονται τα παρακάτω αποτελέσματα:

Εισαγωγή δεδομένων:

	B	C	D
1	Συστήματα ουρών αναμονής M/M/s		
2	Δεδομένα για το τμήμα Παθολογίας (2020)		
3	Μέσος όρος αφίξεων (λ)	2	ανά ώρα
4	Μέσος όρος πελατών που εξυπηρετούνται (μ)	3	ανά ώρα
5	Αριθμός εξυπηρετητών (servers) (s)	2	στο σύστημα

Τα κυριότερα αποτελέσματα:

	F	G	H
2	Αποτελέσματα για το τμήμα Παθολογίας (2020)		
3	Συντελεστής αξιοποίησης συστήματος (ρ)	33,3%	
4	(Αναμενόμενος) Μ.Ο. πελατών στην ουρά (Lq)	0,083	στην ουρά
5	(Αναμενόμενος) Μ.Ο. Πελατών στο σύστημα (L)	0,750	στο σύστημα
6	Ποσοστό (%) χρόνου που η μονάδα δεν απασχολείται (P_0)	0,500	
7	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά (Wq)	0,04	ανά ώρα
8	Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα (W)	0,38	ανά ώρα
9			
10	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά σε λεπτά (Wq):	2,50	min
11	Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα σε λεπτά (W):	22,50	min

Στον τελευταίο πίνακα παρατηρείται μια πολύ μικρή αναμονή έξω από το Παθολογικό ιατρείο (της τάξεως των 2,5 λεπτών) και μια συνολική παραμονή στο σύστημα του Παθολογικού τομέα ίση με 22,5 λεπτά. Τα υπόλοιπα συμπεράσματα προκύπτουν όμοια με πριν.

Οι πιθανότητες για ακριβώς n ή για λιγότερα από n άτομα στο σύστημα Παθολογίας:

	B	C	D
8	Πιθανότητες για n πελάτες στο Παθολογικό σύστημα (2020)		
9	Αριθμός πελατών στο σύστημα (n)	Πιθανότητα ακριβώς n άτομα στο σύστημα	Πιθανότητα για λιγότερα από n άτομα στο σύστημα
10	0	0,5122	0,5122
11	1	0,3415	0,8537
12	2	0,1138	0,9675
13	3	0,0253	0,9928
14	4	0,0056	0,9984
15	5	0,0012	0,9996
16	6	0,0003	0,9999
17	7	0,0001	1,0000
18	8	0,0000	1,0000
19	9	0,0000	1,0000
20	10	0,0000	1,0000
21	11	0,0000	1,0000
22	12	0,0000	1,0000
23	13	0,0000	1,0000
24	14	0,0000	1,0000
25	15	0,0000	1,0000
26	16	0,0000	1,0000
27	17	0,0000	1,0000
28	18	0,0000	1,0000
29	19	0,0000	1,0000
30	20	0,0000	1,0000

Σενάρια με λιγότερους/περισσότερους εξυπηρετητές s (εδώ Παθολόγους ιατρούς):

	A	B	C	D	E	F	G
33	Υπολογισμοί (Παθολογικό 2020)						
34				Όρος 1	Όρος 2	P_0	ρ
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$(\lambda/\mu)^n/n!$	\sum from 0 to $s-1$	$((\lambda/\mu)^s/s!)/(1-\lambda/(s*\mu))$	$1/(Όρος 1 + Όρος 2)$	$(\lambda/s\mu)$	
36		0	1				
37		1	0,666666667	1	2	0,333333333	0,6666667
38		2	0,222222222	1,666666667	0,333333333	0,5	0,3333333
39		3	0,049382716	1,888888889	0,063492063	0,512195122	0,2222222
40		4	0,008230453	1,938271605	0,009876543	0,513307985	0,1666667
41		5	0,001097394	1,946502058	0,001266223	0,513408094	0,1333333
42		6	0,000121933	1,947599451	0,000137174	0,513416438	0,1111111
43		7	1,16126E-05	1,947721384	1,2835E-05	0,513417072	0,0952381
44		8	9,67719E-07	1,947732997	1,05569E-06	0,513417116	0,0833333
45		9	7,16829E-08	1,947733964	7,74175E-08	0,513417119	0,0740741
46		10	4,77886E-09	1,947734036	5,12021E-09	0,513417119	0,0666667

