ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

Γεφυρώνοντας την Άτυπη με την Τυπική Μαθηματική Γνώση / Bridging Informal and Formal Mathematics Knowledge

Πτυχιακή Εργασία

Κριεζή Μαρία

Α.Μ.: 1014076

Επιβλέπουσες καθηγήτριες: Σταθοπούλου Χαρούλα

Γκανά Ελένη

ΒΟΛΟΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2018

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

Γεφυρώνοντας την Άτυπη με την Τυπική Μαθηματική Γνώση / Bridging Informal and Formal Mathematics Knowledge

Πτυχιακή Εργασία

Κριεζή Μαρία

Α.Μ.: 1014076

Επιβλέπουσες καθηγήτριες: Σταθοπούλου Χαρούλα

Γκανά Ελένη

ΒΟΛΟΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2018

«Δηλαδή αν δεν ξέρεις μαθηματικά σα να 'σαι αγράμματος…»

Κώστας, Ρομά μαθητής

Ευχαριστίες

Η εκπόνηση της παρούσας μελέτης θα ήταν μάλλον αδύνατη χωρίς τη συμβολή και την υποστήριξη των ατόμων με τα οποία συνεργάστηκα κατά τη διάρκειά της. Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την καθηγήτρια κα Σταθοπούλου Χαρούλα, η οποία από την πρώτη στιγμή περιέβαλε με ενδιαφέρον την ιδέα μου για την εργασία και με στήριξε στην υλοποίηση της έρευνας παρέχοντας επιστημονική καθοδήγηση και συμβουλές καθ’ όλη τη διάρκειά της. Χάρη στην ενθάρρυνσή της για την πρώτη μου ερευνητική προσπάθεια και στην άμεση ανταπόκρισή της σε κάθε δυσκολία που αντιμετώπισα η παρούσα πτυχιακή εργασία έλαβε την τελική της μορφή. Ακόμα, ευχαριστώ την καθηγήτρια κα Γκανά Ελένη για την εμπιστοσύνη που έδειξε προς το πρόσωπό μου και την υποστήριξη που προσέφερε κατά την ενασχόλησή μου με το πόνημα αυτό.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον διευθυντή του 10ου Δημοτικού Σχολείου Νέας Ιωνίας, κ. Γούκο Αναστάσιο και ιδιαιτέρως τον εκπαιδευτικό της τάξης στην οποία παρευρέθηκα, κ. Χαμπέρη Στέργιο, για τη δυνατότητα ανάληψης πρωτοβουλιών και την παροχή απαραίτητων πληροφοριών το διάστημα της παρουσίας μου στο πλαίσιο. Θα ήταν παράλειψη να μην ευχαριστήσω τους μαθητές μου, ιδιαιτέρως τη Ν., τον Κ. και το Γ., οι οποίοι με αγκάλιασαν από την πρώτη στιγμή της εισόδου μου στην τάξη και ενεπλάκησαν με αμέριστο ενδιαφέρον στις δραστηριότητες που πλαισιώνουν το εμπειρικό κομμάτι της παρούσας εργασίας.

Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένειά μου που με στήριξε από την πρώτη μέχρι την τελευταία μέρα ενθαρρύνοντάς με, αλλά και τις αγαπημένες μου φίλες, οι οποίες στάθηκαν στο πλάι μου με υπομονή και κατανόηση για την προσπάθεια όλου αυτού του διαστήματος.

Περίληψη

Η παρούσα ερευνητική εργασία απευθύνεται σε εκπαιδευτικούς διαπολιτισμικών σχολικών πλαισίων εστιάζοντας στο γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών. Στόχος είναι να διερευνήσει την άτυπη, εξωσχολική μαθηματική γνώση και εμπειρία που φέρουν οι μαθητές και την αξιοποίησή της κατά τη διδασκαλία των τυπικών, σχολικών μαθηματικών. Συγκεκριμένα, πρόκειται για έρευνα δράσης με εθνογραφικά χαρακτηριστικά που μελετά τους τρόπους με τους οποίους η προερχόμενη από το κοινωνικό-πολιτισμικό περιβάλλον γνώση των Ρομά μαθητών υπεισέρχεται σε έναν από τους βασικούς στόχους που θέτει το Αναλυτικό Πρόγραμμα για τα Μαθηματικά, την επίλυση προβλημάτων. Αναζητούνται οι συνήθεις δυσκολίες και παρανοήσεις των μαθητών αυτών αλλά και οι στρατηγικές που δείχνουν να λειτουργούν αποτελεσματικά κατά τη επεξεργασία λεκτικών προβλημάτων. Μέσα από τη διεξαγωγή συνέντευξης και την παρατήρηση των Ρομά μαθητών σε μαθηματικά έργα διαφαίνεται πως η εξωσχολική γνώση και εμπειρία τους άλλοτε αξιοποιείται θετικά κι άλλοτε περιορίζει την απόδοσή τους σε συνδυασμό με στρατηγικές που εμπλέκουν την παράμετρο της γλώσσας και τη σχηματική αναπαράσταση του λεκτικού προβλήματος.

Λέξεις – κλειδιά: Εθνομαθηματικά, Ρομά μαθητές, άτυπη γνώση, λεκτικά προβλήματα, γλώσσα, στρατηγικές.

Abstract

The research project is addressed to teachers in intercultural school contexts on the subject of Mathematics. Our aim is to explore the informal, extracurricular mathematical knowledge and experience that students bring and its use in the teaching of formal, school mathematics. In particular, it is an ethnocultural action research that delves into the ways in which the Romani pupils' knowledge that springs from their socio-cultural environment enters into problem solving, one of the key objectives of the Curriculum. The usual difficulties and misunderstandings of these students are sought, as well as the strategies that seem to work effectively in word problem solving. Through the interview and the observation of Romani students in mathematical tasks it appears that their informal knowledge and experiences is either used in a positive way or it limits their performance in combination with strategies that involve the language parameter and the schematic representation of the word problem.

Key words: Ethnomathematics, Romani students, informal knowledge, word problem solving, language, strategies.

Πίνακας περιεχομένων

Ευχαριστίες 4

Περίληψη 5

Abstract 6

Πίνακας περιεχομένων 7

Εισαγωγή 9

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ 11

Ο ρόλος του «πλαισίου» στη μάθηση των μαθηματικών 11

Εθνομαθηματικά και Μαθηματική Εκπαίδευση 13

Πολιτισμικά Ανταποκρινόμενη Μαθηματική Εκπαίδευση (Culturally Responsive Mathematics Education) 16

Το χάσμα των Μαθηματικών εντός κι εκτός σχολείου 18

Επίλυση λεκτικών προβλημάτων 21

Ο ρόλος των εκπαιδευτικών κατά την επίλυση προβλημάτων 26

Η γλώσσα των λεκτικών προβλημάτων 28

Οι Ρομά στο σχολικό πλαίσιο 31

Κοινωνικό-πολιτισμική ταυτότητα των Ρομά 31

Ρομά και Εκπαίδευση 33

Το ζήτημα της γλώσσας 36

Οι Ρομά και τα Μαθηματικά 37

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ 38

Μεθοδολογία της έρευνας 38

Ερευνητικό πρόβλημα και ερευνητικά ερωτήματα 38

Πλαίσιο διεξαγωγής έρευνας 38

Μέθοδος Έρευνας 46

Τεχνικές Συλλογής Δεδομένων 47

Μέθοδος Ανάλυσης Δεδομένων 51

Δεοντολογία – Ηθικά Ζητήματα Έρευνας 52

Εγκυρότητα και Αξιοπιστία Έρευνας 53

Περιορισμοί Έρευνας 55

Ανάλυση και Ερμηνεία Ευρημάτων 57

I. Αντιλήψεις μαθητών ως προς τα μαθηματικά εκτός σχολείου 57

II. Πώς η άτυπη, εξωσχολική γνώση υπεισέρχεται στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων 63

III. Συνήθεις δυσκολίες των μαθητών στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων 66

IV. Στρατηγικές που χρησιμοποιούνται κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων 76

Συζήτηση – Συμπεράσματα 94

Βιβλιογραφία 101

Παράρτημα........109

Εισαγωγή

Ήδη από τη δεκαετία του 1970 το ενδιαφέρον μιας μεγάλης μερίδας ερευνητών της μαθηματικής κοινότητας επικεντρώθηκε στη μελέτη των μαθηματικών πρακτικών που χρησιμοποιούνται από διάφορες πολιτισμικές ομάδες παγκοσμίως σε ποικίλες περιστάσεις της καθημερινότητάς τους. Είναι κοινά αποδεκτό, πλέον, το γεγονός ότι οι μαθηματικές ιδέες αναπτύχθηκαν στη βάση των ανθρώπινων αναγκών μέσα από κοινωνικό-πολιτισμικές καταστάσεις, ως ένα εργαλείο για να προσπελαστούν εμπόδια ή να εξηγηθούν φαινόμενα (Masingila, Davidenko, & Prus-Wisniowska, 1996˙ Masingila & de Silva, 2001). Ως εκ τούτου, οι άνθρωποι ανεξαρτήτως τόπου διαμονής ή μόρφωσης κατέχουν ένα σώμα άτυπης μαθηματικής γνώσης το οποίο επιστρατεύουν σε καθημερινή βάση κατά την εμπλοκή τους σε πληθώρα δραστηριοτήτων προκειμένου να επιλύσουν αυθεντικά προβλήματα.

Παρ’ όλα αυτά, όταν ο λόγος έρχεται στην παρεχόμενη μαθηματική εκπαίδευση στο πλαίσιο του σχολείου, παρατηρείται πως οι άτυπες γνώσεις παραγκωνίζονται, δεν αναγνωρίζονται και συνεπώς δεν αξιοποιούνται (D’Ambrosio, 1985). Τη θέση τους παίρνουν οι μαθηματικές ιδέες που το εκάστοτε Αναλυτικό Πρόγραμμα κρίνει ως απαραίτητες για την πορεία των μαθητών, οι οποίες συχνά δεν αφομοιώνονται με άμεση συνέπεια την *αποτυχία* τους στο γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών. Πράγματι, υπάρχει μια γενικευμένη ανησυχία σχετική με την επίδοση που σημειώνουν οι μαθητές στα μαθηματικά έργα, τόσο στην Ελλάδα όσο και στην υπόλοιπη Ευρώπη. Δεδομένα του 2012, από έρευνα του Διεθνούς Προγράμματος για την Αξιολόγηση των Μαθητών (Programme for International Student Assessment – PISA), όπως παρατίθεται από τη Valero (2017), καταδεικνύουν ότι ο μέσος όρος των Ελλήνων μαθητών είναι κάτω από το μέσο όρο του Οργανισμού Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης (Organization for Economic Cooperation and Development – OECD).

Η διερεύνηση της απουσίας σύνδεσης ανάμεσα στις μαθηματικές πρακτικές εντός και εκτός σχολικού πλαισίου αποτέλεσε το βασικότερο κίνητρο για την εκπόνηση της παρούσας εργασίας με θέμα τη γεφύρωση της άτυπης με την τυπική μαθηματική γνώση. Το προσωπικό άγχος που δημιουργούνταν ακόμα και στο άκουσμα της λέξης «μαθηματικά», οι προβληματισμοί και οι συζητήσεις μεταξύ συμμαθητών κατά τη διάρκεια της σχολικής μας πορείας αναφορικά με το πώς συνδέεται η καθημερινή πράξη με τα μαθηματικά αντικείμενα που διδασκόμασταν εντός τάξης, κατηύθυναν την επιλογή του συγκεκριμένου θέματος. Ταυτόχρονα, η παρακολούθηση του μαθήματος των *«Εθνομαθηματικών»* κατά το 4ο έτος των σπουδών διέγειρε το ενδιαφέρον μας για τη μελέτη του φαινομένου και σε συνδυασμό με την εθελοντική εμπλοκή σε πρόγραμμα μαθησιακής υποστήριξης παιδιών Ρομά, ορίστηκε η συγκεκριμένη μαθητική ομάδα που μελετήθηκε. Σκοπός, λοιπόν, της παρούσας εργασίας είναι να διερευνήσει την άτυπη μαθηματική γνώση που φέρουν οι Ρομά μαθητές στο σχολείο και το πώς αυτή μπορεί να αξιοποιηθεί σε έναν από τους κεντρικούς στόχους που θέτει το Αναλυτικό Πρόγραμμα για τα Μαθηματικά, την επίλυση προβλημάτων. Για τις ανάγκες της έρευνας διεξήχθη *συνέντευξη* και *παρατήρηση* της μαθηματικής συμπεριφοράς των μαθητών κατά την επεξεργασία των μαθηματικών έργων που δόθηκαν, αναδεικνύοντας παραμέτρους που εμπλέκονται κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων και στρατηγικών που διευκολύνουν τη μάθηση.

Η εργασία απαρτίζεται από δύο μέρη˙ στο πρώτο επιχειρείται η ανασκόπηση της σχετικής με το θέμα βιβλιογραφίας, με επιμέρους αναφορές στο ρόλο του πλαισίου στη μάθηση των Μαθηματικών, τη διάσταση που παρατηρείται μεταξύ εξωσχολικής και ενδοσχολικής μαθηματικής πρακτικής, την εθνομαθηματική εκπαίδευση, την επίλυση λεκτικών προβλημάτων και σαφώς την πολιτισμική και σχολική ταυτότητα των Ρομά. Στο δεύτερο μέρος της εργασίας παρουσιάζεται η έρευνα που διεξήχθη στο 10ο Δημοτικό Σχολείο Ν. Ιωνίας Βόλου, η ανάλυση των δεδομένων που συλλέχθηκαν και η εξαγωγή συμπερασμάτων.

Προτού προχωρήσουμε στο κυρίως σώμα της εργασίας, κρίνουμε απαραίτητη την αποσαφήνιση των εννοιολογικών ορισμών που χρησιμοποιούνται. Αναλυτικότερα, ως τυπική (formal) μάθηση προσδιορίζεται αυτή που πραγματώνεται στην υποχρεωτική εκπαίδευση, στο πλαίσιο του σχολείο, κατευθύνεται από τον εκπαιδευτικό, αξιολογείται και τα κίνητρα είναι περισσότερο εξωτερικά. Από την άλλη, η άτυπη (informal) μάθηση είναι αυθόρμητη, λαμβάνει χώρα παντού, δεν είναι δομημένη και κατευθύνεται από το ίδιο το άτομο που μαθαίνει˙ τα κίνητρα είναι περισσότερο εσωτερικά (Eshach, 2007).

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Ο ρόλος του «πλαισίου» στη μάθηση των μαθηματικών

Η μάθηση αποτελεί ένα κατ' εξοχήν ανθρώπινο γνώρισμα και έχουν καταβληθεί μεγάλες προσπάθειες στο πέρασμα των χρόνων για να μελετηθεί και να κατανοηθεί από ψυχολόγους κι εκπαιδευτικούς. Πρόκειται για μια διεργασία μέσω της οποία διαμορφώνεται η ανθρώπινη συμπεριφορά, οι συνήθειες και οι γνώσεις για τον κόσμο και συντελείται πάντα και παντού. Αυτό σημαίνει ότι κατά την είσοδό τους στο σχολείο, οι μικροί μαθητές δεν είναι «άγραφοι πίνακες» αλλά φέρουν ένα κορμό γνώσεων που συχνά αγνοείται και παραγκωνίζεται από τους εκπαιδευτικούς. Το πλαίσιο μέσα στο οποίο τα παιδιά αυτά μεγαλώνουν και δρουν, είτε πρόκειται για τον στενό κύκλο της οικογένειας είτε για την ευρύτερη κοινωνία, έχει καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη της γνώσης και σκέψης τους, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Η διερεύνηση της ανάπτυξης της μαθηματικής γνώσης των παιδιών επηρεάστηκε σημαντικά από τρεις θεωρητικές προσεγγίσεις σχετικές με τη γνωστική ανάπτυξη (Δεσλή, 2007). Οι απόψεις του Piaget διαμόρφωσαν τη λεγόμενη εποικοδομιστική προσέγγιση της μάθησης, σύμφωνα με την οποία τα παιδιά λειτουργούν ως «ερευνητές», ανακαλύπτοντας μόνοι τους μια γνώση περισσότερο σταθερή απ' ό,τι αν τους παρεχόταν εξωτερικά. Παράλληλα, ο Ελβετός ψυχολόγος έκανε λόγο για ορισμένους μηχανισμούς μάθησης, την αφομοίωση, τη συμμόρφωση, την εξισορρόπηση κι τη συλλογιστική αφαίρεση, οι οποίοι συμβάλλουν στη μαθηματική σκέψη των παιδιών (Δεσλή, 2007). Ωστόσο, τα ευρήματα του Piaget δέχθηκαν έντονη κριτική όταν διαπιστώθηκε ότι άτομα προερχόμενα από μη δυτικούς πολιτισμούς μολονότι αποτύγχαναν στα έργα που χρησιμοποίησε ο ίδιος στην έρευνά του, ήταν ικανοί για λογικό συμπερασμό, υπολογισμούς και ανάκληση κατά την επίλυση προβλημάτων στα πλαίσια πολιτισμικά σκόπιμης δραστηριότητας, αναδεικνύοντας έτσι την πολιτισμική διάσταση της μάθησης (Βοσνιάδου, 1994).

Η ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης από τη σκοπιά της εξειδικευμένης κατά τομέα γνώσης προσέγγισης (domain – specific knowledge) στηρίζεται σε ορισμένες έμφυτες αρχές που καθορίζουν πεδία μάθησης και διαφέρουν μεταξύ τους, επηρεάζοντας ανεξάρτητα κάθε πεδίο. Επομένως, οι διαδικασίες μάθησης της γλώσσας είναι δυνατόν να διαφέρουν σημαντικά από τις διαδικασίες εκμάθησης των αριθμών. Αξιοσημείωτη παραδοχή της προσέγγισης αυτής αποτελεί το γεγονός ότι τα παιδιά κατέχουν περίπλοκη γνώση για τους αριθμούς πριν ακόμα εκτεθούν τυπική, σχολική γνώση, ενώ διαδικασίες όπως η πρώτη αρίθμηση, η επίλυση προβλημάτων και η αναγνώριση συμμετριών αναπτύσσονται ήδη από την προσχολική ηλικία. Τέλος, η θεωρία των κοινωνικό – πολιτισμικών επιδράσεων με εισηγητή τον Ρώσο ψυχολόγο Lev Vygotsky αναδεικνύει την επιρροή των πολιτισμικών πρακτικών στη μαθηματική σκέψη των παιδιών. Η μάθηση σύμφωνα με τον Vygotsky αποτελεί μια κοινωνική διαδικασία κατά την οποία τα παιδιά επεξεργάζονται και εσωτερικεύουν γνώσεις και δεξιότητες διαθέσιμες στο κοινωνικό – πολιτισμικό τους πλαίσιο (Nasir, Hand, & Taylor, 2008). Οι σύγχρονες τάσεις υποστηρίζουν τον ενεργητικό ρόλο που έχει το παιδί στο να μάθει και να κατανοήσει τα μαθηματικά αντικείμενα, θεμελιώνοντας βέβαια τη νέα γνώση πάνω στην ήδη υπάρχουσα από το κοινωνικό – πολιτισμικό περιβάλλον στο οποίο ζει (Δεσλή, 2007).

Το πολιτισμικό πλαίσιο κατέχει σημαντική θέση στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και γνώσης προσφέροντας σε όλες τις κοινωνίες μια πληθώρα μαθηματικών δραστηριοτήτων (Lave, 1988). Εθνογραφικές μελέτες αναδεικνύουν τη χρήση ορισμένων κοινών μαθηματικών πρακτικών από όλες τις κουλτούρες στην προσπάθειά τους να καλύψουν τις ανάγκες του φυσικού και κοινωνικό – πολιτισμικού περιβάλλοντος. Ο Alan Bishop μελέτησε και κατηγοριοποίησε τις κοινές αυτές πρακτικές, προτείνοντας έξι παγκόσμιες δραστηριότητες οι οποίες συνάντησαν την αποδοχή της ερευνητικής κοινότητας: την αρίθμηση, τη μέτρηση, τον προσδιορισμό στο χώρο, τη σχεδίαση, το παιχνίδι και την εξήγηση (Σταθοπούλου, 2011). Οι δραστηριότητες αυτές συναντώνται σε όλες τις κουλτούρες ανεξάρτητα από το εάν έχουν δεχθεί επίσημη εκπαίδευση αποδεικνύοντας ότι το κοινωνικό – πολιτισμικό περιβάλλον επιδρά στη συγκρότηση άτυπης μαθηματικής γνώσης. Η Zaslavsky (1994) στην πολυετή έρευνά της *«Africa Counts: number and pattern in African culture»* παρατηρεί ότι στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης συμβάλλει μια πληθώρα παραγόντων όπως το περιβάλλον, οι θρησκευτικές πεποιθήσεις, η τεχνολογική πρόοδος, οι καλλιτεχνικές τάσεις και το πώς οι άνθρωποι βγάζουν τα προς το ζην. Σύμφωνα με τον D’ Ambrosio (1985) σχεδόν όλα τα παιδιά παγκοσμίως είναι «εγγράμματα μαθηματικά» (matherate), με την έννοια ότι αναπτύσσουν την ικανότητα να χρησιμοποιούν αριθμούς, ποσότητες, να προσδιορίζουν ποιότητες και ποσότητες καθώς και να εξάγουν ορισμένα μοτίβα συμπερασμάτων, πριν ακόμα εισαχθούν στο χώρο της σχολικής εκπαίδευσης αλλά και έξω από αυτή. Ο προαναφερθείς ερευνητής υπογραμμίζει ότι με την είσοδο στο σχολείο αυτή η αυθόρμητη μαθηματική γνώση και δραστηριότητα σταδιακά εξαλείφεται, δίνοντας τη θέση της στις επίσημες μαθηματικές πρακτικές που διδάσκονται. Κι ενώ ο άτυπος μαθηματικός γραμματισμός καταπιέζεται και ξεχνιέται, ο διδαχθείς δεν αφομοιώνεται από τους μαθητές με άμεση συνέπεια το βίωμα της αποτυχίας. Συνεπώς, όλοι οι μαθητές φέρουν στο σχολείο μαθηματική γνώση από την καθημερινή τους εμπειρία και πρακτική, η οποία όμως συχνά παραμένει κρυμμένη και αναξιοποίητη εφόσον μαθαίνουν να χρησιμοποιούν τις μαθηματικές διαδικασίες που διδάσκονται και αξιολογούνται από τον εκπαιδευτικό (Masingila, 1993).

Εθνομαθηματικά και Μαθηματική Εκπαίδευση

Για μια μεγάλη περίοδο τα Μαθηματικά εκλαμβάνονταν ως ένα πολιτισμικά ουδέτερο γνωστικό αντικείμενο απομακρυσμένο από κοινωνικές αξίες και διδάσκονταν πάντα ως ένα μάθημα που συμπεριλαμβάνει παγκοσμίως αποδεκτά δεδομένα, ιδέες και περιεχόμενα (Rosa & Orey, 2011). Το ενδιαφέρον για την κοινωνική και πολιτισμική διάσταση των Μαθηματικών εντάθηκε, όπως παρατηρεί η Σταθοπούλου (2011), κατά τις δεκαετίες του 1970 και 1980, όταν η μαθηματική κοινότητα άρχισε να προβληματίζεται έντονα και να συζητά την αποτυχία της διδασκαλίας των Μαθηματικών σε όλο το μαθησιακό πληθυσμό με ενιαίο τρόπο αλλά και την ανεπάρκεια των ψυχολογικών προσεγγίσεων που θέτουν στο προσκήνιο αποκλειστικά τις μαθηματικές ικανότητες του ατόμου. Έτσι, έκανε την εμφάνισή του το κίνημα των Εθνομαθηματικών, με εισηγητή τον Βραζιλιάνο μαθηματικό Ubiratan D' Ambrosio ο οποίος χρησιμοποίησε τον όρο για να περιγράψει τις μαθηματικές πρακτικές αναγνωρίσιμων πολιτισμικών ομάδων (D' Ambrosio, 1985). Αναφορικά με τον ακριβή ορισμό της έννοιας παρατηρείται μια ασυμφωνία μεταξύ των ερευνητών που ενδεχομένως προκύπτει από την πληθώρα των πλαισίων στα οποία κινούνται (Σταθοπούλου, 2011). Ο ίδιος ο D' Ambrosio, μάλιστα, έχει διατυπώσει κατά καιρούς μια ποικιλία ορισμών, ένας εκ των οποίων προσεγγίζει τα Εθνομαθηματικά μέσα από την ετυμολογική προέλευση της λέξης:

> Το πρόθεμα «εθνο» (ethno) γίνεται αποδεκτό σήμερα ως ένας ευρύς όρος που αναφέρεται στο κοινωνικό-πολιτισμικό πλαίσιο και συνεπώς περιλαμβάνει, τη γλώσσα, τη λεπτολογία και

> κώδικες συμπεριφοράς, μύθους και σύμβολα. Η προέλευση του «μάθημα» (mathema) είναι δύσκολη, αλλά τείνει να εννοείται το να εξηγεί κανείς, να μαθαίνει, να καταλαβαίνει και να εμπλέκεται σε δραστηριότητες όπως την κωδικοποίηση, την μέτρηση, την ταξινόμηση, το συμπερασμό και τη μοντελοποίηση. Το πρόσφυμα «τικα» (tics) προέρχεται από την τέχνη και είναι ομόρριζο της τεχνικής (D' Ambrosio, 1990, σ. 81).

Ο εν λόγω όρος χρησιμοποιήθηκε αρχικά για να αναφερθεί στις μαθηματικές πρακτικές γηγενών πληθυσμών ωστόσο στη συνέχεια επεκτάθηκε καλύπτοντας όλες τις κοινωνικές και πολιτισμικές ομάδες, όπως τις αστικές και αγροτικές κοινότητες, τις επαγγελματικές τάξεις, τα παιδιά συγκεκριμένης ηλικίας και τις ομάδες εργατών (Κολέζα, 2009). Όπως υπογραμμίζει ο Ernest (2009), οι νεότερες προσεγγίσεις της φιλοσοφίας των Μαθηματικών συμμερίζονται αυτό που όρισε ο Restivo (1993) ως τον «*Προμηθεϊκό άθλο της μεταφοράς των μαθηματικών στη γη*», εξηγώντας τα με όρους της κοινωνικής, πολιτισμικής και υλικής πραγματικότητας που κατοικείται από τον άνθρωπο και όχι αναζητώντας απαντήσεις σε εναλλακτικά σύμπαντα.

Η προσέγγιση αυτή των Μαθηματικών δεν θα μπορούσε να αφήσει ανεπηρέαστη τη μαθηματική εκπαίδευση που παρέχεται στα σχολεία. Σύμφωνα με τη Σταθοπούλου (2011, σ. 130) «*η βελτίωση της μαθηματικής εκπαίδευσης αποτελεί ένα από τα βασικά κίνητρα για την εθνομαθηματική έρευνα*» και ως εκ τούτου πολλοί ερευνητές εστιάζουν το ενδιαφέρον τους στον τομέα αυτό. Η διδασκαλία των Μαθηματικών σήμερα χαρακτηρίζεται ως μια απαιτητική δουλειά˙ οι εκπαιδευτικοί είναι απαραίτητο να είναι προετοιμασμένοι για να αναπτύξουν τις μαθηματικές ικανότητες των μαθητών, να ενθαρρύνουν την κριτική τους στάση και να τους ενισχύουν με ειδικές μαθηματικές γνώσεις και αυτοπεποίθηση. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με το να συμπεριλαμβάνουν μαθηματικές ιδέες από διάφορους πολιτισμούς και βοηθώντας τους μαθητές να αναγνωρίσουν τη συμβολή των ατόμων διαφορετικής κουλτούρας στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης (D' Ambrosio & Rosa, 2017). Όπως υποστηρίζουν οι δύο ερευνητές, ένας από τους βασικότερους λόγους ένταξης της εθνομαθηματικής προοπτικής στη μαθηματική εκπαίδευση αποτελεί ακριβώς η απομυθοποίηση των μαθηματικών ως ένα μόνιμο, απόλυτο και μοναδικό σώμα γνώσης καθώς μια τέτοια αντίληψη οδηγεί στη λανθασμένη πεποίθηση ότι όσοι έχουν καλές επιδόσεις στο συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο είναι περισσότερο έξυπνοι και ανώτεροι των υπολοίπων. Ως εκ τούτου, οι εθνομαθηματικές πρακτικές στο σχολείο μπορούν να ενθαρρύνουν το σεβασμό, την αλληλεγγύη και τη συνεργασία μεταξύ των μαθητών, όπως τονίζουν οι D’ Ambrosio και Rosa (2017).

Το ερώτημα «*Πώς θα έμοιαζε ένα εθνομαθηματικό αναλυτικό πρόγραμμα και ποια η θέση των τυπικών, ακαδημαϊκών Μαθηματικών σε αυτό;*» κατηύθυνε τους Rowlands και Carson (2002) οι οποίοι εντόπισαν τις ακόλουθες τέσσερις πιθανότητες μελετώντας το πού θα μπορούσαν να στέκονται τα Εθνομαθηματικά σε σχέση με τη διδασκαλία των τυπικών, ακαδημαϊκών Μαθηματικών: α) τα Εθνομαθηματικά θα πρέπει να αντικαταστήσουν τα ακαδημαϊκά στο Αναλυτικό Πρόγραμμα, β) θα πρέπει να τοποθετηθούν στο Αναλυτικό Πρόγραμμα συμπληρωματικά ώστε οι μαθητές να αναγνωρίσουν τη συμβολή των πολιτισμών, γ) θα πρέπει να χρησιμοποιούνται ως εφαλτήριο για τα ακαδημαϊκά μαθηματικά και, γ) θα πρέπει να υπολογίζονται όταν προετοιμάζονται καταστάσεις μάθησης. Από την άλλη, ο Pompeu (όπως αναφέρεται στη Σταθοπούλου, 2011) προτείνει η διδασκαλία των Μαθηματικών να ξεκινά από τους ίδιους τους μαθητές και προβάλλει τρεις αρχές αναγκαίες να συμπεριληφθούν στο αναλυτικό πρόγραμμα: α) η ύλη του μαθήματος να μην είναι προκαθορισμένη αλλά να προτείνεται, β) ο εκπαιδευτικός να αξιοποιεί διαφορετικές κοινωνικές και πολιτισμικές δραστηριότητες κατάλληλες προς μαθηματική διερεύνηση και, γ) να προτείνει διδακτικές προσεγγίσεις στις δραστηριότητες αυτές που θα μπορούν να επιλέξουν οι μαθητές ανάλογα με τις δικές τους καταστάσεις.

Τα Μαθηματικά, όπως προαναφέρθηκε, αποτελούν ένα πολιτισμικό προϊόν. Ως εκ τούτου, και η μάθησή τους θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως μια διαπολιτισμική κατάσταση. Σύμφωνα με τον Tate (όπως αναφέρεται στην Κολέζα, 2009), η πολυπολιτισμική μαθηματική εκπαίδευση μπορεί να εμφανιστεί είτε στο επίπεδο της συνεργασίας του δασκάλου με τους μαθητές που προέρχονται από διαφορετικά πολιτισμικά πλαίσια για τη βελτίωση συναισθηματικών παραγόντων, είτε με τη μορφή της προσθήκης πολυπολιτισμικών στοιχείων στο περιεχόμενο του μαθήματος ή στα εγχειρίδια των Μαθηματικών. Ένα καίριο ερώτημα σχετικό με την πολιτισμική διάσταση των Μαθηματικών αφορά στο πώς θα μπορούσε η μαθηματική εκπαίδευση εντός σχολείου να ανταποκρίνεται στην κουλτούρα των μαθητών με διαφορετικό κοινωνικό-πολιτισμικό υπόβαθρο με τρόπο επαρκή και αποτελεσματικό. Η προσέγγιση του ζητήματος αυτού επιχειρείται μέσα από την «Πολιτισμικά Ανταποκρινόμενη Μαθηματική Εκπαίδευση» (Culturally Responsive Mathematics

Education), ένα σύνολο ειδικών παιδαγωγικών γνώσεων, διατάξεων και πρακτικών που ευνοούν τη μαθηματική σκέψη, τα πολιτισμικά και γλωσσικά κεφάλαια της γνώσης και αγγίζουν θέματα ισχύος και κοινωνικής δικαιοσύνης στη μαθηματική εκπαίδευση, όπως αναλύεται στη συνέχεια (Aguirre & Zavala, 2013).

Πολιτισμικά Ανταποκρινόμενη Μαθηματική Εκπαίδευση (Culturally Responsive Mathematics Education)

Ως Πολιτισμικά Ανταποκρινόμενη Διδασκαλία (Culturally Responsive Teaching) ορίζεται από την Geneva Gay (2000) η χρήση πολιτισμικών χαρακτηριστικών, εμπειριών και προοπτικών των μαθητών με διαφορετική εθνική καταγωγή ως αρωγούς για την αποτελεσματικότερη διδασκαλία τους. Στηρίζεται στην παραδοχή ότι όταν οι ακαδημαϊκές γνώσεις και δεξιότητες τοποθετούνται μέσα σε βιωμένες εμπειρίες και πλαίσια αναφοράς των μαθητών, αποκτούν περισσότερο προσωπικό νόημα και μαθαίνονται ευκολότερα και λεπτομερέστερα. Κατά συνέπεια, η ακαδημαϊκή επίδοση των μαθητών διαφορετικών εθνικοτήτων βελτιώνεται καθώς διδάσκονται μέσα από τα «φίλτρα» της δικής τους κουλτούρας. Μία τέτοια προσέγγιση στη διδασκαλία και μάθηση συνεπάγεται την αναδιαμόρφωση του ρόλου των εκπαιδευτικών ώστε να μπορούν να ανταποκρίνονται στις ανάγκες των μαθητών στις πολυπολιτισμικές τάξεις, ο πληθυσμός των οποίων ολοένα και αυξάνεται.

Σε ένα πολυπολιτισμικό πλαίσιο που υιοθετεί την Πολιτισμικά Ανταποκρινόμενη διδασκαλία, οι δάσκαλοι χρειάζεται να γνωρίζουν σε βάθος τους μαθητές τους και την κουλτούρα που φέρουν στην τάξη. Αναλυτικότερα, το βασικό σώμα των γνώσεων αυτών που πρέπει να έχει ο εκπαιδευτικός συνίσταται στα εξής: α) ποιες εθνικές ομάδες δίνουν προτεραιότητα στην κοινότητα και στη συνεργατική επίλυση προβλημάτων που παρουσιάζονται και πώς αυτές οι προτιμήσεις επηρεάζουν τα κίνητρα των μαθητών, τις φιλοδοξίες και την επίδοση στις εργασίες τους, β) πώς οι κώδικες συμπεριφοράς που ακολουθούν οι μαθητές διαφορετικών πολιτισμικών ομάδων κατά την αλληλεπίδρασή τους με τους ενήλικες παρουσιάζονται στο εκπαιδευτικό πλαίσιο και, γ) πώς καθορίζεται ο ρόλος των φύλων μέσα στην τάξη (Gay, 2002). Ωστόσο, όπως όλοι οι άνθρωποι, έτσι και οι εκπαιδευτικοί έχουν ένα σύνολο πεποιθήσεων και αντιλήψεων το οποίο διαποτίζει την παιδαγωγική πράξη. Οι πρακτικές και οι μέθοδοι που υιοθετούν κατά τη διδασκαλία εμφορούνται από τις προσωπικές τους απόψεις, γεγονός που στην προκειμένη περίπτωση σημαίνει ότι δεν αρκεί μόνο να γνωρίζουν το υπόβαθρο των μαθητών τους και να εφαρμόζουν εκπαιδευτικές πρακτικές, αλλά να πιστεύουν και να αναγνωρίζουν αφενός τα Μαθηματικά ως ένα πολιτισμικό προϊόν και αφετέρου τη συμβολή των διαφορετικών από τη δική τους κουλτούρα πολιτισμών στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης. Όπως υποστηρίζει η Gay (2002), οι δάσκαλοι που «ανταποκρίνονται πολιτισμικά» στη διδασκαλία έχουν ένα υψηλό επίπεδο κοινωνικό-πολιτισμικής συνείδησης, βλέπουν τους εαυτούς τους ως φορείς αλλαγών, κατανοούν και ενσωματώνουν στη διδασκαλία τους κονστρουκτιβιστική οπτική μέσα σε ένα κατάλληλα διαμορφωμένο περιβάλλον τάξης που ενθαρρύνει τους μαθητές για εμπλοκή. Ο συνδυασμός των παραπάνω επιτρέπει το σχεδιασμό διδασκαλιών που διευκολύνουν τη μάθηση σε ένα διαπολιτισμικό πλαίσιο και γεφυρώνουν το σχολείο με την κοινότητα των μαθητών.

Όσον αφορά στη μαθηματική εκπαίδευση, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να βοηθήσουν τους μαθητές να διατηρήσουν μεν τη δική τους, πολιτισμική ακεραιότητα ενώ ταυτόχρονα να επιτυγχάνουν ακαδημαϊκά κατορθώματα. Κάτι τέτοιο μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσα από τη διερεύνηση των μαθηματικών ιδεών που «κρύβονται» μέσα σε ποικίλες πολιτισμικές πρακτικές, όπως στην αρχιτεκτονική, τους προφορικούς αλγόριθμους που χρησιμοποιούντα στο δρόμο, τα λαϊκά αινίγματα, παιχνίδια και παζλ, υπογραμμίζοντας τις συνεισφορές των άλλων λαών στα Μαθηματικά (Gupta, 2017). Ακόμα, είναι αναγκαίο να δώσουν έμφαση στην αξιοποίηση των μαθηματικών πόρων των μαθητών, των οικογενειών τους και της κοινότητάς τους. Τα δύο τελευταία πλαίσια κατέχουν γνώσεις, εμπειρίες και δεξιότητες που μπορούν να αποτελέσουν σημαντικούς πόρους και όχι ελλείμματα, αν διερευνηθούν και χρησιμοποιηθούν με κατάλληλο τρόπο (Aguirre & Zavala, 2013). Όπως επισημαίνουν οι προαναφερθέντες συγγραφείς, οι δάσκαλοι που υιοθετούν την Πολιτισμικά Ανταποκρινόμενη Μαθηματική Εκπαίδευση μπορούν να διευρύνουν τη μαθηματική σκέψη των μαθητών εφαρμόζοντας ορισμένες πρακτικές όπως το να χτίζουν γέφυρες μεταξύ των γνώσεων που ήδη κατέχουν και των νέων, να υποστηρίζουν τη διγλωσσία με την παράλληλη ανάπτυξη της ακαδημαϊκής γλώσσας, να ενθαρρύνουν τη σύνδεση της τυπικής γνώσης με πόρους μάθησης και εμπειριών και να καλλιεργούν την κριτική μαθηματική σκέψη των μαθητών που θα τους επιτρέψει να αναλύουν και να αντιμετωπίζουν αυθεντικά προβλήματα εκτός σχολικού πλαισίου.

Το χάσμα των Μαθηματικών εντός κι εκτός σχολείου

Οι Mukhopadyay και Greer (2015) στοχαζόμενοι σχετικά με τη σύγχρονη μαθηματική εκπαίδευση στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής αλλά και σε άλλες χώρες διακρίνουν ορισμένες βασικές διαστάσεις της. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρούν ότι τα Αναλυτικά Προγράμματα για τα μαθηματικά είναι ομογενοποιημένα και ενισχυμένα με διεθνείς αξιολογήσεις ενώ δίνεται αδικαιολόγητη βαρύτητα στις επιδόσεις των μαθητών σε αυτές. Ακόμα, επικρατεί μια εκτεταμένη ρητορική σχετική με την αναγκαιότητα παροχής μιας υψηλού επιπέδου μαθηματικής εκπαίδευσης δεδομένης της ανταγωνιστικής παγκόσμιας αγοράς τη στιγμή που τα μαθηματικά γίνονται αντιληπτά ως μια επιστήμη ανεξάρτητη της κουλτούρας ενώ τα ακαδημαϊκά μαθηματικά ως ένα αγνό, ευρωπαϊκό επίτευγμα. Βάσει και των προαναφερθέντων δεδομένων, μια κρίσιμη αδυναμία της μαθηματικής εκπαίδευσης σε παγκόσμιο επίπεδο μπορεί να θεωρηθεί η απουσία σύνδεσης μεταξύ των σχολικών δρώμενων τόσο με την καθημερινή, κοινωνικό – πολιτισμική εμπειρία των μαθητών, των οικογενειών και της κοινότητας στην οποία ανήκουν όσο και με τη μελλοντική τους ζωή. Τα μαθηματικά εντός κι εκτός σχολείου φαίνεται να εμφανίζονται ως δύο διαφορετικοί κόσμοι και το ζήτημα της μεταφοράς της σχολικής γνώσης στην καθημερινή ζωή παραμένει καίριο. Το «δίλημμα της μεταφοράς», όπως το χαρακτηρίζουν οι Carraher και Schliemann (2002), αποτέλεσε για χρόνια ένα πεδίο σύγχυσης στην ερευνητική κοινότητα, με μελέτες να αποτυγχάνουν να αποδείξουν ότι υφίσταται η μεταφορά της γνώσης από το ένα πλαίσιο στο άλλο. Ο Παναγάκος (2002), επιχειρώντας να απαντήσει στο ερώτημα γιατί οι μαθητές συχνά δεν δύνανται να μεταφέρουν τα μαθηματικά που μαθαίνουν στο σχολείο σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής, διακρίνει ορισμένες εξηγήσεις του φαινομένου. Η γραπτή διάσταση που λαμβάνουν τα σχολικά μαθηματικά, εφόσον παρουσιάζονται συνήθως ως γραπτά κείμενα και απαιτούν υπολογισμούς με μολύβι και χαρτί, έρχεται σε αντίθεση με την «προφορικότητα» των καθημερινών μαθηματικών που επιλύονται κατά βάση με νοερούς υπολογισμούς. Ακόμα, η τυπολογία των ασκήσεων στο σχολείο έχει ελάχιστη σύνδεση με την πραγματικότητα, αφού συχνά πρόκειται για αποπλαισιωμένους υπολογισμούς. Εξηγήσεις αναζητούνται, επίσης, στη διδακτική μεθοδολογία που ακολουθείται από τον εκπαιδευτικό η οποία είναι συνήθως μονομερής και περιορίζει τη θέαση των προβλημάτων από την οπτική γωνία των μαθητών. Τέλος, ο εξετασιοκεντρικός χαρακτήρας της εκπαίδευσης στο σύνολό της απαιτεί από τους μαθητές να επεξεργάζονται μαθηματικές δραστηριότητες με προσανατολισμό στις εξεταστικές ανάγκες, επομένως είναι δύσκολο να αναμένεται από αυτούς να ανταποκριθούν στις μαθηματικές απαιτήσεις της καθημερινότητας.

Πράγματι, πληθώρα ερευνών ήδη από τις απαρχές της μελέτης της πολιτισμικής διάστασης των μαθηματικών υποστηρίζει την ύπαρξη διαχωρισμού της επίσημης μαθηματικής γνώσης που παρέχεται από το εκπαιδευτικό σύστημα από την άτυπη μαθηματική γνώση που οι ίδιοι οι μαθητές φέρουν κατά την είσοδό τους στο σχολικό πλαίσιο. Όπως έχει επισημανθεί από τον D'Ambrosio, οι άνθρωποι συχνά χρησιμοποιούν πολύ διαφορετικές μαθηματικές διαδικασίες και διεργασίες σκέψης σε περιστάσεις του εξωσχολικού τους περιβάλλοντος από αυτές που διδάσκονται στο σχολείο, στο πλαίσιο του οποίου όχι μόνο δεν ενθαρρύνονται, αλλά μάλλον αποθαρρύνονται από το να συνδέουν τη μαθηματική τους δραστηριότητα εντός κι εκτός αυτού (Masingila, 1993). Παρ' όλα αυτά, το ερευνητικό ενδιαφέρον σχετικά με τη χρήση των μαθηματικών στο εξωσχολικό περιβάλλον είναι ιδιαίτερα αυξημένο με τους μελετητές να εξετάζουν τις καθημερινές μαθηματικές πρακτικές που αξιοποιούν οι άνθρωποι ad hoc για τη λύση των προβλημάτων που εγείρονται στα διάφορα πλαίσια. Όπως, όμως, εύλογα αναρωτιέται ο Arcavi (2002, p. 13): «*Τι περιλαμβάνουν ή τι αποκλείουν τα καθημερινά μαθηματικά*;» και «*Για ποιον είναι καθημερινά*»; Καθώς όλοι οι άνθρωποι δεν μοιράζονται τις ίδιες ασχολίες και τα ίδια επαγγέλματα η καθημερινότητά τους διαφέρει, ιδίως για εκείνους των οποίων η εργασία έχει άμεση σχέση με τα μαθηματικά, όπως για παράδειγμα οι μηχανικοί, και συνεπώς ασχολούνται για ένα μεγάλο μέρος της ρουτίνας τους με αυτά (Arcavi, 2002). Στη δική της ερμηνεία για την καθημερινότητα η Lave (1988) θεωρεί πως δεν πρόκειται για μια ώρα της ημέρας, δεν είναι ούτε κοινωνικός ρόλος, ούτε μια ομάδα δραστηριοτήτων αλλά ούτε και συγκεκριμένες κοινωνικές περιστάσεις:

> [η καθημερινότητα] είναι απλά αυτό που κάνουν οι άνθρωποι σε καθημερινούς, εβδομαδιαίους, μηνιαίους, συνήθεις κύκλους δραστηριότητας. Ο δάσκαλος και οι μαθητές μιας τάξης εμπλέκονται σε «καθημερινή δραστηριότητα» με την ίδια έννοια όπως ένα άτομο που ψωνίζει λαχανικά στο σούπερ μάρκετ μετά τη δουλειά ή ένας επιστήμονας στο εργαστήριο (p. 15).

Η Moschkovich (2002, p. 1-2), προτείνει μια διάκριση παρότι η ίδια η ερευνήτρια θεωρεί περίπλοκους και αμφισβητήσιμους τους όρους που αποδίδονται σε διαφορετικές μαθηματικές πρακτικές, υποστηρίζοντας πως συχνά αλληλεπικαλύπτονται. Για τις ανάγκες μιας κοινής συνεννόησης επί του θέματος, τα ακαδημαϊκά μαθηματικά (academic mathematics) αναφέρονται σε πρακτικές των ακαδημαϊκών μαθηματικών (academic mathematicians), τα σχολικά μαθηματικά (school mathematics) σε πρακτικές των δασκάλων και μαθητών εντός σχολικού πλαισίου, τα καθημερινά μαθηματικά (everyday mathematics) σε πρακτικές ενηλίκων και παιδιών σε καθημερινά πλαίσια, εκτός σχολικών και ακαδημαϊκών μαθηματικών και τέλος, τα μαθηματικά του εργασιακού χώρου (workplace mathematics) – ως υποσύνολο των καθημερινών πρακτικών – αναφέρονται σε πρακτικές ενηλίκων ή παιδιών στο χώρο εργασίας. Τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται στα διάφορα επαγγέλματα, λόγου χάρη οι αρχιτέκτονες ή οι μηχανικοί, εντάσσονται στην κατηγορία των μαθηματικών του εργασιακού χώρου.

Αναλογιζόμενη την πολυπολιτισμική και πολύγλωσση πραγματικότητα των τάξεων στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής, η Gay (2009) τονίζει ότι πολλοί μαθητές δυσκολεύονται να συνδέσουν μαθηματικές έννοιες, αρχές και εφαρμογές με την πραγματική ζωή όταν αυτές παρουσιάζονται διαρκώς αποπλαισιωμένες και αφηρημένες. Θέτει, μάλιστα, ένα ερώτημα – κλειδί που χρήζει απάντησης για μια ποιοτικότερη και αποτελεσματικότερη εκπαίδευση: «*Πώς μπορούν οι μονόγλωσσοι Ευρωπαίοι – Αμερικάνοι δάσκαλοι να δουλέψουν καλύτερα με μαθητές οι οποίοι είναι διαφορετικού χρώματος, φοιτούν σε σχολείο φτωχών αστικών περιοχών και είναι συχνά πολύγλωσσοι*;» (σ. 189). Είναι χρήσιμο να διδαχθούν οι εκπαιδευτικοί πώς να «ανθρωποποιούν» τα μαθηματικά και να τοποθετούν αυτές τις ανακατασκευές στη ζώσα καθημερινότητα των διαφόρων φυλετικών, πολιτισμικών και κοινωνικών ομάδων. Η αξιοποίηση στην τάξη προβλημάτων με πολιτισμικές και κοινωνικές πτυχές που αντανακλούν συνάμα τις προσωπικές εμπειρίες των μαθητών είναι δυνατόν να μετατρέψει τη διδασκαλία των μαθηματικών σε μια περισσότερο ενδιαφέρουσα και αποτελεσματικότερη διαδικασία. Μέσα από την επεξεργασία τέτοιων προβλημάτων, οι μαθητές έρχονται πιο κοντά στην πραγματικότητα ενώ ακόμα, αποκτούν περισσότερη εμπιστοσύνη στον εαυτό τους (Παναγάκος, 2002).

Ένα σημαντικό κίνημα προς μια κοντινή στην καθημερινότητα των μαθητών μαθηματική εκπαίδευση παρατηρήθηκε στην Ολλανδία την περίοδο 1970 – 1990, με την θεμελίωση και εφαρμογή της Ρεαλιστικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης (Realistic

Mathematics Education) από τον Freudenthal. Ο Γερμανός μαθηματικός εισάγει το σλόγκαν «Τα Μαθηματικά ως ανθρώπινη δραστηριότητα» και μαζί με κάποιους ακόμα μαθηματικούς, τους Thom, Whitney, Hilton και Lakatos, υποστηρίζουν ότι στο πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης θα πρέπει η πραγματικότητα να αποτελεί σημείο εκκίνησης και πεδίο εφαρμογής, να δίνεται έμφαση στη διαδικασία επανακατασκευής των μαθηματικών εννοιών στα θεμέλια των ήδη υπαρχουσών διαισθητικών και υπονοούμενων γνώσεων των μαθητών, ενώ τέλος, η διδασκαλία να κυμαίνεται σε επίπεδα «συγκεκριμενοποίησης» και «αφαίρεσης» (Κολέζα, 2000˙ Gravemeijer & Doorman, 1999). Η εξερεύνηση μαθηματικών εννοιών υπό το πρίσμα της Ρεαλιστικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης πραγματοποιείται φαινομενολογικά μέσα από την επεξεργασία προβλημάτων διατυπωμένων σε συγκεκριμένο, πραγματικό πλαίσιο. Τίθενται τα λεγόμενα «προβλήματα πλαισίου» (context problems) τα οποία έχουν μια ευρύτερη έννοια από τα παραδοσιακά «λεκτικά» προβλήματα (word problems). Λαμβάνουν μεν τη μορφή λεκτικού προβλήματος ωστόσο μπορούν είτε να ενσωματωθούν σε παιχνίδι, σε κάποια ιστορία, είτε να αναπαρασταθούν με μοντέλα και γραφήματα είτε να εμφανιστούν ως συνδυασμός των παραπάνω (Treffers, 2012, σ. 255). Αναφορικά με την επίλυση λεκτικών προβλημάτων, η οποία αποτελεί και το σημείο εστίασης της παρούσας ερευνητικής εργασίας, γίνεται εκτενής λόγος στη συνέχεια.

