



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**  
**ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ**

**Modeling and Monte Carlo simulation of light propagation in tissue**

**Μαρία Σ. Μπαλταδούρου**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Επιβλέπων**

**Κωνσταντίνος Δελήμπασης**

**Λαμία, 2020**





**UNIVERSITY OF THESSALY**

**SCHOOL OF SCIENCE**

**INFORMATICS AND COMPUTATIONAL BIOMEDICINE**

**Modeling and Monte Carlo simulation of light propagation in tissue**

**Maria S. Baltadourou**

**Master thesis**

**Konstantinos Delibasis**

**Lamia**

**11/2/2020**



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ  
ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ**

**«ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΙΑΤΡΙΚΗ ΚΑΙ ΒΙΟΛΟΓΙΑ»**

**Modeling and Monte Carlo simulation of light propagation in tissue**

**Μαρία Σ. Μπαλταδούρου**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Επιβλέπων**

**Κωνσταντίνος Δελήμπασης**

**Λαμία, 2020**

«Υπεύθυνη Δήλωση μη λογοκλοπής και ανάληψης προσωπικής ευθύνης»

Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, και γνωρίζοντας τις συνέπειες της λογοκλοπής, δηλώνω υπεύθυνα και ενυπογράφως ότι η παρούσα εργασία με τίτλο [«ModelingandMonteCarlosimulationofflightpropagationintissue»] αποτελεί προϊόν αυστηρά προσωπικής εργασίας και όλες οι πηγές από τις οποίες χρησιμοποίησα δεδομένα, ιδέες, φράσεις, προτάσεις ή λέξεις, είτε επακριβώς (όπως υπάρχουν στο πρωτότυπο ή μεταφρασμένες) είτε με παράφραση, έχουν δηλωθεί κατάλληλα και ευδιάκριτα στο κείμενο με την κατάλληλη παραπομπή και η σχετική αναφορά περιλαμβάνεται στο τμήμα των βιβλιογραφικών αναφορών με πλήρη περιγραφή. Αναλαμβάνω πλήρως, ατομικά και προσωπικά, όλες τις νομικές και διοικητικές συνέπειες που δύναται να προκύψουν στην περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά, ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της δεν μου ανήκει διότι είναι προϊόν λογοκλοπής.

ΗΔΗΛΟΥΣΑ

11/2/2020

Υπογραφή

# Modeling and Monte Carlo simulation of light propagation in tissue

Μαρία Σ. Μπαλταδούρου

## Τριμελής Επιτροπή:

Κωνσταντίνος Δελημπασης(επιβλέπων)

Χαρίλαος Σανδαλίδης

Ιωάννης Τριανταφύλλου

## Περιεχόμενα

Περίληψη .....	8
Abstract.....	9
1 Εισαγωγή.....	10
1.1 Διάδοση ορατού φωτός σε νερό και ιστούς.....	10
1.2 Εφαρμογές της διάδοσης ορατού φωτός.....	11
1.2.1 Photodynamic Therapy (PDT) .....	11
1.2.2 Πρόγνωση αγγειακών προβλημάτων .....	12
1.3 Σκοπός της διπλωματικής.....	12
2 Θεωρία.....	14
2.1 Διάδοση ορατού φωτός.....	14
2.1.1 Εξασθένιση της ακτινοβολίας.....	14
2.1.2 Απορρόφηση της ακτινοβολίας .....	15
2.1.3 Σκέδαση της ακτινοβολίας.....	15
2.1.4 Ανάκλαση – Διάθλαση του φωτος – Ο νόμος του Snell .....	16
2.2 Οπτικές ιδιότητες νερού και ιστών.....	19
2.3 Η μέθοδος MonteCarlo.....	22
2.4 Τυχαίοι αριθμοί με ομοιόμορφη κατανομή.....	22
3 Μεθοδολογία και Υπολογιστική υλοποίηση .....	23
3.1 Γενικός αλγόριθμος προσομοίωσης MonteCarlo.....	23
3.2 Αλγόριθμος προσομοίωσης διάδοσης φωτος σε συνεχές μέσο .....	24
3.3 Αλγόριθμος προσομοίωσης διάδοσης φωτος σε ομογενές διακριτό μέσο .....	36
3.4 Αλγόριθμος προσομοίωσης διάδοσης φωτος σε διακριτό μέσο με μεταβλητές οπτικές ιδιότητες .....	39
3.4.1 Χαρακτηριστικά του χώρου .....	39
3.4.2 Περιγραφή του αλγορίθμου .....	42
4 Αποτελέσματα .....	48
4.1 Αποτελέσματα πολλαπλών ανακλάσεων .....	48
4.2 Αποτελέσματα προσομοίωσης διάδοσης σε συνεχές ομογενές μέσο.....	49
4.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης διάδοσης σε διακριτό μέσο.....	52
5 Συμπεράσματα.....	57
6 Βιβλιογραφία .....	58

## Περίληψη

Στην παρούσα εργασία υλοποιείται ένας αλγόριθμος που στόχο έχει την προσομοίωση της αλληλεπίδρασης του φωτός κατά τη διάδοση του σε βιολογικό ιστό και επιπλέον γίνεται μια επισκόπηση των οπτικών ιδιοτήτων του ορατού φάσματος της ακτινοβολίας. Συγκεκριμένα στο πρώτο κεφάλαιο αναφέρεται συνοπτικά ο τρόπος με τον οποίο διαδίδεται το φως μέσα στην ύλη και παρουσιάζονται κάποιες από τις εφαρμογές της διάδοσης του φωτός στην ιατρική. Αναλύονται μέθοδοι όπως η φωτοδυναμική θεραπεία, η οποία χρησιμοποιείται για ένα ευρύ φάσμα θεραπειών (από θεραπείες ακμής μέχρι και περιπτώσεις καρκίνου) και μια μέθοδος πρόγνωσης αγγειακών προβλημάτων, η οποία βρίσκεται σήμερα σε πρώιμο στάδιο. Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύονται οι τρόποι με τους οποίους το ορατό φάσμα της ακτινοβολίας αλληλεπιδρά με τον βιολογικό ιστό, τα φαινόμενα δηλαδή ανάκλασης, διάθλασης και απορρόφησης. Επίσης αναλύεται η μέθοδος MonteCarlo, μια μέθοδος που με τη χρήση τυχαίων αριθμών, είναι ικανή να προσεγγίζει ρεαλιστικά μοντέλα. Η μέθοδος MonteCarlo είναι αυτή στην οποία βασίζεται ο αλγόριθμος που υλοποιήθηκε. Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύονται τα επιμέρους βήματα που ακολουθήθηκαν για τη δημιουργία αλγορίθμου προσομοίωσης της διάδοσης του φωτός σε βιολογικό ιστό. Δημιουργήθηκαν τρία μοντέλα: ένα που θεωρεί τον ιστό ως έναν συνεχή και ομογενή διδιάστατο χώρο, ένα επίσης ομογενές αλλά διακριτό μέσο, και τέλος έναν πιο γενικό αλγόριθμο, όπου ο ιστός θεωρείται διακριτός, υποδιαιρεμένος σε pixels και με μη ομογενείς οπτικές ιδιότητες. Στο τέταρτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του παραπάνω αλγορίθμου στις περιπτώσεις που το μέσο είναι ομογενές και μη ομογενές. Στην περίπτωση του μη ομογενούς, που είναι και η πιο ρεαλιστική περίπτωση, παρουσιάζονται αποτελέσματα για διάφορες περιπτώσεις σύστασης του ιστού που προσομοιώνουν επιδερμίδα, μυς και αιμοφόρα αγγεία.



## Abstract

In this study an algorithm was implemented for the simulation of light propagation into biological tissues. The first chapter summarizes the physics of light propagation through matter and reviews some of the biomedical applications of light propagation. These include methods such as photodynamic therapy, which is used for a wide range of therapies (from acne treatments to cancer cases) and a recently studied method of predicting vascular problems. The second chapter analyzes the ways that the visible spectrum of radiation interacts with biological tissue, namely reflection, refraction and attenuation (absorption and scatter). To this end, an overview of the optical properties of biological tissues for the visible spectrum of radiation is also performed. A brief introduction to the Monte Carlo method is also presented. The third chapter describes the individual steps that were followed to create the algorithm for the simulation of light propagation into the biological tissue. Three models were created: one that considers the tissue as a continuous and homogeneous two-dimensional space, a homogeneous but discrete medium, and finally a more general algorithm where the tissue is considered discrete and with non-homogeneous optical properties. The fourth and final chapter presents the results of this algorithm in cases of homogeneous and non-homogeneous medium. In the later case, which is the most realistic one, we present results for various cases of tissue combinations.

## 1 Εισαγωγή

Στην παρούσα εργασία ερευνήσαμε την αλληλεπίδραση της ακτινοβολίας ορατού φωτός μέσα στον βιολογικό ιστό. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος MonteCarlo, μια μέθοδος δηλαδή κατά την οποία γίνεται προσομίωση του παραπάνω μοντέλου με τη χρήση τυχαίων αριθμών.

Κάθε φωτόνιο που εισέρχεται στον βιολογικό ιστό αλληλεπιδρά μαζί του με αποτέλεσμα είτε να σκεδάζεται είτε να απορροφάται ένα μέρος της ενέργειας του. Κατά την σκέδαση αλλάζει η κατεύθυνση του φωτονίου χωρίς να μεταβάλλεται η ενέργεια του.

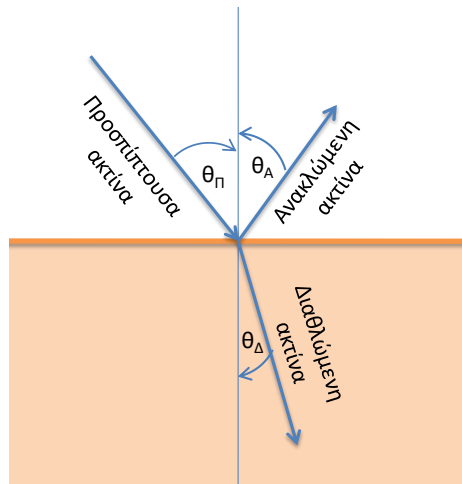
### 1.1 Διάδοση ορατού φωτός σε νερό και ιστούς

Το ορατό φως είναι εκείνο το τμήμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας το οποίο ανιχνεύεται από το ανθρώπινο μάτι. Καλύπτει την περιοχή των συχνοτήτων από 400THz έως 800THz, με αντίστοιχες ενέργειες φωτονίων μεταξύ 1.6-3.2eV. Στο κενό διαδίδεται με ταχύτητα περίπου  $3 \cdot 10^5 \text{ km/sec}$  ενώ σε άλλα μέσα διάδοσης η ταχύτητα είναι μικρότερη από αυτή στο κενό και εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου. Γενικά, η ταχύτητα διάδοσης του φωτός σε κάποιο μέσο εξαρτάται από τη συχνότητα της ακτινοβολίας και από τις ιδιότητες του μέσου. Κατά τη διάδοση του φωτός στο εσωτερικό του σώματος τα φαινόμενα που μπορεί να συμβούν είναι η σκέδαση και η απορρόφηση των φωτονίων. Όταν μια φωτεινή ακτίνα συναντήσει επιφάνεια που διαχωρίζει υλικά με διαφορετικούς δείκτες διάθλασης, τα φαινόμενα που μπορεί να συμβούν είναι είτε ανάκλαση είτε διάθλαση.

#### ❖ Ανάκλαση και διάθλαση του φωτός:

Όταν μια ακτίνα φωτός προσπέσει στην επιφάνεια ενός σώματος ένα μέρος της ανακλάται και ένα μέρος της διαθλάται. Κατά την ανάκλαση η ακτίνα συνεχίζει να κινείται στο ίδιο μέσο που κινούνταν αρχικά αλλά με διαφορετική κατεύθυνση.

Κατά την διάθλαση η ακτίνα εισέρχεται μέσα στο δεύτερο σώμα αλλά η διεύθυνση διάδοσής της μέσα σε αυτό είναι διαφορετική από την αρχική διεύθυνση κίνησης. Η αλλαγή αυτή της διεύθυνσης κίνησης της ακτίνας οφείλεται στους διαφορετικούς δείκτες διάθλασης των δυο υλικών, δηλαδή σε υλικά με διαφορετική οπτική διαπερατότητα[15]. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στη διαφορετική ταχύτητα με την οποία ταξιδεύει η ακτινοβολία σε κάθε υλικό. Στο Σχήμα 1 που ακολουθεί παρουσιάζεται η πορεία μιας ακτίνας φωτός καθώς αυτή προσπίπτει σε διαχωριστική επιφάνεια.



**Σχήμα 1** Πορεία προσπίπτουσας ακτινοβολίας όταν συναντά διαχωριστική επιφάνεια.

#### ❖ Σκέδαση και απορρόφηση του φωτός:

Η σκέδαση και η απορρόφηση της ακτινοβολίας είναι φαινόμενα που συμβαίνουν στο εσωτερικό του σώματος. Το φαινόμενο της σκέδασης συμβαίνει όταν μια ακτίνα φωτός βρεθεί στο εσωτερικό ενός σώματος, τότε διανύει κάποια απόσταση (μέση ελεύθερη διαδρομή) και στη συνέχεια αλλάζει κατεύθυνση κίνησης ή απορροφάται. Η μέση ελεύθερη διαδρομή που διανύει μια ακτίνα μέχρι να σκεδαστεί και να απορροφηθεί εξαρτάται από τους συντελεστές σκέδασης και απορρόφησης αντίστοιχα. Οι συντελεστές αυτοί εξαρτώνται από το υλικό από το οποίο αποτελείται το σώμα.

## 1.2 Εφαρμογές της διάδοσης ορατού φωτός

Ακτινοβολίες με μήκη κύματος στην περιοχή του ορατού φάσματος χρησιμοποιούνται ευρέως στην ιατρική. Η χρήση τους μπορεί να είναι είτε για θεραπευτικούς σκοπούς, όπως θεραπείες για πληγές και ακμή, είτε για διάγνωση, όπως για αγγειακά προβλήματα, ή μη επεμβατικές μετρήσεις. Παρακάτω αναφέρονται κάποιες εφαρμογές του ορατού φωτός στην ιατρική.

### 1.2.1 Photodynamic Therapy (PDT)

Η φωτοδυναμική θεραπεία είναι μία θεραπεία, η οποία με τη χρήση ορατού φωτός, συμβάλει στην αντιμετώπιση δερματικών προβλημάτων [15] καθώς επίσης είναι μια τεχνική που συμβάλει στην αντιμετώπιση του καρκίνου [18].

Η θεραπευτική μέθοδος του καρκίνου αποτελείται από τρία βασικά στοιχεία: μια φωτοευαίσθητο ουσία, οξυγόνο και φως (laser). Χρησιμοποιεί ακτινοβολία κυρίως στο ορατό φάσμα (405-900nm) για τη διέγερση της φωτοευαίσθητοποιητικής ουσίας. Φωτοευαίσθητες λέγονται εκείνες οι ουσίες που ενεργοποιούνται με φωτεινή ακτινοβολία, παρουσία οξυγόνου, και παράγουν ουσίες χημικά ενεργές. Οι ουσίες αυτές προσβάλλουν τα κακοήθη κύτταρα ενώ στα υπόλοιπα υγιή κύτταρα επιδρούν ελάχιστα.

Ενεργοποιούνται μόνο με την επίδραση ακτινοβολίας κατάλληλου μήκους κύματος. Με διεγέρσεις και αποδιεγέρσεις η ενέργεια μεταφέρεται σε όλα τα κύτταρα στόχους καταστρέφοντας έτσι τα κύτταρα αυτά μη βλάπτοντας τους υγιείς ιστούς, παρέχοντας έτσι το επιθυμητό στοχευμένο αποτέλεσμα.

Ο τύπος των laser που χρησιμοποιείται, εξαρτάται από τη θέση και τη φύση του προβλήματος. Για δερματικά προβλήματα επιλέγονται ακτινοβολίες με μικρό βάθος διείσδυσης, όπως η πράσινη και η κίτρινη ακτινοβολία, ενώ για τα πιο μεγάλα βάθη διείσδυσης επιλέγεται ακτινοβολία στο ερυθρό φάσμα.

### 1.2.2 Πρόγνωση αγγειακών προβλημάτων

Έρευνες που γίνονται για τη διάγνωση αγγειακών προβλημάτων χρησιμοποιούν ακτινοβολίες στο ορατό φάσμα. Συγκεκριμένα, έρευνα η οποία γίνεται για τη δημιουργία συσκευής που θα επιτρέπει την πρόγνωση της αρτηριακής στένωσης, καθώς και την παρακολούθηση της μετέπειτα πορείας του ασθενή χρησιμοποιεί ακτινοβολίες με μήκη κύματος μεταξύ των  $680nm$  και  $1300nm$ [12]. Πρόκειται για ένα φορέσιμο μηχάνημα το οποίο αποτελεί έναν εύκολο και οικονομικό τρόπο για την παρακολούθηση του ασθενή. Αποτελείται από διόδους LED που στέλνουν ακτινοβολία στον ασθενή, η οποία εισέρχεται στον ιστό, υφίσταται φαινόμενα εξασθένησης, απορρόφησης και σκέδασης. Η εξερχόμενη ακτινοβολία συλλέγεται από τους φωτοανιχνευτές. Η συσκευή αυτή συνδέεται ασύρματα μέσω Bluetooth με κινητό ή tablet και εκεί γίνεται η απεικόνιση της εξερχόμενης ακτινοβολίας για κάθε σημείο του ιστού. Στα σημεία του ιστού που η ακτινοβολία υφίσταται έντονη απορρόφηση το ποσό της εξερχόμενης ακτινοβολίας είναι μικρό, και το αντίθετο. Έτσι στην απεικόνιση της ακτινοβολίας διαχωρίζονται περιοχές ανάλογα με την ικανότητα τους να απορροφούν ή όχι την προσπίπτουσα ακτινοβολία. Η απορροφητικότητα εξαρτάται από το είδος του ιστού και το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Για δεδομένο μήκος κύματος το ποσό απορρόφησης εξαρτάται μόνο από το είδος του ιστού. Έτσι η απεικόνιση της ακτινοβολίας αποτελεί και απεικόνιση της δομής του ιστού. Σε αυτή την ιδέα στηρίζεται και η πρόγνωση αρτηριακής στένωσης. Σε σημεία που υπάρχει αθηρωματική πλάκα εμφανίζεται μεγαλύτερη απορρόφηση απ' ό,τι φυσιολογικά, αν δεν υπάρχει αθηρωματική πλάκα δηλαδή. Άρα στα σημεία αυτά η εξερχόμενη ακτινοβολία είναι μικρή.

### 1.3 Σκοπός της διπλωματικής

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η διάδοση του φωτός έχει πολλές εφαρμογές στην ιατρική, καθώς χρησιμοποιείται για τη διάγνωση και τη θεραπεία ασθενειών. Ακτινοβολίες με μήκη κύματος στο ορατό φάσμα ακτινοβολιών επιλέγονται είτε για θεραπεία, δεδομένου ότι δεν είναι επιβλαβείς για την υγεία, είτε για πρόγνωση, καθώς από τα συγκεκριμένα μήκη κύματος μπορεί να γίνει ιατρική απεικόνιση.

Ο τρόπος αλληλεπίδρασης του φωτός με το βιολογικό ιστό εξαρτάται από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας και από το είδος του ιστού. Η ροή της εξερχόμενης ακτινοβολίας σε κάθε σημείο είναι η ποσότητα στην οποία βασίζεται η ιατρική απεικόνιση. Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται μελέτη των οπτικών ιδιοτήτων των βιολογικών ιστών για ακτινοβολία με μήκος κύματος στο ορατό φάσμα. Στο πλαίσιο της εργασίας αναπτύχθηκε αλγόριθμος προσομοίωσης της διάδοσης του φωτός με την τεχνική MonteCarlo, ο οποίος είναι σε θέση να προσομοιώνει την τροχιά των φωτονίων σε διακριτοποιημένο βιολογικό ιστό με μεταβλητές οπτικές ιδιότητες. Ελπίζουμε μελλοντικά ο αλγόριθμος να χρησιμοποιηθεί για ιατρική απεικόνιση ή για συνεχή και αναίμακτη μέτρηση διαγνωστικών δεικτων.

## 2 Θεωρία

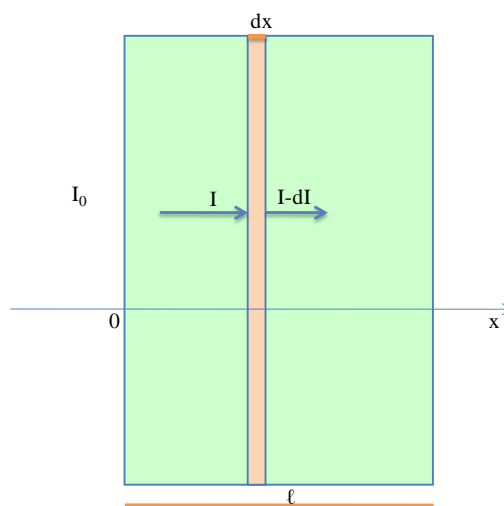
### 2.1 Διάδοση ορατού φωτός

Όταν ακτινοβολία προσπέσει σε ένα σώμα τα φαινόμενα που θα συμβούν είναι η ανάκλαση και η εξασθένηση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, και εξαρτώνται από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας και την φύση του σώματος.

#### 2.1.1 Εξασθένηση της ακτινοβολίας

Με τον όρο εξασθένηση της ακτινοβολίας αναφερόμαστε στα φαινόμενα απορρόφησης και σκέδασης κατά την διέλευση της ακτινοβολίας μέσα σε ένα σώμα. Καθώς ένα ποσό ακτινοβολίας εισέρχεται σε ένα σώμα, υφίσταται εξασθένηση λόγω της σκέδασης και της απορρόφησης της ακτινοβολίας. Και τα δυο αυτά φαινόμενα εξαρτώνται από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

Αν θεωρήσουμε ότι σε ένα λεπτό στρώμα πάχους  $dx$  προσπίπτει ακτινοβολία έντασης  $I$  τότε από αυτό θα εξέλθει ακτινοβολία έντασης  $I - dI$ , με  $dI < 0$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα (2).



Σχήμα 2 Εξασθένηση ακτινοβολίας έντασης  $I$  σε στρώμα πάχους  $dx$ .

Η εξασθένηση της ακτινοβολίας σε ομογενές μέσο διάδοσης με σταθερό συντελεστή εξασθένησης δίνεται από τον νόμο του Beer [1], [6], [15]:

$$\frac{dI}{I} = -\mu dx$$

Ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση προκύπτει

$$I = I_0 e^{-\mu l} \quad (1)$$

όπου:  $I_0$ : η ολική (αρχική) ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας

$l$ : η συνολική διαδρομή που διανύει η ακτινοβολία

Ο συντελεστής εξασθένησης είναι το άθροισμα των συντελεστών απορρόφησης  $\mu_A$  και σκέδασης  $\mu_s$ ,  $\mu = \mu_A + \mu_s$ , [6], [23]. Οι συντελεστες αυτοί εκφράζουν την ελάττωση της ακτινοβολίας ανά μονάδα πάχους. Έχουν μονάδα μέτρησης  $\text{cm}^{-1}$  και εξαρτώνται από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας και το μέσο διάδοσης[14], [11].

### 2.1.2 Απορρόφηση της ακτινοβολίας

Η απορρόφηση της ακτινοβολίας, η μείωση δηλαδή της έντασης της, σχετίζεται άμεσα με τη σύσταση του σώματος. Για παράδειγμα για μήκος κύματος 633nm ο συντελεστής απορρόφησης για το νερό είναι  $\mu_A = 0.003\text{cm}^{-1}$  ενώ για την επιδερμίδα  $\mu_A = 4.3\text{cm}^{-1}$ .

Για το ορατό φάσμα της ακτινοβολίας, με μήκη κύματος μεταξύ των 400nm έως τα 700nm στην περίπτωση του νερού ο συντελεστής απορρόφησης αυξάνεται με την αύξηση του μήκους κύματος[3], [2]. Η αύξηση αυτή είναι σχεδόν λογαριθμική παρουσιάζοντας κάποια τοπικά μέγιστα στα 510nm, στα 600nm καθώς και ένα ολικό μέγιστο στα 700nm. Στην περίπτωση βιολογικών ιστών ο συντελεστής απορρόφησης άλλοτε αυξάνεται και άλλοτε μειώνεται με την αύξηση του μήκους κύματος.