	B	H	I	J	K
33	Υπολογισμοί (Παθολογικό 2020)				
34		Lq	L	Wq	W
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$P0*((\lambda/\mu)^n/n!)*\rho/(1-\rho)^2$	$Lq+\lambda/\mu$	Lq/λ	$Wq+1/\mu$
36	0				
37	1	1,333333333		2	0,666666667
38	2	0,083333333		0,75	0,041666667
39	3	0,009291521	0,675958188	0,004645761	0,337979
40	4	0,001013942	0,667680608	0,000506971	0,333384
41	5	0,000100014	0,666766668	5,00069E-05	0,333383
42	6	8,80344E-06	0,66667547	4,40172E-06	0,333338
43	7	6,93654E-07	0,66666736	3,46827E-07	0,333334
44	8	4,92738E-08	0,666666716	2,46369E-08	0,333333
45	9	3,1798E-09	0,666666667	1,5899E-09	0,333333
46	10	1,87772E-10	0,666666667	9,38858E-11	0,333333

Συμπερασματικά, ο μέσος χρόνος αναμονής έξω από το Παθολογικό ιατρείο είναι 2,5 λεπτά και ο συνολικός χρόνος παραμονής στον Παθολογικό τομέα είναι 22,5 λεπτά. Επομένως, ένας ασθενής ο οποίος παραπέμφθηκε στο Παθολογικό τμήμα έπειτα από την εξέταση στα επείγοντα, θα παραμείνει κατά μέσο όρο στους χώρους του νοσοκομείου 41,5 λεπτά (19 λεπτά στα επείγοντα και 22,5 στον Παθολόγο). Αυτός ο χρόνος είναι προφανώς χωρίς κάποιες περαιτέρω εξετάσεις (ακτινογραφία, αιματολογικές κλπ) που διαρκούν επιπλέον 50 λεπτά κατά μέσο όρο σύμφωνα με τα στοιχεία του νοσοκομείου. Κλείνοντας, δίνονται οι τελικοί χρόνοι αναμονής και παραμονής στο σύστημα σε συνδυασμό με τις προηγούμενες μετρήσεις του Τ.Ε.Π:

Πίνακας 2: Χρόνοι αναμονής για το έτος 2020

Έτος 2020	Αναμονή σε λεπτά	Παραμονή στο σύστημα σε λεπτά (αναμονή και εξέταση)
Τμήμα Επειγόντων Περιστατικών (Τ.Ε.Π)	4	19
Παθολογικός Τομέας	2,5	22,5
Σύνολο	6,5	41,5
Σύνολο με περαιτέρω εξετάσεις (+50 λεπτά)	-	91,5

4.2.2 Οι χρόνοι αναμονής στο τμήμα Παθολογίας τα προηγούμενα έτη

Όπως σημειώθηκε στα προηγούμενα, κατά μέσο όρο, το 26% των ασθενών παραπέμπεται μετά την αρχική εξέταση, στους δύο εφημερεύοντες Παθολόγους ιατρούς και όποιος εξ αυτών είναι διαθέσιμος αναλαμβάνει την εξυπηρέτηση του ασθενή. Τα νούμερα που προέκυψαν από αυτό το δεδομένο είναι:

$\lambda = 3$ ασθενείς κατά μέσο όρο καταφθάνουν στο τμήμα Παθολογίας ανά ώρα

$\mu = 3$ ασθενείς εξετάζονται κατά μέσο όρο από κάθε ιατρό σε διάρκεια μιας ώρας (κάθε εξέταση διαρκεί περίπου 20 λεπτά).

$s = 2$ Παθολόγοι ιατροί εφημερίας.