Επίλυση λεκτικών προβλημάτων

Για τα λεκτικά προβλήματα υπάρχει μια ποικιλία ορισμών με βάση τις έρευνες που διεξαχθεί. Ένας ευρέως αποδεκτός ορισμός είναι αυτός που δίνουν οι Verschaffel, Greer και De Corte (όπως αναφέρεται από τον Palm, 2009, σ. 3) ως «*κειμενικές περιγραφές καταστάσεων που φέρονται να είναι κατανοητές από τον αναγνώστη και στις οποίες οι μαθηματικές ερωτήσεις τίθενται σε ένα εννοιολογικό πλαίσιο*» και συνεχίζουν θεωρώντας τα λεκτικά προβλήματα έναν πιθανό σύνδεσμο μεταξύ των αφηρημένων μαθηματικών εννοιών και των φαινομένων του πραγματικού κόσμου. Έτσι, φαίνεται πως οι καθαρά μαθηματικές ασκήσεις «ντύνονται» με ένα πλαίσιο της πραγματικής ζωής και αναμένεται από τους μαθητές να «γδύσουν» και να λύσουν τις ασκήσεις αυτές, όπως περιγράφει γλαφυρά ο Palm (2009, σ.3). Ένας άλλος ορισμός προέρχεται από τον Hiebert και τους συνεργάτες του (αναφέρεται στον Van de Walle, 2007), οι οποίοι προσδιορίζουν τα λεκτικά προβλήματα ως οποιαδήποτε δραστηριότητα για την επίλυση της οποίας τα παιδιά δεν έχουν αποστηθίσει κανέναν κανόνα ή μέθοδο, ούτε θεωρούν πώς υπάρχει ένας καθορισμένος «σωστός» τρόπος επίλυσης.

Τα λεκτικά προβλήματα αποτελούν μέρος των αναλυτικών προγραμμάτων για τα μαθηματικά σε πολλά εκπαιδευτικά συστήματα. Ένα από τα σημαντικότερα και ακλόνητα επιχειρήματα της συμπερίληψης λεκτικών προβλημάτων στο αναλυτικό πρόγραμμα αποτελεί το γεγονός ότι θεωρείται πως συμβάλλουν στην προώθηση ρεαλιστικής μαθηματικής μοντελοποίησης και στην ανάπτυξη των δεξιοτήτων των μαθητών σχετικών με το πότε και πώς να αξιοποιούν τη μαθηματική τους γνώση για να προσεγγίζουν και να λύνουν προβλήματα σε πρακτικές, καθημερινές περιστάσεις (De Corte, Verschaffel, & Greer, 2000˙ Sepeng, 2013). Στην Ελλάδα, η σημασία της επίλυσης προβλημάτων εισήχθη λίγο αργότερα, όπως παρατηρεί η Τζεκάκη (2007). Ένα αξιοσημείωτο στοιχείο σχετικά με την επίλυση προβλημάτων αποτελεί το γεγονός ότι η διδασκαλία η οποία πραγματοποιείται μέσω εργασιών που απαιτούν την επίλυση προβλημάτων θέτει στο επίκεντρο τους μαθητές καθώς έχει ως σημείο εκκίνησης τις ιδέες τους (Τζεκάκη, 2007).

Ο Van de Walle (2007) συγκεντρώνει ορισμένα από τα σημαντικότερα μαθησιακά οφέλη της αξιοποίησης προβλημάτων κατά τη διδασκαλία, τα οποία συνίστανται στα εξής: α) η επίλυση προβλημάτων προωθεί την κατανόηση εφόσον όταν οι μαθητές λύνουν προβλήματα συλλογίζονται πάνω στις εγγενείς ιδέες των προβλημάτων με συνέπεια οι ιδέες που αναπτύσσονται να συγχωνεύονται με τις ήδη υπάρχουσες, γεγονός που συμβάλλει στην πληρέστερη κατανόηση, β) ενισχύει την αυτοπεποίθηση των μαθητών καθώς δημιουργείται η πίστη ότι είναι ικανοί να ασχοληθούν με τα μαθηματικά και να τα καταλάβουν, γ) επιτρέπει κάθε πιθανό τρόπο επίλυσης που μπορεί να σκεφθούν οι μαθητές και τέλος, δ) αναπτύσσει τη μαθηματική δύναμη. Πάντως, οι ικανότητες επίλυσης προβλημάτων έχουν συνδεθεί μέσα από ποικιλία ερευνών με γλωσσικά και αντιληπτικά χαρακτηριστικά, αλλά και με τη νοημοσύνη, τη δημιουργικότητα και τη μνήμη, ενώ επιχειρήθηκε και η συσχέτιση με γνωρίσματα όπως το φύλο, το κοινωνικο-οικονομικό επίπεδο, ακόμα και με στοιχεία της προσωπικότητας (Τζεκάκη, 2007).

Ο πρώτος που ασχολήθηκε συστηματικά με τεχνικές επίλυσης προβλημάτων ήταν ο Polya, ο οποίος ήδη από το 1945 στο γνωστό βιβλίο του «How to solve it» προτείνει ορισμένα βήματα που θα πρέπει να ακολουθήσει κανείς για να λύσει ένα πρόβλημα (Τουμάσης, 2004). Δεδομένα, όμως, από την εκπαιδευτική πραγματικότητα φανερώνουν μια έντονη δυσχέρεια των μαθητών στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων. Σχετικά με το ζήτημα αυτό, κοινή άποψη πολλών ερευνητών και δασκάλων είναι ότι η βασική δυσκολία των μαθητών να ανταποκριθούν σε τέτοιου είδους μαθηματικά αντικείμενα εντοπίζεται στην επιλογή της κατάλληλης πράξης ώστε να βρεθεί το άγνωστο στοιχείο. Ωστόσο, η αντίληψη αυτή δεν αντικατοπτρίζει την αλήθεια για ένα μεγάλο αριθμό μαθητών, για τους οποίους η δυσκολία βρίσκεται σε προηγούμενο στάδιο, στην διαμόρφωση της κατάλληλη αναπαράστασης του προβλήματος (De Corte & Verschaffel, 2005). Πλήθος ερευνών καταλήγουν στο κοινό συμπέρασμα ότι η δυσκολία επίλυσης σχετίζεται άμεσα με την ακατάλληλη παρουσίαση του προβλήματος˙ οι λανθασμένες απαντήσεις των μαθητών οφείλονται περισσότερο στην αδυναμία κατασκευής της κατάλληλη αναπαράστασης του προβλήματος και λιγότερο στην επιλογή της κατάλληλης πράξης (Τζεκάκη, 2007). Σύμφωνα με τη Τζεκάκη (2007) ορισμένες παράμετροι που συνδέονται με τις δυσκολίες αυτές των μαθητών αποτελούν το περιεχόμενο του προβλήματος, ο τρόπος παρουσίασης αλλά και ο τρόπος διαχείρισής του από τον εκπαιδευτικό της τάξης. Αναφορικά με το περιεχόμενο του προβλήματος, η ίδια συγγραφέας παρατηρεί ότι η δυσχέρεια των μαθητών τόσο των μικρών όσο και των μεγάλων τάξεων στην επίλυση προβλημάτων έγκειται στην έλλειψη σύνδεσης με τις γνώσεις και τις εμπειρίες τους. Ως εκ τούτου, δοκιμάζουν να τα λύσουν χωρίς όμως να δείχνουν ενδιαφέρον για το νόημά τους.

Οι De Corte, Verschaffel και Greer (2000) συγκεντρώνουν τις «κρυμμένες» πεποιθήσεις που φαίνεται να έχουν οι μαθητές όταν έρχονται σε επαφή με τα λεκτικά προβλήματα και οι οποίες τους καθοδηγούν στην κατάστρωση της λύσης τους. Οι αντιλήψεις αυτές, όπως έχουν μελετηθεί από κάποιους συγγραφείς ως μια υποθετική κατασκευή, έχουν να κάνουν με τα ακόλουθα:

- ❖ Κάθε πρόβλημα που παρουσιάζεται από τον δάσκαλο ή το σχολικό εγχειρίδιο μπορεί να λυθεί και έχει νόημα.
- ❖ Υπάρχει μια και μοναδική σωστή απάντηση σε κάθε λεκτικό πρόβλημα.

- Το πρόβλημα λύνεται με την εκτέλεση μιας ή περισσότερων πράξεων μεταξύ όλων των αριθμών που αναγράφονται στο κείμενο του προβλήματος.
- Το πρόβλημα συμπεριλαμβάνει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για την εύρεση της σωστής λύσης.
- Τα άτομα, τα αντικείμενα, τα μέρη και η πλοκή διαφέρουν σε ένα σχολικό πρόβλημα από μια πραγματική κατάσταση, συνεπώς είναι θεμιτό αν παραβιάζονται η γνώση και τα ένστικτα για τον καθημερινό κόσμο από την κατάσταση που περιγράφεται σε αυτό.

Οι απαντήσεις που δίνουν οι μαθητές σε ρεαλιστικού τύπου προβλήματα έχουν απασχολήσει ιδιαιτέρως τη μαθηματική ερευνητική κοινότητα καθώς φαίνονται να μην ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα. Όπως παρατηρεί ο Greer (1997), οι μαθητές ανταποκρίνονται στα λεκτικά προβλήματα με εμφανώς ελάχιστη εκτίμηση για το εάν οι απαντήσεις τους έχουν νόημα όταν εξεταστούν υπό το πρίσμα των πραγματικών (real – life) καταστάσεων. Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουν και οι Cooper (1998), Inoue (2005). Οι μαθητές φαίνεται να έχουν την τάση να προσεγγίζουν τα λεκτικά προβλήματα μηχανικά και με έναν «πρόχειρο» τρόπο, ενδιαφερόμενοι περισσότερο για την αριθμητική πράξη την οποία θα εφαρμόσουν για την εύρεση της λύσης. Δεν έχουν μάθει να επεξεργάζονται το περιεχόμενο του προβλήματος και να εξάγουν λογικά συμπεράσματα όπως θα έκανε οποιοσδήποτε αντιμέτωπος με ένα μαθηματικό πρόβλημα της καθημερινότητας (Ανδρέου, Μενελάου & Λεμονίδης, 2007).

Η ερμηνεία του φαινομένου είναι πολυπρισματική. Μία σχολαστική παρατήρηση των λεκτικών προβλημάτων που παρουσιάζονται στα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών δίνει μία πιθανή εξήγηση. Το κείμενο το οποίο «ντύνει» το πρόβλημα συνήθως υποδεικνύει στους μαθητές μέσα από λέξεις – κλειδιά μία από τις τέσσερις βασικές αριθμητικές πράξεις. Οι ίδιοι καθοδηγούνται στην επιλογή της πράξης την οποία εφαρμόζουν στα δύο νούμερα που αναγράφονται στο κείμενο και βρίσκουν το αποτέλεσμα, χωρίς να επιστρέφουν συνήθως στα δεδομένα του προβλήματος προκειμένου να ελεγχθεί κατά πόσο το αποτέλεσμα είναι λογικό (Greer, 1997). Ακόμα, κάθε μαθηματικό πρόβλημα που τίθεται προς επεξεργασία επιδέχεται μία και μόνο λύση. Κατά συνέπεια, η σύνδεση με την πραγματικότητα είναι δύσκολη εφόσον αυτή περιλαμβάνει προβλήματα τα οποία είτε δεν λύνονται, είτε απαιτούν πολλαπλές λύσεις. Ο μαθητής, όπως υπογραμμίζει ο Freudenthal (1991, σ. 70), υποτίθεται πως πρέπει να ανακαλύψει τους ψευδο – ισομορφισμούς που είχε κατά νου ο δημιουργός του εκάστοτε προβλήματος και να λύσει προβλήματα που μοιάζουν δεμένα με την πραγματικότητα αλλά μέσω αυτών των ψευδο – ισομορφισμών. Στο ίδιο κλίμα, η Moschkovich (2002) υποστηρίζει πως οι μαθητές εργάζονται πάνω σε προβλήματα των οποίων οι μέθοδοι επίλυσης είναι ήδη γνωστές και συνήθως διδαγμένες προηγουμένως από τον εκπαιδευτικό. Είναι χαρακτηριστικός, μάλιστα, και ο τρόπος με τον οποίο τα σχολικά εγχειρίδια παραθέτουν τη νέα γνώση: πρώτα παρουσιάζεται και εξηγείται, για παράδειγμα μια μέθοδος επίλυσης εξισώσεων, έπειτα παρατίθενται εφαρμοσμένα προβλήματα όπου αυτή αξιοποιείται και στη συνέχεια δίνονται παρόμοια προβλήματα προς επίλυση από το μαθητή. Η ίδια κρίνει πως τα λεκτικά προβλήματα θα πρέπει να παρακινούν τους μαθητές σε εμπλοκή και να παρέχουν σκοπό και περιεχόμενο για τη χρήση και τη μάθηση των μαθηματικών ενώ ακόμα, θα πρέπει να είναι «ανοιχτά», με την έννοια του να λύνονται βάσει εμπειρίας αλλά και να δέχονται πληθώρα λύσεων.

Ενδιαφέρουσες μελέτες αναφορικά με τις μη ρεαλιστικές απαντήσεις των μαθητών σε ρεαλιστικά θέματα μαθηματικών αποτελούν αυτές που συσχετίζουν την επίδοση των παιδιών με το κοινωνικό τους υπόβαθρο. Στοιχεία από συγκριτικές μελέτες σχετικές με τη σχολική επίδοση δείχνουν επανειλημμένα ότι οι μαθητές προερχόμενοι από μη προνομιούχα κοινωνικά υπόβαθρα έχουν λιγότερη επιτυχία στα μαθηματικά από τους συμμαθητές τους από προνομιούχο κοινωνικό – οικονομικό υπόβαθρο (Piel και Schuchart, 2014). Αυτές οι διαφορές των κοινωνικών τάξεων στην επίδοση αυξάνονται κατά τη φοίτηση στο δημοτικό σχολείο και επηρεάζουν καθοριστικά τη συνέχεια των μαθητών στις υψηλότερες εκπαιδευτικές βαθμίδες. Σχετικές έρευνες προβάλλουν την υπόθεση ότι η αποτυχία των μαθητών που προέρχονται από την εργατική τάξη σε διαγωνίσματα μαθηματικών πηγάζει από τις ιδιαίτερες απαιτήσεις των ρεαλιστικών θεμάτων, αφού οδηγούνται σε ακατάλληλη χρήση της καθημερινής τους εμπειρίας. Οι Cooper & Dunne και ο Lubienski (όπως αναφέρεται από τους Piel & Schuchart, 2014) παρατηρούν ότι η δυσχέρεια των παιδιών από χαμηλά κοινωνικά στρώματα στα μαθηματικά οφείλονται σε δυσκολίες που αντιμετωπίζουν στην αποκωδικοποίηση των λεκτικών προβλημάτων και στην αναγνώριση του αφηρημένου μαθηματικού περιεχομένου του προβλήματος που καλούνται να λύσουν. Στην προσπάθειά τους, αξιοποιούν την καθημερινή τους εμπειρία η οποία, ωστόσο, οδηγεί συχνά σε λανθασμένες απαντήσεις. Αναλυτικότερα, έχει βρεθεί ότι οι μαθητές που προέρχονται από οικογένειες της εργατικής τάξης βρίσκονται σε μειονεκτική θέση τόσο στα ρεαλιστικά όσο και στα αμιγή μαθηματικά περιεχόμενα. Η ανταπόκρισή τους σε αυτά βασίζεται, όπως προαναφέρθηκε, στην αξιοποίηση της καθημερινής τους εμπειρίας και οι ερευνητές που διεξήγαγαν τη μελέτη υπογραμμίζουν ότι η αποκλειστική χρήση των γνώσεων αυτών μπορεί να αποτρέψει τα παιδιά από το να επιδείξουν την ευχέρειά τους στα μαθηματικά και κατ' επέκταση είναι δυνατόν να οδηγήσει σε υποτίμηση των ικανοτήτων τους (Cooper & Dunne, 2000).

Ο Cooper (1998) έχοντας υπόψη τις ιδέες των Bernstein και Bourdieu διερεύνησε την πιθανότητα οι αξιολογήσεις που περιλαμβάνουν ρεαλιστικά μαθηματικά περιεχόμενα να υποτιμούν τις δυνατότητες των παιδιών από συγκεκριμένα κοινωνικά υπόβαθρα. Έτσι, έχοντας ως πληθυσμό για την έρευνά του δύο παιδιά, μια μαθήτρια από τη μεσαία και έναν μαθητή από την εργατική κοινωνική τάξη παρατήρησε ότι οι απαντήσεις της πρώτης στις δοκιμασίες ήταν πολιτισμικά ουδέτερες˙ μπορεί να έκανε αναφορά στην καθημερινή της εμπειρία ωστόσο απαντούσε ανεξάρτητα από αυτή. Αντίθετα, ο μαθητής από την εργατική τάξη ανταποκρινόταν βασισμένος αποκλειστικά στη γνώση του για τον πραγματικό κόσμο. Συνεπώς, μολονότι τα ρεαλιστικά θέματα στα μαθηματικά αξιοποιούν περιστάσεις από την καθημερινή ζωή και εμπειρία απαιτούν παράλληλα την αναγνώριση παγκόσμιων μαθηματικών συμβόλων και τεχνικών. Για την επιτυχή επίλυσή τους, οι μαθητές χρειάζεται να αποφασίσουν σχετικά με το ποιο από τα δύο πλαίσια, αυτό των μαθηματικών ή της καθημερινής ζωής, πρέπει να λάβουν υπόψη. (Piel & Schuchart, 2014).

Ο ρόλος των εκπαιδευτικών κατά την επίλυση προβλημάτων

Πέρα όμως από τις δυσκολίες που παρουσιάζουν οι μαθητές όταν καλούνται να επιλύσουν λεκτικά προβλήματα υπάρχουν και ορισμένες παρανοήσεις, θα 'λέγαμε, από τη μεριά των εκπαιδευτικών. Ορισμένες από τις πρακτικές τους υπονομεύουν τον τρόπο με τον οποίο θα διαχειριστούν οι μαθητές την εκάστοτε λεκτική δραστηριότητα και κατ' επέκταση την κατανόηση και τη μάθησή τους. Σύμφωνα με τον Σαλβαρά (2006) οι πρακτικές αυτές συνίστανται στις ακόλουθες:

- Η χρήση της επίλυσης προβλημάτων στο τέλος της διδασκαλίας αφού οι μαθητές έχουν διδαχθεί να εκτελούν την αριθμητική πράξη που πραγματεύεται το πρόβλημα που τίθεται στη συνέχεια.
- Ο διαχωρισμός της επίλυσης προβλημάτων από τα άλλα μαθήματα, ενώ πρόκειται για τρόπο σκέψης που χρησιμεύει στις περισσότερες δραστηριότητες μάθησης.
- Η άσκηση των μαθητών σε στρατηγικές επίλυσης μέσα από την επανάληψη και εξάσκηση τη στιγμή που οι δικές τους στρατηγικές παραγκωνίζονται.
- Η εστίαση της διδασκαλίας για την επίλυση προβλημάτων στην εύρεση της απάντησης μέσα από «λέξεις – κλειδιά», όπως για παράδειγμα «βάζω», «βγάζω», και όχι στη διαδικασία επίλυσης η οποία είναι το ίδιο σημαντική με την απάντηση.
- Η πρόληψη των λαθών των μαθητών με το σκεπτικό ότι είναι δύσκολο να τα απομάθουν. Στην ουσία αποτελούν μέρος της διαδικασίας της μάθησης επίλυσης προβλημάτων.

Αντίθετα, μία από τις στρατηγικές που έχει αποδειχθεί ερευνητικά μέσα από πλήθος μελετών ότι συντελεί αποτελεσματικά στην πληρέστερη κατανόηση του λεκτικού προβλήματος αποτελεί η διατύπωση ή επαναδιατύπωσή τους με τρόπο ώστε οι σχέσεις μεταξύ των δεδομένων να γίνονται σαφείς (Τζεκάκη, 2007). Η πρακτική αυτή μπορεί να υλοποιηθεί τόσο στο επίπεδο των αριθμητικών δεδομένων όσο και σε αυτό του γλωσσικού περιεχομένου του προβλήματος. Έχει παρατηρηθεί ότι το είδος των αριθμών που χρησιμοποιείται στην εκφώνηση συχνά δυσκολεύει τους μαθητές και παρακωλύει την κατανόηση της νοηματικής σύνδεσης των μεγεθών. Έτσι, η εμπλοκή των μαθητών σε ένα απλούστερο λεκτικό πρόβλημα με την ίδια δομή αλλά με περισσότερο «εύχρηστα» αριθμητικά δεδομένα μπορεί να διευκολύνει την κατανόησή του (Κολέζα, 2009). Από την άλλη, σε έρευνα των Abedi και Lord (2001) μελετήθηκε η σχέση της γλωσσικής δομής των προβλημάτων με την επίδοση μαθητών και εξήχθη το συμπέρασμα ότι η τροποποίησή της συμβάλλει σε μεγαλύτερη κατανόηση και εν τέλει στην επίλυσή τους. Η παράμετρος της γλώσσας των λεκτικών προβλημάτων θα αναλυθεί εκτενέστερα στη συνέχεια.

Η σχηματική απόδοση των στοιχείων και των σχέσεων που υπονοούνται στο πρόβλημα είναι ακόμα μία αποδεδειγμένη στρατηγική η οποία συμβάλλει θετικά στη διαδικασία της επίλυσης. Αναλυτικότερα, τα σχέδια που κάνουν οι μικροί μαθητές για να αναπαραστήσουν τα δεδομένα του προβλήματος είναι βαρύνουσας σημασία για να μπορέσουν να συσχετίσουν το πρόβλημα με την αφηρημένη μαθηματική λύση του. Πολλά παιδιά πραγματοποιούν εικονογραφικές ή εικονικές αναπαραστάσεις που απεικονίζουν ένα προς ένα τα αντικείμενα που βλέπουν ενώ άλλα δίνουν πιο συμβολικές εικόνες αξιοποιώντας σύμβολα ή λέξεις για να αναπαραστήσουν την ποσότητα. Έτσι, αποδίδουν σχηματικά μια κατά βάση στατική κατάσταση ενώ δυσκολεύονται να αποτυπώσουν τις αλλαγές που εμφανίζουν οι πράξεις. Συνεπώς, η προσπάθεια για οπτικοποίηση του προβλήματος από τους μαθητές συντελεί στην κατανόησή του χωρίς την οποία δεν δύναται να λυθεί (Τζεκάκη, 2007). Στο ίδιο κλίμα, οι Nesher και Hershkovitz (1994) μέσα από την έρευνά τους συμπεραίνουν πως ο σχεδιασμός του προβλήματος διευκολύνει το λύτη να οραματιστεί και να κατανοήσει τις σημασιολογικές σχέσεις που ενσωματώνονται στην κατάσταση και να διακρίνει μεταξύ των δεδομένων και του ζητούμενου. Η σχηματική αναπαράσταση του προβλήματος προτείνεται και από την Κολέζα (2009) ως ένα εργαλείο που μπορεί να λειτουργήσει βοηθητικά στην εύρεση της λύσης και θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να διευκολύνει τη διεργασία της επίλυσης. Όπως αναφέρει η ίδια συγγραφέας, η οπτικοποίηση του προβλήματος δεν αποτελεί μια καινούρια τεχνική˙ ήδη στα πρώτα – εκπαιδευτικά κυρίως – μαθηματικά βιβλία που τυπώθηκαν η εκφώνηση των λεκτικών προβλημάτων συνδυαζόταν συχνά με εικονικές αναπαραστάσεις με ρόλο διασαφηνιστικό ή συμπληρωματικό προς το κείμενο.

Δύο επιπλέον στρατηγικές που επιδρούν θετικά στη διαδικασία επίλυσης λεκτικών προβλημάτων, αποτελούν, σύμφωνα με τη Τζεκάκη (2007), η προώθηση της συζήτησης μεταξύ των μαθητών, όπου ο ρόλος του εκπαιδευτικού έγκειται στο να διαμορφώσει το κατάλληλο κλίμα για συλλογική συζήτηση, αλλά και η κατασκευή προβλημάτων με δοσμένους τους αριθμούς από τα ίδια τα παιδιά.

Η γλώσσα των λεκτικών προβλημάτων

Η γλώσσα θεραπεύει την ανάγκη του ανθρώπου για επικοινωνία και αποτελεί το «όχημα» μεταφοράς γνώσεων και απόψεων. Ο ρόλος της είναι αναμφίβολα σημαντικός σε όλα τα είδη μάθησης και δεν θα μπορούσε να αγνοηθεί η σχέση της με τα μαθηματικά. Μάλιστα, έχει υποστηριχθεί από πολλούς μαθηματικούς ότι τα μαθηματικά αποτελούν καθ’ εαυτά μια γλώσσα (Τουμάσης, 2004). Η γλώσσα συλλαμβάνεται με αμέτρητους τρόπους και σχετίζεται με τη φύση του μαθηματικού λόγου (discourse) στην τάξη, τις πρακτικές λόγου (discursive) που υιοθετούνται κατά τη μάθηση των μαθηματικών αλλά και τις προκλήσεις και ευκαιρίες που παρουσιάζονται σε γλωσσικά και πολιτισμικά διαφορετικές αίθουσες μαθηματικών (Sepeng, 2013). Η επιτυχία, λοιπόν, στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών δεν θα μπορούσε να μην εξαρτάται από γλωσσικούς παράγοντες, πόσο μάλλον κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων. Σύμφωνα, μάλιστα, με τους Abedi και Lord (2001) οι οποίοι μελέτησαν την επίδραση της γλώσσας στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων, η γλωσσική ικανότητα αποτελεί έναν ισχυρό προγνωστικό παράγοντα της μαθηματικής επίδοσης.

Τα λεκτικά προβλήματα συνίστανται ουσιαστικά σε ένα κείμενο το οποίο περιλαμβάνει τα αριθμητικά δεδομένα και τα ζητούμενα με μορφή ερώτησης. Πρόκειται, λοιπόν, για δραστηριότητες οι οποίες απαιτούν την ενσωμάτων δεξιοτήτων γλωσσικής και αριθμητικής επεξεργασίας. Όπως, όμως, παρατηρεί ο Τουμάσης (2004):

> [οι μαθητές] δεν έχουν διδαχθεί ποτέ πώς να διαβάζουν ένα μαθηματικό κείμενο, πώς να αξιοποιούν την πληροφορία που περιέχει, πώς να χρησιμοποιούν τους ειδικούς πίνακες και τα διαγράμματα που περιέχει, πώς να ταξινομούν το περιεχόμενο, πώς να συσχετίζουν τα διάφορα μέρη του και πώς να επισημαίνουν τα κυριότερα σημεία του (σ. 424-425).

Παρόλα αυτά, οι περισσότερες έρευνες αναφορικά με την επίλυση λεκτικών προβλημάτων έχουν εμβαθύνει στις γνωστικές διεργασίες κατά την επίλυση και όχι στη γλώσσα του προβλήματος ή στη γλώσσα του λύτη (Sepeng, 2013). Μάλιστα, ο Newman (όπως αναφέρεται από τον Sepeng, 2013) τονίζει ότι οι δάσκαλοι συνήθως υποθέτουν ότι οι λανθασμένες απαντήσεις των μαθητών στα λεκτικά προβλήματα οφείλονται σε αδυναμία κατανόησης των μαθηματικών ιδεών ή σε ανεπαρκείς υπολογιστικές δεξιότητες, ενώ στην πραγματικότητα πηγάζουν από ελλιπή κατανόηση της γλώσσας των μαθηματικών.

Στο σημείο αυτό της παρούσας ερευνητικής εργασίας θα μας απασχολήσει ιδιαίτερα το ζήτημα της διγλωσσίας των μαθητών σε σχέση με την επίλυση λεκτικών προβλημάτων. Η πολιτεία επιχειρεί να στηρίξει την εκπαίδευση των παιδιών που προέρχονται από γλωσσικές μειονότητες στην εκμάθηση της επίσημης γλώσσας. Καθώς όλο το βάρος της εκπαίδευσης πέφτει στο συγκεκριμένο θέμα, αφού τα προγράμματα εκμάθησης της επίσημης γλώσσας εικάζουν πως δεν είναι δυνατόν να μαθαίνονται παράλληλα η γλώσσα με τα μαθηματικά, παρατηρείται το φαινόμενο η μαθηματική εκπαίδευση των παιδιών να καθυστερεί (Τριανταφυλλίδης, 2007). Ο ίδιος συγγραφέας, μάλιστα, τονίζει ότι «*ακόμη κι όταν τα παιδιά μάθουν να χρησιμοποιούν την επίσημη γλώσσα αυτό δεν συνεπάγεται και τη βελτίωση της συμμετοχής και της επίδοσης στα μαθηματικά*» (σ. 112).

Έρευνες έχουν δείξει πως οι δίγλωσσοι μαθητές επιτυγχάνουν καλύτερες επιδόσεις όταν το λεκτικό πρόβλημα παρουσιάζεται στη μητρική τους γλώσσα. Οι μαθητές αυτοί είναι ικανοί να κατανοήσουν πληρέστερα το πρόβλημα και να οδηγηθούν στην επιλογή των κατάλληλων στρατηγικών για την επίλυσή του (Bernardo, 2002). Οι Bernardo και Calleja (2005) στην ερευνητική μελέτη που διεξήγαγαν συμπέραναν πως οι μαθητές ήταν πιο πιθανό να φτάσουν στη λύση όταν το κείμενο του προβλήματος ήταν διατυπωμένο στη μητρική τους γλώσσα αφού φάνηκε πως μπορούσαν να επιλέξουν τις αριθμητικές πράξεις που απαιτούνταν. Ωστόσο, οι ίδιοι ερευνητές υποστηρίζουν πως η μη αξιοποίηση της γνώσης για τον πραγματικό κόσμο παρέμεινε το ίδιο έντονη τόσο στην περίπτωση που τα προβλήματα τέθηκαν στην επίσημη γλώσσα όσο και σε αυτή όπου χρησιμοποιήθηκε η μητρική. Καθώς, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, έχει παρατηρηθεί η τάση οι μαθητές να μη λαμβάνουν υπόψη τις ρεαλιστικές πρακτικές γνώσεις κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων στο σημείο αυτό γίνεται φανερό πως το φαινόμενο αυτό είναι ανεξάρτητο από τον παράγοντα της γλώσσας.

Αναφορικά με την στρατηγική που αναφέρθηκε λίγο πρωτύτερα, δηλαδή την προώθηση της συζήτησης για το πρόβλημα μεταξύ των μαθητών ως μια αποτελεσματική πρακτική για την επίλυσή του, έρευνα του Sepeng (2013) δείχνει ότι στην περίπτωση αυτή οι μαθητές προτιμούν την αξιοποίηση της μητρικής τους γλώσσας. Οι μαθητές του δείγματος επικοινωνούσαν τις ιδέες τους κατά την επίλυση του προβλήματος με τον δικό τους γλωσσικό κώδικα και κατάφεραν περισσότερη επιτυχία στην ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων. Από την άλλη, η τροποποίηση της γλωσσικής δομής του λεκτικού προβλήματος φαίνεται να είναι μια αποτελεσματική στρατηγική. Με αυτήν ασχολήθηκαν οι Abedi και Lord (2001) οι οποίοι επεσήμαναν ότι η πολυπλοκότητα του κειμένου είναι ένας πολύ σημαντικός παράγοντας για τους άπειρους λύτες προβλημάτων. Στη μελέτη τους με δείγμα μαθητές οι οποίοι ήταν καλοί γνώστες και χρήστες της αγγλικής και άλλους που τη μάθαιναν ως δεύτερη ξένη γλώσσα, απλοποίησαν τη γλωσσική δομή στα μαθηματικά αντικείμενα και φάνηκε ότι οι μαθητές σημείωσαν υψηλότερα σκορ. Η μεγαλύτερη επιρροή της πρακτικής αυτής παρατηρήθηκε στους μαθητές με φτωχές αναγνωστικές ικανότητες. Αντίθετα, όσοι ήταν δεινοί χρήστες της επίσημης γλώσσας δεν αντιμετώπισαν δυσκολίες στην κατανόηση των αυθεντικών κειμένων ακόμα κι αν αυτά ήταν μεγαλύτερα σε μήκος και περισσότερο σύνθετα γλωσσικά. Ένας από τους μαθητικούς πληθυσμούς που σημειώνει χαμηλή επίδοση σε γλωσσικά και μαθηματικά αντικείμενα είναι οι Ρομά μαθητές, όψεις της ταυτότητάς τους παρουσιάζονται εκτενέστερα στη συνέχεια.

Οι Ρομά στο σχολικό πλαίσιο

Κοινωνικό-πολιτισμική ταυτότητα των Ρομά

Οι Ρομά έχουν μια ιστορία αιώνων, με αφετηρία τον 14^{ο} και 15^{ο} αιώνα, η οποία δεν έχει γραφτεί μεν από τους ίδιους αλλά αποτυπώνει την ιδιαιτερότητα της κουλτούρας τους μέσα από τα μάτια του λαού που έχει συναναστραφεί μαζί τους. Στο πέρας του χρόνου ακούστηκαν πολλοί μύθοι, ιστορίες, τραγούδια γι’ αυτή την ξεχωριστή ομάδα ανθρώπων που δεν κατατάσσεται σε καμία από τις γνωστές, ενώ τα ονόματα που κατά καιρούς τους έχουν αποδοθεί έχουν βασίζονται είτε σε εικασίες για την καταγωγή τους είτε σε μια περιορισμένη θεώρηση της ιστορίας τους (Λιεζουά, 1999). Αναφορικά με την καταγωγή τους, αυτή παραμένει μυστηριώδης˙ η επικρατούσα άποψη έχει τα θεμέλιά της σε γλωσσολογικές παρατηρήσεις και τοποθετεί την προέλευση των Ρομά στην Ανατολή, κυρίως στην Ινδία, από την οποία ξεκίνησαν τις μετακινήσεις τους κατά το Μεσαίωνα με προορισμό την Περσία κι έπειτα μέσω της Βυζαντινής Αυτοκρατορίας στην υπόλοιπη Ευρώπη (Ζαφείρης & Ξηροτύρης, 2002˙ Δαφέρμος, 2012). Ο Μπίρης (όπως αναφέρεται από τον Ντούσα, 1997) υποστηρίζει ότι δύο λαοί απαρτίζουν τους Τσιγγάνους, οι Ρομά με ινδική καταγωγή, που αποτελούν τους περισσότερους Τσιγγάνους, και οι Γύφτοι, οι οποίοι είναι ιθαγενείς Αιγύπτιοι. Ωστόσο, σε αντίθεση με τη κοινή γνώμη, οι Ρομά δεν αποτελούν μια απόλυτα ομοιογενή ομάδα αλλά παρουσιάζουν ορισμένες διαφοροποιήσεις ως κοινωνία, οι οποίες σχετίζονται με περίπλοκες γλωσσολογικές και πολιτισμικές παραμέτρους, γεγονός που αποκαλύπτεται από την ανυπαρξία ενός κοινού όρου για να αυτοπροσδιορίζονται (Ζαφείρης & Ξηροτύρης, 2002). Ενδεικτικά, καταγράφονται από τους προαναφερθέντες συγγραφείς οι ονομασίες Cale, δηλαδή μαύροι, στην Ισπανία και τη Νότια Γαλλία, Kaale στη Φιλανδία, Sinti στη Γερμανία, Manouches στη Γαλλία και Roma στη Νοτιοανατολική Ευρώπη, ενώ οι διεθνείς τσιγγάνικες οργανώσεις κάνουν χρήση του όρου Ρομά. Στον ελληνικό χώρο, ορισμένες ετικέτες που προσκολλώνται στους πληθυσμούς αυτούς σύμφωνα με τον Γκότοβο (2002) είναι «Αθίγγανοι», «Τσιγγάνοι, «Γύφτοι», «Κατσίβελοι», « Τουρκόγυφτοι», «Ρομά» και «Ρομ».

Ένα ακόμα διαφοροποιητικό αλλά συνάμα ενοποιητικό στοιχείο μεταξύ των Ρομά αποτελεί η γλώσσα τους. Οι Τερζοπούλου και Γεωργίου (1998) αναφέρουν ότι οι μητρική γλώσσα εκατομμυρίων Τσιγγάνων παγκοσμίως είναι η Ρομανί ή Ρομανές (romani chib) με περίπου είκοσι βασικές διαλέκτους και πάνω από εξήντα ιδιώματα. Πρόκειται για μια προφορική γλώσσα στη βάση της οποία έχουν προστεθεί με το πέρασμα του χρόνου και τις περιπλανήσεις των πληθυσμών αυτών στοιχεία άλλων γλωσσών. Ο Λιεζουά (1999, σ. 50-51) σημειώνει χαρακτηριστικά ότι *«τα λεξιλογικά και τα γραμματικά δάνεια, λιγότερο ή περισσότερο σημαντικά, αντικατοπτρίζουν την ιστορική πορεία των Τσιγγάνων και φανερώνουν τους μικρής ή μεγάλης διάρκειας σταθμούς τους στη μία ή στην άλλη γλωσσική περιοχή»* ενώ παρατηρεί στην πλειονότητα των διαλέκτων δείγματα περσικών, κουρδικών και ελληνικών δανείων. Η γλώσσα αποτελεί για τους Ρομά ένα «όπλο» άμυνας μέσα στην περιβάλλουσα κοινωνία, ένα πολιτισμικό χαρακτηριστικό που λειτουργεί ως κριτήριο εθνικής συγγένειας και αποδεικνύει τις κοινές καταβολές και ταυτότητα των πληθυσμών αυτών (Τερζοπούλου & Γεωργίου, 1998˙ Βασιλειάδου & Παυλή-Κορρέ, 2011).

Αναφορικά με τον τόπο διαμονής τους, οι Ρομά διακρίνονται σε ομάδες πλήρως εγκαταστημένες οι οποίες έχουν ενσωματωθεί κοινωνικά και πολιτισμικά στον κορμό της κοινωνίας έχοντας απορρίψει τη ρόμικη ταυτότητά τους, σε ημιεγκατεστημένες που μολονότι έχουν στην κατοχή τους ή νοικιάζουν σπίτια ή παραπήγματα τα περισσότερα μέλη της οικογένειας μετακινούνται από τόπο σε τόπο για βιοποριστικούς σκοπούς και τέλος, σε νομάδες ή σκηνίτες οι οποίοι συνεχίζουν να περιπλανώνται μη έχοντας σταθερή κατοικία (Τερζοπούλου & Γεωργίου, 1998). Οι συνθήκες διαβίωσης είναι κατά κανόνα δυσχερείς˙ ο χώρος εγκατάστασής τους βρίσκεται σε πολλές περιπτώσεις έξω από τα όρια της πόλης σε απομονωμένες συνοικίες που λαμβάνουν συχνά τη μορφή γκέτο. Μία γλαφυρή εικόνα των συνθηκών στέγασης και διαβίωσης παρατίθεται από τον Λιεζουά (1999, σ. 195) *«έλλειψη νερού, ηλεκτρικού, αλλά και των πιο στοιχειωδών συνθηκών υγιεινής (ανθυγιεινές κατοικίες, υγρασία, σκουπίδια), μόλυνση, υπερπληθυσμός, ανύπαρκτο οδικό δίκτυο, οικοδόμηση με επαναχρησιμοποιημένα υλικά...»* και παρότι πρόκειται για δεδομένα σχεδόν μιας εικοσαετίας βρίσκουν αντίκρισμα και στη σύγχρονη εποχή.

Οι απογραφές που έχουν πραγματοποιηθεί κατά καιρούς για τους Ρομά έχουν δώσει αμφισβητήσιμα αποτελέσματα. Είναι προφανές ότι ο νομαδικός και ημι-νομαδικός τρόπος ζωής τους δυσχεραίνει τον ακριβή υπολογισμό του πληθυσμού επιτρέποντας μόνο ορισμένες εκτιμήσεις. Έτσι, σύμφωνα με στοιχεία από το συμβούλιο της Ευρωπαϊκής Ένωσης το 2011, ο αριθμός των Ρομά στην Ευρώπη υπολογίζεται στα δέκα (10) με δώδεκα (12) εκατομμύρια (Παρθένης, 2012). Στην Ελλάδα οι Ρομά έχουν μακρά παρουσία, ήδη από το 14^{ο} αιώνα οπότε γίνονται αναφορές τέτοιων πληθυσμών στην Πελοπόννησο. Η πρώτη χαρτογράφηση της εγκατάστασής τους πραγματοποιήθηκε το 1996, μολονότι ο αριθμός των Ρομά που έχουν καταγραφεί δεν είναι σταθερός (Σκούρτου, 2016). Το γεγονός αυτό ενδεχομένως να οφείλεται, πέρα από τη νομαδική φύση του πληθυσμού αυτό, στο ότι δεν αναφέρονται ως ξεχωριστή ομάδα στις στατιστικές εφόσον είναι Έλληνες πολίτες. Διάφορες εκτιμήσεις, βέβαια, συγκλίνουν στον αριθμό των 150.000 Ρομά στη χώρα μας τη στιγμή που οι εκπρόσωποί τους κάνουν λόγο για 500.000 (Δαμανάκης, 2005). Πιο πρόσφατα δεδομένα, από την εξωτερική αξιολόγηση του έργου «Ένταξη Τσιγγανοπαίδων στο σχολείο» από το Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, αναφέρονται σε περίπου 250.000 άτομα τσιγγανικής καταγωγής (Παρθένης, 2012).

Ρομά και Εκπαίδευση

Το ζήτημα της εκπαίδευσης των παιδιών Ρομά αντιμετωπίζεται ως ένα ιδιαίτερο πρόβλημα το οποίο ξεκίνησε να απασχολεί περισσότερο συστηματικά την πολιτεία κατά τη δεκαετία του 1980. Παράλληλα, αποτελεί ένα ειδικό αντικείμενο ενδιαφέροντος πολλών επιστημονικών μελετών (Χατζηνικολάου, 2005˙ Σκούρτου, 2016). Αυξημένη ενασχόληση σχετικά με την εκπαίδευση της συγκεκριμένης πληθυσμιακής ομάδας παρατηρήθηκε στα τέλη της δεκαετίας του 1990, με την κατάρτιση κι εφαρμογή προγραμμάτων στα πλαίσια της εθνικής πολιτικής για τη

Διαπολιτισμική Εκπαίδευση υπό την αιγίδα Πανεπιστημίων (Παρθένης, 2012˙ Σκούρτου, 2016).

Όπως προαναφέρθηκε σχετικά με τον πληθυσμό των Ρομά, δεν έχει καταστεί δυνατόν να προσδιοριστεί επακριβώς και κατά συνέπεια, δεν είναι γνωστός ούτε ο αριθμός των Ρομά μαθητών. Ωστόσο, ένα γνωστό και αδιαμφισβήτητο δεδομένο που έχει προκύψει από πληθώρα ερευνών αποτελεί αυτό της αποχής και της σχολικής διαρροής από την υποχρεωτική εκπαίδευση (Δαμανάκης, 2005). Σύμφωνα με στοιχεία του 2007 που προκύπτουν από το Ευρωπαϊκό Συμβούλιο και την Ουνέσκο και παραθέτει ο Παρθένης (2012, σ. 61), «στην Ευρώπη, περίπου 5.000.000 – 6.000.000 Ρομά βρίσκονται σε σχολική ηλικία. Παρόλα αυτά μόνο οι μισοί περίπου από αυτούς συμμετέχουν στις εκπαιδευτικές διαδικασίες». Εύλογα, λοιπόν, δημιουργείται το ερώτημα αναφορικά με τους λόγους της απουσίας των παιδιών αυτών από το εκπαιδευτικό σύστημα. Μία κοντόφθαλμη οπτική του ζητήματος επικεντρώνεται στον τρόπο ζωής και τα ιδιαίτερα πολιτισμικά χαρακτηριστικά και των Ρομά που δεν τους επιτρέπουν να ενταχθούν στο χώρο της εκπαίδευσης. Αναλυτικότερα, ο Παρθένης (2012) υπογραμμίζει ότι στην Ελλάδα η απουσία των παιδιών Ρομά από το σχολείο αποδίδεται κατά βάση σε εξωτερικούς παράγοντες, όπως για παράδειγμα τις διαρκείς μετακινήσεις των πληθυσμών αυτών, οι οικονομικές δυσκολίες που ωθούν στο φαινόμενο της παιδικής εργασίας, η απόσταση του τόπου διαμονής από το σχολείο και τα φαινόμενα ρατσισμού στα παιδιά ρομικής καταγωγής. Ωστόσο, το ζήτημα αυτό είναι πολυπρισματικό και μια μονομερής προσέγγισή του είναι κατανοητό πως δεν θα μπορούσε να συντελέσει στην κατανόηση και κατ' επέκταση στην επίλυσή του. Η αποχή των τσιγγανοπαίδων από τους κόλπους της εκπαίδευσης δεν είναι δυνατόν να οφείλεται αποκλειστικά στο διαφορετικό από την περιβάλλουσα κουλτούρα τρόπο ζωής τους αλλά και σε ορισμένες αστοχίες, θα 'λέγαμε, του ίδιου του εκπαιδευτικού συστήματος.

Είναι γεγονός ότι το σχολείο αποτελεί έναν ανοίκειο θεσμό προς την παράδοση και την κοινωνική οργάνωση των Ρομά ενώ θεωρείται από τους ίδιους αφομοιωτικός. Οι Βασιλειάδου και Παυλή-Κορρέ (2011, σ. 23) παρατηρούν εύστοχα ότι το σχολείο *«ακόμα και σήμερα αντιπροσωπεύει το «διαφορετικό». Η κουλτούρα, η γλώσσα, η διαρρύθμιση του χώρου, οι ιδέες όλα είναι προϊόντα μιας ξένης τάξης πραγμάτων».* Αντίθετα, σύμφωνα με τις προαναφερθείσες συγγραφείς, πρωταρχικό ρόλο στην εκπαίδευση των παιδιών ρομικής καταγωγής έχουν οι γονείς, τους οποίους ακολουθούν στις επαγγελματικές ενασχολήσεις και μαθαίνουν από μικρή ηλικία ό,τι θα φανεί χρήσιμο στη δική τους επαγγελματική δραστηριότητα μελλοντικά. Οι στόχοι της παρεχόμενης εκπαίδευσης στο σχολείο δεν συνάδουν με τις οικονομικές δραστηριότητες των Ρομά˙ το σχολείο αποτυγχάνει να προετοιμάσει τα παιδιά για τη μελλοντική τους εργασία ενώ οι ώρες παρουσίας του σε αυτό το απομακρύνουν από την οικογένεια, όπου μαθαίνει και εκπαιδεύεται. Ως εκ τούτου ο θεσμός του σχολείου απορρίπτεται από τους Ρομά, ενώ συνάμα παρατηρείται ένα παράδοξο γεγονός σύμφωνα με επιτόπια έρευνα της Δασκαλάκη (όπως αναφέρεται από τους Παπαχρήστο, Σκούρτου, & Σπαντιδάκη, 2012), καθώς ενώ τόσο οι γονείς όσο και τα παιδιά εκδηλώνουν προθυμία για σχολική φοίτηση διαπιστώνουν σύντομα ότι το σχολείο δεν τους παρέχει τα απαραίτητα εφόδια σε αντίθεση με την ευρύτερη οικογένεια. Άλλωστε, όπως διαφάνηκε στην έρευνα της Σταθοπούλου (2011), οι προσδοκίες τους σχετικά με το σχολείο περιορίζονται στην απόκτηση γνώσεων τις οποίες θα μπορούν να χρησιμοποιούν άμεσα ενώ η πλειονότητα των Ρομά μαθητών θέλει να συνεχίσει την επαγγελματική δραστηριότητα των γονιών. Παράλληλα, η επιτυχία ενός παιδιού Ρομά στο σχολείο με βάση τα κριτήρια της κυρίαρχης κουλτούρας ενέχει μεγάλο κίνδυνο για την τσιγγάνικη κοινότητα καθώς συνεπάγεται σε ένα βαθμό την απομάκρυνσή του από τους κόλπους της και την αποδυνάμωση της συνοχής της. Η άρνηση, λοιπόν, του σχολείου από αυτή την ομάδα μαθητών, είτε γίνεται συνειδητά είτε ασυνείδητα, λειτουργεί υπέρ της κοινωνικής ισορροπίας της ομάδας και της διατήρησης της ταυτότητας (Βασιλειάδου & Παυλή-Κορρέ, 2011). Ορισμένοι ακόμη παράγοντες απομάκρυνσης των Ρομά μαθητών από το σχολείο αποτελούν οι συχνές μετακινήσεις και τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν στο σχολικό πλαίσιο, ενώ δεν πρέπει να παραληφθεί η τάση αποκλεισμού των παιδιών αυτών οφειλόμενη στην αρνητική στάση των μη Ρομά γονέων και κυρίως των εκπαιδευτικών. Το σχολείο απορρίπτει σε μεγάλο βαθμό τη γλώσσα, την εμφάνιση, τις δεξιότητες, τις εμπειρίες και την κουλτούρα που φέρει ο Ρομά μαθητής. Η αποχή των τσιγγανοπαίδων από το σχολείο είναι ένα ζήτημα που πρέπει να επιλύσει η πολιτεία, η οποία παρότι ορίζει την υποχρεωτική εννιάχρονη εκπαίδευση για όλους τους μαθητές, αντιμετωπίζει με επιείκεια τη μη φοίτηση των Ρομά (Σταθοπούλου, 2011).

Τέλος, αξίζει να σημειωθούν ορισμένες παρατηρήσεις αναφορικά με το ρόλο του φύλου στην εκπαίδευση. Η εκπαίδευση των Ρομά είναι έμφυλα διαποτισμένη και τα κορίτσια υφίστανται διαφορετική αντιμετώπιση. Οι γονείς δεν επιδεικνύουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη σχολική τους πορεία ενώ αρκούνται στην εκμάθηση της γραφής και της ανάγνωσης. Ακόμα, η απομάκρυνση του κοριτσιού από τους κόλπους της οικογένειας ενέχει κινδύνους όπως το να παρασυρθούν από μη Ρομά κορίτσια και να συνάπτουν σχέσεις και να αντιδρούν στο θεσμό του γάμου ενώ συχνά οι γονείς ανησυχούν πως με την είσοδό του στο γυμνάσιο ίσως κάποιος το παρενοχλήσει ή το «κλέψει». Ένα επιπλέον ζήτημα στην εκπαίδευση των Ρομά κοριτσιών αποτελεί το γεγονός ότι η περίοδος αποφοίτησης από το δημοτικό συμπίπτει με την προγραμιαία περίοδο (Βασιλειάδου & Παυλή-Κορρέ, 2011˙Σταθοπούλου, 2011). Κατά συνέπεια, μετά το δημοτικό τα Ρομά κορίτσια δεν αντιμετωπίζονται ως μαθήτριες αλλά ως μέλλουσες νύφες και λίγα είναι εκείνα που συνεχίζουν την εκπαίδευσή τους στην επόμενη βαθμίδα. Αντίθετα, τα αγόρια προσβλέπουν στο γυμνάσιο.

Το ζήτημα της γλώσσας

Η Ρομανί ή Ρομανές, η γλώσσα των Ρομά, αποτελεί όπως προαναφέρθηκε ένα από τα πιο αναγνωρίσιμα μέσα διατήρησης της ταυτότητάς τους. Πρόκειται για μια γλώσσα προφορική συνεπώς η γραφή και η ανάγνωση είναι δεξιότητες με τις οποίες οι μαθητές έρχονται σε επαφή κατά την είσοδό τους στο σχολείο. Έτσι, σύμφωνα με τον Γκότοβο (όπως αναφέρεται στη Σκούρτου, 2016) δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές πολλών παιδιών Ρομά από τα παιδιά του γενικού πληθυσμού σε ό,τι αφορά στον προφορικό λόγο, όμως υπάρχει αισθητή απόκλιση στη χρήση του γραπτού. Σε μία σχολική τάξη όπου γίνεται αποκλειστική χρήση του γλωσσικού κώδικα της κυρίαρχης κουλτούρας είναι αναμενόμενο ότι οι μαθητές που προέρχονται από γλωσσικές μειονότητες δεν μπορούν να συμβαδίσουν με τους υπόλοιπους. Οι Βασιλειάδου και Παυλή-Κορρέ (2011) τονίζουν ότι απαραίτητη προϋπόθεση για την εδραίωση θετικού κλίματος μέσα στο οποίο θα πραγματοποιηθεί η εκμάθηση της κυρίαρχης ή δεύτερης γλώσσας αποτελεί η αναγνώριση και η αποδοχή της μητρικής γλώσσας των παιδιών αυτών, ενώ υπογραμμίζουν τη σημασία της χρήσης της μητρικής τους γλώσσας στο σχολείο. Ταυτόχρονα, ένα διαρκές ζητούμενο αποτελεί η υποστήριξη των Ρομά μαθητών στην κατάκτηση της ακαδημαϊκής γλώσσας στο σχολείο (Σκούρτου, 2016).

