



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΙΤΛΟΣ

Μελέτη της Επίδρασης Μικροοργανισμών σε Απλές Πρότυπες Ροές

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΑΓΑΠΑΚΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ : ΒΑΛΟΥΤΕΩΡΓΗΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

ΣΥΝΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΔΡΙΤΣΕΛΗΣ ΧΡΗΣΤΟΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2020



UNIVERSITY OF THESSALY

DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING

TITLE

Study of the Effect of Microorganisms on Simple Standard Flows

GEORGE AGAPAKIS

SUPERVISOR : VALOUGEORGIS DIMITRIS

CO-SUPERVISOR : DRITSELIS CHRISTOS

DATE : OCTOBER 2020

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η συγκεκριμένη εργασία εκπονήθηκε στον Τομέα Ενέργειας, Βιομηχανικών Διεργασιών & Αντιρρυπαντικής Τεχνολογίας. Η υπόδειξη και η επίβλεψη του θέματος έγινε από τον Δρ. Χρήστο Δριτσέλη. Θα ήθελα να τον ευχαριστήσω θερμά για την πολύτιμη καθοδήγηση και την αμέριστη βοήθεια του καθ' όλη τη διάρκεια αυτής της εργασίας. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές μου κύριο Δημήτρη Βαλουγεώργη και Γεώργιο Χαραλάμπους για τη συμμετοχή τους στην τριμελή επιτροπή .

Κλείνοντας, ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στους γονείς μου για την στήριξη που μου πρόσφεραν κατά την διάρκεια των σπουδών μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η κατανόηση της δυναμικής των διασκορπισμένων σωματιδίων σε φυσικές ροές είναι θεμελιώδους σημασίας. Στην εργασία αυτή περιγράφονται οι μηχανισμοί καθίζησης των μικροοργανισμών χρησιμοποιώντας τις απλούστερες δυνατές ροές 2D, καθώς και οι τροχιές καθίζησης ως συνάρτηση των παραμέτρων της κάθε ροής και των υδροδροδυναμικών αλληλεπιδράσεων τους. Μελετώντας τα απλά πεδία ροής, μπορούμε να προσδιορίσουμε μεμονωμένους μηχανισμούς που επηρεάζουν την τροχιά ενός σωματιδίου, τη ροή και την ταχύτητα καθίζησης του. Ειδικότερα αναλύουμε τη ροή Couette, τη ροή Kolmogorov και την Κυτταρική ροή με αριθμητικές προσομοιώσεις μέσω της χρήσης κώδικα Fortran. Βρίσκουμε ότι στην ροή Couette με κατακόρυφη διάτμηση, η προτιμησιακή ευθυγράμμιση ροής και η συσσώρευση σε περιοχές με χαμηλή κλίση αυξάνουν την καθίζηση, ενώ η οριζόντια διάτμηση μειώνει την καθίζηση μόνο λόγω ευθυγράμμισης. Ωστόσο, το μέγεθος της διάτμησης δεν επηρεάζει το ρυθμό καθίζησης. Σε απλή κάθετη ροή Kolmogorov, τα επιμήκη σωματίδια έχουν επίσης αυξημένη ταχύτητα καθίζησης καθώς περνούν περισσότερο χρόνο σε περιοχές της ροής με κάθετα ευθυγραμμισμένο προσανατολισμό, ένα αποτέλεσμα που αυξάνεται με το μέγεθος της διάτμησης. Ένα πρόσθετο χαρακτηριστικό εντοπίζεται στην οριζόντια ροή Kolmogorov, όπου προκαλείται συσσωμάτωση σε περιοχές υψηλής διάτμησης όπου η ταχύτητα καθίζησης είναι ελάχιστη. Στην Κυτταρική ροή, υπάρχει αύξηση της μέσης ταχύτητας καθίζησης με τον λόγο διαστάσεων και την διάτμηση που σχετίζεται με συσσωμάτωση σε περιοχές με χαμηλή κλίση.

ABSTRACT

Understanding the dynamics of dispersed particles in natural flows is fundamental. In this study we dissect the sedimentation mechanisms using the simplest possible 2D flows, as well as the precipitation trajectories as a function of the parameters of each flow and their hydrodynamic interactions. By studying simple flow fields, we can identify individual mechanisms that affect the orbit of a particle, their flow and their settling speed. In particular we analyze Couette flow, Kolmogorov flow and Cell Flow with numerical simulations through the use of Fortran code. We find that in Couette flow with vertical shear, preferential flow alignment and aggregation in downwelling regions both increase sedimentation, whereas horizontal shear reduces the sedimentation due only to alignment. However, the magnitude of the shear does not affect the sedimentation rate. In simple vertical Kolmogorov flow, elongated particles also have an enhanced sedimentation speed as they spend more time in downwelling regions of the flow with vertically aligned orientation, an effect that increases with the magnitude of shear. An additional feature is identified in horizontal Kolmogorov flow, whereby the impact of shear-dependent sedimentation speed is to cause aggregation in regions of high shear where the sedimentation speed is minimum. In Cellular flow, there is an increase in mean sedimentation speed with aspect ratio and shear strength associated with aggregation in downwelling regions.

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	4
ABSTRACT	5
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	7
1.1.Βιβλιογραφική ανασκόπηση.....	8
1.2.Δομή της εργασίας	9
2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	9
2.1. Επισκόπηση των μηχανισμών κινητικότητας κολύμβησης.....	9
2.2. Ροές σε χαμηλό αριθμό Reynolds	11
2.2.1. Γενικές ιδιότητες	11
2.3. Η ζωή σε χαμηλό αριθμό Reynolds	13
2.4. Υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις	13
2.4.1. Αλληλεπιδράσεις μεταξύ κυττάρων.....	13
2.4.2. Αλληλεπιδράσεις μεταξύ κυττάρων και ορίων.....	16
3. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ	18
3.1. Δυναμική των σωματιδίων.....	18
3.2. Μοντέλα ροής σωματιδίων	19
3.3. Τύποι Ροών	22
• Η Ροή Couette (Κάθετη και Οριζόντια).....	22
• Η Ροή Kolmogorov (Κάθετη και Οριζόντια)	24
• Η Κυτταρική Ροή.....	25
4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ.....	26
5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ	45
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ	47

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το φυτοπλαγκτόν είναι φωτοσυνθετικοί μικροοργανισμοί που ζουν σε υδάτινα περιβάλλοντα. Στους ωκεάνιους ιστούς είναι ιδιαίτερα σημαντικό γιατί διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο στον κύκλο άνθρακα, όπου ενεργεί ως βιολογική αντλία που μεταφέρει άνθρακα από την ατμόσφαιρα στον βαθύ ωκεανό.

Ο άνεμος και η διάτμηση του επηρεάζουν την κατανομή αυτών των οργανισμών και επιπλέον, την σύνθεση και τη βιομάζα του φυτοπλαγκτόν. Η βαρύτητα μαζί με την κίνηση του αέρα, κατευθύνουν τα φυτοπλαγκτονικά κύτταρα ανάλογα και, ως εκ τούτου, αποσταθεροποιείται η ισορροπία του φυσικού περιβάλλοντος, μεταβάλλεται η κατανομή της πυκνότητας εντός του κυττάρου και το κέντρο μάζας αυτού λόγω της ύπαρξης υδροδυναμικών ροπών εντός του υγρού των κυττάρων. Αυτό οφείλεται στην φυσική ιδιότητα των μικροοργανισμών, να σχηματίζουν υποσύνολα, τα οποία στο εσωτερικό τους διατηρούν μία κατάσταση σχετικής ισορροπίας, προκειμένου να προστατεύσουν το «οικοσύστημά» τους. Η ιδιότητα αυτή αποτελεί τον μηχανισμό επιβίωσης των μικροοργανισμών, καθώς οι διάφορες περιβαλλοντικές μεταβολές, προκαλούν μειώσεις ή απότομες αυξήσεις στον πληθυσμό τους. Η εμφάνιση του φαινομένου, οφείλεται στην ανισότιμη κατανομή της μάζας των ομάδων των μικροοργανισμών μέσα στο ρευστό, με αποτέλεσμα να προκαλείται μεταβολή των τιμών της ροπής από ομάδα σε ομάδα. Παράλληλα ωστόσο, προκύπτει η ανάπτυξη ροπής, αντίθετης κατεύθυνσης από αυτή της βαρυτικής, η οποία οφείλεται στις διατμητικές δυνάμεις που δρουν στην ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού. Η ροπή αυτή τείνει να περιστρέψει τους μικροοργανισμούς προς την κατεύθυνση της ασκούμενης διατμητικής δύναμης. Αντίθετα από τις περισσότερες περιπτώσεις της άσκησης δυνάμεων στα ρευστά, στις περιπτώσεις αυτές, η κατεύθυνση της ροής του ρευστού, μπορεί να είναι αντίθετη από την επικρατούσα ροπή στους μικροοργανισμούς.

Η φυσική που διέπει την κολύμβηση σε κλίμακα μικρού διαφέρει από τη φυσική της κολύμβησης στη μακροσκοπική κλίμακα. Ο κόσμος των μικροοργανισμών είναι κόσμος χαμηλού αριθμού Reynolds, όπου η αδράνεια παίζει μικρό ρόλο και η ιξώδης απόσβεση είναι υψίστης σημασίας. Ο αριθμός Reynolds Re ορίζεται ως $Re = \rho UL / \eta$, όπου ρ είναι η πυκνότητα υγρού, η είναι το ιξώδες του υγρού και U και L είναι τιμές ταχύτητας και μήκους της ροής, αντίστοιχα. Οι στρατηγικές κολύμβησης που χρησιμοποιούνται από μεγαλύτερους οργανισμούς σε υψηλό αριθμό Reynolds, όπως ψάρια, πουλιά ή έντομα, δεν λειτουργούν σε μικρή κλίμακα.

Η μελέτη των υδάτινων συστημάτων είναι κομβικής σημασίας για την σύγχρονη επιστήμη καθώς η κατανόηση της αλληλεπίδρασης μεταξύ των μικροοργανισμών σε υδάτινους όγκους επιτρέπει την δημιουργία μοντέλων τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διαφορετικούς τομείς όπως η επιστήμη της βιολογίας, η μηχανολογία, η χημεία, η διαχείριση έργων κοκ. Επιπλέον, λόγω του ότι το φυσικό περιβάλλον αλληλεπιδρά με το τεχνητό, επιβάλλεται μία καλύτερη κατανόηση του αποτελέσματος της μελέτης των υδάτινων όγκων και των μικροοργανισμών σε αυτές. Μελετώντας τα απλά πεδία ροής, μπορούμε να προσδιορίσουμε μεμονωμένους μηχανισμούς που επηρεάζουν την τροχιά ενός σωματιδίου, την ροή και στην ταχύτητα καθίζησης. Η κίνηση των σωματιδίων μπορεί να περιγράφεται από τις εξισώσεις ροής αδράνειας Stokes.

1.1. Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Μία από τις πρώτες έρευνες ήταν αυτή του Kessler [1] ο οποίος, κάνοντας χρήση των εξισώσεων Navier-Stokes και μελετώντας την συντήρηση των κυττάρων ανεξαρτήτως του γεωγραφικού πλάτους και ύψους, απέδειξε πως ο ρυθμός αύξησης της διακύμανσης της συγκέντρωσης των φυτοπλακτονικών κυττάρων στις επιφάνειες υδάτινων όγκων εξαρτώνται από μια παράμετρο παρόμοια με τον αριθμό Rayleigh. Αναλυτικότερα, ο Kessler απέδειξε πως οι βαρυτικές και ιξώδεις ροπές των μικροοργανισμών οι οποίοι κινούνται σε επιφάνειες υδάτων προσανατολίζουν τις τροχιές αυτών.

Λόγω της εξάρτησης της ταχύτητας και της μετατόπισης από τη βαρυτική επιτάχυνση (g) τα κύτταρα των μικροοργανισμών αυτών τείνουν να κινούνται προς τα κάτω σε περιοχές του ρέοντος περιβάλλοντος στο οποίο συγκεντρώνονται. Ως εκ τούτου, επειδή η πυκνότητα των κυττάρων είναι μεγαλύτερη από αυτή του νερού, λαμβάνει χώρα το φαινόμενο της γυροταξίας δηλαδή της δυνατότητας των ομάδων των κολυμβητών, να κινούνται με ταχύτητα ανεξάρτητη από αυτή της ροής. Με αυτό τον τρόπο δημιουργείται φθίνουσα μάζα με υψηλές συγκεντρώσεις κυττάρων και διαταρράσσεται το επίπεδο συμπύκνωσης και μεταφοράς αυτών στην επιφάνεια του νερού. Στη συνέχεια οι ερευνητές επικεντρώθηκαν στην διερεύνηση της συλλογικής συμπεριφοράς των μικροοργανισμών, μελετώντας τα κινητικά μοτίβα των ομάδων, σε συσχετισμό με τον χρόνο [2] – [12]. Η παρατήρηση αυτή, αποτέλεσε τη βάση, καθώς άλλαξε μόνιμα τον τρόπο με τον οποίο ερμηνευόταν η ομαδική συμπεριφορά των μικροοργανισμών

[13]. Έκτοτε οι ερευνητές διερευνούν τις εφαρμογές και τις ιδιότητες του φαινομένου, καθώς και μεθόδους μαθηματικής μοντελοποίησης της συμπεριφοράς των ομάδων των σωματιδίων.

Η συμπεριφορά των σωματιδίων σε μια δεδομένη ροή έχει μελετηθεί σε διάφορα περιβάλλοντα. Ο Jeffery [14] καθόρισε πως τα ουδέτερα επιπλέοντα σωματίδια συμπεριφέρονται σε ομοιόμορφη ροή διάτμησης. Συγκεκριμένα, τα ελλειψοειδή υφίστανται περιοδική κίνηση με μη ομοιόμορφο ρυθμό περιστροφής, με αποτέλεσμα στα ελλειψοειδή, ο χρόνος να συμβαδίζει με τη ροή και να αυξάνεται ως συνάρτηση του λόγου των διαστάσεων.

1.2. Δομή της εργασίας

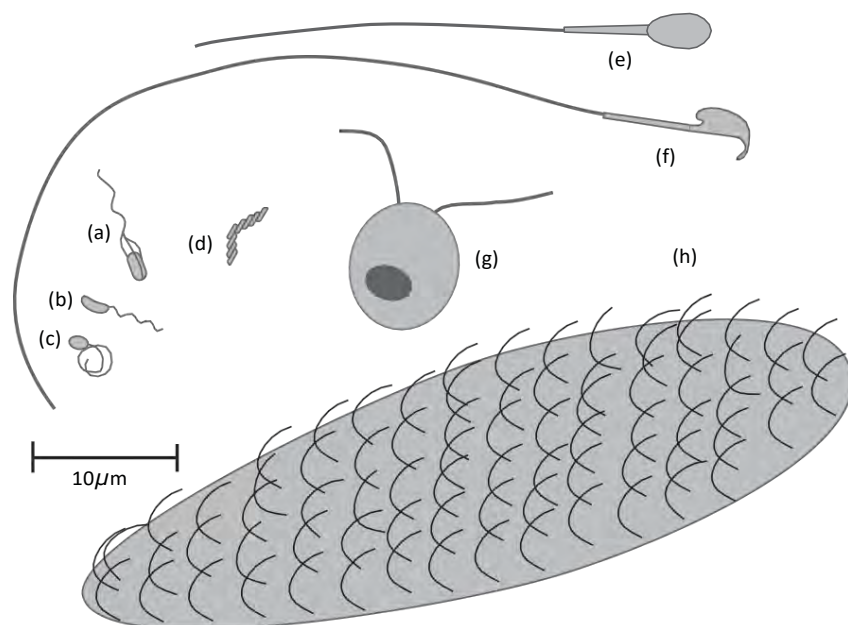
Ο στόχος αυτής της εργασίας είναι να περιγράψει τους μηχανισμούς και τις τροχιές καθίζησης μικροοργανισμών σε απλές πρότυπες ροές ως συνάρτηση των παραμέτρων της κάθε ροής και των αρχικών συνθηκών. Στην ενότητα 2 γίνεται μία επισκόπηση των μηχανισμών κινητικότητας των σωματιδίων και των υδροδυναμικών αλληλεπιδράσεων τους. Στην Ενότητα 3 παρουσιάζουμε ένα μοντέλο για να περιγράψουμε την τροχιά ενός μη επιπλέοντος ωοειδούς σφαιροειδούς με τη ροή Couette (σταθερός ρυθμός διάτμησης), τη ροή Kolmogorov (μονοκατευθυντική ροή με μη σταθερή διάτμηση) και τέλος την Κυτταρική ροή. Στο τμήμα 4 πραγματοποιούνται αριθμητικές προσομοιώσεις μέσω κώδικα Fortran και προκύπτουν αποτελέσματα που προκύπτουν μέσω του προγράμματος Tecplot για διάφορες χαρακτηριστικές τιμές των παραμέτρων ροής. Τέλος στην ενότητα 5 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα και κάποιες προτάσεις για μελλοντικές προοπτικές.

2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

2.1. Επισκόπηση των μηχανισμών κινητικότητας κολύμβησης

Σε αυτήν την ενότητα γίνεται μια σύντομη επισκόπηση των μηχανισμών κινητικότητας κολύμβησης. Ορίζουμε «κολυμβητή» ένα πλάσμα ή αντικείμενο που κινείται αλλάζοντας το σχήμα του σώματός του με περιοδικό τρόπο. Πολλοί μικροσκοπικοί κολυμβητές χρησιμοποιούν έναν ή περισσότερους μηχανισμούς για πρόωση [15]. Αυτοί θα

μπορούσαν να είναι μια σχετικά σταθερή έλικα που περιστρέφεται ενσωματωμένη στο κυτταρικό τοίχωμα, όπως στην περίπτωση του *E. Coli* (Σχ. 1a), ή να υφίσταται κινήσεις σαν μαστίγιο όπως στο σπέρμα πολλών ειδών (Σχ. 1ε και στ) [16].