### 2.1.3 Σκέδαση της ακτινοβολίας

Όταν στην κατεύθυνση της ακτίνας παρεμβάλλονται μόρια του υλικού προκαλούν σκέδαση, δηλαδή την αλλαγή της κατεύθυνσής της. Δυο βασικά είδη σκέδασης που λαμβάνουν χώρα κατά την διάδοση του φωτός σε ιστούς είναι η σκέδαση Rayleigh και η σκέδαση Mie. Η σκέδαση Rayleigh συμβαίνει όταν τα μόρια έχουν πολύ μικρότερες διαστάσεις από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, ενώ η Mie όταν τα μόρια έχουν διάμετρο από  $10^{-2}$  έως  $10^2$  φορές το μήκος κύματος της ακτινοβολίας. Η σκέδαση Rayleigh είναι πιο ασθενής από τη σκέδαση Mie. Και οι δυο αυτές σκεδάσεις είναι ελαστικές, δηλαδή δεν χάνεται ποσό ενέργειας και δεν αλλάζει η συχνότητα κατά την αλλαγή της κατεύθυνσης του φωτονίου.

#### 2.1.3.1 Σκέδαση Rayleigh,

Η σκέδαση Rayleigh[19]

οφείλεται σε μόρια τα οποία έχουν πολύ μικρότερες διαστάσεις από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ορατής ακτινοβολίας. Η ένταση της ακτινοβολίας που σκεδάζεται είναι αντιστρόφως ανάλογη της τέταρτης δύναμης του μήκους κύματος.

$$I \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

όπου  $I$  η ένταση του σκεδαζόμενου φωτός και  $\lambda$  το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας[1], [15], [25].

Η σκέδαση είναι εντονότερη για τα μικρά μήκη κύματος. Στο γεγονός αυτό οφείλεται και το γαλάζιο χρώμα του ουρανού, αφού το γαλάζιο χρώμα αντιστοιχεί σε μήκος κύματος  $\lambda \approx 425\mu\text{m}$ , ενώ το κόκκινο χρώμα αντιστοιχεί σε  $\lambda \approx 650\mu\text{m}$ , οπότε το γαλάζιο χρώμα σκεδάζεται εντονότερα. Παρουσιάζει μέγιστα στην διεύθυνση διάδοσης της ακτινοβολίας

ενώ παρουσιάζει ελάχιστα στην κάθετη διεύθυνση, δηλαδή ευνοούνται η εμπρόσθια σκέδαση και η οπισθοσκέδαση.

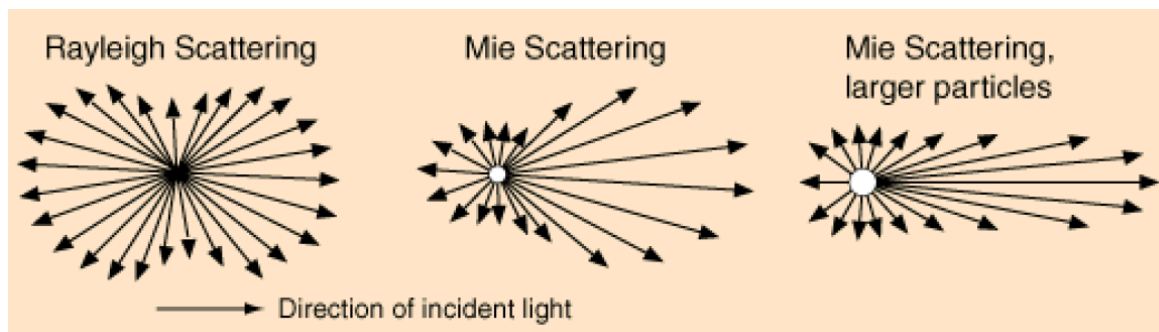
### 2.1.3.2 Σκέδαση Mie

Αν οι διαστάσεις των μορίων είναι μεγαλύτερες από 0,01 φορές του μήκους κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας τότε επικρατεί η σκέδαση Mie. Ορίζεται η παράμετρος σκέδασης

$$\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda}.$$

Για σωματίδια με διάμετρο μεγαλύτερη από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας παρατηρούνται πολλαπλές σκεδάσεις, αφού  $\alpha > 1$  [15]. Ακτινοβολίες με μικρότερα σκεδάζονται περισσότερο σε σχέση με τα μεγαλύτερα μήκη κύματος.

Για μεγάλα σωματίδια η σκέδαση Mie είναι ανομοιόμορφη για τυχαίες διευθύνσεις και εμφανίζει μέγιστο στη διεύθυνση διάδοσης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας (και προς τις δυο κατευθύνσεις). Η αύξηση του μεγέθους των σωματιδίων έχει σαν αποτέλεσμα η σκέδαση να πραγματοποιείται μόνο στην διεύθυνση διάδοσης της ακτινοβολίας και μάλιστα ευνοείται η εμπρόσθια σκέδαση. Για μικρές ακτίνες σωματιδίων η σκέδαση Mie ταυτίζεται με τη σκέδαση Rayleigh και οι πιθανότητες εμπροσθοσκέδασης και οπισθοσκέδασης γίνονται σχεδόν ίσες. Τα παραπάνω φαίνονται διαγραμματικά στο Σχήμα 3 [1], [19].



**Σχήμα 3** Η κατεύθυνση της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας για διάφορα μεγέθη κέντρων σκέδασης. Στο σχήμα αριστερά οι διαστάσεις των μορίων είναι αρκετά μικρότερες από το προσπίπτον μήκος κύματος και επικρατεί η σκέδαση Rayleigh. Στο μεσαίο σχήμα οι διαστάσεις των μορίων είναι μεγαλύτερες και επικρατεί η σκέδαση Mie και στην περίπτωση δεξιά οι διαστάσεις των μορίων γίνονται αρκετά μεγάλες και επικρατεί η εμπρόσθια σκέδαση [25].

### 2.1.4 Ανάκλαση – Διάθλαση του φωτός– Ο νόμος του Snell

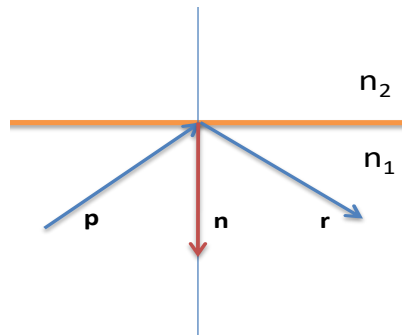
Όταν μια ακτίνα προσπέσει σε μια διαχωριστική επιφάνεια τα φαινόμενα που μπορεί να συμβούν είναι είτε να ανακλαστεί, είτε να διαθλαστεί. Και στις δυο περιπτώσεις για να υπολογίσουμε τη γωνία του ανακλώμενου ή του διαθλώμενου διανύσματος με την



διεύθυνση που είναι κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια, θα πρέπει να οριστούν οι γωνίες πρόσπτωσης, ανάκλασης και διάθλασης.

Στην περίπτωση της ανάκλασης η ακτίνα παραμένει στο υλικό στο οποίο ταξίδευε εξ αρχής. Η γωνία ανάκλασης ισούται με τη γωνία πρόσπτωσης. Για τον υπολογισμό του ανακλώμενου διανύσματος σημαντικό ρόλο παίζει η φορά του κάθε διανύσματος (και όχι μόνο η διεύθυνση τους). Συγκεκριμένα το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα ( $\mathbf{n}$ ) έχει τέτοια φορά ώστε να βρίσκεται στο υλικό στο οποίο προσπέφτει η ακτινοβολία και να απομακρύνεται από τη διαχωριστική επιφάνεια. Αντίθετα το προσπίπτον διάνυσμα ( $\mathbf{p}$ ) έχει φορά προς τη διαχωριστική επιφάνεια, ενώ το ανακλώμενο διάνυσμα ( $\mathbf{r}$ ) έχει πάντα τέτοια φορά ώστε να απομακρύνεται από τη διαχωριστική επιφάνεια, όπως φαίνεται στο Σχήμα (4). Το ανακλώμενο διάνυσμα υπολογίζεται βάσει του τύπου [13], [16]:

$$\mathbf{r} = \mathbf{p} - 2\mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}). \quad (2)$$



Σχήμα 4 Σχηματική αναπαράσταση ανάκλασης

Στην περίπτωση της διάθλασης η ακτίνα εξέρχεται από το υλικό στο οποίο ταξίδευε αρχικά και μεταβαίνει στο άλλο υλικό. Η κατεύθυνση της μεταβάλλεται σύμφωνα με τον νόμο του Snell. Το φαινόμενο της διάθλασης οφείλεται στη διαφορετική ταχύτητα με την οποία ταξιδεύει η ακτινοβολία σε κάθε υλικό. Ο δείκτης διάθλασης ορίζεται ως το πηλίκο της ταχύτητας του φωτός στο κενό ( $c = 9 \cdot 10^9 \text{ m/s}$ ) προς την ταχύτητα του φωτός στο συγκεκριμένο υλικό ( $u$ ),  $n = \frac{c}{u}$ . Πάντα η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι μεγαλύτερη απ' ό,τι σε οποιοδήποτε άλλο υλικό άρα  $n \geq 1$ . Ο δείκτης διάθλασης είναι ένα αδιάστατο μέγεθος.

Σε υλικό που είναι οπτικά πυκνότερο η ακτινοβολία ταξιδεύει με μικρότερη ταχύτητα από ότι σε ένα πιο αραιό υλικό ( $u_2 < u_1$ ), οπότε ο δείκτης διάθλασης στο υλικό αυτό είναι μεγαλύτερος ( $n_2 > n_1$ ).

Η γωνία διάθλασης της ακτίνας ( $\theta_2$ ) εξαρτάται από τη γωνία πρόσπτωσης ( $\theta_1$ ) και τους δείκτες διάθλασης των δύο υλικών ( $n_1$  και  $n_2$ ). Ο υπολογισμός της γωνίας διάθλασης γίνεται βάσει του νόμου του Snell [6], [7], [15].

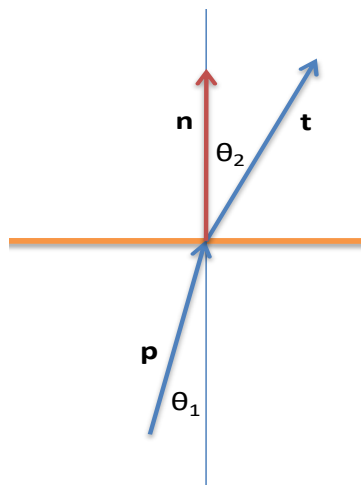
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \quad (3)$$

Όσο πιο πολύ απομακρύνεται από την κάθετο η προσπίπτουσα ακτίνα τόσο πιο πολύ απομακρύνεται από το κάθετο διάνυσμα και η διαθλώμενη ακτίνα (αφού αυξάνεται η φωνία  $\theta_1$ ).

Διανυσματικά το διαθλώμενο διάνυσμα υπολογίζεται βάσει του τύπου[16]:

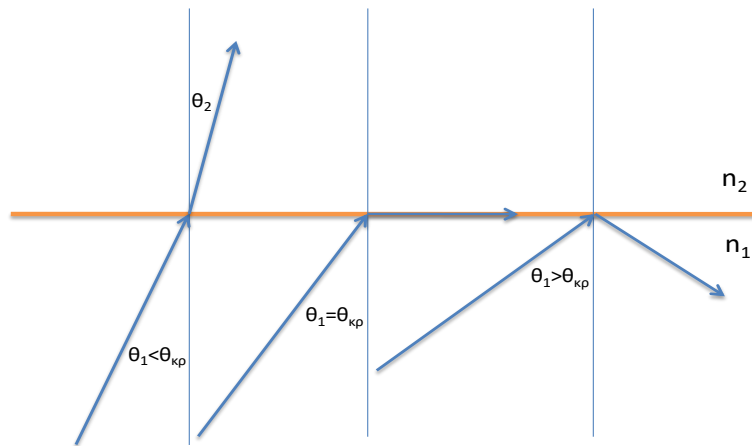
$$\mathbf{t} = \frac{n_1}{n_2} \mathbf{p} + \left\{ -\frac{n_1}{n_2} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) + \sqrt{1 + [(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})^2 - 1] \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2} \right\} \cdot \mathbf{n} \quad (4)$$

Το μοναδιαίο διάνυσμα  $\mathbf{n}$  έχει τέτοια κατεύθυνση ώστε να βρίσκεται στο υλικό με δείκτη διάθλασης  $n_2$  [13]. Το διάνυσμα  $\mathbf{p}$  έχει φορά προς τη διαχωριστική επιφάνεια ενώ το  $\mathbf{t}$  έχει φορά τέτοια ώστε να απομακρύνεται από τη διαχωριστική επιφάνεια, όπως φαίνεται στο Σχήμα (5).



Σχήμα 5 Σχηματική αναπαράσταση διάθλασης

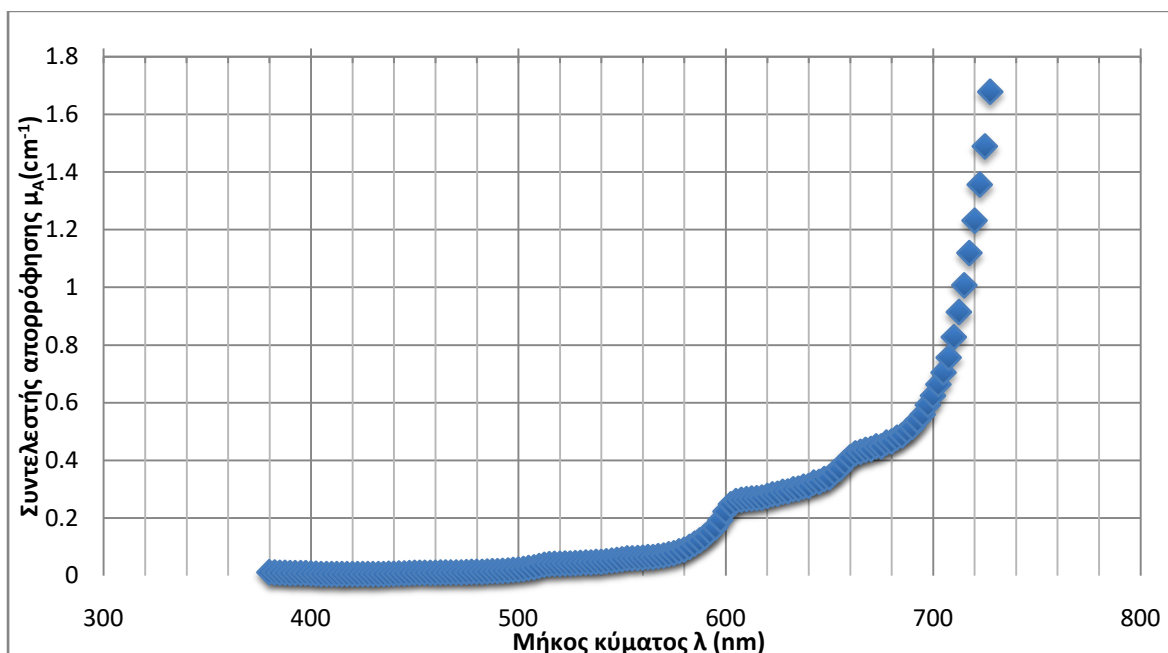
Αν η ακτίνα ξεκινά από ένα οπτικά πυκνότερο μέσο διάδοσης και καταλήγει σε ένα μέσο οπτικά αραιότερο, τότε ο λόγος  $\frac{n_1}{n_2}$  είναι μεγαλύτερος της μονάδας. Θα υπάρξει λοιπόν κάποια γωνία πρόσπτωσης ( $\theta_1$ ) για την οποία το γινόμενο  $\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$  θα είναι ίσο με τη μονάδα. Αυτή η τιμή της γωνίας πρόσπτωσης ονομάζεται κρίσιμη (ή οριακή)  $\theta_{κρ}$ . Όπως θα δείξουμε παρακάτω (παράγραφος 3.4.2) η περίπτωση αυτή ισοδυναμεί με αρνητικό υπόριζο στην Εξ. (4). Για την τιμή αυτή η γωνία  $\theta_2 = 90^\circ$ , δηλαδή η διαθλώμενη ακτίνα είναι παράλληλη στη διαχωριστική επιφάνεια[15]. Για γωνία  $\theta_1 > \theta_{κρ}$  η ακτίνα θα υποστεί ολική ανάκλαση και θα παραμείνει στο υλικό στο οποίο βρισκόταν αρχικά, όπως φαίνεται στο Σχήμα (6).



**Σχήμα 6** Η πορεία ακτινοβολίας όταν προσπίπτει σε μια διαχωριστική επιφάνεια για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις της γωνίας πρόσπτωσης ( $\theta_1$ ) σε σύγκριση με την οριακή γωνία ( $\theta_{κρ}$ ).

## 2.2 Οπτικές ιδιότητες νερού και ιστών

Στην εργασία [2] μετρήθηκε ο συντελεστής απορρόφησης του νερού σε συνάρτηση με το μήκος κύματος. Συγκεκριμένα η μελέτη έγινε για μήκη κύματος μεταξύ των 380nm και των 727.5nm. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 7). Καθώς το μήκος κύματος της ακτινοβολίας αυξάνεται, αυξάνεται και ο δείκτης διάθλασης του νερού.



**Σχήμα 7** Η εξάρτηση του συντελεστή απορρόφησης από το μήκος κύματος κατά τη διάδοση του ορατού φωτός στο νερό.

Σύμφωνα με την εργασία [3], μετρήθηκε πειραματικά ο ολικός συντελεστής εξασθένισης για το νερό για διάφορα μήκη κύματος. Συνδυάζοντας τα αποτελέσματα των [2] και [3] υπολογίζεται ο συντελεστής σκέδασης για τα αντίστοιχα μήκη κύματος  $\mu_{\Sigma} = \mu - \mu_A$ , καθώς

και μια σύγκριση των συντελεστών απορρόφησης και σκέδασης, ο λόγος δηλαδή  $\frac{\mu_A}{\mu_S}$ . Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω Πίνακα 1.

**Πίνακας 1** Μετρήσεις των συντελεστών απορρόφησης και σκέδασης κατά τη διάδοση στο νερό (δεδομένα από [2], [3], [9].)

$\lambda$ (nm)	$\mu$ ( $10^{-4} \text{cm}^{-1}$ )	$\mu$ ( $\text{m}^{-1}$ )	$\mu_A$ ( $\text{m}^{-1}$ )	$\mu_S$ ( $\text{m}^{-1}$ )	$\mu_A/\mu_S$
578	9.2	0.092	0.0836	0.0084	9.952381
546	5.8	0.058	0.0511	0.0069	7.405797
436	1.3	0.013	0.0053	0.0077	0.688312
406	1.1	0.011	0.0053	0.0057	0.929825

Για τα μικρότερα μήκη κύματος οι συντελεστές  $\mu_A$  και  $\mu_S$  είναι συγκρίσιμοι. Καθώς το μήκος κύματος αυξάνεται η διαφορά τους αυξάνεται σημαντικά, και μάλιστα ο συντελεστής απορρόφησης υπερσχύει του συντελεστή σκέδασης.

Σε review που έγινε παρουσιάστηκαν οι οπτικές παράμετροι των υλικών που συλλέχθηκαν από διάφορες έρευνες και πειράματα [23], [19]. Συγκεκριμένα παρουσιάστηκαν οι τιμές των συντελεστών απορρόφησης, σκέδασης, του ανηγμένου συντελεστή απορρόφησης και του συντελεστή ανισοτροπίας μετρημένοι για διάφορα μήκη κύματος και για έναν μεγάλο αριθμό ιστών. Ο ανηγμένος συντελεστής σκέδασης ορίζεται ως  $\mu'_S = (1 - g)\mu_S$  [7], [8], [9], [11], [14], [15], [22]. Πρόκειται για έναν διορθωμένο συντελεστή σκέδασης που επηρεάζεται και από την τιμή του  $g$ . Για σχεδόν ιστροπικές σκεδάσεις, δηλαδή για μικρές τιμές του  $g$  τα  $\mu'_S$  και  $\mu_S$  διαφέρουν λίγο. Αντίθετα για σκεδάσεις με μεγάλο βαθμό ανισοτροπίας τα  $\mu'_S$  και  $\mu_S$  διαφέρουν πολύ. Στο review αυτό [23] δόθηκε έμφαση σε ιστούς του δέρματος. Συγκεκριμένα για το **ανθρώπινο δέρμα** προτείνεται ο εμπειρικός τύπος που υπολογίζει τον δείκτη διάθλασης συναρτήσει του μήκους κύματος

$$n(\lambda) = 0.7(1.58 - 8.45 \cdot 10^{-4}\lambda + 1.1 \cdot 10^{-6}\lambda^2 - 7.9 \cdot 10^{-10}\lambda^3 + 2.32 \cdot 10^{-13}\lambda^4 - 2.98 \cdot 10^{-17}\lambda^5) + 0.45$$

Μετρήσεις που έγιναν σε ζώα και στο **ανθρώπινο αίμα** για μήκη κύματος στο διάστημα  $488 \text{nm} - 1341.4 \text{nm}$  και σε θερμοκρασία δωματίου έδειξαν ότι ο δείκτης διάθλασης ως συνάρτηση του μήκους κύματος υπολογίζεται σύμφωνα με τον προσεγγιστικό τύπο του Cauchy [23]

$$n(\lambda) = A + B\lambda^{-2} + C\lambda^{-4}$$

Τα  $A, B$  και  $C$  είναι σταθερές οι οποίες εξαρτώνται από το είδος του ιστού.

Για **ινώδεις ιστούς** ο δείκτης διάθλασης σε σχέση με το  $\lambda$  υπολογίζεται σύμφωνα με τον τύπο

$$n(\lambda) = 1.4389 + 1.588 \cdot 10^4 \lambda^{-2} - 1.4806 \cdot 10^9 \lambda^{-4} + 4.3917 \cdot 10^{13} \lambda^{-6}$$

Όπως φαίνεται και από τις παραπάνω σχέσεις, ο δείκτης διάθλασης δεν είναι σταθερός, αλλά μεταβάλλεται ανάλογα με τη σύσταση του ιστού. Ο συνολικός δείκτης διάθλασης μπορεί να οριστεί ως το άθροισμα  $n = \sum_{i=1}^N n_i f_i$ , όπου  $f_i$  η αναλογία του ιστού σε υλικό με δείκτη διάθλασης  $n_i$ . Για το  $f_i$  ισχύει  $\sum_{i=1}^N f_i = 1$ , για όλη την έκταση του ιστού.

Δεδομένου ότι ο δείκτης διάθλασης ορίζεται ως το παραπάνω άθροισμα προκύπτει ο πιο **γενικός** τύπος για τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης για όλο το **δέρμα**, ο οποίος λαμβάνει υπόψιν την περιεκτικότητα του σε νερό και πρωτεΐνες

$$n(\lambda) = 1.309 - 4.346 \cdot 10^2 \lambda^{-2} + 1.6065 \cdot 10^9 \lambda^{-4} + 1.2811 \cdot 10^{14} \lambda^{-6}$$

Στο ίδιο paper υπολογίστηκε και ο συντελεστής ανισοτροπίας ως συνάρτηση του μήκους κύματος για μήκη κύματος στο εύρος  $300nm - 1300nm$

$$g(\lambda) = A + B \left( 1 - e^{-\frac{\lambda-C}{D}} \right),$$

όπου  $A, B, C$  και  $D$  εμπειρικές σταθερές που υπολογίζονται για περιπτώσεις ανθρώπου και ζώων.

Οι οπτικές ιδιότητες του **ανθρώπινου αίματος** για μήκη κύματος από  $400nm$  έως  $2500nm$  παρουσιάζονται στην εργασία [22] μέσω μιας προσομοίωσης MonteCarlo. Συγκεκριμένα μέσα από συγκρίσεις των πειραματικών τιμών με τις θεωρητικές τιμές των συντελεστών απορρόφησης, σκέδασης και ανισοτροπίας διερευνήθηκε η σύσταση του αίματος. Για μήκος κύματος  $633nm$  οι τιμές των τριών οπτικών παραμέτρων είναι:

$\mu_A = 0.210 \pm 0.002 mm^{-1}$
$\mu_S = 77.3 \pm 0.5 mm^{-1}$
$g = 0.994 \pm 0.001$

Σε μελέτες που έγιναν διαπιστώθηκε ότι τα επίπεδα της γλυκόζης επηρεάζουν τις τιμές των τεσσάρων οπτικών παραμέτρων [9]. Οι μεταβολές των  $\mu_A, \mu_S, n$  και  $g$  δεν αφορούν μόνο το αίμα αλλά επηρεάζονται και οι γύρω ιστοί, όπως για παράδειγμα το δέρμα. Με βάση αυτές τις μεταβολές των οπτικών παραμέτρων γίνονται προσπάθειες μέτρησης της συγκέντρωσης της γλυκόζης στο αίμα χωρίς τρύπημα, κάτι το οποίο πλεονεκτεί έναντι της σημερινής μεθόδου μέτρησης των επιπέδων της γλυκόζης, αφού μηδενίζει τους κινδύνους μόλυνσης και δίνει τη δυνατότητα για περισσότερες μετρήσεις από τους διαβητικούς [26].

