



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΩΝ ΕΦΟΔΙΑΣΜΟΥ ΜΕ  
ΕΥΕΛΙΚΤΕΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ**

υπό

**ΗΛΕΚΤΡΑΣ ΤΣΑΝΤΙΚΗ**



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΩΝ ΕΦΟΔΙΑΣΜΟΥ ΜΕ ΕΥΕΛΙΚΤΕΣ  
ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΕΣ**

**υπό**

**ΗΛΕΚΤΡΑΣ ΤΣΑΝΤΙΚΗ**

## **Διπλωματική Εργασία**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για  
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2021

© 2021 Τσαντίκη Ηλέκτρα

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

## **Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

Πρώτος Εξεταστής      Δρ. Δημήτριος Παντελής  
(Επιβλέπων)            Αναπληρωτής Καθηγητής,  
                                 Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
                                 Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής    Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος  
                                 Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
                                 Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής      Δρ. Κωνσταντίνος Αμπουντώλας  
                                 Αναπληρωτής Καθηγητής,  
                                 Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
                                 Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

## Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται το πρόβλημα ενός εμπόρου, ο οποίος προμηθεύεται ένα είδος προϊόντος από δύο διαφορετικούς προμηθευτές. Ο κύριος προμηθευτής είναι αναξιόπιστος, όσον αφορά την παραδιδόμενη ποσότητα, ενώ ο δεύτερος προμηθευτής είναι αξιόπιστος και πιο ευέλικτος, όσον αφορά την παροχή προμήθειας. Σε πρώτη φάση ο πωλητής πρέπει να εκτιμήσει την ζήτηση και τον βαθμό απόδοσης του αναξιόπιστου προμηθευτή, προκειμένου να παραγγείλει τον κατάλληλο αριθμό τεμαχίων από τον κάθε προμηθευτή. Στην συνέχεια, όταν γνωστοποιηθεί η αξιοποιήσιμη παραδιδόμενη ποσότητα από τον κύριο προμηθευτή και πριν αποκαλυφθεί η ζήτηση, ο πωλητής έχει την δυνατότητα να παραγγείλει επιπλέον αριθμό τεμαχίων από τον εφεδρικό προμηθευτή, για να καλύψει ελλείψεις που μπορεί να προκύψουν από την αβεβαιότητα του κύριου προμηθευτή.

Στα επόμενα κεφάλαια της εργασίας διατυπώνεται η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος και παρουσιάζεται το μοντέλο που δημιουργήθηκε στο Matlab, το οποίο υπολογίζει τις βέλτιστες ποσότητες, που θα πρέπει να ανατίθενται στον κάθε προμηθευτή, προκειμένου να μεγιστοποιείται το κέρδος. Επίσης, πραγματοποιείται παρατήρηση της συμπεριφοράς του μοντέλου και της βέλτιστης πολιτικής παραγγελιών κάτω από διαφορετικές συνθήκες του προβλήματος.

**Λέξεις κλειδιά:** Τυχαία απόδοση , Αξιοπιστία , Εφεδρεία, Αβέβαιη ζήτηση, Ποσοτική ευελιξία

## Abstract

This thesis studies the problem of a buyer, who procures one type of product from two different suppliers. The main supplier is unreliable with respect to the quantity delivered, while the second one is reliable and more quantity flexible. At first, the buyer has to evaluate the stochastic demand and performance level of the unreliable supplier, in order to assign the appropriate order to each supplier. Then, when the yield of the risky supplier materializes, with the demand remaining unknown, the buyer has the possibility to order extra batches from the backup supplier, so that no shortages will occur due to the unreliable supplier's uncertainty.

On the following chapters, this thesis formulates the objective function of the problem and analyzes the model created in Matlab, which calculates the optimal quantities that should be assigned on each supplier, leading to the maximum profit. Later on, the behavior of the model and of the optimal policy is being observed, under different problem circumstances.

**Key words:** Random Yield, Reliability, Dual-sourcing, Stochastic demand, Quantity flexibility

## Περιεχόμενα

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	10
1.1	Κίνητρο .....	10
1.2	Βιβλιογραφική Ανασκόπηση .....	11
1.3	Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας.....	13
2	Ανάλυση Μοντέλου και Βασικών εννοιών.....	13
2.1	Επιχειρησιακή Έρευνα.....	13
2.2	Περιγραφή προβλήματος.....	14
2.3	Βασικές Έννοιες .....	15
2.3.1	Προμήθεια.....	16
2.3.2	Αξιοπιστία Προμηθευτή .....	16
2.3.3	Αναξιολογία Προμηθευτή .....	17
2.3.4	Εφεδρικοί Προμηθευτές.....	17
2.3.5	Αβέβαιη Ζήτηση .....	18
3	Παρουσίαση Μαθηματικού Μοντέλου.....	18
3.1.1	Μεταβλητές Απόφασης.....	19
3.1.2	Παράμετροι και Περιορισμοί .....	19
3.1.3	Αντικειμενική Συνάρτηση .....	21
3.1.4	Υποθέσεις .....	23
3.1.5	Ορισμός Παραμέτρων Προβλήματος .....	24
3.2	Δημιουργία Κώδικα στο Πρόγραμμα MATLAB .....	26
4	Διαγράμματα και Ανάλυση Αποτελεσμάτων .....	28
4.1.1	Μεταβολή κόστους χαμένων πωλήσεων .....	29
4.1.2	Μεταβολή κόστους υπολειπόμενης αξίας.....	32
4.1.3	Μεταβολή μοναδιαίου κόστους για τον εφεδρικό προμηθευτή .....	35
4.1.4	Μεταβολή τιμής πώλησης.....	37
4.1.5	Μεταβολή της παραμέτρου 'α' .....	39
4.1.6	Μεταβολή μέσης τιμής της κατανομής ζήτησης.....	42
4.1.7	Μεταβολή τυπικής απόκλισης της κατανομής ζήτησης .....	44
4.1.8	Μεταβολή μέσης τιμής του yield rate.....	47
4.1.9	Μεταβολή εύρους του ποσοστού παραδιδόμενης ποσότητας.....	50
5	Επίλογος .....	53
5.1	Σύνοψη και συμπεράσματα .....	53
5.2	Επεκτάσεις του προβλήματος .....	54
6	Βιβλιογραφία.....	55



Εικόνα 1: Απεικόνιση της εφοδιαστικής αλυσίδας.....	15
Εικόνα 2: Δεδομένα 1ου case study.....	30
Εικόνα 3: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και $Is$ .....	30
Εικόνα 4: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και $Is$ .....	31
Εικόνα 5: Δεδομένα 2ου case study.....	32
Εικόνα 7: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και $rv$ .....	33
Εικόνα 6: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και $rv$ .....	33
Εικόνα 8: Δεδομένα 3ου case study.....	35
Εικόνα 10: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και $cost2$ .....	36
Εικόνα 9: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και $cost2$ .....	36
Εικόνα 11: Δεδομένα 4ου case study.....	38
Εικόνα 12: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και $sp$ .....	38
Εικόνα 13: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και $sp$ .....	38
Εικόνα 14: Δεδομένα 5ου case study.....	40
Εικόνα 15: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και 'a' .....	41
Εικόνα 16: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και 'a' .....	41
Εικόνα 17: Δεδομένα 6ου case study.....	43
Εικόνα 19: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και $mean(D)$ .....	44
Εικόνα 18: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και $mean(D)$ .....	43
Εικόνα 20: Δεδομένα 7ου case study.....	45
Εικόνα 21: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και $sigma(D)$ .....	46
Εικόνα 22: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και $sigma(D)$ .....	46
Εικόνα 23: Δεδομένα 8ου case study.....	48
Εικόνα 24: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και $mean(yr)$ .....	49
Εικόνα 25: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και $mean(yr)$ .....	49
Εικόνα 26: Δεδομένα 9ου case study.....	51
Εικόνα 27: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και $range(yr)$ .....	51
Εικόνα 28: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και $range(yr)$ .....	52

# 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

---

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται εισαγωγικές πληροφορίες σχετικά με το κίνητρο και το υπόβαθρο διπλωματικής εργασίας. Επίσης γίνεται περιγραφή της δομής και το περιεχόμενο των κεφαλαίων της εργασίας.

## 1.1 Κίνητρο

Η ανάγκη για την δημιουργία τέτοιου είδους εργασίας προέκυψε από τους κινδύνους που εγκυμονεί η στρατηγική της ανάθεσης ενός τμήματος της εφοδιαστικής αλυσίδας σε τρίτα μέλη-εταιρείες. Πιο συγκεκριμένα, η εργασία μελετάει το ρίσκο παροχής προμήθειας, ένα πρόβλημα το οποίο εμφανίζεται συχνά και σε διαφορετική κλίμακα, από την περίπτωση μίας απλής εφοδιαστικής αλυσίδας, όπως αυτή που ερευνάται και στην παρούσα εργασία μέχρι και σε μεγαλύτερες αλυσίδες, όπως αποκεντρωμένες εταιρείες, οι οποίες εμπορεύονται εξαρτήματα, πρώτες ύλες και άλλες υπηρεσίες από εξωτερικούς συνεργάτες.

Η τακτική της αποκέντρωσης επιτρέπει σε μία εταιρία να επικεντρωθεί στις κύριες δεξιότητες της, όπως η ανάπτυξη προϊόντος και η έρευνα, έτσι ώστε να αυξήσει την αξία της στην αγορά, μειώνει τα έξοδα αυτής και της παρέχει μεγαλύτερη ευελιξία ως προς τον χρόνο παράδοσης των προϊόντων. Από την άλλη πλευρά όμως υπάρχει και η πιθανότητα οι εταιρίες προμηθευτές να είναι αναξιόπιστοι με αποτέλεσμα η εταιρία ή ο έμπορος να ζημιώνεται με χαμένες πωλήσεις ή να χάνει πελάτες λόγω αδυναμίας να ανταπεξέλθει στην ζήτηση. Από αυτό το ρίσκο προκύπτει η ανάγκη εύρεσης εναλλακτικών προμηθευτών, οι οποίοι θα αντισταθμίζουν και θα μετριάζουν το ρίσκο των αναξιόπιστων προμηθευτών.

Αναφορικά με την εργασία, ένας προμηθευτής για να θεωρηθεί κατάλληλος πρέπει να τηρεί ορισμένα κριτήρια. Βασική προϋπόθεση για την επιλογή προμηθευτή είναι η ποιότητα των προϊόντων και υπηρεσιών που αυτός παρέχει. Τα προϊόντα και οι διαδικασίες παραγωγής τους, όπως η επιλογή των υλικών, ο σχεδιασμός και η παραγωγή πρέπει να πληρούν τα διεθνή πρότυπα. Όσον αφορά την παροχή υπηρεσιών, ανταγωνιστικό πλεονέκτημα έχουν αυτοί οι προμηθευτές που αντικαθιστούν όποια τεμάχια έχουν φτάσει στον πελάτη και είναι ελαττωματικά.

Ένας ακόμη σημαντικός παράγοντας είναι το κόστος προμήθειας, καθώς στόχος ενός πωλητή είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους του. Επομένως είναι φανερό, ότι ένας προμηθευτής για να υπερτερεί των ανταγωνιστών του πρέπει να δίνει έμφαση στην ποιότητα των υλικών του, διατηρώντας παράλληλα μία καλή αναλογία ποιότητας τιμής.

Τέλος, το τρίτο κριτήριο που εμφανίζεται στην εργασία είναι η δυνατότητα ανεφοδιασμού, η οποία εξασφαλίζει στον έμπορο ότι θα ανταπεξέλθει ικανοποιητικά στην αβέβαιη ζήτηση, ικανοποιώντας την πλειοψηφία των αναμενόμενων πελατών του. Η ανάγκη για ανεφοδιασμό είναι και ο λόγος αξιοποίησης του εφεδρικού προμηθευτή.

Η συνεισφορά αυτής της διπλωματικής είναι η εύρεση μιας βέλτιστης πολιτικής των ποσοτήτων παραγγελίας, οι οποίες θα ανατίθενται στον κάθε προμηθευτή, εξασφαλίζοντας το μέγιστο δυνατό κέρδος.

## 1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Το πρόβλημα που παρουσιάζεται σε αυτήν την εργασία μοιάζει πολύ με το κλασικό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη (Hill, 2017). Σύμφωνα με αυτό το πρόβλημα, ο εφημεριδοπώλης πρέπει κάθε μέρα νωρίς το πρωί να παραγγέλνει από τον προμηθευτή του, ώστε να έχει αρκετό απόθεμα για να καλύψει την ζήτηση, η οποία την στιγμή που γίνεται η παραγγελία είναι άγνωστη, αλλά ο έμπορος την προβλέπει με βάση την εμπειρία του. Όσο πιο κοντά είναι η πρόβλεψη του με την πραγματική ζήτηση όταν αυτή αποκαλύπτεται, τόσο μεγαλύτερο είναι το κέρδος του. Εάν το απόθεμα που έχει ο έμπορος είναι μικρότερο από την πραγματική ζήτηση, τότε αυτός ζημιώνεται, καθώς πέρα από τις χαμένες πωλήσεις, υπάρχουν και δυσαρεστημένοι πελάτες στο τέλος της μέρας, γεγονός που φέρνει αρνητικές επιπτώσεις και στην εικόνα του εφημεριδοπώλη σε σχέση με τους ανταγωνιστές του. Επίσης, εάν το απόθεμα ξεπερνάει την πραγματική ζήτηση, τότε στο τέλος της ημέρας θα έχει καλυφθεί όλη η ζήτηση και όλοι οι πελάτες θα είναι ευχαριστημένοι, αλλά θα υπάρχει περίσσιο απόθεμα, χωρίς κάποια αξία. Η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης προκύπτει όταν το αναμενόμενα οριακά κόστη ζημίας και κέρδους είναι ίσα.

Η διαμόρφωση του προβλήματος του εφημεριδοπώλη ξεκίνησε το 1888 στην πόλη Edgeworth από μία τράπεζα που έπρεπε να ορίσει το κατάλληλο τραπεζικό απόθεμα, προκειμένου να καλύψει την ζήτηση. Στην συνέχεια το 1951 ο Kenneth J. Arrow με τους συνεργάτες του περιέγραψαν το πρόβλημα λήψης αποφάσεων για παραγγελίες ποσοτήτων, για την αποφυγή ελλείματος ή περίσσειας, ενώ το 1953 παρέχει την λύση του κρίσιμου λόγου, ο οποίος αναφέρεται παραπάνω.

Με την πάροδο των χρόνων έχουν μελετηθεί πολλές επεκτάσεις του προβλήματος. Οι Dada et al. (2007) μελετούν την περίπτωση μίας εφοδιαστικής αλυσίδας ενός αγοραστή και πολλών αναξιόπιστων προμηθευτών για άγνωστη ζήτηση. Οι Agrawal και Nahmias (1997) μελετούν την περίπτωση καθορισμού των βέλτιστων παραγγελιών και του αριθμού προμηθευτών για γνωστή ζήτηση και αβέβαιο ρίσκο προμήθειας για τον κάθε προμηθευτή. Επίσης οι Federgruen και Yang (2008), αναλύουν ένα μοντέλο για τον περίπτωση όπου μία εταιρεία συνεργάζεται με πολλούς αναξιόπιστους προμηθευτές και αβέβαιη ζήτηση. Οι Guo

et al. (2016) εξετάζουν το πρόβλημα μία εταιρείας που συνεργάζεται με έναν αναξιόπιστο προμηθευτή και έναν εφεδρικό, για τον οποίο απαιτείται κράτηση εκ των προτέρων. ενώ οι Hou et al. (2017) μελετούν την περίπτωση μίας εταιρείας που συνεργάζεται με έναν βασικό και υπεράκτιο προμηθευτή και δύο εφεδρικούς τοπικούς προμηθευτές έτσι ώστε να μετριάζεται ο κίνδυνος διακοπής εφοδιασμού από την κύρια πηγή, ενώ παράλληλα η ζήτηση είναι στοχαστική. Ο Li (2017) αναλύει το πρόβλημα μίας εταιρείας που προμηθεύεται από δύο αναξιόπιστες πηγές, με διαφορετικού είδους αβεβαιότητες. Με τις διαφορετικές εκδοχές του προβλήματος εισάγονται και νέοι όροι, όπως η αναξιοπιστία παροχής προμήθειας, εφεδρικοί προμηθευτές, χρονικός ορίζοντας για περισσότερες από μια περιόδους, προμήθεια και πώληση διαφορετικών τύπων προϊόντων. Με τις μελέτες όλων αυτών των παραλλαγών πλέον η λογική του προβλήματος του εφημεριδοπώλη μπορεί να εφαρμοστεί με τις κατάλληλες τροποποιήσεις από μικρές επιχειρήσεις, μέχρι και σε μεγάλες εταιρείες.

Στο άρθρο τους οι He & Yang (2018), εξετάζουν το πρόβλημα ενός πωλητή, ο οποίος προμηθεύεται από δύο προμηθευτές, τον κύριο που είναι αναξιόπιστος και τον εφεδρικό που είναι αξιόπιστος και επιτρέπει στον πωλητή να ακυρώσει ένα μέρος της αρχικής παραγγελίας. Αρχικά η ζήτηση είναι αβέβαιη και ο πωλητής αναθέτει τις παραγγελίες στους δύο προμηθευτές προβλέποντας την αναμενόμενη ζήτηση και την αναμενόμενη απόδοση του αναξιόπιστου προμηθευτή. Στην συνέχεια αφού γίνεται παραλαβή του αρχικού αποθέματος και η ζήτηση όπως και η μη ελαττωματική ποσότητα που παρέδωσε ο ένας προμηθευτής γίνουν γνωστά, ο πωλητής επιστρέφει ένα μέρος της παραγγελίας στον εφεδρικό προμηθευτή.

Το πρόβλημα που μελετάει η εργασία είναι ίδιας λογικής, με την διαφορά ότι στην δεύτερη φάση του προβλήματος ο πωλητής αφού διαπιστώσει την πραγματική ποσότητα που παρέλαβε από τον αναξιόπιστο προμηθευτή μπορεί να παραγγείλει επιπλέον ποσότητα από τον εφεδρικό, ενώ η ζήτηση συνεχίζει να παραμένει άγνωστη. Επίσης, στο άρθρο γίνεται αναλυτική προσέγγιση της συνάρτησης βελτιστοποίησης με μελέτη της κυρτότητας της συνάρτησης και εφαρμογή των συνθηκών KKT για την εύρεση της βέλτιστης πολιτικής, ενώ η εργασία περιορίζεται στην μελέτη της βέλτιστης πολιτικής παραγγελιών μέσα από την παρατήρηση διαγραμμάτων για διαφορετικά σεντ τιμών των παραμέτρων.

### 1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Το υπόλοιπο αυτής της διπλωματικής εργασίας χωρίζεται σε 4 επιμέρους κεφάλαια, σύμφωνα και με την σειρά των βημάτων που ακολουθήθηκαν για την εκπόνηση της εργασίας. Συγκεκριμένα :

**Κεφάλαιο 2:** Παρουσιάζεται το πρόβλημα που μελετάει αυτή ή εργασία και θα αναλυθούν και ορισμένες παράμετροι και έννοιες του προβλήματος και ο τρόπος που επιδρούν στο αναμενόμενο κέρδος και τις ποσότητες παραγωγής.