Σχήμα 1. Σκίτσα μικροσκοπικών κολυμβητών, σε κλίμακα. (a) *E. Coli*. (b) *C. crescentus*. (c) *R. sphaeroides*, με flaggela νήμα σε κουλουριασμένη κατάσταση. (d) *Spiroplasma*. (e) Ανθρώπινο σπερματοζώαριο. (f) Σπερματοζώαρια ποντικού. (g) *Chlamydomonas*. (h) Ένα μικρό *Paramecium*. [15]

Υπάρχουν πολλές παραλλαγές μεταξύ των βακτηρίων κολύμβησης. Για παράδειγμα, το *Caulobacter crescentus* έχει ένα μονό δεξιό ελικοειδές νήμα (Σχ. 1b), που κινείται κατά προτίμηση δεξιόστροφα, περιστρέφοντας το νήμα με αποτέλεσμα να ωθεί το σώμα προς τα εμπρός [17]. Κατά την αριστερόστροφη περιστροφή, το νήμα τραβά το σώμα αντί να το σπρώχνει. Το βακτήριο *Rhodospirillum rubrum* γυρίζει μόνο σε μία κατεύθυνση αλλά σταματά από καιρό σε καιρό. Το νήμα του μαστιγίου σχηματίζει μία συμπαγή σπείρα όταν σταματά (Σχ. 1c) και εκτείνεται σε ελικοειδές σχήμα όταν γυρίζει.

Υπάρχουν επίσης βακτήρια που κολυμπούν χωρίς εξωτερικά νήματα (μαστίγια), όπως για παράδειγμα τα *Spirochetes*. Τα νήματα είναι ενσωματωμένα στο κυτταρικό τοίχωμα και στους δύο πόλους του επιμήκους σώματος του *Spirochete*, και τυλίγονται γύρω από το σώμα. Τέλος, τα *Spiroplasma* είναι ελικοειδή βακτήρια χωρίς μαστίγιο (Σχ. 1d). Αυτά τα κύτταρα κολυμπούν μέσω του πολλαπλασιασμού ζευγών συστροφών κατά μήκος του σώματος, και αντί του μαστιγίου, οι συστροφές πιστεύεται ότι δημιουργούνται από συστολή του κυτταροσκελετού [17].

Από το σώμα μια μεγάλης πλειοψηφίας κυτάρων εκτείνονται λεπτές δομές που μοιάζουν με τρίχες (cilia) και μαστίγια (flagella). Η ευκαρυωτική flagella και cilia είναι πολύ μεγαλύτερη από τη βακτηριδιακή, με τυπική διάμετρο 200nm, και με περίπλοκη εσωτερική δομή. Υπάρχει μια τεράστια ποικιλομορφία στο ρυθμό και το μήκος της ευκαρυωτικής flagella και της cilia. Για παράδειγμα, το σπέρμα πολλών οργανισμών αποτελείται από μια κεφαλή που περιέχει το γενετικό υλικό που προωθείται από ένα νήμα με ένα επίπεδο ή ακόμα και ελικοειδές, ανάλογα με το είδος. Το μήκος του μαστιγίου είναι 12 μm σε μερικά Hymenoptera, 20 μm για ιπποπόταμους, 40 μm για τον άνθρωπο (Σχ. 1e), 80 μm για ποντίκια (Σχ. 1f), και μπορεί να έχει μήκος 1 mm ή ακόμη και αρκετά cm σε ορισμένα φρούτα. Πολλοί οργανισμοί έχουν πολλαπλή flagella. *Chlamydomonas reinhardtii* είναι μια άλγη με δύο μαστίγια που μπορούν να παρουσιάσουν σχήματα ciliary και flagellar (Σχ. 1g). Όταν εκτίθεται σε έντονο φως, τα φύκια κολυμπούν αντίστροφα, με τα δύο flagella εκτεταμένα και διαδίδοντας κύματα κάμψης μακριά από το κυτταρικό σώμα όπως στην περίπτωση των σπερματοζωαρίων που περιγράφονται παραπάνω. Το *Paramecium* είναι ένα άλλο κλασικό παράδειγμα ενός μικροοργανισμού με cilia. Η επιφάνειά του καλύπτεται από χιλιάδες cilia που χτυπούν με συντονισμένο τρόπο, ωθώντας το κελί σε ταχύτητες 500 $\mu\text{m/s}$ (Σχ. 1h). Επίσης συστοιχίες της cilia βρίσκονται στον αεραγωγό προς τη ρινική δίοδο.

2.2. Ροές σε χαμηλό αριθμό Reynolds

2.2.1. Γενικές ιδιότητες

Σε αυτή την ενότητα περιγράφουμε τις γενικές ιδιότητες της ροής σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds. Για να προσδιοριστεί η κατανομή της δύναμης σε έναν οργανισμό, πρέπει να επιλυθεί η ροή \mathbf{u} και η πίεση p στο περιβάλλον υγρό [18]. Για ένα ασυμπίεστο Νευτωνικό υγρο με πυκνότητα ρ και ιξώδες η , η ροή ικανοποιεί τις εξισώσεις Navier-Stokes

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) \mathbf{u} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u}, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

με οριακές συνθήκες κατάλληλες για το πρόβλημα. Οι εξισώσεις Navier-Stokes υποδηλώνουν τη διατήρηση της ορμής. Οι ποσότητες \mathbf{u} και p είναι γνωστές, ο τανυστής πίεσης δίνεται από τη σχέση $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{1} + \eta [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T]$,

και η δύναμη F και ροπή L που ενεργούν στο σώμα βρίσκονται με ολοκλήρωση με βάση τη σχέση.

$$\mathbf{F}(t) = \iint_S \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} dS, \quad \mathbf{L}(t) = \iint_S \mathbf{x} \times (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) dS. \quad (2)$$

Ο αριθμός Reynolds είναι μια αδιάστατη ποσότητα που χαρακτηρίζει τη ροή που προκύπτει με την επίλυση της Εξ. (1). Σε μια σταθερή ροή με τυπική ταχύτητα U γύρω από ένα σώμα μεγέθους L , ο αριθμός Reynolds Re ορίζεται ως $\rho UL/\eta$ και εκφράζει το λόγο των αδρανειακών δυνάμεων $\sim \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$, προς τις ιξώδεις δυνάμεις ανά μονάδα όγκου, $\sim \eta \nabla^2 \mathbf{u}$. Σε μια ροή σε έναν χαμηλό αριθμό Reynolds κυριαρχούν ιξώδεις δυνάμεις.

Μπορούμε επίσης να αναλογιστούμε το Re ως αναλογία δυνάμεων στο σώμα. Η ιξώδης τάση δίνεται από $\tau_{adv} \sim \eta U / L$, και η ιξώδης δύναμη είναι της μορφής $f_{viscous} \sim \eta UL$. Η αδρανειακή τάση δίνεται από $\tau_{inertial} \sim \rho U^2$, και επομένως η αδρανειακή δύναμη είναι $f_{inertial} \sim \rho U^2 L^2$. Επομένως ο αριθμός Reynolds δίνεται από $Re = f_{inertial} / f_{viscous}$, και επομένως σε χαμηλό αριθμό Reynolds, οι ιξώδεις δυνάμεις είναι κυρίαρχες. Εναλλακτικά ο Reynolds εκφράζει το λόγο των χρονικών κλιμάκων. Η τυπική χρονική κλίμακα που σχετίζεται με τη διαταραχή της τοπικής ταχύτητας που μεταφέρεται με τη ροή κατά μήκος του σώματος είναι $\tau_{diff} \sim L / U$, ενώ η τυπική χρονική κλίμακα λόγω της διάχυσης είναι $\tau_{diff} \sim \rho L^2 / \eta$. Προκύπτει ότι $Re = \tau_{diff} / \tau_{adv}$ μια ροή χαμηλό αριθμό Reynolds είναι αυτός για τον οποίο η μεταφορά υγρών κυριαρχείται από ιξώδη διάχυση.

Στο νερό ($\rho \approx 10^3 \text{ kg / m}^3$, $\eta \approx 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$), ένα βακτήριο κολύμβησης όπως *E. Coli* με $E \approx 10 \text{ } \mu\text{m / s}$ και $L \approx 1-10 \text{ } \mu\text{m}$ έχει αριθμό Reynolds $Re \approx 10^{-5} - 10^{-4}$. Ένα ανθρώπινο σπερματοζωάριο με $E \approx 200 \text{ } \mu\text{m / s}$ και $L \approx 50 \text{ } \mu\text{m}$ κινείται με τον $Re \approx 10^{-2}$. Τα μεγαλύτερα ciliates, έχουν $E \approx 1 \text{ mm / s}$ και $L \approx 100 \mu\text{m}$, και ως εκ τούτου $Re \approx 0.1$ [17]. Σε αυτούς τους χαμηλούς αριθμούς Reynolds, είναι σκόπιμο να μελετηθεί το όριο $Re=0$, για το οποίο οι εξισώσεις Navier-Stokes (1) απλοποιούνται στις εξισώσεις Stokes

$$-\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (3)$$

Δεδομένου ότι οι ροές κολύμβησης είναι συνήθως ασταθείς, υποθέτουμε εμμέσως την τυπική συχνότητα ω που είναι αρκετά μικρή έτσι ώστε ο αριθμός συχνότητας Reynolds $\rho L \omega^2 / \eta$ είναι επίσης μικρός. Η Εξ. (3) είναι γραμμική και ανεξάρτητη από το χρόνο, γεγονός με σημαντικές συνέπειες για την κίνηση.

2.3. Η ζωή σε χαμηλό αριθμό Reynolds

Στη συνέχεια εξετάζεται το γενικό πρόβλημα της αυτοκινούμενης κίνησης σε χαμηλό αριθμό Reynolds. Καλούμε ένα σώμα «κολυμβητή» εάν παραμορφώνοντας την επιφάνειά του είναι σε θέση να διατηρήσει την κίνηση μέσω του ρευστού απουσία εξωτερικών (μη υδροδυναμικών) δυνάμεων και ροπών [19].

Σε έναν κόσμο χαμηλού αριθμού Reynolds, η απόκριση του υγρού στην κίνηση των ορίων είναι στιγμιαία. Στο όριο των πολύ χαμηλών Re, οι διαταραχές της ταχύτητας χρησιμοποιούνται γρήγορα σε σχέση με τον ρυθμό με τον οποίο τα σωματίδια του υγρού μεταφέρονται κατά μήκος της ροής [20]. Συνοψίζοντας, ο ρυθμός με τον οποίο αλλάζει η ορμή ενός κολυμβητή χαμηλού Re είναι εντελώς αμελητέος σε σύγκριση με το τυπικό μέγεθος των δυνάμεων από το γύρω ιξώδες υγρό. Ως αποτέλεσμα, ο νόμος του Νεύτωνα για στιγμιαία ισορροπία μεταξύ εξωτερικών δυνάμεων και ροπών δίνεται από:

$$\mathbf{F}_{\text{ext}}(t) + \mathbf{F}(t) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{L}_{\text{ext}}(t) + \mathbf{L}(t) = \mathbf{0}. \quad (4)$$

Στις περισσότερες περιπτώσεις, δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις, και $\mathbf{F}_{\text{ext}}(t) = \mathbf{0}$.

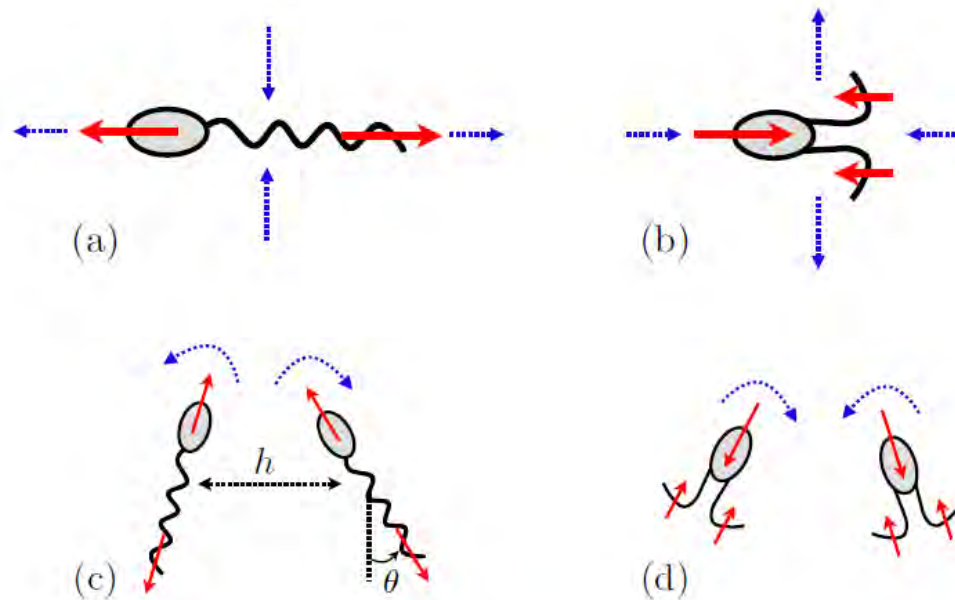
Μαθηματικά, το πρόβλημα κολύμβησης αναφέρεται ως ένα σώμα βυθισμένο σε ιξώδες υγρό [21]. Σε σχέση με κάποιο αυθαίρετο σημείο στο σώμα του, ο κολυμβητής παραμορφώνει την επιφάνειά του με καθορισμένο χρονικά μεταβαλλόμενο τρόπο που δίνεται από ένα πεδίο ταχύτητας στην επιφάνειά του, $u_s(t)$. Η ταχύτητα $u_s(t)$ είναι το «βάδισμα κολύμβησης». Ο κολυμβητής είναι ένα παραμορφώσιμο σώμα από τον ορισμό, αλλά μπορεί να θεωρείται κάθε στιγμή ως ένα συμπαγές σώμα με άγνωστη ταχύτητα $U(t)$ και ρυθμό περιστροφής $\Omega(t)$.

2.4. Υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις

2.4.1. Αλληλεπιδράσεις μεταξύ κυττάρων

Οι μικροοργανισμοί που κολυμπούν σε ιξώδη υγρά το κάνουν συνήθως σε ημιαραιωμένους ή πυκνούς πληθυσμούς κυττάρων. Καθώς ένας οργανισμός κολυμπά, δημιουργεί μια ροή που θα γίνει αισθητή από τα κοντινά κύτταρα, και πιθανόν να επηρεάσει τη δυναμική στο επίπεδο ολόκληρου του πληθυσμού. Για παράδειγμα, τα

σπερματοζωάρια που εμπλέκονται στην αναπαραγωγή του ανθρώπου μπορεί να κολυμπούν σε μεγέθη πληθυσμού τόσο υψηλά όσο εκατομμύρια κύτταρα. Τα βακτηριακά εναιωρήματα εμφανίζουν τη λεγόμενη «βακτηριακή τύρβη», όπου η μεγάλης κλίμακας κίνηση με τη μορφή στροβιλισμού ρυθμίζεται όταν τα κύτταρα συγκεντρώνονται επαρκώς. Ακόμη και για μικρούς αριθμούς κυττάρων, οι υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις υποτίθεται ότι παίζουν σημαντικό ρόλο, ιδίως στην αναπαραγωγή. Αυτό ισχύει για τα σπερματοζωάρια του ποντικού που συσσωρεύονται και έτσι κολυμπούν γρηγορότερα. Η σύζευξη των σπερματοζωαρίων των οπόσουμ τους επιτρέπει να κολυμπούν πιο αποτελεσματικά σε πολύ ιξώδη υγρά. Τα σπερματοζωάρια των ψαριών συγκεντρώνονται σε πυκνές δέσμες για παρόμοιους λόγους. Πρόσφατα, τα σπερματοζωάρια των αχινών παρατηρήθηκαν να ταξινομούνται σε περιοδικές δινες.



Σχήμα 2. Η ροή που δημιουργήθηκε από έναν κολυμβητή με χαμηλό αριθμό Reynolds. (a): Τα στοιχεία που είναι pusher έχουν δίπολο θετικής δύναμης ($\rho > 0$), και προκαλείτε μια ροή που κατευθύνεται μακριά από κύτταρα κατά μήκος της κατεύθυνσης κολύμβησης (απόθηση) και μια ροή που κατευθύνεται προς τα κελιά κατά μήκος της πλευράς τους (έλξη) (τα κόκκινα στερεά βέλη αντιπροσωπεύουν τοπική δύναμη από το κελί στο γύρω υγρό (b): Τα στοιχεία που είναι puller έχουν δίπολο αρνητικής δύναμης, προκαλώντας μια ελκυστική ροή κατά μήκος της κατεύθυνσης κολύμβησης και μια απωθητική ροή κατά μήκος της πλευράς τους. (c) Δύο pusher σε μια συγκλίνουσα πορεία αναπροσανατολίζουν το ένα το άλλο, και τείνουν προς μια ρύθμιση με τα κύτταρα παράλληλα και κολυμπώντας δίπλα-δίπλα (d) Δύο puller σε μια διαφορετική πορεία αναπροσανατολίζουν το ένα το άλλο, τείνοντας προς μια διαμόρφωση στην οποία τα κύτταρα είναι αντιπαράλληλα, κολυμπώντας το ένα από το άλλο.[16]

Ας εξετάσουμε πρώτα τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ δύο κυττάρων κολύμβησης. Η ροή που δημιουργείται από τον πρώτο οργανισμό (κύτταρο A) θα οδηγήσει γενικά σε δύο

τύπους παθητικών υδροδυναμικών αλληλεπιδράσεων με τον γείτονά του (κύτταρο B). Πρώτον, το κελί B θα νιώσει το πεδίο ταχύτητας που δημιουργείται από το κελί A και θα συνεχιστεί ως αποτέλεσμα από αυτήν τη ροή. Επιπλέον, το κελί B θα νιώσει επίσης τις κλίσεις στο πεδίο ταχύτητας που δημιουργείται από το κελί A, οι οποίες τείνουν να αλλάζουν τον προσανατολισμό του B και, επομένως, επηρεάζουν τη μελλοντική κατεύθυνση κολύμβησης.