Οι Ρομά και τα Μαθηματικά

Ο πληθυσμός των Ρομά φαίνεται πως προσεγγίζει τα μαθηματικά ως ένα εργαλείο χρήσιμο για τις καθημερινές συναλλαγές και την επαγγελματική δραστηριότητα. Ως εκ τούτου, γνωρίζουν ή θέλουν να μάθουν όσα θα τους φανούν χρήσιμα σε πρακτικό επίπεδο. Στο κλίμα αυτό, οι γονείς Ρομά πιστεύουν ότι τα παιδιά τους έχουν μάθει από τους ίδιους κατά τις συναλλαγές τους τα μαθηματικά που θα τους χρησιμεύσουν και προσδοκούν από το σχολείο να τους διδάξει κάτι παραπάνω προκειμένου να υπολογίζουν καλύτερα και να μην εξαπατώνται στα χρήματα, όπως παρατηρεί η Σταθοπούλου (2011).

Κατά την είσοδό τους στο σχολείο, οι Ρομά μαθητές φέρουν μαζί τους άτυπες γνώσεις που έχουν κατακτήσει με τη συμμετοχή τους σε πολιτισμικές, κοινωνικο-οικονομικές δραστηριότητες και τις οποίες αξιοποιούν κι επιδεικνύουν κατά τη λύση μαθηματικών προβλημάτων. Οι μαθητές, λοιπόν, φαίνεται ότι ανακαλούν τις προσωπικές εμπειρίες τους όταν καλούνται να επεξεργαστούν ένα μαθηματικό πρόβλημα το οποίο είναι οικείο και έχει νόημα για τους ίδιους (Σταθοπούλου, 2011). Ιδιαίτερα οι δραστηριότητες που σχετίζονται με χρηματικές συναλλαγές αποτελούν ένα οικείο πλαίσιο γι’ αυτόν το μαθητικό πληθυσμό και μάλιστα, όπως επισημαίνει στην έρευνά της η Σταθοπούλου (2002), οι Ρομά μαθητές προσεγγίζουν τα αποπλαισιωμένα προβλήματα με διαφορετικό τρόπο από αυτόν που χρησιμοποιούν για τα προβλήματα με περιεχόμενο που αναφέρεται σε χρήματα. Ο Κόμπος (2002) παρατηρεί ότι τα παιδιά ρομικής καταγωγής τα καταφέρνουν σε προβλήματα που διατυπώνονται προφορικά ενώ αποτυγχάνουν στην επίλυση γραπτών δραστηριοτήτων, γεγονός που προκύπτει από την προφορικότητα της γλώσσας τους και τη μη εξοικείωση με τα γραπτά μαθηματικά σύμβολα. Ακόμα, έχει βρεθεί ότι οι Ρομά μαθητές τείνουν να χρησιμοποιούν περισσότερο την πράξη της πρόσθεσης ακόμα και σε προβλήματα πολλαπλασιασμού, τα οποία επιλύουν προσθέτοντας (Κόμπος, 2002). Ο ίδιος ερευνητής αναφέρει και την υποεπίδοση των κοριτσιών Ρομά σε μαθηματικά αντικείμενα, σε σύγκριση με τα αγόρια Ρομά, ενδεχομένως λόγω των διαφορετικών καθημερινών δραστηριοτήτων στις οποίες εμπλέκονται τα δύο φύλα.

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Μεθοδολογία της έρευνας

Ερευνητικό πρόβλημα και ερευνητικά ερωτήματα

Το ερευνητικό ενδιαφέρον της παρούσας μελέτης έγκειται στην αξιοποίηση των πόρων γνώσης που φέρουν οι μαθητές μιας μειονότητας σε μαθηματικές δραστηριότητες εντός τάξης. Η σύνδεση της άτυπης μαθηματικής γνώσης που προσκτάται στο εξωσχολικό περιβάλλον με την τυπική, επίσημη που παρέχεται εντός σχολικού πλαισίου αποτελεί ένα εκπαιδευτικό πρόβλημα που έχει απασχολήσει την ερευνητική κοινότητα. Συνεπώς, το ερευνητικό πρόβλημα που πραγματεύεται η εργασία αυτή αφορά ακριβώς στην αξιοποίηση της εξωσχολικής εμπειρίας των Ρομά μαθητών μιας περιοχής του Βόλου στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων. Τα ερευνητικά ερωτήματα που θεμελιώνουν την παρούσα μελέτη συνίστανται στα ακόλουθα:

Ε.Ε.1: Ποια είναι η αντίληψη των μαθητών για τα μαθηματικά εκτός σχολείου;

Ε.Ε.2: Πώς η άτυπη, εξωσχολική γνώση υπεισέρχεται στην επίλύση λεκτικών προβλημάτων;

Ε.Ε.3: Ποιες οι δυσκολίες των μαθητών στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων;

Ε.Ε.4: Ποιες οι στρατηγικές που χρησιμοποιούνται κατά την επίλυση προβλημάτων;

Πλαίσιο διεξαγωγής έρευνας

Ι. Το σχολείο

Η έρευνα διεξήχθη στο 10ο Ολοήμερο Δημοτικό Σχολείου Νέας Ιωνίας, το οποίο βρίσκεται στο Αλιβέρι, μια περιοχή στα σύνορα του πρώην δήμου Νέας Ιωνίας με τα Μελισσάτικα. Το Αλιβέρι αποτελεί μία από τις τέσσερις συνοικίες των Ρομά του Δήμου Βόλου και εκτείνεται χωρικά μετά από τις σιδηροδρομικές γραμμές Βόλου – Λάρισας. Πρόκειται για μια περιθωριοποιημένη περιοχή, θα έλεγε κανείς «γκέτο», σχετικά μακριά από το κέντρο της πόλης, σε αντίθεση με τους άλλους τρεις οικισμούς των Ρομά στην Αγία Παρασκευή, τα προσφυγικά της Ευαγγελίστριας και τη Νεάπολη. Το σχολείο βρίσκεται στον κεντρικό δρόμο, λίγα μέτρα πριν από το

Μέγαρο της Αστυνομικής Διεύθυνσης Μαγνησίας, απέναντι από δύο καφετέριες – αναψυκτήρια.

Το σχολείο λειτουργούσε ως 37ο Δημοτικό Σχολείο Βόλου και συστεγαζόταν με άλλο σχολείο μέχρι τη δεκαετία του 1980 οπότε και μεταφέρθηκε στο Αλιβέρι, σε εγκαταστάσεις που προϋπήρχαν. Ο κύριος χώρος που στεγάζει τα γραφεία του διευθυντή και των δασκάλων καθώς και μερικές αίθουσες ήταν ήδη χτισμένος ενώ τα κοντέινερ που στεγάζουν τις υπόλοιπες αίθουσες τοποθετήθηκαν αργότερα. Το μαθητικό δυναμικό του σχολείου υπολογίζεται στους 312 μαθητές, μεικτοί, Ρομά και μη Ρομά από την ευρύτερη περιοχή του Αλιβερίου ενώ σύμφωνα με πληροφορίες του διευθυντή του σχολείου, κύριου Α., πριν από το 2010 η αναλογία των μη Ρομά παιδιών με τα Ρομά ήταν εμφανώς μεγαλύτερη. Το 2010, με την εφαρμογή προγράμματος ένταξης Τσιγγανοπαίδων στο σχολείο υπό την αιγίδα του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, πραγματοποιήθηκε μαζική εγγραφή Ρομά παιδιών˙ μόνο εκείνο το σχολικό έτος εγγράφηκαν 120 μαθητές. Τα τελευταία δύο με τρία χρόνια η πλειονότητα των μαθητών, περίπου τα 2/3, είναι Ρομά και το 1/3 μη Ρομά ενώ στο σχολείο φοιτούν ακόμη πέντε παιδιά μεταναστών. Πέρα από τη σχολική διαρροή των Ρομά μαθητών στην οποία θα αναφερθούμε παρακάτω, ο διευθυντής κάνει λόγο για μια μόνιμη διαρροή των μη Ρομά προς άλλες σχολικές μονάδες και θέτει το αίτιο του φαινομένου στην ύπαρξη μεγάλου αριθμού τσιγγανοπαίδων και στις προκαταλήψεις που συνδέονται με αυτά. Πολλοί γονείς έχουν μεταφέρει τη φοίτηση του παιδιού τους σε άλλο σχολείο ενώ υπάρχουν και ορισμένοι, ελάχιστοι μεν, οι οποίοι ενώ είχαν μεταγράψει το παιδί τους σε άλλη μονάδα επέστρεψαν στο σχολείο αυτό.

Αναφορικά με τη σχολική διαρροή των Ρομά μαθητών, αυτή ανέρχεται στους 40 μαθητές από τους 312 που συνολικά φοιτούν στο σχολείο και προσδιορίζονται από τον διευθυντή τρεις περιπτώσεις στις οποίες συμβαίνει: (α) παιδιά που μολονότι βρίσκονται στη σχολική ηλικία δεν εγγράφονται, (β) μαθητές που φοιτούν για ένα μικρό χρονικό διάστημα και, (γ) μαθητές οι οποίοι λείπουν συστηματικά από την μαθησιακή διαδικασία, συγκεντρώνοντας έτσι πολλές απουσίες. Μάλιστα, για την τρίτη περίπτωση αναφέρεται πως οι περισσότεροι Ρομά μαθητές βρίσκονται στο όριο παραμονής στην ίδια τάξη έχοντας ήδη καταγεγραμμένες περισσότερες από ογδόντα απουσίες μέχρι τα μέσα του σχολικού έτους. Η μεγαλύτερη διαρροή εντοπίζεται το διάστημα λίγο πριν τις διακοπές του Πάσχα μέχρι το τέλος της χρονιάς και σχετίζεται με την επαγγελματική δραστηριότητα της οικογένειας των παιδιών. Πιο συγκεκριμένα, πρόκειται για την εποχή η οποία επηρεάζεται περισσότερο από τη δραστηριότητα αυτή και παρατηρούνται οι περισσότερες μετακινήσεις του ρομικού πληθυσμού για βιοποριστικούς σκοπούς. Άλλωστε, σε σχέση με τις άλλες τρεις κοινότητες των Ρομά στο Ν. Μαγνησίας, οι κάτοικοι του Αλιβερίου είναι οι λιγότερο μόνιμοι. Όντας γυρολόγοι και ασχολούμενοι με το περιστασιακό εμπόριο μετακινούνται συχνά με συνέπεια ως ένα βαθμό τη μη μόνιμη σχολική παρακολούθηση των παιδιών τους. Όσον αφορά στη συσχέτιση της σχολικής διαρροής με το φύλο των μαθητών, δεδομένα από την εμπειρία και τα στατιστικά στοιχεία, όπως αναφέρει ο κύριος Α.Γ., δείχνουν μία τάση για πρόωρη εγκατάλειψη του σχολείου από τα Ρομά κορίτσια, ιδιαίτερα όσο αυξάνεται το επίπεδο των τάξεων, ενώ ελάχιστα εγγράφονται στο γυμνάσιο.

Η διεύθυνση και το προσωπικό του σχολείου διατηρούν μια υποτυπώδη συνεργασία με τους γονείς των παιδιών η οποία παρακωλύεται συχνά από την έλλειψη μέσου επικοινωνίας, όπως για παράδειγμα την αλλαγή αριθμού τηλεφώνου από τους γονείς χωρίς προγενέστερη ενημέρωση. Όπως ανέφερε χαρακτηριστικά ο διευθυντής του σχολείου αποστέλλονται πάντα γραπτές ειδοποιήσεις για επίσκεψη στο σχολικό χώρο στους γονείς προκειμένου να μην έχουν «άλλοθι» για την απουσία επικοινωνίας, ωστόσο οι ίδιοι αντιμετωπίζουν τη δομή με δυσπιστία και προκατάληψη με αποτέλεσμα να μην διατηρούν επαφή.

ΙΙ. Η τάξη

Η έρευνα που περιγράφεται στην παρούσα ενότητα έλαβε χώρα το Μάρτιο, Απρίλιο και Μάιο του 2018, στη Στ’ τάξη του δημοτικού σχολείου στην οποία βρεθήκαμε στα πλαίσια του έργου «Ένταξη και εκπαίδευση παιδιών Ρομά στην Περιφέρεια Θεσσαλίας (2016 – 2018)». Η τάξη απαρτίζεται από είκοσι δύο (22) μαθητές εκ των οποίων οι έξι (6) είναι Έλληνες και οι υπόλοιποι δεκαέξι (16) Ρομά. Πέντε από τους Ρομά μαθητές δεν έχουν φοιτήσει καθόλου κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς, έχοντας συγκεντρώσει περισσότερες από εκατό απουσίες, ενώ τον τελευταίο μήνα προστέθηκε στο μαθητικό δυναμικό ακόμη μία μαθήτρια. Κατά την πρώτη περίοδο της παρουσίας μας στην τάξη η πλειονότητα των Ρομά φοιτούσε σε καθημερινή βάση ενώ μετά το Πάσχα έμειναν μόνο 6 μαθητές που παρακολουθούσαν τακτικά. Η συνεργασία με τον εκπαιδευτικό της τάξης κύριο Σ. ήταν εξαρχής άριστη. Ο ίδιος επέτρεψε τη λήψη πρωτοβουλιών που αφορούν τους μαθητές τους οποίους θα υποστηρίζαμε και με δική του πρόταση σχηματίστηκε η ομάδα των θρανίων στο πίσω μέρος της αίθουσας, όπου κάθονταν.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η διαρρύθμιση της τάξης καθώς διαμορφώνει σε σημαντικό βαθμό την κουλτούρα της. Με την είσοδό μας στην αίθουσα παρατηρούμε τρεις ομάδες θρανίων σε σχήμα «Π» και δύο ακόμα θρανία στο πίσω μέρος. Η ομάδα θρανίων η οποία βρίσκεται μπροστά από τον πίνακα της τάξης αποτελείται από τους Έλληνες μαθητές ενώ στη διπλανή ομάδα κάθονται τα αγόρια Ρομά. Η τρίτη ομάδα, αυτή στην οποία βρεθήκαμε για την ενισχυτική διδασκαλία αποτελείται από τα κορίτσια Ρομά, τα οποία λαμβάνουν και τη βοήθεια φιλολόγου δύο φορές την εβδομάδα. Τα δύο θρανία στο πίσω μέρος της αίθουσας προορίζονται για τους μαθητές οι οποίοι διαταράσσουν τη ροή του μαθήματος, οπότε απομακρύνονται από τη θέση τους και κάθονται για την υπόλοιπη σχολική ημέρα εκεί. Στο ένα από τα δύο αυτά θρανία κάθεται σε καθημερινή βάση ο Β., ένας μη Ρομά μαθητής με προβλήματα συμπεριφοράς ενώ στο άλλο ο εκπαιδευτικός της τάξης συνήθως τοποθετεί κάποιον Ρομά μαθητή. Κατά τη διάρκεια του μαθήματος ο εκπαιδευτικός απευθύνεται ως επί το πλείστο στην ομάδα με τους μη Ρομά μαθητές, γεγονός που φανερώνεται μέσα από συγκεκριμένες πρακτικές του όπως το να στέκεται συνήθως μπροστά τους ή να κάθεται στην ομάδα τους και να διαβάζει τις εργασίες τους. Ακόμα, ενώ η ομάδα των κοριτσιών Ρομά λαμβάνει υποστήριξη από τις εκπαιδευτικούς τα αγόρια είναι κατά βάση αμέτοχα στη μαθησιακή διαδικασία και κυρίως στο μάθημα των Μαθηματικών. Συνήθως, λοιπόν, την ώρα αυτή τα δύο αγόρια Ρομά, Γ. και Κ., προσέρχονταν στην ομάδα των κοριτσιών ζητώντας να λύσουν κάποια αριθμητική πράξη ή πρόβλημα.

ΙΙΙ. Προφίλ των μαθητών

Όσον αφορά στο δείγμα της έρευνας, η επιλογή του έγινε βάσει του κριτηρίου προσέλευσης στο σχολείο. Η Ν., ο Γ. και ο Κ. είναι οι μαθητές που παρακολουθούν σε καθημερινή βάση τα μαθήματα, επιδεικνύουν ένα αμέριστο ενδιαφέρον για μάθηση και εργάζονται προσηλωμένα στα γλωσσικά και μαθηματικά αντικείμενα που τους ανατίθενται. Οι τρεις αυτοί μαθητές παραχώρησαν τη συνέντευξη της έρευνας, δεδομένα από την οποία λήφθηκαν υπόψη για τη σκιαγράφηση του προφίλ τους που ακολουθεί παρακάτω.

<u>Η Ν.</u>

Η **Ν.** είναι έντεκα (11) χρονών και έχει καθημερινή φοίτηση στο σχολείο, ενώ παρακολουθεί και το τμήμα ένταξης . Έχει άλλα δύο μεγαλύτερα αδέρφια, μια αδερφή κι έναν αδερφό ο οποίος συνέχισε την εκπαίδευσή του στο γυμνάσιο χωρίς να την ολοκληρώσει. Η μητέρα της επιμελείται το νοικοκυριό ενώ ο πατέρας της, όπως αναφέρει και η ίδια χαρακτηριστικά, ασχολείται με *«δουλειές του καιρού»*. Κάθε Σαββατοκύριακο η Νικολέτα συνοδεύει τον πατέρα της στην εργασία του και συγκεκριμένα στο εμπόριο ψαριών, όπου είναι υπεύθυνη των χρηματικών συναλλαγών˙ λαμβάνει το χρηματικό αντίτιμο για της αγορά των ψαριών από τους πελάτες, υπολογίζει και δίνει τα ρέστα. Καθημερινά στο παιδί αρέσει να παρακολουθεί πολλή τηλεόραση και είναι συνεχώς ενημερωμένο για τις εξελίξεις στα διάφορα τηλεοπτικά προγράμματα.

Η Ν. μπορεί να χαρακτηριστεί ως μια πολύ συνεργάσιμη μαθήτρια με όρεξη για μάθηση αλλά με χαμηλή αυτοπεποίθηση αναφορικά με τις επιδόσεις της. Η γραφή, η ανάγνωση καθώς και η αναγνωστική της κατανόηση βρίσκονται σε πολύ καλό επίπεδο και η ίδια διατηρεί καθαρά τα τετράδιά της επιθυμώντας να είναι καλογραμμένα και οργανωμένα. Για παράδειγμα, έχει δύο διαφορετικά τετράδια για καθεμία από τις εκπαιδευτικούς που παρέχουν βοήθεια στην ομάδα, στα οποία μάλιστα έχει γράψει το όνομά τους, φροντίζει να σημειώνει καθημερινά την ημερομηνία και να σχηματίζει ευανάγνωστα γράμματα. Όπως αναφέρθηκε πρωτύτερα, πρόκειται για μια μαθήτρια με χαμηλή αυτοπεποίθηση στη μάθηση και μια φυσική συστολή όταν επαινείται για την επίδοσή της. Χαρακτηριστικό στιγμιότυπο κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας στην ομάδα σε συνεργασία με τη φιλόλογο αποτελεί η αντίδραση της μαθήτριας όταν έκανε λάθος σε άσκηση˙ μονολογούσε χαμηλόφωνα ότι *«πάλι δεν το έκανε σωστά»* ενώ όταν επιδοκιμάσαμε την επιτυχία της στη φιλόλογο το κορίτσι χαμογελούσε αμήχανα και αρνιόταν λέγοντας πως *«κάνει πολλά λάθη»*.

Μολονότι η Ν. επιθυμεί να συνεχίσει την εκπαίδευσή της στο γυμνάσιο κάτι τέτοιο δεν βρίσκει σύμφωνους τους γονείς της. Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι όταν η φιλόλογος ενημέρωσε πως η μαθήτρια θα βρεθεί στο γυμνάσιο το επόμενο σχολικό έτος και τη ρωτήσαμε για να το επιβεβαιώσει, η ίδια απάντησε ενθουσιασμένη ότι πράγματι θα συνεχίσει αν και φοβόταν πως θα αποτύχει. Η ευχάριστη αυτή είδηση ανατράπηκε λίγο καιρό αργότερα το κορίτσι ανέφερε πως οι γονείς της δεν επιτρέπουν τελικά τη φοίτησή της στην επόμενη βαθμίδα.

<u>Ο Γ.</u>

Ο **Γ**. είναι 11 χρονών και παρακολουθεί σε καθημερινή βάση το σχολείο. Έχει μια μεγαλύτερη αδερφή η οποία παρακολούθησε την πρώτη και δευτέρα γυμνασίου ωστόσο διέκοψε τη φοίτησή της. Η μητέρα του ασχολείται με το νοικοκυριό και ο πατέρας του με το εμπόριο διαφόρων ειδών, όπως λουλούδια και μαξιλάρια. Ο Γιάννης αναδεικνύεται πολύτιμος βοηθός του πατέρα του καθώς μεταφέρει τα προϊόντα στους πελάτες, λαμβάνει το χρηματικό αντίτιμο, υπολογίζει και δίνει τα ρέστα. Έτσι, *«εξυπηρετεί»* όπως αναφέρει και ο ίδιος χαρακτηριστικά και τον πατέρα του και τις *«κυρίες»* στις οποίες παραδίδει το εμπόρευμα. Όσον αφορά στα ενδιαφέροντά του, το παιδί ασχολείται με τη μουσική˙ συμμετέχει στην παιδική χορωδία «ΔΗΜΗΤΡΙΑΣ» και παίζει τουμπερλέκι στις σχολικές εορτές. Είναι χρήστης των μέσων κοινωνικής δικτύωσης με καθημερινή δραστηριότητα στις εφαρμογές του Facebook και του Instagram.

Η θέση του Γ. στην τάξη βρίσκεται στην ομάδα των θρανίων μπροστά από την έδρα μαζί με τα υπόλοιπα Ρομά αγόρια. Δεν συμμετέχει ενεργά κατά τη διάρκεια του μαθήματος ωστόσο καταπιάνεται με ζήλο με τις εργασίες που αναθέτει ο εκπαιδευτικός για ολοκλήρωση εντός τάξης. Γνωρίζει καλή ανάγνωση και γραφή και χαρακτηρίζεται από μια γρήγορη, αν και συχνά βιαστική σκέψη. Αναλυτικότερα, κατά τη διάρκεια επίλυσης ασκήσεων ο Γ. εξωτερικεύει τις σκέψεις του, μονολογώντας γρήγορα και συχνά υποπίπτει σε λάθη εξαιτίας της βιασύνης του να ολοκληρώσει. Εκδηλώνει ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά και προσέρχεται συχνά στην ομάδα των κοριτσιών όπου πραγματοποιείται η ενισχυτική διδασκαλία ζητώντας να μάθει την κάθετη διαίρεση και να λύσει ασκήσεις με αριθμητικές πράξεις. Όταν του δίνονται ευκαιρίες για μάθηση και συμμετοχή, ο Γ.

χαρακτηρίζεται ως ένα λαλίστατο, ανήσυχο και υπερδραστήριο μα συνάμα ευχάριστο παιδί που συνεργάζεται και προσπαθεί να επιλύσει κάθε είδους εργασία που του δίνεται. Ωστόσο, παρατηρώντας τον σε αλληλεπίδραση με τους υπόλοιπους Ρομά συμμαθητές του θα έλεγε κανείς ότι τον διακρίνει μια πέραν του δέοντος αυτοπεποίθηση. Για παράδειγμα, ενόσω ασχολούμασταν με γλωσσικές ασκήσεις με την ομάδα των κοριτσιών ο μαθητής στάθηκε πάνω από την εργασία μιας συμμαθήτριάς του και της υποδείκνυε τα λάθη της ή συμπλήρωνε ο ίδιος φωναχτά την άσκηση, ενοχλώντας τη μαθήτρια. Σε συζήτηση σχετική με τη μαθησιακή επίδοση του Γ., ο εκπαιδευτικός της τάξης ανέφερε την παρατήρησή του ότι οι Ρομά μαθητές οι οποίοι έχουν επίγνωση των ικανοτήτων τους στην ανάγνωση και τη γραφή συχνά υπερτιμούν τις γνώσεις τους.

Αναφορικά με την συνέχιση της φοίτησης στην επόμενη βαθμίδα, ο Γιάννης θα παρακολουθήσει το γυμνάσιο *«εκατό τοις εκατό»*, όπως έχει αναφέρει και ο ίδιος, ενώ σε συζήτηση μαζί του φανέρωσε την επιθυμία του να σπουδάσει, μάλιστα, σε κάποιο πανεπιστήμιο.

<u>Ο Κ.</u>

Ο **Κ.** είναι 11 χρονών και παρακολουθεί κι αυτός καθημερινά το σχολείο. Έχει έναν μεγαλύτερο αδερφό ο οποίος διέκοψε την εκπαίδευσή του στο δημοτικό. Η μητέρα του επιμελείται του νοικοκυριού, όπως και των δύο προαναφερθέντων παιδιών, και ο πατέρας του είναι μανάβης. Ο Κώστας εκδηλώνει ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον για το επάγγελμα του πατέρα του και ήθελε από μικρός, όπως αποκάλυψε, να κάνει το ίδιο. Μάλιστα, καθώς παλαιότερα ο πατέρας του δεν ήθελε να τον ακολουθεί στην εργασία λόγω της ηλικίας του, ο Κώστας έκλαιγε μέχρι να εισακουστεί η επιθυμία του. Το παιδί δεν έχει παρέα από τη γειτονιά του γιατί όπως έχει αναφέρει «*ο μαχαλάς τους δεν έχει πολύ καλά παιδιά»* και οι περισσότεροι φίλοι του είναι μπαλαμοί. Στον Κ. αρέσει πολύ να τρέχει μεγάλες αποστάσεις και να πηγαίνει βόλτες με το ποδήλατο ακούγοντας μουσική.

Όσον αφορά στο μαθησιακό προφίλ του παιδιού, πρόκειται για έναν ήσυχο μαθητή ο οποίος εργάζεται με ζήλο. Η γραφή και η αναγνωστική του ικανότητα επιτελούνται αργά ωστόσο βρίσκονται σε καλό επίπεδο. Ο Κ. εμπλέκεται στις εργασίες των μαθηματικών με πολλή όρεξη κι έχει παρατηρηθεί ότι ακόμα κι όταν οι συμμαθητές του στην ομάδα συνομιλούν και δεν ασχολούνται με την εργασία ο ίδιος είναι απορροφημένος στην εργασία του και προσπαθεί να την επιλύσει ήσυχα, συνήθως αλλάζοντας θέση για να μην ενοχλείται.

Ο Κ. μετά την αποφοίτησή του από το δημοτικό θα ακολουθήσει την εκπαίδευση στο γυμνάσιο. Ο ίδιος το θέλει αλλά, όπως δήλωσε, ακόμα κι αν δεν ήθελε ο πατέρας του είναι απόλυτος σχετικά με τη σχολική πορεία του γιου του, αφού ο πρωτότοκος γιος του δε συνέχισε στο γυμνάσιο. Μάλιστα, ο πατέρας του Κ. εμπλέκεται συστηματικά στην εκπαίδευσή του καθώς τηλεφωνεί καθημερινά στο σχολείο προκειμένου να ρωτήσει αν ο γιος του βρίσκεται εκεί.

Καθώς η ομάδα στην οποία βρεθήκαμε για την υλοποίηση των δραστηριοτήτων απαρτίζεται από ορισμένα Ρομά κορίτσια ακόμα, είναι χρήσιμο να περιγράψουμε σύντομα το προφίλ τους. Πρόκειται για μαθήτριες οι οποίες έχουν μεν τακτική σχολική φοίτηση ωστόσο την περίοδο πραγματοποίησης των εκπαιδευτικών παρεμβάσεων δεν παρακολουθούσαν συστηματικά. Συνεπώς, όπως φαίνεται και παρακάτω, στο μέρος της ανάλυσης των δεδομένων, άλλοτε είναι παρούσες οπότε οι απαντήσεις τους συμπεριλαμβάνονται και άλλοτε απουσιάζουν. Ο βασικός, ωστόσο, πυρήνας του δείγματος είναι οι τρεις μαθητές που αναφέρθηκαν πρωτύτερα. Στο σημείο αυτό ακολουθεί μια συνοπτική περιγραφή του προφίλ των υπολοίπων μαθητών που συμμετέχουν σε κάποιες από τις δραστηριότητες. Η Τζ. είναι ένα ήσυχο και ντροπαλό κορίτσι που εργάζεται επιμελώς στις δραστηριότητες που τίθενται. Έχει έναν αδερφό ωστόσο δεν υπάρχουν πληροφορίες για τη σύσταση και τη δραστηριότητα της οικογένειάς της. Είναι το μοναδικό κορίτσι που θα συνεχίσει τη φοίτησή της στο γυμνάσιο. Η Α. είναι μια σχετικά ζωηρή, θα ΄λέγαμε, μαθήτρια της οποίας η προσοχή διασπάται εύκολα και δεν επιδεικνύει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για μάθηση. Η στάση της αυτή μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι παρουσιάζει μεγάλη δυσχέρεια στην καθ' υπαγόρευση γραφή και χρειάζεται συνεχώς κάποιον να της λέει ένα – ένα τα φωνήματα των λέξεων. Για το λόγο αυτό διατηρεί μια έντονα αρνητική στάση προς τις δραστηριότητες που απαιτούν να γράψει. Η Α. έχει ένα μικρότερο αδερφό στην Δ' τάξη. Σε δύο μεμονωμένα επεισόδια που αναφέρονται στην ανάλυση των δεδομένων, συμμετέχουν δύο ακόμη μαθητές: ο Θ. ο οποίος φοιτά στη Δ' τάξη και προσήλθε στην τάξη για κάποιες ώρες λόγω απουσίας της εκπαιδευτικού και ο

Χρ., μαθητής της ΣΤ' που όμως για ένα μεγάλο διάστημα δεν παρακολουθούσε τα μαθήματα.

Μέθοδος Έρευνας

Η μέθοδος που κρίθηκε ως η καταλληλότερη και επιλέχθηκε για τη μελέτη της μαθησιακής συμπεριφοράς των μαθητών Ρομ στην τάξη των Μαθηματικών είναι η έρευνα δράσης με εθνογραφικά χαρακτηριστικά. Σύμφωνα με τους Cohen, Manion και Morrrison (2008), «η έρευνα-δράση μπορεί να χρησιμοποιηθεί σχεδόν σε κάθε περιβάλλον όπου ένα πρόβλημα που εμπλέκει άτομα, έργα ή διεργασίες χρειάζεται επειγόντως λύση, ή όπου η αλλαγή ενός χαρακτηριστικού μπορεί να επιφέρει ένα επιθυμητό αποτέλεσμα». Η έρευνα δράσης αξιοποιείται, λοιπόν, από τους εκπαιδευτικούς οι οποίοι έχουν παρατηρήσει ένα ζήτημα εντός τάξης, επιθυμούν να το μελετήσουν ενδελεχώς, να παρέμβουν και να αξιολογήσουν το αποτέλεσμα, αλλάζοντας ίσως τις μέχρι τότε πρακτικές τους. Οι Kemmis και McTaggart (όπως αναφέρεται από Cohen, Manion & Morrison, 2008) υποστηρίζουν ότι ο ερευνητικός σχεδιασμός αυτού του είδους ασχολείται αφενός με την αλλαγή στη συμπεριφορά ατόμων και αφετέρου με την κουλτούρα τους, όπως αυτή ορίζεται ανάλογα με τη γλώσσα που χρησιμοποιούν, τις δραστηριότητες και τις πρακτικές τους

Καθώς το ερευνητικό ενδιαφέρον της παρούσας μελέτης εστιάζεται σε μαθητές που προέρχονται από συγκεκριμένη κουλτούρα επιλέχθηκε ο εθνογραφικός σχεδιασμός, ο οποίος αποτελεί μια ποιοτική ερευνητική διαδικασία «για την περιγραφή, την ανάλυση και την ερμηνεία των κοινών προτύπων συμπεριφοράς, πεποιθήσεων και γλώσσας σε μια ομάδα με κοινή κουλτούρα, τα οποία αναπτύσσονται με το πέρασμα του χρόνου» (Creswell, 2016, σ. 464). Στην κλασσική εθνογραφία η περιγραφή βασίζεται κυρίως στην προσωπική παρατήρηση του ερευνητή στο πεδίο της έρευνας (field) καθώς και στις ανεπίσημες συζητήσεις που είτε ακούει είτε διεξάγει ο ίδιος με τα μέλη της ομάδας, με απώτερο σκοπό να διεισδύσει στο νόημα της συμπεριφοράς τους (Πηγιάκη, 2004). Ορισμένα από τα βασικά χαρακτηριστικά μιας εθνογραφικής μελέτης, σύμφωνα με τον Creswell (2016), αποτελούν:

- Η διερεύνηση ενός πολιτισμικού θέματος (cultural theme), δηλαδή μιας γενικής θέσης που προάγεται μέσα σε μια κοινωνία ή ομάδα.
- Η εστίαση του ενδιαφέροντος σε μια ομάδα με κοινή κουλτούρα για την οποία συλλέγονται τα δεδομένα. Η έρευνα λαμβάνει χώρα σε συγκεκριμένο πλαίσιο (context) το οποίο είναι η κατάσταση, ο χώρος ή ο τόπος της ομάδας που μελετάται.
- Η αναζήτηση κοινών σχημάτων συμπεριφοράς, πεποιθήσεων και γλώσσας που έχει υιοθετήσει η ομάδα με κοινή κουλτούρα.
- Η διεξαγωγή έρευνας πεδίου (fieldwork) κατά την οποία ο εθνογράφος συγκεντρώνει δεδομένα στο πλαίσιο όπου βρίσκονται οι συμμετέχοντες μέσα από μια ποικιλία ερευνητικών τεχνικών.
- Η λεπτομερής, πυκνή περιγραφή των μελών της ομάδας και των σκηνών που εκτυλίσσονται στα πλαίσιά της με στόχο τον προσδιορισμό συγκεκριμένων στοιχείων καθώς και η ενδελεχής ανάλυση του τρόπου λειτουργίας των πραγμάτων.
- Τέλος, ο αναστοχασμός του ερευνητή (reflexivity in ethnography) ο οποίος περιλαμβάνει τις προσωπικές τοποθετήσεις και απόψεις του αναφορικά με την εμπειρία του κατά την έρευνα.

Τεχνικές Συλλογής Δεδομένων

Για τους σκοπούς της παρούσας έρευνας τα ερευνητικά εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν ήταν η νατουραλιστική παρατήρηση και ημιδομημένη συνέντευξη στους τρεις μαθητές.

Παρατήρηση

Σύμφωνα με τους Cohen, Manion και Morrison (2008), η αξιοποίηση της παρατήρησης επιτρέπει στον ερευνητή να εισχωρήσει σε πραγματικές καταστάσεις, να συλλέξει «ζωντανά» δεδομένα στα οποία μπορεί να εμβαθύνει και να κατανοήσει. Στην τάξη όπου πραγματοποιήθηκε η έρευνα βρεθήκαμε, όπως έχει προαναφερθεί, στα πλαίσια του έργου «Ένταξη και εκπαίδευση παιδιών Ρομά στην Περιφέρεια Θεσσαλίας 2016 – 2018». Στους Ρομά μαθητές της τάξης παρεχόταν εθελοντικά υποστήριξη κάποιες ώρες την εβδομάδα στα μαθήματα της Γλώσσας και των Μαθηματικών. Η ομάδα των Ρομά μαθητών που υποστηριζόταν απαρτιζόταν αποκλειστικά από κορίτσια ενώ μετά από ένα διάστημα παρουσίας μας στην αίθουσα και αφότου εξοικειωθήκαμε με τους μαθητές, δύο αγόρια – αυτά που αποτελούν και το δείγμα της έρευνας – έτειναν να έρχονται στην ομάδα κατά βάση όταν ασχολούμασταν με μαθηματικά θέματα.

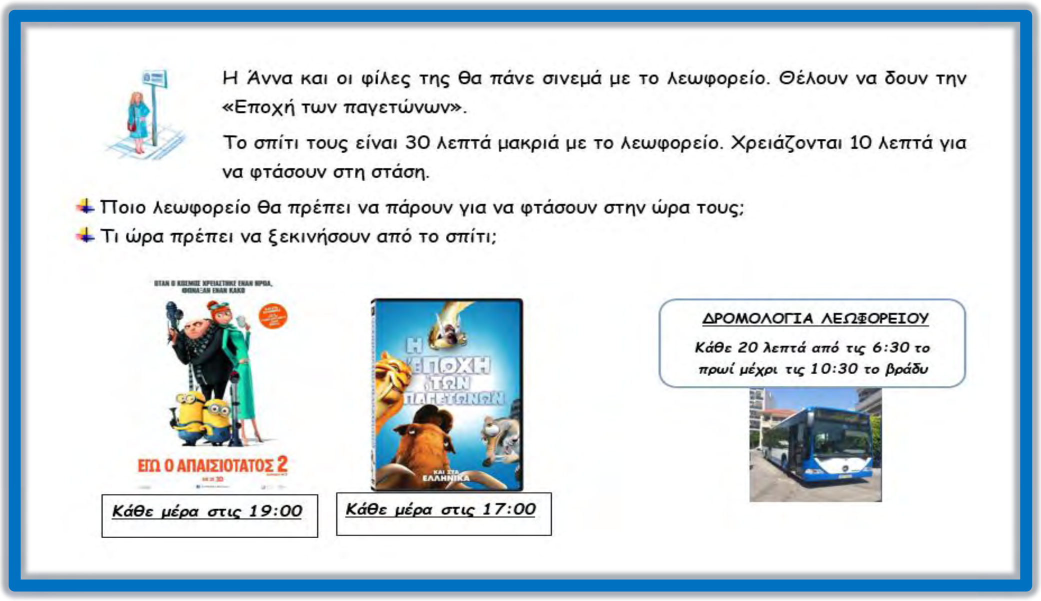
Η φύση, λοιπόν, της εμπλοκής μας με την ομάδα στο πλαίσιο της εθελοντικής ενισχυτικής διδασκαλίας καθόρισε και τον ιδιαίτερο ρόλο που υιοθετήσαμε ως παρατηρητές. Συγκεκριμένα, καθώς συμμετείχαμε άμεσα στις εκπαιδευτικές δραστηριότητες θέτοντάς τες και υποστηρίζοντας τους μαθητές στην επεξεργασία τους η συγκέντρωση δεδομένων έλαβε τη μορφή συμμετοχικής παρατήρησης. Μάλιστα, θα μπορούσε να λεχθεί ότι στην αρχή της παρουσίας μας στην ομάδα λειτουργήσαμε ως «απόλυτα συμμετοχικοί παρατηρητές» (LeCompte & Preissle, 1993) εφόσον αναλάβαμε το ρόλο του εκπαιδευτικού που υποστηρίζει τη μαθησιακή διαδικασία χωρίς να έχει γνωστοποιηθεί ότι πρόκειται για έρευνα. Η υιοθέτηση του ρόλου του συμμετέχοντος παρατηρητή (participant observer) συμβάλλει σε μια εκ των έσω παρατήρηση τη στιγμή που ο ίδιος λαμβάνει μέρος σε δραστηριότητες οι οποίες πραγματοποιούνται στον τόπο της μελέτης, καταγράφει παρατηρήσεις, σχόλια, συζητήσεις, συμπεριφορές και γεγονότα. Συνεπώς, ένα από τα σημαντικότερα στάδια αλλά και ένα πολύτιμο εργαλείο της ερευνητικής αυτής διαδικασίας αποτελεί η καταγραφή σημειώσεων πεδίου (fieldnotes), δηλαδή κειμένου ή λέξεων – κλειδιών που γράφονται από τον ερευνητή και αφορούν σε παρατηρούμενα γεγονότα κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης των συμμετεχόντων (Cohen, Manion, & Morrison, 2008˙ Koshy, 2005˙ Creswell, 2016). Στην παρούσα έρευνα συγκροτήθηκε ένα ημερολόγιο όπου καταγράφονταν εκτενείς, περιγραφικές σημειώσεις πεδίου αμέσως μετά την αποχώρηση από τον τόπο της έρευνας ενώ κρατούνταν, όποτε ήταν δυνατόν, παρατηρήσεις επί τόπου με μορφή λέξεων – κλειδιών.

Ακόμα, συγκεντρώθηκε οπτικό υλικό και σε ορισμένες περιπτώσεις αυτούσιες οι σελίδες από τις προσπάθειες των μαθητών να λύσουν τις μαθηματικές δραστηριότητες που θέτονταν κάθε φορά.

Αναφορικά με τις παρεμβάσεις από τις οποίες εξήχθησαν τα δεδομένα αυτές συνίστανται σε λεκτικά προβλήματα πλαισιωμένα κατά βάση από σχετικές με τα παιδιά εμπειρίες από τη συμμετοχή τους στις επαγγελματικές δραστηριότητες του γονέα ή άλλα κοινωνικά γεγονότα. Στην αρχή της παρουσίας μας στο πεδίο τέθηκαν κάποια ακόμα λεκτικά προβλήματα μη πολιτισμικά ανταποκρινόμενα, παρόμοια με τα υποτυπώδη που βρίσκονται στο σχολικό βιβλίο, για αξιολογικούς κυρίως λόγους σε μια προσπάθεια να διερευνηθεί το επίπεδο γνώσεων των μαθητών στα μαθηματικά. Στη συνέχεια παρατίθενται τα λεκτικά προβλήματα τα οποία επεξεργαστήκαμε κατά τη διάρκεια της έρευνας:

1. Ξόδεψα 5 ευρώ σε γλυκά, 2 ευρώ σε αυγά και 3 ευρώ σε ψωμί. Πόσα ευρώ ξόδεψα;
2. 14 φίλοι θα πάνε σινεμά με ταξί. Κάθε ταξί χωράει 4 άτομα. Πόσα ταξί θα καλέσουμε;
3. Μία γυναίκα εργάζεται ως γραμματέας και κερδίζει 35 ευρώ την ώρα. Δουλεύει 6 ώρες την ημέρα για 5 μέρες. Πόσα χρήματα βγάζει την εβδομάδα; Τον μήνα;
4. Ένα σχολείο σερβίρει καθημερινά 340 μερίδες φαγητό. Πόσες μερίδες σερβίρει σε ένα χρόνο αν το σχολικό έτος έχει 281 ημέρες;
5. Στο γάμο της Μαρίας θα έρθουν 95 άτομα. Σε κάθε τραπέζι χωράνε 6 άτομα. Πόσα τραπέζια θα πρέπει να υπάρχουν για να καθίσουν όλοι;
6. Η Νικολέτα με τον πατέρα της πούλησαν στη λαϊκή 9 κιλά γαύρο, 7 κιλά σαρδέλες και 5,5 κιλά μπακαλιάρο. Τον γαύρο τον δίνουν 3 ευρώ το κιλό, τις σαρδέλες 4 ευρώ το κιλό και τον μπακαλιάρο 6 ευρώ το κιλό. Πόσα χρήματα έφεραν στο σπίτι;
7. Στο γάμο της Βασιλικής θα έρθουν 15 οικογένειες. Οι 5 από αυτές έχουν 4 παιδιά, οι 2 έχουν 3 παιδιά και οι υπόλοιπες 2 παιδιά. Στο γάμο θα έρθουν ακόμα 37 συγγενείς και φίλοι του γαμπρού και της νύφης. Πόσα άτομα θα έρθουν συνολικά; Πόσες καρέκλες θα χρειαστούμε; Πόσα τραπέζια θέλουμε αν κάθε τραπέζι χωράει 12 άτομα;

Όπως φαίνεται στο κείμενο που πλαισιώνει τα τρία τελευταία προβλήματα επιχειρήθηκε να αξιοποιηθούν ορισμένες εμπειρίες των μαθητών. Ιδιαίτερα στο *έκτο* πρόβλημα λήφθηκε υπόψη η συμμετοχή της μίας μαθήτριας του δείγματος στην εργασία του πατέρα της ενώ και τα άλλα δύο προβλήματα του γάμου στηρίζονται στη συχνή παρουσία των μαθητών σε αυτό το κοινωνικό γεγονός ήδη από μικρή ηλικία. Ακόμα, δύο μαθήτριες ασχολήθηκαν με μια τροποποιημένη εκδοχή ενός προβλήματος που προτείνεται στο βιβλίο των Μαθηματικών που διαμορφώθηκε στο πλαίσιο του προγράμματος «Ενταξη τσιγγανοπαίδων στο σχολείο», με την προσθήκη ορισμένων εικόνων και την προσαρμογή των δεδομένων όπως φαίνεται παρακάτω:



Συνέντευξη

Η συνέντευξη που υλοποιήθηκε ήταν ανοιχτού τύπου και ομαδική, δηλαδή δεν ερωτήθηκαν οι μαθητές ατομικά αλλά δόθηκε χρόνος για μια συζήτηση και ανταλλαγή απόψεων μεταξύ τους. Ο λόγος για τον οποίο προτιμήθηκε η ομαδική συνέντευξη αφορά στην εκτίμηση ότι τα παιδιά θα ένιωθαν πιο άνετα να εξωτερικεύσουν τις σκέψεις τους όντας μαζί με τους συμμαθητές τους ενώ το γεγονός ότι μοιράζονται την ίδια κουλτούρα και γλώσσα θα τα διευκόλυνε να κατανοήσουν ο ένας τον άλλον αλλά και να επικοινωνήσουν πληρέστερα μεταξύ τους και, κυρίως, με τον συνεντεύκτη. Άλλωστε, ο Lewis (όπως αναφέρεται από Cohen, Manion, & Morrison, 2008), παρατηρεί ότι οι ομαδικές συνεντεύξεις σε πληθυσμό παιδιών είναι δυνατόν να προωθήσουν ένα μεγαλύτερο εύρος απαντήσεων απ’ ό,τι θα συνέβαινε με μια ατομική συνέντευξη καθώς τα παιδιά διευρύνουν το ένα τις ιδέες του άλλου και εισάγουν νέες ιδέες για το θέμα. Η διατύπωση αλλά και η σειρά των ερωτήσεων που τέθηκαν είχαν καθοριστεί εκ των προτέρων και οι μαθητές κλήθηκαν να απαντήσουν αρχικά με τη σειρά και έπειτα μέσα από συζήτηση στις εξής ερωτήσεις:

1) Τι είναι για σένα τα μαθηματικά; Τι σου έρχεται στο μυαλό όταν ακούς τη λέξη «μαθηματικά;»
2) Χρησιμοποιείς μαθηματικά έξω από την τάξη;
3) Περίγραψε μια κατάσταση όπου έχεις χρησιμοποιήσεις μαθηματικά στη ζωή εκτός από το σχολείο.
4) Τι επάγγελμα κάνουν οι γονείς σου;
5) Συμμετέχεις στην εργασία των γονιών σου;
6) Περίγραψε τι κάνεις μέσα στην ημέρα σου.

Η συνέντευξη πραγματοποιήθηκε σε αίθουσα του σχολείου κατά τις τελευταίες ώρες της σχολικής ημέρας όταν τα παιδιά είχαν κάποια ειδικότητα στην τάξη τους. Οι συνεντευξιαζόμενοι ρωτήθηκαν για το ποιος θα ξεκινήσει να ανταποκρίνεται στην πρώτη ερώτηση και ομόφωνα οι δύο, Ν. και Κ., επέλεξαν τον Γ., τον πιο κοινωνικό και ομιλητικό από τους τρεις προκειμένου να αποφευχθεί η αρχική αμηχανία. Συμφωνήθηκε να απαντούν στην αρχή ο καθένας ξεχωριστά κι έπειτα να γίνει ένας διάλογος. Μέσα από τη συζήτηση αναδύθηκαν και άλλα θέματα για τα οποία οι τρεις μαθητές ήταν πρόθυμοι να μιλήσουν, όπως για παράδειγμα τα παιχνίδια τα οποία παίζουν στον ελεύθερο χρόνο τους, περιστατικά που συνέβησαν κατά την διάρκεια της συμμετοχής στην εργασία του πατέρα αλλά και σχετικά με την εκπαιδευτική τους διαδρομή μετά το δημοτικό σχολείο, αναδεικνύοντας ως κατάλληλη την αξιοποίηση της ομαδικής συνέντευξης.

Μέθοδος Ανάλυσης Δεδομένων

Η ανάλυση των δεδομένων που συλλέχθηκαν από τη συνέντευξη και τη συμμετοχική παρατήρηση έγινε στη βάση των μεθόδων της Θεμελιωμένης Θεωρίας (Grounded Theory), δηλαδή μιας ομάδας επαγωγικών στρατηγικών ανάλυσης των δεδομένων που αποσκοπεί στη διαμόρφωση μιας θεωρίας (Charmaz, 2011). Έτσι, λοιπόν, σε πρώτη φάση πραγματοποιήθηκε η συλλογή δεδομένων στο πεδίο, δηλαδή στην ΣΤ’ τάξη όπου βρεθήκαμε για την υλοποίηση της έρευνας. Τα δεδομένα που συγκεντρώθηκαν τόσο από τη συνέντευξη όσο και από τις σημειώσεις πεδίου που κρατήθηκαν μελετιούνταν σε σύντομο χρονικό διάστημα προκειμένου να μην παρουσιαστούν μετέπειτα κωλύματα λόγω του όγκου των πληροφοριών. Αναφορικά με τα δεδομένα, κυρίως εκείνα που προέρχονταν από την παρατήρηση στο πεδίο, καταγράφονταν αναλυτικά με λεπτομέρειες από τις κινήσεις, τα λόγια και τους διαλόγους των μαθητών, έτσι ώστε να αποδίδουν με σαφήνεια το υλικό που θα επεξεργαστούμε στην έρευνα. Σχεδόν ταυτόχρονα με τη συλλογή των δεδομένων διενεργούνταν η μελέτη τους ώστε να διαφανούν τα νοήματα πίσω από τις ενέργειες και τα λόγια των συμμετεχόντων στις δραστηριότητες που σχεδιάστηκαν.

Σε δεύτερη φάση, επιχειρήθηκε ο προσδιορισμός της σημασίας των δεδομένων που μελετήθηκαν και η κωδικοποίησή τους σε κατηγορίες με κοινή θεματική. Με τον τρόπο αυτό διαφάνηκαν οι ευρύτερες ενότητες για τις οποίες γίνεται λόγος στη συνέχεια και συνίστανται σε αντιλήψεις των μαθητών για τις μαθηματικές δραστηριότητες εκτός σχολικού πλαισίου, στο πώς υπεισέρχεται η εμπειρία και οι άτυπες μαθηματικές γνώσεις στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων, στις δυσκολίες που παρουσιάστηκαν κατά την επεξεργασία των αντικειμένων αλλά και σε στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι ίδιοι οι μαθητές αλλά και η ερευνήτρια. Για την πληρέστερη και σε βάθος κατανόηση των πληροφοριών που συλλέχθηκαν υιοθετήθηκε μια τεχνική της Θεμελιωμένης Θεωρίας, η καταγραφή σημειώσεων (memo writing) γύρω από τους διαμορφωμένους κώδικες. Με την υιοθέτηση των παραπάνω μεθόδων κατέστη δυνατή η εξαγωγή ορισμένων συμπερασμάτων σχετικών με τη μαθηματική δραστηριότητα των Ρομά μαθητών.

Δεοντολογία – Ηθικά Ζητήματα Έρευνας

Τα ηθικά ζητήματα (ethical issues) ενός εθνογραφικού σχεδιασμού σχετίζονται με θέματα της έρευνας πεδίου και αφορούν κυρίως στην απόκτηση πρόσβασης και την παραμονή στο πεδίο καθώς και την συλλογή δεδομένων και τις αλληλεπιδράσεις σε αυτό (Creswell, 2016). Η παραμονή και η δράση στο χώρο της έρευνας προϋποθέτουν την απόκτηση άδειας ενώ θα πρέπει να αναγνωρίζεται από τον ερευνητή το γεγονός ότι ειδικά σε μια σχολική αίθουσα, όπως στην προκειμένη περίπτωση, η παρουσία του μπορεί να αποτελεί διασπαστικό παράγοντα για τον εκπαιδευτικό και τους μαθητές της τάξης.

