



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΦΩΝΙΑΣ ΣΕ
ΠΟΛΥΠΡΑΚΤΟΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ
ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ**

Διπλωματική Εργασία

Αντώνιος Βοζίκης

Επιβλέπων: Ασπασία Δασκαλοπούλου

Βόλος 2020



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

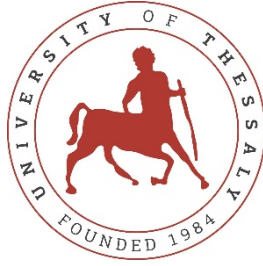
**ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΦΩΝΙΑΣ ΣΕ
ΠΟΛΥΠΡΑΚΤΟΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ
ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ**

Διπλωματική Εργασία

Αντώνιος Βοζίκης

Επιβλέπων: Ασπασία Δασκαλοπούλου

Βόλος 2020



UNIVERSITY OF THESSALY

SCHOOL OF ENGINEERING

DEPARTMENT OF ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING

**ADAPTIVE CONSENSUS CONTROL FOR MULTI AGENT
SYSTEMS, USING NEURAL NETWORKS**

Diploma Thesis

Antonios Vozikis

Supervisor: Aspasia Daskalopoulou

Volos 2020

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θέλω να ευχαριστήσω πρωτίστως τους γονείς μου για τη δυνατότητα που μου έδωσαν να αποκτήσω τη μόρφωση που έχω αποκτήσει. Εκείνοι στάθηκαν δίπλα μου ακόμα και όταν εγώ δεν στεκόμουν δίπλα στον εαυτό μου. Παράλληλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθένα από τους καθηγητές μου για τις γνώσεις που μου μεταλαμπάδευσαν κατά τη διάρκεια των σπουδών μου στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΗΛΩΣΗ ΠΕΡΙ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΗΣ ΔΕΟΝΤΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΩΝ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ

«Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, δηλώνω ρητά ότι η παρούσα διπλωματική εργασία, καθώς και τα ηλεκτρονικά αρχεία και πηγαίοι κώδικες που αναπτύχθηκαν ή τροποποιήθηκαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας, αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής μου εργασίας, δεν προσβάλλει κάθε μορφής δικαιώματα διανοητικής ιδιοκτησίας, προσωπικότητας και προσωπικών δεδομένων τρίτων, δεν περιέχει έργα/εισφορές τρίτων για τα οποία απαιτείται άδεια των δημιουργών/δικαιούχων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον και πληρούν τους κανόνες της επιστημονικής παράθεσης. Τα σημεία όπου έχω χρησιμοποιήσει ιδέες, κείμενο, αρχεία ή/και πηγές άλλων συγγραφέων, αναφέρονται ευδιάκριτα στο κείμενο με την κατάλληλη παραπομπή και η σχετική αναφορά περιλαμβάνεται στο τμήμα των βιβλιογραφικών αναφορών με πλήρη περιγραφή. Αναλαμβάνω πλήρως, ατομικά και προσωπικά, όλες τις νομικές και διοικητικές συνέπειες που δύναται να προκύψουν στην περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά, ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της δεν μου ανήκει διότι είναι προϊόν λογοκλοπής».

Ο/Η Δηλών

(Υπογραφή)

Βοζίκης Αντώνιος

21/12/2019

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Εξαιτίας της πολυπλοκότητας του ελέγχου ομοφωνίας σε μη γραμμικά πολυπρακτορικά συστήματα κρίνεται απαραίτητη τόσο η επιτυχία της ομοφωνίας όσο και η βελτιστοποίηση του χρόνου στον οποίο αυτή επιτυγχάνεται. Στη διπλωματική που ακολουθεί παρουσιάζονται ορισμένοι διαφορετικοί τρόποι οι οποίοι μπορούν να συντελέσουν στην επιτυχία του στόχου ενός πολυπρακτορικού συστήματος κάνοντας χρήση των νευρωνικών δικτύων για την απαλοιφή των αγνώστων παραγόντων. Σκοπός της διπλωματικής είναι η ανάλυση κάποιων σχετικά πρόσφατων τεχνικών, η απόδειξη του ορθού τρόπου λειτουργίας τους καθώς και απλή προσομοίωση για την επιβεβαίωση ότι έχουμε και στην πράξη αποτελέσματα. Οι τεχνικές που παρουσιάζονται στη συνέχεια περιλαμβάνουν μη γραμμικά συστήματα πρώτης και δεύτερης τάξεως και οι εξωτερικοί παράγοντες αλλά και τα προσεγγιστικά σφάλματα δε λαμβάνονται υπόψιν καθώς γίνεται χρήση ισχυρού σήματος.

ABSTRACT

Due to non linear multiagent's consensus control complexity it's is important to make sure we achieve consensus and the time taken is within reasonable bounds. Apart from that it's very important we take measures to improve how fast consensus is achieved. In the following diploma thesis we present and analyze different methods where consensus control can be achieved with the usage of neural networks in order to remove unknown factors. We will take a closer look on some new techniques and provide with theoretical and practical background to make sure they work correctly. The methods include non linear first and second class multiagent systems and the external disturbances and error are counteracted with the usage of robust signal.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	vi
ABSTRACT	vii
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	viii
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:	1
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΟΛΥΠΡΑΚΤΟΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	1
1.1 Εισαγωγικές έννοιες και ιστορική αναδρομή της ομοφωνίας	1
1.2 Ορισμός γραφήματος.....	7
1.3 RBFNN	8
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 :	9
ΑΠΟΚΕΝΤΡΩΜΕΝΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΦΩΝΙΑΣ	9
2.1 Εισαγωγή	9
2.2 Περιγραφή	10
2.3 Αλγόριθμος	11
2.4 Ανάλυση.....	14
2.5 Προσομοίωση	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 :	27
ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΦΩΝΙΑΣ ΜΕ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΕΣ	27
3.1 Εισαγωγή	27
3.2 Περιγραφή	27
3.3 Αλγόριθμος	28
3.4 Απόδειξη	31
3.5 Προσομοίωση	34
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:	37
ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΦΩΝΙΑΣ ΜΕ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΕΙΣ	37
4.1 Εισαγωγή	37
4.2 Περιγραφή	38
4.3 Αλγόριθμος	38
4.4 Απόδειξη	44
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:	47

ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΦΩΝΙΑΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΕΩΣ LEADER-FOLLOWING	47
.....	
5.1 Εισαγωγή	47
5.2 Περιγραφή	47
5.3 Αλγόριθμος	50
5.4 Απόδειξη	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6:	60
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	60
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	61

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΟΛΥΠΡΑΚΤΟΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

1.1 Εισαγωγικές έννοιες και ιστορική αναδρομή της ομοφωνίας

Στην επιστήμη των υπολογιστών ένας πράκτορας (agent) αποτελεί μια αυτόνομη οντότητα/πρόγραμμα το οποίο λειτουργεί με γνώμονα το συμφέρον είτε του χρήστη είτε ενός άλλου προγράμματος. Ο πράκτορας είναι σε θέση να αποφασίσει για το τι ενέργεια θα πράξει οποιαδήποτε χρονική στιγμή με την προϋπόθεση ότι η ενέργεια αυτή θα τον φέρει ένα βήμα πιο κοντά στο στόχο του. Ο στόχος του κάθε πράκτορα είτε είναι προκαθορισμένος από πριν είτε μπορεί να αποκτηθεί επίκτητα κατά τη διάρκεια της ζωής και λειτουργίας του.

Τα πολυπρακτορικά συστήματα (Multiagent systems) αποτελούνται από ένα σύστημα πολλαπλών πρακτόρων οι οποίοι έχουν τη δυνατότητα αλληλεπίδρασης μεταξύ τους. Ταυτόχρονα φυσικά διατηρούν την ιδιότητα του «πράττειν» και «διαλέγειν» της επόμενης του ενέργειας. Είναι πολύ σημαντικό να αναφέρουμε ότι η αλληλεπίδραση αυτή μεταξύ των πρακτόρων ενός πολυπρακτορικού συστήματος είναι πολύ σημαντική και ταυτόχρονα πολύ περίπλοκη. Θέλει λοιπόν ιδιαίτερη προσοχή στο τι θα προσπαθήσει να μεταλαμπαδεύσει ο κάθε πράκτορας στους γειτονικούς του πράκτορες. Μπορεί να μεταφέρει ψευδή πληροφορία ή δεδομένα που αποκλίνουν τον γειτονικό πράκτορα, και συνάμα το ολικό πολυπρακτορικό σύστημα, από το στόχο του. Η διπλωματική εργασία που ακολουθεί δεν θα ασχοληθεί με το κομμάτι του «φιλτραρίσματος» των πληροφοριών ανάμεσα στους πράκτορες αλλά στο τρόπο με τον οποίο μπορεί ένα σύστημα να έρθει σε ομοφωνία με το γρηγορότερο τρόπο με χρήση νευρωνικών δικτύων.

Ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα ενός πολυπρακτορικού συστήματος αποτελεί ο έλεγχος της ομοφωνίας μεταξύ των πρακτόρων που το αποτελούν. Η ομοφωνία αποτελεί τον πιο βασικό τρόπο για να αποκτήσει ένα πολυπρακτορικό σύστημα συνεργατικό έλεγχο, ο οποίος είναι απαραίτητος ώστε να γίνει εφικτή η επιλογή κοινών αποφάσεων που θα οδηγήσει μετεκδοχικά στην επιλογή κοινών ενεργειών από όλα τα μέλη/πράκτορες του συστήματος (π.χ. η κίνηση όλων των πρακτόρων ενός συστήματος πρακτόρων προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, λήψη κοινής απόφασης κτλ.)

Θεωρούμε μια ομάδα A αποτελούμενη από N πράκτορες, οι οποίοι λειτουργούν σε ένα κόσμο που βρίσκεται στην κατάσταση s_0 , καθένας από τους οποίους πρέπει να αποφασίσει ποια θα είναι η επόμενη ενέργεια που θα πράξει. Ένας τρόπος σχηματισμού του προβλήματος είναι να θεωρήσουμε ότι οι πράκτορες προσπαθούν να συμφωνήσουν ποια από τις δυνατές καταστάσεις των μελών m του συνόλου S θα ακολουθήσουν για να μεταμορφωθεί ο κόσμος με βάση τους επιθυμητούς μας στόχους. Κάθε πράκτορας στην ομάδα A έχει έναν δικό του «εγωιστικό» στόχο. Σε κάθε χρονική στιγμή που τίθεται το ερώτημα της επιλογής της καλύτερης ενέργειας που θα πράξει ο κάθε πράκτορας λαμβάνονται υπόψιν η χρησιμότητα της ενέργειας και η αξίας της σε σύγκριση με κάθε κατάσταση. Η πραγματική προτίμηση του κάθε πράκτορα i για την κάθε επιθυμητή ενέργεια για την κατάσταση k υποδηλώνεται ως $w_i(k)$. Πρέπει να έχουμε υπόψιν μας ότι οι προτιμήσεις που δηλώνει ο κάθε πράκτορας μπορεί να διαφέρουν σε σχέση με τις πραγματικές του προτιμήσεις.

Η διαδικασία απόφασης κατά την οποία επιλέγεται μια κατάσταση από το σύνολο S πραγματοποιείται από μια συνάρτηση που διαλέγει μια από τις δηλωμένες προτιμήσεις του κάθε πράκτορα σαν κοινή απόφαση από το ρεπερτόριο των ενεργειών για να ληφθεί από όλους τους πράκτορες. Πιο συγκεκριμένα, ας δούμε έναν κόσμο αποτελούμενο από κουτάκια και θέσεις στις οποίες μπορεί να τοποθετηθούν ένα ή περισσότερα κουτάκια. Συνολικά υπάρχουν 4 θέσεις (a,b,c,d) και 5 κουτάκια (1,2,3,4,5) και ο κόσμος περιγράφεται από τις σχέσεις: $On(Obj_1, Obj_2)$ όπου το Obj_1 βρίσκεται τοποθετημένο πάνω στο Obj_2 , $Clear(obj)$ όπου αφαιρείται το κουτάκι, $At(Obj, Slot)$ όπου το κουτάκι τοποθετείται στη θέση, $Loc(obj)$ όπου επιστρέφει τη θέση που βρίσκεται τοποθετημένο το κουτάκι, $Move(Obj_1, Obj_2)$ όπου μετακινεί το Obj_1 στο Obj_2 .

Υποθέτουμε ότι οι πράκτορες έχουν τους εξής στόχους:

$$g_1 = \{At(4, c), At(2, b)\} < Worth = 12 >$$

$$g_2 = \{On(2,4), On(5,2)\} < Worth = 14 >$$

$$g_3 = On(3,2), At(2, c) < Worth = 16 >$$

Σημειώνουμε ότι όταν ένας πράκτορας εκτελεί μεμονωμένα την $Move$, η εκτέλεσή της έχει κόστος 4 και αν δύο πράκτορες εκτελέσουν ταυτόχρονα την $Move$, το κόστος εκτέλεσης μειώνεται σε 1,5 για τον καθένα(3 συνολικά). Στο συγκεκριμένο λοιπόν παράδειγμα το πρόβλημα της ομοφωνίας είναι ο εντοπισμός τους κατάλληλου σχεδίου που θα εκτελεστεί από όλους τους πράκτορες για να σχηματίσουν έναν κόσμο με τις

καταστάσεις όλων των πρακτόρων να βρίσκεται σε ομοφωνία. Το ιδανικό, φυσικά, είναι η κατάσταση που θα σχηματιστεί να αξιοποιήσει όσο το δυνατόν περισσότερο την χρησιμότητα της ομάδας, αφού παρατηρούμε ότι η μετακίνηση αντικειμένων από δύο διαδοχικούς πράκτορες έχει μικρότερο κόστος από την μετακίνηση από έναν πράκτορα μόνο.

Σήμερα, περισσότερο από ποτέ, κρίνεται αναγκαίος αυτός ο έλεγχος της ομοφωνίας με μάλιστα συγκεκριμένες ειδικές περιπτώσεις να ξεχωρίζουν όπως:

- Η μοντελοποίηση του τρόπου με τον οποίο ένα σμήνος πτηνών σχηματίζει σμήνος και ομαδοποιείται σε ομάδες. [1]
- Η συνεργασία και έλεγχος μη επανδρωμένων ιπτάμενων οχημάτων [2]
- Ο έλεγχος σχηματισμού πολλών αυτόνομων ρομπότ [3]
- Η συνένωση πληροφοριών κατανεμημένων δικτύων αισθητήρων. [4]
- Μοντελοποίηση της αναζήτησης τροφής των εντόμων.

Είναι αποδεδειγμένο ότι η μέθοδος ελέγχου συμφωνίας μπορεί να οδηγηθεί σε μέθοδο ελέγχου ομοφωνίας αν

- Η συνθήκη αλγεβρικής σύνδεσης ικανοποιείται
- Η διάρκεια του χρόνου είναι μεγαλύτερη από κάποια τιμή κατωφλίου

Να σημειωθεί ότι έχουμε 2 βασικές στρατηγικές ελέγχου, την leaderless και την leader-following. Στην leaderless όλοι οι πράκτορες θα φτάσουν σε μια συμφωνία σε μια κοινή τιμή με τη χρήση ενός κοινού πρωτοκόλλου ελέγχου. Αντίθετα στην leader-following όλοι οι πράκτορες-ακόλουθοι θα ακολουθήσουν τον πράκτορα-αρχηγό.

Κατά τη διάρκεια των χρόνων έχει γίνει μεγάλη προσπάθεια για την επίλυση του προβλήματος του ελέγχου ομοφωνίας σε πολυπρακτορικά συστήματα. Αρχικά προτάθηκε από τον Vicsek μια προσέγγιση αποκεντρωμένου ελέγχου που ονομάζεται «κανόνας τοπικού γείτονα» και αποδείχθηκε ότι η κατεύθυνση του κάθε πράκτορα θα συγχρονιστεί από την οπτική της στατιστικής μηχανικής [5]. Στη συνέχεια ο Jadbabaie έδωσε μαθηματική απόδειξη του κανόνα του Vicsek κάνοντας χρήση μη κατευθυνόμενου γραφήματος και πρόσθεσε επιπλέον την «κατάσταση κοινής σύνδεσης» για την περίπτωση της μεταβαλλόμενης τοπολογίας [6]. Οι Olfati-Saber και Murray

εξέτασαν τη μέση ομοφωνία των δικτύων παραγώγων πρώτης τάξης με την κατευθυνόμενη επικοινωνιακή πληροφόρηση και τη διερεύνηση του αντίκτυπου της καθυστέρησης του δικτύου[7]. Επίσης ο Moreau μελέτησε ένα σύστημα πρακτόρων με μη γραμμικά δυναμικά και μεταβαλλόμενες επικοινωνιακές συνδέσεις. Το πρόβλημα της ομοφωνίας αναλύθηκε με τη χρήση της ιδιότητας της συστολής [8]. Ο Ren και Beard παρείχαν μια βελτιωμένη συνθήκη για την ομοφωνία πολυπρακτορικών συστημάτων με τη χρήση εναλλασσόμενου κατευθυνόμενου γραφήματος, που χρειαζόταν μόνο ένα spanning δέντρο στην ένωση των γραφημάτων αλληλεπίδρασης[9]. Έπειτα ο Hong πρότεινε ένα πρωτόκολλο συναίνεσης για πολυπρακτορικά συστήματα κάνοντας χρήση ενός ενεργού πράκτορα-αρχηγού. Αποδείχθηκε ότι κάθε πράκτορας μπορεί να εντοπίσει την τροχιά του πράκτορα ηγέτη ακόμα και αν οι πληροφορίες της στιγμιαίας ταχύτητας του πράκτορα-αρχηγού ήταν άγνωστες[10]. Στο [11] χρησιμοποιήθηκε πολυπρακτορικό σύστημα με τυχαίες μετρήσεις θορύβων.

Για να επιτευχθεί ομοφωνία η ποιότητα των επικοινωνιών μεταξύ των πρακτόρων χρειάζεται να ικανοποιεί ορισμένες συνθήκες που καθορίζονται από ένα κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Ο Cao πρότεινε πρωτόκολλο ασύγχρονης ομοφωνίας για πολυπρακτορικά συστήματα [12]. Προέκυψαν κάποια θεωρητικά αποτελέσματα ,που βασίζονται σε γραφήματα, για την ανάλυση της σύγκλισης. Αυτό το πρωτόκολλο του Cao αποτέλεσε την αρχή και στη συνέχεια προτάθηκαν πολλά νέα μη γραμμικά πρωτόκολλα ομοφωνίας. Επιπροσθέτως στο [13] έχουμε μια προσέγγιση μη γραμμικής ομοφωνίας που βασίστηκε στην ιδέα του φίλτρου του Kalman. Από την οπτική του βέλτιστου ελέγχου προτάθηκε μια μη γραμμική προσέγγιση ομοφωνίας σχεδιάζοντας τον επιμέρους στόχο του κάθε πράκτορα[14]. Από τη μη λεία ανάλυση των συστημάτων και τη θεωρία ελέγχου προτάθηκε ένας μη γραμμικός ελεγκτής, ώστε να καθοδηγήσει όλους τους πράκτορες σε ομοφωνία[15]. Οι προαναφερθέντες αλγόριθμοι ομοφωνίας ως επί των πλείστων βασίζονται πάνω σε πράκτορες με δυναμικά ενός ολοκληρωτή. Για πράκτορες με δυναμικά διπλού ολοκληρωτή τα προβλήματα που σχετίζονται με την ομοφωνία έχουν μελετηθεί στην [16] και [17]. Στα [18],[19] παρατηρούμε ότι το μεγαλύτερο μέρος της δουλειάς τους σχετίζεται με την ομοφωνία πρακτόρων με δυναμικά πρώτης η δεύτερης τάξης.