Ο πρώτος τύπος υδροδυναμικής αλληλεπίδρασης μπορεί να γίνει κατανοητός διαισθητικά, λαμβάνοντας υπόψη την απόσταση που δημιουργείται από ένα κελί κολύμβησης. Δεδομένου ότι ένα κελί είναι απαλλαγμένο από τη δύναμη, η ταχύτητα στο άκρο είναι ένα δίπολο δύναμης ως $1 / r^2$. Γενικά, μπορούν να προκύψουν δύο διαφορετικοί τύποι διπόλων δύναμης, οδηγώντας σε σημαντικές διαφορετικές φυσικές εικόνες. Κελιά για τα οποία $p > 0$ ονομάζονται "pusher" και περιλαμβάνουν τυπικά σπερματοζώαρια κολύμβησης ή βακτήρια όπως E Coli, απωθούν το υγρό από το σώμα και τραβούν το υγρό προς τα πλάγια (Σχ. 2(a)) τα κόκκινα στερεά βέλη αντιπροσωπεύουν τοπική ώθηση από το κελί στο γύρω υγρό. Κελιά με $p < 0$ ονομάζονται "pullers", το πρωτότυπο παράδειγμα του οποίου είναι η άλγη Χλαμύδονα. Οι pullers τραβούν το υγρό κατά μήκος της επιμήκους κατεύθυνσης και ωθούν το υγρό από τις πλευρές (Σχ. 3(b)). Μαθηματικά, η ροή που προκλήθηκε από απόσταση r από το δίπολο $\mathbf{p} = p\mathbf{e}$ δίνεται από:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \frac{p}{8\pi\eta r^3} [3 \cos^2 \theta - 1] \mathbf{r}, \quad (5)$$

όπου θ είναι η γωνία μεταξύ της διπολικής κατεύθυνσης \mathbf{e} , και η θέση ροής \mathbf{r} .

Μεταξύ δύο κυττάρων ο επαναπροσανατολισμός λόγω ταχύτητας προκαλείται από τη ροή που δημιουργείται από την Εξ. (5), δίνεται από:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} = \frac{3p}{4\pi\eta} \frac{(\mathbf{e} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{e} \times \mathbf{r})}{r^5}. \quad (6)$$

Μια σφαίρα που υπόκειται σε αυτή τη ροή θα περιστρέφεται με ρυθμό μισού στροβιλισμού, $\boldsymbol{\Omega} = 1/2 \boldsymbol{\omega}$, σε αναλογία του μεγέθους της σφαίρας και του διαχωρισμού της σφαίρας από τους μικροοργανισμούς που προκαλούν τη ροή. Για αλληλεπιδρώντα κελιά, τα οποία συνήθως δεν είναι σφαιρικά, ένα επιπλέον συστατικό για το $\boldsymbol{\Omega}$ προκύπτει

από το συμμετρικό μέρος του ρυθμού παραμόρφωσης, $\mathbf{E} = 1/2 (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$, αφού τα επιμήκη κύτταρα τείνουν να ευθυγραμμίζονται με τον κύριο άξονα του, $\mathbf{\Omega} \sim \mathbf{e} \times (\mathbf{E} \mathbf{e})$, που εξαρτάται από τη γεωμετρία των κυττάρων (συνήθως θετική για τα ωοειδή κύτταρα και αρνητική για τα καθιερωμένα κύτταρα). Όπως συνέβη και για την έλξη / απόθεση μεταξύ των κυττάρων, και τα δύο $\mathbf{\omega}$ και \mathbf{E} αλλάζουν φορά με το p , και αναμένεται να προκύψουν ποιοτικά διαφορετικές περιστροφικές συμπεριφορές για pushers και pullers. Για pushers οι κοντινές πιέσεις σε μια συγκλίνουσα πορεία προκαλούν ροές από το ένα στον άλλο που τους αναπροσανατολίζουν στην παράλληλη διαμόρφωση (Σχ. 2(c)). Εάν τα κελιά διαχωρίζονται από απόσταση h , και είναι προσανατολισμένα με γωνία θ σε σχέση με την απόσταση κάθετη στον διαχωρισμό τους, ο επαναπροσανατολισμός λαμβάνει χώρα με ρυθμό περιστροφής $\Omega \sim -p\theta / \eta h^3$. Αντίθετα, οι pullers προκαλούν την αντίθετη ροή, η οποία οδηγεί σε αναπροσανατολισμό των κυττάρων κατά την επιμήκη κατεύθυνση (Σχ. 2(d)).

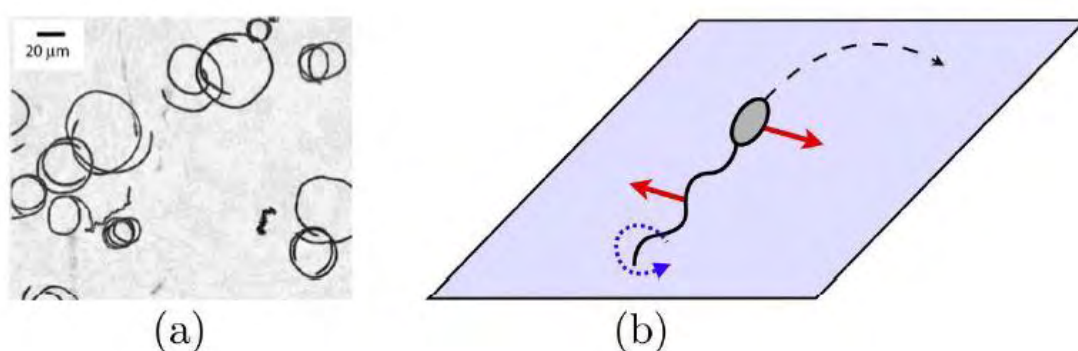
Είναι ενδιαφέρον, τόσο για τους pushers όσο και για τους pullers είναι ότι η τελική διαμόρφωση είναι κάτι για την οποία τα κύτταρα προκαλούν πεδία έλξης ροών μεταξύ τους. Όπως συζητείται παρακάτω, παρόμοια αποτελέσματα διέπουν τον προσανατολισμό των κελιών κοντά στα όρια. Τα παραπάνω αποτελέσματα περιγράφουν κατάλληλα τις υδροδυναμικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των κυττάρων. Επιδράσεις υψηλότερης τάξης μπορούν να εξεταστούν με διάφορα επίπεδα ακρίβειας μοντελοποίησης.

2.4.2. Αλληλεπιδράσεις μεταξύ κυττάρων και ορίων

Ακριβώς όπως άλλα γειτονικά κύτταρα επηρεάζουν τη δυναμική ενός μικροοργανισμού κολύμβησης, η παρουσία ορίων και γενικότερα η συγκράτηση, επηρεάζουν σημαντικά και την κίνηση των κυττάρων. Εκτός από την επίδραση της συγκέντρωσης χημικών ειδών που επηρεάζουν την κινητικότητα των μικροοργανισμών, τα όρια τροποποιούν τις υδροδυναμικές καταπονήσεις που δρουν στα κύτταρα, και η κινητικότητα πλησίον του τοιχώματος διαφέρει τόσο βιολογικά όσο και φυσικά από τη μαζική κινητικότητα. Η βιολογική κινητικότητα κοντά στα όρια περιλαμβάνει βακτηριακές λοιμώξεις που σχετίζονται με την επιφάνεια, σχηματισμό βιομάζας, κίνηση σπερματοζωαρίων σε έναν οικόσημο κόμβο και αλλαγή συμπεριφοράς που σχετίζεται με την επιφάνεια. Σε αυτήν την ενότητα, εστιάζουμε στους μηχανισμούς ρευστού της κίνησης κοντά σε τοιχώματα.

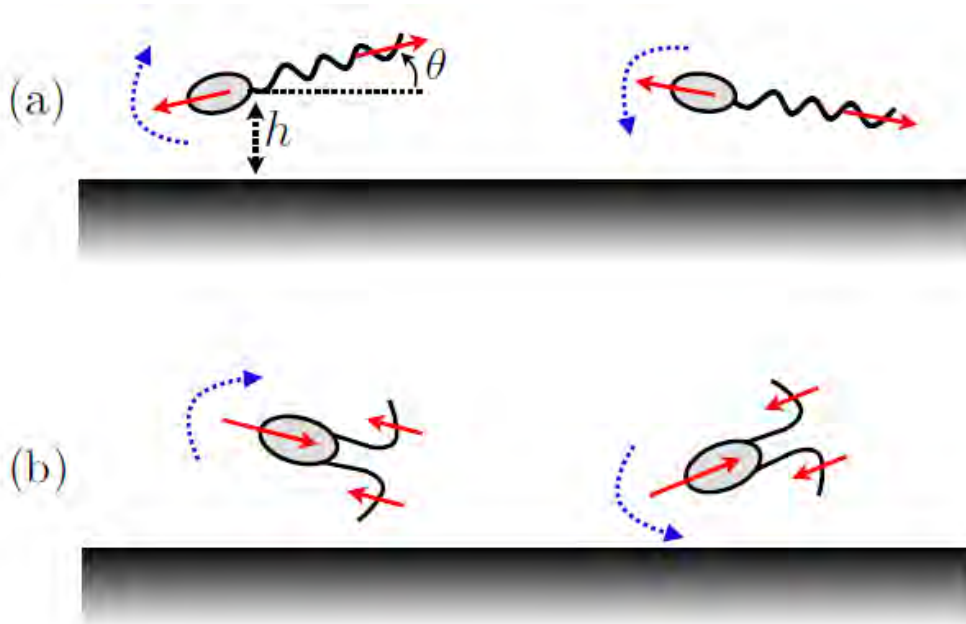
Τέσσερις ξεχωριστές πτυχές της κινητικής κίνησης τροποποιούνται από την παρουσία κοντινών ορίων. Το πρώτο είναι η αλλαγή στην ταχύτητα κολύμβησης κοντά σε έναν τοίχο, η οποία αντιμετωπίστηκε θεωρητικά από διάφορες μελέτες.

Ο δεύτερος τύπος επιρροής του τοιχώματος στην κινηματική κολύμβησης ορισμένων μικροοργανισμών είναι μια αλλαγή στις τροχιές τους. Αυτό είναι το πιο γνωστό στην περίπτωση βακτηρίων κολύμβησης που έχουν ελικοειδή αγγεία, όπως *E. Coli*, και αλλάζει την πορεία κολύμβησης από ευθεία σε κυκλική κοντά σε μια επιφάνεια (Σχ. 3(a)).



Σχήμα 3. Κύκλος κολύμβησης βακτηρίων κοντά στα όρια. (a): Κυκλικες τροχιές για ομαλή κολύμβηση *E. Coli* βακτήρια κοντά σε γυάλινη επιφάνεια. (b): Φυσικός μηχανισμός για κολύμβηση με κύκλο · η περιστροφή κοντά στην επιφάνεια (μπλε διάστικτο βέλος) προκαλεί μια καθαρή δύναμη στην flagella παράλληλη προς την επιφάνεια αλλά κάθετη προς τον άξονα flagella (κόκκινα βέλη, στερεά) · Μια ισότιμη και αντίθετη δύναμη ενεργεί στο σώμα του κυττάρου λόγω της εναλλαγής περιστροφής του, με αποτέλεσμα μια ροπή που προκαλείται από το τοίχωμα να δρα στο κελί και να προκαλείται μια κυκλική τροχιά κολύμβησης (μαύρο βέλος, διακεκομμένο).[16]

Η τρίτη επίδραση των ορίων στα κύτταρα κολύμβησης είναι ανάλογη με την έλξη και τον επαναπροσανατολισμό που προκαλείται από αλληλεπιδράσεις από κυττάρo σε κυττάρo.



Σχήμα 4. Περιστροφή των κυττάρων κολύμβησης που προκαλείται από τον τοίχο. Ένα κελί κολύμβησης βρίσκεται σε απόσταση h από μια συμπαγή επιφάνεια, και υπό γωνία θ σε σχέση με την κατεύθυνση της επιφάνειας. (α): Οι pushers επαναπροσανατολίζονται υδροδυναμικά στην κατεύθυνση παράλληλη προς την επιφάνεια (ισορροπία, $\theta = 0$); (β): Οι pullers επαναπροσανατολίζονται προς την κατεύθυνση κάθετη προς την επιφάνεια (ισορροπία, $\theta = \pm \pi / 2$).[16]

Η τέταρτη υδροδυναμική επίδραση των ορίων, λιγότερο μελετημένη, είναι μια πιθανή μείωση των υδροδυναμικών αλληλεπιδράσεων από κυττάρο σε κυττάρο κοντά σε στερεές επιφάνειες. Πράγματι, σε πολλές περιπτώσεις, μια ροή σε απόσταση h από μια συμπαγή επιφάνεια ακυρώνεται στο άκρο από την εικόνα της στην άλλη πλευρά της επιφάνειας, και η συνολική ροή αποσυντίθεται γρηγορότερα (Σχ.4).

3. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

3.1. Δυναμική των σωματιδίων

Η κατανόηση της δυναμικής των διασκορπισμένων σωματιδίων σε φυσικές ροές είναι θεμελιώδους σημασίας [22]. Το πρόβλημα, ωστόσο, δεν είναι καθόλου εύκολο. Ακόμη και μια ουσιαστική κατηγοριοποίηση απαιτεί κάποια επεξεργασία. Ας ξεκινήσουμε με την προσέγγιση των παθητικών σωματιδίων. Όταν τα σωματίδια είναι μικρά και οι πυκνότητες τους είναι συγκρίσιμες με το φέρον υγρό, συνήθως ακολουθούν την τοπική

κίνηση του υγρού. Σωματίδια αυτού του τύπου χρησιμοποιούνται ως ιχνηλάτες υγρών σε πειραματικές μελέτες τυρβωδών ροών ρευστών. Εάν κάποια από αυτές τις προϋποθέσεις δεν πληρούται, η δυναμική των σωματιδίων αποκλίνει από εκείνη του υγρού. Τέτοια σωματίδια ονομάζονται γενικά αδρανειακά σωματίδια. Η κατάσταση γίνεται πιο περίπλοκη εάν τα σωματίδια είναι ενεργά εάν δηλαδή μπορούν να αυτό-ωθούνται μετατρέποντας αποθηκευμένη ή περιβάλλουσα ελεύθερη ενέργεια σε συστηματική κίνηση, όπως ζωοπλαγκτόν στον ωκεανό, ή αν τα σωματίδια μπορούν να ανταλλάξουν μάζα, ορμή, ή ενέργεια με το υγρό μεταφοράς τους. Τόσο για τα παθητικά όσο και για τα ενεργά σωματίδια, εάν η ποσότητα της συσσωμάτωσης είναι υψηλή, η παρουσία τους θα τροποποιήσει την υποκείμενη ροή, η οποία με τη σειρά της επηρεάζει πίσω στη δυναμική των σωματιδίων.

3.2. Μοντέλα ροής σωματιδίων

Ενώ τα διάτομα και οι μικροοργανισμοί γενικότερα, έχουν ένα ευρύ φάσμα σχημάτων, οι πιο περίπλοκες μορφολογίες μοιράζονται μεγάλο μέρος της δυναμικής των σφαιροειδών. Για την ανιχνευσιμότητα και την απλότητα, θεωρούμε ότι η κίνηση ενός ωοειδούς σφαιροειδούς, κεντραρισμένη στη θέση x με τον άξονα συμμετρίας που δίνεται από τον p . Το μέγεθος διατόμου είναι μικρό σε σύγκριση με την κλίμακα μήκους Kolmogorov και ο λόγος πυκνότητας διατόμων προς θαλάσσιο νερό κυμαίνεται συνήθως στο εύρος 1-1.3. Επιπλέον, οι χρόνοι περιστροφικής χαλάρωσης σωματιδίων είναι μικρότεροι από τον χρόνο χαλάρωσης μεταφοράς, ο οποίος είναι ο ίδιος τουλάχιστον χίλιες φορές μικρότερος από τους τυπικούς χρόνους χαλάρωσης των ωκεανών τυρβωδών ροών που προκαλούνται γύρω από τα σωματίδια. Εδώ, θα εξετάσουμε μόνο τις σταθερές ροές και θα υποθέσουμε ότι τα σωματίδια είναι πολύ μικρότερα από τις κλίμακες μήκους ροής. Επομένως, ακολουθούμε τη συλλογιστική ότι εάν το σφαιροειδές προσκολλάται στην τοπική ταχύτητα υγρού, u και βυθίζεται με ταχύτητα καθίζησης v_s , η οποία εξαρτάται από τον προσανατολισμό των σωματιδίων p , τότε το x διέπεται από:

$$\frac{dx}{dt} = u + v_s(p).$$

(3.1)

Η περιστροφή του σωματιδίου προσδιορίζεται ως συνάρτηση του στροβιλισμού ω και του ρυθμού παραμόρφωσης E του πεδίου ροής όπως καθορίζεται από την εξίσωση του Jeffery,

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{1}{2}\omega \times \mathbf{p} + \beta(\mathbf{I} - \mathbf{p}\mathbf{p}) \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{p}, \quad (3.2)$$

όπου ο συντελεστής σχήματος β δίνεται για ένα ωοειδές σφαιροειδές ως συνάρτηση του λόγου διαστάσεων, A_R , έτσι ώστε:

$$\beta = \frac{A_R^2 - 1}{A_R^2 + 1}. \quad (3.3)$$

Η ταχύτητα καθίζησης, έναντι (\mathbf{p}), μπορεί να εκφραστεί ως

$$\mathbf{v}_s = v_s^{\min} \mathbf{e}_g + (v_s^{\max} - v_s^{\min}) (\mathbf{e}_g \cdot \mathbf{p}) \mathbf{p}, \quad (3.4)$$

όπου η μέγιστη ταχύτητα βύθισης του v_{\max} συμβαίνει όταν ο άξονας συμμετρίας, \mathbf{p} , είναι κατακόρυφος και ευθυγραμμισμένος με το φορέα βαρύτητας μονάδας \mathbf{e}_g , και η ελάχιστη ταχύτητα βύθισης του v_{\min} εμφανίζεται όταν το \mathbf{p} είναι οριζόντιο.