Εισαγωγή δεδομένων:

	B	C	D
1	Συστήματα ουρών αναμονής M/M/s		
2	Δεδομένα για το τμήμα Παθολογίας (18 - 19)		
3	Μέσος όρος αφίξεων (λ)	3	ανά ώρα
4	Μέσος όρος πελατών που εξυπηρετούνται (μ)	3	ανά ώρα
5	Αριθμός εξυπηρετητών (servers) (s)	2	στο σύστημα

Τα κυριότερα αποτελέσματα:

	F	G	H
2	Αποτελέσματα για το τμήμα Παθολογίας (18 - 19)		
3	Συντελεστής αξιοποίησης συστήματος (ρ)	50,0%	
4	(Αναμενόμενος) Μ.Ο. πελατών στην ουρά (L_q)	0,333	στην ουρά
5	(Αναμενόμενος) Μ.Ο. Πελατών στο σύστημα (L)	1,333	στο σύστημα
6	Ποσοστό (%) χρόνου που η μονάδα δεν απασχολείται (P_0)	0,333	
7	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά (W_q)	0,11	ανά ώρα
8	Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα (W)	0,44	ανά ώρα
9			
10	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά σε λεπτά (W_q):	6,67	min
11	Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα σε λεπτά (W):	26,67	min

Ο συνολικός αναμενόμενος χρόνος που κάποιος ασθενής θα παρευρεθεί στον τομέα Παθολογίας ανέρχεται περίπου στα 27 λεπτά ενώ κατά 33,33% δε θα υπάρχει κάποιος ασθενής στο σύστημα.

Οι πιθανότητες για ακριβώς n ή για λιγότερα από n άτομα στο σύστημα Παθολογίας:

	B	C	D
8	Πιθανότητες για n πελάτες στο Παθολογικό σύστημα (18 - 19)		
9	Αριθμός πελατών στο σύστημα (n)	Πιθανότητα ακριβώς n άτομα στο σύστημα	Πιθανότητα για λιγότερα από n άτομα στο σύστημα
10	0	0,3333	0,3333
11	1	0,3333	0,6667
12	2	0,1667	0,8333
13	3	0,0833	0,9167
14	4	0,0417	0,9583
15	5	0,0208	0,9792
16	6	0,0104	0,9896
17	7	0,0052	0,9948
18	8	0,0026	0,9974
19	9	0,0013	0,9987
20	10	0,0007	0,9993
21	11	0,0003	0,9997
22	12	0,0002	0,9998
23	13	0,0001	0,9999
24	14	0,0000	1,0000
25	15	0,0000	1,0000
26	16	0,0000	1,0000
27	17	0,0000	1,0000
28	18	0,0000	1,0000
29	19	0,0000	1,0000
30	20	0,0000	1,0000

Σενάρια με λιγότερους/περισσότερους εξυπηρετητές s (εδώ Παθολόγους ιατρούς):

	B	C	D	E	F	G
33	Υπολογισμοί (Παθολογικό 18-19)					
34			Όρος 1	Όρος 2	P0	ρ
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$(\lambda/\mu)^n/n!$	$\sum \text{from } 0 \text{ to } s-1$	$((\lambda/\mu)^s/s!)/(1-\lambda/(s*\mu))$	$1/(\text{Όρος } 1 + \text{Όρος } 2)$	$(\lambda/s\mu)$
36	0	1				
37	1	1	1	#DIV/0!	#DIV/0!	1
38	2	0,5	2	1	0,333333333	0,5
39	3	0,166667	2,5	0,25	0,363636364	0,3333333
40	4	0,041667	2,666666667	0,055555556	0,367346939	0,25
41	5	0,008333	2,708333333	0,010416667	0,367816092	0,2
42	6	0,001389	2,716666667	0,001666667	0,367872471	0,1666667
43	7	0,000198	2,718055556	0,000231481	0,367878736	0,1428571
44	8	2,48E-05	2,718253968	2,83447E-05	0,367879376	0,125
45	9	2,76E-06	2,71827877	3,1002E-06	0,367879436	0,1111111
46	10	2,76E-07	2,718281526	3,06192E-07	0,367879441	0,1