**Κεφάλαιο 3:** Αναπτύσσεται το μαθηματικό μοντέλο, που περιγράφει το πρόβλημα και στο οποίο στηρίζεται η λήψη των βέλτιστων αποφάσεων. Επίσης αναλύονται οι υποθέσεις που έγιναν για το στήσιμο του μοντέλου και παρουσιάζονται οι βασικές ιδιότητες της βέλτιστης πολιτικής που επιλέχθηκε. Τέλος γίνεται και αναφορά στο κομμάτι του κώδικα στο πρόγραμμα MATLAB.

**Κεφάλαιο 4:** Θα παρουσιαστούν σειρές διαφορετικών δοκιμών με σκοπό την συλλογή σημείων και την κατασκευή διαγραμμάτων για το μοντέλο και σχολιασμός της συμπεριφοράς του μοντέλου μέσω των διαγραμμάτων.

**Κεφάλαιο 5:** Θα γίνει μία σύνοψη της διπλωματικής εργασίας και παρουσίαση των τελικών συμπερασμάτων, καθώς και αναφορά σε πιθανή μελλοντική περαιτέρω έρευνα.

## 2 Ανάλυση Μοντέλου και Βασικών εννοιών

---

### 2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα

Το θέμα που πραγματεύεται η διπλωματική εργασία συγκαταλέγεται στον τομέα της επιχειρησιακής έρευνας. Επιχειρησιακή Έρευνα (Operations Research) είναι η επιστήμη που ασχολείται με την λήψη και υλοποίηση αποφάσεων για την βελτιστοποίηση (optimization) της απόδοσης ενός συστήματος. Παρέχει μία ποικιλία μαθηματικών μοντέλων και τεχνικών στις οποίες μπορεί να στηριχτεί μία επιχείρηση ή ένας οργανισμός, προκειμένου να βελτιστοποιήσει την λειτουργία ενός συστήματος μέσα από μία σειρά ορθολογικών αποφάσεων. Εναλλακτικές ονομασίες αυτής της επιστήμης είναι και **Διοικητική Επιστήμη**

## **(Management Science), Ανάλυση Συστημάτων (Systems Analysis, Decision Analysis), Βελτιστοποίηση (Mathematical Optimization).**

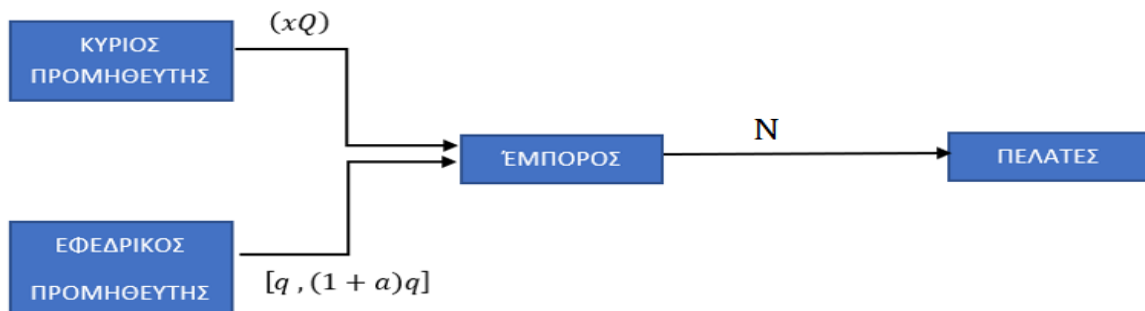
Η επιχειρησιακή έρευνα ξεκίνησε στο Ηνωμένο Βασίλειο στον Β΄ Παγκόσμιο Πόλεμο, από την ανάγκη επιστράτευσης ποσοτικών μεθόδων για την επίλυση προβλημάτων στις επιχειρήσεις. Εκείνη την περίοδο αναπτύχθηκε με την δημιουργία ομάδων επιστημόνων από διάφορες ειδικότητες για την επίλυση ζητημάτων όπως ο προσδιορισμός βέλτιστων γεωγραφικών σημείων για την εγκατάσταση οπλικών συστημάτων, ο καθορισμός του μεγέθους των στρατιωτικών αποστολών, η ορθή λήψη μέτρων προστασίας για τον άμαχο πληθυσμό, καθώς και η ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων για προβλήματα. Μετά την λήξη του πολέμου η επιστήμη αναπτύχθηκε περισσότερο μέσα από την δημιουργία εφαρμογών και λογισμικών και βρήκε ευρεία εφαρμογή σε τομείς όπως ο οικονομικός, η διοίκηση και ο κατασκευαστικός.

### 2.2 Περιγραφή προβλήματος

Ως σύστημα του προβλήματος θεωρείται μία εφοδιαστική αλυσίδα, η οποία αποτελείται από ένα έμπορο και δύο προμηθευτές. Ο ένας προμηθευτής είναι και αυτός από όπου προμηθεύεται κατά κύριο λόγο ο έμπορος, αλλά είναι αναξιόπιστος, με ένα μέρος της παραδιδόμενης ποσότητας κάθε φορά να είναι μη αξιοποιήσιμο, επειδή τα τεμάχια είναι ελαττωματικά. Η αναξιόπιστία του κύριου προμηθευτή περιγράφεται από μία τυχαία συνεχή μεταβλητή ( $x$ ), η οποία στην ουσία είναι ένα ποσοστό και παίρνει τιμές στο πεδίο  $[0,1]$ . Επομένως εάν ο πωλητής έχει αναθέσει παραγγελία  $Q$  τεμαχίων στον κύριο προμηθευτή, η αξιοποιήσιμη ποσότητα που τελικά παραλαμβάνει είναι  $(xQ)$ . Από την άλλη πλευρά, ο πωλητής συνεργάζεται και με έναν εφεδρικό προμηθευτή, ρόλος του οποίου είναι να καλύπτει τις αναμενόμενες αποκλίσεις μεταξύ της αρχικής παραγγελίας που κάνει ο έμπορος στον κύριο προμηθευτή και της πραγματικής μη-ελαττωματικής ποσότητας που παραλαμβάνει. Ο εφεδρικός προμηθευτής είναι απολύτως αξιόπιστος, δηλαδή παραδίδει ολόκληρη την παραγγελία που του έχει ανατεθεί χωρίς κανένα ελαττωματικό τεμάχιο. Το μοναδιαίο κόστος προμήθειας από τον εφεδρικό προμηθευτή ( $w_2$ ) είναι υψηλότερο από το αντίστοιχο κόστος του κύριου προμηθευτή ( $w_1$ ). Το συμβόλαιο του εμπόρου με τον εφεδρικό προμηθευτή εξασφαλίζει σε αυτόν ευελιξία στις παραγγελίες, αφού του επιτρέπει να ακυρώσει ένα μέρος της αρχικής παραγγελίας, ή να παραγγείλει επιπλέον ποσότητα, αφού η αξιοποιήσιμη παραδομένη ποσότητα από τον αναξιόπιστο προμηθευτή έχει γίνει γνωστή. Η μελέτη της εργασίας στηρίζεται στην περίπτωση, όπου ο έμπορος μπορεί να παραγγείλει επιπλέον ποσότητα. Επομένως η παραγγελία που ανατίθεται στον εφεδρικό προμηθευτή μπορεί να κυμαίνεται σε ένα πεδίο  $[q, (1+a)q]$ , όπου ( $a$ ) η μεταβλητή που αντιστοιχεί στο ποσοστό της επιπλέον ποσότητας. Η ζήτηση ( $D$ ) είναι αβέβαιη και ορίζεται με μία κατανομή.

Αρχικά ο πωλητής πρέπει να προβλέψει την ζήτηση και τον βαθμό απόδοσης του κύριου προμηθευτή, έτσι ώστε να αναθέσει τις παραγγελίες στους προμηθευτές. Στην συνέχεια όταν γίνει η παραλαβή των ποσοτήτων και αφού αποκαλυφθεί η αξιοποιήσιμη ποσότητα που παραδίδει ο αναξιόπιστος προμηθευτής, ο πωλητής πρέπει να εκτιμήσει την επιπλέον ποσότητα που θα παραγγείλει από τον ευέλικτο προμηθευτή του, έτσι ώστε να μπορέσει να καλύψει την αναμενόμενη ζήτηση και να μεγιστοποιήσει το κέρδος του.

Η παραπάνω εφοδιαστική αλυσίδα μπορεί να γίνει πιο κατανοητή με μία σχηματική αναπαράσταση :



Εικόνα 1: Απεικόνιση της εφοδιαστικής αλυσίδας

## 2.3 Βασικές Έννοιες

Για την κατανόηση της συμπεριφοράς του μοντέλου λήψης αποφάσεων είναι απαραίτητη η επεξήγηση ορισμένων όρων. Τα ζητήματα που έχει να αντιμετωπίσει ο πωλητής στο παρόν πρόβλημα είναι τα εξής:

- Προμήθεια αγαθών για μία περίοδο. Όπως και στο παράδειγμα του εφημεριδοπώλη, ο πωλητής παραγγέλνει εφημερίδες για μία ημέρα. Μία περίοδος μπορεί να αντιστοιχεί σε μία μέρα, μία εβδομάδα, ή ένα έτος και ο πωλητής πρέπει να φροντίσει

να παραγγείλει αρκετά τεμάχια, ώστε να είναι όλοι οι πελάτες του ευχαριστημένοι, αλλά να μην έχει και περίσσειμα, το οποίο θα πεταχτεί.

- Να ορίσει τον στόχο, δηλαδή τον αριθμό τεμαχίων του αποθέματος που πρέπει να εξασφαλίσει στην αρχή της περιόδου, ώστε να μην έχει ελλείψεις ή περίσσεια εμπορεύματος. Όσο πιο ακριβής είναι η πρόβλεψη της ζήτησης, τόσο πιο ικανοποιητικά θα οριστεί και ο στόχος.
- Πρόβλεψη του μέσου όρου της αξιοποιήσιμης ποσότητας που θα παραλάβει από τον αναξιόπιστο προμηθευτή. Αν και ο εφεδρικός προμηθευτής παρέχει ευελιξία στον έμπορο, όσον αφορά την επιπλέον ποσότητας που μπορεί να παραγγείλει, αυτή είναι περιορισμένη, με πιθανό αποτέλεσμα τις χαμένες πωλήσεις.

### 2.3.1 Προμήθεια

Ο όρος προμήθεια σχετίζεται κυρίως με επιχειρήσεις και όχι τόσο με μεγάλες εταιρείες, όπου η αγορά αγαθών και υπηρεσιών είναι μεγαλύτερης κλίμακας. Ως προμήθεια γενικά θεωρείται ένα σύνολο δραστηριοτήτων, όπως ο προσδιορισμός του μεγέθους της ανάγκης μίας επιχείρησης για ένα προϊόν ή η αναζήτηση των πιο οικονομικών και ποιοτικών προμηθευτών στην αγορά. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, ο όρος προμήθεια αντιστοιχεί στην πραγματική ποσότητα που παραλαμβάνει ο πωλητής, δηλαδή στα μη-ελαττωματικά τεμάχια. Αυτό συνεπάγεται ότι γίνεται ένας πλήρης έλεγχος στις παραδιδόμενες ποσότητες και αποσύρονται τα ελαττωματικά τεμάχια. Επίσης η παραδιδόμενη ποσότητα από έναν προμηθευτή δεν πρέπει να ξεπερνά το ύψος της παραγγελίας, δηλαδή ακόμη και αν ο προμηθευτής έχει παραγάγει μεγαλύτερη ποσότητα από την παραγγελία που τελικά του ανατέθηκε, θα πληρωθεί μόνο για εκείνη την ποσότητα που οφείλει να παραδώσει.

### 2.3.2 Αξιοπιστία Προμηθευτή

Αξιοπιστία μίας εφοδιαστικής αλυσίδας είναι η πιθανότητα αυτή να ανταπεξέλθει στο ύψος της ζήτησης, παραδίδοντας ολόκληρη την παραγγελία που της ανατέθηκε. Στόχος της αξιοπιστίας είναι να καλυφθεί η ζήτηση και να είναι όλοι οι πελάτες ευχαριστημένοι. Με αυτόν τον τρόπο η ζήτηση θα παραμένει σταθερή ή θα αυξάνεται και η εφοδιαστική αλυσίδα θα αυξάνει την αξία της στην αγορά, εκτοπίζοντας άλλους λιγότερο ανταγωνιστικούς αντίπαλους. Το επίπεδο της αξιοπιστίας της αλυσίδας φαίνεται από τον βαθμό ικανοποίησης της ζήτησης. Στο παρόν πρόβλημα, η εφοδιαστική αλυσίδα είναι ένα παράλληλο σύστημα, καθώς υπάρχουν δύο εναλλακτικοί προμηθευτές για το ίδιο προϊόν και εφόσον ο ένας είναι



απολύτως αξιόπιστος θα είναι και το σύστημα αξιόπιστο σε άγνωστο όμως βαθμό. Με τον όρο απολύτως αξιόπιστος εννοείται ότι ο προμηθευτής θα παραδώσει ολόκληρη την ανατιθέμενη ποσότητα ( $q$ ) ανεξάρτητα από το ύψος της, ενώ σε αντίθετη περίπτωση θεωρείται αναξιόπιστος.

### 2.3.3 Αναξιοπιστία Προμηθευτή

Ένας παράγοντας που επηρεάζει σημαντικά την απόδοση της εφοδιαστικής αλυσίδας και μπορεί να οδηγήσει σε ελλείψεις εμπορεύματος και δυσαρεστημένους πελάτες, που στρέφονται σε ανταγωνιστές. Υπάρχουν διάφοροι λόγοι που καθιστούν έναν προμηθευτή αναξιόπιστο, όπως η παράδοση μικρότερης ποσότητας από την ανατιθέμενη, είτε επειδή ένας αριθμός τεμαχίων κρίνεται ελαττωματικός και αποσύρεται, είτε γιατί αν και όλα τα τεμάχια είναι λειτουργικά να είναι κατώτερης ποιότητας σε σχέση με την επιθυμητή και ο τρίτος λόγος είναι η πιθανότητα ο προμηθευτής λόγω κακού προγραμματισμού διαδικασιών να μην προλάβει να έχει έτοιμη ολόκληρη την παραγγελία στην ημερομηνία της παράδοσης. Η αβεβαιότητα μπορεί όμως να οφείλεται και σε άλλους απρόβλεπτους παράγοντες όπως μία φυσική καταστροφή με αποτέλεσμα να μην παραδίδεται η παραγγελία από τον προμηθευτή. Η εργασία ασχολείται μόνο με την περίπτωση όπου ένα ποσοστό της προμήθειας είναι ελαττωματικό.

### 2.3.4 Εφεδρικοί Προμηθευτές

Η χρήση εφεδρικών προμηθευτών είναι ένα από τα μέτρα διαχείρισης κινδύνου της εφοδιαστικής αλυσίδας και εφαρμόζεται όταν υπάρχει ρίσκο στην παροχή προμήθειας. Βασικό κριτήριο στην επιλογή προμηθευτή για μία επιχείρηση είναι το χαμηλό κόστος ακόμη και αν αυτός δεν είναι απολύτως αξιόπιστος. Έχουν μελετηθεί διάφορες παραλλαγές σχετικά με αυτήν την έννοια, όπως προβλήματα όπου μία επιχείρηση προσλαμβάνει περισσότερους του ενός αναξιόπιστους προμηθευτές μαζί με έναν απολύτως αξιόπιστο, η περίπτωση ύπαρξης μόνο αναξιόπιστων πηγών. Όπως αναφέρθηκε και στην περιγραφή του προβλήματος η εργασία εξετάζει την πιο απλή περίπτωση όπου η αβεβαιότητα του κύριου προμηθευτή περιορίζεται από τον εφεδρικό, ο οποίος είναι απολύτως αξιόπιστος και επιπλέον δεσμεύεται να παραγάγει επιπλέον ποσότητα σε περίπτωση ανάγκης.

### 2.3.5 Αβέβαιη Ζήτηση

Πρόκειται για τον δεύτερο και σημαντικότερο παράγοντα αβεβαιότητας του προβλήματος. Αν δεν γίνει σωστή πρόβλεψη της ζήτησης ώστε να οριστεί και το απαραίτητο απόθεμα υπάρχει πιθανότητα στο τέλος της περιόδου να μην ικανοποιηθούν όλοι οι πελάτες ή ο πωλητής να πρέπει να πετάξει το περίσσειμα και να χάσει λεφτά. Για να γίνει μία προσέγγιση της ζήτησης πρέπει να δηλωθεί μία κατάλληλη κατανομή για την συνεχή μεταβλητή ( $N$ ) της ζήτησης και να υπολογιστούν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και η αθροιστική συνάρτηση κατανομής.

## 3 Παρουσίαση Μαθηματικού Μοντέλου

---

Αφού έγινε περιγραφή και σχηματική αναπαράσταση του συστήματος, ακολουθεί η μαθηματική μοντελοποίηση, πάνω στην οποία θα βασιστεί και ο κώδικας στην συνέχεια. Σύμφωνα με την επιστήμη της επιχειρησιακής έρευνας, ένα ολοκληρωμένο μαθηματικό μοντέλο πρέπει να απαρτίζεται από τα εξής χαρακτηριστικά:

1. **Μεταβλητές απόφασης (decision variables)** : δομικά στοιχεία του προβλήματος. Καθορίζονται από τον αναλυτή (λήπτη αποφάσεων) και αντιπροσωπεύουν τις αποφάσεις που πρέπει να ληφθούν.
2. **Παράμετροι-Συντελεστές-Σταθερές (parameters)** : μετρήσιμα στοιχεία, γνωστά ή εκτιμώμενα εκ των προτέρων.
3. **Αντικειμενική συνάρτηση (objective function)** : το μέτρο της απόδοσης του συστήματος του υπό μελέτη συστήματος, εκφρασμένο συναρτήσει των μεταβλητών απόφασης.
4. **Περιορισμοί (constraints)** : μαθηματικές σχέσεις (εξισώσεις ή ανισώσεις) που πρέπει να ικανοποιούν οι τιμές των μεταβλητών ώστε να απεικονίζονται στο μοντέλο οι συνθήκες λειτουργίας του συστήματος. Το παρών πρόβλημα όμως είναι χωρίς περιορισμούς, όποτε δεν θα αναφερθούν περιορισμοί στην συνέχεια.