Παρουσιάζουμε επίσης την παράμετρο s_f που μετρά τον τρόπο με τον οποίο αυξάνεται ο λόγος των ταχυτήτων βύθισης για μια σφαίρα, που ορίζεται ως:

$$s_f = \frac{v_s^{\max}}{v_s^{\min}} - 1. \quad (3.5)$$

Η αναλογία v_{\max} προς v_{\min} είναι αντιστρόφως ανάλογη με τις λειτουργίες αντίστασης, που δίδονται για ένα ωοειδές σφαιροειδές, από το οποίο μπορούμε να γράψουμε s_f ως συνάρτηση του λόγου διαστάσεων, αποδίδοντας:

$$s_r = 2 \frac{-2e + (1 + e^2)L}{2e + (3e^2 - 1)L} - 1, \quad (3.6)$$

Όπου,

$$L = \ln \left(\frac{1 + e}{1 - e} \right), \quad (3.7)$$

και e είναι η εκκεντρότητα της δημιουργίας έλλειψης, που δίνεται από

$$e = \sqrt{1 - \frac{1}{s_R^2}}. \quad (3.8)$$

Θεωρούμε ότι η ταχύτητα ρευστού και η μεταφορά των σωματιδίων περιορίζονται στο επίπεδο x, y , με $p = (\sin \theta, \cos \theta)^T$ και $\omega = \omega \mathbf{k}$, όπου παίρνουμε τα $\{i, j, k\}$ ως διανύσματα μονάδας προς την κατεύθυνση των αξόνων x, y και z . Σημειώνουμε ότι ο φορέας βαρύτητας $\mathbf{e}_g = -\mathbf{j}$. Ο προσανατολισμός των σωματιδίων καθορίζεται έτσι μέσω της χρονικής εξέλιξης της γωνίας θ έτσι ώστε:

$$\dot{\theta} = -\frac{1}{2}\omega + \beta(\sin 2\theta E_{11} + \cos 2\theta E_{12}). \quad (3.9)$$

Η μέση ταχύτητα βύθισης δίνεται από:

$$v_s^{\text{iso}} = \frac{v_s^{\text{max}} + v_s^{\text{min}}}{2}. \quad (3.10)$$

Ως εκ τούτου, οι παράμετροι της ταχύτητας καθίζησης είναι:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{i} &= -\frac{2s_r}{s_r + 2} \sin \theta \cos \theta, \\ \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{j} &= -\frac{2}{s_r + 2} (s_r \cos^2 \theta + 1). \end{aligned} \quad (3.11) \quad (3.12)$$

Το πλήρες σύστημα εξισώσεων διέπεται συνεπώς από την εξίσωση για τη θέση των σωματιδίων (3.1), με στοιχεία της ταχύτητας καθίζησης που δίδονται από (3.11, 3.12), σε συνδυασμό με την εξίσωση για τον προσανατολισμό των σωματιδίων, (3.9). Στην ακόλουθη ενότητα αποτελεσμάτων, θα εξεταστεί μια περιοχή πεδίων ροής και θα εξεταστεί η επίδραση του σχήματος, όπως περιγράφεται από τον λόγο διαστάσεων, A_R και της διάτμησης γ . Σημειώνεται ότι οι παράμετροι β και s_r που εμφανίζονται στις εξισώσεις που καθορίζονται ως συναρτήσεις του A_R στο (3.3, 3.6–3.8). Οι εξισώσεις που διέπουν επιλύονται χρησιμοποιώντας κώδικα σε Fortran.

3.3. Τύποι Ροών

- Η Ροή Couette (Κάθετη και Οριζόντια)

Θεωρούμε αρχικά τη ροή Couette, η οποία έχει ομοιόμορφη διάτμηση, και ο ρυθμός περιστροφής εξαρτάται μόνο από τον προσανατολισμό των σωματιδίων και όχι από τη θέση των σωματιδίων. Μια πλήρης τροχιά Jeffery T, σε ομοιόμορφη διάτμηση, γ , δίνεται από:

$$T(\gamma, s_r) = 4\pi/\gamma \sqrt{1 - \beta^2},$$

και η παράμετρος του σχήματος, β , καθορίζεται ως συνάρτηση του λόγου διαστάσεων A_R στο

$$\beta = \frac{s_r^2 - 1}{s_r^2 + 1}.$$

Για κατακόρυφη ροή Couette με ομοιόμορφη κατακόρυφη διάτμηση έχουμε ταχύτητα $\mathbf{u} = \gamma x \mathbf{j}$, στροβιλότητα $\omega = \gamma$ και ρυθμό παραμόρφωσης $E_{11} = 0$, $E_{12} = \gamma/2$, έτσι με αντικατάσταση στις εξισώσεις ((3.1)-(3.12)) προκύπτει η θέση και ο προσανατολισμός των σωματιδίων:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\frac{2s_r}{s_r+2} \sin\theta \cos\theta, \\ \dot{y} &= \gamma x - \frac{2}{s_r+2} (s_r \cos^2\theta + 1), \\ \dot{\theta} &= \frac{\gamma}{2} (-1 + \beta \cos 2\theta).\end{aligned}$$

Μπορούμε να εντοπίσουμε δύο μηχανισμούς για βελτιωμένη καθίζηση. Πρώτον, τα σωματίδια ευθυγραμμίζονται κατά προτίμηση με τη ροή έτσι ώστε να αφιερώνουν περισσότερο χρόνο στη μέγιστη ταχύτητα βύθισης. Δεύτερον, τα σωματίδια περνούν περισσότερο χρόνο σε ταχύτερη ροή συσσωμάτωσης. Αυτά τα δύο φαινόμενα μπορούν να προσδιοριστούν εάν υπολογίσουμε το μέσο της συνολικής ταχύτητας καθίζησης, που δίνεται από

$$V_s = \frac{1}{T} \int_0^T \left(-\gamma x + \frac{2}{s_r+2} (s_r \cos^2\theta + 1) \right) dt.$$

Υπάρχουν δύο συνεισφορές στην ταχύτητα καθίζησης. ο πρώτος όρος είναι η προς τα κάτω προσάρτηση από τη ροή, και για κάθετη ροή διάτμησης, η μέση τιμή αυτού καθορίζεται από τη μέση οριζόντια θέση. Ο δεύτερος όρος μετρά την καθίζηση σωματιδίων που εξαρτάται από τον προσανατολισμό και εκφράζει τον μη ομοιόμορφο ρυθμό περιστροφής των σωματιδίων που υποβάλλονται σε τροχιές Jeffery. Για κάθετη ροή διάτμησης, αυτή η τελευταία συνεισφορά θα οδηγήσει σε αύξηση της ταχύτητας καθίζησης επειδή τα σωματίδια ευθυγραμμίζονται κατά προτίμηση με τη ροή. Δηλώνουμε τις ακόλουθες δύο συνεισφορές ως V_{adv} και V_{sed}

$$V_s^{adv} = \frac{1}{T} \int_0^T -\gamma x dt, \quad V_s^{sed} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{2}{s_r+2} (s_r \cos^2\theta + 1) dt.$$

Για οριζόντια ροή Couette με ομοιόμορφη οριζόντια διάτμηση αναμένουμε μείωση της ταχύτητας καθίζησης. Πρώτον, γιατί τα σωματίδια ευθυγραμμίζονται κατά προτίμηση με τη ροή, αφιερώνουν περισσότερο χρόνο με την ελάχιστη ταχύτητα βύθισης και συνεπώς θα πρέπει να υπάρχει μείωση στο V_{sed} με αυξανόμενη αναλογία διαστάσεων. Δεύτερον, επειδή το κατακόρυφο συστατικό της ροής είναι μηδέν, δεν υπάρχει ενίσχυση της καθίζησης λόγω της προτιμησιακής θέσης σε ορισμένες περιοχές της ροής, ως εκ τούτου $V_{adv} = 0$. Ειδικότερα, για ομοιόμορφη οριζόντια διάτμηση έχουμε ταχύτητα $\mathbf{u} = -\gamma y \mathbf{i}$, στροβιλότητα $\omega = \gamma$ και

ρυθμό παραμόρφωσης $E_{11} = 0$, $E_{12} = -\gamma/2$, έτσι με αντικατάσταση στις εξισώσεις ((3.1)-(3.12)) προκύπτει η θέση και ο προσανατολισμός των σωματιδίων είναι:

$$\dot{x} = -\gamma y - \frac{2s_r}{s_r + 2} \sin \theta \cos \theta,$$

$$\dot{y} = -\frac{2}{s_r + 2} (s_r \cos^2 \theta + 1),$$

$$\dot{\theta} = \frac{\gamma}{2} (-1 - \beta \cos 2\theta).$$

Η ταχύτητα καθίζησης, V_s , τώρα έχει μόνο ένα συστατικό καθίζησης που δίνεται από

$$V_s = V_s^{\text{sed}} = \frac{1}{T} \int_0^T -\frac{2}{s_r + 2} (s_r \cos^2 \theta + 1) dt = 1 - \frac{s_r}{\beta(s_r + 2)} \left(1 - \sqrt{1 - \beta^2}\right).$$

Συνοψίζοντας, στην κατακόρυφη διάτμηση υπάρχουν δύο συνεισφορές που ενισχύουν την ταχύτητα καθίζησης, η προτιμησιακή ευθυγράμμιση με τη ροή και την προτιμησιακή συσσωμάτωση σε περιοχές χαμηλών τιμών. Στην οριζόντια διάτμηση υπάρχει μόνο μείωση της ταχύτητας καθίζησης λόγω της προτιμησιακής ευθυγράμμισης με τη ροή.

- Η Ροή Kolmogorov (Κάθετη και Οριζόντια)

Στη συνέχεια εξετάστηκε η ροή Kolmogorov, ένα παράδειγμα μονοκατευθυντικής ροής με μη σταθερή διάτμηση. Επιλέγουμε να μη διαστασιοποιήσουμε με βάση την κλίμακα μήκους της διακύμανσης στη ροή, έτσι ώστε για κάθετη ροή Kolmogorov, η ταχύτητα δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{u} = \gamma \sin x \mathbf{j},$$

που δίνει τις ίδιες εξισώσεις που ισχύουν για την ομοιόμορφη κατακόρυφη διάτμηση αλλά με τον ρυθμό διάτμησης τώρα συνάρτηση της οριζόντιας θέσης και δίνεται από το $\gamma \cos x$, έτσι ώστε

$$\dot{x} = -\frac{2s_r}{s_r + 2} \sin \theta \cos \theta,$$

$$\dot{y} = \gamma \sin x - \frac{2}{s_r + 2} (s_r \cos^2 \theta + 1),$$

$$\dot{\theta} = \frac{\gamma \cos x}{2} (-1 + \beta \cos 2\theta).$$

Για οριζόντια ροή Kolmogorov, η ταχύτητα δίνεται από

$$\mathbf{u} = \gamma \sin y \mathbf{i},$$

που δίνει τις ίδιες εξισώσεις που ισχύουν για την ομοιόμορφη οριζόντια διάτμηση αλλά με τον ρυθμό διάτμησης τώρα συνάρτηση της κάθετης θέσης και που δίνεται από το $\gamma \cos y$, έτσι ώστε

$$\dot{x} = -\frac{2s_r}{s_r + 2} \sin \theta \cos \theta - \gamma \cos y$$

$$\dot{y} = -\frac{2}{s_r + 2} (s_r \cos^2 \theta + 1),$$

$$\dot{\theta} = \frac{\gamma \cos y}{2} (-1 - \beta \cos 2\theta).$$

- Η Κυτταρική Ροή

Θεωρούμε τώρα ένα απλό 2D πεδίο ροής με χωρική ποικιλία στροβιλισμού και πίεσης. Αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως επέκταση του πεδίου ροής Kolmogorov για να επιτρέψει περιοχές με οριζόντια και κάθετη ροή διάτμησης, και ορίζεται ως

$$\mathbf{u} = \gamma (-\cos x \sin y, \sin x \cos y),$$

με στροβιλότητα $\omega = 2\gamma \cos x \cos y$ και ρυθμό παραμόρφωσης $E_{11} = \gamma = \sin x \sin y$, $E_{12} = 0$.

Οι εξισώσεις δίνονται από:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\gamma \cos x \sin y - \frac{2s_r}{s_r + 2} \sin \theta \cos \theta, \\ \dot{y} &= \gamma \sin x \cos y - \frac{2}{s_r + 2} (s_r \cos^2 \theta + 1), \\ \dot{\theta} &= -\gamma \cos x \cos y + \gamma \beta \sin 2\theta \sin x \sin y.\end{aligned}$$

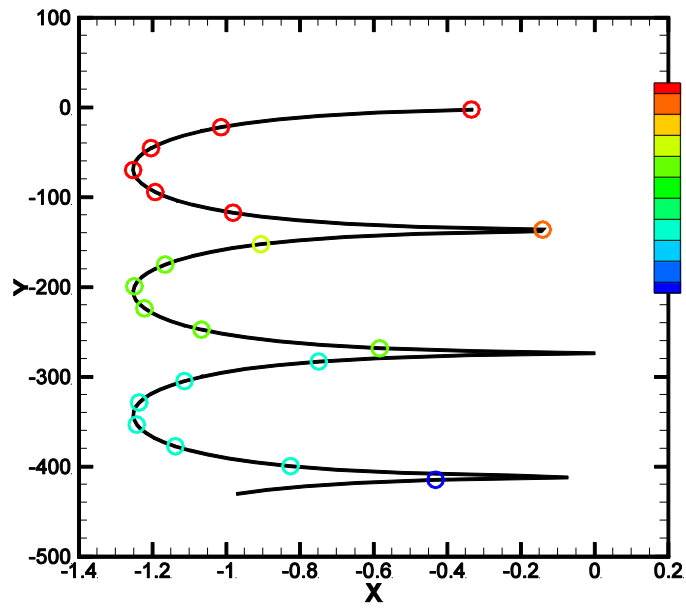
4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στόχος μας σε αυτή την εργασία είναι να διερευνήσουμε τη δυναμική των σφαιροειδών στις πιο απλές ροές, παρέχοντας κάποια σαφήνεια για τους μηχανισμούς ροής που εμπλέκονται καθώς και τις αριθμητικές προσομοιώσεις τους. Έχουμε ασχοληθεί με τη ροή Couette (σταθερός ρυθμός διάτμησης) τη ροή Kolmogorov (μονοκατευθυντική ροή με μη σταθερή διάτμηση) και τέλος την Κυτταρική ροή.

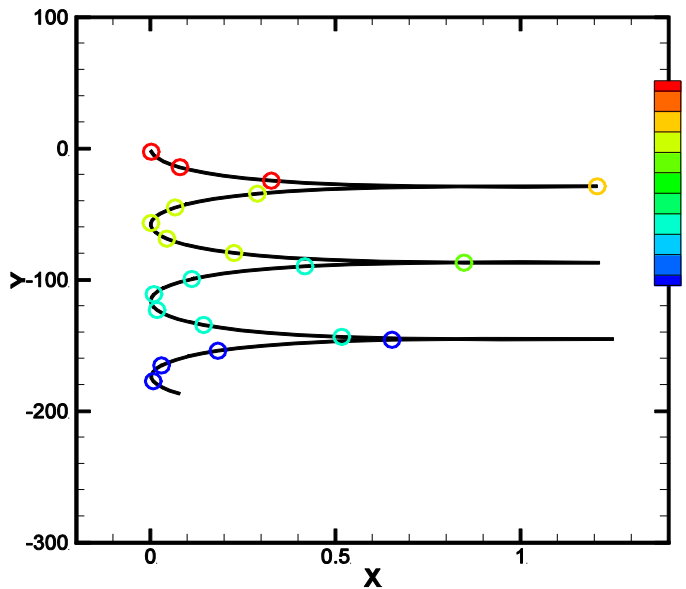


Απεικόνιση της κίνησης επιμήκους μικροοργανισμού σε συνάρτηση με τον προσανατολισμό του σε ένα πεδίο ροής (η μαύρη κουκίδα υποδεικνύει την αλλαγή του προσανατολισμού).

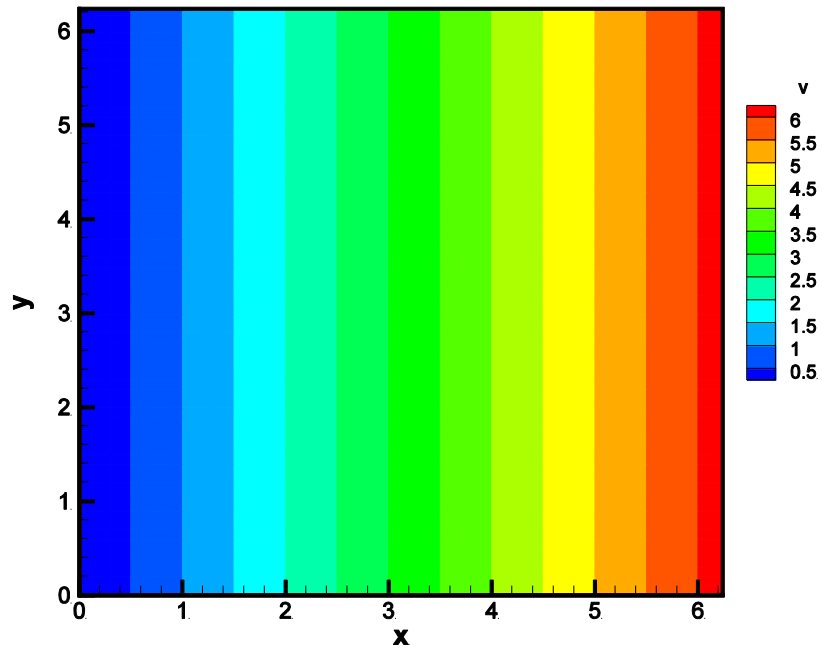
Για την ροή Couette πραγματοποιήθηκαν αριθμητικές προσομοιώσεις με σωματίδια αρχικά στην αρχή, για μια σειρά αρχικών προσανατολισμών, θ_0 . Στο Σχ. 1 (α), βλέπουμε ότι ένα σωματίδιο με αρχικό προσανατολισμό, το $\theta_0 = \pi/2$ αρχίζει να περιστρέφεται αριστερόστροφα, έχει ένα αρνητικό οριζόντιο στοιχείο της ταχύτητας καθίζησης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την κίνηση του σωματιδίου σε ροή προς τα κάτω. Το σωματίδιο συνεχίζει να περιστρέφεται και βλέπουμε ότι ξοδεύει περισσότερο χρόνο στην αριστερή πλευρά της τροχιάς (σε ροή προς τα κάτω) όπου είναι κάθετα ευθυγραμμισμένο. Για τις δεδομένες παραμέτρους του $\gamma = 1$ και του λόγου διαστάσεων $AR = 20$, η διάρκεια μιας πλήρους τροχιάς Jeffery δίνεται από το $T = 126$ και έτσι βλέπουμε μια σημαντικά βελτιωμένη μεταφορά προς τα κάτω σε σύγκριση με την αναμενόμενη τιμή απουσία ροής. Για ένα σωματίδιο με αρχικό προσανατολισμό $\theta_0 = 0$, Σχήμα 1 (β), βλέπουμε ότι καθώς το σωματίδιο αρχίζει να περιστρέφεται αριστερόστροφα, έχει ένα θετικό οριζόντιο συστατικό της ταχύτητας καθίζησης με αποτέλεσμα το σωματίδιο να κινείται σε ανοδική ροή. Ωστόσο, βλέπουμε ξανά ότι το σωματίδιο ξοδεύει περισσότερο χρόνο στην αριστερή πλευρά της τροχιάς (σε ροή προς τα κάτω) όπου είναι κάθετα ευθυγραμμισμένο.



