



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΛΥΓΙΣΜΟΣ ΧΑΛΥΒΔΙΝΩΝ ΜΕΛΩΝ
ΑΠΟ ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΑΠΛΩΝ
ΓΩΝΙΑΚΩΝ

ΚΟΥΙΝΗ ΔΗΜΗΤΡΑ
ΤΡΙΒΥΖΑΣ ΝΑΠΟΛΕΩΝ - ΧΡΙΣΤΟΦΟΡΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΣΟΦΙΑΝΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

ΒΟΛΟΣ, Οκτώβριος 2019

Περιεχόμενο και Ευχαριστίες

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία πραγματεύεται τον λυγισμό χαλύβδινων μελών διατομής απλού (ισοσκελούς) γωνιακού και απαρτίζεται από τρία (3) Κεφάλαια, Βιβλιογραφία και Παράρτημα.

Στο 1^ο Κεφάλαιο παρατίθεται βιβλιογραφική ανασκόπηση επί του τρέχοντος επιστημονικού πεδίου,

Στο 2^ο Κεφάλαιο υπολογίζονται κρίσιμα φορτία με βάση τον Ευρωκώδικα 3 και προτεινόμενη προσομοίωση, και

Στο 3^ο Κεφάλαιο καταγράφονται γενικά συμπεράσματα και προτάσεις.

Το κείμενο συνοδεύεται από Βιβλιογραφία και Παράρτημα

Οι συντάξαντες την Διπλωματική, θα θέλαμε να εκφράσουμε τις ευχαριστίες μας στον Καθηγητή. Σφιανόπουλο Δημήτριο για την δυνατότητα που μας έδωσε να πραγματοποιήσουμε την πτυχιακή μας εργασία. Επιπλέον, για το πολύτιμο χρόνο που διέθεσε για την περάτωση της παρούσας εργασίας. Οι σημαντικές υποδείξεις και συμβουλές του μας κατεύθυναν σ' ένα σωστό τρόπο σκέψης πάνω απ' όλα και μας προσέφεραν σημαντικά εφόδια για την μετέπειτα ζωή μας.

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε ακόμα, όλους του καθηγητές της Πολυτεχνικής Σχολής Πανεπιστημίου Θεσσαλίας για τις πολύτιμες γνώσεις που μου προσέφεραν όλα αυτά τα χρόνια.

Τέλος, θέλουμε να εκφράσουμε ένα τεράστιο ευχαριστώ στις οικογένειες μας, για την στήριξη και την εμπιστοσύνη που μας έδειξαν όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μας. Πέραν όμως από την πολύτιμη αυτή στήριξη, μας έδωσαν όλα τα εφόδια ώστε να γίνουμε σωστοί Άνθρωπος και αυτό είναι κάτι που δεν μαθαίνεται, αλλά μεταδίδεται.

Δ. Κουίνη

Ν. Τριβυζάς

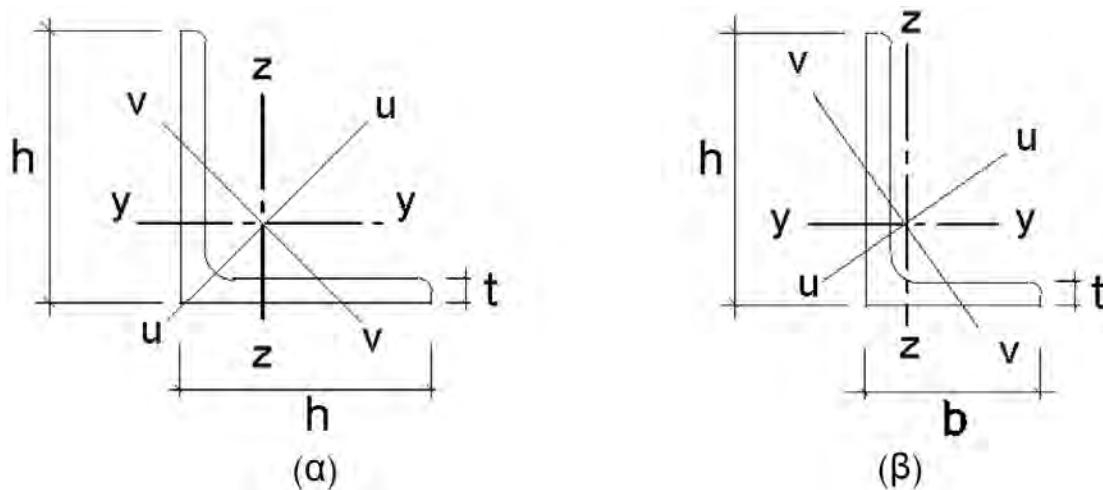
Πίνακας Περιεχομένων

| | |
|--|----|
| Περιεχόμενο και Ευχαριστίες..... | 1 |
| Κεφάλαιο 1: Βιβλιογραφική Ανασκόπηση | 3 |
| 1.1 Γενικά Στοιχεία..... | 3 |
| 1.2 Προβλέψεις Ευρωπαϊκών και Αμερικανικών Κανονισμών | 4 |
| 1.2.1 Ευρωκώδικας 3..... | 4 |
| 1.2.2 ANSI/AISC 360-16..... | 10 |
| 1.3 Ανασκόπηση Χαρακτηριστικών Δημοσιεύσεων | 16 |
| Κεφάλαιο 2: Υπολογισμός Κρίσιμων Φορτίων | 21 |
| Κεφάλαιο 3: Συμπεράσματα - Προτάσεις | 35 |
| ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ | 36 |

Κεφάλαιο 1: Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

1.1 Γενικά Στοιχεία

Μέλη από απλά γωνιακά, που συνδέονται με το ένα σκέλος τους, άρχισαν να χρησιμοποιούνται, ως φέροντα στοιχεία στις σιδηρές και μετέπειτα χαλύβδινες κατασκευές, από την εποχή που ο σίδηρος/χάλυβας εισήχθη σαν δομικό υλικό. Μερικές από τις πιο δημοφιλείς εφαρμογές τους είναι σε επίπεδα ή χωρικά δικτυώματα, αλλά και σε ιστούς μεταφοράς ενέργειας και τηλεπικοινωνιών. Σήμερα, έχουν τυποποιηθεί στην παραγωγή δύο είδη διατομών γωνιακών, τα ισοσκελή και τα ανισοσκελή, η γεωμετρία και οι άξονες των οποίων απεικονίζονται στο Σχήμα 1.1, που αποτελεί απόσπασμα από το Μέρος 1.1 του Ευρωκώδικα 3 [2], ενώ απόσπασμα που αφορά την σύμβαση αξόνων δίνεται αυτούσιο μετά το εν λόγω Σχήμα.



Σχήμα 1.1 Διατομή ισοσκελούς (α) και ανισοσκελούς γωνιακού (β)

Conventions for member axes

(2) For steel members, the conventions used for cross-section axes are:

– for angle sections:

y-y - axis parallel to the smaller leg

z-z - axis perpendicular to the smaller leg

– where necessary:

u-u - major principal axis (where this does not coincide with the yy axis)

v-v - minor principal axis (where this does not coincide with the zz axis)

NOTE All rules in this Eurocode relate to principal axis properties, which are generally defined by the axes y-y and z-z but for sections such as angles are defined by the axes u-u and v-v.

Οι άξονες $y-y$ και $z-z$ είναι οι επονομαζόμενοι **γεωμετρικοί άξονες** (geometric axes), ενώ οι $u-u$ και $v-v$ είναι οι καλούμενοι **κύριοι άξονες** (principal axes). Από αυτούς, ο $u-u$ ονομάζεται *πρωτεύων* (major) και ο $v-v$ *δευτερεύων* (minor). Μια επίσης αποδεκτή ονοματολογία θα ήταν *ισχυρός* και *ασθενής* αντίστοιχα. Η διατομή ισοσκελούς γωνιακού παρουσιάζει συμμετρία ως προς των άξονα $u-u$, οπότε το σύστημα των αξόνων $y-y$, $z-z$ αν περιστραφεί κατά 45 μοίρες οδηγεί σε αυτό των κυρίων αξόνων. Αντίθετα, η διατομή ανισοσκελούς γωνιακού δεν διαθέτει συμμετρία, οπότε η γωνία μεταξύ των δύο αυτών συστημάτων αξόνων εξαρτάται από τη σχέση μεταξύ των μηκών των σκελών h , b και του πάχους t . Στο παραπάνω Σχήμα, το σημείο τομής των αξόνων είναι ουσιαστικά το κέντρο βάρους της διατομής. Όμως, επειδή πρόκειται περί ανοικτών διατομών, τούτο δεν ταυτίζεται με το κέντρο διάτμησης αυτών.

Ανατρέχοντας σε βασικές αρχές της Μηχανικής των Στερεών, διαπιστώνουμε ότι οι κύριοι (κάθετοι μεταξύ τους) κύριοι άξονες μιας διατομής είναι αυτοί ως προς τους οποίους η διατομή εμφανίζει τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της ροπής αδρανείας της. Σε περίπτωση συνεπώς ανεμπόδιστης θλίψης, ένα μέλος διατομής απλού γωνιακού έχει τη μέγιστη αντοχή σε λυγισμό ως προς τον πρωτεύοντα άξονα και την μέγιστη τάση να λυγίσει ως προς τον δευτερεύοντα άξονα. Άρα, η γνώση της θέσης των αξόνων αυτών αποτελεί κύριο μέλημα για ασφαλή και οικονομικό σχεδιασμό.

Επιπρόσθετα, ισχύει ότι τα μέλη από απλά γωνιακά συνδέονται (είτε μέσω κοχλίωσης με έναν ή περισσότερους κοχλίες, είτε μέσω συγκόλλησης) με αποτέλεσμα να εμφανίζεται – πέραν της προφανούς εκκεντρότητας λόγω της θέσης των αξόνων – και επιπρόσθετη εκκεντρότητα λόγω της σύνδεσης.

1.2 Προβλέψεις Ευρωπαϊκών και Αμερικανικών Κανονισμών

1.2.1 Ευρωκώδικας 3

Στο Μέρος 1-1 του Ευρωκώδικα 3 [2], οι διατομές απλών γωνιακών κατατάσσονται στην Κατηγορία 3 ή 4, σύμφωνα με το απόσπασμα του εκεί Πίνακα 5.2, που δίνεται υπό τη μορφή του Σχήματος 1.2. Πριν την παράθεση του Σχήματος αυτού, κρίνεται σκόπιμη η υπενθύμιση της έννοιας κατάταξης διατομής στις δύο αυτές Κατηγορίες (§5.5.2 EN 1993.01.01):

Διατομές Κατηγορίας 3 είναι εκείνες στις οποίες η τάση στις ακραίες θλιβόμενες ίνες του χαλύβδινου μέλους – θεωρώντας ελαστική κατανομή της τάσης –

μπορούν να φθάσουν την αντοχή διαρροής, ενώ ο τοπικός λυγισμός είναι υπεύθυνος για να αποτραπεί η ανάπτυξη της πλαστικής ροπής αντίστασης.

Για τις διατομές Κατηγορίας 4 μπορεί να χρησιμοποιηθούν τα ενεργά πλάτη για να επιτευχθούν οι αναγκαίες ανοχές (περιθώρια) μείωσης της αντοχής λόγω επιρροών τοπικού λυγισμού, σύμφωνα με την §5.2.2 του EN 1993-1-5 (Δομικά στοιχεία από επίπεδα ελάσματα).

Table 5.2 (sheet 3 of 3): Maximum width-to-thickness ratios for compression parts

| Angles | |
|---|---|
| Refer also to “Outstand flanges” (see sheet 2 of 3) | <p>Does not apply to angles in continuous contact with other components</p> |
| Class | Section in compression |
| Stress distribution across section (compression positive) | |
| 3 | $h/t \leq 15\varepsilon : \frac{b+h}{2t} \leq 11,5\varepsilon \quad \varepsilon = \sqrt{235/f_y}$ |

Σχήμα 1.2 Απόσπασμα του Πίνακα 5.2 του EN 1993.01.01

Ως ένα βαθμό, μέλη απλών γωνιακών μπορούν να ενταχθούν στον EN 1993-1-5 [3], σύμφωνα με την §4.4 αυτού, όπου υφίσταται αναφορά σε μέλη από απλά γωνιακά. Το ακριβές Αγγλικό κείμενο της παραγράφου αυτής δίνεται παρακάτω, χωρίς περαιτέρω ιδιαίτερη μνεία στο περιεχόμενο της.

4.4 Plate elements without longitudinal stiffeners

(1) The effective^p areas of flat compression elements should be obtained using Table 4.1 for internal elements and Table 4.2 for outstand elements. The effective^p area of the compression zone of a plate with the gross cross-sectional area A_c should be obtained from:

$$A_{c,eff} = \rho A_c \quad (4.1)$$

where ρ is the reduction factor for plate buckling.

