



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΥΤΟΝΟΜΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ
ΑΓΩΝΙΣΤΙΚΩΝ ΟΧΗΜΑΤΩΝ**

υπό

ΡΑΠΤΗ ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ

Διπλωματική Εργασία

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για
την απόκτηση του Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, 2020

©2020 Ράπτης Ευστάθιος

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Τίτλος Διπλωματικής Εργασίας:

Προβλεπτικός έλεγχος αυτόνομης κίνησης αγωνιστικών οχημάτων

Εκπονητής:

Ράπτης Ευστάθιος

Επιβλέπων Καθηγητής:

Αμπουντώλας Κωνσταντίνος

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας αυτής, Καθηγητή κ. Αμπουντώλα Κωνσταντίνο, για την συνεργασία και την πολύτιμη καθοδήγησή του σε όλα τα στάδια της υλοποίησης της εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω την ομάδα Κένταυρος, που μου έδωσε την αφορμή να ασχοληθώ με αυτό το ενδιαφέρον αντικείμενο, τα μέλη της υπο-ομάδας driverless για την συνεργασία, καθώς και όλα τα μέλη της ομάδας που βοήθησαν στην συγκεκριμένη εργασία με τα απαραίτητα σχεδιαστικά δεδομένα.

Acknowledgement

I especially want to thank Dr. Alexander Liniger not only for making his work and algorithm openly available, but also for the invaluable help he provided through our communication.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει σαν αντικείμενο την λήψη αποφάσεων στα πλαίσια της αυτόνομης κίνησης ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου. Οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης υπολογίζονται από έναν αλγόριθμο που συνδυάζει το δυναμικό μοντέλο του αυτοκινήτου και έναν ελεγκτή που μεγιστοποιεί την διανυόμενη απόσταση σε έναν κυλιόμενο ορίζοντα. Με κατάλληλες γραμμικοποιήσεις το μη γραμμικό αυτό πρόβλημα ανάγεται σε απλούστερα προβλήματα τετραγωνικού προγραμματισμού τα οποία μπορούν με κατάλληλους solvers να λυθούν σε χρονικά διαστήματα της τάξης των ms. Οι παράμετροι αυτού του αλγορίθμου προσαρμόζονται στο νέο αγωνιστικό μονοθέσιο αυτοκίνητο της ομάδας του Κενταύρου του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, ονόματι Κριέων. Επίσης εξετάζεται ποιες τιμές αποδίδουν τα καλύτερα αποτελέσματα ως κόστη του προβλήματος βελτιστοποίησης αυτού.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	9
1.1	Βιβλιογραφική ανασκόπηση	15
1.2	Το ολοκληρωμένο σύστημα	17
2	Μοντελοποίηση	21
2.1	Το μοντέλο του ποδηλάτου	22
2.2	Διαμήκεις δυνάμεις ελαστικών σε μικρούς λόγους ολίσθη- σης	27
2.3	Εγκάρσιες δυνάμεις ελαστικών σε μικρούς λόγους ολίσθη- σης	31
2.4	Εισαγωγή στο μοντέλο "Magic Formula"	34
2.5	Το μοντέλο του αλγορίθμου	37
3	Προβλεπτικός έλεγχος του μοντέλου	40
3.1	Βασικές αρχές MPC	41
3.2	Προγραμματισμός πορείας	45
4	Παραμετροποίηση και αποτελέσματα	52
4.1	Μεμονωμένη προσέγγιση	58
4.2	Συνδυαστική προσέγγιση	66
5	Συμπεράσματα και προτάσεις	71
5.1	Συμπεράσματα αποτελεσμάτων	71
5.2	Προτάσεις για μελλοντική έρευνα	72

Κατάλογος Σχημάτων

1	Οι δύο τύποι δοκιμαστικών οχημάτων του προγράμματος VaMoRs	11
2	Αναγνώριση οχημάτων μέσα από τις κάμερες του οχήματος VaMoRs	12
3	Το αυτόνομο αυτοκίνητο της Google καθώς και οι αισθητήρες που χρησιμοποιεί	13
4	Το αυτόνομο αυτοκίνητο της Waymo	14
5	Το ολοκληρωμένο σύστημα της αυτόνομης κίνησης	17
6	Η αναγνώριση των κόνων από τον αλγόριθμο YOLO	18
7	Εικόνα απο αισθητήρα LiDAR	19
8	Εγκάρσια δυναμική του μοντέλου	22
9	Σύμβαση φοράς γωνίας εγκάρσιας κλίσης οδοστρώματος	26
10	Διαμήκης δύναμη ελαστικών ως συνάρτηση του λόγου ολίσθησης	28
11	Διαμήκης δύναμη σε τροχό μετάδοσης κίνησης	29
12	Γωνία ολίσθησης και εγκάρσια δύναμη του εμπρός ελαστικού	31
13	Καμπύλη δύναμης ελαστικών του μοντέλου "Magic Formula"	35
14	Το μοντέλο του ποδηλάτου	38
15	Ο έλεγχος της δυναμικής και κινηματικής του μοντέλου	39
16	Το σύστημα του ελέγχου	40
17	Η μέθοδος του κυλιόμενου οριζοντα	44

18	Το σφάλμα απόκλισης (αριστερά) και το σφάλμα καθυστέρησης (δεξιά) με τις αντίστοιχες γραμμικές προσεγγίσεις	48
19	Το υπο-κατασκευή μονοθέσιο της ομάδας Κένταυρος ονόματι «Κριέων»	52
20	Οι πρώτες δοκιμές του αλγορίθμου σε μεγάλη κλίμακα .	54
21	Αποτελέσματα για $r\delta = 0.1$	65
22	Αποτελέσματα για $r\delta = 1$	65

1 Εισαγωγή

Η αυτόνομη κίνηση δεν είναι κάτι νέο τεχνολογικά, υπάρχει άλλωστε στην αεροπορία εδώ και πολλές δεκαετίες με τη μορφή του αυτόματου πιλότου. Η τεχνολογία αυτή έχει κάνει επίσης τα πρώτα της βήματα και στην αυτοκινητοβιομηχανία με την μορφή του cruise control, αλλά και της πλήρους αυτονομίας τα τελευταία χρόνια. Η αυτόνομη κίνηση όμως είναι περισσότερο απαιτητική σε αγωνιστικές συνθήκες καθώς εκτός του μικρότερου χρόνου λήψης των αποφάσεων το αυτοκίνητο ωθείται επίσης στα όρια της πρόσφυσης όπου τα περιγραφικά μοντέλα είναι μη-γραμμικά. Σε τέτοιες εφαρμογές έχουν φανεί τα πλεονεκτήματα του προβλεπτικού ελέγχου (model predictive control), όπου υπολογίζεται η βέλτιστη λύση ενός μαθηματικού προβλήματος υπο συγκεκριμένους περιορισμούς. Αυτό το πρόβλημα λύνεται σε έναν ορίζοντα μήκους n βημάτων, ο οποίος μετακυλιέται σε κάθε βήμα ανά χρονικό διάστημα T_s . Ο αλγόριθμος ο οποίος χρησιμοποιείται και του οποίου οι παράμετροι προσαρμόζονται σε αυτές του αυτοκινήτου της ομάδας Κένταυρος έχει αναπτυχθεί στην διδακτορική διατριβή του Δρ. Liniger [1]. Ο αλγόριθμος αυτός έχει σχεδιαστεί για την λειτουργία στα όρια της πρόσφυσης εκτός της γραμμικής περιοχής. Συγκεκριμένα, για να λειτουργήσει χρειάζεται απλώς έναν χάρτη της πίστας και το δυναμικό μοντέλο του αυτοκινήτου, το οποίο αναπτύχθηκε με το μοντέλο του ποδηλάτου σε συνδυασμό με μη γραμμικές δυνάμεις ελαστικών, όπως θα εξηγήσουμε παρακάτω.

Σύμφωνα με την Αμερικάνικη Διεύθυνση Ασφάλειας Αυτοκινητοδρόμων (National Highway Traffic Safety Administration) υπάρχουν 5 διαφορετικά επίπεδα αυτοματοποίησης, τα χαρακτηριστικά των οποίων αναλύονται στον παρακάτω πίνακα.

Επίπεδο	Αυτοματοποίηση	Περιγραφή
0	Χωρίς αυτοματοποίηση	Ο οδηγός είναι σε πλήρη έλεγχο του οχήματος, ελέγχει τα φρένα, το τιμόνι και το γκάζι, καθ' όλη την διάρκεια, καθώς επίσης είναι υπεύθυνος να παρατηρεί τις συνθήκες του δρόμου και να παίρνει κατάλληλες αποφάσεις.
1	Αυτοματοποίηση συγκεκριμένων λειτουργιών	Αυτό το επίπεδο περιέχει μία ή περισσότερες λειτουργίες ελέγχου. Εάν υπάρχουν παραπάνω από μία αυτοματοποιημένες διαδικασίες, αυτές λειτουργούν ανεξάρτητα και ο οδηγός έχει τον συνολικό έλεγχο και την ευθύνη της ασφαλούς πορείας.
2	Συνδυαστική αυτοματοποίηση	Σε αυτό το επίπεδο επιτυγχάνεται η αυτοματοποίηση τουλάχιστον δύο κύριων λειτουργιών, οι οποίες είναι σχεδιασμένες να λειτουργούν σε συνδυασμό ώστε να απαλλάσσουν τον οδηγό από τον έλεγχο αυτών. Ωστόσο ο οδηγός παραμένει υπεύθυνος της επίβλεψης των συνθηκών του δρόμου και πρέπει να είναι διαθέσιμος για να λάβει τον έλεγχο σε οποιαδήποτε στιγμή.
3	Περιορισμένη αυτονομία	Τα οχήματα σε αυτό το επίπεδο δεν χρειάζονται τον οδηγό να έχει τον έλεγχο των κύριων λειτουργιών, σε συγκεκριμένες συνθήκες κίνησης. Το όχημα είναι σχεδιασμένο ώστε να εγγυάται την ασφαλή λειτουργία σε αυτές τις συνθήκες, ενώ ο οδηγός αναμένεται να είναι διαθέσιμος περιστασιακά, αλλά με αρκετό χρόνο μετάβασης.
4	Πλήρης αυτονομία	Τα πλήρως αυτόνομα οχήματα είναι σχεδιασμένα να ελέγχουν όλες τις κύριες λειτουργίες και να επιβλέπουν τις συνθήκες του περιβάλλοντος καθ' όλη την διάρκεια. Ο οδηγός εισάγει απλώς τον προορισμό, ενώ δεν χρειάζεται να είναι διαθέσιμος σε κανένα σημείο του ταξιδιού και η ασφαλής λειτουργία είναι αποκλειστική ευθύνη του οχήματος.

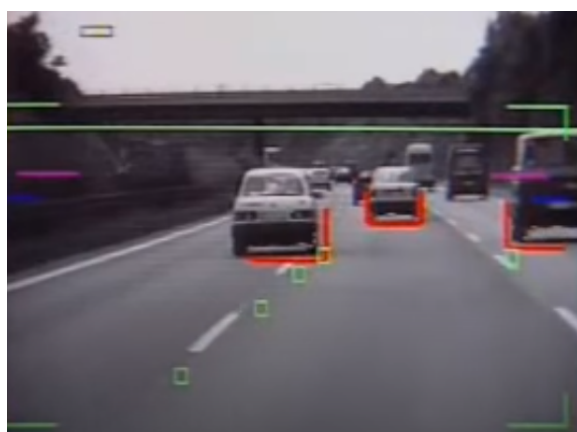
Τα αυτοκίνητα στη συντριπτική πλειοψηφία τους περιορίζονταν στο επίπεδο 0 μέχρι την πρώτη δεκαετία του 2000. Ο οδηγός ήταν (απόλυτα) υπεύθυνος και δεν είχε καμία αυτοματοποιημένη λειτουργία. Ωστόσο, μικρά βήματα στον τομέα της αυτονομίας έγιναν ήδη από το 1945 από τον τυφλό Αμερικάνο μηχανικό Ralph Teetor. Ο ευρηματικός μηχανικός αυτός ενοχλούταν από την ανώμαλη οδήγηση όταν το κράτος της Αμερικής επέβαλλε ανώτατο όριο ταχύτητας 35 μίλια ανα ώρα για λόγους εξοικονόμησης καυσίμων και ελαστικών σε συνθήκες πολέμου. Με αυτή την αφορμή λοιπόν, ο Teetor ανέπτυξε το πρώτο σύστημα ελέγχου ταχύτητας (cruise control), μέσω ενός πνευματικού συστήματος, το οποίο δημιουργούσε αντίσταση στο πεντάλ του γκαζιού όταν η ταχύτητα πλησίαζε την ανώτατη. Αυτό το σύστημα εμφανίστηκε για πρώτη φορά σε αυτοκίνητο παραγωγής το 1958.

Αλλά και πέρα από το επίπεδο 1, επαναστατική ήταν η έρευνα του Ernst Dickmanns, ο οποίος κατάφερε με την ομάδα του να δημιουργήσει τα πρώτα μερικώς αυτόνομα οχήματα επιπέδου 3. Από το 1986 άρχισαν οι δοκιμές με ένα βαν της Mercedes-Benz για το πρόγραμμα VaMoRs που μεταφράζεται ως δοκιμαστικό όχημα για αυτόνομη κίνηση και υπολογιστική όραση, ενώ είχαν προηγηθεί 8 χρόνια δοκιμών και προσομοιώσεων. Αυτό το όχημα μέχρι το 1989 μπορούσε να λειτουργήσει αυτόνομα σε συνθήκες αυτοκινητόδρομου σε σταθερή ταχύτητα, ενώ το 1989 όταν εισήχθη και η αναγνώριση εμποδίων στο σύστημα μπόρεσαν και έγιναν τα πρώτα βήματα στον τομέα του adaptive cruise control αλλά και της αυτόνομης αλλαγής λωρίδας.



Σχήμα 1: Οι δύο τύποι δοκιμαστικών οχημάτων του προγράμματος VaMoRs

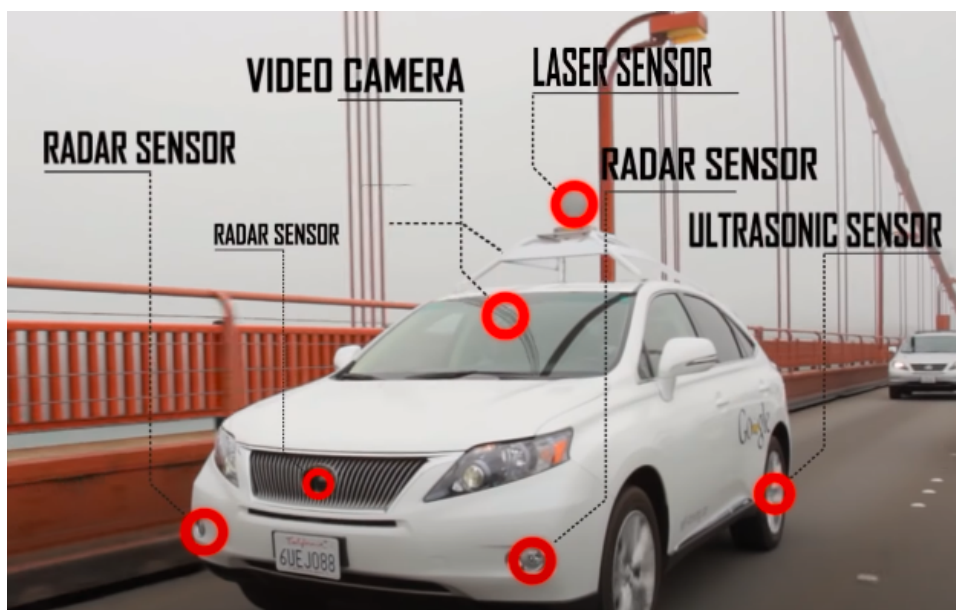
Το 1994 στην στα πλαίσια της 3ης φάσης του προγράμματος «Προμηθέας», τρία αυτοκίνητα Mercedes S-Class εφοδιάστηκαν με πολύ μικρότερες κάμερες και τον αντίστοιχο εξοπλισμό που δοκιμάστηκε τα προηγούμενα χρόνια από την ομάδα του Dickmanns. Το όχημα μπορεί να εντοπίσει μέχρι 6 άλλα οχήματα στο εμπρός και στο πίσω ημισφαίριο και η θέση τους σε σχέση με το αυτόνομο όχημα υπολογίζεται σε πραγματικό χρόνο με συχνότητα 25 Hz. Τον Οκτώβριο του 1994 στην τελική παρουσίαση του προγράμματος, παρουσιάστηκε για πρώτη φορά η ικανότητα του οχήματος να εκτελέσει πλήρως αυτόνομη αλλαγή λωρίδας σε αυτοκινητόδρομο με κανονική κυκλοφορία.



Σχήμα 2: Αναγνώριση οχημάτων μέσα από τις κάμερες του οχήματος VaMoRs

Πολλές από αυτές τις λειτουργίες αυτονομίας που αναπτύχθηκαν στα τέλη του 20ου αιώνα είναι μέρος του στάνταρ εξοπλισμού σε πολλά μοντέλα παραγωγής εν έτει 2020. Λειτουργίες επιπέδου 3 όπως το adaptive cruise control και το lane keeping assist συναντώνται αρκετά συχνά στην αυτοκινητοβιομηχανία, αλλά η μετάβαση στο επίπεδο της πλήρους αυτονομίας χρειάζεται περισσότερους αισθητήρες αλλά και περισσότερη ανάπτυξη του λογισμικού. Η κύρια αιτία της μεγάλης αύξησης της δυσκολίας στο τελευταίο επίπεδο αυτονομίας είναι ότι λαμβάνει μέρος και σε αστικούς δρόμους και όχι μόνο σε αυτοκινητόδρομους. Διασταυρώσεις, φανάρια, πεζοί, ποδηλάτες και πολλά άλλα αυξάνουν

κατακόρυφα την δυσκολία της αυτονομίας, καθώς το σύστημα πρέπει αφενός να αναγνωρίζει όλα αυτά τα στοιχεία, αλλά και να προβλέπει την ανθρώπινη δράση. Πόσο πιθανό είναι π.χ. ο πεζός που είναι 3 μέτρα μακριά απ' την διάβαση να την διασχίσει τρέχοντας για να προλάβει το λεωφορείο. Μάλιστα, θα ήταν πιο εύκολη η ανάπτυξη της πλήρους αυτονομίας σε ένα οδικό δίκτυο με μόνο αυτόνομα οχήματα, όπου όλα θα επικοινωνούσαν μεταξύ τους και πολύ σπάνια θα υπήρχε ατύχημα, σε σχέση με την σύγχρονη ανάπτυξη της αυτονομίας με ανθρώπους πίσω από το τιμόνι άλλων οχημάτων, όπως γίνεται τώρα.



Σχήμα 3: Το αυτόνομο αυτοκίνητο της Google καθώς και οι αισθητήρες που χρησιμοποιεί

Παρ' όλα αυτά, αρκετές εταιρίες έχουν μπει στο πεδίο της πλήρους αυτονομίας και έχουν κάνει άλματα προόδου. Η Google έχει αναπτύξει αυτόνομα αυτοκίνητα που θα της χρησιμεύσουν ίσως στο μέλλον στον τομέα της χαρτογράφησης για την εφαρμογή Google Maps. Επιπλέον, εταιρίες ιδιωτικών μέσων μεταφοράς όπως η Uber και η Waymo, έχουν αναπτύξει δικά τους αυτόνομα οχήματα, η τελευταία μάλιστα ασχολείται αποκλειστικά με την ανάπτυξη αυτόνομων οχημάτων μεταφοράς

ιδιωτών. Παρόλο που αυτά τα οχήματα έχουν εμπλακεί σε πολύ λιγότερα ατυχήματα ανάλογα με τις ώρες λειτουργίας τους σε σχέση με τον μέσο άνθρωπο, λόγω της επιφυλακτικότητας του ευρύ κοινού, ο θάνατος που προκλήθηκε από ένα όχημα της Uber, είχε ως αποτέλεσμα την διακοπή του προγράμματος από αυτή εταιρία.



Σχήμα 4: Το αυτόνομο αυτοκίνητο της Waymo

Στη δική μας εφαρμογή, σκοπός είναι η πλήρης αυτονομία επιπέδου 4, μέσω της οποίας το μονοθέσιο θα αντιλαμβάνεται μέσω αισθητήρων το περιβάλλον θα δημιουργεί έναν χάρτη και θα γνωρίζει την ακριβή τοποθεσία σε αυτόν. Στην συνέχεια, θα σχηματιστεί ένα πλάνο πορείας και ο αλγόριθμος του αυτόματου ελέγχου θα πάρει τις βέλτιστες αποφάσεις για τις μεταβλητές ελέγχου και στη συνέχεια θα δώσει εντολή στους αυτοματισμούς που ελέγχουν την πορεία του οχήματος. Σε αυτή την εργασία, εξετάζεται το κομμάτι του ελέγχου και οι παράμετροι αυτού που δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα.

1.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Οι πρώτες προσπάθειες στην αγωνιστική αυτονομία έχουν αρχίσει από τις αρχές του 2000 σε διαγωνισμούς όπως ο DARPA Grand Challenge, όπου ο χρόνος ολοκλήρωσης έπαιξε τον μεγαλύτερο ρόλο και έλαβαν μέρος πολλά πανεπιστήμια (Stanford, Carnegie Mellon, Caltech) και ερευνητικές ομάδες [2]. Ακόμα και σε αυτές τις διοργανώσεις όμως ο κύριος στόχος ήτανη ανάπτυξη της αυτονομίας σε κανονικές συνθήκες και σε όχι πολύ μεγάλες ταχύτητες. Η αγωνιστική αυτονομία φαινόταν να έρχεται σε δεύτερη μοίρα, ωστόσο μεγάλα βήματα προόδου έχουν επιτευχθεί και σε αυτόν τον τομέα, όπως όταν ένα αυτόνομο Audi TTΣ εξοπλίστηκε με έναν ελεγκτή πορείας και ακολούθησε μια προαποφασισμένη πορεία με μεγάλες ταχύτητες [3].

Όσον αφορά τον έλεγχο, οι θεμέλιοι λίθοι για αυτοματοποιημένους αγώνες μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες: έλεγχος ολίσθησης, προγραμματισμός πορείας και έλεγχος της πορείας αναφοράς. Σχετικά με τον πρώτο πυλώνα, υπάρχει βιβλιογραφία που στόχο έχει την καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς του οχήματος κοντά στα όρια της πρόσφυσης, ώστε να σχεδιαστούν συστήματα ασφάλειας που προσπαθούν να περιορίσουν την απώλεια ελέγχου. Αναλύοντας το μη γραμμικό μοντέλο του αυτοκινήτου, μπορεί να αποδειχθεί ότι μπορούν να αναπτυχθούν κινήσεις μόνιμης κατάστασης που να αντιστοιχούν στην ολίσθηση, βλ. [4] και [5].

