

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«Επιστήμες της Αγωγής: Παιδαγωγικό Παιχνίδι και Παιδαγωγικό Υλικό στην Πρώτη
Παιδική Ηλικία»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΙΤΛΟΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

«Ανιχνεύοντας τα μαθηματικά στο παιχνίδι των παιδιών στις γωνιές του
νηπιαγωγείου»

ΕΛΙΣΑΒΕΤ ΣΚΡΙΜΠΙΑ

Βόλος, 2019

1^η Επιβλέπουσα: Άννα Χρονάκη, Καθηγήτρια

2^{ος} Επιβλέπων: Ι. Πεχτελίδης, Αναπληρωτής Καθηγητής

3^{ος} Επιβλέπων: Κ. Μάγος, Επίκουρος Καθηγητής

Βαθμός	
Ολογράφως	

Στον πατέρα μου

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	Σελ.
Ευχαριστίες.....	4
Περίληψη.....	5
Εισαγωγή.....	7
Α΄ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ: ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΚΑΙ ΜΙΚΡΑ	10
ΠΑΙΔΙΑ.....	
1.1 Το παιχνίδι	10
1.2 Θεωρίες για το παιχνίδι και τα μαθηματικά.....	13
1.2.1 Η κοινωνικό-γνωστική θεωρία του Piaget.....	13
1.2.2 Η κοινωνικό- πολιτισμική θεωρία του Vygotsky.....	15
1.2.3 Bruner και ανακαλυπτική μάθηση.....	17
1.2.4 Η προσέγγιση του Cuisenaire για τα μαθηματικά και το παιχνίδι.....	19
1.2.5 Η προσέγγιση της Montessori για τα μαθηματικά και το παιχνίδι..	22
1.2.6 Η προσέγγιση του Dienes για τα μαθηματικά και το παιχνίδι.....	25
1.3 Ο ρόλος του παιχνιδιού στη διαμόρφωση της προσωπικότητας και της μάθησης.....	27
1.4 Η θέση του παιχνιδιού στο αναλυτικό πρόγραμμα του νηπιαγωγείου.....	31
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΠΑΙΔΙΚΗ	37
ΗΛΙΚΙΑ.....	
2.1 Η μαθηματική σκέψη του παιδιού και η σημασία της.....	37
2.2 Η θέση των μαθηματικών στο Αναλυτικό Πρόγραμμα του νηπιαγωγείου	42
2.3 Οι «άτυπες» μαθηματικές έννοιες.....	52

	ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ: Η ΣΥΝΔΕΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕ ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ.....	60
3.1	Μαθηματικά και παιχνίδι στην προσχολική ηλικία.....	60
3.2	Το «μαθηματικό» παιχνίδι.....	65
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ: Η ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ.....	71
4.1	Μεθοδολογία.....	71
4.2	Σχεδιασμός της έρευνας	72
4.3	Η εθνογραφία ως προσέγγιση	75
4.4	Η συλλογή δεδομένων.....	76
4.5	Η εθνογραφική παρατήρηση.....	78
4.6	Η συνέντευξη.....	79
4.7	Η ανάλυση των δεδομένων της έρευνας	81
4.8	Δεοντολογικά ζητήματα.....	82
4.9	Εμπιστευσιμότητα και Αξιοπιστία.....	82
4.9.1	Η αίθουσα του νηπιαγωγείου.....	83
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	86
5.1	Αποτελέσματα της παρατήρησης.....	86
5.1.1	Το μαγαζάκι.....	87
5.1.2	Το οικοδομικό υλικό.....	97
5.1.3	Τα ζώακια.....	109
5.1.4	Οι πλαστελίνες.....	117
	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΣΥΖΗΤΗΣΗ.....	121
	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	128
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	130
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	136

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Μεταπτυχιακού Προγράμματος στις Επιστήμες της Αγωγής: «Παιδαγωγικό Παιχνίδι και Παιδαγωγικό Υλικό στην Πρώτη Παιδική Ηλικία». Με την παρούσα παράγραφο ως ελάχιστη δυνατή μνεία οφείλω να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλαν στην εκπόνησή της. Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την επιβλέπουσα καθηγήτριά μου κα Χρονάκη Άννα, Καθηγήτρια του Παιδαγωγικού Τμήματος Προσχολικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Με την πολύτιμη στήριξή της, τις ουσιαστικές και παραγωγικές υποδείξεις και το άριστο κλίμα συνεργασίας συνέβαλε τα μέγιστα στη διεύρυνση των γνωστικών οριζόντων μου και στην κατάρτιση της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης, ευχαριστώ θερμά τους επιβλέποντες καθηγητές κ. Πεχτελίδη Γιάννη, Αναπληρωτή Καθηγητή του Παιδαγωγικού Τμήματος Προσχολικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, 2ο επιβλέποντα και τον κ. Κώστα Μάγο, Επίκουρο Καθηγητή του Παιδαγωγικού Τμήματος Προσχολικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, 3^ο επιβλέποντα για την υποστήριξή τους.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την οικογένειά μου, η οποία με εμπιστεύεται και με στηρίζει σε κάθε βήμα της επαγγελματικής μου εξέλιξης.

Περίληψη

Η παρούσα έρευνα αποσκοπεί να διερευνήσει την παρουσία και συμμετοχή των μαθηματικών στο ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών του νηπιαγωγείου στις γωνιές μαγαζάκι, οικοδομικό υλικό, ζωάκια και πλαστελίνες. Βασικοί στόχοι είναι να ανιχνεύσει τι είδους μαθηματικά χρησιμοποιούν τα παιδιά στο παιχνίδι τους και αν το παιχνίδι εμπεριέχει στοιχεία που μπορούν να το χαρακτηρίσουν «μαθηματικό» εκτός από το προφανές μαθηματικό περιεχόμενο. Η έρευνα βασίστηκε στην παρατήρηση 12 παιδιών ηλικίας 3,5-5 ετών. Ακολουθώντας τις γενικές θεωρητικές αρχές και τη μεθοδολογία της εθνογραφίας έγινε προσπάθεια να αποτυπωθεί η πραγματικότητα του ελεύθερου παιχνιδιού των παιδιών στις γωνιές και η σύνδεσή του με τα μαθηματικά.

Η έρευνα περιλαμβάνει δύο φάσεις. Κατά την πρώτη φάση πραγματοποιήθηκε η εθνογραφική παρατήρηση των παιδιών με βιντεοσκόπηση και λήψη φωτογραφιών. Κατά την δεύτερη φάση, πραγματοποιήθηκε προσωπική συνέντευξη με τη νηπιαγωγό της τάξης. Τα αποτελέσματα της έρευνας καταγράφηκαν, κατηγοριοποιήθηκαν και παρατίθενται. Τα ευρήματα της έρευνας κατέδειξαν ότι τα παιδιά χρησιμοποιούν στο παιχνίδι τους βασικές μαθηματικές δραστηριότητες μέσα από το λόγο και την κίνηση και το παιχνίδι τους κρίνεται μαθηματικό ακόμη και αν δεν συμπεριλαμβάνει τα προφανή μαθηματικά.

Λέξεις κλειδιά: ελεύθερο παιχνίδι, μαθηματικά, μαθηματικό παιχνίδι, άτυπα μαθηματικά, εθνογραφία, αίθουσα δραστηριοτήτων, γωνιές παιχνιδιού, προσχολική ηλικία

Abstract

The present study aims to investigate the presence and participation of mathematics in the free play of kindergarten children in the shops corner, building materials, animals and plasticines. The main goals are to detect what kind of mathematics the children use in their play and whether the game contains elements that can characterize it as mathematics in addition to the obvious mathematical content. The survey was based on the observation of 12 children aged 3,5-5 years. The survey was based on the observation of 12 children aged 3.5-5 years. Following the general theoretical principles and the methodology of ethnography, an attempt was made to capture the reality of the free play of children in the corners and its connection to mathematics. The research includes two phases. During the first phase the children's ethnographic observation took place by video recording and taking pictures. During the second phase, a personal interview was held with the class teacher. The results of the survey were recorded, categorized and listed. The findings of the research have shown that children use basic math activities in their play through reason and movement, and their play is considered mathematical even if it does not include obvious mathematics.

Keywords: free play, math, math game, informal math, ethnography, activity hall, play corner, pre-school age

Εισαγωγή

Τα μαθηματικά και το παιχνίδι συνιστούν δύο διαφορετικά αντικείμενα τα οποία χαρακτηρίζουν και νοηματοδοτούν την παιδική ηλικία. Η παιδική ηλικία είναι κοινωνικό και πολιτικό διακύβευμα καθώς λειτουργεί ως μεταφορά για το μέλλον, το οποίο αποτελεί σημείο αναφοράς για κάθε κοινωνία (Πεχτελίδης, 2015). Το παιχνίδι περιλαμβάνει μια σειρά συμπεριφορών, κινήτρων, ευκαιριών, πρακτικών, ικανοτήτων και αντιλήψεων που ενισχύουν την συνεργασία, την ψυχαγωγία αλλά και τη μάθηση (Βρυνιωτάκη, 2008). Σύμφωνα με τον Piaget (1967) τα παιδιά διευρύνουν το περιβάλλον τους με τη μίμηση, τη δοκιμή, την επανάληψη και την παρατήρηση των αποτελεσμάτων τους.

Οι περισσότεροι ειδικοί συμφωνούν ότι τα παιδιά διαθέτουν ένα σημαντικό όγκο πληροφοριών για τα μαθηματικά πριν έρθουν στο σχολείο. Σύμφωνα με τον Pinxten (2016) τα «κρυμμένα μαθηματικά» μπορούμε να τα ανακαλύψουμε στις καθημερινές δραστηριότητες των παιδιών καθώς και σε μια προσεκτική ανάλυση των εμπειριών και της γνώσης τους. Το παιχνίδι αποτελεί μια πολυδιάστατη καθημερινότητα των παιδιών για αυτό έχει κεντρίσει το ενδιαφέρον πολλών ερευνητών καθώς μέσα από την παρατήρησή του μπορεί να δώσει ενδιαφέροντα στοιχεία για την προσωπικότητα και την εξέλιξη των παιδιών. Η παρούσα έρευνα αποτελεί μια προσπάθεια ανίχνευσης των «κρυμμένων μαθηματικών» που ενυπάρχουν στο ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών κατά την προσχολική ηλικία.

Στην αίθουσα του νηπιαγωγείου λαμβάνει χώρα το ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών στις διάφορες γωνιές. Τα παιδιά για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα αφήνονται να δράσουν ελεύθερα στις γωνιές και να αναδείξουν έτσι τα ενδιαφέροντα, τις δεξιότητες, τις ιδέες, τις γνώσεις αλλά και τις ανεπάρκειες και οτιδήποτε συνθέτει την

προσωπικότητά τους μέσα από τις αλληλεπιδράσεις με τους συμμαθητές τους. Η παρούσα εθνογραφική μελέτη προσδοκά να διερευνήσει την παρουσία των μαθηματικών στο ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών ηλικίας 3,5-5 ετών καθώς επίσης και να αποσαφηνίσει τα στοιχεία εκείνα που μπορούν να το χαρακτηρίσουν «μαθηματικό» εκτός από τις προφανείς μαθηματικές δραστηριότητες. Προσωπικό κίνητρο για τη συγκεκριμένη έρευνα αποτέλεσε η εμπλοκή των παιδιών του οικογενειακού και ευρύτερου φιλικού περιβάλλοντος της συγκεκριμένης ηλικίας με διάφορους τρόπους με τα μαθηματικά στο παιχνίδι τους. Έτσι θέλησα να παρατηρήσω παιδιά νηπιαγωγείου πώς αναφέρονται και με ποιους τρόπους εμπλέκονται με τα μαθηματικά στο παιχνίδι τους χωρίς τη συνεργασία και την παρέμβαση των εκπαιδευτικών τους.

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε με τη συλλογή εθνογραφικών δεδομένων μέσω της παρατήρησης και της συνέντευξης καθώς επεδίωξε να παρατηρήσει ανθρώπινες συμπεριφορές. Τα δεδομένα ενισχύθηκαν από την καταγραφή μέσω βίντεο και φωτογραφιών για την καλύτερη μελέτη και αντιπαράθεση ευρημάτων. Η παρούσα εργασία χωρίζεται σε δύο μέρη: στο θεωρητικό και το ερευνητικό.

Το θεωρητικό μέρος χωρίζεται σε τρία κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται βιβλιογραφική ανασκόπηση σχετικά με τον ορισμό του παιχνιδιού, τις θεωρίες που το συνδέουν το παιχνίδι με τα μαθηματικά καθώς και τη θέση που κατέχει στο αναλυτικό πρόγραμμα του νηπιαγωγείου. Στο δεύτερο κεφάλαιο αποτυπώνεται το αντικείμενο των μαθηματικών μέσα από τη διεθνή βιβλιογραφία στην παιδική ηλικία. Παρουσιάζεται η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και η σημασία της και η θέση που κατέχουν τα μαθηματικά στο Αναλυτικό Πρόγραμμα του νηπιαγωγείου. Επίσης, γίνεται εκτενής αναφορά για τις άτυπες μαθηματικές έννοιες. Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύεται η σύνδεση των μαθηματικών με το παιχνίδι. Αναφέρονται παραδείγματα

ερευνών που εμπλέκουν τα μαθηματικά με το παιχνίδι των παιδιών της ηλικιακής ομάδας που μελετάται. Τέλος, παρουσιάζεται ποια στοιχεία εκτός από τα προφανή μαθηματικά χαρακτηρίζουν το παιχνίδι «μαθηματικό».

Στο δεύτερο μέρος, γίνεται λεπτομερής ανάλυση της ερευνητικής διαδικασίας και της μεθοδολογίας που επιλέχθηκε. Γίνεται λεπτομερής παράθεση της παρατήρησης και της διαδικασίας της συνέντευξης. Έπειτα περιγράφεται η αίθουσα του νηπιαγωγείου όπου έλαβε χώρα η έρευνα. Ακολουθεί η ενότητα στην οποία παρατίθενται τα αποτελέσματα της παρατήρησης των παιδιών μέσω της περιγραφικής και θεματικής ανάλυσης των αυθεντικών διαλόγων των παιδιών που εξελίχθηκαν κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού τους.

Στην επόμενη ενότητα ακολουθούν τα συμπεράσματα και η συζήτηση της έρευνας όπου η ερευνήτρια αναφέρει την προσωπική εμπειρία και τι αποκόμισε από την ερευνητική της προσπάθεια. Στο τέλος της εργασίας παρατίθενται οι περιορισμοί καθώς και μελλοντικές προτάσεις που μπορούν να αξιοποιηθούν στο πλαίσιο περαιτέρω έρευνας.

Α΄ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Κεφάλαιο Πρώτο: Παιχνίδι και Μικρά Παιδιά

1.1 Το Παιχνίδι

Ανέκαθεν το παιχνίδι συνιστούσε αναπόσπαστο κομμάτι στη ζωή των ανθρώπων αλλά στις πρώτες δεκαετίες του 20^{ου} αιώνα κατέστη αποδεκτό ζήτημα της παιδικής ηλικίας. Θεωρητικές προσεγγίσεις δεν έχουν αποδώσει μέχρι και σήμερα κάποιο καθολικά αποδεκτό ορισμό για την έννοια του παιχνιδιού, το οποίο είναι άρρηκτα συνδεδεμένο με το παιδί. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν όμως διάφορες απόπειρες οριοθέτησης του τι είναι «παιχνίδι» καθώς θεωρείται σύνθετη διαδικασία με πολλές διαστάσεις και οφέλη.

Το παιχνίδι συνιστά μια υποκειμενική δραστηριότητα και όταν αυτό επιβάλλεται παύει να νοείται ως παιχνίδι. Διαπνέεται από την ιδέα της ελευθερίας, η οποία το ξεχωρίζει από την πορεία μιας προκαθορισμένης διαδικασίας (Huizinga, 1938). Το αυθεντικό παιχνίδι εκ φύσεως όταν λαμβάνει χώρα δεν ακολουθεί πιστά ένα και μοναδικό σενάριο. Είναι αυθόρμητο και συνεχώς μεταβαλλόμενο (Miller, Almon, 2009). Ξεκινά με πρωτοβουλία του παιδιού, αποτελεί μια από τις πιο σημαντικές εμπειρίες στη ζωή του και θεωρείται πρωταρχικό μέσο μάθησης στην παιδική ηλικία.. Σύμφωνα με τον Roger Caillois (1962) το παιχνίδι είναι αβέβαιο, δεδομένου ότι το αποτέλεσμα δεν μπορεί να προβλεφθεί και διέπεται από κανόνες που παρέχουν ίσους όρους ανταγωνισμού για όλους και όλες τους συμμετέχοντες/ουσες. Επίσης, ακρογωνιαίο λίθο για το παιχνίδι συνιστά η εξεύρεση απάντησης στη δράση του αντιπάλου ή στην κατάσταση παιχνιδιού που είναι ελεύθερη εντός των ορίων που θέτουν οι κανόνες μεταξύ των παικτών. Είναι μια ελεύθερη και εθελοντική

δραστηριότητα που προστατεύεται και απομονώνεται από το υπόλοιπο της ζωής. Ως παιχνίδι θεωρείται το αντίθετο της εργασίας, μια δραστηριότητα που γίνεται για την ίδια την απόλαυση χωρίς καταναγκασμούς και περιορισμούς και μάλιστα αποτελεί ένα είδος αινίγματος και μια γοητεία αληθινή (Smith, 1997). Ακόμη, αποτελεί ένα σύνθετο και πολύμορφο φαινόμενο που περιλαμβάνει διαφορετικές σκηνές, πράξεις, προσανατολισμούς και εκδηλώσεις (Scales, et al., 1991). Το παιδί αντιλαμβάνεται το παιχνίδι ως μια δραστηριότητα, την οποία μπορεί να κατευθύνει, να ελέγχει και αποδίδει σημασία στο «νόημα» και όχι στην κατάληξή της (Kostelnik, et al., 1993). Το παιχνίδι είναι μια συναρπαστική δραστηριότητα στην οποία συμμετέχουν υγιή παιδιά με ενθουσιασμό και ανεμελιά (Scales, et al., 1991).

Επιπλέον, αποτελεί αδιαμφισβήτητη πηγή μάθησης μέσα από την πράξη (Feeney, Christensen, Moravcil, 1996). Η έννοια ότι το παιχνίδι είναι μόνο «προσποίηση» δεν εμποδίζει καθόλου να εκτυλίσσεται με άκρα σοβαρότητα, με απορρόφηση, με αφοσίωση. Στις απαρχές της παιδικής ηλικίας η χάρη του παιχνιδιού ενισχύεται με τη δημιουργία ενός κοινού μυστικού (Huizinga, 1938). Περιβάλλεται δηλαδή από μια μυστηριακή ατμόσφαιρα που πρέπει ή να τη δημιουργήσεις ή να την ανακαλύψεις. Τη στιγμή που διαδραματίζεται το παιχνίδι, τα παιδιά δεν τα αφορά ο «έξω κόσμος», κι αυτό που πραγματοποιείται τους ανήκει και κανείς δεν χρειάζεται να το μάθει. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι τα μικρά παιδιά εργάζονται σκληρά στο παιχνίδι. Ανακαλύπτουν σκηνές και πλάθουν ιστορίες, επιλύουν προβλήματα και διαπραγματεύονται τις εξελίξεις. Επειδή τα κίνητρά τους προέρχονται από μέσα, μαθαίνουν το ισχυρό μάθημα να ακολουθούν τις δικές τους ιδέες σε ένα επιτυχημένο συμπέρασμα (Miller, Almon, 2009). Όταν τα παιδιά παίζουν, ακολουθούν κανόνες, εφευρίσκουν νέους ή επιφέρουν απλά κάποιες αλλαγές κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού κι έτσι δραστηριοποιούνται ελίσσονται, δεν επαναπαύονται για να φέρουν

εις πέρας τους στόχους τους. Έτσι το παιχνίδι διέπεται από την παρουσία κανόνων οι οποίοι, παρά τον φαινομενικά περιοριστικό τους χαρακτήρα, είναι απαραίτητοι για την πραγματοποίησή του. Οι κανόνες του παιχνιδιού μπορούν είτε να αποτελούν μέρος της δραστηριότητας αυτής είτε να υποδεικνύονται έμμεσα από τα δεδομένα του χώρου και των στοιχείων του. Σε κάποια παιχνίδια οι κανόνες είναι δοσμένοι μέσα από τη δομή του παιχνιδιού και είναι ικανοί να προσδιορίζουν κινήσεις, μετακινήσεις, τη σειρά του παίκτη, πολλές φορές ακόμη και τον αριθμό των παιδιών που συμμετέχουν σε αυτά. (Μπότσογλου, 2010).

Συμπεραίνουμε πως το παιχνίδι παραμένει ξεκάθαρα μια «προσωπική υπόθεση» των παιδιών. Με αυτό ξεδιπλώνουν τα ταλέντα τους, δηλώνουν τη χαρά, τον προβληματισμό, τους φόβους εκφράζουν τις απόψεις με έμμεσο και άμεσο τρόπο. Πολλές φορές συνιστά μια μικρογραφία της ζωής καθώς μέσω των φανταστικών καταστάσεων παρουσιάζει έναν ιδεατό κόσμο μέσα από τα μάτια των παιδιών. Έρευνες τονίζουν ότι μέσω του παιχνιδιού τα παιδιά, όχι μόνο μαθαίνουν αλλά μαθαίνουν πώς να μαθαίνουν, κατασκευάζουν τη γνώση τους και την μεταλαμπαδεύουν στους συμπαίκτες τους. Αξίζει λοιπόν να παρατηρούμε το παιχνίδι των παιδιών διότι μπορούμε να ανακαλύψουμε την προσωπικότητα και τον τρόπο σκέψης τους. Γενικά, το παιχνίδι δεν είναι μια απλή κι ανώριμη κατάσταση δημιουργίας ή εμπειρίας των παιδιών αλλά έχει πολλές διαστάσεις και εκφάνσεις που χρήζουν απρόσκοπτης μελέτης.

1.2 Θεωρίες για το παιχνίδι και τα μαθηματικά

1.2.1 Η κοινωνικό-γνωστική θεωρία του Piaget

Ο Piaget θεωρεί ότι το παιχνίδι αποτελεί μια αυτόνομη πραγματικότητα των παιδιών, την οποία τα παιδιά τείνουν να πιστεύουν. Σύμφωνα με τον Piaget (1979) όλα τα παιδιά, ανεξαρτήτως με εθνικές ή πολιτισμικές διαφορές, πρέπει να παίζουν. Με το παιχνίδι επιτυγχάνεται η συμμετοχή στα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα που εκθέτουν τα παιδιά σε σημαντικές έννοιες των μαθηματικών, της γλώσσας και της επιστήμης. Παρουσιάζει την εξέλιξη της δραστηριότητας του παιχνιδιού σε συνάρτηση με την ανάπτυξη των νοητικών σταδίων των παιδιών. Αυτό που συντελεί στη γνωστική ανάπτυξη κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού είναι η αφομοίωση νέων υλικών και γνώσεων στις ήδη υπάρχουσες γνωστικές δομές (Αυγητίδου, 2001:30). Διακρίνει το παιχνίδι των παιδιών στο παιχνίδι χωρίς κανόνες και με κανόνες και στο κατασκευαστικό παιχνίδι. Στα παιχνίδια χωρίς κανόνες ανήκουν το παιχνίδι εξάσκησης το οποίο ξεκινά από τη βρεφική ηλικία και επαναλαμβάνουν κινήσεις με ή χωρίς αντικείμενα και το συμβολικό παιχνίδι, το οποίο ξεκινά από την προσχολική ηλικία και περιλαμβάνει τα παιχνίδια ρόλων. Στα παιχνίδια με κανόνες ανήκουν επιτραπέζια ή αθλητικά παιχνίδια και ξεκινούν από την ηλικία των έξι ετών. Στα κατασκευαστικά παιχνίδια ανήκουν οι κατασκευές, χειροτεχνίες, συναρμολογήσεις και άλλα. Το παιχνίδι εξάσκησης περιλαμβάνει το αισθησιοκινητικό και εξερευνητικό παιχνίδι του βρέφους. Το συμβολικό υποκριτικό, το φαντασιακό και το κοινωνικο-δραματικό και τα οργανωμένα παιχνίδια περιλαμβάνουν κανόνες. Μεγάλο μέρος της προσχολικής ηλικίας αφορά το συμβολικό παιχνίδι κατά το οποίο τα παιδιά υποκρίνονται και υποδύονται ότι μία πράξη ή ένα αντικείμενο έχει διαφορετικό

νόημα από το συνηθισμένο στην πραγματική ζωή. Για παράδειγμα, αν ένα παιδί κάνει κυκλικές κινήσεις με το χέρι του, πατάει και κάνει τον ήχο της κόρνας και μοιράζει κομματάκια από χαρτί υποκρίνεται ότι στρέφει το τιμόνι και μοιράζει εισιτήρια. Αν οι πράξεις του είναι αρκετά ενοποιημένες μπορούμε να πούμε ότι υποδύεται τον οδηγό του λεωφορείου (Αυγητίδου, 2001: 203-205). Αναφέρει ότι το παιχνίδι συμβάλλει σημαντικά στη γνωστική ανάπτυξη όταν το παιδί αλληλεπιδρά και προσαρμόζεται στο περιβάλλον του. Για τον Piaget η μάθηση συντελείται όταν τροποποιείται η κατάσταση της γνώσης. Αναφέρει πως ο εξελικτικός χαρακτήρας της νοητικής ανάπτυξης είναι άμεσα συνδεδεμένος με τη βιολογική. Επιχειρεί να εξηγήσει τους μηχανισμούς απόκτησης της γνώσης ξεκινώντας από τη γένεση λογικο-μαθηματικών συλλογισμών που υποβόσκουν σε κάθε νοητικό δραστηριότητα (Elliot, et al, 2008, 69). Η ανάπτυξη του παιδιού χαρακτηρίζεται από της εξής περιόδους:

- Αισθησιοκινητικό Στάδιο (0-2 χρόνια)
- Προσυλλογιστικό Στάδιο (2-7 χρόνια)
- Συλλογιστική Περίοδος (7- 11 με 12 χρόνια)
- Στάδιο τυπικής λογικής σκέψης (12 με 13 χρονών και πέρα)

Το προσυλλογιστικό στάδιο που αναφέρεται στην προσχολική- πρώιμη σχολική ηλικία που εξετάζουμε. Ο Piaget αναφέρει ότι σε αυτό το στάδιο το παιδί αρχίζει να κάνει ταξινομήσεις αντικειμένων με βάση τα κοινά τους χαρακτηριστικά κι έχει φτωχό λεξιλόγιο. Το παιδί αρχίζει να λύνει κάποια προβλήματα διαισθητικά χωρίς λογική αλληλουχία των σκέψεων. Οι μαθηματικές έννοιες που μπορεί να επεξεργαστεί το παιδί είναι περιορισμένες. Μέσα από τα πειράματά του σημείωσε ότι χαρακτηριστικό της σκέψης των παιδιών είναι η απουσία της αντιστρεψιμότητας, τη οποία θεωρούσε μία από τις βασικές λογικές πράξεις.

Ανέφερε επίσης ότι το παιδί συγκεντρώνεται σε μία μόνο διάσταση ή σε ένα χαρακτηριστικό αντικειμένων ή γεγονότων. Γενικά, τόνισε ότι οι νοητικές δραστηριότητες αυτής της περιόδου επιτρέπουν την ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων μέσα από πρακτικές δραστηριότητες. Επικρίθηκε ότι χρησιμοποιούσε δύσκολη γλώσσα για να την αντιληφθούν τα παιδιά, τα οποία έχουν περισσότερες δυνατότητες από αυτές που ανέφερε.

1.2.2 Η κοινωνικό-πολιτισμική θεωρία του Vygotsky

Ο Vygotsky (1896-1934) κύριος εκφραστής του κοινωνικού κονστρουκτιβισμού υπογράμμισε ότι το παιχνίδι είναι κυρίαρχη δραστηριότητα για την ανάπτυξη των παιδιών από 3-6 ετών (Vygotsky, 2000:172-173). Θεωρεί ότι είναι ένα μέσο επαφής με το κοινωνικό περιβάλλον. Σημειώνει πως όταν τα παιδιά παίζουν παιχνίδια προσποίησης δημιουργούν τη δική τους ζώνη επικείμενης ανάπτυξης κατά την οποία λαμβάνει χώρα η μάθηση. Για να δημιουργήσουν όμως αυτή τη ζώνη θα πρέπει να αλληλεπιδράσουν, να επενεργήσουν και να συνεργαστούν με το κοινωνικό τους περιβάλλον. Έτσι χρειάζονται πρόσβαση στο παιχνίδι γιατί μέσα σε αυτό λειτουργούν και εκφράζονται με διαφορετικό τρόπο σε σχέση με τις μη παιγνιώδεις συμπεριφορές τους. Αυτό πραγματοποιείται με τρία βασικά χαρακτηριστικά: τη δημιουργία φαντασιακών καταστάσεων, την ανάληψη ρόλων και τη δημιουργία κανόνων (Vygotsky, 2000).

Σύμφωνα με τον Vygotsky, το γνήσιο παιχνίδι αρχίζει με την μορφή του συμβολικού παιχνιδιού των ρόλων. (Αυγητίδου, 2001:230). Διέκρινε το συμβολικό παιχνίδι σε δύο επίπεδα. Στο πρώτο επίπεδο το παιδί αναπτύσσει το παιχνίδι του με αντικείμενα ή με απλές υποκριτικές ενέργειες κατά τις οποίες το παιδί υποδύεται ένα ρόλο χωρίς προκαθορισμένο σχέδιο και ατομικά ενώ στο

δεύτερο επίπεδο αναπτύσσει το παιχνίδι ρόλων κατά το οποίο συνδυάζει καταστάσεις π.χ παίζοντας τη δασκάλα παριστάνει ότι μιλά στο τηλέφωνο με τη μητέρα ενός μαθητή. Η θεωρία του για τη μάθηση στηρίζεται στην επίδραση του κοινωνικού περιβάλλοντος. Θεώρησε ότι το κοινωνικό περιβάλλον επηρεάζει τη μάθηση μέσω σημαντικών πολιτισμικών στοιχείων όπως η γλώσσα, η γραφή και οι κοινωνικοί θεσμοί. Αυτά τα στοιχεία παράγονται από τον πολιτισμό και γεφυρώνουν το χάσμα ανάμεσα στην προηγούμενη και την καινούρια γνώση και ανάπτυξη του ατόμου. Η προσέγγιση του Vygotsky ανατρέπει τη θεωρία του Piaget καθώς αναφέρει ότι το κοινωνικό-πολιτισμικό περιβάλλον του παιδιού όχι μόνο συμβάλλει στη νοητική ανάπτυξη αλλά την δημιουργεί μέσα από ποικίλες αλληλεπιδράσεις. Ο Piaget δεν δίνει μεγάλη έμφαση στο ρόλο του ενήλικου στη μάθηση του παιδιού και αυτό το κενό έρχεται να συμπληρώσει και να δια φωτίσει ο Vygotsky και στη συνέχεια ο Bruner.

Συγκεκριμένα, τόνισε ότι ο ενήλικας μπορεί να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στη νοητική ανάπτυξη του παιδιού. Ανέπτυξε τη θεωρία της Ζώνης της Επικείμενης Ανάπτυξης (1978), η οποία αναφέρει ότι το παιδί μπορεί μόνο του να αναπτύξει συγκεκριμένες νοητικές διεργασίες και δεξιότητες (πραγματικό αναπτυξιακό επίπεδο) αν όμως βοηθηθεί από κάποιον μεγαλύτερο μπορεί να επιτύχει κάτι δυσκολότερο από ότι πέτυχε μόνο του. Η ικανότητά του δεν θα μπορούσε να επεκταθεί κατά πολύ διότι δεν θα μπορούσε να αντιληφθεί τι του αναθέτει ο ενήλικος να κάνει αυτό το αποκαλεί επίπεδο δυνητικής ανάπτυξης. Η διαφορά των δύο επιπέδων είναι η Ζώνη της Επικείμενης Ανάπτυξης κατά την οποία το παιδί μπορεί να βοηθηθεί από τον ενήλικα ή από άλλα παιδιά που έχουν περισσότερες δυνατότητες. Για παράδειγμα, αν ένα παιδί παίζει με ξύλινους κύβους και φτιάχνει ένα πύργο, τότε ο ενήλικας του προτείνει να φτιάξει ακόμα

έναν ίδιο δίπλα και μετά τον ρωτάει πώς θα φτιάξει μία γέφυρα για να ενωθούν, υπαινισσόμενος ότι ένα δοκάρι κάθετα τοποθετημένο μπορεί να βοηθήσει (Αυγητίδου, 2001: 221-222).

1.2.3 Bruner και ανακαλυπτική μάθηση

Ο Bruner συμφώνησε με τον Piaget ότι η γνώση προκύπτει από την πράξη του παιδιού και με τον Vygotsky ότι στη βάση της η γνώση είναι κοινωνικό-πολιτισμική. Ο Bruner (2006) θεώρησε την εκπαίδευση ως μία συστηματική διαδικασία, δίνοντας κι αυτός έμφαση στη σπουδαιότητα του παιχνιδιού. Διατύπωσε παρόμοιες απόψεις με τον Vygotsky με την έννοιά του: «σκαλωσιά» (scaffolding) η οποία βοηθάει τα παιδιά να επιτύχουν τους σχολικούς στόχους αποτελεσματικότερα (Ντολιοπούλου, 2001). Πίστευε πως η μάθηση δε μεταδίδεται, αλλά κατασκευάζεται και κατακτάται από το μαθητή. Η μάθηση απαιτεί εξερεύνηση, πειραματισμό, ανακατασκευή της γνώσης, ανακάλυψη. Η παθητική στάση του μαθητή παρεμποδίζει τις παραπάνω διαδικασίες και αποτελεί ανασταλτικό παράγοντα της απόκτησης γνώσης. Τονίζει τη σημασία της ανακαλυπτικής μάθησης των μαθηματικών και απορρίπτει την απομνημόνευση. Η σκαλωσιά είναι μία κατασκευή που διευκολύνει την οικοδόμηση ενός κτιρίου. Όταν τελειοποιηθεί το κτίριο η σκαλωσιά δεν χρησιμεύει πια και απομακρύνεται. Έτσι η σκαλωσιά αντιπροσωπεύει την βοήθεια από τον ενήλικα ενώ το κτίριο αποτελεί τη νοητική ανάπτυξη του παιδιού. Η υποστήριξη πάντα θα πρέπει να προσαρμόζεται στο επίπεδο του παιδιού για να ελαττώνεται ή να αφαιρείται στη συνέχεια όταν το παιδί θα αποκτά την ικανότητα που επιδιώκεται. Σύμφωνα με την ανακαλυπτική μάθηση, οι μαθητές ανακαλύπτουν μόνοι τους τις αρχές και αναπτύσσουν δεξιότητες μέσω του πειραματισμού και της δράσης. Ο εκπαιδευτικός έχει το ρόλο του διευκολυντή και ενθαρρύνει τους μαθητές να ανακαλύψουν τη γνώση. Σκοπός της διδασκαλίας είναι η

διαισθητική σκέψη του παιδιού. Η ενεργητική συμμετοχή των μαθητών πραγματοποιείται μέσα από διαδοχικά στάδια αφαίρεσης. Μέσα από αυτά πραγματώνεται η απόκτηση, ο μετασχηματισμός και η αξιολόγηση της γνώσης και υπάρχουν στο παιδί ανεξάρτητα από την ηλικία του.

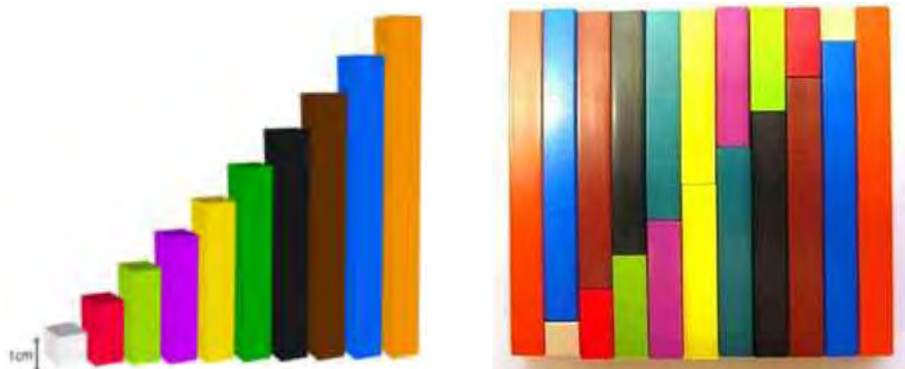
- 1) Πραξιακή Αναπαράσταση: αποτελεί μάθηση με πραγματικά αντικείμενα, πρότυπα επίδειξης και παιχνίδια ρόλων π.χ 3 πραγματικά μολύβια και 3 πραγματικά μολύβια ίσον 6 πραγματικά μολύβια
- 2) Εικονιστική Αναπαράσταση: αποτελεί μάθηση μέσω εικόνων, σχεδιαγραμμάτων κ.α
- 3) Συμβολική Αναπαράσταση: πραγματοποιείται με μαθηματικά ή γλωσσικά σύμβολα π.χ γλωσσικά: τρία και τρία ίσον έξι

Η σπειροειδής διάταξη της ύλης αποτελεί μέρος της ανακαλυπτικής μάθησης. Ο Bruner τόνισε ότι οποιοδήποτε αντικείμενο μπορεί να διδαχθεί σε οποιοδήποτε μαθητή με κατάλληλο τρόπο για το επίπεδο της κατανόησής του (Bruner, 1960). Ο μαθητής θα πρέπει να επανέρχεται σε γενικά θέματα τα οποία μαθαίνει από τα πρώτα χρόνια της εκπαίδευσής του και να εμβαθύνει πάνω σε αυτά ανάλογα με το όλο και ανώτερο επίπεδό του κάθε φορά και ο εκπαιδευτής να έχει το ρόλο του εμπνευστή. Είναι αρκετά σημαντικό ότι όταν οι ενήλικοι παρατηρούν το παιχνίδι των παιδιών, γνωρίζουν το επίπεδο ικανοτήτων των παιδιών και μπορούν να υπολογίζουν πώς μπορούν να επέμβουν κατάλληλα ώστε να υποβοηθήσουν τα παιδιά και να μην επαναλαμβάνουν αυτά που τα παιδιά κατέχουν και γνωρίζουν. Το παιδί δεν έχει ανάγκη να είναι παθητικός δέκτης αλλά έχει ανάγκη να βοηθηθεί για να διευρύνει το συλλογισμό του πάνω στις ιδιότητες αντικειμένων, σε πιο ολοκληρωμένα σενάρια και ρόλους που υποδύεται.

Μέχρι και σήμερα σημαντικοί θεωρητικοί της αγωγής και αξιόλογοι παιδαγωγοί έχουν ενδιαφερθεί για το παιχνίδι και έχουν θεωρήσει ότι με το κατάλληλο υλικό μπορεί να αποτελέσει βασικό μέσο αγωγής, εκπαίδευσης και μάθησης.

1.2.4 Η προσέγγιση του Cuisenaire για τα μαθηματικά και το παιχνίδι

Μια διδακτική προσέγγιση των αριθμών που συνδέεται με τον Piaget είναι η προσέγγιση του Cuisenaire, που εφαρμόστηκε κατά τη δεκαετία του '60 στην Ευρώπη και την Αυστραλία. Εφηύρε τα ξυλάκια Cuisenaire για να διδάξει μαθηματικά. Το 1952 είχε εκδώσει το πρώτο του έργο με τίτλο “Numbers in color” έτσι θέλησε να διδάξει τα πρωταρχικά στάδια της αριθμητικής. Την αφορμή για το έργο του αποτέλεσε η παραδοχή ότι κάθε παιδί διδάσκεται και μαθαίνει μέσα από την προσωπική πράξη, η οποία βοηθά να αποκτήσει και την απαιτούμενη αυτοπεποίθηση για να πετύχει τη μάθηση. Μέσα από έρευνες ανακάλυψε ότι τα παιδιά πέτυχαν άριστες επιδόσεις στην αριθμητική όταν χρησιμοποιούσαν τα ξυλάκια που εφηύρε. Οι ράβδοι χρησιμοποιούνται για την ανάπτυξη της έννοιας του αριθμού, των σχέσεων των αριθμών μεταξύ τους των πράξεων μεταξύ των αριθμών. Είναι δηλαδή μοντέλα μήκους τα οποία τα παιδιά διαχειρίζονται σε δραστηριότητες σύνθεσης και σύγκρισης μηκών



Οι ράβδοι Cuisenaire μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως υποστηρικτικό υλικό για τα παιδιά για να αντιληφθούν και να αναπτύξουν, μέσα από μία ποικιλία δράσεων, τις σταθερές σχέσεις που συνδέουν τους αριθμούς ως το 10 και στη συνέχεια των δεκάδων ως το 100. Οι σταθερές αυτές σχέσεις, που δεν απομνημονεύονται αλλά σταθεροποιούνται μέσα από τη συστηματική χρήση, αποτελούν τη βάση για κάθε αριθμητική ανάπτυξη. Η συστηματική ενασχόληση με το υλικό αναπτύσσει την παρατηρητικότητα του παιδιού, την αυτενέργεια και δημιουργικότητα, την επαλήθευση και την κατανόηση και οδηγεί σταδιακά στη μαθηματική σκέψη. Χρησιμοποιούνται στις γωνιές παιχνιδιού όπως για παράδειγμα στο πρόγραμμα προσχολικής αγωγής «Υψηλών Στόχων» που έχει ως μία από τις βασικές αρχές την οικοδόμηση της γνώσης και τη μάθηση μέσα από την επαφή με αντικείμενα, με ανακαλύψεις και επίλυση προβλημάτων (Ντολιοπούλου, 2003:144). Το υλικό βοηθά το παιδί στα εξής:

Ανάπτυξη παρατηρητικότητας:

- Τα χρώματα αντιπροσωπεύουν διαφόρους αριθμούς το καθένα, ασκούν την παρατηρητικότητα του παιδιού και οδηγούν στη σύνδεση της παρατήρησης με νοερούς υπολογισμούς.
- Οι διαστάσεις (τα μεγέθη) των ράβδων, όντας διαφορετικές και συμμετρικές, διευκολύνουν το παιδί να σχηματίζει συγχρόνως νοητικές εικόνες και διαφορετικές αντιλήψεις των μεγεθών, χρησιμοποιώντας τις αισθήσεις του όραση και αφή και να κάνει νοητικές συνδέσεις των αισθήσεων με τις νοητικές εικόνες.