Στην εργασία [17] μετρήθηκαν οι οπτικές παράμετροι του θυροειδούς αδένος για υγιή και μη υγιή άτομα. Οι μετρήσεις αυτές έγιναν με τη μέθοδο time-resolved spectroscopy (TRS). Πρόκειται για μια μέθοδο με την οποία στέλνοντας ακτινοβολία στο δείγμα μπορούμε να εξάγουμε πληροφορίες σχετικά με τη δομή, τη σύσταση καθώς και τις φυσικές, χημικές και βιολογικές ιδιότητες του. Επικεντρώνεται στην χρονική εξέλιξη των διεργασιών εκπομπής, απορρόφησης και σκέδασης. Όσο μικρότερος είναι ο χρόνος μέσα στον οποίο εξάγονται τα αποτελέσματα τόσο καλύτερα είναι τα αποτελέσματα του πειράματος.

## 2.3 Η μέθοδος MonteCarlo

Η μέθοδος MonteCarlo χρησιμοποιεί τυχαίους επαναλαμβανόμενους αριθμούς για την προσομοίωση δειγμάτων μεγάλου πληθυσμού. Χρησιμοποιείται για την εξαγωγή στατιστικών εκτιμήσεων διαφόρων φυσικών ή μαθηματικών παραμέτρων. Συγκεκριμένα με την μέθοδο αυτή μπορεί να γίνει έλεγχος θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων, μπορεί να γίνει πρόγνωση των αποτελεσμάτων διαφόρων φυσικών διαδικασιών καθώς και η οπτικοποίηση φυσικών φαινομένων (για παράδειγμα η κίνηση των μορίων).

Πιο συγκεκριμένα, μέσω ενός αλγορίθμου προσομοιώνεται ένα υπολογιστικό μοντέλο το οποίο βρίσκεται κοντά στο φυσικό σύστημα. Για να μπορέσει να υλοποιηθεί ο αλγόριθμος είναι απαραίτητο να γίνουν κάποιες παραδοχές και απλοποιήσεις ώστε να μπορέσει να μοντελοποιηθεί το φαινόμενο, παρόλη την πολυπλοκότητα του. Όσο πιο λίγες είναι αυτές οι απλοποιήσεις τόσο πιο ρεαλιστικό είναι το μοντέλο και τα αποτελέσματα πλησιάζουν αρκετά τα πραγματικά αποτελέσματα του προβλήματος. Η μέθοδος βασίζεται στην προσομοίωση ενός πολύ μεγάλου πλήθους τυχαίων γεγονότων και εξαγωγή των αντίστοιχων στατιστικών αποτελεσμάτων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται η γεννήτρια των (ψευδοτυχαίων) τυχαίων αριθμών.

## 2.4 Τυχαίοι αριθμοί με ομοιόμορφη κατανομή

Οι τυχαίοι αριθμοί χρησιμοποιούνται κατά την προσομοίωση διακριτών γεγονότων. Για να θεωρηθούν τυχαίοι οι αριθμοί μιας ακολουθίας αριθμών θα πρέπει να υπακούουν στις εξής δυο προϋποθέσεις:

- Να είναι όλοι οι αριθμοί ομοιόμορφα κατανεμημένοι στο πεδίο ορισμού τους, δηλαδή κάθε νέος αριθμός να έχει την ίδια με τους προηγούμενους πιθανότητα να πάρει οποιαδήποτε τιμή στο πεδίο ορισμού.
- Να είναι στατιστικά ανεξάρτητοι μεταξύ τους, δηλαδή η εμφάνιση ενός αριθμού να μην επηρεάζει την εμφάνιση των επόμενων. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι αριθμοί αυτοί για την πρόβλεψη επόμενων αριθμών.

### Ψευδοτυχαίοι αριθμοί

Οι τυχαίοι αριθμοί που παράγονται από ηλεκτρονικό υπολογιστή ονομάζονται ψευδοτυχαίοι αριθμοί γιατί χρησιμοποιούν μια επαναληπτική διαδικασία. Έχουν δηλαδή έναν κύκλο παραγωγής τους και όταν αυτός ο κύκλος κλείσει και ανοίξει ένας δεύτερος κύκλος παράγονται οι ίδιοι αριθμοί με την ίδια σειρά εμφάνισης. Το γεγονός αυτό αποτελεί μειονέκτημα αλλά η μεγάλη περίοδος επανεμφάνισης κάθε αριθμού καθιστά αυτόν τον τρόπο παραγωγής κατάλληλο. Επιπλέον η χρήση ψευδοτυχαίων αριθμών απαιτεί αρκετά μικρή μνήμη και η παραγωγή των αριθμών γίνεται με μεγάλη ταχύτητα. Οι γεννήτριες τυχαίων αριθμών που χρησιμοποιούνται στον προγραμματισμό ακολουθούν συνήθως την ομοιόμορφη ή την κανονική κατανομή.

### 3 Μεθοδολογία και Υπολογιστική υλοποίηση

#### 3.1 Γενικός αλγόριθμος προσομοίωσης MonteCarlo

Όταν μια δέσμη laser διαδίδεται στον βιολογικό ιστό ένα μέρος της σκεδάζεται και ένα μέρος της απορροφάται. Το ποσοστό που απορροφάται ή που σκεδάζεται εξαρτάται από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπει το laser και από τις οπτικές ιδιότητες του ιστού. Οι οπτικές ιδιότητες αυτές είναι ο συντελεστής απορρόφησης ( $\mu_A$ ), ο συντελεστής σκέδασης( $\mu_S$ ), ο δείκτης διάθλασης ( $n$ ) και ο βαθμός ανισοτροπίας ( $g$ )[9], [21].

- Συντελεστής απορρόφησης( $\mu_A$ ):η ποσότητα  $1/\mu_A$  εκφράζει τη μέση ελεύθερη διαδρομή μέχρι να συμβεί απορρόφηση.
- Συντελεστής σκέδασης( $\mu_S$ ): η ποσότητα  $1/\mu_S$  εκφράζει τη μέση ελεύθερη διαδρομή μέχρι να συμβεί σκέδαση.

Με το άθροισμα των δύο αυτών συντελεστών προκύπτει ο ολικός συντελεστής εξασθένισης[9]

$$\mu = \mu_A + \mu_S. \quad (5)$$

Η ποσότητα  $1/\mu$  εκφράζει τη μέση ελεύθερη διαδρομή μέχρι να συμβεί είτε απορρόφηση είτε σκέδαση.

- Δείκτης διάθλασης:καθορίζει τη σχετική πιθανότητα να συμβεί ανάκλαση ή διάθλαση (καθώς και τη νέα γωνία διάδοσης στην περίπτωση αυτή) όταν ένα φωτόνιο συναντήσει διαχωριστική επιφάνεια με διαφορετικούς δείκτες διάθλασης εκατέρωθεν.
- Βαθμός ανισοτροπίας $g$ : ισούται με το ποσοστό της ακτινοβολίας που μετά τη σκέδαση συνεχίζει στην ίδια κατεύθυνση. Δεδομένης της γωνίας σκέδασης ( $\theta$ ) ορίζεται ως

$$g = \langle \cos\theta \rangle \quad (6)$$

όπου  $\langle x \rangle$  ο τελεστής της μέσης τιμής του  $x$ .

→ Όταν  $g = 0$  η σκέδαση είναι ισοτροπική, δηλαδή η σκέδαση δεν εξαρτάται από τη γωνία στην οποία σκεδάζεται το φωτόνιο. Οπότε σκεδάζεται ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις στον χώρο.

→ Όταν  $g \neq 0$  η σκέδαση είναι ανισοτροπική, δηλαδή η σκέδαση εξαρτάται από τη γωνία σκέδασης του φωτονίου. Οπότε η σκέδαση είναι ισχυρότερη στη συγκεκριμένη κατεύθυνση. Στην περίπτωση αυτή μπορεί να συμβούν τα εξής δυο φαινόμενα:

1.  $-1 < g < 0$  κυριαρχεί η οπισθοσκέδαση
2.  $0 < g < 1$  κυριαρχεί η εμπρόσθια σκέδαση

### 3.2 Αλγόριθμος προσομοίωσης διάδοσης φωτός σε συνεχές μέσο

Θεωρούμε ότι μια ακτίνα φωτός εισέρχεται στον βιολογικό ιστό, ο οποίος έχει συγκεκριμένες διαστάσεις και συγκεκριμένες οπτικές ιδιότητες (θα προσδιορισθούν στη συνέχεια).

Η πηγή εκπομπής φωτονίων θεωρείται ότι εκπέμπει μια σχεδόν παράλληλη δέσμη φωτονίων απειροστού πάχους και είναι τοποθετημένη σε συγκεκριμένο σημείο κοντά στα όρια του ιστού. Αποτέλεσμα όλων αυτών είναι τα φωτόνια να ξεκινούν όλα μαζί και να κινούνται στην αρχή της πορείας τους σχεδόν παράλληλα. Στον βιολογικό ιστό κυριαρχεί η εμπρόσθια σκέδαση, οπότε τοποθετώντας την πηγή κοντά στα όρια του ιστού οι απώλειες είναι μηδαμινές.

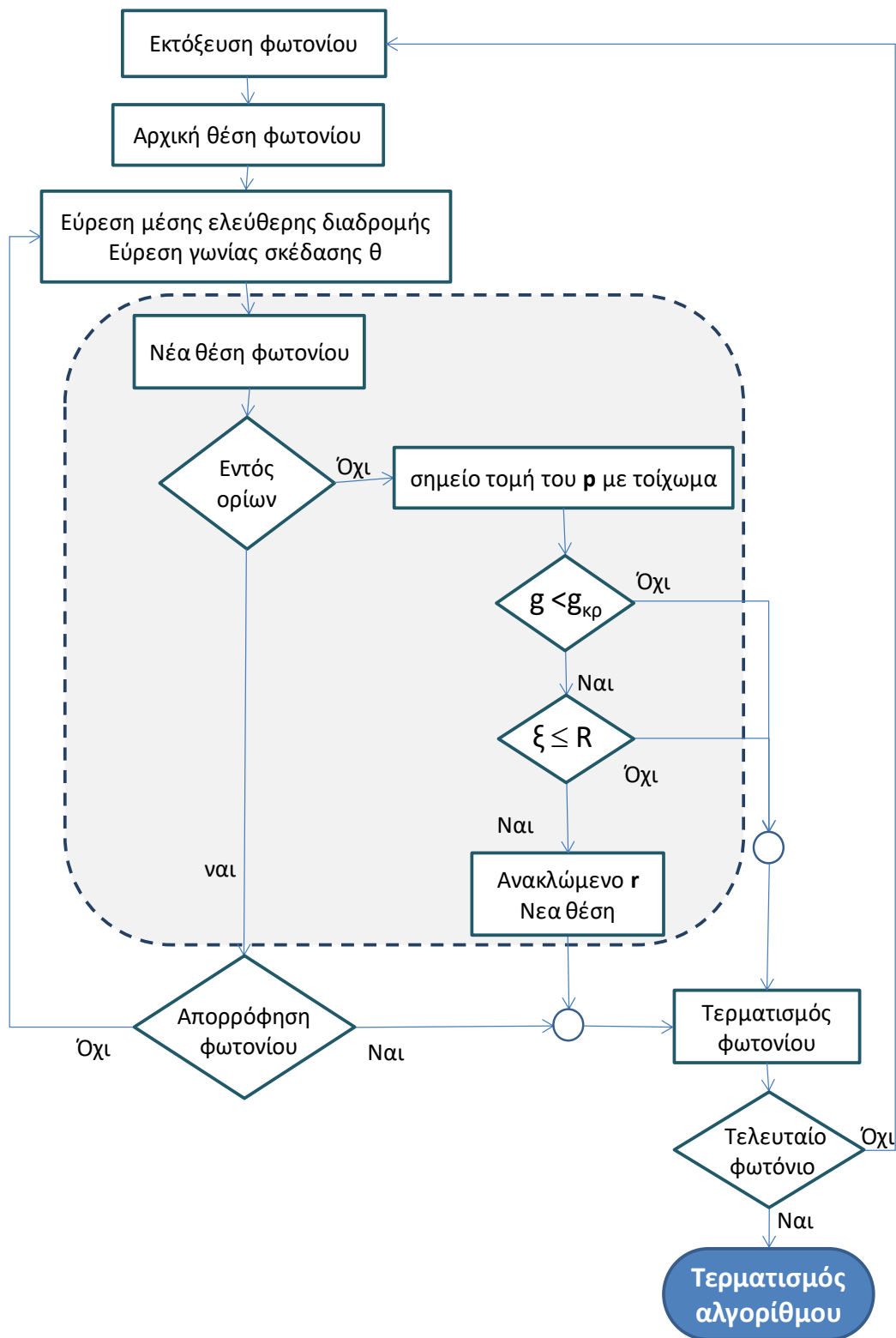
Η τροχιά κάθε φωτονίου προσομοιώνεται με μια επαναληπτική διαδικασία στον αλγόριθμο. Κάθε φωτόνιο μετά την είσοδο του στον βιολογικό ιστό διανύει μια απόσταση, μετά από την οποία αλληλεπιδρά με τον ιστό και το αποτέλεσμα είναι είτε να σκεδαστεί, είτε να απορροφηθεί. Η απόσταση αυτή ονομάζεται ελεύθερη διαδρομή και υπολογίζεται κάθε φορά (σε κάθε βήμα) με βάση τον τύπο

$$L = -\frac{\ln \xi}{\mu} \quad (7)$$

(αποδεικνύεται στη συνέχεια), όπου  $\xi$  ένας τυχαίος αριθμός που ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $(0,1)$ . Αφού διανύσει απόσταση ίση με τη ελεύθερη διαδρομή  $L$ , το αν θα σκεδαστεί σε νέα κατεύθυνση ή μέρος της ενέργειας του θα απορροφηθεί εξαρτάται από τους συντελεστές σκέδασης και απορρόφησης του υλικού. Εάν ο συντελεστής σκέδασης είναι κατά πολύ μεγαλύτερος από τον συντελεστή απορρόφησης τότε θα κυριαρχούν οι σκεδάσεις έναντι των απορροφήσεων. Μετά την αλληλεπίδραση με τον βιολογικό ιστό υπολογίζεται η νέα θέση του φωτονίου, χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες του προηγούμενου βήματος.

Υπολογίζοντας τις νέες συντεταγμένες του φωτονίου ελέγχεται αν η νέα θέση του βρίσκεται εντός των ορίων που έχουν επιλεγεί ως όρια του ιστού. Σε αυτή την περίπτωση ο αλγόριθμος συνεχίζει στην επόμενη αλληλεπίδραση. Αν το φωτόνιο βρίσκεται εκτός του ιστού η πορεία του τερματίζεται και ο αλγόριθμος προχωρά στο επόμενο φωτόνιο (το οποίο εισέρχεται στον ιστό από το σημείο που είναι ορισμένη να εκπέμπει η πηγή). Εάν το φωτόνιο αυτό ήταν το τελευταίο της δέσμης ο αλγόριθμος τερματίζεται. Στο παρακάτω Σχήμα (8) παρουσιάζεται σχηματικά ο αλγόριθμος.





Σχήμα 8 Σχηματική απεικόνιση του αλγορίθμου [6], [15], [16].

Θεωρήσαμε τον βιολογικό ιστό σαν μια διδιάστατη επιφάνεια με δείκτη διάθλασης  $n_1$  και διαστάσεις  $10\text{cm} \times 10\text{cm}$ . Κάθε φωτόνιο εισέρχεται στον ιστό από το σημείο με συντεταγμένες  $(5,0)$  κάθετα στον οριζόντιο άξονα ( $x$ ). Έξω από τα όρια του ιστού υπάρχει άλλο υλικό με δείκτη διάθλασης  $n_2$ .

Κατά την πορεία του φωτονίου αλληλεπιδρά με τον ιστό. Η πιθανότητα να διανύσει το φωτόνιο κάποιο συγκεκριμένο μήκος  $s$  χωρίς αλληλεπίδραση, δηλαδή η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι  $p(s) = ce^{-\mu s}$ . Η σταθερά  $c$  προκύπτει κανονικοποιώντας την πιθανότητα:  $\int_0^{+\infty} p(s)ds = 1 \Rightarrow c \left[ \frac{e^{-\mu s}}{-\mu} \right]_0^{+\infty} = 1 \Rightarrow \frac{c}{-\mu} (0 - 1) = 1 \Rightarrow \boxed{c = \mu}$ .

Η πιθανότητα να διανύσει το φωτόνιο απόσταση μικρότερη ή ίση της απόστασης  $L$  (ελεύθερη διαδρομή) δίνεται από την αθροιστική πυκνότητα πιθανότητας

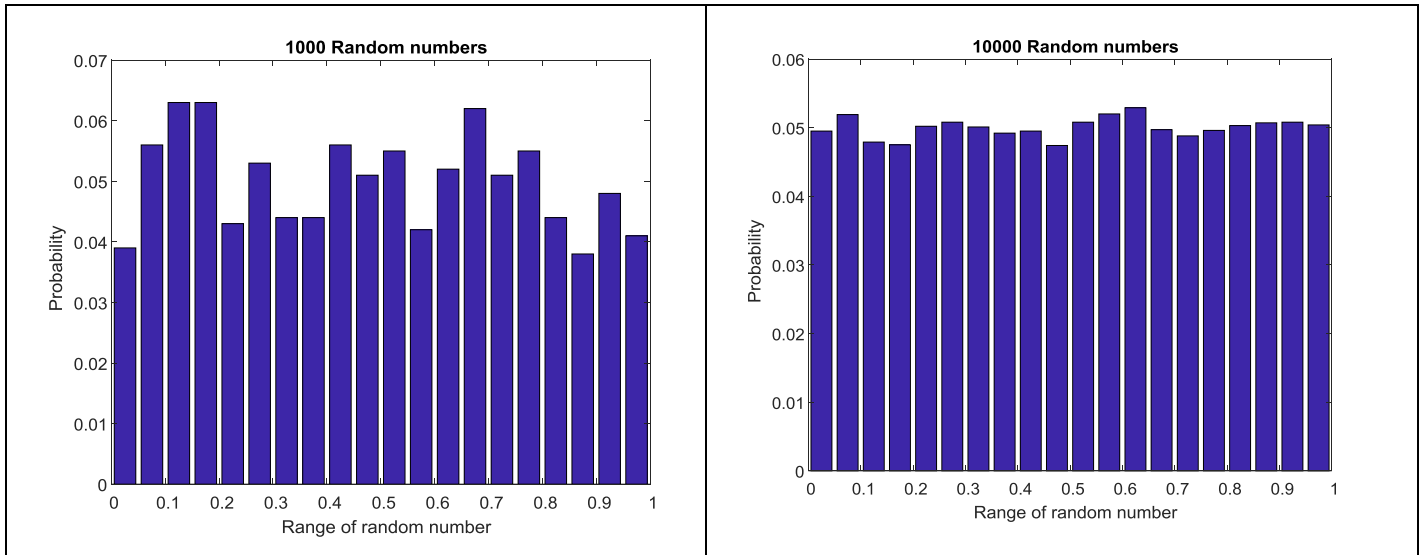
$$P(L) = \int_0^L p(t)dt = \mu \int_0^L e^{-\mu t} dt = 1 - e^{-\mu L}.$$

$$\text{Θέτοντας } P(L) = \xi \Rightarrow 1 - e^{-\mu L} = \xi \Rightarrow L = -\frac{\ln(1-\xi)}{\mu} = -\frac{\ln(\xi)}{\mu}$$

Οι πιθανότητες για τις τυχαίες μεταβλητές  $1 - \xi$  και  $\xi$  είναι ίδιες, αφού το  $\xi \in U(0,1)$  [10]. Άρα, μεταξύ δυο διαδοχικών αλληλεπιδράσεων το φωτόνιο διανύει τυχαία απόσταση που σε κάθε επανάληψη υπολογίζεται βάσει της ελεύθερης διαδρομής  $L = -\frac{\ln \xi}{\mu}$  (Εξ. 7)[4], [6],[15], [16], [20].

Ο συντελεστής εξασθένησης του ιστού είναι  $\mu = \mu_A + \mu_S$ , όπου  $\mu_A$  και  $\mu_S$  οι συντελεστές απορρόφησης και σκέδασης αντίστοιχα και  $\xi$  ένας τυχαίος αριθμός που ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή,  $\xi \in U(0,1)$ , δηλαδή όλες οι τιμές της μεταβλητής  $\xi$  είναι ισοπίθανες. Στη συνέχεια το φωτόνιο αλληλεπιδρά ξανά με τον ιστό.

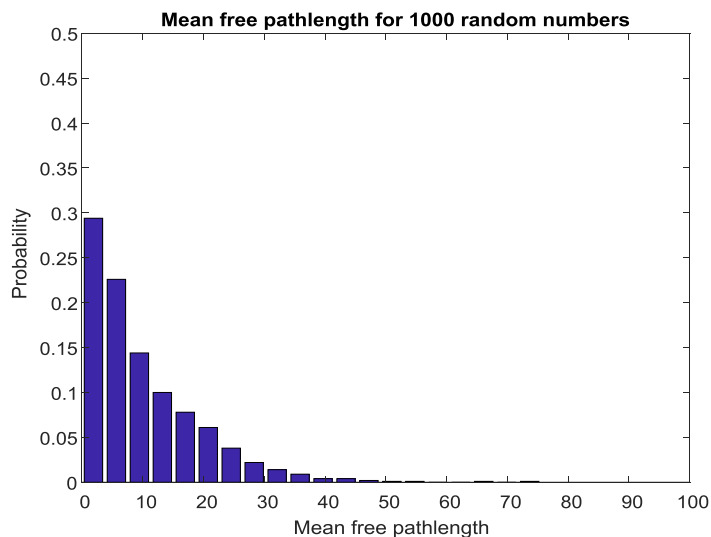
Στα διαγράμματα που ακολουθούν (Σχήμα 9) παρουσιάζεται η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής  $\xi$ , διαμερίζοντας την ακτίνα τιμών σε 20 διαστήματα (bins), για 1.000 και 10.000 τυχαίους αριθμούς αντίστοιχα. Καθώς το πλήθος των τυχαίων αριθμών αυξάνεται η κατανομή της συχνότητας τείνει να γίνει ομοιόμορφη γύρω από την αναμενόμενη συχνότητα εμφάνισης, η οποία είναι ίση με την ακτίνα τιμών της τυχαίας μεταβλητής δια τον αριθμό των διαμερίσεων ( $\frac{1}{20} = 0.05$ ). Το γεγονός αυτό συμφωνεί με τα θεωρητικά δεδομένα, αφού στην ομοιόμορφη κατανομή όλες οι ακτίνες τιμών είναι ισοπίθανες.



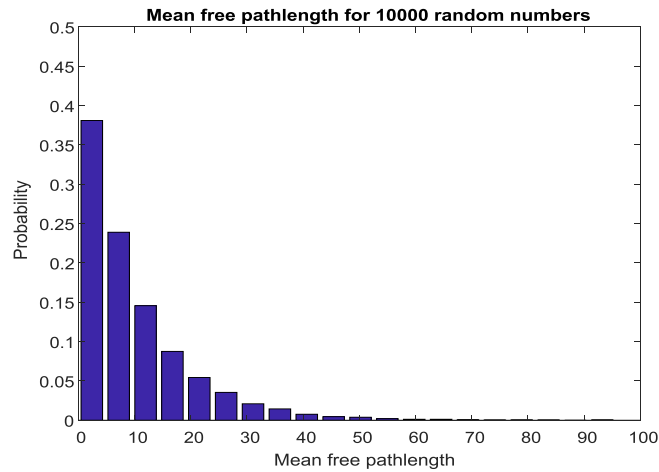
**Σχήμα 9** Ομοιόμορφη κατανομή για τυχαίους αριθμούς στο (0,1). Στην περίπτωση αριστερά κατανέμονται 1.000 τυχαίοι αριθμοί ενώ δεξιά 10.000.

Στο Σχήμα (10) που ακολουθεί παρουσιάζεται την συχνότητα εμφάνισης της ελεύθερης διαδρομής για μεγάλο πλήθος τυχαίων αριθμών (10α) και (10β) και για διαφορετικές τιμές του συντελεστή εξασθένισης (10α) και (10γ).

