



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

Διπλωματική Εργασία

**ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΕΙΚΤΟΥ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ**  
**ΓΙΑ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ**  
**2 ΣΤΑΔΙΩΝ ΠΟΥ ΠΑΡΑΓΕΙ 2 ΤΕΛΙΚΑ ΠΡΟΪΟΝΤΑ**

υπό

**ΚΟΡΝΑΡΑΚΗ ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του  
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού.

2015



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ & ΚΕΝΤΡΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ  
ΕΙΔΙΚΗ ΣΥΛΛΟΓΗ «ΓΚΡΙΖΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ»**

Αριθ. Εισ.: 14402/1  
Ημερ. Εισ.: 08-03-2017  
Δωρεά: Συγγραφέας  
Ταξιθετικός Κωδικός: ΠΤ – ΜΜ  
2015  
ΚΟΡ

© 2015 Κορναράκης Εμμανουήλ

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).



**Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:**

**Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)** Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης  
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

**Δεύτερος Εξεταστής** Δρ. Δημήτριος Παντέλης  
Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

**Τρίτος Εξεταστής** Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος  
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο  
Θεσσαλίας

## Ευχαριστίες

Αρχικά οφείλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Κοζανίδη για την εξαιρετική συνεργασία που είχαμε, καθώς σε κάθε δυσκολία που αντιμετώπιζα κατά τη διάρκεια της εργασίας ερχόταν έγκαιρα η πολύτιμη βοήθειά του. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω γιατί μου προσέφερε την ευκαιρία να ασχοληθώ με ένα αντικείμενο πολύ κοντά στα ενδιαφέροντά μου.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, κκ. Λυμπερόπουλο και Παντελή για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου καθώς και για τις γνώσεις που μου προσέφεραν στα μαθήματά τους κατά τη διάρκεια των σπουδών μου. Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Δρ. Γιώργο Σαχαρίδη, Λέκτορα του τμήματος, για τις γνώσεις που μου προσέφερε στο πρόγραμμα Crplex, χάρη στο οποίο μπόρεσα να βγάλω τα αποτελέσματα της εργασίας μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Μιχάλη και Ελένη, που με στήριξαν κυρίως ψυχολογικά κατά τη δύσκολη περίοδο της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας αλλά και γενικά κατά τα 5 χρόνια των σπουδών μου στο Βόλο.

Κορναράκης Εμμανουήλ

## ΓΙΑ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ 2 ΣΤΑΔΙΩΝ ΠΟΥ ΠΑΡΑΓΕΙ 2 ΤΕΛΙΚΑ ΠΡΟΪΟΝΤΑ

ΚΟΡΝΑΡΑΚΗΣ ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, 2015

Επιβλέπων Καθηγητής: Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης, Επίκουρος Καθηγητής

### Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί συνέχεια της μεταπτυχιακής εργασίας της Θεοδώρας Πανταζή με τίτλο «Ολιστική Διαχείριση της Μεταβλητότητας στις Σύγχρονες Εφοδιαστικές Αλυσίδες της Παγκοσμιοποιημένης Αγοράς». Στη συγκεκριμένη εργασία εξετάστηκε τόσο ο συγκεντρωτικός όσο και ο αποκεντρωμένος τρόπος λήψης αποφάσεων στα πλαίσια μιας εφοδιαστικής αλυσίδας η οποία αποτελείται από 2 στάδια παραγωγής, διαδοχικά στη σειρά. Εκεί αναπτύχθηκαν διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα βελτιστοποίησης για τις διαφορετικές εκδοχές του προγραμματισμού της παραγωγής και των παραγγελιών αυτής της εφοδιαστικής αλυσίδας που διαφέρουν μεταξύ τους ως προς το είδος της συνεργασίας μεταξύ των δύο σταδίων.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, έγιναν οι ακόλουθες επεκτάσεις σε σχέση με τη μεταπτυχιακή εργασία πάνω στην οποία βασίστηκε:

- **1<sup>η</sup> επέκταση:** Η εφοδιαστική αλυσίδα αφορά στην περίπτωση μας την παραγωγή δύο διαφορετικών προϊόντων σε αντιδιαστολή με την υπόθεση της ύπαρξης ενός μοναδικού προϊόντος που είχε γίνει στη συγκεκριμένη μεταπτυχιακή εργασία.
- **2<sup>η</sup> επέκταση:** Το πρώτο στάδιο παράγει ένα μοναδικό προϊόν το οποίο χρησιμοποιείται σαν πρώτη ύλη στο δεύτερο στάδιο για την παραγωγή δύο διαφορετικών προϊόντων που τελικά ζητούνται.
- **3<sup>η</sup> επέκταση:** Το πρώτο στάδιο παίρνει ως πρώτη ύλη ένα μοναδικό προϊόν το οποίο μετατρέπει σε δύο προϊόντα που αποτελούν πρώτη ύλη για τα δύο τελικά προϊόντα τα οποία παράγονται στο δεύτερο στάδιο και από κει προωθούνται στην αγορά.

Για τις τρεις αυτές διαφορετικές περιπτώσεις, επιλύθηκαν 4 διαφορετικά μοντέλα παραγωγής βασιζόμενα σε αντίστοιχα μοντέλα από τη συγκεκριμένη μεταπτυχιακή εργασία για διάφορες περιπτώσεις ζήτησης και καταγράφηκαν τα αποτελέσματα. Στόχος της εργασίας είναι να συγκρίνει τους διαφορετικούς τρόπους λήψης αποφάσεων συγκρίνοντας τα διάφορα μέτρα απόδοσης μεταξύ των διαφορετικών εκδοχών του προβλήματος.

## Πίνακας περιεχομένων

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή .....	12
1.1. Θεωρητικό Υπόβαθρο .....	12
1.2. Κίνητρο Διπλωματικής Εργασίας .....	14
1.3. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση .....	15
1.4. Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας .....	16
Κεφάλαιο 2 Βασικό Πρότυπο Εφοδιαστικής Αλυσίδας και επεκτάσεις του στην παρούσα εργασία .....	18
2.1. Υποθέσεις και μαθηματικοί συμβολισμοί Βασικού Προτύπου .....	18
2.2. 1 <sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου .....	22
2.3. 2 <sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου .....	25
2.4. 3 <sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου .....	26
2.5. Συνοπτική περιγραφή προβλήματος και λύσης .....	27
Κεφάλαιο 3 Μαθηματικά Μοντέλα για την 1 <sup>η</sup> επέκταση .....	29
3.1. Πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με κεντρική λήψη αποφάσεων .....	29
3.2. Πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με αποκεντρωμένη διαδοχική λήψη αποφάσεων όπου ηγείται το στάδιο 2 .....	31
3.2.1. Αποκεντρωμένη χρήση πληροφοριών .....	32
3.2.2. Κεντρική χρήση πληροφοριών .....	36
3.3. Πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με αποκεντρωμένη διαδοχική λήψη αποφάσεων όπου ηγείται το στάδιο 1 .....	41
3.4. Διαφορές δεύτερης και τρίτης επέκτασης από την πρώτη .....	46
Κεφάλαιο 4 Αποτελέσματα .....	48
4.1. Αριθμητικό Παράδειγμα Αναφοράς .....	49
4.1.1 Τιμές παραμέτρων του αριθμητικού παραδείγματος .....	49
4.1.2 Αποτελέσματα για την 1 <sup>η</sup> επέκταση .....	53
4.1.3 Αποτελέσματα για την 2 <sup>η</sup> επέκταση .....	95
4.1.4 Αποτελέσματα για την 3 <sup>η</sup> επέκταση .....	99
4.2 Αριθμητικά παραδείγματα για διαφορετικά προφίλ ζητήσεων τελικών προϊόντων .....	103
4.2.1 Παρεμφερής, σταθερή ζήτηση για τα 2 τελικά προϊόντα .....	103
4.2.2 Μεγάλη διαφορά στη ζήτηση των 2 τελικών προϊόντων .....	111
4.2.3 Παρεμφερής μέση ζήτηση των 2 τελικών προϊόντων .....	118

4.2.4 Σύγκριση συνολικών κερδών ανά επέκταση και ανά προφίλ ζήτησης.....	124
Επέκταση 1 .....	125
Κεφάλαιο 5 Επίλογος .....	128
5.1. Σύνοψη και Συμπεράσματα.....	128
Παραρτήματα.....	128
Παράρτημα 1.....	129
Βιβλιογραφία .....	187

## Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2-1: Βασικό πρότυπο εφοδιαστικής αλυσίδας. ....	19
Σχήμα 2-2: 1 <sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας. ....	193
Σχήμα 2-3: 2 <sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας. ....	196
Σχήμα 2-4: 3 <sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας. ....	197
Σχήμα 3-1: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του προβλήματος (3.1)–(3.8). 30	
Σχήμα 3-2: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του δεύτερου σταδίου του προβλήματος (3.10)–(3.17). ....	333
Σχήμα 3-3: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του πρώτου σταδίου του προβλήματος (3.19)–(3.26). ....	355
Σχήμα 3-4: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του προβλήματος (3.28)–(3.35). ....	388
Σχήμα 3-5: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του πρώτου σταδίου προβλήματος (3.37)–(3.44). ....	40
Σχήμα 3-6: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του προβλήματος (3.47)–(3.54). ....	433
Σχήμα 3-7: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του δεύτερου σταδίου του προβλήματος (3.55)–(3.62). ....	455
Σχήμα 4-1: Βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολάβου του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος του 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς. ..	55
Σχήμα 4-2: Βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	56
Σχήμα 4-3: Βέλτιστες τιμές των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	58
Σχήμα 4-4: Βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολάβου του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το παράδειγμα αναφοράς.....	60





## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4.1: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς .....	54
Πίνακας 4.2: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς .....	57
Πίνακας 4.3: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς .....	59
Πίνακας 4.4: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς .....	61
Πίνακας 4.5: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και των κοστών του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	62
Πίνακας 4.6: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	63
Πίνακας 4.7: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	66
Πίνακας 4.8: : Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	68
Πίνακας 4.9: : Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	70
Πίνακας 4.10: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και των κοστών του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	71
Πίνακας 4.11: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	73
Πίνακας 4.12: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	76
Πίνακας 4.13: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	78
Πίνακας 4. 14: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	81
Πίνακας 4. 15: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και των κοστών του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	82
Πίνακας 4.16: : Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	84
Πίνακας 4.17: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	86
Πίνακας 4.18: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς .....	88
Πίνακας 4.19: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς .....	91
Πίνακας 4.20: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς .....	92
Πίνακας 4.21: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και	

παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.....	93
Πίνακας 4.22: Ορισμός εκδοχών του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών ανάλογα με τον τρόπο λήψης αποφάσεων και τη χρήση πληροφοριών.....	94
Πίνακας 4.23: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά τη δεύτερη επέκταση. ....	96
Πίνακας 4.24: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά τη δεύτερη επέκταση .....	97
Πίνακας 4.25: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά τη δεύτερη επέκταση.. ....	98
Πίνακας 4.26: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά την τρίτη επέκταση. ....	100
Πίνακας 4.27: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά την τρίτη επέκταση. ....	101
Πίνακας 4.28: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά την τρίτη επέκταση.....	102
Πίνακας 4.29: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για την πρώτη επέκταση και για τελική ζήτηση 70 και 80 .....	105
Πίνακας 4.30: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για τη δεύτερη επέκταση και για τελική ζήτηση 70 και 80 .....	107
Πίνακας 4.31: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για την τρίτη επέκταση και για τελική ζήτηση 70 και 80 .....	109
Πίνακας 4.32: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για την πρώτη επέκταση και για τελική ζήτηση 10 και 100.....	112
Πίνακας 4.33: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για τη δεύτερη επέκταση και για τελική ζήτηση 10 και 100.....	114



Πίνακας 4.34: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21,για την τρίτη επέκταση και για τελική ζήτηση 10 και 100.....	116
Πίνακας 4.35: Προφίλ ζήτησης προϊόντος 2 με μέση τιμή τελικής ζήτησης 50,2 τεμαχίων ανά περίοδο.....	118
Πίνακας 4.36: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για την πρώτη επέκταση και για μέση τελική ζήτηση 50 και 50,2.....	119
Πίνακας 4.37: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για τη δεύτερη επέκταση και για μέση τελική ζήτηση 50 και 50,2.....	121
Πίνακας 4.38: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21,για την τρίτη επέκταση και για μέση τελική ζήτηση 50 και 50,2.....	123

## Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή

---

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζουμε πληροφορίες εισαγωγικού χαρακτήρα που δίνουν το κίνητρο και το υπόβαθρο αυτής της διπλωματικής εργασίας, παραθέτουμε μια ανασκόπηση της σχετικής με την εργασία βιβλιογραφίας και περιγράφουμε συνοπτικά τις βασικές ενότητες της μεταπτυχιακής εργασίας.

### 1.1. Θεωρητικό Υπόβαθρο

Μια εφοδιαστική αλυσίδα είναι ένα σύστημα οργανισμών, ανθρώπων, δραστηριοτήτων, εγκαταστάσεων, πληροφοριών και πόρων που απαιτούνται για τη μετακίνηση ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας από τον προμηθευτή στον πελάτη. Οι δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας μετασχηματίζουν φυσικούς πόρους, πρώτες ύλες και εξαρτήματα σε ένα τελικό προϊόν που παραδίδεται στον τελικό πελάτη.<sup>1</sup>

Επίσης, θα μπορούσαμε να πούμε ότι η εφοδιαστική αλυσίδα είναι μια αλληλουχία ενεργειών τροφοδοσίας που ορίζεται από έναν ή περισσότερους κόμβους, όπου κάθε κόμβος έχει τους προμηθευτές και τους πελάτες του, μεταξύ των οποίων διακινούνται υλικά ή και πληροφορίες. Η εφοδιαστική αλυσίδα χαρακτηρίζεται παραδοσιακά από την εμπρός ροή των υλικών και την προς τα πίσω ροή των πληροφοριών (ζήτησης και πληρωμών).

Το μήκος της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι μεταβλητό, μπορεί δε να περιλαμβάνει είτε ενδοεπιχειρησιακές δραστηριότητες, είτε αλυσίδα επιχειρήσεων. Δύο από τις πλέον βασικές διαστάσεις της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι το πλήθος των κόμβων που την αποτελούν και ο λόγος του κόστους των κόμβων (*added value*) στο σύνολο της τιμής που καταλήγει το προϊόν στον τελικό κόμβο καταναλωτή.

Πολλές από τις συναλλαγές που συναντώνται στην αλυσίδα εφοδιασμού είναι συνεπώς μεταξύ των διαφόρων εταιριών που επιδιώκουν να μεγιστοποιήσουν τα έσοδά τους μέσα στη σφαίρα των ενδιαφερόντων τους, αλλά μπορεί να έχουν μικρή ή καμία γνώση ή ενδιαφέρον για τους υπόλοιπους παίκτες στην εφοδιαστική αλυσίδα. Στα πλαίσια όμως της παγκοσμιοποιημένης οικονομίας, ο ανταγωνισμός κάνει αναγκαία την ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής και διάθεσης των

---

<sup>1</sup> [http://en.wikipedia.org/wiki/Supply\\_chain](http://en.wikipedia.org/wiki/Supply_chain) "Supply Chain from Wikipedia, the free Encyclopedia (last access 21/3/2015)"

προϊόντων, τη βέλτιστη χρήση κρίσιμων παραγωγικών πόρων, τη μείωση των αποθεμάτων, την ακριβέστερη πρόβλεψη της ζήτησης, τη σμίκρυνση των χρόνων παράδοσης, καθώς επίσης και τη δυνατότητα επικοινωνίας ακριβούς ημερομηνίας παράδοσης.

Κατά συνέπεια, γίνεται ολοένα και πιο επιτακτική η ανάγκη για ορθολογικότερη και αποδοτικότερη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας. Με τον όρο διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας εννοούμε τη διαδικασία που περιλαμβάνει το σχεδιασμό, την εφαρμογή και τον έλεγχο της αποτελεσματικής και αποδοτικής μεταφοράς και αποθήκευσης πρώτων υλών, ενδιάμεσων και τελικών προϊόντων, καθώς και τη διαχείριση πληροφοριών που σχετίζονται με τη διακίνηση προϊόντων από τους τόπους παραγωγής στους τόπους κατανάλωσης, με στόχο την ικανοποίηση των απαιτήσεων των πελατών. Περιλαμβάνει επίσης τις βασικές συνιστώσες του συντονισμού και της συνεργασίας με εταιρικά κανάλια, τα οποία μπορεί να είναι οι προμηθευτές, μεσάζοντες, τρίτοι πάροχοι υπηρεσιών και οι πελάτες. Στην ουσία, η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας ενσωματώνει την διαχείριση της προσφοράς και της ζήτησης εντός και μεταξύ των εταιριών.<sup>2</sup>

Η εφοδιαστική διαχείριση βρίσκει εφαρμογή σε δύο κυρίως πεδία. Το πρώτο πεδίο είναι η επιχείρηση, η οποία πρέπει να οργανώσει την εισροή, την εσωτερική διακίνηση και την εκροή υλικών και προϊόντων κατά τέτοιον τρόπο, έτσι ώστε να εξασφαλίζει τη μέγιστη ικανοποίηση των πελατών της. Το δεύτερο πεδίο είναι η εφοδιαστική αλυσίδα, η οποία αποτελείται από όλες εκείνες τις επιχειρήσεις και οργανισμούς που είναι απαραίτητοι έτσι ώστε ένα προϊόν, από πρώτες ύλες να καταλήξει στον τελικό πελάτη. Η αποτελεσματική οργάνωση και διοίκηση της ροής προϊόντων και πληροφοριών σε αυτήν την αλυσίδα αποτελεί επιτακτική ανάγκη σε μια παγκοσμιοποιημένη και ψηφιακή οικονομία, όπου ο ανταγωνισμός από ατομικός (επιχείρηση εναντίον επιχείρησης) γίνεται συλλογικός (εφοδιαστική αλυσίδα εναντίον εφοδιαστικής αλυσίδας).<sup>3</sup>

---

<sup>2</sup> Γαργερού Δ. (2011), «Η σύγχρονη τάση στη διοίκηση Logistics, τα συστήματα e-Logistics», Διπλωματική Εργασία, ΤΕΙ Κρήτης, Σχολή Διοίκησης και Οικονομίας, Τμήμα Λογιστικής, Ηράκλειο.  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Supply\\_chain\\_management](http://en.wikipedia.org/wiki/Supply_chain_management) "Supply Chain Management from Wikipedia, the free Encyclopedia (last access 21/3/2015)"

<sup>3</sup> <http://www.logistics.org.gr/4/27/136/> "Τι είναι τα Logistics; από την Ελληνική Εταιρία Logistics (last access 21/3/2015)"

## 1.2. Κίνητρο Διπλωματικής Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο πλαίσιο του ερευνητικού έργου «Θαλής» με τίτλο «Ολιστική Διαχείριση της Μεταβλητότητας στις Σύγχρονες Εφοδιαστικές Αλυσίδες της Παγκοσμιοποιημένης Αγοράς», το οποίο συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του ΕΣΠΑ, και εκτελείται σε συνεργασία του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου, του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών, του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και του Πανεπιστημίου Αιγαίου.

Κίνητρο για την παρούσα εργασία αποτέλεσε η εξαγωγή συμπερασμάτων για τον προγραμματισμό παραγωγής μιας εφοδιαστικής αλυσίδας η οποία παράγει περισσότερα από ένα τελικά προϊόντα. Παρακάτω παρουσιάζονται κάποια γενικά στοιχεία για τις εφοδιαστικές αλυσίδες αλλά και για τα μοντέλα προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκαν.

Στη σημερινή παγκοσμιοποιημένη αγορά όπου το επιχειρηματικό περιβάλλον συνεχώς μεταβάλλεται, προωθείται η δημιουργία σχέσεων συνεργασίας μεταξύ επιχειρήσεων/οργανισμών (προμηθευτές, λιανέμποροι, παραγωγοί, πελάτες) καθώς η έξυπνη διαχείριση στον ανεφοδιασμό των προϊόντων μπορεί να αποδώσει σημαντικά οικονομικά και επιχειρησιακά οφέλη. Η συνεργασία αυτή έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία εφοδιαστικών αλυσίδων. Απόρροια της συνεργασίας αυτής είναι ότι πολλά από τα κόστη (προετοιμασίας, μεταφοράς, αποθήκευσης κτλ.) μπορούν να διαμοιραστούν μεταξύ των παιχτών της αλυσίδας έτσι ώστε όλοι να αποκομίσουν ένα κομμάτι από το συνολικό κέρδος.

Ο προγραμματισμός της παραγωγής καθώς ο καθορισμός της επιλογής του μεγέθους παρτίδας κατά μήκος μιας εφοδιαστικής αλυσίδας είναι μια περίπλοκη και σύνθετη διαδικασία. Ο σχεδιασμός θα πρέπει να παρέχει προγράμματα παραγωγής παραγγελιών που να είναι βέλτιστα τόσο για τις μεμονωμένες επιχειρήσεις όσο και για το συνολικό δίκτυο της εφοδιαστικής αλυσίδας, με σκοπό να ικανοποιείται η τελική ζήτηση των πελατών. Προκειμένου να επιτευχθούν τα προσδοκώμενα οφέλη, οι παίχτες πρέπει να διαθέσουν τα μεταξύ τους στοιχεία, δεδομένα και πληροφορίες και να λειτουργήσουν συνεργατικά παρά ανταγωνιστικά.

Η συνεργασία, δηλαδή ο συγκεντρωτικός τρόπος λήψης αποφάσεων, προϋποθέτει και την αντίστοιχη νοοτροπία, η οποία σπανίζει στο ανταγωνιστικό περιβάλλον της σύγχρονης επιχειρηματικότητας, όπου οι εταιρίες δρουν ανταγωνιστικά και είναι επιφυλακτικές στο να γνωστοποιούν δεδομένα όπως κόστη, διάρκειες, προθεσμίες,

περιθώρια κτλ. Επίσης, η συμφωνία προϋποθέτει την ύπαρξη ενός κοινώς αποδεκτού τρόπου απόδοσης του τελικού οφέλους.

Αντίθετα, ο αποκεντρωμένος τρόπος λήψης αποφάσεων εντείνει τον ανταγωνισμό ακόμα και μεταξύ εταιριών που βρίσκονται στο ίδιο κανάλι της εφοδιαστικής αλυσίδας. Αυτό συμβαίνει γιατί ο κάθε παίχτης της εφοδιαστικής αλυσίδας αποσκοπεί στο να αποκομίσει τα μέγιστα δυνατά ατομικά οφέλη, αγνοώντας τους υπόλοιπους παίχτες της αλυσίδας. Στην αποκεντρωμένη πολιτική, η κάθε μονάδα της εφοδιαστικής αλυσίδας καθορίζει τα προγράμματα των παραγγελιών και της παραγωγής αγνοώντας ή παραμερίζοντας τους περιορισμούς και τους στόχους των άλλων μονάδων, ενώ παρατηρείται επίσης περιορισμένη διάχυση της πληροφόρησης μεταξύ των σταδίων της αλυσίδας.

Στην παρούσα εργασία, όπως και στην προηγούμενη μεταπτυχιακή εργασία, θεωρώντας γνωστά τη ζήτηση των τελικών πελατών, τις τιμές των διάφορων κοστών, του χρόνου παραγωγής καθώς και την παραγωγική δυναμικότητα των δύο σταδίων, επιχειρούμε να αναδείξουμε ποια πολιτική λήψης αποφάσεων είναι η βέλτιστη για το σύστημα των δύο σταδίων. Πιο συγκεκριμένα, καταγράφουμε τα κέρδη κάθε σταδίου αλλά και τα κέρδη του συστήματος των δύο σταδίων με σκοπό την ανάδειξη του τρόπου συνεργασίας μεταξύ των δύο σταδίων που επιφέρει τα μέγιστα οικονομικά οφέλη για το σύστημα.

### **1.3. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση**

Υπάρχουν αρκετές μελέτες και δημοσιεύσεις που αφορούν τη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας και πιο συγκεκριμένα τον προγραμματισμό της παραγωγής της εφοδιαστικής αλυσίδας και την επιλογή του μεγέθους παρτίδας. Οι Tempelmeier και Derstroof [1] προτείνουν μια ευρετική προσέγγιση για την επιλογή μεγέθους παρτίδας στο δυναμικό, πολυεπίπεδο και πολλαπλών προϊόντων πρόβλημα σε γενικές δομές προϊόντων, όπου υπάρχουν πολλαπλοί αλλά περιορισμένοι πόροι, καθώς και χρόνοι στησίματος. Έτσι, αυτό το πρόβλημα της περιορισμένης δυναμικότητας με τη βοήθεια της χαλάρωσης Lagrange αποσυντίθεται σε αρκετά προβλήματα ενός μόνο προϊόντος και απεριόριστης δυναμικότητας από τη λύση των οποίων προκύπτουν κάτω όρια για την αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του κόστους.

Σε μεταγενέστερη μελέτη, ο Tempelmeier [2] πρότεινε μια προσέγγιση περιορισμένων πόρων για την επιλογή μεγέθους παρτίδας κατά τον προγραμματισμό απαιτούμενων υλικών (MRP), όπου υπάρχει συνεργασία μεταξύ του πρότυπου σχεδιασμού παραγωγής και των συστημάτων ελέγχου. Στην προσέγγιση αυτή το πρόβλημα επιλογής μεγέθους παρτίδας υποκαθίσταται από ένα δυναμικό,



πολυεπίπεδο, πολλαπλών προϊόντων και περιορισμένων πόρων πρόβλημα, όπου υπάρχουν παράλληλα και χρόνοι στησίματος.

Οι Disney και Towill [3] συγκρίνουν την απόδοση μεταξύ της διαχείρισης του αποθέματος μέσω ενός πωλητή (διαχειριστή) της εφοδιαστικής αλυσίδας και της σειριακά συνδεδεμένης εφοδιαστικής αλυσίδας (παραδοσιακού τρόπου διάταξης της εφοδιαστικής αλυσίδας). Η έρευνα εστιάζει στην επίδραση που έχουν αυτές οι δύο δομές στο φαινόμενο του μαστιγίου (Bullwhip Effect) που δημιουργείται στην εφοδιαστική αλυσίδα. Πιο συγκεκριμένα, δίνουν έμφαση στις δραστηριότητες που σχετίζονται με τις παραγγελίες που απαιτούνται για την παραγωγή με ένα μοντέλο προσομοίωσης διαφορετικών εξισώσεων από το οποίο προκύπτει ότι η πρώτη ανταποκρίνεται καλύτερα σε βίαιες αλλαγές των ζητήσεων.

Οι Saharidis et al. [4] προτείνουν δύο αναλυτικά μοντέλα για την επίλυση του προβλήματος του προγραμματισμού της παραγωγής σε μια εφοδιαστική αλυσίδα που περιλαμβάνει πολλές επιχειρήσεις. Σκοπός της συγκεκριμένης μελέτης είναι να αναλύσει και να συγκρίνει δύο διαφορετικά είδη βελτιστοποίησης, πιο συγκεκριμένα, του κεντρικού και του αποκεντρωμένου προγραμματισμού της παραγωγής και να εξετάσει ποια είναι τα οφέλη της κάθε πολιτικής συγκρίνοντας τα κέρδη των δύο περιπτώσεων. Συμπερασματικά, αποδεικνύουν την ανωτερότητα του συγκεντρωτικού μοντέλου έναντι του αποκεντρωμένου στην παραγωγή ενός προϊόντος από δύο μονάδες που συνεργάζονται.

Οι Buschkühl et al. [5] παρουσιάζουν μια ανασκόπηση των μοντελοποιήσεων αλλά και των διαφορετικών αλγορίθμων επίλυσης των τελευταίων τεσσάρων δεκαετιών για το δυναμικό πρόβλημα επιλογής μεγέθους παρτίδας, όταν υπάρχουν περιορισμοί δυναμικότητας. Επίσης, αναφέρουν ότι πολλά πρακτικά προβλήματα απομένουν να επιλυθούν παρόλο που σχεδόν βέλτιστες λύσεις χρησιμοποιούνται σε πρακτικό επίπεδο στη βιομηχανία, ενώ η μελέτη εστιάζεται στο διαχωρισμό του προβλήματος επιλογής μεγέθους παρτίδας και του προβλήματος αλληλουχίας και προγραμματισμού.

#### **1.4. Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας**

Η παρούσα εργασία χωρίζεται σε 5 ενότητες, που καταλαμβάνουν τα Κεφάλαια 1 – 5 αντίστοιχα. Στο παρόν κεφάλαιο (**Εισαγωγή**) προσπαθήσαμε να ορίσουμε την έννοια της εφοδιαστικής αλυσίδας και της διαχείρισής της. Επιπλέον, παραθέσαμε κάποιες βιβλιογραφικές πηγές που εντοπίσαμε σχετικά με τον προγραμματισμό παραγωγής και της επιλογής μεγέθους παρτίδας στις εφοδιαστικές αλυσίδες.

Μία σύνοψη των επόμενων κεφαλαίων της παρούσας διπλωματικής εργασίας έχει ως εξής:

Στο Κεφάλαιο 2 (**Βασικό Πρότυπο Εφοδιαστικής Αλυσίδας και επεκτάσεις του στην παρούσα εργασία**) αναλύουμε και περιγράφουμε τις υποθέσεις που διέπουν το βασικό πρότυπο και ορίζουμε τους μαθηματικούς συμβολισμούς που θα χρησιμοποιήσουμε για τη μοντελοποίησή του. Επιπλέον, πραγματοποιούμε μια συνοπτική περιγραφή του προβλήματος και της λύσης του.

Στο Κεφάλαιο 3 (**Μαθηματικά Μοντέλα για την 1η επέκταση**) παραθέτουμε και αναλύουμε τις μαθηματικές μορφοποιήσεις για τις διαφορετικές εκδοχές του προγραμματισμού της παραγωγής και των παραγγελιών για την πρώτη επέκταση του βασικού προτύπου της εφοδιαστικής αλυσίδας και εξηγούμε συνοπτικά τις διαφορές τους από τις υπόλοιπες επεκτάσεις που εξετάσαμε.

Στο Κεφάλαιο 4 (**Αποτελέσματα**) παραθέτουμε τα αποτελέσματα των παραδειγμάτων που εκτελέσαμε.

Στο Κεφάλαιο 5 (**Επίλογος**) συνοψίζουμε τα κύρια συμπεράσματα της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, στο Παράρτημα παραθέτουμε ως παράδειγμα τον κώδικα που αναπτύξαμε για το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος 3.2.2 για την πρώτη επέκταση.

## Κεφάλαιο 2 Βασικό Πρότυπο Εφοδιαστικής Αλυσίδας και επεκτάσεις του στην παρούσα εργασία

---

Στο κεφάλαιο αυτό παραθέτουμε τις υποθέσεις που διέπουν το βασικό πρότυπο της εφοδιαστικής αλυσίδας καθώς και τρεις επεκτάσεις του που αναλύουμε στην συγκεκριμένη εργασία, καθώς και τους μαθηματικούς συμβολισμούς που θα χρησιμοποιήσουμε στο Κεφάλαιο 3 για την μορφοποίησή τους. Τέλος, περιγράφουμε συνοπτικά κάθε πρόβλημα και τη λύση του.

### 2.1. Υποθέσεις και μαθηματικοί συμβολισμοί Βασικού Προτύπου

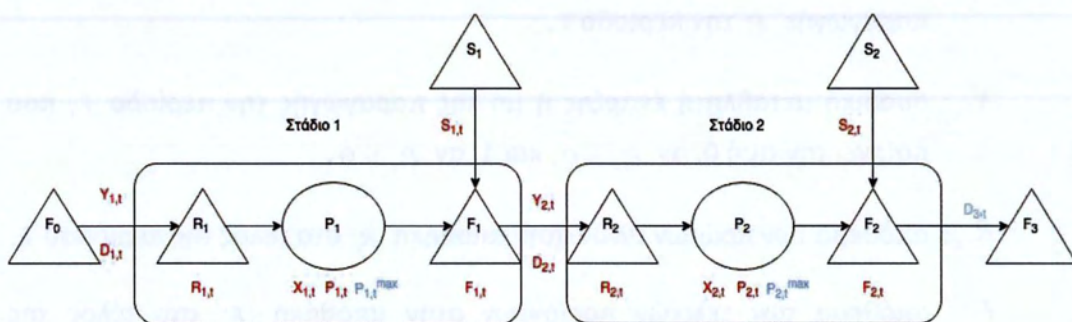
Το βασικό πρότυπο μιας εφοδιαστικής αλυσίδας αποτελείται από δύο στάδια παραγωγής στη σειρά, τα οποία μπορούν να ανήκουν είτε στην ίδια εταιρία είτε σε διαφορετικές. Κάθε στάδιο διαθέτει μια αποθήκη πρώτων υλών, μια μονάδα παραγωγής και μια αποθήκη τελικών προϊόντων. Για το συγκεκριμένο πρότυπο κάνουμε τις εξής υποθέσεις:

- Η μονάδα παραγωγής κάθε σταδίου παράγει μόνο έναν μόνο τύπο προϊόντων. Έχει περιορισμένη παραγωγική δυναμικότητα και ντετερμινιστικό χρόνο παραγωγής (**production lead time**) για κάθε παρτίδα παραγωγής.
- Τα τελικά προϊόντα του σταδίου 1 αποτελούν τις πρώτες ύλες για το επόμενο στάδιο (στάδιο 2), ενώ τα παραγόμενα προϊόντα από το στάδιο 2 προορίζονται για να καλύψουν τη ζήτηση των τελικών πελατών. Το τμήμα προμηθειών κάθε σταδίου παραγγέλνει προϊόντα για την αποθήκη πρώτων υλών του από το τμήμα παραγγελιών του προηγούμενου σταδίου (ή από έναν αρχικό προμηθευτή, όταν πρόκειται για το στάδιο 1). Το τελευταίο, μόλις δεχθεί μια παραγγελία, αμέσως αποστέλλει τα προϊόντα της παραγγελίας από την αποθήκη τελικών προϊόντων του, ενώ η παραγγελία αυτή καταφθάνει μετά από έναν χρόνο παράδοσης της παραγγελίας (**order lead time**). Έτσι, το στάδιο 2 δέχεται αρχικά παραγγελίες από τους τελικούς πελάτες και υποβάλλει τις παραγγελίες του στο στάδιο 1. Το στάδιο 1 με τη σειρά του δέχεται παραγγελίες από το στάδιο 2 και υποβάλλει παραγγελίες στην αρχική προμηθευτρια εταιρία, η οποία δύναται να ικανοποιήσει οποιοδήποτε ποσότητα παραγγελίας.



- Στην περίπτωση που η παραγωγή ενός σταδίου δεν μπορεί να ικανοποιήσει τις παραγγελίες που δέχεται, πιο συγκεκριμένα δηλαδή, όταν η αποθήκη των τελικών προϊόντων ενός σταδίου δεν μπορεί να καλύψει όλη την ποσότητα μιας παραγγελίας που προέρχεται από το τμήμα προμηθειών του επόμενου σταδίου (ή τους τελικούς πελάτες, όταν πρόκειται για το στάδιο 2), μεσολαβεί ένας εξωτερικός υπεργολάβος. Το κάθε στάδιο διαθέτει τον δικό του υπεργολάβο, τον οποίο τον επιστρατεύει για να συμπληρώσει την αποθήκη των τελικών προϊόντων με την ποσότητα που λείπει με σκοπό να καλυφθεί όλη η παραγγελία. Ο υπεργολάβος δύναται να καλύψει οποιαδήποτε ποσότητα παραγγελίας, αλλά είναι ακριβός σε σχέση με την ίδια παραγωγή.
- Τα έσοδα κάθε σταδίου προέρχονται από τα προϊόντα που πωλεί, ενώ έξοδα προκύπτουν από τη διατήρηση αποθέματος στις αποθήκες πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του. Επιπρόσθετα, κάθε στάδιο επωμίζεται τα πάγια και μεταβλητά κόστη παραγωγής των παραγόμενων προϊόντων στο εργοστάσιο, και τα πάγια και μεταβλητά κόστη παραγγελίας των προϊόντων που παραγγέλλει. Όταν δε δύναται η παραγωγή κάθε σταδίου να καλύψει όλη τη ζήτηση τότε επωμίζεται και το κόστος των προϊόντων που προμηθεύεται από τον υπεργολάβο για τη συμπλήρωση της παραγγελίας.

Μια σχηματική διάταξη του βασικού προτύπου των δύο σταδίων φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 2-1. Οι αποθήκες συμβολίζονται με τρίγωνα και οι μονάδες παραγωγής με κύκλους. Οι 2 υπεργολάβοι συμβολίζονται επίσης με τρίγωνα, επειδή μπορούν να θεωρηθούν ως 2 αποθήκες απεριόριστης δυναμικότητας. Στο σχήμα διακρίνουμε επίσης τις μεταβλητές απόφασης με κόκκινο χρώμα και τις παραμέτρους με μπλε χρώμα.



Σχήμα 2-1: Βασικό πρότυπο εφοδιαστικής αλυσίδας.

Παρακάτω ακολουθεί η ονοματολογία των χώρων αποθήκευσης και παραγωγής που χρησιμοποιήσαμε στο άνωθεν σχήμα:

$R_i$  : αποθήκη πρώτων υλών (*raw materials*) του σταδίου  $i$ ,  $i = 1, 2$

$F_3$  : πηγή ζητήσεων πελατών

$P_i$  : μονάδα παραγωγής (*production unit*) του σταδίου  $i$ ,  $i = 1, 2$

$F_i$  : αποθήκη τελικών προϊόντων (*finished products*) του σταδίου  $i$ ,  $i = 1, 2$

$F_0$  : ανεξάντλητη πηγή αρχικών πρώτων υλών (μπορεί να ικανοποιήσει οποιαδήποτε ποσότητα παραγγελίας)

$S_i$  : ανεξάντλητος υπεργολάβος (*subcontractor*) του σταδίου  $i$ ,  $i = 1, 2$  (μπορεί να καλύψει οποιαδήποτε ποσότητα παραγγελίας)

#### Μαθηματικοί Συμβολισμοί:

##### ▪ Δείκτες

$T$  : ορίζοντας προγραμματισμού

$i$  : δείκτης σταδίου,  $i = 1, 2$

$t$  : δείκτης περιόδου,  $t = 1, \dots, T$

##### ▪ Μεταβλητές απόφασης ( $i = 1, 2$ , $t = 1, \dots, T$ )

$P_{i,t}$  : (ποσότητα παραγωγής) ποσότητα προϊόντων που παράγει η μονάδα παραγωγής  $P_i$  την περίοδο  $t$ ,

$X_{i,t}$  : δυαδική μεταβλητή έναρξης ή μη της παραγωγής την περίοδο  $t$ , που παίρνει την τιμή 0, αν  $P_{i,t} = 0$ , και 1, αν  $P_{i,t} > 0$ ,

$R_{i,t}$  : απόθεμα των πρώτων υλών στην αποθήκη  $R_i$  στο τέλος της περιόδου  $t$ ,

$F_{i,t}$  : απόθεμα των τελικών προϊόντων στην αποθήκη  $F_i$  στο τέλος της περιόδου  $t$ ,

$D_{i,t}$  : (ποσότητα παραγγελίας) ποσότητα προϊόντων που παραγγέλνει η αποθήκη  $R_i$  από την αποθήκη  $F_{i-1}$  στο τέλος της περιόδου  $t$ ,

$Y_{i,t}$  : δυαδική μεταβλητή υποβολής ή μη παραγγελίας στο τέλος της περιόδου  $t$ , που παίρνει την τιμή 0, αν  $D_{i,t} = 0$ , και 1, αν  $D_{i,t} > 0$ ,



$S_{i,t}$ : (ποσότητα υπεργολάβου) ποσότητα προϊόντων που στέλνει ο υπεργολάβος  $S_i$  στην αποθήκη  $F_i$  για να συμπληρωθεί η παραγγελία  $D_{i+1,t}$  σε περίπτωση που δεν υπάρχουν αρκετά προϊόντα στην αποθήκη  $F_i$  στο τέλος της περιόδου  $t$ ,  $i=1,2$ .

▪ **Παράμετροι παραγωγής, παραγγελιών και ζήτησης**

$P_{i,t}^{\max}$ : μέγιστη παραγωγική δυναμικότητα της μονάδας παραγωγής  $P_i$ , του σταδίου  $i=1,2$ , την περίοδο,  $t$ ,  $t=1,\dots,T$ ,

$D_{3,t}$ : (εξωγενής τελική ζήτηση πελατών) ποσότητα προϊόντων που ζητούν οι πελάτες από την αποθήκη  $F_2$  στο τέλος της περιόδου  $t$ ,  $t=1,\dots,T$ .

▪ **Παράμετροι κόστους ( $i=1,2$ )**

$p_i$ : μοναδιαίο κόστος παραγωγής στη μονάδα παραγωγής  $P_i$ ,

$x_i$ : σταθερό κόστος προετοιμασίας παραγωγής στη μονάδα παραγωγής  $P_i$ ,

$r_i$ : μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος ανά περίοδο στην αποθήκη  $R_i$ ,

$f_i$ : μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος ανά περίοδο στην αποθήκη  $F_i$ ,

$d_i$ : μοναδιαία τιμή αγοράς προϊόντων στην αποθήκη  $R_i$  (συμπίπτει με την μοναδιαία τιμή πώλησης προϊόντων από την αποθήκη  $F_{i-1}$ ),  $i=1,2,3$ ,

$s_i$ : μοναδιαία τιμή αγοράς προϊόντων στην αποθήκη  $F_i$  (συμπίπτει με την μοναδιαία τιμή πώλησης προϊόντων από τον υπεργολάβο  $S_i$ ),

$y_i$ : σταθερό κόστος παραγγελίας προϊόντων στην αποθήκη  $R_i$ .

Για τις τιμές των παραπάνω συντελεστών κόστους υποθέτουμε τα εξής:

- Η τιμή πώλησης των προϊόντων από το ένα στάδιο στο επόμενο αυξάνεται καθώς προχωρούμε κατά μήκος της εφοδιαστικής αλυσίδας λόγω της προστιθέμενης αξίας και του περιθωρίου κέρδους, δηλαδή,  $d_{i+1} > d_i$ ,  $i=1,2$ . Στην ουσία, η μοναδιαία τιμή πώλησης προϊόντων σε κάθε στάδιο είναι μεγαλύτερη από την

μοναδιαία τιμή αγοράς προϊόντων (πρώτων υλών) από το προηγούμενο στάδιο συν το μοναδιαίο κόστος παραγωγής, έτσι ώστε να μπορεί να είναι επικερδής η λειτουργία του κάθε σταδίου δίχως να προσμετρούνται τα πάγια κόστη παραγγελίας και παραγωγής αλλά και διατήρησης αποθέματος πρώτων υλών και τελικών προϊόντων, δηλαδή:

$$d_{i+1} > d_i + p_i \quad i = 1,2 \quad (2.1)$$

- Το μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος των πρώτων υλών αλλά και των τελικών προϊόντων αντίστοιχα ισούται με το επιτόκιο ευκαιρίας  $I_i$  που ισχύει για το στάδιο  $i$  επί την μοναδιαία αξία του αποθηκευμένου προϊόντος, δηλαδή:

$$r_i = I_i \cdot d_i \quad i = 1,2 \quad (2.2)$$

$$f_i = I_i \cdot (d_i + p_i) \quad i = 1,2 \quad (2.3)$$

- Η μοναδιαία τιμή αγοράς προϊόντων από τον υπεργολάβο του κάθε σταδίου  $i$  είναι τουλάχιστον μεγαλύτερη από την μοναδιαία τιμή πώλησης των τελικών προϊόντων. Ο υπεργολάβος χρησιμοποιείται σε περίπτωση που δεν είναι δυνατή η κάλυψη της παραγγελίας από την παραγωγή αλλά είναι ακριβός, δηλαδή:

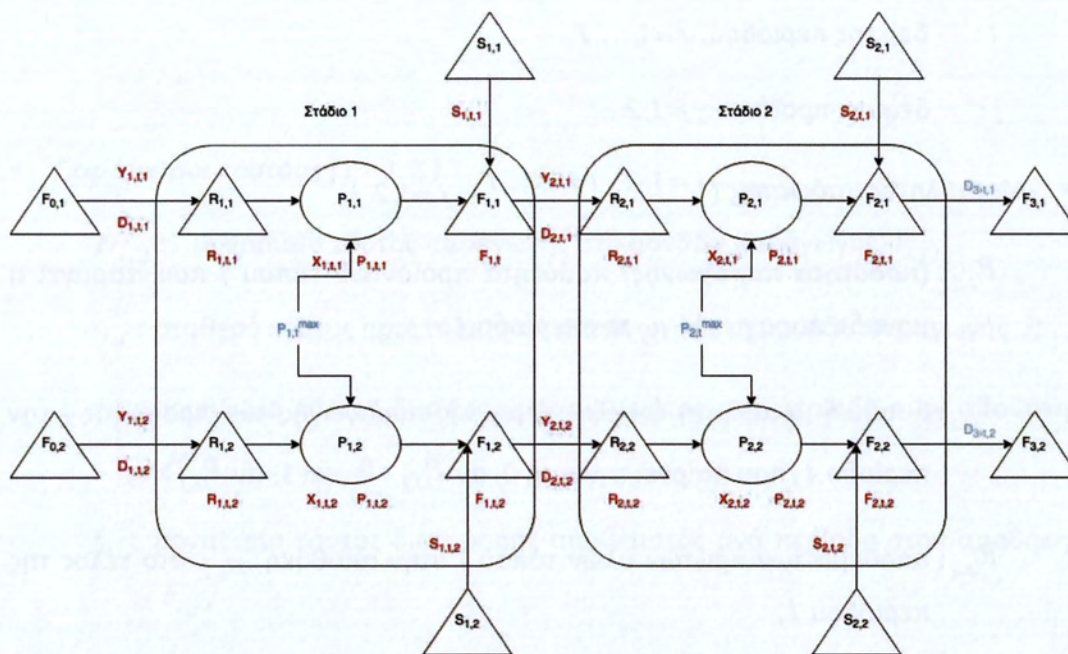
$$s_i > d_{i+1} \quad i = 1,2 \quad (2.4)$$

Η τιμή αγοράς από τον υπεργολάβο είναι δηλαδή τέτοια ώστε να είναι πιο συμφέρουσα για τον πελάτη η αγορά από το στάδιο  $i$ , που είναι ο κανονικός προμηθευτής του.