	B	H	I	J	K
33	Υπολογισμοί (Παθολογικό 18-19)				
34		Lq	L	Wq	W
35	Αριθμός εξυπηρετητών (s)	$P0*((\lambda/\mu)^n/n!)*\rho/(1-\rho)^2$	$Lq+\lambda/\mu$	Lq/λ	$Wq+1/\mu$
36	0				
37	1	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
38	2	0,333333333	1,333333333	0,111111111	0,444444
39	3	0,045454545	1,045454545	0,015151515	0,348485
40	4	0,006802721	1,006802721	0,002267574	0,335601
41	5	0,000957854	1,000957854	0,000319285	0,333653
42	6	0,000122624	1,000122624	4,08747E-05	0,333374
43	7	1,41929E-05	1,000014193	4,73095E-06	0,333338
44	8	1,48963E-06	1,00000149	4,96544E-07	0,333334
45	9	1,42562E-07	1,000000143	4,75208E-08	0,333333
46	10	1,25158E-08	1,000000013	4,17192E-09	0,333333

Εν κατακλείδι, ένας ασθενής ο οποίος μετά το τμήμα επειγόντων θα μεταφερθεί στο τμήμα Παθολογίας, θα παραμείνει στους χώρους του νοσοκομείου κατά μέσο όρο περίπου 63 λεπτά (36 στο Τ.Ε.Π και 27 στον τομέα Παθολογίας). Επιπλέον, αν χρειαστεί και περαιτέρω εξετάσεις υπολογίζεται κατά μέσο όρο επιπλέον μια ώρα παραμονής στο Νοσοκομείο (υπολογισμοί ετών 2018 - 2019). Στον παρακάτω πίνακα συνοψίζονται οι αναμενόμενοι χρόνοι:

Πίνακας 3: Χρόνοι αναμονής για τα έτη 2018 - 2019

Έτη 2018 - 2019	Αναμονή σε λεπτά	Παραμονή στο σύστημα σε λεπτά (αναμονή και εξέταση)
Τμήμα Επείγοντων Περιστατικών (Τ.Ε.Π)	21	36
Παθολογικός Τομέας	7	27
Σύνολο	28	63
Σύνολο με περαιτέρω εξετάσεις (+60 λεπτά)	-	123

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Στο κεφάλαιο αυτό, θα καταγραφούν και θα ερμηνευτούν τα συμπεράσματα της παραπάνω ανάλυσης. Επιπλέον, αναφέρονται οι περιορισμοί που παρουσιάστηκαν στη συγκεκριμένη έρευνα και δίνονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα στον τομέα των ουρών αναμονής Νοσοκομείων και κάποιες εφικτές λύσεις για το Τ.Ε.Π του Επαρχιακού Νοσοκομείου που μελετήθηκε παραπάνω.

5.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα συμπεράσματα που απορρέουν από τη συγκεκριμένη μελέτη περίπτωσης είναι αρκετά και σημαντικά. Ξεκινώντας, πρέπει να τονιστεί πως για έτος 2020 δεν υπάρχει κάποιο πρόβλημα μεγάλης αναμονής σε κάποιο χώρο του Τ.Ε.Π. Οι χρόνοι αναμονής και εξυπηρέτησης είναι παραπάνω από ικανοποιητικοί και ειδικά σε σύγκριση με τα υπόλοιπα νοσοκομεία της χώρας. Το σύνολο των τριών γενικών ιατρών στην «υποδοχή» των επειγόντων περιστατικών είναι επαρκές και μπορεί εύκολα να διαχειριστεί ταυτόχρονα και την περίπτωση ενός πολύ σημαντικού περιστατικού (άμεση μετάβαση σε χειρουργείο/εντατική) χωρίς να καθυστερεί σημαντικά η λειτουργία των υπολοίπων εξετάσεων. Συγκεκριμένα, ο μέσος όρος των ασθενών που εισέρχεται στο Τ.Ε.Π ανά ώρα είναι 7 άτομα. Με βάση των αριθμό των τριών γενικών ιατρών που απασχολούνται στο τμήμα, η μέση αναμονή υπολογίστηκε στα 4 λεπτά. Ο συνολικός χρόνος παραμονής στο Τ.Ε.Π (αναμονή και εξέταση) κατά μέσο όρο προσδιορίστηκε στα 19 λεπτά ανά ασθενή. Στην περίπτωση παραπομπής του ασθενούς σε Παθολόγο ιατρό, υπολογίστηκε μια επιπλέον αναμονή της τάξεως των 2,5 λεπτών η οποία μαζί με την εξέταση αθροίστηκε στα 22,5 λεπτά. Επομένως, από τον χρόνο άφιξης στο Τ.Ε.Π μέχρι τον χρόνο αναχώρησης από το Παθολογικό τμήμα μεσολαβεί το διάστημα 41,5 λεπτών κατά μέσο όρο. Γίνεται φανερό πως στην περίοδο της πανδημίας οι καθυστερήσεις και η αναμονή στη συγκεκριμένη μονάδα υγείας είναι μικρές και σε λογικά μεγέθη.

