

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΤΥΧΑΙΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ –
Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΤΑΞΙΩΝ ΟΡΩΝ ΣΤΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ
ΤΟΙΧΩΝ ΝΕΡΟΥ ΣΕ ΝΕΡΑ ΕΝΔΙΑΜΕΣΟΥ ΒΑΘΟΥΣ

υπό

ANNA ΣΙΟΝΤΟΡΟΥ

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των

απαιτήσεων για την απόκτηση του

Διπλώματος Πολιτικού Μηχανικού

2019

© 2019 Άννα Σιόντορου

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων) Δρ. Βανέσσα Κατσαρδή
Επίκουρος Καθηγήτρια, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Αντώνης Λιακόπουλος
Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο
Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Θεοφάνης Γραμμένος
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Πρώτα απ' όλα, θέλω να ευχαριστήσω την επιβλέπουσα της διπλωματικής εργασίας μου, Επίκουρο Καθηγήτρια, κα Βανέσσα Κατσαρδή για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή της κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητή κ. Αντώνη Λιακόπουλο και Επίκουρο Καθηγητή κ. Θεοφάνη Γραμμένο για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Οφείλω ευχαριστίες στους Παπαϊωάννου και Δούκα για τα δεδομένα της δικής τους διπλωματικής εργασίας καθώς και την βοήθεια που μου παραχώρησαν. Κατά συνέπεια, ευχαριστώ και τον Καθηγητή κ. Chris Swan του Department of Civil and Environmental Engineering του Imperial College of London της Μ. Βρετανίας, που τους παραχώρησε την άδεια χρήσης του μοντέλου BST, τα αποτελέσματα του οποίου χρησιμοποίησα.

Ευχαριστώ τον αδερφό μου Κωνσταντίνο Σιόντορο και τις φίλες μου Δέσποινα Σκαρλή, Μαρία Γιαννακοπούλου και Ειρήνη Ντίνα για την ηθική υποστήριξή τους. Πάνω απ' όλα, είμαι ευγνώμων στους γονείς μου, Δημήτριο Σιόντορο και Αρετή Παπαϊωάννου για την ολόψυχη αγάπη και υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια. Αφιερώνω αυτή την εργασία στην μητέρα μου και στον πατέρα μου.

Άννα Σιόντορου

ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΤΥΧΑΙΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ – Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ
ΔΕΥΤΕΡΟΤΑΞΙΩΝ ΟΡΩΝ ΣΤΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΟΙΧΩΝ ΝΕΡΟΥ ΣΕ ΝΕΡΑ
ΕΝΔΙΑΜΕΣΟΥ ΒΑΘΟΥΣ

Άννα Σιόντορου

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, 2019

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια: Βανέσσα Κατσαρδή, Επίκουρος Καθηγήτρια

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική γίνεται χρήση τριών φασματικών μοντέλων: γραμμικοί τυχαίοι κυματισμοί (LRWT), δευτέρου βαθμού τυχαίοι κυματισμοί (SD) και πλήρως μη γραμμικοί τυχαίοι κυματισμοί (BST) για δύο διαστάσεις, τα πρώτα δύο είναι αναλυτικές λύσεις και το τελευταίο είναι αριθμητική λύση. Μελετήθηκαν τρία φάσματα JONSWAP σε βάθος 15m: ένα φάσμα με συνολικό πλάτος 9.5m και δυο ακόμα που δημιουργήθηκαν από τροποποιήσεις στα πλάτη του φάσματος αυτού με σκοπό να είναι το δυνατόν ρεαλιστικότερο. Η μία αφορούσε στη διατήρηση του συνολικού πλάτους του φάσματος και η δεύτερη στη διατήρηση της ενέργειας του υποκείμενου φάσματος μετά τις ανωτέρω τροποποιήσεις. Επιλέχθηκε χρονικό διάστημα 150 δευτερολέπτων για τις αναλύσεις. Υπολογίστηκαν και με τα τρία μοντέλα και στα τρία φάσματα τα στιγμιότυπα των ανυψώσεων της επιφάνειας των κυματισμών σε κάθε χρονική στιγμή, καθώς και οι μέγιστες τιμές ανύψωσης του κυματισμού και οι θέσεις τους σε κάθε χρονική στιγμή. Σαν γενικό συμπέρασμα προέκυψε πως αν και το SD δίνει αρκετά καλύτερα αποτελέσματα από ότι το

LRWT για τις τιμές των ανυψώσεων, εξακολουθεί να υστερεί από το BST, τόσο στον υπολογισμό των μέγιστων ανυψώσεων και υψών του κυματισμού, όσο, κυριότερα, στην πρόβλεψη της μορφής του μέγιστου κυματισμού, λόγω του ότι δεν μπορεί να προβλέψει τις ενεργειακές μετατοπίσεις των συχνοτήτων του υποκείμενου φάσματος που είναι ορατές όταν συμπεριλαμβάνονται ψηλότεροι όροι.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή.....	12
1.1 Κίνητρο και υπόβαθρο της διπλωματικής	12
1.2 Υπάρχουσες λύσεις περιγραφής του κυματικού πεδίου	14
1.3 Οργάνωση της διπλωματικής εργασίας	15
Κεφάλαιο 2 Φάσματα.....	17
2.1 Διαδικασία παραγωγής φάσματος μέσω ανάλυσης Fourier (Διδιάστατο φάσμα).....	18
2.2 Διακριτοποίηση του φάσματος (JONSWAP)	19
2.3 Ανάλυση φασμάτων που χρησιμοποιήθηκαν	20
Κεφάλαιο 3 Φασματικά μοντέλα	25
3.1 Linear Random Wave Theory (Θεωρία Γραμμικών Τυχαίων Κυματισμών).....	27
3.2 Το δευτεροτάξιο μοντέλο SD (Sharma and Dean).....	29
3.2.1 Η διατύπωση του προβλήματος της οριακής τιμής.....	30
3.2.2 Λύση	32
3.3 Το πλήρες μη γραμμικό μοντέλο BST (Bateman, Swan and Taylor)	39
Κεφάλαιο 4 Σύγκριση κυματισμών – Φασματική ανάλυση.....	41
4.1 Σύγκριση διαγραμμάτων σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές	42
4.2 LRWT vs SD vs BST γύρω στη μέγιστη κορυφή των LRWT, SD	49
4.3 LRWT VS BST VS SD στην μέγιστη κορυφή του BST	68
Κεφάλαιο 5 Συμπεράσματα.....	85
Βιβλιογραφία.....	87

Κατάλογος εικόνων

Εικόνα 1 - Σύγκριση φάσματος JONSWAP και τροποποιημένου φάσματος (Παπαϊωάννου & Λούκα (2018))	22
Εικόνα 2 - Σύγκριση φάσματος JONSWAP και Rayleigh Amplitude scaling (Παπαϊωάννου & Λούκας (2018))	22

Εικόνα 3 - Σύγκριση φάσματος JONSWAP και τροποποιημένου φάσματος (Παπαϊωάννου & Δούκας (2018))	23
Εικόνα 4 - Σύγκριση φάσματος JONSWAP και Rayleigh Amplitude Energy Scaling (Παπαϊωάννου & Δούκα (2018))	23
Εικόνα 5 – Διάγραμμα τιμών φάσης τυχαίας κατανομής και συχνοτήτων (Παπαϊωάννου και Δούκας (2018))	24
Εικόνα 6 – Σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων και συνιστώσες της ταχύτητας	30
Εικόνα 7 - Σύγκριση LRWT, SD και BST σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές για φάσμα JONSWAP	43
Εικόνα 8 - Σύγκριση LRWT, SD και BST σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές για Rayleigh Amplitude Scaling	45
Εικόνα 9 - Σύγκριση LRWT, SD και BST σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές για Rayleigh Energy Scaling	47
Εικόνα 10 - LRWT vs SD vs BST για φάσμα JONSWAP γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT, SD	50
Εικόνα 11 - LRWT vs SD vs BST για φάσμα JONSWAP γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT, SD	51
Εικόνα 12 - Περιοχή γύρω από τις θέσεις όπου συμβαίνει η μέγιστη ανύψωση του LRWT, SD	52
Εικόνα 13 – Φάσμα JONSWAP με LRWT, SD και BST για την χρονική στιγμή του μεγίστου των LRWT, SD	53
Εικόνα 14 - LRWT vs BST vs SD για Rayleigh Amplitude Scaling γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT, SD	55

Εικόνα 15 – LRWT vs BST vs SD για Rayleigh Amplitude Scaling γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT, SD	56
Εικόνα 16 - Περιοχή γύρω από τις θέσεις όπου συμβαίνει η μέγιστη ανύψωση του LRWT, SD	57
Εικόνα 17 – Φάσμα Rayleigh Amplitude Scaling με LRWT, SD και BST για την χρονική στιγμή του μεγίστου των LRWT, SD	58
Εικόνα 18 - LRWT vs BST για Rayleigh Energy Scaling γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT	60
Εικόνα 19 - LRWT vs BST για Rayleigh Energy Scaling γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT	61
Εικόνα 20 - LRWT vs BST για Rayleigh Energy Scaling γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT, SD	62
Εικόνα 21 - Φάσμα Rayleigh Energy Scaling με LRWT, SD και BST για την χρονική στιγμή του μεγίστου των LRWT, SD	63
Εικόνα 22 - LRWT Rayleigh Amplitude Scaling vs LRWT Rayleigh Energy Scaling τη χρονική στιγμή μεγίστου του LRWT,SD	64
Εικόνα 23 - SD Rayleigh Amplitude Scaling vs SD Rayleigh Energy Scaling τη χρονική στιγμή μεγίστου του LRWT, SD	65
Εικόνα 24 - BST Rayleigh Amplitude Scaling vs BST Rayleigh Energy Scaling τη χρονική στιγμή μεγίστου του BST	66
Εικόνα 25 – Φάσμα JONSWAP για LRWT, SD, BST για την χρονική στιγμή μέγιστης ανύψωσης του BST	68
Εικόνα 26 – Φάσμα Rayleigh Amplitude Scaling για LRWT, SD, BST για την χρονική στιγμή μέγιστης ανύψωσης του BST	69

Εικόνα 27 - Φάσμα Rayleigh Energy Scaling για LRWT, SD, BST για την χρονική στιγμή μέγιστης ανύψωσης του BST	70
Εικόνα 28 – Σύγκριση BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για τη t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 5.888 m$	72
Εικόνα 29 - Σύγκριση BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 5.888 m$	72
Εικόνα 30 - Σύγκριση BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.76 m$	73
Εικόνα 31 - Σύγκριση BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.76 m$	73
Εικόνα 32 - Σύγκριση BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.021m$	74
Εικόνα 33 - Σύγκριση BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.021 m$	74
Εικόνα 34 – Φάσμα BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 5.888 m$	75
Εικόνα 35 - Φάσμα BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.021 m$	76
Εικόνα 36 – Φάσμα BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.76 m$	77
Εικόνα 37 - Σύγκριση BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 7.8725 m$	78
Εικόνα 38 - Σύγκριση BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 7.8725 m$	78

Εικόνα 39 - Σύγκριση BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 10.1567 m$	79
Εικόνα 40 - Σύγκριση BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 10.1567 m$	79
Εικόνα 41 - Σύγκριση BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 9.3228 m$	80
Εικόνα 42 - Σύγκριση BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 9.3228 m$	80
Εικόνα 43 - Φάσμα BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 7.8725 m$	81
Εικόνα 44 – Φάσμα BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 10.1567 m$	82
Εικόνα 45 - Φάσμα BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 9.3228 m$	83
Εικόνα 46 - Εξέλιξη ενός μεγάλου κύματος για $a=9.5m$ (που πλησιάζει ένα focused event, Katsardi (2007))	84

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1 - Αποτελέσματα JONSWAP για t_{max}	67
Πίνακας 2 - Αποτελέσματα Random Rayleigh Amplityde Scaling για t_{max}.....	67
Πίνακας 3 - Αποτελέσματα Random Rayleigh Energy Scaling για t_{max}	67

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρέχονται πληροφορίες εισαγωγικού χαρακτήρα που δίνουν το κίνητρο και το υπόβαθρο αυτής της διπλωματικής εργασίας, παρατίθεται μια ανασκόπηση των υπάρχουσών λύσεων του κυματικού πεδίου και περιγράφονται συνοπτικά οι βασικές ενότητες της διπλωματικής εργασίας.

1.1 Κίνητρο και υπόβαθρο της διπλωματικής

Ο προσδιορισμός του κύματος σχεδιασμού είναι εξέχουσας σημασίας για τον σχεδιασμό και την διαστασιολόγηση ενός έργου. Βοηθά στην πρόβλεψη της θαλάσσιας επιφάνειας, ακραίων φαινομένων, στον υπολογισμό φορτίσεων, πρόβλεψη φαινομένων υπερπήδησης κλπ. Αυτό στις μέρες μας μπορεί να επιτευχθεί με δύο τρόπους.

Στον πρώτο τρόπο γίνεται στατιστική ανάλυση της κυματικής καταγραφής απευθείας στο πεδίο του χρόνου. Η ανύψωση της θάλασσας η , αποτελεί στοχαστικό φαινόμενο. Κάθε «κύμα» της επιφάνειας η ορίζεται μεταξύ γειτονικών σημείων μηδενικής προς τα πάνω διάβασης (zero up-crossing). Τα N «κύματα» κατατάσσονται σε φθίνουσα σειρά ανάλογα με τα ύψη τους (H_i). Η πιθανότητα υπέρβασης μιας τιμής H ακολουθεί την κατανομή Rayleigh

$$P(H_i \geq H) = e^{-\left(\frac{H}{H_{rms}}\right)^2} \quad \text{Εξ. 1.1}$$

όπου $H_{rms} = \sqrt{\frac{\sum H_i^2}{N}}$ είναι η μέση τετραγωνική τιμή του ύψους κύματος. Ως μέσο

ύψος κύματος ορίζεται το \bar{H} :

$$\bar{H} = H_{100} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} H_{rms} \quad \text{Εξ. 1.2}$$

και ως σημαντικό ύψος κύματος η μέση τιμή του ανώτερου 33% των υψών κύματος

$H_S = H_{33} = \sqrt{2} H_{rms}$ με πιθανότητα υπέρβασης $P(H > H_{33}) = 0.135$. Η μέγιστη πιθανή τιμή H_{max} σε δείγμα N τιμών H ορίζεται:

$$H_{max} = H_{rms} \sqrt{\ln(N)} \quad \text{Εξ. 1.3}$$

όπου $N = \frac{T_L}{T_Z}$ και T_L η διάρκεια καταγραφής και T_Z η μέση περίοδος κύματος. Πολλοί

κανονισμοί ορίζουν ως ύψος σχεδιασμού στα θαλάσσια έργα $H_{max} = 2H_S$.

Ο δεύτερος τρόπος ανάλυσης των κυματικών καταγραφών στοχαστικών κυματισμών γίνεται με φασματική ανάλυση της κυματικής καταγραφής στο πεδίο των συχνοτήτων, όπου έπειτα από την επιλογή του κατάλληλου φασματικού κυματικού μοντέλου γίνεται εύρεση του μέγιστου ύψους κύματος όπου ορίζεται και ως ύψος σχεδιασμού. Στην παρούσα διπλωματική έχει επιλεγεί η φασματική ανάλυση της κυματικής καταγραφής μέσω φάσματος JONSWAP.

Η παρούσα εργασία είχε ως εναρκτήρια γραμμή την εργασία των Παπαϊωάννου & Δούκα (2018) και ουσιαστικά αποτελεί την συνέχειά της. Εμπνευσμένοι και οι ίδιοι από τους Adcock et al. (2015), οι οποίοι εξέτασαν πώς η μη γραμμικότητα επηρεάζει τους κυματισμούς σε σχέση με αυτούς που υπολογίστηκαν από ένα γραμμικό μοντέλο, δημιούργησαν τις εκδοχές ενός φάσματος JONSWAP και προσομοίωσαν το κυματικό πεδίο σε σημαντικές χρονικές στιγμές τόσο με το

γραμμικό μοντέλο όσο και με μη γραμμικό και συμπεράναν πως αν και η ανύψωση των κυματισμών δεν επηρεάζεται σημαντικά, παρατηρείται μια αύξηση του πλάτους των κορυφών και μια σύμπτυξη των τμημάτων των μεγάλων κυμάτων κατά την κύρια διεύθυνση του κυματισμού. Για τι ίδιες χρονικές στιγμές αλλά και για άλλες ως συμπληρωματικά στοιχεία, σε αυτήν την εργασία τα τρία αυτά φάσματα αναλύθηκαν με το δευτεροτάξιο γραμμικό μοντέλο SD, που για χρόνια χρησιμοποιούταν ευρέως για ενδιάμεσα και μεγάλα βάθη για να διαπιστωθεί πόσο ικανοποιητικά αποτελέσματα προκύπτουν. Κύρια μειονεκτήματα του δευτεροτάξιου ως προς το μη γραμμικό μοντέλο προέκυψαν η αδυναμία να υπολογιστούν τόσο οι ενεργειακές μετατοπίσεις, όσο και οι διαφορές στις φάσεις των συχνοτήτων άρα και στην πρόβλεψη της θαλάσσιας επιφάνειας. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων δείχνουν ότι η μη γραμμικότητα επηρεάζει σημαντικά την εμφάνιση των ακραίων κυμάτων στα ενδιάμεσα βάθη.

1.2 Υπάρχουσες λύσεις περιγραφής του κυματικού πεδίου

Τα κυματικά φαινόμενα είναι πολύ σημαντικό να περιγράφονται με ακρίβεια και να κατανοούνται πλήρως, όχι μόνο για ερευνητικούς λόγους αλλά και για σχεδιαστικούς. Δύο τρόποι έχουν αναπτυχθεί για να επιτευχθούν ρεαλιστικές κυματικές αναλύσεις.

Τα μοντέλα των μονοχρωματικών κυματισμών και τα φασματικά μοντέλα.

Τα πρώτα, αλλιώς και Steady Waves, αποδέχονται την ύπαρξη μίας συχνότητας και αναλύουν τους κυματισμούς ως περιοδικά φαινόμενα, γραμμικά ή μη (Κυματική Θεωρία Πρώτης Τάξης - Airy, οι θεωρίες Stokes 2nd, Stokes 5th, Fourier18th).

Τα φασματικά μοντέλα χρησιμοποιούν ένα τρισδιάστατο φάσμα που αποτελείται από n πλήθος κυματισμών, που βρίσκονται σε διαφορετικές μεταξύ τους φάσεις και με επαλληλία αυτών περιγράφεται ο ζητούμενος κυματισμός. Εδώ η βιβλιογραφία μπορεί να χωριστεί στις εξής κατηγορίες : Τυχαίοι γραμμικοί κυματισμοί LRWT και η πιο πιθανή μορφή του μέγιστου κυματισμού, η λεγόμενη NewWave Theory (Tromans et al., 1991), τυχαίοι μη γραμμικοί κυματισμοί δεύτερης τάξης (π.χ. Sharma and Dean 1981, SD), τυχαίοι μη γραμμικοί κυματισμοί ανώτερης τάξης. Οι πρώτες δύο λύσεις είναι αναλυτικές λύσεις ενώ για την περιγραφή των πλήρως μη γραμμικών κυματισμών υπάρχουν διαθέσιμα αριθμητικά μοντέλα. Το αριθμητικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία θα περιγραφεί παρακάτω.

1.3 Οργάνωση της διπλωματικής εργασίας

Το κεφάλαιο 2 πραγματεύεται τα φάσματα. Σε αυτό περιγράφεται η διαδικασία παραγωγής φάσματος 2D JONSWAP γενικά και έπειτα ειδικά περιγράφεται το φάσμα JONSWAP που χρησιμοποιήθηκε αρχικά καθώς και τα δύο άλλα τροποποιημένα που προέκυψαν από αυτό.

Στο κεφάλαιο 3 περιγράφονται τα τρία φασματικά μοντέλα LRWT, SD και BSD. Επειδή το θέμα της εργασίας είναι η επίδραση του SD, αυτό το μοντέλο εξηγείται αρκετά αναλυτικότερα από τα άλλα δύο.

Στο κεφάλαιο 4 γίνονται όλες οι συγκρίσεις μεταξύ των τριών μοντέλων και παρουσιάζονται αποτελέσματα, ποσοστιαίες διαφορές και διαγράμματα που προκύπτουν (αναλυτικότερα εξηγούνται στον αντίστοιχο κεφάλαιο).

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα των παραπάνω συγκρίσεων.

Κεφάλαιο 2 Φάσματα

Τα κυματικά φαινόμενα είναι πολύ σημαντικό να περιγράφονται με ακρίβεια και να κατανοούνται πλήρως, όχι μόνο για ερευνητικούς λόγους αλλά και για σχεδιαστικούς. Δύο τρόποι έχουν αναπτυχθεί για να επιτευχθούν έγκυρες κυματικές αναλύσεις.

Τα μοντέλα των μονοχρωματικών κυματισμών και τα φασματικά μοντέλα.

Τα πρώτα, αλλιώς και Steady Waves, αποδέχονται την ύπαρξη μίας συχνότητας και αναλύουν τους κυματισμούς ως περιοδικά φαινόμενα, γραμμικά ή μη.

Τα φασματικά μοντέλα όπως προδίδει το όνομά τους χρησιμοποιούν ένα τρισδιάστατο φάσμα που αποτελείται από n πλήθος κυματισμών, που βρίσκονται σε διάφορες φάσεις (όχι ίδιες μεταξύ τους). Από επαλληλία των κυματισμών αυτών περιγράφεται ο ζητούμενος κυματισμός. Κάθε φάσμα διακρίνεται από τα κυματικά χαρακτηριστικά (ύψος, συχνότητα) που συντελούν στην δημιουργία του.

Στη συνέχεια περιγράφεται το φάσμα JONSWAP που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική και η διαδικασία παραγωγής φάσματος μέσω της Fourier ανάλυσης.

2.1 Διαδικασία παραγωγής φάσματος μέσω ανάλυσης Fourier (Διδιάστατο φάσμα)

Κατά την παραγωγή του φάσματος είναι αναγκαίο να αναλυθεί η επιφάνεια της θάλασσας στο πεδίο των συχνοτήτων. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω χρονοσειρών $X(t)$ χάρις τον μετασχηματισμό Fourier:

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) e^{-i\omega t} dt \quad \text{Εξ. 2.1}$$

όπου $i = \sqrt{-1}$

Ο Fast Fourier Transform της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης της επιφανειακής ανύψωσης είναι ορίζεται ως:

$$S_{\eta\eta} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\eta\eta}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad \text{Εξ. 2.2}$$

όπου $S_{\eta\eta}$ είναι η συνάρτηση φασματικής πυκνότητας (Spectral Density Function) της διακύμανσης της ελεύθερης επιφάνειας, ή με άλλα λόγια το Φάσμα.

Με τον ανάστροφο μετασχηματισμό:

$$R_{\eta\eta} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\eta\eta}(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad \text{Εξ. 2.3}$$

Αλλά

$$\sigma_{\eta}^2 = R_{\eta\eta}(\tau = 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\eta\eta}(\omega) d\omega \quad \text{Εξ. 2.4}$$

Το σ_{η}^2 καθορίζεται από την ενέργεια του κυματισμού, οπότε η κατανομή της ενέργειας στις συχνότητες εξαρτάται από το φάσμα. Το $S_{\eta\eta}$ έχει οριστεί ως μια πραγματική και άρτια συνάρτηση του (ω) . Αυτό συνεπάγεται πως περιγράφει ένα

φάσμα με δυο πλευρές. Όμως, ένα μονόπλευρο φάσμα είναι πιο εύχρηστο, οπότε έχει οριστεί το φάσμα $G_{\eta\eta}(\omega)$:

$$G_{\eta\eta}(\omega) = 2 S_{\eta\eta}(\omega) \quad \text{για } \omega > 0$$

$$G_{\eta\eta}(\omega) = 0 \quad \text{για } \omega < 0 \quad \text{Εξ. 2.5}$$

2.2 Διακριτοποίηση του φάσματος (JONSWAP)

Το φάσμα JONSWAP της παρούσας εργασίας ορίζεται ως :

$$S_{\eta\eta} = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp\left(-\beta \frac{\omega_p^2}{\omega^4}\right) \gamma^{\exp\left[\frac{-(\omega-\omega_p)^2}{2\omega_p^2\sigma^2}\right]} \quad \text{Εξ. 2.6}$$

όπου ω η κυκλική συχνότητα του κύματος, ω_p η μέγιστη φασματική συχνότητα, γ ο παράγοντας εξέλιξης κορυφής, σύμφωνα με τον οποίο ορίζεται η παράμετρος εύρους φάσματος σ με τιμή 0.07 για $\omega \leq \omega_p$ ή 0.09 για $\omega > \omega_p$ και οι σταθερές $\alpha = 0.0081$ και $\beta = 1.25$.

Απαραίτητη προϋπόθεση στα μοντέλα Fourier είναι η περιοδικότητα του φαινομένου. Γι' αυτό πρέπει να παραχθεί ένα διακριτοποιημένο φάσμα a_n στοιχείων στο πεδίο των συχνοτήτων. Οι προδιαγραφές που πρέπει να πληροί το φάσμα αυτό είναι η ομοιόμορφη κατανομή των στοιχείων του καθώς και καθένα από αυτά να αντιστοιχίζεται με έναν κεντρικό κυματαριθμό

$$k_n = nk_0 \quad \text{Εξ. 2.7}$$

όπου $k_0 = \frac{2\pi}{L_x}$ ο θεμελιώδης κυματαριθμός και L_x το μήκος και n ένας μετρητής για τη διεύθυνση x με τιμή από $n = 0$ έως $N/2$, όπου $N/2$ είναι ο ακέραιος αριθμός των

στοιχείων στη διεύθυνση x . Για να επιτευχθεί η βέλτιστη απόδοση των Fast Fourier Transforms, το πλήθος των στοιχείων πρέπει να προκύπτει από δύναμη του δύο.

2.3 Ανάλυση φασμάτων που χρησιμοποιήθηκαν

Στην παρούσα εργασία το αρχικό φάσμα JONSWAP προέρχεται από μετρήσεις στη Βόρεια Θάλασσα. Από αυτό παράχθηκαν από τους Παπαϊωάννου & Δούκας (2018) τρία ακόμη φάσματα, τα οποία και χρησιμοποιήθηκαν ώστε να είναι εφικτή η σύγκριση των αποτελεσμάτων. Η ανάλυση αφορά μονοκατευθυντικούς κυματισμούς σε βάθος 15m.

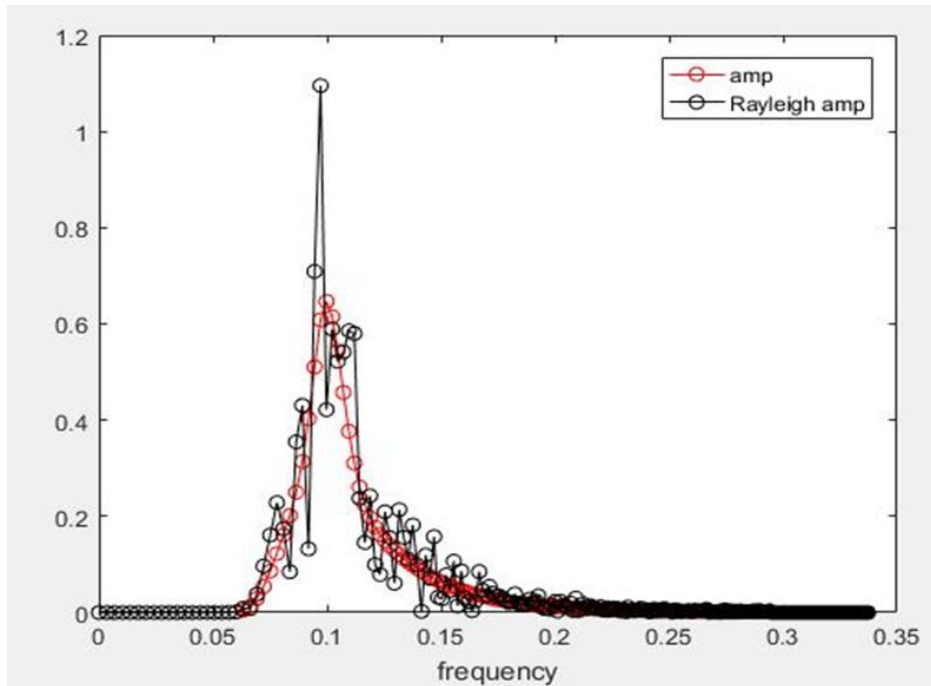
Το πρώτο που αναφέρεται στην εργασία ως JONSWAP έχει διατηρήσει τα χαρακτηριστικά του αρχικού απλά του έχει δοθεί μια τυχαία φάση σε καθένα από τα 256 στοιχεία του με κατανομή Rayleigh στο $[0, \pi]$.

