



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

**ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΕΦΗΜΕΡΙΔΟΠΩΛΗ ΜΕ
ΔΥΟ ΑΝΑΞΙΟΠΙΣΤΟΥΣ ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΕΣ ΚΑΙ ΧΡΗΣΗ ΕΦΕΔΡΙΚΟΥ
ΑΞΙΟΠΙΣΤΟΥ ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΗ**

Διπλωματική Εργασία

Του

Τσεβρεμέ Κωνσταντίνου

Επιβλέπων: **Δρ Παντελής Δημήτριος**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του

Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, Ιούνιος 2018

Copyright©2018 Τσεβρεμές Κωνσταντίνος

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εξεταστική Επιτροπή

Πρώτος Εξεταστής : **Δρ. Δημήτριος Παντελής**
(Επιβλέπων)
Αναπληρωτής Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής : **Δρ Γεώργιος Λυμπερόπουλος**
Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής : **Δρ Γεώργιος Σαχαρίδης**
Επίκουρος Καθηγητής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Δημήτριο Παντελή για την πολύτιμη βοήθεια του, την καθοδήγηση του, την υπομονή του και το χρόνο που αφιέρωσε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα δύο μέλη της εξεταστικής επιτροπής, καθηγητές κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο και κ. Γεώργιο Σαχαρίδη για την συμμετοχή τους και τις πολύτιμες υποδείξεις τους.

Τέλος, οφείλω να ευχαριστήσω θερμά την οικογένεια μου που στάθηκε δίπλα μου και με στήριξε με κάθε τρόπο κατά τη διάρκεια της φοίτησης μου στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας .

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αντικείμενο μελέτης αποτελεί η επίλυση μίας επέκτασης του κλασικού προβλήματος του “ Εφημεριδοπώλη ”. Η επέκταση αυτή χαρακτηρίζεται από τη χρήση δύο αναξιόπιστων προμηθευτών, με αβεβαιότητα στην ποσότητα των παραδιδόμενων παραγγελιών, και ενός αξιόπιστου αλλά πιο ακριβού εφεδρικού προμηθευτή. Ο “Εφημεριδοπώλης” λοιπόν παραγγέλνει από τους δύο κύριους προμηθευτές μία ποσότητα προϊόντων με την οποία καλείται να ικανοποιήσει την ζήτηση των πελατών του. Λόγω της αναξιοπιστίας όμως των κύριων προμηθευτών η ποσότητα αυτή ενδέχεται να είναι μικρότερη από την επιθυμητή. Για τον λόγο αυτό υπάρχει ένας τρίτος εφεδρικός προμηθευτής ο οποίος είναι πλήρως αξιόπιστος και μπορεί να καλύψει τις χαμένες πωλήσεις που τυχόν θα δημιουργηθούν. Η δυναμικότητα κάθε κύριου προμηθευτή είναι τυχαία μεταβλητή με γνωστή κατανομή και η παραδιδόμενη ποσότητα ισούται με το ελάχιστο της παραγγελίας και της δυναμικότητας. Επιπλέον, είναι σημαντικό ότι η ζήτηση είναι μεν αβέβαιη, ακολουθεί όμως γνωστή κατανομή γεγονός που παραμένει από το αρχικό πρότυπο πρόβλημα.

Στόχος του προβλήματος αποτελεί η επίτευξη του μέγιστου δυνατού κέρδους αφού γίνει γνωστή η ζήτηση και οι παραδιδόμενες ποσότητες από τους δύο κύριους προμηθευτές, καθώς και οι σταθερές παράμετροι του προβλήματος (κόστη, τιμές πώλησης κλπ). Το μέγιστο κέρδος θα προκύψει ως αποτέλεσμα της βέλτιστης πολιτικής των παραγγελιών που θα ανατεθούν σε κάθε προμηθευτή, η οποία βέλτιστη πολιτική θα προκύψει από την βελτιστοποίηση στην οποία θα τεθεί το πρόβλημα.

Αφού λοιπόν καταστρώθηκε το μαθηματικό μοντέλο, έγινε μια μελέτη της συμπεριφοράς του σε διάφορες μεταβολές των σταθερών παραμέτρων καθώς και των παραμέτρων των κατανομών που ακολουθούν οι δυναμικότητες των προμηθευτών και η ζήτηση των πελατών.

Περιεχόμενα

| | |
|--|----|
| Εξεταστική Επιτροπή | 3 |
| Ευχαριστίες..... | 4 |
| Περίληψη..... | 5 |
| Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή | 8 |
| 1.1 Δομή διπλωματικής εργασίας | 8 |
| 1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση | 9 |
| Κεφάλαιο 2: Βασικές Έννοιες | 10 |
| 2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα..... | 10 |
| 2.2 Το πρόβλημα του Εφημεριδοπώλη..... | 11 |
| 2.3 Επέκταση του αρχικού μοντέλου | 11 |
| 2.4 Αβεβαιότητα..... | 12 |
| 2.5 Αναξιόπιστοι προμηθευτές | 13 |
| 2.6 Εφεδρικός προμηθευτής | 14 |
| Κεφάλαιο 3 : Το Μαθηματικό Μοντέλο..... | 15 |
| 3.1 Εξισώσεις και Παράμετροι | 15 |
| Κεφάλαιο 4 : Αριθμητικά Πειράματα | 18 |
| 4.1 Υποθέσεις | 18 |
| 4.2 Επιλογή τιμών των σταθερών παραμέτρων..... | 18 |
| 4.3 Αποφάσεις για την βελτιστοποίηση..... | 20 |
| 4.4 Διακριτοποίηση | 21 |
| Κεφάλαιο 5 : Μελέτες της μεταβολής των Παραμέτρων | 23 |
| 5.1 Μεταβολή του cE | 23 |
| 5.2 Αναλογία μεταξύ cE και cR | 26 |
| 5.3 Επίδραση της τιμής πώλησης r | 28 |
| 5.4 Επίδραση κόστους ανικανοποίητων ζητήσεων..... | 31 |
| 5.5 Επίδραση της τιμής πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα..... | 33 |
| 5.6 Επίδραση της μέσης τιμής της ζήτησης..... | 35 |
| 5.7 Επίδραση της τυπικής απόκλισης της ζήτησης | 37 |
| 5.8 Επίδραση μέσης τιμής της δυναμικότητας των προμηθευτών | 39 |
| 5.9 Επίδραση της τυπικής απόκλισης της δυναμικότητας..... | 42 |
| Κεφάλαιο 6 : Επίλογος..... | 44 |
| 6.1 Σύνοψη | 44 |

| | |
|---------------------------|----|
| 6.2 Συμπεράσματα | 44 |
| ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ | 46 |
| Παράρτημα - Κώδικες | 47 |

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Στο παρόν πρώτο κεφάλαιο παρατίθενται πληροφορίες σχετικά με την δομή και οργάνωση της διπλωματικής εργασίας καθώς και μια βιβλιογραφική ανασκόπηση σχετικά με το γενικότερο πρόβλημα του “ Εφημεριδοπώλη ”.

1.1 Δομή διπλωματικής εργασίας

Στόχος αυτής της πρώτης ενότητας είναι να εξηγήσει πολύ συνοπτικά τα στοιχεία που θα εξετάσουμε σε κάθε ένα από τα παρακάτω κεφάλαια. Αν εξαιρέσουμε λοιπόν το παρόν πρώτο κεφάλαιο που αποτελεί και την εισαγωγή, η εργασία χωρίζεται σε ακόμα 5 κεφάλαια :

- *Κεφάλαιο 2:* Παρουσιάζονται κάποιες βασικές έννοιες που θα μας απασχολήσουν και γίνεται μία πρώτη προσέγγιση του προβλήματος που εξετάζουμε και της επέκτασης με την οποία θα ασχοληθούμε.
- *Κεφάλαιο 3:* Κατασκευάζεται το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος και γίνονται οι απαραίτητες υποθέσεις που θα οδηγήσουν στην βελτιστοποίηση.
- *Κεφάλαιο 4:* Εξηγούνται κάποιες υποθέσεις που κάναμε και αποφάσεις που πήραμε οι οποίες θα οδηγήσουν στην βελτίωση του μοντέλου μας και στην διευκόλυνση του κώδικα.
- *Κεφάλαιο 5:* Παρουσιάζονται τα πειράματα που κάναμε σε συνδυασμό με τα διαγράμματα που προέκυψαν και τα συμπεράσματα τα οποία εξάγαμε για κάθε περίπτωση.
- *Κεφάλαιο 6:* Επιχειρείται μια σύνοψη της διπλωματικής εργασίας και της συλλογιστικής πορείας σε συνδυασμό με κάποια τελικά συμπεράσματα που εξάγαμε από την εμπειρία που αποκτήσαμε από την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας.

1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Εξετάστε το σενάριο που αντιμετωπίζεται από έναν έμπορο λιανικής πώλησης, ο οποίος πρέπει να πάρει μια απόφαση για την παραγγελία ενός συγκεκριμένου είδους. Αν ο πωλητής παραγγείλει μεγάλη ποσότητα από το συγκεκριμένο είδος τότε μέρος του συνόλου της παραγγελίας θα πεταχτεί ή θα πουληθεί έναντι μιας χαμηλότερης τιμής στο τέλος της ημέρας. Στην αντίθετη περίπτωση που θα παραγγείλει μικρότερη ποσότητα από το συγκεκριμένο είδος, θα δημιουργηθούν χαμένες πωλήσεις και οι πελάτες θα δυσαρεστηθούν με αποτέλεσμα να υπάρξει μείωση στο κέρδος του πωλητή. Συνεπώς στόχος του πωλητή είναι να βρει το βέλτιστο ύψος παραγγελίας για το συγκεκριμένο είδος που θα του εξασφαλίζει το μέγιστο δυνατό κέρδος αλλά και θα ικανοποιεί την ζήτηση των πελατών, δεδομένων των διαφόρων παραμέτρων όπως για παράδειγμα τα κόστη.

Τέτοιου είδους προβλήματα αναφέρονται ως "προβλήματα του εφημεριδοπώλη" (news vendor problems), διότι αναπαριστούν το δίλημμα που αντιμετωπίζει κάθε μέρα ένας πωλητής εφημερίδων ο οποίος πρέπει να αποφασίσει για το ύψος της παραγγελίας σε εφημερίδες που θα χρειαστεί για την συγκεκριμένη μέρα.

Το μαθηματικό αυτό μοντέλο του εφημεριδοπώλη φαίνεται να εμφανίζεται πρώτη φορά το 1888 όταν και μελετήθηκε από τον Ιρλανδό **Francis Ysidro Edgeworth** ο οποίος προσπάθησε να καθορίσει τα βέλτιστα αποθεματικά μετρητών για να ικανοποιήσει τις τυχαίες αναλήψεις από τους καταθέτες των τραπεζών.

Στην σημερινή εποχή το μοντέλο αυτό αποτελεί ένα από τα κυριότερα μοντέλα της επιχειρησιακής έρευνας το οποίο έχει εμπλουτιστεί με πολλές επεκτάσεις και μετατροπές, όπως η ύπαρξη παραπάνω του ενός προϊόντων ή η προμήθεια από παραπάνω του ενός προμηθευτές, μια εκ των οποίων θα μελετήσουμε στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Κεφάλαιο 2: Βασικές Έννοιες

2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα

Η επιχειρησιακή έρευνα (operations research) είναι εκείνος ο κλάδος της επιστήμης που ασχολείται με την εφαρμογή προηγμένων αναλυτικών μεθόδων με σκοπό την λήψη βέλτιστων δυνατών αποφάσεων. Η επιχειρησιακή έρευνα αποτελεί βασικό εργαλείο του σύγχρονου management για την επίλυση προβλημάτων απόφασης σε όλο το φάσμα λειτουργίας των επιχειρήσεων και οργανισμών (παραγωγή, μάρκετινγκ, παροχή υπηρεσιών, χρηματο-οικονομική διαχείριση, κλπ).

Χρησιμοποιώντας τεχνικές από άλλες μαθηματικές επιστήμες, όπως η μαθηματική μοντελοποίηση, η στατιστική ανάλυση και η μαθηματική βελτιστοποίηση, η επιχειρησιακή έρευνα φτάνει σε βέλτιστες ή σχεδόν βέλτιστες λύσεις σε πολύπλοκα προβλήματα λήψης αποφάσεων. Λόγω της έμφασης που δίνει στην ανθρώπινη τεχνολογία και λόγω της επικέντρωσής της στις πρακτικές εφαρμογές, η επιχειρησιακή έρευνα αλληλοσυμπληρώνεται με άλλους κλάδους, κυρίως τη βιομηχανική μηχανική και τη διαχείριση των επιχειρήσεων, και στηρίζεται στην ψυχολογία και την επιστήμη της οργάνωσης.

Η επιχειρησιακή έρευνα ασχολείται συχνά με τον καθορισμό του μέγιστου κέρδους ή απόδοσης ή του ελάχιστου κόστους ή απώλειας κάποιου πραγματικού στόχου. Έχοντας τα θεμέλια της στις στρατιωτικές επιχειρήσεις πριν και κατά την διάρκεια του Δεύτερου Παγκοσμίου Πολέμου, οι τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας έχουν αυξηθεί για να αφορούν προβλήματα σε μια ποικιλία βιομηχανιών.

Στα χρόνια λοιπόν που ακολούθησαν και με τη ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας κυρίως στο δεύτερο μισό του 20ου αιώνα παρουσιάστηκαν στις επιχειρήσεις πρωτόγνωρα προβλήματα. Οι επιστήμονες της εποχής που μέχρι τότε εφάρμοζαν την επιχειρησιακή έρευνα στις στρατιωτικές επιχειρήσεις, κατάλαβαν ότι τα προβλήματα που τους απασχολούσαν μέχρι τότε έμοιαζαν πολύ με τα προβλήματα που έφερε η ανάπτυξη. Έτσι λοιπόν ακόμα και οι μικρότερες επιχειρήσεις άρχισαν να εφαρμόζουν επιχειρησιακή έρευνα για να λύσουν προβλήματα όπως ο έλεγχος των αποθεμάτων, η βελτιστοποίηση δικτύου, το πρόβλημα της μεταφοράς και πολλά ακόμα.

2.2 Το πρόβλημα του Εφημεριδοπώλη

Το κλασικό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη είναι ένα από τα βασικά προβλήματα που συναντώνται στον έλεγχο αποθεμάτων. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό από όσα αναφέρθηκαν στην εισαγωγή της διπλωματικής εργασίας, το απλουστευμένο μοντέλο περιλαμβάνει έναν προμηθευτή ο οποίος παρέχει στην αρχή της ημέρας μια ποσότητα εφημερίδων Q στον πωλητή την οποία ο πωλητής καλείται να προσφέρει έναντι κάποιας αμοιβής στους πελάτες του για να ικανοποιήσει την ζήτηση X . Στην παρούσα διπλωματική βρισκόμαστε όπως καταλαβαίνουμε στην θέση του πωλητή και βασικός στόχος μας πέραν της ικανοποίησης των πελατών είναι να επιτύχουμε το μέγιστο δυνατό κέρδος που θα κάνει την επιχείρησή μας να είναι βιώσιμη και να μπορεί να ανταπεξέλθει στις υποχρεώσεις της.