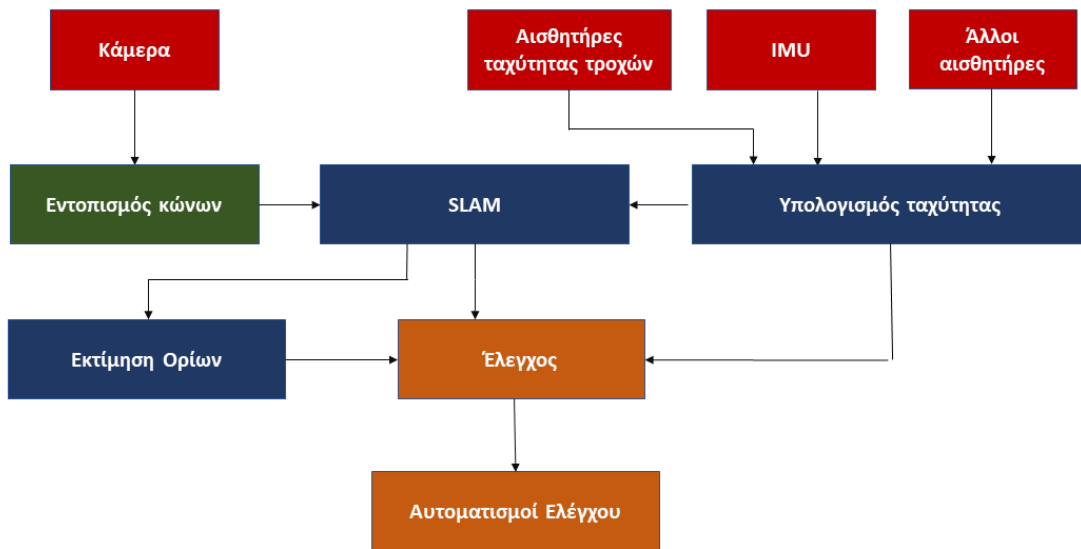
Οι ελεγκτές της πορείας αναφοράς σχεδιάζονται συνήθως να λειτουργούν στη γραμμική περιοχή των δυνάμεων των ελαστικών για μέγιστη ασφάλεια. Σε αυτές τις συνθήκες πολύ συχνά χρησιμοποιούνται ελεγκτές ανάδρασης αλλά και πρόσδρασης σε συνδυασμό με κάποιον PID controller [6], αλλά σε αγωνιστικές συνθήκες το state-of-the-art είναι πλέον ο προβλεπτικός έλεγχος. Προσεγγίσεις στον μη γραμμικό προβλεπτικό έλεγχο, που δίνει την δυνατότητα της συστηματικής ενσωμάτωσης του επιπλέον περιορισμού, αντιμετωπίζουν τις μη γραμμικότητες του μοντέλου είτε ευθέως μέσω κάποιου solver μη γραμμικού προγραμματισμού [7], είτε μέσω γραμμικών (linear time-varying) [8] ή τμηματικών

προσεγγίσεων (piece-wise affine) [9], που έχουν ως αποτέλεσμα ένα πρόβλημα κυρτού ή μικτού ακέραιου τετραγωνικού προγραμματισμού αντίστοιχα.

Τέλος, όσον αφορά τον προγραμματισμό πορείας, συνήθως αυτή η διαδικασία λαμβάνει μέρος σε ανεξάρτητο, υψηλότερο επίπεδο ελέγχου, δηλ. από διαφορετικό αλγόριθμο από αυτόν του ελεγκτή της πορείας. Πολλές προσπάθειες έχουν γίνει για να κάνουν αυτήν την μέθοδο εφικτή για τις αγωνιστικές απαιτήσεις, αλλά είτε οι πορείες που εξάγονται δεν είναι αρκετά αξιόπιστες, είτε το πρόβλημα γίνεται πολύ περίπλοκο για την σχετικά μεγάλη συχνότητα δειγματοληψίας που είναι αναγκαία σε αυτές τις εφαρμογές. Ως εκ τούτου, έχουν γίνει προσπάθειες να ενσωματωθεί ο προγραμματισμός πορείας με τον έλεγχο πορείας στο ίδιο επίπεδο ελέγχου, όπως στην αναφορά [10], όπου οι βέλτιστες τροχιές και αντίστοιχος έλεγχος για στροφές σε αγωνιστικές συνθήκες υπολογίζονται αριθμητικά σε προσομοίωση. Στην αναφορά [11] χρησιμοποιούνται επαναλήψεις σε πραγματικό χρόνο με σκοπό μικρότερους υπολογιστικούς χρόνους, σε αντίθεση με την μη γραμμική επίλυση που επιλέγεται στα [10] και [12] και έχει ως αποτέλεσμα απαγορευτικά μεγάλους χρόνους επίλυσης.

1.2 Το ολοκληρωμένο σύστημα

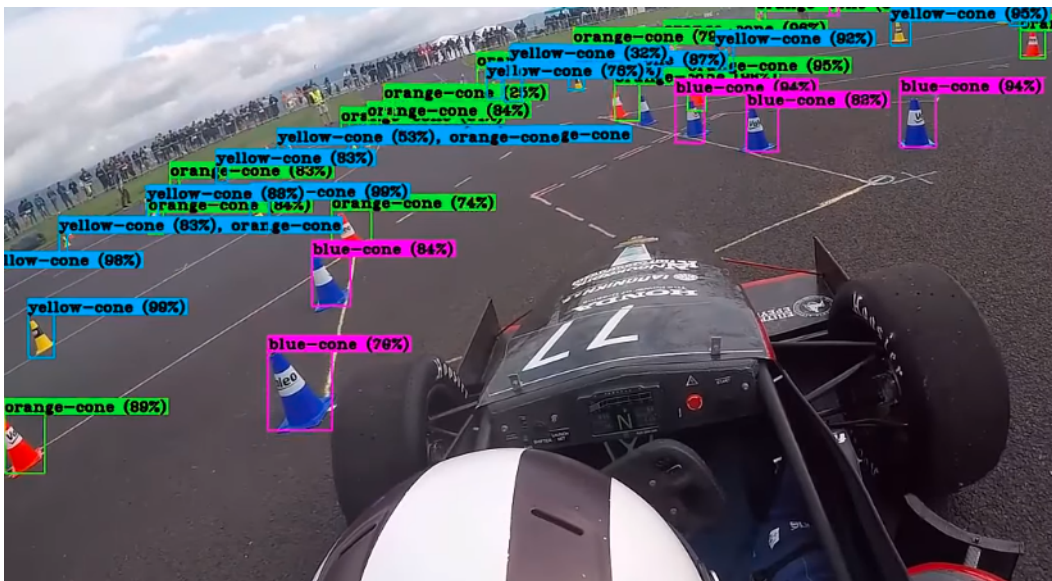
Το κομμάτι του αυτόματου ελέγχου προφανώς χρειάζεται και άλλες εφαρμογές για να λειτουργήσει, είτε αυτές αποτελούν είσοδο σε αυτόν είτε έξοδο από αυτόν. Ένα σκιαγράφημα του ολοκληρωμένου συστήματος της αυτόνομης κίνησης φαίνεται στο σχήμα 5.



Σχήμα 5: Το ολοκληρωμένο σύστημα της αυτόνομης κίνησης

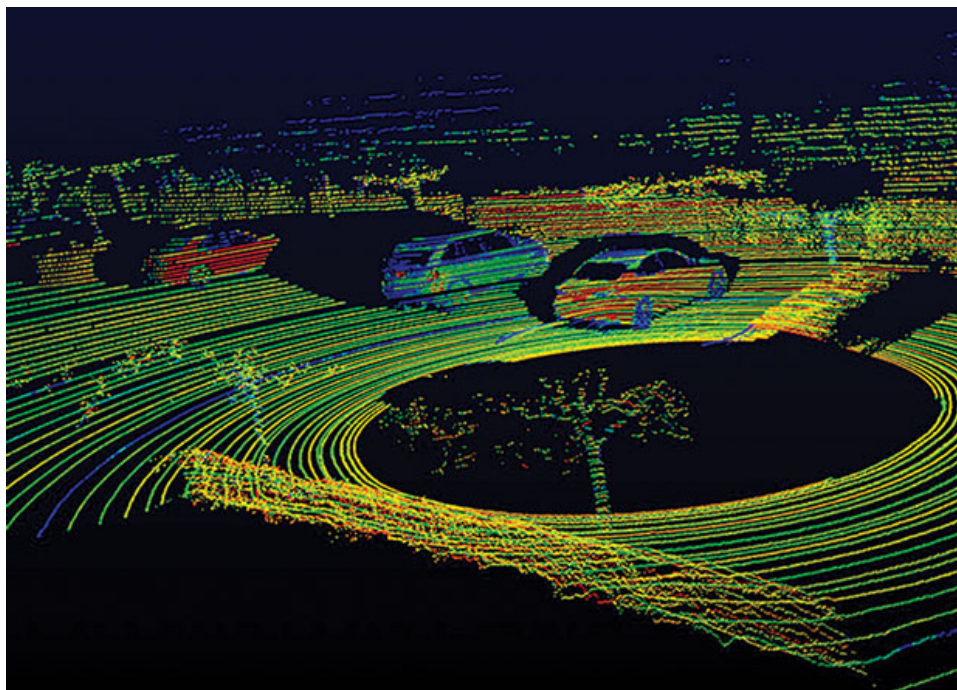
Προφανώς ο έλεγχος για να λειτουργήσει χρειάζεται μια αντίληψη των συνθηκών κάθε χρονική στιγμή. Η πιο σημαντική πτυχή αυτών των συνθηκών είναι ο περιβάλλον χώρος, η αντίληψη του οποίου είναι αναγκαία ώστε να προγραμματιστεί η μέλλουσα πορεία του οχήματος. Κύριο συστατικό για αυτό τον σκοπό αποτελούν οι κάμερες, οι οποίες αποτελούν ουσιαστικά «τα μάτια» του ελέγχου. Μέσα από τις κάμερες μπορούμε να διακρίνουμε τα όρια του δρόμου, που στην περίπτωση του μονοθεσίου μας είναι οι κώνοι. Κάτι που είναι φαινομενικά όμως εύκολο για έναν άνθρωπο, αποτελεί μεγάλη πρόκληση για έναν υπολογιστή, ο οποίος πρέπει να εκπαιδευτεί στο τι είναι ένας κώνος και

στο πως να τον αναγνωρίζει. Αυτή η τεχνητή νοημοσύνη στον υπολογιστή αναπτύσσεται μέσω νευρωνικών δικτύων. Ένας τέτοιος αλγόριθμος που χρησιμοποιείται σε μεγάλο βαθμό για αναγνώριση αντικειμένων είναι ο YOLO (You Only Look Once). Τα νευρωνικά δίκτυα δουλεύουν εξετάζοντας πολύ μεγάλο αριθμό εικόνων και αλλάζοντας συνεχώς τις παραμέτρους με τις οποίες κρίνουν αν υπάρχει ή όχι το αντικείμενο στην κάθε εικόνα.



Σχήμα 6: Η αναγνώριση των κώνων από τον αλγόριθμο YOLO

Μόνο η αναγνώριση των κώνων στην εικόνα που λαμβάνει η κάμερα δεν είναι αρκετή, όμως, για την αντίληψη του περιβάλλοντος. Πρέπει να τοποθετήσουμε αυτούς του κώνους και κατα συνέπεια τα όρια του δρόμου σε ένα «εικονικό» περιβάλλον, στο οποίο θα λειτουργήσει ο έλεγχος. Συνεπώς είναι αναγκαία η αναγνώριση της ακριβής τοποθεσίας του κάθε κώνου και όχι μόνο η αναγνώρισή αυτού. Πολλές εταιρίες που ασχολούνται με την αυτόνομη κίνηση, αλλά και άλλες ομάδες Formula Student, επιτυγχάνουν την εκτίμηση της τοποθεσίας με την χρήση αισθητήρων LiDAR (Light Detection and Ranging), οι οποίοι λειτουργούν στέλνοντας παλμούς λέιζερ και αναγνωρίζοντας την αντανάκλασή τους, σχηματίζοντας έτσι ένα «ανάγλυφο» του περιβάλλοντος.



Σχήμα 7: Εικόνα απο αισθητήρα LiDAR

Ένας άλλος τρόπος να έχει κανείς πληροφορία για την απόσταση είναι ένα stereo σύστημα καμερών, δηλαδή δύο ή παραπάνω με διαφορετικές οπτικές γωνίες. Η λύση του LiDAR έχει μεγάλο κόστος και η λύση των παραπάνω καμερών προϋποθέτει πολύ καλό καλιμπράρισμα αυτών αλλά και συνδυασμό των εικόνων τους μέσω άλλων αλγορίθμων. Όπως βλέπουμε και στο σχήμα 5 οι πληροφορίες από τους αισθητήρες πηγαίνουν σε έναν αλγόριθμο SLAM (Simultaneous Localization and Mapping), ο οποίος φτιάχνει αυτό το εικονικό περιβάλλον που αναφέρθηκε πριν, ή αλλιώς τον χάρτη, και τοποθετεί το όχημα στην τοποθεσία του χάρτη που είναι και στην πραγματικότητα.

Η ομάδα μας λόγω των απαιτήσεων των δύο άλλων επιλογών που αναφέρθηκαν πριν άρχισε τις δοκιμές ενός αλγόριθμου που μπορεί να κάνει το SLAM και με μία μόνο κάμερα (mono setup). Αυτός ο αλγόριθμος λέγεται ORB-SLAM και μπορεί να εκμεταλλευτεί εικόνες από μία κάμερα με πολύ ευρυγώνιο φακό (fisheye lens), αλλά και δεδομένα από τον αισθητήρα IMU (inertia measurement unit). Με τις μετρήσεις των επιταχύνσεων που παρέχει αυτός ο αισθητήρας αλλά και των ταχυτήτων

που μπορεί να εξάγει κανείς από αυτόν, ο αλγόριθμος αυτός μπορεί να τοποθετήσει τα όρια (κάνοι) αλλά και το μονοθέσιο με αρκετή ακρίβεια στον χάρτη.

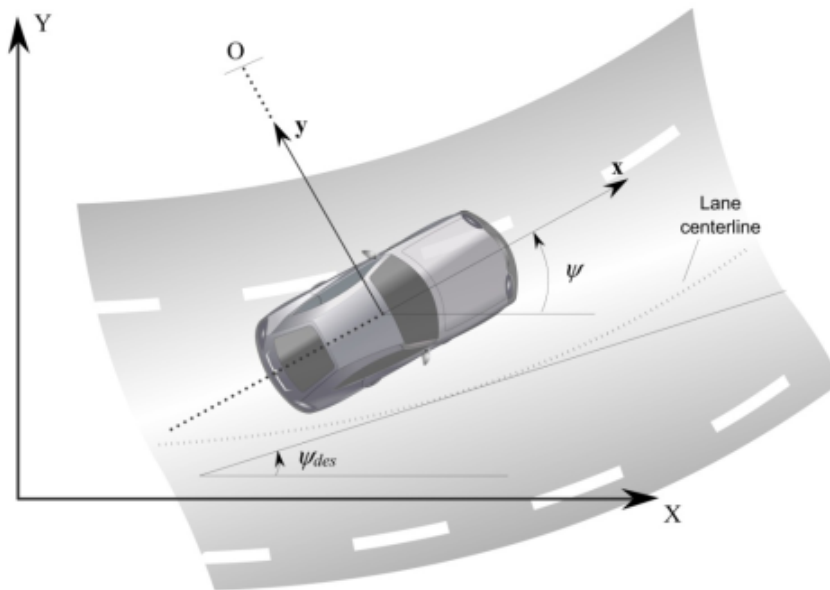
Στο άλλο άκρο του ολοκληρωμένου συστήματος και αφού ο έλεγχος έχει πάρει τις αποφάσεις ως προς τις μεταβλητές ελέγχου, πρέπει κάπως αυτές να εφαρμοστούν στο όχημα, προσαρμόζοντας την επιτάχυνση (ή επιβράδυνση) και την πορεία αυτού. Αυτές οι μεταβλητές θα εφαρμοστούν μέσω αυτοματισμών που ελέγχουν το γκάζι, το φρένο και το τιμόνι. Όσον αφορά το γκάζι στην ομάδα έχει προχωρήσει αρκετά η έρευνα στο ηλεκτρονικό γκάζι που θα αντικαταστήσει το έως τώρα μηχανικό (ντίζα). Για να ελέγξουμε το μηχανικό γκάζι θα χρειαζόμασταν ούτως ή άλλως κάποια ηλεκτρονική πλακέτα που θα ελέγχει έναν μικρό κινητήρα (σέρβο), οπότε είναι λογική η στροφή σε ένα σύστημα throttle-by-wire. Σε αυτό το σύστημα το πεντάλ του γκαζιού δεν κινεί κάποιο μηχανικό σύστημα, απλά κάποιοι αισθητήρες πάνω του δίνουν σήμα στην πλακέτα και αυτή δίνει σήμα στο σέρβο να τοποθετήσει την πεταλούδα του γκαζιού στην κατάλληλη γωνία. Επιπλέον, το τιμόνι θα εφαρμόζει τις εντολές του ελέγχου μέσω ενός ηλεκτροκινητήρα που θα ελέγχεται μέσω μιας πλακέτας που θα παίρνει εντολές από τον υπολογιστή του αυτοκινήτου. Μεγάλη έρευνα απαιτείται στο τι τύπος ηλεκτροκινητήρα είναι πιο βέλτιστο να χρησιμοποιηθεί, στην ισχύ του, καθώς και στο μέγεθος του, διότι προκύπτουν και χωροτακτικά προβλήματα. Στον τομέα των φρένων, οι εντολές θα εκτελούνται με κάποιο ηλεκτρο-πνευματικό σύστημα, το οποίο θα ενσωματώνει και το σύστημα EBS (Emergency Braking System) που ακινητοποιεί το αυτοκίνητο σε περίπτωση που ο υπολογιστής αντιληφθεί ότι έχει βγει εκτός ορίων ή δοθεί εντολή από εξωτερικό παρατηρητή. Περισσότερες πληροφορίες για το ολοκληρωμένο σύστημα υπάρχουν στο άρθρο [13] της AMZ, μίας από τις καλύτερες ομάδες στον τομέα της αυτονομίας.

2 Μοντελοποίηση

Σε πολλές εφαρμογές αρκούν απλότερα μοντέλα που θεωρούν την ταχύτητα στα ελαστικά μόνο στην ίδια κατεύθυνση με αυτήν των ελαστικών, αλλά σε μεγαλύτερες ταχύτητες και σε συνθήκες οριακής πρόσφυσης η παραδοχή αυτή δεν είναι ρεαλιστική. Ως εκ τούτου στην βιβλιογραφία έχουν αναπτυχθεί μοντέλα που χρησιμοποιούν μη γραμμικές εξισώσεις για να περιγράψουν αυτές τις συνθήκες λειτουργίας. Η πολυπλοκότητα του μοντέλου όμως αυξάνεται δραματικά και πρέπει να ληφθούν μέτρα για την εν μέρει απλοποίηση ώστε να είναι εφικτή η υπολογιστική του επίλυση. Μία τέτοια απλοποίηση είναι το μοντέλο του ποδηλάτου, στο οποίο ο κάθε άξονας αναπαριστάται από έναν τροχό, και το οποίο χρησιμοποιείται πολύ συχνά ως μοντέλο ενός αυτοκινήτου (και όχι μόνο) στον αυτόματο έλεγχο. Στη συνέχεια θα αναλυθεί το μοντέλο του ποδηλάτου που αναπτύσσεται στο βιβλίο [14] *Vehicle Dynamics and Control*, πάνω στο οποίο βασίστηκε και η μοντελοποίηση και επακόλουθα ο αλγόριθμος του [15].

2.1 Το μοντέλο του ποδηλάτου

Στην συγκεκριμένη ανάλυση υπάρχουν δύο βαθμοί ελευθερίας η εγκάρσια απόσταση y και η γωνία πορείας ψ . Η εγκάρσια θέση του οχήματος μετράται στον εγκάρσιο άξονά του μέχρι το κέντρο περιστροφής του οχήματος που απεικονίζεται ως O . Η γωνία ψ μετράται ως προς τον άξονα X του σταθερού συστήματος συντεταγμένων. Η επιμήκης ταχύτητα του οχήματος στο κέντρο βάρους επισημαίνεται ως V_x .



Σχήμα 8: Εγκάρσια δυναμική του μοντέλου

Η επιρροή της κλίσης του οδοστρώματος αγνοείται προς το παρόν και εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για τον εγκάρσιο άξονα,

$$ma_y = F_{yf} + F_{yr} \quad (2.1)$$

όπου a_y είναι η αδρανειακή επιτάχυνση του οχήματος στο κέντρο βάρους στον άξονα Y και F_{yf}, F_{yr} οι εγκάρσιες δυνάμεις των ελαστικών στους εμπρός και πίσω τροχούς αντίστοιχα. Η επιτάχυνση a_y αποτελείται από δύο όρους: την επιτάχυνση \ddot{y} λόγω της κίνησης στον εγκάρσιο άξονα

και την κεντρομόλο $V_x\dot{\psi}$. Άρα

$$a_y = \ddot{y} + V\dot{\psi} \quad (2.2)$$

Αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε την εξίσωση για την εγκάρσια κίνηση

$$m(\ddot{y} + \dot{\psi}V_x) = F_{yf} + F_{yr} \quad (2.3)$$

όπου l_f, l_r είναι οι αποστάσεις του κέντρου βάρους από τον μπρός και τον πίσω άξονα αντίστοιχα.

Το ισοζύγιο ροπών γύρω από τον άξονα Z δίνει την εξίσωση

$$I_z\dot{\psi} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr} \quad (2.4)$$

Το επόμενο βήμα είναι να μοντελοποιηθούν οι εγκάρσιες δυνάμεις F_{yf}, F_{yr} που επενεργούν στα ελαστικά. Πειραματικά δεδομένα δείχνουν ότι οι εγκάρσιες δυνάμεις στα ελαστικά είναι ανάλογη της γωνίας ολίσθησης για μικρές τιμές της γωνίας ολίσθησης. Η γωνία ολίσθησης ορίζεται ως η γωνία ανάμεσα στην κατεύθυνση του ελαστικού και την κατεύθυνση της ταχύτητας του ελαστικού.

$$\alpha_f = \delta - \theta_{Vf} \quad (2.5)$$

όπου θ_{Vf} είναι η γωνία της κατεύθυνσης της ταχύτητας και δ είναι η γωνία της κατεύθυνσης των ελαστικών. Οι δύο γωνίες αυτές μετρούνται ως προς τον διαμήκη άξονα του οχήματος. Η γωνία ολίσθησης των πίσω τροχών, ομοίως, θα είναι

$$a_f = -\theta_{Vr} \quad (2.6)$$

Μια βαθύτερη ανάλυση του γιατί οι εγκάρσια δύναμη στα ελαστικά είναι ανάλογη της γωνίας ολίσθησης θα παρουσιαστεί στα επόμενα κεφάλαια.