Λαμβάνοντας υπόψη τα δεοντολογικά ζητήματα που υπεισέρχονται σε έναν ερευνητικό σχεδιασμό διεξήγαμε τη μελέτη διαπνεόμενοι από τον ηθικό κώδικα και επιδεικνύοντας σεβασμό και προσοχή τόσο στο χώρο όσο και στα πρόσωπα τα οποία ενεπλάκησαν σε αυτή. Η πρόσβαση στο χώρο αποκτήθηκε στο πλαίσιο της εθελοντικής υποστήριξης στη μάθηση των Ρομά παιδιών, εν γνώση φυσικά του διευθυντή του σχολείου και του εκπαιδευτικού της τάξης. Αναφορικά με την παραμονή μας στο πεδίο της έρευνας, τη ΣΤ’ τάξη του σχολείου, ο εκπαιδευτικός ήταν ενήμερος από την προηγούμενη ημέρα για τις ακριβείς ώρες παρουσίας μας εκεί και επέτρεψε τη λήψη οποιωνδήποτε πρωτοβουλιών κρίναμε ως συμφέρουσες για την ομάδα. Η εμπλοκή μας στην τάξη οριοθετήθηκε εξαρχής με τη διαρρύθμιση των θρανίων, τα οποία τοποθετήθηκαν στο πίσω μέρος της αίθουσας και αποτέλεσαν τον «μικρόκοσμο» της έρευνας. Οι συμμετέχοντες ενημερώθηκαν για την ακριβή φύση και το σκοπό της μελέτης καθώς και για το δικαίωμά τους να αρνηθούν την εμπλοκή τους σε οποιαδήποτε φάση της. Ακόμα, επιχειρήθηκε η εδραίωση κλίματος εμπιστοσύνης μεταξύ ερευνήτριας και ερευνώμενων επιβεβαιώνοντάς του για την διατήρηση της ανωνυμίας τους και τη διαφύλαξη των προσωπικών πληροφοριών που θα μοιράζονταν κατά τη διάρκεια της συνέντευξης και της έρευνας στο σύνολό της. Ειδικότερα σε ό,τι αφορά στην ομαδική συνέντευξη που υλοποιήθηκε, ζητήθηκε η άδεια των τριών συμμετεχόντων να ηχογραφηθεί η συζήτηση και να ληφθούν ορισμένες φωτογραφίες μετά το πέρας της, κάτι που τα παιδιά δέχθηκαν μετά χαράς.

Εγκυρότητα και Αξιοπιστία Έρευνας

Η εγκυρότητα αποτελεί σημαντικό παράγοντα για την αποτελεσματικότητα της έρευνας αλλά και απαραίτητη προϋπόθεση για την αξιοπιστία της. Σε έναν ποιοτικού τύπου ερευνητικό σχεδιασμό, όπως αποτελεί και η παρούσα μελέτη, στα δεδομένα που συλλέγονται υπεισέρχεται το στοιχείο της υποκειμενικότητας των συμμετεχόντων καθιστώντας έτσι την εγκυρότητα ως ένα θέμα με διαβαθμίσεις και όχι μια απόλυτη κατάσταση. Η έννοια της εγκυρότητας στις ποιοτικές μελέτες εγείρει συζήτηση στο ερευνητικό κοινό καθώς είναι μάλλον ανέφικτο για κάποιον ερευνητή να είναι πλήρως αντικειμενικός, όντας ο ίδιος κομμάτι του κόσμου που ερευνά. Οι απόψεις και πεποιθήσεις των άλλων ανθρώπων μπορεί να είναι εξίσου έγκυρες με τις δικές του, συνεπώς αυτό που οφείλει είναι να παρουσιάζει με ειλικρινή τρόπο τις απόψεις αυτές. Σύμφωνα με τους Cohen, Manion και Morrison (2008), τόσο η θετικιστική όσο και η νατουραλιστική έρευνα προκειμένου να είναι έγκυρες θα πρέπει να διέπονται από ορισμένες θεμελιώδεις αρχές. Προκειμένου να υποστηριχθεί η εγκυρότητα της προκείμενης ερευνητικής εργασίας υιοθετούνται οι αρχές που παρατίθενται από τους προαναφερθέντες συγγραφείς (σ. 177-178):

- βασική πηγή για τη συλλογή δεδομένων αποτελεί το φυσικό πλαίσιο˙
- τα δεδομένα είναι περιγραφικά και διαπνέονται από κοινωνικά και πολιτισμικά στοιχεία˙
- έμφαση δίνεται στις διαδικασίες και όχι στα αποτελέσματα, ενώ τα δεδομένα αναλύονται επαγωγικά και όχι στη βάση προκαθορισμένων κατηγοριών˙
- η παρουσίαση των δεδομένων που συλλέγονται πραγματοποιείται κατά βάση με την ορολογία των συμμετεχόντων και λιγότερο με αυτή του ερευνητή˙
- ο ερευνητής αποτελεί μέρος του υπό εξέταση κόσμου και το βασικό όργανο της έρευνας, περισσότερο απ’ ό,τι το ερευνητικό εργαλείο˙
- ο ερευνητής παρατηρεί και προβάλλει την κατάσταση που διερευνά μέσα από την οπτική γωνία των συμμετεχόντων˙

Η συγκέντρωση των δεδομένων στην παρούσα ερευνητική μελέτη πραγματοποιήθηκε στο φυσικό χώρο μάθησης των παιδιών, δηλαδή στη σχολική τους τάξη, όπου παρευρεθήκαμε για το διάστημα της υποστήριξής τους και τη διεξαγωγή της έρευνας. Έτσι, ήταν δυνατή η παρατήρηση της μαθησιακής συμπεριφοράς τους κατά την επίλυση μαθηματικών θεμάτων, ενώ παράλληλα καταγράφονταν σημειώσεις πεδίου με περιγραφικό τρόπο για να αποδοθεί αυτή όσο το δυνατόν πληρέστερα. Έχοντας κρίνει κι επιλέξει ως καταλληλότερη την έρευνα δράσης συμμετείχαμε ενεργά στο πεδίο, αποτελέσαμε επομένως βασικό «κομμάτι» του ωστόσο επιχειρήθηκε η προσέγγιση και η παρουσίαση των δεδομένων από την οπτική γωνία των μαθητών που συμμετείχαν. Το γεγονός ότι το δείγμα της έρευνας ήταν μαθητές με ρόμικη ταυτότητα, συνεπώς με διαφορετική κουλτούρα και ιδιαίτερα πολιτισμικά στοιχεία τα οποία λήφθηκαν υπόψη και αξιοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια της συνεργασίας, σε συνδυασμό με τις παραπάνω παραδοχές εμπίπτει στις προαναφερθείσες αρχές για την εγκυρότητα των ερευνών.

Η αξιοπιστία της παρούσας έρευνας διασφαλίζεται μέσω της παρατεταμένης εμπλοκής στο ερευνητικό πεδίο και της συνεχούς παρατήρησης της μαθηματικής συμπεριφοράς των παιδιών της ομάδας. Οι δύο αυτές παράμετροι θεωρούνται από τους Lincoln και Guba (όπως αναφέρεται από Cohen, Manion & Morrison, 2008) βαρύνουσας σημασίας για την εξασφάλιση της αξιοπιστίας στη νατουραλιστική έρευνα. Ακόμα, η αξιοποίηση της τεχνικής της τριγωνοποίησης (triangulation), δηλαδή ο συνδυασμός δύο ή περισσότερων μεθόδων συλλογής δεδομένων, η συγκέντρωση διαφορετικών ειδών πληροφοριών από διάφορες πηγές ή η επιβεβαίωση στοιχείων από διάφορα άτομα, συστήνεται για την προαγωγή της εγκυρότητας και της αξιοπιστίας της έρευνας (Cohen, Manion, & Morrison, 2008˙ Schensul, Schensul, & LeCompte, 2012˙ Creswell, 2016). Στην έρευνα που παρουσιάζεται εδώ έχουν αξιοποιηθεί διαφορετικά είδη δεδομένων και συγκεκριμένα σημειώσεις πεδίου από τη συμμετοχική παρατήρηση που διεξήχθη καθώς και πληροφορίες από τη συνέντευξη των μαθητών. Επιπρόσθετα, η χρονική διάρκεια της παρουσίας και παρατήρησης στο πεδίο μπορεί να θεωρηθεί ικανοποιητική για την εξαγωγή έγκυρων και αξιόπιστων αποτελεσμάτων.

Περιορισμοί Έρευνας

Κατά τη διεξαγωγή της έρευνας παρουσιάστηκαν ορισμένες δυσκολίες που παρακώλυσαν ή καθυστέρησαν τη διαδικασία. Οι περιορισμοί αυτοί αφορούν κατά κύριο λόγο στη μη συνεπή φοίτηση των περισσότερων Ρομά μαθητών της τάξης στην οποία βρεθήκαμε για την έρευνα. Πιο συγκεκριμένα από τους 15 συνολικά μαθητές ρομικής καταγωγής που είναι καταγεγραμμένοι στην κατάσταση φοίτησης της ΣΤ’ τάξης, οι πέντε δεν παρακολούθησαν καθόλου κατά το σχολικό έτος ενώ οι εναπομείναντες δέκα απουσίαζαν, πλην κάποιων εξαιρέσεων, αρκετά συχνά. Προκειμένου να προσπελαστεί το συγκεκριμένο εμπόδιο επιλέχθηκαν τρεις μαθητές οι οποίοι και αποτέλεσαν τον «πυρήνα», θα ΄λέγαμε, του δείγματος καθώς προσέρχονταν στο σχολείο σε καθημερινή βάση. Ωστόσο, την εβδομάδα που ακολούθησε τις διακοπές του Πάσχα, καθώς ορισμένοι εκπαιδευτικοί – ανάμεσά τους και ο εκπαιδευτικός της τάξης στην οποία βρεθήκαμε – απουσίαζαν σε επιμορφωτικό ταξίδι, έλειπαν αρκετοί μαθητές ενώ προστέθηκαν επιπλέον μαθητές από άλλες τάξεις. Υπήρξε, λοιπόν, μια αστάθεια ως προς τα παιδιά τα οποία συμμετείχαν στις παρεμβάσεις γεγονός που παρακώλυσε τη διαδικασία˙ η γνωριμία με το καθένα από αυτά και η προσαρμογή του υλικού στο μαθησιακό επίπεδο και τις ανάγκες τους ήταν σχεδόν κάτι ανέφικτο αφού κάθε μέρα εμφανίζονταν διαφορετικά παιδιά.

Μία ακόμα παράμετρος που καθυστέρησε την ερευνητική διαδικασία ήταν η εκπόνηση της πρακτικής άσκησης από φοιτήτρια στην τάξη όπου βρεθήκαμε. Ωστόσο, το μεγαλύτερο κώλυμα στάθηκε το γεγονός ότι οι παρεμβάσεις λάμβαναν χώρα ταυτόχρονα με τη διδασκαλία που πραγματοποιούνταν στην τάξη. Συνεπώς ήταν απαραίτητη η διατήρηση χαμηλών τόνων προκειμένου να μην ενοχλούνται οι υπόλοιποι μαθητές. Κάτι τέτοιο, όπως είναι αναμενόμενο, λειτούργησε περιοριστικά ως προς την ελεύθερη έκφραση όλων των συμμετεχόντων στις δραστηριότητες. Έτσι τύχαινε αρκετές φορές όταν οι μαθητές μιλούσαν αυθόρμητα και με λίγο πιο δυνατή φωνή από τον ενθουσιασμό τους να τους ζητάμε να κάνουν ησυχία ώστε να μην παρεμποδίζουμε τον εκπαιδευτικό. Κατά συνέπεια, πολλές ιδέες τους δεν μπόρεσαν να ακουστούν και να καταγραφούν. Θα ήταν σίγουρα πιο άνετη και φιλική προς την ερευνητική διαδικασία η παρουσία και η δραστηριοποίησή μας σε μία άλλη αίθουσα χωρίς διασπαστικούς παράγοντες και το άγχος να μην παρακωλύουμε την παράλληλη διδασκαλία.

Ανάλυση και Ερμηνεία Ευρημάτων

Ι. Αντιλήψεις μαθητών ως προς τα μαθηματικά εκτός σχολείου

Το πρώτο ερώτημα ερευνητικού ενδιαφέροντος αφορά στις αντιλήψεις και τη γενικότερη στάση που διατηρούν οι Ρομά μαθητές του δείγματος σχετικά με τα μαθηματικά εντός κι εκτός σχολικού πλαισίου. Για την κάλυψη του συγκεκριμένου ερωτήματος διεξήχθη ομαδική συνέντευξη μεταξύ των τριών μαθητών που αποτελούν τον πυρήνα, θα ‘λέγαμε, του δείγματος λόγω της παρουσίας τους στο σχολείο σε καθημερινή βάση. Επιπρόσθετα, ορισμένες παρατηρήσεις που έγιναν στο πεδίο φωτίζουν κι άλλες πτυχές του θέματος.

Η ημιδομημένη συνέντευξη υλοποιήθηκε με τη μορφή ομαδικής συζήτησης μεταξύ τριών μαθητών, της Ν., του Κ. και του Γ. Τα παιδιά κλήθηκαν να απαντήσουν αρχικά ατομικά και στη συνέχεια να ανταλλάξουν ενδεχομένως τις απόψεις τους. Πράγματι, αφού πέρασε η αμηχανία της πρώτης ερώτησης που τέθηκε η οποία ήταν αρκετά γενική και ζητούσε την προσωπική θεώρηση των παιδιών σχετικά με τα μαθηματικά, η συζήτηση απέκτησε μια ροή˙ οι τρεις μαθητές, ειδικά τα αγόρια, επικύρωναν ο ένας την άποψη του άλλου ή συχνά διέκοπταν προκειμένου να λάβουν το λόγο. Γενικά, το κλίμα μετά από λίγη ώρα έγινε περισσότερο οικείο και άνετο για όλους ενώ η εμπιστοσύνη που είχε εδραιωθεί στην ομάδα έφερε στην επιφάνεια κι άλλα θέματα που δεν είχαν τεθεί εκ των προτέρων και για τα οποία τα παιδιά ήταν πρόθυμα να μιλήσουν.

α) Σκέψεις για τα μαθηματικά

Την πρώτη ερώτηση σχετικά με το «Τι είναι για σένα τα μαθηματικά;» ανέλαβε να απαντήσει πρώτος ο **Γ.**, ο οποίος ανέδειξε με την απάντησή του τη σπουδαιότητα των μαθηματικών παρότι δυσκολεύτηκε να γίνει πιο συγκεκριμένος. Ο Γ., λοιπόν, πιστεύει για τα μαθηματικά ότι *«είναι κάτι σπουδαίο πράγμα (παύση). Μαθαίνεις μαθηματικά δεν είναι απλό, μία απλή λέξη. Μαθαίνεις γνώσεις, τα πάντα μέσα από τα μαθηματικά (παύση). Αυτή η μία λέξη (παύση). Δεν είναι μόνο μία λέξη, είναι ένας κόσμος να το πω»*. Αξιοσημείωτα κατά τη διάρκεια της απόκρισής του ήταν τα εξωλεκτικά στοιχεία˙ ο επιτονισμός, οι συχνές παύσεις αλλά και οι κινήσεις των χεριών του απέπνεαν έναν ενθουσιασμό και συνάμα θαυμασμό, αν μπορεί να λεχθεί, για τα μαθηματικά τα οποία φάνηκε να τα προσεγγίζει ως μια επιστήμη, έναν «κόσμο» όπως πιστεύει και ο ίδιος και όχι ως σχολικό μάθημα. Αντίθετα, η **Ν.** στην ίδια ερώτηση απάντησε περισσότερο σχολειοκεντρικά λέγοντας ότι τα μαθηματικά για εκείνη αποτελούν το αγαπημένο της μάθημα και συνεχίζοντας *«όταν ακούω τα μαθηματικά είναι το αγαπημένο μου μάθημα και που ακούω μαθηματικά είναι τα γράμματά μου, οι αφαιρέσεις που κάνουμε και τα λοιπά».* Ο μαθητής ο οποίος απάντησε στην συνέχεια, κατηύθυνε στην ουσία με την απόκρισή του το θέμα της συζήτησης σε έναν από τους βασικούς στόχους που είχαν τεθεί εξαρχής, δηλαδή στη διερεύνηση της εξωσχολικής μαθηματικής γνώσης των παιδιών. Ο **Κ.**, λοιπόν, στην ερώτηση «Τι είναι για σένα τα μαθηματικά και τι σου έρχεται στο μυαλό όταν ακούς τη λέξη;» απάντησε δίχως πολλή σκέψη ότι *«τα μαθηματικά σε βοηθάνε κιόλας»* και συνέχισε λέγοντας *«δηλαδή όταν πας έξω και πουλάς [...] μπορεί αν δεν ξέρεις αυτά τα μαθηματικά δεν μπορείς να τα λύσεις. Δηλαδή δεν μπορείς να δώσεις ρέστα στον άνθρωπο που χρειάζεται τα ρέστα και αυτό μου αρέσει»* ενώ αμέσως μετά έθεσε τα μαθηματικά στα πλαίσια του σχολείου αναφέροντας πως του αρέσουν, ακόμα, οι πράξεις και οι ασκήσεις στις οποίες καλείται να βρει έναν αριθμό.

β) Μαθηματικά εκτός τάξης: Υπάρχουν;

Το γεγονός ότι ο Κ. έθεσε αμέσως ως απάντηση στο πρώτο ερώτημα το ότι τα μαθηματικά είναι χρήσιμα στην περίπτωση πωλήσεων υποδηλώνει πιθανώς τη συμμετοχή του σε μια τέτοια δραστηριότητα, κάτι που πράγματι επιβεβαιώθηκε στη συνέχεια. Ο ίδιος μαθητής φάνηκε να έχει περισσότερο εμπεριστατωμένη άποψη σχετικά με τη χρήση των μαθηματικών εκτός σχολικού πλαισίου καθώς στην επόμενη ερώτηση αναφορικά με το εάν τα παιδιά χρησιμοποιούν μαθηματικά έξω από την τάξη ή μόνο όταν έρχονται στο σχολείο, ενώ ο Γ. απάντησε συνοπτικά ότι και στις δύο περιπτώσεις χρησιμοποιεί μαθηματικά, ο Κ. ανέφερε ξανά την περίπτωση των χρηματικών συναλλαγών σε περιστάσεις πωλήσεων και συγκεκριμένα το να υπολογίζει και να δίνει τα ρέστα˙ «*δηλαδή μας λέει ένας άνθρωπος, παππούς και δεν ξέρω τι πόσο κάνει αυτό, πόσα θα δώσω ρέστα πίσω. Τους βοηθάμε κι εμείς κυρία»*. Την άποψη αυτή επικροτεί και ο Γ. παράλληλα διακόπτοντας το συμμαθητή του *«ναι, πόσο κάνει αυτό μπαμ μπαμ το βρίσκουμε»*. Κι ενώ οι δύο μαθητές αναφέρουν τα μαθηματικά σε σχέση με το γεγονός ότι τους χρησιμεύουν στο να πωλούν και να επιστρέφουν τα ρέστα, η Ν. κάνει λόγο για την περίπτωση των αγορών απαντώντας χαρακτηριστικά *«ε τα μαθηματικά άμα δεν μπορείς να βρεις την τιμή [...] και όταν* *πάμε στο σουπερμάρκετ και κοιτάμε τις τιμές και δεν μπορούμε να συμπληρώσουμε με το μυαλό μας πόσο κάνει»* και ο Κ. διακόπτει για να συμπληρώσει *«ναι μπορεί στο σουπερμάρκετ να έχεις λέμε τώρα δέκα ευρώ και αυτά που θέλεις να πάρεις να κάνουν λίγο παραπάνω [...] πρέπει να υπολογίσεις πόσα λεφτά θα πας και πόσα θα πληρώσεις»*. Αυτή η διαφορετική τοποθέτηση των δύο αγοριών και του κοριτσιού, δηλαδή τα πρώτα να σχετίζουν τα μαθηματικά με την πώληση προϊόντων και το κορίτσι με την αγορά, ίσως να υποδηλώνει και τη συμμετοχή τους σε ανάλογες με το φύλο τους δραστηριότητες. Υποθέτει, λοιπόν, κανείς ότι είναι περισσότερο πιθανό και ίσως αναμενόμενο, δεδομένης και της κουλτούρας τους, τα αγόρια να ακολουθούν στη δουλειά τον πατέρα τους – δουλειά που σχετίζεται κατά βάση με πωλήσεις προϊόντων – και τα κορίτσια να βρίσκονται κοντά στη μητέρα τους για τη φροντίδα του νοικοκυριού, συνεπώς να χρειάζεται να ψωνίζουν αγαθά.

Ένα ζήτημα που αναδύθηκε από την παραπάνω συζήτηση ως απορία ήταν εάν τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται μόνο κατά τον υπολογισμό χρημάτων. Αφού και οι τρεις αναφώνησαν αρνητικά τους ζητήθηκε να σκεφτούν κάποια άλλη περίπτωση όπου έχουν αξιοποιήσει αυτή τη γνώση τους. Ο Γ., ως ο πιο διπλωματικός, έκανε μνεία στην προηγούμενη απάντησή του ότι τα μαθηματικά είναι *«γνώση, τα πάντα»* ενώ η Ν. ανέφερε την περίπτωση των τεστ στο σχολείο. Ο πρώτος μαθητής ανταπάντησε πως *«τεστ, ε όχι μαθηματικά είναι, το ίδιο είναι»* και όσο αναρωτιόταν πού αλλού τα χρησιμοποιούν η Ν. αναφώνησε ότι χρησιμοποιούν μαθηματικά στο κινητό και ο Γ. συμπλήρωσε ότι το λάπτοπ και *«τέτοια ηλεκτρονικά τέλος πάντων»*. Επομένως, τα παιδιά φαίνεται να αναγνωρίζουν ότι τα μαθηματικά δεν αποτελούν μονάχα ένα σχολικό μάθημα, ασκήσεις και τεστ εντός τάξης ωστόσο όσον αφορά στις τελευταίες απαντήσεις τους σχετικά με την σύνδεση των μαθηματικών με τα μέσα τεχνολογίας καθώς δεν εμβαθύναμε στη σκέψη τους μπορούμε μόνο να υποθέσουμε ότι ενδεχομένως εννοούσαν την χρήση της αριθμομηχανής στα δύο προαναφερθείσες συσκευές.

Ένα ενδιαφέρον θέμα μαθηματικού περιεχομένου που αναδύθηκε, ξανά σε σχέση με τις αγοραπωλησίες, ήταν αυτό της μέτρησης του βάρους. Οι μαθητές κλήθηκαν να ανακαλέσουν και να περιγράψουν μία κατάσταση από την προσωπική τους εμπειρία όπου έχουν χρησιμοποιήσει μαθηματικά. Άξια σχολιασμού είναι η απόκριση του Κ. *«ναι όπως εγώ αλλά όχι τα μαθηματικά δεν είναι μόνο να τα ξέρεις* *δηλαδή πρέπει να ζυγίσεις [...] Ζυγίζεις δηλαδή λέμε τώρα ένα καρπούζι όταν το βάζεις στη ζυγαριά ξέρεις δηλαδή είναι εφτά κιλά, οχτώ κιλά, δέκα κιλά και ξέρεις και πρέπει να ξέρεις πόσα χρήματα πρέπει να πάρεις από τα κιλά»*. Από τις απαντήσεις του συγκεκριμένου παιδιού μέχρι τη δεδομένη στιγμή γίνεται φανερό ότι σημαντικοί πόροι μαθηματικής γνώσης εντοπίζονται στη συμμετοχή του στην εργασία του πατέρα του, γεγονός που το επιβεβαιώνει και ο ίδιος στην πορεία της συνέντευξης. Μάλιστα, το θέμα του υπολογισμού του βάρους στη περίπτωση αυτή ενέχει και το ζήτημα της σχέσης του με τα χρήματα και κατ' επέκταση τη μαθηματική ιδέα της αναλογίας και του πολλαπλασιασμού˙ όσα περισσότερα είναι τα κιλά τόσα περισσότερα χρήματα θα ζητήσει. Θα μπορούσε να λεχθεί ότι στα λόγια του Κ. διακρίνεται μεταγνώση καθώς γνωρίζει ότι πρέπει πραγματοποιεί τη διεργασία του ζυγίσματος προκειμένου να βρει τα κιλά και έπειτα τα χρήματα που αναλογούν στα κιλά του προϊόντος.

Στην ίδια ερώτηση, και αφού ο Γ. μοιράστηκε τη δική του εμπειρία για μια περίπτωση η οποία έχει σχέση με τα μαθηματικά ακούγεται μια πολύ ενδιαφέρουσα άποψη. Πιο συγκεκριμένα, ο Γ. περιέγραφε ένα συμβάν σε κάποιο μαγαζί κατά το οποίο έγινε λάθος στα ρέστα και οι παρευρισκόμενοι παρακολούθησαν το καταγεγραμμένο υλικό από την κάμερα προκειμένου να καταλάβουν που έγκειται η ανακρίβεια. Το περιστατικό, όπως το ανέλυσε ο μαθητής, φάνηκε να προκάλεσε μεγάλη σύγχυση στους παρόντες και ανέλαβε να το διαλευκάνει, τελικά, ο ίδιος. Η κατακλείδα στην αφήγηση του Γ. ακούστηκε από το συμμαθητή του Κ. ο οποίος αυθόρμητα είπε ***«δηλαδή αν δεν ξέρεις μαθηματικά σαν να 'σαι αγράμματος δηλαδή»***, φανερώνοντας έτσι και την δική του εκτίμηση και αναγνώριση των μαθηματικών ως συστατικό στοιχείο της μόρφωσης κάποιου.

Μία άλλη ιδέα που προέκυψε κατά τη συζήτηση ήταν αυτή της *εξαπάτησης* όλων όσοι δεν γνωρίζουν μαθηματικά. Το θέμα αυτό συνδέθηκε με τις χρηματικές συναλλαγές και εισήχθη από τη Ν., η οποία έκανε λόγο για το ενδεχόμενο να σε «κλέψει» κάποιος στα χρήματα αν δεν γνωρίζεις να υπολογίζεις, μια άποψη που προσυπογράφει και ο Γ. Έτσι, αναφέρει η Ν. *«όταν πας κάπου και πάρεις και τρία και τέσσερα πράγματα και μπορεί να σε κλέψει ο άλλος τα χρήματα πρέπει να μάθεις μαθηματικά»* και ο Γ. *«πόσα σου έκλεψαν, τέτοια»*.

γ) Πόροι μάθησης από τη συμμετοχή στις επαγγελματικές δραστηριότητες της οικογένειας

Το επόμενο θέμα που συζητήθηκε αφορούσε στο επάγγελμα των γονέων των τριών παιδιών και τη συμμετοχή των ίδιων σε αυτό. Και οι τρεις μαθητές φάνηκαν ενθουσιασμένοι και άρχισαν να μιλούν μαζί, θέλοντας να μοιραστούν τις εμπειρίες τους. Το λόγο πήρε πρώτη η Ν. Ο πατέρας της εργάζεται ανάλογα με τον καιρό, όπως αποκαλύπτει και η ίδια *«ο μπαμπάς μου με τον καιρό τα κάνει, με τους μήνες (παύση)… τα πάντα κάνει. Ψάρια, λουλούδια, μαξιλάρια, καρέκλες, όλα»*. Το κορίτσι ακολουθεί κάθε Σάββατο και Κυριακή τον πατέρα της στην πώληση ψαριών στις λαϊκές ή μέσα στις γειτονιές και στα χωριά, όπως αναφέρει η ίδια, στο Αλιβέρι, όπου περιφέρονται με το αμάξι. Ο πατέρας της *«βάζει τα ψάρια»* και η Ν. είναι στο ταμείο, όπου λαμβάνει τα χρήματα από τους πελάτες και επιστρέφει τυχόν ρέστα. Ο Γ. πήρε το λόγο αμέσως μόλις τελείωσε η Ν. για να αναφέρει πως εκτελεί χρέη αχθοφόρου στην εργασία του πατέρα του, ο οποίος είναι πλανόδιος πωλητής. Αποκαλύπτει συγκεκριμένα *«Και εγώ έχω τον μπαμπά μου. Πάω, δηλαδή μου λέει πήγαινε αυτό το λουλούδι, μαξιλάρι, οτιδήποτε μου λέει δως το στην κυρία. Ε το δίνω, εξυπηρετάω, κάνω. Παίρνω εγώ τα ρέστα δίνω στον μπαμπά μου, μου δίνει. Τον εξυπηρετάω τον μπαμπά μου, τον βοηθάω. Και τις κυρίες τις εξυπηρετάω»*. Ο τρίτος μαθητής που μίλησε, ο Κ., δεν έκρυψε το ειλικρινές του ενδιαφέρον για την εργασία του πατέρα του, ο οποίος είναι κατά βάση μανάβης. Όπως και της Ν., δεν έχει μια σταθερή δουλειά, κάνει *«του καιρού»*, όπως ανέφερε και ο ίδιος χαρακτηριστικά˙ *«το καλοκαίρι αρχίζει τα καρπούζια, τις μπανάνες, τα πεπόνια. Βγάζει διάφορα φρούτα. Και μετά, δηλαδή βάζει μετά στο χειμώνα βάζει δηλαδή πατάτες και τέτοια»* ενώ είπε ότι σκέφτεται να νοικιάσει ένα μαγαζί όπου θα πουλάει ή φρούτα και λαχανικά ή χαλιά. Το παιδί μιλούσε με αξιοσημείωτο ενδιαφέρον για την δουλειά αποκαλύπτοντας ότι αυτό ήθελε να κάνει από μικρός και καθώς λόγω ηλικίας παλαιότερα ο πατέρας του δεν του επέτρεπε να τον ακολουθήσει, ο Κ. έκλαιγε μέχρι τελικά να του αλλάξει γνώμη.

Τα τρία αυτά παιδιά που συμμετείχαν στη συνέντευξη εκδήλωναν ένα αμέριστο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά κατά τη διάρκεια της παρουσίας μας στο πεδίο. Ιδιαίτερα τα δύο αγόρια, ο Γ. και ο Κ. ζητούσαν κάθε φορά ασκήσεις και προβλήματα μαθηματικού περιεχομένου, ακόμα και λίγο πριν αποχωρήσουμε από το πεδίο ήθελαν ορισμένες δραστηριότητες για να επιλύσουν στο σπίτι. Τον πρώτο καιρό που βρεθήκαμε στην τάξη οι δύο προαναφερθέντες μαθητές ήθελαν να μάθουν τον αλγόριθμο της κάθετης διαίρεσης και επέδειξαν μεγάλο ζήλο προς αυτό. Γενικά, και οι τρεις εργάζονταν προσηλωμένοι σε όλα τα μαθηματικά θέματα που τέθηκαν.

Μία παρατήρηση που έγινε στο πεδίο αφορά στην αντίληψη δύο παιδιών για τα μαθηματικά σε σχέση με τη γλώσσα. Αναλυτικότερα, η Α. ακούστηκε να λέει με παράπονο για ένα μαθηματικό πρόβλημα *«Κυρία αυτό είναι γλώσσα, όχι μαθηματικά»* ενώ σε άλλο επεισόδιο που κλήθηκαν να λύσουν λεκτικό πρόβλημα *«Κυρία μαθηματικά είναι αυτό;»*. Σε παρόμοιο κλίμα βρίσκεται και το αίτημα του Θ., ενός μαθητή της Δ' τάξης που βρέθηκε στη ΣΤ' λόγω μοιράσματος μαθητών, αφού έφερε σε πέρας ένα λεκτικό πρόβλημα *«Κυρία θα μου βάλεις μαθηματικά;»*, εννοώντας προσθέσεις και αφαιρέσεις αποπλαισιωμένες. Συνεπώς, φαίνεται από τις παραπάνω δύο περιπτώσεις πως υπάρχουν μαθητές οι οποίοι αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά αποσπασματικά, ίσως ως ένα μάθημα στο οποίο καλούνται να λύσουν αλγόριθμους πράξεων ενώ τα λεκτικά προβλήματα, εξαιτίας του γεγονότος ότι περιλαμβάνουν τα αριθμητικά δεδομένα σε κείμενο εκλαμβάνονται ως μια γλωσσικής δραστηριότητα.

Συνοψίζοντας, από τα παραπάνω δεδομένα εξάγεται το συμπέρασμα ότι η στάση των τριών παιδιών προς τα μαθηματικά είναι ιδιαίτερα φιλική. Η αντίληψη του ενός μαθητή ότι πρόκειται για έναν «κόσμο», μπορεί να φαντάζει πολύ γενική κι αόριστη ωστόσο δείχνει να αντιλαμβάνεται τη σπουδαιότητά τους. Και οι τρεις μαθητές αναγνωρίζουν μαθηματικές δραστηριότητες εκτός σχολικού πλαισίου ωστόσο τις συνδέουν κατά βάση με τις αγοραπωλησίες, ανάλογα και με το ρόλο που έχουν στην οικογένεια˙ τα δύο αγόρια κάνουν λόγο για πωλήσεις προϊόντων, το κορίτσι για αγορές. Η περίπτωση των χρηματικών συναλλαγών είναι αυτή που αναγνωρίζεται και αναφέρεται σχετικά με τα εξωσχολικά μαθηματικά και μόνο από τον Κ. γίνεται λόγος για τη συσχέτιση των χρημάτων με το βάρος. Ακόμα, σημαντική είναι και η άποψη που ακούγεται αναφορικά με την άγνοια των μαθηματικών που μπορεί να λειτουργήσει ως παράγοντας εξαπάτησης από κάποιον – πάντα σε σχέση με τα χρήματα – ενώ υπάρχει και η γνώμη ότι όποιος δεν ξέρει μαθηματικά είναι σα να είναι αγράμματος. Τα παιδιά φαίνεται να αντιλαμβάνονται τη χρησιμότητά τους και επιδεικνύουν αξιοσημείωτο ζήλο για τη μάθησή τους.

ΙΙ. Πώς η άτυπη, εξωσχολική γνώση υπεισέρχεται στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων

Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενη ενότητα, τα λεκτικά προβλήματα που σχεδιάστηκαν και τέθηκαν υπό επεξεργασία από την ομάδα των μαθητών είναι πλαισιωμένα με πολιτισμικά στοιχεία και χαρακτηριστικά από την κουλτούρα των παιδιών. Εξαιρουμένων αυτών που τέθηκαν κατά την πρώτη περίοδο της παρουσίας μας στο πεδίο (βλ. Τεχνικές Συλλογής Δεδομένων), όλα τα υπόλοιπα ήταν διαμορφωμένα με τέτοιον τρόπο ώστε να αντανακλούν δραστηριότητες ή κοινωνικά γεγονότα στα οποία έχουν συμμετάσχει και συνεπώς κατέχουν εμπειρίες και γνώσεις στις οποίες μπορούν να ανατρέξουν κατά την επίλυση των δραστηριοτήτων.

Η επίδραση της εξωσχολικής γνώσης έγινε αισθητή όταν ζητήθηκε από τους μαθητές να κατασκευάσουν ένα εξ' ολοκλήρου δικό τους πρόβλημα. Οι μαθητές ενθαρρύνθηκαν να αξιοποιήσουν οποιαδήποτε εμπειρία τους προκειμένου να διαμορφώσουν ένα ολοκληρωμένο πρόβλημα με δεδομένα και ζητούμενα. Καθώς ο ένας μαθητής φάνηκε να δυσκολεύεται προσπαθήσαμε να κάνουμε επίκληση στις δικές του γνώσεις. Πρόκειται για τον Κ. ο οποίος στη συνέντευξη αποκάλυψε πως του αρέσει πολύ και συμμετέχει στην επαγγελματική δραστηριότητα του πατέρα του, την πώληση φρούτων. Ακολουθεί η παρακάτω χαρακτηριστική στιχομυθία:

Ε: Μπορείς εσύ, μου έχεις πει ότι δεν έχετε χαλιά έτσι; Μπορείς να σκεφτείς κάτι για τα φρούτα που πουλάς με τον πατέρα σου.

Κ: Όχι, εγώ πιο πολύ ασχολούμαι με τα χαλιά.

Ε: Εντάξει, τότε γράψε ένα πρόβλημα σχετικό με αυτά.

[…]

Κ: Κυρία, μπορώ να πω ότι αγόρασε χαλιά;

Το πρόβλημα το οποίο σκέφτηκε και έγραψε ο μαθητής είναι το ακόλουθο:

«Ο πατέρας αγόρασε 12 χαλιά των 150 ευρώ. Πόσο πλήρωσε ο πατέρας;»

Σε μία μόνο περίπτωση προβλήματος, η εξωσχολική γνώση και εμπειρία των μαθητών λειτούργησε περιοριστικά και καθυστέρησε τους μαθητές στην εύρεση της λύσης. Μάλιστα, μόνο τρεις μαθητές κατάφεραν να «αποδεσμευτούν» από την ήδη υπάρχουσα εμπειρία και να διαμορφώσουν κάποιο σχέδιο επίλυσης του προβλήματος. Η περίπτωση αυτή αποτελεί το πρόβλημα με το «γάμο της Μαρίας» που αναφέρεται παρακάτω:

Στο γάμο της Μαρίας θα έρθουν 95 άτομα. Σε κάθε τραπέζι χωράνε 6 άτομα. Πόσα τραπέζια θα πρέπει να υπάρχουν για να καθίσουν όλοι;

Με το πρόβλημα αυτό ασχοληθήκαμε ολόκληρο το διδακτικό δίωρο. Τα περισσότερα παιδιά αντέδρασαν στην άκουσμα των «μόνο» 95 καλεσμένων, με χαρακτηριστική την απάντηση της Α.:

> *Α: Κυρία δεν είναι 95 τα άτομα. 150, 200 (παύση). Βάλε και τα παιδιά. Τα παιδιά κάθονται σε διαφορετικά τραπέζια.*

Και λίγο αργότερα:

> *Α: Αν υπάρχουν πιο πολλές καρέκλες μπορούν να χωρέσουν και πιο πολλά άτομα.*
>
> *Μ: Κυρία άμα είναι 110 άτομα, τα μικρά… (δεν ολοκληρώνει καθώς τον διακόπτει συμμαθητής του)*
>
> *Α: Τώρα είμαστε 6 άτομα. Και ο άλλος έχει 5 παιδιά και τα φέρνει όλα.*
>
> *[…]*
>
> *Α: Κυρία όταν έχουμε τραπέζια σε ένα κέντρο που το κάνουμε δηλαδή τώρα το κάνουμε σε κέντρο είναι 40 τραπέζια.*

Στο σημείο αυτό να αναφερθεί η επίμονη μιας μαθήτριας από την αρχή έως το τέλος της ώρας που ασχοληθήκαμε με το συγκεκριμένο πρόβλημα στον αριθμό 50. Η μαθήτρια όσες φορές ρωτήθηκε έδωσε την απάντηση ότι τα τραπέζια θα είναι 50 και δεν μπήκε στη διαδικασία να αξιοποιήσει και να επεξεργαστεί τα δεδομένα του προβλήματος. Βέβαια, εάν το πρόβλημα που τέθηκε ιδωθεί με κριτική ματιά, μπορεί κανείς να σκεφθεί ότι πηγάζει, μεν, από ένα γεγονός σημαντικό για την κουλτούρα των Ρομά και είναι πολιτισμικά ανταποκρινόμενο όμως από την άλλη δεν είναι έγκυρο καθώς δεν αντανακλά την ακριβή πραγματικότητα ενός πολυπληθούς ρομικού γάμου.

Σε παραλλαγή του προβλήματος αυτού εντοπίστηκαν κι άλλα στοιχεία που δείχνουν την επίδραση της εξωσχολικής γνώσης των μαθητών κατά τη διαδικασία αυτή, όπως φαίνεται στα αποσπάσματα που ακολουθούν:

Ε: Πρέπει να βρούμε πόσα άτομα θα έρθουν στο γάμο.

Κ: Πανεύκολο είναι.

Ε: Φαίνεται εύκολο αλλά έχει μια μικρή παγίδα.

Ζ: 100.

Ε: Θα έρθουν 15 οικογένειες. Οι οικογένειες τι είναι, μια μαμά κι ένας μπαμπάς, έτσι; Οι 5 από αυτές τις 15 οικογένειες έχουν 4 παιδιά.

*Γ: **Σε μας και μικροί έρχονται. Με την πιπίλα που είναι** (γέλιο).*

Και προς το τέλος του προβλήματος όταν ο Γ. βρήκε τη λύση:

*Γ: Έλα ρε παιδιά! Κυρία...για έναν! Για έναν, για έναν τέτοιον...**για ένα παιδάκι;***

Κ: 10 κυρία;

Γ: 9 κυρία θέλουν. 9!

[...]

Γ: Κοιτάξτε! Χρειάζονται 9 τραπέζια για να καθίσουν 108 άτομα. Και περισσεύει ένα άτομο.

Ε: Σωστά, έχεις 109 άτομα. Και τι θα κάνουμε γι' αυτό το άτομο;

*Γ: **Θα την πάρει η μαμά της επάνω αγκαλιά.***

Ε: Ωραία! Το λύσαμε το πρόβλημα.

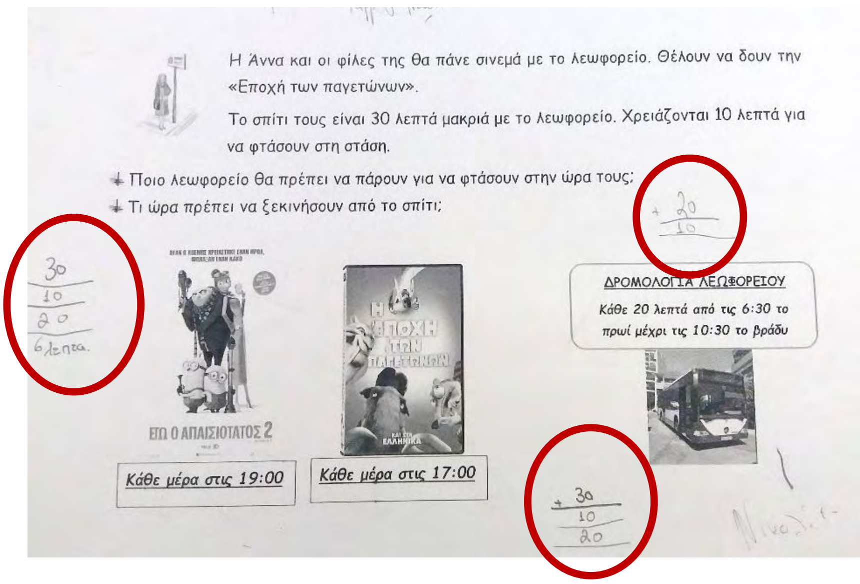
Η εμπειρία του Γ., λοιπόν, εκτός του σχολικού πλαισίου φαίνεται πως επηρέασε τη λύση στην οποία κατέληξε. Θα μπορούσε, για παράδειγμα, να έχει ανταποκριθεί ότι τα τραπέζια χωρητικότητας 12 ατόμων που θα χρειαστούν για 109 άτομα θα είναι δέκα, εννιά γεμάτα και ένα όπου θα κάθεται μόνο ένα άτομο. Ή να δώσει την απάντηση 9,083 αν πραγματοποιούσε τον αλγόριθμο της πράξης. Καμία από τις δύο απαντήσεις όμως δεν είναι έγκυρη γιατί δεν θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί σε μια πραγματική περίσταση. Αντίθετα, η υπόθεση του μαθητή ότι το άτομο που περισσεύει είναι παιδί και συνεπώς θα το πάρει η μητέρα του στην αγκαλιά φανερώνει και εμπειρίες, εικόνες που έχουν αποτυπωθεί στο μυαλό του από αυτό το κοινωνικό γεγονός. Άλλωστε, αναφέρει ότι στη γιορτή που ακολουθεί κάποιον γάμο παρευρίσκονται πολλά παιδιά, ακόμα και βρέφη ή μικρής ηλικίας, τα οποία εικάζουμε από την απάντησή του τα κρατούν οι μητέρες τους.

ΙΙΙ. Συνήθεις δυσκολίες των μαθητών στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων

Η διαπραγμάτευση των επτά λεκτικών προβλημάτων στην ομάδα ανέδειξε ορισμένες δυσκολίες τις οποίες αντιμετωπίζουν συστηματικά οι μαθητές του δείγματος. Έπειτα από επεξεργασία των επεισοδίων και του πραγματολογικού υλικού που συλλέχθηκε οι δυσκολίες – παρανοήσεις των μαθητών συγκεντρώθηκαν στις εξής κατηγορίες που αναλύονται στη συνέχεια*:* ***(i)*** *την πρόσθεση όλων των αριθμητικών δεδομένων του προβλήματος,* ***(ii)*** *την «εμμονή» για την εύρεση της πράξης,* ***(iii)*** *την αξιοποίηση της πολιτισμικής εμπειρίας ως παράγοντας παρανοήσεων και,* ***(iv)*** *το ρόλο της γλώσσας.*

i. *Η πρόσθεση όλων των αριθμητικών δεδομένων του προβλήματος:*

Μία από τις πιο συνηθισμένες πρακτικές των παιδιών όταν έρχονταν σε πρώτη επαφή με το λεκτικό πρόβλημα που παρουσιαζόταν ήταν να προσθέσουν όλα



τα αριθμητικά δεδομένα που αναγράφονται στην εκφώνηση. Χαρακτηριστική είναι η περίπτωση της Ν. και της Α. όταν κλήθηκαν να συζητήσουν και να καταλήξουν σε κάποια λύση στο πρόβλημα με το λεωφορείο που αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα. Στο πρόβλημα αυτό δίνονται στοιχεία σχετικά με την ώρα έναρξης της προβολής, τα δρομολόγια του λεωφορείου, το χρόνο προσέλευσης στη στάση και τη διάρκεια της διαδρομής. Ζητείται από τις μαθήτριες να σκεφθούν και να αποφασίσουν σχετικά με το ποιο λεωφορείο θα πρέπει να πάρουν ώστε να είναι στην ώρα τους στον κινηματογράφο αλλά και τι ώρα πρέπει να ξεκινήσουν από το σπίτι. Όπως διακρίνεται και στην εικόνα από τη φωτοτυπία που δόθηκε στα δυο κορίτσια, έχουν επιχειρήσει να προσθέσουν τους αριθμούς που αναγράφονται στο κείμενο του προβλήματος, αφήνοντας έξω αυτούς που δηλώνουν ώρα (6:30, 10:30, 19:00, 17:00) ενδεχομένως λόγω της μορφής με την οποία έχουν γραφτεί. Κατά τη διάρκεια της διαπραγμάτευσης του προβλήματος, η Ν. και η Α. φανέρωναν τη δυσκολία τους, ιδιαίτερα η πρώτη η οποία εργαζόταν περισσότερο αφοσιωμένα, λέγοντας συχνά πως δεν καταλαβαίνουν και ρωτώντας ποια πράξη πρέπει να επιτελέσουν. Οι μαθήτριες αφέθηκαν κατά βάση μόνες τους να διαχειριστούν το πρόβλημα, με τη δική μας παρέμβαση να περιορίζεται σε ορισμένες επεξηγήσεις σχετικές με την ώρα και σε μια εξατομίκευση των δεδομένων του προβλήματος, κάνοντας αναφορές στη στάση του αστικού λεωφορείου που βρίσκεται σε απόσταση λίγων μέτρων από το σχολείο και στον κινηματογράφο του Βόλου. Ακόμα τους ζητήθηκε να σκεφτούν τι θα έκαναν οι ίδιες εάν ήθελαν να μετακινηθούν με το μέσο συγκοινωνίας για να φτάσουν μια συγκεκριμένη ώρα στον προορισμό τους. Οι μαθήτριες, όμως, προέβησαν στην πράξη της πρόσθεσης και μάλιστα όχι μόνο μία φορά αλλά τρεις όπως φαίνεται και παραπάνω, δίνοντας την εντύπωση ότι έχουν μάθει να λύνουν τα σχολικά προβλήματα με κάποια από τις 4 βασικές πράξεις χωρίς να μπαίνουν στη διαδικασία να προσδώσουν κάποιο νόημα και αδιαφορώντας για το περιεχόμενο του προβλήματος. Ειδικά στη συγκεκριμένη περίπτωση, το πρόβλημα απαιτούσε πολλαπλούς υπολογισμούς και να ληφθούν υπόψη αρκετά δεδομένα, όπως για παράδειγμα τι ώρα θα πρέπει να φύγουν από το σπίτι για να φτάσουν στη στάση και να προλάβουν το λεωφορείο που περνά ανά 20 λεπτά ώστε να είναι στις 17:00 που ξεκινά η προβολή στο σινεμά. Με μία, λοιπόν, κριτική ματιά στην ίδια τη δραστηριότητα γίνεται φανερό πως πρόκειται για ένα ιδιαίτερα περίπλοκο πρόβλημα στο οποία δίνονται αρκετά δεδομένα των οποίων οι σχέσεις δεν είναι απόλυτα ξεκάθαρες. Ακόμα, δεν θα πρέπει να παραληφθεί ο ρόλος της γλώσσας˙ αποτελείται από ένα κείμενο το οποίο παρότι συνδυάζει και εικόνα η επεξεργασία του αποδεικνύεται ιδιαίτερα δύσκολη καθώς περιλαμβάνει χωροχρονικούς προσδιορισμούς, όπως «30 λεπτά μακριά με το λεωφορείο», ή «κάθε 20 λεπτά από τις 6:30». Ένα ακόμα στοιχείο βαρύνουσας σημασίας για την ερμηνεία της πρακτικής των δύο μαθητριών αποτελεί το γεγονός ότι δεν γνώριζαν να υπολογίζουν και να ονομάζουν την ώρα και πρόκειται για μια δραστηριότητα όπου ζητείται ακριβώς η εκτίμηση του χρόνου. Ωστόσο, στην παρούσα φάση στεκόμαστε στο γεγονός ότι η πρώτη σκέψη και κίνηση των κοριτσιών όταν άρχισαν να επεξεργάζονται το πρόβλημα ήταν να προσθέσουν τα αριθμητικά δεδομένα που παρουσιάζονται.

Η ίδια δυσκολία εντοπίστηκε και κατά την διαπραγμάτευση ενός άλλου λεκτικού προβλήματος, περισσότερο ξεκάθαρου θα 'λέγαμε από το προηγούμενο, αυτό με την πώληση ψαριών. Η δραστηριότητα δόθηκε αρχικά στο Γ. καθώς ήταν ο μοναδικός παρών από το δείγμα και στη συνέχεια προστέθηκε, από το μοίρασμα κάποιων μαθητών σε άλλες τάξεις, ένας ακόμα μαθητής από την Δ', ο Θ. Το πρόβλημα που κλήθηκαν να λύσουν οι δύο μαθητές είναι το εξής: *«Η Νικολέτα με τον πατέρα της πούλησαν στη λαϊκή 9 κιλά γαύρο, 7 κιλά σαρδέλες και 5,5 κιλά μπακαλιάρο. Τον γαύρο τον δίνουν 3 ευρώ το κιλό, τις σαρδέλες 4 ευρώ το κιλό και τον μπακαλιάρο 6 ευρώ το κιλό. Πόσα χρήματα έφεραν στο σπίτι;».* Στα παρακάτω αποσπάσματα φαίνεται η τάση των μαθητών να προσθέσουν όλα τα αριθμητικά δεδομένα:

Θ: Λοιπόν 7 και 3 κάνει 10, 15 (μετρά χαμηλόφωνα 22, 23, 24) … 24 μισό.

Ε: 24 μισό; Τι έκανες για να το βρεις αυτό;

Θ: Τα μέτρησα.

Και ο άλλος μαθητής, όμως, σκέφτηκε σε πρώτη φάση να προσθέσει τους αριθμούς λέγοντας

Γ: Και, και, και είναι.

και εννοώντας προφανώς την πράξη της πρόσθεσης.

Σε ένα ακόμη πρόβλημα παρατηρήθηκε η προσφυγή των μαθητών στην πράξη της πρόσθεσης. Συγκεκριμένα παρατίθεται οι σκέψεις της Ν. και της Α. στην αρχική τους προσέγγιση του προβλήματος:

[…]

Α: Τα βάλουμε όλα μαζί;

Ν: Και να τα προσθέσουμε;

ii. *Η «εμμονή» για την εύρεση της πράξης:*

Ένα γεγονός που προξένησε ιδιαίτερη εντύπωση και παρατηρήθηκε στα περισσότερα επεισόδια, κυρίως από τον Γ., ήταν μια τάση, σχεδόν «εμμονική», θα λέγαμε για την εύρεση και εφαρμογή της κατάλληλης πράξης, όπως φαίνεται και στα παρακάτω αποσπάσματα:

Γ: Αλλά κυρία δεν έκανε καμία πρόσθεση ή αφαίρεση, κάτι…Αυτό έκανε, ένα, δύο, τρία, τέσσερα άτομα κάνει μία κύκλο, ένα, δύο, τρία, τέσσερα σχολιάζοντας τον τρόπο που επέλεξε ο συμμαθητής του για να λύσει το πρόβλημα.