Το ίδιο το μοντέλο διαθέτει κάποια συγκεκριμένα χαρακτηριστικά που καλό θα ήταν σε αυτό το σημείο να αναφέρουμε. Αρχικά όπως είπαμε και προηγουμένως, οι διαδικασίες που περιλαμβάνουν την παραγγελία στον προμηθευτή, την παράδοση της παραγγελίας στον πωλητή και την πώληση των προϊόντων στους πελάτες συμβαίνουν την ίδια μέρα. Επιπλέον, επειδή εξετάζουμε το αρχικό απλουστευμένο πρότυπο υποθέτουμε ότι υπάρχει απουσία αποθέματος καθώς επίσης και ότι δεν υπάρχει περίπτωση διακοπής της προμήθειας από τον προμηθευτή. Ακόμα, υποθέτουμε ότι οι χρόνοι παράδοσης των παραγγελιών και πώλησης των προϊόντων στους πελάτες είναι αμελητέοι. Τέλος, όπως και υπό πραγματικές συνθήκες, η ζήτηση είναι τυχαία και για αυτό τον λόγο θα πρέπει ανά πάσα στιγμή να είμαστε σε θέση να την καλύψουμε.

2.3 Επέκταση του αρχικού μοντέλου

Αφού προσδώσαμε λοιπόν τα βασικά χαρακτηριστικά του αρχικού μοντέλου του εφημεριδοπώλη, ήρθε η στιγμή να ασχοληθούμε με την επέκτασή του και αντικείμενο μελέτης της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Στο νέο μοντέλο λοιπόν συναντούμε δύο κύριους προμηθευτές, με διαφορετικά χαρακτηριστικά ο καθένας, οι οποίοι είναι υπεύθυνοι για την κάλυψη του μεγαλύτερου μέρους της ζήτησης του προϊόντος. Η κάλυψη της ζήτησης γίνεται με διαφορετική ποσότητα από τον κάθε προμηθευτή ($Q_1 \neq Q_2$) λόγω των διαφορετικών χαρακτηριστικών και κυρίως του κόστους ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας. Οι δύο κύριοι προμηθευτές όμως έχουν ένα ακόμα χαρακτηριστικό το οποίο είναι η αναξιπιστία τους, δηλαδή η αβεβαιότητα ως προς την παραγγελία που καλούνται να παραδώσουν. Το γεγονός αυτό καθιστά απαραίτητη την ύπαρξη ενός τρίτου εφεδρικού προμηθευτή με

βασικότερο χαρακτηριστικό την απόλυτη αξιοπιστία του ως προς την παραγγελία που του ζητείται. Αρχικά εξασφαλίζεται μια ποσότητα από αυτόν τον προμηθευτή έναντι κάποιου κόστους και εν συνεχεία αν χρειαστεί, μέρος της ποσότητας αυτής μπορεί να αγοραστεί από τον πωλητή αφού γίνουν οι παραδόσεις από τους κύριους προμηθευτές και γίνει γνωστή η ζήτηση. Ρόλος του εφεδρικού προμηθευτή είναι να αποτρέψει την ύπαρξη πολλών χαμένων πωλήσεων που θα δυσαρεστήσουν τους πελάτες και θα μειώσουν τα τελικά κέρδη.

2.4 Αβεβαιότητα

Σε κάποια προβλήματα της επιχειρησιακής έρευνας ενδέχεται η ζήτηση να θεωρείται σταθερή και δεδομένη. Στην πλειονότητα τους όμως τα προβλήματα και οι πρακτικές εφαρμογές έχουν να κάνουν με ζητήσεις οι οποίες δεν είναι δεδομένες παρά μόνο ακολουθούν κάποια γνωστή κατανομή.

Η αβεβαιότητα έχει να κάνει με το γεγονός ότι δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι για την ποσότητα που θα παραλάβουμε, παραδείγματος χάρη από ένα προμηθευτή για την παραγγελία που του έχουμε δώσει ή για την ποσότητα του προϊόντος που θα κληθούμε να παραδώσουμε στους πελάτες. Ο όρος αυτός της αβεβαιότητας υπάρχει κατά κύριο λόγο για να μας υπενθυμίζει ότι έχουμε να κάνουμε με ρεαλιστικά μοντέλα και πάντα θα πρέπει να λαμβάνουμε υπ' όψιν μας κάποιους αστάθμητους ανθρώπινους παράγοντες έτσι ώστε να διασφαλίσουμε ότι δεν θα υπάρξουν αποτελέσματα που δεν θα τα περιμένουμε και θα αποβούν μοιραία για το κέρδος αλλά και για την φήμη της επιχείρησης. Η αβεβαιότητα στα μοντέλα που εξετάζουμε εκφράζεται μέσα από διάφορες κατανομές και συναρτήσεις πιθανοτήτων.

Στο μοντέλο που εξετάζουμε η αβεβαιότητα εμφανίζεται σε δύο μέρη. Το πρώτο μέρος έχει να κάνει με την ζήτηση X των πελατών. Υποθέτουμε λοιπόν ότι η ζήτηση δεν είναι ακριβώς γνωστή, γνωρίζουμε όμως πλήρως την συμπεριφορά της καθώς ξέρουμε την κατανομή την οποία ακολουθεί. Ως κατάλληλη κατανομή για τα αριθμητικά μας πειράματα επιλέχθηκε η κανονική κατανομή διότι έχει ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών στις οποίες μπορεί να χρησιμοποιηθεί.

Το δεύτερο μέρος στο οποίο εμφανίζεται η αβεβαιότητα στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι η αξιοπιστία των προμηθευτών, δηλαδή η ποσότητα την οποία καλούνται να παραδώσουν στον πωλητή. Έτσι ορίζεται για τον κάθε κύριο προμηθευτή μία ποσότητα παραδιδόμενης παραγγελίας η οποία θα αποτελεί μια συνεχή τυχαία μεταβλητή, και θα υποδηλώνει το ύψος της παραδιδόμενης παραγγελίας που μπορεί ο κάθε προμηθευτής να προσφέρει στο πωλητή σε σχέση με την αρχική παραγγελία που του έχει ανατεθεί. Δείχνει δηλαδή την δυναμικότητα του κάθε προμηθευτή. Όπως γνωρίζουμε δεν είναι δυνατόν να ξέρουμε ακριβώς την δυναμικότητα του κάθε προμηθευτή, γνωρίζουμε όμως την κατανομή την οποία ακολουθεί. Για να εκφραστεί η αβεβαιότητα των προμηθευτών στα πειράματά μας επιλέχθηκε η ομοιόμορφη κατανομή ως κατάλληλη διότι έχει το εξής πλεονέκτημα. Εξαιτίας του γεγονότος ότι αναγκαστήκαμε για λόγους εξοικονόμησης χρόνου να μεταβούμε από ένα συνεχές σε διακριτό μοντέλο, το οποίο θα αναλυθεί περαιτέρω σε επόμενο κεφάλαιο, η ομοιόμορφη κατανομή θεωρήθηκε η πλέον κατάλληλη διότι μας παρέχει την ευκολία του να έχουμε την ίδια πιθανότητα σε κάθε επιμέρους τμήμα που θα χωρίσουμε το αρχικό ονομαστικό διάστημα.

2.5 Αναξιόπιστοι προμηθευτές

Η ύπαρξη αναξιόπιστων προμηθευτών είναι μία από τις κυριότερες επεκτάσεις του προβλήματος του εφημεριδοπώλη που συναντούμε στην βιβλιογραφία αλλά και σε πολλές εφαρμογές της επιχειρησιακής έρευνας. Οι αναξιόπιστοι προμηθευτές προσφέρουν στο πρόβλημα το στοιχείο της αβεβαιότητας γεγονός που μας οδηγεί σε πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα. Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να είμαστε προετοιμασμένοι για τυχόν αναπάντεχα ενδεχόμενα τα οποία μπορεί να προκύψουν και να βλάψουν το κέρδος αλλά και την φήμη της επιχείρησης.

2.6 Εφεδρικός προμηθευτής

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, ένα από τα προβλήματα που παρουσιάζει το μοντέλο μας είναι η ύπαρξη δύο αναξιόπιστων προμηθευτών. Αυτό έχει σαν συνέπεια την ύπαρξη ανικανοποίητων πελατών και την μείωση των αναμενόμενων κερδών. Σε αυτή την περίπτωση λοιπόν καλούμαστε να αντιμετωπίσουμε αυτή την κατάσταση. Αυτή η αντιμετώπιση επιτυγχάνεται με την χρήση ενός τρίτου αξιόπιστου αλλά και ακριβότερου προμηθευτή, δηλαδή ενός προμηθευτή ο οποίος έχει την δυνατότητα να παραδίδει όση ποσότητα του έχει ανατεθεί από τον πωλητή. Όπως είναι φυσιολογικό, ο εφεδρικός αυτός προμηθευτής έχει διαφορετικά χαρακτηριστικά από τους άλλους δύο κύριους προμηθευτές. Το βασικότερο χαρακτηριστικό που τον διαφοροποιεί από τους άλλους είναι η ύπαρξη ενός επιπλέον κόστους το οποίο είναι υποχρεωμένος να πληρώσει ο πωλητής ώστε να εξασφαλίσει μια ποσότητα από τον προμηθευτή. Εν συνεχεία και αφού γίνουν γνωστές οι ποσότητες που θα παραδώσουν στον πωλητή οι κύριοι προμηθευτές αλλά και η ζήτηση των πελατών, υπάρχει η δυνατότητα να αγοραστεί ένα μέρος από την ποσότητα που έχει εξασφαλιστεί από τον εφεδρικό ώστε να καλύψει τις επιπλέον ανάγκες της ζήτησης. Το αντίτιμο που πρέπει να καταβάλει ο πωλητής για να εξασφαλίσει αυτή την ποσότητα ή αλλιώς το κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας, είναι μία μορφή εγγύησης που πρέπει να καταβληθεί στον προμηθευτή για την ποσότητα που θα παραδώσει και από την άλλη εκφράζει το κόστος που οφείλει να πληρώσει ο πωλητής ώστε να εξασφαλίσει την πλήρη αξιοπιστία του εφεδρικού προμηθευτή.

Κεφάλαιο 3 : Το Μαθηματικό Μοντέλο

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος του Εφημεριδοπώλη, δηλαδή οι εξισώσεις που περιγράφουν τα διάφορα στοιχεία του προβλήματος όπως είναι τα έσοδα, το κέρδος, οι κατανομές καθώς και οι σταθερές παράμετροι που χαρακτηρίζουν τους τρεις προμηθευτές, καθώς θα οδηγούμαστε στην δημιουργία ενός κώδικα βελτιστοποίησης σε περιβάλλον MATLAB.

3.1 Εξισώσεις και Παράμετροι

Αρχικά ορίζουμε τις παραμέτρους και τα στοιχεία του προβλήματος με βάση τα όσα είπαμε σε προηγούμενα κεφάλαια:

X : η ζήτηση, συνεχής τυχαία μεταβλητή με αθροιστική συνάρτηση κατανομής F και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f .

Q_1, Q_2 : ποσότητες παραγγελίας στους δύο κύριους προμηθευτές.

U_1, U_2 : οι δυναμικότητες των κύριων προμηθευτών, συνεχείς τυχαίες μεταβλητές με αθροιστικές συναρτήσεις G_1, G_2 και συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας g_1, g_2 αντίστοιχα.

K : εξασφαλισμένη ποσότητα από τον εφεδρικό προμηθευτή.

c_R : κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας.

c_1, c_2 : κόστη ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας από τους κύριους προμηθευτές.

c_E : κόστος ανά μονάδα αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή.

r : τιμή πώλησης ανά μονάδα.

p : κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης.

h : τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα.

Αρχίζοντας σιγά σιγά να κατανοούμε την φύση του μαθηματικού προβλήματος προκύπτει ο ακόλουθος περιορισμός σύμφωνα με όσα αναφέραμε παραπάνω.

$$h < c_i < c_E + c_R < r, \quad i = 1, 2$$

Ο λογικός αυτός περιορισμός μας βοηθάει να έχουμε πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα καθώς ανταποκρίνεται σε πρακτικές εφαρμογές. Όπως αναφέραμε, ο εφεδρικός προμηθευτής είναι πιο ακριβός από τους άλλους δυο και επίσης είναι λογικό η τιμή πώλησης του προϊόντος να είναι μεγαλύτερη από τα κόστη απόκτησης του εμπορεύματος ώστε να επιτύχουμε το επιθυμητό κέρδος. Τέλος, είναι επίσης λογικό η τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα να είναι μικρότερη από τα κόστη των τριών προμηθευτών διότι σε αντίθετη περίπτωση δεν θα υπήρχε το κίνητρο πώλησης των προϊόντων.

Το πρόβλημα είναι να βρεθούν οι τιμές των Q_1, Q_2, K που μεγιστοποιούν το αναμενόμενο κέρδος, το οποίο ορίζεται από την συνάρτηση $\Pi(Q_1, Q_2, K)$. Για τον σκοπό αυτό εισάγουμε μια συνάρτηση $L(S, K)$ που δίνει τα αναμενόμενα έσοδα αν η συνολική ποσότητα που έχει παραδοθεί από τους προμηθευτές είναι S και η εξασφαλισμένη ποσότητα από τον εφεδρικό προμηθευτή είναι K .

Η συνάρτηση εσόδων αποτελείται από τρία μέρη:

- Αν η ζήτηση είναι μικρότερη από την ποσότητα που παρέχουν οι κύριοι προμηθευτές ($X < S$), τότε δεν αγοράζεται τίποτα από τον εφεδρικό προμηθευτή και υπάρχει περίσσειμα προϊόντος το οποίο επιστρέφεται έναντι μιας τιμής h .
- Αν η ζήτηση είναι μεγαλύτερη από την ποσότητα που παρέχουν οι κύριοι προμηθευτές αλλά μπορεί να καλυφθεί από τον εφεδρικό προμηθευτή ($S < X < S + K$), τότε αγοράζεται όση ποσότητα χρειάζεται από τον εφεδρικό προμηθευτή και δεν υπάρχει ούτε περίσσειμα ούτε έλλειμμα.
- Αν η ζήτηση είναι μεγαλύτερη από την ποσότητα που παρέχουν οι προμηθευτές και δεν μπορεί να καλυφθεί ούτε από τον εφεδρικό προμηθευτή ($X > S + K$), τότε αγοράζεται ποσότητα K από τον εφεδρικό και υπάρχει έλλειμμα.

Επομένως καταλήγουμε στην εξής σχέση:

$$\begin{aligned}
 L(S, K) &= \int_0^S [r * x + h * (S - x)] * f(x) dx + \\
 &+ \int_S^{S+K} [-cE * (x - S) + r * x] * f(x) dx + \\
 &+ \int_{S+K}^{\infty} [-cE * K + r * (S + K) - p(x - S - K)] * f(x) dx
 \end{aligned}$$

Η συνάρτηση κέρδους λοιπόν προκύπτει αν αφαιρέσουμε από τα αναμενόμενα έσοδα τα έξοδα. Έτσι λοιπόν έχουμε:

$$\begin{aligned}
 \Pi(Q_1, Q_2, K) &= -c_1 * E[\min\{Q_1, U_1\}] - c_2 * E[\min\{Q_2, U_2\}] - c_R * K + \\
 &+ E[L(\min\{Q_1, U_1\} + \min\{Q_2, U_2\}, K)] \\
 &= -c_1 * \int_{u_1=0}^{\infty} \min\{Q_1, u_1\} * g_1(u_1) * du_1 - \\
 &- c_2 * \int_{u_2=0}^{\infty} \min\{Q_2, u_2\} * g_2(u_2) * du_2 - c_R * K + \\
 &+ \int_{u_1=0}^{\infty} \int_{u_2=0}^{\infty} L(\min\{Q_1, u_1\} + \min\{Q_2, u_2\}, K) * g_1(u_1) * g_2(u_2) * du_1 * du_2
 \end{aligned}$$

Καλούμαστε λοιπόν να βελτιστοποιήσουμε αυτή την ποσότητα, συγκεκριμένα να μεγιστοποιήσουμε την συνάρτηση κέρδους, συναρτήσει των ποσοτήτων που υπάρχουν μέσα στις συναρτήσεις οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις βέλτιστες τιμές.