Με βάση τα προηγούμενα έτη όμως, οι μέσοι αναμενόμενοι χρόνοι είναι σαφώς υψηλότεροι τόσο στο Τ.Ε.Π όσο και στον τομέα Παθολογίας. Το 2018 - 2019 ο μέσος όρος των αφιχθέντων ασθενών υπολογίστηκε στα 10 άτομα ανά ώρα. Ο χρόνος αναμονής στην ουρά μέχρι την πρώτη εξυπηρέτηση προσδιορίστηκε στα 21 λεπτά και με την εξέταση στο Τ.Ε.Π στα 36 λεπτά. Σε συνθήκη παραπομπής του ασθενούς στο Παθολογικό Τμήμα, ο χρόνος αναμονής ορίστηκε στα 7 επιπλέον λεπτά, ενώ αθροιστικά με την εξέταση του Παθολόγου ανήλθε στα 27 λεπτά. Ο συνολικός, επομένως, χρόνος παραμονής του ασθενούς στο Νοσοκομείο μαζί με την παραπομπή του στο Παθολογικό Τμήμα υπολογίστηκε στα 63 λεπτά κατά μέσο όρο.

Στη χρονική περίοδο πριν την εμφάνιση της πανδημίας οι χρόνοι αναμονής και παραμονής στο σύστημα του Νοσοκομείου ήταν αρκετά αυξημένοι δεδομένου ότι πρόκειται για ένα Επαρχιακό Νοσοκομείο.

Για το λόγο αυτό, προτάθηκε και παραπάνω, η προσθήκη ενός ακόμη γενικού ιατρού στο Τ.Ε.Π δεδομένου ότι θα επιστρέψουν οι παλαιότεροι ρυθμοί. Με τον τρόπο αυτό, θα μειωθεί αρκετά ο χρόνος αναμονής που εδώ το κόστος του μετριέται κυρίως σε ανθρώπινες ζωές και αφορά την υγεία των πολιτών. Προφανώς αυτό δεν είναι κάτι εύκολα υλοποιήσιμο καθώς πρέπει να συνυπολογιστούν και τα κόστη εξυπηρέτησης (π.χ. μισθός ιατρού, νέα μηχανήματα, νέος χώρος).

5.2 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Κατά τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας εργασίας, λόγω της έκτακτης υγειονομικής κατάστασης που επικράτησε σε παγκόσμιο επίπεδο, οι στόχοι και οι ερευνητικές υποθέσεις έπρεπε να επαναπροδιοριστούν σε σχέση με τον αρχικό σχεδιασμό. Συνεπώς, με την έναρξη της πανδημίας του COVID-19 εξετάστηκε η υπόθεση της μειωμένης άφιξης ασθενών στο Τμήμα Επειγόντων του Γενικού Νοσοκομείου Λάρισας. Παράλληλα, οι έκτακτες συνθήκες που επικράτησαν κατά το διάστημα 2020-2021, αναμενόμενα προκάλεσαν καθυστερήσεις και δυσκολίες στην πρόσβαση στον χώρο του νοσοκομείου για παρατήρηση. Επιπρόσθετα, τα στοιχεία που αποκομίσθηκαν ήταν περιορισμένα. Δεν κατέστη εφικτή η πρόσβαση σε στοιχεία άλλων τομέων του Νοσοκομείου, ενώ δεν επετεύχθη η πρόβλεψη για τα κόστη, με την ύπαρξη επιπλέον προσωπικού. Η περίοδος κατά την οποία πραγματοποιήθηκε η παρούσα έρευνα, δεν είναι αντιπροσωπευτική της κανονικότητας, και ενδεχομένως τα αποτελέσματα να μη μπορούν να γενικευτούν.