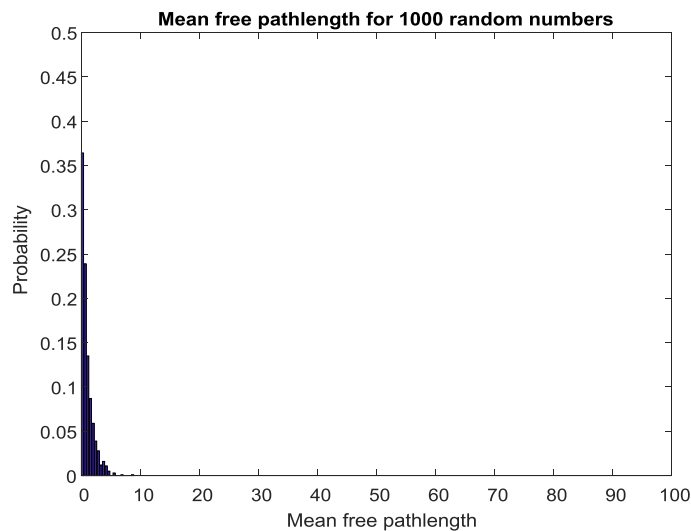
Στα διαγράμματα (10α) και (10β) μεταβάλλεται το πλήθος των τυχαίων αριθμών και η κατανομή τείνει στην θεωρητική λογαριθμική καμπύλη καθώς το πλήθος των αριθμών αυξάνει (10β). Στα Σχήματα (10β) και (10γ) μεταβάλλεται ο συντελεστής εξασθένισης από 1 σε 2 και παρατηρούμε ότι η κατανομή τίνει στο μηδέν πολύ πιο γρήγορα στην περίπτωση που  $\mu = 2$  (10γ).



(α)



(β)



(γ)

**Σχήμα 10** Κατανομή ελεύθερης διαδρομής για μεγάλο πλήθος τυχαίων αριθμών και για διαφορετικούς συντελεστές εξασθένισης (α) 1000 φωτόνια,  $\mu=1$ , (β) 10000 φωτόνια,  $\mu=1$ , (γ) 1000 φωτόνια,  $\mu=2$ .

- **Ανισοτροπία σκέδασης**

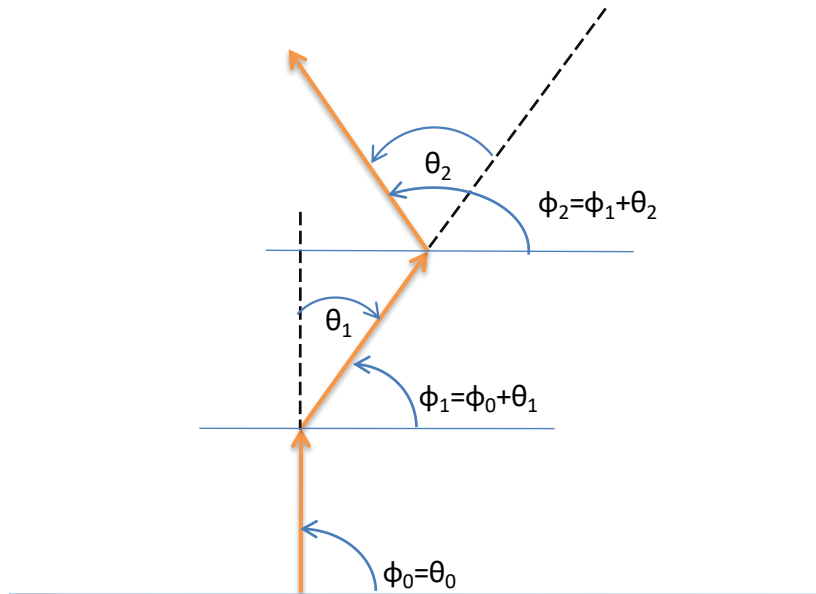
Όταν το φωτόνιο βρίσκεται στο εσωτερικό του βιολογικό ιστού (και όχι κοντά στα όρια του) οι νέες συντεταγμένες του φωτονίου σε κάθε σκέδαση του με τον ιστό είναι:

$$\begin{cases} x_n = x_p + L \cos \varphi \\ y_n = y_p + L \sin \varphi \end{cases} \quad (8)$$

όπου  $\varphi$  η γωνία που σχηματίζει η νέα κατεύθυνση του φωτονίου ως προς τον οριζόντιο άξονα και είναι ίση με

$$\varphi = \sum_{i=0}^n \theta_i. \quad (9)$$

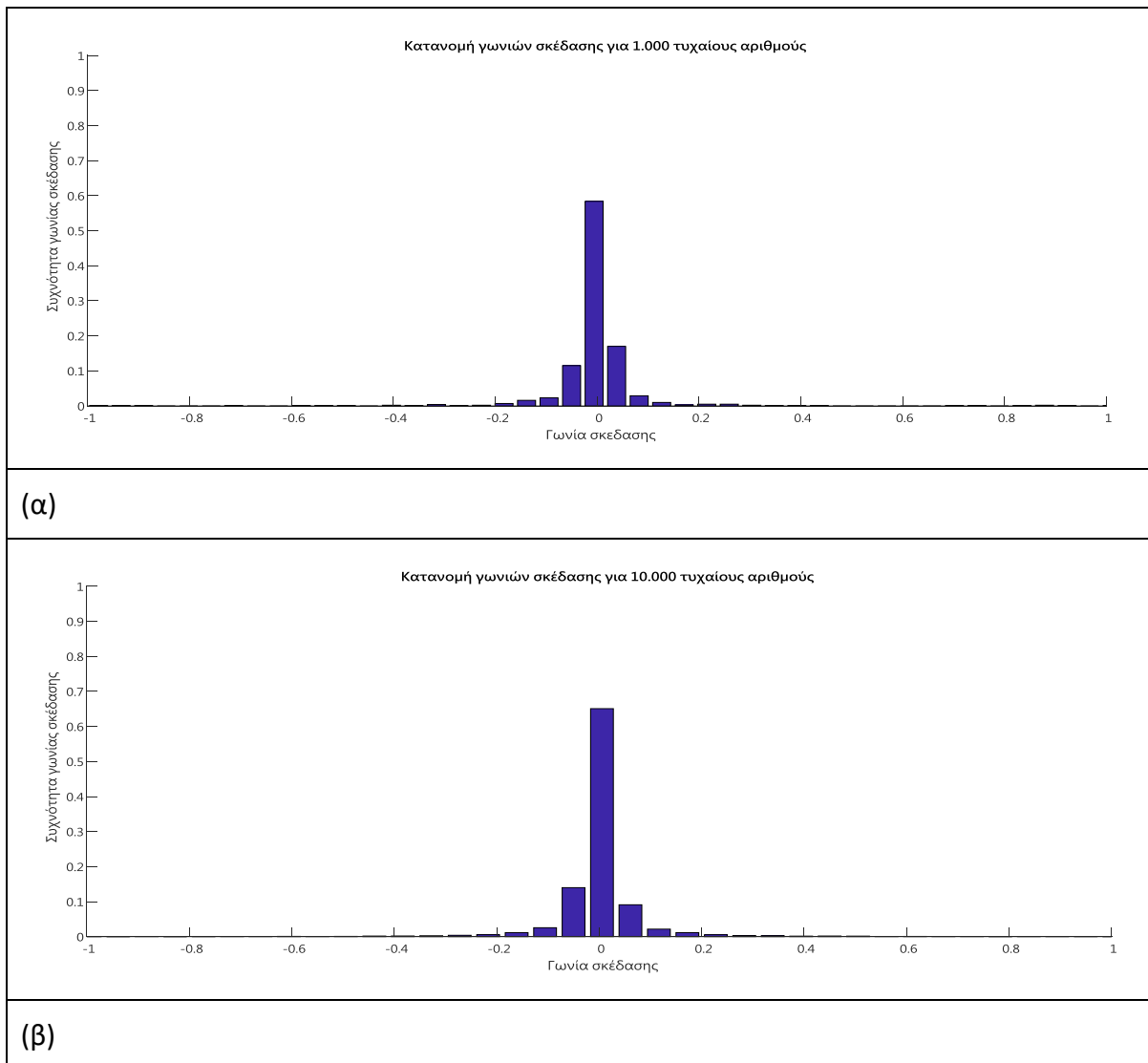
Παρακάτω παρουσιάζεται σχηματικά (Σχήμα 11) η εξάρτηση της γωνίας  $\varphi$  από τη γωνία  $\theta_i$ . Όπως φαίνεται και στο σχήμα όταν η γωνία  $\theta$  είναι αριστερόστροφη είναι θετική ( $\theta_i > 0$ ), ενώ όταν είναι δεξιόστροφη είναι αρνητική ( $\theta_i < 0$ ). Στους υπολογισμούς λαμβάνεται υπ' όψιν και το πρόσημο της γωνίας  $\theta$ .



**Σχήμα 11** Σχηματική αναπαράσταση της σχέσης μεταξύ της γωνίας ως προς τον οριζόντιο άξονα ( $\varphi$ ) με την γωνία που σχηματίζεται ανάμεσα σε διαδοχικές αλληλεπιδράσεις ενός φωτονίου. Όλες οι αριστερόστροφες γωνίες είναι γωνίες θετικές ενώ οι δεξιόστροφες αρνητικές. Έτσι εξηγείται το γεγονός ότι σχηματικά για να προκύψει η γωνία  $\varphi_1$  αφαιρείται η  $\theta_1$ , ενώ στην περίπτωση της  $\theta_2$  και  $\varphi_2$  προστίθενται.

Η γωνία  $\theta_i$  είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ των δυο διαδοχικών κατευθύνσεων  $i$ ,  $i + 1$ , του φωτονίου. Η αρχική γωνία με την οποία κάθε φωτόνιο εισέρχεται στον ιστό είναι  $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ . Οι επόμενες γωνίες σκέδασης υπολογίζονται βάσει της κατανομής Henyey-Greenstein[6], [7], [8], [15]:

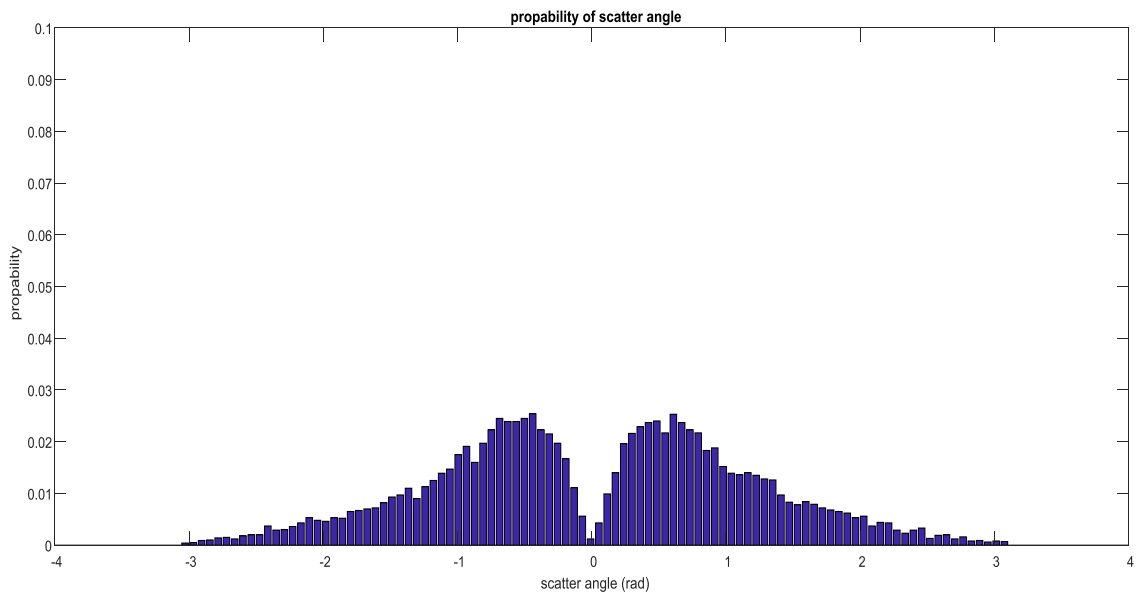
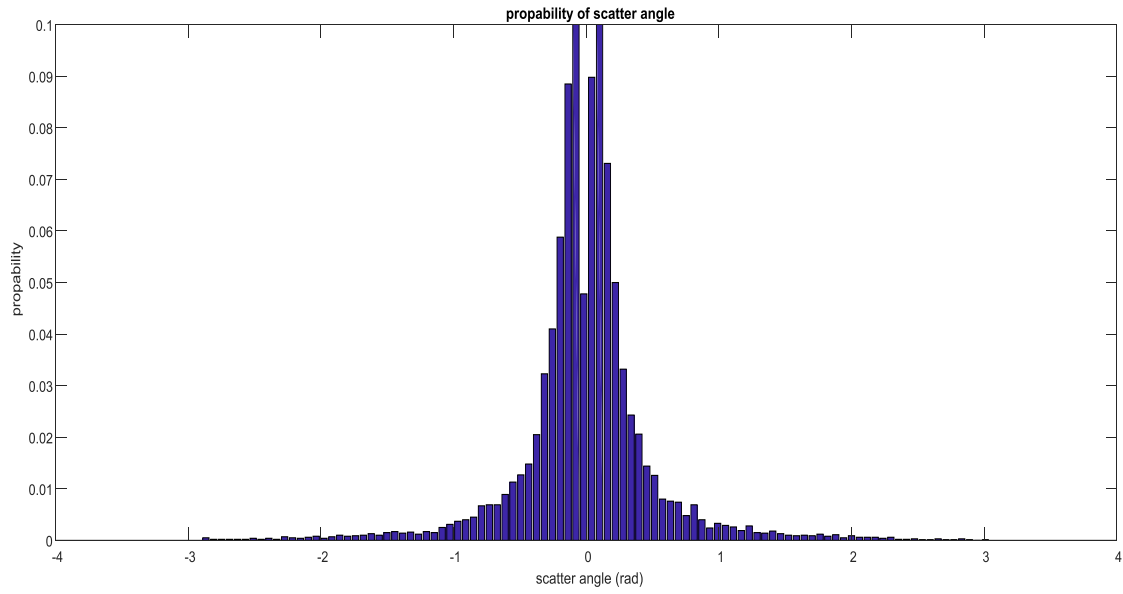
$$\begin{cases} \cos\theta = 2\xi - 1 & \text{για } g = 0 \\ \cos\theta = \frac{1}{2g} \left[ 1 + g^2 - \left[ \frac{1-g^2}{1-g+2g\xi} \right]^2 \right] & \text{για } g \neq 0 \end{cases} \quad (10)$$

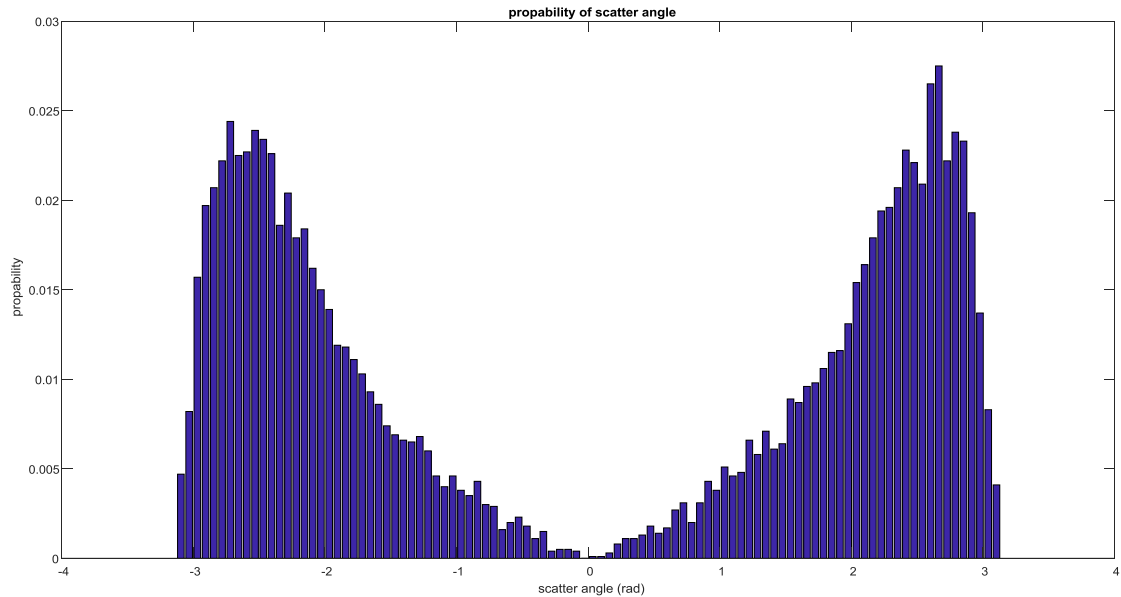


**Σχήμα 12** Κατανομή γωνίας σκέδασης για  $g=0.99$  και διαφορετικό πλήθος τυχαίων αριθμών (α) 1.000 και (β) 10.000.

Στα παραπάνω διαγράμματα (Σχήμα (12)) φαίνεται η κατανομή των γωνιών σκέδασης ( $\theta$ ) για  $g=0.99$ . Στην πρώτη περίπτωση (12α) η κατανομή είναι για 1.000 τυχαίους αριθμούς ενώ στο (12β) για 10.000. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το πλήθος των τυχαίων αριθμών τόσο πιο ομοιόμορφη είναι η κατανομή και μοιάζει στην καμπύλη κανονικής κατανομής. Είναι αναμενόμενο η δεύτερη καμπύλη να είναι πιο ομοιόμορφη αφού με την αύξηση των τυχαίων αριθμών αυξάνει και το πλήθος των γωνιών σκέδασης και καθώς το δείγμα αυξάνει η κατανομή τείνει να είναι πιο ομαλή.

Στο Σχήμα (13) παρουσιάζεται η κατανομή της γωνίας σκέδασης για διαφορετικούς συντελεστές ανισotropίας ( $g$ ). Όσο μεγαλώνει ο συντελεστής ανισotropίας τόσο η γωνία σκέδασης συγκεντρώνεται κοντά στο μηδέν, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα (13α). Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο αφού ευνοούνται οι εμπρόσθιες σκεδάσεις. Αντίθετα, αρνητικές τιμές του  $g$  ευνοείται η οπισθοσκέδαση (Σχήμα (13γ)).





(γ)

**Σχήμα 13** Κατανομή γωνίας σκέδασης για συντελεστές ανισοτροπίας (α)  $g = 0.9$  και (β)  $g = 0.5$ , (γ)  $g = -0.5$ .

### Ανάκλαση και διάθλαση στα όρια του ιστού

Όταν το φωτόνιο φτάσει στα όρια του βιολογικού ιστού υπάρχει πιθανότητα είτε να εξέλθει από τον ιστό είτε να οπισθοσκεδαστεί (εσωτερική ανάκλαση). Το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης του φωτονίου με τα όρια του ιστού εξαρτάται από τη γωνία πρόσπτωσης ( $g_1$ ), η οποία καθορίζει την πιθανότητα εσωτερικής ανάκλασης ( $R$ ).

Σε κάθε αλληλεπίδραση υπολογίζονται οι νέες συντεταγμένες του φωτονίου ( $x_n, y_n$ ) σύμφωνα με την Εξ. (8) και ελέγχεται αν αυτές βρίσκονται έξω από τα όρια του ιστού. Στην περίπτωση που η νέα θέση είναι εκτός των ορίων ορίζεται το κανονικοποιημένο προσπίπτον διάνυσμα

$$\mathbf{p} = \frac{(x_n - x_p, y_n - y_p)}{\|x_n - x_p, y_n - y_p\|}. \quad (11)$$

Το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια αλλάζει ανάλογα με τον προσανατολισμό της επιφάνειας πρόσπτωσης. Για τις τεσσερις πλευρές της διδιάστατης επιφάνειας ορίζονται τεσσερα διαφορετικά διανύσματα:

$$\mathbf{n} = \begin{cases} [0, -1], & \text{στο } y_{max} \text{ όριο} \\ [0, 1], & \text{στο } y_{min} \text{ όριο} \\ [-1, 0], & \text{στο } x_{max} \text{ όριο} \\ [1, 0], & \text{στο } x_{min} \text{ όριο} \end{cases}$$

Η γωνία πρόσπτωσης υπολογίζεται από το εσωτερικό γινόμενο του προσπίπτοντος διανύσματος με το αντίστοιχο κάθετο διάνυσμα:



$$g_1 = \text{acos}(\mathbf{n} \cdot (-\mathbf{p})). \quad (12)$$

Γωνία διάθλασης ( $g_2$ ) υπολογίζεται βάσει του νόμου του Snell (Εξ. 3):

$$g_2 = \begin{cases} n_1 \sin g_1 = n_2 \sin g_2 \Rightarrow g_2 = \text{asin}\left(\frac{n_1}{n_2} \sin g_1\right) & \text{για } g_1 < g_{\kappa\rho} \\ 1 & \text{για } g_1 = g_{\kappa\rho} \end{cases} \quad (13)$$

Δηλαδή για γωνίες πρόσπτωσης ίσες της κρίσιμης γωνίας το φωτόνιο συνεχίσει παράλληλα στη διαχωριστική επιφάνεια και για γωνίες μεγαλύτερες της κρίσιμης θα υποστεί ανάκλαση.

Με βάση τη γωνία διάθλασης υπολογίζεται η πιθανότητα εσωτερικής ανάκλασης βάσει της σχέσης [6], [15], [16], [20]:

$$R = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin^2(g_1 - g_2)}{\sin^2(g_1 + g_2)} + \frac{\tan^2(g_1 - g_2)}{\tan^2(g_1 + g_2)} \right]. \quad (14)$$

Η απόφαση αν θα γίνει ανάκλαση ή διάθλαση λαμβάνεται υπολογιστικά ως εξής: Υπολογίζουμε έναν τυχαίο αριθμό  $\xi$  στην ακτίνα τιμών  $[0,1)$  βάσει της ομοιόμορφης κατανομής.

- Αν η πιθανότητα ( $R$ ) είναι μεγαλύτερη ή ίση του  $\xi$  το φωτόνιο ανακλάται, με αποτέλεσμα να συνεχίζει την πορεία του στο εσωτερικό του ιστού.
- Αλλιώς εξέρχεται από τον βιολογικό ιστό και η πορεία του τερματίζεται.

Στην περίπτωση που το φωτόνιο ανακλάται και συνεχίζει στον ιστό υπολογίζεται το σημείο τομής του προσπίπτοντος διανύσματος με τα τοιχώματα. Το προσπίπτον διάνυσμα  $\mathbf{p}$  μπορεί να παρασταθεί με ένα ευθύγραμμο τμήμα με άκρα τα  $(x_p, y_p)$  και  $(x_n, y_n)$ . Επομένως αντιπροσωπεύεται από την ευθεία  $y = ax + b$ , όπου  $a = \frac{y_n - y_p}{x_n - x_p}$  και  $b = y_p - ax_p$ . Θέτοντας για κάθε ένα τοίχωμα του ιστού τις αντίστοιχες προϋποθέσεις:  $y = y_{\max}$  ή  $y = y_{\min}$  ή  $x = x_{\max}$  ή  $x = x_{\min}$ , οπότε προκύπτει το σημείο τομής της προσπίπτουσας δέσμης με τους άξονες σε κάθε περίπτωση, με συντεταγμένες  $(x_{out}, y_{out})$ .