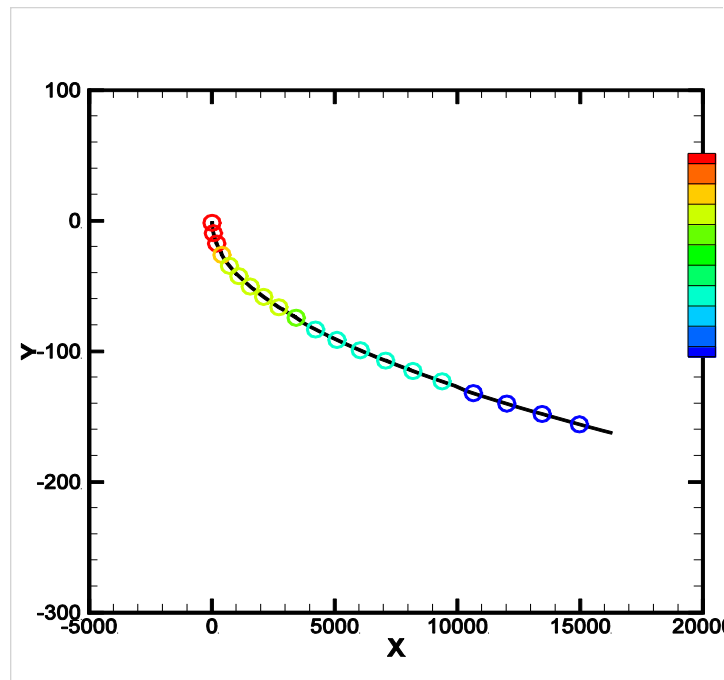
Σχ. 1 (α): Κάθετη ροή Couette με κάθετη διάτμηση με ρυθμό διάτμησης $\gamma = 1$ και αναλογία διαστάσεων $AR = 20$. Τα σωματίδια είναι αρχικά στην αρχή με προσανατολισμό $\theta_0 = \pi / 2$, $T(1, 20)$. Τα σωματίδια απεικονίζονται με ομοιόμορφα βήματα χρόνου με προσανατολισμό $\theta = 0$.



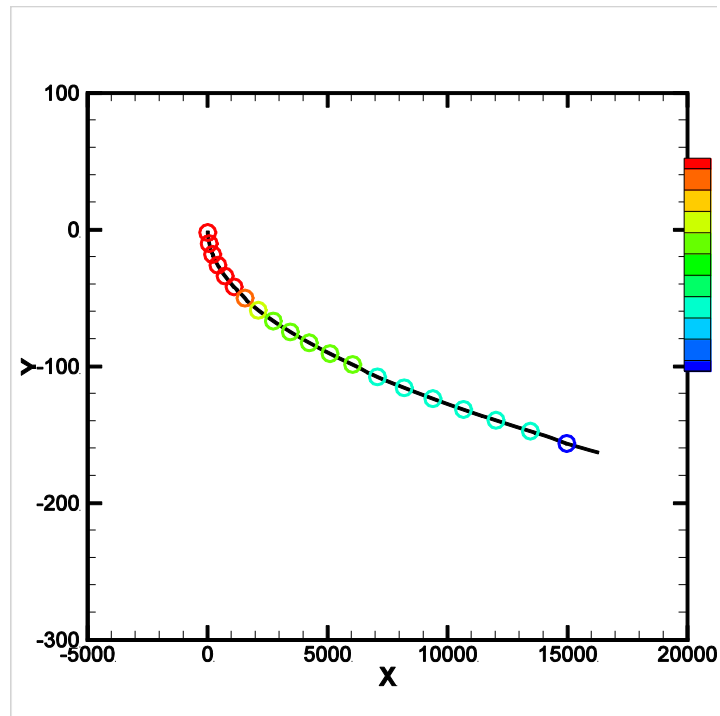
Σχ. 1 (β): Κάθετη ροή Couette με κάθετη διάτμηση με ρυθμό διάτμησης $\gamma = 1$ και αναλογία διαστάσεων $AR = 20$. Τα σωματίδια είναι αρχικά στην αρχή με προσανατολισμό $\theta_0 = 0$, $T(1, 20)$.



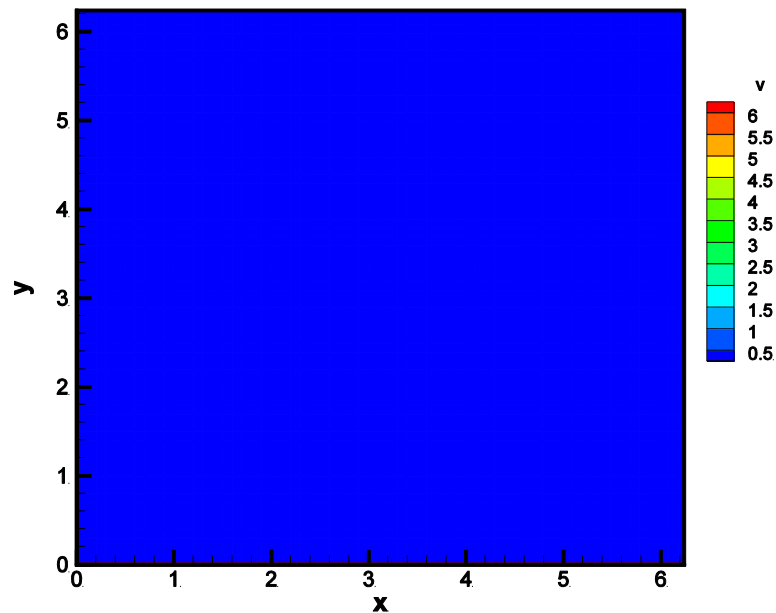
Σχ. 1 (α, β): Κάθετη ροή Couette με ρυθμό διάτμησης $\gamma = 1$ και αναλογία διαστάσεων $AR = 20$. Απεικόνιση μεταβολών της ταχύτητας ρευστού.



Σχ. 1 (γ): Οριζόντια ροή Couette με οριζόντια διάτμηση με ρυθμό διάτμησης $\gamma = 1$ και αναλογία διαστάσεων $AR = 20$. Τα σωματίδια είναι αρχικά στην αρχή με προσανατολισμό $\theta_0 = \pi/2$, $T(1, 20)$. Τα σωματίδια απεικονίζονται με ομοιόμορφα βήματα χρόνου με προσανατολισμό $\theta = 0$.

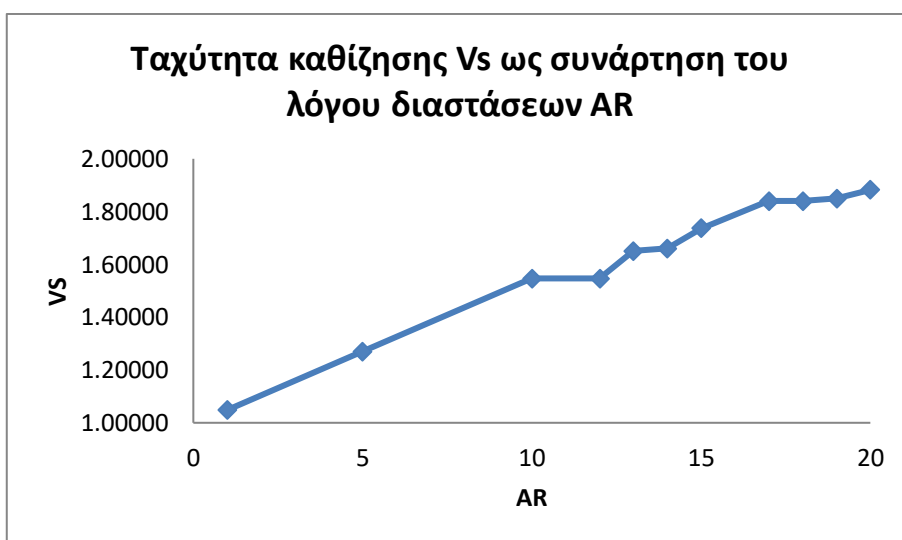


Σχ. 1 (δ): Οριζόντια ροή Couette με οριζόντια διάτμηση με ρυθμό διάτμησης $\gamma = 1$ και αναλογία διαστάσεων $AR = 20$. Τα σωματίδια είναι αρχικά στην αρχή με προσανατολισμό $\theta_0 = \pi/2$, $T(1, 20)$. Τα σωματίδια απεικονίζονται με ομοιόμορφα βήματα χρόνου με προσανατολισμό $\theta = 0$.



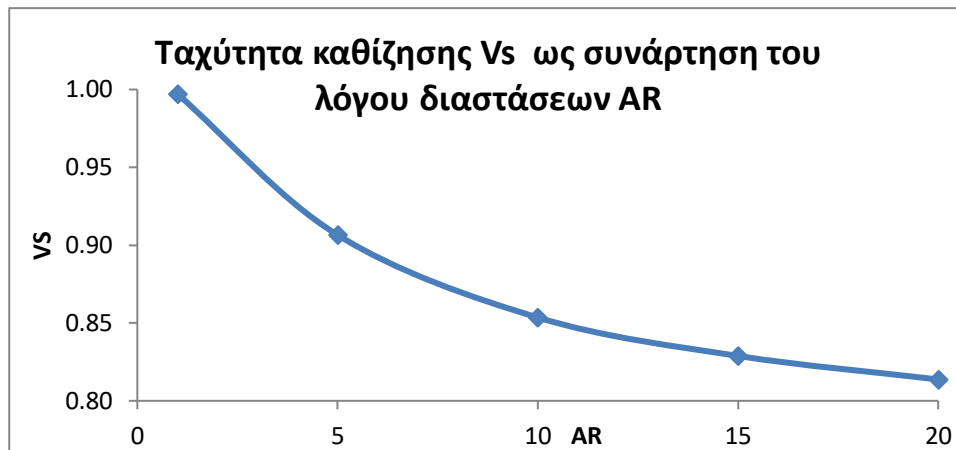
Σχ. 1 (γ, δ): Οριζόντια ροή Couette με ρυθμό διάτμησης $\gamma = 1$ και αναλογία διαστάσεων $AR = 20$. Απεικόνιση μεταβολών της ταχύτητας ρευστού.

Η γραμμή είναι αναλυτική έκφραση για καθίζηση ταχύτητας με, $V_s = V_{adv} + V_{sed}$. Η σταθερή γραμμή είναι η μέση τιμή από αριθμητικές προσομοιώσεις τροχιών $N = 100$ της διάρκειας $T (1, AR)$ με $\gamma = 1$ και σωματίδια που αρχικά βρίσκονταν στην αρχή με τυχαίο αρχικό προσανατολισμό. Η ροή Couette μπορεί να χωριστεί σε δύο μέρη, κάθετες και οριζόντιες ροές διάτμησης. Για κάθετη διάτμηση, διαπιστώνουμε ότι η ροή προκαλεί βελτιωμένη δυναμική καθίζησης μέσω δύο ακριβώς μηχανισμών, της ευθυγράμμισης των σφαιροειδών σωματιδίων με τη ροή και τη συσσωμάτωσής τους σε περιοχές με χαμηλή κλίση λόγω των εξαρτημένων από τον προσανατολισμό οριζόντιων και κάθετων συνιστωσών της ταχύτητάς καθίζησης τους.



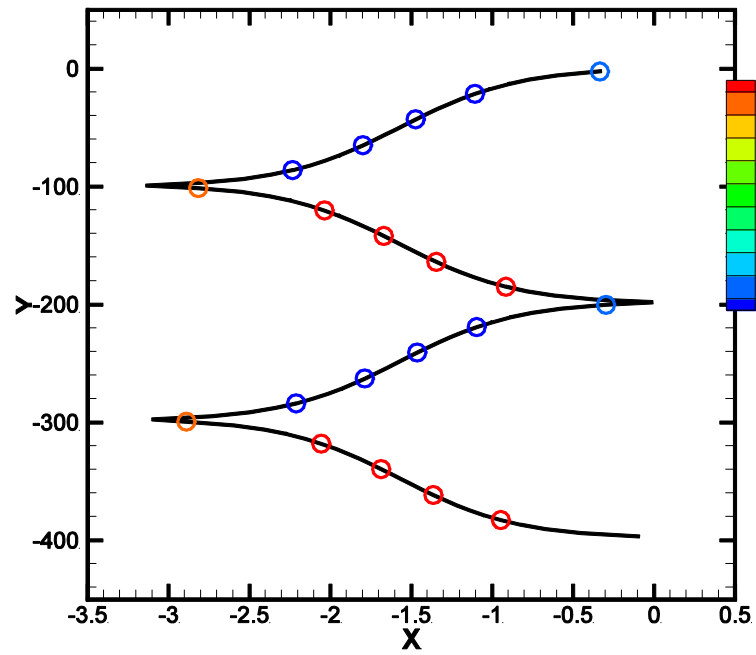
Σχ. 2 (α) : Αναμενόμενη ταχύτητα καθίζησης, V_s ως συνάρτηση του λόγου διαστάσεων, AR για κάθετη ροή Couette.

Η γραμμή είναι αναλυτική έκφραση για καθίζηση ταχύτητας με, $V_s = V_{sed}$. Η σταθερή γραμμή είναι η μέση τιμή από αριθμητικές προσομοιώσεις τροχιών $N = 100$ της διάρκειας $T (1, AR)$ με $\gamma = 1$ και σωματίδια που αρχικά βρίσκονταν στην αρχή με τυχαίο αρχικό προσανατολισμό. Στην οριζόντια διάτμηση υπάρχει μόνο μείωση της ταχύτητας καθίζησης λόγω της προτιμησιακής ευθυγράμμισης με τη ροή. Για την οριζόντια ροή διάτμησης υπάρχει μόνο ένας μηχανισμός λόγω της ευθυγράμμισης των σωματιδίων με τη ροή, η οποία προκαλεί μείωση της ταχύτητας καθίζησης.

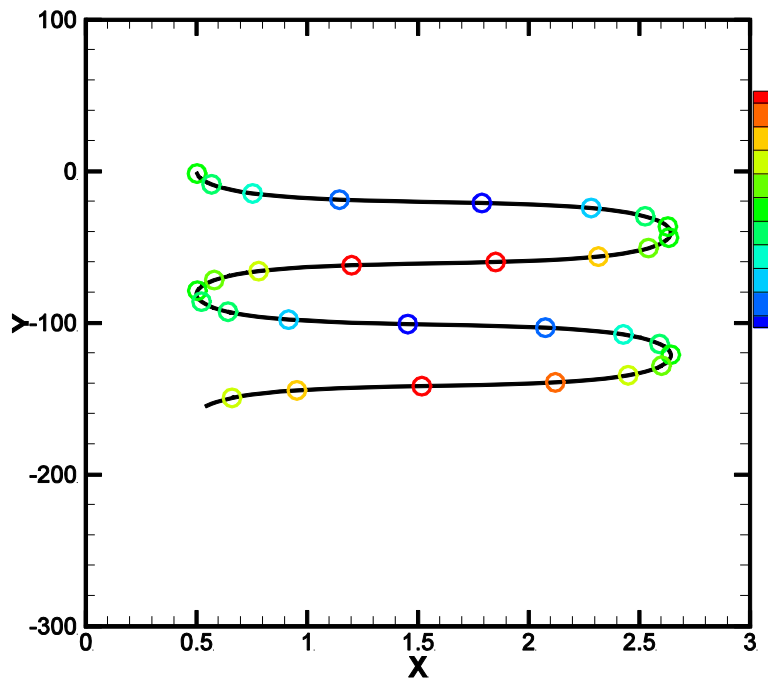


Σχ. 2 (β): Αναμενόμενη ταχύτητα καθίζησης, V_s ως συνάρτηση του λόγου διαστάσεων, AR για οριζόντια ροή Couette

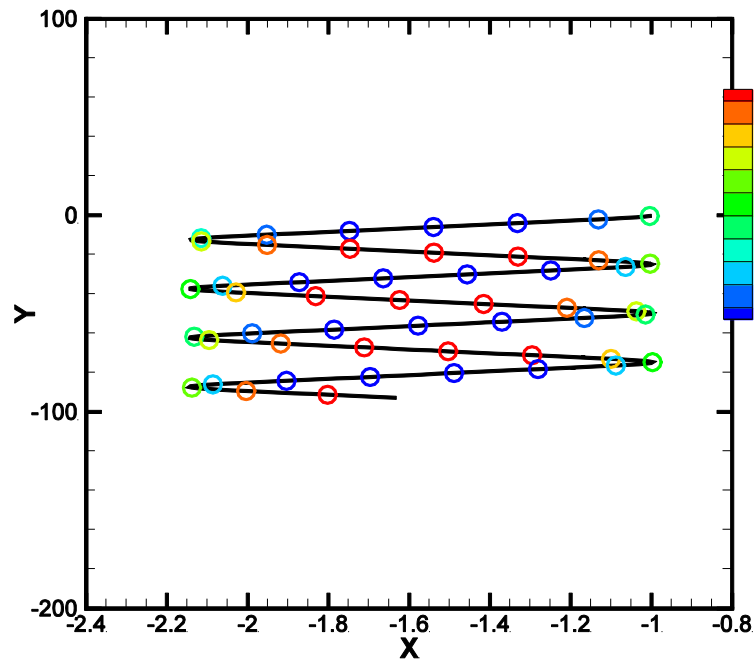
Για την ροή Kolmogorov πραγματοποιήθηκαν αριθμητικές προσομοιώσεις με σωματίδια για μια σειρά αρχικών προσανατολισμών, θ_0 και αρχικών οριζόντιων θέσεων, x_0 όπως απεικονίζεται στο Σχ. 3 (α – δ). Στο Σχ. 3 (α), βλέπουμε ότι καθώς ένα σωματίδιο ξεκινά από την αρχή με αρχικό προσανατολισμό $\theta_0 = \pi / 2$ αρχίζει να περιστρέφεται αριστερόστροφα, έχει ένα αρνητικό οριζόντιο στοιχείο της ταχύτητας καθίζησης. Καθώς το σωματίδιο περνά από την θέση $x = -\pi / 2$, όπου η ταχύτητα ροής προς τα κάτω είναι μέγιστη και η διάτμηση είναι μηδέν, το σωματίδιο μεταβαίνει σε δεξιόστροφη περιστροφή. Το σωματίδιο συνεχίζει να κινείται με ένα αρνητικό οριζόντιο στοιχείο της ταχύτητας καθίζησης έως ότου είναι οριζόντιο στην θέση, $\theta = \pi / 2$, όπου και αντιστρέφει την οριζόντια τροχιά του. Όσον αφορά την ομοιόμορφη κατακόρυφη διάτμηση, το σωματίδιο ξοδεύει περισσότερο χρόνο κάθετα ευθυγραμμισμένο με τη ροή και περισσότερο χρόνο σε ταχύτερη κίνηση προς τα κάτω, η οποία, βρίσκεται στο οριζόντιο μέσο σημείο της τροχιάς. Αντίθετα, ένα σωματίδιο αρχικά προσανατολισμένο κατακόρυφα σε $x = 0,5$, Σχ. 3 (β), αρχίζει να περιστρέφεται αριστερόστροφα και έτσι έχει ένα θετικό οριζόντιο στοιχείο της ταχύτητας καθίζησης. Καθώς το σωματίδιο περνά από την θέση $x = \pi / 2$, το σωματίδιο μεταβαίνει σε δεξιόστροφη περιστροφή. Το σωματίδιο συνεχίζει να κινείται με ένα θετικό οριζόντιο στοιχείο της ταχύτητας καθίζησης έως ότου είναι κατακόρυφο, $\theta = 0$, οπότε αντιστρέφει την οριζόντια τροχιά του. Και πάλι βλέπουμε ότι το σωματίδιο ξοδεύει περισσότερο χρόνο κάθετα ευθυγραμμισμένο με τη ροή και περισσότερο χρόνο σε πιο καθοδική ροή, η οποία, βρίσκεται στα οριζόντια τελικά σημεία της τροχιάς