Τα εναπομείναντα δυο προκύπτουν από το αυτό και ονομάζονται Random Rayleigh Amplitude και Random Rayleigh Energy.

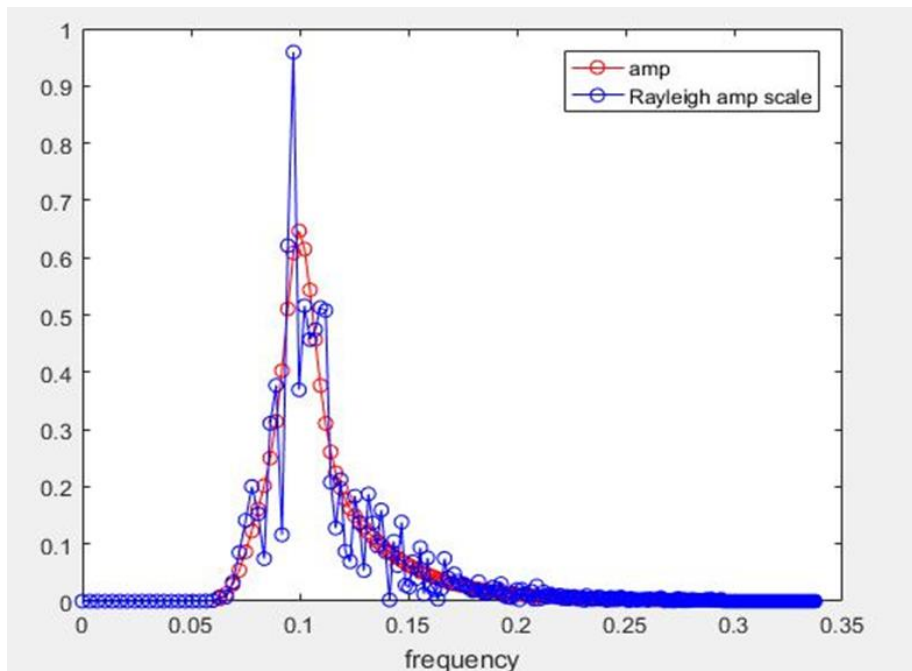
Στο αρχικό φάσμα JONSWAP όπου το συνολικό άθροισμα των πλατών ισούται με $A = \sum a_n = 9.5 \text{ m}$, υπολογίστηκε η ισοδύναμη ενέργεια (σε m^2), η οποία ισούται με το εμβαδόν που περικλείεται κάτω από την καμπύλη των τετραγώνων των πλατών και των συχνοτήτων και υπολογίστηκε με αριθμητική ολοκλήρωση, $E_1 = 0.0074 \text{ m}^2$. Στη συνέχεια τροποποιήθηκε το υπάρχον φάσμα, τα πλάτη του οποίου υπολογίστηκαν με τυχαία κατανομή Rayleigh για κάθε μια από τις 256 τιμές του φάσματος. Το συνολικό άθροισμα των πλατών τώρα ανέρχεται σε $B = \sum a_n = 10.85 \text{ m}$, ενώ η ισοδύναμη ενέργεια είναι $E_2 = 0.0109 \text{ m}^2$. Τελικά, πολλαπλασιάστηκε το τροποποιημένο φάσμα με τον λόγο $\frac{A}{B} = \frac{9.5}{10.85}$ ώστε να

προκύψει το ίδιο άθροισμα πάλι $C = \sum a_n = 9.5 m$, δηλαδή έγινε scaling με βάση τους λόγους των αθροισμάτων των δυο διαγραμμάτων για να προκύψει το νέο φάσμα (Random Rayleigh Amplitudes). Μόνο που τώρα είναι αναμενόμενο ότι η ενέργεια που περικλείεται κάτω από την καμπύλη των τετραγώνων των πλατών και των συχνοτήτων δεν έχει την ίδια τιμή $E = 0.0074$, αλλά τιμή που ανέρχεται σε $E_3 = 0.0084$. Συνεπώς, έτσι δημιουργείται το δεύτερο φάσμα (εικόνα 2) που χρησιμοποιείται στη συνέχεια στις επιλύσεις των μοντέλων.

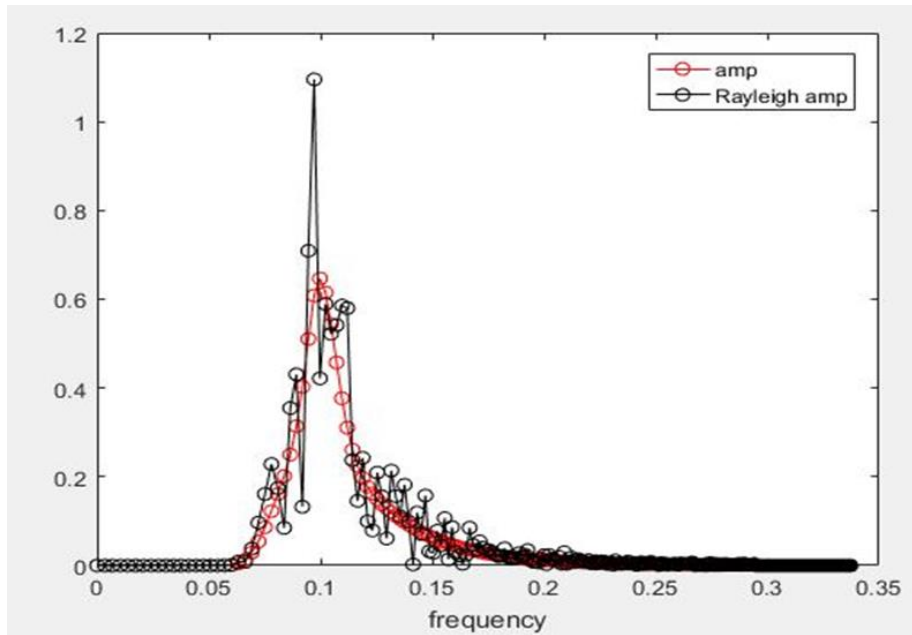
Επιπλέον, δημιουργήθηκε και ένα τρίτο φάσμα (εικόνα 4) με energy scaling δηλαδή τώρα πολλαπλασιάστηκε το τροποποιημένο φάσμα με βάση τον λόγο των ενεργειών $\frac{E_1}{E_2} = \frac{0.0074}{0.0109}$ αντί του λόγου των συνολικών πλατών. Όπως είναι αναμενόμενο τώρα το συνολικό άθροισμα των πλατών κάτω από το φάσμα δεν έχει την αρχική τιμή $\sum a_n = 9.5m$, αλλά τιμή που ανέρχεται σε $D = \sum a_n = 8.95m$.



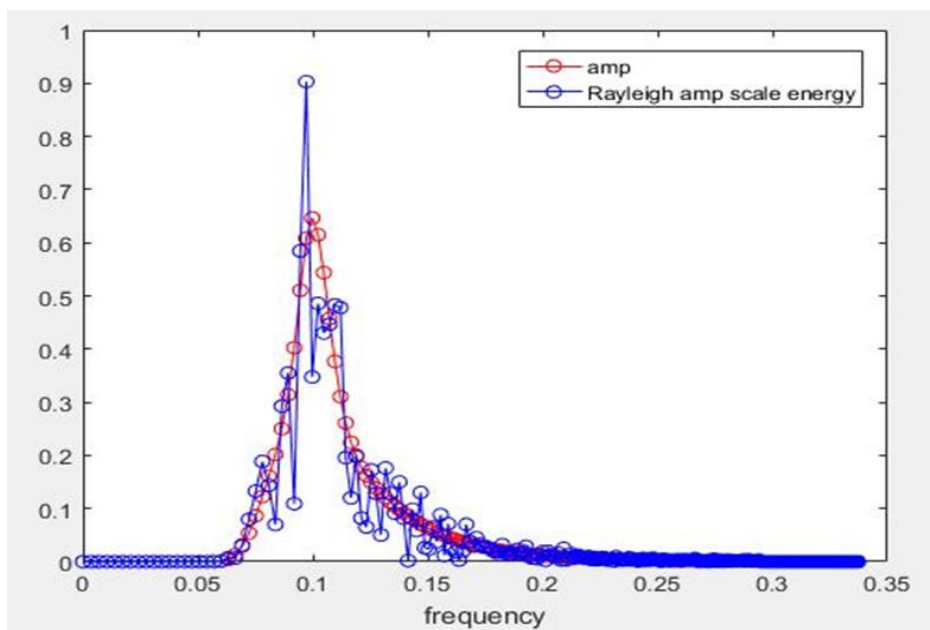
Εικόνα 1 - Σύγκριση φάσματος JONSWAP και τροποποιημένου φάσματος (Παπαϊωάννου & Δούκα (2018))



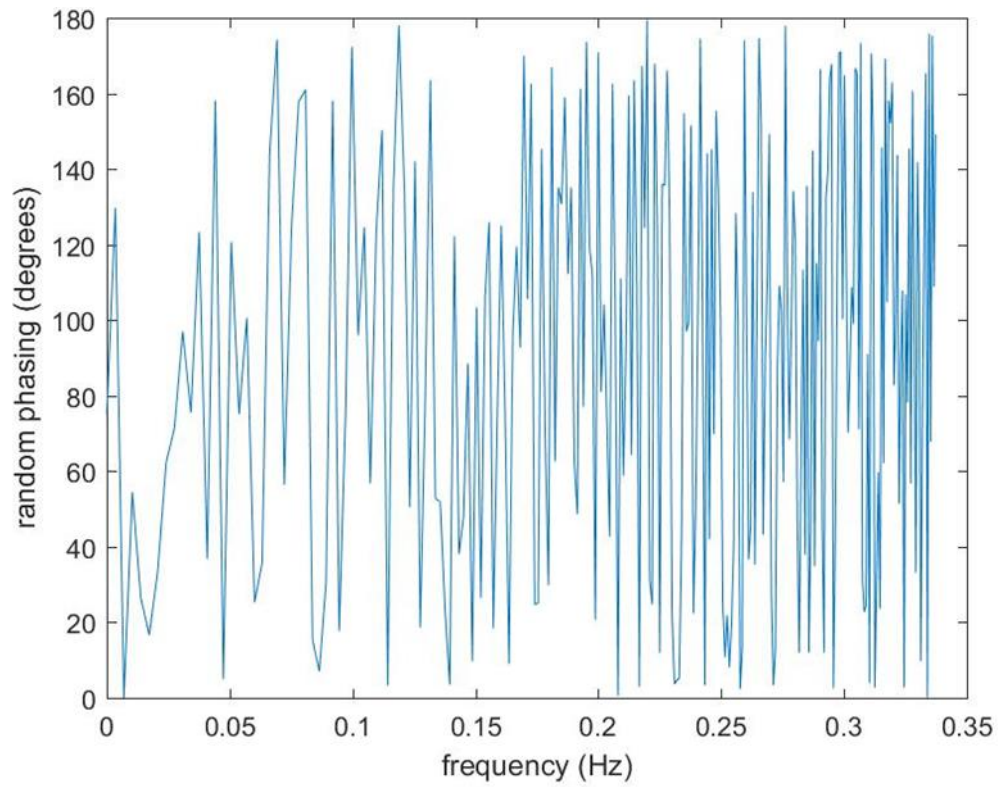
Εικόνα 2 - Σύγκριση φάσματος JONSWAP και Rayleigh Amplitude scaling (Παπαϊωάννου & Δούκας (2018))



Εικόνα 3 - Σύγκριση φάσματος JONSWAP και τροποποιημένου φάσματος (Παπαϊωάννου & Δούκας (2018))



Εικόνα 4 - Σύγκριση φάσματος JONSWAP και Rayleigh Amplitude Energy Scaling (Παπαϊωάννου & Δούκα (2018))



Εικόνα 5 – Διάγραμμα τιμών φάσης τυχαίας κατανομής και συχνοτήτων (Παπαϊωάννου και Δούκας (2018))

Κεφάλαιο 3 Φασματικά μοντέλα

Σε αυτό το κεφάλαιο αναλύονται τα τρία φασματικά μοντέλα των οποίων τα αποτελέσματα και συγκρίνονται: το γραμμικό Linear Random Wave Theory (LRWT), το γραμμικό δεύτερης τάξης μοντέλο SD (αναλυτικές λύσεις) και το πλήρως μη γραμμικό μοντέλο BST (αριθμητικό μοντέλο). Το SD μοντέλο θα περιγραφεί αναλυτικότερα, καθώς είναι το κύριο μοντέλο που εξετάζει η παρούσα διπλωματική.

Οι αναλυτικές λύσεις μπορούν να χρησιμοποιούνται για την περιγραφή ενός κυματισμού για οποιαδήποτε θέση και χρονική στιγμή ενώ τα αριθμητικά μοντέλα όχι καθώς χρειάζεται να εισαχθούν τα στοιχεία για μια χρονική στιγμή που θα ορισθεί ως αρχική για να παραχθούν αποτελέσματα. Τα αριθμητικά μοντέλα συμπεριλαμβάνουν στην λύση τους τις αλληλοεπιδράσεις της διάθλασης, περίθλασης και ανάκλασης, τη θραύση των κυματισμών και τις ενεργειακές απώλειες λόγω φαινομένων τριβής στον πυθμένα.

Τα φασματικά μοντέλα όπως προδίδει το όνομά τους χρησιμοποιούν ένα τρισδιάστατο φάσμα που αποτελείται από n πλήθος κυματισμών, που βρίσκονται σε διάφορες φάσεις (όχι ίδιες μεταξύ τους). Από επαλληλία των κυματισμών αυτών περιγράφεται ο ζητούμενος κυματισμός. Κάθε φάσμα διακρίνεται από τα κυματικά χαρακτηριστικά (ύψος, συχνότητα) που συντελούν στην δημιουργία του.

Αφού η εργασία βασίζεται σε μελέτη φάσματος JONSWAP προφανώς και δεν έγιναν υπολογισμοί με κυματικά μοντέλα μονοχρωματικών κυματισμών, π.χ. Κυματική Θεωρία Πρώτης Τάξης - Airy, οι θεωρίες Stokes 2nd, Stokes 5th, Fourier^{18th} .

Αξιοσημείωτη είναι η NewWave γραμμική θεωρία (Tromans et al., 1991) από την οποία προκύπτει η πιο πιθανή μορφή που θα έχει το μέγιστο κύμα που θα εμφανιστεί, είτε μέσω της μέγιστης κορυφής, είτε μέσω του μέσου μέγιστου ύψους κύματος. Στο ίδιο μοτίβο συνέχισαν οι Lindgren (1970) και Bocotti (1983). Οι θαλάσσιοι κυματισμοί προκύπτουν ως επαλληλία πολλών μικρών κυμάτων με ποίκιλα ύψη και φάσεις. Συνεπώς το πιο δυσμενές κύμα που μπορεί να δημιουργηθεί είναι αυτό που σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή που όλοι οι κυματισμοί συντονίζονται (Focused Wave) (Dean R. G., Dalrymple R. A. (1991)). Με την μέθοδο της επαλληλίας λειτουργεί και η LRWT. Η SD που βασίζεται στην αλληλεπίδραση μεταξύ των κυματισμών, σε περίπτωση συντονισμού παράγει ένα μη γραμμικό NewWave αποτέλεσμα. Αναλυτικότερα τα κυματικά μοντέλα αυτά εξετάστηκαν από τους Johannessen & Swan (2003) και από τους Gibson et al. (2007).

Τέλος, το BST είναι πλήρως μη γραμμικό και λαμβάνει υπόψη την μεταβολή της ενέργειας, κάτι που δεν ισχύει για τα LRWT, SD και παράλληλα προσμετρά την αλληλεπίδραση μεταξύ των κυματισμών (Wave-Wave Interactions) μέσω των οποίων παράγονται νέοι κυματισμοί.

3.1 Linear Random Wave Theory (Θεωρία Γραμμικών Τυχαίων Κυματισμών)

Η απλούστερη μορφή αναλυτικού μοντέλου, εφαρμόζεται σε έναν κυματισμό μιας κατεύθυνσης (μονοκατευθυντικός – UD), η ανύψωση της επιφάνειας του οποίου περιγράφεται από μια θεμελιώδη αρμονική ταλάντωση (Airy (1845))

$$\eta = a \cos(kx - \omega t) \quad \text{Εξ. 3.1}$$

όπου a είναι το εύρος του κύματος, k ο κυματαριθμός, ω η κυκλική συχνότητα. Οι δυο τελευταίες παράμετροι σχετίζονται μέσω της εξίσωσης διασποράς

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad \text{Εξ. 3.2}$$

ή

$$c^2 = \left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = \frac{g}{k} \tanh(kd) \quad \text{Εξ. 3.3}$$

όπου $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $k = \frac{2\pi}{L}$, T η περίοδος του κυματισμού, L το μήκος του κυματισμού, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και d το βάθος.

Η φυσική ερμηνεία της εξίσωσης αυτής είναι ότι για διάφορους κυματισμούς ίδιου βάθους με διαφορετικές όμως κυματικές συχνότητες, οι κυματισμοί μικρότερης συχνότητας (μεγαλύτερου μήκους κύματος) αναπτύσσουν μεγαλύτερες ταχύτητες από αυτούς με τις μεγαλύτερες συχνότητες και κατά συνέπεια τους προσπερνούν. Αυτές οι εναλλαγές στις φάσεις των ταχυτήτων προξενούν την διασπορά των κυματισμών.

Το βάθος του νερού της θάλασσας χαρακτηρίζεται από τον αδιάστατο όρο kd ή αλλιώς $2\pi L/d$. Με αυτόν τον όρο μπορούμε να προβλέψουμε την συμπεριφορά των κυματισμών σε διάφορα βάθη. Για $kd > 3$ ο κυματισμός βρίσκεται σε βαθιά

νερά επειδή $\tanh(kd) \rightarrow 1$ (Εξ 3.3). Άρα οι φάσεις των ταχυτήτων είναι ανεξάρτητες του βάθους. Για $0.3 < kd < 3$, το βάθος χαρακτηρίζεται ως ενδιάμεσο και τα κύματα επηρεάζονται από την παρουσία του πυθμένα, παρ' όλα αυτά οι εξισώσεις 3.1 και 3.2 ισχύουν και σε αυτήν την περίπτωση. Αντίθετα, για $kd < 0.3$, το βάθος χαρακτηρίζεται ως ρηχό, επειδή $\tanh(kd) \rightarrow kd$, και η εξίσωση 3.3 απλοποιείται και γράφεται

$$c^2 = gd \quad \text{Εξ 3.4}$$

όπου πλέον η φάση της ταχύτητας είναι ανεξάρτητη του μήκους κύματος και εξαρτάται αποκλειστικά από το βάθος.

Η εξ.1 ισχύει όταν $a \ll L$ και $a \ll d$ και ονομάζεται θεωρία κυματισμών μικρού εύρους. Πρώτος ο Stokes (1888) επεκτάθηκε πέραν της γραμμικής αυτής λύσης δίνοντας ένα δευτεροτάξιο μοντέλο και ακολούθησε ο Fenton (1985) με όρους 5^{ης} τάξης. Ωστόσο, αυτές οι λύσεις δεν λαμβάνουν υπόψη την αστάθεια της πραγματικής θάλασσας και ισχύουν μόνο για κανονικά κύματα που διαδίδονται χωρίς αλλοιώσεις στην μορφή τους.

Η θεωρία του Airy χρησιμοποιείται ως μέρος της γραμμικής θεωρίας τυχαίων κυμάτων Linear Random Wave Theory (στο εξής αναφέρεται ως LRWT), στην οποία η επιφάνεια του νερού περιγράφεται από ένα άθροισμα κανονικών κυματισμών, οι οποίοι λαμβάνονται ως ανεξάρτητοι μεταξύ τους

$$\eta = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cos(k_i x - \omega_i t) \quad \text{Εξ 3.5}$$

Η LRWT λοιπόν μπορεί να παράξει μια γραμμική περιγραφή μιας μη κανονικής και ασταθούς θαλάσσιας κατάστασης είτε διδιάστατης είτε και

τριδιάστατης, αφού σε αυτήν μπορεί να συμπεριληφθεί και η κατευθυντικότητα των κυματισμών.

Μια ακόμη χρησιμότητα της συγκεκριμένης θεωρίας είναι ότι μπορεί να καθορίσει ικανοποιητικά τις αρχικές συνθήκες για πιο σύνθετα αριθμητικά μοντέλα (πχ. BST).

Δυστυχώς, η LRWT δεν είναι ικανή να περιγράψει την εξέλιξη του φάσματος, αφού αυτό συμβαίνει σε όρους τρίτης τάξης και πάνω.

3.2 Το δευτεροτάξιο μοντέλο SD (Sharma and Dean)

Το αναλυτικό μοντέλο SD είναι μια επέκταση της θεωρίας που αναπτύχθηκε από τους Longuet-Higgins για την αλληλεπίδραση δύο κυματισμών. Το πρόβλημα της μη γραμμικής οριακής τιμής λύθηκε δευτεροτάξια από μια περίπλοκη μέθοδο υπολογισμού των συνεισφορών από γραμμικά συστατικά αυθαίρετων συχνοτήτων και κατευθύνσεων. Το κατευθυντικό φάσμα δεύτερης τάξης δημιουργείται βάσει του αντίστοιχου γραμμικού φάσματος. Οι κυματισμοί που προκύπτουν από τη δευτεροτάξια ανάλυση είναι βασισμένοι στους κυματισμούς του γραμμικού μοντέλου. Οπότε όλα τα εύρη και οι φάσεις δεύτερης τάξης σχετίζονται με τα χαρακτηριστικά του φάσματος πρώτης τάξης. Με βάση τα φάσματα πρώτης και δεύτερης τάξης, είναι δυνατόν να παράγουμε, στη δεύτερη σειρά, την ανύψωση της θαλάσσιας επιφάνειας, την κινηματική σωματιδίων νερού κ.λπ.

Το τυπολόγιο σε αυτό το υποκεφάλαιο θα δοθεί με την μορφή αυτούσιων εικόνων της αντίστοιχης πηγής λόγω εξαιρετικής πολυπλοκότητας και καθώς μόνο θεωρητική και ανασκοπική σημασία έχουν για την παρούσα διπλωματική. Επίσης,

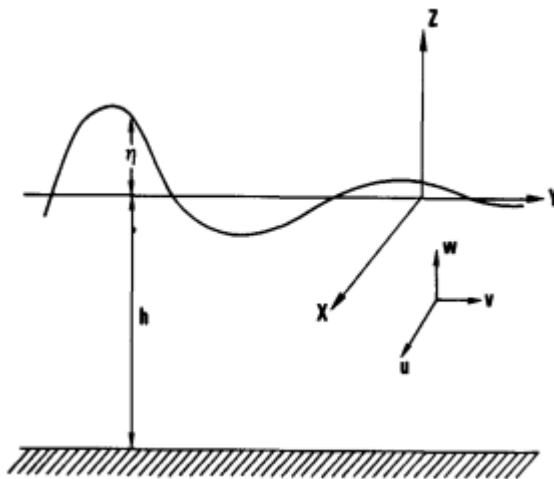
λόγω του πλήθους των τύπων στο κεφάλαιο αυτό θα διατηρηθεί η αρίθμηση της πηγής.

3.2.1 Η διατύπωση του προβλήματος της οριακής τιμής

Εάν οι επιπτώσεις του ιξώδους και των στοβιλισμών μπορούν να θεωρηθούν μικρές πιο συγκεκριμένα, αν η ροή είναι αστρόβιλη μπορεί να περιγραφεί καλά από ένα δυναμικό ταχύτητας. Οι συνιστώσες u , v , και w της ταχύτητας μπορούν να οριστούν μέσω ενός δυναμικού ταχύτητας φ σε σύστημα των τριών καρτεσιανών αξόνων x , y , και z .

$$(u, v, w) = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)$$

Εξ. 3.2.1-1



Εικόνα 6 – Σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων και συνιστώσες της ταχύτητας

Η εξίσωση διατήρησης της μάζας είναι $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

Εξ. 3.2.1- 2

Από Εξ.3.2.1-1,2 προκύπτει $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$,

Εξ. 3.2.1- 3

όπου $0 \leq z \leq h + \eta$ και $-\infty \leq x, y \leq +\infty$

Οι κατάλληλες οριακές συνθήκες για το πρόβλημα είναι οι εξής :

- Συνθήκη ορίου πυθμένα – Bottom Boundary Condition (BBC)

Στο όριο του πυθμένα η ταχύτητα ισούται με μηδέν-δηλαδή,

$$\vec{\nabla}_{\varphi} \cdot \vec{n} = 0$$

Έτσι, λοιπόν, για οριζόντιο όριο σε βάθος h , πρέπει να ισχύει

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \text{ όπου } z = -h \quad \text{Εξ. 3.2.1-4}$$

- Κινηματική οριακή Συνθήκη Ελεύθερης Επιφάνειας - Kinematic Free Surface Boundary Condition (KFSBC).

Ένα σωματίδιο νερού στην ελεύθερη επιφάνεια παραμένει στην ελεύθερη επιφάνεια, δηλαδή η κάθετη ταχύτητα στην ελεύθερη επιφάνεια είναι ίση με το συνολικό ποσοστό αλλαγής του υψομέτρου του νερού.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} = w \text{ όπου } z = \eta(x, y, t) \quad \text{Εξ. 3.2.1-5}$$

- Δυναμική οριακή Συνθήκη Ελεύθερης Επιφάνειας - Dynamic Free Surface Boundary Conditions (DFSBC).

Στην ελεύθερη επιφάνεια, η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση. Σε αυτή την περίπτωση, η ομοιόμορφη πίεση επιφάνειας λαμβάνεται ως μηδέν χωρίς απώλεια της γενικότητας.

$$g\eta + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -Q(t) \quad \text{Εξ. 3.2.1-6}$$

όπου $z = \eta(x, y, t)$

Αυτό αναγνωρίζεται ως μια ασταθής μορφή της εξίσωσης του Bernoulli με τον όρο Bernoulli, $Q(t)$.

- Συνδυασμένη οριακή συνθήκη της Ελεύθερης Επιφάνειας - Combined Free Surface Boundary Condition (CFSBC)

Αυτή είναι μια εναλλακτική μορφή των παραπάνω στην οποία εξαλείφοντας το η περιέχεται μόνο το φ και τα παράγωγά του

$$-\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - g \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2} (\vec{\nabla}_{\varphi} \cdot \vec{\nabla}) \right] | \vec{\nabla} \varphi |^2 \quad \text{Eξ. 3.2.1-7}$$

όπου $z = \eta(x, y, t)$

3.2.2 Λύση

Γίνεται η υπόθεση πως οι μεταβλητές μπορούν να επεκταθούν ως συγκλίνουσα δυναμοσειρά μιας μικρής παραμέτρου, όπως η κλίση της επιφάνειας του νερού και ότι η μη γραμμική CFSBC επίσης μπορεί να είναι εκφρασθεί ως μια συγκλίνουσα σειρά Maclaurin για τη μέση στάθμη νερού, $z = 0$, με κάποια μικρή παράμετρο.

Η πιθανότητα τυχαίου δυναμικού ταχύτητας φ , τυχαίας θαλάσσιας επιφάνειας και ο όρος Bernoulli $Q(t)$ αντιπροσωπεύονται με τον ακόλουθο τρόπο με την σύνθετη παράμετρο που απορροφάται στη συνάρτηση.

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi^{(1)}(x, y, z, t) + \varphi^{(2)}(x, y, z, t) \quad \text{Eξ. 3.2.1-8}$$

$$\eta(x, y, t) = \eta^{(1)}(x, y, t) + \eta^{(2)}(x, y, t) \quad \text{Eξ. 3.2.1-9}$$

$$Q(t) = Q(1)(t) + Q(2)(t) \quad \text{Eξ. 3.2.1-10}$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση Laplace, βρίσκουμε

$$\nabla^2 \varphi^{(1)}(x, y, z, t) = 0 \text{ και } \nabla^2 \varphi^{(2)}(x, y, z, t) = 0 \quad \text{Eξ. 3.2.1-11}$$

Η συνθήκη πυθμένα γίνεται

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z} = 0 \text{ όπου } z = -h \quad \text{Eξ. 3.2.1- 12}$$

Πρόσθετες δυσκολίες προκύπτουν επειδή η CFSBC και η DFSBC ικανοποιούνται στην άγνωστη ελεύθερη επιφάνεια. Ωστόσο, για μικρές παραμέτρους, αυτές οι εξισώσεις μπορούν να επεκταθούν σε μια σειρά Maclaurin γύρω από τη μέση στάθμη του νερού, $z = 0$.