Σε άλλο επεισόδιο ο ίδιος μαθητής αναρωτιέται με ποια πράξη βρήκε ο συμμαθητής του το αποτέλεσμα του προβλήματος:

Θ: 85 ευρώ τα έβγαλα.

Ε: Τι λες εσύ Γ.;

Γ: Ε με ποια πράξη; Υπάρχει δια, επί, συν, βγάζω, βάζω...

Πέρα από τα παραπάνω αποσπάσματα, φάνηκε και μέσω της παρατήρησης ότι κυρίως ο Γ. και σε ελάχιστες περιπτώσεις η Ν. ρωτούσαν εξαρχής ποια πράξη πρέπει να πραγματοποιήσουν στα περισσότερα από τα προβλήματα που δόθηκαν. Μολονότι είχε ξεκαθαριστεί στους μαθητές ότι δεν μας ενδιαφέρει να δούμε τη «σωστή πράξη» άλλα την πορεία της σκέψης τους και σε καμία από τις περιπτώσεις δεν γνωστοποιήθηκε εκ μέρους της ερευνήτριας η πράξη, καταγράφεται αυτή ως πρώτη απορία τους. Το γεγονός προξένησε το ενδιαφέρον μας καθώς θα μπορούσε ενδεχομένως να εκληφθεί ως μια τάση των μαθητών, εν προκειμένω του Γ., να αντιμετωπίζουν επιφανειακά το πρόβλημα και να προσπαθούν να το επιλύσουν μηχανικά. Ωστόσο, στο φαινόμενο αυτό μπορεί να συμβάλει το ότι ο Γ. γνωρίζει και έχει συνηθίσει να επιτελεί τον αλγόριθμο των πράξεων αποπλαισιωμένα με χαρακτηριστικό παράδειγμα το αίτημά του τις πρώτες μέρες της παρουσίας μας στο πεδίο αλλά και καθ' όλη τη διάρκεια αφού λάμβαναν τέλος οι προγραμματισμένες δραστηριότητες, οπότε πλησιάζοντάς μας ρωτούσε «*Κυρία, θα μου βάλεις πρόσθεση κι αφαίρεση;»* ή ζητούσε να μάθει τον αλγόριθμο της κάθετης διαίρεσης. Ακόμα, δεν πρέπει παραβλεφθούν οι αντιδράσεις δύο μαθητών κατά την επίλυση λεικτικών προβλημάτων, της Α. η οποία παραπονέθηκε χαρακτηριστικά *«Κυρία αυτά είναι γλώσσα, όχι μαθηματικά»* και του Θ. μετά την ολοκλήρωση ενός προβλήματος *«Κυρία θα μου βάλεις μαθηματικά;»*. Τα δύο αυτά παραδείγματα στηρίζουν την υπόθεσή μας ότι οι μαθητές θεωρούν πως η ενασχόληση με τα λεκτικά προβλήματα δεν αποτελεί *μαθηματικά* και ίσως πιστεύουν ότι το να κάνουν μαθηματικά είναι να λύνουν αλγόριθμους πράξεων αποπλαισιωμένα.

iii. *Η αξιοποίηση της πολιτισμικής εμπειρίας ως παράγοντας παρανοήσεων:*

Ένα από τα πιο ενδιαφέροντα κατά τη γνώμη μας ευρήματα της παρούσας ερευνητικής εργασίας αποτελεί η αξιοποίηση της καθημερινής γνώσης και εμπειρίας όπως προκύπτει από τη συμμετοχή του δείγματος σε πολιτισμικές δραστηριότητες, αλλά με τέτοιον τρόπο ώστε να αποτελεί τροχοπέδη στην επίλυση του λεκτικού προβλήματος. Η ανταπόκριση ορισμένων μαθητών της ομάδας σε ένα πρόβλημα σχετικό με τον αριθμό των τραπεζιών που θα χρειαστούν για τους καλεσμένους ενός γάμου αλλά και σε μία παραλλαγή αυτού είναι χαρακτηριστική. Στο σημείο αυτό να αναφερθεί ότι την ημέρα που επεξεργαστήκαμε το συγκεκριμένο πρόβλημα, στην ομάδα βρέθηκαν κι άλλοι μαθητές από μικρότερες τάξεις που είχαν μοιραστεί, λόγω απουσίας της εκπαιδευτικού τους.

Το πρόβλημα που τέθηκε σε πρώτη φάση είναι το εξής:

Στο γάμο της Μαρίας θα έρθουν 95 άτομα. Σε κάθε τραπέζι χωράνε 6 άτομα. Πόσα τραπέζια θα πρέπει να υπάρχουν για να καθίσουν όλοι;

Το πρόβλημα το συζητήσαμε σε προφορικό επίπεδο, οι μαθητές δεν κλήθηκαν να καταγράψουν την εκφώνηση, και οι πρώτες αντιδράσεις ήρθαν σχεδόν από όλα τα παιδιά λέγοντας πως δεν θα έρθουν μόνο 95 άτομα. Το λόγο πήρε η Α. υποστηρίζοντας *«Κυρία δεν είναι 95 τα άτομα. 150, 200… Βάλε και τα παιδιά»* και στη συνέχεια πληροφόρησε πως στο κέντρο που κάνουν τους γάμους υπάρχουν δύο είδη τραπεζιών, τα μεγάλα που χωράνε πολλά άτομα και τα στρογγυλά που χωράνε έξι. Συγκρατώντας την τελευταία πληροφορία τονίσαμε στους μαθητές πως στο κέντρο θα υπάρχουν μόνο στρογγυλά τραπέζια των έξι ατόμων. Η στιχομυθία που ακολουθεί είναι χαρακτηριστική:

Α: Αν υπάρχουν πιο πολλές καρέκλες μπορούν να χωρέσουν και πιο πολλά άτομα.

Μαθητής: Κυρία άμα είναι 110 άτομα, τα μικρά (διακόπτει το λόγο του κάποιος άλλος και αρχίζουν να συνομιλούν).

Α: Τώρα είμαστε 6 άτομα. Και ο άλλος έχει 5 παιδιά και τα φέρει όλα.

Ε: Ε τώρα δεν το ξέρω αυτό. Ξέρω σίγουρα πως θα έρθουν 95 άνθρωποι. Πρέπει να σκεφτούμε πόσα τραπέζια…

Ζ: 50 τραπέζια.

Ε: Πώς το βρήκες;

Ζ: Δεν ξέρω.

Ε: Το ένα στρογγυλό τραπέζι χωράει 6 άτομα. Και τα άτομα συνολικά, όλα μαζί είναι 95. Σε πόσα τραπέζια θα κάτσουν αν το ένα τραπέζι χωράει 6 άτομα;

Ζ: Σε 50.

Ε: Κόλλησες σε αυτό. Πώς το βρήκες;

Ζ: Με το νου μου.

Ν: Αυτό είναι;

Άλλος μαθητής: 100 τραπέζια; 100;

Μία από τις μαθήτριες, η Ζ., επέμεινε καθ' όλη τη διάρκεια της συζήτησης ότι τα τραπέζια που θα χρειαστούν είναι 50 αναφέροντας, μάλιστα, τον ίδιο αριθμό έξι φορές. Μία πιθανή ερμηνεία για την επιμονή του παιδιού στον αριθμό 50 έρχεται παρακάτω:

Ζ: 50 τραπέζια.

Μαθητής: Κυρία, στο γάμο πολλά τραπέζια έχουμε.

Ζ: Ε, 40 τραπέζια είναι αυτά.

Α: Κυρία, όταν έχουμε τραπέζια, σε ένα κέντρο που το κάνουμε, δηλαδή τώρα το κάνουμε σε κέντρο, είναι 40 τραπέζια.

Επομένως, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι η μαθήτρια επέμενε στο συγκεκριμένο αριθμό καθώς τόσα περίπου τραπέζια υπάρχουν στους γάμους όπου έχει παρευρεθεί, αγνοώντας το δεδομένο του προβλήματος σχετικά με την παρουσία 95 ατόμων.

Σε δεύτερη φάση, το παραπάνω πρόβλημα παρουσιάστηκε παραλλαγμένο με την προσθήκη περισσότερων δεδομένων και αυξημένες απαιτήσεις. Κατά τη δραστηριότητα αυτή ενεπλάκησαν λιγότεροι μαθητές απ' ό,τι στην προηγούμενη, όπου παρευρέθηκαν όπως προαναφέρθηκε και παιδιά από μικρότερη τάξη, και τους ζητήθηκε να το γράψουν λόγω του πλήθους των δεδομένων.

Στο γάμο της Βασιλικής θα έρθουν 15 οικογένειες. Οι 5 από αυτές έχουν 4 παιδιά, οι 2 έχουν 3 παιδιά και οι υπόλοιπες 2 παιδιά. Στο γάμο θα έρθουν ακόμα 37 συγγενείς και φίλοι του γαμπρού και της νύφης.

Πόσα άτομα θα έρθουν συνολικά;
Πόσες καρέκλες θα χρειαστούμε;
Πόσα τραπέζια θέλουμε αν κάθε τραπέζι χωράει 12 άτομα;

Ο ένα μαθητής του δείγματος, ο Γ., απουσίαζε κατά την επεξεργασία του προηγούμενου προβλήματος και είναι σημαντική και η δική του απόκριση σε αυτό, όπως καταγράφεται στη συνέχεια:

Γ: Σε μας και μικροί έρχονται. Με την πιπίλα που είναι (γέλιο).

ενώ, ο Κ. προβληματισμένος με το δεδομένο του προβλήματος ότι κάθε τραπέζι χωράει 12 άτομα αναφέρει:

Κ: Δεν θα κάτσουν σε κάθε τραπέζι 12 κυρία.

Ε: Γιατί;

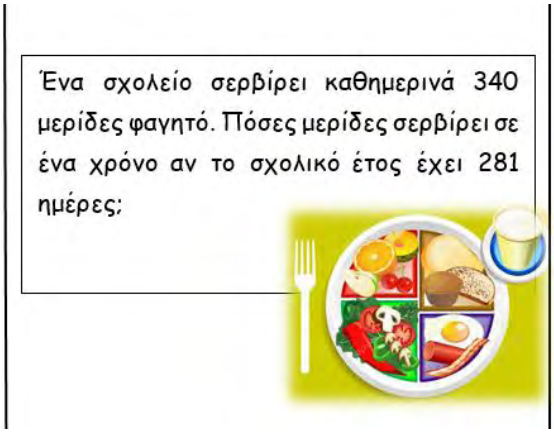
Κ: Γιατί τα παιδιά θα τα πάρουνε στην αγκαλιά.

Από τις παραπάνω απαντήσεις των μαθητών διαφαίνεται ότι η αξιοποίηση της εμπειρίας των παιδιών του δείγματος στη διαμόρφωση λεκτικών προβλημάτων πέρα του ότι τεκμηριώνεται και βιβλιογραφικά ως μια φιλική προς τους μαθητές και αποτελεσματική μέθοδος μάθησης, ενέχει και μία άλλη διάσταση που ενδεχομένως επιβραδύνει σε ένα βαθμό τη μαθησιακή διαδικασία. Στη συγκεκριμένο επεισόδιο, αφιερώθηκε σημαντικό μέρος της ώρας μέχρι οι μαθητές να επεξεργαστούν τα δεδομένα που αναγράφονται στο πρόβλημα, τα οποία μάλιστα αποτέλεσαν και σημείο αμφισβήτησης, θα 'λέγαμε, γι' αυτούς αφού προσπαθούσαν να αναιρέσουν την εγκυρότητά τους. Για παράδειγμα, η Α. και ακόμα ένας μαθητής αντέδρασαν στο άκουσμα των 95 καλεσμένων επιμένοντας ότι έρχονται πολλοί περισσότεροι, όπως και Κ. αμφισβήτησε ότι στο τραπέζι χωράνε 12 άτομα καθώς είχε την εικόνα των παιδιών που κάθονται στην αγκαλιά του γονέα. Αντίστοιχα, η επιμονή στην πρώτη φάση του προβλήματος της Ζ. ότι θα χρειαστούν 50 τραπέζια και η μη διαπραγμάτευση του αριθμού δείχνει την εμπειρία της μαθήτριας από τους γάμους όπου έχει παρευρεθεί, στους οποίους συνήθως αυτός είναι ο αριθμός των τραπεζιών. Τα παιδιά φάνηκαν να δυσκολεύονται να επεξεργαστούν το πρόβλημα με βάση τις πληροφορίες που τους δόθηκαν καθώς ήταν προσκολλημένα στις δικές τους μνήμες και εικόνες από το γεγονός του γάμου. Κατά συνέπεια, τα δεδομένα που αναγράφονται στην εκφώνηση δεν ταιριάζουν με αυτά που έχουν συνηθίσει. Από την άλλη, κατά τη διαμόρφωση του προβλήματος ήταν αδύνατο να προβλεφθούν αυτοί οι παράγοντες εξαιτίας της έλλειψης εμπειρίας εκ μέρους της ερευνήτριας από τους γάμους της ρομικής κουλτούρας. Επομένως, επιχειρήθηκε να χρησιμοποιηθεί η συγκεκριμένη εξωσχολική εμπειρία ως πλαίσιο του λεκτικού προβλήματος χωρίς να υπάρχει βαθύτερη γνώση για να διαμορφωθούν πιο εύστοχα αριθμητικά δεδομένα.

iv. *Ο ρόλος της γλώσσας*

Μία από της πιο σημαντικές δυσκολίες που υποθέταμε ότι θα αντιμετωπίσουν οι μαθητές αφορά στο ζήτημα της γλώσσας, το οποίο παίζει κομβικό ρόλο τόσο στην κατανόηση του λεκτικού προβλήματος και τη συνειδητοποίηση των σχέσεων των δεδομένων που αναγράφονται όσο και στην επικοινωνία μεταξύ μας για τη διαπραγμάτευσή του. Κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας των λεκτικών προβλημάτων αξιοποιήθηκαν ορισμένες στρατηγικές προκειμένου να προσπελαστεί το ζήτημα αυτό και οι οποίες αναλύονται σε επόμενη ενότητα.

Γνωρίζοντας εκ των προτέρων ότι η γλώσσα θα σταθεί εμπόδιο στη διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων, προσπαθήσαμε να διαμορφώσουμε τα προβλήματα με τέτοιο λεξιλόγιο ώστε να γίνονται κατανοητά. Ωστόσο, δεν πραγματοποιήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις και ιδιαίτερα κατά την πρώτη περίοδο παρουσίας μας στο πεδίο. Όπως φάνηκε και πρωτύτερα στο πρόβλημα με το λεωφορείο ορισμένες φράσεις προσδιορισμού του χρόνου και του χώρου όπως *«το σπίτι τους είναι 30 λεπτά μακριά με το λεωφορείο»* και *«κάθε 20 λεπτά»* δυσκόλεψαν ιδιαιτέρως τις μαθήτριες. Το λεξιλόγιο που χρησιμοποιήθηκε στην εκφώνηση δυσκόλεψε και τον Γ. στο πρόβλημα που δίνεται παρακάτω:


Ένα σχολείο σερβίρει καθημερινά 340 μερίδες φαγητό. Πόσες μερίδες σερβίρει σε ένα χρόνο αν το σχολικό έτος έχει 281 ημέρες;

Το πρόβλημα αυτό δόθηκε στον Γ. και τον Κ. Ο τελευταίος μαθητής το έλυσε σωστά εφαρμόζοντας την πράξη του πολλαπλασιασμού. Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμο να αναφερθεί ότι είχε προηγηθεί ένα ακόμη πρόβλημα το οποίο λυνόταν με την πράξη αυτή και ενδεχομένως ο μαθητής να εφάρμοσε την ίδια σκεπτόμενος ότι πρόκειται για μια σειρά προβλημάτων που λύνονται με τον ίδιο τρόπο. Η εικασία μας αυτή ενισχύεται από το γεγονός ότι το επόμενο πρόβλημα που απαιτούσε την πράξη της διαίρεσης το έλυσε με πολλαπλασιασμό. Από την άλλη, ο συμμαθητής του, Γ., αφιέρωσε πολύ χρόνο στο παρόν πρόβλημα και δυσκολεύτηκε να το λύσει καθώς αδυνατούσε να κατανοήσει τη φράση *«σε ένα χρόνο αν το σχολικό έτος έχει 281 ημέρες»*. Όταν του το εξηγήσαμε αρκετές φορές και με πιο απλοποιημένο λεξιλόγιο ο μαθητής κατάλαβε το ζητούμενο.

Πέρα από τις παραπάνω παρανοήσεις που δημιούργησε ο παράγοντας της γλώσσας σε επίπεδο κατανόησης του λεξιλογίου εμποδίζοντας την πληρέστερη κατανόηση του προβλήματος, ορισμένες παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν και σε επίπεδο επικοινωνίας μεταξύ των μαθητών. Καθώς οι δραστηριότητες πραγματοποιούνταν ομαδικά, παροτρυνόταν η συζήτηση μεταξύ των μαθητών για ανταλλαγή απόψεων και η λειτουργία του μαθητή που έλυσε το πρόβλημα ως δάσκαλος που θα παρείχε βοήθεια στο συμμαθητή του. Κατά τη δεύτερη περίπτωση, λοιπόν, ο Γ. και ο Κ. έτυχε σε αρκετά επεισόδια να συνομιλήσουν στη μητρική τους γλώσσα, τη ρομανί, προκειμένου να εξηγήσει ο ένας στον άλλον το λεκτικό πρόβλημα. Η αντίδραση μιας συμμαθήτριάς τους στην πρακτική αυτή είναι χαρακτηριστική και ίσως υποδεικνύει μια γενικότερη εκπαιδευτική τακτική που εφαρμόζεται στο συγκεκριμένο μαθητικό πληθυσμό, δηλαδή την παραγκώνιση της μητρικής τους γλώσσας. Πιο συγκεκριμένα, έχουν καταγραφεί τέσσερις περιπτώσεις όπου η εν λόγω μαθήτρια ήταν παρούσα στη συνομιλία των συμμαθητών τους στη ρομανί, και στις τέσσερις η αντίδρασή της ήταν έντονη. Η Α., λοιπόν, σχολίαζε στους Κ. και Γ. να μιλάνε στα ελληνικά με χαρακτηριστική τη στιγμή που παρατήρησε με αυστηρό ύφος και τόνο φωνής ***«Ελληνικά μιλάτε για να καταλαβαίνει και η κυρία. Δεν καταλαβαίνετε ελληνικά;»***. Αξίζει, μάλιστα, να αναφερθεί και η αντίδραση των δύο μαθητών οι οποίοι συνέχισαν να συνομιλούν στη ρομανί και στην ελληνική˙ ο Γ. επαναλάμβανε τις ελληνικές λέξεις του Κ., ο οποίος εκείνη τη στιγμή εξηγούσε το πρόβλημα στο συμμαθητή του, και ο τελευταίος σταμάτησε να μιλάει θεωρώντας ότι ο Γ. τον κοροϊδεύει, όπως είπε και ο ίδιος. Ο Γ. στην προσπάθειά του να δικαιολογηθεί είπε πως δεν φταίει ο ίδιος και ότι πρέπει να μιλήσουν στα ελληνικά. Η δήλωση των δύο παιδιών, της Α. και του Γ., ότι πρέπει να μιλάνε στα ελληνικά ίσως είναι δηλωτική, όπως προαναφέρθηκε, μιας πρακτικής που εφαρμόζεται στην εκπαίδευσή τους στο πλαίσιο αυτό να χρησιμοποιούν κατά τη μαθησιακή διαδικασία την ελληνική γλώσσα.

Αναφορικά με την επικοινωνία των παιδιών με την ερευνήτρια, μπορεί να προσδιοριστεί ως πολύ ικανοποιητική. Το γεγονός ότι οι μαθητές του δείγματος βρίσκονται στην τελευταία τάξη του δημοτικού σχολείου, με τους τρεις εξ' αυτών να παρακολουθούν σε καθημερινή βάση, κατέχει σημαντικό ρόλο στη μεταξύ μας συνομιλία. Τα παιδιά αυτά, τουλάχιστον έξι χρόνια στο πλαίσιο του σχολείου βρίσκονται σε επαφή με την ελληνική ενώ είναι χρήστες μέσω κοινωνικής δικτύωσης, όπως Facebook και Instagram, και τηλεθεατές ελληνικών προγραμμάτων. Κατά συνεπεία, και οι τρεις προαναφερθέντες μαθητές είναι ικανοί να επικοινωνήσουν σε ένα μεγάλο βαθμό στη δεύτερη γλώσσα αλλά και να την κατανοήσουν.

IV. Στρατηγικές που χρησιμοποιούνται κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων

Κατά την επεξεργασία των λεκτικών προβλημάτων που τέθηκαν προς διαπραγμάτευση στην ομάδα παρατηρήθηκε η χρήση ορισμένων στρατηγικών τόσο από τους ίδιους τους μαθητές όσο και από την ερευνήτρια. Οι στρατηγικές των μαθητών παρατηρούνται σε επίπεδο κατανόησης του προβλήματος και σε επίπεδο πράξεων ενώ αυτές που αξιοποιήθηκαν από την ερευνήτρια αφορούν κατά βάση την κατανόηση. Παρακάτω ακολουθεί η ανάλυση των στρατηγικών αυτών όπως προέκυψαν από την επεξεργασία του πραγματολογικού υλικού.

A. <u>Στρατηγικές μαθητών</u>

1. Επικοινωνία στη ρομανί για επίλυση προβλήματος

Οι δραστηριότητες που σχεδιάστηκαν για τις ανάγκες της παρούσας ερευνητικής εργασίας έλαβαν χώρα στην ομάδα των Ρομά μαθητών οι οποίοι κλήθηκαν να τις συζητήσουν και να συνεργαστούν. Όσο συζητούσαμε όλοι μαζί το εκάστοτε λεκτικό πρόβλημα χρησιμοποιούσαμε την ελληνική γλώσσα, η οποία είναι και η μητρική της ερευνήτριας. Ωστόσο, όταν κάποιο παιδί προσπαθούσε να εξηγήσει με τη σειρά του το πρόβλημα σε κάποιον συμμαθητή του αξιοποιούσε και τις δύο γλώσσες, ρομανί κι ελληνική. Αυτό συνέβη σε όλα σχεδόν τα επεισόδια όταν κάποιος, συνήθως ο Κ. ή ο Γ., λάμβανε το ρόλο του δασκάλου, θα 'λέγαμε, εκούσια ή έπειτα από δική μας προτροπή. Παρακάτω ακολουθούν ορισμένα αποσπάσματα από τις σημειώσεις πεδίου που καταδεικνύουν την αξιοποίηση και των δύο γλωσσών:

«Ζητώ από τον Κ. (ο οποίος έχει ήδη λύσει το πρόβλημα) να εξηγήσει στον Γ. πώς σκέφτηκε το πρόβλημα. Ο μαθητής ξεκινά να μιλά στη ρομανί

(αλλά ακούγονται και κάποια ελληνικά ανάμεσα, όπως ο αριθμός «δεκατέσσερα», «κυκλάκια», «για κάθε τέσσερα άτομα κύκλο (λέξη στη ρομανί)»…). Μάλλον του λέει πώς να λύσει το πρόβλημα καθώς ο ίδιος το έκανε με σχήμα, αναπαριστώντας τα ταξί ως κύκλους με τέσσερα σημάδια (ανθρώπους)»

Και σε μία αντίστοιχη προσπάθεια του Γ. να παράσχει βοήθεια στην Ν. διακρίνονται ορισμένες λέξεις στη ρομανί:

Στο μεταξύ, ο Γιάννης βοηθά τη Νικολέτα εξηγώντας της μισά ελληνικά μισά ρομανί πώς σκέφτηκε

Ν: 5μιση κιλά. (λέξη στη ρομανί) το 6 κιλά.

Γ: 3.

Ν: 3; Το μισή.

Γ: Ε, τρία. (Αρχίζει να μιλά στη ρομανί) ***Ντακαβά****. 7 επί 8, 15. Και 3, 18. Γράφε ένα 8* ***ακατέ****. 1 το κρατούμενο. 2 2, 4. Και 3, 9. Και 1...*

Ν: 10

Γ: (λέξη στη ρομανί) 2 και 2

Ν: 4

Γ: Και 3, 7. Και 1...8. 88.

2. Νοεροί υπολογισμοί

Σε έναν σημαντικό αριθμό των λεκτικών προβλημάτων που τέθηκαν – κυρίως αυτών που είχαν απλή δομή και απαιτούσαν την εκτέλεση μιας πράξης – οι μαθητές υπολόγιζαν νοερά το αποτέλεσμα και μόνο σε ελάχιστες περιπτώσεις επιτελούσαν γραπτώς την πράξη. Στα παρακάτω αποσπάσματα διακρίνεται η στρατηγική αυτή των μαθητών:

«Σε λίγο ο Κ. με πλησιάζει δίνοντας την απάντηση στο πρόβλημα που λύνουν «89 ευρώ». Όταν τον ρωτάω πώς το βρήκε μου απαντάει ***«Με το μυαλό μου»****. Το πρόβλημα απαιτούσε αρχικά πρόσθεση κι έπειτα*

αφαίρεση από μια τιμή για να βρεθεί το αποτέλεσμα. Ο Κ. είχε γράψει την πρόσθεση και στη συνέχεια σκέφτηκε πώς στα χρήματα που βρήκε ως αποτέλεσμα αν προσθέσει άλλα 89 ευρώ θα φτάσει στα 300».

Ενώ, σε άλλο επεισόδιο με πρωταγωνιστή τον Θ., μαθητή της Δ' τάξης:

Θ: 3, 6, 9, 15, 18, 21, 24, 27...27. 27 είναι. 7 κιλά σαρδέλα. Πόσο τη δίνουν τη σαρδέλα; 5 ευρώ.

Ε: Τη σαρδέλα τη δίνουν 4 το κιλό.

Θ: Και είπαμε... πόσο είπαμε; Περίμενε λίγο να σκεφτώ.

Ε: Σκέψου λίγο μόνος σου και άμα θέλεις μπορείς να τα γράψεις από κάτω ***(στο χαρτί δεν είχε σημειώσει κάτι, τον προηγούμενο υπολογισμό τον έκανε προφορικά και έγραψε το αποτέλεσμα στο θρανίο)***

3. Αξιοποίηση εμπειρίας για επίλυση προβλήματος

Σε ένα από τα επεισόδια που καταγράφηκαν κατά την επίλυση του σύνθετου λεκτικού προβλήματος με το γάμο της Βασιλικής, ένας από τους μαθητές του δείγματος ο Γ. έδωσε μια απρόσμενη απάντηση η οποία εκλήφθη ως σωστή καθώς πηγάζει από την καθημερινότητα και την εμπειρία. Αναλυτικότερα, φτάνοντας στη λύση του προβλήματος συνειδητοποιεί ότι ενώ έχει βρει τον αριθμό των τραπεζιών που θα χρειαστούν περισσεύει ένα άτομο. Εύλογη, λοιπόν, ήταν η απορία σχετικά με το τι θα γίνει γι' αυτό και η απάντηση που έδωσε ο Γ. αντανακλά μια ρεαλιστική κατάσταση, αυτό που θα συνέβαινε σε μια πραγματική τέτοια περίπτωση. Ο Γ. θεώρησε ότι το άτομο που περισσεύει είναι παιδί και συνεπώς θα καθόταν στην αγκαλιά της μητέρας του:

Γ: Κοιτάξτε! Χρειάζονται 9 τραπέζια για να καθίσουν 108 άτομα. Και περισσεύει ένα άτομο.

Ε: Σωστά, έχεις 109 άτομα. Και τι θα κάνουμε γι' αυτό το άτομο;

*Γ: **Θα την πάρει η μαμά της επάνω αγκαλιά**.*

Ε: Ωραία! Το λύσαμε το πρόβλημα.

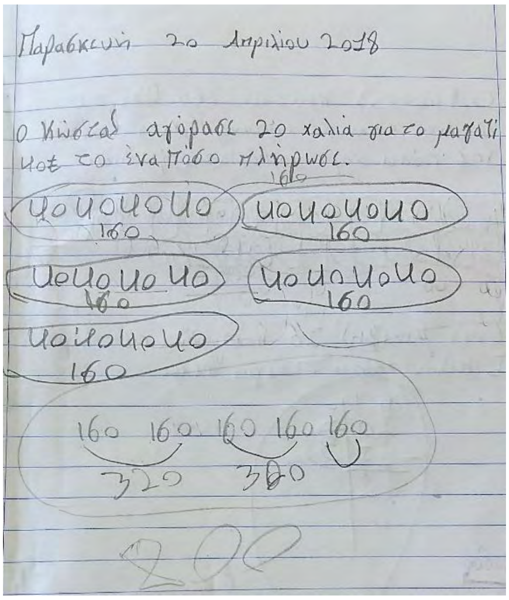
Για τη λύση λοιπόν του προβλήματος, ο Γ. επιστράτευσε την εμπειρία του από μια παρόμοια περίσταση και φυσικά θεωρήθηκε έγκυρη. Άλλωστε όπως έχει αναφερθεί και στο θεωρητικό μέρος της παρούσας εργασίας, οι προβληματικές καταστάσεις της καθημερινής ζωής επιδέχονται πολλαπλές λύσεις. Θεωρώντας το συγκεκριμένο πρόβλημα που τέθηκε ρεαλιστικό, η απάντηση του Γ. αντανακλά μια πιθανή λύση στην πραγματική ζωή.

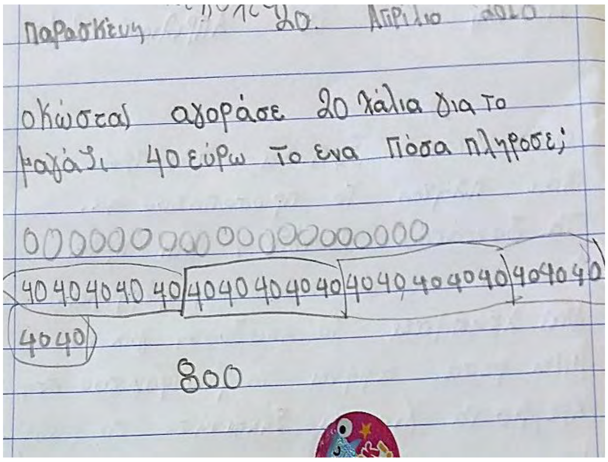
4. Σχηματοποίηση

Για πολλούς από τους μαθητές που ενεπλάκησαν στις δραστηριότητες η πραγματοποίηση κάποιου σχήματος διευκόλυνε την εκτέλεση των πράξεων και την εύρεση της απάντησης. Κατά τις πρώτες προσεγγίσεις των λεκτικών προβλημάτων έγινε φανερό ότι δεν γνώριζαν να επεξεργάζονται τα δεδομένα και να επιλέγουν την πράξη με την οποία θα καταλήξουν στο ζητούμενο, κυρίως αυτής του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης[1]. Έτσι, παροτρύνθηκαν να κάνουν κάποιο σχέδιο το οποίο πιθανώς θα τους βοηθούσε, έπειτα από δική μας επίδειξη. Στα προβλήματα που διαπραγματευτήκαμε στη συνέχεια, δύο μαθήτριες, η Ν. και η Τζ., αξιοποιούσαν συστηματικά κάποιο σχήμα και στις περισσότερες περιπτώσεις έφταναν στη λύση.

Στη συνέχεια παρατίθενται κάποια σχέδια των παιδιών που συλλέχθηκαν (για περισσότερο υλικό βλ. Παράρτημα):

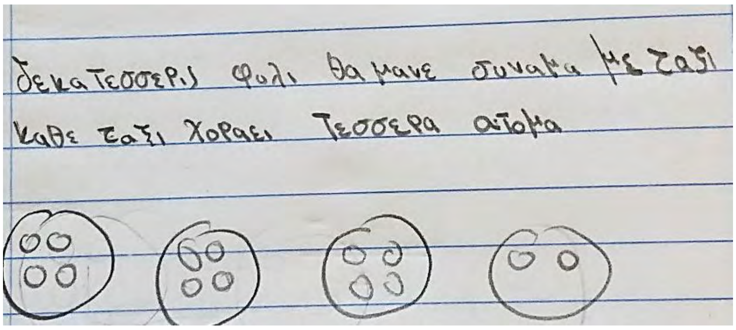
[1] Να σημειωθεί εδώ ότι κανένας από τους Ρομά μαθητές δεν γνώριζε τον αλγόριθμο της διαίρεσης. Μόνο ο Γ. και ο Κ. επέδειξαν ενδιαφέρον στο να τον μάθουν πλησιάζοντάς μας ήδη κατά τις πρώτες μέρες της παρουσίας μας στο πεδίο, όμως δεν κατάφεραν να τον χρησιμοποιήσουν σε κανένα από τα προβλήματα που επεξεργαστήκαμε. Οι πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης γίνονταν νοερά στις περισσότερες περιπτώσεις.

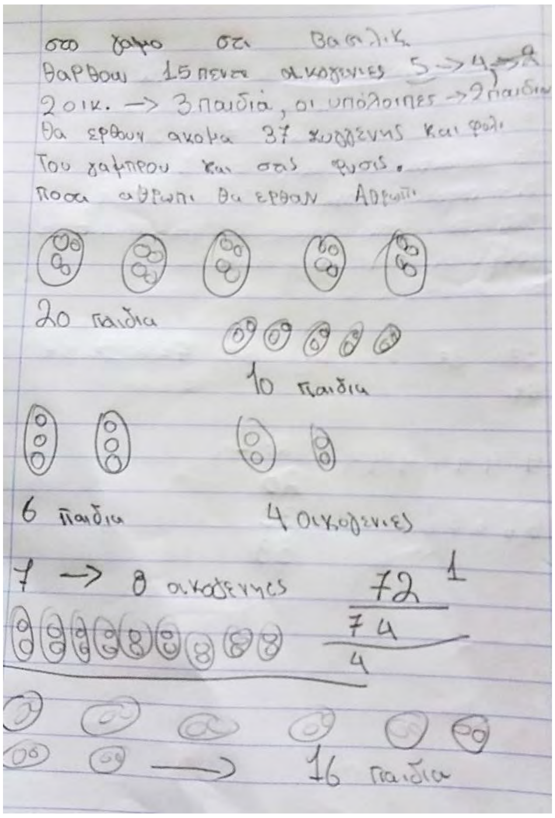




Ο Κ. (αριστερά) και η Ν. (δεξιά) εφαρμόζουν τη δική τους στρατηγική για να βρουν την απάντηση, η οποία δεν περιλαμβάνει τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού.

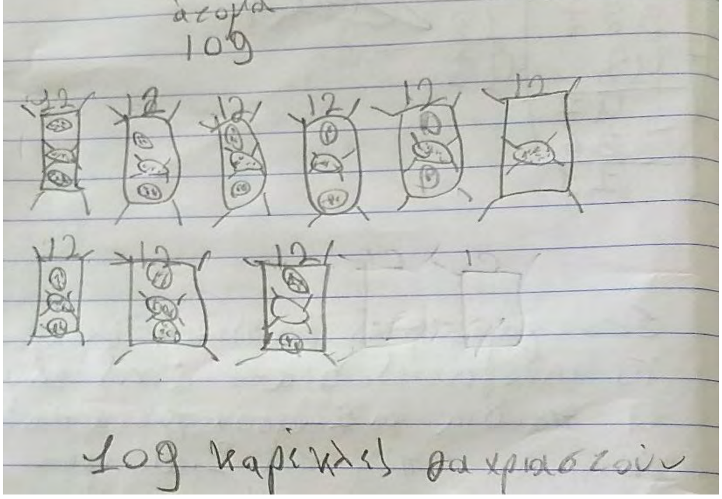
Η Ν. έλυσε μόνη της, χωρίς παροχή οποιασδήποτε βοήθειας το πρόβλημα χρησιμοποιώντας το σχέδιο.





Εδώ, ξανά η Ν. σχεδιάζει στην προσπάθειά της να λύσει το σύνθετο πρόβλημα με το «γάμο της Βασιλικής».

Το σχέδιο του Κ. στην προσπάθειά του να επιλύσει το προαναφερθέν πρόβλημα.



Β. <u>Στρατηγικές ερευνήτριας</u>

Προτού γίνει ο σχολιασμός των στρατηγικών που αξιοποιήθηκαν κρίνεται χρήσιμο να αναφερθούν η μορφή και η μέθοδος διδασκαλίας που ακολουθήθηκε καθ' όλη τη διάρκεια των παρεμβάσεων. Η διαπραγμάτευση των μαθηματικών αντικειμένων έλαβε χώρα στα πλαίσια της ομάδας των Ρομά μαθητών που είχε διαμορφωθεί στο πίσω μέρος της αίθουσας. Συνεπώς, αξιοποιήθηκε η **συνεργατική ή ομοδακοεντρική μορφή μάθησης**, κατά την οποία «οι μαθητές συνεργάζονται μεταξύ τους και το αποτέλεσμα είναι προϊόν συλλογικής προσπάθειας» (Κασσωτάκης & Φλουρής, 2013, σ. 386). Σε ορισμένες περιπτώσεις όπου κρίθηκε αναγκαίο, οι μαθητές παροτρύνονταν να σκεφτούν ατομικά ωστόσο, η μαθησιακή διαδικασία βασίστηκε ως επί το πλείστο στη συνεργασία μεταξύ τους. Σε αρκετά επεισόδια από τις δραστηριότητες, ο μαθητής ο οποίος έλυνε το πρόβλημα καλούνταν να πάρει το ρόλο του δασκάλου και να δώσει τις απαραίτητε εξηγήσεις σε συμμαθητές του. Αποφεύχθηκε η λήψη του ρόλου ενός κατευθυντικού εκπαιδευτικού και η παροχή άμεσων απαντήσεων σε ερωτήσεις των μαθητών, όπως για παράδειγμα ποια πράξη πρέπει να επιτελέσουν. Άλλωστε, σκοπός ήταν να διερευνηθεί τρόπος διαχείρισης των δραστηριοτήτων που τέθηκαν και μία τέτοια στάση δεν θα τον εξυπηρετούσε. Αντίθετα, έγινε μια προσπάθεια να έρθουν οι μαθητές στο προσκήνιο με τη δική μας παρέμβαση να περιορίζεται στο ρόλο του διευκολυντή της γνώσης. Επομένως, υιοθετήθηκε ο **παρωθητικός διάλογος**, ως μορφή διδασκαλίας, που σύμφωνα με τους Κασσωτάκη και Φλουρή (2013) ενδείκνυται για να δραστηριοποιήσει τους μαθητές, οι οποίοι με νύξεις και ερεθίσματα που παρέχει ο εκπαιδευτικός έρχονται σε κατάσταση απορίας, αναζήτησης και ανακάλυψης της γνώσης. Επιδιώχθηκε, λοιπόν, στις απορίες του εκάστοτε μαθητή να γίνονται κατάλληλες ερωτήσεις που θα τον βοηθήσουν να ανακαλύψει ο ίδιος την απάντηση.

Οι ιδιαίτερες στρατηγικές που υιοθετήθηκαν κατά την επεξεργασία των δραστηριοτήτων παρουσιάζονται εκτενώς στη συνέχεια:

1. Ενθάρρυνση για χρήση της μητρικής γλώσσας

Καθ' όλη τη διάρκεια της παρουσίας μας στο πεδίο επιδείχθηκε σεβασμός προς τη μητρική γλώσσα των μαθητών και σε καμία περίπτωση δεν ζητήθηκε η χρήση της ελληνικής κατά τις μεταξύ τους συνομιλίες. Μάλιστα, σε πολλές περιπτώσεις εκδηλώθηκε ενδιαφέρον σχετικά με το πώς μεταφράζονται ορισμένες ελληνικές λέξεις που παρουσιάζονται στα προβλήματα στη ρομανί και όλες οι απορίες μας απαντήθηκαν με πολλή προθυμία από τους μαθητές.

Όπως έχει προαναφερθεί, κάποια σχόλια των μαθητών ενδεχομένως υποδηλώνουν μια γενικότερη τάση απόρριψης της χρήσης της ρομανί στη σχολική τάξη. Στο παρακάτω απόσπασμα από τις σημειώσεις που κρατήθηκαν στο πεδίο φαίνεται η στάση της Α., μιας εκ των μαθητριών, απέναντι στο άκουσμα δύο συμμαθητών της που συνομιλούν για το πρόβλημα στη γλώσσα τους αλλά και η αντίδραση της ερευνήτριας – εκπαιδευτικού:

> *«Η Α., μία από τις μαθήτριες της ομάδας, λέει με αυστηρό τρόπο: «Ελληνικά μιλάτε για να καταλαβαίνει και η κυρία. Δεν καταλαβαίνετε ελληνικά;». Εγώ παρεμβαίνω παροτρύνοντας τα παιδιά να μιλήσουν σε όποια από τις δύο γλώσσες θέλουν τα ίδια προκειμένου να κατανοήσουν το πρόβλημα. Ο Κ. συνεχίζει μισά ρομανί, μισά ελληνικά αλλά καθώς ο Γ. επαναλαμβάνει τις λέξεις στα ελληνικά ο μαθητής σταματά να του μιλά αφού θεωρεί πως τον κοροϊδεύει. Ο Γ. προσπαθεί να δικαιολογηθεί λέγοντας πως δεν φταίει ο ίδιος και ότι πρέπει να μιλήσουν ελληνικά. Εγώ επιμένω να εξηγήσει στον Γ. το πώς σκέφτηκε το πρόβλημα και του τονίζω πως είναι ελεύθερος να επιλέξει τον τρόπο με τον οποίο προτιμά να το κάνει, αρκεί το παιδί να καταλάβει».*

Καθώς οι δραστηριότητες που σχεδιάστηκαν τέθηκαν υπό επεξεργασία στα πλαίσια της ομάδας, υιοθετώντας τη συνεργατική μέθοδο, έγινε ξεκάθαρο στους μαθητές ότι στα πλαίσια της συνεργασίας μεταξύ τους – κυρίως όταν ο ένας μαθητής επεξηγούσε το πρόβλημα και την πορεία της σκέψης του σε κάποιο συμμαθητή του – θα χρησιμοποιούν όποια από τις δύο γλώσσες κρίνουν ότι θα τους διευκολύνει στο στόχο τους. Και όπως ήταν αναμενόμενο οι μαθητές χρησιμοποιούσαν κατά βάση τη μητρική τους γλώσσα.

2. Αναδιατύπωση προβλήματος – Επανάληψη

Η επανάληψη και η διατύπωση του προβλήματος με πιο απλό λεξιλόγιο ήταν μια πρακτική που χρησιμοποιήθηκε σε όλα τα επεισόδια. Έτσι, αφού υπαγορευόταν το λεκτικό πρόβλημα ακολουθούσε η ανάγνωσή του και σε μερικούς μαθητές οι οποίοι δεν κατανοούσαν πλήρως το περιεχόμενό του ακολουθούσε η αναδιατύπωσή του με πιο απλές λέξεις και λέξεις – κλειδιά, πιο σύντομες προτάσεις και κάνοντας πιο ξεκάθαρες τις σχέσεις που συνδέουν τα δεδομένα. Σε κάποιες περιπτώσεις επαναλαμβανόταν ξανά και ξανά το πρόβλημα. Ακολούθως παρατίθεται ένα απόσπασμα από τις σημειώσεις πεδίου κατά την προσπάθεια του Γ. να λύσει το πρόβλημα ***«Ξόδεψα 5 ευρώ σε γλυκά, 2 ευρώ σε αυγά και 3 ευρώ σε ψωμί. Πόσα ευρώ ξόδεψα;»***.

> *Στο πρόβλημα αυτό ο Γ. παραξενεύεται γιατί δεν λέει πόσα ευρώ είχαμε («Κυρία εδώ δεν μας λέει πόσα ευρώ είχαμε»). Επαναδιατυπώνω το πρόβλημα για να το κατανοήσει λέγοντας πως έδωσα, έφυγαν από την τσέπη 5 ευρώ σε γλυκά, 2 ευρώ σε αυγά και άλλα 3 ευρώ σε ψωμί και τον ρωτάω «όλα μαζί πόσα μου έφυγαν από την τσέπη;». Ο μαθητής δίνει αμέσως τη σωστή απάντηση (10) και τον ρωτάω πώς το βρήκε. Μου λέει «3 και 2, 5 και 5, 10» και στη συνέχεια παίρνει το χαρτί λέοντας «μη μου πείτε αυτό» και γράφει την πράξη της πρόσθεσης. Όταν τελειώνει φαίνεται να νευριάζει με τον εαυτό του, ίσως επειδή κατάλαβε ότι πρόκειται για ένα εύκολο πρόβλημα, λέγοντας «έλα κυρία, ήμαρτον».*

3. Αναδιατύπωση προβλήματος με μικρότερα αριθμητικά δεδομένα

Σε ορισμένα προβλήματα, κυρίως σε αυτά που περιλάμβαναν ως δεδομένα μεγάλα χρηματικά ποσά, επιχειρούνταν η αντικατάσταση των αριθμητικών δεδομένων με μικρότερα. Σκοπός ήταν να παρουσιαστούν περισσότερο διαχειρίσιμα ποσά, στην περίπτωση των χρημάτων, μάλιστα, ποσά που έχουν χρησιμοποιήσει τα παιδιά, έτσι ώστε να κατανοήσουν πρώτα τη πορεία της επίλυσης του προβλήματος και να την εφαρμόσουν στα αυθεντικά δεδομένα που αναγράφονται στην εκφώνηση. Για παράδειγμα στο πρόβλημα *«Μία γυναίκα εργάζεται ως γραμματέας και κερδίζει 35 ευρώ την ώρα. Δουλεύει 6 ώρες την ημέρα για 5 μέρες. Πόσα χρήματα βγάζει την εβδομάδα; Τον μήνα;»*, το οποίο δεν συνδέεται με τις πολιτισμικές εμπειρίες των μαθητών και τέθηκε κατά την πρώτη περίοδο της έρευνας, πέρα από την αναδιατύπωση και επανάληψη των δεδομένων και των ζητουμένων που πραγματοποιήθηκε, χρησιμοποιήθηκαν μικρότερα νούμερα. Έτσι, το πρόβλημα αναδιατυπώθηκε με το δεδομένο ότι κερδίζει 2 ευρώ την ώρα. Το πόσο αυτό διευκόλυνε τους μαθητές μολονότι δεν κατόρθωσαν να λύσουν επιτυχώς όλα τα ζητούμενα.

4. Εξατομίκευση δεδομένων προβλήματος

Καθώς όλοι οι μαθητές δεν μοιράζονται τις ίδιες εμπειρίες και γνώσεις έγινε μια προσπάθεια όχι μόνο να προσαρμοστούν τα δεδομένα του προβλήματος στις εμπειρίες των μαθητών αλλά προτρέπονταν να ταυτιστούν κατά έναν τρόπο, να οικειοποιηθούν το πρόβλημα. Για παράδειγμα, στο πρόβλημα με τα τραπέζια που θα χρειαστούν στο γάμο, βλέποντας τη Ζ. να επιμένει στον αριθμό 50 της ζητήσαμε να σκεφτεί ότι η μητέρα της ζήτησε τη βοήθειά της για να υπολογίσει τα τραπέζια. Βέβαια, η απάντηση που λάβαμε ήταν και σε αυτή την περίπτωση ο προαναφερθείς αριθμός. Μια παρόμοια προσπάθεια πραγματοποιήθηκε και στο πρόβλημα με τα ψάρια που πούλησε ο πατέρας της Νικολέτας, το οποίο διαμορφώθηκε στη βάση των εμπειριών μια συγκεκριμένης μαθήτριας. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα καταγράφηκε χαρακτηριστικά η εξής στιχομυθία:

Ε: Οκ, πάμε στα πιο εύκολα. Πάμε στο γαύρο πρώτα. 9 κιλά που κάνει 3 το κιλό. Πόσα λεφτά έβγαλε από το γαύρο;

Ν: Και πώς το κάνουμε αυτό;

Ε: Πούλησε 9 κιλά γαύρο και το κιλό κάνει 3 ευρώ. Το ένα κιλό 3 ευρώ.

Ν: Αααα...

Ε: Κι αυτοί πούλησαν 9 κιλά.

Ν: Αααα...

*Ε: **Σκέψου ότι είσαι με τον πατέρα σου και πουλήσατε 9 κιλά γαύρο**.*

*Ν: **Και το κιλό κάνει 3 ευρώ**.*

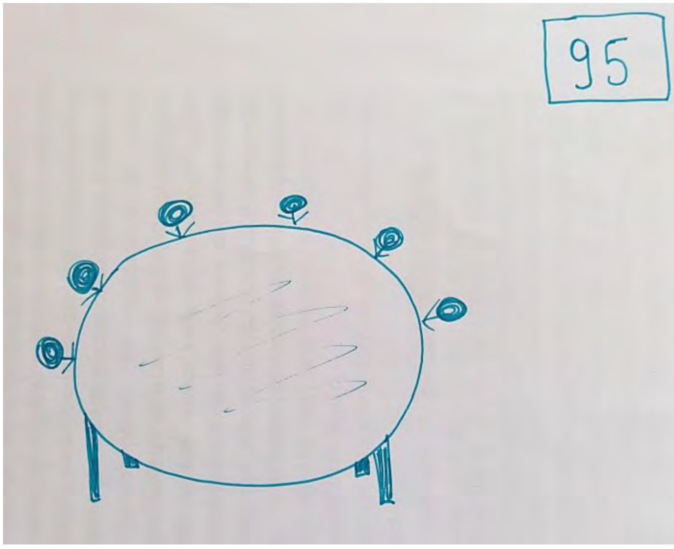
*Ε: **Όταν γυρίσατε πόσα χρήματα έφερε ο μπαμπάς στο σπίτι; Για κάντο με όποιον τρόπο θες.***

5. Αξιοποίηση πληροφορίας της στιγμής

Η στρατηγική αυτή χρησιμοποιήθηκε στο πρόβλημα με τον γάμο και τα τραπέζια που θα χρειαστούν για τους 95 καλεσμένους. Καθώς οι μαθητές είχαν ενστάσεις σχετικά με τα αριθμητικά δεδομένα του προβλήματος, υποστηρίζοντας ότι τα άτομα που προσέρχονται στους γάμους είναι πολύ περισσότερα από 95, αξιοποιήθηκε η πληροφορία που μοιράστηκε μια μαθήτρια προκειμένου το πρόβλημα να έρθει πιο κοντά στη δική τους πολιτισμική εμπειρία και γνώση. Πιο συγκεκριμένα, έγινε λόγος για τα δύο είδη τραπεζιών που υπάρχουν στο κέντρο διοργάνωσης του γάμου: τα μεγάλα και τα στρόγγυλα που χωρούν έξι άτομα. Εφόσον, ήδη στο πρόβλημα που είχε σχεδιαστεί είχε οριστεί ότι τα τραπέζια είναι 6 ατόμων, έπειτα από την πληροφορία της Α., τονίστηκε στα παιδιά ότι τα τραπέζια που στα οποία θα κάτσουν οι καλεσμένοι είναι τα στρόγγυλα.

6. Οπτικές νύξεις

Στην περίπτωση του προβλήματος που περιεγράφηκε παραπάνω αξιοποιήθηκε επιτόπου η οπτικοποίηση του δεδομένου σχετικά με τη χωρητικότητα του τραπεζιού. Έτσι, σχεδιάστηκε ένα στρόγγυλο τραπέζι, εφόσον όπως προαναφέρθηκε αυτό είναι το σχήμα των τραπεζιών των 6 ατόμων στους γάμους, και γύρω από αυτό έξι άτομα, όπως φαίνεται στην εικόνα. Το σχήμα φάνηκε να βοηθά τους μαθητές οι οποίοι στρέφονταν προς αυτό για να δημιουργήσουν και οι ίδιοι παρόμοιο σχήμα που θα τους διευκόλυνε στη λύση του προβλήματος. Πέρα, όμως, από το σχέδιο που δημιουργήθηκε από την ερευνήτρια, οι μαθητές παροτρύνονταν σχεδόν κάθε φορά να σχηματοποιήσουν τα δεδομένα και φάνηκε ότι για αρκετούς η πρακτική αυτή λειτούργησε αποτελεσματικά.