Οι επιθυμητές ιδιότητες ενός μαθηματικού μοντέλου είναι :

- Απλότητα (simplicity)
- Πληρότητα (completeness)
- Ευκολία χρήσης (easy manipulation)
- Προσαρμοστικότητα (adaptability)
- Ευκολία επικοινωνίας (easy communication)
- Χρησιμότητα (usefulness)

- Καταλληλότητα ως προς το κόστος και τον χρόνο (practicality)
- Σχετικότητα ως προς τις πληροφορίες (relevance)

### 3.1.1 Μεταβλητές Απόφασης

Οι αποφάσεις που πρέπει να παρθούν σε αυτό το πρόβλημα αφορούν τις παραγγελίες που ανατίθενται στους προμηθευτές. Έτσι λοιπόν ορίζονται οι εξής δύο μεταβλητές :

- $Q$  : Ποσότητα παραγγελίας που ανατίθεται στον κύριο προμηθευτή
- $q$  : Ποσότητα παραγγελίας που ανατίθεται στον εφεδρικό προμηθευτή

### 3.1.2 Παράμετροι και Περιορισμοί

Παρακάτω αναφέρονται όλες οι παράμετροι του προβλήματος :

- $sp$  : Η τιμή πώλησης ανά τεμάχιο
- $w_1$  : Μοναδιαίο κόστος προμήθειας από τον κύριο προμηθευτή
- $w_2$  : Μοναδιαίο κόστος προμήθειας από τον εφεδρικό προμηθευτή
- $ls$  : Μοναδιαίο κόστος χαμένων πωλήσεων
- $rv$  : Υπολειπόμενη αξία ανά τεμάχιο
- $a$  : Ποσοστό που αντιστοιχεί στην επιπλέον ποσότητα παραγγελίας που μπορεί να ανατεθεί στον εφεδρικό προμηθευτή
- $f(x)$  : Η Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (ΣΠΠ) της τυχαίας μεταβλητής του ρίσκου
- $g(n)$  : Η Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (ΣΠΠ) της τυχαίας μεταβλητής της ζήτησης

Όσον αφορά τους περιορισμούς του προβλήματος υπάρχει μόνο ένας, ο οποίος εξασφαλίζει ότι ο πωλητής θα προμηθευτεί και από τις δύο διαθέσιμες πηγές του και αυτό θα συμβαίνει μόνο εάν ο αναξιόπιστος προμηθευτής χρεώνει λιγότερο τα τεμάχια. Συνεπώς, για τα κόστη πρέπει να ισχύει η παρακάτω σχέση :

$$0 < rv < ls < w1 < w2 < sp$$

Η τιμή του όρου  $ls$  στην πραγματικότητα δεν επηρεάζει ουσιαστικά την βέλτιστη πολιτική, μόνο τα αριθμητικά αποτελέσματα. Η παρούσα πτυχιακή εργασία όμως, όπως αναφέρθηκε και στην βιβλιογραφική ανασκόπηση, βασίζεται στο άρθρο των He B. και Yang Y. (2018), οι οποίοι ορίζουν ότι οι τιμές που μπορεί να λάβει η παράμετρος  $ls$  είναι μεγαλύτερες του  $rv$  και μικρότερες του  $w1$ . Συνεπώς, αυτός ο περιορισμός εφαρμόστηκε και εδώ.

Πριν την διατύπωση της αντικειμενικής συνάρτησης πρέπει να αναφερθούν και οι παρακάτω μεταβλητές:

- $A$  : Ο στόχος, δηλαδή τα τεμάχια που πρέπει να έχει συγκεντρώσει ο πωλητής πριν την αρχή της περιόδου

Ο πωλητής αρχικά παραγγέλλει τις ποσότητες  $Q$ ,  $q$  από τους προμηθευτές. Στην συνέχεια όταν παραλάβει τις παραγγελίες και αποκαλυφθεί η πραγματική αξιοποιήσιμη ποσότητα που παρέδωσε ο αναξιόπιστος προμηθευτής, ο πωλητής έχοντας εκτιμήσει την ζήτηση καθορίζει τον αριθμό τεμαχίων που θα πρέπει να έχει ως απόθεμα ( $A$ ), έτσι ώστε να παραγγείλει και τον σωστό αριθμό επιπλέον τεμαχίων από τον εφεδρικό προμηθευτή.

Σύμφωνα με το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη, η ποσότητα  $A$  καθορίζεται από τον κρίσιμο λόγο του κόστους έλλειψης αποθέματος προς το άθροισμα των κοστών έλλειψης και περίσσειας αποθέματος. Σε μία επέκταση του προβλήματος του εφημεριδοπώλη για πολλούς αναξιόπιστους προμηθευτές, οι Dada et al. (2006) λαμβάνοντας υπόψιν το κόστος χαμένων πωλήσεων και το διαφορετικό κόστος κάθε προμηθευτή, ορίζουν έναν κρίσιμο λόγο για τον κάθε αναξιόπιστο προμηθευτή. Έτσι, η παρούσα εργασία για την διαμόρφωση του κρίσιμου λόγου βασίζεται στο άρθρο των Dada et al. και καθώς ο πωλητής στην δεύτερη φάση του προβλήματος μπορεί να παραγγείλει μόνο από τον εφεδρικό προμηθευτή ο κρίσιμος λόγος ορίζεται ως εξής :

$$y = \frac{sp + ls - w_2}{sp + ls - rv}$$

Από την αντίστροφη της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας της ζήτησης, για πιθανότητα ίση με τον συντελεστή  $y$ , προκύπτει η ποσότητα  $A : A = G^{-1}(y)$ , όπου :

- $G(n)$  : Η Συνάρτηση Αθροιστικής Κατανομής της τυχαίας μεταβλητής της ζήτησης

### 3.1.3 Αντικειμενική Συνάρτηση

Η προς μεγιστοποίηση συνάρτηση στο πρόβλημα είναι το αναμενόμενο κέρδος. Η αντικειμενική λαμβάνει υπόψιν όλα τα πιθανά ενδεχόμενα και υπολογίζει το μέσο κέρδος κάθε περίπτωσης και στο τέλος αθροίζει τους μέσους όρους των κερδών.

Οι πιθανές εκβάσεις του προβλήματος που εμφανίζονται στην αντικειμενική είναι :

- 1<sup>η</sup> Περίπτωση : Η αναμενόμενη ζήτηση είναι μικρή και η αρχική παραγγελία του προμηθευτή είναι αρκετή, συνεπώς δεν παραγγέλνει επιπλέον ποσότητα, ενώ στο τέλος της περιόδου υπάρχει περίσσεια :  $A \leq xQ + q$
- 2<sup>η</sup> Περίπτωση : Η αναμενόμενη ζήτηση αποδεικνύεται μεγαλύτερη από το αρχικό απόθεμα, αλλά ο πωλητής καταφέρνει να την καλύψει παραγγέλνοντας επιπλέον τεμάχια από τον εφεδρικό και ποσοτικά ευέλικτο προμηθευτή :  $xQ + q \leq A \leq xQ + (1 + a)q$
- 3<sup>η</sup> Περίπτωση : Η αναμενόμενη ζήτηση είναι πολύ μεγάλη και δεν μπορεί να καλυφθεί ακόμη και αν ο πωλητής παραγγείλει ολόκληρη την επιπλέον ποσότητα που του επιτρέπει το συμβόλαιο ποσοτικής ευελιξίας με τον εφεδρικό προμηθευτή :  $A \geq xQ + (1 + a)q$

Ανάλογα με την πρόβλεψη της ζήτησης και τις τρεις παραπάνω εκβάσεις ορίζεται και το υπάρχον απόθεμα ( $z$ ):

$$z_1 = xQ + q$$

$$z_2 = A$$

$$z_3 = xQ + (1 + a)q$$

Πριν οριστεί η αντικειμενική συνάρτηση του συνολικού κέρδους, πρέπει να οριστεί η συνάρτηση  $L(n)$ , η οποία είναι η συνάρτηση των αναμενόμενων εσόδων. Η συνάρτηση  $L(n)$ , υπολογίζει τον μέσο όρο των εσόδων για τις περιπτώσεις όπου το απόθεμα ξεπερνάει την ζήτηση και την αντίθετη όπου η ζήτηση ξεπερνάει το απόθεμα. Η συνάρτηση  $L(x)$  διαμορφώνεται ανάλογα για τις τρεις διαφορετικές περιπτώσεις υπάρχοντος αποθέματος ( $z_1, z_2, z_3$ ) ως εξής :

Για  $z_1$  :

$$L_1(x) = \int_0^{xQ+q} [sp n + rv (xQ + q - n)] g(n) dn + \int_{xQ+q}^{\infty} [sp (xQ + q) - ls (n - (xQ + q))] g(n) dn,$$

Για  $z_2$  :

$$L_2 = \int_0^A [sp n + rv (A - n)] g(n) dn + \int_A^{\infty} [sp A - ls (n - A)] g(n) dn$$

Και για  $z_3$  :

$$L_3(x) = \int_0^{xQ+(1+a)q} [sp n + rv (xQ + (1 + a)q - n)] g(n) dn + \int_{xQ+(1+a)q}^{\infty} [sp (xQ + q) - ls (n - (xQ + (1 + a)q))] g(n) dn$$

Στην συνέχεια διατυπώνεται η αντικειμενική συνάρτηση  $\Pi(Q, q)$  :

$$\Pi(Q, q) = - w_1 Q E(x) - w_2 q - w_2 \int_{\frac{A-(1+a)q}{Q}}^{\frac{A-q}{Q}} [A - (x Q + q)] f(x) dx$$

$$\begin{aligned}
& - w_2 a q \int_0^{\frac{A-(1+a)q}{Q}} f(x) dx + \int_{\frac{A-q}{Q}}^1 L_1(x) f(x) dx \\
& + \int_{\frac{A-(1+a)q}{Q}}^{\frac{A-q}{Q}} L_2 f(x) dx + \int_0^{\frac{A-(1+a)q}{Q}} L_3(x) f(x) dx ,
\end{aligned}$$

Οι πρώτοι δύο όροι της συνάρτησης αναφέρονται στο κόστος της αρχικής παραγγελίας  $xQ + q$ . Ο τρίτος και ο τέταρτος όρος αναφέρονται αντίστοιχα στο επιπλέον αναμενόμενο κόστος που θα υποστεί ο πωλητής για την δεύτερη και την τρίτη από τις πιθανές εκβάσεις, οι οποίες αναφέρθηκαν προηγουμένως. Οι τρεις τελευταίοι όροι αφορούν τα αναμενόμενα έσοδα για κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις του προβλήματος που έχουν αναφερθεί.

### 3.1.4 Υποθέσεις

Προκειμένου να στηθεί το πρόβλημα και να γραφτεί ο κώδικας χρειαζόταν να γίνουν ορισμένες παραθέσεις σχετικά με την κατανομή της μεταβλητής του yield rate, αλλά και της κατανομής της ζήτησης, καθώς επίσης και παραδοχές που εξυπηρετούν την βελτιστοποίηση από πρακτικής άποψης.

Αρχικά, ως κατανομή της ζήτησης για την πλειονότητα των διαγραμμάτων επιλέχθηκε η κανονική κατανομή. Σύμφωνα με το κεντρικό οριακό θεώρημα το άθροισμα και επομένως η μέση τιμή μεγάλου αριθμού ανεξάρτητων παρατηρήσεων ακολουθεί κατά προσέγγιση κανονική κατανομή, ανεξάρτητα από το ποια κατανομή ακολουθούν οι παρατηρήσεις. Σε ένα πείραμα ή ένα φαινόμενο οι τιμές ορισμένων μεταβλητών μπορούν να επηρεαστούν από την επίδραση διάφορων παραγόντων ανεξάρτητων μεταξύ τους καθένας από τους οποίους δεν υπερσχύει των άλλων. Για παράδειγμα στο πρόβλημα του εφημεριδοπώλη ο αριθμός των πελατών μπορεί να εξαρτάται από την μέρα ή την εποχή, αλλά και από άλλους παράγοντες. Κάθε παράγοντας επιφέρει ένα θετικό ή αρνητικό αποτέλεσμα και όλοι μαζί αθροιστικά συντελούν στην διαμόρφωση του τελικού αποτελέσματος. Το κεντρικό οριακό θεώρημα λέει ότι αυτά τα χαρακτηριστικά περιγράφονται ικανοποιητικά από την κανονική κατανομή. Επιπλέον, το κεντρικό οριακό θεώρημα συνδέει την κανονική κατανομή με οποιαδήποτε άλλη

κατανομή, καθώς δεν προϋποθέτει να ακολουθούν οι παρατηρήσεις την κανονική κατανομή και αυτός είναι ο λόγος που η κανονική κατανομή βρίσκει εφαρμογή σε πλήθος φαινομένων και πειραμάτων και γι' αυτόν τον λόγο επιλέχθηκε και στο πρόβλημα της διπλωματικής εργασίας. Για την εργασία επιλέχθηκε κανονική κατανομή με μέση τιμή ( $\mu = 2000$ ) και τυπική απόκλιση ( $\sigma = 400$ ), τιμές αρκετά μεγάλες έτσι ώστε να φαίνονται πιο ξεκάθαρα οι μεταβολές στο κέρδος και στις ανατιθέμενες ποσότητες παραγγελίας στα αντίστοιχα διαγράμματα στην συνέχεια.

Στην συνέχεια, επιλέχτηκε η κατανομή του ποσοστού μη ελαττωματικών τεμαχίων, τα οποία παραδίδονται στον πωλητή. Το ποσοστό αυτό μπορεί να πάρει τιμές από 0% έως 100%, έτσι επιλέχτηκε η ομοιόμορφη κατανομή, με την μεταβλητή  $x$  να κυμαίνεται μεταξύ των τιμών  $[0, 1]$ , με εξαίρεση την περίπτωση όπου μεταβάλλεται η κατανομή του ρίσκου για την κατασκευή των διαγραμμάτων, όπου εφαρμόστηκε η κανονική κατανομή, καθώς είναι και πιο αντιπροσωπευτική, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως.

Τέλος, έγινε μία αλλαγή στα όρια ολοκλήρωσης στην συνάρτηση των εσόδων  $L(z)$ . Στο ολοκλήρωμα που υπολογίζει των μέσο όρο των εσόδων, στην περίπτωση όπου η ζήτηση ξεπερνάει το απόθεμα, ως όριο ολοκλήρωσης έχει οριστεί το  $+\infty$ , το οποίο είναι ορθό θεωρητικά, αλλά στην πράξη θα επιβάρυνε το πρόγραμμα με αποτέλεσμα η κάθε μία δοκιμή να χρειαζόταν πολλές ώρες μέχρι να επιτευχθεί η εύρεση του βέλτιστου σημείου. Επομένως ως όριο ολοκλήρωσης επιλέχθηκε η τιμή ( $\mu + 4\sigma$ ), η οποία συντελεί σε ένα αντιπροσωπευτικό αποτέλεσμα, χωρίς να επηρεάζει την ακρίβεια της συνάρτησης σημαντικά, ενώ οδηγεί σε σημαντική μείωση του χρόνου της βελτιστοποίησης. Συνεπώς, η συνάρτηση γράφεται ως εξής :

$$L(z) = \int_0^z [sp n + rv (z - n)] g(n) dn + \int_z^{\mu+4\sigma} [sp z - ls (n - z)] g(n) dn$$

### 3.1.5 Ορισμός Παραμέτρων Προβλήματος

Προκειμένου να ολοκληρωθεί ο ορισμός του προβλήματος και να ξεκινήσει η βελτιστοποίηση έπρεπε να ανατεθούν τιμές στις υπόλοιπες παραμέτρους του προβλήματος



και αυτό έγινε μέσα από δοκιμές. Πέρα από τον περιορισμό που αναφέρθηκε προηγουμένως, σύμφωνα με τον οποίο τα κόστη πρέπει να τηρούν μία συγκεκριμένη σειρά προτεραιότητας, ήταν σημαντικό να υπάρχει κάποια αναλογία ανάμεσα στις ανατιθέμενες τιμές. Για παράδειγμα, εάν το κόστος που ανατίθεται στον εφεδρικό προμηθευτή είναι πολύ μεγαλύτερο από το αντίστοιχο κόστος του κύριο προμηθευτή, ο πωλητής θα παραγγέλνει σημαντικά μικρότερη ποσότητα από τον πρώτο.

Ιδιαίτερη προσοχή έπρεπε να δοθεί στον ορισμό της τιμής πώλησης. Γενικά, μία επιχείρηση ορίζει την τιμή πώλησης με διαφορετικά κριτήρια και είναι σημαντικό να γίνει κατανοητός ο τρόπος, με τον οποίο αυτή επηρεάζει κάθε επιχειρησιακό μοντέλο. Από την μία πλευρά, η αύξηση της τιμής πώλησης, μπορεί να επιδράσει θετικά αυξάνοντας τα έσοδα ανά τεμάχιο εάν δεν προκύψει μείωση των πωλήσεων ή εάν προκύψει ασήμαντη μείωση πωλήσεων η αυξημένη τιμή πώλησης μπορεί να καλύψει την αύξηση του έμμεσου κόστους ανά τεμάχιο. Ένα ακόμη θετικό αποτέλεσμα είναι πως το πιο ακριβό προϊόν συχνά δημιουργεί στους καταναλωτές την εντύπωση καλύτερης ποιότητας πείθοντας τους να το προτιμήσουν. Από την άλλη πλευρά όμως, η αύξηση της τιμής πώλησης μπορεί να μειώσει σημαντικά τις πωλήσεις, αυξάνοντας τα έμμεσα μοναδιαία κόστη, ενώ αντίθετα η μείωση αυτής να κάνει πιο ανταγωνιστική την εταιρία αυξάνοντας σημαντικά τον όγκο πωλήσεων. Φαίνεται λοιπόν, η σημασία της ισορροπίας ανάμεσα στα κόστη και στην τιμή πώλησης.

Πιο συγκεκριμένα για την εργασία, όπως είναι λογικό εάν η τιμή πώλησης είναι μικρή ο πωλητής θα εμπορεύεται μόνο από τον κύριο προμηθευτή, οπότε δεν θα έχει νόημα η χρήση εφεδρικού προμηθευτή που είναι και το πρόβλημα που επιχειρεί να λύσει η εργασία. Οι τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων δεν επηρέαζαν σημαντικά τα αποτελέσματα, εφ' όσον τηρούταν ο λογικός περιορισμός. Συνεπώς για τον ορισμό της τιμής πώλησης πραγματοποιήθηκαν περισσότερες δοκιμές.

Ένα αντιπροσωπευτικό σετ τιμών με αποτελέσματα στα οποία φαίνεται καθαρά η επίδραση της μεταβολής των παραμέτρων είναι το παρακάτω :

<b><i>sp</i></b>	<b>40</b>
<b><i>w<sub>2</sub></i></b>	<b>15</b>
<b><i>w<sub>1</sub></i></b>	<b>12</b>
<b><i>ls</i></b>	<b>8</b>
<b><i>rv</i></b>	<b>6</b>
<b><i>a</i></b>	<b>0.7</b>

Στην συνέχεια όμως για την δημιουργία των διαγραμμάτων, τα δεδομένα θα μεταβάλλονται έτσι ώστε να τηρείται και ο λογικός περιορισμός που αναφέρθηκε προηγουμένως.

## 3.2 Δημιουργία Κώδικα στο Πρόγραμμα MATLAB

Η πραγματοποίηση της βελτιστοποίησης και της εξαγωγής αποτελεσμάτων για την κατασκευή των διαγραμμάτων έγινε με την βοήθεια κώδικα στο πρόγραμμα MATLAB. Παρακάτω γίνεται αναφορά στις εντολές και στην λογική, με την οποία μοντελοποιήθηκε το πρόβλημα σε μορφή κώδικα.

Αρχικά δηλώθηκαν οι μεταβλητές απόφασης ( $Q, q$ ), οι κατανομές της ζήτησης ( $N$ ) και του ρίσκου ( $yr$ ) και οι σταθερές παράμετροι του προβλήματος με τις αντίστοιχες ανατιθέμενες τιμές τους, δηλαδή τα input του προβλήματος. Στην συνέχεια δηλώθηκε σε ξεχωριστό αρχείο τύπου *'function.m'* η αντικειμενική συνάρτηση  $\Pi(Q, q)$ , ως συνάρτηση με πολλαπλά input και ένα output με το όνομα *Profit*. Για την βελτιστοποίηση, βασικό αρχείο του MATLAB καλεί την συνάρτηση με την κατάλληλη εντολή.