## 2.2. 1<sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου

Η πρώτη επέκταση του βασικού προτύπου που θα μελετήσουμε είναι αντί να έχουμε ροή ενός μοναδικού προϊόντος, να έχουμε παράλληλη ροή 2 προϊόντων στην παραγωγική μας αλυσίδα. Οπότε, η τελική ζήτηση αναφέρεται πλέον σε 2 προϊόντα και όχι σε ένα μοναδικό. Έτσι, ισχύουν όλες οι παραπάνω υποθέσεις που διέπουν το βασικό πρότυπο εκτός από αυτή της παραγωγής ενός μοναδικού προϊόντος. Ακόμα, όλες οι παράμετροι και οι μεταβλητές πλέον, αναφέρονται σε 2 ξεχωριστά προϊόντα η κάθε μια. Πιο αναλυτικά:





Σχήμα 2-2: 1<sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.

$R_{i,j}$  : αποθήκη πρώτων υλών (*raw materials*) του σταδίου  $i$  για το προϊόν  $j$ ,  
 $i = 1, 2, j=1,2$

$F_{3,j}$  : πηγή ζητήσεων πελατών για κάθε προϊόν,  $j=1,2$

$P_{i,j}$  : μονάδα παραγωγής (*production unit*) του σταδίου  $i$  για το προϊόν  $j$ ,  
 $i = 1, 2, j=1,2$

$F_{i,j}$  : αποθήκη τελικών προϊόντων (*finished products*) του σταδίου  $i$  για το προϊόν  $j$ ,  
 $i = 1, 2, j=1,2$

$F_{0,j}$  : ανεξάντλητη πηγή αρχικών πρώτων υλών για το προϊόν  $j$  (μπορεί να ικανοποιήσει οποιαδήποτε ποσότητα παραγγελίας),  $j=1,2$

$S_{i,j}$  : ανεξάντλητος υπεργολάβος (*subcontractor*) του σταδίου  $i$  για το προϊόν  $j$ ,  
 $i = 1, 2, j=1,2$  (μπορεί να καλύψει οποιαδήποτε ποσότητα παραγγελίας)

### Μαθηματικοί Συμβολισμοί:

#### ▪ Δείκτες

$T$  : ορίζοντας προγραμματισμού

$i$  : δείκτης σταδίου,  $i = 1, 2$

$t$ : δείκτης περιόδου,  $t=1, \dots, T$

$j$ : δείκτης προϊόντος,  $j=1, 2$

▪ **Μεταβλητές απόφασης ( $i=1, 2, t=1, \dots, T, j=1, 2$ )**

$P_{i,t,j}$ : (ποσότητα παραγωγής) ποσότητα προϊόντων τύπου  $j$  που παράγει η μονάδα παραγωγής  $P_{i,j}$  την περίοδο  $t$ ,

$X_{i,t,j}$ : δυαδική μεταβλητή έναρξης ή μη της παραγωγής του προϊόντος  $j$  την περίοδο  $t$ , που παίρνει την τιμή 0, αν  $P_{i,t,j} = 0$ , και 1, αν  $P_{i,t,j} > 0$ ,

$R_{i,t,j}$ : απόθεμα των πρώτων υλών τύπου  $j$  στην αποθήκη  $R_{i,j}$  στο τέλος της περιόδου  $t$ ,

$F_{i,t,j}$ : απόθεμα των τελικών προϊόντων τύπου  $j$  στην αποθήκη  $F_{i,j}$  στο τέλος της περιόδου  $t$ ,

$D_{i,t,j}$ : (ποσότητα παραγγελίας) ποσότητα προϊόντων τύπου  $j$  που παραγγέλνει η αποθήκη  $R_i$  από την αποθήκη  $F_{i-1}$  στο τέλος της περιόδου  $t$ ,

$Y_{i,t,j}$ : δυαδική μεταβλητή υποβολής ή μη παραγγελίας για προϊόν τύπου  $j$  στο τέλος της περιόδου  $t$ , που παίρνει την τιμή 0, αν  $D_{i,t,j} = 0$ , και 1, αν  $D_{i,t,j} > 0$ ,

$S_{i,t,j}$ : (ποσότητα υπερβολάβου) ποσότητα προϊόντων τύπου  $j$  που στέλνει ο υπερβολάβος  $S_{i,j}$  στην αποθήκη  $F_{i,j}$  για να συμπληρωθεί η παραγγελία  $D_{i+1,t,j}$  σε περίπτωση που δεν υπάρχουν αρκετά προϊόντα στην αποθήκη  $F_{i,j}$  στο τέλος της περιόδου  $t, i=1, 2$ .

▪ **Παράμετροι παραγωγής, παραγγελιών και ζήτησης**

$P_{i,t}^{\max}$ : μέγιστη παραγωγική δυναμικότητα της μονάδας παραγωγής  $P_i$ , του σταδίου  $i=1, 2$ , την περίοδο,  $t, t=1, \dots, T$ ,

$D_{3,t,j}$ : (εξωγενής τελική ζήτηση πελατών) ποσότητα προϊόντων τύπου  $j$  που ζητούν οι πελάτες από την αποθήκη  $F_2$  στο τέλος της περιόδου  $t, t=1, \dots, T$ .

▪ **Παράμετροι κόστους ( $i=1,2$ )**

$P_{i,j}$ : μοναδιαίο κόστος παραγωγής στη μονάδα παραγωγής  $P_{i,j}$ ,

$x_{i,j}$ : σταθερό κόστος προετοιμασίας παραγωγής στη μονάδα παραγωγής  $P_{i,j}$ ,

$r_{i,j}$ : μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος ανά περίοδο στην αποθήκη  $R_{i,j}$ ,

$f_{i,j}$ : μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος ανά περίοδο στην αποθήκη  $F_{i,j}$ ,

$d_{i,j}$ : μοναδιαία τιμή αγοράς προϊόντων στην αποθήκη  $R_{i,j}$  (συμπίπτει με την μοναδιαία τιμή πώλησης προϊόντων από την αποθήκη  $F_{i-1,j}$ ),  $i=1,2,3$ ,

$S_{i,j}$ : μοναδιαία τιμή αγοράς προϊόντων στην αποθήκη  $F_{i,j}$  (συμπίπτει με την μοναδιαία τιμή πώλησης προϊόντων από τον υπερβολάβο  $S_i$ ),

$y_{i,j}$ : σταθερό κόστος παραγγελίας προϊόντων στην αποθήκη  $R_{i,j}$ .

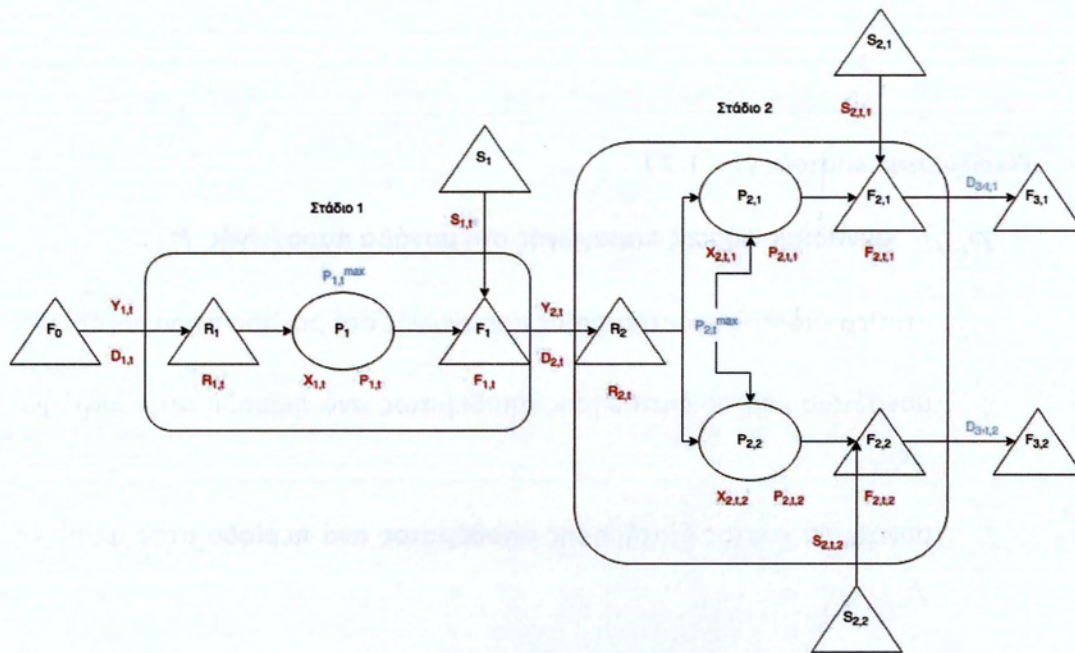
### 2.3. 2<sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου

Η δεύτερη επέκταση του βασικού προτύπου που θα αναλύσουμε έχει ως εξής:

Όπως και στην πρώτη επέκταση, ζητούνται 2 τελικά προϊόντα τα οποία παράγονται στο δεύτερο στάδιο. Το δεύτερο στάδιο όμως χρησιμοποιεί ένα μοναδικό προϊόν ως πρώτη ύλη το οποίο παράγεται στο πρώτο στάδιο. Έτσι δηλαδή έχουμε αρχικά ροή ενός προϊόντος το οποίο και μετατρέπεται σε 2 προϊόντα στο δεύτερο στάδιο παραγωγής για να προωθηθεί από κει στην αγορά. Οι παράμετροι και οι μεταβλητές είναι ίδιες με αυτές της πρώτης επέκτασης με κάποιες μικρές διαφορές:

Όλες οι μεταβλητές και παράμετροι που έχουν να κάνουν με το πρώτο στάδιο αναφέρονται σε ένα μοναδικό προϊόν μέχρι και την αποθήκη πρώτων υλών του σταδίου 2. Από κει και πέρα αρχίζει η παραγωγή 2 ξεχωριστών προϊόντων οπότε και ακολουθείται ακριβώς η ονοματολογία της 1<sup>ης</sup> επέκτασης. Σχηματικά:





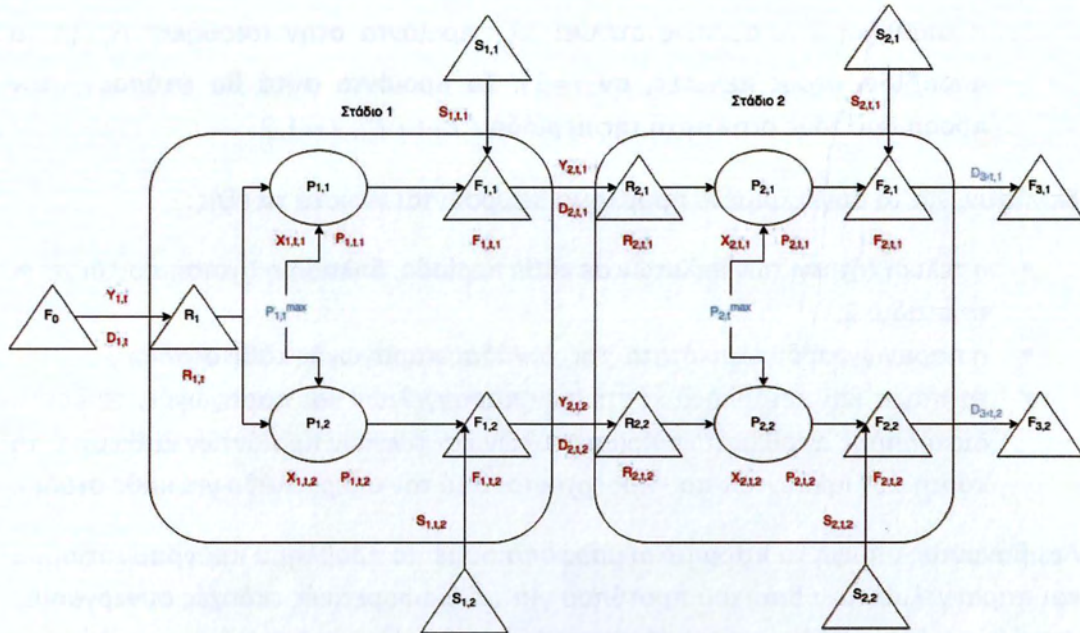
Σχήμα 2-3: 2<sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.

#### 2.4. 3<sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου

Η τρίτη επέκταση του βασικού προτύπου που θα αναλύσουμε έχει ως εξής:

Η λογική είναι ίδια με της 2<sup>ης</sup> επέκτασης, δηλαδή παράγονται 2 τελικά προϊόντα αλλά αυτή τη φορά παράγονται ήδη από το πρώτο στάδιο παραγωγής και όχι από το δεύτερο. Έτσι η ονοματολογία του συγκεκριμένου προβλήματος είναι ίδια με της 1<sup>ης</sup> επέκτασης με μοναδική διαφορά ότι οι μεταβλητές και παράμετροι της αποθήκης πρώτων υλών του πρώτου σταδίου αναφέρονται σε ένα μοναδικό προϊόν. Σχηματικά:





Σχήμα 2-4: 3<sup>η</sup> επέκταση βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.

## 2.5. Συνοπτική περιγραφή προβλήματος και λύσης

Παραθέτουμε τη γενική διαδικασία που ακολουθείται για την επίλυση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας, την οποία και θα ακολουθήσουμε για την επίλυση των τριών επεκτάσεων.

Θεωρούμε το πρόβλημα του συνολικού προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών των δύο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας (βασικό πρότυπο) σε έναν πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα. Ο ορίζοντας είναι χωρισμένος σε  $T$  διακριτές ισομεγέθεις χρονικές περιόδους, και οι αποφάσεις λαμβάνονται μόνο στο τέλος κάθε περιόδου. Σε κάθε περίοδο  $t$  κατά μήκος της εφοδιαστικής αλυσίδας λαμβάνουν χώρα τα εξής συμβάντα:

1. Η αποθήκη πρώτων υλών  $R_i$  παραλαμβάνει  $D_{i,t-1}$  προϊόντα από την αποθήκη  $F_{i-1}$   $i=1,2$ .
2. Η μονάδα παραγωγής  $P_i$  ξεκινάει να επεξεργάζεται μια παρτίδα  $P_{i,t}$  προϊόντων τα οποία αφαιρεί από την αποθήκη  $R_i$ ,  $i=1,2$ .
3. Η αποθήκη  $F_i$  παραλαμβάνει  $P_{i,t}$  προϊόντα από τη μονάδα παραγωγής  $P_i$ . Παραλαμβάνει επίσης  $S_{i,t}$  προϊόντα από τον υπεργολάβο  $S_i$ ,  $i=1,2$ .
4. Η αποθήκη  $R_i$  (ή οι πελάτες, αν  $i=3$ ) παραγγέλνει  $D_{i,t}$  προϊόντα από την αποθήκη  $F_{i-1}$ ,  $i=1,2$ .



5. Η αποθήκη  $F_{i-1}$  αμέσως στέλνει  $D_{i,t}$  προϊόντα στην αποθήκη  $R_i$  (ή τα παραδίδει στους πελάτες, αν  $i=3$ ). Τα προϊόντα αυτά θα φτάσουν στον προορισμό τους στην αρχή της περιόδου  $t+1+L_i^d$ ,  $i=1,2$ .

Επιπλέον, για το συγκεκριμένο πρόβλημα θεωρούνται γνωστά τα εξής:

- η τελική ζήτηση των πελατών σε κάθε περίοδο, δηλαδή η ζήτηση που δέχεται το στάδιο 2,
- η παραγωγική δυναμικότητα της μονάδας παραγωγής κάθε σταδίου,
- τα πάγια και μεταβλητά κόστη των παραγγελιών και παραγωγής, τα κόστη διατήρησης αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων καθώς και τα κόστη των προϊόντων που προέρχονται από τον υπερβολάβο για κάθε στάδιο.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω μορφοποιούμε το πρόβλημα προγραμματισμού και παραγγελιών του βασικού προτύπου για τις διαφορετικές εκδοχές συνεργασίας μεταξύ των δύο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας (οι μορφοποιήσεις αναλύονται στο Κεφάλαιο 3). Από την επίλυση κάθε εκδοχής λαμβάνουμε για κάθε στάδιο τα εξής:

- τις ποσότητες των παραγόμενων προϊόντων κάθε μονάδας παραγωγής ανά περίοδο.
- τις ποσότητες παραγγελίας πρώτων υλών ανά περίοδο.
- τις ποσότητες των προϊόντων που λαμβάνονται από τον υπερβολάβο ανά περίοδο.
- τα συνεπαγόμενα επίπεδα των αποθεμάτων των πρώτων υλών και των τελικών προϊόντων για κάθε περίοδο.
- τα επιμέρους αλλά και τα συνολικά κόστη για κάθε περίοδο αλλά και για το συνολικό χρονικό ορίζοντα προγραμματισμού.

## Κεφάλαιο 3 Μαθηματικά Μοντέλα για την 1<sup>η</sup> επέκταση

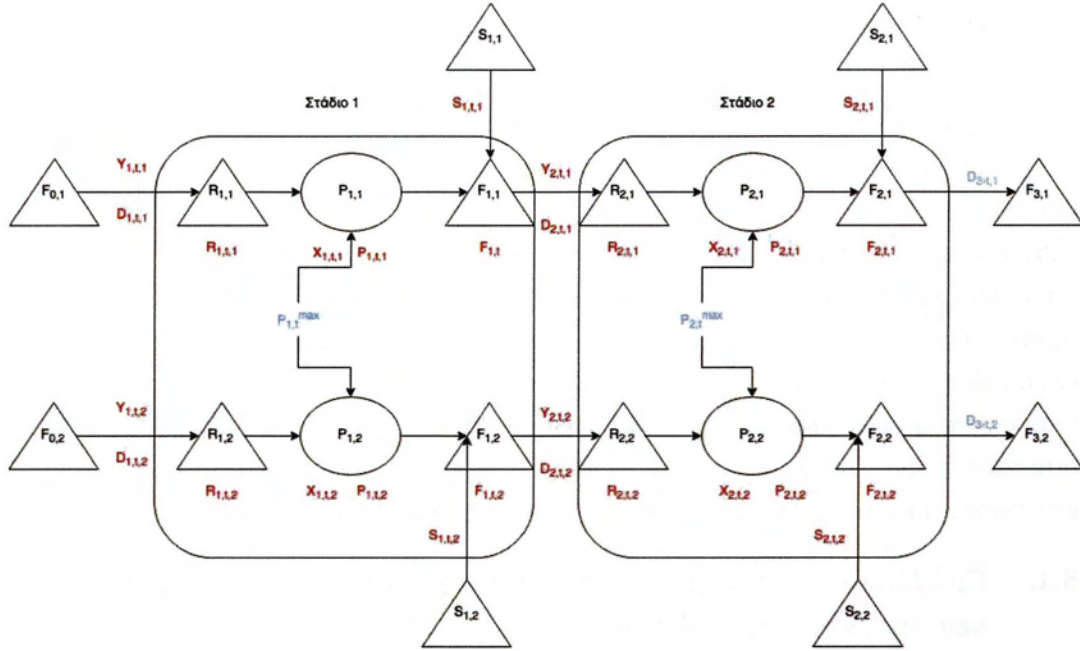
Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύσσουμε τα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα βελτιστοποίησης για τις διαφορετικές εκδοχές του προγραμματισμού της παραγωγής και των παραγγελιών της εφοδιαστικής αλυσίδας για την πρώτη επέκταση όπου έχουμε παράλληλη ροή δύο προϊόντων σε όλα τα στάδια της παραγωγικής αλυσίδας. Τα συγκεκριμένα μοντέλα διαφέρουν μεταξύ τους ως προς το είδος της συνεργασίας μεταξύ των δύο σταδίων για την λήψη των αποφάσεων, οι οποίες λαμβάνονται είτε κεντρικά και ταυτόχρονα από τα δύο στάδια, είτε αποκεντρωμένα, όπου σε αυτή την περίπτωση οι αποφάσεις μπορεί να λαμβάνονται είτε διαδοχικά από τα δύο στάδια είτε ταυτόχρονα. Τα μαθηματικά μοντέλα είναι ακριβώς τα ίδια και για τις υπόλοιπες επεκτάσεις με κάποιες μικρές διαφορές τις οποίες θα αναφέρουμε.

### 3.1. Πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με κεντρική λήψη αποφάσεων

Στο παρόν υποκεφάλαιο μορφοποιούμε το πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών ως ένα πρόβλημα κεντρικής λήψης αποφάσεων, όπου πραγματοποιείται η από κοινού μεγιστοποίηση των κερδών των δύο σταδίων με ταυτόχρονη ικανοποίηση της ζήτησης των πελατών σε τελικά προϊόντα και με παράλληλη εφαρμογή των περιορισμών που προκύπτουν από την λειτουργία του συστήματος. Στην προσέγγιση αυτή, τα δύο στάδια ανήκουν είτε στην ίδια εταιρεία είτε όχι, αλλά συνεργάζονται για την από κοινού επίτευξη μέγιστης κερδοφορίας.

Στο παρακάτω Σχήμα 3-1 αναπαρίσταται σχηματικά η δομή του συστήματος των δύο σταδίων παραγωγής. Επιπλέον, αποτυπώνονται οι μεταβλητές απόφασης (κόκκινο χρώμα), οι παράμετροι που επηρεάζουν τη λύση (μπλε χρώμα) και οι παράμετροι που δεν επηρεάζουν τη λύση (γκρι χρώμα) του προβλήματος 3.1.





Σχήμα 3-1: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του προβλήματος (3.1)–(3.8).

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να μορφοποιηθεί ως ένα πρόβλημα μεικτού ακέραιου προγραμματισμού ως εξής:

$$\min \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (y_{i,j} Y_{i,t,j} + x_{i,j} X_{i,t,j} + p_{i,j} P_{i,t,j} + s_{i,j} S_{i,t,j} + r_{i,j} R_{i,t,j} + f_{i,j} F_{i,t,j}) + d_{i,j} D_{i,t,j} \right] \quad (3.1)$$

$$\text{Subject to } R_{i,t,j} = R_{i,t-1,j} + D_{i,t-1,j} - P_{i,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.2)$$

$$F_{i,t,j} = F_{i,t-1,j} + P_{i,t,j} + S_{i,t,j} - D_{i+1,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.3)$$

$$P_{i,t,j} \leq P_{i,t}^{\max} \cdot X_{i,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.4)$$

$$D_{i,t,j} \leq M \cdot Y_{i,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.5)$$

$$\sum_{j=1}^2 P_{i,t,j} \leq P_{i,t}^{\max}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad (3.6)$$

$$R_{i,t,j}, F_{i,t,j}, P_{i,t,j}, S_{i,t,j}, D_{i,t,j} \geq 0, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.7)$$

$$X_{i,t,j}, Y_{i,t,j} \in \{0,1\}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.8)$$

Το συγκεκριμένο πρόβλημα ελαχιστοποίησης συνολικού κόστους προκύπτει από το αντίστοιχο πρόβλημα μεγιστοποίησης του συνολικού κέρδους (έσοδα - κόστος), καθώς η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του κόστους προκύπτει από την αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποίησης, η οποία είναι εξής:

$$\max \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left[ d_{i+1,j} D_{i+1,t,j} - (y_{i,j} Y_{i,t,j} + d_{i,j} D_{i,t,j} + x_{i,j} X_{i,t,j} + p_{i,j} P_{i,t,j} + s_{i,j} S_{i,t,j} + r_{i,j} R_{i,t,j} + f_{i,j} F_{i,t,j}) \right] \quad (3.9)$$

Στη συνάρτηση μεγιστοποίησης τα έσοδα πωλήσεων του σταδίου 2,  $\sum d_{3,j} D_{3,t,j}$ , μπορούν να βγουν εκτός, δεδομένου ότι οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$  είναι παράμετροι του προβλήματος και όχι μεταβλητές απόφασης. Επίσης, τα έσοδα πωλήσεων του σταδίου 1,  $d_{2,j} D_{2,t,j}$ , αναιρούνται από τα μεταβλητά κόστη αγοράς του σταδίου 2,  $-d_2 D_{2,t}$ . Κατά συνέπεια, η αντικειμενική συνάρτηση (3.9) μπορεί να γραφτεί απλούστερα ως η (3.1). Έτσι, οι τιμές  $d_2$  και  $d_3$  δεν επηρεάζουν τη βέλτιστη λύση, ενώ η τιμή αγοράς των αρχικών πρώτων υλών  $d_1$  την επηρεάζει.

Οι περιορισμοί (3.2) και (3.3) ορίζουν το ισοζύγιο ροής των πρώτων υλών και των τελικών προϊόντων αντίστοιχα στις αποθήκες του κάθε σταδίου. Ο περιορισμός (3.4) εκφράζει την παραγωγική δυναμικότητα της μονάδας παραγωγής κάθε σταδίου σε κάθε περίοδο που εξαρτάται από την ύπαρξη ή μη παραγωγής εκείνη την περίοδο. Ο περιορισμός (3.5) εκφράζει την υποβολή ή μη παραγγελίας πρώτων υλών για κάθε στάδιο σε κάθε περίοδο και είναι απαραίτητος, επειδή η υποβολή παραγγελίας συνοδεύεται από το σταθερό κόστος παραγγελίας. Το  $M$  συμβολίζει έναν πολύ μεγάλο αριθμό. Ο περιορισμός (3.7) εξασφαλίζει την μη αρνητικότητα όλων των συνεχών μεταβλητών απόφασης που ορίζουν τις ποσότητες παραγγελιών και παραγωγής, καθώς τα επίπεδα των πρώτων υλών και των τελικών προϊόντων στις αποθήκες, αποτρέποντας έτσι τις ελλείψεις στο τέλος κάθε περιόδου. Ο περιορισμός (3.6) εξασφαλίζει ότι η παραγωγή σε μια μονάδα ενός σταδίου για κάθε περίοδο δε θα ξεπερνάει τη μέγιστη παραγωγική ικανότητα της μονάδας και για τα 2 προϊόντα αθροιστικά. Τέλος, ο περιορισμός (3.8) ορίζει τις δυαδικές μεταβλητές που υποδηλώνουν την ύπαρξη ή μη παραγωγής και παραγγελίας αντίστοιχα.

### 3.2. Πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με αποκεντρωμένη διαδοχική λήψη αποφάσεων όπου ηγείται το στάδιο 2

Στο παρόν υποκεφάλαιο μορφοποιούμε το πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών ως ένα πρόβλημα αποκεντρωμένης διαδοχικής λήψης αποφάσεων, στο οποίο ηγείται της λήψης αποφάσεων το στάδιο 2 και ακολουθεί το στάδιο 1. Πρακτικά στη θεώρηση αυτή τα δύο στάδια ανήκουν σε διαφορετικές εταιρίες, προσεγγίζοντας έτσι, τον παραδοσιακό τρόπο λειτουργίας των εφοδιαστικών



αλυσίδων, σύμφωνα με τον οποίο οι αποφάσεις λαμβάνονται διαδοχικά κατά την φορά της ροής της πληροφορίας της ζήτησης που είναι αντίστροφη από τη φορά ροής των προϊόντων.

Αρχικά, η εταιρία του σταδίου 2 λαμβάνει τις αποφάσεις που ορίζουν το πρόγραμμα και τις ποσότητες παραγωγής, την προμήθεια από τον υπερβολάβο της  $S_2$  σε περίπτωση αδυναμίας κάλυψης της ζήτησης από την παραγωγή, καθώς και τις παραγγελίες των πρώτων υλών από την προμηθεύτρια εταιρία του σταδίου 1, με στόχο τη μεγιστοποίηση των κερδών της και την ταυτόχρονη ικανοποίηση της ζήτησης των πελατών. Έπειτα η εταιρία του σταδίου 1 δεδομένου της ζήτησης του σταδίου 2 και με στόχο να την ικανοποιήσει, προγραμματίζει την παραγωγή της και τις παραγγελίες προς τον αρχικό προμηθευτή αλλά και την προμήθεια από τον υπερβολάβο  $S_1$ , έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της.

Για το πρόβλημα προγραμματισμού της παραγωγής και παραγγελιών 3.2. όπου ηγείται το στάδιο 2 θεωρούμε τις δύο διαφορετικές εκδοχές που ακολουθούν και προκύπτουν από το ποιο στάδιο έχει την υποχρέωση αποζημιώσει τον υπερβολάβο  $S_1$ .

### 3.2.1. Αποκεντρωμένη χρήση πληροφοριών

Στην πρώτη εκδοχή, το κόστος αγοράς των συμπληρωματικών προϊόντων από τον υπερβολάβο  $S_{i,j}$  το επωμίζεται εξολοκλήρου το στάδιο 1, το οποίο τα αγοράζει για να καλύψει τη ζήτηση του σταδίου 2 σε προϊόντα όταν δε μπορεί να την καλύψει από την παραγωγή του. Καθώς έχουμε υποθέσει ότι η μοναδιαία τιμή αγοράς από τον υπερβολάβο είναι μεγαλύτερη, δηλαδή  $s_1 > d_2$ , άρα το στάδιο 1 επωμίζεται με τη διαφορά κόστους  $s_1 - d_2$  ανά μονάδα προϊόντος που προμηθεύεται από τον υπερβολάβο για να καλύψει τις ανάγκες του σταδίου 2, όταν είναι απαραίτητο.

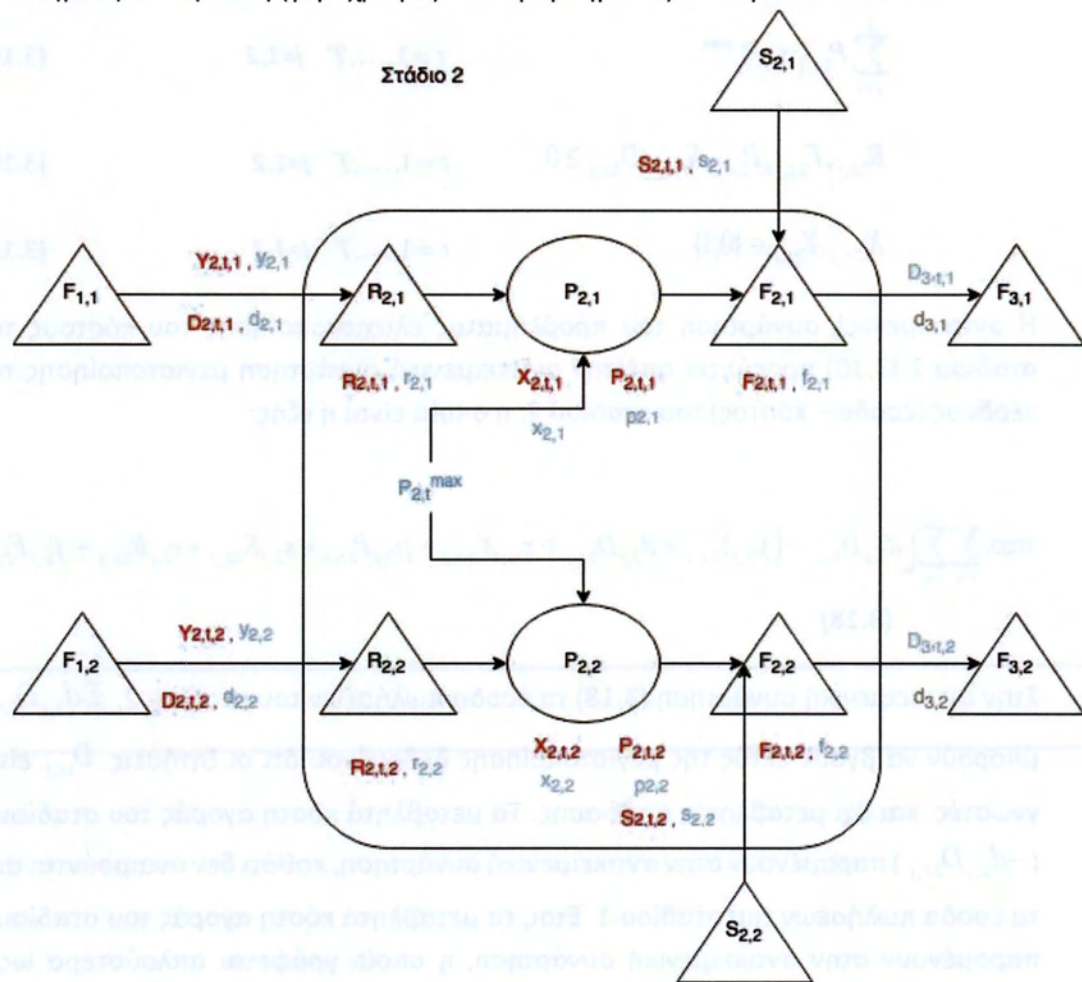
Εφόσον, το στάδιο 2 δεν επιβαρύνεται με το κόστος του υπερβολάβου και παραλαμβάνει τα προϊόντα από την προμηθεύτρια εταιρία του σταδίου 1 με τιμή  $d_2$ , δεν ενδιαφέρεται πως και με τι κόστος θα ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις του σε πρώτες ύλες από το στάδιο 1. Έτσι, το στάδιο 2 λύνει αρχικά ένα αποκεντρωμένο πρόβλημα μεγιστοποίησης του δικού του κέρδους εφαρμόζοντας τους περιορισμούς που το αφορούν μόνο, παράγοντας τις βέλτιστες ποσότητες παραγωγής του,  $X_{2,t,j}$ ,  $P_{2,t,j}$ , προμήθειας από τον υπερβολάβο του,  $S_{2,t,j}$ , και παραγγελιών του,  $Y_{2,t,j}$  και  $D_{2,t,j}$ , καθώς και τα συνεπαγόμενα βέλτιστα επίπεδα αποθεμάτων,  $R_{2,t,j}$  και  $F_{2,t,j}$ .

Έπειτα, το στάδιο 1 δεδομένου των ζητήσεων  $D_{2,t,j}$ , που προκύπτουν από την επίλυση του προβλήματος του σταδίου 2 και εισάγονται ως παράμετροι στο πρόβλημα,

επιλύει το πρόβλημα μεγιστοποίησης του κέρδους του λαμβάνοντας του περιορισμούς που το αφορούν μόνον. Η επίλυση του αποκεντρωμένου προβλήματος του σταδίου 1 παράγει τις βέλτιστες ποσότητες παραγωγής του,  $X_{1,t,j}$ ,  $P_{1,t,j}$ , προμήθειες από τον υπερβολάβο του,  $S_{1,t,j}$ , και παραγγελιών του,  $Y_{1,t,j}$  και  $D_{1,t,j}$ , καθώς και τα συνεπαγόμενα βέλτιστα επίπεδα αποθεμάτων,  $R_{1,t,j}$  και  $F_{1,t,j}$ .

Το πρόβλημα του σταδίου 2 (ηγέτης)

Στο παρακάτω Σχήμα 3-2 αναπαρίσταται σχηματικά η δομή του σταδίου 2. Επιπλέον, αποτυπώνονται οι μεταβλητές απόφασης (κόκκινο χρώμα), οι παράμετροι που επηρεάζουν τη λύση (μπλε χρώμα) και οι παράμετροι που δεν επηρεάζουν τη λύση (γκρι χρώμα) του προβλήματος 3.2.1 για το στάδιο 2.



Σχήμα 3-2: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του δεύτερου σταδίου του προβλήματος (3.10)–(3.17).

Το πρόβλημα αυτό του σταδίου 2 μπορεί να μορφοποιηθεί ως ένα πρόβλημα μεικτού ακέραιου προγραμματισμού ως εξής:



$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 (y_{2,j} Y_{2,t,j} + d_{2,j} D_{2,t,j} + x_{2,j} X_{2,t,j} + p_{2,j} P_{2,t,j} + s_{2,j} S_{2,t,j} + r_{2,j} R_{2,t,j} + f_{2,j} F_{2,t,j}) \quad (3.10)$$

$$\text{Subject to } R_{2,t,j} = R_{2,t-1,j} + D_{2,t-1,j} - P_{2,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.11)$$

$$F_{2,t,j} = F_{2,t-1,j} + P_{2,t,j} + S_{2,t,j} - D_{3,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.12)$$

$$P_{2,t,j} \leq P_{2,t}^{\max} \cdot X_{2,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.13)$$

$$D_{2,t,j} \leq M \cdot Y_{2,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.14)$$

$$\sum_{j=1}^2 P_{2,t,j} \leq P_{i,t}^{\max} \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.15)$$

$$R_{2,t,j}, F_{2,t,j}, P_{2,t,j}, S_{2,t,j}, D_{2,t,j} \geq 0, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.16)$$

$$X_{2,t,j}, Y_{2,t,j} \in \{0,1\}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.17)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος ελαχιστοποίησης του κόστους του σταδίου 2 (3.10) προκύπτει από την αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποίησης του κέρδους (έσοδα – κόστος) του σταδίου 2, η οποία είναι η εξής:

$$\max \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 [d_{3,j} D_{3,t,j} - (y_{2,j} Y_{2,t,j} + d_{2,j} D_{2,t,j} + x_{2,j} X_{2,t,j} + p_{2,j} P_{2,t,j} + s_{2,j} S_{2,t,j} + r_{2,j} R_{2,t,j} + f_{2,j} F_{2,t,j})] \quad (3.18)$$

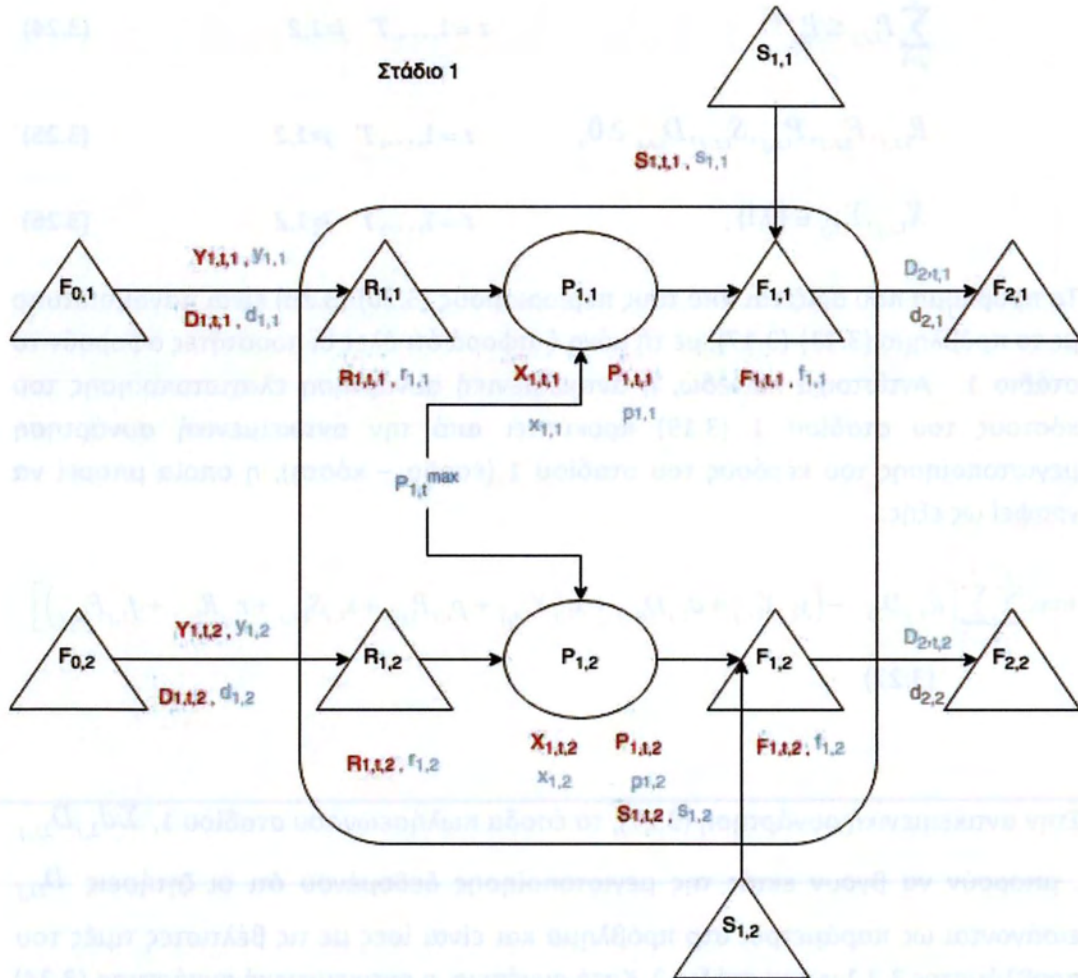
Στην αντικειμενική συνάρτηση (3.18) τα έσοδα πωλήσεων του σταδίου 2,  $\sum d_{3,j} D_{3,t,j}$ , μπορούν να βγουν εκτός της μεγιστοποίησης δεδομένου ότι οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$  είναι γνωστές και όχι μεταβλητές απόφασης. Τα μεταβλητά κόστη αγοράς του σταδίου 2 ( $-d_{2,j} D_{2,t,j}$ ) παραμένουν στην αντικειμενική συνάρτηση, καθότι δεν αναιρούνται από τα έσοδα πωλήσεων του σταδίου 1. Έτσι, τα μεταβλητά κόστη αγοράς του σταδίου 2 παραμένουν στην αντικειμενική συνάρτηση, η οποία γράφεται απλούστερα ως η (3.9). Κατά συνέπεια, η τιμή πώλησης τελικών προϊόντων  $d_{3,j}$  δεν επηρεάζει τη βέλτιστη λύση, ενώ η τιμή αγοράς πρώτων υλών  $d_{2,j}$  την επηρεάζει.

Οι περιορισμοί (3.11)–(3.17) είναι πανομοιότυποι με τους περιορισμούς (3.2)–(3.8) του προβλήματος κεντρικής λήψης αποφάσεων, με τη μόνη διαφορά ότι αφορούν το στάδιο 2 και όχι και τα δύο στάδια.



Το πρόβλημα του σταδίου 1 (ακόλουθος)

Στο παρακάτω Σχήμα 3-3 αναπαριστάται σχηματικά η δομή του σταδίου 1. Επιπλέον, αποτυπώνονται οι μεταβλητές απόφασης (κόκκινο χρώμα), οι παράμετροι που επηρεάζουν τη λύση (μπλε χρώμα) και οι παράμετροι που δεν επηρεάζουν τη λύση (γκρι χρώμα) του προβλήματος 3.2.1 για το στάδιο 1.



Σχήμα 3-3: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του πρώτου σταδίου του προβλήματος (3.19)-(3.26).

Το πρόβλημα αυτό του σταδίου 1 μπορεί να μορφοποιηθεί ως ένα πρόβλημα μεικτού ακέραιου προγραμματισμού ως εξής:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 (y_{1,j} Y_{1,t,j} + d_{1,j} D_{1,t,j} + x_{1,j} X_{1,t,j} + p_{1,j} P_{1,t,j} + s_{1,j} S_{1,t,j} + r_{1,j} R_{1,t,j} + f_{1,j} F_{1,t,j}) \quad (3.19)$$

$$\text{Subject to } R_{1,t,j} = R_{1,t-1,j} + D_{1,t,j} - P_{1,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.20)$$

$$F_{1,t,j} = F_{1,t-1,j} + P_{1,t,j} + S_{1,t,j} - D_{2,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.21)$$

$$P_{1,t,j} \leq P_{1,t}^{\max} \cdot X_{1,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.22)$$

$$D_{1,t,j} \leq M \cdot Y_{1,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.23)$$

$$\sum_{j=1}^2 P_{1,t,j} \leq P_{1,t}^{\max} \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.24)$$

$$R_{1,t,j}, F_{1,t,j}, P_{1,t,j}, S_{1,t,j}, D_{1,t,j} \geq 0, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.25)$$

$$X_{1,t,j}, Y_{1,t,j} \in \{0,1\}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.26)$$

Το πρόβλημα που ορίζεται από τους περιορισμούς (3.20)-(3.26) είναι πανομοιότυπο με το πρόβλημα (3.11)-(3.17), με τη μόνη διαφορά ότι όλες οι ποσότητες αφορούν το στάδιο 1. Αντίστοιχα και εδώ, η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του κόστους του σταδίου 1 (3.19) προκύπτει από την αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποίησης του κέρδους του σταδίου 1 (έσοδα – κόστη), η οποία μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\max \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 \left[ d_{2,j} D_{2,t,j} - (y_{1,j} Y_{1,t,j} + d_{1,j} D_{1,t,j} + x_{1,j} X_{1,t,j} + p_{1,j} P_{1,t,j} + s_{1,j} S_{1,t,j} + r_{1,j} R_{1,t,j} + f_{1,j} F_{1,t,j}) \right] \quad (3.27)$$

Στην αντικειμενική συνάρτηση (3.27), τα έσοδα πωλήσεων του σταδίου 1,  $\sum d_{2,j} D_{2,t,j}$ , μπορούν να βγουν εκτός της μεγιστοποίησης δεδομένου ότι οι ζητήσεις  $D_{2,t,j}$  εισάγονται ως παράμετροι στο πρόβλημα και είναι ίσες με τις βέλτιστες τιμές του προβλήματος 3.2.1 για το στάδιο 2. Κατά συνέπεια, η αντικειμενική συνάρτηση (3.24) μπορεί να γραφτεί απλούστερα ως η (3.19). Έτσι, οι μόνες τιμές που επηρεάζουν την αντικειμενική συνάρτηση είναι η τιμή αγοράς των αρχικών πρώτων υλών,  $d_1$ , και η τιμή αγοράς από τον υπερβολάβο,  $s_1$ .