Η νέα κατεύθυνση του φωτονίου προκύπτει από το ανακλώμενο διάνυσμα χρησιμοποιώντας τη Εξ. (2):

$$\mathbf{r} = \mathbf{p} - 2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}$$

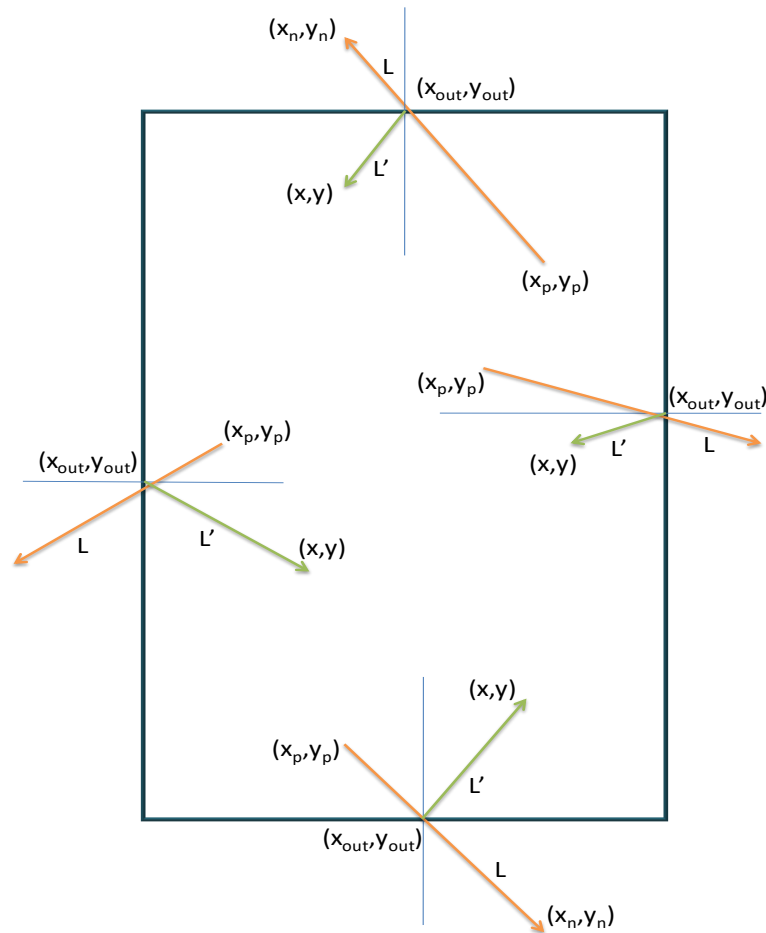
Η ανακλώμενη ακτίνα θα συνεχίσει την πορεία της από το παραπάνω σημείο τομής, με αρχικές συντεταγμένες του διανύσματος τις  $(x_{out}, y_{out})$  και τελικές τις

$$\begin{cases} x = x_{out} + L' r_x \\ y = y_{out} + L' r_y \end{cases} \quad (15)$$

Όπου  $r_x$  και  $r_y$  οι δυο συνιστώσες του  $\mathbf{r}$  στις αντίστοιχες διευθύνσεις.

Το μήκος του διανύσματος  $\mathbf{r}$  είναι το μήκος της ελεύθερης διαδρομής που απέμεινε  $L'$  (το μήκος δηλαδή εκείνο που αν γινόταν διάθλαση θα έβγαине εκτός του ιστού).

Εαν το μήκος  $L'$  πάρει τιμή τέτοια ώστε να ξεπερνά και πάλι τα όρια του ιστού, αν δηλαδή γίνεται δεύτερη συνεχόμενη ανάκλαση, ή και περισσότερες η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται. Το φαινόμενο των πολλαπλών ανακλάσεων διακόπτεται είτε αν το φωτόνιο εξέλθει από τον ιστό είτε αν η κατεύθυνση του είναι τέτοια ώστε να συνεχίσει την πορεία του και πάλι στο εσωτερικό του ιστού. Στο σχήμα που ακολουθεί (Σχήμα (14)) παρουσιάζεται το σημείο τομής του προσπίπτοντος φωτονίου με το τοίχωμα για τους τεσσaris διαφορετικούς προσανατολισμούς, και διαγραμματικά η νέα θέση εντός του ιστού, όπως αυτή υπολογίζεται από την Εξ. (15)



**Σχήμα 14** Σχηματική αναπαράσταση προσπίπτοντος φωτονίου στα τοιχώματα.

Στο σημείο που γίνεται η ανάκλαση και από τη συγκεκριμένη θέση θα συνεχίσει το φωτόνιο την πορεία του και πάλι μέσα στον ιστό. Οπότε η γωνία ανάκλασης, όπως και οι επόμενες γωνίες  $\theta$ , δεν προστίθενται στην παλιά γωνία  $\varphi$  αλλά ξεκινάει ένα καινούργιο άθροισμα. Η ανακλώμενη γωνία ως προς τον οριζόντιο άξονα είναι:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{r_y}{r_x}\right) \quad (16)$$

## Απορρόφηση και σκέδαση

Μετά απο κάθε αλληλεπίδραση με τον ιστό ελέγχεται αν το φωτόνιο θα απορροφηθεί ή θα σκεδασθεί. Το αποτέλεσμα αυτό εξαρτάται από τον συντελεστή απόρροφησης. Όσο μεγαλύτερος ο συντελεστής απορρόφησης τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα να απορροφηθεί το φωτόνιο[24].

Ορίζουμε:

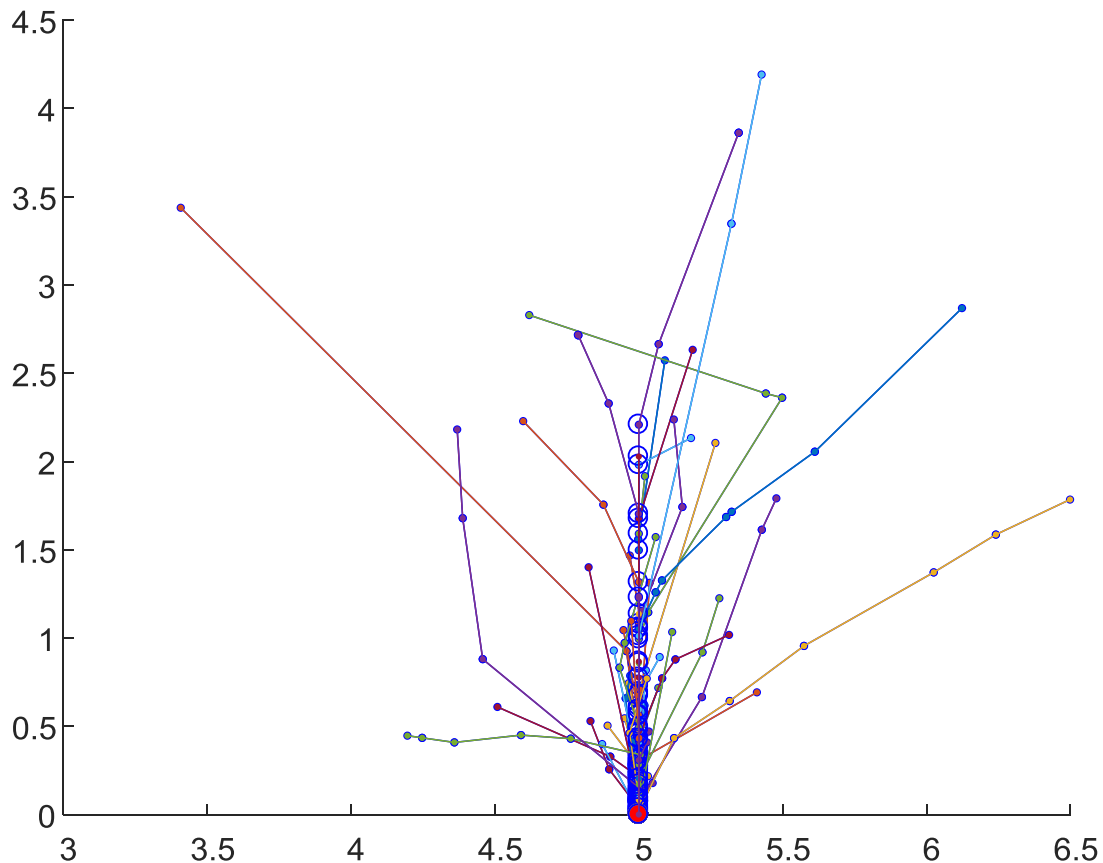
- Την πιθανότητα απορρόφησης  $p_A = \frac{\mu_A}{\mu}$
- Την πιθανότητα σκέδασης  $p_S = \frac{\mu_S}{\mu}$

Προφανώς  $p_A, p_S \in (0,1)$  και  $p_A + p_S = 1$ [10].

Καλούμε μια τυχαία μεταβλητή  $\xi \in (0,1)$ . Αν  $\xi \leq p_A$  το φωτόνιο απορροφάται πλήρως, αλλιώς σκεδάζεται. Ο έλεγχος αυτός γίνεται σε κάθε αλληλεπίδραση του φωτονίου με τον ιστό. Ο αλγόριθμος στην περίπτωση της απορρόφησης τερματίζεται για το συγκεκριμένο φωτόνιο. Εάν ήταν το τελευταίο φωτόνιο της δέσμης τότε ο αλγόριθμος τερματίζεται.

## Προσομοίωση τυχαίας γωνίας σκέδασης

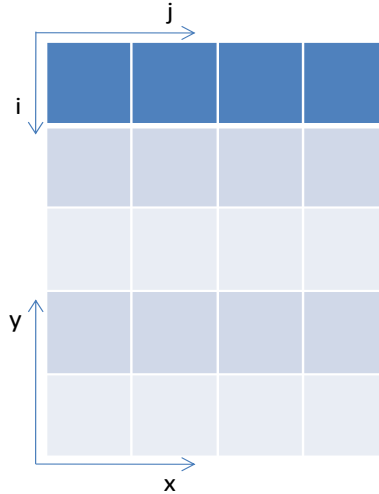
Η τιμή της του συντελεστή ανισοτροπίας  $g$  καθορίζει την κατανομή της πιθανότητας γωνίας σκέδασης σε σχέση με το προσπίπτον διάνυσμα, όπως φαίνεται και από τον ορισμό του  $g$ (Εξ.6). Στο σχήμα που ακολουθεί (Σχήμα (15)) παρουσιάζεται η πορεία 100 φωτονίων όταν ο συντελεστής ανισοτροπίας είναι  $g = 0.9$ . Για την τιμή αυτή, που είναι κοντά στη μονάδα, τα φωτόνια έχουν μικρή σχετικά απόκλιση από την αρχική διεύθυνση κίνησης. Για πιο μικρές τιμές του  $g$  η πορεία των φωτονίων μέσα στον ιστό θα γινόταν πιο ακανόνιστη.



**Σχήμα 15** Προσομοίωση 100 φωτονίων σε τετράγωνη διδιάστατη επιφάνεια με συντελεστή απορρόφησης  $\mu_A = 1$ , συντελεστή σκέδασης  $\mu_S = 1$  και συντελεστή ανισοτροπίας  $g=0.9$ .

### 3.3 Αλγόριθμος προσομοίωσης διάδοσης φωτός σε ομογενές διακριτό μέσο

Για την προσομοίωση στον διακριτό χώρο θα τροποποιήσουμε τον αλγόριθμο του συνεχούς, αφού τα φαινόμενα που συμβαίνουν κατά την αλληλεπίδραση της ακτινοβολίας με τον ιστό δεν αλλάζουν. Οι αλλαγές που θα γίνουν αφορούν τις συντεταγμένες του φωτονίου και την εύρεση την θέσης, στον διακριτό χώρο πλέον, μετά από κάθε αλληλεπίδραση στο εσωτερικό του ιστού ή στα τοιχώματα. Το επίπεδο της διάδοσης διακριτοποιείται σε ένα πλήθος από στοιχειώδη τετράγωνα που καλούμε pixels και τα οποία θεωρούμε ότι μπορούν να έχουν διαφορετικές τιμές των οπτικών παραμέτρων ( $\mu_S$ ,  $\mu_A$  και  $g$ ). Κάθε Pixel ορίζεται από 2 δείκτες  $(i, j) = (\text{στήλη}, \text{γραμμή})$ , όπου  $i = 1, 2, \dots, N_y$  και  $j = 1, 2, \dots, N_x$ .



**Σχήμα 16** Σύγκριση συστημάτων αναφοράς  $(x, y)$  και  $(i, j)$

Για τον σκοπό αυτό ορίζονται δυο συναρτήσεις, η  $xy \rightarrow ij$  που παίρνει ως ορίσματα τις συντεταγμένες  $(x, y)$  και επιστρέφει τις  $(j, i)$  και η  $ij \rightarrow xy$  που παίρνει ως ορίσματα τις  $(j, i)$  και επιστρέφει τις  $(x, y)$ .

Η  $x$  συνιστώσα στον συνεχή χώρο αντιστοιχεί με την  $j$  συνιστώσα στον διακριτό χώρο και η  $y$  με την  $i$  αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο Σχήμα (16). Οι σχέσεις του συνδέουν τις συντεταγμένες  $(x, y)$  με τις  $(j, i)$  είναι οι γραμμικές σχέσεις:

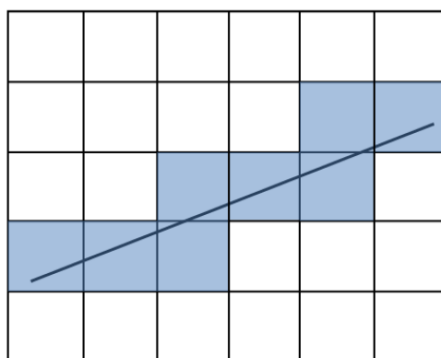
$$\begin{cases} j = ax + b \\ i = cy + d \end{cases} \quad (17)$$

Οι συντελεστές  $a, b, c$  και  $d$  προκύπτουν θέτωντας τις οριακές συνθήκες:

$$\begin{cases} j = 1 \text{ για } x = x_{min} \\ j = N_x \text{ για } x = x_{max} \\ i = 1 \text{ για } y = y_{min} \\ i = N_y \text{ για } y = y_{max} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{N_x - 1}{x_{max} - x_{min}} \\ b = 1 - ax_{min} \\ c = \frac{1 - N_y}{y_{max} - y_{min}} \\ d = N_y - cy_{min} \end{cases}$$

Η  $j$  συνιστώσα μεταβάλλεται όπως και η  $x$  ενώ η  $i$  αντίθετα από την  $y$ , αυξάνεται δηλαδή από πάνω προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο Σχήμα (16). Οι μεταβλητές  $(i, j)$  αφού υπολογιστούν στρογγυλοποιούνται στον πλησιέστερο ακέραιο, ώστε στη συνέχεια να μπόουν ως ορίσματα στη συνάρτηση σχεδίασης γραμμών Bresenham.

Ο αλγόριθμος Bresenham χρησιμοποιείται για την σχεδίαση γραφικών και συγκεκριμένα για τη σχεδίαση ευθύγραμμων τμημάτων με δεδομένα τα ακραία σημεία στα άκρα [28]. Αντικαθιστά τις πραγματικές μεταβλητές από ακέραιες στρογγυλοποιημένες τιμές και υπολογίζει με απλές πράξεις (όπως η πρόσθεση και συγκρίσεις) τα pixel εκείνα από τα οποία διέρχεται η ευθεία.



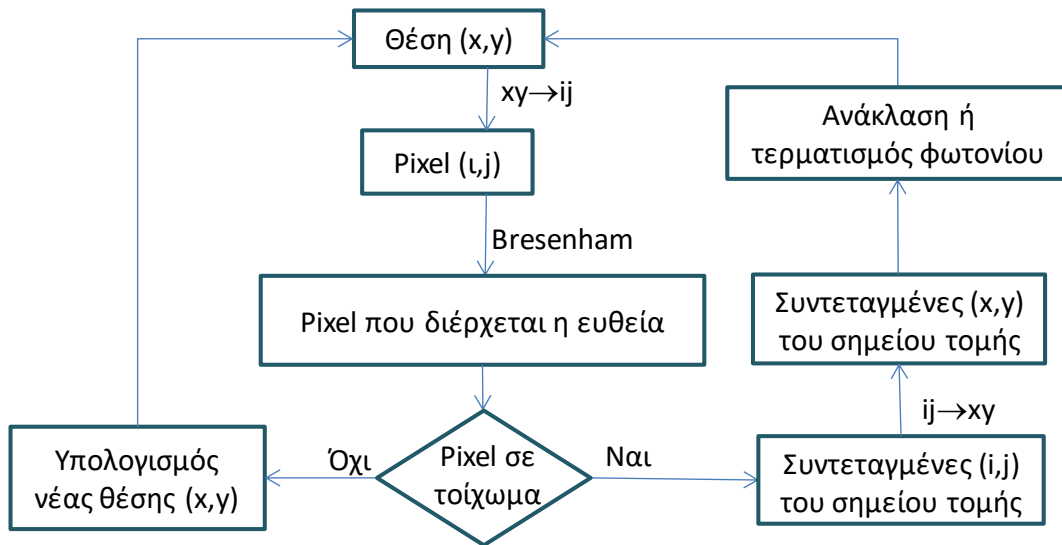
**Σχήμα 17** Σχηματική απεικόνιση του αλγορίθμου Bresenham

Αφού υπολογιστεί η τρέχουσα θέση του φωτονίου με συντεταγμένες  $(x, y)$  καλείται η συνάρτηση  $xy \rightarrow ij$  έτσι ώστε να βρεθεί το pixel  $(i, j)$  στο οποίο βρίσκεται το φωτόνιο. Στη συνέχεια ελέγχουμε αν το συγκεκριμένο pixel βρίσκεται εντός των ορίων του ιστού.

Αφού έχουμε βρεί τα pixel από τα οποία διέρχεται η ευθεία ελέγχουμε αν κάποιο από αυτά τα pixel ανήκει σε διαχωριστική επιφάνεια (στα τοιχώματα δηλαδή). Στο pixel αυτό είτε θα γίνει ανάκλαση και το φωτόνιο θα συνεχίσει την πορεία του στο εσωτερικό του ιστού είτε θα εξέλθει από τον ιστό και θα χαθεί.

Εάν η νέα θέση του φωτονίου βρίσκεται εντός των ορίων του ιστού ακολουθείται ο αλγόριθμος στο συνεχές μέχρι την επόμενη αλληλεπίδραση του φωτονίου με τον ιστό και τον υπολογισμό και πάλι της νέας θέσης (αν το φωτόνιο δεν χάθηκε).

Εαν η νέα θέση του φωτονίου βρίσκεται εκτός του ιστού υπολογίζονται οι συντεταγμένες  $(x, y)$  του pixel που ανήκει στο διάνυσμα μετατόπισης του φωτονίου και βρίσκεται στη διαχωριστική επιφάνεια (σημείο τομής) και εφαρμόζεται το τμήμα του αλγορίθμου που αφορά την ανάκλαση. Στην περίπτωση πολλαπλών σκεδάσεων ακολουθείται πολλές φορές το τμήμα του αλγορίθμου που αφορά τα σημεία τομής με τα τοιχώματα, τη νέα θέση μετά την κάθε ανάκλαση και τον έλεγχο της νέας θέσης (αν βρίσκεται εντός ή εκτός του ιστού).



Σχήμα 18 Σχηματική απεικόνιση αλγορίθμου στον διακριτό χώρο και σε ομογενές μέσο.

Χωρίζοντας το χώρο pixels μπορούμε να βρούμε σε ποιά θέση απορροφήθηκε το κάθε φωτόνιο και μετά από πόσες αλληλεπιδράσεις. Το ποσό της ενέργειας που χάνεται από το φωτόνιο μεταφέρεται στο συγκεκριμένο pixel.

### 3.4 Αλγόριθμος προσομοίωσης διάδοσης φωτος σε διακριτό μέσο με μεταβλητές οπτικές ιδιότητες

#### 3.4.1 Χαρακτηριστικά του χώρου

Το επίπεδο της διάδοσης διακριτοποιείται σε ένα πλήθος από στοιχειώδη τετράγωνα που καλούμε pixels. Κάθε Pixel ορίζεται από 2 δείκτες  $(i, j) = (\text{στήλη}, \text{γραμμή})$ , όπου  $i = 1, 2, \dots, N_1$  και  $j = 1, 2, \dots, N_2$ , και είναι δυνατό να έχει διαφορετικές τιμές των οπτικών παραμέτρων  $(\mu_S, \mu_A, g$  και  $n)$ . Έστω  $M_S, M_A, G$  και  $I_N$  οι πίνακες που τηρούν τις τιμές των οπτικών παραμέτρων για κάθε pixel.

Συγκεκριμένα για τον υπολογισμό του κάθετου διανύσματος  $(\mathbf{n})$  στις επιφάνειες που διαχωρίζουν περιοχές με διαφορετικό δείκτη διάθλασης, ορίζεται η γκαουσιανή  $g_1$ , που είναι ένας πίνακας  $1 \times 7$  και από αυτή υπολογίζεται η πρώτη της παράγωγος  $g_1'$ , που είναι ένας πίνακας  $1 \times 9$ . Απο τον πολλαπλασιασμό των πινάκων  $g_1^T_{7 \times 1} \cdot g_1'_{1 \times 9}$ , όπου  $A^T$  ο τελεστής που υπολογίζει τον ανάστροφο του πίνακα  $A$ , προκύπτει ένας πίνακας  $7 \times 9$  που είναι ημάσκα  $M$  που θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των κάθετων διανυσμάτων.

$$g_1 = (0.0044 \quad 0.0540 \quad 0.2420 \quad 0.3991 \quad 0.2420 \quad 0.0540 \quad 0.0044)_{1 \times 7}$$

$$g_1' = (0.0022 \quad 0.0270 \quad 0.1188 \quad 0.1725 \quad 0 \quad -0.1725 \quad -0.1188 \quad -0.0270 \quad -0.0022)_{1 \times 9}$$

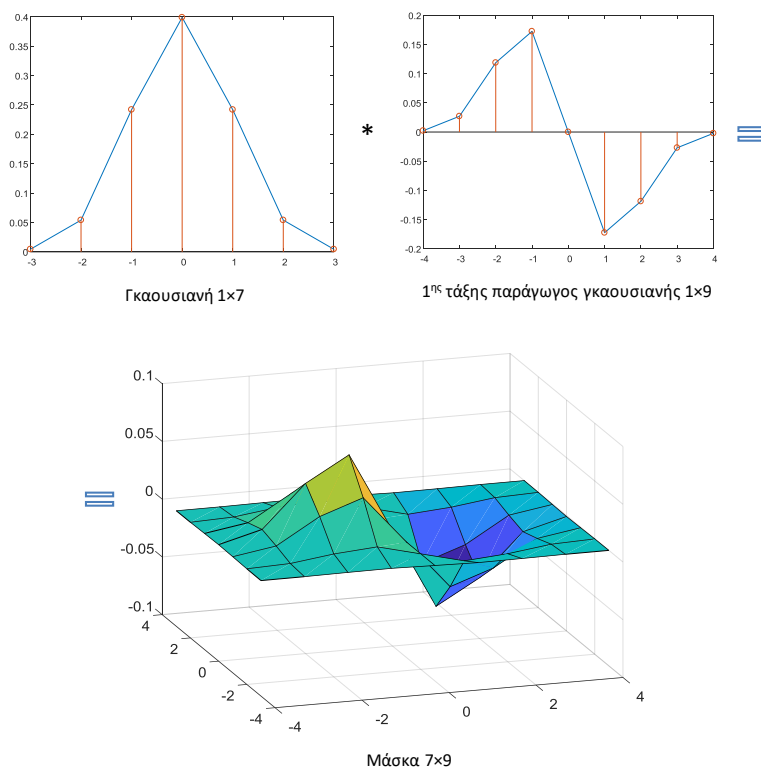
$$M = g_1^T{}_{7 \times 1} \cdot g_1'{}_{1 \times 9}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.0000 & 0.0001 & 0.0005 & 0.0008 & 0 & -0.0008 & -0.0005 & -0.0001 & -0.0000 \\ 0.0001 & 0.0015 & 0.0064 & 0.0093 & 0 & -0.0093 & -0.0064 & -0.0015 & -0.0001 \\ 0.0005 & 0.0065 & 0.0288 & 0.0418 & 0 & -0.0418 & -0.0288 & -0.0065 & -0.0005 \\ 0.0009 & 0.0108 & 0.0474 & 0.0688 & 0 & -0.0688 & -0.0474 & -0.0108 & -0.0009 \\ 0.0005 & 0.0065 & 0.0288 & 0.0418 & 0 & -0.0418 & -0.0288 & -0.0065 & -0.0005 \\ 0.0001 & 0.0015 & 0.0064 & 0.0093 & 0 & -0.0093 & -0.0064 & -0.0015 & -0.0001 \\ 0.0000 & 0.0001 & 0.0005 & 0.0008 & 0 & -0.0008 & -0.0005 & -0.0001 & -0.0000 \end{pmatrix}_{7 \times 9}$$

Από την συνέλιξη του πίνακα που τηρεί τις τιμές του δείκτη διάθλασης με την μάσκα  $M$  προκύπτει ο πίνακας που  $N_x$ , που τηρεί τις τιμές της  $x$  συνιστώσας του κάθετου διανύσματος. Αντίστοιχα ο πίνακας  $N_y$ , προκύπτει από τη συνέλιξη της  $I_N$  με τον ανάστροφο του  $M$  και έχει τις τιμές της  $y$  συνιστώσας του  $\mathbf{n}$ .

