ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΜΣ Εφαρμοσμένη Οικονομική

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Διπλωματική Εργασία

Δυναμική οικονομική ανάλυση μιας επιχείρησης

Ο ρόλος της διαφήμισης

Μάριος Αραμπατζής

Επιβλέπων: Λουκάς Ζαχείλας, Αναπλ. Καθηγητής

Βόλος, 2020

Υπεύθυνη Δήλωση Πρωτοτυπίας Διπλωματικής Εργασίας

Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στη διπλωματική εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η διπλωματική εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών στην Εφαρμοσμένη Οικονομική του Τμήματος Οικονομικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Βόλος, Μάιος 2020

Στον ανιψιό μου

Γιώργο-Αντώνη

Με την προσμονή να τη διαβάσει.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Λουκά Ζαχείλα για την πολύτιμη καθοδήγηση του, κατά την διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας, χωρίς την οποία δε θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί. Όσα έμαθα από τις διαλέξεις του μαθήματος «Εφαρμοσμένα Μαθηματικά» και από τις κατ' ιδίαν συναντήσεις μας ήταν καθοριστικά για την έρευνα που πραγματοποίησα.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την ηθική και οικονομική τους συμπαράσταση καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου σε προπτυχιακό και μεταπτυχιακό επίπεδο.

Τέλος, ευχαριστώ το Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας και το τμήμα των Οικονομικών Επιστημών που μου έδωσε την ευκαιρία να συνεχίσω τις σπουδές μου, μετά το προπτυχιακό μου στα μαθηματικά, σε εξαιρετικές συνθήκες.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι να πραγματοποιήσει μια οικονομική ανάλυση μιας επιχείρησης με κύριο παράγοντα τον ρόλο που διαδραματίζει η διαφήμιση στη διαμόρφωση της ζήτησης των προϊόντων της. Για να επιτευχθεί αυτό «κατασκευάστηκαν» και παρουσιάζονται ορισμένα δυναμικά μοντέλα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το σκοπό αυτόν. Αρχικά, γίνεται μια ανασκόπηση της ήδη υπάρχουσας βιβλιογραφίας με βασικό πυλώνα τα δυναμικά συστήματα και εφαρμογές τους στα διάφορα είδη αγοράς. Η κατηγοριοποίηση τους γίνεται βάσει του βαθμού ανταγωνισμού ενώ παρουσιάζονται και ήδη υπάρχοντα μοντέλα διαφήμισης. Η εργασία συνεχίζεται περιγράφοντας το θεωρητικό υπόβαθρο που αποτελεί απαραίτητη εισαγωγή του πρακτικού μέρους της εργασίας. Αναλύονται οι λειτουργίες των δυναμικών συστημάτων και οι διαφορές τους από τα στατικά μοντέλα περιγραφής των μικροοικονομικών λειτουργιών, ενώ γίνεται μια ιστορική αναδρομή των επιχειρήσεων, της διαφήμισης και της μικροοικονομίας. Στο πρακτικό μέρος της εργασίας, αρχικά, παρουσιάζονται δυναμικά μοντέλα που περιγράφουν της εξέλιξη της ζήτησης των προϊόντων μιας μονοπωλιακής επιχείρησης βάσει της διαφημιστικής δαπάνης στα social media και στο YouTube. Αυτά, τα μοντέλα, είναι σε διακριτό χρόνο και είναι είτε γραμμικά είτε μη γραμμικά. Στη συνέχεια παρουσιάζεται και αναλύεται η εξέλιξη της ζήτησης βάσει των διαφημιστικών δαπανών δύο επιχειρήσεων που αποτελούν δυοπώλιο. Αυτό επιτυγχάνεται με το δυναμικό μοντέλο σε συνεχή χρόνο που κατασκευάσαμε και την σταδιακή προσθήκη όρων σε αυτό. Τέλος, γίνεται μια ανασκόπηση όλων των αποτελεσμάτων, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που εξήχθησαν από την ανάλυση των μοντέλων και γίνονται προτάσεις για περαιτέρω, μελλοντική, έρευνα.

Λέξεις κλειδιά: μικροοικονομία, μονοπώλιο, δυοπώλιο, δυναμικά συστήματα, διαφήμιση, οικονομική ανάλυση

ABSTRACT

The purpose of this master thesis is to attempt an economic analysis of a company with the main role played by advertising in shaping the demand for its products. In order to achieve this, some dynamical models have been "built" and presented that can be used for this purpose. Firstly, a review of the existing literature is based on the dynamical systems and their applications in the various types of markets. Their categorization is based on the degree of competition and existing advertising models are presented. The study continues by describing the theoretical background which is a necessary introduction to the practical part of the study. The functions of dynamical systems and their differences from the static models are described and microeconomic functions are analyzed while a historical review of businesses, advertising and microeconomics is made. In the practical part of the study, initially, dynamical models that describe the evolution of the demand for the products of a monopoly company are described based on the advertising expenditure on social media and YouTube. These models are in discrete time and are either linear or non-linear. Then, the evolution of demand is presented and analyzed based on the advertising expenses of two companies that constitute a duopoly. This is achieved with the dynamical model in a continuous time that we built and the gradual addition of terms to it. Finally, we present our results, the conclusions drawn from the analysis of the models and suggestions are made for further, future, research.

Keywords: microeconomics, monopoly, duopoly, dynamical systems, advertising, economic analysis

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Ο όρος δυναμικό δηλώνει κάθε σύστημα, σύμφωνα με τους Boucekkine et. al (1997), σε οποιαδήποτε επιστήμη συμπεριλαμβανομένης και της οικονομικής που εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου. Αν σε κάποια χρονική στιγμή όπως είναι η αρχική στιγμή $t = 0$ παρατήρησης της κατάστασης του δυναμικού συστήματος ορίζεται η εξέλιξη (μελλοντική και παρελθοντική) λέμε ότι πρόκειται για ντετερμινιστικό σύστημα. Η έννοια του δυναμικού συστήματος έχει τις ρίζες της στη Νευτώνεια μηχανική. Εκεί, όπως και σε άλλες φυσικές επιστήμες, η εξέλιξη των δυναμικών συστημάτων είναι μια πεπλεγμένη σχέση, που δίνει την κατάσταση του συστήματος για ένα μόνο σύντομο χρονικό διάστημα στο μέλλον. Για να προσδιορίσουμε την κατάσταση για όλους τους μελλοντικούς χρόνους απαιτείται η επανάληψη της σχέσης πολλές φορές - κάθε φορά από ένα μικρό βήμα. Η επαναληπτική διαδικασία αναφέρεται ως επίλυση του συστήματος ή ολοκλήρωση του συστήματος. Αν το σύστημα μπορεί να λυθεί, δίνοντας ένα αρχικό σημείο είναι δυνατόν να καθοριστούν όλες οι μελλοντικές του θέσεις, μια συλλογή από σημεία που είναι γνωστή ως τροχιά.

Σύμφωνα με τον Gandolfo (1997) η Οικονομική Δυναμική ταυτίζεται με εκείνα τα τμήματα της οικονομικής θεωρίας όπου κάθε ποσότητα πρέπει να είναι χρονολογημένη.

Ένα υπόδειγμα το οποίο δεν αναφέρεται στην αλλαγή του χρόνου καλείται στατικό. Αντίθετα, όταν θέλουμε να προσδιορίσουμε την αλλαγή του χρόνου που συντελείται μεταξύ δύο σταθερών σημείων πρέπει να μελετήσουμε δυναμικά υποδείγματα. Αυτή είναι και η κύρια διαφορά ανάμεσα σε ένα στατικό και ένα δυναμικό υπόδειγμα ή σύστημα. Κάποιες ακόμα διαφορές είναι ότι στο πρώτο δεν παρουσιάζεται ο τρόπος που αλλάζει ένα σύστημα αλλά μόνο οι συνθήκες που δημιουργούν την ισορροπία ενώ δεν εξετάζει και την αστάθεια του συστήματος κάτι που κάνει ένα δυναμικό υπόδειγμα. Τέλος, σημαντική διαφορά ανάμεσα στα δύο είναι ότι τα στατικά υποδείγματα απέχουν αρκετά από την πραγματικότητα αφού λαμβάνουν υπόψιν τους μη ρεαλιστικές υποθέσεις όπως π.χ. η απόλυτη γνώση ή ο τέλειος ανταγωνισμός.

Μία ισορροπία ενός υποδείγματος είναι η περιοχή όπου δεν υπάρχει λόγος για το σύστημα να κινηθεί. Στην ζήτηση και στην προσφορά για παράδειγμα υπάρχει ισορροπία όταν αυτά τα δύο είναι ίσα. Η τιμή που καθορίζει αυτή την ισορροπία αναφέρεται ως τιμή ισορροπίας.

Τα δυναμικά συστήματα πλέον συναντώνται σε πολλές επιστήμες όπως της ψυχιατρικής και της ιατρικής γενικότερα, της μηχανικής, της οικολογίας και φυσικά στον τομέα της Οικονομίας, ο οποίος θα παρουσιασθεί στην παρούσα εργασία.

Συγκεκριμένα, θα γίνει προσπάθεια να αναλυθεί ο ρόλος της διαφήμισης για τις διάφορες μορφές επιχειρήσεων. Σύμφωνα με τον Colley (1961) η διαφήμιση ορίζεται ως «μαζική αμειβόμενη επικοινωνία, ο απώτερος σκοπός της οποίας είναι η διάδοση πληροφοριών, η ανάπτυξη στάσεων και η ανάληψη δράσης ωφέλιμης για τον διαφημιζόμενο»

Ο Sutton (1974) θεωρεί ως δεδομένο ότι οι επιχειρήσεις διαφημίζονται με σκοπό να αυξήσουν, μακροπρόθεσμα, τα κέρδη τους, ενώ προσθέτει ότι η επιχείρηση δεν μπορεί να προβλέψει με ακρίβεια τα οφέλη της. Οι δαπάνες όμως για διαφήμιση εξαρτώνται άμεσα από τα προσδοκώμενα κέρδη που αυτή θα επιφέρει.

Στην παρούσα εργασία θα παρουσιαστούν μοντέλα που περιγράφουν την ζήτηση επιχειρήσεων που δραστηριοποιούνται σε μία μονοπωλιακή ή δυοπωλιακή αγορά, οι οποίες αποτελούν 2 κατηγορίες αγορών με κριτήριο διαχωρισμού, σύμφωνα με τη σύγχρονη μικροοικονομική θεωρία, τον ανταγωνισμό.

Η μικροοικονομική, σύμφωνα με τον Chacholiades (1990), αποτελεί έναν από τους δύο διαφορετικούς κλάδους της οικονομικής επιστήμης με δεύτερο αυτόν της μακροοικονομικής. Η μικροοικονομική ασχολείται με την οικονομική συμπεριφορά μικρών οικονομικών μονάδων όπως νοικοκυριά, επιχειρήσεις, βιομηχανίες κ.α.. Στην πραγματικότητα, αναφέρει, ότι η διάκριση μεταξύ μικροοικονομίας και μακροοικονομίας είναι τεχνητή αφού οι αποφάσεις για την κατανάλωση, τις επενδύσεις και την απασχόληση, με την μελέτη των οποίων ασχολείται η μακροοικονομία, λαμβάνονται από τις μικρομονάδες της οικονομίας. Έτσι οι βασικές αρχές της οικονομικής θεωρίας είναι εκείνες οι οποίες εξετάζουν την συμπεριφορά των μικρομονάδων.

Η δομή της εργασίας είναι η ακόλουθη:

Αρχικά, γίνεται μια προσπάθεια προσέγγισης των δυναμικών συστημάτων και των εφαρμογών τους στην μικροοικονομία και συγκεκριμένα στις μορφές του ανταγωνισμού μέσω της παρουσίασης της ήδη υπάρχουσας βιβλιογραφίας. Στην συνέχεια, επιχειρείται μία ιστορική ανασκόπηση με βασικούς βραχίονες την εξέλιξη των επιχειρήσεων σε Ευρώπη, Αμερική και παγκοσμίως, την πρόοδο στις μεθόδους και τα μέσα διαφήμισης ανά τους αιώνες και την πρόοδο που έχει επιτευχθεί στην μικροοικονομία. Στο τελευταίο κομμάτι της θεωρητικής παρουσίασης αναπτύσσονται σημαντικοί ορισμοί που είναι απαραίτητοι για την κατανόηση του πρακτικού μέρους που ακολουθεί. Συγκεκριμένα, αναδεικνύεται η σημαντικότητα της έρευνας των δυναμικών συστημάτων γενικότερα στις επιστήμες και ειδικότερα στην οικονομική επιστήμη ενώ δίνονται λεπτομέρειες για τις έννοιες γύρω από αυτά.

Στη συνέχεια, ακολουθεί το πρακτικό κομμάτι της εργασίας όπου παρουσιάζονται τα διαφορά μοντέλα που κατασκευάστηκαν στα πλαίσια αυτής. Ξεκινάμε με το γραμμικό μοντέλο διαφήμισης στα social media και την ανάλυση του ενώ ακολουθεί το μη γραμμικό μοντέλο διαφήμισης στα social media με την ανάλυση του. Στο επόμενο κεφάλαιο αναλύεται το μη γραμμικό μοντέλο της διαφήμισης στην πλατφόρμα του YouTube. Το μοντέλο, διαφήμισης, δύο επιχειρήσεων που αποτελούν δυοπώλιο, ακολουθεί, και περιγράφεται ένα πλήθος περιπτώσεων που το απαρτίζουν. Στην επόμενη υποενότητα προσθέτουμε σε αυτόν έναν ακόμα όρο και τέλος περιγράφεται η κατασκευή του τελικού πια μοντέλου διαφήμισης στο δυοπώλιο.

Στο τελευταίο κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα που εξήγαμε από όλη την έρευνα που περιγράψαμε παραπάνω και γίνονται διάφορες προτάσεις για μελλοντική έρευνα πάνω στα δυναμικά συστήματα που υπολογίζουν την μεταβολή της ζήτησης μιας επιχείρησης συναρτήσει του χρόνου λόγω της διαφημιστικής δαπάνης της.

Οι υπολογισμοί και τα διαγράμματα έγιναν με τα υπολογιστικά πακέτα Maxima, E&F Chaos και το Microsoft Excel.

Κεφάλαιο 2

Βιβλιογραφική ανασκόπηση

2.1 Μονοπώλιο

Μονοπώλιο, σύμφωνα με τον Varian (2002), υπάρχει όταν σε μία αγορά δραστηριοποιείται μόνο ένας πωλητής και πολλοί «μικροί» αγοραστές. Δεν υπάρχουν κοντινά υποκατάστατα του προϊόντος που να πωλούνται από άλλες επιχειρήσεις ενώ παράλληλα υπάρχει αδυναμία εισόδου ανταγωνιστών στην αγορά είτε λόγω περιορισμών της νομοθεσίας είτε επειδή δεν μπορεί κάποιος άλλος να παράξει το ίδιο προϊόν. Στην τελευταία περίπτωση μιλάμε για «φυσικό» μονοπώλιο. Άλλοι λόγοι που προκαλούν το μονοπώλιο είναι η κατοχή μιας ευρεσιτεχνίας, ο σχηματισμός καρτέλ και οι μεγάλες οικονομίες κλίμακας.

Επιπλέον, η επιχείρηση θεωρείται «ορθολογική» (rational). Αυτό σημαίνει ότι διαθέτει πλήρη ενημέρωση και γνώση της ζήτησης χωρίς καμία χρονική καθυστέρηση και έτσι είναι αρκετό να επιλέξει την τιμή ή την ποσότητα των προϊόντων που θα πωλήσει έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της. Δεδομένου αυτού δεν χρειάζεται την μελέτη των δυναμικών συστημάτων για να κάνει την βέλτιστη επιλογή ποσότητας ή τιμής.

Στην πραγματικότητα τα παραπάνω δεν ισχύουν. Οι επιχειρήσεις έχουν περιορισμένη και μη στιγμιαία ενημέρωση για τη ζήτηση. Έτσι, αποδεικνύεται δύσκολη υπόθεση η «μετακίνηση» στο βέλτιστο σημείο με την πρώτη προσπάθεια και γίνονται απαραίτητες οι δοκιμές ώστε αυτό να επιτευχθεί. Επιπλέον, κατά τις δοκιμές που αναφέραμε οι επιχειρήσεις έχουν να αντιμετωπίσουν και τις χρονικές καθυστερήσεις, όσον αφορά την πληροφόρηση, που εμπλέκονται στη διαδικασία εύρεσης βέλτιστης λύσης. Λαμβάνοντας υπόψιν όλα αυτά θεωρούμε ότι τελικά η επιχείρηση είναι «περιορισμένα ορθολογική» (boundedly rational) και λόγω αυτού γίνεται απαραίτητη η μελέτη των δυναμικών μοντέλων που θα συμπεριλάβουν τις όποιες χρονικές καθυστερήσεις στην εξαγωγή αποτελέσματος.

Σύμφωνα με τους Matsumoto και Szidarovszky (2012) οι χρονικές καθυστερήσεις μπορούν να είναι είτε «σταθερές» (fixed) είτε «συνεχείς» (continuously distributed) ενώ η επιλογή του χρόνου, δηλαδή συνεχής ή διακριτός είναι θέμα συζήτησης. Από την άλλη ο Shone στο βιβλίο του “An introduction to economic dynamics” (2001) υποστηρίζει ότι οι επιχειρήσεις δεν παίρνουν αποφάσεις σε συνεχή χρόνο και άρα ένα διακριτό μοντέλο απεικονίζει καλύτερα την πραγματικότητα.

Οι Matsumoto και Szidarovszky (2012) επιχείρησαν να κάνουν μια δυναμική ανάλυση του μονοπωλίου σε συνεχή χρόνο. Στα πρώτα δύο μέρη εξετάζουν την επίδραση, της μίας σταθερής χρονικής καθυστέρησης και των δύο σταθερών χρονικών καθυστερήσεων, στα δυναμικά συστήματα. Στο τρίτο μέρος επιβεβαιώνουν αριθμητικά τα ολικά και τοπικά δυναμικά συστήματα. Τα συμπεράσματα που εξάγονται από την έρευνα είναι ότι η ευστάθεια αλλάζει σε αστάθεια μόνο μια φορά στην περίπτωση της μίας χρονικής καθυστέρησης ενώ η εναλλαγή αυτή συνεχίζεται στην περίπτωση των δύο χρονικών καθυστερήσεων.

Αναλυτικότερα, θεωρούν τη γραμμική συνάρτηση της τιμής:

$$p(q) = a - bq, \text{ με } \alpha, b > 0 \tag{2.1.1}$$

και του κόστους:

$$c(q) = cq, \text{ με } c > 0 \tag{2.1.2}$$

και άρα η συνάρτηση του κέρδους γίνεται:

$$\pi(q) = p(q)q - c(q) = (a - bq)q - cq \tag{2.1.3}$$

Ορίζεται η εκτιμώμενη τιμή q^e του παραγόμενου προϊόντος λαμβάνοντας υπόψιν την τιμή στο παρελθόν και η οποία πιστεύεται ότι είναι κοντά στην πραγματική τιμή. Έτσι η παράγωγος του κέρδους στην τιμή q^e θα είναι:

$$\frac{d\pi^e}{dq^e} = a - c - 2bq^e \tag{2.1.4}$$

ενώ η βαθμίδα (gradient) είναι:

$$\dot{q} = \alpha(q)\frac{d\pi^e}{dq^e} \tag{2.1.5}$$

Στη συνέχεια υποθέτουμε ότι $\alpha(q) = \alpha q$ με $\alpha > 0$ και η βαθμίδα γίνεται:

$$\dot{q}(t) = \alpha q(t)[a - c - 2bq^e(t)] \tag{2.1.6}$$

όπου t συνεχής χρόνος.

Εν συνεχεία, υποθέτουμε ότι $q^e(t) = q(t-\tau)$, δηλαδή ότι η εκτιμώμενη ζήτηση ισούται με την ζήτηση τον χρόνο $t-\tau$, $\tau > 0$. Έτσι καταλήγουμε στην εξίσωση

$$\dot{q}(t) = \alpha q(t)[a-c-2bq(t-\tau)] \tag{2.1.7}$$

με δύο σταθερά σημεία το τετριμμένο $q(t) = 0$ και το μη τετριμμένο

$$q^M = \frac{a-c}{2b}$$

το οποίο καλούμε ισορροπία μονοπωλίου και για το οποίο ισχύει ότι $\alpha > c$.

Μετά από τροποποιήσεις στην εξίσωση (2.1.7), καταλήγουν σε ένα θεώρημα σύμφωνα με το οποίο:

« Η (2.1.7) έχει μία τιμή κατώφλι $\tau^* = \frac{\pi}{2\alpha(a-c)}$ για το οποίο όταν ισχύει $0 < \tau < \tau^*$ η μονοπωλιακή ισορροπία είναι τοπικά ασυμπτωτικά σταθερή όταν $\tau > \tau^*$ είναι σταθερά ασταθής και υποβάλλεται σε διακλάδωση Hopf όταν $\tau = \tau^*$».

Στο επόμενο μέρος της μελέτης οι συγγραφείς εξετάσανε την περίπτωση όπου

$$q^e = \omega q(t-\tau_1) + (1-\omega)q(t-\tau_2) \tag{2.1.8}$$

με $0 < \omega < 1$

βασισμένοι στον σταθμισμένο μέσο όρο δυο διαφορετικών παρελθοντικών χρόνων.

Με δεύτερη έρευνά τους οι Matsumoto και Szidarovszky (2012) αντικαθιστώντας την παραπάνω σταθερή χρονική καθυστέρηση με τη συνεχή καθυστέρηση προσπαθούν να ολοκληρώσουν την ανάλυση της ευστάθειας συγκρίνοντας την ισορροπία με την σταθερή καθυστέρηση με αυτή της συνεχούς καθυστέρησης. Συγκεκριμένα, επιβεβαιώνουν αριθμητικά ότι η συνεχής χρονική καθυστέρηση έχει μια τιμή στην οποία η ισορροπία του μονοπωλίου χάνει τη σταθερότητα η οποία, όπως παρατηρούν, εναλλάσσεται από ευστάθεια σε αστάθεια για μία μικρή χρονική καθυστέρηση και το αντίθετο για μία μεγάλη καθυστέρηση. Τέλος, το σημείο ισορροπίας γίνεται ασταθές και δεν ξαναγίνεται ευσταθές αν η εκτιμώμενη ζήτηση «σχηματίζεται» μόνο από προηγούμενα δεδομένα.

Με τρίτη τους εργασία που δημοσίευσαν οι Matsumoto και Szidarovszky (2014) αναλύουν τα δυναμικά συστήματα του μονοπωλίου αλλά αυτή τη φορά σε διακριτό χρόνο. Τα ευρήματα τους συνοψίζονται στα εξής: Στην περίπτωση της μίας χρονικής καθυστέρησης όπου η τιμή της προσδοκώμενης ζήτησης είναι ίση με τη ζήτηση της προηγούμενης περιόδου παρατηρείται ότι η σταθερή κατάσταση υφίσταται έναν διπλασιασμό περιόδου. Στις περιπτώσεις των δύο και τριών χρονικών καθυστερήσεων φαίνεται ότι η σταθερή κατάσταση περνάει στα σύνθετα δυναμικά συστήματα μέσω είτε του διπλασιασμού περιόδου είτε της Neimark-Sacker διακλάδωσης ανάλογα των τιμών των παραμέτρων. Τέλος, τα θεωρητικά αποτελέσματα αποδεικνύονται και αριθμητικά ενώ αναλύεται και η περίπτωση της γεωμετρικής υστέρησης ώστε να παρουσιαστεί η γέννηση της διακλάδωσης του διπλασιασμού της περιόδου.

2.2 Δυοπώλιο

Στην οικονομία αναγνωρίζονται δύο είδη αγοράς: το μονοπώλιο και ο ανταγωνισμός. Το πρώτο το είδαμε στην παράγραφο 2.1. Στο δεύτερο υπάρχουν πολλές επιχειρήσεις και μικρές σε σχέση με το σύνολο της αγοράς. Έτσι είναι παθητικοί δέκτες της τιμής που διαμορφώνεται από το σύνολο της αγοράς και έτσι δεν καθορίζεται από τις κινήσεις τους. Λόγω των παραπάνω η μελέτη του ολιγοπωλίου είναι πολύπλοκη.

Μία μορφή ανταγωνισμού είναι αυτή όπου στην αγορά υπάρχουν δύο ανταγωνιστές. Αυτό το είδος ανταγωνισμού ονομάζεται δυοπώλιο. Στο δυοπώλιο και οι δύο παίχτες λαμβάνουν υπόψιν τους εκτός από την συμπεριφορά των καταναλωτών και τις αντιδράσεις του ανταγωνιστή τους.

Στην έρευνα του ο T. Puu (1991) αρχικά παρουσιάζεται το υπόδειγμα Cournot. Θεωρεί την αντίστροφη συνάρτηση της ζήτησης της αγοράς:

$$p = \frac{1}{(x+y)} \tag{2.2.1}$$

με τον παρονομαστή να δηλώνει το σύνολο της προσφοράς του αγαθού των δύο ανταγωνιστών.

Υποθέτοντας ότι τα κόστη των δύο επιχειρήσεων είναι αντίστοιχα ax και by οι εξισώσεις του κέρδους γίνονται:

Για την επιχείρηση 1:

$$\Pi_1 = \frac{x}{x+y} - ax \qquad (2.2.2a)$$

Για την επιχείρηση 2:

$$\Pi_2 = \frac{y}{x+y} - by \qquad (2.2.3a)$$

Η (2.2.2a) δηλώνει το κέρδος της επιχείρησης 1 δοθέντος του y και αντίστοιχα η (2.2.3b) δηλώνει το κέρδος της επιχείρησης 2 δοθέντος του κέρδους x.

Η κάθε επιχείρηση για να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της πρέπει να παραγωγίσει μερικώς τις (2.2.2a) και (2.2.3b) ως προς x και y αντίστοιχα και να θέσεις αυτές τις παραγώγους ίσες με το μηδέν. Έτσι καταλήγουμε στα παρακάτω:

$$x(y) = \sqrt{\frac{y}{a}} - y \qquad (2.2.4)$$

και:

$$y(x) = \sqrt{\frac{x}{b}} - x \qquad (2.2.5)$$

Οι (2.2.4) και (2.2.5) ονομάζονται εξισώσεις των αντιδράσεων Cournot και εκφράζουν την βέλτιστη συμπεριφορά τη κάθε επιχείρησης όταν η άλλη επιχείρηση δρα.

Έτσι, για να βρούμε το μέγιστο κέρδος αντικαθιστούμε τις εξισώσεις (2.2.4) και (2.2.5) στις εξισώσεις (2.2.2a) και (2.2.3a) αντίστοιχα παίρνοντας τα ακόλουθα:

$$\Pi_1^{max}(y) = 1 - 2\sqrt{ay} - a \qquad (2.2.2b)$$

$$\Pi_2^{max}(x) = 1 - 2\sqrt{bx} - by \qquad (2.2.3b)$$

Παρατηρούμε ότι τα κέρδη και για τις δυο επιχειρήσεις ποτέ δεν γίνονται αρνητικά και ότι γίνονται ίσα με το μηδέν για $y = 1/b$ και $x = 1/a$. Το σημείο τομής των εξισώσεων των «αντιδράσεων» είναι το σημείο ισορροπίας κατά Cournot.

Στη συνέχεια, από τα (2.2.4) και (2.2.5) έχουμε:

$$x_t = \sqrt{\frac{y_{t-1}}{a}} - y_{t-1} \tag{2.2.6}$$

και

$$y_t = \sqrt{\frac{x_{t-1}}{b}} - x_{t-1} \tag{2.2.7}$$

Το δυναμικό αυτό σύστημα οι επιχειρήσεις βρίσκουν ότι έχει συνεχή κίνηση, περιοδική και χαοτική μαζί με ισορροπία Cournot. Επίσης, εξετάζουν σε ποιο διάστημα το σταθερό σημείο είναι ευσταθές εκτός των ορίων του οποίου έχουμε διπλασιασμό περιόδου.

Ο Kopel (1996) αρχικά εξετάζει την περίπτωση όπου δύο επιχειρήσεις προσφέρουν ομογενή προϊόντα. Υποθέτει ότι για να μεγιστοποιήσει τα κέρδη η πρώτη επιχείρηση η προσφερόμενη ποσότητα προϊόντος της επιχείρησης 2 θα είναι ίση με την ποσότητα που παρήγαγε στην περίοδο t-1 και αντίστοιχα το ίδιο για την επιχείρηση 2 και την ποσότητα που θα προσφέρει η επιχείρηση 1. Με αυτόν τον τρόπο βρίσκει τις καμπύλες αντίδρασης των δύο παικτών και έπειτα το σημείο ισορροπίας κατά Cournot-Nash, ενώ αναρωτιέται γιατί οι δύο επιχειρήσεις δεν συμφωνούν, αθέμιτα, ώστε να παράξουν τη μισή μονοπωλιακή ποσότητα του προϊόντος εφόσον πρόκειται για όμοια προϊόντα. Αυτό θα μπορούσε να συμβεί μόνο μέσω μίας επίσημης συμφωνίας αφού αν υποθέσουμε ότι η επιχείρηση 1 προσφέρει μια συγκεκριμένη ποσότητα η δεύτερη επιχείρηση έχει συμφέρον να αποκλίνει από αυτή την ποσότητα για να πετύχει μέγιστο κέρδος. Στη συνέχεια εξετάζει την περίπτωση που είδαμε προηγουμένως, δηλαδή όταν δύο επιχειρήσεις παράγουν διαφορετικά προϊόντα.

Οι Bischi και Kopel (2001) αναλύουν ένα μη γραμμικό σε διακριτό χρόνο δυοπωλιακό Cournot παίγνιο, όπου οι παίκτες έχουν προσαρμοσμένες προσδοκίες. Αρχικά, θεωρούν ότι τα προβλήματα βελτιστοποίησης έχουν μοναδικές λύσεις και έτσι ισχύουν τα παρακάτω:

$$q_1(t+1) = r_1\big(q_2^e(t+1)\big)$$

(2.2.8)

$$q_2(t+1) = r_2\big(q_1^e(t+1)\big)$$

όπου $q_1(t)$ και $q_2(t)$ η παραγόμενη ποσότητα της κάθε επιχείρησης τον χρόνο t. Στη συνέχεια εισάγουν στις (2.2.8) την έννοια της μη γραμμικότητας και αναλύουν τις ιδιότητες της ολικής δυναμικής (global dynamics). Στη συνέχεια παρουσιάζουν την περίπτωση όπου διάφορες ισορροπίες Nash συνυπάρχουν και δημιουργείται το πρόβλημα της επιλογής τους. Τέλος, θα υποθέσουν ότι οι επιχειρήσεις αναθεωρούν τις πεποιθήσεις τους σύμφωνα με τους κανόνες των προσαρμοστικών (adaptive) προσδοκιών αφού θεωρούνται και προτείνονται ως πιο εξελιγμένο είδος από αυτό των αφελών (naive) προσδοκιών. Έτσι θα μας συστήσουν ένα μη γραμμικό Cournot υπόδειγμα όπου διάφορες ευσταθείς ισορροπίες συνυπάρχουν και θα αποδείξουν ότι το τελικό αποτέλεσμα του παιγνίου με προσαρμοστικές προσδοκίες εξαρτάται τόσο από τις τιμές των παραμέτρων όσο και από τις συνθήκες εκκίνησης του.

Οι Agiza και Elsadany (2003) παρουσιάζουν με τη σειρά τους ένα μη γραμμικό σε διακριτό χρόνο δυοπωλιακό Cournot παίγνιο με ετερογενείς προσδοκίες, δηλαδή οι παίκτες χρησιμοποιούν διαφορετικές στρατηγικές. Αυτή τη φορά μελετώνται οι οριακά ορθολογικές και οι αφελείς προσδοκίες. Όσο ποικίλουν οι παράμετροι του υποδείγματος η ευστάθεια της ισορροπίας Nash χάνεται και η συμπεριφορά του γίνεται πολύπλοκη κάτι που επαληθεύεται και από τα αριθμητικά παραδείγματα. Επίσης, μελετώνται η διακλάδωση του υποδείγματος και η χαοτική του συμπεριφορά όπως και η επιρροή των βασικών παραμέτρων στην τοπική ευστάθεια.

Οι Angelini et al. (2009) αναπτύσσουν κι αυτοί ένα μη γραμμικό δυναμικό Cournot δυοπωλιακό υπόδειγμα σε διακριτό χρόνο όπου και οι δύο παίχτες είναι οριακά ορθολογικοί και έχουν αφελείς προσδοκίες. Σε αυτή την έρευνα ο ένας από τους δύο υιοθετεί την βέλτιστη αντίδραση και ο δεύτερος ρυθμίζει την παραγωγή του σύμφωνα με την κλίση του κέρδους. Η αντίδραση του δεύτερου, αποδεικνύεται, ότι οδηγεί στην αποσταθεροποίηση της Cournot-Nash ισορροπίας. Η έρευνα τους παρέχει, επίσης, μία διερεύνηση του ρόλου που διαδραματίζει το σταθερό κόστος στην μακροπρόθεσμη οικονομική βιωσιμότητα των ανταγωνιστικών επιχειρήσεων.

2.3 Ολιγοπώλιο

Οι Leonard και Nishimura (1999) αναφέρουν ότι όσα είδαμε μέχρι τώρα δηλαδή ότι μία επιχείρηση μπορεί να γνωρίζει ακριβώς την ποσότητα που παράχθηκε από τον ανταγωνιστή της και έτσι να δημιουργεί την δική της αντίδραση με βάση αυτό, είναι παράξενη. Αυτή η απλούστευση μας αφήνει να ξεχάσουμε την πολυπλοκότητα των πραγματικών οικονομικών φαινομένων. Είναι πιο λογικό να υποθέσουμε ότι μια επιχείρηση παρατηρεί μόνο την τιμή με την οποία αγοράστηκε το ανταγωνιστικό προϊόν και έτσι να υπολογίσει την πραγματική ποσότητα του αγαθού που πωλήθηκε αλλά και πάλι με περιθώριο σφάλματος αφού οι πληροφορίες εκτός από ακριβές (σε χρήμα) είναι και, ορισμένες φορές, ανακριβείς. Έτσι λοιπόν στην έρευνα τους παρουσιάζουν ένα πρότυπο ροής πληροφοριών που επιτρέπει την διατήρηση λαθών και επηρεάζει τις τιμές ισορροπίας.