### 3.2.2. Κεντρική χρήση πληροφοριών

Στην δεύτερη εκδοχή, το κόστος αγοράς συμπληρωματικών προϊόντων από τον υπερβολάβο  $S_{1,j}$  επιβαρύνει το στάδιο 2 που αγοράζει αυτά τα προϊόντα μέσω του σταδίου 1. Όμως, το στάδιο 2 δεν γνωρίζει αν όλες οι παραγγελίες του για πρώτες



ύλες θα ικανοποιηθούν από το στάδιο 1 στην μοναδιαία τιμή αγοράς  $d_{2,j}$  ή θα ικανοποιηθούν υποχρεωτικά από τον υπερβολάβο στην μοναδιαία τιμή αγοράς  $s_{1,j}$ , όπου  $s_{1,j} > d_{2,j}$ , σε περίπτωση που κάποιες από τις απαιτήσεις του δεν μπορούν να καλυφθούν από την παραγωγή του σταδίου 1.

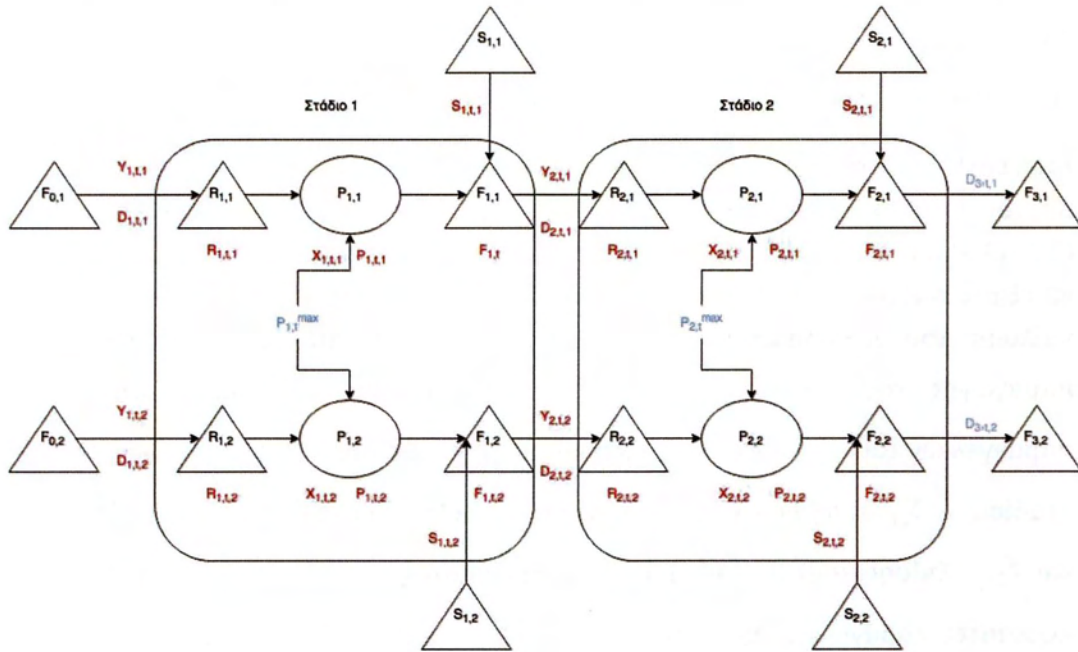
Έτσι, επιλύουμε αρχικά το πρόβλημα μεγιστοποίησης του κέρδους του σταδίου 2 και όχι του συνολικού κέρδους, λαμβάνοντας όμως υπόψη όλους του περιορισμούς (3.2)-(3.8) συμπεριλαμβανομένου των περιορισμών που αφορούν το στάδιο 1, ώστε να εξασφαλίσουμε ότι θα είναι εφικτή η λύση που θα προκύψει. Κατά συνέπεια, η επίλυση του προβλήματος του σταδίου 2 παράγει τις βέλτιστες ποσότητες παραγωγής του,  $X_{2,t,j}$ ,  $P_{2,t,j}$ , προμήθειας από τον υπερβολάβο του,  $S_{2,t,j}$ , παραγγελιών του,  $Y_{2,t,j}$  και  $D_{2,t,j}$ , αλλά και προμήθειάς του από τον υπερβολάβο του σταδίου 1,  $S_{1,t,j}$ , καθώς και τα συνεπαγόμενα βέλτιστα επίπεδα αποθεμάτων,  $R_{2,t,j}$  και  $F_{2,t,j}$ . Επίσης, από την επίλυση του προβλήματος του σταδίου 2 προκύπτουν οι ποσότητες παραγωγής και παραγγελιών του σταδίου 1,  $X_{1,t,j}$ ,  $P_{1,t,j}$ ,  $Y_{1,t,j}$  και  $D_{1,t,j}$ , καθώς και τα συνεπαγόμενα επίπεδα αποθεμάτων,  $R_{1,t,j}$  και  $F_{1,t,j}$ . Οι ποσότητες αυτές είναι εφικτές και βέλτιστες για το στάδιο 2, αλλά μπορεί να μην είναι βέλτιστες για το στάδιο 1, αφού έχουν παραχθεί αγνοώντας την αντικειμενική συνάρτηση του σταδίου 1.

Στη συνέχεια, επιλύουμε το πρόβλημα μεγιστοποίησης του κέρδους του σταδίου 1 λαμβάνοντας υπόψη εκείνους τους περιορισμούς (3.2)-(3.8) που το αφορούν μόνον, θεωρώντας τις ζητήσεις  $D_{2,t,j}$  και τις ποσότητες που θα προμηθευτεί από τον υπερβολάβο του,  $S_{1,t,j}$  όχι πια ως μεταβλητές απόφασης αλλά ως παραμέτρους με τιμές ίσες με τις βέλτιστες τιμές που προκύπτουν από την επίλυση του προβλήματος του σταδίου 2. Από την επίλυση αυτού προβλήματος προκύπτουν οι τελικές βέλτιστες ποσότητες παραγωγής και παραγγελιών του σταδίου 1,  $X_{1,t,j}$ ,  $P_{1,t,j}$ ,  $Y_{1,t,j}$  και  $D_{1,t,j}$ , καθώς και τα συνεπαγόμενα επίπεδα αποθεμάτων,  $R_{1,t,j}$  και  $F_{1,t,j}$ .

*Το πρόβλημα του σταδίου 2 (ηγέτης)*

Στο παρακάτω Σχήμα 3-4 αναπαριστάται σχηματικά η δομή του συστήματος των δύο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας. Επιπλέον, αποτυπώνονται οι μεταβλητές απόφασης (κόκκινο χρώμα), οι παράμετροι που επηρεάζουν τη λύση

(μπλε χρώμα) και οι παράμετροι που δεν επηρεάζουν τη λύση (γκρι χρώμα) του προβλήματος 3.2.2 για το στάδιο 2.



Σχήμα 3-4: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του προβλήματος (3.28)-(3.35).

Το πρόβλημα αυτό του σταδίου 2 μπορεί να μορφοποιηθεί ως ένα πρόβλημα μεικτού ακέραιου προγραμματισμού ως εξής:

$$\min \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^2 (y_{2,j} Y_{2,t,j} + d_{2,j} D_{2,t,j} + (s_{1,j} - d_{2,j}) S_{1,t,j} + x_{2,j} X_{2,t,j} + p_{2,j} P_{2,t,j} + s_{2,j} S_{2,t,j} + r_{2,j} R_{2,t,j} + f_{2,j} F_{2,t,j}) \quad (3.28)$$

$$\text{Subject to } R_{i,t,j} = R_{i,t-1,j} + D_{i,t-1,j} - P_{i,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.29)$$

$$F_{i,t,j} = F_{i,t-1,j} + P_{i,t,j} + S_{i,t,j} - D_{i+1,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.30)$$

$$P_{i,t,j} \leq P_{i,t}^{\max} \cdot X_{i,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.31)$$

$$D_{i,t,j} \leq M \cdot Y_{i,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.32)$$

$$\sum_{j=1}^2 P_{i,t,j} \leq P_{i,t}^{\max} \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad (3.33)$$

$$R_{i,t,j}, F_{i,t,j}, P_{i,t,j}, S_{i,t,j}, D_{i,t,j} \geq 0, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.34)$$



$$X_{i,t,j}, Y_{i,t,j} \in \{0,1\}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.35)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του κόστους του σταδίου 2 (3.28) προκύπτει από την αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποίησης του κέρδους (έσοδα – κόστος) του σταδίου 2, η οποία μπορεί να γραφεί ως εξής:

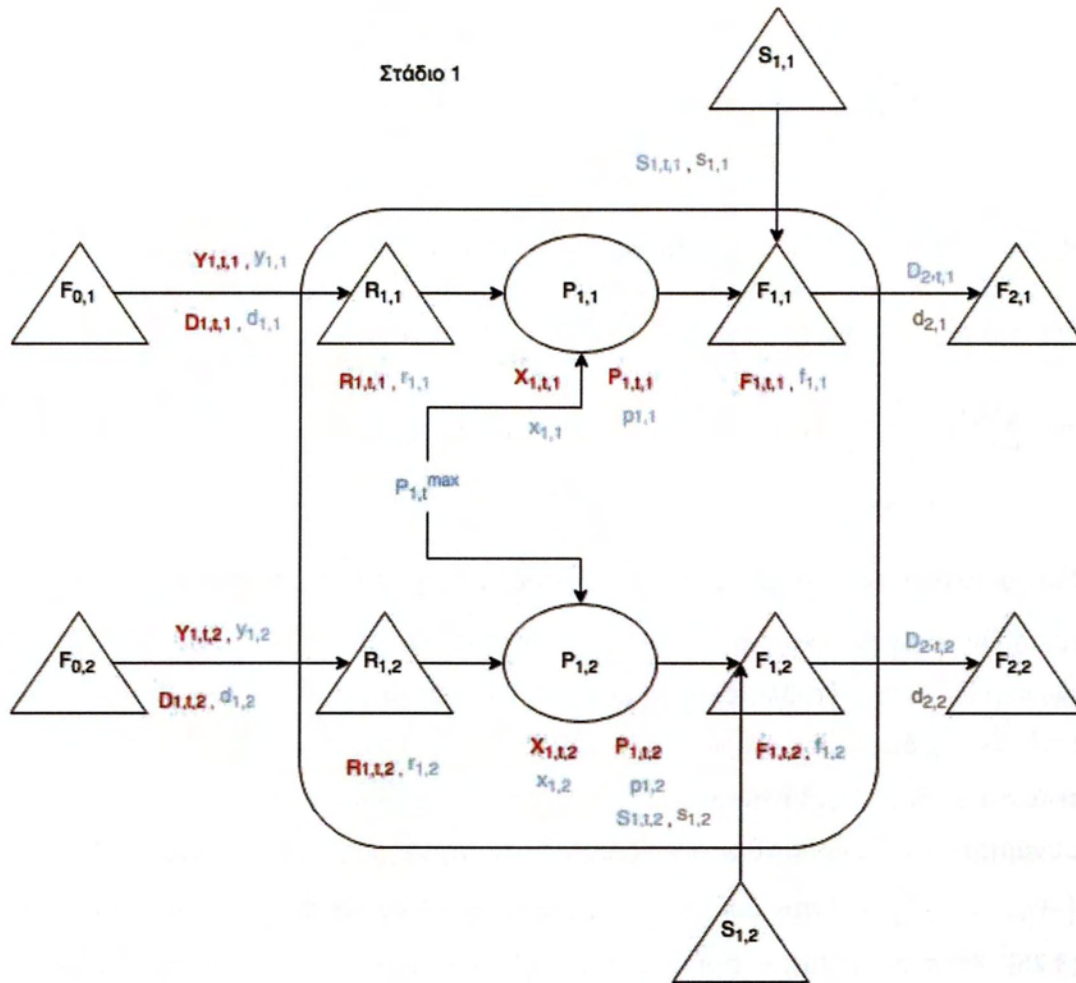
$$\max \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 \left[ d_{3,j} D_{3,t,j} - (y_{2,j} Y_{2,t,j} + d_{2,j} D_{2,t,j} + (s_{1,j} - d_{2,j}) S_{1,t,j} + x_{2,j} X_{2,t,j} + p_{2,j} P_{2,t,j} + s_{2,j} S_{2,t,j} + r_{2,j} R_{2,t,j} + f_{2,j} F_{2,t,j}) \right] \quad (3.36)$$

Στην αντικειμενική συνάρτηση (3.36) τα έσοδα πωλήσεων του σταδίου 2,  $\sum d_{3,j} D_{3,t,j}$ , μπορούν να βγουν εκτός της μεγιστοποίησης δεδομένου ότι οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$  είναι εξωγενείς και όχι μεταβλητές απόφασης. Τα μεταβλητά κόστη αγοράς του σταδίου 2 ( $-d_{2,j} D_{2,t,j}$ ), όμως, δεν ακυρώνονται με τα έσοδα πωλήσεων του σταδίου 1, γιατί τα τελευταία δεν λαμβάνονται υπόψη στην (3.36). Επίσης, στην αντικειμενική συνάρτηση (3.36) προστίθενται τα επιπλέον κόστη αγοράς από τον υπεργολάβο  $S_{1,j}$ , ( $-(s_{1,j} - d_{2,j}) S_{1,t,j}$ ). Κατά συνέπεια, η (3.36) μπορεί να γραφτεί απλούστερα ως η (3.28). Κατά συνέπεια, η τιμή πώλησης τελικών προϊόντων  $d_3$  δεν επηρεάζει τη βέλτιστη λύση, ενώ οι τιμές αγοράς  $d_2$  και  $s_1$  των πρώτων υλών την επηρεάζει.

Οι περιορισμοί (3.29)-(3.35) είναι πανομοιότυποι με τους περιορισμούς (3.2)-(3.8) του προβλήματος κεντρικής λήψης αποφάσεων.

*Το πρόβλημα του σταδίου 1 (ακόλουθος)*

Στο παρακάτω Σχήμα 3-5 αναπαριστάται σχηματικά η δομή του συστήματος των δύο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας. Επιπλέον, αποτυπώνονται οι μεταβλητές απόφασης (κόκκινο χρώμα), οι παράμετροι που επηρεάζουν τη λύση (μπλε χρώμα) και οι παράμετροι που δεν επηρεάζουν τη λύση (γκρι χρώμα) του προβλήματος 3.2.2 για το στάδιο 1.



Σχήμα 3-5: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του πρώτου σταδίου προβλήματος (3.37)-(3.44).

Το πρόβλημα αυτό του σταδίου 1 μπορεί να μορφοποιηθεί ως ένα πρόβλημα μεικτού ακέραιου προγραμματισμού ως εξής:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 (y_{1,t,j} Y_{1,t,j} + d_{1,t,j} D_{1,t,j} + x_{1,t,j} X_{1,t,j} + p_{1,t,j} P_{1,t,j} + r_{1,t,j} R_{1,t,j} + f_{1,t,j} F_{1,t,j}) \quad (3.37)$$

Subject to  $R_{1,t,j} = R_{1,t-1,j} + D_{1,t,j} - P_{1,t,j}, \quad t = 1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.38)$

$$F_{1,t,j} = F_{1,t-1,j} + P_{1,t,j} + S_{1,t,j} - D_{2,t,j}, \quad t = 1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.39)$$

$$P_{1,t,j} \leq P_{1,t}^{\max} \cdot X_{1,t,j}, \quad t = 1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.40)$$

$$D_{1,t,j} \leq M \cdot Y_{1,t,j}, \quad t = 1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.41)$$



$$\sum_{j=1}^2 P_{1,t,j} \leq P_{1,t}^{\max} \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.42)$$

$$R_{1,t,j}, F_{1,t,j}, P_{1,t,j}, S_{1,t,j}, D_{1,t,j} \geq 0, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.43)$$

$$X_{1,t,j}, Y_{1,t,j} \in \{0,1\}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.44)$$

Αντίστοιχα και δω, η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του κόστους του σταδίου 1 (3.37) προκύπτει από την αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποίησης του κέρδους του σταδίου 1 (έσοδα – κόστη), η οποία είναι η εξής:

$$\max \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 \left[ d_{2,j} (D_{2,t,j} - S_{1,t,j}) - (y_{1,j} Y_{1,t,j} + d_{1,j} D_{1,t,j} + x_{1,j} X_{1,t,j} + p_{1,j} P_{1,t,j} + r_{1,j} R_{1,t,j} + f_{1,j} F_{1,t,j}) \right] \quad (3.45)$$

Στην αντικειμενική συνάρτηση (3.45) τα έσοδα πωλήσεων του σταδίου 1,  $\sum d_{2,j} (D_{2,t,j} - S_{1,t,j})$ , μπορούν να βγουν εκτός της μεγιστοποίησης δεδομένου ότι οι ποσότητες  $D_{2,t,j} - S_{1,t,j}$  που το στάδιο 1 προμηθεύει στο στάδιο 2 δεν είναι μεταβλητές απόφασης, όπως αναφέρθηκε πρωτίτερα, αλλά θεωρούνται εξωγενείς παράμετροι που είναι ίσες με τις βέλτιστες τιμές του προβλήματος (3.29)-(3.35). Κατά συνέπεια, η αντικειμενική συνάρτηση (3.45) μπορεί να γραφτεί απλούστερα ως η (3.37). Αυτή σημαίνει ότι η μόνη τιμή που επηρεάζει την αντικειμενική συνάρτηση είναι η τιμή αγοράς των αρχικών πρώτων υλών,  $d_1$ .

Οι περιορισμοί (3.38)-(3.44) είναι πανομοιότυποι με τους περιορισμούς (3.2)-(3.8) του προβλήματος κεντρικής λήψης αποφάσεων με τη μόνη διαφορά ότι αφορούν μόνο το στάδιο 1.

### 3.3. Πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με αποκεντρωμένη διαδοχική λήψη αποφάσεων όπου ηγείται το στάδιο 1

Στο παρόν υποκεφάλαιο, το πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών αντιμετωπίζεται ως ένα πρόβλημα αποκεντρωμένης διαδοχικής λήψης αποφάσεων, στο οποίο ηγείται της λήψης αποφάσεων το στάδιο 1 και ακολουθεί το στάδιο 2. Η θεώρηση αυτή υπονοεί ότι τα δύο στάδια ανήκουν σε διαφορετικές εταιρίες.

Αρχικά, η εταιρία του σταδίου 1 επιλύει το πρόβλημα μεγιστοποίησης του δικού της κέρδους μόνο (και όχι του συνολικού κέρδους) προγραμματίζοντας την παραγωγή της και τις παραγγελίες της των αρχικών πρώτων υλών και φροντίζοντας παράλληλα να ικανοποιηθεί η ζήτηση των πελατών του σταδίου 2. Κατά την επίλυση αυτού του

προβλήματος λαμβάνονται υπόψη όλοι οι περιορισμοί (3.2)-(3.8) ώστε να εξασφαλιστεί ότι η λύση που θα προκύψει θα είναι εφικτή και ταυτόχρονα θα ικανοποιεί τη ζήτηση των πελατών του σταδίου 2.

Από την επίλυση του προβλήματος του σταδίου 1 προκύπτουν οι βέλτιστες ποσότητες παραγωγής,  $X_{1,t,j}$ ,  $P_{1,t,j}$ , προμήθειας από τον πρώτο υπεργολάβο,  $S_{1,t,j}$ , και παραγγελιών,  $Y_{1,t,j}$  και  $D_{1,t,j}$ , καθώς και τα συνεπαγόμενα βέλτιστα επίπεδα αποθεμάτων,  $R_{1,t,j}$  και  $F_{1,t,j}$ . Επίσης, παράγονται οι βέλτιστες ποσότητες παραγγελιών του σταδίου 2. Επιπρόσθετα, από την επίλυση του προβλήματος του σταδίου 1 παράγονται οι ποσότητες παραγωγής του σταδίου 2,  $X_{2,t,j}$ ,  $P_{2,t,j}$ , προμήθειας από τον δεύτερο υπεργολάβο,  $S_{2,t,j}$ , καθώς και τα επίπεδα αποθεμάτων,  $R_{2,t,j}$  και  $F_{2,t,j}$ . Οι ποσότητες αυτές είναι εφικτές και βέλτιστες για το στάδιο 1, επειδή έχουν υπολογιστεί με σκοπό να μεγιστοποιήσουν την αντικειμενική συνάρτηση του σταδίου 1, αλλά μπορεί να μην είναι βέλτιστες για το στάδιο 2, αφού έχουν παραχθεί αγνοώντας την αντικειμενική συνάρτηση του σταδίου 2.

Εφόσον, το στάδιο 1 αποφασίζει τις ποσότητες των πρώτων υλών που παραγγέλλει το στάδιο 2 από το στάδιο 1,  $D_{2,t,j}$ , είναι λογικό να θεωρήσουμε ότι επωμίζεται και το πάγιο κόστος αυτών των παραγγελιών. Σε διαφορετική περίπτωση το στάδιο 1 θα μπορούσε να στέλνει σε κάθε περίοδο μια παραγγελία στο στάδιο 2 με αποτέλεσμα το πάγιο κόστος των παραγγελιών του σταδίου 2 να εκτιναχθεί στα ύψη.

Επίσης, είναι λογικό να θεωρήσουμε ότι το σύνολο των παραγγελιών αυτών δεν ξεπερνάει το τμήμα της συνολικής ζήτησης των πελατών για τελικά προϊόντα του σταδίου 2 που ικανοποιείται από την παραγωγή του σταδίου 2, δηλαδή,

$$\sum_{t=1}^T D_{2,t,j} \leq \sum_{t=1}^T (D_{3,t,j} - S_{2,t,j}) \quad j=1,2 \quad (3.46)$$

Σε διαφορετική περίπτωση, το στάδιο 1 θα μπορούσε να στέλνει πολύ μεγαλύτερες ποσότητες παραγγελίας  $D_{2,t,j}$  από αυτές που απαιτούνται για την κάλυψη της ζήτησης των τελικών πελατών, κερδοσκοπώντας έτσι υπερβολικά εις βάρος του σταδίου 2. Βέβαια, υπάρχει ένας φυσικός μηχανισμός που αποτρέπει το στάδιο 1 από το αποφασίζει παράλογα μεγάλες παραγγελίες. Συγκεκριμένα, αν αποφασίσει παράλογα μεγάλες παραγγελίες, ενδέχεται να μην μπορεί να τις ικανοποιήσει με την παραγωγή του και να χρειάζεται να τις προμηθευτεί από τον υπεργολάβο  $S_1$ , αναλαμβάνοντας όμως και το σχετικό κόστος.

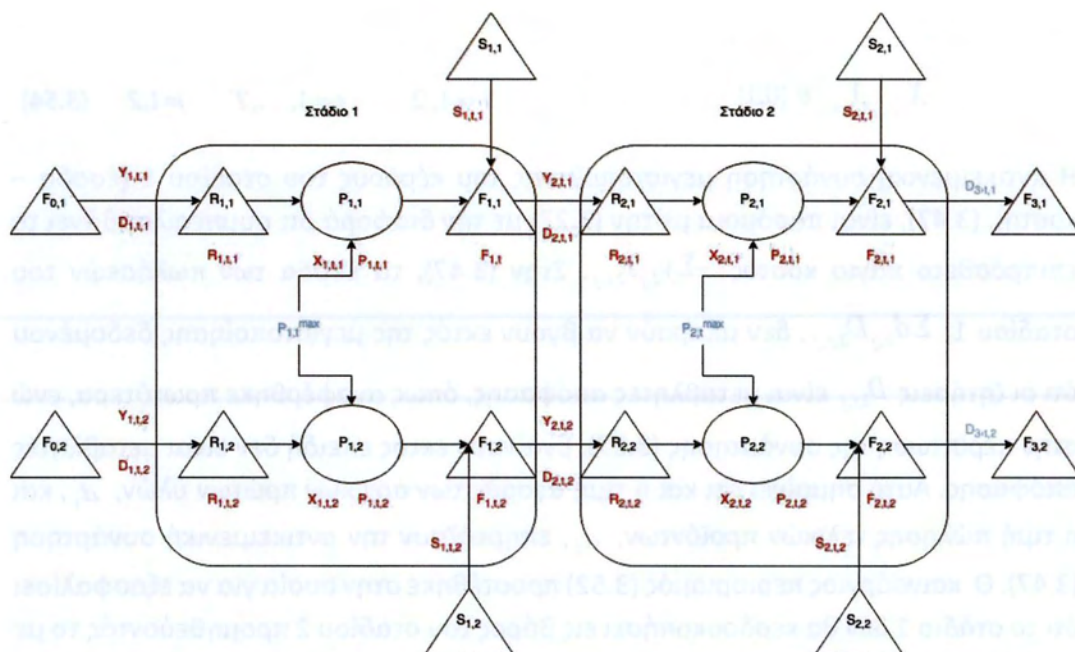
Στη συνέχεια, η εταιρία του σταδίου 2 λύνει το πρόβλημα μεγιστοποίησης του δικού του κέρδους προγραμματίζοντας την δική της παραγωγή αλλά όχι τις παραγγελίες της



προς το στάδιο 1 (μιας και αυτές έχουν καθοριστεί από την επίλυση του προβλήματος του σταδίου 1) και φροντίζοντας παράλληλα να ικανοποιηθεί η ζήτηση των τελικών πελατών. Κατά την επίλυση του προβλήματος αυτού το στάδιο 2 λαμβάνει υπόψη εκείνους τους περιορισμούς (3.2)-(3.8) που το αφορούν μόνον, θεωρώντας τις ζητήσεις  $D_{2,t,j}$  όχι πια ως μεταβλητές απόφασης αλλά ως παραμέτρους με τιμές ίσες με τις βέλτιστες τιμές που προκύπτουν από την λύση του προβλήματος του σταδίου 1. Από την επίλυση του προβλήματος αυτού προκύπτουν οι τελικές βέλτιστες ποσότητες παραγωγής του σταδίου 2,  $X_{2,t,j}$  και  $P_{2,t,j}$ , καθώς και τα συνεπαγόμενα επίπεδα αποθεμάτων,  $R_{2,t,j}$  και  $F_{2,t,j}$ .

*Το πρόβλημα του σταδίου 1 (ηγέτης)*

Στο παρακάτω Σχήμα 3-6 αναπαριστάται σχηματικά η δομή του συστήματος των δύο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας. Επιπλέον, αποτυπώνονται οι μεταβλητές απόφασης (κόκκινο χρώμα), οι παράμετροι που επηρεάζουν τη λύση (μπλε χρώμα) και οι παράμετροι που δεν επηρεάζουν τη λύση (γκρι χρώμα) του προβλήματος 3.3 για το στάδιο 1.



**Σχήμα 3-6: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του προβλήματος (3.47)-(3.54).**

Το πρόβλημα αυτό του σταδίου 1 μπορεί να μορφοποιηθεί ως ένα πρόβλημα μεικτού ακέραιου προγραμματισμού ως εξής:

$$\max \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 \left[ d_{2,j} D_{2,t,j} - (y_{1,j} Y_{1,t,j} + d_{1,j} D_{1,t,j} + y_{2,j} Y_{2,t,j} + x_{1,j} X_{1,t,j} + p_{1,j} P_{1,t,j} + s_{1,j} S_{1,t,j} + r_{1,j} R_{1,t,j} + f_{1,j} F_{1,t,j}) \right] \quad (3.47)$$

$$\text{Subject to } R_{i,t,j} = R_{i,t-1,j} + D_{i,t-1,j} - P_{i,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.48)$$

$$F_{i,t,j} = F_{i,t-1,j} + P_{i,t,j} + S_{i,t,j} - D_{i+1,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.49)$$

$$P_{i,t,j} \leq P_{i,t}^{\max} \cdot X_{i,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.50)$$

$$D_{i,t,j} \leq M \cdot Y_{i,t,j}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.51)$$

$$\sum_{j=1}^2 P_{i,t,j} \leq P_{i,t}^{\max} \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad (3.52)$$

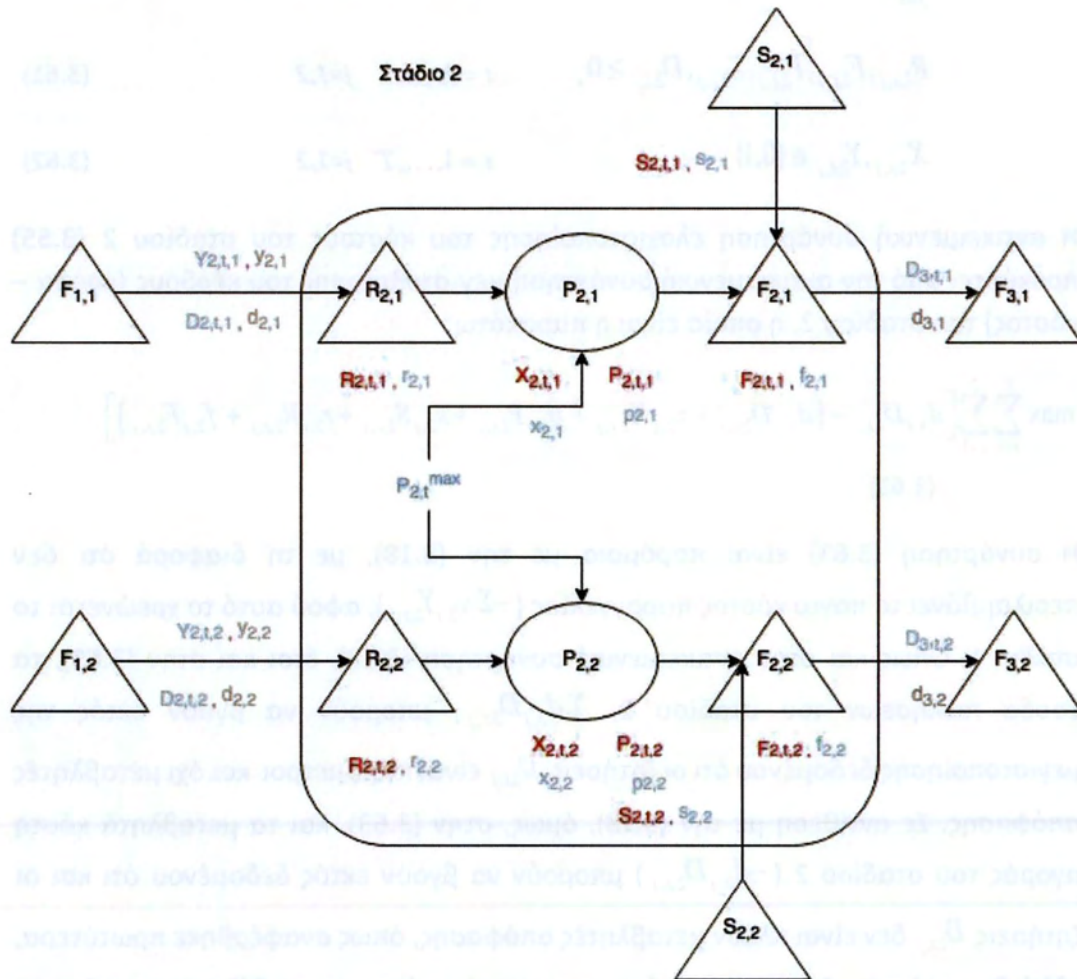
$$R_{i,t,j}, F_{i,t,j}, P_{i,t,j}, S_{i,t,j}, D_{i,t,j} \geq 0, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.53)$$

$$X_{i,t,j}, Y_{i,t,j} \in \{0,1\}, \quad i=1,2 \quad t=1,\dots,T \quad j=1,2 \quad (3.54)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποίησης του κέρδους του σταδίου 1 (έσοδα – κόστη), (3.47), είναι παρόμοια με την (3.27) με την διαφορά ότι συμπεριλαμβάνει το επιπρόσθετο πάγιο κόστος  $-\sum y_{2,j} Y_{2,t,j}$ . Στην (3.47), τα έσοδα των πωλήσεων του σταδίου 1,  $\sum d_{2,j} D_{2,t,j}$ , δεν μπορούν να βγουν εκτός της μεγιστοποίησης δεδομένου ότι οι ζητήσεις  $D_{2,t,j}$  είναι μεταβλητές απόφασης, όπως αναφέρθηκε πρωτίτερα, ενώ στην περίπτωση της συνάρτησης (3.27), βγαίνουν εκτός επειδή δεν είναι μεταβλητές απόφασης. Αυτό σημαίνει ότι και η τιμή αγοράς των αρχικών πρώτων υλών,  $d_1$ , και η τιμή πώλησης τελικών προϊόντων,  $d_2$ , επηρεάζουν την αντικειμενική συνάρτηση (3.47). Ο καινούργιος περιορισμός (3.52) προστέθηκε στην ουσία για να εξασφαλίσει ότι το στάδιο 1 δεν θα κερδοσκοπήσει εις βάρος του σταδίου 2 προμηθεύοντάς το με παραπανήσια προϊόντα προκειμένου να αυξήσει το κέρδος του. Οι υπόλοιποι περιορισμοί του σταδίου 1 είναι πανομοιότυποι με τους περιορισμούς (3.2)-(3.8).

Το πρόβλημα του σταδίου 2 (ακόλουθος)

Στο παρακάτω Σχήμα 3-7 αναπαριστάται σχηματικά η δομή του συστήματος των δύο σταδίων της εφοδιαστικής αλυσίδας. Επιπλέον, αποτυπώνονται οι μεταβλητές απόφασης (κόκκινο χρώμα), οι παράμετροι που επηρεάζουν τη λύση (μπλε χρώμα) και οι παράμετροι που δεν επηρεάζουν τη λύση (γκρι χρώμα) του προβλήματος 3.3 για το στάδιο 1.



Σχήμα 3-7: Μαθηματικοί συμβολισμοί και σχηματική δομή του δεύτερου σταδίου του προβλήματος (3.55)-(3.62).

Το πρόβλημα αυτό του σταδίου 2 μπορεί να μορφοποιηθεί ως ένα πρόβλημα μεικτού ακέрайου προγραμματισμού ως εξής:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 (x_{2,t,j} X_{2,t,j} + p_{2,t,j} P_{2,t,j} + s_{2,t,j} S_{2,t,j} + r_{2,t,j} R_{2,t,j} + f_{2,t,j} F_{2,t,j}) \quad (3.55)$$

$$\text{Subject to } R_{2,t,j} = R_{2,t-1,j} + D_{2,t-1,j} - P_{2,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.56)$$



$$F_{2,t,j} = F_{2,t-1,j} + P_{2,t,j} + S_{2,t,j} - D_{3,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.57)$$

$$P_{2,t,j} \leq P_{2,t}^{\max} \cdot X_{2,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.58)$$

$$D_{2,t,j} \leq M \cdot Y_{2,t,j}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.59)$$

$$\sum_{j=1}^2 P_{2,t,j} \leq P_{i,t}^{\max} \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.60)$$

$$R_{2,t,j}, F_{2,t,j}, P_{2,t,j}, S_{2,t,j}, D_{2,t,j} \geq 0, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.61)$$

$$X_{2,t,j}, Y_{2,t,j} \in \{0,1\}, \quad t=1, \dots, T \quad j=1,2 \quad (3.62)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης του κόστους του σταδίου 2 (3.55) προκύπτει από την αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποίησης του κέρδους (έσοδα – κόστος) του σταδίου 2, η οποία είναι η παρακάτω:

$$\max \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 \left[ d_{3,j} D_{3,t,j} - (d_{2,j} D_{2,t,j} + x_{2,j} X_{2,t,j} + p_{2,j} P_{2,t,j} + s_{2,j} S_{2,t,j} + r_{2,j} R_{2,t,j} + f_{2,j} F_{2,t,j}) \right] \quad (3.63)$$

Η συνάρτηση (3.63) είναι παρόμοια με την (3.18), με τη διαφορά ότι δεν περιλαμβάνει το πάγιο κόστος παραγγελίας ( $-\sum y_{2,j} Y_{2,t,j}$ ), αφού αυτό το χρεώνεται το στάδιο 1. Όπως και στην αντικειμενική συνάρτηση (3.18), έτσι και στην (3.63), τα έσοδα πωλήσεων του σταδίου 2,  $\sum d_{3,j} D_{3,t,j}$ , μπορούν να βγουν εκτός της μεγιστοποίησης δεδομένου ότι οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$  είναι παράμετροι και όχι μεταβλητές απόφασης. Σε αντίθεση με την (3.18), όμως, στην (3.63), και τα μεταβλητά κόστη αγοράς του σταδίου 2 ( $-d_{2,j} D_{2,t,j}$ ) μπορούν να βγουν εκτός δεδομένου ότι και οι ζητήσεις  $D_{2,t,j}$  δεν είναι πλέον μεταβλητές απόφασης, όπως αναφέρθηκε πρωτίτερα, αλλά θεωρούνται εξωγενείς παράμετροι που είναι ίσες με τις βέλτιστες τιμές του προβλήματος (3.47)-(3.54). Οπότε, η αντικειμενική συνάρτηση (3.63) γράφεται απλούστερα ως η (3.55). Κατά συνέπεια, η βέλτιστη λύση δεν επηρεάζεται ούτε από την τιμή πώλησης των τελικών προϊόντων  $d_3$  ούτε από την τιμή αγοράς πρώτων υλών  $d_2$ .

Οι περιορισμοί (3.56)-(3.62) είναι πανομοιότυποι με τους περιορισμούς (3.11)-(3.17) με τη διαφορά ότι οι ποσότητες  $D_{2,t,j}$  δεν είναι μεταβλητές απόφασης.

### 3.4. Διαφορές δεύτερης και τρίτης επέκτασης από την πρώτη

Στις προηγούμενες παραγράφους παρουσιάσαμε τα μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε για να προγραμματίσουμε την παραγωγή σε διάφορες εκδοχές προγραμματισμού για την πρώτη επέκταση του βασικού προτύπου παραγωγικής αλυσίδας. Η βάση και για τις δυο επόμενες επεκτάσεις του βασικού προτύπου ήταν αυτά τα μοντέλα με κάποιες μικρές διαφορές οι οποίες είναι οι ακόλουθες.

### Δεύτερη επέκταση:

Στη δεύτερη επέκταση όπου τα τελικά προϊόντα παράγονται στο δεύτερο στάδιο παίρνοντας από το πρώτο στάδιο ένα μοναδικό προϊόν ως πρώτη ύλη έγιναν οι εξής αλλαγές στους περιορισμούς:

- 1) Στους περιορισμούς αποθήκευσης πρώτων υλών:

$$R_{2,t,1} = \sum_{j=1}^2 (R_{2,t-1,1} + D_{2,t-1,1} - P_{2,t,j}) \quad t=1,\dots,T$$

Περιορισμός που εξασφαλίζει ότι τα ενδιάμεσα προϊόντα θα διανεμηθούν σωστά στην παραγωγή στο στάδιο 2.

- 2) Μηδενισμός αχρείαστων μεταβλητών:

$$R_{1,t,2} = R_{2,t,2} = F_{1,t,2} = P_{1,t,2} = S_{1,t,2} = D_{1,t,2} = D_{2,t,2} = 0 \quad t=1,\dots,T$$

### Τρίτη επέκταση:

Στην τρίτη επέκταση όπου τα τελικά προϊόντα παράγονται στο δεύτερο στάδιο παίρνοντας από το πρώτο στάδιο δύο προϊόντα ως πρώτη ύλη έγιναν οι εξής αλλαγές στους περιορισμούς:

- 1) Στους περιορισμούς αποθήκευσης πρώτων υλών:

$$R_{1,t,1} = \sum_{j=1}^2 (R_{1,t-1,1} + D_{1,t-1,1} - P_{1,t,j}) \quad t=1,\dots,T$$

Περιορισμός που εξασφαλίζει ότι τα ενδιάμεσα προϊόντα θα διανεμηθούν σωστά στην παραγωγή στο στάδιο 1.

- 2) Μηδενισμός αχρείαστων μεταβλητών:

$$R_{1,t,2} = D_{1,t,2} = 0$$

$$t=1,\dots,T$$

## Κεφάλαιο 4 Αποτελέσματα

---

Στο παρόν κεφάλαιο παραθέτουμε τα αποτελέσματα της επίλυσης των διαφορετικών εκδοχών του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών που αναπτύχθηκαν στο Κεφάλαιο 3. Για την μοντελοποίηση των διαφορετικών αυτών



εκδοχών αναπτύχθηκαν ξεχωριστοί κώδικες σε γλώσσα προγραμματισμού C++ σε περιβάλλον Microsoft Visual Studio 2010, ενώ για την επίλυση έγινε χρήση του λογισμικού πακέτου βελτιστοποίησης προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού IBM ILOG CPLEX (Version 12.1.5). Στο Παράρτημα, παρατίθεται ως παράδειγμα ο κώδικας που αναπτύξαμε για την επίλυση του μοντέλου 3.2.2 για την επέκταση 1.

#### **4.1. Αριθμητικό Παράδειγμα Αναφοράς**

Στο υποκεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε το βασικό παράδειγμα αναφοράς, δηλαδή τις τιμές των παραμέτρων και τα αποτελέσματα του και για τις 3 επεκτάσεις που αναλύσαμε. Για κάθε επέκταση επιλύθηκαν και οι 4 περιπτώσεις προγραμματισμού παραγωγής που αναλύθηκαν στο κεφάλαιο 3. Θα παρουσιάσουμε αναλυτικά τα αποτελέσματα της 1<sup>ης</sup> επέκτασης και λίγο πιο συνοπτικά τα αποτελέσματα των υπόλοιπων 2.

##### **4.1.1 Τιμές παραμέτρων του αριθμητικού παραδείγματος**

Παρακάτω πραγματοποιούμε μια καταγραφή των τιμών των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν για το αριθμητικό παράδειγμα, καθώς και το σκεπτικό επιλογής τους. Να επισημάνουμε ότι οι τιμές των παραμέτρων που αφορούν 2 προϊόντα, είναι ίδιες και για τα 2 προϊόντα.

##### **Τιμές δεικτών**

$T = 24$ : Ο χρονικός ορίζοντας χωρίζεται σε 24 διακριτές ισομεγέθεις περιόδους, όπου κάθε περίοδος θα μπορούσε να αντιστοιχεί στο χρονικό διάστημα ενός μήνα οπότε η ανάλυσή μας πραγματοποιείται για το συνολικό διάστημα των 24 μηνών, δηλαδή δύο ετών, είτε στο χρονικό διάστημα της μιας εβδομάδας οπότε η ανάλυσή μας πραγματοποιείται στο διάστημα ενός εξαμήνου.

##### **Τιμές παραμέτρων παραγωγής, παραγγελιών και ζήτησης**

$$P_{1,t}^{\max} = 100, P_{2,t}^{\max} = 100:$$

Η μέγιστη παραγωγική δυναμικότητα της μονάδας παραγωγής κάθε σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας ορίζεται στις 100 μονάδες ανά περίοδο. Επιλέγουμε ίδια τιμή και για τα δύο στάδια, έτσι ώστε οι αποφάσεις και το συνεπαγόμενο κέρδος κάθε σταδίου να μην επηρεάζονται από τυχόν διαφορές μεταξύ της παραγωγικής τους

ικανότητα, αλλά από τη θέση τους στην εφοδιαστική αλυσίδα και τον τρόπο λήψης αποφάσεων (κεντρικά ή αποκεντρωμένα, με κεντρική ή αποκεντρωμένη χρήση πληροφοριών). Υπενθυμίζουμε ότι για κάθε χρονική περίοδο, το άθροισμα της παραγωγής και των 2 προϊόντων δεν πρέπει να ξεπερνάει τη μέγιστη παραγωγική δυναμικότητα κάθε μονάδας.

$$D_{3,t,1} = D_{3,t,2} = 75, \quad t = 1, \dots, T :$$

Οι ζητήσεις των τελικών πελατών και για τα 2 προϊόντα είναι ίδιες για κάθε περίοδο και ίσες με το 75% της παραγωγικής δυναμικότητας της μονάδας παραγωγής κάθε σταδίου με αποτέλεσμα να υπάρχει μια σχετική ευελιξία στην παραγωγή, έτσι ώστε να μην υπάρχει μεγάλη ανάγκη για καταφυγή στον υπερβολάβο. Επιλέγουμε ίδιες τιμές για τις εξωγενείς ζητήσεις για κάθε περίοδο, έτσι ώστε τυχόν διαφορές στις βέλτιστες αποφάσεις και στο συνεπαγόμενο κέρδος κάθε σταδίου να μην σχετίζονται με το προφίλ της ζήτησης αλλά με τη θέση των δύο σταδίων μέσα στην εφοδιαστική αλυσίδα και με τον τρόπο λήψης αποφάσεων (κεντρικά ή αποκεντρωμένα, με κεντρική ή αποκεντρωμένη χρήση πληροφοριών).