$$\begin{cases} N_x = I_N * M \\ N_y = I_N * M^T \end{cases} \quad (18)$$

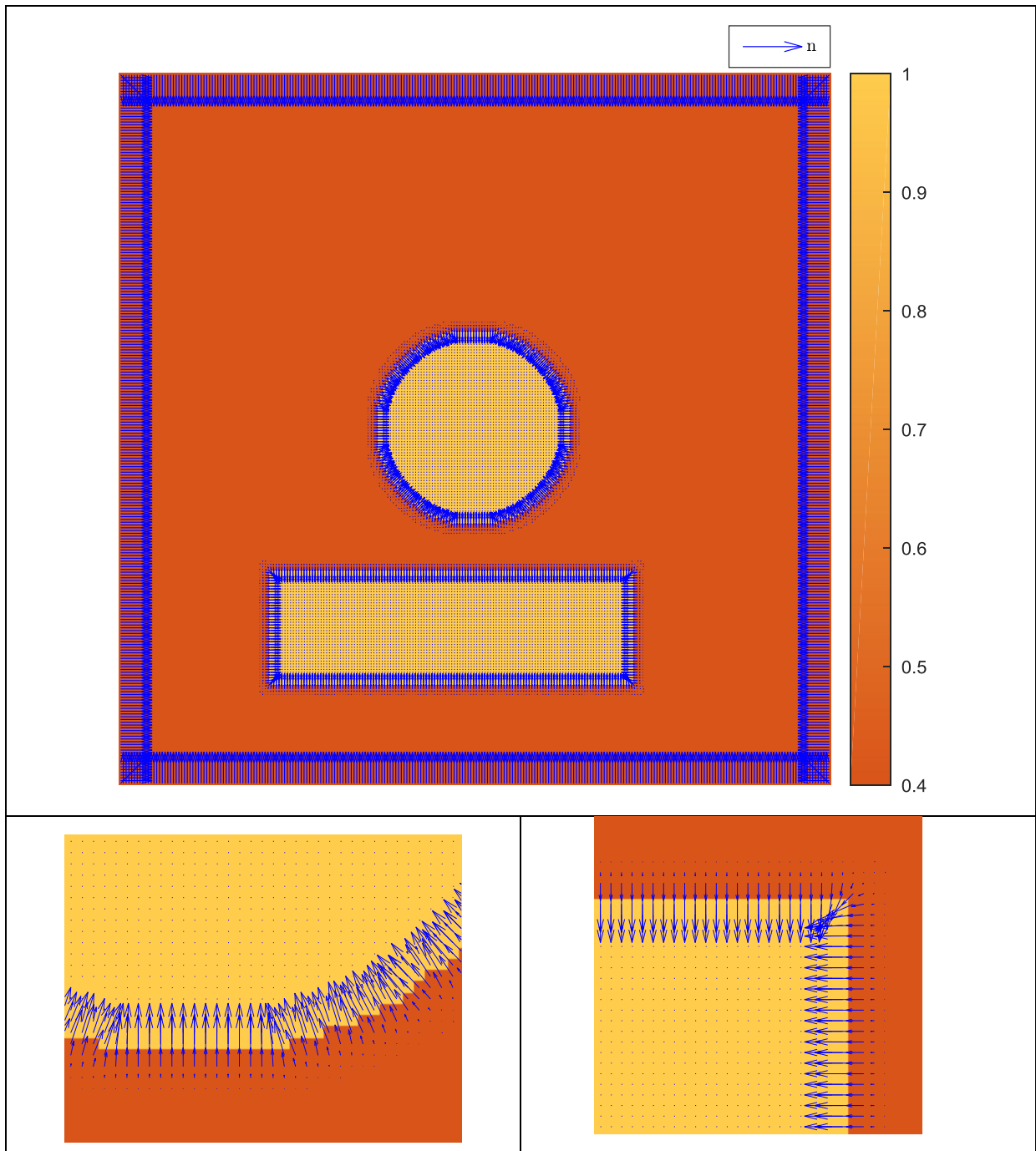
Επιλέγουμε γκαουσιανή μάσκα ώστε να μην υπάρχει μεγάλο σφάλμα στα σημεία που έχουμε ασυνέχεια της διαχωριστικής επιφάνειας, (όπως στις γωνίες ενός ορθογωνίου). Αυτό είναι εφικτό λόγω του μεγέθους της μάσκας. Ακόμη οι συντελεστές της μάσκας έχουν μεγαλύτερη τιμή στο κέντρο και ελαττώνονται καθώς η απόσταση αυξάνεται, οπότε δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στα ριxel ακμών και όχι τόσο στα υπόλοιπα. Στα τοιχώματα τα κάθετα διανύσματα δεν υπολογίζονται από τη συνέλιξη αλλά τα θέτουμε  $\pm 1$ , ανάλογα με τη φορά του διανύσματος. Στο Σχήμα (19) απεικονίζεται γραφικά η δημιουργία της μάσκας από την συνέλιξη των  $g_1^T$  και  $g_1'$ .



**Σχήμα 19** Σχηματική απεικόνιση της μάσκας  $M$ , όπως αυτή προέκυψε από τη συνέλιξη της γκαουσιανής με την πρώτη της παράγωγο.



Τα κάθετα διανύσματα όπως προέκυψαν από τη συνέλιξη της εικόνας με τη μάσκα καθώς και η τιμές που δώθηκαν στα τοιχώματα ( $\pm 1$ ) παρουσιάζονται στο Σχήμα (20). Συγκεκριμένα, ορίστηκε μια διακριτή περιοχή διαστάσεων  $256 \times 256$  με δείκτη διάθλασης 0.4 και δυο εσωτερικές περιοχές με δείκτη διάθλασης 1, όπως φαίνεται και στη χρωματική κλίμακα. Τα κάθετα διανύσματα που υπολογίζονται με τη συνέλιξη έχουν κατεύθυνση από το υλικό με τον μικρότερο δείκτη διάθλασης προς εκείνο με το μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης.



**Σχήμα 20** Απεικόνιση των κάθετων διανυσμάτων όπως αυτά προκύπτουν από τη συνέλιξη της εικόνας με τη μάσκα.

### 3.4.2 Περιγραφή του αλγορίθμου

#### Υπολογισμός θέσης του φωτονίου

Η τρέχουσα θέση  $(i_n, j_n)$  του φωτονίου υπολογίζεται βάσει της προηγούμενης θέσης  $(i_p, j_p)$  από τις σχέσεις:

$$\begin{cases} i_n = [i_p + L \sin \varphi] \\ j_n = [j_p + L \cos \varphi] \end{cases} \quad (19)$$

όπου  $\varphi = \sum_{i=0} \theta_i$ , όπως ορίστηκε δηλαδή στην Εξ. (9) στο συνεχές μονέλο.

Η γωνία σκέδασης  $\theta_i$  υπολογίζεται και πάλι βάσει της κατανομής Henyey-Greenstein, Εξ. (10)

$$\begin{cases} \cos \theta = 2\xi - 1 & \text{για } g = 0 \\ \cos \theta = \frac{1}{2g_{ij}} \left[ 1 + g_{ij}^2 - \left[ \frac{1 - g_{ij}^2}{1 - g_{ij} + 2g_{ij}\xi} \right]^2 \right] & \text{για } g \neq 0 \end{cases}$$

με τη διαφορά ότι  $g_{ij}$  η τιμή του συντελεστή ανισοτροπίας στο pixel  $(i, j)$ .

Η ελεύθερη διαδρομή  $L$  υπολογίζεται βάσει της Εξ. (6)

$$L = -\frac{\ln \xi}{\mu_{ij}}$$

με τη διαφορά ότι  $\mu_{ij} = \mu_{Aij} + \mu_{Sij}$ , όπου τα αντίστοιχα  $\mu_{Aij}$  και  $\mu_{Sij}$  της Εξ. (5) είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές απορρόφησης και σκέδασης στο pixel  $(i, j)$ . Ο τελεστής  $[x]$  επιστρέφει τον πλησιέστερο ακέραιο στον αριθμό  $x$ . Στη συνέχεια εκτελείται ο αλγόριθμος Bresenham ο οποίος δέχεται ως ορίσματα το αρχικό  $(i_p, j_p)$  και τελικό pixel  $(i_n, j_n)$  και επιστρέφει μια ακολουθία απο pixels από τα οποία διέρχεται η ευθεία  $(i_k, j_k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ , όπου  $(i_1, j_1) = (i_p, j_p)$  και  $(i_K, j_K) = (i_n, j_n)$ . Για κάθε ένα από τα pixels αυτά ελέγχεται αν υπάρχει μεταβολή του δείκτη διάθλασης και εντοπίζεται η θέση της πρώτης μεταβολής ( $m_0$ )

$$m_0 = \min(m: I_N(i_m, j_m) \neq I_N(i_{m+1}, j_{m+1}), m = 1, 2, \dots, K - 1).$$

Η διαχωριστική επιφάνεια είναι ανάμεσα στα pixels  $m_0$  και  $m_0 + 1$ , οπότε οι δυο δείκτες διάθλασης έχουν τις τιμές

$$\begin{cases} n_1 = I_N(i_{m_0}, j_{m_0}) \\ n_2 = I_N(i_{m_0+1}, j_{m_0+1}) \end{cases} \quad (20)$$

Αν δεν εντοπιστεί διαχωριστική επιφάνεια, ο αλγόριθμος συνεχίζει στον υπολογισμό της νέας θέσης, το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι το φωτόνιο συνεχίζει την πορεία του μέσα στον ιστό. Αν όμως το φωτόνιο συναντήσει διαχωριστική επιφάνεια, αυτή μπορεί να είναι είτε εσωτερική είτε τοίχωμα. Και στις δυο περιπτώσεις υπολογίζεται η πιθανότητα ανάκλασης (όπως ορίστηκε στον συνεχή χώρο στην Εξ. 14),

$$R = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin^2(g_1 - g_2)}{\sin^2(g_1 + g_2)} + \frac{\tan^2(g_1 - g_2)}{\tan^2(g_1 + g_2)} \right].$$

Στην περίπτωση που η διαχωριστική επιφάνεια είναι τοίχωμα, είτε θα γίνει ανάκλαση είτε το φωτόνιο εξέρχεται από τον ιστό και χάνεται. Αν η επιφάνεια είναι εσωτερική θα λάβει χώρα ένα από τα ακόλουθα:

- Θα γίνει ανάκλαση και το φωτόνιο θα παραμείνει στο ίδιο υλικό
- Θα γίνει διάθλαση, το φωτόνιο δηλαδή θα μεταβεί από το ένα υλικό στο άλλο.

Στην περίπτωση που το μήκος (ελεύθερη διαδρομή) που απομένει μετά τη διάθλαση είναι μηδενικό σημαίνει ότι το φωτόνιο σταμάτησε ακριβώς πάνω στη διαχωριστική επιφάνεια. Ελέγχεται αν θα απορροφηθεί ή όχι και στην περίπτωση που δεν απορροφηθεί υπολογίζεται η νέα του θέση όπως ακριβώς αν δεν συναντούσε διαχωριστική επιφάνεια. Αυτό συμβαίνει γιατί η νέα θέση του φωτονίου είναι τυχαία και δεν επηρεάζεται από την προηγούμενη (δεν υπάρχει φαινόμενο διάθλασης).

Αν το φωτόνιο απορροφηθεί στο τρέχον ρixel, ο αλγόριθμος μας πληροφορεί για τη συγκεκριμένη θέση και μετά από πόσες αλληλεπιδράσεις με τον ιστό το φωτόνιο χάθηκε. Αυτό επιτυγχάνεται με έναν μετρητή που αυξάνει κατά ένα σε κάθε απορρόφηση του φωτονίου σε κάθε ρixel.

### Ανάκλαση - Διάθλαση

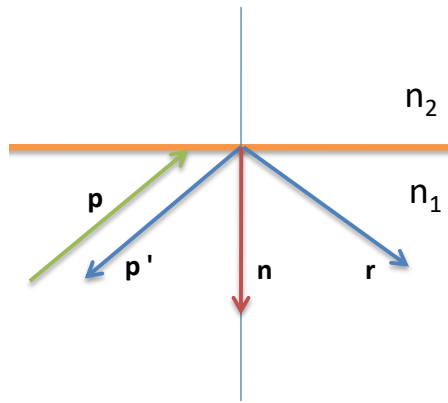
Μετά από κάθε αλληλεπίδραση του φωτονίου με τον ιστό υπολογίζεται το επόμενο διάνυσμα μετατόπισης ( $\mathbf{p} = (i_n, j_n)$ ) και ελέγχεται από τη συνάρτηση Bresenham αν συναντά ή όχι διαχωριστική επιφάνεια. Στην περίπτωση που το φωτόνιο συναντήσει οποιαδήποτε επιφάνεια με κάθετο διάνυσμα  $\mathbf{n}$ , υπολογίζονται το πρώτο σημείο τομής ( $i_{out}, j_{out}$ ) και η ελεύθερη διαδρομή που απομένει στο φωτόνιο

$$L' = \sqrt{(i_n - i_{out})^2 + (j_n - j_{out})^2}. \quad (21)$$

Στην περίπτωση της ανάκλασης το ανακλώμενο διάνυσμα υπολογίζεται με αντίστοιχο τρόπο με το συνεχές μοντέλο από την Εξ. (2)[13],

$$\mathbf{r} = \mathbf{p}' - 2(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}.$$

Η κατεύθυνση του  $\mathbf{p}'$  είναι πάντα αντίθετη από την κατεύθυνση του  $\mathbf{p}$  που ορίστηκε, δηλαδή  $\mathbf{p}' = -\mathbf{p}$ . Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του  $\mathbf{p}'$  και του  $\mathbf{n}$  πρέπει να είναι πάντα οξεία. Επειδή το  $\mathbf{n}$  που προέκυψε από τη συνέλιξη της εικόνας με τη μάσκα Εξ. (16), έχει πάντα κατεύθυνση από το υλικό με μικρό δείκτη διάθλασης προς το υλικό με μεγάλο δείκτη διάθλασης, ελέγχουμε αν η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του  $\mathbf{p}'$  και του  $\mathbf{n}$  είναι οξεία. Αν δεν είναι σημαίνει ότι το  $\mathbf{n}$  έχει τον αντίθετο προσανατολισμό από εκείνον που θα έπρεπε, οπότε οι υπολογισμοί γίνονται με το  $(-\mathbf{n})$  αντί για το  $\mathbf{n}$  διάνυσμα. Στο Σχήμα (21) δίνεται ένα παράδειγμα των ανωτέρω.



Σχήμα 21 Σχηματική απεικόνιση κατεύθυνσης διανυσμάτων στην ανάκλαση

Οι νέες συντεταγμένες του φωτονίου μετά την ανάκλαση είναι:

$$\begin{cases} i = [i_{out} + L' r_y] \\ j = [j_{out} + L' r_x] \end{cases} \quad (22)$$

και η νέα γωνία ως προς τον οριζόντιο άξονα, όπως ορίστηκε στην Εξ. 16 είναι:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{r_y}{r_x}\right).$$

Στην περίπτωση της **διάθλασης** το διάνυσμα υπολογίζεται από την Εξ. (4)

$$\mathbf{t} = \frac{n_\pi}{n_\Delta} \mathbf{p} + \left\{ -\frac{n_\pi}{n_\Delta} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) + \sqrt{1 + [(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})^2 - 1] \left(\frac{n_\pi}{n_\Delta}\right)^2} \right\} \cdot \mathbf{n}$$

όπου  $n_\pi = n_1$  και  $n_\Delta = n_2$  οι δείκτες διάθλασης των υλικών από το οποίο προσπίπτει και στο οποίο διαθλάται το φωτόνιο αντίστοιχα, όπως έχουν υπολογιστεί από τη Εξ. (20) [13]. Ο παραπάνω τύπος ισχύει μόνο στην περίπτωση που το υπόριζο είναι μη αρνητικό:

$$\Delta = 1 + [(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})^2 - 1] \left(\frac{n_\pi}{n_\Delta}\right)^2 \geq 0$$

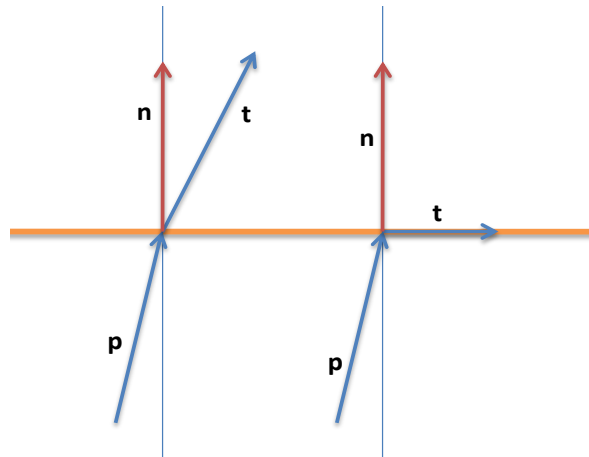
Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ  $\mathbf{p}$  και  $\mathbf{n}$  πρέπει να είναι οξεία. Οπότε ελέγχεται όπως και στην περίπτωση της ανάκλασης και αν δεν είναι οι υπολογισμοί γίνονται με  $(-\mathbf{n})$ .

Αν το υπόριζο είναι μηδέν, το εσωτερικό γινόμενο των  $\mathbf{t}$  και  $\mathbf{n}$  προκύπτει μηδέν, δηλαδή το διαθλώμενο διάνυσμα είναι παράλληλο στη διαχωριστική επιφάνεια.

$$\mathbf{t} = \frac{n_\pi}{n_\Delta} \mathbf{p} - \frac{n_\pi}{n_\Delta} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}$$

$$\mathbf{t} \cdot \mathbf{n} = \frac{n_\pi}{n_\Delta} \mathbf{p} \cdot \mathbf{n} - \frac{n_\pi}{n_\Delta} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (23)$$

Αν το υπόριζοΔ είναι αρνητικό τότε θα συμβεί ανάκλαση του φωτονίου και η νέα θέση υπολογίζεται όπως αναφέρθηκε παραπάνω. Τα διανύσματα που αναφέρονται στη διάθλαση παρουσιάζονται στο Σχήμα (22).



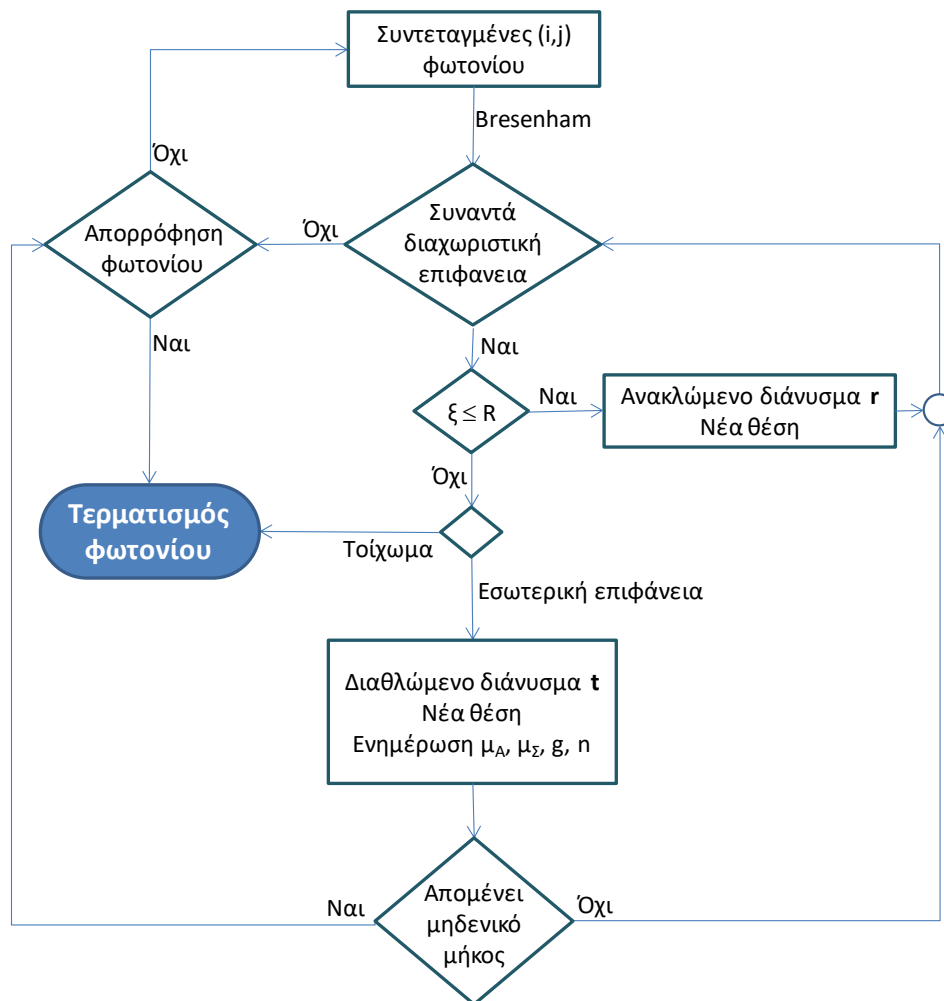
Σχήμα 22 Σχηματική αναπαράσταση διανυσμάτων στην περίπτωση της διάθλασης

Οι νέες συντεταγμένες του φωτονίου μετά τη διάθλαση είναι:

$$\begin{cases} i = [i_{out} + L' t_y] \\ j = [j_{out} + L' t_x] \end{cases} \quad (24)$$

και η νέα γωνία ως προς τον οριζόντιο άξονα, σύμφωνα με την Εξ. (16) είναι:

$\varphi = \arctan\left(\frac{t_y}{t_x}\right)$ . Αφού πραγματοποιηθεί το φαινόμενο της ανάκλασης ενημερώνονται οι νέες τιμές των οπτικών παραμέτρων ( $\mu_A, \mu_\Sigma, g, n$ ). Τα παραπάνω βήματα απεικονίζονται διαγραμματικά στο Σχήμα (23).

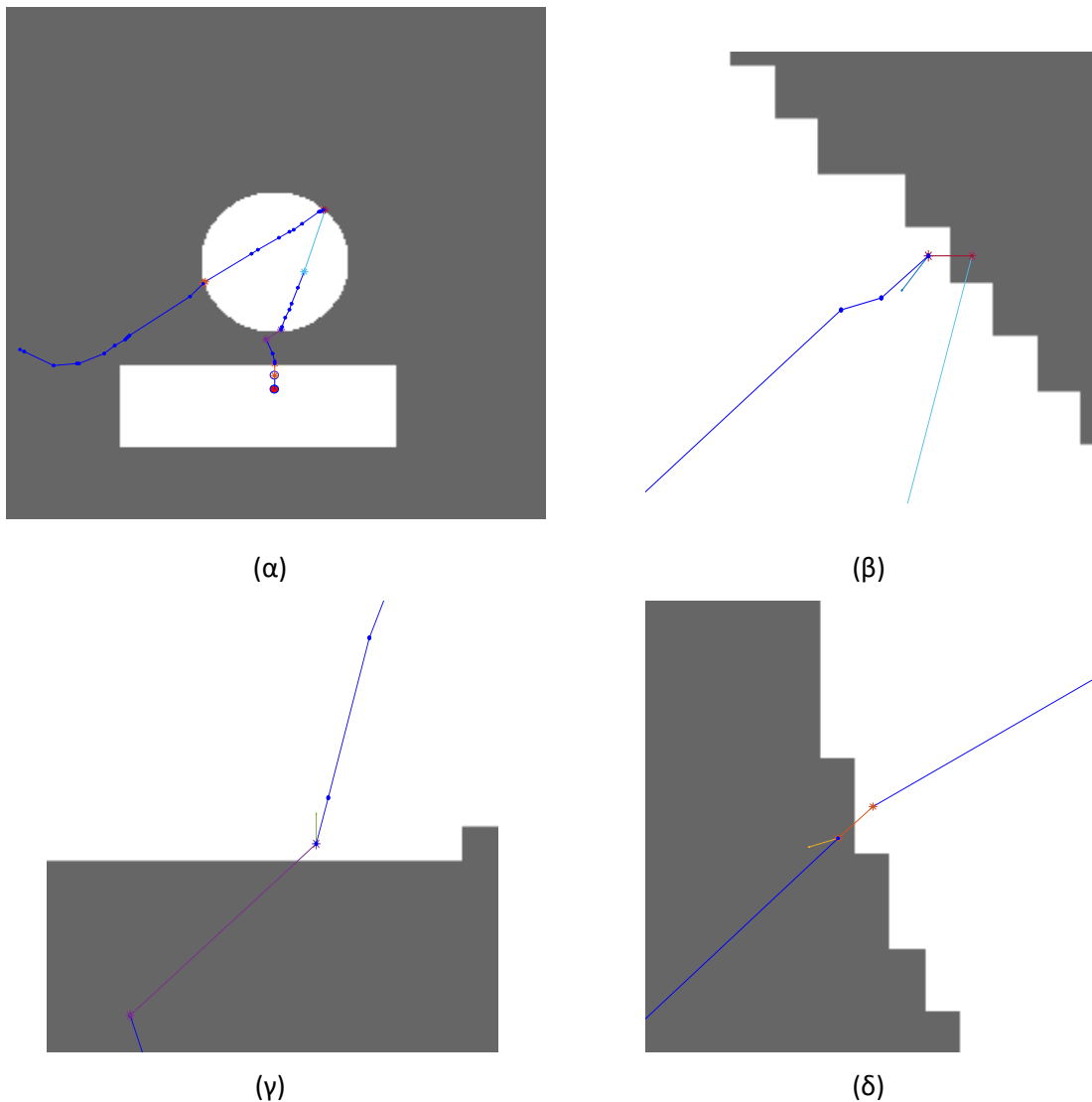


Σχήμα 23 Σχηματική περιγραφή του αλγορίθμου σε διακριτό μέσο με εσωτερική περιοχή.