Οι Naimzada και Sbragia (2006) ασχολούνται με ένα ολιγοπωλιακό παίγνιο όπου οι επιχειρήσεις παράγουν ομογενή προϊόντα και οι εξισώσεις της ζήτησης και του κόστους είναι μη γραμμικές. Αυτά τα δεδομένα κάνουν την εύρεση της κατάλληλης αντίδρασης δύσκολη και προτείνουν δύο διαφορετικά είδη παιγνίων. Το πρώτο υπόδειγμα είναι αυτό της «Τοπικής Μονοπωλιακής Προσέγγισης» (Local Monopolistic Approximation). Σε αυτό οι επιχειρήσεις λαμβάνουν τη σωστή τοπική συνάρτηση ζήτησης και στη συνέχεια χρησιμοποιούν την εκτίμηση αυτή σε μία γραμμική προσέγγιση της συνάρτησης ζήτησης όπου αγνοείται το επίπεδο παραγωγής των ανταγωνιστών.

Θεωρούμε $\boldsymbol{n}$ επιχειρήσεις με επίπεδα παραγωγής q_i, $i = 1, \dots, n$. Η τιμή του αγαθού εξαρτάται από την συνολική παραγωγή του κλάδου και έτσι προκύπτει η $p = f(Q)$ όπου $\mathrm{Q} = q_1 + q_2 + \cdots + q_n$.

Επίσης, θεωρούμε ότι $Ci(qi)$ είναι η συνάρτηση κόστους για κάθε προϊόν i και έτσι προκύπτει ότι το κέρδος στην περίοδο t είναι:

$$\pi_i(t) = p(t)q_i(t) - C_i(q_i(t)) \tag{2.3.1}$$

Υποθέτουμε ότι η αγορά χαρακτηρίζεται από την ακόλουθη συνάρτηση ζήτησης:

$$p = a - b\sqrt{Q} \tag{2.3.2}$$

Όπου $\boldsymbol{a}$ και $\boldsymbol{b}$ θετικές σταθερές τιμές. Συγκεκριμένα το $\boldsymbol{a}$ δηλώνει την μέγιστη τιμή της αγοράς και το $\boldsymbol{Q}$ την συνολική ποσότητα προϊόντος στην αγορά.

Η συνάρτηση κόστους είναι η:

$$C_i = c_{i0} + c_{i1}q_i + c_{i2}q_i^2,\ c_{ik} > 0\ \kappa\alpha\iota\ k = 0,1,2 \qquad (2.3.3)$$

Η καλύτερη αντίδραση εξασφαλίζεται όταν, για κάθε περίοδο, οι επιχειρήσεις έχουν γνώση της συνάρτησης ζήτησης, της τρέχουσας παραγωγής τους αλλά και της τρέχουσας παραγωγής των ανταγωνιστών.

Η δεύτερη διαδικασία ονομάζεται «Gradient Dynamics». Σε αυτή οι επιχειρήσεις προσαρμόζουν την παραγωγή τους προς την κατεύθυνση που υποδεικνύει η εκτίμησή τους για το οριακό κέρδος.

Οι Elabbasy et al. (2009) παρουσιάζουν τα αποτελέσματα από ένα παίγνιο με τρεις ανταγωνιστές. Ερευνούν τρεις τύπους παικτών: τους περιορισμένα ορθολογικούς, τους προσαρμοστικούς και τους αφελείς. Τα συμπεράσματα που εξάγουν είναι ότι όταν ο οριακά ορθολογικός παίκτης επιταχύνει την ταχύτητα προσαρμογής της ποσότητας εξόδου, οδηγεί στην αστάθεια του συστήματος και κάνει το σύστημα να πάει σε μια χαοτική περιοχή. Επίσης, κατάφεραν να σταθεροποιήσουν τη χαοτική συμπεριφορά του μοντέλου σε ένα σταθερό σημείο με τη μέθοδο ελέγχου αναστολής καθυστέρησης.

Οι Askar και Alnowibet (2016) ερευνούν μία ολιγοπωλιακή αγορά με 4 ανταγωνιστές. Το πρώτο σενάριο που εξετάζουν είναι αυτό που και οι 4 παίκτες δρουν ορθολογικά ώστε να κατασκευάσουν την στρατηγική τους έναντι των αντιπάλων τους. Σε αυτή την περίπτωση το σταθερό σημείο είναι μοναδικό ενώ εξετάζονται τα χαρακτηριστικά του. Το σταθερό αυτό σημείο χάνει την ευστάθεια του λόγω της ύπαρξης διακλάδωσης. Το δεύτερο σενάριο βασίζεται σε αυτό που ονομάζουμε «Local Monopolistic Approximation» το οποίο είδαμε παραπάνω. Τα συμπεράσματα είναι ότι και τα δύο σενάρια έχουν μεγάλη και σημαντική επίδραση στη συμπεριφορά της ευστάθειας του σταθερού σημείου και έτσι πρέπει να ερευνηθούν περαιτέρω αυτοί οι μηχανισμοί ή να παρουσιαστεί κάποιος τρίτος που να πετυχαίνει καλύτερη ευστάθεια κατά Nash.

2.4 Διαφήμιση

Σύμφωνα με τον Sutton (1974) η αναμενόμενη αξία της διαφήμισης είναι αποτέλεσμα δυο παραγόντων, της αύξησης των κερδών της επιχείρησης με την έννοια ότι οι καταναλωτές αλλάζουν την καταναλωτική τους συνήθεια λόγω αυτής και της πιθανότητας η επιχείρηση να είναι επιτυχής. Τον πρώτο παράγοντα τον ονομάζει «*κίνητρο*» και τον δεύτερο «*ευκαιρία*», ενώ αναφέρει ότι και οι δύο αυτοί παράγοντες επηρεάζονται από την δομή της αγοράς στην οποία δραστηριοποιείται η επιχείρηση.

Η διαφήμιση μπορεί να αυξήσει τα κέρδη του διαφημιζόμενου είτε αυξάνοντας τον αριθμό των πωλήσεων είτε αυξάνοντας το περιθώριο κέρδους του ενώ τα οφέλη της διαφήμισης είναι μεγαλύτερα για τις μεγαλύτερες επιχειρήσεις για δύο κυρίως λόγους. Ο πρώτος είναι ότι όσο μεγαλύτερη επιχείρηση είναι τόσο μεγαλύτερο αριθμό διαφημιστικών μηνυμάτων μπορούν να αγοράσουν αφού το κόστος ανά μήνυμα μειώνεται καθώς οι διαφημιστικές δαπάνες αυξάνονται. Ο δεύτερος λόγος είναι ότι όσο μεγαλύτερη επιχείρηση είναι τόσο καλύτερα μέσα διαφήμισης μπορεί να χρησιμοποιήσει.

Σύμφωνα με τους Armstrong & Kotler (2005) η διαφήμιση έχει σκοπό την προώθηση νέων προϊόντων, την προτίμηση της εκάστοτε μάρκας από τους καταναλωτές έναντι της ανταγωνιστικής και τη διατήρηση των υπαρχόντων πελατών.

Έτσι, δείκτης της αποτελεσματικότητάς της πολλές φορές είναι, σύμφωνα με τον Τομαρά (2009), η αύξηση των πωλήσεων βραχυπρόθεσμα κάτι το οποίο δεν είναι απολύτως σωστό. Η διαφήμιση προσπαθεί να αυξήσει τις πωλήσεις μιας επιχείρησης μακροπρόθεσμα δημιουργώντας θετικό κλίμα γύρω από το εκάστοτε προϊόν και αυξάνοντας το καταναλωτικό κοινό που είναι πρόθυμο να το αγοράσει.

Σύμφωνα με το Shone (2001) μία μονοπωλιακή επιχείρηση έχει ανάγκη ακόμα κι αυτή να διαφημίσει τα προϊόντα της δηλαδή να ενημερώσει το καταναλωτικό κοινό για τις ιδιότητες τους και να τους πείσει ότι είναι χρήσιμα στην καθημερινότητά τους και καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η διαφήμιση είναι μια σημαντική πτυχή μιας επιχείρησης η όποια επιχειρεί αύξηση των πωλήσεων της ή έστω την επιβράδυνση της πτώσης τους.

Ο ρυθμός μείωσης των πωλήσεων, όπως αναφέρει ο Shone (2001), μιας επιχείρησης δίνεται από τον τύπο:

$$ds(t+1) = s(t+1) - s(t) = -rs(t) \qquad (2.4.1a)$$

ή

$$s(t+1) = (1-r)s(t) \qquad (2.4.1b)$$

όπου ***s(t):*** οι πωλήσεις

r: σταθερός ρυθμός μεταβολής των πωλήσεων ($r > 0$)

Η διαφήμιση γίνεται με ρυθμό α και αυξάνει τις πωλήσεις κατά γ από το κοινό, όμως, που δεν έχει αγοράσει ακόμα το προϊόν. Έτσι, η μεταβολή στις πωλήσεις σε διακριτό χρόνο παρουσιάζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\Delta s(t+1) = -rs(t) + \gamma\alpha\left(\frac{m-s(t)}{m}\right) \qquad (2.4.2a)$$

ή

$$s(t+1) = \left(1 - r - \frac{\gamma\alpha}{m}\right)s(t) + \gamma\alpha \qquad (2.4.2b)$$

όπου: $m - s(t)$: το μέρος του κοινού που δεν έχει αγοράσει ακόμα το προϊόν

α: σταθερός ρυθμός της διαφήμισης σε νομισματικές μονάδες

γ: το ποσοστό των πωλήσεων που βελτιώθηκε από την διαφήμιση α

Στην περίπτωση που η διαφήμιση δεν είναι σταθερή αλλά αλλάζει ανάλογα την περίοδο αντί για α χρησιμοποιούμε το $\alpha(t)$ και η εξίσωση γίνεται:

$$s(t+1) = \left(1 - r - \frac{\gamma\alpha(t+1)}{m}\right)s(t) + \gamma\alpha(t+1) \qquad (2.4.3)$$

Ο Jorgensen (1982) κάνει μια ανασκόπηση των υποδειγμάτων που είχαν δημιουργήσει οι Vidale και Wolfe (1957). Αρχικά, αναφέρει το παρακάτω υπόδειγμα:

$$\dot{x} = b \cdot u \cdot \left(\frac{1-x}{M}\right) - a \cdot x \qquad (2.4.4)$$

όπου:

x: το ποσοστό πωλήσεων

u: το ποσοστό διαφημιστικής δαπάνης την χρονική στιγμή t

*M**:*** η μέγιστη δυνατότητα πωλήσεων

b: η αντίδραση στη διαφήμιση

a: η φθορά στις πωλήσεις

Αναφέρει επίσης το πρόβλημα που μελετήθηκε από τον Deal το 1977, ο οποίος γενίκευσε το υπόδειγμα Vidale-Wolfe και δημιουργήθηκε το εξής:

$$x_\iota = b_\iota \cdot u_\iota \cdot \frac{M - x_1 - x_2}{M} - a_\iota \cdot x_\iota \qquad (2.4.5)$$

με $x_1 + x_2 \leq M$

O Abiodun (2011) μετά από έρευνα που πραγματοποίησε έβγαλε το συμπέρασμα ότι ο ρόλος της διαφήμισης στον όγκο των πωλήσεων είναι πολύ σημαντικός κι αυτό γιατί οι αποφάσεις των καταναλωτών σχετικά με το τι θα αγοράσουν υποκινούνται από αυτό που έχουν ακούσει. Η διαφήμιση κάνει αυτή ακριβώς τη δουλειά, βοηθάει να μεταφερθεί το μήνυμα κάποιου προϊόντος στο διασκορπισμένο κοινό.

Με έρευνα τους οι Adeyeye και Akanbi (2011) προσπαθούν κι αυτοί να εξετάσουν αν υπάρχει σχέση μεταξύ διαφήμισης και όγκου πωλήσεων και συγκεκριμένα αν και πόσο η διαφήμιση «βοηθάει» τις πωλήσεις να αυξηθούν όπως επίσης τα κέρδη και το μερίδιο αγοράς μια επιχείρησης. Έχοντας πραγματικά στοιχεία εταιρίας και χρησιμοποιώντας την παλινδρόμηση με τη μέθοδο των «ελαχίστων τετραγώνων» πραγματοποίησαν την έρευνα τους και τα αποτελέσματα που εξήγαγαν δείχνουν ότι υπάρχει σημαντική σχέση μεταξύ της διαφήμισης και των πωλήσεων και συγκεκριμένα ότι οι αυξημένες πωλήσεις ήταν αποτέλεσμα της διαφήμισης.

Κεφάλαιο 3

Ιστορική αναδρομή

3.1 Ιστορία των επιχειρήσεων

Σημαντική στιγμή στην ιστορία των επιχειρήσεων ήταν η έκδοση του βιβλίου του Chandler (1993) με τίτλο «***The Visible Hand***». Σε αυτό εξιστορείται η αρχή του εμπορίου και της παραγωγής, η επανάσταση στις μεταφορές και τις επικοινωνίες και πώς αυτές επηρέασαν τις επιχειρήσεις, ενώ γίνεται ειδική μνεία και στην εξέλιξη της διοίκησης των επιχειρήσεων.

Τη δεκαετία του 1790 οι ελάχιστοι έμποροι που ζούσαν στις ανατολικές ακτές των ΗΠΑ πραγματοποιούσαν τοπικές εμπορικές συναλλαγές ενώ ο αριθμός τους μέχρι το 1840 είχε πολλαπλασιαστεί. Η επέκταση του εμπορίου έφερε την εξειδίκευση στις δραστηριότητες της επιχειρηματικότητας και έτσι άλλαξε ο τρόπος και οι μέθοδοι με τις οποίες οι εταιρίες λειτουργούσαν. Οι Αμερικάνοι βλέποντας τις αλλαγές που πραγματοποιούνταν στο εμπόριο άλλαξαν τους νόμους που το αφορούσαν και προσαρμόστηκαν στις τότε σύγχρονες ανάγκες. Οι μεγάλες αλλαγές έγιναν μετά το 1840 όταν εισήχθησαν στην αγορά νέες τεχνολογίες που επέτρεψαν μαζική παραγωγή αγαθών και την σχετικά γρήγορη διανομή τους.

Αυτές οι αλλαγές έφεραν την εξέλιξη στους τομείς των χρηματοοικονομικών και των μεταφορών κάνοντας τις επιχειρήσεις να εξειδικευτούν και σε αυτούς τους τομείς οδηγώντας τες σε σημαντική ανάπτυξη.

3.1.1 Ευρώπη

Σύμφωνα με τον Wilson (1995) η επιστήμη της επιχειρησιακής ιστορίας (business history) μελετά και εξηγεί την συμπεριφορά των επιχειρήσεων ανά τους αιώνες και κατά συνέπεια την εξέλιξη του καπιταλισμού. Είναι αποδεκτό ότι διαφορετικοί τύποι ανάπτυξης έχουν ως αποτέλεσμα διαφορετικές μορφές οργάνωσης. Έτσι οι στρατηγικές καθορίζουν την πορεία της επιχείρησης. Ως *Στρατηγική* ορίζεται ο καθορισμός των μακροχρόνιων στόχων και ο τρόπος με τον οποίο αυτοί υλοποιούνται. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι η οργάνωση είναι μια διαδικασία όπου διαιρούμε και αναθέτουμε τις δραστηριότητες σε διαφορετικές ομάδες. Το κλειδί της κατανόησης της εξελικτικής διαδικασίας της επιχείρησης βρίσκεται στη σχέση μεταξύ ελέγχου και ιδιοκτησίας, καθώς και στη διαφοροποίηση της επιχειρηματικότητας από τη διοίκηση.

Το 1851 βρισκόμενοι σε πλεονεκτική θέση λόγω του ότι ήταν το πρώτο βιομηχανικό κράτος, οι Βρετανοί επιχειρηματίες επικρατούσαν στην παγκόσμια αγορά. Στη συνέχεια, συνέβη μία σταδιακή μετάβαση από τον εμπορικό στον βιομηχανικό καπιταλισμό. Τα προβλήματα που δημιουργήθηκαν από αυτή τη μετάβαση ήταν αρχικά ότι οι παραδοσιακές πρακτικές εργασίες ήταν δύσκολο να ξεπεραστούν από τους εργάτες και άρα ήταν δύσκολο να βρεθεί το κατάλληλο εργατικό δυναμικό. Υπήρχε επίσης το πρόβλημα της εξάρτησης της παραγωγής από το νερό και την ενέργεια που μπορούσε να προσφέρει κάνοντας επιτακτική την ανάγκη μεταφοράς της παραγωγής στην ύπαιθρο. Η λύση στο πρώτο πρόβλημα ήρθε με την πρόσληψη φυλακισμένων, ορφανών και απόρων.

Η πρόσβαση σε επαρκή πίστωση ήταν ξεκάθαρα το κλειδί για να αποφευχθούν πολλά προβλήματα των επιχειρήσεων μετά την βιομηχανική επανάσταση. Γι' αυτό το λόγο ήταν επιτακτική η ανάγκη για δημιουργία μίας καινοτομίας, της εθνικής τράπεζας. Η εθνική τράπεζα της Αγγλίας δημιουργήθηκε το 1696 και μέχρι το 1750 υπήρχαν 12 τράπεζες έξω απ' το Λονδίνο που ειδικευόταν κυρίως στην χρηματοδότηση του εμπορίου. Από την δεκαετία του 1830 επιτράπηκε η μεταφορά κεφαλαίων από τις αγροτικές στις βιομηχανικές περιοχές ενισχύοντας ένα σύστημα που αποτελούσε τον ακρογωνιαίο λίθο της βρετανικής επιχειρηματικότητας, ενώ την ίδια περίπου περίοδο άρχισε η παροχή δανείων που θα χρησιμοποιούνταν για σταθερές επενδύσεις.

Από το 1860 διπλωματούχοι μηχανικοί άρχισαν να δουλεύουν για αμερικάνικους οργανισμούς, ενώ δεν υπήρχε ενδιαφέρον για επίσημη εκπαίδευση γύρω από τις επιχειρήσεις και την οικονομία. Η πρώτη τέτοια σχολή δημιουργήθηκε το 1881 από το πανεπιστήμιο της Πενσυλβάνιας ενώ στη συνέχεια δημιουργήθηκαν κι άλλες έχοντας ως αποτέλεσμα μέχρι το 1914 να αποφοιτούν περίπου 10.000 φοιτητές.

Η γερμανική οικονομία άρχισε να αναπτύσσεται ραγδαία κατά τις δεκαετίες 1840 και 1850 κυρίως λόγω της κατασκευής σιδηροδρομικών δικτύων και έτσι θεωρήθηκε αναγκαία η επέκταση του βιομηχανικού τομέα. Το κυρίαρχο χαρακτηριστικό της γερμανικής οικονομίας ήταν το τραπεζικό σύστημα και έτσι οι τράπεζες διαδραμάτιζαν δύο ρόλους-κλειδιά: παρείχαν μακροχρόνια δάνεια σε εταιρικούς πελάτες τους και αποτελούσαν τον ενδιάμεσο μεταξύ επενδυτών και εταιριών που είχαν ανάγκη από κεφάλαια. Έτσι διαδραμάτιζαν σημαντικό ρόλο απευθείας στην βιομηχανική διοίκηση.

Νέες επιχειρήσεις άρχισαν να αναπτύσσονται στην βρετανική αγορά και αφορούσαν το γυαλί, τον δυναμίτη, το τεχνητό μετάξι κ.α. Αυτές ο εταιρίες άρχισαν να γίνονται τόσο «δυνατές» που συμμετείχαν σε διεθνείς δραστηριότητες και καρτέλ. Έτσι οι βρετανικές επιχειρήσεις δεν απομονώθηκαν και ούτε έμειναν πίσω όσον αφορά της εταιρίες μεγάλης κλίμακας που είχαν δημιουργηθεί στην Αμερική και τη Γερμανία και επηρέαζαν την παγκόσμια αγορά.

3.1.2 Ηνωμένες Πολιτείες

Σύμφωνα με τους Jones και Zeitlin (2008) όπως αναφέρεται στο *βιβλίο* ***«The Modern Corporation and Private Property»*** των Berle και Means από το 1920 ο διαχωρισμός της ιδιοκτησίας από την διοίκηση έγινε το κύριο χαρακτηριστικό της εταιρικής οικονομίας των ΗΠΑ και οδήγησε στη ραγδαία ανάπτυξη της οικονομίας τους. Τις τελευταίες δεκαετίες του 19ου αιώνα πολλές βιομηχανικές επιχειρήσεις στράφηκαν σε επενδύσεις που αφορούσαν στην διοίκηση και οργάνωση των επιχειρήσεων. Έτσι τα πτυχία των πανεπιστημίων έγιναν απαραίτητα για την πρόσληψη σε μία θέση εργασίας που αφορούσε την διοίκηση επιχειρήσεων με αποτέλεσμα το 1908 το πανεπιστήμιο του Harvard να ανοίξει σχολή διοίκησης επιχειρήσεων.

Η παραγωγική δύναμη και οι οικονομικοί πόροι των διοικητικών επιχειρήσεων τους επέτρεψαν να ανταπεξέλθουν της μεγάλης κρίσης (great depression) και τη δεκαετία του 1930 πραγματοποίησαν μεγάλες επενδύσεις πάνω στην καινοτομία. Το παραπάνω είχε ως αποτέλεσμα στις αρχές της ίδιας δεκαετίας να μειωθεί δραστικά το εργατικό δυναμικό που έκανε χειρωνακτική εργασία (blue-collar worker).

Μεταγενέστερα λόγω ανάγκης ανάπτυξης αυτών των εταιριών ξεκίνησαν οι συγχωνεύσεις και οι εξαγορές κάνοντας την διοίκηση των επιχειρήσεων δύσκολη υπόθεση αφού τα στελέχη έπρεπε να διοικήσουν επιχειρήσεις διαφορετικών δραστηριοτήτων υπό την στέγη ενός ομίλου. Αυτές οι κινήσεις αποδείχθηκαν λανθασμένες αφού είχαν ως αποτέλεσμα να διακόψουν την καινοτομία και έτσι οι διοικήσεις αναγκάστηκαν μέσω μόχλευσης να διασπάσουν τις διάφορες δραστηριότητες δημιουργώντας διαφορετικές εταιρίες. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να αντιμετωπίσουν κίνδυνο από διεθνείς ανταγωνιστές κυρίως εταιριών της Ιαπωνίας που είχαν τη δυνατότητα να παράγουν καλύτερης ποιότητας και χαμηλότερου κόστους προϊόντα όπως οχήματα, ηλεκτρονικά είδη και μηχανές, που προηγουμένως οι ΗΠΑ κατείχαν τα πρωτεία.

Από το 1960 σημαντικό ρόλο διαδραμάτισαν οι νέες και καινοτόμες επιχειρήσεις γνωστές ως startups και μετά την δεκαετία του 1980 εμβληματικό ρόλο διετέλεσε η Silicon Valley η οποία αποτέλεσε χώρο ανάπτυξης νέων εταιριών υψηλής τεχνολογίας όπου δραστηριοποιούνται ειδικοί επιστήμονες, μηχανικοί και στελέχη.

3.1.3 Παγκοσμιοποίηση

Οι διακρατικές συναλλαγές σύμφωνα με τους Jones και Zeitlin (2008) ξεκίνησαν γύρω στο 3500 π.Χ. Η πρώτη πολυεθνική εμφανίστηκε στο ασσυριακό βασίλειο μετά το 2000 π.Χ. αν και αποτελεί θέμα συζήτησης αν μπορεί να θεωρηθεί πολυεθνική μια επιχείρηση πριν την ύπαρξη εθνικών κρατών.

Κατά τη διάρκεια των επόμενων αιώνων εμπορικοί οδοί δημιουργήθηκαν και το διεθνές εμπόριο άνθισε ως αποτέλεσμα αυτού με σποραδικές κρίσεις και παύσεις του. Κρίσιμο σημείο αποτέλεσε η εξερεύνηση του νέου κόσμου και της Ασίας όπου επέτρεψε την μεταφορά τεχνολογίας. Η Κίνα προμηθευόταν ασήμι που είχε ανάγκη και ως αντάλλαγμα στην Ευρώπη μεταφερόταν προϊόντα από την Κίνα.

Η παγκοσμιοποίηση του εμπορίου εντάθηκε κατά τη διάρκεια του δεύτερου μισού του 19ου αιώνα. Ένας αριθμός παραγόντων οδήγησαν στη ραγδαία ανάπτυξη της παγκοσμιοποίησης αυτής. Ο πρώτος ήταν η έλευση της σύγχρονης οικονομικής ανάπτυξης που ξεκίνησε από την Βρετανία όπως είδαμε παραπάνω. Ο δεύτερος ήταν ότι οι αποστάσεις σχεδόν μηδενίστηκαν λόγω της τεχνολογίας και ο τρίτος ότι οι πολιτικές διαφορές των κρατών ελαττώθηκαν επίσης.

3.2 Ιστορία της διαφήμισης

Ο Presbrey (2000) αναρωτιέται πότε πρωτοεμφανίστηκε η διαφήμιση και συνεχίζει ότι πρέπει να το εξετάσουμε ανάλογα με τον ορισμό που της δίνουμε. Η διαφήμιση όπως την γνωρίζουμε σήμερα είναι σχετικά νέα αλλά η ιδέα της είναι τόσο παλιά όσο ο άνθρωπος, παρά το γεγονός ότι ο άνθρωπος των σπηλαίων δεν είχε τίποτα να πουλήσει ή να αγοράσει. Όταν όμως οι άνθρωποι άρχισαν να σχηματίζουν μεγάλες ομάδες μεταξύ τους άρχισαν και οι πρώτες ανταλλαγές μεταξύ των ομάδων αυτών, οι οποίες ίσως αφορούσαν κάποιο εργαλείο για κυνήγι. Έτσι, οι άνθρωποι άρχισαν να εξελίσσουν τα εργαλεία για να γίνουν πιο αποτελεσματικά στο κυνήγι αλλά και για να μπορούν να τα ανταλλάξουν πιο εύκολα, αφού υπήρχαν κι άλλοι που ήθελαν να ανταλλάξουν τα όπλα τους δημιουργώντας κάποιου είδους ανταγωνισμό.

Αργότερα στην ιστορία, μία από τις πρώτες τέχνες ήταν η κατασκευή αντικειμένων από τούβλα και η αγγειοπλαστική πάνω στις οποίες οι Βαβυλώνιοι είχαν επιγραφές οι οποίες θεωρούνται ως οι πρώτες διαφημίσεις. Πολλές κατασκευές είχαν επιγραφή με το όνομα του βασιλιά που έδωσε την εντολή να γίνουν διαφημίζοντας έτσι τον εαυτό του μέσω των έργων του.

Οι Βαβυλώνιοι έμποροι, οι οποίοι έχουν μείνει στην ιστορία για την επιχειρηματικότητά τους, προσλάμβαναν άτομα για να φωνάζουν για τα προϊόντα τους στους περαστικούς και αυτό γιατί δεν μπορούσαν να έχουν κάποια γραπτή διαφήμιση αφού λίγοι την εποχή εκείνη ήξεραν ανάγνωση.

Οι πρώτες γραπτές διαφημίσεις εμφανίστηκαν εκείνη, περίπου, την εποχή αλλά δεν ήταν για κάτι που πωλούνταν. Ήταν επιγραφή σε πάπυρο που περιέγραφε ορισμένους δραπέτες σκλάβους τους οποίους αναζητούσαν.

Στην Ελλάδα συναντάμε πάλι τους τελάληδες όπου αυτή τη φορά επιλεγόντουσαν για την ευχάριστη φωνή τους, πηγαίνοντας την διαφήμιση ένα βήμα μπροστά, και με συνοδεία, συνήθως, μουσικού προσπαθούσαν να διαφημίσουν τα εμπορεύματα τα οποία ήταν σκλάβοι και ζώα. Στην Αθήνα εκείνης της εποχής εικάζεται ότι έξω απ’ τα μαγαζιά υπήρχαν πινακίδες κάτι που χρησιμοποιούνταν συχνά αργότερα και στη Ρώμη, ενώ τον 13^{ο} αιώνα ήταν υποχρεωτικό δια νόμου οι ταβέρνες του Παρισιού να χρησιμοποιούν τελάληδες που μεταξύ άλλων φωνάζαν στους περαστικούς την τιμή του κρασιού.

Ο Vaughn (1980) προσπαθεί να αναλύσει τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η διαφήμιση. Για να το πετύχει αυτό εξετάζει μεταξύ άλλων τις παραδοσιακές θεωρίες γύρω από αυτή, τον τρόπο με τον οποίο συμπεριφέρονται οι καταναλωτές αλλά και τις νέες, για τότε, θεωρίες που την διέπουν.

Οι 4 παραδοσιακές θεωρίες γύρω από τη διαφήμιση είναι η «***economic***» όπου ο καταναλωτής είναι ορθολογικός και λαμβάνει υπόψιν του το κόστος λειτουργίας και την χρησιμότητα του προϊόντος πριν την αγορά, η «***psychological***» όπου ο καταναλωτής είναι απρόβλεπτος και αγοράζει με βάσει τα συναισθήματά του, η «***social***» όπου ο καταναλωτής προσαρμόζει συνεχώς τις αγορές του ανάλογα τις ανάγκες του και η «***responsive***» όπου ο καταναλωτής αγοράζει από συνήθεια κάποιο προϊόν.

Οι μεταγενέστερες θεωρίες είναι οι λεγόμενες «Consumer Involvement» και «Brain Specialization». Η πρώτη δηλώνει ένα συνεχόμενο ενδιαφέρον των καταναλωτών για προϊόντα και υπηρεσίες με την κορυφή να σχηματίζεται από αυτά που ενισχύουν το εγώ και αυτά με σημαντική κοινωνική αξία. Η δεύτερη ασχολείται με τον ανθρώπινο εγκέφαλο και ποιο ημισφαίριό του επηρεάζει η εκάστοτε διαφήμιση.

Ο Tungate (2007) αναφέρει ότι στις αρχές του 20^{ου} αιώνα στη Μ. Βρετανία η διαφήμιση χρησιμοποιήθηκε από το φεμινιστικό κίνημα για να διαδώσει την ιδέα των ίσων δικαιωμάτων. Αργότερα, με το ξέσπασμα του Α’ Παγκόσμιου Πολέμου η κυβέρνηση της χώρας χρησιμοποιεί τη διαφήμιση για να προσελκύσει νέους που θα ήθελαν εθελοντικά να ενταχθούν στον στρατό ιδέα η οποία υιοθετήθηκε και από τις ΗΠΑ με το σύνθημα «I want YOU for US army». Η ίδια τακτική είχε ανταπόκριση και στη Γερμανία και την Ιταλία αποδεικνύοντας ότι μια λεπτή γραμμή χωρίζει τη διαφήμιση από την προπαγάνδα.

Το NBC ξεκίνησε για πρώτη φορά να προβάλει διαφημίσεις το 1941 κάτι που αποδείχτηκε επαναστατικό ανοίγοντας τον δρόμο για τα υπόλοιπα ηλεκτρονικά μέσα της εποχής. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα οι εν δυνάμει καταναλωτές να βομβαρδίζονται από διαφημίσεις κάτι που τους ήταν απωθητικό δημιουργώντας την ανάγκη για αναμόρφωση της διαφήμισης.

Η δεκαετία του 1980 θεωρείται η χρυσή εποχή των τηλεοπτικών διαφημίσεων. Ταλαντούχοι σκηνοθέτες ανέλαβαν σε μία εποχή όπου ο τρόπος ζωής άλλαζε άρδην. Μεγάλες παγκόσμιες καμπάνιες άρχισαν να εμφανίζονται επηρεάζοντας κυρίως τους νέους. Η αποκορύφωση των διαφημιστικών άρχισε να γίνεται η εποχή των Χριστουγέννων όπου οι περισσότερες εταιρίες της εποχής άρχισαν να διαφημίζονται και το κόστος άρχισε να μεγαλώνει.

Ο Knoll (2016) αναφέρεται στην ραγδαία αύξηση χρήσης των social media και στην ανάγκη της διαφήμισης να προσαρμοστεί στην νέα εποχή. Έτσι όλο και περισσότερες επιχειρήσεις αυξάνουν συνεχώς τα έξοδα για διαφήμιση στα social media. Συγκεκριμένα, αναφέρεται στην αγορά των ΗΠΑ και στην αύξηση των δαπανών που προβλέπεται για αυτό τον σκοπό από $4,7 δις το 2011 στα $11 δις το 2017. Τα μέσα κοινωνικής δικτύωσης, λοιπόν, αποτελούν το πιο σύγχρονο μέσο διαφήμισης.

Οι Dehghani et al. (2016) αναφέρουν ότι ολοένα και μεγαλύτερος αριθμός ανθρώπων ξοδεύει μεγάλο χρόνο της καθημερινότητάς τους βλέποντας διάφορα βίντεο στο YouTube. Έτσι η προβολή διαφημίσεων σε αυτή την πλατφόρμα είναι αναπόφευκτη αλλά οι παράγοντες που πείθουν τους καταναλωτές να αποδεχτούν το YouTube ως μέσο διαφήμισης δεν είναι ακόμη πλήρως κατανοητοί κάτι που προσπαθούν να διαλευκάνουν με την έρευνά τους. Τα αποτελέσματά τους δείχνουν ότι η ψυχαγωγία (entertainment), η πληροφόρηση (informativeness) και η εξατομίκευση (customization) είναι οι ισχυρότεροι θετικοί οδηγοί, ενώ ο εκνευρισμός (irritation) σχετίζεται αρνητικά με τη διαφήμιση στο YouTube. Οι καταναλωτές τείνουν να αποφεύγουν τις on-line διαφημίσεις λόγω της εκνευριστικής τους πλευράς.

3.3 Ιστορία της μικροοικονομίας

Σύμφωνα με την Tubaro (2015) η μικροοικονομία είναι ένας από τους δύο κυριότερους πυλώνες της οικονομικής επιστήμης με τον δεύτερο να είναι η μακροοικονομία. Η μικροοικονομία ερευνά τον τρόπο με τον οποίο τα άτομα, τα νοικοκυριά και οι εταιρίες λαμβάνουν τις αποφάσεις τους και πώς αυτές επηρεάζουν τους άλλους. Ο Σκωτσέζος φιλόσοφος Adam Smith που έζησε τον 18ο αιώνα θεωρείται ένας από τους θεμελιωτές της οικονομικής επιστήμης διότι έθεσε τις βάσεις της επιστήμης που αργότερα ονομάστηκε μικροοικονομία. Με το έργο του «***Wealth of Nations***» ήταν ο πρώτο που χαρακτήρισε την ατομική οικονομική συμπεριφορά ως κάτι το σημαντικό. Το έργο του Smith συνέβαλε επίσης στη διαμόρφωση της άποψης των οικονομολόγων για την αγορά ως συσκευή συντονισμού που εξασφαλίζει, εκ των υστέρων, ότι οι μεμονωμένες αποφάσεις είναι συνεπείς μεταξύ τους και δημιουργούν μια σωστή λύση. Το «αόρατο χέρι» του Smith συχνά αναγνωρίζεται ως μια αποτελεσματική εκπροσώπηση αυτού του μηχανισμού που αναφέραμε. Έτσι, όπως είχε υποστηρίξει και ο Thomas Hobbes που έζησε το 17ο αιώνα δεν υπάρχει η ανάγκη μιας ισχυρής κρατικής εξουσίας που να επιβάλλει την κοινωνική τάξη.