### **Τιμές παραμέτρων κόστους**

$$d_{1,j} = 50, \quad j = 1, 2 :$$

Η τιμή αγοράς των πρώτων υλών για το πρώτο στάδιο από τον αρχικό προμηθευτή ορίζεται σε 50 χρηματικές μονάδες ανά μονάδα προϊόντος και αποτελεί τη βάση για τον ορισμό των υπόλοιπων κοστών.

$$y_{1,j} = 20 \cdot d_{1,j} = 20 \cdot 50 = 1000, \quad j = 1, 2 :$$

Το σταθερό κόστος παραγγελίας του πρώτου σταδίου ορίζεται σε 1000 χρηματικές μονάδες, δηλαδή 20 φορές μεγαλύτερο από το μοναδιαίο (μεταβλητό) κόστος αγοράς.

$$r_{1,j} = 0,02 \cdot d_{1,j} = 0,02 \cdot 50 = 1, \quad j = 1, 2 :$$

Το μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος των πρώτων υλών του

πρώτου σταδίου ορίζεται να είναι ίσο με το μοναδιαίο (μεταβλητό) κόστος αγοράς επί ένα επιτόκιο ίσο με 2% ανά περίοδο.

$$p_{1,j} = 50, j = 1, 2:$$

Το μοναδιαίο κόστος παραγωγής του πρώτου σταδίου ορίζεται σε 50 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι ίσο με το μοναδιαίο κόστος αγοράς πρώτων υλών. Κατά συνέπεια, το κόστος του κάθε παραγόμενου προϊόντος είναι κατά το ήμισυ κόστος υλικών και κατά το άλλο ήμισυ προστιθέμενη αξία παραγωγής.

$$x_{1,j} = 10 \cdot p_{1,j} = 10 \cdot 50 = 500, j = 1, 2:$$

Το σταθερό κόστος προετοιμασίας παραγωγής για την μονάδα παραγωγής του πρώτου σταδίου ορίζεται σε 500 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι 10 φορές μεγαλύτερο από το μοναδιαίο κόστος παραγωγής και μισό του σταθερού κόστους παραγγελίας.

$$f_{1,j} = 0,02 \cdot (d_{1,j} + p_{1,j}) = 0,02 \cdot (50 + 50) = 2, j = 1, 2:$$

Το μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου ορίζεται σε 2 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι ίσο με το μοναδιαίο κόστος του παραγόμενου προϊόντος επί ένα επιτόκιο ίσο με 2% ανά περίοδο.

$$d_{2,j} = (d_{1,j} + p_{1,j}) + 50 = (50 + 50) + 50 = 150, j = 1, 2:$$

Η τιμή πώλησης των τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου (ίση με την τιμή αγοράς των πρώτων υλών του δεύτερου σταδίου από το πρώτο στάδιο) ορίζεται σε 150 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι 50 χρηματικές μονάδες πάνω από το μοναδιαίο κόστος του παραγόμενου προϊόντος. Αυτή η προσαύξηση είναι αναγκαία για την κάλυψη των κοστών του πρώτου σταδίου αλλά και για να υπάρχει ένα ικανοποιητικό περιθώριο κέρδους.

$$s_{1,j} = d_{2,j} + 20 = 150 + 20 = 170, j = 1, 2:$$

Η μοναδιαία τιμή πώλησης των έτοιμων προϊόντων του υπερβολάβου του πρώτου σταδίου ορίζεται σε 170 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι 20 χρηματικές μονάδες μεγαλύτερη από την τιμή πώλησης τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου.

$$y_{2,j} = 20 \cdot d_{2,j} = 20 \cdot 150 = 3000, j = 1, 2:$$

Το σταθερό κόστος παραγγελίας του δεύτερου σταδίου ορίζεται σε 3000 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι 20 φορές μεγαλύτερο από το μοναδιαίο (μεταβλητό) κόστος αγοράς.



$$r_{2,j} = 0,02 \cdot d_{2,j} = 0,02 \cdot 150 = 3, j = 1, 2:$$

Το μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος των πρώτων υλών του δεύτερου σταδίου ορίζεται σε 3 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι ίσο με το μοναδιαίο (μεταβλητό) κόστος αγοράς επί ένα επιτόκιο ίσο με 2% ανά περίοδο.

$$p_{2,j} = 50, j = 1, 2:$$

Το

μοναδιαίο κόστος παραγωγής του δεύτερου σταδίου ορίζεται σε 50 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι ίσο με το μοναδιαίο κόστος παραγωγής του δεύτερου σταδίου. Κατά συνέπεια, το κόστος κάθε παραγόμενου προϊόντος του δεύτερου σταδίου αποτελείται κατά τα  $\frac{3}{4}$  από το κόστος υλικών και κατά το  $\frac{1}{4}$  από την προστιθέμενη αξία παραγωγής.

$$x_{2,j} = 10 \cdot p_{2,j} = 10 \cdot 50 = 500, j = 1, 2:$$

Το σταθερό κόστος προετοιμασίας παραγωγής στην μονάδα παραγωγής του πρώτου σταδίου ορίζεται σε 500 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι 10 φορές μεγαλύτερο από το μοναδιαίο κόστος παραγωγής και είναι το  $\frac{1}{6}$  του σταθερού κόστους παραγγελίας.

$$f_{2,j} = 0,02 \cdot (d_{2,j} + p_{2,j}) = 0,02 \cdot (150 + 50) = 4, j = 1, 2:$$

Το μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου ορίζεται σε 4 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι ίσο με το μοναδιαίο κόστος του παραγόμενου προϊόντος επί ένα επιτόκιο ίσο με 2% ανά περίοδο.

$$d_{3,j} = (d_{2,j} + p_{2,j}) + 50 = (150 + 50) + 50 = 250, j = 1, 2:$$

Η τιμή πώλησης των τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου στους τελικούς πελάτες ορίζεται σε 250 χρηματικές μονάδες, δηλαδή 50 χρηματικές μονάδες πάνω από το μοναδιαίο κόστος του παραγόμενου προϊόντος. Αυτή η προσαύξηση είναι αναγκαία για την κάλυψη των κοστών του δεύτερου σταδίου αλλά και για να υπάρχει ένα ικανοποιητικό περιθώριο κέρδους.

$$s_{2,j} = d_{3,j} + 20 = 250 + 20 = 270, j = 1, 2:$$

Η μοναδιαία τιμή πώλησης έτοιμων προϊόντων του υπερβολάβου του δεύτερου σταδίου ορίζεται 270 χρηματικές μονάδες, δηλαδή είναι 20 χρηματικές μονάδες μεγαλύτερη από την τιμή πώλησης τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου.

#### 4.1.2 Αποτελέσματα για την 1<sup>η</sup> επέκταση

Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα της 1<sup>ης</sup> επέκτασης, δηλαδή όταν έχουμε παράλληλη ροή 2 προϊόντων, για κάθε περίπτωση προγραμματισμού που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 3.

##### Αποτελέσματα προβλήματος 3.1

Εδώ παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με κεντρική λήψη αποφάσεων, όπως παρουσιάστηκε στο υποκεφάλαιο 3.1, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς και για την περίπτωση της 1<sup>ης</sup> επέκτασης.

Ο Πίνακας 4.1 που ακολουθεί δίνει τις βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης που αφορούν στο δεύτερο στάδιο της εφοδιαστικής αλυσίδας. Να σημειωθεί ότι οι τιμές της τελικής ζήτησης  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$  στη δεύτερη στήλη είναι παράμετροι και όχι μεταβλητές απόφασης. Στην τελευταία σειρά του πίνακα δίνονται οι «συντελεστές μεταβλητότητας» (*coefficient of variation* ή CV) των τιμών κάθε στήλης που ορίζονται ως ο λόγος της τυπικής απόκλισης των τιμών προς τον μέσο όρο.

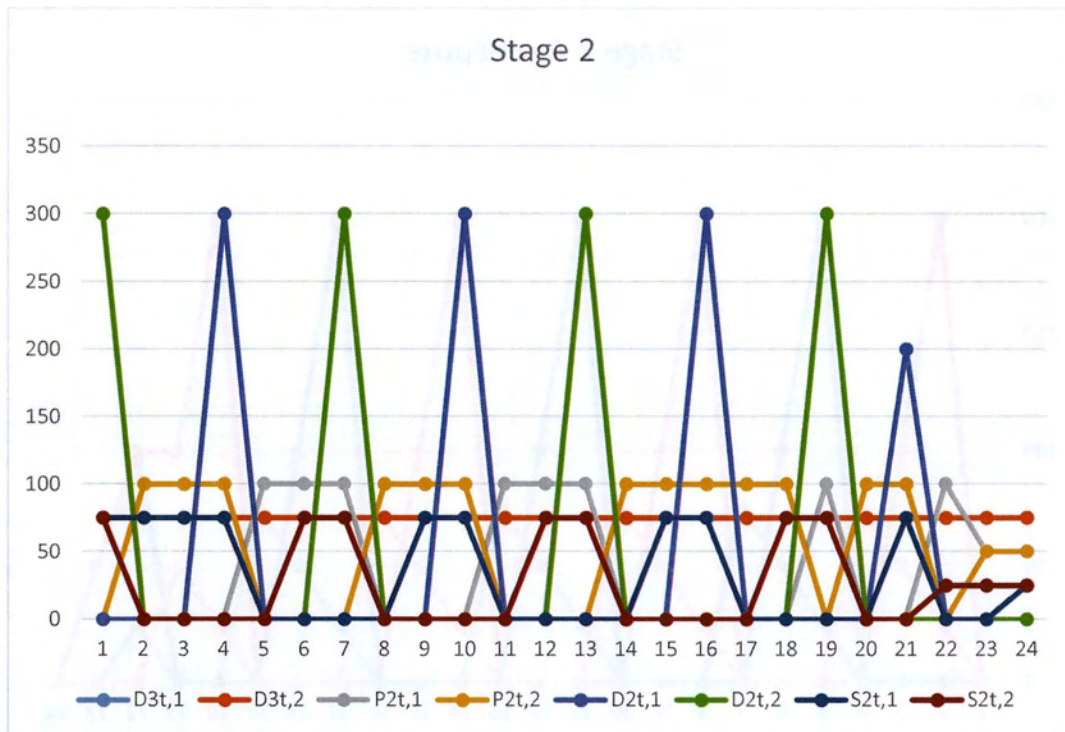
t	D <sub>3t,1</sub>	D <sub>3t,2</sub>	P <sub>2t,1</sub>	P <sub>2t,2</sub>	X <sub>2t,1</sub>	X <sub>2t,2</sub>	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	Y <sub>2t,1</sub>	Y <sub>2t,2</sub>	R <sub>2t,1</sub>	R <sub>2t,2</sub>	F <sub>2t,1</sub>	F <sub>2t,2</sub>	S <sub>2t,1</sub>	S <sub>2t,2</sub>
1	75	75	0	0	0	0	0	300	0	1	0	0	0	0	75	75
2	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	75	0
3	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	75	0
4	75	75	0	100	0	1	300	0	1	0	0	0	0	75	75	0
5	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	0
6	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	0	0	75
7	75	75	100	0	1	0	0	300	0	1	0	0	75	0	0	75
8	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0
9	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	75	0
10	75	75	0	100	0	1	300	0	1	0	0	0	0	75	75	0
11	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	0
12	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	0	0	75
13	75	75	100	0	1	0	0	300	0	1	0	0	75	0	0	75
14	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0
15	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	75	0
16	75	75	0	100	0	1	300	0	1	0	0	0	0	75	75	0
17	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	200	0	25	0	0	0
18	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	100	0	50	0	0	75
19	75	75	100	0	1	0	0	300	0	1	0	0	75	0	0	75
20	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0
21	75	75	0	100	0	1	200	0	1	0	0	100	0	50	75	0
22	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	100	25	0	0	25
23	75	75	50	50	1	1	0	0	0	0	50	50	0	0	0	25
24	75	75	50	50	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	25	25
∑	1800	1800	900	1400	10	15	1100	1200	4	4	1050	1350	475	525	700	600
	0	0	1,2588	0,826	1,209	0,791	2,318	2,284	2,284	2,2842	1,6272	1,36987	1,3927	1,275	1,2553	1,35133

Πίνακας 4.1: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον πίνακα αυτόν, ο συντελεστής μεταβλητότητας της τελικής ζήτησης  $D_{3,t,j}$  είναι μηδέν, καθώς η ζήτηση είναι ίδια σε όλες τις περιόδους. Αντίθετα, ο συντελεστής μεταβλητότητας της ενδιάμεσης ζήτησης  $D_{2,t,1}$  είναι 2,318 και της  $D_{2,t,2}$  είναι 2,284. Αυτό συμβαίνει γιατί το δεύτερο στάδιο παραγγέλνει μεγάλες ποσότητες μόνον σε 4 από τις 24 περιόδους για το πρώτο προϊόν όπως και για το δεύτερο, για να εξοικονομήσει από το σταθερό κόστος παραγγελίας, ενώ τις υπόλοιπες περιόδους δεν παραγγέλνει καθόλου. Τέλος, ο υπερβολικός του δεύτερου σταδίου αναγκαστικά καλείται αρκετές φορές να καλύψει τη ζήτηση και για τα 2 προϊόντα αφού δεν επαρκεί η δυναμικότητα για να καλυφθεί η ζήτηση εξ ολοκλήρου με παραγωγή.

Στο Σχήμα 4-1 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολικού του δεύτερου σταδίου και για τα 2 προϊόντα.

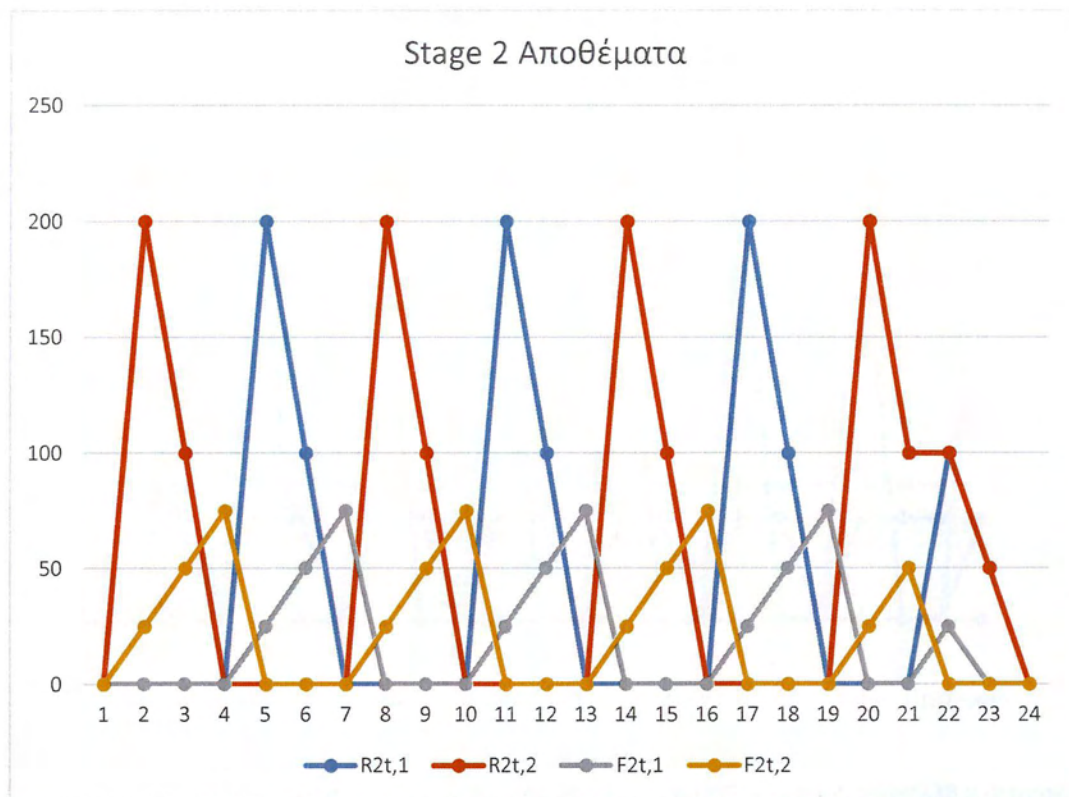




**Σχήμα 4-1: Βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολάβου του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος του 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.**

Παρατηρώντας το παραπάνω σχήμα αξίζει να σημειωθεί για το προϊόν 1 ότι η τελική ζήτηση έχει σταθερή τιμή. Αντίθετα, οι βέλτιστες ποσότητες παραγωγής και παραγγελιών ακολουθούν ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο με περιοδικότητα 5 χρονικών περιόδων. Για το 2<sup>ο</sup> προϊόν επίσης παρατηρούμε σταθερή μόνο την τελική ζήτηση. Οι βέλτιστες ποσότητες παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολάβου ακολουθούν ένα σταθερό επαναλαμβανόμενο μοτίβο επίσης με περιοδικότητα 5 εβδομάδων.

Στο Σχήμα 4-2 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου. Στο σχήμα αυτό παρατηρείται και πάλι η περιοδικότητα των 5 περιόδων, όπως στο Σχήμα 4-1. Επίσης παρατηρούμε ότι τα αποθέματα για το προϊόν 1 και για το προϊόν 2 κυμαίνονται στα ίδια επίπεδα.



**Σχήμα 4-2: Βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.**

Ο Πίνακας 4.2 που ακολουθεί δίνει τις βέλτιστες τιμές των εσόδων και κοστών του δεύτερου σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας. Οι τιμές αυτές προκύπτουν ως το γινόμενο των μεταβλητών απόφασης επί τους μοναδιαίους συντελεστές κόστους. Η τελευταία σειρά δίνει το άθροισμα των τιμών για όλες τις περιόδους.

Όπως φαίνονται από τον παρακάτω πίνακα, τα συνολικά έσοδα του δεύτερου σταδίου είναι 900.000€, ενώ το συνολικό κόστος που προκύπτει από το άθροισμα των επιμέρους κοστών είναι 858.800€. Τα μεγαλύτερα κόστη είναι αυτά που αφορούν τη προμήθεια πρώτων υλών για την παραγωγή και τα κόστη του υπεργολάβου. Το κέρδος για το στάδιο 2 είναι 41.300€.

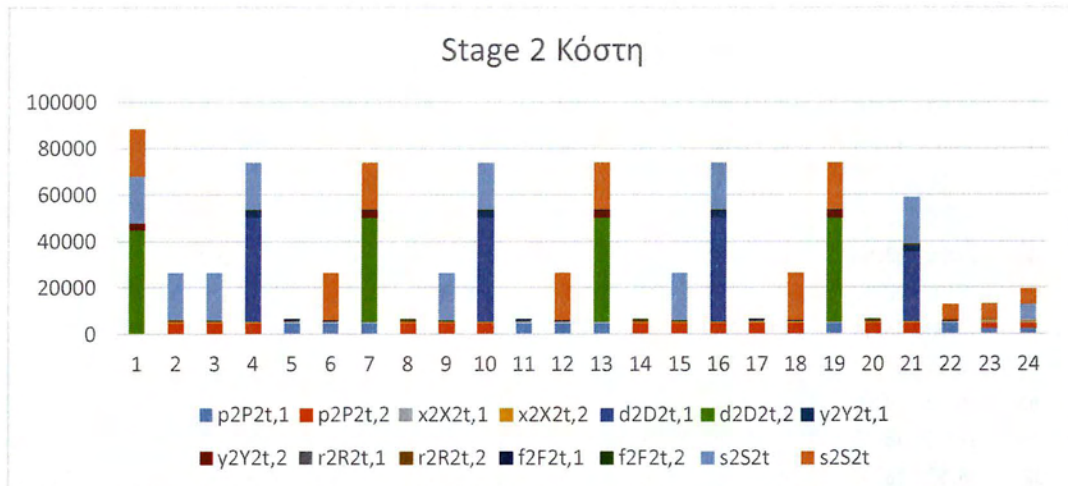


t	$d_3D_{3t,1}$	$d_3D_{3t,2}$	$p_2P_{2t,1}$	$p_2P_{2t,2}$	$x_2X_{2t,1}$	$x_2X_{2t,2}$	$d_2D_{2t,1}$	$d_2D_{2t,2}$	$y_2Y_{2t,1}$	$y_2Y_{2t,2}$	$r_2R_{2t,1}$	$r_2R_{2t,2}$	$f_2F_{2t,1}$	$f_2F_{2t,2}$	$s_2S_{2t}$	$s_2S_{2t}$
1	18750	18750	0	0	0	0	0	45000	0	3000	0	0	0	0	20250	20250
2	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	20250	0
3	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	20250	0
4	18750	18750	0	5000	0	500	45000	0	3000	0	0	0	0	300	20250	0
5	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0	0
6	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	20250
7	18750	18750	5000	0	500	0	0	45000	0	3000	0	0	300	0	0	20250
8	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0
9	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	20250	0
10	18750	18750	0	5000	0	500	45000	0	3000	0	0	0	0	300	20250	0
11	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0	0
12	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	20250
13	18750	18750	5000	0	500	0	0	45000	0	3000	0	0	300	0	0	20250
14	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0
15	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	20250	0
16	18750	18750	0	5000	0	500	45000	0	3000	0	0	0	0	300	20250	0
17	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	600	0	100	0	0	0
18	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	300	0	200	0	0	20250
19	18750	18750	5000	0	500	0	0	45000	0	3000	0	0	300	0	0	20250
20	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0
21	18750	18750	0	5000	0	500	30000	0	3000	0	0	300	0	200	20250	0
22	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	300	100	0	0	6750
23	18750	18750	2500	2500	500	500	0	0	0	0	150	150	0	0	0	6750
24	18750	18750	2500	2500	500	500	0	0	0	0	0	0	0	0	6750	6750
	450000	450000	45000	70000	5000	7500	2E+05	180000	12000	12000	3150	4050	1900	2100	189000	162000
		900000		115000		12500		345000		24000		7200		4000		351000

Πίνακας 4.2: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στο Σχήμα 4-3 αποτυπώνονται γραφικά τα κόστη του δεύτερου σταδίου ανά περίοδο, ενώ παράλληλα φαίνεται η υπεροχή του μεταβλητού κόστους αγοράς πρώτων υλών και του κόστους υπεργολαβίας σε σχέση με τα υπόλοιπα κόστη.





Σχήμα 4-3: Βέλτιστες τιμές των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον Πίνακα 4.3 που ακολουθεί δίνονται οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης για το πρώτο στάδιο.

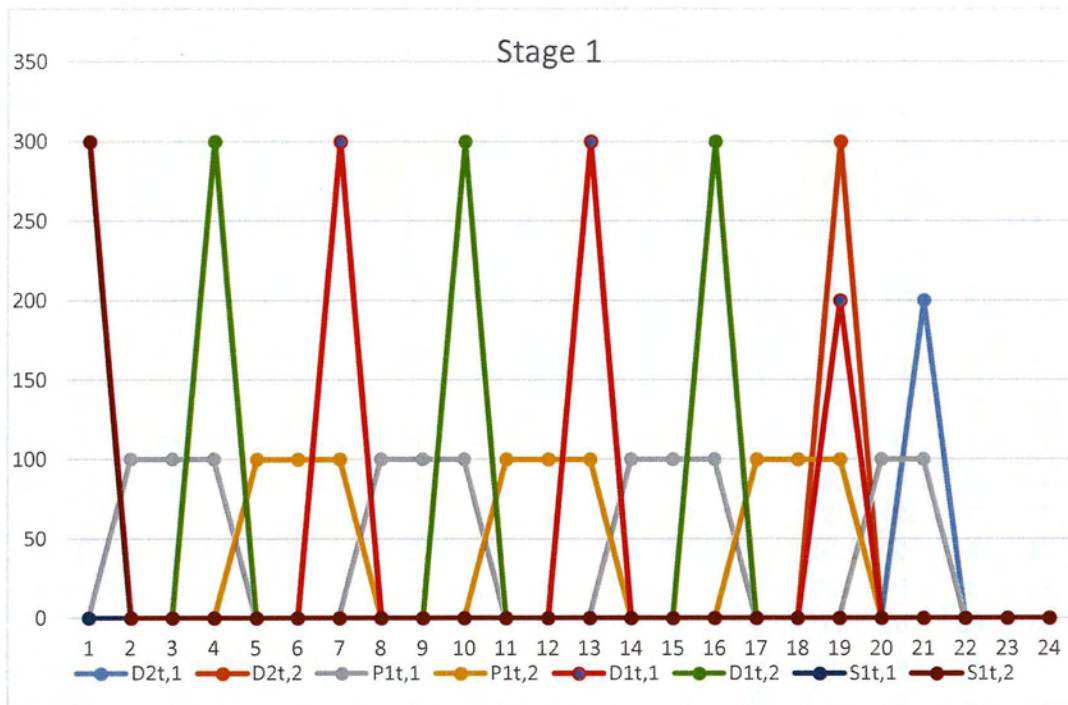
t	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	P <sub>1t,1</sub>	P <sub>1t,2</sub>	X <sub>1t,1</sub>	X <sub>1t,2</sub>	D <sub>1t,1</sub>	D <sub>1t,2</sub>	Y <sub>1t,1</sub>	Y <sub>1t,2</sub>	R <sub>1t,1</sub>	R <sub>1t,2</sub>	F <sub>1t,1</sub>	F <sub>1t,2</sub>	S <sub>1t,1</sub>	S <sub>1t,2</sub>
1	0	300	0	0	0	0	300	0	1	0	0	0	0	0	0	300
2	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0	0
3	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0	0
4	300	0	100	0	1	0	0	300	0	1	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0
6	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0
7	0	300	0	100	0	1	300	0	1	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0	0
9	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0	0
10	300	0	100	0	1	0	0	300	0	1	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0
12	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0
13	0	300	0	100	0	1	300	0	1	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0	0
15	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0	0
16	300	0	100	0	1	0	0	300	0	1	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0
18	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0
19	0	300	0	100	0	1	200	0	1	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	100	0	0	0
21	200	0	100	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	1100	1200	1100	900	11	9	1100	900	4	3	1000	900	1000	900	0	300
CV	2,3179	2,284	1,1105	1,319	1,11	1,319	2,318	2,703	2,284	2,7027	1,7215	1,89584	1,7215	1,8958	#####	4,89898

**Πίνακας 4.3: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς**

Στον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι παράγονται εξίσου οι πρώτες ύλες για τα προϊόντα 1 και 2. Ακόμα βλέπουμε ότι δε χρησιμοποιείται καθόλου ο υπεργολάβος για τις πρώτες ύλες του προϊόντος 1, ενώ ο υπεργολάβος για τις πρώτες ύλες του προϊόντος 2 χρησιμοποιείται μόνο για την πρώτη περίοδο που δε μπορεί να καλυφθεί αλλιώς η ζήτηση.

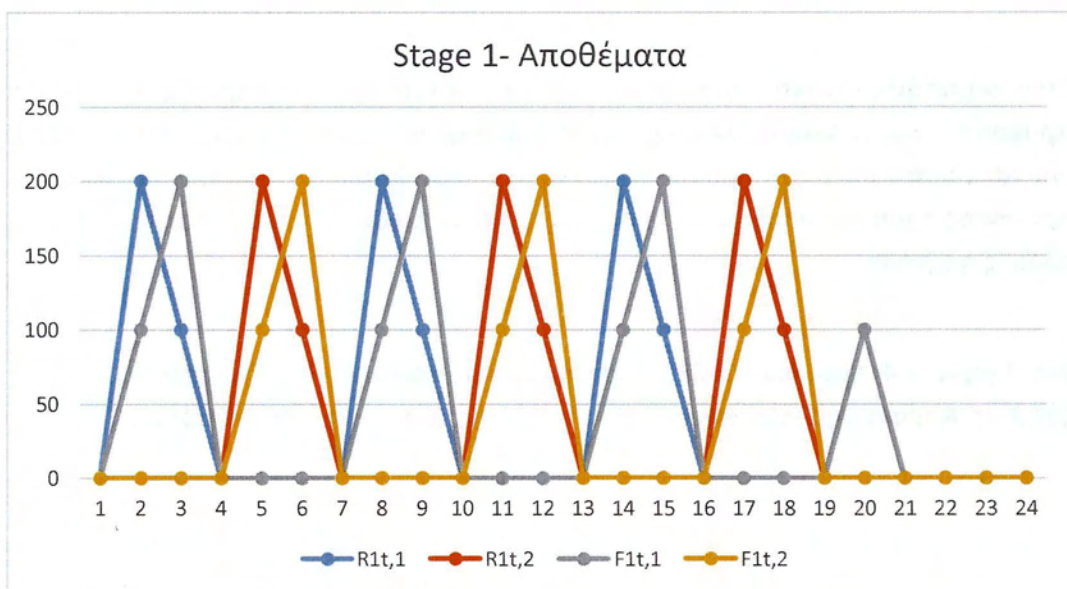
Στο Σχήμα 4-4 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπεργολάβου του πρώτου σταδίου.





Σχήμα 4-4: Βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπεργολάβου του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το παράδειγμα αναφοράς.

Στο Σχήμα 4-5 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου. Βλέπουμε ότι όπως συνέβαινε και στο στάδιο 2, τα αποθέματα για 2 προϊόντα κυμαίνονται στα ίδια επίπεδα και ακολουθούν παρόμοια πορεία.



Σχήμα 4-5: Βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

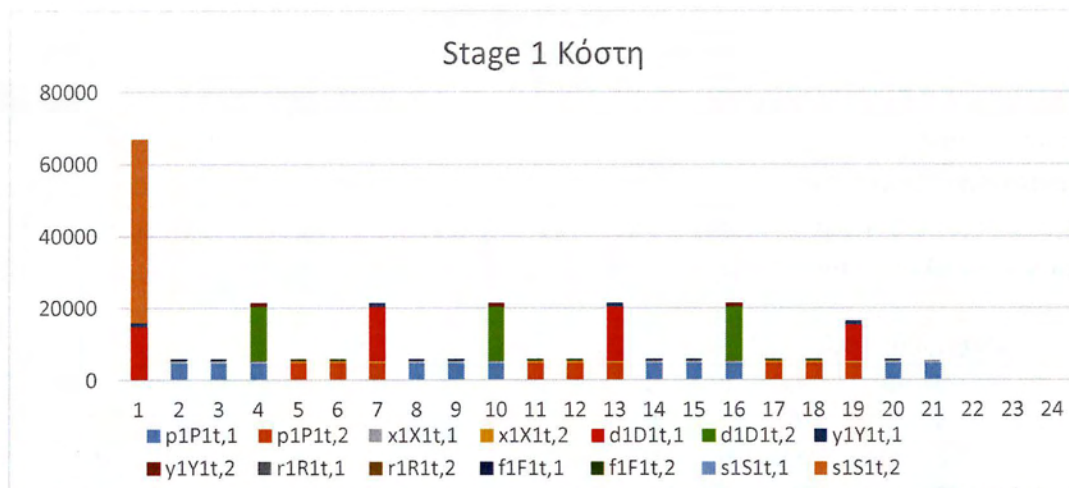


Ο Πίνακας 4.4 που ακολουθεί δίνει τις βέλτιστες τιμές των εσόδων και κοστών του πρώτου σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς. Οι τιμές αυτές προκύπτουν ως το γινόμενο των μεταβλητών απόφασης επί τους μοναδιαίους συντελεστές κόστους. Η τελευταία σειρά δίνει το άθροισμα των τιμών για όλες τις περιόδους.

t	$d_2D_{2t,1}$	$d_2D_{2t,2}$	$p_1P_{1t,1}$	$p_1P_{1t,2}$	$x_1X_{1t,1}$	$x_1X_{1t,2}$	$d_1D_{1t,1}$	$d_1D_{1t,2}$	$y_1Y_{1t,1}$	$y_1Y_{1t,2}$	$r_1R_{1t,1}$	$r_1R_{1t,2}$	$f_1F_{1t,1}$	$f_1F_{1t,2}$	$s_1S_{1t,1}$	$s_1S_{1t,2}$
1	0	45000	0	0	0	0	15000	0	1000	0	0	0	0	0	0	51000
2	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0	0
3	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400	0	0	0
4	45000	0	5000	0	500	0	0	15000	0	1000	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0
6	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400	0	0
7	0	45000	0	5000	0	500	15000	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0	0
9	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400	0	0	0
10	45000	0	5000	0	500	0	0	15000	0	1000	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0
12	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400	0	0
13	0	45000	0	5000	0	500	15000	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0	0
15	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400	0	0	0
16	45000	0	5000	0	500	0	0	15000	0	1000	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0
18	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400	0	0
19	0	45000	0	5000	0	500	10000	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0	0
21	30000	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	165000	180000	55000	45000	5500	4500	55000	45000	4000	3000	1000	900	2000	1800	0	51000
Total		345000		100000		10000		100000		7000		1900		3800		51000

Πίνακας 4.4: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι τα συνολικά έσοδα του πρώτου σταδίου είναι 345.000€, ενώ το συνολικό κόστος, όπως προκύπτει από το άθροισμα των επιμέρους συνολικών κοστών, είναι 273.700€. Οι μεγαλύτερες συνιστώσες του συνολικού κόστους είναι το μεταβλητό κόστος αγοράς πρώτων υλών από τον αρχικό προμηθευτή και το μεταβλητό κόστος παραγωγής με τιμή 100.000€. Στο Σχήμα 4-6 αποτυπώνονται γραφικά τα κόστη του πρώτου σταδίου ανά περίοδο, ενώ παράλληλα φαίνεται και εδώ η υπεροχή του μεταβλητού κόστους αγοράς πρώτων υλών σε σχέση με τα υπόλοιπα κόστη.



Σχήμα 4-6: Βέλτιστες τιμές των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Τέλος, στον Πίνακα 4.5 που ακολουθεί παρατίθενται τα συνολικά έσοδα, κόστη και κέρδη ανά στάδιο και συνολικά για όλη την εφοδιαστική αλυσίδα του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με κεντρική λήψη αποφάσεων, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

	Στάδιο 1	Στάδιο 2	ΣΥΝΟΛΟ
Έσοδα	345.000	900.000	1.245.000
Κόστος	273.700	858.700	1.144.525
Κέρδος	71.300	41.300	112.600
Κέρδος επί του κόστους (%)	20,66	4,58	9,04

Πίνακας 4.5: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και των κοστών του Προβλήματος 3.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Από τον παραπάνω συγκεντρωτικό πίνακα φαίνεται ότι το πρώτο στάδιο έχει μικρότερα έσοδα αλλά και μικρότερα κόστη από το δεύτερο στάδιο, με αποτέλεσμα να εμφανίζει πολύ μεγαλύτερα κέρδη. Το ποσοστό κέρδους του επί του κόστους είναι πενταπλάσιο (20,66%) του αντίστοιχου ποσοστού του δεύτερου σταδίου (4,58%). Αυτό συμβαίνει επειδή το στάδιο 2 αναλαμβάνει το κόστος του υπερβολάβου για το προϊόν 2 το οποίο αναγκάζεται να το πληρώσει για να καλύψει τη ζήτηση αφού η δυναμικότητα των 100 μονάδων ανά περίοδο δεν επαρκεί για την παραγωγή και των 2 τελικών προϊόντων. Η συνολική κερδοφορία της εφοδιαστικής αλυσίδας ανέρχεται σε 9,04% επί του συνολικού κόστους.



### Αποτελέσματα προβλήματος 3.2.1

Εδώ παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με αποκεντρωμένη λήψη αποφάσεων και αποκεντρωμένη χρήση πληροφοριών όπου ηγείται το στάδιο 2, όπως παρουσιάστηκε στο υποκεφάλαιο 3.2.1, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς και για την περίπτωση της 1<sup>ης</sup> επέκτασης.

Ο Πίνακας 4.6 που ακολουθεί δίνει τις βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης που αφορούν στο πρόβλημα του δεύτερου σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας το οποίο επιλύεται πρώτο.

t	D <sub>3t,1</sub>	D <sub>3t,2</sub>	P <sub>2t,1</sub>	P <sub>2t,2</sub>	X <sub>2t,1</sub>	X <sub>2t,2</sub>	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	Y <sub>2t,1</sub>	Y <sub>2t,2</sub>	R <sub>2t,1</sub>	R <sub>2t,2</sub>	F <sub>2t,1</sub>	F <sub>2t,2</sub>	S <sub>2t,1</sub>	S <sub>2t,2</sub>
1	75	75	0	0	0	0	0	400	0	1	0	0	0	0	75	75
2	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	25	75	0
3	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	75	0
4	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	75	0
5	75	75	0	100	0	1	400	0	1	0	0	0	0	100	75	0
6	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	25	25	0	0
7	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	0	0	50
8	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	0	0	75
9	75	75	100	0	1	0	0	400	0	1	0	0	100	0	0	75
10	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	25	25	0	0
11	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	50	0
12	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	75	0
13	75	75	0	100	0	1	400	0	1	0	0	0	0	100	75	0
14	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	25	25	0	0
15	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	0	0	50
16	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	0	0	75
17	75	75	100	0	1	0	0	425	0	1	0	0	100	0	0	75
18	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	325	25	25	0	0
19	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	225	0	50	50	0
20	75	75	0	100	0	1	275	0	1	0	0	125	0	75	75	0
21	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	175	125	25	0	0	0
22	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	75	125	50	0	0	75
23	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	75	25	0	25	25	0
24	75	75	75	25	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25
Total	1800	1800	1075	1225	11	13	1075	1225	3	3	1525	2150	625	725	725	575
CV	0	0	1,116	0,9847	1,1105	0,93965	2,7441	2,70394	2,70266	2,7027	1,5565	1,2559	1,2811	1,11779	1,1699	1,3925

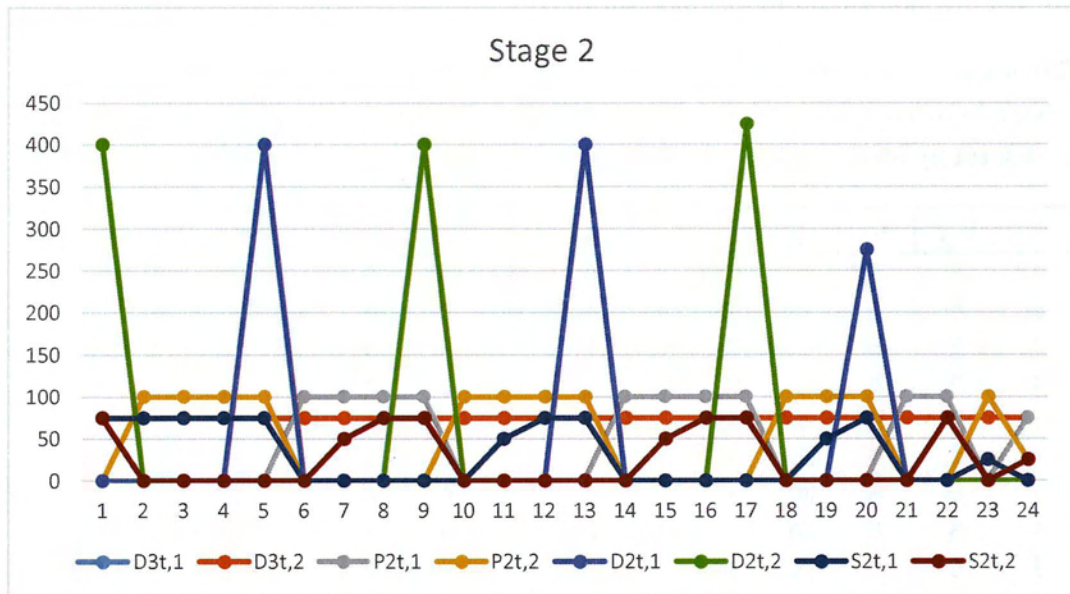
**Πίνακας 4.6: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.**

Στον παραπάνω πίνακα βλέπουμε κάποιες σημαντικές διαφορές σε σχέση με τον πίνακα 4.1 που αφορούσε το πρόβλημα 3.1. Εδώ βλέπουμε ότι το στάδιο 2 προσπαθεί να παράγει και τα 2 προϊόντα ισάξια και όχι μόνο το 1 γι' αυτό το



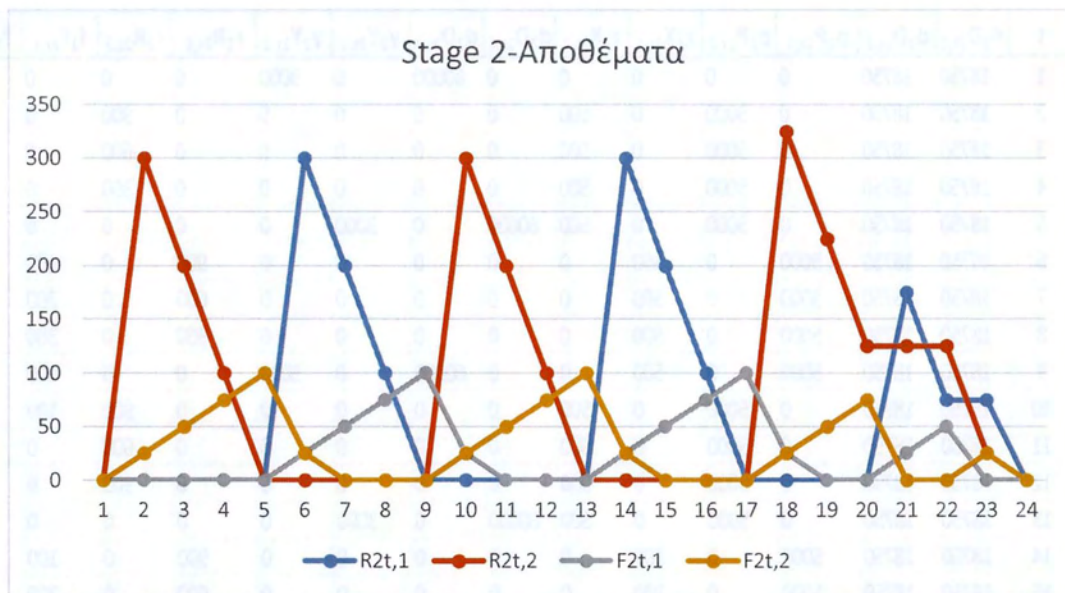
άθροισμα και η μεταβλητότητα σε κάθε μεταβλητή είναι σχεδόν ίδια και για τα 2 προϊόντα.

Στο Σχήμα 4-7 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολάβου του δεύτερου σταδίου για το παράδειγμα αναφοράς.



Σχήμα 4-7: Βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολάβου του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στο Σχήμα 4-8 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου. Στο σχήμα αυτό διαφαίνεται και πάλι μια περιοδικότητα.



**Σχήμα 4-8: Βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.**

Στον Πίνακα 4.7 που ακολουθεί παρατίθενται οι βέλτιστες τιμές των εσόδων και κοστών του δεύτερου σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας.