- ο συνδυασμός χρωμάτων και διαστάσεων, διευκολύνει τη συμβολή όλων των αισθήσεων του παιδιού και την άσκηση της νοητικής του ικανότητας, προετοιμάζοντάς το για την εμφάνιση της αφαιρετικής σκέψης.

Αυτενέργεια και δημιουργικότητα:

- το παιδί ικανοποιεί την ανάγκη για νοητική αναζήτηση, γιατί το υλικό αυτό παρακινεί το παιδί να δημιουργήσει αυθόρμητα και ελεύθερα πολλούς και διαφορετικούς συνδυασμούς, οι οποίοι στηρίζονται στις σχέσεις και στις ομάδες των αριθμών. Οι συνδυασμοί αυτοί δημιουργούνται από το παιδί με υποθέσεις που επαληθεύονται απ' το ίδιο με βάση το υλικό. Η νοητική αυτή αναζήτηση που προκαλεί το υλικό Cuisenaire είναι μία σημαντική μορφή αυτενέργειας καθώς στηρίζει τη δημιουργικότητα μέσα από διαδικασίες πειραματισμού και αυτοέλεγχου.

Επαλήθευση και Κατανόηση:

- Το παιδί ανιχνεύει αριθμητικούς συνδυασμούς, κάνει εκτιμήσεις, υποθέσεις, δοκιμές, λάθη. Εκφράζει τη δημιουργική του φαντασία και τους νοερούς υπολογισμούς και προχωρά στην κατανόηση ποσοτήτων και σχέσεων.

Μαθηματική Σκέψη:

- Με τη χρήση του συγκεκριμένου υλικού το παιδί αναζητά νέους αριθμητικούς συνδυασμούς και ικανοποιεί την έφεσή του στην ανακάλυψη σχέσεων και υπολογισμών. Έτσι με τη δράση πάνω στα υλικά, οδηγείται στην κατανόηση των διαδικασιών και έπειτα στη μαθηματική σκέψη.

Γενικά, ο Cuisenaire μέσα από τη μέθοδό και το υλικό του στηρίζει την ατομική δραστηριότητα του παιδιού. Το παιδί διευκολύνεται να συγκροτεί τη μαθηματική του σκέψη σύμφωνα με τις ατομικές πνευματικές του δυνατότητες. Το παιδί

ανιχνεύει την ιδέα του «όλου» μέσα από τα «μέρη» με τις διάφορες συνθέσεις και αναλύσεις του υλικού. Οδηγείται έτσι από τη συγκεκριμένη στην αφαιρετική σκέψη. Η μάθηση επιτυγχάνεται ευχάριστα, άμεσα, ελκυστικά και με παιγνιώδη μορφή με την ενεργητική συμμετοχή όλων των αισθήσεων με βάση τις διαστάσεις του υλικού και τη σχέση χρωμάτων και διαστάσεων. Υπολογίζει χωρίς να ξέρει αριθμούς και φθάνει σύντομα στους μαθηματικούς αυτοματισμούς. Ελέγχει και επαληθεύει μόνο του τους υπολογισμούς που έκανε, διορθώνει μόνο του τα λάθη του δουλεύοντας ατομικά ή μέσα στην ομάδα. Εκφράζεται με μαθηματική ακρίβεια, που με άλλον τρόπο είναι δύσκολο να το επιτύχει.

1.2.5 Η προσέγγιση της Montessori για τα μαθηματικά και το παιχνίδι

Η Montessori, υποστήριξε ότι το παιδί είναι ελεύθερο και δραστήριο από τη φύση του και έτσι η μάθηση είναι μια ενεργητική και όχι παθητική διαδικασία σε αυτό το πλαίσιο δημιούργησε ένα παραγωγικό υλικό για τη διδασκαλία των παιδιών. Χαρακτηριστικό στοιχείο στη μέθοδό της ήταν η ασχολία και συμμετοχή των παιδιών σε διάφορες δραστηριότητες και η ελεύθερη επιλογή των υλικών για να ασχοληθούν. Η Montessori σύνδεσε το παιχνίδι με την ανάπτυξη των αισθήσεων και των ιδιαίτερων ικανοτήτων του παιδιού και το ταύτισε με την εργασία στη ζωή των ενηλίκων. Υπογραμμίζοντας την τάση του παιδιού για παιχνίδι (έμφυτη ανάγκη), επισημαίνει την ανάγκη για προσαρμογή της προσχολικής εκπαίδευσης ώστε αυτή να ικανοποιεί τη βασική αυτή επιθυμία της παιδικής ηλικίας (Τσιαντζή, 1996). Με τα ειδικά σχεδιασμένα υλικά της ευνοούσε το κατασκευαστικό παιχνίδι των παιδιών (Αυγητίδου, 2001:208). Τα υλικά ήταν τα εξής:

α. υλικά της πρακτικής ζωής: Η πρώτη κατηγορία περιελάμβανε υλικά που σχετίζονταν με υλικά της πρακτικής ζωής, όπως σκούπες, πετσέτες, νιπτήρες, βούρτσες που βάζουν τα παπούτσια. Η χρήση των υλικών της πρακτικής ζωής αποσκοπούσε στην οργάνωση και στον συντονισμό των αυθόρμητων μυϊκών κινήσεων του παιδιού. Η χρήση των υλικών αυτών βοηθά το παιδί να προετοιμαστεί κατάλληλα για τη μετέπειτα μάθηση στο σχολείο. Επίσης, τα παιδιά μαθαίνουν να περπατούν, να τρέχουν, να κάθονται, να σκύβουν και ταυτόχρονα να χρησιμοποιούν όλα τα παραπάνω αντικείμενα. Ακόμη, εξασκούνται στην φροντίδα του σπιτιού, στην κηπουρική, σε εργασίες που γίνονται με τα χέρια και στην γυμναστική (Κουτσοβάνου, 1993. Μοντεσσόρι, 1980. Φραγκούλη, 2000).

β. αισθητηριακά υλικά: Η δεύτερη κατηγορία περιελάμβανε αισθητηριακά υλικά, δηλαδή υλικά που ωθούσαν το παιδί να αναπτύξουν τις αισθήσεις τους. Σε αυτή την κατηγορία υπάρχουν παιδαγωγικά υλικά για την ανάπτυξη όλων των αισθήσεων.

γ. υλικό των μαθηματικών και της γλώσσας: Η τρίτη και τελευταία κατηγορία περιελάμβανε υλικά που βοηθούν το παιδί να αναπτύξει διάφορες έννοιες. Πιο συγκεκριμένα, περιλαμβάνει ένα σύνολο διαρθρωμένων αντικειμένων που έχουν ως σκοπό να διδάξουν στα παιδιά το χρώμα, το σχήμα, το μέγεθος, τον ήχο, το βάρος, τη θερμοκρασία. Γενικότερα, σε αυτή την κατηγορία των υλικών υπάρχουν εκπαιδευτικά υλικά που βοηθούν στην κατανόηση και την κατάκτηση εννοιών σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα, όπως μαθηματικά, γλώσσα, φυσική, γεωγραφία, ιστορία, μουσική, βοτανολογία, ζωολογία και υλικό για πειράματα (ηλεκτρισμός, μαγνητισμός, θερμότητα, βαρύτητα, φώς και ήχοι) (Φραγκούλη, 2000).

Για παράδειγμα στα μαθηματικά υπάρχουν πέντε ομάδες υλικών:

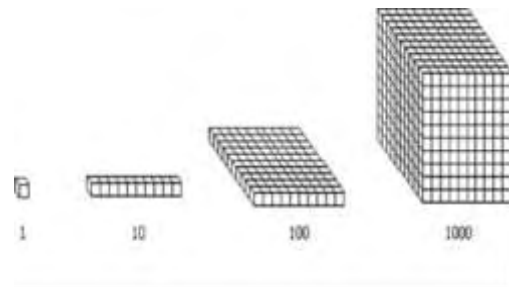
- Στην πρώτη ομάδα υπάρχουν ενδεικτικά: οι κόκκινοι ράβδοι αρίθμησης από το 1 έως το 9, κουτί με μακρόστενα ραβδάκια μέτρησης, παιχνίδι μνήμης.
- Στην δεύτερη ομάδα υπάρχουν: χρυσές χάντρες, κάρτες, παιχνίδια εμπέδωσης αριθμών σε ειδικά χρωματισμένες ξύλινες πλάκες.
- Στην τρίτη ομάδα υπάρχουν: αλυσίδες και κύβοι των 100 χαντρών, οι πλάκες του Seguin από το 11-29 και από το 1-99.
- Στην τέταρτη ομάδα υπάρχουν: μακρόστενοι πίνακες για πράξεις πρόσθεσης, χάρτες πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και διαίρεσης.
- Στην πέμπτη και τελευταία ομάδα που αφορά τα μαθηματικά υπάρχουν μικρό πλαίσιο για πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό και διαίρεση, κλάσματα, πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης με εκατομμύρια (Κουτσοβάνου, 2003. Μοντεσσόρι, 1977. Φραγκούλη, 2000).

Τέλος, ο εκπαιδευτικός σύμφωνα με την Μοντεσσόρι είναι απαραίτητο να λειτουργεί ως υπόδειγμα συμπεριφοράς. Να παρέχει στα παιδιά ελευθερία, να ενδιαφέρεται για τις δραστηριότητες και να παρατηρεί τα παιδιά συστηματικά προκειμένου να διαμορφώσει ένα πρόγραμμα που να ανταποκρίνεται στις ανάγκες τους (Κουτσοβάνου, 1993. Μοντεσσόρι, 1980). Ο εκπαιδευτικός δεν μιλά αλλά ενθαρρύνει τα παιδιά να ασχοληθούν ενεργά με τα υλικά.

1.2.6 Η προσέγγιση του Dienes για τα μαθηματικά και το παιχνίδι

Θεμελιωτής της ψυχολογίας της μάθησης των μαθηματικών υπογράμμισε ότι η διδασκαλία των μαθηματικών πρέπει να αρχίζει με παιχνίδια καθώς από τη διαισθητική κατανόηση των κανόνων επέρχεται η ανάπτυξη λογικό-μαθηματικών

σχέσεων και έπειτα η μαθηματική γνώση. Έχει δημιουργήσει εκπαιδευτικό υλικό όπως τα στερεά Λογικής (Logic Blocks) για την οργάνωση δραστηριοτήτων συγκρότησης και ανάπτυξης των θεμελιωδών λογικο-μαθηματικών σχέσεων ισοδυναμίας, διάταξης και αντιστοίχισης, και τα στερεά Αριθμητικής (Arithmetic Blocks) για την οργάνωση δραστηριοτήτων συγκρότησης και ανάπτυξης των βασικών εννοιών του αριθμού και του συστήματος αρίθμησης.



Logic Blocks

Arithmetic Blocs

Διαχώρισε δύο τύπους παιχνιδιών, το πρωτογενές και το δευτερογενές. Κατά το πρωτογενές το παιδί έρχεται σε επαφή με υλικά και αντικείμενα για να ικανοποιήσει τις ανάγκες του ενώ στο δευτερογενές ανήκει η συνειδητή δραστηριότητα του παιδιού που έχει απώτερο σκοπό και στόχο.

Η χρήση του υλικού των στερεών αριθμητικής έχει τις βάσεις της σε μια θεωρητική προσέγγιση της συγκρότησης των μαθηματικών εννοιών. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση οι δραστηριότητες συγκρότησης μαθηματικών εννοιών αναπτύσσονται σε στάδια (Dienes, 1973). Το πρώτο στάδιο αφορά το ελεύθερο παιχνίδι ως τη βάση της ανάπτυξης της μάθησης, στηριζόμενος στην αρχή του Piaget ότι η γνώση και η οικοδόμησή της δηλαδή η μάθηση του παιδιού δημιουργείται μέσα από τη δράση και την προσαρμογή στο περιβάλλον. Το περιβάλλον θα πρέπει να είναι κατάλληλα οργανωμένο για να αποτελέσει την αφετηρία για τη συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών και των λογικών

διαδικασιών. Υποστηρίζει πως το ελεύθερο (χωρίς κανόνες) παιχνίδι με κατάλληλο πάντα σχεδιασμένο υλικό είναι η κύρια δραστηριότητα αλληλεπίδρασης του παιδιού με το περιβάλλον καθώς το παιδί αποκτά εμπειρίες, παρατηρεί και αποφασίζει πως θα χρησιμοποιήσει το υλικό του. Στο δεύτερο στάδιο τα παιδιά έρχονται σε επαφή με κανόνες. Οργανώνουν και κατηγοριοποιούν το υλικό τους και προσπαθούν να λύσουν προβλήματα με τη χρήση του. Οι κανόνες αυτοί μπορεί να υποβάλλονται από το δάσκαλο ή από το ίδιο το εκπαιδευτικό υλικό ή σταδιακά από το ίδιο το παιδί και για να συμβάλλουν στη συγκρότηση μαθηματικών εννοιών και σχέσεων πρέπει να έχουν ανάλογη δομή. Στο τρίτο στάδιο γίνεται συζήτηση και συσχέτιση με άλλα παιχνίδια ενώ στο τέταρτο ακολουθεί η αναπαράσταση της κοινής δομής με τη χρήση επιπλέον υλικού κι έτσι επιτυγχάνουν τη γενίκευση. Στο πέμπτο, επέρχεται ο στοχασμός και στο έκτο η αξιωματική θεμελίωση του στοχασμού (Κόμπος, 1996:60).

1.3 Ο ρόλος του παιχνιδιού στη διαμόρφωση της προσωπικότητας και της μάθησης

Τα παιδιά από τα πρώτα χρόνια της ζωής τους προσπαθώντας να ικανοποιήσουν την περιέργειά τους αναπτύσσουν τη μάθησή τους αλληλεπιδρώντας με το περιβάλλον τους, το οικογενειακό, το σχολικό, το φιλικό και το κοινωνικό. Όπως έχει

σημειώσει η Ντολιοπούλου (2003:20) όποιο πρόγραμμα διδασκαλίας επιλέγουν να εφαρμόσουν οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να συνιστά βασική αρχή η δυνατότητα να αναλαμβάνουν τα νήπια πρωτοβουλίες και την ευθύνη της μάθησής τους. Η μάθησή τους θα πρέπει να βασίζεται στη σκέψη, την κατανόηση και να συνδυάζεται με τις ανάγκες και τα ενδιαφέροντα έτσι ώστε να μην υπάρξει χάσμα ανάμεσα σε αυτά που έχουν ανάγκη να μάθουν τα παιδιά και σε αυτά που θεωρούν οι εκπαιδευτικοί ότι πρέπει να μάθουν. Το παιχνίδι αποτελεί βασικό κοινό χαρακτηριστικό των παιδιών που ανήκουν στην ηλικιακή κλίμακα από δύο έως έξι ετών. Αυτή είναι η σπουδαιότερη περίοδος για το συμβολικό παιχνίδι (Smith, 1997). Διαδραματίζεται κατά τον ελεύθερο χρόνο, όταν τα παιδιά δεν έχουν άλλες υποχρεώσεις ή συνυπάρχει εμβόλιμα στην καθημερινότητά τους. Όλα τα παιδιά κατά τη διάρκεια της μέρας, θα βρουν τον ελάχιστο χρόνο για να παίξουν. Εδώ σημειώνεται η ευελιξία του παιχνιδιού, καθώς πραγματοποιείται σε διάφορες χρονικές στιγμές και πάντα κάτι έχει να προσφέρει στα παιδιά. Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, έντονα θετικά συναισθήματα, ενέργειες και αισθητικές εμπειρίες συνυπάρχουν. Οι εμπειρίες του παιχνιδιού έχουν σημαντικό αντίκτυπο στη μάθηση. Το παιχνίδι προϋποθέτει μια έντονη σχέση με το άμεσο κοινωνικό και φυσικό περιβάλλον. Τα παιδιά κατά τη διάρκειά του, αλληλεπιδρούν με έναν φίλο ή έναν ενήλικα και παίζουν με αντικείμενα. (Singer, 2015). Ο Fröbel σημείωσε πως το παιδί μέσα από το παιχνίδι αναπτύσσει την νοητική του ικανότητα και συνδέει τον εσωτερικό του κόσμο με τον κόσμο των αισθήσεων, έτσι ξυπνάει την περιέργεια και την δίψα του για γνώση, με το παιχνίδι το παιδί ανακαλύπτει το τι μπορεί να κάνει. Το παιδί για να αναπτύξει σωστά όλες τις ικανότητες του θα πρέπει να ξεκινήσει με μια εύκολη αλλά ελκυστική δραστηριότητα ώστε να κρατηθεί ζωντανό το ενδιαφέρον του (Τσιαντζή, 1996).

Μέσα στο παιχνίδι τα παιδιά κοινωνικοποιούνται με την έννοια ότι κατασκευάζουν και προσδιορίζουν τις κοινωνικές τους ταυτότητες που απορρέουν από τις πολιτισμικές τους καταβολές. Για παράδειγμα, όταν υποδύονται ρόλους ή αναθέτουν ρόλους στους συμπαίκτες τους. Όπως έχει υπογραμμίσει η Walkerdine (1985), όταν το παιδικό παιχνίδι παίρνει τη μορφή σχέσεων μητέρες, γιατροί, σύζυγοι, συγγενείς, επηρεάζεται από τον κοινωνικό κόσμο του παιδιού. Έτσι διαφαίνονται και τα έμφυλα νοήματα που ενυπάρχουν στο παιχνίδι και γενικά στην παιδική ηλικία όταν το φύλο αρχίζει να αναπαριστά τον εαυτό (Goffman, 1971). Η σημασία και συνειδητοποίηση του φύλου συνιστά πλέον μέρος της παιδικής ηλικίας και όχι μόνο της ενήλικης ζωής.

Αναμφισβήτητα, είναι μια πολύπλοκη και πολυσύνθετη διαδικασία κι όχι κάτι ανούσιο για να περνούν τα παιδιά την ώρα τους. Έρευνες έχουν διαπιστώσει τη συμβολή του στην ολόπλευρη ανάπτυξη του παιδιού και στην ανάδειξη ιδιαίτερων πτυχών της προσωπικότητας και του ψυχισμού του. Μέσω του παιχνιδιού, το παιδί διαπραγματεύεται και ανακαλύπτει τον κόσμο γύρω του, αναπτύσσει τις κοινωνικές του δεξιότητες, εκφράζει συναισθήματα, αποκτά και εμπεδώνει γνώσεις. Επιπλέον, εφευρίσκει καινούρια σύμβολα τα οποία αντιπροσωπεύουν την πραγματικότητα, συγκεντρώνεται σε μια διαδικασία και τη φέρνει εις πέρας. Χρησιμοποιεί τη φαντασία του, η αυτοεκτίμηση αυξάνεται, νιώθει ελεύθερο αφού επιλέγει μόνο του το υλικό και οργανώνει τις δραστηριότητες σε ατομικό ή ομαδικό επίπεδο. Έτσι το παιχνίδι έχει αναγνωριστεί όχι μόνο ως φυσική ανάγκη αλλά ως δικαίωμα του παιδιού (Σιβροπούλου, 2011). Σύμφωνα με τον Singer (2015) η φύση έχει προσφέρει μία μεγάλη δόξα: την ικανότητα για παιχνίδι. Με αυτό προστατεύεται η δημιουργικότητα, που απαιτείται για να ξεπεραστούν οι διαφορές στην εξουσία και αναπτύσσεται η ευχαρίστηση μέσω της εμπλοκής στην συν-κατασκευή του νοήματος και της διαμόρφωσης της υποκειμενικής εμπειρίας. Όσο μικρότερο είναι το παιδί, τόσο πιο

σημαντικό είναι ότι το παιχνίδι διαπερνά κάθε πτυχή της ζωής του. Μια ενδιαφέρουσα πτυχή του παιχνιδιού είναι ότι βοηθά τα παιδιά να διατηρήσουν την εμπιστοσύνη τους και να μην εγκαταλείψουν την αποτυχία (Singer, 2015). Οι παιδικές ιδέες του παιχνιδιού γενικά επικεντρώνονται "στη διασκέδαση, στην ύπαιθρο, στην ύπαρξη φίλων, στην ελεύθερη επιλογή" (Sutton-Smith, 1997).

Το παιχνίδι, κατά την ένταξη του παιδιού στο νηπιαγωγείο, αποτελεί ένα μέσο εξοικείωσης με τους συνομήλικους. Προσεγγίζει ο ένας τον άλλο με σκοπό να γνωριστούν και να επιλέξουν τι τους ταιριάζει. Με το πέρασμα του χρόνου, τα παιδιά αρχίζουν να προτιμούν συγκεκριμένα παιχνίδια και ευχαριστιούνται και προτιμούν να παίζουν με συγκεκριμένα άτομα. Έτσι αρχίζει να γίνεται το παιχνίδι κίνητρο για τη δημιουργία φιλίας. Τα παιδιά συνειδητοποιούν ότι ταιριάζουν με κάποιους περισσότερο, μπορούν να συνεργαστούν και να ευχαριστηθούν περισσότερο το παιχνίδι τους. Όταν δημιουργηθούν οι φιλίες, σταδιακά δημιουργούνται αγαπημένες δραστηριότητες, κοινοί στόχοι και αναπτύσσεται η συνεργασία. Αυτό αυξάνει τη σπουδαιότητα του παιχνιδιού ως γενικό πλαίσιο μάθησης γιατί η μάθηση δεν πρέπει να περιορίζεται σε διδακτικές πρακτικές αλλά να θεωρείται μια συνεχής κοινωνικο-πολιτισμική διαδικασία κατά την οποία οι μαθητές είναι φορείς κοινωνικοποίησης. (Αυγητίδου, 2001:166-173).

Ακόμη, όπως συμπεραίνουμε από το υλικό της Montessori, του Cuisenaire και του Dienes το παιχνίδι με το κατάλληλο υλικό αποτελεί στρατηγική διδασκαλίας. Έτσι μειώνει την ένταση, επιτρέπει στα παιδιά να λειτουργήσουν με μειωμένο βαθμό καθοδήγησης και απελευθερώνει αβίαστα δυνάμεις και δυνατότητες των παιδιών. Απαιτεί την αποδοχή κανόνων του παιχνιδιού και ταυτόχρονα συντελεί στη δημιουργία κανόνων και σκοπών. Επιτρέπει στα παιδιά να βιώσουν το σήμερα, να πετύχουν τη λύση, να ξεπεράσουν τη δυσκολία, να μάθουν με το νου, την καρδιά και

τα χέρια. Με το παιχνίδι, τα παιδιά χτίζουν την εικόνα της κοινωνίας του μέλλοντος καθώς αποτελεί μια κοινωνική διαδικασία. Μέσα από τις κοινωνικές διαδικασίες της παιδικής ηλικίας τα παιδιά μαθαίνουν να διαπραγματεύονται και να χειρίζονται διάφορους προσδιορισμούς του εαυτού τους. Η έρευνα δείχνει ότι τα παιδιά που εμπλέκονται σε σύνθετες μορφές κοινωνικο-δραματικού παιχνιδιού έχουν μεγαλύτερες γλωσσικές δεξιότητες από τους μη παίκτες, τις καλύτερες κοινωνικές δεξιότητες, περισσότερη ενσυναίσθηση, περισσότερη φαντασία και περισσότερο από τη λεπτή ικανότητα να γνωρίζεις τι σημαίνουν οι άλλοι. Είναι λιγότερο επιθετικοί και δείχνουν περισσότερο αυτοέλεγχο και υψηλότερα επίπεδα σκέψης. Επίσης, όταν τα παιδιά παίζουν είναι πιο προηγμένα στην ανάγνωση και τα μαθηματικά και καλύτερα προσαρμοσμένα κοινωνικά και συναισθηματικά στο χώρο του σχολείου. Αναπτύσσουν τη δημιουργικότητα, τη νοημοσύνη και τη προφορική τους έκφραση (Miller, Almon, 2009). Το παιχνίδι προσφέρει σημαντικά διανοητικά οφέλη. Συγκεκριμένα το κοινωνικο-δραματικό βοηθά στην ανάπτυξη γλωσσικών ικανοτήτων καθώς και τις ικανότητες επανάληψης του ρόλου. Το κατασκευαστικό παιχνίδι προωθεί τη γνωστική ανάπτυξη και το σχηματισμό μαθηματικών εννοιών και τη λεπτή κινητικότητα. Αξιοσημείωτο είναι ότι εξυψώνει τη δημιουργικότητα, τη φαντασία καθώς τα παιδιά μπορούν να εκφραστούν με το δικό τους μοναδικό τρόπο να εφαρμόσουν νέες ιδέες στη διαμόρφωση και την εξέλιξή του. Τέλος, το αδρό-σωματικό παιχνίδι προσφέρει την εξάσκηση του σώματος και το συντονισμό της κινητικότητας (Αυγητίδου, 2001:206-207)

1.4 Η θέση του παιχνιδιού στο Αναλυτικό Πρόγραμμα του Νηπιαγωγείου

Διαχωρίζοντας το παιχνίδι σε σχέση με τον τρόπο οργάνωσής του, μπορούμε να διακρίνουμε το αυθόρμητο και το κατευθυνόμενο παιχνίδι. Το αυθόρμητο παιχνίδι συνδέεται με μια ελεύθερη χρήση του χώρου από μια μικρή ή μεγάλη ομάδα ανθρώπων, έστω κι αν η ελευθερία αυτή είναι εξαρτημένη από ορισμένες προϋποθέσεις, που καθορίζονται από την ανθρώπινη συμπεριφορά. Δίνει τη δυνατότητα για κίνηση, δράση, ενδιαφέροντα. Το παιδί έχει την ευκαιρία να δραστηριοποιείται ελεύθερα. Ασκείται στο να συνειδητοποιεί τα όρια της σωματικής και ψυχικής του αντοχής και στο να διαπιστώνει ότι έχει ικανότητες και δυνάμεις που δεν είχε ποτέ συνειδητοποιήσει. Στο κατευθυνόμενο παιχνίδι, το παιδί ή μια ομάδα παιδιών μαθαίνει να ακολουθεί ένα σύστημα οργάνωσης και να υπακούει στους κανόνες του. Με αυτόν τον τρόπο εντάσσεται σε ένα προκαθορισμένο σχήμα, προσαρμόζεται στις απαιτήσεις του και μαθαίνει να λειτουργεί μέσα σε αυτό, οργανώνοντας έτσι και τον ίδιο του τον εαυτό (Μπότσογλου, 2010:29).

Το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών για το Νηπιαγωγείο (ΔΕΠΠΣ, 2003) αναφέρει στις βασικές αρχές του πως το παιχνίδι αυθόρμητο-ελεύθερο και οργανωμένο, αναγνωρίζεται ως ένα από τα πιο σημαντικά μαθησιακά πλαίσια μαζί με τις καταστάσεις από την καθημερινή ζωή, τα ευκαιριακά ή επίκαιρα περιστατικά, τις διερευνήσεις καθώς και τις οργανωμένες δραστηριότητες. Τα μικρά παιδιά με τη φυσική κίνηση και το παιχνίδι διευρύνουν συνεχώς τις αντιλήψεις τους για το χώρο. Εξερευνούν το άμεσο περιβάλλον. Αναγνωρίζουν πως το περιβάλλον γύρω τους μπορεί να μεταβάλλεται και ότι μπορούν με τη δική τους παρέμβαση να το διαφοροποιούν. Διαπιστώνουν πως οι άνθρωποι, τα πράγματα και οι ιδέες ταξιδεύουν

από το ένα μέρος στο άλλο (ΔΕΠΠΣ, 2003:586). Χρησιμοποιούν αρχικά τις αισθήσεις τους, κάνουν υποθέσεις, προσπαθούν να γνωρίσουν τον κόσμο. Διακρίνουν ομοιότητες και διαφορές, αντιλαμβάνονται σχέσεις αλληλεξάρτησης, προσπαθούν να ερμηνεύσουν φαινόμενα και αλλαγές που συμβαίνουν γύρω τους. Μοιράζονται τις γνώσεις τους με τους άλλους, ανταλλάσσουν ιδέες και τροποποιούν τις απόψεις τους. Η προσωπική παρατήρηση και η περιέργεια για την προέλευση, την κατασκευή, τη μορφή, τη λειτουργία και τη χρήση των πραγμάτων είναι οι κινητήριες δυνάμεις (ΔΕΠΠΣ, 2003:588). Το παιχνίδι με αυτό τον τρόπο γεμίζει το μεγαλύτερο μέρος της ζωής του παιδιού αυτής της ηλικίας. Είναι το μέσο με το οποίο γνωρίζει τον εαυτό του, μαθαίνει για τους ανθρώπους, και τον κόσμο γύρω του, αντιλαμβάνεται τις δυνατότητες και τα όριά του. Συμβάλλει στην κοινωνικοποίηση του παιδιού. Τα παιδιά με το παιχνίδι μαθαίνουν να συνεργάζονται, να αναλαμβάνουν ευθύνες και ρόλους, μαθαίνουν να τηρούν και να σέβονται κανόνες (ΔΕΠΠΣ, 2003:589).

Το παιχνίδι είτε είναι ατομικό είτε ομαδικό πραγματοποιείται σε ελκυστικά διαμορφωμένες γωνιές ή σε υπαίθριους χώρους επιτρέπει στα παιδιά να αναπτύσσονται, να ανακαλύπτουν να χρησιμοποιούν τα δημιουργικά υλικά και μέσα, να πειραματίζονται, να επικοινωνούν, να συνεργάζονται και να κοινωνικοποιούνται. Οι δραστηριότητες που προκύπτουν από το ενδιαφέρον των παιδιών προσφέρονται για μάθηση και αξιοποιούνται με κατάλληλες διδακτικές παρεμβάσεις (π.χ. τα παιδιά αποφασίζουν να στείλουν μια κάρτα με ευχές στον άρρωστο φίλο τους). Οι οργανωμένες συναντήσεις ολόκληρης της τάξης καλύπτουν συνήθως κάποιο χρόνο του ημερήσιου προγράμματος. Σε αυτό το διάστημα τα παιδιά μπορεί να παίξουν ένα ομαδικό παιχνίδι, να τραγουδήσουν, να ακούσουν ένα παραμύθι ή μια ανακοίνωση από μια ομάδα παιδιών. Αυτές οι συναντήσεις θα πρέπει να είναι σύντομες για τα μικρότερα παιδιά. Οι συζητήσεις γύρω από διάφορα θέματα, ο σχεδιασμός εργασιών,

η επεξεργασία δεδομένων και οι παρουσιάσεις, είναι προτιμότερο να γίνονται με μικρές ομάδες εργασίας στις διάφορες «γωνιές» της τάξης (ΔΕΠΠΣ, 2003:591). Ο εκπαιδευτικός δημιουργεί τις κατάλληλες συνθήκες ώστε μέσα σε ένα ελκυστικό, ασφαλές, φιλικό και πλούσιο σε ερεθίσματα περιβάλλον να εξασφαλίζονται κίνητρα και προϋποθέσεις μάθησης για όλα τα παιδιά. Οργανώνει ελκυστικές μαθησιακές εμπειρίες που έχουν νόημα και ενδιαφέρον για τα ίδια τα παιδιά μέσα σε πνεύμα συνεργασίας, ενθάρρυνσης, εμπιστοσύνης, αποδοχής, αγάπης και επιμερισμού της εργασίας και των ρόλων. Υποστηρίζει την προσέγγιση της γνώσης μέσα από το παιχνίδι, τη διερεύνηση, την αξιοποίηση διαφόρων πηγών πληροφόρησης, τη συζήτηση, την ανταλλαγή απόψεων, τη δημιουργία, την παρουσίαση ιδεών (ΔΕΠΠΣ, 2003:591).

Το Νέο Αναλυτικό Πρόγραμμα του Νηπιαγωγείου (2011) αναφέρει πως μέσα σε ευέλικτα μαθησιακά περιβάλλοντα οι εκπαιδευτικοί οργανώνουν μαθησιακές εμπειρίες αξιοποιώντας, ανάλογα με τις περιστάσεις, τα ακόλουθα πέντε πλαίσια:

1. Παιχνίδι (αυθόρμητο - ελεύθερο και οργανωμένο)
2. Ρουτίνες (καθημερινές επαναλαμβανόμενες δράσεις)
3. Καταστάσεις από την καθημερινή ζωή, ευκαιριακά ή επίκαιρα περιστατικά
4. Διερευνήσεις (σχέδια εργασίας, μικρές έρευνες, προβλήματα προς επίλυση)
5. Οργανωμένες δραστηριότητες ή οργανωμένο πρόγραμμα δραστηριοτήτων.

Το παιχνίδι αποτελεί δυναμικό πλαίσιο μάθησης και ανάπτυξης. Τα παιδιά μέσω του παιχνιδιού αλληλεπιδρούν με συνομηλίκους και ενηλίκους θέτοντας και υλοποιώντας κοινούς στόχους. Επικοινωνούν επεκτείνοντας τις γλωσσικές τους ικανότητες, εξερευνώντας και χρησιμοποιώντας διαφορετικά μέσα έκφρασης και αναπαράστασης

της σκέψης, των εμπειριών και των συναισθημάτων τους (όπως συμβολικό παιχνίδι, σχέδιο-ζωγραφικό, κατασκευής, κουκλοθέατρο, κίνηση κ.α.). Τους δίνει την ευκαιρία να διατυπώνουν ερωτήματα και να θέτουν προβλήματα, να αναπτύσσουν στρατηγικές για να λύσουν προβλήματα και να εφαρμόζουν δημιουργικά τις γνώσεις τους σε νέα περιεχόμενα και καταστάσεις. Επίσης, τους βοηθά να προσεγγίσουν γνώσεις και δεξιότητες από διαφορετικές μαθησιακές περιοχές όπως τα μαθηματικά (ΔΕΠΠΣ, 2011:29). Καίριος ο ρόλος του παιχνιδιού ως μέσου συλλογής δεδομένων για τον εκπαιδευτικό (ΔΕΠΠΣ, 2011:30) όταν ο εκπαιδευτικός μπορεί, για διαφορετικούς λόγους (π.χ. να συλλέξει πληροφορίες, να εμπλουτίσει τη θεματολογία ή το λεξιλόγιο των παιδιών κ.ά), να αναλάβει ποικίλους ρόλους: να παρατηρεί και να «ακούει» τα παιδιά, να παίζει μαζί τους, να δημιουργεί προκλήσεις, να υιοθετεί συμπεριφορές και ρόλους, να δίνει ιδέες για δράσεις κ.ά.

Ακόμη, τα παιδιά μέσα στο κλίμα του παιχνιδιού μπορούν να διατυπώσουν ερωτήματα, να θέσουν και να λύσουν προβλήματα, να αναπτύξουν στρατηγικές, αλλά και να εφαρμόσουν δημιουργικά τις γνώσεις τους σε νέα περιεχόμενα και καταστάσεις (ΠΣΝ, 2011:29). Μέσω του παιχνιδιού, τα παιδιά εξοικειώνονται με τις αρχές της ηθικής, οι οποίες περιλαμβάνουν εμπιστοσύνη, σεβασμό και ευαισθησία, υπομονή και δίκαιο παιχνίδι, αλληλεπιδρούν και συνεργάζονται με συνομήλικους και ενήλικες θέτοντας και υλοποιώντας κοινούς στόχους (ΠΣΝ, 2011:29). Είναι απαραίτητο ο εκπαιδευτικός να είναι σε θέση να «δείξει» στους γονείς τις διαφορετικές διαστάσεις του παιχνιδιού και τον τρόπο με τον οποίο συμβάλλει στη μάθηση και την ανάπτυξη των παιδιών. Είναι σημαντικό να τους ενθαρρύνει να υποστηρίξουν το παιχνίδι στο σπίτι ή σε άλλα περιβάλλοντα καθώς οι γονείς μπορεί να μην έχουν παρόμοιες προσωπικές εμπειρίες (ΔΕΠΠΣ, 2011:30). Τέλος, ορίζει τα είδη του παιχνιδιού ως εξής: το κοινωνικο-δραματικό όταν για παράδειγμα τα παιδιά

οργανώνουν το τραπέζι μετά από μία βάφτιση, όταν στέλνουν ένα πακέτο στη γιαγιά από το ταχυδρομείο, όταν ψωνίζουν στο μαγαζί ή όταν μαγειρεύουν το μεσημεριανό. Το φανταστικό παιχνίδι όταν τα παιδιά αναπαράγουν χαρακτήρες από παιδικές σειρές και δημιουργούν νέες ιστορίες ή οργανώνουν ένα ταξίδι κ.ά Τα παιδαγωγικά παιχνίδια χειρισμού αντικειμένων όπως παζλ, οικοδομικό υλικό κ.ά. Παιχνίδια με κανόνες όπως επιτραπέζια παιχνίδια, παιχνίδια που συνδέονται με μαθησιακές περιοχές. Το παιχνίδι διερεύνησης όταν διερευνούν ιδιότητες και χρήσεις υλικών.

Συμπερασματικά, το παιχνίδι κατέχει ένα αδιαμφισβήτητο ρόλο ως πυρήνας της μάθησης. Στο ΔΕΠΠΣ (2003) φαίνεται πως ο ρόλος του παιχνιδιού συνάδει με τη θεωρητική προσέγγιση του Piaget για ελεύθερη προσωπική δράση, προσαρμογή στο περιβάλλον και μέσα από προσωπικά ερεθίσματα οικοδόμηση της γνώσης. Στο ΔΕΠΠΣ (2011) τονίζεται η κοινωνικο-πολιτισμική διάσταση μέσα από τον ενεργητικότερο ρόλο του εκπαιδευτικού. Ο εκπαιδευτικός δεν είναι υπεύθυνος από μόνος του να δημιουργεί και να παρέχει ελκυστικά περιβάλλοντα μάθησης και παιχνιδιού στους μαθητές του. Στο νέο πρόγραμμα ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί το παιχνίδι ως μέσο συλλογής δεδομένων για να οργανώσει αλλά και να συνδιαμορφώσει τη γνώση μαζί με το μαθητή όχι για το μαθητή. Παρατηρούμε έτσι μια πιο δυναμική διάσταση του παιδιού και του παιχνιδιού. Μπορεί το παιχνίδι να αποτελεί μια ευχάριστη και αγαπημένη δραστηριότητα για το παιδί όμως πρέπει να λάβουμε σοβαρά υπόψη πως τα σύγχρονα παιδιά με ισχυρή προσωπικότητα, ακολουθούν τις επιταγές της εποχής και έχουν ανάγκη από νέες ιδέες, στόχους, κίνητρα τα οποία θα απέχουν αρκετά από παλαιότερες και αναχρονιστικές μεθόδους. Είναι γεγονός πως τα παιδιά πολλές φορές αναλώνονται στο παιχνίδι τους. Σε αυτή την κατεύθυνση θεωρούμε πως έγκειται η ανάγκη να συνεργάζονται και να συνδημιουργούν με τους εκπαιδευτικούς τα πλαίσια παιχνιδιού με απώτερο πάντα

στόχο τη μάθηση, παρά να περιμένουν παθητικά ιδέες και προτάσεις που μοιάζουν να ταυτίζονται και να υπηρετούν τις ιδιαίτερες κλίσεις, ανάγκες, ενδιαφέροντα και τις απόψεις τους. Τα παιδιά μπορούν να δημιουργήσουν όχι μόνο με ενθάρρυνση αλλά και με πρωτοβουλίες και ενεργητικό ρόλο.

2^ο Κεφάλαιο: Μαθηματικά και Παιδική Ηλικία

2. Στόχος του κεφαλαίου είναι να εξετάσει την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών καθώς και τη σημασία της στη ζωή τους. Υπογραμμίζεται ο ρόλος των εκπαιδευτικών και αναλύεται η θέση των Μαθηματικών στο Αναλυτικό Πρόγραμμα του Νηπιαγωγείου 2003/2011. Τέλος αναφέρονται και επεξηγούνται οι «άτυπες μαθηματικές έννοιες» με τις οποίες τα παιδιά έρχονται στο νηπιαγωγείο και οι οποίες αν ανιχνευθούν και αξιοποιηθούν κατάλληλα αποτελούν σημαντικές αφετηρίες για τους εκπαιδευτικούς στο δρόμο της μάθησης των παιδιών.