Η εντολή που επιλέχθηκε είναι το **patternsearch**, ένας από τους αλγόριθμους επίλυσης της βιβλιοθήκης Optimization Toolbox, τον οποίο χρησιμοποιεί το πρόγραμμα για την εύρεση τοπικού βέλτιστου σημείου για πολύπλοκες εξισώσεις και βρίσκει ένα τοπικό ελάχιστο για την αντικειμενική συνάρτηση. Ο αλγόριθμος του patternsearch χρησιμοποιεί ένα σετ (pattern) διανυσμάτων  $\{v_i\}$  σε κάθε επανάληψη. Το διάνυσμα καθορίζεται από τον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών της αντικειμενικής συνάρτησης. Αρχικά, το πρώτο σημείο  $x_0$  για την εκκίνηση της βελτιστοποίησης εισάγεται από τον χρήστη και στην συνέχεια, σε κάθε βήμα ο αλγόριθμος κάνει αναζήτηση για ένα πλέγμα σημείων (mesh), για να βρει ένα σημείο το οποίο βελτιώνει την αντικειμενική συνάρτηση. Η εντολή patternsearch σχηματίζει το πλέγμα :

1. Παράγοντας ένα σετ διανυσμάτων  $\{d_i\}$ , πολλαπλασιάζοντας κάθε διάνυσμα του σετ με ένα βαθμωτό μέγεθος  $\Delta^m$ . Το μέγεθος  $\Delta^m$  ονομάζεται μέγεθος πλέγματος (mesh size).
2. Προσθέτοντας το  $\{d_i\}$  στο τρέχων σημείο, αυτό το οποίο αντιστοιχεί στην βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία έχει βρεθεί στο προηγούμενο βήμα.

Παρακάτω δίνεται ένα αριθμητικό παράδειγμα του αλγορίθμου GPS για καλύτερη κατανόηση του αλγορίθμου:

Για τρέχον σημείο [1 2], δηλαδή για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί ένα σετ τεσσάρων διανυσμάτων από προεπιλογή :

$$v_1 = [1 \ 0]$$

$$v_2 = [0 \ 1]$$

$$v_3 = [-1 \ 0]$$

$$v_4 = [0 \ -1]$$

Το τρέχον μέγεθος του πλέγματος  $\Delta^m$  είναι 4. Ο αλγόριθμος πολλαπλασιάζει τα παραπάνω διανύσματα επί 4 και τα προσθέτει στο τρέχον σημείο για να αποκτήσει το παρακάτω πλέγμα:

$$[1 \ 2] + 4 * [1 \ 0] = [5 \ 2]$$

$$[1 \ 2] + 4 * [0 \ 1] = [1 \ 6]$$

$$[1 \ 2] + 4 * [-1 \ 0] = [-3 \ 2]$$

$$[1 \ 2] + 4 * [0 \ (-1)] = [1 \ (-2)]$$

Το σετ των διανυσμάτων, το οποίο παράγει ένα πλέγμα σημείων ονομάζεται διεύθυνση.

Στην συνέχεια χρειαζόταν να οριστούν εντολές, που να ελέγχουν τον τρόπο επιλογής σημείων του πλέγματος, όπως επίσης και την ακρίβεια που πρέπει να επιτύχει ο κώδικας, για να σταματήσει την διαδικασία της βελτιστοποίησης. Η πρώτη εντολή είναι η UseCompletePoll αφορά τον τρόπο, που ο αλγόριθμος επιλέγει και αντικαθιστά ένα σημείο του πλέγματος με το τρέχον σημείο (rolling). Όταν η επιλογή complete poll είναι ανενεργή, ο αλγόριθμος σταματά την διαδικασία επιλογής σημείου μόλις βρει ένα σημείο το οποίο οδηγεί σε τιμή αντικειμενικής συνάρτησης μικρότερη από την τρέχουσα. Εάν αυτό συμβεί η διαδικασία επιλογής είναι επιτυχής και αυτό το σημείο γίνεται το τρέχον σημείο της επόμενης επανάληψης. Εάν ο αλγόριθμος όμως δεν καταφέρει να βρει ένα σημείο με χαμηλότερη τιμή συνάρτησης από την τρέχουσα, η διαδικασία κρίνεται ανεπιτυχής και το τρέχον σημείο παραμένει το ίδιο και για την επόμενη επανάληψη. Όταν είναι ενεργή, ο αλγόριθμος υπολογίζει την αντικειμενική συνάρτηση σε όλα τα σημεία του πλέγματος και στην συνέχεια συγκρίνει το σημείο του πλέγματος με την χαμηλότερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και αν αυτή είναι χαμηλότερη από την αντίστοιχη του τρέχοντος σημείου, η διαδικασία επιλογής κρίνεται επιτυχής. Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία επιλογής σημείου, ο αλγόριθμος μεταβάλλει το μέγεθος πλέγματος  $\Delta^m$ . Αν η διαδικασία ήταν επιτυχής το  $\Delta^m$  πολλαπλασιάζεται επί 2, αλλιώς αν είναι ανεπιτυχής πολλαπλασιάζεται επί 0.5. Η δεύτερη εντολή είναι η MeshTolerance και ορίζει το ελάχιστο μέγεθος του πλέγματος. Εάν το μέγεθος του πλέγματος που προκύπτει κατά τις επαναλήψεις γίνει μικρότερο από αυτό που ορίζει η εντολή, τότε η διαδικασία σταματάει. Στις πρώτες δοκιμές, το μέγεθος του πλέγματος ήταν από προεπιλογή 1E-09, όμως τόσο μεγάλη ακρίβεια έχει ως αποτέλεσμα ο αλγόριθμος να αργεί πολύ να εμφανίσει αποτελέσματα και επίσης είναι περιττή, καθώς η τιμή του κέρδους ανέρχεται σε δεκάδες χιλιάδες στις δοκιμές, συνεπώς δεν έχει σημασία αν το αποτέλεσμα έχει ακρίβεια μεγαλύτερης του τρίτου δεκαδικού ψηφίου.

Τέλος, έπρεπε να ληφθούν υπόψιν ορισμένοι περιορισμοί, οι οποίοι εξασφαλίζουν την ορθότητα των αποτελεσμάτων. Πρώτον, οι ποσότητες παραγγελίας  $Q$  και  $q$  είναι θετικές και αυτό εξασφαλίστηκε δηλώνοντας το κατώτερο όριο (*lower bound* =  $[0 \ 0]$ ). Δεύτερον, για τα όρια ολοκλήρωσης της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της μεταβλητής  $x$  του ρίσκου και πιο συγκεκριμένα για την περίπτωση :

- $\frac{A - (1+a)q}{q} \leq x \leq \frac{A - q}{q}$

Έπρεπε να οριστεί ο περιορισμός:  $\lim_a \leq \frac{A - (1+a)q}{q}, \frac{A - q}{q} \leq \lim_b$ , όπου  $\lim_a, \lim_b$  είναι το κάτω και το άνω όριο της ομοιόμορφης κατανομής του ρίσκου αντίστοιχα και τα οποία ορίζονται από τον χρήστη. Αυτός ο περιορισμός δηλώθηκε με την βοήθεια της συνάρτησης `nonlcon`, με την οποία εισάγονται μην γραμμικοί περιορισμοί στον αλγόριθμο του `patternsearch`.

Για την εκκίνηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης χρειάζεται και ένα αρχικό σημείο  $[Q_0, q_0]$ , το οποίο δηλώνεται από τον χρήστη. Στην εργασία και για την κατασκευή του κάθε διαγράμματος, στην πρώτη δοκιμή ως σημείο εκκίνησης ορίζεται το σημείο  $[Q_0, q_0] = [1200, 1000]$ , ενώ στην συνέχεια για κάθε δοκιμή ως σημείο εκκίνησης χρησιμοποιείται το βέλτιστο σημείο  $[Q^*, q^*]$  που επιλέχτηκε από την προηγούμενη δοκιμή, έτσι ώστε το αρχικό σημείο να βρίσκεται πιο κοντά στο βέλτιστο και η βελτιστοποίηση να ολοκληρώνεται ταχύτερα.

## 4 Διαγράμματα και Ανάλυση Αποτελεσμάτων

---

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν (case studies) και με αυτόν τον τρόπο ολοκληρώνεται η μελέτη της διπλωματικής εργασίας. Σκοπός του κεφαλαίου, όπως και της εργασίας είναι να μελετήσει διεξοδικά τις βέλτιστες αποφάσεις που θα πρέπει να λάβει ο πωλητής και πως αυτές επηρεάζονται στις διαφορετικές συνθήκες που δημιουργούνται από τις μεταβολές κάθε παραμέτρου του προβλήματος. Σε κάθε πείραμα και για κάθε δοκιμή, δηλαδή για κάθε σημείο του διαγράμματος μεταβάλλεται η τιμή μόνο μίας παραμέτρου, ενώ οι υπόλοιπες παράμετροι παραμένουν σταθερές. Για κάθε διάγραμμα παρουσιάζεται ο πίνακας των δεδομένων και στην συνέχεια τα διαγράμματα του κέρδους και των ποσοτήτων με την μεταβαλλόμενη παράμετρο και έπειτα κάτω από το κάθε διάγραμμα γίνεται η ανάλυση και επεξήγηση των αποτελεσμάτων.

Στα πρώτα διαγράμματα θα μεταβάλλονται οι τιμές των παραμέτρων, ενώ στην συνέχεια θα μεταβάλλονται οι κατανομές της αβέβαιης ζήτησης και του ρίσκου. Με εξαίρεση τα case studies, στα οποία μεταβάλλονται οι κατανομές της ζήτησης και του yield rate, οι κατανομές που έχουν επιλεγεί στα υπόλοιπα διαγράμματα είναι :

Ζήτηση	Κανονική Κατανομή ( $\mu = 2000$ , $\sigma = 400$ )
Yield rate	Ομοιόμορφη Κατανομή (0 , 1)

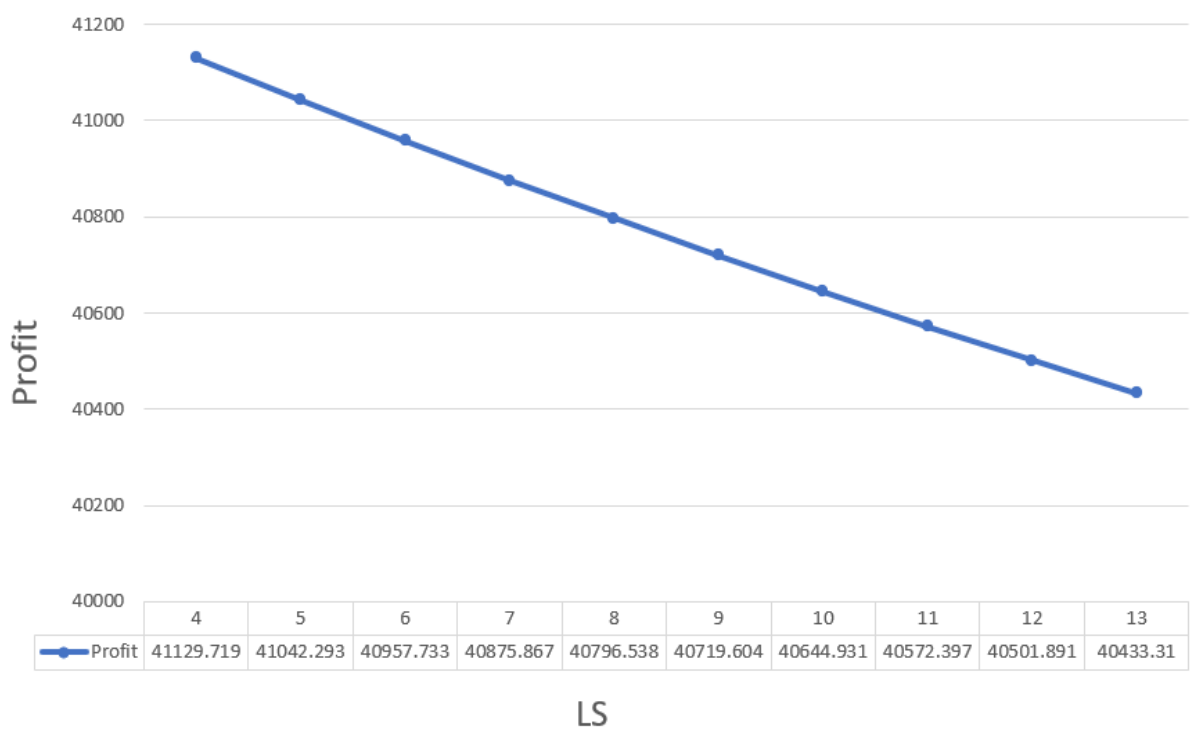
#### 4.1.1 Μεταβολή κόστους χαμένων πωλήσεων

Στο πρώτο case study μεταβάλλεται η παράμετρος  $ls$  και αυξάνεται κατά μία μονάδα παραμένοντας πάντα μικρότερη από το κόστος προμήθειας από τον αναξιόπιστο προμηθευτή ( $w1$ ) και μεγαλύτερη από το κόστος υπολειπόμενης αξίας ( $rv$ ).

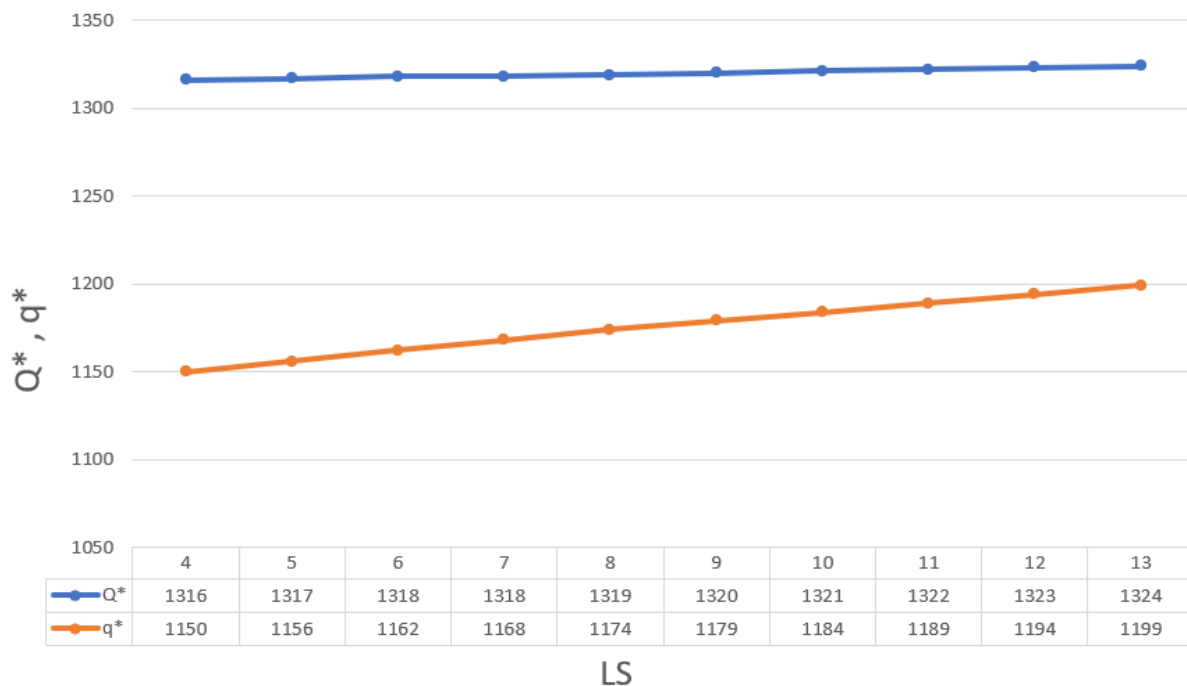
test	1	2	3	4	5
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	15	15	15	15	15
w 2 =	17	17	17	17	17
ls =	4	5	6	7	8
rv =	3	3	3	3	3
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2164	2173	2181	2190	2198
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	1200	1316	1317	1318	1318
q0 =	900	1150	1156	1162	1168
Profit =	41129.719	41042.293	40957.733	40875.867	40796.538
Q* =	1316	1317	1318	1318	1319
q* =	1150	1156	1162	1168	1174
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

test	6	7	8	9	10
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	15	15	15	15	15
w2 =	17	17	17	17	17
ls =	9	10	11	12	13
rv =	3	3	3	3	3
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2205	2213	2220	2227	2234
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	1319	1320	1321	1322	1323
q0 =	1174	1179	1184	1189	1194
Profit =	40719.604	40644.931	40572.397	40501.891	40433.31
Q* =	1320	1321	1322	1323	1324
q* =	1179	1184	1189	1194	1199
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

Εικόνα 2: Δεδομένα 1ου case study



Εικόνα 3: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και ls



Εικόνα 4: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και  $ls$

Το κόστος χαμένων πωλήσεων εκφράζει το κέρδος που χάνει ο πωλητής για κάθε μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης. Όσο μεγαλύτερο είναι το κόστος αυτό, τόσα περισσότερα έσοδα θα είχε ο πωλητής, συνεπώς δεν τον συμφέρει να έχει έλλειμα. Αυτό φαίνεται και από το διάγραμμα του κέρδους, δηλαδή παρατηρείται ότι καθώς αυξάνεται το  $ls$ , το κέρδος μειώνεται. Επομένως για μεγαλύτερο  $ls$ , θα πρέπει να αυξάνεται και η συνολική παραγγελία έτσι ώστε να αυξάνονται οι πιθανότητες ικανοποίησης της ζήτησης.

Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα των ποσοτήτων παραγγελίας, το μέγεθος αυτής αυξάνεται με την αύξηση του  $ls$ . Παρατηρώντας τις ευθείες που αντιστοιχούν στις ποσότητες, φαίνεται ότι ενώ και οι δύο αυξάνονται, παρατηρείται μεγαλύτερη μεταβολή στην ποσότητα  $q^*$  σε σχέση με την αντίστοιχη μεταβολή της  $Q^*$ . Το γεγονός αυτό οφείλεται στην αναξιοπιστία του κύριου προμηθευτή. Ο πωλητής θέλει να είναι σίγουρος ότι δεν θα έχει έλλειμα όποτε αξιοποιεί σε μεγαλύτερο βαθμό τον εφεδρικό προμηθευτή παρά το μεγαλύτερο κόστος προμήθειας, καθώς για υψηλές τιμές  $ls$  η επιβάρυνση της έλλειψης θα είναι σημαντική. Η αύξηση της ποσότητας  $Q^*$  θα μπορούσε να είναι μεγαλύτερη εάν το κόστος προμήθειας  $w_1$  ήταν χαμηλότερο ή αν ο εφεδρικός πωλητής παρείχε μεγαλύτερο ποσοστό ευελιξίας στον πωλητή.