(2) The reduction factor ρ may be taken as follows:

- internal compression elements:

$$\rho = 1,0 \quad \text{for } \bar{\lambda}_p \leq 0,673$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{for } \bar{\lambda}_p > 0,673, \text{ where } (3 + \psi) \geq 0 \quad (4.2)$$

- outstand compression elements:

$$\begin{aligned} \rho &= 1,0 && \text{for } \bar{\lambda}_p \leq 0,748 \\ \rho &= \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 && \text{for } \bar{\lambda}_p > 0,748 \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\text{where } \bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

ψ is the stress ratio determined in accordance with 4.4(3) and 4.4(4)

\bar{b} is the appropriate width to be taken as follows (for definitions, see Table 5.2 of EN 1993-1-1)

b_w for webs;

b for internal flange elements (except RHS);

$b - 3 t$ for flanges of RHS;

c for outstand flanges;

h for equal-leg angles;

h for unequal-leg angles;

k_σ is the buckling factor corresponding to the stress ratio ψ and boundary conditions. For long plates k_σ is given in Table 4.1 or Table 4.2 as appropriate;

t is the thickness;

σ_{cr} is the elastic critical plate buckling stress see equation (A.1) in Annex A.1(2) and Table 4.1 and Table 4.2;

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y [N/mm^2]}}$$

(3) For flange elements of I-sections and box girders the stress ratio ψ used in Table 4.1 and Table 4.2 should be based on the properties of the gross cross-sectional area, due allowance being made for shear lag in the flanges if relevant. For web elements the stress ratio ψ used in Table 4.1 should be obtained using a stress distribution based on the effective area of the compression flange and the gross area of the web.

NOTE: If the stress distribution results from different stages of construction (as e.g. in a composite bridge) the stresses from the various stages may first be calculated with a cross section consisting of effective flanges and gross web and these stresses are added together. This resulting stress distribution determines an effective web section that can be used for all stages to calculate the final stress distribution for stress analysis.

(4) Except as given in 4.4(5), the plate slenderness $\bar{\lambda}_p$ of an element may be replaced by:

$$\bar{\lambda}_{p,red} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{com,Ed}}{f_y / \gamma_{M0}}} \quad (4.4)$$

where $\sigma_{com,Ed}$ is the maximum design compressive stress in the element determined using the effective^p area of the section caused by all simultaneous actions.

NOTE 1: The above procedure is conservative and requires an iterative calculation in which the stress ratio ψ (see Table 4.1 and Table 4.2) is determined at each step from the stresses calculated on the effective^p cross-section defined at the end of the previous step.

NOTE 2: See also alternative procedure in Annex E.

(5) For the verification of the design buckling resistance of a class 4 member using 6.3.1, 6.3.2 or 6.3.4 of EN 1993-1-1, either the plate slenderness $\bar{\lambda}_p$ or $\bar{\lambda}_{p,red}$ with $\sigma_{com,Ed}$ based on second order analysis with global imperfections should be used.

(6) For aspect ratios $a/b < 1$ a column type of buckling may occur and the check should be performed according to 4.5.4 using the reduction factor ρ_c .

NOTE: This applies e.g. for flat elements between transverse stiffeners where plate buckling could be column-like and require a reduction factor ρ_c close to χ_c as for column buckling, see Figure 4.3 a) and b). For plates with longitudinal stiffeners column type buckling may also occur for $a/b \geq 1$, see Figure 4.3 c).

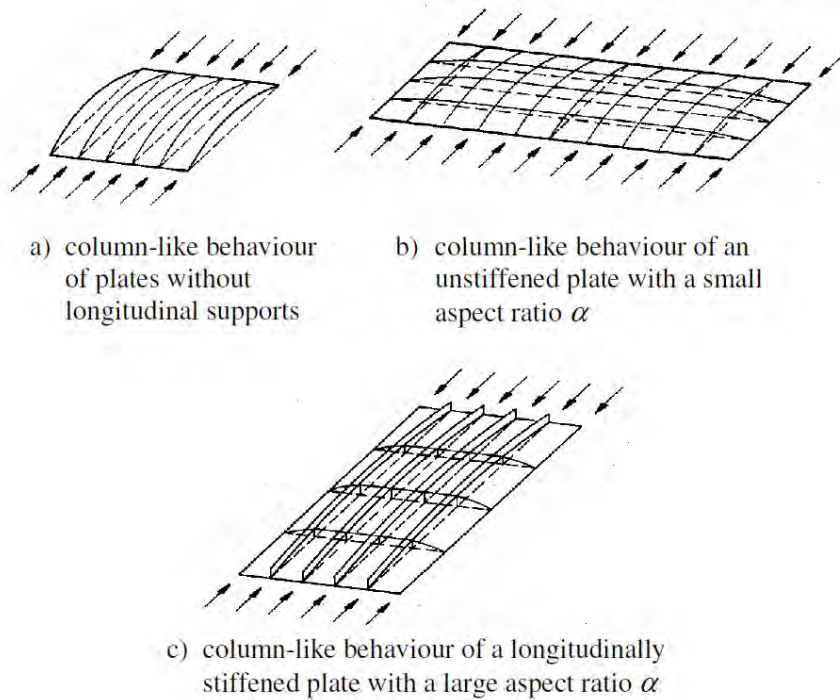
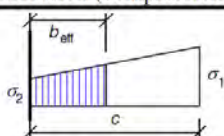
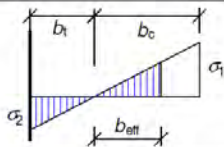
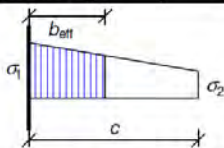
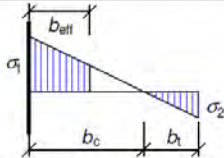


Figure 4.3: Column-like behaviour

Table 4.1: Internal compression elements

| Stress distribution (compression positive) | | | | Effective ^p width b_{eff} | | |
|--|-----|-----------------------|------|---|------|---------------------|
| | | | | $\psi = 1:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,5 b_{eff}$ | | |
| | | | | $1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi} b_{eff} \quad b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$ | | |
| | | | | $\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,6 b_{eff}$ | | |
| $\psi = \sigma_2 / \sigma_1$ | 1 | $1 > \psi > 0$ | 0 | $0 > \psi > -1$ | -1 | $-1 > \psi > -3$ |
| Buckling factor k_σ | 4,0 | $8,2 / (1,05 + \psi)$ | 7,81 | $7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$ | 23,9 | $5,98 (1 - \psi)^2$ |

Table 4.2: Outstand compression elements

| Stress distribution (compression positive) | | Effective ^p width b_{eff} | | | |
|---|------|---|------|--------------------------------|------|
|  | | $1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho c$ | | | |
|  | | $\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1-\psi)$ | | | |
| $\psi = \sigma_2/\sigma_1$ | 1 | 0 | -1 | $1 \geq \psi \geq -3$ | |
| Buckling factor k_{σ} | 0,43 | 0,57 | 0,85 | $0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$ | |
|  | | $1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho c$ | | | |
|  | | $\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1-\psi)$ | | | |
| $\psi = \sigma_2/\sigma_1$ | 1 | $1 > \psi > 0$ | 0 | $0 > \psi > -1$ | -1 |
| Buckling factor k_{σ} | 0,43 | $0,578 / (\psi + 0,34)$ | 1,70 | $1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$ | 23,8 |

Annex E [normative] – Alternative methods for determining effective cross sections

E.1 Effective areas for stress levels below the yield strength

(1) As an alternative to the method given in 4.4(2) the following formulae may be applied to determine effective areas at stress levels lower than the yield strength:

a) for internal compression elements:

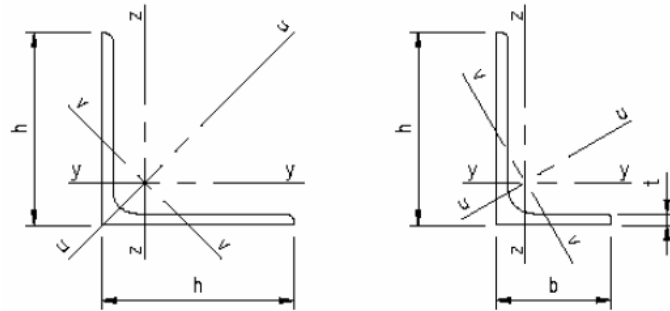
$$\rho = \frac{1 - 0,055(3 + \psi) / \bar{\lambda}_{p,red}}{\bar{\lambda}_{p,red}} + 0,18 \frac{(\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_{p,red})}{(\bar{\lambda}_p - 0,6)} \text{ but } \rho \leq 1,0 \tag{E.1}$$

b) for outstand compression elements:

$$\rho = \frac{1 - 0,188 / \bar{\lambda}_{p,red}}{\bar{\lambda}_{p,red}} + 0,18 \frac{(\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_{p,red})}{(\bar{\lambda}_p - 0,6)} \text{ but } \rho \leq 1,0 \tag{E.2}$$

For notations see 4.4(2) and 4.4(4). For calculation of resistance to global buckling 4.4(5) applies.

Πέραν των ανωτέρω, και ο EN 1993.03.01 [5] περιέχει αρκετές πληροφορίες για τον σχεδιασμό μελών από απλά γωνιακά, που χρησιμοποιούνται σε ιστούς και πύργους. Οι συνήθεις διατομές είναι της μορφής



και ως θλιβόμενα μέλη θα πρέπει να σχεδιάζονται σύμφωνα με το παρακάτω απόσπασμα:

6.3.1 Compression members

(1) Compression members in lattice towers and masts should be designed using one of the following two procedures:

- a) the method according to the provisions of Annex G and Annex H.
- b) the method given in EN 1993-1-1 taking account of eccentricities.

NOTE 1: The method given in EN 1993-1-1, Annex B, B.1.2(2)B may give conservative results for the buckling resistance of members in lattice towers and masts.

NOTE 2: The choice of the procedure may be made in the National Annex.

(2) The effective cross section properties of members should be calculated according to 4.3 of EN 1993-1-5.

NOTE 1: For angles the reduction factor ρ may be determined with the slenderness $\bar{\lambda}_\rho$ taking into account the appropriate width \bar{b} of the compression leg as follows:

a) for equal leg angles:

$$\bar{\lambda}_\rho = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{(h-2t)/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

b) for unequal leg angles:

$$\bar{\lambda}_{\rho,1} = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{(h-2t)/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \text{ and}$$

$$\bar{\lambda}_{\rho,2} = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{(b-2t)/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

NOTE 2: In the case of angles connected by one leg, the reduction factor, ρ , only applies to the connected leg.

NOTE 3: For k_σ see EN 1993-1-5. For a leg of an angle in compression, $k_\sigma = 0,43$.

(3) The torsional and/or flexural-torsional mode should also be checked as follows:

- a) Torsional buckling of equal legged angles is covered by the plate buckling verification, see (2).
- b) For unequal legged angles and all other cross sections, see 6.3.1.4 of EN 1993-1-1 and EN 1993-1-3.

G.1 Buckling resistance of compression members

(1) The design buckling resistance of a compression member in a lattice tower or mast should be determined according to EN 1993-1-1 as:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \text{ for class 1,2 and 3 cross section} \quad \dots \text{ (G.1a)}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} \text{ for class 4 cross sections} \quad \dots \text{ (G.1b)}$$

where χ is the reduction factor for the relevant buckling mode defined in 6.3.1.2 of EN 1993-1-1.

(2) For constant axial compression in members of constant cross section, the reduction factor χ and the factor ϕ to determine χ should both be determined with the effective slenderness ratio $\bar{\lambda}_{eff}$ instead of $\bar{\lambda}$. The effective slenderness ratio $\bar{\lambda}_{eff}$ is defined as:

$$\bar{\lambda}_{eff} = k \bar{\lambda} \quad \dots \text{ (G.2)}$$

where

k is the effective slenderness factor obtained from G.2 and

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

λ_1 is defined in EN 1993-1-1

λ is the slenderness for the relevant buckling mode see Annex H.

NOTE: The effective slenderness takes into account the support conditions of the compression member.

(3) For single angle members which are not connected rigidly at both ends (at least with two bolts, if bolted), the design buckling resistance defined in G.1(1) should be reduced by a reduction factor η .

NOTE: The reduction factor η may be defined in the National Annex. The following values are recommended:

$\eta = 0.8$ for single angle members connected by one bolt at each end;

$\eta = 0.9$ for single angle members connected by one bolt at one end and continuous or rigidly connected at the other end.

ενώ σε Πίνακες και στο Παράρτημα Η δίδεται ο τρόπος υπολογισμού του ισοδύναμου μήκους λυγισμού ανάλογα με τις συνδέσεις στα άκρα του μέλους, τη θέση του στον φορέα και τη γεωμετρία της διατομής του.

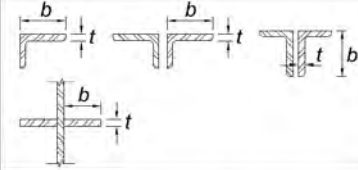
Εκ νέου, εμφανίζεται η αδυναμία του Ευρωκώδικα 3 να εντάξει ομοιόμορφα σχεδιασμό σε ένα συνολικό κείμενο, ενώ υπάρχει μηδενική θεωρητική τεκμηρίωση. Τούτο αποτελεί αποτρεπτικό παράγοντα για τον Μηχανικό της καθημερινής πράξης προκειμένου να εφαρμόσει τις ισχύουσες διατάξεις. Γενικότερα πάντως, ο λυγισμός μελών από απλά γωνιακά δεν αντιμετωπίζεται συνολικά, αλλά αποσπασματικά, παρά το γεγονός ότι τέτοια μέλη χρησιμοποιούνται κατά κόρον στις χαλύβδινες κατασκευές.