2.1 Η μαθηματική σκέψη του παιδιού και η σημασία της

Τα μαθηματικά συμμετέχουν τυπικά ή άτυπα στη ζωή των παιδιών ακόμη και πριν εισέλθουν στο εκπαιδευτικό σύστημα. Μαθαίνουμε μαθηματικά από τις πρώτες μέρες μας στον κόσμο γιατί μας είναι χρήσιμα και μας βοηθούν να αποκτήσουμε συλλογιστική και συλλογική δύναμη. Σύμφωνα με την Κορνηλάκη μελέτες (Starkey & Cooper, 1980. Starkey, Spelke & Gelman, 1990) έχουν δείξει ότι τα παιδιά μπορούν να διακρίνουν οπτικά ερεθίσματα που διαφέρουν ως προς πλήθος τους από τη βρεφική ακόμα ηλικία. Οι μελέτες αυτές χρησιμοποίησαν την τεχνική του εθισμού. Η τεχνική αυτή αξιολογεί την αντίδραση του βρέφους σε ένα καινούριο ερέθισμα, μετά τον εθισμό του σε ένα προηγούμενο ερέθισμα με βάση την χρόνο που διαρκεί η εστίαση του βλέμματός τους. Τα αποτελέσματα των μελετών αυτών έχουν δείξει ότι τα βρέφη μπορούν να διακρίνουν σύνολα που ποικίλουν από 1 έως 4 στοιχεία ως προς το πλήθος τους. Επίσης, εντυπωσιακά είναι τα αποτελέσματα των ερευνών της Wynn (1995), με το ποντικάκι στα βρέφη που έδειξαν ότι βρέφη ηλικίας μόλις 5

μηγών μπορούν να διακρίνουν πότε μια ποσότητα αυξάνεται και πότε μειώνεται και έτσι δείχνουν να διαθέτουν μαθηματική σκέψη.

Σύμφωνα με τη Χρονάκη (2018): « σήμερα ο επείγων χαρακτήρας ενός απόλυτου «ναι» στα μαθηματικά για όλους στην έρευνα της εκπαίδευσης των μαθηματικών αποτελεί μέρος μιας ευρύτερης συνάθροισης θεσμών, όπως τα παιδαγωγικά μοντέλα, εθνικές και διεθνείς αξιολογήσεις, διαγωνισμούς, προϊόντα της αγοράς και ακόμη χώρους αναψυχής. Ο Bishop (1988), υποστήριξε ότι η μαθηματική σκέψη έχει κοινωνική και πολιτισμική διάσταση και ότι στο μάθημα των μαθηματικών μεταφέρονται αξίες στους μαθητές. Κατέταξε τις αξίες αυτές σε τρεις κατηγορίες: τις γενικές εκπαιδευτικές, τις καθαρά μαθηματικές και τις μαθηματικές εκπαιδευτικές. Οι καθαρά μαθηματικές αξίες είναι αυτές που υιοθετήθηκαν από τους μαθηματικούς που δημιούργησαν τα ονομαζόμενα «Δυτικά» μαθηματικά» και είναι ο ορθολογισμός, ο αντικειμενισμός, ο έλεγχος, η πρόοδος, η ευρύτητα και το μυστήριο.

Η μαθηματική εκπαίδευση από την προσχολική ηλικία κατά τη διάρκεια της σύγχρονης εποχής θεωρείται ως επέκταση του κράτους και ως εργαλείο διακυβέρνησης και εκπαίδευσης των πολιτών (Deleuze, Guattari, 2004). Όπως υπογραμμίζει ο Skovsmose (1994) ο κύριος στόχος της κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης είναι να προωθήσει την κριτική συμμετοχή των μαθητών στην πολιτεία μέσω της καλλιέργειας της ικανότητας διαπραγμάτευσης οικονομικών, περιβαλλοντικών και άλλων ζητημάτων.

Έτσι η μαθηματική εκπαίδευση, η οποία αρχίζει και εδραιώνεται ήδη από τις μικρότερες ηλικίες, καθώς οι ηλικίες αυτές είναι κρίσιμες για την ανάπτυξη του ατόμου, οργανώνεται ώστε να εξασκήσει τα μικρά παιδιά σε σημαντικές διαδικασίες και έννοιες που χρειάζονται πολλά χρόνια για να αναπτυχθούν και προτείνει μια

εκπαίδευση που να ανταποκρίνεται στο παρόν αλλά να επενδύει στο μέλλον των μικρών παιδιών (Τζεκάκη, 2007). Οι εκπαιδευτικοί δεν θα πρέπει να εφησυχάζονται και να αδρανούν στο βωμό των στείρων γνώσεων. Πολύ περισσότερο θα πρέπει να διευρύνουν τις γνώσεις τους για τη διδασκαλία των μαθηματικών και να οικοδομήσουν την εμπιστοσύνη στην παρατήρηση, στην ανάλυση. Επίσης, θα πρέπει να αντιμετωπίζουν το αντικείμενο από μια διαφορετική και κριτική σκοπιά και να σχεδιάζουν να ενσωματώνουν συστηματικά τα μαθηματικά στα καθημερινά εκπαιδευτικά προγράμματα των παιδιών σύμφωνα με τις υποδείξεις της εποχής. Η ιδέα «Μαθηματικά για όλους» ομαλοποιεί τους πολίτες μέσω του ιδεώδους του μαθηματικού λόγου, από την άλλη πλευρά το «όχι» στα μαθηματικά διαμορφώνει πολίτες που διστάζουν να λογοδοτούν για τον εαυτό τους. Έτσι, ο φόβος των μαθηματικών μπορεί να οδηγήσει ορισμένους σε μια πλήρη έλλειψη στη λογική ειδικά διότι ο λόγος γίνεται ολοένα και περισσότερο ενσωματωμένος και κρυμμένος σε επιστημονικές και τεχνολογικές εξελίξεις (Χρονακη, 2018).

Τα παιδιά ασχολούνται ενεργά με την απόκτηση βασικών αρχών επιστήμης και μαθηματικών καθώς εξερευνούν το περιβάλλον τους. Το κοινωνικό περιβάλλον έχει πρωταρχική σημασία για το τι είναι να μάθει το παιδί και πώς αυτό μαθαίνεται (d' Abreu, 2000, Lerman, 2000). Αυτό στηρίζεται στην άποψη του Vygotsky ότι η διανοητική εξέλιξη του ατόμου βασίζεται στη διαπροσωπική. Όταν δίνονται ευκαιρίες για επικοινωνία μέσα στο κοινωνικό περιβάλλον είναι πολύ σημαντική για την πνευματική ανάπτυξη του ατόμου (Chronaki, Christiansen, 2006 σελ.23-24). Μια διαφορετική προσέγγιση της μάθησης των μαθηματικών για τα παιδιά των μειονοτήτων, υπογραμμίζει τον καίριο ρόλο του λόγου της τάξης στη διαμόρφωση και την οικοδόμηση των διαφορετικών ταυτοτήτων της μάθησης μέσα στο καθημερινό περιβάλλον του παιδιού. Αναγνωρίζει την απόσταση μεταξύ των

κοινωνικών και πολιτιστικών πλαισίων των μαθητών και επιχειρεί να χρησιμοποιήσει την ποικιλομορφία των πολιτισμών ως πηγής πλούτο που πρέπει να διατηρηθεί και να μοιραστεί με απώτερο σκοπό το κοινό καλό και την διεύρυνση του γνωστικού ορίζοντα. Η ταυτότητα του κάθε μαθητή αφορά στις προσωπικές τροχιές της συμμετοχής που ο ίδιος θέτει σε συγκεκριμένες πρακτικές και αναφέρεται στην ευαισθητοποίηση του ατόμου για το σκοπό, τα κίνητρα, τους στόχους και τις μελλοντικές κατευθύνσεις (Χρονάκη, 2005).

Οι εκπαιδευτικοί οφείλουν να προετοιμάσουν τα σημερινά παιδιά να αμφισβητήσουν, να σκεφτούν κριτικά, να επιλύσουν προβλήματα και να μάθουν να λαμβάνουν αποφάσεις που θα επηρεάσουν την κοινωνία, να αναπτύξουν και να διευρύνουν τη μαθηματική τους σκέψη. Μαζί με την ανάπτυξη των δεξιοτήτων σκέψης, κρίνεται αναγκαίο να προωθούνται οι επιστημονικές συμπεριφορές όπως η περιέργεια, η ανοιχτή σκέψη, μια θετική προσέγγιση στην αποτυχία και μια θετική στάση απέναντι στην αλλαγή όσον αφορά τη φύση της επιστήμης. Αυτές οι δεξιότητες αναπτύσσονται μέσω πρακτικών εμπειριών που ενθαρρύνουν τα παιδιά να αμφισβητούν και να ερευνούν τα φαινόμενα. Έτσι, αργότερα οι μαθητές θα μπορούν να εκτελούν πιο προηγμένες δεξιότητες επεξεργασίας καθώς συλλέγουν, οργανώνουν και καταγράφουν δεδομένα (Gallenstein, 2005). Αυτό συνδέεται με τα περιβάλλοντα του παιχνιδιού καθώς μέσα σε αυτά το παιδί συμμετέχει γιατί αισθάνεται πρόκληση και νιώθει ευχαρίστηση, ακολουθεί κανόνες και οργανώνει τη δράση του, χρησιμοποιεί υλικό που του είναι απαραίτητο, σχεδιάζει στρατηγικές και τακτικές, υφίσταται περιορισμούς και ελέγχεται ((Salen & Zimmerman, 2004). Ο Sparrow (2008) τονίζει πως εάν τα παιδιά μπορούν να βιώσουν πραγματικά μαθηματικά ανάλογα με τις ανάγκες της στιγμής και να δουλέψουν με δραστηριότητες που συγκεντρώνουν μαθηματικές δεξιότητες και γνώση που αυτοί έχουν, τότε μπορεί να

υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα τα παιδιά να εμπλακούν και να βιώσουν με επιτυχία την εμπειρία τους στα μαθηματικά. Καταλαβαίνουμε πως τα μαθηματικά μπορούν να πραγματοποιηθούν όταν τα παιδιά εξερευνούν και λύνουν τα προβλήματα που απαιτούν από αυτούς να αναπτύξουν και να χρησιμοποιήσουν τις δικές τους μαθηματικές ιδέες και δεξιότητες.

Τα παιδιά ασχολούνται με το περιβάλλον τους από τη γέννησή τους και αρχίζουν να παρατηρούν πρότυπα στην ομιλία, κίνηση και αλληλεπιδράσεις καθώς και η θέση αντικειμένων στο περιβάλλον τόσο σε σχέση με τον εαυτό τους όσο και σε σχέση με άλλα αντικείμενα. Οι έρευνες υποδηλώνουν ότι οι δεξιότητες χωρικής σκέψης συνδέονται με την επίτευξή τους στα μαθηματικά. Η μάθηση των πρώτων μαθηματικών πραγματοποιείται συχνά σε ένα κοινωνικό πλαίσιο, στο οποίο τα παιδιά αλληλεπιδρούν με τους ενήλικες και τους συνομηλίκους τους. Η μαθηματική σκέψη και ο συλλογισμός που είναι εγγενείς στα μαθηματικά μπορεί να συμβάλλουν ευρέως στη γνωστική ανάπτυξη. Η υψηλή ποιότητα των μαθηματικών στο προσχολικό σύστημα μπορεί να αναπτύξει δεξιότητες αυτορρύθμισης, (αποκαλούμενες δεξιότητες εκτελεστικής λειτουργίας). Αυτές είναι οι γνωστικές δεξιότητες που επιτρέπουν στους ανθρώπους να ελέγχουν, να επιβλέπουν ή να ρυθμίζουν τη δική τους σκέψη και συμπεριφορά ως η ικανότητα να μετατοπίζεις την προσοχή ή να κρατάς τα πράγματα στη μνήμη εργασίας (Douglas et al., 2016). Ο στόχος των μαθηματικών είναι να παροτρύνει και να βοηθήσει τα παιδιά να αναπτύξουν, να συζητήσουν και να χρησιμοποιήσουν αποτελεσματικές, ακριβείς και γενικευμένες μεθόδους για την επίλυση μαθηματικών καταστάσεων.

2.2 Η θέση των «μαθηματικών» στο Αναλυτικό Πρόγραμμα του νηπιαγωγείου

Επιταγή της σύγχρονης εκπαίδευσης, είναι η διδασκαλία των μαθηματικών να προετοιμάσει όλους τους μαθητές να συναντήσουν τις μαθηματικές απαιτήσεις της καθημερινής ζωής. Η Walkerdine (1988) επισημαίνει ότι η μάθηση των μαθηματικών συμπεριλαμβάνει την κατασκευή υποκειμενικών θέσεων μέσα στα πλαίσια του μαθηματικού λόγου.

Το ΔΕΠΠΣ του νηπιαγωγείου (2003) προβάλλει τη διαθεματική προσέγγιση ως διδακτική μεθοδολογία για την κατάκτηση της γνώσης (Δαφέρμου, κ.ά, 2006). Ένα πρόγραμμα οργανώνεται γύρω από ένα «θέμα», το οποίο βρίσκεται στο κέντρο ενός σχήματος, εξακτινώνεται και αλληλεπιδρά με τα προγράμματα σχεδιασμού και ανάπτυξης δραστηριοτήτων των άλλων γνωστικών περιοχών. Τα μικρά παιδιά διαμορφώνουν, τροποποιούν και δομούν ιδέες με τη συνεχή αλληλεπίδραση με το φυσικό και κοινωνικό περιβάλλον. Αναπτύσσουν απλές μαθηματικές δεξιότητες με την εφαρμογή των ιδεών τους σε καθημερινές πράξεις και προβλήματα. Χειρίζονται απλές μαθηματικές έννοιες για να αντιληφθούν τη λογική καθημερινών πράξεων και προβλημάτων, ρωτούν γύρω από σχέσεις, σχέδια και ακολουθίες (ΔΕΠΠΣ, 2003:587). Φαίνεται ότι υπογραμμίζει τον εποικοδομητισμό και την θεωρητική προσέγγιση του Piaget ότι η διερεύνηση, η δράση και η προσαρμογή μέσω της συμμόρφωσης και αφομοίωσης με το περιβάλλον αποτελεί τη βάση για τη γνωστική τους ανάπτυξη. Σκοπός του προγράμματος των Μαθηματικών για το Νηπιαγωγείο είναι να υποβοηθήσει τα παιδιά μέσα από βιωματικές καταστάσεις να επεκτείνουν τις πρώτες μαθηματικές γνώσεις τους και να εφαρμόζουν οικείες μαθηματικές δομές σε νέες καταστάσεις. Επίσης, να επεξεργάζονται και να αξιοποιούν νέα δεδομένα, να

συγκρίνουν και να μετασηματίζουν απλές σχέσεις και διαδικασίες με τη δοκιμή και τον έλεγχο. Να ενδιαφέρονται να επινοούν και να επιλύουν προβλήματα και να αξιοποιούν τη σύγχρονη τεχνολογία. Κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων, ομαδικά και ατομικά, τα παιδιά αναπτύσσουν ειδικές ικανότητες όπως να συγκρίνουν και να συσχετίζουν αντικείμενα, να αντιλαμβάνονται κάποιες ιδιότητες, σχέσεις και συνδυασμούς και τέλος να μετρούν και να αναγνωρίζουν απλά σχήματα στο περιβάλλον (ΔΕΠΠΣ, 2003:587). Οι μαθητές προτρέπονται να παρατηρούν τον κόσμο γύρω τους, να επιστρατεύουν τις αισθήσεις τους, να περιγράφουν με ακρίβεια, να θέτουν ερωτήματα, να κάνουν προβλέψεις και να αναζητούν απαντήσεις (Δαφέρμου, κ.ά, 2006). Έτσι προτρέπονται να υιοθετήσουν στάσεις και να αναπτύξουν στρατηγικές μάθησης που συμβάλλουν στην συγκρότηση της αφαιρετικής τους σκέψης (Ραβάνης, 1999, αναφ. στη Δαφέρμου, κ.ά, 2006).

Παρουσιάζει το εξής Πρόγραμμα Σχεδιασμού και Ανάπτυξης Δραστηριοτήτων Μαθηματικών (ΔΕΠΠΣ,2003: 597-599):

Ικανότητες που επιδιώκεται να αναπτυχθούν	Περιεχόμενο/ Ενδεικτικές διαθεματικές δραστηριότητες	Θεμελιώδεις Έννοιες Διαθεματικής προσέγγισης
Στα παιδιά θα πρέπει να δίνονται ποικίλες ευκαιρίες μέσα από ενδιαφέρουσες δραστηριότητες και με τις κατάλληλες διδακτικές παρεμβάσεις να εφαρμόζουν τα μαθηματικά στην καθημερινή πρακτική ώστε:		

να προβληματίζονται και να ερευνούν ποικίλες καταστάσεις, να στηρίζονται σε προηγούμενες γνώσεις και εμπειρίες, να κάνουν απλές υποθέσεις και να καταλήγουν σε σχετικά συμπεράσματα	Τα παιδιά εμπλέκονται σε καταστάσεις προβληματισμού και επεξεργάζονται ποσότητες, σχέσεις, σχήματα, και αριθμούς. Αναπτύσσουν διαδικασίες δοκιμής, επαλήθευσης και ελέγχου (π.χ. αντιστοιχούν ένα προς ένα αντικείμενα προκειμένου να επαληθεύσουν ισότητα ως προς το πλήθος των αντικειμένων κ.ά.). Αναγνωρίζουν πως κάποια προβλήματα έχουν περισσότερες από μια λύσεις και πως ένα πρόβλημα μπορεί να λυθεί με πολλούς τρόπους (π.χ. για να δημιουργηθεί η ισότητα ανάμεσα σε δυο ποσότητες μπορεί να αφαιρεθεί στοιχείο από την άλλη ή να προσθέσει στοιχεία στην άλλη).	
να διαχειρίζονται και να χρησιμοποιούν υλικά, μέσα και καταστάσεις που συνδέονται με την καθημερινή ζωή να αξιοποιούν τις δυνατότητες για αριθμητικές εφαρμογές μέσα στα όρια των δυνατοτήτων τους να οικοδομούν σταδιακά την έννοια των αριθμών	Παροτρύνονται με κατάλληλες δραστηριότητες ομαδικές και ατομικές να πειραματίζονται με διακριτές μονάδες, (π.χ. πέτρες, χάντρες κ.ά.) και μη διακριτές (π.χ. επιφάνειες, υγρά κ.ά.). Να επιλέγουν και να χειρίζονται κατάλληλο εξοπλισμό και υλικό, όπως το ξύλινο δομικό υλικό, τη ζυγαριά, την κλεψύδρα, τα γεωμετρικά σχήματα, τα παζλ, το υλικό για κινητικά παιχνίδια, μπάλες στεφάνια, κορδέλες, κουτάλια, κύπελλα κ.ά.	
να «ερμηνεύουν» γενικά στοιχεία του κόσμου που τα περιβάλλει μέσα από διαδικασίες παρατήρησης και περιγραφής, σύγκρισης, ταξινόμησης, αντιστοίχισης, σειροθέτησης, και συμβολικής αναπαράστασης	Στα παιδιά δίνονται ευκαιρίες να παρατηρούν, να περιγράφουν, να συγκρίνουν και να ταξινομούν με βάση ορισμένα γνωρίσματα που είναι κοινά σε αντικείμενα και καταστάσεις (π.χ. χρώμα, σχήμα, μέγεθος, επάγγελμα κ.ά.) για κάποιο σκοπό (π.χ. τακτοποιούν τη γωνιά της ζωγραφικής και ξεχωρίζουν τα χρώματα, δουλεύουν και σειροθετούν με οικοδομικό υλικό, μοιράζονται ρόλους κ.ά.) και να εισάγονται σταδιακά στην έννοια των σχέσεων (Μαθηματικά, Μουσική, Μελέτη Περιβάλλοντος, Εικαστικά). Με αντικείμενα και σύμβολα παροτρύνονται να απεικονίζουν σχέσεις σε πίνακες καταγραφής (π.χ. απλούς πίνακες διπλής εισόδου) και γραφικές παραστάσεις (π.χ. απεικονίζουν το πλήθος των αγοριών και των κοριτσιών στην τάξη με καρτέλες που τοποθετούν στην κατάλληλη στήλη, δημιουργούν έναν πίνακα με τα βιβλία που έχει δανειστεί κάθε παιδί ή τον πίνακα γενεθλίων με τους μήνες και τις ημερομηνίες γέννησης των παιδιών κ.ά.) (Μαθηματικά, Γλώσσα, Μουσική, Μελέτη Περιβάλλοντος)	Σύστημα (Ταξινόμηση)
να διατυπώνουν απορίες ή να θέτουν προβλήματα, να επιλέγουν ή να παράγουν κατάλληλο για την επίλυση των προβλημάτων υποστηρικτικό υλικό	Ενθαρρύνονται να κάνουν ερωτήσεις του τύπου “Τι θα συμβεί εάν”, “Γιατί” κ.ά. (π.χ. γιατί δεν έφτασαν τα κουτάλια για όλα τα παιδιά κ.ά.) και να αξιοποιούν ιδέες για να βρίσκουν λύσεις σε καθημερινά απλά προβλήματα που προκύπτουν (π.χ. αποφασίζουν να βάλουν τα μικρότερα κουτιά μέσα στα μεγαλύτερα διαδοχικά έτσι ώστε να μην περισσέψει κανένα κ.ά.). Να επιλέγουν υλικά για να επιλύσουν κάποιο πρόβλημα (π.χ. χρησιμοποιούν κάρτες στις συναλλαγές τους αντί χρήματα).	Επικοινωνία (κώδικας)
να οργανώνουν και να επεκτείνουν τις γνώσεις τους σχετικά με τους αριθμούς	Τα περισσότερα παιδιά όταν έρχονται στο Νηπιαγωγείο γνωρίζουν π.χ. πως έχουν δυο μάτια, ένα στόμα, πέντε δάχτυλα στο κάθε χέρι. Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τα παιδιά να χρησιμοποιούν σχετικές αριθμητικές εκφράσεις (π.χ. μαθαίνουν τραγούδια και ποιήματα με αριθμούς, παίζουν με τα δάχτυλα και μετρούν). Να απαριθμούν αντικείμενα. Να βάζουν διάφορα πράγματα στη σειρά και να εξοικειώνονται με τα τακτικά αριθμητικά	
να «εκτελούν» απλές μαθηματικές πράξεις	Να χειρίζονται ποσότητες, να τις ενώνουν και να δημιουργούν άλλες, να βγάζουν ή να βάζουν ένα μέρος τους, να συγκρίνουν ή να μοιράζουν ποσότητες σε διαφορετικές καταστάσεις.	

να μετρούν χρησιμοποιώντας αυθαίρετες ή συμβατικές μονάδες μέτρησης	<p>Τα παιδιά εμπλέκονται αρχικά σε δραστηριότητες άμεσων συγκρίσεων ανθρώπων ή αντικειμένων ως προς ένα χαρακτηριστικό (π.χ. μήκος χεριών, ύψος ποδιών, μολυβιών κ.ά.) και αργότερα σε δραστηριότητες έμμεσων συγκρίσεων αντικειμένων για συγκεκριμένο σκοπό, χρησιμοποιώντας ένα όργανο αναφοράς όπως το μέτρο ή αυθαίρετες μονάδες μέτρησης (π.χ. το κορδόνι, ένα φύλλο χαρτιού, τα κύπελλα, την παλάμη τους κ.ά.) προκειμένου να μετρούν μη διακριτά υλικά (π.χ. το πλάτος της πόρτας, την επιφάνεια ενός τραπεζιού, την άμμο, το νερό, το ζυμάρι κ.ά.).</p> <p>Τα παιδιά ασκούνται να αναγνωρίζουν την αξία μικρών νομισμάτων και τη χρησιμότητα τους στις συναλλαγές με βιωματικό τρόπο (π.χ. ψωνίζουν πράγματα σε παιχνίδια ρόλων κ.ά.).</p>	
να κατανοούν απλές χωροχρονικές σχέσεις και να προσεγγίζουν σταδιακά την έννοια της μέτρησης του χρόνου αρχικά με τη βοήθεια αυθαίρετων μονάδων (αρίθμηση, μουσική, κλεψύδρα κ.ά.)	<p>Ενθαρρύνονται με κατάλληλες δραστηριότητες να επισημαίνουν απλές σχέσεις στο χώρο και να τις περιγράφουν (π.χ. πάνω από, δίπλα, κοντά κ.ά.). Να τοποθετούν και μετακινούν αντικείμενα σε σχέση με σταθερά σημεία αναφοράς (Μαθηματικά, Φυσική Αγωγή, Μελέτη Περιβάλλοντος).</p> <p>Ενθαρρύνονται με βιωματικό τρόπο να επισημαίνουν απλές χρονικές σχέσεις όπως η διάρκεια, η χρονική ακολουθία, το «ταυτόχρονο» δραστηριοτήτων και τα χρονικά διαστήματα.</p> <p>Να συγκρίνουν τη διάρκεια δραστηριοτήτων που έχουν κοινή έναρξη, να συγκρίνουν την ταχύτητα κίνησης πραγμάτων σε σχέση με το χρόνο όταν είναι ίση η απόσταση (π.χ. δραματοποιούν το μύθο της χελώνας και του λαγού κ.ά.) (Μαθηματικά, Μελέτη Περιβάλλοντος, Γλώσσα, Μουσική).</p>	Διάσταση (χώρος)
να αντιλαμβάνονται και να αναπαράγουν δεδομένα μοτίβα να αναγνωρίζουν συμμετρικά σχήματα ως προς άξονα	<p>Ενθαρρύνονται να αντιλαμβάνονται, να επεκτείνουν, να διπλασιάζουν και να αναπαράγουν διάφορους συνδυασμούς με ποικιλία υλικών (π.χ. τα παιδιά δουλεύουν στη σειρά μια δεδομένη διάταξη με χρώματα και σχήματα για τα σκηνικά του θεάτρου).</p> <p>Στα παιδιά δίνονται ευκαιρίες να αναγνωρίζουν συμμετρίες στο περιβάλλον (π.χ. το φύλλο ενός φυτού) και να δημιουργούν συμμετρίες (π.χ. με τη ζωγραφική)</p>	Διάσταση (χρόνος)
να αναγνωρίζουν και να ονομάζουν απλά στερεά και ευθύγραμμα σχήματα	Ενθαρρύνονται να παρατηρούν και να πειραματίζονται με διάφορα σχήματα και να αναγνωρίζουν τον κύκλο, το τρίγωνο, το τετράγωνο και το παραλληλόγραμμο. Να χρησιμοποιούν απλά γεωμετρικά σχήματα, να αντιλαμβάνονται απλές βασικές ιδιότητές τους και να τις αξιοποιούν όπου χρειάζεται (π.χ. κύβος, σφαίρα όπου οι κύβοι μπορούν να τοποθετηθούν ο ένας πάνω στον άλλο, αλλά το ίδιο δεν ισχύει με τις μπάλες κ.ά.).	
να εμπλουτίζουν τη γλώσσα και με λέξεις που συνδέονται με τα μαθηματικά, να επικοινωνούν και να αξιοποιούν την	Υποβοηθούνται μέσα από τη συζήτηση να εμπλουτίζουν τη γλώσσα με λέξεις που συνδέονται με τα μαθηματικά (π.χ. προσθέτω, μοιράζω, μεγαλύτερο, μικρότερο από κ.ά.). Προοδευτικά ασκούνται στο να κατανοούν πως οι λέξεις που εκφράζουν μεγέθη είναι σχετικές (π.χ. ο ψηλός πύργος είναι στην πραγματικότητα ψηλότερος από κάποιον άλλο κ.ά.). Τα ονόματα και κάποια σύμβολα των αριθμών, τα αριθμητικά επίθετα είναι ήδη γνωστά σε πολλά παιδιά πριν να έρθουν στο Νηπιαγωγείο. Στα παραμύθια, στα τραγούδια, στο	Επικοινωνία (πληροφορία)

τεχνολογία	<p>ημερολόγιο του Νηπιαγωγείου, στο τηλέφωνο, στη διεύθυνση, στις σελίδες των βιβλίων κ.ά. εμφανίζονται οι αριθμοί. Με ποικίλες δραστηριότητες που αναπτύσσονται στην τάξη υποβοηθούνται να αναγνωρίζουν και να χρησιμοποιούν τους αριθμούς και τι αντιπροσωπεύουν (ποσότητα, αξία κ.ά.)</p> <p>Ενθαρρύνονται να αναζητούν απαντήσεις και να θέτουν τα ίδια ερωτήσεις. Να περιγράφουν σχέσεις και διαδικασίες (π.χ. με τι σειρά θα βάλουν τα χρωματιστά μπαλόνια στο σκοινί), να δίνουν εξηγήσεις για τις επιλογές τους (π.χ. γιατί επέλεξαν τη μεγαλύτερη κορδέλα για να μετρήσουν πόσο μακρύ είναι το τραπέζι), να διατυπώνουν συλλογισμούς, να συζητούν και να επιχειρηματολογούν στο πλαίσιο των δυνατοτήτων τους. Να παρουσιάζουν τις ιδέες και τα "ευρήματά" τους με πολλούς τρόπους (π.χ. με το λόγο, με κατασκευές, σχέδια, «παραστάσεις» κ.ά.) (Μαθηματικά, Μελέτη Περιβάλλοντος, Εικαστικά).</p> <p>Να αναγνωρίζουν αριθμούς στο πληκτρολόγιο και να αξιοποιούν τον υπολογιστή στο βαθμό που είναι δυνατόν. Να αρχίσουν να κατανοούν τη σημασία των αριθμομηχανών στην καθημερινή ζωή.</p>	
------------	--	--

Το 2011 συντάσσεται το «Νέο Πρόγραμμα Σπουδών του Νηπιαγωγείου», στο οποίο η έμφαση παραμένει στη διαθεματική προσέγγιση της γνώσης, αλλά διευκρινίζεται και η σύνδεση των μαθησιακών περιοχών μεταξύ τους. Συγκροτήθηκε με στόχο να προσφέρει μια πιο ολοκληρωμένη και εμπειριστατωμένη πρόταση στη θέση του γενικού χαρακτήρα που διέπει το Π.Σ. του 2003 (Καπέλου, 2003). Η χρησιμότητα του νέου προγράμματος σπουδών για τα μαθηματικά στο νηπιαγωγείο έγκειται στο γεγονός ότι τα παιδιά ακολουθούν μια εξελικτική πορεία μάθησης και ανάπτυξης των μαθηματικών νοημάτων. Ο εκπαιδευτικός κατανοώντας αυτήν την πορεία συμβάλλει στην οργάνωση ενός περιβάλλοντος μάθησης της μαθηματικής γνώσης, οι οποίες μπορούν να υποστηρίξουν τη μαθητεία του παιδιού στα μαθηματικά (Clements, Sarama, 2009).

Στο ΔΕΠΠΣ (2003), ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη δραστηριοτήτων των Μαθηματικών οργανώνεται με βάση τις ικανότητες που επιδιώκεται να αναπτυχθούν από τους μαθητές. Στο νέο Πρόγραμμα Σπουδών (2011), η μαθησιακή περιοχή των Μαθηματικών δομείται πάνω στις ενότητες: Αριθμοί και πράξεις, Άλγεβρα, Χώρος και Γεωμετρία- Μέτρηση, Στατιστική, Πιθανότητες. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα περισσότερα από τα στοιχεία του προγράμματος των Μαθηματικών δεν

«διδάσκονται» ή «μαθαίνουν» με την παραδοσιακή έννοια των όρων, αλλά τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας κάνουν μια πρώτη γνωριμία με αυτά μέσα από ατομική αναζήτηση ή παιγνιώδεις διαδικασίες (Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου, 2011, Μέρος 2ο, Σελ.159-160). Η έμφαση δίνεται στη δημιουργία δράσεων και περιβαλλόντων μέσα από τα οποία τα παιδιά έρχονται σε επαφή με καταστάσεις και ιδέες σε μια πορεία θεμελίωσης ή ανάπτυξης μαθηματικών εννοιών (Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου, 2011, Μέρος 2ο, Σελ.160-161).

Το πρόγραμμα είναι οργανωμένο κατά άξονες και τροχιές. Σε κάθε τροχιά δίνονται οι μαθησιακοί στόχοι σε συνάρτηση με το σχετικό περιεχόμενο, ενδεικτικές δραστηριότητες με προτεινόμενα περιβάλλοντα και κάποιες διδακτικές υποδείξεις. Στη θέση μιας παλαιότερης οργάνωσης που βάζει περιεχόμενα και ενδεικτικές δραστηριότητες, στο νέο πρόγραμμα εμφανίζεται η ανάλυση της θεματικής περιοχής στις βασικές τροχιές ανάπτυξης, στην κάθε τροχιά αντιστοιχεί ένα περιεχόμενο ανάπτυξης με σχετικές δραστηριότητες και οδηγίες. Ενδεικτικές δραστηριότητες αναπτύσσονται στο τέλος του άξονα. Το παράδειγμα των Γεωμετρικών Σχημάτων που ακολουθεί μπορεί να βοηθήσει την καλύτερη παρουσίαση των όσων περιγράφονται (ΔΕΠΠΣ, 2011:160). Στην θέση της παλαιότερης παρουσίασης «Σχήματα» στο νέο πρόγραμμα τα σχήματα αποτελούν μία από τις 4 τροχιές του άξονα «Χώρος και Γεωμετρία». Στην τροχιά η προσέγγιση της έννοιας των σχημάτων (επίπεδων και στερεών) αναλύεται σε επιμέρους διαστάσεις όπως:

- Αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών
- Ανάλυση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε στοιχεία και ιδιότητες
- Κατασκευές γεωμετρικών σχημάτων και στερεών

- Σύνδεση μεταξύ γεωμετρικών σχημάτων και στερεών
- Ανάλυση ή σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε άλλα σχήματα ή μέρη.

Για τις μικρές ηλικίες το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στη δημιουργία δράσεων και περιβαλλόντων που φέρνουν τα παιδιά σε επαφή με καταστάσεις και ιδέες που βρίσκονται σε μια πορεία. Η διεθνής έρευνα έχει καταδείξει ότι τα παιδιά από τις πιο μικρές ηλικίες είναι σε θέση να ασχοληθούν με σημαντικές μαθηματικές δραστηριότητες και να αναπτύξουν ενδιαφέρουσες μαθηματικές ιδέες. Το πιο σημαντικό ζήτημα είναι το είδος των προτεινόμενων δράσεων και ο τρόπος με τον οποίο ο εκπαιδευτικός τις διαπραγματεύεται στην τάξη. Η ίδια η μαθηματική δραστηριότητα αποτελεί μια δραστηριότητα επίλυσης προβλημάτων και αντιμετώπισης καταστάσεων η οποία για να επιτευχθεί στηρίζεται σε συστηματικές διεργασίες ανάμεσα στις οποίες οι πιο σημαντικές είναι: η δημιουργία συνδέσεων και δεσμών ανάμεσα σε διαφορετικά πλαίσια, η εξήγηση και τεκμηρίωση των δράσεων και λύσεων όπως και η επικοινωνία με τη χρήση διαφορετικών μέσων (της φυσικής γλώσσας, των συμβόλων ή άλλων μορφών αναπαράστασης). Τις ικανότητες που προκύπτουν από τις διεργασίες αυτές στοχεύει να αναπτύξει η μαθηματική εκπαίδευση παράλληλα με την προσέγγιση των περισσότερων εννοιών (ΔΕΠΠΣ, 2011:160-161).

Ακολουθούν παραδείγματα από θεματικές ενότητες που εμπλέκουν το παιχνίδι ως ιδιαίτερα σημαντική δράση στο πλαίσιο της μαθηματικής ανάπτυξης.

ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ	Η ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΣΤΟΧΟΥ ΔΙΕΥΚΟΛΥΝΕΤΑΙ ΟΤΑΝ ΤΑ ΠΑΙΔΙΑ..	Ο ΕΚ/ΚΟΣ ΣΥΜΒΑΛΛΕΙ ΣΤΗΝ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΟΤΑΝ...
-------------	-------------------	---	---

Φυσικοί αριθμοί: Αριθμητικά σύμβολα	Απαγγέλλουν, διαβάζουν και γράφουν αριθμούς μέχρι το 10	Ενθαρρύνονται να αναγνωρίζουν με μια ματιά τους αριθμούς (1-10) σε διάφορες περιστάσεις (π.χ. στο μηνιαίο ημερολόγιο τοίχου, στις σελίδες των βιβλίων, κατά τη διάρκεια παιχνιδιών κ.ά.)	Αξιοποιούν τις ρουτίνες της τάξης οι αναδυόμενες δραστηριότητες που απαιτούν αναγνώρισης των αριθμητικών συμβόλων (π.χ. επιλέγω τον αριθμό που δηλώνει τους απόντες, διαβάζω τον αριθμό τηλεφώνου μου στους φίλους μου...)
Άμεση αναγνώριση	Αναγνωρίζουν αριθμητικές ποσότητες χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης	Αναγνωρίζουν χωρίς καταμέτρηση ποσότητες σε διάφορους σχηματισμούς και τις αντιστοιχούν με αριθμούς	Οργανώνουν παιχνίδια ταχύτητας για την άμεση αναγνώριση αριθμητικών ποσοτήτων με τη χρήση αρχικά συγκεκριμένου χειροπιαστού υλικού (φασόλια, μπίλιες) και στη συνέχεια αναπαραστατικού (μάρκες, κύβους, σπέρτα...) και εικονιστικού υλικού (βούλες, τετράγωνα και τετραγωνισμένο χαρτί) σε ποικιλία σχημάτων
Καταμέτρηση ποσοτήτων	Καταμετρούν πραγματικά αντικείμενα και αντικείμενα σε εικόνες και άλλες μορφές συμβολικών παραστάσεων μέχρι το 10.	Ενθαρρύνονται να καταμετρούν ποσότητες με διάφορες αφορμές (π.χ. μετρούν τους μαθητές, ή μέρες που απομένουν για μία εκδήλωση ή άλλα αντικείμενα που χρησιμοποιούν)	Διατυπώνουν ερωτήματα που προκαλούν την καταμέτρηση ποσοτήτων σε καθημερινές επαναλαμβανόμενες καταστάσεις ή σε αναδυόμενες περιστάσεις (π.χ. δυο παιδιά παίζοντας στο οικοδομικό υλικό διαφωνούν για την ποσότητα των κύβων που έχει ο καθένας), φροντίζοντας την ανάδειξη μεθόδων και στρατηγικών
Πρόσθεση-αφαίρεση	Διερευνούν καταστάσεις «βάζω μαζί» «βάζω ακόμα» και «συγκρίνω» κατασκευάζουν απλά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης Διευρύνουν συνδυασμούς που δίνουν τα αθροίσματα ή τις διαφορές αριθμών του 10		οργανώνουν παιχνίδια σε ομάδες οι οποίες συνδυάζουν αριθμούς με διάφορους τρόπους ώστε να προκύψει κάποιος συγκεκριμένος αριθμός. οργανώνουν παιχνίδια ταχύτητας στα οποία κερδίζει η ομάδα με τους περισσότερους συνδυασμούς σε δεδομένο χρόνο.
Πολλαπλασιασμός	Ομαδοποιούν αντικείμενα σε δυάδες, τριάδες, τετράδες και πεντάδες.	δοκιμάζουν να εντοπίσουν πόσες ομάδες θα δημιουργηθούν αν	οργανώνουν παιχνίδια στα οποία τα παιδιά καλούνται να

Διάρθρωση	Μοιράζουν αντικείμενα σε δυάδες τριάδες	ομαδοποιήσουν αντικείμενα ή εικονιστικό υλικό σε δυάδες, τριάδες, τετράδες και πεντάδες. καλούνται να βρουν τρόπους να μοιράσουν κάποιο διακριτό χειριστικό ή αναπαραστατικό υλικό στα δύο ή στα τρία.	υπολογίσουν πόσα είναι τα αντικείμενα που είναι τοποθετημένα σε δυάδες, τριάδες, τετράδες και πεντάδες. Αν μετρηθούν όλα μαζί (ώστε να φέρουν τα παιδιά σε επαφή με κάποιο πολλαπλασιαστικό συλλογισμό και όχι την άμεση καταμέτρηση όλων των αντικειμένων οργανώνουν παιχνίδια σε ομάδες οι οποίες καλούνται να μοιράσουν κάποιο υλικό και να βρουν πόσα έχει ο καθένας
-----------	---	---	---

Ενδεικτικά αναφέρουμε κάποια παιχνίδια που αφορούν τη θεματική ενότητα: Αριθμοί και Πράξεις

«Γνωρίζω τους αριθμούς»: Παιχνίδι ταχύτητας-κρυμμένοι αριθμοί

Πριν από την εισαγωγή στους αριθμούς ο εκπαιδευτικός συγκεντρώνει τις γνώσεις των παιδιών για τα αριθμητικά σύμβολα με μια κατάσταση τύπου «συστήνω»: λέει στα παιδιά ότι τους επισκέπτονται οι αριθμοί που έχουν κρυφτεί στην τάξη και τα παιδιά καλούνται να φέρουν τους αριθμούς που γνωρίζουν για να τους συστήσουν στους υπόλοιπους. Με τον τρόπο αυτό γνωρίζει όλη η τάξη τα 10 ψηφία των αριθμών 0-9. Στο παιχνίδι ταχύτητας ο εκπαιδευτικός δίνει ένα σύνθημα φωνάζοντας ένα αριθμό και τα παιδιά παίζουν σε ομάδες ψάχνουν να βρουν αριθμοκάρτες από το 0 έως το 9 που είναι κρυμμένες μέσα στην τάξη. Κερδίζει η ομάδα που φτάνει πρώτη και στο τέλος έχει τις περισσότερες κάρτες. Οι ομάδες ελέγχουν την ορθότητα. Η ταχύτητα βοηθάει στην γρήγορη αναγνώριση. ΥΛΙΚΑ: αριθμοκάρτες κρυμμένες ή σε σωρό

Παιχνίδι μοιράσματος

«Ξέρω να μοιράζω» Τα παιδιά παίζουν σε ομάδες. Ο εκπαιδευτικός δίνει στην κάθε ομάδα ένα υλικό και τα παιδιά πρέπει να βρουν τρόπους να το μοιράσουν στα 2(3,4 κλπ.). Κερδίζει η ομάδα που απαντάει πρώτη. Μετά το τέλος της δράσης ο εκπαιδευτικός συζητά με τις ομάδες που εξηγούν πως βρήκαν το αποτέλεσμα. ΥΛΙΚΟ: Το προτεινόμενο υλικό χρησιμοποιείται σε ποικιλία για να αναπτύξει άλλες διαστάσεις του μοιράσματος στα παιδιά: τα κυβάρια, πούλια, κάρτες, τετράγωνα κ.ά

Συμπερασματικά, τα παιχνίδια αφορούν όλες τις μαθησιακές περιοχές των μαθηματικών που αναφέραμε για το πρόγραμμα του 2011. Η Atkinson (1992:52-53) σημείωσε ότι τα παιδιά με τις δικές τους μεθόδους πετυχαίνουν πάντα υψηλότερα επίπεδα στα μαθηματικά σε σχέση με τα παιδιά που διδάσκονται και αφομοιώνουν αλγόριθμους. Τα παιδιά μάλιστα γνωρίζουν καλύτερα τις μαθηματικές διαδικασίες όταν οι δικές τους μέθοδοι τονίζονται και επαινούνται. Αυτός ο τρόπος εκμάθησης των μαθηματικών είναι παραγωγικός με πολύ θετικά αποτελέσματα το να εμπλέκουμε τα παιδιά σε προσωπικές εκτιμήσεις και πρακτικές. Τα παιδιά μέσω των πρωτοβουλιών που λαμβάνουν στο παιχνίδι μπορούν σε αυτή τη βάση να πετύχουν την ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης χωρίς να αποκλείεται ο ρόλος του εκπαιδευτικού αλλά και χωρίς ο εκπαιδευτικός να τους οδηγεί προς μία συγκεκριμένη κατεύθυνση. Παρατηρούμε ότι τέτοιου είδους παιχνίδια όπως αυτά που ενδεικτικά αναφέραμε ανταποκρίνονται σε αυτή τη βάση.