Οφείλουμε να τονίσουμε, ότι η πλειοψηφία των αλγορίθμων που δόθηκε σαν παράδειγμα για την ιστορική αναδρομή έχει ντετερμινιστικά δυναμικά. Για εφαρμογές όμως κάτω από ρεαλιστικές συνθήκες πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας τις μη έγκυρες μετρήσεις, τις εξωτερικές διαταραχές, καθώς και τις αλληλεπιδράσεις με τον άγνωστο περιβάλλον. Έχουν γίνει κάποιες προσπάθειες για τον έλεγχο ομοφωνίας σε πολυπρακτορικά συστήματα με αβέβαια δυναμικά με τη χρήση των παραδοσιακών προσαρμοζόμενων μεθόδων [20],[21]. Ωστόσο η παραδοσιακή προσαρμοζόμενη μέθοδος πάσχει, γιατί υποθέτουμε γραμμικότητα στις παραμέτρους. Σαν εναλλακτική λύση τα νευρωνικά δίκτυα έχουν χρησιμοποιηθεί επιτυχώς για την αναγνώριση και τον έλεγχο ενός συστήματος χάρη στην φοβερή ιδιότητα προσέγγισης που διαθέτουν[22]. Οι Πολυκάρπου και Ιωάννου αρχικά πρότειναν ένα προσαρμοζόμενο νευρωνικό δίκτυο για αβέβαια συστήματα χωρίς την υπόθεση της γραμμικότητας των παραμέτρων[23]. Η ευστάθεια του ελεγκτή, που βασίζεται στη χρήση νευρωνικών δικτύων, είναι εγγυημένη από τη μέθοδο σύνθεσης του Lyapunov και τα βάρη του νευρωνικού δικτύου αλλάζουν online. Αρκετές μέθοδοι ελέγχου με τη χρήση νευρωνικών δικτύων έχουν προταθεί όπως η [25] και [26].

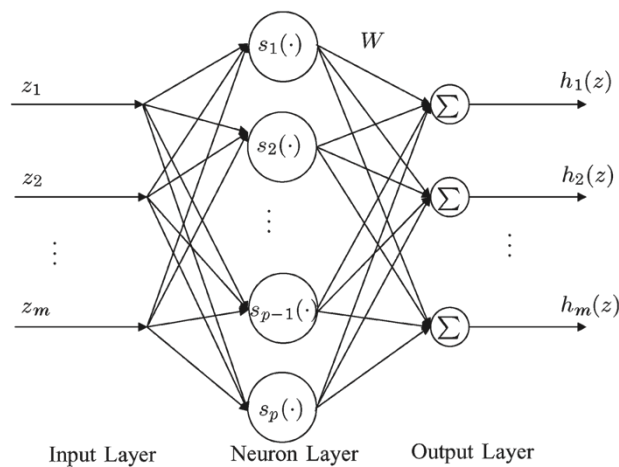
Λόγω της πολυπλοκότητας των πολυπρακτορικών συστημάτων και ιδιαίτερα των μη γραμμικών, οι περισσότερες γνωστές μέθοδοι ελέγχου ομοφωνίας για γραμμικά συστήματα δεν μπορούν να εφαρμοστούν στα μη γραμμικά πολυπρακτορικά συστήματα, ειδικά όταν στα δυναμικά του πράκτορα υπάρχει κάποια άγνωστη συνάρτηση. Όμως τα νευρωνικά δίκτυα έχουν φοβερή ικανότητα προσέγγισης άγνωστων συναρτήσεων χωρίς να χρειάζεται να μπούμε σε διαδικασία εκμάθησης (training) του νευρωνικού δικτύου.

Τα νευρωνικά δίκτυα προέρχονται από τη βιολογία και πιο συγκεκριμένα από τα νευρικά συστήματα των διαφόρων οργανισμών. Κάθε οργανισμός περιέχει πολλά νευρωνικά δίκτυα, εκ των οποίων το καθένα αναλαμβάνει μια συγκεκριμένη διεργασία π.χ. μνήμη, μάθηση, κίνηση κτλ. Οι νευρώνες, οι οποίοι αποτελούν τη βασική μονάδα των νευρωνικών δικτύων, επεξεργάζονται πληροφορίες και επικοινωνούν διαρκώς με τους γείτονές τους στέλνοντας και λαμβάνοντας ηλεκτρικά σήματα.

Τι είναι λοιπόν ένα *Νευρωνικό δίκτυο (Neural network)* στην επιστήμη των υπολογιστών; Νευρωνικό δίκτυο ονομάζεται ένα σύστημα από απλούς διασυνδεδεμένους

κόμβους οι οποίοι επεξεργάζονται πληροφορίες και με βάση τα εξωτερικά ερεθίσματα θα δώσουν ανάλογα αποτελέσματα. Όπως βλέπουμε και στην Εικόνα 1, το δίκτυο, τουλάχιστον στη βασική του μορφή, αποτελείται από 3 επίπεδα. Το επίπεδο εισόδου (input layer), το κρυμμένο επίπεδο (hidden layer) και το επίπεδο εξόδου (output layer). Με βάση τις πληροφορίες που θα δώσουμε στο επίπεδο εισόδου, το κρυμμένο επίπεδο θα πραγματοποιήσει υπολογισμούς και θα μας δώσει το αντίστοιχο αποτέλεσμα. Αν δεν λάβουμε την επιθυμητή έξοδο, αναπροσαρμόζουμε την πληροφορία και την ανατροφοδοτούμε ξανά στην είσοδο. Μια ιδιαίτερα σημαντική ιδιότητα των νευρωνικών δικτύων που θα χρησιμοποιηθεί παρακάτω στην διπλωματική είναι η δυνατότητα προσέγγισης κάποιας συνάρτησης. Για την ιδιότητα αυτή θα χρησιμοποιήσουμε τα *RBFNN* (*Radial Basis Function Neural Network*)

Η *Radial basis function* ουσιαστικά αντιπροσωπεύει μια συνάρτηση φ της οποίας η τιμή εξαρτάται μόνο από την απόσταση της εισόδου από ένα σταθερό σημείο, είτε αυτό είναι το κέντρο ώστε $\varphi(\mathbf{x}) = \varphi(\|\mathbf{x}\|)$, είτε αυτό είναι κάποιο άλλο σταθερό σημείο \mathbf{c} , το οποίο επίσης θα ονομάζεται κέντρο, τέτοιο ώστε $\varphi(\mathbf{x}) = \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}\|)$.



Εικόνα 1. Δομή του RBF νευρωνικού δικτύου.

Στη διπλωματική θα αναλυθούν διαφορετικές έρευνες καθώς και βελτιστοποιήσεις αυτών για τον προσαρμοσμένο έλεγχο ομοφωνίας σε πολυπρακτορικά συστήματα με τη χρήση νευρωνικών δικτύων.

Κατά τη διάρκεια της διπλωματικής εργασίας θα χρησιμοποιηθούν τα εξής σύμβολα:

$$1_n = (1, 1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^n$$

$$0_n = (0, 0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^n$$

$I_n = n \times n$ ο ταυτοτικός πίνακας

$\otimes \rightarrow$ Τελεστής Kronecker. Η άλγεβρα Kronecker χρησιμοποιείται στην επεξεργασία των εξισώσεων και τον έλεγχο της πληροφορίας μεταξύ των πρακτόρων.

Για γνωστό πίνακα X :

$\|X\| \rightarrow$ Η Ευκλείδεια νόρμα

$\|X\|_F \rightarrow$ Η Frobenius νόρμα

$\lambda_{\min}(X) \rightarrow$ Η μικρότερη ιδιοτιμή

Ανισότητα Cauchy $\rightarrow (\sum_{i=1}^n x_i y_i) \leq (\sum_{i=1}^n x_i^2)^{1/2} (\sum_{i=1}^n y_i^2)^{1/2}$

$Tr(\cdot) \rightarrow$ Trace operator

1.2 Ορισμός γραφήματος

Όλες οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των πρακτόρων του πολυπρακτορικού συστήματος αναπαρίστανται σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα $G = (V, \varepsilon, A)$ τάξης n όπου $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ είναι το σετ των κόμβων, $\varepsilon \in V \times V$ δηλώνει το σετ των ακμών και $A = [a_{ij}]$ αποτελεί τον πίνακα βαρών γειννίασης όπου όλα τα στοιχεία του είναι θετικά ορισμένα (σε κάποιες επιστημονικές έρευνες τα στοιχεία του πίνακα βαρών A $a_{ii} = 0$ και $a_{ij} \geq 0$). Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία θα γίνει χρήση του πρώτου ορισμού. Ο κόμβος v_i αντιπροσωπεύει τον i -οστό πράκτορα. Επίσης, τα περιεχόμενά του ανήκουν σε ντετερμινιστικό σετ $I = \{1, 2, \dots, n\}$. Το $e_{ij} = (v_j, v_i)$ υποδηλώνει ένα άκρο του G αν και μόνο αν υπάρχει μεταφορά πληροφορίας από τον κόμβο j στον i . Λογικά προκύπτει ότι για ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα ισχύει ότι αν $e_{ij} \in \varepsilon$ τότε και $e_{ji} \in \varepsilon$. Λέμε ότι ο κόμβος v_j είναι γείτονας του κόμβου v_i αν το άκρο $e_{ij} = (v_j, v_i) \in \varepsilon$.

Για μη κατευθυνόμενα γραφήματα αν v_j και v_i είναι γείτονες τότε και v_i και v_j είναι γείτονες. Για περίπτωση κατευθυνόμενου γραφήματος μια κατευθυνόμενη ακμή ε δηλώνεται από το ζευγάρι $e_{ij} = (v_i, v_j) \in \varepsilon$ αν και μόνο αν υπάρχει ροή πληροφορίας από τον κόμβο j προς τον κόμβο i . Ο κόμβος v_j ονομάζεται πατρικός κόμβος και ο κόμβος v_i αποτελεί τον κόμβο παιδί. Για κατευθυνόμενο και μη γράφημα η γειτονιά του i -οστού

κόμβου δηλώνεται ως $N_i = \{j \in V \mid e_{ij} \in \varepsilon\}$. Το στοιχείο a_{ij} του πίνακα γειτνίασης αντιπροσωπεύει την ποιότητα επικοινωνίας μεταξύ των κόμβων j και i . Το γειτονικό στοιχείο a_{ij} που σχετίζεται με την ακμή e_{ij} ικανοποιεί ότι $e_{ij} \in \varepsilon \Leftrightarrow a_{ij} > 0$ και $e_{ij} \notin \varepsilon \Leftrightarrow a_{ij} = 0, \Leftrightarrow a_{ii} = 0$. Φυσικά για μη κατευθυνόμενα γραφήματα $a_{ij} = a_{ji}$.

Ο λαπλασιανός πίνακας του γραφήματος G ορίζεται ως

$$L = D - A,$$

Όπου $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ και $d_i = \sum_{j=0}^n a_{ij}$.

1.3 RBFNN

Όπως προαναφέρθηκε διαλέγουμε τα RBFNNs για να προσεγγίσουμε την άγνωστη μη γραμμική συνάρτηση του δυναμικού του πράκτορα. Το RBFNN $\varphi_{nn}(z)$ μπορεί να προσεγγίσει μια συνεχή συνάρτηση $\phi(z) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ στη μορφή $\varphi_{nn}(z) = W^T S(z)$, όπου $W \in \mathbb{R}^{p \times m}$ είναι ο προσαρμοζόμενος πίνακας βαρών, p είναι ο αριθμός των κόμβων (νεύρων). $S(z) = [s_1(z), s_2(z), \dots, s_p(z)]^T$ είναι το διάνυσμα βασικής συνάρτησης, $s_i(z) = \exp[-(z - \mu_i)^T(z - \mu_i)/\varphi_i^2]$ για $i = 1, 2, \dots, p$, όπου $\mu_i = [\mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{in}]^T$ υποδηλώνει το κέντρο πεδίου ευαισθησίας, φ_i είναι το πλάτος της Γκαουσιανής συνάρτησης και τέλος $z \in \Omega_z \subset \mathbb{R}^l$ αποτελεί το διάνυσμα εισόδου.

Με τη χρήση του RBFNN μπορούμε να προσεγγίσουμε οποιαδήποτε συνεχή συνάρτηση πάνω σε ένα σύνολο Ω . Δεδομένου μιας μη γραμμικής διανυσματικής συνάρτησης $\phi(z) \in \mathbb{R}^m$ υπάρχει ένας βέλτιστος πίνακας βαρών W^* τέτοιος ώστε το RBFNN να μπορεί με ακρίβεια να προσεγγίσει την $\phi(z)$ σε ένα συμπαγές σύνολο $\Omega_z \subset \mathbb{R}^l$ ως εξής: $\phi(z) = W^{*T} S(z) + \varepsilon_z$, όπου $W^* \in \mathbb{R}^{p \times m}$ είναι ο βέλτιστος πίνακας βαρών του RBFNN, p είναι ο αριθμός των νεύρων και ε_z υποδηλώνει το προσεγγιστικό σφάλμα και ικανοποιεί την $\|\varepsilon_z\| \leq \delta$, με λίγα λόγια είναι φραγμένο. Το προσεγγιστικό σφάλμα του νευρωνικού δικτύου αντιπροσωπεύει την ελάχιστη δυνατή απόκλιση ανάμεσα στο ιδανικό προσεγγιστή $W^{*T} S(z)$ και την άγνωστη μη γραμμική function $\phi(z)$. Αξίζει να τονίσουμε ότι ο ιδανικός πίνακας W^* είναι μια τεχνητή ποσότητα και χρησιμοποιείται μόνο για ανάλυση. Σε γενικές γραμμές ο πίνακας W^* πρέπει να υπολογιστεί γιατί είναι άγνωστος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 :

ΑΠΟΚΕΝΤΡΩΜΕΝΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΦΩΝΙΑΣ

2.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε έναν αλγόριθμο για τον οποίον οι αβεβαιότητες και εξωτερικές διαταραχές υπάρχουν στο δυναμικό του πράκτορα και καθιστούν το συγκεκριμένο μοντέλο πιο ρεαλιστικό. Χάρη στη προσεγγιστική δυνατότητα των νευρωνικών δικτύων οι αβεβαιότητες και οι εξωτερικές διαταραχές αντισταθμίζονται. Επιπλέον, κάνοντας χρήση ενός ισχυρού σήματος έχουμε εξουδετέρωση των αποτελεσμάτων του σφάλματος προσέγγισης και των εξωτερικών διαταραχών. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην πράξη οι αβεβαιότητες είναι αναπόφευκτες εξαιτίας της ανακρίβειας των μετρήσεων, των εξωτερικών διαταραχών και των αλληλεπιδράσεων με άγνωστα περιβάλλοντα.

Ο αλγόριθμος που παρουσιάζεται είναι αποκεντρωμένος, καθώς κάθε πράκτορας γνωρίζει και μπορεί να χρησιμοποιήσει πληροφορίες μόνο από τους γείτονες-πράκτορες του. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος έχει επηρεαστεί ιδιαίτερα από διάφορα βιολογικά μοντέλα και κάθε πράκτορας λαμβάνει αποφάσεις από μόνος του με βάση το περιβάλλον και τα ερεθίσματα που δέχεται από αυτό. Κάνοντας χρήση της τεχνικής ισχυρού σήματος, προτείνεται ένας αποκεντρωμένος αλγόριθμος για κάθε πράκτορα, που όπως προαναφέραμε, εξαρτάται μόνο από τις πληροφορίες του κάθε γείτονα. Οι αβέβαιοι δυναμικοί όροι προσεγγίζονται από τα νευρωνικά δίκτυα χωρίς καμία φάση offline training. Επίσης, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο προβολής για να παράγουμε τον προσαρμοζόμενο νόμο αλλαγής για τα νευρωνικά δίκτυα που μετεκδοχικά θα μας οδηγήσει στο να έχουμε φραγμένες εκτιμήσεις για τους πίνακες βαρών. Η τεχνική ισχυρού σήματος ελέγχου επίσης χρησιμοποιείται για να αντικρούσει το προσεγγιστικό σφάλμα και τις εξωτερικές διαταραχές. Μάλιστα, σύμφωνα με τη θεωρητική ανάλυση το σφάλμα ομοφωνίας μπορεί να είναι όσο μικρό επιθυμούμε.

2.2 Περιγραφή

Υποθέτω ότι κάθε πράκτορας έχει τα εξής δυναμικά:

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + u_i + \Delta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Όπου $f_i(x_i): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$, αποτελεί μια συνεχής συνάρτηση διανύσματος η οποία περιέχει αβέβαιες παραμέτρους. Η δομή της $f_i(x_i)$ μπορεί να είναι επίσης άγνωστη κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού του ελεγκτή. $u_i \in \mathbb{R}^m$ υποδηλώνει το διάνυσμα ελέγχου εισόδου και $\Delta_i \in \mathbb{R}^m$ οι εξωτερικές διαταραχές συμπεριλαμβανομένων των μη δομημένων, μη μοντελοποιημένων δυναμικών και των θορύβων. Στην πραγματικότητα υπάρχουν πολλές περιπτώσεις που τα δυναμικά του πράκτορα μοντελοποιούνται με τη χρήση της (2). Για παράδειγμα, όταν ένα αντικείμενο κινείται σε ένα κολλώδες περιβάλλον με μεγάλη ταχύτητα όπως π.χ. το supersonic ιπτάμενο όχημα. Η ταχύτητα του αντικειμένου έχει να κάνει με την επιρροή της απόσβεσης της ταχύτητας. Τότε τα δυναμικά μπορούν να γραφτούν ως εξής:

$$m_0 \dot{v}_0 = u_0 - f_0(v_0)$$

Όπου m_0 είναι η μάζα του αντικειμένου, v_0 είναι η ταχύτητα του αντικειμένου, u_0 είναι η δύναμη που εφαρμόζεται στο αντικείμενο και $f_0(v_0)$ η απόσβεση της ταχύτητας συμπεριλαμβανομένων των αβέβαιων παραμέτρων

Υπόθεση 1: Οι εξωτερικές διαταραχές Δ_i είναι φραγμένες, δηλαδή:

$$\|\Delta_i\| \leq \rho_i$$

Το φράγμα ρ_i χρησιμοποιείται για να καθορίσει τις παραμέτρους ελέγχου. Στην πράξη το φράγμα δεν είναι απαραίτητο και μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε τιμή ρ_i για το σχεδιασμό του ελεγκτή.

Λήμμα 1: Υποθέτω ότι η $V(t) \geq 0$ είναι μια συνεχής συνάρτηση ορισμένη στο

$t \in [0, +\infty]$ και $V'(t) \leq -\gamma V(t) + k$ όπου γ και k θετικές σταθερές, τότε

$$V(t) \leq V(0)e^{-\gamma t} + \frac{k}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t})$$

2.3 Αλγόριθμος

Βασικός στόχος είναι ο σχεδιασμός ενός αποκεντρωμένου ελεγκτή u_i για κάθε πράκτορα i ώστε να επιτύχω εν τέλει ομοφωνία στο πολυπρακτορικό σύστημα ανάμεσα σε όλους τους πράκτορες. Επιπλέον να τονίσουμε ότι ο κάθε πράκτορας θα χρησιμοποιεί τις πληροφορίες μόνο των γειτονικών του πρακτόρων.

Θεωρώ τον παρακάτω αποκεντρωμένο αλγόριθμο:

$$u_i = u_{i1} + u_{i2} + u_{i3} + u_{i4}, \quad \text{με}$$

$$u_{i1} = -k_i e_i$$

$$u_{i2} = -\widehat{W}_i^T S_i(x_i)$$

$$u_{i3} = \delta_{M_i} \tanh\left(\frac{2k_u \delta_{M_i} e_i}{\epsilon_i}\right)$$

$$u_{i4} = -\text{sgn}(e_i^T x_i) \varphi_i(x_i) x_i$$

Όπου $e_i = \sum_{j=1}^n l_{ij} x_j$, l_{ij} είναι η i -οστή γραμμή και j -στη στήλη του Λαπλασιανού πίνακα L και $\text{sgn}(\cdot)$ είναι η συνάρτηση προσήμου όπου για $\forall a \geq 0, \text{sgn}(a) = 1$ και $\forall a \leq 0, \text{sgn}(a) = -1$

Η u_{i1} χρησιμοποιείται για να ρυθμίζει τον πράκτορα i σε κατάσταση ομοφωνίας με τους υπόλοιπους πρακτόρους του πολυπρακτορικού συστήματος. Το k_i είναι μια θετικά κλιμακωμένη παράμετρος που επιδρά στην ταχύτητα σύγκλισης.