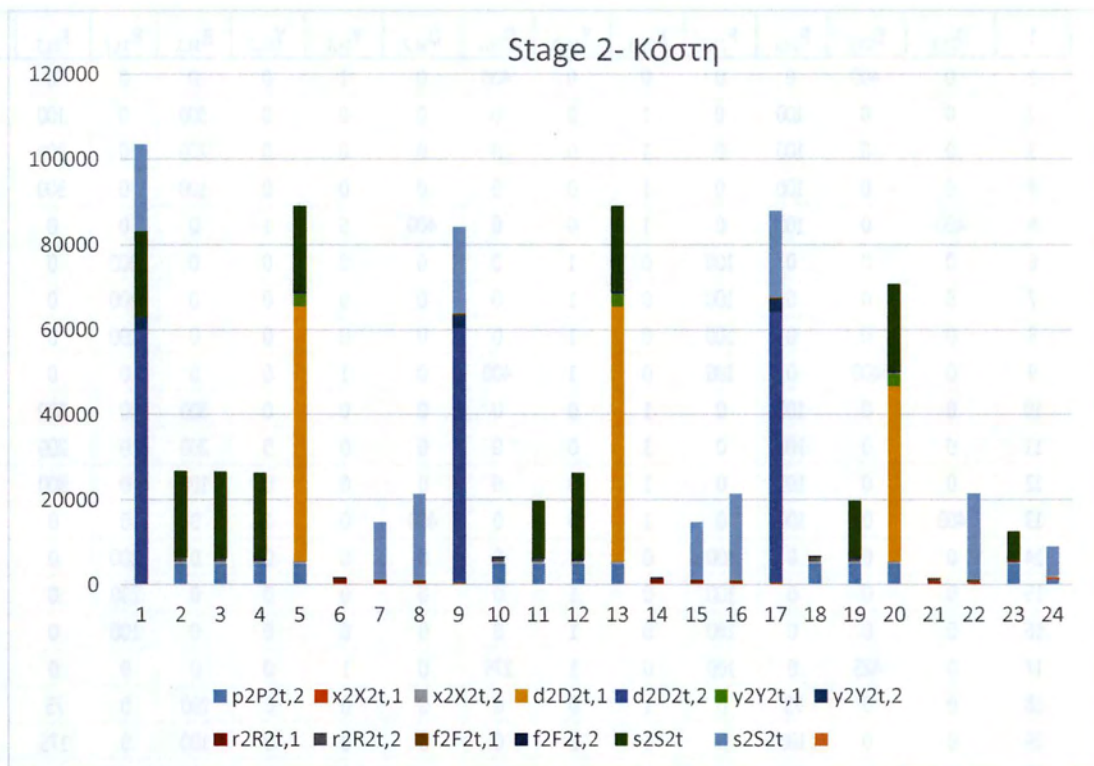
t	$d_3D_{3t,1}$	$d_3D_{3t,2}$	$p_2P_{2t,1}$	$p_2P_{2t,2}$	$x_2X_{2t,1}$	$x_2X_{2t,2}$	$d_2D_{2t,1}$	$d_2D_{2t,2}$	$y_2Y_{2t,1}$	$y_2Y_{2t,2}$	$r_2R_{2t,1}$	$r_2R_{2t,2}$	$f_2F_{2t,1}$	$f_2F_{2t,2}$	$s_2S_{2t,1}$	$s_2S_{2t,2}$
1	18750	18750	0	0	0	0	0	60000	0	3000	0	0	0	0	20250	20250
2	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	900	0	100	20250	0
3	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	200	20250	0
4	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	300	20250	0
5	18750	18750	0	5000	0	500	60000	0	3000	0	0	0	0	400	20250	0
6	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	900	0	100	100	0	0
7	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	200	0	0	13500
8	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	300	0	0	20250
9	18750	18750	5000	0	500	0	0	60000	0	3000	0	0	400	0	0	20250
10	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	900	100	100	0	0
11	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	200	13500	0
12	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	300	20250	0
13	18750	18750	0	5000	0	500	60000	0	3000	0	0	0	0	400	20250	0
14	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	900	0	100	100	0	0
15	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	200	0	0	13500
16	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	300	0	0	20250
17	18750	18750	5000	0	500	0	0	63750	0	3000	0	0	400	0	0	20250
18	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	975	100	100	0	0
19	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	675	0	200	13500	0
20	18750	18750	0	5000	0	500	41250	0	3000	0	0	375	0	300	20250	0
21	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	525	375	100	0	0	0
22	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	225	375	200	0	0	20250
23	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	225	75	0	100	6750	0
24	18750	18750	3750	1250	500	500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6750
Total	450000	450000	53750	61250	5500	6500	161250	183750	9000	9000	4575	6450	2500	2900	195750	155250
		900000		115000		12000		345000		18000		11025		5400		351000

Πίνακας 4.7: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται τα συνολικά έσοδα του δεύτερου σταδίου που είναι 900.000€, ενώ το συνολικό κόστος που προκύπτει από την άθροιση των αθροιστικών κοστών, είναι 857.425€. Η μεγαλύτερη συνιστώσα του συνολικού κόστους είναι το κόστος αγοράς προϊόντος από τον υπερβολάβο, 351.000€ και αμέσως μετά πολύ κοντά είναι το κόστος προμήθειας πρώτων υλών από το 1<sup>ο</sup> στάδιο, 345.000€. Τα συνολικά κέρδη του δεύτερου σταδίου είναι 42.575€. Όπως είναι αναμενόμενο, τα κέρδη αυτά είναι μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα κέρδη (24.825€) στο πρόβλημα με την κεντρική λήψη αποφάσεων, αφού το δεύτερο στάδιο ηγείται των αποφάσεων.

Στο Σχήμα 4-9 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά τα διαφορετικά κόστη του δεύτερου σταδίου ανά περίοδο, ενώ και εδώ η υπεροχή του μεταβλητού κόστους αγοράς πρώτων υλών και του κόστους του υπερβολάβου είναι εμφανής σε σχέση με τα υπόλοιπα κόστη.





Σχήμα 4-9: Βέλτιστες τιμές των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

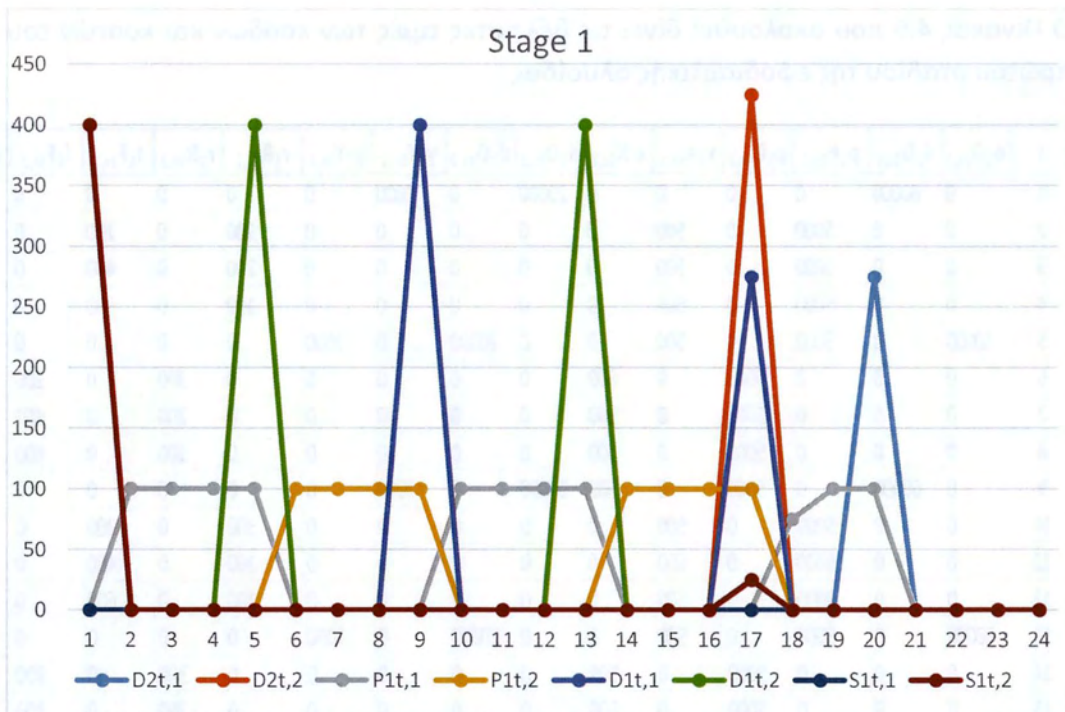
Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε τις βέλτιστες τιμές για το στάδιο 1. Κι εδώ βλέπουμε να παράγονται ισάξια και οι 2 πρώτες ύλες των τελικών προϊόντων αφού στο 2<sup>ο</sup> στάδιο επιλέγονται και τα 2 για παραγωγή. Ακόμα βλέπουμε ότι ο υπερβολικός του προϊόντος 1 δεν καλείται να καλύψει κάποια ζήτηση και ο υπερβολικός του 2 καλείται ελάχιστα.

t	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	P <sub>1t,1</sub>	P <sub>1t,2</sub>	X <sub>1t,1</sub>	X <sub>1t,2</sub>	D <sub>1t,1</sub>	D <sub>1t,2</sub>	Y <sub>1t,1</sub>	Y <sub>1t,2</sub>	R <sub>1t,1</sub>	R <sub>1t,2</sub>	F <sub>1t,1</sub>	F <sub>1t,2</sub>	S <sub>1t,1</sub>	S <sub>1t,2</sub>
1	0	400	0	0	0	0	400	0	1	0	0	0	0	0	0	400
2	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	100	0	0	0
3	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0	0
4	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	300	0	0	0
5	400	0	100	0	1	0	0	400	0	1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	100	0	0
7	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0
8	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	300	0	0
9	0	400	0	100	0	1	400	0	1	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	100	0	0	0
11	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0	0
12	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	300	0	0	0
13	400	0	100	0	1	0	0	400	0	1	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	100	0	0
15	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0
16	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	300	0	0
17	0	425	0	100	0	1	275	0	1	0	0	0	0	0	0	25
18	0	0	75	0	1	0	0	0	0	0	200	0	75	0	0	0
19	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	175	0	0	0
20	275	0	100	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	1075	1225	1075	800	11	8	1075	800	3	2	1500	1200	1450	1200	0	425
CV	2,7441	2,70394	1,116	1,4446	1,1105	1,44463	2,7441	3,38796	2,70266	3,388	1,6216	1,956	1,6503	1,95604	#####	4,6073

**Πίνακας 4.8 : Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.**

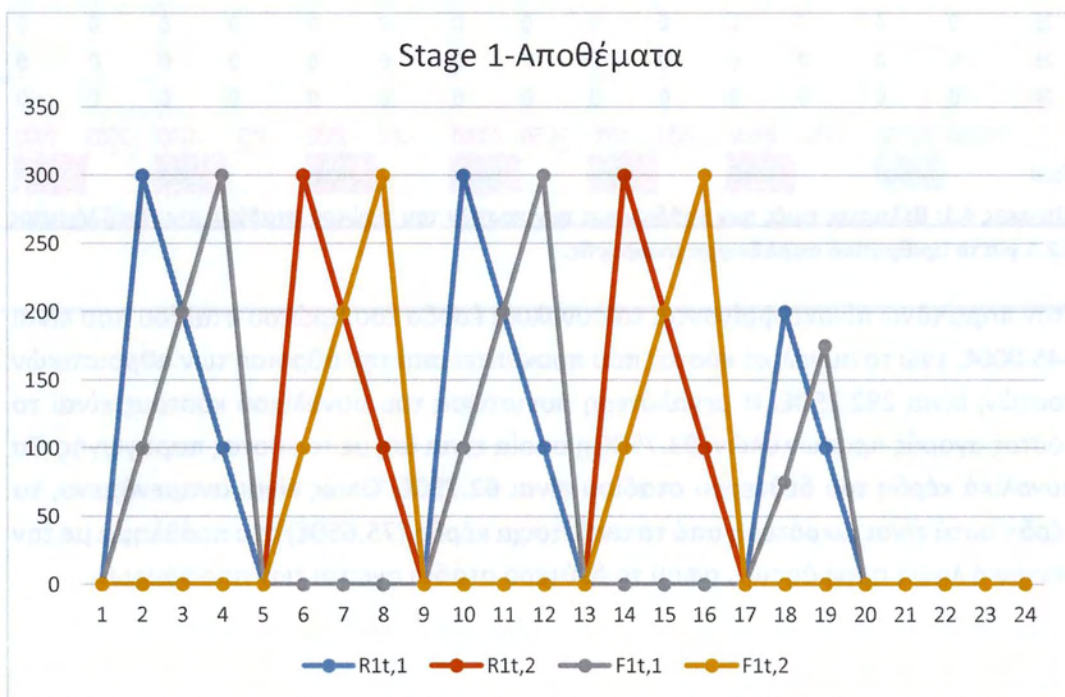
Στο Σχήμα 4-10 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολάβου του πρώτου σταδίου.





Σχήμα 4-10: Βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολάβου του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Αντίστοιχα, στο Σχήμα 4-11 αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου.



Σχήμα 4-11: Βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.



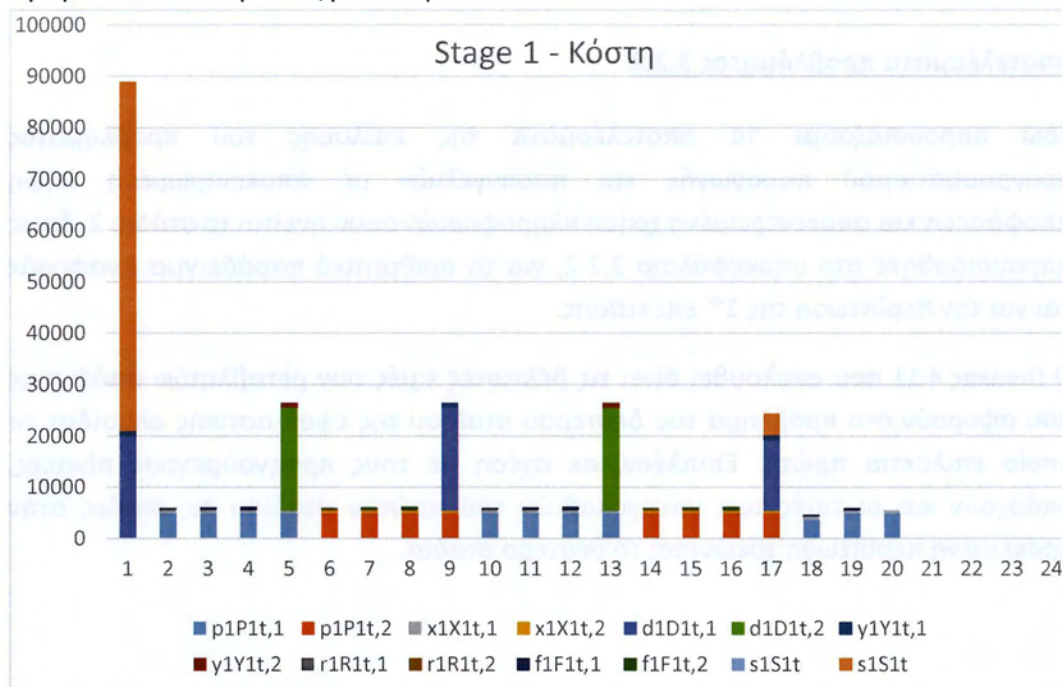
Ο Πίνακας 4.9 που ακολουθεί δίνει τις βέλτιστες τιμές των εσόδων και κοστών του πρώτου σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας.

t	$d_2D_{2t,1}$	$d_2D_{2t,2}$	$p_1P_{1t,1}$	$p_1P_{1t,2}$	$x_1X_{1t,1}$	$x_1X_{1t,2}$	$d_1D_{1t,1}$	$d_1D_{1t,2}$	$y_1Y_{1t,1}$	$y_1Y_{1t,2}$	$r_1R_{1t,1}$	$r_1R_{1t,2}$	$f_1F_{1t,1}$	$f_1F_{1t,2}$	$s_1S_{1t,1}$	$s_1S_{1t,2}$
1	0	60000	0	0	0	0	20000	0	1000	0	0	0	0	0	0	68000
2	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	0
3	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	400	0	0	0
4	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	600	0	0	0
5	60000	0	5000	0	500	0	20000	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0
7	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	400	0	0
8	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	600	0	0
9	0	60000	0	5000	0	500	20000	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	0
11	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	400	0	0	0
12	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	600	0	0	0
13	60000	0	5000	0	500	0	20000	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0
15	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	400	0	0
16	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	600	0	0
17	0	63750	0	5000	0	500	13750	0	1000	0	0	0	0	0	0	4250
18	0	0	3750	0	500	0	0	0	0	0	200	0	150	0	0	0
19	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	350	0	0	0
20	41250	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	161250	183750	53750	40000	5500	4000	53750	40000	3000	2000	1500	1200	2900	2400	0	72250
Total		345000		93750		9500		93750		5000		2700		5300		72250

Πίνακας 4.1: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται τα συνολικά έσοδα του πρώτου σταδίου που είναι 345.000€, ενώ το συνολικό κόστος που προκύπτει από την άθροιση των αθροιστικών κοστών, είναι 282.250€. Η μεγαλύτερη συνιστώσα του συνολικού κόστους είναι το κόστος αγοράς πρώτων υλών, 93.750€ η οποία είναι ίση με το κόστος παραγωγής. Τα συνολικά κέρδη του δεύτερου σταδίου είναι 62.750€. Όπως είναι αναμενόμενο, τα κέρδη αυτά είναι μικρότερα από τα αντίστοιχα κέρδη (75.650€) στο πρόβλημα με την κεντρική λήψη αποφάσεων, αφού το δεύτερο στάδιο ηγείται των αποφάσεων.

Στο Σχήμα 4-12 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά τα διαφορετικά κόστη που εγείρονται ανά περίοδο, για το πρώτο στάδιο.



Σχήμα 4-12: Βέλτιστες τιμές των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Τέλος, στον Πίνακα 4.10 που ακολουθεί παρατίθενται τα συνολικά έσοδα, κόστη και κέρδη ανά στάδιο και συνολικά για όλη την εφοδιαστική αλυσίδα του προβλήματος 3.2.1, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

	Στάδιο 1	Στάδιο 2	ΣΥΝΟΛΟ
Έσοδα	345.000	900.000	1.245.000
Κόστος	282.250	857.425	1.139.675
Κέρδος	62.750	42.575	105.325
% Κέρδους	22,23	4,73	8,45

Πίνακας 4.10: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και των κοστών του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Από τον παραπάνω συγκεντρωτικό πίνακα φαίνεται ότι το πρώτο στάδιο έχει μικρότερα έσοδα αλλά και μικρότερα κόστη από το δεύτερο στάδιο, με αποτέλεσμα να εμφανίζει πολύ μεγαλύτερα κέρδη. Το ποσοστό κέρδους του επί του κόστους είναι πολύ μεγαλύτερο του αντίστοιχου ποσοστού του δεύτερου σταδίου. Αυτό συμβαίνει επειδή το στάδιο 2 αναλαμβάνει το κόστος του υπερβολάβου για το προϊόν 2 το οποίο αναγκάζεται να το πληρώσει για να καλύψει τη ζήτηση αφού η δυναμικότητα των 100 μονάδων ανά περίοδο δεν επαρκεί για την παραγωγή και των 2 τελικών προϊόντων.



Η συνολική κερδοφορία της εφοδιαστικής αλυσίδας ανέρχεται σε 8,45% επί του συνολικού κόστους.

### **Αποτελέσματα προβλήματος 3.2.2**

Εδώ παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με αποκεντρωμένη λήψη αποφάσεων και αποκεντρωμένη χρήση πληροφοριών όπου ηγείται το στάδιο 2, όπως παρουσιάσθηκε στο υποκεφάλαιο 3.2.2, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς και για την περίπτωση της 1<sup>ης</sup> επέκτασης.

Ο Πίνακας 4.11 που ακολουθεί δίνει τις βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης που αφορούν στο πρόβλημα του δεύτερου σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας το οποίο επιλύεται πρώτο. Επιπλέον, σε σχέση με τους προηγούμενους πίνακες, υπάρχουν και οι τιμές των υπεργολαβιών του πρώτου σταδίου τις οποίες στην προκειμένη περίπτωση χρεώνεται το δεύτερο στάδιο.

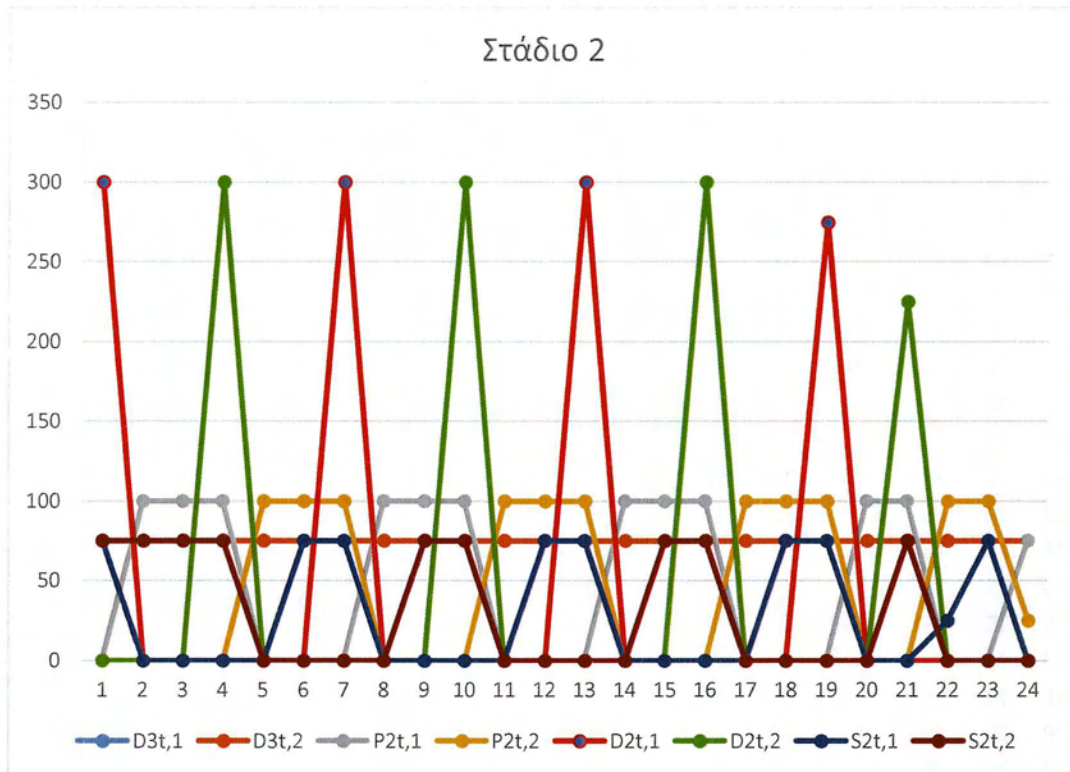


t	D <sub>3t,1</sub>	D <sub>3t,2</sub>	P <sub>2t,1</sub>	P <sub>2t,2</sub>	X <sub>2t,1</sub>	X <sub>2t,2</sub>	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	Y <sub>2t,1</sub>	Y <sub>2t,2</sub>	R <sub>2t,1</sub>	R <sub>2t,2</sub>	F <sub>2t,1</sub>	F <sub>2t,2</sub>	S <sub>2t,1</sub>	S <sub>2t,2</sub>	S <sub>1t,1</sub>	S <sub>1t,2</sub>
1	75	75	0	0	0	0	300	0	1	0	0	0	0	0	75	75	300	0
2	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	75	0	0
3	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	0	0	75	0	0
4	75	75	100	0	1	0	0	300	0	1	0	0	75	0	0	75	0	0
5	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	0	0
6	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	75	0	0	0
7	75	75	0	100	0	1	300	0	1	0	0	0	0	75	75	0	0	0
8	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	0	0	0
9	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	0	0	75	0	0
10	75	75	100	0	1	0	0	300	0	1	0	0	75	0	0	75	0	0
11	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	0	0
12	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	75	0	0	0
13	75	75	0	100	0	1	300	0	1	0	0	0	0	75	75	0	0	0
14	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	0	0	0
15	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	0	0	75	0	0
16	75	75	100	0	1	0	0	300	0	1	0	0	75	0	0	75	0	0
17	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	0	0
18	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	50	75	0	0	0
19	75	75	0	100	0	1	275	0	1	0	0	0	0	75	75	0	0	0
20	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	175	0	25	0	0	0	0	0
21	75	75	100	0	1	0	0	225	0	1	75	0	50	0	0	75	0	0
22	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	75	125	0	25	25	0	0	0
23	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	75	25	0	50	75	0	0	0
24	75	75	75	25	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tot	1800	1800	1175	1125	12	12	1175	1125	4	4	1300	1050	525	525	625	675	300	0
CV	0	0	1,0266	1,07	1,022	1,02	2,29	2,302	2,284	2,28	1,372	1,653	1,275	1,275	1,37	1,32	4,899	#####

**Πίνακας 4.21: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.**

Και εδώ βλέπουμε τα αποτελέσματα να κινούνται στα ίδια πλαίσια με το πρόβλημα 3.2.1, δηλαδή να παράγονται εξίσου και τα 2 προϊόντα, να παραγγέλνονται εξίσου πρώτες ύλες και να χρησιμοποιούνται το ίδιο και οι 2 υπεργολάβοι. Ακόμα, βλέπουμε ότι εφόσον η ζήτηση για πρώτες ύλες για το προϊόν 1 είναι 300 στην πρώτη περίοδο, αναγκαστικά θα καλυφθεί από τον αντίστοιχο υπεργολάβο οποίος θα πληρωθεί από το στάδιο 2.

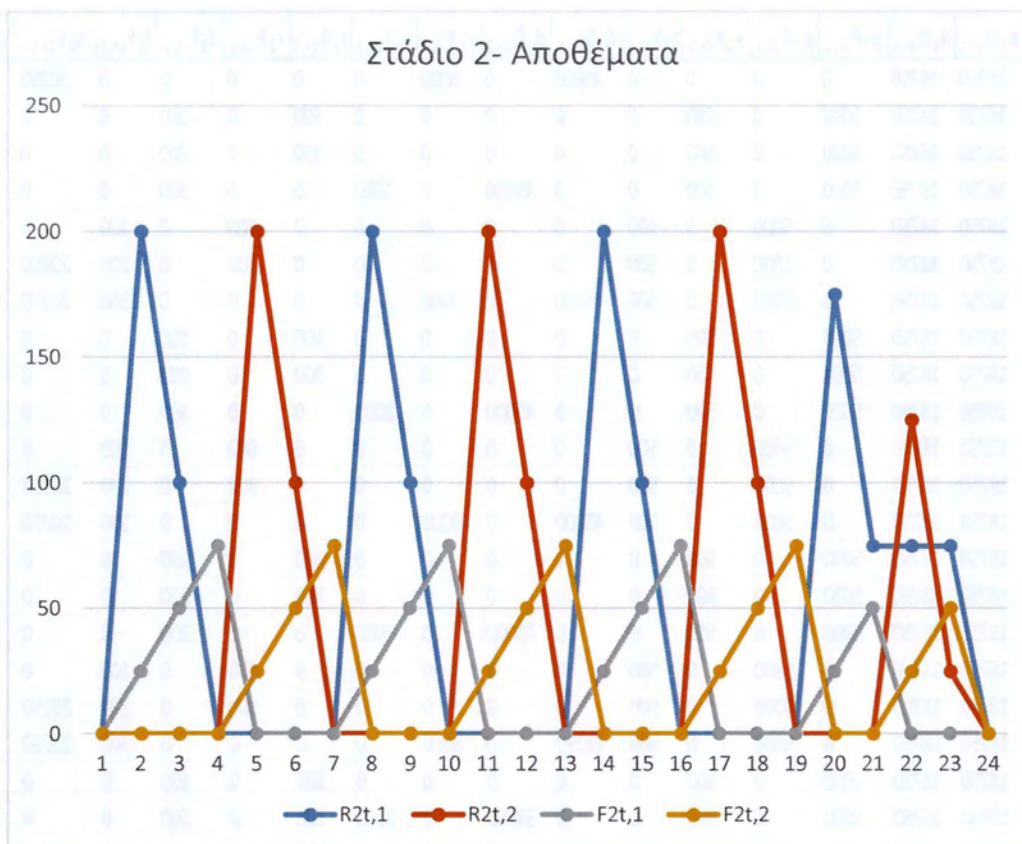
Στο Σχήμα 4-74-13 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπεργολάβου του δεύτερου σταδίου για το παράδειγμα αναφοράς.



Σχήμα 4-133: Βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπεργολάβου του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στο Σχήμα 4-14 αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου.





**Σχήμα 4-14: Βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.**

Ο Πίνακας 4.12 που ακολουθεί δίνει τις βέλτιστες τιμές των εσόδων και κοστών του δεύτερου σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας.

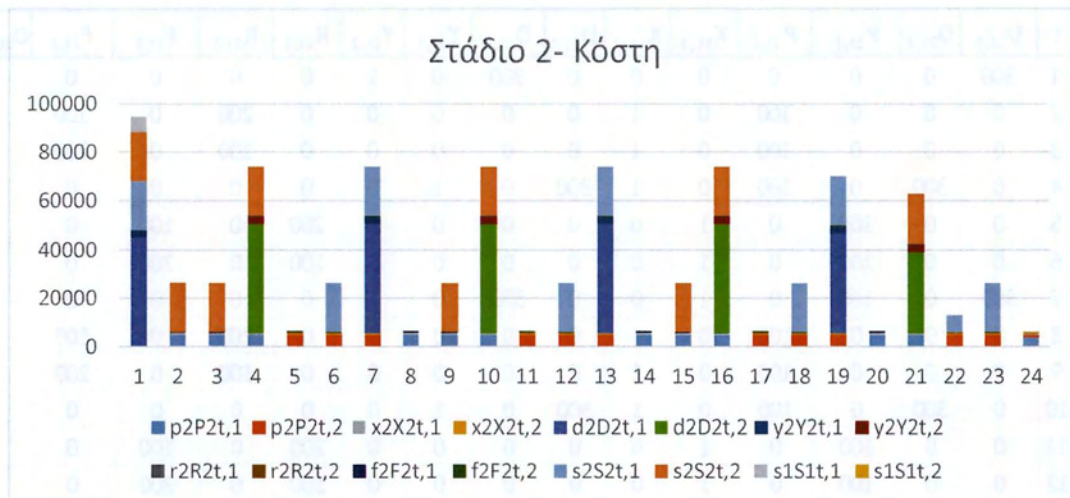


t	$d_3D_{3t,1}$	$d_3D_{3t,2}$	$p_2P_{2t,1}$	$p_2P_{2t,2}$	$x_2X_{2t,1}$	$x_2X_{2t,2}$	$d_2D_{2t,1}$	$d_2D_{2t,2}$	$v_2Y_{2t,1}$	$v_2Y_{2t,2}$	$r_2R_{2t,1}$	$r_2R_{2t,2}$	$f_2F_{2t,1}$	$f_2F_{2t,2}$	$s_2S_{2t,1}$	$s_2S_{2t,2}$	$s_1S_{1t,1}$	$s_1S_{1t,2}$
1	18750	18750	0	0	0	0	45000	0	3000	0	0	0	0	0	20250	20250	6000	0
2	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0	20250	0	0
3	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	20250	0	0
4	18750	18750	5000	0	500	0	0	45000	0	3000	0	0	300	0	0	20250	0	0
5	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0	0	0
6	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	20250	0	0	0
7	18750	18750	0	5000	0	500	45000	0	3000	0	0	0	0	300	20250	0	0	0
8	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0	0	0	0
9	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	20250	0	0
10	18750	18750	5000	0	500	0	0	45000	0	3000	0	0	300	0	0	20250	0	0
11	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0	0	0
12	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	20250	0	0	0
13	18750	18750	0	5000	0	500	45000	0	3000	0	0	0	0	300	20250	0	0	0
14	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0	0	0	0
15	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	20250	0	0
16	18750	18750	5000	0	500	0	0	45000	0	3000	0	0	300	0	0	20250	0	0
17	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	600	0	100	0	0	0	0
18	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	20250	0	0	0
19	18750	18750	0	5000	0	500	41250	0	3000	0	0	0	0	300	20250	0	0	0
20	18750	18750	5000	0	500	0	0	0	0	0	525	0	100	0	0	0	0	0
21	18750	18750	5000	0	500	0	0	33750	0	3000	225	0	200	0	0	20250	0	0
22	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	225	375	0	100	6750	0	0	0
23	18750	18750	0	5000	0	500	0	0	0	0	225	75	0	200	20250	0	0	0
24	18750	18750	3750	1250	500	500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	450000	450000	58750	56250	6000	6000	176250	168750	12000	12000	3900	3150	2100	2100	168750	182250	6000	
Total		900000		115000		12000		345000		24000		7050		4200		351000		6000

**Πίνακας 4.32: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.**

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι τα έσοδα στο στάδιο 2 ανέρχονται στις 900.000€. Τα συνολικά έξοδα είναι 864.250€ με σημαντικότερες τιμές στα έξοδα το κόστος του υπερβολάβου, 351.000€ και το κόστος για την προμήθεια πρώτων υλών, 345.000€.

Στο Σχήμα 4-915 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά τα διαφορετικά κόστη του δεύτερου σταδίου ανά περίοδο, ενώ και εδώ η υπεροχή του μεταβλητού κόστους αγοράς πρώτων υλών και του κόστους του υπερβολάβου είναι εμφανής σε σχέση με τα υπόλοιπα κόστη.



**Σχήμα 4-15: Βέλτιστες τιμές των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.**

Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε τις βέλτιστες τιμές για το στάδιο 1. Κι εδώ βλέπουμε να παράγονται ισάξια και οι 2 πρώτες ύλες των τελικών προϊόντων αφού στο 2<sup>ο</sup> στάδιο επιλέγονται και τα 2 για παραγωγή.

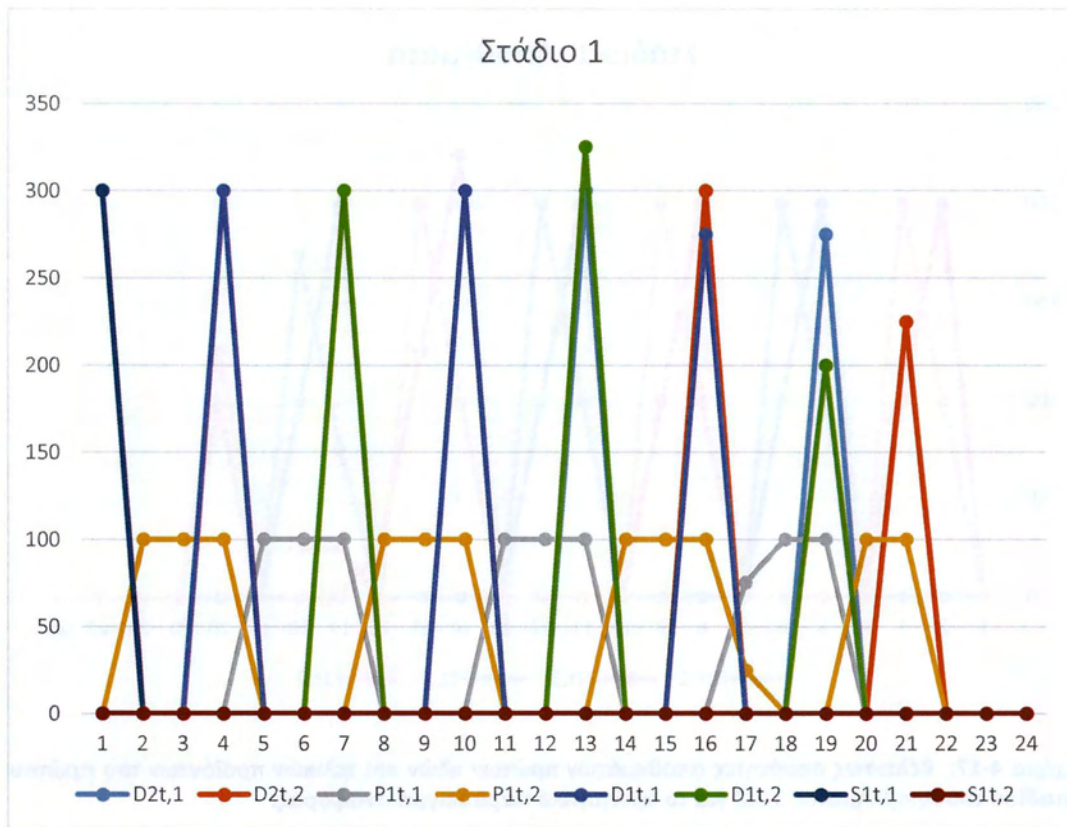


t	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	P <sub>1t,1</sub>	P <sub>1t,2</sub>	X <sub>1t,1</sub>	X <sub>1t,2</sub>	D <sub>1t,1</sub>	D <sub>1t,2</sub>	Y <sub>1t,1</sub>	Y <sub>1t,2</sub>	R <sub>1t,1</sub>	R <sub>1t,2</sub>	F <sub>1t,1</sub>	F <sub>1t,2</sub>	D <sub>2t,1</sub> - S <sub>1t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub> - S <sub>1t,2</sub>
1	300	0	0	0	0	0	0	300	0	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0
3	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0
4	0	300	0	100	0	1	300	0	1	0	0	0	0	0	0	300
5	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0	0
6	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0	0
7	300	0	100	0	1	0	0	300	0	1	0	0	0	0	300	0
8	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0
9	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0
10	0	300	0	100	0	1	300	0	1	0	0	0	0	0	0	300
11	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0	0
12	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0	0
13	300	0	100	0	1	0	0	325	0	1	0	0	0	0	300	0
14	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	225	0	100	0	0
15	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	125	0	200	0	0
16	0	300	0	100	0	1	275	0	1	0	0	25	0	0	0	300
17	0	0	75	25	1	1	0	0	0	0	200	0	75	25	0	0
18	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	175	25	0	0
19	275	0	100	0	1	0	0	200	0	1	0	0	0	25	275	0
20	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	125	0	0
21	0	225	0	100	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	225
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tot	1175	1125	875	1125	9	12	875	1125	3	4	900	1075	850	1100	875	1125
CV	2,286	2,3	1,3256	1,07	1,319	1,02	2,71	2,324	2,703	2,28	1,896	1,67	1,9181	1,5567	2,70518	2,302362

Πίνακας 4. 43: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

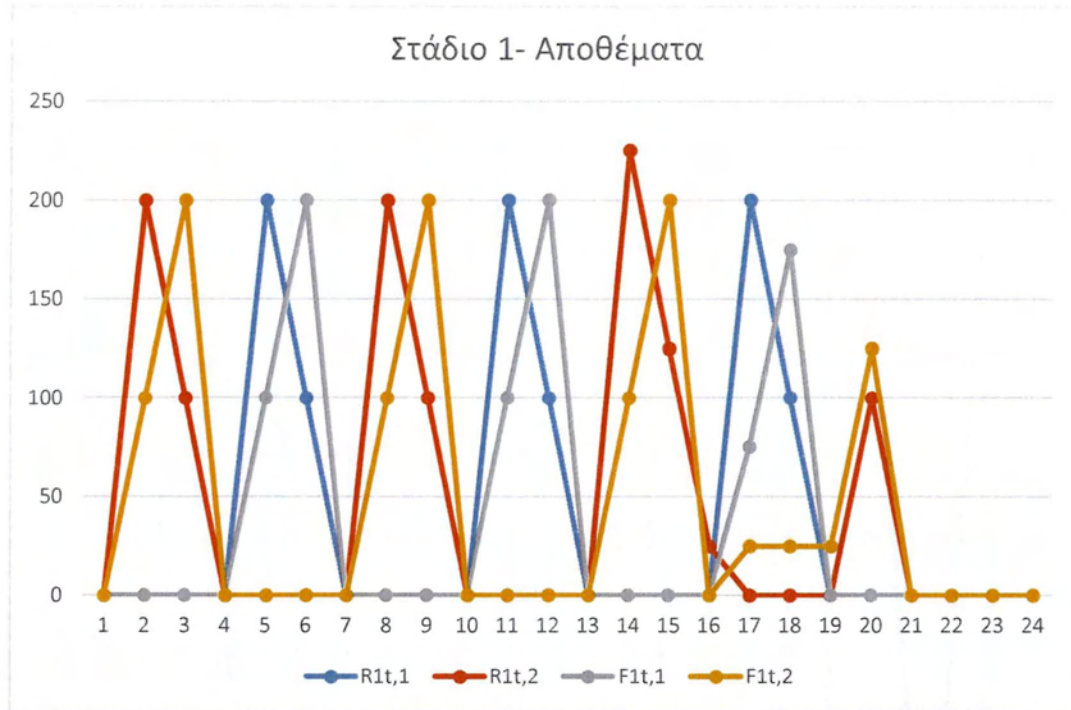
Στο Σχήμα 4-16 αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπεργολάβου του πρώτου σταδίου.





**Σχήμα 4-16:** Βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολάβου του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στο Σχήμα 4-17 αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου.



Σχήμα 4-17: Βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον Πίνακα 4.14 που ακολουθεί δίνονται οι βέλτιστες τιμές των εσόδων και κοστών του πρώτου σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας.

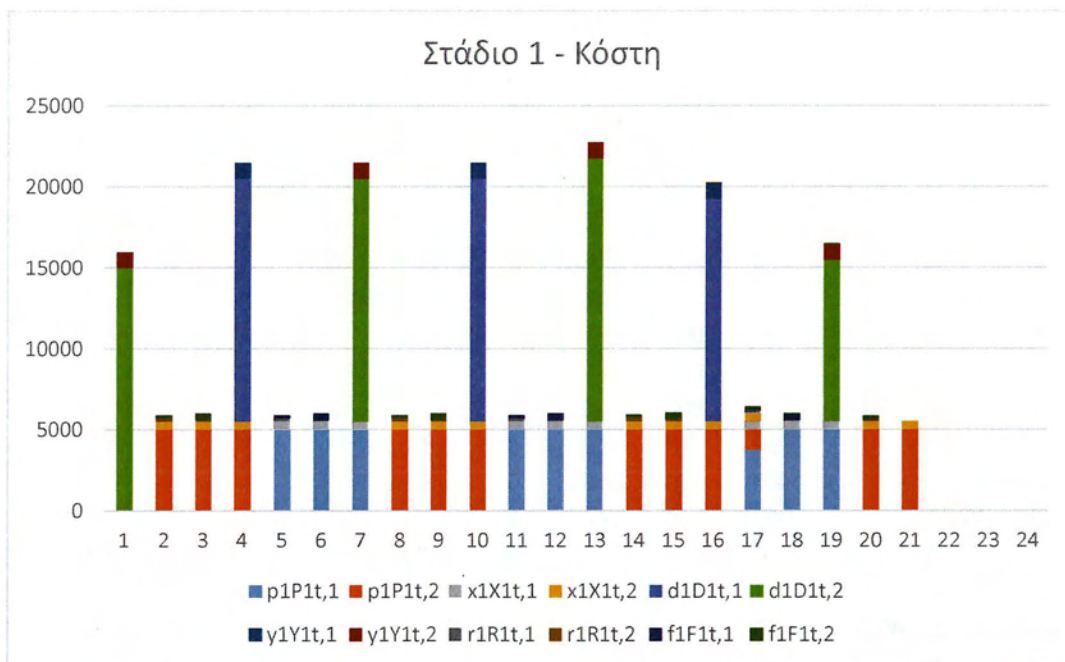
t	$d_2D_{2t,1}$	$d_2D_{2t,2}$	$p_1P_{1t,1}$	$p_1P_{1t,2}$	$x_1X_{1t,1}$	$x_1X_{1t,2}$	$d_1D_{1t,1}$	$d_1D_{1t,2}$	$y_1Y_{1t,1}$	$y_1Y_{1t,2}$	$r_1R_{1t,1}$	$r_1R_{1t,2}$	$f_1F_{1t,1}$	$f_1F_{1t,2}$
1	0	0	0	0	0	0	0	15000	0	1000	0	0	0	0
2	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200
3	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400
4	0	45000	0	5000	0	500	15000	0	1000	0	0	0	0	0
5	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200	0
6	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400	0
7	45000	0	5000	0	500	0	0	15000	0	1000	0	0	0	0
8	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200
9	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400
10	0	45000	0	5000	0	500	15000	0	1000	0	0	0	0	0
11	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200	0
12	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400	0
13	45000	0	5000	0	500	0	0	16250	0	1000	0	0	0	0
14	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	225	0	200
15	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	125	0	400
16	0	45000	0	5000	0	500	13750	0	1000	0	0	25	0	0
17	0	0	3750	1250	500	500	0	0	0	0	200	0	150	50
18	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	350	50
19	41250	0	5000	0	500	0	0	10000	0	1000	0	0	0	50
20	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	250
21	0	33750	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	131250	168750	43750	56250	4500	6000	43750	56250	3000	4000	900	1075	1700	2200
Total		300000		100000		10500		100000		7000		1975		3900

Πίνακας 4.54: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται τα συνολικά έσοδα του πρώτου σταδίου που είναι 300.000€, ενώ το συνολικό κόστος που προκύπτει από την άθροιση των αθροιστικών κοστών, είναι 223.375€. Η μεγαλύτερη συνιστώσα του συνολικού κόστους είναι το κόστος αγοράς πρώτων υλών, 100.000€ η οποία είναι ίση με το κόστος παραγωγής. Τα συνολικά κέρδη του πρώτου σταδίου είναι 76.625€. Όπως είναι αναμενόμενο, τα κέρδη αυτά είναι μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα κέρδη στο πρόβλημα 3.2.1 αφού το δεύτερο στάδιο χρεώνεται το κόστος του υπερβολάβου του.

Στο Σχήμα 4-128 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά τα διαφορετικά κόστη που εγείρονται ανά περίοδο, για το πρώτο στάδιο με τα κόστη παραγγελιών πρώτων υλών να είναι αυτά που ξεχωρίζουν.





**Σχήμα 4-18:** Βέλτιστες τιμές των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Τέλος, στον Πίνακα 4.15 που ακολουθεί παρατίθενται τα συνολικά έσοδα, κόστη και κέρδη ανά στάδιο και συνολικά για όλη την εφοδιαστική αλυσίδα του προβλήματος 3.2.2, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

	Στάδιο 1	Στάδιο 2	ΣΥΝΟΛΟ
<b>Έσοδα</b>	300.000	900.000	1.200.000
<b>Κόστος</b>	223.375	864.250	1.087.625
<b>Κέρδος</b>	76.625	35.750	112.375
<b>% Κέρδους</b>	25,54	3,97	9,36

**Πίνακας 4.15:** Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και των κοστών του Προβλήματος 3.2.2 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Από τον παραπάνω συγκεντρωτικό πίνακα φαίνεται ότι το πρώτο στάδιο έχει μικρότερα έσοδα αλλά και μικρότερα κόστη από το δεύτερο στάδιο, με αποτέλεσμα να εμφανίζει πολύ μεγαλύτερα κέρδη. Το ποσοστό κέρδους του επί του κόστους είναι πολύ μεγαλύτερο του αντίστοιχου ποσοστού του δεύτερου σταδίου. Αυτό συμβαίνει επειδή το στάδιο 2 αναλαμβάνει το κόστος του υπερβολικού για το προϊόν 2 το οποίο αναγκάζεται να το πληρώσει για να καλύψει τη ζήτηση αφού η δυναμικότητα των 100 μονάδων ανά περίοδο δεν επαρκεί για την παραγωγή και των 2 τελικών προϊόντων. Η συνολική κερδοφορία της εφοδιαστικής αλυσίδας ανέρχεται σε 9,36% επί του συνολικού κόστους.