Οι συνθέσεις των οριακών τιμών που προκύπτουν κατά την πρώτη και τη δεύτερη τάξη ακολουθούν στη συνέχεια:

- Εξίσωση πρώτης τάξης

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi^{(1)} &= 0, \dots\dots\dots \\ \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} &= 0, \text{ where } z = -h, \dots \\ \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial Q^{(1)}}{\partial t} &= 0, \end{aligned}$$

Eξ. 3.2.1- 13, 14, 15

Για $z = 0$ και

$$\begin{aligned} \phi^{(2)} &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b_{ij} \frac{\cosh|\vec{k}_{ij}|(h+z)}{\cosh|\vec{k}_{ij}|h} \\ &\cdot \sin(\vec{k}_{ij} \cdot \vec{x} - \sigma_{ij}t + \epsilon_{ij}), \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Eξ. 3.2.1-16

$$\eta^{(1)} = -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial t} + Q(t) \right], \text{ where } z=0.$$

Eξ. 3.2.1-17

- Εξίσωση δεύτερης τάξης

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi^{(2)} &= 0, \dots\dots\dots \\ \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z} &= 0, \text{ where } z = -h, \dots\dots\dots \\ \frac{\partial^2 \phi^{(2)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z} - \frac{\partial Q^{(2)}}{\partial t} \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \left| \vec{\nabla} \phi^{(1)} \right|^2 - \eta^{(1)} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} \right], \end{aligned}$$

Eξ.3.2.1-18,19,20

Για $z = 0$ και

$$\begin{aligned} \eta^{(2)} &= -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left| \vec{\nabla} \phi^{(1)} \right|^2 + Q^{(2)} \right. \\ &\quad \left. + \eta^{(1)} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial z \partial t} \right], \text{ where } z = 0. \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Eξ. 3.2.1-21

- Λύση πρώτης τάξεως για πεπερασμένο βάθος

Υποθέτοντας το ακόλουθο δυναμικό ταχύτητας

$$\begin{aligned} \phi^{(1)}_z &= \sum_{i=1}^{\infty} b_i \frac{\cosh k_i (h+z)}{\cosh k_i h} \\ &\quad \cdot \sin(\vec{k}_i \cdot \vec{x} - \sigma_i t + \epsilon_i), \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Eξ. 3.2.1-22

Που ικανοποιεί το $\nabla^2 \phi^{(1)} = 0$

Eξ.3.2.1-23

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} = 0$$

Eξ.3.2.1-24

για $z = -h$.

Για την ανύψωση $\eta^{(1)}$ της ελεύθερης επιφάνειας

$$\begin{aligned} \eta^{(1)} &= \frac{1}{g} \sum_{i=1}^{\infty} b_i \sigma_i \cos(\vec{k}_i \cdot \vec{x} - \sigma_i t + \epsilon_i) \dots \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos \psi_i, \dots \dots \dots \end{aligned} \quad \text{Eξ. 3.2.1-25}$$

Για

$$a_i = \frac{b_i \sigma_i}{g} \quad \text{Eξ. 3.2.1-26}$$

και

$$\sigma_i^2 = g |\vec{k}_i| \tanh |\vec{k}_i| h \quad \text{Eξ. 3.2.1-27}$$

Για την κατευθυντικότητα του κυματισμού θ_i ισχύει

$$(\mathbf{k}_{ix}, \mathbf{k}_{iy}) = (|\vec{k}_i| \cos \theta_i, |\vec{k}_i| \sin \theta_i). \quad \text{Eξ. 3.2.1-28}$$

- Λύση δεύτερης τάξεως για πεπερασμένο βάθος
Υποθέτοντας το ακόλουθο δυναμικό ταχύτητας

$$\begin{aligned} \phi^{(2)} &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b_{ij} \frac{\cosh |\vec{k}_{ij}| (h+z)}{\cosh |\vec{k}_{ij}| h} \\ &\cdot \sin(\vec{k}_{ij} \cdot \vec{x} - \sigma_{ij} t + \epsilon_{ij}), \dots \dots \dots \end{aligned} \quad \text{Eξ. 3.2.1-29}$$

Που ικανοποιεί το $\nabla^2 \phi^{(2)} = 0$ και τα όρια πυθμένα, \vec{k}_{ij} και σ_{ij} δίνονται από αθροίσματα και διαφορές των κυματαριθμών και των συχνοτήτων ως εξής :

$$\begin{aligned}
\phi^{(2)} = & \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b_i b_j \frac{\cos k_{ij}^-(h+z)}{\cosh k_{ij}^- h} \\
& \cdot \frac{D_{ij}^-}{(\sigma_i - \sigma_j)} \sin(\psi_i + \psi_j) \\
& + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b_i b_j \frac{\cosh k_{ij}^+(h+z)}{\cosh k_{ij}^+ h} \\
& \cdot \frac{D_{ij}^+}{(\sigma_i + \sigma_j)} \sin(\psi_i + \psi_j), \dots\dots\dots
\end{aligned}$$

Eξ. 3.2.1-30

όπου

$$\begin{aligned}
k_{ij}^- &= |\vec{k}_i - \vec{k}_j|, \dots\dots \\
k_{ij}^+ &= |\vec{k}_i + \vec{k}_j|, \dots\dots \\
\psi_i &= \vec{k}_i \cdot \vec{x} - \sigma_i t + \epsilon_i, \dots
\end{aligned}$$

Eξ. 3.2.1- 31, 32, 33

Αναλύοντας τα παραπάνω

$$\begin{aligned}
D_{ij}^- = & \left(\left\{ (\sqrt{R_i} - \sqrt{R_j}) [\sqrt{R_j} (k_i^2 - R_i^2) - \sqrt{R_i} (k_j^2 - R_j^2)] \right\} \div \left[(\sqrt{R_i} - \sqrt{R_j})^2 - k_{ij}^- \tanh k_{ij}^- h \right] \right) \\
& + \left(\left[2(\sqrt{R_i} - \sqrt{R_j})^2 (\vec{k}_i \cdot \vec{k}_j + R_i R_j) \right] \div \left[(\sqrt{R_i} - \sqrt{R_j})^2 - k_{ij}^- \tanh k_{ij}^- h \right] \right), \dots
\end{aligned}$$

Eξ.3.2.1-34

$$\begin{aligned}
D_{ij}^{\pm} = & \left(\left[2(\sqrt{R_i} + \sqrt{R_j})^2 (\bar{k}_i \cdot \bar{k}_j - R_i R_j) \right] \right. \\
& \left. \div \left[(\sqrt{R_i} + \sqrt{R_j})^2 - k_{ij}^{\pm} \tanh k_{ij}^{\pm} h \right] \right) \\
& + \left(\left\{ (\sqrt{R_i} + \sqrt{R_j}) \left[\sqrt{R_i} (k_j^2 - R_j^2) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \sqrt{R_j} (k_i^2 - R_i^2) \right] \right\} \div \left[(\sqrt{R_i} + \sqrt{R_j})^2 \right. \right. \\
& \left. \left. - k_{ij}^{\pm} \tanh k_{ij}^{\pm} h \right] \right), \dots\dots\dots
\end{aligned}$$

Εξ. 3.2.1- 35

$$R_i \equiv k_i \tanh k_i h.$$

Εξ. 3.2.1- 36

Με την αντικατάσταση των $\varphi^{(1)}$, $\eta^{(1)}$ στην εξίσωση $\eta^{(2)}$ προκύπτει η συνεισφορά της δευτεροτάξιας λύσης στην ανύψωση της θαλάσσιας επιφάνειας.

$$\begin{aligned}
\eta^{(2)} = & \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} a_i a_j \\
& \cdot \left\{ \left[\frac{D_{ij}^- - (\bar{k}_i \cdot \bar{k}_j + R_i R_j)}{\sqrt{R_i R_j}} + (R_i + R_j) \right] \right. \\
& \cdot \cos(\psi_i - \psi_j) + \left[\frac{D_{ij}^+ - (\bar{k}_i \cdot \bar{k}_j - R_i R_j)}{\sqrt{R_i R_j}} \right. \\
& \left. \left. + (R_i + R_j) \right] \cos(\psi_i + \psi_j) \right\} \dots\dots\dots
\end{aligned}$$

Εξ. 3.2.1- 37

Σε αυτό το στάδιο και με γνωστά το βάθος και το φάσμα πρώτης τάξης ενός κυματισμού, μπορεί να υπολογισθεί η ανύψωση με δευτεροτάξια ακρίβεια στο χρόνο και στο χώρο.

Η δευτεροτάξια αυτή λύση μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε βαθιά νερά, αλλά για χρήση της σε ρηχά τα αποτελέσματα της είναι αμφισβητήσιμα (Swan & Katsardi,

2009) και γι' αυτό θα μελετηθούν εδώ οι ποσοστιαίες διαφορές των λύσεών της συγκριτικά με την BST. Η SD επαναλαμβάνεται μέχρι να επιτευχθεί το συνολικό πλάτος του φάσματος και γίνεται περικοπή του φάσματος $\omega = 3.45\omega_p$.

Καταλήγοντας, το προφίλ του κύματος προκύπτει από το άθροισμα των γραμμικών, ελεύθερα διαδιδόμενων κυματισμών, με τους όρους δεύτερης τάξης να είναι δεσμευμένοι και να μην ικανοποιούν την εξίσωση διασποράς. Η θεωρία των Sharma & Dean (1981) περιγράφει την ανύψωση της επιφάνειας με την παρακάτω εξίσωση (πιο απλουστευμένη από πριν):

$$\begin{aligned} \eta = & \sum_{i=1}^n a_i \cos(k_i x - \omega_i t) \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} a_i a_j \cos[(k_i + k_j)x - (\omega_i + \omega_j)t] \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij} a_i a_j \cos[(k_i - k_j)x - (\omega_i - \omega_j)t] \end{aligned}$$

Εξ. 3.2.1- 38

όπου η πρώτη γραμμή αποτελεί τους γραμμικούς όρους, η δεύτερη τους όρους αθροισμάτων και η τρίτη τους όρους διαφορών. Οι συντελεστές έχουν υπολογιστεί σε όρους k και d και τα κινηματικά μεγέθη των σωματιδίων υπολογίζονται μέσω της δυναμικού ταχύτητας φ .

3.3 Το πλήρες μη γραμμικό μοντέλο BST (Bateman, Swan and Taylor)

Το αριθμητικό μοντέλο κυματισμών BST (Bateman, Swan and Taylor) βασίζεται στην υπόθεση αστρόβιλης ροής. Με αυτήν την αποδοχή το πεδίο της ταχύτητας δίνεται από μια συνάρτηση δυναμικού $\varphi(x, y, z, t)$, με φ τέτοιο ώστε το πεδίο της ταχύτητας $u(u, v, w) = \nabla\varphi$, όπου (x, y) ορίζουν ένα οριζόντιο επίπεδο στη μέση στάθμη του νερού ($z = 0$), όπου το z ορίζεται κατακόρυφα προς το επίπεδο προς τα πάνω. Με την θεώρηση πως το ασυμπύεστο ρευστό, με μηδενικό ιξώδες, μέσω της εξίσωσης Laplace η εξίσωση συνέχειας της μάζας υπολογίζεται από την

$$\nabla^2\varphi = 0 \quad \text{Εξ. 3.6}$$

Για κάθε σημείο του ρευστού με συνοριακές συνθήκες $z = -d$ στον οριζόντιο πυθμένα και $z = \eta(x, y, z)$ σε κάθε σημείο της θαλάσσιας επιφάνειας. Από την θεώρηση αδιαπέρατου πυθμένα προκύπτουν

$$\varphi_z = 0 \quad \text{για } z = -d \quad \text{Εξ. 3.7}$$

Για επιφάνεια για $z = \eta$ ισχύουν δύο συνοριακές συνθήκες. Πρώτον, μια κινηματική για την διασφάλιση μη αποκόλλησης των σωματιδίων της επιφάνειας (δηλαδή να μην αιωρούνται). Η δεύτερη συνοριακή συνθήκη εξασφαλίζει την σταθερότητα της πίεσης (ίση με ατμοσφαιρική δηλαδή) που ασκείται στα ίδια σωματίδια. Ουσιαστικά οι οριακές συνθήκες που χρησιμοποιούνται είναι ίδιες με αυτών των αναλυτικών λύσεων LRWT και SD μόνο που σε αυτό το αριθμητικό μοντέλο οι υπολογισμοί γίνονται με μη γραμμικούς όρους.

Οι συνοριακές συνθήκες είναι οι εξής

$$\eta_t = \varphi_z - \eta_x \varphi_x - \eta_y \varphi_y \quad \text{Εξ. 3.8}$$

$$\varphi_t = -g\eta - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 \quad \text{Εξ. 3.9}$$

Στις Εξ. 3.8 και 3.9, οι χρονοεξαρτώμενες μεταβλητές είναι στο αριστερό μέρος των εξισώσεων. Άρα με γνωστές τιμές για τις εξαρτημένες από τον χώρο μεταβλητές $\eta(x, y, z)$ και $\varphi(x, y, z, t_0)$ για συγκεκριμένη τιμή της αρχικής χρονικής στιγμής t_0 , μπορεί να υπολογισθεί η χρονική εξέλιξη του κυματικού πεδίου. Για να επιτευχθεί η βέλτιστη επίδοση του BST, πρέπει η πολυκατευθυντικότητα και οι κυματαριθμοί να δοθούν σε όρους $\varphi_{z=\eta}$ και η , αφού έτσι επιτυγχάνεται η μείωση του πλήθους των στοιχείων που θα υπολογιστούν. Οι άγνωστοι όροι θα υπολογιστούν μέσω Fast Fourier Transformations μιας και τα φ και η θα έχουν δοθεί μέσω μια σειράς Fourier.

Ωστόσο για την εύρεση του φ_z απαραίτητη είναι η χρήση του τελεστή Dirichlet-Neumann για τον υπολογισμό των εξισώσεων 3.8 και 3.9 . Αυτό συμβαίνει επειδή το φ ορίζεται μόνο στην επιφάνεια του κύματος ($\varphi_{z=\eta}$). Οι Craig και Sulem (1993) προσπάθησαν να εξαλείψουν το πρόβλημα αυτό για μονοκατευθυντικούς κυματισμούς ενώ και το BST περιλαμβάνει τις συνέπειες της κατευθυντικότητας. Και στις δυο περιπτώσεις, ένας αποκαλούμενος G-τελεστής εφαρμόστηκε ώστε

$$(\varphi_z)_{z=\eta} = G(\eta)(\varphi_{z=\eta}) \quad \text{Εξ. 3.10}$$

όπου $G(\eta)$ είναι ένα ανάπτυγμα σειράς Taylor στο $\eta = 0$ και υπολογίζεται σε όρους διαφορών τάξεων.

Κεφάλαιο 4 Σύγκριση κυματισμών – Φασματική ανάλυση

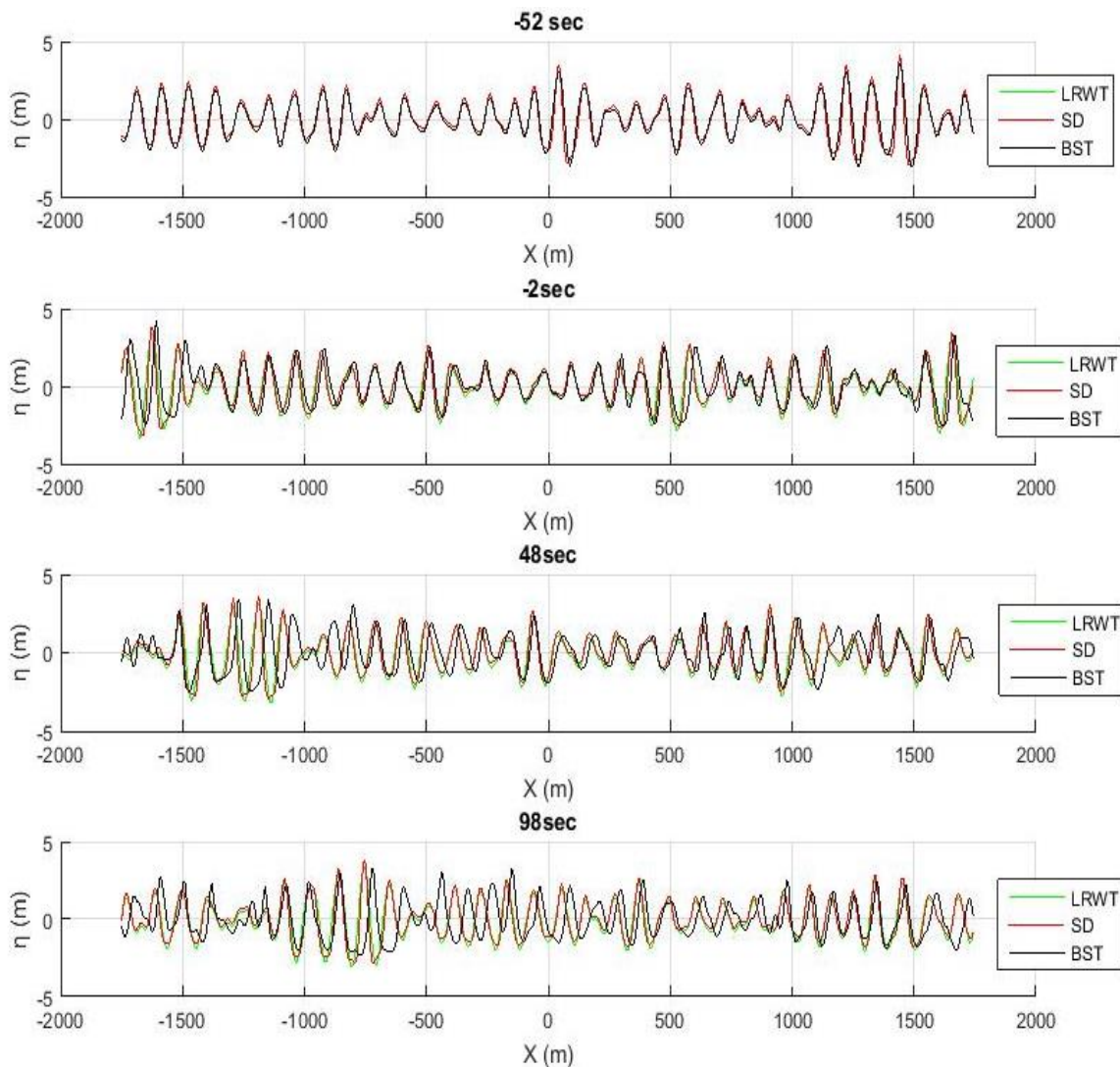
Αυτό το κεφάλαιο αφορά την περιγραφή μεγάλων μονοκατευθυντικών κυματισμών σε ενδιάμεσα βάθη. Κάτι τέτοιο είναι χρήσιμο, γιατί βοηθά στην εύρεση του κύματος σχεδιασμού, ώστε να υπολογίζονται τα θαλάσσια φορτία, ο δυνατός βαθμός υπερπήδησης και η πιθανότητα δημιουργίας wave slamming. Στοιχεία που έχουν εξέχοντα ρόλο στον σχεδιασμό παράκτιων κατασκευών. Ουσιαστικά εδώ μελετάται η εξασθένηση του φαινομένου της διασποράς που προκαλείται από το μειωμένο βάθος σε μονοκατευθυντικούς κυματισμούς. Το αποτέλεσμα του φαινομένου είναι διαφορετικές φάσεις για τις διάφορες συχνότητες του κυματισμού και κατά συνέπεια την επίδραση στη δημιουργία των ακραίων γεγονότων.

Στα μεγάλα βάθη παρατηρείται το φαινόμενο του focusing των ελεύθερα διαδιδόμενων κυματισμών, κατά το οποίο συγκεκριμένα στοιχεία του κύματος που έχουν διαφορετικές φάσεις και κατευθύνσεις στις οποίες διαδίδονται, κάνουν υπέρθεση κάποια στιγμή στον χρόνο και στον χώρο. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται μεγάλη, παροδική κορυφή, η οποία διασπείρεται πολύ γρήγορα στον χρόνο και στον χώρο. Εναλλακτικά, οι Lindgren (1970), Bocotti (1983) και οι Tromans et al. (1991) με την παραδοχή ότι η σχετική ταχύτητα των στοιχείων των συχνοτήτων είναι εξαρτημένη από γραμμική διασπορά, περιέγραψαν την πιθανότερη μορφή ενός μεγάλου κύματος, όντας ανάλογο της συνάρτησης αυτόματης συσχέτισης του υποκείμενου φάσματος (NewWave Model Theory). Αυτή η θεωρία έχει εξαλείψει

την ανάγκη για προσομοιώσεις μεγάλου διαστήματος και επιβεβαιώθηκε αφότου υποβλήθηκε σε μερικές μη γραμμικές διορθώσεις (Jonathan et al. 1994).

4.1 Σύγκριση διαγραμμάτων σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές

Ακολουθούν διαγράμματα της εξέλιξης του κυματικού πεδίου που προβλέπουν τα τρία φασματικά μοντέλα που εξετάζονται, σε τέσσερις χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές και για τα τρία φάσματα που δημιουργήθηκαν κι αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο.



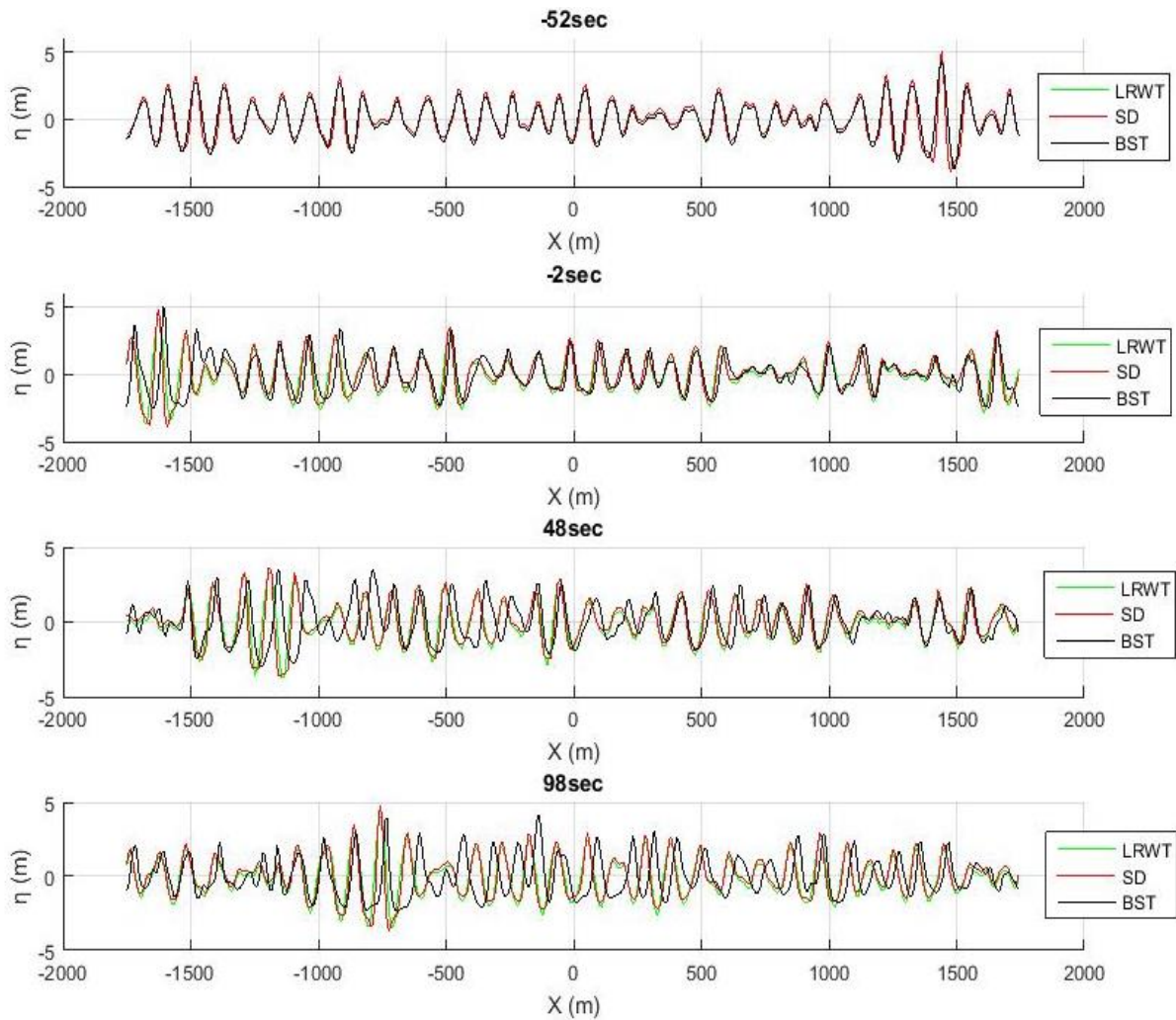
Εικόνα 7 - Σύγκριση LRWT, SD και BST σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές για φάσμα JONSWAP

Τη χρονική στιγμή δημιουργίας του φαινομένου, $t = -52 \text{ sec}$, η μέγιστη ανύψωση για LRWT και BST είναι 3.59 m στη θέση $x = 1442 \text{ m}$, τα δύο μοντέλα δίνουν ακριβώς την ίδια απεικόνιση της θαλάσσιας επιφάνειας. Αυτό είναι απολύτως λογικό, αφού αυτή η στιγμή είχε οριστεί ως αρχική συνθήκη από τους Παπαϊωάννου και Δούκα. Το SD ακολουθεί παρόμοια εξέλιξη με μικροδιαφορές του ύψους 15% σε ορισμένες κορυφές και μέγιστη το 4.17 m για την ίδια θέση.

Τη χρονική στιγμή $t = -2 \text{ sec}$ ξεχωρίζουν και οι τρεις προβλέψεις των φασματικών μοντέλων αποδίδοντας όμως σχεδόν το ίδιο πεδίο. Το BST με μέγιστη κορυφή $\eta = 4.24 \text{ m}$ για $x = -1606 \text{ m}$, το SD με 3.86 m για $x = -1624 \text{ m}$ ενώ στο LRWT με 3.38 m για $x = -1626 \text{ m}$. Μετά από 50 sec που υπάρχουν μικρές αλλά διακριτές διαφορές στην εξέλιξη του φαινομένου. Το BST έχει την μέγιστη ανύψωση και η τιμή του SD φαίνεται να είναι στο μέσο περίπου των άλλων δύο. Επίσης με την πάροδο του χρόνου η μέγιστη τιμή του BST αυξήθηκε ενώ στα άλλα δύο μοντέλα μειώθηκε.

Για $t = 48 \text{ sec}$, υπάρχουν μεγαλύτερες διαφορές στα τρία μοντέλα, όπου στο BST η μέγιστη κορυφή, $\eta = 3.41 \text{ m}$, είναι στο $x = -1271 \text{ m}$, στο SD είναι 3.63 m στο -1189 m ενώ στο LRWT είναι 3.15 m στο -1189 m και αυτό. Σε αυτήν την χρονική στιγμή το χαμηλότερο μέγιστο ανήκει στο LRWT και ως τιμή βρίσκεται περίπου στο μέσον μεταξύ των άλλων δύο. Από αυτήν την χρονική στιγμή φαίνεται πως το BST έχει πιο στενές κορυφές και πιο πλατιές κοιλίες συγκριτικά με τα άλλα δυο μοντέλα.

Για $t = 98 \text{ sec}$, οι διαφορές μεταξύ των μοντέλων είναι πιο έντονες, με το LRWT και SD να παρουσιάζουν μέγιστα 3.33 m και 3.78 m αντίστοιχα στην ίδια θέση -752 m , ενώ στο BST είναι 3.29 m στην θέση $x = -724 \text{ m}$. Αυτό που παρατηρείται κυρίως είναι, ότι η εμφάνιση της μέγιστης κορυφής σε κάθε χρονική στιγμή εκδηλώνεται σε θέσεις, των οποίων οι διπλανές παρουσιάζουν πολύ μικρότερη ανύψωση σε σχέση με το μέγιστο. Γεγονός που δείχνει πόσο πολύ επηρεάζουν οι και τυχαίες φάσεις των κυματισμών την εξέλιξη του φαινομένου.