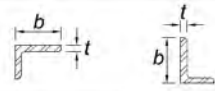
1.2.2 ANSI/AISC 360-16

Σε αντίθεση με τις προβλέψεις / διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, όπως αυτές παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο εδάφιο, ο Αμερικανικός Κανονισμός ANSI/AISC 360-16 [17], περιλαμβάνει εκτενή και άκρως τεκμηριωμένη αναφορά στο πρόβλημα τοπικού αλλά και καθολικού λυγισμού θλιβόμενων ή/και

καμπτόμενων χαλύβδινων μελών διατομής απλών (ισοσκελών ή/και ανισοσκελών) γωνιακών.

Πιο συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο B4 (Member properties), όπου κατατάσσονται οι διατομές σε τοπικό λυγισμό, τόσο για μη ενισχυμένα (unstiffened) όσο και για ενισχυμένα (stiffened) στοιχεία, οι διατομές απλών γωνιακών διαχωρίζονται σε μη λυγηρές και λυγηρές, ανάλογα με την τιμή του λόγου b/t . Εδώ b είναι το μήκος του σκέλους και t το πάχος του, ο δε διαχωρισμός εξαρτάται από το αν υπερβαίνει ο λόγος αυτός κάποια συγκεκριμένη τιμή, που είναι συνάρτηση του μέτρου ελαστικότητας E και της τάσης διαρροής F_y . Για θλιβόμενα μέλη υπό αξονική δύναμη ο διαχωρισμός είναι απλός (Πίνακας B4.1a), ενώ για θλιβόμενα μέλη υπό κάμψη (Πίνακας B4.1b) ο διαχωρισμός περιέχει και την έννοια του συμπαγούς (compactness). Απόσπασμα του Πίνακα αυτού, που αφορά στα απλά γωνιακά, παρατίθεται στο Σχήμα 1.3, που ακολουθεί.

| TABLE B4.1a | | | | |
|--|--|--------------------------|--|--|
| Width-to-Thickness Ratios: Compression Elements | | | | |
| Members Subject to Axial Compression | | | | |
| Case | Description of Element | Width-to-Thickness Ratio | Limiting Width-to-Thickness Ratio λ_r (nonslender/slender) | Examples |
| 3 | Legs of single angles, legs of double angles with separators, and all other unstiffened elements | b/t | $0.45 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ |  |

| TABLE B4.1b | | | | | |
|--|------------------------|--------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|---|
| Width-to-Thickness Ratios: Compression Elements | | | | | |
| Members Subject to Flexure | | | | | |
| Case | Description of Element | Width-to-Thickness Ratio | Limiting Width-to-Thickness Ratio | | Examples |
| | | | λ_p (compact/noncompact) | λ_r (noncompact/slender) | |
| 12 | Legs of single angles | b/t | $0.54 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ | $0.91 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ |  |

Σχήμα 1.3 Απόσπασμα του Πίνακα B 4.1 του AISC 360-16

Τα ουσιώδη Κεφάλαια του τρέχοντος Κανονισμού, που σχετίζονται με τον τοπικό αλλά και τον καθολικό λυγισμό θλιβόμενων ή καμπτόμενων μελών από απλά γωνιακά είναι τα E4 (Torsional and Flexural-Torsional Buckling of Single

Angles and Members without Slender Elements) και E5 (Single-Angle Compression Members). Ιδιαίτερα δε επεξηγηματικό και διαφωτιστικό είναι το περιεχόμενο του σχολιαστικού Κεφαλαίου F10 (Single Angles). Ορισμένα χαρακτηριστικά αποσπάσματα του εν λόγω Κανονισμού έχουν ως εξής:

E4. TORSIONAL AND FLEXURAL-TORSIONAL BUCKLING OF SINGLE ANGLES AND MEMBERS WITHOUT SLENDER ELEMENTS

This section applies to singly symmetric and unsymmetric members, certain doubly symmetric members, such as cruciform or built-up members, and doubly symmetric members when the torsional unbraced length exceeds the lateral unbraced length, all without slender elements. These provisions also apply to single angles with $b/t > 0.71\sqrt{E/F_y}$, where b is the width of the longest leg and t is the thickness.

The nominal compressive strength, P_n , shall be determined based on the limit states of torsional and flexural-torsional buckling:

$$P_n = F_{cr} A_g \quad (E4-1)$$

The critical stress, F_{cr} , shall be determined according to Equation E3-2 or E3-3, using the torsional or flexural-torsional elastic buckling stress, F_e , determined as follows:

(a) For doubly symmetric members twisting about the shear center

$$F_e = \left(\frac{\pi^2 EC_w}{L_{cz}^2} + GJ \right) \frac{1}{I_x + I_y} \quad (E4-2)$$

(b) For singly symmetric members twisting about the shear center where y is the axis of symmetry

$$F_e = \left(\frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \right) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey} F_{ez} H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right] \quad (E4-3)$$

User Note: For singly symmetric members with the x -axis as the axis of symmetry, such as channels, Equation E4-3 is applicable with F_{ey} replaced by F_{ex} .

(c) For unsymmetric members twisting about the shear center, F_e is the lowest root of the cubic equation

$$(F_e - F_{ex})(F_e - F_{ey})(F_e - F_{ez}) - F_e^2(F_e - F_{ey})\left(\frac{x_o}{\bar{r}_o}\right)^2 - F_e^2(F_e - F_{ex})\left(\frac{y_o}{\bar{r}_o}\right)^2 = 0 \quad (E4-4)$$

where

C_w = warping constant, in.⁶ (mm⁶)

$$F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L_{cx}}{r_x}\right)^2} \quad (\text{E4-5})$$

$$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L_{cy}}{r_y}\right)^2} \quad (\text{E4-6})$$

$$F_{ez} = \left(\frac{\pi^2 E C_w}{L_{cz}^2} + GJ\right) \frac{1}{A_g \bar{r}_o^2} \quad (\text{E4-7})$$

G = shear modulus of elasticity of steel = 11,200 ksi (77 200 MPa)

H = flexural constant

$$= 1 - \frac{x_o^2 + y_o^2}{\bar{r}_o^2} \quad (\text{E4-8})$$

I_x, I_y = moment of inertia about the principal axes, in.⁴ (mm⁴)

J = torsional constant, in.⁴ (mm⁴)

K_x = effective length factor for flexural buckling about x -axis

K_y = effective length factor for flexural buckling about y -axis

K_z = effective length factor for torsional buckling about the longitudinal axis

L_{cx} = $K_x L_x$ = effective length of member for buckling about x -axis, in. (mm)

L_{cy} = $K_y L_y$ = effective length of member for buckling about y -axis, in. (mm)

L_{cz} = $K_z L_z$ = effective length of member for buckling about longitudinal axis, in. (mm)

L_x, L_y, L_z = laterally unbraced length of the member for each axis, in. (mm)

\bar{r}_o = polar radius of gyration about the shear center, in. (mm)

$$\bar{r}_o^2 = x_o^2 + y_o^2 + \frac{I_x + I_y}{A_g} \quad (\text{E4-9})$$

r_x = radius of gyration about x -axis, in. (mm)

r_y = radius of gyration about y -axis, in. (mm)

x_o, y_o = coordinates of the shear center with respect to the centroid, in. (mm)

User Note: For doubly symmetric I-shaped sections, C_w may be taken as $I_y h_o^2 / 4$, where h_o is the distance between flange centroids, in lieu of a more precise analysis. For tees and double angles, omit the term with C_w when computing F_{ez} and take x_o as 0.

- (d) For members with lateral bracing offset from the shear center, the elastic buckling stress, F_e , shall be determined by analysis.

User Note: Members with lateral bracing offset from the shear center are susceptible to constrained-axis torsional buckling, which is discussed in the Commentary.

E5. SINGLE-ANGLE COMPRESSION MEMBERS

The nominal compressive strength, P_n , of single-angle members shall be the lowest value based on the limit states of flexural buckling in accordance with Section E3 or Section E7, as applicable, or flexural-torsional buckling in accordance with Section E4. Flexural-torsional buckling need not be considered when $b/t \leq 0.71\sqrt{E/F_y}$.

The effects of eccentricity on single-angle members are permitted to be neglected and the member evaluated as axially loaded using one of the effective slenderness ratios specified in Section E5(a) or E5(b), provided that the following requirements are met:

- (1) Members are loaded at the ends in compression through the same one leg.
- (2) Members are attached by welding or by connections with a minimum of two bolts.
- (3) There are no intermediate transverse loads.
- (4) L_c/r as determined in this section does not exceed 200.
- (5) For unequal leg angles, the ratio of long leg width to short leg width is less than 1.7.

Single-angle members that do not meet these requirements or the requirements described in Section E5(a) or (b) shall be evaluated for combined axial load and flexure using the provisions of Chapter H.

- (a) For angles that are individual members or are web members of planar trusses with adjacent web members attached to the same side of the gusset plate or chord

- (1) For equal-leg angles or unequal-leg angles connected through the longer leg

$$(i) \text{ When } \frac{L}{r_a} \leq 80$$

$$\frac{L_c}{r} = 72 + 0.75 \frac{L}{r_a} \quad (E5-1)$$

$$(ii) \text{ When } \frac{L}{r_a} > 80$$

$$\frac{L_c}{r} = 32 + 1.25 \frac{L}{r_a} \quad (E5-2)$$

- (2) For unequal-leg angles connected through the shorter leg, L_c/r from Equations E5-1 and E5-2 shall be increased by adding $4[(b_l/b_s)^2 - 1]$, but L_c/r of the members shall not be taken as less than $0.95L/r_z$.

- (b) For angles that are web members of box or space trusses with adjacent web members attached to the same side of the gusset plate or chord

- (1) For equal-leg angles or unequal-leg angles connected through the longer leg

$$(i) \text{ When } \frac{L}{r_a} \leq 75$$

$$\frac{L_c}{r} = 60 + 0.8 \frac{L}{r_a} \quad (E5-3)$$

(ii) When $\frac{L}{r_a} > 75$

$$\frac{L_c}{r} = 45 + \frac{L}{r_a} \quad (\text{E5-4})$$

(2) For unequal-leg angles with leg length ratios less than 1.7 and connected through the shorter leg, L_c/r from Equations E5-3 and E5-4 shall be increased by adding $6[(b_l/b_s)^2 - 1]$, but L_c/r of the member shall not be taken as less than $0.82L/r_z$

where

L = length of member between work points at truss chord centerlines, in. (mm)

L_c = effective length of the member for buckling about the minor axis, in. (mm)

b_l = length of longer leg of angle, in. (mm)

b_s = length of shorter leg of angle, in. (mm)

r_a = radius of gyration about the geometric axis parallel to the connected leg, in. (mm)

r_z = radius of gyration about the minor principal axis, in. (mm)

E7. MEMBERS WITH SLENDER ELEMENTS

This section applies to slender-element compression members, as defined in Section B4.1 for elements in axial compression.

The nominal compressive strength, P_n , shall be the lowest value based on the applicable limit states of flexural buckling, torsional buckling, and flexural-torsional buckling in interaction with local buckling.

$$P_n = F_{cr} A_e \quad (\text{E7-1})$$

where

A_e = summation of the effective areas of the cross section based on reduced effective widths, b_e , d_e or h_e , or the area as given by Equations E7-6 or E7-7, in.² (mm²).

F_{cr} = critical stress determined in accordance with Section E3 or E4, ksi (MPa).
For single angles, determine F_{cr} in accordance with Section E3 only.

User Note: The effective area, A_e , may be determined by deducting from the gross area, A_g , the reduction in area of each slender element determined as $(b - b_e)t$.

where

C_b is computed using Equation F1-1 with a maximum value of 1.5

A = cross-sectional area of angle, in.² (mm²)

L_b = laterally unbraced length of member, in. (mm)

F10. SINGLE ANGLES

Flexural strength limits are established for the limit states of yielding, lateral-torsional buckling, and leg local buckling of single-angle beams. In addition to addressing the general case of unequal-leg single angles, the equal-leg angle is treated as a special case. Furthermore, bending of equal-leg angles about a geometric axis, an axis parallel to one of the legs, is addressed separately as it is a common case of angle bending.

The tips of an angle refer to the free edges of the two legs. In most cases of unrestrained bending, the flexural stresses at the two tips will have the same sign (tension or compression). For constrained bending about a geometric axis, the tip stresses will differ in sign. Provisions for both tension and compression at the tip should be checked, as appropriate, but in most cases it will be evident which controls.

Πάντως, διαπιστώνεται ότι ο Αμερικανικός Κανονισμός εμβαθύνει ιδιαίτερα στα μέλη από απλά γωνιακά σε ένα και όχι πολλαπλά κείμενα, σε αντίθεση με τον Ευρωκώδικα 3.

1.3 Ανασκόπηση Χαρακτηριστικών Δημοσιεύσεων

Για τους λόγους που αναφέρθηκαν στην αρχή του παρόντος Κεφαλαίου, η απόκριση χαλύβδινων μελών από απλά γωνιακά έχει απασχολήσει σε σημαντικό βαθμό την Επιστημονική Κοινότητα. Λόγω του μεγάλου αριθμού σχετικών δημοσιεύσεων, έγινε επιλογή μιας σχετικά παλαιάς (αλλά ιδιαίτερα χαρακτηριστικής) και κάποιων άλλων εργασιών που δημοσιεύτηκαν μετά το 2007. Δεν θα παρουσιαστούν εδώ ούτε σχήματα ούτε εξισώσεις από τις δημοσιεύσεις αυτές για λόγους copyright, παρά μόνο τα ευρύτερα σχετικά συμπεράσματα.