### Αποτελέσματα προβλήματος 3.3

Εδώ παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με αποκεντρωμένη λήψη αποφάσεων όπου ηγείται το στάδιο 1, όπως παρουσιάστηκε στο υποκεφάλαιο 3.3 του Κεφαλαίου 3, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στην εκδοχή αυτή επιλύουμε πρώτα το πρόβλημα του πρώτου σταδίου. Στον Πίνακα 4.16 που ακολουθεί δίνονται οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης που αφορούν στο πρώτο στάδιο της εφοδιαστικής αλυσίδας. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι ενδιάμεσες ζητήσεις  $D_{2,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$  στη δεύτερη και τρίτη στήλη είναι μεταβλητές απόφασης που αποφασίζει το πρώτο στάδιο, αναλαμβάνοντας όμως το πάγιο κόστος παραγγελίας που συναρτάται των τιμών  $Y_{2,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ . Κατά συνέπεια, το πρώτο στάδιο το πρώτο στάδιο φροντίζει, έτσι ώστε οι ζητήσεις που δέχεται από το δεύτερο στάδιο να είναι τέτοιες που να μη χρειάζεται να απευθυνθεί στον ακριβό υπερβολάβο  $S_1$  για την κάλυψή τους.



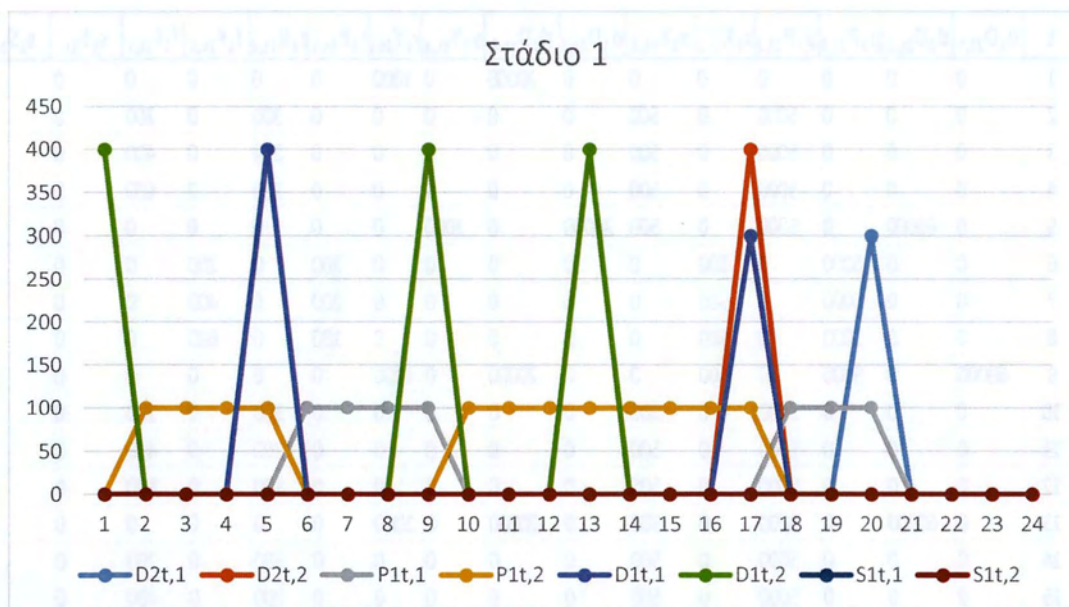
t	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	P <sub>1t,1</sub>	P <sub>1t,2</sub>	X <sub>1t,1</sub>	X <sub>1t,2</sub>	D <sub>1t,1</sub>	D <sub>1t,2</sub>	Y <sub>1t,1</sub>	Y <sub>1t,2</sub>	R <sub>1t,1</sub>	R <sub>1t,2</sub>	F <sub>1t,1</sub>	F <sub>1t,2</sub>	S <sub>1t,1</sub>	S <sub>1t,2</sub>
1	0	0	0	0	0	0	0	400	0	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	100	0	0
3	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0
4	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	300	0	0
5	0	400	0	100	0	1	400	0	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	100	0	0	0
7	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0	0
8	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	300	0	0	0
9	400	0	100	0	1	0	0	400	0	1	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	100	0	0
11	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0
12	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	300	0	0
13	0	400	0	100	0	1	0	400	0	1	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	100	0	0
15	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0
16	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	300	0	0
17	0	400	0	100	0	1	300	0	1	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0	0
19	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0	0
20	300	0	100	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	700	1200	700	1200	7	12	700	1200	2	3	900	1800	900	1800	0	0
CV	3,4255	2,703	1,592	1,022	1,592	1,022	3,425	2,703	3,388	2,703	2,198	1,484	2,198	1,484	#####	#####

Πίνακας 4.66: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε να παραγγέλνονται περισσότερες πρώτες ύλες τύπου 2, άρα περιμένουμε στο 2<sup>ο</sup> στάδιο να παράγονται κανονικά περισσότερα προϊόντα 2 και για τα προϊόντα 1 να χρησιμοποιείται περισσότερο ο υπεργολάβος. Ακόμα, ο υπεργολάβος του σταδίου 1 δε χρησιμοποιείται όπως περιμέναμε.

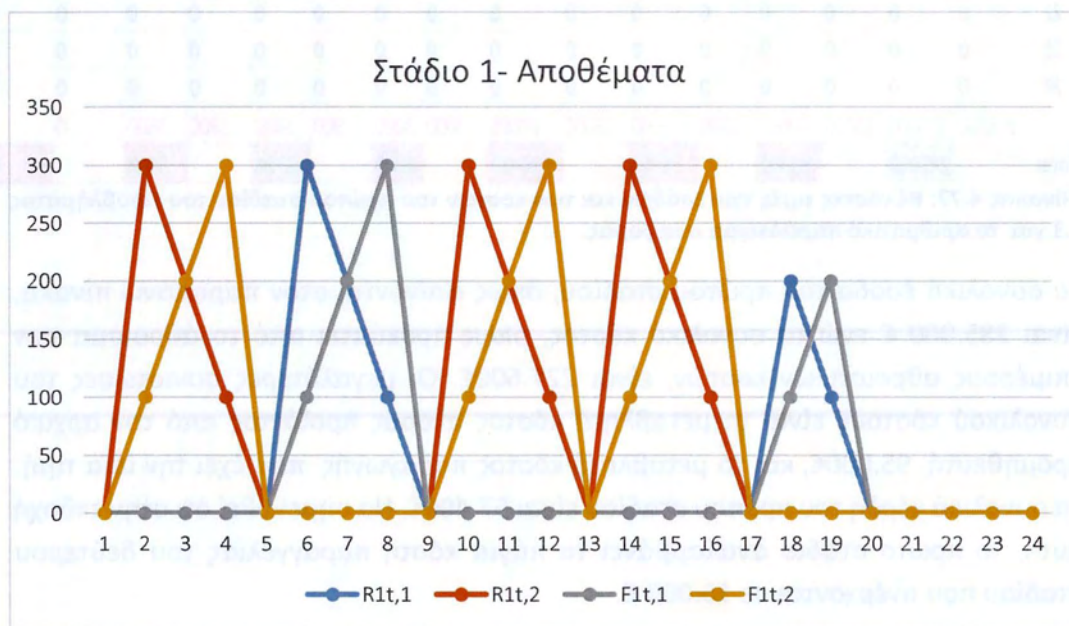
Στο Σχήμα 4-19 αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπεργολάβου του πρώτου σταδίου.





Σχήμα 4-19: Βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπεργολάβου του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Αντίστοιχα, στο Σχήμα 4-20 αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου.



Σχήμα 4-20: Βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον Πίνακα 4.17 που ακολουθεί δίνονται οι βέλτιστες τιμές των εσόδων και κοστών του πρώτου σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας.

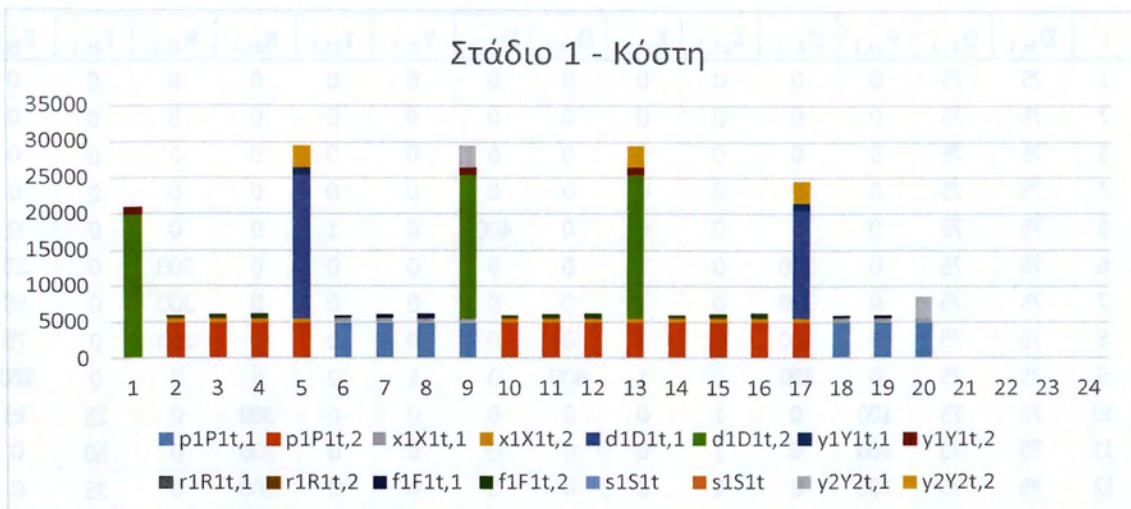
t	$d_2D_{2t,1}$	$d_2D_{2t,2}$	$p_1P_{1t,1}$	$p_1P_{1t,2}$	$x_1X_{1t,1}$	$x_1X_{1t,2}$	$d_1D_{1t,1}$	$d_1D_{1t,2}$	$y_1Y_{1t,1}$	$r_1Y_{1t,2}$	$r_1R_{1t,1}$	$r_1R_{1t,2}$	$f_1F_{1t,1}$	$f_1F_{1t,2}$	$s_1S_{1t}$	$s_1S_{1t}$	$y_2Y_{2t,1}$	$y_2Y_{2t,2}$
1	0	0	0	0	0	0	0	20000	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	0	0
3	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	400	0	0	0	0
4	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	600	0	0	0	0
5	0	60000	0	5000	0	500	20000	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
6	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	0	0	0
7	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	400	0	0	0	0	0
8	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	600	0	0	0	0	0
9	60000	0	5000	0	500	0	0	20000	0	1000	0	0	0	0	0	0	3000	0
10	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	0	0
11	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	400	0	0	0	0
12	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	600	0	0	0	0
13	0	60000	0	5000	0	500	0	20000	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	3000
14	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	0	0
15	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	400	0	0	0	0
16	0	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	600	0	0	0	0
17	0	60000	0	5000	0	500	15000	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
18	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0	0	0	0
19	0	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	100	0	400	0	0	0	0	0
20	45000	0	5000	0	500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3000	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	105000	180000	35000	60000	3500	6000	35000	60000	2000	3000	900	1800	1800	3600	0	0	6000	9000
Total		285000		95000		9500		95000		5000		2700		5400		0		15000

Πίνακας 4.77: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Τα συνολικά έσοδα του πρώτου σταδίου, όπως φαίνονται στον παραπάνω πίνακα, είναι 285.000 € ενώ το συνολικό κόστος, όπως προκύπτει από το άθροισμα των επιμέρους αθροιστικών κοστών, είναι 227.600€. Οι μεγαλύτερες συνιστώσες του συνολικού κόστους είναι το μεταβλητό κόστος αγοράς προϊόντος από τον αρχικό προμηθευτή, 95.000€, και το μεταβλητό κόστος παραγωγής που έχει την ίδια τιμή. Τα συνολικά κέρδη του πρώτου σταδίου είναι 57.400€. Να σημειωθεί ότι στην εκδοχή αυτή, το πρώτο στάδιο αναλαμβάνει τα πάγια κόστη παραγγελίας του δεύτερου σταδίου που ανέρχονται σε 15.000 €.

Στο Σχήμα 4-21 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά τα διαφορετικά κόστη του πρώτου σταδίου ανά περίοδο. Κι εδώ, η υπεροχή του μεταβλητού κόστους αγοράς είναι εμφανής.





**Σχήμα 4-21:** Βέλτιστες τιμές των κοστών του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον Πίνακα 4.18 που ακολουθεί δίνονται οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης που αφορούν στο δεύτερο στάδιο της εφοδιαστικής αλυσίδας. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τιμές της τελικής ζήτησης  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι παράμετροι και όχι μεταβλητές απόφασης. Το ίδιο ισχύει και για τις τιμές  $Y_{2,t}$  και  $D_{2,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , οι οποίες έχουν αποφασιστεί από το πρώτο στάδιο.



t	D <sub>3t,1</sub>	D <sub>3t,2</sub>	P <sub>2t,1</sub>	P <sub>2t,2</sub>	X <sub>2t,1</sub>	X <sub>2t,2</sub>	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	Y <sub>2t,1</sub>	Y <sub>2t,2</sub>	R <sub>2t,1</sub>	R <sub>2t,2</sub>	F <sub>2t,1</sub>	F <sub>2t,2</sub>	S <sub>2t,1</sub>	S <sub>2t,2</sub>
1	75	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75	75
2	75	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75	75
3	75	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75	75
4	75	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75	75
5	75	75	0	0	0	0	0	400	0	1	0	0	0	0	75	75
6	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	25	75	0
7	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	75	0
8	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	75	0
9	75	75	0	100	0	1	400	0	1	0	0	0	0	100	75	0
10	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	25	25	0	0
11	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	0	0	50
12	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	0	0	75
13	75	75	100	0	1	0	0	400	0	1	0	0	100	0	0	75
14	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	25	25	0	0
15	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	50	0
16	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	75	0
17	75	75	0	100	0	1	0	400	0	1	0	0	0	100	75	0
18	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	125	75	0
19	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	150	75	0
20	75	75	0	100	0	1	300	0	1	0	0	100	0	175	75	0
21	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	100	25	100	0	0
22	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	100	50	25	0	0
23	75	75	50	50	1	1	0	0	0	0	50	50	25	0	0	0
24	75	75	50	50	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25
Total	1800	1800	700	1200	8	13	700	1200	2	3	950	2050	375	1100	1100	600
CV	0	0	1,51	0,978	1,445	0,94	3,425	2,703	3,388	2,703	2,073	1,262	1,754	1,178	0,799	1,3831

Πίνακας 4.88: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον παραπάνω πίνακα βλέπουμε, όπως περιμέναμε, η παραγωγή να χρησιμοποιείται περισσότερο για το δεύτερο προϊόν, ενώ οι ελλείψεις του πρώτου προϊόντος καλύπτονται από τον αντίστοιχο υπεργολάβο.

Στο Σχήμα 4-22 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπεργολάβου του δεύτερου σταδίου.

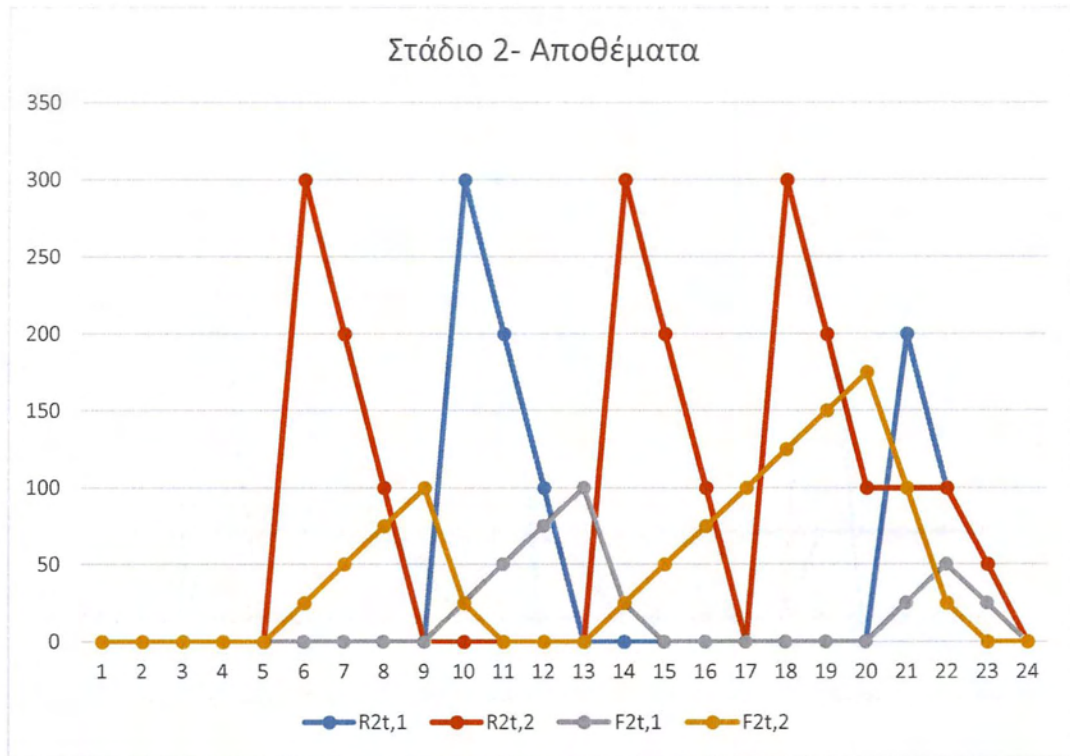
## Στάδιο 2



Σχήμα 4-22: Βέλτιστες ποσότητες ζήτησης, παραγωγής, παραγγελιών και υπερβολάβου του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στο Σχήμα 4-23 που ακολουθεί αποτυπώνονται γραφικά οι βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου.





**Σχήμα 4-23: Βέλτιστες ποσότητες αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.**

Στον Πίνακα 4.19 που ακολουθεί δίνονται οι βέλτιστες τιμές των εσόδων και κοστών του δεύτερου σταδίου της εφοδιαστικής αλυσίδας.

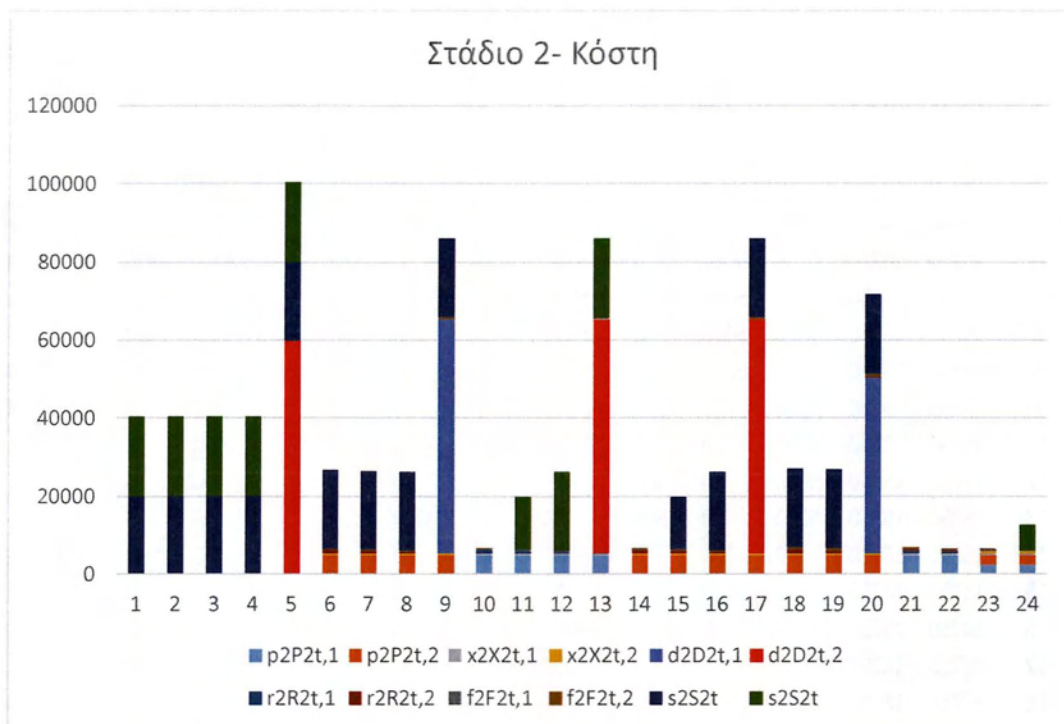


t	d <sub>3</sub> D <sub>3t,1</sub>	d <sub>3</sub> D <sub>3t,2</sub>	p <sub>2</sub> P <sub>2t,1</sub>	p <sub>2</sub> P <sub>2t,2</sub>	x <sub>2</sub> X <sub>2t,1</sub>	x <sub>2</sub> X <sub>2t,2</sub>	d <sub>2</sub> D <sub>2t,1</sub>	d <sub>2</sub> D <sub>2t,2</sub>	y <sub>2</sub> Y <sub>2t,1</sub>	y <sub>2</sub> Y <sub>2t,2</sub>	r <sub>2</sub> R <sub>2t,1</sub>	r <sub>2</sub> R <sub>2t,2</sub>	f <sub>2</sub> F <sub>2t,1</sub>	f <sub>2</sub> F <sub>2t,2</sub>	s <sub>2</sub> S <sub>2t</sub>	s <sub>2</sub> S <sub>2t</sub>
1	18750	18750	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	20250	20250
2	18750	18750	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	20250	20250
3	18750	18750	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	20250	20250
4	18750	18750	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	20250	20250
5	18750	18750	0	0	0	0	0	60000			0	0	0	0	20250	20250
6	18750	18750	0	5000	0	500	0	0			0	900	0	100	20250	0
7	18750	18750	0	5000	0	500	0	0			0	600	0	200	20250	0
8	18750	18750	0	5000	0	500	0	0			0	300	0	300	20250	0
9	18750	18750	0	5000	0	500	60000	0			0	0	0	400	20250	0
10	18750	18750	5000	0	500	0	0	0			900	0	100	100	0	0
11	18750	18750	5000	0	500	0	0	0			600	0	200	0	0	13500
12	18750	18750	5000	0	500	0	0	0			300	0	300	0	0	20250
13	18750	18750	5000	0	500	0	0	60000			0	0	400	0	0	20250
14	18750	18750	0	5000	0	500	0	0			0	900	100	100	0	0
15	18750	18750	0	5000	0	500	0	0			0	600	0	200	13500	0
16	18750	18750	0	5000	0	500	0	0			0	300	0	300	20250	0
17	18750	18750	0	5000	0	500	0	60000			0	0	0	400	20250	0
18	18750	18750	0	5000	0	500	0	0			0	900	0	500	20250	0
19	18750	18750	0	5000	0	500	0	0			0	600	0	600	20250	0
20	18750	18750	0	5000	0	500	45000	0			0	300	0	700	20250	0
21	18750	18750	5000	0	500	0	0	0			600	300	100	400	0	0
22	18750	18750	5000	0	500	0	0	0			300	300	200	100	0	0
23	18750	18750	2500	2500	500	500	0	0			150	150	100	0	0	0
24	18750	18750	2500	2500	500	500	0	0			0	0	0	0	0	6750
	450000	450000	35000	60000	4000	6500	1E+05	180000	0	0	2850	6150	1500	4400	297000	162000
Total		900000		95000		10500		285000		0		9000		5900		459000

Πίνακας 4.19: Βέλτιστες τιμές των εσόδων και των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Τα συνολικά έσοδα του πρώτου σταδίου, όπως φαίνονται στον παραπάνω πίνακα, είναι 900.000 € ενώ το συνολικό κόστος, όπως προκύπτει από το άθροισμα των επιμέρους αθροιστικών κοστών, είναι 864.400€. Η μεγαλύτερη συνιστώσα του συνολικού κόστους είναι με μεγάλη διαφορά το κόστος προμήθειας από τον υπεργολάβο, 459.000€. Τα συνολικά κέρδη του δεύτερου σταδίου είναι 35.600€.

Στο Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε. που αποτυπώνονται γραφικά τα διαφορετικά κόστη του δεύτερου σταδίου ανά περίοδο. Η υπεροχή του κόστους αγοράς από τον υπεργολάβο είναι εμφανής.



**Σχήμα 4-244:** Βέλτιστες τιμές των κοστών του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Στον Πίνακα 4.20 που ακολουθεί δίνονται τα συνολικά έσοδα, κόστη και κέρδη ανά στάδιο και συνολικά για όλη την εφοδιαστική αλυσίδα.

	Στάδιο 1	Στάδιο 2	ΣΥΝΟΛΟ
<b>Έσοδα</b>	285.000	900.000	1.185.000
<b>Κόστος</b>	227.600	864.400	1.092.000
<b>Κέρδος</b>	57.400	35.600	93.000
<b>% Κέρδους</b>	20,14	3,95	7,84

**Πίνακας 4.90:** Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Τα έσοδα του πρώτου σταδίου είναι μικρότερα, όπως και τα κόστη του σε σχέση με αυτά του δεύτερου σταδίου, με αποτέλεσμα τα κέρδη του πρώτου σταδίου να είναι υψηλότερα. Το ποσοστό κέρδους του επί του κόστους είναι πολύ μεγαλύτερο (20,14%) του αντίστοιχου ποσοστού του δεύτερου σταδίου (3,95%). Η συνολική κερδοφορία της εφοδιαστικής αλυσίδας ανέρχεται σε 7,84%.



**Συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων των προτύπων κεντρικής και αποκεντρωμένης διαδοχικής λήψης αποφάσεων**

Εδώ πραγματοποιούμε μια αντιπαραβολή των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν για την πρώτη επέκταση που αφορούν την επίλυση του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών με κεντρική και αποκεντρωμένη λήψη αποφάσεων. Στον Πίνακα 4.21 δίνονται οι τέσσερις εκδοχές που εξετάστηκαν.

Εκδοχή	Περιγραφή
I	Κεντρική λήψη αποφάσεων
II	Αποκεντρωμένη διαδοχική λήψη αποφάσεων και αποκεντρωμένη χρήση πληροφοριών όπου ηγείται το στάδιο 2
III	Αποκεντρωμένη διαδοχική λήψη αποφάσεων και κεντρική χρήση πληροφοριών όπου ηγείται το στάδιο 2
IV	Αποκεντρωμένη διαδοχική λήψη αποφάσεων κεντρική χρήση πληροφοριών όπου ηγείται το στάδιο 1

**Πίνακας 4.101: Ορισμός εκδοχών του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών ανάλογα με τον τρόπο λήψης αποφάσεων και τη χρήση πληροφοριών.**



Στον Πίνακα 4.22 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης για τις τέσσερις εκδοχές.

		Εκδοχή προβλήματος			
		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	345.000	345.000	300.000	285.000
	Κόστος	273.700	282.250	223.375	227.600
	Κέρδος	71.300	62.750	76.625	57.400
	% Κέρδους	29,1	22,23	25,54	20,14
Στάδιο 2	Έσοδα	900.000	900.000	900.000	900.000
	Κόστος	858.700	857.425	864.250	864.400
	Κέρδος	41.300	42.575	35.750	35.600
	% Κέρδους	4,58	4,73	3,97	3,95
Σύνολο	Έσοδα	1.245.000	1.245.000	1.200.000	1.185.000
	Κόστος	1.132.400	1.139.675	1.087.625	1.092.000
	Κέρδος	112.600	105.325	112.375	93.000
	% Κέρδους	9,04	8,45	9,36	7,84
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0	0/0	0/0	0/0
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	2,318/2,284	2,744/2,7	2,286/2,3	3,425/2,703
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	2,318/2,703	2,744/3,387	2,71/2,324	3,425/2,703

Πίνακας 4.112: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 900.000€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.
- Το στάδιο 1 έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις αφού το στάδιο 2 επιβαρύνεται με το κόστος του υπερβολάβου, πράγμα το οποίο δε μπορεί να αποφευχθεί αφού η δυναμικότητα δεν επαρκεί για την παραγωγή και των 2 προϊόντων.
- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην περίπτωση 1 όπως περιμέναμε.
- Το μικρότερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην περίπτωση 4, όπως και το στάδιο 1 έχει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 4, πράγμα το οποίο είναι απολύτως λογικό αφού επωμίζεται τα κόστη παραγγελίας του σταδίου 2 προς αυτό.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος του στην περίπτωση 2, αφού ο προγραμματισμός της παραγωγής του ηγείται του σταδίου 1 αλλά αυτή τη φορά δεν επωμίζεται κάποιο επιπλέον κόστος.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 3, αφού στην προκειμένη περίπτωση επωμίζεται τα έξοδα υπερβολάβου του πρώτου σταδίου.

#### 4.1.3 Αποτελέσματα για την 2<sup>η</sup> επέκταση

Στο υποκεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε λίγο πιο συνοπτικά τα αποτελέσματα του παραδείγματος αναφοράς για τη 2<sup>η</sup> επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας που μελετήσαμε και εν συνεχεία θα αναλύσουμε κάποια συμπεράσματα που προκύπτουν.

Γενικά σε αυτή την περίπτωση, το στάδιο 1 παρήγαγε όσο περισσότερο μπορούσε για να ικανοποιήσει τη μεγάλη ζήτηση του σταδίου 2, το οποίο καλούνταν να παράγει 2 προϊόντα και όχι 1. Και πάλι όμως λόγω μικρής δυναμικότητας παραγωγής, η συνδρομή του υπερβολάβου ήταν απαραίτητη. Παρακάτω ως παράδειγμα παραθέτουμε τα αποτελέσματα των μεταβλητών απόφασης για το πρόβλημα 3.3.



t	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	P <sub>1t,1</sub>	P <sub>1t,2</sub>	X <sub>1t,1</sub>	X <sub>1t,2</sub>	D <sub>1t,1</sub>	D <sub>1t,2</sub>	Y <sub>1t,1</sub>	Y <sub>1t,2</sub>	R <sub>1t,1</sub>	R <sub>1t,2</sub>	F <sub>1t,1</sub>	F <sub>1t,2</sub>	S <sub>1t,1</sub>	S <sub>1t,2</sub>
1	0	0	0	0	0	0	500	0	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	400	0	100	0	0	0
3	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	0
4	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	300	0	0	0
5	400	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0
6	0	0	100	0	1	0	500	0	1	0	0	0	100	0	0	0
7	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	400	0	200	0	0	0
8	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	300	0	0	0
9	400	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	0	0	0	0
10	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	100	0	0	0
11	0	0	100	0	1	0	500	0	1	0	0	0	200	0	0	0
12	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	400	0	300	0	0	0
13	400	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	0	0	0	0
14	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	100	0	0	0
15	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	200	0	0	0
16	300	0	100	0	1	0	400	0	1	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	100	0	0	0
18	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	200	0	0	0
19	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	300	0	0	0
20	400	0	100	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1900	0	1900	0	19	0	1900	0	4	0	3600	0	2700	0	0	0
	2,005172	#####	0,524022	#####	0,524022	#####	2,295522	#####	2,284161	#####	0,982946	#####	1,025703	#####	#####	#####

Πίνακας 4.23: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά τη δεύτερη επέκταση.

Στον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι η στήλη  $D_{2t,2}$  είναι όλη 0 αφού το δεύτερο στάδιο πλέον ζητάει 1 προϊόν ως πρώτη ύλη και όχι 2. Το ίδιο συμβαίνει και με τη στήλη  $P_{1t,2}$  αφού το πρώτο στάδιο παράγει πλέον ένα μόνο προϊόν.

Ακολουθούν οι τιμές των μεταβλητών απόφασης για το στάδιο 2.



t	D <sub>3t,1</sub>	D <sub>3t,2</sub>	P <sub>2t,1</sub>	P <sub>2t,2</sub>	X <sub>2t,1</sub>	X <sub>2t,2</sub>	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	Y <sub>2t,1</sub>	Y <sub>2t,2</sub>	R <sub>2t,1</sub>	R <sub>2t,2</sub>	F <sub>2t,1</sub>	F <sub>2t,2</sub>	S <sub>2t,1</sub>	S <sub>2t,2</sub>
1	75	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75	75
2	75	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75	75
3	75	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75	75
4	75	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75	75
5	75	75	0	0	0	0	400	0	1	0	0	0	0	0	75	75
6	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	300	0	0	25	75	0
7	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	50
8	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	100	0	0	25	50	0
9	75	75	100	0	1	0	400	0	1	0	0	0	25	0	0	50
10	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	300	0	0	25	50	0
11	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	50
12	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	100	0	0	25	50	0
13	75	75	100	0	1	0	400	0	1	0	0	0	25	0	0	50
14	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	300	0	0	25	50	0
15	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	25	0	0	50
16	75	75	0	100	0	1	300	0	1	0	100	0	0	25	50	0
17	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	25	0	0	50
18	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	200	0	0	25	50	0
19	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	25	0	0	50
20	75	75	0	100	0	1	400	0	1	0	0	0	0	25	50	0
21	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	25	0	0	50
22	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	200	0	0	25	50	0
23	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	25	0	0	50
24	75	75	25	75	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	25	0
	1800	1800	925	975	10	10	1900	0	5	0	3000	0	225	225	875	825
	0	0	1,268481	1,214779	1,208664	1,208664	2,005172	#####	1,991285	#####	0,950972	#####	1,318761	1,318761	0,857391	0,90513

**Πίνακας 4.24: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.3 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά τη δεύτερη επέκταση.**

Στον Πίνακα 4.25 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης για τις τέσσερις εκδοχές.

		Εκδοχή προβλήματος			
		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	345.000	345.000	285.000	285.000
	Κόστος	272.800	287.600	213.100	227.500
	Κέρδος	72.200	57.400	71.900	57.500
	% Κέρδους	20,92	16,63	25,22	20,17
Στάδιο 2	Έσοδα	900.000	900.000	900.000	900.000
	Κόστος	855.800	852.800	861.100	859.800
	Κέρδος	44.200	47.200	38.900	40.200
	% Κέρδους	4,91	5,24	4,32	4,46
Σύνολο	Έσοδα	1.245.000	1.245.000	1.185.000	1.185.000
	Κόστος	1.128.600	1.140.400	1.074.200	1.087.300
	Κέρδος	116.400	104.600	110.800	97.700
	% Κέρδους	9,34	8,40	9,35	8,24
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0	0/0	0/0	0/0
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	1,458/-	2 /-	1,78/-	2,295/-
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	2,284/-	2,301/-	2,295/-	2,005/-

Πίνακας 4.125: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά τη δεύτερη επέκταση.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 900.000€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.
- Το στάδιο 1 έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις όπως στην περίπτωση της πρώτης επέκτασης με τα 2 προϊόντα, αφού και εδώ δε μπορεί να αποφύγει το κόστος του υπερβολάβου για τον ίδιο λόγο με την πρώτη επέκταση.
- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην πρώτη περίπτωση όπως περιμέναμε. Αυτή είναι και η περίπτωση που το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2, αφού εκεί προηγείται στον προγραμματισμό.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 2 αφού εκεί ηγείται το στάδιο 2 στον προγραμματισμό, ενώ το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 3 αφού επωμίζεται το κόστος του υπερβολάβου του πρώτου σταδίου.

#### 4.1.4 Αποτελέσματα για την 3<sup>η</sup> επέκταση

Στο υποκεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε λίγο πιο συνοπτικά τα αποτελέσματα του παραδείγματος αναφοράς για τη 3<sup>η</sup> επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας που μελετήσαμε και εν συνεχεία θα αναλύσουμε κάποια συμπεράσματα που προκύπτουν.

Γενικά σε αυτή την περίπτωση, το στάδιο 1 παρήγαγε 2 τύπου πρώτες ύλες και όχι 1 όπως συνέβαινε στη 2<sup>η</sup> επέκταση, έχοντας όμως μια πρώτη ύλη για να παράγει αυτές τις 2. Στο στάδιο 2 υπήρχε παραγωγή και των 2 τελικών προϊόντων, όμως και πάλι λόγω έλλειψης δυναμικότητας 1 από τα 2 προϊόντα θα πρέπει να καλυφθεί από τον υπερβολάβο. Παρακάτω ως παράδειγμα παραθέτουμε τα αποτελέσματα των μεταβλητών απόφασης για το πρόβλημα 3.2.1.



t	D <sub>3t,1</sub>	D <sub>3t,2</sub>	P <sub>2t,1</sub>	P <sub>2t,2</sub>	X <sub>2t,1</sub>	X <sub>2t,2</sub>	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	Y <sub>2t,1</sub>	Y <sub>2t,2</sub>	R <sub>2t,1</sub>	R <sub>2t,2</sub>	F <sub>2t,1</sub>	F <sub>2t,2</sub>	S <sub>2t,1</sub>	S <sub>2t,2</sub>
1	75	75	0	0	0	0	0	400	0	1	0	0	0	0	75	75
2	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	25	75	0
3	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	75	0
4	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	75	0
5	75	75	0	100	0	1	400	0	1	0	0	0	0	100	75	0
6	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	25	25	0	0
7	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	0	0	50
8	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	0	0	75
9	75	75	100	0	1	0	0	400	0	1	0	0	100	0	0	75
10	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	25	25	0	0
11	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	50	0
12	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	75	0
13	75	75	0	100	0	1	400	0	1	0	0	0	0	100	75	0
14	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	25	25	0	0
15	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	50	0	0	50
16	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	75	0	0	75
17	75	75	100	0	1	0	0	425	0	1	0	0	100	0	0	75
18	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	325	25	25	0	0
19	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	0	225	0	50	50	0
20	75	75	0	100	0	1	275	0	1	0	0	125	0	75	75	0
21	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	175	125	25	0	0	0
22	75	75	100	0	1	0	0	0	0	0	75	125	50	0	0	75
23	75	75	0	100	0	1	0	0	0	0	75	25	0	25	25	0
24	75	75	75	25	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25
Total	1800	1800	1075	1225	11	13	1075	1225	3	3	1525	2150	625	725	725	575
CV	0	0	1,116	0,9847	1,1105	0,93965	2,7441	2,70394	2,70266	2,7027	1,5565	1,2559	1,2811	1,11779	1,1699	1,3925

Πίνακας 4.26: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του δεύτερου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά την τρίτη επέκταση.

Στον παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι το στάδιο 2 παράγει και τα 2 τελικά προϊόντα δίνοντας μεγαλύτερο βάρος στην παραγωγή του προϊόντος 2, οπότε χρησιμοποιεί λίγο παραπάνω τον υπερβολάβο 1 για την κάλυψη της ζήτησης του 1<sup>ου</sup> προϊόντος.

Ακολουθούν οι τιμές των μεταβλητών απόφασης για το στάδιο 1.

t	D <sub>2t,1</sub>	D <sub>2t,2</sub>	P <sub>1t,1</sub>	P <sub>1t,2</sub>	X <sub>1t,1</sub>	X <sub>1t,2</sub>	D <sub>1t,1</sub>	D <sub>1t,2</sub>	Y <sub>1t,1</sub>	Y <sub>1t,2</sub>	R <sub>1t,1</sub>	R <sub>1t,2</sub>	F <sub>1t,1</sub>	F <sub>1t,2</sub>	S <sub>1t,1</sub>	S <sub>1t,2</sub>
1	0	400	0	0	0	0	500	0	1	0	0	0	0	0	0	400
2	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	400	0	100	0	0	0
3	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	200	0	0	0
4	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	300	0	0	0
5	400	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0
6	0	0	0	100	0	1	400	0	1	0	0	0	0	100	0	0
7	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	300	0	0	200	0	0
8	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	200	0	0	300	0	0
9	0	400	0	100	0	1	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0
10	0	0	100	0	1	0	500	0	1	0	0	0	100	0	0	0
11	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	400	0	200	0	0	0
12	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	300	0	300	0	0	0
13	400	0	100	0	1	0	0	0	0	0	200	0	0	0	0	0
14	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	100	0	0	100	0	0
15	0	0	0	100	0	1	475	0	1	0	0	0	0	200	0	0
16	0	0	0	100	0	1	0	0	0	0	375	0	0	300	0	0
17	0	425	0	100	0	1	0	0	0	0	275	0	0	0	0	25
18	0	0	75	0	1	0	0	0	0	0	200	0	75	0	0	0
19	0	0	100	0	1	0	0	0	0	0	100	0	175	0	0	0
20	275	0	100	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	1075	1225	1075	800	11	8	1875	0	4	0	3550	0	1450	1200	0	425
CV	2,7441	2,70394	1,116	1,4446	1,1105	1,44463	2,2946	#####	2,28416	#####	0,9778	#####	1,6503	1,95604	#####	4,6073

**Πίνακας 4.27: Βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης του πρώτου σταδίου του Προβλήματος 3.2.1 για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά την τρίτη επέκταση.**

Στον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι η στήλη  $D_{1t,2}$  είναι όλη 0 αφού το πρώτο στάδιο πλέον ζητάει 1 προϊόν ως πρώτη ύλη και όχι 2.

Στον Πίνακα 4.28 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης για τις τέσσερις εκδοχές.



		Εκδοχή προβλήματος			
		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	345.000	345.000	300.000	285.000
	Κόστος	264.900	282.100	222.400	227.500
	Κέρδος	80.100	62.900	77.600	57.500
	% Κέρδους	23,21	18,23	28,86	20,17
Στάδιο 2	Έσοδα	900.000	900.000	900.000	900.000
	Κόστος	866.200	857.425	864.250	864.700
	Κέρδος	33.800	42.575	35.750	35.300
	% Κέρδους	3,75	4,73	3,98	3,92
Σύνολο	Έσοδα	1.245.000	1.245.000	1.185.000	1.185.000
	Κόστος	1.131.100	1.139.525	1.086.650	1.092.200
	Κέρδος	113.900	105.475	113.350	92.800
	% Κέρδους	9,14	8,47	9,56	7,83
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0	0/0	0/0	0/0
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	1,335/1,78	2.744/2,703	2,286/2,3	3,388/2,728
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	2,003/-	2,294/-	1,991/-	2,296/-

Πίνακας 4.138: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς που αφορά την τρίτη επέκταση.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 900.000€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.



- Το στάδιο 1 έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις όπως στην περίπτωση της πρώτης επέκτασης με τα 2 προϊόντα, αφού και εδώ δε μπορεί να αποφύγει το κόστος του υπερβολάβου για τον ίδιο λόγο με την πρώτη επέκταση.
- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην πρώτη όπως περιμέναμε.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 1.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2 αφού ηγείται του προγραμματισμού.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 4 αφού εκεί επωμίζεται το κόστος παραγγελιών του σταδίου 2, ενώ το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 1.

## 4.2 Αριθμητικά παραδείγματα για διαφορετικά προφίλ ζητήσεων τελικών προϊόντων

Στο παρόν υποκεφάλαιο παραθέτουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την επίλυση των διαφορετικών εκδοχών του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών, που αναλύθηκαν στο Κεφάλαιο 3, και για τις 3 επεκτάσεις που μελετάμε, για διαφορετικές τιμές της ζήτησης των τελικών πελατών. Πιο συγκεκριμένα, διατηρούμε ίδιες τις τιμές των παραμέτρων κόστους, παραγωγικής δυναμικότητας και χρόνων υστέρησης αλλάζοντας κάθε φορά μόνο τη τιμή της τελικής ζήτησης  $D_{3,t,j}$ . Στη συνέχεια, παραθέτουμε συνοπτικά και συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα της επίλυσης των παραδειγμάτων.

### 4.2.1 Παρεμφερής, σταθερή ζήτηση για τα 2 τελικά προϊόντα

Στο υποκεφάλαιο αυτό παραθέτουμε τα αποτελέσματα επίλυσης των διαφορετικών εκδοχών του προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τα αριθμητικά παραδείγματα, όπου η ζήτηση των τελικών προϊόντων  $D_{3,t,j}$  ορίζεται σε 70 τεμάχια ανά περίοδο για το πρώτο προϊόν και σε 80 τεμάχια ανά περίοδο για το δεύτερο για τον χρονικό ορίζοντα των 24 περιόδων του προγραμματισμού. Οι τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων είναι ίδιες με αυτές του αριθμητικού παραδείγματος αναφοράς. Στον Πίνακα 4.29 που ακολουθεί συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης για τις τέσσερις εκδοχές.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα ξεχωριστά για κάθε επέκταση και στο τέλος ένα συνολικό συμπέρασμα και για τις 3 επεκτάσεις σε σχέση με τα αποτελέσματα που είχαμε με τη σταθερή ζήτηση 75 και για τα 2 προϊόντα .

### **Πρώτη Επέκταση**

Στον Πίνακα 4.29 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας του νέου προφίλ τελικής ζήτησης που μελετάμε για τις τέσσερις εκδοχές προγραμματισμού για την πρώτη επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.

		Εκδοχή προβλήματος			
		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	345.000	345.000	300.000	285.000
	Κόστος	273.700	282.040	223.400	227.600
	Κέρδος	71.300	62.960	76.600	57.400
	% Κέρδους	20,66	18,24	25,53	20,14
Στάδιο 2	Έσοδα	900.000	900.000	900.000	900.000
	Κόστος	858.900	857.360	864.400	866.600
	Κέρδος	41.100	42.640	35.600	33.340
	% Κέρδους	4,56	4,73	3,95	3,7
Σύνολο	Έσοδα	1.245.000	1.245.000	1.185.000	1.185.000
	Κόστος	1.132.600	1.139.400	1.087.800	1.094.200
	Κέρδος	112.400	105.600	112.200	90.740
	% Κέρδους	9,02	8,47	9,46	7,65
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0	0/0	0/0	0/0
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	1,444/1,597	2,714/2,340	2,289/2,295	4,898/2,302
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	2,311/1,597	2,714/2,77	2,709/2,328	4,898/2,302

Πίνακας 4.149: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για την πρώτη επέκταση και για τελική ζήτηση 70 και 80.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:



- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 900.000€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.
- Το στάδιο 1 έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις αφού και εδώ δε μπορεί να αποφύγει το κόστος του υπερβολάβου αφού και πάλι η ζήτηση είναι τέτοια που δε μπορεί να καλυφθεί εξ ολοκλήρου από την παραγωγή.
- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην πρώτη όπως περιμέναμε.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 3 όπου δεν έχει το κόστος του υπερβολάβου.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2 αφού ηγείται του προγραμματισμού.
- Και τα 2 στάδια παρουσιάζουν το μικρότερό τους κέρδος στην περίπτωση 4.