Με το έργο του «***On the Principles of Political Economy and Taxation***» που δημοσιεύθηκε το 1817 ο Βρετανός David Ricardo αναρωτήθηκε πόσο αποτελεσματική είναι και πόσο επηρεάζει τα κέρδη μιας επιχείρησης αλλά και την ευημερία των εργαζομένων η αντικατάσταση των εργαζομένων από τις μηχανές και η εισαγωγή προϊόντων μέσω του διεθνούς εμπορίου τα οποία παράγονται σε εθνικό επίπεδο.

Μεγάλη έμφαση δόθηκε και στους παράγοντες της προσφοράς-ζήτησης και στην αποτελεσματική ισορροπία της αγοράς. Όταν η προσφορά είναι ίση με την ζήτηση, η αγορά βρίσκεται σε ισορροπία. Ο Γάλλος μαθηματικός Augustin Cournot το 1838 ήταν ο πρώτος που σκιαγράφησε αυτές τις αρχές με τη βοήθεια διαγραμμάτων τιμής-ποσότητας στα οποία η ζήτηση ενός αγαθού μειώνεται και η προσφορά αυξάνεται με την τιμή του. Η διασταύρωση των διαγραμμάτων της προσφοράς και της ζήτηση προσδιορίζει την ισορροπία δηλαδή την τιμή στην οποία η προσφορά ισούται, με τη ζήτηση (the market clears). Αυτή η προσέγγιση της μερικής ισορροπίας αναπτύχθηκε περαιτέρω αργότερα από τον Alfred Marshall και σήμερα αποτελεί βασικό μέρος της προπτυχιακής εκπαίδευσης ανά τον κόσμο όσον αφορά τις οικονομικές επιστήμες.

Αρκετά αργότερα, τον 20^{ο} αιώνα, ο Gary Becker με το έργο του υποστήριξε ότι η ατομική συμπεριφορά ακολουθεί τις ίδιες θεμελιώδεις αρχές σε διαφόρους τομείς. Έτσι επέκτεινε τις αρχές της μικροοικονομικής στη μελέτη νέων περιοχών όπως στο έγκλημα, τις διακρίσεις, το γάμο και την οικογένεια ασκώντας σταδιακά τεράστια επίδραση στο επάγγελμα του οικονομολόγου αλλά και σε «γειτονικούς» κλάδους.

Πρόσφατα, αποδείχθηκε ότι οι άνθρωποι παίρνουν αποφάσεις βασιζόμενοι σε απλοϊκές ευρετικές μεθόδους, περισσότερο ακολουθώντας συνήθειες απ’ ότι τη λογική και χρησιμοποιούν τα συναισθήματα τους για ανταποκριθούν στις διάφορες καταστάσεις που προκύπτουν.

Κεφάλαιο 4

Σημαντικοί ορισμοί και έννοιες

4.1 Δυναμικά συστήματα

Σύμφωνα με τον Shone (2001) τα Δυναμικά Συστήματα (ΔΣ) εξετάζουν πώς αλλάζουν τα πράγματα με την πάροδο του χρόνου. Κάποιος που εξετάζει ένα ΔΣ πρέπει να προσδιορίσει το σημείο του χρόνου για κάθε μεταβλητή. Αν π.χ. εξετάζουμε τις τιμές ενός προϊόντος πρέπει να προσδιορίσουμε αυτή την τιμή σε κάθε χρονική στιγμή.

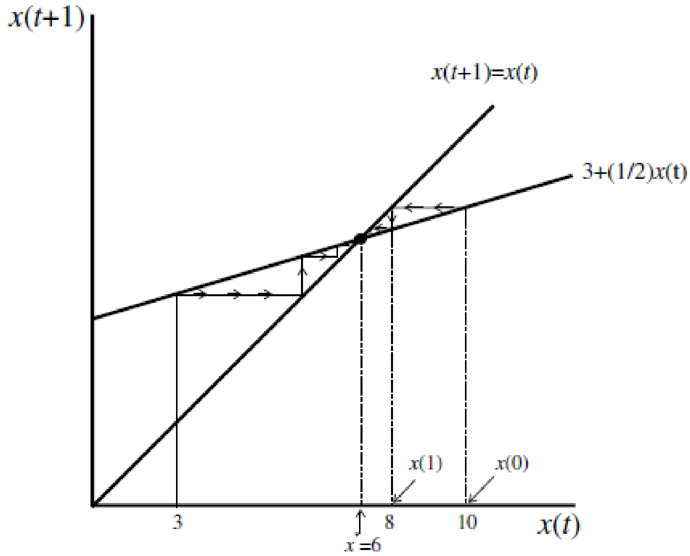
Για να καταλάβουμε καλύτερα τις έννοιες ας δούμε την παρακάτω συνάρτηση ως παράδειγμα:

$$x(t+1) = 3 + \frac{1}{2}x(t) \tag{4.1.1}$$

Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η τιμή της μεταβλητής x την χρονική στιγμή $t+1$ δίνεται συναρτήσει της ίδιας μεταβλητής την χρονική στιγμή t. Τέτοιες εξισώσεις ονομάζονται **αναδρομικές**. Αυτό ισχύει ακόμα κι αν εξαρτάται από τις τιμές της σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, δηλαδή όταν έχουμε πρώτης, δεύτερης κ.ο.κ. τάξης αναδρομική εξίσωση. Επίσης, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το συγκεκριμένο αναδρομικό μοντέλο είναι και γραμμικό αλλά θα μπορούσε να μην ήταν κάτι που συμβαίνει συχνά.

Αν υποθέσουμε ότι $x(0) = 10$**,** τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το $x(1) = 3 + \frac{1}{2}x(0) = 3 + \frac{1}{2}10 = 8$ και έπειτα το $x(2) = 3 + \frac{1}{2}x(1) = 3 + \frac{1}{2}8 = 7$. Αν συνεχίσουμε θα παρατηρήσουμε ότι με την πάροδο του χρόνου η τιμή του x όχι απλά γίνεται όλο και πιο μικρή αλλά πλησιάζει όλο και περισσότερο στον αριθμό 6. Έτσι, λέμε ότι ο αριθμός 6 είναι το σημείο ισορροπίας ή σταθερό σημείο (equilibrium) του συστήματος. Αυτό σημαίνει ότι όταν το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία η μεταβλητή x παίρνει σε κάθε χρονική στιγμή την ίδια τιμή δηλαδή, $x(t-1) = x(t) = x^*$. Αξίζει να σημειωθεί ότι ένα σύστημα μπορεί να έχει παραπάνω από ένα σημεία ισορροπίας αν και το συγκεκριμένο που μελετάμε έχει ένα.

Στην Εικόνα 1 βλέπουμε ένα διάγραμμα με οριζόντιο άξονα τον $x(t)$ και κάθετο τον $x(t+1)$ και την $x(t+1) = x(t)$ να σχηματίζει με τους δύο άξονες γωνία 45^o. Επίσης, υπάρχει σχεδιασμένη η εξίσωση που μελετάμε.



Εικόνα 1 (πηγή***: Shone, R. (2001). An introduction to economic dynamics. Cambridge University Press)***

Από την Εικόνα 1 φαίνεται ότι η εξίσωση $3 + (1/2)x(t)$ τέμνει την $x(t + 1) = x(t)$ στο σημείο ισορροπίας $x = 6$. Αυτό είναι και το μοναδικό σημείο που την τέμνει κάτι που αποδεικνύει γραφικά ότι το σταθερό σημείο της εξίσωσης είναι μοναδικό.

Βλέπουμε επίσης τις τιμές της μεταβλητής $x(t)$ με την πάροδο του χρόνου και το σχήμα που δημιουργείται (με διαδοχικές επαναλήψεις) που έχει τη μορφή «σκάλας». Αυτό το σχήμα έχει την ονομασία «ιστός αράχνης» (cobweb) γιατί σε άλλες περιπτώσεις θυμίζει τον σχηματισμό του ιστού της αράχνης.

Για να αποδείξουμε ότι το $x = 6$ είναι σημείο ισορροπίας της εξίσωσής μας πρέπει να είναι σημείο ισορροπίας και για οποιαδήποτε αρχική τιμή $x(0)$. Έτσι μελετάμε την περίπτωση όπου $x(0) = 3$. Όπως φαίνεται από το σχήμα ξεκινώντας από το 3 με την ακολουθία 3, 4,5, 5,25, 5,625 κοκ καταλήγουμε πάλι στο σημείο $x = 6$.

Μπορεί να αποδειχθεί μαθηματικώς ότι για οποιαδήποτε αρχική στιγμή κι αν λάβουμε υπόψιν μας πάντα το σημείο ισορροπίας στο οποίο θα καταλήγει η εξίσωση θα είναι το $x = 6$. Αυτό το γεγονός κάνει το σημείο αυτό «ολικά» (globally) σταθερό.

Το δυναμικό υπόδειγμα που εξετάσαμε, δηλαδή η εξίσωση $x(t + 1) = 3 + \frac{1}{2}x(t)$ με $x(0) = x_0$ είναι ένα *ντετερμινιστικό δυναμικό υπόδειγμα.* Δυναμικό είπαμε ότι είναι γιατί εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου ακόμα και με το γεγονός ότι είναι σταθερό στο σημείο $x = 6$ μετά από κάποια χρονική στιγμή.

Ντετερμινιστικό όμως είναι γιατί για την ίδια αρχική τιμή του x παίρνουμε πάντα τα ίδια αποτελέσματα σε κάθε χρονική στιγμή. Αυτό σημαίνει ότι η αρχική κατάσταση «καθορίζει» (determine) την ακολουθία.

Τα σημεία ισορροπίας χωρίζονται σε δύο κατηγορίες στους «ελκυστές» (attractors) και στους «απωθητές» (repellor). **Ελκυστής** ονομάζεται το σημείο ισορροπίας για το οποίο ισχύει ότι όταν ο χρόνος αυξάνεται η ακολουθία των διαδοχικών σημείων της μεταβλητής το πλησιάζει και **απωθητής** όταν συμβαίνει το αντίθετο, δηλαδή η ακολουθία απομακρύνεται από αυτό.

Όπως αναφέραμε η εξίσωση που εξετάσαμε είναι γραμμική. Στην πραγματική ζωή όμως τα πράγματα εκφράζονται συνήθως από υποδείγματα μη γραμμικών εξισώσεων.

Οι μη γραμμικές εξισώσεις ποικίλουν στις συμπεριφορές τους. Μπορεί να οδηγούν σε παραπάνω από ένα σταθερό σημείο, μπορεί να οδηγούν σε ένα σύστημα που παρουσιάζει ευστάθεια και αστάθεια σε διαφορετικές «γειτονιές» του ή μπορεί να οδηγούν σε κυκλική συμπεριφορά.

Ας το δούμε θεωρώντας την παρακάτω μη γραμμική εξίσωση:

$$x(t+1) = c + ax^2(t), x(0) = x_0 \qquad (4.1.2)$$

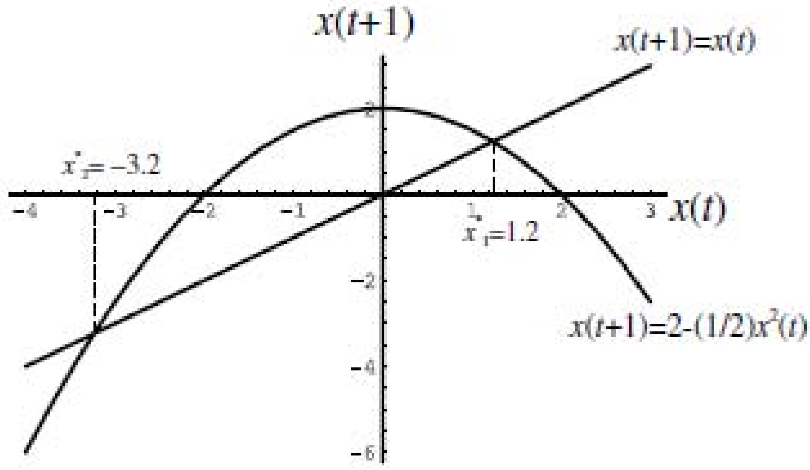
Μπορούμε να βρούμε τα σταθερά σημεία της αν υποθέσουμε ότι $x(t+1) = x(t) = x^*$. Αυτό είναι το $x^* = c + a(x^*)^2$ με λύσεις τις:

$x_1^* = \frac{1+\sqrt{1-4ac}}{2a}$ και $x_2^* = \frac{1-\sqrt{1-4ac}}{2a}$

Παρατηρούμε ότι οδηγηθήκαμε σε 2 σταθερά σημεία γεγονός που σημαίνει ότι κανένα απ' τα δύο δεν είναι ολικά αλλά τοπικά. Σ' αυτή την περίπτωση θα αναφερόμαστε σε «τοπική ευστάθεια» ή «τοπική αστάθεια».

Αν θεωρήσουμε την ακόλουθη εξίσωση: $x(t+1) = 2 + \frac{1}{2}x^2(t), x(0) = x_0$ παίρνουμε τα εξής σημεία ισορροπίας: $x_1^* = -1 + \sqrt{5}$ και $x_2^* = -1 - \sqrt{5}$. Παρατηρούμε ότι βρήκαμε τα σημεία ισορροπίας χωρίς να ξέρουμε την αρχική τιμή x_0.

Αν υποθέσουμε ότι $x_0 = -3,5$ βλέπουμε στην Εικόνα 2 ότι το διάγραμμα του συστήματος μειώνεται ραγδαία.



Εικόνα 2 (πηγή: Shone, R. (2001). ***An introduction to economic dynamics***. Cambridge University Press)

4.1.1 Διακριτά Δυναμικά Συστήματα

Διακριτό Δυναμικό Σύστημα (ΔΔΣ) ονομάζεται μια ακολουθία $\boldsymbol{y_t}$ που ορίζεται αναδρομικά, δηλαδή, υπάρχει ένας κανόνας που σχετίζει κάθε επόμενο αριθμό της ακολουθίας με τον προηγούμενο. Ένα τέτοιο σύστημα συμβολίζεται $y_{t+1} = f(y_t)$.

Αυτά τα συστήματα μπορεί να είναι γραμμικά ή μη γραμμικά και αυτόνομα ή μη αυτόνομα. <u>Γραμμικά</u> λέγονται όταν η $f(y_t)$ είναι γραμμική και αντίστοιχα όταν είναι μη γραμμική λέγονται <u>μη γραμμικά</u>. <u>Μη αυτόνομα</u> λέγονται όταν εκτός από τη μεταβλητή $\boldsymbol{y_t}$ περιέχει και τον χρόνο t διαφορετικά λέγονται <u>αυτόνομα</u>.

Επίσης, πρέπει να αναφερθεί ότι ένα σύστημα της μορφής $y_{t+1} + \alpha \cdot y_t = \mathrm{g(t)}$ ονομάζεται <u>ομογενές,</u> όταν ισχύει ότι $g(t) = 0$, για κάθε t και <u>μη ομογενές</u> διαφορετικά. Το ΔΔΣ θα λέγεται 1ης τάξης όταν εξαρτάται μόνο από την τιμή της συνάρτησης την προηγούμενη χρονική στιγμή. Αντίστοιχα λέμε ότι είναι 2ης, 3ης κλπ. τάξης εάν εξαρτάται και από τις τιμές της συνάρτησης σε περισσότερες προηγούμενες χρονικές στιγμές.

Το σημείο ισορροπίας ενός τέτοιου γραμμικού συστήματος βρίσκεται όταν θεωρήσουμε ότι $s(t) = s(t+1) = s^*$, δηλαδή, όταν η τιμή του την στιγμή t ισούται με την τιμή του την στιγμή $t + 1$.

Για να προσδιορίσουμε την μορφή του σημείου ισορροπίας μελετάμε την τιμή που παίρνει η συνάρτηση $f'(y^*)$**.** Συγκεκριμένα, εάν:

$0 \leq f'(y^*) < 1,$ τότε y^*,: ελκυστής (με μορφή σκάλας)

$$f'(y^*) > 1, \quad \text{τότε } y^*\text{: απωθητής (με μορφή σκάλας)}$$
$$-1 < f'(y^*) < 0, \quad \text{τότε } y^*\text{: ελκυστής (με μορφή ιστού αράχνης)}$$
$$f'(y^*) < -1, \quad \text{τότε } y^*\text{: απωθητής (με μορφή ιστού αράχνης)}$$

Ενώ, εάν, $f'(y^*) = 1$ ισχύει το εξής θεώρημα σύμφωνα με τον Τσικούρα (2010):

Έστω y^* σημείο ισορροπίας της εξίσωσης διαφορών $y_{t+1} = f(y_t)$ και έστω $f'(y^*) = 1$. Έστω επίσης ότι $f^{(m)}(y^*) = 0$ για κάθε $m = 2, 3, \dots, n-1$ ενώ $f^{(n)}(y^*) \neq 0$. Τότε:

Αν n άρτιος, τότε το y^* είναι κάτω ημιευσταθές αν $f^{(n)}(y^*) > 0$ και άνω ημιευσταθές αν $f^{(n)}(y^*) < 0$.

Αν n περιττός, τότε το y^* είναι ευσταθές αν $f^{(n)}(y^*) < 0$ και ασταθές αν $f^{(n)}(y^*) > 0$.

4.1.2 Συστήματα Διαφορικών Εξισώσεων

Πολλά οικονομικά μοντέλα καταλήγουν σε συστήματα δύο (ή περισσότερων) διαφορικών εξισώσεων της μορφής:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} = f(x, y, t) \\ \dfrac{dy}{dt} = \dot{y} = g(x, y, t) \end{cases}$$

Αν (x^*, y^*): σημείο του φασικού επιπέδου για το οποίο ισχύει $f(x, y) = 0$ και $g(x, y) = 0$ (ταυτόχρονα) τότε: $\frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt} = 0$ και το σημείο (x^*, y^*) ονομάζεται σταθερό σημείο.

Η μορφή του σταθερού σημείου ενός τέτοιου συστήματος εξαρτάται από την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συντελεστών, του ίχνους του και της διακρίνουσας τριωνύμου της χαρακτηριστικής εξίσωσης.

Συγκεκριμένα, έστω ότι έχουμε το παρακάτω διαφορικό σύστημα:

$$\begin{cases} \dot{x} = a_{11}x + a_{12}y \\ \dot{y} = a_{21}x + a_{22}y \end{cases}$$

Ο πίνακας των συντελεστών έχει την μορφή:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}$$

Το ίχνος του πίνακα συντελεστών είναι το:

$$tr(A) = a_{11} + a_{22}$$

Η ορίζουσα:

$$\det(A) = \alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}$$

Η διακρίνουσα:

$$\Delta = [tr(A)]^2 - 4\det(A)$$

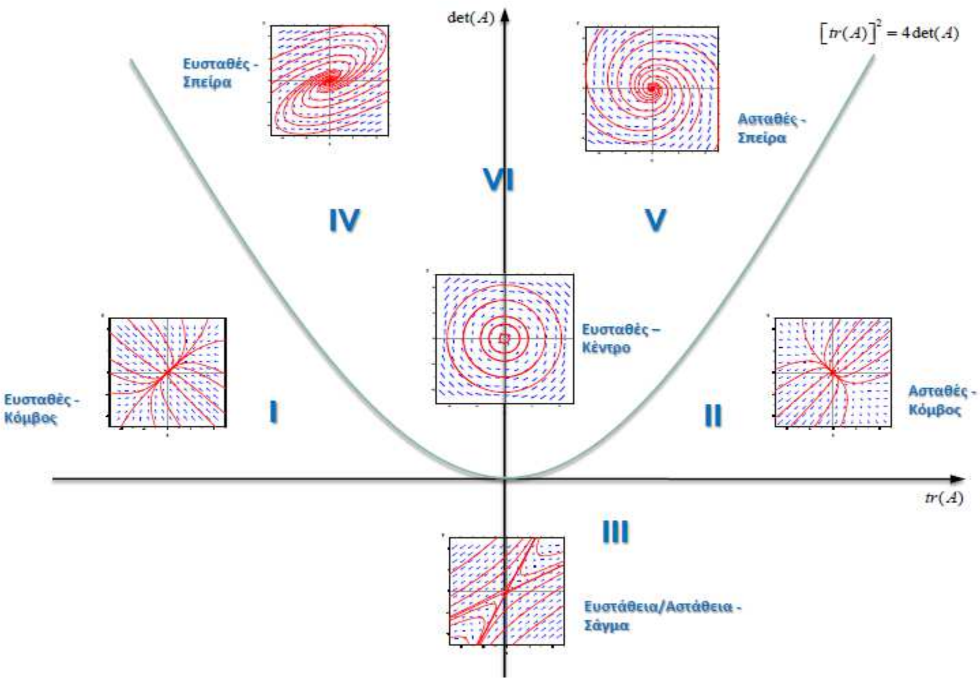
Έτσι υπολογίζοντας όλα τα παραπάνω μπορούμε να προσδιορίσουμε τη μορφή του σταθερού σημείου. Συγκεκριμένα:

$$\text{Για } \Delta > 0 = \begin{cases} \det(A) > 0 \begin{cases} tr(A) < 0, \textit{τότε έχουμε Ευσταθή} - \textit{Κόμβο} \\ tr(A) > 0, \textit{τότε έχουμε Ασταθή} - \textit{Κόμβο} \end{cases} \\ \det(A) < 0, \textit{τότε έχουμε Αστάθεια υπό συνθήκη} - \textit{Σάγμα} \end{cases}$$

$$\text{Για } \Delta = 0 = \begin{cases} \mathrm{tr}(A) < 0, \textit{τότε έχουμε Ευσταθή} - \textit{Κόμβο} \\ \mathrm{tr}(A) > 0, \textit{τότε έχουμε Ασταθή} - \textit{Κόμβο} \end{cases}$$

$$\text{Για } \Delta > 0 = \begin{cases} tr(A) \neq 0 \begin{cases} tr(A) < 0, \textit{τότε έχουμε Ευσταθή} - \textit{Σπείρα} \\ tr(A) > 0, \textit{τότε έχουμε Ασταθή} - \textit{Σπείρα} \end{cases} \\ tr(A) = 0, \textit{τότε έχουμε Ευσταθή} - \textit{Κέντρο} \end{cases}$$

Συνοψίζοντας, τα σημεία ισορροπίας παρουσιάζονται στην Εικόνα 3:



Εικόνα 3 (πηγή: Ζαχείλας Λουκάς: «Υπολογιστικές Μέθοδοι με τη χρήση του Maxima», (Σημειώσεις), 2011)

4.2 Η ανάπτυξη του κλάδου των δυναμικών συστημάτων στις οικονομικές επιστήμες

Τα δυναμικά συστήματα άρχισαν να γίνονται τάση και να αποκτούν ενδιαφέρον πάνω σε θέματα της οικονομίας στα τέλη της δεκαετίας του 1990. Η επίδραση σύμφωνα με το Shone (2001) ήταν αρκετά διαδεδομένη και επηρέασε τόσο την μικροοικονομία όσο και την μακροοικονομία με την επίδραση στην τελευταία να είναι σπουδαιότερη. Παρακάτω θα παρουσιαστούν μερικοί από τους κύριους τομείς όπου η οικονομική δυναμική κατέστη περισσότερο εμφανής.

Οι οικονομολόγοι πάντα ήξεραν ότι ο πραγματικός κόσμος είναι δυναμικός χωρίς όμως αυτό να φαίνεται στα βιβλία που εξέδιδαν εκτός μερικών εξαιρέσεων. Αυτό άρχισε να αλλάζει τη δεκαετία του 1970 όπου νέες πολιτικές άρχισαν να εφαρμόζονται στις δυτικές οικονομίες και οι μέχρι τότε μακροοικονομικές θεωρίες κατέρρευσαν. Η πιο εμφανής αλλαγή ήταν η ταχεία αύξηση του πληθωρισμού που σημειώθηκε με την αύξηση της ανεργίας. Αυτό έγινε χαρακτηριστικό των περισσότερων δυτικών οικονομιών. Τα άτομα άρχισαν να αναμένουν αυξήσεις των τιμών και να το ενσωματώσουν στη λήψη αποφάσεων. Εάν μια τέτοια συμπεριφορά έπρεπε να διαμορφωθεί και ήταν απαραίτητο να γίνει αυτό, τότε αναπόφευκτα εμπλέκονταν ένα δυναμικό μοντέλο της μακροοικονομίας. Όλο και περισσότερο λοιπόν δημιουργούσαν δυναμικά μοντέλα που συχνά περιλάμβαναν πληθωριστικές προσδοκίες. Ο πληθωρισμός δεν ήταν το μόνο θέμα για τους οικονομολόγους της εποχής. Υπήρξαν και άλλα που χρειαζόταν την εφαρμογή δυναμικών συστημάτων όπως τα υποδείγματα ζήτησης και προσφοράς.

Στην μικροοικονομία τα δυναμικά συστήματα αναπτύχθηκαν κυρίως για την παρουσίαση της εξέλιξης μονοπωλιακών και ολιγοπωλιακών οικονομιών. Αυτό το θέμα αναπτύσσεται στην παρούσα εργασία.

4.3 Διακλαδώσεις

Είναι σημαντικό αφού αναφέραμε τα παραπάνω να ασχοληθούμε και με την θεωρία διακλάδωσης. Η θεωρία διακλάδωσης είναι η μελέτη σημείων σε ένα σύστημα στα οποία αλλάζει η ποιοτική συμπεριφορά του συστήματος. Όσον αφορά τη γενική μορφή, έστω ότι η $f\ (x^*, \lambda)$ δηλώνει ένα σημείο ισορροπίας, του οποίου η τιμή εξαρτάται από την ακριβή τιμή της παραμέτρου $\boldsymbol{\lambda}$**.** Επιπλέον, οι ιδιότητες ευστάθειας του σημείου ισορροπίας θα εξαρτηθούν επίσης από την τιμή λ. Σε ορισμένες τιμές του λ τα χαρακτηριστικά της αλλαγής του συστήματος αλλάζουν, μερικές φορές δραματικά. Με άλλα λόγια, η ποιοτική συμπεριφορά του συστήματος και στις δύο πλευρές αυτών των τιμών είναι αρκετά διαφορετική. Αυτά τα σημεία ονομάζονται σημεία διακλάδωσης.

Ας υποθέσουμε τώρα την εξίσωση $x(t+1) = 1{,}5 \cdot x(t) \cdot (1 - x(t)) - \lambda$. Θέτοντας όπως αναφέραμε παραπάνω $x(t+1) = x(t) = x^*$ παίρνουμε τα δύο σημεία:

$$x_1^* = \frac{1 - \sqrt{1 - 24\lambda}}{6} \; \kappa\alpha\iota \; \tau o \; x_2^* = \frac{1 + \sqrt{1 - 24\lambda}}{6}$$

για $1 - 24\lambda < 0$ δηλαδή $\lambda > 1/24$ δεν υπάρχουν σταθερά σημεία, ενώ όμως όταν το $1 - 24\lambda > 0$ δηλαδή $\lambda < 1/24$ υπάρχουν τα παραπάνω σημεία.

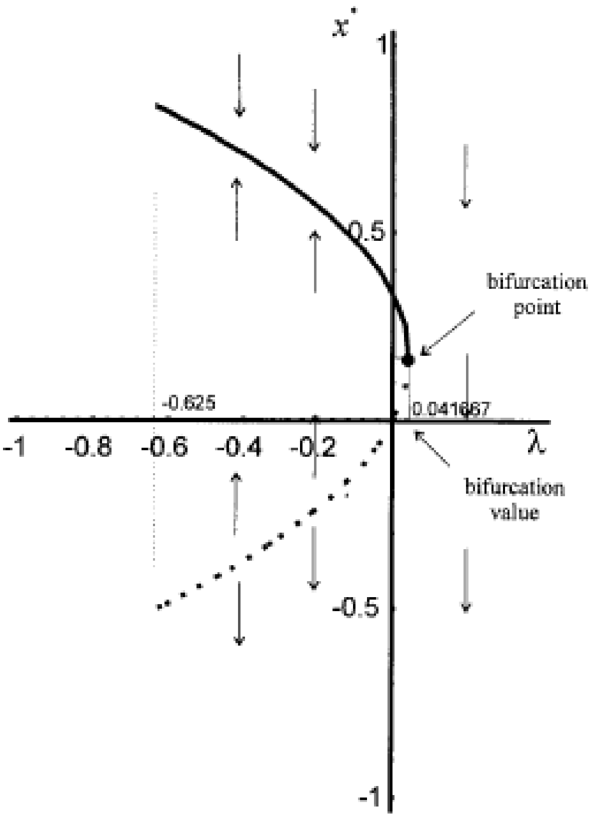
Για να προσδιορίσουμε την ευστάθεια των σημείων αυτών υπολογίζω την παράγωγο στο σταθερό σημείο: $f'(x^*) = 1{,}5 + 3x^*$ και καταλήγουμε ότι:

$f'(x_1^*) = 1 + 0{,}5\sqrt{1 - 24\lambda} > 1$ δηλαδή το x_1^* είναι ασταθές ή αλλιώς απωθητής

$f'(x_2^*) = 1 - 0{,}5\sqrt{1 - 24\lambda} > 1$, δηλαδή για $-0{,}625 < \lambda < 1/24 \Rightarrow -1 < f'(x_2^*) < 1$ το x_2^* είναι ευσταθές ή αλλιώς ελκυστής.

Τέλος, για $\lambda = 1/24$ τα σταθερά σημεία έχουν την ίδια τιμή $1/6$, δηλαδή $f'(1/6) = 1$. Από αυτό προκύπτει ότι τα σταθερά αυτά σημεία είναι ημιευσταθή και έτσι η τιμή $\lambda = 1/24$ καλείται τιμή διακλάδωσης.

Στην Εικόνα 4 φαίνονται όσα αναφέραμε παραπάνω.



Εικόνα 4 (πηγή: Shone, R. (2001). ***An introduction to economic dynamics***. Cambridge University Press)

Γενικά, αν θεωρήσουμε N_λ τον αριθμό των σημείων ισορροπίας ενός συστήματος όταν η παράμετρος είναι ίση με λ, τότε για οποιοδήποτε διάστημα $(\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0 + \varepsilon)$, αν το N_λ δεν είναι σταθερός, το λ_0 ονομάζεται τιμή διακλάδωσης και λέμε ότι το σύστημα «διακλαδώνεται».

4.4 Διάγραμμα Φάσης

Ο ορισμός που δίνουν οι Σαραφόπουλος και Μυλωνάς (2016) για το διάγραμμα φάσης μιας εξίσωσης διαφορών είναι ο εξής:

Διάγραμμα φάσης μιας λύσης μιας εξίσωσης διαφορών $y_t = f(y_{t-1})$ λέμε το διάγραμμα σε άξονες y_{t-1} (οριζόντιος) και y_t (κατακόρυφο) των ζευγών (y_{t-1}, y_t)της λύσης.

Από τον ορισμό των σημείων ισορροπίας προκύπτει η παρατήρηση ότι τα σημεία ισορροπίας της εξίσωσης διαφορών $y_t = f(y_{t-1})$ είναι τα σημεία τομής στο διάγραμμα φάσης της καμπύλης $y_t = f(y_{t-1})$ και της πρώτης διχοτόμου $y_t = y_{t-1}$.

Ο ορισμός των Σαραφόπουλου και Μυλωνά (2016) για το διάγραμμα φάσης μιας διαφορικής εξίσωσης είναι ο εξής:

Διάγραμμα φάσης μιας διαφορικής εξίσωσης λέμε τη γραφική παράσταση του συνόλου των λύσεων της (για διάφορες αρχικές συνθήκες) σε άξονες y και y'.

Και προσθέτουν ότι το διάγραμμα φάσης μιας διαφορικής εξίσωσης 1ης τάξης είναι $\left(\frac{dy}{dt} = f(y)\right)$ η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(y)$.

4.5 Η θεωρία του χάους

Σύμφωνα με τον Shone (2002) μία απεριοδική συμπεριφορά συχνά θεωρείται αποτέλεσμα είτε ενός εξωγενούς σοκ είτε πολύπλοκων συστημάτων. Σε ένα μη γραμμικό σύστημα μία μικρή αλλαγή μπορεί να επιφέρει μία τόσο ποσοτική όσο και ποιοτική δραματική αλλαγή. Αυτό το γεγονός δημιούργησε έναν νέο κλάδο έρευνας, την θεωρία του χάους. Όταν ένα ντετερμινιστικό σύστημα παρουσιάζει χάος σημαίνει ότι είναι πολύ ευαίσθητο στις αρχικές συνθήκες. Δηλαδή αλλάζοντας τις αρχικές συνθήκες το σύστημα μετά από ορισμένες περιόδους συμπεριφέρεται πολύ διαφορετικά. Με άλλα λόγια παρόλο που αυτά τα συστήματα είναι ντετερμινιστικά δεν είναι προβλέψιμα και έτσι μιλάμε για **ντετερμινιστικό χάος**.

4.6 Μορφές αγοράς με κριτήριο τον βαθμό ανταγωνισμού

Υπάρχουν τέσσερις μορφές αγοράς με κριτήριο τον βαθμό ανταγωνισμού σε μία αγορά και με αυτές ασχολείται η παρούσα εργασία. Αυτές είναι οι εξής:

- πλήρης ανταγωνισμός
- καθαρό μονοπώλιο
- μονοπωλιακός ανταγωνισμός και
- ολιγοπώλιο, του οποίου ειδική περίπτωση αποτελεί το δυοπώλιο.

Μονοπωλιακός ανταγωνισμός υπάρχει σε μία αγορά όταν οι επιχειρήσεις εισέρχονται ελεύθερα παράγοντας το δικό τους διαφοροποιημένο προϊόν ενώ ολιγοπώλιο είναι όταν στην αγορά υπάρχει ένας μικρός αριθμός επιχειρήσεων χωρίς τη δυνατότητα εισόδου νέων επιχειρήσεων.