Κεφάλαιο 4 : Αριθμητικά Πειράματα

4.1 Υποθέσεις

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, για τον προσδιορισμό της ζήτησης επιλέχθηκε η κανονική κατανομή. Για να οριστεί η κανονική κατανομή πρέπει να είναι γνωστές δύο παράμετροι: η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση. Έπειτα από μερικά πειράματα, επιλέχθηκε η μέση τιμή να είναι ίση με 1500. Όσο για την τυπική απόκλιση, θα πρέπει να είναι μικρότερη από το $1/3$ της μέσης τιμής ($\mu > 3 * \sigma$) έτσι ώστε η πιθανότητα αρνητικής τιμής για την ζήτηση να είναι αμελητέα. Αποφασίστηκε λοιπόν η τυπική απόκλιση να παίρνει την τιμή 400.

Επιπλέον αναφέραμε ότι η παραδιδόμενη ποσότητα παραγγελίας ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή. Για να προσδιορισθεί η ομοιόμορφη κατανομή πρέπει να είναι γνωστές επίσης δύο παράμετροι: το κάτω και το άνω όριο. Μιας και μιλάμε για ποσότητες είναι λογικό ως κάτω όριο να επιλεγθεί η τιμή μηδέν. Ως άνω όριο επιλέχθηκε ως κατάλληλη τιμή το διπλάσιο της μέσης τιμής. Αυτό σημαίνει ότι η δυναμικότητα του κάθε προμηθευτή έχει ένα εύρος τιμών $[0, 3000]$.

Μια τελευταία υπόθεση που κάναμε για να βελτιώσουμε τον κώδικα είναι η μετατροπή του άνω άκρου του τρίτου ολοκληρώματος της συνάρτησης εσόδων. Ο λόγος που το κάναμε αυτό είναι αφενός ότι δεν υπάρχει κάποια φυσική και πρακτική σημασία το όριο να είναι άπειρο και αφετέρου ότι καθιστά των κώδικα πολύ αργό σε σημείο που να μην δίνει αποτελέσματα. Ως μια φυσιολογική και αποδεκτή τιμή επιλέχθηκε να είναι ίσο με $(\mu + 4 * \sigma)$.

4.2 Επιλογή τιμών των σταθερών παραμέτρων

Στην παρούσα ενότητα θα αναλύσουμε κάποιες παρατηρήσεις που κάναμε σε σχέση με τον καθορισμό των τιμών των σταθερών παραμέτρων. Η επιλογή των τιμών έγινε κατά κύριο λόγο με γνώμονα να ικανοποιούν τον λογικό περιορισμό που αναφέραμε παραπάνω. Υπήρξε όμως και η ανάγκη να έχουμε αποτελέσματα από τα οποία θα μπορούσαμε να εξαγάγουμε σημαντικά συμπεράσματα. Έτσι λοιπόν

εφαρμόστηκε η πρακτική της δοκιμής και σφάλματος ώστε να πετύχουμε τα αποτελέσματα που θα μας βοηθούσαν στην εξαγωγή αυτών των συμπερασμάτων. Πιο συγκεκριμένα, έγιναν κάποιες παρατηρήσεις για την συμπεριφορά κάποιων παραμέτρων σε ορισμένα εύρη τιμών.

Γίνεται αντιληπτό από όσα αναφέραμε παραπάνω ότι οι τιμές που θα πρέπει να έχουν τα κόστη ανά μονάδα παραγγελίας που προσφέρουν οι προμηθευτές οφείλουν να είναι τέτοιες ώστε να χρησιμοποιούνται και οι τρεις προμηθευτές καθώς αυτό είναι το μοντέλο το οποίο εξετάζουμε. Παρατηρήσαμε λοιπόν ότι όταν οι τιμές των c_R και c_E είναι σημαντικά μεγαλύτερες από των κύριων προμηθευτών, τότε ο εφεδρικός προμηθευτής δεν χρησιμοποιείται καθόλου καθώς είναι αρκετά ακριβότερος από τους άλλους δύο.

Όσον αφορά τώρα την παράμετρο που έχει να κάνει με την τιμή πώλησης r , παρατηρήθηκε ότι σε τιμές που ικανοποιούν οριακά τον λογικό περιορισμό, δηλαδή σε τιμές κοντά στο άθροισμα του κόστους εξασφάλισης και απόκτησης της ποσότητας παραγγελίας από τον εφεδρικό προμηθευτή, το αποτέλεσμα που παίρναμε ήταν επίσης η μη-αξιοποίηση του εφεδρικού προμηθευτή. Εξαιτίας αυτού του γεγονότος δεν μπορούσαμε να εξάγουμε τα απαραίτητα συμπεράσματα για την επέκταση του μοντέλου που εξετάζουμε. Συμπεράναμε λοιπόν ότι ο πωλητής θα πρέπει να πουλάει τα προϊόντα του σε μια τιμή αρκετά υψηλότερη της τιμής που κατέβαλε στους προμηθευτές. Γεγονός που αν το καλοσκεφτούμε είναι λογικό καθώς ο πωλητής πρέπει να εξασφαλίζει το απαραίτητο κέρδος για την λειτουργία της επιχείρησης.

Έπειτα από όλα τα παραπάνω καταλήξαμε σε ένα συνδυασμό τιμών για τις διάφορες παραμέτρους που από την μία θα ικανοποιούν τον περιορισμό που θέσαμε παραπάνω και από την άλλη θα μας παρέχουν λογικά αποτελέσματα από τα οποία θα μπορούμε να βγάλουμε τα απαραίτητα συμπεράσματα. Ενδεικτικά έχουμε:

$$c_1 = 8 , c_2 = 7 , c_R = 4 , c_E = 8 , r = 40 , p = 5 , h = 5$$

4.3 Αποφάσεις για την βελτιστοποίηση

Όπως έχει γίνει γνωστό από τα κεφάλαια τα οποία προηγήθηκαν, το βασικό μας πρόβλημα είναι η βελτιστοποίηση του αναμενόμενου κέρδους του πωλητή. Η βελτιστοποίηση αυτή αποφασίσθηκε να γίνει σε περιβάλλον MATLAB. Ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η μεγιστοποίηση του κέρδους είναι μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας η οποία δέχεται ως τιμές εκκίνησης κάποιες αρχικές τιμές που έχουμε ορίσει για τις μεταβλητές μας και στην συνέχεια μας παρέχει τον κατάλληλο συνδυασμό που δίνει το βέλτιστο κέρδος. Έπειτα από αναζήτηση στις βιβλιοθήκες του MATLAB αποφασίσθηκε ότι το καταλληλότερο εργαλείο για την βελτιστοποίηση είναι το **patternsearch**. Το εργαλείο αυτό δουλεύει ως εξής: Από τις αρχικές τιμές που του έχουν δοθεί δημιουργεί ένα πλέγμα (mesh) επιλογών όπου σε κάθε θέση υπάρχει ένας δυνατός συνδυασμός των μεταβλητών που καλούμαστε να βελτιστοποιήσουμε. Στην συνέχεια εξετάζει έναν έναν όλους τους συνδυασμούς του πλέγματος και επιλέγει αυτόν που δίνει το μικρότερο αποτέλεσμα. Δηλαδή το patternsearch ελαχιστοποιεί την συνάρτηση που του έχουμε ορίσει. Για τον λόγο αυτό στον κώδικά μας ορίζουμε ως συνάρτηση βελτιστοποίησης την $-P(Q_1, Q_2, K)$ και στην συνέχεια ζητάμε να μας εμφανίσει το αντίθετο του αποτελέσματος που δίνει η επαναληπτική διαδικασία.

Μια ακόμα απόφαση που έπρεπε να ληφθεί ήταν η συνθήκη τερματισμού της επαναληπτικής διαδικασίας. Όπως παρατηρήθηκε από τις βελτιστοποιήσεις, από κάποιο σημείο και μετά το patternsearch πραγματοποιούσε επαναλήψεις για να εντοπίσει την μικρότερη τιμή συνάρτησης ανάμεσα σε αποτελέσματα που δεν διαφέρανε παρά μόνο από το τέταρτο η πέμπτο δεκαδικό και κάτω. Επομένως έπρεπε να ορισθεί μια τιμή απόκλισης από την οποία και κάτω η διαφορά θεωρείται αμελητέα και η επαναληπτική διαδικασία πρέπει να τερματίζεται. Η τιμή αυτή αποφασίσθηκε να είναι της τάξης του $6e - 3$ διότι εξοικονομεί μεν επαναλήψεις αλλά κρατά στον μεγαλύτερο βαθμό την ακρίβεια της βέλτιστης λύσης. Αυτό σημαίνει ότι όταν το patternsearch εντοπίσει μια τιμή της συνάρτησης κέρδους η οποία διαφέρει από την προηγούμενη κατά $6e - 3$ τότε τερματίζει την διαδικασία και μας παρέχει τα αποτελέσματα. Η απόφαση αυτή εκφράζεται στα options του κώδικα βελτιστοποίησης μέσω της εντολής TolMesh .

4.4 Διακριτοποίηση

Έπειτα από όλες τις αποφάσεις που πήραμε και όλες τις υποθέσεις που κάναμε για να βελτιώσουμε τον κώδικα του μοντέλου μας απέμεινε ένα και μοναδικό πολύ σημαντικό πρόβλημα. Και αυτό δεν ήταν άλλο από τον χρόνο που χρειάζεται για να ολοκληρωθεί η κάθε βελτιστοποίηση. Σχεδόν όλες οι δοκιμές που κάναμε χρειάζονταν περίπου 10 ώρες για να ολοκληρωθούν ενώ δεν ήταν λίγες οι φορές που λόγω του αυξημένου χρόνου χρησιμοποίησης του ηλεκτρονικού υπολογιστή ο χρόνος υλοποίησης της βελτιστοποίησης ξεπερνούσε τις 15 ώρες, χρόνος απαγορευτικός για την διεξαγωγή μελετών στις παραμέτρους του προβλήματος που θα αναλύσουμε σε επόμενα κεφάλαια.

Η μέθοδος που αποφασίσθηκε να χρησιμοποιηθεί για να βελτιώσει σημαντικά τον χρόνο εκπλήρωσης της βελτιστοποίησης είναι η μέθοδος της Διακριτοποίησης. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην μετατροπή των συνεχών συνόλων σε σύνολα με πεπερασμένο αριθμό τμημάτων. Το ενδιαφέρον λοιπόν της διακριτοποίησης εστιάστηκε κυρίως στο διπλό ολοκλήρωμα της συνάρτησης ως του πλέον χρονοβόρου όρου της συνάρτησης. Στόχος μας ήταν να μετατρέψουμε το διπλό ολοκλήρωμα σε ένα διπλό άθροισμα. Για να το πετύχουμε αυτό όμως έπρεπε πρώτα από όλα να μετατρέψουμε τις συνεχείς τυχαίες μεταβλητές U_1, U_2 σε διακριτές.

Αυτό γίνεται ως εξής: Παίρνουμε το διάστημα των τυχαίων μεταβλητών U_1, U_2 και το σπάμε σε διαστήματα ίσου μήκους. Τώρα το κάθε διάστημα χαρακτηρίζεται από μία παράμετρο η οποία είναι η μέση τιμή του. Επιπλέον συνδέουμε την κάθε μία μέση τιμή με την πιθανότητα του διαστήματος στο οποίο βρίσκεται. Μιας και έχουμε ομοιόμορφη κατανομή το κάθε διάστημα θα έχει την ίδια πιθανότητα με όλα τα άλλα, η οποία θα είναι ίση με το ηλικίο της μονάδας προς τον αριθμό των διαστημάτων. Το πλήθος των διαστημάτων παίζει και αυτό σημαντικό ρόλο διότι δεν πρέπει να είναι ούτε πολύ μικρό ούτε υπερβολικά μεγάλο. Το πρώτο γιατί χάνεται σε μεγάλο βαθμό η ακρίβεια της λύσης την οποία θέλουμε και το δεύτερο γιατί στόχος είναι η μείωση του χρόνου που "τρέχει" ο κώδικας. Ύστερα από δοκιμές καταλήξαμε το πλήθος των διαστημάτων να είναι ίσο με 50.

Όπως είπαμε και προηγουμένως οι μεταβλητές u_1, u_2 αντιπροσωπεύουν πλέον τις μέσες τιμές των διαστημάτων. Για την διευκόλυνση στην έκφραση των μέσων τιμών ορίστηκε μια παράμετρος $space$ η οποία ορίζει το μέγεθος του κάθε διαστήματος. Έτσι λοιπόν δημιουργήθηκαν οι πίνακες των μέσων τιμών στο MATLAB για τις μεταβλητές u_1, u_2 ως εξής:

$$u1 = [lower_limit + space/2 : space : upper_limit - space/2]$$

$$u2 = [lower_limit + space/2 : space : upper_limit - space/2]$$

Σε αυτούς τους πίνακες ορίζεται η τιμή της μέσης τιμής του αρχικού διαστήματος ($lower_limit + space/2$) και κάθε επόμενη μέση τιμή διαστήματος προκύπτει αν προσθέσουμε στην προηγούμενη το "βήμα" $space$ έως ότου φτάσουμε στην τελευταία τιμή που είναι η ($upper_limit - \frac{space}{2}$). Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, οι τιμές που αποφασίσαμε να πάρουν τα κάτω και τα άνω όρια της κατανομής είναι 0 και $2 * \mu$ αντίστοιχα.

Κλείνοντας το κεφάλαιο της διακριτοποίησης πρέπει να τονιστεί ότι είναι απόλυτα φυσιολογικό το διακριτό μοντέλο να μην δίνει τα ίδια βέλτιστα αποτελέσματα αλλά να έχει μια μικρή απόκλιση στις τιμές της συνάρτησης κέρδους. Οι τιμές από τα δύο μοντέλα θεωρητικά θα μπορούσαν να είναι ίδιες αν θέταμε ως πλήθος διαστημάτων ένα πολύ μεγάλο αριθμό. Το πρόβλημα με αυτό είναι ότι θα επιστρέφαμε στο αρχικό πρόβλημα του συνεχούς μοντέλου που είναι η μεγάλη διάρκεια που κάνει ο κώδικας να δώσει αποτελέσματα. Αναζητήσαμε λοιπόν τα πειράματα εκείνα που δίνουν το μέγιστο κέρδος συγκριτικά με τα υπόλοιπα πειράματα της ενότητας που πραγματοποιήθηκαν. Συγκρίνοντας τις τιμές μεταξύ του συνεχούς και του διακριτού μοντέλου παραθέτουμε τις αποκλίσεις που παρατηρήσαμε.

| Πείραμα | Ποσοστιαία απόκλιση κέρδους |
|-------------------------------------|-----------------------------|
| No.10 ενότητας 5.5 (h=6.9) | 3,98e-03 % |
| No.10 ενότητας 5.6 ($\mu = 2000$) | 5.27e-03 % |
| No.10 ενότητας 5.3 (r = 100) | 2.26e-03 % |

Κεφάλαιο 5 : Μελέτες της επίδρασης των Παραμέτρων

Το συγκεκριμένο κεφάλαιο αποτελεί αν όχι το σημαντικότερο, ένα από τα πιο σημαντικά κεφάλαια της παρούσας διπλωματικής, και αυτό διότι σε αυτό το κεφάλαιο θα παραθέσουμε τα διάφορα πειράματα που κάναμε για να μελετήσουμε πως συμπεριφέρεται το μοντέλο σε τυχόν αλλαγές των παραμέτρων αλλά και τον χαρακτηριστικών των κατανομών. Με λίγα λόγια θα μελετήσουμε την επίδραση που έχει το κάθε στοιχείο που μελετούμε στην τιμή του κέρδους αλλά και στις τιμές των ποσοτήτων που θα παραγγείλουμε από κάθε προμηθευτή.