Η u_{i2} αποτελεί την έξοδο του RBFNN που χρησιμοποιείται για να προσεγγίσει τις αβέβαιες δυναμικές $f_i(x_i)$ στην εξίσωση δυναμικών (2) του πράκτορα. Ο $\widehat{W}_i \in \mathbb{R}^{N_i \times n}$, είναι ο πίνακας βάρους του RBFNN, με N_i να είναι ο αριθμός των νευρώνων του νευρωνικού δικτύου. Φυσικά, από αυτά που αναφέρθηκαν στην εισαγωγή, η $f_i(x_i)$ μπορεί να εκφραστεί σε ένα συμπαγές σύνολο Ω_{x_i} ως : $f_i(x_i) = W_i^{*T} S(x_i) + \varepsilon_i$, όπου $W_i^* \in \mathbb{R}^{N_i \times m}$ είναι ο βέλτιστος πίνακας βαρών του RBFNN και ε_i υποδηλώνει το προσεγγιστικό σφάλμα και ικανοποιεί την $\|\varepsilon_i\| \leq \varepsilon_{N_i}$, με λίγα λόγια είναι φραγμένο.

Από τον αλγόριθμο προβολής ο προσαρμοζόμενος νόμος αλλαγής για τον πίνακα βαρών του νευρωνικού δικτύου \widehat{W}_i , όπου $i = 1, 2, \dots, n$ παράγεται από:

$$\begin{cases} x_i S_i(x_i) e_i^T, & \text{αν } Tr(\widehat{W}_i^T \widehat{W}_i) < W_{max\ i}, \text{ ή αν } Tr(\widehat{W}_i^T \widehat{W}_i) = W_{max\ i} \text{ και } e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i) < 0 \\ x_i S_i(x_i) e_i^T - x_i \frac{e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i)}{Tr(\widehat{W}_i^T \widehat{W}_i)} \widehat{W}_i, & \text{αν } Tr(\widehat{W}_i^T \widehat{W}_i) = W_{max\ i} \text{ και } e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i) \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

Όπου $W_{max\ i}$ είναι μια δοσμένη θετική σταθερά που χρησιμοποιείται για να οριοθετεί τον πίνακα βαρών του νευρωνικού δικτύου \widehat{W}_i και το $W_{max\ i}$ επιλέγεται με τέτοιο τρόπο, ώστε να ικανοποιεί την $Tr(\widehat{W}_i^{*T} \widehat{W}_i^*) \leq W_{max\ i}$. $x_i > 0$ είναι το δοσμένο κέρδος προσαρμογής και ελέγχει το ρυθμό προσαρμογής του \widehat{W}_i . Δίνεται έμφαση στο ότι ο αρχικός πίνακας βαρών του νευρωνικού δικτύου πρέπει να ικανοποιεί την:

$$Tr(\widehat{W}_i^T(0) \widehat{W}_i(0)) \leq W_{max\ i}$$

Η u_{i3} αντιπροσωπεύει το δυνατό σήμα το οποίο χρησιμοποιείται για να αντικρούσει την επίδραση του προσεγγιστικού σφάλματος ε_i και τις εξωτερικές διαταραχές Δ_i του νευρωνικού δικτύου. $k_u = 0.2785$, ε_i είναι μια σχεδιαστική παράμετρος που ελέγχει την ακρίβεια ομοφωνίας. Το κέρδος δ_{M_i} επιλέγεται για να ικανοποιεί την $\delta_{M_i} \geq \varepsilon_{N_i} + \rho_i$ που σημαίνει ότι $\delta_{M_i} \geq \|\varepsilon_i + \Delta_i\|$. Επίσης είναι πολύ εύκολο να αποδείξουμε ότι η u_{i3} ικανοποιεί τις εξής συνθήκες:

$$e_i^T u_{i3} \leq 0$$

και

$$\delta_{M_i} \|\varepsilon_i\| + e_i^T u_{i3} \leq \varepsilon_i$$

Η u_{i4} χρησιμοποιείται για να περιορίσει τη μεταβλητή θέσης x_i σε ένα φραγμένο διάστημα. Η φ_i ορίζεται ως εξής:

$$\varphi_i(x_i) = \begin{cases} 0, & \text{αν } \|x_i\| \leq d_1 \\ \frac{\|x_i\| - d_1}{d_2 - d_1} \zeta_i, & \text{αν } d_1 \leq \|x_i\| \leq d_2 \\ \zeta_i, & \text{αν } \|x_i\| \geq d_2 \end{cases}$$

Όπου το $d_1 > 0$ διαλέγεται με τέτοιο τρόπο ώστε:

$$\|x_i(0)\| < d_1, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Και $d_2 > d_1$ διαλέγεται για να περιοριστεί το διάστημα του $x_i(t)$. Αν ισχύει η κάτωθι συνθήκη:

$$\zeta_i > \frac{1}{d_2} ((\sqrt{m} + 1)\delta_{M_i} + 2\sqrt{N_i}\sqrt{W_{maxi}}) > 0$$

Επίσης μπορούμε να δείξουμε ότι

$$\forall t \geq 0 \quad \|x_i(t)\| \leq d_2, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Επομένως το διάστημα προσέγγισης του νευρωνικού δικτύου Ω_{x_i} επιλέγεται ως

$$\Omega_{x_i} = \{x_i \mid \|x_i\| \leq d_2\}$$

Εξ ορισμού ο λαπλασιανός πίνακας L ακολουθεί ότι $l_{ij} \neq 0$ αν και μόνο αν υπάρχει ροή πληροφορίας ανάμεσα στον πράκτορα i και j . Αν λοιπόν κοιτάξουμε τις παραπάνω δοθείσες εξισώσεις προκύπτει ότι ο πράκτορας i χρησιμοποιεί πληροφορίες μόνο από γειτονικούς πράκτορες και αυτό καθιστά τον προτεινόμενο αλγόριθμο αποκεντρωμένο μιας και δεν υπάρχει κεντρικό σημείο στο οποίο μεταφέρονται τα δεδομένα όλων των πρακτόρων.

Επίσης, να τονίσουμε ότι στο κλασικό μοντέλο του προσαρμοζόμενου ελέγχου ομοφωνίας τα αβέβαια δυναμικά του συστήματος, όπως για παράδειγμα το $f_i(x_i)$, οφείλουν να ικανοποιούν γραμμικότητα στις παραμέτρους. Επιπλέον, στις συμβατικές μεθόδους (αλγόριθμοι που γίνονται αναφορά στην εισαγωγή και στη βιβλιογραφία) η ανάλυση και οι διάφοροι υπολογισμοί κατά τη διάρκεια του τρεξίματος του αλγορίθμου είναι αναπόφευκτοι. Εν αντιθέσει η χρήση των νευρωνικών δικτύων μπορεί να μας βοηθήσει να αντικρούσουμε τα προβλήματα αυτά. Το νευρωνικό δίκτυο των ελεγκτών δεν χρειάζεται κάποια διαδικασία offline μάθησης ενώ ο πίνακας βαρών του προσαρμόζεται online από το νόμο αλλαγής των προσαρμοζόμενων παραμέτρων που ορίζεται από την (3). Τέλος, οι εξωτερικές διαταραχές στα δυναμικά του κάθε πράκτορα λαμβάνονται υπόψιν αλλά τα αποτελέσματά τους εξουδετερώνονται κάνοντας χρήση ισχυρού σήματος.

2.4 Ανάλυση

Με νόμο αλλαγής πίνακα βαρών που ορίζεται από την (3) και η αρχική τιμή του πίνακα βαρών του νευρωνικού δικτύου να ικανοποιεί την

$$Tr(\widehat{W}_i^T(0)\widehat{W}_i(0) \leq W_{maxi})$$

Έχω:

$$\forall t \geq 0 \quad Tr(\widehat{W}_i^T(t)\widehat{W}_i(t) \leq W_{maxi}) \quad , i = 1, 2, \dots, n$$

Και αυτό θα το αποδείξουμε στη συνέχεια.

Αρχικά έχουμε την εξής χρήσιμη ιδιότητα του trace τελεστή:

$$a^T b = \text{Tr}(ab^T), \quad \forall a, b \in \mathbb{R}^n$$

Για να δείξουμε ότι $\text{Tr}(\widehat{W}_i^T(t)\widehat{W}_i(t) \leq W_{maxi})$, αρχικά υποθέτουμε ότι

$$L_{wi} = \text{Tr}(\widehat{W}_i^T(t)\widehat{W}_i(t))$$

Από την προαναφερθείσα ιδιότητα του τελεστή trace και από την (3) προκύπτουν οι εξής περιπτώσεις:

Περίπτωση 1: Όταν $L_{wi} \leq W_{maxi}$. Αποτελεί την εξεταζόμενη περίπτωση.

Περίπτωση 2: Όταν $L_{wi} = W_{maxi}$ και $e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i) < 0$

$$\frac{dL_{wi}}{dt} = \text{Tr}(\widehat{W}_i^T \dot{\widehat{W}}_i) = 2\chi_i e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i) < 0$$

Περίπτωση 3: Όταν : Όταν $L_{wi} = W_{maxi}$ και $e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i) \geq 0$

$$\frac{dL_{wi}}{dt} = \text{Tr}(\widehat{W}_i^T \dot{\widehat{W}}_i) = 2\chi_i e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i) - 2\chi_i e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i) = 0$$

Επομένως παρατηρούμε ότι αν ο αρχικός πίνακας βαρών $\widehat{W}_i(0)$ του νευρωνικού δικτύου ικανοποιεί την $\text{Tr}(\widehat{W}_i^T(0)\widehat{W}_i(0) \leq W_{maxi}$, όπως προαναφέραμε παραπάνω, τότε η $L_{wi} = \text{Tr}(\widehat{W}_i^T(t)\widehat{W}_i(t)) \leq W_{maxi}, i = 1, 2, \dots, n$ ισχύει για κάθε i . Άρα κάνοντας χρήση της Frobenius νόρμας μπορούμε να βγάλουμε το συμπέρασμα ότι το σφάλμα προσέγγισης

$$\|\widetilde{W}_i\|_F = \|W_i^* - \widehat{W}_i\|_F \leq \|\widehat{W}_i\|_F + \|W_i^*\|_F = 2\sqrt{W_{maxi}}$$

Είναι επίσης φραγμένο.

Αν ο αλγόριθμος ελέγχου ομοφωνίας ορίζεται από την $u_i = u_{i1} + u_{i2} + u_{i3} + u_{i4}$ την οποία αναφέραμε προηγουμένως τότε:

$$\forall t \geq 0 \quad \|x_i(t)\| \leq d_2, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Για να δείξουμε το γεγονός ότι η $x_i(t)$ είναι φραγμένη χρησιμοποιούμε την:

$$L_{xi} = \frac{1}{2} x_i^T x_i = \frac{1}{2} \|x_i\|^2$$

Την οποία παραγωγίζουμε ως προς τον χρόνο t και έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{dL_{xi}(t)}{dt} &= x_i^T \dot{x}_i = x_i^T (f_i(x_i) + \Delta_i + u_{i1} + u_{i2} + u_{i3} + u_{i4}) \\ &\leq \|x_i\| \|\Delta_i\| - k_i e_i^T x_i + \|x_i\| \|\tilde{W}_i\|_F \|S_i(x_i)\| + \\ &+ \varepsilon_{Ni} \|x_i\| + \delta_{Mi} \|x_i\| \left\| \tanh\left(\frac{2k_u \delta_{Mi} e_i}{\epsilon_i}\right) \right\| - \operatorname{sgn}(e_i^T x_i) \varphi_i(x_i) \|x_i\|^2. \end{aligned}$$

Από τη στιγμή όμως που η αρχική κατάσταση του πράκτορα i βρίσκεται στην $\|x_i(0)\| < d_1$ και η $x_i(t)$ είναι μια συνεχής συνάρτηση, τότε αν η $\forall t \geq 0 \quad \|x_i(t)\| \leq d_2, \quad i = 1, 2, \dots, n$ δεν ισχύει, πρέπει να υπάρχει κάποιος πράκτορας q που να ικανοποιεί ότι:

$$\exists t_1 > 0. \quad \|x_q(t_1)\| = d_2 \quad \left. \frac{dL_{xq}(t)}{dt} \right|_{t=t_1} > 0$$

$$0 \leq t \leq t_1 \quad \|x_i(t)\| \leq d_2 \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Όμως στην t_1

$$e_q^T x_q \geq l_{qq} \|x_q\|^2 + \sum_{j=1, j \neq q}^n l_{qj} \|x_j\| \|x_q\| \geq d_2^2 \sum_{j=1}^n l_{qj} = 0$$

Και επομένως

$$\left. \frac{dL_{xq}(t)}{dt} \right|_{t=t_1} \leq (2\sqrt{N_i}\sqrt{W_{maxi}} + (1 + \sqrt{m})\delta_{Mi})d_2 - \zeta_q d_2^2$$

Αν ζ_q ικανοποιεί την συνθήκη που αναφέραμε στην ενότητα 2.3 και πιο συγκεκριμένα:

$$\zeta_i > \frac{1}{d_2} ((\sqrt{m} + 1)\delta_{Mi} + 2\sqrt{N_i}\sqrt{W_{maxi}}) > 0$$

Τότε

$$\left. \frac{dL_{xq}(t)}{dt} \right|_{t=t_1}$$

Κάτι που έρχεται σε αντίθεση με την αρχική μας υπόθεση.

Άρα για κάθε i ισχύει ότι

$$\forall t \geq 0 \quad \|x_i(t)\| \leq d_2, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Συνεπώς η τροχιά της θέσης του κάθε πράκτορα $x_i(t)$ είναι περιορισμένη σε μια φραγμένη περιοχή.

Θεωρώ το δίκτυο των πρακτόρων με δυναμικά που ορίζονται από το (2) και αλγόριθμο ελέγχου της μορφής $u_i = u_{i1} + u_{i2} + u_{i3} + u_{i4}$ όπως ορίσαμε στην αρχή της ενότητας. Τότε το σφάλμα ομοφωνίας μπορεί να γίνει τόσο μικρό όσο εμείς επιθυμούμε.

Θα προχωρήσουμε σε απόδειξη του παραπάνω ως εξής:

Αρχικά κατασκευάζω την ακόλουθη συνάρτηση Lyapunov ώστε να μπορέσω να αναλύσω το σφάλμα ομοφωνίας.

$$E = \frac{1}{2} x^T (L \otimes I_m) x + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Tr} \left(\frac{1}{x_i} (\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i) \right)$$

Όπου $x = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T)^T \in \mathbb{R}^{nm}$ και το \otimes αποτελεί τον τελεστή Kronecker. Είναι εμφανές ότι το μηδέν (0) είναι μια ιδιοτιμή πολλαπλότητας m του $(L \otimes I_m)$. Επιπλέον, τα ιδιοδιανύσματα που σχετίζονται με τη μηδενική ιδιοτιμή έχουν την μορφή:

$$q_1^T = (v_1^T, v_1^T, \dots, v_1^T) \in \mathbb{R}^{nm}, \dots, q_m^T = (v_m^T, v_m^T, \dots, v_m^T) \in \mathbb{R}^{nm},$$

Όπου $v_i \in \mathbb{R}^m$ είναι ένα διάνυσμα στο οποίο διάνυσμα το i -οστό του στοιχείο είναι $\frac{1}{\sqrt{n}}$ και όλα τα άλλα είναι 0. Υποθέτουμε ότι τα $q_{m+1}, q_{m+2}, \dots, q_{nm}$ είναι τα ιδιοδιανύσματα που σχετίζονται με τις θετικές ιδιοτιμές του $(L \otimes I_m)$ έτσι ώστε τα q_1, q_2, \dots, q_{nm} να είναι ένα σε από ορθογώνιες βάσεις του \mathbb{R}^{nm} .

Επίσης υποθέτω $Q = (q_1, q_2, \dots, q_{nm}) \in \mathbb{R}^{nm \times nm}$, τότε $Q^T Q = Q Q^T = I_{nm}$ και $Q^T = Q^{-1}$

Μπορούμε να πάρουμε :

$$\begin{aligned}
x^T(L \otimes I_m)x &= x^T Q^T \Lambda Q x = x^T Q^T \sqrt{\Lambda} \sqrt{\Lambda} Q x \\
&= x^T Q^T \sqrt{\Lambda} \sqrt{\hat{\Lambda}} \sqrt{\hat{\Lambda}^{-1}} \sqrt{\hat{\Lambda}^{-1}} \sqrt{\hat{\Lambda}} \sqrt{\Lambda} Q x \\
&= x^T Q^T \Lambda Q Q^T \hat{\Lambda}^{-1} Q Q^T \Lambda Q x \\
&= x^T (L \otimes I_m)^T D (L \otimes I_m) x \\
&= e^T D e
\end{aligned}$$

Με

$$\begin{aligned}
\Lambda &= \text{diag} 0I_m, \lambda_2 I_m, \dots, \lambda_n I_m, \\
\sqrt{\Lambda} &= \text{diag} 0I_m, \sqrt{\lambda_2} I_m, \dots, \sqrt{\lambda_n} I_m, \\
\sqrt{\hat{\Lambda}} &= \text{diag} \sqrt{\lambda_2} I_m, \sqrt{\lambda_2} I_m, \dots, \sqrt{\lambda_n} I_m, \\
\hat{\Lambda} &= \text{diag} \lambda_2 I_m, \lambda_2 I_m, \dots, \lambda_n I_m, \\
e &= (e_1^T, e_2^T, \dots, e_n^T)^T \in \mathbb{R}^{nm} \\
&\text{και ο θετικά ορισμένος πίνακας} \\
D &= Q^T \hat{\Lambda}^{-1} Q
\end{aligned}$$

Επομένως από τη συνάρτηση Lyapunov που ορίσαμε παραπάνω έχουμε:

$$E = \frac{1}{2} e^T D e + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Tr} \left(\frac{1}{x_i} (\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i) \right)$$

Παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο και με τη βοήθεια της $u_i = u_{i1} + u_{i2} + u_{i3} + u_{i4}$ και της (3), έχουμε ότι:

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{dt} &= \sum_{i=1}^n e_i^T (W_i^{*T} S_i(x_i) + \varepsilon_i - k e_i - \widehat{W}_i^T S_i(x_i) + \Delta_i - \delta_{M_i} \tanh\left(\frac{2k_u \delta_{M_i} e_i}{\varepsilon_i}\right)) \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \text{Tr}\left(\frac{1}{x_i} (\widetilde{W}_i^T \dot{\widehat{W}}_i)\right) - \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_i) \text{sgn}(e_i^T x_i) e_i^T x_i \\
&\leq \sum_{i=1}^n e_i^T (-k e_i + \widetilde{W}_i^T S_i(x_i) - \delta_{M_i} \tanh\left(\frac{2k_u \delta_{M_i} e_i}{\varepsilon_i}\right) + \varepsilon_i + \Delta_i) \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \text{Tr}\left(\frac{1}{x_i} (\widetilde{W}_i^T \dot{\widehat{W}}_i)\right) \\
&\leq \sum_{i=1}^n (\|\varepsilon_i + \Delta_i\| \|e_i\| - \delta_{M_i} e_i^T \tanh\left(\frac{2k_u \delta_{M_i} e_i}{\varepsilon_i}\right)) \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \text{Tr}(\widetilde{W}_i^T (\frac{1}{x_i} \dot{\widehat{W}}_i - S_i(x_i) e_i^T)) - \sum_{i=1}^n k_i e_i^T e_i
\end{aligned}$$

Από την (3) προκύπτουν οι εξής περιπτώσεις:

- Όταν $\dot{\widehat{W}}_i = x_i S_i(x_i) e_i^T$ τότε $\text{Tr}(\widetilde{W}_i^T (\frac{1}{x_i} \dot{\widehat{W}}_i - S_i(x_i) e_i^T)) = 0$
- Όταν $\dot{\widehat{W}}_i = x_i S_i(x_i) e_i^T - \frac{x_i e_i^T \widetilde{W}_i^T S_i(x_i)}{\text{Tr}(\widetilde{W}_i^T \widetilde{W}_i)} \widetilde{W}_i$ τότε $\text{Tr}(\widetilde{W}_i^T \dot{\widehat{W}}_i) = W_{max_i}$
 $e_i^T \widetilde{W}_i^T S_i(x_i) \geq 0$