#### 4.1.2 Μεταβολή κόστους υπολειπόμενης αξίας

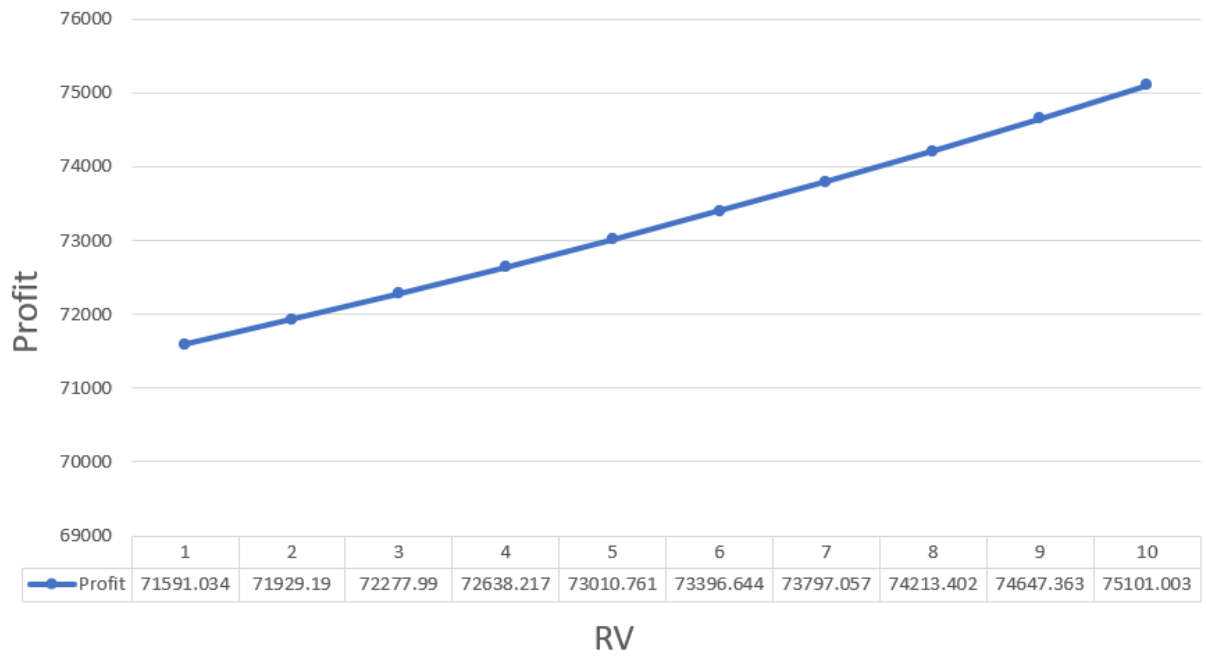
Στο δεύτερο case study μεταβάλλεται η τιμή της παραμέτρου ( $rv$ ). Το  $rv$  σύμφωνα με τον λογικό περιορισμό, είναι η παράμετρος με την μικρότερη τιμή. Όπως φαίνεται και στα δεδομένα το  $rv$  μεταβάλλεται ανά μία μονάδα.

test	1	2	3	4	5
sp =	60	60	60	60	60
w1 =	18	18	18	18	18
w2 =	20	20	20	20	20
ls =	15	15	15	15	15
rv =	1	2	3	4	5
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2262	2275	2288	2302	2317
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	1200	1256	1270	1286	1302
q0 =	900	1237	1243	1248	1254
Profit =	71591.034	71929.19	72277.99	72638.217	73010.761
Q* =	1256	1270	1286	1302	1321
q* =	1237	1243	1248	1254	1261
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

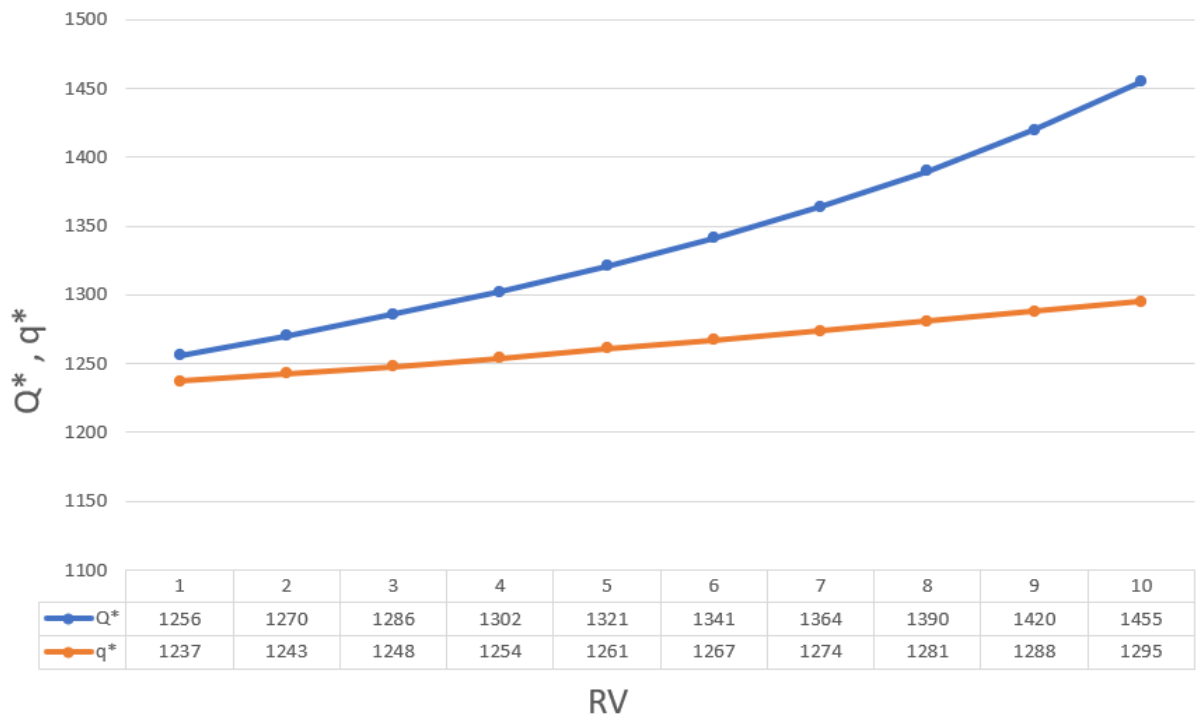
test	6	7	8	9	10
sp =	60	60	60	60	60
w1 =	18	18	18	18	18
w2 =	20	20	20	20	20
ls =	15	15	15	15	15
rv =	6	7	8	9	10
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2333	2350	2368	2387	2409
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	1321	1341	1364	1390	1420
q0 =	1261	1267	1274	1281	1288
Profit =	73396.644	73797.057	74213.402	74647.363	75101.003
Q* =	1341	1364	1390	1420	1455
q* =	1267	1274	1281	1288	1295
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

Εικόνα 5: Δεδομένα 2ου case study





Εικόνα 7: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και  $\nu$



Εικόνα 6: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και  $\nu$

Υπολειμματική αξία είναι το καθαρό ποσό, στο οποίο εκτιμάται ή υπολογίζεται ότι θα πωληθεί το προϊόν στο τέλος της ωφέλιμης ζωής του ή στο τέλος της περιόδου πωλήσεων. Είναι φανερό ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της παραμέτρου  $rv$ , τόσο μεγαλύτερο θα είναι το κέρδος από την μεταπώληση, φυσικά όμως θα είναι αρκετά μικρότερο από το αντίστοιχο κέρδος που θα επέφερε κάθε τεμάχιο που πωλούνταν κατά την περίοδο πωλήσεων. Συνεπώς, και στην περίπτωση περίσσειας στο τέλος της περιόδου, ο αριθμός των τεμαχίων που έχουν απομείνει πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερος. Στο διάγραμμα κέρδους-υπολειμματικής αξίας φαίνεται ότι το κέρδος είναι ανάλογο της  $rv$ .

Στο διάγραμμα ποσοτήτων- $rv$  φαίνεται ότι και το μέγεθος των ανατιθέμενων παραγγελιών αυξάνεται με την αύξηση της τιμής της παραμέτρου  $rv$ , προκειμένου να μην προκύψει ανικανοποίητη ζήτηση στο τέλος της περιόδου. Παρατηρείται επίσης, ότι η αύξηση της ποσότητας  $Q^*$  είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη αύξηση της  $q^*$ . Ο πωλητής αναθέτει μεγάλη παραγγελία στον αναξιόπιστο, έτσι στην περίπτωση που ο αναξιόπιστος προμηθευτής παραδώσει μικρότερη ποσότητα από αυτήν που του ανατέθηκε, τουλάχιστον θα έχει ικανοποιηθεί η ζήτηση, ενώ από την άλλη πλευρά στην περίπτωση που αυτός παραδώσει το μεγαλύτερο μέρος της αρχικής παραγγελίας και προκύψει περίσσεια, η υψηλή τιμή της  $rv$  θα επιφέρει επιπλέον κέρδος στον πωλητή.

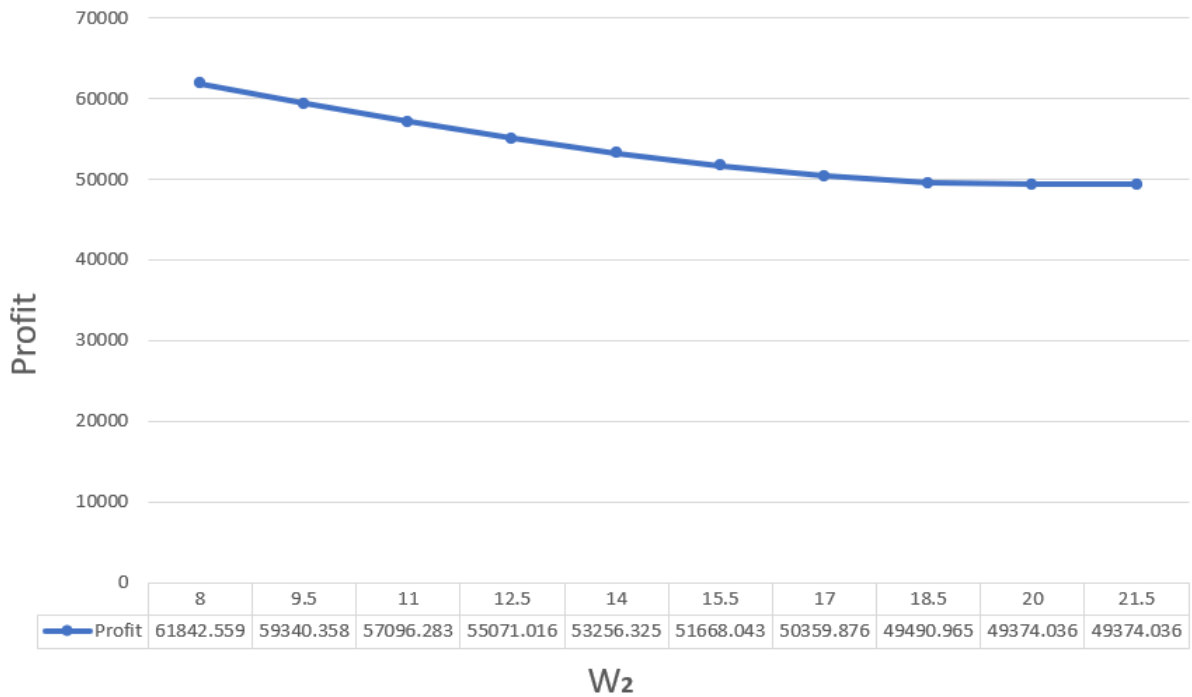
### 4.1.3 Μεταβολή μοναδιαίου κόστους για τον εφεδρικό προμηθευτή

Στο τρίτο case study μεταβάλλεται η τιμή της παραμέτρου  $w_2$  ανά 1,5 μονάδα σε κάθε δοκιμή, παραμένοντας πάντα μεγαλύτερη από την τιμή  $w_1$  του κόστους προμήθειας από τον κύριο προμηθευτή και μικρότερη φυσικά από την τιμή πώλησης.

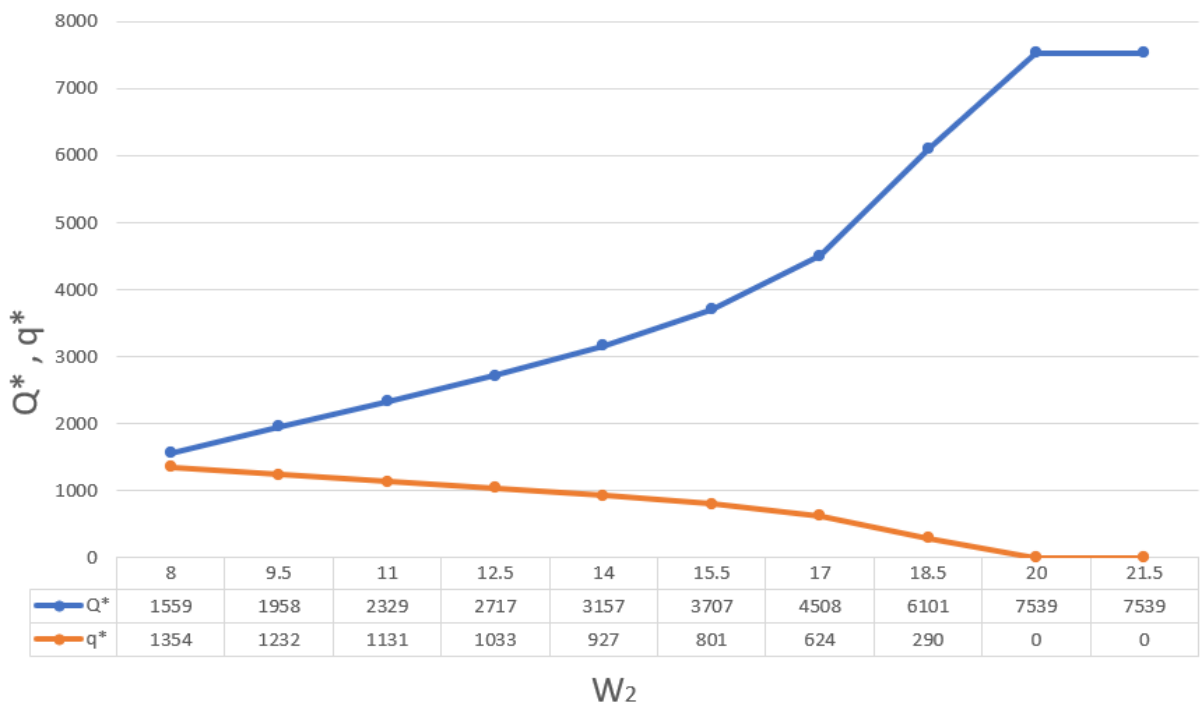
test	1	2	3	4	5
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	7	7	7	7	7
w2 =	8	9.5	11	12.5	14
ls =	5	5	5	5	5
rv =	4	4	4	4	4
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2518	2443	2381	2327	2278
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	1200	1559	1958	2329	2717
q0 =	900	1354	1232	1131	1033
Profit =	61842.559	59340.358	57096.283	55071.016	53256.325
Q* =	1559	1958	2329	2717	3157
q* =	1354	1232	1131	1033	927
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

test	6	7	8	9	10
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	7	7	7	7	7
w2 =	15.5	17	18.5	20	21.5
ls =	5	5	5	5	5
rv =	4	4	4	4	4
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2233	2191	2151	2112	2074
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	3157	3707	4508	6101	7539
q0 =	927	801	624	290	0
Profit =	51668.043	50359.876	49490.965	49374.036	49374.036
Q* =	3707	4508	6101	7539	7539
q* =	801	624	290	0	0
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

Εικόνα 8: Δεδομένα 3ου case study



Εικόνα 10: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και  $w_2$



Εικόνα 9: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και  $w_2$

Όπως είναι αναμενόμενο, το κέρδος μειώνεται με την αύξηση του κόστους  $w_2$ . Με τον τρόπο που έχει στηθεί το πρόβλημα, ο πωλητής αναγκαστικά προμηθεύεται και από δεύτερη πηγή για να μετριάσει το ρίσκο, έτσι για τιμή πώλησης σταθερή και για το ίδιο μέγεθος πωλήσεων, τα έσοδα μεταβάλλονται σε μικρό βαθμό, ενώ τα συνολικά έξοδα αυξάνονται σημαντικά, οδηγώντας σε μείωση του συνολικού αναμενόμενου κέρδους. Από την άλλη πλευρά, ο πωλητής στην προσπάθεια να μειώσει το κόστος προμήθειας, παραγγέλνει μικρότερες ποσότητες από τον εφεδρικό πωλητή, αλλά το κέρδος συνεχίζει να μειώνεται. Αυτή η μείωση του κέρδους σχετίζεται με το ρίσκο που εγκυμονεί η αξιοποίηση του βασικού προμηθευτή και οδηγεί σε ελλείψεις αποθέματος και χαμένες πωλήσεις.

Στα διαγράμματα των ποσοτήτων παραγγελίας φαίνεται ότι καθώς το  $w_2$  αυξάνεται, αυξάνεται σημαντικά και το  $Q^*$ , ενώ το  $q^*$  μειώνεται. Το αυξημένο κόστος προμήθειας δεν συμφέρει τον πωλητή, ο οποίος προκειμένου να το αποφύγει στηρίζεται περισσότερο στην αναξιόπιστη και πιο φθηνή πηγή του. Στις δύο τελευταίες τιμές  $w_2$  φαίνεται πως εξαιτίας του πολύ μεγάλου κόστους οι ανατιθέμενες παραγγελίες στον εφεδρικό προμηθευτή είναι μηδενικές και ο πωλητής στηρίζεται αποκλειστικά στον βασικό προμηθευτή, παρά την αβεβαιότητα στην ποσότητα που αυτός θα του παραδώσει.