Η μονοπωλιακή αγορά έχει έναν μόνο πωλητή με αποτέλεσμα ο ίδιος να διαμορφώνει την τιμή της αγοράς προσαρμόζοντας το επίπεδο του προϊόντος. Στο μονοπώλιο μεγαλύτερο προϊόν y προκαλεί χαμηλότερη τιμή $p(y)$ ενώ το προϊόν που πωλείται είναι μοναδικό με δυσκολία ή μη δυνατότητα εισόδου νέων «παικτών». Η διαφήμιση ακόμα και στο μονοπώλιο είναι απαραίτητη για διαφόρους λόγους όπως οι δημόσιες σχέσεις. Εδώ το οικονομικό κέρδος της επιχείρησης υπολογίζεται από την συνάρτηση $\Pi(y) = p(y) \cdot y - c(y)$, όπου $p(y)$ η τιμή του προϊόντος y και $c(y)$ η συνάρτηση κόστους. Το κέρδος μεγιστοποιείται αν παραγωγίσουμε ως προς y τη συνάρτηση $\Pi(y)$ και τη θέσουμε ίση με 0.

Στο ολιγοπώλιο οι επιχειρήσεις που δραστηριοποιούνται στην αγορά είναι λίγες, πιθανόν να είναι μόνο δύο. Στην περίπτωση των δύο επιχειρήσεων θεωρώντας ότι η επιχείρηση 1 παράγει $y1$ μονάδες προϊόντος και η επιχείρηση 2 παράγει $y2$ με αντίστοιχα τις συναρτήσεις κόστους $c1(y1)$ και $c2(y2)$, τότε η συνάρτηση κέρδους για την επιχείρηση 1 είναι: $\Pi 1(y1, y2) = p(y1 + \ y2) \cdot y1 - c1 \cdot (y1)$ και αντίστοιχα δημιουργείται η συνάρτηση κέρδους για την επιχείρηση 2. Πρέπει να τονιστεί ότι στην περίπτωση ολιγοπωλιακής αγοράς η ανάγκη για διαφήμιση είναι αρκετά μεγάλη αφού οι επιχειρήσεις δύναται να πωλούν ομοιογενή προϊόντα.

Στον πλήρη ανταγωνισμό ο αριθμός επιχειρήσεων που δραστηριοποιούνται στην αγορά και που πωλούν ομοιογενή προϊόντα είναι πολύ μεγάλος. Στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό υπάρχουν πολλές επιχειρήσεις που πωλούν ελαφρώς διαφοροποιημένα προϊόντα με μεγάλη την ανάγκη της διαφήμισης.

Κεφάλαιο 5

Γραμμικό μοντέλο διαφήμισης στα Social Media (Μέσα Κοινωνικής Δικτύωσης) σε διακριτό χρόνο

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν κάποιες παραλλαγές των μοντέλων που παρουσίασε ο Shone (τα οποία είδαμε παραπάνω) και αφορούν την επίδραση της διαφήμισης στη ζήτηση του εκάστοτε προϊόντος μιας επιχείρησης που αποτελεί μονοπώλιο. Να υπενθυμίσουμε ότι ακόμα και στο μονοπώλιο είναι απαραίτητη η διαφήμιση αφού χρειάζεται να γνωστοποιηθεί ή να υπενθυμιστεί στον καταναλωτή η ύπαρξη του προϊόντος και να τον πείσει ότι του είναι αναγκαίο.

Όπως έχουμε αναφέρει η νέα τάση στη διαφήμιση είναι τα social media αφού κερδίζουν ολοένα την προτίμηση κυρίως των νέων που αποτελούν και τον στόχο των διαφημιστών αφού είναι πρόθυμοι να καταναλώσουν περισσότερα προϊόντα έναντι του παραδοσιακού κοινού που προτιμάει την τηλεόραση.

Ένα μοντέλο που θα αναπτυχθεί στη συνέχεια είναι το εξής διακριτό και γραμμικό:

$$s(t+1) = s(t) - r \cdot s(t) + (f \cdot x + i \cdot y + w \cdot z) \cdot \frac{m - s(t)}{m} \qquad (5.1)$$

όπου:

s(t): η ζήτηση του προϊόντος την περίοδο ***t***

r: ο σταθερός ρυθμός μείωσης της ζήτησης του προϊόντος

m: η μέγιστη δυνατή απορρόφηση του προϊόντος (π.χ. τα κομμάτια που παρήχθησαν)

f: η «δύναμη» ή «επιρροή» του social media Facebook στους καταναλωτές

i: η «δύναμη» ή «επιρροή» του social media Instagram στους καταναλωτές

w: η «δύναμη» ή «επιρροή» του social media Twitter στους καταναλωτές

x: οι εμφανίσεις της διαφήμισης στο «Facebook»

y: οι εμφανίσεις της διαφήμισης στο «Instagram»

z: οι εμφανίσεις της διαφήμισης στο «Twitter»

Το κλάσμα $\frac{m-s(t)}{m}$ δηλώνει το ποσοστό των ανθρώπων που δεν έχει αγοράσει το προϊόν την προηγούμενη περίοδο.

Η Εξ. 5.1 είναι μία αναδρομική εξίσωση (ΔΔΣ) $1^{ης}$ τάξης αφού κάθε όρος της ακολουθίας σχετίζεται μόνο με τον προηγούμενο βάσει ενός κανόνα. Επίσης, είναι αυτόνομο, αφού εκτός από την συνάρτηση $s(t)$ δεν περιέχει τον χρόνο ***t***.

Η εξίσωση που περιγράφει την πορεία της ζήτησης χωρίς την επίδραση της διαφήμισης είναι η Εξ. 5.1 όταν θέσουμε $x = y = z = 0$. Δηλαδή η:

$$s(t+1) = s(t) - r \cdot s(t) \tag{5.2}$$

Βλέπουμε ότι η ζήτηση, που όταν είναι μικρότερη της τιμής του m ταυτίζεται με τον όγκο πωλήσεων, έχει την τάση να μειώνεται με αποτέλεσμα να χρειάζεται η διαφήμιση για να κερδίσει το χαμένο έδαφος από τους καταναλωτές που δεν έχουν αγοράσει την προηγούμενη περίοδο το προϊόν.

Να σημειώσουμε ότι υποθέτουμε ως περίοδο (όπου αναφέρεται) το ένα 24ωρο.

Το social media με τους περισσότερους χρήστες (σε εκατομμύρια) είναι το Facebook με 2.449 (1.600 καθημερινά ενεργοί), ακολουθεί το Instagram με 1.000 (600 καθημερινά ενεργοί) και τέλος το Twitter με 340 (134 καθημερινά ενεργοί) (Πηγή: statista.co).

Μόνο ο αριθμός των χρηστών όμως δεν είναι αντιπροσωπευτικός της δύναμης που έχει το κάθε social media στο καταναλωτικό κοινό αφού πολλοί χρήστες τους είναι ανενεργοί συνήθως για μεγάλο χρονικό διάστημα και το κάθε μέσο χρησιμοποιείται από ανθρώπους διαφορετικής ηλικίας. Γι’ αυτό τον λόγο πρέπει να εξετάσουμε κι άλλα στατιστικά ενώ επίσης πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας ότι οι διαφημίσεις στα social media είναι στοχευμένες ανάλογα με τις αναζητήσεις των χρηστών ή παρουσιάζονται σε μορφή αναρτήσεων από λογαριασμούς ανθρώπων με μεγάλη επιρροή.

Το Facebook σήμερα το χρησιμοποιούν πάνω από 7 εκατομμύρια επιχειρήσεις για διαφήμιση, ενώ το 43% των Business to Business (B2B) υπεύθυνων του marketing το θεωρούν το πιο σημαντικό μέσο κανάλι διαφήμισης. Οι διαφημίσεις σε μορφή βίντεο έχουν το χαμηλότερο Cost per Click (CPC) με μέσο όρο 1,86$. Τέλος, το 26% των χρηστών που κάνουν «κλικ» σε μία διαφήμιση ολοκληρώνουν την αγορά του προϊόντος. (Πηγή: socialpilot.com)

Οι επιχειρήσεις που χρησιμοποιούν το Instagram σήμερα για να διαφημιστούν αγγίζουν τα 2 εκατομμύρια. Το 30% των χρηστών του δηλώνει ότι έχει αγοράσει ένα προϊόν που είδαν στο μέσο αυτό, ενώ οι διαφημιστές έχουν πρόσβαση σε 52,9 εκατομμύρια νέους, οι οποίοι είναι πιο πιθανό να αγοράσουν κάποιο προϊόν (Πηγή: socialpilot.co)

Το ad engagement του Twitter είναι στο 23% και τα κέρδη από διαφημίσεις, για αυτό το κοινωνικό μέσο τον τελευταίο χρόνο αυξήθηκε κατά 21% αγγίζοντας τα $727 εκατομμύρια. Το 12% των Αμερικάνων χρησιμοποιεί το Twitter για να ενημερωθεί γεγονός που δείχνει ότι το εμπιστεύονται. Τα tweets που δημοσιεύονται καθημερινά είναι 140 εκατομμύρια (Πηγή: socialpilot.co).

Επιπλέον, ισχύει ότι για 1000 εμφανίσεις του προϊόντος (impressions) στο Facebook ο διαφημιζόμενος πρέπει να πληρώσει 7,19$, για το Instagram και το Twitter τα ποσά είναι 7,91$ και 6,46$, αντίστοιχα (Πηγή: www.webfx.com).

Για να μπορέσουμε να προσδιορίσουμε αριθμητικά τις παραμέτρους f, i, w του μοντέλου που δημιουργήσαμε, θα πρέπει να λάβουμε σοβαρά υπόψη μας τις παραπάνω στατιστικές. Οι παράμετροι θα πρέπει να είναι μικρότερες της μονάδας, αφού διαφορετικά θα σήμαινε ότι για κάθε εμφάνιση πραγματοποιείται τουλάχιστον μία αγορά κάτι το οποίο δεν ισχύει.

Κάνοντας τους υπολογισμούς για το Facebook αφού λάβουμε υπόψιν μας ότι για μία επιχείρηση που ξεκινάει τώρα να διαφημίζεται το ποσοστό της διαφήμισης είναι κοντά στο 30% των εσόδων καταλήγουμε στα εξής:

- Facebook: $7{,}19 \cdot \frac{100}{30} = 23{,}96$ έσοδα για 1000 προβολές, δηλαδή 0,02396 έσοδα ανά προβολή
- Instagram: $\frac{7{,}91}{7{,}19} = 1{,}10$ δηλαδή 10% υψηλότερα έσοδα ανά προβολή από τα αντίστοιχα του Facebook, που σημαίνει $0{,}02396 \cdot 1{,}1 = 0{,}026367$ έσοδα ανά προβολή
- Twitter: $\frac{6{,}16}{7{,}19} = 0{,}85$ που αναλογεί σε $0{,}02396 \cdot 0{,}85 = 0{,}020368$ έσοδα ανά προβολή

5.1 Περίπτωση 1

Με βάση τα παραπάνω, αρχικά, θέτουμε $f = 0{,}023967$, $i = 0{,}026367$ και $w = 0{,}020533$. Θεωρούμε ότι σε κάθε μέσο πραγματοποιείται ίσος αριθμός εμφανίσεων μιας διαφήμισης, δηλαδή, $x = y = z = 6000$ και ότι κάθε μία από αυτές εμφανίζεται σε διαφορετικούς χρήστες γιατί διαφορετικά θα έπρεπε να είχαμε διαφορετικούς συντελεστές f, i , w ανάλογα με το αν η διαφήμιση έχει ξαναεμφανιστεί στον ίδιο χρήστη ή όχι.

Ο ρυθμός μείωσης της ζήτησης ορίζεται $r = 0{,}05$ και η μέγιστη δυνατή απορρόφηση $m = 500$.

Η εξίσωση διαφορών για τις δοθείσες τιμές έχει τη μορφή:

$$g1: s(t+1) = 0{,}099596 s(t) + 425{,}202$$

Το σημείο ισορροπίας που προκύπτει, αν $s(t+1) = s(t) = s^*$, δηλαδή αν η τιμή της συνάρτησης $s(t)$ την στιγμή t είναι ίση με την τιμή της την στιγμή $t+1$, είναι το:

$$s^* = 472{,}2346$$

Για να προσδιορίσουμε την μορφή του σημείου ισορροπίας πρέπει να βρούμε την κλίση της $g1$:

$$\frac{dg1(s^*)}{ds^*} = 0{,}099596$$

Για το οποίο ισχύει:

$$0 \leq 0{,}099596 < 1$$

Γεγονός που δείχνει ότι το σημείο ισορροπίας μας είναι «ελκυστής» με «μορφή σκάλας». Δηλαδή (ανεξάρτητα της τιμής του $s(0)$) η διαφήμιση θα αυξήσει ή θα μειώσει τη ζήτηση φτάνοντας στα 463,7681 κομμάτια και μένοντας σταθερή εκεί όσο υπάρχει σταθερή διαφήμιση.

Κάνοντας χρήση το υπολογιστικό πακέτο Maxima, βρήκαμε τη λύση της αναδρομικής εξίσωσης η οποία είναι:

$$s_t = \frac{k_1 \cdot 24899^t}{250000^t} - \frac{106300500 \cdot 24899^t}{225101 \cdot 250000^t} + \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 70867}{23 \cdot 9787}$$

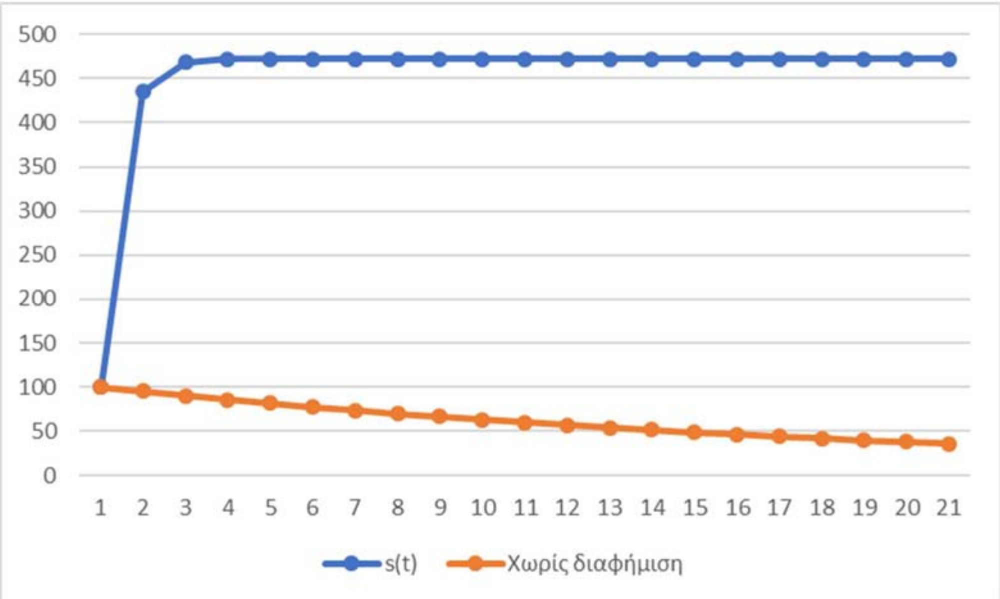
Αν χρησιμοποιήσουμε την αρχική συνθήκη $s(0) = 100$ βρίσκουμε την ειδική λύση:

$$s_t = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 70.867}{23 \cdot 9787} - \frac{83790400 \cdot 24899^t}{225101 \cdot 250000^t}$$

Αν πάλι χρησιμοποιήσουμε την αρχική συνθήκη $s(0) = 490$ η ειδική λύση είναι:

$$s_t = \frac{3998990 \cdot 24899^t}{225101 \cdot 250000^t} + \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 70867}{23 \cdot 9787}$$

Από το παρακάτω διάγραμμα (Εικόνα 5) μπορούμε να δούμε τις διακριτές τιμές της $s(t)$ και την εξέλιξη της από $t = 0$ έως $t = 20$. Αρχικά, όταν εφαρμόζεται η διαφήμιση, για πρώτη φορά, δίνει μεγάλη ώθηση στη ζήτηση η οποία αυξάνεται σημαντικά κάτι που είναι αναμενόμενο και συμβαίνει στην πραγματικότητα όταν ένα προϊόν πρωτοδιαφημίζεται. Παρατηρούμε ότι από τη στιγμή $t = 19$ και έπειτα οι πωλήσεις λόγω της διαφήμισης σταθεροποιούνται στο σημείο ισορροπίας που βρήκαμε παραπάνω. Επίσης, βλέπουμε την πορεία που θα ακολουθούσε η ζήτηση χωρίς την επίδραση της διαφήμισης. Ενώ με την διαφήμιση για αρχική ζήτηση $s(0) = 100$, τιμή που δίνει ο Shone (2001) στο μοντέλο που παρουσιάζει, η ζήτηση αυξάνεται αλλά όχι πάνω των 472,2346, χωρίς αυτή μειώνεται φτάνοντας μετά από κάποιες περιόδους στο σημείο ισορροπίας $s^* = 0$.



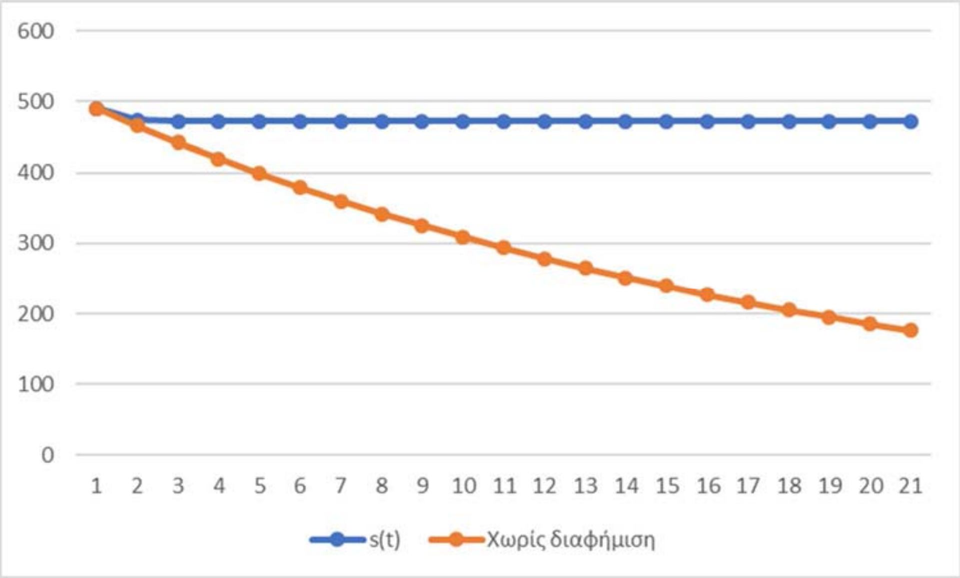
Εικόνα 5

Στον Πίνακα 1 βλέπουμε αριθμητικά την πορεία των δύο εξισώσεων.

t	s(t) (με διαφήμιση)	Χωρίς διαφήμιση
0	100	100
1	435,16	95
2	468,541936	90,25
3	471,8667768	85,7375
4	472,197931	81,450625
5	472,2309139	77,37809375
6	472,234199	73,50918906
7	472,2345262	69,83372961
8	472,2345588	66,34204313
9	472,2345621	63,02494097
10	472,2345624	59,87369392
11	472,2345624	56,88000923
12	472,2345624	54,03600877
13	472,2345624	51,33420833
14	472,2345624	48,76749791
15	472,2345624	46,32912302
16	472,2345624	44,01266687
17	472,2345624	41,81203352
18	472,2345624	39,72143185
19	472,2345624	37,73536025
20	472,2345624	35,84859224

*Πίνακας **1***

Για αρχική τιμή $s(0) = 490$, δηλαδή τιμή πάνω από το σημείο ισορροπίας s^*, οι πωλήσεις με διαφήμιση και χωρίς αυτή ακολουθούν την πορεία που φαίνεται στην Εικόνα 6.



Εικόνα 6

Στην ουσία η διαφήμιση μπορεί να μην αυξάνει τη ζήτηση αλλά μειώνει τον ρυθμό συρρίκνωσης της και τη συγκρατεί ώστε να μην πέσει κάτω απ’ το σημείο ισορροπίας.

Παρατηρούμε ότι η ζήτηση μειώνεται μέχρι να φτάσει στο σημείο ισορροπίας όπου και θα μείνει σταθερή για όλες τις περιόδους. Η ζήτηση χωρίς διαφήμιση ακολουθεί μια πτωτική πορεία και από την περίοδο $t = 1$ πέφτει κάτω του σημείου ισορροπίας της εξίσωσης με τη διαφήμιση.

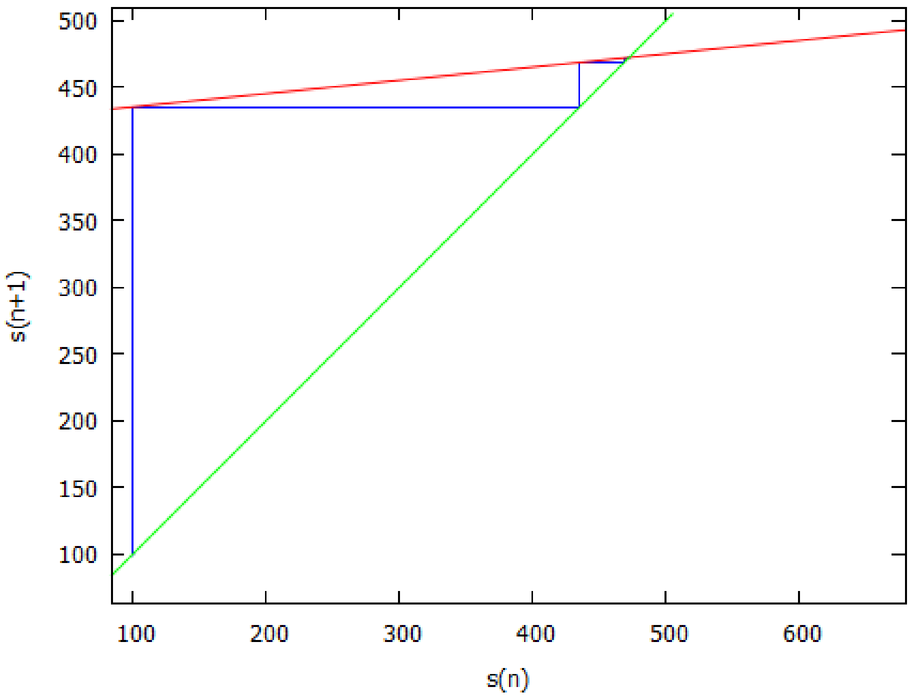
Στον Πίνακα 2 παρατηρούμε τις διακριτές τιμές που «παίρνουν» οι εξισώσεις «με» και «χωρίς» τη διαφήμιση.

t	**s(t) (με διαφήμιση)**	**Χωρίς διαφήμιση**
0	490	490
1	474,004	465,5
2	472,4107984	442,225
3	472,2521155	420,11375
4	472,2363107	399,1080625
5	472,2347365	379,1526594
6	472,2345798	360,1950264
7	472,2345641	342,1852751
8	472,2345626	325,0760113
9	472,2345624	308,8222108

10	472,2345624	293,3811002
11	472,2345624	278,7120452
12	472,2345624	264,776443
13	472,2345624	251,5376208
14	472,2345624	238,9607398
15	472,2345624	227,0127028
16	472,2345624	215,6620676
17	472,2345624	204,8789643
18	472,2345624	194,635016
19	472,2345624	184,9032652
20	472,2345624	175,658102

Πίνακας 2

Τέλος, στην Εικόνα 7 παρουσιάζεται το διάγραμμα που έχει τη μορφή «σκάλας» για αρχική τιμή $s(0) = 100$ και για 20 βήματα (αν και ήδη από το 5^{o} βήμα συγκλίνει στο σημείο ισορροπίας). Όπως παρατηρούμε επιβεβαιώνονται όλα τα παραπάνω ευρήματα, δηλαδή τη μορφή του σημείου ισορροπίας, αλλά και την τιμή του. Όσο περισσότερες πωλήσεις έχω την προηγούμενη περίοδο t τόσο μεγαλύτερες έχω την περίοδο $t + 1$ μέχρι να φτάσω στο σημείο ισορροπίας.



Εικόνα 7

5.2 Περίπτωση 2

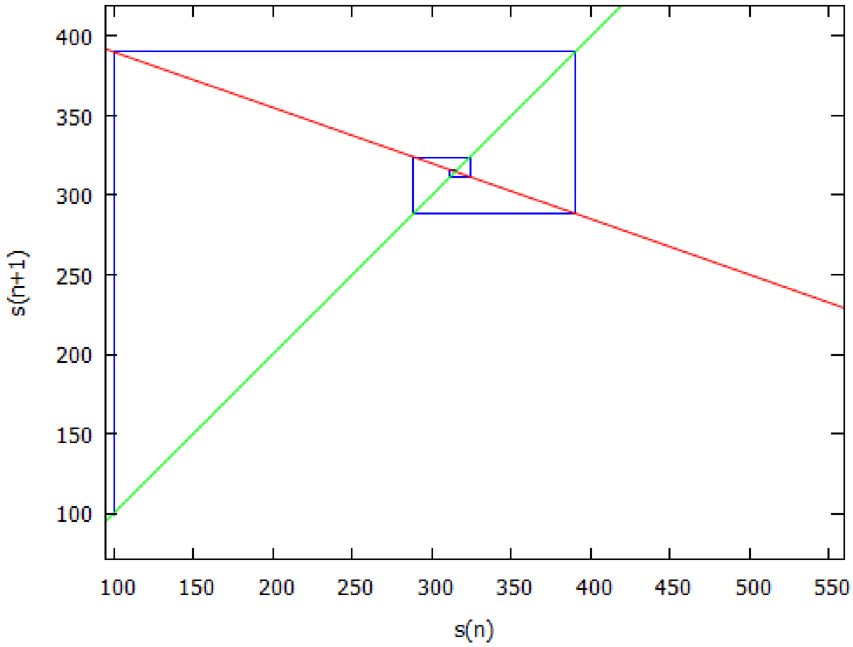
Στη 2η περίπτωση υποθέτουμε ότι το μοντέλο εφαρμόζεται για ένα προϊόν που είναι είδος πολυτελείας και αγοράζεται λιγότερο σε κάθε περίοδο από τους ίδιους καταναλωτές. Έτσι ο συντελεστής ***r*** που δείχνει τη μείωση των πωλήσεων ανά περίοδο αυξάνεται από το $r = 0{,}05$, που ήταν πριν για προϊόν πρώτης ανάγκης, και γίνεται $r_1 = 0{,}5$ ενώ όλες οι άλλες μεταβλητές εξακολουθούν να έχουν τις ίδιες τιμές με αυτή της 1ης περίπτωσης. Σε αυτήν την περίπτωση η κλίση της $g1$ είναι η ακόλουθη:

$$\frac{dg1(s^*)}{ds^*} = -0{,}350404$$

Δηλαδή:

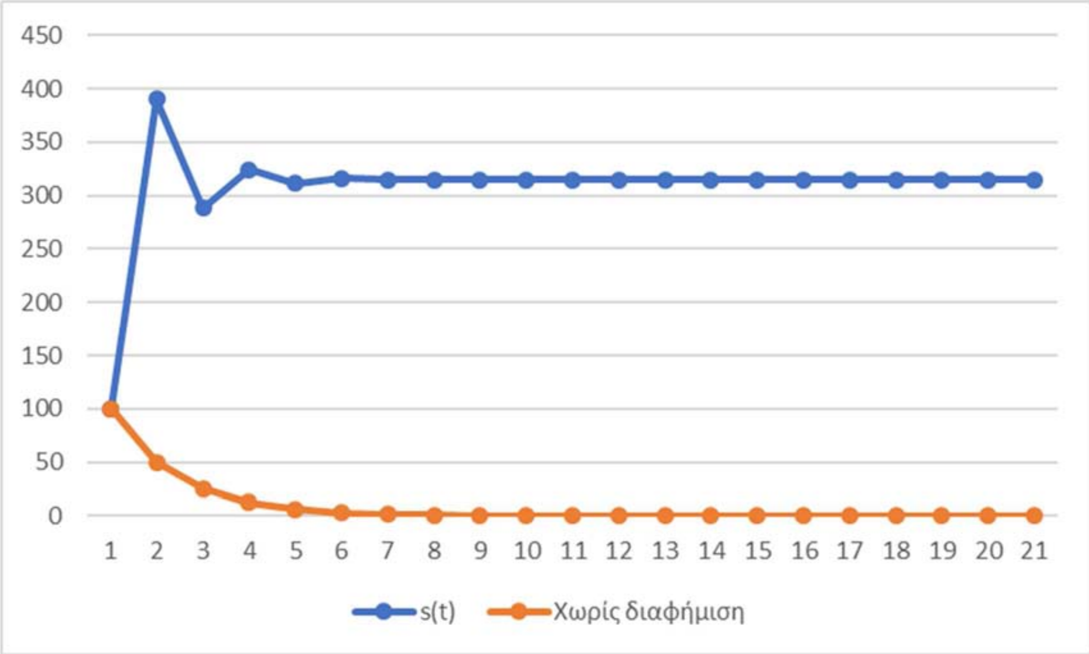
$$-1 \leq -0{,}350404 < 0$$

Το οποίο σημαίνει ότι το σημείο ισορροπίας το οποίο είναι το $s^* = 314{,}8702$ είναι ελκυστής με μορφή ιστού αράχνης. Αυτό φαίνεται και στην Εικόνα 8.



Εικόνα 8

Η ζήτηση αυξομειώνεται μέχρι να φτάσει στο σημείο ισορροπίας s^* αλλά σε κάθε χρονική περίοδο είναι υψηλότερη από τη ζήτηση όταν δεν έχουμε διαφήμιση. Αυτό φαίνεται στην Εικόνα 9.



Εικόνα 9

Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι όταν η ζήτηση είναι αρκετά υψηλή, τώρα που ο σταθερός ρυθμός μείωσης r_1 είναι αρκετά μεγάλος, η μείωση στη ζήτηση που επιφέρει ο r_1 είναι μεγαλύτερη από την επίδραση της διαφήμισης ενώ παράλληλα μικραίνει το ποσοστό από το οποίο η διαφήμιση μπορεί να αυξήσει τη ζήτηση. Αντίθετα όταν η ζήτηση είναι χαμηλή η διαφήμιση τη βοηθάει να αυξηθεί και πάλι.

Αυτό σημαίνει ότι η μη έγκαιρη αύξηση της διαφημιστικής δαπάνης επιφέρει περίοδο ύφεσης μετά από κάθε περίοδο άνθησης. Αυτό θα μπορούσε να αλλάξει αν όταν η επιχείρηση προβλέπει υψηλή ζήτηση αυξάνει αναλόγως και τις διαφημίσεις της ώστε να κερδίσει νέους καταναλωτές και η μείωση των παλιών καταναλωτών που θα επέφερε το ***r*** αντισταθμιζόταν από τους νέους αγοραστές. Η αύξηση των διαφημίσεων σε περιόδους άνθησης έχει νόημα αφού όσο λιγότεροι είναι οι καταναλωτές που δεν έχουν αγοράσει το προϊόν της επιχείρησης την προηγούμενη περίοδο τόσο δυσκολότερο είναι να τους πείσεις να προβούν στην αγορά του.

t	s(t) (με διαφήμιση)	Χωρίς διαφήμιση
0	100	100
1	390,16	50
2	288,487936	25

3	324,1138272	12,5
4	311,6305149	6,25
5	316,0046676	3,125
6	314,4719645	1,5625
7	315,0090236	0,78125
8	314,8208381	0,390625
9	314,8867783	0,1953125
10	314,8636729	0,09765625
11	314,871769	0,048828125
12	314,8689321	0,024414063
13	314,8699262	0,012207031
14	314,8695779	0,006103516
15	314,8696999	0,003051758
16	314,8696571	0,001525879
17	314,8696721	0,000762939
18	314,8696669	0,00038147
19	314,8696687	0,000190735
20	314,8696681	9,53674E-05

Πίνακας 3

5.3 Περίπτωση 3

Σε αυτή την περίπτωση κρατάμε σταθερά όλα τα δεδομένα της περίπτωσης 1 εκτός από τον αριθμό των εμφανίσεων στα social media τα οποία μεταβάλλονται και γίνονται $x = y = z = 10000$.

Το σημείο ισορροπίας τώρα είναι το $s^* = 482{,}9622$.

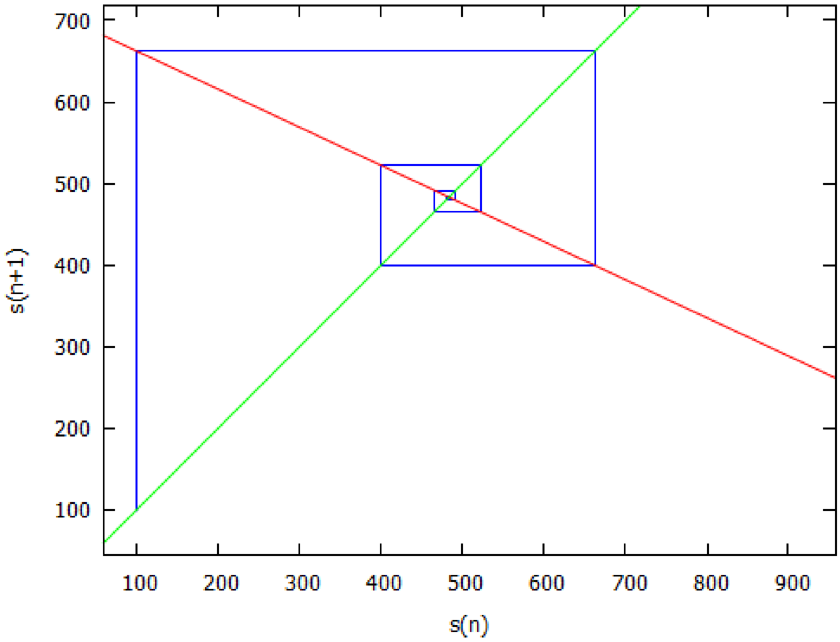
Ισχύει επίσης ότι:

$$\frac{dg1(s^*)}{ds^*} = -0{,}4673$$

Δηλαδή:

$$-1 \leq -0{,}4673 < 0$$

Γεγονός που δείχνει ότι αναφερόμαστε σε «ελκυστή» με μορφή «ιστού αράχνης» όπως φαίνεται στο διάγραμμα της Εικόνας 10.