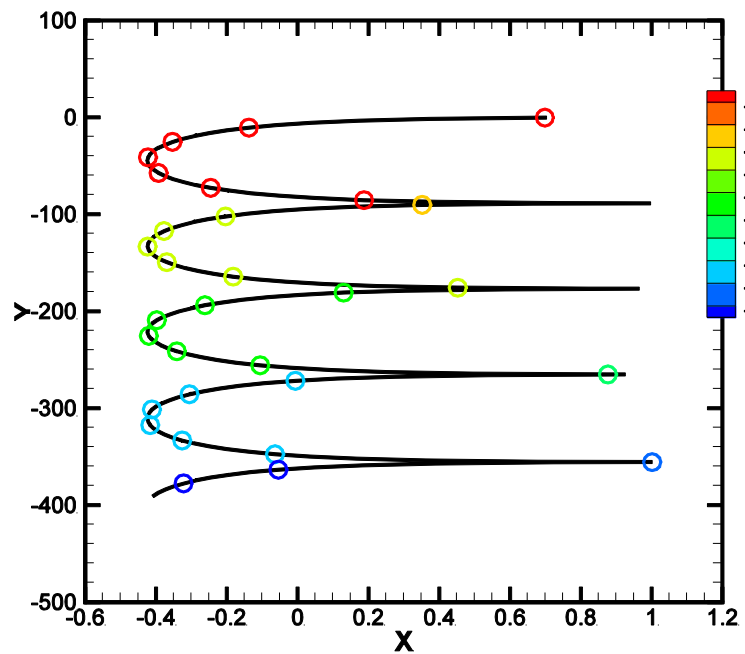
Σχ. 3 (α): Κάθετη ροή Κολμογορον με τροχιά σε αναλογία διαστάσεων $AR = 20$ και ταχύτητα διάτμησης $\gamma = 1$. Αρχικές συνθήκες και διάρκεια: $\theta_0 = \pi / 2$, $x_0 = 0$, $T(1, 20)$



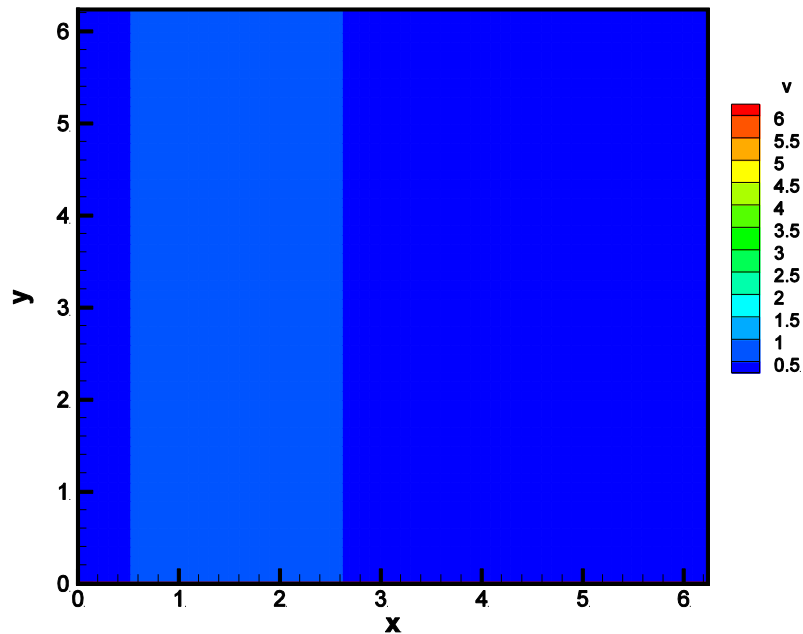
Σχ. 3 (β): Κάθετη ροή Κολμογορον με τροχιά σε αναλογία διαστάσεων $AR = 20$ και ταχύτητα διάτμησης $\gamma = 1$. Αρχικές συνθήκες και διάρκεια: $\theta_0 = \pi$, $x_0 = 0,5, 1,5T(1, 20)$



Σχ. 3 (γ): Κάθετη ροή Kolmogoron με τροχιά σε αναλογία διαστάσεων $AR = 20$ και ταχύτητα διάτμησης $\gamma = 1$. Αρχικές συνθήκες και διάρκεια: $\theta_0 = \pi / 2, x_0 = -1, 0,25T (1, 20)$

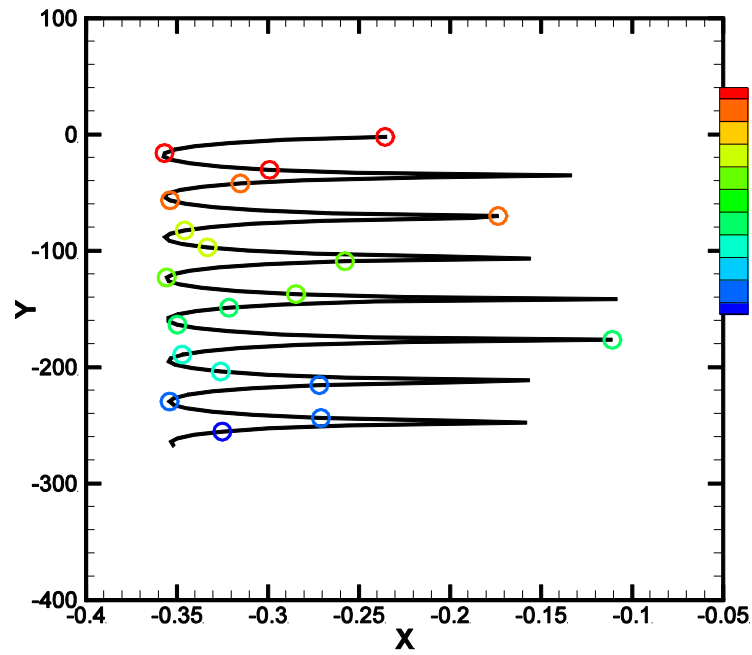


Σχ. 3 (δ): Κάθετη ροή Kolmogoron με τροχιά σε αναλογία διαστάσεων $AR = 20$ και ταχύτητα διάτμησης $\gamma = 1$. Αρχικές συνθήκες και διάρκεια: $\theta_0 = \pi / 2, x_0 = 1, 1,5T (1, 20)$

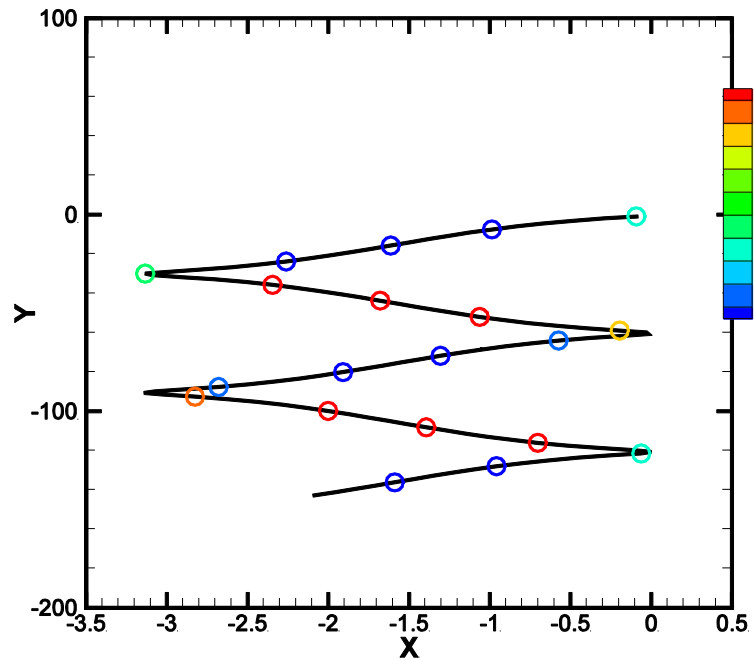


Σχ. 3 (α- δ): Κάθετη ροή Κολμογορον με ρυθμό διάτμησης $\gamma = 1$ και αναλογία διαστάσεων $AR = 20$. Απεικόνιση μεταβολών της ταχύτητας ρευστού.

Διερευνούμε την επίδραση της διάτμησης . Στο Σχ. 4 (α) ένα σωματίδιο αρχικά οριζόντιο στην αρχή υφίσταται πλήρεις τροχιές Jeffery και η βελτιωμένη καθίζηση είναι παρόμοια με εκείνη που βρίσκεται σε ομοιόμορφη κάθετη διάτμηση. Αντιθέτως, για μια ασθενέστερη διάτμηση, το Σχ. 4 (β), με τις ίδιες αρχικές συνθήκες, τα σωματίδια υφίστανται λιγότερη περιστροφή σε κάθε οριζόντια περιοδική κίνηση, και έτσι η ενίσχυση μειώνεται.

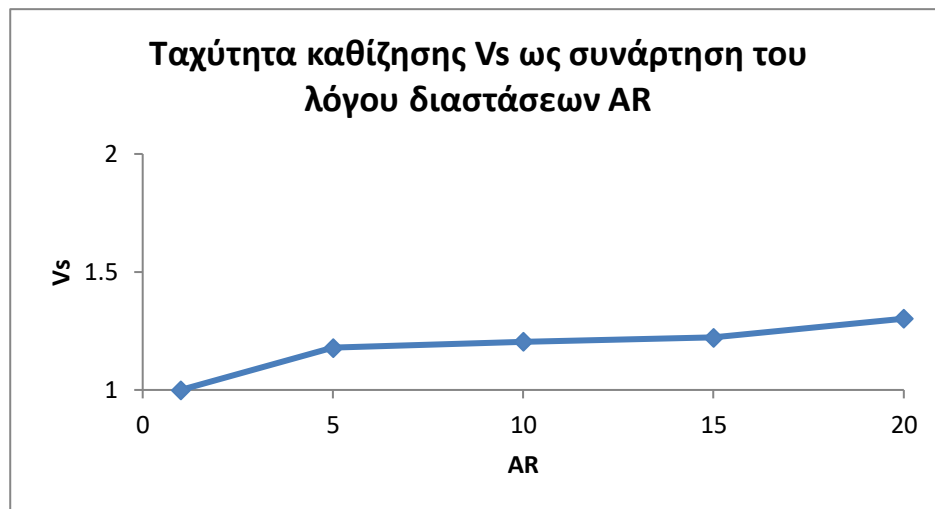


Σχ. 4(α): Κάθετη ροή Κολμογορον, με αναλογία διαστάσεων $AR = 20$, διάτμησης $\gamma = 5$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi / 2$, $x_0 = 0,1$ και διάρκεια $T (5, 20)$.



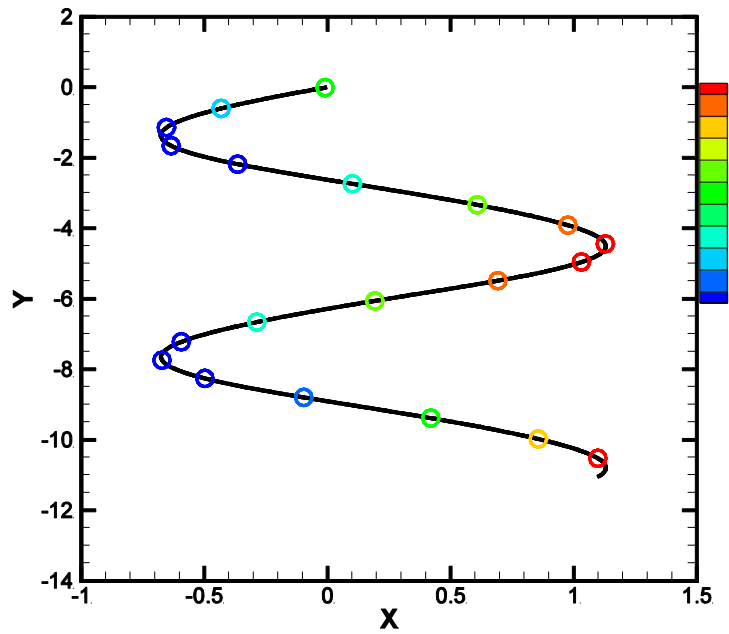
Σχ. 4(β): Κάθετη ροή Κολμογορον, με αναλογία διαστάσεων $AR = 20$, διάτμησης $\gamma = 0,5$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi/2$, $x_0 = 0$ και διάρκεια $0,5T (0,5, 20)$.

Όσον αφορά την ομοιόμορφη κάθετη διάτμηση, αναμένουμε επίσης αύξηση της καθίζησης λόγω μη ομοιόμορφης περιστροφής και ως εκ τούτου τα σωματίδια περνούν περισσότερο χρόνο κάθετα ευθυγραμμισμένα με τη ροή. Στο Σχήμα 5 βλέπουμε πώς η μέση ταχύτητα καθίζησης εξαρτάται από την αναλογία διαστάσεων και τη διάτμηση.

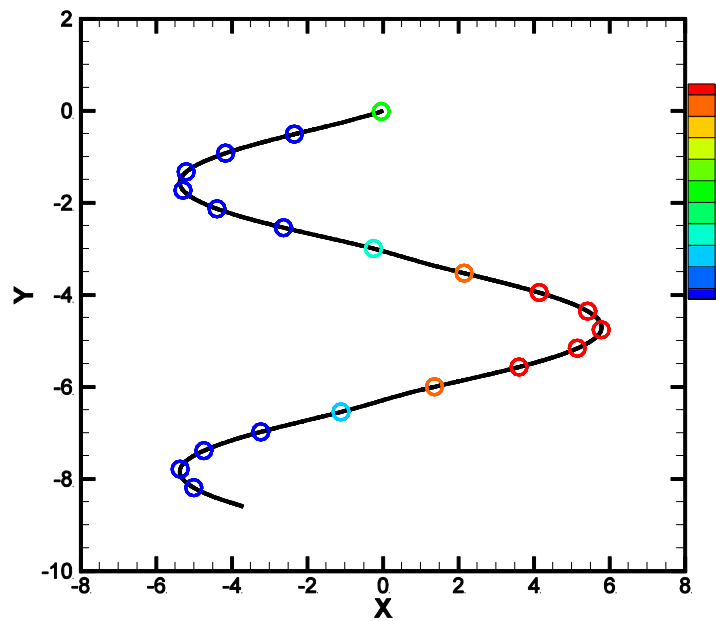


Σχ. 5 : Μέση ταχύτητα καθίζησης, Vs, ως συνάρτηση του λόγου διαστάσεων, υπολογιζόμενη με AR από τροχιά διάρκειας $T=10$ αρχικά σε $\gamma=0$ με θ_0 και x_0 τυχαία δειγματοληψία από $U(-\pi, \pi)$ και ρυθμό διάτμησης $\gamma=1$

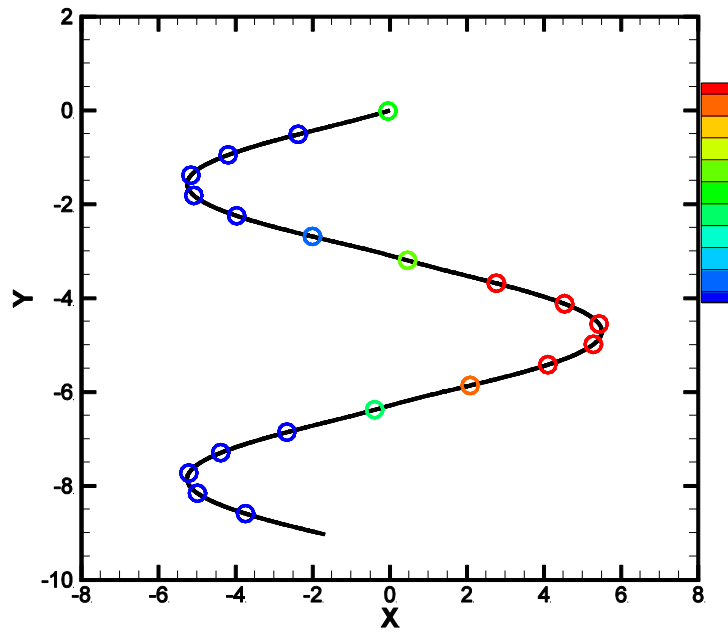
Για οριζόντια ροή Kolmogorov πραγματοποιήθηκαν αριθμητικές προσομοιώσεις με σωματίδια για ένα εύρος τιμών διάτμησης, γ , αναλογία διαστάσεων, AR και αρχικές συνθήκες, για να απεικονιστεί το εύρος των πιθανών συμπεριφορών, Εικ. 6 (α - στ). Για το $\gamma=1$, το $AR=20$ βλέπουμε ότι ένα σωματίδιο που αρχικά ευθυγραμμίζεται κάθετα υφίσταται κινήσεις καθώς καθιζάνει μέσω του υγρού. Αντιθέτως, ένα σωματίδιο οριζόντια ευθυγραμμισμένο παραμένει οριζόντιο και υφίσταται κινήσεις ταλάντευσης καθώς κατεβαίνει μέσω περιοχών με ποικίλη διάτμηση. Ένα παρόμοιο μοτίβο παρατηρείται σε ισχυρότερη διάτμηση, $\gamma=5$, και παρατηρούμε ότι για σωματίδια αρχικά κατακόρυφα, η μεταφορά ευθυγραμμίζεται με τον προσανατολισμό των σωματιδίων. Με τη μείωση του λόγου διαστάσεων προς το $AR=5$, βλέπουμε ότι τα σωματίδια που αρχικά προσανατολίστηκαν οριζόντια περιστρέφονται από τη ροή, Σχ. 6 (στ).