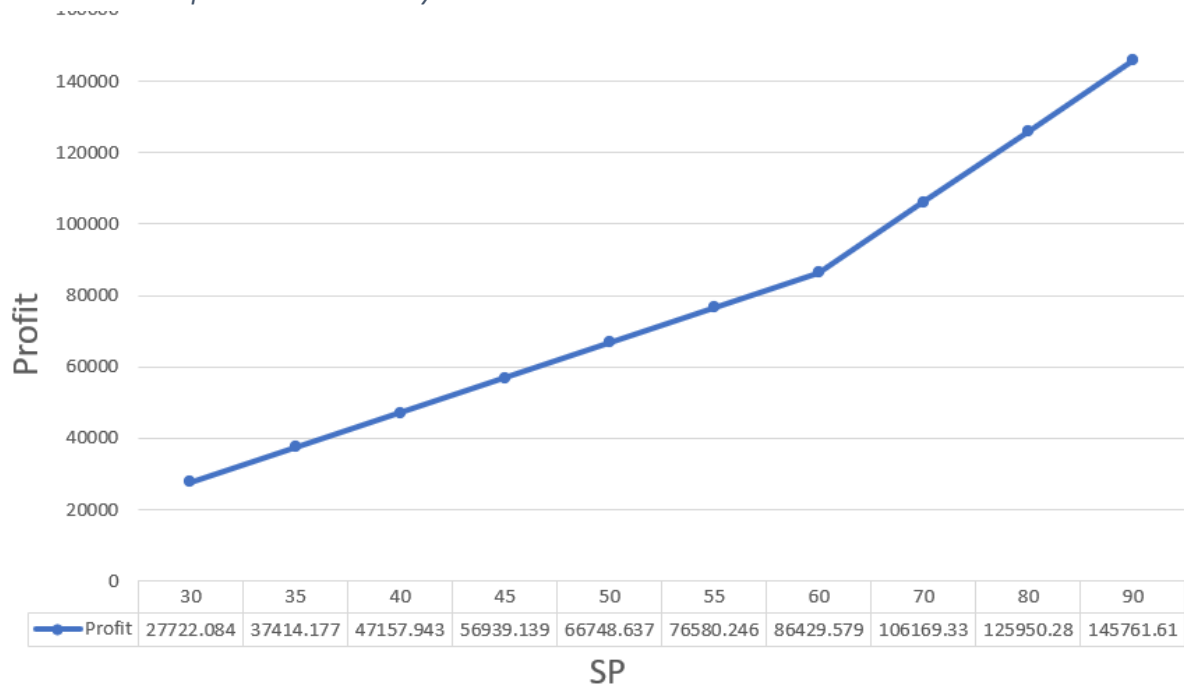
#### 4.1.4 Μεταβολή τιμής πώλησης

Στην συνέχεια τα διαγράμματα κατασκευάστηκαν για τις μεταβολές της παραμέτρου  $sp$ . Αρχικά η τιμή της παραμέτρου αυξάνεται κατά πέντε μονάδες σε κάθε δοκιμή μέχρι και το 7<sup>ο</sup> σημείο, ενώ στην συνέχεια αυξάνεται κατά δέκα μονάδες σε κάθε δοκιμή, ώστε να εμφανιστεί ένα μεγάλο εύρος τιμών της  $sp$  στο διάγραμμα και να φαίνεται πιο έντονα η επίδραση της στην βέλτιστη πολιτική αποφάσεων.

test	1	2	3	4	5
sp =	30	35	40	45	50
w1 =	12	12	12	12	12
w2 =	15	15	15	15	15
ls =	8	8	8	8	8
rv =	6	6	6	6	6
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2232	2279	2317	2349	2377
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	1200	1698	1694	1692	1691
q0 =	900	1110	1148	1178	1203
Profit =	27722.084	37414.177	47157.943	56939.139	66748.63692
Q* =	1698	1694	1692	1691	1692
q* =	1110	1148	1178	1203	1225
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

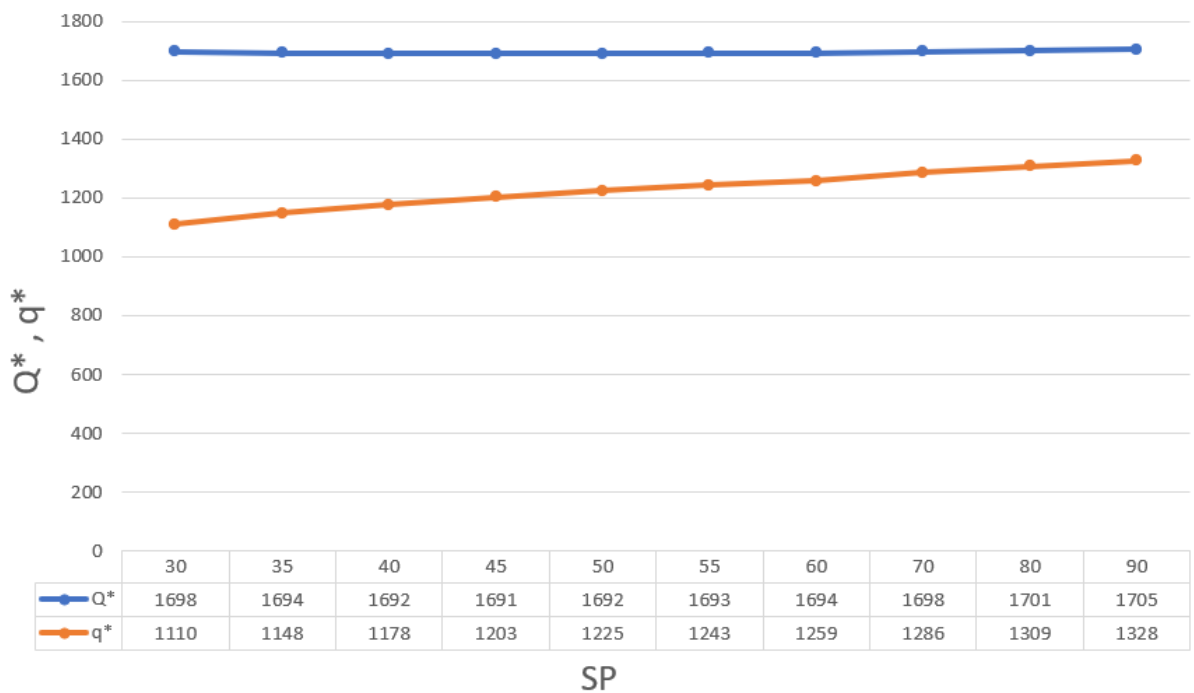
test	6	7	8	9	10
sp =	55	60	70	80	90
w1 =	12	12	12	12	12
w2 =	15	15	15	15	15
ls =	8	8	8	8	8
rv =	6	6	6	6	6
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2402	2423	2461	2492	2518
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	1692	1693	1694	1698	1701
q0 =	1225	1243	1259	1286	1309
Profit =	76580.246	86429.579	106169.329	125950.277	145761.605
Q* =	1693	1694	1698	1701	1705
q* =	1243	1259	1286	1309	1328
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

Εικόνα 11: Δεδομένα 4ου case study



Εικόνα 12: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και sp

Εικόνα 13: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και sp



Όπως είναι προφανές, η αύξηση της τιμής πώλησης, ενώ τα υπόλοιπα κόστη παραμένουν σταθερά, επιφέρει αύξηση στα έσοδα, επομένως και στο κέρδος.

Η αυξημένη τιμή πώλησης επιτρέπει στον πωλητή να παραγγείλει περισσότερα τεμάχια από τον εφεδρικό προμηθευτή, προκειμένου να μετριάσει το ρίσκο του κύριου προμηθευτή και αυτό φαίνεται και στο διάγραμμα των ποσοτήτων, όπου η ευθεία που αντιστοιχεί στην  $q^*$  έχει ανοδική πορεία, ενώ η αντίστοιχη ευθεία της  $Q^*$  παραμένει σχετικά σταθερή.

#### 4.1.5 Μεταβολή της παραμέτρου 'α'

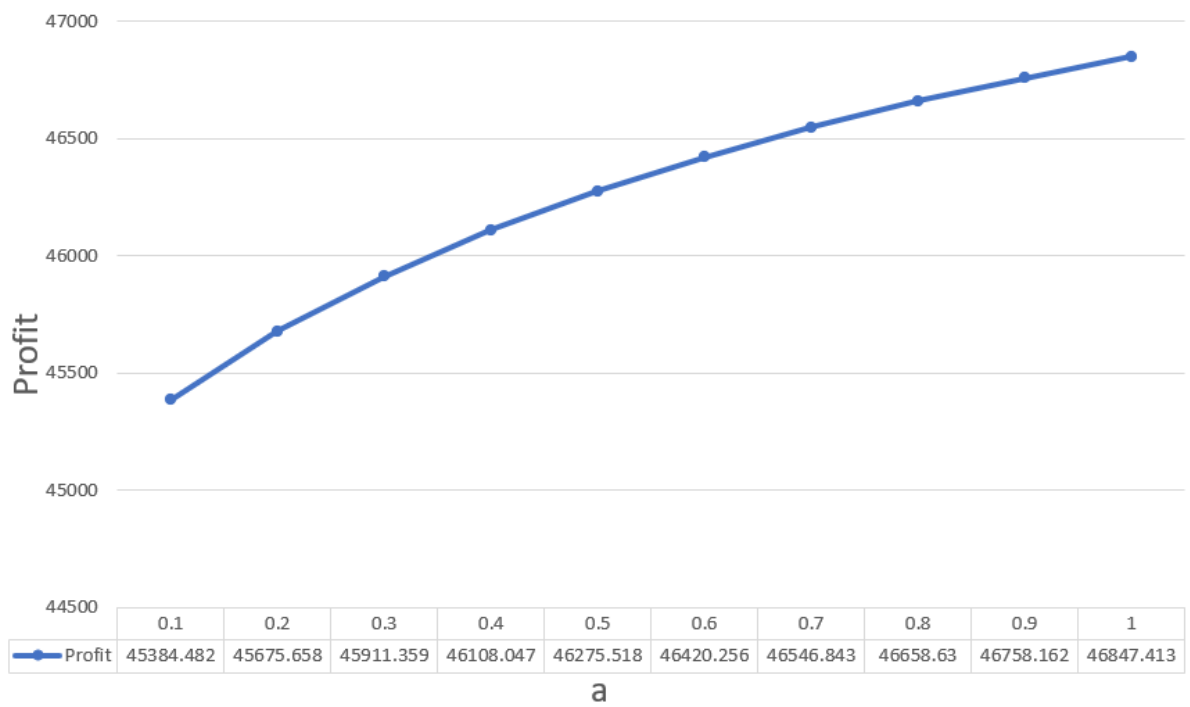
Η παράμετρος  $a$  είναι το ποσοστό που αντιστοιχεί στην επιπλέον ποσότητα που μπορεί να παραγγείλει ο πωλητής από τον εφεδρικό προμηθευτή αφού γνωστοποιηθεί η ζήτηση. Είναι στην ουσία ένα μέτρο της ευελιξίας του εφεδρικού προμηθευτή και δείχνει κατά πόσο μπορεί να στηριχτεί ο πωλητής αρχικά στο βασικό του προμηθευτή.

test	1	2	3	4	5
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	12	12	12	12	12
w2 =	15	15	15	15	15
ls =	5	6	6	6	6
rv =	5	5	5	5	5
a =	<b>0.1</b>	<b>0.2</b>	<b>0.3</b>	<b>0.4</b>	<b>0.5</b>
A =	2248	2248	2248	2248	2248
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	1200	806	998	1153	1283
q0 =	900	1788	1631	1502	1393
Profit =	<b>45384.482</b>	<b>45675.658</b>	<b>45911.359</b>	<b>46108.047</b>	<b>46275.518</b>
Q* =	<b>806</b>	<b>998</b>	<b>1153</b>	<b>1283</b>	<b>1393</b>
q* =	<b>1788</b>	<b>1631</b>	<b>1502</b>	<b>1393</b>	<b>1300</b>
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

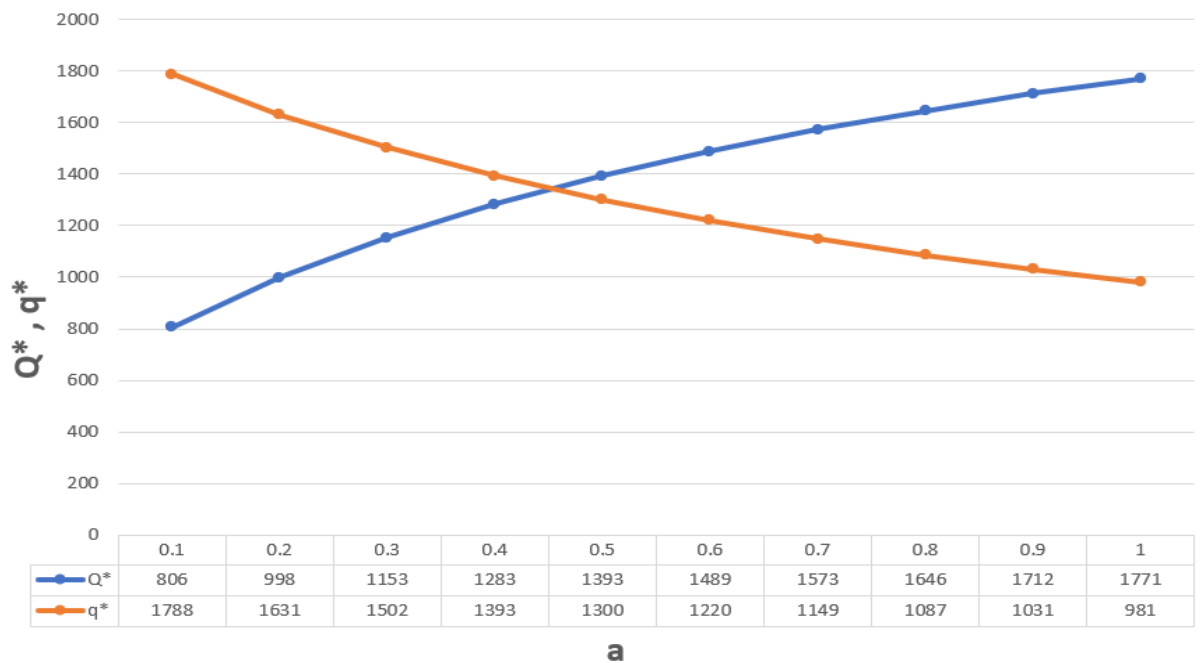
test	6	7	8	9	10
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	10	10	10	10	10
w2 =	15	15	15	15	15
ls =	6	6	6	6	6
rv =	5	5	5	5	5
a =	<b>0.6</b>	<b>0.7</b>	<b>0.8</b>	<b>0.9</b>	<b>1</b>
A =	2248	2248	2248	2248	2248
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	1393	1489	1573	1646	1712
q0 =	1300	1220	1149	1087	1031
Profit =	<b>46420.256</b>	<b>46546.843</b>	<b>46658.63</b>	<b>46758.162</b>	<b>46847.413</b>
Q* =	<b>1489</b>	<b>1573</b>	<b>1646</b>	<b>1712</b>	<b>1771</b>
q* =	<b>1220</b>	<b>1149</b>	<b>1087</b>	<b>1031</b>	<b>981</b>
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

Εικόνα 14: Δεδομένα 5ου case study





Εικόνα 15: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και 'α'



Εικόνα 16: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και 'α'

Όσο η τιμή του ποσοστού  $a$  αυξάνεται, παρατηρείται και αύξηση στο κέρδος. Αρχικά, για μικρό  $a$  το κέρδος είναι μικρό είτε γιατί η παραδιδόμενη από τον αναξιόπιστο προμηθευτή παραγγελία είναι αρκετά μικρότερη από αυτήν που του ανατέθηκε και ο εφεδρικός προμηθευτής δεν είναι αρκετά ευέλικτος, ώστε να την καλύψει, με αποτέλεσμα να δημιουργείται έλλειμα, είτε γιατί ο πωλητής αναγκάζεται να παραγγείλει εξαρχής πολλά τεμάχια από τον αξιόπιστο προμηθευτή, με αποτέλεσμα την σημαντική αύξηση του κόστους.

Το διάγραμμα των ποσοτήτων, επιβεβαιώνει την δεύτερη από τις παραπάνω υποθέσεις. Για ποσοστό  $a$  0,1 η ποσότητα  $q^*$  είναι σχεδόν 1000 μονάδες μεγαλύτερη από την αντίστοιχη  $Q^*$  και στην συνέχεια καθώς το ποσοστό αυξάνεται παρατηρείται ότι οι ποσότητες  $Q^*$  και  $q^*$  αυξάνονται και μειώνονται αντίστοιχα με τον ίδιο σχεδόν ρυθμό σε κάθε δοκιμή. Είναι φανερό λοιπόν, πως με την αύξηση της ευελιξίας φαίνεται ότι επωφελείται ο αναξιόπιστος προμηθευτής.

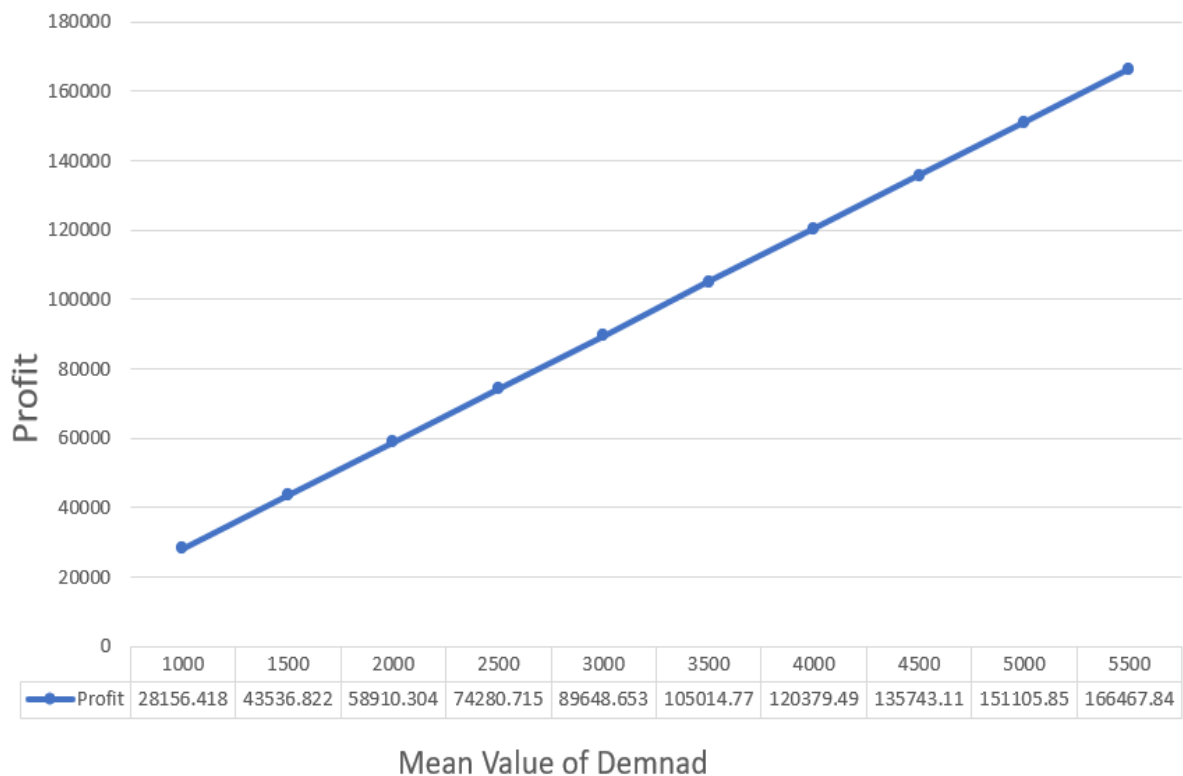
#### 4.1.6 Μεταβολή μέσης τιμής της κατανομής ζήτησης

Όπως έχει αναφερθεί και προηγουμένως, στα διαγράμματα η κατανομή της ζήτησης που επιλέχθηκε είναι η κανονική. Η μελέτη της επίδρασης της αβεβαιότητας της ζήτησης αρχικά βασίστηκε στην μεταβολή της μέσης τιμής, ενώ συνεχίστηκε με την μεταβολή της τυπικής απόκλισης και σταθερή την μέση τιμή. Η μεταβολή της μέσης τιμής προκαλεί μόνο μετατόπιση της καμπύλης σε νέα θέση, στο διάγραμμα της κανονικής κατανομής. Στο παρακάτω διάγραμμα η παράμετρος  $\mu$  αυξάνεται κατά 500 σε κάθε δοκιμή, ξεκινώντας από την τιμή 1000, ενώ η τυπική απόκλιση παραμένει σταθερή.