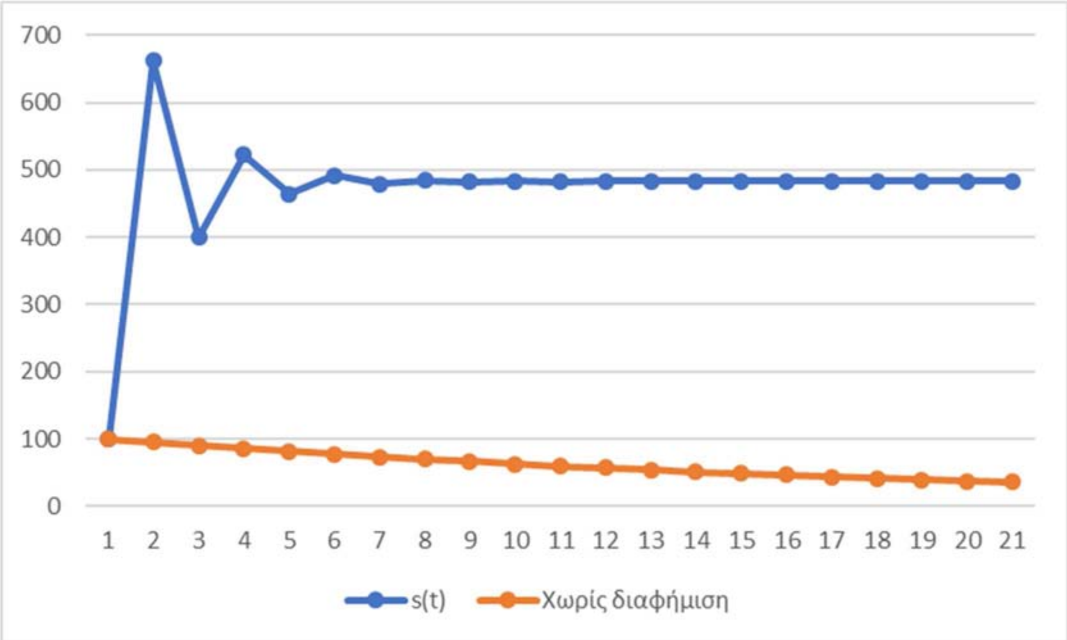
Εικόνα 10

Οι διακριτές τιμές της ζήτησης φαίνονται στον Πίνακα 4 και το διάγραμμα στην Εικόνα 11.

t	s(t)	Χωρίς διαφήμιση
0	100	100
1	661,9333333	95
2	399,3231556	90,25
3	522,0496453	85,7375
4	464,6954658	81,450625
5	491,4989857	77,37809375
6	478,9728074	73,50918906
7	484,826708	69,83372961
8	482,0909851	66,34204313
9	483,3694796	63,02494097
10	482,7719965	59,87369392
11	483,0512203	56,88000923
12	482,9207297	54,03600877

13	482,9817123	51,33420833
14	482,9532131	48,76749791
15	482,9665317	46,32912302
16	482,9603075	44,01266687
17	482,9632163	41,81203352
18	482,9618569	39,72143185
19	482,9624922	37,73536025
20	482,9621953	35,84859224

Πίνακας 4



Εικόνα 11

Εδώ υπάρχει μια ταλαντευόμενη συμπεριφορά της ζήτησης γύρω από το σημείο ισορροπίας με τάση σταθεροποίησης σε αυτό.

Παρατηρούμε ότι την χρονική στιγμή $t = 1$ η ζήτηση γίνεται $s(1) = 661{,}9333333$ αλλά η μέγιστη δυνατή απορρόφηση εξακολουθεί να είναι $m = 500$. Επομένως, η επιχείρηση δεν μπορεί να καλύψει αυτή τη ζήτηση και οι πελάτες δυσαρεστούνται με ό,τι αυτό συνεπάγεται για τις μελλοντικές ζητήσεις και τη φήμη της επιχείρησης. Την περίοδο $t = 2$ οι πωλήσεις πέφτουν κάτω από 500 και την $t = 3$ βρίσκονται πάλι σε ψηλότερο σημείο από το m.

Η μη ικανοποίηση της ζήτησης μεταξύ άλλων προκαλεί αυτό που αποκαλούμε «*απώλεια καλής πίστης*» από μέρους των καταναλωτών προς την επιχείρηση που είναι δύσκολο να υπολογιστεί πόσο ακριβώς επηρεάζει τη ζήτηση και τις πωλήσεις των επόμενων περιόδων και γι' αυτό τον λόγο δεν έχουμε προσθέσει αυτή την παράμετρο στο μοντέλο μας. Το πόσο σημαντική είναι όμως αυτή η παράμετρος για τη ζήτηση και επομένως και για τις πωλήσεις φαίνεται από το ποσοστό της «αποζημίωσης» που μπορεί να ζητήσει ένας λιανοπωλητής από τις εταιρίες. Ενδεικτικά υπάρχει περίπτωση που για κάθε κομμάτι παραγγελίας του λιανοπωλητή που δεν μπορεί να καλύψει η παραγωγή μιας εταιρίας η «αποζημίωση» φτάνει το 10% της παραγγελίας που δεν ικανοποιήθηκε ενώ όταν ο λιανοπωλητής σε συνεργασία με την επιχείρηση προβαίνουν σε προωθητικές καμπάνιες, δηλαδή σε διαφήμιση, η «αποζημίωση» είναι 100%. Αυτό δείχνει και πόσο σημαντική είναι η απώλεια καλής πίστης σε προϊόν που διαφημίστηκε σε σχέση με ένα που δε διαφημίστηκε.

5.4 Περίπτωση 4

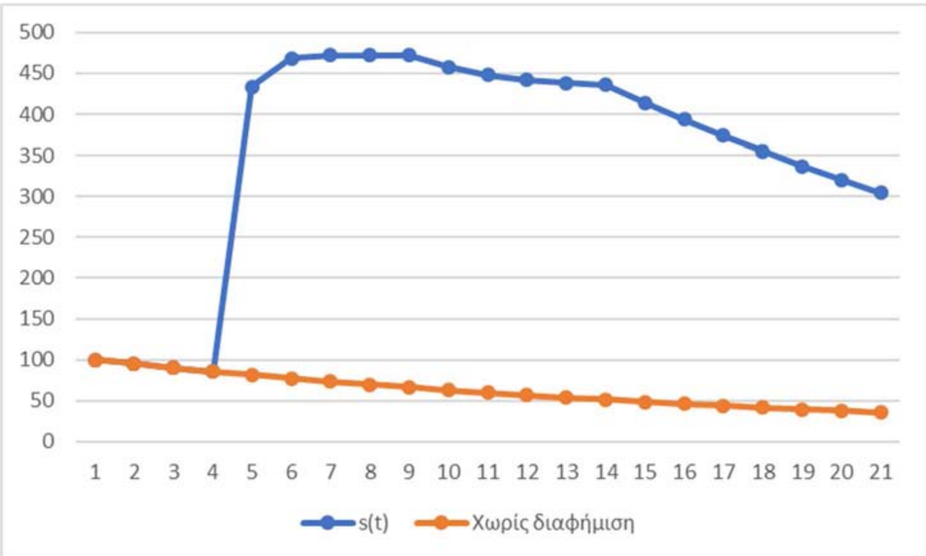
Στην 4η περίπτωση θα υποθέσουμε ότι έχουμε μεταβαλλόμενη διαφήμιση ανά περίοδο όπως φαίνεται στο Πίνακα 5 που ακολουθεί και όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους ίσες με αυτές της περίπτωσης 1:

t	***s(t)* (με διαφήμιση)**	***x(t)***	***y(t)***	***z(t)***	***s(t)* (χωρίς διαφήμιση)**
0	100	0	0	0	100
1	95	0	0	0	95
2	90,25	0	0	0	90,25
3	85,7375	6000	6000	6000	85,7375
4	433,7411121	6000	6000	6000	81,450625
5	468,4008798	6000	6000	6000	77,37809375
6	471,852854	6000	6000	6000	73,50918906
7	472,1966568	6000	6000	6000	69,83372961
8	472,2308982	0	6000	0	66,34204313
9	457,4056082	0	6000	0	63,02494097
10	448,0123637	0	6000	0	59,87369392

11	442,0608416	0	6000	0	56,88000923
12	438,289981	0	6000	0	54,03600877
13	435,9007788	0	0	0	51,33420833
14	414,1057399	0	0	0	48,76749791
15	393,4004529	0	0	0	46,32912302
16	373,7304302	0	0	0	44,01266687
17	355,0439087	0	0	0	41,81203352
18	337,2917133	0	0	0	39,72143185
19	320,4271276	0	0	0	37,73536025
20	304,4057712	0	0	0	35,84859224

Πίνακας 5

Βλέποντας τη ζήτηση των περιόδων $t = 1$ και $t = 2$ να μειώνεται η επιχείρηση αποφασίζει να διαφημιστεί στα social media. Όταν τα προϊόντα της αρχίζουν να εμφανίζονται σε μορφή διαφήμισης στα social media βλέπει τη ζήτηση να αυξάνεται δραματικά. Αντιλαμβάνοντας ότι το μέσο με την μεγαλύτερη επιρροή είναι το Instagram και έχοντας, ίσως, την ανάγκη να μειώσει την χρηματοδότηση για διαφήμιση σταματάει τις διαφημίσεις στα άλλα μέσα μετά από 5 περιόδους και αφήνει μόνο αυτή στο Instagram. Έτσι η ζήτηση αρχίσει ξανά να «πέφτει» αλλά με μικρότερο ρυθμό. Όταν σταματήσει και τη διαφήμιση στο Instagram η ζήτηση μειώνεται και πάλι με μεγαλύτερο ρυθμό. Αυτή η περιγραφή φαίνεται στο διάγραμμα της Εικόνας 12 που ακολουθεί.



Εικόνα 12

Τα συμπεράσματα που εξάγονται είναι ότι, όταν η επιχείρηση διαφημίζεται και στα 3 μέσα, η διαφήμιση βοηθάει στην αύξηση της ζήτησης ενώ όταν διαφημίζεται μόνο στο Instagram η διαφήμιση βοηθάει στην ελάττωση του ρυθμού μείωσης της ζήτησης αλλά δεν καταφέρνει να την αυξήσει.

Κεφάλαιο 6

Μη γραμμικό μοντέλο διαφήμισης στα Social Media σε διακριτό χρόνο

Όπως έχουμε αναφέρει ο πραγματικός κόσμος δεν είναι γραμμικός έτσι αναπτύξαμε ένα δεύτερο μη γραμμικό μοντέλο που θα εξηγήσει τον τρόπο που οι πωλήσεις ενός προϊόντος θα επηρεαστούν από τη διαφήμιση.

Το Instagram έχει την τάση να ασκεί ολοένα και μεγαλύτερη επιρροή στους χρήστες του και αυτό έχει ως πιθανό αποτέλεσμα να ξεπεράσει κατά πολύ τα άλλα δύο όσον αφορά την «δύναμη» που έχει πάνω στους χρήστες-καταναλωτές.

Επιπλέον, πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας ότι μετά από κάποιον αριθμό διαφημίσεων είναι πιθανό οι διαφημίσεις να μην βοηθούν της πωλήσεις ίσως ακόμα και να τις μειώνουν.

Το μοντέλο που αναπτύξαμε είναι το ακόλουθο:

$$s(t+1) = s(t) - r \cdot s(t) + (f \cdot x + w \cdot z) \cdot \frac{m - s(t)}{m} + (i \cdot y) \cdot \left(\frac{m - s(t)}{m}\right)^2 \tag{6.1}$$

όπου:

s(t): η ζήτηση την περίοδο t

r: ο ρυθμός μείωσης της ζήτηση

m: η μέγιστη δυνατή απορρόφηση του προϊόντος (π.χ. τα κομμάτια που παρήχθησαν)

f: η «δύναμη» ή «επιρροή» του social media Facebook στους καταναλωτές

i: η «δύναμη» ή «επιρροή» του social media Instagram στους καταναλωτές

w: η «δύναμη» ή «επιρροή» του social media Twitter στους καταναλωτές

x: οι εμφανίσεις της διαφήμισης στο Facebook

y: οι εμφανίσεις της διαφήμισης στο Instagram

z: οι εμφανίσεις της διαφήμισης στο Twitter

Οι παράμετροι παίρνουν τις εξής τιμές:

$r = 0{,}05$

$m = 500$

$x = z = 6000$

$f = 0{,}023967$

$w = 0{,}020533$

Δηλαδή, είναι ίδιες με το πρώτο γραμμικό μοντέλο μας.

Η «δύναμη» του Instagram, το οποίο έχει την τάση να αυξάνει την επιρροή του στους χρήστες, υποθέτουμε ότι φτάνει το $i = 0{,}03$ με σταθερό αριθμό εμφανίσεων $y = 6000$.

Η εξίσωση διαφορών για τις δοθείσες τιμές έχει τη μορφή:

$$g2: s(t+1) = 0{,}419s(t) + 267 + 0{,}00072\big(500 - s(t)\big)^2$$

Τα σημεία ισορροπίας που προκύπτουν είναι τα εξής:

$s_1^* = 459{,}24$ και $s_2^* = 1351{,}8710$

Για να προσδιορίσουμε την μορφή των σημείων ισορροπίας s_1 και s_2 πρέπει να βρούμε την κλίση της g2:

$$\frac{dg2(s)}{ds} = 0{,}54999744 - 0{,}00128 \cdot s$$

Άρα για το s_1 ισχύει ότι:

$$\frac{dg2(s_1^*)}{ds_1^*} = 0{,}49$$

Για το οποίο ισχύει:

$$0 \le 0{,}49 < 1$$

Γεγονός που δείχνει ότι το σημείο ισορροπίας s_1 είναι «ελκυστής» με «μορφή σκάλας».

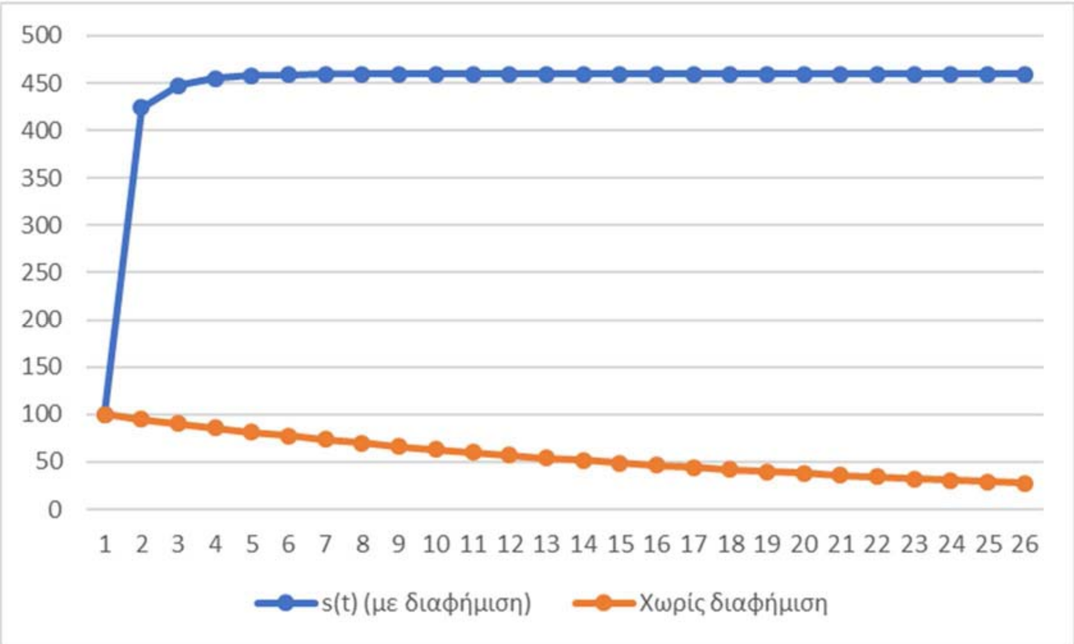
Για το s_2 ισχύει ότι:

$$\frac{dg2(s_2^*)}{ds_2^*} = 1{,}64 > 1$$

Γεγονός που δείχνει ότι το σημείο ισορροπίας s_2 είναι «απωθητής» με «μορφή σκάλας».

Από τα παραπάνω βγάζουμε το συμπέρασμα ότι όταν η αρχική ζήτηση $s(0) < 1351{,}8710$ τότε η ζήτηση τείνει στο σημείο s_1^*, ενώ όταν $s(0) > 1351{,}8710$ η ζήτηση «απομακρύνεται» από το σημείο s_2^* και είναι συνεχώς αυξανόμενη.

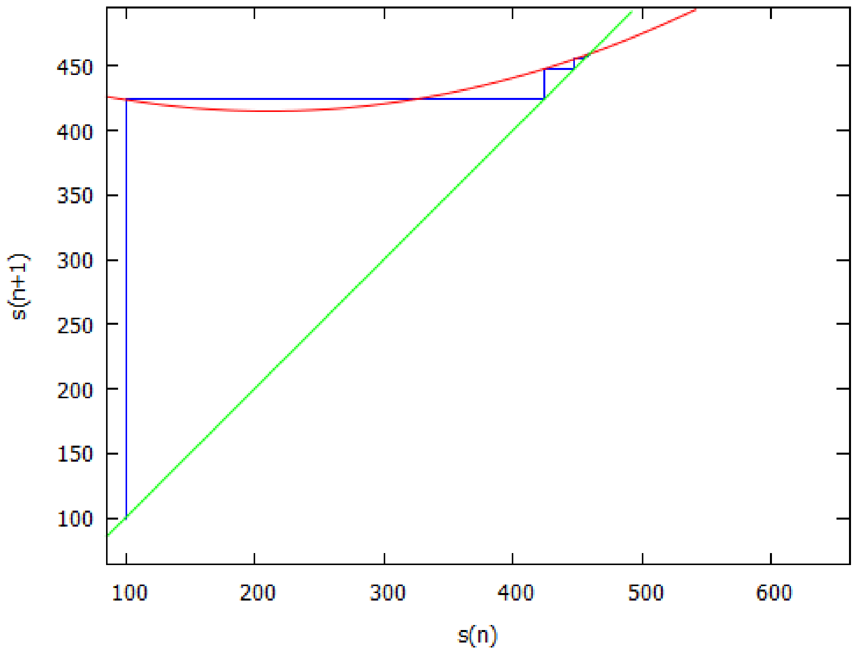
Στην Εικόνα 13 μπορούμε να δούμε τις διακριτές τιμές που παίρνει η εξίσωση $s(t)$ για τους χρόνους $t = 0$ έως $t = 25$, αν θεωρήσουμε $s(0) = 100$, όπως θεωρεί και ο Shone (2001) στο μοντέλο που παρουσιάζει. Βλέπουμε ότι η ζήτηση με την επίδραση της διαφήμισης αυξάνεται και πλησιάζει το σημείο ισορροπίας s_1 μέχρι να σταθεροποιηθεί σ' αυτό.



Εικόνα 13

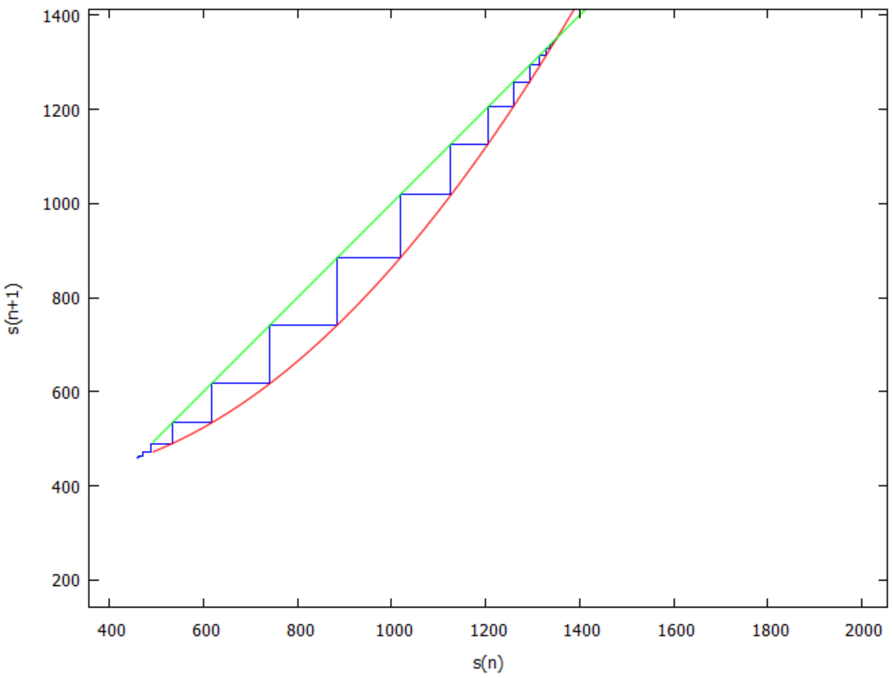
Στην Εικόνα 14 παρουσιάζεται το διάγραμμα που έχει τη μορφή «σκάλας» για αρχική τιμή $s(0) = 100$ και «βήματα» 20 και επιβεβαιώνει όλα τα παραπάνω ευρήματα μεταξύ άλλων και την τάση της ζήτησης να «πηγαίνει» προς το σημείο ισορροπίας s_1. Όπως παρατηρούμε από το διάγραμμα αν η αρχική ζήτηση ήταν $s(0) = 200$, δηλαδή μεγαλύτερη από $s(0) = 100$ που εξετάζεται στο διάγραμμα, η ζήτηση την περίοδο $t = 1$ θα ήταν ίση με $s(1) = 415$ δηλαδή 2,07% μικρότερη από την αντίστοιχη ζήτηση την ίδια χρονική στιγμή, δηλαδή την $s(1) = 423{,}8$, αν είχαμε

$s(0) = 100$. Αυτό οφείλεται στη μη γραμμικότητα του μοντέλου μας που προκαλεί και την μικρότερη απόδοση της διαφήμισης.



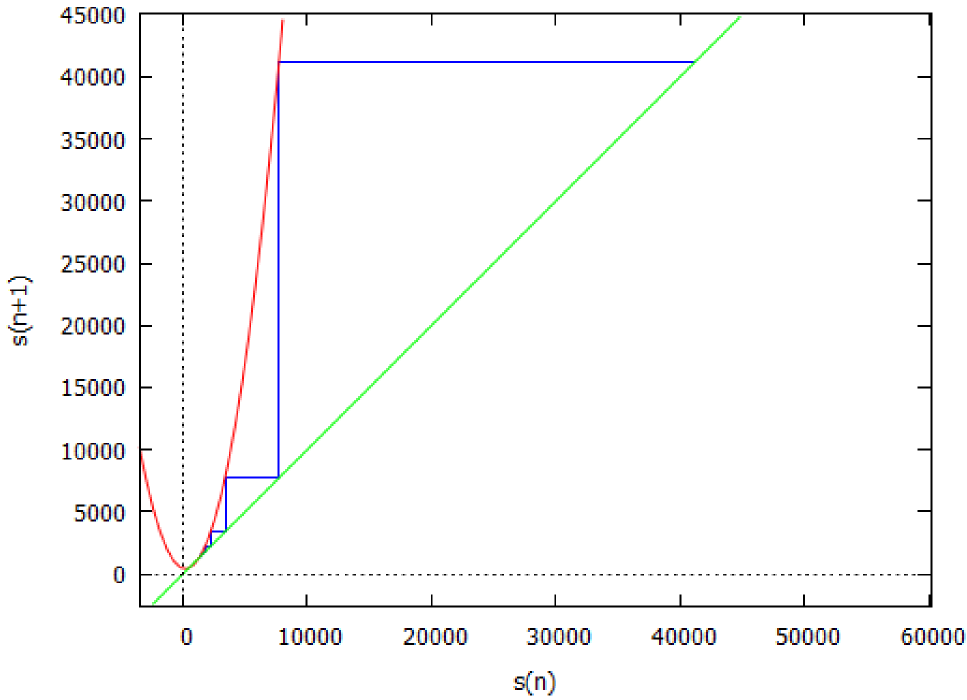
Εικόνα 14

Στην Εικόνα 15 εμφανίζεται το ίδιο διάγραμμα με αρχική τιμή $s(0) = 1350$ και για 20 βήματα, δηλαδή πολύ κοντά στο σημείο ισορροπίας s_2 το οποίο φαίνεται ότι είναι απωθητής αφού η ζήτηση περίοδο με περίοδο μειώνεται και τελικά καταλήγει στο s_1.



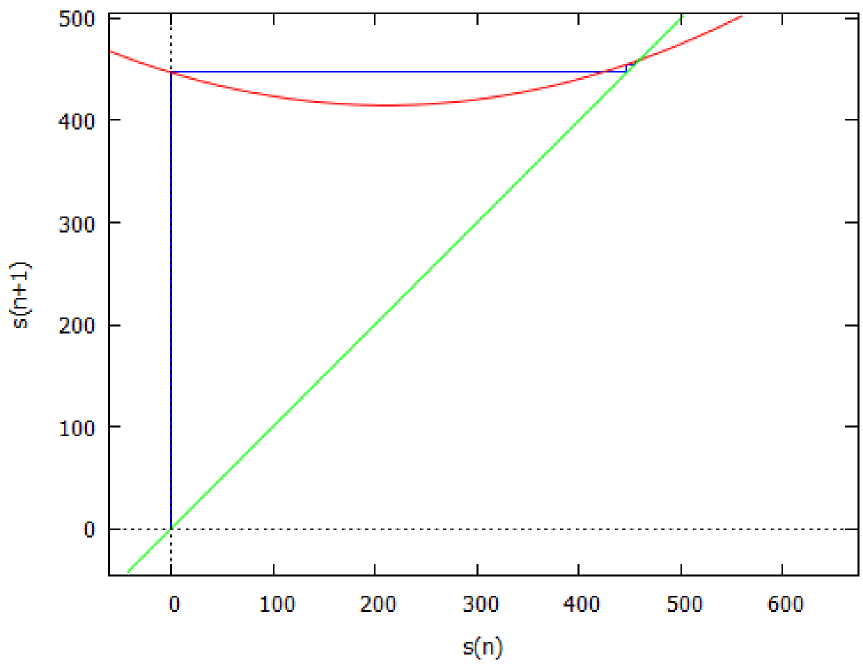
Εικόνα 15

Στην εικόνα 16 εμφανίζεται το διάγραμμα με αρχική τιμή $s(0) = 1370 > s_2$ και για 10 βήματα. Εδώ επίσης επιβεβαιώνεται ότι το σημείο ισορροπίας s_2 είναι απωθητής ενώ φαίνεται και η μεγάλη μεταβολή της ζήτησης ανά περίοδο.



Εικόνα 16

Τέλος, στην Εικόνα 17 φαίνεται το διάγραμμα για αρχική τιμή $s(0) = 0$. Δηλαδή, το προϊόν μόλις βγήκε στην αγορά και η επιχείρηση αποφασίζει αμέσως να το διαφημίσει.



Εικόνα 17

Έτσι φαίνεται ότι για αρχική ζήτηση ίση με $s(0) = 0$ οι πωλήσεις την περίοδο $t = 1$ είναι υψηλότερες απ' ότι είδαμε παραπάνω για αρχικές πωλήσεις ίσες με $s(0) = 100$. Ενώ από το διάγραμμα φαίνεται ότι «αποφεύγει» το κατώτατο σημείο της καμπύλης που θα προκαλούσε πτώση της ζήτησης.

6.1 Διακλάδωση στο μη γραμμικό μοντέλο διαφήμισης στα Social Media

Κρατώντας όλα τα δεδομένα ίδια εκτός από τον συντελεστή ***i***, θα προσδιορίσουμε για ποιες τιμές του αλλάζουν τα ποιοτικά χαρακτηριστικά της οικογένειας των εξισώσεων διαφορών.

$$s(t+1) = 0{,}95 \cdot s(t) + 0.534 \cdot \left(500 - s(t)\right) + 3 \cdot i \cdot \frac{\left(500 - s(t)\right)^2}{125}$$

Τα σημεία ισορροπίας συναρτήσει της παραμέτρου i είναι τα ακόλουθα:

$$[s_1^* = -\frac{\sqrt{37500i + 5329} - 3000i - 73}{6i}, s_2^* = \frac{\sqrt{37500i + 5329} + 3000i + 73}{6i}]$$

Προφανώς, πρέπει:

$$i \geq -0{,}14210 \text{ και } i \neq 0$$

Για $i = -0{,}14210$ τα δύο σημεία ισορροπίας έχουν την ίδια τιμή $s_3^* = 414{,}3835$ και ακόμα ισχύει ότι $f'(s_3^*) = 1$. Άρα για να προσδιορίσουμε τη μορφή αυτού του σημείου πρέπει να εξετάσουμε την δεύτερη παράγωγο, η οποία είναι η:

$$f''(s_3^*) = -0{,}00682 < 0$$

Άρα σύμφωνα με θεώρημα είναι άνω ημιευσταθές.

Για $i = 0$, έχουμε πάλι ένα σημείο ισορροπίας, αφού η εξίσωση γίνεται γραμμική, το $s_4^* = 457{,}19$ και ισχύει ότι $f'(s_4^*) = 0{,}416$ για το οποίο ισχύει ότι $0 \leq f'(s_4^*) < 1$ γεγονός που μας φανερώνει ότι πρόκειται για ελκυστή (ευσταθές).

Για $i \geq -0{,}14210$ έχουμε $f'(s) = 0{,}416 - \frac{6*i*(500-s)}{125}$.

Για το $s_1^* = -\frac{\sqrt{37500i+5329}-3000i-73}{6i}$ ισχύουν τα παρακάτω:

Για $i > -1{,}52456$ ισχύει ότι $f'(s_1^*) < -1$.

Επομένως για αυτές τις τιμές του i το σημείο ισορροπίας είναι ασταθές.

Για $-0{,}14210 < i \leq 0{,}27456$ ισχύει ότι $0 \leq f'(s_1^*) < 1$ και για $0{,}27456 < i \leq 1{,}52456$ ισχύει ότι $-1 < f'(s_1^*) < 0$.

Επομένως, γι’ αυτές τις τιμές του i το σημείο ισορροπίας είναι ευσταθές

Για το $s_2^* = \frac{\sqrt{37500i+5329}+3000i+73}{6i}$ ισχύει το παρακάτω:

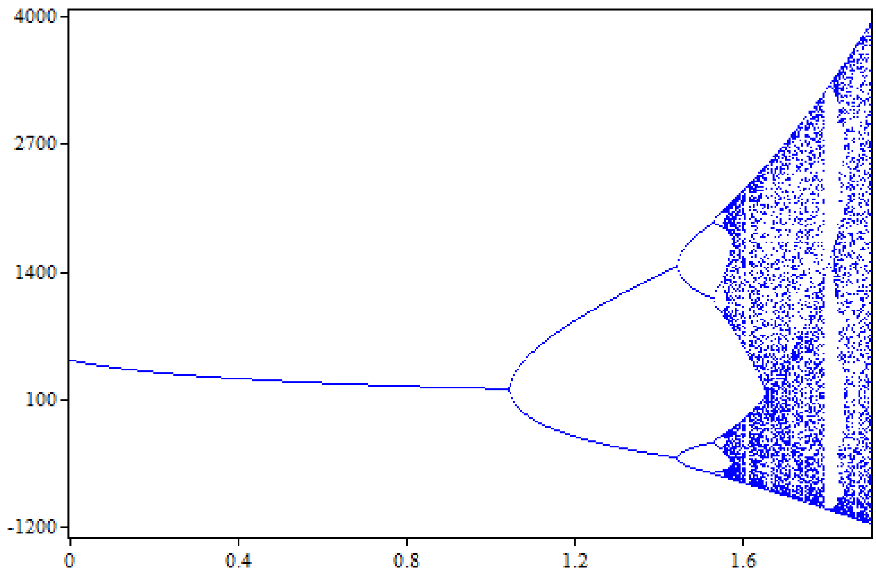
Για $i > -0{,}14210$ ισχύει ότι $f'(s_2^*) > 1$

Επομένως, γι’ αυτές τις τιμές του i το σημείο ισορροπίας είναι ασταθές.

Παρατηρούμε, λοιπόν ότι τα ποιοτικά χαρακτηριστικά της οικογένειας των εξισώσεων διαφορών που μελετήσαμε αλλάζουν για διαφορετικές τιμές του i. Το φαινόμενο αυτό λέγεται διακλάδωση και η τιμή $i = -\frac{5329}{37500} = -0{,}14210$ καλείται τιμή διακλάδωσης.

6.2 Διάγραμμα Διακλάδωσης και περιοχής που εμφανίζεται χάος στο μη γραμμικό μοντέλο διαφήμισης στα Social Media

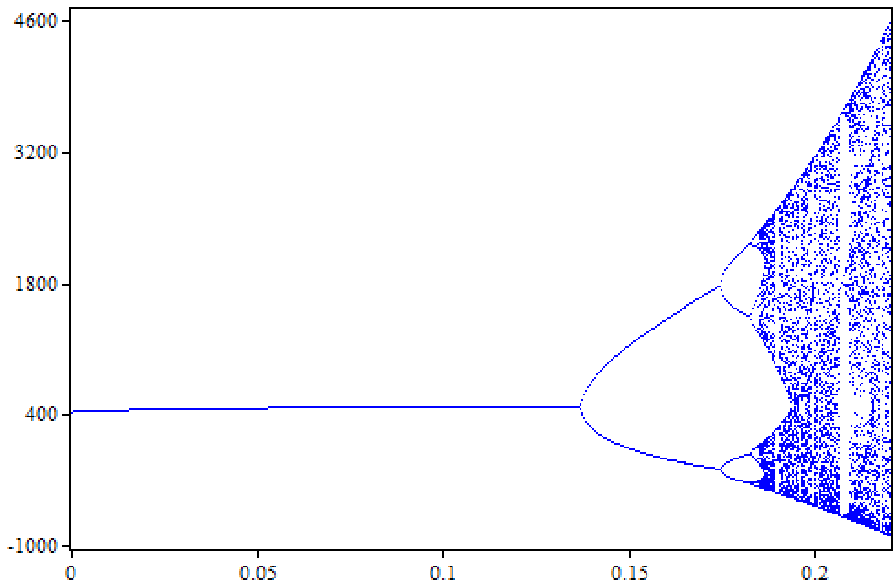
Με τη βοήθεια του λογισμικού E&F Chaos εξετάσαμε, αρχικά, τις διακλαδώσεις του μοντέλου μας ανάλογα τις τιμές που παίρνει η παράμετρος r και την τιμή από την οποία και έπειτα το μη γραμμικό μοντέλο παρουσιάζει χάος. Να τονίσουμε ότι το διάγραμμα εξετάζει το μοντέλο ανάλογα των τιμών της r έχοντας σταθερές τις υπόλοιπες παραμέτρους όπως τις ορίσαμε αρχικά. Το διάγραμμα αυτό εμφανίζεται στην Εικόνα 18.