Η εγκάρσια δύναμη για τους εμπρός τροχούς θα μπορεί να γραφεί, λοιπόν, ως

$$F_{yf} = 2C_{af}(\delta - \theta_{Vf}) \quad (2.7)$$

όπου η σταθερά αναλογίας C_{af} ονομάζεται ακαμψία στροφής (cornering stiffness) του κάθε εμπρός ελαστικού, δ είναι η γωνία στρέψης των εμπρός τροχών και θ_{Vf} είναι η γωνία του διανύσματος της ταχύτητας του εμπρός ελαστικού ως προς τον διαμήκη άξονα του οχήματος. Ο συντελεστής 2 υπάρχει λόγω των δυο εμπρός τροχών. Ομοίως η εγκάρσια δύναμη στα πίσω ελαστικά μπορεί να γραφεί ως

$$F_{yf} = 2C_{ar}(-\theta_{Vr}) \quad (2.8)$$

όπου C_{ar} είναι η ακαμψία στροφής του κάθε πίσω ελαστικού και θ_{Vr} είναι η γωνία του διανύσματος της ταχύτητας του πίσω ελαστικού ως προς τον διαμήκη άξονα του οχήματος. Υπολογίζουμε τις γωνίες θ_{Vf} και θ_{Vr} :

$$\tan \theta_{Vf} = \frac{V_y + l_f \dot{\psi}}{V_x} \quad (2.9)$$

$$\tan \theta_{Vr} = \frac{V_y - l_r \dot{\psi}}{V_x} \quad (2.10)$$

Χρησιμοποιώντας μικρές γωνίες κατα προσέγγιση,

$$\theta_{V_f} = \frac{\dot{y} + l_f \dot{\psi}}{V_x} \quad (2.11)$$

$$\theta_{V_r} = \frac{\dot{y} - l_r \dot{\psi}}{V_x} \quad (2.12)$$

Αντικαθιστώντας στις προηγούμενες εξισώσεις το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων γράφεται ως

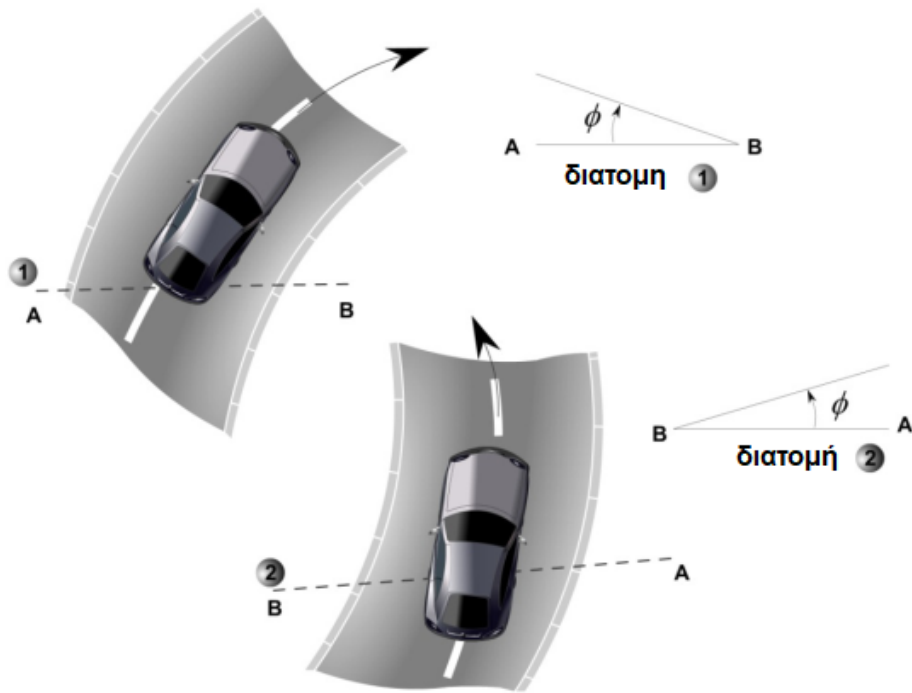
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{af}+2C_{ar}}{mV_x} & 0 & -V_x - \frac{2C_{af}l_f-2C_{ar}l_r}{mV_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2l_fC_{af}-2l_rC_{ar}}{I_zV_x} & 0 & -\frac{2l_f^2C_{af}+2l_r^2C_{ar}}{I_zV_x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{af}}{m} \\ 0 \\ \frac{2l_fC_{af}}{I_z} \end{bmatrix} \delta$$

Επιρροή της εγκάρσιας κλίσης του οδοστρώματος

Αν πάρουμε υπόψιν την εγκάρσια κλίση του οδοστρώματος τότε η εξίσωση (2.3) μπορεί να γραφεί ως

$$m(\ddot{y} + \dot{\psi}V_x) = F_{yf} + F_{yr} + F_{bank} \quad (2.13)$$

όπου $F_{bank} = mg \sin \phi$ και ϕ είναι η εγκάρσια γωνία κλίσης του δρόμου όπως φαίνεται στο σχήμα 9. Η δυναμική ως προς τον κατακόρυφο άξονα δεν επηρεάζονται από την συγκεκριμένη γωνία. Επομένως η εξίσωση (2.4) παραμένει αναλλοίωτη ακόμα και αν ο δρόμος έχει εγκάρσια κλίση.



Σχήμα 9: Σύμβαση φοράς γωνίας εγκάρσιας κλίσης οδοστρώματος

2.2 Διαμήκεις δυνάμεις ελαστικών σε μικρούς λόγους ολίσθησης

Πειραματικά αποτελέσματα έχουν δείξει ότι η διαμήκης δύναμη στα ελαστικά σε μικρούς "λόγους ολίσθησης" είναι ανάλογη του λόγου ολίσθησης.

Λόγος Ολίσθησης

Η διαφορά ανάμεσα στην πραγματική διαμήκη ταχύτητα του άξονα του τροχού V_x και την αντίστοιχη περιστροφική ταχύτητα $r_{eff}\omega_w$ του ελαστικού ονομάζεται διαμήκη ολίσθηση. Δηλαδή, η διαμήκης ολίσθηση ισούται με $(r_{eff}\omega_w - V_x)$. Ο λόγος διαμήκους ολίσθησης ορίζεται ως

$$\sigma_x = \frac{r_{eff}\omega_w - V_x}{V_x} \quad (2.14)$$

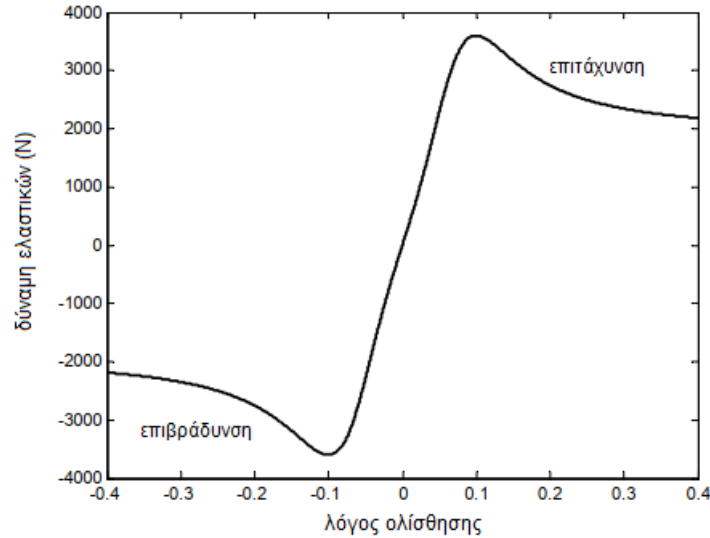
κατά την επιβράδυνση και

$$\sigma_x = \frac{r_{eff}\omega_w - V_x}{r_{eff}\omega_w} \quad (2.15)$$

κατά την επιτάχυνση.

Πειράματα έχουν αποδείξει ότι η επιμήκης δύναμη στα ελαστικά εξαρτάται από τον λόγο ολίσθησης, την κάθετη δύναμη και τον συντελεστή τριβής της επιφάνειας επαφής. Εάν ο συντελεστής τριβής της επιφάνειας ελαστικού-δρόμου θεωρηθεί ίσος με 1 και η κάθετη δύναμη θεωρηθεί σταθερή η τυπική μεταβολή της διαμήκους δύναμης στα ελαστικά ως συνάρτηση του λόγου ολίσθησης φαίνεται στο σχήμα 10.

Από το σχήμα 10 είναι επίσης φανερό ότι για μικρούς λόγους ολίσθησης (λιγότερο από 0.1 σε στερεές επιφάνειες), η διαμήκης δύναμη στα ελαστικά εξαρτάται γραμμικά από τον λόγο ολίσθησης.



Σχήμα 10: Διαμήκης δύναμη ελαστικών ως συνάρτηση του λόγου ολίσθησης

Η δύναμη στα ελαστικά σε αυτήν την περίπτωση μπορεί να αναγραφεί ως

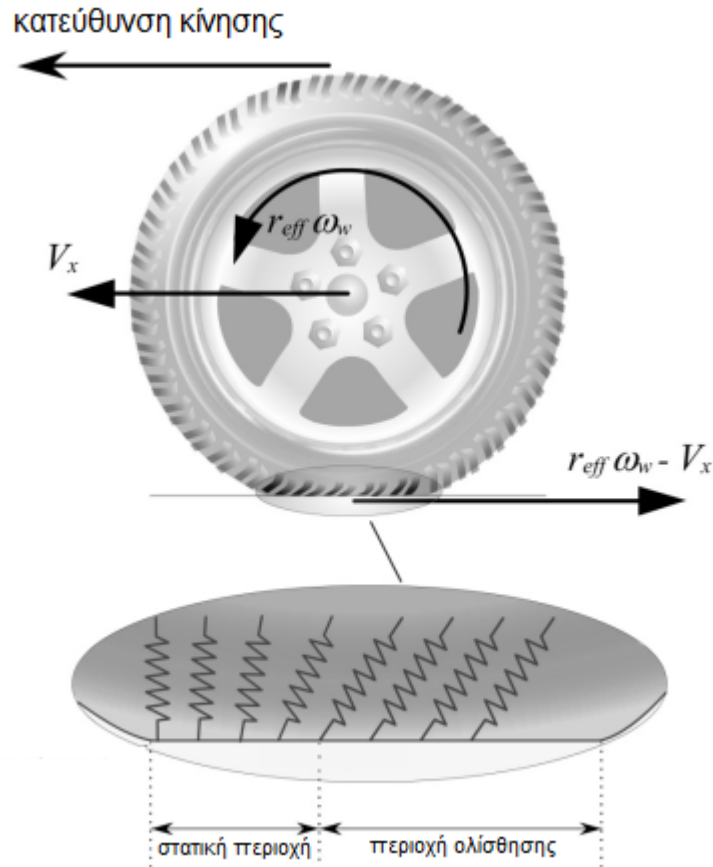
$$F_{xf} = C_{\sigma f} \sigma_{xf} \quad (2.16)$$

$$F_{xr} = C_{\sigma r} \sigma_{xr} \quad (2.17)$$

όπου $C_{\sigma f}$ και $C_{\sigma r}$ ονομάζονται παράμετροι διαμήκους ακαμψίας των εμπρός και πίσω ελαστικών αντίστοιχα. Να σημειωθεί ότι ο διαμήκης λόγος ολίσθησης είναι συνήθως μικρός σε ομαλή οδήγηση σε ξηρές συνθήκες.

Ένα σχεδιάγραμμα των συνθηκών κύλισης απεικονίζεται στο σχήμα 11. Αυτό το μοντέλο στηρίζεται στην θεώρηση των στοιχείων του ελαστικού ως μια σειρά ανεξάρτητων ελατηρίων που παραμορφώνονται και αντιστέκονται με μια σταθερή διαμήκη ακαμψία. Τέτοιου είδους μοντέλα αποκαλούνται "brush" ή "elastic foundation models" (βλ. [16] [17]).

Αν η διαμήκης ταχύτητα του τροχού είναι V_x και η γωνιακή ταχύτητα ω_w , τότε η καθαρή ταχύτητα στο πέλμα του ελαστικού θα είναι $r_{eff}\omega_w -$



Σχήμα 11: Διαμήκης δύναμη σε τροχό μετάδοσης κίνησης

V_x .

Αρχικά, ας εξετάσουμε την περίπτωση που ο τροχός είναι αυτός που μεταδίδει την κίνηση π.χ. οι εμπρός τροχοί σε ένα εμπροσθοκίνητο όχημα. Σε αυτήν την περίπτωση, εφόσον ο τροχός μεταδίδει την κίνηση θα ισχύει $r_{eff}\omega_w > V_x$. Επομένως η συνισταμένη ταχύτητα στο πέλμα έχει κατεύθυνση αντίθετη από την διαμήκη ταχύτητα του οχήματος. Ας θεωρήσουμε ότι η ολίσθηση $r_{eff}\omega_w - V_x$ είναι μικρή. Τότε υπάρχει μια περιοχή του πέλματος που δεν ολισθαίνει ως προς το έδαφος, η οποία απεικονίζεται ως στατική περιοχή (static region) στο σχήμα 11. Όπως ο τροχός περιστρέφεται και το πέλμα εισέρχεται στη στατική περιοχή η άκρη που έρχεται σε επαφή με το οδόστρωμα πρέπει να έχει μηδενική ταχύτητα. Αυτό ισχύει επειδή δεν υπάρχει ολίσθηση στην συγκεκριμένη

περιοχή. Συνεπώς, το πέλμα θα λυγίσει όπως φαίνεται στο σχήμα 11 και ο λυγισμός αυτός θα είναι στην κατεύθυνση της διαμήκουσ κατεύθυνσης κίνησης του οχήματος. Η μέγιστη κάμψη του πέλματος είναι ανάλογη της ταχύτητας ολίσθησης $r_{eff}\omega_w - V_x$ για όσο αυτό το σημείο του πέλματος μένει σε επαφή με το έδαφος. Ο χρόνος αυτός επαφής είναι αντιστρόφως ανάλογος της περιστροφικής ταχύτητας $r_{eff}\omega_w$. Επομένως, η μέγιστη κάμψη του πέλματος θα είναι ανάλογη του λόγου της ταχύτητας ολίσθησης προς την απόλυτη ταχύτητα δηλ. ανάλογη του λόγου ολίσθησης $\frac{r_{eff}\omega_w - V_x}{r_{eff}\omega_w}$.

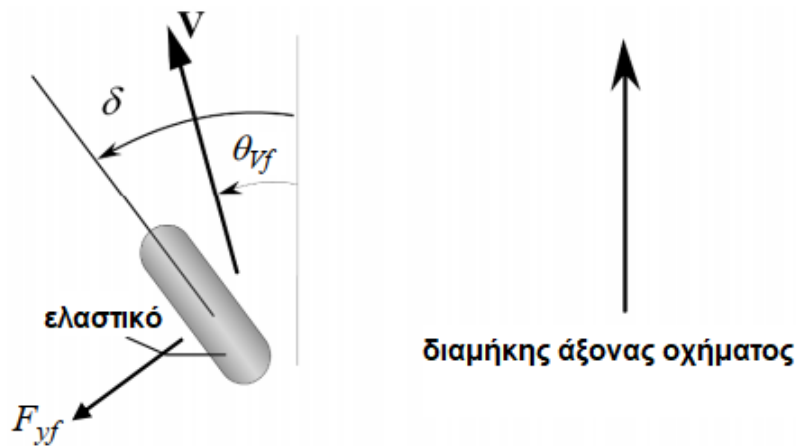
Ως εκ τούτου, η συνισταμένη δύναμη στα ελαστικά από το έδαφος είναι ανάλογη του λόγου ολίσθησης και στην περίπτωση του τροχού μετάδοσης της κίνησης στην κατεύθυνση της κίνησης του οχήματος.

Στην περίπτωση που ο τροχός δεν μεταδίδει την κίνηση, η διαμήκης ταχύτητα είναι μεγαλύτερη από την περιστροφική ταχύτητα ($V_x > r_{eff}\omega_w$). Στην συγκεκριμένη περίπτωση η απόλυτη ταχύτητα του πέλματος θα έχει την κατεύθυνση της κίνησης του οχήματος και ως αποτέλεσμα τα στοιχεία του πέλματος θα κάμπτονται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Επομένως η δύναμη στους τροχούς που δεν μεταδίδουν την κίνηση θα έχουν κατεύθυνση αντίθετη με αυτή της διαμήκουσ ταχύτητας του οχήματος. Ομοίως, για μικρούς λόγους ολίσθησης, η δύναμη στα ελαστικά θα είναι ανάλογη αυτού του λόγου.

2.3 Εγκάρσιες δυνάμεις ελαστικών σε μικρούς λόγους ολίσθησης

Όσον αφορά τις εγκάρσιες δυνάμεις στα ελαστικά, πειραματικά δεδομένα δείχνουν ότι για μικρές "γωνίες ολίσθησης", η εγκάρσια δύναμη στο ελαστικό είναι ανάλογη της γωνίας ολίσθησης.

Γωνία Ολίσθησης



Σχήμα 12: Γωνία ολίσθησης και εγκάρσια δύναμη του εμπρός ελαστικού

Η γωνία ολίσθησης ενός ελαστικού ορίζεται ως η γωνία ανάμεσα στην κατεύθυνση του ελαστικού και της κατεύθυνσης της ταχύτητας του ελαστικού (βλ. σχήμα 12). Στο σχήμα 12, η γωνία ολίσθησης είναι

$$\alpha_f = \delta - \theta_{Vf} \quad (2.18)$$

όπου δ και θ_{Vf} είναι οι γωνίες του εμπρός ελαστικού και του διανύσματος της ταχύτητας ως προς τον διαμήκη άξονα του οχήματος. Η γωνία ολίσθησης των πίσω τροχών δίνεται ομοίως από τη σχέση

$$\alpha_f = -\theta_{Vr} \quad (2.19)$$

όπου θ_{Vr} είναι η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας του ελαστικού με τον διαμήκη άξονα του οχήματος.

Όταν το όχημα ταξιδεύει ευθεία και δεν κατευθύνεται σε άλλη κατεύθυνση, τότε η κατεύθυνση της ταχύτητας του ελαστικού καθώς και η κατεύθυνση του ελαστικού ταυτίζονται με τον διαμήκη άξονα του οχήματος, άρα συμπεραίνει κανείς εύκολα ότι έχουμε μηδενική γωνία ολίσθησης.

Στη συνέχεια, θα εξηγήσουμε γιατί η εγκάρσια δύναμη είναι ανάλογη της γωνίας ολίσθησης. Στην στατική περιοχή της επιφάνειας επαφής του ελαστικού, η άκρη του πέλματος είναι σε επαφή με το έδαφος και άρα έχει μηδενική ταχύτητα. Η κορυφή του πέλματος επομένως κινείται ως προς την άκρη του πέλματος, με αποτέλεσμα να προκύπτει κάμψη στα στοιχεία του πέλματος. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 12, αν η ταχύτητα του τροχού είναι V_w , η εγκάρσια συνιστώσα της ταχύτητας θα είναι $V_w \sin \alpha$. Το μέγεθος της εγκάρσιας κάμψης είναι ανάλογο της εγκάρσιας ταχύτητας καθώς και του χρόνου επαφής με το έδαφος. Εφόσον η εγκάρσια ταχύτητα είναι ανάλογη της ταχύτητας και της γωνίας ολίσθησης, ενώ ο χρόνος επαφής με το οδόστρωμα είναι αντιστρόφως ανάλογος στην περιστροφική ταχύτητα, συμπεραίνουμε ότι η εγκάρσια κάμψη είναι ουσιαστικά ανάλογη μόνο στην γωνία ολίσθησης. Η εγκάρσια δύναμη στο ελαστικό εξαρτάται με τη σειρά της από το μέγεθος της εγκάρσιας κάμψης του πέλματος. Άρα, για μικρές γωνίες ολίσθησης, η εγκάρσια δύναμη είναι ανάλογη της γωνίας ολίσθησης.

Η εγκάρσια δύναμη στα ελαστικά μπορεί να αναγραφεί επομένως ως

$$F_{yf} = C_\alpha(\delta - \theta_{Vf}) \quad (2.20)$$

όπου η σταθερά C_α ονομάζεται ακαμψία στροφής (cornering stiffness), δ είναι η γωνία διεύθυνσης των εμπρός τροχών και θ_{Vf} η γωνία του

διανύσματος της ταχύτητας τους. Ομοίως, η εγκάρσια δύναμη στα πίσω ελαστικά του οχήματος μπορεί να γραφεί ως

$$F_{yf} = C_{\alpha}(-\theta_{Vf}) \quad (2.21)$$

Ο λόγος της εγκάρσιας ταχύτητας προς την διαμήκη ταχύτητα σε κάθε τροχό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της κατεύθυνσης του διανύσματος ταχύτητας σε κάθε τροχό. Άρα οι γωνίες θ_{Vf} και θ_{Vr} υπολογίζονται από τις εξής σχέσεις:

$$\tan \theta_{Vf} = \frac{V_y + l_f \dot{\psi}}{V_x} \quad (2.22)$$

$$\tan \theta_{Vr} = \frac{V_y - l_r \dot{\psi}}{V_x} \quad (2.23)$$

όπου V_y είναι η εγκάρσια ταχύτητα του κέντρου βάρους του οχήματος, V_x η διαμήκης ταχύτητα του κέντρου βάρους του οχήματος, $\dot{\psi}$ ο ρυθμός μεταβολής της γωνίας θέσης ως προς τον άξονα X και l_f, l_r οι διαμήκεις αποστάσεις του κέντρου βάρους από τον εμπρός και τον πίσω άξονα αντίστοιχα. Χρησιμοποιώντας μικρές γωνίες κατα προσέγγιση,

$$\theta_{Vf} = \frac{V_y + l_f \dot{\psi}}{V_x} \quad (2.24)$$

$$\theta_{Vr} = \frac{V_y - l_r \dot{\psi}}{V_x} \quad (2.25)$$

Επομένως

$$F_{yf} = C_{\alpha}(\delta - \frac{V_y + l_f \dot{\psi}}{V_x}) \quad (2.26)$$

$$F_{yr} = C_{\alpha}(-\frac{V_y + l_r \dot{\psi}}{V_x}) \quad (2.27)$$

2.4 Εισαγωγή στο μοντέλο "Magic Formula"

Τα γραμμικά μοντέλα για τις δυνάμεις στα ελαστικά που αναλύθηκαν παραπάνω είναι καλές προσεγγίσεις σε περιπτώσεις που ο λόγος και η γωνία ολίσθησης έχουν χαμηλές τιμές. Για μεγαλύτερες τιμές αυτών των μεγεθών, που συναντώνται σε πιο ακραίες συνθήκες οδήγησης και στα όρια της πρόσφυσης, χρειάζεται ένα πιο εκλεπτυσμένο μοντέλο. Το μοντέλο "Magic Formula" (βλ. [18]) μας δίνει μια μέθοδο υπολογισμού των εγκάρσιων και διαμήκων δυνάμεων F_y και F_x και της ροπής ευθυγράμμισης M_z για ένα ευρύ φάσμα συνθηκών λειτουργίας, όπως μεγάλους λόγους και μεγάλες γωνίες ολίσθησης αλλά και συνδυασμό εγκάρσιων και διαμήκων δυνάμεων.

Στην απλή περίπτωση που αναπτύσσεται είτε διαμήκης είτε εγκάρσια δύναμη, η δύναμη στα ελαστικά Y μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση της μεταβλητής εισόδου Q ως εξής:

$$Y(X) = y(x) + S_v \quad (2.28)$$

με

$$y(x) = D \sin [C \arctan \{Bx - E(Bx - \arctan Bx)\}] \quad (2.29)$$

$$x = X - S_h \quad (2.30)$$

όπου Y είναι η μεταβλητή εξόδου: εγκάρσια δύναμη F_y , διαμήκης δύναμη F_x ή ροπή ευθυγράμμισης M_z και X είναι η μεταβλητή εισόδου: γωνία ολίσθησης α ή λόγος ολίσθησης σ_x .

Οι παράμετροι του μοντέλου B, C, D, E, S_v και S_h έχουν τις ακόλουθες ονομασίες:

B stiffness factor (συντελεστής ακαμψίας)

C shape factor (συντελεστής σχήματος)

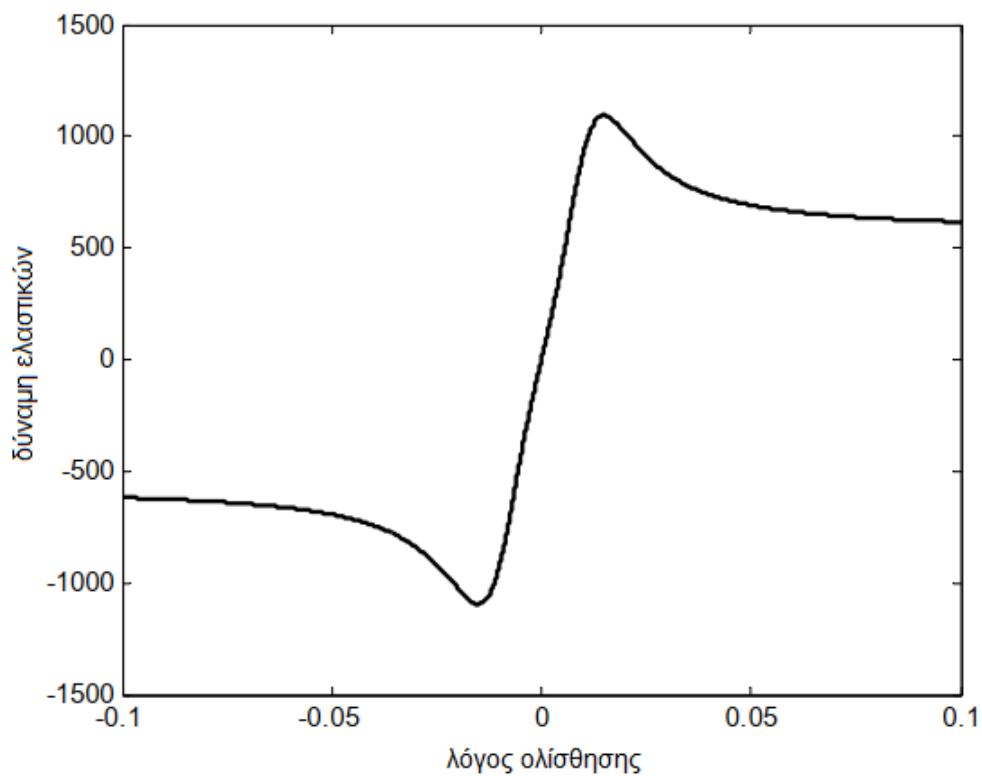
D peak value (μέγιστη τιμή)

E curvature factor (συντελεστής καμπυλότητας)

S_h horizontal shift

S_v vertical shift

Αυτή η εμπειρική σχέση είναι ικανή να παράγει χαρακτηριστικά που ταιριάζουν σε μεγάλο βαθμό τα πειραματικά δεδομένα για την πλευρική δύναμη F_y και την διαμήκη δύναμη F_x ως συναρτήσεις των αντίστοιχων μεγέθων ολίσθησης: γωνία ολίσθησης α και λόγο ολίσθησης σ_x .