2.3 Οι «άτυπες» μαθηματικές έννοιες

Καθώς τα παιδιά μεγαλώνουν, πριν ακόμα να εισέλθουν στην εκπαίδευση έρχονται σε επαφή με τα μαθηματικά στα πλαίσια των καθημερινών αλληλεπιδράσεών τους με το οικογενειακό και κοινωνικό περιβάλλον. Όπως αναφέρει η Lave (1988) οι μαθηματικές πρακτικές που χρησιμοποιούν τα παιδιά στην καθημερινότητά τους και διαφοροποιούνται από τα τυπικά μαθηματικά όπως παρουσιάζονται στα αναλυτικά προγράμματα συνιστούν τα άτυπα μαθηματικά (informal math). Χωρίς να εκπαιδευτούν συστηματικά διαμορφώνουν μαθηματική υπόσταση καθώς εκφράζουν την περιέργειά τους κι εξερευνούν τα πάντα γύρω τους. Στον όρο «*άτυπα μαθηματικά*» αποδίδουμε όχι μόνο τις ικανότητες και τη γνώση που αποκτά το παιδί έξω από το σχολείο, αλλά συμπεριλαμβάνονται και οι σκέψεις που αναπτύσσει στο σχολείο χωρίς να διδάσκεται. Έτσι λοιπόν, τα άτυπα μαθηματικά βασίζονται στην κατασκευή με δράση από το υποκείμενο το οποίο ενθαρρύνεται καθώς επίσης πλαισιώνεται από κοινωνικούς και πολιτισμικούς παράγοντες (Λεμονίδης, 2001). Η Walkerdine (1988), προσεγγίζει την ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης ως μέρος του ολοένα αυξανόμενου λόγου μεταξύ των παιδιών και των ενηλίκων τόσο στις οικιακές όσο και στις σχολικές πρακτικές. Σύμφωνα με την Aubrey (1997 σελ.57) οι μαθηματικές πρακτικές που συντελούνται στο μη σχολικό χώρο είναι ευρείες και το χάσμα μεταξύ σχολείου και πραγματικής ζωής διαπιστώνει και η Lave (1992 σελ.76). Μέσα από τη συνδιαλλαγή με τους ενήλικες τα παιδιά έχουν την δυνατότητα να εκφράζουν τα βιώματά τους, τις ιδέες τους, να διορθώνουν παρανοήσεις καθώς λειτουργούν σε ένα δεμένο οργανικά σύνολο με τους άλλους (Dewey, 1982), γεγονός που υποστηρίζει και ο Pinxten (2016) για την ανάπτυξη των μαθηματικών δεξιοτήτων. Οι Nunes et al. (1993) αναφέρουν ότι όταν τα παιδιά από μικρή ηλικία είναι σε θέση να μάθουν να μετρούν και όταν καταλάβουν καλά να χρησιμοποιούν

τους αριθμούς μπορούν να εφεύρουν τρόπους να λύνουν διάφορες προβληματικές, μετρώντας, συνθέτοντας και αποσυνθέτοντας. Τα αποτελέσματά τους φαίνεται να έρχονται σε σύγκρουση με τη σιωπηρή παιδαγωγική παραδοχή κάποιων μαθηματικών εκπαιδευτικών, σύμφωνα με την οποία τα παιδιά θα έπρεπε πρώτα να μάθουν μαθηματικές πράξεις και αργότερα να τα εφαρμόσουν σε προβλήματα λεκτικής και πραγματικής ζωής.

Αξιόλογα ευρήματα σε αυτή την κατεύθυνση αναδεικνύουν σε μια ανάλυσή τους της καθημερινής χρήσης των μαθηματικών από νέους σε εμπορικές συναλλαγές στο Ρεσίφε της Βραζιλίας. Η έρευνά τους αποκάλυψε υπολογιστικές στρατηγικές διαφορετικές από εκείνες που διδάσκονται στα σχολεία. Η επίδοση στα μαθηματικά προβλήματα που ενσωματώνονται σε περιβάλλοντα πραγματικής ζωής ήταν ανώτερη από εκείνη των σχολικών τύπων προβλημάτων λέξεων και των υπολογιστικών προβλημάτων χωρίς περιβάλλοντα που αφορούσαν τους ίδιους αριθμούς και λειτουργίες. Τα προβλήματα της πραγματικής ζωής και των λέξεων μπορούν να προωθήσουν απαντήσεις και λύσεις που θα βοηθήσουν τα παιδιά να βρουν μια σωστή λύση διαισθητικά χωρίς τη μετάφραση των λέξεων σε αλγεβρικές εκφράσεις (Nunes et al., 1993). Επίσης, οι Lave et al. (1984), σε έρευνά τους ανέδειξαν ότι η επίλυση προβλημάτων στο σούπερ μάρκετ ήταν σημαντικά ανώτερη από την επίλυση προβλημάτων με χαρτί και μολύβι. Διαπιστώθηκε ότι η καθημερινή επίλυση προβλημάτων μπορεί να επιτευχθεί με ρουτίνες και πρακτικές διαφορετικές από εκείνες που διδάσκονται στα σχολεία. Τα παιδιά δημιουργούν μαθηματικά προβλήματα όταν συμμετέχουν σε πολιτισμικές πρακτικές, όπως π.χ. πώληση καραμελών. Αντιμετωπίζοντας αυτά τα προβλήματα, τα παιδιά δημιουργούν νέες διαδικασίες υποκειμενικών κατανοήσεων επίλυσης προβλημάτων μέσα από διαδικασίες προσαρμοσμένες στις ανάγκες της ζωής τους (Saxe 1988). Ο Gerdes

(1994) αναφέρει πως ερευνητές που παρατήρησαν σε διάφορα παραδοσιακά αφρικανικά παιχνίδια τη λύση προβλημάτων, την ταξινόμηση, τη συμμετρία διαπίστωσαν μια εμπειρική γνώση των πιθανοτήτων καθώς και το γεγονός ότι η οπτική μνήμη και η συγκέντρωση ήταν παράγοντες επιτυχίας σε πολλά παιχνίδια. Επίσης, η χρήση της θεωρίας των ομάδων στην ανάλυση των συμμετριών στην αφρικανική τέχνη υπογραμμίζει και πιστοποιεί τη δημιουργική φαντασία, η οποία δεν διδάσκεται απαραίτητα στο σχολείο. Συσχετίζονται συχνά με τέχνη, αινίγματα, παιχνίδια, γραφικά συστήματα και άλλες παραδόσεις με αποτέλεσμα τα μαθηματικά να παραμείνουν «κρυμμένα». Από τα πολιτισμικά στοιχεία διαφαίνεται η ιστορία της μαθηματικής σκέψης. Ερευνητές διαπιστώνουν και αναφέρουν ότι οι πρώιμες μαθηματικές έννοιες έχουν ως αφετηρία την παρατήρηση της τοπικότητας και του πολιτισμού της (Bishop, 1988, Pinxten & Francois, 2007, Pinxten, 2016).

Στη συνέχεια, και οι Douglas και Clements (2011) αναφέρουν ότι τα παιδιά δεν έχουν εισέλθει ποτέ στα σχολεία ως μαθηματικά *tabula rasae*. Συγκεκριμένα, σε έρευνά τους υπογραμμίζουν ότι τα παιδιά εισέρχονται στο νηπιαγωγείο με μια σειρά από μαθηματικές δεξιότητες και έννοιες. Για παράδειγμα, μπορούν να μετρήσουν προφορικά και να προσδιορίσουν τα σχήματα. Ορισμένα παιδιά προσχολικής ηλικίας ιδίως αυτά που προέρχονται από κοινότητες μεσαίων πόρων βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με τα παιδιά του νηπιαγωγείου και τους μαθητές της πρώτης τάξης. Μπορούν να ποσοτικοποιούν μικρές συλλογές αντικειμένων και να τις επισημαίνουν με τους ανάλογους αριθμούς. Στη γεωμετρία αναγνωρίζουν πρωτότυπα σχήματα, αλλά πρέπει να βοηθηθούν να προχωρήσουν στην ταξινόμηση πιο σύνθετων σχημάτων και στην κατασκευή σχημάτων. Με μία μόνο εξαίρεση, τη μέτρηση, οι υπο-δοκιμές στις οποίες τα κενά ήταν σημαντικά ήταν αυτά που αξιολογούν πιο περίπλοκες μαθηματικές έννοιες και δεξιότητες, όπως η σύνθεση αριθμών ή σχημάτων. Έτσι, τα παιδιά

φαίνεται να αποκτούν συγκεκριμένες μαθηματικές γνώσεις στις μικρότερες ηλικίες λόγω των ερεθισμάτων του περιβάλλοντός τους. Τα παιδιά εμπλέκονται αυθόρμητα και συχνά, αν και κάποιες φορές εν συντομία, σε καθημερινές μαθηματικές δραστηριότητες που κυμαίνονται από τη μέτρηση ως το σχέδιο. Ο Piaget τονίζει πως η φυσική γνώση σχετικά με το χρώμα, το μέγεθος, το σχήμα και την υφή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κατασκευή λογικο-μαθηματικών γνώσεων. Τα ενσωματωμένα μαθηματικά των παιδιών είναι συναρπαστικά και ζωτικής σημασίας. Τα παιδιά αναπτύσσουν μαθηματικές στρατηγικές, αντιμετωπίζουν μαθηματικές ιδέες, χρησιμοποιούν μαθηματικά στο παιχνίδι και παίζουν με τα μαθηματικά. Τα παιδιά πολύ συχνά διασκεδάζουν να δουλεύουν και να παίζουν με τα μαθηματικά. Η Smith (1997, σελ.43-48) αναφέρει ότι τα παιδιά αναπτύσσουν πολλές μαθηματικές γνώσεις καθώς μεγαλώνουν. Στην προσχολική ηλικία συχνά παρατηρούν και μαθαίνουν από τα μεγαλύτερα αδέρφια τους και να μπορούν να μετρήσουν. Σιγά, σιγά μαθαίνουν να αναγνωρίζουν μια ομάδα περισσότερων. Για παράδειγμα: « αυτό το πιάτο έχει περισσότερα μπισκότα από το άλλο πιάτο». Τα παιδιά κατασκευάζουν τη δική τους γνώση των μαθηματικών, ανεξάρτητα από τους τρόπους σκέψης των ενηλίκων. Εάν ρωτήσουμε έναν ενήλικα, "Πόσο είναι $7 + 5$;", το ενήλικο άτομο μπορεί να απαντήσει αμέσως "12." Ένα παιδί μπορεί να σκεφτεί το πρόβλημα με ένα διαφορετικό τρόπο. "Εάν το 7 είναι $5 + 2$ και $5 + 5 = 10$, τότε μπορείτε να προσθέσετε το 2 από τα 7 έως τα 10, και να πάρει 12. " Οι καθημερινές ρουτίνες παρέχουν πολλές ευκαιρίες για αντιστοίχιση. Στο τραπέζι πρωινού υπάρχει ένα μπολ δημητριακών με ένα κουτάλι και ένα ποτήρι χυμό. Ήρθε η ώρα για σχολείο, έτσι ένα γάντι πηγαίνει σε κάθε χέρι και μια μπότα σε κάθε πόδι. Όλοι φτάνουν στο λεωφορείο και είναι καιρός να βρεθεί ένα κάθισμα κάθε επιβάτη. Μέχρι την ηλικία των τεσσάρων τα περισσότερα παιδιά είναι σε θέση να ταιριάζουν αντικείμενα. Η αντιστοίχιση είναι μία από τις πρώτες

μαθηματικές έννοιες που αναπτύσσεται και αποτελεί το θεμέλιο για την ανάπτυξη πολλών ειδών λογικής σκέψης. Η περιγραφή της συχνότητας της χρήσης της μαθηματικής γλώσσας στην πρώιμη παιδική ηλικία είναι απαραίτητη ως πρόδρομος για να καθορίσει ποιες κι αν υπάρχουν, πρόσθετες δεξιότητες. Βέβαια, μπορεί να απαιτηθεί κατάρτιση για να διευκολυνθούν οι δεξιότητες ετοιμότητας μαθηματικών τα παιδιά προσχολικής ηλικίας (Loretta, et al., 2008).

Κατά την αξιολόγηση των μαθηματικών επιδόσεων των παιδιών ή της εξέτασης των μαθηματικών τους είναι ζωτικής σημασίας να αξιολογεί κανείς τι πραγματικά τα παιδιά γνωρίζουν, συμπεριλαμβανομένων των δεξιοτήτων συλλογιστικής τους. Είναι απαραίτητο να παρέχονται σε περισσότερα παιδιά συγκεκριμένες δυνατότητες σύγκρισης στην καθημερινότητά τους για να βοηθήσουν γίνονται εξοικειωμένοι με τη σύγκριση των ποσοτήτων (Joohi et al., 2015). Οι Marcus et al. (2016) σε έρευνά τους περιγράφουν ότι, τόσο στο νηπιαγωγείο όσο και στο σχολείο, τα παιδιά παρατήρησαν τα μαθηματικά, διερεύνησαν τα μαθηματικά πέρα από την παρατήρηση και συχνά, ήταν διατεθειμένα να μιλήσουν για τις εξερευνήσεις και τα μαθηματικά που αντιμετώπισαν. Για παράδειγμα, ο James μιλούσε με τον ερευνητή για την οικογένειά του και πώς θα ήταν «μεγαλύτερος σύντομα ... και τότε [θα μπορούσα] να πάω στο σχολείο γίνω κι εγώ όπως ο αδελφός μου» δηλαδή έχει έναν τρόπο χρήσης μαθηματικών ιδεών, να μετρήσει πότε θα μπορέσει να πάει στο σχολείο. Η Emmily ανέφερε ότι «Δεν μπορώ να πάω στο σχολείο επειδή δεν είμαι έτσι ψηλή όπως ο αδελφός μου και τα άλλα παιδιά που πηγαίνουν στο σχολείο. Ο James και η Emily παρατηρούν την εφαρμογή των μαθηματικών ιδεών στις καθημερινές καταστάσεις, επιχειρούν να εξερευνήσουν αυτούς τους συνδέσμους και να μιλήσουν για τις σχέσεις χρησιμοποιώντας τη μαθηματική γλώσσα. Τα παιδιά συχνά παρατήρησαν τα μαθηματικά στο δικό τους παιχνίδι, στις πράξεις του ομοτίμου και τα μαθηματικά

που χρησιμοποιούνται από τα μέλη της οικογένειας, καθώς και τα μαθηματικά στο περιβάλλον τους. Η μελέτη έδειξε ότι αυτά τα παιδιά παρατήρησαν τα δικά τους μαθηματικά σε μια ποικιλία διαφορετικών καταστάσεων και σεναρίων.

Οι γονείς όσο και οι ειδικοί θεωρούν ότι το παιδικό παιχνίδι προσφέρει ευκαιρίες στα παιδιά να διερευνήσουν έννοιες σχετικές με την αριθμητική. Η περίοδος προσχολικής ηλικίας μπορεί να είναι μια δυνητικά ανεκμετάλλευτη χρονική περίοδος όπου συμβαίνει η ανάπτυξη της αριθμητικής. Η έγκαιρη έκθεση σε δραστηριότητες με άμεση, σύνθετη μαθηματική εστίαση (εκτός από την καταμέτρηση) μπορεί να είναι το κλειδί για την ενίσχυση της αριθμητικής (Skwarchuk, 2009). Παρά το γεγονός ότι σχεδόν όλα τα παιδιά έχουν εμπειρία, μέσα από άμεσες οδηγίες, σχετικές με τα μαθηματικά στις προσχολικές και άλλες εγκαταστάσεις παιδικής μέριμνας, σε μεγάλο βαθμό η γνώση των πρώτων αριθμών τους μεταδίδεται μέσω ενός ευρέος φάσματος μαθηματικών σχετικών αλληλεπιδράσεων που ενσωματώνονται στις καθημερινές τους δραστηριότητες με τους γονείς. Μερικά από αυτά τα άτυπα μαθηματικά στοιχεία περιλαμβάνουν την ικανότητα των παιδιών να αντιλαμβάνονται περισσότερο ή λιγότερο και να αριθμούν λεκτικά μέχρι 21. Αντίθετα, τα τυπικά μαθηματικά στοιχεία δοκιμάζουν τις διάφορες γνώσεις των παιδιών που σχετίζονται με τον αριθμό και τις αριθμητικές δεξιότητες που διδάσκονται μέσω επίσημων οδηγιών (π.χ. γραπτά σύμβολα ή συμβάσεις αριθμοί γεγονότων και λογική για τη διαδικασία). Η θεωρία του κοινωνικού κονστρουκτιβισμού (Vygotsky, 1978) έδειξε ότι τα παιδιά κατασκευάζουν γνώσεις μέσω της ενεργητικής εμπειρίας στον κόσμο. Η αυτόνομη σκέψη του παιδιού δεν ταιριάζει με το τι έχει διδαχθεί το παιδί. Δραστηριότητες που εκθέτουν οι γονείς και το περιβάλλον για τη μαθηματική ανάπτυξη των παιδιών υποστηρίζουν την ανάπτυξη των ψυχολογικών εργαλείων που χρειάζονται τα παιδιά. Επιπλέον, τα μικρά παιδιά δεν δείχνουν μόνο έμφυτες

αριθμητικές ικανότητες, αλλά παρουσιάζουν επίσης χωρικές ικανότητες λογικής. Για παράδειγμα, η γεωμετρική λογική έχει αποδειχθεί ότι εμφανίζεται νωρίς όπως αναφέρει ο ερευνητής Lu ότι η ανίχνευση των μικρών παιδιών τους παρέχει ευκαιρίες να κατανοήσουν το διάστημα. (Lu, 2001). Επομένως, η μαθηματική μάθηση για μικρά παιδιά αφορά τον δικό τους κόσμο, όχι μόνο τον κόσμο του ενήλικα. Οι γονείς μπορούν να διαδραματίσουν σημαντικό ρόλο προετοιμάζοντας τα παιδιά τους για να μάθουν επίσημα μαθηματικά στο σχολείο (Paik et al., 2011). Οι ενήλικες πρέπει να προσαρμόσουν τη σκέψη τους σαν παιδιά για να είναι σε θέση να καλλιεργήσουν τις μαθηματικές τους εξελίξεις (Feza, 2012). Σε άλλη έρευνα σχετικά με τις πρώιμες μαθηματικές έννοιες διαφαίνεται ότι η πλειοψηφία των παιδιών μπορούν να αντιστοιχούν αριθμούς με τον αριθμό των κουκκίδων. Αυτή η ικανότητα να αναγνωρίζουν ποσότητες χωρίς να μετρούν είναι πολλή σημαντική για τους εκπαιδευτικούς για να βασιστούν σε αυτό όταν σχεδιάζουν τη διδασκαλία τους.

Τέλος, πολλά παιδιά πριν αρχίσουν το σχολείο ξέρουν να μετρούν μέχρι το 20, όχι όμως αντίστροφα. Επίσης, μπορούν να συγκρίνουν και να ταξινομούν το μήκος και γνωρίζουν το σκοπό του ρολογιού. Κάποια παιδιά μπορούν να διαβάσουν όταν το ρολόι δείχνει 2 ακριβώς και γνωρίζουν κάποιες μέρες της εβδομάδας και κάποιους μήνες. Η χωρική αίσθηση είναι μια βασική πτυχή για τη μάθηση των μαθηματικών. Για παράδειγμα, η έρευνα κατέδειξε επιτυχία των παιδιών να περιγράψουν και να αλληλεπιδρούν με τοποθεσίες (πάνω, κάτω, πίσω, ανάμεσα), να αναγνωρίζουν τις ιδιότητες των σχημάτων και να χρησιμοποιούν νοητικές εικόνες για να χρησιμοποιούν τα σχήματα.

Συμπερασματικά, είναι εμφανές ότι οι καθημερινές εμπειρίες από το οικογενειακό, κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον των παιδιών προετοιμάζουν ένα μεγάλο

ποσοστό από αυτά αρκετά καλά για την μάθηση των μαθηματικών στο σχολείο και για την ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης (Gervasoni, Perry, 2013).

Κεφάλαιο Τρίτο: Η σύνδεση των Μαθηματικών με το Παιχνίδι

3. Στόχος του κεφαλαίου είναι να αναδείξει πώς συνδέεται το παιχνίδι με τα μαθηματικά. Μέσα από τα παραδείγματα ερευνών που έχουν πραγματοποιηθεί διαφαίνεται με ποιους τρόπους εμπλέκονται τα παιδιά με τα μαθηματικά κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού τους και ποιες δράσεις χαρακτηρίζονται μαθηματικές σύμφωνα με τους Bishop (1988) και Pinxten (2016) έτσι ώστε να ανιχνευθούν στο παιχνίδι των παιδιών για να αντιληφθούμε πότε τα παιδιά κάνουν μαθηματικά.

3.1 Τα μαθηματικά στο παιχνίδι των παιδιών στην προσχολική ηλικία

Το γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών όπως έχει παγιωθεί μέσα από την παραδοσιακή δασκαλοκεντρική διδασκαλία δυσκολεύει ένα μεγάλο μέρος των παιδιών. Από την άλλη πλευρά, τα παιδιά αγαπούν να παίζουν, οποιαδήποτε χρονική στιγμή και με οποιοδήποτε μέσο, μόνοι ή με παρέα. Η μαθηματική σκέψη των παιδιών μπορεί να αναπτυχθεί μόνο μέσα από την ενεργητική συμμετοχή και τον πειραματισμό με δραστηριότητες που έχουν νόημα για τα ίδια τα παιδιά (Donaldson 1991, όπ. Αναφ. στο Χρονάκη & Μουτζούρη, 2011). Οι (Siu, et al., 1984) υποστηρίζουν ότι τα μαθηματικά είναι παρόντα στο περιβάλλον έμμεσα ή άμεσα και οι μαθηματικές εμπειρίες των παιδιών πρέπει να βασίζονται στο παιχνίδι μέσα από τις καθημερινές δραστηριότητες, τα ενδιαφέροντα και τις ερωτήσεις. Σε αυτή τη βάση, καθώς το παιχνίδι είναι σημαντικό και αναπόσπαστο κομμάτι για την ανάπτυξη των παιδιών, αποτελεί πηγή και για τις πρώτες μαθηματικές εμπειρίες.

Όπως αναφέρει η Σκουμπουρδή (2015:32) σε έρευνα Σουηδών εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά στο ελεύθερο παιχνίδι παρατηρήθηκε η ομαδοποίηση στο

παιχνίδι των παιδιών προσχολικής ηλικίας, όταν παιδιά τεσσάρων ετών ομαδοποιούσαν τα αρκουδάκια διαφορετικών χρωμάτων και μεγεθών. Άλλα παιδιά κατά το ελεύθερο παιχνίδι τους ασχολήθηκαν με τη χωροθέτηση και τη σειροθέτηση όταν προσπαθούσαν να τοποθετήσουν καρτέλες στην κατάλληλη θέση και με την κατάλληλη σειρά έτσι ώστε να φτιάξουν πλοίο. Σύμφωνα με έρευνα των (Seo & Ginsburg, 2004) παιδιά ηλικίας 4-5 ετών στο ελεύθερο παιχνίδι τους εμπλέκονται με τα μαθηματικά και οι δράσεις τους αναδεικνύουν μαθηματικό περιεχόμενο. Συγκεκριμένα, τα παιδιά συχνά χρησιμοποιούσαν την ένωση και την διάλυση πραγμάτων ή την αλλαγή σχήματος όταν έπαιζαν με τις πλαστελίνες. Για παράδειγμα, μία μπάλα πλαστελίνης την συμπίεζαν, άλλαζαν τη μορφή της για να φτιάξουν μία πίτσα. Κατά την ενασχόλησή τους με το οικοδομικό υλικό, κατηγοριοποιούσαν και ομαδοποιούσαν τα στερεά με βάση το χρώμα, το μέγεθος και το σχήμα. Σε έρευνα των (Holton, et, al. 2001) όπως αναφέρεται στο (Σκουμπουρδή, 2015: 38) τα παιδιά οδηγούνται σε επιτυχημένες λύσεις προβλημάτων με αντικείμενα όταν έχει προηγηθεί ελεύθερο παιχνίδι με τα αντικείμενα. Συγκεκριμένα, παιδιά ηλικίας 3-5 έπρεπε να κατασκευάσουν ένα αντικείμενο με ράβδους και συνδέσμους καθώς είχαν ασχοληθεί με αυτά τα αντικείμενα στο ελεύθερο παιχνίδι τους τελείωσαν πολύ γρήγορα την κατασκευή και είχαν καλύτερες επιδόσεις από την ομάδα που δεν είχε ξανά ασχοληθεί με αυτά τα αντικείμενα. Όταν τα παιδιά κατά το παιχνίδι τους αντιμετωπίζουν ένα πρόβλημα συχνά αναφέρουν διαφορετικές προσεγγίσεις, συζητούν στρατηγικές και μαθαίνουν το ένα από το άλλο, αυτές οι πτυχές του παιχνιδιού μπορούν να προάγουν τη σκέψη και τη μάθηση στα μαθηματικά (Clements, Sarama 2005). Σε έρευνα του (Vogel, 2013) φάνηκε η κατασκευή της γνώσης μέσα από παιχνίδια με υλικά. Συγκεκριμένα το παιχνίδι «Ξύλινα ραβδιά» άφηνε τα παιδιά να τα

χρησιμοποιήσουν ελεύθερα και τα παιδιά κατασκεύασαν δισδιάστατα σπίτια με τις ράβδους. Επεξεργάζονταν το υλικό και δημιουργούσαν με βάση τη φαντασία τους και τα ερεθίσματα που είχαν από την καθημερινότητά τους εντός και εκτός σχολείου.

Σε έρευνα των (Σκουμπουρδή, Μαλαματένιου, 2015) για τη διερεύνηση της ικανότητας των νηπίων να καλύπτουν μία ορθογώνια επιφάνεια με διάφορα γεωμετρικά σχήματα παίχτηκε ένα παιχνίδι τύχης και ικανοτήτων, το «Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας». Στο παιχνίδι τα παιδιά έπρεπε να καλύψουν μια ορθογώνια επιφάνεια με γνωστά τους γεωμετρικά σχήματα (ορθογώνια παραλληλόγραμμα, τετράγωνα και τρίγωνα) σε ποικίλα μεγέθη, μορφές και τοποθετήσεις, αντιστοιχίζοντάς τα και συνθέτοντάς τα με τον κατάλληλο τρόπο, σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι τα περισσότερα νήπια, μέσα από το πλαίσιο του παιχνιδιού, χωρίς να έχουν προηγούμενη εμπειρία με επικαλύψεις επιφανειών, κατάφεραν να καλύψουν ένα ορθογώνιο με διάφορα σχήματα χωρίς κενά και επικαλύψεις και έκαναν συστηματική καταμέτρηση των σχημάτων. Με ευκολία τοποθέτησαν τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα και τα τετράγωνα, όχι όμως και τα τρίγωνα.

Η αναγνώριση και οι διαφορετικοί τρόποι επικοινωνίας των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων, από παιδιά νηπιαγωγείου, μέσω του παιχνιδιού «Μάντεψε ποιο σχήμα», καταγράφηκαν σε έρευνα (Skoumpourdi, 2013). Τα νήπια φάνηκε να αναγνωρίζουν τους διαφορετικούς τύπους σχημάτων, αλλά και τα βασικά τους χαρακτηριστικά. Στην προσπάθειά τους να μαντέψουν το σχήμα της αντίπαλης ομάδας, περιέγραφαν το σχήμα λεκτικά ή με χειρονομίες με ποικίλους τρόπους. Καθώς το παιχνίδι προχωρούσε και τα σχήματα που έμεναν ήταν της ίδιας κατηγορίας, άρα ίδιων βασικών χαρακτηριστικών, τα παιδιά

δυσκολεύονταν να θέσουν βοηθητικές ερωτήσεις και κατέφευγαν σε χειρονομίες. Οι ερωτήσεις που έθεταν τα παιδιά ήταν δύο ειδών: οι ανεξάρτητες (για παράδειγμα «Έχει το σχήμα σου τρεις γωνίες;») οι οποίες γίνονταν κατανοητές ως είχαν και οι εξαρτημένες (για παράδειγμα «Είναι το σχήμα σου έτσι;») οι οποίες βασίζονταν σε μία χειρονομία. Στις ερωτήσεις τους, οι οποίες σε γενικές γραμμές ήταν απλές, πιο συχνά αναφέρονταν στις γωνίες των σχημάτων, ενώ στις χειρονομίες τους, πιο συχνά αναφέρονταν στις πλευρές, στη μορφή, στο μέγεθος, καθώς και στον προσανατολισμό των σχημάτων. Οι περιγραφές τους, λεκτικές και μη λεκτικές, είχαν τόσο ποιοτικά χαρακτηριστικά (σχετικά με γωνίες, πλευρές, σύγκριση μεγεθών) όσο και ποσοτικά χαρακτηριστικά (όπως πλήθος γωνιών και πλευρών). Ο Moomaw (2014) πραγματοποίησε έρευνα για τα μαθηματικά των παιδιών στο ελεύθερο παιχνίδι και τόνισε ότι τα παιδιά ήταν σε θέση να ταξινομούν διάφορα αντικείμενα με βάση το χρώμα, το σχήμα, το μέγεθος ή την υφή καθώς και μέσα από την καθημερινότητά τους και σε διάφορες εμπειρίες «μαγειρέματος» τα παιδιά ανακάλυψαν την επίδραση της θερμότητας και του κρύου. Οι (Clements & Sarama 2005) σημείωσαν ότι παιδιά «προνηπιακής ηλικίας» συμμετείχαν αυθόρμητα σε ρυθμικά και μουσικά σχέδια π.χ χτυπώντας παλαμάκια ρυθμικά και συνειδητά ενώ άλλα παιδιά χρησιμοποιούσαν συγκεκριμένη ακολουθία χρωμάτων στα σχέδιά τους την οποία επαναλάμβαναν. Μέσα από αυτές τις δράσεις τους αναδείχθηκε η δημιουργία μοτίβου μέσω της συστηματικής επανάληψης.

Ο Martin Hughes ανέφερε ότι κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού τα παιδιά μπορούν να μάθουν τους αριθμούς, να ασκηθούν στη μέτρηση και να εξασκηθούν στην πρόσθεση και την αφαίρεση. Συγκεκριμένα, σε μεταλλικά κουτιά τοποθέτησε γλυκά σε διάφορους αριθμούς. Έδειξε πόσα γλυκά έχει κάθε κουτί

στη συνέχεια ανακάτεψε τα κουτιά και ζήτησε από τα παιδιά να υποδείξουν πόσα γλυκά υπάρχουν σε κάθε κουτί. Έπειτα ζήτησε από τα παιδιά να κολλήσουν μαγνητικά ψηφία στο κάθε κουτί για να τα ξεχωρίζουν. Στο τέλος επιδόθηκαν σε πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης όπως : Εξήγησε στο παιδί πως στα κουτιά με τα γλυκά αν βάλει ένα γλυκό θα βάζει το σύμβολο + και τον αριθμό 1 αν βάζει 2 γλυκά θα βάζει το + και τον αριθμό 2 κ.τ.λ

Έτσι ξεκίνησαν τους διαλόγους. Για παράδειγμα στο κουτί που είχε ένα γλυκό έβαλε το +1:

Παιδί: (Μαντεύει με κλειστά μάτια) 3!

Ενήλικος: Άνοιξε τα μάτια σου

Παιδί: (Παρατηρεί το 1+1 στο κουτί) είπα 3! (φαίνεται να καταλαβαίνει ότι η υπόθεση ήταν λάθος)

Ενήλικος: Πόσα γλυκά έβαλα μέσα;

Παιδί: Έβαλες ακόμα ένα που κάνει 2!

Αυτό το συνέχισε με διάφορους αριθμούς με μαγνητικά ψηφία και υποστήριξε ότι τα παιδιά μέσα στο παιχνίδι τους μπορούν να κατανοήσουν τις αρχές του μαθηματικού συμβολισμού.

Συνοψίζοντας, θεωρούμε ότι τα μαθηματικά συνδέονται άμεσα με το παιχνίδι των παιδιών της ηλικίας που εξετάζουμε. Είτε τα παιδιά αυθόρμητα εμπλέκονται σε μαθηματικές δράσεις μέσα στο παιχνίδι τους είτε οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν το παιχνίδι για να προάγουν και να διευκολύνουν τη μαθηματική μάθηση των παιδιών. Διαπιστώνουμε ότι τα παιδιά όταν παίζουν συλλέγουν υλικά, οργανώνονται, σχεδιάζουν στρατηγικές, αναζητούν λύσεις, αλλάζουν πρακτικές για να επιτύχουν το στόχο τους. Αυτές οι διαδικασίες είναι απαραίτητες και στη μαθηματική διαδικασία. Είναι απαραίτητο να σκεφτούμε

σοβαρά τα όρια ανάμεσα στο ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών και στο καθοδηγούμενο από τους εκπαιδευτικούς ως προς την επίτευξη των μαθηματικών στόχων.

3.2 Το «μαθηματικό» παιχνίδι

Στη διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν αντικρουόμενες απόψεις για το πότε το παιχνίδι των παιδιών μπορεί να θεωρηθεί ως «μαθηματικό». Πολλοί ερευνητές θεωρούν ότι το παιχνίδι των παιδιών δεν χαρακτηρίζεται ως μαθηματικό παρά μόνο αν περιέχει προφανές μαθηματικό περιεχόμενο. Ο Vogel (2014) υπογράμμισε ότι η σύλληψη των μαθηματικών καταστάσεων του παιχνιδιού έχει τη ρίζα της στους πέντε τομείς: αριθμός και τις λειτουργίες, τη γεωμετρία και τη χωρική σκέψη, τις μετρήσεις, τα πρότυπα και την αλγεβρική σκέψη ή τα δεδομένα και την πιθανότητα.

Ο Bishop (1988) θεωρεί το παιχνίδι ως μία από τις μαθηματικές δραστηριότητες. Σημειώνει ότι το παιχνίδι για να θεωρείται μαθηματικό πρέπει να παρουσιάζει τρία σημαντικά χαρακτηριστικά: τη μοντελοποίηση, την υποθετική σκέψη και την αφαίρεση. Χαρακτηριστικά το οποία, όπως αναφέρει, παρατηρούνται στο παιχνίδι των παιδιών στην προσχολική ηλικία. Σημειώνει ότι όλοι οι πολιτισμοί εμπλέκονται με το παιχνίδι με πιθανούς συμμετέχοντες τα παιδιά και τους ενήλικες. Συγκεκριμένα, περιέγραψε τα χαρακτηριστικά του παιχνιδιού ως: όταν κάποιος φαντάζεται κάτι είναι η βάση για να σκεφτεί υποθετικά και τότε αρχίζει να σκέφτεται αφηρημένα. Η μοντελοποίηση σημαίνει την αφαίρεση ορισμένων χαρακτηριστικών από την

πραγματικότητα και την προσαρμογή τους στην παιγνιώδη κατάσταση που δημιουργεί. Έτσι μπορεί να λειτουργήσει με κανόνες, διαδικασίες και κριτήρια.

Το παιχνίδι γίνεται μαθηματικό όταν μπορεί κάποιος να προβλέψει και να υποθέσει τι θα μπορούσε να συμβεί, να διερευνήσει αριθμούς, σχήματα, διαστάσεις, θέσεις και να αναπτύξει επιχειρήματα με παιγνιώδη τρόπο. Τα παιδιά προσχολικής ηλικίας αντιμετωπίζουν μαθηματικές προκλήσεις στο παιχνίδι τους όταν ασχολούνται και αλληλεπιδρούν με τους άλλους, στη διεύθυνση του χώρου, εντός χρονικών ορίων και με το διαθέσιμα υλικά (Vogel, 2013:209). Ο Bishop (1988) σε συζήτηση για τα μαθηματικά σημείωσε ότι η συμμετοχή στο παιχνίδι συνεπάγεται συμφωνία στο να αλλάξει για λίγο η πραγματικότητα και να συμφωνηθεί ταυτόχρονα μια νέα κατάσταση ως πραγματική που θα έχει όμως κάποια στοιχεία της πραγματικότητας παραλλαγμένα (μοντελοποίηση) με ευφάνταστο και διασκεδαστικό τρόπο.

Ο Bishop (1988) όρισε έξι τομείς δραστηριοτήτων στην καθημερινή ζωή των ανθρώπων και θεώρησε ότι αναπτύσσουν, εξασκούν και αντιπροσωπεύουν το μαθηματικό περιεχόμενο σε όλους τους πολιτισμούς.

1. Αρίθμηση (counting): Έρευνες που έχουν γίνει σε διαφορετικούς πολιτισμούς του κόσμου ανέδειξαν ότι οι περισσότεροι λαοί αριθμούσαν χρησιμοποιώντας συχνά τα μέρη του σώματός τους όπως τα δάχτυλα, το λαιμό, τους ώμους, τα γόνατα (Pinxten, 2016).
2. Εντοπισμός (locating): Με την έννοια αυτή ο Bishop εννοεί τη χωρικότητα και πώς αυτή εκφράζεται για την ανάγκες της κοινωνίας. Ο Pinxten τις συμπεριλαμβάνει μόνο την τοποθέτηση του εαυτού σε ένα χώρο σε σύγκριση με ένα αντικείμενο ή ένα άλλο άτομο.

3. Μέτρηση (measuring): Αφορά ποσότητες και πραγματοποιείται μέσω της διαδικασίας της σύγκρισης από την οποία προκύπτουν ανακριβή αποτελέσματα (Bishop, 1988).
4. Σχεδιασμός (designing): Αφορά μία αφηρημένη μεταφορά του πραγματικού περιβάλλοντος. Είναι ιδιαίτερα σημαντική για τα μαθηματικά γιατί αποτελείται από το πλάνο, την κατασκευή, το αφηρημένο σχέδιο, την χωρική σύνδεση ανάμεσα στο αντικείμενο και στο σκοπό, την αφηρημένη φόρμα και την αφηρημένη διαδικασία που θα ακολουθηθεί (Bishop, 1988). Επίσης, όταν ο άνθρωπος σχεδιάζει χρησιμοποιεί τον κόσμο γύρω του ως μοντέλο ενώ ασυνείδητα μεταφέρει την αφηρημένη φόρμα σε μια νέα δομή δρώντας νοητικά και σωματικά ταυτόχρονα (Pinxten, 2016).
5. Παιχνίδι (playing): Με το παιχνίδι το άτομο αναπτύσσει σημαντικές σωματικές δεξιότητες και νοητικές όπως η διαπραγμάτευση, η πρόβλεψη αποτελεσμάτων. Την ίδια στιγμή κάθε άτομο που παίζει συμμετέχει σε ένα φανταστικό πλαίσιο όπου δρα σαν να πρόκειται για αληθινό (Pinxten, 2016).
6. Εξήγηση (explaining): Η απόδοση ενός φαινομένου μέσα από την περιγραφή του με τέτοιο τρόπο ώστε να αποτελεί κάτι που έχει πλήρως κατανοηθεί. Ο Bishop (1988) σε αυτή την κατηγορία συμπεριλαμβάνει και τις «ιστορίες» (stories) καθώς κάθε πολιτισμός έχει τις δικές τους ιστορίες, μύθους και αφηγήσεις. Αποτελούν λοιπόν ένα παγκόσμιο φαινόμενο το οποίο μπορεί να αναδείξει το σκεπτικό πίσω από τα μαθηματικά σε κάθε πολιτισμό, αλλά και τη σύνδεση της γλώσσας με διάφορους τρόπους. Μέσα στις ιστορίες μπορούν να αναδειχθούν οι λογικές συνδέσεις που δημιουργούνται πριν προκύψει ένα αποτέλεσμα.