### **Δεύτερη Επέκταση**

Στον Πίνακα 4.30 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας του νέου προφίλ τελικής ζήτησης που μελετάμε για τις τέσσερις εκδοχές προγραμματισμού για τη δεύτερη επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.

		Εκδοχή προβλήματος			
		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	345.000	345.000	285.000	285.000
	Κόστος	272.800	288.400	213.100	227.500
	Κέρδος	72.200	56.600	71.900	57.500
	% Κέρδους	23,07	18,23	28,86	20,17
Στάδιο 2	Έσοδα	900.000	900.000	900.000	900.000
	Κόστος	855.800	852.800	861.100	859.800
	Κέρδος	44.200	47.200	38.900	40.200
	% Κέρδους	2,75	4,73	3,98	4,46
Σύνολο	Έσοδα	1.245.000	1.245.000	1.185.000	1.185.000
	Κόστος	1.128.600	1.141.200	1.074.200	1.087.300
	Κέρδος	116.400	103.800	110.800	97.700
	% Κέρδους	8,38	8,47	9,56	8,24
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0	0/0	0/0	0/0
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	1,458/-	2,005/-	1,78/-	2/-
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	1,991/-	2,301/-	2,295/-	2,295/-

Πίνακας 4.30: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για τη δεύτερη επέκταση και για τελική ζήτηση 70 και 80.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 900.000€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.
- Το στάδιο 1 έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις αφού και εδώ δε μπορεί να αποφύγει το κόστος του

υπεργολάβου αφού και πάλι η ζήτηση είναι τέτοια που δε μπορεί να καλυφθεί εξ ολοκλήρου από την παραγωγή.

- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην περίπτωση 1 όπως περιμέναμε.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 1.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2 αφού προηγείται του προγραμματισμού.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 2, ενώ το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 3 αφού επωμίζεται το κόστος υπεργολάβου του σταδίου 1.

### **Τρίτη Επέκταση**

Στον Πίνακα 4.31 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας του νέου προφίλ τελικής ζήτησης που μελετάμε για τις τέσσερις εκδοχές προγραμματισμού για την τρίτη επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.



		Εκδοχή προβλήματος			
		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	345.000	345.000	300.000	285.000
	Κόστος	264.900	281.440	222.460	227.500
	Κέρδος	80.100	63.560	77.540	57.500
	% Κέρδους	23,21	18,42	28,84	20,17
Στάδιο 2	Έσοδα	900.000	900.000	900.000	900.000
	Κόστος	866.180	857.360	864.400	865.780
	Κέρδος	33.820	42.640	35.600	34.220
	% Κέρδους	3,75	4,73	3,95	3,8
Σύνολο	Έσοδα	1.245.000	1.245.000	1.200.000	1.185.000
	Κόστος	1.131.080	1.138.800	1.086.860	1.093.280
	Κέρδος	113.920	106.200	113.140	91.720
	% Κέρδους	9,15	8,53	9,42	7,74
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0	0/0	0/0	0/0
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	1,465/1,45	2,714/2,340	2,289/2,3	2,703/3,425
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	2,038/-	2,288/-	1,991/-	2,296/-

Πίνακας 4.31: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για την τρίτη επέκταση και για τελική ζήτηση 70 και 80.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:



- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 900.000€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.
- Το στάδιο 1 έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις αφού και εδώ δε μπορεί να αποφύγει το κόστος του υπερβολάβου αφού και πάλι η ζήτηση είναι τέτοια που δε μπορεί να καλυφθεί εξ ολοκλήρου από την παραγωγή.
- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται πρώτη περίπτωση όπως περιμέναμε.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 1.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2 αφού προηγείται του προγραμματισμού.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 4 αφού επωμίζεται το κόστος παραγγελιών του 2, ενώ το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 1.

#### **Συμπεράσματα και για τις 3 επεκτάσεις**

- Και στις 3 επεκτάσεις παρουσιάζεται μεγαλύτερο συνολικό κέρδος στην περίπτωση 1 όπως είναι λογικό.
- Και στις 3 επεκτάσεις, στην περίπτωση 4 το στάδιο 1 έχει σχεδόν το ίδιο κέρδος.
- Και στις 3 επεκτάσεις, σε όλες τις περιπτώσεις, το στάδιο 1 έχει πολύ μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2, αφού με τη δεδομένη τελική ζήτηση, το στάδιο 2 είναι αδύνατο να την ικανοποιήσει όλη χωρίς τη συνδρομή υπερβολάβου.
- Δεν παρατηρούμε μεγάλες διαφορές στα συνολικά κέρδη σε όλες τις περιπτώσεις σε σχέση με τα συνολικά κέρδη που είχαμε με το προφίλ ζήτησης 75, αφού και εδώ η ζήτηση μπορεί να μην είναι ίδια και για τα 2 προϊόντα αλλά είναι παρεμφερής. Ακόμα αυτό συμβαίνει επειδή και εδώ ο τζίρος που κάνουν όλα τα 2<sup>α</sup> στάδια είναι 900.000, ο ίδιος δηλαδή με τη ζήτηση 75.

#### 4.2.2 Μεγάλη διαφορά στη ζήτηση των 2 τελικών προϊόντων

Στο υποκεφάλαιο αυτό παραθέτουμε τα αποτελέσματα επίλυσης των διαφορετικών εκδοχών του προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τα αριθμητικό παράδειγμα, όπου η ζήτηση των τελικών προϊόντων  $D_{3,t,j}$  ορίζεται σε 10 τεμάχια ανά περίοδο για το πρώτο προϊόν και σε 100 τεμάχια ανά περίοδο για το δεύτερο για τον χρονικό ορίζοντα των 24 περιόδων του προγραμματισμού. Οι τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων είναι ίδιες με αυτές του αριθμητικού παραδείγματος αναφοράς.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα ξεχωριστά για κάθε επέκταση και στο τέλος ένα συνολικό συμπέρασμα και για τις 3 επεκτάσεις σε σχέση με τα αποτελέσματα που είχαμε στις 2 προηγούμενες περιπτώσεις ζήτησης.

##### Πρώτη Επέκταση

Στον Πίνακα 4.32 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας του νέου προφίλ τελικής ζήτησης που μελετάμε για τις τέσσερις εκδοχές προγραμματισμού για την πρώτη επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.



		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	345.000	345.000	300.000	285.000
	Κόστος	272.800	289.200	221.800	227.500
	Κέρδος	72.200	55.800	78.200	57.500
	% Κέρδους	20,92	16,17	26,06	20,17
Στάδιο 2	Έσοδα	660.000	660.000	660.000	660.000
	Κόστος	593.900	590.900	609.500	597.400
	Κέρδος	66.100	69.100	50.500	62.600
	% Κέρδους	10,01	10,46	7,65	9,48
Σύνολο	Έσοδα	1.005.000	1.005.000	960.000	945.000
	Κόστος	866.700	880.100	831.300	824.900
	Κέρδος	138.300	124.900	128.700	120.100
	% Κέρδους	13,76	12,42	13,4	12,7
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0	0/0	0/0	0/0
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	0/0,212	0/2,005	0/1,608	0/2,005
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	0/0,307	0/2,301	0/2,284	0/2,295

Πίνακας 4.32: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για την πρώτη επέκταση και για τελική ζήτηση 10 και 100.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 660.000€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.
- Το στάδιο 1 δεν έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις αφού εδώ το κόστος του υπερβολάβου του σταδίου 2 δεν είναι τόσο μεγάλο.



- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην πρώτη περίπτωση όπως περιμέναμε.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 3 όπου δεν έχει το κόστος του υπεργολάβου.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2 αφού ηγείται του προγραμματισμού.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 2 , ενώ το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 3 .

### **Δεύτερη Επέκταση**

Στον Πίνακα 4.33 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας του νέου προφίλ τελικής ζήτησης που μελετάμε για τις τέσσερις εκδοχές προγραμματισμού για τη δεύτερη επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.

Εκδοχή	Εσόδη	Κόστος	Συντελεστής
I	1.200.000	800.000	0,667
II	1.500.000	900.000	0,600
III	1.800.000	1.000.000	0,556
IV	2.100.000	1.100.000	0,524

	Εκδοχή προβλήματος			
	I	II	III	IV



Στάδιο 1	Έσοδα	345.000	345.000	285.000	285.000
	Κόστος	272.800	287.600	212.600	227.500
	Κέρδος	72.200	57.400	72.400	57.500
	% Κέρδους	23,07	16,63	25,4	20,17
Στάδιο 2	Έσοδα	660.000	660.000	660.000	660.000
	Κόστος	593.900	590.900	599.200	598.300
	Κέρδος	66.100	69.100	60.800	61.700
	% Κέρδους	10,01	10,46	9,21	9,34
Σύνολο	Έσοδα	1.005.000	1.005.000	945.000	945.000
	Κόστος	866.700	878.500	811.800	825.800
	Κέρδος	138.300	126.500	133.200	119.200
	% Κέρδους	13,76	12,58	14,09	12,61
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0	0/0	0/0	0/0
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	1,458/-	2,005/-	1,78/-	2/-
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	2,284/-	2,301/-	2,005/-	2,295/-

Πίνακας 4.33: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για τη δεύτερη επέκταση και για τελική ζήτηση 10 και 100.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 660.000€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.
- Το στάδιο 1 δεν έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις αφού εδώ η ζήτηση είναι τέτοια ώστε το στάδιο 2 μπορεί να αποφύγει το κόστος του υπερβολάβου για το ένα από τα δύο τελικά προϊόντα.



- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην περίπτωση 1 όπως περιμέναμε.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 3 όπου δεν έχει το κόστος του υπεργολάβου.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2 αφού προηγείται του προγραμματισμού.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 2, ενώ το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 3 αφού επωμίζεται το κόστος υπεργολάβου του σταδίου 1.

### **Τρίτη Επέκταση**

Στον Πίνακα 4.34 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας του νέου προφίλ τελικής ζήτησης που μελετάμε για τις τέσσερις εκδοχές προγραμματισμού για την τρίτη επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.



		Εκδοχή προβλήματος			
		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	345.000	345.000	300.000	285.000
	Κόστος	272.800	289.200	221.800	227.500
	Κέρδος	72.200	55.800	78.200	57.500
	% Κέρδους	20,92	16,17	26,06	20,17
Στάδιο 2	Έσοδα	660.000	660.000	660.000	660.000
	Κόστος	593.900	590.900	609.500	597.400
	Κέρδος	66.100	69.100	50.500	62.600
	% Κέρδους	10,01	10,46	7,65	9,48
Σύνολο	Έσοδα	1.005.000	1.005.000	960.000	945.000
	Κόστος	866.700	880.100	831.300	824.900
	Κέρδος	138.300	124.900	128.700	120.100
	% Κέρδους	13,76	12,42	13,4	12,7
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0	0/0	0/0	0/0
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	0/0,213	0/2,005	0/1,609	0/2,005
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	2,007/-	2,301/-	2,28/-	2,296/-

Πίνακας 4.34: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για την τρίτη επέκταση και για τελική ζήτηση 10 και 100.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 660.000€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.



- Το στάδιο 1 δεν έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις αφού εδώ η ζήτηση είναι τέτοια ώστε το στάδιο 2 μπορεί να αποφύγει το κόστος του υπεργολάβου για το ένα από τα δύο τελικά προϊόντα.
- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην πρώτη περίπτωση όπως περιμέναμε.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 3.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2 αφού προηγείται του προγραμματισμού.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 2, ενώ το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 3.

#### **Συμπεράσματα και για τις 3 επεκτάσεις**

- Και στις 3 επεκτάσεις παρουσιάζεται μεγαλύτερο συνολικό κέρδος στην περίπτωση 1 όπως είναι λογικό.
- Και στις 3 επεκτάσεις, στην περίπτωση 4 το στάδιο 1 έχει σχεδόν το ίδιο κέρδος. Ακόμα, η περίπτωση 1 παρουσιάζει ακριβώς τα ίδια κέρδη.
- Σε αυτό το προφίλ ζήτησης δεν ισχύει πάντα ότι το στάδιο 1 έχει μεγαλύτερο κέρδος από το στάδιο 2. Αυτό συμβαίνει επειδή τώρα η συνολική ζήτηση ανά περίοδο είναι 110 και η δυναμικότητα 100, οπότε το στάδιο 2 να μην πρέπει αναγκαστικά να απευθυνθεί στον υπεργολάβο του, αλλά για πολύ μικρότερες ποσότητες σε σχέση με τις 2 προηγούμενες περιπτώσεις ζήτησης.
- Στα συνολικά κέρδη σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρούμε αύξηση σε σχέση με τα συνολικά κέρδη που είχαμε στα 2 προηγούμενα προφίλ ζήτησης. Στην περίπτωση μας μπορεί να μειώθηκε κατά πολύ ο τζίρος του 2<sup>ου</sup> σταδίου, αλλά μειώθηκαν και πολύ τα έξοδα του, εφόσον δε χρειαζόταν τόσο πολύ τον υπεργολάβο αυτή τη φορά.
- Τέλος, παρατηρούμε ότι η μεταβλητότητα της ζήτησης προϊόντων τύπου 1 και στα 2 στάδια, σε όλες τις επεκτάσεις είναι 0. Αυτό συμβαίνει επειδή τα τύπου 1 προϊόντα έχουν ζήτηση 10 σε αντίθεση με τα τύπου 2 που έχουν 100. Έτσι όντας ισοδύναμα τα 2 προϊόντα



ως προς τα κόστη και τις τιμές πώλησης, είναι προτιμότερο να παραχθούν τα προϊόντα τύπου 2 στο μέγιστο (100) και τα προϊόντα τύπου 1 να αγοραστούν εξολοκλήρου από τον υπερβολάβο.

#### 4.2.3 Παρεμφερής μέση ζήτηση των 2 τελικών προϊόντων

Στο υποκεφάλαιο αυτό παραθέτουμε τα αποτελέσματα επίλυσης των διαφορετικών εκδοχών του προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τα αριθμητικό παράδειγμα, όπου η ζήτηση των τελικών προϊόντων  $D_{3,t,j}$  ορίζεται σε 50 τεμάχια ανά περίοδο για το πρώτο προϊόν και σε μέση τιμή 50,2 τεμάχια ανά περίοδο για το δεύτερο για τον χρονικό ορίζοντα των 24 περιόδων του προγραμματισμού. Οι τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων είναι ίδιες με αυτές του αριθμητικού παραδείγματος αναφοράς. Στον παρακάτω πίνακα ακολουθεί το προφίλ ζήτησης του δεύτερου προϊόντος.

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$D_{3,t,2}$	50	52	55	45	48	50	50	52	51	50	45	48
$t$	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$D_{3,t,2}$	49	50	50	51	51	54	52	53	51	50	48	50

Πίνακας 4.35: Προφίλ ζήτησης προϊόντος 2 με μέση τιμή τελικής ζήτησης 50,2 τεμαχίων ανά περίοδο.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα ξεχωριστά για κάθε επέκταση και στο τέλος ένα συνολικό συμπέρασμα και για τις 3 επεκτάσεις σε σχέση με τα αποτελέσματα που είχαμε στις 3 προηγούμενες περιπτώσεις ζήτησης.

#### Πρώτη Επέκταση

Στον Πίνακα 4.36 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας του νέου προφίλ τελικής ζήτησης που μελετάμε για τις τέσσερις εκδοχές προγραμματισμού για την πρώτη επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.



		Εκδοχή προβλήματος			
		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	329.850	337.200	277.200	270.000
	Κόστος	255.694	287.888	205.792	219.345
	Κέρδος	74.156	49.312	71.408	50.655
	% Κέρδους	22,48	14,62	31,42	18,76
Στάδιο 2	Έσοδα	601.250	601.250	601.250	601.250
	Κόστος	553.868	544.654	555.366	549.458
	Κέρδος	47.382	56.596	45.884	51.792
	% Κέρδους	7,88	9,41	7,65	8,61
Σύνολο	Έσοδα	931.110	938.450	878.450	871.250
	Κόστος	809.562	832.542	761.158	768.803
	Κέρδος	121.538	105.908	117.292	102.447
	% Κέρδους	13,05	11,28	13,4	11,75
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0,046	0/0,046	0/0,046	0/0,046
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	1,780/1,110	2,291/2,727	2,412/2,13	2,765/2,779
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	2,711/1,11	2,713/3,387	2,823/2,804	2,765/3,44

Πίνακας 4.36: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για την πρώτη επέκταση και για μέση τελική ζήτηση 50 και 50,2.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:



- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 601.250€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.
- Το στάδιο 1 δεν έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις αφού εδώ το στάδιο 2 ζητάει πολύ λιγότερο τη συνδρομή του υπερβολάβου απ' ότι στις 3 προηγούμενες περιπτώσεις ζητήσεων.
- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος στην πρώτη περίπτωση όπως περιμέναμε.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 1.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2 αφού ηγείται του προγραμματισμού.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 2 ,ενώ το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 3 .

### **Δεύτερη Επέκταση**

Στον Πίνακα 4.37 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας του νέου προφίλ τελικής ζήτησης που μελετάμε για τις τέσσερις εκδοχές προγραμματισμού για τη δεύτερη επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.

		Εκδοχή προβλήματος			
		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	337.200	337.200	277.200	287.700
	Κόστος	267.288	282.160	207.328	227.282
	Κέρδος	69.912	55.040	69.872	57.418
	% Κέρδους	20,73	16,32	25,2	19,95
Στάδιο 2	Έσοδα	601.250	601.250	601.250	601.250
	Κόστος	538.284	535.072	543.528	544.664
	Κέρδος	62.866	66.178	57.722	56.586
	% Κέρδους	10,45	11	9,6	9,41
Σύνολο	Έσοδα	938.450	938.450	893.450	888.950
	Κόστος	805.572	817.232	750.856	771.946
	Κέρδος	132.778	121.218	127.594	114.004
	% Κέρδους	14,14	12,91	14,28	12,82
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0,046	0/0,046	0/0,046	0/0,046
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	1,461/-	2,003/-	1,781/-	2,005/-
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	2,287/-	2,296/-	2,342/-	2,295/-

Πίνακας 4.37: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για τη δεύτερη επέκταση και για μέση τελική ζήτηση 50 και 50,2.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 601.250€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,..,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.



- Το στάδιο 1 δεν έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις αφού εδώ το στάδιο 2 ζητάει πολύ λιγότερο τη συνδρομή του υπερβολάβου απ' ότι στις 3 προηγούμενες περιπτώσεις ζητήσεων.
- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην περίπτωση 3 και όχι στην περίπτωση 1 όπως περιμέναμε.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 3 όπου δεν έχει το κόστος του υπερβολάβου.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2 αφού προηγείται του προγραμματισμού.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 2, ενώ το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 4.

### **Τρίτη Επέκταση**

Στον Πίνακα 4.38 συνοψίζονται οι βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και οι συντελεστές μεταβλητότητας του νέου προφίλ τελικής ζήτησης που μελετάμε για τις τέσσερις εκδοχές προγραμματισμού για την τρίτη επέκταση του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.

		Εκδοχή προβλήματος			
		I	II	III	IV
Στάδιο 1	Έσοδα	329.850	337.200	277.200	278.250
	Κόστος	253.796	287.268	205.592	226.640
	Κέρδος	76.054	49.312	71.608	51.610
	% Κέρδους	23,07	14,62	25,83	18,54
Στάδιο 2	Έσοδα	601.250	601.250	601.250	601.250
	Κόστος	553.868	544.654	555.366	544.234
	Κέρδος	47.382	58.596	45.884	57.016
	% Κέρδους	7,88	9,41	7,65	9,48
Σύνολο	Έσοδα	931.100	938.450	878.450	879.500
	Κόστος	807.664	83.922	760.958	770.874
	Κέρδος	123.436	108.528	117.492	108.626
	% Κέρδους	13,25	11,35	13,4	12,35
CV	$D_{3,t,1} / D_{3,t,2}$	0/0,046	0/0,046	0/0,046	0/0,046
	$D_{2,t,1} / D_{2,t,2}$	1,78/1,111	2,291/2,727	2,413/2,13	2,338/2,711
	$D_{1,t,1} / D_{1,t,2}$	2,025/-	2,288/-	2,295/-	2,295/-

Πίνακας 4.38: Βέλτιστες τιμές των συνολικών εσόδων και κοστών και συντελεστές μεταβλητότητας της ζήτησης του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής και παραγγελιών για τις τέσσερις εκδοχές του Πίνακα 4.21, για την τρίτη επέκταση και για μέση τελική ζήτηση 50 και 50,2.

Με βάση τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:



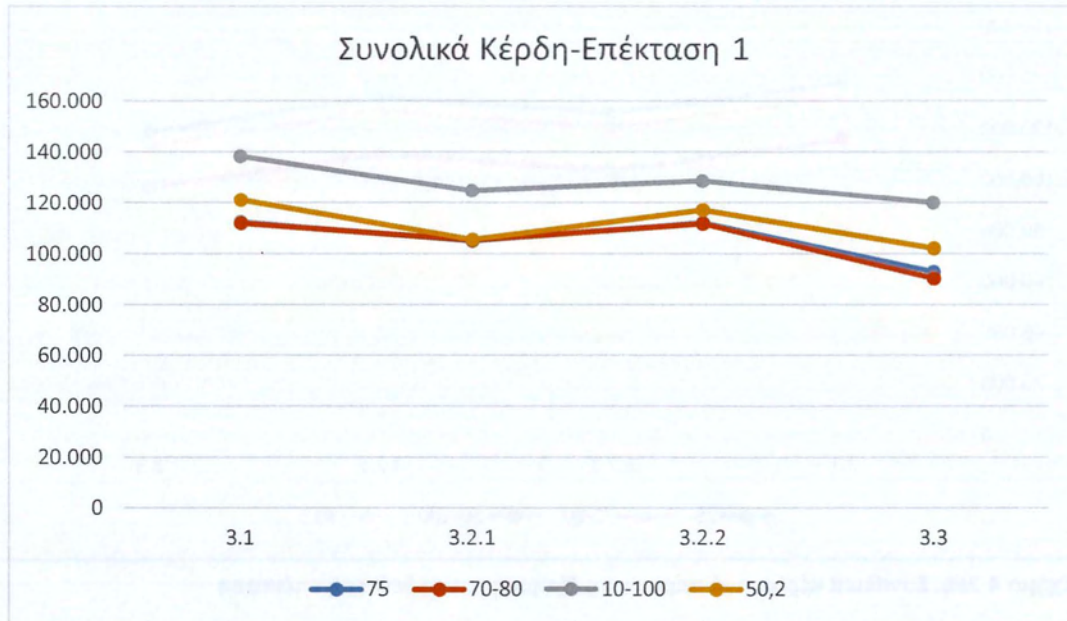
- Τα κέρδη του σταδίου 2 είναι σταθερά και ίσα με 660.000€ σε όλες τις περιπτώσεις αφού οι ζητήσεις  $D_{3,t,j}$ ,  $t=1,\dots,T$ ,  $j=1,2$ , είναι σταθερές.
- Το στάδιο 1 δεν έχει μεγαλύτερα κέρδη από το στάδιο 2 σε όλες τις περιπτώσεις αφού εδώ το στάδιο 2 ζητάει πολύ λιγότερο τη συνδρομή του υπερβολάβου απ' ότι στις 3 προηγούμενες περιπτώσεις ζητήσεων.
- Το μεγαλύτερο συνολικό κέρδος παρουσιάζεται στην περίπτωση 1 όπως περιμέναμε.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 1.
- Το στάδιο 2 παρουσιάζει το μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση 2.
- Το στάδιο 1 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 2, ενώ το στάδιο 2 παρουσιάζει το μικρότερο κέρδος στην περίπτωση 3.

#### **Συμπεράσματα και για τις 3 επεκτάσεις**

- Και στις 3 επεκτάσεις παρουσιάζεται μεγαλύτερο συνολικό κέρδος στην περίπτωση 1 όπως είναι λογικό.
- Σε αυτό το προφίλ ζήτησης δεν ισχύει πάντα ότι το στάδιο 1 έχει μεγαλύτερο κέρδος από το στάδιο 2. Αυτό συμβαίνει επειδή τώρα η μέση συνολική ζήτηση ανά περίοδο είναι 100,2 και η δυναμικότητα 100, οπότε το στάδιο 2 απευθύνεται ελάχιστα στον υπερβολάβο του σε σχέση με τις προηγούμενες περιπτώσεις ζήτησης.
- Στα συνολικά κέρδη σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρούμε αύξηση σε σχέση με τα συνολικά κέρδη που είχαμε στα 2 πρώτα προφίλ ζήτησης, ενώ είναι αρκετά κοντά με αυτά της περίπτωσης 10-100. Αυτό είναι λογικό αφού στις 2 τελευταίες περιπτώσεις ζήτησης δε χρησιμοποιείται πολύ ο υπερβολάβος του σταδίου 2 οπότε παρόλο που ο συνολικός τζίρος είναι μικρότερος, τα κέρδη είναι μεγαλύτερα.
- Τέλος, παρατηρούμε ότι η μεταβλητότητα της τελικής ζήτησης προϊόντων τύπου 2 δεν είναι 0 όπως σε όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις, αφού το προφίλ ζήτησης είναι μεταβλητό και όχι σταθερό σε κάθε περίοδο.

#### **4.2.4 Σύγκριση συνολικών κερδών ανά επέκταση και ανά προφίλ ζήτησης**

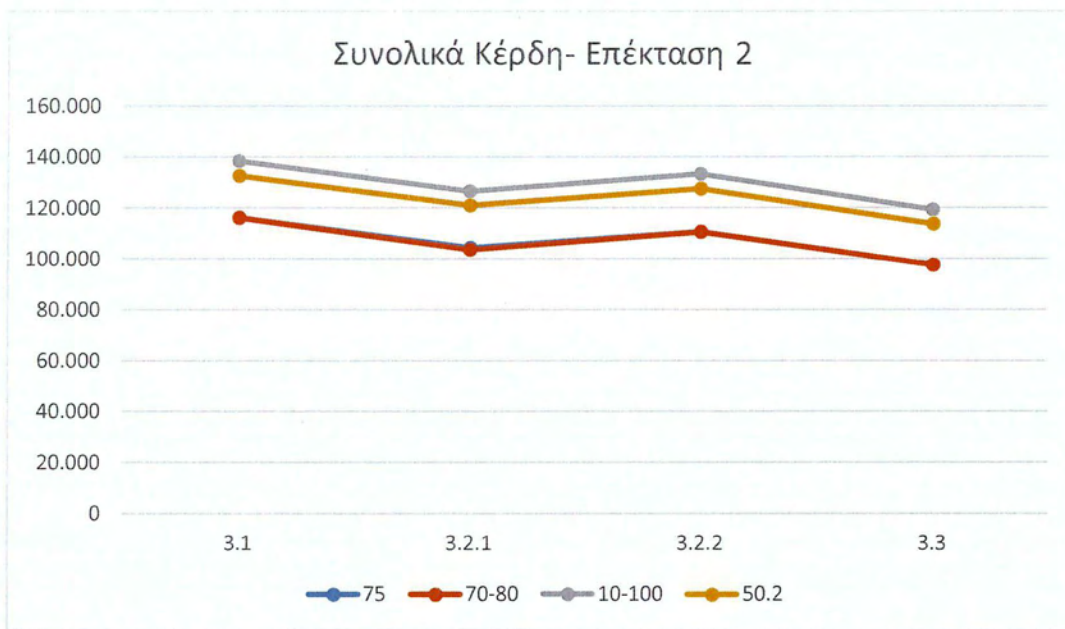
## Επέκταση 1



Σχήμα 4-255: Συνολικά κέρδη ανά περίπτωση ζήτησης για την πρώτη επέκταση

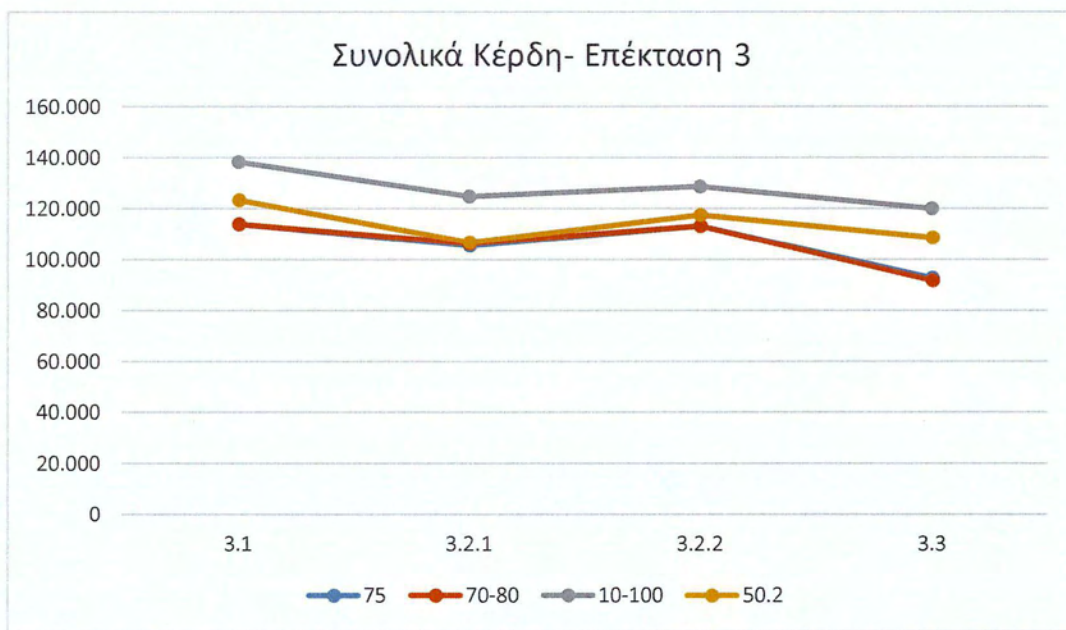
## Επέκταση 2





Σχήμα 4-266: Συνολικά κέρδη ανά περίπτωση ζήτησης για τη δεύτερη επέκταση

### Επέκταση 3



Σχήμα 4-277: Συνολικά κέρδη ανά περίπτωση ζήτησης για την τρίτη επέκταση

### Συμπεράσματα

- Γενικότερα βλέπουμε και στις 3 επεκτάσεις ότι η περίπτωση 10-100 έχει τα μεγαλύτερα κέρδη. Το μικρότερο κέρδος και στις 3 επεκτάσεις παρουσιάζεται για τη συγκεκριμένη περίπτωση ζήτησης στο πρόβλημα 3.3.
- Οι περιπτώσεις 75 και 70-80 είναι πολύ κοντά και σχεδόν ταυτίζονται σε όλες τις επεκτάσεις.
- Η περίπτωση 50.2 είναι ναί μεν πιο κερδοφόρα από τις 75 και 70-80 ,εφόσον δε χρησιμοποιείται τόσο ο υπερβολάβος του σταδίου 2, αλλά όχι τόσο κερδοφόρα όσο η 10-100.
- Οι επεκτάσεις 1 και 3 όπως είναι λογικό, έχουν παρόμοια συμπεριφορά σε όλες τις περιπτώσεις ζητήσεων, αφού η διαφορά που έχουν στα βασικά χαρακτηριστικά είναι πολύ μικρή.
- Σε όλες τις επεκτάσεις και για όλες τις περιπτώσεις ζητήσεων, το μεγαλύτερο κέρδος παρουσιάζεται όπως είναι λογικό στην περίπτωση 3.1, αφού αυτή είναι η περίπτωση που τα 2 στάδια συνεργάζονται ώστε να μεγιστοποιήσουν το συνολικό κέρδος.
- Το μικρότερο συνολικό κέρδος σε όλες τις επεκτάσεις παρουσιάζεται σχεδόν πάντα στην περίπτωση 3.3 με μικρές εξαιρέσεις όπου παρουσιάζεται στην περίπτωση 3.2.1.



## Κεφάλαιο 5 Επίλογος

---

Στο παρόν κεφάλαιο συνοψίζουμε τα βασικά σημεία της διπλωματικής εργασίας, δηλαδή το λόγο για τον οποίο πραγματοποιήθηκε, τη μεθοδολογία που ακολουθήθηκε καθώς και τα συμπεράσματα που εξήχθησαν.

### 5.1. Σύνοψη και Συμπεράσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία έγινε στα πλαίσια της επέκτασης της μεταπτυχιακής εργασίας με τίτλο «Ολιστική διαχείριση της μεταβλητότητας στις σύγχρονες εφοδιαστικές αλυσίδες της παγκοσμιοποιημένης αγοράς». Η συγκεκριμένη εργασία είχε ως αντικείμενο αναφοράς το βασικό πρότυπο εφοδιαστικής αλυσίδας το οποίο αποτελούταν από 2 στάδια παραγωγής και υπήρχε ροή ενός μοναδικού προϊόντος. Έτσι, εμείς στη συγκεκριμένη εργασία ασχοληθήκαμε με 3 επεκτάσεις του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.

Πιο συγκεκριμένα, τροποποιήσαμε και για τις 3 επεκτάσεις τα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα βελτιστοποίησης για τις διαφορετικές εκδοχές του προγραμματισμού της παραγωγής και των παραγγελιών του βασικού προτύπου εφοδιαστικής αλυσίδας.

Εν συνεχεία, στήσαμε τους κώδικες για τα διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα και προχωρήσαμε στην επίλυσή τους. Η επίλυση των μοντέλων έγινε μέσω του λογισμικού βελτιστοποίησης προβλημάτων μαθηματικού προγραμματισμού Cplex, υλοποιημένο σε γλώσσα προγραμματισμού C++. Από την επίλυση κάθε μοντέλου προκύπτει ένα πρόγραμμα παραγωγής και παραγγελιών για κάθε στάδιο, το οποίο καθορίζει το ύψος παραγωγής και παραγγελιών, τις παραγγελίες από τον υπερβολάβο, τις περιόδους στις οποίες έχουμε παραγωγή, τις περιόδους στις οποίες εκτελούνται παραγγελίες, τα συνεπαγόμενα επίπεδα των αποθεμάτων πρώτων υλών και τελικών προϊόντων, καθώς και τα συνεπαγόμενα κόστη.

Τέλος, προσπαθήσαμε τρέχοντας τα προγράμματα αυτά για διαφορετικά προφίλ τελικών ζητήσεων, να καταλήξουμε σε διάφορα συμπεράσματα για κάθε επέκταση που αναλύσαμε.

## Παραρτήματα

---

## Παράρτημα 1

Εδώ παραθέτουμε ως παράδειγμα τον κώδικα του προβλήματος 3.2.1 της επέκτασης 1.

```
#include <iostream>
#include <ilcplex\cplex.h>
#include <ilcplex\ilocplex.h>

ILOSTLBEGIN

int i,t,w;

void Model2();

void Model1();

int main(int argc, char **argv){

Model2();

return 0;

}

void Model2(){

const int imax=4; // the maximum number of stages

const int tmax=25; // the maximum number periods

const int wmax=2; //number of products

int M=10000000;

double Pmax[imax][tmax]; // stage i production capacity per period t

double p[imax][wmax]; // stage i production cost per unit per product

double x[imax][wmax]; // stage i fixed setup cost per product

double r[imax][wmax]; // stage i raw-part inventory holding cost per unit per period per product

double f[imax][wmax]; // stage i finished-goods inventory holding cost per unit per period per product

double d[imax][wmax]; // stage i raw-part purchase price per unit per product

double γ[imax][wmax]; // stage i raw-part fixed order cost per product

double s[imax][wmax]; // stage i finished goods purchase cost from the subcontractor per unit per product

double Ra[imax][tmax][wmax]; // starting inventory at stage i and period 0 per product

double De[imax][tmax][wmax]; // starting demand at stage i and period 0 per product

double Fi[imax][tmax][wmax]; // inventory of finished goods at stage i and period 0 per product
```



```
for (i=0; i<imax; i++){  
    for (t=0; t<tmax; t++){  
        Pmax[i][t] = 0;  
    }  
}
```

```
for(t=1; t<tmax; t++){  
    Pmax[1][t] = 100;  
    Pmax[2][t] = 100;  
}
```

```
for (i=0; i<imax; i++){  
    for (w=0; w<wmax; w++){  
        p[i][w] = 10000;  
    }  
}  
p[2][0] = 50;  
p[2][1] = 50;
```

```
for (i=0; i<imax; i++){  
    for (w=0; w<wmax; w++){  
  
        x[i][w] = 10000;  
    }  
}  
x[2][0] = 500;  
x[2][1] = 500;
```

```
for (i=0; i<imax; i++){  
    for (w=0; w<wmax; w++){  
  
        y[i][w] = 10000;
```

```

}
}

y[2][0] = 3000;
y[2][1] = 3000;

for (i=0; i<imax; i++){
for (w=0; w<wmax; w++){
d[i][w] = 100000;
}
}

d[2][0] = 150;
d[2][1] = 150;
d[3][0] = 250;
d[3][1] = 250;

for (i=0; i<imax; i++){
for (w=0; w<wmax; w++){
r[i][w] = 100000;
}
}

r[2][0] = 3;
r[2][1] = 3;

for (i=0; i<imax; i++){
for (w=0; w<wmax; w++){
f[i][w] = 100000;
}
}

f[2][0] = 4;

```



```
f[2][1] = 4;
```

```
for (i=0; i<imax; i++){
```

```
for (w=0; w<wmax; w++){
```

```
s[i][w] = 100000;
```

```
}
```

```
}
```

```
s[1][0] = 170;
```

```
s[2][1] = 170;
```

```
s[2][0] = 270;
```

```
s[2][1] = 270;
```

```
for (i=0; i<imax; i++){
```

```
for (t=0; t<tmax; t++){
```

```
for (w=0; w<wmax; w++){
```

```
Ra[i][t][w] = 0;
```

```
}
```

```
}
```

```
}
```

```
Ra[2][0][0] = 0;
```

```
Ra[2][0][1] = 0;
```

```
for (i=0; i<imax; i++){
```

```
for (t=0; t<tmax; t++){
```

```
for (w=0; w<wmax; w++){
```

```
De[i][t][w] = 0;
```

```
}
```

```
}
```

```
}
```

```

De[2][0][0] = 0;

De[2][0][1] = 0;

for (t=1; t<tmax; t++){

for (w=0; w<wmax; w++){

De[3][t][w] = 75;

}

}

for (i=0; i<imax; i++){

for (t=0; t<tmax; t++){

for (w=0; w<wmax; w++){

Fi[i][t][w] = 0;

}

}

}

Fi[2][0][0] = 0;

Fi[2][0][1] = 0;

IloEnv env;

try {

IloModel model (env);

typedef IloArray<IloNumArray> IloNumMatrix2x2;

typedef IloArray<IloNumMatrix2x2> IloNumMatrix3x3;

typedef IloArray<IloNumMatrix3x3> IloNumMatrix4x4;

typedef IloArray<IloNumVarArray> IloNumVarMatrix2x2;

typedef IloArray<IloNumVarMatrix2x2> IloNumVarMatrix3x3;

typedef IloArray<IloNumVarMatrix3x3> IloNumVarMatrix4x4;

```



```

typedef IloArray<IloRangeArray> IloRangeMatrix2x2;

typedef IloArray<IloRangeMatrix2x2> IloRangeMatrix3x3;

typedef IloArray<IloRangeMatrix3x3> IloRangeMatrix4x4;

IloCplex cplex(env);

//-----
//----- Decision Variables -----
//-----

//----- Decision Variabe X -----

IloNumVarMatrix3x3 Xitw(env,0);

for (i=0;i<imax;i++){

IloNumVarMatrix2x2 Xtw(env,0);

for (t=0;t<tmax;t++){

IloNumVarArray Xw(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

char Var_X[70];

sprintf(Var_X,"Xitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

IloNumVar X(env,0,1,ILOINT,Var_X);

Xw.add(X);

}

Xtw.add(Xw);

}

Xitw.add(Xtw);

}

//----- Decision Variable Pi,t -----
//----- Pi,t,w--- stage-i production in period t per product-----

IloNumVarMatrix3x3 Pitw(env,0);

for (i=0;i<imax;i++){

IloNumVarMatrix2x2 Ptw(env,0);

for (t=0;t<tmax;t++){

```

```

IloNumVarArray Pw(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

char Production[70];

sprintf(Production,"Pitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

IloNumVar P(env,0,1000000,ILOFLOAT,Production);

Pw.add(P);

}

Ptw.add(Pw);

}

Pitw.add(Ptw);

}

//----- Decision Variabe Y -----

IloNumVarMatrix3x3 Yitw(env,0);

for (i=0;i<imax;i++){

IloNumVarMatrix2x2 Ytw(env,0);

for (t=0;t<tmax;t++){

IloNumVarArray Yw(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

char Var_Y[70];

sprintf(Var_Y,"Yitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

IloNumVar Y(env,0,1,ILOINT,Var_Y);

Yw.add(Y);

}

Ytw.add(Yw);

}

Yitw.add(Ytw);

}

//----- Decision Variable Di,t,w -----

//----- Di,t,w--- stage-i demand per product w in period t -----

IloNumVarMatrix3x3 Ditw(env,0);

```

```

for (i=0;i<iimax;i++){
lloNumVarMatrix2x2 Dtw(env,0);
for (t=0;t<tmax;t++){
lloNumVarArray Dw(env,0);
for (w=0;w<wmax;w++){
char Demand[70];
sprintf(Demand,"Ditw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);
lloNumVar D(env,0,1000000,ILOFLOAT,Demand);
Dw.add(D);

}
Dtw.add(Dw);
}
Ditw.add(Dtw);
}
//----- Decision Variable Ri,t,w -----

//----- Ri,t,w--- stage-i raw parts inventory per product at the end of period t -----
lloNumVarMatrix3x3 Ritw(env,0);
for (i=0;i<iimax;i++){
lloNumVarMatrix2x2 Rtw(env,0);
for (t=0;t<tmax;t++){
lloNumVarArray Rw(env,0);
for (w=0;w<wmax;w++){
char Raw_inv_cost[70];
sprintf(Raw_inv_cost,"Ritw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);
lloNumVar R(env,0,1000000,ILOFLOAT,Raw_inv_cost);
Rw.add(R);

}
Rtw.add(Rw);
}
Ritw.add(Rtw);
}

```



```

//----- Decision Variable Fi,t,w -----
//----- Fi,t,w--- stage-i finished goods inventory per product at the end of period t -----

IloNumVarMatrix3x3 Fitw(env,0);
for (i=0;i<imax;i++){

IloNumVarMatrix2x2 Ftw(env,0);
for (t=0;t<tmax;t++){

IloNumVarArray Fw(env,0);
for (w=0;w<wmax;w++){

char Fin_goods_inv[70];
sprintf(Fin_goods_inv,"Fitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

IloNumVar F(env,0,1000000,ILOFLOAT,Fin_goods_inv);

Fw.add(F);

}

Ftw.add(Fw);

}

Fitw.add(Ftw);

}

//----- Decision Variable Si,t,w -----
//----- Si,t--- stage-i subcontractor finished goods per product at the end of period t --

IloNumVarMatrix3x3 Sitw(env,0);
for (i=0;i<imax;i++){

IloNumVarMatrix2x2 Stw(env,0);
for (t=0;t<tmax;t++){

IloNumVarArray Sw(env,0);
for (w=0;w<wmax;w++){

char Sub_goods[70];
sprintf(Sub_goods,"Sitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

IloNumVar S(env,0,1000000,ILOFLOAT,Sub_goods);

Sw.add(S);

}

Stw.add(Sw);

}

```

```

Sitw.add(Stw);
}

//-----
//----- Constraints -----
//-----
//-----
//----- Raw_Products (period 1) -----

IloRangeMatrix3x3 Rawitw(env,0);
for (i=1; i<imax-1; i++){
IloRangeMatrix2x2 Rawtw(env,0);
for (t=1;t<tmax-23; t++){
IloRangeArray Raww(env,0);
for (w=0;w<wmax; w++){
IloExpr expr(env,0);

expr+=Ritw[i][t][w]-Ra[i][t-1][w] -De[i][t-1][w] + Pitw[i][t][w];

char Raw_Products[60];
sprintf(Raw_Products,"Rawitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);
float LB=0,UB=0;
IloRange Raw(env,LB,expr,UB,Raw_Products);
model.add(Raw);
Raww.add(Raw);
expr.end();
}

Rawtw.add(Raww);
}

Rawitw.add(Rawtw);
}