Σε κάθε ενότητα αυτού του κεφαλαίου θα μελετήσουμε την συμπεριφορά του μοντέλου στην μεταβολή μιας παραμέτρου κρατώντας ταυτόχρονα σταθερές όλες τις άλλες παραμέτρους του προβλήματος. Επικεντρωνόμαστε λοιπόν κάθε φορά στο πως μεταβάλλεται η βέλτιστη τιμή της συνάρτησης κέρδους αλλά και οι βέλτιστες τιμές των ποσοτήτων παραγγελίας από τους προμηθευτές.

5.1 Μεταβολή του c_E

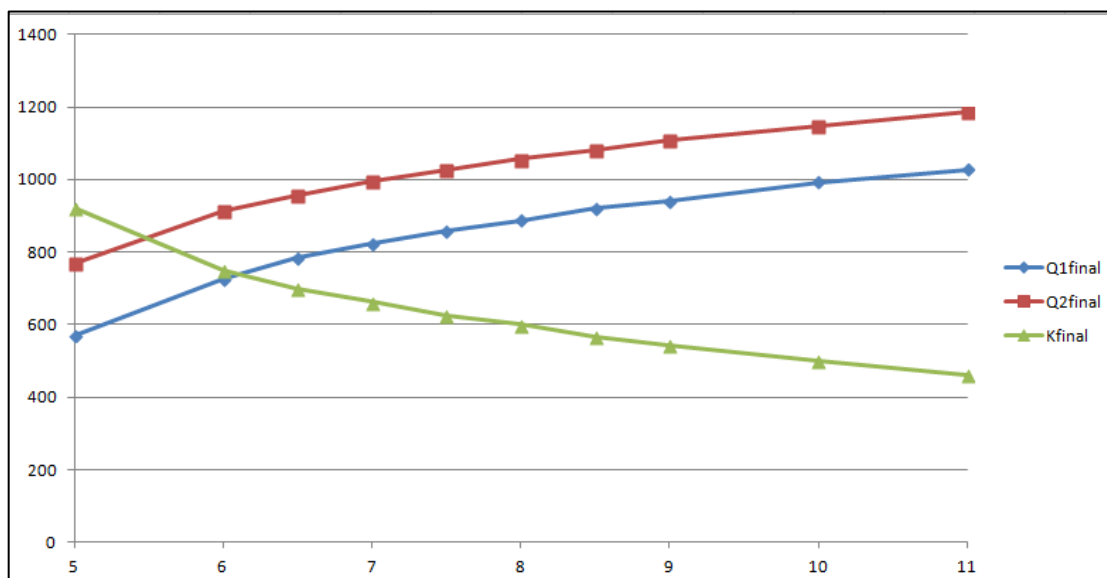
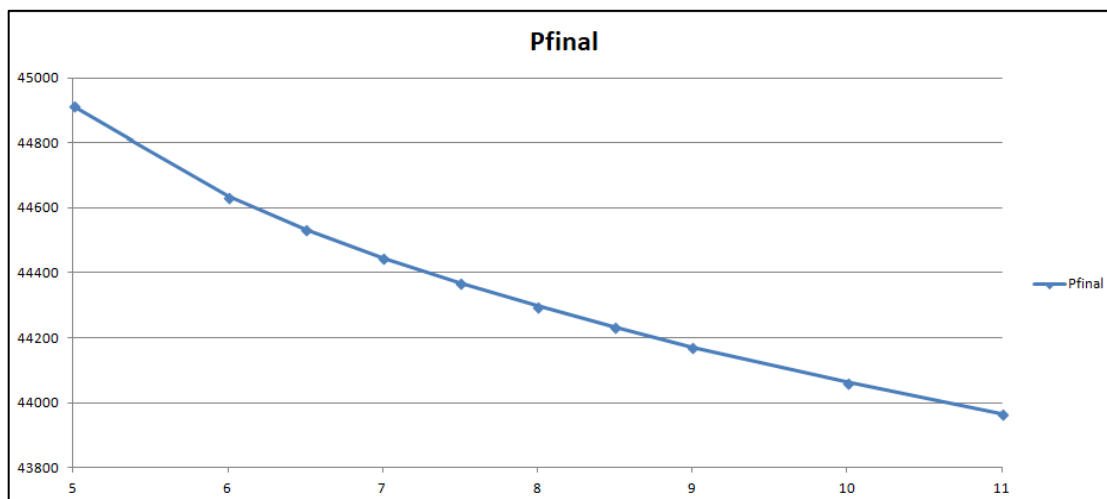
Σε αυτή την παράγραφο θα μελετήσουμε την επίδραση που έχει η μεταβολή του κόστους ανά μονάδα αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή στα τελικά αποτελέσματα που μας παρέχει ο κώδικας. Θα πρέπει πάντα να θυμόμαστε ότι πρέπει να ικανοποιείται ο λογικός περιορισμός που έχουμε θέσει σε προηγούμενο κεφάλαιο και συγκεκριμένα να εξασφαλίσουμε ότι $c_i < c_E + c_R$ για $i = 1, 2$.

Για την καλύτερη παρουσίαση των αποτελεσμάτων παραθέτουμε τους παρακάτω πίνακες.

| δοκιμές | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 5 | 6 | 6,5 | 7 | 7,5 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 3320,4412 | 910,9156 | 992,453 | 1562,829 | 2894,3369 |
| iterations | 30 | 14 | 12 | 18 | 14 |
| | | | | | |
| Q1final | 570 | 727 | 785 | 824 | 860 |
| Q2final | 768 | 915 | 957 | 995 | 1026 |
| Kfinal | 920 | 750 | 700 | 662 | 626 |
| Pfinal | 44913,5398 | 44634,8223 | 44534,1067 | 44446,6839 | 44368,65616 |

| δοκιμές | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------|------------|------------|------------|-------------|-----------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8,5 | 9 | 10 | 11 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 1141,0914 | 1341,9747 | 1666,2694 | 1201,1513 | 1967,0947 |
| iterations | 24 | 16 | 14 | 14 | 12 |
| | | | | | |
| Q1final | 888 | 920 | 942 | 993 | 1028 |
| Q2final | 1056 | 1082 | 1110 | 1148 | 1185 |
| Kfinal | 600 | 568 | 544 | 500 | 461 |
| Pfinal | 44297,7837 | 44232,5311 | 44171,9756 | 44062,45398 | 43965,518 |

Με βάση τους παραπάνω πίνακες μπορούμε να κατασκευάσουμε τα διαγράμματα που μας δείχνουν την συμπεριφορά της συνάρτησης κέρδους αλλά και των ποσοτήτων που θα παραλάβουμε από κάθε προμηθευτή.



Από τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνεται η τιμή του c_E η τιμή της συνάρτησης κέρδους μειώνεται. Επίσης παρατηρούμε ότι οι ποσότητες των κύριων προμηθευτών αυξάνονται ενώ όπως είναι λογικό η ποσότητα του εφεδρικού προμηθευτή μειώνεται.

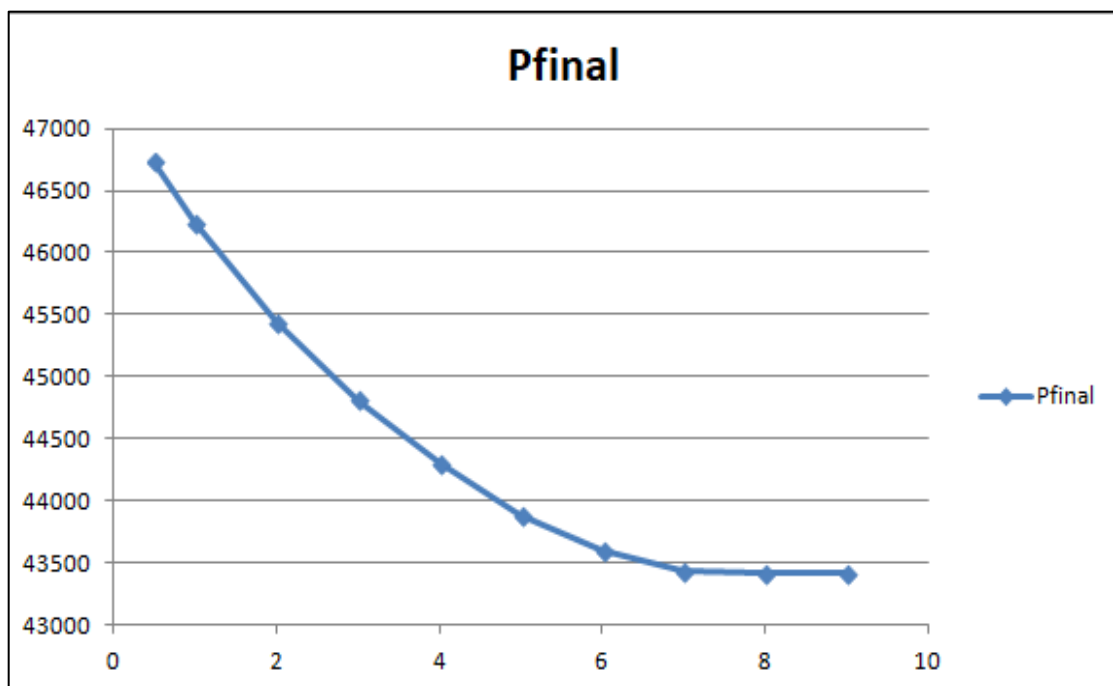
5.2 Αναλογία μεταξύ c_E και c_R

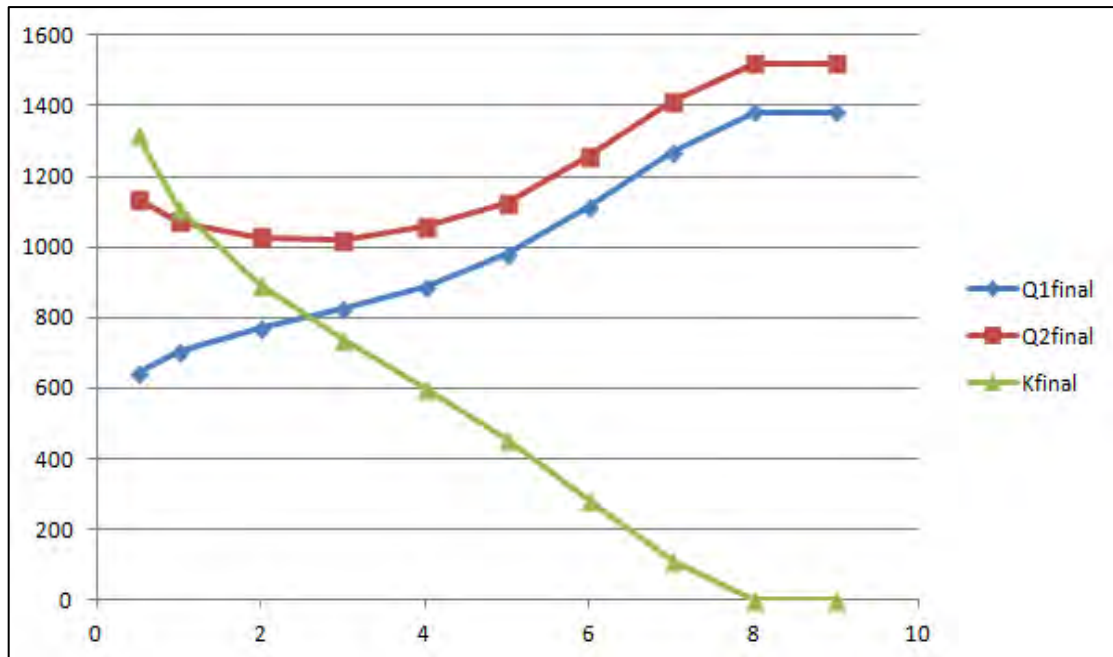
Τώρα θα ασχοληθούμε με την επίδραση που έχει η μεταβολή την αναλογίας μεταξύ του κόστους ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας και του κόστους ανά μονάδα αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή. Για τον σκοπό αυτό κρατήσαμε σταθερό το άθροισμα των δύο ποσοτήτων και απλά αλλάξαμε τις αναλογίες μεταξύ τους.

| δοκιμές | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| cE | 11,5 | 11 | 10 | 9 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 956,7497 | 775,6602 | 661,8202 | 764,3412 | 1141,09148 |
| iterations | 30 | 24 | 20 | 24 | 24 |
| | | | | | |
| | | | | | |
| Q1final | 642 | 704 | 768 | 828 | 888 |
| Q2final | 1134 | 1072 | 1028 | 1018 | 1056 |
| Kfinal | 1316 | 1110 | 892 | 736 | 600 |
| Pfinal | 46731,2607 | 46234,1538 | 45442,8573 | 44812,6784 | 44297,7837 |

| δοκιμές | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| cE | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 759,0459 | 903,1044 | 1416,7599 | 2298,0169 | 1224,8363 |
| iterations | 24 | 20 | 36 | 78 | 52 |
| | | | | | |
| Q1final | 980 | 1114 | 1272 | 1382,8125 | 1382,8125 |
| Q2final | 1124 | 1256 | 1412 | 1519,6484 | 1519,648438 |
| Kfinal | 454 | 284 | 109 | 0,000976563 | 0 |
| Pfinal | 43888,1302 | 43595,2703 | 43438,09812 | 43410,86173 | 43410,86202 |

Με βάση τους παραπάνω πίνακες φτιάχνουμε τα διαγράμματα για την τιμή του κέρδους και των ποσοτήτων των προμηθευτών όπου οι τιμές τους αντιστοιχίζονται με την τιμή του c_R στους άξονες .





Από τα αποτελέσματα που πήραμε από τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι καθώς ο λόγος c_R / c_E αυξάνεται, το κέρδος του πωλητή μειώνεται όπως και η ποσότητα από τον εφεδρικό προμηθευτή ενώ αντίθετα η ποσότητα από τον πρώτο κύριο προμηθευτή αυξάνεται. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η συμπεριφορά της ποσότητας του δεύτερου προμηθευτή η καμπύλη της οποίας παρουσιάζει ένα τοπικό ελάχιστο στην 3η και την 4η δοκιμή και στην συνέχεια αυξάνεται ξανά. Τέλος αξίζει να παρατηρηθεί ότι στο 9ο και το 10ο πείραμα, δηλαδή για λόγο μεγαλύτερο ή ίσο του 2, δεν υπάρχει καμία μεταβολή του κέρδους αλλά ούτε και των ποσοτήτων παραγγελίας των προμηθευτών πράγμα που οδηγεί σε μια σταθεροποίηση του μοντέλου.