Ένα παράδειγμα των όσων αναφέρθηκαν αποτελεί η πορεία ενός φωτονίου μέσα στον ιστό. Στο Σχήμα (24) παρουσιάζεται η πορεία του φωτονίου του οποίου στην πορεία του συναντά υλικά με διαφορετικούς δείκτες διάθλασης. Στα φαινόμενα ανάκλασης και διάθλασης που συμβαίνουν απεικονίζεται και ο προσανατολισμός των κάθετων διανυσμάτων.

Συγκεκριμένα όλος ο χώρος έχει δείκτη διάθλασης  $n_1 = 1$  εκτός από το παραλληλόγραμμο και τον κύκλο που έχουν τον ίδιο δείκτη διάθλασης  $n_2 = 1.4$ , όπως φαίνεται και από τη χρωματική κλίμακα. Το φωτόνιο εκτοξεύεται μέσα από το παραλληλόγραμμο. Η τροχιά του συγκεκριμένου φωτονίου είναι τέτοια που εξέρχεται από το παραλληλόγραμμο και μετά από λίγες σκεδάσεις εισέρχεται στον κύκλο (24γ), οπότε στα σημεία τομής της τροχιάς του με τις αντίστοιχες διαχωριστικές επιφάνειες συμβαίνει φαινόμενο διάθλασης. Διάθλαση ακόμη έχουμε και στην περίπτωση που το φωτόνιο εξέρχεται από τον κύκλο, προς το τέλος της τροχιάς του (24δ). Οι διαθλάσεις που συμβαίνουν στην περίμετρο του κύκλου απεικονίζονται στα σχήματα c και d. Και στις δυο περιπτώσεις το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια ( $n$ ) έχει φορά προς την επιφάνεια στην οποία εισέρχεται το φωτόνιο. Στο σχήμα

(24γ) απεικονίζεται η περίπτωση που το φωτόνιο προσπίπτει από το υλικό με τον μικρότερο δείκτη διάθλασης ( $n_1 = 1$ ) και καταλήγει στον κύκλο με τον μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης ( $n_2 = 1.4$ ). Όπως είναι αναμενόμενο η γωνία διάθλασης είναι μικρότερη από τη γωνία πρόσπτωσης, σχηματικά δηλαδή το ευθύγραμμο τμήμα του απεικονίζει την τροχιά του φωτονίου πλησιάζει το κάθετο διάνυσμα. Αντίθετα στο σχήμα (24δ) το φωτόνιο προσπίπτει από τον κύκλο με δείκτη διάθλασης ( $n_2 = 1.4$ ) στο υλικό με τον μικρότερο δείκτη διάθλασης ( $n_1 = 1$ ) οπότε η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης και το φωτόνιο απομακρύνεται από το κάθετο διάνυσμα. Στο σχήμα (24β) παρουσιάζεται η αλλαγή της πορείας του φωτονίου όταν σε αυτό συμβεί ανάκλαση. Το κάθετο διάνυσμα στην περίπτωση αυτή έχει κατεύθυνση προς το εσωτερικό του κύκλου, δηλαδή προς το υλικό στο οποίο βρίσκεται το φωτόνιο. Η προσπίπτουσα και η ανακλώμενη γωνία (ως προς το κάθετο διάνυσμα) είναι ίσες.

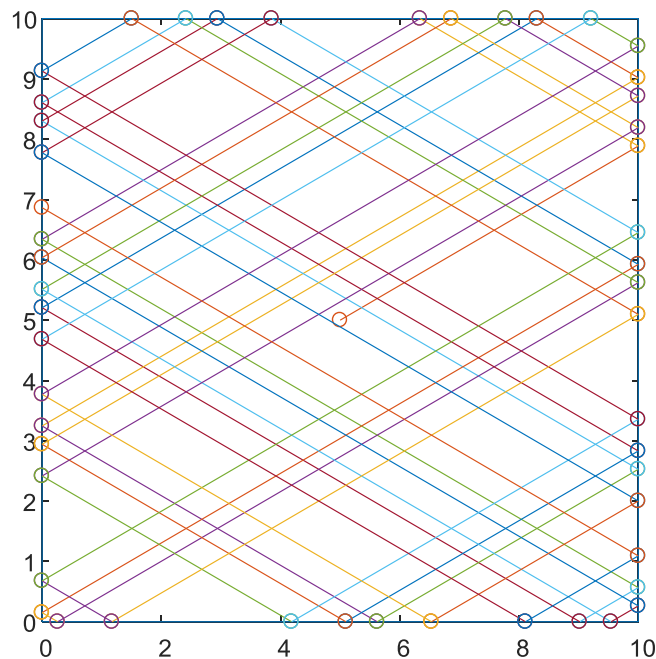


**Σχήμα 24** Πρόσομοίωση της τροχιάς ενός φωτονίου όταν συναντά διαχωριστικές επιφάνειες. Αναπαράσταση της νέας κατεύθυνσης κίνησης του φωτονίου και του κάθετου διανυσματος στις περιπτώσεις που συμβαίνει ανάκλαση (β) ή διάθλαση (γ,δ).

## 4 Αποτελέσματα

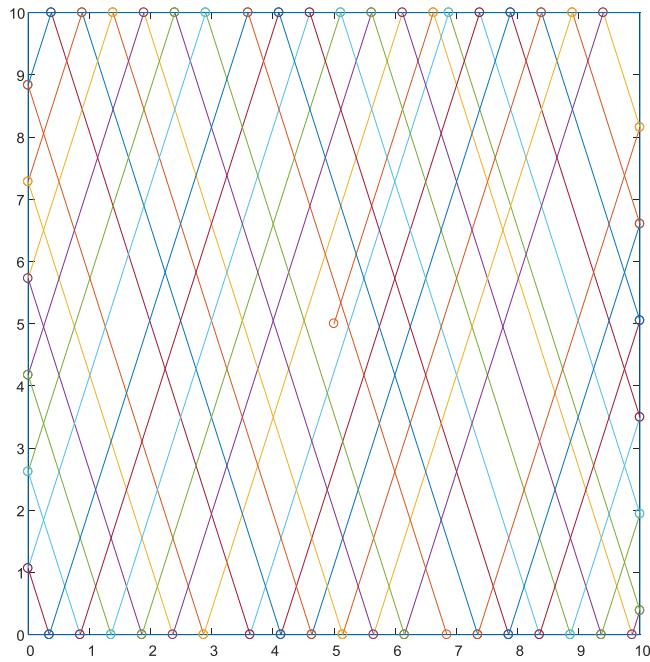
### 4.1 Αποτελέσματα πολλαπλών ανακλάσεων

Στο Σχήμα (25) παρουσιάζεται η πορεία ενός φωτονίου όταν αυτό εκτοξεύεται με συγκεκριμένη γωνία ως προς τον οριζόντιο άξονα, ενώ το μόνο φαινόμενο που επιτρέπεται είναι η ανάκλαση στα τοιχώματα του μέσου διάδοσης σχήματος ορθογωνίου. Όπως αναμένεται, η γωνία πρόσπτωσης και ανάκλασης δεν αλλάζει σε όλη τη διάρκεια της πορείας του. Δεδομένου ότι η ελεύθερη διαδρομή που διανύει το φωτόνιο είναι μεγάλη, αυτό θα υποστεί πολλαπλές ανακλάσεις (θεωρούμε ότι είναι παδευμένο εντός του χώρου και δεν μπορεί να εξέλθει από αυτόν). Με έναν κύκλο επισημαίνονται τα σημεία ανάκλασης στο τοίχωμα.



(α)



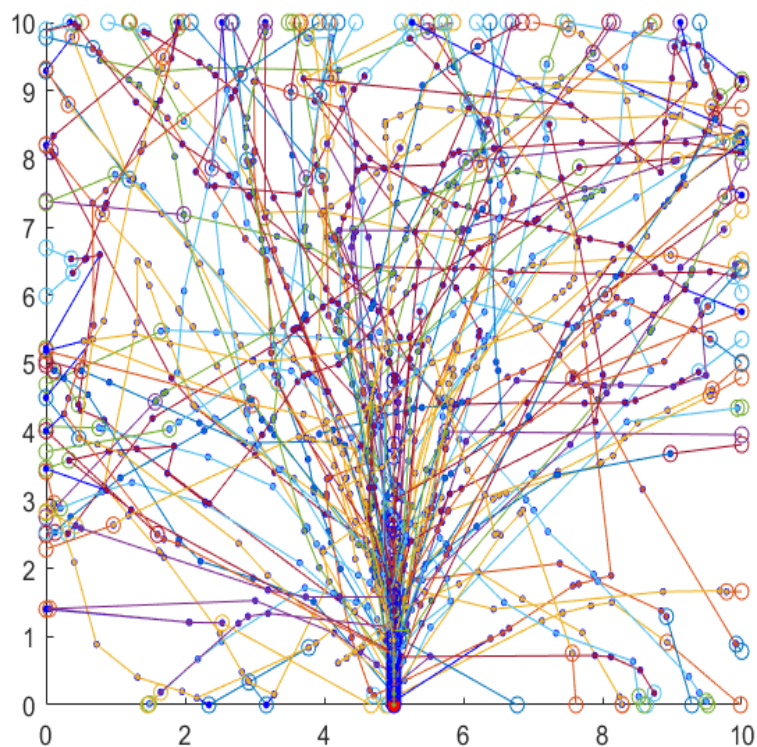


(β)

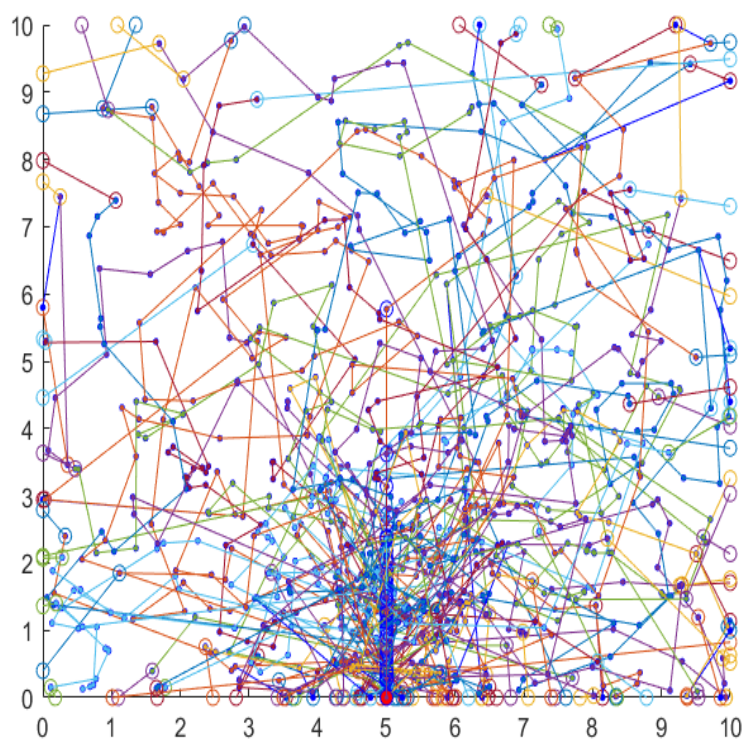
**Σχήμα 25** Πολλαπλές ανακλάσεις προσπίπτοντος φωτονίου για γωνίες πρόσπτωσης  $(\alpha)\frac{\pi}{6}$  και  $(\beta)\frac{2\pi}{5}$ .

#### 4.2 Αποτελέσματα προσομοίωσης διάδοσης σε συνεχές ομογενές μέσο

Στο Σχήμα (26) παρουσιάζεται η χωρική κατανομή 100 φωτονίων όταν αυτά διαδίδονται σε συνεχή και ομογενή τετραγωνική επιφάνεια με συγκεκριμένους συντελεστές απορρόφησης και σκέδασης. Σε αμφότερες τις περιπτώσεις  $\mu_A = 0.01\text{mm}^{-1}$  και  $\mu_S = 1\text{mm}^{-1}$ , ενώ επιλέγεται διαφορετικός συντελεστή ανισοτροπίας, ώστε να φανεί η επίδραση του στην πορεία του κάθε φωτονίου και συνεπώς στην κατανομή τους. Συγκεκριμένα στο σχήμα 26α επιλέγεται  $g = 0.9$  ενώ στο (26β)  $g = 0.4$ . Παρατηρούμε ότι όσο πιο κοντά στη μονάδα είναι το  $g$  τόσο λιγότερο αποκλίνουν τα φωτόνα από την αρχική διεύθυνση κίνησης. Αντίθετα όσο το  $g$  μικραίνει τόσο πιο ανομοιόμορφη είναι η κατανομή των φωτονίων.



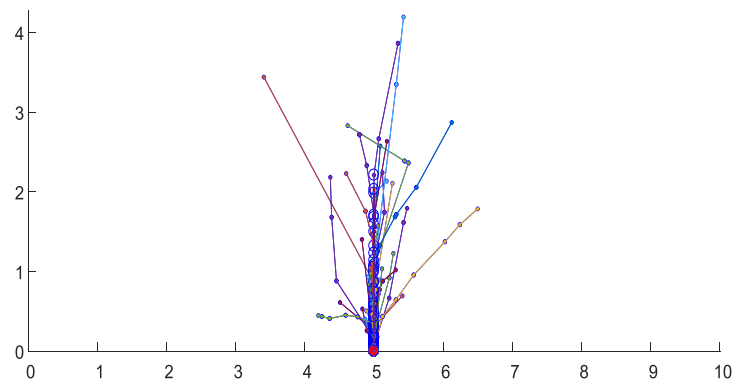
(α)



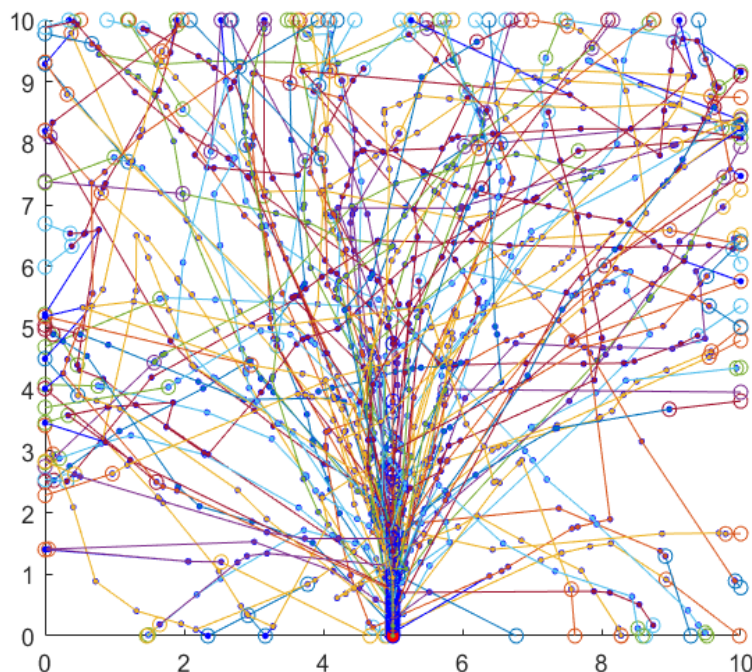
(β)

**Σχήμα 26** Προσομοίωση 100 φωτονίων σε τετράγωνη διδιάστατη επιφάνεια με συντελεστή απορρόφησης  $\mu_A = 0.01 \text{ mm}^{-1}$ , συντελεστή σκέδασης  $\mu_S = 1 \text{ mm}^{-1}$  και μεταβλητό συντελεστή ανισotropίας, (α)  $g = 0.9$ , (β)  $g = 0.4$

Στο επόμενο Σχήμα (27) παρουσιάζεται η κατανομή 100 φωτονίων για μέσο με  $g = 0.9$  και τη διαφορά μεταξύ του συντελεστή απορρόφησης με τον συντελεστή σκέδασης να μεταβάλλεται. Στο Σχήμα (27α) επιλέγεται οι δυο συντελεστές να είναι ίσοι ( $\mu_A = \mu_S = 1$ ), ενώ στο (27β) ο συντελεστής απορρόφησης είναι 100 φορές μικρότερος από τον συντελεστή σκέδασης ( $\mu_A = 0.01, \mu_S = 1$ ). Όταν οι δύο συντελεστές είναι συγκρίσιμοι το φωτόνιο θα απορροφηθεί χωρίς να διανύσει μεγάλη διαδρομή (συνολικά) ενώ όσο πιο μικρός είναι ο συντελεστής απορρόφησης του συντελεστή σκέδασης τόσο θα επικρατεί η σκέδαση έναντι της απορρόφησης.



(α)



(β)

**Σχήμα 27** Προσομοίωση 100 φωτονίων σε τετράγωνη διδιάστατη επιφάνεια με  $\mu_S = 1\text{mm}^{-1}$  και συντελεστή ανισοτροπίας  $g = 0.9$ . (α)  $\mu_A = 1\text{mm}^{-1}$  και (β)  $\mu_A = 0.01\text{mm}^{-1}$ .

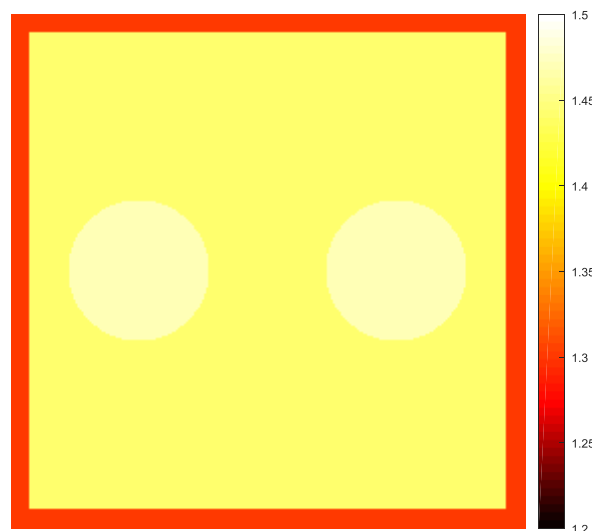
### 4.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης διάδοσης σε διακριτό μέσο

Στον Πίνακα (2) που ακολουθεί παρουσιάζονται οι τιμές των οπτικών παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή όλων των αποτελεσμάτων στο διακριτό χώρο. Σε όλες τις περιπτώσεις θεωρήσαμε τον ιστό ως ένα συνδιασμό επιδερμίδας (εξωτερικά), η οποία περικλύει μυϊκό ιστό, στο εσωτερικό του οποίου υπάρχουν αιμοφόρα αγγεία.

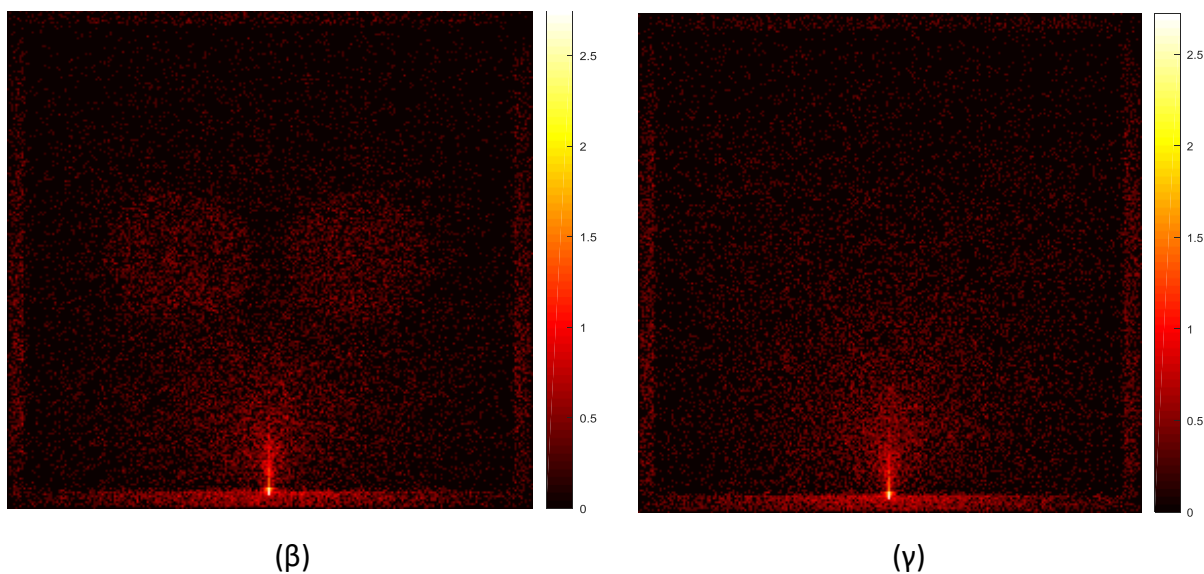
**Πίνακας 2** Οι τιμές των συντελεστών ανισοτροπίας, απορρόφησης, σκέδασης και του δείκτη διάθλασης για την επιδερμίδα, μυϊκό ιστό και αίμα [22], [23], [9].

Είδος ιστού	$g$	$\mu_A(mm^{-1})$	$\mu_S(mm^{-1})$	$n$
Επιδερμίδα	0.790	0.430	10.7	1.47
Μυϊκός ιστός	0.858	0.059	17.9	1.30
Αίμα	0.994	0.210	77.3	1.44

Στο Σχήμα (28) απεικονίζεται η κατανομή της απορροφούμενης ενέργειας όταν δέσμη 150.000 φωτονίων εκτοξεύεται από την επιδερμίδα και μέσα στον μυϊκό ιστό βρίσκονται δυο αγγεία διαμέτρου 35 pixels το καθένα. Στην περίπτωση (28β) μέσα στα αγγεία υπάρχει αίμα, δηλαδή έχουν οριστεί τους δυο κύκλους οι τιμές του των συντελεστών απορρόφησης και σκέδασης του αίματος, ενώ στην περίπτωση του (28γ) φαίνεται η υποθετική περίπτωση που οι τιμές των  $\mu_A$  και  $\mu_S$  του αίματος είναι ίσες με αυτές του μυϊκού ιστού. Οι τιμές του δείκτη διάθλασης και του συντελεστή ανισοτροπίας και στις δύο περιπτώσεις είναι εκείνες του αίματος μέσα στα δυο αγγεία. Στην εικόνα (28α) παρουσιάζονται οι τιμές του δείκτη διάθλασης σε κάθε περιοχή. Από τις εικόνες (28β) και (28γ) φαίνεται ότι στην περίπτωση που μέσα στα αγγεία υπάρχει αίμα η απορρόφηση θα είναι αρκετά πιο μεγάλη απο εκείνη που θα υπήρχε αν μέσα στα αγγεία δεν είχαμε αίμα.



(α)



**Σχήμα 28** Κατανομή της ενέργειας όταν δέσμη 150.000 φωτονίων εκτοξεύεται σε ιστό που αποτελείται από επιδερμίδα, μυϊκό ιστό και δυο αιμοφόρα αγγεία. (α) Απεικόνιση των δεικτων διάθλασης στις αντίστοιχες περιοχές, (β) 2 αιμοφόρα αγγεία ακτίνας 35 pixels και (γ) αγγεία με υποθετικές τιμές  $\mu_A$  και  $\mu_\Sigma$  ίσες με αυτές του μυός.