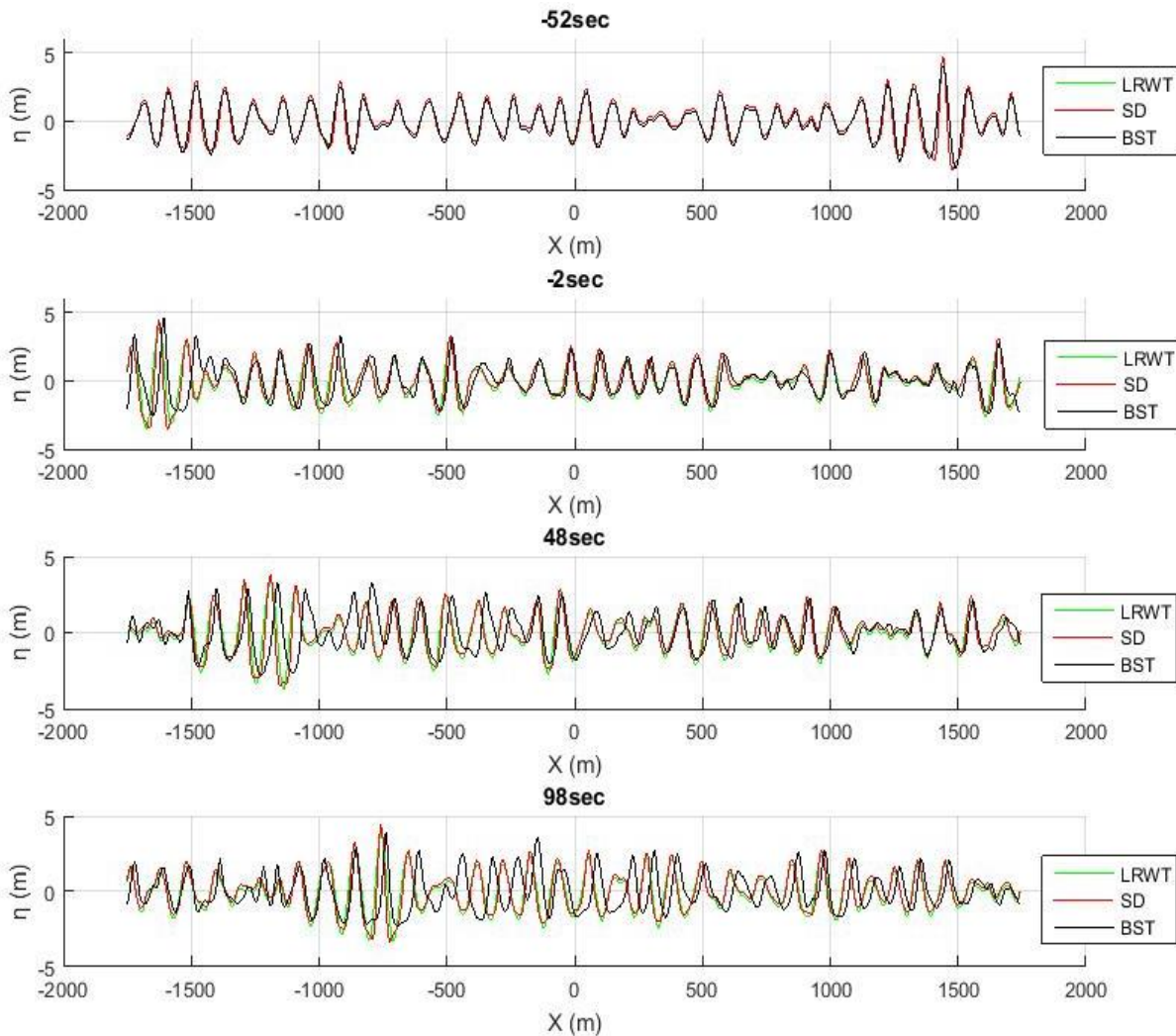
Εικόνα 8 - Σύγκριση LRWT, SD και BST σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές για Rayleigh Amplitude Scaling

Τη χρονική στιγμή δημιουργίας του φαινομένου, $t = -52$, η μέγιστη ανύψωση για LRWT και BST είναι 4.28 m στη θέση $x = 1442 \text{ m}$, τα δύο μοντέλα δίνουν ακριβώς την ίδια απεικόνιση της θαλάσσιας επιφάνειας. Αυτό είναι απολύτως λογικό, αφού αυτή η στιγμή είχε οριστεί ως αρχική συνθήκη από τους Παπαϊωάννου και Δούκα. Το SD ακολουθεί παρόμοια εξέλιξη με μικροδιαφορές του ύψους 15% σε ορισμένες κορυφές και μέγιστη το 5.02 m για την ίδια θέση.

Τη χρονική στιγμή $t = -2 \text{ sec}$ ξεχωρίζουν και οι τρεις προβλέψεις των φασματικών μοντέλων. Το BST με μέγιστη κορυφή $\eta = 5 \text{ m}$ για $x = -1606 \text{ m}$, το SD με 4.79 m για $x = -1627 \text{ m}$ ενώ για την ίδια θέση στο LRWT με 4.10 m . Μετά από 50 sec που υπάρχουν μικρές διαφορές στην εξέλιξη του φαινομένου. Το BST έχει την μέγιστη ανύψωση και ακολουθείται από το SD, που βρίσκεται πιο κοντά στην τιμή του BST. Επίσης με την πάροδο του χρόνου η μέγιστη τιμή του BST αυξήθηκε ενώ στα άλλα δύο μοντέλα μειώθηκε.

Για $t = 48 \text{ sec}$, υπάρχουν μεγαλύτερες διαφορές στα τρία μοντέλα, όπου στο BST η μέγιστη κορυφή, $\eta = 3.52 \text{ m}$, είναι στο $x = -786 \text{ m}$, στο SD είναι 3.55 m στο -1197 m ενώ στο LRWT είναι 3.39 m στο -1196 m . Σε αυτήν την χρονική στιγμή το χαμηλότερο μέγιστο ανήκει στο LRWT ενώ το υψηλότερο στο SD. Από αυτήν την χρονική στιγμή φαίνεται πως το BST έχει πιο στενές κορυφές και πιο πλατιές κοιλίες συγκριτικά με τα άλλα δυο μοντέλα. Όλες οι τιμές μειώθηκαν συγκριτικά με την $t = 2 \text{ sec}$.

Για $t = 98 \text{ sec}$, οι διαφορές μεταξύ των μοντέλων είναι πιο έντονες, με το LRWT και SD να παρουσιάζουν μέγιστα 4.06 m και 4.74 m αντίστοιχα στην ίδια θέση -759 m , ενώ στο BST είναι 4.12 m στην θέση $x = -136 \text{ m}$. Αυτό που παρατηρείται πάλι είναι ότι η εμφάνιση της μέγιστης κορυφής σε κάθε χρονική στιγμή εκδηλώνεται σε θέσεις, των οποίων οι διπλάνες παρουσιάζουν πολύ μικρότερη ανύψωση σε σχέση με το μέγιστο. Γεγονός που δείχνει πόσο πολύ επηρεάζουν οι τυχαίες φάσεις των κυματισμών την εξέλιξη του φαινομένου.



Εικόνα 9 - Σύγκριση LRWT, SD και BST σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές για Rayleigh Energy Scaling

Τη χρονική στιγμή δημιουργίας του φαινομένου, $t = -52 \text{ sec}$, η μέγιστη ανύψωση για LRWT και BST είναι 4.03 m στη θέση $x = 1442 \text{ m}$, τα δύο μοντέλα δίνουν ακριβώς την ίδια απεικόνιση της θαλάσσιας επιφάνειας. Αυτό είναι απολύτως λογικό, αφού αυτή η στιγμή είχε οριστεί ως αρχική συνθήκη από τους Παπαϊωάννου και Δούκα. Το SD ακολουθεί παρόμοια εξέλιξη με μικροδιαφορές του ύψους 15% σε ορισμένες κορυφές και μέγιστη το 4.69 m για 1442 m .

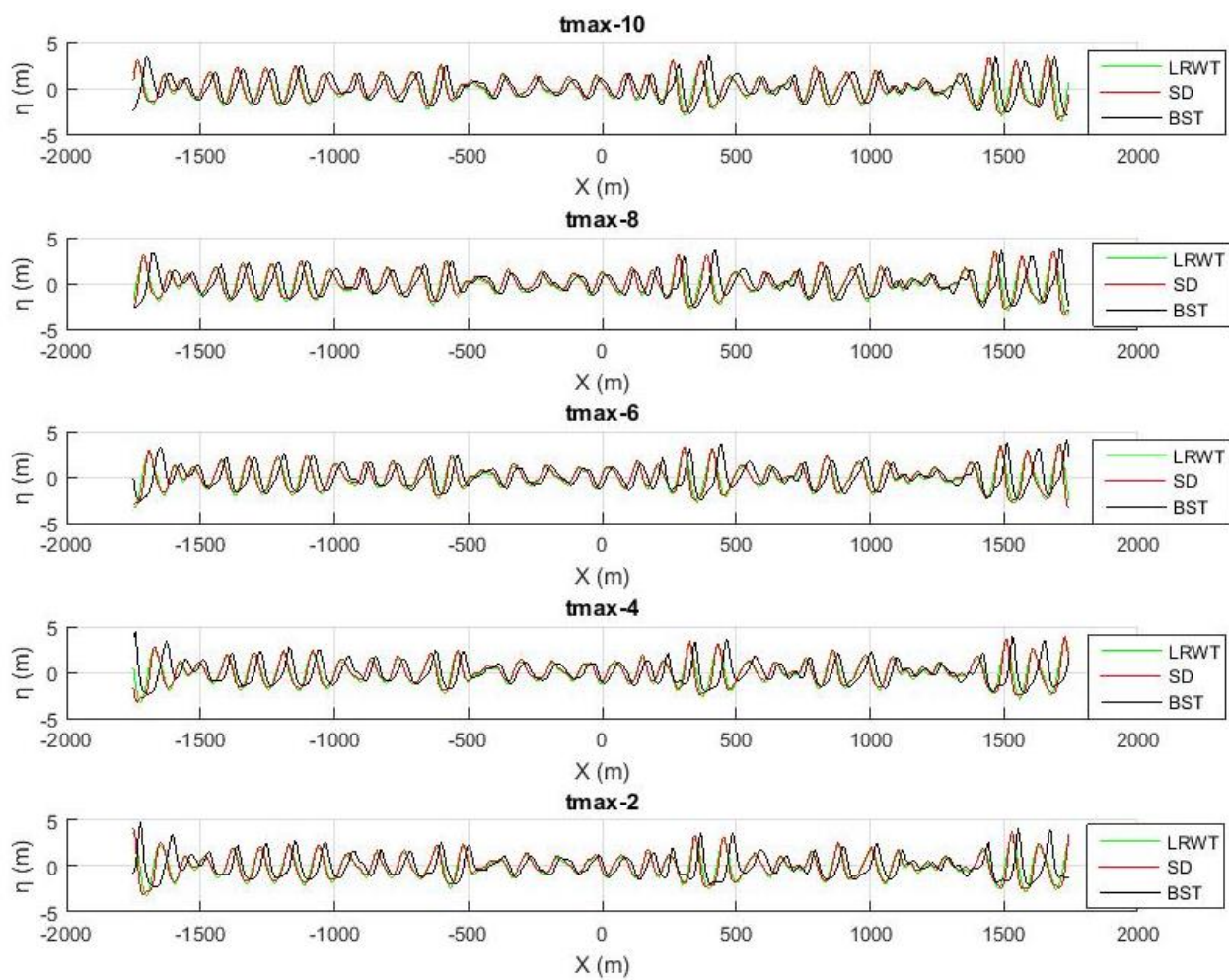
Τη χρονική στιγμή $t = -2 \text{ sec}$ ξεχωρίζουν και οι τρεις προβλέψεις των φασματικών μοντέλων αποδίδοντας όμως σχεδόν το ίδιο πεδίο. Το BST με μέγιστη κορυφή $\eta = 4.64 \text{ m}$ για $x = -1606 \text{ m}$, το SD με 4.47 m για $x = -1627 \text{ m}$ ενώ στο LRWT με 3.87 m για $x = -1627 \text{ m}$. Μετά από 50 sec που υπάρχουν μικρές διαφορές στην εξέλιξη του φαινομένου. Το BST έχει την μέγιστη ανύψωση και ακολουθείται από το SD, που βρίσκεται πιο κοντά στην τιμή του BST. Παρατηρείται πως στο BST η μέγιστη κορυφή φαίνεται περισσότερο μετατοπισμένη προς τα πάνω, ενώ στα LRWT και SD η τιμή της μειώνεται.

Για $t = 48 \text{ sec}$, υπάρχουν μεγαλύτερες διαφορές στα τρία μοντέλα, όπου στο BST η μέγιστη κορυφή, $\eta = 3.30 \text{ m}$, είναι στο $x = -793 \text{ m}$, στο SD είναι 3.82 m στο -1189 m ενώ στο LRWT είναι 3.34 m στο -1189 m . Σε αυτήν την χρονική στιγμή το χαμηλότερο μέγιστο ανήκει στο LRWT ενώ το υψηλότερο στο SD. Όλες οι τιμές μειώθηκαν συγκριτικά με την $t = 2 \text{ sec}$. Από αυτήν την χρονική στιγμή φαίνεται πως το BST έχει πιο στενές κορυφές και πιο πλατιές κοιλίες συγκριτικά με τα άλλα δυο μοντέλα.

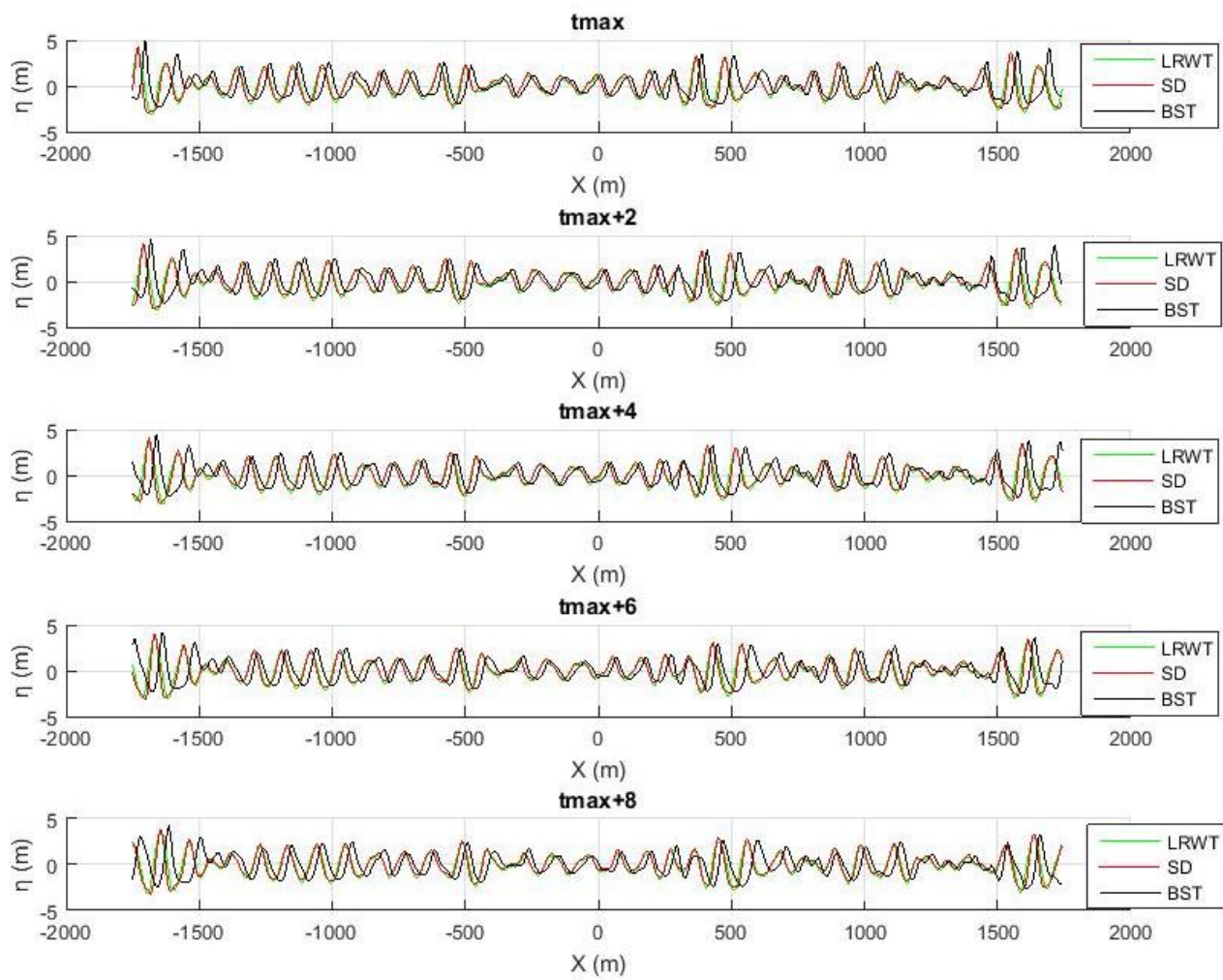
Για $t = 98 \text{ sec}$, οι διαφορές μεταξύ των μοντέλων είναι πιο έντονες, με το LRWT και SD να παρουσιάζουν μέγιστα 3.83 m και 4.43 m αντίστοιχα στην ίδια θέση -759 m , ενώ στο BST είναι 3.92 m στην θέση $x = -738 \text{ m}$. Αυτό που παρατηρείται πάλι κυρίως είναι, ότι η εμφάνιση της μέγιστης κορυφής σε κάθε χρονική στιγμή εκδηλώνεται σε θέσεις, των οποίων οι διπλανές παρουσιάζουν πολύ μικρότερη ανύψωση σε σχέση με το μέγιστο. Γεγονός που δείχνει πόσο πολύ επηρεάζουν οι τυχαίες φάσεις των κυματισμών την εξέλιξη του φαινομένου.

4.2 LRWT vs SD vs BST γύρω στη μέγιστη κορυφή των LRWT, SD

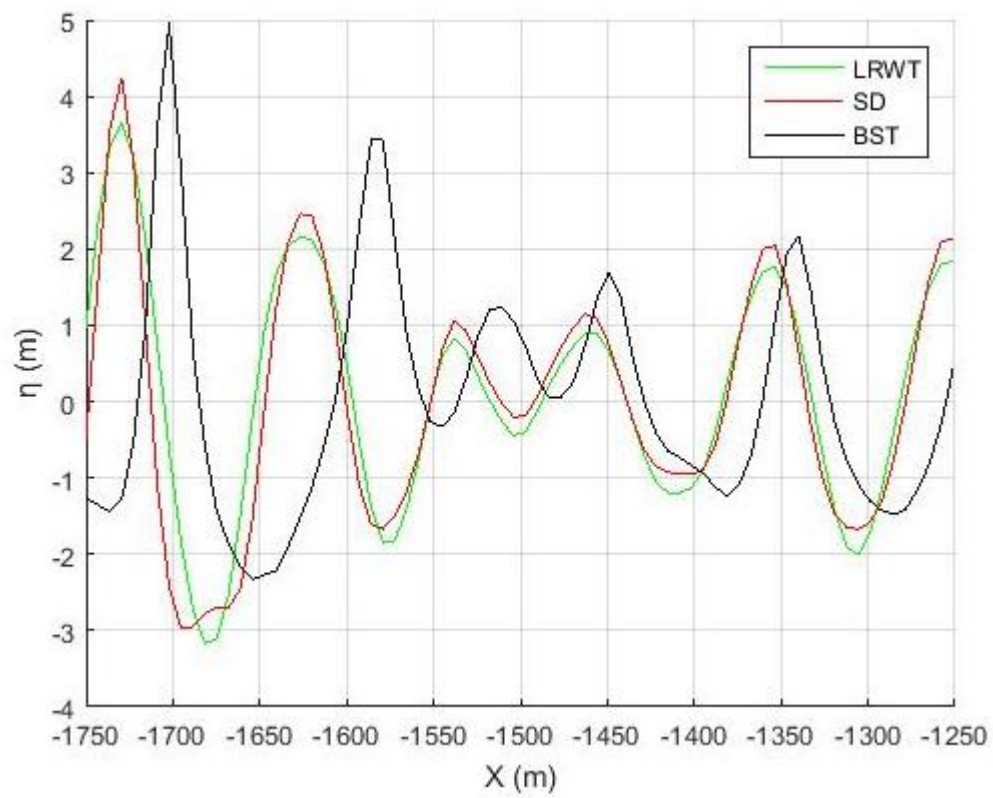
Σε κάθε φάσμα εντοπίζεται η χρονική στιγμή που τα μοντέλα LRWT,SD εμφανίζουν την μέγιστη ανύψωση. Η στιγμή είναι η ίδια, λόγω της εξάρτησης του SD από το γραμμικό μοντέλο κι έχει βρεθεί ήδη από τους Παπαϊωάννου και Δούκας. Για αυτήν τη χρονική στιγμή παρατηρήθηκε η εξέλιξη του φαινομένου για δέκα δευτερόλεπτα πριν και οκτώ μετά από τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Σε αυτό το χρονικό διάστημα πώς κυμαίνεται η θέση της μέγιστης κορυφής, καθώς και οι τιμές των ευρών αυξάνονται από τη χρονική στιγμή $t_{max} - 10$ ως την τιμή του μεγίστου, και μετά μειώνονται ως τη χρονική στιγμή $t_{max} + 8$. Στο BST έχουν υπολογισθεί τα αντίστοιχα διαγράμματα) με βάση το κοντινό (όχι το ολικό) μέγιστο στην κορυφή που προέκυψε από το LRWT, μόνο που το φαινόμενο είναι μετατοπισμένο χρονικά, είτε προς τα μπρος είτε προς τα πίσω, απ' ό,τι το LRWT και στις τρεις περιπτώσεις. Τα SD διαγράμματα υπολογίστηκαν στην παρούσα διπλωματική και χρονικά ταυτίζονται με τα LRWT.



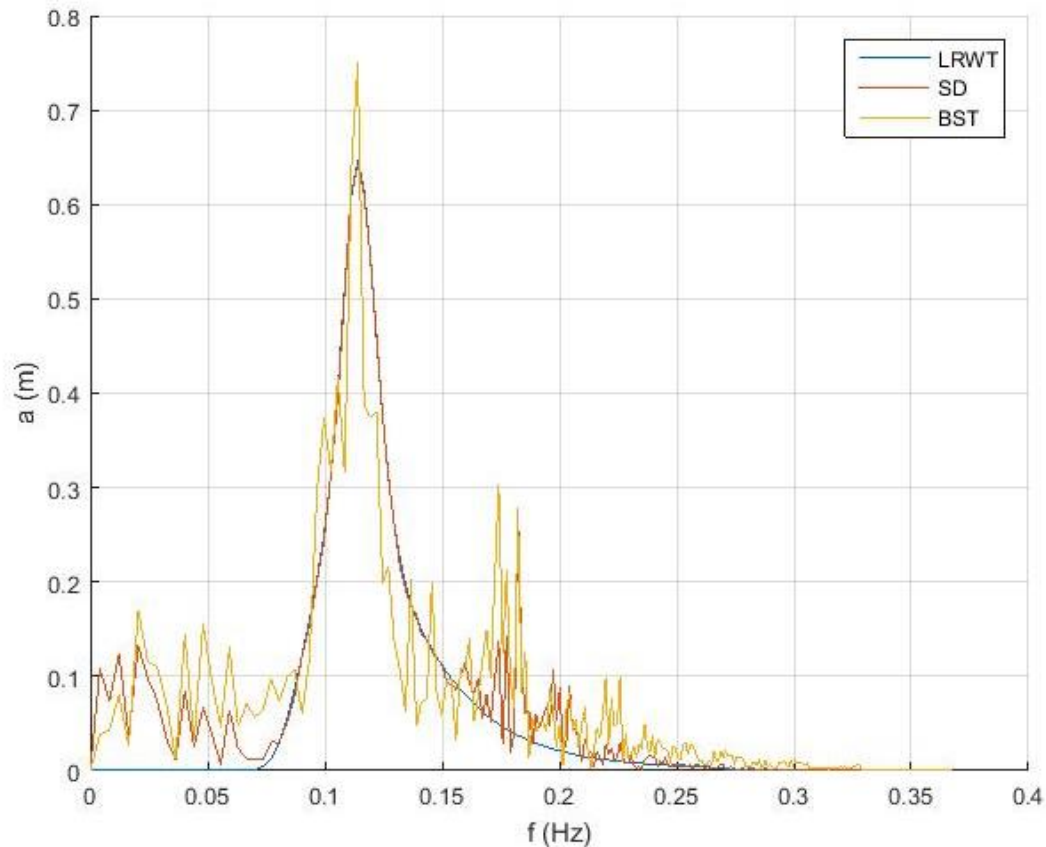
Εικόνα 10 - LRWT vs SD vs BST για φάσμα JONSWAP γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT, SD



Εικόνα 11 - LRWT vs SD vs BST για φάσμα JONSWAP γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT, SD



Εικόνα 12 - Περιοχή γύρω από τις θέσεις όπου συμβαίνει η μέγιστη ανύψωση του LRWT, SD

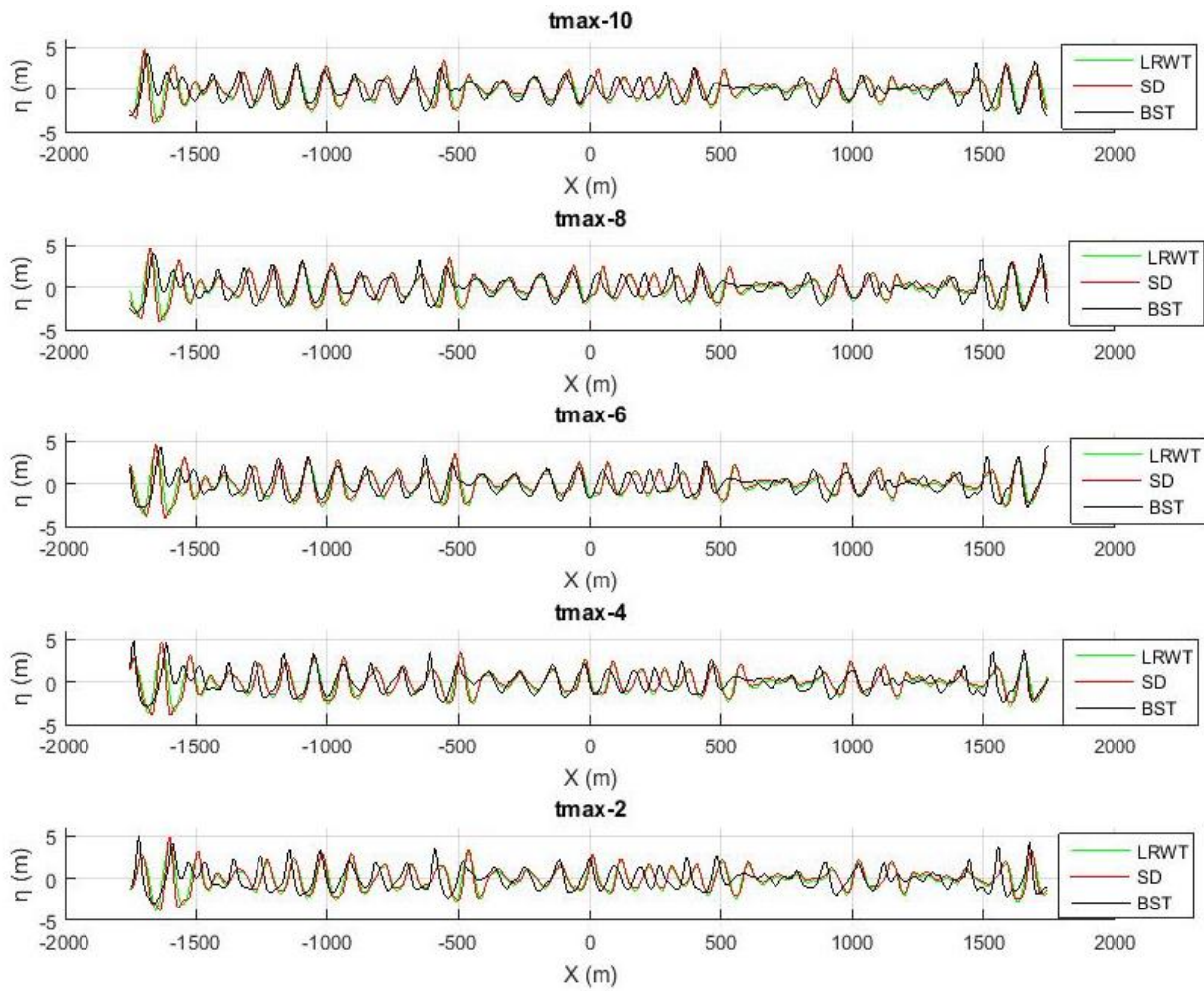


Εικόνα 13 – Φάσμα JONSWAP με LRWT, SD και BST για την χρονική στιγμή του μεγίστου των LRWT, SD