Ο Pinxten πρόσθεσε ακόμη έξι στοιχεία καθώς θεώρησε ότι τα συγκεκριμένα καλύπτουν και αφορούν μόνο τη δυτική προσέγγιση.

1. Κίνηση και Χορός (Moving/ Dancing): Όταν το άτομο κινείται δημιουργούνται κρυμμένες χωρικές γνώσεις. Για παράδειγμα, λαμβάνεται υπόψη τόσο ο κάθετος όσο και ο οριζόντιος άξονας στον οποίο κινούνται τα άτομα αλλά και τα διαφορετικά επίπεδα της κίνησής τους.
2. Αφήγηση ιστοριών (Story telling): Όταν κάποιος εξιστορεί και αφηγείται μια ιστορία επιλέγει και μεταφέρει στοιχεία ενός κόσμου που δημιουργεί στη φαντασία του με σκοπό να το μεταφέρει στον ακροατή του. Οι ιστορίες, οι μύθοι αποτελούν σημαντικό κομμάτι κάθε πολιτισμού γιατί αναδεικνύουν την ιδιαίτερη ταυτότητα που τον διαφοροποιεί από άλλους πολιτισμούς. Αναδεικνύουν απόψεις στα άτομα που τείνουν να γίνουν αποδεκτές αλήθειες.
3. Αγοραστικές συμπεριφορές (Market behavior): Τα άτομα καθώς ζουν σε μια καπιταλιστική κοινωνία εξασκούν δεξιότητες αγοροπωλησιών. Εκτός από αυτές τις δεξιότητες αναπτύσσουν κι άλλες όταν μετρούν αποστάσεις, υπολογίζουν αναλογίες ή συγκρίνουν και διαπραγματεύονται για τις τιμές τότε το άτομο ενεργεί ανάλογα με την προσωπική του ταυτότητα.
4. Γενίκευση μέσω σύγκρισης (Generalizing by comparing): Το άτομο αναγνωρίζει το περιεχόμενο ενός φαινομένου, αναλύει ομοιότητες και διαφορές μέσα σε ένα γενικότερο πλαίσιο και επιβεβαιώνει ή απορρίπτει την γενίκευση. Η γενίκευση είναι αρκετά δύσκολη σε ένα πολύ γενικό πλαίσιο σύγκρισης.
5. Μουσική (Music): Η μουσική μεταφέρει στο άτομο τον ρυθμό, τους τόνους και τις αποστάσεις μεταξύ τους, τα οποία είναι κοινά σε όλα τα τονικά συστήματα. Επίσης, η κίνηση του σώματος δημιουργεί μοτίβα όπως η κίνηση

στο κεφάλι ή το χτύπημα του ποδιού και των χεριών. Αρκετά ενδιαφέρον παρουσιάζει σύμφωνα με τον Pinxten η σύγκριση των συμμετρικών δυτικών μέτρων με τα ασύμμετρα μέτρα της ανατολικής μουσικής.

6. Λογικές εξηγήσεις (Logical operation): Η κατηγοριοποίηση φαινομένων που οδηγεί σε γενικά αποδεκτές αλήθειες λαμβάνοντας υπόψη παραμέτρους που μπορούν να τα έχουν επηρεάσει. Το στοιχείο αυτό εμφανίζεται έντονα στο σύνολο των πολιτισμών χωρίς αυτό να σημαίνει ότι οι εξηγήσεις που δίνουν συμφωνούν μεταξύ τους.

Στη συγκεκριμένη έρευνα εργαστήκαμε για να ανιχνεύσουμε μαθηματικά στοιχεία στο ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών, τα οποία όπως αναφέρει ο Pinxten (2016) βρίσκονται κρυμμένα στην καθημερινότητα των παιδιών και στις προηγούμενες γνώσεις τους. Ο Bishop (1988) και ο Pinxten (2016) θεώρησαν ότι το άτομο μπορεί να μεταφέρει τις γνώσεις, που κατακτά από τις παραπάνω διαδικασίες, σε οποιοδήποτε πλαίσιο επομένως και στο παιχνίδι που εμείς εξετάζουμε έτσι η γνώση του αναπτύσσεται και εξελίσσεται. Σε αυτή τη βάση θεωρούμε ότι τα παιδιά μαθαίνουν μαθηματικά και εξελίσσουν την μαθηματική τους γνώση μέσα στην καθημερινότητά τους ,σε όλα τα πολιτισμικά πλαίσια, η οποία εμπεριέχει σε μεγάλο βαθμό το παιχνίδι. Συνεπώς, για να θεωρήσουμε το ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών «μαθηματικό», εκτός από τα προφανή μαθηματικά, έγινε προσπάθεια να ελεγχθεί ο μαθηματικός χαρακτήρας των δράσεων (D' Ambrosio, 1985, σελ. 45). Ο Bishop (1988) προτείνει έξι βασικές κατηγορίες μαθηματικών δεξιοτήτων που συμπεριλαμβάνουν προηγούμενες μαθηματικές γνώσεις των παιδιών και συνιστούν ευκαιρίες για επαφή με νέες γνώσεις ή διόρθωση παρανοήσεων.

- Απαρίθμηση: αριθμοί, μοτίβα αριθμών, σχέσεις αριθμών, αναπτύξεις αριθμών.
- Εντοπισμός-Χωροθέτηση: θέση, προσανατολισμός, ανάπτυξη συντεταγμένων, γωνίες, γραμμές, δίκτυα, ταξίδια, αλλαγή τοποθεσίας, κύκλος, έλλειψη, πολύγωνο, αλλαγή προσανατολισμού, περιστροφή
- Μέτρηση: σύγκριση, υπολογισμός, μήκος, περιοχή, ένταση, χρόνος, θερμοκρασία, βάρος.
- Σχεδιασμός: ιδιότητες αντικειμένων, σχήμα, μοτίβο, σχεδιασμός, γεωμετρικά σχήματα, ιδιότητες σχημάτων, ομοιότητες, μαθηματική αναλογία,
- Παιχνίδι: γρίφοι, παζλ, παιχνίδια, κανόνες, διαδικασίες, στρατηγικές, πρόβλεψη, πιθανότητες, υποθετικά επιχειρήματα, ανάλυση παιχνιδιού.
- Εξήγηση: ταξινόμηση, συμβάσεις στον λόγο, γενικεύσεις, γλωσσολογικές εξηγήσεις, επιχειρήματα, λογικές συνδέσεις, απόδειξη, συμβολικός λόγος και εξηγήσεις, εξισώσεις, τύποι, αλγόριθμοι, λειτουργία εξηγήσεων, διαγράμματα, γραφήματα, μαθηματική δομή (θεώρημα, ανάλυση, συνέπεια), παραδοχές, αναλογίες.

Β΄. ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Κεφάλαιο Τέταρτο: Η ερευνητική διαδικασία

4.1 Μεθοδολογία

Στο παρόν κεφάλαιο αναφέρονται οι λόγοι για τους οποίους επιλέχθηκε η συγκεκριμένη ερευνητική προσέγγιση καθώς και οι λόγοι για τους οποίους επέλεξε την αίθουσα του νηπιαγωγείου για να διεξαχθεί η έρευνα. Όπως αναφέρθηκε στο θεωρητικό μέρος η παρατήρηση και η ερμηνεία της δράσης των παιδιών στο πλαίσιο των καθημερινών τους αλληλεπιδράσεων με το οικογενειακό και σχολικό περιβάλλον συνιστούν σημαντική μεθοδολογική πρόταση για να κατανοήσουμε την παιδική ηλικία (Τσίγκρα στο Αυγητίδου 2001). Έτσι γίνεται κατανοητό ότι η αίθουσα του νηπιαγωγείου μπορεί να οδηγήσει στην παραγωγή δεδομένων μέσα από την εθνογραφία. Συνεπώς, οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν για την παραγωγή δεδομένων είναι η εθνογραφική παρατήρηση και η συνέντευξη. Συζητούνται επίσης μεθοδολογικά ζητήματα όπως η εγκυρότητα, η εμπιστευσιμότητα και η γενίκευση των δεδομένων. Τέλος, σημειώνονται ζητήματα ηθικής και δεοντολογίας καθώς και διλλήματα και περιορισμοί για την διεξαγωγή της συγκεκριμένης έρευνας.

4.2 Σχεδιασμός της έρευνας

Με τη συγκεκριμένη έρευνα θέλησα να διαπιστώσω αν τα παιδιά χρησιμοποιούν τα μαθηματικά αυθόρμητα στο παιχνίδι τους και ταυτόχρονα τι είδους μαθηματικών πρακτικών, εκφράσεων ή εννοιών χρησιμοποιούν τα παιδιά της συγκεκριμένης ηλικιακής ομάδας κατά το ελεύθερο παιχνίδι με τους συμμαθητές τους μέσα στη αίθουσα του νηπιαγωγείου. Το ερευνητικό μου ενδιαφέρον επικεντρώθηκε στο ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών στις γωνιές: μαγαζάκι, ζωάκια, πλαστελίνες και οικοδομικό υλικό καθώς θέλησα να παρατηρήσω τη μαθηματική δράση των παιδιών μέσα από τις αλληλεπιδράσεις και τις επιθυμίες, τις στρατηγικές και τις επιλογές τους και όχι με τη μορφή της τυπικής «διδασκαλίας». Στο νηπιαγωγείο η επιθυμία ως η ασυνείδητη παραγωγή του πραγματικού θα μπορούσε να θεωρηθεί ως μορφή αδειοδότησης στα παιδιά για να αναπτύξουν τις επιθυμίες τους με διάφορους τρόπους. Ο εκπαιδευτικός αντί να ψάχνει τι λείπει από το παιδί, μπορεί να ψάξει τι χρειάζεται το παιδί μέσα από τον τρόπο που εκφράζει τις επιθυμίες του (Helenius, O et al. 2016). Έτσι αποφάσισα να ακολουθήσω την εθνογραφική προσέγγιση γιατί με αφετηρία το ερευνητικό μου ερώτημα θα μπορούσα να διαπιστώσω πώς εκφράζουν τα παιδιά τις επιθυμίες και τις επιλογές τους, την ταυτότητά τους μέσα στο σχολικό τους περιβάλλον μέσα από τα συμβάντα που λαμβάνουν χώρα κατά τη δράση τους στις γωνιές. Στη συνέχεια, επέλεξα την τεχνική της ημι-δομημένης συνέντευξης (Mason, 2011) με την εκπαιδευτικό της τάξης για να διερευνήσω και να αναλύσω σε μεγαλύτερο βάθος και μέσα από τη δική της οπτική τα ερωτήματα της συγκεκριμένης έρευνας. Η ατομική συνέντευξη είναι ποιοτική μέθοδος κοινωνικής έρευνας και συνιστά μια κοινωνική σχέση κατά την οποία διαφορετικές προσωπικότητες αλληλεπιδρούν (Λυδάκη, 2001). Στα πλαίσια μιας

εθνογραφικής έρευνας, διαπιστώνεται ο τρόπος με τον οποίο τα δρώντα πρόσωπα θεωρούν και αισθάνονται τα φαινόμενα. Η αμοιβαιότητα ή η διαφοροποίηση των προσωπικών απόψεων αναδεικνύει την αρμονία ή την κρίση της κοινωνικής ζωής και συνιστούν τα ποιοτικά στοιχεία του κοινωνικού χώρου που δημιουργούν τη νέα κοινωνική θεωρία (Πηγιάκη, 2004). Η συστηματική και οργανωμένη παρατήρηση ατομικών συμπεριφορών ή ομαδικών αλληλεπιδράσεων και διεργασιών αποτελεί πολύ ουσιαστική και χρήσιμη μέθοδο παραγωγής δεδομένων στην εκπαιδευτική, ψυχολογική και κοινωνική έρευνα (Patton, 1990).

Αξιοποιήθηκε συνεπώς η εθνογραφική παρατήρηση, μία διαδικασία κατά την οποία ως ερευνήτρια όφειλα να αφιερώσω χρόνο και να εναρμονιστώ με την καθημερινότητα του κοινωνικού πλαισίου που ερεύνησα και να παρατηρήσω, να ακούσω (Bruman & Burgess, 1994) για να ερμηνεύσω με τον πιο εμπιστεύσιμο τρόπο τις συμπεριφορές και τις αντιδράσεις όσων παρατήρησα με απώτερο στόχο να απαντήσω στα ερευνητικά ερωτήματα που αποτέλεσαν τον έναυσμα για την πραγματοποίηση της έρευνας. Συγκεκριμένα πρόκειται για μία ομάδα μαθητών, η οποία παρατηρήθηκε μέσα στη σχολική αίθουσα, δηλαδή στο καθημερινό τους περιβάλλον, για να εξεταστεί ο τρόπος με τον οποίο ενεργούν και αλληλεπιδρούν (Creswel, 2001).

Μέρος της ερευνητικής διαδικασίας αποτελεί η συνέντευξη με την εκπαιδευτικό της σχολικής τάξης. Με την συνέντευξη επεδίωξα στο να παραχθεί όσο το δυνατόν πλουσιότερο και εμπειριστατωμένο υλικό για να αποσαφηνιστούν περαιτέρω τα ερευνητικά ερωτήματα. Ο συνεντευξιαζόμενος είχε την ευκαιρία να εκφράσει ελεύθερα και εις βάθος τις αντιλήψεις, τις ιδέες και τις εμπειρίες σχετικά με το θέμα που μελετάται (Robson, 2007).

Με αυτό τον τρόπο, μελέτησα αν οι μαθητές κατά τη διαδικασία του ελεύθερου παιχνιδιού τους μέσα στην σχολική αίθουσα, χρησιμοποιούν οτιδήποτε (λέξεις, φράσεις, κινήσεις, πρακτικές) σχετίζεται με τα μαθηματικά. Προσπάθησα να ανιχνεύσω πώς εκφράζουν τα παιδιά τα μαθηματικά και αν το παιχνίδι τους μπορεί να χαρακτηριστεί μαθηματικό σύμφωνα με την κατηγοριοποίηση του Bishop (1988) και τον Pinxten (2016). Επίσης, καθώς μελέτησα μέσω της εκπαιδευτικού αν τα μαθηματικά μπορούν να προκύψουν αυθόρμητα από τους μαθητές διαμέσου του παιχνιδιού και κατά πόσο αξιοποιούνται ή όχι οι πληροφορίες για την ανάπτυξη θεματικών πάνω στο αντικείμενο των μαθηματικών και γενικά για τη σχέση μαθηματικών και παιχνιδιού μέσα στην τάξη της και από την εμπειρία της.

Για τους σκοπούς της έρευνας επιλέχθηκε ο συνδυασμός της παρατήρησης πεδίου με τη συνέντευξη ως μεθοδολογική προσέγγιση. Για την εθνογραφία είναι απαραίτητος και πολύ ουσιαστικός ο τριγωνισμός, δηλαδή ο έλεγχος των ερευνητικών δεδομένων, η εξέταση του φαινομένου που μελετάται μέσα από διαφορετικές πηγές στο πεδίο μελέτης (Πηγιάκη, 2004). Οι διαφορετικές πηγές θεωρούνται τα δεδομένα που συλλέγονται με άλλη μέθοδο, σε διαφορετική χρονική φάση ή από διαφορετικά δρώντα πρόσωπα. Έτσι διευκολύνθηκα να διαμορφώσω μία σφαιρικότερη άποψη και εικόνα για να μπορέσω να προχωρήσω στην διεξαγωγή συμπερασμάτων και στην θεμελίωση μιας κοινωνικής θεώρησης για το θέμα που διαπραγματεύεται.

4.3 Η εθνογραφία ως προσέγγιση

Από την αρχή της ερευνητικής μου προσπάθειας θεώρησα ότι η εθνογραφία αποτελεί μία κατάλληλη προσέγγιση καθώς θέλησα να εξετάσω μια ομάδα μαθητών μέσα στην τάξη τους και την ελεύθερη δράση με υλικά και μέσα για να ανιχνευθεί η χρήση των μαθηματικών κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού. Μέσα από την εθνογραφική μελέτη κατέθεσα τις προσωπικές μου παρατηρήσεις στο χώρο της ομάδας, το παιχνίδι των παιδιών, τις συζητήσεις, τις απόψεις, τις χειρονομίες και τις αντιδράσεις τους. Μέσα από τη συνέντευξη με τη νηπιαγωγό τους, κατέθεσα επίσης την εμπειρία και τις απόψεις της για το θέμα που μελέτησα. Σύμφωνα με τον Pinxten (2016) αντικείμενο μελέτης της εθνογραφίας αποτελούν τα δεδομένα που καθορίζουν τις σχέσεις μιας ομάδας, τα σενάρια, οι αρχές και τα λογικά συστήματα. Το ενδιαφέρον της μελέτης επικεντρώθηκε στο ερώτημα αν τα παιδιά χρησιμοποιούσαν τα μαθηματικά με τα διαθέσιμα υλικά μέσα από τη συνεργασία ή τις διαφωνίες κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού τους. Σύμφωνα με τη Λυδάκη (2001) θέματα κοινωνικής έρευνας όπως ένα σχολικό περιβάλλον αν μελετηθούν με ποσοτικές μεθόδους, χωρίς αμεσότερη διεξόδυση του ίδιου του ερευνητή στο χώρο των υποκειμένων και χωρίς ποιοτική ανάλυση των δεδομένων τα συμπεράσματα στα οποία θα καταλήξει δεν θα έχουν πληρότητα. Δεν πρόκειται για διερεύνηση και καταμέτρηση αποσπασματικά σε μεγάλο δείγμα πληθυσμού αλλά απαιτείται σε βάθος μελέτη και κατανόηση των νοημάτων που προκύπτουν. Όπως αναφέρει και η Millroy (1992) η εθνογραφία εξετάζει τις αλληλεπιδράσεις των ατόμων και πώς παράγονται τα νοήματα στα πλαίσια της επικοινωνίας τους. Τα δεδομένα που προσπάθησα να συλλέξω αφορούσαν τα μαθηματικά μέσα από επικοινωνία των παιδιών και η ανάλυση πραγματοποιήθηκε μέσα από την προσωπική μου περιγραφή για το χώρο, τα μέσα, το παιχνίδι, τα μαθηματικά και γενικά τη διάδραση των παιδιών.

4.4 Η συλλογή των δεδομένων

Η συλλογή δεδομένων έγινε με βάση την εθνογραφική έρευνα. Τα παιδιά παρατηρήθηκαν στην αίθουσα του νηπιαγωγείου, που αποτελεί σημείο αναφοράς για αυτά καθώς εκεί αλληλεπιδρούν με τους συμμαθητές τους, δρύνονται των ερεθισμάτων γύρω τους, παίζουν, εξερευνούν, μαθαίνουν διαμορφώνουν προσωπικότητα και άποψη. Είναι το φυσικό και οικείο περιβάλλον μετά το σπίτι τους. Τα παιδιά παρατηρήθηκαν κατά τη διάρκεια του ελεύθερου παιχνιδιού τους μέσα στην τάξη στο πρωινό τμήμα χωρίς την παρέμβαση της νηπιαγωγού.

Το αντικείμενο της έρευνας είναι η ανίχνευση των μαθηματικών στο ελεύθερο παιχνίδι τους στις γωνιές: μαγαζάκι (μανάβικο), οικοδομικό υλικό, ζωάκια, πλαστελίνη. Επίσης, εξετάστηκε με ποιους τρόπους εκφράζουν τα παιδιά τα μαθηματικά και κατά πόσο το παιχνίδι τους μπορεί να χαρακτηριστεί ως μαθηματικό σύμφωνα με τον Bishop (1988). Κατά τις πρώτες μου επισκέψεις στο χώρο για γνωριμία και εξοικείωση με τα παιδιά, παρατηρήθηκε ότι στο ελεύθερο παιχνίδι τα παιδιά διάλεξαν τις συγκεκριμένες γωνιές και έπαιζαν σε μεικτές και όμοιες ομάδες τυχαία.

Όπως αναφέρει ο Robson (2010) είναι χρήσιμο να χρησιμοποιούνται πολλαπλές τεχνικές συλλογής δεδομένων, ώστε να υπάρξει τριγωνισμός των δεδομένων και να αντιμετωπιστούν με αυτό τον τρόπο κίνδυνοι για την εγκυρότητα της έρευνας. Ακολούθησα την εξής διαδικασία: συλλογή δεδομένων, απομαγνητοφώνηση, ταξινόμηση και εξαγωγή αποτελεσμάτων.

Τα δεδομένα αφού ομαδοποιήθηκαν, εξετάστηκαν και συγκρίθηκαν για ομοιότητες και διαφορές. Συμβάντα, αλληλεπιδράσεις, συμπεριφορές λεκτική και μη λεκτική επικοινωνία που διαπιστώθηκαν ότι είχαν παρόμοια χαρακτηριστικά ή σημασία ομαδοποιήθηκαν κάτω από πιο αφηρημένες έννοιες που ονομάζονται κατηγορίες (Creswell, 2011). Η μη λεκτική επικοινωνία πραγματοποιείται μέσω κωδικών (χειρονομίες, μορφασμοί, βλέμμα, τόνος της φωνής, ενδυμασία κ.λπ.), οι οποίοι μεταδίδουν «ηχηρά» μηνύματα κυρίως στον παρόντα τόπο και χρόνο αφού προϋποθέτουν τη φυσική παρουσία του ατόμου που επικοινωνεί (Κούρτη, 2003). Έτσι προσπάθησα να καταγράψω και να συνεκτιμήσω τη μη λεκτική επικοινωνία για την κατανόηση της συμπεριφοράς των μικρών μαθητών. Έπειτα, ταξινομήθηκαν, γεγονός που βοήθησε να αποκτηθεί μια αίσθηση του τι καλύπτουν τα δεδομένα και σε ποια έκταση και να αναπτύξουμε την εννοιολογική, αναλυτική και θεωρητική τους σκέψη (Mason, 2011). Βέβαια δυσκολίες αντιμετωπίστηκαν στην καταγραφή καθώς τα παιδιά λειτουργούσαν ταυτόχρονα, μιλούσαν μαζί και διέκοπταν ο ένας τον άλλο.

Οι συμμετέχοντες της έρευνας ήταν 12 παιδιά ηλικίας 3,5-5 ετών (7 κορίτσια και 5 αγόρια) που φοιτούσαν στο νηπιαγωγείο. Μελετήθηκε το αρχείο του νηπιαγωγείου και σύμφωνα με αυτό ο κοινωνικός χάρτης των μαθητών παρουσίαζε ομοιογένεια. Η πλειονότητα των παιδιών προέρχεται από μεσαία και κατώτερα κοινωνικά στρώματα ελληνικής καταγωγής και δεν είχε κάποιο παιδί διαφορετικής εθνικότητας. Συνεπώς τα παιδιά που παρατηρήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας έρευνας είχαν τις ίδιες κοινωνικο-οικονομικές αφετηρίες και δεν αντιμετωπίσαμε πολιτισμικές διαφορές στη συμπεριφορά τους για να επηρεάσουν τα αποτελέσματα – ευρήματα της έρευνας.

4.5 Η Εθνογραφική Παρατήρηση

Ο εθνογραφικός σχεδιασμός της έρευνας προσανατολίστηκε στη μη συμμετοχική παρατήρηση. Η παρατήρηση προσφέρει την ευκαιρία να καταγράφονται οι πληροφορίες όπως ακριβώς εμφανίζονται μέσα σε ένα πλαίσιο, να αποκωδικοποιηθεί η πραγματική συμπεριφορά και να μελετηθούν άτομα που δυσκολεύονται να εκφραστούν λεκτικά, να δηλώσουν και να αιτιολογήσουν τις ιδέες και την συμπεριφορά τους, όπως τα παιδιά προσχολικής ηλικίας, που μελετάμε (Creswell, 2001). Η παρατήρηση πραγματοποιήθηκε σε νηπιαγωγείο του λεκανοπεδίου της Αττικής. Για να συλλεχθούν τα ποιοτικά δεδομένα, χρησιμοποιήθηκε το οπτικοακουστικό υλικό, συγκεκριμένα η βιντεοσκόπηση και η λήψη φωτογραφιών για να κατανοηθεί καλύτερα το κεντρικό φαινόμενο που μελετάται. Έλαβα σοβαρά υπόψη πως η παρουσία μου με την χρήση της κάμερας θα μπορούσε να επιφέρει αναστάτωση και πιθανή αλλοίωση των δεδομένων. Γι αυτό το λόγο πριν ξεκινήσω τις βιντεοσκοπήσεις πραγματοποίησα ένα δοκιμαστικό στάδιο γνωριμίας στην σχολική αίθουσα έτσι ώστε να επέλθει η εξοικείωση των μαθητών μαζί μου και για τις προθέσεις μου. Όταν παρήλθε το διάστημα των 7 ημερών για να κερδίσω την εμπιστοσύνη των μαθητών και την ανεκτικότητα τους απέναντι στο ρόλο μου και την παρουσία της κάμερας, τότε ξεκίνησε η έρευνα. Μετά τη συμπλήρωση αυτού του χρονικού διαστήματος, οι μαθητές συνήθισαν την παρουσία μου στη σχολική τάξη μαζί με την εκπαιδευτικό τους και σχεδόν αδιαφορούσαν (λόγω και του νεαρού της ηλικίας τους) για την παρουσία της κάμερας, η οποία διατηρήθηκε σε διακριτικά και μη επιβαρυντικά επίπεδα. Συνεπώς, η έμφαση του ρόλου μου δόθηκε στην παρατήρηση. Οι σχέσεις με τα δρώντα πρόσωπα διατηρήθηκαν σε χαμηλά επίπεδα στο πλαίσιο των διαπροσωπικών σχέσεων (Πηγιάκη, 2004).

Η παρατήρηση πραγματοποιήθηκε σε διάστημα 20 ημερών και τα παιδιά βιντεοσκοπήθηκαν και φωτογραφήθηκαν κατά το ελεύθερο παιχνίδι τους στις γωνίες: μαγαζάκι, ζωάκια, οικοδομικό υλικό, πλαστελίνες. Η παρατήρηση διήρκησε μισή ώρα την ημέρα μέσα στη σχολική τάξη, στο φυσικό περιβάλλον των μαθητών. Μετά τις 15 ημέρες φάνηκε ότι υπήρξε επανάληψη και κορεσμός στη θεματολογία και κρίθηκε απαραίτητο να ολοκληρωθεί η έρευνα.

4.6 Η Συνέντευξη

Η συλλογή των ερευνητικών δεδομένων συνεχίστηκε με μία συνέντευξη με την εκπαιδευτικό της τάξης. Κρίθηκε απαραίτητο να πραγματοποιηθεί η συνέντευξη καθώς παρέχει χρήσιμες πληροφορίες και επιτρέπει την περιγραφή προσωπικών απόψεων με λεπτομέρειες σχετικά με τα ερευνητικά ερωτήματα που έχουν τεθεί (Creswell, 2001). Πραγματοποιήθηκε μία προσωπική συνέντευξη κατά την οποία έθεσα ερωτήματα και κατέγραψα τις απαντήσεις μόνο από την εκπαιδευτικό της τάξης. Η προσωπική συνέντευξη θεωρήθηκε ιδανική διότι η εκπαιδευτικός δεν δίστασε να μιλήσει, να εκφραστεί με ακρίβεια και σαφήνεια και να μοιραστεί τις ιδέες της με άνεση (Creswell, 2001).

Σύμφωνα με τη Λυδάκη (2001) στην ποιοτική έρευνα χρησιμοποιείται συνήθως η συνέντευξη κατά την οποία ο ερευνώμενος μπορεί να εκθέσει τις απόψεις του και συχνά οι πληροφορίες εξάγονται μέσα από κοινότυπες συζητήσεις. Η μορφή της συνέντευξης ήταν η ημι-δομημένη συνέντευξη. Αφορούσε ένα σύνολο προκαθορισμένων ερωτήσεων ώστε να υπάρχει ένας οδηγός για τα θέματα που

έκρινα σημαντικά και ερωτήσεις που προέκυψαν κατά τη διάρκεια της συνέντευξης. Με αυτόν τον τρόπο, προσπάθησα να δια φωτίσει από μία διαφορετική σκοπιά το θέμα που μελετάται έτσι ώστε μέσω του πλουραλισμού των απόψεων να διαμορφωθεί όσο το δυνατόν πιο έγκυρη, σαφή και ολοκληρωμένη εικόνα για την έρευνά του. Επιλέχθηκε ο συγκεκριμένος τύπος της συνέντευξης γιατί παρουσιάζει ευελιξία ως προς την τροποποίηση του περιεχομένου το οποίο προσαρμόζεται στον ερωτώμενο. Επίσης, παρουσιάζει ευελιξία ως προς την σειρά των ερωτήσεων και τις προσθαφαιρέσεις των ερωτήσεων ή θεμάτων για τη συζήτηση (Ισαρη, Πουρκός, 2014). Στην ημι-δομημένη συνέντευξη η δομή αναφέρεται σε αυτό που αποκαλείται «σχέδιο συνέντευξης» και η διαδικασία της δομής της μοιάζει με αυτή του ερωτηματολογίου (Openheim, 2005).

Η συνέντευξη έλαβε χώρα στην αίθουσα κατά το πέρας του μαθήματος διότι απαιτείται ησυχία και προσήλωση. Η εκπαιδευτικός με χαρά δέχτηκε την συνεργασία. Δόθηκαν διευκρινήσεις για τον ρόλο της συνέντευξης, ότι δηλαδή δεν είναι επικριτικός και αξιολογικός και δεν αποσκοπεί να φέρει την εκπαιδευτικό σε δύσκολη θέση αλλά είναι χρήσιμη για τον ερευνητή για να προσεγγίσει το θέμα από τη σκοπιά της εκπαιδευτικού για να μπορέσει να σχηματίσει μια ολοκληρωμένη και σφαιρικότερη άποψη. Αφού συναίνεσε η εκπαιδευτικός, την διαβεβαίωσα ότι θα διασφαλιστεί η ανωνυμία της και ζήτησε την έγκρισή της για να δημοσιευθούν τα αποτελέσματα σε μελλοντικές έρευνες. Ζήτησα από τη νηπιαγωγό να μην περιγράψει αντικειμενικά τα γεγονότα αλλά να καταθέσει την εμπειρία και τις σκέψεις της (Λυδάκη, 2001). Η συνέντευξη διήρκησε περίπου 30 λεπτά και πραγματοποιήθηκε μαγνητοσκόπηση. Τις περισσότερες φορές ο πληροφορητής ανταποκρίνεται και αφηγείται τις εμπειρίες

του όταν ο συνεντευκτής τον ακούει με ευαισθησία, τον παρατηρεί και τον ενθαρρύνει (Λυδάκη, 2001). Προσπάθησα να ακούσω προσεκτικά και να αφήνω την εκπαιδευτικό να εκφράζει αβίαστα την άποψή της χωρίς να την επηρεάζω. Ο λόγος ήταν απλός, ευθύς, κατανοητός και μη προσβλητικός ή απειλητικός ώστε να μη δημιουργηθεί σύγχυση ή άμυνα στην συμμετέχουσα εκπαιδευτικό (Mason, 2009: 103-106).

4.7 Ανάλυση των δεδομένων της έρευνας

Τα δεδομένα της έρευνας προέκυψαν από τη βιντεοσκόπηση και τη λήψη φωτογραφιών κατά το χρονικό διάστημα του ελεύθερου παιχνιδιού καθώς επίσης και από την προσωπική συνέντευξη σε ημι-δομημένη μορφή με την εκπαιδευτικό της τάξης. Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε σύμφωνα με τη διατμηματική ή κατηγορική λογική, τα κείμενα των διαφορετικών περιπτώσεων χωρίζονται σε επιμέρους τμήματα ή αποσπάσματα και ο ερευνητής οργανώνει τα δεδομένα με βάση ένα σταδιακά διαμορφούμενο κοινό σύστημα κωδικών ή κατηγοριών ταξινόμησης. Αυτή η διαδικασία αποκαλείται κωδικοποίηση ή κατηγοριοποίηση και περιλαμβάνει τη λεπτομερή και συνήθως την κατά σειρά (line by line) απόδοση νοήματος ή ιδιοτήτων στο ερευνητικό υλικό με στόχο τη σταδιακή κωδικοποίησή του (Ιωσηφίδης, 2008). Η έρευνα πραγματοποιήθηκε μέσα στο χρονικό διάστημα των 20 ημερών. Παρατηρήθηκε όμως ότι από το διάστημα των 15 ημερών και μετά επήλθε ο κορεσμός και οι μαθητές επαναλάμβαναν τις κατηγορίες που είχαν ήδη προκύψει. Ο κορεσμός ελέγχθηκε μέσω της σύγκρισης για να διαπιστωθεί ορθά και άρτια.

4.8 Δεοντολογικά Ζητήματα

Τα παιδιά είχαν ενημερωθεί εκ των προτέρων για την παρουσία της ερευνήτριας μέσα στην τάξη τους σε συνδυασμό με την εκπαιδευτικό και αφού διευκρινίστηκαν κάποιες λεπτομέρειες και λύθηκαν οι απορίες τους συναίνεσαν για τη διεξαγωγή της έρευνας. Η ερευνήτρια πήρε τη σχετική άδεια από την αρμόδια Διεύθυνση της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης. Εγκρίσεις λήφθηκαν και από τους γονείς που ενημερώθηκαν εκτενώς καθώς και από την διευθύντρια του νηπιαγωγείου. Για λόγους δεοντολογίας συμπληρώθηκε το σχετικό έγγραφο από τους γονείς και ενημερώθηκαν ότι θα διασφαλιστεί η ανωνυμία των παιδιών τους. Τέλος, διευκρινίστηκε στους γονείς ότι δεν θα δημοσιευθούν τα προσωπικά στοιχεία και έδωσαν στην συγκατάθεσή τους στο να χρησιμοποιηθούν μόνο τα αποτελέσματα της έρευνας σε μελλοντικές έρευνες.

4.9 Εμπιστευσιμότητα και Αξιοπιστία

Σε οποιαδήποτε επιστημονική μέθοδο της έρευνας πρέπει να ενυπάρχουν στοιχεία που αποδεικνύουν την εγκυρότητα της θεωρίας στην οποία καταλήγει. Η εθνογραφία χρησιμοποιεί τη μέθοδο του τριγωνισμού (triangulation) ως απόδειξη για την εγκυρότητα και την επιστημονική αξιοπιστία (Πηγιάκη, 2004). Συγκεκριμένα, ο όρος υιοθετήθηκε από την μεθοδολογική ορολογία καθώς δηλώνει ότι τα επιστημονικά συμπεράσματα στηρίζονται σε διαφορετικές πηγές δεδομένων.

Στην παρούσα εργασία, πηγές για τα ερευνητικά δεδομένα αποτελούν οι βιντεοσκόπηση, η λήψη φωτογραφιών και η προσωπική συνέντευξη με την

εκπαιδευτικό της τάξης. Μέσω της σύγκρισης των ερευνητικών δεδομένων διαπιστώνεται ότι επιβεβαιώνεται και στηρίζεται η θεωρία που προκύπτει. Αξιοσημείωτο είναι ότι ο τριγωνισμός προστάτεψε τον ερευνητή από την παγίδα των προσωπικών απόψεων που του δημιουργεί το φαινόμενο (Πηγιάκη, 2004).

4.9.1 Η αίθουσα του νηπιαγωγείου

Η συλλογή των ερευνητικών δεδομένων πραγματοποιήθηκε σε ένα δημόσιο νηπιαγωγείο στα δυτικά προάστια του λεκανοπεδίου της Αττικής κατά τη λειτουργία του πρωινού τμήματος. Το νηπιαγωγείο συστεγάζεται με δημοτικό σχολείο έτσι επιλέχθηκε η παρατήρηση να πραγματοποιηθεί μέσα στην αίθουσα για να υπάρχει περισσότερη ησυχία ώστε να ακούγεται καθαρά το βίντεο.

Ο κύριος χώρος στον οποίο πραγματοποιείται η εκπαιδευτική διαδικασία είναι η αίθουσα διδασκαλίας ή αλλιώς αίθουσα δραστηριοτήτων. Στο νηπιαγωγείο η αίθουσα οργανώνεται σε γωνιές δραστηριοτήτων δηλαδή χωρίζεται σε διάφορες περιοχές όπου υπάρχει συγκεκριμένο υλικό (έπιπλα, παιχνίδια, παιδαγωγικό υλικό) το οποίο έχουν στη διάθεσή τους οι μαθητές. Συνήθως η κάθε γωνιά δραστηριοτήτων έχει ένα συγκεκριμένο και «μονολειτουργικό» χαρακτήρα (Γερμανός, 2003).

Η αίθουσα όπου πραγματοποιήθηκε η έρευνα είναι μέτρια σε μέγεθος και το σχήμα της είναι τετράγωνο. Ο χώρος είναι οργανωμένος με φιλικό και βολικό τρόπο προς την ηλικία των παιδιών και προσφέρει κέντρα ενδιαφέροντος για τα παιδιά όπου μπορούν να παίξουν και να δημιουργήσουν. Επιπλέον, συνιστά ένα ασφαλές και υγιεινό περιβάλλον όπου τα παιδιά μπορούν να αναπτύξουν τις

δεξιότητες και τη δημιουργικότητά τους παίζοντας, εξερευνώντας και μαθαίνοντας (Οδηγός Γονέα, 2003).

Όλο το δάπεδο είναι καλυμμένο με μοκέτα για την ασφάλεια των παιδιών. Επίσης, υπάρχουν κάποιες γωνιές όπου έχουν τη δυνατότητα τα παιδιά να περάσουν δημιουργικά την ώρα τους. Υπάρχει η γωνιά του μαγαζιού, της ζωγραφικής και η παρεούλα. Καθώς η αίθουσα δεν είναι μεγάλη, σε ενωμένα θρανία για να μπορούν να καθίσουν περισσότερα παιδιά και να δουλέψουν ομαδικά, υπάρχουν κολλημένες οι ανάλογες φωτογραφίες όπου υποδεικνύουν ποιες δραστηριότητες πραγματοποιούνται στο συγκεκριμένο μέρος. Έτσι δημιουργούνται επιπλέον η γωνιά του οικοδομικού υλικού, η γωνιά που παίζουν με τα ζωάκια και η γωνιά που παίζουν με τις πλαστελίνες. Επέλεξα την αίθουσα για να πραγματοποιηθεί η έρευνα, διότι αποτελεί το χώρο όπου συντελούνται οι διαδικασίες της διδασκαλίας και της μάθησης και το φυσικό περιβάλλον των παιδιών. Η ποιότητα του συγκεκριμένου χώρου διαδραματίζει πολύ σημαντικό ρόλο και επηρεάζει την αποτελεσματικότητα των παραπάνω διαδικασιών (Ματσαγγούρας, 2001). Η αίθουσα παρέχει άμεση κατανόηση των παραγόντων που συμβάλλουν στη μάθηση που συμβαίνει μέσα διαφορετικές αλληλεπιδράσεις. Επιτρέπει τη δυνατότητα παρακολούθησης μεμονωμένων παιδιών ή τις συνεισφορές του εκπαιδευτικού και να τα εξετάσει σε μια δυναμική κατάσταση παιχνιδιού. Με την εστίαση στις δραστηριότητες με μαθηματικό περιεχόμενο είναι δυνατόν να αναγνωριστεί ποιος έχει την παιδαγωγική προοπτική και να απομακρυνθούμε από την υπόθεση ότι είναι μόνο ο εκπαιδευτικός που διδάσκει. Επίσης, ο διδακτικός χώρος παρέχει μια πιο ξεχωριστή κατανόηση σχετικά με τη μαθηματική μάθηση σε καταστάσεις παιχνιδιού στην προσχολική ηλικία (Helenius, O et al. 2016).

Η διαρρύθμιση και ο εξοπλισμός διαμορφώνουν το σχολικό περιβάλλον, το οποίο πρέπει να παρέχει στα παιδιά τα κίνητρα και τα ερεθίσματα για επεξεργασία και μάθηση. Η σημαντικότητα του χώρου είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο μικρότερα σε ηλικία είναι τα παιδιά. Ιδιαίτερα, στην προσχολική ηλικία η αίθουσα πρέπει να παρέχει στους μικρούς μαθητές μορφωσιογόνα ερεθίσματα, δυνατότητες για παιχνίδι, επικοινωνία, αλληλεπίδραση και κοινωνικοποίηση (Σιβροπούλου,1998). Επομένως, θεώρησα σκόπιμο να παρατηρήσω τα παιδιά στην αίθουσα του νηπιαγωγείου καθώς εκεί θα μπορούσα να διαπιστώσω ποια υλικά επιλέγουν τα παιδιά και με ποιο τρόπο επιθυμούν να τα χρησιμοποιούν και αν εκφράζουν μέσα από αυτά μαθηματικά στο πλαίσιο των αλληλεπιδράσεων.