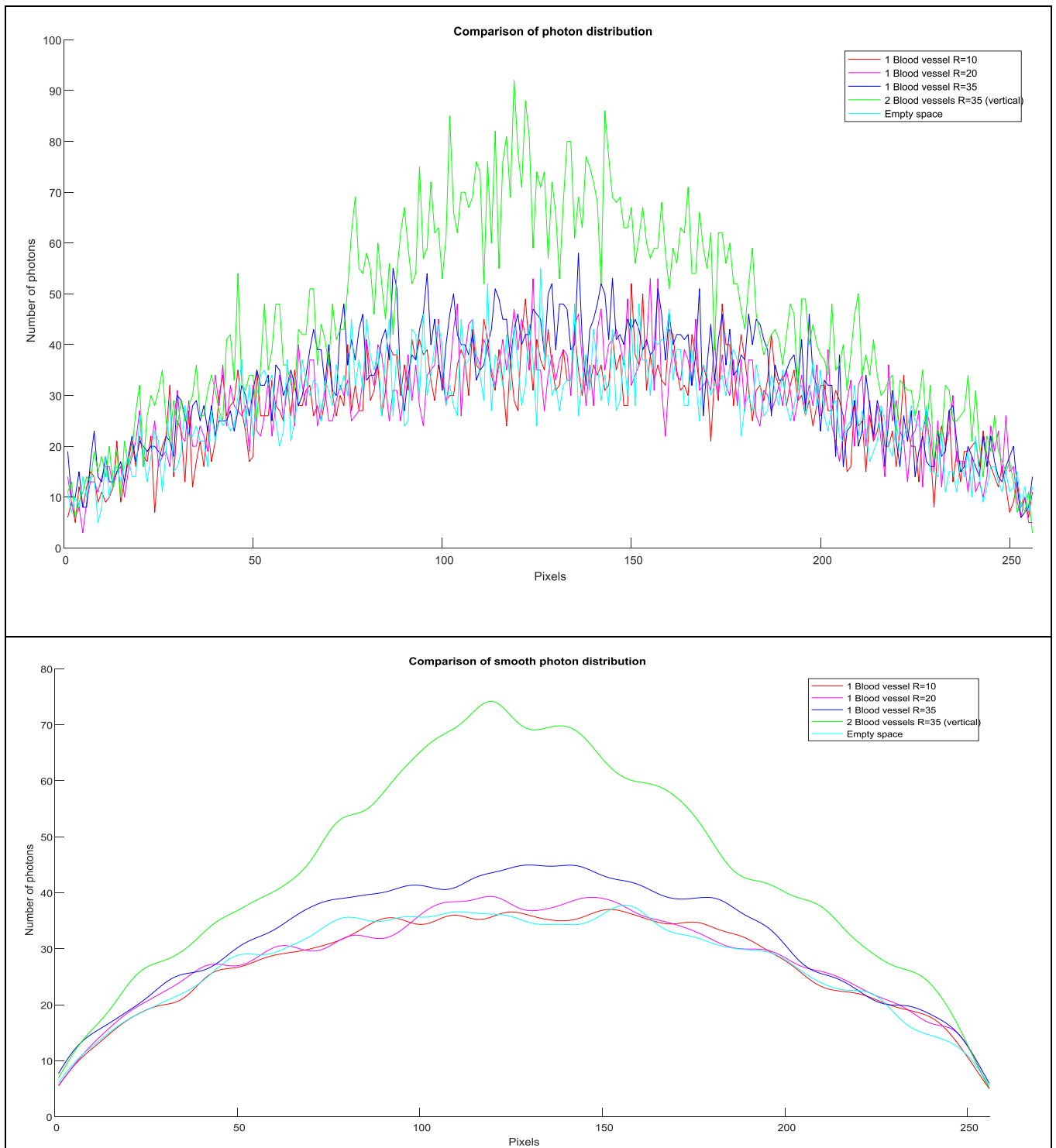
Στο Σχημα (29) παρουσιάζεται μια σύγκριση της κατανομής των εξερχόμενων φωτονίων από κάθε pixel από την πλευρά που βρίσκεται απέναντι από το σημείο εκτόξευσης τους. Σε όλες τις περιπτώσεις πρόκειται για δέσμη 100.000 φωτονίων που προσπίπτει σε ιστό με:

- ένα αιμοφόρο αγγείο με ακτίνες 10, 20 ή 35 pixels
- δύο αγγεία ακτίνας 35 pixels το καθένα τα οποία είναι τοποθετημένα κάθετα
- σε ιστό χωρίς αγγεία.

Οι καμπύλες του Σχήματος (29α) είναι εκείνες που προέκυψαν από τις τιμές των εξερχόμενων φωτονίων ενώ στο Σχήμα (29β) οι καμπύλες έχουν προκύψει μετά από εξομάλυνση. Για να γίνει η εξομάλυνση έγινε συνέλιξη των τιμών των εξερχόμενων φωτονίων με ένα γκαουσιανό φίλτρο.

Όπως φαίνεται στα γραφήματα στην περίπτωση των δυο αγγείων τα εξερχόμενα φωτόνια είναι περισσότερα. Για ένα αγγείο το πλήθος των εξερχόμενων φωτονίων μειώνεται όσο η ακτίνα του αγγείου μικραίνει. Όσο μικρότερη η ακτίνα του αγγείου τόσο το πλήθος των εξερχόμενων πλησιάζει τις τιμές του ιστού χωρίς αγγείο. Οι τιμές αυτές οφείλονται στο γεγονός ότι στο αίμα η τιμή του συντελεστή ανισοτροπίας είναι αρκετά μεγαλύτερη από εκείνη του μυϊκού ιστού (που αντικαθιστά το αίμα). Άρα στην περίπτωση του αίματος η πορεία των φωτονίων είναι σχεδόν ευθύγραμμη, με αποτέλεσμα στην πλευρά απέναντι από το σημείο εκτόξευσης να φτάνουν περισσότερα φωτόνια.





**Σχήμα 29** Απεικόνιση των εξερχόμενων φωτονίων όταν δέσμη φωτονίων 100.000 διαπερνά την επιδερμιάς, στη συνέχεια μυϊκό ιστό και αιμοφόρο αγγείο.

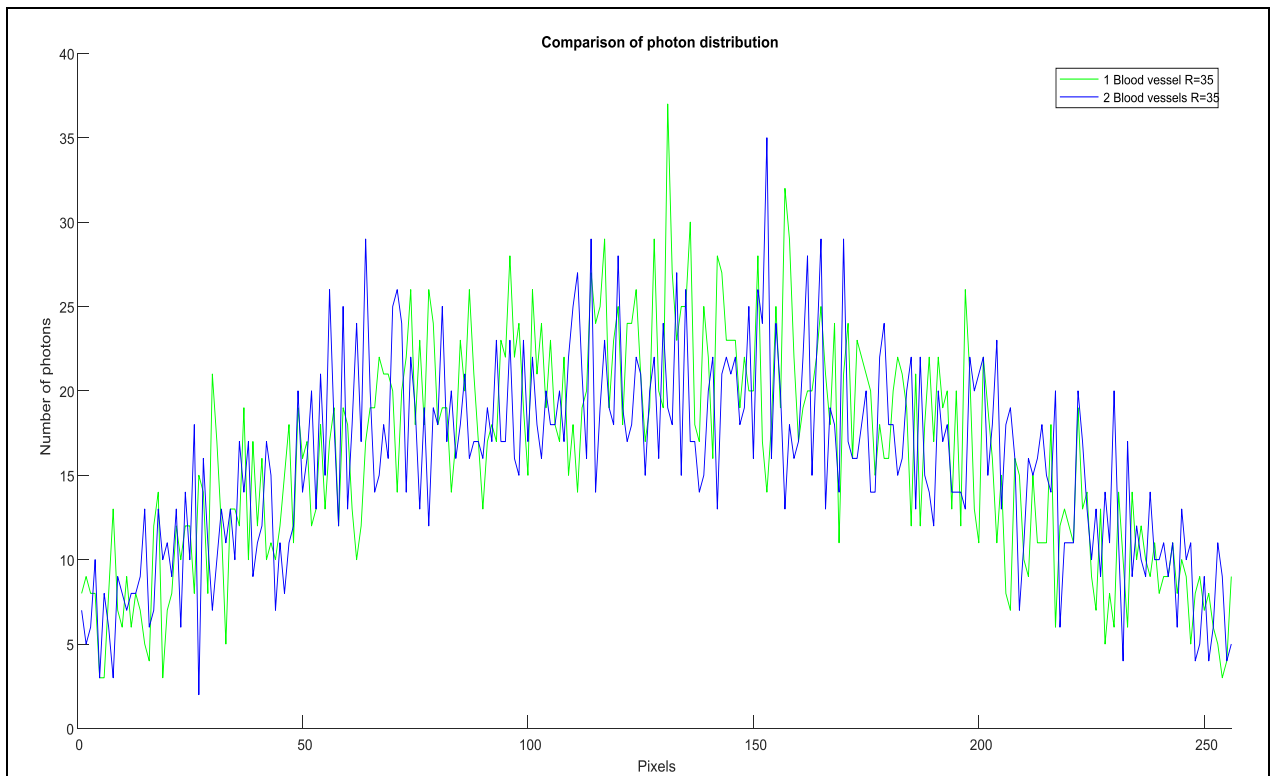
Στον Πίνακα (3) παρουσιάζεται το πλήθος των εξερχόμενων φωτονίων από το συνολικό περίγραμμα της επιδερμίδας όταν προσπίπτει δέσμη 100.000 φωτονίων σε ιστό χωρίς αγγεία, σε ιστό με ένα αγγείο και διαφορετικές ακτίνες και σε δύο αγγεία κάθετα. Συνολικά στο περίγραμμα το πλήθος των φωτονίων μειώνεται όσο περισσότερη είναι η ποσότητα

του αίματος. Το γεγονός αυτό οφείλεται στον μεγαλύτερο συντελεστή απορρόφησης του αίματος, σε σύγκριση με εκείνον του μυϊκού ιστού. Αντίθετα, το πλήθος των εξερχόμενων φωτονίων στην πλευρά που βρίσκεται απέναντι από το σημείο εκτόξευσης αυξάνεται όσο η ποσότητα του αίματος αυξάνεται. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην τιμή του συντελεστή ανισοτροπίας του αίματος. Δεδομένου ότι για το αίμα  $g = 0.994$  η πορεία των φωτονίων μέσα σε αυτό είναι σχεδόν ευθύγραμμη, με αποτέλεσμα ένα μεγάλο ποσοστό αυτών να καταλήγει στην απέναντι πλευρά και να χάνεται από αυτή.

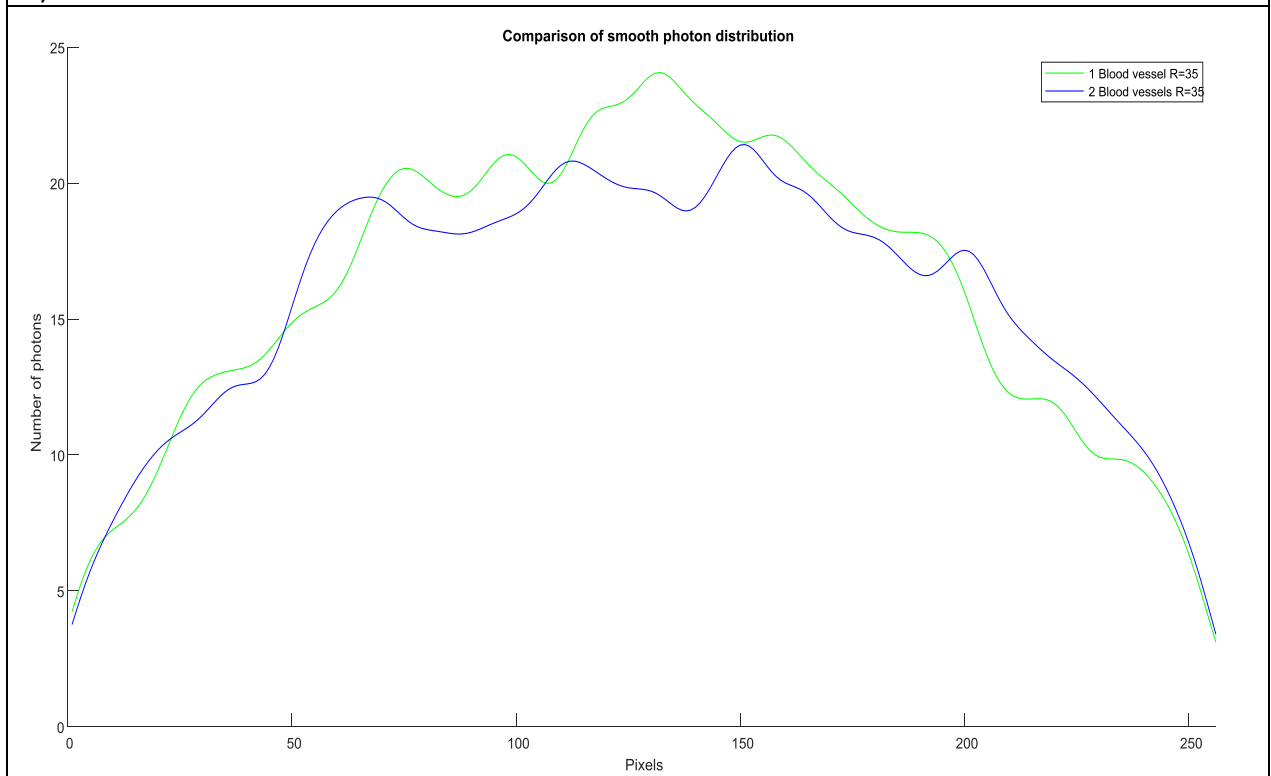
**Πίνακας 3** Πλήθος εξερχόμενων φωτονίων συνολικά στο περίγραμμα και στην πλευρά που βρίσκεται απέναντι από το σημείο εκτόξευσης για την περίπτωση 5 περιπτώσεων αγγείων.

Είδος ιστού	Πλήθος εξερχόμενων φωτονίων στο περίγραμμα	Πλήθος εξερχόμενων φωτονίων στην απέναντι πλευρά
Ιστός χωρίς αιμοφόρο αγγείο	77670	7057
Ιστός με ένα αιμοφόρο αγγείο ακτίνας 10 pixels	77320	7043
Ιστός με ένα αιμοφόρο αγγείο ακτίνας 20 pixels	77085	7248
Ιστός με ένα αιμοφόρο αγγείο ακτίνας 35 pixels	76171	8169
Ιστός με δυο αιμοφόρα αγγεία ακτίνας 35 pixels το καθένα	71128	11343

Στο Σχήμα (30) που ακολουθεί παρουσιάζεται μια σύγκριση της κατανομής των εξερχόμενων φωτονίων από την πλευρά του περιγράμματος της επιδερμίδας που βρίσκεται απέναντι από το σημείο εκτόξευσης της δέσμης, για ένα αιμοφόρο αγγείο ακτίνας 35 pixels και δυο αιμοφόρα αγγεία της ίδιας ακτίνας τοποθετημένα οριζόντια. Όπως φαίνεται στο Σχήμα (30α), όπου πρόκειται για τις πραγματικές τιμές των εξερχόμενων φωτονίων, αλλά και στο (30β), όπου είναι οι τιμές μετά από εξομάλυνση, το πλήθος είναι συγκρίσιμο και για τις δύο περιπτώσεις. Το γεγονός αυτό οφείλεται στα δύο αντικρουόμενα φαινόμενα, όπου λόγω του μεγάλου  $g$  του αίματος η πορεία της δέσμης είναι σχεδόν ευθύγραμμη, οπότε καταλήγει στο απέναντι περίγραμμα ένας μεγάλος αριθμός φωτονίων. Αντίθετα λόγω του μεγαλύτερου συντελεστή απορρόφησης του αίματος ( $\mu_A = 0.210 \text{ mm}^{-1}$ ) σε σύγκριση με αυτόν του ιστού ( $\mu_A = 0.059 \text{ mm}^{-1}$ ), το πλήθος των εξερχόμενων φωτονίων μειώνεται. Έτσι και στις δυο αυτές περιπτώσεις η κατανομή των εξερχόμενων φωτονίων κατά μήκος των pixels του απέναντι περιγράμματος είναι αρκετά όμοια.



α)



β)

**Σχήμα 30** Σύγκριση της κατανομής των εξερχόμενων φωτονίων στην πλευρά απέναντι από το σημείο εκτόξευσης για την περίπτωση ιστού με ένα ή δυο αιμοφόρα αγγεία τοποθετημένα οριζόντια ακτίνας 35 pixels το καθένα. (α) απεικόνιση χωρίς εξομάλυνση, (β) απεικόνιση με εξομάλυνση.



## 5 Συμπερασματα

Δημιουργήθηκε ένα μοντέλο που λειτουργεί σε οποιαδήποτε διδιάστατη κατανομή υλικού με γνωστές οπτικές ιδιότητες. Θεωρώντας τον χώρο ως ένα διακριτό επίπεδο, μπορούμε να επιλέγουμε τις τιμές των οπτικών παραμέτρων ( $\mu_A, \mu_S, n, g$ ) ανά *pixel*. Έτσι μπορούμε να δημιουργήσουμε μια προσομοίωση βιολογικού ιστού, του οποίου τη σύσταση μπορούμε να καθορίσουμε εμείς, και να την μεταβάλλουμε, ανάλογα με τις ανάγκες του προβλήματος, επιλέγοντας τις τιμές των  $\mu_A, \mu_S, n$  και  $g$  που αντιστοιχούν στο συγκεκριμένο μήκος κύματος που επιλέγουμε.

Το μοντέλο αυτό έχει τη δυνατότητα να προσομοιώνει την πορεία φωτονίων μέσα στον βιολογικό ιστό, να μετρά την απορροφούμενη ενέργεια ανά *pixel*, καθώς επίσης και να υπολογίζει το πλήθος των εξερχόμενων φωτονίων από κάθε *pixel* του περιγράμματος. Ο αλγόριθμος υλοποιήθηκε σε laptop Intel(R) Pentium (R) CPU N3710 @ 1.60GHz RAM 4.00GB και ο χρόνος τρεξίματος για δέσμη 10.000 φωτονίων είναι περίπου 50min. Η ιδέα για την υλοποίηση του συγκεκριμένου αλγορίθμου ήταν να δημιουργηθεί ένα μοντέλο το οποίο θα είναι όσο το δυνατόν πιο γενικό, ώστε να μπορεί να προσαρμόζεται στις ανάγκες κάθε προβλήματος, από το πιο απλό έως το πιο περίπλοκο. Ο αλγόριθμος δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για διδιάστατες επιφάνειες και για ακτινοβολία με συγκεκριμένο μήκος κύματος. Παρόλα αυτά υπάρχει η δυνατότητα ο αλγόριθμος να γίνει ακόμη πιο γενικός. Κάποιες από τις αλλαγές που μπορούν να γίνουν είναι η μετατροπή του από διδιάστατα επίπεδα σε τρισδιάστατους χώρους, που αποτελεί μια πιο ρεαλιστική προσέγγιση. Επιπλέον επιπλέον είναι δυνατό να επιλέγουμε αυθαίρετο μήκος κύματος και να υπολογίζονται αυτόματα οι τιμές των οπτικών παραμέτρων με χρήση εμπειρικών προσεγγιστικών συναρτήσεων.

Ο προσομοιωτής μπορεί να αποδειχθεί χρήσιμος σε εφαρμογές απεικόνισης του εσωτερικού του ιστού ή σε εφαρμογές μέτρησης της περιεκτικότητας του αίματος. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις μπορούν να δημιουργηθούν datasets για την εκπαίδευση αλγορίθμου μηχανικής μάθησης.

## 6 Βιβλιογραφία

- [1] Tissue Optical Properties. University of Cyprus.
- [2] Pope, R. M., & Fry, E. S. (1997). Absorption spectrum (380–700 nm) of pure water. II. Integrating cavity measurements. *Applied optics*, 36(33), 8710-8723.
- [3] Boivin, L. P., Davidson, W. F., Storey, R. S., Sinclair, D., & Earle, E. D. (1986). Determination of the attenuation coefficients of visible and ultraviolet radiation in heavy water. *Applied optics*, 25(6), 877-882.
- [4] PERIYASAMY, Vijitha; PRAMANIK, Manojit. Advances in Monte Carlo simulation for light propagation in tissue. *IEEE reviews in biomedical engineering*, 2017, 10: 122-135.
- [5] Baran, Timothy M., et al. "Photodynamic therapy of deep tissue abscess cavities: Retrospective image-based feasibility study using Monte Carlo simulation." *Medical physics* 46.7 (2019): 3259-3267.
- [6] Prael, S. A. (1989, January). A Monte Carlo model of light propagation in tissue. In *Dosimetry of laser radiation in medicine and biology* (Vol. 10305, p. 1030509). International Society for Optics and Photonics.
- [7] Lister, Tom, Philip A. Wright, and Paul H. Chappell. "Optical properties of human skin." *Journal of biomedical optics* 17.9 (2012): 090901.
- [8] Graaff, R., et al. "Optical properties of human dermis in vitro and in vivo." *Applied optics* 32.4 (1993): 435-447.
- [9] Tuchin, Valerii V. "Light scattering study of tissues." *Physics-Uspokhi* 40.5 (1997): 495.
- [10] Jacques, Steven L., and Lihong Wang. "Monte Carlo modeling of light transport in tissues." *Optical-thermal response of laser-irradiated tissue*. Springer, Boston, MA, 1995. 73-100.
- [11] Simpson, C. Rebecca, et al. "Near-infrared optical properties of ex vivo human skin and subcutaneous tissues measured using the Monte Carlo inversion technique." *Physics in Medicine & Biology* 43.9 (1998): 2465.
- [12] Karagiannidis, George K., et al. "A Low Complexity and Cost Method to Diagnose Arterial Stenosis Using Lightwave Wearables." *2019 IEEE 19th International Conference on Bioinformatics and Bioengineering (BIBE)*. IEEE, 2019.
- [13] Mikš, Antonín, Pavel Novák, and Jiří Novák. "Calculation of aberration and direction of a normal to aspherical surface." *Optics & Laser Technology* 45 (2013): 708-712.
- [14] Pogue, Brian W., and Michael S. Patterson. "Review of tissue simulating phantoms for optical spectroscopy, imaging and dosimetry." *Journal of biomedical optics* 11.4 (2006): 041102.
- [15] Splinter, Robert, and Brett A. Hooper. *An introduction to biomedical optics*. CRC press, 2006.
- [16] Li, Hui, et al. "A mouse optical simulation environment (MOSE) to investigate bioluminescent phenomena in the living mouse with the monte carlo method1." *Academic Radiology* 11.9 (2004): 1029-1038.
- [17] Lindner, Claus, et al. "Diffuse optical characterization of the healthy human thyroid tissue and two pathological case studies." *PloS one* 11.1 (2016): e0147851.
- [18] Fujii, H., et al. "Modeling of light propagation in the human neck for diagnoses of thyroid cancers by diffuse optical tomography." *International journal for numerical methods in biomedical engineering* 33.5 (2017): e2826.
- [19] Jacques, Steven L. "Optical properties of biological tissues: a review." *Physics in Medicine & Biology* 58.11 (2013): R37.

- [20] Jurovata, Dominika, et al. "Simulation of photon propagation in tissue using matlab." *Research Papers Faculty of Materials Science and Technology Slovak University of Technology* 21.Special Issue (2013): 31-36b.
- [21] Leino, Aleksi A., Aki Pulkkinen, and Tanja Tarvainen. "ValoMC: a Monte Carlo software and MATLAB toolbox for simulating light transport in biological tissue." *OSA Continuum* 2.3 (2019): 957-972.
- [22] Roggan, Andre, et al. "Optical properties of circulating human blood in the wavelength range 400-2500 nm." *Journal of biomedical optics* 4.1 (1999): 36-47.
- [23] Bashkatov, Alexey N., Elina A. Genina, and Valery V. Tuchin. "Optical properties of skin, subcutaneous, and muscle tissues: a review." *Journal of Innovative Optical Health Sciences* 4.01 (2011): 9-38.
- [24] Lo, W. C., Redmond, K., Luu, J., Chow, P., Rose, J., & Lilge, L. D. (2009). Hardware acceleration of a Monte Carlo simulation for photodynamic treatment planning. *Journal of biomedical optics*, 14(1), 014019.
- [25] Τζουτζούκης Νικόλαος, Σαλιχάι Αρμπιόν. Βιολογικός ιστός ως οπτικό υλικό. ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας. Πτυχιακή εργασία.
- [26] Khalil, Omar S. "Spectroscopic and clinical aspects of noninvasive glucose measurements." *clinical chemistry* 45.2 (1999): 165-177.
- [27] Tuchin, Valery V. *Handbook of optical sensing of glucose in biological fluids and tissues*. CRC press, 2008.
- [28] Bresenham, J. E. (1965). Algorithm for computer control of a digital plotter. *IBM Systems journal*, 4(1), 25-30.