Παρόλα αυτά, το ζήτημα των ουρών αναμονής, τόσο με βάση τη βιβλιογραφία όσο και με τα αποτελέσματα της παρούσας μελέτης, αποτελεί μια πραγματικότητα στις μονάδες υγείας. Οι καθυστερήσεις και οι επιπτώσεις που προκαλεί επιζητούν επίλυση. Για τον λόγο αυτό, όπως προαναφέρθηκε, προτείνεται η απασχόληση ενός επιπλέον γενικού ιατρού στο Τ.Ε.Π δεδομένης της επικείμενης επιστροφής της κοινωνίας σε κανονικούς ρυθμούς. Σημειώνεται πως με βάση τις μετρήσεις, η ύπαρξή του θα επιφέρει μια μείωση της αναμονής κατά 18 λεπτά (από 21, στα 3 λεπτά). Μια τέτοια αποσυμφόρηση του συστήματος θα βελτίωνε τόσο την παροχή φροντίδας όσο και την ποιότητα λειτουργίας του Νοσοκομείου.

Κλείνοντας αυτή την εργασία, γίνεται σαφές πως θα ήταν πολύ γόνιμη και ενδιαφέρουσα η εκ νέου διεξαγωγή της έρευνας με το πέρας της πανδημίας.

Συγκεκριμένα, ο επανέλεγχος των χρόνων αναμονής στους χώρους του νοσοκομείου θα επιβεβαίωνε ή όχι τις παραπάνω προτάσεις/προβλέψεις σχετικά με την προσθήκη ενός τέταρτου γενικού ιατρού στο τμήμα επειγόντων περιστατικών του Κουτλιμπανείου και Τριανταφυλλείου Γενικού Νοσοκομείου Λάρισας. Τέλος, θα ήταν εξίσου παραγωγική μια μελέτη σχετική με τα ακριβή κόστη που θα αφορούσαν την πρόσληψη του επιπλέον εργαζομένου (server) καθώς και των περαιτέρω εξόδων που συνεπάγεται αυτό (νέος εξοπλισμός, νέος χώρος στέγασης κλπ) ώστε να βρεθεί η χρυσή τομή μεταξύ του κόστους αναμονής (λεπτά στην ουρά) και του κόστους εξυπηρέτησης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική Βιβλιογραφία

Βασιλείου, Π. - Χ. Γ. (1999), *Στοχαστικές μέθοδοι στις επιχειρησιακές έρευνες*. Θεσσαλονίκη: Ζήτη

Λυδάκης, Χ., Πατραμάνης, Ι., Λαυρεντάκη, Κ., Καραβιτάκη, Μ. και Νεοφώτιστος, Γ. (2014), 'Συνωστισμός στα τμήματα επειγόντων περιστατικών: Ο ρόλος του Ιατρού Ταχείας Διακίνησης Περιστατικών Χαμηλής Επικινδυνότητας', *Archives of Hellenic Medicine*, 31(3): 336–341

Μπάτης, Ν., Γκανάς, Ι., Γεωργίου, Α. (2004), *Περίληψη της Ύλης της Επιχειρησιακής Έρευνας*. Ε.Α.Π. http://www.math.ntua.gr/~coletsos/Documents/Summary_of_OR.pdf (ανακτήθηκε στις 21/02/2020)

Οικονόμου, Α. (2017), *Ουρές Αναμονής σημειώσεις*. <https://cutt.ly/JkhjWG> (ανακτήθηκε στις 17/08/2020)

Υψηλάντης, Π. (2006), *Επιχειρησιακή έρευνα εφαρμογές στη σημερινή επιχείρηση*. Αθήνα: ΠΡΟΠΟΜΠΟΣ

Φακίνος, Δ. (2008), *Ουρές αναμονής θεωρία και ασκήσεις*. Αθήνα: ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

Φακίνος, Δ. (2012), *Εισαγωγή στις πιθανότητες και τις στοχαστικές διαδικασίες*. Αθήνα: ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