οπότε:

$$\text{Tr}(\widetilde{W}_i^T (\frac{1}{x_i} \dot{\widehat{W}}_i - S_i(x_i) e_i^T)) = -\frac{e_i^T \widetilde{W}_i^T S_i(x_i)}{\text{Tr}(\widetilde{W}_i^T \widetilde{W}_i)} \text{Tr}(\widetilde{W}_i^T \widetilde{W}_i).$$

Να σημειώσουμε ότι:

$$\begin{aligned}
\text{Tr}(\widetilde{W}_i^T \dot{\widehat{W}}_i) &= \text{Tr}(\widetilde{W}_i^T W_i^*) - \text{Tr}(\widetilde{W}_i^T \widetilde{W}_i) \\
&= \frac{1}{2} \text{Tr}(W_i^{*T} W_i^*) - \frac{1}{2} \text{Tr}(\widetilde{W}_i^T \widetilde{W}_i) - \frac{1}{2} \text{Tr}(\widetilde{W}_i^T \widetilde{W}_i) \leq 0
\end{aligned}$$

Και ότι στα παραπάνω έχουμε χρησιμοποιήσει τις συνθήκες

$$Tr(\widehat{W}_i^T \widehat{W}_i) = W_{maxi} \geq Tr(W_i^{*T} W_i^*)$$

και

$$Tr(\widetilde{W}_i^T \widetilde{W}_i) \geq 0$$

Από τα παραπάνω είναι εύκολο να δείξουμε ότι

$$Tr\left(\widetilde{W}_i^T \left(\frac{1}{x_i} \dot{W}_i - S_i(x_i) e_i^T\right)\right) \geq 0$$

Επομένως και στις 2 περιπτώσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω ισχύει η σχέση

$$Tr\left(\widetilde{W}_i^T \left(\frac{1}{x_i} \dot{W}_i - S_i(x_i) e_i^T\right)\right) \geq 0$$

Και έτσι με τη βοήθεια της u_{i3} και πιο συγκεκριμένα των $e_i^T u_{i3} \leq 0$ και $\delta_{M_i} \| \varepsilon_i \| + e_i^T u_{i3} \leq \varepsilon_i$ προκύπτει η

$$\| \varepsilon_i + \Delta_i \| \| \varepsilon_i \| - \delta_{M_i} e_i^T \tanh\left(\frac{2k_u \delta_{M_i} e_i}{\varepsilon_i}\right) \leq \varepsilon_i$$

Όπως είχαμε δει προηγουμένως

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{dt} &\leq -\sum_{i=1}^n k_i e_i^T e_i + \sum_{i=1}^n \epsilon_i \leq -k e^T e - \sum_{i=1}^n \frac{4kW_{maxi}}{x_i \lambda_{max}(D)} + \sum_{i=1}^n \frac{4kW_{maxi}}{x_i \lambda_{max}(D)} \\
&\leq \frac{k e^T D e}{\lambda_{max}(D)} - \frac{k}{\lambda_{max}(D)} \sum_{i=1}^n Tr\left(\frac{1}{x_i} (\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i)\right) + \sum_{i=1}^n \frac{4kW_{maxi}}{x_i \lambda_{max}(D)} + \epsilon \\
&= -\frac{2k}{\lambda_{max}(D)} E + \frac{k}{\lambda_{max}(D)} \sum_{i=1}^n \frac{4kW_{maxi}}{x_i} + \epsilon
\end{aligned}$$

Όπου $k = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$, $\epsilon = \sum_{i=1}^n \epsilon_i$ και $\lambda_{max}(D)$ είναι η μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα D . Στην αρχή της ενότητας 2 και πιο συγκεκριμένα στο τέλος της 2.2 αποδείξαμε την εξής σχέση:

$$V(t) \leq V(0)e^{-\gamma t} + \frac{k}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}).$$

Σύμφωνα λοιπόν με τη σχέση αυτή προκύπτει το εξής:

$$E(t) \leq \rho(1 - e^{-\frac{2k}{\lambda_{max}(D)} t}) + E(0)e^{-\frac{2k}{\lambda_{max}(D)} t}$$

Όπου $\rho = \sum_{i=1}^n (2W_{maxi}/x_i) + (\epsilon \lambda_{max}(D)/2k)$

Έτσι είναι εύκολο να συμπεράνουμε ότι το $e(t)$ είναι φραγμένο. Επιπλέον, για οποιοδήποτε $\theta > 0$, διαλέγοντας x_i και k_i αρκετά μεγάλα, μπορεί να υπάρχει $T > 0$ τέτοιο ώστε $\forall t > T, e(t) \in \{e(t) \mid \|e(t)\| \leq \theta\}$

Στη συνέχεια, από τη στιγμή που τα $\{q_1, q_2, \dots, q_{nm}\}$ αποτελούν σύνολο ορθογωνίων βάσεων του \mathbb{R}^{nm} , τότε το x μπορεί να εκφραστεί ως

$$x(t) = c_1(t)q_1 + c_2(t)q_2 + \dots + c_m(t)q_m + c_{m+1}(t)q_{m+1} + \dots + c_{nm}(t)q_{nm}$$

Όπου $c_1(t), c_2(t), \dots, c_{nm}(t)$ αποτελούν τις αντίστοιχες συντεταγμένες. Τότε μπορεί να αποδειχθεί ότι:

$$\|e(t)\|^2 = x(t)^T (L \otimes I_m)^2 x(t) \geq \lambda_2^2 \sum_{i=m+1}^{nm} c_i^2(t)$$

Υποθέτω ότι ο χώρος που σχηματίζεται από τα q_1, q_2, \dots, q_m είναι ο S . Είναι πολύ εύκολα να δούμε ότι $\forall x(t) \in S, x_1(t) = x_2(t) = \dots = x_n(t)$. Τότε η κατάσταση ομοφωνίας στο πολυπρακτορικό σύστημα επιτυγχάνεται.

Αν $x(t) \notin S$ το προσεγγιστικό σφάλμα, δηλαδή η απόσταση μεταξύ του $x(t)$ και του χώρου S μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\min_{v \in S} \|x(t) - v\|^2 = \sum_{i=m+1}^{nm} c_i^2(t) \leq \frac{1}{\lambda_2^2} \|e(t)\|^2$$

Για $\forall \theta > 0$, με σωστή επιλογή x_i και k_i (δηλαδή αρκετά μεγάλα),

$$\exists T \quad \forall t > T \quad \min_{v \in S} \|x(t) - v\| \leq \frac{1}{\lambda_2^2} \theta$$

Το οποίο πρακτικά δηλώνει ότι το σφάλμα ομοφωνίας μπορεί να είναι όσο μικρό επιθυμούμε και να περιοριστεί σε οποιαδήποτε θετική τιμή.

2.5 Προσομοίωση

Το πολυπρακτορικό σύστημα αποτελείται από 6 πράκτορες. Κάθε πράκτορας κινείται στον δυσδιάστατο χώρο και τα δυναμικά του καθενός πράκτορα δίνονται ως εξής:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_{i1}(t) \\ x_{i2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{i2}(t) \sin(k_{i1} x_{i1}(t)) \\ x_{i1}(t) \cos(k_{i2} x_{i2}^2(t)) \end{pmatrix} + u_i + \Delta_i$$

Όπου οι k_{i1} και k_{i2} είναι οι αβέβαιες παράμετροι που ορίζονται ως εξής:

$$k_{11} = 0.6,$$

$$k_{12} = 0.3,$$

$$k_{21} = -0.6,$$

$$k_{22} = 0.4,$$

$$k_{31} = 7,$$

$$k_{32} = -5,$$

$$k_{41} = -10,$$

$$k_{42} = -11,$$

$$k_{51} = 10,$$

$$k_{52} = 11$$

Επίσης

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} \exp(-t) \\ \sin(t^2) \end{pmatrix},$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} \exp(-2t) \\ \cos(t^2) \end{pmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{pmatrix} \cos(t^2) \\ \exp(-3t) \end{pmatrix},$$

$$\Delta_4 = \begin{pmatrix} -\sin(t^2) \\ \cos(t) \exp(-3t) \end{pmatrix},$$

$$\Delta_5 = \begin{pmatrix} -\cos(t) \sin(t^2) \\ \sin(t) \exp(-3t) \end{pmatrix},$$

$$\Delta_6 = \begin{pmatrix} \sin(t) \exp(-5t) \\ \sin(t) \cos(t^2) \end{pmatrix},$$

Φυσικά παρατηρούμε ότι περιλαμβάνονται μη γραμμικοί όροι, όπως για παράδειγμα ημίτονο και συνημίτονο, οπότε δεν υφίσταται η έννοια της γραμμικότητας στις παραμέτρους.

Οι αρχικές θέσεις των πρακτόρων είναι

$$x_1(0) = (6,0)^T, x_2(0) = (3,3\sqrt{3})^T, x_3(0) = (-3,3\sqrt{3})^T, x_4(0) = (-6,0)^T,$$

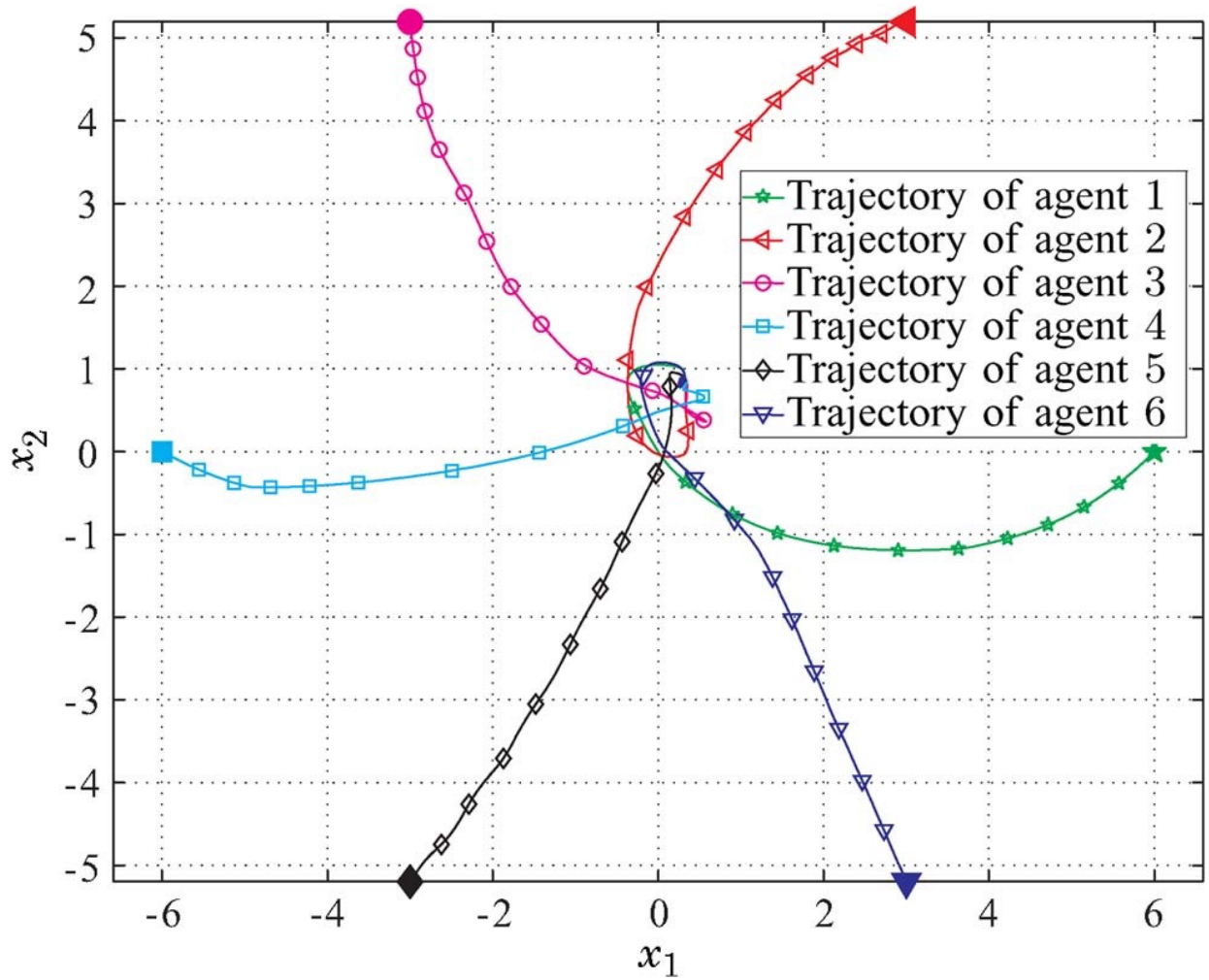
$$x_5(0) = (-3,-3\sqrt{3})^T, x_6(0) = (3,-3\sqrt{3})^T$$

Η ανταλλαγή πληροφοριών για το γράφημα G παρουσιάζεται στον πίνακα γειτνίασης A_G

$$A_G = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.6 \\ 0.1 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.2 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.3 & 0.0 & 0.4 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.4 & 0.0 & 0.5 \\ 0.6 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Ο σχεδιασμός του RBFNN γίνεται ίδιος για κάθε πράκτορα, ο αριθμός των νεύρων είναι 36 και τα κέντρα των συναρτήσεων ενεργοποίησης του RBFNN είναι ισόποσα διαμοιρασμένα στο διάστημα $[-6,6] \times [-6,6]$. Οι διακυμάνσεις ορίζονται να είναι 2.

Οι παράμετροι του ελεγκτή είναι $\delta_{Mi} = 2, \epsilon_i = 0.01, d_1 = 10, d_2 = 25, \zeta_i = 1000$ και ο αρχικός πίνακας βάρους του RBFNN, $\widehat{W}_i(0)$, επιλέγεται να είναι ο μηδενικός πίνακας. Στην Εικόνα 2 παρατηρούμε την επιτυχία της ομοφωνίας για καθέναν από τους πράκτορες. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης μπορούμε να διακρίνουμε ότι όλοι οι πράκτορες μπορούν να εντοπίσουν τη θέση των γειτόνων και εν τέλει να καταλήξουν στο επιθυμητό αποτέλεσμα-στόχο.



Εικόνα 2. Επιτυχία της ομοφωνίας στο σύστημα των πρακτόρων σε δισδιάστατο χώρο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 :

ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΦΩΝΙΑΣ ΜΕ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΕΣ

3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα δούμε μια προσαρμοστική προσέγγιση βασισμένη σε νευρωνικό δίκτυο για τον έλεγχο ομοφωνίας leader-following των πολυπρακτορικών συστημάτων. Το σφάλμα προσέγγισης με τη χρήση των νευρωνικών δικτύων και οι εξωτερικές διαταραχές εξουδετερώνονται με τη χρήση ενός ισχυρού σήματος. Οι πράκτορες-ακόλουθοι θα εντοπίσουν την χρονικά μεταβαλλόμενη κατάσταση του πράκτορα-αρχηγού με το σφάλμα παρακολούθησης να είναι όσο μικρό επιθυμούμε. Ο αλγόριθμος για τον κάθε πράκτορα-ακόλουθο εξαρτάται μόνο από την πληροφορία που έχει κάθε γειτονικός του πράκτορας.

Διαφορές που παρουσιάζει ο συγκεκριμένος αλγόριθμος συγκριτικά με προηγούμενους είναι οι εξής:

- Χρήση νευρωνικών δικτύων για τον υπολογισμό των αβεβαιοτήτων στα δυναμικά του πράκτορα.
- Χρήση ισχυρού σήματος για την εξουδετέρωση των εξωτερικών διαταραχών και των προσεγγιστικών σφαλμάτων.
- Ο νόμος αλλαγής του πίνακα βαρών του νευρωνικού δικτύου εξαρτάται **μόνο** από τις πληροφορίες των γειτονικών πρακτόρων.

3.2 Περιγραφή

Θεωρώ δίκτυο με N πράκτορες-ακόλουθους με δείκτες $1, 2, \dots, N$ αντίστοιχα και έναν πράκτορα αρχηγό με δείκτη 0 .

Για τον i – στο πράκτορα-ακόλουθο έχω τα εξής μη γραμμικά δυναμικά:

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + u_i + \rho_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

Όπου $x_i \in \mathbb{R}^n$ υποδηλώνει τη θέση του πράκτορα, $f_i(x_i) \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ είναι η μη γραμμική συνάρτηση που περιλαμβάνει τις παραμετρικές και μη παραμετρικές αβεβαιότητες του πράκτορα. $u_i \in \mathbb{R}^n$ υποδηλώνει την είσοδο ελέγχου και $\rho_i \in \mathbb{R}^n$ είναι οι εξωτερικές διαταραχές και ο εξωτερικός θόρυβος που μπορούν λανθασμένα να επηρεάσουν την θέση του πράκτορα. Ο πράκτορας-αρχηγός παίζει το ρόλο του σήματος-αναφοράς που καθοδηγεί τις κινήσεις όλων των πρακτόρων-ακολούθων.

Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις στις οποίες η εξίσωση (1) χρησιμοποιείται, όπως για παράδειγμα όταν ένα αντικείμενο κινείται σε ένα παχύρρευστο περιβάλλον μεγάλη ταχύτητα *supersonic aerial vehicle* όπου η ταχύτητα είναι υποκείμενο της επιρροής της απόσβεσης της ταχύτητας εξαιτίας της τριβής. Το x_i είναι η ταχύτητα του αντικειμένου, το u_i η δύναμη που εφαρμόζεται στο αντικείμενο αυτό και ρ_i ο εξωτερικός θόρυβος. Αντίθετα η $f_i(x_i)$ είναι η απόσβεση της ταχύτητα συμπεριλαμβανομένου των παραμέτρων απόσβεσης.

Βασικός στόχος είναι ο σχεδιασμός ενός ελεγκτή για καθένα από τους πράκτορες-ακολούθους που βοηθά τον εκάστοτε πράκτορα ώστε να εντοπίσει την τροχιά του πράκτορα-αρχηγού κάνοντας χρήση των πληροφοριών των γειτονικών του πρακτόρων.

Στην παρακάτω έρευνα θα χρησιμοποιήσουμε τα εξής 2 λήμματα:

Λήμμα 1: Ο λαπλασιανός πίνακας L του G έχει τουλάχιστον μια μηδενική ιδιοτιμή και όλες οι μη μηδενικές ιδιοτιμές έχουν θετικό πραγματικό μέρος. Επιπλέον, ο πίνακας L έχει μόνο μια μηδενική ιδιοτιμή με το ιδιοδιάνυσμα 1_{N+1} αν και μόνο αν το G έχει *spanning* δέντρο.

Λήμμα 2: Υποθέτω ότι η $V(t) \geq 0$ να είναι μια συνεχής συνάρτηση ορισμένη στο

$t \in [0, +\infty]$ και $V'(t) \leq -\gamma V(t) + k$ όπου γ και k θετικές σταθερές, τότε

$$V(t) \leq V(0)e^{-\gamma t} + \frac{k}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t})$$

3.3 Αλγόριθμος

Με βάση τον κανόνα του κοντινότερου γείτονα το μέσο βάρος των θέσεων γειτονιών μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως σήμα αναφοράς. Έτσι έχω ότι:

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^N a_{ij} x_j + a_{i0} x_0}{\sum_{j=0}^N a_{ij}}$$

Έστω ότι $e_i = \bar{x}_i - x_i$ το σφάλμα μεταξύ της αναφοράς και της πραγματικής κατάστασης του πράκτορα i . Παραγωγίζοντας το e_i ως προς το χρόνο έχω:

$$e_i = \dot{\bar{x}}_i = \frac{\sum_{j=1}^N a_{ij} \dot{x}_j + a_{i0} \dot{x}_0}{\sum_{j=0}^N a_{ij}} - \dot{f}_i(x_i) - u_i - \rho_i \quad (2)$$

Σχεδιάζω τον ελεγκτή του i -στού πράκτορα-ακόλουθου ως εξής:

$$u_i = \frac{\sum_{j=1}^N a_{ij} \dot{x}_j + a_{i0} \dot{x}_0}{\sum_{j=0}^N a_{ij}} - \hat{f}_i(x_i) + k_i e_i + e_i \quad (3)$$

Όπου $k_i > 0$ το κέρδος ελέγχου, $\hat{f}_i(x_i) = \widehat{W}_i^T S_i(x_i)$ είναι η εκτίμηση του RBFNN του $f_i(x_i)$ και $\widehat{W}_i \in \mathbb{R}^{l_i \times n}$, με l_i να είναι ο αριθμός των κρυμμένων νεύρων του RBFNN.