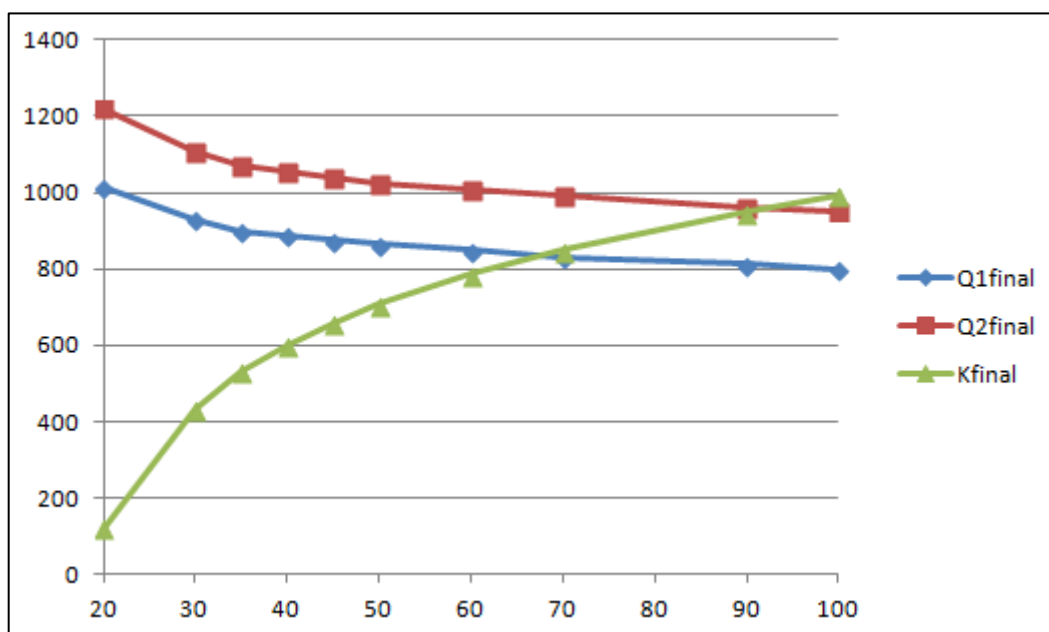
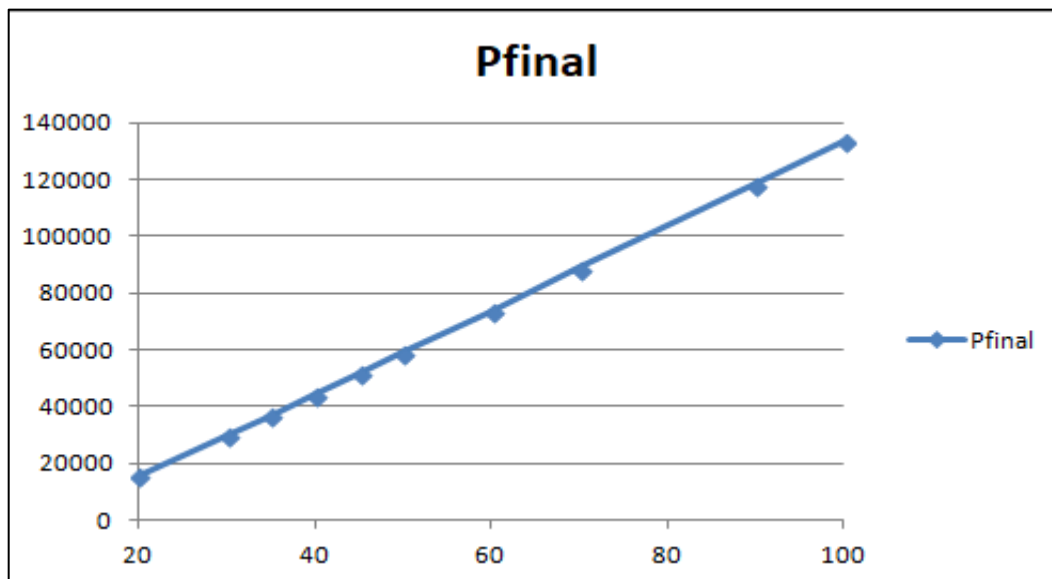
5.3 Επίδραση της τιμής πώλησης r

Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα ασχοληθούμε με την επίδραση που θα έχει η μεταβολή της τιμής πώλησης r στα αναμενόμενα κέρδη του πωλητή. Η διαδικασία γίνεται όπως και πριν, δίνοντας μία τιμή που ικανοποιεί οριακά τον περιορισμό και στην συνέχεια την αυξάνουμε.

| δοκιμές | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 20 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 2339,5389 | 1136,5748 | 678,2038 | 1141,0914 | 718,562 |
| iterations | 38 | 20 | 12 | 24 | 10 |
| | | | | | |
| Q1final | 1013 | 931 | 900 | 888 | 876 |
| Q2final | 1220 | 1106 | 1070 | 1056 | 1041 |
| Kfinal | 122 | 432 | 532 | 600 | 658 |
| Pfinal | 15439,3993 | 29722,7228 | 36988,3093 | 44297,7837 | 51637,65132 |

| δοκιμές | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------|-------------|------------|------------|------------|-------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 50 | 60 | 70 | 90 | 100 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 6413,3547 | 1106,5014 | 532,7024 | 1503,995 | 1586,623 |
| iterations | 40 | 20 | 8 | 22 | 26 |
| | | | | | |
| Q1final | 864 | 848 | 830 | 813 | 798 |
| Q2final | 1022 | 1008 | 990 | 962 | 952 |
| Kfinal | 708 | 786 | 850 | 948 | 992 |
| Pfinal | 59000,05999 | 73772,2878 | 88590,3085 | 118308,486 | 133195,3547 |

Με βάση τον πίνακα κατασκευάζουμε τα αντίστοιχα διαγράμματα κέρδους και ποσοτήτων:



Στα διαγράμματα παρατηρούμε αρχικά αυτό που περιμέναμε, ότι η τιμή του κέρδους μεγαλώνει όσο αυξάνεται η τιμή πώλησης ανά μονάδα r . Ακόμα παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η τιμή πώλησης, οι ποσότητες που παραγγέλνουμε στους κύριους προμηθευτές μειώνονται ενώ ανοδική πορεία παρουσιάζει η ποσότητα που αγοράζουμε από τον εφεδρικό προμηθευτή. Αυτό συμβαίνει διότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή πώλησης, τόσο περισσότερα τα κέρδη γεγονός που μας δίνει την δυνατότητα να στραφούμε ολοένα και περισσότερο στον αξιόπιστο προμηθευτή παρόλο που είναι πιο ακριβός.

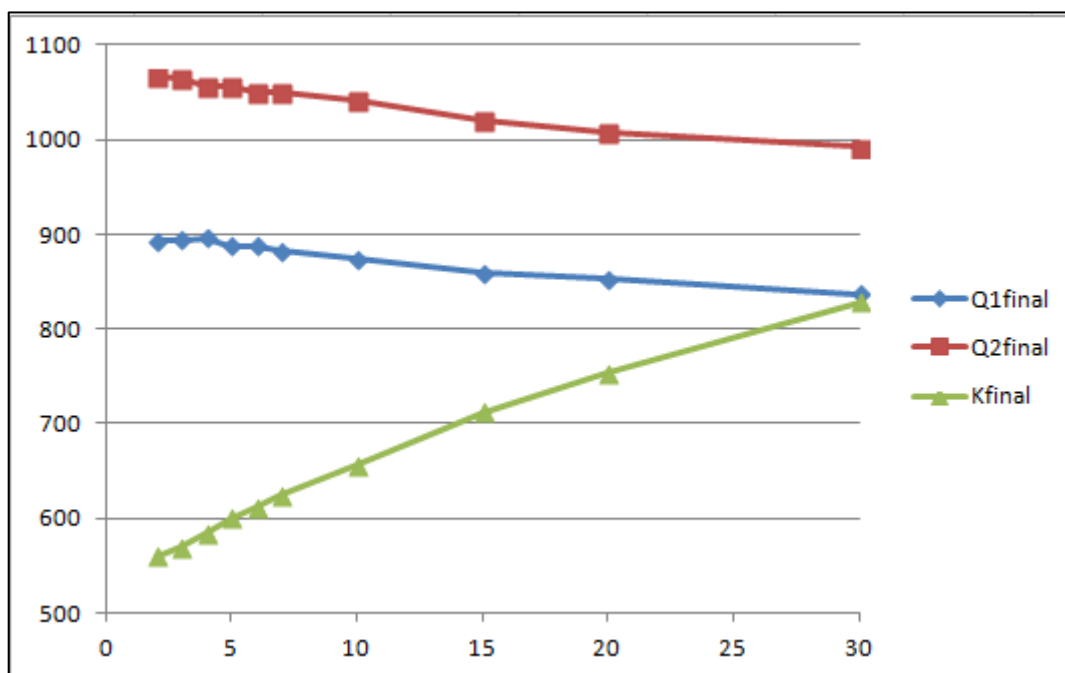
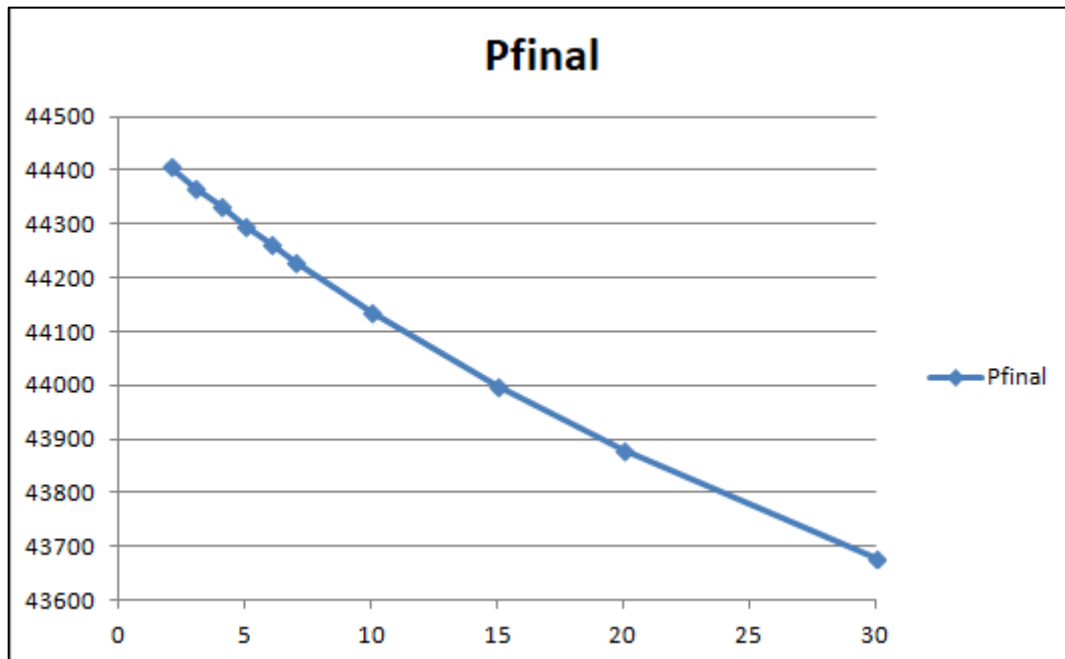
5.4 Επίδραση κόστους ανικανοποίητων ζητήσεων

Σειρά έχει η επίδραση των ανικανοποίητων ζητήσεων στο αποτέλεσμα της συνάρτησης κέρδους, δηλαδή η παράμετρος p . Αυτή η παράμετρος δεν συμμετέχει στον λογικό περιορισμό συνεπώς έχουμε την δυνατότητα να προσδώσουμε όποια τιμή θέλουμε, σε ρεαλιστικά πλαίσια πάντα.

| δοκιμές | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 2355,9933 | 1884,6285 | 1710,5324 | 1141,0914 | 1877,0153 |
| iterations | 20 | 14 | 12 | 24 | 14 |
| | | | | | |
| Q1final | 893 | 894 | 896 | 888 | 888 |
| Q2final | 1066 | 1064 | 1056 | 1056 | 1050 |
| Kfinal | 560 | 570 | 584 | 600 | 612 |
| Pfinal | 44407,4982 | 44369,6115 | 44333,0244 | 44297,7837 | 44263,7126 |

| δοκιμές | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------|------------|------------|------------|------------|----------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 7 | 10 | 15 | 20 | 30 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 1729,0262 | 2946,734 | 1000,8113 | 2510,2381 | 2868,728 |
| iterations | 12 | 18 | 10 | 20 | 18 |
| | | | | | |
| Q1final | 882 | 874 | 860 | 853 | 837 |
| Q2final | 1050 | 1042 | 1020 | 1008 | 992 |
| Kfinal | 624 | 656 | 712 | 754 | 828 |
| Pfinal | 44230,7853 | 44138,0978 | 44000,9413 | 43881,1065 | 43679,39 |

Με βάση τους πίνακες δημιουργούμε τα απαραίτητα διαγράμματα των αποτελεσμάτων:



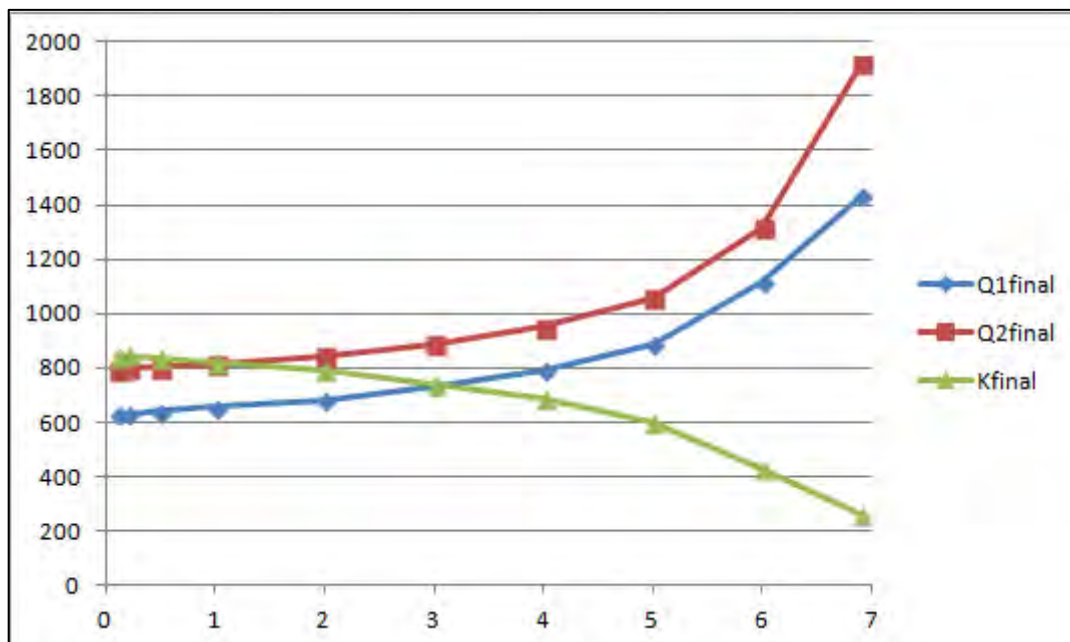
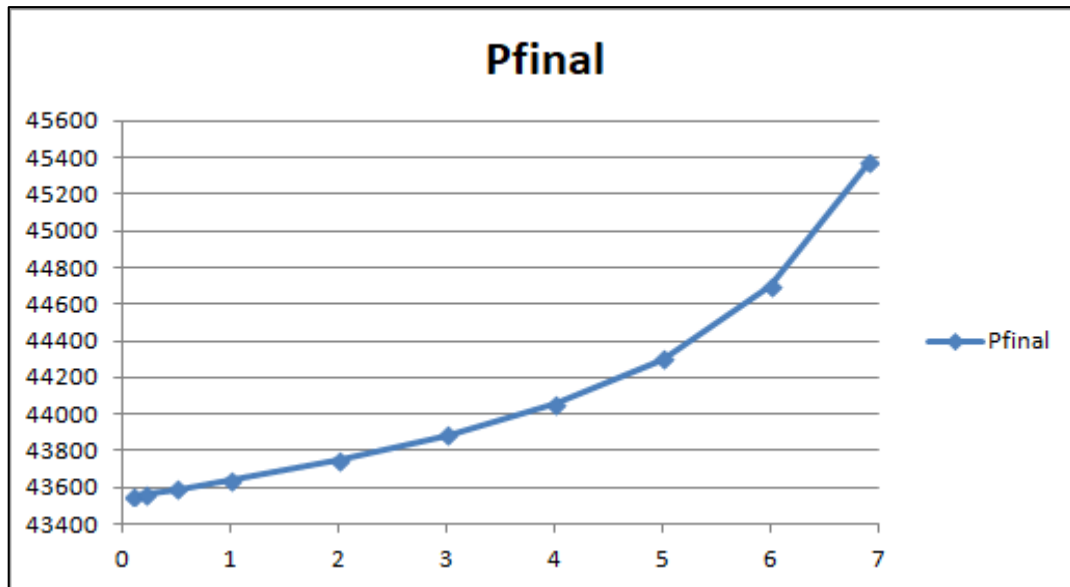
Τα παραπάνω διαγράμματα μας οδηγούν σε ορισμένα αποτελέσματα. Αρχικά βλέπουμε ότι όσο αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου p , η τιμή της συνάρτησης κέρδους μειώνεται όπως επίσης μειώνονται και οι ποσότητες των κύριων προμηθευτών. Αντίθετα παρατηρούμε ότι η ποσότητα της παραγγελίας στον εφεδρικό προμηθευτή αυξάνεται και μάλιστα με μεγάλο ρυθμό.