Σχήμα 13: Καμπύλη δύναμης ελαστικών του μοντέλου "Magic Formula"

ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ

F_y εγκάρσια δύναμη ελαστικών

F_{yf} εγκάρσια δύναμη εμπρός ελαστικών

F_{yr} εγκάρσια δύναμη πίσω ελαστικών

V συνολική ταχύτητα του κέντρου βάρους του οχήματος

V_x διαμήκης ταχύτητα του κέντρου βάρους του οχήματος

V_y εγκάρσια ταχύτητα του κέντρου βάρους του οχήματος

\dot{y} εγκάρσια ταχύτητα του κέντρου βάρους του οχήματος (ίδιο με V_y)

m συνολική μάζα του οχήματος

I_z ροπή αδράνειας του οχήματος ως προς άξονα z

l_f διαμήκης απόσταση του κέντρου βάρους από τον εμπρός άξονα

l_r διαμήκης απόσταση του κέντρου βάρους από τον πίσω άξονα

L συνολικό μεταξόνιο

ψ γωνία κατεύθυνσης του οχήματος ως προς σταθερό σύστημα συντεταγμένων

$\dot{\psi}$ ρυθμός μεταβολής ψ

r ρυθμός μεταβολής ψ (ίδιο με $\dot{\psi}$)

δ γωνία στρέψης των εμπρός τροχών

α_f γωνία ολίσθησης εμπρός ελαστικών

α_r γωνία ολίσθησης πίσω ελαστικών

C_α ακαμψία στροφής ελαστικού

F_z κάθετη δύναμη ελαστικών

μ συντελεστής τριβής μεταξύ δρόμου και ελαστικών

θ_V γωνία διανύσματος ταχύτητας ως προς διαμήκη άξονα

ϕ εγκάρσια κλίση οδοστρώματος

2.5 Το μοντέλο του αλγορίθμου

Στην ανάπτυξη του μοντέλου στο [15] γίνονται αρκετές απλοποιήσεις και παραδοχές ως προς το αναλυτικό μοντέλο στο βιβλίο του Rajamani [14]. Το αυτοκίνητο θεωρείται ένα στερεό σώμα μάζας m και ροπής αδράνειας I_z και ανάγεται σε ποδήλατο. Μόνο οι κινήσεις στο επίπεδο xy λαμβάνονται υπόψιν καθώς η δυναμική γύρω από τους άξονες x, y αλλά και η μεταφορά φορτίου αγνοούνται. Η κίνηση στα συγκεκριμένα αυτοκίνητα που χρησιμοποιούνται στο [15] μεταδίδεται στους πίσω τροχούς και ως εκ τούτου αγνοείται η διαμήκης δύναμη στα μπροστά ελαστικά. Οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο φαίνονται παρακάτω όπως και ένα σχεδιάγραμμα του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 14.

$$\dot{X} = v_x \cos(\varphi) - v_y \sin(\varphi) \quad (2.31a)$$

$$\dot{Y} = v_x \sin(\varphi) + v_y \cos(\varphi) \quad (2.31b)$$

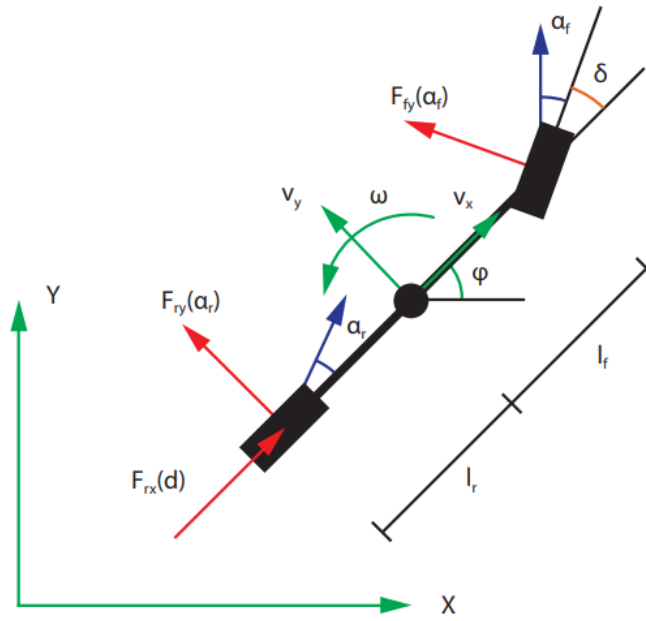
$$\dot{\varphi} = \omega \quad (2.31c)$$

$$\dot{v}_x = \frac{1}{m}(F_{r,x} - F_{f,y} \sin(\delta) + mv_y \omega) \quad (2.31d)$$

$$\dot{v}_y = \frac{1}{m}(F_{r,y} + F_{f,y} \cos(\delta) - mv_x \omega) \quad (2.31e)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{I_z}(F_{f,y} l_f \cos(\delta) - F_{r,y} l_r) \quad (2.31f)$$

Στα πλαίσια αυτού του κινηματικού μοντέλου τα X, Y είναι οι συντεταγμένες του κέντρου βάρους και φ η γωνία του αυτοκινήτου ως προς σταθερό σύστημα συντεταγμένων. Όσον αφορά το κινητικό μοντέλο, v_x, v_y είναι η διαμήκης και εγκάρσια ταχύτητα αντίστοιχα, ενώ ω η γωνιακή ταχύτητα του αυτοκινήτου. Οι μεταβλητές ελέγχου είναι το φορτίο του κινητήρα d και η γωνία στρέψης των μπροστινών τροχών δ . Τα x, y αναφέρονται σε διαμήκεις και εγκάρσιες δυνάμεις και ταχύτητες, ενώ τα r, f στα μπρος και πίσω ελαστικά αντίστοιχα. Τέλος, τα l_f, l_r αναπα-



Σχήμα 14: Το μοντέλο του ποδηλάτου

ριστούν την απόσταση από το κέντρο βάρους του μπρός και πίσω άξονα αντίστοιχα.

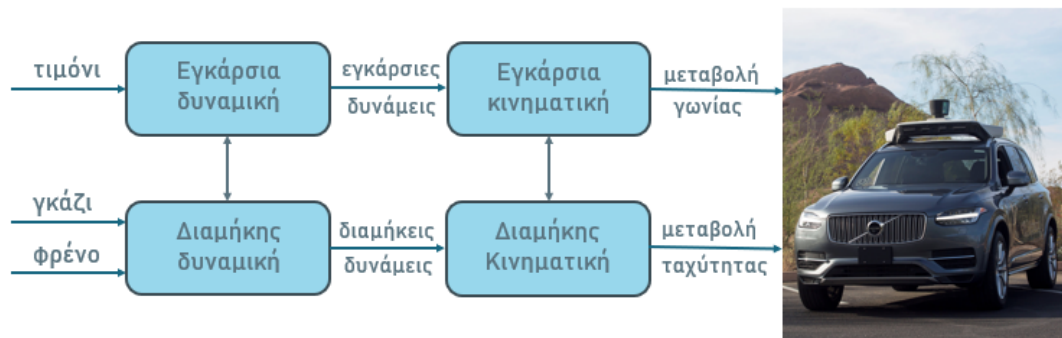
Όσον αφορά το μοντέλο των ελαστικών, λόγω της αγωνιστικής φύσης της εφαρμογής, βλέπουμε ότι ακολουθείται το μοντέλο "Magic Formula" που αναλύσαμε προηγουμένως. Με κάποιες απλοποιήσεις οι εγκάρσιες δυνάμεις $F_{f,y}$, $F_{r,y}$ περιγράφονται ως εξής:

$$F_{f,y} = D_f \sin(C_f \arctan(B_f \alpha_f)), \quad \alpha_f = -\arctan\left(\frac{\omega l_f + v_y}{v_x}\right) + \delta \quad (2.32)$$

$$F_{r,y} = D_r \sin(C_r \arctan(B_r \alpha_r)), \quad \alpha_r = \arctan\left(\frac{\omega l_r - v_y}{v_x}\right) \quad (2.33)$$

$$F_{r,x} = (C_{m1} - C_{m2} v_x) d - C_r - C_d v_x^2 \quad (2.34)$$

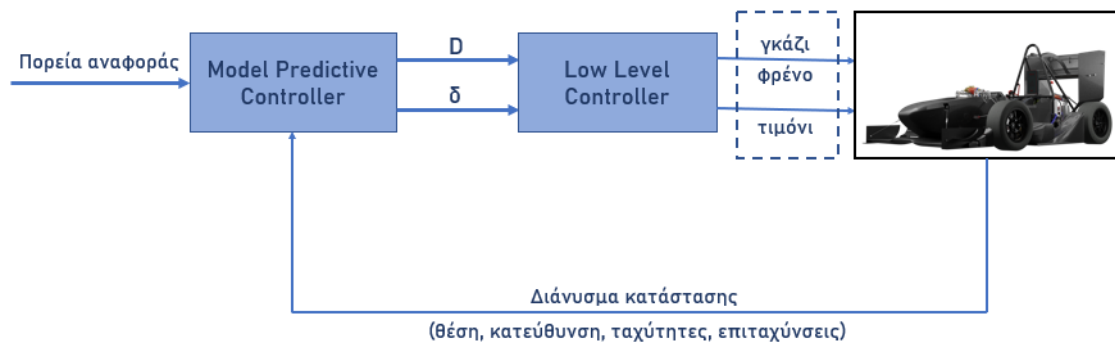
Μπορεί κανείς εύκολα να προσέξει τις ομοιότητες με την σχέση (2.29) από το μοντέλο του Pacejka. Οι παράμετροι B , C , D ορίζουν την ημι-εμπειρική καμπύλη συμπεριφοράς των ελαστικών. Η διαμήκης δύναμη στα πίσω ελαστικά μοντελοποιείται μέσω ενός μοντέλου ηλεκτροκινητήρα συνεχούς ρεύματος, καθώς επίσης ένα μοντέλο τριβής για την αντίσταση κύλισης και την αντίσταση του αέρα. Το πως ελέγχονται όλα αυτά τα μεγέθη που αναλύσαμε σε αυτό το κεφάλαιο φαίνεται στο σχήμα 15.



Σχήμα 15: Ο έλεγχος της δυναμικής και κινηματικής του μοντέλου

3 Προβλεπτικός έλεγχος του μοντέλου

Στην αυτόνομη κίνηση, βασική προϋπόθεση του ελέγχου και είσοδος σε αυτόν αποτελεί ένα πλάνο πορείας. Αυτή η προγραμματισμένη πορεία μπορεί να είναι είτε μια προκαθορισμένη εφικτή πορεία (π.χ. το μέσον του δρόμου) είτε μια πορεία που έχει προκύψει από κάποιου είδους βελτιστοποίηση. Στον συγκεκριμένο αλγόριθμο του [15], λόγω της αγωνιστικής του φύσης, η πορεία ορίζεται ώστε να μεγιστοποιείται η πρόοδος στην πίστα σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Ο αλγόριθμος του ελέγχου θα υπολογίσει τις μεταβλητές εξόδου έτσι ώστε να ακολουθηθεί αυτή η προγραμματισμένη πορεία ανάλογα με τις αρχικές συνθήκες, το δυναμικό μοντέλο αλλά και το πόσο συντηρητικά είναι σταθμισμένες οι παράμετροι και τα κόστη του ελέγχου.



Σχήμα 16: Το σύστημα του ελέγχου

3.1 Βασικές αρχές MPC

Ο προβλεπτικός έλεγχος (Model Predictive Control) αποτελεί μία μέθοδο ελέγχου βασισμένη στην αριθμητική βελτιστοποίηση. Χαρακτηρίζεται από έναν ορίζοντα πρόβλεψης, στον οποίο λαμβάνουν χώρα οι προβλέψεις και ένα χρονικό διάστημα βήματος, τον χρόνο ανανέωσης του ορίζοντα αυτού. Μελλοντικές αποφάσεις ελέγχου και οι αντίστοιχες αντιδράσεις του συστήματος προβλέπονται με βάση ένα μοντέλο και βελτιστοποιούνται σε κάθε βήμα του αλγορίθμου βάσει ενός δείκτη επίδοσης. Ο έλεγχος MPC από την απαρχή του ως υπολογιστική τεχνική στην πετροχημική βιομηχανία έχει καταστεί από τις πλέον προηγμένες μεθόδους ελέγχου στην βιομηχανία. Επίσης έχει ισχυρές θεωρητικές βάσεις καθώς και οι ιδιότητες σταθερότητας, βελτιστότητας και ευρωστίας είναι καλά κατανοητές.

Παρόλη την απλότητα του στον σχεδιασμό και την εφαρμογή του οι MPC αλγόριθμοι μπορούν να ελέγξουν συστήματα μεγάλης κλίμακας με πολλές μεταβλητές, αλλά προσφέρουν και μία συστηματική μέθοδο για την εφαρμογή περιορισμών στις εισόδους και τις καταστάσεις του συστήματος. Τέτοιου είδους περιορισμοί υπάρχουν σε όλες τις μηχανικές εφαρμογές και αναπαριστούν όρια λειτουργίας μηχανισμών και καταστάσεων προερχόμενα από φυσικούς, οικονομικούς ή περιορισμούς ασφάλειας. Αυτοί οι περιορισμοί ενσωματώνονται λοιπόν στο πρόβλημα και βρίσκεται μια βέλτιστη λύση σε πραγματικό χρόνο, η οποία ικανοποιεί αυτούς τους περιορισμούς.

A. Πρόβλεψη

Η μελλοντική συμπεριφορά του συστήματος προβλέπεται μέσω ενός δυναμικού μοντέλου, το οποίο στην απλούστερη περίπτωση είναι γραμμικό και εξαρτώμενο από τις μεταβλητές εισόδου και τις μεταβλητές κατάστασης όπως φαίνεται εδώ:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (3.1)$$

x_k και u_k είναι οι μεταβλητές κατάστασης και μεταβλητές εισόδου αντίστοιχα στο βήμα k . Στη βιβλιογραφία αυτές οι προβλέψεις συμπύσσονται, για ευκολία, σε διανύσματα \mathbf{u} , \mathbf{x} ως εξής:

$$\mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} u_{0|k} \\ u_{1|k} \\ \dots \\ u_{N-1|k} \end{bmatrix}, \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_{0|k} \\ x_{1|k} \\ \dots \\ x_{N-1|k} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

όπου τα $u_i|k$ και $x_i|k$ αναπαριστούν διανύσματα εισόδου και κατάστασης σε χρόνο $k+i$ που προβλέπονται σε χρόνο k (πρόβλεψη μετά από i βήματα δηλαδή) και το $x_i|k$ περιγράφεται από το μοντέλο πρόβλεψης:

$$x_{i+1|k} = Ax_{i|k} + Bu_{i|k} \quad (3.3)$$

με αρχική συνθήκη (στην αρχή του ορίζοντα πρόβλεψης)

$$x_{0|k} = x_k \quad (3.4)$$

B. Βελτιστοποίηση

Ο βρόχος ανάδρασης του προβλεπτικού ελέγχου λειτουργεί ελαχιστοποιώντας ένα προβλεπόμενο κόστος απόδοσης, που ορίζεται ως προς τα διανύσματα \mathbf{u} , \mathbf{x} . Συνήθως το κόστος αυτό είναι τετραγωνικής μορφής και έχει τη γενική μορφή:

$$J(x_k, \mathbf{u}_k) = \sum_{i=0}^N (\|x_{i|k}\|_Q^2 + \|u_{i|k}\|_R^2) \quad (3.5)$$

όπου $\|x_{i|k}\|_Q^2 = x^\top Q x$ και Q, R είναι θετικά ορισμένοι (ο Q μπορεί να

είναι ημιορισμένος). Η βέλτιστη ακολουθία ελέγχου για το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του προβλεπόμενου κόστους αναπαριστάται ως $\mathbf{u}_k^*(x_k)$ και η βέλτιστη τιμή του κόστους $J^*(x_k) = J(x_k, \mathbf{u}_k^*)$, που συχνά γράφεται J_k^* για ευκολία:

$$\mathbf{u}_k^*(x_k) = \arg \min J(x_k, \mathbf{u}_k) \quad (3.6)$$

$$J_k^* = J^*(x_k) = J(x_k, \mathbf{u}_k^*) = \min_{\mathbf{u}_k} J(x_k, \mathbf{u}_k) \quad (3.7)$$

Εαν το σύστημα υπόκειται σε περιορισμούς εισόδου και κατάστασης, τότε αυτοί μπορούν να συμπεριληφθούν στην βελτιστοποίηση ως περιορισμοί του \mathbf{u}_k .

Γ. Η μέθοδος του κυλιόμενου ορίζοντα

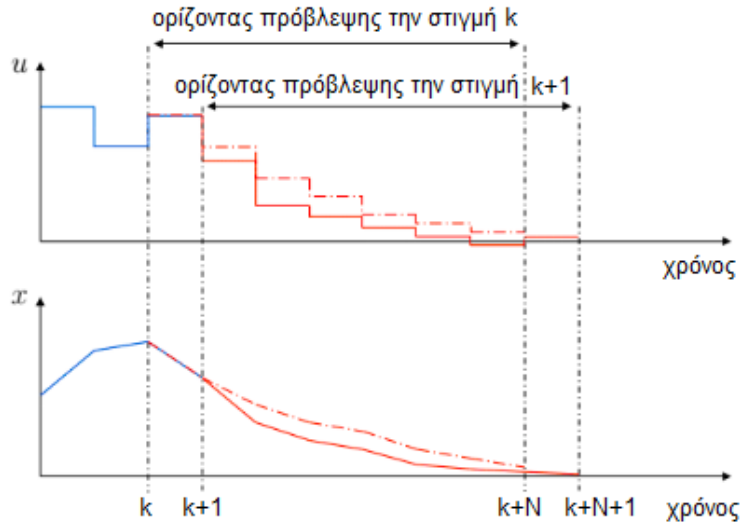
Σε κάθε βήμα του αλγορίθμου εφαρμόζεται το πρώτο στοιχείο της βέλτιστης προβλεπόμενης αλληλουχίας \mathbf{u}_k ως είσοδος στο σύστημα:

$$u_k = u_0|k^* \quad (3.8)$$

Η διαδικασία του υπολογισμού του \mathbf{u}_k^* ελαχιστοποιώντας το προβλεπόμενο κόστος και εφαρμόζοντας το πρώτο στοιχείο του \mathbf{u}_k^* επαναλαμβάνεται σε κάθε βήμα $k = 0, 1, \dots$

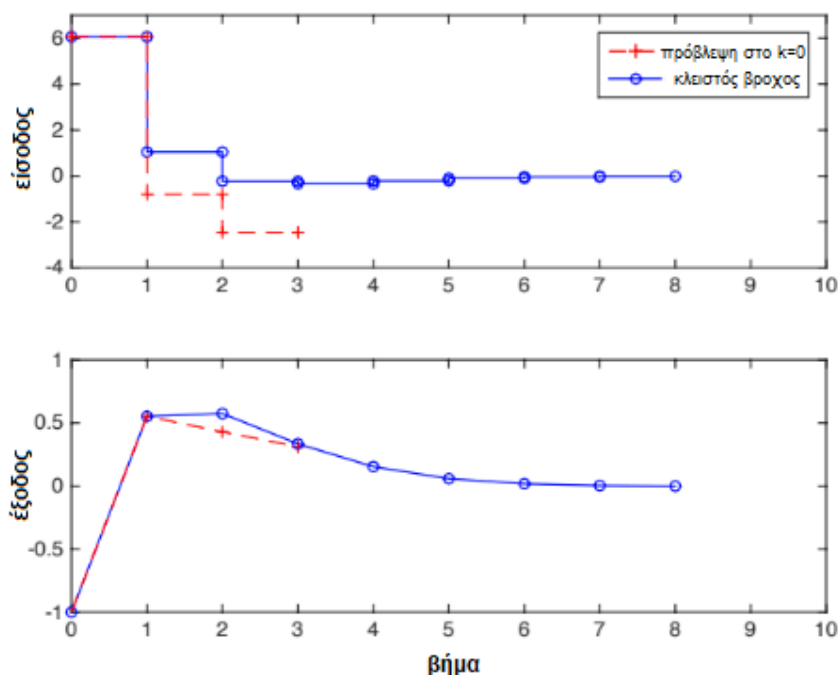
Το μήκος του ορίζοντα πρόβλεψης παραμένει ίδιο παρόλη την επανάληψη της βελτιστοποίησης σε κάθε βήμα (σχήμα 17) και ως εκ τούτου η προσέγγιση αυτή ονομάζεται μέθοδος κυλιόμενου ορίζοντα.

Εφόσον οι προβλέψεις του διανύσματος κατάστασης \mathbf{x}_k και επομένως η βέλτιστη ακολουθία εισόδων \mathbf{u}_k^* εξαρτώνται από την παρούσα κατάσταση x_k , αυτή η διαδικασία εισάγει την ανάδραση στο σύστημα, προσφέροντας έναν βαθμό ευρωστίας απέναντι σε όποια αβεβαιότητα και λάθη μοντελοποίησης. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό της μεθόδου του κυλιόμενου ορίζοντα είναι ότι, μετακινώντας συνεχώς τον ορίζοντα



Σχήμα 17: Η μέθοδος του κυλιόμενου οριζοντα

ως προς τον οποίο βελτιστοποιείται η είσοδος του συστήματος, προσπαθεί να αντισταθμίσει το γεγονός ότι ο οριζοντας είναι πεπερασμένος. Αυτό φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα που απεικονίζει την πιθανή απόκλιση της προβλεπόμενης απόκρισης από αυτή του κλειστού βρόχου. Δεδομένης της σωστής σχεδίασης των περιορισμών και του κόστους, η μέθοδος του κυλιόμενου οριζοντα μπορεί να εξασφαλίσει ότι η απόδοση του κλειστού βρόχου είναι τουλάχιστον στο ίδιο επίπεδο με αυτή της βέλτιστης πρόβλεψης.



3.2 Προγραμματισμός πορείας

Η πορεία ως προς την οποία θα βελτιστοποιηθούν οι μεταβλητές ελέγχου, συνήθως, είναι βελτιστοποιημένη από άλλο αλγόριθμο. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή [15] η βελτιστοποίηση αυτή της τροχιάς ενσωματώνεται στο ίδιο πρόβλημα που επιλύεται και για τις μεταβλητές εξόδου, όπως έχει δοκιμαστεί στις αναφορές [19], [20].