```

```

//-----
//----- Raw_Products_2 -----

lloRangeMatrix3x3 Raw2itw(env,0);

for (i=1; i<imax-1; i++){

lloRangeMatrix2x2 Raw2tw(env,0);

for (t=2;t<tmax; t++){

lloRangeArray Raw2w(env,0);

for (w=0;w<wmax; w++){

lloExpr expr(env,0);

expr+=Ritw[i][t][w]-Ritw[i][t-1][w] - Ditw[i][t-1][w] + Pitw[i][t][w];

char Raw_Products2[60];

sprintf(Raw_Products2,"Raw2it(%d,t%d,w%d)",i,t,w);

float LB=0,UB=0;

lloRange Raw2(env,LB,expr,UB,Raw_Products2);

model.add(Raw2);

Raw2w.add(Raw2);

expr.end();

}

Raw2tw.add(Raw2w);

}

Raw2itw.add(Raw2tw);

}

//-----
//----- Finished - Goods_1 -----
//-----period 1 and stage 1 -----

lloRangeMatrix3x3 Finitw(env,0);

for (i=1;i<imax-2; i++){

```



```

IloRangeMatrix2x2 Fintw(env,0);

for (t=1;t<tmax-23; t++){

IloRangeArray Finw(env,0);

for (w=0;w<wmax; w++){

IloExpr expr(env,0);

expr+=Fitw[i][t][w] - Fi[i][t-1][w] - Pitw[i][t][w] - Sitw[i][t][w] + Ditw[i+1][t][w];

char Finished_Goods[60];

sprintf(Finished_Goods,"Finitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

float LB=0,UB=0;

IloRange Fin(env,LB,expr,UB,Finished_Goods);

model.add(Fin);

Finw.add(Fin);

expr.end();

}

Fintw.add(Finw);

}

Finitw.add(Fintw);

}

//-----
//----- Finished - Goods _2 -----
//-----period 1 and stage 2-----

IloRangeMatrix3x3 Fin2itw(env,0);

for (i=2;i<imax-1; i++){

IloRangeMatrix2x2 Fin2tw(env,0);

for (t=1;t<tmax-23; t++){

IloRangeArray Fin2w(env,0);

for (w=0;w<wmax; w++){

IloExpr expr(env,0);

```

```

expr+=Fitw[i][t][w] - Fi[i][t-1][w] - Pitw[i][t][w] - Sitw[i][t][w] + De[i+1][t][w];

char Finished_Goods_2[60];

sprintf(Finished_Goods_2,"Fin2itw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

float LB=0,UB=0;

lloRange Fin2(env,LB,expr,UB,Finished_Goods_2);

model.add(Fin2);

Fin2w.add(Fin2);

expr.end();

}

Fin2tw.add(Fin2w);

}

Fin2itw.add(Fin2tw);

}

//-----
//----- Finished - Goods_3 -----
//-----stage 1 - periods 2-12-----

lloRangeMatrix3x3 Fin3itw(env,0);

for (i=1;i<imax-2; i++){

lloRangeMatrix2x2 Fin3tw(env,0);

for (t=2;t<tmax; t++){

lloRangeArray Fin3w(env,0);

for (w=0;w<wmax; w++){

lloExpr expr(env,0);

expr+=Fitw[i][t][w] - Fitw[i][t-1][w] - Pitw[i][t][w] - Sitw[i][t][w] + Ditw[i+1][t][w];

char Finished_Goods_3[60];

sprintf(Finished_Goods_3,"Fin3itw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

float LB=0,UB=0;

```

```

lloRange Fin3(env, LB, expr, UB, Finished_Goods_3);

model.add(Fin3);

Fin3w.add(Fin3);

expr.end();

}

Fin3tw.add(Fin3w);

}

Fin3itw.add(Fin3tw);

}

//-----
//----- Finished - Goods_4 -----
//-----stage 2- periods 2-12 -----

lloRangeMatrix3x3 Fin4itw(env, 0);

for (i=2; i<imax-1; i++){

lloRangeMatrix2x2 Fin4tw(env, 0);

for (t=2; t<tmax; t++){

lloRangeArray Fin4w(env, 0);

for (w=0; w<wmax; w++){

lloExpr expr(env, 0);

expr+=Fitw[i][t][w] - Fitw[i][t-1][w] - Pitw[i][t][w] - Sitw[i][t][w] + De[i+1][t][w];

char Finished_Goods_4[60];

sprintf(Finished_Goods_4, "Fin2itw(i%d,t%d,w%d)", i, t, w);

float LB=0, UB=0;

lloRange Fin4(env, LB, expr, UB, Finished_Goods_4);

model.add(Fin4);

Fin4w.add(Fin4);

expr.end();

}

```



```

Fin4tw.add(Fin4w);
}
Fin4itw.add(Fin4tw);
}

//-----
//----- Production -----

IloRangeMatrix3x3 Proditw(env,0);
for (i=1;i<imax-1;i++){
IloRangeMatrix2x2 Prodtw(env,0);
for (t=1;t<tmax;t++){
IloRangeArray Prodsw(env,0);
for (w=0;w<wmax;w++){
IloExpr expr(env,0);

expr+=Pmax[i][t]*Xitw[i][t][w]-Pitw[i][t][w];

char Production[60];
sprintf(Production,"Prodit(%d,t%d,w%d)",i,t,w);
float LB=0,UB=IloInfinity;
IloRange Prod(env,LB,expr,UB,Production);
model.add(Prod);
Prodsw.add(Prod);
expr.end();
}

Prodtw.add(Prodsw);
}

Proditw.add(Prodtw);
}

```

```

}

//-----
//----- Production constraint -----

IloRangeMatrix2x2 Prodcit(env,0);

for (i=1;i<imax-1;i++){

IloRangeArray Prodcit(env,0);

for (t=1;t<tmax;t++){

IloExpr expr(env,0);

expr+=-Pitw[i][t][0]-Pitw[i][t][1]+Pmax[i][t];

char Productionconstr[60];

sprintf(Productionconstr,"Prodcit(i%d,t%d)",i,t);

float LB=0,UB=100;

IloRange Prodc(env,LB,expr,UB,Productionconstr);

model.add(Prodc);

Prodcit.add(Prodc);

expr.end();

}

Prodcit.add(Prodc);

}

//-----
//----- Demand -----

IloRangeMatrix3x3 Demitw(env,0);

for (i=1;i<imax-1;i++){

IloRangeMatrix2x2 Demtw(env,0);

for (t=1;t<tmax;t++){

IloRangeArray Demw(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

IloExpr expr(env,0);

```

```

expr+=M*Yitw[i][t][w]-Ditw[i][t][w];

char Demand[60];

sprintf(Demand,"Demitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

float LB=0,UB=IloInfinity;

IloRange Dem(env,LB,expr,UB,Demand);

model.add(Dem);

Demw.add(Dem);

expr.end();

}

Demitw.add(Demw);

}

Demitw.add(Demitw);

}

//-----
//----- Objective Function -----
//-----

// for minimizing total cost

IloExpr expr1(env);

for (t=1; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){

expr1+= y[2][w]*Yitw[2][t][w] + d[2][w]*Ditw[2][t][w] + (s[1][w] - d[2][w])*Sitw[1][t][w] + x[2][w]*Xitw[2][t][w] +
p[2][w]*Pitw[2][t][w] + s[2][w]*Sitw[2][t][w] + r[2][w]*Ritw[2][t][w] + f[2][w]*Fitw[2][t][w];

}

}

```



```

model.add(IloMinimize(env, expr1));

expr1.end();

cplex.extract(model);

cplex.exportModel("stage2_hgets2_24.lp");

//cplex.setParam(IloCplex::EpGap, 0.301); //gia na trexei mexri 1%

cplex.solve();

if (!cplex.solve ()) {
env.error()<<"Failed to optimize LP."<<endl;
throw(-1);
}

env.out()<<"Solution status = " <<cplex.getStatus()<<endl;
env.out()<<"Solution value = " <<cplex.getObjValue()<<endl;

cout<<endl;

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Pitw[i][t][w]);

```



```

float g = cplex.getValue(Yitw[i][t][w]);

cout<<"Yitw"<<"(" <<i<<"," <<t<<"," <<w<<)"<< "="<<g<<endl;

}

}

}

```

```

cout<<endl;

```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){

for (t=1;t<tmax;t++){

for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(Ritw[i][t][w]);

cout<<"Ritw"<<"(" <<i<<"," <<t<<"," <<w<<)"<< "="<<g<<endl;

}

}

}

```

```

cout<<endl;

```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){

for (t=1;t<tmax;t++){

for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(Fitw[i][t][w]);

cout<<"Fitw"<<"(" <<i<<"," <<t<<"," <<w<<)"<< "="<<g<<endl;

}

}

}

```

```

cout<<endl;

```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){

for (t=1;t<tmax;t++){

```



```

for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Sitw[i][t][w]);
cout<<"Sitw"<<"("<<i<<","<<t<<","<<w<<")"<<"="<<g<<endl;
}
}
}
cout<<"-----";
cout<<endl;

```

```

float sum_ycost_s2=0;
for (i=2;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(y[i][w]*Yitw[i][t][w]);
sum_ycost_s2 = sum_ycost_s2 + g;
}
}
}

```

```

cout<<"Total y cost stage 2: "<<sum_ycost_s2<<endl;

```

```

float sum_xcost_s2=0;
for (i=2;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(x[i][w]*Xitw[i][t][w]);
sum_xcost_s2 = sum_xcost_s2 + g;
}
}
}

```

```
cout<<"Total x cost stage 2: "<<sum_xcost_s2<<endl;
```

```
float sum_rcost_s2=0;
```

```
for (i=2;i<imax-1;i++){
```

```
for (t=1;t<tmax;t++){
```

```
for (w=0;w<wmax;w++){
```

```
float g = cplex.getValue(r[i][w]*Ritw[i][t][w]);
```

```
sum_rcost_s2 = sum_rcost_s2 + g;
```

```
}
```

```
}
```

```
}
```

```
cout<<"Total r cost stage 2: "<<sum_rcost_s2<<endl;
```

```
float sum_fcost_s2=0;
```

```
for (i=2;i<imax-1;i++){
```

```
for (t=1;t<tmax;t++){
```

```
for (w=0;w<wmax;w++){
```

```
float g = cplex.getValue(f[i][w]*Fitw[i][t][w]);
```

```
sum_fcost_s2 = sum_fcost_s2 + g;
```

```
}
```

```
}
```

```
}
```

```
cout<<"Total f cost stage 2: "<<sum_fcost_s2<<endl;
```

```
float sum_pcost_s2=0;
```

```
for (i=2;i<imax-1;i++){
```

```
for (t=1;t<tmax;t++){
```

```
for (w=0;w<wmax;w++){
```

```

float g = cplex.getValue(p[i][w]*Pitw[i][t][w]);

sum_pcost_s2 = sum_pcost_s2 + g;

}

}

}

cout<<"Total p cost stage 2: "<<sum_pcost_s2<<endl;

float sum_scost_s2=0;

for (i=2;i<imax-1;i++){

for (t=1;t<tmax;t++){

for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(s[i][w]*Sitw[i][t][w]);

sum_scost_s2 = sum_scost_s2 + g;

}

}

}

cout<<"Total s cost stage 2: "<<sum_scost_s2<<endl;

float sum_dcost_s2=0;

for (i=2;i<imax-1;i++){

for (t=1;t<tmax;t++){

for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(d[i][w]*Ditw[i][t][w]);

sum_dcost_s2 = sum_dcost_s2 + g;

}

}

}

cout<<"Total d cost stage 2: "<<sum_dcost_s2<<endl;

```



```

float sum_sdcost_s2=0;

for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue((s[1][w] - d[2][w])*Sitw[1][t][w]);
sum_sdcost_s2 = sum_sdcost_s2 + g;
}
}

cout<<"Total s - d cost stage 2: "<<sum_sdcost_s2<<endl;

cout<<endl;

float a=sum_ycost_s2 + sum_xcost_s2 + sum_pcost_s2 + sum_scost_s2 + sum_rcost_s2 + sum_fcost_s2 + sum_dcost_s2 +
sum_sdcost_s2;

cout<<"Total cost for stage 2: "<<a <<endl;

cout<<endl;

float sum_dcost_s3=0;

for (i=3;i<imax;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){

float g = d[i][w]*De[i][t][w];

sum_dcost_s3 = sum_dcost_s3 + g;
}
}
}

cout<<"Total revenue for stage 2: "<<sum_dcost_s3<<endl;

cout<<endl;

cout<<"Total net profit for stage 2: "<<sum_dcost_s3 - a<<endl;

//OPEN ARCHIVE TO WRITE RESULTS:

FILE *Results2;

```

```

Results2 = fopen("Results2_322_24.txt", "w");

fprintf(Results2, "stage 2\n");
fprintf(Results2, "Values of Pit\n");
fprintf(Results2, "-----\n");

for (i=1; i<imax-2; i++){
    for (t=1; t<tmax; t++){
        for (w=0; w<wmax; w++){
            float g = cplex.getValue(Pitw[i][t][w]);
            fprintf(Results2, "P[%d][%d][%d] =%0.f\n", i, t, w, g);
        }
    }
}

fprintf(Results2, "\n");

for (i=2; i<imax-1; i++){
    for (t=1; t<tmax; t++){
        for (w=0; w<wmax; w++){
            float g = cplex.getValue(Pitw[i][t][w]);
            fprintf(Results2, "P[%d][%d][%d] =%0.f\n", i, t, w, g);
        }
    }
}

fprintf(Results2, "\n");
fprintf(Results2, "Values of Xit\n");
fprintf(Results2, "-----\n");

for (i=1; i<imax-2; i++){
    for (t=1; t<tmax; t++){

```

```

for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Xitw[i][t][w]);
fprintf(Results2,"X[%d][%d][%d] = %0.f\n",i,t,w,g);
}
}
}

```

```

fprintf(Results2,"\n");
for (i=2;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Xitw[i][t][w]);
fprintf(Results2,"X[%d][%d][%d] = %0.f\n",i,t,w,g);
}
}
}

```

```

fprintf(Results2,"\n");
fprintf(Results2,"Values of Dit\n");
fprintf(Results2,"-----\n");

```

```

for (i=1;i<imax-2;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Ditw[i][t][w]);
fprintf(Results2,"D[%d][%d][%d]=%0.f\n",i,t,w,g);
}
}
}

```



```

fprintf(Results2, "\n");
for (i=2; i<imax-1; i++){
for (t=1; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){

float g = cplex.getValue(Ditw[i][t][w]);
fprintf(Results2, "D[%d][%d][%d]=%0.f\n", i, t, w, g);

}
}
}

```

```

fprintf(Results2, "\n");
fprintf(Results2, "Values of Yit\n");
fprintf(Results2, "-----\n");

```

```

for (i=1; i<imax-2; i++){
for (t=1; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){

float g = cplex.getValue(Yitw[i][t][w]);
fprintf(Results2, "Y[%d][%d][%d] = %0.f\n", i, t, w, g);

}
}
}

```

```

fprintf(Results2, "\n");
for (i=2; i<imax-1; i++){
for (t=1; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){

float g = cplex.getValue(Yitw[i][t][w]);
fprintf(Results2, "Y[%d][%d][%d] = %0.f\n", i, t, w, g);

}
}
}

```

```

fprintf(Results2, "\n");

fprintf(Results2, "Values of Rit\n");

fprintf(Results2, "-----\n");

for (i=1; i<imax-2; i++){
for (t=1; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){
float g = cplex.getValue(Ritw[i][t][w]);
fprintf(Results2, "R[%d][%d][%d]=%0.f\n", i, t, w, g);
}
}
}

```

```

for (i=2; i<imax-1; i++){
for (t=1; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){
float g = cplex.getValue(Ritw[i][t][w]);
fprintf(Results2, "R[%d][%d][%d]=%0.f\n", i, t, w, g);
}
}
}

```

```

fprintf(Results2, "\n");

fprintf(Results2, "Values of Fit\n");

fprintf(Results2, "-----\n");

```

```

for (i=1; i<imax-2; i++){
for (t=1; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){

```

```

float g = cplex.getValue(Fitw[i][t][w]);
fprintf(Results2,"F[%d][%d][%d]=%0.f\n",i,t,w,g);
}
}
}

```

```

fprintf(Results2,"\n");

```

```

for (i=2;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Fitw[i][t][w]);
fprintf(Results2,"F[%d][%d][%d]=%0.f\n",i,t,w,g);
}
}
}

```

```

fprintf(Results2,"\n");
fprintf(Results2,"Values of Sit\n");
fprintf(Results2,"-----\n");

```

```

for (i=1;i<imax-2;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Sitw[i][t][w]);
fprintf(Results2,"S[%d][%d][%d]=%0.f\n",i,t,w,g);
}
}
}

```

```

fprintf(Results2,"\n");
for (i=2;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){

```



```

for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Sitw[i][t][w]);
fprintf(Results2,"S[%d][%d][%d]=%0.f\n",i,t,w,g);
}
}
}

fprintf(Results2,"\n");

fprintf(Results2,"-----\n");
fprintf(Results2,"Total y cost stage 2: %0.f\n",sum_ycost_s2);
fprintf(Results2,"Total x cost stage 2: %0.f\n",sum_xcost_s2);
fprintf(Results2,"Total r cost stage 2: %0.f\n",sum_rcost_s2);
fprintf(Results2,"Total f cost stage 2: %0.f\n",sum_fcost_s2);
fprintf(Results2,"Total p cost stage 2: %0.f\n",sum_pcost_s2);
fprintf(Results2,"Total s cost stage 2: %0.f\n",sum_scost_s2);
fprintf(Results2,"Total d cost stage 2: %0.f\n",sum_dcost_s2);
fprintf(Results2,"Total s- d cost stage 2: %0.f\n",sum_sdcost_s2);
fprintf(Results2,"\n");
fprintf(Results2,"Total cost for stage 2: %0.f\n",a);
fprintf(Results2,"\n");
fprintf(Results2,"Total revenue for stage 2: %0.f\n",sum_dcost_s3);
fprintf(Results2,"\n");
fprintf(Results2,"Total net profit for stage 2: %0.f\n",sum_dcost_s3 - a);

fclose (Results2);

cout<<endl;
cout<<"-----";
cout<<"--- stage 1 -----";

```

```

cout<<"-----";

cout<<endl;

//OPEN ARCHIVE TO WRITE RESULTS:

FILE *Results3;
Results3 = fopen("Demand_2.txt", "w");

for (i=2;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0; w<wmax; w++){
float g = cplex.getValue(Ditw[i][t][w]);
fprintf(Results3,"%f\n",g);
}
}
}

fclose (Results3);

FILE *Results4;
Results4 = fopen("Sub_2.txt", "w");

for (i=1;i<imax-2;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0; w<wmax; w++){
float g = cplex.getValue(Sitw[i][t][w]);
fprintf(Results4,"%f\n",g);
}
}
}

```

```

}
}
}

fclose (Results4);

}

catch ( IOException& e){
cerr << "concert exception caught:"<<e<<endl;
}

catch (...){
cerr<<"Unknown exception caught" <<endl;
}

env.end();

Model1();

return ;

}

void Model1(){

const int imax=3; // the maximum number of stages
const int tmax=25; // the maximum number periods
const int wmax=2; // number of products

int M=10000000;

double Pmax[imax][tmax]; // stage i production capacity per period t
//double Lp[imax]; // fixed production lead time of stage i
//double Ld[imax]; // fixed order lead time for the delivery of stage i raw parts

```



```

double p[imax][wmax]; // stage i production cost per unit per products

double x[imax][wmax]; // stage i fixed setup cost per products

double r[imax][wmax]; // stage i raw-part inventory holding cost per unit per period per products

double f[imax][wmax]; // stage i finished-goods inventory holding cost per unit per period per products

double d[imax][wmax]; // stage i raw-part purchase price per unit per products

double y[imax][wmax]; // stage i raw-part fixed order cost per products

double s[imax][wmax]; // stage i finished goods purchase cost from the subcontractor per unit per products

double Ra[imax][tmax][wmax]; // starting inventory at stage i and period 0 per products

double De[imax][tmax][wmax]; // starting demand at stage i and period 0 per products

double Fi[imax][tmax][wmax]; // inventory of finished goods at stage i and period 0 per products

double Si[imax][tmax][wmax]; // starting sub goods

for (i=0; i<imax; i++){
for (t=0; t<tmax; t++){
Pmax[i][t] = 0;
}
}

for(t=1; t<tmax; t++){
Pmax[1][t] = 100;
}

for (i=0; i<imax; i++){
for (w=0; w<wmax; w++){
p[i][w] = 10000;
}
}

p[1][0] = 50;
p[1][1] = 50;

```

```
for (i=0; i<imax; i++){  
  for (w=0; w<wmax; w++){  
    x[i][w] = 10000;  
  }  
}
```

```
x[1][0] = 500;  
x[1][1] = 500;
```

```
for (i=0; i<imax; i++){  
  for (w=0; w<wmax; w++){  
    y[i][w] = 100000;  
  }  
}
```

```
y[1][0] = 1000;  
y[1][1] = 1000;
```

```
for (i=0; i<imax; i++){  
  for (w=0; w<wmax; w++){  
    d[i][w] = 10000;  
  }  
}
```

```
d[1][0] = 50;  
d[1][1] = 50;  
d[2][0] = 150;  
d[2][1] = 150;
```

```
for (i=0; i<imax; i++){  
  for (w=0; w<wmax; w++){
```

```

r[i][w] = 100000;
}
}

r[1][0] = 1;
r[1][1] = 1;

for (i=0; i<imax; i++){
for (w=0; w<wmax; w++){
f[i][w] = 100000;
}
}

f[1][0] = 2;
f[1][1] = 2;

for (i=0; i<imax; i++){
for (w=0; w<wmax; w++){
s[i][w] = 100000;
}
}

s[1][0] = 170;
s[1][1] = 170;

/*for (i=0; i<imax; i++){
Lp[i] = 0;
Ld[i] = 0;
}
*/

```



```
for (i=0; i<imax; i++){  
for (t=0; t<tmax; t++){  
for (w=0; w<wmax; w++){  
Ra[i][t][w] = 0;  
}  
}  
}
```

```
Ra[1][0][0] = 0;  
Ra[1][0][1] = 0;
```

```
for (i=0; i<imax; i++){  
for (t=0; t<tmax; t++){  
for (w=0; w<wmax; w++){  
Fi[i][t][w] = 0;  
}  
}  
}
```

```
Fi[1][0][0] = 0;  
Fi[1][0][1] = 0;
```

```
//OPEN ARCHIVE TO READ DATA:
```

```

for (i=0; i<imax; i++){
for (t=0; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){
De[i][t][w] = 0;
}
}
}

const std::string datafile = "Demand_2.txt";
std::ifstream fC;
fC.open(datafile.c_str());

for(t=1;t<tmax;t++){
for (w=0; w<wmax; w++){

fC>>De[2][t][w];

}
}
fC.close();

for (i=0; i<imax; i++){
for (t=0; t<tmax; t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
Si[i][t][w] = 0;
}
}
}

const std::string datafile2 = "Sub_2.txt";
std::ifstream fD;

```

```
fD.open(datafile2.c_str());
```

```
for(t=1;t<tmax;t++){
```

```
for (w=0;w<wmax;w++){
```

```
fD>>S[1][t][w];
```

```
}
```

```
}
```

```
fD.close();
```

```
IloEnv env;
```

```
try {
```

```
IloModel model (env);
```

```
typedef IloArray<IloNumArray> IloNumMatrix2x2;
```

```
typedef IloArray<IloNumMatrix2x2> IloNumMatrix3x3;
```

```
typedef IloArray<IloNumMatrix3x3> IloNumMatrix4x4;
```

```
typedef IloArray<IloNumVarArray> IloNumVarMatrix2x2;
```

```
typedef IloArray<IloNumVarMatrix2x2> IloNumVarMatrix3x3;
```

```
typedef IloArray<IloNumVarMatrix3x3> IloNumVarMatrix4x4;
```

```
typedef IloArray<IloRangeArray> IloRangeMatrix2x2;
```

```
typedef IloArray<IloRangeMatrix2x2> IloRangeMatrix3x3;
```



```

typedef IloArray<IloRangeMatrix3x3> IloRangeMatrix4x4;

IloCplex cplex(env);

//-----
//----- Decision Variables -----
//-----

//----- Decision Variable X -----
IloNumVarMatrix3x3 Xitw(env,0);
for (i=0;i<imax;i++){
IloNumVarMatrix2x2 Xtw(env,0);
for (t=0;t<tmax;t++){
IloNumVarArray Xw(env,0);
for (w=0;w<wmax;w++){
char Var_X[70];
sprintf(Var_X,"Xitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);
IloNumVar X(env,0,1,ILOINT,Var_X);
Xw.add(X);
}
Xtw.add(Xw);
}
Xitw.add(Xtw);
}

//----- Decision Variable Pi,t -----
//----- Pi,t--- stage-i production in period t -----

IloNumVarMatrix3x3 Pitw(env,0);
for (i=0;i<imax;i++){
IloNumVarMatrix2x2 Ptw(env,0);
for (t=0;t<tmax;t++){

```

```

lloNumVarArray Pw(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

char Production[70];

sprintf(Production,"Pitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

lloNumVar P(env,0,1000000,ILOFLOAT,Production);

Pw.add(P);

}

Ptw.add(Pw);

}

Pitw.add(Ptw);

}

//----- Decision Variabe Y -----

lloNumVarMatrix3x3 Yitw(env,0);

for (i=0;i<imax;i++){

lloNumVarMatrix2x2 Ytw(env,0);

for (t=0;t<tmax;t++){

lloNumVarArray Yw(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

char Var_Y[70];

sprintf(Var_Y,"Yitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

lloNumVar Y(env,0,1,ILOINT,Var_Y);

Yw.add(Y);

}

Ytw.add(Yw);

}

Yitw.add(Ytw);

}

//----- Decision Variable Di,t -----

//----- Di,t--- stage-i demand in period t -----

```

```

lloNumVarMatrix3x3 Dtw(env,0);

for (i=0;i<imax;i++){

lloNumVarMatrix2x2 Dtw(env,0);

for (t=0;t<tmax;t++){

lloNumVarArray Dw(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

char Demand[70];

sprintf(Demand,"Dtw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

lloNumVar D(env,0,1000000,ILOFLOAT,Demand);

Dw.add(D);

}

Dtw.add(Dw);

}

Ditw.add(Dtw);

}

//----- Decision Variable Ri,t -----

//----- Ri,t--- stage-i raw parts inventory at the end of period t -----

lloNumVarMatrix3x3 Ritw(env,0);

for (i=0;i<imax;i++){

lloNumVarMatrix2x2 Rtw(env,0);

for (t=0;t<tmax;t++){

lloNumVarArray Rw(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

char Raw_inv_cost[70];

sprintf(Raw_inv_cost,"Ritw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

lloNumVar R(env,0,1000000,ILOFLOAT,Raw_inv_cost);

Rw.add(R);

}

}

```



```

Rtw.add(Rw);
}
Ritw.add(Rtw);
}

//----- Decision Variable Fi,t -----
//----- Fi,t--- stage-i finished goods inventory at the end of period t -----

lloNumVarMatrix3x3 Fitw(env,0);
for (i=0;i<imax;i++){
lloNumVarMatrix2x2 Ftw(env,0);
for (t=0;t<tmax;t++){
lloNumVarArray Fw(env,0);
for (w=0;w<wmax;w++){
char Fin_goods_inv[70];
sprintf(Fin_goods_inv,"Fitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);
lloNumVar F(env,0,1000000,ILOFLOAT,Fin_goods_inv);
Fw.add(F);

}
Ftw.add(Fw);
}
Fitw.add(Ftw);
}

//----- Decision Variable Si,t -----
//----- Si,t--- stage-i subcontractor finished goods at the end of period t --

lloNumVarMatrix3x3 Sitw(env,0);
for (i=0;i<imax;i++){
lloNumVarMatrix2x2 Stw(env,0);
for (t=0;t<tmax;t++){
lloNumVarArray Sw(env,0);

```

```

for (w=0;w<wmax;w++){

char Sub_goods[70];

sprintf(Sub_goods,"Sitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

IloNumVar S(env,0,1000000,ILOFLOAT,Sub_goods);

Sw.add(S);

}

Stw.add(Sw);

}

Sitw.add(Stw);

}

//-----
//----- Constraints -----
//-----
//-----
//----- Raw_Products -----

IloRangeMatrix3x3 Rawitw(env,0);

for (i=1; i<imax-1; i++){

IloRangeMatrix2x2 Rawtw(env,0);

for (t=1;t<tmax-23; t++){

IloRangeArray Raww(env,0);

for (w=0;w<wmax; w++){

IloExpr expr(env,0);

expr+=Ritw[i][t][w]-Ra[i][t-1][w] -De[i][t-1][w] + Pitw[i][t][w];

char Raw_Products[60];

sprintf(Raw_Products,"Rawitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

float LB=0,UB=0;

IloRange Raw(env,LB,expr,UB,Raw_Products);

```

```

model.add(Raw);

Raww.add(Raw);

expr.end();

}

Rawtw.add(Raww);

}

Rawitw.add(Rawtw);

}

//-----
//----- Raw_Products_2 -----

IloRangeMatrix3x3 Raw2itw(env,0);

for (i=1; i<imax-1; i++){

IloRangeMatrix2x2 Raw2tw(env,0);

for (t=2;t<tmax; t++){

IloRangeArray Raw2w(env,0);

for (w=0;w<wmax; w++){

IloExpr expr(env,0);

expr+=Ritw[i][t][w]-Ritw[i][t-1][w] - Ditw[i][t-1][w] + Pitw[i][t][w];

char Raw_Products2[60];

sprintf(Raw_Products2,"Raw2it(%d,t%d,w%d)",i,t,w);

float LB=0,UB=0;

IloRange Raw2(env,LB,expr,UB,Raw_Products2);

model.add(Raw2);

Raw2w.add(Raw2);

expr.end();

}

Raw2tw.add(Raw2w);

```



```

}
Raw2itw.add(Raw2tw);
}

//-----
//----- Finished - Goods-----
//-----period 1-----

lloRangeMatrix3x3 Fin2itw(env,0);

for (i=1;i<imax-1;i++){
lloRangeMatrix2x2 Fin2tw(env,0);

for (t=1;t<tmax-23;t++){

lloRangeArray Fin2w(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

lloExpr expr(env,0);

expr+=Fitw[i][t][w]-Fi[i][t-1][w] - Pitw[i][t][w] - Si[i][t][w] + De[i+1][t][w];

char Finished_Goods2[60];

sprintf(Finished_Goods2,"Fin2itw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

float LB=0,UB=0;

lloRange Fin2(env,LB,expr,UB,Finished_Goods2);

model.add(Fin2);

Fin2w.add(Fin2);

expr.end();

}

Fin2tw.add(Fin2w);

}

Fin2itw.add(Fin2tw);

}

```

```

//-----
//----- Finished - Goods -----

lloRangeMatrix3x3 Fin4itw(env,0);

for (i=1;i<imax-1;i++){

lloRangeMatrix2x2 Fin4tw(env,0);

for (t=2;t<tmax;t++){

lloRangeArray Fin4w(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

lloExpr expr(env,0);

expr+=Fitw[i][t][w]-Fitw[i][t-1][w] - Pitw[i][t][w] - Si[i][t][w] + De[i+1][t][w];

char Finished_Goods4[60];

sprintf(Finished_Goods4,"Fin4itw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

float LB=0,UB=0;

lloRange Fin4(env,LB,expr,UB,Finished_Goods4);

model.add(Fin4);

Fin4w.add(Fin4);

expr.end();

}

Fin4tw.add(Fin4w);

}

Fin4itw.add(Fin4tw);

}

//-----
//----- Production -----

```

```

lloRangeMatrix3x3 Proditw(env,0);

for (i=1;i<iimax-1;i++){

lloRangeMatrix2x2 Prodtw(env,0);

for (t=1;t<tmax;t++){

lloRangeArray Prodsw(env,0);

for (w=0;w<wmax;w++){

lloExpr expr(env,0);

expr+=Pmax[i][t]*Xitw[i][t][w]-Pitw[i][t][w];

char Production[60];

sprintf(Production,"Prodit(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);

float LB=0,UB=llolnfinity;

lloRange Prod(env,LB,expr,UB,Production);

model.add(Prod);

Prodsw.add(Prod);

expr.end();

}

Prodtw.add(Prodsw);

}

Proditw.add(Prodtw);

}

//-----
//----- Demand -----

lloRangeMatrix3x3 Demitw(env,0);

for (i=1;i<iimax-1;i++){

lloRangeMatrix2x2 Demtw(env,0);

for (t=1;t<tmax;t++){

lloRangeArray Demsw(env,0);

```



```

for (w=0;w<wmax;w++){
IloExpr expr(env,0);

expr+=M*Yitw[i][t][w]-Ditw[i][t][w];

char Demand[60];
sprintf(Demand,"Demitw(i%d,t%d,w%d)",i,t,w);
float LB=0,UB=IloInfinity;
IloRange Dem(env,LB,expr,UB,Demand);
model.add(Dem);
Demw.add(Dem);
expr.end();
}

Demitw.add(Demw);
}

Demitw.add(Demitw);
}

//-----
//----- Objective Function -----
//-----

// for minimizing total cost

IloExpr expr1(env);

for (t=1; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){
expr1+=p[1][w]*Pitw[1][t][w] + x[1][w]*Xitw[1][t][w] + y[1][w]*Yitw[1][t][w] + r[1][w]*Ritw[1][t][w] + f[1][w]*Fitw[1][t][w] +
d[1][w]*Ditw[1][t][w];

```

```
}  
}
```

```
model.add(IloMinimize(env, expr1));  
expr1.end();
```

```
cplex.extract(model);  
cplex.exportModel("stage1_akolouthos1_24.lp");
```

```
//cplex.setParam(IloCplex::EpGap, 0.301); //gia na trexei mexri 1%  
cplex.solve();
```

```
if (!cplex.solve ()) {  
    env.error() << "Failed to optimize LP." << endl;  
    throw(-1);  
}
```

```
env.out() << "Solution status = " << cplex.getStatus() << endl;  
env.out() << "Solution value = " << cplex.getObjValue() << endl;
```

```
cout << endl;
```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Pitw[i][t][w]);
cout<<"Pitw" << "(" <<i<< ", " <<t<< ", " <<w<< ")" << "=" <<g<<endl;
}
}
}

```

```

cout<<endl;

```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Xitw[i][t][w]);
cout<<"Xitw" << "(" <<i<< ", " <<t<< ", " <<w<< ")" << "=" <<g<<endl;
}
}
}

```

```

cout<<endl;

```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(Ditw[i][t][w]);
cout<<"Ditw" << "(" <<i<< ", " <<t<< ", " <<w<< ")" << "=" <<g<<endl;
}
}
}

```

```

cout<<endl;

```



```

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(Yitw[i][t][w]);

cout<<"Yitw"<<"("<<i<<","<<t<<","<<w<<)"<<="<<g<<endl;

}

}

}

```

```

cout<<endl;

```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(Ritw[i][t][w]);

cout<<"Ritw"<<"("<<i<<","<<t<<","<<w<<)"<<="<<g<<endl;

}

}

}

```

```

cout<<endl;

```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(Fitw[i][t][w]);

cout<<"Fitw"<<"("<<i<<","<<t<<","<<w<<)"<<="<<g<<endl;

}

}

}

```

```

cout<<"-----";
cout<<endl;

float sum_ycost_s1=0;
for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(y[i][w]*Yitw[i][t][w]);
sum_ycost_s1 = sum_ycost_s1 + g;
}
}
}

cout<<"Total y cost stage 1: "<<sum_ycost_s1<<endl;

float sum_xcost_s1=0;
for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(x[i][w]*Xitw[i][t][w]);
sum_xcost_s1 = sum_xcost_s1 + g;
}
}
}

cout<<"Total x cost stage 1: "<<sum_xcost_s1<<endl;

float sum_rcost_s1=0;

```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(r[i][w]*Ritw[i][t][w]);
sum_rcost_s1 = sum_rcost_s1 + g;
}
}
}

cout<<"Total r cost stage 1: "<<sum_rcost_s1<<endl;

float sum_fcost_s1=0;
for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(f[i][w]*Fitw[i][t][w]);
sum_fcost_s1 = sum_fcost_s1 + g;
}
}
}

cout<<"Total f cost stage 1: "<<sum_fcost_s1<<endl;

float sum_pcost_s1=0;
for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g = cplex.getValue(p[i][w]*Pitw[i][t][w]);
sum_pcost_s1 = sum_pcost_s1 + g;
}
}
}

```



```
cout<<"Total p cost stage 1: "<<sum_pcost_s1<<endl;
```

```
float sum_dcost_s1=0;
```

```
for (i=1;i<imax-1;i++){
```

```
for (t=1;t<tmax;t++){
```

```
for (w=0;w<wmax;w++){
```

```
float g = cplex.getValue(d[i][w]*Ditw[i][t][w]);
```

```
sum_dcost_s1 = sum_dcost_s1 + g;
```

```
}
```

```
}
```

```
}
```

```
cout<<"Total d cost stage 1: "<<sum_dcost_s1<<endl;
```

```
float sum_dcost_s2=0;
```

```
for (i=2;i<imax;i++){
```

```
for (t=1;t<tmax;t++){
```

```
for (w=0;w<wmax;w++){
```

```
float g = d[i][w]*De[i][t][w];
```

```
sum_dcost_s2 = sum_dcost_s2 + g;
```

```
}
```

```
}
```

```
}
```

```
float b=sum_ycost_s1 + sum_xcost_s1 + sum_pcost_s1 + sum_rcost_s1 + sum_fcost_s1 + sum_dcost_s1;
```

```
cout<<endl;
```

```
cout<<"Total cost for stage 1: "<<b<<endl;
```

```
float sum_sdcost_s1=0;
```

```

for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){
float g =d[2][w]*(De[2][t][w]-Si[1][t][w]);
sum_sdcost_s1 = sum_sdcost_s1 + g;
}
}

cout<<endl;

cout<<"Total stage 1 revenue: "<<sum_sdcost_s1<<endl;

cout<<endl;

cout<<"Total stage 1 net profit: "<<sum_sdcost_s1- b<<endl;

cout<<endl;

cout<<"-----";

cout<<"---      TELOS PROGRAMATISMOU      -----";

cout<<"-----";

cout<<endl;

//OPEN ARCHIVE TO WRITE RESULTS:

FILE *Results2;

Results2 = fopen("Results1_322_24.txt", "w");

fprintf(Results2,"stage 1\n");

fprintf(Results2,"Values of Pitw\n");

fprintf(Results2,"-----\n");

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(Pitw[i][t][w]);

fprintf(Results2,"P[%d][%d][%d] =%0.f\n",i,t,w,g);

}
}
}

```

```

}
}

fprintf(Results2, "\n");
fprintf(Results2, "Values of Xitw\n");
fprintf(Results2, "-----\n");

for (i=1; i<iimax-1; i++){
for (t=1; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){

float g = cplex.getValue(Xitw[i][t][w]);
fprintf(Results2, "X[%d][%d][%d] = %0.f\n", i, t, w, g);
}
}
}

fprintf(Results2, "\n");
fprintf(Results2, "Values of Ditw\n");
fprintf(Results2, "-----\n");

for (i=1; i<iimax-1; i++){
for (t=1; t<tmax; t++){
for (w=0; w<wmax; w++){

float g = cplex.getValue(Ditw[i][t][w]);
fprintf(Results2, "D[%d][%d][%d]=%0.f\n", i, t, w, g);
}
}
}

fprintf(Results2, "\n");
fprintf(Results2, "Values of Yitw\n");
fprintf(Results2, "-----\n");

```



```

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(Yitw[i][t][w]);
fprintf(Results2,"Y[%d][%d][%d] = %0.f\n",i,t,w,g);
}
}
}

```

```

fprintf(Results2,"\n");
fprintf(Results2,"Values of Ritw\n");
fprintf(Results2,"-----\n");

```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(Ritw[i][t][w]);
fprintf(Results2,"R[%d][%d][%d]=%0.f\n",i,t,w,g);
}
}
}

```

```

fprintf(Results2,"\n");
fprintf(Results2,"Values of Fitw\n");
fprintf(Results2,"-----\n");

```

```

for (i=1;i<imax-1;i++){
for (t=1;t<tmax;t++){
for (w=0;w<wmax;w++){

float g = cplex.getValue(Fitw[i][t][w]);
fprintf(Results2,"F[%d][%d][%d]=%0.f\n",i,t,w,g);
}
}
}

```

```
}  
}  
}
```

```
fprintf(Results2, "\n");  
fprintf(Results2, "-----\n");  
fprintf(Results2, "Total y cost stage 1: %0.f\n", sum_ycost_s1);  
fprintf(Results2, "Total x cost stage 1: %0.f\n", sum_xcost_s1);  
fprintf(Results2, "Total r cost stage 1: %0.f\n", sum_rcost_s1);  
fprintf(Results2, "Total f cost stage 1: %0.f\n", sum_fcost_s1);  
fprintf(Results2, "Total p cost stage 1: %0.f\n", sum_pcost_s1);  
fprintf(Results2, "Total d cost stage 1: %0.f\n", sum_dcost_s1);  
fprintf(Results2, "\n");  
fprintf(Results2, "Total cost for stage 1: %0.f\n", b);  
fprintf(Results2, "\n");  
fprintf(Results2, "Total revenue for stage 1: %0.f\n", sum_sdcost_s1);  
fprintf(Results2, "\n");  
fprintf(Results2, "Total net profit for stage 1: %0.f\n", sum_sdcost_s1 - b);
```

```
fclose (Results2);
```

```
}
```

```
catch ( lloException& e){  
    cerr << "concert exception caught:"<<e<<endl;  
}  
catch (...){
```

```
cerr<<"Unknown exception caught" <<endl;
```

```
}
```

```
env.end();
```

```
return;
```

```
}//End main
```

## Βιβλιογραφία

---

- [1] H. Tempelmeier and M. Derstroff, "A langrangean-based heuristic for dynamic multilevel multiitem constrained lotsizing with setup times," *Management Science*, 42(5), pp. 738-757 doi: 10.1287/mnsc.42.5.738, 1996.
- [2] H. Tempelmeier, "Resource-constrained materials requirements planning - MRP rc," *Production Planning & Control: The management of operations*, 8 (5), pp. 451-46 doi: 10.1080/095372897235028, 1997.
- [3] S. M. Disney and D. R. Towill, "The effect of vendor managed inventory (VMI) dynamics on the Bullwhip Effect in supply chains," *International Journal of Production Economics*, 85(2), pp. 199-215 doi: 10.1016/S0925-5273(03)00110-5, 2003.
- [4] G. K. Saharidis, Y. Dallery and F. Karaesmen, "Centralized versus decentralized production planning," *RAIRO Operations Research*, 40 (2), pp. 113-128. doi: 10.1051/ro:2006017, 2006.
- [5] L. Buschkühl, F. Sahling, S. Herber and H. Tempelmeier, "Dynamic capacitated lotsizing problems: a classification of solution approaches," *ORSpectrum*, 32(2), pp. 231-261. doi: 10.1007/s00291-008-0150-7, 2008.
- [6] Ποσοτικά Μοντέλα Υποστήριξης Αποφάσεων, Παραδοτέο 4.3. του έργου MIS379526 «ΟΔΥΣΣΕΑΣ»: Ολιστική διαχείριση της μεταβλητότητας στις σύγχρονες εφοδιαστικές αλυσίδες της παγκοσμιοποιημένης αγοράς, Πρόγραμμα ΘΑΛΗΣ, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2015.
- [7] Αλγόριθμοι Επίλυσης Προβλημάτων Διαχείρισης Μεταβλητότητας, Παραδοτέο 4.4. του έργου MIS379526 «ΟΔΥΣΣΕΑΣ»: Ολιστική διαχείριση της μεταβλητότητας στις σύγχρονες εφοδιαστικές αλυσίδες της παγκοσμιοποιημένης αγοράς, Πρόγραμμα ΘΑΛΗΣ, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, , 2015.



[8] Supply Chain from Wikipedia, the free Encyclopedia

[http://en.wikipedia.org/wiki/Supply\\_chain](http://en.wikipedia.org/wiki/Supply_chain)

[9] Γαργερού Δ. «Η σύγχρονη τάση στη διοίκηση Logistics, τα συστήματα e-Logistics», Διπλωματική Εργασία, ΤΕΙ Κρήτης, Σχολή Διοίκησης και Οικονομίας, Τμήμα Λογιστικής, Ηράκλειο, 2011

[10] Supply Chain Management from Wikipedia, the free Encyclopedia (last access 21/3/2015)

[http://en.wikipedia.org/wiki/Supply\\_chain\\_management](http://en.wikipedia.org/wiki/Supply_chain_management)

[11] Τι είναι τα Logistics; από την Ελληνική Εταιρία Logistics (last access 21/3/2015)

<http://www.logistics.org.gr/4/27/136/>

[12] Bullwhip effect from Wikipedia, the free Encyclopedia (last access 21/3/2015)

[http://en.wikipedia.org/wiki/Bullwhip\\_effect](http://en.wikipedia.org/wiki/Bullwhip_effect)

[13] Lee H., Padmanabhan P., & Whang S., (1997a), "The bullwhip effect in supply chain", Sloan Management Review, 38(3), 93-102.

[14] Lee, H., Padmanabhan, P., & Whang, S. (1997b). Information distortion in a supply chain: The bullwhip effect. Management Science, 43(4), 546-558. doi:10.1287/mnsc.1040.0266

[15] Production Planning from Wikipedia, the free Encyclopedia (last access 21/3/2015)

[http://en.wikipedia.org/wiki/Production\\_planning](http://en.wikipedia.org/wiki/Production_planning)

[16] Θεοδώρα Πανταζή, Μεταπτυχιακή Εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Βόλος 2015, «Ολιστική διαχείριση μεταβλητότητας στις σύγχρονες εφοδιαστικές αλυσίδες της παγκοσμιοποιημένης αγοράς».



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ



004000125698