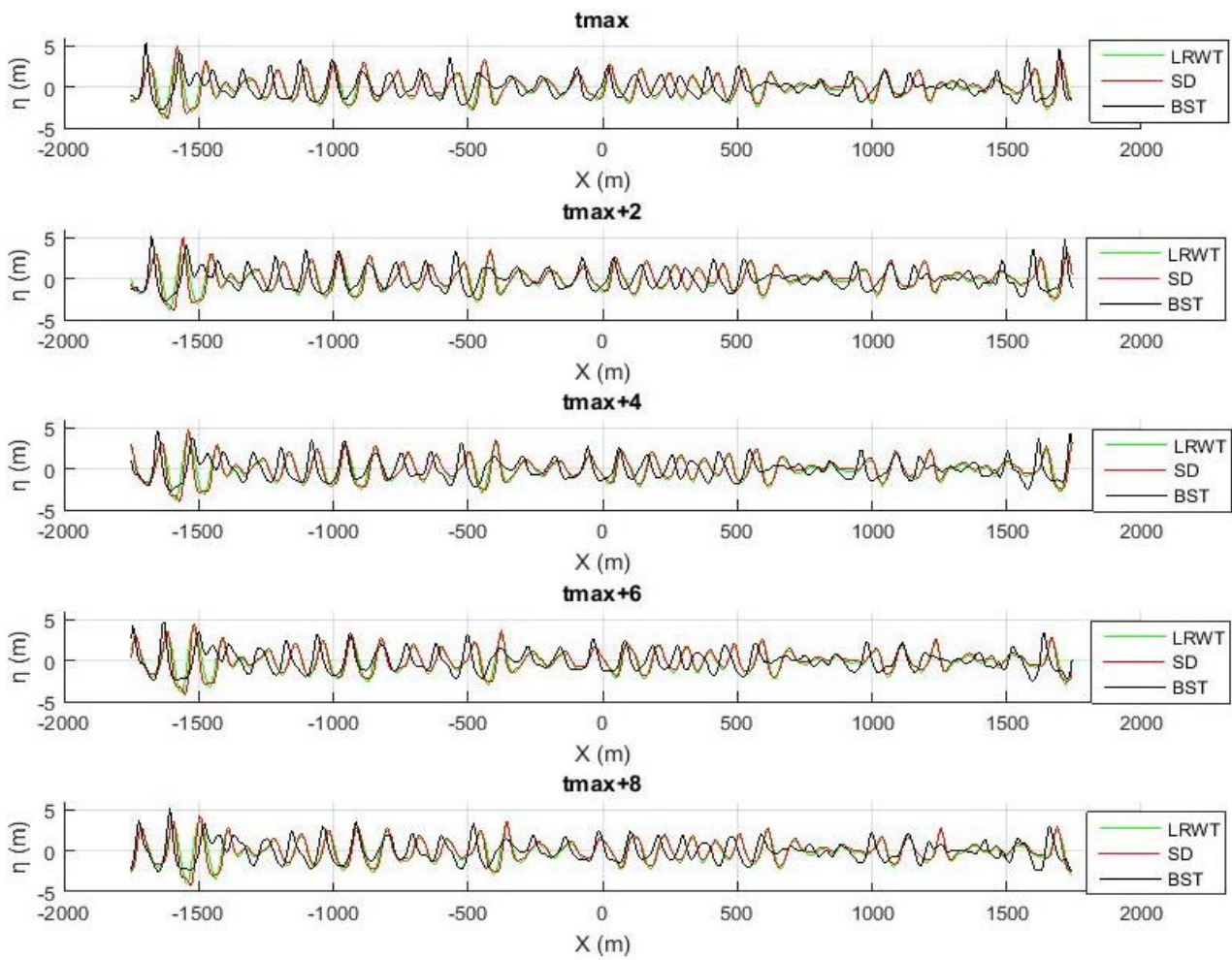
Στην πρώτη περίπτωση, φάσμα JONSWAP, η χρονική στιγμή εμφάνισης της μέγιστης κορυφής για LRWT και SD είναι η $t = -11.8$ sec, με 3.66 m και 4.24 m αντίστοιχα ενώ το τοπικό μέγιστο του BST, $\eta = 4.95$ m, εμφανίζεται τη στιγμή $t = -10.6$ sec. Τα αποτελέσματα της σύγκρισης των τριών μοντέλων (Εικόνες 11,12) βρίσκονται στον Πίνακα 1. Οι θέσεις των μέγιστων κορυφών πριν και μετά την t_{max} ακολουθούν μια φυσική εξέλιξη από τα αριστερά προς τα δεξιά. Στο BST ένα τεράστιο άλμα περίπου 3400 m μεταξύ των $t_{max} - 6$ και $t_{max} - 4$. Αυτό εξηγείται από το ότι είναι ένα πλήρως μη γραμμικό μοντέλο Συγκριτικά, σε ό,τι αφορά οι ανυψώσεις που προκύπτουν, καθώς προσεγγίζουν την t_{max} , η διαφορά των

LRWT,BST φτάνει το 1.3 *m* ενώ των SD,LRWT τα 0.7 *m*. Σε κάθε χρονική στιγμή οι ανυψώσεις του SD υπερτερούν κατά μέσο όρο αυτών του LRWT κατά 89cm ενώ του κατά 38 *cm*, με αντίστοιχα ποσοστά 25% και 10%.

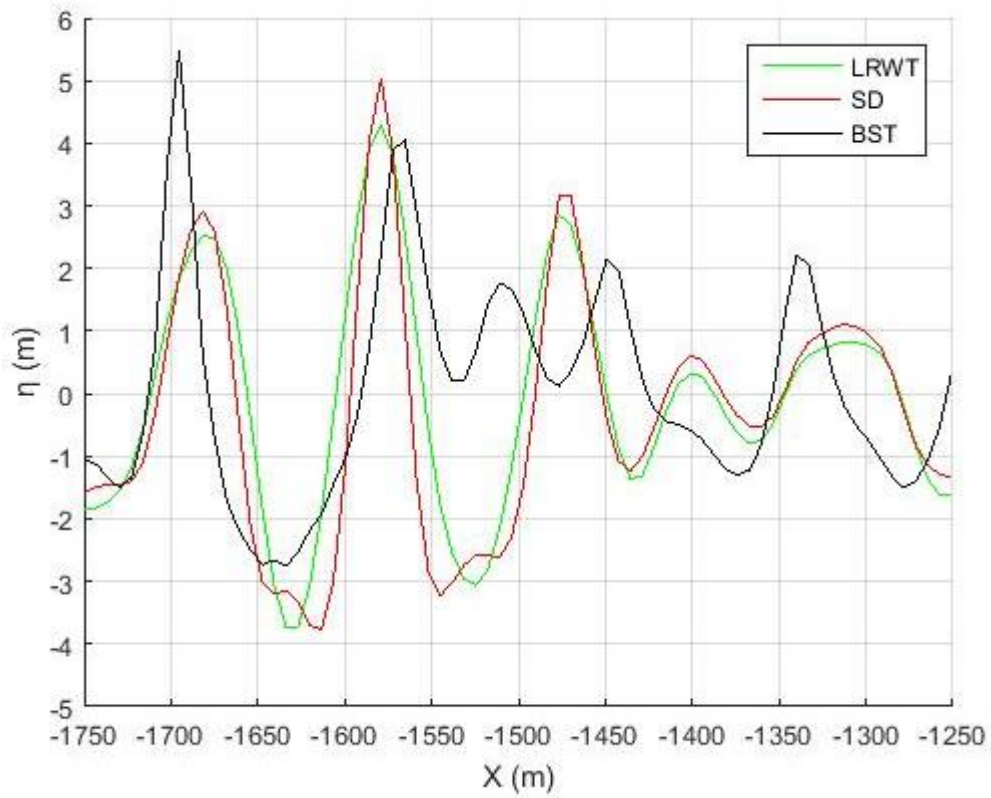
Στην Εικόνα 13 το φάσμα για το LRWT μοντέλο παρουσιάζει την αναμενόμενη γραμμικότητα. Αυτό του SD το ακολουθεί κατά κύριο λόγο, αλλά παρουσιάζει και τις αναμενόμενες «αναταράξεις» στην αρχή και το τέλος του φάσματος λόγω των δευτεροτάξιων όρων (αθροίσματα και διαφορές).Αντιθέτως το φάσμα του BST μεταβάλλεται σε κάθε χρονικό βήμα εξαιτίας του γεγονότος ότι είναι πλήρως μη γραμμικό μοντέλο και λαμβάνει υπόψη του την ενέργεια που μεταβάλλεται με τη δημιουργία νέων κυματισμών.



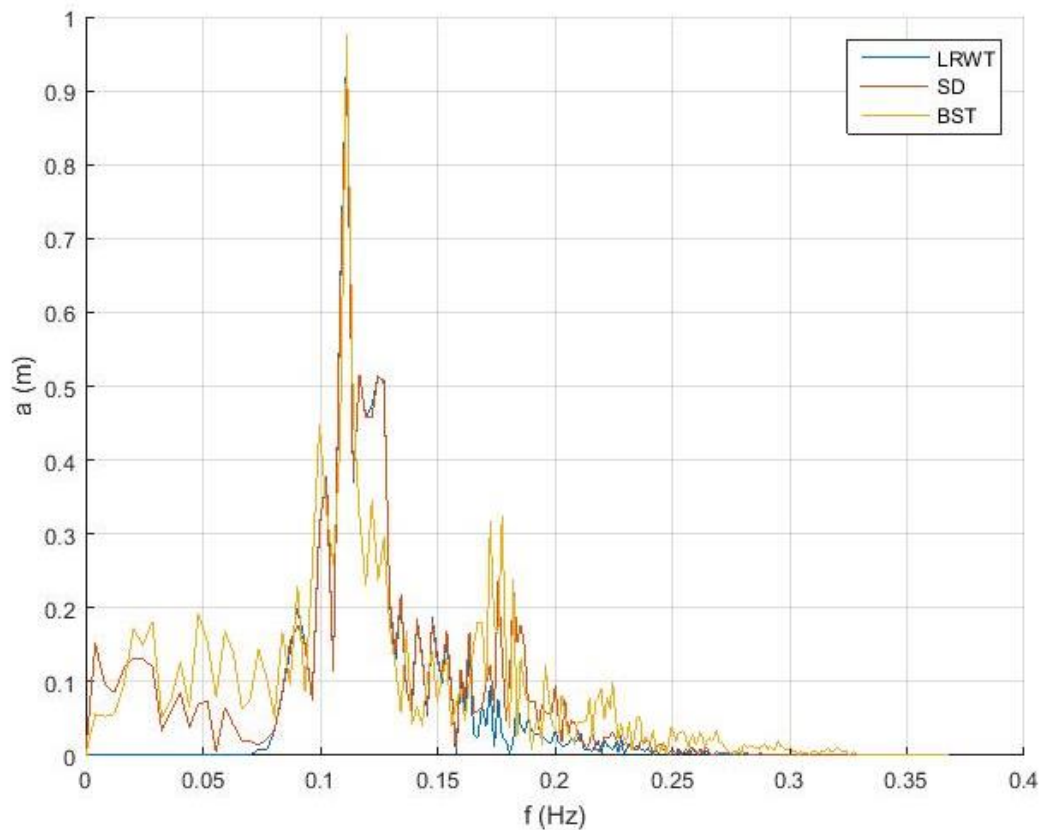
Εικόνα 14 - LRWT vs BST vs SD για Rayleigh Amplitude Scalin γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT, SD



Εικόνα 15 – LRWT vs BST vs SD για Rayleigh Amplitude Scaling γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT, SD



Εικόνα 16 - Περιοχή γύρω από τις θέσεις όπου συμβαίνει η μέγιστη ανύψωση του LRWT, SD

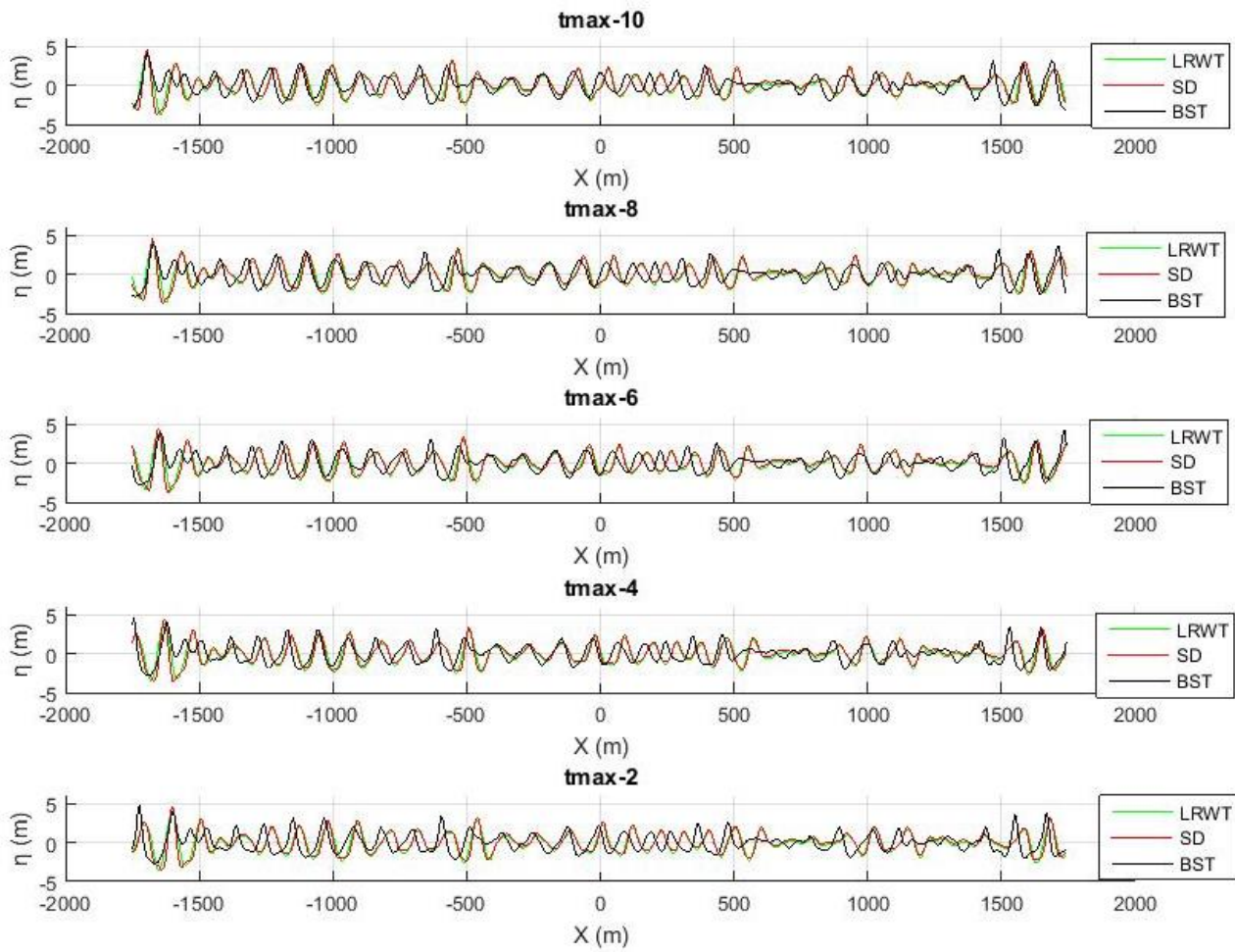


Εικόνα 17 – Φάσμα Rayleigh Amplitude Scaling με LRWT, SD και BST για την χρονική στιγμή του μεγίστου των LRWT, SD

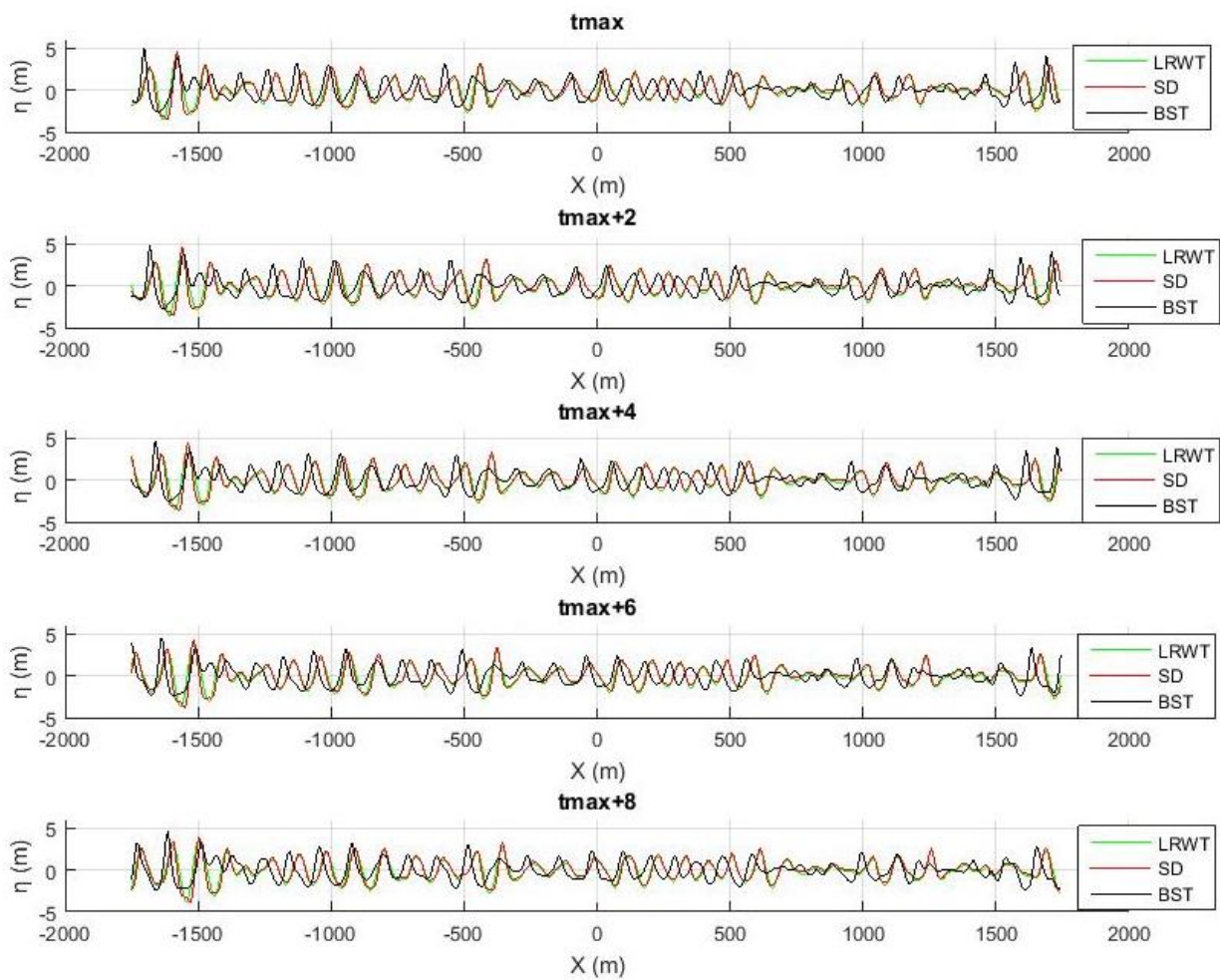
Στην δεύτερη περίπτωση, φάσμα Rayleigh Amplitude Scaling, η χρονική στιγμή εμφάνισης της μέγιστης κορυφής για LRWT και SD είναι η $t = 2.4 \text{ sec}$ με 4.29 m και 5.04 m αντίστοιχα ενώ το τοπικό μέγιστο του BST, $\eta = 5.48 \text{ m}$, εμφανίζεται τη στιγμή $t = -10.6 \text{ sec}$. Τα αποτελέσματα της σύγκρισης των τριών μοντέλων Εικόνα 14,15 βρίσκονται στον πίνακα 2. Οι θέσεις των μέγιστων κορυφών πριν και μετά την t_{max} ακολουθούν μια φυσική εξέλιξη από τα αριστερά προς τα δεξιά. Στο BST ένα τεράστιο άλμα περίπου 3400 m μεταξύ των $t_{max} - 8$ και $t_{max} - 6$. Αυτό εξηγείται από το ότι είναι ένα πλήρως μη γραμμικό μοντέλο

Συγκριτικά, σε ό,τι αφορά τα ανυψώσεις που προκύπτουν, καθώς προσεγγίζουν την t_{max} , η διαφορά των LRWT, BST φτάνει το 1.2 m ενώ των SD, LRWT τα 0.7 m. Σχεδόν για κάθε χρονική στιγμή οι ανυψώσεις του BST υπερτερούν κατά μέσο όρο αυτών του LRWT κατά 69 cm ενώ του SD κατά 2 cm, με αντίστοιχα ποσοστά 17% και 0,7%.

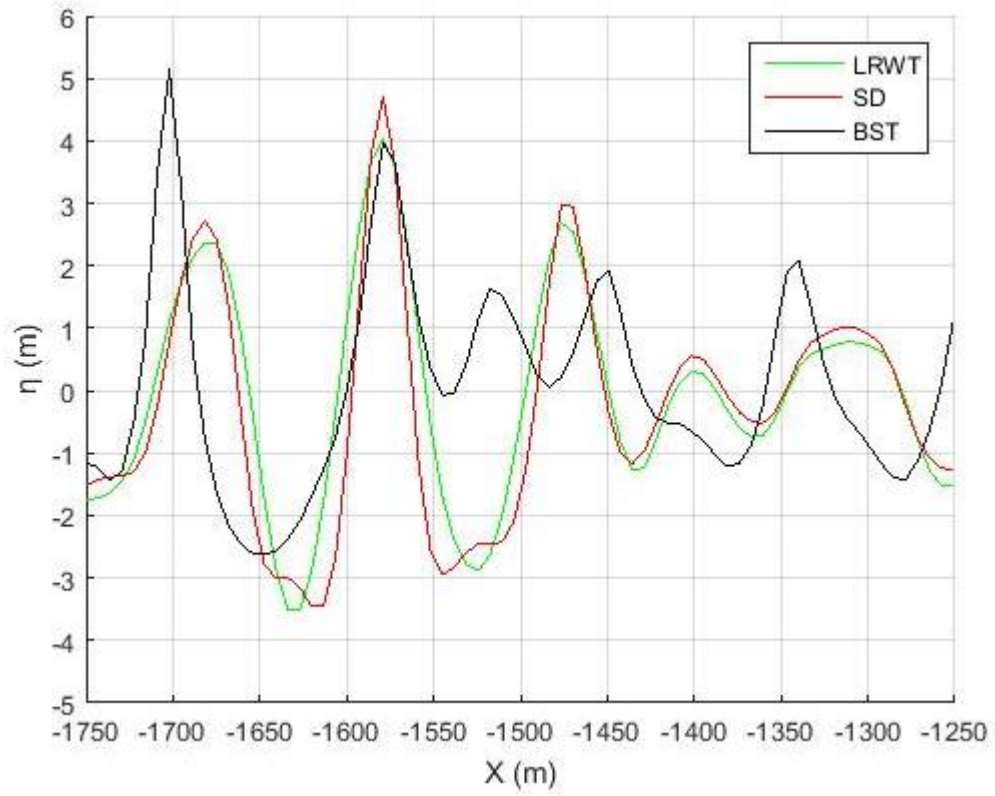
Στην Εικόνα 17 το φάσμα για το LRWT έχει χάσει την γραμμικότητα που είχε στο JONSWAP. Αυτό του SD το ακολουθεί κατά κύριο λόγο, αλλά παρουσιάζει και τις αναμενόμενες «αναταράξεις στην αρχή και το τέλος του φάσματος λόγω των δευτεροτάξιων όρων (αθροίσματα και διαφορές). Το φάσμα του BST μεταβάλλεται σε κάθε χρονικό βήμα εξαιτίας του γεγονότος ότι είναι πλήρως μη γραμμικό μοντέλο και λαμβάνει υπόψη του την ενέργεια που μεταβάλλεται με τη δημιουργία νέων κυματισμών.