Χρησιμοποιείται μία μέθοδος που ονομάζεται "*contouring control*" που συναντάται συνήθως σε βιομηχανικές εφαρμογές κατεργασίας με κοπτικά εργαλεία ή ακόμα και λέιζερ. Σε αυτές τις εφαρμογές, το ζητούμενο είναι να υπολογιστούν οι μεταβλητές εισόδου ώστε να κινηθεί το εργαλείο ως προς μια πορεία αναφοράς. Αυτή η πορεία δίνεται μόνο σε χωρικές συντεταγμένες, τα υπόλοιπα σχετικά μεγέθη (π.χ. ταχύτητες, γωνίες κλπ) υπολογίζονται και εφαρμόζονται από τον αλγόριθμο του ελέγχου. Αυτό διαφέρει από άλλους αλγόριθμους ελέγχου πορείας, καθώς εδώ ο αλγόριθμος έχει περισσότερη ελευθερία να ορίσει την πορεία των καταστάσεων για να ακολουθήσει το δεδομένο μονοπάτι.

Στον συγκεκριμένο αλγόριθμο εφαρμόζεται η διατύπωση του *Model Predictive Contouring Control* από το [20] ώστε να επιτευχθεί ένας ελεγκτής υψηλής απόδοσης για αυτόνομη αγωνιστική οδήγηση, ο οποίος μεγιστοποιεί την διανυόμενη απόσταση ως προς μια πορεία αναφοράς. Ως πορεία αναφοράς εδώ χρησιμοποιείται το μέσον του δρόμου, αλλά κυρίως για την μέτρηση της προόδου, καθώς επιλέγονται χαμηλά βάρη στο σφάλμα απόκλισης (*contouring error*). Ως εκ τούτου, η τελική τροχιά ακολουθεί σε μεγάλο βαθμό τις αγωνιστικές γραμμές επαγγελματιών οδηγών. Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι ο προγραμματισμός και ο έλεγχος πορείας μπορεί να συμπυκνωθεί σε ένα μη γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης, το οποίο μπορεί να λυθεί σε πραγματικό χρόνο χρησιμοποιώντας τοπικές προσεγγίσεις κυρτού τετραγωνικού προγραμματισμού.

Πριν εμβαθύνουμε στο πρόβλημα του *MPCC*, χρειάζεται μια προκαταρκτική ανάλυση κάποιων βοηθητικών μεγεθών όπως η παραμετροποίηση της πορείας αναφοράς και ο υπολογισμός των σφαλμάτων.

A. Παραμετροποίηση τροχιάς αναφοράς

Το μονοπάτι αναφοράς παραμετροποιείται ως προς το μήκος τόξου $\theta \in [0, L]$ χρησιμοποιώντας πολυωνυμικές παρεμβολές τρίτου βαθμού, όπου L είναι το συνολικό μήκος του τόξου. Οι παρεμβολές λαμβάνονται από *offline fitting* (δηλ. πριν τον προβλεπτικό έλεγχο κυλιόμενου ορίζοντα και όχι σε πραγματικό χρόνο) της διχοτόμου του δρόμου. Με αυτή την παραμετροποίηση μπορούμε να λάβουμε οποιοδήποτε σημείο $X^{ref}(\theta), Y^{ref}(\theta)$ που ανήκει στο μέσον του δρόμου εκτιμώντας ένα πολυώνυμο τρίτου βαθμού για το όρισμά του θ . Η γωνία της εφαπτομένης στην τροχιά στο σημείο αναφοράς ως προς τον άξονα X ,

$$\Phi(\theta) \triangleq \arctan \frac{\partial Y^{ref}(\theta)}{\partial X^{ref}(\theta)} \quad (3.9)$$

είναι επίσης άμεσα διαθέσιμη. Αυτή η παραμετροποίηση οδηγεί σε μια συνεπή παρεμβολή με τα γνωστά σημεία της τροχιάς αναφοράς και είναι πιο ακριβής από την τμηματικά γραμμική παρεμβολή που χρησιμοποιείται σε άλλες μεθόδους.

B. Μέτρηση σφαλμάτων

Για την εφαρμογή του προγραμματισμού πορείας είναι αναγκαίος ο ορισμός σφαλμάτων που ορίζουν την απόκλιση της τοποθεσίας του οχήματος X, Y από το επιθυμητό σημείο αναφοράς $X^{ref}(\theta), Y^{ref}(\theta)$. Έστω $P : \mathbb{R}^2 \rightarrow [0, L]$ η προβολή της θέσης του οχήματος στο μονοπάτι αναφοράς που ορίζεται ως εξής:

$$P(X, Y) \triangleq \arg \min_{\theta} (X - X^{ref})^2 + (Y - Y^{ref})^2 \quad (3.10)$$

Για συντομία ορίζουμε $\theta_P \triangleq P(X, Y)$. Η απόσταση του οχήματος από το μονοπάτι αναφοράς δίνεται τότε από το *σφάλμα απόκλισης (contouring error)*

$$e^c(X, Y, \theta_P) \triangleq \sin(\Phi(\theta_P))(X - X^{ref}(\theta_P)) - \cos(\Phi(\theta_P))(Y - Y^{ref}(\theta_P)) \quad (3.11)$$

όπου το Φ έχει οριστεί στην σχέση (3.9). Τα σφάλματα απεικονίζονται στο σχήμα 18

Ο τελεστής P δεν είναι η καταλληλότερη λύση για την βελτιστοποίηση σε πραγματικό χρόνο καθώς αποτελεί ένα αυτοτελές πρόβλημα βελτιστοποίησης. Γι' αυτόν τον λόγο εισάγουμε την θ_A , μια προσέγγιση της θ_P , που είναι ανεξάρτητη μεταβλητή και ορίζεται από τον ελεγκτή. Για να είναι χρήσιμη αυτή η προσέγγιση πρέπει να συσχετιστούν οι θ_A, θ_P μέσω του *σφάλματος καθυστέρησης (lag error)*.

$$e^l(X, Y, \theta_A) \triangleq |\theta_A - \theta_P| \quad (3.12)$$

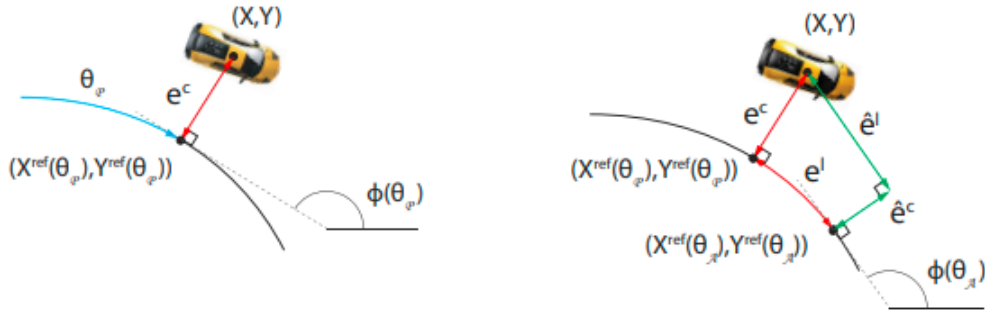
που μετρά την ποιότητα της προσέγγισης. Το σφάλμα καθυστέρησης απεικονίζεται στο σχήμα 18

Τα προαναφερθέντα σφάλματα μπορούν να προσεγγιστούν ως μια συνάρτηση της θέσης X, Y και της προβολή θ_A , μεταβλητές που μπορούν να ελεγχθούν από τον ελεγκτή MPCC, ώστε να είναι ανεξάρτητα από την μεταβλητή P .

$$e^c \approx \hat{e}^c(X, Y, \theta_A) \triangleq \sin(\Phi(\theta_A))(X - X^{ref}(\theta_A)) - \cos(\Phi(\theta_A))(Y - Y^{ref}(\theta_A)) \quad (3.13)$$

$$e^l \approx \hat{e}^l(X, Y, \theta_A) \triangleq -\cos(\Phi(\theta_A))(X - X^{ref}(\theta_A)) - \sin(\Phi(\theta_A))(Y - Y^{ref}(\theta_A)) \quad (3.14)$$

Οι προσεγγίσεις των σφαλμάτων \hat{e}^c, \hat{e}^l ορίζονται ως η ορθογώνια και εφαπτομενική συνιστώσα της απόστασης της θέσης X, Y από το σημείου αναφοράς X^{ref}, Y^{ref} , όπως φαίνεται στο σχήμα 18.



Σχήμα 18: Το σφάλμα απόκλισης (αριστερά) και το σφάλμα καθυστέρησης (δεξιά) με τις αντίστοιχες γραμμικές προσεγγίσεις

Γ. Ολοκληρωμένο πρόβλημα MPC

Έχοντας ορίσει τα σφάλματα αυτά, μπορεί να διατυπωθεί το πρόβλημα προβλεπτικού ελέγχου τροχιάς (Model Predictive Contouring Control). Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι ένας συνδυασμός της ποιότητας της τροχιάς (μικρό σφάλμα απόκλισης e^c) και της προόδου που επιτεύχθη στον ορίζοντα N βημάτων, το κάθε μέγεθος από τα οποία βελτιστοποιούνται σε βάρος του άλλου. Λαμβάνοντας υπόψιν την δυναμική του μοντέλου και περιορισμούς της πίστας και των εισόδων:

$$\min \sum_{k=1}^N (\|e_k^c(X_k, Y_k, \theta_P)\|_{q_c}^2) - \gamma \theta_{P,N} \quad (3.15a)$$

$$\text{s.t. } x_0 = x \quad (3.15b)$$

$$x_{k+1} = f(x_k, y_k), \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.15c)$$

$$F_k x_k \leq f_k, \quad k = 0, \dots, N \quad (3.15d)$$

$$x \leq x_k, \leq \bar{x}, \quad k = 0, \dots, N \quad (3.15e)$$

$$\underline{u} \leq u_k, \leq \bar{u}, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.15f)$$

όπου X_k, Y_k είναι η θέση του αυτοκινήτου στο βήμα k , που καθορίζεται από το μη γραμμικό μοντέλο f στη σχέση (3.15c), η οποία είναι η εκδοχή διακριτού χρόνου του μοντέλου που αναλύσαμε στο 2ο κεφάλαιο

(σχέσεις 2.31) με τμηματικά σταθερές εισόδους ελέγχου. Το σφάλμα απόκλισης e_k^c έχει οριστεί στην εξίσωση (3.3) και $\theta_{P,k}$ είναι η παράμετρος προόδου, για την οποία το σημείο $X^{ref}(\theta_{P,k}), Y^{ref}(\theta_{P,k})$ είναι η ορθογώνια προβολή του X_k, Y_k στην τροχιά αναφοράς. Οι δύο όροι της αντικειμενικής συνάρτησης (τήρηση τροχιάς αναφοράς και μέγιστη πρόοδος) έχουν αντίστοιχα βάρη $q_c \in \mathbb{R}_{++}, \gamma \in \mathbb{R}_{++}$. Οι περιορισμοί (3.7d) είναι οι χωρικοί περιορισμοί της πίστας, ενώ οι περιορισμοί (3.7e) και (3.7f) ορίζουν τα φυσικά όρια των διανυσμάτων κατάστασης και εισόδου αντίστοιχα.

Λόγω της άμεσης εξάρτησης της αντικειμενικής συνάρτησης από το P το παραπάνω πρόβλημα έχει δύο επίπεδα μη γραμμικού προγραμματισμού, που είναι πολύ περίπλοκο για επίλυση σε πραγματικό χρόνο. Γι' αυτόν τον λόγο, όπως προαναφέρθηκε, χρησιμοποιείται η προσεγγιστική προβολή θ_A, k και προστίθεται ένα κόστος στο σφάλμα καθυστέρησης για το έλεγχο αυτής της προσέγγισης. Αναγκαία εισάγεται ένας ολοκληρωτής με δυναμική $\theta_{A,k+1} = \theta_{A,k} + v_k/T_s$, όπου v_k μπορεί να ερμηνευθεί ως η προβαλλόμενη ταχύτητα και $\theta_{A,k}$ ως η κατάσταση της προόδου, σε κάθε βήμα k . Αυτή η παραδοχή καθιστά το (3.7) ως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης ελέγχου που πλέον μπορεί να λυθεί σε πραγματικό χρόνο.

$$\min \sum_{k=1}^N \|\hat{e}_k^c(X_k, Y_k, \theta_{A,k})\|_{q_c}^2 + \|\hat{e}_k^l(X_k, Y_k, \theta_{A,k})\|_{q_l}^2 - \gamma u_k T_s + \|\Delta u_k\|_{R_u}^2 + \|\Delta v_k\|_{R_v}^2 - \gamma v_0 T_s \quad (3.16a)$$

$$\text{s.t. } \theta_0 = \theta \quad (3.16b)$$

$$\theta_{A,k+1} = \theta_{A,k} + \frac{v_k}{T_s}, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.16c)$$

$$0 \leq \theta_k \leq L, \quad k = 1, \dots, N \quad (3.16d)$$

$$0 \leq v_k \leq \bar{u}, \quad k = 0, \dots, N \quad (3.16e)$$

όπου $\Delta u_k \triangleq u_k - u_{k-1}$ και $\Delta v_k \triangleq v_k - v_{k-1}$. Να σημειωθεί ότι στην αντικειμενική συνάρτηση χρησιμοποιείται το προσεγγιστικό σφάλμα απόκλισης $\hat{e}_k^c(X_k, Y_k, \theta_{A,k})$. Επιπλέον, έχουμε αντικαταστήσει την μεγι-

στοποίηση της προόδου στο μονοπάτι, $\theta_{P,N}$, με το $\sum_{k=1}^N v_k T_s$, που είναι ισοδύναμο εαν η προσέγγιση είναι ακριβής. Εφαρμόζονται λογικά άνω και κάτω όρια στα θ_k και v_k , ώστε να αποφεύγονται πλαστές λύσεις του μη γραμμικού προβλήματος, με το \bar{v} να σημαίνει την μέγιστη δυνατή πρόοδο στη διάρκεια ενός βήματος. Το κόστος στο σφάλμα καθυστέρησης $\hat{e}_k^l(X_k, Y_k, \theta_{A,k})$ συνδέει την πρόοδο με την δυναμική του οχήματος. Το βάρος του σφάλματος καθυστέρησης $q_l \in \mathbb{R}_{++}$ επιλέγεται υψηλό όπως προτείνεται στο [20], ώστε να εξασφαλίσουμε ακριβή προσέγγιση της προόδου και επομένως, ισχυρή σύνδεση της συνάρτησης κόστους και του μοντέλου του αυτοκινήτου. Επιπροσθέτως, ένας όρος κόστους προστίθεται και στον ρυθμό μεταβολής των εισόδων, με σκοπό τον περιορισμό των απότομων αλλαγών, την ομαλοποίηση των εισόδων και επομένως, την αποφυγή ακραίων καταστάσεων εκτός των ορίων του μοντέλου.

Δ. Επίλυση

Τοπικές κυρτές προσεγγίσεις στην παρακάτω μορφή τετραγωνικού προγραμματισμού σχηματίζονται σε κάθε βήμα, γραμμικοποιώντας τους μη γραμμικούς όρους, ώστε να μπορέσει να λυθεί το μη γραμμικό πρόβλημα σε πραγματικό χρόνο.

$$\min_{x,u,\theta,v,s} \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} x_k \\ \theta_{A,k} \end{bmatrix}^T \Gamma_k \begin{bmatrix} x_k \\ \theta_{A,k} \end{bmatrix} + c_k^T \begin{bmatrix} x_k \\ \theta_{A,k} \end{bmatrix} - \gamma v_k T_s + \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta v_k \end{bmatrix}^2 + R \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta v_k \end{bmatrix} + q \|s_k\|_\infty - \gamma v_0 T_s \quad (3.17a)$$

$$\text{s.t. } x_0 = x, \theta_{A,0} = \theta \quad (3.17b)$$

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + g_k, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.17c)$$

$$\theta_{A,k+1} = \theta_{A,k} + \frac{v_k}{T_s}, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.17d)$$

$$F_k x_k \leq f_k + s_k, \quad k = 1, \dots, N \quad (3.17e)$$

$$s_k \geq 0, \quad k = 1, \dots, N \quad (3.17f)$$

$$\underline{x} \leq x_k \leq \bar{x}, \quad 0 \leq \theta_{A,k} \leq L, \quad k = 1, \dots, N \quad (3.17g)$$

$$\underline{u} \leq u_k \leq \bar{u}, \quad 0 \leq v_{A,k} \leq L, \quad k = 0, \dots, N \quad (3.17h)$$

όπου ο όρος $\Gamma_k \in \mathbb{S}_+^7$ σχηματίζεται από το τετραγωνικό μέρος της γραμμικοποιημένης συνάρτησης κόστους και ο όρος $c_k \in \mathbb{R}^7$ προέρχεται από το γραμμικό μέρος αντίστοιχα. Χρησιμοποιούνται γραμμικές προσεγγίσεις μεταβλητού χρόνου της δυναμικής του του μοντέλου (2.31) και των σφαλμάτων (3.5-3.6), ώστε να διατηρήσουμε το σφάλμα της γραμμικοποίησης χαμηλό. Κάθε μη γραμμική συνάρτηση γραμμικοποιείται γύρω από το αποτέλεσμα της προηγούμενης επανάληψης του τετραγωνικού προγραμματισμού μετατοπισμένο κατά ένα βήμα. Η ισότητα $x = x_0$ χρησιμοποιείται ως το πρώτο σημείο γραμμικοποίησης, και η τελευταία είσοδος της προηγούμενης επανάληψης διατηρείται σταθερή για να σχηματίζεται μια νέα τελευταία είσοδος. Το σημείο γραμμικοποίησης για την τελική κατάσταση x_N υπολογίζεται προσομοιώνοντας το μη γραμμικό μοντέλο για ένα βήμα. Οι περιορισμοί της πίστεας (3.9e)

4 Παραμετροποίηση και αποτελέσματα

Όλη αυτή η έρευνα έγινε, διότι υπήρχε η ώθηση από τους διαγωνισμούς Formula Student προς την αυτόνομη κίνηση. Οι διοργανωτές σε πολλές χώρες επιθυμούν το μονοθέσιο που κατασκευάζουν οι ομάδες να ολοκληρώνει ορισμένα αγωνίσματα χωρίς κάποια εξωτερική ανθρώπινη παρέμβαση (οδηγός, τηλεπικοινωνία κλπ). Το μονοθέσιο λοιπόν πρέπει να αντιλαμβάνεται που βρίσκεται, να βρίσκει την βέλτιστη επιλογή των μεταβλητών ελέγχου, και να εφαρμόζει αυτές τις επιλογές μέσω κάποιων αυτοματισμών.

Για τον σκοπό αυτό κάποια μέλη της ομάδας ασχολούνται με την αναγνώριση του περιβάλλοντος μέσω αισθητήρων (κάμερα, IMU κλπ), πράγμα που αποτελεί είσοδο στον αλγόριθμο του ελέγχου. Άλλα μέλη της ομάδας ασχολούνται με την εφαρμογή των εξόδων του αλγόριθμου του ελέγχου, όπως το γκάζι, το φρένο και το τιμόνι, μέσω ηλεκτρικών αυτοματισμών. Έτσι και αυτός ο αλγόριθμος MPCC εξετάζεται ως μια λύση για το κομμάτι του ελέγχου, καθώς και άλλες πολύ πετυχημένες ομάδες στο κομμάτι της αυτόνομης κίνησης όπως η AMZ του πολυτεχνείου ΕΤΗ της Ζυρίχης, βασίστηκαν πάνω σε αυτόν.



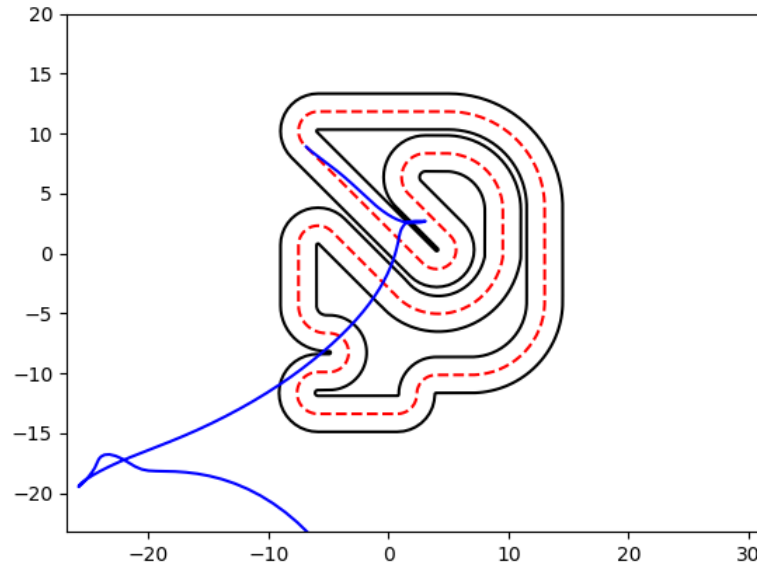
Σχήμα 19: Το υπο-κατασκευή μονοθέσιο της ομάδας Κένταυρος ονόματι «Κριέων»

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος δοκιμάστηκε σε λογισμικό Linux Ubuntu 18.04 και σύστημα με επεξεργαστή Intel i5-4300 @2.6GHz και 8GB RAM. Ο convex QP-solver που χρησιμοποιήθηκε ονομάζεται *hripm* (high-performance interior-point method) (github.com/giaf/hripm). Επιπλέον, ο κώδικας του αλγορίθμου βρίσκεται στην ιστοσελίδα github.com/alexliniger/MPCC.

Η πρώτη μεγάλη διαφορά του αλγορίθμου στο [15] με την εφαρμογή μας είναι το μέγεθος, καθώς αυτός δημιουργήθηκε για μικρά τηλεκατευθυνόμενα αυτοκίνητα σε κλίμακα 1:43. Χρειάζονται τροποποίηση αφενός οι παράμετροι του αυτοκινήτου (διαστάσεις, μάζα, ροπή αδρανείας, σταθερές ελαστικών κλπ) και αφετέρου οι διαστάσεις της πίστας.

Το πρώτο κομμάτι γίνεται σχετικά εύκολα τροποποιώντας ένα αρχείο με τα συγκεκριμένα δεδομένα. Όσον αφορά τις σταθερές των ελαστικών, λήφθηκαν υπόψιν αυτές που χρησιμοποίησε μετά από πειράματα η ομάδα AMZ του πολυτεχνείου της Ζυρίχης. Αυτή την παραδοχή κατέστη εφικτή λόγω της ομοιότητας του μεγέθους των μονοθεσιών αλλά και των ελαστικών τους (χωρίς αυτά να είναι πανομοιότυπα), αλλά και αναγκαία λόγω έλλειψης αντίστοιχων πειραμάτων.