Η πρωτοπόρα εργασία των Al-Sayed και Bjorhonde, που δημοσιεύτηκε το 1989 [1], αφορά την ανελαστική συμπεριφορά στύλων διατομής απλού γωνιακού. Παρουσιάστηκε μια θεωρητική έρευνα της αντοχής και της συμπεριφοράς τέτοιων στύλων, με ιδιαίτερη έμφαση στην ανελαστική τους απόκριση. Εξετάστηκαν τα χαρακτηριστικά του καμπτικού και του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, λαμβάνοντας υπόψη την παρουσία παραμενουσών τάσεων και διαφορικών επιρροών στρέβλωσης. Δόθηκε μια γενική λύση εφαρμόσιμη γενικά για ασύμμετρες διατομές και ειδικά για διατομές γωνιακών. Για ευκολία στους υπολογισμούς, η όλη διαδικασία οδήγησε σε εκείνο το μήκος του στύλου, που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη τιμή του φορτίου, αντί για το αντίθετο. Αποδείχτηκε ότι για ανισοσκελή γωνιακά κυριαρχεί πάντοτε το κρίσιμο φορτίο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, ενώ για ισοσκελή γωνιακά το πρόβλημα είναι πολύ περισσότερο σύνθετο. Για ισοσκελή γωνιακά με χαμηλό λόγο μήκους σκέλους προς πάχος το κρίσιμο φορτίο καμπτικού και στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

είναι το ίδιο ουσιαστικά. Για υψηλές τιμές του λόγου αυτού οι τιμές του ελαστικού κρίσιμου φορτίου για τις δύο αυτές μορφές λυγισμού είναι περίπου το ίδιο. Πλην όμως, στην ανελαστική περιοχή το κρίσιμο φορτίο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού είναι μικρότερο. Η εργασία καταλήγει στην ανάγκη περαιτέρω ερευνών, που θα επικεντρωθούν στη σχέση μήκους σκέλους προς πάχος.

Το 2^ο χρονολογικά άρθρο από τους Aydin και Dogan (2007) [6] αναφέρεται στην ελαστική και πλήρως πλαστική ανάλυση στρεπτοκαμπτικού λυγισμού στύλων από απλά γωνιακά λόγω διαξονικής κάμψης. Σημειώθηκε με έμφαση ότι τα όρια καμπτικής αντοχής δοκών από χαλύβδινα απλά γωνιακά θα πρέπει να υπολογίζονται με βάση την ικανότητα ανάληψης της πλήρους πλαστικής αντοχής, την αντίσταση σε τοπικό λυγισμό και το πιθανό φαινόμενο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού. Αναφέρθηκε και τεκμηριώθηκε ότι σε μέλη από τέτοιες διατομές τα εξωτερικά φορτία επιβάλλονται κατά μήκος των γεωμετρικών αξόνων που είναι παράλληλοι με τα σκέλη, με αποτέλεσμα σύγχρονη διαξονική κάμψη σε αμφότερα τα σκέλη, περί τους κύριος άξονες. Λόγω της πολυπλοκότητας του όλου προβλήματος, δεν είναι καθόλου εύκολος ο προσδιορισμός της κατανομής των τάσεων στα κρίσιμα σημεία της διατομής. Συνεπώς, αναδεικνύεται το ερώτημα της εύρεσης της απαιτούμενης μείωσης της ροπής 1^{ης} διαρροής, επίσης δε, επειδή τα μέλη από απλά γωνιακά είναι λυγηρά και μικρό πάχος, δεν μπορεί ο σχεδιασμός τους να βασιστεί μόνο στην ελαστική και πλήρως πλαστική αντοχή τους. Στην τρέχουσα μελέτη, με κάποιες αποδεκτές απλοποιητικές παραδοχές θεωρήθηκε ότι η ροπή κάμψης περί τον δευτερεύοντα κύριο άξονα είναι μικρότερη ή το πολύ ίση με αυτή περί τον αντίστοιχο πρωτεύοντα, και παρήχθησαν διαγράμματα αλληλεπίδρασης μεταξύ της ροπής 1^{ης} διαρροής και της ροπής πλήρους πλαστικής αντοχής σε σχέση με την κρίσιμη ροπή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού (με χρήση αδιάστατων παραγόντων), ενώ δόθηκαν διαδικασίες σχεδιασμού προς ένταξη στον τότε ισχύοντα Αμερικανικό Κανονισμό.

Η τρίτη και η τέταρτη κατά χρονολογική σειρά εργασίες [8, 9] από τους Chan και Cho (2008) αποτελούν το 1^ο και 2^ο μέρος έρευνας που αφορά την ανάλυση και σχεδιασμό χαλύβδινων δικτυωμάτων από μέλη απλών γωνιακών. Η 1^η από αυτές πραγματεύεται την ελαστική και η 2^η την αντίστοιχη πλαστική προσέγγιση. Σε αυτές τις δύο εργασίες ο αναγνώστης μπορεί να βρει σημαντικές επί του όλου θέματος αναφορές και σχετικές περαιτέρω εργασίες. Αναλυτικότερα, στην 1^η εκ των ως άνω δημοσιεύσεων δόθηκε σαφής εικόνα της ασυνέπειας μεταξύ ανάλυσης και σχεδιασμού χρησιμοποιώντας τις συμβατικές μεθόδους και τις προβλέψεις των

Κωδίκων για μέλη από απλά γωνιακά. Πράγματι, η υπόθεση ενεργού μήκους (ισοδύναμου μήκους λυγισμού) κατά τον σχεδιασμό παραβιάζει την θεώρηση αρθρωτών στηρίξεων της ανάλυσης, γεγονός που οδηγεί σε υπερ – συντηρητικό αποτέλεσμα και πιθανά μη ασφαλές, αν υφίστανται μεγάλες παραμορφώσεις. Προτάθηκε μια ανάλυση 2^{ης} τάξης (με βάση τους υφιστάμενους κώδικες), η οποία περιλαμβάνει ρητά τις κύριες αιτίες μη γραμμικής συμπεριφοράς (όπως αρχικές ατέλειες, παραμένουσες τάσεις και φαινόμενα P-δ και P-Δ) χωρίς την ανάγκη υπολογισμού του ως άνω μήκους. Η προταθείσα μέθοδος ανάλυσης επιβεβαιώθηκε από πειράματα, διαπιστώθηκε όμως η ανάγκη ελέγχων στιβαρών (stocky) μελών έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

Η 2^η των εργασιών αυτών κατέδειξε την αναγκαιότητα εφαρμογής πλαστικής ανάλυσης 2^{ης} τάξης για την απόκτηση αξιόπιστων αποτελεσμάτων και πρότεινε τη χρήση της καλούμενης επιφάνειας διαρροής, χωρίς εκ νέου την ανάγκη υπολογισμού του ισοδύναμου μήκους λυγισμού. Αμφότερες οι εργασίες αυτές βασίστηκαν στο λογισμικό NIDA [8, 9], που αναπτύχθηκε στο Πολυτεχνείο του Hong Kong.

Η πέμπτη εργασία Πορτογάλων ερευνητών [7] αφορά την απόκριση σε ευστάθεια λεπτότοιχων στύλων διατομής απλών γωνιακών βάσει αρχών της Μηχανικής. Ειδικότερα, παρουσιάστηκαν αποτελέσματα αριθμητικής έρευνας επί της ελαστικής λυγισμικής και μετα-λυγισμικής απόκρισης στύλων από ισοσκελή γωνιακά, οι οποίοι είχαν μικρό έως μέτριο μήκος και οι συνθήκες στήριξης τους ήταν αμφίπακτες ή αμφιαρθρωτές (με ταυτόχρονη παρεμπόδιση φαινομένων δευτερεύουσας στρέβλωσης). Παρόλο που αποκτήθηκαν κάποια αποτελέσματα λυγισμού με βάση τη γενικευμένη θεωρία δοκών (με σκοπό να διασαφηνισθεί η διαφορά μεταξύ τοπικού και καθολικού λυγισμού αλλά και να δικαιολογηθεί η επιλογή των μηκών των στύλων), η πλειονότητα των εφαρμογών λήφθηκε από το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων *Abaqus*, με χρήση στοιχείων κελύφους (shell elements). Τα ευρήματα καταγράφηκαν υπό μορφή (α) ελαστικών μεταλυγισμικών δρόμων ισορροπίας και (β) καμπυλών και διαγραμμάτων που κατέδειξαν την εξέλιξη (για δοθέντα δρόμο) των παραμορφώσεων και των κύριων κατά μήκος τάσεων.

Τα συμπεράσματα της όλης έρευνας συνοψίζονται παρακάτω:

- Τόσο οι αμφιαρθρωτοί όσο και οι αμφίπακτοι στύλοι παρουσιάζουν άνω φράγμα κρίσιμης τάσης, που σχετίζονται με μορφές λυγισμού που συνδυάζουν στρέψη και κάμψη περί τον κύριο άξονα. Η κάμψη είναι πιο έντονη καθώς αυξάνει το μήκος του μέλους.

- Κάτω από αυτή την κρίσιμη τάση η μεταλυγισμική συμπεριφορά χαρακτηρίζεται από ταυτόχρονη εμφάνιση στροφής και μετατόπισης λόγω στρέψης (γωνιακές παραμορφώσεις) και μετατοπίσεων λόγω κάμψης και περί τους δύο άξονες. Η κάμψη δε περί τον ασθενή άξονα διαδραματίζει πρωτεύοντα ρόλο στη μεταλυγισμική συμπεριφορά, ιδιαίτερα στα αμφιαρθρωτά μέλη, γιατί καθορίζει την μεταλυγισμική αντοχή και την κατανομή κυρίων τάσεων κατά μήκος.

- Λόγω των μετατοπίσεων και στροφών στη περιοχή της γωνίας (εκεί που συνδέονται τα σκέλη), δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί η απόκριση του μέλους ως το άθροισμα της απόκρισης δύο λεπτών επιμήκων πλακών (με άρθρωση και ελεύθερο άκρο).

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον, τέλος, παρουσιάζουν οι δύο τελευταίες (πρόσφατες) εργασίες της παρούσας σύντομης βιβλιογραφικής ανασκόπησης, αμφότερες πειραματικού χαρακτήρα [15, 18].

Η 1^η χρονολογικά από αυτές (2015) αφορά πειράματα που διεξήχθησαν στην Ινδία σε χαλύβδινα μέλη διατομής ισοσκελούς γωνιακού υπό θλίψη, με αρθρωτές στηρίξεις. Στις δοκιμές χρησιμοποιήθηκαν τρία ονομαστικά μεγέθη διατομών, ενώ πραγματοποιήθηκαν λεπτομερείς μετρήσεις των ιδιοτήτων του υλικού, των παραμενουσών τάσεων και των γεωμετρικών ατελειών κάθε δείγματος – μέλους. Η πειραματική διάταξη ήταν άκρως ρεαλιστική (στήριξη στο κάθε άκρο μέσω του ενός σκέλους με κοχλία) και αποδείχτηκε ότι (α) η φέρουσα ικανότητα των μελών είναι κατά 15 – 40 % μεγαλύτερη από αυτή που προδιαγράφεται από τους Ινδικούς Κανονισμούς (οι οποίοι είναι εναρμονισμένοι με τους Βρετανικούς και κατ' επέκταση με τους Ευρωκώδικες), (β) δεν υφίσταται ανάγκη να ληφθεί υπόψη η επιπρόσθετη εκκεντρότητα (των Κωδίκων) λόγω μετατόπισης του κέντρου βάρους της διατομής, και (γ) μια ελάχιστη αρχική καμπυλότητα τάξης μεγέθους του ενός χιλιοστού του μήκους του μέλους (νοούμενη στο μέσω αυτού) πρέπει να επιβληθεί μόνο σε λυγηρά μέλη.

Η 2^η από τις πειραματικές αυτές έρευνες, που πραγματοποιήθηκε στο ΕΜΠ (και τα αποτελέσματα της οποίας δημοσιεύτηκαν το 2018), αφορά δοκιμές κάμψης και λυγισμού σε στύλους απλών γωνιακών. Ειδικότερα, τα πειράματα λυγισμού, δηλαδή συμπεριφοράς έναντι κεντρικής ή έκκεντρης θλίψης, έγιναν με σκοπό την ανάπτυξη νέων εκφράσεων / τύπων αλληλεπίδρασης. Οι δοκιμές λυγισμού υλοποιήθηκαν μέσω επιβολής θλιπτικού αξονικού φορτίου διαφόρων εκκεντροτήτων

σε 31 μέλη γωνιακών διαφόρων μηκών. Για λόγους δυνατότητας σύγκρισης των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκε μόνο μια διατομή ισοσκελούς γωνιακού, η L 70.7. Το σπουδαιότερο συμπέρασμα όλων των δοκιμών, που συνάδει με το πνεύμα της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας, ήταν ότι διατομές απλών γωνιακών διαθέτουν αξιοσημείωτη φέρουσα ικανότητα, που υπερβαίνει την πλαστική ροπή αντοχής τους, αλλά και μεγάλη στροφική ικανότητα. Με άλλα λόγια μπορούν να σχεδιαστούν μέσω πλαστικής ανάλυσης, οπότε οι σχέσεις του Ευρωκώδικα μπορούν και αυτές να βελτιωθούν.