Κεφάλαιο Πέμπτο: Αποτελέσματα της έρευνας

5.1 Αποτελέσματα της παρατήρησης

Η παρατήρηση των παιδιών κατά τη διάρκεια του ελεύθερου παιχνιδιού τους καταγράφηκε με βίντεο. Συγκεκριμένα, βιντεοσκοπήθηκε το παιχνίδι τους στο μαγαζάκι, στο οικοδομικό υλικό, στα ζωάκια και στις πλαστελίνες τη στιγμή που λειτουργούσαν αυτοβούλως και χωρίς καθοδήγηση. Οφείλουμε να σημειώσουμε ότι μέσα στην αίθουσα βρισκόταν και η εκπαιδευτικός τους, έτσι κάποιες φορές παρατηρήθηκε και η αλληλεπίδραση μαζί της σε μειωμένο επίπεδο για να μην παρεμποδίζει την υλοποίηση της έρευνας. Προσπαθήσαμε με αυτό τον τρόπο να εντοπίσουμε τι μαθηματικά μπορούν να κάνουν και να εκφράσουν τα παιδιά μόνα τους χωρίς καμία παρέμβαση και υποστήριξη από την εκπαιδευτικό τους.

Τα αποτελέσματα της παρατήρησης απομαγνητοφωνήθηκαν, ταξινομήθηκαν, κατηγοριοποιήθηκαν και παρατίθενται παρακάτω. Οφείλουμε να σημειώσουμε πως πραγματοποιήθηκε κατηγοριοποίηση και περιγραφική ανάλυση και σύμφωνα με τον Bishop (1988) και τον Pinxten (2016) οι οποίοι αναφέρθηκαν σε δραστηριότητες στη ζωή του ανθρώπου που εξασκούν και διαμηνύουν τις μαθηματικές δεξιότητες σε κάθε πολιτισμική ομάδα.

5.1.1 Το μαγαζάκι

Αποτελεί αγαπημένη δραστηριότητα των παιδιών, τα οποία τρέχουν με χαρά να προλάβουν να παίξουν εκεί καθώς ο χώρος είναι περιορισμένος. Ωστόσο, παρατηρήθηκε να πηγαίνουν περισσότερα παιδιά σε σχέση με το χώρο, να προσπαθούν να χωρέσουν, να συνεργάζονται, να ανταλλάσσουν γνώμες, να μαλώνουν και γενικά να αλληλεπιδρούν. Το μαγαζάκι διαμορφώνεται σε μία γωνία στην αίθουσα. Αποτελείται από ένα ξύλινο τραπέζι, το οποίο στο κάτω μέρος έχει ράφια όπου τοποθετούνται τα καλάθια με τα φρούτα και τα λαχανικά. Έχει και μία μεγαλύτερη ξύλινη ραφιέρα στην οποία τοποθετούν και κάποια κουζινικά ή κάποια προϊόντα κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού τους. Στο πίσω μέρος του τοίχου υπάρχουν κολλημένα διάφορα φρούτα και λαχανικά που έχουν ζωγραφίσει τα παιδιά καθώς και τιμοκατάλογος που έχουν φτιάξει.



Στο μαγαζάκι ή μανάβικο (όπως το αναφέρουν τα παιδιά) χρησιμοποιούσαν ένα μικρό ψεύτικο υπολογιστή και καρτσάκια που έβαζαν τα ψώνια τους. Τα παιδιά αναλαμβάνουν ρόλους πωλητών και πελατών καθώς όπως διαπιστώνεται δίνουν

ιδιαίτερη σημασία στο γεγονός ότι οι πωλητές πρέπει να εξυπηρετούν, να λένε τις τιμές, να ζυγίζουν και να ζητούν τα χρήματα ενώ οι πελάτες αγοράζουν κάποια προϊόντα με τα χρήματά τους διαφορετικά δεν μπορούν να ψωνίσουν. Συνέχεια ανταλλάσσουν τους ρόλους του πωλητή και του πελάτη ξεκινώντας νέους διαλόγους. Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού τους αναδύθηκαν και καταγράφηκαν τα εξής μαθηματικά στοιχεία και μαθηματικές συμπεριφορές:

Υποθετικός συλλογισμός: Αξιοσημείωτη ήταν η υποκριτική στάση των παιδιών σε ρόλους πελατών και πωλητών. Αλληλεπιδρούσαν προσομοιώνοντας την πραγματικότητα με βάση τις δικές τους εξωσχολικές εμπειρίες. Χαρακτηριστικός ήταν ο πληθυντικός ευγενείας που χρησιμοποιούσαν αρκετά κι έτσι φάνηκε να εναρμονίζονται πλήρως με το ρόλο τους. Τα παιδιά εδώ φάνηκαν ιδιαίτερα επηρεασμένα από τις καθημερινές δραστηριότητες των γονιών τους όπως τα ψώνια στο σούπερ μάρκετ αλλά πολύ περισσότερο φάνηκαν εξοικειωμένα με τον διάλογο τους με τον υπάλληλο στον πληθυντικό βαθμό που αποτελεί μία ρουτίνα στη ζωή τους που την έχουν κάνει κτήμα τους πριν εισέλθουν στο σχολείο.

Απόσπασμα 1.

-Νικόλας: Γεια κύριε τι θα θέλατε;

-Λουκάς: Θέλαμε ένα καλαμπόκι{...}

Απόσπασμα 2.

Νεφέλη: Λοιπόν γράψτε πρώτα το όνομά σας{..}

-Μαρία: λοιπόν για να δω Μαρία σας λένε κυρία Μαρία {...} Δώστε τα λεφτά σας (απλώνει το χέρι της προς το μέρος της Ζ) κι άλλα ρέστα θα σας δώσω για να είστε πλούσια

-Ζωή: εγώ πηγαίνω στο μουσικό μπαλέτο

-Γεωργία: ε τότε θα θέλατε κι ένα... (ψιθυρίζει στο αυτί της Ζ)

-Νεφέλη: μουσικό μπαλέτο

-Γεωργία: όχι...

-Ζωή: έχετε ένα μουσικό μπαλέτο να χορέψω;

-Νεφέλη: στα μαγαζιά δεν χορεύουνε.....

Απόσπασμα 3.

-Γιώργος: τι θα θέλατε;{.....}

-Παναγιώτα: ορίστε{...}

-Γιώργος: ευχαριστούμε να ξανάρθετε!

Μοντελοποίηση και Αφαιρετική σκέψη: Σύμφωνα με τον Bishop (1988) τα παιδιά χρησιμοποιούν καταστάσεις και αντικείμενα, ερεθίσματα από εμπειρίες της πραγματικής ζωής και τα προσαρμόζουν στο παιχνίδι τους. Εδώ τα παιδιά παρουσιάζουν ότι καταχωρούν τα στοιχεία του πελάτη στο αρχείο του υπολογιστή με βάση πάλι τις οικείες συμπεριφορές από την καθημερινότητά τους καθώς έχουν παρατηρήσει τα στοιχεία του πελάτη που ζητούν στο ταμείο οι υπάλληλοι σε κάποιες περιπτώσεις για δώρα ή για την κάρτα μέλους σε οποιοδήποτε κατάστημα.

Απόσπασμα

-Ζωή: Πόσο κάνουν;{.....}

-Μαρία: Ε εμμμ.... (σκέφτεται, πιάνει το πιγούνι της προβληματισμένη)

- Νεφέλη: Λοιπόν γράψτε πρώτα το όνομά σας (πετάγεται η Ν, η οποία είναι και αυτή μαζί με την ταμιά, για να τη βγάλει από τη δύσκολη θέση και να συνεχιστεί το παιχνίδι)

(Η πελάτισσα γράφει τα στοιχεία της στον υπολογιστή)

-Μαρία: Λοιπόν για να δω Μαρία σας λένε κυρία Μαρία (με πολύ γρήγορες κινήσεις πατάει κουμπιά στο πληκτρολόγιο και κουνάει έντονα το ποντίκι του υπολογιστή, έχει καταγράψει και ελέγξει τα στοιχεία της πελάτισσας) Αυτό αποτελεί μια

στερεοτυπική κίνηση που παρατηρούμε σε ανθρώπους οι οποίοι κατά την εργασία τους χρησιμοποιούν τον υπολογιστή την οποία τα παιδιά εκφράζουν και αναπαριστούν με ιδιαίτερη άνεση και συνέπεια.

Η χρήση του πληθυντικού ευγενείας και οι στερεοτυπικές κινήσεις με τον υπολογιστή απορρέουν από την καθημερινότητά τους κι έτσι διαπιστώνουμε ότι καταφέρνουν να χρησιμοποιούν αφαιρετικά τη σκέψη τους για να μοντελοποιήσουν μια κατάσταση που τους είναι οικεία, γεγονός που παραδέχεται και η νηπιαγωγός των παιδιών, η οποία emphaticά υποστηρίζει: **«Τα παιδιά σήμερα είναι πολύ έξυπνα. Έχουν πολλά ερεθίσματα για αυτό θεωρώ ότι καταπιάνονται με διάφορα πράγματα, πολλές φορές μιλούν σαν μεγάλοι, σε αποστομώνουν.»**

Απαρίθμηση: Τα παιδιά αριθμούν χρησιμοποιώντας μέρη του σώματος και συγκεκριμένα τα δάχτυλά τους. Επίσης επιδεικνύουν αγοραστικές συμπεριφορές (market behavior) επηρεασμένα από την καπιταλιστική κοινωνία στην οποία ζουν. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει ότι τα παιδιά διαπραγματεύονται και συγκρίνουν τιμές και καταβάλλουν προσπάθεια να υπολογίζουν με σχετική ακρίβεια τις τιμές (Pinxten, 2016). Έχουν άποψη και διορθώνουν τους συμπαίκτες τους προσπαθώντας να τους εξηγήσουν αυτό που θεωρούν ορθότερο.

Εδώ τα παιδιά έχουν σε ένα καλάθι 9 φρούτα και λαχανικά, έχουν κοιτάξει αυτή τη φορά τον κατάλογο που γράφει 1 ευρώ το τεμάχιο, μετράει ο Γιώργος τα πράγματα και λέει ότι κοστίζουν 10 ευρώ, τον διορθώνει ο Νικόλας και εξηγεί ότι κοστίζουν 9 ευρώ, αφού είναι 9 μέσα στο καλάθι, ξαφνικά τους πλησιάζει η Παναγιώτα και τους δείχνει ένα που είχε πέσει κάτω και τους το βάζει στο καλάθι, τότε διορθώνουν και συμφωνούν ότι αφού είναι 10 φρούτα κοστίζουν 10 ευρώ.

Απόσπασμα 1

- Γιώργος: (μετράει με τα δάχτυλα) 10 ευρώ
- Νικόλας: όχι (μετράει για να του δείξει το λάθος και λέει), 9(τεμάχια), 9 ευρώ
- Παναγιώτα: καλέ το μήλο! (παρεμβαίνει η Παναγιώτα και το ρίχνει στο καλάθι)
- Γιώργος: Δώστα, (μετά την κίνηση της Παναγιώτας δείχνει και διορθώνει ο ίδιος) 10 ευρώ
- Νικόλας: τα πήρα όλα αυτά από εκεί (τα βάζουν μαζί στη θέση τους πάντα γιατί αλλάζουν συνέχεια τους ρόλους πελάτη-ταμιά όταν τελειώνουν τις αγορές τους).

Απόσπασμα 2

- Γιώργος: τι θα θέλατε;
- Παναγιώτα: πόσο κάνουν αυτά;
- Γιώργος: 6 ευρώ
- Νικόλας: 5 ευρώ (μετράει με τα δάχτυλα και δείχνει ότι είναι 5 άρα κάνουν 5 ευρώ)
- Παναγιώτα: ορίστε (δίνει στο Γ που είναι ταμίας)
- Γιώργος: 6 (επιμένει ο Γ)
- Παναγιώτα: ορίστε δίνει 6 ευρώ (δεν μπαίνει στη διαδικασία να το ελέγξει)
- Νικόλας: 5 ευρώ αφού 5 είναι (τα μετράει και επιμένει)
- Γιώργος: ευχαριστούμε να ξανάρθετε!

Μέτρηση: Τα παιδιά κάνουν χρήση συστηματικού τρόπου σύγκρισης με αριθμούς (Bishop, 1988). Επίσης, διαπιστώνεται η ποσοτικοποίηση ποιοτήτων για συγκριτικούς λόγους χρησιμοποιώντας αντικείμενα, συσκευές ή «λέξεις μέτρησης» (Bishop, 1988). Τα παιδιά χρησιμοποιούν τη λέξη «κιλά» και φαίνεται να την διαχωρίζουν από το «ευρώ» χωρίς βέβαια να το αιτιολογήσουν και συγκρίνουν και μετρούν τα προϊόντα και τις τιμές. Η νηπιαγωγός τόνισε: **Στο παιχνίδι δεν ακούω**

μόνο τα παιδιά αλλά τα αφογκράζομαι. Όταν διαπιστώνω κάποιο μαθηματικό στοιχείο το εισπράττω ως αφορμή για να ξεκινήσει η συζήτηση. Τα παιδιά έχουν ανάγκη από συζήτηση και επικοινωνία. Έχουν ανάγκη από βιωματική μάθηση.»

Παρατηρούμε σε αυτό το σημείο ότι τα παιδιά αντιλαμβάνονται ότι τα «κιλά» και τα «ευρώ» δεν είναι το ίδιο και το καθένα έχει διαφορετική χρήση και σκοπό. Δεν είναι σε θέση όμως να εξηγήσουν περαιτέρω στους συμπαίκτες του τη διαφορά. Εδώ θεωρούμε ότι θα ήταν ιδιαίτερα χρήσιμος ο ρόλος της νηπιαγωγού όπως η ίδια το δηλώνει, με αυτή την αφορμή που προέρχεται από τα παιδιά να ξεκινήσει η συζήτηση για τις δύο έννοιες τις οποίες αναφέρουν τα παιδιά αλλά δεν έχουν ξεχωρίσει στο μυαλό τους. Σημειώνουμε ότι για αυτό τον λόγο αφέθηκαν τα παιδιά μόνα τους στη συγκεκριμένη έρευνα χωρίς να παρεμβαίνει η νηπιαγωγός τους για να ανιχνεύσουμε τέτοιες καταστάσεις και μέχρι που μπορούν να φτάσουν μόνα τους τα παιδιά.

Απόσπασμα

-Ζωή: Πόσο κάνουν;

*- Νεφέλη: πόσα είναι τα **κιλά** εγώ λέω...*

-Μαρία: εμμμ..... (πιάνει το πιγούνι της προβληματισμένη)

- Νεφέλη: λοιπόν γράψτε πρώτα το όνομά σας

-Νηπιαγωγός: δώσε τα στοιχεία σου καλά λέει η Νεφέλη

-Μαρία: λοιπόν για να δω Μαρία σας λένε κυρία Μαρία

*-Μ: **μμ 10 κιλά***

(η Ζωή ετοιμάζεται να δώσει χρήματα αλλά η Νεφέλη με γρήγορη κίνηση την αποτρέπει με το χέρι της)

-Νεφέλη: οοοχι! κιλά είπε! εγώ λέω τα ευρώ τώρα, 4 ευρώ

Μαρία: δώστε τα λεφτά σας (απλώνει το χέρι της προς το μέρος της Ζ) κι άλλα ρέστα θα σας δώσω για να είστε πλούσια (όσα περισσότερα χρήματα έχει κάποιος είναι πλούσιος)

Παιχνίδι: Το παιχνίδι παρέχει στο άτομο σημαντικές νοητικές όπως η διαπραγματεύση, η πρόβλεψη κτλ (Bishop, 1988). Τα παιδιά εμπλουτίζουν το παιχνίδι του με ακόμα ένα φανταστικό πλαίσιο όπου δρουν σαν να πρόκειται για αληθινό (Pinxten, 2016). Κάποια παιδιά επιχειρούν να διανθίσουν το παιχνίδι που εξελίσσεται και δημιουργούν ένα καινούργιο πλαίσιο συμπεριλαμβάνοντας και τα ζώα στο παιχνίδι τους. Κάποιοι υποδύονται τα ζώα και άλλοι ότι είναι οι κάτοχοι των ζώων.

Εντοπισμός-Χωροθέτηση (locating): Για τον Bishop οι έννοιες αφορούν τη χωρικότητα και πώς αυτή εκφράζεται για την ανάγκες της κοινωνίας με μοντέλα, διαγράμματα, σχέδια ή λέξεις. Ο Pinxten (2016) συμπεριλαμβάνει μόνο την τοποθέτηση του εαυτού σε ένα χώρο σε σύγκριση με ένα αντικείμενο ή ένα άλλο άτομο. Εδώ τα παιδιά ανταποκρίνονται στις απόψεις του Bishop και του Pinxten καθώς χρησιμοποιούν λέξεις που δηλώνουν συγκεκριμένη θέση στο χώρο αλλά και υποδεικνύουν με τις κινήσεις τους όταν δείχνουν αλλά και με της στάση του σώματός τους όπως διαφαίνεται στο απόσπασμα που ακολουθεί. Αναδεικνύουν ακόμη μία οικεία τους εικόνα καθώς επισημαίνουν ότι τα ζώα απαγορεύονται σε δημόσιους εσωτερικούς χώρους.

Απόσπασμα

-Ζωή: έχετε ένα μουσικό μπαλέτο να χορέψω;

-Νεφέλη: στα μαγαζιά δεν χορεύουνε!

-Ιωάννα: γιατί; εμένα μου αρέσει

-Μαρία: γιατί απαγορεύεται!

*-Νεφέλη: απαγορεύεται να χορεύετε γράφει **εδώ** (δείχνει και καλά μία πινακίδα)*

-Ζωή: έξω ;

- Νεφέλη: **εδώ** λέει απαγορεύεται να χορεύετε **μέσα** και **έξω**
- Μαρία: λέει όμως επειδή έχουμε ένα σκύλο **εδώ**
- Νεφέλη: πού είναι δεν το βλέπω;
- Μαρία: έλαααα (συνοφρυώνεται) θα τον έβλεπες, θα ήτανε δικός σου και δικός μου σκύλος
- Ζωή: τα παίρνω
- Μαρία: Ναι!! Λέει εδώ επιτρέπονται σκύλοι αλλά βγαίνουν **έξω** (δείχνει) επιτρέπονται **έξω** απαγορεύονται όμως **μέσα**
- Ζωή: θες να είμαι το σκυλί και συ ένα ζωάκι;
- Μαρία: Όχι! Θέλετε να παίξουμε ζωάκια με σούπερ μάρκετ;
- Νεφέλη: όχι
- Ζωή: σκυλάκι θέλεις να φας; (μιλάει στην Ε, η οποία υποδύεται το σκυλί και σκύβει **κάτω-τοποθετεί το σώμα της στη σωστή στάση στο χώρο** για να φάει. Rinxten, 2016)
- Νεφέλη : το δικό μου σκυλάκι θα είναι, το μαγαζιού μου
- Ζωή: το δικό μου
- Νεφέλη: το δικό μου

Εξήγηση (explaining): Παρατηρούμε πως τα παιδιά περιγράφουν μια κατάσταση με τέτοιο τρόπο ώστε να αποτελεί κάτι που έχει πλήρως αιτιολογηθεί και κατανοηθεί (Bishop, 1988). Για παράδειγμα τα παιδιά επιδιώκουν να αιτιολογήσουν ότι θα κλείσουν το μαγαζί επειδή νύχτωσε και θα ανοίξουν πάλι νωρίς το πρωί χωρίς όμως να αναφέρουν την ώρα. Περιγράφουν όμως με διαφορετική οπτική-τρόπο την ώρα αιτιολογώντας και συνδέοντας το ξημέρωμα με τον κόκορα, που αποτελεί ανέκαθεν σήμα κατατεθέν από την πραγματική ζωή και από τα παραμύθια, δίνοντας έτσι μια λογική εξήγηση για το πότε πρέπει να ανοίξει το μαγαζί τους. Μέσα από την αφήγηση ιστοριών ο αφηγητής επιλέγει και μεταφέρει στοιχεία ενός κόσμου που

δημιουργεί στη φαντασία του ώστε να εξηγήσει στον ακροατή την κατάσταση (Pinxten, 2016).

Απόσπασμα 1

-*Μαρία*: θα έρθει κανείς να αγοράσει κάτι; Θα έρθει κανείς να αγοράσει κάτι λέω; Αλλιώς θα κλείσουμε το μαγαζί.

-*Ζωή*: έλα πάμε, 3 πάμε στο σπίτι;

-*Νεφέλη*: πάμε να αγοράσουμε κάτι (λέει στην *E* που υποδύεται το σκύλο της)

-*Μαρία*: θα κλείσουμε το μαγαζί!

-*Ζωή*: κάτσε κάτω καλέ (απευθύνεται στο σκυλί-*E*)

-*Ιωάννα*: θέλω να αγοράσω κάτι (μιλάει στη *M* που είναι στο ταμείο)

-*ωήZ*: θέλω να πληρώσω κάτι

-*Νεφέλη*: εμείς πάμε σπίτι κι ελάτε (φεύγουν με *Z* και *E*)

-*Μαρία*: κλείσαμε, κλείσαμε για σήμερα αλήθεια κλείσαμε!!

-*Ιωάννα*: σε παρακαλώ!

-*Μαρία*: Σε μία ώρα θα ανοίξουμε, μόλις κάνει ο κόκορας κικιρίκου. καλό σας βράδυ!

-*Ιωάννα*: γεια σας

-*M*: **ΚΙΚΙΡΙΚΟΥ!** (δηλώνει έτσι ότι ξημέρωσε και ανοίγει το κατάστημα)

Απόσπασμα 2

Ο Γιώργος είναι ταμίας και ο Νικόλας τώρα πελάτης, ο Νικόλας έχει γεμίσει το καλάθι του με πάρα πολλά φρούτα και λαχανικά και ο Γιώργος του λέει ότι θα πληρώσει πολλά χρήματα, τότε ο Νικόλας βάζει όλο και πιο πολλά και ταυτόχρονα Γιώργος λέει όλο και μεγαλύτερα ποσά) Τα παιδιά χρησιμοποιούν την αναλογία (όσα

περισσότερα πράγματα αγοράζει ο πελάτης τόσο μεγαλύτερο διαμορφώνεται το ποσό που πρέπει να πληρώσει. Επίσης χρησιμοποιούν υπερβολικά μεγάλους αριθμούς για να δηλώσουν ότι το κόστος είναι πάρα πολύ μεγάλο και τους χρησιμοποιούν κλιμακωτά ώσπου φτάνουν στο άπειρο. Τα παιδιά εκφράζονται με αναλογία (Bishop, 1988) την οποία ο Bishop κατατάσσει στην κατηγορία «εξήγηση». Εδώ διαπιστώνουμε τις «Λογικές εξηγήσεις» (Logical operation) τις οποίες αναφέρει ο Piñxten ότι η κατηγοριοποίηση φαινομένων που οδηγεί σε γενικά αποδεκτές αλήθειες λαμβάνοντας υπόψη παραμέτρους που μπορούν να τα έχουν επηρεάσει. Το παιδί θεωρεί ότι καθώς έχει πολλά λεφτά μπορεί να αγοράσει πολλά πράγματα. Ο ταμίας ανεβάζει την τιμή κάθε φορά που ο πελάτης μεγαλώνει το πλήθος των πραγμάτων στο καλάθι του, κοινή αποδεκτή αλήθεια όσο περισσότερα ψωνίζουν τόσο περισσότερα κοστίζουν. Επίσης παρατηρείται η χρήση πολύ μεγάλων αριθμών τους οποίους φυσικά και δεν έχουν διδαχθεί σε αυτή την ηλικία. Το ενδιαφέρον έγκειται ότι τους χρησιμοποιούν κλιμακωτά ώσπου φτάνουν στο άπειρο.

Απόσπασμα

-Γιώργος: κάνουνε 500 ευρώ

-Νικόλας: κάτσε να πάρω πιο πολλά γιατί έχω πολλά λεφτά!

-Γιώργος: 300 ευρώ, όχι 500 ευρώ, όχι εκατομμύρια ευρώ, 500 εκατομμύρια ευρώ

-Νικόλας: (γελάει) άπειρα ευρώ!

-Γιώργος: ΝΑΙ!!! (ικανοποίηση)

-Νικόλας: πάρε (του δίνει τα χρήματα), κάτσε να βάλω λίγα ακόμα

-Γιώργος: κοίτα πώς στέκεται έτσι, ήταν μαγική ντομάτα, πάρε 200 ευρώ!

-Νικόλας: ωραία

-Γιώργος: αυτό είναι 15 ευρώ (μετράει με τα δάχτυλα με τη σειρά τους αριθμούς για να φτάσει στον αριθμό που θέλει)

-Νικόλας: κάτσε να τα βάλω πίσω τώρα

-Γιώργος: πρέπει να τα επιστρέψετε!

5.1.2 Οικοδομικό υλικό

Μία ακόμη αγαπημένη συνήθεια των παιδιών αποτελεί το οικοδομικό υλικό. Για να παίξουν με αυτό, κάθονται στα θρανία με την ανάλογη φωτογραφία όπως προείπαμε. Παίρνουν το πλαστικό καλάθι που εμπεριέχει το οικοδομικό υλικό, το αδειάζουν όλο στο θρανίο και αρχίζουν να παίρνουν τα κομμάτια που χρειάζονται για την κατασκευή τους. Επιδίδονται σε ατομικές ή συλλογικές κατασκευές και σε ομαδοποιήσεις-ταξινομήσεις και σε προσθαφαιρέσεις σε μετρήσεις για το ποιος έχει τα περισσότερα.

Υποθετικός συλλογισμός: Τα παιδιά ταυτόχρονα με την κατασκευή αλληλεπιδρούν και υποδύονται καταστάσεις από την πραγματικότητα εμπλουτισμένες με τη φαντασία και τη δημιουργικότητα που τους χαρακτηρίζει (Bishop, 1988). Εδώ πάλι διαφαίνεται η επιρροή από τις πραγματικές καταστάσεις. Αποτελεί μια προϋπάρχουσα γνώση, εκτός σχολείου η οποία θεωρούμε ότι αν λειτουργήσει ως αφορμή μπορεί να επεκταθεί συζητώντας με τα παιδιά για έννοιες όπως η βαρύτητα ή η ισορροπία.

Απόσπασμα

{..}Γιώργος: έφτιαξα ένα ελικόπτερο! Έπεσε μόλις ο έλικας, πέφτουμε! (το ελικόπτερο χωρίς έλικα δεν μπορεί να πετάξει)

Μοντελοποίηση και Αφαιρετική Σκέψη: Κατά την ενασχόλησή τους με το οικοδομικό υλικό συνεχώς κατασκευάζουν αντικείμενα από την πραγματική ζωή.

Ταυτόχρονα αποφασίζουν το σχήμα, το χρώμα και το μέγεθος. Πολύ συχνά

χρησιμοποιούσαν τη σύγκριση, την πρόβλεψη και τη λογική εξήγηση. Καθώς με μικρές αλλαγές στα τουβλάκια διαπίστωναν ότι μπορούσαν να φτιάξουν ένα άλλο αντικείμενο. Συνεπώς τα παιδιά χρησιμοποιούσαν αφηρημένη σκέψη σε συνδυασμό με τη λογική που έβλεπε τα υλικά τους ως πραγματικό μοντέλο (Bishop, 1988, Pinxten, 2016).

Απαρίθμηση: Τα παιδιά αριθμούν χρησιμοποιώντας τα δάχτυλά τους (Pinxten, 2016). Τα παιδιά ξεκίνησαν να παίζουν με το υλικό αλλά δεν τους έφταναν τα τουβλάκια για τις κατασκευές τους. Ένα κορίτσι πρότεινε να τα βάλουν όλα στη μέση και να παίρνουν όλοι από δέκα, χωρίς όμως να μετρήσει πόσα παιδιά είναι και πόσα είναι τα τουβλάκια κι αν μπορεί να γίνει ισάξιο μοίρασμα. Παρόλα αυτά σε μία προβληματική κατάσταση δίνει μία λύση προτείνοντας να τα μοιραστούν, την οποία η ομάδα αποδέχεται και εφαρμόζει. Έτσι τα παιδιά υπολογίζουν, κάνουν πράξεις και συγκρίνουν. Απλές πράξεις μέχρι το 10 αλλά προσεκτικές και τεκμηριωμένες. Παρατηρούν όχι μόνο τα δικά τους αλλά και πόσα έχουν οι υπόλοιποι στα πλαίσια του ανταγωνισμού αλλά και της δικαιοσύνης αφού χρησιμοποιούν και εκφράσεις όπως **«δεν είναι δίκαιο ή το παράκανες»** Σύμφωνα με την Lave (1988) οι μαθηματικές πρακτικές που χρησιμοποιούν τα παιδιά στην καθημερινότητά τους και διαφοροποιούνται από τα τυπικά μαθηματικά γεγονός που υποστηρίζει και η νηπιαγωγός καθώς τα αποδίδει και τα συνδέει με τα ερεθίσματα από το περιβάλλον τους **«Όταν έρχονται στο σχολείο γνωρίζουν κάποια μαθηματικά. Από το περιβάλλον τους, την καθημερινότητά τους, τους γονείς ή τα μεγαλύτερα αδέρφια αν έχουν»**. Υποθέτουμε από αυτό το γεγονός ότι τα παιδιά πολλές φορές θα χρειάστηκε να μοιραστούν πράγματα με τα αδέρφια τους ή με φίλους τους εκτός σχολείου ή και πριν εισέλθουν στο σχολείο. Η νηπιαγωγός σημείωσε επίσης ότι πριν

έρθουν τα παιδιά στο νηπιαγωγείο μπορούν να κάνουν προσθέσεις και αφαιρέσεις με μικρούς βέβαια αριθμούς. Εδώ παρατηρούμε ότι τα παιδιά επιδίδονται στο να φτιάχνουν τη δεκάδα και δεν προχωρούν σε μεγαλύτερους αριθμούς. Εξακολουθούν να λειτουργούν αυτοβούλως και χωρίς καμία παρέμβαση και καθοδήγηση παρά μόνο από τις συζητήσεις, προτάσεις, γνώμες, λύσεις των συμμαθητών τους.

Απόσπασμα 1

Νικόλας: χρειάζονται άλλα δύο Αλέξανδρε (δείχνει με το δάχτυλό του κι εννοεί για να φτιάξουν 10)

-Νεφέλη: εεε! βάλτε τα όλα στη μέση για να παίρνουν όλοι! (έντονο και επιβλητικό ύφος)

-Νικόλας: βλέπεις πόσα έχεις; (δείχνει με το δάχτυλο) Μέτρησέ τα (μιλάει στον Αλέξανδρο)

-Αλέξανδρος: 8! 1,2,3,4,5,6,7,8(απαντάει αλλά μετά τα μετράει για να τα δείξει και να επιβεβαιώσει)

-Νικόλας: 1,2,3,4,5,6,7,8 και άλλα 2... 10

-Νεφέλη: βάλτε τα όλα στη μέση!

-Γεωργία: βάλτα και συ Νεφέλη

-Νεφέλη: θα τα βάλω

-Αλέξανδρος: εγώ φτιάχνω μία κουριαζά (κρουαζιέρα)

-Παναγιώτα: κουριαζά;;;

-Αλέξανδρος: κρουαζιέρα, κρουαζιέρα

-Παναγιώτα: έχετε δει τον δράκουλα με την κρουαζιέρα του;

-Νικόλας: ναι και γω τον ίδιο...

Απόσπασμα 2

Αλέξανδρος: 13 έχω εγώ

-Νικόλας: έχω 5 έφτιαξα λιοντάρι

- Παναγιώτα: (μετράει δείχνοντας) έχω 11

- Μαρία: Γ πήρα κίτρινο
- Νικόλας: δεξ λιοντάρι (απευθύνεται στην Παν)
- Παναγιώτα: δεν θέλω να γκρεμίσει το θερμοκήπιό μου
- Γεωργία: (μετράει δείχνοντας) έγω έχω 9
- Νεφέλη: εγώ έχω 8 μόνο (μεράει... παίρνει άλλο ένα) 9...κι άλλο ένα 10
- Παναγιώτα: θέλεις ένα από τα δικά μου;
- Γεωργία: (παίρνει τουβλάκια και ζαναμετρά) ε τώρα έχω 10 εγώ
- Νεφέλη: για ζαναδειζει (απευθύνεται στην Γ για να τα ζαναμετρήσει)
- Γεωργία: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12
- Νεφέλη: εεε... (διαμαρτύρεται) έχεις πάρα πολλά, τα μοιράσαμε!
- Γεωργία: κάτσε να βγάλω αυτό, ο Νικόλας μου το έδωσε αυτό δεν το θέλω
- Νικ: ούτε και γω το θέλω!
- Γιώργος: το θέλω εγώ! (το αρπάζει)
- Νεφέλη: παιδιά πόσα έχετε;
- Νικόλας: θες να κάνεις ένα αστέρι; (μιλάει στο Γιώργο)
- Νεφέλη: εγώ (μετράει της Γ) 15 έχεις δώσε
- Γιώργος: και συ έχεις
- Αλέξανδρος: (δείχνει το πλοίο του) αυτό ρίχνει 100 βόμβες
- Παναγιώτα: εγώ πάντως θα λύσω το θερμοκήπιό μου
- Νικόλας: $5+5$ μας κάνει 10. Εγώ και ο Γ έχουμε $5+5$
- Νεφέλη: εγώ 9 (παίρνει κι άλλο) τώρα έχω 10
- Αλέξανδρος: εγώ 9, ξέρω ποιο είναι
- Παναγιώτα: να σε βοηθήσω;
- Αλέξανδρος: όχι!
- Παναγιώτα: κοίτα τι μπορώ να κάνω να το αναποδογυρίσω
- Γεωργία: εγώ έχω 9, (ζαναμετράει και διορθώνει) έχω μόνο 10
- Γιώργος: εγώ έχω 5 δεν το θέλω (το δίνει το ένα), έχω 4

-Αλέξανδρος: εγώ έχω πιο λίγα (έχει 3 μπροστά του)

-Νικόλας: η Νεφέλη έχει τα πιο πολλά

-Γιώργος: έχω 4

-Αλέξανδρος: εγώ έχω πιο λίγα

-Γιώργος : δως μου

- Αλέξανδρος: εε εγώ έχω τα πιο λίγα

Εντοπισμός-Χωροθέτηση : Τα παιδιά κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού τους με τα τουβλάκια εκφράζουν με το δικό τους μοναδικό τρόπο τη χωρικότητα, την αλλαγή θέσης και οριοθετούν τον χώρο για να διαχωρίσουν τις ομάδες που δημιουργούν:

- 1) Νεφ: βάλτε τα όλα **στη μέση!**{...}
- 2) Πανγ: κοίτα τι μπορώ να κάνω, να το **αναποδογυρίσω**{...} (αλλαγή θέσης, Bishop, 1988)
- 3) {...} ωραία βάλτε τα όλα **εδώ** και τα μοιραζόμαστε (τα σπρώχνει στη μέση του τραπεζιού, δείχνει και οριοθετεί το χώρο)
- 4) {...} ευτυχώς εγώ έχω πολλά **εδώ** (δείχνει το μέρος που έχει τα τουβλάκια τοποθετημένα)
- 5) {...} ξέρω αν ταιριάζουν, θέλω **λίγο ακόμα χώρο**, μη μου χαλάς την ομάδα μου!
- 6) {...} μία ομάδα **εδώ** και άλλη μία **εδώ**, αυτά **εδώ** ταιριάζουν και με αυτά (δείχνει)

Μέτρηση (measuring): Αφορά ποσότητες και συνήθως πραγματοποιείται μέσω της διαδικασίας της σύγκρισης από την οποία προκύπτουν ανακριβή αποτελέσματα συμπεριλαμβάνει όμως και τις εκτιμήσεις (Bishop, 1988). Τα παιδιά καθώς

προσπαθούν να επιτύχουν το στόχο που έχει τεθεί (να έχουν από 10 τουβλάκια)
συχνά συγκρίνουν ποιος έχει πολλά ή λίγα ή κάνουν άστοχες εκτιμήσεις λέγοντας ένα
τυχαίο αριθμό για να δείξουν ότι ο συμμαθητής τους έχει ξεφύγει από την ποσότητα
που είχαν συμφωνήσει. Όπως ανέφερε η νηπιαγωγός στα «άτυπα» μαθηματικά πριν
από το σχολείο συγκαταλέγονται η μέτρηση και η σύγκριση μεγεθών και ποσοτήτων
(μικρό-μεγάλο, λιγότερα-περισσότερα) που παρατηρούμε ότι ενέχουν και την
ανακρίβεια που υπογράμμισε ο Bishop.

Απόσπασμα:

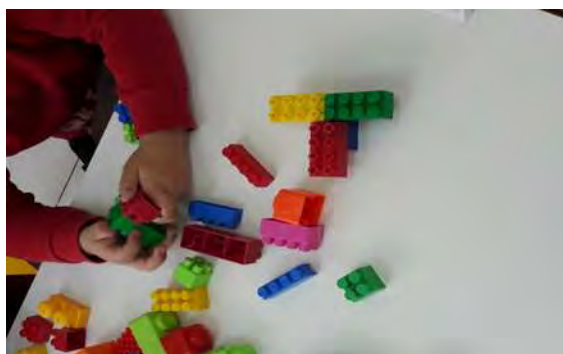
- {...} *Νεφέλη: ένα λεπτό, θα τα μοιραζόμαστε εμείς εντάξει; (μιλάει στην Γ)*
- *Αλέξανδρος: τι πολλά! εσύ έχεις πολλά! (την κοιτάζει αυστηρά) όλοι από δέκα έχουμε (υπενθυμίζει τον κανόνα στη Νεφ)*
- Νεφέλη: περίμενε..*
- Αλέξανδρος: εσύ έχεις 200! (ανακριβής εκτίμηση για να δείξει ότι υπερβαίνει κατά πολύ, ότι έχει συγκεντρώσει πάρα πολλά)*
- Παναγιώτα: 200;;;*
- Νεφέλη: το παράκανες νομίζω (απαντά στον Αλ)*
- Παναγιώτα: εσύ το παράκανες (μιλά στη Νεφ)*
- Νικόλας: ναι έχεις 123! (ανακριβής εκτίμηση για να δείξει μια μεγάλη ποσότητα)*
- Νεφέλη: το παράκανες εσύ νομίζω (στον Νικόλα)*
- Νικόλας: ε έχω 5 (της απαντά)*
- Αλέξανδρος: Νεφέλη το παράκανες λιγάκι...*
- Γιώργο: 1,2,3,4,5 εγώ έχω 5*
- Νεφέλη: έτσι είναι αυτό τα μοιραζόμαστε!*
- Νικόλας: θες να τα ενώσουμε (μιλά στον Γιώργο, η οποία έχει 5 κι ο ίδιος έχει 5 για να φτιάξουν 10 όπως είχαν συμφωνήσει)*
- *Αλέξανδρος: δεν τα μοιραζόμαστε και τα παίρνουμε όλα (θυμώνει)*

-Νεφέλη: ωραία βάλτε τα όλα εδώ και τα μοιραζόμαστε (τα σπρώχνει στη μέση, συμμόρφωση με τον κανόνα τους)

-Γιώργος: τι λες; Όχι όλα

-Παναγιώτα: ναι τα μοιραζόμαστε Γιώργο

Σχεδιασμός: Οι κατασκευές των παιδιών αποτελούν αφηρημένες μεταφορές του πραγματικού περιβάλλοντος. Μαθηματικά στοιχεία αποτελούν: το πλάνο, η κατασκευή, το αφηρημένο σχέδιο, η χωρική σύνδεση ανάμεσα στο αντικείμενο και στο σκοπό, η αφηρημένη φόρμα και η αφηρημένη διαδικασία που θα ακολουθηθεί (Bishop, 1988), Μέσω του σχεδιασμού τα παιδιά χρησιμοποιούν τον κόσμο γύρω του ως μοντέλο ενώ ασυνείδητα μεταφέρουν την αφηρημένη φόρμα σε μια νέα δομή δρώντας νοητικά και σωματικά ταυτόχρονα (Pinxten, 2016) Τα παιδιά στις κατασκευές τους έχουν δημιουργήσει συμμετρίες και χρωματικά μοτίβα. Οι κατασκευές που καταγράφηκαν είναι οι εξής: σκάλα, βουνό, ασανσέρ, πύργος, λιοντάρι, καμήλα, ελικόπτερο, τείχος σπιτιού, πουλί, φάρμα, πιστόλι, κούνιες



πουλί



φάρμα



τοίχος σπιτιού



ασανσέρ βουνό



σκάλα



λιοντάρι



πιστόλι



πύργος



κούνιες

Παιχνίδι: Τα παιδιά κατά τη διάρκεια της ασχολίας τους με το οικοδομικό υλικό, δημιούργησαν έναν κανόνα και άρχισαν να δραστηριοποιούνται πάνω σε αυτό ενώ λιγότερο τους ενδιέφερε τι κατασκεύαζαν. Μέσα από την προβληματική κατάσταση (δεν τους έφταναν τα κομμάτια) προτάθηκε αυθαίρετα να συμπληρώσουν όλοι από 10. Άρχισαν να παίζουν υπενθυμίζοντας σε όποιον έδειχνε να παρεκκλίνει τον κανόνα που συμφωνήθηκε. Ανέπτυξαν έτσι τη νοητική δεξιότητα της διαπραγμάτευσης και της πρόβλεψης, σχεδίασαν ένα παιχνίδι με πολύ συγκεκριμένο κανόνα, τον οποίο υπενθυμίζουν συνεχώς ο ένας στον άλλο και απαιτούν

συμμόρφωση με μεγάλη μάλιστα αυστηρότητα (Bishop, 1988 Pinxten,2016). Όταν τα παιδιά κατά το παιχνίδι τους αντιμετωπίζουν ένα πρόβλημα συχνά αναφέρουν διαφορετικές προσεγγίσεις, συζητούν στρατηγικές και μαθαίνουν το ένα από το άλλο, αυτές οι πτυχές του παιχνιδιού μπορούν να προάγουν τη σκέψη και τη μάθηση στα μαθηματικά (Clements, Sarama 2005). Η νηπιαγωγός θεωρεί ότι το παιχνίδι μπορεί να επιφέρει τη βιωματική μάθηση των μαθηματικών συγκεκριμένα ανέφερε: *«Έχει κουράσει η «κατά μέτωπο επίθεση» έτσι λέμε με κάποιους συναδέλφους μου τη μετωπική διδασκαλία. Είναι σαν να θέλουμε να «επιτεθούμε» στα παιδιά ξαφνικά παρά να μεταλαμπαδεύσουμε τη γνώση και να τα αφήσουμε να την ανακαλύψουν. Το παιχνίδι μπορεί να πραγματοποιήσει αυτό το σκοπό. Πολλές φορές έχω πιάσει τον εαυτό μου να μην μπορώ να επαναφέρω κάτι στη μνήμη μου ή (δεν θα διστάσω να το πω) και να καταλάβω αν δεν το έχω νιώσει με βιωματικό τρόπο»*. Η γνώμη της ταυτίζεται με τη θέση του Bruner ο οποίος προσδιόρισε τη μάθηση ως μία συστηματική διαδικασία, δίνοντας έμφαση στη σπουδαιότητα του παιχνιδιού. Πίστευε πως η μάθηση δε μεταδίδεται, αλλά απαιτεί εξερεύνηση, πειραματισμό, ανακατασκευή της γνώσης, ανακάλυψη και υπογράμμισε τη σπουδαιότητα της ανακαλυπτικής μάθησης των μαθηματικών. Η νηπιαγωγός εκφράζει και για τον εαυτό της ότι όταν μαθαίνει βιωματικά είναι περισσότερο αποτελεσματικό.