$\psi_i = (\psi_{i1}, \psi_{i2}, \dots, \psi_{in})^T \in \mathbb{R}^n$ είναι το ισχυρό σήμα που χρησιμοποιείται για να εξουδετερώσουμε το σφάλμα προσέγγισης ε_i και τις εξωτερικές διαταραχές ρ_i και ορίζεται ως εξής:

$$\psi_{ij} = \delta_{M_i} \tanh\left(\frac{nk_u \delta_{M_i} e_{ij}}{\varepsilon_i}\right), j = 1, 2, \dots, n$$

Όπου e_{ij} είναι το j -οστό στοιχείο του e_i , $k_u = 0.2785$, ε_i αποτελεί μια σχεδιαστική παράμετρο που επηρεάζει τον έλεγχο της απόδοσης και το ισχυρό κέρδος δ_{M_i} επιλέγεται για να ικανοποιεί ότι $\delta_{M_i} \geq \varepsilon_{N_i} + \Delta_i \geq \| \varepsilon_i \| + \| \rho_i \|$

Συνδυάζοντας τη (2) με την (3) προκύπτει ότι:

$$\dot{e}_i = -k_i e_i - \widehat{W}_i^T S_i(x_i) - \psi_i - \rho_i - \varepsilon_i \quad (3a)$$

Όπου $\widehat{W}_i = W_i^* - \widehat{W}_i$.

Από τον αλγόριθμο προβολής ο νόμος αλλαγής για τον πίνακα βαρών \widehat{W}_i παραγωγίζεται και έχω ότι το $\dot{\widehat{W}}_i$ ισούται με:

$$\begin{cases} \beta_{wi} S_i(x_i) e_i^T, & \text{αν } Tr(\widehat{W}_i^T \widehat{W}_i) < W_{max\ i}, \text{ ή αν } Tr(\widehat{W}_i^T \widehat{W}_i) = W_{max\ i} \text{ και } e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i) \geq 0 \\ -\beta_{wi} S_i(x_i) e_i^T + \beta_{wi} \frac{e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i)}{Tr(\widehat{W}_i^T \widehat{W}_i)} \widehat{W}_i, & \text{αν } Tr(\widehat{W}_i^T \widehat{W}_i) = W_{max\ i} \text{ και } e_i^T \widehat{W}_i^T S_i(x_i) < 0 \end{cases} \quad (4)$$

Όπου $\beta_{wi} > 0$ είναι το κέρδος προσαρμογής, $W_{max\ i}$ είναι μια δοσμένη θετική σταθερά που χρησιμοποιείται για να οριοθετεί τον πίνακα βαρών του νευρωνικού δικτύου \widehat{W}_i και το $W_{max\ i}$ επιλέγεται με τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιεί την $Tr(\widehat{W}_i^{*T} \widehat{W}_i^*) \leq W_{max\ i}$. Το παραπάνω όριο πάντα θα υπάρχει, αφού ο W_i^* , αν και δημιουργείται δύσκολα, θα έχει μια σταθερή τιμή.

Αν δεν γνωρίζουμε απολύτως τίποτα για τη συνάρτηση $f_i(x_i)$ τότε η $W_{max\ i}$ πρέπει να έχει οριστεί ως μια πολύ μεγάλη τιμή. Αντίθετα όμως όσο περισσότερη γνώση έχω για την $f_i(x_i)$ τόσο πιο μικρή και ακριβής μπορεί να οριστεί η $W_{max\ i}$.

Ο αλγόριθμος είναι κατανεμημένος και αυτό φαίνεται ξεκάθαρα από την (3) και την (4). Αρχικά να θυμίσουμε ότι ο πίνακας από τον πίνακα γειτνίασης A ισχύει ότι $a_{ij} \neq 0$ μόνο όταν υπάρχει ροή πληροφορίας από τον πράκτορα j στον πράκτορα i . Οι μόνες πληροφορίες που χρησιμοποιεί ο ελεγκτής του κάθε πράκτορα αλλά και η συνάρτηση αλλαγής βαρών εξαρτάται μονάχα από τις πληροφορίες που έχουν οι γειτονικοί πράκτορες.

3.4 Απόδειξη

Με τον προτεινόμενο κατανεμημένα προσαρμοζόμενο ελεγκτή που ορίζεται από το (3) και το (4), αν δεν έχω κανένα περιορισμό ελέγχου στην είσοδο, όλοι οι πράκτορες-ακόλουθοι μπορούν εν τέλει να εντοπίσουν τη χρονικά μεταβαλλόμενη κατάσταση του πράκτορα-αρχηγού και το σφάλμα εντοπισμού μπορεί να μειωθεί όσο εμείς επιθυμούμε με την κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων ελέγχου.

Αρχικά γνωρίζουμε ότι

$$Tr(\widehat{W}_i^{*T}(t)\widehat{W}_i^*(t)) \leq W_{max\ i}.$$

Επομένως αν ισχύει ότι

$$Tr(\widehat{W}_i^{*T}(0)\widehat{W}_i^*(0)) \leq W_{max\ i}$$

τότε η

$$Tr(\widehat{W}_i^{*T}(t)\widehat{W}_i^*(t)) \leq W_{max\ i}$$

ισχύει για κάθε $i = 1, 2, \dots, N$.

Άρα το σφάλμα προσέγγισης

$$\|\widetilde{W}_i\|_f = \|W_i^* - \widehat{W}_i\|_f \leq \|\widehat{W}_i\|_f + \|W_i^*\|_f = 2\sqrt{W_{max\ i}}$$

είναι επίσης φραγμένο.

Επιπλέον το σήμα σφάλματος e_i μπορεί να γίνει πολύ μικρό με την κατάλληλη επιλογή παραμέτρων ελέγχου. Κατασκευάζω τη συνάρτηση Lyapunov:

$$V_i = 1/2e_i^T e_i + (1/(2\beta_{wi}))Tr(\widetilde{W}_i^T \widetilde{W}_i)$$

Από την (4), (3a) έχω ότι:

$$\frac{dV_i}{dt} \leq -k_i e_i^T e_i + \varepsilon_i - Tr(\widetilde{W}_i^T (S_i(x_i)e_i^T + \frac{\dot{\widehat{W}}_i}{\beta_{wi}})) \quad (5)$$

Με την ίδια τεχνική που αποδείξαμε ότι $Tr(\widehat{W}_i^{*T}(t)\widehat{W}_i^*(t)) \leq W_{max\ i}$ μπορούμε να δείξουμε και ότι $Tr(\widetilde{W}_i^T(S_i(x_i)e_i^T + \frac{\dot{\widehat{W}}_i}{\beta_{wi}})) \geq 0$. Από την (5) έχω ότι:

$$\begin{aligned} \frac{dV_i}{dt} &\leq -k_i e_i^T e_i + \varepsilon_i \\ &\leq \frac{dV_i}{dt} \leq -k_i e_i^T e_i - k_i Tr\left(\frac{1}{\beta_{wi}} \widetilde{W}_i \widetilde{W}_i^T\right) + \frac{4k_i W_{max\ i}}{\beta_{wi}} + \varepsilon_i \\ &= -2k_i V_i(t) + \frac{4k_i W_{max\ i}}{\beta_{wi}} + \varepsilon_i \end{aligned}$$

Επίσης από λήμμα 2 έχουμε ότι:

$$V_i(t) \leq V_i(0)e^{-2k_i t} + \rho_i(1 - e^{-2k_i t})$$

Όπου $\rho_i = (2W_{max\ i})/(2\beta_{wi}) + \varepsilon_i/(2k_i)$. Επομένως για οποιαδήποτε καθορισμένη τιμή $\eta > 0$, επιλέγοντας $\varepsilon_i \leq (\eta 2k_i)/4$ και $\beta_{wi} > (16W_{max\ i})/\eta$ τότε για κάθε $i = 1, 2, \dots, N$

$$\forall t \geq t_i = \frac{1}{2k_i} \ln \frac{4V_i(0)}{\eta}$$

$$\frac{1}{2} e_i^T(t) e_i(t) \leq V_i(t) \leq \frac{\eta}{2}$$

Τέλος μπορεί να αποδειχθεί ότι κάθε πράκτορας-ακόλουθος θα εντοπίσει την θέση του πράκτορα-αρχηγού και το σφάλμα από τον εντοπισμό αυτό θα είναι όσο δυνατόν μικρό επιθυμούμε.

Υποθέτω $e(t) = (0_n, e_1^T(t), \dots, e_N^T(t))^T$ και $T = \max_i T_i$

Από την τελευταία εξίσωση προκύπτει ότι $\|e_i(t)\|^2 \leq \eta, \forall t \geq T$. Επειδή 1_{N+1} είναι το ιδιοδιάνυσμα που σχετίζεται με την ιδιοτιμή 0 του L, μπορεί να αποδειχτεί ότι:

$$(D \otimes I_n)e(t) = -(L \otimes I_n)(x(t) - 1_{N+1} \otimes x_0(t)). \quad (6)$$

Όπου $x(t) = (x_0^T(t), x_1^T(t), \dots, x_N^T(t))^T$.

Από το λήμμα 1 προκύπτει ότι ο L έχει ακριβώς μια μηδενική ιδιοτιμή και για τις άλλες ιδιοτιμές ισχύει ότι ανήκουν στο διάστημα $[0, +\infty]$. Επίσης

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0_N^T \\ -a^* & \tilde{L} \end{bmatrix}$$

Όπου $a^* = (a_{10}, a_{20}, \dots, a_{N0})^T$. Επομένως όλες οι ιδιοτιμές του \tilde{L} έχουν θετικό πραγματικό μέρος. Τότε η (6) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$(\tilde{D} \otimes I_n)\tilde{e}(t) = -(\tilde{L} \otimes I_n)(\tilde{x}(t) - 1_{N+1} \otimes x_0(t)).$$

Όπου:

$$\tilde{e}(t) = (e_1^T(t), e_2^T(t), \dots, e_N^T(t))^T, \tilde{D} = (d_1, d_2, \dots, d_N) \text{ και } \tilde{x}(t) = (x_1^T(t), \dots, x_N^T(t))^T$$

Τότε

$$\forall t \geq T, \lambda_{\min}^2(\tilde{L}^T \tilde{L}) \|\tilde{x}(t) - 1_N \otimes x_0(t)\|^2 \leq \|(\tilde{D} \otimes I_n)\tilde{e}(t)\|^2 \leq \eta \sum_{i=1}^N d_i^2$$

Επομένως

$$\|x_i(t) - x_0(t)\|^2 \leq \left(\eta \sum_{i=1}^N d_i^2 \right) / \lambda_{\min}^2(\tilde{L}^T \tilde{L}), \forall t \geq T (i = 1, 2, \dots, N)$$

Αφού το η μπορεί να είναι οποιαδήποτε καθορισμένη θετική τιμή τότε όλοι οι πράκτορες-ακόλουθοι θα εντοπίσουν τη θέση του πράκτορα-αρχηγού και το σφάλμα εντοπισμού θα είναι όσο μικρό επιθυμούμε.

Να τονίσουμε ότι σύμφωνα με την τελευταία ανίσωση παρατηρούμε ότι η σύγκλιση του του σφάλματος εντοπισμού είναι συνδεδεμένη με τη σύγκλιση του $e_i(t)$, $i = 1, \dots, N$. Επομένως αν ο αρχικός πίνακας βαρών του νευρωνικού δικτύου $\hat{W}_i(0)$ είναι στο βέλτιστο πίνακα βαρών W_i^* και η αρχική θέση του πράκτορα-ακόλουθου $x_i(0)$ είναι κοντά στη θέση του πράκτορα-αρχηγού $x_i(0)$, τότε η σύγκλιση του σφάλματος εντοπισμού μπορεί να επιταχυνθεί. Επιπλέον, η σύγκλιση του σφάλματος εντοπισμού είναι επίσης στενά συνδεδεμένη με το κέρδος ελέγχου k_i . Όσο μεγαλύτερο είναι το k_i , τόσο πιο γρήγορα γίνεται η σύγκλιση.

3.5 Προσομοίωση

Το πολυπρακτορικό σύστημα αποτελείται από 5 πράκτορες-ακόλουθους και έναν πράκτορα-αρχηγό. Κάθε πράκτορας κινείται στον δυσδιάστατο χώρο και τα δυναμικά του καθενός πράκτορα-ακολουθούθου δίνονται ως εξής:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_{i1}(t) \\ x_{i2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{i2}^2(t) \sin(k_{i1} x_{i1}(t)) \\ x_{i1}^3(t) \cos(k_{i2} x_{i2}^3(t)) \end{pmatrix} + u_i + \rho_i$$

Ενώ ο πράκτορας-αρχηγός μοντελοποιείται ως:

$$\begin{aligned} x_0(t) &= (x_{01}(t), x_{02}(t))^T, \dot{x}_{01}(t) = 50x_{02}(t), \dot{x}_{02}(t) \\ &= 50(-x_{01}(t) + 0.2(1 - x_{01}^2(t))x_{02}(t)) \end{aligned}$$

Όπου x_{i1} και x_{i2} υποδηλώνουν την πρώτη και δεύτερη διάσταση της θέσεως του i -οστού

πράκτορα αντίστοιχα και k_{i1} και k_{i2} είναι οι αβέβαιες παράμετροι που ορίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} k_{11} &= 0.6, k_{12} = 0.3, k_{21} = -0.6, k_{22} = 0.4, k_{31} = 7, k_{32} = -5, k_{41} = -10, \\ k_{42} &= -11, k_{51} = 10, k_{52} = 11. \text{ Επίσης } \rho_1 = (\exp(-t), \sin(t^2))^T, \\ \rho_2 &= (\exp(-2t), \cos(t^2))^T, \rho_3 = (\cos(t^2), \exp(-3t))^T, \rho_4 \\ &= (-\sin(t^2), \cos(t)\exp(-3t))^T, \\ \rho_5 &= (-\cos(t)\sin(t^2), \sin(t)\exp(-3t))^T \end{aligned}$$

Φυσικά παρατηρούμε ότι περιλαμβάνονται μη γραμμικοί όροι, όπως για παράδειγμα ημίτονο και συνημίτονο, οπότε δεν υφίσταται η έννοια της γραμμικότητας στις παραμέτρους.

Οι αρχικές θέσεις των πρακτόρων-ακολουθών είναι

$$\begin{aligned} x_0(0) &= (1,1)^T, x_1(0) = (2,2)^T, x_2(0) = (-0.5, -0.5)^T, x_3(0) = (-2, -2)^T, \\ x_4(0) &= (-2, -2)^T, x_5(0) = (2, -2)^T \end{aligned}$$

Η ανταλλαγή πληροφοριών για το γράφημα G παρουσιάζεται στον πίνακα γειτνίασης A_G

$$A_G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 1.2 & 0 \end{bmatrix}$$

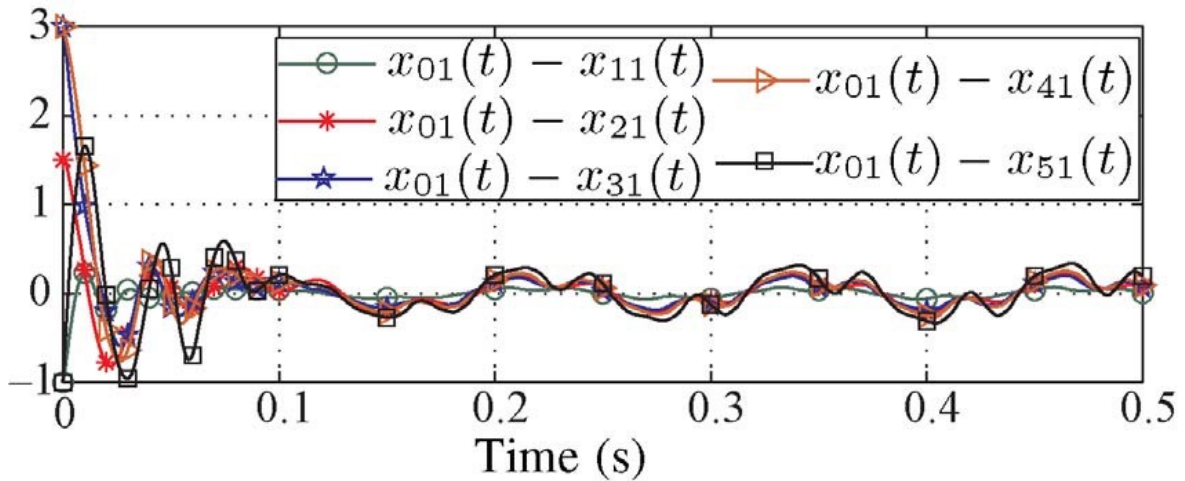
Ο σχεδιασμός του RBFNN γίνεται ίδιος για κάθε πράκτορα-ακόλουθο και πιο συγκεκριμένα ο αριθμός των νεύρων είναι 13 και τα κέντρα των συναρτήσεων ενεργοποίησης του RBFNN είναι

$$\begin{aligned} &(-1.5, 1.5)^T, (0, 1.5)^T, (1.5, 1.5)^T, (-1.5, 0)^T, (0, 0)^T, (1.5, 0)^T, (-1.5, -1.5)^T, (0, -1.5)^T, \\ &(1.5, -1.5)^T, (0.5, 0.5)^T, (-0.5, 0.5)^T, (-0.5, -0.5)^T, (0.5, -0.5)^T \end{aligned}$$

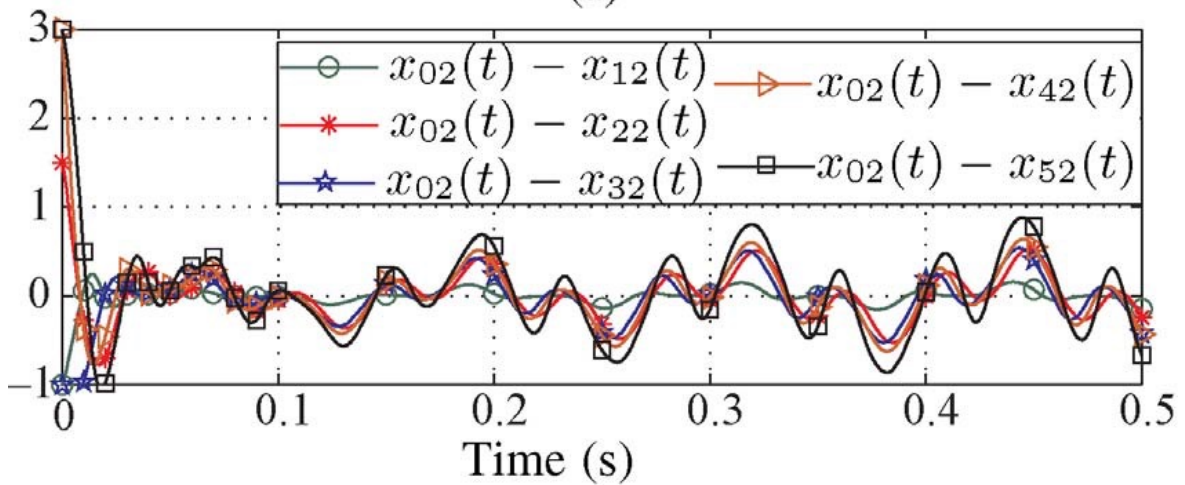
Οι διακυμάνσεις ορίζονται να είναι $5\sqrt{2}/2$. Οι παράμετροι του ελεγκτή είναι $k_i = 50$,

$\delta_{Mi} = 5$, $\epsilon_i = 0.1$, $\beta_{wi} = 10000$, W_{maxi} και ο αρχικός πίνακας βάρους του RBFNN, $\hat{W}_i(0)$,

επιλέγεται να είναι ο μηδενικός πίνακας. Στην Εικόνα 3 φαίνεται το σφάλμα εντοπισμού $x_0(t) - x_i(t)$. Στην Εικόνα 3(α) παρατηρούμε την επιτυχία στην ομοφωνία όλων των πρακτόρων με το πράκτορα αρχηγό στη μια μόνο διάσταση. Ουσιαστικά μετά από 0.1 δευτερόλεπτα όλοι οι πράκτορες έχουν πρακτικά την ίδια θέση στο μονοδιάστατο χώρο. Στην Εικόνα 3(β) παρατηρούμε ακριβώς την ίδια συμπεριφορά με διαφορά ότι αντί για μονοδιάστατο χώρο, έχουμε δυοδιάστατο.