Κεφάλαιο 2: Υπολογισμός Κρίσιμων Φορτίων

2.1 Με βάση τον Ευρωκώδικα 3

Λαμβάνοντας υπόψιν ότι οι διατομές απλών γωνιακών, οι οποίες συνήθως χρησιμοποιούνται σε πυλώνες μεταφοράς ενέργειας (από στοιχεία τα οποία αντλήθηκαν από τη ΔΕΗ) είναι οι L 70X7, L 120X12 και L 140X15, αλλά επίσης ότι συνδέονται στο ένα σκέλος τους είτε μέσω ενός είτε μέσω δύο κοχλιών, στο τρέχον εδάφιο λαμβάνουν χώραν τα ακόλουθα:

(α) Υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου καμπτικού λυγισμού με θεώρηση αμφιαρθρωτών στηρίξεων και κεντρικής θλίψης (Μέρος 1.1, EC3),

(β) Υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου πλευρο-στρεπτικού ή πλαγιο-στρεπτικού λυγισμού (η μετάφραση από την αγγλική έκφραση lateral-torsional δεν είναι γενικά ευρέως αποδεκτή ακόμα) με τις ίδιες ως άνω θεωρήσεις (Μέρος 1.1, EC3),

(γ) Υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου σύμφωνα με τις διατάξεις του Μέρους 1.3 του EC3 θεωρώντας αμφίπλευρες συνδέσεις μέσω ενός κοχλία, και

(δ) Υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου σύμφωνα με τις διατάξεις του Μέρους 1.3 του EC3 θεωρώντας αμφίπλευρες συνδέσεις μέσω δύο κοχλιών.

Οι υπολογισμοί αυτοί γίνονται για ποιότητα χάλυβα S235 και διάφορα θεωρητικά μήκη των μελών. Ακόλουθα, καταδεικνύονται οι αναλυτικές εξισώσεις που διέπουν κάθε μια από τις ως άνω περιπτώσεις, και παρατίθεται ενδεικτικά η εύρεση του σχετικού κρίσιμου φορτίου για συγκεκριμένη διατομή και θεωρητικό μήκος.

Για την περίπτωση (α), έστω μέλος με θεωρητικό μήκος $L = 2.00$ m, διατομής L 70X7 (προφανώς Κατηγορίας 3, όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 1).

Από πίνακες προτύπων διατομών βρίσκουμε ότι:

$$A = 9.40 \text{ cm}^2$$

$$I = 42.40 \text{ cm}^4$$

$$f_y = 235 \text{ MPa} = 23.5 \text{ kN/cm}^2$$

οπότε το κρίσιμο φορτίο Euler θα ισούται με

$$N_{cr} = P = \frac{\pi^2 EI_{y,z}}{L^2} = \frac{3.14^2 * 21000 * 42.40}{(200)^2} = 219 \text{ kN}$$

Η αντοχή σε καμπτικό λυγισμό δίνεται από τη σχέση

$$N_{b,Rd} = \frac{x * A * f_y}{\gamma_{M1}}$$

όπου

$$x = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}} \text{ (μειωτικός συντελεστής)}$$

$$\phi = 0.50 * [1 + \alpha(\lambda - 0.2) + \lambda^2]$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{A * f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{9.4 * 23.5}{219}} = 1.004$$

Από Πίνακα 6.1 για καμπύλες καμπτικού λυγισμού b: $\alpha = 0.34$ (συντελεστής ατελειών), και κατά συνέπεια

$$\phi = 1.14$$

$$x = 0.543$$

και τελικά

$$N_{b,Rd} = \mathbf{119.95 \text{ kN}}$$

Για την περίπτωση (β), ισχύουν κατ' αναλογία τα ακόλουθα:

$$\alpha_{LT} = 0.76$$

$$\lambda_T = 1.004$$

$$\phi = 1.30$$

$$x_{LT} = 0.46$$

και τελικά

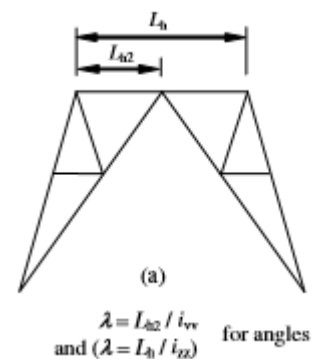
$$N_{b,LT,Rd} = \mathbf{101.2 \text{ kN}}$$

Για τις περιπτώσεις (γ), (δ) και σύμφωνα με τον Πίνακα G2(a) από το Μέρος 1.3 του EC3 για **legs**, επιλέγεται η περίπτωση 2, οπότε προκύπτει ότι

$$v-v: 0.7 + \frac{0.35}{\lambda_v}$$

$$y-y: 0.7 + \frac{0.4}{\lambda_y}$$

$$z-z: 0.7 + \frac{0.4}{\lambda_z}$$



η λυγηρότητα, ανά άξονα ισούται με

$$\lambda_{vv} = \frac{L_{h2}}{i_{vv}}$$

$$\lambda_{yy} = \frac{L_h}{i_{yy}}$$

$$\lambda_{zz} = \frac{L_h}{i_{zz}}$$

όπου $i_{vv} = 2.67$, $i_{yy} = 2.12$ και $i_{zz} = 2.12$ είναι οι ακτίνες αδράνειας της διατομής σε cm.

Επομένως:

$$\lambda_{yy} = \lambda_{zz} = 0.94$$

$$k_{yy} = k_{zz} = 1.126$$

$$\lambda_{eff} = k * \lambda_{yy}$$

$$\Phi = 1.335$$

$$x = 0.454$$

$$\text{Άρα: } N_{b,Rd,A1} = 100.32 \text{ kN}$$

Πλην όμως, αν η διατομή στηρίζεται αμφίπλευρα σε δύο κοχλίες: ($n = 0.9$), τότε

$$N_{b,Rd,A} = n * N_{b,Rd,A1} = 90.3 \text{ kN}$$

ενώ αν η διατομή στηρίζεται αμφίπλευρα σε ένα κοχλία: ($n = 0.8$)

$$N_{b,Rd,A} = n * N_{b,Rd,A1} = 80.18 \text{ kN}$$

Διεύθυνση v-v:

$$\lambda_{vv} = 0.75$$

$$k_{vv} = 1.167$$

$$\Phi = 1.198$$

$$x = 0.497$$

$$\text{Άρα: } N_{b,Rd,B1} = 109.79 \text{ kN}$$

Όμοια, αν η διατομή στηρίζεται αμφίπλευρα σε δύο κοχλίες: ($n = 0.9$)

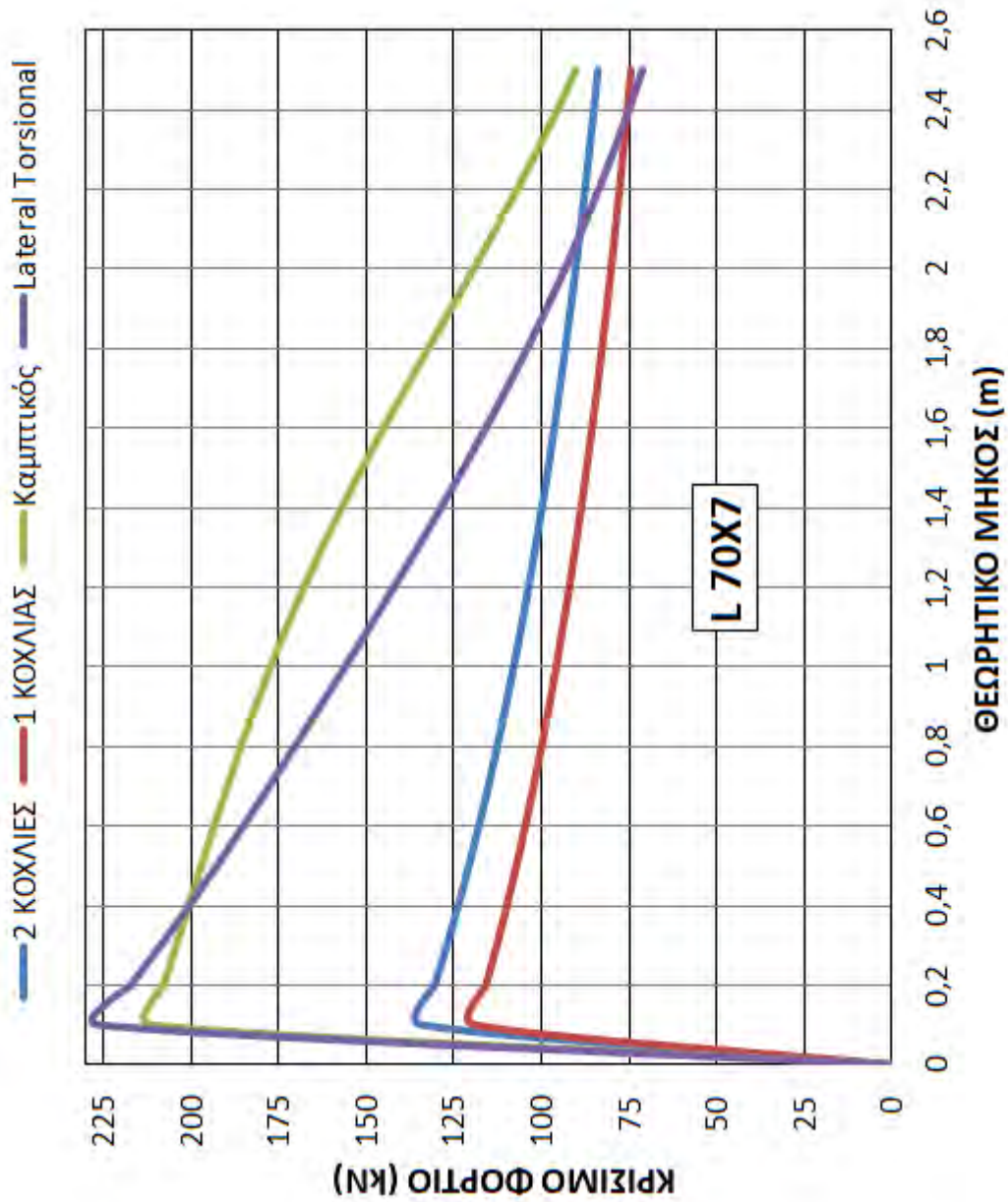
$$N_{b,Rd,B} = n * N_{b,Rd,B1} = 98.811 \text{ kN}$$

Αν η διατομή στηρίζεται αμφίπλευρα σε ένα κοχλία: ($n = 0.8$)

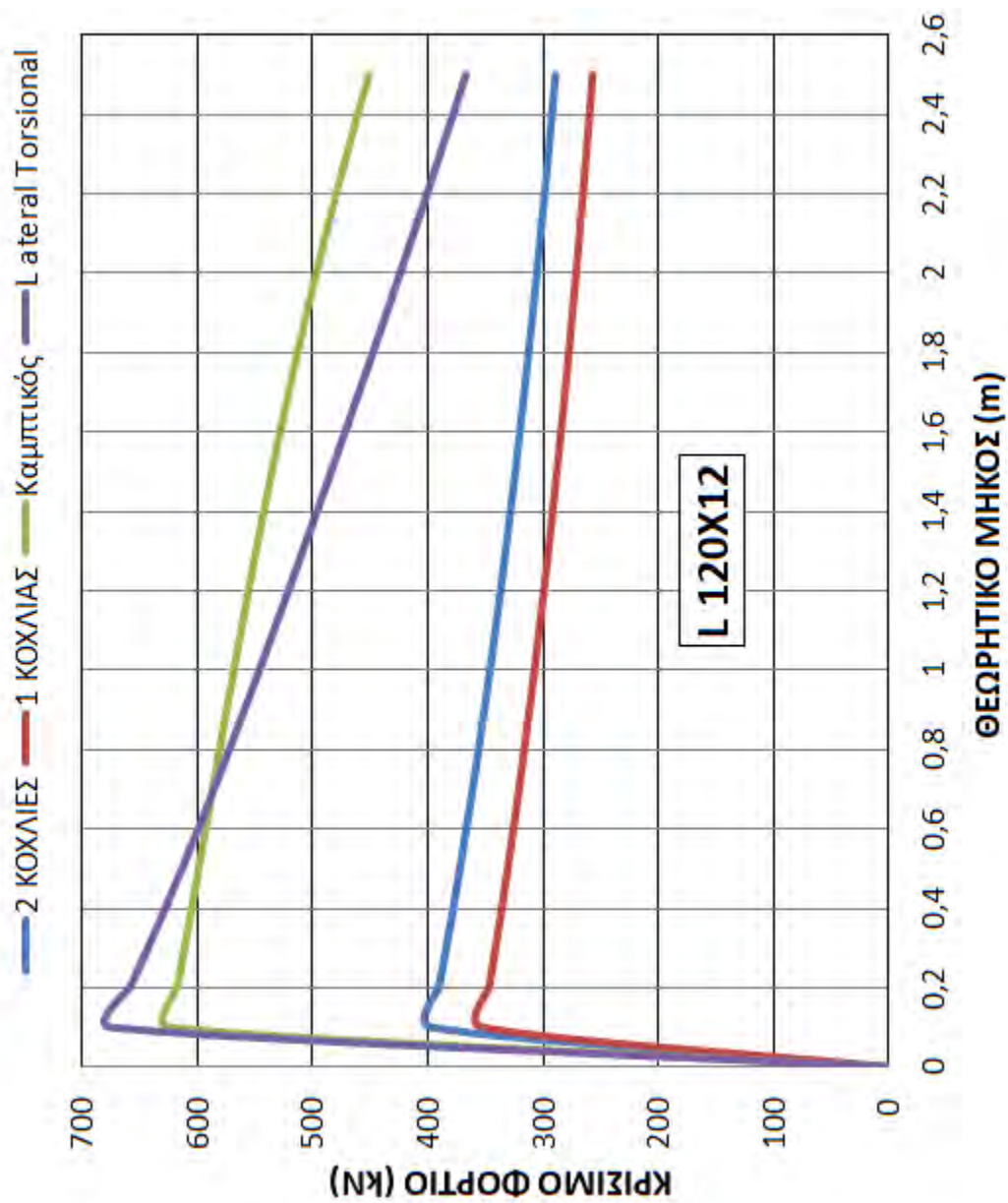
$$N_{b,Rd,B} = n * N_{b,Rd,B1} = 87.83 \text{ kN}$$