Αποσπάσματα

Νεφέλη: ένα λεπτό, θα τα μοιραζόμαστε εμείς εντάξει; (μιλάει στη Γεωργία)

- Αλέξανδρος: τι πολλά! εσύ έχεις πολλά, όλοι από δέκα έχουμε (μιλάει στη Νεφ)

-Νεφέλη: περίμενε..

-Αλέξανδρος: εσύ έχεις 200!

-Παναγιώτα: 200;;;

- Νεφέλη: το παράκανες νομίζω (απαντά στον Αλέξανδρο)
- Παναγιώτα: εσύ το παράκανες (μιλά στη Νεφέλη)
- Νικόλας: ναι έχεις 123
- Νεφέλη: το παράκανες εσύ νομίζω (στον Νικόλα)
- Νικόλας: ε έχω 5 (της απαντά)
- Αλέξανδρος: Νεφ το παράκανες λιγάκι
- Γιώργος: 1,2,3,4,5 εγώ έχω 5
- Νεφέλη: έτσι είναι αυτό τα μοιραζόμαστε
- Νικόλας: θες να τα ενώσουμε (μιλά στην Γεωργία, η οποία έχει 5 κι ο ίδιος έχει 5 για να φτιάξουν 10 όπως είχαν συμφωνήσει)
- Αλέξανδρος: δεν τα μοιραζόμαστε και τα παίρνουμε όλα (θυμώνει)
- Νεφέλη: ωραία βάλτε τα όλα εδώ και τα μοιραζόμαστε (τα σπρώχνει στη μέση)
- Γιώργος: τι λες; Όχι όλα
- Παναγιώτα: ναι τα μοιραζόμαστε Γιώργο!

Εξήγηση: Ο Bishop (1988) αναφέρει την ταξινόμηση, συμβάσεις, γενικεύσεις, γλωσσικές εξηγήσεις - επιχειρήματα, λογικές συνδέσεις. Τα παιδιά φτιάχνουν ομάδες με το οικοδομικό υλικό. Τα ταξινομούν, ομαδοποιούν κυρίως με βάση το σχήμα, ένα κορίτσι ταιριάζει και το σχήμα και το χρώμα. Βάση με «όποιο ταιριάζει» όπως λένε. Επίσης παρατηρούν τις ομαδοποιήσεις των διπλανών τους και παρεμβαίνουν όποτε το θεωρούν απαραίτητο. Η ομαδοποίηση έχει παρατηρηθεί στη συγκεκριμένη ηλικία όπως αναφέρει η Σκουμπουρδή (2015:32) σε έρευνα Σουηδών εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά στο ελεύθερο παιχνίδι παρατηρήθηκε η ομαδοποίηση στο παιχνίδι των παιδιών προσχολικής ηλικίας, όταν παιδιά τεσσάρων ετών ομαδοποιούσαν τα αρκουδάκια διαφορετικών χρωμάτων και μεγεθών. Τα παιδιά μέσα από τις λογικές συνδέσεις χρωμάτων ή μεγεθών παρατηρούν και ξεχωρίζουν τα όμοια και

δημιουργούν ομάδα όπως διαπιστώνουν. Επίσης, παρατηρούμε ότι όταν διαπιστώσουν ότι κάποιο στοιχείο ταιριάζει στην ομάδα του συμμαθητή τους το δίνουν και ενδιαφέρονται για το πόσες διαφορετικές ομάδες έχουν δημιουργήσει πάλι εμπλέκουν τη μέτρηση ίσως εδώ ενυπάρχει και ο ανταγωνισμός για το όποιος έχει τα περισσότερα.

Απόσπασμα 1

-Νεφ: ομάδα, ομάδα!!!! (Παρατηρεί ομοιότητα)

-Παναγιώτα: έχω κάνει εγώ πολλές ομάδες!

-Γεωργία: αυτό σου ταιριάζει! (της δίνει ένα για να το βάλει στην ομάδα της)

-Νεφέλη: Ξέρω αν ταιριάζουν, θέλω λίγο ακόμα χώρο, μη μου χαλάς την ομάδα μου.

-Γεωργία: Κοιτάχτε πόσα πολλά έχω, 2-3, 2-3, (ομάδες) εδώ 3, εδώ εκατομμύρια. (δηλώνει έτσι υπερβολικό ποσό) Εσύ πρέπει να χεις σαράντα Νεφέλη, όλα μαζί συνολικά.

-Σοφία: εγώ πρέπει να χω 70

-Παναγιώτα: το ζέρουμε

Απόσπασμα 2

-Παναγιώτα: να και άλλη μία ομάδα (δείχνει δύο τουβλάκια, ίδιο χρώμα και σχήμα)

-Γεωργία: μία ομάδα εδώ και άλλη μία εδώ, αυτά εδώ ταιριάζουν και με αυτά (δείχνει)

-Νεφέλη: κράτα αυτή την ομάδα Π να μη μου τη χαλάσει κανείς, εγώ φτιάχνω και άλλη μία ομάδα (παίρνει ένα από τη Γ)

-Γεωργία: έλα είναι ομάδα αυτή

-Νεφέλη: έλα εσύ τα χεις πάρει όλα

-Γεωργία: ναι αλλά εγώ έχω ομάδα

-Νεφέλη: και εγώ όμως έχω ομάδα

-Γεωργία: ναι αλλά μου παίρνεις πολλά, μετά είναι λίγα

Απόσπασμα 3

-Γεωργία: εμένα αυτή είναι μία ομάδα

-Νεφέλη: εμένα αυτή κι αυτή

-Σοφία: πόσες ομάδες έχουμε;

-Γεωργία: 1,2,3 εγώ 5 ομάδες έχω

-Νεφέλη: και γω 5 ομάδες

-Παναγιώτα: ισοπαλία!!!



5.1.3 Ζωάκια

Αγαπημένη ασχολία των παιδιών αποτελούν τα ζωάκια. Βρίσκονται σε ένα πλαστικό καλάθι και τα παιδιά τα σκορπίζουν στο θρανίο με την ανάλογη φωτογραφία και αρχίζουν το παιχνίδι τους. Τις περισσότερες φορές τα χωρίζουν σε ομάδες.

Παρατηρήθηκε ότι έχουν δημιουργηθεί και κατονομαστεί από τα παιδιά ομάδες με

μεγάλα ζώα, ομάδες με μικρά ζώα, ομάδες με ζευγάρια μικρό-μεγάλο, οικογένειες-ομάδες. Κάποιες φορές τα μετρούν για να διαπιστώσουν ποιος έχει περισσότερα και άλλες φορές παίζουν ρόλους με τα ζώα.

Υποθετικός Λόγος: Τα παιδιά αλληλεπιδρούν και προσπαθούν να βρουν λύσεις σε καταστάσεις που δημιουργούνται κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού. Συγκεκριμένα ένα κορίτσι παραπονιόταν έντονα ότι της έπαιρναν τα ζωάκια. Ένα άλλο κορίτσι την παρότρυνε να υποθέσει ότι έχει κι άλλα ώστε να μην επηρεαστεί το παιχνίδι της. Επίσης πολλές φορές υποκρίνονται χαρακτηριστικά γνωρίσματα και συνήθειες των ζώων που επιλέγουν.

Απόσπασμα

Παναγιώτα: Να σου πω κάτι Μαιρίνα; Να σου πω κάτι; Μη σε νοιάζει (την αγκαλιάζει)

-Μαιρίνα: τι;;;

-Παναγιώτα: κάνε ότι έχεις κι άλλα ζωάκια για να ξεχαστείς! Σε παρακαλώ Μαιρίνα!

Απόσπασμα

-Γεωργία: θα με τσιμπούσες (απευθύνεται στο κορίτσι με τη νυχτερίδα)

-Ιωάννα: θα σε δαγκώσω (υποκρίνεται τον κάβουρα)

Μοντελοποίηση και Αφαιρετική Σκέψη: Φάνηκε ότι ανά πάσα στιγμή τα παιδιά χρησιμοποιούν καταστάσεις από την πραγματική ζωή προσαρμοσμένες στο παιχνίδι τους (Bishop, 1988). Για παράδειγμα χρησιμοποίησαν τη νυχτερίδα και τον κάβουρα. Ένα κορίτσι χρησιμοποιεί τη νυχτερίδα πριν την τοποθετήσει στην ομάδα που φτιάχνουν. Την σηκώνει ψηλά για να δείξει το πέταγμά της και το άλλο κορίτσι της ομάδας της λέει να την τσιμπήσει σαν τη νυχτερίδα. Ένα άλλο κορίτσι από την ομάδα

τους έχει τον κάβουρα για να τον συμπεριλάβουν στην ομάδα που φτιάχνουν.

Αναφέρει ότι θα την δαγκώσει όπως ο κάβουρας.

Απόσπασμα

-Γεωργία: θα με τσιμπούσες... (λέει στη Νεφ εννοώντας τη νυχτερίδα)

-Ιωάννα: θα σε δαγκώσω... (έχει ένα κάβουρα και απευθύνεται στη Νεφ)

Απαρίθμηση:

Παρατηρήθηκε έντονα πως τα παιδιά πολλές φορές απαριθμούσαν τα ζώακια που είχαν δείχνοντας πάντα με το δάχτυλό τους. Καθώς επεδίωκαν έτσι να διαπιστώσουν πόσα έχουν στην ομάδα τους ή ποιος έχει φτιάξει τη μεγαλύτερη ομάδα.

Απόσπασμα

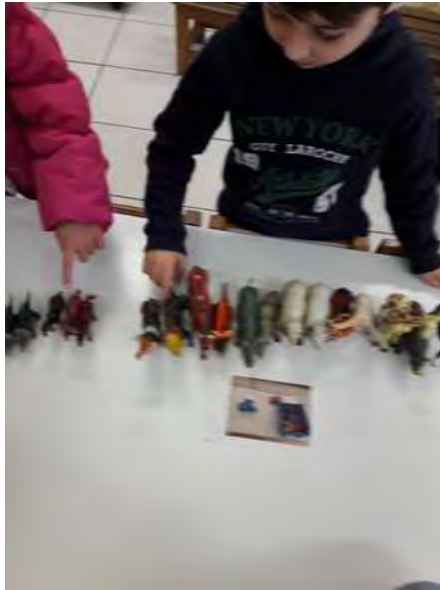
Ιωάννα: 1,2,3,4,5 (δείχνει με το δάχτυλο)

Μαρία: τώρα εγώ! 1,2,3,4 (δείχνει με το δάχτυλο)

Ιωάννα: εγώ έχω τα πιο πολλά!

Μαρία: κι εγώ έχω!

Ιωάννα: εσύ έχεις μόνο το μικρό-το μεγάλο (ιπποπόταμοι) (δείχνει και τα μαζεύει στην άκρη για να τα ξεχωρίσει) το μεγάλο-το μικρό (ζέβρες). (δείχνει για να της εξηγήσει ότι έχει λιγότερα)



Εντοπισμός-Χωροθέτηση: Όσον αφορά τον εντοπισμό, παρατηρήθηκε κυρίως με την οριοθετημένη και συγκεκριμένη θέση στην οποία ήταν αυστηρά τοποθετημένες οι ομάδες που προέκυπταν για να τις διαχωρίζουν. Επίσης, σε μία ομάδα που ήταν φτιαγμένη με μοτίβο μικρό-μεγάλο, παρατηρήθηκε ότι το παιδιά τοποθέτησαν λάθος ένα ζωάκι, το διαπίστωσαν αμέσως και το έβαλαν στη σωστή θέση ώστε να μη χαλάσει αυτό που ήθελαν να πετύχουν (μικρό-μεγάλο). Έπρεπε να τοποθετήσουν ένα μεγάλο και πήρανε ένα μικρό στα χέρια τους.

Απόσπασμα

{...} Νεφέλη: τι;;; μικρό;;; έχουμε κάνει λάθος! (σε έντονο ύφος διορθώνει και το τοποθετεί στη σωστή θέση)

Μέτρηση: Τα παιδιά συχνά μετρούσαν-υπολόγιζαν το πλήθος της ομάδας τους αλλά παρατηρούσαν και μετρούσαν και τις διπλανές ομάδες για να συγκρίνουν. Εδώ ίσως με το κίνητρο από τον εκπαιδευτικό θα μπορούσαν να ασκηθούν σε προσθαφαιρέσεις ξεφεύγοντας από την παραδοσιακή διδασκαλία. Όπως τόνισε η νηπιαγωγός: **Θεωρώ**

πως ναι με τη δική μου παρέμβαση με την έννοια ότι όταν έχεις να κάνεις με οπτικοακουστικό υλικό, με το να παιδευτείς και να επεξεργαστείς κάτι μπορεί να αποφέρει καλύτερα αποτελέσματα. Στη συνέχεια, εξηγεί ότι η παραδοσιακή διδασκαλία των μαθηματικών αποτελεί εμπόδιο στο να μάθουν κάποια παιδιά μαθηματικά δείχνει πολύ προβληματισμένη σε αυτό το σημείο, κάτι άλλο χρειάζεται η διδασκαλία των παιδιών. Συγκεκριμένα ανέφερε: *Θεωρώ ότι πολλά παιδιά τα δυσκολεύει η παραδοσιακή διδασκαλία και η απομνημόνευση ή οι στείρες γνώσεις που λέμε. Για να είμαι πιο ακριβής, όχι μόνο τα δυσκολεύει αλλά δεν τα αφήνει ίσως να εξελιχθούν. Εννοώ να αναπτύξουν στο έπακρο τις δυνατότητές τους, τη δυναμική τους. Σίγουρα όλοι δεν είναι και δεν μπορούν να γίνουν άριστοι στα μαθηματικά. Κάποιοι ίσως να μην τα καταλάβουν και ποτέ. Απλά δικαιούνται να αναπτύξουν με κάποιο τρόπο τις παραμικρές δυνατότητες που έχουν.»* Σύμφωνα με τη Montessori το παιχνίδι συνδέεται με την ανάπτυξη των αισθήσεων και των ιδιαίτερων ικανοτήτων του παιδιού και ταυτίζεται με την εργασία στη ζωή των ενηλίκων. Υπογραμμίζοντας την τάση του παιδιού για παιχνίδι (έμφυτη ανάγκη), επισημαίνει την ανάγκη για προσαρμογή της προσχολικής εκπαίδευσης ώστε αυτή να ικανοποιεί τη βασική αυτή επιθυμία της παιδικής ηλικίας (Τσιαντζή, 1996). Θεώρησε ότι τα παιδιά είναι ελεύθερα να επιλέξουν τον τρόπο και τον χρόνο που θα καταπιαστούν με οποιαδήποτε εργασία με αποτέλεσμα να αναπτύξουν τις ιδιαίτερες ικανότητες και κλίσεις τους με το δικό τους ρυθμό αλλά πάντα χρειάζονται κάποιο υλικό που θα εξυπηρετήσει αυτό το σκοπό.

Σχέδιο: Ο Bishop (1988) συγκαταλέγει το μοτίβο στο σχεδιασμό. Σε αυτή τη βάση παρατηρήθηκε το σχέδιο μέσα από το μοτίβο με βάση το οποίο δημιουργήθηκε μία ομάδα

*Νεφέλη: (δείχνει και εξηγεί στη Γεωργία πώς έφτιαζαν με την Ιωάννα την ομάδα τους)
μικρό, μεγάλο, μικρό, μεγάλο, μικρό, μεγάλο, μικρό, μεγάλο.... (μοτίβο)*

Παιχνίδι: Παρατηρήθηκε με αφορμή ένα ζώο (κάβουρα) να ξεκινούν εντελώς αυθόρμητα και δημιουργικά ένα παραδοσιακό τραγούδι που αναφέρεται σε διάφορα ζώα με πρωταγωνιστή όμως το συγκεκριμένο ζώο γι' αυτό επέλεξαν το συγκεκριμένο τραγούδι. Αυτό ταυτίζεται με την άποψη της νηπιαγωγού ότι: **«Τα παιδιά σε αυτή τη μικρή ηλικία εκφράζονται στο παιχνίδι τους όχι επιτηδευμένα αλλά αυθόρμητα».**

Απόσπασμα

-Ιωάννα: θα σε δαγκώσω! (ένα κορίτσι έχει ένα κάβουρα και απευθύνεται στη διπλανή της)

-Νεφέλη: έλαα δεν θέλουμε τον κάβουρα... Παντρεύουμε τον κάβουρα...

-Γεωργία: Ας το πούμε... (προτείνει να το τραγουδήσουν)

(τραγουδάνε όλες μαζί ένα παραδοσιακό τραγούδι... Παντρεύουμε τον κάβουρα....)

Εξήγηση: Σύμφωνα με τον Bishop (1988) η ταξινόμηση ανήκει στην κατηγορία της εξήγησης. Στα ζωάκια όλα τα παιδιά που παρατηρήθηκαν θέλησαν να δημιουργήσουν ομάδες για να «ξεχωρίσουν», όπως ανέφεραν, τα ζωάκια. Συγκεκριμένα οι ομάδες που δημιουργήθηκαν ήταν: μικρά ζώα, μεγάλα ζώα, ζεύγη μικρό-μεγάλο (ίδιου είδους) και το μοτίβο μέσα από την επανάληψη μικρό μεγάλο μικρό μεγάλο. Ο Piaget αναφέρει ότι σε αυτό το στάδιο το παιδί αρχίζει να κάνει ταξινομήσεις αντικειμένων με βάση τα κοινά τους χαρακτηριστικά κι έχει φτωχό λεξιλόγιο.



ομάδα μεγάλων ζώων



ομάδα μικρών ζώων



ομάδα μικρό-μεγάλο (δημιουργία μοτίβου)



οικογένεια ομάδα (όμοιου είδους)



Ζεύγος μικρό-μεγάλο

Απόσπασμα

- Μαιρίνα: όλοι μου παίρνετε... (παραπονιέται έντονα, φτιάχνει ομάδα μόνο μικρά)*
- Παναγιώτα: αυτός είναι μεγάλος δεινόσαυρος!! (το τονίζει διότι δεν είναι μικρός για να μπορεί να το χρησιμοποιήσει η Μαι στην ομάδα της)*
- Μαιρίνα: και πού είναι τα άλλα; Μου παίρνετε! (επιμένει)*
- Σοφία: δεν σου παίρνουμε!*
- Μαιρίνα: που είναι τα άλλα;*
- Νεφέλη: τι τεράστιο!!! Νυχτερίδα πρέπει να ναι! (αρπάζει ένα ζωάκι από τη Μαιρίνα)*

- Μαιρίνα: εεεεε γιατί μου παίρνετε;;; έχω τόσο λίγα (παραπονιέται έντονα-έτοιμη να κλάψει)

-Παναγιώτα: εγώ δεν σου παίρνω Μαιρίνα

-Σοφία: μικρό θέλει η Μαιρίνα. (ο καθένας πρέπει να πάρει αυτά που ταιριάζουν στην ομάδα του)

-Νεφέλη: πάρε αυτό (πετάει μία μεγάλη νυχτερίδα στη Μαιρίνα)

-Μαιρίνα: όχιιι είναι μεγάλο (το πετάει πίσω)

-Ιωάνα: (της δείχνει μία μικρή καμηλοπάρδαλη) είναι μικρό!

-Μαιρίνα: (το σπρώχνει μακριά γιατί δεν στέκεται όπως δείχνει)

-Νεφέλη: (δείχνει και εξηγεί στη Γεωργία πώς έφτιαξαν με την I την ομάδα τους) μικρό, μεγάλο, μικρό, μεγάλο, μικρό, μεγάλο, μικρό, μεγάλο.... τι;;; μικρό::: έχουμε κάνει λάθος (διορθώνει τη σειρά)

5.1.4 Οι πλαστελίνες

Τα παιδιά επιδόθηκαν και στο παιχνίδι με τις πλαστελίνες κατά το οποίο κατά κύριο λόγο δημιουργούσαν διάφορα σχέδια και γεωμετρικά σχήματα τα οποία όμως δεν κατονόμαζαν (μη λεκτική επικοινωνία, Κούρτη, 2003).

Υποθετικός συλλογισμός: Τα παιδιά έφτιαχναν κυρίως ρομπότ και ανθρωπάκια.

Έπαιζαν και τους έδιναν φωνή. Επιδίδονταν έτσι σε υποκριτικές ικανότητες προκειμένου να εκφράσουν τη φαντασία και τη δημιουργικότητά τους (Bishop, 1988)

Μοντελοποίηση και Αφαιρετική Σκέψη: Διαπιστώθηκε και στο συγκεκριμένο παιχνίδι με τις πλαστελίνες ότι τα παιδιά συνηθίζουν να χρησιμοποιούν καταστάσεις και αντικείμενα, εμπειρίες της πραγματικής ζωής και να τα προσαρμόζουν στο παιχνίδι τους (Bishop, 1988).

Απαρίθμηση και Εντοπισμός: Τα παιδιά χρησιμοποιούσαν τη χωρικότητα για να τοποθετήσουν τις δημιουργίες τους σε συγκεκριμένη θέση και με συγκεκριμένη σειρά και απαριθμούσαν τις κατασκευές τους.

Απόσπασμα

-Γεωργία: μια φούστα παραδώνεται σε λίγο, θα βάλεις το ρομπότ της Νεφέλης στη θέση του; εδώ θα το βάλεις που είναι πρώτο (δείχνει τη θέση με το χέρι της) πρώτο, δεύτερο, τρίτο το σάντουιτς (απαριθμεί με το χέρι)

-Νικόλας: πρώτο το σάντουιτς! (το βάζει μπροστά)

-Παναγιώτα: κορίτσια δεν το πιστεύω ότι μου το πήρατε για να φτιάξετε... γιατί χρειάζομαι 2 για να φτιαχτεί, έλα Αλεξ

-Α: το θέλω!

Σχέδιο: Με την πλαστελίνη κυρίως σχεδίαζαν διάφορα πράγματα εμπνευσμένα από την πραγματική τους ζωή με αφαιρετική πάντα σκέψη και χρησιμοποιώντας όπως τα ίδια υπογράμμισαν τη φαντασία τους. Σχεδίασαν τούρτες, πίτσες, λουλούδια, δέντρα, ρομπότ με όλες τις λεπτομέρειες και τα μέρη του σώματος. Φάνηκε ότι από ένα σημείο κι έπειτα επαναλάμβαναν παρόμοια παρασκευάσματα με την πλαστελίνη. Εδώ θεωρούμε πολύ σημαντική τη θέση του εκπαιδευτικού όπως την επεσήμανε και η νηπιαγωγός της τάξης. Θεωρεί ότι τα παιδιά έχουν ανάγκη από κίνητρα για να

χρησιμοποιήσουν μαθηματικά στο παιχνίδι τους, όταν επαναλαμβάνουν ίδια πράγματα και δείχνουν να χάνουν το ενδιαφέρον τους. *«Όταν βλέπω να επαναλαμβάνουν κάποια πράγματα, χρειάζονται κίνητρο για να μη χάσουν το ενδιαφέρον τους και βαρεθούν. Θεωρώ ότι εδώ πρέπει να παρέμβει ο εκπαιδευτικός. Μπορεί το παιχνίδι να τους διασκεδάζει και να το αγαπούν αλλά πολλές φορές βαριούνται τα ίδια και τα ίδια. Χρειάζονται να τους ξεκλειδώσεις μια πόρτα, να τους προτείνεις μια ιδέα διαφορετική, την οποία μπορεί να συνεχίσουν.»*

Οι (Clements, Sarama, 2009) έχουν σημειώσει ότι ο εκπαιδευτικός μπορεί να συμβάλλει στην οργάνωση ενός περιβάλλοντος μάθησης της μαθηματικής γνώσης και στο ΔΕΠΠΣ (2011:30) αναφέρεται πως ο εκπαιδευτικός συνεργάζεται και συνδιαμορφώνει το παιχνίδι με το παιδί.



πίτσα





Ρομπότ από σχήματα



Απόσπασμα

-Νηπ.: τι κάνετε;

-Γεωργία: εγώ ένα ρομπότ από σχήματα και ένα σάντουιτς

- Μαρία: εγώ κάνω ένα δέντρο

-Νεφέλη: εγώ ένα ρομπότ από σχήματα

- Νηπ.: τι ωραίο, πώς το σκέφτηκες και το έκανες έτσι;

-Γεωργία: η φαντασία μας δουλεύει!!

-Νηπ.: καλά λες Γεωργία

-Αλέξανδρος: εγώ τώρα θα φτιάξω ένα hot dog

-Γεωργία: εγώ τώρα τα πόδια του ρομπότ και τα χέρια μόλις κόψω την πλαστελίνη

-Μαρία: ένα δέντρο, έλα μύρισέ τα!

-Αλέξανδρος: εγώ θα φτιάξω ένα hot dog

(ο Μάριος έχει φτιάξει ένα ρομπότ, πλάθοντας στρόγγυλες μπάλες και παίζει με αυτό, παριστάνει ότι έχει φωνή και μιλάει)

-Νεφέλη: (απευθύνεται στη Γεωργία μόνο ένα πόδι έχει αυτό)

Γεωργία: τώρα κάνω και το άλλο, είναι ρομπότ

-Νεφέλη: να το ρομπότ, ένα ρομπότ από σχήματα, ωραίο ρομπότ

-Γεωργία: εγώ το τελείωσα το ρομπότ μου

-Αλέξανδρος: εγώ έχω κάνει 2 τάπες

-Γεωργία: μόνο τα μαλλιά μου έμειναν

-Νεφέλη: γιατί έχει και μαλλιά, δεν το σκέφτηκα να του κάνω μαλλιά

-Αλέξανδρος: εγώ έφτιαξα τάπες

Μέτρηση: Συχνά πραγματοποιούσαν συγκρίσεις για το ποιος σχεδίασε τα περισσότερα ή τα μεγαλύτερα.

Παιχνίδι: Τα παιδιά χρησιμοποιούσαν την πλαστελίνη δημιουργώντας παιγνιώδεις καταστάσεις. Για παράδειγμα μύριζαν τα δέντρα και τα λουλούδια, έβαφαν τα νύχια τους έδιναν φωνή και έβαζαν μαλλιά στα ρομπότ. Δημιουργούσαν κι έδειχναν πως χρησιμοποιούσαν κάποια πράγματα στην καθημερινότητά τους, τις συνήθειες και τις προτιμήσεις τους. Η νηπιαγωγός σημείωσε ότι το παιχνίδι: **«Μπορεί να προσφέρει υλικό για το συναισθηματικό και γνωστικό κόσμο των παιδιών»**{...} **«Έτσι μπορώ να διαχειριστώ καταστάσεις και να οργανώνω τη διδασκαλία μου και να εξελίσσω τη δουλειά μου συνεχώς με το υλικό που μου προσφέρουν τα ίδια τα παιδιά.»**

Υποστηρίζει δηλαδή ότι το παιχνίδι εξελίχθηκε σε πολύ χρήσιμο εργαλείο καθώς μέσα από αυτό αποκρυπτογραφεί γνωστικά, μαθησιακά και συναισθηματικά στοιχεία των μαθητών της και προσαρμόζει τη διδασκαλία της. Αυτό υπογραμμίζεται και από το (ΔΕΠΠΣ, 2011:30) όταν ο εκπαιδευτικός μπορεί, για διαφορετικούς λόγους όχι μόνο γνωστικούς (π.χ. να συλλέξει πληροφορίες για προτιμήσεις και ενδιαφέροντα και να εμπλουτίσει τη θεματολογία ή το λεξιλόγιο των παιδιών κ.ά), να αναλάβει ποικίλους ρόλους: να παρατηρεί και να ‘ακούει’ τα παιδιά, να παίζει μαζί τους, να δημιουργεί προκλήσεις, να υιοθετεί συμπεριφορές και ρόλους, να δίνει ιδέες για δράσεις κ.ά.

Συμπεράσματα-Συζήτηση

Στην παρούσα έρευνα μελετήθηκε η παρουσία των μαθηματικών στο ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών στην προσχολική ηλικία στις γωνιές: μαγαζάκι, οικοδομικό υλικό, ζωάκια και πλαστελίνες στις γωνιές του νηπιαγωγείου. Μέσα από την εθνογραφική μελέτη έγινε προσπάθεια να διερευνηθεί τι είδους μαθηματικά χρησιμοποιούν τα παιδιά κατά το ελεύθερο παιχνίδι, στο οποίο λειτουργούν αυτοβούλως και αυθόρμητα και αν υπάρχουν στοιχεία που χαρακτηρίζουν το παιχνίδι τους «μαθηματικό» εκτός από τα προφανή μαθηματικά. Η παρατήρηση της δράσης των παιδιών καθώς και η συνέντευξη με τη νηπιαγωγό της τάξης ανέδειξαν στοιχεία που μας επέτρεψαν να απαντήσουμε στα ερευνητικά ερωτήματα. Κατά την παρατήρηση και ανάλυση του ελεύθερου παιχνιδιού στις γωνιές που αναφέραμε αναδεικνύεται πολύ συχνά ο μαθηματικός χαρακτήρας των δράσεων των παιδιών. Διαπιστώθηκε πως το παιχνίδι δεν συνιστά απλώς μια δραστηριότητα, αλλά μια ιδιαίτερη και γεμάτη με νόημα διαδικασία κατά την οποία τα παιδιά συμβάλλουν

ενεργά στη δημιουργία του κόσμου τους και μαθαίνουν μέσα από τις αλληλεπιδράσεις με τους φίλους (Αυγητίδου, 2001).

Τα παιδιά χρησιμοποιούν τις μαθηματικές δεξιότητες που αναφέρει ο Bishop (1988) και ο Pinxten (2016) στο παιχνίδι τους μέσα στο λόγο, στο συλλογισμό και στις κινήσεις τους. Όπως αναφέρει ο Piaget (1973) πρέπει να κατασκευάσουν τη δική τους γνώση του κόσμου, αλληλεπιδρώντας με αντικείμενα και ανθρώπους. Αυτές οι αλληλεπιδράσεις συμβαίνουν κατά κύριο λόγο μέσω του παιχνιδιού. Ο Dienes υποστηρίζει πως το ελεύθερο (χωρίς κανόνες) παιχνίδι με κατάλληλο πάντα σχεδιασμένο υλικό είναι η κύρια δραστηριότητα αλληλεπίδρασης του παιδιού με το περιβάλλον καθώς το παιδί αποκτά εμπειρίες, παρατηρεί και αποφασίζει πως θα χρησιμοποιήσει το υλικό του. Τα παιδιά σε όλα τα παιχνίδια χρησιμοποίησαν την απαρίθμηση κατά την οποία ανέφεραν αριθμούς με λέξεις αλλά και τους έδειξαν με τα δάχτυλά τους. Ανέφεραν σχέσεις αριθμών για να συμπληρώσουν τη δεκάδα ή απαριθμούσαν τα δημιουργήματά τους για να διαπιστώσουν το πλήθος τους. Συχνά ανέφεραν και αρκετά μεγάλους, οι οποίοι δεν βρίσκονται στο αναλυτικό πρόγραμμα του νηπιαγωγείου. Ο εντοπισμός-χωροθέτηση, παρουσιάστηκε επίσης σε όλα τα παιχνίδια. Φάνηκε να ενδιαφέρονται ιδιαίτερα να τοποθετούν τις κατασκευές και τις ομάδες που δημιουργούσαν σε συγκεκριμένη θέση για να διαχωρίζονται από τους άλλους, πράγμα που δήλωσαν και μη λεκτικά με τα χέρια τους. Τα παιχνίδια τους περιελάμβαναν την αλλαγή της θέσης των αντικειμένων και χωρικές δηλώσεις με τις λέξεις: «εδώ, μέσα, έξω, στη μέση, λίγο ακόμα χώρο» ή και με τη μορφή πάλι της μη λεκτικής επικοινωνίας όταν έδειχναν με το χέρι τους τη θέση ή έπαιρναν συγκεκριμένη στάση σώματος σε συγκεκριμένη θέση όταν υποκρινόντουσαν ρόλους π.χ ζώο, πελάτες, πωλητές. Σχετικά με τη μέτρηση, σε όλα τα παιχνίδια πραγματοποιούσαν συγκρίσεις για το ποιος έχει περισσότερα ή λιγότερα. Στο

μαγαζάκι χρησιμοποίησαν τη λέξη «κιλά» και χωρίς να εξηγήσουν φάνηκε ότι τη διαχώρισαν από τη μονάδα μέτρησης των χρημάτων, το ευρώ. Όσον αφορά το σχέδιο, τα παιδιά δημιούργησαν συμμετρίες και χρωματικά μοτίβα και σχεδίασαν σχήματα (μη λεκτική επικοινωνία) κύκλο, τετράγωνο και τρίγωνο σε όλα τα παιχνίδια εκτός από το μαγαζάκι. Τα παιδιά μπορούν να συνθέτουν και να αποσυνθέτουν γεωμετρικά σχήματα μέσω του χειρισμού των υλικών (Smith, 1997). Κατά την άποψη του Piaget μέσα από τα πάρε-δώσε των διαπραγματεύσεων, της επίλυσης των διαφωνιών, της δημιουργίας και της επιβολής κανόνων, της τήρησης ή της μη συμμόρφωσης, φαίνεται ότι οι κοινωνικοί κανόνες παρέχουν μια δομή που κάνει δυνατή τη συνεργασία με τους άλλους (Piaget, 1932/1965). Κατά την εξέλιξη του ελεύθερου παιχνιδιού τους επινόησαν πρόσθετες παιγνιώδεις καταστάσεις ή κανόνες χρησιμοποιώντας τον υποθετικό λόγο και την αφαιρετική σκέψη. Σύμφωνα με τους Clements και Sarama (2005) μέσω της διαδικασίας του παιχνιδιού και με τον σχεδιασμό κανόνων από τα παιδιά, καλλιεργούνται επικοινωνιακές, αλληλεπιδραστικές και διαπραγματευτικές ικανότητες κι έτσι αυτές οι καθημερινές εμπειρίες παιχνιδιού αποτελούν το θεμέλιο για τα μεταγενέστερα μαθηματικά. Αυτή τη διαδικασία την ονόμασαν «μαθηματικοποίηση». Για παράδειγμα, στο μαγαζάκι υποκρίθηκαν με σοβαρότητα τους πωλητές, τους πελάτες και τα ζώα. Στο οικοδομικό υλικό, λόγω της προβληματικής κατάστασης, όταν δεν τους έφταναν τα τουβλάκια για τις κατασκευές τους, σκέφτηκαν μία λύση και δημιούργησαν ένα κανόνα να συμπληρώνουν όλοι συγκεκριμένο αριθμό κομματιών και να μη τον ξεπερνούν. Απαιτούσαν από τους άλλους να συμμορφώνονται με αυτόν τον κανόνα με συνεχείς ελέγχους και παρατηρήσεις ο ένας στον άλλο. Στα ζώακια ανέφεραν τραγούδια με τα ζώα ή δημιουργούσαν ψεύτικους διαλόγους. Στην πλαστελίνη, προσάρμοζαν καταστάσεις από την καθημερινή ζωή. Για παράδειγμα, έβαφαν τα νύχια με

πλαστελίνη, έδιναν φωνή στα ρομπότ ή μύριζαν τα λουλούδια ή έτρωγαν τα φαγητά που έφτιαχναν δηλώνοντας έτσι συνήθειες ή τις προτιμήσεις τους. Τέλος, ο Bishop (1988) ανέφερε την εξήγηση ως μαθηματική δεξιότητα, η οποία διαπιστώθηκε σε όλα τα παιχνίδια. Συγκεκριμένα, στο μαγαζάκι αναδείχθηκε η συμβολική χρήση του χρόνου, το μαγαζί ανοίγει όταν ξημερώνει και ξημερώνει όταν ακούγεται ο κόκορας. Επίσης, η αντιστοίχιση κάθε τεμάχιο με ένα ευρώ και τα ανάλογα ποσά, όσο μεγάλωνε η ποσότητα των προϊόντων που αγόραζαν μεγάλωνε και η τιμή. Εδώ χρησιμοποίησαν αρκετά μεγάλους αριθμούς, τους οποίους έχουν ακούσει στην καθημερινότητά τους, για να δηλώσουν το πολύ ακριβό προϊόν λόγω της μεγαλύτερης κάθε φορά ποσότητας. Στο οικοδομικό υλικό και στα ζωάκια παρατηρήθηκαν ταξινομήσεις, ομαδοποιήσεις σύμφωνα με την ομοιότητα στο χρώμα και το σχήμα την οποία δήλωσαν με την έκφραση «σύμφωνα με ό,τι ταιριάζει». Σύμφωνα με την Smith (1997 σελ.47-48) μερικά παιδιά κατά το παιχνίδι τους δημιουργούν σύνολα χρησιμοποιώντας μέγεθος (μεγάλο, μικρό) και σχήμα (στρογγυλό, τετράγωνο) από μόνοι τους συνεπώς η πρώτη ταξινόμηση έχει να κάνει με την ομοιότητα.

Η συγκεκριμένη έρευνα επιβεβαιώνει το παιχνίδι σε όλες τις γωνίες ως «μαθηματικό» καθώς διαπιστώθηκαν στις δράσεις των παιδιών οι μαθηματικές δεξιότητες εκτός από το προφανές μαθηματικό περιεχόμενο. Το ελεύθερο παιχνίδι που παρατηρήθηκε περιελάμβανε την μοντελοποίηση, τον υποθετικό λόγο και την αφαιρετική σκέψη, τα οποία σύμφωνα με τον Bishop (1988) το χαρακτηρίζουν μαθηματικό και αναφέρονται αναλυτικά στα αποτελέσματα με ποιο τρόπο παρουσιάστηκαν. Όπως σημείωσε ο Ginsburg (2006) ανεξάρτητα από την ανωριμότητά τους, τα μαθηματικά των παιδιών έχουν ομοιότητα με αυτά των

επιστημόνων μαθηματικών. Ρωτούν και σκέφτονται ερωτήματα, εφευρίσκουν λύσεις, εφαρμόζουν μαθηματικά για να λύσουν προβλήματα και παίζουν με τα μαθηματικά.

Η νηπιαγωγός αποτύπωσε μέσα από τη συνέντευξη την εμπειρία και την άποψή της για τη σχέση του παιχνιδιού με τα μαθηματικά. Ανέφερε ότι στο ελεύθερο παιχνίδι τα παιδιά εκφράζονται μαθηματικά γι αυτό και η παρατήρησή του της δίνει την ευκαιρία να αναπτύξει θεματικές των μαθηματικών ή να εξηγήσει παρανοήσεις που εμφανίζουν τα παιδιά. Η παρατήρηση του παιχνιδιού την βοηθά να «εμπλουτίσει το υλικό της» αυτό υπογραμμίζεται στο ΔΕΠΠΣ (2011:30) ότι το παιχνίδι αποτελεί μέσο συλλογής δεδομένων για τον εκπαιδευτικό για να διαμορφώσει ολοκληρωμένη εικόνα για τις γνωστικές αλλά και συναισθηματικές καταβολές των παιδιών. Επίσης, ανέφερε ότι τα παιδιά μεταφέρουν στο νηπιαγωγείο «άτυπα» μαθηματικά από την καθημερινότητά τους, τους γονείς τους ή και τα αδέρφια τους αν έχουν. Σημείωσε ότι όταν τα παιδιά έρχονται στο νηπιαγωγείο γνωρίζουν αρκετούς αριθμούς, κάποια σχήματα και αναφέρουν συχνά μικρά και μεγάλα μεγέθη ή κάποια παιδιά μπορούν να προσθέσουν και να αφαιρέσουν μικρούς αριθμούς. Επιπλέον, θεωρεί ότι μαθηματικά που έχει εξηγήσει στους μαθητές της τα χρησιμοποιούν στο παιχνίδι τους μόνο όταν τα έχουν κατανοήσει και χαρακτηρίζει τα παιχνίδια μαθηματικά όταν περιλαμβάνει μαθηματικό περιεχόμενο, όταν εκφράζονται με εξωλεκτικά στοιχεία ή όταν υποθέτουν.