Adeleke, R. A., Ogunwale, O. D., and Halid, O. Y. (2009), 'Application of queuing theory to waiting time of out-patients in hospitals', *The Pacific Journal of Science and Technology*, 10(2): 270-274

Bhat, U. N. (2015), *An introduction to queuing theory Modeling and Analysis in Applications Second Edition*. New York: Springer Science + Business Media

Bose, S. K. (2002), *An introduction to queuing systems*. New York: Kluwer Academic / Plenum Publishers

Bryman, A. (2017), *Social research method*. United Kingdom: Oxford University Press

Fernandes, C. M. B., Price, A., and Christenson, J. M. (1997), 'Does reduced length of stay decrease the number of emergency department patients who leave without seeing a physician?', *The Journal of Emergency Medicine*, 15(3): 397-399

Mayhew L. and Smith D. (2008), 'Using queuing theory to analyse the Government's 4-h completion time target in Accident and Emergency departments'. *Health Care Manage Sci*, 11(1): 11-21. Doi: [10.1007/s10729-007-9033-8](https://doi.org/10.1007/s10729-007-9033-8)

Medhi, J. (1991), *Stochastic Models in Queuing Theory*. USA: Elsevier Science

Mohsin, M., Forero, R., Ieraci, S., Bauman A. E., Young, L., and Santiano, N. (2007), 'A population follow-up study of patients who left an emergency department without being seen by a medical officer', *Emergency Medicine Journal*, 24(3): 175-179. Doi: [10.1136/emj.2006.038679](https://doi.org/10.1136/emj.2006.038679)

Peter, P. O. and Sivasamy, R. (2019), 'Queuing theory techniques and its real applications to health care systems - Outpatient visits'. *International Journal of Healthcare Management*: 1-9. Doi: [10.1080/20479700.2019.1616890](https://doi.org/10.1080/20479700.2019.1616890)

Shortle, J. F., Thompson, J. M., Gross, D., & Harris, C. M. (2018), *Fundamentals of Queuing Theory Fifth Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons

Sztrik, J. (2012), *Basic Queueing Theory* University of Debrecen, Faculty of Informatics. https://irh.inf.unideb.hu/~jsztrik/education/16/SOR_Main_Angol.pdf
(ανακτήθηκε στις 12/05/2020)

Thomopoulos, N. T. (2012), *Fundamentals of Queuing Systems Statistical Methods for Analyzing Queuing Models*. New York: Springer Science + Business Media

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ
(Έγγραφα μηνιαίας επισκεψιμότητας)

Εδώ παρατίθενται μόνο κάποια από τα έγγραφα που μπορέσαμε να αποκτήσουμε και μας επέτρεψαν να δημοσιοποιήσουμε για την κατανοήση των υπολογισμών των μέσων χρόνων. Πολλές επιπλέον πληροφορίες δόθηκαν και τηλεφωνικώς.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΥΓΕΙΑΣ
5η Υ.ΠΕ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ & ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
ΓΕΝΙΚΟ ΝΟΣΟΜΕΙΟ ΛΑΡΙΣΑΣ
"ΚΟΥΤΑΙΜΠΑΝΕΙΟ & ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΕΙΟ"

Σελίδα : 1
Ημερομηνία : 03/02/2021
Ωρα : 21:43:26

ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΚΑΤΑ ΙΑΤΡΕΙΟ (Τ.Ε.Π.)

ΑΠΟ : 01/12/2019 ΕΩΣ : 31/12/2019

ΙΑΤΡΕΙΟ	ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ
2001 . ΤΕΠ ΠΑΘΟΛΟΓΙΚΟ	1095
2002 . ΤΕΠ ΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΟ	335
2003 . ΤΕΠ ΚΑΡΔΙΟΛΟΓΙΚΟ	203
2004 . ΤΕΠ ΟΡΘΟΠΕΔΙΚΟ	141
2005 . ΤΕΠ ΟΦΘΑΛΜΟΛΟΓΙΚΟ	212
2006 . ΤΕΠ ΔΙΑΛΟΓΗ	4184
2007 . ΤΕΠ ΜΑΙΕΥΤΙΚΟ-ΓΥΝΑΙΚΟΛΟΓΙΚΟ	68
2008 . ΤΕΠ ΠΑΙΔΙΑΤΡΙΚΟ	526
2009 . ΤΕΠ ΠΑΙΔΟΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΟ	79
2010 . ΤΕΠ ΟΥΡΟΛΟΓΙΚΟ	115
2011 . ΤΕΠ ΟΔΟΝΤΙΑΤΡΙΚΟ	30
2012 . FAST TRACK	612
Γενικό Σύνολο :	7600
Πλήθος Ασθενών :	3809