Τελικά, επιλέγεται το φορτίο $N_{b,Rd,A} = 87.83 \text{ kN}$

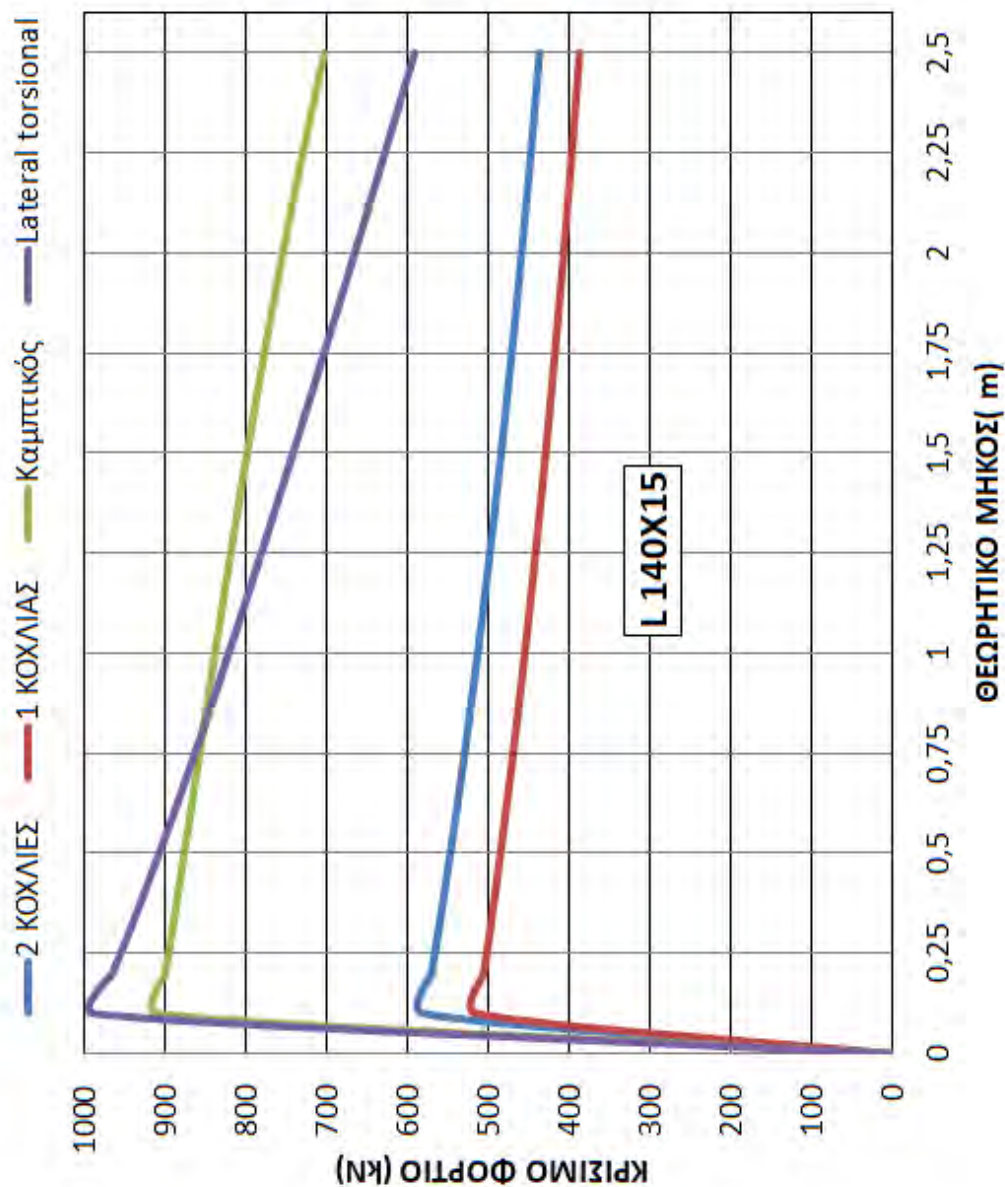
Με βάση όλα τα παραπάνω, δημιουργήθηκαν συγκριτικά γραφήματα όλων των συνδυασμών διατομών, θεωρητικού ανοίγματος και περιπτώσεων (α) – (δ), τα οποία παρουσιάζονται κατωτέρω, στα Σχήματα 2.1 – 2.3.



Σχήμα 2.1 Κρίσιμα φορτία για μέλος διατομής L 70X7



Σχήμα 2.2 Κρίσιμα φορτία για μέλος διατομής L 120X12



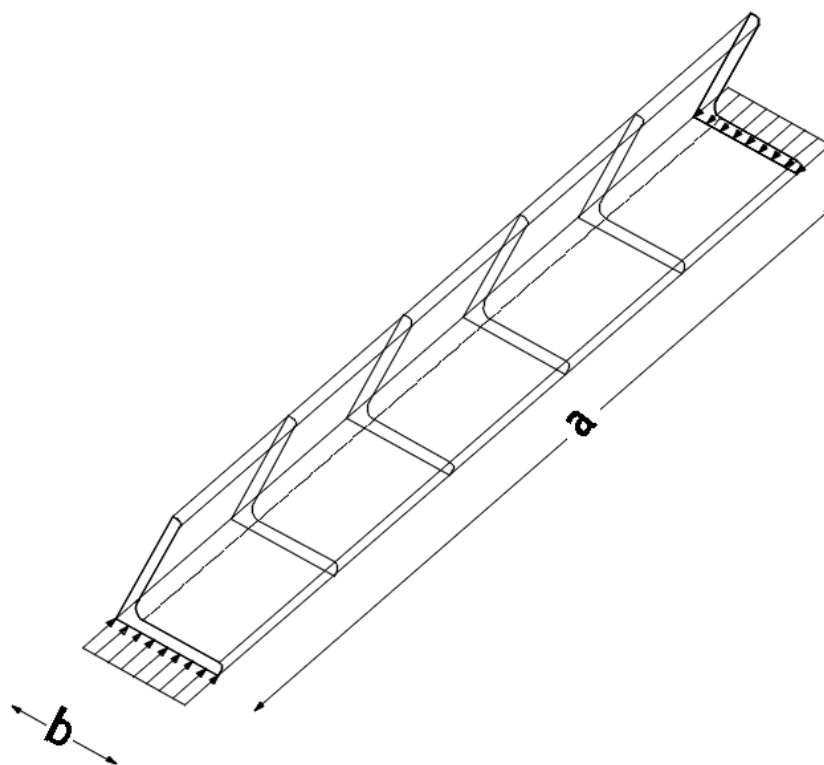
Σχήμα 2.3 Κρίσιμα φορτία για μέλος διατομής L 140X15

Από το περιεχόμενο των γραφημάτων αυτών προκύπτει άμεσα ότι η πιο κρίσιμη κατάσταση σχετίζεται με την αμφίπλευρη σύνδεση με έναν κοχλία, ενώ προκύπτουν πλήρως συμβατά αποτελέσματα με βάση τον EC3, Μέρος 1.1.

2.2 Με Βάση Προσομοίωση

Καθόσον τα μέλη από απλά γωνιακά (με έμφαση στα ισοσκελή) απαρτίζονται από δύο άρρηκτα συνδεδεμένα πλακοειδή στοιχεία μικρού πάχους, αλλά και στις κατασκευές συνδέονται μέσω ενός σκέλους (μέσω κοχλιών συνήθως ή μέσω συγκολλήσεων σπανιότερα), μπορεί κανείς να επιχειρήσει την προσομοίωση της απόκρισης τους σε λυγισμό, μέσω της σχετικής θεωρίας λεπτότοιχων πλακών.

Θεωρούμε λοιπόν ένα θλιβόμενο μέλος διατομής απλού ισοσκελούς γωνιακού, το οποίο συνδέεται μέσω του ενός σκέλους. Είτε η σύνδεση αυτή γίνεται μέσω κοχλιών είτε μέσω συγκόλλησης, αυτή πάγια θεωρείται ως απλή στήριξη (simple support), ενώ η αξονική θλιπτική δύναμη κατανέμεται ομοιόμορφα κατά μήκος των σκέλους σύνδεσης στα δύο άκρα, σύμφωνα με το Σχήμα 2.4, όπου επίσης απεικονίζεται και η γεωμετρία αλλά και η σύμβαση των αξόνων.



Σχήμα 2.4 Θλιβόμενο μέλος διατομής απλού ισοσκελούς γωνιακού

Το συνδεδεμένο σκέλος προσομοιάζεται συνεπώς σαν λεπτότοιχη χαλύβδινη πλάκα διαστάσεων $a \times b$, με απλές στηρίξεις κατά μήκος της διάστασης b , με ελεύθερη την δεξιά παρειά, και συνεχώς στροφικά δεσμευμένη την παρειά που συνδέεται με το άλλο σκέλος. Η σύνδεση αυτή λαμβάνεται ως ελαστική πάκτωση, και η στροφική δυσκαμψία που παρέχει κατά μήκος της σύνδεσης των δύο σκελών θα

υπολογιστεί σύμφωνα με την αρχή των δυνατών έργων ή άλλη μέθοδο της κλασσικής στατικής.

Το όλο προσομοίωμα αποτελεί μια απλουστευμένη προσέγγιση του όλου προβλήματος του ελαστικού λυγισμού.

Μόρφωση εξισώσεων ισορροπίας – λυγισμού

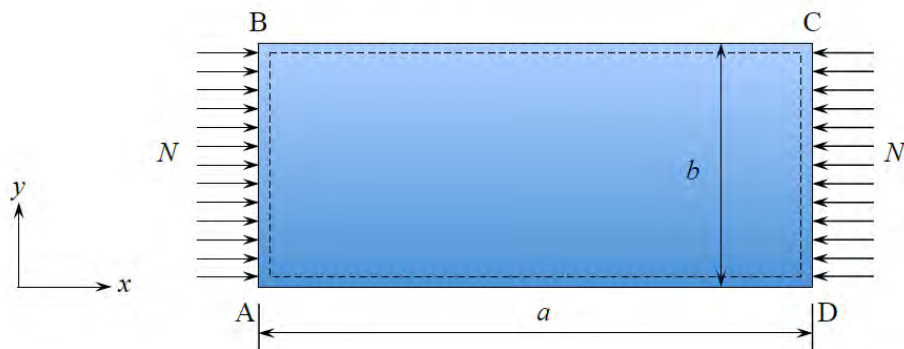
Σύμφωνα με την κλασσική (γραμμική) θεωρία λυγισμού λεπτότοιχων πλακών, μια τέτοια ορθογωνική πλάκα, διαστάσεων $a \times b$ και πάχους h , με περιμετρικές ελαστικού τύπου στηρίξεις, που θλίβεται σύμφωνα με το Σχήμα 2.5, διέπεται από την ακόλουθη γενικευμένη εξίσωση λυγισμού:

$$D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + N \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (2.1)$$

όπου $w = w(x, y)$ είναι το βέλος κάμψης, και D η καμπτική δυσκαμψία (flexural rigidity), που ισούται με

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.2)$$

Εδώ, E είναι το μέτρο ελαστικότητας του Young και ν ο λόγος του *Poisson*.



Σχήμα 2.5 Θλιβόμενη πλάκα με ελαστικές στηρίξεις

Η γενική λύση της γραμμικής διαφορικής εξίσωσης με μερικές παραγώγους (2.1) δίνεται από την έκφραση

$$w(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.3)$$

στην οποία m και n είναι ο αριθμός των ημικυμάτων κατά x και κατά y αντίστοιχα.