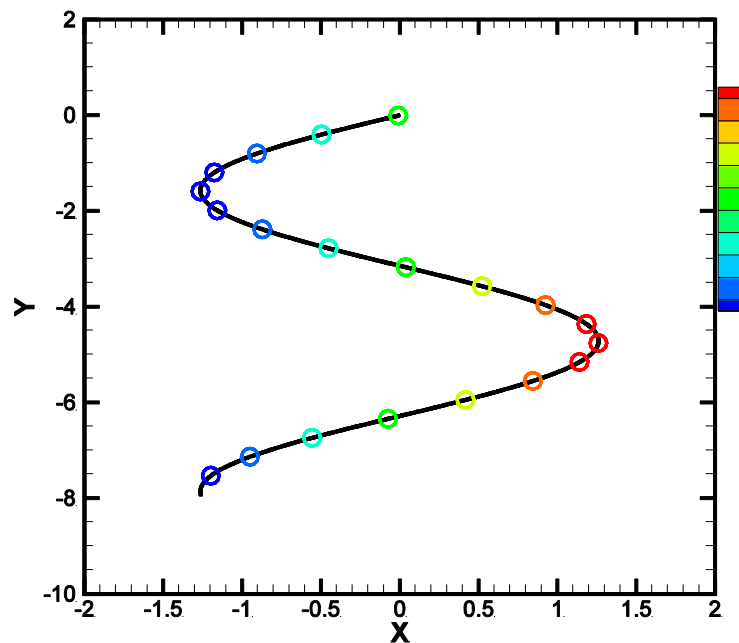
Σχ. 6 (α): Οριζόντια ροή Κολμογορον, με αναλογία διαστάσεων $AR = 20$, διάτμησης $\gamma = 1$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi$, $x_0 = 0$ και διάρκεια $T(1, 20)$.



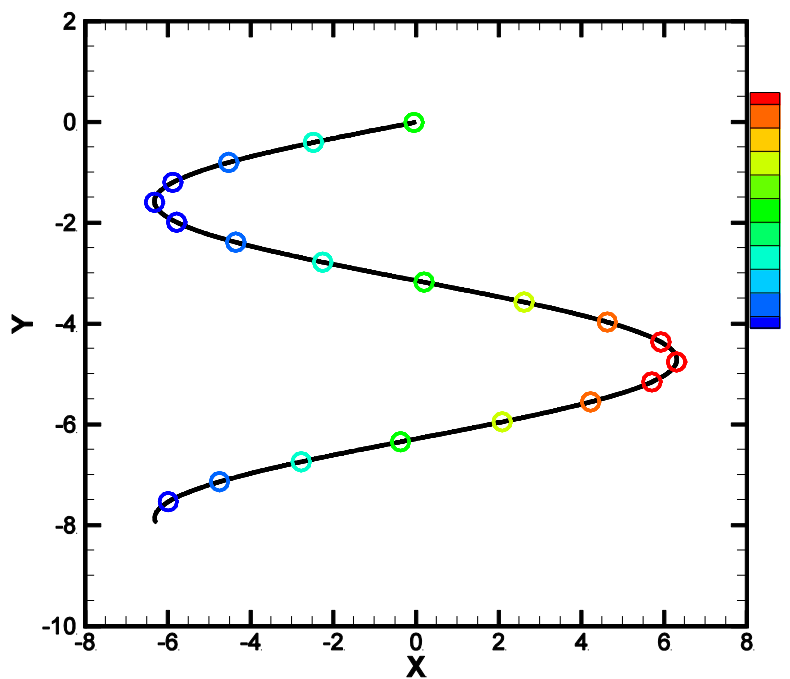
Σχ. 6 (β): Οριζόντια ροή Κολμογορον, με αναλογία διαστάσεων $AR = 20$, διάτμησης $\gamma = 5$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi$, $x_0 = 0$ και διάρκεια $T(5, 20)$.



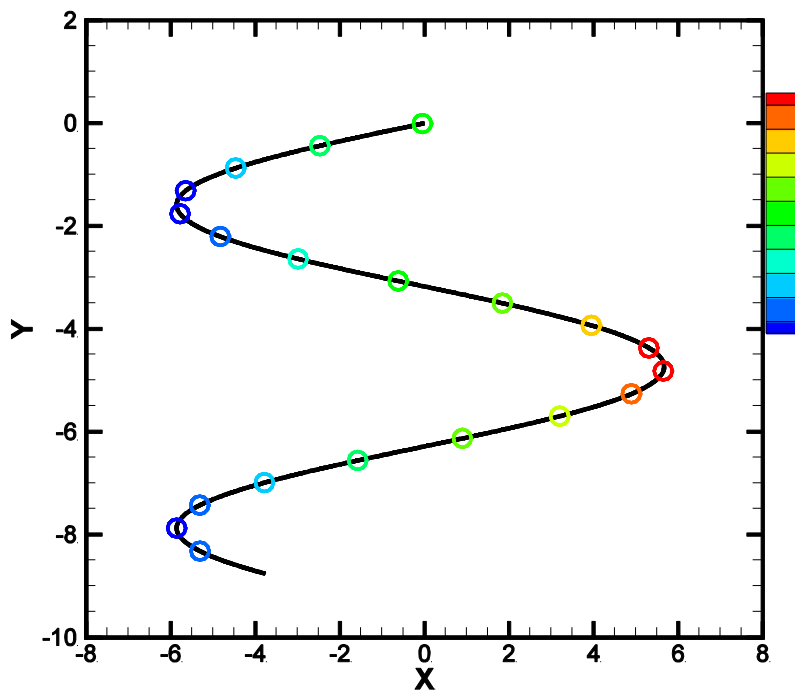
Σχ. 6 (γ): Οριζόντια ροή Κολμογορον, με αναλογία διαστάσεων $AR = 5$, διάτμησης $\gamma = 5$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi$, $x_0 = 0$ και διάρκεια $T(5, 5)$.



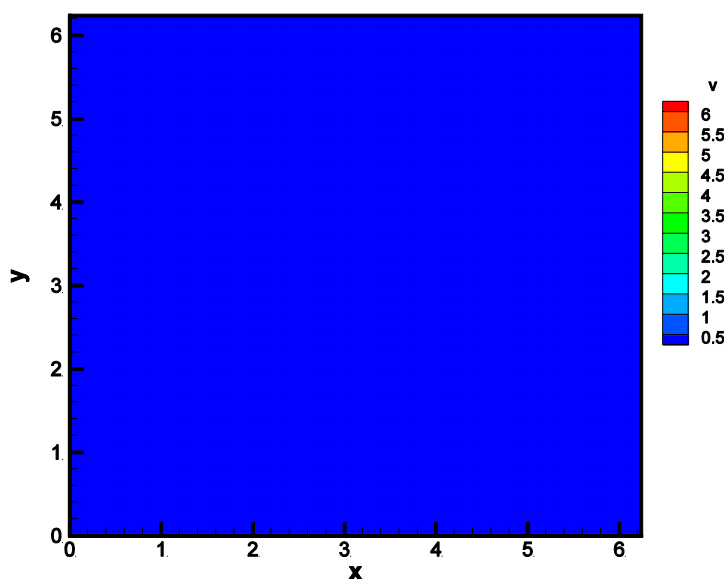
Σχ. 6 (δ): Οριζόντια ροή Κολμογορον, με αναλογία διαστάσεων $AR = 20$, διάτμησης $\gamma = 1$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi/2$, $x_0 = 0$ και διάρκεια $T(1, 20)$.



Σχ. 6 (ε): Οριζόντια ροή Κολμογορον, με αναλογία διαστάσεων $AR = 20$, διάτμησης $\gamma = 5$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi/2$, $x_0 = 0$ και διάρκεια $T(5, 20)$.

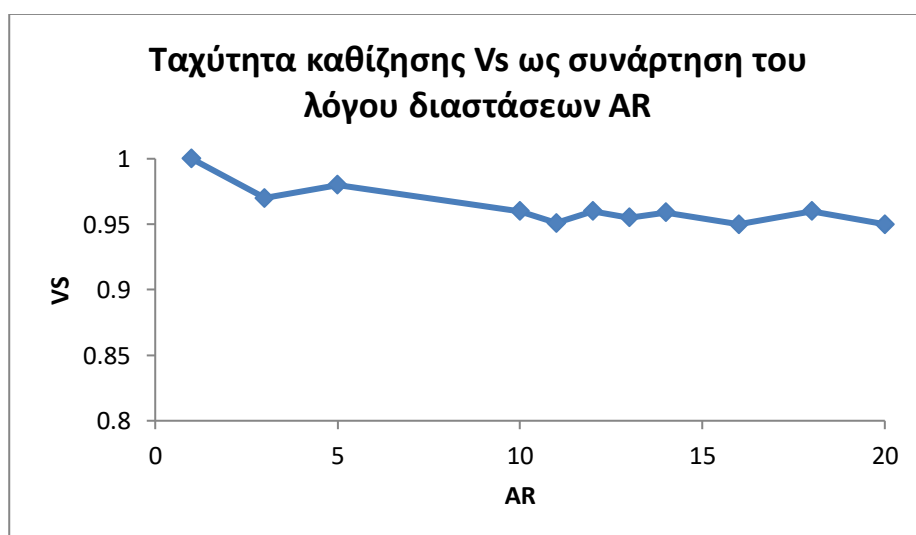


Σχ. 6 (στ): Οριζόντια ροή Κολμογορον, με αναλογία διαστάσεων $AR = 5$, διάτμησης $\gamma = 5$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi/2$, $x_0 = 0$ και διάρκεια $T(5, 5)$.



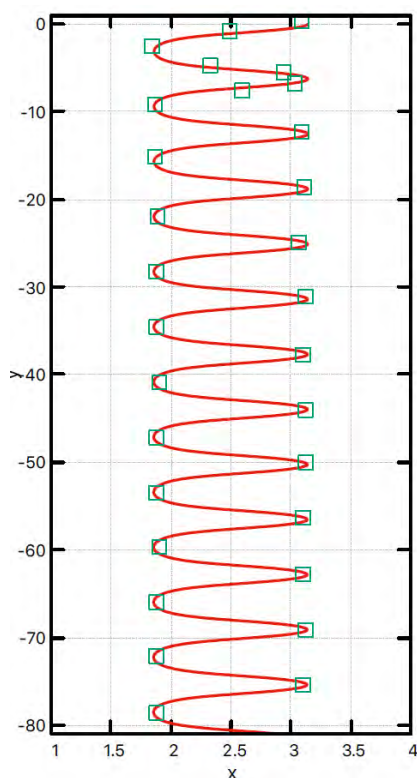
Σχ. 6 (α-στ): Οριζόντια ροή Κοιμογορον με ρυθμό διάτμησης $\gamma = 1$ και αναλογία διαστάσεων $AR = 20$. Απεικόνιση μεταβολών της ταχύτητας ρευστού.

Όσον αφορά την ομοιόμορφη οριζόντια διάτμηση, η οριζόντια ροή Κοιμογορον προκαλεί μείωση της ταχύτητας καθίζησης (Σχ. 7). Επιπλέον, καθώς η διάτμηση δεν είναι ομοιόμορφη, καθώς τα σωματίδια βυθίζονται μέσω των στρωμάτων, η ταχύτητα καθίζησης ποικίλλει ανάλογα με το βάθος που οδηγεί σε παγίδευση σε υψηλή διάτμηση.

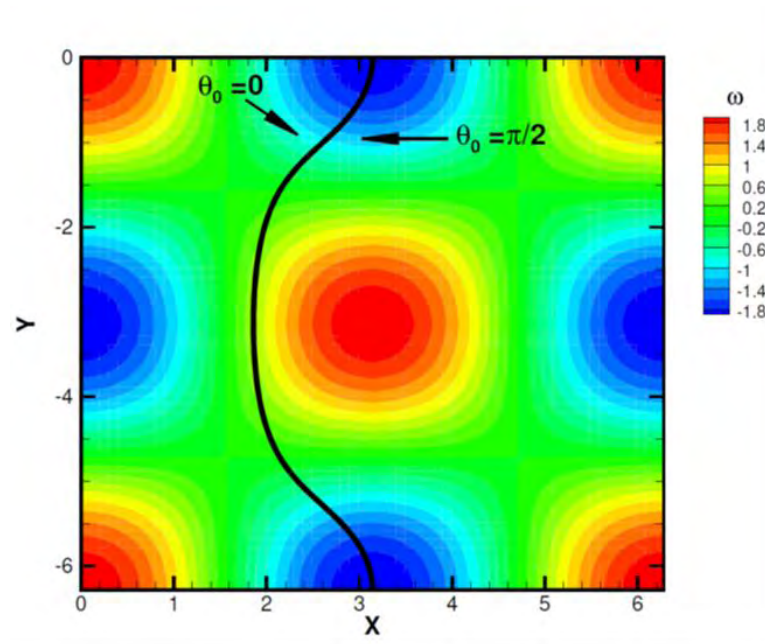


Σχ 7 : Μέση ταχύτητα καθίζησης σε οριζόντια ροή Κοιμογορον , Vs, ως συνάρτηση του λόγου διαστάσεων, υπολογιζόμενη με AR από $N= 1000$ σωματίδια τροχιάς διάρκειας $T =10$ αρχικά σε $x= 0$ με θ_0 και γ_0 τυχαία δειγματοληψία από $U (0, 2\pi)$ και ρυθμό διάτμησης $\gamma= 1$.

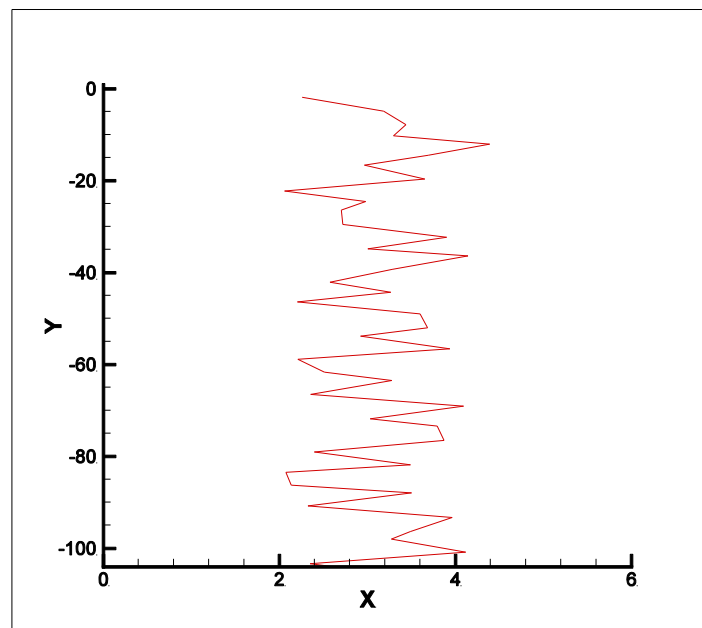
Για την Κυτταρική ροή πραγματοποιήθηκαν αριθμητικές προσομοιώσεις με σωματίδια για ένα εύρος τιμών διάτμησης, γ , αναλογία διαστάσεων, AR και αρχικές συνθήκες, για να απεικονιστεί το εύρος των πιθανών συμπεριφορών Στο Σχ. 8, παρουσιάζονται παραδείγματα τροχιών και γραμμών. Στις αριθμητικές προσομοιώσεις, τα σωματίδια του λόγου διαστάσεων $AR = 20$ προσομοιώνονται με διάφορες αρχικές συνθήκες. Για σύγκριση, είναι επίσης η γραφική παράσταση Σχ.8 (α) της αντίστοιχης τροχιάς για μια σφαίρα που απλά βυθίζεται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα που καθορίζεται από τη ροή. Στο Σχ. 8 (β), βλέπουμε ότι για το $\gamma = 1$, σωματίδια με την ίδια αρχική θέση $(x_0, y_0) = (\pi, 0)$ αλλά με κάθετο ($\theta_0 = 0$) ή οριζόντιο ($\theta_0 = \pi / 2$) αρχικό προσανατολισμό έχουν αποκλίνουσες τροχιές. Η ταχύτητα καθίζησης είναι μικρότερη από τη σφαίρα για το αρχικά κάθετο σωματίδιο αλλά μεγαλύτερη για το αρχικά οριζόντιο σωματίδιο. Σε υψηλότερα ποσοστά διάτμησης, τα κύτταρα μπορούν να υποστούν πιο πολύπλοκες τροχιές. Στο Σχ. 8 (γ), τα σωματίδια βρίσκονται αρχικά στο $(x_0, y_0) = (5\pi / 4, \pi)$. και βλέπουμε και πάλι μια διαφορά στην ταχύτητα καθίζησης που εξαρτάται από τον αρχικό προσανατολισμό.