7. Κατασκευή προβλήματος από τους ίδιους τους μαθητές

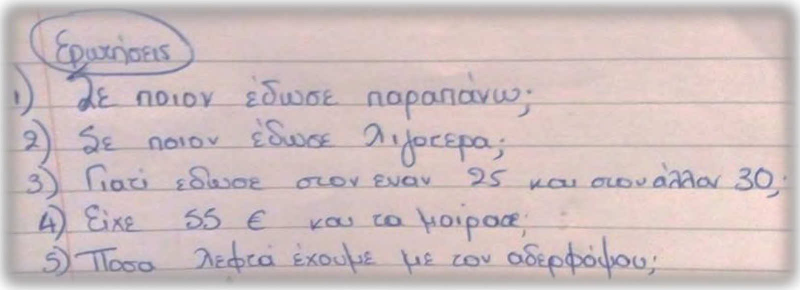
Κατά τις τελευταίες μέρες της παρουσίας μας στο πεδίο οι μαθητές κλήθηκαν να συνθέσουν ένα δικό τους πρόβλημα. Η διαδικασία αυτή χωρίστηκε σε ορισμένες φάσεις:

<u>(α) Οι μαθητές υποθέτουν το ζητούμενο του προβλήματος</u>

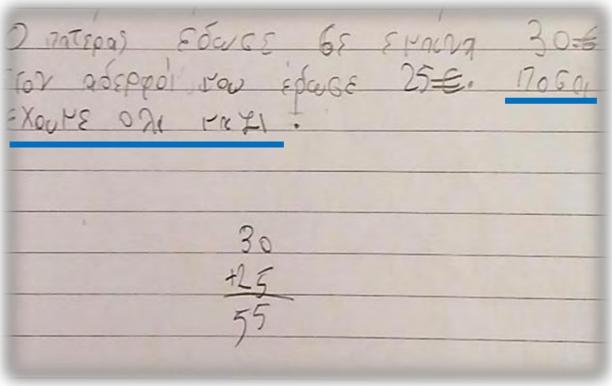
Στη φάση αυτή δόθηκαν τα δεδομένα ενός προβλήματος και ζητήθηκε από τους μαθητές να σκεφθούν σχετικά με το τι μπορεί να θέλουμε να μάθουμε. Ακολούθως παρατίθενται το πρόβλημα και οι ερωτήσεις στις οποίες καταλήξαμε έπειτα από συζήτηση. Τα δεδομένα του προβλήματος που υπαγορεύτηκαν στους μαθητές ήταν:

Ο πατέρας έδωσε 30 ευρώ σε εμένα και 25 στον αδερφό μου.

Πρόκειται για ένα απλό πρόβλημα πρόσθεσης με μικρά αριθμητικά δεδομένα. Ο λόγος που επιλέχθηκε αυτή η δομή προβλήματος ήταν προκειμένου να διερευνηθεί εάν οι μαθητές κατανοούν τη σχέση των δεδομένων και των ζητούμενων του προβλήματος και αν μπορούν να συνειδητοποιήσουν και να δημιουργήσουν σχέσεις μεταξύ των πρώτων. Ξεκαθαρίστηκε στους μαθητές ότι δεν είναι μόνο μια ερώτηση σωστή. Οι ερωτήσεις που προέκυψαν έπειτα από συζήτηση σημειώθηκαν σε ένα φύλλο χαρτί και ακολούθησε η απάντησή τους.



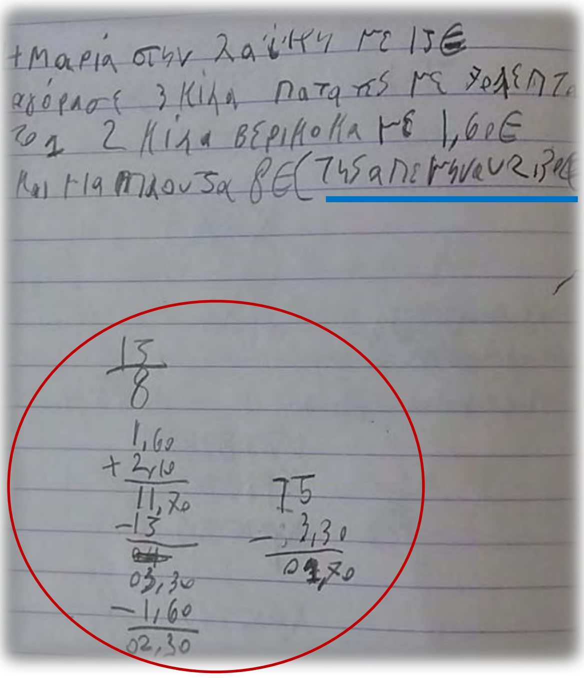
Ο ένας από τους μαθητές του δείγματος, ο Κ., βρήκε πολύ γρήγορα και έγραψε την πιο πιθανή ερώτηση η οποία σχετίζει τα δύο δεδομένα, ενώ οι υπόλοιποι τη σκέφθηκαν λίγο αργότερα, όπως



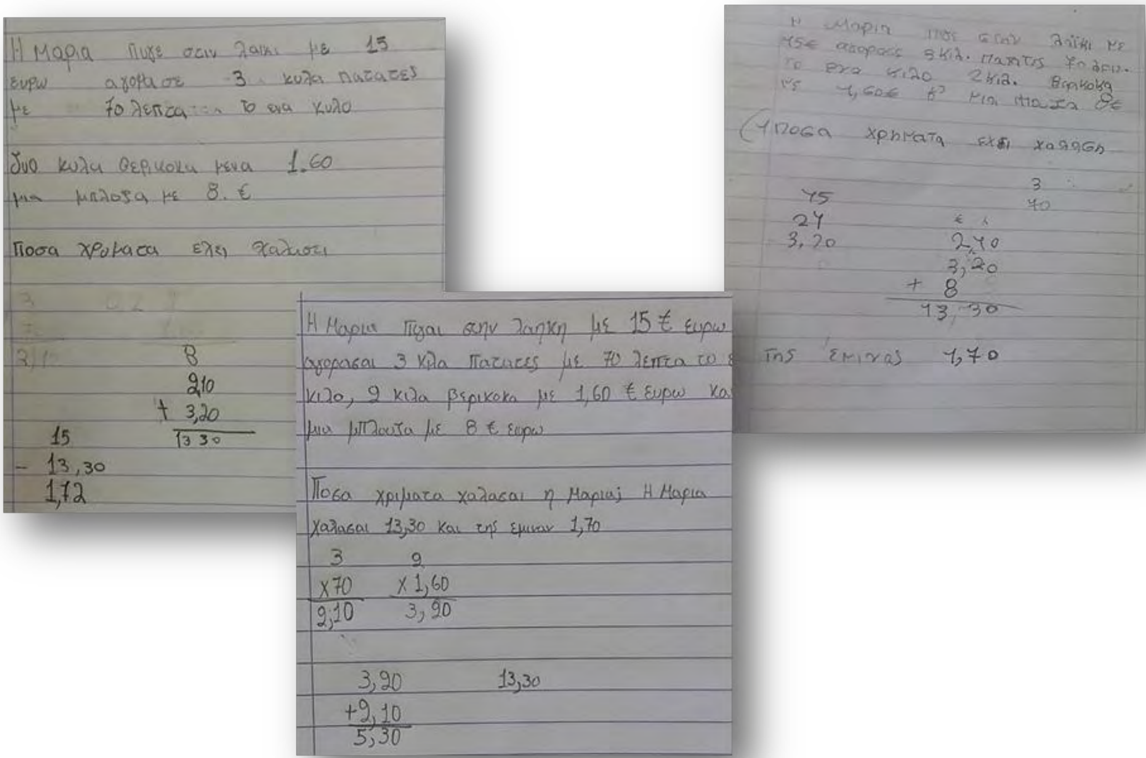
φαίνεται και παραπάνω (οι ερωτήσεις γράφτηκαν με τη σειρά που ειπώθηκαν από τους μαθητές).

Η ίδια στρατηγική χρησιμοποιήθηκε σε ένα ακόμα πρόβλημα με περισσότερα δεδομένα.

Η Μαρία πήγε στη λαϊκή με 15 ευρώ. Αγόρασε 3 κιλά πατάτες με 70 λεπτά το ένα, 2 κιλά βερίκοκα με 1,60 ευρώ το ένα και μια μπλούζα με 8 ευρώ.



Όλοι οι μαθητές που ενεπλάκησαν στη διαδικασία βρήκαν το ζητούμενο «πόσα λεφτά χάλασε». Ο ένας από τους τέσσερις, ο Χρ., συμμετείχε για πρώτη φορά στη δραστηριότητα της ομάδας, λόγω απουσίας του από το σχολείο για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα. Ο Χρ., λοιπόν, σκέφθηκε και έλυσε το πρόβλημα με βάση το ζητούμενο «Πόσα χρήματα της απέμειναν» αφού έκανε κάθετα όλους του υπολογισμούς δίχως να ξεχωρίζει τις πράξεις. Έπειτα, και οι υπόλοιποι μαθητές απάντησαν με δική τους πρωτοβουλία στο ίδιο ερώτημα.



(β) Οι μαθητές καλούνται να χρησιμοποιήσουν δύο δοσμένα στοιχεία κατά τη δημιουργία του προβλήματος

Στη φάση αυτή, δόθηκαν στους μαθητές δύο στοιχεία τα οποία έπρεπε να αξιοποιήσουν προκειμένου να κατασκευάσουν ένα δικό τους πρόβλημα. Τα δεδομένα που δόθηκαν ήταν 9 κιλά και 3,50 ευρώ ενώ αφέθηκε στη δική τους πρωτοβουλία εάν θέλουν να προσθέσουν κι άλλα στοιχεία. Επισημάνθηκε στα παιδιά ότι γνωρίζουν και έχουν βιώσει καταστάσεις στις οποίες χρησιμοποιούν τα δύο ποσά σε μια προσπάθεια να γίνει ανάκληση της μνήμης τους από μια ήδη υπάρχουσα γνώση εκτός σχολικού πλαισίου. Η δραστηριότητα αυτή δυσκόλεψε αρκετά τα παιδιά και καθ’ όλη τη διάρκεια ενθαρρύνονταν να σκεφθούν κάποια περίσταση από την καθημερινή τους ζωή, δίνοντας για παράδειγμα στον Κ. την βοήθεια που προσφέρει στον πατέρα του στην πώληση καρπουζιών και στη Ν. τη συμμετοχή της στην πώληση ψαριών.

Η περίπτωση της Ν.

Το κορίτσι δυσκολεύτηκε να συνδυάσει τα δύο δεδομένα όπως φαίνεται στο ακόλουθο απόσπασμα:

Ν: Μπορώ να κάνω και το ένα διαφορετικό και το άλλο διαφορετικό;

Ε: Τι εννοείς;

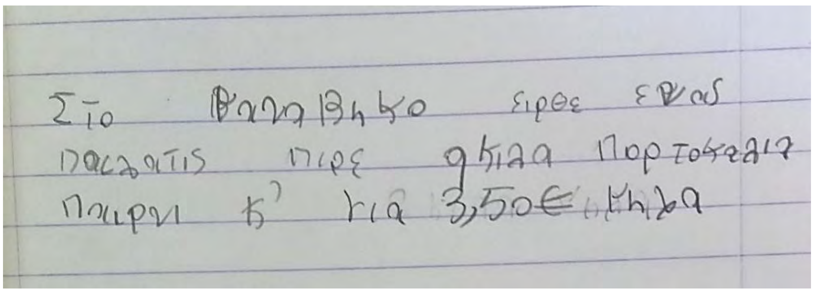
Ν: Να κάνω αυτό μόνο (δείχνοντας τα 9 κιλά που είχε γράψει) και αυτό (δείχνοντας τα 3,50 κιλά) σε άλλο πρόβλημα.

Ε: Όχι, στο ίδιο πρόβλημα πρέπει να είναι. Να συνδυάσεις κάπως αυτά τα δύο (δείχνοντας τα δύο στοιχεία). Σκέψου, εσύ πηγαίνεις με τον πατέρα σου για ψάρια. Και πουλάτε ψάρια, έτσι δεν μου έχεις πει; Και εκεί, έχεις κάποια κιλά ψαριών και τα πουλάς κάποια ευρώ. Μπορείς να το σκεφθείς κάπως έτσι

Λίγο αργότερα, μετά από την επίκληση της εξωσχολικής γνώσης και την αναφορά στη συμμετοχή της στην επαγγελματική δραστηριότητα του πατέρα, η Ν. συνειδητοποίησε μια σχέση μεταξύ των δύο στοιχείων που δόθηκαν ρωτώντας: ***«Τα 9 κιλά μπορούμε να τα βάλουμε, να τα πούμε 3,50 ευρώ το κιλό;»***.

Η περίπτωση του Κ.

Ο Κ. δημιούργησε σε πρώτη φάση ένα πρόβλημα προσθέτοντας ακόμη ένα στοιχείο αλλά παραλείποντας ένα από τα δύο που δόθηκαν. Έτσι, κατασκεύασε το πρόβλημα *«Στο μανάβικο ήρθε ένας πελάτης. Πήρε 9 κιλά πορτοκάλια, παίρνει και 2 κιλά μήλα»*. Αργότερα και εφόσον του επισημάνθηκε ότι δεν έχει αξιοποιήσει το άλλο δοθέν στοιχείο κατασκεύασε το εξής λεκτικό πρόβλημα: «Στο μανάβικο ήρθε ένας πελάτης, πήρε 9 κιλά πορτοκάλια παίρνει και για 3,50 ευρώ μήλα». Ακολουθεί η παρακάτω στιχομυθία:



Ε: ***Στο μανάβικο ήρθε ένας πελάτης, πήρε 9 κιλά πορτοκάλια παίρνει και για 3,50 ευρώ μήλα.*** *Τι εννοείς;*

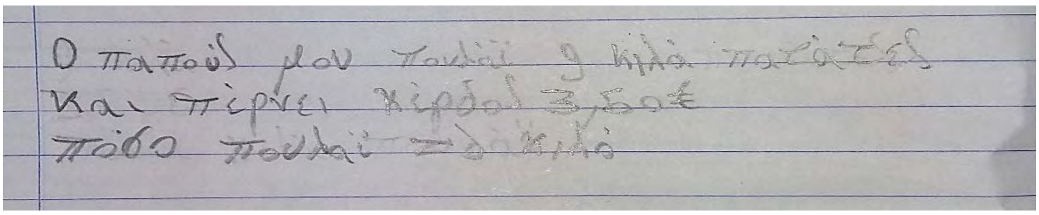
Κ: Δηλαδή, παίρνει τα πορτοκάλια και μου δίνει άλλα 3,50 ευρώ για να του βάλω εγώ μήλα.

Ε: Για να βάλεις μήλα ε; Μμμ…ναι αλλά εδώ τι θα ρωτήσεις; Τι θέλεις να μάθεις;

Παρά τις προσπάθειές του δεν κατάφερε να ολοκληρώσει το πρόβλημα βρίσκοντας και την ερώτηση που θα συνδέει τα δεδομένα. Ωστόσο, η σκέψη του δεν είναι σε καμία περίπτωση λανθασμένη. Σε παρόμοιες περιστάσεις της καθημερινότητας τυχαίνει να προσδιορίζουμε το χρηματικό ποσό που θα θέλαμε να πληρώσουμε για ένα προϊόν και όχι απαραίτητα τα κιλά. Συνεπώς, παρότι δεν βρήκε ένα πιθανό ζητούμενο η σκέψη του αντανακλά μια πρακτική που πραγματοποιείται σε καθημερινό επίπεδο.

<u>Η περίπτωση του Γ.</u>

Ο Γ. δυσκολεύτηκε να συνδυάσει τα ποσά. Σε μια πρώτη του προσπάθεια διαμόρφωσε το πρόβλημα *«Ο πατέρας μου πουλάει 9 κιλά πατάτες και ο θείος μου 3,50 κιλά πατάτες»*, παραλλάζοντας το δεδομένο των 3,50 ευρώ. Στη συνέχεια, και μετά από δική μας επισήμανση της «παρανόησης» δημιουργεί το παρακάτω πρόβλημα



και ακολουθεί η στιχομυθία:

Ε: ***Ο παππούς μου πουλάει 9 κιλά πατάτες και παίρνει κέρδος 3,50 ευρώ.*** *Από τα 9 κιλά;*

Γ: Ναι.

Ε: Ωραία. Και τις θες να βρεις;

Γ: Εε, η απάντηση… Όχι η ερώτηση!

Ε: Ποια είναι η ερώτηση σε αυτό;

Γ: Η ερώτηση...Πόσες πατάτες πουλάει.

Ε: Αφού είπες ότι πουλάει 9 κιλά πατάτες. Αυτό το ξέρεις. (παύση) Και λες κερδίζει 3,50 ευρώ από τα 9 κιλά. Τι μπορείς να μάθεις;

Γ: (μετά από μεγάλη παύση) Πόσο κέρδος βγάζει.

Ε: Το κέρδος σου το βρήκες, είναι 3,50 ευρώ. Πουλάει 9 κιλά πατάτες και βγάζει 3,50 ευρώ. Δηλαδή είναι σα να έρχομαι εγώ να μου δίνεις 9 κιλά, μια σακούλα με 9 κιλά, και να σου δίνω 3,50 ευρώ. Τι θέλεις να μάθεις;

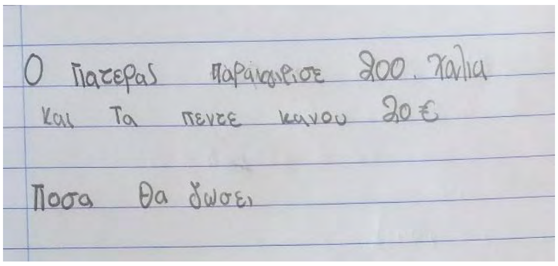
Κ: Πόσα…Εγώ ξέρω κυρία.

Ε: Για πες!

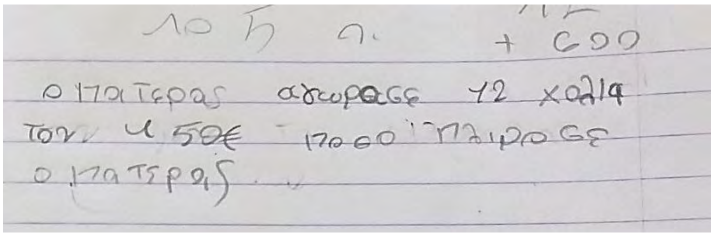
Κ: Πόσα δίνει στο κιλό.

(γ) Οι μαθητές κατασκευάζουν εξ' ολοκλήρου ένα δικό τους πρόβλημα

Στην τρίτη και τελευταία φάση ζητήθηκε από τους μαθητές να κατασκευάσουν ένα δικό τους πρόβλημα το οποίο θα έλυναν οι ίδιοι αλλά και η ερευνήτρια. Στάθηκε δυνατόν για όλους τους μαθητές να συνδέσουν δύο δεδομένα και να βρουν μια ερώτηση, ένα ζητούμενο. Οι τρεις από τους τέσσερις μαθητές κατασκεύασαν ένα πρόβλημα απλής δομής με μία πράξη, ενώ ένας πραγματοποίησε έναν συνδυασμό με πολλαπλασιασμό και πρόσθεση.



<u>Η περίπτωση της Ν.</u>
«Ο πατέρα αγόρασε 200 χαλιά και τα πέντε κάνουν 20 ευρώ. Πόσα θα δώσει;»

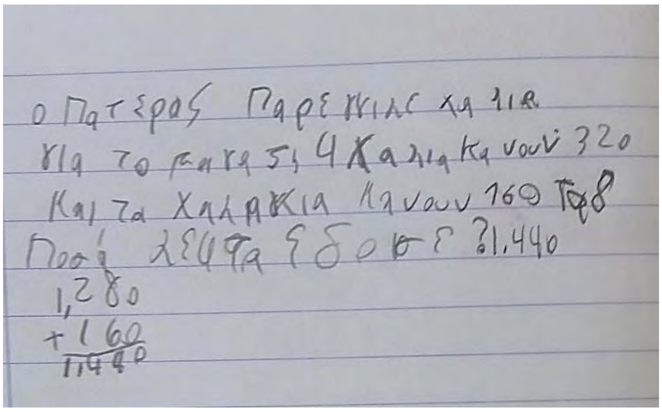


Η περίπτωση του Κ.

«Ο πατέρας αγόρασε 12 χαλιά των 150 ευρώ. Πόσο πλήρωσε ο πατέρας;»

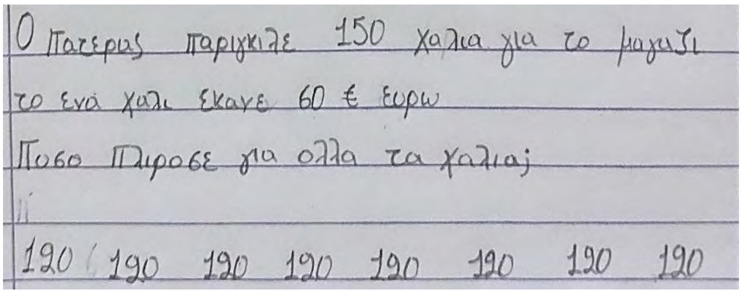
Η περίπτωση του Χρ.

«Ο πατέρας παρήγγειλε χαλιά για το μαγαζί. 4 χαλιά κάνουν 320 και τα χαλάκια κάνουν 160 τα 8. Πόσα λεφτά έδωσε;»



Η περίπτωση της Τζ.

«Ο πατέρας παρήγγειλε 15 χαλιά για το μαγαζί και το ένα χαλί έκανε 60 ευρώ. Πόσο πλήρωσε για όλα τα χαλιά;»



Συζήτηση – Συμπεράσματα

Η παρούσα ερευνητική εργασία περιστρέφεται γύρω από τέσσερις άξονες σχετικά με τη μαθηματική εκπαίδευση των Ρομά μαθητών. Τα θέματα τα οποία επιχειρήσαμε να μελετήσουμε είναι: α) οι αντιλήψεις των μαθητών για τα μαθηματικά εκτός του σχολικού πλαισίου, β) οι τρόποι με τους οποίους η εξωσχολική γνώση κι εμπειρία υπεισέρχεται στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων, γ) οι συνήθεις δυσκολίες/παρανοήσεις των μαθητών κατά την επίλυση και τέλος, δ) οι στρατηγικές που αξιοποιούνται στη συγκεκριμένη μαθηματική δραστηριότητα.

Στο παρόν κεφάλαιο πραγματοποιείται η συζήτηση των αποτελεσμάτων που εξήγαμε και η συσχέτισή τους με έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί διεθνώς, ενώ στο τέλος παρουσιάζονται τα κυριότερα συμπεράσματα της μελέτης αυτής.

Αναφορικά με το *1ο ερευνητικό ερώτημα* που τέθηκε, δηλαδή την *αντίληψη των μαθητών σχετικά με τα μαθηματικά εκτός σχολείου* μέσα από την ανάλυση των δεδομένων βρέθηκε ότι οι μαθητές είναι σε θέση να αναγνωρίσουν τη χρήση των μαθηματικών εκτός σχολείου ωστόσο την συνδέουν με τις χρηματικές συναλλαγές. Για τους τρεις μαθητές οι οποίοι παραχώρησαν τη συνέντευξη, τα μαθηματικά αποτελούν ένα χρήσιμο «εργαλείο» σε περιστάσεις αγοραπωλησιών˙ τα δύο αγόρια αναγνωρίζουν την χρήση μαθηματικών διαδικασιών κατά την πώληση προϊόντων και το κορίτσι κατά την αγορά. Έτσι, η χρηστικότητα των μαθηματικών γι' αυτά είναι ότι τους βοηθούν να υπολογίσουν πόσα χρήματα πρέπει να πληρώσουν, πόσα να ζητήσουν από τον πελάτη, πόσα ρέστα θα λάβουν πίσω και πόσα θα επιστρέψουν. Επιπλέον, το γεγονός ότι η γνώση των μαθηματικών αποτρέπει πιθανή εξαπάτηση στα χρήματα ήταν μια ιδέα η οποία βρήκε και τα τρία παιδιά σύμφωνα. Τα ευρήματα αυτά συνάδουν με την αντίληψη που έχουν οι Ρομά για την άμεση χρηστικότητα των μαθηματικών, όπως καταγράφηκε από τη Σταθοπούλου (2011), σύμφωνα με την οποία η γνώση των μαθηματικών συμβάλλει σε καλύτερους υπολογισμούς έτσι ώστε να μην μπορεί κανείς να εξαπατήσει κάποιον στα χρήματα.

Σε ό,τι αφορά στο *2ο ερευνητικό ερώτημα* σχετικά με το *πώς η άτυπη, εξωσχολική γνώση υπεισέρχεται στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων* φάνηκε πως οι Ρομά μαθητές του δείγματος αξιοποιούν την εμπειρία τους όταν τους δίνεται η ευκαιρία, όπως για παράδειγμα κατά την εξ ολοκλήρου κατασκευή ενός λεκτικού προβλήματος. Όπως παρατηρεί η Σταθοπούλου (2011) οι Ρομα μαθητές κατά την είσοδό τους στο σχολείο κουβαλούν ένα σώμα άτυπης, πολιτισμικής γνώσης η οποία φάνηκε και στην έρευνά μας πως δεν μένει ανεκμετάλλευτο. Ωστόσο, σε μία περίπτωση φάνηκε αυτή η πολιτισμική γνώση να καθυστερεί τη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος που τέθηκε και να παρακωλύει τη σκέψη των μαθητών σχετικά με αυτό. Φάνηκαν να προσκολλώνται στη γνώση και τις εμπειρίες που έχουν αγνοώντας τα δοθέντα δεδομένα. Οι Piel και Schuchart (2014) παρατηρούν στη μελέτη τους ότι τα παιδιά που προέρχονται από μη προνομιούχο κοινωνικο-οικονομικό υπόβαθρο οδηγούνται συχνά σε ακατάλληλη χρήση της καθημερινής εμπειρίας, εξαιτίας των ιδιαίτερων απαιτήσεων των ρεαλιστικών μαθηματικών θεμάτων. Στο κλίμα αυτό, οι Cooper και Dunne (2000) και ο Lubienski (όπως αναφέρεται από τους Piel & Schuchart, 2014) καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι οι μαθητές της εργατικής τάξης βρίσκονται σε μειονεκτική θέση καθώς φαίνεται πως η αποκλειστική χρήση της καθημερινής γνώσης αποτρέπει την επίδειξη της ευχέρειάς τους στα μαθηματικά. Παρόμοια, ο Cooper (1998) εξήγαγε το συμπέρασμα ότι μαθητές της εργατικής τάξης δίνουν απαντήσεις εξαρτημένες από τις καθημερινές τους γνώσεις σε αντίθεση με αυτούς της μεσαίας που απαντούν πολιτισμικά ουδέτερα. Στη δική μας περίπτωση, φάνηκε ότι ορισμένοι από τους μαθητές του δείγματος πράγματι όχι μόνο δεν έδιναν πολιτισμικά ουδέτερες απαντήσεις αλλά παραγκώνιζαν τελείως τα δεδομένα του προβλήματος αμφισβητώντας τα.

Οι σχετικές με το *3^{o} ερευνητικό ερώτημα* αναλύσεις των δεδομένων ανέδειξαν κάποιες *δυσκολίες ή παρανοήσεις κατά τη διαπραγμάτευση των λεκτικών προβλημάτων* που συνέβησαν τακτικά. Μία από αυτές που παρατηρήθηκε αφορά σε μια έντονη επιμονή στην εύρεση της πράξης και στην τάση να προσθέτουν, συγκεκριμένα, τα αριθμητικά δεδομένα που παρουσιάζονται στο λεκτικό πρόβλημα. Το φαινόμενο αυτό έρχεται σε αντιστοιχία με τα ευρήματα των Greer (1997), Cooper (1998) και Inoue (2005) σύμφωνα με τα οποία οι μαθητές προσεγγίζουν το λεκτικό πρόβλημα επιδεικνύοντας ενδιαφέρον μόνο για την πράξη την οποία θα επιτελέσουν. Οι προαναφερθέντες ερευνητές παρατήρησαν μια τάση των παιδιών να ανταποκρίνονται στα προβλήματα με μικρή εκτίμηση για το εάν οι απαντήσεις που δίνουν έχουν πραγματική υπόσταση. Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουν και οι Ανδρέου, Μενελάου και Λεμονίδης (2007), οι οποίοι υπογραμμίζουν την τάση των μαθητών να προσεγγίζουν το πρόβλημα μηχανικά, ενδιαφερόμενοι αποκλειστικά για την πράξη που θα εφαρμόσουν. Μια «κρυφή υπόθεση» που κάνουν οι μαθητές και ενδεχομένως σχετίζεται με το εύρημα αυτό αφορά στο ότι το πρόβλημα λύνεται με την εκτέλεση μιας ή περισσότερων πράξεων μεταξύ όλων των αριθμών που παρουσιάζονται στο πρόβλημα (De Corte, Verschaffel & Greer, 2000). Βέβαια, δεν θα πρέπει να παραλειφθεί το ζήτημα της γλώσσας ως μια παράμετρος του παραπάνω φαινομένου. Ένα, λοιπόν, εύρημα της παρούσας έρευνας ήταν ότι η διατύπωση του προβλήματος στην ελληνική γλώσσα δημιούργησε απορίες στους μαθητές οι οποίοι δεν μπορούσαν να συλλάβουν τη σημασία ορισμένων λέξεων και φράσεων σημαντικών για την ανάδειξη των σχέσεων μέσα στο πρόβλημα.

Όσον αφορά στο *4^{o} ερευνητικό ερώτημα* σχετικά με τις *στρατηγικές που αξιοποιούνται κατά την επίλυση προβλημάτων* οι αναλύσεις των δεδομένων δείχνουν πως οι μαθητές τείνουν να χρησιμοποιούν τη μητρική τους γλώσσα όταν συνομιλούν για ένα πρόβλημα. Η στρατηγική αυτή τους διευκολύνει στην εύρεση της λύσης αναδεικνύοντας συνάμα και το ρόλο της γλώσσας κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων. Το εύρημα αυτό είναι συνεπές προς το συμπέρασμα του Sepeng (2013) σε έρευνα του, όπου οι μαθητές προτιμούσαν να επικοινωνούν τις ιδέες τους σχετικά με το πρόβλημα στη μητρική γλώσσα και κατάφεραν υψηλότερα αποτελέσματα. Παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν και σχετικά με την οπτικοποίηση του προβλήματος από τους ίδιους τους μαθητές, μία στρατηγική στην οποία κατέφευγαν συχνά για να διευκολυνθούν στην κατανόηση και εύρεση της απάντησης. Οι αναπαραστάσεις τους ήταν σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις συμβολικές και σε ελάχιστες εικονογραφικές. Σε όλες τις περιπτώσεις όπου οι μαθητές προχώρησαν σε κάποιο σχήμα κατέληξαν στο σωστό αποτέλεσμα. Η στρατηγική αυτή προτείνεται και από τη Τζεκάκη (2007) ως αποτελεσματική καθώς συντελεί στην πληρέστερη κατανόηση του προβλήματος, χωρίς την οποία δεν είναι δυνατόν να βρεθεί καμία λύση.

Αναφορικά με τις στρατηγικές που χρησιμοποιήθηκαν κατά κόρον από εμάς μία από αυτές είναι η παρότρυνση των μαθητών για χρήση της μητρικής τους γλώσσας. Όπως προαναφέρθηκε, οι μαθητές πετυχαίνουν καλύτερα αποτελέσματα όταν αξιοποιούν το δικό τους γλωσσικό κώδικα (Sepeng, 2013). Ακόμα, προχωρήσαμε σε συχνές αναδιατυπώσεις του προβλήματος απλοποιώντας το λεξιλόγιο, κάνοντας τις προτάσεις σύντομες και τονίζοντας ορισμένες λέξεις – κλειδιά. Η στρατηγική αυτή, σε συνδυασμό με την επανάληψη ξανά και ξανά των δεδομένων και του ζητούμενου, έφεραν το επιθυμητό αποτέλεσμα. Η συγκεκριμένη πρακτική λαμβάνει υποστήριξη από τη Τζεκάκη (2007) και τους Abedi και Lord (2001), οι οποίοι τροποποιώντας τη γλωσσική δομή των λεκτικών προβλημάτων παρατήρησαν μεγαλύτερη επιτυχία στους μαθητές που δεν ήταν καλοί γνώστες και χρήστες της αγγλικής γλώσσας.

Βάσει όλων όσα προηγήθηκαν μπορούμε να εξάγουμε ορισμένα συμπεράσματα σχετικά με τα ερευνητικά ερωτήματα που πλαισίωσαν την παρούσα έρευνα:

I. *1ο Ερευνητικό Ερώτημα: Ποια είναι η αντίληψη των μαθητών για τα μαθηματικά εκτός σχολείου;*

Οι Ρομά μαθητές του δείγματος είναι ικανοί να αναγνωρίσουν μαθηματικές δραστηριότητες στις οποίες εμπλέκονται έξω από τα πλαίσια του σχολείου. Οι καθημερινές αυτές δραστηριότητες αφορούν κατά βάση στις χρηματικές συναλλαγές γεγονός που μπορεί να εξηγηθεί από τη συστηματική συμμετοχή τους στις οικονομικές ενασχολήσεις της οικογένειάς τους. Και οι τρεις μαθητές ακολουθούν τον πατέρα τους στο εμπόριο γεγονός που αποτελεί σημαντικό πόρο μάθησης, αφού χειρίζονται χρηματικές ποσότητες με άνεση ή όπως αναφέρει χαρακτηριστικά ο ένας από αυτούς *«μπαμ μπαμ, τα βρίσκουμε»*. Ένα από τα θέματα που φωτίστηκε κατά την διερεύνηση του συγκεκριμένου ερωτήματος αφορά στην άποψη ότι η καλή γνώση μαθηματικών αποτρέπει τις χρηματικές εξαπατήσεις εις βάρος του αγοραστή ή του πωλητή. Τα δύο αγόρια εκδηλώθηκαν με περίσσιο θαυμασμό για τα Μαθηματικά, τα οποία προσεγγίζουν σαν έναν ολόκληρο κόσμο. Άλλωστε, αυτό έγινε εμφανές και μέσα από την παρουσία μας στο πεδίο με το ζήλο που επεδείκνυαν κατά την ενασχόλησή τους με μαθηματικές δραστηριότητες.

II. *2ο Ερευνητικό Ερώτημα: Πώς η άτυπη, εξωσχολική γνώση υπεισέρχεται στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων;*

Τα δεδομένα της παρούσας έρευνας δείχνουν πως η εξωσχολική γνώση των παιδιών ρομικής καταγωγής υπεισέρχεται με δύο τρόπους στη διαδικασία επίλυσης λεκτικών προβλημάτων, είτε θετικά είτε περιοριστικά. Οι μαθητές αξιοποιούσαν τις εμπειρίες τους εκτός σχολικού πλαισίου κατά την κατασκευή προβλημάτων, τόσο όταν είχαν δοθεί οι αριθμοί όσο κι όταν κλήθηκαν να συνθέσουν το δικό τους λεκτικό πρόβλημα. Από την άλλη, παρατηρήθηκε μια προσκόλληση στην πολιτισμική τους γνώση˙ δεν ήταν σε θέση να απεμπλακούν από την εμπειρία και τις εικόνες που έχουν σε δύο από τα προβλήματα που τέθηκαν προς επεξεργασία. Έτσι, αγνοώντας τα δεδομένα του προβλήματος έδιναν τις δικές τους απαντήσεις που όμως είχαν νόημα γι’ αυτούς και αντανακλούσαν την εμπειρία τους.

III. *3ο Ερευνητικό Ερώτημα: Ποιες είναι οι συνήθεις δυσκολίες των Ρομά μαθητών κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων;*

Οι δυσκολίες που παρατηρήθηκε ότι αντιμετωπίζουν κατά κόρον οι Ρομά μαθητές κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων σχετίζονται με την επίμονη τάση τους να προσθέτουν τα αριθμητικά δεδομένα που δίνονται στο κείμενο της δραστηριότητας χωρίς να υπολογίζουν αν αυτή η λύση βγάζει νόημα. Στην περίπτωση αυτή, της τάξης στην οποία βρεθήκαμε το εύρημα αυτό μπορεί να ιδωθεί από τη σκοπιά ότι οι μαθητές του δείγματος είχαν συνηθίσει να λύνουν ασκήσεις με τους αλγόριθμους των πράξεων, γεγονός που φάνηκε από το ότι ζητούσαν να λύσουν προσθέσεις και αφαιρέσεις αποπλαισιωμένες κατά τη διάρκεια της παρουσίας μας στο πεδίο. Συνεπώς, δεν είχαν διδαχθεί πώς να προσεγγίζουν και να σκέφτονται ένα λεκτικό πρόβλημα – κι αν είχαν διδαχθεί δεν φάνηκε να το έχουν εμπεδώσει. Μία ακόμη συστηματική δυσκολία που παρουσιάζουν οι μαθητές έχει να κάνει με τον τομέα της γλώσσας. Το κείμενο του λεκτικού προβλήματος παρεμπόδισε τη σκέψη και διαδικασία επίλυσης όταν περιλάμβανε χωροχρονικούς προσδιορισμούς ή λεξιλόγιο άγνωστο στους μαθητές.

IV. *4ο Ερευνητικό Ερώτημα: Ποιες είναι οι στρατηγικές που χρησιμοποιούνται κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων;*

Το συγκεκριμένο ερευνητικό ερώτημα μελετάται σε δύο επίπεδα: α) στις στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι μαθητές για να λύσουν ένα λεκτικό πρόβλημα και β) στις στρατηγικές που αξιοποιεί η ερευνήτρια για να προάγει το στόχο αυτό. Στην πρώτη περίπτωση, οι μαθητές χρησιμοποιούν τη ρομανί, τη *μητρική τους γλώσσα*, στη μεταξύ τους επικοινωνία συνήθως όταν ο ένας μαθητής βοηθούσε ή εξηγούσε στο συμμαθητή του το πρόβλημα. Ακόμα, προβαίνουν σε *νοερούς υπολογισμούς* σε προβλήματα τα οποία λύνονται με την εκτέλεση μιας πράξης και έχουν απλή δομή, γεγονός που μπορεί να εξηγηθεί από την προφορικότητα της γλώσσας τους. Μία στρατηγική που αξιοποιείται συστηματικά από τους μαθητές αποτελεί αυτή της *οπτικοποίησης*˙ σε προβλήματα που απαιτούν την πράξη του πολλαπλασιασμού ή της διαίρεσης οι μαθητές τείνουν να αναπαριστούν την ποσότητα συμβολικά. Τέλος, οι μαθητές είναι σε θέση να αξιοποιήσουν την *πολιτισμική γνώση* και τις *εμπειρίες* τους προκειμένου να δώσουν μια έγκυρη λύση στο πρόβλημα.

Αναφορικά με τις στρατηγικές που αξιοποιήθηκαν από την ερευνήτρια και έδειξαν να φέρουν αποτέλεσμα κατά τη διαδικασία επίλυσης των λεκτικών προβλημάτων έχουν να κάνουν αρχικά με την ενθάρρυνση για χρήση της μητρικής γλώσσας των μαθητών στη μεταξύ τους επικοινωνία. Σε καμία περίπτωση δεν επιβλήθηκε η ελληνική ως η γλώσσα επικοινωνίας και τα παιδιά παροτρύνονταν να διαλέξουν τα ίδια με ποια από τις δύο θα συζητήσουν αναφορικά με το πρόβλημα. Όπως αναφέρθηκε πρωτύτερα, διαλέγουν τη ρομανί και η πρακτική αυτή φαίνεται αποτελεσματική. Ακόμα, χρήσιμη σε όλες τις περιπτώσεις στάθηκε η αναδιατύπωση του προβλήματος και η επανάληψη του κειμένου με τις κατάλληλες τροποποιήσεις στη γλωσσική δομή, προκειμένου να συνειδητοποιήσουν τα δεδομένα, τα ζητούμενα και τις μεταξύ τους σχέσεις. Άλλη μία στρατηγική που έφερε αποτέλεσμα διευκολύνοντας τους μαθητές να κατανοήσουν το πρόβλημα, ήταν η εξατομίκευση των δεδομένων. Έγινε προσπάθεια κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας να τοποθετήσουμε το μαθητή στη θέση του προσώπου του προβλήματος ή ακόμα και να χρησιμοποιήσουμε τα ονόματα των μαθητών και τις οικονομικές δραστηριότητες στις οποίες συμμετέχουν, δημιουργώντας ένα πρόβλημα με πρωταγωνιστή το μαθητή.

Φτάνοντας στο τέλος της παρούσας εργασίας, τα ερευνητικά ερωτήματα που τέθηκαν προσεγγίστηκαν σε ένα βαθμό και ως σημαντική επιτυχία της προσπάθειας κρίνουμε το γεγονός ότι οι μαθητές ενεπλάκησαν με αξιοσημείωτη όρεξη και ενδιαφέρον στις δραστηριότητες που κλήθηκαν να επεξεργαστούν. Δημιουργήθηκαν ωστόσο ορισμένοι προβληματισμοί αναφορικά με την αξιοποίηση της καθημερινής γνώσης κι εμπειρίας σε περισσότερο αφηρημένα μαθηματικά περιεχόμενα, όπως αυτά που περιλαμβάνονται στην ύλη των επόμενων σχολικών βαθμίδων της ελληνικής εκπαιδευτικής πραγματικότητας, του Γυμνασίου και του Λυκείου. Θα ήταν ενδιαφέρον, λοιπόν, να πραγματοποιηθούν μελέτες σε Ρομά μαθητές που συνεχίζουν τη σχολική τους φοίτηση μετά το δημοτικό, μολονότι οι περιορισμοί θα είναι αρκετοί δεδομένης της σχολικής διαρροής που παρατηρείται.

Έπειτα από τη μελέτη της βιβλιογραφίας, τη συζήτηση με εκπαιδευτικούς κατά το διάστημα της παρουσίας μας στο πεδίο και τη δική μας ερευνητική προσπάθεια, θεωρούμε σαφώς απαραίτητη τη γεφύρωση των γνώσεων που οι μαθητές φέρουν «άτυπα» κατά την είσοδό τους στο σχολείο με αυτές που παρέχει η επίσημη εκπαίδευση. Ωστόσο, παρατηρούμε ότι δεν εμφορούνται όλοι οι εκπαιδευτικοί από την απαραίτητη γνώση και ακόμη περισσότερο, τη *διάθεση* να υιοθετήσουν μια διδασκαλία που να ανταποκρίνεται στο πολιτισμικό υπόβαθρο των μαθητών. Ως θεμελιώδες βήμα προς μια αποτελεσματικότερη διαπολιτισμική εκπαίδευση, με βάση τη δική μας μικρή εμπειρία σε τέτοιο πλαίσιο, θεωρούμε αναγκαίο τον αναστοχασμό σχετικά με το ρόλο του εκπαιδευτικού και τη στάση αποδοχής που οφείλει να έχει απέναντι σε κάθε μαθητή του.

Βιβλιογραφία

Abedi, J., & Lord, C. (2001). The language factor in mathematics tests. *Applied Measurement in Education*, *14*(3), 219-234.

Aguirre, J. M., & del Rosario Zavala, M. (2013). Making culturally responsive mathematics teaching explicit: A lesson analysis tool. *Pedagogies: An international journal*, *8*(2), 163-190.

Ανδρέου, Ξ., Μενελάου, Α., Λεμονίδης, Χ., (2007). *Αντιμετώπιση ρεαλιστικών προβλημάτων από μαθητές Ε' Δημοτικού*. Πρακτικά 9ου Παγκύπριου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας και Επιστήμης, Πάφος 2-4 Φεβρουαρίου (σελ. 197-206).

Arcavi, A. (2002). Chapter 2: The Everyday and the Academic in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 12-29.

Βασιλειάδου, Μ., & Παυλή-Κορρέ, Μ. (2011). *Η εκπαίδευση των Τσιγγάνων στην Ελλάδα.* Αθήνα: Υπουργείο Παιδείας διά Βίου Μάθησης και Θρησκευμάτων / Ίδρυμα Νεολαίας και διά Βίου Μάθησης. Πανεπιστήμιο Αθηνών / Κέντρο Διαπολιτισμικής Αγωγής.

Bernardo, A. B. (2002). Language and mathematical problem solving among bilinguals. *The journal of Psychology*, *136*(3), 283-297.

Bernardo, A. B., & Calleja, M. O. (2005). The effects of stating problems in bilingual students' first and second languages on solving mathematical word problems. *The Journal of Genetic Psychology*, *166*(1), 117-129.

Βοσνιάδου, Σ. (1994). Είμαστε έτοιμοι για μια πολιτισμική προσέγγιση της ψυχολογίας της μάθησης; Στο Γ. Παπαμιχαήλ (Επιμ), *Κοινωνιό-Γνωστική προσέγγιση και διδακτικές διαδικασίες της μάθησης των φυσικών και λογικο – μαθηματικών εννοιών στο σχολείο* (σελ. 195 – 204). Αθήνα: Gutenberg.

Carraher, D., & Schliemann, A. (2002). The transfer dilemma. *The Journal of the learning sciences*, *11*(1), 1-24.

Charmaz, K. (2011). Grounded theory methods in social justice research. *The Sage handbook of qualitative research*, *4*(1), 359-380.

Γκότοβος, Α. (2002). *Εκπαίδευση και ετερότητα: ζητήματα διαπολιτισμική παιδαγωγικής*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Cohen, L., Manion, L., Morisson, E. (2008). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. (Σ. Κυρανάκης, Μ. Μαυράκη & Μητσοπούλου, Χ., Μτφρ.). Αθήνα: Μεταίχμιο.

Cooper, B. (1998). Using Bernstein and Bourdieu to understand children's difficulties with" realistic" mathematics testing: an exploratory study. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, *11*(4), 511-532.

Cooper, B., & Dunne, M. (2000). *Assessing children's mathematical knowledge: Social class, sex and problem-solving*. Buckingham: Open University Press.

Creswell, J. (2016). *Η έρευνα στην εκπαίδευση*. (Ν. Κουβαράκου, Μτφρ.). Αθήνα: Εκδοτικός Όμιλος Ίων.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the learning of Mathematics*, *5*(1), 44-48.

D'Ambrosio, U., & Rosa, M. (2017). Ethnomathematics and Its Pedagogical Action in Mathematics Education. In M. Rosa, L. Shirley, M.E. Gaverrete, W. Alangui (Eds.), *Ethnomathematics and its Diverse Approaches for Mathematics Education* (pp. 285-305). Springer, Cham.

D'Ambrosio, U. (1990). The role of mathematics education in building a democratic and just society. *For the learning of mathematics*, *10*(3), 20-23.

Δαμανάκης, Μ. (2005). *Η εκπαίδευση των παλλινοστούντων και αλλοδαπών μαθητών στην Ελλάδα: Διαπολιτισμική Προσέγγιση*. Αθήνα: Gutenberg.

Δαφέρμος, Μ. (2012). Κατασκευάζοντας τη Ρόμικη ταυτότητα. *Επιστήμες της Αγωγής*, Θεματικό τεύχος 2012 «Εκπαίδευση παιδιών Ρομά», 21-34.

Ανακτήθηκε 10 Μαΐου 2018, από http://www.ediamme.edc.uoc.gr/index.php?id=135,0,0,1,0,0

Δεσλή, Δ. (2007). Η μαθηματική γνώση των παιδιών (εισαγωγή στην ελληνική έκδοση). Στο T. Nunes, & P. Bryant, *Τα παιδιά κάνουν μαθηματικά* (σ. 19 – 38). Αθήνα: Gutenberg.

De Corte, E., Verschaffel, L., & Greer, B. (2000, November). Connecting mathematics problem solving to the real world. In *Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics for living* (pp. 66-73).

De Corte, E., & Verschaffel, L. (2005). Δεξιότητες των παιδιών και διαδικασίες που αυτά χρησιμοποιούν κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων. Στο Σ. Βοσνιάδου (Επιμ), *Η Ψυχολογία των Μαθηματικών* (σ. 70 – 86). Αθήνα: Gutenberg.

Ernest, P. (2009). New philosophy of mathematics: Implications for mathematics education. In Greer, B., Mukhopadhyay, S., Powell, A. B., & Nelson-Barber, S. (Eds.), *Culturally responsive mathematics education* (pp. 57-78). Routledge.

Eshach, H. (2007). Bridging in-school and out-of-school learning: Formal, non-formal, and informal education. *Journal of science education and technology*, *16*(2), 171-190.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Ζαφείρης, Κ., & Ξηροτύρης, Ν. (2002). Οι Ρομά Αράτου: Δημογραφική και Γενεαλογική μελέτη. Στο συλλογικό έργο *Ρομά στην Ελλάδα* (σ. 25 – 109). Ελληνική Εταιρεία Εθνολογίας.

Gay, G. (2000). Culturally responsive teaching: Theory, practice and research. *New York: Teachers CollegePress*.

Gay, G. (2002). Preparing for culturally responsive teaching. *Journal of teacher education*, *53*(2), 106-116.

Gay, G. (2009). Preparing culturally responsive mathematics teachers. In B. Greer, S. Mukhopadhyay, A. B. Powell, & S. Nelson-Barber (Eds.), *Culturally responsive mathematics education* (pp. 189–205). New York & London: Routledge.

Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational studies in mathematics*, *39*(1-3), 111-129.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and instruction*, *7*(4), 293-307.

Gupta, C. (2017). Culturally Responsive Mathematics Teaching: Implications for Teacher Preparation and Professional Development. *Journal of Indian Education, 42*(4), 67-77.

Inoue, N. (2005). The realistic reasons behind unrealistic solutions: The role of interpretive activity in word problem solving. *Learning and Instruction*, *15*(1), 69-83.

Κασσωτάκης, Μ. & Φλουρής, Γ. (2013). *Μάθηση και Διδασκαλία*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.

Κολέζα, Ε. (2000). *Εισαγωγή* στο L. Streetfland, *Ρεαλιστικά μαθηματικά στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση*. Αθήνα: Leader Books.

Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και Πράξη στη διδασκαλία των Μαθηματικών*. Αθήνα: Τόπος.

Κόμπος, Κ. (2002). Εμπειρική προσέγγιση στις αριθμητικές γνώσεις και ικανότητες σε παιδιά Τσιγγάνων με ελλιπή σχολική εκπαίδευση. Στο Ε. Τρέσσου & Σ. Μητακίδου (Επιμ.), *Η Διδασκαλια της Γλώσσας και των Μαθηματικών: Εκπαίδευση γλωσσικών μειονοτήτων* (σελ. 477-485). Θεσσαλονίκη: Παρατηρητής.

Koshy, V. (2005). *Action research for improving practice: A practical guide*. Sage.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge University Press.

LeCompte, M. D., & Preissle, J. (1993). Ethnography and Qualitative Design in Educational Research (2nd ed.). New York: Academic Press.

Liégeois, J. P. (1999). *Ρομά, τσιγγάνοι, ταξιδευτές: οι τσιγγάνοι της Ευρώπης*. (Α. Σιπητάνου, Μτφρ.). Αθήνα: Καστανιώτης.

Masingila, J. O. (1993). Learning from mathematics practice in out-of-school situations. *For the learning of mathematics*, *13*(2), 18-22.

Masingila, J. O., Davidenko, S., & Prus-Wisniowska, E. (1996). Mathematics learning and practice in and out of school: A framework for connecting these experiences. *Educational Studies in Mathematics*, *31*(1-2), 175-200.

Masingila, J.O., & de Silva, M. (2001). Teaching and learning school mathematics by building on students' out-of-school mathematics practice. *Sociocultural Research on Mathematics Education. An International Perspektive.—London: Lawrence Erlbaum Associates*, 329-346.

Moschkovich, J. N. (2002). Chapter 1: An introduction to examining everyday and academic mathematical practices. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 1-11.

Mukhopadhyay, S., & Greer, B. (2015, February). Cultural responsiveness and its role in humanizing mathematics education. In *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1624-1629).