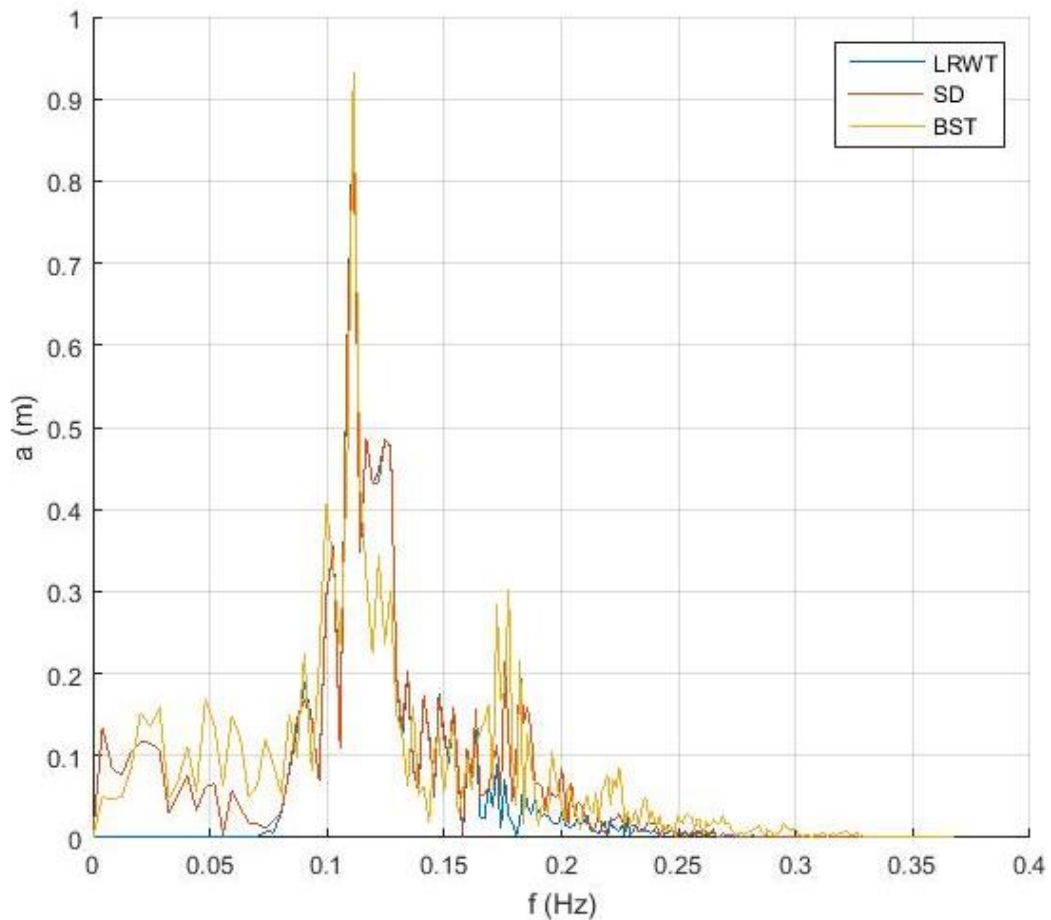
Εικόνα 18 - LRWT vs BST για Rayleigh Energy Scaling γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT



Εικόνα 19 - LRWT vs BST για Rayleigh Energy Scaling γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT



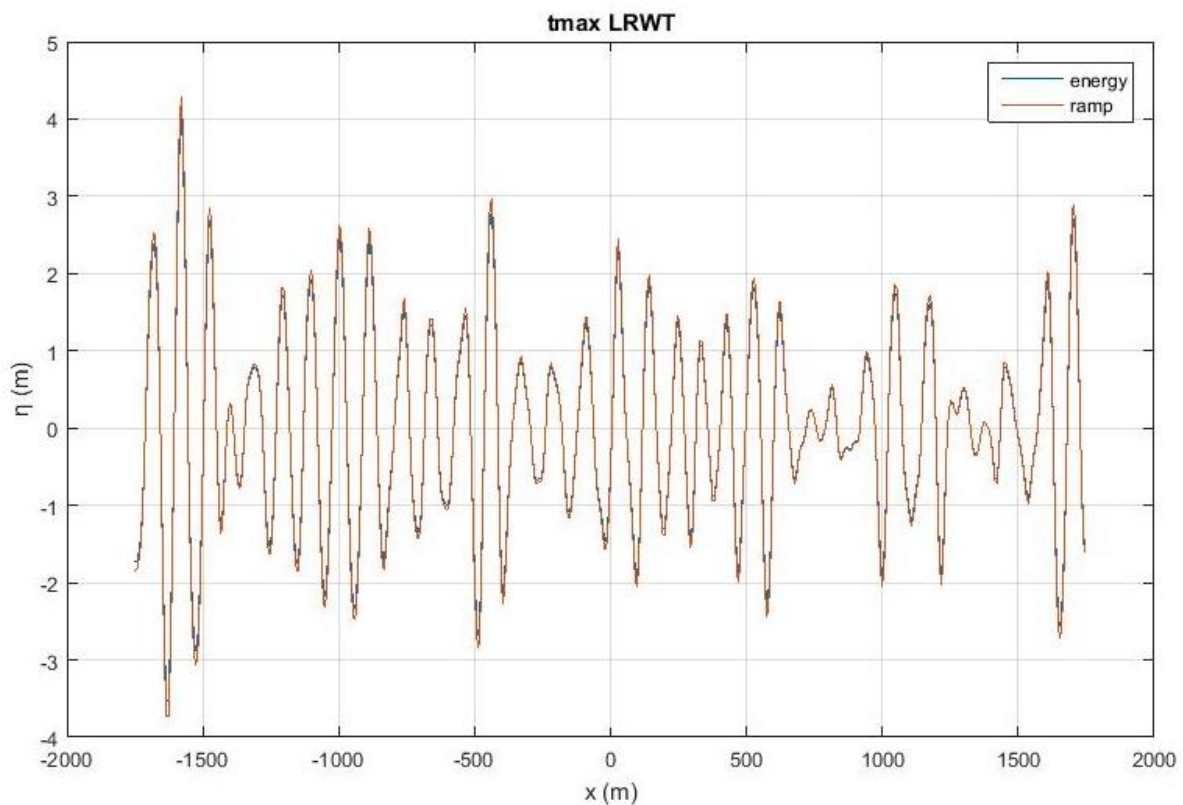
Εικόνα 20 - LRWT vs BST για Rayleigh Energy Scaling γύρω από τη μέγιστη κορυφή του LRWT, SD



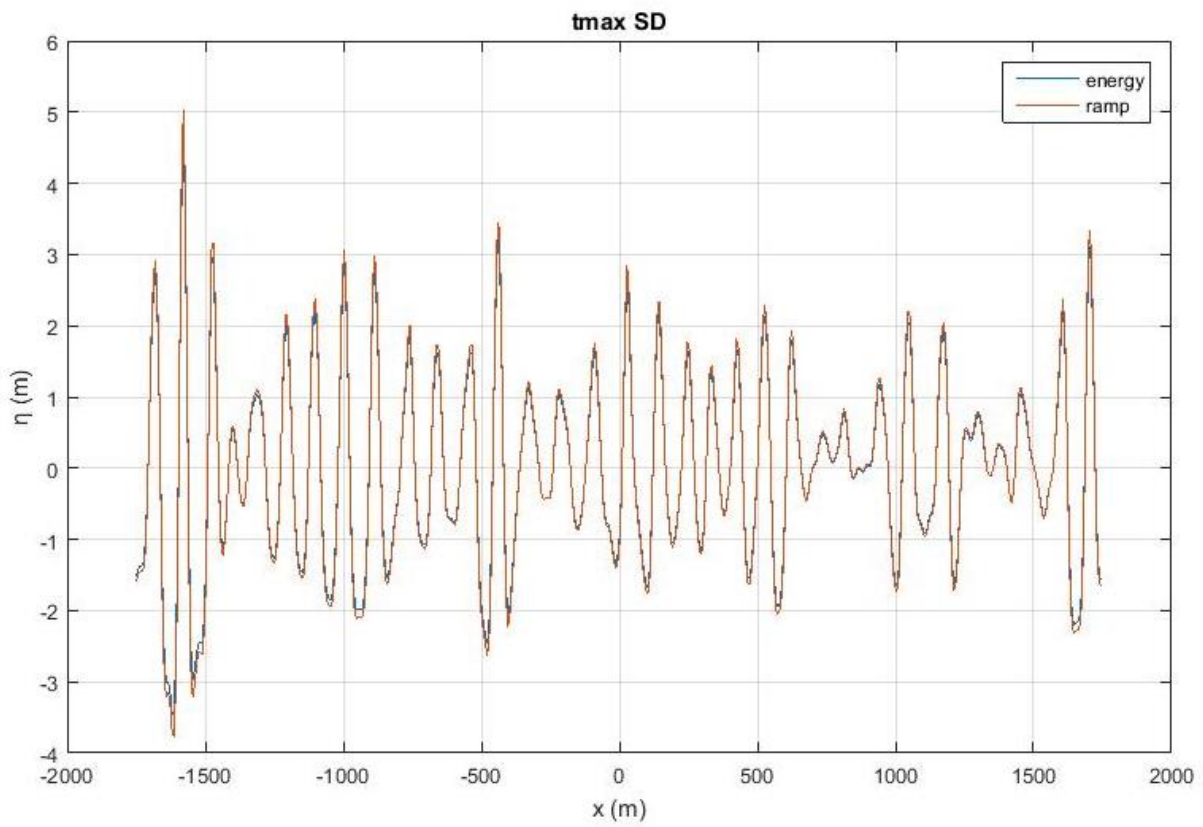
Εικόνα 21 - Φάσμα Rayleigh Energy Scaling με LRWT, SD και BST για την χρονική στιγμή του μεγίστου των LRWT, SD

Στην τρίτη περίπτωση, φάσμα Rayleigh Energy Scaling, η χρονική στιγμή εμφάνισης της μέγιστης κορυφής για LRWT και SD είναι η $t = 2.4 \text{ sec}$, με 4.04 m και 4.7 m αντίστοιχα ενώ το τοπικό μέγιστο του BST, $\eta = 5.14 \text{ m}$, εμφανίζεται τη στιγμή $t = -10.6 \text{ sec}$. Τα αποτελέσματα της σύγκρισης των τριών μοντέλων (Εικόνα 18, 19) βρίσκονται στον πίνακα 3. Οι θέσεις των μέγιστων κορυφών πριν και μετά την t_{max} ακολουθούν μια φυσική εξέλιξη από τα αριστερά προς τα δεξιά. Στο BST ένα τεράστιο άλμα περίπου 3400 m μεταξύ των $t_{max} - 8$ και

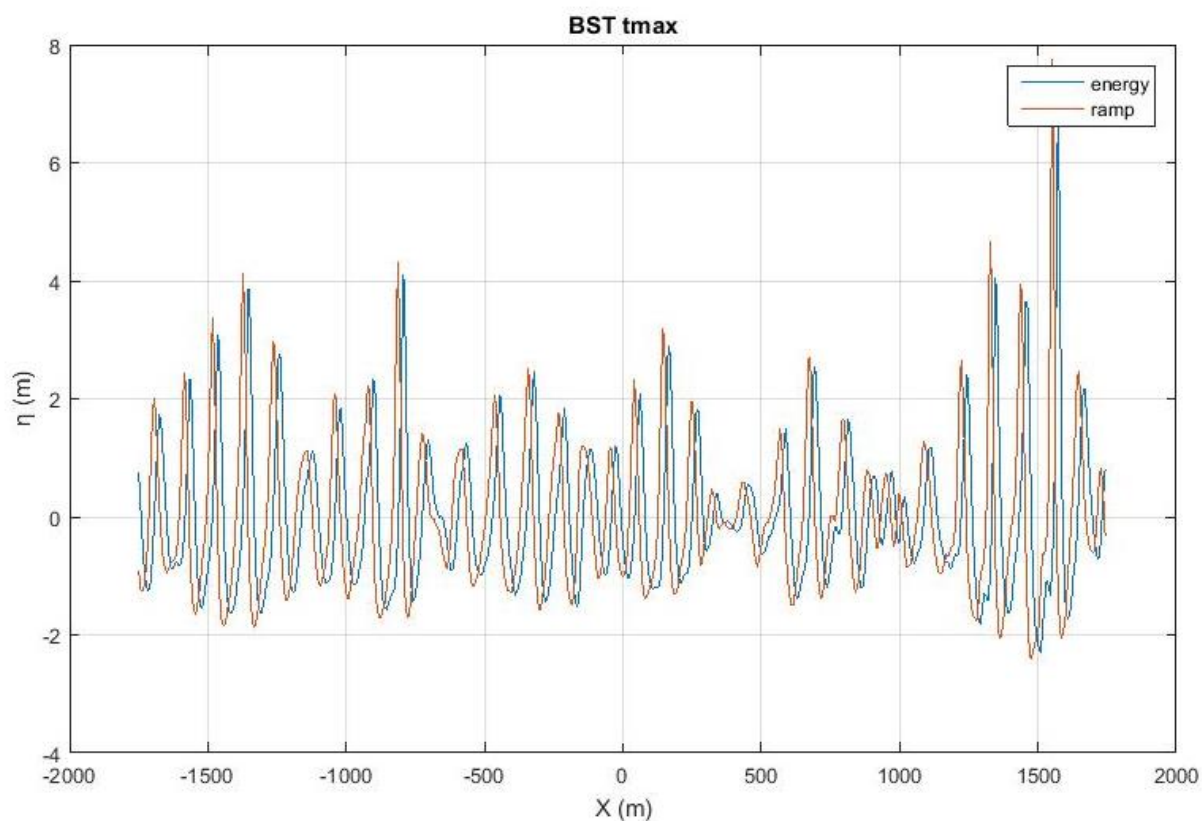
t_{max} – 6. Αυτό εξηγείται από το ότι είναι ένα πλήρως μη γραμμικό μοντέλο Συγκριτικά, σε ό,τι αφορά οι ανυψώσεις που προκύπτουν ,καθώς προσεγγίζουν την t_{max} , η διαφορά των LRWT, BST φτάνει το 1.1 m ενώ των SD, LRWT τα 0.4 m. Σχεδόν για κάθε χρονική στιγμή οι ανυψώσεις του BST υπερτερούν κατά μέσο όρο αυτών του LRWT κατά 66 cm ενώ του SD κατά 7 cm, με αντίστοιχα ποσοστά 17,3% και 1,8%.



Εικόνα 22 - LRWT Rayleigh Amplitude Scaling vs LRWT Rayleigh Energy Scaling τη χρονική στιγμή μεγίστου του LRWT,SD



Εικόνα 23 - SD Rayleigh Amplitude Scaling vs SD Rayleigh Energy Scaling τη χρονική στιγμή μεγίστου του LRWT, SD



Εικόνα 24 - BST Rayleigh Amplitude Scaling vs BST Rayleigh Energy Scaling τη χρονική στιγμή μεγίστου του BST

Επίσης, έγιναν διαγράμματα συγκριτικά των δυο Rayleigh φασμάτων για την t_{max} και για τα τρία φασματικά μοντέλα. Στα LRWT, SD υπάρχει σχεδόν ταύτιση των δύο φασμάτων με μικροδιαφορές σε κορυφές ενώ στο BST υπάρχει ίδια φάση με το Rayleigh Energy Scaling όμως να προηγείται χωρικά κατά 20 m.

Πίνακας 1 - Αποτελέσματα JONSWAP για t_{max}

	ΑΝΥΨΩΣΗ (m)			ΘΕΣΗ (m)		ΔΙΑΦΟΡΑ ΥΨΩΝ (m)			ΠΟΣΟΣΤΑ (%)		
	LRWT	SD	BST	SD	BST	BST-SD	BST-LRWT	SD-LRWT	BST-SD	BST-LRWT	SD-LRWT
tmax-10	3,060274	3,524577	3,610547	1661	396	0,08597	0,550273	0,464303	2,439167	17,98117	15,17193
tmax-8	3,1258	3,516522	3,740333	1688	1708	0,223811	0,614533	0,390722	6,364556	19,66002	12,4999
tmax-6	3,291108	3,723843	4,1404	1708	1736	0,416557	0,849292	0,432735	11,1862	25,80566	13,14862
tmax-4	3,483709	3,996254	4,442267	1729	-1743	0,446014	0,958558	0,512545	11,16079	27,51544	14,71261
tmax-2	3,624034	4,184555	4,749407	-1750	-1722	0,564852	1,125373	0,560521	13,4985	31,05305	15,46677
tmax	3,662415	4,24027	4,949428	-1729	-1702	0,709158	1,287013	0,577855	16,72436	35,1411	15,77797
tmax+2	3,616694	4,189944	4,655343	-1708	-1681	0,4654	1,038649	0,57325	11,10754	28,71819	15,8501
tmax+4	3,529725	4,083083	4,437777	-1688	-1661	0,354694	0,908052	0,553358	8,686911	25,72586	15,67709
tmax+6	3,442762	3,962264	4,137801	-1667	-1640	0,175537	0,695039	0,519502	4,43022	20,18841	15,08969
tmax+8	3,362777	3,830635	4,212049	-1647	-1613	0,381414	0,849272	0,467858	9,956931	25,25508	13,91286
MO						0,382341	0,887605	0,505265	9,555517	25,7044	14,73075

Πίνακας 2 - Αποτελέσματα Random Rayleigh Amplitude Scaling για t_{max}

	ΑΝΥΨΩΣΗ (m)			ΘΕΣΗ (m)		ΔΙΑΦΟΡΑ ΥΨΩΝ (m)			ΠΟΣΟΣΤΑ (%)		
	LRWT	SD	BST	SD	BST	BST-SD	BST-LRWT	SD-LRWT	BST-SD	BST-LRWT	SD-LRWT
tmax-10	4,136274	4,833815	4,268081	-1695	-1688	-0,56573	0,131807	0,697541	-11,7037	3,186612	16,86399
tmax-8	4,093552	4,777329	4,000657	-1674	-1661	-0,77667	-0,09289	0,683777	-16,2575	-2,2693	16,70376
tmax-6	4,050571	4,693822	4,471617	-1654	1743	-0,2222	0,421046	0,643251	-4,73399	10,39473	15,8805
tmax-4	4,033568	4,586789	4,799533	-1633	-1736	0,212744	0,765965	0,553221	4,638193	18,98976	13,71542
tmax-2	4,23018	4,948267	5,043487	-1599	-1715	0,09522	0,813307	0,718087	1,92432	19,2263	16,97532
tmax	4,289463	5,036887	5,47934	-1579	-1695	0,442453	1,189877	0,747424	8,784246	27,73953	17,42466
tmax+2	4,257897	4,998465	5,219802	-1558	-1674	0,221337	0,961905	0,740568	4,428099	22,59108	17,39281
tmax+4	4,142566	4,844226	4,681386	-1538	-1654	-0,16284	0,53882	0,70166	-3,36153	13,00691	16,93781
tmax+6	3,949211	4,57898	4,675422	-1517	-1626	0,096442	0,726211	0,629769	2,106183	18,38876	15,94671
tmax+8	3,709485	4,228221	5,123482	-1497	-1606	0,895261	1,413997	0,518736	21,17346	38,11842	13,98405
MO						0,023601	0,687004	0,663403	0,699785	16,93728	16,1825

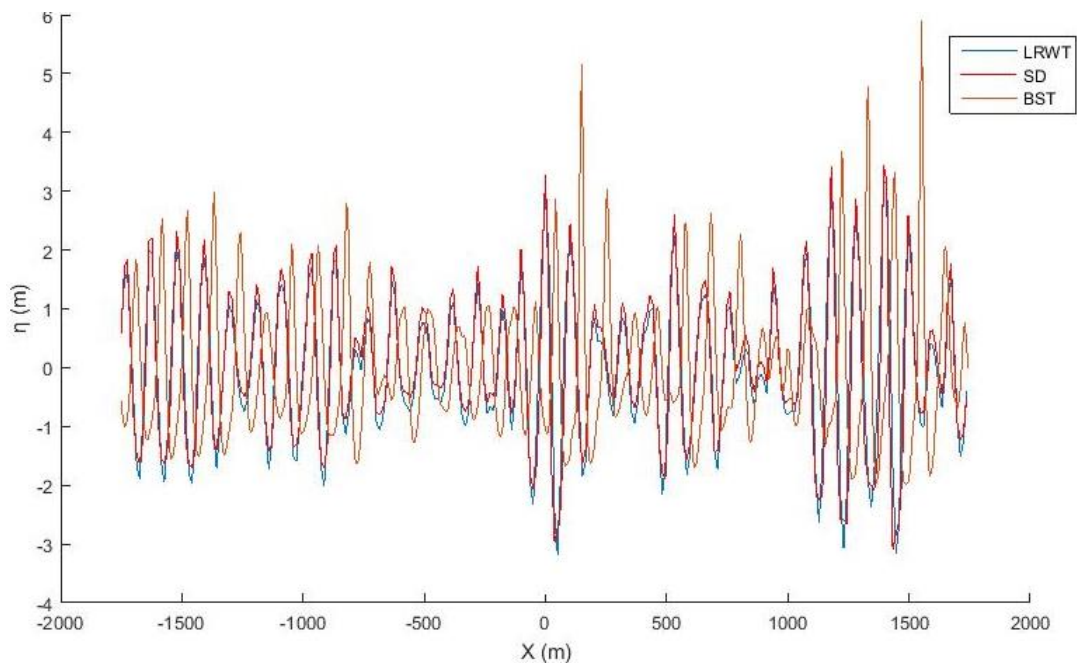
Πίνακας 3 - Αποτελέσματα Random Rayleigh Energy Scaling για t_{max}

	ΑΝΥΨΩΣΗ (m)			ΘΕΣΗ (m)		ΔΙΑΦΟΡΑ ΥΨΩΝ (m)			ΠΟΣΟΣΤΑ (%)		
	LRWT	SD	BST	SD	BST	BST-SD	BST-LRWT	SD-LRWT	BST-SD	BST-LRWT	SD-LRWT
tmax-10	3,896806	4,515917	4,172168	-1695	-1695	-0,34375	0,275362	0,619111	-7,61195	7,066351	15,88766
tmax-8	3,856558	4,463456	3,8293	-1674	-1674	-0,63416	-0,02726	0,606898	-14,2077	-0,7068	15,73678
tmax-6	3,816064	4,386989	4,205336	-1654	1736	-0,18165	0,389272	0,570925	-4,14073	10,20088	14,96111
tmax-4	3,800045	4,289978	4,51028	-1633	-1743	0,220302	0,710235	0,489933	5,135269	18,69017	12,89282
tmax-2	3,985273	4,622621	4,815951	-1599	-1722	0,19333	0,830678	0,637348	4,18225	20,84369	15,99259
tmax	4,041123	4,704508	5,135509	-1579	-1702	0,431001	1,094386	0,663385	9,161456	27,08123	16,41585
tmax+2	4,011388	4,668687	4,889366	-1558	-1681	0,220679	0,877978	0,657299	4,726798	21,88714	16,38581
tmax+4	3,902735	4,525501	4,622839	-1538	-1661	0,097338	0,720104	0,622766	2,150885	18,45127	15,95716
tmax+6	3,720573	4,279533	4,383747	-1517	-1633	0,104214	0,663174	0,55896	2,435163	17,82451	15,0235
tmax+8	3,494726	3,955134	4,58741	-1497	-1613	0,632276	1,092684	0,460408	15,9862	31,26666	13,17437
MO						0,073958	0,662662	0,588703	1,781761	17,26051	15,24277

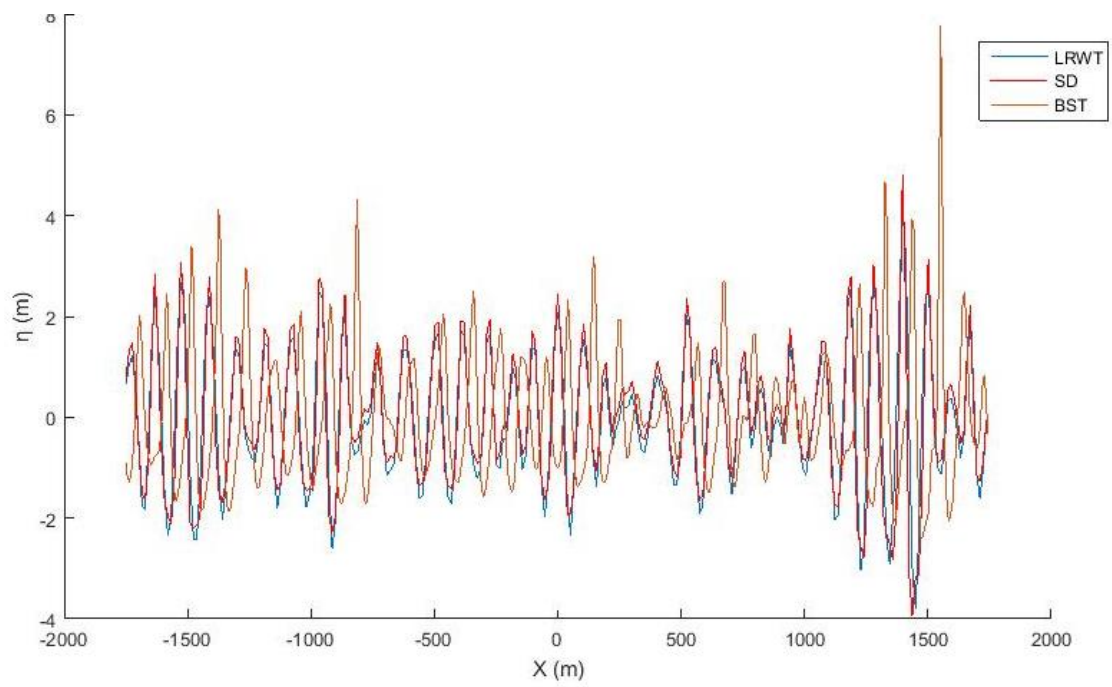
4.3 LRWT VS BST VS SD στην μέγιστη κορυφή του BST

Αντιστοίχως με το προηγούμενο υποκεφάλαιο, προσπάθησα να κάνω την ίδια διαδικασία σύγκρισης για την μέγιστη κορυφή του BST με τα τοπικά μέγιστα των LRWT και SD για τα τρία φάσματα.

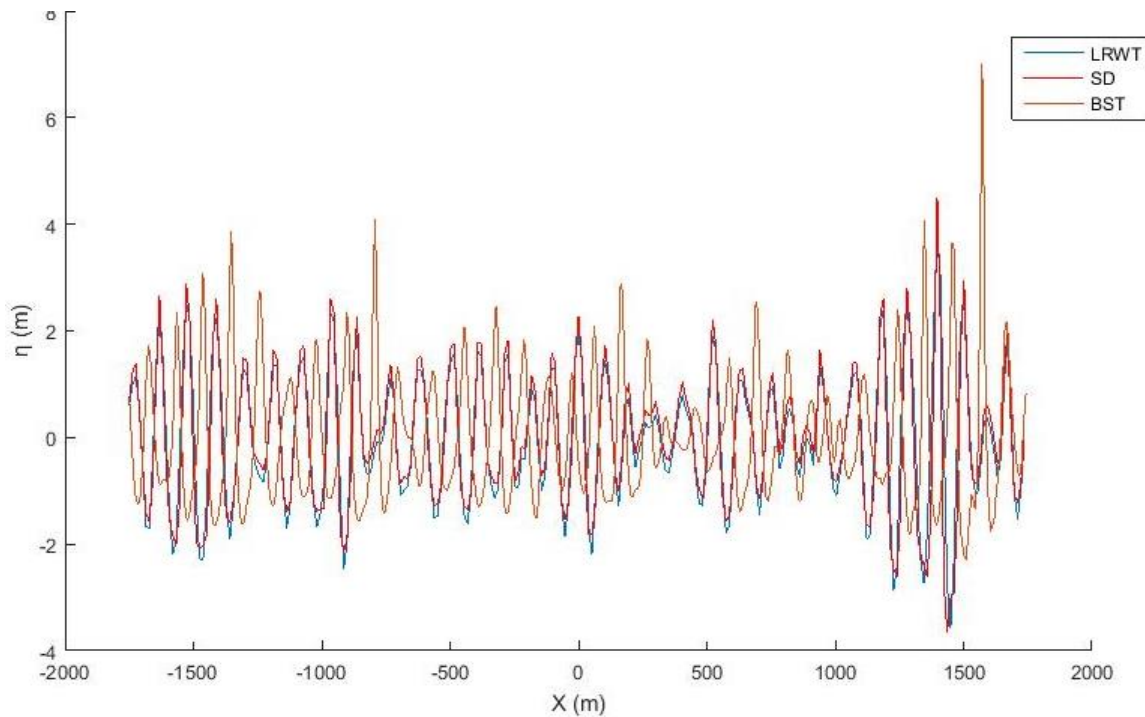
Για το φάσμα του JONSWAP $t_{max} = -42 \text{ sec}$, για το Rayleigh Amplitude Scaling το -42.8 sec και για το Rayleigh Energy Scaling -40.8 sec . Σε όλες τις περιπτώσεις το τοπικό μέγιστο των δύο μοντέλων βρέθηκε στο -56 sec , αλλά τα διαγράμματα που προκύπτουν δεν παρουσιάζουν παρόμοιες φάσεις του κυματισμού.