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΥΓΕΙΑΣ
5η Υ.ΠΕ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ & ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
ΓΕΝΙΚΟ ΝΟΣΟΜΕΙΟ ΛΑΡΙΣΑΣ
"ΚΟΥΤΛΙΜΠΑΝΕΙΟ & ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΕΙΟ"

Σελίδα : 1
Ημερομηνία : 03/02/2021
Ώρα : 21:39:49

ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΚΑΤΑ ΙΑΤΡΕΙΟ (Τ.Ε.Π.)

ΑΠΟ : 01/01/2020 ΕΩΣ : 31/01/2020

ΙΑΤΡΕΙΟ	ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ
2001 . ΤΕΠ ΠΑΘΟΛΟΓΙΚΟ	1074
2002 . ΤΕΠ ΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΟ	330
2003 . ΤΕΠ ΚΑΡΔΙΟΛΟΓΙΚΟ	191
2004 . ΤΕΠ ΟΡΘΟΠΕΔΙΚΟ	146
2005 . ΤΕΠ ΟΦΘΑΛΜΟΛΟΓΙΚΟ	167
2006 . ΤΕΠ ΔΙΑΛΟΓΗ	4686
2007 . ΤΕΠ ΜΑΙΕΥΤΙΚΟ-ΓΥΝΑΙΚΟΛΟΓΙΚΟ	66
2008 . ΤΕΠ ΠΑΙΔΙΑΤΡΙΚΟ	804
2009 . ΤΕΠ ΠΑΙΔΟΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΟ	81
2010 . ΤΕΠ ΟΥΡΟΛΟΓΙΚΟ	108
2011 . ΤΕΠ ΟΔΟΝΤΙΑΤΡΙΚΟ	17
2012 . FAST TRACK	795
Γενικό Σύνολο :	8465
Πλήθος Ασθενών :	4220

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΥΓΕΙΑΣ
5η Υ.ΠΕ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ & ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
ΓΕΝΙΚΟ ΝΟΣΟΜΕΙΟ ΛΑΡΙΣΑΣ
"ΚΟΥΤΛΙΜΠΑΝΕΙΟ & ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΕΙΟ"

Σελίδα : 1
Ημερομηνία : 03/02/2021
Ώρα : 21:36:24

ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΚΑΤΑ ΙΑΤΡΕΙΟ (Τ.Ε.Π.)

ΑΠΟ : 01/12/2020 ΕΩΣ : 31/12/2020

ΙΑΤΡΕΙΟ	ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ
2001 . ΤΕΠ ΠΑΘΟΛΟΓΙΚΟ	940
2002 . ΤΕΠ ΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΟ	175
2003 . ΤΕΠ ΚΑΡΔΙΟΛΟΓΙΚΟ	69
2004 . ΤΕΠ ΟΡΘΟΠΕΔΙΚΟ	126
2005 . ΤΕΠ ΟΦΘΑΛΜΟΛΟΓΙΚΟ	63
2006 . ΤΕΠ ΔΙΑΛΟΓΗ	10
2008 . ΤΕΠ ΠΑΙΔΙΑΤΡΙΚΟ	134
2009 . ΤΕΠ ΠΑΙΔΟΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΟ	24
2010 . ΤΕΠ ΟΥΡΟΛΟΓΙΚΟ	41
2011 . ΤΕΠ ΟΔΟΝΤΙΑΤΡΙΚΟ	10
2012 . FAST TRACK	622
2014 . ΤΕΠ ΔΕΡΜΑΤΟΛΟΓΙΚΟ	10
Γενικό Σύνολο :	2224
Πλήθος Ασθενών :	1772