(a)



(b)

Εικόνα 3. Διαφορά στη θέση του αρχηγού πράκτορα και των πρακτόρων ακολούθων. Στο (a) έχουμε μια μόνο διάσταση ενώ στο (b) έχουμε 2 διαστάσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:

ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΦΩΝΙΑΣ ΜΕ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΕΙΣ

4.1 Εισαγωγή

Ένα βασικό πρόβλημα στα σύγχρονα πολυπρακτορικά συστήματα αποτελεί η αντιμετώπιση περιπτώσεων όπου έχουμε μη γραμμικά δυναμικά σε κάθε πράκτορα, ειδικά σε συστήματα όπου η είσοδος εμφανίζει χρονική καθυστέρηση. Λόγω της πολυπλοκότητας των μη γραμμικών πολυπρακτορικών συστημάτων οι περισσότεροι μέθοδοι ελέγχου ομοφωνίας για μη γραμμικά συστήματα δεν μπορούν να εφαρμοστούν, ειδικά όταν η συνάρτηση δυναμικού του κάθε πράκτορα είναι άγνωστη. Η χρονική καθυστέρηση που εμφανίζεται στα περισσότερα συστήματα ελέγχου πρέπει να λαμβάνεται υπόψη όταν γίνεται απόπειρα δημιουργίας ενός νέου πρωτοκόλλου ελέγχου ομοφωνίας. Αν συμπεριλάβουμε τη χρονική καθυστέρηση θα έχουμε τρομερή αύξηση της πολυπλοκότητας, ειδικά αν αυτή η χρονική καθυστέρηση είναι άγνωστη. Οι προηγούμενες έρευνες που είδαμε εστιάζουν κυρίως στα γραμμικά συστήματα με είσοδο που δεν εμφανίζει χρονική καθυστέρηση.

Στην έρευνα που θα ακολουθήσει προτείνεται ένας προσαρμοζόμενος έλεγχος ομοφωνίας για μια τάξη μη γραμμικών πολυπρακτορικών συστημάτων που εμφανίζουν χρονικές καθυστερήσεις με τη χρήση νευρωνικών δικτύων. Φυσικά θα κάνουμε χρήση των Radial Basis Function Neural Networks (RBFNN) χάρη στην εξαιρετική προσεγγιστική τους ιδιότητα, όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως. Ο τρόπος με τον οποίο θα αξιοποιήσουμε τα RBFNN είναι για να εξουδετερώσουμε τα μη γραμμικά και αβέβαια δυναμικά του κάθε πράκτορα. Πιο συγκεκριμένα, προτείνεται μια κατάλληλη συνάρτηση Lyapunov-Krasovskii που λαμβάνεται από τον παράγωγο της συνάρτησης Lyapunov και χρησιμοποιείται, όπως προαναφέραμε, για να αντικαταστήσει τις αβεβαιότητες των άγνωστων χρονικών καθυστερήσεων. Η ευστάθεια και μετεκδοχικά, η σύγκλιση του συστήματος, εγγυάται με βάση τη θεωρία σταθερότητας του Lyapunov.

4.2 Περιγραφή

Τα δυναμικά του κάθε πράκτορα μιας τάξης μη γραμμικών πολυπρακτορικών συστημάτων με χρονική καθυστέρηση περιγράφονται ως εξής:

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_i(t)) + h_i(x_i(t - \tau_i)) + u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Όπου $x_i(t) \in \mathbb{R}^m$ είναι το διάνυσμα θέσεως, $f_i(x_i(t)), h_i(x_i(t)) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ άγνωστες αλλά συνεχείς μη γραμμικές διανυσματικές συναρτήσεις. τ_i είναι η άγνωστη χρονική καθυστέρηση και $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ είναι το διάνυσμα ελέγχου εισόδου.

Υπόθεση 1: Οι άγνωστες μη γραμμικές συναρτήσεις $h_i(x_i(t))$, $i = 1, 2, \dots, n$ ικανοποιούν τις ανισότητες $\|h_i(x_i(t))\| \leq \rho_i(x_i(t))$, $i = 1, 2, \dots, n$ όπου $\rho_i(\cdot)$ αποτελεί μια γνωστή ομαλή συνάρτηση.

Υπόθεση 2: Οι άγνωστες χρονικές καθυστερήσεις τ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ είναι φραγμένες και υπάρχει γνωστή σταθερά τ_{max} που ικανοποιεί τις συνθήκες $\tau_i \leq \tau_{max}$ $i = 1, 2, \dots, n$.

Να τονίσουμε ότι η πλειοψηφία των προηγούμενων ερευνών για τα μη γραμμικά πολυπρακτορικά συστήματα δεν λαμβάνουν υπόψη τις χρονικές καθυστερήσεις στα δυναμικά του κάθε πράκτορα. Όμως, η χρονική καθυστέρηση είναι εγγενής με τα περισσότερα συστήματα ελέγχου και υπάρχει στις περισσότερες εξισώσεις καταστάσεων διαφόρων διεργασιών.

4.3 Αλγόριθμος

Για το πολυπρακτορικό σύστημα που ορίζεται από την (1) μπορεί να οριστεί η εξής βαθμωτή συνάρτηση:

$$V_x(t) = \frac{1}{2} X^T(t) (L \otimes I_m) X(t)$$

Όπου

$$X^T(t) = (x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_n^T(t))^T \in \mathbb{R}^{nm}.$$

Ορίζουμε το i -οστό σφάλμα ομοφωνίας ως εξής:

$$e_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)) \in \mathbb{R}^m, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Με a_{ij} να αποτελεί την i -οστή γραμμή και j -οστή στήλη του πίνακα γειτνίασης A .

Σύμφωνα με τη γραμμική άλγεβρα (πιο συγκεκριμένα θεωρία πινάκων) και τη θεωρητική ανάλυση των γραφημάτων μπορούμε εύκολα να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι το μηδέν είναι μια ιδιοτιμή m -πολλαπλότητας του πίνακα $(L \otimes I_m)$. Τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα αυτού, τα οποία ταυτόχρονα σχετίζονται με την ιδιοτιμή 0 μπορούν να δοθούν στην ακόλουθη μορφή:

$$\zeta_1^T = (k_1^T, k_1^T, \dots, k_1^T) \in \mathbb{R}^{nm}, \dots, \zeta_m^T = (k_m^T, k_m^T, \dots, k_m^T) \in \mathbb{R}^{nm}$$

Εκ των οποίων το $k_i \in \mathbb{R}^m$ είναι ένα διάνυσμα με το i -οστό του στοιχείο να είναι $1/\sqrt{n}$ και όλα τα υπόλοιπα στοιχεία είναι 0. Χρησιμοποιούμε τα $\zeta_{m+1}, \zeta_{m+2}, \dots, \zeta_{nm}$ για να υποδηλώσουμε τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα $(L \otimes I_m)$ τα οποία σχετίζονται με τις άλλες ιδιοτιμές $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$. Σύμφωνα με τη θεωρία πινάκων τα $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{nm}$ αποτελούν ένα σετ από ορθογώνιες βάσεις του \mathbb{R}^{nm} .

Υποθέτω $M = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{nm}) \in \mathbb{R}^{nm \times nm}$,

Τότε

$$M^T M = M M^T = I_{nm} \text{ και } M^T = M^{-1}$$

Μπορούμε να πάρουμε :

$$\begin{aligned}
V_x(t) &= \frac{1}{2} X^T(t) (L \otimes I_m) X(t) = \frac{1}{2} X^T(t) M^T T M X(t) = \frac{1}{2} X^T(t) M^T \sqrt{T} \sqrt{T} M X(t) \\
&= \frac{1}{2} X^T(t) M^T \sqrt{T} \sqrt{\hat{T}} \sqrt{\hat{T}^{-1}} \sqrt{\hat{T}^{-1}} \sqrt{\hat{T}} \sqrt{T} M X(t) \\
&= \frac{1}{2} X^T(t) M^T T M M^T \hat{T}^{-1} M M^T T M X(t) \\
&= \frac{1}{2} X^T(t) (L \otimes I_m)^T M^T \hat{T}^{-1} M (L \otimes I_m) X(t) \\
&= \frac{1}{2} X^T(t) (L \otimes I_m)^T D (L \otimes I_m) X(t) \\
&= \frac{1}{2} E^T(t) D E(t)
\end{aligned}$$

Με

$$\begin{aligned}
T &= \text{diag}\{0I_m, \lambda_2 I_m, \dots, \lambda_n I_m\}, \\
\sqrt{T} &= \text{diag}\{0I_m, \sqrt{\lambda_2} I_m, \dots, \sqrt{\lambda_n} I_m\}, \\
\sqrt{\hat{\Lambda}} &= \text{diag}\{\sqrt{\lambda_2} I_m, \sqrt{\lambda_2} I_m, \dots, \sqrt{\lambda_n} I_m\}, \\
\hat{T} &= \text{diag}\{\lambda_2 I_m, \lambda_2 I_m, \dots, \lambda_n I_m\}, \\
E(t) &= (e_1^T, e_2^T, \dots, e_n^T)^T \in \mathbb{R}^{nm} \\
&\text{και ο θετικά ορισμένος πίνακας}
\end{aligned}$$

$$D = M^T \hat{T}^{-1} M$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι:

$$\frac{\lambda_{\min}(D)}{2} \sum_{i=1}^n \|e_i(t)\|^2 \leq V_x(t) \leq \frac{\lambda_{\max}(D)}{2} \sum_{i=1}^n \|e_i(t)\|^2$$

$\lambda_{\min}(D)$ αποτελεί την μικρότερη ιδιοτιμή του πίνακα D και $\lambda_{\max}(D)$ την μεγαλύτερη ιδιοτιμή του πίνακα D.

Από τον ορισμό του Λαπλασιανού πίνακα έχουμε ότι:

$$\begin{aligned}
V_x(t) &= \frac{1}{2} X^T(t) (L \otimes I_m) X(t) \\
&= \frac{1}{2} E^T(t) X(t) = \frac{1}{2} X^T(t) E(t) \\
&= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^T(t) x_i(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^T(t) e_i(t)
\end{aligned}$$

Η παράγωγος ως προς τον χρόνο της $V_x(t)$ και ο συνδυασμός αυτής με την (1) μας δίνει:

$$\dot{V}_x(t) = \sum_{i=1}^n e_i^T (f_i(x_i(t)) + h_i(x_i(t - \tau_i)) + u_i(t))$$

Εφαρμόζοντας την υπόθεση 1 και την ανισότητα του Cauchy (**Cauchy** $\rightarrow (\sum_{i=1}^n x_i y_i) \leq (\sum_{i=1}^n x_i^2)(\sum_{i=1}^n y_i^2)$) στην παραπάνω εξίσωση έχουμε:

$$\dot{V}_x(t) \leq \sum_{i=1}^n (e_i^T (f_i(x_i(t)) + e_i^T(t) u_i(t) + \|e_i(t)\| \rho_i(x_i(t - \tau_i))). \quad (2)$$

Ο σχεδιασμός του ελέγχου ομοφωνίας θα γίνει πιο δύσκολος γιατί η άγνωστη συνάρτηση $f_i(\cdot)$ αλλά και η άγνωστη χρονική καθυστέρηση τ_i συμπεριλαμβάνονται στην ανισότητα. Παρόλο που η συνάρτηση $\rho_i(\cdot)$ είναι γνωστή, αλλά ο όρος χρονικής καθυστέρησης είναι άγνωστος, η θέση $x_i(t - \tau_i)$ είναι αόριστη. Επειδή η $x_i(t - \tau_i)$ σχετίζεται με το σχεδιασμό του ελέγχου της ομοφωνίας ο επιθυμητός στόχος της ομοφωνίας δεν μπορεί να εντοπιστεί απευθείας. Επιπλέον, επειδή η άγνωστη χρονική καθυστέρηση τ_i και το σφάλμα ομοφωνίας $\|e_i(t)\|$ είναι ενωμένα, το πρόβλημα του ελέγχου της ομοφωνίας γίνεται ακόμα πιο πολύπλοκο. Για αυτό το λόγο χρειαζόμαστε

έναν τρόπο για να διαχωρίσουμε τις αβέβαιες $\| e_i(t) \|$ και τ_i ώστε να τις υπολογίσουμε ταυτόχρονα.

Εφαρμόζω τις ανισότητες του Young στην (3), και έχουμε:

$$\dot{V}_x(t) \leq \sum_{i=1}^n (e_i^T(f_i(x_i(t)) + e_i^T(t)u_i(t) + \frac{1}{2} \| e_i(t) \|^2 + \frac{1}{2} \rho_i^2(x_i(t - \tau_i))). \quad (3)$$

Στην παραπάνω εξίσωση που προκύπτει με την εφαρμογή των ανισοτήτων του Young, αν χωρίσουμε τις $\| e_i(t) \|$ και $\rho_i(\cdot)$, τότε ο όρος της χρονικής καθυστέρησης $x_i(t - \tau_i)$ μπορεί να υπολογιστεί αργότερα. Για να εξουδετερώσουμε τις αβέβαιες δυναμικές που προκύπτουν από τις άγνωστες χρονικές καθυστερήσεις τ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ σχεδιάζουμε τη συνάρτηση Lyapunov-Krasovskii ως εξής:

$$V_v(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{t-\tau_i}^t U_i(x_i(\tau)) d\tau, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Όπου $U_i(x_i(t)) = \rho_i^2(x_i(t))$

Αν παραγωγίσουμε ως προς το χρόνο έχω:

$$\dot{V}_v(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\rho_i^2(x_i(t)) - \rho_i^2(x_i(t - \tau_i))), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Η χρήση της συνάρτησης Lyapunov-Krasovskii $V_v(t)$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί εμφανώς για να εξουδετερώσουμε τις αβεβαιότητες της άγνωστης χρονικής καθυστέρησης. Η σχεδιαστική δυσκολία που προέρχεται από την άγνωστη χρονική καθυστέρηση τ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ εξαλείφεται πλήρως. Επειδή οι συναρτήσεις $\rho_i(x_i(t))$ είναι πλέον γνωστές, το σχήμα ελέγχου ομοφωνίας δεν περιλαμβάνει καμία αβεβαιότητα.

Αντικαθιστώντας τον όρο $V_v(t)$ στο δεξί μέλος της (3), η επιρροή της αβέβαιης χρονικής καθυστέρησης για την βαθμωτή συνάρτηση $V_x(t)$ θεωρείται αμελητέα.

Κάνοντας χρήση της παραπάνω εξίσωσης έχουμε:

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_x(t) + \dot{V}_v(t) \leq \sum_{i=1}^n (e_i^T(t)u_i(t) + e_i^T(t)f_i(x_i(t)) + \frac{1}{2} \|e_i(t)\|^2 + \frac{1}{2}\rho_i^2(x_i(t)))$$

Θα χρησιμοποιήσουμε την $V(t) = V_x(t) + V_v(t)$ ως υποψήφια συνάρτηση Lyapunov ώστε οι ελεγκτές ομοφωνίας $u_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$ να έχουν κάποια γνωστή τιμή κάτω από την υπόθεση ότι οι λειτουργίες του συστήματος είναι γνωστές και δεν θα επηρεαστούν από την άγνωστη χρονική καθυστέρηση τ_i .

Αν $x_i \in \Omega_{x_i} \subset \mathbb{R}^m$ με Ω_{x_i} να είναι ένα συμπαγές σύνολο, τότε $\Omega_{c_i} \subset \Omega_{x_i}$ με

$$\Omega_{c_i} := \{e_i \mid \|e_i\| < c_i\}$$

και

$$\Omega_{c_i}^0 = \Omega_{x_i} - \Omega_{c_i}$$

Όπου c_i αποτελεί μια αυθαίρετα μικρή σταθερά και «-» αντιπροσωπεύει το συμπλήρωμα του συνόλου Ω_{c_i} το οποίο είναι $A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$.

Οι ελεγκτές ομοφωνίας σχεδιάζονται ως εξής:

$$u_i(t) = \begin{cases} -k_i(t)e_i - f_i(x_i) - \frac{1}{2}e_i^\Psi \rho_i^2(x_i), & e_i \in \Omega_{c_i}^0 \\ 0, & e_i \in \Omega_{c_i} \end{cases} \quad (4)$$

Με $k_i(t) \geq k^* + 1/2$, $i = 1, 2, \dots, n$, k^* μια θετική σταθερά. Επίσης να αναφέρουμε ότι e_i^Ψ χρησιμοποιείται για να υποδηλώσει το $e_i / \|e_i\|^2$ και έχει την ιδιότητα ότι $e_i^T e_i^\Psi = (e_i^\Psi)^T e_i = 1$. Ο όρος $1/2 e_i^\Psi \rho_i^2(x_i)$ δεν είναι ορθώς ορισμένος στο $e_i = [0]_m$, με $[0]_m$ να αποτελεί έναν πίνακα πολυπλοκότητας m αποτελούμενος από μηδενικά διανύσματα. Έχουμε πιθανότητα προβλήματος μοναδικότητας στον ελεγκτή που

μπορεί να εμφανιστεί στο σημείο $e_i = [0]_m$ όπου το σύστημα επιτυγχάνει ομοφωνία. Φυσικά όταν ένα πολυπρακτορικό σύστημα έρχεται σε κατάσταση ομοφωνίας οι ενέργειες στο ρεπερτόριο του ελεγκτή έχουν εξαντληθεί και δεν υπάρχει περαιτέρω κατανάλωση ενέργειας. Από αυτή την άποψη είναι πιο πρακτικό αντί ο στόχος του ελέγχου ομοφωνίας να είναι ένα συγκεκριμένο σημείο, να είναι μια μικρή περιοχή στη μορφή της μπάλας στο τρισδιάστατο χώρο, με αποτέλεσμα να οδηγούμαστε σε επαναληπτικές διαδικασίες που αυξάνουν την πολυπλοκότητα και τον φόρτο πράξεων.

4.4 Απόδειξη

Η υποψήφια συνάρτηση Lyapunov $V(t)$ γράφεται ως εξής:

$$V(t) = V_x(t) + V_v(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^T x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{t-\tau_i}^t U_i(x_i(\tau)) d\tau$$

Παραγωγίζοντας ως προς τον χρόνο και με τη βοήθεια της $\dot{V}(t) = \dot{V}_x(t) + \dot{V}_v(t)$ έχουμε:

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^n (e_i^T u_i + e_i^T f_i(x_i) + \frac{1}{2} \|e_i\|^2 + \frac{1}{2} \rho_i^2(x_i))$$

Για $e_i \in \Omega_{z_i}^0$ και αντικαθιστώντας την (4) στην παραπάνω εξίσωση:

$$\dot{V}(t) \leq - \sum_{i=1}^n (k_i(t) - \frac{1}{2}) \|e_i\|^2 \leq - \sum_{i=1}^n k^* \|e_i\|^2$$

Σύμφωνα με τη θεωρία της ευστάθειας Lyapunov μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το μη γραμμικό πολυπρακτορικό σύστημα είναι ασυμπτωτικά ευσταθές. []

Εμφανώς η $V(t)$ είναι μια θετικά ορισμένη μη αυξανόμενη συνάρτηση. Επομένως μπορούμε να συμπεράνουμε ότι για οποιοδήποτε $\epsilon > 0$ υπάρχει $T > 0$ τέτοιο ώστε $\forall t >$

$T, \{V(t) \mid V(t) \leq v\}$. Επειδή ο Λαπλασιανός πίνακας είναι θετικά ορισμένος και η συνάρτηση Lyapunov-Krasovskii, $V_v(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{t-\tau_i}^t U_i(x_i(\tau)) d\tau$, είναι και αυτή θετική έχουμε $V_x(t) \rightarrow 0$ όταν $t \rightarrow \infty$. Επίσης, αφού το γράφημα G του μη γραμμικού πολυπρακτορικού συστήματος είναι ένα μη κατευθυνόμενο συνδεδεμένο γράφημα και $V_x(t) = 1/2 E^T D E \rightarrow 0$ όταν $t \rightarrow \infty$, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ όταν $t \rightarrow \infty$, δηλαδή επιτυγχάνεται ο στόχος ομοφωνίας που έχουμε θέσει στην αρχή και τελικά από τη στιγμή που η θέση όλων των πρακτόρων είναι κοινή έχουμε πετύχει ομοφωνία.