Εικόνα 25 – Φάσμα JONSWAP για LRWT, SD, BST για την χρονική στιγμή μέγιστης ανύψωσης του BST



Εικόνα 26 – Φάσμα Rayleigh Amplitude Scaling για LRWT, SD, BST για την χρονική στιγμή μέγιστης ανύψωσης του BST

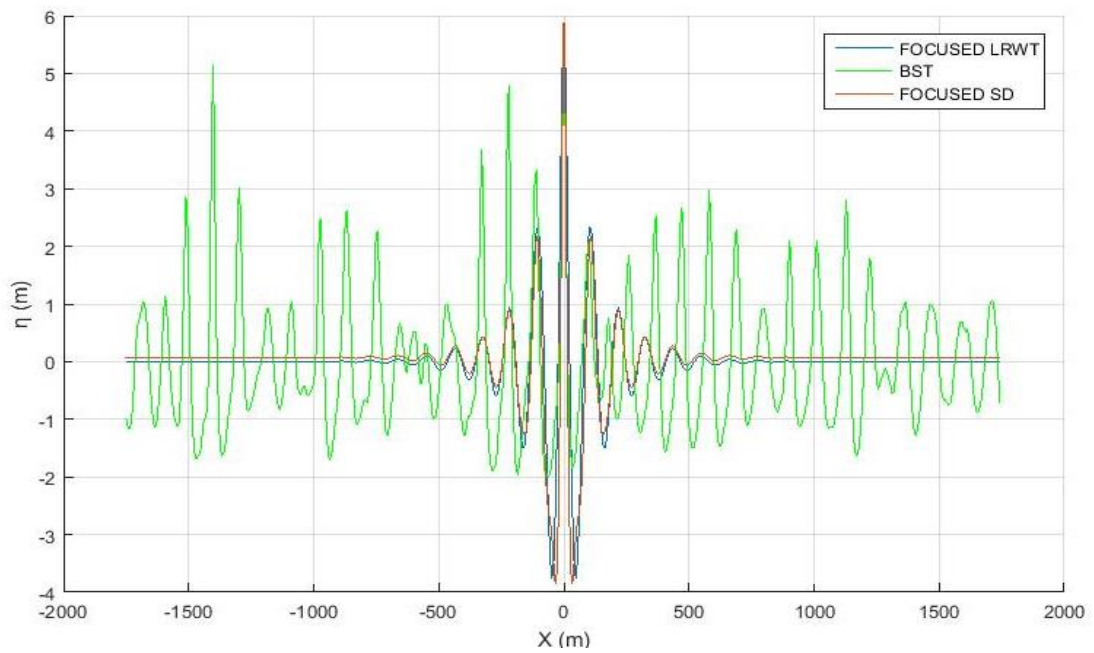


Εικόνα 27 - Φάσμα Rayleigh Energy Scaling για LRWT, SD, BST για την χρονική στιγμή μέγιστης ανύψωσης του BST

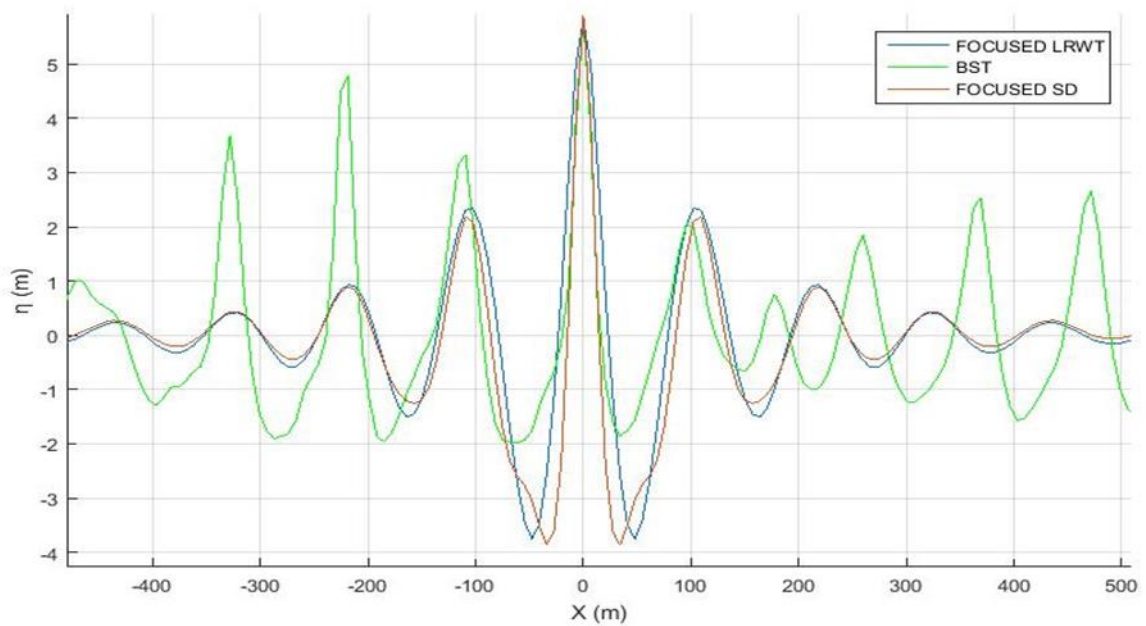
Οπότε ακολουθήθηκε η εξής διαδικασία. Για καθένα από τα τρία φάσματα εντοπίστηκε αρχικά η μέγιστη ανύψωση στο BST, η οποία και χρησιμοποιήθηκε ώστε να δημιουργηθούν δύο νέοι focused κυματισμοί με φάσμα JONSWAP, ένας LRWT και ένας SD, με την ίδια μέγιστη ανύψωση. Τα δύο αυτά κύματα τοποθετήθηκαν στο ίδιο διάγραμμα με το BST του t_{max} , το οποίο μετατοπίστηκε τμηματικά ώστε οι μέγιστες κορυφές (ίδιες σε τιμή) των κυματισμών να συμπίσουν και στην ίδια θέση. Η μετακίνηση του κυματισμού αυτού δεν αποτελεί πρόβλημα καθώς πρόκειται για περιοδικό φαινόμενο.

Έπειτα έγινε ακριβώς το ίδιο χρησιμοποιώντας όμως τα μέγιστα ολικά ύψη των κυματισμών αντί της ανύψωσης.

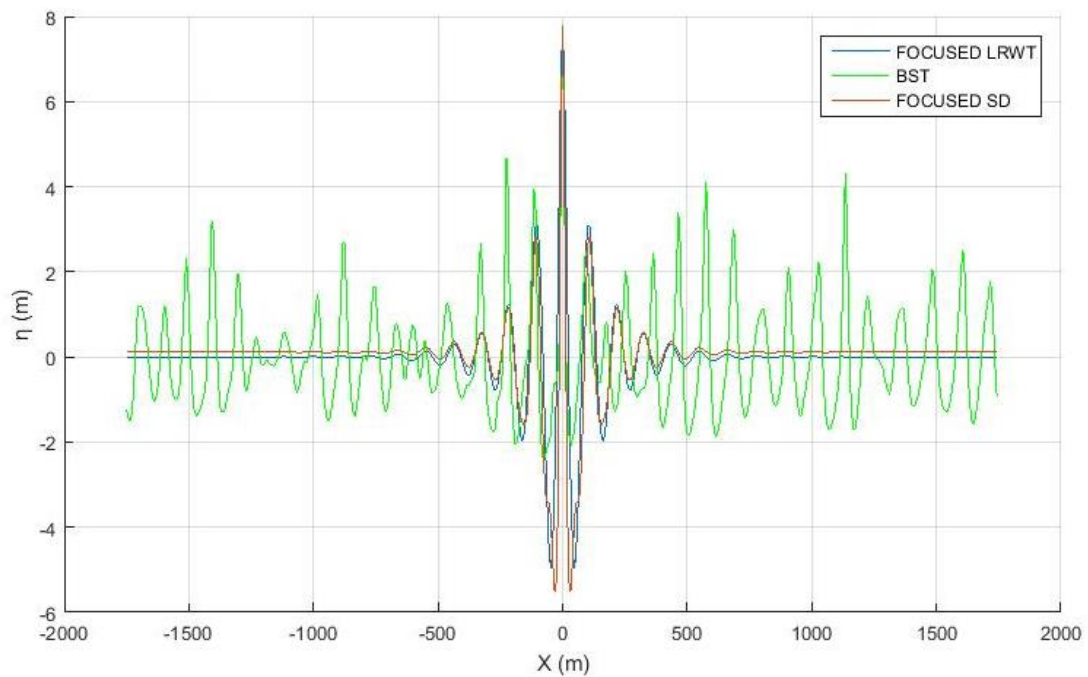
Αυτές οι συγκρίσεις των τριών φασμάτων με τα αντίστοιχα focused waves έχουν αρκετό ενδιαφέρον σε κατασκευαστικό επίπεδο (φαινόμενα υπερπήδησης, πρόβλεψη θαλάσσιας επιφάνειας, επιβαλλόμενα φορτία, κλπ), αφού τα focused waves αποτελούν ακραία φαινόμενα, αρκεί να ληφθεί υπόψη η διαφορά στην ενέργεια.



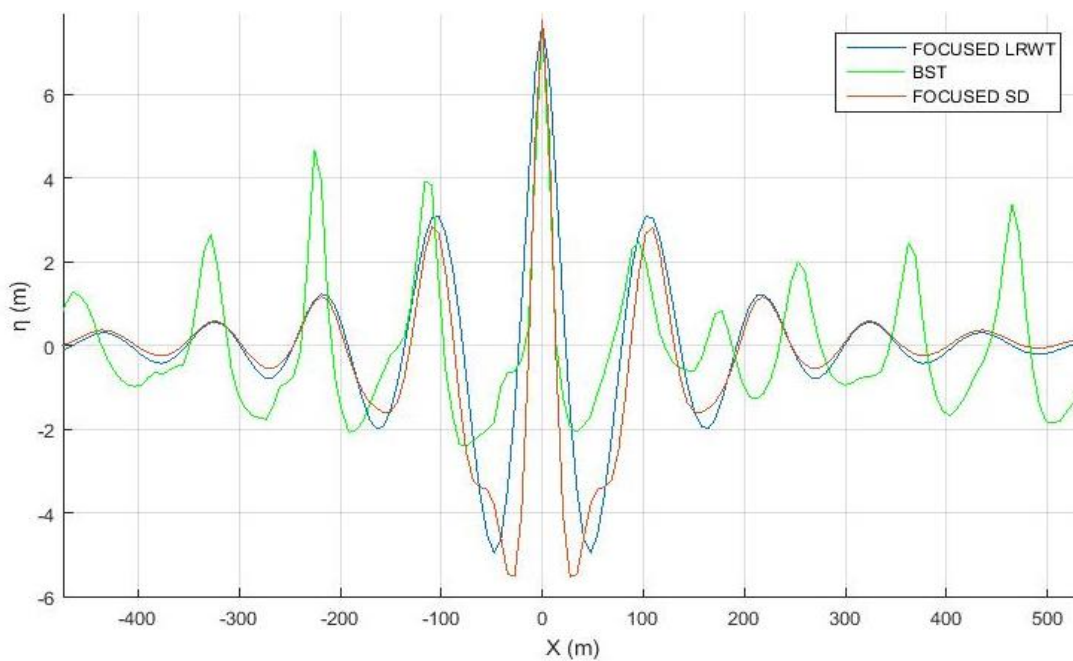
Εικόνα 28 – Σύγκριση BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για τη t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 5.888 \text{ m}$



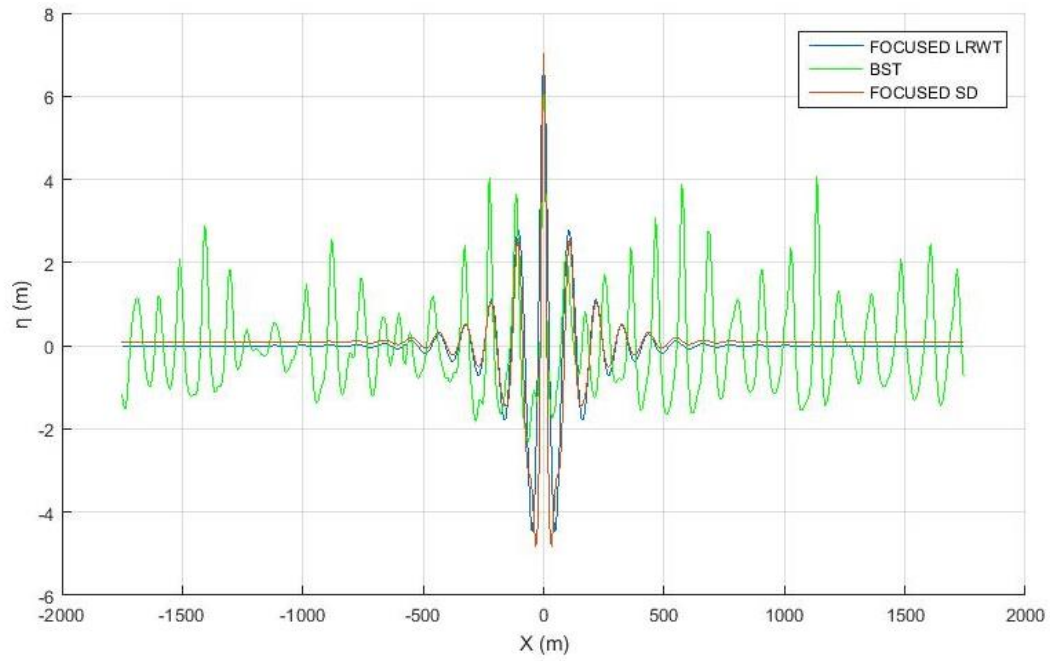
Εικόνα 29 - Σύγκριση BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 5.888 \text{ m}$



Εικόνα 30 - Σύγκριση BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.76 \text{ m}$

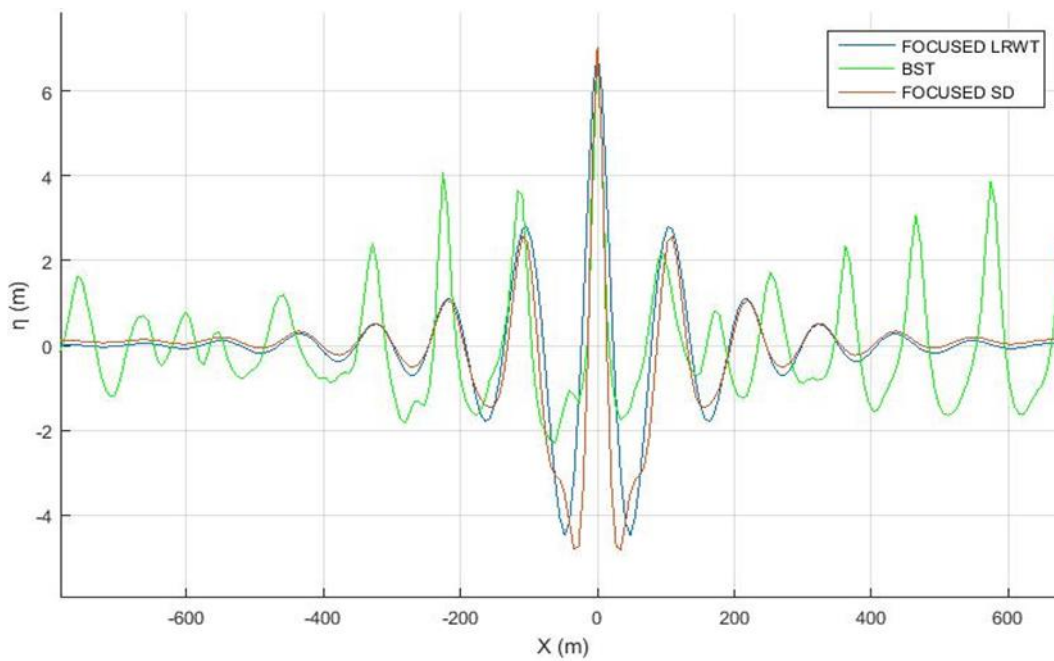


Εικόνα 31 - Σύγκριση BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.76 \text{ m}$



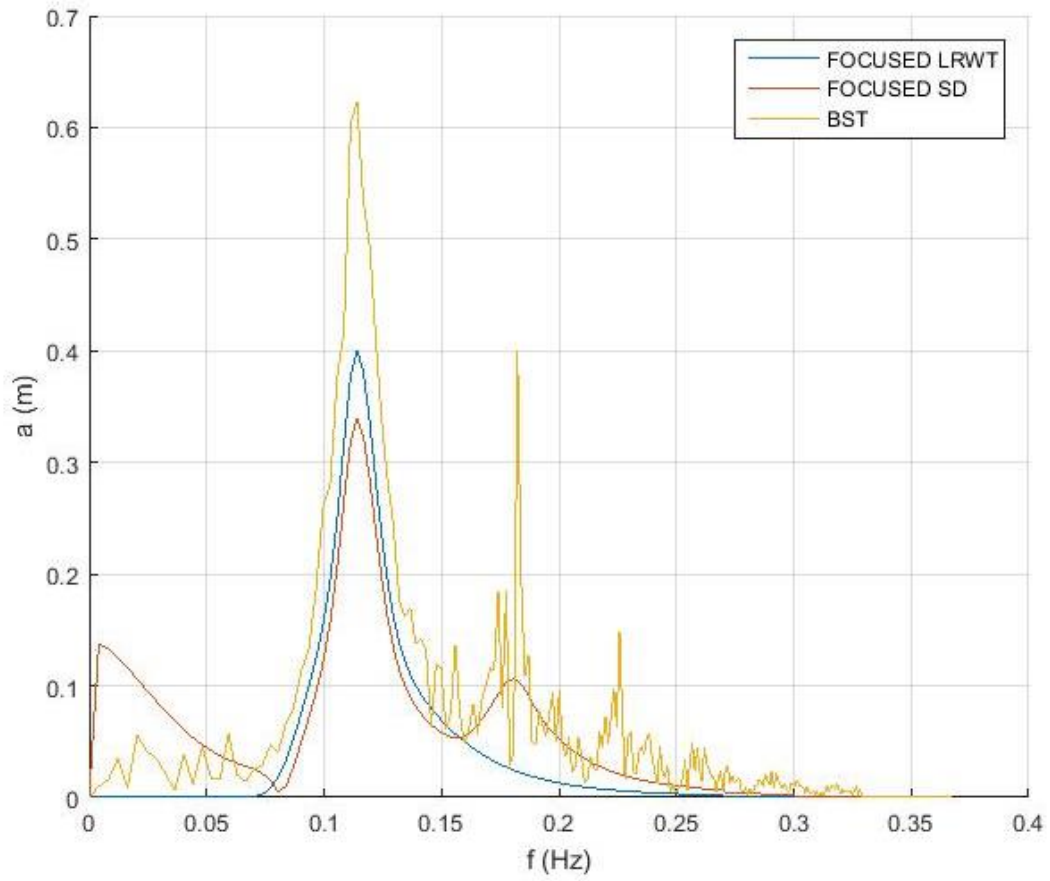
Εικόνα 32 - Σύγκριση BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES

για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.021m$

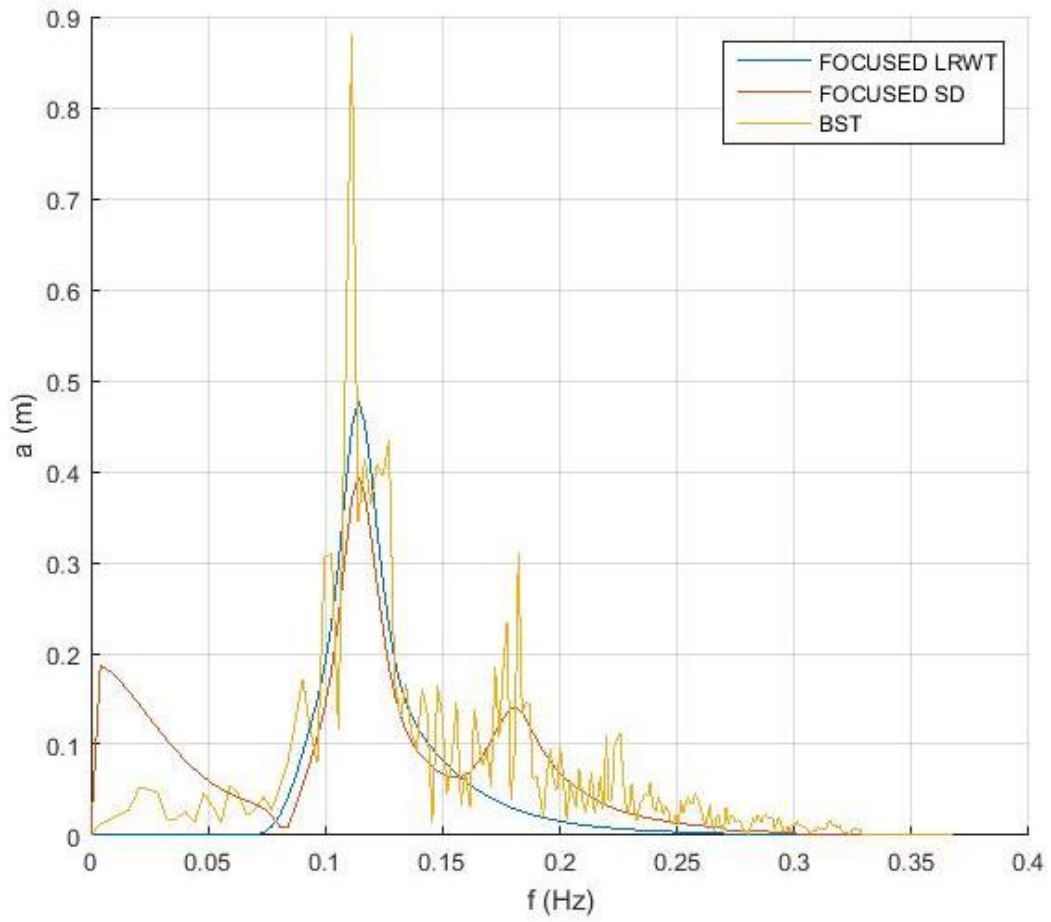


Εικόνα 33 - Σύγκριση BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES

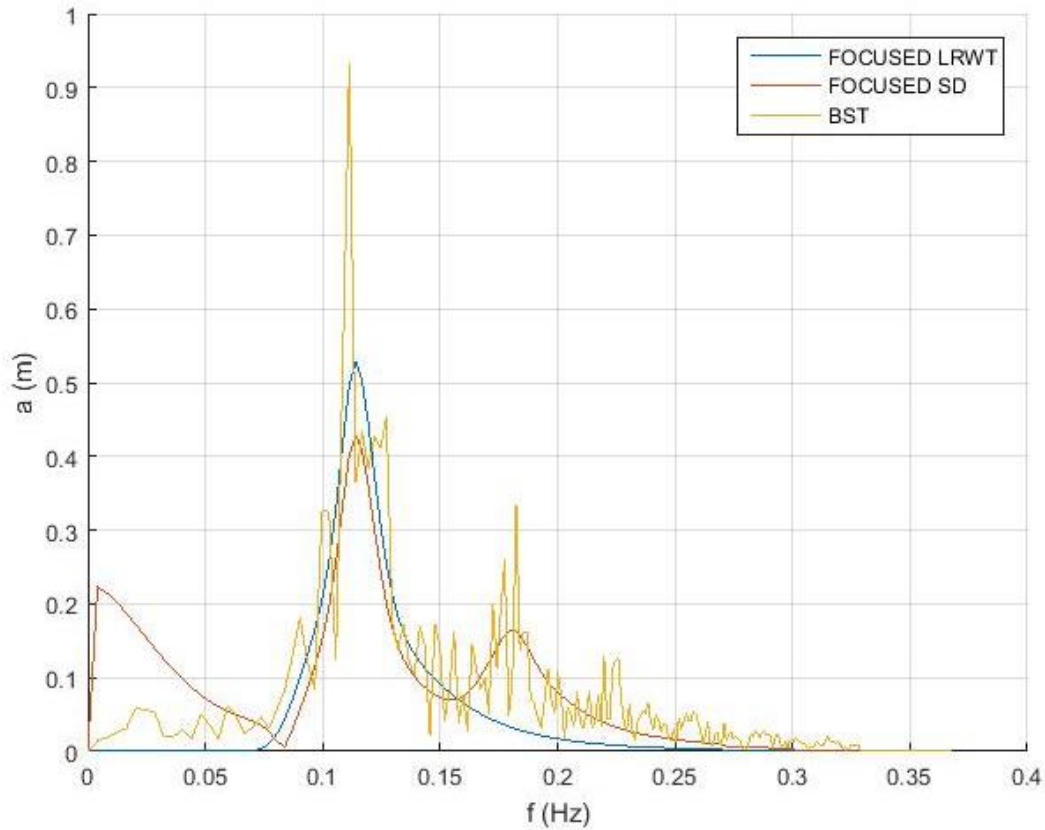
για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.021 m$



Εικόνα 34 – Φάσμα BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 5.888 m$



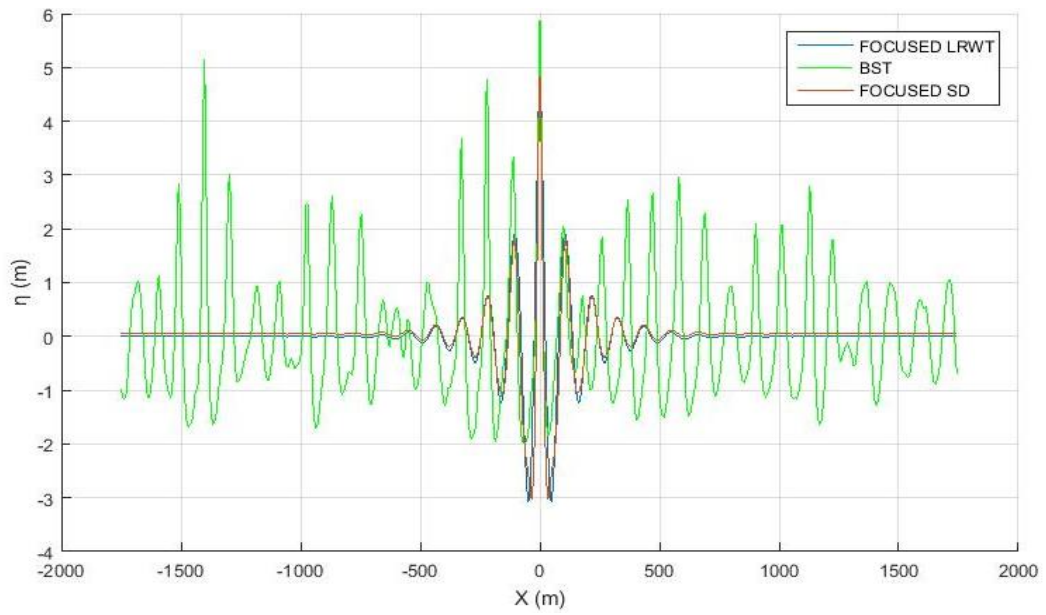
Εικόνα 35 - Φάσμα BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.021 m$



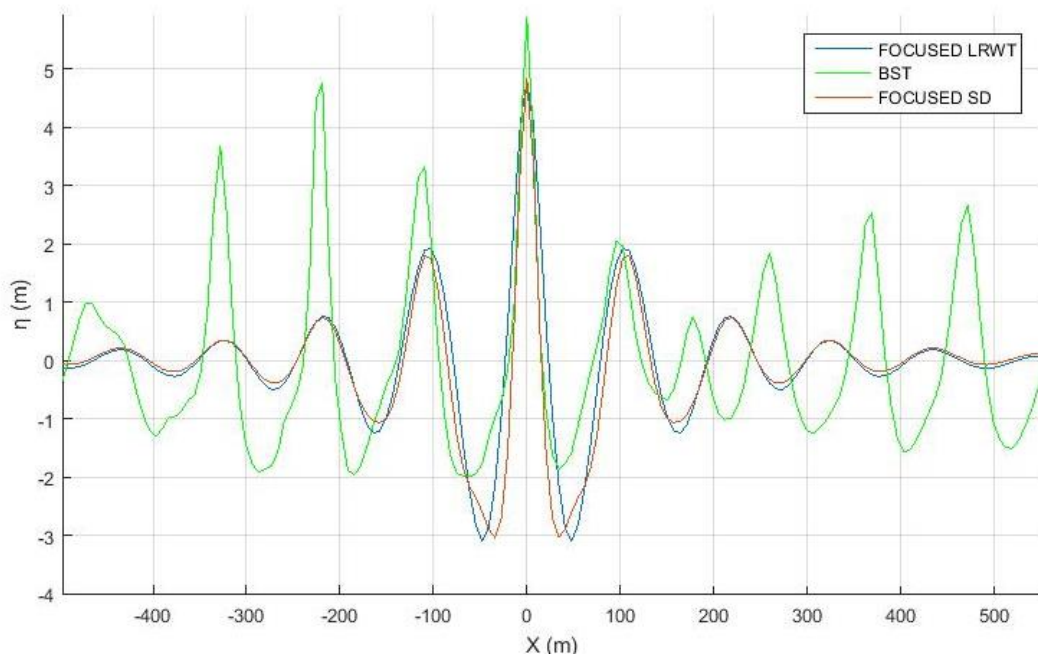
Εικόνα 36 – Φάσμα BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES

για την t_{max} της μέγιστης ανύψωσης του BST $\eta_{max} = 7.76 \text{ m}$

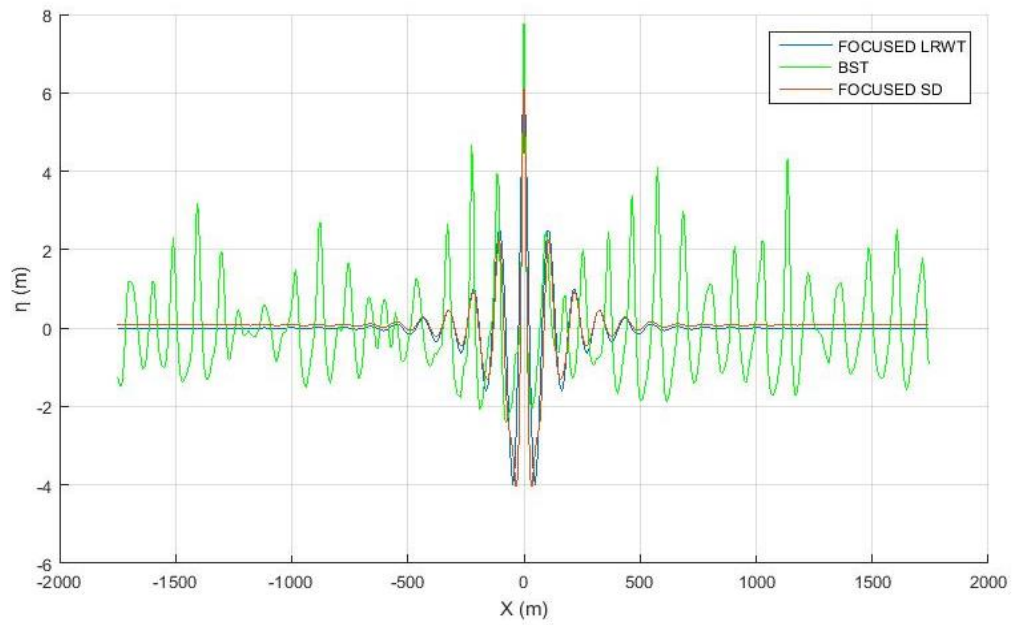
Στην διαδικασία της μέγιστης ανύψωσης το SD focused wave φτάνει ικανοποιητικά την ανύψωση του BST και αυτό μπορεί να βοηθήσει στην πρόβλεψη και αντιμετώπιση φαινομένων υπερπήδησης. Όμως, υπάρχει μεγάλη διαφορά στην ενέργεια, την πρόβλεψη της θαλάσσιας επιφάνειας και τις φορτίσεις των κυματισμών αυτών. Συγκριμένα στα διαγράμματα των φασμάτων αντανακλάται το μέγεθος της διαφοράς των φορτίσεων του BST.