5.5 Επίδραση της τιμής πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα

Την σειρά παίρνει η μελέτη της μεταβολής της τιμής πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα, δηλαδή της παραμέτρου h . Αυτό που πρέπει να προσέξουμε στην συγκεκριμένη μελέτη είναι ότι η παράμετρος h εμπίπτει στον λογικό περιορισμό. Συνεπώς θα πρέπει να προσέξουμε η τιμή της να μην ξεπεράσει σε καμία περίπτωση την τιμή του μικρότερου κόστους από τους δύο κύριους προμηθευτές, συγκεκριμένα την τιμή 7.

| δοκιμές | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 0,1 | 0,2 | 0,5 | 1 | 2 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 2450,1281 | 1482,3119 | 3130,4226 | 3163,5147 | 2787,3589 |
| iterations | 16 | 10 | 28 | 28 | 24 |
| | | | | | |
| Q1final | 632 | 631 | 640 | 656 | 682 |
| Q2final | 793 | 798 | 804 | 814 | 846 |
| Kfinal | 844 | 845 | 834 | 822 | 792 |
| Pfinal | 43555,26016 | 43564,05503 | 43591,29999 | 43639,58066 | 43749,937 |

| δοκιμές | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 3 | 4 | 5 | 6 | 6,9 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 1913,6815 | 2566,3666 | 1141,0914 | 3962,8168 | 3478,3965 |
| iterations | 16 | 22 | 24 | 36 | 32 |
| | | | | | |
| Q1final | 732 | 790 | 888 | 1118 | 1432 |
| Q2final | 890 | 950 | 1056 | 1316 | 1920 |
| Kfinal | 740 | 686 | 600 | 430 | 256 |
| Pfinal | 43883,5293 | 44055,9957 | 44297,7837 | 44700,3891 | 45367,7549 |



Από τα διαγράμματα συμπεραίνουμε ότι όσο αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου h τόσο αυξάνεται και το κέρδος της επιχείρησης. Ακόμα παρατηρούμε ότι αύξηση της παραμέτρου οδηγεί και σε μεγαλύτερες παραγγελίες στους κύριους προμηθευτές ενώ αντίθετα ο εφεδρικός προμηθευτής όλο και παραμερίζεται.

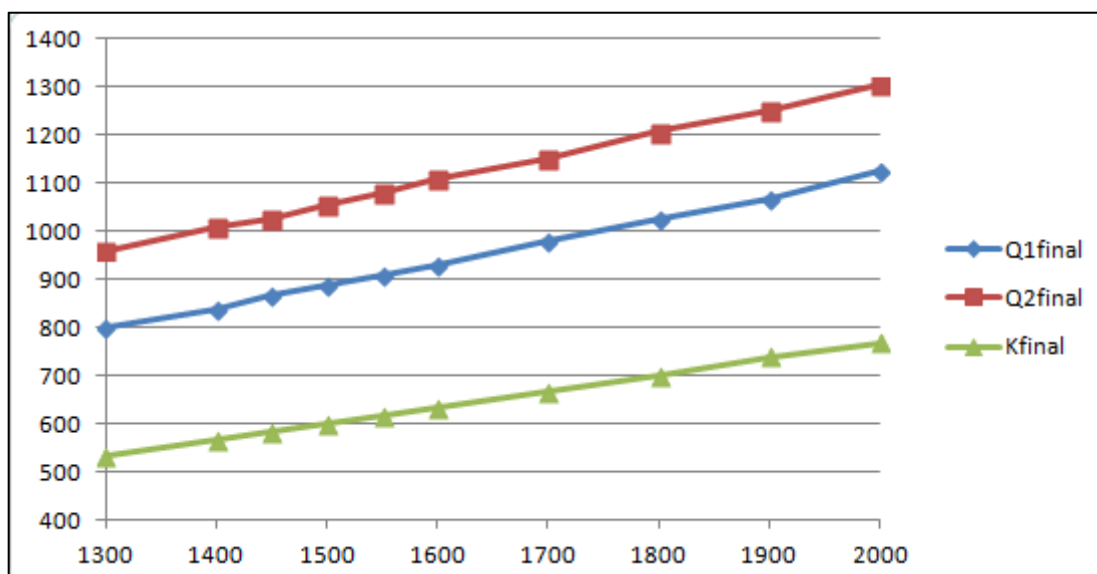
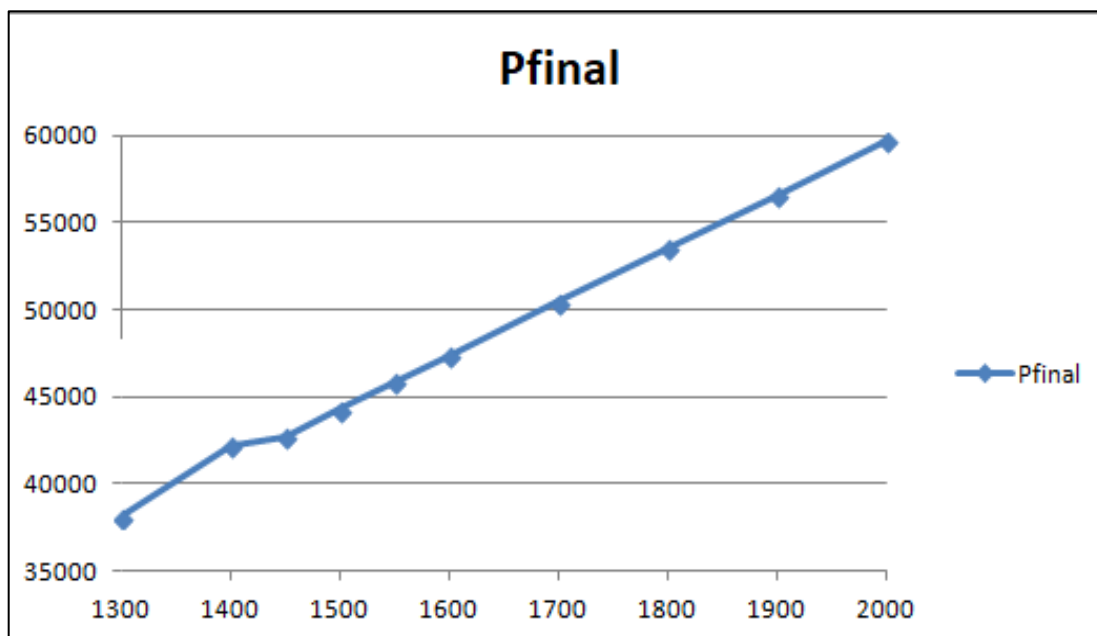
5.6 Επίδραση της μέσης τιμής της ζήτησης

Με το προηγούμενο υποκεφάλαιο τελειώσαμε με τις μελέτες των μεταβολών των σταθερών παραμέτρων και σειρά έχουν οι μεταβολές των στοιχείων των κατανομών. Το πρώτο πράγμα που πρέπει να μελετήσουμε είναι η μεταβολή της μέσης τιμής της ζήτησης μ διατηρώντας σταθερή τη τυπική απόκλιση της ζήτησης.

| δοκιμές | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1300 | 1400 | 1450 | 1500 | 1550 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 2299,4478 | 3277,9941 | 1606,4991 | 1141,09148 | 1258,6786 |
| iterations | 14 | 26 | 12 | 24 | 8 |
| | | | | | |
| Q1final | 800 | 840 | 868 | 888 | 910 |
| Q2final | 960 | 1008 | 1027 | 1056 | 1080 |
| Kfinal | 532 | 566 | 582 | 600 | 617 |
| Pfinal | 38119,0221 | 42210,7605 | 42754,8256 | 44297,7837 | 45839,6949 |

| δοκιμές | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------|------------|------------|------------|------------|----------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1600 | 1700 | 1800 | 1900 | 2000 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| time | 2089,139 | 2100,3508 | 2161,0835 | 2215,2974 | 3182,457 |
| iterations | 14 | 14 | 16 | 16 | 26 |
| | | | | | |
| Q1final | 930 | 980 | 1024 | 1068 | 1124 |
| Q2final | 1108 | 1152 | 1208 | 1252 | 1304 |
| Kfinal | 634 | 666 | 700 | 740 | 768 |
| Pfinal | 47380,5911 | 50459,9623 | 53536,0946 | 56609,4012 | 59680,38 |

Έτσι καταλήγουμε στα εξής διαγράμματα:



Αυτό που παρατηρούμε από τα διαγράμματα είναι ότι καθώς αυξάνεται η μέση τιμή της ζήτησης αυξάνονται και τα κέρδη πράγμα απόλυτα φυσιολογικό αφού όσο περισσότερη ζήτηση έχουμε, δηλαδή όσο περισσότερα προϊόντα πουλάμε, τόσο περισσότερα κέρδη θα έχουμε. Επίσης παρατηρούμε ότι οι ποσότητες και των τριών προμηθευτών παρουσιάζουν ανοδική πορεία πράγμα που συναντάμε πρώτη φορά στα πειράματα μας.

5.7 Επίδραση της τυπικής απόκλισης της ζήτησης

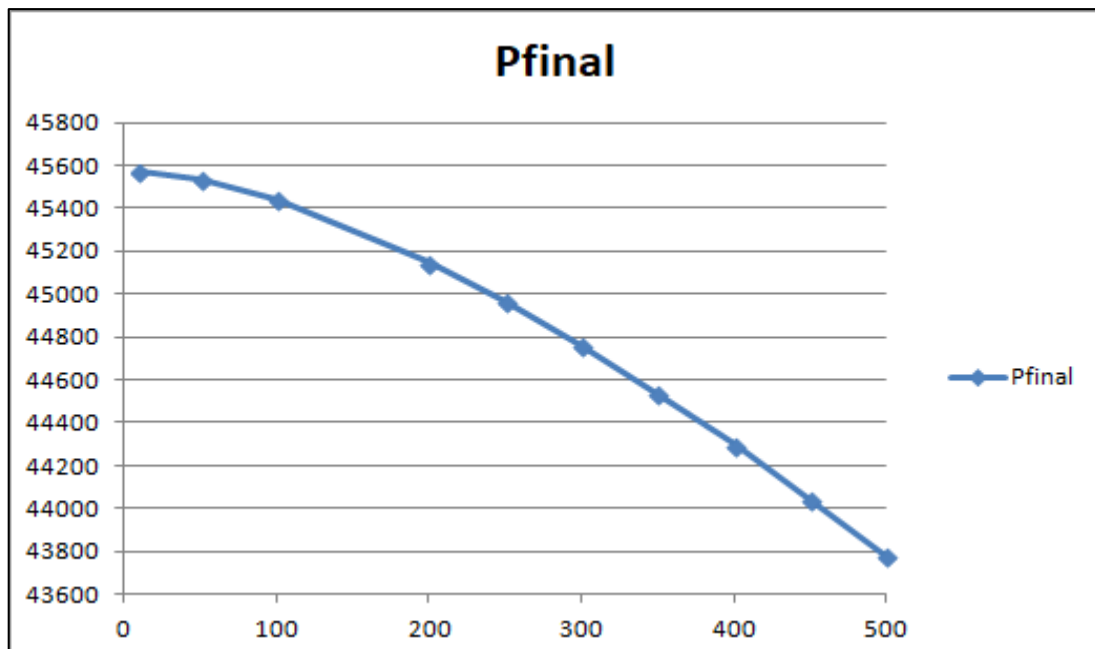
Η μελέτη των κατανομής της ζήτησης ολοκληρώνεται με την μελέτη της συμπεριφοράς του μοντέλου για μεταβολές της τυπικής απόκλισης, δηλαδή της αβεβαιότητας. Η αβεβαιότητα αυτή εκφράζει την έλλειψη γνώσης σε σχέση με το πόση θα είναι η ζήτηση των πελατών για το προϊόν μας. Η αβεβαιότητα εκφράζεται μέσω της τυπικής απόκλισης σ . Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ξανά ότι η τιμή της τυπικής απόκλισης δεν πρέπει να υπερβαίνει το 1/3 της τιμής της μέσης τιμής της ζήτησης και αυτό διότι η πιθανότητα αρνητικής τιμής για την δυναμικότητα πρέπει να είναι μηδέν.

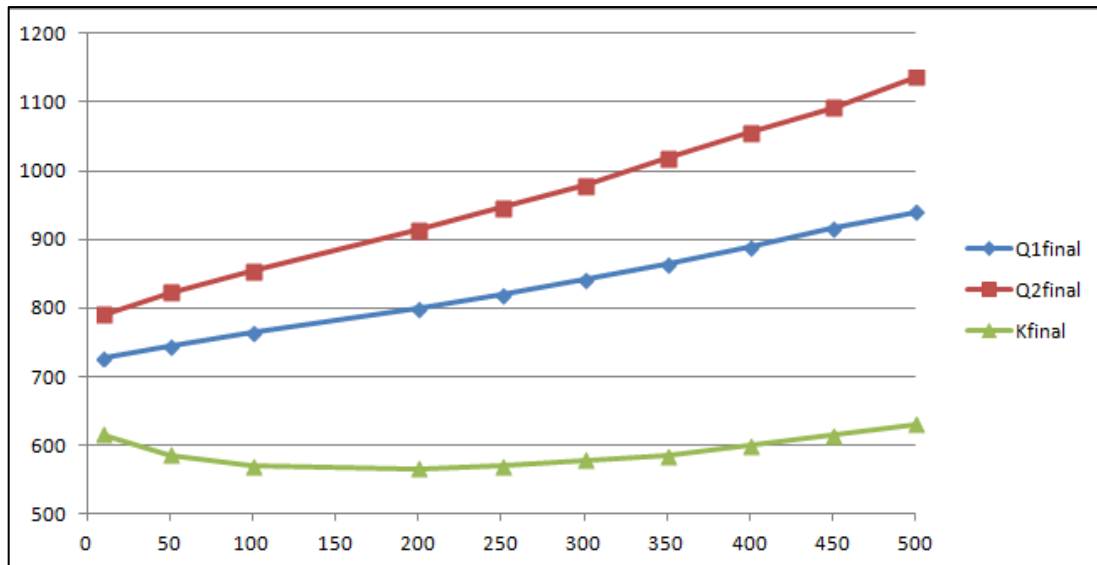
Έπειτα από τις δοκιμές καταλήγουμε στους παρακάτω πίνακες αποτελεσμάτων :

| δοκιμές | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 10 | 50 | 100 | 200 | 250 |
| time | 2325,145 | 2138,9313 | 2295,9194 | 1863,3888 | 1458,9981 |
| iterations | 16 | 18 | 18 | 14 | 10 |
| | | | | | |
| | | | | | |
| Q1final | 728 | 744 | 764 | 800 | 820 |
| Q2final | 790 | 822 | 853 | 913 | 946 |
| Kfinal | 616 | 586 | 570 | 566 | 570 |
| Pfinal | 45569,2565 | 45532,8122 | 45440,2939 | 45148,8164 | 44964,9882 |

| δοκιμές | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 |
| time | 2292,3126 | 1696,3578 | 1141,0914 | 2084,9058 | 1473,9992 |
| iterations | 18 | 12 | 24 | 16 | 10 |
| | | | | | |
| Q1final | 842 | 863 | 888 | 916 | 940 |
| Q2final | 978 | 1018 | 1056 | 1092 | 1136 |
| Kfinal | 578 | 585 | 600 | 614 | 630 |
| Pfinal | 44760,2734 | 44537,1401 | 44297,7837 | 44043,9463 | 43777,2157 |

Με βάση τους παραπάνω πίνακες κατασκευάζουμε τα διαγράμματα κέρδους και ποσοτήτων.