Οι συνηθέστερες μορφές ελαστικών στηρίξεων είναι ως γνωστών η απλή (θεωρούμενη ως άρθρωση), η πάκτωση και το ελεύθερο άκρο, κατά μήκος κάποιας παρειάς της πλάκας. Γενικότερα, οι εκφράσεις των διαφόρων ροπών είναι:

$$M_{xx} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.4a)$$

$$M_{yy} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.4\beta)$$

$$M_{xy} = -(1 - \nu)D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.4\gamma)$$

Απλή στήριξη (παρειές AB, DC)

Για $x = 0$ και για $x = a$ το βέλος και η σχετική ροπή κάμψης μηδενίζονται, οπότε

$$w = 0, M_{xx} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2.5\alpha)$$

Ελεύθερο άκρο (παρειά AD)

Εδώ τόσο η ροπή όσο και η κατακόρυφη διατμητική δύναμη είναι ίσες με μηδέν, και κατά συνέπεια (για $y=0$) θα ισχύει ότι

$$M_{yy} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (2.5\beta)$$

και

$$V_y = Q_y + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = 0 \leftrightarrow -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial^2 x \partial y} \right) = 0 \quad (2.5\gamma)$$

Στροφική δέσμευση (παρειά BC)

Στην ιδιαίτερη αυτή στήριξη ($y = b$), η παρουσία του μη συνδεδεμένου σκέλους του γωνιακού έχει ως αποτέλεσμα αφ' ενός μεν κάποια στροφική δέσμευση (η ροπή είναι διάφορη του μηδενός), αφ' ετέρου δε η κατακόρυφη διατμητική δύναμη δεν ισούται με μηδέν, αλλά με την καμπτική αντίσταση του μέλους, έστω ίση με $k = \frac{3EI}{b^3}$. Άρα,

$$-D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial^2 x \partial y} \right) = kw \quad (2.5\delta)$$

ενώ, αν C είναι η τιμή της στροφικής δυσκαμψίας του «κατακόρυφου» σκέλους, που εύκολα βρίσκεται ίση με

$$C = \frac{3EI}{b}, I = \frac{hb^3}{12} \quad (2.5\epsilon)$$

η τελευταία συνοριακή συνθήκη γράφεται ως εξής:

$$M_{yy} = C \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=b} \quad (2.5\sigma\tau)$$

Οι διάφορες εκφράσεις των μερικών παραγώγων του βέλους, από την έκφραση (2.3) έχουν ως ακολούθως:

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{m\pi \cos\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \sin\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{a}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{mn\pi^2 \cos\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \cos\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{ab} \quad (2.7\alpha)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{m^2\pi^2 \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \sin\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{a^2} \quad (2.7\beta)$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = -\frac{m^3 \pi^3 \cos\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \sin\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{a^3} \quad (2.7\gamma)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \frac{m^4 \pi^4 \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \sin\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{a^4} \quad (2.7\delta)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{n\pi \cos\left[\frac{n\pi y}{b}\right] \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right]}{b} \quad (2.8\alpha)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{n^2 \pi^2 \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \sin\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{b^2} \quad (2.8\beta)$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = -\frac{n^3 \pi^3 \cos\left[\frac{n\pi y}{b}\right] \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right]}{b^3} \quad (2.8\gamma)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{n^4 \pi^4 \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \sin\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{b^4} \quad (2.8\delta)$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = -\frac{m^2 n \pi^3 \cos\left[\frac{n\pi y}{b}\right] \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right]}{a^2 b} \quad (2.9\alpha)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{m^2 n^2 \pi^4 \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \sin\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{a^2 b^2} \quad (2.9\beta)$$

Οι εκφράσεις των ροπών και της τέμνουσας, από τις (2.4α-γ) και την (2.5α) ή (2.5γ) προκύπτουν ως:

$$M_{xx} = \frac{D\pi^2 (b^2 m^2 + a^2 n^2 \nu) \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \sin\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{a^2 b^2} \quad (2.10\alpha)$$

$$M_{yy} = \frac{D\pi^2 (a^2 n^2 + b^2 m^2 \nu) \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \sin\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{a^2 b^2} \quad (2.10\beta)$$

$$M_{xy} = \frac{Dmn\pi^2 (-1 + \nu) \cos\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \cos\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{ab} \quad (2.10\gamma)$$

$$V_y = \frac{D\pi^3 (a^2 n^3 - b^2 m^2 n (-2 + \nu)) \cos\left[\frac{n\pi y}{b}\right] \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right]}{a^2 b^3} \quad (2.10\delta)$$

Η διαφορική εξίσωση λυγισμού και οι συνοριακές συνθήκες εισάγονται στο λογισμικό *Mathematica*, και μετά από συμβολικούς υπολογισμούς προκύπτουν τα ακόλουθα:

Διαφορική εξίσωση ισορροπίας – λυγισμού

$$\frac{\pi^2 (-a^2 b^4 m^2 N + D(b^2 m^2 + a^2 n^2)^2 \pi^2) \sin\left[\frac{m\pi x}{a}\right] \sin\left[\frac{n\pi y}{b}\right]}{a^4 b^4} = 0 \quad (2.11\alpha)$$

που για να ισχύει για κάθε x και για κάθε y πρέπει

$$N = \frac{D(b^2 m^2 + a^2 n^2)^2 \pi^2}{a^2 b^4 m^2} \quad (2.11\beta)$$

Συνοριακές συνθήκες

Οι τέσσερις συνθήκες που αφορούν τον μηδενισμό της ροπής και του βέλους αποτελούν ταυτοτικές σχέσεις, το ημίτονο μηδενίζεται στο 0 και στα ακέραια

πολλαπλάσια του π (κατά τη διεύθυνση x). Το αυτό ισχύει και για την συνθήκη (2.5β). Απομένουν οι υπόλοιπες τρεις, που εκφράζονται ως

$$(2.5\gamma) \quad \blacktriangleright -\frac{Cm\pi\cos\left[\frac{m\pi x}{a}\right]\text{Sin}[n\pi]}{a} + \frac{D\pi^2(a^2n^2+b^2m^2\nu)\text{Sin}[n\pi]\text{Sin}\left[\frac{m\pi x}{a}\right]}{a^2b^2} = 0 \quad (2.12)$$

που ικανοποιείται καθόσον $\text{Sin}[n\pi] = 0$.

$$(2.5\delta) \quad \blacktriangleright -\frac{DD\pi^3(a^2n^3-b^2m^2n(-2+\nu))\text{Sin}\left[\frac{m\pi x}{a}\right]}{a^2b^3} = 0 \quad (2.13)$$

$$(2.5\sigma\tau) \quad \blacktriangleright -\frac{DD\pi^3(a^2n^3-b^2m^2n(-2+\nu))\text{Cos}[n\pi]\text{Sin}\left[\frac{m\pi x}{a}\right]}{a^2b^3} - k\text{Sin}[n\pi]\text{Sin}\left[\frac{m\pi x}{a}\right] = 0 \quad (2.14)$$

Για να ικανοποιούνται οι σχέσεις (2.13) και (2.14), και για να υπάρχει λυγισμός, θα πρέπει να ισχύει ότι

$$(a^2n^3 - b^2m^2n(-2 + \nu)) = 0 \quad (2.15)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (2.11β) και (2.15) υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο ελαστικού λυγισμού, για την αναμενόμενη απλούστερη μορφή (δηλαδή για $n = 1$), που βρίσκεται ίσο με

$$N_{cr} = -\frac{D\pi^2(b^2m^2+b^2m^2(-2+\nu))^2}{b^6m^4(-2+\nu)} \quad (2.16)$$

το οποίο εξαρτάται **μόνο** από τις διαστάσεις (πλάτος, πάχος) του σκέλους, ενώ εύκολα κανείς μπορεί να παρατηρήσει ότι η τιμή αυτή είναι **ανεξάρτητη** του m , καθόσον αυτό απαλείφεται. Επίσης, δεν εξαρτάται από την ποιότητα αλλά από το είδος του υλικού.

Οι συμβολικοί υπολογισμοί μπορούν να βρεθούν στο αρχείο του *Mathematica* που περιέχεται στο Παράρτημα, στο τέλος της παρούσας.

Στη συνέχεια, υπολογίζονται τα κρίσιμα φορτία από την (2.16) για όλη τη γκάμα των συνήθων πρότυπων χαλύβδινων διατομών απλών ισοσκελών της Ευρωπαϊκής Βιομηχανίας, και συγκρίνονται με την αντοχή σε θλίψη μη λυγηρού μέλους αποτελούμενου μόνο από το ένα σκέλος(θεωρούμενου ως ορθογωνική διατομή $b \times h$) από χάλυβα S 235. Τα αποτελέσματα αυτά περιέχονται στον Πίνακα 2.1, της επόμενης σελίδας.

Πίνακας 2.1 Συγκριτικά αποτελέσματα προσομοίωσης και θλίψης ενός σκέλους

| Διατομή ($b \times h$) | b/h | N_{cr} (kN) | A (cm ²) / A σκέλους (cm ²) | Αντοχή σε θλίψη (kN) S235, για το ένα σκέλος μόνο | Μειωτικός συντελεστής χ |
|-----------------------------|--------|---------------|---|--|------------------------------------|
| L 20 x 3 | 6.667 | 36.9273 | 1.12 / 0.60 | 14.1 | 2.619 |
| L 25 x 3 | 8.333 | 23.6335 | 1.42 / 0.75 | 17.625 | 1.341 |
| L 25 x 4 | 6.250 | 56.0201 | 1.85 / 1.00 | 23.5 | 2.384 |
| L 30 x 3 | 10.000 | 16.4121 | 1.74 / 0.90 | 21.15 | 2.195 |
| L 30 x 4 | 7.500 | 38.9028 | 2.27 / 1.20 | 28.2 | 1.379 |
| L 35 x 4 | 8.750 | 28.5817 | 2.67 / 1.40 | 32.9 | 0.868745 |
| L 40 x 4 | 10.000 | 21.8828 | 3.08 / 1.6 | 37.6 | 0.581989 |
| L 40 x 5 | 8.000 | 42.7399 | 3.79 / 2.00 | 47 | 0.90936 |
| L 45 x 4.5 | 10.000 | 24.6182 | 3.90 / 2.025 | 47.5875 | 0.517325 |
| L 50 x 4 | 12.500 | 14.005 | 3.89 / 2.00 | 47 | 0.297979 |
| L 50 x 5 | 10.000 | 27.3535 | 4.80 / 2.50 | 58.75 | 0.465591 |
| L 50 x 6 | 8.333 | 47.2669 | 5.69 / 3.00 | 70.5 | 0.670452 |
| L 60 x 5 | 12.000 | 18.9955 | 5.82 / 3.00 | 70.5 | 0.26944 |
| L 60 x 6 | 10.000 | 32.8242 | 6.91 / 3.60 | 84.6 | 0.387993 |
| L 60 x 8 | 7.500 | 77.8056 | 9.03/ 4.80 | 112.8 | 0.689766 |
| L 70 x 6 | 11.667 | 24.1158 | 8.13/ 4.20 | 98.7 | 0.244334 |
| L 70 x 7 | 10.000 | 38.295 | 9.40/ 4.90 | 115.15 | 0.332566 |
| L 75 x 6 | 12.500 | 21.0075 | 8.73/ 4.50 | 105.75 | 0.198652 |
| L 75 x 8 | 9.375 | 49.7956 | 11.40/ 6.00 | 141 | 0.35316 |
| L 80 x 8 | 10.000 | 43.7657 | 12.30/ 6.40 | 150.4 | 0.290995 |
| L 80 x 10 | 10.000 | 85.4798 | 15.10/ 8.00 | 188 | 0.45468 |
| L 90 x 7 | 12.857 | 23.1661 | 12.20/ 6.30 | 148.05 | 0.156475 |

| | | | | | |
|------------|--------|---------|--------------|--------|----------|
| L 90 x 8 | 11.250 | 34.5803 | 13.90/ 7.20 | 169.2 | 0.204375 |
| L 90 x 10 | 9.000 | 67.5396 | 17.10/ 9.00 | 211.5 | 0.319336 |
| L 90 x 12 | 7.500 | 116.708 | 20.30/ 10.8 | 253.8 | 0.459842 |
| L 100 x 8 | 12.500 | 28.01 | 15.50/ 8.00 | 188 | 0.148989 |
| L 100 x 10 | 10.000 | 54.7071 | 19.20/ 10.00 | 235 | 0.232796 |
| L 100 x 12 | 8.333 | 94.5338 | 22.70/ 12.00 | 282 | 0.335226 |
| L 100 x 15 | 6.667 | 184.636 | 28.00/ 15.00 | 352.5 | 0.52379 |
| L 120 x 8 | 15.000 | 19.4514 | 18.80/ 9.60 | 225.6 | 0.086221 |
| L 120 x 10 | 12.000 | 37.991 | 23.20/ 12.00 | 282 | 0.13472 |
| L 120 x 12 | 10.000 | 65.6485 | 27.50/ 14.40 | 338.4 | 0.193997 |
| L 120 x 15 | 8.000 | 128.22 | 34.00/ 18.00 | 423 | 0.303121 |
| L 140 x 15 | 9.333 | 94.2022 | 40.00/ 21.00 | 493.5 | 0.190886 |
| L 150 x 10 | 15.000 | 24.3143 | 29.30/ 15.00 | 352.5 | 0.068977 |
| L 150 x 12 | 12.500 | 42.015 | 34.80/ 18.00 | 423 | 0.099326 |
| L 150 x 15 | 10.000 | 82.0606 | 43.00/ 22.5 | 528.75 | 0.155197 |
| L 150 x 18 | 8.333 | 171.801 | 51.20/ 27.00 | 634.5 | 0.270766 |
| L 200 x 16 | 12.500 | 56.0201 | 61.80/ 32.00 | 752 | 0.074495 |
| L 200 x 18 | 11.111 | 79.7629 | 69.10/ 36.00 | 846 | 0.094282 |
| L 200 x 20 | 10.000 | 109.414 | 76.30/ 40.00 | 940 | 0.116398 |
| L 200 x 24 | 8.333 | 189.068 | 90.6/ 48.00 | 1128 | 0.167613 |

Από τα συγκριτικά στοιχεία του παραπάνω Πίνακα, διαπιστώνονται τα ακόλουθα:

- (1) Οι μοναδικές περιπτώσεις που η θλιπτική αντοχή είναι μικρότερη του κρίσιμου φορτίου του προσομοιώματος αφορά στις διατομές L20x3, L25x3, L25x4, L30x3 και L 30x4. Τούτο υποδηλώνει πρόιμη διαρροή, πριν τον ελ7αστικό λυγισμό, γεγονός που αποδίδεται στο ότι οι εν λόγω διατομές είναι πολύ μικρές, αντοχή τους είναι ιδιαίτερα περιορισμένη και

γενικά δεν χρησιμοποιούνται σε μέλη δομικών στοιχείων κατασκευών πραγματικής κλίμακας, παρά μόνο σε πειραματικές διατάξεις μικρής κλίμακας.