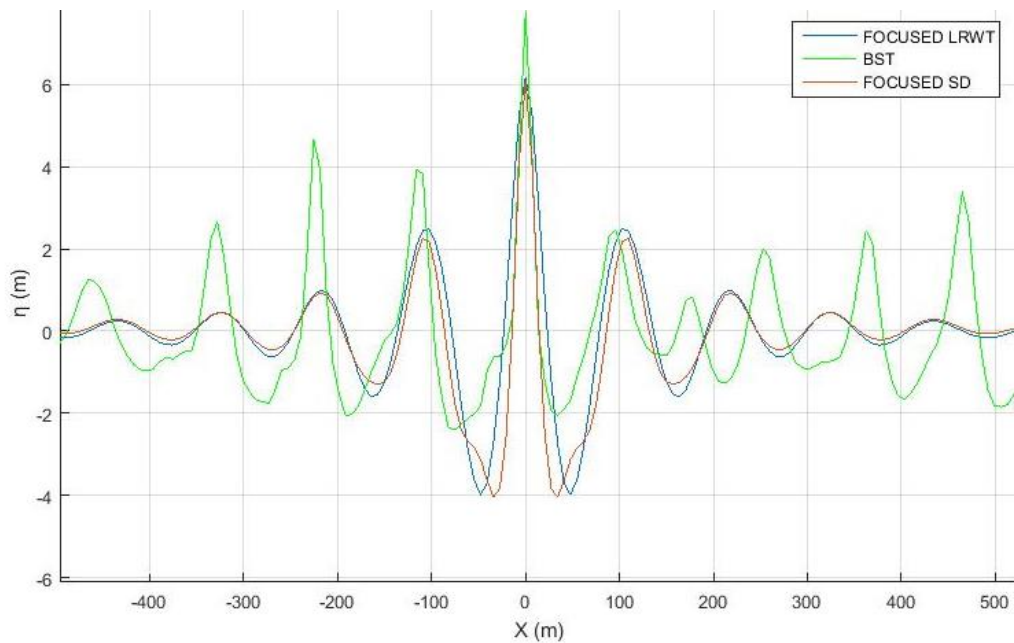
Εικόνα 37 - Σύγκριση BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 7.8725 \text{ m}$



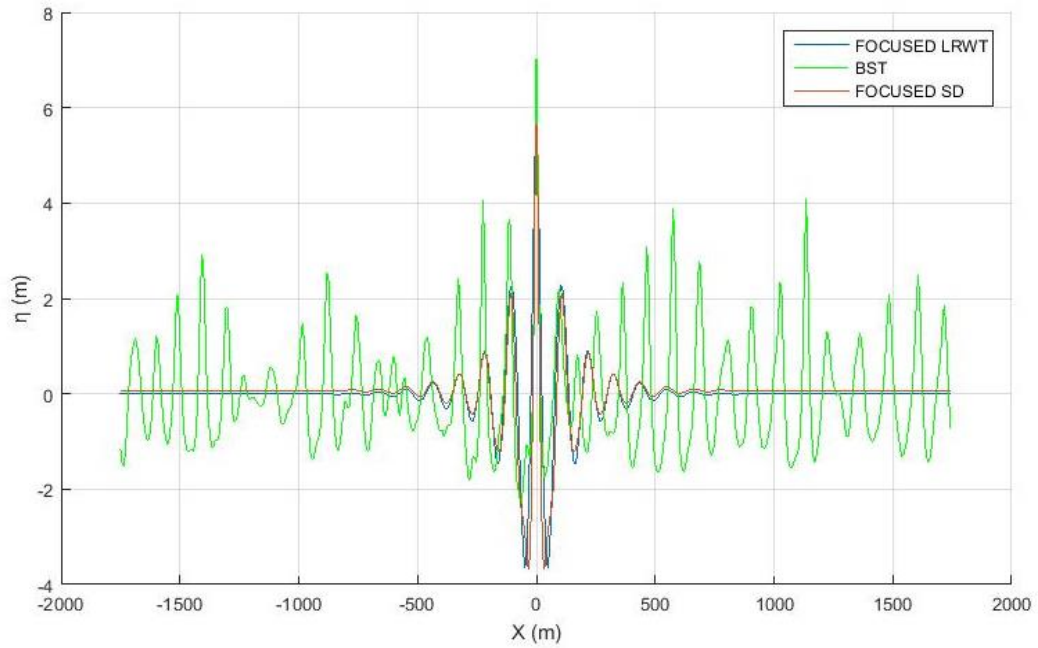
Εικόνα 38 - Σύγκριση BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 7.8725 \text{ m}$



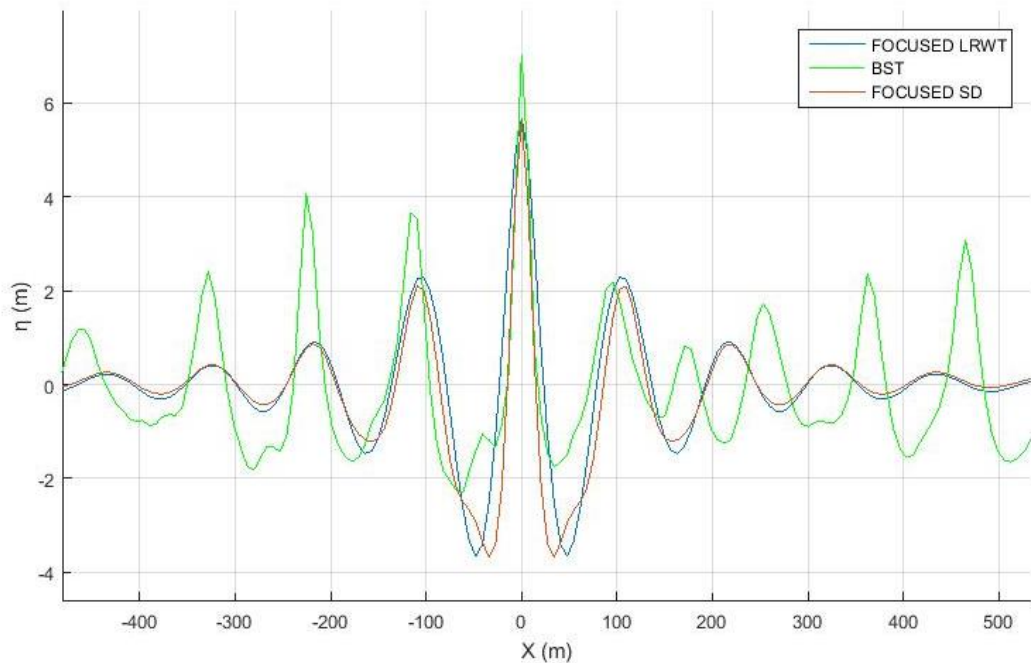
Εικόνα 39 - Σύγκριση BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 10.1567 \text{ m}$



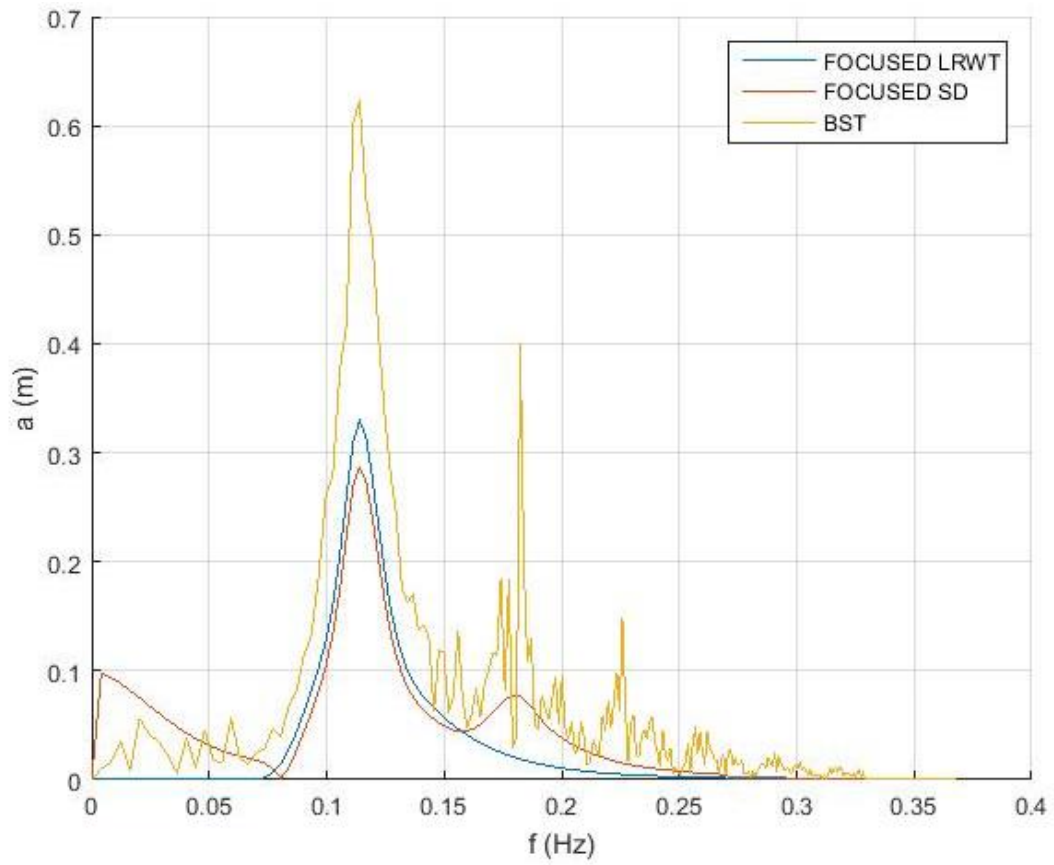
Εικόνα 40 - Σύγκριση BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 10.1567 \text{ m}$



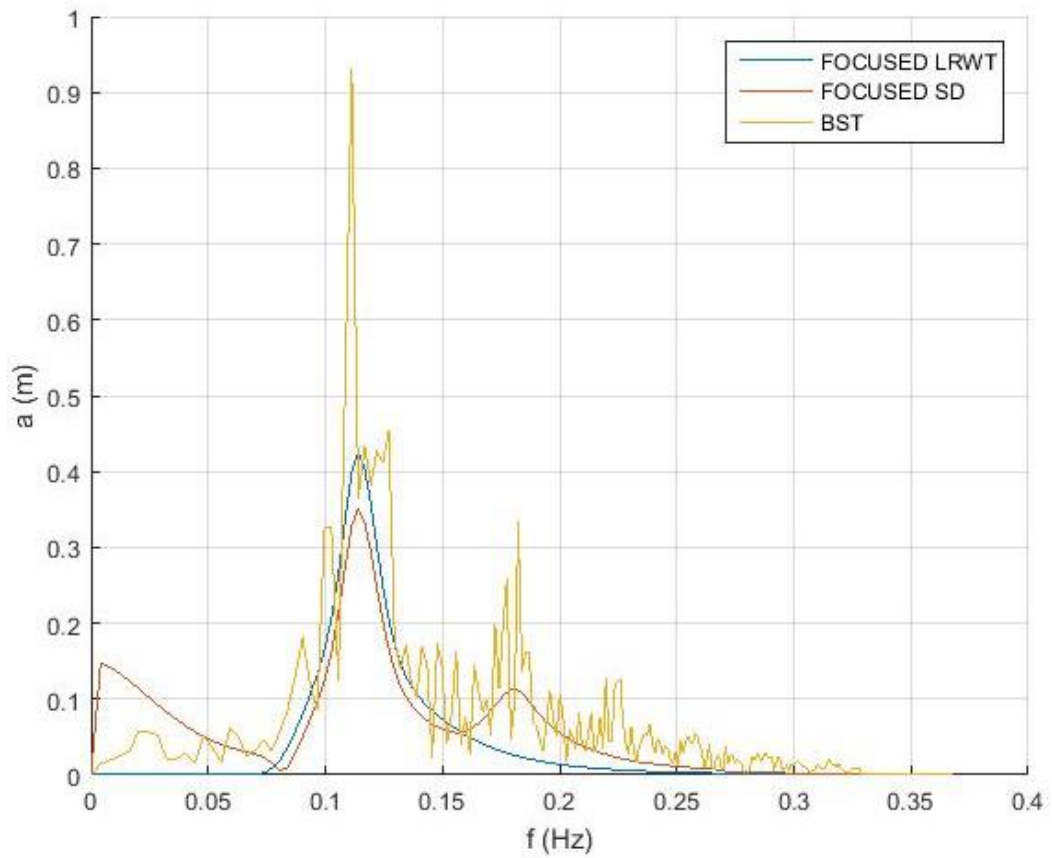
Εικόνα 41 - Σύγκριση BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 9.3228 \text{ m}$



Εικόνα 42 - Σύγκριση BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 9.3228 \text{ m}$

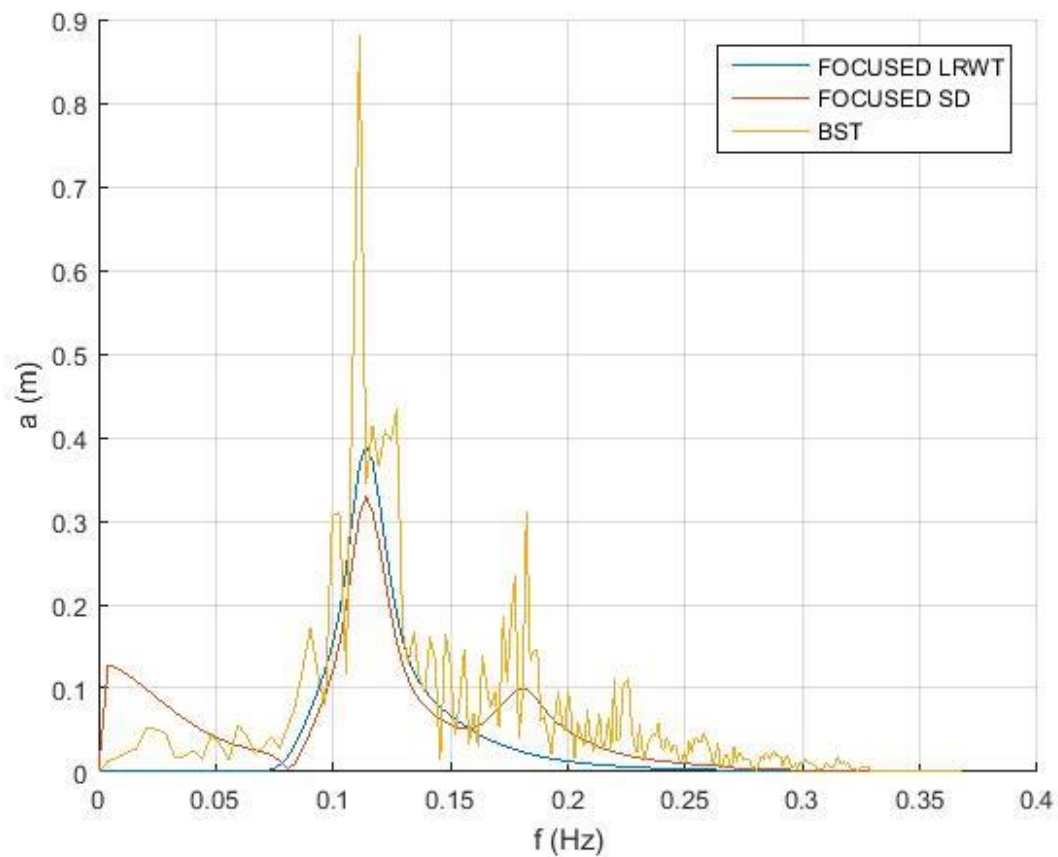


Εικόνα 43 - Φάσμα BST JONSWAP με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 7.8725 \text{ m}$



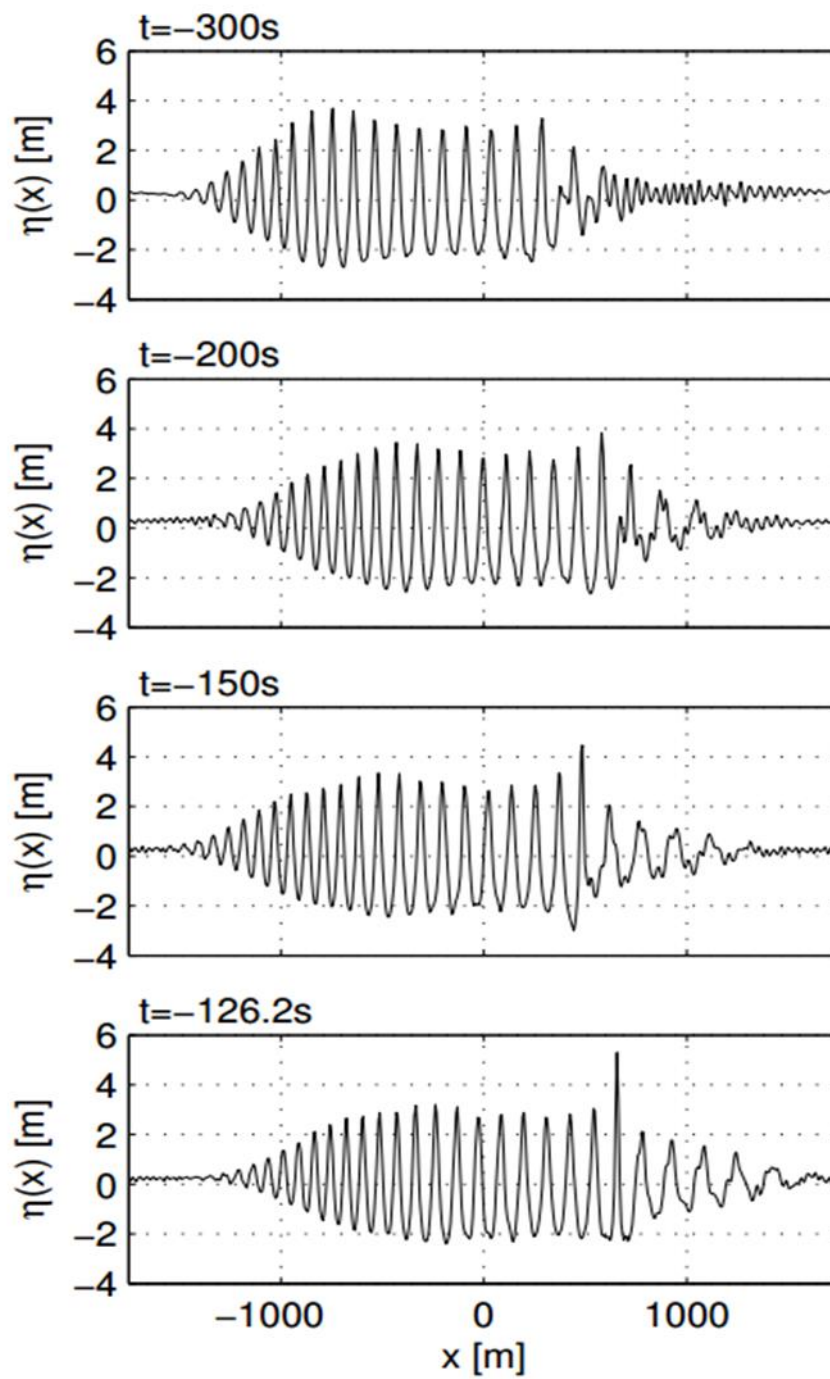
Εικόνα 44 – Φάσμα BST Rayleigh Amplitude με LRWT και SD FOCUSED WAVES

για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 10.1567 \text{ m}$



Εικόνα 45 - Φάσμα BST Rayleigh Energy με LRWT και SD FOCUSED WAVES για την t του μέγιστου ολικού ύψους του BST $\Delta\eta_{max} = 9.3228 \text{ m}$

Στην διαδικασία του μέγιστου ολικού ύψους τα LRWT, SD focused waves φτάνουν ικανοποιητικά αυτό του BST, χάνοντας όμως την μέγιστη ανύψωση και αυτό αποτελεί τροχοπέδι στην πρόβλεψη και αντιμετώπιση φαινομένων υπερπήδησης. Ακόμη, υπάρχει μεγάλη διαφορά στην ενέργεια, την πρόβλεψη της θαλάσσιας επιφάνειας και τις φορτίσεις των κυματισμών αυτών. Συγκριμένα στα διαγράμματα των φασμάτων αντανακλάται το μέγεθος της διαφοράς των φορτίσεων του BST.



Εικόνα 46 - Εξέλιξη ενός μεγάλου κύματος για $a=9.5m$ (που πλησιάζει ένα focused event, Katsardi (2007))

Κεφάλαιο 5 Συμπεράσματα

Η αλήθεια είναι ότι για χρόνια μετά το άρθρο των Sharma and Dean η δευτεροτάξια λύση ήταν ευρέως διαδεδομένη για ενδιάμεσα και μεγάλα βάθη. Όπως φαίνεται όμως από αυτήν την διπλωματική εργασία προκύπτει ότι το μη γραμμικό μοντέλο δίνει καλύτερα αποτελέσματα :

- Το μοντέλο SD δίνει ανυψώσεις πολύ πιο κοντινές σε αυτές του BST από ότι το LRWT όμως έχει μεγάλη απόκλιση στις ενεργειακές μετατοπίσεις και στις διαφορές στις φάσεις των συχνοτήτων του κυματισμού από το BST (αν και βελτιωμένες συγκριτικά με το LRWT).
- Αυτό επηρεάζει άμεσα και την κινηματική των σωματιδίων του ρευστού και επομένως θα επηρεάζει τον υπολογισμό των κυματικών φορτίσεων των κατασκευών.
- Μπορεί να χρησιμεύσει ίσως σε θέματα σχεδιασμού που αφορούν την πρόβλεψη της υπερπήδησης.
- Το focused SD wave παρομοίως υστερεί σε όλα τα παραπάνω. Αν και ως focused κυματισμός αποτελεί ακραίο φαινόμενο, δεν μπορεί να υπολογιστεί ταυτόχρονα η μέγιστη ανύψωση και το μέγιστο ύψος του κυματισμού και έτσι οδηγούμαστε σε υπο- ή υπερ- σχεδιασμό.
- Οι μέγιστες ανυψώσεις του SD είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες του BST τις περισσότερες χρονικές στιγμές με συνέπεια την υποδιαστασιολόγηση

κατασκευής με γνώμονα το μοντέλο SD. Εντοπίστηκαν όμως χρονικές στιγμές όπου ισχύει το αντίθετο, άρα είναι πιθανή αν και πολύ πιο σπάνια, η υπερδιαστασιολόγηση της κατασκευής με χρήση αποτελεσμάτων SD.

- Προφανώς οι τυχαίες φάσεις που χρησιμοποιήθηκαν είναι ενδεικτικές και για πιο ακριβή αποτελέσματα χρειάζεται αντίστοιχη ανάλυση πλήθους τυχαίων φάσεων.
- Χρονικά οι μέγιστες ανυψώσεις του BST προηγούνται κατά πολύ των άλλων δύο μοντέλων άρα σε πρόβλεψη χρονοϊστοριών των κυματισμών που επηρεάζουν πχ. θαλάσσιες κατασκευές το SD θα υστερεί σημαντικά.
- Το μη γραμμικό μοντέλο BST δίνει αρκετά πιο απότομες κλίσεις και μεγαλύτερες επιταχύνσεις, δηλαδή προβλέπει πολύ εντονότερες καταπονήσεις και μεγαλύτερα δυναμικά φαινόμενα στις θαλάσσιες κατασκευές.
- Το φάσμα με $\sum_{i=1}^n \alpha_n = 9.5 m$ που επιλέχθηκε μπορεί να θεωρηθεί ακραίο, καθώς είναι η μέγιστη τιμή αθροίσματος που μπορεί να εισαχθεί σε ένα μονοκατευθυντικό κυματικό πεδίο χωρίς να έχουμε θραύση των κυματισμών σε ενδιάμεσα βάθη. Συνεπώς, με το δεδομένο φάσμα λαμβάνοντας υπόψη τυχαία κατανομή στα πλάτη, μπορούμε να οδηγηθούμε στο μεγαλύτερο δυνατό focused sea state. Για να επιτευχθεί αυτό, θα απαιτούνταν πολλές δοκιμές με τυχαίες φάσεις.
- Η μεγαλύτερη ανύψωση και άρα και πιο έντονα αποτελέσματα γενικότερα προκύπτουν στην περίπτωση των Random Amplitudes, άρα θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως πρότυπο σχεδιασμού συγκριτικά με τις άλλες.

Βιβλιογραφία

Adcock, T. A. A., Taylor, P. H., Draper, S. (2015) “Nonlinear dynamics of wave-groups in random seas: unexpected walls of water in the open ocean”. *Proc. Roy. Soc.*, 1-6.

Airy, G. B. (1845). “Waves and Tides”. *Encyclopedia Metropolitana*.

Bocotti, P. (1983). “Some new results on statistical properties of wind waves”. *Appl. Ocean Waves Res.*, 5(3), 134-140.

Craig, W. and C. Shulem (1993). “Numerical simulation of gravity waves”. *Journal of Computational Physics* 108, 73-83.

Fenton, J. D. (1985). “A fifth order stokes’ theory for steady waves”. *J. Waterway, Port. Coastal and Ocean Eng*(111), 216-234.

Gibson, R. S., Swan, C., & Tromans, P. S. (2007). “Fully nonlinear statistics of wave crest elevation calculated using a spectral response surface method: Applications to unidirectional sea states”. *Journal of Physical Oceanography*, 37(1), pp. 3-15.

Dean R. G., Dalrymple R. A. (1991). “*Water Wave Mechanics for Engineers & Scientists (Advanced Series on Ocean Engineering-Vol2)*”. World Scientific Pub Co Inc.

Johannessen, T. B., & Swan, C. (2003). “On the nonlinear dynamics of focused wave groups in two and three dimensions”. *Proc. Roy. Soc. Lond, Ser. A*(459), 1021-1052.

- Jonathan, P., P. H. Taylor, and P. Tromans (1994). “Storm waves in the northern sea”. In *Proceedings of Conference on the Behaviour of Offshore Structures, BOSS94*.
- Katsardi, V. (2007) “Surface Water Waves in Intermediate and Shallow Waters”. *Imperial College, London*. 102-103.
- Lindgren, G. (1970). “Some properties of a normal process near”. *The Annals of Mathematical Statistics*(41), 1833-1870.
- Longuet-Higgins, M. S., & Stewart, R. W. (1960). “Changes in the form of short gravity waves”. *Journal of Fluid Mechanics*(8), 565-583.
- Papaoannou, O., & Doukas, G., (2018) “Non-linear random waves – The creation of unexpected walls of water in intermediate water depths”, *Diploma Thesis, University of Thessaly*.
- Sharma, J. N., & Dean, R. G. (1981). “Second-order directional seas and associated wave forces”. *Society of Petroleum Engineering Journal* (4), 129-140.
- Stokes, C. G. (1888). “On the theory of oscillatory waves”. *Mathematical and Physical Papers I*, 314-326.
- Swan, C., & Katsardi, V. (2009). “Predictions of the nonlinear water particle kinematics beneath extreme waves in a variety of water depths”. *Technical report, Shell*.
- Tromans, P. S., Anaturk, A. R., & Hagemeyer, P. (1991). “A new model for the kinematics of large ocean waves”. *Offshore and Polar Engineering* (3), 1-64.