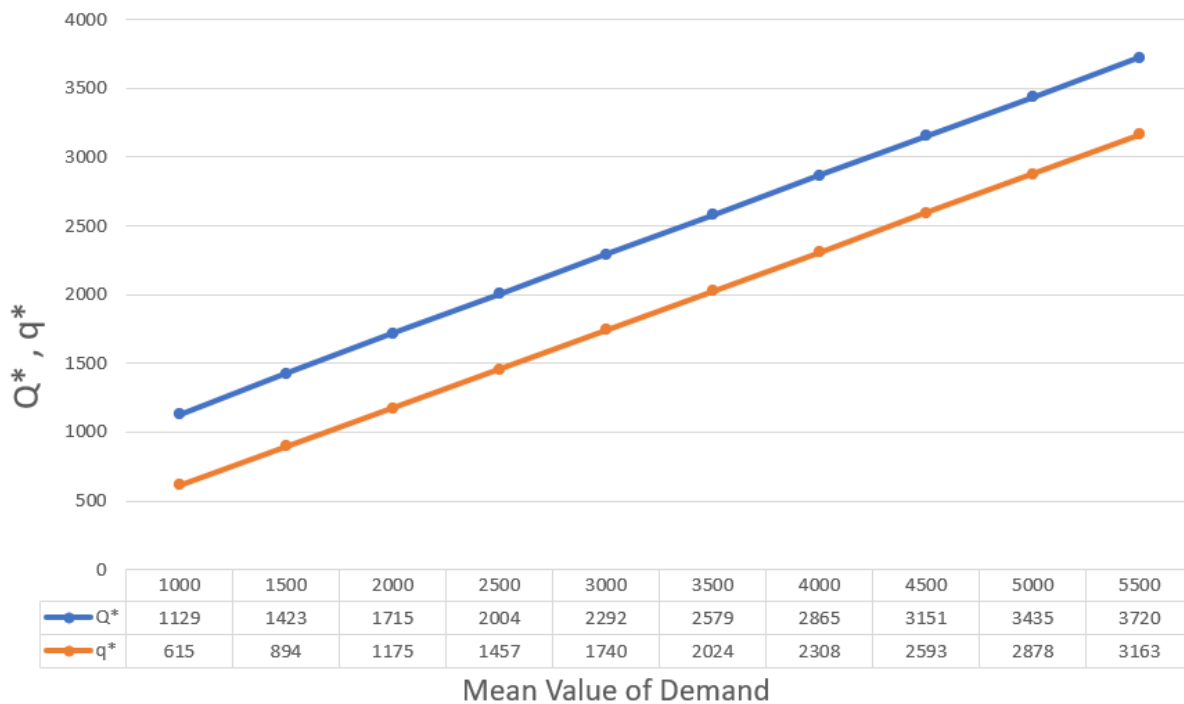
test	1	2	3	4	5
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	7	7	7	7	7
w2 =	10	10	10	10	10
ls =	4	4	4	4	4
rv =	3	3	3	3	3
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	1286	1786	2286	2786	3286
N =	Normal(1000,300)	Normal(1500,300)	Normal(2000,300)	Normal(2500,300)	Normal(3000,300)
mean(N) =	1000	1500	2000	2500	3000
sigma(N) =	300	300	300	300	300
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	900	1129	1423	1715	2004
q0 =	200	615	894	1175	1457
Profit =	28156.418	43536.822	58910.304	74280.715	89648.653
Q* =	1129	1423	1715	2004	2292
q* =	615	894	1175	1457	1740
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

test	6	7	8	9	10
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	7	7	7	7	7
w2 =	10	10	10	10	10
ls =	4	4	4	4	4
rv =	3	3	3	3	3
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	3786	4286	4786	5286	5786
N =	Normal(3500,300)	Normal(4000,300)	Normal(4500,300)	Normal(5000,300)	Normal(5500,300)
mean(N) =	3500	4000	4500	5000	5500
sigma(N) =	300	300	300	300	300
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	2292	2579	2865	3151	3435
q0 =	1740	2024	2308	2593	2878
Profit =	105014.77	120379.492	135743.114	151105.845	166467.841
Q* =	2579	2865	3151	3435	3720
q* =	2024	2308	2593	2878	3163
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

Εικόνα 18: Δεδομένα βου case study



Εικόνα 17: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και mean(N)



Εικόνα 19: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και  $mean(N)$

Προφανώς με την αύξηση της  $\mu$  θα αυξάνεται και το κέρδος, καθώς και οι παραγγελίες λόγω της μεγαλύτερης κατανάλωσης. Επίσης, καθώς όλες οι υπόλοιπες παράμετροι του προβλήματος παραμένουν σταθερές και μεταβάλλεται μόνο η κατανάλωση οι ποσότητες  $Q^*$ ,  $q^*$  αυξάνονται με σχεδόν ίσο ρυθμό σε κάθε δοκιμή.

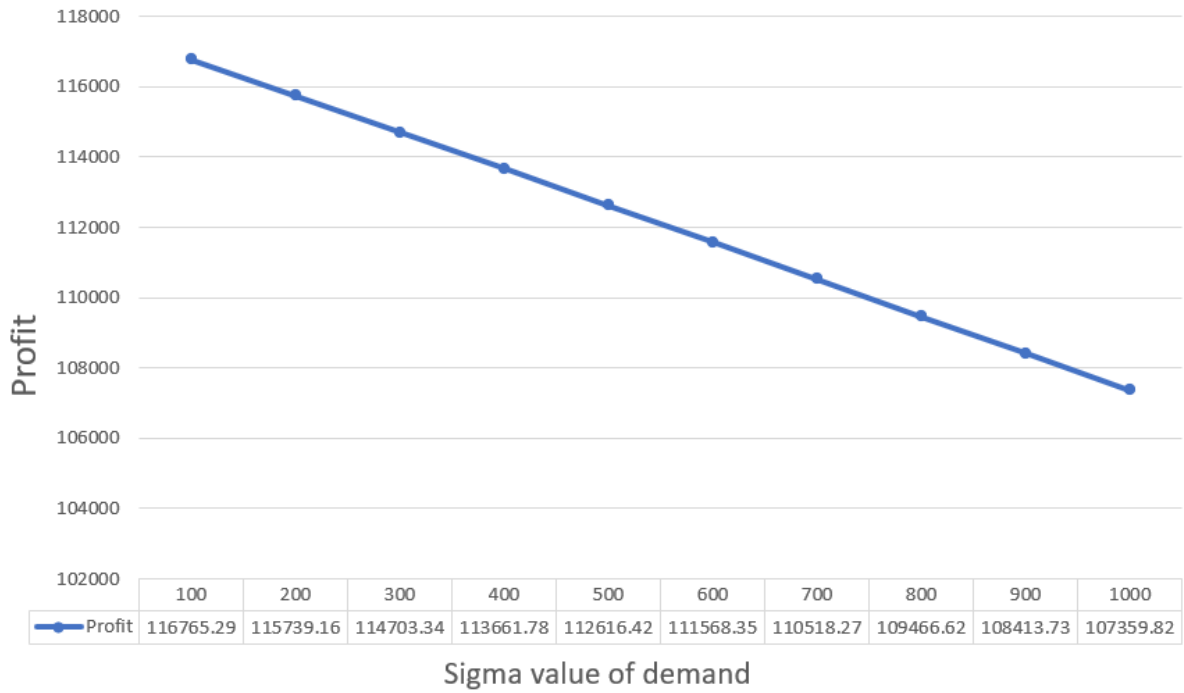
#### 4.1.7 Μεταβολή τυπικής απόκλισης της κατανομής ζήτησης

Η μεταβολή της τυπικής απόκλισης, προκαλεί αλλαγή στην κανονική καμπύλη. Όσο μικρότερη είναι η τυπική απόκλιση, τόσο ψηλότερη και τόσο πιο στενή είναι η καμπύλη. Δηλαδή, τόσο μικρότερο είναι το διάστημα στο οποίο εκτείνεται, πρακτικά, η κατανομή. Στο παρακάτω διάγραμμα η τυπική απόκλιση αυξάνεται κατά 100 μονάδες σε κάθε δοκιμή.

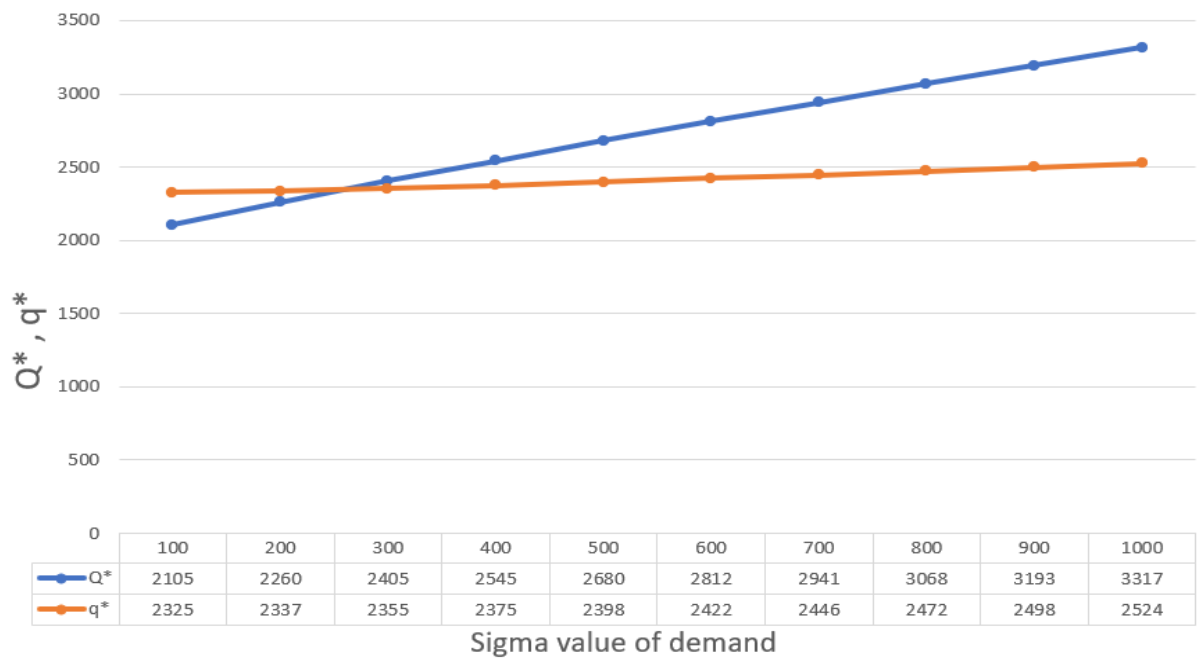
test	1	2	3	4	5
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	9	9	9	9	9
w2 =	11	11	11	11	11
ls =	5	5	5	5	5
rv =	3	3	3	3	3
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	4088	4176	4263	4351	4439
N =	Normal(4000,100)	Normal(4000,200)	Normal(4000,300)	Normal(4000,400)	Normal(4000,500)
mean(N) =	4000	4000	4000	4000	4000
sigma(N) =	100	200	300	400	500
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	2000	2105	2260	2405	2545
q0 =	1500	2325	2337	2355	2375
Profit =	116765.291	115739.158	114703.34	113661.779	112616.415
Q* =	2105	2260	2405	2545	2680
q* =	2325	2337	2355	2375	2398
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

test	6	7	8	9	10
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	9	9	9	9	9
w2 =	11	11	11	11	11
ls =	5	5	5	5	5
rv =	3	3	3	3	3
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	4526	4614	4701	4789	4877
N =	Normal(4000,600)	Normal(4000,700)	Normal(4000,800)	Normal(4000,900)	Normal(4000,1000)
mean(N) =	4000	4000	4000	4000	4000
sigma(N) =	600	700	800	900	1000
yr =	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)	Uniform(0,1)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Q0 =	2680	2812	2941	3068	3193
q0 =	2398	2422	2446	2472	2498
Profit =	111568.349	110518.265	109466.617	108413.725	107359.819
Q* =	2812	2941	3068	3193	3317
q* =	2422	2446	2472	2498	2524
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

Εικόνα 20: Δεδομένα Του case study



Εικόνα 22: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και  $\sigma(N)$



Εικόνα 21: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και  $\sigma(N)$

Χρησιμοποιώντας τον τύπο της τυποποιημένης κανονικής κατανομής για ευκολία :

$$P(X < a) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{a - \mu}{\sigma}\right) = P(Z < z) = \Phi(z)$$

φαίνεται ότι καθώς το  $\sigma$  αυξάνεται, μειώνεται το  $z$  , άρα μειώνεται και η τιμή της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής, για ένα συγκεκριμένο εύρος τιμών της μεταβλητής  $n$ , όπως μπορεί να παρατηρηθεί και στον πίνακα τυποποιημένης κατανομής με την εφαρμογή ενός αριθμητικού παραδείγματος. Η μείωση της  $\Phi(z)$ , οδηγεί σε μικρότερο μέσο όρο για τους όρους της συνάρτησης  $L(n)$ , που αφορά τα έσοδα, επομένως μειώνεται και το αναμενόμενο κέρδος.

Με την αύξηση της τυπικής απόκλισης, αυξάνεται το εύρος τιμών που μπορεί να πάρει η ζήτηση, συνεπώς ο πωλητής αναγκάζεται να παραγγείλει μεγαλύτερες ποσότητες στην περίπτωση μεγάλης ζήτησης.

#### 4.1.8 Μεταβολή μέσης τιμής του yield rate

Έπειτα έγινε η μελέτη της πολιτικής προμηθειών με γνώμονα τον βαθμό αναξιοπιστίας του κύριου προμηθευτή. Το ποσοστό παραδιδόμενης ποσότητας ακολουθεί και σε αυτά τα διαγράμματα την ομοιόμορφη κατανομή, αλλά τα όρια του εύρους στις ακόλουθες δοκιμές μεταβάλλονται, σε αντίθεση με τις προηγούμενες περιπτώσεις όπου το εύρος είναι σταθερά ορισμένο  $[0, 1]$ . Το άνω και κάτω όριο του διαστήματος τιμών ορίζονται έτσι ώστε στο πρώτο ζεύγος διαγραμμάτων να παραμένει σταθερό το εύρος, καθώς μεταβάλλεται η μέση τιμή, ενώ αντίστροφα στο δεύτερο διάγραμμα να παραμένει σταθερή η μέση τιμή και να μεταβάλλεται το εύρος.

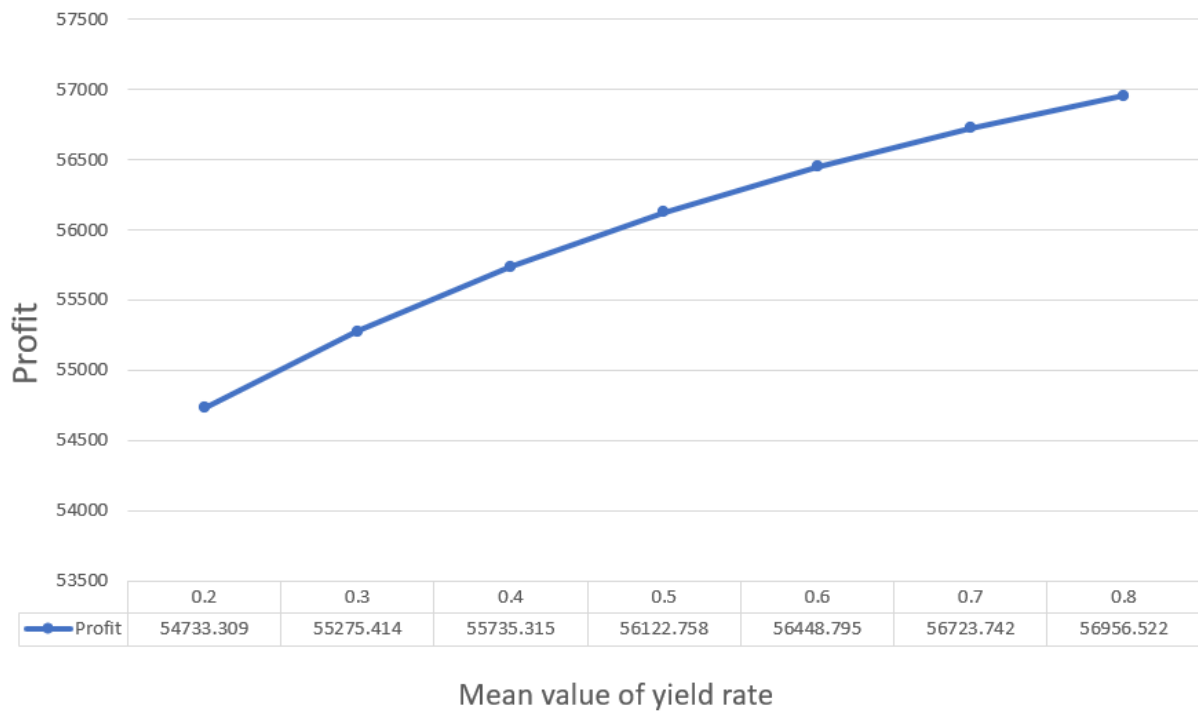
Στο διάγραμμα που ακολουθεί Το εύρος, το οποίο είναι η διαφορά των δύο ορίων της κατανομής του ρίσκου ( $lim_b - lim_a$ ), ορίσθηκε:  $range = 0.4$ . Για το συγκεκριμένο διάγραμμα ορίσθηκαν 7 σημεία αντί για 10, καθώς το yield rate μπορεί να λάβει τιμές σε ένα πολύ μικρό διάστημα και τα σημεία δίνουν μία ικανοποιητική εικόνα για τον τρόπο που αυτή η παράμετρος επηρεάζει την βέλτιστη απόφαση.

test	1	2	3	4
sp =	40	40	40	40
w1 =	9	9	9	9
w2 =	11	11	11	11
ls =	5	5	5	5
rv =	3	3	3	3
a =	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2351	2351	2351	2351
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400
yr =	Uniform(0 , 0.4)	Uniform(0.1 , 0.5)	Uniform(0.2 , 0.6)	Uniform(0.3, 0.7)
mean(yr) =	0.2	0.3	0.4	0.5
range(yr) =	0.4	0.4	0.4	0.4
Q0 =	1200	3722	3722	3550
q0 =	900	1236	995	783
Profit =	54733.309	55275.414	55735.315	56122.758
Q* =	3835	3722	3550	3354
q* =	1236	995	783	601
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

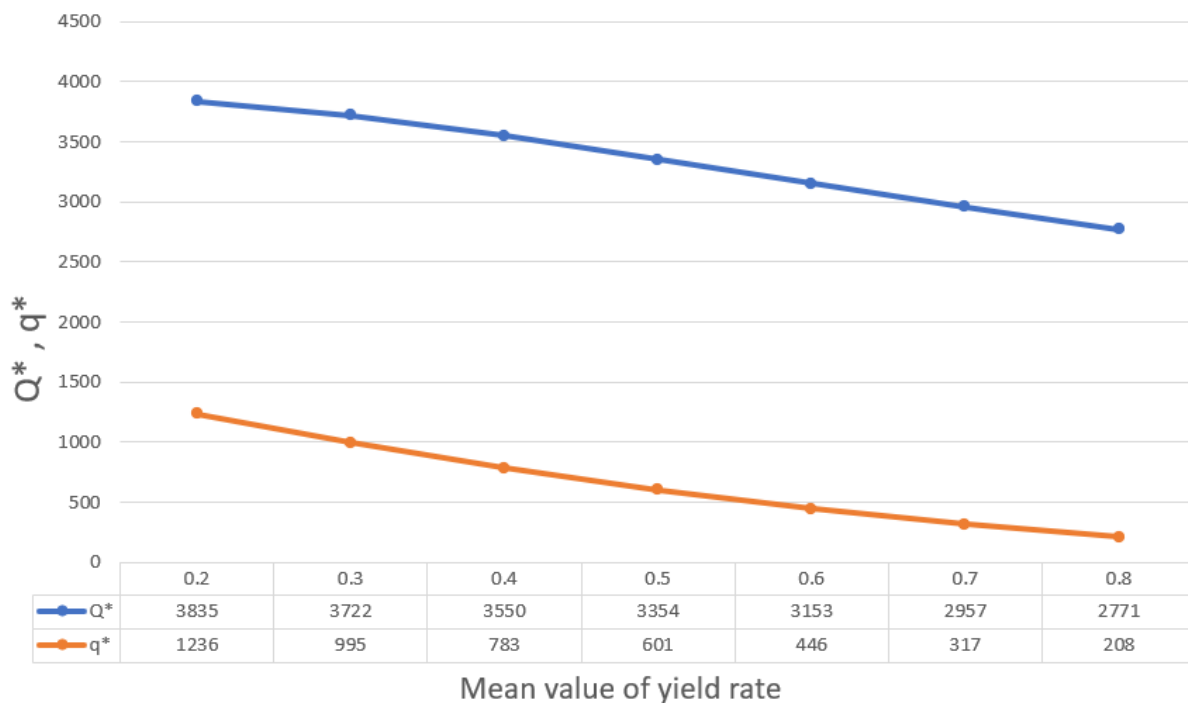
test	5	6	7
sp =	40	40	40
w1 =	9	9	9
w2 =	11	11	11
ls =	5	5	5
rv =	3	3	3
a =	0.7	0.7	0.7
A =	2351	2351	2351
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400
yr =	Uniform(0.4 , 0.8)	Uniform(0.5 , 0.9)	Uniform(0.6 , 1)
mean(yr) =	0.6	0.7	0.8
range(yr) =	0.4	0.4	0.4
Q0 =	3354	3153	2957
q0 =	601	446	317
Profit =	56448.795	56723.742	56956.522
Q* =	3153	2957	2771
q* =	446	317	208
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

Εικόνα 23: Δεδομένα 8ου case study





Εικόνα 24: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και  $mean(\gamma)$



Εικόνα 25: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και  $mean(\gamma)$

Όσο μεγαλύτερη είναι η μέση τιμή του yield rate, τόσο πιο αξιόπιστος είναι και ο κύριος προμηθευτής. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο πωλητής να μπορεί να κάνει πιο ακριβή πρόβλεψη του αποθέματος και να μπορεί να περιορίσει τις πιθανότητες χαμένων πωλήσεων, αλλά και της περίσσειας αποθέματος. Το γεγονός αυτό, όπως επίσης και το γεγονός ότι ο πωλητής μπορεί να παραγγείλει λιγότερα τεμάχια από τον πιο ακριβό εφεδρικό προμηθευτή οδηγούν σε αύξηση του αναμενόμενου κέρδους.