Nasir, N. I. S., Hand, V., & Taylor, E. V. (2008). Culture and mathematics in school: Boundaries between "cultural" and "domain" knowledge in the mathematics classroom and beyond. *Review of Research in Education*, *32*(1), 187-240.

Nesher, P., & Hershkovitz, S. (1994). The role of schemes in two-step problems: Analysis and research findings. *Educational Studies in mathematics*, *26*(1), 1-23.

Ντούσας, Δ. (1997). *Ρομ και φυλετικές διακρίσεις στην ιστορία, την κοινωνία, την κουλτούρα, την εκπαίδευση και τα ανθρώπινα δικαιώματα*. Αθήνα: Gutenberg.

Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations*, 3-19.

Παναγάκος, Ι. (2002). Εθνομαθηματικά: η σημασία και ο ρόλος τους στην εκπαίδευση. Στο *19ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: Τα Μαθηματικά διαχρονικός παράγοντας πολιτισμού. 8-10 Νοεμβρίου 2002* (739-744). Κομοτηνή: ΕΜΕ.

Παπαχρήστος, Δ., Σκούρτου, Ε., & Σπαντιδάκης, Γ. (2012). Γραμματισμός και εκπαίδευση παιδιών Ρομά: Παράγοντες αποκλεισμού και προτάσεις από τη σκοπιά κοινωνικό-πολιτισμικών και κοινωνικό-γνωστικών θεωριών. *Επιστήμες της Αγωγής*, Θεματικό τεύχος 2012 «Εκπαίδευση παιδιών Ρομά», 93-134. Ανακτήθηκε 10 Μαΐου 2018, από http://www.ediamme.edc.uoc.gr/index.php?id=135,0,0,1,0,0

Παρθένης, Χ. (2012). Η κατάσταση των Ρομά σε σχολεία της Ελλάδας και της Σουηδίας: Μια πρώτη συγκριτική διερεύνηση. *Επιστήμες της Αγωγής*, Θεματικό τεύχος 2012 «Εκπαίδευση παιδιών Ρομά», 55-70. Ανακτήθηκε 10 Μαΐου 2018, από http://www.ediamme.edc.uoc.gr/index.php?id=135,0,0,1,0,0

Πηγιάκη, Π. (2004). *Εθνογραφία: Η μελέτη της ανθρώπινης διάστασης στην κοινωνική και παιδαγωγική έρευνα*. Αθήνα: Γρηγόρη.

Piel, S., & Schuchart, C. (2014). Social origin and success in answering mathematical word problems: The role of everyday knowledge. *International Journal of Educational Research*, *66*, 22-34.

Rosa, M., & Clark Orey, D. (2011). Ethnomathematics: the cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *4*(2).

Rowlands, S., & Carson, R. (2002). Where would formal, academic mathematics stand in a curriculum informed by ethnomathematics? A critical review of ethnomathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *50*(1), 79-102.

Σαλβαράς, Γ. (2006). *Διδακτική μεθοδολογία αντιμετώπισης δυσκολιών μάθησης στα μαθηματικά Γ' και Δ' τάξεων δημοτικού*. Αθήνα: Ατραπός.

Schensul, S. L., Schensul, J. J., & LeCompte, M. D. (2012). *Initiating ethnographic research: A mixed methods approach*(Vol. 2). AltaMira Press.

Sepeng, P. (2013). Use of unrealistic contexts and meaning in word problem solving: a case of second language learners in Township schools. *International Journal of Research in Mathematics*, *1*(1), 8-14.

Σκούρτου, Ε. (2016). Εκπαίδευση των παιδιών Ρομά. Στο Σκούρτου, Ε., Κούρτη-Καζούλλη, Β., Σελλά-Μάζη, Ε., Χατζηδάκη, Α., Ανδρούσου, Α., Ρεβυθιάδου, Α., Τσοκαλίδου, Π. (Επιμ.), *Διγλωσσία & Διδασκαλία της Ελληνικής ως Δεύτερης Γλώσσας*. Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών. Διαθέσιμο στο: http://hdl.handle.net/11419/6349

Σταθοπούλου, Χ. (2011). Εθνομαθηματικά: Διερευνώντας την πολιτισμική διάσταση των Μαθηματικών και της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Αθήνα: διάδραση.

Stathopoulou, Charoula (2002). Use of Informal Cognition in Teaching Mathematics In Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics Crete. Online available: http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap505.pdf.

Τερζοπούλου, Μ., & Γεωργίου, Γ. (1996). *Οι τσιγγάνοι στην Ελλάδα: ιστορία – πολιτισμός*. Αθήνα: Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων. Γενική Γραμματεία Λαϊκής Επιμόρφωσης.

Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα*. Αθήνα: Gutenberg.

Τουμάσης, Μ. (2004). *Σύγχρονη διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.

Treffers, A. (2012). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction—The Wiskobas Project* (Vol. 3). Springer Science & Business Media.

Τριανταφυλλίδης, Τ. (2007). Γλωσσικές μειονότητες και μαθηματική εκπαίδευση. Στο Ν. Μήτση & Τ. Τριανταφυλλίδη (Επιμ.), *Ετερότητα στη σχολική τάξη και*

Διδασκαλία της Ελληνικής Γλώσσας και των Μαθηματικών: η περίπτωση των Τσιγγανοπαίδων (σελ. 109-124). Αθήνα: Επτάλοφος Α.Β.Ε.Ε.

Valero, P. (2017). Ένταξη και αποκλεισμός στην μαθηματική εκπαίδευση και «κατασκευή» του σύγχρονου πολίτη. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (10), 9-26.

Van de Walle, J. (2007). *Διδάσκοντας μαθηματικά για το δημοτικό και το γυμνάσιο: μια αναπτυξιακή διαδικασία*. (Β. Αράπογλου, Μτφρ.). Αθήνα: Επίκεντρο.

Χατζηνικολάου, Α. (2005). *Αλφαβητισμός παιδιών Ρομά μέσα από τη διδασκαλία των ανθρωπίνων δικαιωμάτων. Δυνατότητες και περιορισμοί*. Διδακτορική Διατριβή. Θεσσαλονίκη: ΠΤΔΕ, ΑΠΘ. Ανακτήθηκε 7 Μαΐου 2018, από http://hdl.handle.net/10442/hedi/18994

Zaslavsky, C. (1994). "Africa Counts" and ethnomathematics. *For the Learning of Mathematics*, *14*(2), 3-8.

Παράρτημα

<u>Συνέντευξη</u>

(Ε: ερευνήτρια, Ν., Γ., Κ.)

Ε: Γεια σας παιδιά.

Μ: Γεια σας (όλοι μαζί)

Ε: Λοιπόν θα μιλάμε ένας-ένας και μετά θα κάνουμε μία συζήτηση.

Μ: Εντάξει.

Ε: Ποιος θέλει να ξεκινήσει;

Μ: Ο Γ. (ομόφωνα τα άλλα δύο παιδιά).

Ε: Ο Γ. θέλει να ξεκινήσει.

(γέλια)

Ε: Λοιπόν Γ., θέλω να μου πεις τι είναι για σένα τα μαθηματικά;

Γ: Τα μαθηματικά πιστεύω ότι είναι κάτι σπουδαίο πράγμα... Μαθαίνεις μαθηματικά δεν είναι ένα απλό, μία απλή λέξη. Μαθαίνεις γνώσεις, τα πάντα μέσα από τα μαθηματικά…Αυτή η μία λέξη.... Δεν είναι μόνο μία λέξη, είναι ένας κόσμος να το πω. Αυτό πιστεύω ότι είναι.

Ε: Και ας πούμε όταν ακούσεις τη λέξη μαθηματικά τι σου έρχεται στο μυαλό;

Γ: Γράμματα αριθμοί και τέτοια (γέλιο).

Ε: Μάλιστα. Εσύ Ν.; Τι είναι για σένα τα μαθηματικά;

Ν: Τα μαθηματικά είναι το αγαπημένο μου μάθημα. Όταν ακούω τα μαθηματικά είναι το αγαπημένο μου και που ακούω μαθηματικά είναι τα γράμματά μου, οι αφαιρέσεις που κάνουμε και τα λοιπά.

Ε: Μάλιστα. Κ. έλα τελευταίος και καλύτερος...Τι είναι για σένα τα μαθηματικά και όταν ακούς μαθηματικά τι σου έρχεται στο μυαλό;

Κ: Να σου πω τώρα τα μαθηματικά δηλαδή σε βοηθάνε κιόλας...

Ε: Ναι.

Κ: Σε βοηθάνε δηλαδή.

Ε: Που μπορεί να σε βοηθάνε;

Κ: Δηλαδή όταν πας έξω και πουλάς δηλαδή, λέμε τώρα, και πουλάς μπορεί αν δεν ξέρεις αυτά τα μαθηματικά δεν μπορείς να τα λύσεις. Δηλαδή δεν μπορείς να δώσεις ρέστα στον άνθρωπο που χρειάζεται τα ρέστα (τα άλλα δύο παιδιά ακούγονται να συμφωνούν) και αυτό και μου αρέσει. Και κάτι άλλο που κάνουμε πράξεις, δηλαδή πρέπει να βρούμε τον αριθμό εκείνο... κάνουμε ασκήσεις (από πίσω ο Γιάννης ακούγεται να συμφωνεί).

Ε: Ωραία. Δεν μου λέτε, μαθηματικά χρησιμοποιείτε έξω από την τάξη ή μόνο όταν έρχεστε στο σχολείο χρησιμοποιείτε τα μαθηματικά;

Γ: Και στο σχολείο και έξω από το σχολείο.

Κ: Τα μαθηματικά γενικά τα χρησιμοποιούμε. Δηλαδή μας λέει ένας άνθρωπος, παππούς και δεν ξέρω τι (Γ: Ναι, πόσο κάνει αυτό μπαμ μπαμ τα βρίσκουμε) πόσο κάνει αυτό, πόσα θα δώσω ρέστα πίσω. Τους βοηθάμε και εμείς κυρία.

Ε: Ν. εσύ;

Ν: Ε τα μαθηματικά άμα δεν μπορείς να πας κάπου ή στο σούπερ μάρκετ και δεν μπορείς να βρεις την τιμή και δεν (μαθητής χτυπάει την πόρτα και διακόπτει για λίγο) και όταν πάμε στο σούπερ μάρκετ και κοιτάμε τις τιμές και δεν μπορούμε να συμπληρώσουμε με το μυαλό μας πόσο κάνει

Κ: Ναι μπορεί στο σούπερ μάρκετ να έχεις λέμε τώρα 10 ευρώ και αυτά που θέλεις να πάρεις κάνουν λίγο παραπάνω…

Ε: Και πρέπει να υπολογίσεις

Κ: Πρέπει να υπολογίσεις πόσα λεφτά θα πας και πόσα θα πληρώσεις.

Ε: Σωστό. Αλλά να ρωτήσω κάτι γιατί δεν κατάλαβα; Τα μαθηματικά είναι μόνο λεφτά; Δηλαδή μόνο να υπολογίζεις λεφτά; (τα παιδιά ακούγονται να φωνάζουν όχι)

Γ: Όπως είπα κιόλας, γνώση, τα πάντα.

Ε: Δεν τα έχετε χρησιμοποιήσει κάπου αλλού στη ζωή σας;

Ν: Και στο τεστ.

Γ: Τεστ, ε όχι μαθηματικά είναι και το ίδιο είναι... αλλά... Που το χρησιμοποιούμε, ας πούμε...

Ν: Στο κινητό…

Ε: Στο κινητό;

Γ: Ναι

Ν: Στο laptop.

Γ: Ναι, τέτοια ηλεκτρονικά τέλος πάντων… Εεε…

Ε: Οκ. Τώρα μπορεί ο καθένας από σας να μου περιγράψει μία κατάσταση εκτός σχολείου που έχει χρησιμοποιήσει μαθηματικά; Που έχει δει ότι χρησιμοποιεί μαθηματικά αλλά εκτός από το σχολείο. Μία κατάσταση…

Κ: Ναι όπως εγώ αλλά όχι τα μαθηματικά δεν είναι μόνο να τα ξέρεις δηλαδή πρέπει να ζυγίσεις.

Ε: Να ζυγίσεις; Μπράβο.

Κ: Ζυγίζεις, δηλαδή λέμε τώρα ένα καρπούζι όταν το βάζεις στη ζυγαριά ξέρεις δηλαδή είναι 7 κιλά 8 κιλά 10 κιλά και ξέρεις και πρέπει να ξέρεις πόσα χρήματα πρέπει να πάρεις από τα κιλά.

Ε: Σωστό. Πολύ ωραίο αυτό με τη ζυγαριά.

Γ: Εγώ μία φορά που πήγα σε ένα μαγαζί…

Ε: Ναι.

Γιάννης: όχι μία, πάω. (Κ: Σε μανάβη;) δίνει σε έναν, έναν άνθρωπο (Κ: Μίνι μάρκετ;) ρέστα και μπερδεύτηκαν εκεί τέλος πάντων. Του έδωσα λέει εικοσάρικο μου δίνεις πεντάευρο μπερδεύτηκε... και λέει για να δούμε την κάμερα ο ένας. Ε, βλέπει, του δίνει, ξαναμπερδεύτηκαν. Και που το βλέπουνε κιόλας και μετά βλέπω καλά του δίνει εικοσάρικο του δίνει 10 ευρώ ρέστα αλλά αυτός που έδωσε το εικοσάρικο πήρε ένα ευρώ ένα πράγμα και μετά του έδωσε ο άλλος δέκα ευρώ πέντε και τέσσερα ρέστα.

Ε: Του τα ‘δωσε λάθος.

Γ: Όχι πιο πολλά! (Ο Κωστας ακούγεται να προσπαθεί κι αυτός να εξηγήσει). 10άρικο, 5ευρώ και 3 ευρώ, 18. Και μετά βλέπω 18 του ‘δωσες λέω. Για να δούμε, ξαναλέει. Ξαναβλέπει, ααααα λέει.

Κ: Μπερδεύτηκε αυτός... Δηλαδή αν δεν ξέρεις μαθηματικά σαν να ‘σαι αγράμματος δηλαδή.

Ν: Όταν πας κάπου και πάρεις και τρία και τέσσερα πράγματα και μπορεί να σε κλέψει ο άλλος τα χρήματα πρέπει να μάθεις μαθηματικά.

Ε: Για να μη σε κλέβουν. Γιατί είναι πάρα πολύ εύκολο να σε κλέψει κάποιος άμα δεν ξέρεις μαθηματικά.

Γ: Πόσα σου έκλεψαν, τέτοια (τα άλλα δύο παιδιά συμφωνούν).

Ε: Μάλιστα. Ωραία. Τώρα πέρα από τα μαθηματικά θέλω να σας ρωτήσω, αν μπορείτε να μου πείτε, τι επάγγελμα κάνουν οι γονείς σας πού δουλεύουν.

Γ: Δεν έχουν δηλαδή, πώς να το πω... Ο δικός μου έχει, εε, λουλούδια, μαξιλάρια, οτιδήποτε.

Ε: Α, ένα μαγαζί που πουλάει διάφορα.

Γ: Όχι μαγαζί. Πάει στις λαϊκές…διάφορα.

Ε: Α, πάει στις λαϊκές;

Γ: ναι

Ε: Για πες, εσύ πρώτα (δείχνοντας τον Κ.).

Κ: Ε ο πατέρας μου δεν έχει μία σταθερή δουλειά, δηλαδή…κάνει του καιρού, δηλαδή τώρα τι είναι;

Γ: Καλοκαίρι;

Κ: Το καλοκαίρι αρχίζει τα καρπούζια, τις μπανάνες, πεπόνια βγάζει διάφορα φρούτα. Και μετά, δηλαδή βάζει μετά στο χειμώνα βάζει δηλαδή πατάτες και τέτοια...

Ε: Άρα είναι μανάβης.

Κ: Μανάβης ναι, είναι μανάβης.

Ε: Οκ. Νικολέτα εσένα;

Ν: Ο μπαμπάς μου με τον καιρό τα κάνει, με τους μήνες… τα πάντα κάνει. Ψάρια, λουλούδια, μαξιλάρια, καρέκλες όλα.

Κ: Τώρα θέλει ο πατέρας μου να αγοράσει, να νοικιάσει ένα, πώς το λένε, μαγαζί. Ή για μανάβικο ή για χάλια.

Ν: Γιατί στο χειμώνα δεν μπορεί να κάνει χάλια και το καλοκαίρι μανάβικο;

Κ: Ναι. Ε τώρα το θυμήθηκε αυτό.

Ε: Και η μαμά στο σπίτι;

Μ: (συγχρονισμένα σχεδόν) ναι

Γ: Ε στο σπίτι δουλειές.

Ν: Νοικοκυριά.

Ε: Πόσο χρονών είναι οι γονείς σας;

Γ: Η δικιά μου είναι 32.

Ε: Εσάς;

Ν: 33.

Κ: 39.

Ε: Μάλιστα. Και στις δουλειές ας πούμε που κάνουν οι πατεράδες σας, σας έχουνε πάρει ποτέ;

(ενθουσιασμένα μιλάνε μαζί)

Ε: Έλα Ν. πες το!

Ν: Εμένα κάθε Σάββατο και Κυριακή πάω με τον πατέρα μου για ψάρια.

Ν: Τι κάνετε δηλαδή;

Κ: Δεν άκουσα την ερώτηση μπορείτε να μου το πείτε;

Ε: Ναι, αν με τους γονείς σας, με τον μπαμπά σας που δουλεύει, αν σας παίρνει μαζί στη δουλειά και τι κάνετε εκεί. Αυτό. Σκεφτείτε το. Νικολέτα για συνέχισε. Τι κάνετε στα ψάρια;

Ν: Τα πουλάω. Εγώ είμαι το ταμείο και ο πατέρας μου βάζει τα ψάρια και κάθε Κυριακή και Σάββατο πάμε στις λαϊκές, στα πάνω εδώ, στα χωριά και κάνουμε.

Ε: Έχετε αμάξι και…

Ν: Ναι, ναι.

Ε: Φωνάζει και ψάρια και έτσι;

Ν: Ναι με το μικρόφωνο.

Ε: Και πηγαίνεις και είσαι ταμείο άρα παίρνεις χρήματα, ζυγίζεις και τέτοια…

Ν: Και τα δίνω τα ρέστα.

Γ: Και εγώ έχω τον μπαμπά μου. Πάω, δηλαδή μου λέει πήγαινε αυτό το λουλούδι, μαξιλάρι, οτιδήποτε μου λέει δως το στην κυρία, ε το δίνω, εξυπηρετάω, κάνω. Παίρνω εγώ τα ρέστα δίνω στον μπαμπά μου, μου δίνει. Τον εξυπηρετάω τον μπαμπά μου, τον βοηθάω. Και τις κυρίες τις εξυπηρετάω.

Ε: Εσύ Κώστα;

Κ: Εντάξει εγώ πιο πολύ μου αρέσει η δουλειά του πατέρα μου στα καρπούζια και στα πεπόνια. Μ’ αρέσει δηλαδή, εγώ είμαι πάνω στα καρπούζια γιατί θέλει δηλαδή, αυτό θέλει το καρπούζι και όταν δεν μπορεί εγώ ανέβω πάνω και τα παίρνω.

Ε: Εσύ δηλαδή μπορείς να σηκώσεις ένα καρπούζι;

Κ: Ναι! Μπορώ, μέχρι 12 κιλά έχω σηκώσει.

Ε: Α, μάλιστα…

Κ: Και όταν δηλαδή κάθεται σε ένα μέρος...κάθεται σε ένα μέρος

Ν: Για να πουλήσει.

Κ: Ναι για να πουλήσει

Ε: Ε. τώρα είσαι στην καρότσα, έτσι…

Κ: Στέκι, σε ένα στέκι. Ναι. Έτσι. Μετά, δηλαδή έρχεται… μία μέρα ήταν, με τον αδερφό μου ήμασταν.

Ε: Ο αδερφός σου πόσο χρονών είναι;

Κ: Ο αδερφός μου είναι 21 τώρα. Τον άφησε ο πατέρας μου σε ένα μέρος τον έβαλε καρπούζια και τέτοια πράγματα. Δεν τα πούλησε. Μετά εγώ έκλαιγα για να μείνω εγώ, για να μείνω εγώ έκλαιγα, έκλαιγα, έκλαιγα... Ο πατέρας μου λέει όχι εσύ, όχι εσύ, είσαι μικρός, έκλαιγα εγώ. Τέλος πάντων είπε, ας τον βάλουμε. Μας έβαλαν αλλά ο πατέρας μου δεν ήθελε να με αφήσει γιατί όταν έβαζε τον αδερφό μου τον άφηνε και έφευγε.

Ε: Και δεν ήθελε να αφήσει εσένα δηλαδή μόνο σου.

Κ: Ναι δεν ήθελε να με αφήσει μόνο μου.

Γ: Είσαι μικρός.

Κ: Γιατί ήμουνα μικρός.

Ε: Ε ναι.

Κ: Εγώ ήθελα πάντως να κάνω αυτό από μικρός. Μετά καθόμουν τώρα εγώ έρχεται μία κυρία και λέει βάλε μου ένα καρπούζι. Δεν ήξερα και τόσο καλά τα κιλά και έλεγα… Δεν ξέρω τα κιλά πώς θα πουλήσω; Θέλω ένα καρπούζι λέει. Δεν πουλάω καρπούζια λέω εγώ (γέλιο). Και γιατί τα έχεις; Γιατί ο θείος μου είχε μαγαζί εδώ κι εγώ ήμουνα εδώ λέω τώρα, είναι του θείου μου εκεί πήγαινε εκεί. Και μετά έρχεται ο πατέρας μου. Ήρθε μία κυρία λέω, με είδε όμως ο πατέρας μου. Ήρθε μία κυρία λέω και μου είπε θέλω ένα καρπούζι και εγώ δεν την έδινα καρπούζι. Δεν ήξερα τα κιλά στη ζυγαριά. Θα τα δώσεις, λέει, 12 ευρώ το ένα καρπούζι. Γιατί ήταν πολύ μεγάλα και βαριά καρπούζια. Εντάξει του λέω, πόσα το καρπούζι; 12 ευρώ. Εγώ ήμουνα μικρός και δεν μπορούσα να σηκώσω τόσα κιλά. Ποιο θέλεις; Αυτό, λέει. Ε σήκωσέ το και εγώ πάω να το σηκώσω στη σακούλα το ‘βαλα έπαιρνα τα χρήματα δηλαδή, έβαλε ο πατέρας μου καμία 10 καρπούζια εκεί 15, τα έδωσα. Δεν κατάλαβε τώρα ο πατέρας μου. Λέει, τι έκανες; Τα ‘δωσα πατέρα. Κοίτα λέει τα δωσε! Τα χρήματα λέει; Εδώ είναι λέω (γέλια).

Ε: Μικρός μικρός αλλά θαυματουργός !

(γέλια)

Ε: Μάλιστα. Τώρα ήθελα να σας ρωτήσω τι κάνετε μέσα στη μέρα. Γενικά… Έτσι να μου περιγράψετε μία μέρα. Νικολέτα εσύ έχεις ώρα να μιλήσεις.

Ν: Εγώ τη μέρα μου την περνάω στην τηλεόραση. Παίρνω κάτι να φάω και να πιώ και λοιπά (Γ: Μπροστά στην τηλεόραση) και κάθε απόγευμα έρχεται η Αντωνία και με παίρνει να κάνουμε μία βόλτα.

Γ: Η φίλη σου.

Ν: Ναι. Και παίζουμε.

Ε: Και τι παίζετε; Τι παιχνίδια παίζετε;

Ν: Όλα.

Κ: Ό,τι παιχνίδι έρχεται στο μυαλό.

Γ: Εγώ ξυπνάω, παίρνω λεφτά, πάω στο φρέσκο, εδώ στο τυροπιτάδικο, παίρνω τυρόπιτα, βγαίνω, μετά παίζουμε παιχνίδι με τους φίλους μου. Ξυπνάνε 9:00 10:00, παίζουμε, μετά το μεσημέρι παίζουμε μπάλα ξανά ποδόσφαιρο, μπάσκετ…

Κ: Εγώ για την ακρίβεια μου αρέσει το τρέξιμο. μου αρέσει να τρέχω. Παίρνω δηλαδή το κινητό μου βάζω ακουστικά και τρέχω. Δηλαδή κάνω διαδρομές με ποδήλατο, δηλαδή στη γειτονιά μου τρέχω πολύ. Από δω πού είναι το Jumbo;

Ε: Ναι ξέρω.

Κ: Και ξανάρχομαι. Και μετά μόλις έρχομαι κάνω μπάνιο. Και βγαίνω με τα παιδιά. Έχω εκεί… Σχετικά με τους φίλους μου δεν έχω δηλαδή πιο πολλούς φίλους, δηλαδή σαν τον Γιάννη τσιγγάνους και τέτοια. Μόνο με τα ξαδέρφια μου κάνω παρέα

Ε: Οικογενειακά δηλαδή.

Κ: Όχι από τσιγγάνοι μόνο τα ξαδέρφια μου. Είναι όλα κορίτσια. Και όταν έχω φίλους είναι σαν τους άλλους, σαν και σένα δηλαδή, μπαλαμοί. Έτσι. Δεν κάνω δηλαδή παιδιά που να είναι τσιγγάνοι γιατί οι τσιγγάνοι, δηλαδή εμείς, ξέρω ότι εκεί στο μαχαλά μας δεν υπάρχει πολύ καλά παιδιά. Δε μ’ αρέσουν τα παιδιά και πάω σε άλλα.

Ε: Μένετε κοντά;

Γ: Εγώ με τη Ν., εε, λίγο απόσταση. Από δω μέχρι ... στην εκκλησία (συμπληρώνει η Ν.)

Κ: Εγώ με το Γ. μένουμε πολύ μακριά.

Ε: Κάτσε στην εκκλησία κοντά ποιος μένει;

Γ: Όχι λέω την απόσταση που μένουμε εγώ με τη Νικολέτα.

Κ: Εγώ δεν κάνω πολλή παρέα με τέτοια αλλά με τον Γιάννη κάνουμε παρέα. Μου αρέσει ο Γιάννης.

Γ: Είμαστε καλοί φίλοι.

Ε: Μάλιστα και δεν μου λέτε, αν σας ρωτούσα τώρα μία πολύ κλασσική ερώτηση… Όταν μεγαλώσετε τι θέλετε να γίνετε... τι έχετε σκεφτεί γενικά;

Ν: Εγώ θέλω να γίνω κομμώτρια.

Κ: Και δεν θα γίνει γιατί λέει δεν θα πάει στο γυμνάσιο.

Ν: Δεν μ' αφήνει η μάνα μου.

Γ: Εγώ θα πάω 100%.

Κ: Εγώ για το γυμνάσιο που λέτε, αν δεν ήθελα να πάω ο πατέρας μου θα μαλώσουμε με τον πατέρα μου δηλαδή, γιατί ο πατέρας μου παίρνει κάθε μέρα τηλέφωνο και ρωτάει πηγαίνω σχολείο πηγαίνω σχολείο.

Ε: Άρα οι μπαμπάδες σας θέλουμε να έρχεστε.

Γιάννης και Κώστας ομόφωνα: Ναι ναι

Γ: Και γυμνάσιο, και λύκειο, πανεπιστήμιο, τα πάντα.

Κ: Ο πατέρας μου ξέρεις τι λέει; Μου λέει ο πατέρας μου, δεν πήγα μία φορά σχολείο δεν πήγα, πήγες σχολείο λέει; Δεν πήγα, λέω, γιατί εε τώρα δυο-τρεις βδομάδες πήγα, δύο βδομάδες πήγα, μία μέρα δεν μπορώ να ξεκουραστώ; Τι λες δεν πήγες σχολείο; (το λέει δυνατά προσποιούμενος τον πατέρα του)

(γέλια)

Κ: ... Εντάξει εντάξει θα πάω αύριο. Δηλαδή ο πατέρας μου δεν πάω σχολείο γιατί ο αδερφός μου δεν έχει πάει σχολείο αδερφός μου.

Γ: Η αδερφή μου πάει και ήτανε 14 χρονών.

Ε: Η αδελφή σου έχει πάει σχολείο και γυμνάσιο;

Γ: Και γυμνάσιο. Πρώτη γυμνασίου και δευτέρα. Μετά έμεινε, έμεινε και σταμάτησε.

<u>Σημειώσεις πεδίου</u>

14 φίλοι θα πάνε σινεμά με ταξί. Κάθε ταξί χωράει 4 άτομα. Πόσα ταξί θα καλέσουμε;

Ζητώ από τον Κ. (ο οποίος έχει ήδη λύσει το πρόβλημα) να εξηγήσει στον Γ. πώς σκέφτηκε το πρόβλημα. Ο μαθητής ξεκινά να μιλά στη ρομανί (αλλά ακούγονται και κάποια ελληνικά ανάμεσα, όπως ο αριθμός «δεκατέσσερα», «κυκλάκια», «για κάθε τέσσερα άτομα κύκλο (λέξη στη ρομανί)»…). *Μάλλον του λέει πώς να λύσει το πρόβλημα καθώς ο ίδιος το έκανε με σχήμα, αναπαριστώντας τα ταξί ως κύκλους με τέσσερα σημάδια (ανθρώπους).* Η Α., μία από τις μαθήτριες της ομάδας λέει με αυστηρό τρόπο «Ελληνικά μιλάτε για να καταλαβαίνει και η κυρία. Δεν καταλαβαίνετε ελληνικά;». Εγώ παρεμβαίνω παροτρύνοντας τα παιδιά να μιλήσουν σε όποια γλώσσα θέλουν τα ίδια προκειμένου να κατανοήσουν το πρόβλημα. Ο Κ. συνεχίζει μισά ρομανί μισά ελληνικά αλλά καθώς ο Γ. επαναλαμβάνει τις λέξεις στα ελληνικά ο μαθητής σταματά να του λέει αφού θεωρεί πως τον κοροϊδεύει. Ο Γ. προσπαθεί να δικαιολογηθεί λέγοντας πως δεν φταίει ο ίδιος και ότι πρέπει να μιλήσουν ελληνικά. Εγώ επιμένω να εξηγήσει στον Γ. το πώς σκέφτηκε το πρόβλημα και του τονίζω πως είναι ελεύθερος να επιλέξει τον τρόπο με τον οποίο προτιμά να το κάνει, αρκεί το παιδί να καταλάβει. Παράλληλα τον ενισχύω λέγοντας στον Γ. ότι ο συμμαθητής του το σκέφτηκε σωστά και το έλυσε πολύ γρήγορα. Τότε το παιδί μου απαντάει το εξής: «Αλλά κυρία δεν έκανε καμία πρόσθεση ή αφαίρεση, κάτι». Και συνεχίζει «Αυτό έκανε, ένα, δύο, τρία, τέσσερα άτομα κάνει μία κύκλο, ένα, δύο, τρία, τέσσερα…». Του απαντώ πως έκανε καλά και τον ρωτάω αν με τον τρόπο του βρήκε τελικά τη λύση. Ο μαθητής μου απαντά ότι κι εκείνος αυτό θα έκανε αλλά όχι με σχήμα, οπότε τον ενθαρρύνω να μου εξηγήσει τον δικό του τρόπο. Ξεκινάει λέγοντας πως θα έκανε 4 ταξί – διακόπτει ο Κ. ζητώντας φωτοτυπία με άλλα προβλήματα για να λύσει – και συνεχίζει λέγοντας πως θα καλούσε 4 ταξί. Στη συνέχεια λέει «Ε σιγά επειδή έκανε έναν κύκλο. Άμα δηλαδή εγώ έκανα ένα, δύο, τρία (σχεδιάζει γραμμούλες)…». Προσπαθώ να του εξηγήσω ότι δεν έχει σημασία πώς θα επιλέξει να σχηματίσει τα ταξί. *Ο τρόπος του τελικά είναι κι αυτός με σχήμα απλά ίσως θεώρησε πως το λύνει διαφορετικά επειδή δεν σχεδίασε κύκλους, όπως ο συμμαθητής του*. Βρίσκει τη λύση και προχωράμε στο επόμενο ερώτημα, εάν θα είναι όλα τα ταξί γεμάτα. Αφού απαντάνε και οι δύο σε αυτό συνεχίζω προσπαθώντας να τους εξηγήσω την πράξη της διαίρεσης συνδέοντας τη με το μοίρασμα των φίλων σε ταξί. Καθώς με τους δύο μαθητές είχαμε κάνει ορισμένες κάθετες διαιρέσεις αποπλαισιωμένες έπειτα από το δικό τους αίτημα να τους δείξω πώς γίνεται, κάνουμε το αντίστοιχο και εδώ. Τους εξηγώ ότι ο αριθμός στο πηλίκο δείχνει τον αριθμό των ταξί (3) που είναι γεμάτα και ο αριθμός στο υπόλοιπο (2) δείχνει πόσα άτομα θα περισσέψουν και ότι θα πάρουν άλλο ταξί. Αφού τελειώνει αυτή η διαδικασία, ζητώ από το Γιάννη να γράψει κι αυτός στο χαρτί το πρόβλημα. Ο Κ. βλέποντας τον συμμαθητή του να σχεδιάζει ταξί σβήνει το δικό το σχέδιο για να ζωγραφίσει ανθρώπους.

Ξόδεψα 5 ευρώ σε γλυκά, 2 ευρώ σε αυγά και 3 ευρώ σε ψωμί. Πόσα ευρώ ξόδεψα;

Στο πρόβλημα αυτό ο Γ. παραξενεύεται γιατί δεν λέει πόσα ευρώ είχαμε («Κυρία εδώ δεν μας λέει πόσα ευρώ είχαμε»). Επαναδιατυπώνω το πρόβλημα για να το κατανοήσει λέγοντας πως έδωσα, έφυγαν από την τσέπη 5 ευρώ σε γλυκά, 2 ευρώ σε αυγά και άλλα 3 ευρώ σε ψωμί και τον ρωτάω «όλα μαζί πόσα μου έφυγαν από την τσέπη;». Ο μαθητής δίνει αμέσως τη σωστή απάντηση (10) και τον ρωτάω πώς το βρήκε. Μου λέει «3 και 2, 5 και 5, 10» και στη συνέχεια παίρνει το χαρτί λέοντας «μη μου πείτε αυτό» και γράφει την πράξη της πρόσθεσης. Όταν τελειώνει φαίνεται να νευριάζει με τον εαυτό του, *ίσως επειδή κατάλαβε ότι πρόκειται για ένα εύκολο πρόβλημα*, λέγοντας «έλα κυρία, ήμαρτον».

Στη συνέχεια τα παιδιά προχωράνε σε επόμενο πρόβλημα. Ο Γ. αναφέρει ότι ο συμμαθητής του ενώ θέλει να κάνει πρόσθεση βάζει το σύμβολο της αφαίρεσης. Επαναλαμβάνω για μία ακόμη φορά ότι δεν με ενδιαφέρει η πράξη που θα κάνουν παρά να δω τον τρόπο με τον οποίο σκέφτονται. Τότε ο Γ. απαντά πώς αν είναι μόνος του σκέφτεται πάρα πολύ καλά ενώ αν είναι με παρέα δεν τα καταφέρνει γιατί ο συμμαθητής του δεν σκέφτεται, όπως λέει, καλά και τον μπερδεύει με αυτά που κάνει στο χαρτί. Ο Γ. συνεχίζει να «μονοπωλεί» την προσοχή μου ζητώντας μου να τον παρακολουθήσω που διαβάζει το επόμενο πρόβλημα φωναχτά. Εγώ του ζητώ να το διαβάσει μόνος του ξανά και ξανά μέχρι να το καταλάβει

Στο γάμο της Μαρίας θα έρθουν 95 άτομα. Σε κάθε τραπέζι χωράνε 6 άτομα. Πόσα τραπέζια θα πρέπει να υπάρχουν για να καθίσουν όλοι;

Εφόσον τους είπα το πρόβλημα τα περισσότερα παιδιά άρχισαν να λένε πώς δεν θα έρθουν μόνο 95 άτομα. Η Α. συγκεκριμένα λέει «Κυρία δεν είναι 95 τα άτομα. 150, 200… Βάλε και τα παιδιά. Τα παιδιά κάθονται σε διαφορετικά τραπέζια». Μη αλλάζοντας τα δεδομένα του προβλήματος τους ζητώ να σκεφτούν για τα 95 άτομα που περιμένουμε να έρθουν. Η Α. τότε συνεχίζει λέγοντας πως στο κέντρο που κάνουν τους γάμους υπάρχουν δύο είδη τραπεζιών, τα μεγάλα που χωράνε πολλά άτομα και τα στρογγυλά που χωράνε έξι». Κρατώντας αυτή την πληροφορία τονίζω στα παιδιά ότι θα καθίσουν στα στρογγυλά τραπέζια των 6 ατόμων. Τα παιδιά αρχίζουν να σκέφτονται και να μιλούν όλα μαζί. Μία μαθήτρια της Ε’ δημοτικού, η

Ζ., λέει με σιγουριά ότι θα χρειαστούμε 50 τραπέζια. Όταν την ρωτάω πώς το βρήκε μου απάντησε «με το μυαλό». Ξεκινά η εξής στιχομυθία:

Α: Αν υπάρχουν πιο πολλές καρέκλες μπορούν να χωρέσουν και πιο πολλά άτομα.

Μαθητής: Κυρία άμα είναι 110 άτομα, τα μικρά (διακόπτει το λόγο του κάποιος άλλος και αρχίζουν να συνομιλούν).

Αντωνία: Τώρα είμαστε 6 άτομα. Και ο άλλος έχει 5 παιδιά και τα φέρει όλα.

Ε: Ε τώρα δεν το ξέρω αυτό. Ξέρω σίγουρα πως θα έρθουν 95 άνθρωποι. Πρέπει να σκεφτούμε πόσα τραπέζια…

Ζ: 50 τραπέζια.

Ε: Πώς το βρήκες;

Ζ: Δεν ξέρω.

Ε: Το ένα στρογγυλό τραπέζι χωράει 6 άτομα. Και τα άτομα συνολικά, όλα μαζί είναι 95. Σε πόσα τραπέζια θα κάτσουν αν το ένα τραπέζι χωράει 6 άτομα;

Ζ: Σε 50.

Ε: Κόλλησες σε αυτό. Πώς το βρήκες;

Ζ: Με το νου μου.

Ν.: Αυτό είναι;

Άλλος μαθητής: 100 τραπέζια; 100;

(Παροτρύνω τους μαθητές αν τους βοηθάει να κάνουν κάποιο σχήμα)

Α: Το τραπέζι είναι έτσι, στρόγγυλο και θα έχει 6 καρέκλες.

Άλλο μαθητής: Εγώ λέω 30 τραπέζια.

(Το μάθημα διακόπτει ο υποδιευθυντής για να ρωτήσει δύο μαθητές για ένα συμβάν. Όταν συνεχίζουμε παίρνω ένα χαρτί όπου σχεδιάζω ένα στρογγυλό τραπέζι και εξηγώ ξανά το πρόβλημα)

Ε: (ενώ σχεδιάζω) Περιμένουμε 95 ανθρώπους στο γάμο (γράφω κάπου τον αριθμό και τον βάζω σε κύκλο). Σε κάθε τραπέζι θα κάτσει ένας, δύο…(σχεδιάζω γύρω από το τραπέζι ανθρώπους. Τα παιδιά μετρούν μαζί μου μέχρι το 6). Λοιπόν, σε κάθε τραπέζι θα κάτσουν 6 άτομα. Πόσα τέτοια τραπέζια (δείχνω το σχήμα) θα χρειαστούμε;

Ζ: 50.

Μαθητής 1: Ναι 50 εγώ λέω

Μαθητής 2: Κόλλησες! 50

Μαθητής 3: 40;

Νικολέτα: 30 λέω.

Ε: Έτσι στην τύχη τα λέτε;

Ν: Ναι!

Ένας μαθητής ξεκινά να μετρά 1, 2, 3, 4, 5, 6 …

Μαθήτρια: 50 κυρία.

(Ο μαθητής εξακολουθεί να μετρά)

Αντωνία: Εγώ λέω 50.

Ε: Τι μετράς εσύ; (δεν μου απαντά)

Ζ.: 50 τραπέζια.

Μαθητής: Κυρία, στο γάμο πολλά τραπέζια έχουμε.

Ζ.: Ε, 40 τραπέζια είναι αυτά.

Α.:Κυρία, όταν έχουμε τραπέζια, σε ένα κέντρο που το κάνουμε, δηλαδή τώρα το κάνουμε σε κέντρο, είναι 40 τραπέζια.

Ε: Εγώ λέω να μη λέμε αριθμούς στην τύχη και να κάτσουμε να σκεφτούμε.

(Η Ν. έχει ήδη ξεκινήσει να σκέφτεται τη λύση κάνοντας σχήμα. Επικροτώ την προσπάθειά της)

Ν: Τα τραπέζια έκανα.

Ε: Πόσα τραπέζια έκανες; (φάνηκε να έχει σχεδιάσει πολλά)

Ν: Θα τα σβήσω τα άλλα.

Οι υπόλοιποι μαθητές ακούγονται να λένε «40 κυρία», «50», «30» …

Ε: Εγώ μπορεί να λέω και 100 τραπέζια. Είναι σωστό;

Ζ: Όχι κυρία, θέλουμε 50.

Ε: Θέλω να μου πεις πώς το σκέφτηκες. Τα κορίτσια εδώ (δείχνοντας τη Τζούλια και τη Νικολέτα) κάθονται και το σκέφτονται δεν μου το λένε στην τύχη.

Μαθητής: Κυρία; Μήπως είναι 55;

Α: Αχ το κατάλαβα! Κάτσε να το κάνω κι εγώ (βλέποντας τα σχήματα των άλλων δύο κοριτσιών).

Ε: (σε μαθητή που φαίνεται να ολοκληρώνει το πρόβλημα) Μπορείς να μου εξηγήσεις πώς το έκανες;

Κ: Ένα τραπέζι κυρία, 6 άτομα. Τα μέτρησα κυρία και μου βγαίνουν 90 ακριβώς. 14 τραπέζια είναι.

Ε: 90; Ναι αλλά τα άτομα είναι 95.

Κ: Α, 95. Θέλουν... 15 τραπέζια.

Ε: 15 τραπέζια. Και όλα τα τραπέζια θα έχουν 6 άτομα;

Κ: Όχι, σε ένα θα λείπει ένας άνθρωπος.

Ε: Μέχρι εδώ είναι 90 δηλαδή αυτό που μέτρησες;

Κ.: Ναι. 90. Βάζω ένα τραπέζι ακόμα 96. Λείπει ένα άτομο, θα γίνει 95. 15 τραπέζια.

Άλλος μαθητής: Κυρία τα άτομα είναι 110, 120. Και τραπέζια 50.

(μετά από λίγο)

Ν.: Κυρία εμείς λέμε με τη Τζούλια 16.

(ένας άλλος μαθητής με πλησιάζει και τον ρωτάω πόσο βρήκε)

Μ: 74. 12 τραπέζια

Ε: 12 τραπέζια 74. Εμείς όμως έχουμε 95 άτομα.

Η Νικολέτα με τον πατέρα της πούλησαν στη λαϊκή 9 κιλά γαύρο, 7 κιλά σαρδέλες και 5,5 κιλά μπακαλιάρο. Τον γαύρο τον δίνουν 3 ευρώ το κιλό, τις σαρδέλες 4 ευρώ το κιλό και τον μπακαλιάρο 6 ευρώ το κιλό. Πόσα χρήματα έφεραν στο σπίτι;

Το πρόβλημα αυτό δόθηκε στον Γ.. Στην ομάδα των κοριτσιών (αρκετά ανήσυχα σήμερα) έδωσα δύο προβλήματα για να ασχολούνται όσο ήμουν στο θρανίο του Γ. Την ώρα αυτή ήρθε και ο Θ., ένας μαθητής της Δ’ δημοτικού ο οποίος έγραψε κι αυτός το πρόβλημα. Η Ν. ήταν στο τμήμα ένταξης οπότε ήρθε αφού τα παιδιά είχαν φτάσει στη λύση του προβλήματος.

Θ: Λοιπόν 7 + 3 = 10, 15 (μετρά χαμηλόφωνα 22, 23, 24) … 24 μισό.

Ε: 24,5 ; Τι έκανες για να το βρεις αυτό;

Θ: Τα μέτρησα.

Ε: Τα μέτρησες; Ναι αλλά σου λέει τον γαύρο τον δίνουν 3 ευρώ το κιλό. Το ένα κιλό γαύρου κάνει 3 ευρώ. Αυτοί πούλησαν 9 κιλά γαύρο.

Θ: Αααα…

Ε: Επίσης, τις σαρδέλες τις δίνουν 4 ευρώ το κιλό και αυτοί πούλησαν 7 κιλά σαρδέλες.

Γ: Και, και, και είναι (μάλλον εννοώντας την πράξη της πρόσθεσης).

Ε: Τι «και, και, και» ; Πώς θα το σκεφτείς;

Γ: 9 κιλά… 9 κιλά… Τι 9 κιλά; (αρχίζει να διαβάζει χαμηλόφωνα το πρόβλημα).

Ε Για ξαναδιαβάστε το μέχρι να το καταλάβετε καλά.

Γ: ...Με τον πατέρα της...τι λέει εκεί; 9 κιλά γαύρο λέει.

Θ: 9 κιλά γαύρο, 7 κιλά σαρδέλα, 5μιση κιλά μπακαλιάρο.

Ε: Όλα αυτά είναι τα κιλά του ψαριού που πούλησε. Συνολικά. Τον γαύρο λέει τον δίνουν 3 ευρώ το ένα (το τονίζω) κιλό. Αυτοί πούλησαν 9 κιλά γαύρο.

Θ: 3, 6, 9, 15, 18, 21, 24, 27...27. 27 είναι. 7 κιλά σαρδέλα. Πόσο τη δίνουν τη σαρδέλα; 5 ευρώ.

Ε: Τη σαρδέλα τη δίνουν 4 το κιλό.

Θ: Και είπαμε... πόσο είπαμε; Περίμενε λίγο να σκεφτώ.

Ε: Σκέψου λίγο μόνος σου και άμα θέλεις μπορείς να τα γράψεις από κάτω (στο χαρτί δεν είχε σημειώσει κάτι, τον προηγούμενο υπολογισμό τον έκανε προφορικά και έγραψε το αποτέλεσμα στο θρανίο)

[...]

Θ: 5 ευρώ τη σαρδέλα κυρία;

Ε: Τη σαρδέλα 4 ευρώ το κιλό.

Γ: 27 βγαίνει κυρία.

Θ: Εδώ λέει σαρδέλα...

Ε: Λέει πούλησαν 9 κιλά γαύρο...

Θ: Ναι, το έβγαλα. 27 έβγαλα.

Ε: Πώς το βρήκες το 27 ευρώ.

Γ: 3 ε... 9 φορές το 3.

Ε: Ωραία. Γιατί το ένα κιλό γαύρος κάνει 3 ευρώ. Και τα 9 πόσο κάνουν; 27. Ωραία. Πάμε να κάνουμε το ίδιο στις 7 κιλά σαρδέλες. Τι σαρδέλες τις πουλάει 4 ευρώ το κιλό.

Γ: Τις σαρδέλες 4 ευρώ το κιλό.

Θ: 4, 8, 8+8 = 16..

Γ: 7 φορές...

Θ: 32 βγάλε το 3... 29.

Ε: Εε.. Το κιλό κάνει 4 ευρώ και πούλησαν 7. Πώς θα το βρεις.

Θ: 29 ευρώ;

Ε: 29 ευρώ βγαίνει;

Θ: 8 κι 8 16, 16 και 16 βάλε 32. Βγάλε 3 απ'το 32...29.

(Ο Γ. ακούγεται να διαβάζει τα δεδομένα για τη σαρδέλα χαμηλόφωνα)

Ε: 7, 14, 21 (υπολογίζω χαμηλόφωνα)

Θ: Κοίτα. 16

Ε: 16; Που το βρήκε το 16;

Γ: Στις σαρδέλες κυρία δεν είμαστε;

Ε: (προς το Γ.) Είμαστε στις σαρδέλες. 7 κιλά σαρδέλες, 4 το κιλό. Αα, 4 φορές το 4 λες;

Θ: Ναι.

Ε: 16, ναι.

Γ: 4 φορές το 7 λέω εγώ.

Θ: 5 φορές το 16...

Ε: Γιατί κάνεις 5 φορές το 16;

Γ: Όχι! 7 φορές το 4.

Ε: 7 φορές το 4.

Γ: 7 φορές το 4. 4 και 4, 8. 8 κι 8, 16.

Θ: 16 και 16, 32. Βάζουμε ένα παραπάνω. Βγάλε 3 από τα 8...

Γ: 4 βγάζουμε, όχι 3.

Θ: 4... 28.

Ε: 7, 14, 21, 28. Μπράβο, σωστά.

Γ: 28.

Ε: Και μετά τι άλλο μένει;

Γ: 27...28.

Ε: Μέχρι στιγμής πόσα λεφτά έχουν μαζέψει από το γαύρο και τη σαρδέλα;

Θ: Μισό λεπτό. (έχει γράψει την πρόσθεση οριζόντια στο θρανίο του και υπολογίζει) 40...

Γ: 7 κι 7, 14. Και 1, 15...

Θ: 55.

Γ: 55.

Ε: 55 λες κι εσύ; 55 είναι; (υπολογίζω κι εγώ χαμηλόφωνα) 20 και 20, 40. 7 κι 7, 14...

Θ: 55 είναι.

Ε: 55 και πάμε τώρα στο επόμενο

(Έρχεται η Ν. Την προσκαλώ να κάτσει μαζί μας λέγοντάς της πως τα ξέρει αυτά.)

Θ: 6 κιλά.

Ε: 5μιση κιλά λέει μπακαλιάρο.

Γ: 5,5;

Ε: 5ιση κιλά μπακαλιάρο.

Θ: Το μπακαλιάρο πόσο έχει; 5μιση κιλά...

Ε: Πούλησαν 5μιση κιλά μπακαλιάρο, 6 ευρώ το κιλό. Για σκεφτείτε το λίγο. Αυτό ίσως χρειαστεί να το γράψετε.

Θ: 30 ευρώ κυρία;

Ε: Πώς το βρήκες; (η στιχομυθία διακόπτεται αφενός επειδή δίνω στη Νικολέτα να γράψε το πρόβλημα, αφετέρου έρχεται ένα κορίτσι από την άλλη ομάδα για να ρωτήσει για το πρόβλημα που της έδωσα)

Θ: 85 ευρώ κυρία;

(Πηγαίνω για λίγο στην ομάδα των κοριτσιών)

Θ: 85 ευρώ είναι κυρία. Και ό,τι στοίχημα θέλετε.

Γ: 5,5 κιλά μπακαλιάρο. 6 ευρώ το κιλό. 5,5 φορές το 6. 6 κι 6, 12. 12 και 12, 24...

(τα παιδιά συνομιλούν μεταξύ τους στη ρομανί)

Γ: Κυρία, 5,5 φορές το 6;

Θ: 6 ευρώ ή 4;

Γ: 33.

Θ: Ε, 85 κυρία, σύνολον.

(Ο Γιάννη με φωνάζει να πάω στην ομάδα τους)

Θ: 85 ευρώ τα έβγαλα.

Ε: Τι λες εσύ Γ.;

Γ: Ε με ποια πράξη; Υπάρχει δια, επί, συν, βγάζω, βάζω...

Θ: 4 ευρώ δεν κάνουν τα μπακαλιαράκια;

Ε: Τα μπακαλιαράκια κάνουν 6 το κιλό.

Γ: 5μιση φορές...εε, 6 φορές. 5 φορ...5μιση φορές το 6.

Ε: Πόσο κάνει 5μιση φορές το 6;

Γ: 33.

Ε: Εισαι σίγουρος;

Γ: Ναι!

Ε: Το έκανες και κάθετα;

Γ: Ναι. (δεν το έκανε κάθετα)

Ε: Περίμενε να το κάνω κι εγώ. Λοιπόν, να σε ρωτήσω... Αυτό που λέμε 5μιση φορές το 6 και 3 φορές το 4... Ποια πράξη είναι;

Γ: Και, και, και...

Ε: Όχι το "και". Το "και" είναι η πρόσθεση. Όταν λες "τόσες φορές αυτό..."