Ως ακρογωνιαίο λίθο, η νηπιαγωγός σημείωσε την επικοινωνία των μαθηματικών στα παιδιά με παιγνιώδη μορφή καθώς θεωρεί ότι έτσι τα περισσότερα παιδιά αντιλαμβάνονται και μαθαίνουν ευκολότερα λόγω του βιωματικού χαρακτήρα του παιχνιδιού. Τέλος, έθεσε ως ζήτημα τις αναχρονιστικές μεθόδους διδασκαλίας και την ανάγκη των παιδιών από κίνητρα για να μπορέσουν να αναπτύξουν και να εξελίσσουν τις ιδέες του όταν το παιχνίδι τους επαναλαμβάνεται και μοιάζει ανιαρό.

Αναμφισβήτητα, η διεξαγωγή μιας εθνογραφικής έρευνας είναι μια πολύ ουσιαστική και παραγωγική διαδικασία και αποτελεί πρόκληση καθώς αφορά την παρατήρηση της ανθρώπινης συμπεριφοράς, η οποία θα πρέπει να αποκρυπτογραφηθεί και να αποκωδικοποιηθεί.

Στα πλαίσια της έρευνας είχα την ευκαιρία να παρατηρήσω και να διαπιστώσω την παρουσία των μαθηματικών στο παιχνίδι των παιδιών. Ανακάλυψα τον πάντα επίκαιρο χαρακτήρα των μαθηματικών που νοηματοδοτούν τη ζωή του ανθρώπου από αυτή τη μικρή ηλικία. Διαπίστωσα επίσης τον ζωτικής σημασίας ρόλο του παιχνιδιού για τα παιδιά και την άμεση σύνδεσή του με τον κόσμο των μαθηματικών. Ένα κόσμο που για πολλούς φαντάζει απόμακρος. Όμως τα παιδιά χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στο παιχνίδι τους μέσα από τα δικά τους μάτια, τους δικούς τους στόχους και τις δικές τους διαπραγματεύσεις.

Μια πολύ ενδιαφέρουσα διάσταση την οποία δεν είχα συλλάβει μέχρι τώρα είναι ο μαθηματικός χαρακτήρας του παιχνιδιού εκτός από το προφανές μαθηματικό περιεχόμενο, η υπόθεση, η μοντελοποίηση και η αφαιρετική σκέψη που αποτελούν συστατικά στοιχεία για το παιδικό παιχνίδι της συγκεκριμένης ηλικίας.

Η συγκεκριμένη έρευνα διαπιστώνει τη μαθηματική δράση των παιδιών στο ελεύθερο παιχνίδι τους με τους συμμαθητές και με τα υλικά που χρησιμοποιούν κάθε φορά. Επιβεβαιώνει την αφαιρετική σκέψη, την δημιουργική φαντασία, τη μεθοδικότητα, τις στρατηγικές και την επίλυση προβλημάτων από τα παιδιά.

Παρατηρήθηκε όπως προείπαμε το παιχνίδι των παιδιών χωρίς την παρέμβαση της νηπιαγωγού κι έτσι ανοίχτηκαν νέοι δρόμοι προβληματισμού. Η ελεύθερη δράση των παιδιών και οι πρωτοβουλίες τους, τους εμπλέκουν με τα μαθηματικά και τους οδηγούν σε μαθηματικές καταστάσεις. Μπορούν όμως χωρίς την παραμικρή

παρέμβαση των εκπαιδευτικών να κατακτήσουν μαθηματικές έννοιες;

Παρατηρήσαμε τα παιδιά από ένα σημείο κι έπειτα να επαναλαμβάνουν δράσεις αλλά πάντα να δίνουν αφορμήσεις και να αναδεικνύουν τα πλούσια ερεθίσματα από το περιβάλλον τους. Μήπως σε αυτό το σημείο έγκειται ο ρόλος του εκπαιδευτικού να επέμβει και να διευρύνει τους ορίζοντες των παιδιών για να πετύχουν υψηλότερα μαθησιακά αποτελέσματα που πηγάζουν πάντα από τα δικά τους βιώματα και ενδιαφέροντα; Μπορούν τελικά τα παιδιά αν αφεθούν τελείως ελεύθερα να επιφέρουν υψηλά μαθησιακά αποτελέσματα στα μαθηματικά ή χρειάζονται το κίνητρο για να προχωρήσουν; Η νηπιαγωγός σημείωσε ότι σίγουρα πολλά παιδιά δεν θα γίνουν άριστοι στα μαθηματικά ούτε θα μπορέσουν να τα καταλάβουν αλλά έχουν το δικαίωμα να αναπτύξουν και να εξαντλήσουν τις δυνατότητες που έχουν στα μαθηματικά. Πρέπει λοιπόν να σκεφτούμε σοβαρά αν στα πλαίσια του παιχνιδιού μπορούν τα παιδιά να ανταποκριθούν μόνο τους και σε πιο βαθμό.

Επιπλέον, μία δυσκολία της έρευνας αποτέλεσε η καταγραφή των διαλόγων των παιδιών. Παρόλο που χρησιμοποιήθηκε η βιντεοσκόπηση πολλές φορές ήταν δύσκολο κατά κάποιο τρόπο να παρατηρηθούν ολόκληροι οι διάλογοι. Στο ελεύθερο παιχνίδι τους λόγω της γνησιότητας και του αυθορμητισμού που χαρακτηρίζει τα παιδιά, μιλούν συνεχώς μεταξύ τους και αλληλεπιδρούν. Έτσι πολλές φορές άλλαζαν θέμα στους διαλόγους τους ή δεν ολοκλήρωναν το συλλογισμό τους ή μιλούσαν όλοι ταυτόχρονα.

Τέλος, αν το επέτρεπε η σχολική πραγματικότητα θα οργάνωνα την έρευνα σε τρία στάδια από την αρχή, μέση και τέλος της σχολικής χρονιάς για να παρατηρήσω την εξέλιξη των παιδιών στη μαθηματική του συμπεριφορά και στην ωριμότητά τους και θα έθετα ως ερευνητικά ερωτήματα τους προβληματισμούς που αναδύθηκαν από την έρευνά μου.

Περιορισμοί Έρευνας-Προτάσεις

Οι περιορισμοί που θα αναφέρουμε στη συγκεκριμένη έρευνα συναντώνται σε κάθε ποιοτική έρευνα. Αρχικά διαπιστώνεται η έλλειψη αντιπροσωπευτικότητας του δείγματος καθώς τα συμπεράσματα που προέκυψαν αναφέρονται στο συγκεκριμένο δείγμα και δεν γίνεται να επεκταθούν σε άλλο πληθυσμό με μεγάλο βαθμό εγκυρότητας και αξιοπιστίας. Το δείγμα της έρευνας αποτελεί ένα μικρό σχετικά δείγμα, που όπως συμβαίνει και με μεγαλύτερα, περιλαμβάνει εξ' αντικειμένου παντός είδους μεροληψίες. Έτσι η έρευνα δεν μας επιτρέπει τη γενίκευση των αποτελεσμάτων.

Επιπλέον, σημαντικό περιορισμό συνιστά η απουσία επαναληψιμότητας της έρευνας από άλλο ερευνητή, που συνδέεται άρρηκτα με ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματά της, την ευελιξία της. Δεν είναι δυνατό ένας άλλος ερευνητής να πραγματοποιήσει τη συγκεκριμένη έρευνα και να προκύψουν ίδια αποτελέσματα αν δεν ακολουθήσει αυστηρά τον ίδιο ερευνητικό σχεδιασμό σε όλα τα στάδια. Η ευελιξία της ποιοτικής έρευνας αποτελεί ταυτόχρονα πλεονέκτημα και μεγάλο περιορισμό καθώς διαφορετικοί ερευνητές που μελετούν ποιοτικά το ίδιο φαινόμενο και τον ίδιο πληθυσμό μπορεί να καταλήξουν σε εντελώς διαφορετικά αποτελέσματα.

Τέλος, καθίσταται αδύνατη η απόδειξη αιτιωδών σχέσεων. Η σχέση αιτίου-αιτιατού που προέκυψε από την ανάλυση του υλικού της ερευνήτριας θεωρείται υπόθεση προς επιβεβαίωση και όχι συμπέρασμα περί της ύπαρξης μιας αιτιώδους σχέσης.

Εν κατακλείδι, θα μπορούσαμε να προτείνουμε να διεξαχθεί μια διαχρονική συγκριτική μελέτη για να εξεταστεί αν τα παιδιά αλλάζουν μαθηματική συμπεριφορά και τρόπο σκέψης και αν επιλέγουν ίδια ή διαφορετικά παιχνίδια. Θα ήταν ενδιαφέρον σε μια μελλοντική έρευνα να παρατηρηθεί η παρέμβαση της νηπιαγωγού στο παιχνίδι των παιδιών, πώς δηλαδή προσφέρει τα κίνητρα και τις έγκαιρες παρεμβάσεις της ανάλογα με τα συμφέροντα της στιγμής για να διευκολύνει τα παιδιά και τη μαθησιακή διαδικασία. Ακόμη ενδιαφέρον θα είχε για τη διεξαγωγή της έρευνας να ανιχνευθούν οι μαθηματικές παρανοήσεις των παιδιών μέσα στο παιχνίδι τους και πώς τις διαχειρίζονται και τις επιλύουν με τη βοήθεια της νηπιαγωγού.

ΣΥΝΕΝΤΕΥΞΗ

1. Παρατηρείτε συστηματικά το ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών στις γωνιές;
(προκαθορισμένη)

Απάντηση: Φυσικά! Το θεωρώ πολύ σημαντικό κομμάτι της δουλειάς μου. Αφήνω τα παιδιά ελεύθερα στις γωνιές καθημερινά για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα κι έτσι εμπλουτίζω το υλικό μου με αυτόν τον τρόπο.

2. Τι εννοείτε ότι εμπλουτίζετε το υλικό σας μέσα από το παιχνίδι των παιδιών;
(εμβόλιμη)

Απάντηση: Κοιτάζτε μέσα από την εμπειρία μου διαπίστωσα κάτι που τα πρώτα χρόνια για να σας πω την αλήθεια δεν είχα ξεκαθαρίσει στο μυαλό μου. Το ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών με βοηθά να εμπλουτίσω το υλικό μου και να διαμορφώσω τη διδασκαλία μου για οποιοδήποτε αντικείμενο. Μπορεί να προσφέρει υλικό για τον συναισθηματικό και γνωστικό κόσμο των παιδιών. Τα παιδιά σε αυτή τη μικρή ηλικία εκφράζονται στο παιχνίδι τους όχι επιτηδευμένα αλλά αυθόρμητα! Οπότε διακρίνω κάποιες γνώσεις, παρανοήσεις αλλά και συναισθηματικές τους φάσεις θετικές και αρνητικές. Έτσι μπορώ να διαχειριστώ καταστάσεις και να οργανώνω τη διδασκαλία μου, να εξελίσσω τη δουλειά μου συνεχώς με το υλικό που μου προσφέρουν τα ίδια τα παιδιά.

3. Με ποια παιχνίδια φαίνεται ότι προτιμούν να παίζουν τα παιδιά στις γωνιές;
(προκαθορισμένη)

Απάντηση: Τα παιδιά περνούν από όλες τις γωνιές. Πολύ σπάνια κάποιο παιδί αποφεύγει συστηματικά μία γωνιά. Βέβαια στο νηπιαγωγείο μας λόγω χώρου δεν έχουμε πολλές γωνιές όπως σε άλλα νηπιαγωγεία. Πόλος έλξης είναι το μαγαζάκι. Τους αρέσουν τα τουβλάκια, η ζωγραφική, τα ζωάκια και οι πλαστελίνες.

4. Όταν τα παιδιά έρχονται στο σχολείο, γνωρίζουν «άτυπα» μαθηματικά; (προκαθορισμένη)

Απάντηση: Τα παιδιά σήμερα είναι πολύ έξυπνα. Έχουν πολλά ερεθίσματα γι' αυτό θεωρώ ότι καταπιάνονται με διάφορα πράγματα, πολλές φορές μιλούν σαν μεγάλοι, σε αποστομώνουν! Όταν έρχονται στο σχολείο γνωρίζουν κάποια μαθηματικά. Από το περιβάλλον τους, ιδιαίτερα από την καθημερινότητά τους, τους γονείς ή και τα μεγαλύτερα αδέρφια αν έχουν.

5. Θα μπορούσατε να μας πείτε κάποια «άτυπα» μαθηματικά που έχετε παρατηρήσει; (εμβόλιμη)

Απάντηση: Σε γενικές γραμμές, γνωρίζουν τους μικρούς αριθμούς. Μπορούν να μετρήσουν. Κάποια ξέρουν να κάνουν προσθέσεις και αφαιρέσεις με μικρούς πάντα αριθμούς. Ξέρουν κάποια σχήματα και συγκρίνουν μεγέθη και ποσότητες. (μικρό-μεγάλο, λιγότερα-περισσότερα)

6. Αν αντιληφθείτε μαθηματικό περιεχόμενο στο ελεύθερο παιχνίδι τους, το αξιοποιείτε για να αναπτύξετε κάποια θεματική των μαθηματικών; (προκαθορισμένη)

Απάντηση: Αυτό έχει να κάνει με τον εμπλουτισμό που σας είπα. Στο παιχνίδι δεν ακούω μόνο τα παιδιά αλλά τα αφουγκράζομαι. Όταν διαπιστώνω κάποιο μαθηματικό στοιχείο το εισπράττω ως αφορμή για να ξεκινήσει η συζήτηση. Τα παιδιά έχουν ανάγκη από συζήτηση και επικοινωνία. Έχουν ανάγκη από βιωματική μάθηση. Έχει κουράσει η «κατά μέτωπο επίθεση» έτσι λέμε με κάποιους συναδέλφους μου τη μετωπική διδασκαλία. Είναι σαν να θέλουμε να «επιτεθούμε» στα παιδιά ξαφνικά παρά να μεταλαμπαδεύσουμε τη γνώση και να τα αφήσουμε να την ανακαλύψουν. Το παιχνίδι μπορεί να πραγματοποιήσει αυτό το σκοπό. Πολλές φορές έχω πιάσει τον εαυτό μου να μην μπορώ να επαναφέρω κάτι στη μνήμη μου ή (δεν θα διστάσω να το πω) και να καταλάβω αν δεν το έχω νιώσει με βιωματικό τρόπο.

7. Παρανοήσεις των παιδιών μπορούν να διευκρινιστούν διαμέσου του παιχνιδιού; (προκαθορισμένη)

Απάντηση: Θεωρώ πως ναι με τη δική μου παρέμβαση με την έννοια ότι όταν έχεις να κάνεις με οπτικοακουστικό υλικό, με το να παιδεύεις και να επεξεργαστείς κάτι μπορεί να αποφέρει καλύτερα αποτελέσματα. Βέβαια πάντα θα υπάρχουν οι εξαιρέσεις. Απλά βοηθάει σε μεγαλύτερο βαθμό από ότι έχω δει εγώ πάντα».

8. Τα μαθηματικά δυσκολεύουν ή διευκολύνουν τα παιδιά στην κατανόησή τους όταν διδάσκονται παραδοσιακά; (προκαθορισμένη)

Απάντηση: Θα σας πω. Χωρίς να θέλω να πω ότι κάνω τέλεια τη δουλειά μου, προσπαθώ να τη βελτιώνω όσο μπορώ και αυτό γίνεται μέσα από την καθημερινή τριβή με τα παιδιά, το έμπυχο υλικό μου. Από παιδάκι θυμάμαι τα μαθηματικά για πολλούς να είναι φόβος και τρόμος (γέλιο) εννοώ να τους αγχώνουν και να μην μπορούν να τα κατανοήσουν. Θεωρώ ότι πολλά παιδιά τα δυσκολεύει η παραδοσιακή διδασκαλία και η απομνημόνευση ή οι στείρες γνώσεις που λέμε. Για να είμαι πιο ακριβής, όχι μόνο τα δυσκολεύει αλλά δεν τα αφήνει ίσως να εξελιχθούν. Εννοώ να αναπτύξουν στο έπακρο τις δυνατότητές τους, τη δυναμική τους. Σίγουρα όλοι δεν είναι και δεν μπορούν να γίνουν άριστοι στα μαθηματικά. Κάποιοι ίσως να μην τα καταλάβουν και ποτέ. Απλά δικαιούνται να αναπτύξουν με κάποιο τρόπο τις παραμικρές δυνατότητες που έχουν.

9. Αναφέρατε πώς τα παιδιά θα πρέπει αναπτύξουν στο έπακρο τις μαθηματικές τους δυνατότητες που έχουν. Πώς μπορεί να γίνει αυτό; (εμβόλιμη)

Απάντηση: Εμείς οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να βρούμε τρόπους να επικοινωνήσουμε τα μαθηματικά στα παιδιά συμβαδίζοντας με τις ανάγκες και τις ιδέες τους. Όπως είπα και πριν θα πρέπει να συζητήσουμε και να ακούμε τι έχουν να μας πουν τα παιδιά, πώς βλέπουν κάποια πράγματα και οφείλουμε να προσαρμοζόμαστε και να είμαστε ευέλικτοι, δεν είναι βέβαια εύκολο και απλό. Οι νεότεροι συνάδελφοί μας μιλούν για αναχρονιστικές μεθόδους, από αυτές θα πρέπει να προσπαθήσουμε να απαγκιστρωθούμε. Δεν θα σας πω ότι το έχω καταφέρει στο έπακρο, το ψάχνω όμως.

10. Κατά τη γνώμη σας, ποια στοιχεία έχει ένα παιχνίδι για να θεωρείται μαθηματικό;

Απάντηση: Όταν συμπεριλαμβάνει προφανές μαθηματικό περιεχόμενο, όταν δείχνουν το συλλογισμό τους και από κάποια εξωλεκτικά στοιχεία.. Έχω δει να δείχνουν μεγέθη ή σχήματα.

11. Πιστεύετε πως τα παιδιά έχουν ανάγκη από κίνητρα για να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά στο παιχνίδι τους; (προκαθορισμένη)

Απάντηση: Κάποιες φορές σίγουρα έχουν. Όταν βλέπω να επαναλαμβάνουν κάποια πράγματα, χρειάζονται κίνητρο για να μη χάσουν το ενδιαφέρον τους και βαρεθούν. Θεωρώ ότι εδώ πρέπει να παρέμβει ο εκπαιδευτικός. Μπορεί το παιχνίδι να τους διασκεδάζει και να το αγαπούν αλλά πολλές φορές βαριούνται τα ίδια και τα ίδια. Χρειάζονται να τους ξεκλειδώσεις μια πόρτα, να τους προτείνεις μια ιδέα διαφορετική, την οποία μπορεί να συνεχίσουν.

12. Αναπαράγουν στο παιχνίδι μαθηματικές έννοιες που έχουν «διδασχθεί»; (προκαθορισμένη)

Απάντηση: Δεν είναι απόλυτα σίγουρο. Συνήθως αναπαράγουν στο παιχνίδι έννοιες που έχουν κατανοήσει και ξεκαθαρίσει στο μυαλό τους όχι πάντα όμως.

Βιβλιογραφία

Bishop, A. (1988). *Mathematics education in its cultural context. Educational Studies in Mathematics*, 19(2),179-191.

Bishop, A. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht:Kluwer Academic

Bruner, J. S., (1972). «*Nature and uses of immaturity*», *American psychologist*, 27: 687-708.

Bruner, J.S. (2006a). *In search of pedagogy: The selected Works of Jerome S. Bruner. Vol. 1*. London, New York: Routledge.

Bryman, A., & Burgess, R.G. (1994). *Analyzing qualitative data*. London: Routledge.
Bt Wan Ahmad, W. F., Bt Shafie, A., & Bin Abd Latif, M. A. (2010). *Role-Playing Game-Based Learning in Mathematics*. *Electronic Journal Of Mathematics & Technology*, 4(2), 184-196.

Chronaki, A. (2005). *Learning about “learning identities” in the school arithmetic practice: The experience of two young minority Gypsy girls in the Greek context of education*. *European Journal of Psychology of Education - EJPE (Instituto Superior de Psicologia Aplicada)*, 20(1), 61–74.

- Chronaki, A. (2018). *The Unbearable Lightness of Disappearing Mathematics: Or, life and reason for the citizen at times of crisis*. *Mathematics Enthusiast*, 15(1/2), 8–35.
- Chronaki, A., & Pechtelidis, Y. (2012). “Being Good” at Maths: Fabricating Gender Subjectivity. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 1(3), 246–277.
- Chronaki, A., & Planas, N. (2018). *Language Diversity in Mathematics Education Research: A Move from Language as Representation to Politics of Representation*. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 50(6), 1101–1111
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2005). *Building Math through Play Everyday*. *Early Childhood Today*, 19(4), 50–57.
- Cohen L. & Manion L. (1994). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. Μεταίχμιο, Αθήνα.
- Cohrssen, C., Church, A., & Tayler, C. (2014). *Pausing for learning: Responsive engagement in mathematics activities in early childhood settings*. *Australasian Journal of Early Childhood*, 39(4), 95–102.
- Creswell, J. W. , (2011). *Η έρευνα στην εκπαίδευση : σχεδιασμός, διεξαγωγή και αξιολόγηση της ποσοτικής και ποιοτικής έρευνας*, Εκδ. Ίων Έλλην, Αθήνα c2011
- Dienes, Z. P., *The Six Stages in the Process of Learning Mathematics*, NFER, London, 1973
- Dobbs-Oates, J., & Robinson, C. (2012). *Preschoolers' Mathematics Skills and Behavior: Analysis of a National Sample*. *School Psychology Review*, 41(4), 371–386.)
- Edens, K. Potter, E. (2013), *An Exploratory Look at the Relationships Among Math Skills, Motivational Factors and Activity Choice*, *Early Childhood Educ J* (2013) 41:235–243
- Feeney, S., Christensen, D. & Moravcik, E. (1996). *Who am I in the lives of children?* Englewood Cliffs, NJ: Merrill.
- Feza, N. N. (2012). *Can We Afford to Wait Any Longer? Pre-School Children Are Ready to Learn Mathematics*. *South African Journal of Childhood Education*, 2(2), 58–73.
- Flottorp, V. (2011). *How do children's classification appear in free play?* In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.) *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1852-1871). University of Rzeszów, Poland.

Fromberg, D. P. (1999). A review of research on play. In C. Seefeldt (Ed.), *The early childhood curriculum: Current findings in theory and practice* (3rd ed.) (pp. 27-53). New York, NY: Teachers College Press

Gardner, H. , (2011). *Frames of Mind, The theory of Multiple Intelligences*, Basic Books, New York.

Gardner, M. (1986). *Το πανηγύρι των μαθηματικών*. Εκδόσεις Τροχαλία.

Gardner, M. (1997). *Το τσίρκο των μαθηματικών*. Εκδόσεις Τροχαλία.

Gerdes, P,(1994), *On Mathematics in the History of Sub-Saharan Africa*, HISTORIA MATHEMATICA 21 (1994), 345-376

Gervasoni, A., Perry, B., & Mathematics Education Research Group of Australasia. (2013). *Children's Mathematical Knowledge Prior to Starting School*. Mathematics Education Research Group of Australasia.

Ginsburg, H. P. (2006). *Mathematical play and playful mathematics: A guide for early education*. In D. G. Singer, R. M. Golinkoff, & K. Hirsh-Pased (Eds.), *Play learning: How play motivates and enhances children's cognitive and socialemotional growth* (pp. 145-165). New York, NY: Oxford University Press

Gray, P.(2015). «*Free to Learn : Why Unleashing the Instinct to Play Will Make Our Children Happier, More Self-Reliant, and Better Students for Life*», New York, United States.

Greiffenhagen, C., & Sharrock, W. (2008). *School mathematics and its everyday other? Revisiting Lave's 'Cognition in Practice.'* Educational Studies in Mathematics, 69(1), 1–21

Hayes, N., (1998). *Εισαγωγή στην ψυχολογία, 'Βασικά εγχειρίδια ψυχολογικής*

Helenius, O., Johansson, M. L., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2014 forthcoming). *Preschool teachers' awareness of mathematics. In Evaluation and comparison of mathematical achievement: Dimensions and perspectives:Proceedings from Madif9: Nionde forskningsseminariet med Svensk Förening för Matematikdidaktisk Forskning, 4-5 februari 2014, Umeå.*

Holton, D. D., Ahmed, A., Williams, H., & Hill, C. (2001). *On the importance of mathematical play*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 32(3), 401-415.
<http://www.pischools.gr/download/publications/epitheorisi/teyxos10/005-019.pdf>

J. S. (2015). *Time for Serious Research on Play*. *Psychologist*, 28(12), 964.

James, A. (2001). *Παίζοντας και μαθαίνοντας*. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 55-111). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα

- Jarrett, O. S. (1997). *Science and math through role-play centers in the.. Science Activities*, 34(2), 13
- Johansson, M. L., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2016). *What maths do children engage with in Swedish preschools? Mathematics Teaching*, (250), 28–33.
- Kernan, M., & Devine, D. (2010). *Being Confined within? Constructions of the Good Childhood and Outdoor Play in Early Childhood Education and Care Settings in Ireland*. *Children & Society*, 24(5), 371–385.
- Kostelnik, M.J., Soderman, A.K. & Whiren, A.P. (1993) *Developmentally appropriate programs in early childhood education*. New York: Merrill.
- Lin, C., & Ness, D. (2000) *Taiwanese and American Preschool Children's Everyday Mathematics*.
- Lu, J. (2001). The study of several of cognitive development. In *Contemporary Chinese psychology*, 259-264. Beijing: Beijing Normal University Press
- Man-Keung Siu, Nam-Kiu Tsing, "You are living in a world of mathematics," *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, Volume 15 Number 1 (1984), pages 47–52.
- Marcus, A., Perry, B., Dockett, S., & MacDonald, A. (2016) *Children Noticing Their Own and Others' Mathematics in Play*. Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Mason, J. (2003). *Η Διεξαγωγή της Ποιοτικής Έρευνας*. Αθήνα : Ελληνικά Γράμματα
- Mihaljevic, B. (2005). *The role of play in learning science and mathematics*. *Teaching Science: The Journal Of The Australian Science Teachers Association*, 51(2), 42-45.
- Miller, E., Almon, J., & Alliance for Childhood. (2009). *Crisis in the Kindergarten: Why Children Need to Play in School*.
- Moomaw, S. (2014). *Don't Forget to Play*. *School Science & Mathematics*, 114(2), 51–52.
- Morsanyi, K., Devine, A., Nobes, A., & Szücs, D. (2013). *The link between logic, mathematics and imagination: evidence from children with developmental dyscalculia and mathematically gifted children*. *Developmental science*, 16(4), 542-553.
- Newman, F. & Holzman, L.,(1993). *Lev Vygotsky: Revolutionary Scientist*, London: Routledge.

- Novo, M., Alsina, Á., Marbán, J., & Berciano, A. (2017). *Connective Intelligence for Childhood Mathematics Education*. *Comunicar: Media Education Research Journal*, 25(52), 29-39.)
- Nunes, T, & Bryant, P. (2007). *Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά*. Λειβαδοπούλου, Σ., Σαρηγιαννίδου, Γ. (μετάφραση). Αθήνα: Gutenberg.
- Nunes, T., Schliemann, A. & Carraher, D.: 1993, *Street Mathematics and School Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge-New York-Oakleigh.
- Openheim, A. (2005). *Questionnaire design and attitude measurement*. Continuum, London
- Paik, J. H., van Gelderen, L., Gonzales, M., de Jong, P. F., & Hayes, M. (2011). *Cultural differences in early math skills among U.S., Taiwanese, Dutch, and Peruvian preschoolers*. *International Journal of Early Years Education*, 19(2), 133–143.
- Patton, M. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. London: Sage
- Perry, B., & Dockett, S. (2001). *Playing with Maths*. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 6(2), 5.
- Peterson, S. S., Eisazadeh, N., Rajendram, S., & Portier, C. (2018). *Young children's language uses during play and implications for classroom assessment*. *Australasian Journal of Early Childhood*, 43(2), 23–3
- Piaget, J. (1967). *Six psychological studies*. New York: Vintage Books.
- Piaget, J. (1973). *To understand is to invent*. New York: Grossman
- Piaget, J. (1932/1965). *The moral judgement of a child*. New York: Free Press.
- Pianta, R. (1997). *Adult–child relationship processes and early schooling*. *Early Education and Development*, 8(1), 11–26
- Pinxten, R. (2016). *Multimathemacy: Anthropology and Mathematics Education*. Switzerland: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-26255-0
- Pinxten, E., & Francois, K. (2011). *Politics in an Indian canyon? Some thoughts on the implications of ethnomathematics*. *Educational Studies in Mathematics*, 78 (2), 261-273. doi: 10.1007/s10649-011-9328-z
- Robson, C. (2007), *Η έρευνα του πραγματικού κόσμου*, Αθήνα: Gutenberg.
- Saifer, S. (2010). *Higher Order Play and Its Role in Development and Education*. *Psychological Science & Education*, (3), 48–61
- Salen, K., & Zimmerman, E. (2004). *Rules of play: Game design fundamentals*. Cambridge, MA: MIT Press.

- Saracho, O. & Spodek, B. (1998). *Play in early childhood education, in Multiple perspectives on play in early childhood education*. (Introduction) Albany: State University of New York.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early Childhood Mathematics Educations Research. The learning trajectories for young children*. Routledge
- Saxe, G. B. (1988). *The Mathematics of Child Street Vendors*. Child Development, 59(5), 1415
- Saxe, K. (2008). *Mathematics and Common Sense: A Case of Creative Tension*. Mathematical Intelligencer, 30(2), 69–71.
- Scales, B., Almy, M., Nicolopoulou, A., & Ervin-Tripp, S. (1991). *Play and the social context of development in early care and education*. New York: Teachers College Press.
- Schwartz, D. L., Martin, T., & Pfaffman, J. (2005). *How Mathematics Propels the Development of Physical Knowledge*. Journal Of Cognition And Development, 6(1), 65-88.
- Schwartzman, H. B., (1978). Transformations. *The Anthropology of Children's Play*, New York : Plenum Press.
- Seo, K.-H. & Ginsburg, H. (2004). *What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education?* In D. Clements, J. Sarama & A.-M. DiBiase (Eds.) *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 91-104). New York and London: Routledge.
- Sfard, A. (2001). *There is more to discourse than meets the ears: Learning from mathematical communication things that we have not known before*. *Educational Studies in Mathematics* 46. \3-57
- Singer, E. (2015). *Play and playfulness in early childhood education and care*. Psychology in Russia. State of the Art, 8(2), 27–35.
- Sinha, C., Walkerdine, V., & Bristol Univ. (England). School of Education. (1974). *Spatial and Temporal Relations in the Linguistic and Cognitive Development of Young Children*.
- Skwarchuk, S.-L. (2009). How Do Parents Support Preschoolers' Numeracy Learning Experiences at Home? *Early Childhood Education Journal*, 37(3), 189–197.
- Smith, P. (2001). Το παιχνίδι και οι χρήσεις του παιχνιδιού. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 203-227). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Sparrow, L. (2008). *Real and Relevant Mathematics: IS IT REALISTIC IN THE CLASSROOM?*. Australian Primary Mathematics Classroom, 13(2), 4-8.)

- Stipek, D., Schoenfeld, A., & Gomby, D. (2012). *Math Matters, Even for Little Kids*. Education Week, 31(26), 27-29.
- Sukstrienwong, A. (2018). *Animo Math: the Role-Playing Game in Mathematical Learning for Children*. TEM Journal, 7(1), 147-154.
- Sutton-Smith, B. (1997). *The ambiguity of play*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Trueblood, C. R., & Yawkey, T. D. (1977). Gaming in Early Childhood Education.)
- Valerie Walkerdine (2013), *Αποκλείοντας τα κορίτσια*, επιμ.: Άννα Χρονάκη, Αθήνα: Gutenberg
- van Oers, B. (2001). *Educational Educational Studies in Mathematics*, 46(1-3), 5forms of initiation in mathematical culture.
- van Oers, B. (2010). *Emergent Mathematical Thinking in the Context of Play*. Educational Studies in Mathematics, 74(1), 23–37.
- Vigotsky, L. S. , (1997). *Το παιδί και η πραγματικότητα*. Μετάφραση: Μπίμπου&Βοσνιάδου, Αθήνα, Gutenberg
- Vogel, R. (2013). *Mathematical situations of play and exploration*. Educational Studies In Mathematics, 84(2), 209-225. doi:10.1007/s10649-013-9504-4
- Vygotsky, L. (2000). *Νους στην κοινωνία: Η ανάπτυξη των ανώτερων ψυχολογικών διαδικασιών*. [Μετάφραση Σ. Βοσνιάδου& Α. Μπίμπου]. Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα.
- Walkerdine, V. (1988). *The mastery of reason: Cognitive development and the production of rationality*. London:Routledge.
- Wan Ahmad, W. F., Bt Shafie, A., & Bin Abd Latif, M. A. (2010). *Role-Playing Game-Based Learning in Mathematics*. Electronic Journal Of Mathematics & Technology, 4(2), 184-196.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning and identity*. New York: Cambridge University Press.
- Whitebread, D. (2012). *The importance of play: A report on the value of children's play with a series of policy recommendations*. University of Cambridge
- Wolfgang, C. H., Stannard, L. L., & Jones, I. (2003). *Advanced constructional play with LEGOs among preschoolers as a predictor of later school achievement in mathematics*. Early Child Development and Care, 173(5), 467-475.
www.pi-schools.gr/preschool_education/yp_yliko/odig_gonea.pdf
- Αυγητίδου, Σ. (Επιμ.) (2001), *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις*, Αθήνα: Τυπωθήτω- Γ.Δαρδανός.

- Γερμανός, Δ. (2006), *Οι τοίχοι της γνώσης: σχολικός χώρος και εκπαίδευση*, Αθήνα: Gutenberg.
- Δαφέρμου, Χ., Κουλούρη, Π. & Μπασαγιάννη, Ε. (2006). *Οδηγός Νηπιαγωγού: Εκπαιδευτικοί σχεδιασμοί, δημιουργικά περιβάλλοντα μάθησης*. Αθήνα: ΟΕΔΒ
- ΔΕΠΠΣ (*Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών*) (2003). ΤΠΕΠΘ & Π.Ι., Αθήνα.
- Διαμαντόπουλος Διονύσης Σ., (2009). *Το παιχνίδι: Ιστορική εξέλιξη, Ερμηνευτικές θεωρίες, Ψυχοπαιδαγωγικές επιδράσεις*, Θεσσαλονίκη, Εκδόσεις Π.Πουρναρά.
- Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων, τχ. 10, σ.σ. 5-19. Ανακτήθηκε από *ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 203-227). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Κάππας, Χ. (2005). *Ο ρόλος του Παιχνιδιού στην Παιδική Ηλικία*. ΑΘΗΝΑ: Ατραπός
- Κόμπος, Κ. (1996). *Μαθηματικά και παιχνίδι. 1ο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: Τα μαθηματικά στην εκπαίδευση και την κοινωνία*, Αθήνα.
- Κούρτη, Ε. (2003). Η μη λεκτική επικοινωνία στο σχολείο, Εκπαίδευση Μουσουλμανοπαίδων 2002-2004 (ΥΠΕΠΘ, ΕΠΕΑΕΚ) Σειρά: Κλειδιά και Αντικλειδιά, Επιστημονική Υπεύθυνη: Αλεξάνδρα Ανδρούτσου, www.kleidiakaiantikleidia.net
- Κουτσουβάνου, Ευγ. (1993). *Η μέθοδος Μοντεσσόρι και η Προσχολική Εκπαίδευση*.
- Λεμονίδης, Χ, (2001), *Οι αρχικές αριθμητικές ικανότητες των παιδιών όταν έρχονται στο δημοτικό σχολείο*
- Μάγος, Κ. (2005). «*Συνέντευξη ή Παρατήρηση;*» *Η έρευνα στη σχολική τάξη*.
- Ματσαγγούρας, Η. (2001). *Η σχολική τάξη*. Τόμος Α΄. Εκδόσεις Γρηγόρη, Αθήνα.
- Ματσαγγούρας, Η., (1982). *Ψυχοπαιδαγωγικά θέματα προδημοτικής και πρωτοδημοτικής αγωγής*, Αθήνα: Εκδόσεις Φελέκη
- Μοντεσσόρι, Μ. (1981). *Εκπαίδευση για ένα καινούριο κόσμο*. Αθήνα: Γλάρος.
- Μοντεσσόρι, Μ. (1981). *Η Ανακάλυψη του Παιδιού*. Μτφρ: Έλλη Έκμε. Αθήνα;
- Μοντεσσόρι, Μ.(1980). *Πρακτικός Οδηγός στη μέθοδο μου. Η καθημερινή εφαρμογή*
- Μπότσογλου, Κ. , (2010). *Υπαίθριοι χώροι παιχνιδιού και παιδί*. Αθήνα. Gutenberg
- Ντολιοπούλου, Ε. (2001). *Σύγχρονες τάσεις της προσχολικής αγωγής*. Αθήνα: Τυπωθήτω

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2003). Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών για το Νηπιαγωγείο. Ανακτήθηκε στις 20/7/2015 από την ηλεκτρονική διεύθυνση <http://www.pi-schools.gr/programs/depps/>

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2011). Βασικό Επιμορφωτικό Υλικό, Τόμος Α: Γενικό Μέρος, Μείζον Πρόγραμμα επιμόρφωσης, Αρχική Έκδοση. Αθήνα: ΥΠΔΒΜΘ

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2011). Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου (1ο και 2ο μέρος). Ανακτήθηκε στις 20/07/2015 από την ηλεκτρονική διεύθυνση <http://ebooks.edu.gr/new/ps.php>

Πεχτελίδης, Γ. (2010). *Κοινωνιολογία της Εκπαίδευσης* (Σημειώσεις Μαθήματος), Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Πεχτελίδης, Γ. (2011). *Τα παιχνίδια των λόγων στο σχολείο και η συγκρότηση της μαθητικής ταυτότητας* στο Πεχτελίδης, Κυριαρχία και Αντίσταση. Μεταδομιστικές προσεγγίσεις της εκπαίδευσης, Αθήνα: Εκκρεμές.

Πεχτελίδης, Ι., 2015. *Κοινωνιολογία της παιδικής ηλικίας*. [ηλεκτρ. βιβλ.] Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών. Διαθέσιμο στο: <http://hdl.handle.net/11419/4744>

Πηγιάκη, Π. (2004), *Εθνογραφία: Η μελέτη της ανθρώπινης διάστασης στην Κοινωνική και Παιδαγωγική έρευνα*, Αθήνα: Γρηγόρη.

ΠΣΝ (*Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου*) (2011). Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Αθήνα. Διαθέσιμο στον δικτυακό τόπο: <http://www.dipevath.gr/Nov2011/28/1o-meros.pdf>

Ρίτσμοντ, Π. (Επιμ. Μανιάτης Γ.) (1970), *Εισαγωγή στον Πιαζέ*, Αθήνα: Υποδομή.

Σιβροπούλου, Ρ. (2011), *Αρχές και προοπτικές της προσχολικής εκπαίδευσης*, Θεσσαλονίκη: Κυριακίδη.

Σιβροπούλου, Ρ. (1998). *Η οργάνωση και ο σχεδιασμός του χώρου στο πλαίσιο του παιχνιδιού*. Αθήνα: Πατάκης

Σκουμπορδή, Χ. (2015), *Το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση των παιδιών*, Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών.

Σμαραγδά – Τσιαντζή, Μ. (1996). *Αγωγή της προσχολικής ηλικίας*. Αθήνα: Gutenberg Σύγχρονες Προοπτικές. (β' εκδ.). Αθήνα: ΟΔΥΣΣΕΑΣ.

Τζεκάκη. Μ. (2007). *Μικρά Παιδιά, Μεγάλα Μαθηματικά Νοήματα*. Αθήνα: Gutenberg

Τσίγκρα, Μ., (2001) *Αυθόρμητο παιχνίδι στις «γωνιές» του νηπιαγωγείου, Διαπραγμάτευση και κατασκευή*, στο Αυγητίδου Σ. (επίμ.), *Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις*, Αθήνα: Εκδόσεις Τυπωθήτω

Φράγκος, Χ. (1984). *Ψυχοπαιδαγωγική: θέματα παιδαγωγικής ψυχολογίας, παιδείας, διδακτικής και μάθησης*, Αθήνα: Gutenberg.

Φραγκούλη, Σ. (2000). *Ζητήματα Εκπαίδευσης του Μικρού Παιδιού. Παιδαγωγικά Μηνύματα της Μαρίας Μοντεσσόρι*. Αθήνα: Γρηγόρη.

Χουζίνγκα, Γ. (1989). *Ο άνθρωπος και το παιχνίδι* [Μετάφραση Σ. Ροζάνης & Γ.

Λυκιαρδόπουλος, Επιμέλεια Π. Κονδύλης], Εκδόσεις Γνώση, Αθήνα.

Χρονάκη, Α., & Μουτζούρη, Γ., (2011). *Λογοτεχνία και Μαθηματικά στις Μικρές Ηλικίες: πολυφωνικές αφηγήσεις και αναδυόμενες δεξιότητες αριθμητικού γραμματισμού*. Στο Πρακτικά του 9^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών. Μαθηματικά και τέχνες στην Εκπαίδευση.

Χρονάκη, Α., (2006). *Η πρό(σ)κληση της γεωμετρίας και της τεχνολογίας στις μικρές ηλικίες: Το 'μέσο' και το 'μήνυμα' του συστήματος άτομα-τεχνολογία δραστηριότητα*. Θέματα στην Εκπαίδευση, 7(1), 23-51.