- (2) Η σύγκριση του κρίσιμου φορτίου από το προσομοίωμα με το μέγιστο θλιπτικό φορτίο του ενός σκέλους (καθόσον μέσω ενός μόνο σκέλους στηρίζονται τα μέλη διατομών απλού γωνιακού) φαντάζει άκρως ενδιαφέρουσα, γιατί δίνει *κάτω φράγματα* του ελαστικού φορτίου λυγισμού, ανεξάρτητα του θεωρητικού μήκους του μέλους.
- (3) Για τις υπόλοιπες πρότυπες διατομές του εμπορίου, ο μειωτικός συντελεστής (όπως αναμενόταν) είναι μικρότερος της μονάδας, και κυμαίνεται από περίπου 0.91 έως περίπου 0.07, γεγονός που εξαρτάται από τις διαστάσεις της εκάστοτε διατομής, Αναλυτικότερα, διατομές με το ίδιο μήκος σκέλους και μεγαλύτερο πάχος παρουσιάζουν αυξημένη αντοχή σε λυγισμό, ενώ διατομές του ίδιου πάχους και διαφορετικού μήκους σκέλους παρουσιάζουν μικρότερη αντοχή όσο το μήκος αυτό μεγαλώνει, επειδή η λειτουργία λεπτότοιχης πλάκας είναι περισσότερο πρόδηλη.
- (4) Ο λόγος b/h δεν φαίνεται να επηρεάζει τα συγκριτικά ευρήματα, και σε κάθε περίπτωση είναι επιβεβλημένος λόγω της τυποποίησης των διατομών.

Κεφάλαιο 3: Συμπεράσματα - Προτάσεις

Από το περιεχόμενο της παρούσας εργασίας προκύπτουν τα ακόλουθα συνοπτικά συμπεράσματα, τα οποία έχουν αναλυτικά παρατεθεί στο πλήρες κείμενο που προηγήθηκε:

- (1) Οι προβλέψεις των διαφόρων μερών του Ευρωκώδικα 3, συγκρινόμενες με τις αντίστοιχες των Αμερικανικών Κανονισμών, αναφορικά με το λυγισμό μελών από απλά γωνιακά, υστερούν κατά πολύ. Τούτο καθόσον είναι διάσπαρτες και βασικά στερούνται άμεσης θεωρητικής τεκμηρίωσης, επεξηγήσεων και βιβλιογραφικών αναφορών. Τούτο γενικά αποτελεί πάγια παρατήρηση ισχύουσα σε σχέση με τους Ευρωκώδικες και τους Κανονισμούς των ΗΠΑ για τις χαλύβδινες – τουλάχιστον – κατασκευές.
- (2) Οι μέχρι στιγμής δημοσιευθείσες – τόσο θεωρητικές όσο και πειραματικές εργασίες – κατέδειξαν ότι η αντοχή σε λυγισμό τέτοιων μελών «αδικείται» από την υπαγωγή τους εντός της ελαστικής περιοχής, που σημαίνει ότι δέον όπως αντιμετωπιστούν με ιδιαίτερη προσοχή εντός της πλαστικής απόκρισης.
- (3) Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3, τα μικρότερα κρίσιμα φορτία (για συμβατά με τις κατασκευές μήκη μελών) σχετίζονται με την αμφίπλευρη σύνδεση του ενός σκέλους μέσω ενός κοχλία.
- (4) Το προσομοίωμα που προτάθηκε δίδει κάτω φράγματα του κρίσιμου φορτίου ελαστικού λυγισμού, με μικρές αποκλίσεις από την κλασσική θεωρία, και μπορεί να θεωρηθεί σαν έναυσμα για περαιτέρω έρευνα.

Τέλος, παρά το γεγονός ότι τούτο εκφεύγει των σκοπών της παρούσας, προτείνεται η ακριβής προσομοίωση μέσω FEM, είτε με επιφανειακά είτε με στερεά πεπερασμένα στοιχεία, για λόγους σύγκρισης και αξιοπιστίας.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Al-Sayed, S.H., Bjorhovde, R. (1989): “*Inelastic Behavior of Single Angle Columns*”, Journal of Constructional Steel Research **12**, 103 – 118.
- [2] Eurocode 3 (2005): *Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*
- [3] Eurocode 3 (2006): *Design of steel structures - Part 1-3: General rules - Supplementary rules for cold-formed members and sheeting*
- [4] Eurocode 3 (2006) : *Design of steel structures - Part 1-5: Plated structural elements*
- [5] Eurocode 3 (2006): *Design of steel structures - Part 3-1: Towers, masts and chimneys - Towers and masts*
- [6] Aydin, R., Dogan, M. (2007): “*Elastic, full plastic and lateral torsional buckling analysis of steel single-angle section beams subjected to biaxial bending*”, Journal of Constructional Steel Research **63**, 13 – 23.
- [7] Trahair, N.S. (2007): “*Behavior of Single Angle Steel Beams*”, Research Report No R884, University of Sydney, Australia.
- [8] Chan, S.L., Cho, S.H. (2008): “*Second-order analysis and design of angle trusses Part I: Elastic analysis and design*”, Engineering Structures **30**, 616 – 625.
- [9] Chan, S.L., Cho, S.H. (2008): “*Second-order analysis and design of angle trusses Part II: Plastic analysis and design*”, Engineering Structures **30**, 626 – 631.
- [10] Aydin, M.R. (2009): “*Analysis of equal leg single-angle section beams subjected to biaxial bending and constant axial compressive force*”, Journal of Constructional Steel Research **65**, 335 – 341.
- [11] Gebremeskel, A. (2010): “*Working With Single-Angle Members*”, SteelWise, Modern Steel Construction (AISC), **October Issue**.
- [12] McNulty, W. (2010): “*Comparison of Geometric Axis and Principal Axis Bending in Single Angles*”, Structure Magazine, **November**, 18 – 21.
- [13] Dinis, P.B., Camotim, D., Silvestre, N. (2012): “*On the mechanics of thin-walled angle column instability*”, Thin-Walled Structures **52**, 80 – 89.

- [14] Chen Yu, B. Eng, (2013): “*Buckling of rectangular plates under intermediate and end loads*”
- [15] Bhilawe, J.V., Gupta, L.M. (2015): “*Experimental Investigation of Steel Equal Angle Subjected to Compression*”, Engineering Structures and Technologies **7**(2), 55 – 66.
- [16] Zhang, A., Zhang, Q., Sun, C. (2016): “*The Elastic Critical Load of Single Angle Columns*”, The Open Civil Engineering Journal **10**, 564 – 570.
- [17] ANSI/AISC 360-16 (2016): “*Specification for Structural Steel Buildings*”
- [18] Spiliopoulos, A., Dasiou, A.-M., Thanopoulos, P. and Vayas, I. (2018): “*Experimental test on members made from rolled angle sections*”, Steel Construction **11**(1), 84 – 93.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ
Αρχείο Mathematica

```

ClearAll[w, a, b, m, n, h, equ, Nc, part11, part12, part13,
  part14, part1, part21, part2, part2, sss, part31, part32,
  part33, part3, equ, DD, CC, ν, Mxx, Myy, Mxy, Vy, kk]
Print["Έκφραση του καμπτικού βέλους"]
w = Sin[ $\frac{m \pi x}{a}$ ] * Sin[ $\frac{n \pi y}{b}$ ]
Print["Υπολογισμός μερικών παραγώγων"]
part11 =  $\partial_x w$ 
part12 =  $\partial_x \text{part11}$ 
part13 =  $\partial_x \text{part12}$ 
part1 =  $\partial_x \text{part13}$ 
part14 =  $\partial_y \text{part11}$ 
Print["-----"]
part31 =  $\partial_y w$ 
part32 =  $\partial_y \text{part31}$ 
part33 =  $\partial_y \text{part32}$ 
part3 =  $\partial_y \text{part33}$ 
Print["-----"]
part21 =  $\partial_y \text{part12}$ 
part2 =  $\partial_y \text{part21}$ 
Print["Έκφράσεις ροπών"]
Mxx = FullSimplify[-DD * (ν * part32 + part12)]
Myy = FullSimplify[-DD * (ν * part12 + part32)]
Mxy = FullSimplify[-(1 - ν) * DD * part14]
Print["Έκφραση τέμνουσας"];
Vy = FullSimplify[-DD * (part33 + (2 - ν) * part21)]
Print["Συνοριακές Συνθήκες"]
w /. x -> 0
w /. x -> a
Mxx /. x -> 0
Mxx /. x -> a
Myy /. y -> 0
rrr = Myy - CC * part11
rrr /. y -> b
sss = Vy - kk * w
Vy /. y -> 0
sss /. y -> b
Print["Διαφορική εξίσωση ισορροπίας - λυγισμού"]

```


equ =

FullSimplify[DD * (part1 + 2 * part2 + part3) + Nc * part12]
Solve[equ == 0, Nc]

Έκφραση του καμπτικού βέλους

$$\text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]$$

Υπολογισμός μερικών παραγώγων

$$\frac{m \pi \text{Cos}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a}$$

$$-\frac{m^2 \pi^2 \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a^2}$$

$$-\frac{m^3 \pi^3 \text{Cos}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a^3}$$

$$\frac{m^4 \pi^4 \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a^4}$$

$$\frac{m n \pi^2 \text{Cos}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Cos}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a b}$$

$$\frac{n \pi \text{Cos}\left[\frac{n \pi y}{b}\right] \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right]}{b}$$

$$-\frac{n^2 \pi^2 \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{b^2}$$

$$-\frac{n^3 \pi^3 \text{Cos}\left[\frac{n \pi y}{b}\right] \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right]}{b^3}$$

$$\frac{n^4 \pi^4 \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{b^4}$$

$$-\frac{m^2 n \pi^3 \text{Cos}\left[\frac{n \pi y}{b}\right] \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right]}{a^2 b}$$

$$\frac{m^2 n^2 \pi^4 \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a^2 b^2}$$

Έκφράσεις ροπών

$$\frac{DD \pi^2 (b^2 m^2 + a^2 n^2 \nu) \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a^2 b^2}$$

$$\frac{DD \pi^2 (a^2 n^2 + b^2 m^2 \nu) \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a^2 b^2}$$

$$\frac{DD m n \pi^2 (-1 + \nu) \text{Cos}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Cos}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a b}$$

Εκφραση τέμνουσας

$$\frac{DD \pi^3 (a^2 n^3 - b^2 m^2 n (-2 + \nu)) \text{Cos}\left[\frac{n \pi y}{b}\right] \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right]}{a^2 b^3}$$

Συνοριακές Συνθήκες

0

$$\text{Sin}[m \pi] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]$$

0

$$\frac{DD \pi^2 (b^2 m^2 + a^2 n^2 \nu) \text{Sin}[m \pi] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a^2 b^2}$$

0

$$- \frac{CC m \pi \text{Cos}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a} + \frac{DD \pi^2 (a^2 n^2 + b^2 m^2 \nu) \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]}{a^2 b^2}$$

$$- \frac{CC m \pi \text{Cos}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}[n \pi]}{a} + \frac{DD \pi^2 (a^2 n^2 + b^2 m^2 \nu) \text{Sin}[n \pi] \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right]}{a^2 b^2}$$

$$\frac{DD \pi^3 (a^2 n^3 - b^2 m^2 n (-2 + \nu)) \text{Cos}\left[\frac{n \pi y}{b}\right] \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right]}{a^2 b^3} - k k \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]$$

$$\frac{DD \pi^3 (a^2 n^3 - b^2 m^2 n (-2 + \nu)) \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right]}{a^2 b^3}$$

$$\frac{DD \pi^3 (a^2 n^3 - b^2 m^2 n (-2 + \nu)) \text{Cos}[n \pi] \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right]}{a^2 b^3} - k k \text{Sin}[n \pi] \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right]$$

Διαφορική εξίσωση ισορροπίας - λυγισμού

$$\frac{1}{a^4 b^4} \pi^2 \left(-a^2 b^4 m^2 Nc + DD (b^2 m^2 + a^2 n^2)^2 \pi^2 \right) \text{Sin}\left[\frac{m \pi x}{a}\right] \text{Sin}\left[\frac{n \pi y}{b}\right]$$

$$\left\{ \left\{ Nc \rightarrow \frac{DD (b^2 m^2 + a^2 n^2)^2 \pi^2}{a^2 b^4 m^2} \right\} \right\}$$