Η πρώτη παρατήρηση που γίνεται βάσει των διαγραμμάτων είναι ότι η τιμή της συνάρτησης κέρδους μειώνεται όσο μεγαλώνει η τιμή της τυπικής απόκλισης της ζήτησης, δηλαδή όσο αυξάνεται η αβεβαιότητα, και μάλιστα με έντονο ρυθμό. Ακόμα παρατηρούμε ότι οι ποσότητες παραγγελίας των κύριων προμηθευτών συνεχώς αυξάνουν ενώ παράλληλα η καμπύλη της ποσότητας από τον εφεδρικό προμηθευτή φαίνεται να παρουσιάζει ένα τοπικό ελάχιστο στην 4η δοκιμή και μετά να αυξάνεται ξανά.

5.8 Επίδραση μέσης τιμής της δυναμικότητας των προμηθευτών

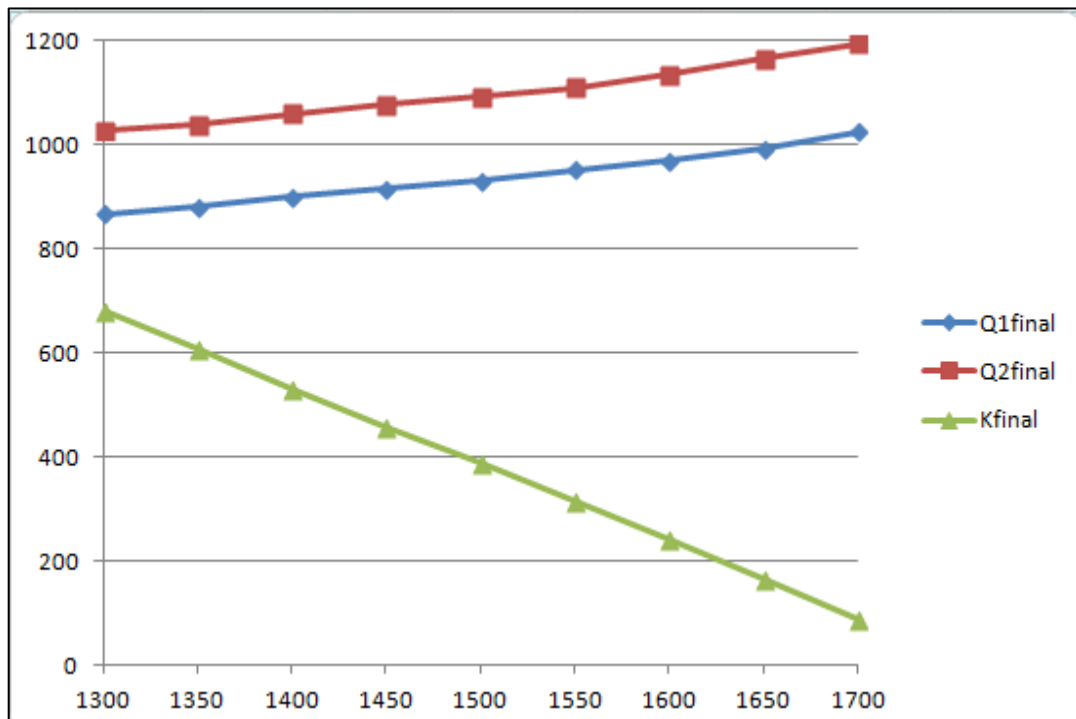
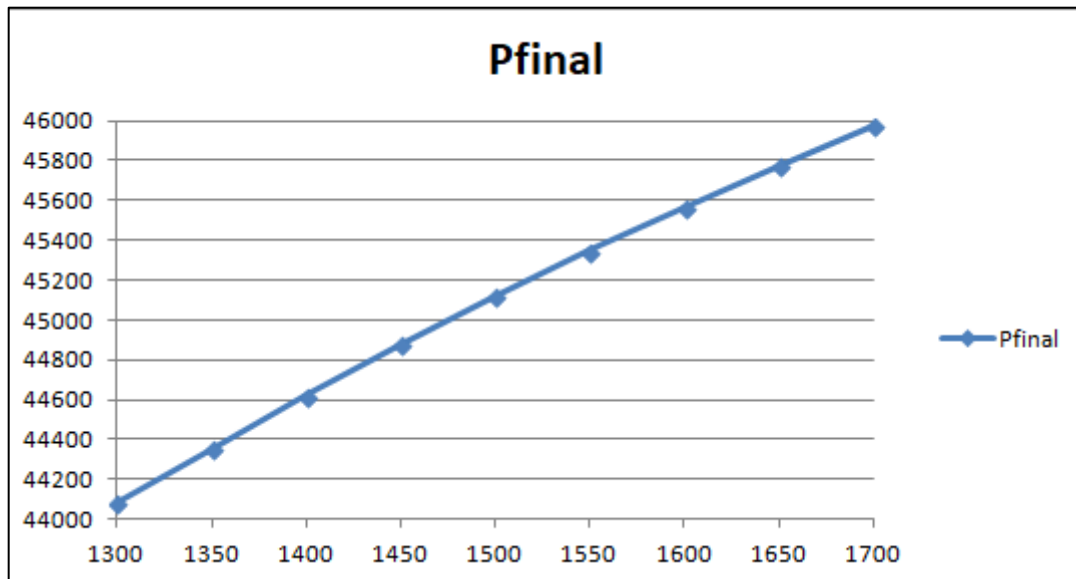
Αυτή την φορά θα μελετήσουμε την επίδραση που έχει η μέση τιμή της αβεβαιότητας των προμηθευτών στο τελικό κέρδος του πωλητή. Στα μέχρι τώρα πειράματα μας η μέση τιμή της κατανομής των προμηθευτών έπαιρνε την τιμή 1500. Θα προσπαθήσουμε λοιπόν να μεταβάλλουμε την τιμή της μέσης τιμής ώστε να μελετήσουμε την δυναμικότητα της στον κώδικα. Για να το πετύχουμε αυτό θα πρέπει να ελαττώσουμε το μήκος του διαστήματος που χωρίζουμε σε ίσα τμήματα για να μην ξεπεράσουμε το άνω όριο του αρχικού διαστήματος. Δηλαδή να ξεκινήσουμε από ένα αρχικό διάστημα μικρότερο του $[0, 3000]$ και στην συνέχεια να αυξάνουμε κατά τον ίδιο αριθμό το κάτω και το άνω άκρο. Το μέγεθος του διαστήματος δεν πρέπει να είναι ούτε πολύ μικρό γιατί θα χάνεται η αναγκαία ακρίβεια ούτε πολύ μεγάλο γιατί δεν θα υπάρχει περιθώριο για δοκιμές. Επιλέξαμε το αρχικό διάστημα να είναι το $[0, 2600]$ με μέση τιμή 1300 και στην συνέχεια να αυξάνεται.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε ότι η τιμή της παραμέτρου *space* πρέπει να παραμείνει σταθερή έτσι ώστε να είμαστε σε θέση να κάνουμε τις απαραίτητες συγκρίσεις.

| δοκιμές | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| u1,u2 start | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 |
| u1,u2 end | 2600 | 2650 | 2700 | 2750 | 2800 |
| mean u1,u2 | 1300 | 1350 | 1400 | 1450 | 1500 |
| iterations | 46 | 26 | 22 | 30 | 664,2073 |
| time | 4613,3126 | 907,5912 | 2622,8522 | 1051,9511 | 18 |
| | | | | | |
| Q1final | 868 | 880 | 900 | 916 | 932 |
| Q2final | 1028 | 1040 | 1060 | 1078 | 1092 |
| Kfinal | 680 | 608 | 530 | 460 | 388 |
| Pfinal | 44081,12731 | 44356,48016 | 44620,95787 | 44874,23003 | 45116,18142 |

| δοκιμές | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 |
| p | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 |
| u1,u2 start | 250 | 300 | 350 | 400 |
| u1,u2 end | 2850 | 2900 | 2950 | 3000 |
| mean u1,u2 | 1550 | 1600 | 1650 | 1700 |
| iterations | 3588,5658 | 694,3293 | 4144,5681 | 1920,51 |
| time | 30 | 18 | 34 | 60 |
| | | | | |
| Q1final | 952 | 970 | 994 | 1025 |
| Q2final | 1110 | 1134 | 1166 | 1194 |
| Kfinal | 316 | 244 | 167 | 88 |
| Pfinal | 45346,6794 | 45565,84828 | 45774,01112 | 45971,77135 |

Έτσι καταλήγουμε στα παρακάτω διαγράμματα:



Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι καθώς αυξάνεται η μέση τιμή της δυναμικότητας των προμηθευτών τόσο αυξάνεται και το αναμενόμενο κέρδος του πωλητή. Παράλληλα, παρατηρούμε ότι και οι ποσότητες των κύριων προμηθευτών αυξάνονται ενώ η ποσότητα του εφεδρικού προμηθευτή για ακόμα μία φορά μειώνεται.

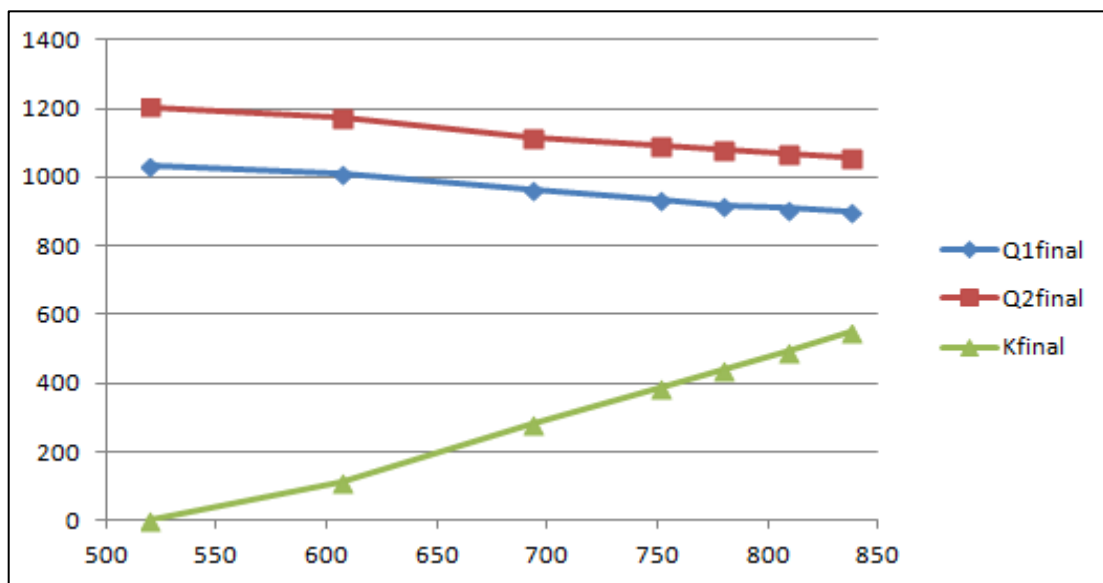
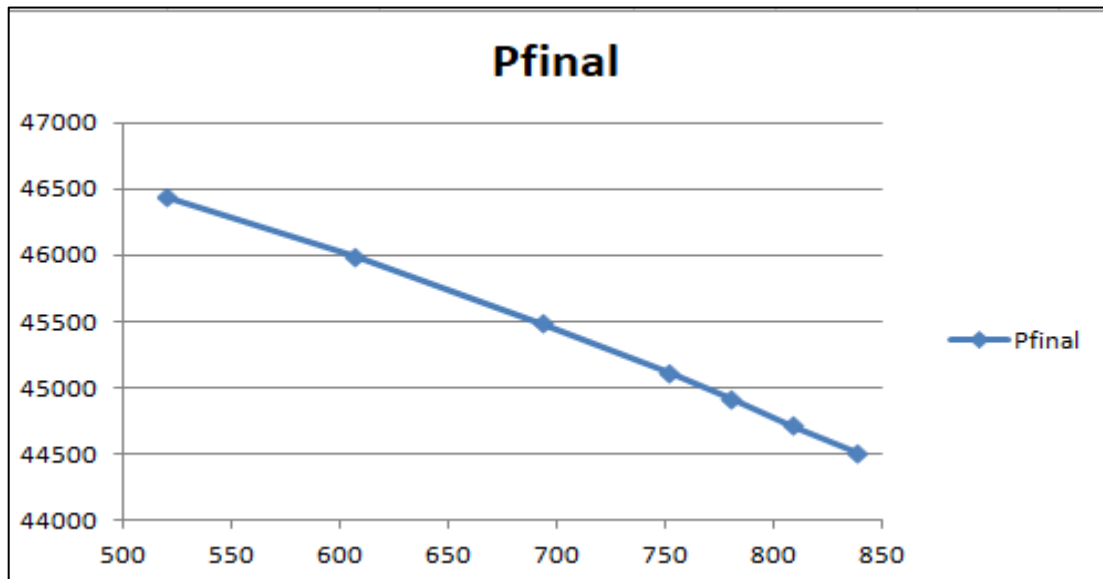
5.9 Επίδραση της τυπικής απόκλισης της δυναμικότητας

Κλείνουμε το παρόν κεφάλαιο και την μελέτη των κατανομών των προμηθευτών επικεντρώνοντας την προσοχή μας στην μελέτη της τυπικής απόκλισης της δυναμικότητας των κύριων προμηθευτών. Η αβεβαιότητα των προμηθευτών όπως γνωρίζουμε είναι προϊόν της αναξιοπιστίας τους και εκφράζεται με μία ομοιόμορφη κατανομή για τον κάθε προμηθευτή. Στα μέχρι τώρα πειράματα μας η ποσότητα παραγγελίας στους κύριους προμηθευτές κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 0 και 3000. Αυτό ήταν και το διάστημα που χωρίζαμε σε επιμέρους ίσα τμήματα για να πετύχουμε την διακριτοποίηση. Για να μελετήσουμε λοιπόν την αβεβαιότητα προσπαθήσαμε να δημιουργήσουμε διαστήματα με διαφορετικό μήκος από το αρχικό. Για παράδειγμα αντί για το διάστημα $[0,3000]$ να μελετήσουμε το διάστημα $[250,2750]$, δηλαδή ένα διάστημα το οποίο θα έχει μικρότερη αβεβαιότητα από το αρχικό καθώς ξέρουμε πιο συγκεκριμένα που κυμαίνεται η ποσότητα παραγγελίας του κάθε προμηθευτή. Για να μπορέσουμε να κάνουμε τις απαραίτητες συγκρίσεις είναι σημαντικό να διατηρήσουμε την τιμή της παραμέτρου *space* σταθερή. Αφού γνωρίζουμε αυτή την παράμετρο υπολογίζουμε το πλήθος των διαστημάτων και στην συνέχεια γνωρίζοντας το πλήθος υπολογίζουμε τις πιθανότητες g_1, g_2 που αντιστοιχούν σε κάθε διάστημα.