Εικόνα 18

Όπως μπορούμε να δούμε για τις τιμές για τις οποίες η παράμετρος r έχει νόημα για το μοντέλο μας (δηλαδή $0 < r < 1$) δεν εμφανίζεται ούτε διακλάδωση ούτε χάος. Έτσι μπορούμε να στηριχτούμε στο μοντέλο αυτό για τις προβλέψεις της ζήτησης που μελετάμε.

Ένα ακόμα διάγραμμα διακλάδωσης που δημιουργήσαμε είναι αυτό για τις τιμές που παίρνει η παράμετρος w κρατώντας τις υπόλοιπες σταθερές. Το διάγραμμα εμφανίζεται στην Εικόνα 19.



Εικόνα 19

Όπως παρατηρούμε αν το μέσο κοινωνικής δικτύωσης Twitter αύξανε την επιρροή του στους χρήστες του φτάνοντας κοντά στο $w = 0{,}18$ το μοντέλο μας θα παρουσίαζε χάος. Αυτό θα σήμαινε ότι θα ήταν «ριψοκίνδυνη» μία επένδυση διαφήμισης σε αυτό το μέσο γιατί δε θα μπορούσαμε να προβλέψουμε την ζήτηση του προϊόντος μας η οποία θα μπορούσε να πάρει πολύ χαμηλές τιμές.

Κεφάλαιο 7

Μη γραμμικό μοντέλο διαφήμισης στο YouTube σε διακριτό χρόνο

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει σημαντική πτυχή του σύγχρονου marketing είναι η διαφήμιση στο YouTube. Πολλές επιχειρήσεις προσπαθούν να προβάλλουν τα προϊόντα τους μέσα από το κανάλι αυτό.

Έτσι το επόμενο μοντέλο που δημιουργήσαμε είναι αυτό που προσδιορίζει τη ζήτηση ενός προϊόντος μιας μονοπωλιακής επιχείρησης ανάλογα με την διαφήμιση στα βίντεο του YouTube και είναι το ακόλουθο:

$$s(t+1) = s(t) - r \cdot s(t) + x \cdot a \cdot \left(\left(\frac{m - s(t)}{m} \right)^2 \right) + y \cdot (u \cdot z) \cdot \left(\frac{m - s(t)}{m} \right) \tag{7.1}$$

όπου:

s(t): η ζήτηση την περίοδο t

r: ο ρυθμός με τον οποίο έχει την τάση η ζήτηση του προϊόντος να μειώνεται

x: ο αριθμός των διαφημίσεων στο YouTube (επομένως και ο αριθμός των 5 δευτερολέπτων που θα δουν οι καταναλωτές)

α: ο ρυθμός αύξησης των πωλήσεων για τα πρώτα 5 δευτερόλεπτα που ο καταναλωτής θα δει αναγκαστικά τη διαφήμιση

m: μέγιστη απορρόφηση

u: ο ρυθμός αύξησης των πωλήσεων ανά δευτερόλεπτο για τα δευτερόλεπτα άνω των 5 που οι καταναλωτές θα δουν τη διαφήμιση

z: ο μέσος όρος των επιπλέον δευτερολέπτων άνω των 5 που παρακολουθούνται από τους χρήστες για μία διαφήμιση 30 δευτερολέπτων

y: ο αριθμός των διαφημίσεων που παρακολουθούνται πάνω από τα 5 δευτερόλεπτα

Ισχύει ότι:

$y \leq x$: αφού κάποιο ποσοστό από τις «υποχρεωτικές» διαφημίσεις είναι ο αριθμός των διαφημίσεων που οι καταναλωτές επιλέγουν να δούνε πάνω από 5 δεύτερα

$\alpha < u$: αφού αν ο καταναλωτής επιλέξει να μην κάνει skip τη διαφήμιση ίσως ενδιαφέρεται για το προϊόν

Ξέρουμε ότι οι επιχειρήσεις δεν πληρώνουν κάτι για τις διαφημίσεις που εμφανίζονται μόνο τα πρώτα 5 δευτερόλεπτα (δηλαδή όταν ο θεατής πατάει το κουμπί skip αμέσως όταν είναι δυνατόν) και έτσι υποθέτουμε ότι το α είναι πολύ μικρό αλλά όχι αμελητέο (Πηγή: impactbnd.com). Παράλληλα, η παρακολούθηση των 5, αυτών, πρώτων δευτερολέπτων δεν είναι απαραίτητο ότι προκαλεί γραμμική αύξηση του όγκου των πωλήσεων αφού είναι υποχρεωτική. Τέλος, η παραδοσιακή διάρκεια των διαφημιστικών μηνυμάτων, που είναι τα 30 δευτερόλεπτα, φαίνεται ότι δεν εφαρμόζεται απόλυτα στην περίπτωση του YouTube αφού ορισμένοι διαφημιστές επιλέγουν να παρουσιάσουν στο κοινό μια πιο μεγάλη διαφήμιση που θα κρατήσει αμείωτο το ενδιαφέρον τους (Πηγή: thinkwithgoogle.com).

Αξίζει να αναφερθεί ότι το κόστος της διαφήμισης και κατ' επέκταση η αύξηση της ζήτησης λόγω αυτής, επηρεάζεται και από έναν ακόμα παράγοντα, αυτό που στην γλώσσα του marketing καλείται Cost Per Click (CPC). Δηλαδή, πέρα από την προβολή της διαφήμισης ρόλο παίζει και αν ο καταναλωτής πατήσει πάνω σε αυτή για να περάσει στην ιστοσελίδα της επιχείρησης. Ο λόγος που δεν προστέθηκε αυτός ο όρος στο μοντέλο είναι ότι ο συντελεστής αύξησης των πωλήσεων από το «κλικ» πάνω στη διαφήμιση αλλάζει ανάλογα αν ο καταναλωτής παρακολούθησε παραπάνω από τα 5 υποχρεωτικά δευτερόλεπτα της διαφήμισης και πόσα παραπάνω ήταν αυτά τα δευτερόλεπτα.

Έτσι, λαμβάνοντας όλα τα παραπάνω υπόψιν μας, για $r = 0{,}05$, $m = 500$, $x = 400$, $y = 120$, $\alpha = 0{,}005$, $u = 0{,}07$ και $z = 7$ η εξίσωση διαφορών έχει την μορφή:

$$s(t+1) = 0{,}946s(t) + 2$$

Και το σημείο ισορροπίας που προκύπτει αν $s(t+1) = s(t) = s^*$ είναι το: $s_1^* = 351{,}8825$ και $s_2^* = 21598{,}1174$.

Για να προσδιορίσουμε την μορφή των σημείων ισορροπίας πρέπει να βρούμε την κλίση της g.

Η κλίση της για το s_1^* είναι:

$$\frac{dg(s_1^*)}{ds_1^*} = 0{,}83003$$

Για το οποίο ισχύει:

$$0 \leq 0{,}83003 < 1$$

Επομένως, το s_1^* είναι «ελκυστής» με μορφή «σκάλας».

Για το s_2^* ισχύει ότι η κλίση της είναι:

$$\frac{dg(s_2^*)}{ds_2^*} = 1{,}16997$$

Για το οποίο ισχύει:

$$1 < 1{,}16997$$

Επομένως, το s_2^* είναι «απωθητής» με μορφή «σκάλας».

Από τα παραπάνω βγάζουμε το συμπέρασμα ότι όταν η ζήτηση $s(0) < 21598{,}1174$ τότε η ζήτηση τις επόμενες περιόδους τείνει στο σημείο s_1^* ενώ όταν ισχύει ότι $s(0) > 21598{,}1174$ η ζήτηση «απομακρύνεται» από το σημείο s_2^* και είναι συνεχώς αυξανόμενη.

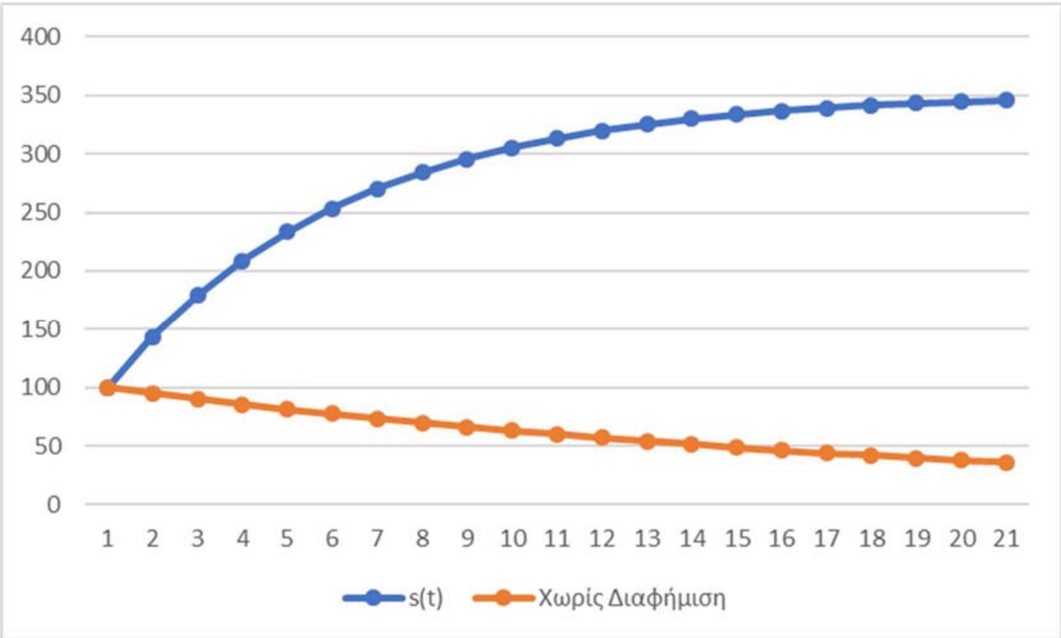
Για αρχικές πωλήσεις $s(0) = 100$ στον Πίνακα 6 βλέπουμε τις τιμές που παίρνει η ζήτηση:

t	s(t)	Χωρίς Διαφήμιση
0	100	100
1	143,32	95
2	179,1173	90,25
3	208,721	85,7375
4	233,2181	81,450625
5	253,5001	77,37809375
6	270,2996	73,50918906
7	284,2195	69,83372961
8	295,7568	66,34204313
9	305,3217	63,02494097
10	313,253	59,87369392

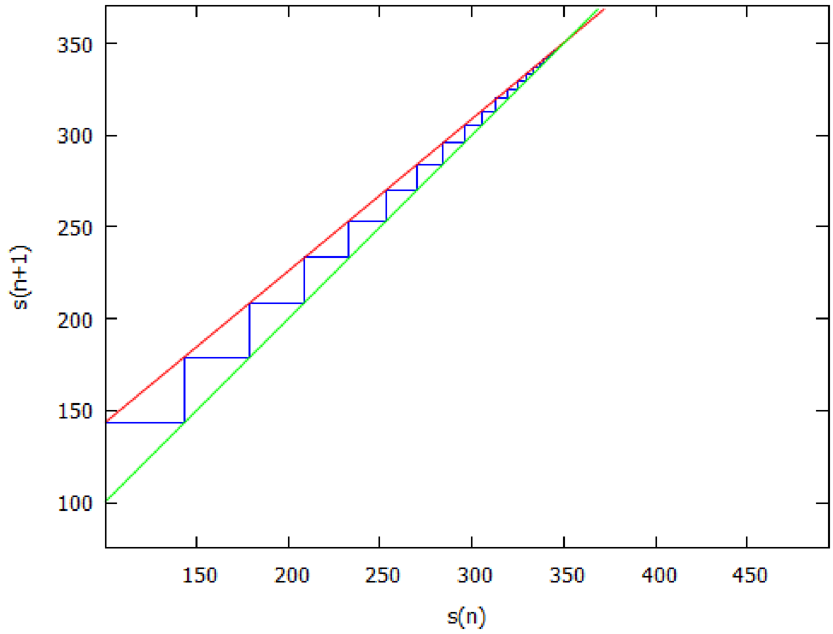
11	319,8308	56,88000923
12	325,2868	54,03600877
13	329,8129	51,33420833
14	333,568	48,76749791
15	336,6836	46,32912302
16	339,2688	44,01266687
17	341,414	41,81203352
18	343,1942	39,72143185
19	344,6716	37,73536025
20	345,8976	35,84859224

Πίνακας 6

Στην Εικόνα 20 φαίνεται το αντίστοιχο διάγραμμα και στην Εικόνα 21 φαίνεται η μορφή του σημείου ισορροπίας για 20 βήματα.

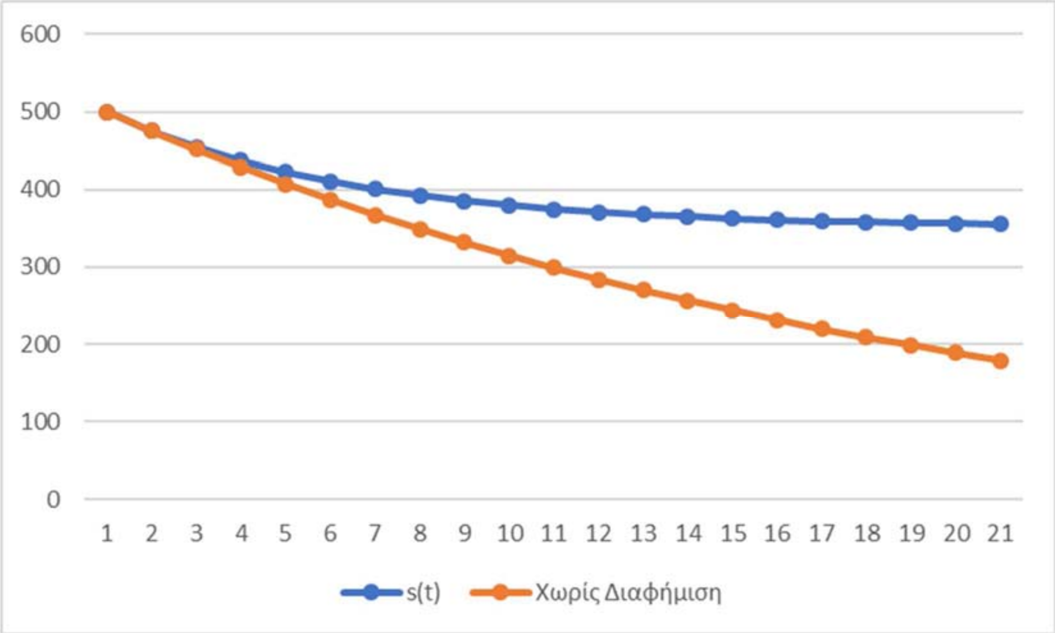


Εικόνα 20

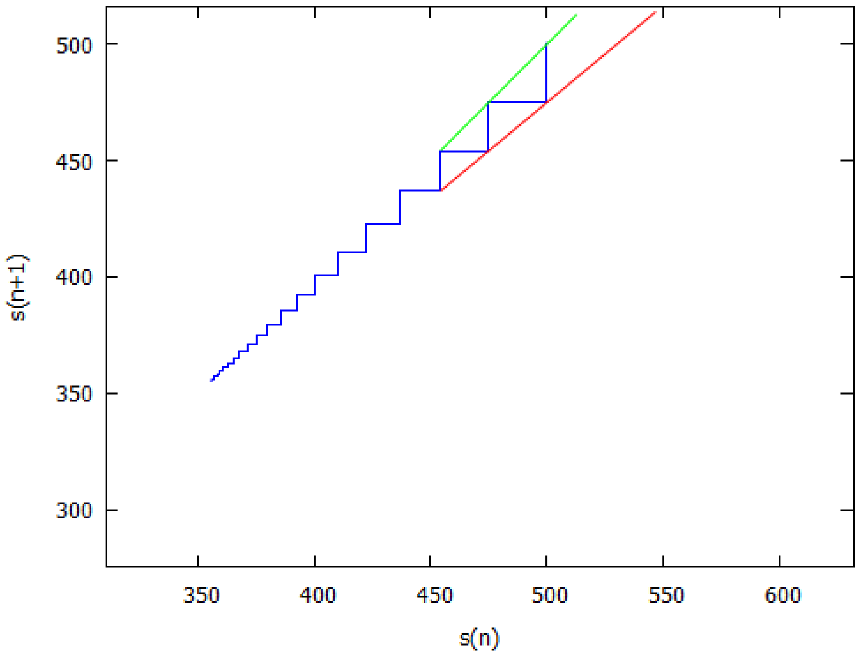


Εικόνα 21

Σε επόμενο στάδιο θα εξακριβώσουμε το σημείο ισορροπίας για $s(0) = 500$ από τα διαγράμματα των Εικόνων 22 και 23.

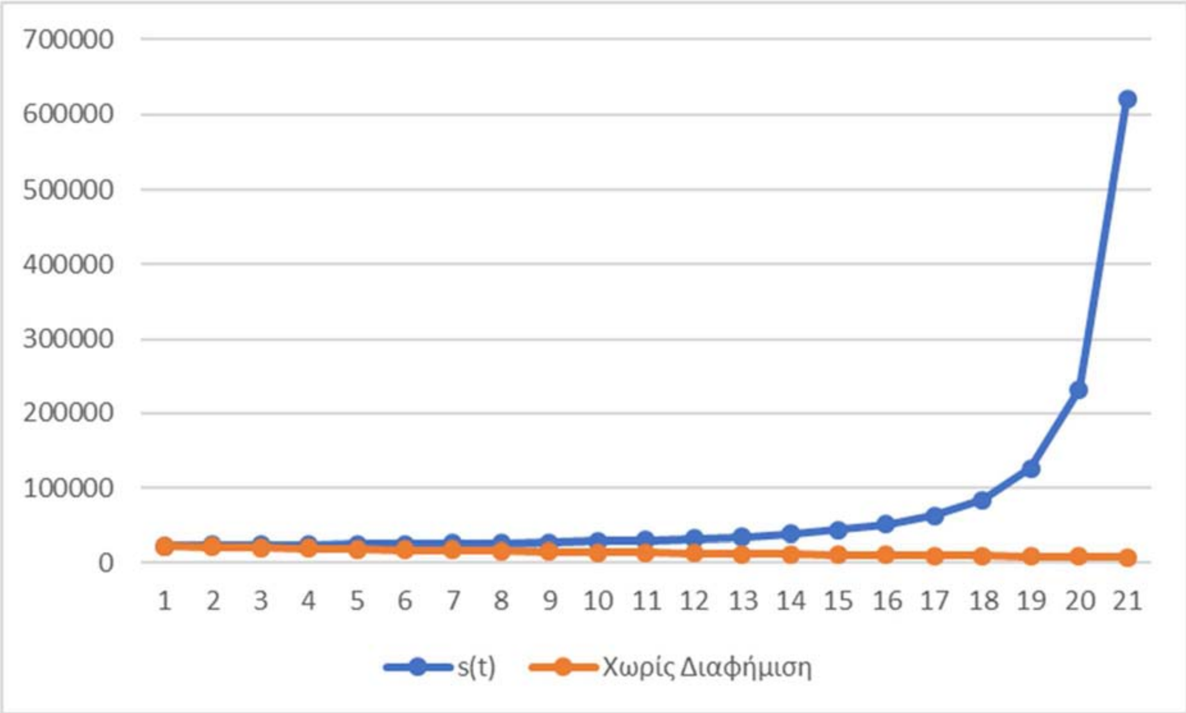


Εικόνα 22

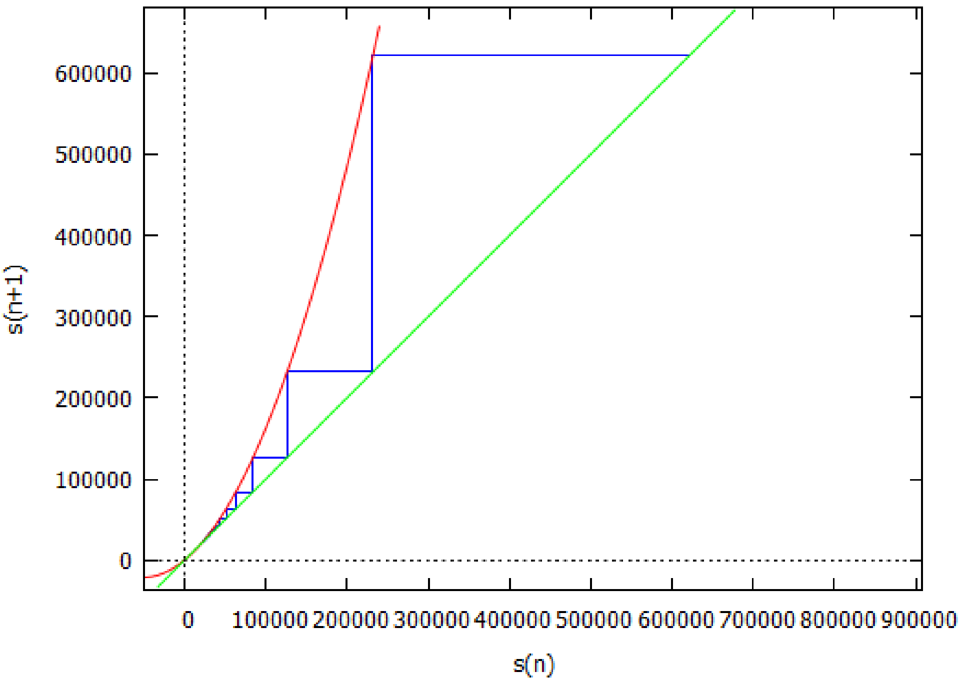


Εικόνα 23

Και τέλος στις Εικόνες 24 και 25 θα δούμε την πορεία των πωλήσεων για $s(0) = 23000$, δηλαδή λίγο υψηλότερη από το σημείο ισορροπίας s_2^*



Εικόνα 24



Εικόνα 25

7.1 Διακλάδωση στο μη γραμμικό μοντέλο διαφήμισης στο YouTube

Ας εξετάσουμε την συμπεριφορά των σημείων ισορροπίας για τις διάφορες τιμές του α κρατώντας τα υπόλοιπα δεδομένα ίδια. Η εξίσωση διαφορών είναι η εξής:

$$s(t+1) = 0{,}95 \cdot s(t) + 0{,}1176 \cdot \big(500 - s(t)\big) + \alpha \cdot \frac{\big(500 - s(t)\big)^2}{625}$$

Τα σημεία ισορροπίας διαμορφώνονται ως εξής:

$$[s_1^* = -\frac{\sqrt{1000000 \cdot \alpha + 175561} - 4000 \cdot \alpha - 419}{8 \cdot \alpha}, s_2^* = \frac{\sqrt{1000000 \cdot \alpha + 175561} + 4000 + 419}{8 \cdot \alpha}]$$

Προφανώς πρέπει:

$$\alpha \geq -0{,}175561 \quad \text{και} \quad \alpha \neq 0$$

Για $\alpha = -0{,}175561$ τα σημεία ισορροπίας έχουν την ίδια τιμή $s_3^* = 201{,}6706$ για το οποίο ισχύει ότι $f'(s_3^*) = 1$ και επομένως για να προσδιορίσουμε την μορφή του σημείου s_3^* πρέπει να μελετήσουμε την δεύτερη παράγωγο στο σημείο αυτό.

Ισχύει ότι:

$$f''(s_3^*) = -0{,}000562 < 0$$

Επομένως, το σημείο s_3^*, σύμφωνα με θεώρημα, είναι άνω ευσταθές.

Για $\alpha = 0$, η εξίσωση γίνεται γραμμική και έχω ένα σημείο ισορροπίας το $s_4^* = 350.8353$ για το οποίο ισχύει ότι $0 \leq f'(s_4^*) = 0.8324 < 1$ γεγονός που το κάνει ευσταθές.

Για το $s_1^* = -\frac{\sqrt{1000000 \cdot \alpha + 175561} - 4000 \cdot \alpha - 419}{8 \cdot \alpha}$ ισχύουν τα παρακάτω:

Για τις τιμές $-0{,}175561 < \alpha \leq 6{,}00744$ ισχύει ότι $0 \leq f'(s_1^*) < 1$ και επομένως το σημείο είναι ευσταθές.

Για τις τιμές $6{,}00744 < \alpha \leq 24{,}82444$ ισχύει ότι $-1 < f'(s_1^*) < 0$ και επομένως το σημείο είναι ευσταθές.

Για τις τιμές $\alpha > 24{,}82444$ ισχύει ότι $f'(s_1^*) < -1$ και επομένως το σημείο είναι ασταθές.

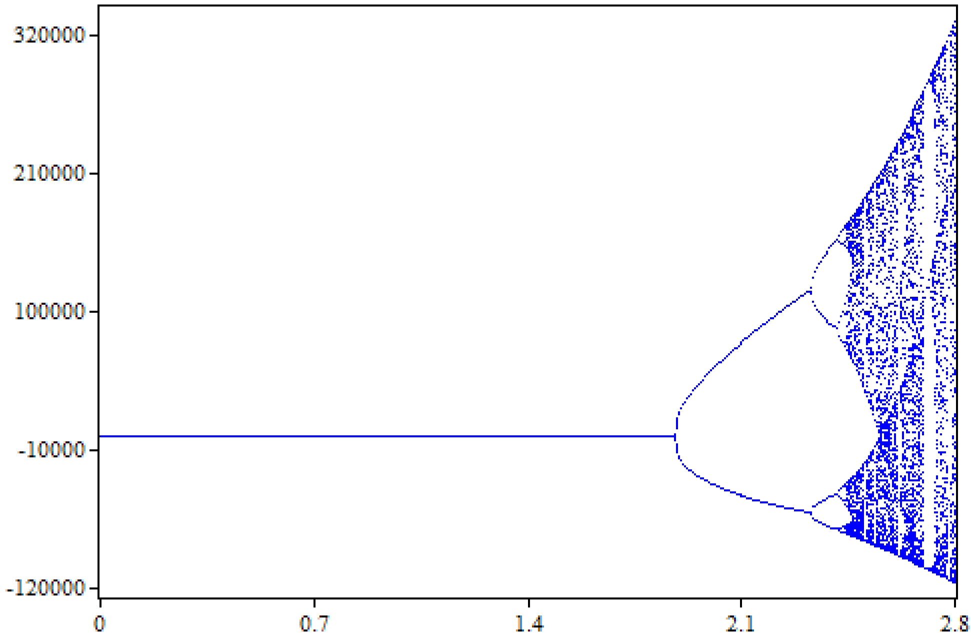
Για το $s_2^* = \frac{\sqrt{1000000 \cdot a + 175561} + 4000 + 419}{8 \cdot a}$ ισχύουν τα παρακάτω:

Για τις τιμές $\alpha > -0{,}175561$ ισχύει ότι $f'(s_2^*) > 1$ και επομένως το σημείο είναι ασταθές.

Παρατηρούμε, λοιπόν ότι τα ποιοτικά χαρακτηριστικά της οικογένειας των εξισώσεων διαφορών που μελετήσαμε αλλάζουν για διαφορετικές τιμές του α. Το φαινόμενο αυτό λέγεται διακλάδωση. Η τιμή $\alpha = -\frac{175561}{1000000} = -0{,}175561$ καλείται τιμή διακλάδωσης

7.2 Διάγραμμα Διακλάδωσης και περιοχής που εμφανίζεται χάος στο μη γραμμικό μοντέλο διαφήμισης στο YouTube

Με την χρήση του λογισμικού E&F Chaos σχεδιάσαμε το διάγραμμα διακλάδωσης του μοντέλου διαφήμισης στο YouTube συναρτήσει των τιμών που παίρνει η παράμετρος r. Το εν λόγω διάγραμμα εμφανίζεται στην Εικόνα 26.



Εικόνα 26

Όπως φαίνεται και σε αυτή την περίπτωση για τις τιμές του r που έχει νόημα το μοντέλο μας ($0 < r < 1$) μπορούμε να προσδιορίσουμε τη ζήτηση που θα μας επιφέρει η διαφήμιση στο YouTube χωρίς να φοβόμαστε απρόβλεπτες αντιδράσεις ή μεγάλες εναλλαγές του σημείου ισορροπίας.

Κεφάλαιο 8

Μοντέλο διαφήμισης στο δυοπώλιο σε διακριτό χρόνο

Ένα ακόμη μοντέλο που αναπτύξαμε σε διακριτό χρόνο είναι αυτό της διαφήμισης όταν στην αγορά υπάρχει δυοπώλιο και οι δύο ανταγωνιστές διαφημίζουν τα προϊόντα τους στην τηλεόραση.

$$s(t+1) = s(t) - r \cdot s(t) - (a \cdot x) \cdot s(t) + (b \cdot y) \cdot \frac{m - s(t)}{m} \tag{8.1}$$

όπου:

s(t): η ζήτηση την περίοδο ***t***

r: ο σταθερός ρυθμός μείωσης της ζήτησης του προϊόντος

m: η μέγιστη δυνατή απορρόφηση του προϊόντος (π.χ. τα κομμάτια που παρήχθησαν)

α: ο ρυθμός μείωσης των πωλήσεων της επιχείρησης που μελετάμε ανά λεπτό διαφήμισης του ανταγωνιστή στην τηλεόραση

x: τα λεπτά διαφήμισης του ανταγωνιστή στην τηλεόραση ανά περίοδο

b: ο ρυθμός αύξησης της ζήτησης του προϊόντος της επιχείρησης που μελετάμε ανά λεπτό διαφήμισης στην τηλεόραση

y: τα λεπτά διαφήμισης στην τηλεόραση της επιχείρησης που μελετάμε

Υποθέτουμε και πάλι ως περίοδο το ένα 24ωρο.

Θέτουμε το $x = 10$ λεπτά και ως $y = 50$ λεπτά. Επίσης, $a = 0{,}05$ και $b = 0{,}6$ ενώ το $r = 0{,}05$ και $m = 500$.

Η εξίσωση διαφορών έχει τη μορφή:

$$f: s(t+1) = 0{,}39s(t) + 320$$

Και το σημείο ισορροπίας που προκύπτει αν $s(t+1) = s(t) = s^*$ είναι το:

$$s^* = 49{,}18032$$

Για να προσδιορίσουμε την μορφή του σημείου ισορροπίας πρέπει να βρούμε την κλίση της ***f.***

Η κλίση της είναι:

$$\frac{df(s^*)}{ds^*} = 0{,}39$$

Για το οποίο ισχύει:

$$0 \leq 0{,}39 < 1$$

Γεγονός που δείχνει ότι το σημείο ισορροπίας μας είναι «ελκυστής» με «μορφή σκάλας» και ότι ανεξάρτητα της αρχικής τιμής s(0) η ζήτηση θα καταλήξει στο σημείο αυτό όπου και θα σταθεροποιηθεί για τις υπόλοιπες περιόδους αν εξακολουθούμε να έχουμε τα ίδια δεδομένα.

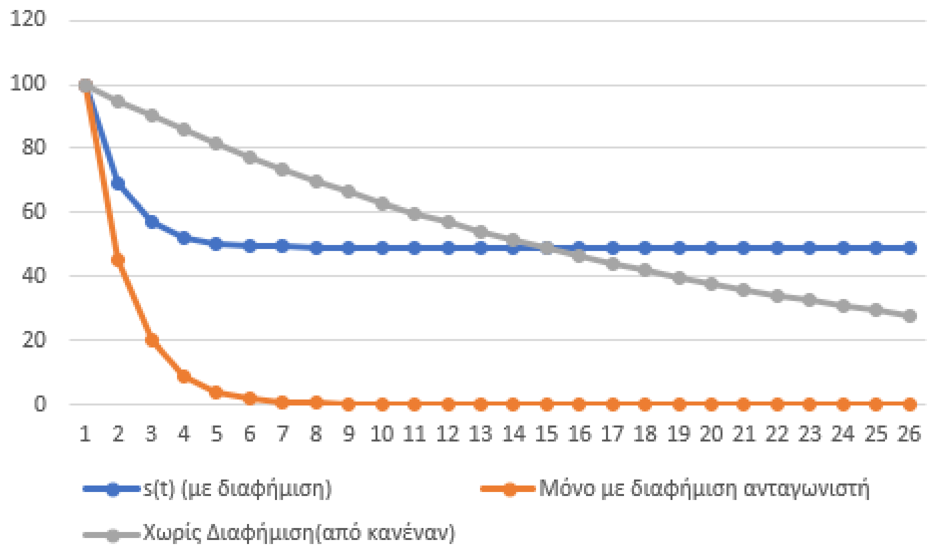
Στη συνέχεια παρουσιάζεται η λύση της αναδρομικής εξίσωσης η οποία είναι:

$$s_t = \frac{k_1 39^t}{100^t} - \frac{30 \cdot 100^{1-t} \cdot 39^t}{61} + \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5^3}{61}$$

και για $s(0) = 100$ υπολογίζουμε την ειδική λύση:

$$s_t = \frac{31 \cdot 100^{1-t} \cdot 39^t}{61} + \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5^3}{61}$$

Στο διάγραμμα της Εικόνας 27 βλέπουμε την πορεία των πωλήσεων όταν και οι δύο ανταγωνιστές διαφημίζουν το προϊόν τους (μπλε), όταν μόνο ο ανταγωνιστής της επιχείρησης που μελετάμε διαφημίζει το προϊόν (κόκκινη) και όταν κανείς απ' τους δύο δεν διαφημίζεται (γκρι).