Παράλληλα, επειδή η c_i είναι αρκετά μικρή σταθερά είναι εμφανές ότι η θέση ομοφωνίας βρίσκεται εντός της περιοχής για την οποία ισχύει ότι $\|e_i\| < c_i$.

Δυστυχώς όμως ο ελεγκτής ομοφωνίας (4) δεν μπορεί να εφαρμοστεί στο πολυπρακτορικό σύστημα που έχουμε ορίσει από την (1), επειδή η συνάρτηση $f_i(\cdot)$, $i = 1, 2, \dots, n$ είναι τελείως άγνωστη. Από την άλλη, κάνοντας χρήση του ελεγκτή ομοφωνίας που ορίζεται από την (4), ο έλεγχος των ενεργειών ενεργοποιείται μόνο όταν $e_i \in \Omega_{c_i}^0$. Βέβαια η $f_i(\cdot)$ είναι μια καλά ορισμένη συνάρτηση στο σύνολο $\Omega_{c_i}^0$ και μπορεί να προσεγγιστεί κάνοντας χρήση των νευρωνικών δικτύων με ευστοχία ως εξής:

$$f_i(x_i(t)) = W_i^{*T} S_i(x_i) + \varepsilon_i(x_i)$$

όπου $W_i^* \in \mathbb{R}^{p_i \times m}$ είναι ο βέλτιστος πίνακας βαρών του RBFNN, p_i είναι ο αριθμός των νευρών του νευρωνικού δικτύου, $S_i(x_i) \in \mathbb{R}^{p_i}$ αποτελεί το διάνυσμα βασικής συνάρτησης και $\varepsilon_i \in \mathbb{R}^m$ υποδηλώνει το προσεγγιστικό σφάλμα και ικανοποιεί την $\|\varepsilon_i\| \leq \varepsilon_{N_i}$, με λίγα λόγια είναι φραγμένο.

Θεωρούμε ότι \widehat{W}_i αποτελεί την προσέγγιση του βέλτιστου πίνακα βαρών του νευρωνικού δικτύου W_i^* . Σχεδιάζουμε το προσαρμοζόμενο ελεγκτή ομοφωνίας και τον προσαρμοζόμενο νόμο αλλαγής ως εξής:

$$u_i(t) = \begin{cases} -k_i(t)e_i - \widehat{W}_i^T(t)S_i(x_i) - \frac{1}{2}e_i^\psi \rho_i^2(x_i), & e_i \in \Omega_{c_i}^0 \\ 0, & e_i \in \Omega_{c_i} \end{cases} \quad (5)$$

$$\dot{\widehat{W}}_i(t) = \Gamma_i[S_i(x_i)e_i^T - \sigma_i\widehat{W}_i(t)] \quad (6)$$

Όπου $\Gamma_i = \Gamma_i^T \in \mathbb{R}^{p_i \times p_i}, i = 1, 2, \dots, n$ είναι θετικά ορισμένοι πίνακες κέρδους, $\sigma_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$ είναι σταθερές. Ο όρος $\sigma_i\widehat{W}_i(t), i = 1, 2, \dots, n$ εισάγεται ώστε να μειώσει το προσεγγιστικό σφάλμα στην παρουσία του νευρωνικού δικτύου. Εφαρμόζοντας τον παραπάνω ελεγκτή ομοφωνίας θα επιτευχθεί ο στόχος ομοφωνίας που έχει θέσει το πολυπρακτορικό σύστημα.

Συνεπώς, για μια τάξη μη γραμμικών πολυπρακτορικών συστημάτων που ορίζεται από το (1), με βάση επιπλέον τις υποθέσεις 1 και 2 όπως ορίζονται παραπάνω, ο ελεγκτής ομοφωνίας που ορίζεται από την (5) και τα κέρδη του ελεγκτή $k_i(t) = k_{i0} + k_{i1}(t) > 0$, όπου $k_{i0} > 0$ μια σχεδιαστική σταθερά $k_{i1}(t)$, σχεδιάζονται ως:

$$k_{i1}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\omega_i} \left[1 + \frac{\lambda_{\max}(D)}{2} + \frac{1}{\|e_i\|^2} \int_{t-\tau_{\max}}^t U_i(x_i(\tau)) d\tau \right]$$

Με σχεδιαστική σταθερά $\omega_i > 0$. Επίσης, ο πίνακας βαρών του νευρωνικού δικτύου αλλάζει με βάση την (6) και έχουμε φραγμένες $x_i(0), \widehat{W}_i(0)$. Αν ισχύουν όλα τα παραπάνω τότε το μη γραμμικό πολυπρακτορικό σύστημα θα έρθει σε μια τελική κατάσταση ομοφωνίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:

ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΦΩΝΙΑΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΕΩΣ LEADER-FOLLOWING

5.1 Εισαγωγή

Στη συγκεκριμένη έρευνα προτείνεται ένα πρωτόκολλο για δυναμικά δεύτερης τάξεως πολυπρακτορικά συστήματα με τη χρήση νευρωνικών δικτύων. Στο κεφάλαιο 4 είδαμε πως μπορούμε να έχουμε ομοφωνία σε μια κλάση πολυπρακτορικών συστημάτων με χρονικές καθυστερήσεις με τη χρήση των νευρωνικών δικτύων. Για τον αλγόριθμο του κεφαλαίου 4 αλλά και τους αλγορίθμους των κεφαλαίων 2 και 3 χρειάζεται ο αριθμός των κόμβων των νευρωνικών δικτύων να είναι πολύ μεγάλος, όπως πολύ μεγάλο είναι και το φόρτο των online υπολογισμών. Στην έρευνα που θα αναλύσουμε στο κεφάλαιο αυτό μειώνεται ο όγκος των υπολογισμών γιατί οι προσαρμοζόμενες παράμετροι ρύθμισης έχουν βαθμωτό μέγεθος, που είναι η νόρμα της εκτίμησης του βέλτιστου πίνακα βαρών του νευρωνικού δικτύου. Η επίτευξη της ομοφωνίας μεταξύ του πράκτορα-αρχηγού και των πρακτόρων-ακολούθων είναι πραγματοποιήσιμη και την επιτυχία της εγγυάται η θεωρία σταθερότητας Lyapunov.

Μέχρι πρόσφατα είχαμε ομοφωνία η οποία σχετιζονταν κυρίως με δυναμικά πρώτης τάξεως. Πλέον όμως λόγω της γκάμας στην πρακτική μηχανική έχουμε πάρα πολύ πολυπρακτορικά συστήματα δεύτερης τάξεως, καθότι τα τελευταία εμφανίζονται σε περισσότερα ρεαλιστικά σενάρια.

Τι εννοούμε όμως πρώτης και τι δεύτερης τάξεως ομοφωνία; Ουσιαστικά για την ομοφωνία πρώτης τάξεως χρειαζόμαστε μια μόνο μεταβλητή για να πετύχουμε ομοφωνία ανάμεσα στους πράκτορες ενός πολυπρακτορικού συστήματος. Εν αντιθέσει, για την ομοφωνία δεύτερης τάξεως πρέπει να εγγυηθούμε τη σύγκλιση δύο καταστάσεων όπου η μία για παράδειγμα είναι η θέση και η άλλη είναι η ταχύτητα.

5.2 Περιγραφή

Το σύστημα μας αποτελείται από n πράκτορες όπου κάθε πράκτορας του πολυπρακτορικού συστήματος μοντελοποιείται ως εξής:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) &= f_i(x_i(t), v_i(t)) + g_i(x_i(t), v_i(t))u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

Όπου

$x_i(t) = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})^T \in \mathbb{R}^m$ είναι το διάνυσμα θέσεως,

$v_i(t) = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{im})^T \in \mathbb{R}^m$ είναι το διάνυσμα ταχύτητας,

$f_i(\cdot) \in \mathbb{R}^m$ είναι η συνάρτηση του άγνωστου ομαλού διανύσματος

$g_i(\cdot) \in \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{m \times m}$ είναι η συνάρτηση του άγνωστου μη γραμμικού πίνακα

$u_i(\cdot) \in \mathbb{R}^m$ είναι το διάνυσμα ελέγχου εισόδου.

Ο πράκτορας-αρχηγός είναι ανεξάρτητος από τους υπόλοιπους πράκτορες-ακολούθους και μοντελοποιείται ως εξής:

$$\begin{aligned} \dot{x}_l(t) &= v_l(t) \\ \dot{v}_l(t) &= f_l(x_l(t), v_l(t)) \end{aligned} \quad (2)$$

Όπου $x_l \in \mathbb{R}^m$ είναι θέση του πράκτορα – αρχηγού, $v_l \in \mathbb{R}^m$ είναι η ταχύτητα του πράκτορα-αρχηγού και $f_l(\cdot) \in \mathbb{R}^m$ είναι η συνάρτηση του άγνωστου ομαλού διανύσματος

Υπόθεση 1: Η $f_i(\cdot)$ είναι φραγμένη και συνεπώς $\exists a > 0 : \|f_i(\cdot)\| < a \forall t \in \mathbb{R}^+$.

Υπόθεση 2: Η $g_i(\cdot)$ δίνει σαν αποτέλεσμα είτε θετικά ορισμένο, είτε αρνητικά ορισμένο πίνακα. Οι ιδιοτιμές του πίνακα $\lambda_1(g_i(\cdot)), \lambda_2(g_i(\cdot)), \dots, \lambda_m(g_i(\cdot))$ ικανοποιούν ότι:

$$0 < \underline{g}_i \leq \|\lambda_1(g_i(\cdot))\|, \|\lambda_2(g_i(\cdot))\|, \dots, \|\lambda_m(g_i(\cdot))\| \leq \infty, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Όπου \underline{g}_i είναι μια σταθερά. Χωρίς να χάσουμε τη γενική εικόνα υποθέτουμε ότι:

$$\lambda_1(g_i(\cdot)), \lambda_2(g_i(\cdot)), \dots, \lambda_m(g_i(\cdot)) > \underline{g}_i > 0$$

Η υπόθεση 1 έχει λογική υπόσταση αφού η $g_i(\cdot)$ δίνει σαν αποτέλεσμα μη μοναδιαίο πίνακα ως ελεγχόμενη συνθήκη του πολυπρακτορικού συστήματος που ορίζεται από την (1). Αυτό μπορεί να αποδειχτεί σε περισσότερες ελεγκτές προσαρμοζόμενου εντοπισμού.

Στο πολυπρακτορικό σύστημα που ορίζεται από την (1), η μη γραμμική συνάρτηση δυναμικού του κάθε πράκτορα $f_i(x_i(t)) \quad i = 1, 2, \dots, n$ υποθέτουμε ότι είναι αγνωστη και συνεπώς ικανοποιεί τις απαιτήσεις πολλών περιπτώσεων της πρακτικής μηχανικής. Παρόλα αυτά, τα περισσότερα μη γραμμικά πολυπρακτορικά σχέδια ελέγχου είναι περιορισμένα σε πολύ αυστηρές υποθέσεις η συνθήκες. Οι συναρτήσεις για τα μη γραμμικά συστήματα αποτελούνται από τα γνωστά αλλά και τα άγνωστα μέρη, εκ των οποίων τα άγνωστα υποθέτουμε ότι είναι φραγμένα. Συνεπώς η προσέγγιση με τη χρήση νευρωνικών δικτύων είναι μπορεί να χρησιμοποιηθεί ευρέως σε πρακτικά συστήματα.

Τέλος, να κλείσουμε την ενότητα αυτή αναφέροντας ότι για να μπορέσει το πολυπρακτορικό σύστημα να επιτύχει leader-following ομοφωνία δεύτερης τάξης πρέπει για οποιαδήποτε από τις αρχικές συνθήκες να ικανοποιούνται τα εξής:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_l(t)\| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Και

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|v_i(t) - v_l(t)\| = 0, i = 1, 2, \dots, n$$

5.3 Αλγόριθμος

Επειδή η μη γραμμική συνάρτηση $f_i(x_i(t), v_i(t))$ του δυναμικού του πράκτορα είναι άγνωστη, δεν μπορεί να εφαρμοσθεί απευθείας στο σχεδιασμό του ελεγκτή. Για να την λάβουμε υπόψιν μας στον ελεγκτή ομοφωνίας η άγνωστη μη γραμμική συνάρτηση $f_i(x_i(t), v_i(t))$ προσεγγίζεται με τη βοήθεια του RBFNN ως εξής:

$$f_i(x_i(t), v_i(t)) = W_i^{*T} S_i(z_i) + \varepsilon_i(z_i)$$

όπου $W_i^* \in \mathbb{R}^{p_i \times m}$ είναι ο βέλτιστος πίνακας βαρών του RBFNN, p_i είναι ο αριθμός των κόμβων του νευρωνικού δικτύου, $S_i(z_i) \in \mathbb{R}^{p_i}$ αποτελεί το διάνυσμα βασικής συνάρτησης και $\varepsilon_i(z_i) \in \mathbb{R}^m$, $z_i = [x_i, v_i] \in \Omega_i$ υποδηλώνει το προσεγγιστικό σφάλμα και ικανοποιεί την $\|\varepsilon_i(z_i)\| \leq \delta_i$, με λίγα λόγια είναι φραγμένο.

Ορίζουμε τη μεταβλητή σφάλματος ως

$$\bar{x}_i(t) = x_i(t) - x_l(t), \quad \bar{v}_i(t) = v_i(t) - v_l(t).$$

Από τις (1),(2) έχουμε:

$$\dot{\bar{x}}_i(t) = \bar{v}_i(t)$$

$$\dot{\bar{v}}_i(t) = f_i(x_i(t), v_i(t)) - f_l(x_l(t), v_l(t)) + g_i(x_i(t), v_i(t))u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Ξαναγράφουμε το δυναμικό του σφάλματος σε μορφή διανύσματος:

$$\dot{\bar{X}}(t) = - \left(\begin{pmatrix} 0 & -I_n \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \otimes I_m \right) \bar{X}(t) + \begin{pmatrix} 0_{nm} \\ F_X \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0_{nm} \\ F_l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0_{nm} \\ U \end{pmatrix}$$

Όπου

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \{\bar{x}_1^T, \bar{x}_2^T, \dots, \bar{x}_n^T, \bar{v}_1^T, \bar{v}_2^T, \dots, \bar{v}_n^T\}^T, F_X = \{f_1^T, f_2^T, \dots, f_n^T\}^T, F_l \\ &= \{f_l^T, f_l^T, \dots, f_l^T\}^T, U = \{(g_1 u_1)^T, (g_2 u_2)^T, \dots, (g_n u_n)^T\}^T \end{aligned}$$

Ορίζουμε τα διανύσματα του σφάλματος ομοφωνίας για τη θέση και την ταχύτητα ως εξής:

$$e_i^p(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)) + b_i(x_i(t) - x_l(t))$$

$$e_i^v(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(v_i(t) - v_j(t)) + b_i(v_i(t) - v_l(t))$$

Με a_{ij} να αποτελεί το στοιχείο στην i -οστή γραμμή και j -οστή στήλη του πίνακα γειννίαςης A . b_i είναι το βάρος επικοινωνίας μεταξύ του πράκτορα-ακολουθού και του πράκτορα-αρχηγού. Προφανώς το σφάλμα ομοφωνίας μπορεί να γραφτεί και ως:

$$e_i^p(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\bar{x}_i(t) - \bar{x}_j(t)) + b_i \bar{x}_i(t)$$

$$e_i^v(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\bar{v}_i(t) - \bar{v}_j(t)) + b_i \bar{v}_i(t)$$

Βασισμένοι στην προσέγγιση που είδαμε λίγο πιο πάνω με τη βοήθεια του RBFNN $f_i(x_i(t), v_i(t)) = W_i^{*T} S_i(z_i) + \varepsilon_i(z_i)$ σχεδιάζουμε τον προσαρμοζόμενο ελεγκτή ομοφωνίας για τα πολυπρακτορικά συστήματα του (1),(2) ως εξής:

$$u_i(t) = -k_i(e_i^v(t) + e_i^p(t)) - \frac{\beta_i}{g_i} \hat{w}_i^T(t) \|S_i(z_i)\|^2 (e_i^v(t) + e_i^p(t)) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Όπου k_i και β_i αποτελούν σχεδιαστικές σταθερές που θα δοθούν αργότερα. $\hat{w}_i(t)$ είναι η προσέγγιση του w_i^* , $w_i^* = \|W_i^*\|_f^2$ και $\|\cdot\|_f$ η Frobenius νόρμα.

Επιλέγουμε τους νόμους προσαρμογής για το $\hat{w}_i(t)$ ως εξής:

$$\dot{\hat{w}}_i(t) = \gamma_i [\beta_i \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^p(t) + e_i^v(t)\|^2 \sigma_i \hat{w}_i(t)] \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Όπου γ_i και σ_i είναι θετικές σχεδιαστικές σταθερές.

Στις υπάρχουσες μεθόδους προσαρμοζόμενου ελέγχου ομοφωνίας, χρειαζόμαστε έναν μεγάλο αριθμό νευρών και αυτό οδηγεί τον φόρτο των υπολογισμών στο να γίνεται πολύ μεγάλος. Στο συγκεκριμένο αλγόριθμο που παρουσιάζουμε στην ενότητα αυτή, επειδή η προσαρμοζόμενη παράμετρος είναι σχεδιασμένη σε βαθμωτή μορφή, που είναι η προσέγγιση της νόρμας του βέλτιστου πίνακα βάρους του νευρωνικού δικτύου, μπορούμε να μειώσουμε σε μεγάλο βαθμό το υπολογιστικό βάρος σε σύγκριση με τις προηγούμενες έρευνες ανεξάρτητα από τον αριθμό των νευρών του νευρωνικού δικτύου. Επομένως εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο αυτόν σε πρακτικές εφαρμογές της μηχανικής το κόστος τρεξίματος θα μειωθεί αισθητά.

Ο νόμος αλλαγής,

$$\dot{\hat{w}}_i(t) = \gamma_i [\beta_i \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^p(t) + e_i^v(t)\|^2 \sigma_i \hat{w}_i(t)] \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

υπονοεί ότι $\hat{w}_i(t) \geq 0$ θα είναι εγγυημένα φραγμένη για οποιαδήποτε αρχική, φραγμένη, συνθήκη $\hat{w}_i(0) \geq 0$, επειδή αν

$$\hat{w}_i \leq \gamma_i \beta_i \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^p(t) + e_i^v(t)\|^2 / \sigma_i,$$

τότε έχουμε $\dot{\hat{w}}_i(t) \geq 0$. Αυτό θα οδηγήσει στην διαρκή αύξηση του $\hat{w}_i(t)$ μέχρι

$$\hat{w}_i = \gamma_i \beta_i \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^p(t) + e_i^v(t)\|^2 / \sigma_i.$$

Παρομοίως αν

$$\hat{w}_i(t) > \gamma_i \beta_i \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^p(t) + e_i^v(t)\|^2 / \sigma_i,$$

μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το $\hat{w}_i(t)$ μειώνεται διαρκώς μέχρι

$$\hat{w}_i = \gamma_i \beta_i \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^p(t) + e_i^v(t)\|^2 / \sigma_i.$$

Συνοψίζοντας, θεωρούμε το μη γραμμικό πολυπρακτορικό σύστημα της μορφής:

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t)$$

$$\dot{v}_i(t) = f_i(x_i(t), v_i(t)) + g_i(x_i(t), v_i(t))u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Με τον πράκτορα-αρχηγό του οποίου η ταχύτητα εκφράζεται ως:

$$\dot{v}_i(t) = f_i(x_i(t), v_i(t))$$

Με ελεγκτή ομοφωνίας:

$$u_i(t) = -k_i(e_i^v(t) + e_i^p(t)) - \frac{\beta_i}{g_i} \hat{w}_i^T(t) \|S_i(z_i)\|^2 (e_i^v(t) + e_i^p(t)) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Και νόμους προσαρμογής βάρους του νευρωνικού δικτύου:

$$\dot{\hat{w}}_i(t) = \gamma_i [\beta_i \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^p(t) + e_i^v(t)\|^2 \sigma_i \hat{w}_i(t)] \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Με φραγμένες αρχικές συνθήκες, αν οι υποθέσεις 1 και 2 είναι ορθές και η σχεδιαστική σταθερά k_i ικανοποιεί την συνθήκη: $k_i \geq \underline{g_i}^{-1}(\xi_i + \zeta_i + k_0)$, όπου ξ_i, ζ_i, k_0 αποτελούν θετικές σταθερές που δίνονται αργότερα. Τότε όλοι οι πράκτορες του πολυπρακτορικού συστήματος θα συγχρονιστούν και θα ακολουθήσουν τον πράκτορα-αρχηγό με μεγάλη ευστοχία.