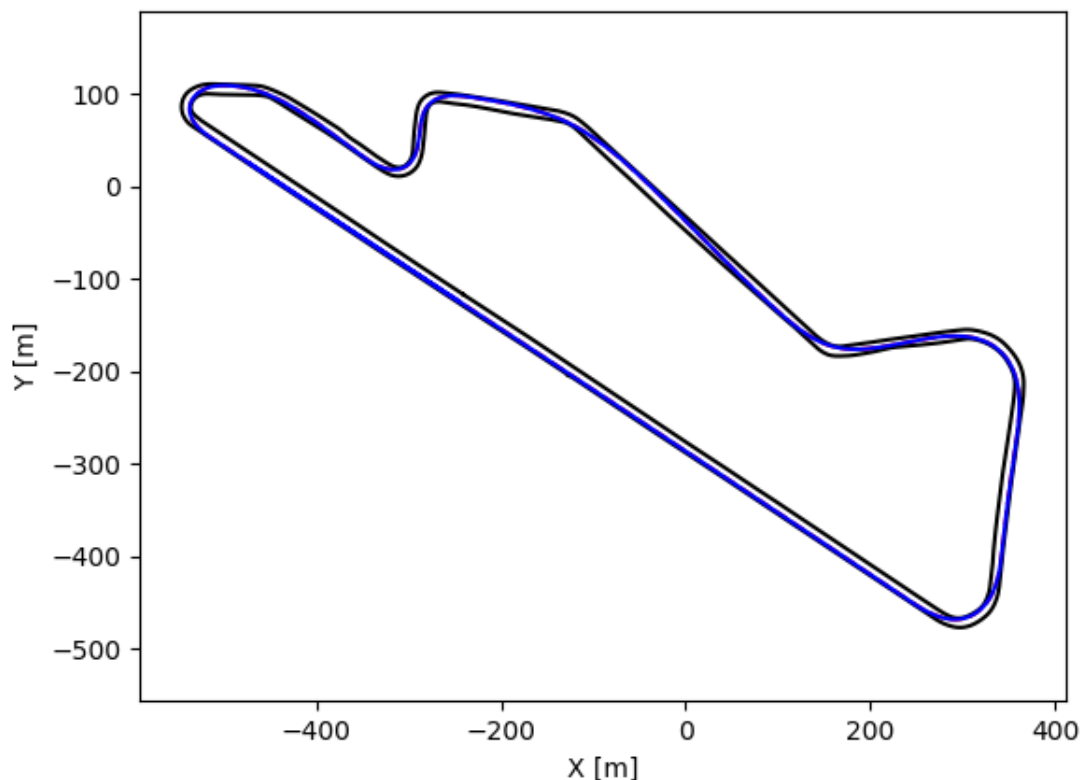
Όσον αφορά την πίστα δημιουργήθηκαν πίστες στις διαστάσεις των αγωνισμάτων που ενδιέφερε την ομάδα, καθώς και μια μεγενθυμένη έκδοση της πίστας του αλγορίθμου στις διαστάσεις των διαγωνισμών. Αυτές οι πίστες περιγράφονται σε αρχεία που περιέχουν 3 ζευγάρια διανυσμάτων, που αναγράφουν τις συντεταγμένες των σημείων των 2 ορίων της πίστας και της πορείας αναφοράς (που συνήθως είναι το μέσον των ορίων). Οι νέες πίστες δημιουργήθηκαν στο matlab μέσω επαναλήψεων και η μεγέθυνση της πίστας του αλγορίθμου μέσω του πολλαπλασιασμού όλων των συντεταγμένων των σημείων με τον συντελεστή κλίμακας.



Σχήμα 20: Οι πρώτες δοκιμές του αλγορίθμου σε μεγάλη κλίμακα

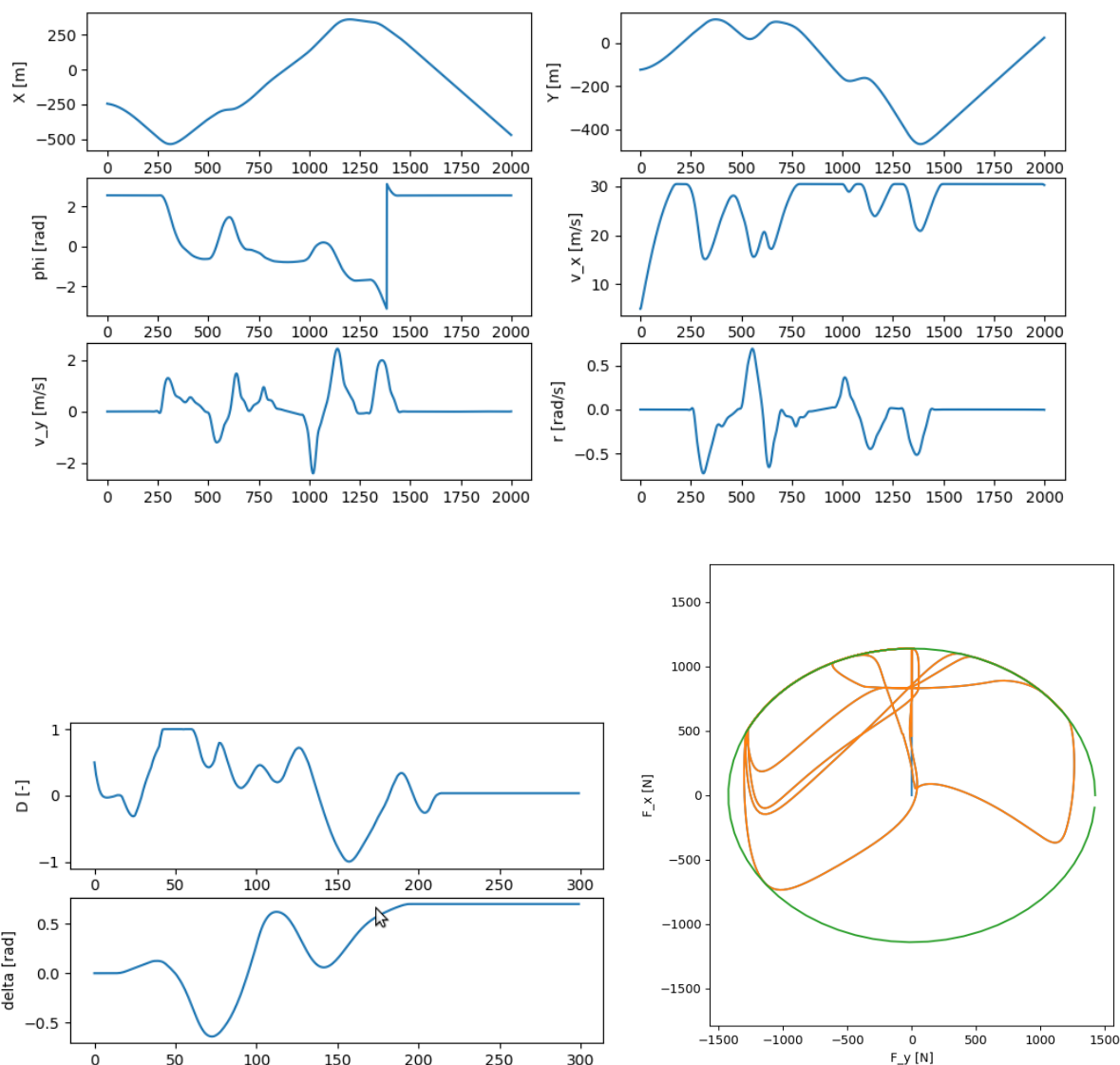
Παρόλο που οι πίστες είχαν πλέον τις επιθυμητές διαστάσεις και τα στοιχεία του μοντέλου τις επιθυμητές τιμές, ο αλγόριθμος δεν έτρεχε σωστά και το όχημα κατευθυνόταν εκτός πίστας όπως φαίνεται στο σχήμα 20.

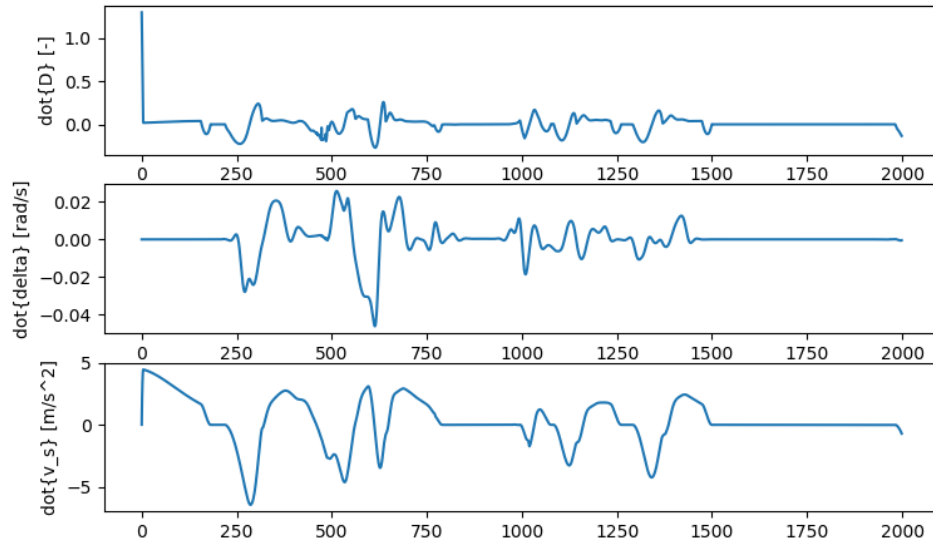
Μετά από επικοινωνία με τον Δρ. Liniger ενημερώθηκα ότι αυτή η έκδοση του αλγορίθμου δεν ενδείκνυται για εφαρμογές πραγματικού μεγέθους. Το πρόβλημα έγκειται στα κυβικά splines με τα οποία προσεγγίζεται η πίστα και η προγραμματισμένη πορεία. Έτσι μετά από λίγο καιρό ανέβηκε μία ανανεωμένη έκδοση κατάλληλη για μεγάλης κλίμακας εφαρμογές. Αυτή η έκδοση έχει ενσωματωμένη μία κατάλληλη πίστα ενσωματωμένη που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, καθώς και η μορφή της πίστας παίζει ρόλο στην λειτουργία και την απόδοση του αλγορίθμου.



Αυτή η νέα έκδοση έχει επίσης προσαρμόσει τα κόστη του αλγορίθμου, ώστε αυτός να λειτουργεί αρμονικά στη μεγαλύτερη κλίμακα. Με αυτά τα κόστη πειραματίστηκε ώστε να βρω έναν καλό (αν όχι βέλτιστο) συνδυασμό για το μοντέλο του μονοθέσιου «Κριέων». Η βελτιστότητα της κάθε μεταβολής και του κάθε συνδυασμού κρίνεται με βάση τον χρόνο εκτέλεσης ενός γύρου της πίστας, αλλά και δεδομένα όπως δυνάμεις των ελαστικών πλευρική ταχύτητα και ρυθμοί μεταβολής των μεταβλητών ελέγχου αλλά και κατάσταση. Τα αρχικά κόστη μας δίνουν τα αποτελέσματα που φαίνονται παρακάτω. Αυτά βλέπουμε ότι αποτελούνται από δεδομένα κατάστασης: συντεταγμένες X, Y , γωνία ϕ ως προς σταθερό σύστημα συντεταγμένων, διαμήκη και εγκάρσια ταχύτητα, από δεδομένα ελέγχου: D και δ αλλά και δυναμικά δεδομένα όπως γωνίες ολίσθησης και δυνάμεις ελαστικών. Επίσης δίνονται και οι παράγωγοι αρκετών μεγεθών από τα προαναφερθέντα. Όπως φαίνεται από μεγέθη όπως οι δυνάμεις των ελαστικών, οι οποίες βρίσκονται εντός της χαρακτηριστικής έλλειψης, η πλευρική ταχύτητα v_y που περιορίζεται μέχρι

τα 2 m/s, αλλά και οι παράγωγοι των D και δ , με τα αρχικά κόστη έχει επιτευχθεί ομαλή λειτουργία. Ο χρόνος που επιτυγχάνεται με τα αρχικά κόστη κυμαίνεται στα 1830 sec και θα δείξουμε στη συνέχεια πως φαίνεται στα αποτελέσματα.

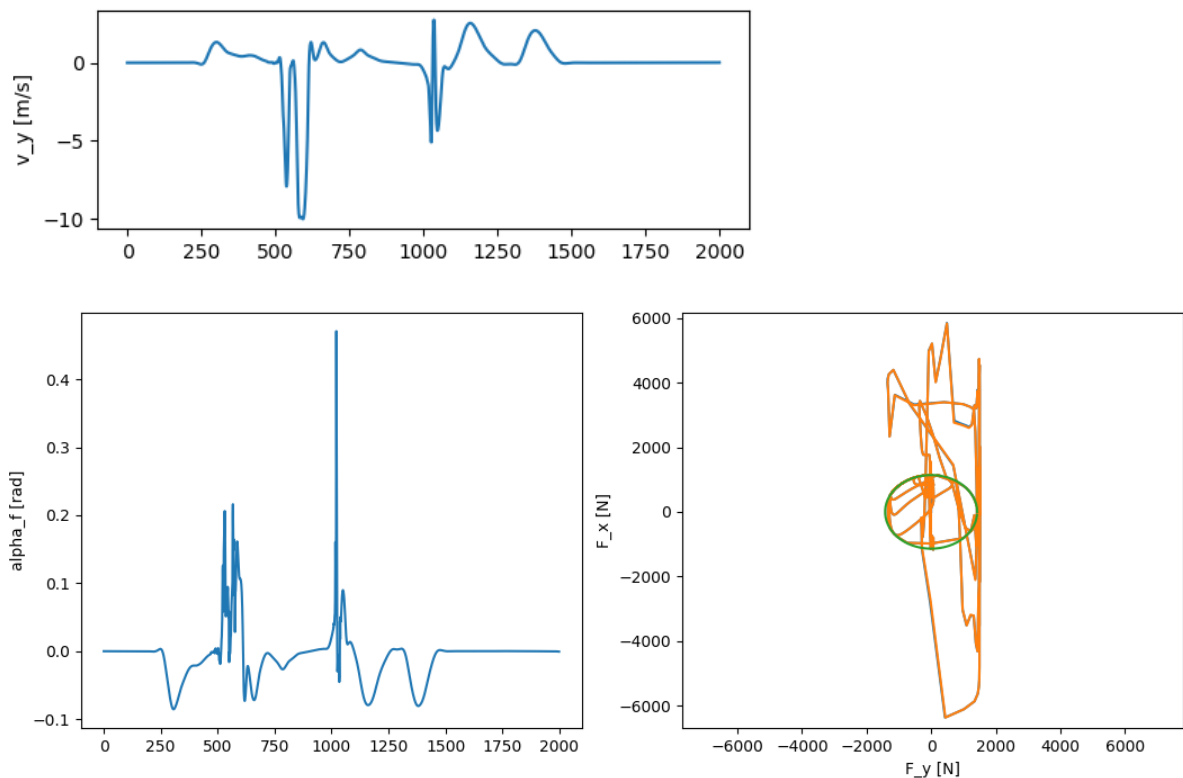




Στη συνέχεια θα εξεταστούν μεταβολές στα κόστη όλων αυτών των μεταβλητών, καθώς και οι αλλαγές που επιφέρουν στην λειτουργία του αλγορίθμου. Αρχικά μεταβάλλουμε τις τιμές στα κόστη μεμονωμένα, δηλαδή η αλλαγή του κάθε κόστους εξετάζεται με τα υπόλοιπα κόστη στις αρχικές τιμές. Η συνδυαστική αλλαγή των παραμέτρων αυτών θα εξεταστεί στην συνέχεια.

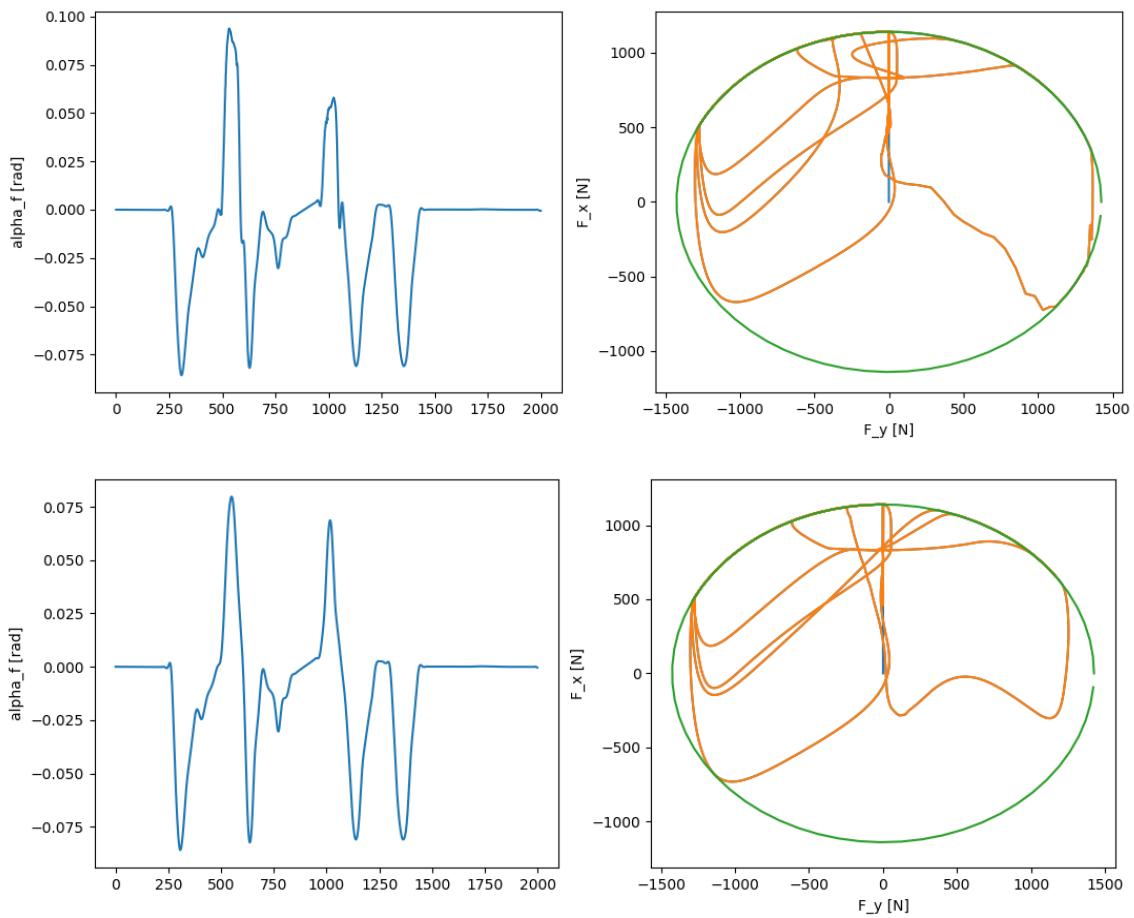
4.1 Μεμονωμένη προσέγγιση

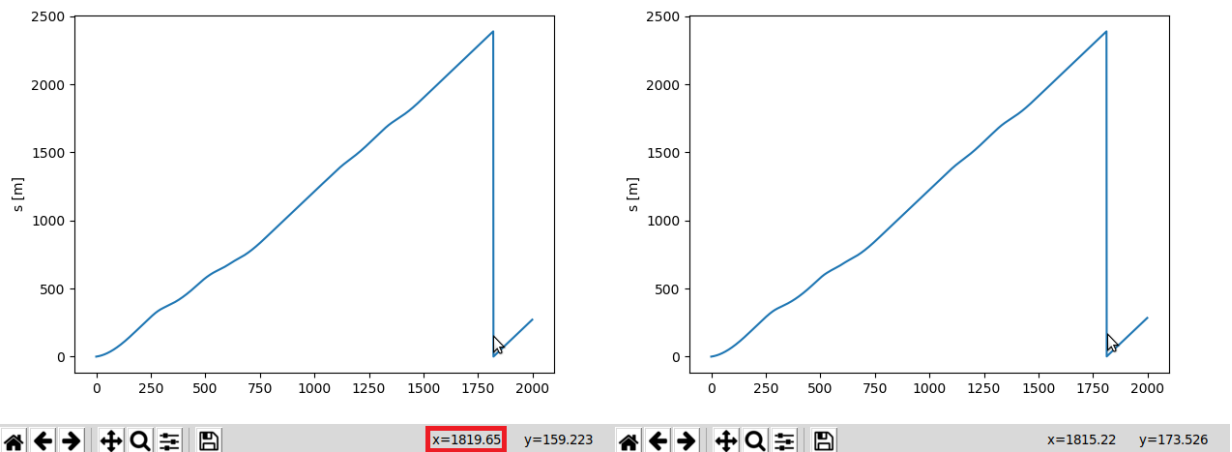
Ξεκινάμε με το κόστος απόκλισης qC (contouring cost) από την αρχική τιμή 10 σε μεγαλύτερες και βλέπουμε ότι δεν έχουμε καμία αλλαγή. Σε μικρότερες τιμές ωστόσο παρατηρούμε μεταβολή, καθώς βλέπουμε ότι για $qC = 1$ οι δυνάμεις των ελαστικών εκτείνονται και εκτός της χαρακτηριστικής έλλειψης. Εφαρμόζοντας $qC = 0.1$ παρατηρούμε χαρακτηριστικά ολίσθησης (drifting) όπως υψηλές πλευρικές ταχύτητες που φτάνουν ακόμα και τα 10 m/s και μεγάλες γωνίες ολίσθησης που στην ομαλή λειτουργία περιορίζονταν μέχρι τα 0.075 rad, όπως μπορεί να παρατηρήσει κανείς στις επόμενες εικόνες. Ο χρόνος αυξάνεται στα 1840 sec, λογικό αποτέλεσμα αφού η ολίσθηση μειώνει την πρόσφυση και άρα την μέγιστη δυνατή ταχύτητα σε μια στροφή.



Στη συνέχεια περνάμε στο κόστος καθυστέρησης qL (lag cost), όπου για $qL = 10$ επιτυγχάνεται χρόνος 1820 sec με ομαλή λειτουργία. Επίσης για $qL = 0.1$ επιτυγχάνεται χρόνος 1815 sec με ομαλή λειτουργία, όπως φαίνεται στις παρακάτω εικόνες. Βέβαια, η μείωση αυτού

του κόστους πιθανόν να μην είναι ορθολογική όπως έχει προαναφερθεί, διότι αυτό το κόστος αντιπροσωπεύει την σύνδεση με το μοντέλο του συστήματος. Επομένως, με μεγάλη μείωσή του qL η προσομοίωση πιθανόν να μην ανταποκρίνεται στο πραγματικό σύστημα. Τον χρόνο γύρου τον βλέπουμε από ένα γράφημα της διανυθείσας απόστασης του οχήματος, η οποία μηδενίζεται όταν αυτό περνά την γραμμή εκκίνησης.