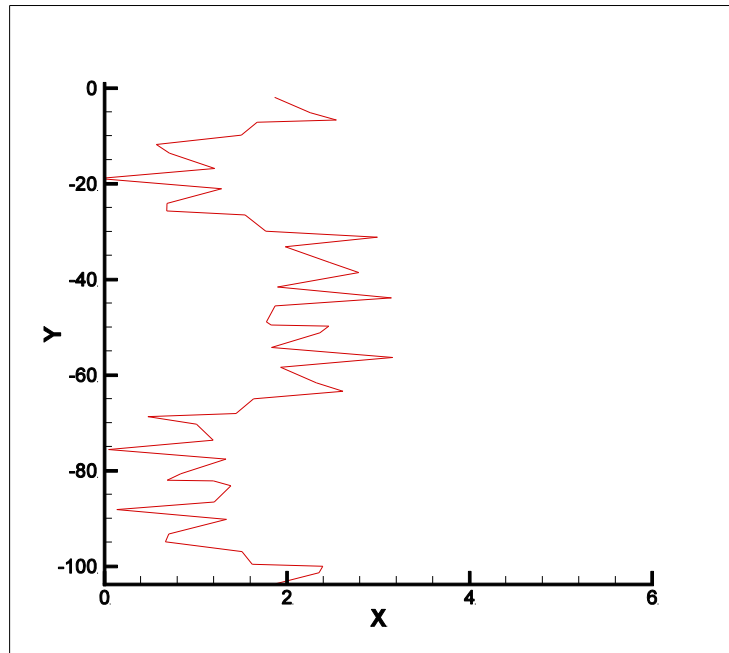
Σχ. 8 (α): Κυτταρική ροή, με αναλογία διαστάσεων $AR = 1$, διάτμησης $\gamma = 1$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi/2$, $x_0 = \pi$ και διάρκεια $T(1, 1)$.



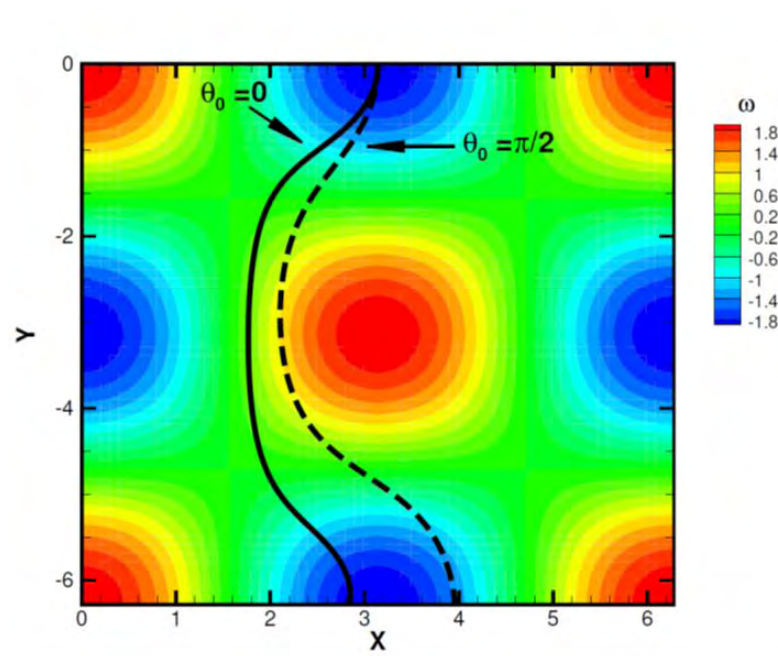
Σχ. 8 (α): Σχέση τροχιάς με στροβιλισμό. Η χρωματική κωδικοποίηση είναι τέτοια που το κίτρινο αντιπροσωπεύει την αριστερόστροφη περιστροφή (αρνητικό στροβιλισμό) και το μπλε την δεξιόστροφη περιστροφή (θετικό στροβιλισμό).



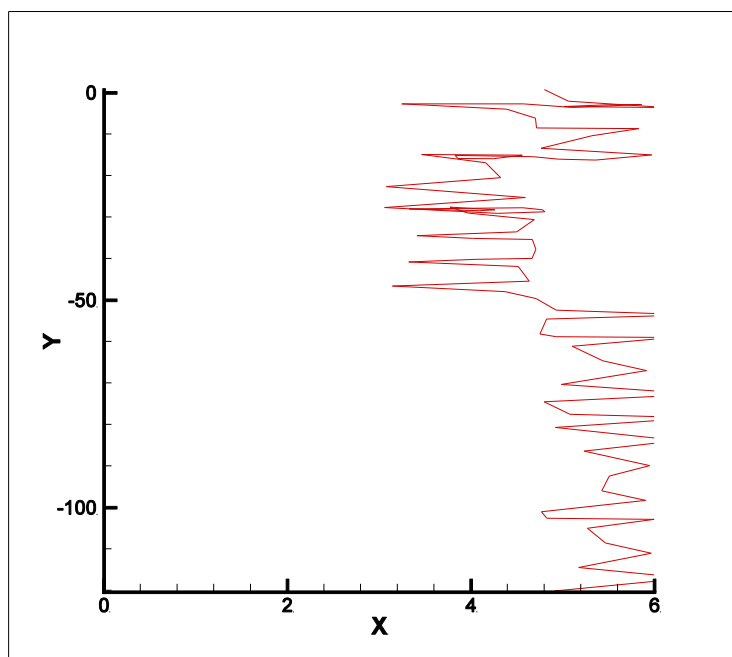
Σχ. 8 (β): Κυτταρική ροή, με αναλογία διαστάσεων $AR = 20$, διάτμησης $\gamma = 1$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi/2$, $x_0 = \pi$ και διάρκεια $T(1, 20)$.



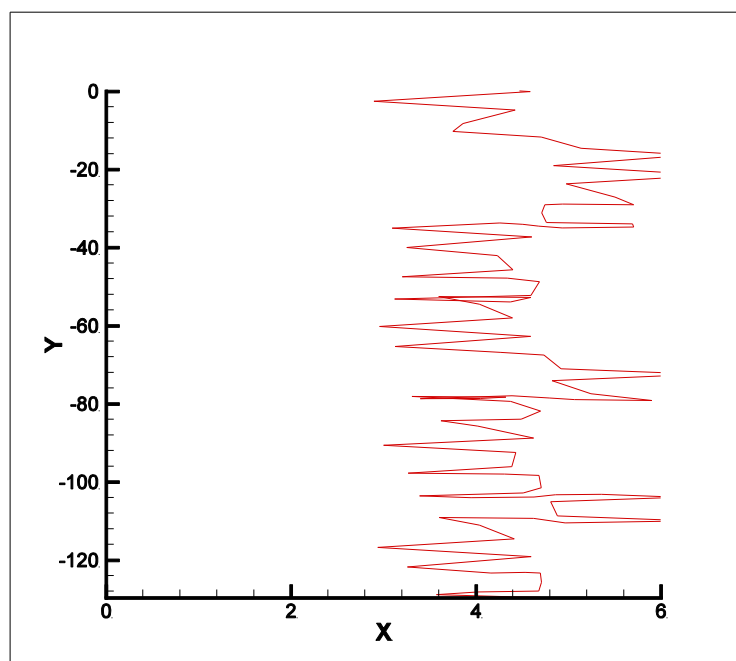
Σχ. 8 (γ): Κυτταρική ροή, με αναλογία διαστάσεων $AR = 20$, διάτμησης $\gamma = 1$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = 0, x_0 = \pi$ και διάρκεια $T(1, 20)$.



Σχ. 8 (β, γ): Σχέση τροχιάς με στροβιλισμό. Η χρωματική κωδικοποίηση είναι τέτοια που το κίτρινο αντιπροσωπεύει την αριστερόστροφη περιστροφή (αρνητικό στροβιλισμό) και το μπλε την δεξιόστροφη περιστροφή (θετικό στροβιλισμό).

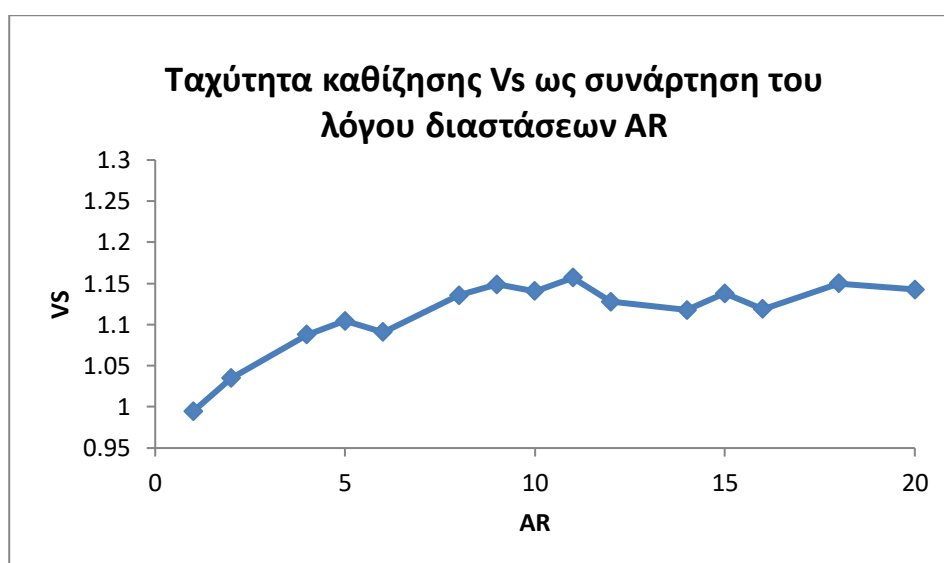


Σχ. 8 (δ): Κυτταρική ροή, με αναλογία διαστάσεων $AR = 20$, διάτμησης $\gamma = 1.5$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = \pi/2$, $(x_0, y_0) = (5\pi/4, \pi)$ και διάρκεια $T(1.5, 20)$.



Σχ. 8 (ε): Κυτταρική ροή, με αναλογία διαστάσεων $AR = 20$, διάτμησης $\gamma = 1.5$, και αρχική κατάσταση $\theta_0 = 0$, $(x_0, y_0) = (5\pi/4, \pi)$ και διάρκεια $T(1.5, 20)$.

Στην Κυτταρική ροή, υπάρχει αύξηση της μέσης ταχύτητας καθίζησης με τον λόγο διαστάσεων και την διάτμηση που σχετίζεται με συσσωμάτωση σε περιοχές με χαμηλή κλίση. Επιπλέον, οι προβαλλόμενες χωρικές τροχιές μπορούν να τέμνονται και να δημιουργούν χαοτική δυναμική, η οποία σχετίζεται με την εξάντληση των σωματιδίων εντός των λεγόμενων ζωνών συγκράτησης.



Σχ. 9. Μέση ταχύτητα καθίζησης, V_s ως συνάρτηση του λόγου διαστάσεων, AR για ρυθμό διάτμησης $\gamma = 1$ Αριθμητικές προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν σε κυτταρική ροή με $N = 1000$ σωματίδια, διάρκεια $T(\gamma, AR)$, με x_0, y_0 και θ_0 τυχαία δειγματοληψία από $U(0, 2\pi)$.

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Συνοπτικά, ο πρωταρχικός στόχος της εργασίας είναι να δείξει μηχανισμούς για βελτιωμένη καθίζηση επιμήκους μικροοργανισμών στα απλούστερα δυνατά πεδία ροής και συσσώρευση σε συγκεκριμένα μέρη της ροής καθώς και τις αντίστοιχες τροχιές και προσανατολισμό των σωματιδίων. Στην Ενότητα 3 παρουσιάζουμε ένα μοντέλο για να περιγράψουμε την τροχιά ενός μη επιπλέοντος ωσειδούς σφαιροειδούς. Η ταχύτητα του σωματιδίου είναι ένα άθροισμα της ταχύτητας του ρευστού και της ταχύτητας καθίζησης του σωματιδίου, όπου το τελευταίο εξαρτάται από τον προσανατολισμό των σωματιδίων και την αναλογία διαστάσεων. Ο ρυθμός

περιστροφής του σωματιδίου καθορίζεται από τη διάτμηση, τον προσανατολισμό των σωματιδίων και τον λόγο διαστάσεων σύμφωνα με την εξίσωση του Jeffery. Στο τμήμα 4 αριθμητικές προσομοιώσεις μέσω κώδικα Fortran πραγματοποιούνται σε απλές πρότυπες ροές. Πρώτα θεωρούμε Ροή Couette, η οποία έχει ομοιόμορφο ρυθμό διάτμησης, και έτσι τα σωματίδια υφίστανται τροχιές Jeffery. Προσδιορίζουμε σαφείς μηχανισμούς για το πώς η διάτμηση τροποποιεί την ταχύτητα καθίζησης. Στην κατακόρυφη διάτμηση, η ευθυγράμμιση της ροής και η συσσωμάτωση σε περιοχές με χαμηλή κλίση αυξάνουν την καθίζηση, ενώ στην οριζόντια διάτμηση η καθίζηση μειώνεται λόγω της ευθυγράμμισης. Για τη ροή Couette, η τροποποίηση στην ταχύτητα καθίζησης είναι ανεξάρτητη από το μέγεθος της διάτμησης και αυξάνεται με την αναλογία διαστάσεων. Στη συνέχεια, θεωρούμε τη ροή Kolmogorov, μια απλή μονόδρομη ροή με μη σταθερή διάτμηση. Στην κατακόρυφη ροή του Kolmogorov, τα επιμήκη σωματίδια έχουν επίσης αυξημένη ταχύτητα καθίζησης λόγω της προτιμησιακής ευθυγράμμισης και συσσωμάτωσης ροών σε περιοχές με χαμηλή κλίση, ένα φαινόμενο που αυξάνεται με το μέγεθος της διάτμησης. Στην οριζόντια ροή του Kolmogorov βρήκαμε συσσωμάτωση σε περιοχές με υψηλή διάτμηση όπου η ταχύτητα καθίζησης είναι ελάχιστη. Η τελική ροή που εξετάζετε είναι 2D κυτταρική ροή. Δείχνουμε πώς η ενισχυμένη καθίζηση λόγω συσσωμάτωσης σε περιοχές χαμηλών κλίσεων είναι ακόμη εμφανής για αυτήν την πιο περίπλοκη ροή.

Υπάρχουν μερικές άμεσες επεκτάσεις αυτού του έργου., θα ήταν χρήσιμο να εξερευνήσουμε τη δυναμική της καθίζησης που σχετίζεται με μια ροή που εξαρτάται από το χρόνο. Ένα απλό μοντέλο θα ήταν η Couette ή η Kolmogorov με ρυθμό διάτμησης που εξαρτάται από το χρόνο. Κάποιος μπορεί να αναμένει ότι θα υπάρξουν συντονισμοί μεταξύ του επαναπροσανατολισμού των σωματιδίων και των χρονικών κλιμάκων που σχετίζονται με αλλαγές στη ροή. Στο μοντέλο μας, έχουμε υποθέσει ότι τα σωματίδια προσκολλώνται στην τοπική ταχύτητα υγρού και βυθίζονται με ταχύτητα καθίζησης που εξαρτάται από τον προσανατολισμό. Το να διερευνήσουμε πληρέστερα και να προσδιορίσουμε πότε και πώς τα σωματίδια αποκλίνουν από τις υποθέσεις του μοντέλου μας, ιδίως στις μακροπρόθεσμες στατιστικές της Lagrangian, θα μπορούσαν να δώσουν περαιτέρω πληροφορίες. Είναι σημαντικό να κατανοήσουμε τις απλές ροές και τους μηχανισμούς συσώρευσης και ενισχυμένης καθίζησης που μπορεί να προκύψουν. Αυτή η μελέτη πηγαίνει κάπως προς αυτή την κατεύθυνση, αλλά υπάρχουν ακόμη πολλοί συναρπαστικοί μηχανισμοί που πρέπει να αποκαλυφθούν.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] J. O. Kessler (1986). Individual and collective fluid dynamics of swimming cells. *J. Fluid Mech.* 173, 191-205, 1986.
- [2] E. M. Purcell (1977). Life at low Reynolds number. *Am. J. Phys.*, 45:3–11.
- [3] J. Lighthill (1976). Flagellar hydrodynamics—The John von Neumann lecture, 1975. *SIAM Rev.*, 18:161–230.
- [4] C. Brennen and H. Winet (1977). Fluid mechanics of propulsion by cilia and flagella. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 9:339–398.
- [5] S. Childress (1981). *Mechanics of Swimming and Flying*. Cambridge University Press, Cambridge U.K.
- [6] S. Vogel (1996). *Life in Moving Fluids*. Princeton University Press, Princeton, NJ.
- [7] S. Vogel (2003). *Comparative Biomechanics: Life's Physical World*. Princeton University Press, Princeton, NJ.
- [8] Abdalla, F., & Khalil, R. (2018). Potential effects of groundwater and surface water contamination in an urban area, Qus City, Upper Egypt. *Journal of African Earth Sciences*, 141, 164-178.
- [9] Mashayekhpour, M., & et al. (2017). Wind effect on gyrotactic micro-organism surfacing in free-surface turbulence. *Advances in Water Resources*.
- [10] Durham, W. M, Climent, E. & Stocker, R. (2011). Gyrotaxis in a steady vortical flow. *Physical Review Letters*, 106. 238102.
- [11] Cencini, M., Franchino, M., Santamaria, F., & Boffetta, G. (2016). Centripetal focusing of gyrostatic phytoplankton. *Journal of Theoretical Biology*, σσ. 62-70.
- [12] Ferracci, J. (2013). *Hydrodynamics of ciliates at the air-liquid interface (Doctoral dissertation)*. Tohoku University.
- [13] Matth, E., Hopkins, W., Andli, S., & Ajfauc, I. (2002). A computational model of the collective fluid dynamics of motile micro-organisms. *Journal of Fluid Mechanics*, 455, σσ. 149-174.
- [14] Jeffery, G. B. (1922) The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 102, 161–179.

- [15] Lauga, E., & Powers, T., (2009) The hydrodynamics of swimming microorganisms. Rep. Prog. Phys ., 096601
- [16] H. C. Berg. Motile behavior of bacteria. Phys. Today, 53:24–29, 2000.
- [17] D. Bray. Cell Movements. Garland Publishing, New York, NY, 2000.
- [18] H. C. Berg and L. Turner (1979). Movement of microorganisms in viscous environments. Nature, 278:349–351.
- [19] S. Kim and J. S. Karilla. Microhydrodynamics: Principles and Selected Applications.
- [20] B.K. Batchelor. An Introduction to Fluid Mechanics. Cambridge University Press, Cambridge, 1967.
- [21] C. Pozrikidis. Boundary Integral and Singularity Methods for Linearized Viscous Flow. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1992.
- [22] W. Clifton, R. N. Bearon (2018). Enhance sedimentation of elongated plankton in simple flows. J of Applied Mathematics . 83, 743-766.