Παραθέτουμε λοιπόν τον πίνακα με τα αποτελέσματα:

| δοκιμές | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| c1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| c2 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| cR | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| cE | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| r | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| ρ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| h | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| mu | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 |
| sigma | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| u1,u2 start | 50 | 100 | 150 | 200 | 300 | 450 | 600 |
| u1,u2 end | 2950 | 2900 | 2850 | 2800 | 2700 | 2550 | 2400 |
| σ(τυπ. αποκλ) | 837,1575 | 808,2903 | 779,4228 | 750,5553 | 692,8203 | 606,2177 | 519,6152 |
| iterations | 1021,104 | 786,986 | 720,506126 | 1837,5829 | 525,7611 | 487,9945 | 856,8006 |
| time | 16 | 20 | 24 | 32 | 20 | 24 | 70 |
| | | | | | | | |
| Q1final | 900 | 910 | 920 | 935 | 966 | 1011 | 1033,289063 |
| Q2final | 1057 | 1070 | 1082 | 1091 | 1116 | 1174 | 1206,015625 |
| Kfinal | 548 | 492 | 440 | 386 | 280 | 113 | 0,000976563 |
| Pfinal | 44510,45756 | 44718,06315 | 44920,035 | 45116,16547 | 45489,34329 | 45999,00796 | 46438,02468 |

Με βάση τον παραπάνω πίνακα προκύπτουν τα ακόλουθα διαγράμματα στα οποία τα αποτελέσματα αντιστοιχίζονται με τις τιμές της πιθανότητας κάθε διαστήματος g_1, g_2 :



Τα διαγράμματα μας παρέχουν τα εξής αποτελέσματα. Αρχικά παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η τυπική απόκλιση, η καμπύλη της συνάρτησης του κέρδους έχει καθοδική πορεία. Στο δεύτερο διάγραμμα παρατηρούμε ότι η αύξηση της τυπικής απόκλισης συνεπάγεται μείωση των ποσοτήτων παραγγελίας στους κύριους προμηθευτές και ταυτόχρονη αύξηση της ποσότητας του εφεδρικού προμηθευτή.

Κεφάλαιο 6 : Επίλογος

6.1 Σύνοψη

Σε αυτή την διπλωματική εργασία μελετήσαμε μία επέκταση του προβλήματος του “εφημεριδοπώλη” με δύο κύριους προμηθευτές και ένα εφεδρικό αξιόπιστο προμηθευτή. Τα βασικό χαρακτηριστικό που μας απασχόλησε ιδιαίτερα είναι η αναξιοπιστία των δύο κύριων προμηθευτών η οποία εκφράζεται ως αβεβαιότητα στην παράδοση των παραγγελιών που τους έχουν ανατεθεί. Ένα ακόμα σημαντικό χαρακτηριστικό ήταν ότι η ζήτηση των πελατών ήταν αβέβαιη, ακολουθώντας βέβαια μια γνωστή κατανομή. Στα πρώτα κεφάλαια λοιπόν μελετήσαμε το θεωρητικό υπόβαθρο του προβλήματος αναλύοντας τα στοιχεία που το συνθέτουν. Στην συνέχεια ασχοληθήκαμε με την κατάστροψη του μαθηματικού μοντέλου, που σε συνδυασμό με τις υποθέσεις που κάναμε μας οδήγησε στην κατασκευή ενός κώδικα βελτιστοποίησης σε περιβάλλον MATLAB. Μέσα σε αυτό τον κώδικα υπάρχουν όλα τα στοιχεία που αναλύσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια, άλλα περισσότερο και άλλα λιγότερο εμφανή, όλα όμως εξίσου σημαντικά για να έχουμε τα σωστά αποτελέσματα. Τέλος, το τελευταίο κομμάτι που μελετήσαμε ήταν η συμπεριφορά του κώδικα σε τυχόν μεταβολές των σταθερών παραμέτρων και των χαρακτηριστικών των κατανομών. Αυτό επιτεύχθηκε μέσω μιας σειράς πειραμάτων στα οποία κάθε φορά μεταβάλαμε μια μεταβλητή κρατώντας σταθερές όλες τις άλλες παραμέτρους, με σκοπό να μελετήσουμε την δυναμική της μεταβλητής στην συμπεριφορά του κώδικα και συγκεκριμένα στην τιμή της συνάρτησης κέρδους αλλά και στην πολιτική παραγγελιών στον εφεδρικό και τους κύριους προμηθευτές.

6.2 Συμπεράσματα

Έχει γίνει νομίζω αντιληπτό ότι ο όγκος των συμπερασμάτων από την πορεία που ακολουθήθηκε για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι αρκετά μεγάλος και εκτείνεται σε πολλά πεδία. Από την ίδια την φύση της επέκτασης και του μαθηματικού μοντέλου μέχρι την δημιουργία κώδικα βελτιστοποίησης. Θεωρώ σημαντικό λοιπόν σε αυτό το σημείο να αναφέρω μερικά από τα πιο χρήσιμα συμπεράσματα τα οποία εξάγαμε.

Αρχικά όσον αφορά την φύση της επέκτασης, θεωρώ ότι το σημαντικότερο χαρακτηριστικό του μοντέλου είναι η αβεβαιότητα, είτε εμφανίζεται στην ζήτηση είτε εμφανίζεται στην αναξιοπιστία των προμηθευτών. Επιπλέον, σε ότι έχει να κάνει με το προγραμματιστικό κομμάτι και την βελτιστοποίηση, το πιο σημαντικό είναι η σωστή επιλογή του κατάλληλου προγραμματιστικού περιβάλλοντος αλλά και η σωστή χρήση των εργαλείων που το καθένα παρέχει, ενώ πολύ σημαντικό ρόλο έπαιξε η ιδέα της δημιουργίας του διακριτού μοντέλου για την εξοικονόμηση χρόνου μιας και δεν υπήρχε η δυνατότητα εξαγωγής αποτελεσμάτων σε μικρό σχετικά χρόνο. Τέλος, στο κομμάτι των αποτελεσμάτων, πολύ σημαντική θεωρείται η επιλογή των κατάλληλων τιμών των διαφόρων στοιχείων που συνθέτουν τον κώδικα. Όπως συμπεράναμε λοιπόν από τα πειράματα που κάναμε, σημαντικό ρόλο στον τομέα του κέρδους παίζει η μικρή τιμή του λόγου c_R / c_E , η μικρή τιμή της παραμέτρου p και η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η παράμετρος h . Τέλος συμπεράναμε ότι όσο μικρότερη είναι η αβεβαιότητα σε οποιονδήποτε τομέα, τόσο μεγαλύτερο είναι το κέρδος που θα επιτύχει ο πωλητής.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- *Mathworks* [Online]. Available at: <https://www.mathworks.com/>
- *Newsvendor Model* [Online] . Available at: https://en.wikipedia.org/wiki/Newsvendor_model
- STEVEN NAHMIAS ©2013 , *Production & Operation Analysis, Sixth Edition*, McGRAW-HILL
- STEVEN C. CHAPRA & RAYMOND P. CANALE ©2010 , *Numerical Methods for Engineers* , McGRAW-HILL
- ΔΗΜΗΤΡΗΣ Π. ΜΠΕΡΤΣΕΚΑΣ & ΓΙΑΝΝΗΣ Ν. ΤΣΙΤΣΙΚΛΗΣ ©2010, *Εισαγωγή στις Πιθανότητες* , ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ

Παράρτημα - Κώδικες

Συνεχές μοντέλο:

```
1 format long
2
3 %Inputs.....
4 c1=input('kostos ana monada paradidwmenhs paraggelias gia ton prwto promitheuth c1:');
5 c2=input('kostos ana monada paradidwmenhs paraggelias gia ton deutero promitheuth c2:');
6 cR=input('kostos ana eksasfalismeni monada apo ton efedriko cR:');
7 cE=input('kostos ana monada agoras apo ton efedriko cE:');
8 r=input('timi pwllisis ana monada r:');
9 p=input('kostos ana monada anikanopoihts zhthshs p:');
10 h=input('timi pwllisis ana epistrefomeni monada h:');
11
12
13 tic
14
15
16 % Distributions.....
17
18 mu=input('mesh timh kanonikhs katanomhs ths zhthshs mu:');
19 sigma=input('diakumansh kanonikhs katanomhs ths zhthshs sigma:');
20 pd0 = makedist('Normal','mu',mu,'sigma',sigma);
21 f=@(x) pdf(pd0,x);
22
23
24 pd1 = makedist('Uniform','lower',0,'upper',2*mu);
25 pd2 = makedist('Uniform','lower',0,'upper',2*mu);
26 g1= @(u1) pdf(pd1,u1);
27 g2= @(u2) pdf(pd2,u2);
28
29
30 %.....
31 %S=@(Q1,Q2,u1,u2) (min(Q1,u1)+min(Q2,u2));
32
33
34 %.....
35 options=psoptimset('MaxIter',1e5,'Display','Iter','CompletePoll','on','TolMesh',6e-3,'Cache','on');
36
37
```

```
37
38 %Function L.....
39 L=@(S,K) (integral(@(x)((r.*x+h.*(S-x)).*f(x)),0,S)+ integral(@(x)((-cE.*(x-S)+r.*x).*f(x)),S,S+K) ...
40 + integral(@(x)((-cE.*K+r.*(S+K)-p.*(x-S-K)).*f(x)),S+K,mu+4*sigma));
41
42
43 %Profit function.....
44 Pfun=@(Q1,Q2,K) (-c1.*integral(@(u1)min(Q1,u1).*g1(u1),0,2*mu,'ArrayValued',true) ...
45 -c2.*integral(@(u2)min(Q2,u2).*g2(u2),0,2*mu,'ArrayValued',true) ...
46 -cR.*K ...
47 + integral(@(u1) integral(@(u2)L(min(Q1,u1)+min(Q2,u2),K).*g1(u1).*g2(u2),0,2*mu,'ArrayValued',true),0,2*mu,'ArrayValued',true));
48
49
50
51 %Optimization.....
52 Q1ekk=input('timh ekkinhshs ths Q1:');
53 Q2ekk=input('timh ekkinhshs ths Q2:');
54 Kekk=input('timh ekkinhshs ths K:');
55 [t,fval]=patternsearch(@(v) -Pfun(v(1),v(2),v(3)),[Q1ekk,Q2ekk,Kekk],[1],[1],[1],[0,0,0],[1],[1],options)
56
57
58 %Results.....
59 Q1final=t(1)
60 Q2final=t(2)
61 Kfinal=t(3)
62 Pfinal=-fval
63 toc
64 beep
```


Διακριτό μοντέλο:

```
1 format long
2
3 global L
4 global lower_limit
5 global upper_limit
6
7 %Inputs.....
8 c1=input('kostos ana monada paradidwmenhs paraggelias gia ton prwto promitheuth c1:');
9 c2=input('kostos ana monada paradidwmenhs paraggelias gia ton deutero promitheuth c2:');
10 cR=input('kostos ana eksasfalismeni monada apo ton efedriko cR:');
11 cE=input('kostos ana monada agoras apo ton efedriko cE:');
12 r=input('timi pwllisis ana monada r:');
13 p=input('kostos ana monada anikanopoihths zhthshs p:');
14 h=input('timi pwllisis ana epistrefomeni monada h:');
15
16 % Distributions.....
17 mu=input('mesh timh kanonikhhs katanomhs ths zhthshs mu:');
18 sigma=input('diakumansh kanonikhhs katanomhs ths zhthshs sigma:');
19
20 lower_limit=input('katw orio omoiomorfhs katanomhs:');
21 upper_limit=input('anw orio omoiomorfhs katanomhs:');
22
23 tic
24
25 pd0 = makedist('Normal','mu',mu,'sigma',sigma);
26 f=@(x) pdf(pd0,x);
27
28 pd1 = makedist('Uniform','lower',lower_limit,'upper',upper_limit);
29 pd2 = makedist('Uniform','lower',lower_limit,'upper',upper_limit);
30
31
32 %χωρίζω το διάστημα σε 50 επιμέρους διαστήματα
33 %g1 και g2 η πιθανότητα κάθε διαστήματος
34 %space το μήκος κάθε διαστήματος
35
36 number=50;
37 g1=1/number;
38 g2=1/number;
39 space=(upper_limit-lower_limit)/number;
40
41
42 %u1 και u2 μεσες τιμές του κάθε διαστήματος
43
44 u1=[lower_limit+space/2:space:upper_limit-space/2];
45 u2=[lower_limit+space/2:space:upper_limit-space/2];
46
```

```
48 %.....
49 options=psoptimset('MaxIter',1e5,'Display','Iter','TolMesh',6e-3,'Cache','on');
50
51
52
53 %Function L.....
54 L=@(Q1,Q2,K,u1,u2) (integral(@(x) ((r.*x+h.*(min(Q1,u1)+min(Q2,u2))-x)).*f(x)),0,(min(Q1,u1)+min(Q2,u2))) ...
55 + integral(@(x) ((-cE.*(x-(min(Q1,u1)+min(Q2,u2)))+r.*x)).*f(x)),(min(Q1,u1)+min(Q2,u2)),(min(Q1,u1)+min(Q2,u2))+K) ...
56 + integral(@(x) ((-cE.*K+r.*(min(Q1,u1)+min(Q2,u2))+K)-p.*(x-(min(Q1,u1)+min(Q2,u2))-K)).*f(x)),(min(Q1,u1)+min(Q2,u2))+K,mu+4*sigma));
57
58
59
60
61
62 %Profit function.....
63 Pfun=@(Q1,Q2,K) (-c1.*mean(min(Q1,u1))-c2.*mean(min(Q2,u2))-cR.*K + summary(Q1,Q2,K,g1,g2,space));
64
65
66 %Optimization.....
67 Q1ekk=input('timh ekkinhshs ths Q1:');
68 Q2ekk=input('timh ekkinhshs ths Q2:');
69 Kekk=input('timh ekkinhshs ths K:');
70 [t,fval]=patternsearch(@(v) -Pfun(v(1),v(2),v(3)),[Q1ekk,Q2ekk,Kekk],[],[],[],[0,0,0],[],[],options)
71
72
73 %Results.....
74 Q1final=t(1)
75 Q2final=t(2)
76 Kfinal=t(3)
77 Pfinal=-fval
78 toc
79 beep
```

Συνάρτηση αθροίσματος:

Η συνάρτηση αθροίσματος `summary` παίζει τον ρόλο του διπλού αθροίσματος που βρίσκεται στην συνάρτηση κέρδους του διακριτού μοντέλου. Λόγω του ότι χρησιμοποιείται η συνάρτηση εσόδων L καθώς και η μέση τιμή της ζήτησης μ , οι δύο αυτές μεταβλητές χαρακτηρίζονται ως *global* τόσο στο διακριτό μοντέλο όσο και στην ξεχωριστή συνάρτηση `summary.m`.

```
1  function [ result ] = summary(A,B,C,g1,g2,space)
2
3
4  -     result=[0];
5  -     global L
6  -     global lower_limit
7  -     global upper_limit
8
9
10 -     for a=[lower_limit+space/2:space:upper_limit-space/2]
11 -         for b=[lower_limit+space/2:space:upper_limit-space/2]
12
13
14 -                 result=result+L(A,B,C,a,b)*g1*g2;
15
16 -         end
17 -     end
18 - end
```