Επίσης, ο αλγόριθμος εμφανίζει μία μεταβλητή ίση με 0 αν λειτουργεί ομαλά και 1 αν υπάρχουν προβλήματα (συνήθως μη εφικτότητας). Όταν αυτή η μεταβλητή `exitflag` είναι ίση με 1, ο αλγόριθμος μπορεί είτε να ολοκληρώσει την προσομοίωση κανονικά, είτε αυτή να διακοπεί λόγω μη εφικτότητας, όπως φαίνεται στις παρακάτω εικόνες.

```
comp time = 0.003918
exitflag 0
ipm iter = 8

ipm arg size = 0
comp time = 0.003597
exitflag 0
ipm iter = 8

ipm arg size = 0
comp time = 0.004119
exitflag 0
ipm iter = 9

ipm arg size = 0
comp time = 0.003582
exitflag 0
```

```
ipm arg size = 0
comp time = 0.009195
exitflag 1
ipm iter = 20
dist too large

ipm arg size = 0
comp time = 0.008763
exitflag 1
ipm iter = 20

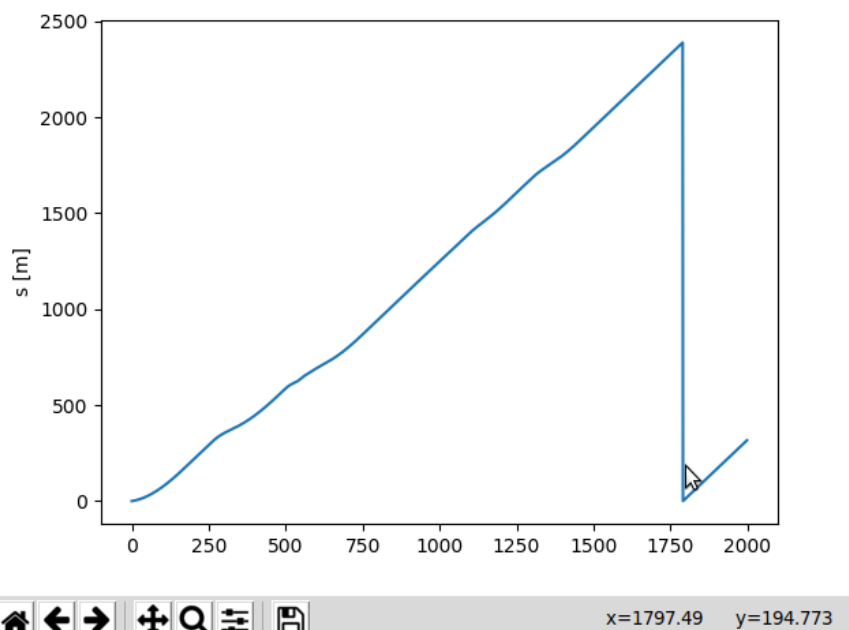
ipm arg size = 0
comp time = 0.009214
exitflag 1
ipm iter = 20
dist too large
```

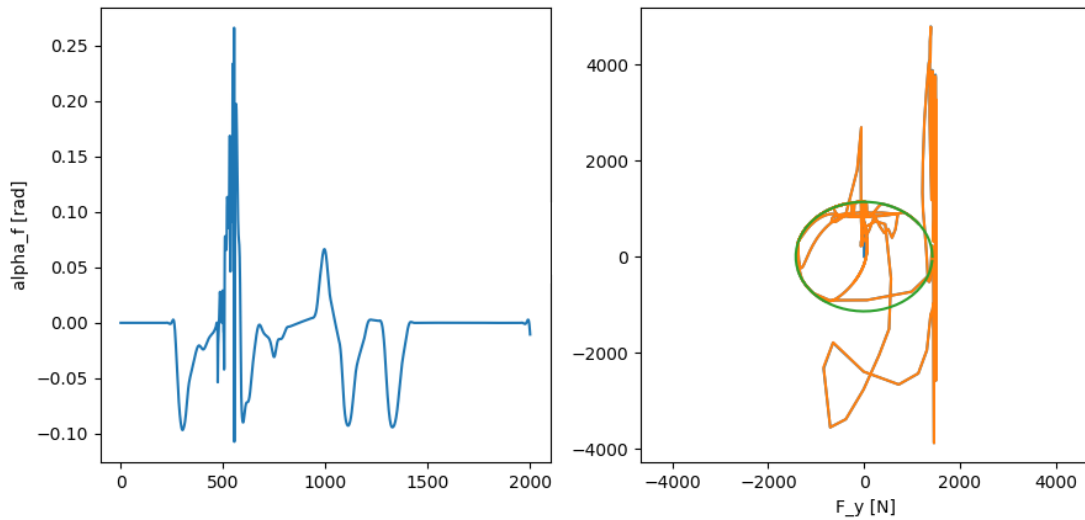
```
ipm arg size = 0
comp time = 0.008820
exitflag 1
ipm iter = 20

ipm arg size = 0
comp time = 0.009268
exitflag 1
ipm iter = 20
MPCC: /home/stathis/Downloads/MPCC-fullsize/C++/External/Eigen/Eigen/src/Core/DenseCoeffsBase.h:181: Eigen::DenseCoeffsBase<Derived, 0>::CoeffReturnType Eigen::DenseCoeffsBase<Derived, 0>::operator()(Eigen::Index) const [with Derived = Eigen::Matrix<double, -1, 1>; Eigen::DenseCoeffsBase<Derived, 0>::CoeffReturnType = const double&; Eigen::Index = long int]: Assertion `index >= 0 && index < size()' failed.
[4]+ Killed ./MPCC
Aborted (core dumped)
```

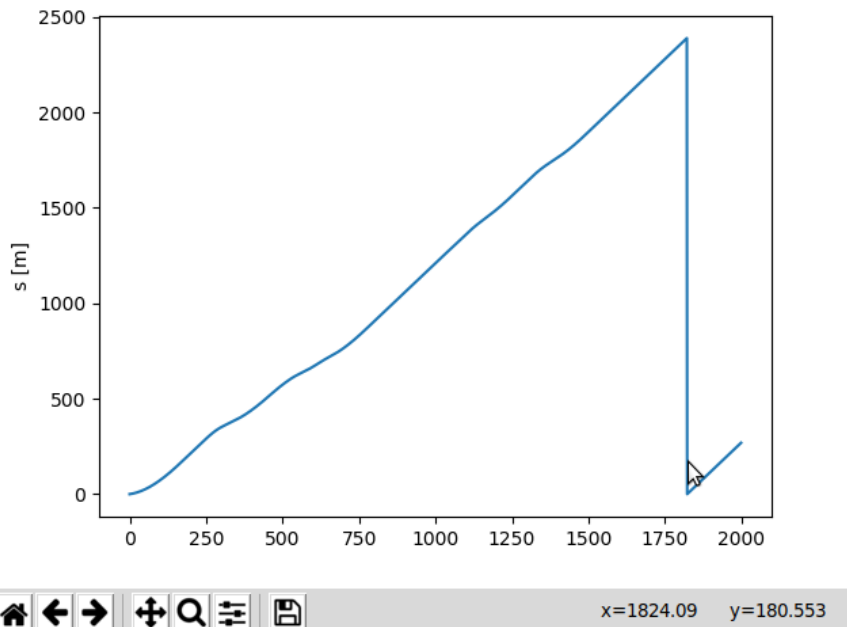
Όπως φαίνεται μας δίνονται και επιπλέον πληροφορίες όπως ο χρόνος υπολογισμού του κάθε βήματος του κυλιόμενου ορίζοντα και τις απαιτούμενες επαναλήψεις. Όταν η μεταβλητή `exitflag` είναι ίση με 1 βλέπουμε ότι έχουμε μεγαλύτερους (σχεδόν διπλάσιους) χρόνους υπολογισμού καθώς και περισσότερες επαναλήψεις, δείγματα ότι ο αλγόριθμος δεν δουλεύει βέλτιστα.

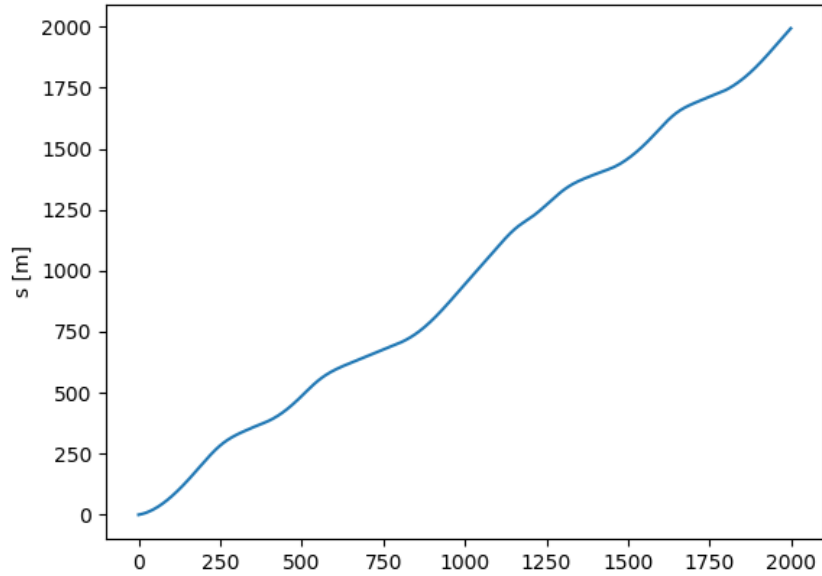
Ένα ακόμη μέγεθος που μετράται είναι η ταχύτητα V_s , η οποία αναπαριστά την παράλληλη στην προγραμματισμένη πορεία συνιστώσα της ταχύτητας του οχήματος. Ως εκ τούτου, σε καταστάσεις ολίσθησης, που παρατηρούσαμε μεγάλη εγκάρσια ταχύτητα και μεγάλες γωνίες ολίσθησης, αυτή η ταχύτητα διαφέρει με την διαμήκη ταχύτητα του οχήματος. Όταν θέταμε το κόστος αυτής της ταχύτητας qVs ίσο με ακραίες τιμές, είχαμε πολύ αργή ολοκλήρωση του γύρου. Ωστόσο, με $qVs = 1$ επιτυγχάνεται χρόνος περίπου 1800 sec, με τις δυνάμεις των ελαστικών όμως να υπερβαίνουν την χαρακτηριστική έλλειψη. Αυτό το κόστος θα εξεταστεί στη συνέχεια συνδυαστικά με άλλες αλλαγές, ώστε να πετύχουμε αυτή τη μεγάλη μείωση στον χρόνο, διατηρώντας τις δυνάμεις εντός της έλλειψης.



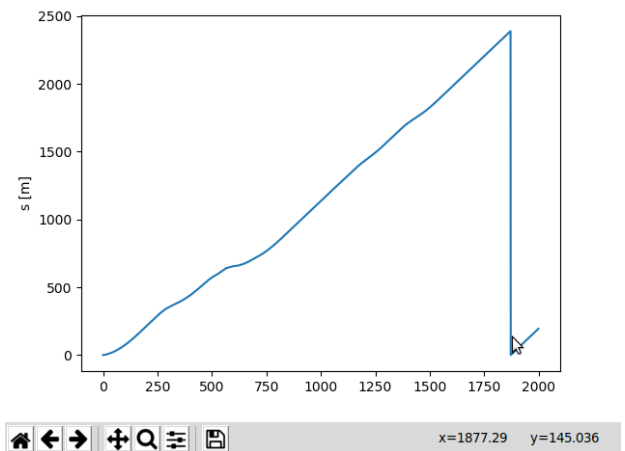
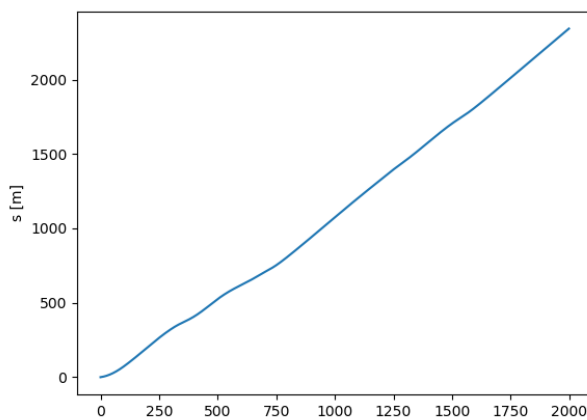


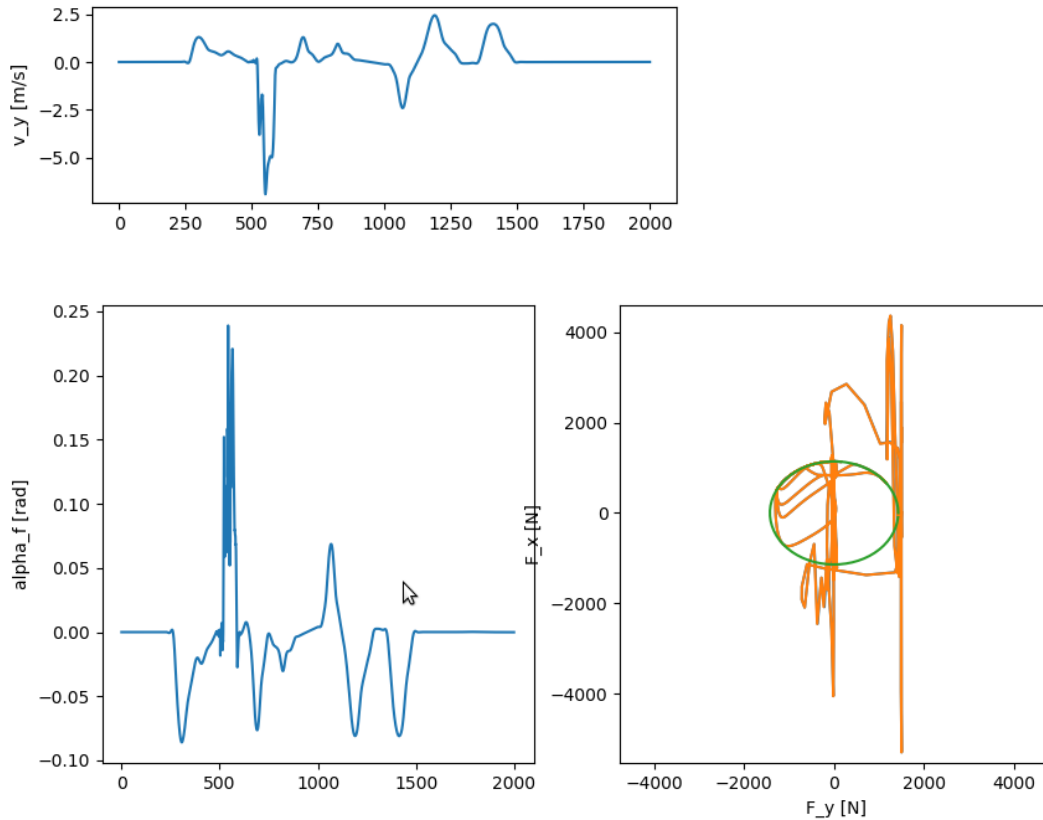
Το επόμενο κόστος που εξετάζεται είναι το qR , το οποίο βλέπουμε αρκετά συχνά σε προβλήματα βελτιστοποίησης και καθορίζει το πόσο επιθετικός ή συντηρητικός είναι ο αλγόριθμος. Όταν θέτουμε $qR = 0.01$ από το αρχικό 10^{-4} βλέπουμε μια βελτίωση της τάξης των 5 δευτερολέπτων με ομαλή πορεία χωρίς ολίσθηση. Όταν αυξάνουμε την τιμή αυτή σε ακόμη μεγαλύτερες τιμές παρατηρούμε όλο και μεγαλύτερους χρόνους, κάτι λογικό διότι ο αλγόριθμος γίνεται πολύ συντηρητικός.



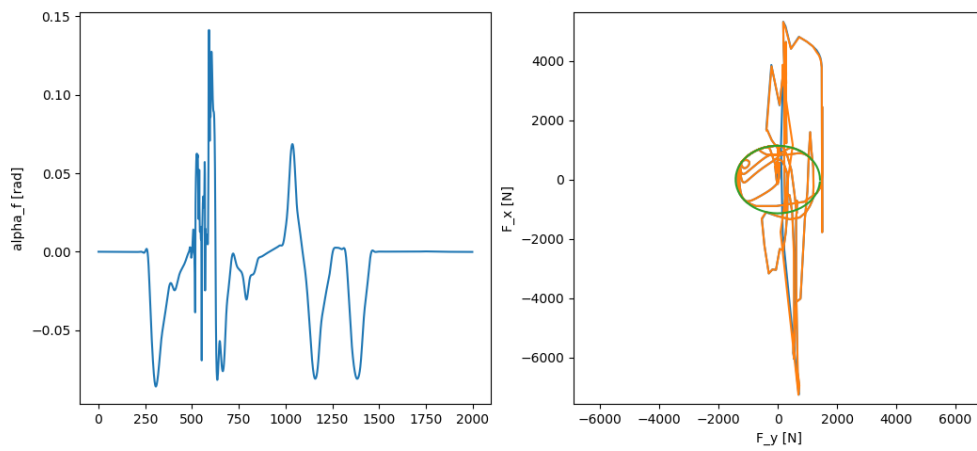
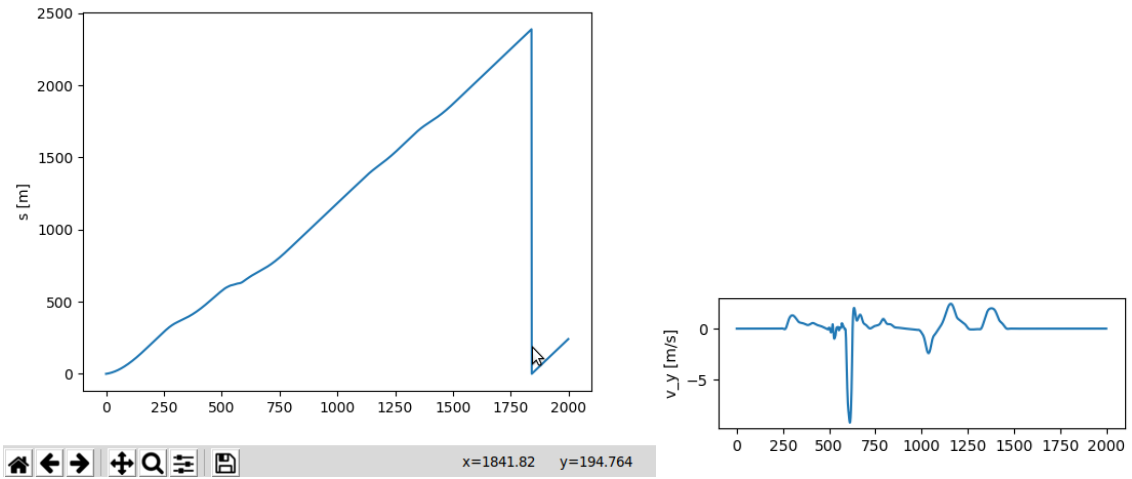


Υπάρχουν κόστη και στις μεταβλητές εξόδου \mathbf{D} , δ , δηλαδή το γκάζι (ή φρένο) και τιμόνι αντίστοιχα. Πρώτα εξετάζουμε το κόστος $r\mathbf{D}$. Όταν αυξάνουμε αυτό το κόστος έχουμε αργούς χρόνους, καθώς η επιτάχυνση είναι μικρότερη με μεγάλο περιορισμό στο γκάζι. Αντιθέτως, όταν εξετάζουμε μικρότερες τιμές από το αρχικό 10^{-3} έχουμε μεγάλους χρόνους και, σε κάποιες τιμές, ακόμα και συνθήκες ολίσθησης, λόγω μικρού περιορισμού του γκαζιού. Στα παρακάτω σχήματα φαίνεται ο αργός χρόνος για $rD = 10$ και η ανώμαλη λειτουργία για $rD = 10^{-4}$, όπου παρατηρούμε πλευρικές ταχύτητες έως 5 m/s και γωνίες ολίσθησης μέχρι 0.25 rad.

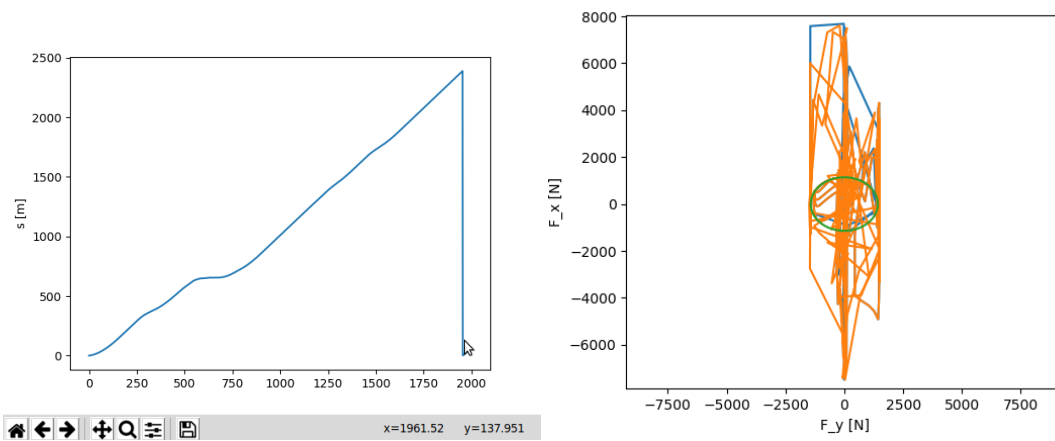




Τέλος, εξετάζεται το κόστος που επιβάλλεται στον έλεγχο της στρέψης των εμπρός τροχών $r\delta$. Για μικρότερες τιμές από την αρχική 10^{-3} δεν παρατηρείται καμία σημαντική διαφορά είτε στους χρόνους είτε στα υπόλοιπα δεδομένα. Ωστόσο όταν κινούμαστε σε μεγαλύτερες τιμές από 0.01 έως 1, βλέπουμε μια εντεινόμενη αύξηση στους χρόνους, στις γωνίες ολίσθησης και στις δυνάμεις των ελαστικών. Στην τελευταία μάλιστα περίπτωση, βλέπουμε τις δυνάμεις των ελαστικών εκτός της χαρακτηριστικής έλλειψης για πολύ μεγαλύτερη διάρκεια και τεράστιες γωνίες ολίσθησης μέχρι 3 rad. Τα δεδομένα για $r\delta = 0.1$ και $r\delta = 1$ φαίνονται στην επόμενη σελίδα.



Σχήμα 21: Αποτελέσματα για $r\delta = 0.1$

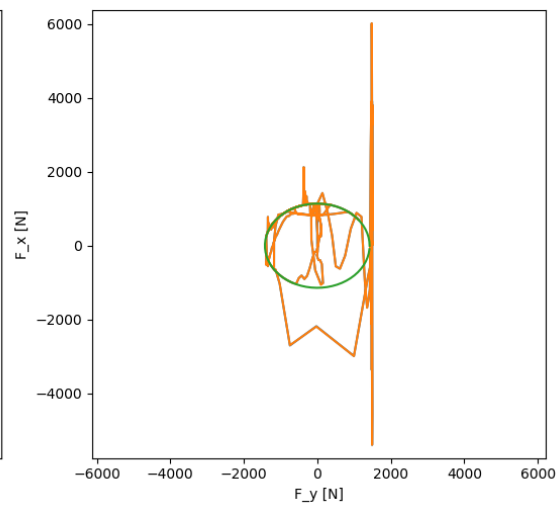
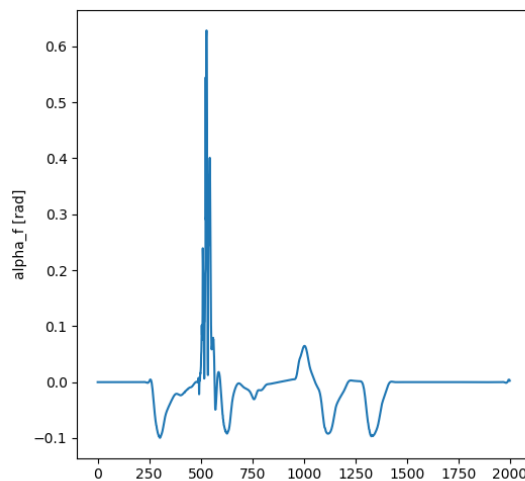
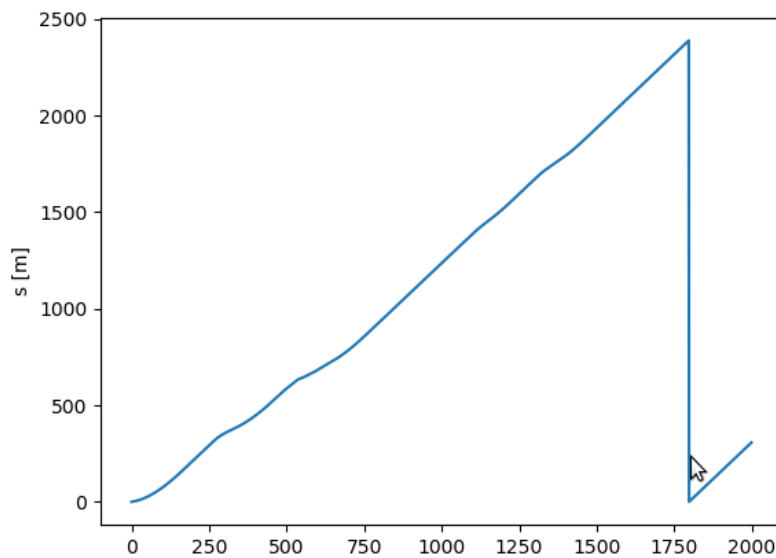


Σχήμα 22: Αποτελέσματα για $r\delta = 1$

4.2 Συνδυαστική προσέγγιση

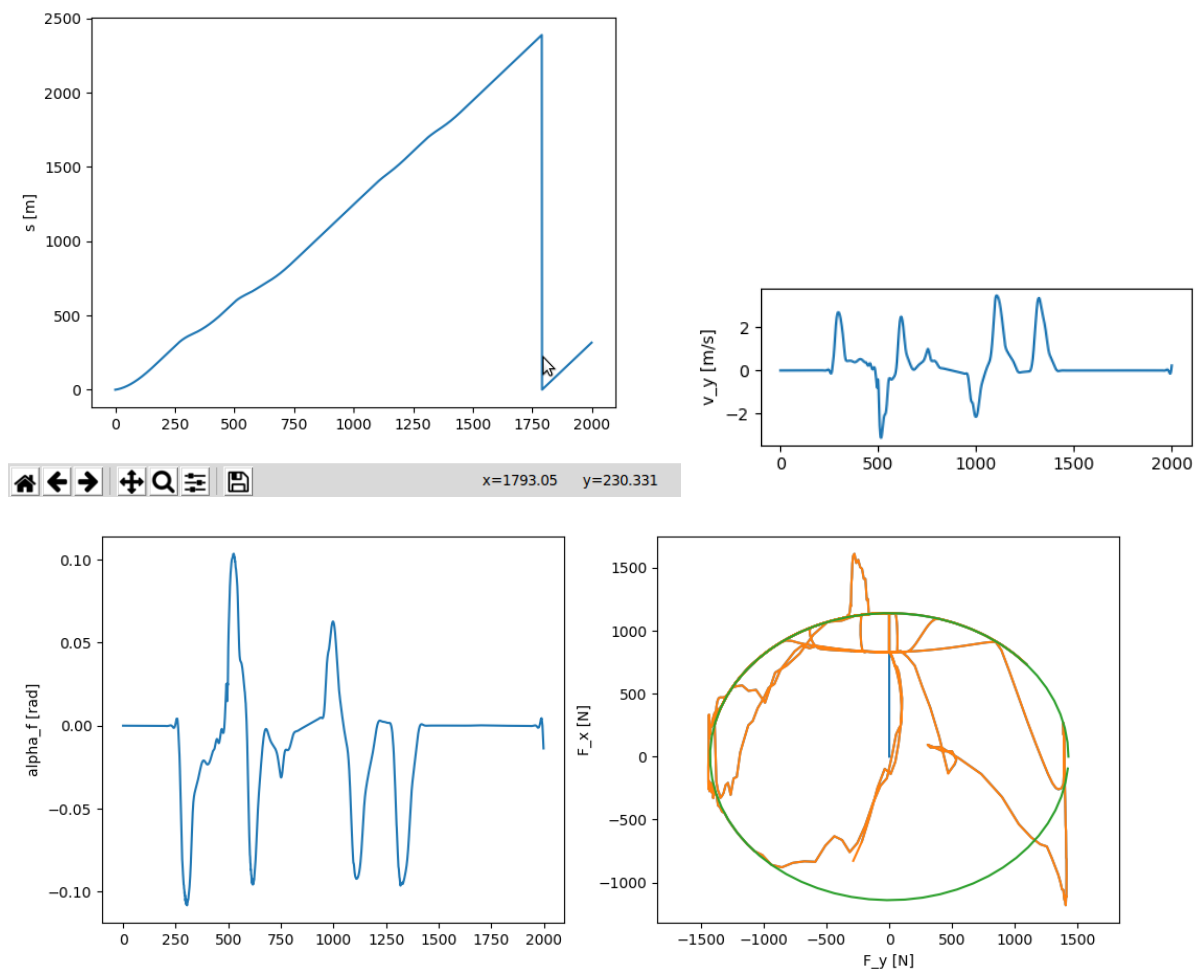
Σε αυτό το σημείο εξετάζονται συνδυαστικά όσα κόστη βελτίωσαν τον χρόνο. Αυτά είναι ουσιαστικά τα qL , qVs , qR , ωστόσο θα αρχίσουμε διατηρώντας το $qL = 1000$ καθώς, όπως αναφέρεται και στο κεφάλαιο 3, προτιμούνται μεγάλες τιμές στο συγκεκριμένο κόστος.