Γ: Το επί! (ενθουσιασμένος)

Ε: Αυτό! Για να δούμε τώρα... (Έχω γράψει τον πολλαπλασιασμό κάθεται και αρχίζω να το λύνω με τα παιδιά. Λέμε τον αλγόριθμο βήμα - βήμα. Το αποτέλεσμα βγαίνει 33). Μου το 'πατε και οι δύο 33;

Γ: Ναι!

Ε: Πώς το βρήκες εσύ το 33;

Γ: Εγώ το πήγα. Άφησα το μισή έξω. 5 φορές το 6, λέω, 30. Και λέω, μισή...μισό είναι από το 6, 3

Ε: Ναι...

Γ: Ε, και λέω 30 και 3, 33.

Ε: Μπράβο σου, τέλεια. Άρα όλα μαζί, πόσο κάνουν;

Θ: 88;

Γ: Όχι... εεε... 40, 50...

Ε: Περίμενε. Πόσο έκανε το πρώτο; 27 και 28...

Θ: 55.

Ε: Και 33;

Θ: 88!

Γ: Έτσι να το κάνουμε κυρία; (Μου δείχνει το χαρτί του όπου έχει βάλει κάθετα τους αριθμούς με το σύμβολο του πολλαπλασιασμού).

Ε: Θέλεις όλα (το τονίζω) μαζί να δεις πόσα είναι. Όλα μαζι.

Γ: 88.

Ε: Ε ωραία, αφού το βρήκες. Αλλά είναι το "και", το "συν", η πρόσθεση (του δείχνω με τα χέρια το σχήμα του σταυρού).

Θ: Κυρία θα μου βάλεις μαθηματικά;

(...)

(Επιστροφή στη Νικολέτα)

Ε: Λέει... 9 κιλά γαύρο. Πόσο τον πουλάει το κιλό;

Ν: 3.

Ε: 7 κιλά σαρδέλες. Πόσο τις πουλάει;

Ν: 4 κυρία.

Ε: Και 5μιση κιλά μπακαλιάρο. Πόσο τον πουλάει το κιλό;

Ν: 5μιση.

Ε: 5μιση κιλά πούλησε. Και το ένα κιλό κάνει 6.

(Τη στιχομυθία διακόπτει η Ζωή που επιστρέφει για να της εξηγήσω το πρόβλημα. Μετά από αυτό ο Θεοχάρης ζητά να κλίνει ουσιαστικά. Στο μεταξύ, ο Γιάννης βοηθά τη Νικολέτα εξηγώντας της μισά ελληνικά μισά ρομανί πώς σκέφτηκε)

Γ: 5 φορές το 6, 30. Ε, (ρομανί λέξη) ο μισός του 6 (ρομανί)...

Ν: 5 φορές το...;

Γ: 6. 30. 5, 6, 30. Το μισή από το 6, τα μισά... 3. Και 3, 33.

Ν: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20...

Γ: Κυρία...Βάλτε μου μια διαίρεση. Αλλιώς μας μαθαίνει ο κύριος Βασίλης.

Ε: Τι;

Γ: Ε μαθηματικά κάνουμε. Παρασκευή νομίζω και...κάτι κάνουμε τέλος πάντων με ημέρες, και μας τη δείχνει αλλιώς τη διαίρεση.

Ε: Αλλιώς; Πώς;

Γ: Με πολλούς αριθμούς. Που είναι αυτό, γραμμή κι έτσι (μου δείχνει στον αέρα το σχήμα της κάθετης διαίρεσης).

(Επιστροφή στη Ν. Έχει κάνει κάποιες γραμμές στο τετράδιό της τις οποίες αρχίζει να σβήνει. Της ζητώ να μην το κάνει και τη ρωτάω τι έκανε)

Ν: Έγραψα, 5 φορές το 5...

Ε: Ναι...

Ν: Και μου λέει ο Γ. 5 φορές το 6. Βγάζω το μισή. Βγάζουμε αυτό και βάζουμε το 5. 5 φορές το 6. Και μετά βάζουμε το μισή.

Ε: Ωραία. Βρήκες πόσο είναι;

Ν: Λοιπόν... (ενώ πάει να το υπολογίσει τη διακόπτω)

Ε: Οκ, πάμε στα πιο εύκολα. Πάμε στο γαύρο πρώτα. 9 κιλά που κάνει 3 το κιλό. Πόσα λεφτά έβγαλε από το γαύρο;

Ν: Και πώς το κάνουμε αυτό;

Ε: Πούλησε 9 κιλά γαύρο και το κιλό κάνει 3 ευρώ. Το ένα κιλό 3 ευρώ.

Ν: Αααα...

Ε: Κι αυτοί πούλησαν 9 κιλά.

Ν: Αααα...

Ε: Σκέψου ότι είσαι με τον πατέρα σου και πουλήσατε 9 κιλά γαύρο.

Ν: Και το κιλό κάνει 3 ευρώ.

Ε: Όταν γυρίσατε πόσα χρήματα έφερε ο μπαμπάς στο σπίτι; Για κάντο με όποιον τρόπο θες.

Ν: Αχ, πολύ δύσκολο είναι αυτό κυρία.

Ε: Δεν είναι δύσκολο. Έχεις πουλήσει 9 κιλά γαύρο.

Ν: Ναι...

Ε: Το 1 κιλό, το 1 από τα 9 κάνει 3 ευρώ.

Ν: Ναι.

Ε: Τα 9 πόσο κάνουν; Άμα το 1 κάνει 3.

Ν: Αααααα...

(Μετά από λίγο παρατηρώ ότι έχει γράψει 9 φορές το "3ευρώ". Ακούγεται να προσθέτει χαμηλόφωνα τα 3 ευρώ)

Ν: 30 κυρία.

Ε: (μετρώ πόσες φορές έχει γράψει το 3). Και σου βγαίνει 30;

Ν: Ναι.

Ε: 3 φορές το 9 ή 9 φορές το 3 κάνει 30; (Ξεκινάμε να προσθέτουμε μαζί. Εγώ της διαβάζω 3 και 3 και μου λέει το αποτέλεσμα κ.ο.κ.)

Ν: 27.

Ε: Πολύ ωραία. Από το γαύρο που πούλησε βγάζει 27 ευρώ.

Ν: Ναι.

Ε: Το ίδιο θα κάνουμε και με τις σαρδέλες.

N: Πόσες είναι οι σαρδέλες;

E: Πούλησε 7 κιλά. Πόσο τις πούλησε;

N: 4.

E: 4 το κιλό.

N: 7 φορές το 4;

E: Ναι! Γιατί το ένα κιλό κάνει 4 ευρώ. Πόσο κάνουν τα 7; Αυτό θέλουμε να μάθουμε.

N: Θα βάλω 7 φορές το 4.

E: Ναι.

N: 28 ευρώ.

E: Μπράβο, πολύ ωραία. Άρα από τις σαρδέλες έβγαλε 28 ευρώ. Από το γαύρο 27 ευρώ. Το κρατάμε στο νου μας μέχρι στιγμής πόσα έχει στην τσέπη του. Πάμε να βρούμε με τον ίδιο τρόπο και το μπακαλιάρο. Πούλησε 5μιση κιλά μπακαλιάρο που κάνει 6 ευρώ το 1.

N: θα βάλω 5 φορές το 5.

E: Το 5;

N: Το 6.

E Το ένα κιλό κάνει 6 ευρώ. Τα 5μιση κιλά; Πώς θα το σκεφτείς για να το λύσεις;

N: Μπορώ να βγάλω το 5μιση να βάλω το 5;

E: Μπορείς να το κάνεις κι έτσι.

N: 5 φορές το 6.

E: Πόσο κάνει;

N: 6 φορές το 5;

E: Ναι...

(Η Ν. ακούγεται να μετρά χαμηλόφωνα: 6 κι 6, 12. 13, 14, 15, 16, 17, 18. 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27...)

Ν: 30 κυρία.

Ε: 30 κάνουν τα 5 κιλά. Εδώ έχουμε 5μιση.

Ν: Ναι. Είναι πιο παραπ...πιο μεγάλο.

Ε: Έχουμε... τα 5μιση κιλά τι σημαίνει; 5 κιλά και μισό κιλό.

Ν: Ναι.

Ε: Το κιλό κάνει 6 ευρώ. Το μισό κιλό πόσο κάνει;

Ν: Το μισό κιλό είναι...

(Λείπω για λίγο στην ομάδα των κοριτσιών. Η Ν. ρωτά τον Γ.)

Ν: 5μιση κιλά. ### το 6 κιλά.

Γ: 3.

Ν: 3; Το μισή.

Γ: Ε, τρία. (Αρχίζει να μιλά στη ρομανί) Ντακαβά. 7 επί 8, 15. Και 3, 18. Γράφε ένα 8 ακατέ. 1 το κρατούμενο. 2 2, 4. Και 3, 9. Και 1...

Ν: 10

Γ: (λέξη στη ρομανί) 2 και 2

Ν: 4

Γ: Και 3, 7. Και 1...8. 88.

(Η Ν. αναφωνεί από χαρά. Επιστρέφω)

Ε: Πώς το βρήκες;

Ν: Με βοήθησε ο Γ..

Ε: Σε βοήθησε ο Γ.;

Ν: Λίγο, στο 33.

Ε: Δε μου λες. Ποιο είναι το μισό του 6;

Γ: Το 3! Της το 'λεγα. Ποιο είναι, ποιο είναι...

Ν: Το 3.

Ε: Εδώ είχαμε 5,5 κιλά. Τα 5 κιλά τα έκανες πολύ σωστά με το 6. Βρήκες 30. Αλλά μένει μισό κιλό. Αν το 1 κιλό κάνει 6, το μισό κάνει 3.

(Στη συνέχεια με καλεί ο Γ. να ελέγξω τη διαίρεση που έκανε)

Στο γάμο της Βασιλικής θα έρθουν 15 οικογένειες. Οι 5 από αυτές έχουν 4 παιδιά, οι 2 έχουν 3 παιδιά και οι υπόλοιπες 2 παιδιά. Στο γάμο θα έρθουν ακόμα 37 συγγενείς και φίλοι του γαμπρού και της νύφης.

Πόσα άτομα θα έρθουν συνολικά;

Πόσες καρέκλες θα χρειαστούμε;

Πόσα τραπέζια θέλουμε αν κάθε τραπέζι χωράει 12 άτομα;

Πριν από την παρουσίαση του προβλήματος ρώτησα τα παιδιά αν θυμούνται το πρόβλημα με το γάμο που είχαμε λύσει την προηγούμενη φορά. Τους τόνισα ότι το σημερινό μοιάζει με αυτό αλλά είναι λίγο πιο δύσκολο. Κατά τη διάρκεια της υπαγόρευσης, ο Κ. με ρώτησε αν πειράζει που συμβολίζει τα νούμερα με αριθμούς (και δεν τα γράφει με λέξη). Συχνά, μετέπειτα ρωτά "Μπορώ να το γράψω έτσι εγώ;". Το μήκος και τα δεδομένα του προβλήματος μπερδεύουν τα παιδιά, επαναλαμβάνουν το καθένα μέχρι που έχουν γράψει και αν είναι σωστά. Ειδικά η Ν. ξεκινά να ξαναγράψει το πρόβλημα από κάτω από αυτό που έγραφε καθώς μπέρδεψε τους αριθμούς. Της πρότεινα, αν δεν θέλει τόσα πολλά λόγια να γράψει τον αριθμό των οικογενειών και με βελάκι να δείξει τα παιδιά. Η ίδια έγραψε στο τετράδιο 5 -> 4 -> 2 και με ρώτησε αν το έκανε σωστά, οπότε της πήρα το τετράδιο για να της δείξω πώς να το γράψει. Έγραψα σχηματικά 5 οικ. -> 4 παιδιά, 2 οικ. -> 3 παιδιά...

Ε: Πρέπει να βρούμε πόσα άτομα θα έρθουν στο γάμο.

Κ: Πανεύκολο είναι.

Ε: Φαίνεται εύκολο αλλά έχει μια μικρή παγίδα.

Ζ: 100.

Ε: Θα έρθουν 15 οικογένειες. Οι οικογένειες τι είναι, μια μαμά κι ένας μπαμπάς, έτσι; Οι 5 από αυτές τις 15 οικογένειες έχουν 4 παιδιά.

Γ: Σε μας και μικροί έρχονται. Με την πιπίλα που είναι (γέλιο).

Ε: Οι 5 έχουν 4 παιδιά, οι 2 από τις 15 έχουν 3 και οι υπόλοιπες, αυτές που περισσεύουν 2.

Α: Τα βάλουμε όλα μαζί;

Ν: Και να τα προσθέσουμε;

Ε: Όλους αυτούς τους αριθμούς; Όχι, γιατί σου λέει ότι οι 5 από τις 15 οικογένειες, η κάθε μια έχει 4 παιδιά

Ν: Παίρνουμε το 5 και είναι ... οι 5 οικογένειες έχουν...πόσα παιδιά;

Ε: Οι 5 οικογένειες έχουν από 4 παιδιά.

Γ: Οι 5...Δεν καταλαβαίνω. Οι 5 από αυτές έχουν 4 παιδιά.

Κ: Θα βάλουμε και τα παιδιά μέσα.

Ε: Ναι. Πρέπει να υπολογίσουμε και πόσα θα είναι τα παιδιά. Συνολικά πόσα θα είναι σε κάθε οικογένεια

Κ: Εγώ το κατάλαβα.

Γ: Ε πώς θα το κάνουμε όμως;!

Κ: Κάτσε, κάτσε λίγο...

Γ: Πολλαπλασιασμός είναι (τον κοιτάω και του κάνω ενα καταφατικό βλέμμα)

Ν: Οι 5 οικογένειες έχουν 4 παιδιά.

Ε: Οι 5 έχουν από 4 παιδιά, ναι.

Ν: Είναι σωστό αυτό που κάνω;

Ε: Τι μου ‘χεις κάνει; Εξήγησέ μου.

Ν: Έγραψα 5 οικογένειες και μέσα είναι τα παιδιά.

Ε: Σωστά, ναι. Και βρες μου πόσα είναι.

Ν: Πόσα είναι τώρα εδώ;

Ε: Ναι.

Γ: Από 4;

Ε Οι 5 οικογένειες έχουν 4 παιδιά. Η κάθε οικογένεια έχει από 4 παιδιά.

Α: Ε πολύ πανεύκολο! (Στην Αντωνία έχουν δοθεί άλλες ασκήσεις όμως "πετάγεται" και στο πρόβλημα αυτό)

Γ: 4 4, 8. 8 κι 8, 16. 16...ε 16 και 4, 20. 20!

Ε: Βρήκες τα παιδιά;

Γ: Ναι, 20 είναι.

Ε: 20. Κι έχουμε και τους γονείς.

Ν: Πόσοι είναι οι γονείς;

Ε: Πόσοι είναι οι γονείς; Σε κάθε οικογένεια.

Ν: 2... είναι 5 οικογένειες.

Ε: 5 οικογένειες με 2 γονείς η κάθε μία.

Γ: Όχι 5... 15 οικογένειες είναι.

Ε: Είμαστε τώρα στις 5 οικογένειες.

Γ: Ναι.

Ε: Βρήκες τα παιδιά από τις 5 οικογένειες. Τους γονείς όμως;

Ν: 10.

Ε: Συνολικά από τις 5 οικογένειες. Μπράβο σου, πώς το βρήκες;

Ν: 20 τα παιδιά και 10 οι γονείς. Από 5 οικογένειες;

Γ: Πού; Πώς; ... 2, 4, 6, 8...10 είναι.

Ε: Ναι.

Γ: Ναι. Μία η μαμά, μια ο πατ...ναι 10 είναι. Γράφουμε και το 10.

Κ: Οι 2 έχουν 3 παιδιά.

Ε: Οι 2 από τις 15 οικογένειες έχουν από 3 παιδιά. Πώς θα το κάνεις αυτό;

Α: 61 είναι.

Ε: Τι είναι 61;

Α: Τα παιδιά.

Γ: 4. Έχουν από 2 παιδιά. 2 οι 2, 4.

Ε: Οι 2 οικογένειες έχουν από 3 παιδιά.

Γ: Από 3; ...6.

Ε: Τα παιδιά είναι 6. Μπράβο.

Γ: Το γράφουμε;

Ε: Ναι γράψτο.

Γ: Ναι, 4 θα είναι. 2 και 2 (μάλλον για τους γονείς). Που θα το γράψουμε το 4; Από κάτω από το 6.

Αφού βεβαιώθηκα ότι βρίσκονται και οι υπόλοιποι στο ίδιο σημείο, προχωράμε.

Ε: Οι υπόλοιπες 2 παιδιά.

Ν: Οι υπόλοιπες...

Ε: Από τις 15. Εσύ έχεις βρει για τις 5, έχεις βρει για τις 2 και σου μένουν οι υπόλοιπες.

Ν: Και πώς θα γίνει αυτό όμως;

Ε: Πώς θα το κάνουμε αυτό για σκεφτείτε λίγο.

Ν: Απ' τις 15

Ε: Απ' τις 15 έχεις βγάλει όμως κάποιες γιατί έχεις υπολογίσει για κάποιες.

Ν: Πόσα μείνανε.

Ζ: Πόσα μείνανε. Εε, βγάλαμε...

(Έχω σταθεί δίπλα στην Α. να τη βοηθήσω)

Γ: Κυρία τρελάθηκα. Τι είναι αυτό;. (ακούγεται να διαβάζει χαμηλόφωνα το πρόβλημα από την αρχή)

Ν: 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7...15 βγάζω...

Ζ: 7... (τα κορίτσια φαίνονται να δυσκολεύονται)

Ν: Α ρε Γιάννη. 15 βγάζω 7;

Γ: 6 κι 6, 12. Όχι. 15 βγάζω 7; 7 κι 7, 14.

Ζ και Ν: 3.

Ε: 15 βγάζω 7 μας κάνει 3;

Γ: Όχι. 13. Όχι, όχι, όχι...15...9.

Ε: 15 βγάζω 5;

Ν: 10.

Ε: Και βγάζω άλλα 2;

Ζ: 12.

Ε: Βγάζω 2 από το 10.

Γ: 5!

Ε: Βγάζω 2 από το 10 μας κάνει 5;

Γ: 8!

Ν: 8 οικογένειες με πόσα; 5 παιδιά;

Ζ: Όχι με 2.

Γ: Εγώ κυρία τρελάθηκα εδώ. Εγώ θα μείνω τελευταίος, Σίγουρα...

Ζ: Κυρία 16:

Κ: 18.

Ζ: Για τα παιδιά. Ε 16 είναι. Οι γονείς...το ίδιο είναι. Και οι γονείς 16 είναι.

Κ: Όλα τα παιδιά θέλουμε να δούμε πόσα θα είναι;

Ε: Όλα τα άτομα. Και τους γονείς. Οι γονείς πόσοι είναι; Τα παιδιά είναι 2 σε κάθε οικογένεια.

Στη συνέχεια πηγαίνω στο Γ. Παίρνω τα δεδομένα του προβλήματος βήμα - βήμα και ρωτώ τι βρήκαμε για τις 5 οικογένειες και τι για τις 2. Τον ρωτάω έπειτα για τις υπόλοιπες. Αφού κατανοεί ότι οι υπόλοιπες είναι 8 τον προτρέπω να εργαστεί με τον ίδιο τρόπο.

Ζ: Κυρία, κυρία! 72.

Ν: Το βρήκα, 72!

Ε: Δε μου λέτε. Υπολογίσατε όλα τα άτομα; Βάλατε και τους συγγενείς και τους φίλους; Θα έρθουν ακόμα 37 συγγενείς και φίλοι.

Ν: Ωωωωωπα...

Ζ: Είναι από δύο άτομα ε κυρία;

Ν: Από 2 άτομα;

Ζ: Ναι!

Επιστρέφω στο Γ. ο οποίος σημειώνει το υπόλοιπο των οικογενειών (8) κάτω από τον τελευταίο υπολογισμό του για τα παιδιά και τους γονείς των οικογενειών. Τον προτρέπω να το σβήσει γιατί θα τον μπερδέψει αργότερα. Έτσι ρωτάει:

Γ: Γιατί;

Ε: Τι θες να κάνεις τώρα; Θες να τα βρεις όλα μαζί. Τι θα κάνεις;

Γ: Πε...πολλαπλασιασμό.

Ε Όχι... Ποιο είναι αυτό που βάζεις κι άλλο;

Γ: Εε, το συν.

Ε: Ναι. Οπότε αυτό το 8 θα σε εμποδίσει εδώ, Γιατί δεν το έχουμε πουθενά. Το έχεις σημειώσει απλά για να θυμάσαι πόσες είναι οι υπόλοιπες οικογένειες με τα 2 παιδιά. Θα το προσθέσεις κι αυτό άθελα σου αν δεν το σβήσεις.

Πάω στον Κώστα

Κ: Έκανα τα παιδιά με τα 3 και βγήκαν 15 παιδιά.

Ε: Γιατί βγήκαν 15;

Κ: Έτσι τα βρήκα. Να: 3 και 3, 9.... 15

(Αποδεικνύεται ότι έχει γράψει διαφορετικά δεδομένα, δηλαδή οι 5 οικογένειες έχουν 3 παιδιά. Τον αφήνω να συνεχίσει με τα δεδομένα αυτά όταν τον βλέπω να πάει να σβήσει το πρόβλημα)

Γ: Κυρία, 82 μου βγήκε.

Ε: Κορίτσια, πόσο σας βγήκε η πρόσθεση;

(Η Ν. ακούγεται να μετρά 41, 42, 43 ...)

Γ: Κυρία 72. Τελείωσα

Ζ: 147.

Ε: 147 είναι τα άτομα;

Γ: Εγώ δεν έκανα τους φίλους.

Ν: 132 είναι!

Ζ: 147.

Ε: Οι 5 οικογένειες έχουν από 3 παιδιά. Πόσα είναι τα παιδιά στις οικογένειες;

Κ: 5... 15!

Ε 15. Έχουμε 15 παιδιά στις 5 οικογένειες μαζί. Και οι γονείς πόσοι είναι;

Κ: 5

Ε: Γιατί είναι 5; Αφού οι γονείς είναι 2.

Κ: Αααα...

Ε: Σε μια οικογένεια είναι 2 οι γονείς. Η μαμά και ο μπαμπάς.

Κ: Αααα...εγώ ξέρεις, εγώ έκαναν έναν. Δηλαδή, σύζυγος. Ένα αντρόγυνο. Άρα 10 γονείς.

Ε: 10 γονείς και 15 παιδιά. Γράψτο από κάτω.

Κ: 25.

Προς τους υπόλοιπους.

Ε: Βρήκατε πόσοι είναι;

Ζ: Είναι και οι συγγενείς, και με τα παιδιά που είναι, 147.

Ε: Πώς βρήκατε 147;

Ζ: Μέτρησα και αυτούς και αυτούς. Αυτοί είναι 72. Και οι άλλοι είναι 74.

Ε: Το 74 τι είναι;

Ζ: 74 είναι οι 37.

Ε: Αφού σου λέει ότι θα έρθουν απλά ακόμα 37 άτομα.

Ζ: Από 1;

Ε: Ένα είναι. Ναι! (Η Νικολέτα μουτζώνει τη Ζωή και σβήνει κι αυτή τον αριθμό)

Γ: 109 !

Προς τον Κ.

Ε: Ωραία. Βρήκαμε τις 5 οικογένειες. Και λέει ότι οι υπόλοιπες έχουν από 2 παιδιά. Από τις 15 έχεις υπολογίσει τις 5 εσύ. Πόσες σου μένουν να υπολογίσεις; Πόσες είναι οι υπόλοιπες;

Κ: Υπόλοιπες 2.

Ε: Οι υπόλοιπες έχουν 2 παιδιά εννοεί. Πόσες είναι οι υπόλοιπες από τις 15; Έχουμε υπολογίσει τις 5.

Κ: (μετρά χαμηλόφωνα) 20.

Ε: Έχουμε 15 οικογένειες. Υπολογίσαμε τις 5. Βρήκαμε πόσα παιδιά έχουν. Οι υπόλοιπες όμως δεν έχουν 3 παιδιά. Έχουν 2. Πρέπει να βρούμε πόσες είναι οι υπόλοιπες.

Κ: Οι υπόλοιπες πόσο είναι; Οι υπόλοιπες είναι 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 10!

Ε: 10. Μπράβο σου! Ωραία, οι 10 οικογένειες έχουν από 2 παιδιά.

Κ: 1 κι 1 20 παιδιά.

Ε: Ωραία. Και οι γονείς πόσοι είναι;

Κ: Εεε...από 2 ο ένας; 20!

Ε: Μπράβο. 20 παιδιά και 20 γονείς.

(Ελέγχω τα κορίτσια. Έχουν βρει και αυτά και ο Γ. το σωστό αποτέλεσμα. Μετά από λίγο ακούγεται και η απάντηση του Κ., που έχει βρει διαφορετικό αποτέλεσμα λόγω του λάθους που έκανε στην αντιγραφή).

Ε: Λοιπόν, δεν μου λέτε. Πόσες καρέκλες θα χρειαστούμε για το γάμο;

Ζ: 109.

Ε: Πώς το βρήκες;

Ζ: Ε πώς το βρήκα; Αφού είναι 109 άτομα;

Ε: Κώστα πόσες καρέκλες θα χρειαστούμε;

Κ: 102.

Ε: Γ. πόσες καρέκλες θα χρειαστούμε;

Γ: 109.

Ε: Ωραία... Πόσα τραπέζια θα χρειαστούμε...

Ζ: 109...ε όχι 109

Ε: 50 (της λέω αστειευόμενη)... Πόσα τραπέζια θα χρειαστούμε αν στο ένα τραπέζι κάθονται 12 άτομα.

Ζ: 100 (με κοιτά πονηρά και γελάμε)

Ε: Έλα, πόσα τραπέζια θα χρειαστούμε αν σε ένα χωράνε 12 άτομα.

Γ: Σε ένα; 109...είναι τα άτομα όμως.

(επαναλαμβάνω την ερώτηση για τον Κ.)

Ζ: Και πώς θα το κάνουμε αυτό;

Ε: Ε δεν θα σου πω εγώ; Αμέσως εγώ θα σου πω;

Γ: Πανεύκολο είναι!

Ζ: Τι πανεύκολο είναι ρε;

Γ: Πανεύκολο είναι. Θα μετρήσεις 12, 12, 12, 12...

Μετά από λίγο:

Γ: Τραπέζι κάνω τώρα εγώ, κυρία.

Κ: Εγώ κυρία μήπως χρειαστώ 85;

Ε: Πώς το βρήκες;

Κ: Έτσι το υπολόγισα με το μυαλό μου.

Ε: Στο ένα τραπέζι θα κάτσουν 12 άτομα. Εσύ βρήκες 102 άτομα...

(Η απάντηση του Κ. βγάζει κάποιο νόημα αν υπολογίσουμε 102: 12 = 8,5)

Κ: 48 κυρία;

Ε: Όχι, πολλά είναι πάλι.

(Πάω δίπλα στη Ν.)

Γ: Έλα ρε παιδιά! Κυρία...για έναν! Για έναν, για έναν τέτοιον...για ένα παιδάκι;

Κ: 10 κυρία;

Γ: 9 κυρία θέλουν. 9!

(Πάω δίπλα στο Γ. ώστε να μου εξηγήσει πώς το βρήκε)

Γ: Κοιτάξτε! Χρειάζονται 9 τραπέζια για να καθίσουν 108 άτομα. Και περισσεύει ένα άτομο.

Ε: Σωστά, έχεις 109 άτομα. Και τι θα κάνουμε γι' αυτό το άτομο;

Γ: Θα την πάρει η μαμά της επάνω αγκαλιά.

Ε: Ωραία! Το λύσαμε το πρόβλημα.

(Στον Κ.)

Ε: Πώς το σκέφτεσαι για πες μου. Εσύ έχεις 102 άτομα, έτσι; Σε κάθε τραπέζι χωράνε 12. Μου ‘χεις σχεδιάσει ένα τραπεζάκι. Πολύ ωραία. 12 άτομα θα κάτσουν εδώ (του δείχνω το σχέδιο). Μετά τι λες;

Κ: Εγώ ξέρεις τι θέλω; Θέλω να φτάσω στο αριθμός αυτό.

Ε: Μπράβο, ναι. Έχεις να φτάσεις εδώ. Και στο κάθε τραπέζι χωράνε 12. Μήπως θα κάνω....(μετά από λίγο) Όχι δεν πάει...

(Στα κορίτσια: Η Ν. παλεύει με τη λύση ενώ η Ζ. λέει πως είναι 9 τα τραπέζια. Όταν τη ρωτάω πώς το βρήκε δεν μου εξηγεί και ο Γ. λέει πως το άκουσε από κείνον όταν το φώναξε πριν. Ζητώ από τη Ν. να βοηθήσει τη Ζ.)

Κ: Δεν θα κάτσουν σε κάθε τραπέζι 12 κυρία.

Ε: Γιατί;

Κ: Γιατί τα παιδιά θα τα πάρουνε στην αγκαλιά.

(Συνεχίζω δίπλα στη Ν. και υπολογίζουμε ανά δώδεκα άτομα τα τραπέζια με σκοπό να φτάσουμε στα 109.)

Κ: 7 κυρία. 7! (Ο Γ. πλησιάζει να δει τη λύση του και του επισημαίνω πως έχει διαφορετικό αριθμό από εκείνον)

Γ: 102 βρήκες;

Κ: Ναι

(Αρχίζουν να μιλούν στη ρομανί. Διακρίνω κάποιες λέξεις και φράσεις γράφει τραπέζια 12, 12, 12, 12...", οι αριθμοί αναφέρονται στα ελληνικά)

Ε: Το έκανες το πρόβλημα;

Κ: Ναι. 7.

Ε: 7; Γιατί;

Κ: 7 ή 8.

Ε: Για να δούμε πώς το 'κανες; Για εξήγησέ μου.

Κ: Τώρα δεν θυμάμαι.

Ε: Μήπως στο είπε ο Γ.;

Κ: Όχι! ... Εγώ ξέρεις τι ήθελα να κάνω; Ξέρεις γιατί είπα 7; Άρα για να'ναι λέω του Γιάννη 9, εμένα θα είναι ή 7 ή 8. Γι' αυτό.

Ε: Αααα, μάλιστα. Λοιπόν, έλα όμως να το υπολογίσουμε μαζί (ξεκινάμε να μετράμε ανά δώδεκα ώστε να φτάσουμε στο 102).

(μετά από λίγο που υπολογίζουμε)

Κ: Εγώ ξέρεις τι έκανα πριν;

Ε: Τι έκανες;

Κ: Υπολόγιζα έτσι (μου δείχνει μια κάθετη σειρά από τον αριθμό 12) : 2, 4, 6, 8 μέχρι κάτω και μετά έλεγα 1...

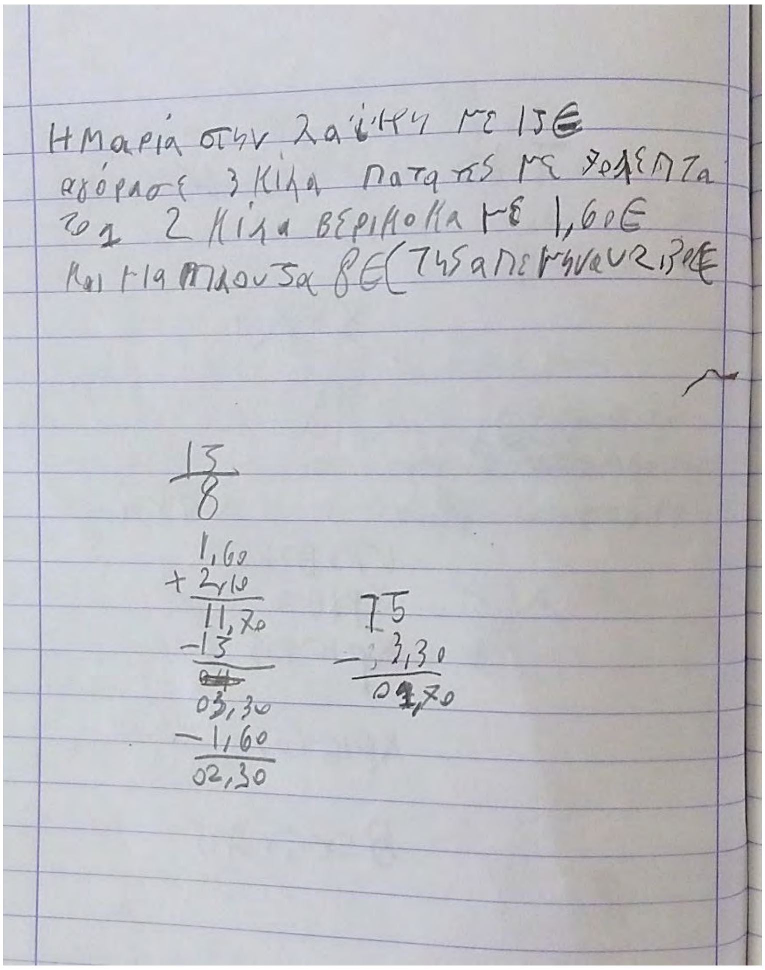
Ε: Ωραία, κάντο όπως σε βολεύει.

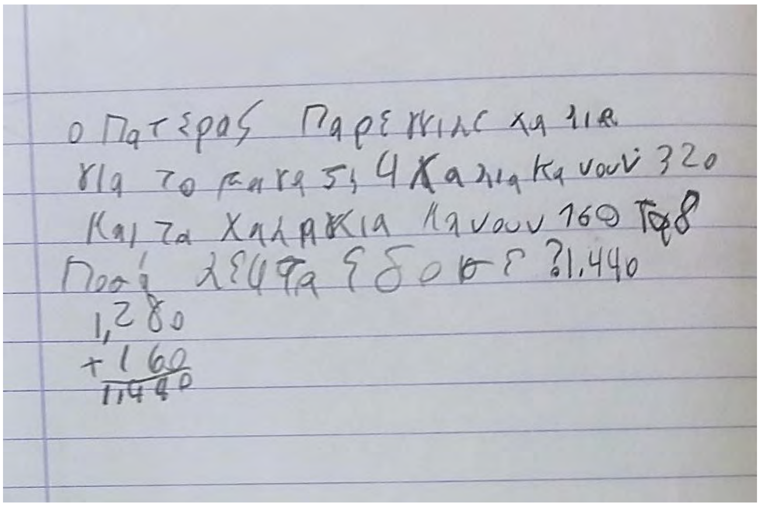
Κ: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26 (έχει τελειώσει με το 2), 27, 28

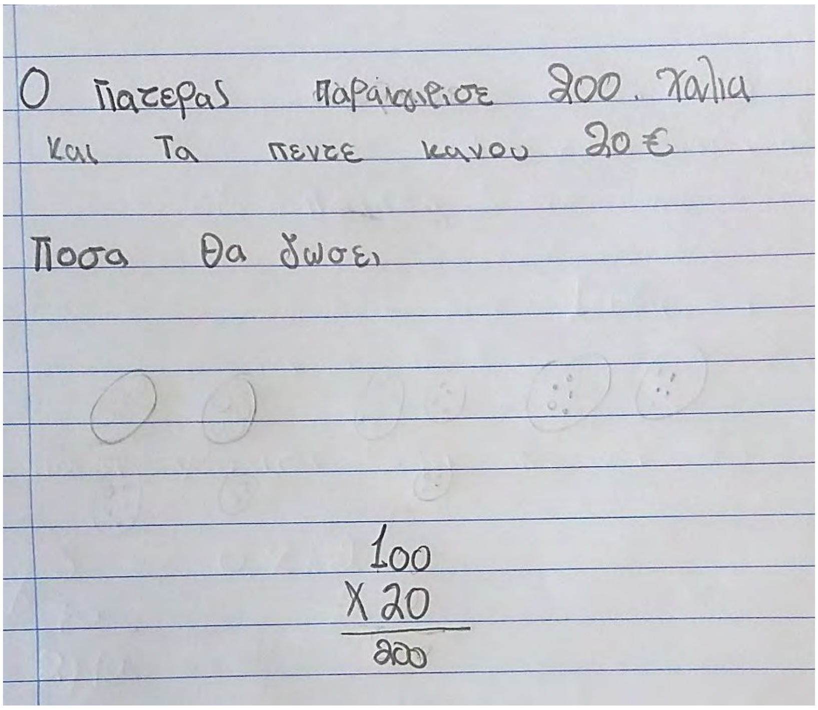
Ε: Γιατί όμως μου προσθέτεις 1 εδώ; Αφού είναι 10.

Κ: Ναι, ναι, ναι...Τώρα. Δεν θέλω βοήθεια. Τώρα το κατάλαβα.

<u>Ενδεικτικό φωτογραφικό υλικό</u>




ο Πατερας παρε ?ιλς χαλια
για το ?ακια 5ι 4 χαλια κανουν 320
και τα χαλακια κανουν 160 τα 8
Ποσα λεφτα εδοσε ? 1.440
1,280
+ 160
1140


Ο Πατερας παραγγειλε 200. χαλια
και Τα πεντε κανου 20 €

Ποσα θα δωσει

100
X 20
200

Η Μαρια πηγαι στην λαηκη με 15 € ευρω αγορασαι 3 κιλα πατατες με 70 λεπτα το ενα κιλο, 2 κιλα βερικοκα με 1,60 € ευρω και μια μπλουζα με 8 € ευρω

Ποσα χριματα χαλασαι η Μαρια; Η Μαρια χαλασαι 13,30 και της εμιναν 1,70

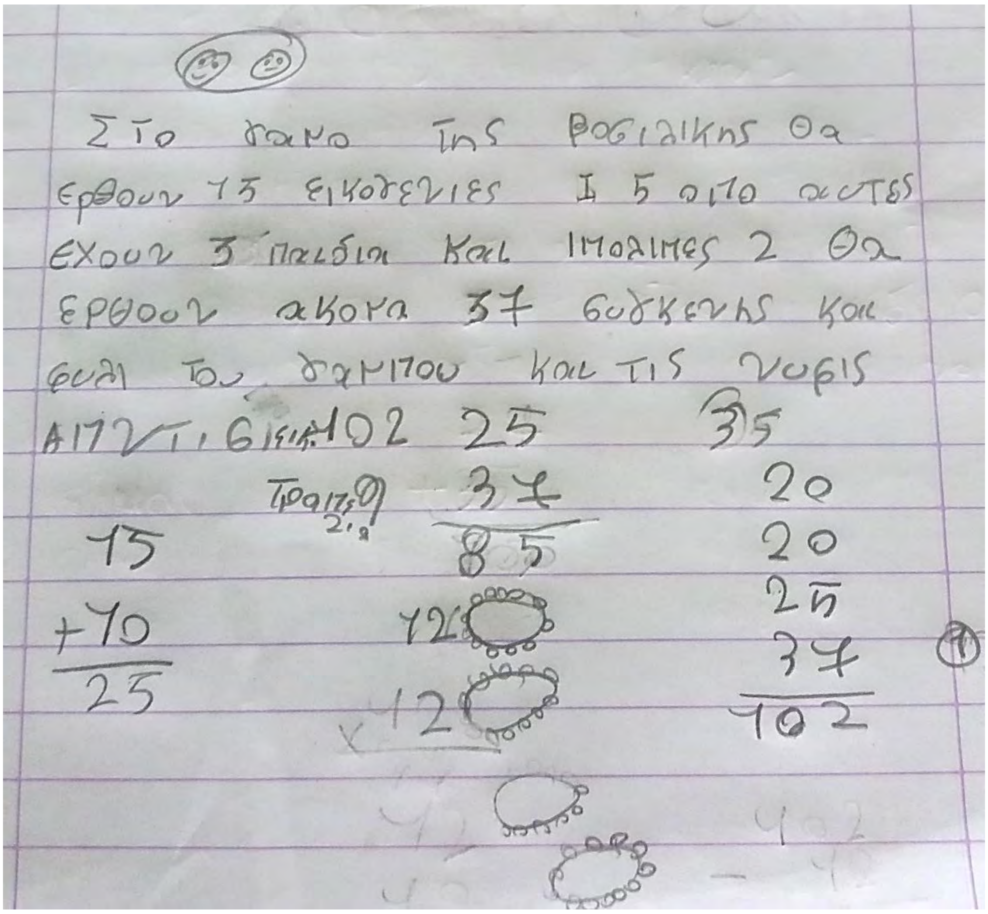
3	2
x 70	x 1,60
2,10	3,20

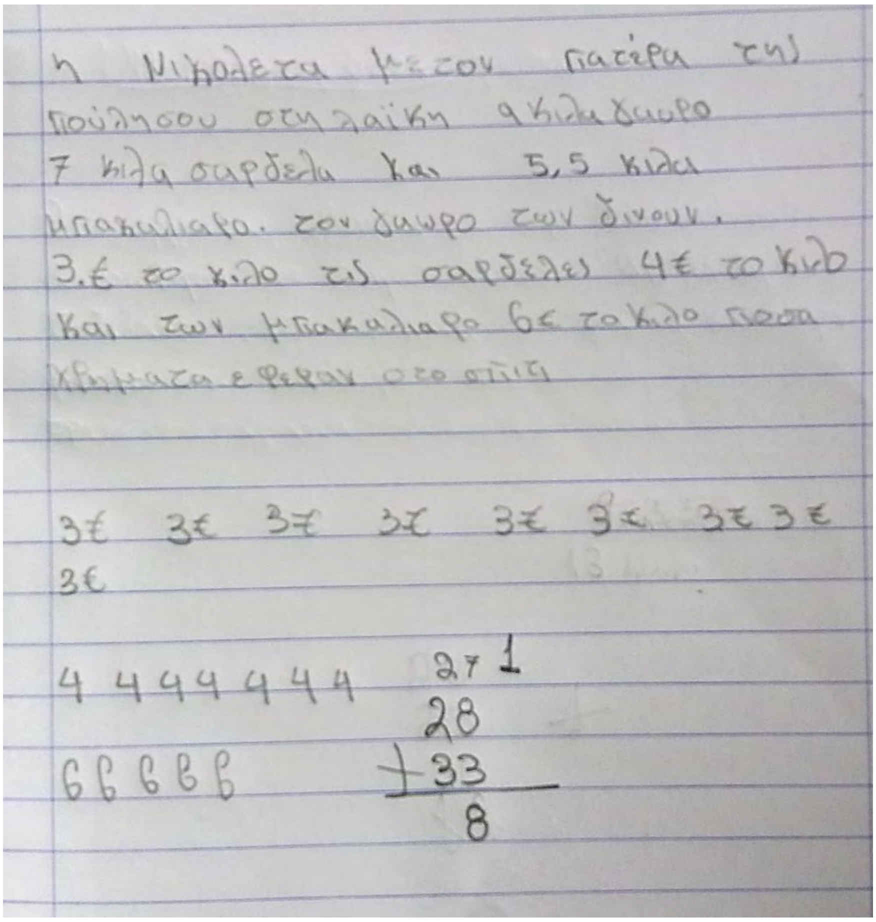
3,20	13,30
+ 2,10	
5,30	

Ο πατερας παριγκιλε 150 χαλια για το μαγαζι το ενα χαλι εκανε 60 € ευρω

Ποσο πληροσε για ολλα τα χαλια;

120 120 120 120 120 120 120 120

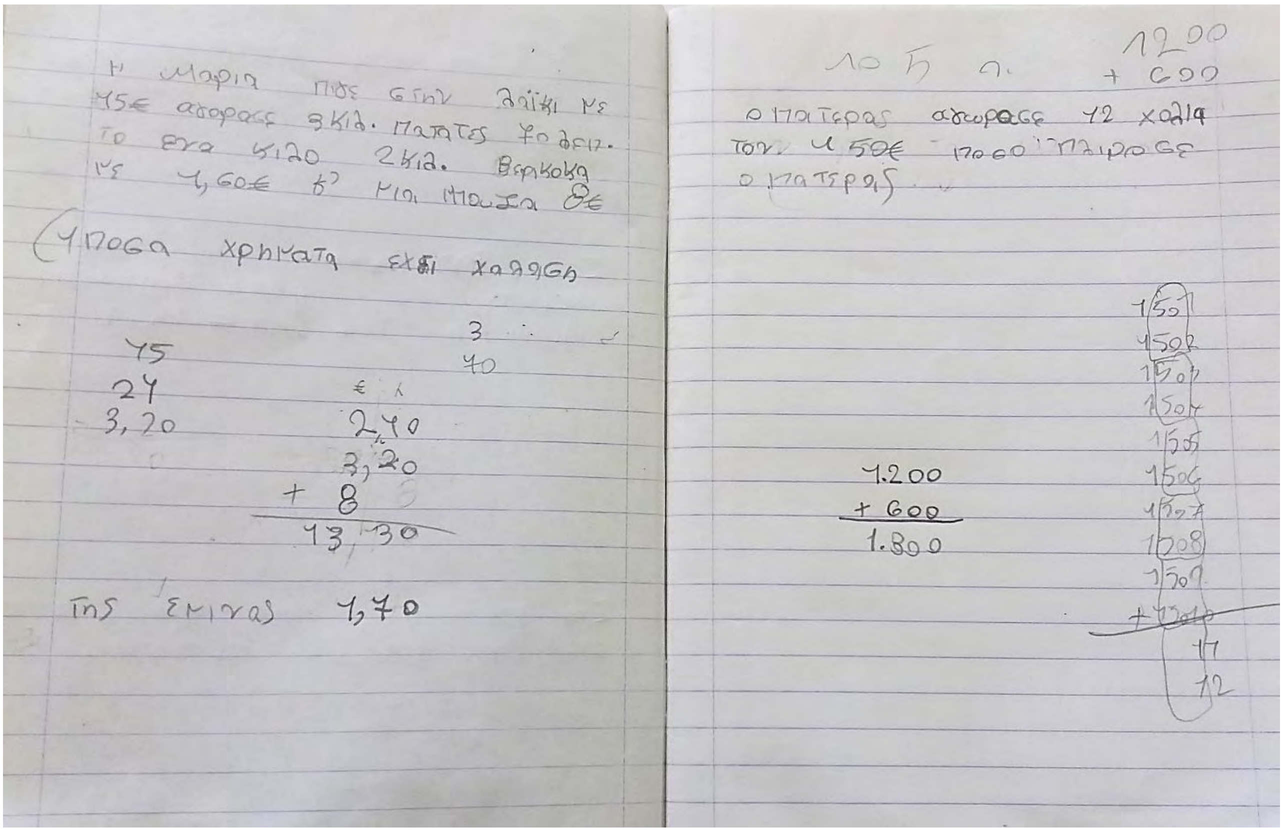

Στο γαμο της βασιλικης θα
ερθουν 15 εικογενιες Ι 5 απο αυτες
εχουν 3 παιδια και ιπολιπες 2 θα
ερθουν ακομα 37 συγκενης και
φιλι του γαμπρου και τις νυφις
Απαντηση 102 25 35
Τραπεζι 2,8 37 20
15 85 20
+10 25
25 37
102


η Νικολέτα μετον πατέρα της
πούλησου στη λαϊκη 9 κιλα ψαρο
7 κιλα σαρδελα και 5,5 κιλα
μπακαλιαρο. τον ψαρο των δινουν.
3.€ το κιλο τις σαρδελες 4€ το κιλο
και των μπακαλιαρο 6€ το κιλο ποσα
χρηματα εφεραν στο σπιτι

3€ 3€ 3€ 3€ 3€ 3€ 3€ 3€
3€

4 4 4 4 4 4 4
6 6 6 6 6

27
28
+33
8


η Μαρια πηγε στην λαϊκη με
15€ αγορασε 3 κιλ. πατατες 70 λεπτ.
το ενα κιλο 2 κιλ. βερικοκα
με 1,60€ το μια πουτσα 8€
1 ποσα χρηματα εχει χαλασει

15
2 1
3,20

3
70
€ λ
2,10
3,20
+ 8
13,30

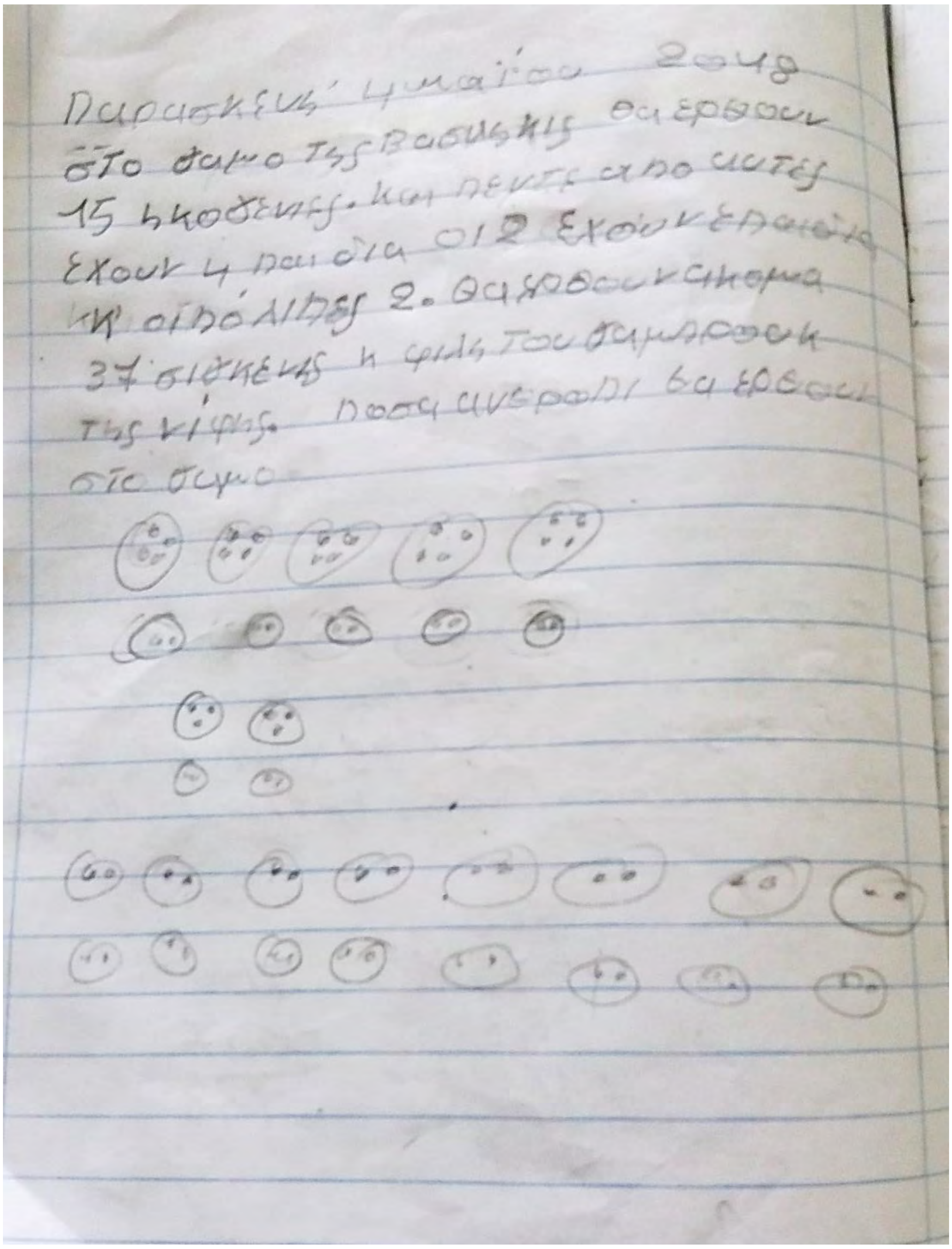
της εμιναν 1,70

10 5 η.
1200
+ 600

ο πατερας αγορασε 12 χαλια
των 150€ ποσο πληρωσε
ο πατερας.

1.200
+ 600
1.800

150
150
150
150
150
150
150
150
150
+150
11
12



Παρασκευή 4 μαΐου 2048
θα ερθουν
στο γαμο της Βασιληκης
15 ηκογένιες. και πεντε απο αυτες
εχουν 4 παιδία οι 2 εχουν επαιδία
κ' οι πόλιπες 2. Θα ερθουν ακομα
37 σιλέκεις η φιλις του γαμπρου
της νίφης. Ποσα ανθρωποι θα ερθουν
στο γαμο.