Εικόνα 27

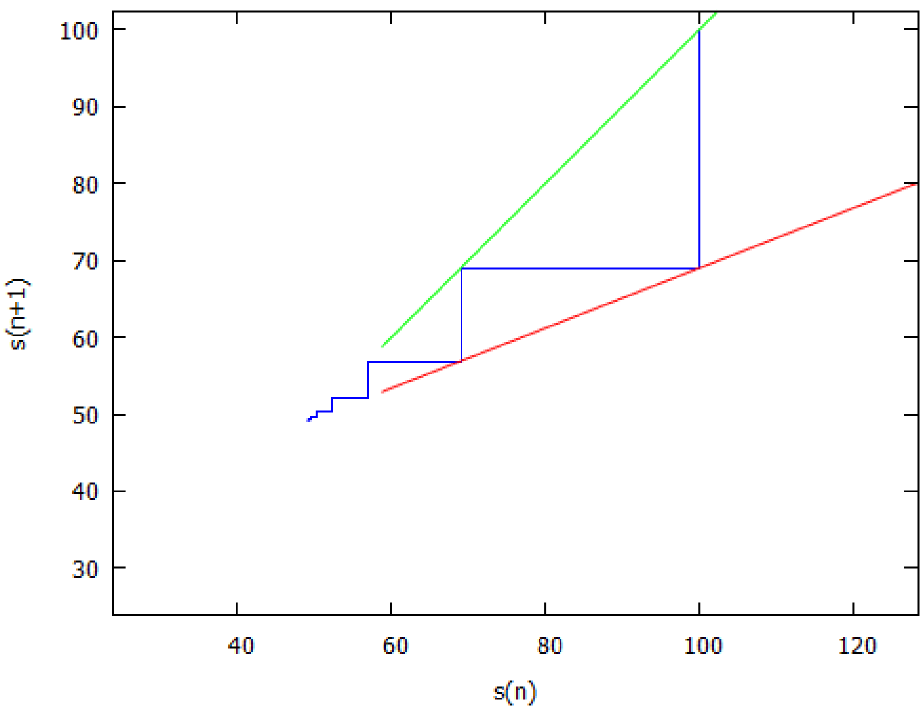
Ακολουθεί ο Πίνακας 7 με τις τιμές των συναρτήσεων.

t	s(t) (με διαφήμιση)	Μόνο με διαφήμιση ανταγωνιστή	Χωρίς Διαφήμιση (από κανέναν)
0	100	100	100
1	69	45	95
2	56,91	20,25	90,25
3	52,1949	9,1125	85,7375
4	50,356011	4,100625	81,450625
5	49,63884429	1,84528125	77,37809375
6	49,35914927	0,830376563	73,50918906
7	49,25006822	0,373669453	69,83372961
8	49,2075266	0,168151254	66,34204313
9	49,19093538	0,075668064	63,02494097
10	49,1844648	0,034050629	59,87369392
11	49,18194127	0,015322783	56,88000923
12	49,1809571	0,006895252	54,03600877
13	49,18057327	0,003102864	51,33420833
14	49,18042357	0,001396289	48,76749791
15	49,18036519	0,00062833	46,32912302
16	49,18034243	0,000282748	44,01266687
17	49,18033355	0,000127237	41,81203352
18	49,18033008	5,72566E-05	39,72143185
19	49,18032873	2,57655E-05	37,73536025
20	49,18032821	1,15945E-05	35,84859224
21	49,180328	5,2175E-06	34,05616263
22	49,18032792	2,34788E-06	32,3533545
23	49,18032789	1,05654E-06	30,73568677
24	49,18032788	4,75445E-07	29,19890243
25	49,18032787	2,1395E-07	27,73895731

Πίνακας 7

Από την Εικόνα 22 και τον Πίνακα 7 βλέπουμε ότι αρχικά, στην περίπτωση που και οι δύο επιχειρήσεις διαφημίζουν το προϊόν τους, υπάρχει μια απότομη μείωση στη ζήτηση της επιχείρησης που μελετάμε, η οποία όμως καταλήγει να σταθεροποιηθεί στο σημείο ισορροπίας που βρήκαμε παραπάνω. Η μεγαλύτερη, αρχική, μείωση στη ζήτηση με διαφημίσεις από αυτή χωρίς διαφήμιση οφείλεται στο γεγονός ότι στην πρώτη στη ζήτηση επιδρά και η διαφήμιση του ανταγωνιστή κάνοντας την να μειώνεται περισσότερο απ’ ότι αν δεν υπήρχαν διαφημίσεις.

Τέλος, στην Εικόνα 28 παρουσιάζεται το διάγραμμα που έχει τη μορφή «σκάλας» για αρχική τιμή $s(0) = 100$ και επιβεβαιώνει όλα τα παραπάνω ευρήματα μεταξύ άλλων και την τάση της ζήτησης να «πηγαίνει» προς το σημείο ισορροπίας s.



Εικόνα 28

Κεφάλαιο 9

Μοντέλο διαφήμισης στο δυοπώλιο σε συνεχή χρόνο

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε ένα μοντέλο διαφήμισης που δημιουργήσαμε για τις δύο επιχειρήσεις που αποτελούν δυοπώλιο σε μία αγορά. Εδώ η διαφήμιση παίζει έναν ρόλο παραπάνω από αυτούς που είδαμε στο μονοπώλιο. Στο δυοπώλιο και γενικότερα στο ολιγοπώλιο οι επιχειρήσεις προσπαθούν να ανταγωνιστούν τις άλλες επιχειρήσεις που προσφέρουν πανομοιότυπα προϊόντα, έτσι η διαφήμιση πρέπει κάνει τους καταναλωτές να αγοράσουν την συγκεκριμένη μάρκα και όχι μόνο να τους πείσει ότι το προϊόν της διαφήμισης τους είναι χρήσιμο. Υποθέσαμε ότι οι επιχειρήσεις προσφέρουν τα ίδια προϊόντα στην ίδια τιμή και επομένως η μόνο διαφοροποίηση που επηρεάζει τη ζήτηση είναι αυτή στη διαφήμιση.

Αυτό το μοντέλο είναι το εξής:

$$\frac{ds(t)}{dt} = -r \cdot s(t) + a \cdot x \cdot \left(\frac{k - s(t) - (1-p) \cdot z(t) - b \cdot y \cdot \left(\frac{k - (1-r) \cdot s(t) - z(t)}{k} \right)}{k} \right) \tag{9.1}$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = -p \cdot z(t) + b \cdot y \cdot \left(\frac{k - (1-r) \cdot s(t) - z(t) - a \cdot x \cdot \left(\frac{k - s(t) - (1-p) \cdot z(t)}{k} \right)}{k} \right) \tag{9.2}$$

όπου:

s(t): η ζήτηση της επιχείρησης 1 την περίοδο ***t***

z(t): η ζήτηση της επιχείρησης 2 την περίοδο ***t***

r: ο ρυθμός μείωσης της ζήτησης του προϊόντος της επιχείρησης 1

p: ο ρυθμός μείωσης της ζήτησης του προϊόντος της επιχείρησης 2

k: μέγιστος αριθμός απορρόφησης και των δύο επιχειρήσεων μαζί δηλαδή ισχύει ότι $s(t) + z(t) \leq k$ κάθε περίοδο. Ίσως π.χ. το τμήμα marketing να υπολογίσει τον maximum αριθμός ατόμων που θα αγοράσει το προϊόν (k) πολλαπλασιασμένο με τον μέγιστο αριθμό κομματιών του προϊόντων που θα αγοράσουν

α: ρυθμός αύξησης της ζήτησης της επιχείρησης 1 ανά μονάδα διαφήμισης

b: ρυθμός αύξησης της ζήτησης της επιχείρησης 2 ανά μονάδα διαφήμισης

x: διαφημιστική δαπάνη της επιχείρησης 1

y: διαφημιστική δαπάνη της επιχείρησης 2

Τα $(1-r)\cdot s(t)$ και $(1-p)\cdot z(t)$ είναι οι πωλήσεις που δεν χάθηκαν από την προηγούμενη περίοδο για κάθε επιχείρηση αντίστοιχα.

Οι όροι $\frac{k-(1-r)\cdot s(t)-z(t)}{k}$ και $\frac{k-s(t)-(1-p)\cdot z(t)}{k}$ εκφράζουν τον μέγιστο αριθμό απορρόφησης και των δύο επιχειρήσεων μαζί (μείον) μειωμένο κατά τις πωλήσεις και των δύο.

Ενώ όροι $\frac{k-s(t)-(1-p)\cdot z(t)-b\cdot y\cdot\left(\frac{k-(1-r)\cdot s(t)-z(t)}{k}\right)}{k}$ και $\frac{k-(1-r)\cdot s(t)-z(t)-b\cdot y\cdot\left(\frac{k-s(t)-(1-p)\cdot z(t)}{k}\right)}{k}$ εκφράζουν ότι από αυτό το ποσοστό θα μπορέσει να πάρει πωλήσεις η επιχείρηση 1 και η 2 αντίστοιχα. Δηλαδή, το k όπως το ορίσαμε παραπάνω (μείον) μειωμένο κατά τις πωλήσεις της επιχείρησης 1 την προηγούμενη περίοδο και τις πωλήσεις που δεν χάθηκαν από την επιχείρηση 2 (μείον) καθώς και μειωμένο κατά τις πωλήσεις που κερδίζει ο ανταγωνιστής, από την διαφήμιση του, από αυτούς που δεν έχουν αγοράσει ακόμα το προϊόν ή από αυτούς που αγόρασαν την προηγούμενη περίοδο το προϊόν του ανταγωνιστή και την τρέχουσα περίοδο δεν το επέλεξαν. Αντίστοιχα ορίζεται το αντίστοιχο ποσοστό για την επιχείρηση 2.

Η τιμές των α και b μπορούν να επηρεαστούν από πολλούς παράγοντες όπως είναι το κανάλι στο οποίο γίνεται η μετάδοση της διαφήμισης, η εποχή που διαφημίζεται η επιχείρηση, η ποιότητα του διαφημιστικού μηνύματος κ.α.

9.1 Περίπτωση 1

Στην 1η Περίπτωση θα κάνουμε δυναμική μελέτη του μοντέλου μας διατηρώντας τις τιμές των παραμέτρων και αρχικών συνθηκών ίδιες και στις δύο επιχειρήσεις εκτός από την ζήτηση την περίοδο $t=0$. Δηλαδή, ισχύει ότι:

$r = p = 0{,}05$

$x = y = 8000$

$a = b = 0{,}04$

$k = 8000$

$s(0) = 1000$ και $z(0) = 800$

Το σύστημα γι' αυτά τα δεδομένα παίρνει τη μορφή:

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = -0{,}08848 \cdot s(t) - 0{,}0364 \cdot z(t) + 307{,}2 \\ \frac{dz}{dt} = -0{,}0364 \cdot s(t) - 0{,}08848 \cdot z(t) + 307{,}2 \end{cases} \tag{9.1.1}$$

Με αυτά τα δεδομένα το σημείο ισορροπίας του συστήματος είναι το:

$$[s^* = 2459{,}961,\ z^* = 2459{,}961]$$

δηλαδή έχουμε συνολικές πωλήσεις ίσες με 4919,9232.

Τα αποτελέσματα από τον καθορισμό των δύο σημείων ισορροπίας είναι αναμενόμενα αφού δύο επιχειρήσεις με πανομοιότυπο προϊόν, ίδιες τιμές και ίδια διαφήμιση θα έπρεπε να έχουν ίσο μερίδιο αγοράς. Αυτό το αποτέλεσμα αποτελεί ένδειξη ότι το μοντέλο που κατασκευάσαμε λειτουργεί σωστά.

Για να εξετάσουμε την μορφή του σημείου ισορροπίας βρίσκουμε την ορίζουσα, το ίχνος και την διακρίνουσα του πίνακα που ακολουθεί.

Ο πίνακας που δημιουργήθηκε από τους συντελεστές των διαφορικών εξισώσεων (9.1.1), όπως περιγράψαμε στο κεφάλαιο 4.1.2, είναι ο εξής:

$$A = \begin{bmatrix} -0{,}08848 & -0{,}0364 \\ -0{,}0364 & -0{,}08848 \end{bmatrix}$$

Επίσης, η ορίζουσα έχει τιμή $\det(\mathrm{A}) = 0{,}006504$, το ίχνος τιμή $\mathrm{tr}(\mathrm{A}) = -0{,}1769$ και η διακρίνουσα $\Delta = 0{,}0052998$.

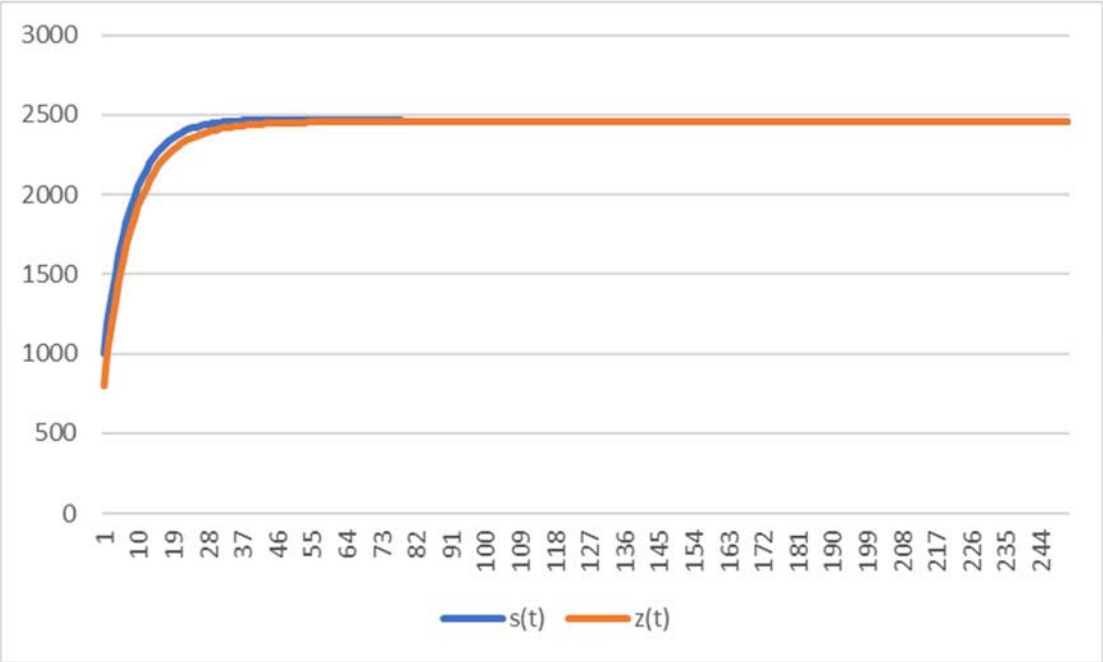
Αφού, $\Delta > 0$, $det(A) > 0$ και $tr(A) < 0$ το σημείο ισορροπίας είναι Ευσταθές-Κόμβος

Κόμβος ορίζεται ένα κρίσιμο σημείο στο οποίο όλες οι τροχιές εκτός από δύο που είναι ευθύγραμμες, έχουν την ίδια κλίση.

Έπειτα θα πρέπει να βρούμε τη λύση του συστήματος. Θέτοντας όπου $s(0) = 1000$ και $z(0) = 800$ βρίσκουμε την λύση του συστήματος η οποία είναι η παρακάτω:

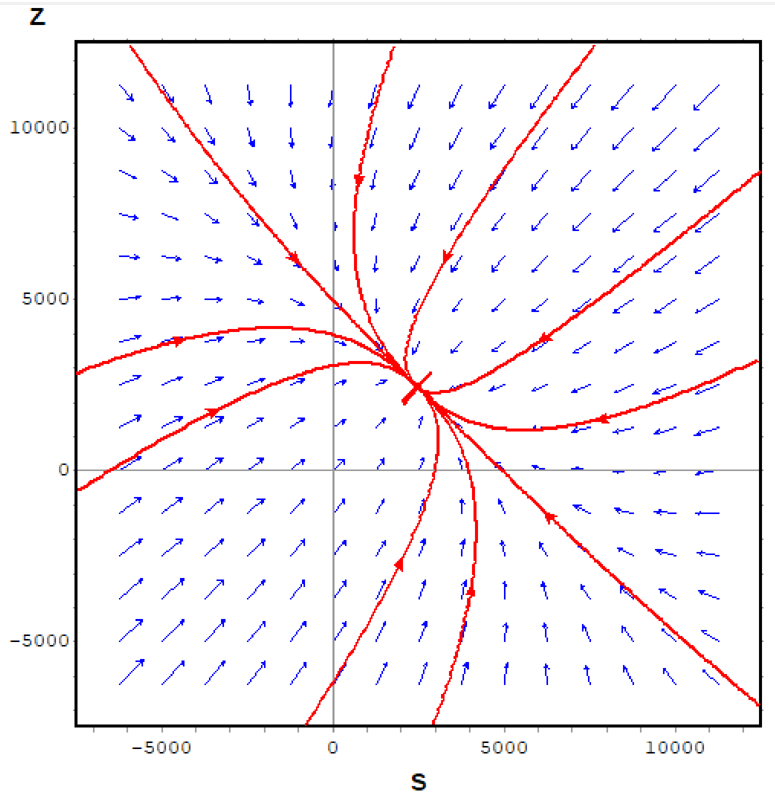
$$[\, s(t) = 100 \cdot e^{-\frac{651 \cdot t}{12500}} - \frac{2435100 \cdot e^{-\frac{1561 \cdot t}{12500}}}{1561} + \frac{3840000}{1561}, z(t) = -\,100 \cdot e^{-\frac{651 \cdot t}{12500}} - \frac{2435100 \cdot e^{-\frac{1561 \cdot t}{12500}}}{1561} + \frac{3840000}{1561}]$$

Στο διάγραμμα της Εικόνας 29 βλέπουμε την πορεία που ακολουθούν οι δύο καμπύλες της λύσης από την χρονική στιγμή $t = 0$ έως την $t = 250$ όπου βλέπουμε ότι έχουν καταλήξει στο κοινό σημείο ισορροπίας.



Εικόνα 29

Τέλος στην Εικόνα 30 παρουσιάζεται το διάγραμμα φάσης με 10 ολοκληρωτικές καμπύλες. Δύο από αυτές είναι ευθύγραμμες και οι υπόλοιπες έχουν την ίδια κλίση μεταξύ τους και εφάπτονται των ευθύγραμμων όταν πλησιάζουν στο σημείο ισορροπίας.

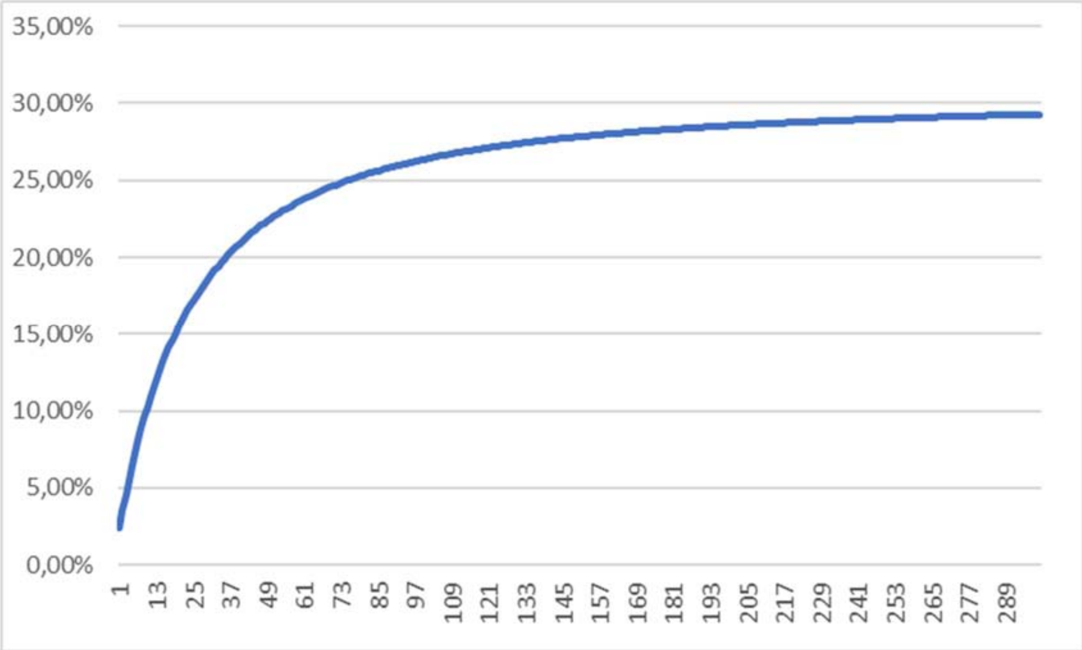


Εικόνα 30

Ας υπολογίσουμε τώρα την απόδοση της διαφήμισης συναρτήσει των εσόδων μας (όχι των κερδών) από τις πωλήσεις. Αν θεωρήσουμε ότι κάθε προϊόν που πωλείται κοστίζει 1 ευρώ και ότι και για τις 2 επιχειρήσεις ισχύει ότι $s(0) = z(0) = 1500$ τότε η απόδοση για 300 περιόδους είναι ίση με:

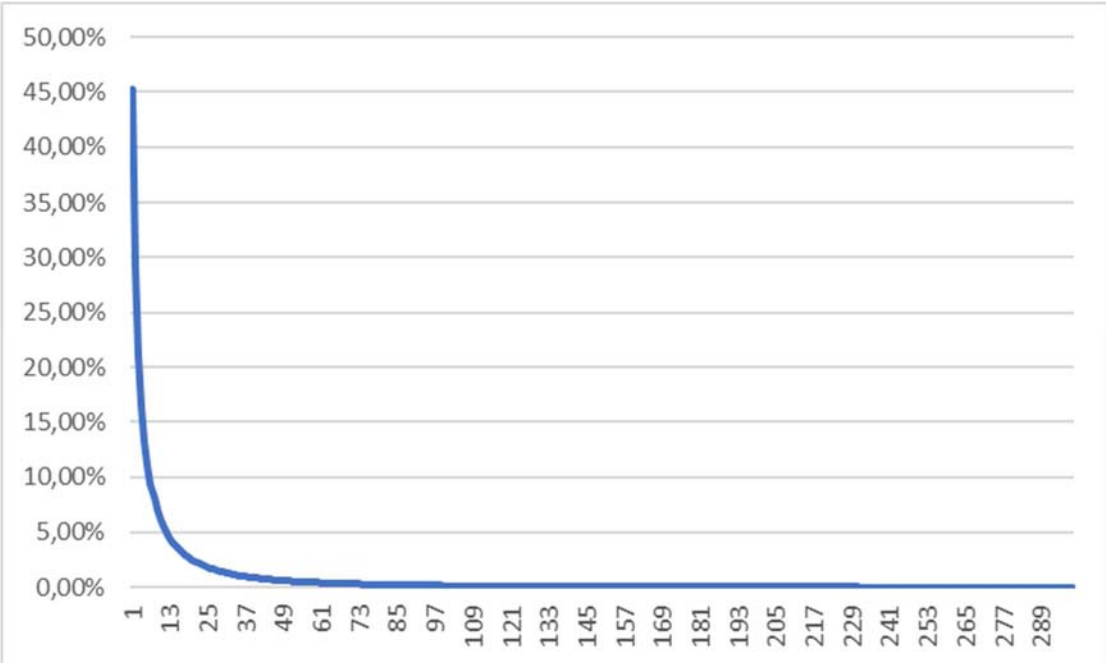
$$\text{Απόδοση Διαφήμισης} = \frac{\text{Έσοδα από πωλήσεις λόγω διαφήμισης}}{\text{Επένδυση (διαφήμιση)}} \cdot 100 = \frac{702761{,}4}{2400000} \cdot 100 = 29{,}28\%$$

Στην Εικόνα 31 παρουσιάζεται το διάγραμμα που φανερώνει πως εξελίσσεται η απόδοση της διαφήμισης μέχρι την περίοδο $t = 300$.



Εικόνα 31

Στην Εικόνα 32 φαίνεται πως εξελίσσεται ο ρυθμός αύξησης αυτής της απόδοσης.



Εικόνα 32

Όπως ήταν αναμενόμενο όσο οι περίοδοι που έχουμε σταθερή διαφήμιση αυξάνονται τόσο ο ρυθμός μείωσης της απόδοσης της διαφήμισης μειώνεται.

Η απόδοση της διαφήμισης φτάνει στο σημείο ισορροπίας της, δηλαδή στο 30,73%.

Αν διπλασιάσουμε τώρα τις διαφημίσεις και για τις δύο επιχειρήσεις δηλαδή $x = y = 16000$ αφήνοντας τα υπόλοιπα δεδομένα ίδια το αντίστοιχο ποσοστό είναι:

$$\text{Απόδοση Διαφήμισης} = \frac{\text{Έσοδα από πωλήσεις λόγω διαφήμισης}}{\text{Επένδυση (διαφήμιση)}} \cdot 100 = \frac{877845{,}3}{4800000} \cdot 100 = 18{,}29\%$$

Δηλαδή,

$$\frac{29{,}28\% - 18{,}29\%}{29{,}28\%} = 0{,}375$$

Που σημαίνει ότι όταν έχω υπερδιπλάσια επένδυση σε διαφήμιση η απόδοση της πέφτει περίπου κατά 38%, σε σχέση με όταν έχω τις μισές διαφημιστικές δαπάνες, για τις 300 περιόδους που μελετάμε. Βέβαια πρέπει να αναφερθεί ότι η ζήτηση τώρα που έχω μεγαλύτερη διαφήμιση είναι υψηλότερη από πριν όπως ήταν φυσικό.

Σε αυτή την περίπτωση η απόδοση της διαφήμισης φτάνει στο σημείο ισορροπίας που είναι ίσο με 19,01%.

Τέλος, στο διάγραμμα της Εικόνας 33 βλέπουμε πώς κινείται η απόδοση της διαφήμισης όταν $x = y = 8000$ και $x = y = 16000$.

Εικόνα 33

9.2 Περίπτωση 2

Ας υποθέσουμε τώρα ότι ο αριθμός k διπλασιάζεται και γίνεται $k = 16000$, λόγω π.χ. ιδιάζουσας κατάστασης που προέκυψε και έθεσε το προϊόν των επιχειρήσεων που εξετάζουμε αναγκαίο για περισσότερους καταναλωτές, ενώ τα υπόλοιπα δεδομένα μένουν τα ίδια. Θυμίζουμε ότι ο αριθμός k δηλώνει πόσοι εν δυνάμει καταναλωτές υπάρχουν για τα προϊόντα της διαφήμισης.

Τώρα έχουμε σημείο ισορροπίας το:

$$[s^* = 3554{,}749,\ z^* = 3554{,}749]$$

που σημαίνει ότι οι συνολικές πωλήσεις και των δύο επιχειρήσεων μαζί φτάνουν τις 7109,498.

Δηλαδή, διπλασιάζοντας το $\boldsymbol{k}$ οι αθροιστικές πωλήσεις του σημείου ισορροπίας και των 2 επιχειρήσεων αυξάνονται κατά $\frac{7109{,}498}{4919{,}9232} = 1{,}445$ δηλαδή 44,5% σε σχέση με όταν έχουμε το υποδιπλάσιο $\boldsymbol{k}$.

Έτσι για να πετύχουν και οι δύο ίδιο σημείο ισορροπίας με αυτό της περίπτωσης 1 αφού θα έχουν προγραμματίσει την παραγωγή τους για την περίπτωση $k = 8000$ θα πρέπει να μειώσουν και οι δύο ανταγωνιστές την διαφημιστική δαπάνη κατά περίπου 44,5% δηλαδή να φτάσουν το ποσό των $x = y = 4440$. Με αυτό τον τρόπο θα αποφύγουν περιττά έξοδα διαφήμισης που θα τους επιφέρει ζήτηση που δεν θα μπορούν να ικανοποιήσουν.

Η παραπάνω κίνηση έχει απαραίτητη προϋπόθεση οι δύο εταιρίες να έχουν συνεννοηθεί μεταξύ τους για την τακτική που θα ακολουθήσουν δηλαδή να εφαρμοστούν «εναρμονισμένες πρακτικές» ή η κάθε μία επιχείρηση να αναμένει από την ανταγωνιστική να προβεί στην ανάλογη κίνηση μείωσης της διαφημιστικής δαπάνης.

9.3 Περίπτωση 3

Βλέποντας το πλήθος των εν δυνάμει καταναλωτών να σταθεροποιείται στις $k = 16000$ για αρκετές περιόδους, η επιχείρηση 1 αποφασίζει να αυξήσει την παραγωγή της και να διαφημίσει περισσότερο τα προϊόντα της ώστε η ζήτηση για το προϊόν της να αυξηθεί σε σχέση με του ανταγωνιστή. Έτσι κάνει κινήσεις και επενδύει ώστε η παραγωγή της να μπορέσει να αυξηθεί από 2500 προϊόντα στα 4000.

Με τις τρέχουσες πωλήσεις να είναι $s(0) = 2459$ θέλει να υπολογίσει πόσο πρέπει να διαφημιστεί ώστε το σημείο ισορροπίας των πωλήσεων να φτάσει τις 4000 τις οποίες προβλέπει ότι στο μέλλον θα μπορέσει να καλύψει και από ποια περίοδο να αρχίζει να παράγει τόσα κομμάτια με την πρόβλεψη ότι ο ανταγωνισμός θα συνεχίσει να δαπανά τα ίδια χρήματα για διαφήμιση.

Για να το πετύχει αυτό πρέπει να φτάσει την δαπάνη για διαφήμιση στο ποσό $x = 8150$ δηλαδή να τις αυξήσει 83% σε σχέση με το προηγούμενο ποσό που ήταν το 4440. Έτσι θα καταφέρει να φτάσει τις $s(275) = 4000{,}667$ μετά από 275 περιόδους.

Το σύστημα γι’ αυτά τα δεδομένα παίρνει τη μορφή:

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = -0{,}07016 \cdot s(t) - 0{,}01913 \cdot z(t) + 322{,}3814 \\ \frac{dz}{dt} = -0{,}01031 \cdot s(t) - 0{,}06088 \cdot z(t) + 173{,}9814 \end{cases} \tag{9.3.1}$$

Το σημείο ισορροπίας του συστήματος είναι το:

$$[s^* = 4000{,}667, z^* = 2179{,}499]$$

Βλέπουμε ότι παρότι η δεύτερη επιχείρηση δεν μείωσε την διαφήμιση της αλλά ούτε και ο ρυθμός μείωσης των πωλήσεων δεν μεταβλήθηκε, το σημείο ισορροπίας των πωλήσεων της μειώθηκε όταν η επιχείρηση 1 αύξησε τις δαπάνες διαφήμισης. Αυτό φανερώνει ότι σε ένα δυοπώλιο δεν αρκεί να κρατήσεις σταθερές τις δαπάνες της διαφήμισής σου για να κρατηθούν σταθερές οι πωλήσεις σου αλλά πρέπει και ο ανταγωνιστής να κάνει το ίδιο γιατί διαφορετικά με την επίδραση της διαφήμισης η ανταγωνιστική επιχείρηση κερδίζει πελάτες που μέχρι πρότινος προτιμούσαν τα προϊόντα της επιχείρησής σου.

Το ίδιο ισχύει και για το αντίθετο. Δηλαδή, αν η πρώτη επιχείρηση μειώσει τις διαφημίσεις της, για κάποιο λόγο, τότε αυτόματα τα κέρδη της επιχείρησης 2 αυξάνονται χωρίς να χρειαστεί να δώσει επιπλέον χρήματα για διαφήμιση.

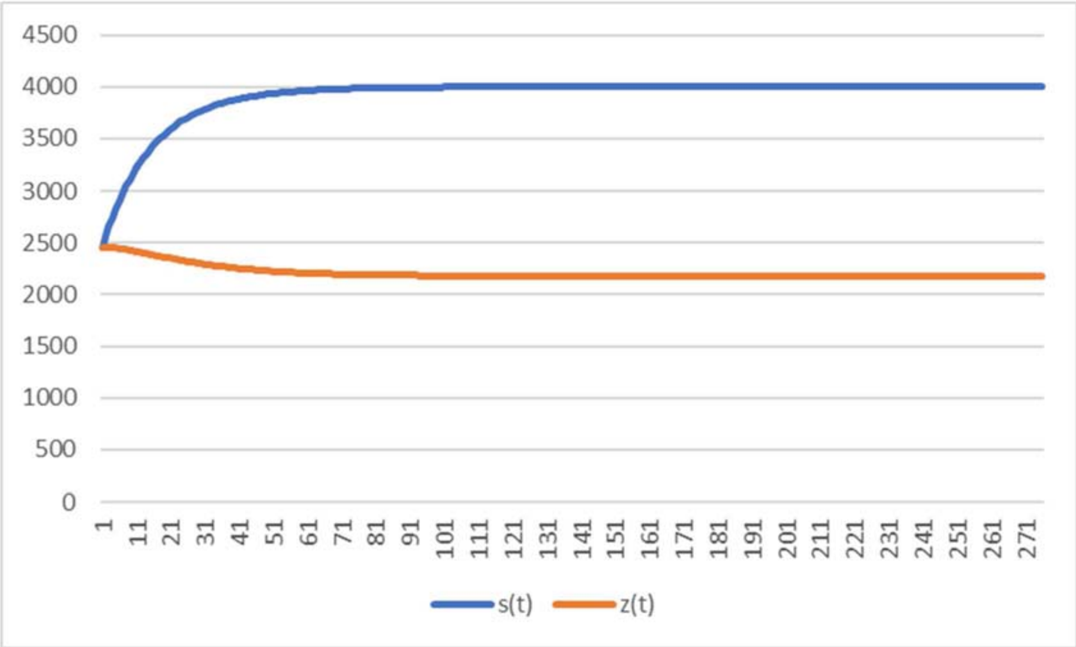
Ο πίνακας που δημιουργήθηκε από τις εξισώσεις (9.3.1) είναι ο εξής:

$$A=\begin{bmatrix} -0{,}0701601 & -0{,}019130 \\ -0{,}010318 & -0{,}060885 \end{bmatrix}$$

Επίσης, η ορίζουσα έχει τιμή, $\det(A) = 0{,}0040743$,το ίχνος $\mathrm{tr}(A) = -0{,}13104$ και η διακρίνουσα, $\Delta = 0{,}000875$.

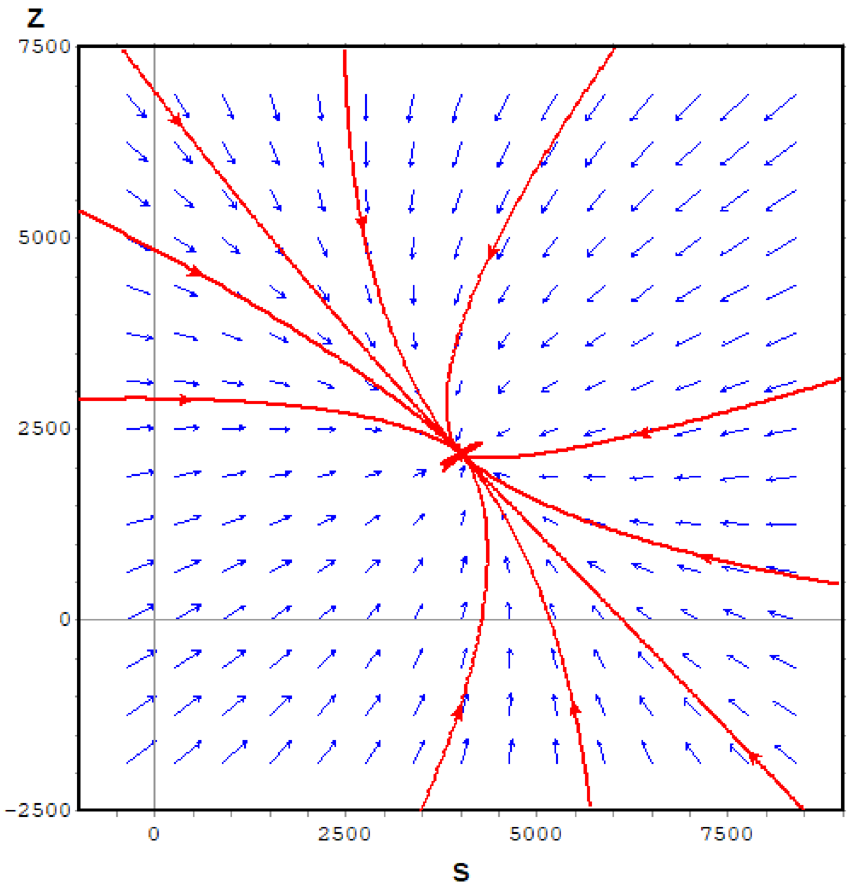
Αφού, $\Delta > 0$, $det(A) > 0$ και $tr(A) < 0$ το σημείο ισορροπίας που βρήκαμε είναι Ευσταθές-Κόμβος.