Στο διάγραμμα των ποσοτήτων, φαίνεται ότι ο πωλητής βασίζεται όλο και περισσότερο στον κύριο προμηθευτή όσο αυξάνεται η παράμετρος  $mean(yr)$  και περιορίζει την χρήση του εφεδρικού προμηθευτή, καθώς μπορεί να είναι πιο σίγουρος για το αρχικό απόθεμα που θα έχει.

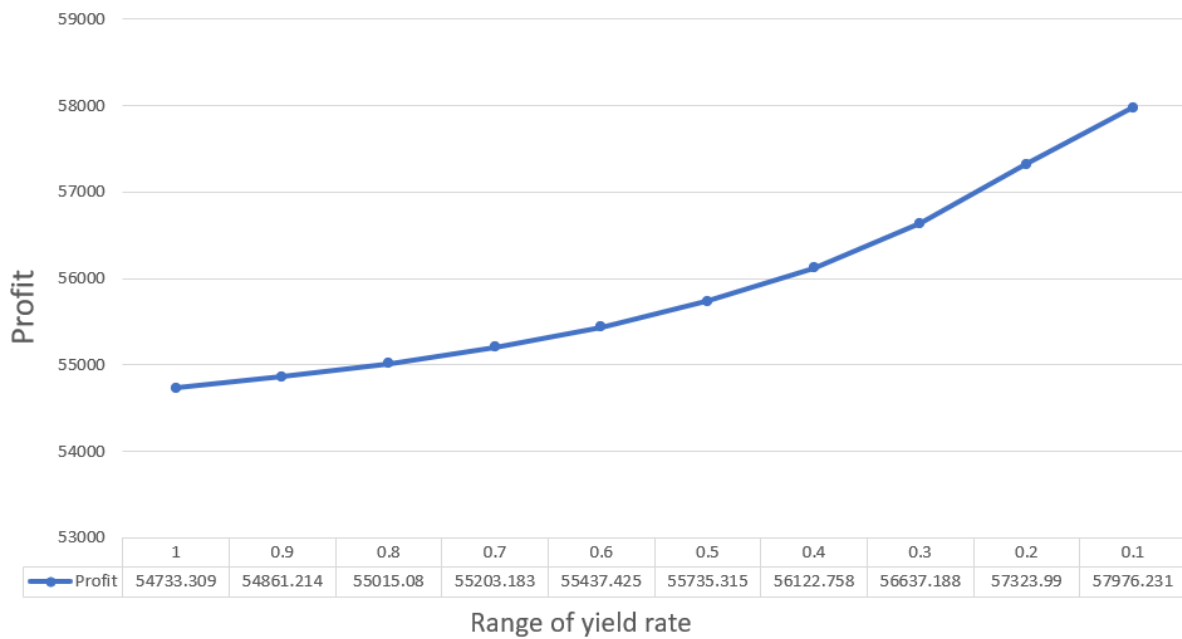
#### 4.1.9 Μεταβολή εύρους του ποσοστού παραδιδόμενης ποσότητας

Το τελευταίο διάγραμμα, αφορά την μεταβολή του εύρους του yield rate. Για την επιλογή των σημείων στο παρών διάγραμμα, η μέση τιμή του ρίσκου παραμένει σταθερή :  $mean(yr) = 0.5$ , ενώ το εύρος μειώνεται κατά 0.1 σε κάθε δοκιμή. Το εύρος είναι ένας δείκτης διασποράς, δείχνει δηλαδή πόσο απέχουν η μέγιστη και ελάχιστη παρατήρηση από την μέση τιμή.

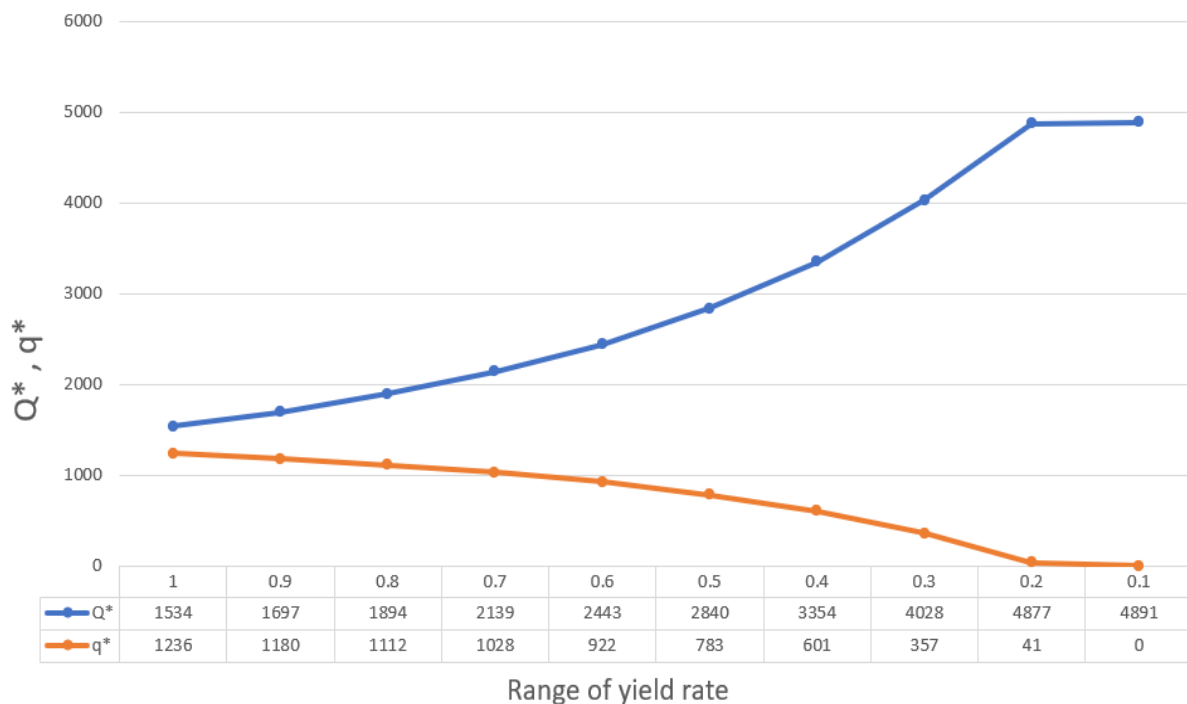
test	1	2	3	4	5
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	9	9	9	9	9
w2 =	11	11	11	11	11
ls =	5	5	5	5	5
rv =	3	3	3	3	3
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2351	2351	2351	2351	2351
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0 , 1)	Uniform(0.05 , 0.95)	Uniform(0.1 , 0.9)	Uniform(0.15 , 0.85)	Uniform(0.2 , 0.8)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
range(yr) =	1	0.9	0.8	0.7	0.6
Q0 =	1200	1534	1697	1894	2139
q0 =	900	1236	1180	1112	1028
Profit =	54733.309	54861.214	55015.08	55203.183	55437.425
Q* =	1534	1697	1894	2139	2443
q* =	1236	1180	1112	1028	922
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

test	6	7	8	9	10
sp =	40	40	40	40	40
w1 =	9	9	9	9	9
w2 =	11	11	11	11	11
ls =	5	5	5	5	5
rv =	3	3	3	3	3
a =	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
A =	2351	2351	2351	2351	2351
N =	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)	Normal(2000,400)
mean(N) =	2000	2000	2000	2000	2000
sigma(N) =	400	400	400	400	400
yr =	Uniform(0.25, 0.75)	Uniform(0.3, 0.7)	Uniform(0.35, 0.65)	Uniform(0.4, 0.6)	Uniform(0.45, 0.55)
mean(yr) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
range(yr)=	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
Q0 =	2443	2840	3354	4028	4877
q0 =	922	783	601	357	41
Profit =	55735.315	56122.758	56637.188	57323.99	575976.231
Q* =	2840	3354	4028	4877	4891
q* =	783	601	357	41	0
MeshTolerance	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05	1.00E-05

Εικόνα 26: Δεδομένα 9ου case study



Εικόνα 27: Διάγραμμα μεταβολής κέρδους και range(yr)



Εικόνα 28: Διάγραμμα μεταβολής ποσοτήτων και  $range(yr)$

Το εύρος δείχνει το διάστημα, στο οποίο μπορεί να λάβει τιμές το ποσοστό του ρίσκου. Όσο μεγαλύτερο είναι το εύρος τόσες περισσότερες οι τιμές και τόσο μικρότερες οι πιθανότητες να λάβει μία συγκεκριμένη τιμή του διαστήματος.

Στο παρόν πρόβλημα για μεγάλες τιμές εύρους ο πωλητής προβλέπει την παραδιδόμενη από τον αναξιόπιστο προμηθευτή ποσότητα με μικρότερη ακρίβεια, οπότε παραγγέλνει μεγαλύτερες ποσότητες από αυτόν προκειμένου να εξασφαλίσει την ικανοποίηση της ζήτησης ακόμη και στην περίπτωση που το ποσοστό αξιοπιστίας κυμαίνεται κοντά στο κάτω όριο του εύρους. Έτσι, όσο μεγαλύτερο είναι το εύρος, τόσο μικρότερο είναι το κέρδος.

Στο διάγραμμα των ποσοτήτων φαίνεται ότι καθώς το εύρος μειώνεται, η ποσότητα  $Q^*$  αυξάνεται, ενώ η ποσότητα  $q^*$  μειώνεται. Αυτό συμβαίνει, γιατί για μικρό εύρος είναι λιγότερες οι τιμές που μπορεί να λάβει η μεταβλητή  $x$ , συνεπώς η παραδιδόμενη από τον κύριο προμηθευτή ποσότητα είναι περισσότερο προβλέψιμη και ο πωλητής μπορεί να βασιστεί σε μεγαλύτερο βαθμό στον κύριο προμηθευτή και να αξιοποιήσει σε μικρότερο βαθμό τον εφεδρικό προμηθευτή.

## 5 Επίλογος

---

Με την δημιουργία και την ανάλυση των διαγραμμάτων ολοκληρώνεται η διπλωματική εργασία. Στην συνέχεια ακολουθεί μία σύνοψη της εργασίας και των αποτελεσμάτων, καθώς και αναφορά σε πιθανές επεκτάσεις του προβλήματος που θα μπορούσαν να μελετηθούν.

### 5.1 Σύνοψη και συμπεράσματα

Η παρούσα εργασία εξετάζει το πρόβλημα ενός πωλητή, ο οποίος προμηθεύεται το μοναδικό προϊόν που πουλάει από δύο διαφορετικούς προμηθευτές. Ο κύριος προμηθευτής του είναι αναξιόπιστος και για αυτόν τον λόγο ο πωλητής αναγκάζεται να συνεργαστεί και με τον εφεδρικό προμηθευτή του, ο οποίος είναι πιο ακριβός, αλλά είναι απολύτως αξιόπιστος και εξασφαλίζει ποσοτική ευελιξία στον πωλητή, δίνοντας του την δυνατότητα να παραγγείλει επιπλέον ποσότητα από αυτόν μετά την γνωστοποίηση της αρχικά αβέβαιης ζήτησης. Το πρόβλημα μελετάται από την πλευρά του πωλητή και επιλύεται με σκοπό την μεγιστοποίηση του κέρδους. Η επίλυση του προβλήματος γίνεται με την βοήθεια κώδικα στο πρόγραμμα MATLAB και έπειτα μέσα από δοκιμές και κατασκευή διαγραμμάτων αναλύεται η βέλτιστη πολιτική παραγγελιών. Με τα διαγράμματα μελετάται η επίδραση κάθε παραμέτρου του προβλήματος, δηλαδή της αβεβαιότητας ζήτησης και της αβεβαιότητας εφοδιασμού, ο βαθμός ευελιξίας του εφεδρικού προμηθευτή, τα κόστη προμήθειας, χαμένων πωλήσεων και η υπολειπόμενη αξία και η τιμή πώλησης. Τα συμπεράσματα που εξάγονται από την εργασία αναφέρονται συνοπτικά παρακάτω:

1. Όσο μεγαλύτερο το εύρος και η μέση τιμή του ρίσκου, τόσο χαμηλότερο θα είναι και το κέρδος. Είναι λιγότερο προβλέψιμη η αξιοποιήσιμη παραδιδόμενη από τον κύριο προμηθευτή ποσότητα, με αποτέλεσμα ο πωλητής να αναγκάζεται να παραγγείλει αρχικά μεγάλες ποσότητες.
2. Η αβεβαιότητα της ζήτησης επίσης επιφέρει μείωση του κέρδους. Υψηλή τυπική απόκλιση της κατανομής ζήτησης μειώνει την δυνατότητα ακριβούς πρόβλεψης της ζήτησης.
3. Η αύξηση του ποσοστού ευελιξίας  $a$  συμφέρει τον πωλητή, καθώς του επιτρέπει να βασιστεί σε μεγαλύτερο βαθμό στον κύριο προμηθευτή, παραγγέλλοντας αρχικά μικρότερη ποσότητα από τον εφεδρικό προμηθευτή. Από την πλευρά των προμηθευτών όμως αυτός που επωφελείται είναι ο αναξιόπιστος.
4. Ο κύριος προμηθευτής, προκειμένου να του ανατίθενται μεγαλύτερες παραγγελίες πρέπει ή να αυξήσει την αξιοπιστία του, ή να μειώσει το μοναδιαίο κόστος προμήθειας του  $w_1$ .

5. Αύξηση της τιμής της υπολειπόμενης αξίας αυξάνει το κέρδος, επιδρώντας στα έσοδα βέβαια σε μικρότερο βαθμό σε σχέση με άλλες παραμέτρους όπως η τιμή πώλησης και η μέση τιμή ζήτησης.
6. Το κόστος χαμένων πωλήσεων επιδρά αρνητικά στο κέρδος, δείχνοντας έτσι την σημασία κάλυψης της ζήτησης.

## 5.2 Επεκτάσεις του προβλήματος

Το θέμα που αναπτύχθηκε στην διπλωματική εργασία είναι βασικό και απλοποιημένο μοντέλο διαχείρισης προβλημάτων εφοδιασμού, το οποίο μπορεί με τροποποιήσεις και αν εμπλουτιστεί, να χρησιμοποιηθεί και για μεγαλύτερα και πιο πολύπλοκα προβλήματα, όπως αυτά που αντιμετωπίζει μία πραγματική εταιρεία. Υπάρχουν πολλές πιθανές επεκτάσεις και εκδοχές του θέματος που θα μπορούσαν να μελετηθούν. Μερικές από αυτές είναι :

- Μελέτη του προβλήματος, όπου ο πωλητής θα προμηθεύεται και θα πουλάει περισσότερα του ενός είδη προϊόντων, συνεπώς σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει να γίνεται διαφορετική πρόβλεψη της ζήτησης για το κάθε προϊόν.
- Χρήση τριών ή περισσότερων προμηθευτών και σε αυτήν την επέκταση αυξάνεται ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης που εισάγονται στο μοντέλο.
- Χρήση δύο αναξιόπιστων προμηθευτών, περίπτωση που εισάγει και τρίτο ρίσκο στο πρόβλημα.
- Εισαγωγή νέας παραμέτρου, της απόστασης του πωλητή από τους προμηθευτές του με αποτέλεσμα να προστίθενται και τα μεταφορικά κόστη στα έξοδα εφοδιασμού.
- Λαμβάνοντας υπόψιν τις αποστάσεις των προμηθευτών από τον πωλητή και για δεδομένη συνολική παραγγελία του πωλητή, θα μπορούσε να μελετηθεί το πρόβλημα με διαφορετική αντικειμενική συνάρτηση, η οποία να αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του χρόνου μεταφορών μεταφοράς των προϊόντων και μεταβλητές απόφασης να αποτελούν οι θέσεις των προμηθευτών.
- Χρήση αποθήκης για τον προμηθευτή, όπου θα συγκεντρώνονται όλα τα προϊόντα από τους προμηθευτές και από εκεί θα μεταφέρονται στον πωλητή. Αυτή η επέκταση εισάγει και την παράμετρο της χωρητικότητας της αποθήκης. Επίσης αυτή η εκδοχή θα μπορούσε να μελετηθεί με γνώμονα την θέση της αποθήκης, έτσι ώστε να ελαχιστοποιούνται τα μεταφορικά κόστη ή οι χρόνοι μεταφοράς.

## 6 Βιβλιογραφία

- Agrawal, N., Nahmias, S. (1997). Rationalization of the supplier base in the presence of yield uncertainty. *Production and Operations Management*, 6(3), 291-308
- Arrow, K., Harris, T., Marschak, J. (1951). Optimal Inventory Policy. *Econometrica* 19 250-272
- Dada, M., Petruzzi, N. C., Schwarz, L. B. (2006). A Newsvendor's Procurement Problem When Suppliers Are Unreliable. *Manufacturing and Service Operations Management* 9(1), 9-32
- Federgruen, A., Yang, N. (2008). Selecting a portfolio of suppliers under demand and supply risks. *Operations Research*, 56(4), 916-936
- Guo, S., Zhao, L., Xu, X. (2016). Impact of supply risks on procurement decisions. *Annals of Operations Research*, 241(1-2), 411-430.
- He B., & Yang, Y. (2018). Mitigating supply risk: an approach with quantity flexibility procurement. *Annals of Operations Research*, 271, 599-617
- Hill, A. V. (2017). THE NEWSVENDOR PROBLEM. *Clamshell Beach Press*
- Hou, J., Zhao, S., Wang, H., Bi, E. (2017). Sourcing Decisions with Capacity Reservations under Supply Disruptions. *Journal of Management Science and Engineering*, 2(2), 132-159
- Li, X. (2017). Optimal procurement strategies from suppliers with random yield and all-or nothing risks. *Annals of Operations Research*, 257(1-2), 167-181.
- Mathworks Support. <https://uk.mathworks.com/support.html>
- Stormy Attaway. (2016). Matlab – Μία πρακτική εισαγωγή στον προγραμματισμό και την επίλυση προβλημάτων, *Εκδόσεις Κλειδάριθμος*