Έτσι, αρχικά, θέτουμε τα κόστη $qVs = 1$ και $qR = 0.01$ και βλέπουμε πολύ κακή συμπεριφορά με τεράστιες γωνίες ολίσθησης και δυνάμεις ελαστικών.



Αλλάζουμε τις τιμές των qVs , qR , ώστε να διαπιστώσουμε ποιό είναι η αιτία της ανώμαλης συμπεριφοράς. Όταν, λοιπόν, επαναφέρουμε το qVs στην αρχική του τιμή, βλέπουμε ότι τα αποτελέσματα είναι σχεδόν πανομοιότυπα με τα αρχικά, ενώ όταν επαναφέρουμε το qR στην αρχική του τιμή, τα δεδομένα έχουν την μορφή που φαίνονται στα προηγούμενα σχήματα. Συμπεραίνουμε, έτσι, ότι η μεταβολή του κόστους qVs είναι αυτή που δυσχεραίνει την λειτουργία του αλγορίθμου, παρόλο που προσφέρει ταχύτερη ολοκλήρωση του γύρου.

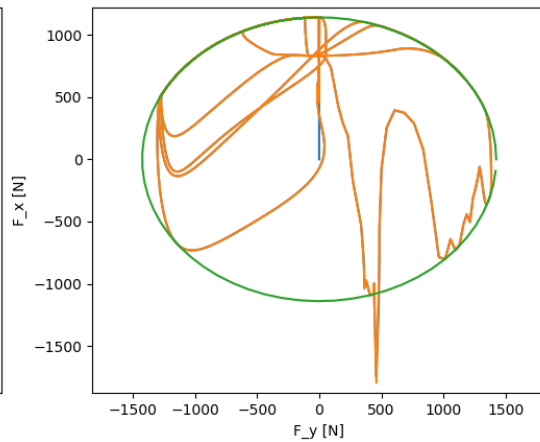
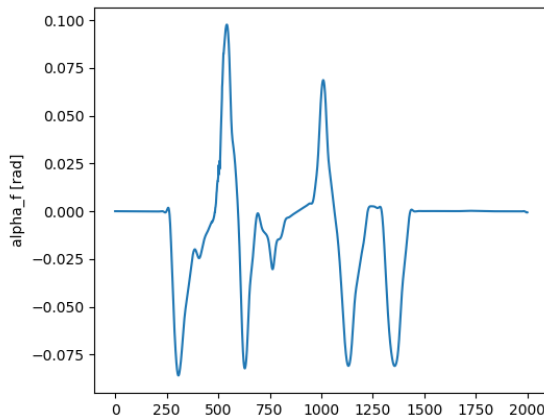
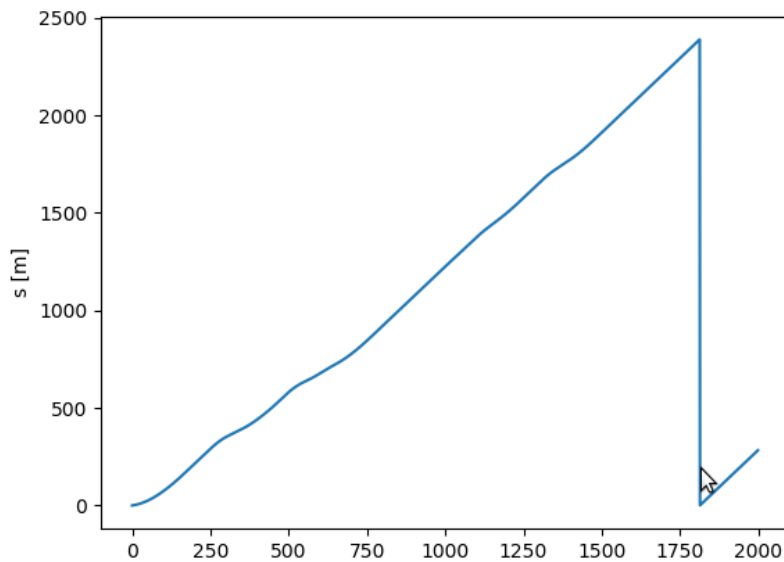
Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τα ίδια κόστη θέτοντας $qL = 10$. Αρχικά θέτουμε και τα άλλα δύο κόστη στις βέλτιστες τιμές τους, δηλ. $qVs = 1$, $qR = 0.01$.



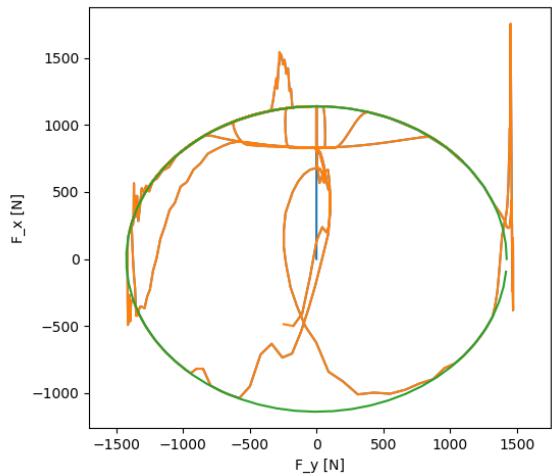
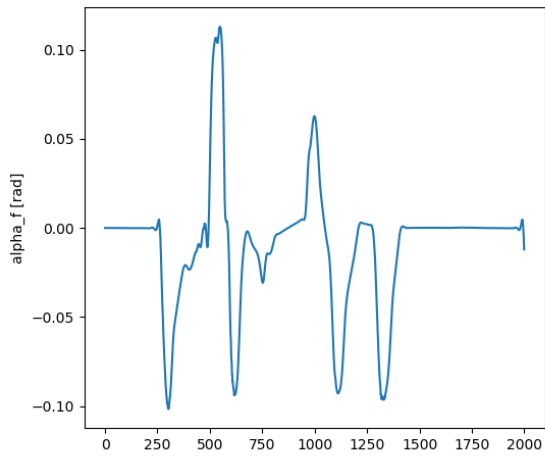
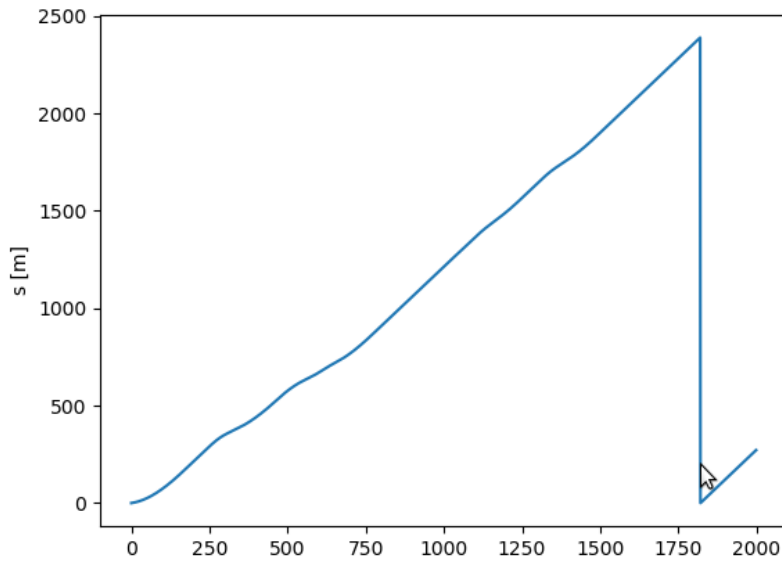
Παρατηρούμε πολύ μικρό χρόνο, περίπου 1793 δευτερόλεπτα, με τις δυνάμεις να βγαίνουν εκτός έλλειψης αλλά όχι σε τεράστιο βαθμό

όπως είδαμε σε προηγούμενες δοκιμές. Επίσης, οι πλευρικές ταχύτητες περιορίζονται στα 2 m/s όπως και με τα αρχικά κόστη όπου είχαμε ομαλή λειτουργία.

Στη συνέχεια θα εφαρμόσουμε τις αρχικές τιμές στα κόστη qVs , qR εναλλάξ για να δούμε αν μπορούμε να περιορίσουμε τις δυνάμεις των ελαστικών εντός της έλλειψης. Όταν επανέρχεται το qVs στην αρχική του τιμή επιτυγχάνεται χρόνο 1815 δευτερολέπτων, αλλά οι δυνάμεις των ελαστικών δεν περιορίζονται ολοκληρωτικά εντός της έλλειψης, όπως διαπιστώνουμε στις επόμενες εικόνες. Ωστόσο οι εγκάρσιες ταχύτητες του οχήματος περιορίζονται έως τα 2.5 m/s.

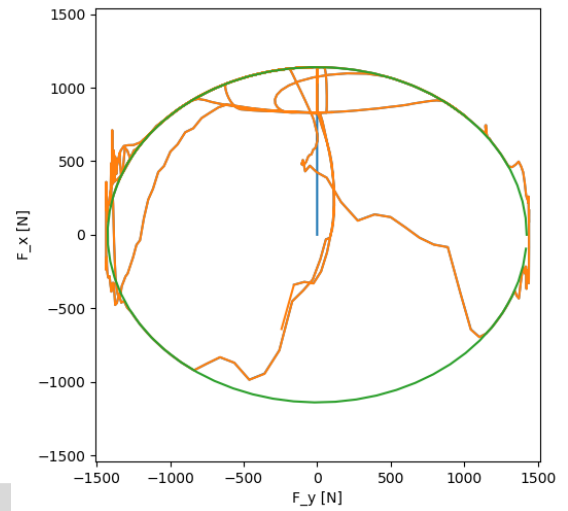
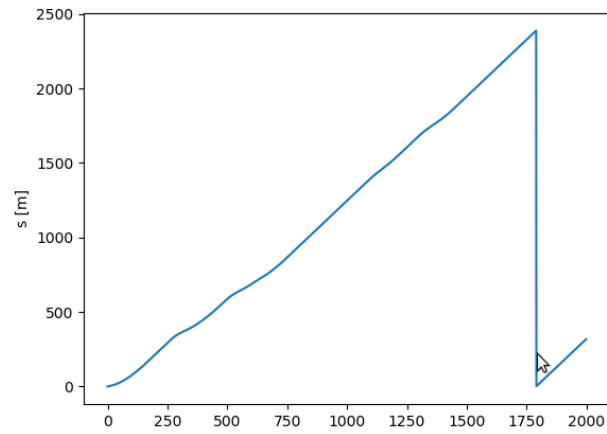


Στην περίπτωση που το qR επανέρχεται στην αρχική του τιμή, επιτυγχάνεται χρόνος περίπου 1820 sec, ενώ όπως και στην προηγούμενη περίπτωση οι δυνάμεις δεν περιορίζονται εντός της έλλειψης. Παρά ταύτα, βλέπουμε ότι μειώνοντας την τιμή του qL , οι δυνάμεις των ελαστικών και οι πλευρικές ταχύτητες έχουν πιο μικρές τιμές και είναι πιο κοντά στην έλλειψη.



Περαιτέρω μείωση αυτών των μεγεθών για πιο ομαλή λειτουργία προσπαθούμε να πετύχουμε δοκιμάζοντας ακόμα πιο μικρές τιμές στο κόστος qL . Εφαρμόζοντας, λοιπόν, $qL = 0.1$ βλέπουμε ότι επιτυγχάνε-

ται κάτι τέτοιο, καθώς βλέπουμε ότι οι δυνάμεις των ελαστικών είναι ελάχιστα εκτός των ορίων της έλλειψης και πολύ κοντά σε αυτά, αλλά επιτυγχάνεται και χρόνος 1795 δευτερολέπτων.



5 Συμπεράσματα και προτάσεις

Σε αυτήν την διπλωματική εργασία, κληθήκαμε να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα της αυτόνομης κίνησης σε αγωνιστικές συνθήκες. Στην βιβλιογραφία διαπιστώθηκε ότι παρ' όλο που γενικά στον τομέα της αυτονομίας έχει γίνει μεγάλη έρευνα και πρόοδος, σε αγωνιστικές συνθήκες η έρευνα είναι περιορισμένη. Ο προβλεπτικός έλεγχος έχει εδραιωθεί βέβαια ως η βέλτιστη λύση, παρ' όλη την περιορισμένη έρευνα και χρησιμοποιείται και στον αλγόριθμο που χρησιμοποιήθηκε σε αυτήν την εργασία.

Αυτός ο αλγόριθμος χρειάζεται ως είσοδο μόνο τον χάρτη της πίστας και την κατάσταση του αυτοκινήτου (θέση, κατεύθυνση, επιτάχυνση) και δίνει ως έξοδο μεταβλητές ελέγχου της επιτάχυνσης και της κατεύθυνσης, οι οποίες ελέγχουν τους αυτοματισμούς του γκαζιού, του φρένου και του τιμονιού. Βέβαια επιπλέον αλγόριθμοι χρειάζονται ώστε να παραχθεί ο χάρτης, όπως η μηχανική όραση, η αναγνώριση αντικειμένων και το SLAM, αλλά και ώστε να ελεγχθούν οι αυτοματισμοί.

5.1 Συμπεράσματα αποτελεσμάτων

Ο αλγόριθμος χρειαζόταν αλλαγές στις παραμέτρους του, καθώς είχε σχεδιαστεί για πολύ μικρότερη κλίμακα, τις οποίες έκανε ο Δρ. Liniger, ενώ ρυθμίστηκαν από εμένα και κάποιες παράμετροι του αυτοκινήτου (βάρος, ροπή αδράνειας, σταθερές ελαστικών) στα μέτρα του μονοθεσίου μας. Δυστυχώς ο αλγόριθμος αυτός δεν μπόρεσε να δοκιμαστεί σε κάποιες πίστες που δημιουργήθηκαν ψηφιακά (πιθανώς λόγω των πολυωνυμικών προσεγγίσεων των καμπυλών) και δοκιμάστηκε στο εγγενές του περιβάλλον. Τα αποτελέσματα αξιολογήθηκαν όπως δείξαμε με βάση τον χρόνο, αλλά και την ποιότητα κύλισης και τις δυνάμεις των ελαστικών. Όπως είδαμε, η μείωση του κόστους qR κατά 2 τάξεις μεγέθους έφερε μία βελτίωση στον χρόνο χωρίς να επηρεάσει αρνητικά την ποιότητα κύλισης. Επίσης μεγάλη βελτίωση διαπιστώθηκε στις

συνδυαστικές αλλαγές των qVs , qL . Σε αυτή την περίπτωση όμως θα πρέπει να επιβεβαιωθεί αν η μείωση του κόστους qL είναι κάτι θεμιτό σε πραγματικές δοκιμές με το αυτοκίνητο.

5.2 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Στο κομμάτι της μηχανικής όρασης έχει γίνει αρκετή έρευνα στην ομάδα Κένταυρος και έχουμε αρκετά αποτελέσματα, πρέπει να αναπτυχθεί όμως ομοίως και το κομμάτι της χαρτογράφησης (SLAM) που αποτελεί ακρογωνιαίο λίθο για το κομμάτι του ελέγχου που εξετάστηκε σε αυτήν την εργασία. Επίσης, εαν το μονοθέσιο τροφοδοτείται από μηχανή εσωτερικής καύσης και όχι ηλεκτροκινητήρα, ίσως πρέπει να μοντελοποιηθεί ανάλογα το κομμάτι της επιτάχυνσης στον αλγόριθμο, εαν τα πραγματικά αποτελέσματα στις δοκιμές έχουν μεγάλη απόκλιση απ' την πραγματικότητα. Επιπλέον, ένας τελευταίος παράγοντας ανακρίβειας μπορεί πιθανώς να είναι οι παράμετροι των ελαστικών, παρ' όλη την ομοιότητά τους με αυτά των οποίων οι παράμετροι υιοθετήθηκαν. Τέλος, η εφαρμογή αυτού του αλγορίθμου σε ένα ολοκληρωμένο σύστημα μπορεί να είναι πολύ απαιτητική οπότε μπορεί να είναι φρόνιμο στην αρχή των δοκιμών να εφαρμοστεί κάποιος απλούστερος αλγόριθμος (όπως ένας pure-pursuit controller) για να τελειοποιηθούν οι περιφερειακοί αλγόριθμοι, ενώ όταν γίνει αυτό μπορεί να δοκιμαστεί και κάποιου είδους PID controller με ανάδραση ή και πρόσδραση, για πιο απαιτητικές συνθήκες οδήγησης.

References

- [1] A. Liniger. *Path Planning and Control for Autonomous Racing*. PhD thesis, 2018.
- [2] M. Buehler, K. Iagnemma, and S. Singh. *The 2005 DARPA Grand Challenge: The Great Robot Race*. Springer, 2007.
- [3] K. Kritayakirana and C. Gerdes. Using the centre of percussion to design a steering controller for an autonomous race car. *Vehicle System Dynamics*, 50:33–51, 2012.
- [4] Frazzoli E. Velenis, E. and Tsiotras P. On steady-state cornering equilibria for wheeled vehicles with drift. pages 3545–3550. 48th IEEE Conference on Decision and Control, 2009.
- [5] C. Voser, Rami Y.H., and Gerdes J.C. Analysis and control of high sideslip manoeuvres. *Vehicle System Dynamics*, 48:317–336, 2010.
- [6] S.D. Pendleton, H. Andersen, X. Du, X. Shen, M. Meghjani, Y.H. Eng, D. Rus, and M.H. Ang. Perception, planning, control and coordination for autonomous vehicles. *Machines*, 5(1):6, 2017.
- [7] F. Borrelli, P. Falcone, T. Keviczky, J. Asgari, and D. Hrovat. Mpc-based approach to active steering for autonomous vehicle systems. *International journal of vehicle autonomous systems*, 3(2-4):265–291, 2005.
- [8] P. Falcone, F. Borrelli, J. Asgari, H.E. Tseng, and D. Hrovat. Predictive active steering control for autonomous vehicle systems. *IEEE Transactions on control systems technology*, 15(3):566–580, 2007.
- [9] T. Besselmann and M. Morari. Hybrid parameter-varying model predictive control for autonomous vehicle steering. *European Journal of Control*, 14(5):418–431, 2008.

- [10] E. Velenis, P. Tsiotras, and J. Lu. Modeling aggressive maneuvers on loose surfaces: The cases of trail-braking and pendulum-turn. In *2007 European Control Conference (ECC)*, pages 1233–1240. IEEE, 2007.
- [11] J.V. Frasch, A. Gray, M. Zanon, H. Joachim Ferreau, S. Sager, F. Borrelli, and M. Diehl. An auto-generated nonlinear mpc algorithm for real-time obstacle avoidance of ground vehicles. In *2013 European Control Conference (ECC)*, pages 4136–4141. IEEE, 2013.
- [12] Y. Gao, T. Lin, F. Borrelli, E. Tseng, and D. Hrovat. Predictive control of autonomous ground vehicles with obstacle avoidance on slippery roads. In *Dynamic systems and control conference*, volume 44175, pages 265–272, 2010.
- [13] J. Kabzan, M. Valls, V. Reijgwart, H. Hendrikx, C. Ehmke, M. Pranjapat, A. Bühler, N. Gosala, M. Gupta, R. Sivanesan, et al. Amz driverless: The full autonomous racing system. *Journal of Field Robotics*, 37(7):1267–1294, 2020.
- [14] R. Rajamani. *Vehicle dynamics and control*, pages 27–31, 359–366. Springer Science & Business Media, 2011.
- [15] A. Liniger and A. Domahidi. Optimization-based autonomous racing of 1:43 scale rc cars. *Optimal Control Applications and Methods*, 36(5):628–647, 2015.
- [16] H.B. Pacejka and R.S. Sharp. Shear force development by pneumatic tyres in steady state conditions: a review of modelling aspects. *Vehicle system dynamics*, 20:121–175, 1991.
- [17] J.C. Dixon and Society of Automotive Engineers. *Tires, suspension, and handling*. Society of Automotive Engineers Warrendale, PA, 1996.
- [18] H.B. Pacejka and E. Bakker. The magic formula tyre model, tyre models for vehicle dynamic analysis: Proc. 1st int. In *Colloquium*

on Tyre Models for Vehicle Dynamic Analysis, Swets & Zeitlinger, Lisse, volume 1, page 18, 1993.

- [19] T. Faulwasser, Kern, B., and R. Findeisen. Model predictive path-following for constrained nonlinear systems. pages 8642–8647. 48th IEEE Conference on Decision and Control, 2009.
- [20] D. Lam, C. Manzie, and M. Good. Model predictive contouring control. In *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 6137–6142. IEEE, 2010.