Στην Εικόνα 34 παρουσιάζονται οι πορείες των ζητήσεων των δύο επιχειρήσεων μέχρι να φτάσουν στα σημεία ισορροπίας τους.



Εικόνα 34

Επιπλέον, στην Εικόνα 35 παρουσιάζεται το διάγραμμα φάσης με 10 ολοκληρωτικές καμπύλες που επιβεβαιώνει τα όσα αναφέραμε για το σημείο ισορροπίας.



Εικόνα 35

9.4 Περίπτωση 4

Ας υποθέσουμε ότι ο ρυθμός μείωσης των πωλήσεων της επιχείρησης 1 πενταπλασιάζεται και από $r = 0{,}05$ γίνεται $r = 0{,}25$ με τις αντίστοιχες δαπάνες διαφήμισης να είναι $x = y = 4440$ όπως και το $k = 16000$. Αυτό μπορεί να οφείλεται σε πολλούς παράγοντες όπως π.χ. η δημοσιοποίηση ότι μια παρτίδα παραγωγής είναι ελαττωματική κάτι που κάνει τους καταναλωτές να μην αγοράζουν πια το προϊόν ή να προτιμήσουν τον ανταγωνιστή.

Με αρχικές ζητήσεις $s(0) = z(0) = 2459$ το σύστημα γι' αυτά τα δεδομένα παίρνει τη μορφή:

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = -0{,}26100 \cdot s(t) - 0{,}01042 \cdot z(t) + 175{,}628 \\ \frac{dz}{dt} = -0{,}00820 \cdot s(t) - 0{,}06098 \cdot z(t) + 175{,}628 \end{cases} \qquad (9.4.1)$$

Το σημείο ισορροπίας του συστήματος τώρα είναι το:

$$[s^* = 560{,}905,\, z^* = 2804{,}525]$$

Βλέπουμε μεγάλη διαφορά από το σημείο ισορροπίας της Περίπτωσης 1 που ήταν το:

$$[s^* = 2459{,}961,\, z^* = 2459{,}961]$$

Η μεγαλύτερη διαφορά παρατηρείται για τις πωλήσεις της 1ης επιχείρησης που σχεδόν υποτετραπλασιάζονται. Επίσης, φαίνεται ότι αυξάνονται οι πωλήσεις της επιχείρησης 2 χωρίς να ελαττώσουμε τον ρυθμό μείωσης των πωλήσεων της η οποία, μείωση, θα ήταν αναπόφευκτο στην πραγματικότητα να συμβεί.

Με σταθερούς ρυθμούς αύξησης των πωλήσεων ανά χρηματική μονάδα διαφήμισης η επιχείρηση 1 αποφασίζει να αυξήσει τη δαπάνη για διαφήμιση ώστε το σημείο ισορροπίας της διαφήμισης να φτάσει το προηγούμενο δηλαδή κοντά στα 2459.

Για να το πετύχει αυτό πρέπει σχεδόν να πενταπλασιάσει τις δαπάνες για διαφήμιση οι οποίες θα φτάσουν τα $x = 22200$ χ.μ.

Με αυτή την αύξηση η επιχείρηση 1 βλέπει την απόδοση της διαφήμισης επί των εσόδων της να φτάνει μετά από 300 περιόδους το 10,96%, δηλαδή πολύ χαμηλότερα από την αντίστοιχη της περίπτωσης 1. Αυτό σημαίνει ότι με έναν μεγάλο ρυθμό μείωσης των πωλήσεων ανά περίοδο είναι δύσκολο για τη διαφήμιση να αυξήσει τη ζήτηση ενός προϊόντος μιας επιχείρησης. Μια τέτοια ξαφνική αύξηση στις διαφημίστηκες δαπάνες ακόμα και αν συνεχίζει να «προσφέρει» στην αύξηση των πωλήσεων ίσως είναι απαγορευτική για τις περισσότερες επιχειρήσεις αλλά απαραίτητη σε περιόδους κρίσης αν θέλουν να κερδίσουν το χαμένο έδαφος.

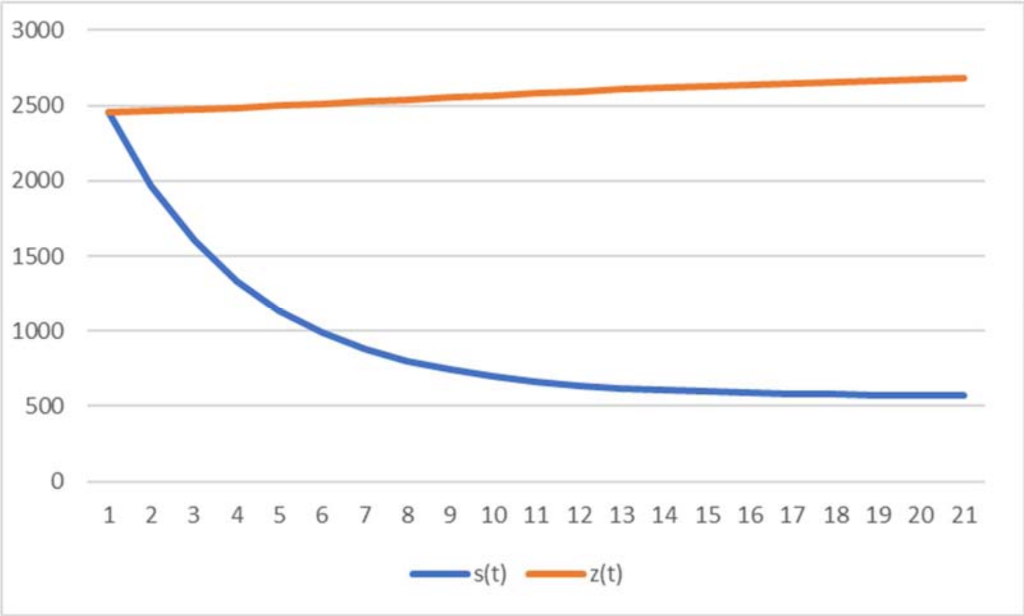
Ο πίνακας που δημιουργήθηκε από τις εξισώσεις (9.4.1) (πριν την αύξηση της διαφήμισης) είναι ο εξής:

$$A=\begin{bmatrix} -0{,}2610075 & -0{,}0104217 \\ -0{,}0082017 & -0{,}0609829 \end{bmatrix}$$

Επίσης, η ορίζουσα έχει τιμή $\det(\mathrm{A}) = 0{,}0158315$, το ίχνος $\mathrm{tr}(\mathrm{A}) = -0{,}32199$ και η διακρίνουσα $\Delta = 0{,}0403517$.

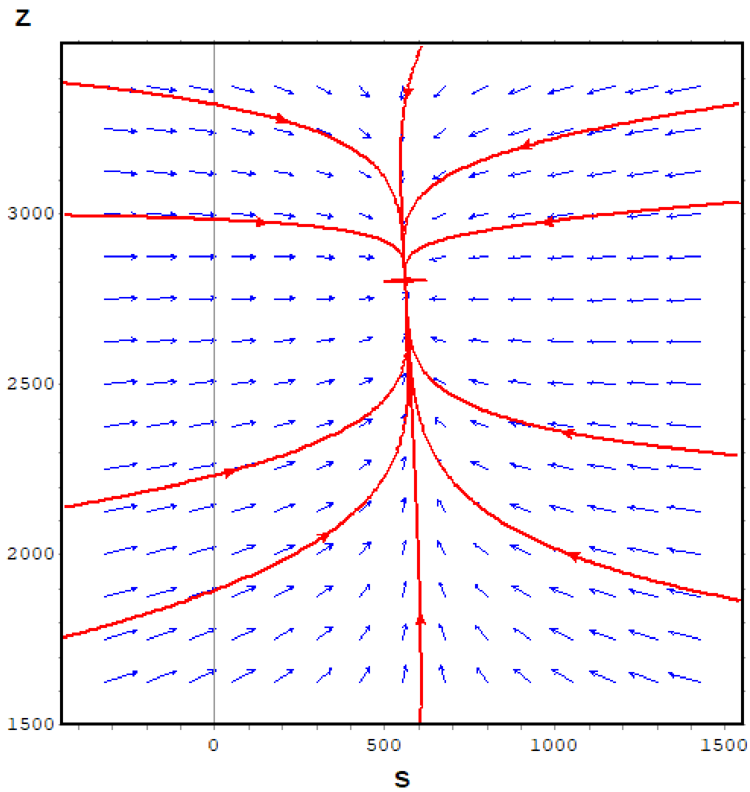
Αφού, $\Delta > 0$, $det(A) > 0$ και $tr(A) < 0$ το σημείο ισορροπίας που βρήκαμε είναι Ευσταθές-Κόμβος

Στην Εικόνα 36 φαίνονται διαγραμματικά οι δύο εξισώσεις για 20 περιόδους ενώ για αρχικές συνθήκες έχουμε πάρει ότι $s(0) = z(0) = 2459$.



Εικόνα 36

Επιπλέον, στην Εικόνα 37 παρουσιάζεται το διάγραμμα φάσης με 10 ολοκληρωτικές καμπύλες που επιβεβαιώνει τα όσα αναφέραμε για το σημείο ισορροπίας.



Εικόνα 37

9.5 Το μοντέλο διαφήμισης στο δυοπώλιο με την προσθήκη νέου όρου

Όπως έχουμε αναφέρει ο σκοπός της διαφήμισης εκτός των άλλων, ειδικά στο δυοπώλιο, είναι ο καταναλωτής να επιλέξει το προϊόν της εκάστοτε εταιρίας (μάρκας) που δαπανά πόρους για να διαφημιστεί. Αναπόφευκτα, όμως, η διαφήμιση της επιχείρησης 1 βοηθάει τη ζήτηση της επιχείρησης 2 να αυξηθεί. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η διαφήμιση εκτός από την μάρκα παρουσιάζει και το ίδιο το προϊόν, υπενθυμίζοντας στον καταναλωτή την χρησιμότητά του και κάνοντας τον να θέλει να το αγοράσει ίσως κάποιες φορές αδιαφορώντας για τη μάρκα του προϊόντος.

Αυτή την παράμετρο προσθέσαμε στο υπόδειγμα του δυοπωλίου μετατρέποντάς το στο εξής:

$$\frac{ds(t)}{dt} = -r \cdot s(t) + a \cdot x \cdot \left(\frac{k - s(t) - (1-p) \cdot z(t) - b \cdot y \cdot \left(\frac{k - (1-r) \cdot s(t) - z(t)}{k} \right)}{k} \right) + c \cdot y \cdot \left(\frac{k - s(t) - z(t) - b \cdot y \cdot \left(\frac{k - s(t) - z(t)}{k} \right)}{k} \right) \quad (9.5.1)$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = -p \cdot z(t) + b \cdot y \cdot \left(\frac{k - (1-r) \cdot s(t) - z(t) - a \cdot x \cdot \left(\frac{k - s(t) - (1-p) \cdot z(t)}{k} \right)}{k} \right) + d \cdot x \cdot \left(\frac{k - s(t) - z(t) - a \cdot x \cdot \left(\frac{k - s(t) - z(t)}{k} \right)}{k} \right) \quad (9.5.2)$$

Όπως φαίνεται, στο σύστημα προσθέσαμε τον όρο $c \cdot y$ στην πρώτη εξίσωση και $d \cdot x$ στη δεύτερη.

όπου:

c: ο ρυθμός αύξησης της ζήτησης του προϊόντος της πρώτης επιχείρησης από την διαφήμιση της δεύτερης και

d: ο ρυθμός αύξησης της ζήτησης του προϊόντος της δεύτερης επιχείρησης από την διαφήμιση της πρώτης.

Το κλάσμα: $\left(\frac{k - s(t) - z(t) - b \cdot y \cdot \left(\frac{k - s(t) - z(t)}{k} \right)}{k} \right)$ είναι το ποσοστό των καταναλωτών που δεν αγόρασαν την προηγούμενη περίοδο το προϊόν καμίας επιχείρησης.

Όταν προσδιοριστούν οι τιμές των παραμέτρων c και d η εκάστοτε επιχείρηση μπορεί να προβεί σε μείωση της διαφημιστικής της δαπάνης και έτσι με λιγότερα χρήματα να φτάσει στο ίδιο σημείο ισορροπίας της ζήτησης του προϊόντος της.

Ενδεικτικά, έστω ότι $c = 0{,}003$ και $d = 0{,}003$. Τότε οι επιχειρήσεις με τα δεδομένα της περίπτωσης 1 του προηγούμενου μοντέλου έχουν σημείο ισορροπίας το:

$$[s^* = 2527{,}863,\ z^* = 2527{,}863]$$

δηλαδή 2,68% πάνω απ' ότι αν δεν λαμβάναμε υπόψιν ότι η διαφήμιση του ανταγωνιστή βοηθάει τον όγκο πωλήσεων κάθε επιχείρησης να αυξηθεί.

Έτσι οι επιχειρήσεις μπορούν να μειώσουν την διαφήμισή τους στο $x = y = 7435$, δηλαδή να μειωθεί κατά 7,06% σε σχέση με τις 8000 που ήταν προηγουμένως.

Έτσι θα έχουν περίπου το ίδιο σημείο ισορροπίας το οποίο είναι:

$$[s^* = 2459{,}307,\ z^* = 2459{,}307]$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι κάθε επιχείρηση πρέπει να έχει στόχο να κρατάει όσο το δυνατόν χαμηλότερες αυτές τις νέες παραμέτρους αφού διαφορετικά δαπανά χρήματα σε διαφήμιση που βοηθά τον ανταγωνιστή. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν η διαφήμιση στοχεύει στο προϊόν και όχι στην μάρκα του, ειδικότερα όταν η διαφημιζόμενη δεν είναι τόσο ευρέως γνωστή στους καταναλωτές όσο η ανταγωνίστρια της. Ο συνδυασμός διάφορων παραγόντων μπορεί να κάνει τους συντελεστές c και d να είναι ιδιαίτερα υψηλοί.

9.6 Το τελικό μοντέλο διαφήμισης στο δυοπώλιο σε συνεχή χρόνο

Το τελικό μοντέλο του δυοπωλίου, που κατασκευάσαμε, είναι το ακόλουθο:

$$\frac{ds(t)}{dt} = -r \cdot s(t) + a \cdot x \cdot \left(\frac{k(t) - s(t) - (1-p) \cdot z(t) - b \cdot y \cdot \left(\frac{k(t) - (1-r) \cdot s(t) - z(t)}{k(t)} \right)}{k(t)} \right) + c \cdot y \cdot \left(\frac{k(t) - s(t) - z(t) - b \cdot y \cdot \left(\frac{k(t) - s(t) - z(t)}{k(t)} \right)}{k(t)} \right) \tag{9.6.1}$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = -p \cdot z(t) + b \cdot y \cdot \left(\frac{k(t) - (1-r) \cdot s(t) - z(t) - a \cdot x \cdot \left(\frac{k(t) - s(t) - (1-p) \cdot z(t)}{k(t)} \right)}{k(t)} \right) + d \cdot x \cdot \left(\frac{k(t) - s(t) - z(t) - a \cdot x \cdot \left(\frac{k(t) - s(t) - z(t)}{k(t)} \right)}{k(t)} \right) \tag{9.6.2}$$

$$\frac{dk(t)}{dt} = -e \cdot k(t) + (h \cdot x + j \cdot y) \cdot \left(\frac{L - k(t)}{L} \right) \tag{9.6.3}$$

Η διαφοροποίηση είναι στην παράμετρο ***k***. Υπενθυμίζουμε ότι η παράμετρος ***k*** είναι ο μέγιστος αριθμός καταναλωτών πολλαπλασιασμένος με τον μέγιστο αριθμό κομματιών που υπάρχει περίπτωση αυτοί οι καταναλωτές να αγοράσουν κάποιο από τα δύο προϊόντα. Στο τελικό μοντέλο αυτή η παράμετρος επηρεάζεται από τις διαφημίσεις των δύο ανταγωνιστών και άρα είναι μεταβαλλόμενη. Οι διαφημίσεις κάνουν ολοένα και περισσότερους καταναλωτές να θεωρούν τα προϊόντα απαραίτητα και έτσι το ***k*** αυξάνεται. Επίσης εκφράσαμε τον ρυθμό μείωσης του ***k*** το οποίο χωρίς τις διαφημίσεις έχει την τάση να μειώνεται ανά περίοδο.

Αναλυτικά:

Το ***e*** εκφράζει τον ρυθμό μείωσης του συντελεστή ***k***.

Το ***h*** εκφράζει την συνδρομή της διαφήμισης της επιχείρησης 1 στην αύξηση του ***k***.

Το ***j*** εκφράζει την συνδρομή της διαφήμισης της επιχείρησης 2 στην αύξηση του ***k***.

Το ***L*** είναι το σύνολο του αγοραστικού κοινού που μπορεί να έχει πρόσβαση στο προϊόν πολλαπλασιασμένο με το μέγιστο αριθμό κομματιών που υπάρχει περίπτωση να αγοράσει το κάθε άτομο (π.χ. όταν αν το αγοραστικό κοινό μιας χώρας είναι 10.000.000 καταναλωτές πολλαπλασιασμένο με την μονάδα που αντιστοιχεί στον μέγιστο αριθμό των προϊόντων που θα αγοράσει ο καθένας από αυτούς μας δίνει $L = 10.000.000$).

Επομένως, το $\left(\frac{L-k(t)}{L}\right)$ είναι το ποσοστό από το οποίο αυξάνεται το $k(t)$ κάθε περίοδο από τις διαφημίσεις και των δύο εμπλεκόμενων της δυοπωλιακή αγοράς.

Όπως παρατηρούμε η ζήτηση της πρώτης επιχείρησης, $s(t)$, εξαρτάται, μεταξύ άλλων, από την ζήτηση της ίδιας της επιχείρησης την προηγούμενη περίοδο, από την ζήτηση της ανταγωνίστριας την προηγούμενη περίοδο όπως και από το $k(t-1)$. Αντίστοιχα, από τα ίδια δεδομένα εξαρτάται και η ζήτηση της δεύτερης επιχείρησης, $z(t)$. Αντίθετα, η τιμή της $k(t)$ επηρεάζεται μόνο από την τιμή της ίδιας την προηγούμενη περίοδο και είναι ανεξάρτητη των τιμών που παίρνουν οι ζητήσεις των δύο επιχειρήσεων. Βάσει αυτών το k φτάνει πρώτο στο σημείο ισορροπίας του και αφού γίνει αυτό, μετά από κάποιες περιόδους, τα s και z φτάνουν κι αυτά στο δικό τους.

Συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Η ανάλυση δυναμικών συστημάτων γίνεται στα πλαίσια της έρευνας πολλών επιστημών. Τα δυναμικά μοντέλα διαφέρουν από τα στατικά κυρίως για τον λόγο ότι τα πρώτα περιγράφουν την μεταβολή του μεγέθους που μελετούν με την πάροδο του χρόνου κάτι που δεν συμβαίνει με τα δεύτερα. Στην οικονομική επιστήμη άρχισε η μελέτη τους κυρίως μετά το 1990 και είχαν μεγάλη επιρροή στην μικροοικονομία αλλά ακόμα μεγαλύτερη στην μακροοικονομία.

Στην παρούσα έρευνα παρουσιάζονται και αναλύονται ορισμένα δυναμικά μοντέλα που περιγράφουν την μεταβολή στη ζήτηση ενός προϊόντος με την πάροδο του χρόνου λόγω της διαφημιστικής δαπάνης της επιχείρησης που το πουλά. Τα μοντέλα αυτά «κατασκευάστηκαν» για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας και πρωτοπαρουσιάζονται εδώ. Αυτή είναι και η συμβολή της έρευνας που κάναμε στα δυναμικά συστήματα και στις εφαρμογές τους στην μικροοικονομία.

Πρώτο, παρουσιάζεται το γραμμικό δυναμικό μοντέλο της διαφήμισης στα γνωστά social media Facebook, Instagram και Twitter. Τα συμπεράσματα που εξήγαμε είναι ποικίλα. Αρχικά, από την έρευνα μας επιβεβαιώνεται η σημαντική αύξηση στην ζήτηση του προϊόντος όταν πρώτο εφαρμόζεται η διαφήμιση, ενώ για υψηλές, συγκεκριμένα υψηλότερες του σημείου ισορροπίας, αρχικές πωλήσεις η διαφήμιση μπορεί να μην αυξάνει τις πωλήσεις αλλά συγκρατεί την μείωση τους. Για υψηλό ρυθμό μείωσης της ζήτησης η επιχείρηση πρέπει να αυξάνει τις διαφημιστικές της δαπάνες σε περιόδους ανάπτυξης ώστε να αποφεύγει περιόδους ύφεσης. Επίσης, πρέπει να ρυθμίσει τις διαφημίσεις της εντός συγκεκριμένων ορίων ώστε η ζήτηση να μην ξεπεράσει τον υψηλότερο δυνατό αριθμό πωλήσεων που ίσως της φέρει μείωση στις μελλοντικές της πωλήσεις αφού θα υπάρχουν δυσαρεστημένοι πελάτες. Για το αντίστοιχο μη γραμμικό μοντέλο ισχύει ότι για χαμηλότερη αρχική ζήτηση μπορεί να έχω υψηλότερη ζήτηση την επόμενη περίοδο απ’ ότι αν είχα αυξημένη αρχική ζήτηση.

Στο μοντέλο του δυοπωλίου εξετάσαμε πάλι μερικές αντιπροσωπευτικές περιπτώσεις με την εξαγωγή των αντίστοιχων συμπερασμάτων. Συγκεκριμένα, είδαμε ότι για ίση διαφήμιση των δύο επιχειρήσεων σε ένα δυοπώλιο η ζήτηση για τα προϊόντα των δύο επιχειρήσεων θα είναι ίδια αφού η διαφήμιση θα μπορούσε να είναι η μόνη παράμετρος που τα διαφοροποιεί. Επόμενο στάδιο είναι να υπολογίζουμε την διαφορά στην απόδοση της διαφήμισης για διαφημιστική δαπάνη και για τους δύο ανταγωνιστές την πρώτη φορά ίση με 8000 χρηματικές μονάδες και την δεύτερη ίση με 16000 χρηματικές μονάδες κρατώντας τα υπόλοιπα δεδομένα ίδια. Αυτό που είδαμε είναι ότι η αύξηση στην διαφήμιση επιφέρει μεν υψηλότερη ζήτηση αλλά και μείωση της απόδοσής της. Η δεύτερη περίπτωση περιγράφει μία κατάσταση όπου το εν δυνάμει αγοραστικό κοινό των δύο επιχειρήσεων διπλασιάζεται. Λόγω αυτού του διπλασιασμού οι δύο επιχειρήσεις έχουν την ευκαιρία να μειώσουν κατά 44,5 % την διαφήμισή τους χωρίς κανείς τους να χάσει μερίδιο αγοράς. Στην τρίτη περίπτωση εξετάσαμε τι θα γίνει όταν η μία απ' τις δύο επιχειρήσεις προσπαθήσει να αυξήσει την διαφημιστική της δαπάνη με σκοπό την αύξηση των πωλήσεων της. Έτσι βλέπουμε ότι όταν η ζήτηση της επιχείρησης 1 αυξάνεται λόγω αυτού η ζήτηση της δεύτερης επιχείρησης μειώνεται χωρίς να πραγματοποιήσει καμία αλλαγή στο προϊόν ή την διαφήμισή του. Έτσι παρατηρούμε ότι η πρώτη επιχείρηση καταφέρνει να αποκτήσει μεγαλύτερα περιθώρια κέρδους αφού μπορεί να προσελκύσει ακόμα περισσότερους καταναλωτές. Στην τελευταία περίπτωση επιδιώξαμε να ερευνήσουμε τι θα γίνει στην περίπτωση που η μία επιχείρηση έχει αρκετά αυξημένο τον συντελεστή μείωσης της ζήτησης του προϊόντος της. Έτσι πενταπλασιάσαμε αυτόν τον συντελεστή και είδαμε ότι για να φτάσει στο προηγούμενο σημείο ισορροπίας της πρέπει να πενταπλασιάσει τις δαπάνες διαφήμισης.

Στην συνέχεια προσθέσαμε έναν νέο όρο που περιγράφει την αύξηση της ζήτησης του προϊόντος της εκάστοτε επιχείρησης από την διαφήμιση του ανταγωνιστή και είδαμε ότι λόγω αυτού του παράγοντα οι επιχειρήσεις έχουν την ευχέρεια να μειώσουν τα χρήματα για διαφήμιση χωρίς να μεταβληθεί το σημείο ισορροπίας της ζήτησης.

Στο τελικό μοντέλο διαφήμισης στο δυοπώλιο προσθέσαμε μία σημαντική παράμετρο της λειτουργίας της διαφήμισης που είχαμε αγνοήσει μέχρι εκείνη τη στιγμή. Η διαφήμιση έχει την ικανότητα να αυξάνει και το εν δυνάμει αγοραστικό κοινό του προϊόντος και όχι μόνο να κερδίζει πωλήσεις από το ήδη υπάρχον. Έτσι μεταβάλαμε τον όρο αυτό έτσι ώστε να αυξάνεται ανά περίοδο χάρη των διαφημίσεων και των δύο επιχειρήσεων.

Με αυτό κλείσαμε τους τρόπους με τους οποίους η διαφήμιση επηρεάζει τη ζήτηση των προϊόντων των επιχειρήσεων και κατ' επέκταση του όγκου πωλήσεων τους. Όπως είδαμε τα οφέλη που έχει να αποκομίσει μία επιχείρηση από την διαφήμιση των προϊόντων της δεν είναι μονοδιάστατα ενώ πολλές φορές η διαφήμιση μπορεί να σώσει την επιχείρηση από καταστάσεις που επιφέρουν μείωση των πωλήσεων της έστω και με αρκετά μεγάλο κόστος.

Πέρα από τα παραπάνω υπάρχουν και άλλοι παράμετροι που μπορούν να προστεθούν στο μέλλον στα μοντέλα που κατασκευάσαμε και στην συνέχεια να μελετηθούν συνολικά.

Η απώλεια της καλής πίστης είναι ένα από αυτά. Η απώλεια της καλής πίστης υπάρχει όταν η ζήτηση υπερβαίνει την μέγιστη δυνατή απορρόφηση του προϊόντος. Έτσι αν μπορέσουμε να προσδιορίσουμε πόση είναι η επιρροή της στη μελλοντική ζήτηση, δηλαδή να προσδιορίσουμε τον συντελεστή με τον οποίο μειώνεται η ζήτηση ανά μονάδα προϊόντος που δεν εξυπηρετήθηκε την προηγούμενη περίοδο τότε μπορούμε να τον προσθέσουμε μπροστά από τον ακόλουθο όρο: $(s(t) - m)^+$.

Έναν όρο που μπορούμε να προσθέσουμε στο μοντέλο διαφήμισης στο YouTube είναι αυτός που αυξάνει τις πωλήσεις αν ο χρήστης πατήσει (κάνει click) πάνω στη διαφήμιση. Ένα ποσοστό αυτών που κάνει click για να μπει στην σελίδα του διαφημιζόμενου τελικά θα αγοράσει το προϊόν.

Τέλος, ένας παράγοντας που δεν εξετάσαμε καθόλου και είναι σημαντικός είναι αυτός της έμμεσης διαφήμισης. Με αυτό εννοούμε την διαφήμιση που κάνουν οι ίδιοι οι καταναλωτές στο προϊόν που έχουν αγοράσει, στο υπόλοιπο αγοραστικό κοινό. Έτσι όσο υψηλότερες είναι οι πωλήσεις μιας περιόδου τόσο πιθανότερο να αυξηθούν την επόμενη περίοδο αφού ένα ποσοστό από τους καταναλωτές που το προτίμησαν θα το «διαφημίσει» στον κύκλο του ή ακόμα και σε μεγαλύτερο κοινό μέσω πλέον των πολλών διαδικτυακών επιλογών που έχουν.

Βιβλιογραφία

Ξένη

Abiodun, A. O. (2011). The impact of advertising on sales volume of a product. International Business, Research paper of HAMK University, Nigeria.

Adeyeye, T. C., & Akanbi, P. A. (2011). The association between advertising and sales volume: A Case Study of Nigerian Bottling Company Plc. Journal of Emerging Trends in Economics and Management Sciences, 2(2), 117-123.

Agiza, H. N., & Elsadany, A. A. (2003). Nonlinear dynamics in the Cournot duopoly game with heterogeneous players. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 320, 512-524.

Angelini, N., Dieci, R., & Nardini, F. (2009). Bifurcation analysis of a dynamic duopoly model with heterogeneous costs and behavioural rules. Mathematics and Computers in Simulation, 79(10), 3179-3196.

Armstrong, G., & Kotler, P. (2005). Marketing: An Introduction (International edition).

Askar, S. S., & Alnowibet, K. (2016). Nonlinear oligopolistic game with isoelastic demand function: Rationality and local monopolistic approximation. Chaos, Solitons & Fractals, 84, 15-22.

Bischi, G. I., & Kopel, M. (2001). Equilibrium selection in a nonlinear duopoly game with adaptive expectations. Journal of Economic Behavior & Organization, 46(1), 73-100.

Boucekkine, R., Licandro, O., & Paul, C. (1997). Differential-difference equations in economics: on the numerical solution of vintage capital growth models. Journal of Economic Dynamics and Control, 21(2-3), 347-362.

CHACHOLIADES, M. (1990). Microeconomics, vol. II, Kritiki (in greek).

Chandler Jr, A. D. (1993). The visible hand. Harvard University Press.

Colley, R. H. (1961). Defining advertising goals: For measured advertising results. The Association.

Dehghani, M., Niaki, M. K., Ramezani, I., & Sali, R. (2016). Evaluating the influence of YouTube advertising for attraction of young customers. Computers in human behavior, 59, 165-172.

Elabbasy, E. M., Agiza, H. N., & Elsadany, A. A. (2009). Analysis of nonlinear triopoly game with heterogeneous players. Computers & Mathematics with Applications, 57(3), 488-499.

Gandolfo, G. (1997). Economic dynamics: Study edition. Springer Science & Business Media.

Jones, G., & Zeitlin, J. (2008). The Oxford handbook of business history. OUP Oxford.

Jørgensen, S. (1982). A survey of some differential games in advertising. Journal of Economic Dynamics and Control, 4, 341-369.

Knoll, J. (2016). Advertising in social media: a review of empirical evidence. International Journal of Advertising, 35(2), 266-300.

Kopel, M. (1996). Simple and complex adjustment dynamics in Cournot duopoly models. Chaos, Solitons & Fractals, 7(12), 2031-2048.

Leonard, D., & Nishimura, K. (1999). Nonlinear dynamics in the Cournot modelwithout full information. Annals of Operations Research, 89, 165-173.

Matsumoto, A., & Szidarovszky, F. (2012). Nonlinear delay monopoly with bounded rationality. Chaos, Solitons & Fractals, 45(4), 507-519.

Matsumoto, A., & Szidarovszky, F. (2012). Boundedly Rational Monopoly with Continuously Distributed Single Time Delay (Vol. 180). InER Discussion Paper.

Matsumoto, A., & Szidarovszky, F. (2014). Discrete-time delay dynamics of boundedly rational monopoly. Decisions in Economics and Finance, 37(1), 53-79.

Means, G. (2017). The modern corporation and private property. Routledge.

Naimzada, A. K., & Sbragia, L. (2006). Oligopoly games with nonlinear demand and cost functions: two boundedly rational adjustment processes. Chaos, Solitons & Fractals, 29(3), 707-722.

Presbrey, F. (2000). The history and development of advertising. Advertising & Society Review, 1(1).

Puu, T. (1991). Chaos in duopoly pricing. Chaos, solitons, and fractals, 1(6), 573-581.

Shone, R. (2001). An introduction to economic dynamics. Cambridge University Press.

Shone, R. (2002). Economic Dynamics: Phase diagrams and their economic application. Cambridge University Press.

Sutton, C. J. (1974). Advertising, concentration and competition. The Economic Journal, 84(333), 56-69.

Tubaro, P. (2015). Microeconomics, History of.

Tungate, M. (2007). Adland: a global history of advertising. Kogan Page Publishers.

Varian, H. (2002). R.,(2003) Intermediate Microeconomics: A Modern Approach. University of California, Berkeley.

Vaughn, R. (1980). How advertising works: A planning model. Journal of advertising research.

Vidale, M. L., & Wolfe, H. (1957). An operations-research study of sales response to advertising. Operations research, 5(3), 370-381.

Wilson, J. F. (1995). British business history, 1720-1994. Manchester University Press.

Ελληνική

Ζαχείλας Λουκάς: «Υπολογιστικές Μέθοδοι με τη χρήση του Maxima», (Σημειώσεις), 2011

Πέτρος, Τ. (2009). Εισαγωγή στο Μάρκετινγκ και την έρευνα αγοράς.

Σαραφόπουλος Γ. & Μυλωνάς Ν.: «Γραμμική Άλγεβρα, Βελτιστοποίηση και Δυναμική Ανάλυση στις Οικονομικές Επιστήμες», εκδ. Α. Τζιόλα

Τσεκούρας Π.: «Σημειώσεις για το μάθημα Δυναμικά Συστήματα», (Σημειώσεις), 2010

Ιστοσελίδες

impactbnd.com

socialpilot.co

statista.com

thinkwithgoogle.com

www.webfx.com

Λογισμικά

E&F Chaos

Maxima 5.42.2