5.4 Απόδειξη

Θεωρούμε την υποψήφια συνάρτηση Lyapunov ως εξής:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t)$$

Όπου

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \bar{X}^T(t) \left(\begin{pmatrix} 2\tilde{L} & \tilde{L} \\ \tilde{L} & \tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) \bar{X}(t)$$

$$L = L + B, B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$$

$$V_2(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_i^{-1} \tilde{w}_i^2$$

$$\tilde{w}_i(t) = \hat{w}_i - w_i^*$$

Ο \tilde{L} είναι θετικά ορισμένος πίνακας και η $V_1(t)$ είναι θετικά ορισμένη συνάρτηση συνεπώς μπορούμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι και η $V(t)$ είναι μια θετικά ορισμένη συνάρτηση.

Η παράγωγος της $V(t)$ ως προς τον χρόνο είναι:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= -\frac{1}{2}X^T(t) \left(\left(\begin{pmatrix} 0 & -I_n \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\tilde{L} & \tilde{L} \\ \tilde{L} & \tilde{L} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\tilde{L} & \tilde{L} \\ \tilde{L} & \tilde{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -I_n \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \otimes I_m \right) X(t) \\
&\quad + X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 2\tilde{L} & \tilde{L} \\ \tilde{L} & \tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) \begin{pmatrix} 0_{nm} \\ F_X \end{pmatrix} - X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 2\tilde{L} & \tilde{L} \\ \tilde{L} & \tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) \begin{pmatrix} 0_{nm} \\ F_l \end{pmatrix} \\
&\quad + X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 2\tilde{L} & \tilde{L} \\ \tilde{L} & \tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) \begin{pmatrix} 0_{nm} \\ U \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \gamma_i^{-1} \tilde{w}_i \dot{\hat{w}}_i(t) \\
&= -X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 0 & -\tilde{L} \\ -\tilde{L} & -\tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) X(t) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T f_i(x_i(t), v_i(t)) \\
&\quad - \sum_{i=1}^n (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T f_l(x_l(t), v_l(t)) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T g_i(x_i(t), v_i(t)) u_i(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_i^{-1} \tilde{w}_i \dot{\hat{w}}_i(t)
\end{aligned}$$

Κάνοντας χρήση του RBFNN και πιο συγκεκριμένα της $f_i(x_i(t), v_i(t)) = W_i^{*T} S_i(z_i) + \varepsilon_i(z_i)$ με αντικατάσταση στην παραπάνω σχέση έχουμε:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= -X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 0 & -\tilde{L} \\ -\tilde{L} & -\tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) X(t) + \sum_{i=1}^n (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T W_i^{*T} S_i(z_i) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T \varepsilon_i(z_i) \\
&\quad - \sum_{i=1}^n (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T f_l(x_l(t), v_l(t)) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T g_i(x_i(t), v_i(t)) u_i(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_i^{-1} \tilde{w}_i \dot{\hat{w}}_i(t)
\end{aligned}$$

Βασιζόμενοι στις υποθέσεις 1 και 2, εφαρμόζοντας την ανισότητα του Young, $ab \leq \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2}$ και την ανισότητα του Cauchy, $(\sum_{i=1}^n x_i y_i) \leq (\sum_{i=1}^n x_i^2)(\sum_{i=1}^n y_i^2)$, λαμβάνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

$$\begin{aligned}
(e_i^v(t) + e_i^p(t))^T W_i^{*T} S_i(z_i) &\leq \beta_i \left((e_i^v(t) + e_i^p(t))^T W_i^{*T} S_i(z_i) \right)^2 + \frac{1}{4\beta_i} \quad (3) \\
&\leq \beta_i w_i^* \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 + \frac{1}{4\beta_i} \\
&\quad - (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T f_i(x_i(t), v_i(t)) \\
&\leq \xi_i \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 + \frac{\alpha^2}{4\xi_i} (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T \varepsilon_i(z_i) \\
&\leq \zeta_i \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 + \frac{\delta_i^2}{4\zeta_i} \quad (4)
\end{aligned}$$

Όπου β_i, ξ_i, ζ_i θετικές σταθερές. $w_i^* = \|W_i^*\|_F^2$.

Χρησιμοποιώντας τις (3),(4) έχουμε:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq -X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 0 & -\tilde{L} \\ -\tilde{L} & -\tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) X(t) + \sum_{i=1}^n \beta_i w_i^* \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 \\
&\quad + \sum_{i=1}^n (\xi_i + \zeta_i) \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 \\
&\quad + \sum_{i=1}^n (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T g_i(x_i(t), v_i(t)) u_i(t) + \sum_{i=1}^n \gamma_i^{-1} \tilde{w}_i \hat{w}_i(t) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{4\beta_i} + \frac{\alpha^2}{4\xi_i} + \frac{\delta_i^2}{4\zeta_i} \right)
\end{aligned}$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο προσαρμογής και τον ελεγκτή ομοφωνίας στην παραπάνω σχέση έχουμε:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) \leq & -X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 0 & -\tilde{L} \\ -\tilde{L} & -\tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) X(t) + \sum_{i=1}^n \beta_i w_i^* \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 \\
& + \sum_{i=1}^n (\xi_i + \zeta_i) \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 \\
& - \sum_{i=1}^n k_i (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T g_i(x_i(t), v_i(t)) (e_i^v(t) + e_i^p(t)) \\
& - \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i}{\underline{g}_i} \hat{w}_i^T(t) \|S_i(z_i)\|^2 (e_i^v(t) + e_i^p(t))^T g_i(x_i(t), v_i(t)) (e_i^v(t) \\
& + e_i^p(t)) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{4\beta_i} + \frac{\alpha^2}{4\xi_i} + \frac{\delta_i^2}{4\zeta_i} \right) \\
& + \sum_{i=1}^n \hat{w}_i^T [\beta_i \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 - \sigma_i \hat{w}_i]
\end{aligned}$$

Βασισμένοι στην υπόθεση 2 η παραπάνω σχέση γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) \leq & -X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 0 & -\tilde{L} \\ -\tilde{L} & -\tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) X(t) + \sum_{i=1}^n \beta_i w_i^* \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 \\
& + \sum_{i=1}^n (\xi_i + \zeta_i) \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 \\
& - \sum_{i=1}^n \beta_i \hat{w}_i^T(t) \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 \\
& - \sum_{j=1, j \neq i}^n k_i \underline{g}_i \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{4\beta_i} + \frac{\alpha^2}{4\xi_i} + \frac{\delta_i^2}{4\zeta_i} \right) \\
& + \sum_{i=1}^n \hat{w}_i^T [\beta_i \|S_i(z_i)\|^2 \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 - \sigma_i \hat{w}_i] \\
& = -X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 0 & -\tilde{L} \\ -\tilde{L} & -\tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) X(t) \\
& + \sum_{i=1}^n (\xi_i + \zeta_i) \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 - \sum_{j=1, j \neq i}^n k_i \underline{g}_i \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2
\end{aligned}$$

$$+ \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{4\beta_i} + \frac{\alpha^2}{4\xi_i} + \frac{\delta_i^2}{4\zeta_i} \right) - \sum_{i=1}^n \sigma_i \tilde{w}_i \hat{w}_i$$

Υποθέτω ότι $k_i \geq \underline{g}_i^{-1}(\xi_i + \zeta_i + k_0)$. Η παραπάνω ανισότητα αλλάζει ως εξής:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 0 & -\tilde{L} \\ -\tilde{L} & -\tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) X(t) - k_0 \|e_i^v(t) + e_i^p(t)\|^2 \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \sigma_i \tilde{w}_i \hat{w}_i + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{4\beta_i} + \frac{\alpha^2}{4\xi_i} + \frac{\delta_i^2}{4\zeta_i} \right) \leq \\ &\quad - X^T(t) \left(k_0 \begin{pmatrix} \tilde{L} & 0 \\ 0 & \tilde{L} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \tilde{L} & 0 \\ 0 & \tilde{L} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -\tilde{L} \\ -\tilde{L} & -\tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) X(t) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \sigma_i \tilde{w}_i \hat{w}_i + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{4\beta_i} + \frac{\alpha^2}{4\xi_i} + \frac{\delta_i^2}{4\zeta_i} \right) \end{aligned}$$

Από το γεγονός ότι $\tilde{w}_i \hat{w}_i = \frac{1}{2}(\tilde{w}_i^2 + \hat{w}_i^2 - w_i^{*2})$, έχουμε:

$$-\sigma_i \tilde{w}_i \hat{w}_i \leq -\frac{1}{2} \sigma_i \tilde{w}_i^2 + \frac{1}{2} \sigma_i w_i^{*2} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Άρα

$$\dot{V}(t) \leq -X^T(t) ((k_0 \Lambda - \Delta) \otimes I_m) X(t) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sigma_i \tilde{w}_i^2 + \eta \quad (5)$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \tilde{L} & 0 \\ 0 & \tilde{L} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \tilde{L} & 0 \\ 0 & \tilde{L} \end{pmatrix}, \Delta = \begin{pmatrix} 0 & -\tilde{L} \\ -\tilde{L} & -\tilde{L} \end{pmatrix}, \eta = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{4\beta_i} + \frac{\alpha^2}{4\xi_i} + \frac{\delta_i^2}{4\zeta_i} + \frac{1}{2} \sigma_i w_i^{*2} \right)$$

Λαμβάνοντας υπόψιν ότι $k_0 > \lambda_{\min}^{-1}(\Lambda)(\lambda_{\max}(\Delta) + \frac{\omega}{2} \lambda_{\max})$, όπου $\lambda_{\min}(\Lambda)$, $\lambda_{\max}(\Delta)$ και λ_{\max} η μικρότερη ιδιοτιμή του πίνακα Λ , η μεγαλύτερη ιδιοτιμή του πίνακα Δ και η μεγαλύτερη ιδιοτιμή του πίνακα $\begin{pmatrix} 2\tilde{L} & \tilde{L} \\ \tilde{L} & \tilde{L} \end{pmatrix}$, αντίστοιχα. $\omega = \min\{\sigma_1 \gamma_1, \sigma_2 \gamma_2, \dots, \sigma_n \gamma_n\}$ και η ανισότητα (5) ξαναγράφεται ως εξής:

$$\dot{V}(t) \leq -\frac{\omega}{2} X^T(t) \left(\begin{pmatrix} 2\tilde{L} & \tilde{L} \\ \tilde{L} & \tilde{L} \end{pmatrix} \otimes I_m \right) X(t) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sigma_i \tilde{w}_i^2 + \eta = -\omega V(t) + \eta$$

Γνωρίζουμε ότι

$$V(t) \leq V(0)e^{-\omega t} + \frac{\eta}{\omega}(1 - e^{-\omega t})$$

Γνωρίζουμε ότι η θετική σταθερά βασίζεται στις σχεδιαστικές παραμέτρους. Για οποιοδήποτε $\nu > 0$, επιλέγοντας το ω να είναι αρκετά μεγάλο, υπάρχει $T > 0$ τέτοιο ώστε $\forall t > T, \{V(t) \mid |V(t)| \leq \nu\}$, τότε το σφάλμα εντοπισμού μπορεί να μειωθεί σε μία μικρή περιοχή γύρω από το μηδέν. Αυτό υποδηλώνει ότι η ομοφωνία αρχηγού – υπηκόου μπορεί να ληφθεί διαλέγοντας την κατάλληλη σχεδιαστική παράμετρο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6:

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στις περισσότερες έρευνες οι οποίες έχουν γίνει πάνω στο κομμάτι των πολυπρακτορικών συστημάτων έχουμε λάβει υπόψιν μας ότι οι πράκτορες έχουν ντετερμινιστικά πρώτη ή δεύτερης τάξεως δυναμικά. Δυστυχώς όμως οι τεχνικές αυτές είναι πολύ δύσκολο να βρουν ρεαλιστική χρήση, εξαιτίας των σφαλμάτων μετρήσεων καθώς και της αλληλεπίδρασης με διαφορετικά περιβάλλοντα. Σίγουρα τα νευρωνικά δίκτυα βοηθούν σημαντικά στο να μειωθεί ο χρόνος κατά τον οποίο επιτυγχάνεται η ομοφωνία μεταξύ των πρακτόρων ενός πολυπρακτορικού συστήματος leaderless ή leader-following, όμως πρέπει να γίνει περεταίρω έρευνα στο πώς μπορούμε να μειώσουμε το υπολογιστικό βάρος που εμφανίζεται με τη χρήση αυτών. Τέλος, είναι πολύ σημαντικό, καθώς και προϊόν μελλοντικής μελέτης ο έλεγχος ομοφωνίας για πολυπρακτορικά συστήματα με εξωτερικές διαταραχές και εξωτερικό θόρυβο καθώς και ο τρόπος που θα λειτουργήσει η ομοφωνία σε περίπτωση ενός κακόβουλου πράκτορα.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] W. Ren and R. W. Beard, "A decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach," *J. Guid. Control Dyn.*, vol. 27, no. 1, pp. 73–82, Jan./Feb. 2004.
- [2] R. Olfati-Saber, "Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 51, no. 3, pp. 401–420, Mar. 2006
- [3] J. A. Fax and R. M. Murray, "Information flow and cooperative control of vehicle formations," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1465–1476, Sep. 2004.
- [4] R. Olfati-Saber and J. S. Shamma, "Consensus filters for sensor networks and distributed sensor fusion," in *Proc. IEEE Conf. Decision Control, Eur. Control Conf.*, Seville, Spain, 2005, pp. 6698–6703.
- [5] T. Vicsek, A. Czirok, E. Ben-Jacob, I. Cohen, and O. Shochet, "Novel type of phase transition in a system of self-driven particles," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, no. 6, pp. 1226–1229, Aug. 1995.
- [6] A. Jadbabaie, J. Lin, and A. S. Morse, "Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 48, no. 6, pp. 988–1001, Jun. 2003.
- [7] R. Olfati-Saber and R. M. Murray, "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1520–1533, Sep. 2004.
- [8] L. Moreau, "Stability of multiagent systems with time-dependent communication links," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 50, no. 2, pp. 169–182, Feb. 2005.
- [9] W. Ren and R. W. Beard, "Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 50, no. 5, pp. 655–661, May 2005.
- [10] Y. Hong, J. Hu, and L. Gao, "Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology," *Automatica*, vol. 42, no. 7, pp. 1177–1182, Jul. 2006.
- [11] L. Xiao and S. Boyd, "Distributed average consensus with least-mean-square deviation," *J. Parallel Distrib. Comput.*, vol. 67, no. 1, pp. 33–46, Jan. 2007.

- [12] M. Cao, A. S. Morse, and B. D. O. Anderson, "Reaching a consensus in a dynamically changing environment: Convergence rates, measurement delays, and asynchronous events," *SIAM J. Control Optim.*, vol. 47, no. 2, pp. 601–623, Mar. 2008.
- [13] W. Ren, R. W. Beard, and D. B. Kingston, "Multi-agent Kalman consensus with relative uncertainty," in *Proc. Amer. Control Conf.*, Portland, OR, 2005, pp. 1865–1870.
- [14] D. Bauso, L. Giarré, and R. Pesenti, "Non-linear protocols for optimal distributed consensus in networks of dynamic agents," *Syst. Control Lett.*, vol. 55, no. 11, pp. 918–928, Nov. 2006.
- [15] J. Cortés, "Distributed algorithms for reaching consensus on general functions," *Automatica*, vol. 44, no. 3, pp. 726–737, Mar. 2008.
- [16] G. Xie and L. Wang, "Consensus control for a class of networks of dynamic agents," *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 17, no. 10/11, pp. 941–959, 2007.
- [17] W. Ren, "On consensus algorithms for double integrator dynamics," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 53, no. 6, pp. 1503–1509, Jul. 2008.
- [18] W. Ren, R. W. Beard, and E. M. Atkins, "A survey of consensus problems in multi-agent coordination," in *Proc. Amer. Control Conf.*, Portland, OR, 2005, pp. 1859–1864.
- [19] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, "Consensus and cooperation in networked multi-agent systems," *Proc. IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 215–233, Jan. 2007.
- [20] L. Cheng, Z.-G. Hou, and M. Tan, "Multi-agent based adaptive consensus control for multiple manipulators with kinematic uncertainties," in *Proc. IEEE Int. Symp. Intell. Control*, San Antonio, TX, 2008, pp. 189–194.
- [21] L. Cheng, Z.-G. Hou, and M. Tan, "Decentralized adaptive consensus control for multi-manipulator system with uncertain dynamics," in *Proc. IEEE Int. Conf. Syst., Man, Cybern.*, Singapore, 2008.
- [22] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Identification and control of dynamical systems using neural networks," *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 1, no. 1, pp. 4–27, Mar. 1990.

- [23] M. M. Polycarpou and P. A. Ioannou, "Identification and control of non-linear systems using neural network models: Design and stability analysis," Univ. Southern California, Los Angeles, CA, Tech. Rep. 91-09-01, 1991.
- [24] F. L. Lewis, S. Jagannathan, and A. Yesildirek, *Neural Network Control of Robot Manipulators and Nonlinear Systems*. New York: Taylor & Francis, 1998.
- [25] S. S. Ge, T. H. Lee, and C. J. Harris, *Adaptive Neural Network Control of Robotic Manipulators*. Singapore: World Scientific, 1998.
- [26] J. A. Farrell and M. M. Polycarpou, *Adaptive Approximation Based Control: Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches*. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2006.
- [27] Agents.umbc.edu. 2020. *Software Agents: An Overview*. Available at: <http://agents.umbc.edu/introduction/ao/> [Accessed 8 January 2020].
- [28] Eithan Ephrati, Jeffrey S . Rosenschein (1996) 'Deriving consensus in multiagent systems ', *Artificial intelligence* , 87(1-2), pp. 21-27,71-74. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0004370295001050> (Accessed: 15 January 2020).
- [29] Kelifos. 'Εισαγωγή στα Νευρωνικά δίκτυα', *Νευρωνικά δίκτυα*, pp. 1-13. Available at: <http://kelifos.physics.auth.gr/COURSES/neural/K1.pdf> (Accessed: 23 November 2019).
- [30] Mark J L Orr (April 1996) *Introduction to Radial Basis Function Networks*, Available at: <https://www.cc.gatech.edu/~isbell/tutorials/rbf-intro.pdf> (Accessed: 13 October 2019).
- [31] Press, WH; Teukolsky, SA; Vetterling, WT; Flannery, BP (2007), "Section 3.7.1. Radial Basis Function Interpolation", *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing* (3rd ed.), New York: Cambridge University Press, [ISBN 978-0-521-88068-8](https://doi.org/10.1017/C9780521880688)
- [32] [Russell, Stuart J.; Norvig, Peter](https://doi.org/10.1017/C9780521880688) (2003), [Artificial Intelligence: A Modern Approach](https://doi.org/10.1017/C9780521880688) (2nd ed.), Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, [ISBN 0-13-790395-2](https://doi.org/10.1017/C9780521880688), *chpt. 2*
- [33] Tsung-Ying Sun (January 2009) . Available at: <https://www.researchgate.net/figure/The-structure-of-a-RBFNN-A-radial->

[basis-function-is-a-multidimensional-function-that_fig1_221787794](#) (Accessed: 14 december 2019).

[34] University of Wisconsin. Available

at: <http://pages.cs.wisc.edu/~bolo/shipyard/neural/local.html> (Accessed: 9 december 2019).